



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DEL EFECTO DE
SINTONIZACIÓN DEL CONTROL PI EN
SISTEMAS DE FRENO ABS-INTECO**

TESIS

Que para obtener el título de

INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO

P R E S E N T A

LUIS FERNANDO RODRÍGUEZ LEYVA

DIRECTOR DE TESIS

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2016



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

ANÁLISIS DEL EFECTO DE
SINTONIZACIÓN DEL CONTROL PI EN
SISTEMAS DE FRENO ABS-INTECO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
INGENIERO ELÉCTRICO Y ELECTRÓNICO

PRESENTA:

LUIS FERNANDO RODRÍGUEZ LEYVA

TUTOR:

DR. GERARDO RENÉ ESPINOSA PÉREZ



CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., 2016

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Marco Antonio Arteaga Pérez

Vocal: Dr. Gerardo René Espinosa Pérez

Secretario: Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

Primer suplente: Dr. Edmundo Gabriel Rocha Cozatl

Segundo suplente: Ing. Lorenzo Octavio Miranda Cordero

Esta tesis se realizó en el Laboratorio de Control perteneciente a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería en la UNAM.

Director de Tesis:

Dr. Gerardo René Espinosa Pérez.

“No hemos de preocuparnos de vivir largos años, sino de vivirlos satisfactoriamente; porque vivir largo tiempo depende del destino, vivir satisfactoriamente de tu alma. La vida es larga si es plena; y se hace plena cuando el alma ha recuperado la posesión de su bien propio y ha transferido a sí el dominio de sí misma” (Séneca, Cartas a Lucilio).

*Este trabajo va dedicado a mi familia
Maricela, Efrén y Diana*

Reconocimientos

Quiero agradecer a mi familia por todo lo que me ha dado y el tiempo que me ha regalado para que me pueda superar como persona y por todos sus esfuerzos para ayudarme a cumplir mis sueños.

Al Dr. Gerardo Espinosa por todo su apoyo, desde el servicio social hasta el fin de este trabajo, muchas gracias por la confianza, compromiso y tiempo invertido a pesar de todos los contratiempos.

Al jurado por la confianza y tiempo que me regalaron a pesar de las circunstancias.

Muchas gracias a Hoover y Dr. Mich, que resolvieron cualquier duda que tenía y por siempre apoyarme para cualquier favor por pequeño que sea.

A los miembros del laboratorio de control, por la ayuda, tiempo y motivación.

Al equipo BAJA SAE UNAM, que sin los conocimientos que aprendí en el desarrollo del vehículo no hubiera logrado este trabajo.

A mis amigos, que aunque no entendían lo que estaba haciendo, me apoyaban y preguntaban siempre por mis avances.

A la Facultad de Ingeniería por ofrecerme tantos conocimientos y prepararme como ingeniero.

Finalmente a la UNAM por permitirme aspirar a una carrera universitaria para desarrollarme como profesionista y ser humano.

Índice general

Índice de figuras	VII
Índice de tablas	IX
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Antecedentes	2
1.3. Objetivo de la Tesis	4
1.4. Contribuciones	5
1.5. Estructura de la Tesis	5
2. Sistemas de Frenado Antibloqueo	6
2.1. Descripción del sistema	6
2.1.1. Fuerza de fricción	6
2.1.2. Fricción en las llantas	8
2.1.3. Fuerza de frenado	14
2.1.4. Distancia de frenado total	15
2.1.5. Frenado óptimo en línea recta	16
2.1.6. Modelos del coeficiente de fricción para llantas	17
2.1.7. Deslizamiento de la llanta	19
2.1.8. Deslizamiento longitudinal	21
2.1.9. Implementación automotriz	26
2.1.10. Sistema de frenado	28
2.2. Problema de control	31
3. Plataforma Experimental	33
3.1. Estructura	33
3.1.1. Unidad ABS	34
3.1.2. Unidad de potencia	36
3.1.3. Botón de paro de emergencia	36
3.1.4. Tarjeta de adquisición de datos	36
3.1.5. Puesta a punto del simulador	36
3.2. Modelado	39

3.2.1. Deslizamiento longitudinal	40
3.2.2. Variables auxiliares s , s_1 y s_2	41
3.2.3. Ecuaciones de equilibrio	42
3.3. Parametrización	48
4. Control	57
4.1. Esquema de control	57
4.1.1. Sintonía	57
4.1.2. Respuesta del proceso a lazo abierto	58
4.2. Simulación	61
4.3. Resultados y discusión	66
4.3.1. Número de respuesta	71
4.3.2. Regla de sintonización	72
4.3.3. IAE de simulación y experimental	74
4.3.4. Distancia de frenado	75
4.3.5. Comportamiento de las velocidades v_{wheel} v_{car}	75
4.3.6. Deslizamiento y error	76
4.3.7. Entrada de control	77
5. Conclusiones	79
5.0.1. Trabajo futuro	80
A. Apéndice A	81
A.1. Obtención de M_B y $\mu(\lambda)$	81
A.2. Valores de los controladores PI y resultados de las simulaciones	82
Bibliografía	85

Índice de figuras

2.1. Fuerzas intermoleculares entre dos cuerpos	6
2.2. Sistema de ejes SAE	7
2.3. Sistema de ejes SAE en una llanta	8
2.4. Superficie de contacto A_{cp} , <i>Contact Patch</i>	8
2.5. Tres tipos de fricciones en la llanta [12]	9
2.6. Efectos a causa de la fuerza normal [12]	10
2.7. Esquema de las fuerzas intermoleculares a causa de un lubricante	10
2.8. Fuerzas a causa de deformación [12]	10
2.9. Efectos en fricción por desgaste	11
2.10. Grafica fuerza de fricción y carga [34]	11
2.11. Efecto de la histéresis [12]	12
2.12. Efecto retroexcavadora	13
2.13. Deformación de una llanta al frenar	14
2.14. Fenómenos de deformación en una llanta	15
2.15. Diferentes distancias de frenado [19]	16
2.16. Momentos presentes en el auto	17
2.17. Curva de Stribeck	19
2.18. Llanta sobre una banda [32]	21
2.19. Barra de caucho recorriendo L [32]	22
2.20. Distribución de barras de caucho [32]	23
2.21. Distribución de fuerza en L [32]	23
2.22. Distribución de fuerza en p	23
2.23. Distribución de fuerzas a diferentes deslizamientos [32]	24
2.24. Coeficiente de fricción y deslizamiento [30]	25
2.25. Sensor wss común	27
2.26. Sensor con disco dentado	27
2.27. Esquema de disposición de wss	28
2.28. Freno de disco y caliper	29
2.29. Sistema de frenado hidráulico sin <i>ABS</i> [30]	30
2.30. Sistema de frenado hidráulico con <i>ABS</i> [30]	30
2.31. Sistema de frenado hidráulico	31
2.32. Sistema de frenado hidráulico	31

3.1. Espacio de trabajo	33
3.2. Módulo ABS	34
3.3. Configuración típica brazo trailing	35
3.4. Rueda superior dañada y después de rectificar	37
3.5. Rueda superior dañada y después de rectificar	37
3.6. Esquema del simulador <i>ABS</i>	39
3.7. Dos volantes de inercia y biela	42
3.8. DCL de la rueda superior	43
3.9. DCL de la rueda inferior	44
3.10. Diagrama de fuerzas sobre el nuevo sistema de referencia	45
3.11. DCL en A	45
3.12. Filtro implementado en Simulink	52
3.13. Filtro implementado en Simulink	52
3.14. Dispersión $\mu(\lambda)$ experimental	53
3.15. $\mu(\lambda)$ experimental como suma de gaussianas	54
3.16. $\mu(\lambda)$ típica propuesta por Pacejka [28]	54
3.17. Diferencias entre llanta real y rueda del simulador	55
4.1. Esquema de control simplificado	57
4.2. Diferentes entradas escalón	58
4.3. Bloque de Simulink	61
4.4. Bloques para comparación de PI's	62
4.5. Dispersión de PI's y su IAE	63
4.6. Dispersión de PI's con IAE truncado	64
4.7. Resultados de simulación aplicando el mejor PI	65
4.8. Bloque para experimentos	66
4.9. K_m contra u	71
4.10. Comparación de respuestas considerando una planta FOLPD	72
4.11. Comparación de respuestas considerando una planta SOSPD	73
4.12. Comparación de IAE's	74
4.13. Comparación de velocidades	75
4.14. Comparación de deslizamientos	76
4.15. Comparación de deslizamiento	77
4.16. Comparación de entrada de control	78
A.1. Valores PI y sus resultados obtenidos en las simulaciones considerando una planta FOLPD	83
A.2. Valores PI y sus resultados obtenidos en las simulaciones considerando una planta SOSPD	84

Índice de tablas

2.1. Valores experimentales de coeficientes de fricción	13
3.1. Datos	40
3.2. Valores de las variables de apoyo	42
3.3. Datos del torquímetro	50
3.4. Parámetros del simulador <i>ABS</i>	56
4.1. Parámetros FOLPD	59
4.2. Parámetros SOSPD	60
4.3. Resultados de los diez mejores IAE simulación	68
4.4. Mejor resultado IAE experimental de 4.3	68
4.5. Resultados de los diez PI's más cercanos y con menor IAE experimental	69
4.6. Resultados de los cinco PI's con menor IAE experimental	70

Introducción

1.1. Motivación

Los vehículos motorizados son de gran utilidad para transportar todo tipo de cosas. Su desarrollo comenzó desde hace varios años con los ferrocarriles en el siglo XVIII, luego al siglo siguiente se desarrollaron otros vehículos como automóviles, motocicletas, aviones, etc.

Todos estos vehículos contaban con un sistema de frenado que se accionaba por el operador ya sea con una palanca o pedal, pero al alcanzar mayores velocidades con el desarrollo de la tecnología, estos vehículos tendían a perder el control debido a que se aplicaba un freno excesivo en las ruedas, que junto a la calidad del terreno y la inercia causaban que se derraparan y por lo tanto no se podía manipular el vehículo. Esto al final causaba aparatosos accidentes. Entonces fueron necesarias mejores medidas para la seguridad de los vehículos, como mejoras de las ruedas, de maniobrabilidad, de la cabina, por mencionar algunos. Pero para el caso del sistema de frenado, y en específico el efecto llamado **bloqueo de frenos**, o en inglés *lock brakes*, que es el fenómeno que ocurre cuando hay un derrape en las llantas por un frenado excesivo y por lo tanto pérdida de control, se propusieron dos técnicas para evitarla llamadas “*cadence braking*”, que consiste en el frenado incremental del vehículo, con la finalidad de evitar el bloqueo, y “*threshold braking*”, que consiste en sentir si el vehículo se está derrapando y así variar la fuerza de frenado para mantenerla justo antes del bloqueo de frenos. Debido a que la primera no conseguía una menor distancia de frenado y la segunda era imposible aplicarla en vehículos grandes, como aviones y en frenados violentos, estas técnicas no fueron suficientes, por lo que fue necesario el desarrollo de un dispositivo que emulara la técnica de frenado “*threshold braking*”, manteniendo la fuerza de frenado con el coeficiente de fricción más alto que ofrece el terreno.

Fue **Gabriel Voisin**, ingeniero aeronáutico francés, quien propuso el primer dispositivo que cumplía con dichas características en el año 1929. Este dispositivo funcionaba de manera mecánica y se utilizó primero en aviones, con la ventaja de reducir la dis-

tancia de frenado en un 30 % en terrenos con agua y hielo. Con las ventajas que ofrecía este dispositivo, se comenzó su estudio para otros tipos de vehículos como en motocicletas y autos, pero no prosperó debido a los altos costos y gran espacio necesarios para instalación.

Más tarde, en los años 70's, con la tecnología electrónica de la época fue factible desarrollar un sistema económico y de espacio reducido que evitara que se bloquearan los frenos. La compañía Alemana Bosch fue la primera en patentar este sistema electrónico, lo llamó **sistema anti-bloqueo de frenos** que proviene del alemán "*Anti-Blockier System*" o en sus siglas "*ABS*".

A medida que se comercializó el sistema, ahora se utiliza en el 75 % de todos los vehículos automotrices, en aviones, trenes, sólo por mencionar algunos. Cada vez se consiguieron mejoras mecánicas, electrónicas y en la velocidad de procesamiento, así como el desarrollo de algoritmos para un frenado más eficiente. Entre estos están el ON-OFF, el Proporcional- Integral- Derivativo (PID), el control neuro-difuso y el control por modos deslizantes principalmente, aunque también se han propuesto con otras teorías de control.

Así, el principal objetivo del control en el sistema *ABS* es **mantener el deslizamiento entre el terreno y la llanta en un cierto valor tal que la fricción entre éstas sea la máxima**, tomando en cuenta las condiciones del terreno, para que el vehículo obtenga la máxima tracción, por lo tanto maniobrabilidad, y una menor distancia de frenado en la mayoría de los terrenos.

Para cumplir con este objetivo, se han desarrollado diferentes maquetas experimentales para poner a prueba los nuevos algoritmos de control y/o nuevos desarrollos tecnológicos. En específico para el área académica, el sistema de frenado ABS INTECO.

1.2. Antecedentes

INTECO (INtelligent TEchnollogy for COntrol) Ltd. es una compañía dedicada al desarrollo de maquetas experimentales para el área académica. Las maquetas experimentales sirven para emular un sistema dinámico al cual se le aplica un algoritmo de control y así observar los resultados obtenidos.

El sistema ABS INTECO, es una maqueta experimental diseñada para emular los efectos dinámicos de la llanta de un avión al momento de frenar. Desde la primera versión del sistema (2005), se han comercializado cinco modelos diferentes en total, con los cuales se han elaborado varios artículos académicos, en su mayoría control por modos deslizantes, control neuro difuso y control PID¹.

¹Algoritmo de control que responde a partir de la variable del error, las siglas PID provienen de Proporcional- Integral- Derivativo.

En la referencia [22] se propuso un controlador PID obtenido por el método de Ziegler- Nichols, método heurístico y por cancelación polo- cero. También se propuso un control no lineal utilizando el error realimentado con técnicas de Lyapunov. Estos dos controladores se compararon en el simulador digital de fábrica y no en la maqueta experimental, obteniendo mejores resultados utilizando el controlador no lineal.

En la referencia [23] se propuso un control lineal activado por diferentes eventos, en el cual se van alternando diferentes controladores lineales para diferentes puntos de operación que recorren la trayectoria deseada a controlar. El controlador lineal se probó en el simulador digital de fábrica, obteniendo un controlador que no utiliza muchos recursos computacionales además de no comprometer la estabilidad del sistema.

En la referencia [14] se proponen diferentes controladores para la simulación y para la maqueta experimental, estos controladores se probaron considerando las diferencias de parámetros entre la simulación digital de fábrica y la maqueta experimental.

En la referencia [1] se proponen diferentes controladores basados en modos deslizantes. Éstos se probaron tanto en la simulación digital de fábrica como en la maqueta experimental. Los controladores propuestos se presentan como una solución al problema de control de los sistemas de frenado *ABS*, obteniéndose los resultados deseados en la simulación digital.

En la referencia [6] se propone un control por modos deslizantes Grey-Verhulst, en el cual al probar en la simulación digital de fábrica se obtienen los resultados deseados pero con presencia de *chattering*¹ en la señal de control, el cual disminuye con un cuasi relé.

En la referencia [5] se propone una versión modificada del PID, en el cual se mejora la respuesta a una referencia dada, obteniendo una respuesta con sobreimpulso en la simulación digital de fábrica.

En la referencia [8] se utiliza también control por modos deslizantes, probando el algoritmo tanto en la simulación digital de fábrica como en la maqueta experimental, obteniendo los valores deseados en los resultados experimentales.

En la referencia [13] se proponen controladores neuro- difusos, probándolos tanto en la simulación digital como en la maqueta experimental, concluyendo que se tienen resultados deseados. Sin embargo, una de las limitaciones es que se necesitan algoritmos numéricos para diseñar los controladores.

¹Efecto común al utilizar control por modos deslizantes; sucede cuando la señal de control tiene oscilaciones de grandes frecuencias.

En la referencia [17] se proponen varios controladores (PID, linealización por re-alimentación, control con redes neuronales), los cuales son probados en la simulación digital y realizando una comparación de los resultados de cada controlador. Al probar los controladores en la maqueta experimental no se obtuvieron los resultados esperados, por lo que se mencionan varias propuestas para explicar el bajo rendimiento.

En la referencia [27] se utiliza un control por modos deslizantes Gray, el cual se prueba en simulación digital y experimental, obteniendo resultados esperados puesto que el control por modos deslizantes es robusto ante incertidumbres del sistema.

En la mayoría de los artículos se consideran los parámetros dados en el manual de usuario, que corresponden a los valores de la primera versión. Aún mas, el deslizamiento para el mayor coeficiente de fricción se propone arbitrariamente y no está fundamentada a partir de literatura correspondiente, por lo que en la simulación y en la maqueta real no había relación.

Aunque se pueden generalizar sus efectos para cualquier vehículo, en esta Tesis, se considera el estudio de un cuarto de vehículo¹ familiar con una velocidad inicial de 66 *km/h*, el cual frena de emergencia sobre pavimento con aguanieve.

1.3. Objetivo de la Tesis

Con la realización de esta Tesis se pretende ilustrar los diferentes efectos que se obtienen al utilizar el control proporcional- integrativo (PI²) aplicado a una unidad de frenos *ABS* bajo diferentes sintonizaciones y realizar una discusión respecto al rendimiento obtenido. Así, el objetivo principal es:

Realizar una comparación y análisis de controles proporcional- integrativos sintonizados por diferentes métodos para evaluar su desempeño en una unidad de frenos *ABS*.

La metodología propuesta para alcanzar el objetivo planteado es:

- Poner a punto la maqueta experimental *ABS INTECO*
- Parametrizar el modelo de la maqueta experimental *ABS*
- Comparar el comportamiento de una evaluación por simulación con el sistema real

¹Del inglés *Quarter car model*, es un modelo que estudia los efectos de sólo un cuarto del vehículo, que son la llanta, la suspensión y el cuarto de la masa del auto.

²Caso particular del control PID, en el cual sólo se utilizan el control proporcional e integral del error.

- Seleccionar y obtener mediante sintonizaciones varios controles PI
- Evaluar los controladores en simulación y seleccionar los mejores
- Probar en el sistema real los controladores seleccionados alrededor del mejor resultado
- Analizar los resultados de los PI's con mayor rendimiento

1.4. Contribuciones

La principal contribución de este trabajo es ilustrar la efectividad y facilidad de la sintonización PI en la aplicación de sistemas no lineales como el de los frenos *ABS*.

1.5. Estructura de la Tesis

Esta Tesis está organizada de la siguiente manera:

- En el Capítulo 2 se explica el funcionamiento y principios teóricos de los sistemas de frenado antibloqueo.
- En el Capítulo 3, con los conocimientos adquiridos en el capítulo anterior, se hace un estudio de la plataforma experimental *ABS INTECO*, así como su modelado matemático, parametrización y análisis de sus propiedades dinámicas.
- En el Capítulo 4 se realiza la caracterización, sintonización y control de la maqueta experimental *ABS*, así como la discusión de los resultados.
- En el Capítulo 5 se realizan las conclusiones obtenidas de la realización de esta Tesis.

Sistemas de Frenado Antibloqueo

2.1. Descripción del sistema

El sistema de frenado antibloqueo (*ABS*, por sus siglas en inglés) tiene como principal objetivo evitar el bloqueo de la llanta en el proceso de frenado. Con esto se mantiene la maniobrabilidad de vehículo al igual que se obtiene una menor distancia de frenado en la mayoría de los terrenos. Para el desarrollo de este sistema influyen muchos aspectos importantes. En este capítulo se hace una breve descripción de ellos.

2.1.1. Fuerza de fricción

La fuerza que ayuda al frenado y aceleración de los vehículos es la fuerza de fricción. La fuerza de fricción se produce a causa de las fuerzas intermoleculares, la mayoría eléctricas, que causan que se formen y rompan enlaces entre el cuerpo y el terreno, como se aprecia en la Figura 2.1.

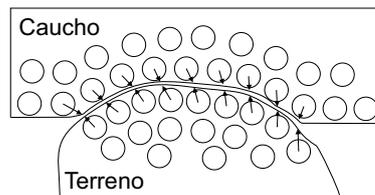


Figura 2.1: Fuerzas intermoleculares entre dos cuerpos

El número de enlaces siempre varía por las imperfecciones entre las superficies y su área de contacto, por lo que su valor exacto es incierto, pero considerándolo como un promedio de los enlaces que se unen con los que se rompen en una superficie continua se representa como la relación aproximada escalar:

$$F_x = \mu F_z \tag{2.1}$$

donde:

F_x es la fuerza de fricción

μ es el coeficiente de fricción

F_z es la fuerza normal

Al ser una relación entre dos magnitudes, no se considera la dirección de los vectores \vec{F}_x y \vec{F}_z , sino que sólo su magnitud escalar.

El coeficiente de fricción o también llamado coeficiente de rozamiento, es el valor escalar μ que relaciona la fuerza de fricción y la fuerza normal, es un indicador de qué cantidad de enlaces intermoleculares están actuando entre las dos superficies. Puede ser estática, si no hay movimiento relativo entre el cuerpo y el terreno, o cinética, si existe un movimiento entre los dos.

El coeficiente de fricción estática se representa como μ_s . Está presente cuando no existe movimiento relativo entre las dos superficies. El coeficiente de fricción cinética μ_k existe cuando hay un movimiento relativo entre las dos superficies. En la gran mayoría de las veces se cumple que $\mu_s > \mu_k$, una excepción es en el caso de los rodamientos.

La fuerza normal F_z es una componente vectorial y es la reacción de la superficie al contacto de la llanta. Esta fuerza normal siempre actúa perpendicularmente a la superficie de contacto y varía principalmente por el peso del vehículo y las fuerzas presentes sobre la normal a la superficie.

Como la fuerza de fricción F_x está en función del coeficiente de fricción y la fuerza normal, μ y F_z son de gran importancia para obtener la máxima fuerza de fricción.

Utilizando el esquema simple de una llanta y considerando el sistema de ejes de la llanta SAE, es posible representar el fenómeno de fricción como en las Figuras 2.2 y 2.3.

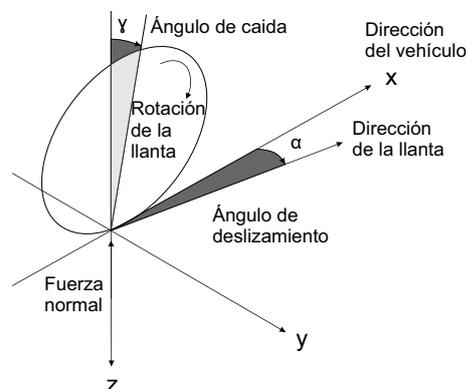


Figura 2.2: Sistema de ejes SAE

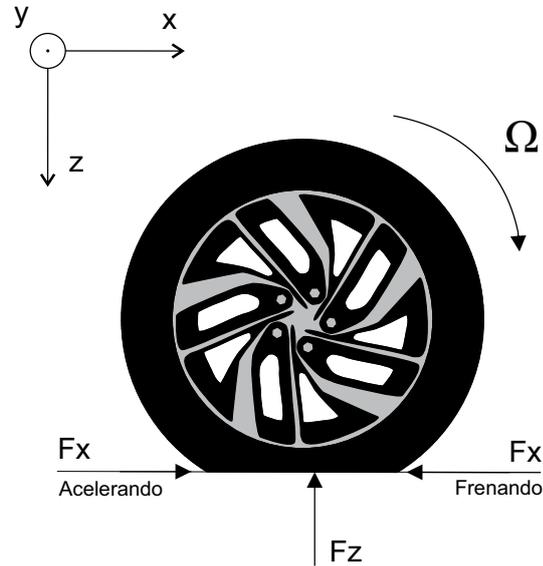


Figura 2.3: Sistema de ejes SAE en una llanta

Se observa que la fuerza de fricción siempre es contraria a la tendencia de movimiento y que la fuerza normal es aquella que ejerce el terreno como reacción a un cuerpo que aplica una fuerza sobre ella. Ésta puede variar respecto a las diferentes fuerzas de contacto.

En muchos experimentos se ha observado que la fricción estática máxima $(F_{xs})_{max}$ es aproximadamente proporcional a F_z , cumpliéndose $F_{xs} \leq \mu_s F_z$, lo que ayuda a un óptimo frenado.

2.1.2. Fricción en las llantas

La fricción que actúa en las llantas es un fenómeno muy complejo, esto porque está en función de las condiciones del terreno, carga del vehículo, superficie de contacto (Figura 2.4), presión, temperatura, material y dibujo de la llanta, sólo por mencionar los fenómenos más estudiados.

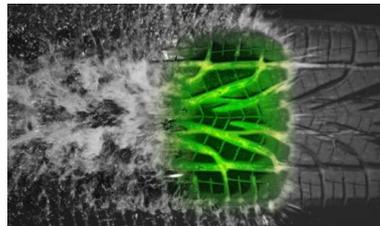


Figura 2.4: Superficie de contacto A_{cp} , *Contact Patch*

De esta forma, para un análisis[12] aproximado se consideran tres fricciones (Figura 2.5) y otros fenómenos como efectos que causan la mayor influencia en la fricción en una llanta, es decir

- Fricción por adhesión
- Fricción por deformación
- Fricción por desgaste
- Otros fenómenos (histéresis, viscosidad, “bulldozer effect”¹)

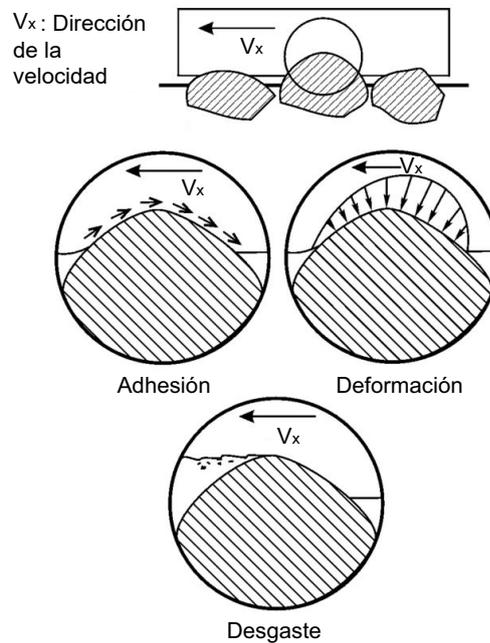


Figura 2.5: Tres tipos de fricciones en la llanta [12]

La **fricción por adhesión**, F_{ad} , es resultado de las fuerzas intermoleculares presentes entre el terreno y la llanta. Se puede decir que es la responsable de que la superficie de caucho se adhiera al terreno. En este tipo de fricción importa el área de contacto (A_{cp}) por los enlaces intermoleculares y las fuerzas de contacto F_z . Como se observa en la Figura 2.6, al aumentar F_z se tiene mayor área de contacto y en consecuencia mayor fricción por adhesión. Este tipo de fricción se representa con:

$$F_{ad} = \mu(A_{cp})F_z$$

¹En español efecto retroscavadora, es un fenómeno que consiste en la acumulación de residuos del terreno al momento de frenar o acelerar.

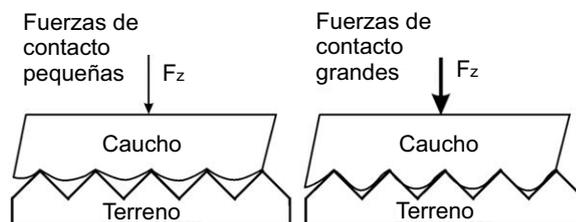


Figura 2.6: Efectos a causa de la fuerza normal [12]

Esta fricción decrece considerablemente cuando el terreno tiene agua, hielo, fragmentos, arena o lubricante, debido a que las grandes fuerzas intermoleculares del terreno-caucho son reemplazadas por las pobres fuerzas del terreno-lubricante y lubricante-caucho (Figura 2.7), y decrece aún más a mayor velocidad, pues la llanta no es capaz de desplazar al lubricante y sucede el efecto de hidroplaneado.

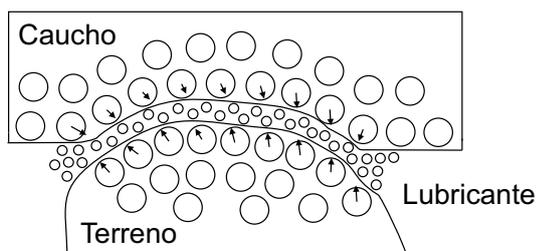


Figura 2.7: Esquema de las fuerzas intermoleculares a causa de un lubricante

La **fricción por deformación**, F_{de} , es resultado de las fuerzas presentes cuando se deforma el caucho de las llantas al entrar en contacto con las irregularidades del terreno. Estos elementos de caucho actúan como pequeñas palancas que se resisten al movimiento como se representa en la Figura 2.8.

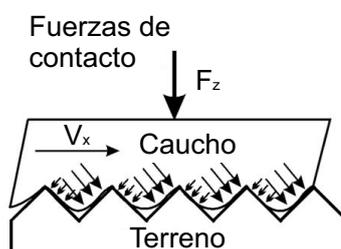


Figura 2.8: Fuerzas a causa de deformación [12]

Esta fricción aumenta conforme a las fuerzas de contacto, por lo que también se representa con la ecuación:

$$F_{de} = \mu F_z$$

Esta fricción es la principal que actúa en la tracción de las llantas cuando hay terrenos con agua o algún líquido.

La **fricción por desgaste**, F_{we} , es cuando existe un exceso de fuerza en el caucho que causa que se deforme hasta cruzar el punto máximo elástico. Esto produce un desgaste en la llanta en vez de su deformación, como se aprecia en la Figura 2.9.

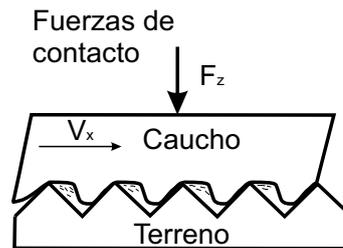


Figura 2.9: Efectos en fricción por desgaste

Aunque existe un efecto contradictorio en las llantas, el coeficiente de fricción μ disminuye ligeramente al aumentar la fuerza normal, esto contradice la fórmula dada para la fuerza de fricción, que menciona que a mayor fuerza normal mayor fuerza de fricción. La explicación dada en [34] es que al aumentar la fuerza normal en las llantas, el área de contacto A_{cp} permanece casi constante, en consecuencia la presión en el área de contacto aumenta y comprime al hule, disminuyendo su resistencia a esfuerzos cortantes y entonces disminuye su coeficiente de fricción, aunque es casi imperceptible para la fuerza de fricción resultante, pues observando la Figura 2.10, al aumentar la carga de una llanta hasta 567 kilogramos, su coeficiente de fricción disminuye sólo en un 30 % de la fricción máxima.

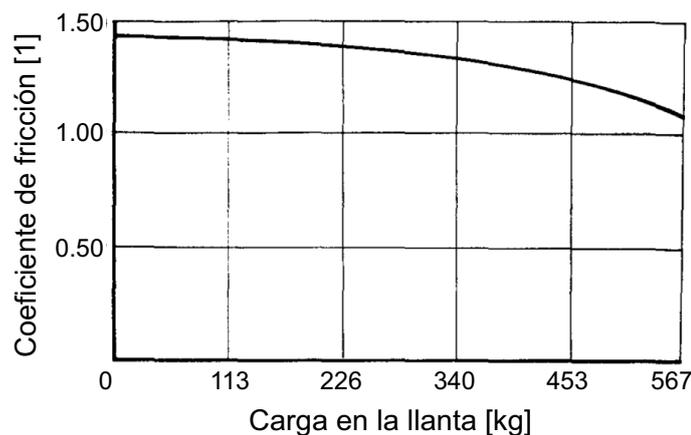


Figura 2.10: Grafica fuerza de fricción y carga [34]

La suma de estas tres fricciones da como resultado la ecuación:

$$F_x = F_{ad} + F_{de} + F_{we}$$

donde:

F_x es la fuerza de fricción total

F_{ad} es la fuerza de fricción por adhesión

F_{de} es la fuerza de fricción por deformación

F_{we} es la fuerza de fricción por desgaste

Otros fenómenos que también se estudian por sus efectos en la fricción en una llanta son:

La histéresis de la llanta, representada en la Figura 2.11, que es la propiedad del cuerpo para regresar a su forma original una vez deformada. Al tener poca histéresis, la llanta al ser deformada regresa a su forma original, lo que mantiene la superficie de contacto y mantiene la fricción. Al tener una histéresis alta, la llanta no alcanza a regresar a su forma original por lo que disminuye la fricción.

La viscosidad de la llanta, normalmente relacionada con la histéresis mencionada, es la resistencia del caucho a las deformaciones. Si el caucho es viscoso, la llanta genera más fuerza de frenado pero tiene mayor histéresis. Si el caucho es menos viscoso, genera menos fuerza de frenado pero tiene menor histéresis.

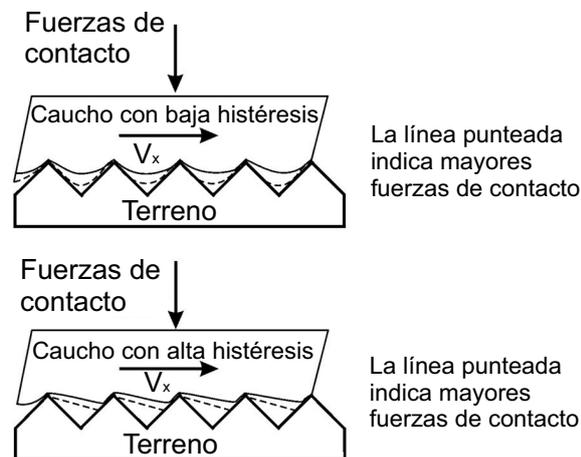


Figura 2.11: Efecto de la histéresis [12]

Efecto retroexcavadora: viene del inglés “*Bulldozer effect*”. El nombre se asocia al fenómeno que ocurre en las retroexcavadoras al remover la tierra, cuando la llanta se comporta como una paleta que acarrea partes del terreno que se van acumulando, lo

que aumenta la fricción. Esto sucede en superficies como grava, nieve o arena como en la Figura 2.12.

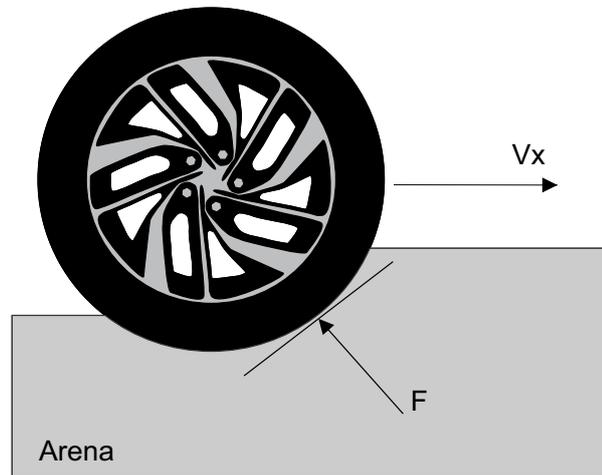


Figura 2.12: Efecto retroexcavadora

Se observa que en este caso es muy favorable para los sistemas sin *ABS*, ya que cuando se bloquea la llanta se acumulan más elementos del terreno y por lo tanto la resistencia a moverse. En los sistemas con *ABS* el sensor percibe que la llanta está bloqueada y permite que ruede, causando que en este tipo de terrenos se tenga un menor rendimiento en la distancia de frenado.

A pesar de todos estos efectos, se han realizado varios experimentos y se ha medido el coeficiente de fricción promedio para cada tipo de terreno, compilando la información en la siguiente tabla.

Tabla 2.1: Valores experimentales de coeficientes de fricción

Terreno	Valor de fricción máxima	Fricción en deslizamiento
Asfalto seco	0.8 - 0.9	0.75
Concreto seco	0.8 - 0.9	0.76
Asfalto mojado	0.5 - 0.7	0.45 - 0.6
Concreto mojado	0.8	0.7
Grava	0.6	0.55
Aguanieve	0.3	0.2
Nieve comprimida	0.2	0.15
Hielo	0.1	0.07

2.1.3. Fuerza de frenado

La fuerza de frenado F_x es la suma de todas las fuerzas presentes sobre la llanta al momento de frenar un vehículo. Esta fuerza actúa directamente sobre la superficie de la llanta y es la responsable de la desaceleración del vehículo.

La fuerza de frenado es posible gracias a la deformación de la llanta (Figura 2.13). Al momento de frenar el vehículo, se genera un par de frenado M_B que proviene de las balatas y el disco de freno. Ese par se transmite al rin y éste a su vez transmite el par a la llanta, causando que haya una mayor deformación en C_2 comparado con C_1 , dado que en C_1 no se encuentran cercanas las fuerzas F_x y F_z (causantes de la deformación) como es en C_2 .

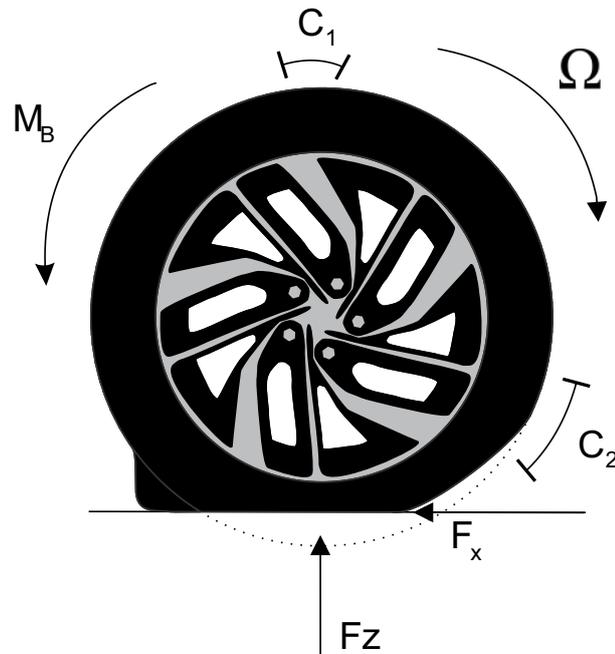


Figura 2.13: Deformación de una llanta al frenar

Si consideramos como un conjunto de ligas a la llanta, Figura 2.14, la reacción al par M_B trata de mover a A , B y D , pero como A está fijo al terreno por una fuerza de fricción, va a tener elongaciones que causan una reacción elástica en B , por lo que también se va a elongar en menor medida. Como D está contraído, éste va a generar una fuerza hacia B , así entonces van fluyendo las fuerzas elásticas en toda la llanta generando deformación, cambio de presión y calor, factores que junto a la fuerza de fricción, ayudan al frenado del vehículo.

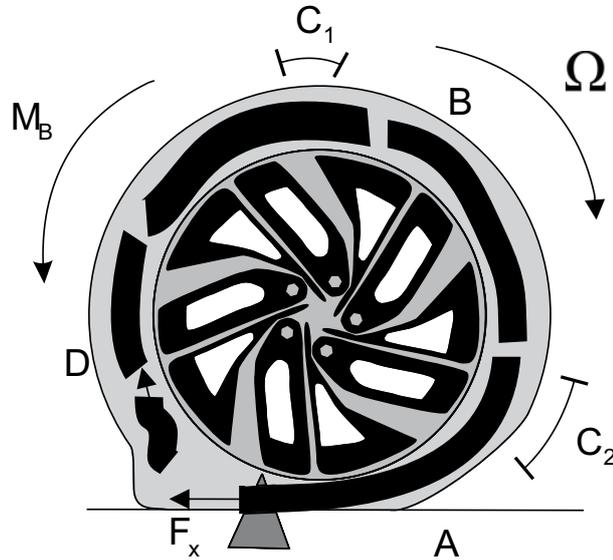


Figura 2.14: Fenómenos de deformación en una llanta

2.1.4. Distancia de frenado total

En el proceso de frenado ocurren dos principales sucesos, el primero es cuando el operador percibe una situación de riesgo. En esta condición realiza un juicio respecto a si es necesario detener el vehículo para finalmente activar el freno. El segundo suceso es desde que se presiona el freno hasta que el vehículo se detiene completamente.

A la distancia recorrida en el primer suceso se le llama **distancia de percepción-reacción**. Esta distancia puede variar por diversos factores, la mayoría relacionados con el operador, como son la visibilidad del terreno, la edad del operador, la existencia de distractores, la fuerza del operador, entre otros.

A la distancia recorrida en el segundo suceso se le llama **distancia de frenado**. Esta distancia depende mayormente del estado del vehículo y su tecnología de frenado, aunque también varía por causas externas como el terreno, clima o hasta el mismo operador.

La distancia de frenado total es la suma de la distancia de percepción- reacción y de frenado. Esta distancia es indicador de la eficacia de los sistemas de seguridad implementados en los vehículos, considerando condiciones externas, como se observa en la Figura 2.15.

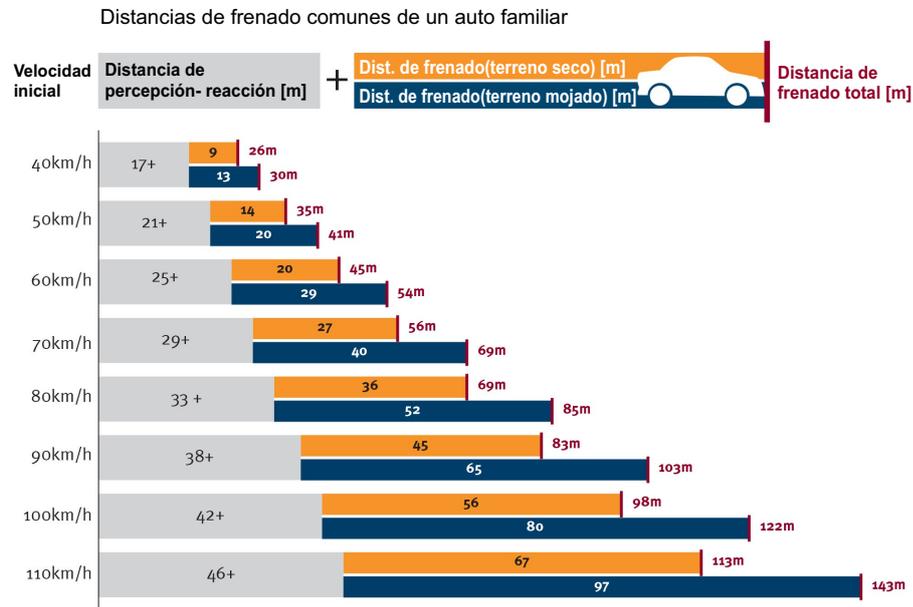


Figura 2.15: Diferentes distancias de frenado [19]

2.1.5. Frenado óptimo en línea recta

Para realizar una comparación de la efectividad del sistema de frenado de un vehículo se utiliza el concepto de frenado óptimo en línea recta, o del inglés “*Optimum Line Straight Braking*”.

El frenado óptimo en línea recta, despreciando los efectos aerodinámicos e irregularidad del terreno y en términos de la desaceleración del vehículo, está dado por la fórmula:

$$\mu_F = \mu_R = a$$

donde:

a es la desaceleración del vehículo en unidades adimensionales de G

μ_F es el coeficiente de fricción entre llanta delantera y terreno

μ_R es el coeficiente de fricción entre llanta trasera y terreno

El máximo coeficiente de fricción corresponde a la máxima desaceleración de frenado expresado en Fuerzas G^1 .

¹Concepto utilizado para expresar la aceleración de un cuerpo en términos de la gravedad en la tierra, siendo $1G = 9.80665[m/s^2]$.

Cuando se presentan momentos asociados al vehículo (Figura 2.16) como el *Balanceo* o *Cabeceo*, se distribuyen cargas de manera no homogénea sobre las llantas del vehículo, variando la fuerza normal en cada llanta de manera diferente. El peor de los casos, corresponde a cuando se hace nula la fuerza normal en alguna de las llantas, afectando negativamente a la estabilidad y capacidad para frenar el vehículo, por lo que las dos fuerzas de fricción asociadas a las fricciones μ_F y μ_R , siempre deben de permanecer iguales para obtener un frenado óptimo en línea recta.

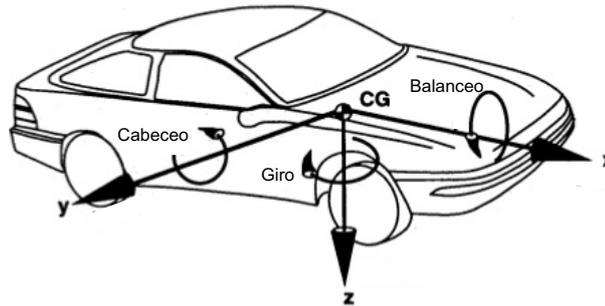


Figura 2.16: Momentos presentes en el auto

2.1.6. Modelos del coeficiente de fricción para llantas

Existen varios modelos para representar de una manera aproximada el comportamiento del coeficiente de fricción entre la llanta y el terreno, en [20] los más utilizados son los siguientes.

El **modelo lineal por partes** (Piecewise Linear Model) es un modelo simple en el cual se aproxima por un conjunto de funciones lineales las cuales empiezan o terminan a partir de μ_{smax} y μ_k

El **Modelo de Burckhardt** es un modelo comúnmente usado para sistemas llanta/terreno; el modelo es dado por:

$$\mu_x = (C_1(1 - e^{-C_2|S_x|}) - C_3|S_x|)e^{-C_4v_x}$$

donde:

μ_x es el coeficiente de fricción

Los valores C_1, C_2, C_3, C_4 se obtienen de forma experimental

$e^{-C_4v_x}$ representa un escalar en función de la velocidad $v_x[m/s]$ y $C_4[s/m]$

S_x es la relación de deslizamiento entre las superficies

La desventaja de este modelo es la difícil obtención de los valores C

El **Modelo de Rill** es un modelo semi-empírico. Se basa en las características del estado estacionario de la llanta y el terreno y una parte transitoria. La dependencia no

lineal de las fuerzas normales se maneja por interpolación.

El **Modelo de Dahl** es el primer modelo conocido y analizado. Fue desarrollado en los 70's por Dahl, que es realmente una generalización de la fricción de Coulomb pero considerando una pequeña variación en velocidades pequeñas y suponiendo a la llanta como un conjunto de pequeñas cerdas, de esta forma

$$\frac{dF}{dt} = \sigma_0 \left(1 - \operatorname{sgn}(v_r) \frac{F}{F_s} \right)^{\delta_d} v_r$$

donde:

F es la deformación promedio de las cerdas

F_s es la fricción estática

σ_0 representa la rigidez del contacto inicial

δ_d denota la forma de la histéresis

v_r es la velocidad adimensional relativa entre la llanta y el terreno

sgn indica el signo de la variable

El **Modelo de Bliman-Sorine** está basado en el modelo de Dahl pero se le agrega una relación entre la velocidad y la fricción en la parte estática, de tal forma que

$$\begin{aligned} \frac{dz'}{dt} &= v_r - \sigma'_0 \frac{|v_r|}{F_s - F_c} z' \\ \frac{dz''}{dt} &= v_r - \sigma''_0 \frac{|v_r|}{F_s - F_c} z'' \\ F_x &= \sigma'_0 z' + \sigma''_0 z'' \end{aligned}$$

donde:

$0 < \sigma''_0 < \sigma'_0$ son las dos oposiciones de los contactos (el primer modelo varía más rápido que el segundo)

F_s es la máxima fuerza de fricción

F_c es la fricción en el estado estacionario

El **modelo de LuGre**, llamado así porque fue creado por las universidades de Lund y Grenoble, combina las propiedades del modelo de Dahl con propiedades en estado estacionario y la curva de Stribeck. Considera varios elementos irregulares como pequeños resortes.

La **Curva de Stribeck** desarrollada por el ingeniero alemán Richard Stribeck, representa en una curva los efectos que ocurren entre dos cuerpos en movimiento relativo y lubricado contando la fricción viscosa (Figura 2.17). Describe el comportamiento de la fricción causado por un lubricante (agua, aceite, hielo) entre dos superficies.

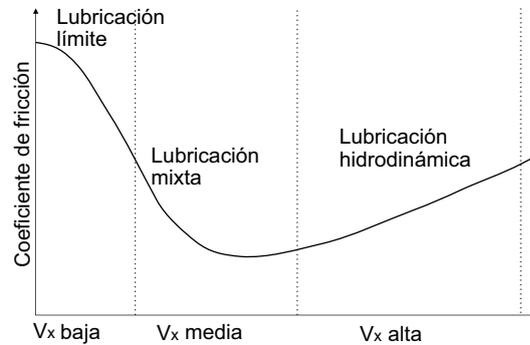


Figura 2.17: Curva de Stribeck

La **Fórmula mágica** fue desarrollada en 1980 por Pacejka junto con Volvo, a partir de una fórmula empírica dada por

$$\mu_x = C_1 \sin(C_2 \tan^{-1}(C_3 s_x - C_4(C_3 s_x - \tan^{-1}(C_3 s_x))))$$

donde los valores C_1, C_2, C_3, C_4 son determinados por experimentos.

Este modelo es de los más utilizados por su facilidad de comprensión y de implementación. Por su popularidad se modificó para contar con otros aspectos como ángulo de caída de la llanta¹, fuerzas normales y eventos transitorios.

2.1.7. Deslizamiento de la llanta

Proviene del inglés “*wheel slip*”. Este concepto es piedra angular de los sistemas de frenado, tracción y estabilización del vehículo. Describe la diferencia de velocidades entre la llanta y el vehículo.

Aunque se estudian varios tipos de deslizamiento, el principal en los sistemas *ABS* es la **relación de deslizamiento**, el cual es un deslizamiento relativo que considera la velocidad entre la llanta y terreno junto con el ángulo de las llantas y dirección del vehículo. Esta compuesto por un **deslizamiento longitudinal**, que sólo considera el deslizamiento cuando la llanta tiene la misma trayectoria que el vehículo y el **deslizamiento angular**, que considera el ángulo entre la dirección de las llantas y la trayectoria del vehículo.

Según la norma **SAE J670**, se define la velocidad de deslizamiento s como la diferencia entre la velocidad angular de la llanta frenada o acelerada Ω y la velocidad angular de la llanta siguiendo el terreno Ω_0 . Se define con la fórmula

¹Ángulo γ (Figura 2.2) formado entre la normal del terreno y la llanta. Su valor afecta directamente la superficie de contacto y en consecuencia la fricción.

$$s = \Omega - \Omega_0$$

Entonces la relación de deslizamiento se define como

$$SR = \frac{\Omega - \Omega_0}{\Omega_0} = \frac{\Omega}{\Omega_0} - 1$$

Como $\Omega_0 R_e = V$ donde R_e es el radio efectivo de la llanta y V es la velocidad lineal del vehículo, se tiene que

$$SR = \frac{\Omega R_e}{V} - 1$$

donde: $SR = 0$ cuando se bloquean las llantas y $SR = -1$ cuando la llanta sigue al terreno.

Una fórmula más general, considerando el ángulo de deslizamiento α , es

$$SR = \frac{\Omega R_e}{V \cos(\alpha)} - 1$$

En [24] se han proponen otras definiciones de la relación de deslizamiento como:

La definición de **Calspan TIRF**, una empresa dedicada al estudio de las llantas, es

$$SR = \frac{\Omega R_t}{V \cos(\alpha)} - 1$$

La definición de **Goodyear** es

$$S_x = 1 - \frac{V \cos(\alpha)}{\Omega R_e}$$

La definición de **Pacejka**[28], quien desarrolló la fórmula mágica, usa

$$K_x = \frac{\Omega R_e}{V \cos(\alpha)} - 1$$
$$\sigma_x = \frac{V \cos(\alpha)}{\Omega R_e} - 1$$

La definición de **Sakai**, quien desarrollo un modelo de llanta, usa

para tracción

$$S_t = \frac{V \cos(\alpha)}{\Omega R_e} - 1$$

mientras que para el frenado

$$S_b = 1 - \frac{\Omega R_e}{V \cos(\alpha)}$$

La definición de **Dugoff, Fancher y Segel** usa

$$S_D = 1 - \frac{\Omega R_e}{V \cos(\alpha)}$$

donde

R_l es el radio desde el centro de la llanta a la parte deformada por la carga

R_e es el radio efectivo de la llanta con ángulo de deslizamiento cero

Ω es la velocidad angular de la llanta en rad/s

V es la velocidad del vehículo, en m/s

α es el ángulo de deslizamiento

$S, S_x, SR, K_x, \sigma_x, S_t, S_b, S_D$ son las diferentes definiciones de la relación de deslizamiento

2.1.8. Deslizamiento longitudinal

Como se ha visto, el coeficiente de fricción está en función del deslizamiento. El origen de la dependencia del deslizamiento, en vez de otra variable, viene de la obtención de la fricción utilizando el modelo de barras de caucho “*Brush model*”, que consiste en considerar a la llanta como un conjunto de barras de caucho que al tener contacto con el terreno se deforman en dirección paralela a la superficie. Su conjunto representa la elasticidad de todo el cuerpo de la llanta. El desarrollo dado por [32] es el siguiente.

Si consideramos que una llanta gira a una velocidad angular Ω y recorre una banda con velocidad V_x y con la distancia de contacto L , entonces se puede utilizar el diagrama mostrado en la Figura 2.18.

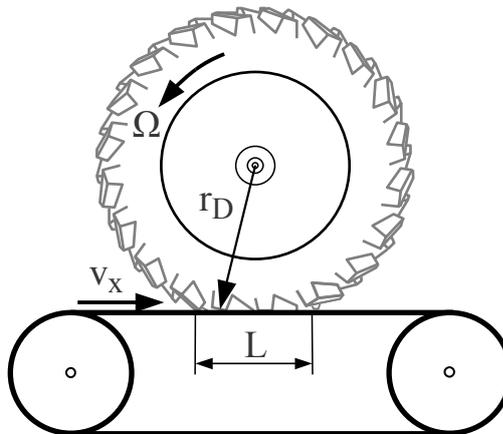


Figura 2.18: Llanta sobre una banda [32]

Si se realiza el estudio de sólo una barra de caucho, como en la Figura 2.19, se observa que la barra tiene una velocidad tangencial $r_D\Omega$ que sigue a la banda con velocidad V_x , esto sucede cuando la banda entra en contacto con la barra de caucho con una distancia de defasamiento mínima $u = 0$ hasta recorrer la distancia L y llegar al máximo punto de deformación de la barra u_{max} .

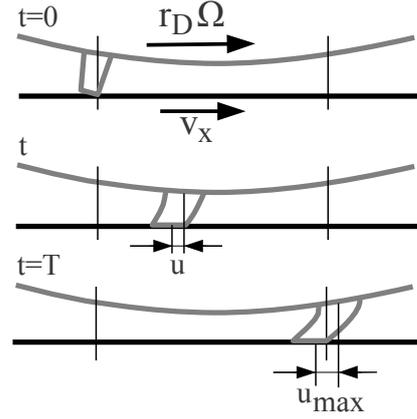


Figura 2.19: Barra de caucho recorriendo L [32]

Se observa que la distancia de defasamiento varía en función del tiempo desde que empieza el contacto $t = 0$ hasta que existe la máxima deformación en $t = T$, obteniéndose la velocidad de defasamiento dada por

$$V_u = r_D\Omega - V_x = \frac{u}{t} \quad (2.2)$$

También se observa que el tiempo requerido para que la barra de caucho recorra L está dada por la ecuación (2.3)

$$T = \frac{L}{r_D|\Omega|} \quad (2.3)$$

despejando u de (2.2)

$$u = (r_D\Omega - V_x)t$$

Sabiendo que la máxima deformación u_{max} ocurre en $t = T$, entonces

$$u_{max} = (r_D\Omega - V_x)T \quad (2.4)$$

sustituyendo (2.3) en (2.4)

$$u_{max} = (r_D\Omega - V_x)\frac{L}{r_D|\Omega|} \quad (2.5)$$

y considerando que la barra de caucho con constante de rigidez c_x deformada por u genera una fuerza elástica a la llanta, se tiene que

$$\Delta F_x = c_x u$$

en donde existe el máximo defasamiento u_{max} se tiene

$$\Delta F_{xmax} = c_x u_{max} \tag{2.6}$$

Esto es para sólo una barra de caucho, ahora considerando varias barras con grosor s y distancia entre cada una a , como en la Figura 2.20

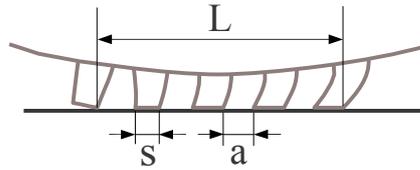


Figura 2.20: Distribución de barras de caucho [32]

el número aproximado de barras que actuan en L es

$$p = \frac{L}{s + a} \tag{2.7}$$

La distribución de la fuerza generada por cada barra de caucho en L se representa en la Figura 2.21

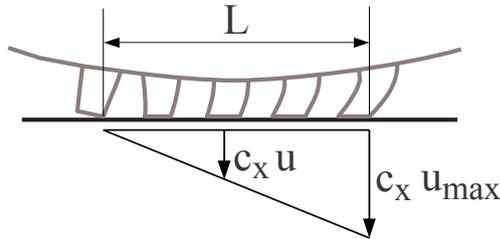


Figura 2.21: Distribución de fuerza en L [32]

sin embargo, si consideramos la Ecuación(2.7), podemos agrupar las barras de caucho para obtener la Figura 2.22.

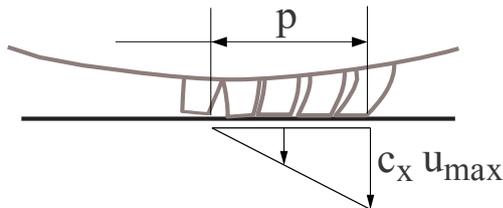


Figura 2.22: Distribución de fuerza en p

obteniendo la siguiente ecuación

$$F_x = \frac{(p)(\Delta F_{xmax})}{2} \quad (2.8)$$

sustituyendo las ecuaciones (2.7), (2.6) y (2.5) en (2.8) se obtiene

$$F_x = \frac{1}{2} \frac{L}{s+a} c_x (r_D \Omega - v_x) \frac{L}{r_D |\Omega|} \quad (2.9)$$

El valor L se puede aproximar, considerando la deformación de la llanta causado por una fuerza normal como

$$L^2 = r_0 \frac{F_z}{c_z} \quad (2.10)$$

Finalmente sustituyendo (2.10) en (2.9) se obtiene

$$F_x = 2 \frac{r_0}{s+a} \frac{c_x}{c_z} F_z \frac{r_D \Omega - v_x}{r_D |\Omega|}$$

donde, agrupando términos, se obtiene

$$k = 2 \frac{r_0}{s+a} \frac{c_x}{c_z}$$

$$S_x = \frac{r_D \Omega - v_x}{r_D |\Omega|}$$

$$\mu = k S_x$$

resultando en

$$F_x = \mu(k, S_x) F_z$$

Entonces, μ se comporta de manera lineal hasta que las barras de caucho empiezan a perder adhesión por los fenómenos mencionados y causando menor fuerza de fricción como se muestra en la Figura 2.23.

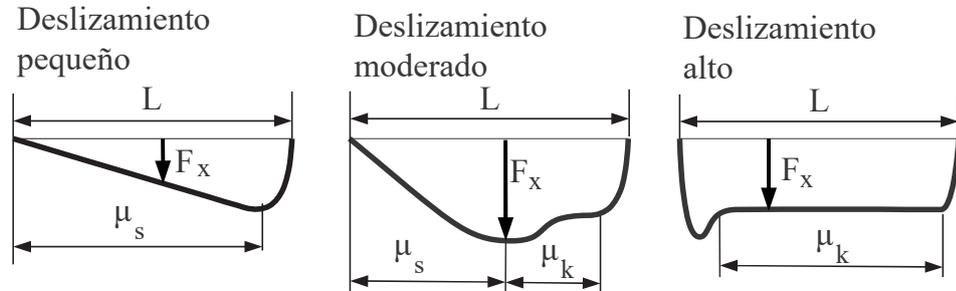


Figura 2.23: Distribución de fuerzas a diferentes deslizamientos [32]

Al haber un deslizamiento pequeño, la mayoría de las barras trabajan en el rango correspondiente a su coeficiente de fricción estática μ_s . Al aumentar el deslizamiento mayor, número de barras operan en su coeficiente de fricción dinámica μ_k hasta que con un deslizamiento puro, casi todas las barras de caucho operan en su coeficiente de fricción dinámica.

Para el caso con líquidos ocurre lo mismo pero más drástico, debido a que las barras que no alcanzan a desplazar el líquido entonces hidroplanean bajando considerablemente su coeficiente de fricción.

Así entonces el coeficiente de fricción en función del deslizamiento longitudinal, se puede representar con la Figura 2.24. Se observa que siempre existe un punto máximo de adherencia con el terreno, el cual disminuye cuando se bloquean las llantas. La única excepción es el terreno con nieve suelta, que sucede el efecto retroescavadora. Sin embargo, al bloquear las llantas no es posible virar, por lo que el objetivo del sistema *ABS* es mantener el deslizamiento en la zona sombreada de color azul de la figura, en el cual se tiene el máximo coeficiente de fricción y la posibilidad de maniobrar el vehículo.

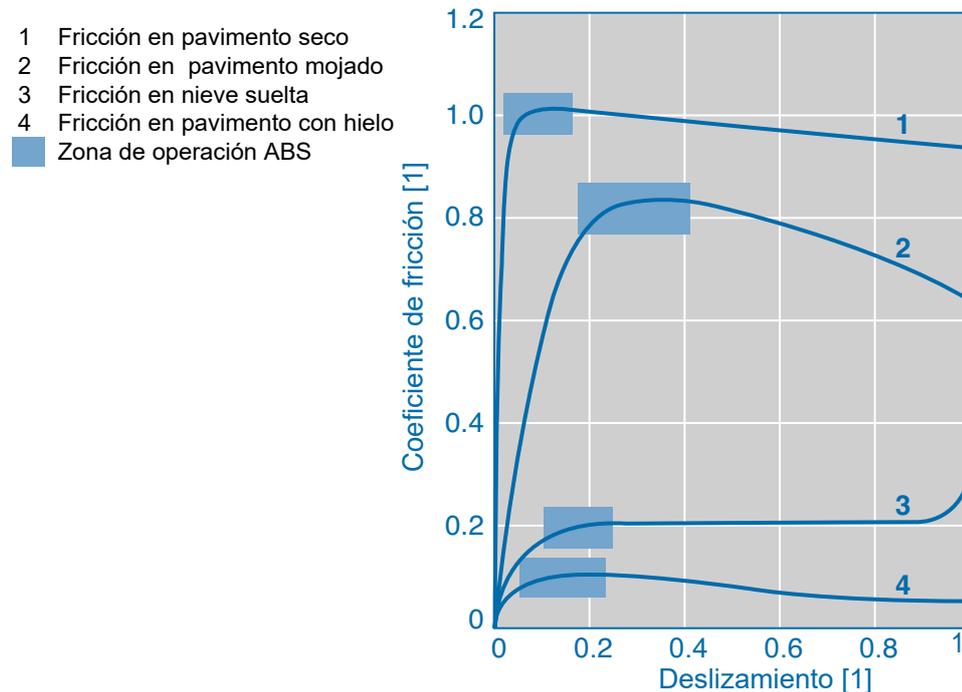


Figura 2.24: Coeficiente de fricción y deslizamiento [30]

2.1.9. Implementación automotriz

El desarrollo del sistema eléctrico *ABS* en el área automotriz fue gracias a la compañía Bosch, que desarrolló la primer patente en el año 1936 que prevenía el bloqueo de llantas en un vehículo. Más tarde, en 1972, la compañía WABCO se asocia con Mercedes Benz para implementar el *ABS* electrónico en camiones. Desde estas dos primeras versiones, no han existido grandes cambios. Su algoritmo resumido es el siguiente:

1. La unidad electrónica de control, o en inglés *Electronic Control Unit (ECU)*¹, monitorea constantemente si se están bloqueando las llantas con ayuda de varios sensores leyendo velocidad y aceleración tanto de las llantas como del mismo vehículo.
2. Si esto es cierto y además el operador está activando el freno, la unidad electrónica de control *ECU* envía señales hacia el sistema de frenado para mantener o disminuir la fuerza de frenado² y así mantener el deslizamiento en un valor preestablecido por el fabricante.
3. El proceso de frenado asistido se mantiene hasta que la velocidad del vehículo alcanza un valor mínimo en donde es seguro el frenado sin *ABS*.
4. Entonces se desactiva el *ABS* y la unidad *ECU* vuelve a esperar las condiciones mencionadas para activarse de nuevo.

El dispositivo *ECU* recibe las dos señales de velocidad (w_{ss} , v_{ss}) y manda señales de control al sistema de frenado.

El sensor de velocidad de la llanta, w_{ss} por sus siglas en inglés, es el encargado de obtener la velocidad angular de cada llanta y transmitirla al dispositivo *ECU*.

Consiste en un sensor de efecto Hall (Figura 2.25) y cuenta con tres terminales, una es para el voltaje de entrada V_{in} , normalmente de 12 o 24 volts, la segunda para la tierra y la última es la señal de salida analógica V_{out} .

¹Dispositivo electrónico que controla todos los procesos importantes del vehículo.

²La fuerza de frenado siempre va a ser menor o igual a la que es aplicada por el operador, en caso de un accidente el operador suele presionar fuertemente el freno y el *ABS* disminuye la presión de los frenos, pero puede suceder que el operador frene lentamente y el *ABS* no disminuya la presión en los frenos, si no que sólo la mantenga.

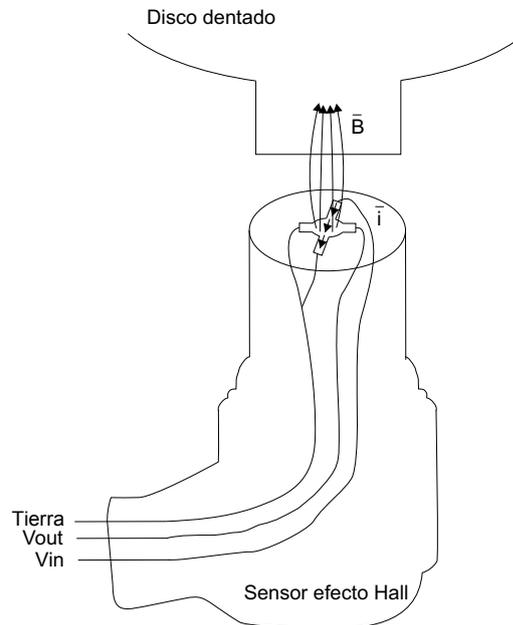


Figura 2.25: Sensor wss común

El sensor de efecto Hall percibe un cambio en el campo magnético por el movimiento del disco dentado (Figura 2.26), dotado de semiconductores para mejorar la medición del sensor de efecto Hall. Este disco se encuentra fijo al semieje por lo que sigue el movimiento de las llantas en todo momento.

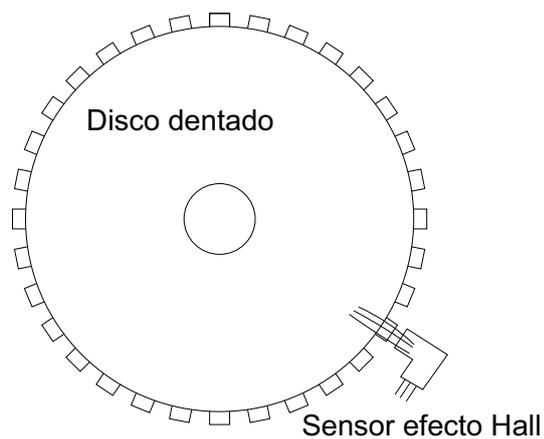


Figura 2.26: Sensor con disco dentado

De esta forma, el sensor de efecto Hall produce una señal senoidal la cual aumenta su frecuencia y amplitud al aumentar la velocidad, pero esta señal es luego acondicionada por el *ECU* para producir una señal de pulsos con misma amplitud y frecuencia asociada a la velocidad. En la Figura 2.27, se aprecia una disposición común para la lectura de

la velocidad de la llanta, donde el semieje transfiere la fuerza desde el motor hacia la llanta.

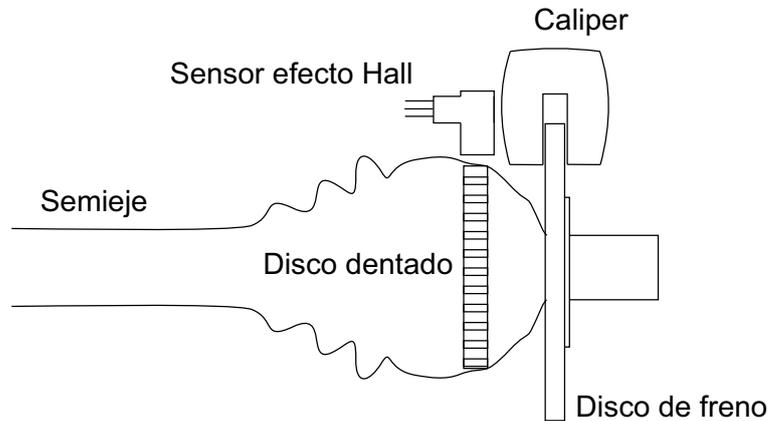


Figura 2.27: Esquema de disposición de wss

El sensor de velocidad del vehículo, *wss* por sus siglas en inglés, es el encargado de obtener la velocidad del vehículo. Para este sensor el principal problema es que no se cuenta con una referencia para la velocidad del vehículo y el terreno, sin embargo existen varias maneras de obtener esta variable:

- Con un sensor de aceleración lateral a partir del cual se obtiene la velocidad
- Con los cuatro sensores de las llantas *wss*, obteniéndose un promedio o la mayor velocidad medida
- Con sensores de viento
- Colocando un sensor de velocidad en la transmisión
- Con la consideración de que si alguna llanta desacelera a más de $1G^1$, entonces probablemente esté bloqueada

2.1.10. Sistema de frenado

Las tres principales tareas de los sistemas de frenado son, desacelerar el vehículo hasta que pare, mantener la velocidad del vehículo durante una bajada y mantener al vehículo inmóvil.

Tomando en cuenta las principales tareas del sistema de frenado se suponen los siguientes componentes para el estudio de los sistemas de frenos:

¹Fuerza G, $1G = 9.80665[m/s^2]$.

- Fuente de energía, formada por todos los componentes necesarios para producir y almacenar para hacer posible el frenado.
- Sistema de aplicación, compuesto por todos los componentes que modulan el nivel de frenado.
- Sistema de transmisión de energía, dado por todos los componentes por donde pasa la energía desde el sistema de aplicación a las ruedas de frenado.
- Ruedas de frenado, que son los componentes que se resisten al movimiento del vehículo.

Frenos de disco

En la actualidad se utiliza el freno de disco cuyas ventajas residen en menor mantenimiento, menor costo, fácil fabricación y reemplazo, además de menor peso y mayor disipación de calor. Consisten, como su nombre indica, en un disco metálico fijo a cada rin del vehículo, el cual cuando se pisa el pedal de freno, la presión llega al *caliper* (Figura 2.28) que aprisiona el disco con sus dos balatas de compuesto cerámico, la presión causada por el *caliper* causa que se genere un momento de frenado M_B en el rin del vehículo.

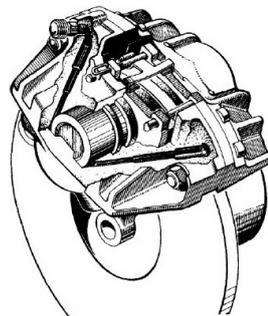


Figura 2.28: Freno de disco y caliper

Hay una gran cantidad de tipos de sistema de frenado, pero los más comunes son los mecánicos, eléctricos e hidráulicos. El tipo hidráulico es el más utilizado como el principal sistema de frenado en la actualidad por sus ventajas de transmisión y amplificación de la fuerza aplicada al pedal.

El operador, al presionar el pedal del freno, inyecta cierta presión al *booster*, que es un aparato que amplifica la presión aplicada por el pedal del freno. Esta presión amplificada luego se dirige al cilindro maestro, que es la cámara principal en donde se transmiten las fuerzas del pedal a los *calipers*. Esta cámara principal está conectada a unos solenoides y válvulas de presión que resultan ser los actuadores del sistema *ABS*. Estos liberan o mantienen la presión del cilindro maestro por lo que, en consecuencia, varía la presión aplicada a los *calipers*, evitando que se bloqueen las llantas. En

las Figuras 2.29 y 2.30 se muestran un sistema de frenado sin *ABS* y otro con *ABS* implementado.

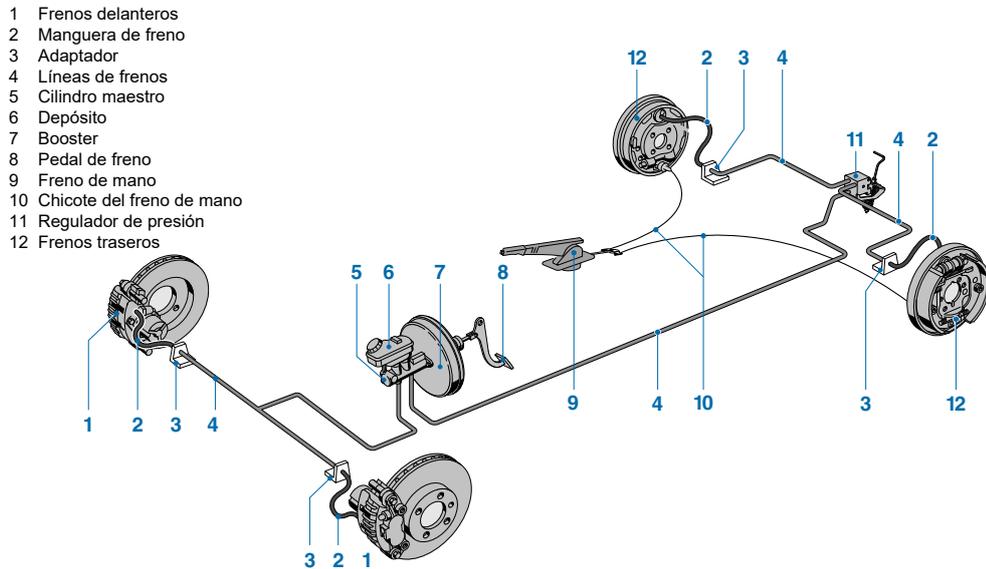


Figura 2.29: Sistema de frenado hidráulico sin *ABS* [30]

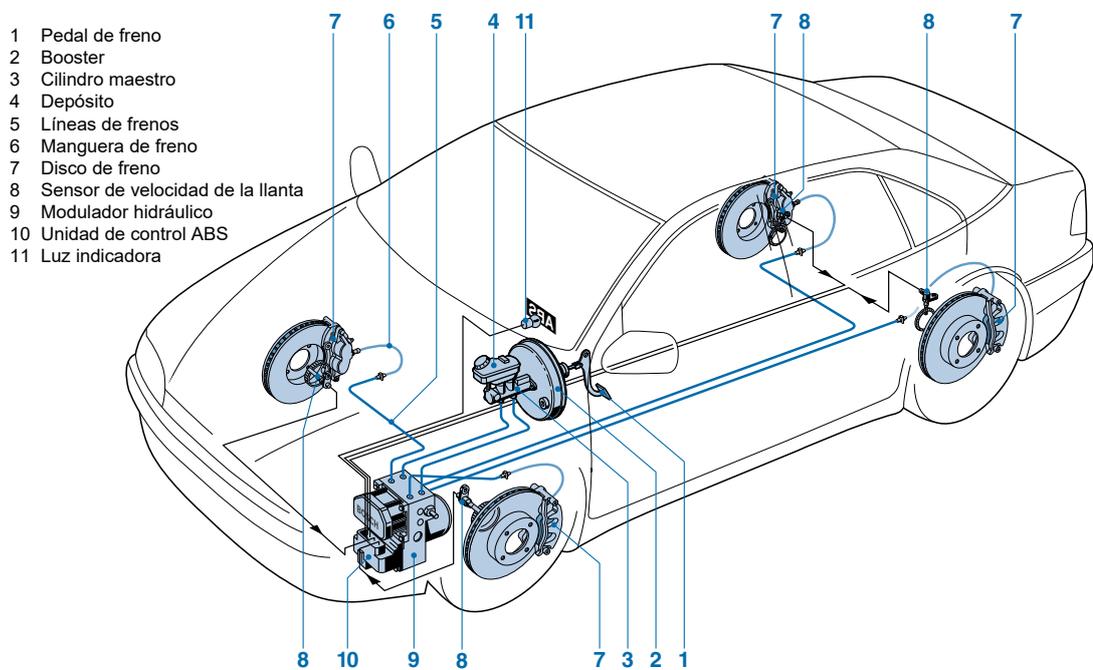


Figura 2.30: Sistema de frenado hidráulico con *ABS* [30]

2.2. Problema de control

El problema de control reside en mantener el deslizamiento en un valor tal que se obtenga el mayor coeficiente de fricción. Este problema se puede expresar tomando como base el siguiente esquema.

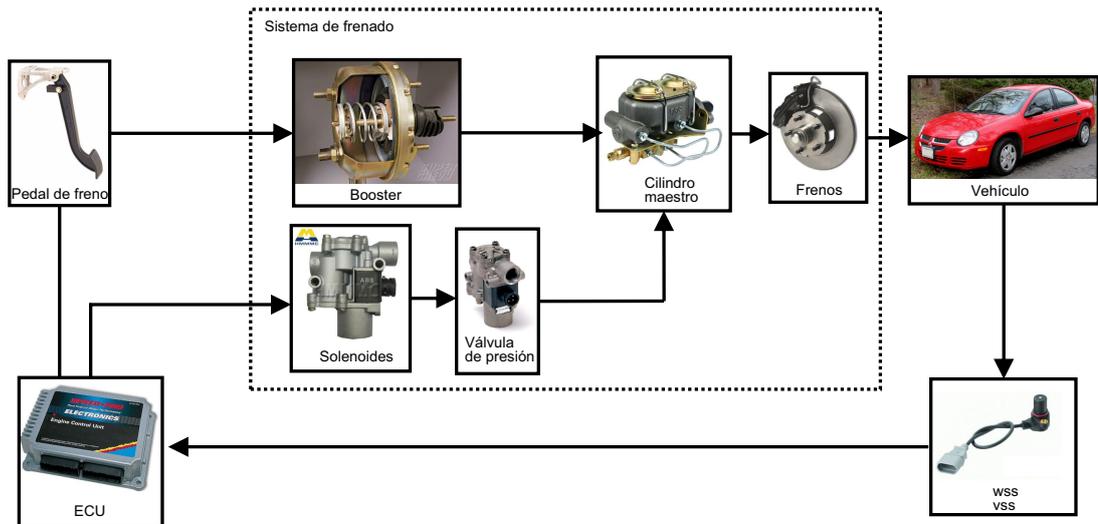


Figura 2.31: Sistema de frenado hidráulico

Con las variables físicas de la velocidad del vehículo y de la llanta, que se obtienen gracias a los sensores wss , vss , se procesan en el dispositivo ECU y la señal de salida del ECU se dirige al sistema de frenado, específicamente a los solenoides. Estos van a modificar la presión en el cilindro maestro y por lo tanto varían la fuerza de frenado del vehículo.

Ahora, estudiando solamente el dispositivo ECU , Figura 2.32

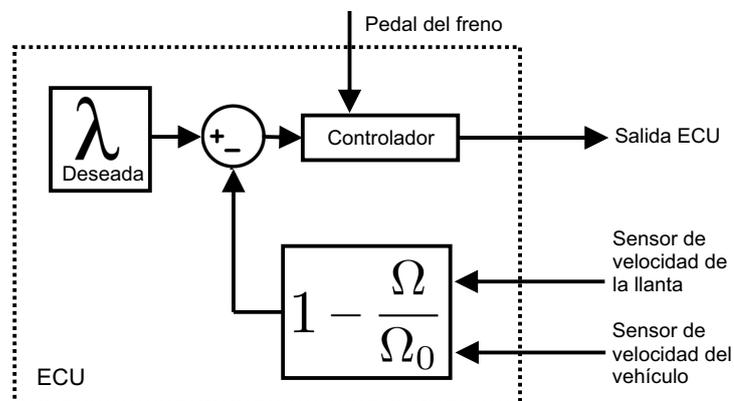


Figura 2.32: Sistema de frenado hidráulico

Las señales de entrada son muchas más en un sistema real, pero considerando las necesarias para el control de la maqueta ABS, éstas son la señal del pedal del freno, la velocidad del vehículo y la velocidad de la llanta para calcular el deslizamiento.

A la velocidad del sistema *ABS* se le conoce como “**ABS Control Frequency**” y representa la máxima frecuencia con que el sistema puede aumentar y disminuir la presión en el cilindro maestro. Esta frecuencia varía dependiendo del fabricante y tecnología utilizada, pero usualmente es desde 5 Hertz¹ hasta 20 Hertz², teniéndose incluso frecuencias un poco más altas considerando el desarrollo de la tecnología.

Para el caso específico de la maqueta experimental de esta Tesis, el problema de control es idéntico. Consiste en obtener experimentalmente el valor de deslizamiento $\lambda_{deseada}$ en el cual se tiene el mayor coeficiente de fricción. Una vez obtenido $\lambda_{deseada}$, se pretende implementar un sistema realimentado como en la Figura 2.32, utilizando controladores proporcional- integrativos (PI) para regular el valor de la relación de deslizamiento deseado.

¹VARIO-C2, 1994.

²Teves Mk 20, Ford Scorpio, 1995.

Plataforma Experimental

3.1. Estructura

Como plataforma experimental para el desarrollo de esta Tesis se utilizó el simulador de sistema de frenos anti- bloqueo INTECO. Este simulador rescata muchas propiedades del sistema real aunque también carece de algunas por su misma construcción.

El simulador de sistema de frenos anti- bloqueo cuenta con los siguientes elementos, etiquetados en la Figura 3.1.

- Unidad ABS
- Unidad de potencia
- Botón de paro de emergencia
- Tarjeta de adquisición de datos

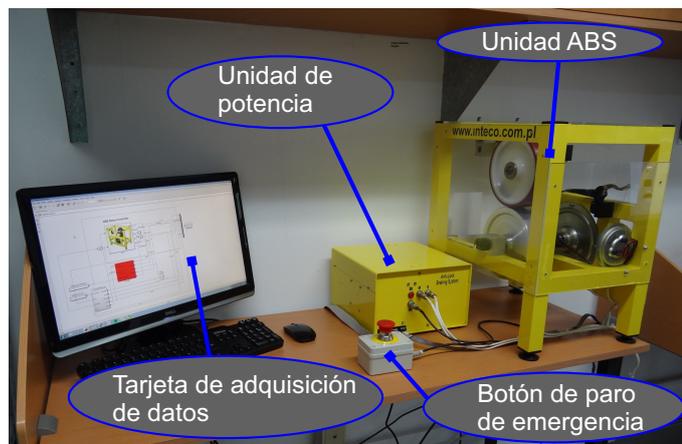


Figura 3.1: Espacio de trabajo

3.1.1. Unidad ABS

La unidad ABS es la principal unidad en el simulador (Figura 3.2). Separando sus partes por funcionamiento, se divide en:

1. Carcasa de metal y protecciones de acrílico
2. Motor plano de la llanta inferior
3. Rueda inferior “car”
4. Brazo de la rueda superior
5. Disco del freno, *caliper* y *mangueta de suspensión*¹
6. Motor plano de la palanca de freno
7. Rueda superior “wheel”
8. Codificadores rotatorios² de la suspensión, rueda superior e inferior

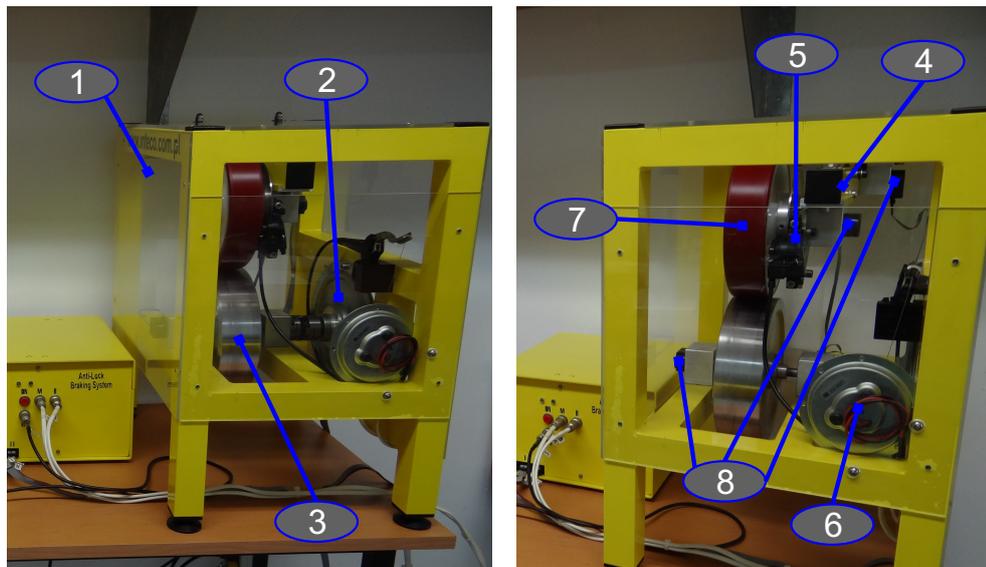


Figura 3.2: Módulo ABS

La **carcasa de metal y protecciones de acrílico**, tienen como finalidad mantener la integridad del simulador, así como proteger al usuario de las partes móviles.

¹Es la pieza encargada de unir las terminales de la suspensión con el disco de freno y rin de la llanta.

²También conocidos como *encoders*, son instrumentos que miden posición angular.

El **motor plano de la llanta inferior**, es un motor plano de DC GPM16LR, de baja inercia con capacidad de velocidad de 1 a 3600 RPM's 28V, aunque para el simulador su velocidad máxima será de 1800 RPM's. Este motor es el encargado de llevar al sistema a las condiciones iniciales deseadas para la simulación. Acelera la llanta inferior "car" hasta una velocidad indicada por el usuario y luego inmediatamente se apaga.

La **rueda inferior "car"** es un volante de inercia de aluminio. Su labor es emular al terreno que va a recorrer el vehículo, así como su velocidad y también la inercia de la masa suspendida¹ del vehículo.

El **brazo de la rueda superior** es el encargado de simular a la suspensión de un vehículo, cuenta con un amortiguador que también actúa como resorte para absorber los movimientos bruscos que sucedan en el proceso de frenado. Observando la Figura 3.3, la suspensión se puede considerar de tipo *brazo trailing*, configuración que facilita su estudio, pues limita los posibles movimientos de la rueda sobre el eje de pivoteo.

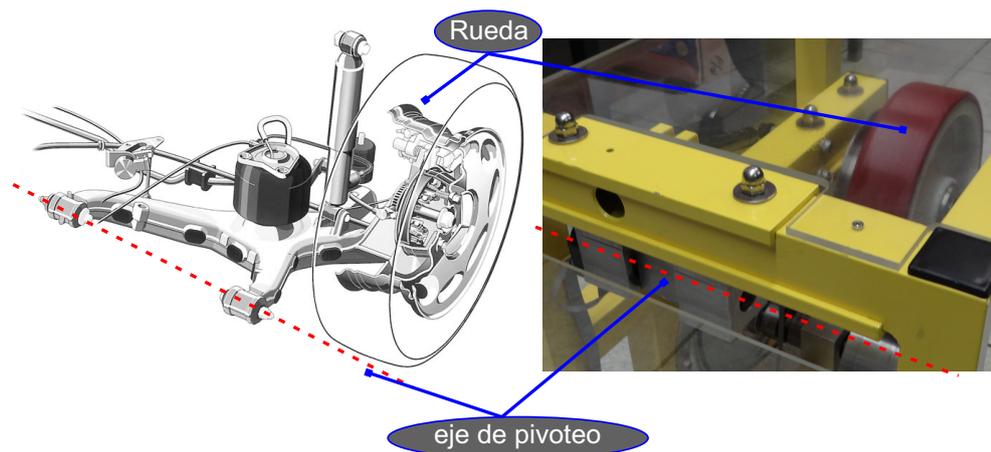


Figura 3.3: Configuración típica brazo trailing

El **disco del freno, caliper y mangueta de suspensión** son parte del sistema de frenado del simulador. El *caliper* opera de manera hidráulica lo que permite que se preserven algunas propiedades del sistema real.

El **motor plano de la palanca de freno** es un motor plano DC GPN9 de 5V con un par máximo de 0.3Nm. Éste simula al cilindro maestro, pues es el encargado de transmitir la fuerza del operador y de los actuadores del *ECU* hacia el "caliper".

La **rueda superior "wheel"** es una rueda de caucho. Es la encargada de emular a

¹Se definen las masas suspendidas como todo componente del vehículo que es soportado por la suspensión del vehículo sin incluir a la suspensión.

la llanta de un vehículo. Por sus materiales y construcción no recupera muchas de las propiedades de una llanta real.

Los **codificadores rotatorios de la suspensión, rueda superior e inferior** son tres codificadores rotatorios idénticos HEDM- 5505 J06, de 1024 conteos por revolución pero una resolución de 4096 pulsos por revolución. El codificador rotatorio de la suspensión mide el pivoteo del brazo de la suspensión para registrar si la rueda superior se elevó. El codificador rotatorio de la rueda superior es el sensor *wss* y mide el desplazamiento angular de la llanta del vehículo. El codificador rotatorio de la rueda inferior es el sensor *vss* y mide el desplazamiento del vehículo a partir del desplazamiento angular multiplicado por el radio de la rueda inferior.

3.1.2. Unidad de potencia

La unidad de potencia sirve principalmente para conectar la tarjeta de adquisición de datos con la unidad ABS, al igual que acondicionar las señales entre los dos dispositivos.

3.1.3. Botón de paro de emergencia

Botonera tipo normalmente cerrado. Sirve para cortar la energía de la unidad de potencia y parar al sistema en caso de alguna emergencia.

3.1.4. Tarjeta de adquisición de datos

Tarjeta de adquisición de datos en tiempo real RTDACC4/PCI con chip FPGA XILINX Spartan-II. Cuenta con 200 000 compuertas lógicas, compatibilidad con codificadores rotatorios incrementales y salidas PWM, utilizados por el simulador *ABS*

3.1.5. Puesta a punto del simulador

Las condiciones anteriores del simulador *ABS* imposibilitaban el funcionamiento de todo el proceso de frenado, arrojando datos erróneos e incluso dañando aún más la estructura del simulador, por lo que fue necesaria la puesta a punto de varios de sus componentes, al igual de correcciones a las condiciones de fábrica, con el fin de obtener resultados cercanos a los de un sistema *ABS* real. Estos procesos fueron:

- Maquinado de la rueda superior
- Servicio y ajuste al freno de disco
- Uso de lubricante entre las dos ruedas
- Programación de la velocidad de la tarjeta de adquisición de datos

Maquinado de la rueda superior

Las condiciones anteriores de la rueda superior fueron causadas por un excesivo frenado en la llanta, que generó un par contrario a la velocidad angular de ésta y generando que la rueda se elevara bruscamente y chocara con la rueda inferior. Esto causó varios surcos que imposibilitaban el correcto funcionamiento del simulador. Entonces se procedió a remover primero la tuerca que actúa como prisionero que peculiarmente tiene una cuerda izquierda. Luego de remover completamente la rueda superior, ésta se expuso al proceso de cilindrado¹ con ayuda del torno. Es importante señalar que fue necesario utilizar un ángulo de ataque² agudo para maquinar correctamente el caucho y así obtener una superficie uniforme.

Los resultados se muestran en las Figuras 3.4 y 3.5. Hay que tomar en cuenta que con este proceso se modificó el radio de la rueda, su masa y superficie de contacto, a cambio de eliminar las irregularidades de la llanta.

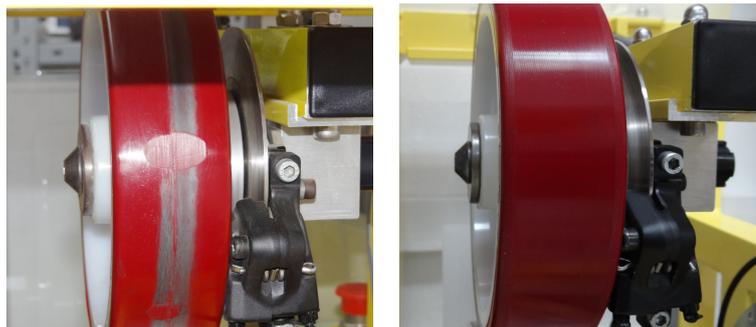


Figura 3.4: Rueda superior dañada y después de rectificar

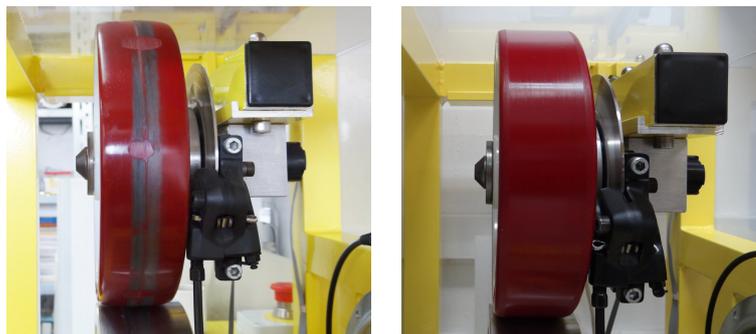


Figura 3.5: Rueda superior dañada y después de rectificar

¹Operación realizada en un torno el cual consiste en reducir el diámetro de un material cilíndrico.

²Ángulo que se forma entre la superficie cortante de la herramienta y la superficie del material a maquinar.

Servicio y ajuste al freno de disco

Debido a las vibraciones causadas por los surcos en la rueda superior y por el uso continuo del freno, las balatas de éste se habían devastado de manera no homogénea y la línea de freno¹ contenía aire, pues al presionar completamente la palanca del freno se percibía un huelgo; también se percibía un chillido causado por el asentamiento del *caliper* incorrecto. Todos estos puntos causaban un frenado ineficiente y daño al simulador.

Para poner a punto el sistema de frenado se extrajo el *caliper*, la línea de freno y la palanca del freno, luego se removieron las balatas y se lijaron para obtener una superficie homogénea. Posteriormente se purgó el sistema de frenado inyectando líquido de frenos hasta eliminar todas las burbujas de aire remanentes en el sistema, por último se ajustó el *caliper* para obtener la máxima superficie de contacto entre las balatas y el disco del freno y eliminar el chillido.

Uso de lubricante entre las dos ruedas

La principal causa del daño al sistema irónicamente es el gran coeficiente de fricción presente entre la rueda de aluminio y la rueda de caucho, causando daños al simulador como son; la deformación de la rueda de caucho debido a las altas temperaturas, bruscos movimientos, y un proceso de frenado muy rápido lo que dificulta su adquisición de datos. Por estas razones se optó por aplicar lubricante a las dos ruedas. Los resultados fueron:

- La disminución drástica de las altas temperaturas
- Ausencia de deformaciones por las altas temperaturas
- Se asemeja al proceso de frenado con lluvia, que es cuando mas se aprecian más los efectos del *ABS*
- Se suaviza todo el proceso de frenado, nulificando cualquier riesgo de daños físicos al simulador y al operador
- Se obtuvo una mejora en la adquisición de datos

Programación de la velocidad de la tarjeta de adquisición de datos

La velocidad programada de fábrica de la tarjeta de adquisición de datos era de diez milisegundos, lo cual causaba bajos rendimientos en la adquisición de datos y control, por lo que se aumentó la velocidad de la tarjeta obteniendo mejores resultados, pero sacrificando la cantidad de datos almacenados. Entonces se utilizaron principalmente dos velocidades para la tarjeta, una de 0.2 milisegundos para las pruebas de parametrización y otra de 3 milisegundos para las pruebas de los controladores.

¹Se le llama así a las mangueras o tubos que contienen el líquido de frenos; son encargadas de transmitir la presión a través de su estructura.

3.2. Modelado

Para el modelado del sistema, considerando la Figura 3.6, se obtiene una biela virtual L desde el punto A al C para estudiar las fuerzas presentes en el brazo, un volante de inercia con un cojinete en E , asociado a la rueda superior, y otro volante de inercia con un cojinete en D , que vincula a la rueda inferior.

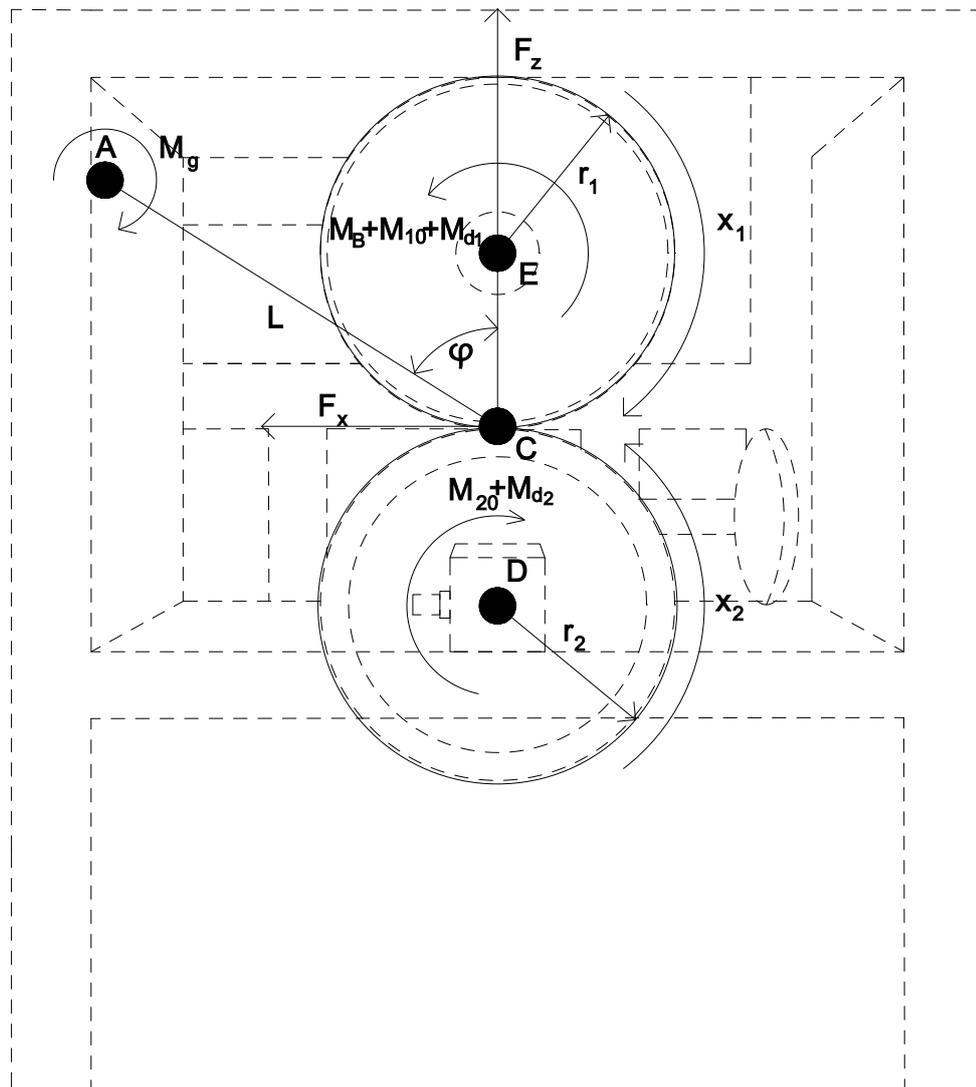


Figura 3.6: Esquema del simulador ABS

Los parámetros que se van a utilizar para el modelo matemático se listan en la Tabla 3.1.

Tabla 3.1: Datos

Nombre	Descripción	Unidades
x_1	velocidad angular de la rueda superior	$[rad/s]$
x_2	velocidad angular de la rueda inferior	$[rad/s]$
r_1	radio de la rueda superior	$[m]$
r_2	radio de la rueda inferior	$[m]$
J_1	inercia de la rueda superior	$[kg\ m^2]$
J_2	inercia de la rueda inferior	$[kg\ m^2]$
d_1	fricción viscosa de la rueda superior	$[kg\ m^2/s]$
d_2	fricción viscosa de la rueda inferior	$[kg\ m^2/s]$
M_{10}	fricción estática de la rueda superior	$[N\ m]$
M_{20}	fricción estática de la rueda inferior	$[N\ m]$
M_g	par generado por la gravedad y el amortiguador	$[N\ m]$
M_B	par de frenado	$[N\ m]$
F_z	fuerza normal	$[N]$
F_x	fuerza de fricción	$[N]$
L	distancia desde el punto A a C	$[m]$
φ	ángulo entre \vec{L} y \vec{F}_z	$[^\circ]$
$\mu(\lambda)$	coeficiente de fricción en C en función del deslizamiento	$[1]$
λ	deslizamiento entre las ruedas “longitudinal slip”	$[1]$
s, s_1, s_2	variables auxiliares	$[1]$

3.2.1. Deslizamiento longitudinal

Para la variable del deslizamiento se ocupa la definición de **Sakai**, con la diferencia de considerar de signo contrario el deslizamiento en la tracción S_t . Esto para facilitar cálculos. Su variación de signo está considerada gracias a las variables auxiliares s , s_1 y s_2 .

El deslizamiento en tracción está dado por

$$S_t = 1 - \frac{r_2 x_2}{r_1 x_1}$$

mientras que el deslizamiento en frenado por

$$S_b = 1 - \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2}$$

Como el deslizamiento se considera tanto para la tracción como para el frenado de las llantas, se propone una ecuación con varias condiciones para evitar errores numéricos por indeterminaciones. La ecuación está dada por:

$$\lambda(x_1, x_2) = \begin{cases} 1 - \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2}, & r_2 x_2 \geq r_1 x_1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ 1 - \frac{r_2 x_2}{r_1 x_1}, & r_2 x_2 < r_1 x_1, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \\ 1 - \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2}, & r_2 x_2 < r_1 x_1, x_1 < 0, x_2 < 0 \\ 1 - \frac{r_2 x_2}{r_1 x_1}, & r_2 x_2 \geq r_1 x_1, x_1 < 0, x_2 < 0 \\ 1, & , x_1 < 0, x_2 \geq 0 \\ 1, & , x_1 \geq 0, x_2 < 0 \end{cases} \quad (3.1)$$

3.2.2. Variables auxiliares s, s1 y s2

Estas variables describen el estado del simulador, ya que representan la dirección del recorrido de las ruedas. Indican si la llanta superior se esta bloqueando (*“blocking”*), derrapando (*“spinning”*) o siguiendo el terreno (*“free-rolling”*). Además sirven para validar las ecuaciones dinámicas para todos los casos mencionados.

Las variables s, s1, y s2 se definen con las siguientes ecuaciones

$$s = \text{sgn}(r_2 x_2 - r_1 x_1)$$

$$s_1 = \text{sgn}(x_1)$$

$$s_2 = \text{sgn}(x_2)$$

Estudiando todos los casos posibles de la Ecuación (3.1) se genera la Tabla 3.2.

Tabla 3.2: Valores de las variables de apoyo

Caso	Suposición	λ	s	s_1	s_2
$1 - \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2}$	$r_2 x_2 \gg r_1 x_1$	1 (<i>blocking</i>)	+	+	+
	$r_2 x_2 \simeq r_1 x_1$	0 (<i>free-rolling</i>)	+	+	+
$1 - \frac{r_2 x_2}{r_1 x_1}$	$r_2 x_2 \ll r_1 x_1$	1 (<i>spinning</i>)	-	+	+
	$r_2 x_2 \simeq r_1 x_1$	0 (<i>free-rolling</i>)	-	+	+
$1 - \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2}$	$r_2 x_2 \ll r_1 x_1$	1 (<i>blocking</i>)	-	-	-
	$r_2 x_2 \simeq r_1 x_1$	0 (<i>free-rolling</i>)	-	-	-
$1 - \frac{r_2 x_2}{r_1 x_1}$	$r_2 x_2 \gg r_1 x_1$	1 (<i>spinning</i>)	+	-	-
	$r_2 x_2 \simeq r_1 x_1$	0 (<i>free-rolling</i>)	+	-	-
1		1 (<i>spinning</i>)	+	-	+
1		1 (<i>spinning</i>)	-	+	-

3.2.3. Ecuaciones de equilibrio

Para la obtención de las ecuaciones que describen al sistema dinámico, primero se aíslan los elementos de interés que lo conforman, como se observa en la Figura 3.7.

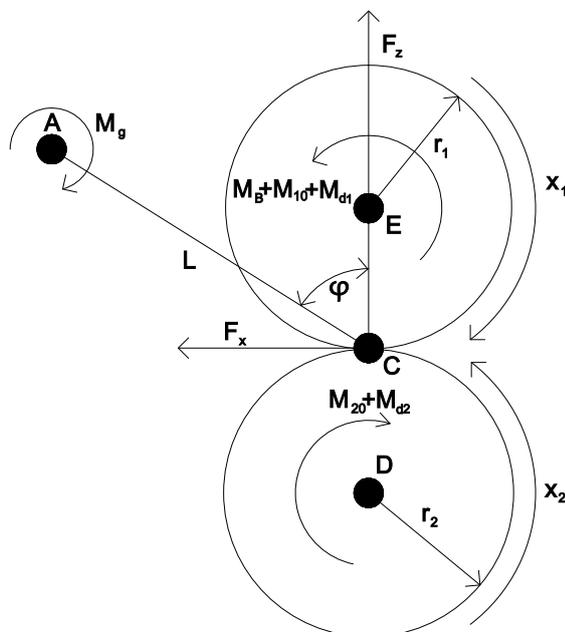
**Figura 3.7:** Dos volantes de inercia y biela

Diagrama de cuerpo libre de la rueda superior

Considerándola como un volante de inercia, se obtiene el siguiente diagrama.

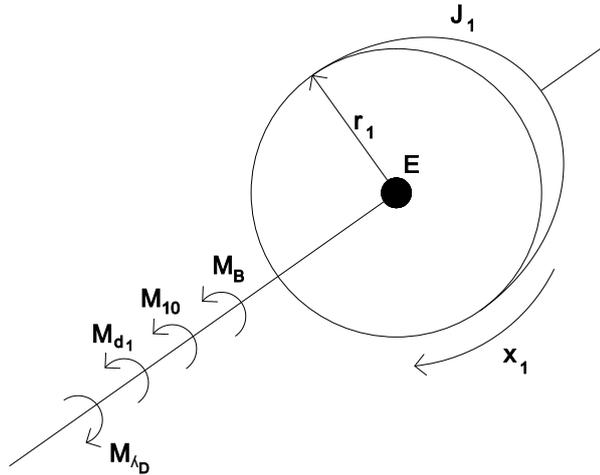


Figura 3.8: DCL de la rueda superior

De la suma de momentos referenciados a x_1 se obtiene

$$J_1 \dot{x}_1 = M_{\lambda_D} - M_{d_1} - M_{10} - M_B$$

donde

$M_{\lambda_D} = F_z r_1 \mu(\lambda)$ es el par generado por la fuerza de fricción de la rueda inferior

$M_{d_1} = d_1 x_1$ es el par generado por la fricción viscosa

Con esto

$$J_1 \dot{x}_1 = F_z r_1 \mu(\lambda) - d_1 x_1 - M_{10} - M_B$$

Considerando las variables de apoyo se obtiene

$$J_1 \dot{x}_1 = F_z r_1 s \mu(\lambda) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_B \quad (3.2)$$

Diagrama de cuerpo libre de la rueda inferior

Considerándola como un volante de inercia se obtiene el siguiente diagrama

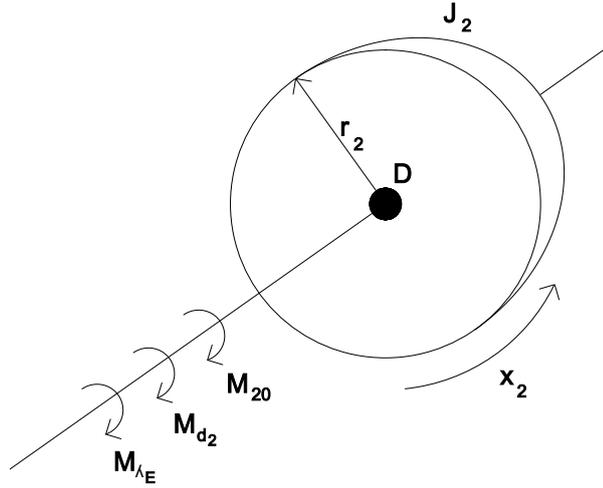


Figura 3.9: DCL de la rueda inferior

De la suma de momentos referenciados a x_2 se obtiene

$$J_2 \dot{x}_2 = -M_{\lambda_E} - M_{d_2} - M_{20}$$

donde

$M_{\lambda_E} = F_z r_2 \mu(\lambda)$ es el par generado por la fuerza de fricción de la rueda superior

$M_{d_2} = d_2 x_2$ es el par generado por la fricción viscosa

por lo que

$$J_2 \dot{x}_2 = -F_z r_2 \mu(\lambda) - d_2 x_2 - M_{20}$$

Y considerando las variables de apoyo

$$J_2 \dot{x}_2 = -F_z r_2 s \mu(\lambda) - d_2 x_2 - s_2 M_{20} \quad (3.3)$$

Biela virtual L

Analizando en C , descomponiendo las fuerzas para obtener el momento M_{bump} y considerando que

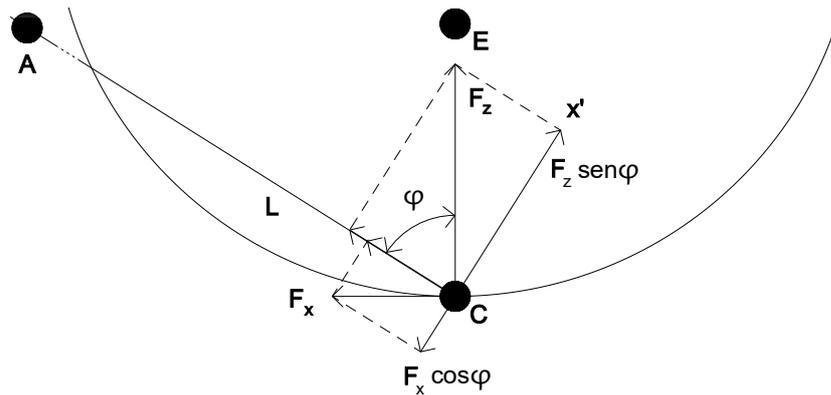


Figura 3.10: Diagrama de fuerzas sobre el nuevo sistema de referencia

sabiendo que $F_x = F_z \mu(\lambda)$, y de la suma de fuerzas en C sobre el eje auxiliar x'

$$F_{Cx'} = F_z \operatorname{sen} \varphi - F_z \mu(\lambda) \operatorname{cos} \varphi$$

se tiene, analizando los efectos de $F_{Cx'}$ en el punto A , que

$$M_{bump} = L(F_z \operatorname{sen} \varphi - F_z \mu(\lambda) \operatorname{cos} \varphi) \quad (3.4)$$

Por otro lado, analizando en el punto A

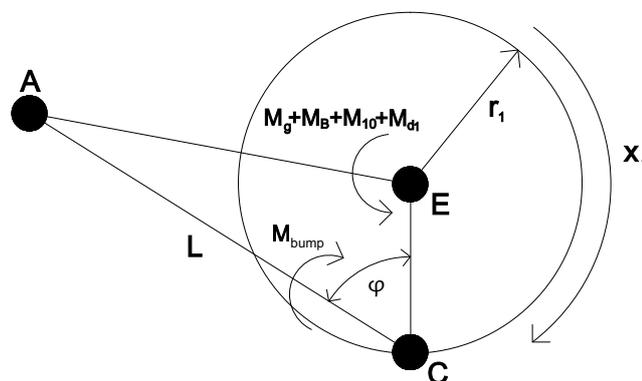


Figura 3.11: DCL en A

la suma de momentos que actúan en él, se tiene

$$M_{bump} = M_g + M_{d_1} + M_{10} + M_B \quad (3.5)$$

por lo que sustituyendo (3.4) en (3.5) genera

$$L(F_z \text{sen}\varphi - F_z \mu(\lambda) \cos\varphi) = M_g + d_1 x_1 + M_{10} + M_B$$

Finalmente despejando F_z y considerando a las variables de apoyo se obtiene que

$$F_z = \frac{M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\text{sen}\varphi - s \mu(\lambda) \cos\varphi)} \quad (3.6)$$

Una vez que se tiene la fuerza normal F_z en términos conocidos y medibles, se sustituye la Ecuación (3.6) en (3.2) y (3.3) obteniendo, respectivamente, que

$$J_1 \dot{x}_1 = \left(\frac{M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\text{sen}\varphi - s \mu(\lambda) \cos\varphi)} \right) r_1 s \mu(\lambda) - d_1 x_1 - s_1 M_{10} - s_1 M_B \quad (3.7)$$

$$J_2 \dot{x}_2 = - \left(\frac{M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\text{sen}\varphi - s \mu(\lambda) \cos\varphi)} \right) r_2 s \mu(\lambda) - d_2 x_2 - s_2 M_{20} \quad (3.8)$$

Proponiendo la variable de apoyo $S(\lambda)$, que engloba los efectos de la fricción de las dos ruedas con deslizamiento, dada por

$$S(\lambda) = \frac{s \mu(\lambda)}{L(\text{sen}\varphi - s \mu(\lambda) \cos\varphi)} \quad (3.9)$$

y sustituyéndola en (3.7) y (3.8), se obtienen las siguientes ecuaciones, donde las constantes C_{mn} se obtienen experimentalmente

$$\dot{x}_1 = S(\lambda) \left[\underbrace{\frac{r_1 d_1}{J_1}}_{C_{11}} x_1 + \underbrace{\frac{M_g r_1 + s_1 M_{10} r_1}{J_1}}_{C_{12}} \right] - x_1 \left[\underbrace{\frac{d_1}{J_1}}_{C_{13}} \right] - \left[\underbrace{\frac{s_1 M_{10}}{J_1}}_{C_{14}} \right] + M_B \left[S(\lambda) s_1 \underbrace{\frac{r_1}{J_1}}_{C_{15}} - s_1 \underbrace{\frac{1}{J_1}}_{C_{16}} \right] \quad (3.10)$$

$$\dot{x}_2 = S(\lambda) \left[- \underbrace{\frac{r_2 d_1}{J_2}}_{C_{21}} x_1 - \underbrace{\frac{M_g r_2 + s_1 M_{10} r_2}{J_2}}_{C_{22}} \right] - x_2 \left[\underbrace{\frac{d_2}{J_2}}_{C_{23}} \right] - \left[\underbrace{\frac{s_2 M_{20}}{J_2}}_{C_{24}} \right] + M_B \left[- S(\lambda) s_1 \underbrace{\frac{r_2}{J_2}}_{C_{25}} \right] \quad (3.11)$$

Par del motor M_B

Se propone una función $b(u)$ para considerar a la zona muerta debida a las propiedades del motor y a la distancia que tiene que recorrer la balata para entrar en contacto con el disco del freno. Esta función está dada por

$$b(u) = \begin{cases} b_1 u + b_2, & u \geq u_0 \\ 0, & u < u_0 \end{cases} \quad (3.12)$$

donde los valores b_1 , b_2 y u_0 se obtienen experimentalmente.

Considerando que las dinámicas del motor eléctrico conectado al pedal del freno y el *caliper* se comportan como un filtro paso bajas¹ con constante de tiempo C_{31} y con (3.12), se obtiene

$$\dot{M}_B = C_{31} [b(u) - M_B] \quad (3.13)$$

Finalmente se obtiene el modelo del sistema en variables de estados (cuando se está frenando, esto es s , s_1 y s_2 son constantes positivas), como

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S(\lambda)(C_{11}x_1 + C_{12}) - C_{13}x_1 - C_{14} + x_3(C_{15}S(\lambda) - C_{16}) \\ S(\lambda)(-C_{21}x_1 - C_{22}) - C_{23}x_2 - C_{24} + x_3(-C_{25}S(\lambda)) \\ -C_{31}x_3 + C_{31}b(u) \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

donde x_1 es la velocidad angular de la rueda superior

x_2 es la velocidad angular de la rueda inferior

x_3 es el par de frenado

$b(u)$ es la función del voltaje normalizado para excitar al motor conectado al pedal del freno

$S(\lambda)$ es la función que asocia la fricción con el deslizamiento de las ruedas

C_{nm} son los parámetros constantes del sistema

Existen varias observaciones respecto a la estructura de la Ecuación (3.14):

- La función $S(\lambda)$ realmente depende del coeficiente de fricción $\mu(\lambda)$ y del ángulo φ , aunque éste último se considera constante gracias a la puesta a punto del simulador, ya que ahora no presenta una fricción tal que su reacción sea capaz de levantar la rueda superior y en consecuencia variar el ángulo φ (Sección 3.1.5)
- La función $\mu(\lambda)$ no se modeló porque ésta se obtiene experimentalmente mediante los diferentes modelos de fricción (Sección 2.1.6)
- El modelo cuenta con varias no linealidades como la zona muerta del actuador, la saturación de λ y las funciones $\mu(\lambda)$ y $S(\lambda)$
- Las condiciones iniciales del sistema van a estar alejadas de las condiciones finales, por lo que linealizarlo no es factible

¹Sistema que permite la transmisión de bajas frecuencias.

3.3. Parametrización

Aunque el manual de usuario ya propone los parámetros experimentales del sistema, estos corresponden a una maqueta que difiere completamente de la que se utilizó en esta Tesis, por lo que fue necesario parametrizarlo nuevamente. Algunos métodos para obtener estos valores se encuentran en el manual de usuario, sin embargo, otros fueron propuestos por obtener mejores resultados.

Radios de las ruedas

Midiendo las ruedas se obtuvo que $r_1 = 9.765 \times 10^{-2}[m]$ y $r_2 = 9.9 \times 10^{-2}[m]$

Inercias de las ruedas

Para la rueda superior se obtuvieron sus medidas y peso para realizar un modelo virtual en el programa Solid Works¹, obteniendo así su valor aproximado de inercia $J_1 = 7.5281 \times 10^{-3}[kg m^2]$

Para la rueda inferior también se obtuvieron sus medidas pero no fue posible removerla de la maqueta para medir su peso, pero considerando que es aluminio aleación 1100, por ser la más común y económica, se obtuvo su peso específico y con ayuda del programa Solid Works se obtuvo que $J_2 = 25.603 \times 10^{-3}[kg m^2]$

Fricciones viscosas y secas

Sabiendo que la ecuación dinámica de la rueda n es

$$J_n \dot{x}(t) = -d_n x(t) - M_{n0}$$

es posible la ecuación diferencial con condiciones iniciales x_0 , de donde se tiene que

$$x(t) = -\frac{1}{d_n} (M_{n0} - (x_0 d_n + M_{n0}) e^{-\frac{d_n}{J_n} t}) \quad (3.15)$$

Esta ecuación representa a la rueda girando a una velocidad inicial hasta que llega al reposo, por lo que se obtuvieron experimentalmente las respuestas transitorias para cinco condiciones iniciales diferentes (600, 900, 1200, 1500, 1800 rpm).

Utilizando el programa cftool², se propuso una curva para ajustar (3.15) fijando la variable de inercia J_n , pues ya es conocida. Se obtuvieron cinco valores para la fricción viscosa, d_1 y d_2 , y cinco valores para la fricción seca, M_{10} y M_{20} , por lo que fue posible

¹Software para diseño, modelado y simulación de piezas.

²Herramienta de MATLAB para ajustar curvas de manera iterativa.

calcular sus promedios dados por

$$d_n = (d_{600} + d_{900} + d_{1200} + d_{1500} + d_{1800}) \frac{1}{5}$$

$$M_{n0} = (M_{600} + M_{900} + M_{1200} + M_{1500} + M_{1800}) \frac{1}{5}$$

obteniendo finalmente para la rueda superior $d_1 = 1.396 \times 10^{-4} [\frac{kg m^2}{s}]$, $M_{10} = 0.0437 [N m]$ y para la rueda inferior $d_2 = 5.388 \times 10^{-4} [\frac{kg m^2}{s}]$, $M_{20} = 0.1288 [N m]$.

Distancia L

Midiendo la distancia entre el punto de pivote A hasta el punto de contacto entre las dos ruedas C se obtuvo $L = 0.256 [m]$

Ángulo φ

Conocidos L y la distancia mínima entre el punto A y el vector \vec{F}_z , se utilizan identidades trigonométricas para obtener $\varphi = 57.70543314^\circ$.

Par M_g

Para obtener el momento de gravedad M_g se utilizó un dinamómetro realizando 15 mediciones de F_z , obteniendo un promedio de $F_{zexp} = 34.6666 [N]$, con una desviación estándar ¹ $\sigma = 0.4714$. Por lo que el promedio de las mediciones se utiliza para la obtención de M_g .

De la suma de momentos se tiene que

$$M_g = F_z L \text{sen} \varphi$$

sustituyendo valores se obtiene $M_g = 7.501867 [N m]$.

Actuador

Obtener los parámetros del actuador de manera dinámica no es factible, debido a que se tiene una incertidumbre en las medidas, al igual que para cada respuesta varía sólo cambiando las condiciones iniciales de la parametrización dinámica, por lo que se optó por una parametrización estática, utilizando un torquímetro que mide la fuerza para cada entrada u (0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7), con la finalidad de obtener el par de frenado M_B en función de la amplitud de entrada u , obteniendo la siguiente tabla

¹Mide la dispersión de valores respecto al promedio de las mediciones obtenidas, con la cual indica si es razonable utilizar el promedio como el valor experimental de las mediciones.

Tabla 3.3: Datos del torquímetro

Experimento	u=0,u=0.1,u=0.2[1]	u=0.3[1]	u=0.4[1]	u=0.5[1]	u=0.6[1]	u=0.7[1]
1	0	2.5	4.5	6.5	9	10.5
2	0	2	4.5	6.5	10	10.5
3	0	4	5.5	8.5	10.5	12.5
4	0	2.5	5.5	8	10.5	12.5
5	0	3	5.5	8.5	10.5	13
6	0	3.5	5.5	8	10.5	12
7	0	3.5	5.5	7.5	10	12
8	0	3	5	7.5	10.5	11.5
9	0	2.5	5.5	7.5	10.5	12
10	0	3	5	8	10.5	12.5

Obteniendo el promedio para cada entrada u y fijando la curva suponiendo

$$b(u) = b_1 u + b_2$$

se obtuvieron $b_1 = 22.95[N\ m]$, $b_2 = -3.885[N\ m]$, $u_0 = 0.1693[1]$

La constante de tiempo del actuador se supone como la del motor, pues la dinámica del freno es muy rápida, por lo tanto la constante de tiempo del motor dada por el fabricante es $\tau = 0.048[s]$, considerando

$$\frac{1}{\tau} = C_{31}$$

se tiene que $C_{31} = 20.8333[\frac{1}{s}]$

Coefficiente de fricción experimental

Para la obtención del coeficiente de fricción $\mu(\lambda)$, primero se obtiene la ecuación en función de parámetros medibles, que son x_1 y x_2 . Despejando F_z de (3.3) y con s , s_1 , s_2 positivos, se obtiene

$$F_z = \frac{-J_2 \dot{x}_2 - d_2 x_2 - M_{20}}{\mu(\lambda) r_2} \quad (3.16)$$

Igualando (3.6) con (3.16) y despejando

$$\mu(\lambda) = - \left[\frac{L(J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})}{r_2(M_g + M_B(x_1, x_2) + d_1 x_1 + M_{10})} \right] (\text{sen} \varphi - \mu(\lambda) \text{cos} \varphi) \quad (3.17)$$

a partir de (3.2) y (3.3) se obtiene

$$M_B(x_1, x_2) = - \left[\frac{r_1}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}) + d_1 x_1 + M_{10} + J_1 \dot{x}_1 \right] \quad (3.18)$$

y sustituyendo en (3.17) se obtiene finalmente

$$\mu(x_1, x_2) = \frac{\frac{L \operatorname{sen} \varphi}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})}{(J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}) \left(\frac{L \operatorname{cos} \varphi}{r_2} + \frac{r_1}{r_2} \right) + J_1 \dot{x}_1 - M_g} \quad (3.19)$$

Esta ecuación describe a la función $\mu(\lambda)$ una vez obtenida experimentalmente.

Para obtener $\mu(x_1, x_2)$, primero se aumenta la velocidad de la tarjeta a $0.2ms$. Con esto se limita considerablemente el almacenamiento de datos, pero estos resultan suficientes para el tiempo del experimento. Luego se procedió a ocupar derivadores sucios para obtener mejores medidas. Una de las desventajas de los filtros es el desfaseamiento de los valores en el tiempo, pero como la función $\mu(\lambda)$ no depende del tiempo entonces no afecta de forma considerable.

Existen dos maneras para obtener mediante derivadores sucios las variables $(x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1)$ y $(x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2)$. Esto es, leyendo las distancias del adquisidor de datos (x_1, x_2) y obteniendo las otras variables, o leyendo las velocidades del adquisidor de datos (\dot{x}_1, \dot{x}_2) y obteniendo las otras variables. Se optó por leer las distancias, pues esto permite obtener curvas más suaves que leyendo velocidades. Así, se propone el siguiente filtro de segundo orden para x_1 .

$$\begin{aligned} \dot{a}_1 &= a_2 \\ \dot{a}_2 &= -k_a^2 a_1 - 2k_a a_2 + k_a^2 \alpha \end{aligned}$$

mientras que para x_2

$$\begin{aligned} \dot{b}_1 &= b_2 \\ \dot{b}_2 &= -k_b^2 b_1 - 2k_b b_2 + k_b^2 \beta \end{aligned}$$

donde

\dot{a}_1 es la variable filtrada de x_1

\dot{a}_2 es la derivada de la variable filtrada de x_1

k_a es la ganancia del filtro de x_1

α es la distancia angular de la rueda superior

\dot{b}_1 es la variable filtrada de x_2

\dot{b}_2 es la derivada de la variable filtrada de x_2

k_b es la ganancia del filtro de x_2
 β es la distancia angular de la rueda inferior

El filtro implementado en Simulink se muestra en la Figura 3.12.

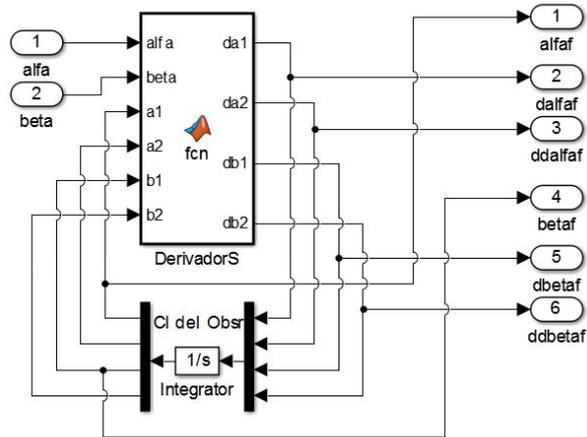


Figura 3.12: Filtro implementado en Simulink

Para el proceso de frenado se tiene que el deslizamiento es

$$\lambda = 1 - \frac{r_1 x_1}{r_2 x_2} \tag{3.20}$$

Implementando las ecuaciones (3.19) y (3.20) en Simulink (Figura 3.13), se puede obtener experimentalmente una dispersión que represente al comportamiento del coeficiente de fricción en la maqueta experimental, siendo necesarias sólo las medidas de las posiciones de los codificadores rotatorios.

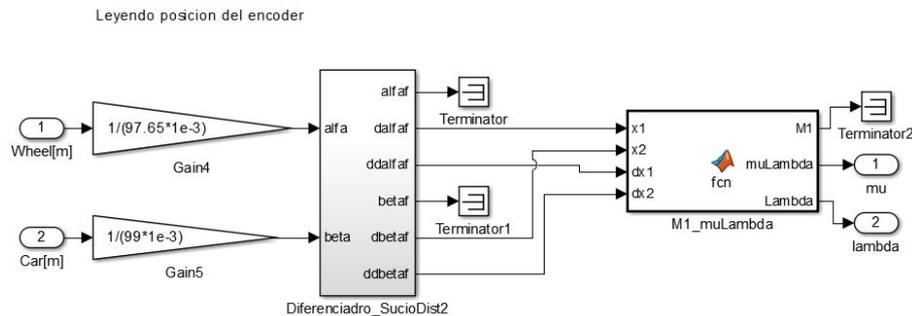


Figura 3.13: Filtro implementado en Simulink

Suponiendo el eje de las abscisas λ y el eje de las ordenadas μ , se realizó una dispersión con diez experimentos, obteniendo las siguientes gráficas.

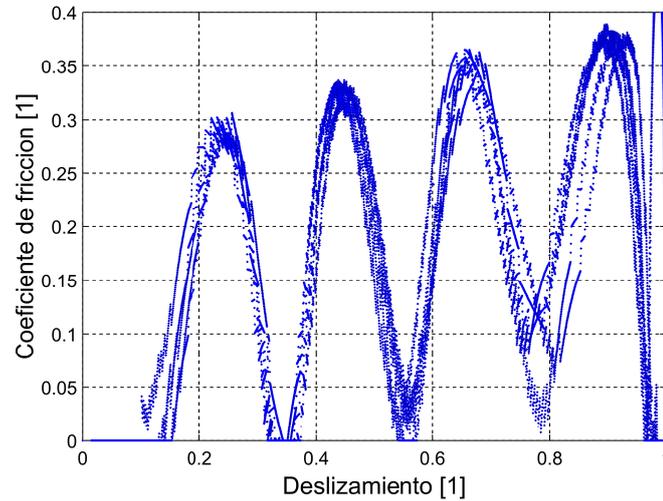


Figura 3.14: Dispersión $\mu(\lambda)$ experimental

La Figura 3.14 se puede representar como la suma de cuatro funciones gaussianas. Obtenidas con la herramienta *cftool* dichas funciones son:

$$\mu_1(\lambda) = 5.19e^{-((\lambda-0.23)/0.05)^2} - 4.9e^{-((\lambda-0.23)/0.05)^2}$$

$$\mu_2(\lambda) = 0.0023e^{-((\lambda-0.45)/0.00014)^2} + 0.18e^{-((\lambda-0.42)/0.04)^2} + 0.24e^{-((\lambda-0.47)/0.05)^2}$$

$$\mu_3(\lambda) = -0.018e^{-((\lambda-0.77)/0.023)^2} + 0.33e^{-((\lambda-0.67)/0.06)^2} + 0.1e^{-((\lambda-0.61)/0.04)^2}$$

$$\mu_4(\lambda) = 0.3845e^{-((\lambda-0.89)/0.07)^2}$$

$$\mu(\lambda) = \mu_1(\lambda) + \mu_2(\lambda) + m\mu_3(\lambda) + \mu_4(\lambda) \quad (3.21)$$

La ecuación (3.21), representa el comportamiento de la fricción respecto al deslizamiento de la maqueta experimental. Graficando la ecuación se obtiene la siguiente figura.

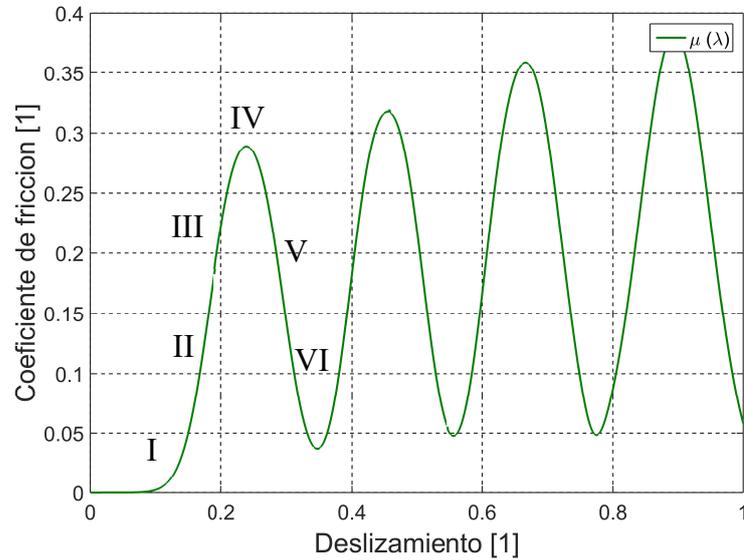


Figura 3.15: $\mu(\lambda)$ experimental como suma de gaussianas

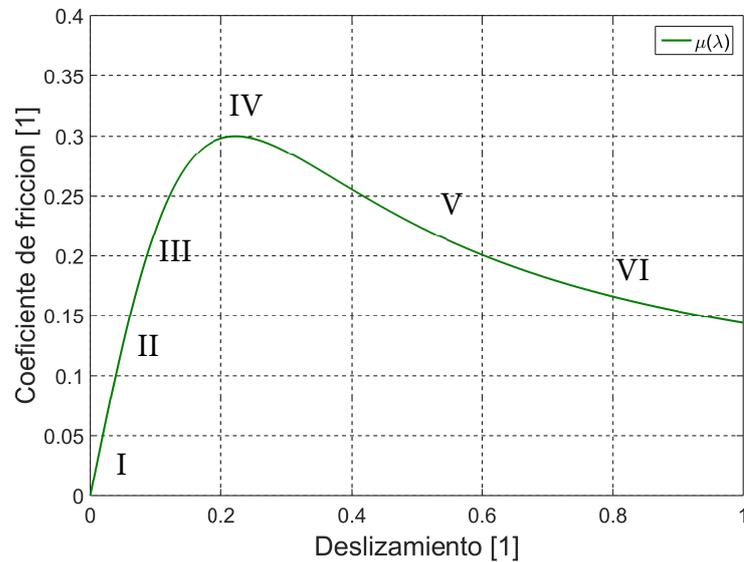


Figura 3.16: $\mu(\lambda)$ típica propuesta por Pacejka [28]

Comparando las Figuras 3.15 y 3.16, se observa que sólo se asemeja a una parte de la gráfica real de deslizamiento de una llanta. Es posible explicar este resultado bajo dos justificaciones:

La maqueta **sólo puede emular ciertas propiedades** del freno *ABS* real. Para obtener una gráfica más cercana a 3.16 se requiere una llanta de caucho inflada, deformable y una superficie de terreno plana.

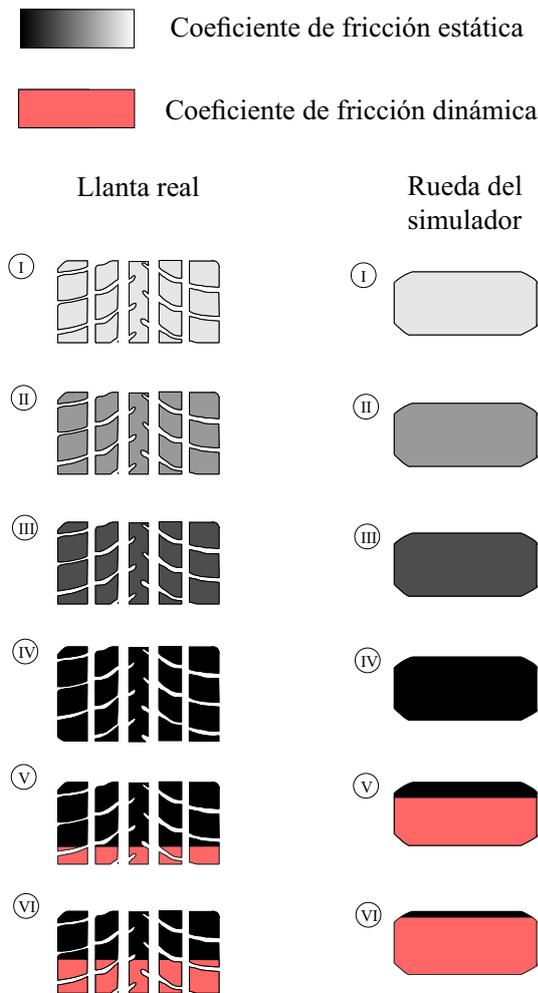


Figura 3.17: Diferencias entre llanta real y rueda del simulador

De la Figura 3.17 se observa el comportamiento de cada superficie de contacto conforme se va recorriendo la gráfica $\mu(\lambda)$ (Figuras 3.15 y 3.16), el coeficiente de fricción bajo en color gris va aumentando hasta llegar al máximo estática de negro, para luego seguir con el coeficiente de fricción dinámica de color rojo.

Otra razón es la existencia de errores de medición en los codificadores rotatorios y efectos de fricción no considerados en las partes móviles como en los baleros de la llanta superior e inferior, balatas, disco de freno, entre otros más.

Considerando estas dos propuestas, el simulador genera no sólo uno, sino varios puntos de máxima fricción, por lo que para el control se elige el primer punto donde $\lambda_{deseada} = 0.239$. Cabe decir que este punto no es el máximo punto de fricción, razón por la cual no se va a utilizar la distancia de frenado como herramienta de comparación.

Recopilando todos los valores obtenidos de las parametrizaciones se obtiene la Tabla 3.4. A partir de ésta se pueden obtener los valores de las constantes C_{mn} para la simulación del modelo.

Tabla 3.4: Parámetros del simulador *ABS*

Nombre	Descripción	Valor	Unidades
r_1	radio de la rueda superior	9.765×10^{-2}	[m]
r_2	radio de la rueda inferior	9.9×10^{-2}	[m]
J_1	inercia de la rueda superior	7.5281×10^{-3}	[kg m ²]
J_2	inercia de la rueda inferior	25.603×10^{-3}	[kg m ²]
d_1	fricción viscosa de la rueda superior	1.396×10^{-4}	[kg m ² /s]
d_2	fricción viscosa de la rueda inferior	5.388×10^{-4}	[kg m ² /s]
M_{10}	fricción estática de la rueda superior	0.0437	[N m]
M_{20}	fricción estática de la rueda inferior	0.1288	[N m]
L	distancia desde el punto A a C	0.256	[m]
φ	ángulo entre \bar{L} y \bar{F}_z	57.70543314	[°]
M_g	par generado por la gravedad y el amortiguador	7.501867	[N m]
b_1	sensibilidad del actuador	22.95	[N m]
b_2	compensación del actuador	-3.885	[N m]
u_0	zona muerta del actuador	0.1693	[1]
C_{31}	constante de tiempo del actuador	20.8333	[1/s]
$\mu(\lambda)$	coeficiente de fricción experimental	Ecuación (3.21)	[1]

4.1. Esquema de control

El esquema de control simplificado consiste en un controlador PI con función de transferencia $C(s)$, que controla a la planta $G(s)$. La salida del sistema en lazo cerrado es $\lambda(s)$, por lo que es posible considerar un transductor unitario. De esta forma el sistema de control presenta la siguiente estructura.

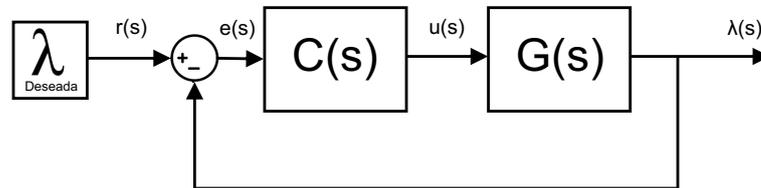


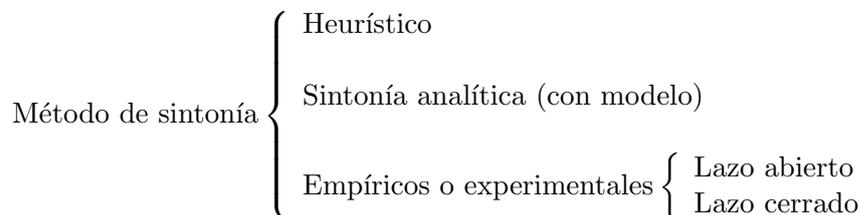
Figura 4.1: Esquema de control simplificado

Para la sintonización de los PI's se utilizó principalmente el compendio [25]. En este documento se presentan 443 controladores PI, entre los cuales se eligieron sólo los aplicables para el tipo de planta, incluido en esta Tesis.

4.1.1. Sintonía

Existen dos maneras principales para sintonizar controladores PI, sobre el proceso y sobre el modelo. Se elige sobre el proceso ya que aunque el modelo se asemeje al proceso real, existen no linealidades que afectan a la sintonización.

Para cada sintonía se pueden englobar tres principales métodos de sintonía.



De los métodos mencionados, se utilizó el empírico a lazo abierto, ya que el empírico a lazo cerrado no es aplicable en esta planta. Tampoco se utilizó con sintonía analítica pues al linealizar el modelo se obtenían controladores PI que no anulaban el error en el sistema realimentado.

4.1.2. Respuesta del proceso a lazo abierto

Para obtener las respuestas se excitó al sistema con una entrada escalón de amplitud u desde la mínima amplitud a la cual se bloquea el freno hasta la máxima amplitud del actuador.

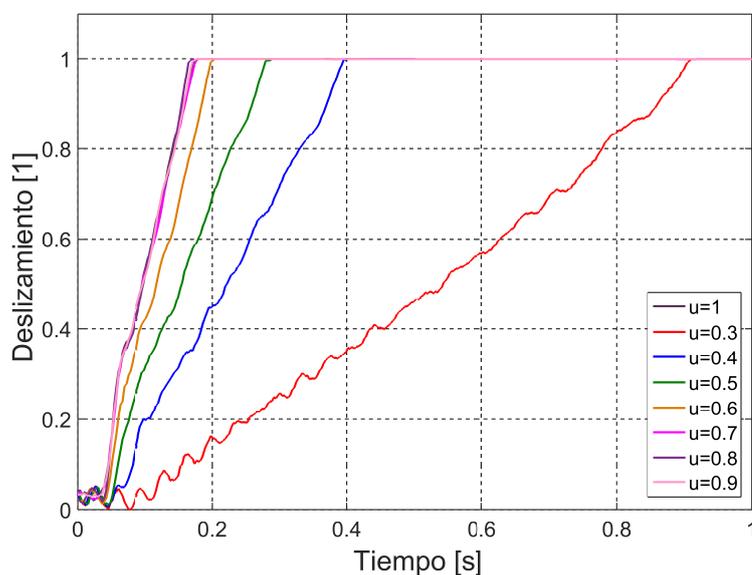


Figura 4.2: Diferentes entradas escalón

Las respuestas obtenidas se agruparon en cinco grupos asignados a un **número de respuesta**, donde la número 1 agrupa a las respuestas ($u = 1, 0.9, 0.8, 0.7$), la respuesta número 2 asignada a la respuesta ($u = 0.6$) y así sucesivamente.

Para utilizar las reglas de sintonización [25], se puede considerar a la planta como un sistema de primer orden, con las cualidades de su fácil caracterización y obtención de los controladores PI. Aunque también se puede considerar como un sistema de segundo orden críticamente amortiguado, con la ventaja de responder más rápido que un sistema de primer orden, obteniendo respuestas cercanas a las obtenidas en la Figura 4.2.

Suponiendo a la planta como un sistema de primer orden con retraso (FOLPD¹), la planta se puede representar con la siguiente ecuación

$$G(s) = \frac{K_m e^{-sL}}{1 + sT_m}$$

De la respuesta escalón a lazo abierto (Figura 4.2) se utilizó el método de Ziegler-Nichols resultando la siguiente tabla.

Tabla 4.1: Parámetros FOLPD

Número de respuesta	Amplitud de entrada u	Constante de tiempo T_m [s]	Ganancia del proceso K_m [1]	Retraso del proceso L [s]
1	1	0.075	1	0.045
1	0.9	0.075	1	0.045
1	0.8	0.075	1	0.045
1	0.7	0.075	1	0.045
2	0.6	0.0992	1.667	0.045
3	0.5	0.142	2	0.045
4	0.4	0.2195	2.5	0.045
5	0.3	0.605	3.333	0.045

El número de respuesta es un valor que asocia los diferentes modelos obtenidos, este número se utilizará más tarde para su comparación.

Considerando la planta como un sistema de segundo orden críticamente amortiguado con retraso (SOSPD²), la planta se puede representar con la siguiente ecuación.

$$G(s) = \frac{K_m e^{-sL}}{(1 + sT_m)^2}, \quad T_m = \omega_n^{-1}$$

¹First-order-lag-plus-deadtime.

²Second-order-system-plus-delay.

De la respuesta escalón a lazo abierto (Figura 4.2) se utilizó el método de Ziegler-Nichols, asumiendo que $T_{m1} = T_{m2}$, dando como resultado la siguiente tabla.

Tabla 4.2: Parámetros SOSPD

Amplitud de entrada u	Constante de tiempo $T_{m1}[s] = T_{m2}[s]$	Ganancia del proceso $K_m[1]$	Retraso del proceso $L[s]$	Frecuencia natural $\omega_n[rad/s]$
1	0.0303	1	0.045	33
0.9	0.0303	1	0.045	33
0.8	0.0303	1	0.045	33
0.7	0.0303	1	0.045	33
0.6	0.0417	1.667	0.045	24
0.5	0.0625	2	0.045	16
0.4	0.1	2.5	0.045	10
0.3	0.2381	3.333	0.045	4.2

De la Tabla 4.1, se tienen cinco modelos considerando al sistema como de primer orden (FOLPD) y de la Tabla 4.2, se tienen cinco modelos considerando al sistema como de segundo orden críticamente amortiguado (SOSPD), obteniéndose diez modelos. Con el manual [25], las reglas de sintonización aplicables al sistema considerándolo como FOLPD son 37 y como SOSPD son 15. Así, para cada modelo se obtuvieron controladores PI con las reglas de sintonización desarrolladas para el sistema FOLPD, al igual que para el sistema SOSPD.

$$\text{Controladores PI (260)} \left\{ \begin{array}{l} \text{FOLPD (185)} \left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo 1 (37)} \\ \text{Modelo 2 (37)} \\ \text{Modelo 3 (37)} \\ \text{Modelo 4 (37)} \\ \text{Modelo 5 (37)} \end{array} \right. \\ \\ \text{SOSPD (75)} \left\{ \begin{array}{l} \text{Modelo 6 (15)} \\ \text{Modelo 7 (15)} \\ \text{Modelo 8 (15)} \\ \text{Modelo 9 (15)} \\ \text{Modelo 10 (15)} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Se obtuvieron un total de 260 controladores PI's, de los cuales 185 controladores se obtuvieron considerando al sistema como FOLPD y 75 se obtuvieron considerando al

sistema como SOSPD.

4.2. Simulación

El simulador *ABS* cuenta con un programa en Simulink¹ que simula de manera virtual las ecuaciones diferenciales obtenidas en el modelado. El bloque que representa a la simulación digital del sistema se muestra en la siguiente figura.

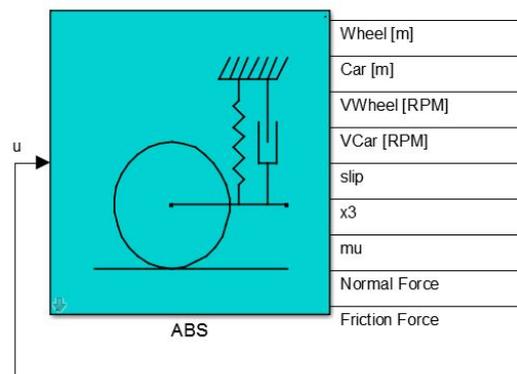


Figura 4.3: Bloque de Simulink

donde

$Wheel[m]$ es la distancia recorrida por la rueda superior

$Car[m]$ es la distancia recorrida por la rueda inferior, representa a la distancia de frenado del vehículo

$VWheel\ rpm$ es la velocidad angular de la rueda superior

$VCar\ rpm$ es la velocidad angular de la rueda inferior, su velocidad lineal representa a la velocidad del vehículo

$slip$ es el deslizamiento longitudinal

$x3$ es el par de frenado

¹Software creado por MathWorks que sirve para simulación de sistemas. Es un programa a base de bloques.

μ es el coeficiente de fricción

$NormalForce$ es la fuerza normal

$FrictionForce$ es la fuerza de fricción

Las variables de salida son principalmente para el análisis completo del sistema, ya que en la maqueta experimental solamente se miden las velocidades y recorrido de las ruedas, al igual que el deslizamiento. La variable de entrada es la señal de control para el frenado, al igual que en la maqueta experimental. En la simulación digital no es necesario acelerar el sistema, ya que se pueden ingresar directamente las condiciones iniciales y comenzar su estudio.

Sin embargo, para utilizar la simulación digital dada por INTECO fue necesario editar algunos aspectos del programa de fábrica.

- Corregir las salidas de las velocidades de las ruedas
- Cambiar los valores de los parámetros
- Cambiar la ecuación de fricción en el programa
- Implementar un bloque *ECU* para el controlador

Para implementar el control PI se programó un bloque con el fin de emular de mejor manera el controlador real *ECU*. Éste considera un límite superior dado por el pedal del freno, saturación de la salida del controlador, una velocidad mínima de operación y la medición de la integral absoluta del error (IAE), así como los efectos de retraso por el muestreo de la tarjeta.

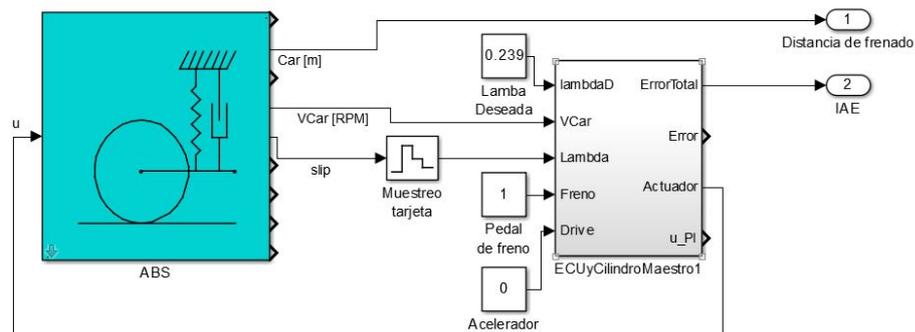


Figura 4.4: Bloques para comparación de PI's

Para las simulaciones de los controladores PI, se consideran como condiciones iniciales $1800rpm$ para las velocidades angulares de las dos ruedas, esto con la finalidad

de emular el experimento en la maqueta, el cual acelera el sistema hasta esa velocidad.

El procedimiento de la recopilación de resultados de las pruebas de los controladores PI es el siguiente:

- Se introducen los valores de las ganancias proporcional- integral del controlador en la simulación
- Comienza la simulación con las condiciones iniciales hasta truncarse en un tiempo de simulación máximo arbitrario
- Se recopila el valor de la distancia de frenado, el cual es utilizado para la comparación de sistemas de frenado
- Se recopila el valor de la integral absoluta del error (IAE), el cual se utiliza como herramienta para analizar el rendimiento del controlador debido a que el comportamiento del error de la planta es no monótona
- Se alojan los resultados y se inicia otra vez el proceso, introduciendo los valores de las siguientes ganancias proporcional- integral

Se realizó el procedimiento de recopilación de resultados para los 260 PI's en la simulación y se obtuvieron los resultados representados en la siguiente dispersión, donde el eje “ x ” representa la ganancia proporcional, el eje “ y ” la ganancia integral y el eje “ z ” el valor IAE. Se utiliza como criterio de comparación el valor IAE, por ser una herramienta para medir el rendimiento de un controlador a partir de la curva del error no monótona y con valores menores a la unidad, como en el caso del simulador *ABS*. Se realizó esta dispersión para observar de manera cualitativa el rendimiento de los controladores PI (Figura 4.5).

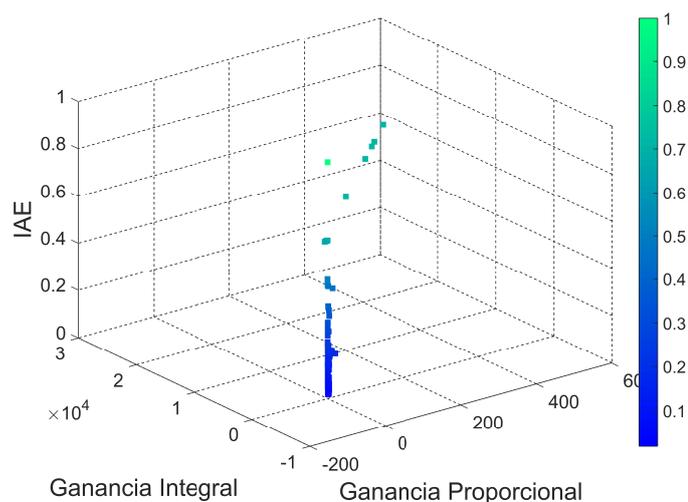


Figura 4.5: Dispersión de PI's y su IAE

Como existieron PI's que tuvieron un IAE alto, entonces se truncan los valores para un IAE máximo de 0.1, mejorando la visualización de los PI's. Observando la Figura 4.6, se aprecia que la mayoría de los controladores PI obtienen una integral del error absoluto menor a 0.1.

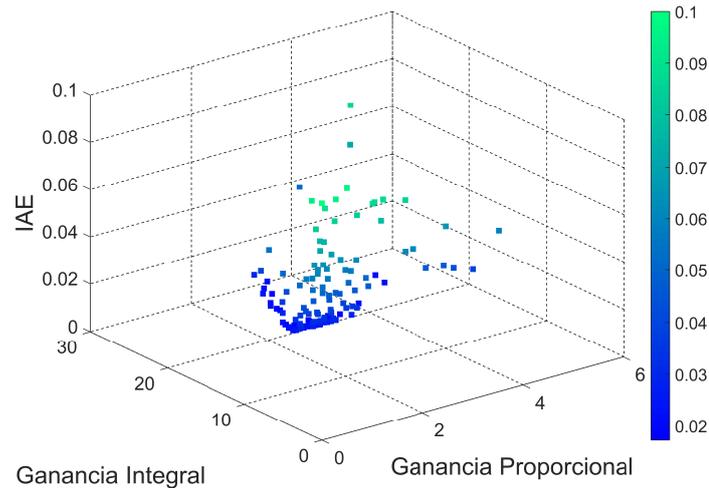
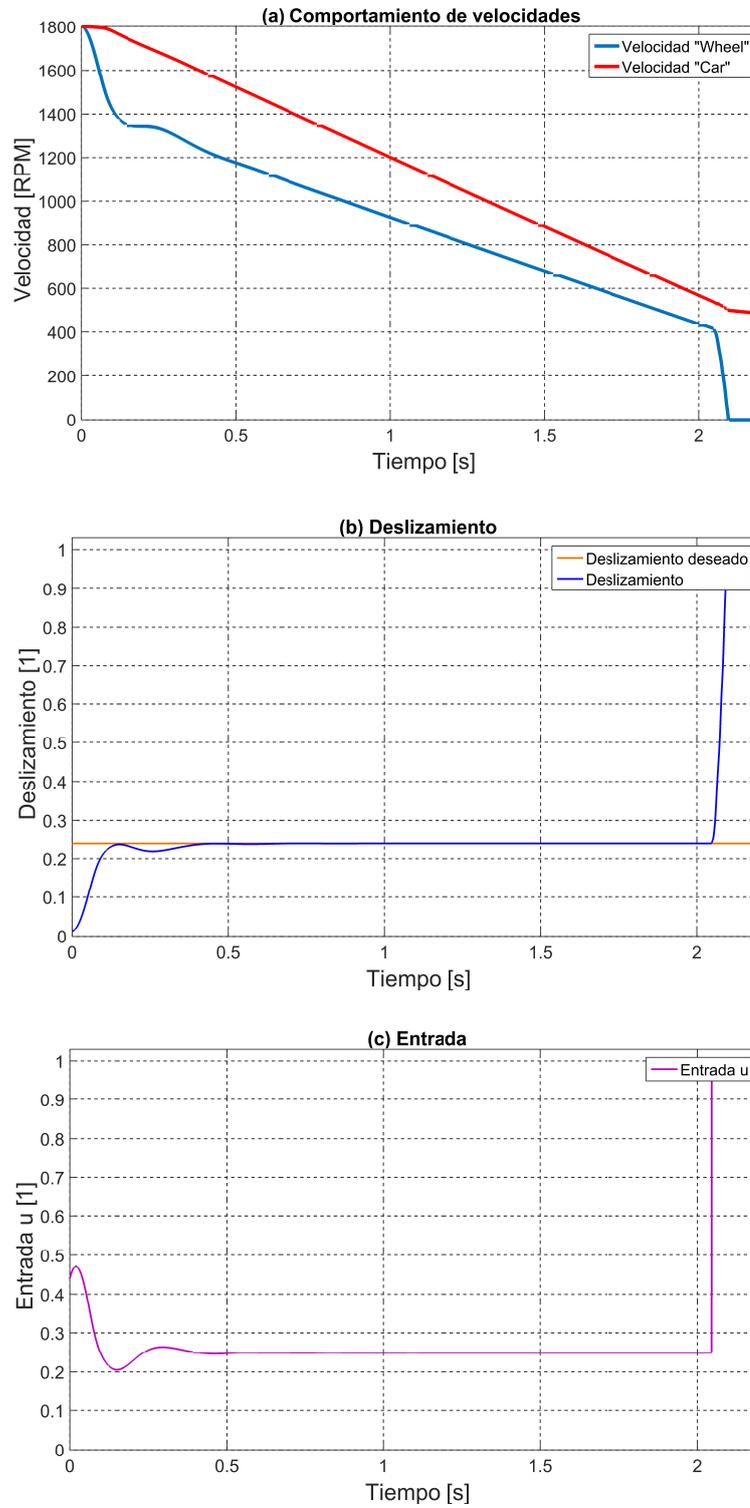


Figura 4.6: Dispersión de PI's con IAE truncado

Debido a la cantidad de resultados obtenidos, sólo se analizan las velocidades, deslizamiento y entrada de control del resultado con mayor rendimiento según su valor IAE, ya que los demás resultados son análogos. En la Figura 4.7, se muestra el resultado del controlador con el menor valor IAE. Se observa en la Figura (a) 4.7, que la velocidad angular de la rueda inferior disminuye de manera gradual hasta que alcanza la mínima velocidad de operación del *ABS*, la cual se fija a $540rpm$, que en velocidad lineal son $20km/h$. Una vez que V_{Car} llega a esa velocidad, el controlador se desactiva, permitiendo que la señal del pedal alcance el máximo.

En el comportamiento del deslizamiento (Figura (b) 4.7), se observa que alcanza el valor de referencia sin algún sobreimpulso, mantiene su valor hasta que se desactiva el controlador y en consecuencia se bloquea la rueda $\lambda = 1$.

En el comportamiento de la entrada de control (Figura (c) 4.7), se observa que la señal varía hasta mantenerse en un valor para mantener el deslizamiento deseado. Finalmente, al desactivarse el controlador, la señal de control se mantiene en 1.

**Figura 4.7:** Resultados de simulación aplicando el mejor PI

4.3. Resultados y discusión

Para realizar la prueba de los PI's en la maqueta experimental se utilizó el programa simulink siguiente.

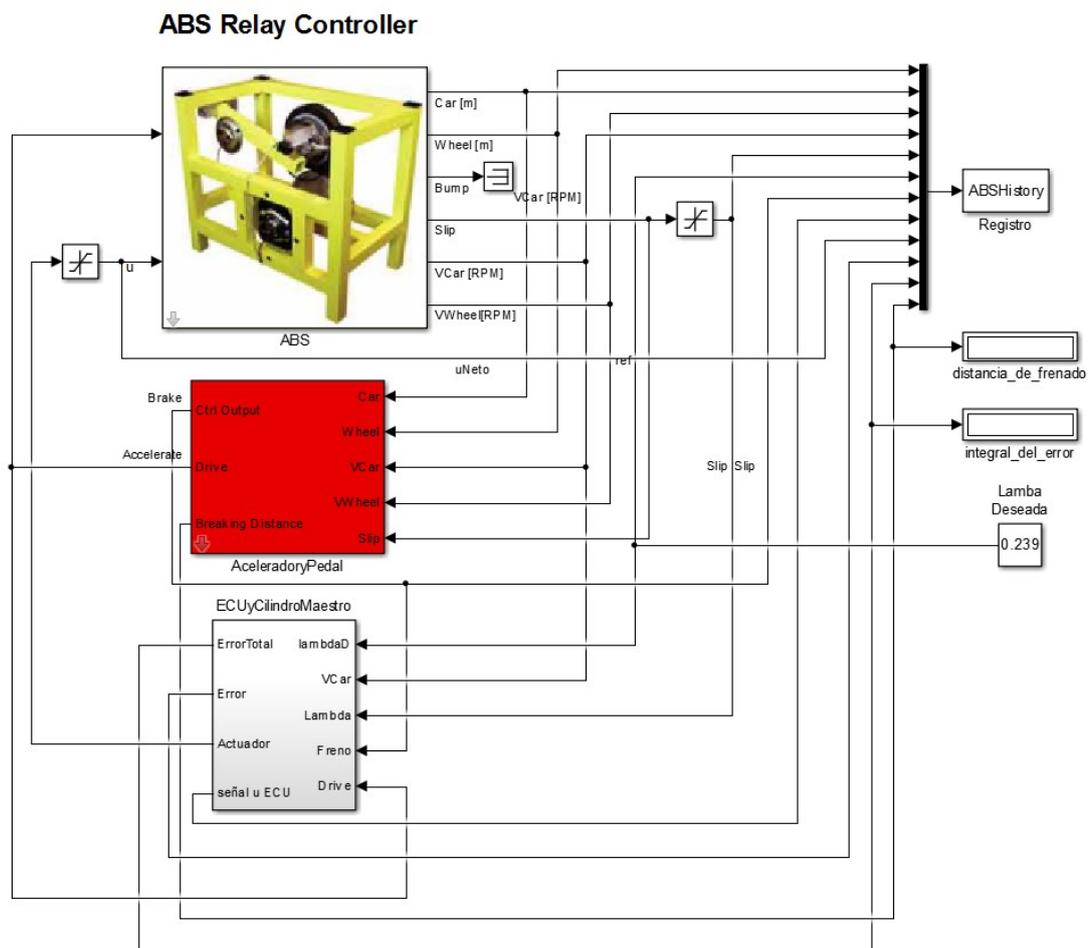


Figura 4.8: Bloque para experimentos

El bloque *ABS* es semejante al de la simulación, las diferencias radican en que cuenta como salida extra, el valor de *Bump*, que es el ángulo φ , el cual indica si existe algún movimiento indeseado en la rueda y con una entrada encargada en acelerar el sistema para llevarlo a las condiciones iniciales deseadas. El bloque "*AceleradorPedal*", es un bloque predeterminado que se encarga de acelerar al sistema y de obtener la distancia

de frenado. El bloque de “*Registro*” es para guardar los resultados obtenidos para analizarlos posteriormente.

El procedimiento de la recopilación de resultados experimentales es el siguiente:

- Se introducen los valores de las ganancias proporcional- integral del controlador en el bloque “*ECUyCilindroMaestro*” y la velocidad inicial de la rueda inferior para acelerar el sistema
- El sistema activa el motor plano de la rueda inferior hasta acelerar al sistema a la velocidad angular indicada, que es $1800rpm$
- Al momento de alcanzar la velocidad de $1800rpm$, se desactiva el motor plano de la rueda inferior, comienza el proceso de frenado y se activa el controlador PI que activa el motor de la palanca de freno para regular el deslizamiento
- El proceso continúa hasta que la rueda inferior llega a la velocidad mínima de operación *ABS*, $540rpm$, entonces se desactiva el controlador y se energiza completamente el motor del pedal de freno hasta detener completamente a las dos ruedas.
- Una vez finalizado el experimento, se almacenan todas las variables de importancia para su análisis

De los valores obtenidos en las simulaciones se seleccionaron los diez mejores resultados. Estos se eligieron a partir del menor valor IAE¹, ya que se considera la mejor herramienta para analizar la curva del error de la planta, la cual es no monótona y siempre con valores muy pequeños.

Estos diez mejores resultados se probaron en la plataforma real y se registraron los resultados en la Tabla 4.3. Se aprecia que los valores IAE experimentales son mayores que los de la simulación, esto sucede por la existencia de ruidos en las mediciones, la velocidad de la tarjeta, error de parámetros, entre otros aspectos que no son considerados en la simulación. Sin embargo, todos los valores IAE experimentales son menores a 0.3, por lo que se puede considerar a la simulación como una buena aproximación a la maqueta real. En la columna *Número de respuesta*, se observa que la mayoría de los controladores tienen el número 4, que representa a la caracterización realizada con la respuesta del proceso a lazo abierto para una entrada de $u = 0.4$. En la columna *Regla de sintonización*, se presenta el nombre de los autores que proponen la regla de sintonización utilizada.

¹Integral del error absoluto.

Tabla 4.3: Resultados de los diez mejores IAE simulación

Posición	P	I	IAE simulación	IAE experi- mental	Núme- ro de res- puesta	Regla de sintonización
1	1.951	14.452	0.0172	0.1600	4	Borresen and Grindal
2	1.951	14.452	0.0172	0.1701	4	Minimum IAE Shinskey
3	3	14.814	0.0175	0.2507	3	Minimum ISE Keviczky and Csaki
4	3	14.814	0.0175	0.2335	4	Minimum ISE Keviczky and Csaki
5	2.279	14.065	0.0177	0.1558	4	Minimum ISE Zhuang and Atherton
6	1.89	13.963	0.0178	0.1735	3	Minimum ISE Zhuang and Atherton
7	1.789	17.048	0.0183	0.2080	4	Cohen and Coon
8	1.617	13.860	0.0184	0.1633	2	Minimum ISE Zhuang and Atherton
9	1.849	13.481	0.0184	0.1009	4	Minimum ISTSE Zhuang and Atherton
10	2.42	13.444	0.0185	0.1404	5	Chien regulator, 0% overshoot

De los resultados de la Tabla 4.3, se elige el PI con menor IAE experimental, que es el de la posición número 9. A partir de sus ganancias proporcional- integral, se seleccionan otros controladores PI con ganancias similares, con el fin de encontrar el controlador con mayor rendimiento en la maqueta experimental.

Tabla 4.4: Mejor resultado IAE experimental de 4.3

Posición	P	I	IAE simulación	IAE experi- mental	Núme- ro de res- puesta	Regla de sintonización
9	1.849	13.481	0.0184	0.1009	4	Minimum ISTSE Zhuang and Atherton

A partir de los valores PI de la posición 9, se seleccionaron diez PI's con valores más cercanos y estos se probaron experimentalmente obteniendo la Tabla 4.5.

Tabla 4.5: Resultados de los diez PI's más cercanos y con menor IAE experimental

Posición	P	I	IAE simulación	IAE experi- mental	Núme- ro de res- puesta	Regla de sintonización
1	1.951	8.888	0.0280	0.0729	4	Minimum IAE Pem- berton Smith and Co- rripio
2	1.834	10.189	0.0244	0.1014	4	Minimum IAE Edgar Time constant domi- nant
3	1.853	10.297	0.0241	0.1017	4	Liptak
4	1.811	7.288	0.0341	0.1229	4	Minimum ISE Frank and Lenz
5	1.809	1.634	0.1332	0.1451	4	Minimum IAE Murrill
6	1.822	1.530	0.1396	0.1548	4	Minimum ITSE Frank and Lenz
7	1.524	13.501	0.0190	0.1603	3	Minimum ISTSE Zhuang and Atherton
8	1.849	12.587	0.0197	0.1628	4	Minimum ISTES Zhuang and Atherton
9	1.297	13.498	0.0216	0.1649	2	Minimum ISTSE Zhuang and Atherton
10	1.322	13.333	0.0207	0.1700	2	Minimum IAE Pem- berton Smith and Co- rripio

Finalmente, de la Tabla 4.3 y la Tabla 4.5 se seleccionaron los cinco PI's con menor IAE experimental para su análisis individual, resultando la Tabla 4.6. Para su discusión se anexa la fórmula de la regla de sintonización, distancia de frenado experimental, deslizamiento promedio y entrada de control acumulada.

El deslizamiento promedio λ_{acum} está dado por la fórmula

$$\lambda_{prom} = \frac{1}{t_f - t_i} \int_{t_i}^{t_f} \lambda dt$$

La entrada de control acumulada u_{acum} está dada por la fórmula

$$u_{acum} = \int_{t_i}^{t_f} u dt$$

Tabla 4.6: Resultados de los cinco PI's con menor IAE experimental

Posición	Etiqueta	Número de respuestas	Regla de sintonización	Fórmula P	P	Fórmula I	I	IAE simulación	IAE experimental	λ_{prom}	Distancia de frentado experimental	u_{acum}
1	$C_1(s)$	4	Minimum IAE Pemberton Smith and Corripio	$\frac{T_m}{K_m L}$	1.951	$\frac{1}{K_m L}$	8.888	0.0280	0.0729	0.23308	54.33825	0.95484
2	$C_2(s)$	4	Minimum ISTSE Zhuang and Atherton	$\frac{1.015}{K_m} \left(\frac{T_m}{L}\right)^{0.957}$	1.849	$\frac{0.677}{K_m T_m} \left(\frac{T_m}{L}\right)^{1.509}$	13.481	0.0184	0.1009	0.24015	51.68393	0.90282
3	$C_3(s)$	4	Minimum IAE Edgar Time constant dominant	$\frac{0.94 T_m}{K_m L}$	1.834	$\frac{0.235 T_m}{K_m L^2}$	10.189	0.0244	0.1014	0.23513	52.6759	0.90678
4	$C_4(s)$	4	Liptak	$\frac{0.95 T_m}{K_m L}$	1.853	$\frac{0.2375 T_m}{K_m L^2}$	10.297	0.0241	0.1017	0.23615	51.93963	0.88436
5	$C_5(s)$	4	Minimum ISE Frank and Lenz	$\frac{0.53}{K_m} + \frac{0.82 T_m}{K_m L}$	1.811	$\frac{0.82 T_m}{K_m L}$	7.288	0.0341	0.1229	0.23470	53.8935	0.88803

Para la discusión de los cinco mejores PI's de la Tabla 4.6 se utilizan los siguientes criterios, de donde radican sus diferencias y similitudes para su análisis.

- Número de respuesta
- Regla de sintonización
- IAE de simulación y experimental
- Distancia de frenado
- Comportamiento de las velocidades v_{wheel} y v_{car}
- Deslizamiento
- Entrada de control

4.3.1. Número de respuesta

Se observa en la Tabla 4.6 que todos los números de respuesta¹ asociado a la sintonización es el 4. A partir de esta respuesta se obtiene un modelo similar a la planta incluso considerando la no linealidad de ésta. Basándose en [10], se realiza la siguiente gráfica que compara la ganancia del proceso K_m para cada amplitud de entrada u .

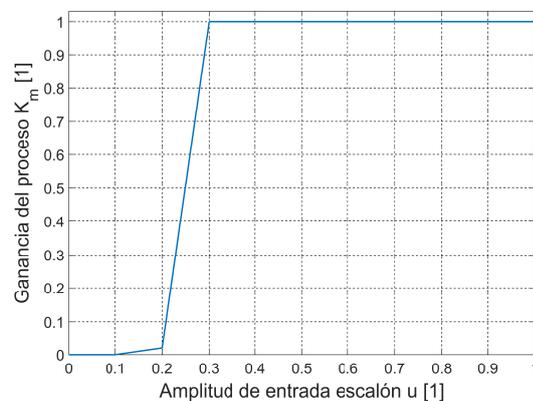


Figura 4.9: K_m contra u

Se observa que debido a las no linealidades de zona muerta (donde la ganancia K_m es nula) y saturación (donde la ganancia K_m se satura a 1), se dificulta el análisis de la planta considerándola lineal, pues se pierde información del sistema.

¹Respuestas a lazo abierto del sistema con varias amplitudes, a partir de ellas se caracteriza a la planta.

La respuesta 4, con la cual se obtiene el modelo de la planta $G(s)_{resp4}$ ecuación (4.1), es el modelo que representa de mejor manera a la planta pues se asemeja para la mayoría de las entradas gracias a su ganancia y constante de tiempo.

El modelo FOLPD, que se obtuvo a partir de la respuesta 4, se representa con la siguiente ecuación

$$G(s)_{resp4} = \frac{2.5e^{-0.045s}}{1 + 0.2195s}, \quad \frac{L}{T_m} = 0.20501 \quad (4.1)$$

Como se ve en la Figura 4.10, todas las líneas en rojo corresponden a la respuesta escalón de la planta lineal $G(s)_{resp4}$ a diferentes amplitudes y las líneas en azul son las respuestas experimentales.

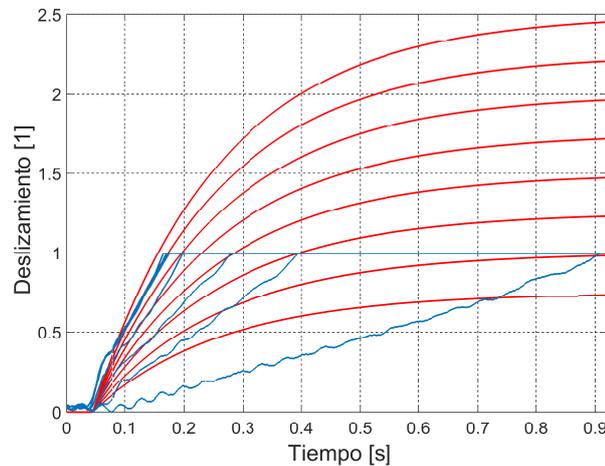


Figura 4.10: Comparación de respuestas considerando una planta FOLPD

De la Figura 4.10, se observa que el comportamiento de ambas respuestas es similar con excepción para valores de deslizamiento mayores a la unidad, puesto que ya no se saturan a la unidad, lo que carece de sentido físico. Sin embargo, si analizamos las respuestas como una caja negra, se puede suponer que las líneas en azul son las respuestas de una planta lineal pero con información truncada en $\lambda = 1$ y las líneas rojas, como una planta similar pero sin información trunca.

4.3.2. Regla de sintonización

Al considerar a la planta real como un modelo de primer orden (*FOLPD*) se obtuvieron mejores resultados que considerando a la planta como un modelo de segundo orden (*SOSPD*).

Como se ve en la Figura 4.11, todas las líneas en verde corresponden a la respuesta escalón de la planta lineal *SOSPD* a partir de dos de sus caracterizaciones a diferentes

amplitudes y las líneas en azul son las respuestas experimentales.

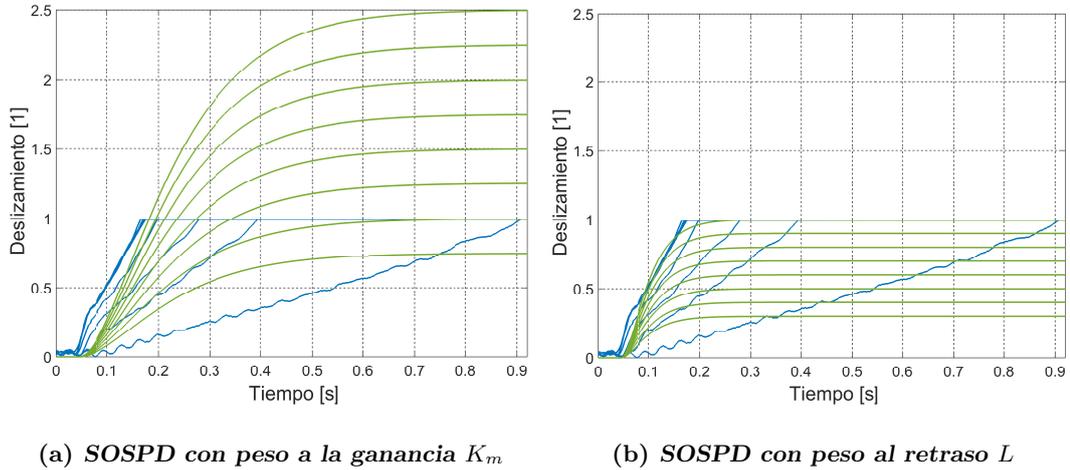


Figura 4.11: Comparación de respuestas considerando una planta *SOSP*

Realizando la misma suposición de la caja negra como una planta lineal con información truncada desde $\lambda = 1$. En la Figura 4.11(a), que corresponde a la caracterización *SOSP* a partir de la respuesta experimental con $u = 0.4$, se observa que, aunque la planta *SOSP* parece acercarse más a la planta real, existe un retraso mayor que en los resultados experimentales. Para el caso de la Figura 4.11(b), que corresponde a la caracterización *SOSP* a partir de la respuesta experimental con $u = 1$, se observa que el retraso coincide en las respuestas *SOSP* y experimental, pero comparando el estado estacionario, las respuestas *SOSP* no alcanzan un deslizamiento suficientemente alto para asemejarse a las respuestas experimentales. Estas diferencias ocurren en las demás caracterizaciones *SOSP*, causando un menor rendimiento que considerando al sistema como uno de primer orden.

Para el caso de las reglas de sintonización de la Tabla 4.6, se observa que todas las reglas (excepto el controlador $C_4(s)$), están diseñados para un mínimo error (IAE¹, ISTSE², ISE³), lo que confirma la efectividad de los controladores $C_1(s)$ y $C_3(s)$ para obtener el mínimo error absoluto. Para el caso de $C_2(s)$ y $C_5(s)$ se tienen buenos resultados debido a que los dos errores (ISTSE, ISE) están diseñados también para curvas de error no monotónicas.

De la misma forma, todas las reglas, exceptuando el controlador $C_4(s)$, están di-

¹Integral del Error Absoluto $\int |e|dt$.

²Integral del Tiempo Cuadrado por el Error Cuadrado $ISTSE = \int t^2 e^2 dt$.

³Integral del Error al Cuadrado $ISE = \int e^2 dt$.

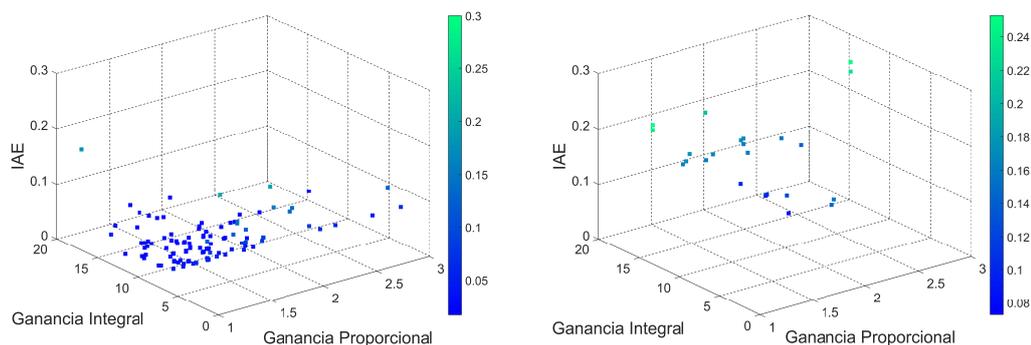
señadas para obtener el mejor **índice de rendimiento para regulación**¹, lo que coincide para las necesidades de control y el punto anterior, pues consiste en regular el deslizamiento con un mínimo error absoluto y no realizar un seguimiento del deslizamiento.

Otra observación es que la regla de sintonización del controlador $C_4(s)$ sugiere utilizar los parámetros T_m, L, K_m obtenidos por el método de Ziegler- Nichols a lazo abierto [3]. Las demás reglas no especifican por cual método obtener los valores, sin embargo, se confirma la efectividad del método.

Para el controlador $C_1(s)$ se requiere que $0.1 \leq \frac{L}{T_m} \leq 0.5$, para $C_2(s)$ se requiere $0.1 \leq \frac{L}{T_m} \leq 1$ y para $C_3(s)$ se requiere que $T_m > L$. Se observa en (4.1) que se cumplen los requisitos mencionados, lo que confirma su efectividad.

4.3.3. IAE de simulación y experimental

De la Figura 4.12 se observa que en la dispersión por simulación y por experimento tienen sus puntos mínimos de IAE en una región semejante de ganancias PI, lo que corrobora que la simulación es muy cercana a la maqueta experimental. También se observa que en la dispersión en simulación presenta un punto de aglomeración muy agudo. Para los PI's ligeramente alejados del mejor PI, aumenta su IAE considerablemente, pero esto no sucede en la dispersión experimental, pues esta dispersión presenta más bien una superficie de aglomeración. La explicación a este resultado es que la maqueta real siempre es vulnerable al ruido en las mediciones, no linealidades, cambio de parámetros, la capacidad de procesamiento, entre otros efectos, los cuales causan que no sea posible obtener un mejor PI, sino una región de mejores PI's.



(a) *Dispersión de PI's en simulación*

(b) *Dispersión de PI's en experimento*

Figura 4.12: Comparación de IAE's

¹Minimum Performance Index: regulator tuning.

4.3.4. Distancia de frenado

La distancia de frenado se ocupa como herramienta de comparación para los sistemas de frenado, sin embargo para el simulador INTECO **no es válido**, pues con los resultados de la Tabla 4.6, se aprecia que la mayor distancia de frenado corresponde al mejor controlador C_1 . La explicación física reside en el coeficiente de fricción $\mu(\lambda)$ (Figura 3.14), pues se aprecia la existencia de mayores coeficientes de fricción, inclusive bloqueando la llanta ($\lambda = 1$).

4.3.5. Comportamiento de las velocidades v_{wheel} v_{car}

En la Figura 4.13, se muestra la gráfica comparativa de las velocidades para los cinco controladores, donde cada color corresponde al controlador utilizado. Siendo las líneas superiores (color claro) la velocidad de la rueda superior v_{car} y las líneas inferiores (color nítido) la velocidad de la rueda inferior v_{wheel} . La línea recta de color café representa la velocidad mínima de operación del ABS, v_{minop} .

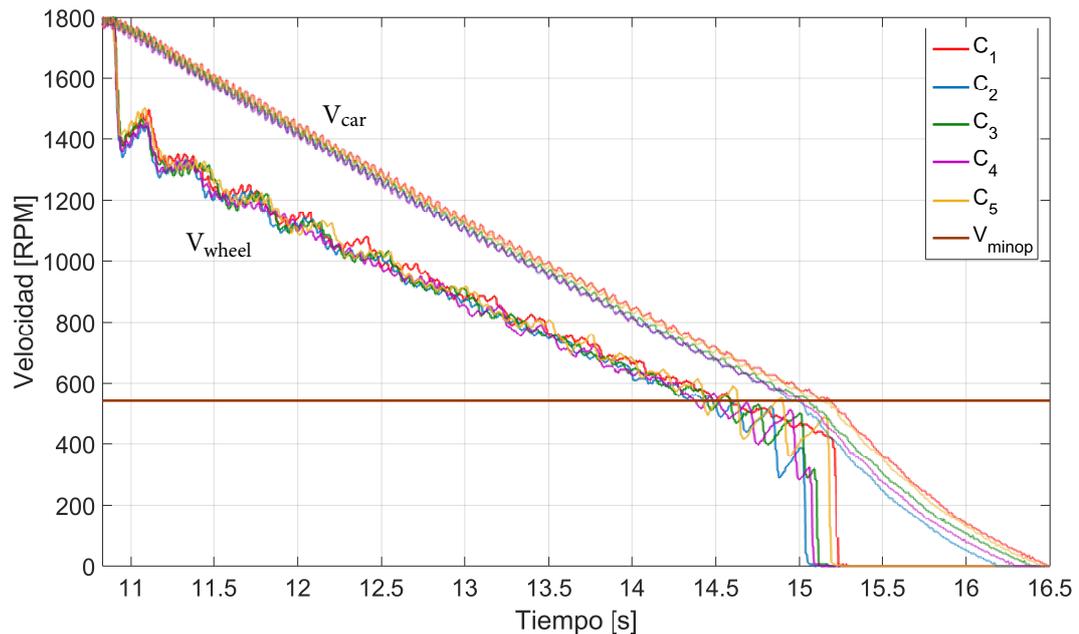


Figura 4.13: Comparación de velocidades

Es importante señalar que el tiempo de inicio del experimento no es $0[s]$, esto es debido a que el sistema se necesita acelerar hasta la velocidad deseada y desde esas condiciones iniciales comenzar el frenado.

Al principio del experimento, se observa que la velocidad de la rueda inferior v_{wheel} decrece tendiendo al bloqueo de la rueda, sin embargo gracias al controlador el desliza-

miento se regula obteniendo el comportamiento deseado. Alrededor de los 15 segundos la velocidad de la rueda superior v_{car} , alcanza la velocidad mínima de operación del sistema *ABS*, en consecuencia se desactiva y la rueda inferior se bloquea.

Del análisis de las velocidades de la llanta superior e inferior (Figura 4.13), se observa que las medidas siempre están expuestas a ruido e incluso a una pequeña oscilación que depende de la velocidad de las ruedas. Otra observación es que v_{car} decrece casi sin variaciones, a diferencia de v_{wheel} . Esto sucede debido a que la velocidad de la llanta superior v_{wheel} es altamente sensible a la señal de control por el *caliper*, sin embargo la velocidad v_{car} está pobremente acoplada a la señal de control debido al coeficiente de fricción bajo entre las dos ruedas.

4.3.6. Deslizamiento y error

Comparando las gráficas del comportamiento del deslizamiento.

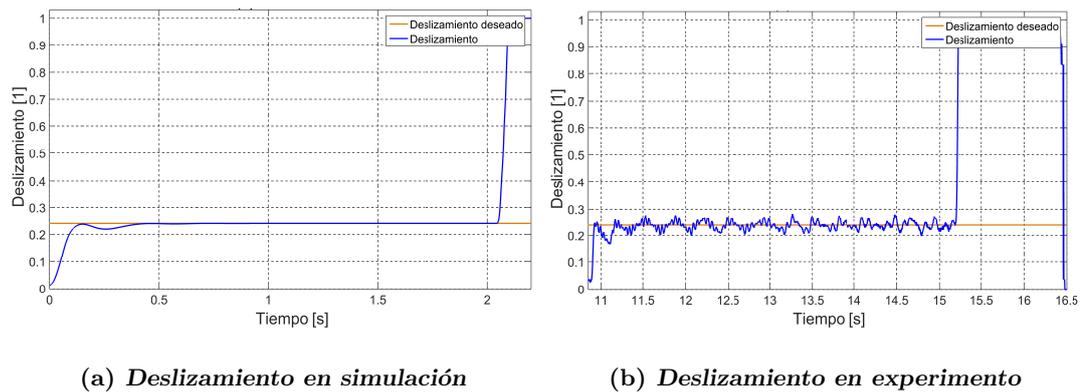


Figura 4.14: Comparación de deslizamientos

Para el deslizamiento en la simulación con el mejor PI, analizando su respuesta transitoria se obtiene que el tiempo pico es el mismo que el de crecimiento $t_p = t_r = 0.15[s]$, el tiempo de retardo es $t_d = 0.06[s]$, el tiempo de establecimiento $t_s = 0.4[s]$ y el máximo sobreimpulso $M_p = 0$. Para el experimental con el mejor PI, se obtiene un tiempo de levantamiento $t_r = 0.3[s]$, tiempo de retraso $t_d = 0.2$ y un máximo sobreimpulso de $M_p = 0.26[1]$, no cuenta con tiempo de establecimiento porque nunca se elimina el error, a menos que se considere una tolerancia más grande (16%). Las diferencias de rendimiento residen en que todos los efectos no considerados de la maqueta real no se toman en cuenta para la simulación.

En la Figura 4.15, se muestra la gráfica comparativa del deslizamiento para los cinco controladores, donde cada color corresponde al controlador utilizado. La línea recta de color café representa el deslizamiento deseado $\lambda_{deseada}$.

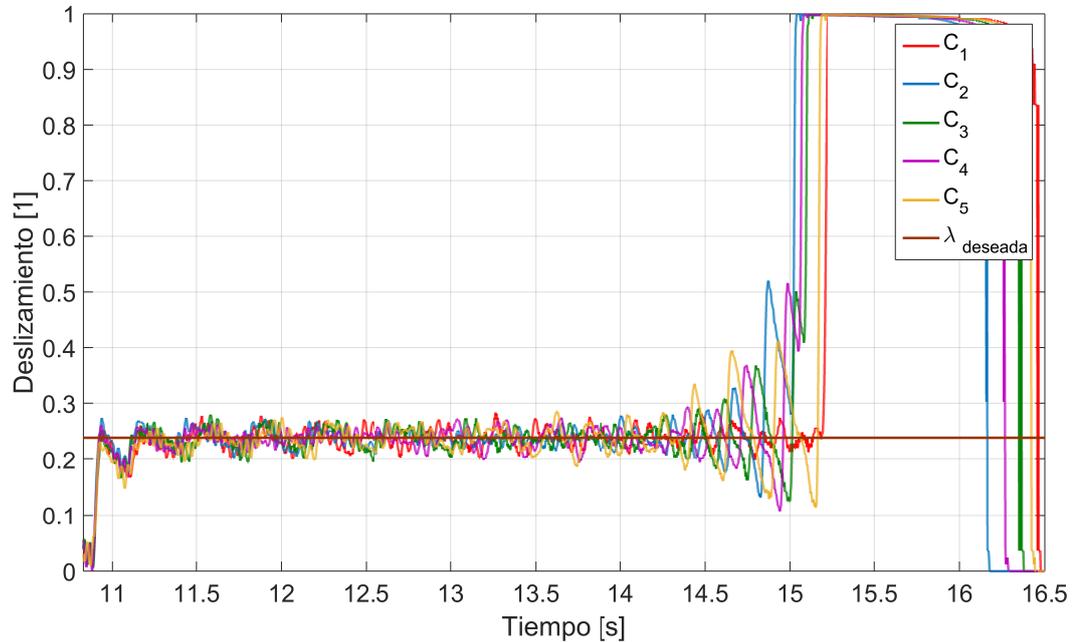


Figura 4.15: Comparación de deslizamiento

Comparando los cinco mejores PI's, se aprecia que los valores transitorios son casi iguales (Figura 4.15), sin embargo, donde radica la mayor diferencia es en el estado estacionario del deslizamiento, pues para $C_1(s)$ el deslizamiento oscila siempre muy cercano al valor deseado hasta que se desactiva el *ABS*, pero para los demás controladores, sucede que al final oscilan de manera no deseada alrededor de los 14.5[s] del experimento, aumentando su error y en consecuencia su IAE.

Otra herramienta utilizada para analizar el deslizamiento y el error es el deslizamiento promedio λ_{prom} . Este valor indica el valor que tomaría el deslizamiento suponiendo un control ideal que actuara sin dinámicas. De la Tabla 4.6, se observa que todos los valores λ_{prom} son muy cercanos al deseado, lo que indica que los controladores cumplen con su objetivo, también se observa que sólo el controlador C_2 tiene un λ_{prom} ligeramente por encima del deslizamiento deseado. No es recomendable que λ_{prom} esté considerablemente por encima del deslizamiento deseado, debido a que en un vehículo real el sistema se encontraría en las regiones V y VI (Figura 3.16), causando que las llantas acumulan calor, presión y desgaste.

4.3.7. Entrada de control

La entrada de control es la señal $u[1]$ de voltaje normalizado que controla al motor conectado al pedal del freno.

En la Figura 4.15, se muestra la gráfica comparativa de la entrada de control para los cinco controladores, donde cada color corresponde al controlador utilizado.

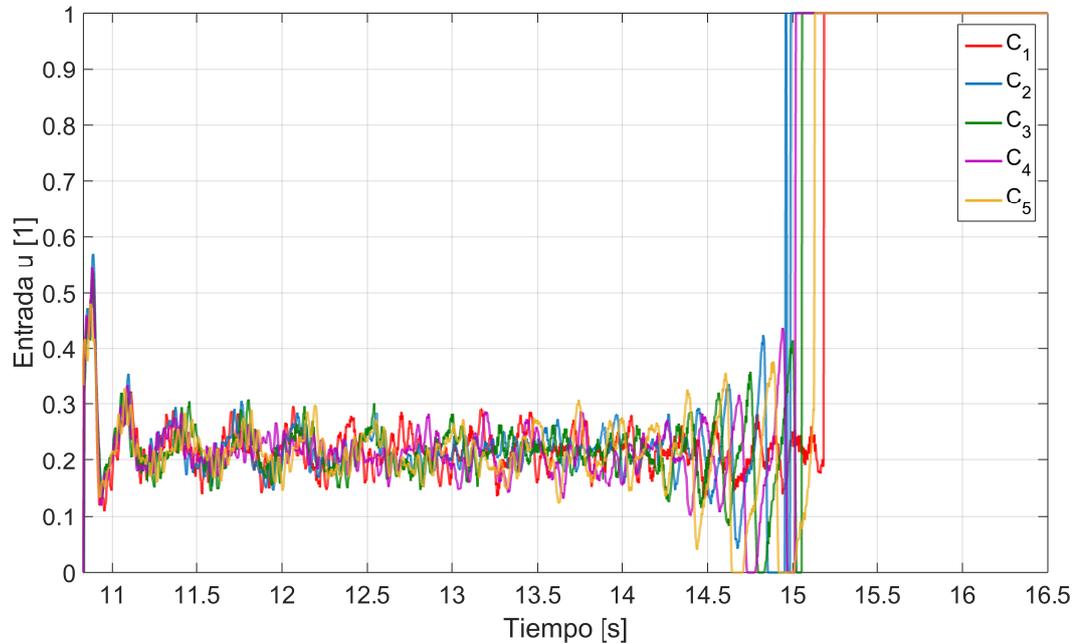


Figura 4.16: Comparación de entrada de control

Del comportamiento de u (Figura 4.16), se observa que nunca es necesaria una señal de control alta; esto debido a que el freno tiene alta capacidad de disipar energía, en contraste con la baja inercia de las ruedas, que son las responsables de mantener la energía en el sistema.

La entrada de control acumulada u_{acum} , es el valor que representa el gasto de energía que se utilizó para excitar al actuador. De la Tabla 4.6, se observa que aumentar el rendimiento del control sugiere más gasto energético, sin embargo todavía se puede obtener una pequeña mejora sin sacrificar en gran medida el gasto, como se aprecia en los controladores $C_2(s)$ y $C_3(s)$, que obtienen mejores resultados que sus contiguos y con menor gasto energético.

Conclusiones

Los sistemas *ABS* han tenido gran impacto sobre la manera en que manejamos. Como medida de seguridad pasó de ser un mero accesorio a un equipo básico y obligatorio en los vehículos, por lo que su continuo estudio y mejora es necesario.

En esta Tesis se realizó un análisis y comparación de los efectos que se obtienen al probar los diferentes controladores PI tanto en las simulaciones como en la maqueta experimental, lo que contribuye al estudio del control de los frenos *ABS*.

Para todo proceso de ingeniería, y en específico para el control de una planta real, no es suficiente tener conocimiento del modelo dinámico. Es necesario conocer a fondo cada aspecto del sistema, para tomar en cuenta todos los efectos que se ignoran en el modelado matemático, como lo fue la velocidad de la tarjeta, la obtención de $\lambda_{deseada}$, las limitaciones de las mediciones, las limitaciones de los sensores, el tipo de caracterización y parametrización, por mencionar algunos. Gracias a la consideración de estos aspectos es que se obtuvieron los resultados esperados.

El simulador *ABS* INTECO está diseñado para emular la llanta delantera del tren de aterrizaje de un avión; sin embargo, a causa de la literatura escasa o remota, se optó por estudiar al sistema como un sistema automotriz, tomando en cuenta sus limitaciones.

Para poder dar una discusión de los resultados para la maqueta experimental, es necesario comprender múltiples conceptos automotrices como son: distancia de frenado, deslizamiento, histéresis de la llanta, las diferentes fricciones en la llanta, los diferentes modelos de fricción para el deslizamiento, el comportamiento de una llanta, el sistema de frenado hidráulico, los sensores de los vehículos, la transferencia de datos en los vehículos, y el sistema *ABS*. Para el concepto de fricción en las llantas $\mu(\lambda)$, piedra angular de la operación del sistema *ABS*, se retomaron los conocimientos de la carrera y se completaron con la amplia literatura existente.

Los controladores PI siguen siendo los más utilizados debido a su facilidad para obtener el controlador y a su sencilla implementación. No es necesario conocer a todo el sistema, sólo su error y que son aplicables a sistemas no lineales sacrificando un poco el rendimiento. Para obtener las ganancias es sencillo, pues sólo se reduce a utilizar una fórmula, sin embargo es necesario conocer las propiedades del sistema a controlar y tomar en cuenta que cada regla de sintonización está diseñada para cierto tipo de sistema. Otro proceso primordial es caracterizar el sistema suponiendo una planta lineal. Para obtener los resultados deseados, es importante tomar en cuenta el tipo de sistema que se controla, así como las no linealidades de éste, pues no considerarlas tendría como consecuencia un control con bajo rendimiento. Sin embargo, la principal desventaja es que los controladores PI son lineales, por lo que pueden funcionar con alto rendimiento en cierta región del proceso pero baja cuando el proceso se encuentra en otra región.

5.0.1. Trabajo futuro

Como parte del trabajo futuro queda pendiente utilizar controladores basados en modelo, partiendo de la caracterización hecha en esta Tesis, además de reemplazar la rueda superior por una llanta neumática para tener una aproximación más real de la superficie de contacto.

Apéndice A

A.1. Obtención de M_B y $\mu(\lambda)$

Con

$$J_1 \dot{x}_1 = (M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1) r_1 S(\lambda) - s_1 M_B - d_1 x_1 - s_1 M_{10}$$

se acomoda de la siguiente forma

$$\frac{s_1 M_B + d_1 x_1 + s_1 M_{10} + J_1 \dot{x}_1}{r_1} = (M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1) S(\lambda)$$

para sustituirlo en

$$J_2 \dot{x}_2 = -((M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1) S(\lambda)) r_2 - d_2 x_2 - s_2 M_{20}$$

obteniendo

$$J_2 \dot{x}_2 = - \left(\frac{s_1 M_B + d_1 x_1 + s_1 M_{10} + J_1 \dot{x}_1}{r_1} \right) r_2 - d_2 x_2 - s_2 M_{20}$$

y despejando M_B se obtiene

$$M_B = - \left[\frac{r_1}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}) + d_1 x_1 + M_{10} + J_1 \dot{x}_1 \right]$$

Para la obtención de $\mu(\lambda)$

con

$$F_z = \frac{M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\sin \varphi - s \mu(\lambda) \cos \varphi)}$$

y con

$$F_z = - \frac{J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}}{\mu(\lambda) r_2}$$

se igualan obteniendo

$$\frac{M_g + s_1 M_B + s_1 M_{10} + d_1 x_1}{L(\text{sen}\varphi - s \mu(\lambda) \cos\varphi)} = -\frac{J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}}{\mu(\lambda) r_2}$$

desarrollando $\mu(\lambda)$

$$\mu(\lambda) = -\left[\frac{(J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})L}{r_2(M_g + M_B + M_{10} + d_1 x_1)} \right] (\text{sen}\varphi - \mu(\lambda)\cos\varphi)$$

despejando $\mu(\lambda)$

$$\mu(\lambda) = -\frac{\left[\frac{(J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})L}{r_2(M_g + M_B + M_{10} + d_1 x_1)} \right] \text{sen}\varphi}{1 - \left[\frac{(J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})L}{r_2(M_g + M_B + M_{10} + d_1 x_1)} \right] \cos\varphi}$$

desarrollando se obtiene

$$\mu(\lambda) = \frac{\frac{L \text{sen}\varphi}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})}{-(M_B + M_{10} + M_g + d_1 x_1) + \frac{L \cos\varphi}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})}$$

sustituyendo $M_B(x_1, x_2)$ y desarrollando

$$\mu(\lambda) = \frac{\frac{L \text{sen}\varphi}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})}{\frac{r_1}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}) + J_1 \dot{x}_1 - M_g + (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}) \frac{L \cos\varphi}{r_2}}$$

obteniendo finalmente

$$\mu(x_1, x_2) = \frac{\frac{L \text{sen}\varphi}{r_2} (J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20})}{(J_2 \dot{x}_2 + d_2 x_2 + M_{20}) \left(\frac{L \cos\varphi}{r_2} + \frac{r_1}{r_2} \right) + J_1 \dot{x}_1 - M_g}$$

A.2. Valores de los controladores PI y resultados de las simulaciones

Para la obtención de los valores de las ganancias proporcional- integral se utilizaron las reglas de sintonización de la referencia [25], las cuales, para un sistema de primer orden, se necesitan el retraso de la planta L , la constante de tiempo de la planta T_m y la ganancia de la planta K_m .

Una vez obtenidos estos valores para cada número de respuesta ($u=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$) se sustituyen en las celdas para obtener la Tabla A.1.

A.2 Valores de los controladores PI y resultados de las simulaciones

Sintonización 1		L	Tm	Km	U	Ziegler Nichols		Chien Hrones Resw		Callender		Callender		Moros Oppelt								
						P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	1.5	10.01	1	5.5556	1.16667	11.127	0.58333	6.64767	1	13.3333	12.6222	77.0587	15.3333	139.078	1.333	9.877		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	1.1904	7.94394	0.7936	4.40889	0.92587	8.83039	0.46293	3.9886	0.7936	8	7.57333	46.2352	9.2	83.4467	1.058	7.838		
3	0.045	0.142	2	0.5	1.42	9.47614	0.94667	5.25926	1.10444	10.5336	0.55222	3.32384	0.94667	6.66667	6.31111	38.5294	7.66667	69.5389	1.262	9.35		
4	0.045	0.22	2.5	0.4	1.756	11.7184	1.17067	6.5037	1.36578	13.026	0.68289	2.65907	1.17067	5.33333	5.04889	30.8235	6.13333	55.6311	1.561	11.56		
5	0.045	0.605	3.3333	0.3	3.63	24.2242	2.42	13.4444	2.82333	26.9274	1.41167	1.9943	2.42	4	3.78667	23.1176	4.6	41.7234	3.227	23.9		
Resultados Sim		L	Tm	Km	U	Ziegler Nichols		Chien Hrones Resw		Callender		Callender		Moros Oppelt								
						Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	0.02488	30.1847	0.04483	31.9545	0.02284	30.017	0.05158	31.5663	0.05412	32.8948	0.1962	41.0347	0.455	45.8873	0.025	30.22		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	0.03136	30.7614	0.0565	32.7686	0.02843	30.4563	0.06493	32.6775	0.03238	30.6817	0.1837	41.4405	0.1989	41.0449	0.032	30.77		
3	0.045	0.142	2	0.5	0.02629	30.3116	0.04736	32.1465	0.02401	30.1126	0.07534	33.7439	0.03751	31.2241	0.1793	41.699	0.1912	41.0981	0.027	30.34		
4	0.045	0.22	2.5	0.4	0.02126	29.8611	0.03829	31.4155	0.01996	29.7811	0.0936	35.616	0.04668	32.2205	0.1716	42.0142	0.1842	41.3468	0.022	29.9		
5	0.045	0.605	3.3333	0.3	0.11891	39.6067	0.01852	29.6097	0.12113	39.7814	0.11919	38.5762	0.06043	32.8767	0.119	39.6083	0.1744	41.8083	0.052	33.48		

Sintonización 2		L	Tm	Km	U	Moros Rosenberg		Cohen Coon		Heck		Sakai		Borresen Grindal		Klein		Liptak		Murrill		
						P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	1.51667	10.2132	1.583	23.3318	1.33333	9.87654	36.7644	16339.8	1.66667	12.3457	0.4	10.0629	1.58333	8.7963	1.569	8.862		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	1.20363	8.10523	1.2402	15.9379	1.05813	7.83802	463.262	20589.4	1.32267	9.79753	0.30345	5.77169	1.25653	6.98074	1.24	4.346		
3	0.045	0.142	2	0.5	1.43578	9.66854	1.4615	16.1385	1.26222	9.34979	388.357	17260.3	1.57778	11.6872	0.33581	4.46201	1.49889	8.32716	1.472	2.797		
4	0.045	0.22	2.5	0.4	1.77551	11.9563	1.7892	17.0487	1.56089	11.5621	314.047	13957.6	1.95111	14.4527	0.3672	3.1564	1.85356	10.2975	1.809	1.634		
5	0.045	0.605	3.3333	0.3	3.67033	24.716	3.6549	28.2224	3.26667	23.9012	151.919	6751.96	4.03333	29.8765	0.48171	1.50228	3.83167	21.287	3.687	0.59		
Resultados Sim		L	Tm	Km	U	Moros Rosenberg		Cohen Coon		Heck		Sakai		Borresen Grindal		Klein		Liptak		Murrill		
						Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	0.0244	30.1405	0.1571	41.7389	0.0252	30.2176	0.7162	43.8741	0.0202	29.7858	0.3006	45.0806	0.0283	30.4921	0.028	30.42		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	0.0307	30.7058	0.0396	31.5068	0.0319	30.769	0.7168	43.8733	0.0255	30.2353	0.2736	44.478	0.0357	31.1833	0.057	33.23		
3	0.045	0.142	2	0.5	0.0258	30.2647	0.0235	29.8781	0.0267	30.3406	0.7164	43.8739	0.0213	29.8803	0.1987	42.4787	0.0299	30.6454	0.088	35.86		
4	0.045	0.22	2.5	0.4	0.0208	29.8259	0.0184	29.5727	0.0216	29.9	0.7157	43.8747	0.0173	29.5654	0.0821	33.6796	0.0242	30.0973	0.133	39.37		
5	0.045	0.605	3.3333	0.3	0.1295	40.3798	0.1512	41.64	0.0517	33.4817	0.7124	43.8766	0.1608	41.9554	0.1654	40.0688	0.0865	36.8474	0.141	37.49		

Sintonización 3		L	Tm	Km	U	Frank Lenz		Pemberton		Shimskey		Marlin		Edgar		Edgar		Huang		Frank Lenz ISE		
						P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	1.95667	20.2222	1.66667	22.2222	1.73333	17.1193	1	32.6797	1.56667	8.7037	1.11667	4.25397	-1.5021	-17.086	2.227	21.56		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	1.37627	11.3333	1.32267	13.3333	1.37557	13.5859	0.84	24.8889	1.24331	6.90726	0.88619	2.55238	-0.5367	-5.3126	1.512	11.73		
3	0.045	0.142	2	0.5	1.55111	9.44444	1.57778	11.1111	1.57778	11.6872	0.9	80	1.48311	8.29951	1.05711	2.12698	0.00723	0.06183	1.678	9.778		
4	0.045	0.22	2.5	0.4	1.65036	6.84444	1.95111	8.88889	1.95111	14.4527	0.72	64	1.83404	10.1891	1.30724	1.70159	0.5651	4.21878	1.812	7.289		
5	0.045	0.605	3.3333	0.3	3.21667	5.13333	4.03333	6.66667	4.03333	29.8765	0.42	38.8889	3.79133	21.063	2.70233	1.27619	2.11078	12.9951	3.466	5.467		
Resultados Sim		L	Tm	Km	U	Frank Lenz		Pemberton		Shimskey		Marlin		Edgar		Edgar		Huang		Frank Lenz ISE		
						Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr													
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	0.0216	29.8688	0.1287	40.1993	0.0192	29.6192	0.3189	44.7109	0.0286	30.5212	0.0585	33.3147	0.6678	52.058	0.021	29.9		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	0.0222	29.9503	0.0208	29.7976	0.0201	29.7571	0.313	45.0282	0.0361	31.2176	0.0974	36.4908	0.6678	52.058	0.021	29.88		
3	0.045	0.142	2	0.5	0.0264	30.3159	0.0224	29.9693	0.0213	29.8803	0.5	43.4685	0.0302	30.6756	0.1155	38.2281	0.6678	52.058	0.026	30.23		
4	0.045	0.22	2.5	0.4	0.0364	31.235	0.028	30.4185	0.0173	29.5654	0.4958	43.8519	0.0244	30.1216	0.138	40.1761	0.0602	32.552	0.034	31		
5	0.045	0.605	3.3333	0.3	0.0468	31.4049	0.0381	30.609	0.1608	41.9554	0.4903	44.5608	0.0705	35.3235	0.1333	38.1481	0.0192	29.6741	0.044	31.12		

Sintonización 4		L	Tm	Km	U	Zhuang Atherton		Frank Lenz ITAE		Frank Lenz ITSE		Zhuang Atherton IS		Zhuang Atherton IS		ECOSSE		ECOSSE		Bain Martin		
						P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	2.07049	19.9237	1.80333	11.4667	2.14667	12.9333	1.65491	19.5119	1.6613	18.4148	1	11.5741	1.7	17.7083	0.8	8.602		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	1.61716	13.8602	1.26813	4.83871	1.47717	5.38306	1.29764	13.498	1.30119	12.7034	0.66	6.35691	1.26	12.4827	0.577	4.922		
3	0.045	0.142	2	0.5	1.89003	13.9635	1.43722	2.8169	1.65422	3.1338	1.52423	13.5014	1.52621	12.6611	0.55	4.08497	1.05	8.02139	0.623	3.896		
4	0.045	0.22	2.5	0.4	2.27994	14.065	1.63036	1.40319	1.82293	1.53075	1.84993	13.4817	1.8491	12.5877	0.72	11.8353	1.24	7.81348	0.705	2.97		
5	0.045	0.605	3.3333	0.3	4.44844	18.0357	3.20167	0.38182	3.526	0.41653	3.66103	16.9406	3.64459	15.6577	0.33	2.20736	1.74	5.35385	1.3	2.087		
Resultados Sim		L	Tm	Km	U	Zhuang Atherton		Frank Lenz ITAE		Frank Lenz ITSE		Zhuang Atherton IS		Zhuang Atherton IS		ECOSSE		ECOSSE		Bain Martin		
						Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	
1	0.045	0.075	1	7,8,9,1	0.0191	29.6522	0.0217	29.8944	0.0193	29.6779	0.0301	30.736	0.0239	29.9738	0.0302	30.2907	0.0209	29.7279	0.033	30.6		
2	0.045	0.099	1.6667	0.6	0.0184	29.6547	0.0514	32.6911	0.0462	32.1883	0.0216	29.8233	0.0206	29.8291	0.0408	31.2021	0.0211	29.8629	0.052	31.95		
3	0.045	0.142	2	0.5	0.0179	29.6058	0.087															

A.2 Valores de los controladores PI y resultados de las simulaciones

Considerando a la planta de segundo orden se necesitan el retraso de la planta L , la frecuencia natural de la planta ω_n y la ganancia de la planta K_m .

Una vez obtenidos estos valores para cada número de respuesta ($u=0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1$) se sustituyen en las celdas para obtener la Tabla A.2.

Sintonización 6	L	Tm	Km	U	Wn	McAvoy Johnson		Chao		Chao 2		Huang		Huang 2		Keviczky Csaki		Chao		Chao 2		
						P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P
1	0.045	0.03		1	7, 8, 9, 1	33	0.8	9.76801	0.57621	10.7858	1.12537	11.0584	3.38298	99.0334	20.5028	16.8986	1.2	8.08081	0.66652	9.997	0.919	11.083
2	0.045	0.042	1.6667	0.6	24	0.48	5.86081	0.604	12.3896	0.89415	6.45348	0.71035	7.41036	9.09446	-5.2236	2	12.6984	0.48183	5.15	0.682	5.5245	
3	0.045	0.063	2	0.5	16	2.85	5.06667	0.58094	13.3892	1.06541	5.1912	0.47091	3.32276	5.29248	-1.6341	3	14.8148	0.50905	3.534	0.745	3.6359	
4	0.045	0.1	2.5	0.4	10	2.28	4.05333	0.55019	14.5144	1.29006	3.98631	0.54535	2.37916	2.94177	-0.7666	3	14.8148	0.53617	2.257	0.816	2.2126	
5	0.045	0.238	3.3333	0.3	4.2	4.08	3.62667	0.44187	14.9577	2.07929	2.77206	0.73859	1.26645	1.45675	-0.3289	6	22.2222	0.66808	1.117	1.093	1.0015	

Resultados Sim	L	Tm	Km	U	Wn	McAvoy Johnson		Chao		Chao 2		Huang		Huang 2		Keviczky Csaki		Chao		Chao 2		
						Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	
1	0.045	0.03		1	7, 8, 9, 1	33	0.04289	31.1666	0.22089	43.8234	0.023	30.0412	0.4687	45.8137	0.17923	39.5451	0.03083	30.7137	0.17138	42.02	0.036	30.665
2	0.045	0.042	1.6667	0.6	24	0.10173	36.2866	0.26483	45.1363	0.03887	31.2991	0.03719	30.8839	0.19399	37.5136	0.01961	29.715	0.05707	31.93	0.046	31.631	
3	0.045	0.063	2	0.5	16	0.048	31.664	0.29605	45.3386	0.04796	32.2956	0.0762	33.5666	0.17437	38.6578	0.01752	29.5047	0.07151	33.31	0.068	33.707	
4	0.045	0.1	2.5	0.4	10	0.06007	32.9501	0.30538	45.1911	0.06238	33.7032	0.10464	36.0056	0.28245	46.74	0.01752	29.5047	0.11029	36.4	0.112	37.537	
5	0.045	0.238	3.3333	0.3	4.2	0.05903	31.8872	0.3149	44.768	0.08489	35.1274	0.18869	42.9771	0.3881	51.417	0.17473	42.1327	0.21076	44.09	0.206	45.39	

Sintonización 6	L	Tm	Km	U	Wn	Hougen		Hougen 5 criteria		Schaedel "Normal"		Schaedel "Sharp"		Shinsky		Huang		Huang		
						P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	P	I	
1	0.045	0.03		1	7, 8, 9, 1	33	1.01765	17.2001	0.74061	13.0126	0.34147	7.96799	0.30107	4.89564	1.76875	-5.1014	3.45882	75.8214	3.22526	-14.75
2	0.045	0.042	1.6667	0.6	24	0.80813	10.2969	0.50635	6.64206	0.25469	4.32228	0.16489	2.12229	1.79754	-3.6964	0.88675	8.39733	0.62965	6.436	
3	0.045	0.063	2	0.5	16	0.74827	6.56953	0.49827	4.46277	0.27076	3.06329	0.11803	1.09314	4.38408	-6.0798	0.74263	4.73441	0.78817	5.034	
4	0.045	0.1	2.5	0.4	10	0.71834	4.04356	0.48333	2.75558	0.27307	1.9309	0.07505	0.45952	-5.9756	5.60104	0.96004	3.85122	0.96483	3.883	
5	0.045	0.238	3.3333	0.3	4.2	0.62855	1.52408	0.51734	1.26129	0.27379	0.81313	0.0319	0.08638	-1.1197	0.62779	1.63837	2.76192	1.6354	2.767	

Resultados Sim	L	Tm	Km	U	Wn	Hougen		Hougen 5 criteria		Schaedel "Normal"		Schaedel "Sharp"		Shinsky		Huang		Huang		
						Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	Int de err	dist de fr	
1	0.045	0.03		1	7, 8, 9, 1	33	0.18048	42.4117	0.19644	42.923	0.29422	44.9529	0.21849	43.3466	0.38688	51.3923	0.22199	41.7345	0.37056	49.99
2	0.045	0.042	1.6667	0.6	24	0.04959	31.9606	0.15556	40.794	0.23862	43.6802	0.14144	36.4128	0.38328	51.2242	0.03003	30.5614	0.04236	31.21	
3	0.045	0.063	2	0.5	16	0.03896	31.1359	0.05827	32.2574	0.09477	34.0004	0.23094	42.0202	0.34593	47.7362	0.05281	32.3348	0.04963	32.14	
4	0.045	0.1	2.5	0.4	10	0.06164	33.0525	0.09078	34.7317	0.13099	36.7519	0.47533	50.7673	1.53522	49.4567	0.06463	33.7579	0.0641	33.72	
5	0.045	0.238	3.3333	0.3	4.2	0.16203	40.5562	0.19491	42.2197	0.29332	46.1506	0.66779	52.058	0.66779	52.058	0.08782	35.7705	0.08771	35.76	

Figura A.2: Valores PI y sus resultados obtenidos en las simulaciones considerando una planta SOSPD

Bibliografía

- [1] Antic, D., Nikolic, V., and Mitic, D. (2010). Sliding mode control of anti-lock braking system: An overview. [3](#)
- [2] Arias Paz, M. (1965). Manual de automóviles.
- [3] Astrom, K. J. (1995). Pid controllers: theory, design and tuning. *Instrument society of America*. [74](#)
- [4] Åström, K. J. and Hägglund, T. (2006). *Advanced PID control*. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society; Research Triangle Park, NC 27709.
- [5] Boopathi, A. M. and Abudhahir, A. (2015). Firefly algorithm tuned fuzzy set-point weighted pid controller for antilock braking systems. *Journal of Engineering Research*, 3(2):1–16. [3](#)
- [6] Boopathi, A. M. and Abudhahir, A. (2016). Design of grey-verhulst sliding mode controller for antilock braking system. *International Journal of Control, Automation and Systems*, 14(3):763–772. [3](#)
- [7] Canseco Rodal, R. (2013). Control de un sistema de frenos anti-bloqueo.
- [8] Dimirovski, G. M. (2016). *Complex Systems: Relationships between Control, Communications and Computing*, volume 55. Springer. [3](#)
- [9] (Ed.), R. B. G. (2007). Bosch automotive electrics and automotive electronics.
- [10] Franklin, G. F., Powell, J. D., and Emami-Naeini, A. (1994). Feedback control of dynamics systems. *Addison-Wesley, Reading, MA*. [71](#)
- [11] Goyal, U. B. S. (2008). *Principles of control systems*. Technical Publications.
- [12] Haney, P. (2003). The racing and high-performance tire. *Training*, 2007:08–08. [VII](#), [VII](#), [VII](#), [VII](#), [9](#), [10](#), [12](#)
- [13] Hippe, Z. S., Kulikowski, J. L., Mroczek, T., and Wtorek, J. (2012). *Human-Computer Systems Interaction: Backgrounds and Applications 2*. Springer. [3](#)

- [14] Ille, O. Abs system control. [3](#)
- [15] Ille, O. Abs system control.
- [16] Jazar, R. N. (2013). *Vehicle dynamics: theory and application*. Springer Science & Business Media.
- [17] John, S. (2013). *Development of nonlinear real-time intelligent controllers for anti-lock braking system (ABS)*. PhD thesis. [4](#)
- [18] Johnson, M. A. and Moradi, M. H. (2005). *PID control*. Springer.
- [19] Kloeden, M. and Glonek (2002). Reanalysis of traveling speed and the risk of crash involvement in adelaide south australia. [vii](#), [16](#)
- [20] Li, L. and Wang, F.-Y. (2007). *Advanced motion control and sensing for intelligent vehicles*. Springer Science & Business Media. [17](#)
- [21] Limpert, R. (1992). *Brake design and safety*, volume 120.
- [22] Mares-Guzman, I., Vazquez-Alvarez, I., Martinez-Gardea, M., and Acosta-Lua, C. (2014). Comparison of linear and nonlinear controller applied to an antilock braking system. [3](#)
- [23] Mart, M., Acosta-L, C., di Gennaro, S., et al. (2015). Event-triggered linear control design for an antilock braking system. In *2015 IEEE International Autumn Meeting on Power, Electronics and Computing (ROPEC)*, pages 1–6. IEEE. [3](#)
- [24] Milliken, W. F. and Milliken, D. L. (1995). *Race car vehicle dynamics*, volume 400. Society of Automotive Engineers Warrendale. [20](#)
- [25] O’Dwyer, A. (2009). *Handbook of PI and PID controller tuning rules*, volume 57. World Scientific. [57](#), [59](#), [60](#), [82](#)
- [26] Ogata, K. (2003). *Ingeniería de control moderna*. Pearson Educación.
- [27] Oniz, Y., Kayacan, E., and Kaynak, O. (2007). Simulated and experimental study of antilock braking system using grey sliding mode control. In *Systems, Man and Cybernetics, 2007. ISIC. IEEE International Conference on*, pages 90–95. IEEE. [4](#)
- [28] Pacejka, H. (2005). *Tire and vehicle dynamics*. Elsevier. [viii](#), [20](#), [54](#)
- [29] Rajamani, R. (2011). *Vehicle dynamics and control*. Springer Science & Business Media.
- [30] Reif, K. (2014a). *Brakes, Brake control and driver assistance systems*, volume 1. Springer. [vii](#), [vii](#), [vii](#), [25](#), [30](#)
- [31] Reif, K. (2014b). *Fundamentals of automotive and engine technology*.

- [32] Rill, G. (2011). *Road vehicle dynamics: fundamentals and modeling*. CRC Press. [VII](#), [VII](#), [VII](#), [VII](#), [VII](#), [21](#), [22](#), [23](#), [24](#)
- [33] Sears, F. W., Zemansky, M. W., Young, H. D., and Freedman, R. A. (2004). *Física universitaria vol. 1*.
- [34] Smith, C. (1978). *Tune to Win: The art and science of race car development and tuning*. Aero Publishers, Incorporated. [VII](#), [11](#)
- [35] Tielking, J. T. (1974). A comparative evaluation of five tire traction models.
- [36] Visioli, A. (2006). *Practical PID control*. Springer Science & Business Media.
- [37] Yu, C.-C. (2006). *Autotuning of PID controllers: A relay feedback approach*. Springer Science & Business Media.

