



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

A LOS ASISTENTES A LOS CURSOS

Las autoridades de la Facultad de Ingeniería, por conducto del jefe de la División de Educación Continua, otorgan una constancia de asistencia a quienes cumplan con los requisitos establecidos para cada curso.

El control de asistencia se llevará a cabo a través de la persona que le entregó las notas. Las inasistencias serán computadas por las autoridades de la División, con el fin de entregarle constancia solamente a los alumnos que tengan un mínimo de 80% de asistencias.

Pedimos a los asistentes recoger su constancia el día de la clausura. Estas se retendrán por el periodo de un año, pasado este tiempo la DECFI no se hará responsable de este documento.

Se recomienda a los asistentes participar activamente con sus ideas y experiencias, pues los cursos que ofrece la División están planeados para que los profesores expongan una tesis, pero sobre todo, para que coordinen las opiniones de todos los interesados, constituyendo verdaderos seminarios.

Es muy importante que todos los asistentes llenen y entreguen su hoja de inscripción al inicio del curso, información que servirá para integrar un directorio de asistentes, que se entregará oportunamente.

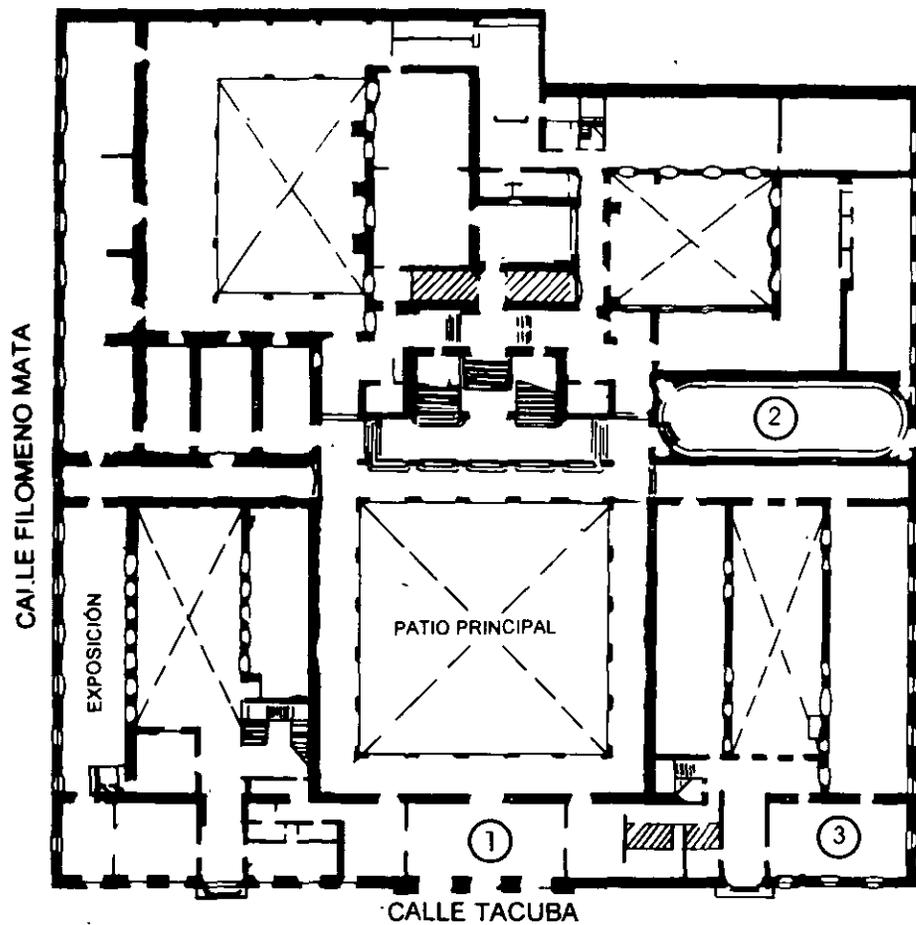
Con el objeto de mejorar los servicios que la División de Educación Continua ofrece, al final del curso deberán entregar la evaluación a través de un cuestionario diseñado para emitir juicios anónimos.

Se recomienda llenar dicha evaluación conforme los profesores impartan sus clases, a efecto de no llenar en la última sesión las evaluaciones y con esto sean más fehacientes sus apreciaciones.

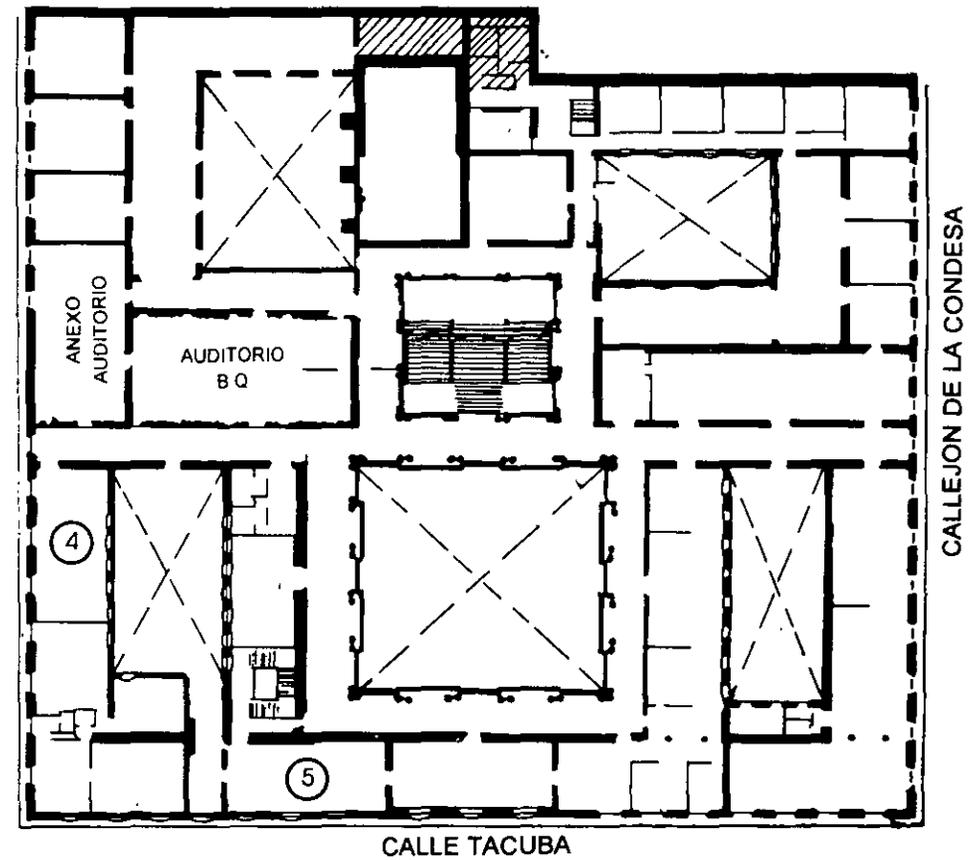
Atentamente

División de Educación Continua.

PALACIO DE MINERIA

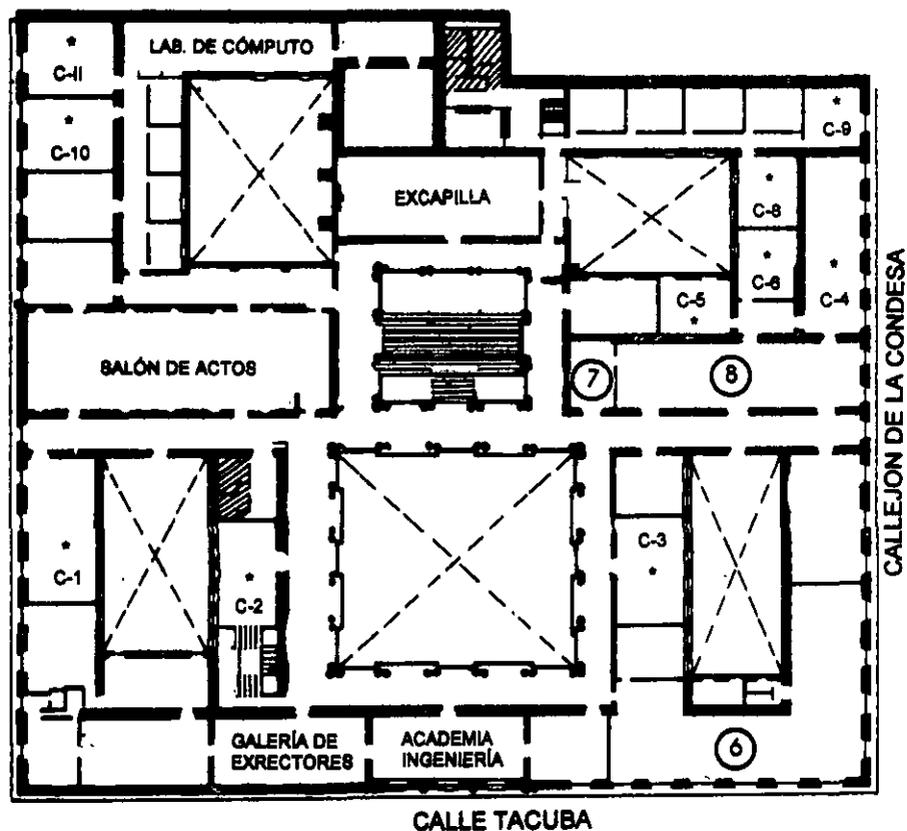


PLANTA BAJA



MEZZANINNE

PALACIO DE MINERIA



1er. PISO

GUÍA DE LOCALIZACIÓN

1. ACCESO
2. BIBLIOTECA HISTÓRICA
3. LIBRERÍA UNAM
4. CENTRO DE INFORMACIÓN Y DOCUMENTACIÓN "ING. BRUNO MASCANZONI"
5. PROGRAMA DE APOYO A LA TITULACIÓN
6. OFICINAS GENERALES
7. ENTREGA DE MATERIAL Y CONTROL DE ASISTENCIA
8. SALA DE DESCANSO

SANITARIOS

* AULAS



DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA
FACULTAD DE INGENIERÍA U.N.A.M.
CURSOS ABIERTOS

DIVISIÓN DE EDUCACIÓN CONTINUA





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

ALGEBRA MATRICIAL APLICADA DE REDES

**EXPOSITOR: ARTURO MORALES COLLANTES
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

ALGEBRA MATRICIAL APLICADA AL ANALISIS DE REDES

INTRODUCCION

Una de las principales ventajas que presentan las técnicas de algebra matricial en el análisis de los sistemas eléctricos de potencia es proporcionar los métodos concisos y sistemáticos para el planteamiento y solución de sistemas de ecuaciones que se originan en los estudios de grandes redes eléctricas.

Las operaciones con matrices presentan un proceso lógico y ordenado el cual puede fácilmente implementarse para su procesamiento en una computadora digital, con el ahorro de tiempo considerable y reduciendo la probabilidad de cometer errores al realizar los cálculos en forma manual.

DEFINICIONES Y NOTACION

Una matriz se define como un arreglo rectangular de números llamados elementos, colocados de manera sistemática con "m" renglones y "n" columnas. Estos elementos pueden ser números reales o números complejos y se utiliza una notación con doble subíndice a_{ij} para identificarlos.

El primer subíndice i indica el renglón donde se localiza el elemento y el subíndice j indica la columna, dando así una localización única a cada elemento.

Una matriz se indica con una letra mayuscula encerrada entre paréntesis rectangulares $|A|$.

ORDEN DE UNA MATRIZ

Una matriz que tiene "m" renglones y "n" columnas se dice que es una matriz de orden "m x n":

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ & & \cdot & \\ & & \cdot & \\ & & \cdot & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{vmatrix}_{m \times n}$$

Una matriz con un solo renglón o una sola columna se conoce con el nombre de vector. Un vector renglón es una matriz de orden 1 x n. Un vector columna es una matriz de orden m x 1.

Los elementos en un vector generalmente se indican solo con un subíndice.

Se dan a continuación algunos ejemplos de matrices y vectores:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 9 & 8 \end{vmatrix}_{3 \times 3}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 6 \\ -2 & 5 \end{vmatrix}_{2 \times 2}$$

$$|2 \ 4 \ 3 \ -6|_{1 \times 4}$$

$$\begin{vmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{vmatrix}_{3 \times 1}$$

TIPOS DE MATRICES

MATRIZ CUADRADA. Es una matriz que tiene igual número de renglones y de columnas; ésto es, $m=n$ y su orden será igual al número de renglones (o columnas).

Los elementos en una matriz cuadrada a_{ij} para los cuales $i=j$ se llaman elementos de la diagonal principal. Aquellos para los cuales $i \neq j$ se llaman elementos fuera de la diagonal.

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR. Si los elementos a_{ij} de una matriz cuadrada son iguales a cero para $i > j$, entonces la matriz es una matriz triangular superior. Ejemplo:

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR. Si los elementos a_{ij} de una matriz cuadrada son iguales a cero para $i < j$, entonces la matriz es una matriz triangular inferior. Ejemplo.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

MATRIZ DIAGONAL. Si todos los elementos fuera de la diagonal principal de una matriz cuadrada son iguales a cero ($a_{ij}=0$ para toda $i \neq j$) entonces la matriz es una matriz diagonal.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 \\ 0 & 0 & a_{33} \end{vmatrix}$$

Un caso especial de matriz diagonal es la llamada matriz unitaria o matriz identidad en la cual todos los elementos de la diagonal principal son unos y todos los otros elementos son ceros ($a_{ij}=1$ para $i=j$ y $a_{ij}=0$ para $i \neq j$). Se designa generalmente con las letras U o I.

$$U = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

MATRIZ NULA. Es aquella en la que todos sus elementos son iguales a cero.

La TRANSPUESTA DE UNA MATRIZ A, indicada como A^T se encuentra intercambiando los renglones y las columnas de A de tal manera que cada renglón i de A se convierta en la columna i de A^T . Si la matriz A es de orden $m \times n$ la matriz A^T será de orden $n \times m$.

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{vmatrix}_{3 \times 2} \qquad A^T = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{vmatrix}_{2 \times 3}$$

MATRIZ SIMETRICA. Si los correspondientes elementos fuera de la diagonal princial de una matriz cuadrada son iguales ($a_{ij}=a_{ji}$), la matriz es una matriz simétrica.

$$A = \begin{vmatrix} 8 & 4 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \qquad A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

La transpuesta de una matriz simétrica es idéntica a la matriz original. $A^T=A$.

$$A = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix} \quad A^T = \begin{vmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{vmatrix}$$

MATRIZ CONJUGADA. La matriz conjugada de una matriz compleja, indicada como A^* se encuentra reemplazando cada elemento de A por su complejo conjugado

$$A = \begin{vmatrix} j5 & 4 \\ 8+j6 & 1+j5 \end{vmatrix} \quad A^* = \begin{vmatrix} -j5 & 4 \\ 8-j6 & 1-j5 \end{vmatrix}$$

MATRIZ AUMENTADA. Se forma anexando una matriz o vector de dimensiones adecuadas a la izquierda o a la derecha de otra. Por ejemplo, si

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 5 & 4 \end{vmatrix} \quad B = \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{vmatrix}$$

La matriz aumentada A, B será:

$$|A, B| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 8 & \vdots & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 4 & \vdots & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

Se dice que una matriz es dispersa cuando un porcentaje de sus elementos son iguales a cero.

OPERACIONES CON MATRICES

Equivalencia. Se dice que las matrices A y B son equivalentes o iguales si y solo sí:

- a) Son de la misma dimensión

$$b) a_{ij} = b_{ij} \text{ para toda } i \text{ y toda } j$$

Suma o Resta. La operación de suma o resta matricial se puede efectuar únicamente si las matrices son de la misma dimensión. La matriz C se define como la suma de las matrices A y B a través de la ecuación

$$A + B = C$$

y los elementos de C están dados por:

$$a_{ij} + b_{ij} = c_{ij} \text{ para toda } i \text{ y toda } j$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -5 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 7 & 8 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 10 & 5 & 3 \end{vmatrix}$$

Las leyes conmutativa y asociativa se cumplen para la suma matricial, esto es, para matrices A, B y C de la misma dimensión se cumple que:

$$A + B = B + A$$

$$A + (B+C) = (A+B) + C = A + B + C$$

Multiplicación de una matriz por un escalar. Cuando una matriz se multiplica por un escalar, los elementos de la matriz resultante son iguales al producto de los elementos originales por el escalar:

$$kA = B$$

Donde los elementos $b_{ij} = ka_{ij}$ para toda i y j

$$k \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{vmatrix}$$

La multiplicación de un escalar por una matriz cumple las leyes conmutativa y distributiva

$$kA = Ak$$

$$k(A+B) = kA + kB = (A+B)k$$

Multiplicación de matrices. El producto de la multiplicación de dos matrices A y B está definido únicamente cuando el número de columnas de A es igual al número de renglones de B. Si se cumple esta condición decimos que las matrices son conformables.

El producto de la matriz A de orden $m \times q$ y la matriz B de orden $q \times n$ dará como resultado la matriz C de orden $m \times n$.

$$|A|_{m \times q} \quad |B|_{q \times n} \quad = \quad |C|_{m \times n}$$

Cualquier elemento C_{ij} de C es la suma de los productos de los correspondientes elementos del i -ésimo renglón de A y la j -ésima columna de B

$$C_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{iq}b_{qj}$$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^q a_{ik}b_{kj} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{matrix}$$

Ejemplos:

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{vmatrix}_{2 \times 2} \begin{vmatrix} 5 \\ 6 \end{vmatrix}_{2 \times 1} = \begin{vmatrix} 3 \times 5 + 2 \times 6 \\ 1 \times 5 + 4 \times 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 27 \\ 29 \end{vmatrix}_{2 \times 1}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}_{1 \times 3} \begin{vmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{vmatrix}_{3 \times 1} = |1 \times 4 + 2 \times 5 + 3 \times 6| = |32|_{1 \times 1}$$

Al efectuar el producto $A \times B = C$ se acostumbra a decir que la matriz B es premultiplicada por la matriz A. También se dice que la matriz A es postmultiplicada por la matriz B. La razón por la que se hace esta diferencia entre pre y post multiplicación es muy importante ya que la multiplicación matricial no es conmutativa, es decir

$$A \times B \neq B \times A$$

Sin embargo, la multiplicación matricial si es asociativa y distributiva con respecto a la suma

$$A(BC) = (AB)C = ABC$$

$$A(B+C) = AB + AC$$

La transposición de un producto matricial es igual al producto de las matrices transpuestas en orden inverso es decir:

$$(AB)^T = B^T A^T$$

$$(ABC)^T = C^T B^T A^T$$

Cuando se pre o post multiplica una matriz cuadrada por una

matriz identidad de dimensiones conformables el resultado es la matriz original

$$IA = AI = A \quad ; \quad A \text{ matriz cuadrada}$$

OPERACIONES ELEMENTALES SOBRE RENGLONES Y COLUMNAS

Las manipulaciones efectuadas sobre una matriz conocidas como Operaciones Elementales sobre renglones pueden ser de 3 tipos, a saber:

- a) Intercambio del renglón "k" y el renglón "m" de una matriz

$$\begin{array}{l}
 k \\
 m
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 3 & 2 \\
 \hline
 1 & 4 \\
 \hline
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1 & 4 \\
 \hline
 3 & 2 \\
 \hline
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 m \\
 k
 \end{array}$$

- b) Multiplicación del renglón k por una constante diferente de cero

$$\begin{array}{|c|c|}
 \hline
 2 & 1 \\
 \hline
 3 & -5 \\
 \hline
 \end{array}
 \xrightarrow{\times 2}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 4 & 2 \\
 \hline
 3 & -5 \\
 \hline
 \end{array}$$

- c) Suma al renglón "k" del contenido del renglón "m" multiplicado por "c" siendo c una constante diferente de cero.

$$\begin{array}{l}
 m \\
 k
 \end{array}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1 & 2 \\
 \hline
 3 & 4 \\
 \hline
 \end{array}
 \xrightarrow{k-3m}
 \begin{array}{|c|c|}
 \hline
 1 & 2 \\
 \hline
 0 & -2 \\
 \hline
 \end{array}$$

Estas operaciones pueden ser aplicadas también sobre las columnas de la matriz utilizando la denominación de operaciones elementales sobre columnas.

DETERMINANTES

Asociado a toda matriz cuadrada existe un escalar denominado determinante y cuyo valor se denota como $|A|$. El cálculo del determinante de una matriz se calcula por técnicas de expansión. Por ejemplo el determinante de una matriz de 2×2 y de 3×3 se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{13} \cdot a_{22} \cdot a_{31} - a_{12} \cdot a_{21} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{11} \cdot a_{23}$$

Una observación interesante en la expansión de $|A|$ es el hecho de que en cada término de la expansión aparece un elemento de cada columna y uno de cada renglón.

MENORES Y COFACTORES

El cálculo de los determinantes se facilita con la introducción de nuevos elementos como son los llamados menores y cofactores de una matriz. El menor de un término a_{ij} de la matriz A se define como el determinante de la matriz resultante de eliminar de la matriz original el renglón "i" y la columna "j". Por ejemplo:

$$\text{si } A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 7 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 2 \end{vmatrix} ; \quad M_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 20 = -8$$

El co-factor de un elemento C_{ij} es el menor del mismo con el signo adecuado, esto es:

$$C_{ij} = (-1)^{(i+j)} M_{ij}$$

Por ejemplo:

$$\text{si } A = \begin{vmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 2 \end{vmatrix} \quad C_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^3 (-26) = 26$$

Estos elementos se utilizan en el cálculo del determinante de una matriz cuadrada a través de las siguientes expresiones:

$$|A| = \sum_{i=1}^n a_{ij} C_{ij} \text{ (suma de productos en la columna } j)$$

$$\text{o } |A| = \sum_{j=1}^n a_{ij} C_{ij} \text{ (suma de productos en el renglón } i)$$

en donde n es el número de renglones o columnas de la matriz A y C_{ij} es el cofactor del término a_{ij} . Ejemplo. Evaluar el determinante de una matriz de (3x3) usando cofactores:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 3 & 8 & 6 \end{vmatrix}$$

si seleccionamos el renglón 1 para el cálculo tenemos:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 3 & 8 & 6 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + (-1)2 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= 1(36-56) - 2(30-21) + 4(40-18) = 50$$

si seleccionamos la columna 1 tenemos:

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + (-1)5 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= 1(36-56) - 5(12-32) + 3(14-24) = 50$$

El valor de cualquier determinante de dimensión finita puede calcularse por la aplicación sucesiva del uso de los cofactores.

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

- a) Si se intercambian dos renglones o dos columnas de un determinante, el valor del determinante cambia de signo.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2 ; \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

- b) Si todos los elementos de un renglón o todos los elementos de una columna se multiplican por una constante k, el valor del determinante resultante es k |A|

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = ka_{11} a_{22} - ka_{12} a_{21} \\ = k (a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21})$$

- c) Si se añade un múltiplo de una línea (renglón o columna) a una línea paralela, el valor del determinante no se altera.

$$\begin{array}{l} R1 \\ R2 \\ R3 \end{array} \begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 153; \quad \begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} \xrightarrow{R2+2R1} +$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5+6 & 1+0 & 2+12 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 153$$

- d) Si una matriz tiene dos renglones idénticos o dos columnas idénticas, su determinante vale cero.

Para demostrar esto, observe que si restamos una de esas líneas idénticas (renglón o columna) de la otra, obtenemos como resultado una línea de ceros dando como resultado un valor cero para el determinante.

MATRIZ SINGULAR

Una matriz cuyo determinante es cero recibe el nombre de matriz singular

- e) El valor del determinante es cero si:

- Todos los elementos de un renglón o de una columna son ceros.
- Los elementos correspondientes de dos renglones o de dos columnas son iguales.

- f) El determinante del producto de matrices es igual al producto de los determinantes de las matrices

$$|A B C| = |A| |B| |C|$$

- g) El determinante de la suma (o diferencia) de matrices no es igual a la suma (o diferencia) de los determinantes individuales.

$$|A+B-C| \neq |A| + |B| - |C|$$

El determinante de una matriz diagonal o de una matriz triangular se evalúa tomando el producto de los elementos sobre la diagonal principal.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 3 \times 4 \times (-1) = -12$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 1 \times 5 = 10$$

Esta característica se puede explotar para desarrollar una técnica computacionalmente eficiente, que consiste en llevar una matriz dada a forma triangular a través de operaciones elementales sobre los renglones y columnas de la misma y una vez logrado esto efectuar el producto de los elementos de la diagonal principal.

MATRIZ ADJUNTA

Si cada elemento de una matriz cuadrada es reemplazado por su cofactor y se transpone la matriz resultante, obtenemos la matriz adjunta la cual se indica por A^+ , esto es:

$$A^+ = \begin{vmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{vmatrix}^T$$

MATRIZ INVERSA

La operación de la división no existe en el algebra de matrices excepto en el caso de la división de una matriz por un es

calar. Esto se realiza dividiendo cada elemento de la matriz por el escalar.

La inversa de una matriz cuadrada, representada por A^{-1} , se define de la siguiente manera:

$$A^{-1} A = A A^{-1} = I$$

Observe que la inversión de una matriz es análoga a la operación algebraica de división.

La inversa de una matriz se puede obtener de diferentes formas siendo la más explícita la siguiente:

$$A^{-1} = \frac{A^+}{|A|}$$

de donde se puede observar que no existe inversa de una matriz singular (su determinante es cero).

Ejemplo: Obtener A^{-1} de:

$$A = \begin{vmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

a) Obtenemos la matriz transpuesta:

$$A^T = \begin{vmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

b) Obtenemos la matriz adjunta:

$$A^+ = \begin{vmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} & - & \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & & \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 4 & -4 & -2 \\ -7 & 8 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

c) Obtenemos el determinante de A:

$$|A| = 7 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 28 - 28 + 2 = 2$$

d)

$$A^{-1} = \frac{A^+}{|A|} = \begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -3.5 & 4 & 1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{vmatrix}$$

e) Comprobación:

$$A A^{-1} = \begin{vmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -3.5 & 4 & 1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

Otro método para calcular la inversa de una matriz involucra el uso de operaciones elementales y consiste en anexar una matriz unidad de dimensión $n \times n$ al lado derecho de la matriz A cuya inversa se desea obtener. A continuación se efectúan operaciones elementales sobre los renglones de la matriz aumentada, con el objetivo de forzar la matriz A a convertirse en una matriz unidad de dimensión $n \times n$. Cuando se logra este objetivo, la parte derecha de la matriz aumentada es la matriz inversa de A.

Ejemplo: Encontrar la inversa de la matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 4 \end{bmatrix}$$

El primer paso es aumentar A con $I_{2 \times 2}$

$$\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{array}$$

efectuando a continuación las operaciones elementales indicadas en la siguiente secuencia:

$$\begin{array}{l} R1 \\ R2 \end{array} \begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 1 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{array} \xrightarrow{1/2 R1} \begin{array}{cc|cc} 1 & 3/2 & 1/2 & 0 \\ 5 & 4 & 0 & 1 \end{array} \xrightarrow{R2-5 R1}$$

$$\begin{array}{cc|cc} 1 & 3/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & -7/2 & -5/2 & 1 \end{array} \xrightarrow{-2/7 R2} \begin{array}{cc|cc} 1 & 3/2 & 1/2 & 0 \\ 0 & 1 & 5/7 & -2/7 \end{array}$$

$$\xrightarrow{R1 - 3/2 R2} \begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & -4/7 & 3/7 \\ 0 & 1 & 5/7 & -2/7 \end{array}$$

Como la mitad izquierda de la matriz aumentada es igual a la matriz unitaria, la mitad derecha será la matriz inversa que buscamos, esto es:

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -4/7 & 3/7 \\ 3/7 & -2/7 \end{bmatrix}$$

ALGUNAS PROPIEDADES DE LA INVERSA

La inversa de un producto matricial es igual al producto de las matrices inversas en orden contrario.

$$(ABC)^{-1} = C^{-1} B^{-1} A^{-1}$$

La inversa de una matriz diagonal es otra matriz diagonal cuyos elementos son los inversos de los elementos de la matriz original

$$\begin{bmatrix} 2 & & \\ & -3 & \\ & & 4 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 1/2 & & \\ & -1/3 & \\ & & 1/4 \end{bmatrix}$$

Una matriz cuadrada compuesta por bloques diagonales puede ser invertida tomando las inversas de las submatrices respectivas:

$$\begin{bmatrix} A & & \\ & B & \\ & & C \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & & \\ & B^{-1} & \\ & & C^{-1} \end{bmatrix}$$

SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES POR METODOS MATRICIALES.

La aplicación principal del algebra matricial al análisis de sistemas de potencia es la solución de conjuntos de ecuaciones lineales de la forma

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &= b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n &= b_2 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n &= b_n \end{aligned}$$

Este conjunto de ecuaciones puede escribirse en notación matricial como:

$$\underline{A} \underline{x} = \underline{b}$$

en donde:

\underline{A} = matriz cuadrada de coeficientes

\underline{b} = vector de constantes

\underline{x} = vector de incógnitas

El valor del vector de incógnitas x se puede encontrar pre-multiplicando ambos lados de la ecuación por la inversa de A (suponiendo que dicha inversa existe, es decir la matriz A es no singular).

$$A^{-1} A x = A^{-1} b$$

o

$$x = A^{-1} b$$

En la práctica los sistemas grandes de ecuaciones no se resuelven por inversión directa, sino que se utilizan técnicas de

dispersidad y algunos de los procesos de eliminación Gaussian

Un conjunto de ecuaciones lineales se puede resolver mediante operaciones elementales sobre los renglones. El objetivo de estas operaciones es el de transformar la matriz de coeficiente en una matriz triangular superior, con lo cual es posible obtener la solución por sustitución hacia atrás. Si cada operación sobre los renglones de A se efectúa también sobre los elementos correspondientes del vector b, el nuevo conjunto de ecuaciones $Ax = b$ tendrá el mismo vector de solución x del sistema original. En la práctica, las operaciones elementales se efectúan sobre la matriz aumentada $[A, b]$ hasta que la matriz A es convertida a forma triangular. Una vez logrado esto el vector x se obtiene fácilmente por sustitución directa, como se ve a continuación:

Sea el sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix}$$

El proceso consiste en llevar la matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array} \right]$$

a la forma:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ 0 & 1 & \dots & a_{2n} & b_2 \\ & & & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & b_n \end{array} \right]$$

mediante operaciones elementales sobre los renglones. La solución para x de este nuevo conjunto de ecuaciones se obtiene por sustitución hacia atrás de la siguiente manera

$$\begin{aligned} x_n &= b_n \\ x_{n-1} &= b_{n-1} - a_{n-1,n} x_n \\ x_{n-2} &= b_{n-2} - a_{n-2,n} x_n - a_{n-2,n-1} x_{n-1} \\ &\vdots \\ &\vdots \\ x_1 &= b_1 - \sum_{j=2}^n a_{1j} x_j \end{aligned}$$

La fórmula recursiva para el proceso de sustitución hacia atrás se puede entonces escribir como:

$$x_i = b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j; \quad i=n, n-1, n-2, \dots, 2, 1$$

Ejemplo: Resolver el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2x_1 + 3x_2 &= 8 \\ x_1 + x_2 &= 3 \end{aligned}$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right]$$

Operaciones elementales sobre renglones:

$$\begin{array}{l} R_1 \\ R_2 \end{array} \left[\begin{array}{cc|c} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{R_1 - R_2} \left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{array} \right] \xrightarrow{(-1)R_2 + R_1}$$

$$\left[\begin{array}{cc|c} 1 & 2 & 5 \\ 0 & 1 & 2 \end{array} \right]$$

$$x_2 = 2$$

$$x_1 = 5 - 2(2) = 1$$

Si se desea resolver un sistema de ecuaciones lineales $Ax = b$ para varios valores del vector b , resulta más conveniente llevar la matriz A a la forma:

$$A = LU$$

en donde L es una matriz triangular inferior, y U matriz triangular superior. Para ilustrar este procedimiento conocido como factorización triangular LU , utilizemos la matriz de 3×3 :

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{bmatrix}$$

De esta igualdad surgen las siguientes relaciones entre los elementos de A L y U:

$$\begin{aligned} a_{11} &= U_{11} \\ a_{21} &= L_{21} U_{11} \\ a_{31} &= L_{31} U_{11} \end{aligned}$$

de donde podemos calcular los elementos de la primera columna de U y L. A continuación tenemos

$$\begin{aligned} a_{12} &= U_{12} \\ a_{22} &= L_{21} U_{12} + U_{22} \\ a_{32} &= L_{31} U_{12} + L_{32} U_{22} \end{aligned}$$

relaciones que nos permiten calcular los elementos de la segunda columna de U y L. Finalmente para nuestra matriz de 3x3 tenemos las relaciones

$$\begin{aligned} a_{13} &= U_{13} \\ a_{23} &= L_{21} U_{13} + U_{23} \\ a_{33} &= L_{31} U_{13} + L_{32} U_{23} + U_{33} \end{aligned}$$

de las cuales se encuentran los valores de la tercera columna de las matrices L y U.

Una vez lograda la transformación, la solución del sistema de ecuaciones se obtiene de:

$$A x = L U x = L y = b \quad (3)$$

resolviendo primero "y" por sustitución hacia adelante la ec.

$$L y = b \quad (4)$$

y a continuación por sustitución hacia atrás

$$U x = y \quad (5)$$

en donde la solución de las ecuaciones (4) y (5) es bastante simple debido a la estructura triangular de las matrices L y U.

BIBLIOGRAFIA

1. Computer Methods in Power System Analysis
Stagg and El-Abiad
Mc Graw Hill Book Co.
2. Solution of Large Networks by Matriz Methods
Homer E. Brown
John Wiley and Sons, Inc.
3. Linear Algebra
Gilbert Strang
Academic Press, Inc.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

SISTEMAS POR UNIDAD

**EXPOSITOR: ARTURO MORALES COLLANTES
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

SISTEMAS EN POR UNIDAD

INTRODUCCION.

El valor en por unidad (p.u.) de cualquier cantidad se define como la relación de esa cantidad a un valor base y expresado en forma decimal.

Un valor base es una cantidad cualquiera seleccionada convenientemente.

Los parámetros eléctricos se expresan algunas veces como valores en por ciento y otras como valores en por unidad referidos a un valor base.

Un valor en por ciento es 100 veces su valor en por unidad.

Así por ejemplo, si seleccionamos como cantidad base o referencia de voltaje a 120 KV, los voltajes 108, 120 y 126 KV vendrán a ser en valores en por unidad, respectivamente 0.9, 1.00 y 1.05 ó 90%, 100% y 105%.

Para estudiar el comportamiento de los sistemas eléctricos se usa convenientemente una representación en por unidad del voltaje, corrientes, impedancias así como de las potencias reales, reactivas y aparentes.

Cuando se realizan cálculos eléctricos, el emplear valores en por unidad tiene una ventaja sobre los valores en por ciento, ya que el producto de dos cantidades expresadas en

por unidad se expresa así mismo en por unidad, mientras que el producto de dos cantidades expresadas en por ciento debe dividirse entre 100 para obtener el resultado en por ciento.

En una red eléctrica generalmente se involucran cinco cantidades en los cálculos, éstas se muestran en la siguiente tabla así como sus dimensiones.

Table 1.1. Electrical Quantities and Their Dimensions

Quantity	Symbol	Dimension
Current, A	I	$[I]$
Voltage, V	V	$[V]$
Voltamperes, S	$S = P + jQ$	$[VI]$
Impedance, Ω	$Z = R + jX$	$[V/I]$
Phase angle	$\phi, \theta, \text{etc.}$	dimensionless
Time, sec	t	$[T]$

En los cálculos en estado estable, el tiempo se suprime en la notación fasorial, de las cinco cantidades restantes una es adimensional y las otras cuatro (corriente, voltaje, potencia aparente e impedancia) están relacionadas de tal manera que la selección de valores base para dos de ellas, determina los valores base para las otras dos.

En el análisis de los sistemas eléctricos, el voltaje nominal de las líneas y de los equipos es siempre conocido, por

lo que el voltaje es un parámetro conveniente para seleccionarlo como base.

Una segunda base que normalmente se selecciona es la potencia aparente (voltamperes) ya que esta cantidad también es conocida en los equipos.

La potencia base se selecciona con un valor conveniente, por ejemplo 100 MVA, 200 MVA, etc.

La misma potencia base se usa en todas las partes del sistema, no así el voltaje base que al seleccionarlo arbitrariamente en un punto, todos los demás voltajes del sistema deberán relacionarse con éste por la relación de vueltas de los transformadores en el sistema.

SISTEMAS MONOFASICOS

Si designamos una cantidad base por el subíndice B, tendremos:

$$\text{Potencia base} = S_B \quad [VA] \quad \dots\dots(1)$$

$$\text{Voltaje base} = V_B \quad [V] \quad \dots\dots(2)$$

La corriente base y la impedancia base se calcularán como:

$$\text{Corriente base} = I_B = \frac{S_B}{V_B} \quad [A] \quad \dots\dots(3)$$

$$\text{Impedancia base} = Z_B = \frac{V_B}{I_B} = \frac{V_B^2}{S_B} \quad [\Omega] \quad \dots(4)$$

Similarmente definimos una Admitancia base como:

$$\text{Admitancia base} = Y_B = \frac{S_B}{V_B^2} \quad [\mathcal{U}] \quad \dots\dots(5)$$

Teniendo definidas las cantidades base, podemos normalizar cualquier cantidad del sistema dividiéndola por la cantidad base de la misma dimensión. Así, la impedancia en por unidad $Z_{p.u.}$ está definida como:

$$Z_{p.u.} = \frac{Z \text{ Ohms}}{Z_B} \quad \dots\dots(6)$$

La impedancia base es aquella impedancia que tendrá una caída de voltaje igual al voltaje base cuando circule por ella una corriente igual a la corriente base.

Note en la ecuación 6 que las dimensiones se cancelan y el resultado es una cantidad adimensional cuyas unidades se especifican, como vimos antes, en por unidad o p.u.

Si escribimos $Z = R + jX$ en Ohms, podemos dividir ambos lados de esta ecuación por Z_B y obtenemos:

$$Z = R + jX \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(7)$$

Donde:

$$R = \frac{R_{\text{Ohms}}}{Z_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(8)$$

$$\text{y} \quad X = \frac{X_{\text{Ohms}}}{Z_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(9)$$

De la misma manera podemos escribir $S = P + jQ$ en Voltamperes y dividiendo por la potencia base S_B obtenemos:

$$S = P + jQ \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(10)$$

Donde:

$$P = \frac{P_{\text{watts}}}{S_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(11)$$

$$\text{y} \quad Q = \frac{Q_{\text{vars}}}{S_B} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots\dots(12)$$

CAMBIO DE BASE

En el estudio de los sistemas, la pregunta que a veces se presenta es: Dada una impedancia en por unidad referida a una base, cual será su valor en por unidad referida a una nueva base ?

Para contestar esta pregunta sustituyamos la ecuación 4 en la ecuación 6 para obtener:

$$Z = \frac{Z_{\text{ohms}}}{\frac{V_B^2}{S_B}} = Z_{\text{ohms}} \frac{S_B}{V_B^2} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(13)$$

Dos impedancias en por unidad referidas a sus respectivas cantidades base se pueden escribir ahora usando los subíndices "o" para el valor antiguo y "n" para el valor nuevo.

$$Z_o = Z_{\text{ohms}} \frac{S_{B_o}}{V_{B_o}^2}$$

$$Z_n = Z_{\text{ohms}} \frac{S_{B_n}}{V_{B_n}^2} \quad \dots(14)$$

Pero el valor óhmico en el sistema debe ser el mismo sin importar cual sea la base, igualando las cantidades Z_{ohms} de las ecuaciones 14, tendremos:

$$Z_n = \frac{Z_o \cdot V_{B_o}^2}{S_{B_o}} \cdot \frac{S_{B_n}}{V_{B_n}^2}$$

$$Z_n = \left[\frac{V_{B_o}}{V_{B_n}} \right]^2 \left[\frac{S_{B_n}}{S_{B_o}} \right] Z_o \quad [p.u.] \quad \dots(15)$$

La ecuación 15 es muy importante ya que nos permite cambiar de base cualquier valor de impedancia en por unidad sin tener conocimiento del valor óhmico Z_{ohms} .

Las impedancias en por unidad varían directamente con la potencia base nueva e inversamente con el cuadrado del voltaje base nuevo.

TABLAS DE VALORES BASE

En los problemas de sistemas eléctricos, generalmente se conocen los voltajes nominales de las líneas de transmisión; si estos voltajes se seleccionan como voltajes base y arbi-

trariamente se selecciona un valor base para la potencia S_B , los valores de corriente base, impedancia base y admitancia base quedarán fijos automáticamente.

Las tablas siguientes nos muestran los valores más comunes de cantidades base:

Tabla 1.2 Corriente, impedancia y admitancias base para niveles de voltaje de transmisión y potencias base.

Tabla B.1 Corrientes base en Amperes

Tabla B.2 Impedancias base en Ohms

Tabla B.3 Admitancias base en Micromhos

Table 1.2. Base Current, Base Impedance, and Base Admittance for Common Transmission Voltage Levels and for Selected MVA Levels

	Base Kilovolts	Base Megavolt-Amperes							
		5.0	10.0	20.0	25.0	50.0	100.0	200.0	250.0
Base current in amperes	34.5	83.67	167.35	334.70	418.37	836.74	1673.48	3346.96	4183.70
	69.0	41.84	83.67	167.35	209.19	418.37	836.74	1673.48	2091.85
	115.0	25.10	50.20	100.41	125.51	251.02	502.04	1004.09	1255.11
	138.0	20.92	41.84	83.67	104.59	209.18	418.37	836.74	1045.92
	161.0	17.93	35.86	71.72	89.65	179.30	358.60	717.21	896.51
	230.0	12.55	25.10	50.20	62.76	125.51	251.02	502.04	627.55
	345.0	8.37	16.74	33.47	41.84	83.67	167.35	334.70	418.37
	500.0	5.77	11.55	23.09	28.87	57.74	115.47	230.94	288.68
Base impedance in ohms	34.5	238.05	119.03	59.51	47.61	23.81	11.90	5.95	4.76
	69.0	952.20	476.10	238.05	190.44	95.22	47.61	23.81	19.04
	115.0	2645.00	1322.50	661.25	529.00	264.50	132.25	66.13	52.90
	138.0	3808.80	1904.40	952.20	761.76	380.88	190.44	95.22	76.18
	161.0	5184.20	2592.10	1296.05	1036.84	518.42	259.21	129.61	103.68
	230.0	10580.00	5290.00	2645.00	2116.00	1058.00	529.00	264.50	211.60
	345.0	23805.00	11902.50	5951.25	4761.00	2380.50	1190.25	595.13	476.10
	500.0	50000.00	25000.00	12500.00	10000.00	5000.00	2500.00	1250.00	1000.00
Base admittance in micromhos	34.5	4200.80	8401.60	16803.19	21003.99	42007.98	84015.96	168031.93	210039.91
	69.0	1050.20	2100.40	4200.80	5251.00	10502.00	21003.99	42007.98	52509.98
	115.0	378.07	756.14	1512.29	1890.36	3780.72	7561.44	15122.87	18903.59
	138.0	262.55	525.10	1050.20	1312.75	2625.50	5251.00	10502.00	13127.49
	161.0	192.89	385.79	771.58	964.47	1928.94	3857.88	7715.75	9644.69
	230.0	94.52	189.04	378.07	472.59	945.18	1890.36	3780.72	4725.90
	345.0	42.01	84.02	168.03	210.04	420.08	840.16	1680.32	2100.40
	500.0	20.00	40.00	80.00	100.00	200.00	400.00	800.00	1000.00

Table B.1. Base Current in Amperes

BASE KILOVOLTS	BASE MEGAVOLT-AMPERES			
	50.00	100.00	200.00	250.00
2.30	12551.0928	25102.1856	50204.3712	62755.4640
2.40	12028.1306	24056.2612	48112.5224	60140.6530
4.00	7216.8784	14433.7567	28867.5135	36084.3918
4.16	6939.3061	13878.6122	27757.2245	34696.5306
4.40	6560.7985	13121.5970	26243.1941	32803.9926
4.80	6014.0653	12028.1306	24056.2612	30070.3265
6.60	4373.8657	8747.7314	17495.4627	21869.3284
6.90	4183.6976	8367.3952	16734.7904	20918.4880
7.20	4009.3769	8018.7537	16037.5075	20046.8843
11.00	2624.3194	5248.6388	10497.2776	13121.5970
11.45	2521.1802	5042.3604	10084.7209	12605.9011
12.00	2405.6261	4811.2522	9622.5045	12028.1306
12.47	2314.9570	4629.9139	9259.8279	11574.7849
13.20	2186.9328	4373.8657	8747.7314	10934.6642
13.80	2091.8488	4183.6976	8367.3952	10459.2440
14.40	2004.6884	4009.3769	8018.7537	10023.4422
22.00	1312.1597	2624.3194	5248.6388	6560.7985
24.94	1157.4785	2314.9570	4629.9139	5787.3924
33.00	874.7731	1749.5463	3499.0925	4373.8657
34.50	836.7395	1673.4790	3346.9581	4183.6976
44.00	656.0799	1312.1597	2624.3194	3280.3993
55.00	524.8639	1049.7278	2099.4555	2624.3194
60.00	481.1252	962.2504	1924.5009	2405.6261
66.00	437.3866	874.7731	1749.5463	2186.9328
69.00	418.3698	836.7395	1673.4790	2091.8488
88.00	328.0399	656.0799	1312.1597	1640.1996
100.00	288.6751	577.3503	1154.7005	1443.3757
110.00	262.4319	524.8639	1049.7278	1312.1597
115.00	251.0219	502.0437	1004.0874	1255.1093
132.00	218.6933	437.3866	874.7731	1093.4664
138.00	209.1849	418.3698	836.7395	1045.9244
154.00	187.4514	374.9028	749.8055	937.2569
161.00	179.3019	358.6027	717.2053	896.5066
220.00	131.2160	262.4319	524.8639	656.0799
230.00	125.5109	251.0219	502.0437	627.5546
275.00	104.9728	209.9456	419.8911	524.8639
330.00	87.4773	174.9546	349.9093	437.3866
345.00	83.6740	167.3479	334.6958	418.3698
360.00	80.1875	160.3751	320.7501	400.9377
362.00	79.7445	159.4890	318.9780	398.7226
420.00	68.7322	137.4643	274.9287	343.6609
500.00	57.7350	115.4701	230.9401	288.6751
525.00	54.9857	109.9715	219.9430	274.9287
550.00	52.4864	104.9728	209.9456	262.4319
700.00	41.2393	82.4786	164.9572	206.1965
735.00	39.2755	78.5511	157.1021	196.3774
750.00	38.4900	76.9800	153.9601	192.4501
765.00	37.7353	75.4706	150.9412	188.6764
1000.00	28.8675	57.7350	115.4701	144.3376
1100.00	26.2432	52.4864	104.9728	131.2160
1200.00	24.0563	48.1125	96.2250	120.2813
1300.00	22.2058	44.4116	88.8231	111.0289
1400.00	20.6197	41.2393	82.4786	103.0983
1500.00	19.2450	38.4900	76.9800	96.2250

Table B.2. Base Impedance in Ohms

BASE KILOVOLTS	BASE MEGAVOLT-AMPERES			
	50.00	100.00	200.00	250.00
2.30	0.1058	0.0529	0.0264	0.0212
2.40	0.1152	0.0576	0.0288	0.0230
4.00	0.3200	0.1600	0.0800	0.0640
4.16	0.3461	0.1731	0.0865	0.0692
4.40	0.3872	0.1936	0.0968	0.0774
4.80	0.4608	0.2304	0.1152	0.0922
6.60	0.8712	0.4356	0.2178	0.1742
6.90	0.9522	0.4761	0.2381	0.1904
7.20	1.0368	0.5184	0.2592	0.2074
11.00	2.4200	1.2100	0.6050	0.4840
11.45	2.6221	1.3110	0.6555	0.5244
12.00	2.8800	1.4400	0.7200	0.5760
12.47	3.1100	1.5550	0.7775	0.6220
13.20	3.4848	1.7424	0.8712	0.6970
13.80	3.8088	1.9044	0.9522	0.7618
14.40	4.1472	2.0736	1.0368	0.8294
22.00	9.6800	4.8400	2.4200	1.9360
24.94	12.4401	6.2200	3.1100	2.4880
33.00	21.7800	10.8900	5.4450	4.3560
34.50	23.8050	11.9025	5.9513	4.7610
44.00	38.7200	19.3600	9.6800	7.7440
50.00	60.5000	30.2500	15.1250	12.1000
60.00	72.0000	36.0000	18.0000	14.4000
66.00	87.1200	43.5600	21.7800	17.4240
69.00	95.2200	47.6100	23.8050	19.0440
88.00	154.8800	77.4400	38.7200	30.9760
100.00	200.0000	100.0000	50.0000	40.0000
110.00	242.0000	121.0000	60.5000	48.4000
115.00	264.5000	132.2500	66.1250	52.9000
132.00	348.4800	174.2400	87.1200	69.6960
138.00	380.8800	190.4400	95.2200	76.1760
154.00	474.3200	237.1600	118.5800	94.8640
161.00	518.4200	259.2100	129.6050	103.6840
220.00	968.0000	484.0000	242.0000	193.6000
230.00	1058.0000	529.0000	264.5000	211.6000
275.00	1512.5000	756.2500	378.1250	302.5000
330.00	2178.0000	1089.0000	544.5000	435.6000
345.00	2380.5000	1190.2500	595.1250	476.1000
360.00	2592.0000	1296.0000	648.0000	518.4000
362.00	2620.8800	1310.4400	655.2200	524.1760
420.00	3528.0000	1764.0000	882.0000	705.6000
500.00	5000.0000	2500.0000	1250.0000	1000.0000
525.00	5512.5000	2756.2500	1378.1250	1102.5000
550.00	6050.0000	3025.0000	1512.5000	1210.0000
700.00	9800.0000	4900.0000	2450.0000	1960.0000
735.00	10804.5000	5402.2500	2701.1250	2160.9000
750.00	11250.0000	5625.0000	2812.5000	2250.0000
765.00	11704.5000	5852.2500	2926.1250	2340.9000
1000.00	20000.0000	10000.0000	5000.0000	4000.0000
1100.00	24200.0000	12100.0000	6050.0000	4840.0000
1200.00	28800.0000	14400.0000	7200.0000	5760.0000
1300.00	33800.0000	16900.0000	8450.0000	6760.0000
1400.00	39200.0000	19600.0000	9800.0000	7840.0000
1500.00	45000.0000	22500.0000	11250.0000	9000.0000

Table B.3. Base Admittance in Micromhos

BASE KILOVOLTS	BASE MEGAVOLT-AMPERES			
	50.00	100.00	200.00	250.00
2.30	9451795.8412	18903591.6824	37807183.3648	47258979.2060
2.40	8680555.5556	17361111.1111	34722222.2222	43402777.7778
4.00	3125000.0000	6250000.0000	12500000.0000	15625000.0000
4.16	2889238.1657	5778476.3314	11556952.6627	14446190.8284
4.40	2582644.6281	5165289.2562	10330578.5124	12913223.1405
4.80	2170138.8889	4340277.7778	8680555.5556	10850694.4444
6.60	1147842.0569	2295684.1139	4591368.2277	5739210.2847
6.90	1050199.5379	2100399.0758	4200798.1516	5250997.6896
7.20	964506.1728	1929012.3457	3858024.6914	4822530.8642
11.00	413223.1405	826446.2810	1652892.5620	2066115.7025
11.45	381380.9805	762761.9611	1525523.9221	1906904.9027
12.00	347222.2222	694444.4444	1388888.8889	1736111.1111
12.47	321541.5473	643083.0947	1286166.1894	1607707.7367
13.20	286960.5142	573921.0285	1147842.0569	1434802.5712
13.80	262549.8845	525099.7690	1050199.5379	1312749.4224
14.40	241126.5432	482253.0864	964506.1728	1205632.7160
22.00	103305.7851	206611.5702	413223.1405	516528.9256
24.94	80385.3868	160770.7737	321541.5473	401926.9342
33.00	45913.6823	91827.3646	183654.7291	229568.4114
34.50	42007.9815	84015.9630	168031.9261	210039.9076
44.00	25826.4463	51652.8926	103305.7851	129132.2314
55.00	16528.9256	33057.8512	66115.7025	82644.6281
60.00	13888.8889	27777.7778	55555.5556	69444.4444
66.00	11478.4206	22956.8411	45913.6823	57392.1028
69.00	10501.9954	21003.9908	42007.9815	52509.9769
88.00	6456.6116	12913.2231	25826.4463	32283.0579
100.00	5000.0000	10000.0000	20000.0000	25000.0000
110.00	4132.2314	8264.4628	16528.9256	20661.1570
115.00	3780.7183	7561.4367	15122.8733	18903.5917
132.00	2869.6051	5739.2103	11478.4206	14348.0257
138.00	2625.4988	5250.9977	10501.9954	13127.4942
154.00	2108.2813	4216.5627	8433.1253	10541.4066
161.00	1928.9379	3857.8759	7715.7517	9644.6876
220.00	1033.0579	2066.1157	4132.2314	5165.2893
230.00	945.1796	1890.3592	3780.7183	4725.8979
275.00	661.1570	1322.3140	2644.6281	3305.7851
330.00	459.1368	918.2736	1836.5473	2295.6841
345.00	420.0798	840.1596	1680.3193	2100.3991
360.00	385.8025	771.6049	1543.2099	1929.0123
362.00	381.5512	763.1025	1526.2049	1907.7562
420.00	283.4467	566.8934	1133.7868	1417.2336
500.00	200.0000	400.0000	800.0000	1000.0000
525.00	181.4059	362.8118	725.6236	907.0295
550.00	165.2893	330.5785	661.1570	826.4463
700.00	102.0408	204.0816	408.1633	510.2041
735.00	92.5540	185.1081	370.2161	462.7701
750.00	88.8889	177.7778	355.5556	444.4444
765.00	85.4372	170.8744	341.7489	427.1861
1000.00	50.0000	100.0000	200.0000	250.0000
1100.00	41.3223	82.6446	165.2893	206.6116
1200.00	34.7222	69.4444	138.8889	173.6111
1300.00	29.5858	59.1716	118.3432	147.9290
1400.00	25.5102	51.0204	102.0408	127.5310
1500.00	22.2222	44.4444	88.8889	111.1111

SISTEMAS TRIFASICOS

La ecuación encontrada para la impedancia en por unidad (Ecuación 13) o su recíproca para la admitancia en por unidad es correcta únicamente para sistemas monofásicos. En los sistemas trifásicos, sin embargo, se prefiere trabajar con potencias trifásicas y voltajes línea-línea.

Reescribiendo la ecuación 13 usando el subíndice "LN" para designar "línea a neutro" y "1ø" para la designación "por fase", tendremos:

$$\dot{Z} = \frac{S_{B1\phi}}{V_{B_{LN}}^2} Z_{\text{ohms}} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(16)$$

$$y \quad Y = \frac{V_{B_{LN}}^2}{S_{B1\phi}} Y_{\text{mhos}} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(17)$$

Pero si usamos el subíndice "LL" para indicar "línea-línea" y 3ø para indicar "trifásico", podemos escribir para un sistema balanceado:

$$V_{B_{LN}} = \frac{V_{B_{LL}}}{\sqrt{3}} \quad [V] \quad \dots(18)$$

$$y \quad S_{B_{1\phi}} = \frac{S_{B_{3\phi}}}{3} \quad [VA] \quad \dots(19)$$

Haciendo las sustituciones apropiadas podemos encontrar:

$$Z = \frac{S_{B_{3\phi}}}{V_{B_{LL}}^2} Z_{ohms} \quad [p.u.] \quad \dots(20)$$

$$y \quad Y = \frac{V_{B_{LL}}^2}{S_{B_{3\phi}}} Y_{mhos} \quad [p.u.] \quad \dots(21)$$

Una manera más conveniente de representar a las ecuaciones 20 y 21 es escribiendo los voltajes en KV y la potencia en MVA:

$$Z = \frac{MVA_{B_{3\phi}}}{(KV_{B_{LL}})^2} Z_{ohms} \quad [p.u.] \quad \dots(22)$$

La fórmula para la admitancia puede expresarse de dos maneras dependiendo de si la admitancia está dada en microhmos o como la admitancia recíproca en megohms.

De la ecuación 21 tenemos:

$$Y = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (Y_{\mu\text{mhos}})}{(MVA_{B_{3\phi}}) (10^6)} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(23)$$

$$Y = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (10^{-6})}{(MVA_{B_{3\phi}}) (Z \text{ megohm})} \quad [\text{p.u.}] \quad \dots(24)$$

Las ecuaciones 23 y 24 se emplean en cálculos de líneas de transmisión donde la susceptancia en paralelo algunas veces está dada en micromhos por milla y otras en megohms-milla.

Los subíndices LL y 3 ϕ pueden omitirse ya que por lo general se trabaja con sistemas trifásicos.

Para las líneas de transmisión es posible simplificar las ecuaciones 22 a 24. En este caso las cantidades conocidas son:

1. La resistencia R en Ohms/milla a una temperatura dada
2. La reactancia inductiva X_L en Ohms/milla a 60 Hz
3. La reactancia capacitiva X_C en Megohms-milla a 60 Hz.

Estas cantidades se determinan del tamaño de los conductores (calibre) y del espaciamento entre éstos.

Podemos hacer la siguiente suposición:

$$MVA_{B_{3\phi}} = 100 \text{ MVA}$$

$$\text{Long. de la línea} = 1 \text{ milla} \quad \dots(25)$$

los valores que calcularemos de esta manera serán por milla los que fácilmente se multiplicarán por la longitud total de la línea.

Para otra base de potencia diferente de 100 MVA, la fórmula 15 para el cambio de base se puede usar para corregir el valor calculado por el método aquí expuesto.

Para una milla de línea tenemos:

$$Z = \frac{(Z \text{ ohms/milla}) (MVA_{B_{3\phi}})}{(KV_{B_{LL}})^2} = (Z \text{ ohms/milla}) K_z \quad \dots(26)$$

Donde:

$$K_z = \frac{MVA_{B_{3\phi}}}{(KV_{B_{LL}})^2} = \frac{100}{(KV_{B_{LL}})^2} \quad \dots(27)$$

Similarmente calculamos:

$$B = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (10^{-6})}{(MVA_{B_{3\phi}}) (X_c \text{ M}\Omega\text{-milla})} = \frac{K_B}{X_c} \text{ p.u.} \quad \dots(28)$$

Donde:

$$K_B = \frac{(KV_{B_{LL}})^2 (10^{-6})}{100} = 10^{-8} (KV_{B_{LL}})^2 \quad \dots(29)$$

Los valores de K_z y K_B se encuentran en la tabla 1.3 para valores de voltaje más comunes.

Table 1.3. Values of K_Z and K_B for Selected Voltages

Base kV	K_Z	K_B
2.30	18.903592	0.0529×10^{-6}
2.40	17.361111	0.0576
4.00	6.250000	0.1600
4.16	5.778476	0.1731
4.40	5.165289	0.1936
4.80	4.340278	0.2304
6.60	2.295684	0.4356
6.90	2.100399	0.4761
7.20	1.929012	0.5184
11.00	0.826446	1.2100
11.45	0.762762	1.3110
12.00	0.694444	1.4400
12.47	0.643083	1.5550
13.20	0.573921	1.7424
13.80	0.525100	1.9044
14.40	0.482253	2.0736
22.00	0.206612	4.8400
24.94	0.160771	6.2200
33.00	0.091827	10.8900
34.50	0.084016	11.9025
44.00	0.051653	19.3600
55.00	0.033058	30.2500
60.00	0.027778	36.0000
66.00	0.022957	43.5600
69.00	0.021004	47.6100
88.00	0.012913	77.4400
100.00	0.010000	100.0000
110.00	0.008264	121.0000
115.00	0.007561	132.2500
132.00	0.005739	174.2400
138.00	0.005251	190.4400
154.00	0.004217	237.1600
161.00	0.003858	259.2100
220.00	0.002066	484.0000
230.00	0.001890	529.0000
275.00	0.001322	756.2500
330.00	0.000918	1089.0000
345.00	0.000840	1190.2500
360.00	0.000772	1296.0000
362.00	0.000763	1310.4400
420.00	0.000567	1764.0000
500.00	0.000400	2500.0000
525.00	0.000363	2756.2500
550.00	0.000331	3025.0000
700.00	0.000204	4900.0000
735.00	0.000185	5402.2500
750.00	0.000178	5625.0000
765.00	0.000171	5852.2500
1000.00	0.000100	10000.0000
1100.00	0.000083	12100.0000
1200.00	0.000069	14400.0000
1300.00	0.000059	16900.0000
1400.00	0.000051	19600.0000
1500.00	0.000044	$22500.0000 \times 10^{-6}$

CONVERSION DE VALORES EN POR UNIDAD A VALORES REALES

Una vez que los cálculos en por unidad de algún sistema se han terminado y se requiere convertir algunas o todas estas cantidades a valores reales, el procedimiento se realiza en forma inversa:

$$(I_{p.u.})(I_B) = I \quad [\text{Amperes}]$$

$$(V_{p.u.})(V_B) = V \quad [\text{Volts}]$$

$$(P_{p.u.})(S_B) = P \quad [\text{Watts}]$$

$$(Q_{p.u.})(S_B) = Q \quad [\text{Vars}]$$

En forma general no es necesario convertir una impedancia en por unidad a una impedancia en Ohms, pero el procedimiento es exactamente el mismo:

$$(Z_{p.u.})(Z_B) = Z \quad [\text{Ohms}]$$

Se muestran a continuación 3 ejemplos resueltos con la aplicación de los sistemas en por unidad:

Example 1.1

Power system loads are usually specified in terms of the absorbed power and reactive power. In circuit analysis it is sometimes convenient to represent such a load as a constant impedance. Two such representations, parallel and series, are possible as shown in Figure 1.2. Determine the per unit R and X values for both the parallel and series connections.

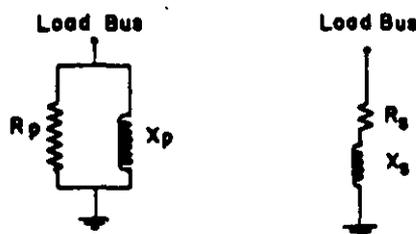


Fig. 1.2. Constant impedance load representation: left, parallel representation; right, series representation.

Solution

Let

P = load power in W

Q = load reactive power in var

R_p or R_s = load resistance in Ω

X_p or X_s = load reactance in Ω

V = load voltage in V

Parallel Connection. From the parallel connection we observe that the power absorbed depends only upon the applied voltage, i.e.,

$$P = V^2/R_p \quad (1.31)$$

From equation (1.13) we have

$$R_u = \frac{R_p (S_B)}{(V_B)^2} \text{ pu} \quad (1.32)$$

where the value subscripted u is a pu value. Substituting R_p from (1.31), we compute

$$R_u = (V/V_B)^2 (S_B/P) = V_u^2/P_u \text{ pu} \quad (1.33)$$

and we note that (1.33) is the same as (1.31) except that all values are pu. Similarly, we find the expression for pu X to be

$$X_u = (V/V_B)^2 (S_B/Q) = V_u^2/Q_u \text{ pu} \quad (1.34)$$

Series Connection. If R and X are connected in series as in Figure 1.2 b, the problem is more difficult since the current in X now affects the absorbed power P . In terms of system quantities, $I = V/(R_s + jX_s)$. Thus

$$P + jQ = VI^* = \frac{VV^*}{R_s - jX_s} = \frac{V^2}{R_s - jX_s} \quad (1.35)$$

Multiplying (1.35) by its conjugate, we have

$$P^2 + Q^2 = \frac{|V|^4}{R_s^2 + X_s^2} \quad (1.36)$$

Also, from (1.35)

$$P + jQ = \frac{|V|^2 (R_s + jX_s)}{R_s^2 + X_s^2} \quad (1.37)$$

Substituting (1.36) into (1.37), we compute

$$P + jQ = \frac{(R_s + jX_s)(P^2 + Q^2)}{|V|^2}$$

Rearranging,

$$R_s + jX_s = \frac{|V|^2}{P^2 + Q^2} (P + jQ) \Omega \quad (1.38)$$

Equation (1.38) is the desired result, but it is not in pu. Substituting into (1.13), we have

$$R_u + jX_u = \frac{(R_s + jX_s) S_B}{V_B^2}$$

Then we compute from (1.38)

$$R_u = \frac{V_u^2 S_B (P \text{ watt})}{P^2 + Q^2} \text{ pu} \quad (1.39)$$

$$X_u = \frac{V_u^2 S_B (Q \text{ var})}{P^2 + Q^2} \text{ pu} \quad (1.40)$$

Example 1.2

Given the two-machine system of Figure 1.3, we select, quite arbitrarily, a base voltage of 161 kV for the transmission line and a base voltampere of



Fig. 1.3. A two-machine system.

20 MVA. Find the pu impedances of all components referred to these bases. The apparatus has ratings as follows:

Generator: 15 MVA, 13.8 kV, $x = 0.15$ pu

Motor: 10 MVA, 13.2 kV, $x = 0.15$ pu

T1: 25 MVA, 13.2-161 kV, $x = 0.10$ pu

T2: 15 MVA, 13.8-161 kV, $x = 0.10$ pu

Load: 4 MVA at 0.8 pf lag

Solution

Using equation (1.15), we proceed directly with a change in base for the apparatus.

$$\text{Generator: } x = (0.15) \left(\frac{20}{15} \right) \left(\frac{13.8}{13.2} \right)^2 = 0.2185 \text{ pu}$$

$$\text{Motor: } x = (0.15) \left(\frac{20}{10} \right) \left(\frac{13.2}{13.8} \right)^2 = 0.2745 \text{ pu}$$

$$\text{T1: } x = (0.10) \left(\frac{20}{25} \right) \left(\frac{161}{161} \right)^2 = 0.08 \text{ pu}$$

$$\text{T2: } x = (0.10) \left(\frac{20}{15} \right) \left(\frac{161}{161} \right)^2 = 0.1333 \text{ pu} \quad (1.41)$$

For the transmission line we must convert from ohmic values to pu values. We do this either by dividing by the base impedance or by application of equation (1.22). Using the latter method,

$$\bar{Z} = \frac{(50 + j100 \text{ ohm})(20)}{(161)^2} = 0.0386 + j0.0771 \text{ pu} \quad (1.42)$$

For the load a parallel R-X representation may be computed from equations (1.32) and (1.34)

$$\begin{aligned} S &= P + jQ = |S|(\cos \theta + j \sin \theta) \\ &= 4(0.8 + j0.6) \\ &= 3.2 + j2.4 \text{ MVA} \end{aligned}$$

Then

$$R_u = \frac{V_u^2 S_B}{P} = \frac{V_u^2 (20)}{3.2} = 6.25 V_u^2 \text{ pu} \quad (1.43)$$

Similarly, $X_u = 8.33 V_u^2$ pu.

Example 1.3

Suppose in Example 1.2 that the motor is a synchronous machine drawing 10 MVA at 0.9 *pf lead* and the terminal voltage is 1.1 pu. What is the voltage at the generator terminals?

Solution

First we compute the total load current. For the motor, with its voltage taken as the reference, i.e., $V = 1.1 + j0$, we have

$$I_M = \frac{P - jQ}{V^*} = \frac{9 - j(-10 \sin 25.9^\circ)}{20(1.1)} = 0.409 + j0.1985 \text{ pu}$$

For the static load

$$I_L = \frac{3.2 - j2.4}{20(1.1)} = 0.1455 - j0.109 \text{ pu}$$

Then the total current is $I_M + I_L$ or

$$I = 0.5545 + j0.0895 \text{ pu} \quad (1.44)$$

From Example 1.2 we easily find the total pu impedance between the buses to be the total of T1, T2, and Z (line); $Z = 0 + j0.213$ pu. Note that the transmission line impedance is negligible because the base is small and the line voltage high for the small power in this problem. Thus the generator bus voltage is

$$\begin{aligned} V_g &= 1.1 + j0 + (0 + j0.213)(0.5545 + j0.0895) \\ &= 1.1 - 0.0191 + j0.118 = 1.08 + j0.118 \text{ pu} \\ &= 1.087 \angle 6.24^\circ \text{ pu on 13.2 kV base} \\ &= 14.32 \text{ kV} \end{aligned}$$

Problems

- 1.1. Convert all values to pu on a 10 MVA base with 100 kV base voltage on the line.



Fig. P1.1.

Generator: 15 MVA, 13.8 kV, $X = 0.15$ pu
 Motor: 10 MVA, 12 kV, $X = 0.07$ pu
 T1: 20 MVA, 14-132 kV, $X = 0.10$ pu
 T2: 15 MVA, 13-115 kV, $X = 0.10$ pu
 Line: $200 + j500 \Omega$

- 1.2. Prepare a per phase schematic of the system shown and give all impedances in pu on a 100 MVA, 154 kV transmission base.

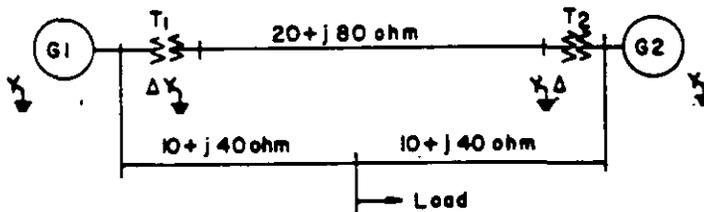


Fig. P1.2.

G1: 50 MVA, 13.8 kV, $X = 15\%$
 G2: 20 MVA, 14.4 kV, $X = 15\%$
 T1: 60 MVA, 13.2-161 kV, $X = 10\%$
 T2: 25 MVA, 13.2-161 kV, $X = 10\%$
 Load: 15 MVA, 80% pf lag

- 1.3. Draw a per phase impedance diagram for the system shown. Assume that the load impedance is entirely reactive and equal to $j1.0$ pu. Find the Thevenin equivalent, looking

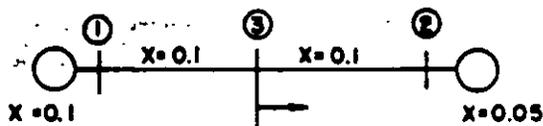


Fig. P1.3.

into this system from an external connection at bus 3 if

- (a) Generated voltages V_1 and V_2 are equal.
 (b) Generated voltages V_1 and V_2 are not equal.
- 1.4. The following table of values has been prepared for the various line sections in a small electric system. Find the total pu impedance and shunt susceptance of each line on a 10 MVA base, using the line nominal voltage as a voltage base.

Nominal Voltage (kV)	Line Length (mi)	Wire Size	R (Ω /mi)	X (Ω /mi)	X_C (M Ω -mi)
13.8	5.0	4/0 cu	0.278	0.690	0.160
13.8	2.0	4 cu	1.374	0.816	0.193
13.8	3.9	4/0 A	0.445	0.711	0.157
13.8	6.2	336.4 A	0.278	0.730	0.172
13.8	7.3	556.5 A	0.088	0.330	0.142
69.0	10.0	4/0 A	0.445	0.711	0.157
69.0	25.0	336.4 A	0.278	0.730	0.172

BIBLIOGRAFIA

1. Analysis of Faulted Power Systems
Paul M. Anderson
Iowa State University Press. 1978
2. Elements of Power Systems Analysis
William D. Stevenson, Jr.
Mc Graw Hill Book Co. 1985
3. Electric Power Transmission Systems
J. Robert Eaton & Edwin Cohen
Prentice-Hall, Inc. 1983
4. Power System Analysis
Charles A. Gross
John Wiley & Sons. 1979
5. Industrial Power Systems Handbook
Donald Beeman, Editor
Mc Graw Hill Book Co.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

**ALBEGRA MATRICIAL APLICADA AL ANÁLISIS DE REDES
ELÉCTRICAS**

**EXPOSITOR: ING. ARTURO MORALES COLLANTES
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

ALGEBRA MATRICIAL APLICADA AL ANALISIS DE REDES ELECTRICAS

INTRODUCCION

La representación de un sistema eléctrico de potencia utilizando el lenguaje matricial permite no sólo su expresión clara y concisa, si no también la manipulación de la teoría que sustenta al álgebra matricial para analizar y resolver tales sistemas y el apoyo de los paquetes computacionales desarrollados en este campo, con el ahorro consecuente de tiempo y esfuerzo que el trabajo ya invertido en esta dirección significa.

DEFINICIONES Y NOTACION

Las matrices representan herramientas convenientes para la sistematización de cálculos laboriosos, ya que proveen una notación compacta para almacenar información y describir relaciones complicadas.

Definición: Una matriz se define como un arreglo ordenado de elementos, colocados de manera sistemática en renglones y columnas, generalmente se representa con una letra mayúscula A.

Sus elementos se llaman entradas de la matriz y son identificados a partir de dos subíndices que se les asignan, representando, el primero el renglón en que el elemento se encuentra y el segundo la columna que ocupa, estos subíndices funcionan como las coordenadas que permiten localizarlos dentro de la matriz. Comumente se utilizan letras minúsculas para representar las entradas de una matriz:

$$A = [a_{ij}] \quad \begin{array}{l} i = 1, \dots, m. \\ j = 1, \dots, n. \end{array}$$

en forma concisa, o bien en forma desarrollada:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Estas entradas pueden ser elementos cualitativos o cuantitativos. Para los intereses del curso se hará énfasis sobre los segundos, que pueden ser números reales o números complejos

ORDEN DE UNA MATRIZ

El orden de una matriz es la pareja ordenada de números naturales que corresponden respectivamente al número de renglones y columnas que la forman, esto es, el primer número representa los renglones y el segundo las columnas, así una matriz que tiene "m" renglones y "n" columnas se dice que es una matriz de orden "m x n" y se indica $A_{m \times n}$.

MATRICES ESPECIALES

Algunas matrices con características especiales cobran importancia por la frecuencia con la que se presentan en las aplicaciones.

MATRIZ CUADRADA: Es una matriz que consta del mismo número de renglones que de columnas por lo que su orden se indica con un sólo número natural. En una matriz cuadrada A_n , las entradas a_{ii} constituyen lo que se conoce como diagonal principal.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & & \cdots & \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Los siguientes son casos particulares de este tipo de matrices:

MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR. Es una matriz cuadrada en la que las entradas a_{ij} son cero para $i > j$, esto es, las entradas abajo de la diagonal principal son nulas:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & a_{22} & a_{23} \\ 0 & 0 & a_{33} \end{bmatrix}$$

MATRIZ TRIANGULAR INFERIOR. Es una matriz cuadrada en la que las entradas a_{ij} son cero para $i < j$, esto es, las entradas arriba de la diagonal principal son nulas:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

MATRIZ DIAGONAL: Es una matriz cuadrada en la que los elementos fuera de la diagonal principal son cero, es decir, $a_{ij} = 0$ para $i \neq j$, $i = 1, \dots, n$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{22} & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Una matriz diagonal en la que los elementos de la diagonal son iguales se llama matriz escalar, el caso particular de matriz escalar con los elementos de la diagonal iguales a uno, es la matriz identidad.

$$I_d = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

MATRIZ SIMETRICA es una matriz en la que las entradas satisfacen la relación $a_{ij} = a_{ji}$ para toda $i, j = 1, \dots, n$

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 8 & 3 \\ 0 & 3 & -10 \end{bmatrix}$$

Se llama MATRIZ ANTISIMETRICA a aquella en la que la relación que satisfacen sus entradas es $a_{ij} = -a_{ji}$, para toda $i, j = 1, \dots, n$. Note que los elementos de la diagonal satisfacen entonces que $a_{ii} = -a_{ii}$, es decir, deben ser nulos.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -2 & -3 & -4 \\ 1 & 0 & -1 & -2 & -3 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & -2 \\ 3 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

MATRIZ RECTANGULAR. es una matriz en la que el número de renglones no coincide con el de columnas, $m \neq n$, todas las matrices no cuadradas son rectangulares, entre las matrices rectangulares con especial interés se encuentran las siguientes:

MATRIZ RENGLON o vector renglón, es una matriz formada por un solo renglón, su orden es $1 \times n$.

MATRIZ COLUMNA o vector columna, es una matriz con una sola columna, su orden es $m \times 1$.

Entonces una matriz de $m \times n$ puede considerarse compuesta por m vectores renglón o n vectores columna, $A = [a^1 \ a^2 \ \dots \ a^n] = \begin{bmatrix} a_{11} \\ \vdots \\ a_{m1} \end{bmatrix}$.

Los elementos de un vector generalmente se indican solo con un subíndice. Una letra negrita con índice superior representa vector columna y con índice inferior corresponde a un vector renglón.

Se dan a continuación algunos ejemplos de matrices y vectores:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \\ 5 & 9 & 8 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \quad [2 \ 4 \ 3 \ -6]_{1 \times 4} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix}_{3 \times 1}$$

Un vector se llama vector unidad si sólo tiene un elemento diferente de cero, y éste es igual a uno, se simboliza con e_i , donde i indica el lugar en el que se encuentra el uno.

VECTOR SUMA es un vector que tiene todas sus componentes iguales a uno, su nombre se debe al efecto que tiene su operación con otra matriz.

MATRIZ NULA. Es aquella en la que todos sus elementos son iguales a cero.

MATRIZ DISPERSA es aquella en la que la mayor parte de sus entradas es igual a cero.

RELACIONES ENTRE MATRICES

Entre matrices del mismo orden se establece una relación de equivalencia que corresponde a la igualdad entre las matrices.

Dos matrices son iguales si satisfacen las condiciones:

- 1) Tienen el mismo orden.
- 2) Son iguales elemento a elemento.

$A_{m \times n} = B_{m \times n}$ si y sólo si $a_{ij} = b_{ij}$, para $i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$.

Dadas dos matrices del mismo orden, en ocasiones se puede establecer una relación de desigualdad.

Se dice que $A_{m \times n} > B_{m \times n}$ si y sólo si cada elemento $a_{ij} \geq b_{ij}$ correspondientes y existe al menos un par que satisface que $a_{rs} > b_{rs}$.

OPERACIONES ENTRE MATRICES.

TRASPOSICION. Es más que una operación entre matrices, una transformación de la matriz que convierte cada renglón en columna y cada columna en renglón. La traspuesta de la matriz A se representa por A^t . Si la matriz A es de orden $m \times n$ la matriz A^T será de orden $n \times m$.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix}_{3 \times 2} \quad A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \end{bmatrix}_{2 \times 3}$$

- La traspuesta de la matriz traspuesta es la matriz original $(A^t)^t = A$
- La traspuesta de una matriz simétrica es igual a la matriz original.
 $A^T = A.$
- Si A es una matriz antisimétrica entonces $A^t = -A$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{bmatrix} \quad A^T = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 8 \\ -2 & 4 & 6 \\ 8 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Otra transformación de matrices, aplicada a las matrices cuyas entradas son números complejos es la CONJUGACION:

MATRIZ CONJUGADA. La matriz conjugada de una matriz compleja, indicada como A^* , se encuentra reemplazando cada elemento de A por su complejo conjugado.

$$A = \begin{bmatrix} 5i & 4 \\ 8+6i & 1+5i \end{bmatrix} \quad A^* = \begin{bmatrix} -5i & 4 \\ 8-6i & 1-5i \end{bmatrix}$$

MATRIZ TRASPUESTA HERMITIANA Es la matriz compleja conjugada de A^t y se representa por A^H , esto es, $A^H = (A^t)^*$. Una matriz se llama hermitiana cuando $A^H = A$.

SUMA Y RESTA DE MATRICES

Una operación definida entre las matrices es una función con dominio en el producto cartesiano $M \times M$, es decir, las parejas ordenadas de matrices y contradominio M , donde M es el conjunto de matrices, esto es, a cada pareja de matrices le hace corresponder una matriz conocida como resultante de la operación.

La suma o resta está definida sólo para matrices del mismo orden, esto es, el dominio de la función es $M_{m \times n} \times M_{m \times n}$ y su contradominio es $M_{m \times n}$.

$$+ : M_{m \times n} \times M_{m \times n} \rightarrow M_{m \times n}$$

$$+(A_{m \times n} \times B_{m \times n}) = A + B = C_{m \times n} = [c_{ij}], \text{ donde } c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -5 & 4 \\ 6 & 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 & 8 & 0 \\ 4 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 3 & 4 \\ 10 & 5 & 3 \end{bmatrix}$$

Leyes de la adición de matrices

1) La suma de matrices es conmutativa:

$$A + B = B + A$$

2) La suma de matrices es asociativa:

$$A + (B+C) = (A+B) + C = A + B + C$$

3) Existe un neutro aditivo, la matriz nula:

$$A + 0 = 0 + A = A$$

4) Existe el inverso aditivo: Para cada matriz A existe una matriz B tal que $A + B = 0$, a esta matriz B se le llama inverso aditivo de A y se representa como $-A$.

$$5) (A \pm B)^t = A^t \pm B^t$$

Multiplos de matrices.

Parece natural que $A + A = 2A$, el producto del número dos por la matriz A, pero $[a_{ij}] + [a_{ij}] = 2[a_{ij}]$, por lo que $[2a_{ij}] = 2[a_{ij}]$, es decir, la forma natural de multiplicar un número por una matriz es multiplicar por dicho número cada elemento de la matriz.

Si A es una matriz y k un número real o complejo, también llamado escalar, entonces el múltiplo escalar kA de la matriz A es la matriz del mismo orden que A que tiene como entradas los productos de cada una de las entradas de A por el escalar k.

$$kA = B$$

Donde los elementos $b_{ij} = kA_{ij}$ para toda i y j

$$k \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \end{bmatrix}$$

Leyes de la multiplicación de una matriz por un escalar:

- 1) $(r + s)A = rA + sA$
- 2) $r(sA) = (rs)A$
- 3) $r(A + B) = rA + sB$
- 4) $(-1)A = -A$
- 5) $0A = 0$
- 6) $r0 = 0$
- 7) $(rA)^t = rA^t$

Hasta aquí las matrices se han comportado de manera muy similar a los números, las diferencias se presentan cuando se define la siguiente operación, la multiplicación entre matrices.

MULTIPLICACION DE MATRICES

La multiplicación es una función

$$x: M_{m \times n} \times M_{n \times p} \rightarrow M_{m \times p}$$

Si u es un vector renglón orden $1 \times n$ y v es un vector columna de orden $n \times 1$ entonces uv es una matriz de 1×1 que se obtiene como:

$$[u_1 \ u_2 \ \dots \ u_n] \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \dots + u_n v_n$$

El resultado de esta operación es una matriz de 1×1 , no un número.

Multiplicación de matrices. El producto de dos matrices A y B está definido únicamente cuando el número de columnas de A es igual al número de renglones de B . Si se cumple esta condición decimos que las matrices

son conformables para esta operación, note que la conformabilidad con respecto a la suma se reduce a la igualdad del orden de las matrices.

El producto de la matriz A de orden $m \times q$ y la matriz B de orden $q \times n$ dará como resultado la matriz C de orden $m \times n$.

$$A_{m \times q} \times B_{q \times n} = C_{m \times n}$$

Cualquier elemento c_{ij} de C es la suma de los productos de los correspondientes elementos del i -ésimo renglón de A y la j -ésima columna de B.

$$C_{ij} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{iq} b_{qj}$$

$$C_{ij} = \sum_{k=1}^q a_{ik} b_{kj} \quad \begin{array}{l} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

Ejemplos:

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}_{2 \times 2} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix}_{2 \times 1} = \begin{bmatrix} 3 \times 5 + 2 \times 6 \\ 1 \times 5 + 4 \times 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 29 \end{bmatrix}_{2 \times 1}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}_{1 \times 3} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{bmatrix}_{3 \times 1} = [1 \times 4 + 2 \times 5 + 3 \times 6] = [32]_{1 \times 1}$$

Al efectuar el producto $A \times B = C$ se acostumbra a decir que la matriz B es premultiplicada por la matriz A. También se dice que la matriz A es postmultiplicada por la matriz B. La razón por la que se hace esta diferencia entre pre y post multiplicación es muy importante ya que la multiplicación matricial no es conmutativa, es decir, en general:

$$A \times B \neq B \times A$$

Propiedades de la multiplicación de matrices:

Como se hizo notar en el párrafo anterior, la multiplicación de matrices no es conmutativa, sin embargo existe un caso especial en el que el orden de la multiplicación no tiene importancia: cuando cada matriz es alguna potencia positiva de una matriz cuadrada:

$$A^1 = A, A^2 = AA, A^3 = AAA, \dots, A^n = AA \dots A \text{ (n veces)}$$
$$\text{entonces } A^r A^s = A^{r+s} = A^s A^r$$

Aún para matrices pequeñas el cálculo a mano de potencias de una matriz es un trabajo tedioso, para esto, un programa computacional como el MATLAB puede ser extremadamente útil.

Leyes de la multiplicación de matrices

1) Asociativa $A(BC) = (AB)C = ABC$

2) Distributiva $(A \pm B)C = AC \pm BC$

$$A(B \pm C) = AB \pm AC$$

3) Existencia del neutro multiplicativo

$$AI_d = I_d A = A$$

4) $r(AB) = (rA)B = A(rB)$

5) $A0 = 0$

$$0B = 0$$

6) Para una matriz cuadrada A:

$$(A)^0 = I_d \text{ (definición)}$$

$$(A)^1 = A \text{ (definición)}$$

$$(A)^{r+1} = A(A)^r \text{ (para } r \text{ número natural, } r \in \mathbb{N})$$

$$(A)^r (A)^s = A^{r+s} \text{ (} r, s \in \mathbb{N})$$

7) Existen divisores de cero, esto es, $AB = 0$, con $A \neq 0$ y $B \neq 0$, por ejemplo:

$$\begin{bmatrix} s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ s & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

8) La transposición de un producto matricial es igual al producto de las matrices transpuestas en orden inverso es decir:

$$\begin{aligned}(AB)^T &= B^T A^T \\(ABC)^T &= C^T B^T A^T \\(AB)^H &= B^H A^H\end{aligned}$$

asimismo

INVERSION DE MATRICES

Dada una matriz A,

- Cualquier matriz L para la que $LA = I_d$ se llama inversa izquierda de la matriz A.
- Cualquier matriz R tal que $AR = I_d$, se llama inversa derecha de A.
- Cualquier matriz X para la cual $XA = AX = I_d$ se llama inversa bilateral, o simplemente inversa de A y se la representa por A^{-1} .

A una matriz con inversa bilateral se le conoce como matriz no singular, regular, o matriz invertible. Cuando no tiene inversa se le dice matriz singular.

Si A es una matriz de orden $m \times n$, entonces cualquier inversa izquierda L o inversa derecha R es de orden $n \times m$.

■ Dada una matriz A, si existen una inversa izquierda L y una inversa derecha R, son iguales y la matriz A tiene inversa bilateral.

$$L = LI_d = L(AR) = (LA)R = I_d R = R$$

■ La inversa bilateral es única.

Si X y Y son dos inversas bilaterales, repitiendo el razonamiento del inciso anterior se concluye su igualdad.

■ La inversa de una matriz diagonal es otra matriz diagonal cuyos elementos son los inversos de los elementos de la matriz original.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline 2 & & \\ \hline & -3 & \\ \hline & & 4 \\ \hline \end{array}^{-1} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1/2 & & \\ \hline & -1/3 & \\ \hline & & 1/4 \\ \hline \end{array}$$

Si A y B son dos matrices no singulares de orden $n \times n$, entonces:

- a) AB es no singular y $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- b) A^{-1} es no singular y $(A^{-1})^{-1} = A$.
- c) A^t y A^H son no singulares y $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$ y $(A^H)^{-1} = (A^{-1})^H$

PARTICION DE MATRICES

En ciertas aplicaciones se manejan matrices de orden muy elevado, estos casos presentan dificultades en la organización de los cálculos, el tiempo requerido para obtener los resultados o la memoria necesaria en la computadora aumentan en forma exponencial al orden de la matriz. Existen métodos que permiten sortear estas dificultades, uno de ellos consiste en particionar la matriz en otras de menores dimensiones.

Al particionar una matriz de orden elevado en varias submatrices de menor orden, se trazan líneas de puntos que indican el esquema de partición que se ha utilizado. El único requisito necesario es el de mantener la conformabilidad de las operaciones entre la submatrices correspondientes.

$$AB = \left[\begin{array}{c|c} A_1 & A_2 \\ \hline A_3 & A_4 \end{array} \right] \left[\begin{array}{c|c} B_1 & B_2 \\ \hline B_3 & B_4 \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} A_1 B_1 + A_2 B_3 & A_1 B_2 + A_2 B_4 \\ \hline A_3 B_1 + A_4 B_3 & A_3 B_2 + A_4 B_4 \end{array} \right]$$

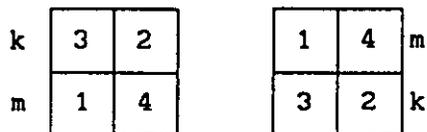
Una matriz cuadrada compuesta por bloques diagonales puede ser invertida tomando las inversas de las submatrices respectivas:

$$\begin{bmatrix} A & & \\ & B & \\ & & C \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} A^{-1} & & \\ & B^{-1} & \\ & & C^{-1} \end{bmatrix}$$

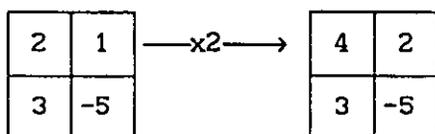
OPERACIONES ELEMENTALES SOBRE RENGLONES Y COLUMNAS

Las operaciones elementales son operaciones que se efectúan entre los elementos de una matriz para transformarla en otra equivalente, estas operaciones se aplican sobre los renglones o columnas de la matriz. Existen tres tipos de operaciones elementales:

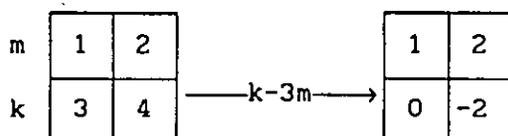
a) Intercambio del renglón "k" y el renglón "m" de una matriz



b) Multiplicación del renglón k por una constante diferente de cero



c) Suma al renglón "k" del renglón "m" multiplicado por "c" siendo c una constante diferente de cero.



Estas operaciones pueden ser aplicadas también sobre las columnas de la matriz utilizando la denominación de operaciones elementales sobre columnas.

MATRICES ELEMENTALES

Reciben el nombre de matrices elementales aquellas que se obtienen aplicando una operación elemental a la matriz identidad del orden correspondiente, por lo que existen tres tipos de matrices elementales, una correspondiente a cada operación:

a) E_{kn} que es la matriz identidad con los renglones k y n intercambiados, así E_{23} es igual a:

$$E_{23} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

b) $E_i(k)$ que es el resultado de multiplicar el renglón i de la matriz identidad por la constante k :

$$E_3(-7) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -7 \end{bmatrix}$$

c) $E_{km}(c)$, resultado de cambiar el renglón k de la matriz identidad por la suma del renglón k y el renglón m multiplicado por c .

$$E_{23}(5) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Cuando una matriz elemental premultiplica a una matriz cualquiera A , la matriz resultante presenta el mismo cambio en sus renglones que se efectuó sobre la matriz identidad para obtener la matriz elemental.

$$E_{32}(-5)A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1/5 \\ 0 & 5 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1/5 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Como puede observarse las operaciones elementales efectuadas sobre los renglones de una matriz no son sino casos particulares de multiplicación de matrices, en las que se utilizan las matrices elementales como uno de los factores.

Las operaciones elementales sobre las columnas de una matriz son, de la misma manera, resultado de la multiplicación por matrices elementales, pero en este caso se trata de posmultiplicación. Si se postmultiplica una matriz cualquiera A con una matriz elemental E , el resultado es una matriz que presenta el mismo cambio sobre sus columnas que se efectuó sobre las columnas de la matriz identidad para obtener E , por ejemplo a la columna tres se le sumó la primera multiplicada por -3 para obtener $E_{31}(-3)$, a la tercer columna se le sumó la primera multiplicada por -3 , para obtener la matriz resultante:

$$AE_{31}(-3) = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 6 & 5 \\ 3 & 9 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 6 & -1 \\ 3 & 9 & 1 \end{bmatrix}$$

PROPIEDADES DE LAS MATRICES ELEMENTALES

Cada matriz elemental es no singular y su inversa es otra matriz elemental:

$$a) E_{ij}^{-1} = E_{ji} = E_{ij}.$$

$$b) E_i^{-1}(c) = E_i(1/c) \text{ con } c \neq 0.$$

$$c) E_{ij}^{-1}(c) = E_{ij}(-c) \text{ con } i \neq j.$$

Es importante resaltar los siguientes hechos:

■ Cualquier secuencia de operaciones elementales de renglón es equivalente a la premultiplicación por el producto de una sucesión de matrices elementales.

■ Cada matriz elemental es singular y el producto de matrices no singulares es no singular.

Entonces si U se obtiene de aplicar a A una secuencia de operaciones elementales renglón, existe una matriz no singular F tal que $FA = U$, esto es, $A = F^{-1}U$.

SOLUCION DE SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES POR METODOS MATRICIALES Y CALCULO DE LA INVERSA DE UNA MATRIZ.

La aplicación principal del algebra matricial al análisis de sistemas de potencia es la solución de conjuntos de ecuaciones lineales de la forma

$$\begin{aligned} a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \dots + a_{1n} x_n &= b_1 \\ a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \dots + a_{2n} x_n &= b_2 \\ &\vdots \\ a_{n1} x_1 + a_{n2} x_2 + \dots + a_{nn} x_n &= b_n \end{aligned}$$

Este conjunto de ecuaciones puede escribirse en notación matricial como:

$$A x = b$$

donde:

A = matriz cuadrada de coeficientes

b = vector de constantes

x = vector de incógnitas

El valor del vector de incógnitas x se puede encontrar premultiplicando ambos lados de la ecuación por la inversa de A (suponiendo que dicha inversa existe, es decir la matriz A es no singular).

$$A^{-1} A x = A^{-1} b$$

o

$$x = A^{-1} b$$

En la práctica los sistemas grandes de ecuaciones no se resuelven por inversión directa, sino que se utilizan técnicas de dispersidad y algunos de los procesos de eliminación Gaussiana.

Un conjunto de ecuaciones lineales se puede resolver mediante operaciones elementales sobre los renglones. El objetivo de estas operaciones es el de transformar la matriz de coeficiente en una matriz triangular superior, con lo cual es posible obtener la solución por sustitución hacia atrás. Si cada operación sobre los renglones de A se efectúa también sobre los elementos correspondientes del vector b , el nuevo conjunto de ecuaciones $A x = b$ tendrá el mismo vector de solución x del sistema original. En la práctica, las operaciones elementales se efectúan sobre la matriz aumentada $[A|b]$ hasta que la matriz A es convertida a forma triangular. Una vez logrado esto el vector x se obtiene fácilmente por sustitución directa, como se ve a continuación:

MATRIZ AUMENTADA. Se forma anexando una matriz o vector de dimensiones adecuadas a la izquierda o a la derecha de otra. Por ejemplo, si

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 8 \\ 1 & 5 & 4 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$[A: B] = \left[\begin{array}{ccc|cc} 2 & 3 & 8 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 4 & -1 & 2 \end{array} \right]$$

Considérese el sistema de ecuaciones lineales siguiente:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}$$

El proceso consiste en llevar la matriz aumentada

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & b_n \end{array} \right]$$

a la forma:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 1 & a_{12} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ 0 & 1 & \dots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & b_n \end{array} \right]$$

mediante operaciones elementales sobre los renglones. La solución para x de este nuevo conjunto de ecuaciones se obtiene por sustitución hacia atrás de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x_n &= b_n \\ x_{n-1} &= b_{n-1} - a_{n-1,n} x_n \\ x_{n-2} &= b_{n-2} - a_{n-2,n} x_n - a_{n-2,n-1} x_{n-1} \\ &\vdots \\ x_1 &= b_1 - \sum_{j=2}^n a_{1j} x_j \end{aligned}$$

La fórmula recursiva para el proceso de sustitución hacia atrás se puede entonces escribir como:

$$x_i = b_i - \sum_{j=i+1}^n a_{ij} x_j ; \quad i=n, n-1, n-2, \dots, 2, 1$$

Ejemplo: Considere el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} -2x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 6x_4 &= -4 \\ -3x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 15x_4 &= -3 \\ 5x_1 - 8x_2 - x_3 + 17x_4 &= 9 \\ x_1 + x_2 + 11x_3 + 7x_4 &= 7 \end{aligned}$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 & -4 & -6 \\ -3 & 6 & 3 & -15 \\ 5 & -8 & -3 & 17 \\ 1 & 1 & 11 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \\ 9 \\ 7 \end{bmatrix}$$

matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cccc|c} -2 & 2 & -4 & -6 & -4 \\ -3 & 6 & 3 & -15 & -3 \\ 5 & -8 & -3 & 17 & 9 \\ 1 & 1 & 11 & 7 & 7 \end{array} \right]$$

Operaciones elementales sobre renglones:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{cccc|c} -2 & 2 & -4 & -6 & -4 \\ -3 & 6 & 3 & -15 & -3 \\ 5 & -8 & -3 & 17 & 9 \\ 1 & 1 & 11 & 7 & 7 \end{array} \right] \xrightarrow{E_1(-1/2)} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ -3 & 6 & 3 & -15 & -3 \\ 5 & -8 & -3 & 17 & 9 \\ 1 & 1 & 11 & 7 & 7 \end{array} \right] \begin{array}{l} \xrightarrow{E_{21}(3)} \\ \xrightarrow{E_{31}(-5)} \\ \xrightarrow{E_{41}(-1)} \end{array} \\ & \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & 9 & -6 & 3 \\ 0 & -3 & -11 & 2 & -1 \\ 0 & 2 & 9 & 4 & 5 \end{array} \right] \begin{array}{l} \xrightarrow{E_2(1/3)} \\ \xrightarrow{E_{32}(3)} \\ \xrightarrow{E_{42}(-2)} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & -4 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 8 & 3 \end{array} \right] \begin{array}{l} \xrightarrow{E_3(-1/2)} \\ \xrightarrow{E_{43}(-3)} \end{array} \\ & \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & -1 & 3 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 6 \end{array} \right] \end{aligned}$$

Como puede observarse se ha completado la eliminación de Gauss obteniendo la forma reducida U, esto es, FA = U:

$$E_{43}(-3)E_3(-1/2)E_{42}(-2)E_{32}(3)E_2(1/3)E_{41}(-1)E_{31}(-5)E_{21}(3)E_1(-1/2)A = U,$$

con $F = E_{43}(-3)E_3(-1/2)E_{42}(-2)E_{32}(3)E_2(1/3)E_{41}(-1)E_{31}(-5)E_{21}(3)E_1(-1/2)$

y

$$U = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Para utilizar la sustitución en reversa, se pasa al sistema de ecuaciones, obteniendo:

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 2 \\ x_2 + 3x_3 - 2x_4 &= 1 \\ x_3 + 2x_4 &= -1 \\ 2x_4 &= 6 \end{aligned}$$

Entonces $x_4 = 3$, $x_3 = -1 - 6 = -7$, $x_2 = 1 + 6 + 21 = 28$, $x_1 = 2 - 9 + 14 + 28 = 35$, el vector solución es: $[35, 28, -7, 3]^t$.

ALGORITMO DE LA ELIMINACION DE GAUSS

La eliminación de Gauss procede a eliminar en las columnas, comenzando por la 1, siguiendo con la 2, así sucesivamente; se usa el renglón r_j para eliminar en la columna j , además se puede intercambiar un renglón inferior con el j -ésimo antes de la eliminación.

Paso 1) Sea $j = 1$ y $r_1 = 1$; utilice el renglón r_j para eliminar en la columna j de la matriz aumentada actual como se indica en los pasos del 2 al 6.

Paso 2) Seleccione un renglón de entre los renglones numerados r_j, r_{j+1}, \dots, m , para su uso en la eliminación de la columna j ; llame a ese renglón i , de modo que el elemento (i, j) , llamado pivote, en la matriz aumentada actual sea diferente de cero, si no hay elementos diferentes de cero no se requiere eliminación, ponga $r_{j+1} = r_j$ para utilizar el mismo renglón y pase a 6.

Paso 3) Intercambie los renglones i -ésimo y r -ésimo.

Paso 4) Reemplace este renglón por sí mismo dividido entre el pivote, su elemento diferente de cero en la columna j -ésima.

Paso 5) Utilice el mismo renglón para eliminar los elementos en la

columna j -ésima en los renglones $r_j + 1, r_j + 2, \dots, m$. Ponga $r_{j+1} = r_j + 1$, para utilizar el siguiente renglón.

Paso 6) Si $j \leq n$ y $r_{j+1} \leq m$, aún es posible seguir eliminando, incrementando j en 1 y vuelva al paso 2.

EXISTENCIA DE SOLUCIONES A SISTEMAS DE ECUACIONES

La primera variable de una ecuación, es la primera variable (leyendo de izquierda a derecha) con un coeficiente diferente de cero. La primera columna para un renglón de una matriz es la columna que contiene al primer elemento diferente de cero en ese renglón (de izquierda a derecha).

Después de completar la eliminación de Gauss en la matriz aumentada $[A|b]$ del sistema de ecuaciones $Ax = b$, se encuentran las primeras variables y las primeras columnas de las ecuaciones reducidas y se llega a las siguientes conclusiones:

1. No existen soluciones si y sólo si la última columna es la primera columna para algún renglón.

2. De otra manera:

a) Existe solución única si y sólo si cada variables es primera variable para alguna ecuación.

b) Existen infinidad de soluciones si y sólo si hay algunas variables que no son primeras variables, cada una de estas variables es una variable libre, es decir, se le puede asignar valor arbitrario, entonces cada primera variable está determinada a partir de los valores asignados a las que no son primeras variables.

El número de renglones diferentes de cero y primeras columnas que aparecen en cualquier forma reducida de una matriz A obtenida aplicando a A operaciones elementales es siempre el mismo y constituye una de las características más importantes de una matriz, se llama su rango.

DETERMINACION DE LA INVERSA DE UNA MATRIZ MEDIANTE LA ELIMINACION DE GAUSS

La eliminación de Gauss se puede prolongar hasta obtener, en lugar de una matriz triangular superior U, una matriz diagonal, es más, la matriz idéntica. Esta ampliación de la eliminación se llama Gauss-Jordan. Cuando se logra mediante operaciones elementales llegar a la identidad se tiene : $FA = I_d$, lo que implica que $F =$ producto de las matrices elementales utilizadas en la eliminación de Gauss-Jordan, es la inversa de la matriz A. Para obtenerla sin tener que efectuar el producto de las matrices elementales, al final, basta con manejar la matriz ampliada $[A|I_d]$. Cada operación aplicada a A, se aplica a I_d , obteniendo en esta parte la matriz elemental correspondiente. Al aplicar una nueva operación, esta se aplica sobre la matriz elemental resultante de la operación anterior, con lo que se obtiene el resultado del producto de las dos operaciones, por lo que en esta parte de la matriz, lo que se va guardando es el producto de las operaciones elementales utilizadas, así al final lo que aparece es $F = A^{-1}$.

EJEMPLO: Para invertir la matriz $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$, se procede:

$$\begin{aligned} & \left[\begin{array}{ccc|ccc} -1 & 2 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{array}{l} E_1(-1) \\ E_{31}(-1) \end{array}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -2 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{array}{l} E_{12}(2) \\ E_{32}(-6) \end{array}} \\ & \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -5 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 1 & -6 & 1 \end{array} \right] \xrightarrow{\begin{array}{l} E_3(1/12) \\ E_{13}(5) \\ E_{23}(2) \end{array}} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -7/12 & -1/2 & 5/12 \\ 0 & 1 & 0 & 1/6 & 0 & 1/6 \\ 0 & 0 & 1 & 1/12 & -1/2 & 1/12 \end{array} \right], \text{ de donde:} \\ & A^{-1} = \begin{bmatrix} -7/12 & -1/2 & 5/12 \\ 1/6 & 0 & 1/6 \\ 1/12 & -1/2 & 1/12 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

La eliminación de Gauss no siempre puede completarse satisfactoriamente, en ocasiones aparecen ceros en la diagonal, o son necesarias operaciones de intercambio para completarla. Cuando esto no sucede, el proceso es equivalente a escribir $A = LU$, de una matriz triangular inferior L y una matriz triangular superior U. U es la matriz a la que se llega, la L viene a ser F^{-1} .

Si A es una matriz de $n \times n$ entonces la eliminación de Gauss puede completarse si y sólo si U es una matriz reducida unitaria triangular superior y L es una matriz triangular inferior con los pivotes a_{11} de la eliminación en la diagonal principal y los negativos de los multiplicadores m_{j1} de la eliminación en las subdiagonales. De modo equivalente $A = L_0 U_0$, donde $L_0 = L D_0^{-1}$ es unitaria triangular inferior y $U_0 = D_0 U$ triangular superior con los pivotes a_{11} en la diagonal principal. $D_0 = \text{diag}(a_{11}, \dots, a_{nn})$ y $a_{11} = [U_0]_{11} = [L]_{11}$

Los pivotes son los elementos que sirven para eliminar los de abajo de ellos en la misma columna y los multiplicadores son los factores por los que se debe multiplicar el renglón que contiene al uno de la columna (en el que se convirtió el pivote) para eliminar el elemento correspondiente del renglón debajo de él.

EJEMPLO:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 1 & 4 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{c} E_1(-1) \\ E_{31}(-1) \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \begin{array}{c} E_{32}(-6) \\ E_3(1/12) \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & -5 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pivotes: $-1, 1, 12$ Multiplicadores: $-1, -6, U = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 12 \end{bmatrix}$

De otra manera, estableciendo las ecuaciones y resolviéndolas:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ L_{21} & 1 & 0 \\ L_{31} & L_{32} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & U_{13} \\ 0 & U_{22} & U_{23} \\ 0 & 0 & U_{33} \end{bmatrix}$$

De esta igualdad surgen las siguientes relaciones entre los elementos de A , L y U :

$$\begin{aligned} a_{11} &= U_{11} \\ a_{21} &= L_{21} U_{11} \\ a_{31} &= L_{31} U_{11} \end{aligned}$$

de donde se pueden calcular los elementos de las primeras columnas de U y L . A continuación se tiene:

$$\begin{aligned} a_{12} &= U_{12} \\ a_{22} &= L_{21} U_{12} + U_{22} \end{aligned}$$

$$a_{32} = L_{31} U_{12} + L_{32} U_{22}$$

relaciones que permiten calcular los elementos de la segunda columna de U y L. Finalmente para la matriz de 3 x 3 se tienen las relaciones:

$$a_{13} = U_{13}$$

$$a_{23} = L_{21} U_{13} + U_{23}$$

$$a_{33} = L_{31} U_{13} + L_{32} U_{23} + U_{33}$$

de las cuales se encuentran los valores de las terceras columnas de las matrices L y U.

Una vez lograda la factorización, el sistema de ecuaciones se transforma en dos sistemas más sencillos:

$$Ax = (LU)x = b, \text{ que equivale a: } \begin{cases} L(Ux) = Ly = b \\ Ux = y \end{cases}$$

Una vez que se ha encontrado y, es decir, se ha resuelto la ecuación:

$$Ly = b$$

Se procede a encontrar x mediante sustitución hacia atrás

$$Ux = y$$

Ambos sistemas son muy sencillos debido a la estructura triangular de las matrices.

Si $A = LU$, esto es, $FA = U$, entonces los espacios de soluciones de los sistemas $Ax = b$ y $Ux = Fb$ coinciden, por lo que basta analizar el sistema ya reducido para conocer el espacio de soluciones del primer sistema.

En esta sección se ha venido manejando la forma reducida de Gauss, a continuación se dará una caracterización de dicha forma:

Se dice que una matriz B es una forma reducida de Gauss cuando existe un $k \in \mathbb{N}$, con $0 \leq k \leq m$, donde m es el número de renglones de la matriz inicial, para el cual es válido lo siguiente:

a) Los primeros k renglones de B son diferentes de cero, mientras que los $n - k$ restantes son cero.

b) El primer elemento diferente de cero en cada renglón es igual a 1, y por lo tanto la columna en la que esto ocurre es una primera columna.

c) Para las k primeras columnas, la primera para cada renglón está más a la derecha que la primera columna del renglón superior.

d) El elemento i -ésimo en la i -ésima primera columna es igual a uno, mientras que el elemento j -ésimo es igual a cero para $j > i$.

Una vez que la matriz se ha reducido, se puede inspeccionar el espacio de soluciones correspondiente al sistema $Ax = b$, tomando en cuenta las siguientes posibilidades:

1. Si el rango de la matriz aumentada $[A|b]$ es mayor que el de A , entonces no existe solución. Como ya se mencionó, el rango de una matriz es el número de renglones diferentes de cero de la matriz reducida.

2. Si el rango de $[A|b]$ es igual al de A , e igual al número de incógnitas, entonces el sistema tiene exactamente una solución.

3. Si el rango de $[A|b]$ es igual al de A , y es estrictamente menor que el número de incógnitas, entonces el sistema tiene infinitud de soluciones.

Es posible caracterizar la existencia de la inversa de una matriz a través de su rango.

Dada una matriz A de orden $m \times n$ y rango k , entonces

a) A tiene inversa derecha si y sólo si $k = m$ y $m \leq n$.

b) A tiene inversa izquierda si y sólo si $k = n$ y $n \leq m$.

c) A tiene inversa bilateral si y sólo si $k = m = n$.

DETERMINANTES

Se llama determinante de una matriz a una función con dominio en el conjunto de matrices cuadradas y contradominio en los números reales (\mathbb{R}):

$$|\cdot|: M_{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}$$

que se define en forma recursiva:

Si A es de 2×2 :

$$|A| = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}$$

Los determinantes de las matrices de orden n se definen a partir de determinantes de matrices de orden $n-1$, pero para precisar esta definición se requieren algunos conceptos que se presentan a continuación:

MENORES Y COFACTORES

Si A es una matriz de $n \times n$, el menor ij de A , que se denota por M_{ij} , es el determinante de la matriz de orden $(n-1) \times (n-1)$ que se obtiene omitiendo el i -ésimo renglón y la j -ésima columna de A . Por ejemplo:

$$\text{si } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 2 \end{bmatrix}; \quad M_{23} = \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 20 = 8$$

El co-factor ij de A , representado por A_{ij} se calcula como $(-1)^{i+j} M_{ij}$.
Por ejemplo:

$$\text{si } A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ 2 & 4 & 6 \\ 5 & 6 & 2 \end{bmatrix} \quad C_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 6 \\ 5 & 2 \end{vmatrix} = (-1)^3 (-26) = 26$$

Los elementos mencionados permiten definir el determinante de una

matriz:

a) El determinante de una matriz $A_{n \times n}$ se calcula como:

$$|A| = \sum_{i=1}^n a_{ij} A_{ij} \text{ (desarrollando con respecto a la columna } j \text{)}$$

en otras palabras $|A| = \det(A) =$ suma de los productos de los elementos de la columna j por sus cofactores, o bien:

$$|A| = \sum_{j=1}^n a_{ij} A_{ij} \text{ (desarrollando con respecto al renglón } i \text{)}$$

$|A| = \det(A) =$ suma de los productos de los elementos del renglón j por sus cofactores.

Ejemplo: El determinante de la matriz A es:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 3 & 8 & 6 \end{bmatrix}$$

si se selecciona el renglón 1 para el cálculo se tiene:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \\ 3 & 8 & 6 \end{vmatrix} = 1 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + (-1)2 \begin{vmatrix} 5 & 7 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + 4 \begin{vmatrix} 5 & 6 \\ 3 & 8 \end{vmatrix}$$

$$= 1(36-56)-2(30-21)+4(40-18)=50$$

si se selecciona la columna 1 para el desarrollo se tiene:

$$|A| = 1 \begin{vmatrix} 6 & 7 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + (-1)5 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 8 & 6 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 7 \end{vmatrix}$$

$$= 1(36-56)-5(12-32)+3(14-24)=50$$

PROPIEDADES DE LOS DETERMINANTES

a) El determinante de A se puede desarrollar con respecto a cualquier renglón o cualquier columna, su valor siempre es el mismo.

b) $\det(A) = \det(A^t)$

c) Si cualquier renglón o columna de A es cero entonces $\det(A) = 0$

d) Para cualquier $c \in \mathbb{R}$ y cualquier matriz $A_{n \times n}$, $\det(cA) = c^n \det(A)$

e) Si A tiene dos renglones o columnas iguales, el $\det(A) = 0$.

f) Si A y B son iguales con excepción de su k -ésimo renglón y C es otra matriz idéntica a A y B , excepto en su k -ésimo renglón, que es la suma de los renglones correspondientes de A y B , entonces:

$$\det(C) = \det(A) + \det(B)$$

g) Si A' se obtiene intercambiando dos renglones o dos columnas A , entonces $\det(A') = -\det(A)$.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -2 \quad ; \quad \begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2$$

$$\text{Entonces } \det(E_{ij}) = -1$$

h) Si todos los elementos de un renglón o todos los elementos de una columna se multiplican por una constante k , el valor del determinante resultante es $k |A|$

$$\text{Entonces } \det(E_i(k)) = k$$

$$\begin{vmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = ka_{11} a_{22} - ka_{12} a_{21} \\ = k (a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21})$$

i) Si se añade un múltiplo de una línea (renglón o columna) a una línea paralela, el valor del determinante no se altera.

$$\text{Entonces } \det(E_{ij}(k)) = 1$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 153$$

$$\text{Det}(E_{21}^{(2)}A) = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 6 \\ 5+6 & 1+0 & 2+12 \\ 2 & 6 & 7 \end{vmatrix} = 153$$

Las propiedades básicas de los determinantes tienen algunas consecuencias sorprendentes como:

- Una matriz es no singular si y sólo si su determinante es distinto de cero, en caso contrario es singular.
- Si A es no singular entonces $\det(A^{-1}) = 1/\det(A)$
- El determinante del producto de matrices es igual al producto de los determinantes de las matrices.

$$|A B C| = |A||B||C|$$

- El determinante de una matriz diagonal o de una matriz triangular es igual al producto de los elementos sobre la diagonal principal.

$$\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix} = 3 \times 4 \times (-1) = -12$$

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 2 \times 1 \times 5 = 10$$

Esta característica se puede explotar para desarrollar una técnica computacionalmente eficiente, que consiste en llevar una matriz dada a

forma triangular a través de operaciones elementales sobre los renglones y columnas de la misma y una vez logrado esto efectuar el producto de los elementos de la diagonal principal.

Muchas de las aplicaciones de los determinantes se basan en que mediante ellos, las inversas de las matrices y las soluciones de las ecuaciones pueden representarse en forma compacta.

MATRIZ ADJUNTA

La adjunta de una matriz $A_{n \times n}$ [adj(A)] es la matriz cuyas entradas son los cofactores de las entradas de la matriz A, tomados en orden traspuesto, esto es:

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{13} \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{bmatrix}$$

Es importante notar que se da la siguiente relación:

$$A \text{adj}(A) = \det(A) I_d = \text{adj}(A)A$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix} = [c_{ij}] = \left[\sum_{k=1}^n a_{ik} A_{jk} \right]$$

cuando $i = j$ esta suma coincide con el desarrollo del determinante de A con respecto al renglón i, pero cuando $i \neq j$ el desarrollo corresponde al determinante con respecto al renglón j de una matriz en la que el renglón i y el j coinciden, por lo que este determinante vale cero, de donde:

$$[c_{ij}] = \begin{bmatrix} \det(A) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \det(A) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \det(A) & 0 \end{bmatrix} = \det(A) I_d$$

Este resultado conduce a otro método para encontrar la inversa de una matriz, dado que $A \text{adj}(A) / \det(A) = I_d \Rightarrow A^{-1} = \text{adj}(A) / \det(A)$, como puede

observarse es condición necesaria y suficiente para que se de esta igualdad que $\det(A) \neq 0$

Ejemplo: Sea

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

a) Obteniendo la matriz transpuesta:

$$A^T = \begin{bmatrix} 7 & 5 & 3 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

b) Obteniendo la matriz adjunta:

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} & - \begin{vmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & -4 & -2 \\ -7 & 8 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

c) Obteniendo el determinante de A:

$$|A| = 7 \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 5 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 28 - 28 + 2 = 2$$

d)

$$A^{-1} = \frac{\text{adj}(A)}{\det(A)} = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -3.5 & 4 & 1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{bmatrix}$$

e) Comprobación:

$$A A^{-1} = \begin{bmatrix} 7 & 4 & 2 \\ 5 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -3.5 & 4 & 1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

BIBLIOGRAFIA

1. Computer Methods in Power System Analysis
Stagg and El-Abiad
Mc Graw Hill Book Co.
2. Solution of Large Networks by Matriz Methods
Homer E. Brown
John Wiley and Sons, Inc.
3. Linear Algebra
Gilbert Strang
Academic Press, Inc.
4. Engineering Problem Solving with Matlab
D. M. Etter
Prentice Hall

Se anexa un listado de los comandos más utilizados para manipular el paquete MATLAB.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

PRINCIPIO DE OPERACIÓN DE LOS TRANSFORMADORES

**EXPOSITOR: ING. ALFREDO LÓPEZ TAGLE
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**



II.— PRINCIPIO DE OPERACION DE LOS TRANSFORMADORES

- 1.— INTRODUCCION
- 2.— LEYES FUNDAMENTALES
- 3.— PRINCIPIO DE OPERACION
- 4.— COMENTARIOS.

ING. ALFREDO LOPEZ TAGLE

1.— INTRODUCCION.

Los transformadores son uno de los principales elementos que se encuentran invariablemente en un Sistema Eléctrico por grande o pequeño que éste sea, son estos elementos los que han permitido el desarrollo de la Industria Eléctrica hasta las magnitudes en que actualmente se encuentra, pues debido a que es posible la transformación de los parámetros, voltaje y corriente, se tiene la posibilidad de transmitir a grandes distancias, grandes bloques de energía permitiendo ésto disponer de las fuentes de energía (hidroeléctricas, geotermoeléctricas, nucleoeeléctricas, termoeléctricas, etc.) por retiradas que se encuentren de los centros de consumo. Son también las máquinas más eficientes que se conocen, pues al no tener partes en movimiento no existen pérdidas por fricción o rozamiento y por otra parte la calidad de los materiales ferromagnéticos que componen al núcleo ha ido en aumento, lo cual permite que las eficiencias de estos equipos sean del orden del 98 al 99%.

2.— LEYES FUNDAMENTALES.

El principio de operación de los transformadores se puede comprender muy fácilmente si se consideran las siguientes leyes elementales:

a).— LEY DE OERSTED.- Cuando por un conducto circula una corriente, alrededor de este conductor se origina un campo magnético cuyo sentido depende del sentido de la corriente (Fig. No. 1).

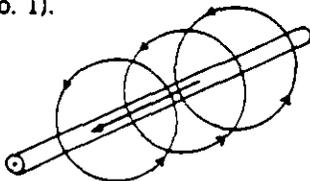


Fig. No. 1

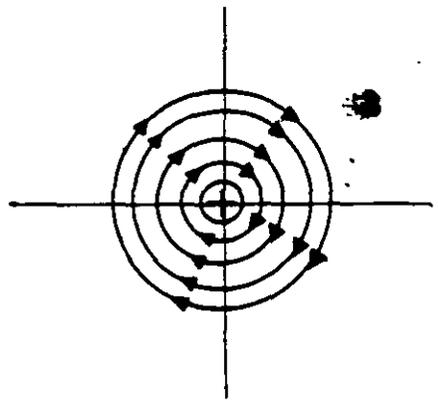


Fig. No. 2

En la Fig. No. 1 se muestra el campo magnético producido por la corriente que fluye por un conductor; el dedo pulgar de la mano derecha, muestra la dirección de la corriente y el resto de los dedos, la dirección del campo.

b).— LEY DE FARADAY.- Cuando se mueve un conductor cortando las líneas de un campo magnético (movimiento relativo entre campo y conductor), se genera una F. E. M. en las terminales del conductor cuya magnitud depende de la intensidad del campo, de la velocidad con que el conductor corta las líneas de flujo y por supuesto es función directa del número de conductores, lo cual matemáticamente se expresa como:

$$E = - N \frac{d\phi}{dt} = B l v$$

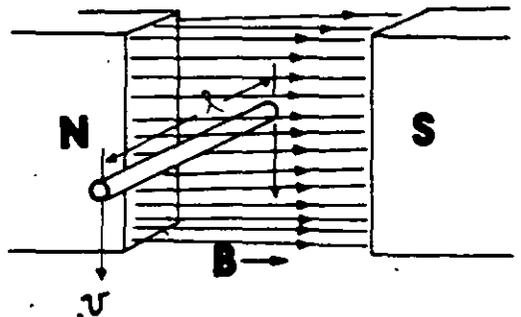
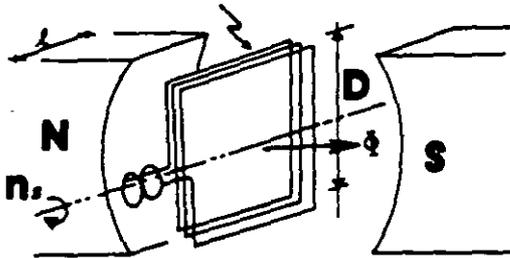


Fig. No. 3

El conductor al girar corta las líneas del campo, generando una F. E. M. detectada por el voltmetro.

N. Espiras



c.— LEY DE LENZ.- Establece que una corriente inducida tiene siempre una dirección tal, que se opone a la causa que la produce.

d).—LEYES DE KIRCHOFF.-1a. La suma vectorial de las caídas de voltaje en un circuito es igual a la suma de las fuentes que se encuentran en él (Fig. No. 3).

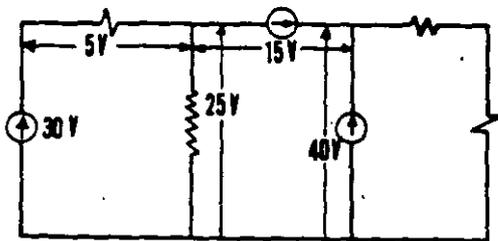


Fig. No. 3

2b.— La suma vectorial de las corrientes que entran en el nodo de un circuito eléctrico es igual a la suma de las corrientes que salen de ese nodo (Fig. 4).

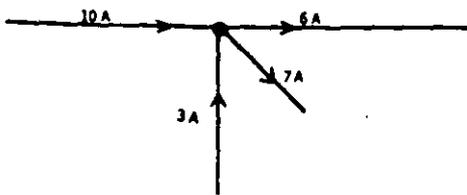


Fig. No. 4

3.— Principio de Operación: El principio del Transformador se basa en la transferencia de la energía eléctrica por inducción de un arrollamiento a otro, lo cual se puede comprender si tomamos en cuenta las siguientes consideraciones:

a).- Cuando por un conductor arrollado en espiras se hace circular una corriente se produce un flujo magnético como el que se representa en la Fig. 5.

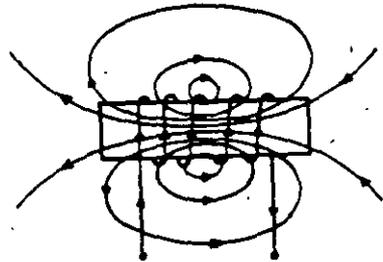


Fig. No. 5

Flujo que se origina en un arrollamiento con núcleo de aire.

b).- Si el mismo arrollamiento se desarrolla sobre un núcleo de material ferromagnético, se produce un campo concentrado cuyo camino principal está determinado por el circuito del material magnético, como el que se muestra en la Figura No. 6; dicho campo es alterno y su frecuencia, depende de la frecuencia de la fuente.

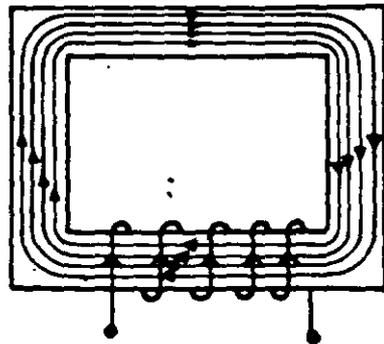
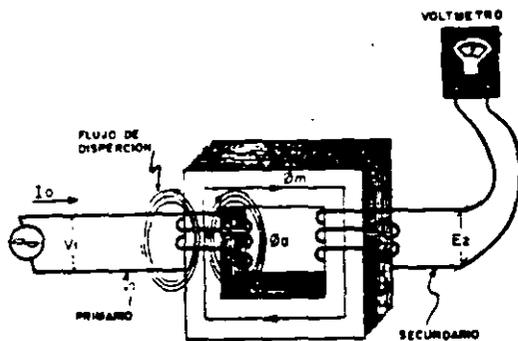


Fig. No. 6

c).- De acuerdo con la Ley de Faraday ya mencionada, si arrollamos un segundo conductor en el núcleo de material ferromagnético mostrado en la Figura No. 6 se obtendrá un F. E. M. inducida en las terminales de dicho conductor, como se muestra en la Figura No. 7.



NOTA: Se le llama primario, al devanado al cual se conecta la fuente y secundario al devanado al cual se conecta la carga.

d).- El diagrama vectorial que nos representa la condición anterior, es el que se muestra en la Figura No. 8 y nos indica que:

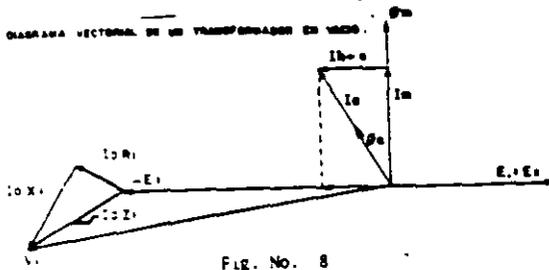
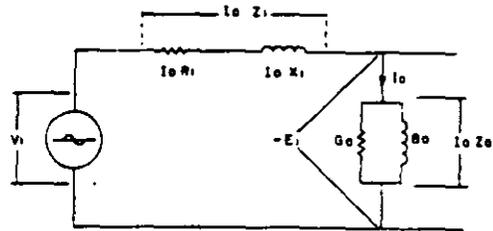


Fig. No. 8

Cuando se aplica un voltaje V_1 al devanado del primario, estando abierto el secundario, circulará una corriente I_0 por el devanado primario, como se muestra en la Fig. No. 7 y 8, la cual por ser un circuito altamente inductivo se encuentra atrasada casi 90° con respecto al voltaje V_1 .

El hecho de que el desplazamiento no sea de 90° ; se debe a la corriente I_{h+e} la cual origina las pérdidas en el núcleo del transformador, la componente I_m , es la que origina el flujo magnético Φ_m , el cual corta tanto a las bobinas del primario como a las del secundario. Por la acción de este flujo y de acuerdo con la Ley de Faraday se inducirán las fuerzas electromotrices E_1 y E_2 en los devanados correspondientes, el sentido de las cuales y de acuerdo a la Ley de Lenz, deberá de ser de 180° . (Ver Fig. No. 9. Debido a la resistencia del cobre del devanado, se tiene una caída de voltaje I_0R_1 , la cual se encuentra en fase con I_0 ; a 90° adelante con respecto a I_0X_1 , la cual es originada por el flujo de dispersión Φ_a , que solo afecta a este devanado, como se muestra en las Figuras No. 7 y 8; de lo anterior se puede elaborar un circuito compuesto por una fuente V_1 y las cargas Z_1 y $Z_0 = \frac{E_1}{I_0}$ a la cual se le llama impedancia de excitación (Ver Fig. No. 9).



CIRCUITO EQUIVALENTE DEL PRIMARIO DE UN TRANSFORMADOR EN VACIO

Fig. No. 9

e).- Al cerrar el circuito del secundario por medio de una carga (Ver Fig. No. 10) circulará una corriente I_2 cuyo sentido, de acuerdo con la Ley de Lenz, tendrá que ser tal que el flujo que genere esta corriente I_2 se debe oponer al flujo principal, que originó la corriente I_1 , a este efecto que origina el sentido de la corriente, se le conoce como POLARIDAD.

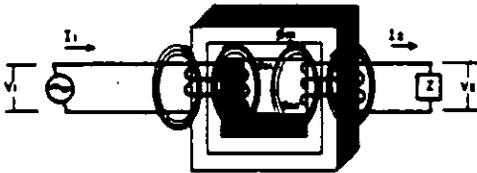


Fig. No. 10

El flujo producido por I_2 provoca una disminución en el flujo Φ_m y por lo tanto una reducción en las FEMS E_1 y E_2 , por lo que al aumentar la diferencia entre V_1 y E_1 entra al transformador una corriente mayor a I_1 que se compone de la corriente original I_0 y una corriente I_1' la cual forma una FMM $I_1' N_1$ que es igual y opuesta a $I_2 N_2$, llevando el flujo Φ_m a su valor original. Esto sucede durante todo el rango de trabajo del transformador. Si I_2 disminuye, crece el flujo Φ_m y aumenta E_1 y E_2 al disminuir la diferencia entre V_1 y E_1 disminuye I_1 , de tal manera que Φ_m se conserva en el mismo valor. Esta regulación automática de los amper vueltas primarios y secundarios, es el mecanismo de la transferencia de energía que permite conservar prácticamente constantes los voltajes inducidos y por tanto los voltajes terminales.

f).- El diagrama vectorial que nos representa a un transformador cuando se conecta una carga en el secundario, cuya característica predominante es inductiva, es el que se muestra en la Figura No. 11.

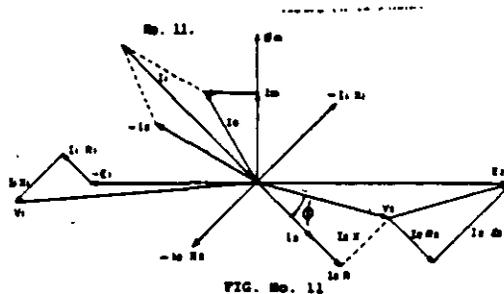


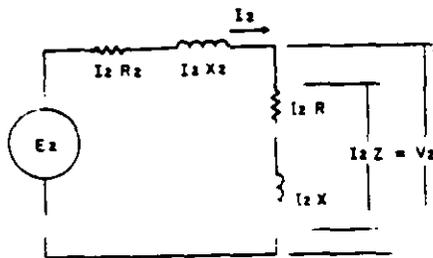
FIG. No. 11

Diagrama vectorial de un transformador con carga

Como se mencionó anteriormente cuando se energiza el primario de un transformador y el secundario se encuentra vacío, aparece una FEM E_2 en las terminales del secundario; en el momento en que se aplica carga al secundario, el voltaje en las terminales del secundario irá variando de acuerdo con las características de la carga y la impedancia propia del transformador.

Las características de la carga (R , X), definirán el ángulo β que existe entre el voltaje aplicado a la carga y la corriente que circulará por ésta (Al coseno del ángulo β se le conoce como factor de potencia) la caída $I_2 R_2$ se encuentra en fase con la corriente I_2 , en donde R_2 es la resistencia ohmica del devanado secundario, la caída $I_2 X_2$ depende del flujo de dispersión Φ_{a2} .

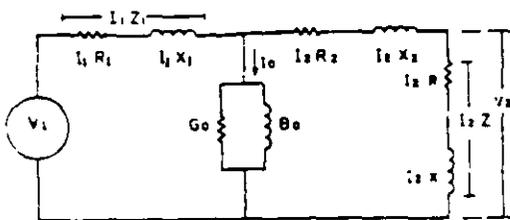
En forma similar el circuito mostrado en la Figura No. 9 se puede establecer para el secundario el siguiente circuito (Ver Fig. No. 12).



CIRCUITO EQUIVALENTE DEL SECUNDARIO DE UN TRANSFORMADOR CON CARGA

Fig. No. 12

g).- Para fines de cálculo se puede establecer el diagrama equivalente (Fig. 13) que considera a los dos devanados en un solo circuito eléctrico, no obstante que la conexión entre ellos es magnética y no eléctrica. Este diagrama es el general y se debe considerar de acuerdo con el estudio que se esté realizando, pues dependiendo de dicho estudio, se pueden despreciar algunos de estos parámetros.



CIRCUITO EQUIVALENTE DE UN TRANSFORMADOR CON CARGA

Fig. No. 13

Para poder elaborar este diagrama, se requiere referir los valores del secundario con respecto al primario o a la inversa, lo cual se puede obtener mediante las siguientes consideraciones:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (\text{Capacidad del primario} = \text{Capacidad del secundario, despreciando las pérdidas del transformador}).$$

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 \quad (\text{Fuerza magnetomotriz del primario} = \text{Fuerza magnetomotriz del secundario}).$$

De donde:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2} = a \quad (\text{Relación de Transformación}).$$

$$I_1 = \frac{I_2}{a} I_2 \quad (\text{Corriente del secundario referido al primario}).$$

$$V_1 = a V_2 = V_2' \quad (\text{Voltaje del secundario referido al primario}).$$

$$I_2' R_2' = a (I_2 R_2) \text{ si } I_2' = I_2/a$$

Se deduce:

$$R_2' = a^2 R_2 \quad (\text{Resistencia del secundario referida al primario}).$$

En la misma forma:

$$X_2' = a^2 X_2 \quad (\text{Reactancia del secundario referida al primario}).$$

Y:

$$Z_2' = a^2 Z_2 \quad (\text{Impedancia del secundario referida al primario}).$$

4.— COMENTARIOS:

Los conceptos vertidos en este capítulo, tienen como finalidad establecer los principios básicos requeridos para comprender el funcionamiento del transformador.

Se considera que dichos conceptos, reforzaran los conocimientos académicos del Ingeniero novel que se inicia en las actividades de mantenimiento.



III. TIPOS DE TRANSFORMADORES



III.- TIPOS DE TRANSFORMADORES

Los transformadores pueden clasificarse desde diferentes puntos de vista, empezaremos por su forma y proporción del núcleo.

1.- TIPO DE NUCLEO

a).- ACORAZADO (Shell).- Tiene como característica que el núcleo es el que envuelve a las bobinas (ver Figura No. 1).

Este tipo de diseño tiene algunas ventajas: Alta resistencia mecánica, baja impedancia, facilidad para transportar en mayores potencias, mejor regulación, también tiene desventajas que se deben considerar como: Costo inicial, costo de reparación, etc.

b).- DE COLUMNAS.- Su característica principal es que las bobinas envuelven al núcleo (ver Figura No. 2).

Se utiliza generalmente en mediana y baja potencia, con algunas ventajas como:

- 1.- Bajo costo
- 2.- Mayor impedancia
- 3.- Menor costo

Sin embargo presenta algunas desventajas como:

1. Menor resistencia mecánica
- 2.- Menor regulación.

2.- TIPO DE ENFRIAMIENTO

a).- OA Sumergido en líquido aislante (enfriamiento natural).

b).- OA/FA Sumergido en líquido aislante (enfriamiento con aire forzado).

c).- OA/FA/FOA Sumergido en líquido

aislante (enfriamiento con circulación de aceite y ventilación forzada).

d).- FOA (sumergido en líquido aislante con enfriamiento por aceite y aire forzado).

e).- OW Sumergido en líquido aislante enfriamiento con agua).

f).- FOW (Sumergido en líquido aislante, con enfriamiento de aceite forzado con enfriadores de agua forzada).

g).- AA (Tipo seco, con enfriamiento propio).

h).- AFA (Tipo seco, con enfriamiento por aire forzado).

i).- AA FA (Tipo seco con enfriamiento natural con enfriamiento por aire forzado).

La descripción de cada uno de éstos tipos, se encuentra detallada en sección No. 6 de este manual.

3.- POR EL NUMERO DE FASES

- a).- Monofásicos
- b).- Trifásicos.

En sistemas de potencia el transformador monofásico tiende a desaparecer, por el alto costo y área de instalación, debido a que los diseños modernos dan mayor confiabilidad a los transformadores trifásicos.

4.- POR SU LOCALIZACION

- a).- Interior
- b).- Interperie.

Esta clasificación depende del diseño de la Subestación, pero para transformadores de gran potencia, es recomen-

dable el tipo intemperie debido a su volúmen.

5.- POR SU CAPACIDAD

- a).- De potencia 500 KWA y mayor
- b).- De distribución 500 KWA y menor.

6.- POR SU APLICACION.

- a).- Elevador
- b).- Reductor
- c).- De instrumentos
- d).- De tierras
- e). Regulador, etc.

7.- POR TIPO DE PRESERVACION DEL ACEITE.

CON TANQUE CONSERVADOR

Respiración a través de sílica.
Sello de Nitrógeno (N2)
Aislado con Bolsa o Diafragma.
Respiración libre.

SIN TANQUE CONSERVADOR

Respiración a través de sílica.
Sellado con gas (aire ó nitrógeno).

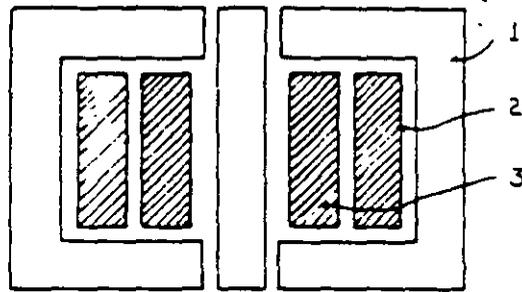
NOTA: Para mayor información ver sección No. 7 ACEITES AISLANTES.

8.- POR CONEXION.

Las conexiones más comunes son:

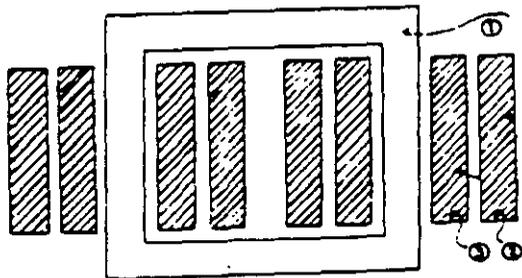
- a).- Delta Estrella
- b).- Estrella Estrella
- c).- Estrella Estrella Delta
- d).- Delta Delta
- e).- Zig-Zag (Estrella rota)
- f).- Estrella Delta

Aunque existen otras conexiones menos utilizadas en nuestro sistema.



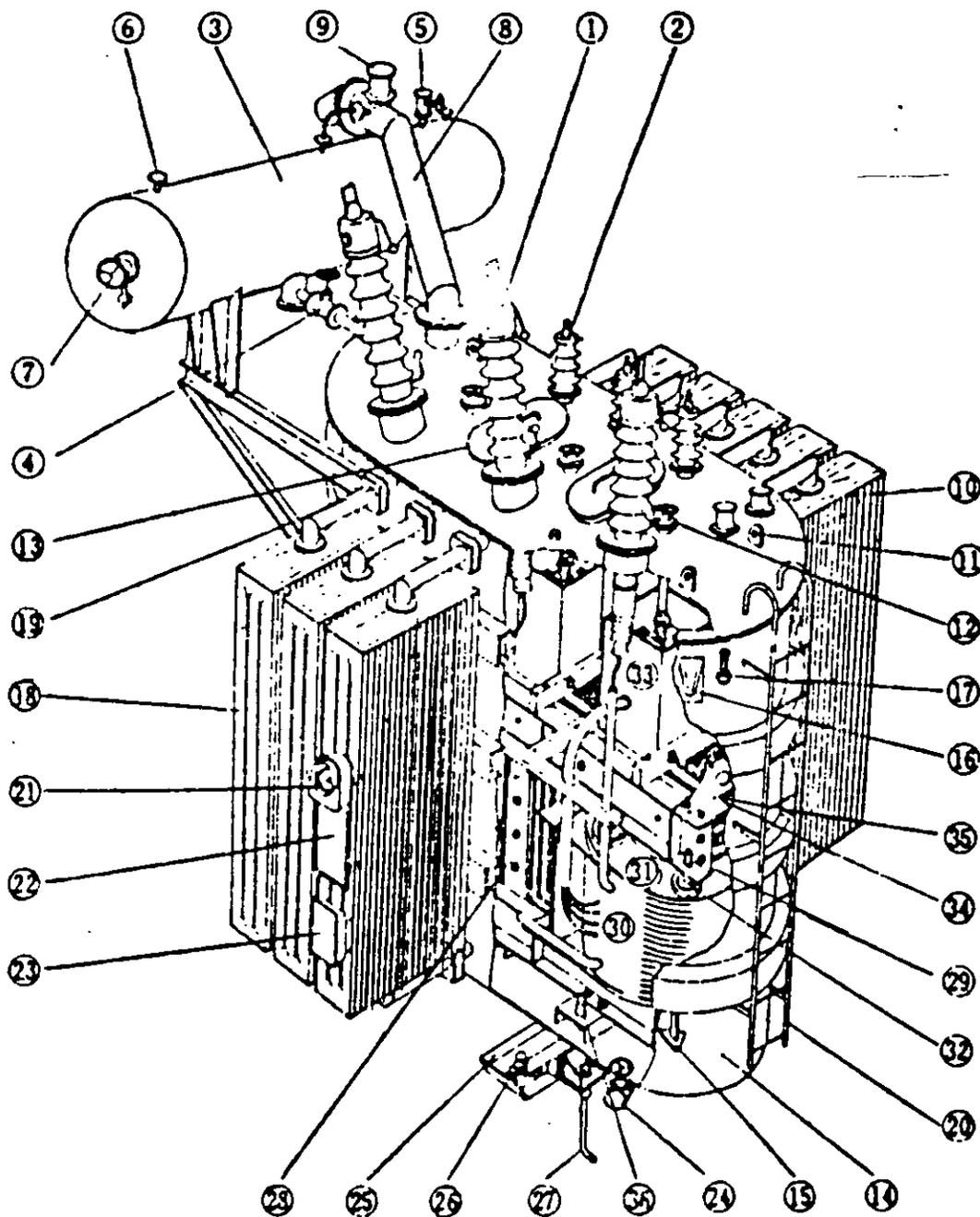
- 1).- NUCLEO
- 2).- BOBINA ALTA TENSION
- 3).- BOBINA BAJA TENSION

FIG. No. 1



- 1).- NUCLEO
- 2).- BOBINAS DE ALTA TENSION
- 3).- BOBINAS DE BAJA TENSION

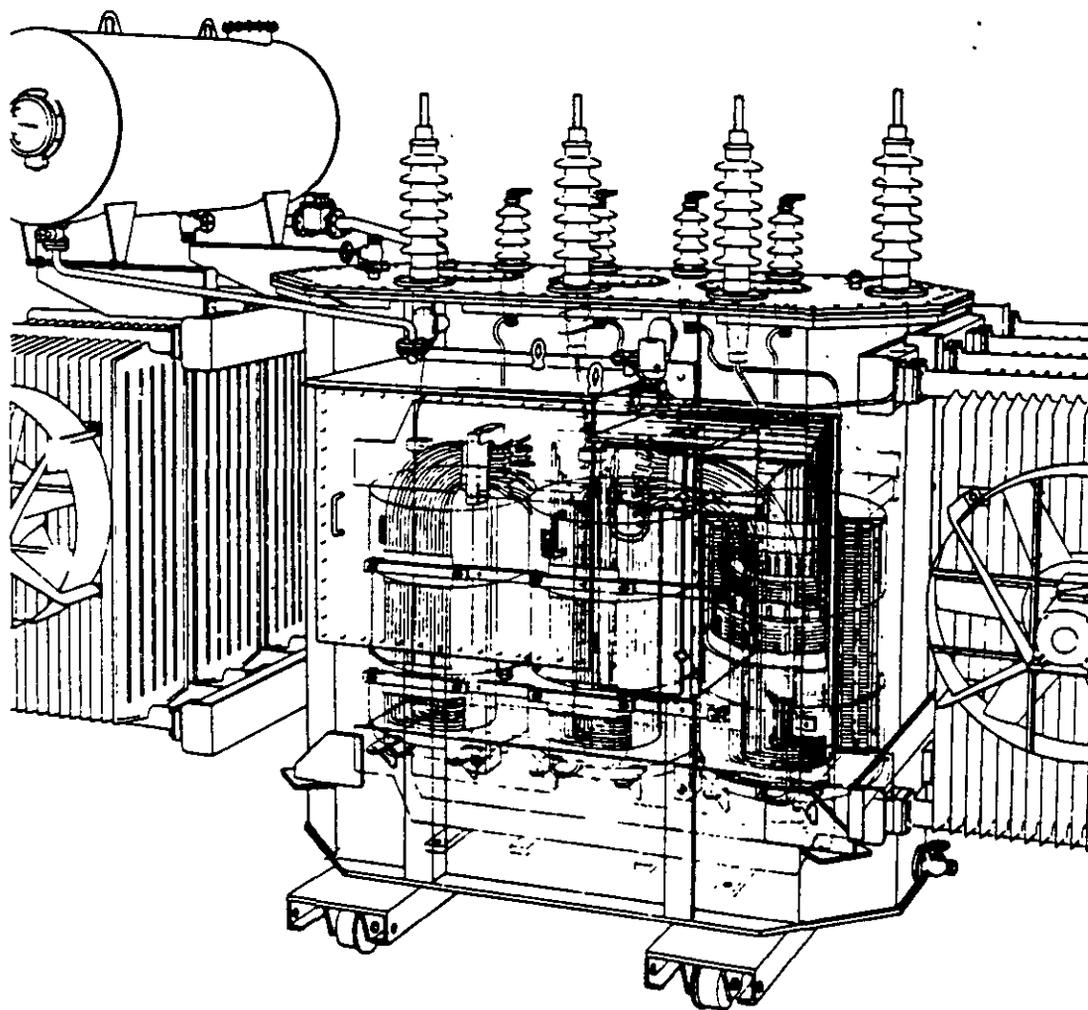
FIG. No. 2



CONSTRUCCION DE UN TRANSFORMADOR
TIPO ACORAZADO TRIFASICO
AUTO-ENFRIADO



- 1.- Boquilla de Alto Voltaje
- 2.- Boquilla de Bajo Voltaje
- 3.- Tanque conservador
- 4.- Válvula Bridada
- 5.- Válvula de entrada de aceite
- 6.- Brida para sello de Nitrógeno
- 7.- Indicador de Nivel de Aceite
- 8.- Válvula de alivio (cuello de ganso)
- 9.- Relevador de Presión Súbita
- 10.- Terminales del Transformador de corriente de la Boquilla
- 11.- Oreja para gancho de Maniobra
- 12.- Cambiador de Derivaciones manual
- 13.- Agujero de entrada de hombre
- 14.- Tanque
- 15.- Soporte de gateo
- 16.- Soporte de colgaje.
- 17.- Termómetro de Alcohol
- 18.- Radiador
- 19.- Válvula del Radiador
- 20.- Escalera
- 21.- Termómetro
- 22.- Placa de Datos
- 23.- Caja terminal para dispositivos de protección
- 24.- Válvula del Filtro de Aceite (Válvula Dren)
- 25.- Base
- 26.- Conector para Aterrizado
- 27.- Perno de Montaje
- 28.- Núcleo
- 29.- Armazón final
- 30.- Bobina
- 31.- Placa de Presión para la bobina
- 32.- Perno de Presión para la bobina
- 33.- Cambiador de Derivaciones
- 34.- Gancho de Izaje de Bobinas y Núcleo
- 35.- Cincho para bobina y núcleo
- 36.- Soporte



VISTA INTERIOR DE UN TRANSFORMADOR
TIPO DE COLUMNAS.



IV.— AISLAMIENTOS



Los aislamientos en un transformador de potencia son necesarios para mantener una separación adecuada entre dos puntos de diferente potencial, dentro del circuito eléctrico del propio transformador; en términos generales y dependiendo de los puntos que se van aislar, los aislamientos se pueden clasificar en las siguientes categorías:

- Aislamiento principal o mayor, el cual comprende la separación entre devanados diferentes de una misma fase, así como la separación entre devanados y tierra.
- Aislamiento menor, que comprende la separación entre espiras (vueltas) adyacentes y además, la separación entre secciones del mismo devanado.
- Aislamiento entre fases diferentes, que comprende la separación entre los devanados de estas fases.

Los materiales que integran los aislamientos en un transformador son básicamente aceite y papel aislante, de altas características de rigidez dieléctrica; además, aunque en menor proporción, se utilizan otros materiales como madera, vidrio, porcelana, etc. De acuerdo a sus características térmicas, tanto el aceite como el papel se clasifican en la clase "A", los cuales deben operar a temperaturas máximas de 105°C, sin pérdida de vida por degradación térmica.

En los transformadores como ya se dijo existen materiales aislantes con otra clasificación diferente a la "A" pero debido a que la limitante es el aceite, por esa razón el aislamiento del transformador se considera como aislamiento clase "A". Por otra parte existen transformadores tipo seco clasificados con aislamiento clase H, que son para temperaturas máximas de 125°C.

En la actualidad existen otros productos aislantes que están en proceso de desarrollo

como lo es el silicón y el Hexafluoruro de azufre que se comienzan a utilizar en transformadores; pero hasta este momento no existe una clasificación definida para estos productos.

Además de la degradación térmica, la vida de estos materiales aislantes es afectada por la humedad, contaminación química, efecto corona, esfuerzos anormales de voltaje y esfuerzos mecánicos.

Con los transformadores de potencia en servicio, los sistemas de aislamiento deben soportar esfuerzos dieléctricos debidos a la excitación continua de voltajes normales, a voltajes transitorios bajo condiciones de falla, sobretensiones ocasionadas por maniobras y sobretensiones de impulso debidos a descargas atmosféricas; todas estas sobretensiones implican severos esfuerzos eléctricos, sobre todo los frentes de onda de sobretensiones de impulso, llegando a producir la falla de los aislamientos al sobrepasar los límites de diseño, errores en los mismos o deficiencias de construcción; durante su servicio, los aislamientos sufren deterioros que provocan la falla a largo plazo, estos deterioros son provocados por la presencia de pequeñas descargas eléctricas (parciales), las cuales ocurren a través de pequeñas partes del aislamiento, que por deterioro progresivo y generación de gas, llegan a provocar la falla; como ya se mencionó, otra causa de degradación a largo plazo lo constituye la temperatura y los esfuerzos eléctricos continuos del voltaje normal de operación, que provocan lo que se conoce como "Pérdida de vida de los aislamientos".

Para garantizar la operación satisfactoria de los aislamientos, dentro de ciertos límites establecidos de acuerdo a normas, diseño y coordinación de los aislamientos, tanto internos como de los instalaciones externas y ligadas a los transformadores, se han establecido pruebas de laboratorio tales como, de baja frecuencia, de impulso y de maniobra.



Tanto las pruebas de voltaje de baja frecuencia, como las pruebas de impulso y de maniobra, son definidas de acuerdo a normas y a voltajes nominales ya establecidos.

MATERIALES PARA LOS AISLAMIENTOS

PAPEL Y PRESSBOARD. El papel es una de las partes más importantes en los transformadores modernos que merece una mención especial.

El papel puede ser clasificado como un producto natural. Muchas clases de fibras se encuentran en la naturaleza de las cuales se puede hacer un papel dieléctrico de buena calidad.

PAPEL KRAFT FIBRA DE MADERA

PAPEL MANILA CUERDA DE MANILA

KRAFT BOARD FIBRA DE MADERA

PRESS BOARD MADERA Y ALGODON

El papel tiene una excelente resistencia dieléctrica y bajas pérdidas dieléctricas cuando está seco, pero puede absorber humedad muy rápidamente.

Con objeto de superar esta dificultad, debe ser secado y tratado (impregnado) en algún líquido (aceite, barniz o resina) para ex-

cluir humedad y mantener la rigidez dieléctrica. Tal tratamiento llena los espacios huecos entre fibras e incrementa la rigidez dieléctrica.

ACEITE: El aceite es igualmente la otra parte importante del aislamiento del transformador. El aceite, como el papel, es un producto natural que contiene una variedad de impurezas y en diferentes cantidades.

Es universalmente usado principalmente porque tiene un bajo costo comparado con cualquier otro aislante líquido sintético.

Tiene también la particular ventaja de impregnar plenamente el papel.

Se considera que las corrientes de ruptura tienen en el aceite la particularidad de crear cargas eléctricas espaciales, que reducen el esfuerzo efectivo e incrementan la rigidez; mientras que en otros líquidos aislantes, las corrientes de ruptura, una vez establecidas, producen una falla completa. Este fenómeno no está totalmente aclarado, aunque ha sido sujeto a gran cantidad de estudios.

Independientemente de la investigación, el hecho es que el papel impregnado de aceite es a la fecha, el material económico de más alta rigidez.



VII.— ACEITES AISLANTES

- 1.- NATURALEZA Y COMPOSICION QUIMICA DE LOS ACEITES AISLANTES
- 2.- MANEJO Y ALMACENAMIENTO DE ACEITES AISLANTES
- 3.- MUESTREO DE LOS ACEITES AISLANTES
- 4.- GUIA DE PRUEBAS PARA ACEITES AISLANTES.
- 5.- INHIBIDORES DE OXIDACION PARA ACEITES AISLANTES



1.-NATURALEZA Y COMPOSICION QUIMICA DE LOS ACEITES AISLANTES.

Los aceites aislantes naturales, son derivados de la destilación fraccionada del petróleo.

La materia prima para su elaboración consiste de fracciones del petróleo crudo obtenidas en una torre de destilación al vacío (50 mm. deHg) entre los 260 y 371°C las cuales poseen las características físicas adecuadas para su obtención, como son viscosidad, punto de inflamación peso específico, etc.

Esta materia prima está constituida por hidrocarburos parafínicos, nafténicos y aromáticos además de bajas concentraciones de productos orgánicos de azufre, oxígeno y nitrógeno.

Los compuestos de oxígeno, nitrógeno y azufre son los que proporcionan al aceite su inestabilidad a la oxidación (corrosivos), mientras que de todos los componentes, los del tipo aromático juegan el papel principal o más importante.

La cantidad de los diferentes tipos de compuestos depende definitivamente del tipo de crudo refinado y del proceso en sí de refinación.

Los procesos de elaboración básicamente están encaminados a eliminar los compuestos indeseables de las materias primas. Algunos de estos procesos son el de hidrogenación, el de ácido sulfúrico y el de furfural.

El método del ácido sulfúrico es el de mayor uso en Estados Unidos y se usó en México hasta 1953.

El método del furfural es el que se emplea actualmente en la refinería de Salamanca. El furfural es un solvente selectivo que elimina compuestos polares y aromáticos.

Esta eliminación se puede controlar mediante la regulación de aceite - furfural.

El método de hidrogenación es de poco uso y en algunos lugares de Estados Unidos y en México inclusive está en experimentación.

Este método consiste en el tratamiento del crudo en atmósfera de hidrógeno a alta presión y temperatura en presencia de catalizadores sólidos. Algunos experimentos revelan que con este proceso se obtienen aceites de mejor calidad en cuanto a su contenido de hidrocarburos aromáticos que con otros métodos, se obtienen también contenidos bajos de azufre (alrededor de 0.2-0.5%).

Los crudos para la elaboración de los aceites aislantes son de dos tipos, el de la base nafténica y el de la base parafínica. Si un aceite tiene más del 50% de compuestos parafínicos, será de base parafínica, etc. Si el crudo es de base nafténica, la gravedad específica del aceite será mayor que si el crudo es de base parafínica.

El punto de escurrimiento de un aceite de base parafínica estará más cercano a los 0°C, que si el aceite proviene del crudo base nafténica.

En climas muy fríos es recomendable por lo tanto tener en servicio aceites elaborados de un crudo de base nafténica.

Es de conocimiento muy difundido, el hecho de que los aceites que proceden de un crudo de base parafínica presentan una mayor tendencia a gasificarse cuando son sometidos a esfuerzos eléctricos.

Los hidrocarburos aromáticos son más estables desde el punto de vista eléctrico y por lo tanto presentan una menor tendencia a gasificarse. Absorben el hidrógeno liberado por los hidrocarburos saturados y de este modo disminuyen el peligro de gasificación. Una parte de este grupo de compuestos constituyen los antioxidantes naturales del aceite, pues su reacción de oxidación es autorretardante ya que reaccionan



con los peróxidos evitando que continúe su reacción progresiva.

Los compuestos nafténicos o ciclo parafinas hierven a temperaturas más altas de donde se obtiene su mayor estabilidad con el aumento de temperatura.

Los corrosivos son hidrocarburos alifáticos que contienen átomos reactivos de azufre capaces de disolver metales catalíticos los que en forma ionizada y soluble promueven la peroxidización. Casi todos los crudos contienen algunos corrosivos en su constitución y se agregan otros durante la destilación por ruptura de materiales nafténicos del aceite crudo.

Los corrosivos son básicamente de dos tipos:

a. Los que reaccionan con Sosa Caustica en el proceso de refinación y pueden ser eliminados por esta substancia produciendo un aceite neutro.

b. Corrosivos que no pueden eliminarse con Sosa y que requieren un tratamiento químico más severo.

En relación a la composición más adecuada para un buen aceite aislante existen diversas opiniones respecto a la proporción de cada uno de sus constituyentes, principalmente de los hidrocarburos aromáticos.

Especialistas que durante largo tiempo han estudiado acerca de los aceites aislantes estiman la siguiente composición para un buen aceite aislante.

- Hidrocarburos aromáticos del 18 al 25%.
- Hidrocarburos nafténicos del 60 al 65%.
- Hidrocarburos Parafínicos del 10 al 18%.

Empresas dedicadas a la fabricación de transformadores concluyeron después de algunas investigaciones, que un buen aceite aislante debería tener cuando menos un 4% de Hidrocarburos aromáticos y óptimamente

de 4 del 6%

En opinión de especialistas de C. F. E., consideran que un porcentaje de 18-25% de hidrocarburos aromáticos sería excesivo ya que habrá problemas de solvencia con algunos materiales dentro del transformador como son lacas, barnices, etc.

Un aceite con las siguientes proporciones idóneo para operar en el equipo de alta tensión:

- Hidrocarburos Aromáticos del 4.5 al 6%.
- Hidrocarburos Nafténicos del 56 al 60%.
- Hidrocarburos Parafínicos del 35 al 40%.

Además de un contenido de azufre total entre 0.4 y 0.5%.

2.- MANEJO Y ALMACENAMIENTO DE LOS ACEITES AISLANTES.

El aceite aislante normalmente no se utiliza inmediatamente después que ha finalizado su refinación, sino que pasa por operaciones de almacenajes, y llenado de recipientes para su traslado a otros lugares.

Si la refinación y acabado de aceite es de buena calidad y las operaciones posteriores de almacenamiento y manejo son llevadas a cabo en forma inadecuada el aceite puede contaminarse. Esto provocaría en el aceite una disminución en su capacidad dieléctrica y puesto que esta característica es una condición muy estricta en el equipo eléctrico, deben extremarse medidas de protección en cuanto a su almacenamiento, transporte y manejo pues de ellos depende que el aceite se conserve en óptimas condiciones. La prevención contra contaminación es básicamente un asunto de sentido común y ninguna precaución razonable debe ser desdeñada.

El almacenamiento en tanques debe hacerse si estos están limpios y secos, además de que su pared interior sea recubierta con



pintura resistente al aceite para evitar la corrosión, y que cuenten con un sistema de preservación.

Las bolsas de neopreno pueden usarse tanto para almacenamiento a corto y largo tiempo, teniendo la precaución de efectuar pruebas periódicas de evaluación. Debe tenerse cuidado en asegurarse que estas bolsas estén limpias y drenadas de residuos de aceite antes de llenarlas.

Es común también el almacenamiento en tambores, sobre todo en C. F. E. es el procedimiento más usado, en este caso debe hacerse bajo techo, de preferencia.

Los tambores deben almacenarse por encima del nivel del piso e invertirlos de manera que el tapón quede en la parte inferior.

En caso de que no sea posible tener los tambores en forma vertical deben colocarse horizontalmente procurando que ambos tapones queden cubiertos.

Si bien el aceite arde normalmente alrededor de los 150-160°C, debe recordarse que bajo condiciones anormales pueden alcanzarse esas temperaturas en los alrededores del almacenamiento, por lo tanto debe tenerse precaución contra incendios.

Para el transporte son utilizados camiones pipa, tambores y es posible el transporte en bolsas de neopreno especiales, fuertemente atada a un camión, evitando así el excesivo movimiento del aceite.

Los camiones pipa deben estar bien sellados y el tanque debe ser de aluminio ó acero inoxidable para evitar la oxidación.

Para transporte en tambores, estos deben ir en posición vertical u horizontal cubiertos con una lona.

Se recomienda muy especialmente que nunca se lleve a cabo una operación de lle-

nado de tambores si la humedad relativa es mayor de 65%. Estas mismas condiciones deben conservarse cuando se vacien los tambores ya sea a una bolsa de neopreno o a un tanque de almacenamiento.

En la operación de llenado de aceite debe cuidarse que las tuberías y mangueras utilizadas estén perfectamente limpias y sean de materia que no ataque el aceite.

3.- MUESTREO DE LOS ACEITES AISLANTES

La veracidad de los resultados de un análisis a una muestra de aceite, dependerá directamente del cuidado que se tenga al obtener ésta, y de las precauciones tomadas en su manejo. Es por ello que para obtener una muestra verdaderamente representativa, y cuyo análisis muestre los valores reales de las características del aceite, se requiere de algunas técnicas no muy difíciles de cumplir y que su realización ayudará grandemente.

A continuación se mencionan algunas precauciones para lograr una muestra de aceite que sea representativa.

4.- GUIA DE PRUEBAS PARA ACEITES AISLANTES

Un análisis completo se debe realizar en el aceite nuevo ya sea para aceptación o antes de introducirlo al equipo así como también en el aceite que se encuentra ya dentro del equipo para su reconocimiento y estadística.

A continuación se describen cada una de las pruebas que se efectúan tanto en el campo como en el laboratorio.

a).- Tensión Interfacial:

Es una medida de las fuerzas de atracción entre las moléculas del agua y el aceite en la interfase. Se expresa en dinas/cm. Es un medio para detectar contaminantes



polares solubles y productos de oxidación del aceite. Un valor de 20 dinas/cm. o menor puede indicar que existen lodos en el transformador.

Existe un método que es posible realizar en el campo y que utiliza una microbureta, un cristizador y un soporte.

Número de Neutralización:

Durante la oxidación del aceite hay formación de ácidos orgánicos. Esta prueba tiene por objeto determinar la cantidad de material alcalino necesario para neutralizar esos ácidos. Consiste en titular con hidróxido de potasio una muestra de aceite usando un indicador paranaftolbeneina y un solvente adecuado.

Un valor aceptable para cualquier aceite nuevo es 0.03 mg KOH/gr. de aceite.

c).- Punto de Inflamación:

En una copa de latón es efectuada esta prueba y pueden indicarnos contaminación con productos volátiles si su valor es bajo. Se efectúa esta prueba también por razones de seguridad.

Normalmente el aceite arde a temperaturas que varían de 150-165°C.

d).- Gravedad Específica a 20°C.

Es el peso de un volumen dado de aceite relacionado al peso de un volumen cambian con la temperatura se corrige en caso de que la prueba no se efectúe a 20°C.

La gravedad específica nos indica que tipo de aceite tenemos en cuanto a el crudo del que procede y nos sirve para determinar la tensión interfacial.

e).- Punto de Anilina:

Es la temperatura a la cual se separan volúmenes iguales de aceite y anilina. La determinación nos da una indicación gene-

ral del contenido de aromáticos.

El aceite nuevo tipo M (basenafténica) tiene un punto de anilina entre 60 y 64°C, mientras que el aceite nuevo Pemex (tipo S), posee un punto de anilina de 68 a 71°C.

f).- Viscosidad:

Esta propiedad del aceite tiene gran importancia puesto que dependiendo de su valor el aceite será bueno o mal disipador del calor generado por el transformador.

La viscosidad de un fluido se define como su resistencia al flujo continuo.

Una de las formas de indicarla es en Segundos Saybolt Universales. En ese caso medimos viscosidad cinemática: un valor de 57 a 59 Segundos Saybolt Universales es óptimo para un aceite aislante.

g).- Contenido de Agua en el Aceite:

El agua en un aceite es dañina desde cualquier punto de vista. Es un compuesto muy polar por lo cual conduce la corriente eléctrica y proporciona además una fuente de oxígeno que facilita la deterioración del aceite. Debe evitarse que exista exceso de agua ya sea libre o en solución.

La prueba puede efectuarse por dos métodos: El método de Karl-Fischer y por medio de un higrómetro.

El límite máximo de agua en el aceite son 10 P. P. M. (partes por millón).

h).- Exámen Visual:

Esta es una prueba de campo que puede indicar la presencia de sólidos en el aceite agua u otras partículas contaminantes.

i).- Contenido de Inhibidor Sintético:

Esta prueba se efectúa para determinar si a un aceite se le ha agregado inhibidor



sintético.

El método consiste en hacer reaccionar el aceite con ácido fosfomolibdico y después atacar con hidróxido de amonio para formar un compuesto azul característico de los iones de molibdeno. Si se forma un precipitado azul marino, el aceite contiene Diterbutil Paracresol (Parabar 441), si el aceite no contiene inhibidor el precipitado será de color blanco.

j).- Contenido de Gases Combustibles:

Un análisis en el aceite aislante para la detección de fallas en los transformadores es el análisis de gases combustibles disueltos en el aceite aislante.

Las cantidades de gases combustibles producidas son pequeñas por lo que se requiere de equipo sofisticado para su detección. Este equipo es un cromatógrafo de gases que si bien su costo es relativamente alto considérese la magnitud de los beneficios obtenidos al prever fallas en un transformador.

El contenido de gas disuelto en una muestra de aceite de transformador puede predecir un inminente mal funcionamiento en el transformador, en contraste con las pruebas normales de rigidez dieléctrica, número de neutralización, tensión interfacial, contenido de agua, que indican poca información acerca de la condición del transformador.

Las estadísticas proporcionarán acumulación de gases combustibles. Generalmente, una lenta acumulación es indicativo del normal envejecimiento del aceite y celulosa del aislamiento. Una acumulación moderada puede ser indicativo de una falla incipiente mientras una acumulación rápida puede indicar una falla existente.

k).- Rigidez Dieléctrica del Aceite:

Esta prueba de aceite es una de las más

frecuentes, ya que conocer el voltaje que un aceite soporta es muy valioso, además esta prueba revela cualitativamente la resistencia momentánea de la muestra de aceite al paso de la corriente y el grado de humedad, suciedad y sólidos conductores en suspensión.

Normalmente la rigidez dieléctrica en aceites aislantes se comporta en la forma siguiente:

Aceites degradados y contaminados: De 10 a 28 KV.

Aceites carbonizados no degradados: De 28 a 33 KV.

Aceite nuevo sin desgasificar: De 33 a 40 KV.

Aceite nuevo desgasificado: De 40 a 50 KV.

Aceite regenerado: De 50 a 60 KV.

l).- Prueba de Factor de Potencia al Aceite.

Esta prueba es una de las más importantes a efectuar al aceite ya que no da una idea bien clara respecto a su contaminación o deterioro.

El factor de potencia es el valor del coseno del ángulo formado entre la potencia aparente en M. V. A. y M. W. respectivamente que nos da la medición de la corriente de fuga a través del aceite, la cual convierte en una medición de la contaminación o deterioro del aceite. Esto depende sobre una acción dipolar y afortunadamente la mayoría de los contaminantes son de naturaleza polar mientras el aceite no es polar.

Normalmente un aceite nuevo, seco y desgasificado alcanza valores de factor de potencia de 0.05% referido a 20°C. Un alto factor de potencia indica deterioro o conta-



minación con humedad, carbón o materias conductoras, Barniz, Glypatal, compuestos asfálticos o deterioro de compuestos aislantes.

Un aceite con un valor de factor de potencia de 0.5% a 20°C es usualmente considerado satisfactoriamente para operación.

Un aceite con un valor de factor de potencia entre 0.6 y 2% a 20°C debe ser considerado su estado como riesgoso y su confiabilidad para operarlo en estas condiciones será muy arriesgado y deberá ser investigado y en todo caso reacondicionado o reemplazado.

m).- Resistividad de Aceites:

La resistividad columétrica en OHMS-Cm. es la relación en C. D. del gradiente de potencial, en Volts-Cm. paralelo al flujo de corriente dentro de la muestra, a la densidad de corriente en Amperes-por Cm², en un instante dado, bajo condiciones específicas.

La resistividad de un aceite es una medida de un aislamiento eléctrico, bajo condiciones comparables a aquellas obtenidas durante la prueba, una resistividad alta refleja un contenido bajo en iones libres y normalmente indica una concentración baja de materiales contaminantes conductores.

Aceite en buen estado:

Mayor de 50 X 10⁶ Megohms-Cm.

Aceites en servicio:

50 X 10⁶ Megohms-Cm.

Aceites sujetos a investigación:

Menos de 50 X 10⁶ Megohms-Cm.

n).- Prueba PFVO. u Oxidación Evaluada por el factor de Potencia:

Esta prueba consiste en graficar los valores del factor de potencia contra el tiempo el cual se oxida una muestra de aceite en presencia de aire y cobre. Si la gráfica queda dentro de los límites determinados

en anteriores investigaciones el aceite se considera satisfactorio en cuanto a su resistencia a la oxidación.

o).- Cloruros y Sulfatos Inorgánicos:

Esta prueba generalmente se efectúa solo para la aceptación de aceites aislantes nuevos para evitar que al equipo entren productos iónicos y corrosivos como son los cloruros y sulfatos inorgánicos. Estos generalmente son productos de una mal refinación en el aceite. Generalmente no se efectúa en el reconocimiento de un aceite en uso por lo que se comentó al principio del párrafo.

5.- INHIBIDORES DE OXIDACION PARA ACEITES AISLANTES.

Como ya se ha mencionado anteriormente, cuando un aceite es puesto en servicio en un transformador, después de haber transcurrido un determinado tiempo se oxida en forma de peróxidos, aldehidos, ácidos y otros compuestos orgánicos en estado de transición que posteriormente formarán nuevos compuestos de gran peso molecular los que comúnmente conocemos como lodos.

Algunos experimentos en empresas dedicadas a la fabricación de equipo eléctrico concretizan que la oxidación del aceite se debe a su reacción con el oxígeno y la aceleración de la misma que son la etapa de consumo constante de oxígeno y la etapa en que disminuye ese consumo.

Los ácidos son derivados de los compuestos parafinicos mientras que los lodos proceden de los compuestos aromáticos.

De lo anteriormente expuesto se puede concluir que para obtener un deterioro más lento del aceite se puede hacer ya sea desactivando el hidroperóxido, las radicales libres o el metal catalizador.



Existen en el mercado dos productos químicos que ayudan a la disminución del deterioro de aceite que son el 2,5 Diterbutil-Paracresol y un producto Alemán con el nombre de Deactivador metalico SLIG - MD.

Este tipo de inhibidores retardan la oxidación del aceite hasta que se consumen, y puede agregarse otra vez después de un proceso de regeneración adecuado al aceite.

Existen también inhibidores sintéticos tipo aminico en el mercado pero que no se aplican a aceites aislantes porque tienden a aumentar considerablemente el factor de potencia.

La velocidad a la que el inhibidor se consumirá depende de la cantidad de oxígeno presente, los contaminantes solubles

en el aceite, los agentes catalíticos y la temperatura del aceite. En los transformadores más modernos ya sea sellados para protegerse del aire y humedad o los que tienen una atmósfera de gas inerte los beneficios del inhibidor aumentan en gran proporción. Cuando el inhibidor se termina o es consumido, la velocidad de oxidación aumenta.

Estudios realizados por especialistas en aceites, determinaron que es mejor retardador o inhibidor de oxidación el tipo deactivador que un antioxidante como el DBPC.

Es conveniente mencionar que un aceite tratado con inhibidor tiene una vida libre de lodos de más de 140 horas, mientras que el que no tiene inhibidor solo posee una vida libre de lodos de 64 horas.



X.— OPERACION.

- 1.— GUIA PARA LA CARGA A TRANSMITIR
- 2.— CONDICIONES DE SERVICIO
- 3.— VARIACIONES DE TENSION Y FRECUENCIA
- 4.— CONDICIONES DE SOBREXCITACION



OPERACION.

1.- GUIA PARA LA CARGA A TRANSMITIR.

Las recomendaciones de operación siguientes se basan en la Guía para carga de Transformadores de Distribución y Potencia de la norma ASA C57.92.

Se parte desde luego que para considerar operable con seguridad un transformador dentro de su capacidad deberá asegurarse lo siguiente:

- a) Que los auxiliares para enfriamiento forzado de aceite, ventiladores y motores de las bombas de aceite operan satisfactoriamente. Esto es recomendable asegurarlo mediante un mantenimiento preventivo regular que incluya su sistema de control y arrancadores; una vigilancia rutinaria en Sub-estaciones atendidas; y una operación confiable de las alarmas en Sub-estaciones atendidas y no atendidas.

La pérdida de un enfriador por falla disminuirá la capacidad del transformador en el porcentaje que determine el fabricante del equipo.

- b) Que los enfriadores y radiadores se encuentren razonablemente limpios y sus ductos por donde circula el aire libre de obstrucciones. Esto se deberá asegurar mediante limpieza periódica.
- c) Que sus instrumentos de indicación de temperatura de aceite y temperatura de devanado estén bien calibrados. Que sus alarmas de alta temperatura operen adecuadamente, por lo que deberán probarse durante la puesta en servicio y en las revisiones bianuales del transformador.
- d) Que sus conexiones y cables de conexión sean apropiados para la máxima capacidad que en un momento pueda transmitir el transformador; se encuentren apretadas y con buen contacto.

- e) Que sus demás instrumentos de indicación de nivel y protecciones estén conectadas y debidamente verificadas.

Considerando que se cumple con lo anterior se aclara que las recomendaciones siguientes son aplicables únicamente a transformadores inmersos en aceite con aislamiento tipo A.

Deberá partirse del hecho que ninguna carga superior a la capacidad nominal de un transformador deberá aplicarse sin hacer un estudio completo de otras limitaciones prácticas que pueden estar involucradas; como son la expansión del aceite, presión en unidades selladas, capacidad de boquillas, conectores, conexiones soldadas, transformadores de corriente, capacidad de interruptores, cables y cuchillas. Estos pueden constituir un límite práctico para la disponibilidad de Transmisión.

La capacidad Real que puede transmitir un transformador en un momento dado en servicio sin deterioro de su aislamiento puede ser un poco más o un poco menos de su capacidad nominal dependiendo de la temperatura ambiente y de las condiciones previas de operación.

1.1 CONDICIONES BASICAS DE CARGA PARA UNA VIDA NORMAL ESPERADA.

Las condiciones para una vida normal esperada de un transformador con una carga continua en su capacidad nominal en MVA enviando su carga a voltajes nominales y con un aire de enfriamiento que no exceda nunca los 40°C. y con una temperatura promedio en las 24 horas de 30°C.

Para transformadores con enfriamiento de agua las temperaturas serán máximo 30°C y promedio 25°C. Los 5°C menos de temperatura promedio es para permitir una posible disminución de la eficiencia del enfriamiento por incrustaciones en el cambiador de calor.



La norma considera la máxima temperatura de cobre con: 95°C. Sin embargo la experiencia nos ha demostrado que el límite máximo es 105°C.

Las recomendaciones que daremos se basan en que la vida esperada del aislamiento del transformador es afectada por la temperatura de operación y el tiempo.

La capacidad nominal en KVA o MVA de un transformador es la carga que puede transmitir continuamente al voltaje nominal secundario sin exceder una temperatura medida bajo condiciones prefijadas.

En casos prácticos se puede considerar como límite máximo de temperatura del devanado 105°C. Abajo de esta temperatura el aislamiento no sufrirá deterioro ni reducción de vida. Arriba en esa temperatura la vida de su aislamiento será acortada, dependiendo de las condiciones en diverso grado.

La elevación de temperatura en base, a la cual la capacidad nominal en MVA está dada se basa en:

a) La vida del aislamiento es afectada por la temperatura de operación.

b) Las temperaturas ambiente que se consideraron iba a soportar durante su vida el transformador.

1.2 SOBRECARGAS BAJO CONDICIONES ESPECIFICAS CON UNA VIDA NORMAL ESPERADA

Los transformadores pueden ser sobrecargados por arriba de su capacidad nominal por un período de tiempo en tanto su temperatura del devanado no sea mayor de 105°C.

Existen grandes variaciones de temperatura entre la medida en el devanado y la temperatura simple del aceite del transformador en la parte superior del tanque. Por esto la temperatura del aceite solo no sirve como guía de la capacidad que puede llevar el transformador.

Cuando se tienen cargas de corta duración que suceden una sola vez cada 24 horas la máxima carga de un transformador durante ese período puede ser incrementada considerablemente sobre la capacidad nominal de acuerdo a lo especificado en la tabla Nos. (1, 2, 3 y 4) siguientes:

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOCENFRÍADO O ENFRÍADO CON AGUA (OA o CA)																	
	CARGA INICIAL PUEVA EN %																	
	50%					70%					90%							
	TEMP. AMBIENTE EN °C.					TEMP. AMBIENTE EN °C.					TEMP. AMBIENTE EN °C.							
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	2.00	2.00	1.89	1.70	1.52	2.00	2.00	1.95	1.78	1.60	1.41	2.00	1.99	1.82	1.64	*	*
1	2.00	1.88	1.73	1.58	1.41	1.25	1.95	1.80	1.65	1.49	1.32	1.14	1.86	1.70	1.55	1.39	*	*
2	1.76	1.64	1.51	1.37	1.22	1.06	1.72	1.59	1.46	1.32	1.16	0.99	1.66	1.53	1.39	1.24	*	*
4	1.54	1.43	1.33	1.19	1.06	0.92	1.52	1.41	1.29	1.17	1.04	0.89	1.50	1.39	1.26	1.13	*	*
8	1.41	1.30	1.19	1.08	0.96	0.84	1.40	1.30	1.19	1.07	0.95	0.83	1.39	1.29	1.18	1.06	*	*
24	1.33	1.22	1.11	1.00	0.89	0.78	1.35	1.22	1.11	1.00	0.89	0.79	1.33	1.22	1.11	1.00	*	*



TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOENFRIADO Y AIRE FORZADO (OA/FA)																	
	CARGA INICIAL PREVIA EN %																	
	50%						70%						90%					
	TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	2.00	1.57	1.82	1.66	1.49	2.00	2.00	1.89	1.74	1.58	1.40	2.00	1.92	1.77	1.61	*	*
1	1.90	1.77	1.64	1.50	1.35	1.19	1.84	1.71	1.57	1.43	1.28	1.11	1.77	1.63	1.49	1.35	*	*
2	1.64	1.53	1.42	1.29	1.16	1.02	1.61	1.50	1.38	1.26	1.12	0.97	1.58	1.46	1.34	1.21	*	*
4	1.46	1.36	1.26	1.15	1.03	0.90	1.45	1.35	1.24	1.15	1.01	0.88	1.44	1.34	1.23	1.11	*	*
8	1.37	1.27	1.17	1.07	0.96	0.84	1.37	1.27	1.17	1.07	0.96	0.83	1.36	1.27	1.17	1.06	*	*
24	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	0.78	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	0.78	1.31	1.21	1.11	1.00	*	*

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOENFRIADO CON DOS PASOS DE VENTILACION FORZADO (OA/FA/FA)																	
	CARGA INICIAL PREVIA EN %																	
	50%						70%						90%					
	TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.						TEMP. AMBIENTE EN °C.					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	1.91	1.78	1.65	1.52	1.37	1.96	1.84	1.71	1.58	1.43	1.28	1.89	1.77	1.64	1.50	*	*
1	1.75	1.62	1.51	1.38	1.25	1.12	1.68	1.58	1.46	1.33	1.20	1.06	1.64	1.53	1.41	1.28	*	*
2	1.55	1.42	1.35	1.22	1.11	0.98	1.51	1.41	1.30	1.19	1.07	0.95	1.49	1.39	1.28	1.17	*	*
4	1.40	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	1.40	1.31	1.21	1.10	1.00	0.88	1.39	1.30	1.20	1.09	*	*
8	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.15	1.05	*	*
24	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	*	*

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: (FVA, FVA o GV/PO/FVA)																	
	CARGA INICIAL PREVIA EN %																	
	50%						70%						90%					
	TEMP. AMBIENTE EN °C						TEMP. AMBIENTE EN °C						TEMP. AMBIENTE EN °C					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	1.91	1.78	1.65	1.52	1.37	1.96	1.84	1.71	1.58	1.43	1.28	1.89	1.77	1.64	1.50	*	*
1	1.75	1.62	1.51	1.38	1.25	1.12	1.68	1.58	1.46	1.33	1.20	1.06	1.64	1.53	1.41	1.28	*	*
2	1.55	1.43	1.35	1.22	1.11	0.98	1.51	1.41	1.30	1.19	1.07	0.95	1.49	1.39	1.28	1.17	*	*
4	1.40	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	1.40	1.31	1.21	1.10	1.00	0.88	1.39	1.30	1.20	1.09	*	*
8	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.15	1.05	*	*
24	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	*	*



1.3 SOBRECARGAS BAJO CONDICIONES ESPECIFICAS CON UN SACRIFICIO DE VIDA MODERADO.

Las gráficas para determinar el sacrificio de vida de un transformador se dan en la norma ASA C 57.92 para los distintos tipos de enfriamiento.

Auto-enfriado

Enfriado con agua

Con aire forzado (para 133% o menos de los KVA en OA).

Con aire forzado (para 133% o más de los KVA en OA).

Con aceite o aire forzado.

En dos alternativas: para sobrecargas que siguen de operar al 50% de la carga; y para sobrecargas que siguen después de operar a 100%.

El usuario puede seleccionar la temperatura máxima del cobre para sobrecargas y tiempos que sucedan después de operar al 50% de la capacidad nominal o después de operar al 100%, y para esto determinar el porcentaje de pérdida de vida en tal sobrecarga. O puede determinar la sobrecarga de un porcentaje seleccionado de pérdida de vida.

Se considera que para condiciones durante emergencias una pérdida de 1% de vida útil por año es razonable.

Por consiguiente esta operación no debe considerarse normal o programarse tal que sume más de 1% de pérdida de vida en un año.

Se recomienda solo para condiciones de extrema emergencia tales como el disparo de otro banco en paralelo y solo durante el tiempo que se requiera para reducir la car-

ga o cuando existan disturbios graves en la red.

La temperatura del aceite en la parte superior del tanque, cuando se conoce es un buen criterio de las condiciones al inicio para una carga dada, que las condiciones previas de carga, porque el aceite puede no haber alcanzado su máxima temperatura de la carga anterior.

En las curvas se usaron las siguientes limitantes:

Máxima Temperatura de Aceite 90°C
(Sin protección)

Máxima Temperatura de Aceite 100°C
(Protegido)

Máxima Temperatura de Devanado 150°C
Máxima carga de tiempo corto 200°C

A continuación damos las tablas de "Sobrecargas con sacrificio de vida moderado" para diferentes transformadores y sobrecargas.

ENFRIAMIENTO OA Y FOM DESPUES DEL 50 % DE CARGA

HORAS VECES KVA NORMALES-NO MAS QUE EL SIGUIENTE PORCIENTO DE VIDA.

HORAS	% DE PERDIDA DE AGUA				
	0.01	0.25	0.5	1.0	2.00
1/2	2.00	2.00	2.00	2.00	2.00
1	1.76	1.91	2.00	2.00	2.00
2	1.50	1.62	1.72	1.82	1.82
4	1.27	1.38	1.46	1.53	1.53
8	1.13	1.21	1.30	1.37	1.37
24	1.05	1.10	1.15	1.23	1.23



SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA ENFRIAMIENTO OA Y FOM DESPUES DE UN 100 % DE KVA NOMINALES.

% PERDIDA DE VIDA				
HORAS	0.1	0.25	0.50	1.0
1/2	1.75	1.92	2.00	2.00
1	1.54	1.69	1.81	1.92
2	1.35	1.48	1.58	1.68
4	1.20	1.32	1.40	1.48
8	1.11	1.20	1.28	1.35
24	1.06	1.09	1.15	1.23

SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA, ENFRIAMIENTO FA DESPUES DE 100 % DE CARGA.

% SACRIFICIO VIDA				
HORAS	0.1	0.25	0.50	1.0
1/2	1.67	1.82	1.94	2.00
1	1.47	1.60	1.71	1.81
2	1.29	1.41	1.50	1.59
4	1.18	1.28	1.35	1.43
8	1.10	1.18	1.26	1.33
24	1.05	1.09	1.15	1.21

SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA DE ENFRIAMIENTO FA DESPUES ES 50 %.

% SACRIFICIO VIDA.				
HORAS	0.1	0.25	0.50	1.0
1/2	1.97	2.00	2.00	2.00
1	1.66	1.79	1.90	2.00
2	1.39	1.51	1.59	1.63
4	1.21	1.31	1.38	1.45
8	1.11	1.19	1.26	1.33
24	1.05	1.09	1.15	1.22

En las normas ASA existe el apendice C 57.92 que es una guía para sobrecarga de transformadores sumergidos en aceite, que se utiliza tanto en transformadores de Distribución como de Potencia.

Este apéndice contiene amplias referencias para poder calcular la pérdida de vida útil de transformadores de Potencia. A manera de ejemplo, a continuación se muestra la tabla 92-02-200 J para transformadores autoenfriados y doble paso de-aire forzado.



TABLA DE CAPABILIDAD PARA TRANSFORMADORES AUTOENFRIADOS Y AIRE FORZADO OA/FA/FA. CON SACRIFICIO MODERADA DE VIDA, CON UNA CARGA INICIAL DEL 70% DE LA CAPACIDAD NOMINAL MAXIMA DE PLACA.

CARGA PICO EN HORAS	TEMP. HOTTEST SPOT	PERDIDA DE VIDA EN % NO MAS DE	SOBRE CARGA MAX. PERMITIDA EN No. DE VECES EN CAPACIDAD DE PLACA					
			TEMP. AMBIENTAL °C					
			0	10	20	30	40	50
1/2	142	0.25	2.0	2.0	1.96	1.84	1.71	1.58
	150	0.50	2.0	2.0	2.0	1.94	<u>1.82</u>	1.69
1	134	0.25	1.92	1.81	1.70	1.59	1.47	1.36
	142	0.50	2.0	1.90	1.80	1.69	1.53	1.45
	150	1.00	2.0	1.98	1.88	1.77	<u>1.66</u>	1.55
2	126	0.25	1.68	1.59	1.49	1.39	<u>1.29</u>	1.18
	134	0.50	1.75	1.66	1.57	<u>1.47</u>	1.37	1.27
	142	1.00	1.32	1.73	1.64	1.55	1.45	1.32
	150	2.00	1.80	1.80	<u>1.71</u>	1.63	1.52	1.32
4	119	0.25	1.53	1.44	1.35	1.26	<u>1.16</u>	1.05
	126	0.50	1.50	1.51	1.42	<u>1.33</u>	1.23	1.13
	134	1.00	1.65	1.57	<u>1.49</u>	1.40	1.31	1.21
	142	2.00	1.72	<u>1.64</u>	1.56	1.47	1.38	1.21
	150	4.00	<u>1.79</u>	1.71	1.63	1.52	1.38	1.21
8	112	0.25	1.45	1.36	1.27	1.17	1.07	<u>0.97</u>
	119	0.50	1.51	1.42	1.33	1.24	<u>1.14</u>	1.04
	126	1.00	1.57	1.49	1.40	<u>1.31</u>	1.22	1.12
	134	2.00	1.63	1.55	<u>1.46</u>	1.37	1.28	1.18
	142	4.00	1.69	<u>1.61</u>	1.53	1.45	1.34	1.18
24	104	0.25	1.37	1.28	1.18	1.08	0.98	0.88
	109	0.50	1.42	1.33	1.24	1.14	1.04	<u>0.94</u>
	115	1.00	1.47	1.38	1.29	1.20	1.10	1.00
	122	2.00	1.53	1.44	1.35	1.26	<u>1.17</u>	1.07
	130	4.00	1.59	1.51	1.42	<u>1.33</u>	1.24	1.15

2.- CONDICIONES DE SERVICIO.

Las condiciones de servicio de transformadores de fuerza tendrán que satisfacer las siguientes condiciones:

- 1) El transformador deberá ser operado a una altura de 1,000 Metros (3,300 Pies) encima del nivel del mar y menos.

NOTA:- Si el transformador ha sido diseñado para la operación a la particular altura más alta de 1,000 metros encima del nivel del mar, los transformadores pueden operarse natural-

mente a esa altura particular. Cuando el transformador diseñado para condiciones de servicio normal se opera a una altura más de 1,000 metros encima del nivel del mar, hay que tener cuidado sobre las siguientes condiciones.

a) Capacidad Real del Transformador.

Se recomienda reducir el régimen de KVA por los porcentajes dados en la tabla siguiente, por cada 100 Metros (330 Pies) de altura en exceso.



Valores recomendados por Normas ASA y británicos.

TIPO ENFRIAMIENTO

Sumergido en Aceite Enfriado Automáticamente	0.4%
Sumergido en aceite Forzado Aire-Enfriado	0.5%
Forzado-Aceite Forzado Aire-Enfriado	0.5%
Enfriado por Agua	0. %

Sin embargo, el transformador puede usarse usualmente sin reducir su KVA de régimen, porque la temperatura ambiente tales alturas es normalmente más baja que en condiciones de servicio normal. ASA standar describe que el transformador diseñado para condiciones de servicio normal puede usarse a sus KVA de régimen, basta que la temperatura promedio del aire enfriador no exceda los valores abajo mencionados para las alturas respectivas.

TIPO ENFRIAMIENTO	ALTURA (metros sobre el nivel de mar)			
	1000	2000	3000	4000
Sumergido en Aceite Enfriado Automáticamente	50°C	28°C	25°C	25°C
Sumergido en Aceite Forzado Aire-Enfriado	50°C	28°C	25°C	20°C
Forzado-Aceite en Forzado Aire-Enfriado				

3.- VARIACION DE VOLTAJE Y FRECUENCIA.

Cuando el voltaje y o frecuencia varían el valor de régimen, el transformador puede operarse como sigue:

- 1) El transformador puede operarse con-

tinuamente a generación de régimen ó menos con el voltaje 5% más alto que el voltaje de régimen sobre lado de generación o entrada.

- 2) El transformador puede operarse continuamente en vacío con un voltaje 10% alto que el voltaje de régimen.
- 3) El transformador puede operarse normalmente con una variación de frecuencia de más o menos 5%.
- 4) Cuando el voltaje y frecuencia varían simultáneamente, la suma de cada variación deberá estar dentro de más o menos el 5%, considerándose el aumento de voltaje y el decremento de frecuencia como positivo.

4.- CONDICIONES DE SOBRECITACION.

Existe para los transformadores de potencia el riesgo de sufrir una corriente de excitación excesiva que provoque un calentamiento elevado en el núcleo.

Esta situación se puede presentar por dos condiciones.

- a) Alimentación de un voltaje excesivo arriba de la saturación de núcleo.
- b) Alimentación de tensiones menores de la nominal pero con baja frecuencia.

El primer caso puede suceder por condiciones anormales de la red el segundo por disparo de un generador de la red y que se quede excitado durante su pérdida de velocidad afectando a sus transformadores de máquina y de auxiliares.

Ambos casos deben ser previstos mediante protecciones para evitar daños al transformador.

Un transformador de acuerdo a normas debe ser capaz de soportar:



- a) Operación a 105% del voltaje nominal secundario mientras envía su capacidad nominal de KVA a factor de potencia mayor o igual a 0.8.
- b) Operando al 110% del voltaje nominal secundario en vacío.

Los límites se aplican a voltaje nominal y potencia normal de cualquier derivación pero a frecuencia nominal. Una medida común usada para evaluar el flujo en el núcleo es la excitación por unidad definida como voltaje en p. u. entre frecuencia en p. u. o generalmente se considera los volts/hertz cuando un voltaje aplicado a un transforma-

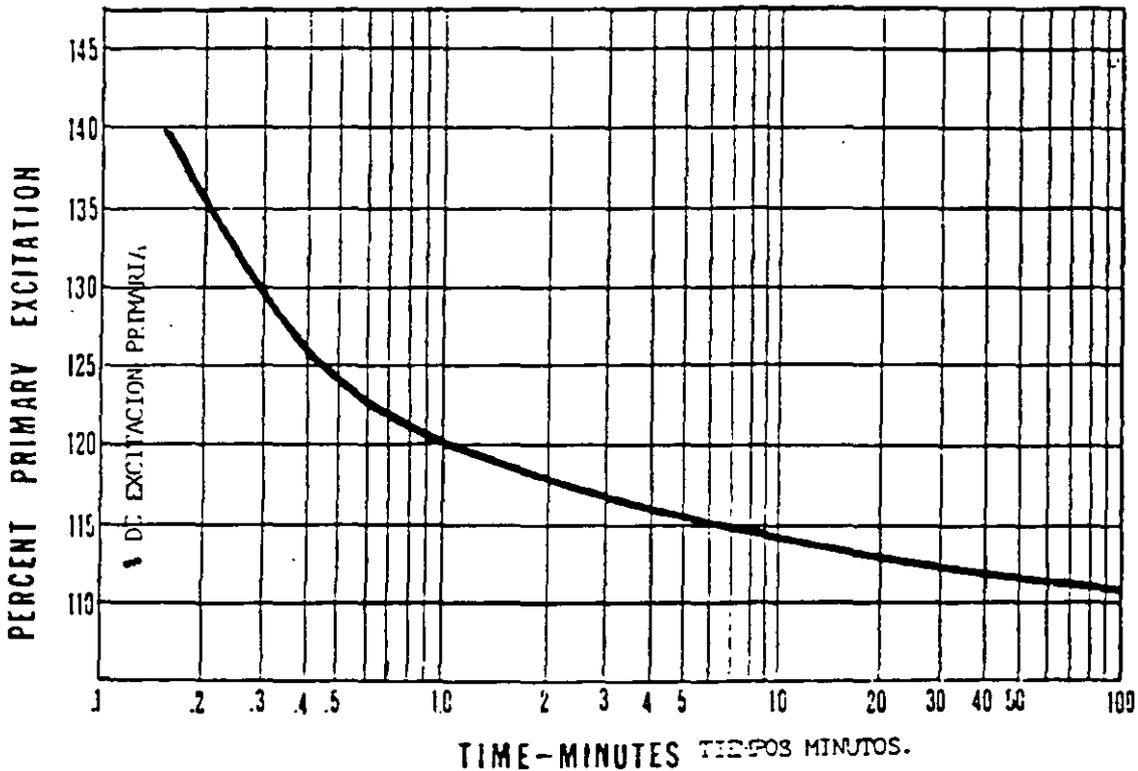
dor tiene una frecuencia distinta a la nominal debemos cuidar que se mantengan los límites de volts/hertz del transformador.

El efecto principal de la sobreexcitación es la degradación térmica del aislamiento.

Una severa sobreexcitación puede provocar una falla.

La curva siguiente muestra el límite para sobreexcitaciones por tiempos breves.

Por ejemplo un transformador sujeto a 120% de Excitación (Volts. p. u./hertz p. u. X100) puede soportar sin daño un minuto.





**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

COMPONENTES DE LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS

**EXPOSITOR: ING. ALFREDO LÓPEZ TAGLE
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

INTRODUCTION

Mitsubishi Electric Corporation makes every type of steam turbine generator: 2- or 4-pole, air cooled, conventional hydrogen cooled or hydrogen inner cooled machines.

Normally, hydrogen inner cooling, also called hydrogen-direct or conductor cooling, is used in machines rated 160 MVA and larger; conventional hydrogen cooling in those rated from 35~160 MVA; and air cooling in units rated 50 MVA and below.

For machines exceeding 400 MVA, refinements of the standard inner cooled configuration, such as pressurized gap cooling for the rotor or water cooling for the stator coil may be applied. Details of applicability are shown in Fig. 1.

The largest machine built so far is a 670 MVA/3600 rpm unit for fossil fueled plants, and a 920 MVA/1800 rpm unit for nuclear power is now under construction.

Fig. 2 will give some idea of the extent to which unit capacities have increased in recent years. The total production of Mitsubishi Electric steam turbine generators now aggregates some 20 million kVA (see Fig. 2), and the machines are in use in nations around the world. With an efficiency based on almost sixty years of generator production, Mitsubishi continues to make further efforts to live up to customers' expectations for products of the finest quality.

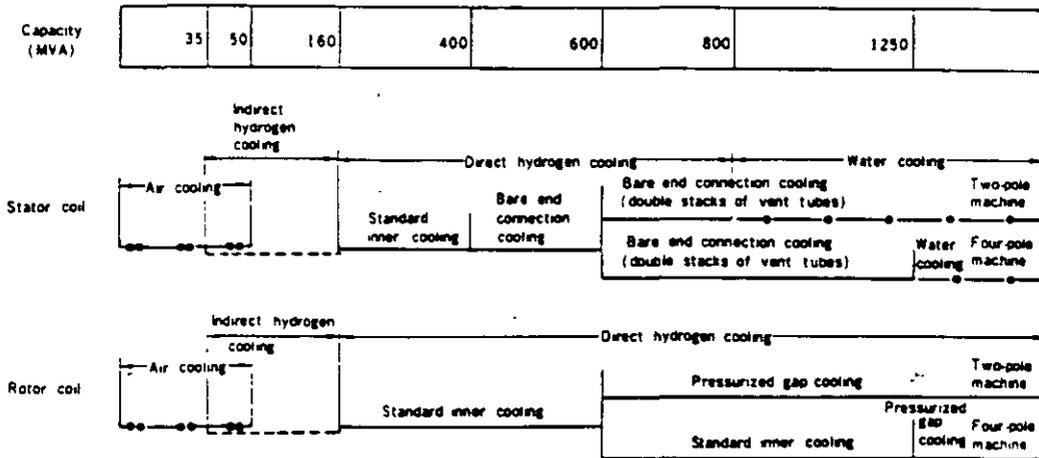


Fig. 1 Applicability of various cooling systems

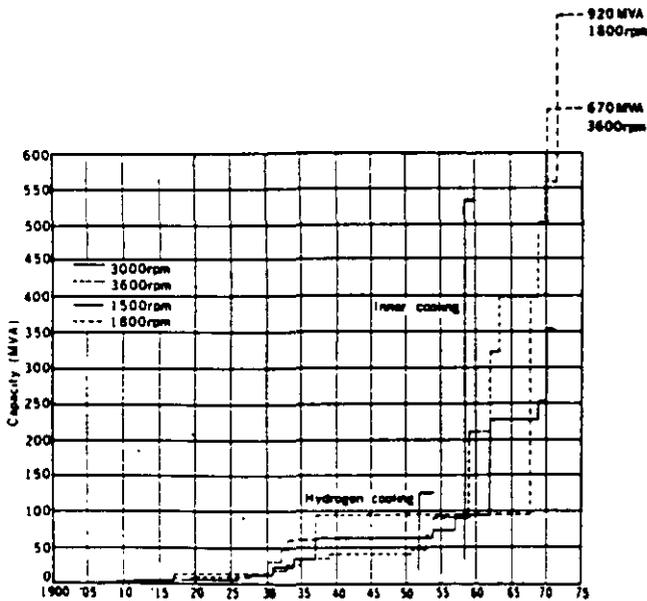


Fig. 2 Maximum ratings of individual steam turbine generators

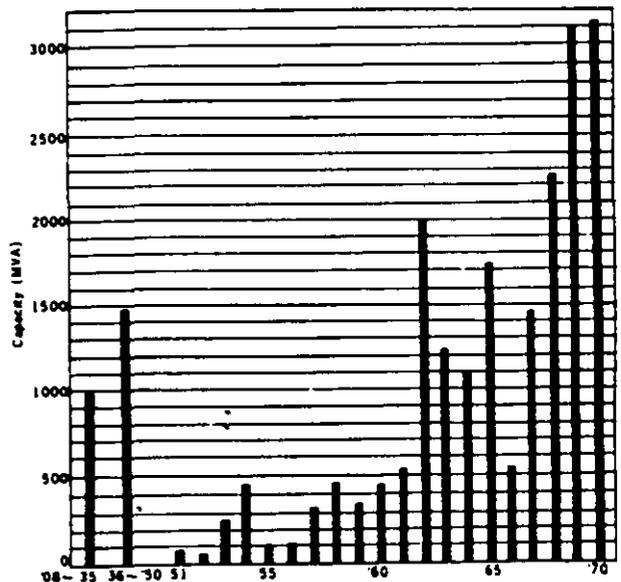


Fig. 3 Production record of steam turbine generators

STANDARD SPECIFICATIONS

Rated Output

Synchronous steam turbine generators are rated at the maximum load they are capable of carrying continuously without exceeding their temperature guarantees. Ratings are expressed in kVA at maximum frame gas pressure.

Conventional Hydrogen

Output is usually specified at the standard hydrogen pressure of 2kg/cm²-g. The output at other hydrogen pressures is expressed as a percentage of the rating:

- 2 kg/cm²-g 100% kVA
- 1 kg/cm²-g 92% kVA
- 0.05 kg/cm²-g 80% kVA

Inner

Rated output is usually specified at a hydrogen pressure of 4 kg/cm²-g.

Output decreases at lower hydrogen pressures, the following being possible:

- 4 kg/cm²-g 100% kVA
- 3 kg/cm²-g 90% kVA
- 2 kg/cm²-g 80% kVA

Rated Power Factor

In general, a power factor of 0.85 or 0.9 lagging is adopted.

Rated Terminal Voltage

Conventional Hydrogen

Standard armature voltage ratings are 11,000 and 13,800 V.

Inner

There is an optimum voltage rating which is affected by machine design.

Normally an integral number of kV between 15 kV and 24 kV is adopted, and it is dependent upon rated power factor and short circuit ratio.

Rated Excitation System Voltage

Conventional Hydrogen

The preferred standard excitation voltages are 250 V and 375 V.

Inner

Rated voltage of brushless direct-connected exciters can be anywhere from 330 V-600 V. For other systems the preferred standard excitation voltages are 375 V and 500 V.

Short-Circuit Ratio

The short-circuit ratio is the ratio of the number of field ampere-turns required to produce rated voltage at no-load and at rated frequency to the field ampere-turns required to produce rated armature current at sustained short circuit. Standard short-circuit ratio at rated kVA for Mitsubishi turbine generators is 0.58, but in large generators a smaller short value is recommended.

Insulation Class

Class B insulation is applied to stator and rotor windings.

Temperature Rise Limits

(based on maximum frame gas pressure)

Mitsubishi generators can be made to meet any standards, but the following are typical:

Conventional Hydrogen (JEC standard)

- Cold hydrogen: 46°C (by detector)
- Stator windings: 65°C rise (by embedded detector)
- Rotor windings: 84°C rise (by resistance)
- Collector rings: 80°C rise (by thermometer)
(at 40°C ambient)

Inner cooled (USAS standard)

- Cold hydrogen: 45°C to 50°C (by detector)
- Stator windings: 65°C to 60°C rise (by detectors in coolant from armature windings)
- Rotor windings: 65°C to 60°C rise (by resistance)
- Collector rings: 80°C rise (by thermometer)
(at 40°C ambient)

Allowable Voltage Variation

Generators will operate successfully at rated, kVA frequency, power factor and gas pressure at any voltage, within ±5% of rated voltage, but not necessarily in accordance with the standards of performance established for operation at rated voltage.

Short-Circuit Requirements

Steam turbine generators are capable of withstanding, without injury, a 3-phase short circuit at the terminals when operating at rated kVA, rated power factor, 5 percent overvoltage, and with fixed excitation for:

- Conventional30 seconds
- Inner cooled.....10 seconds.

Generators can also withstand without injury, any other short circuit at the terminals for:

- Conventional.....30 seconds or less
- Inner cooled.....10 seconds or less,

provided the machine phase currents under fault conditions are such that the negative phase sequence current (I_2) expressed in terms of per unit stator current at rated kVA, and the duration of the fault in seconds (T), are limited to values which give an integrated product ($I_2^2 T$), equal to, or less than:

- Conventional30
- Inner cooled10.

Also, the maximum phase current is limited by means of suitable reactance or resistance to a value which does not exceed the maximum phase current obtained from the 3-phase fault.

Wave Form

The deviation factor of a wave is the ratio of the maximum difference between corresponding ordinates of the wave and those of an equivalent sine wave when the waves are

uperimposed in such a way as to make this maximum difference as small as possible.

The deviation factor of the open-circuit terminal voltage wave of synchronous generators does not exceed 10 percent.

Overspeed Strength

These steam turbine generators, which have cylindrical rotors, will withstand an overspeed of 120 percent without injury.

Efficiency

The following losses are included in determining efficiency:

1. I²R losses of armature and field winding
2. Core loss
3. Stray load loss
4. Friction and windage loss
5. Exciter friction and windage loss if exciter is driven

from generator shaft.

Gas Replacing

An indirect method is employed whereby carbon dioxide is used as the purging medium when replacing air with hydrogen or vice versa.

Normal figures of quantity of gas and time required for replacing the gas are shown in Table 1.

Hydrogen Consumption

To maintain gas purity and pressure in operation, hydrogen must be supplied from time to time. Hydrogen consumption includes leakage from the generator frame or outer piping and absorption to seal oil, plus an allowance to compensate for contamination of air inside generator. Table 2 shows hydrogen consumption for conventional hydrogen cooled generators and Table 3 for inner cooled machines.

Table 1. Quantity of Gas and Time Required for Gas Replacement (at standstill or turning speed)

Operation	Gas required	Quantity (@S.T.P.)*	Time required (hrs)
Replace air with CO ₂ at 75% purity	CO ₂	1.0 V	1
Replace CO ₂ with H ₂ at 95% purity	H ₂	2.0 V	1~2
Pressurize hydrogen	H ₂	PV	1~3
Replace H ₂ with CO ₂ at 96% purity	CO ₂	1.5 V	1

(V: Cubic volume of the generator housing, P: Desired hydrogen pressure (kg/cm²-g))

Table 2. Hydrogen Consumption of Conventional Hydrogen Cooled Generators (vacuum treating seal oil system)

Gas pressure (kg/cm ²)	Guaranteed max. (m ³ /day)	Expected value (m ³ /day)
0.05	2.0	1.5
1	6.0	4.0
2	9.0	6.0

Table 3. Hydrogen Consumption of Inner Cooled Generators (double flow type gland seal system)

Gas pressure (kg/cm ²)	Guaranteed max. (m ³ /day)	Expected value (m ³ /day)
2	8.0	5.0
3	10.0	6.5
4	12.0	8.0
5	14.0	9.5

Factory Tests

The following standard commercial factory tests are made on all generators:

Mechanical

1. Rotor overspeed (15%)
2. Rotor mechanical balance
3. Mechanical inspection
4. Gas leakage (using air)
5. Gas replacement

Electrical

1. Measurement of cold resistance of armature and field

windings

2. Insulation resistance measurements
3. Phase rotation check
4. No-load saturation curve measurement
5. 3-phase short circuit characteristic measurement
6. Measurement of losses
7. Equivalent temperature rise test
8. Dielectric tests

Stator: The standard test voltage is an AC voltage of an effective value twice the rated voltage of the machine plus 3000 V, applied for 60 seconds (JEC requirement).

Rotor: Field windings are tested at ten times rated voltage up to a maximum of 3500 V, applied for 60 seconds (JEC requirement).

PRINCIPLE OF HYDROGEN COOLING

Hydrogen cooling has been applied to steam turbine generators rated above 35 MVA since the late 1930's because of the gas's low density and good thermal characteristics. Commercial hydrogen has the degree of purity required for cooling purposes, is non-explosive, and will not support combustion.

The principal characteristics of hydrogen which make it the most desirable gaseous cooling medium for rotating electrical machines are compared with those of air as follows:

Characteristic	Air	Hydrogen
Density	1.00	0.07
Thermal conductivity	1.00	7.00
Heat transfer coefficient (surface-to-gas)	1.00	1.35
Specific heat	1.00	0.98
Support of combustion	Yes	No
Oxidizing agent	Yes	No

These characteristics, in turn, mean that conventional hydrogen cooling has the following advantages:

1. Lower windage and ventilation losses due to lower density;
2. Increased output per unit of generator weight due to the higher thermal conductivity and heat transfer coefficient, making possible the building of generators of higher capacities;

3. Reduced maintenance expenses because of the freedom from dirt and moisture resulting from the closed recirculating gas system;
4. Increased stator winding insulation life because the absence of oxygen and moisture lessens the harmful effect of any coronas generated during abnormal operating conditions;
5. Reduced windage noise because of the lower density and the closed ventilation system;
6. Availability of hydrogen in unlimited quantities at relatively low cost.

In early conventional hydrogen cooled machines, hydrogen pressure inside the generator housing was maintained at 0.05 kg/cm²-g, but it was found that increased pressure, coupled with improvements in blowers, metallurgy and details of construction, permitted steady increases in the maximum ratings possible.

It eventually became evident, however, that this increase was limited by a hydrogen pressure of about 2 kg/cm²-g, beyond which point no appreciable increase in capacity could be secured by further increases.

Inner cooling was then developed, an improved method of cooling large steam turbine generators, which permitted a further increase in the capacities for which these machines could be built. The basis of this improved technique was to cool the active conductors internally by making them

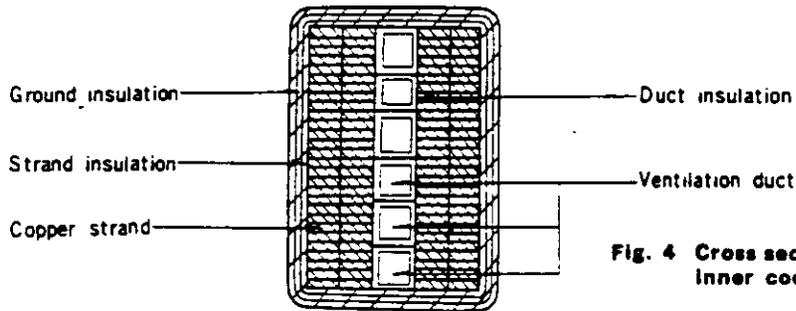


Fig. 4 Cross section of stator coils—inner cooled

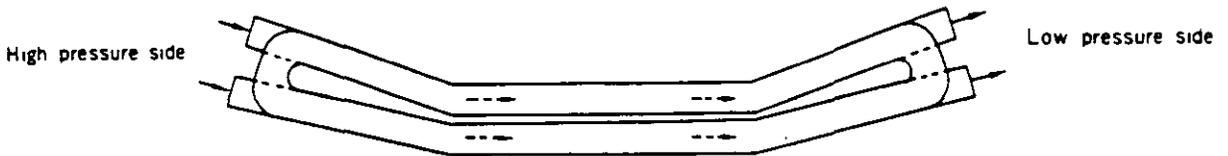


Fig. 5 Ventilation direction—inner cooled

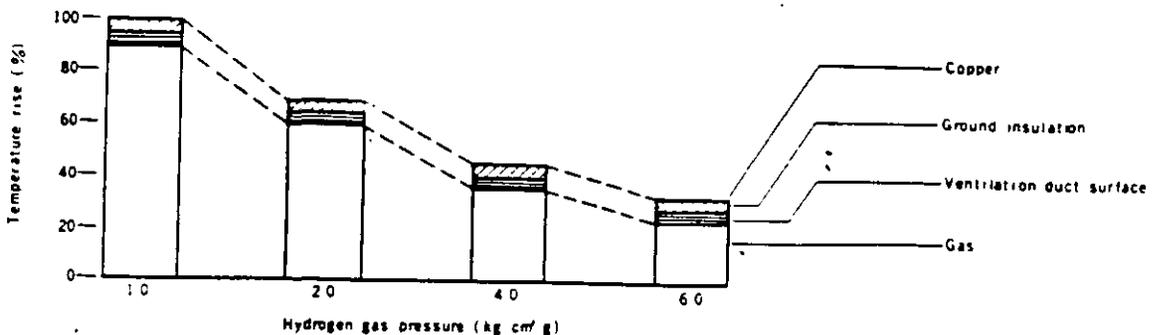


Fig. 6 Temperature rise in the stator coil—inner cooled

hollow and to blow gas at high velocities through these ducts, thus placing the coolant in direct contact with the materials in which the heat was being generated. This inner cooling principle allowed increases in generator ratings because of the greater ceiling capabilities at pressures up to 5 kg/cm²-g.

This inner cooling configuration had a number of further advantages over conventional hydrogen cooling, as follows:

1. Machine dimensions and weight are greatly reduced by the improvement in cooling efficiency, resulting in lower costs for foundation and cranes.
2. Floor space is reduced because less axial distance is required to remove the rotor.
3. Reduced rotor weight and dimensions increase reliability of the shaft material.

4. Circuit breaker interrupting capacity may be reduced because of the high transient and subtransient reactances.

5. Operation and maintenance is no more complicated than for conventional hydrogen cooled types.

In Mitsubishi's inner cooled generators, both the stator and the rotor coils are cooled internally. Thus temperature rise through ground insulation and core laminations, which had been the largest element in total temperature rise in conventional hydrogen cooled machines, is reduced to near zero, with the result that the temperature rise of the hydrogen itself now plays a major role (see Fig. 6). Therefore, either higher gas pressure or lower blower pressure will increase the mass flow of hydrogen, resulting in lower temperature rise and greater generator capacities.

Safety Features

Since mixtures of hydrogen and air are explosive over a wide range of proportions (from about 5% to 70% hydrogen by volume), the machine design and operating procedures are so specified that explosive mixtures are not possible under normal operating conditions. In order to provide for mechanical failure or accident, the frame is 'explosion-proof'. The intensity of an explosion of a mixture of air and hydrogen varies with the proportions of gases present, reaching a maximum at a point halfway between 5% and 70% hydrogen. The term 'explosion-proof' is intended to mean that the frame will withstand an explosion of this most explosive proportion of hydrogen and air at a gas pressure of about 0.2 kg/cm²-g without damage to life or property external to the machine.

This nominal pressure of about 0.2 kg/cm²-g is that which might be obtained if hydrogen were accidentally admitted during the purging operation instead of carbon dioxide. Such an explosion might, however, result in damage to or dislocation of internal parts of the generator.

A conventional hydrogen cooled generator or an inner cooled generator is provided with a gas and oil system. The primary functions of the hydrogen control system are 1) to provide for purging and filling of the generator housing to maintain the gas within the generator housing free of moisture within predetermined purity, pressure and temperature limits, and 2) to give warning of improper operation of the generator or the hydrogen control system. These functions can be performed for running and standstill conditions. The gas control and alarm system used with Mitsubishi's steam turbine generators is simple to operate and adequate from the standpoint of reliability and protection. The details and functioning of this control and alarm system are covered more completely on pp. 22-30 of this catalogue.

Dialastic Insulation

Dialastic insulation, the result of extended research and development over a number of years, has outstanding electrical, physical and thermal properties.

Its advantages result from the excellent electrical properties of the resin, coupled with improvements in the impregnation process which produces a high degree of fill, and good insulation consolidation. This results in lower insulation power factor, increased dielectric strength and a remarkable improvement in voltage endurance. The thermosetting property of dialastic resin provides solid yet elastic physical bonds between mica flakes and the resiliency of the resin bond permits elastic cyclic displacement of adjacent mica flakes and provides restoring force within the insulation wall.

Generator armature coils using this insulation are of the half-coil construction. The coils are insulated from ground by multiple layers of continuous mica tape. The mica tape used is bonded with a synthetic resin with excellent electrical properties, which contributes to low dielectric loss and high dielectric strength. After application of the mica tape, the coil is completely wrapped with a finishing tape of fiber glass.

The coils are vacuum treated to remove moisture, solvents and gases. They are then impregnated under pressure with Dialastic resin. The process used results in the greatest possible fill of the coil interstices. After impregnation the resin is cured by heating, with physical restraint on the insulation to obtain a high degree of filling and excellent consolidation, both on the straight part and the end winding. The resultant composite insulation is a tough, yet flexible, dielectric barrier with excellent electrical and physical properties. The insulation is elastic and possesses good dimensional stability.

GENERATOR CONSTRUCTION

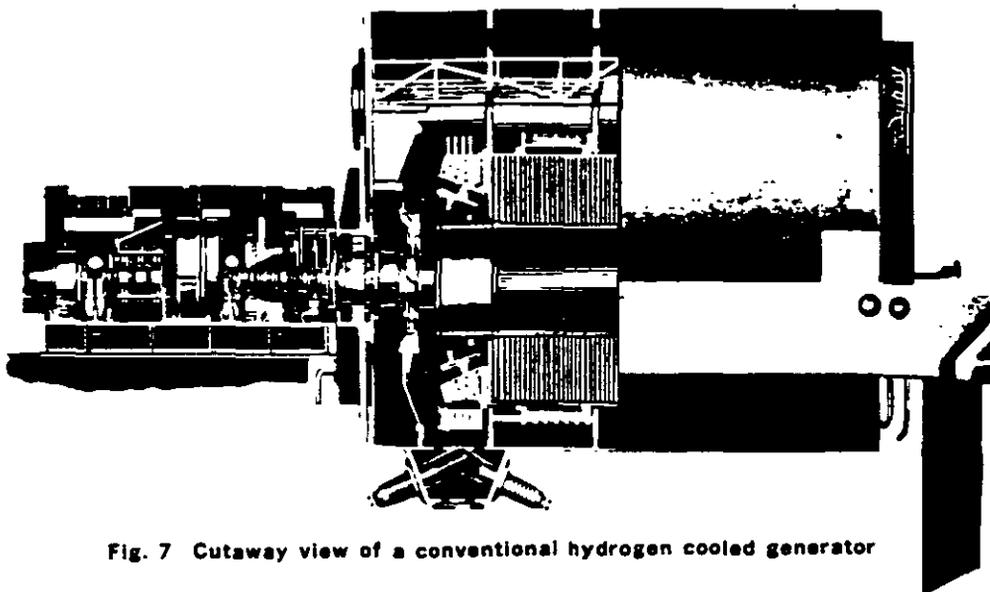


Fig. 7 Cutaway view of a conventional hydrogen cooled generator

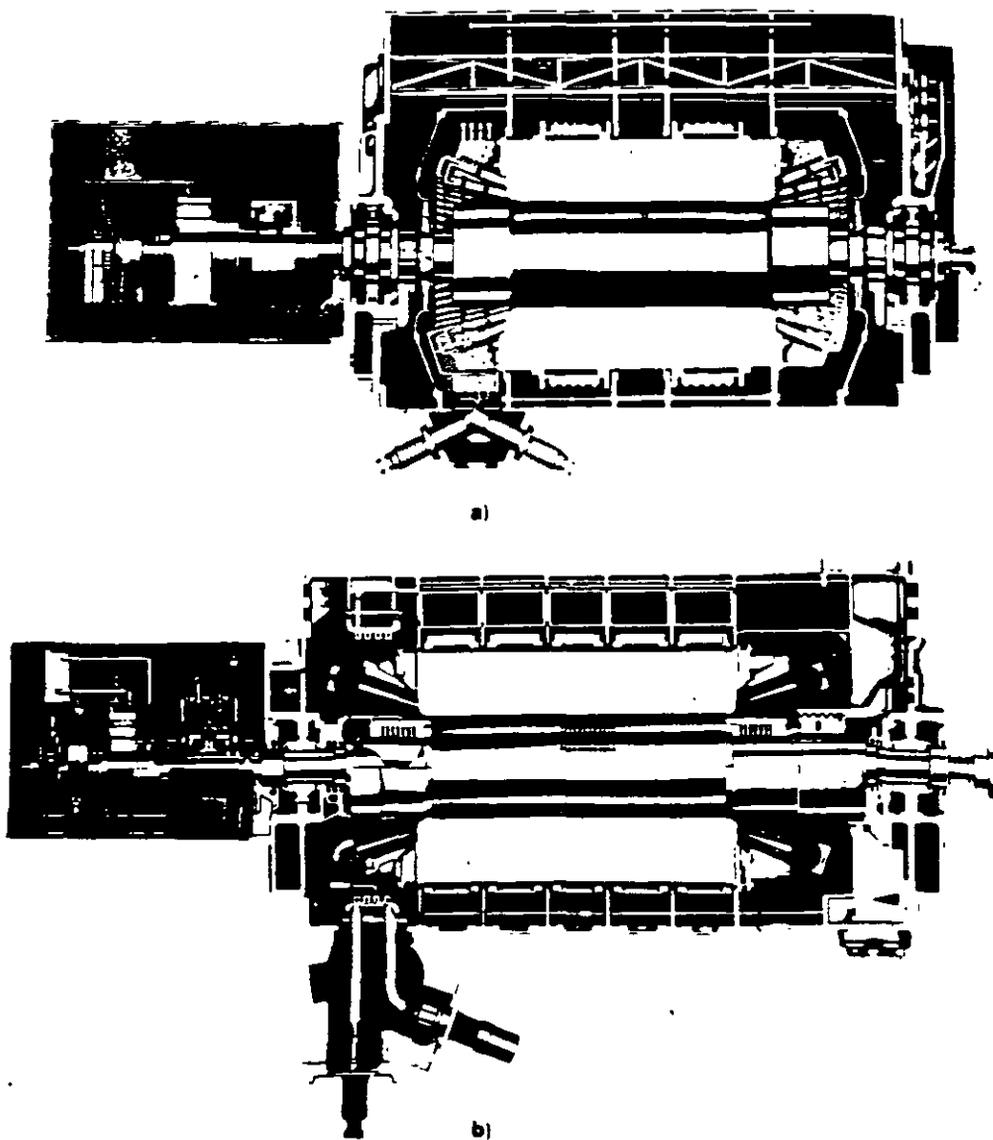


Fig. 8 Cutaway views of an inner cooled generator

Stator

1. Frame and Housing

The generator frame and end brackets are fabricated from rolled steel plates welded to form the required shapes. The method of construction used will depend upon whether the unit is installed indoors or outdoors, and on limitations imposed by methods of shipping from the factory to the plant site. Indoors installations do not require any special provisions other than those associated with making the frame leakproof to hydrogen. All welds are tested for gas tightness. Furthermore, in order to ensure that explosion will not destroy the integrity of the frame and end brackets, the yield strength of the material, the frame, and end brackets are tested hydraulically.

2. Frame Construction for Shipping Limitations

Depending on the size of the unit and limitations imposed by transportation facilities, the generator frame may be made in more than one section. Mitsubishi's normal practice on these occasions is to separate the generator frame into two sections: the wound inner frame, and the outer frame. Fig 9 shows this construction. The wound inner frame, which is shipped assembled includes the stator core, wound stator coils and inner frame. The outer frame is made of two to four sections depending on the size. The individual sections are bolted together at the site and the joints are seal welded. A simpler alternative is to separate both end sections of the frame.

3. Outdoor Construction

Those units which are to be installed outdoors have special provisions for protection against wind, rain, snow, sleet, heat, cold and dust. The generator itself is inherently weatherproof, since it must be tight to contain the hydrogen, but the following features are incorporated to make the entire generator structure weatherproof.

1. All oil, water, gas and electrical connections are made either under cover or below the operating floor, all exposed portions being weatherproof.
2. All lagging, along with the instruments mounted in the side panel, is weatherproof.
3. Joints of the generator and lagging with the turning gear enclosure are weatherproof.
4. Mushroom type vents are provided on the generator end lagging for ventilation.

Fig. 10 shows a typical turbine generator for outdoor installation.

4. Stator Core

The stator core consists of laminations and radial vent plates built on a fabricated frame.

Silicon steel sheets of the highest grade are used for the laminations. They are punched out into fan-shaped segments and are baked on both sides with insulating core varnish to minimize eddy current losses in the laminated core. These segments are laminated in the inner periphery of the stator frame, and heat resistant insulating asbestos papers are inserted in numbers adequate to assure complete insulation. Radial vent ducts are provided every three to five centimeters with vent plates and duct pieces spot-welded to them. The core is pressed by hydraulic pressure during stacking and finally clamped by core bolts on the outer periphery of the core, and by insulated

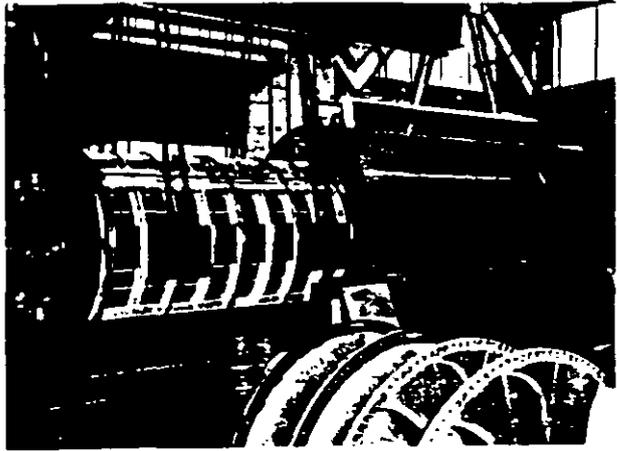


Fig. 9 Multi-piece stator construction

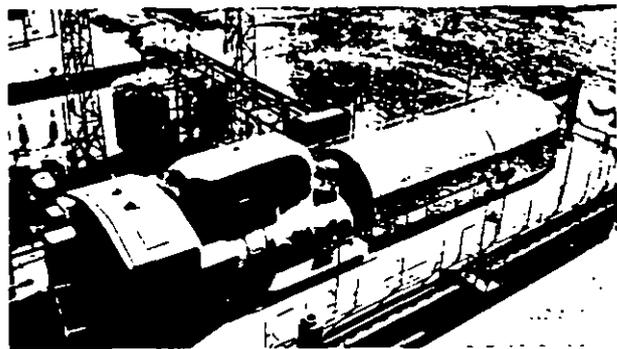


Fig. 10 A conventional hydrogen cooled generator installed outdoors

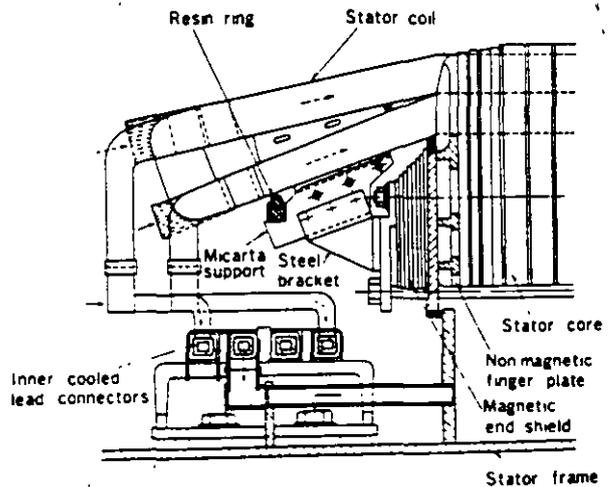


Fig. 11 Stator core and coil support

through-bolts which pass axially through the core behind the slots. Non-magnetic finger plates located on both ends of the core assure uniform axial pressure.

For inner cooled generators with larger ratings, magnetic end shields are provided on both ends of the core to minimize core end heating during under-excited operation of the generator. These end shields are also made of laminations similar to those of the main core, and they short-cut the end leakage flux before the flux reaches the main core. Fig. 11 shows the stator core and coil support construction.

5. Flexible Mounting

The magnetic attraction between the poles of the rotor and stator core induces a double frequency vibration in the core. In two-pole generators, the transmission of this vibration to the generator frame and foundation is largely avoided by a flexible support between the stator core assembly and outer members of the generator frame. The mounting is such that very little of the core vibration is transmitted to the frame, but the core is rigidly restrained against load and short circuit torques. The core is supported by several pairs of leaf springs, which are bolted to the bore ring on one end and to the members of the frame on the other. The principle of the flexible mounting is illustrated in Fig. 12. In four-pole machines, experience indicates that flexible mounting of the stator is not required.

6. Stator windings

Stator windings are composed of double layer half coils which are then laid in the grooves of the stator core and end connection made to form a continuous coil. Almost without exception, one turn coils are used. Each coil (i.e., each conductor) is composed of a number of glass sheathed rectangular copper bars. In the slots, coil top and bottom elements and coil left and right elements are transposed under the Roebel configuration, thereby limiting coil eddy current losses. Coil elements are formed into required shapes and bound. Following this, straight elements in the slots are locked into place with resin and finished to specified dimensions. In order to limit eddy current losses which would arise from flux leakage in radial and peripheral directions at the coil end connections, coil elements at the half coil connections are divided into several groups and transposed externally. In machines rated below 400 MVA, insulating tape is wrapped around coil end connections. Fig. 13 shows a cross-sectional view of the stator coil in a conventional hydrogen cooled machine; Figs 14 and 15 show cross-sectional stator coil views in an inner cooled machine.

Conductors in the inner cooled machine consist of two groups of Roebel transposed elements. With the construction shown in Fig. 14 (i.e., for machines rated below 600 MVA), the Roebel transposed element groups are located on both sides of the coil cross-section. Rectangular vent ducts made of thin-wall non-magnetic alloy of a low-resistance type pass between the groups and are stacked to the same height as the elements themselves. These ducts pass from end to end within the coil. Details of Roebel and external transposition are shown in Fig. 16. For machines rated above 600 MVA, the double vent tube configuration is used, as it provides a cooling effect superior to that of construction shown in Fig. 15. Here, the Roebel element groups are each split with vent ducts passing through the splits. Left and right row elements are transposed around the vent ducts at the top and bottom of the coil.

At the stator coil ends, the bare vent ducts protrude beyond upper and lower coil connections. This arrangement provides ample spacing in respect to the bearing bracket and at the same time yields a satisfactory dimension along the coil from the vent duct ends, thereby maintaining the required breakdown voltage level.

In the standard inner cooled machine, the hottest spot of

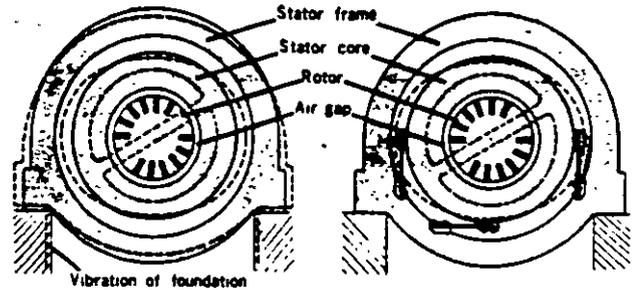


Fig. 12 Stator core flexible mounting

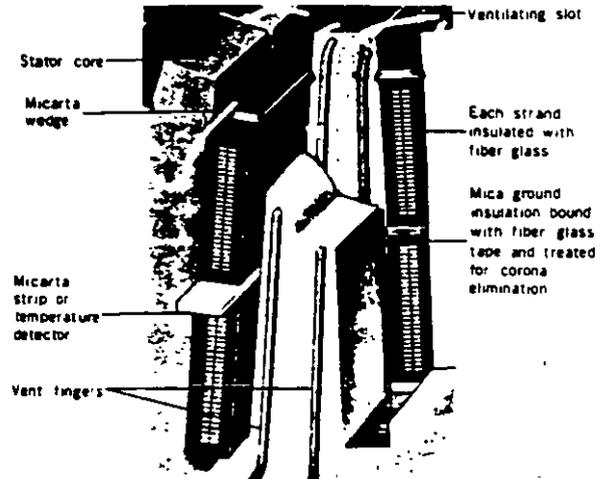


Fig. 13 Cross section of a stator coil
—conventional hydrogen cooled

the stator coil is found in the coil connections nearest the turbine, that is, the cooling gas outlet end of the machine. Hence, insulation has not been used at this point for ratings above 400 MVA, as it was found that bare construction improves the cooling effect. Applied voltage in respect to adjacent coils of the same phase is low and hence striking and creeping distance to ground is ample. Applied voltage in respect to coils of another phase is high, however, necessitating large dimensions to prevent flashover. For this reason, the shape of the end portion of both upper and lower coils was changed as depicted in Fig. 17, widening clearance between coils of different phases and reducing clearance between coils of the same phase. Dialastic insulation is applied to the stator coils (refer to the general description on page 7). To eliminate corona discharge, semi-conducting varnish has been applied to surfaces of straight portions of the coil in the slots and Coronal processing applied on the diamonds. This approach adjusts distribution of electrical resistance, yielding a uniform potential gradient. Insulating varnish has also been applied from the end on the Coronal to the coil end connection part.

A large magnetic force develops at coil ends during short circuit conditions, tending to expand the conical end portion in the radial direction and to twist upper and lower coils in opposite directions. To counteract this force, Micarta coil support are attached to the end shield and coil, and adjacent coils are bound firmly to each other with glass cord.

For inner cooled machines, rings (hoops) made of epoxy resin reinforced fiber glass are fitted to the conical end portions to prevent deformation from magnetic force in the radial direction.

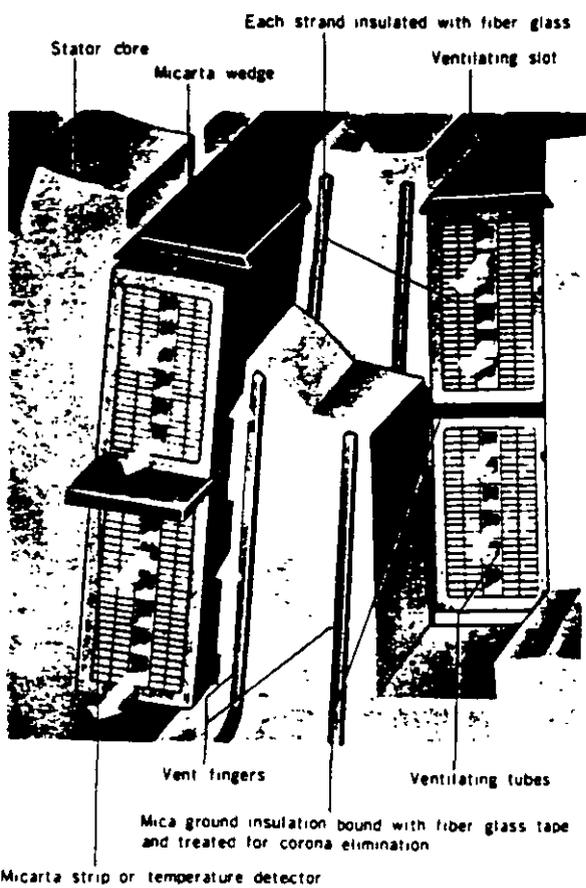


Fig. 14 Cross section of stator coil—inner cooled (single stack of vent tubes)

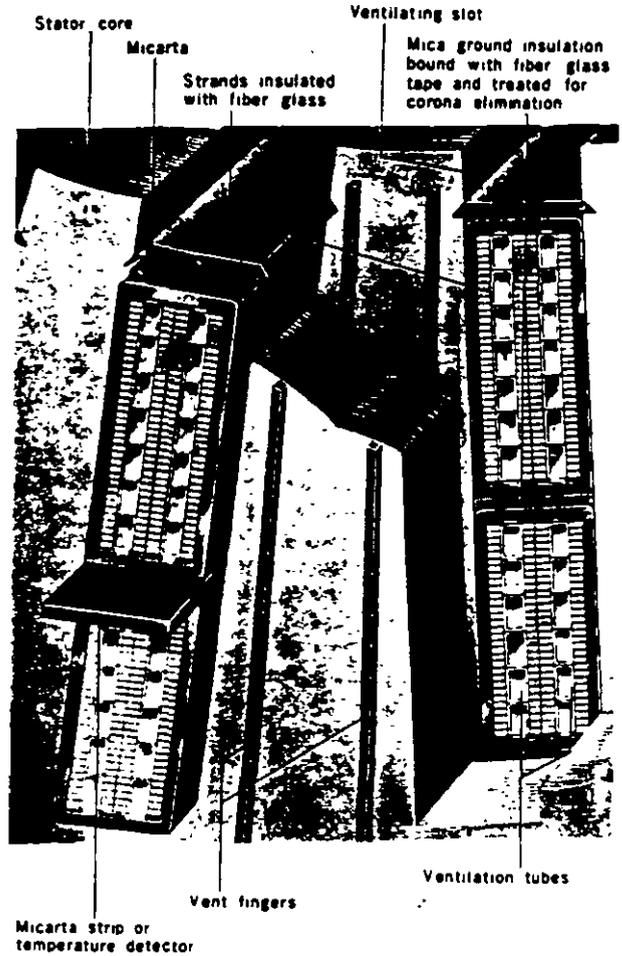


Fig. 15 Cross-section of stator coil—inner cooled (double stacks of vent tubes)

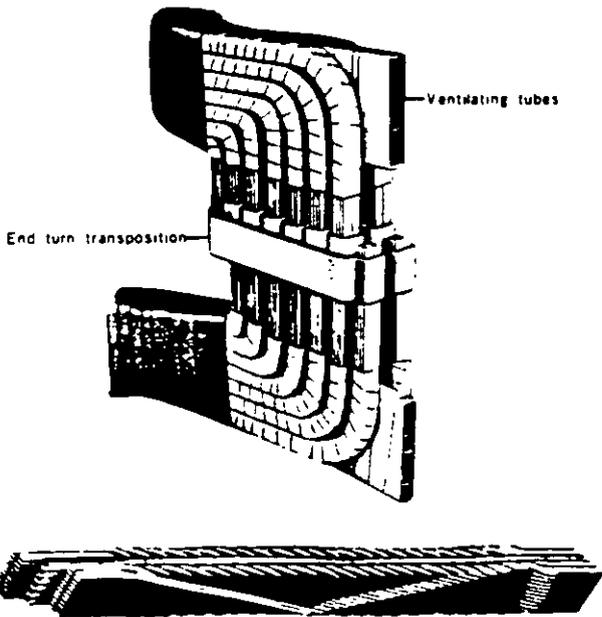


Fig. 16 Roebel transposition details and external transposition for stator winding

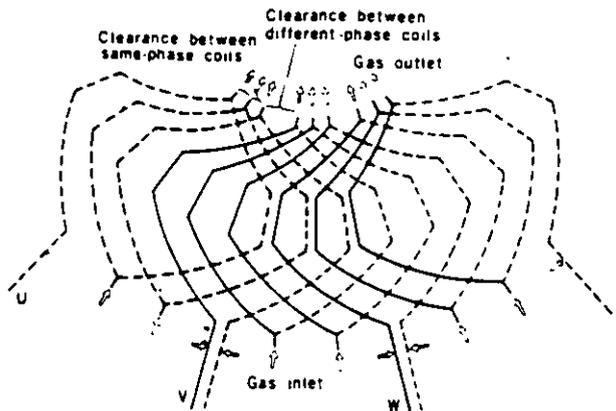


Fig. 17 Cooling construction for stator coil end connections

7. Main Leads

The main generator leads are brought out through lead bushings which are located in a lead box at the bottom of the machine. They are arranged for maximum space and readily permit tying-in with any type of bus run. Bushings can, if necessary, be replaced without removing the generator rotor. Current transformers for metering, relaying and regulating can be provided (maximum of three per bushing.)

In inner cooled generators, bulk type bushings provide both internal and external creepage distances commensurate with machine voltage. Dry type bushings, provided with Dialastic insulation and high grade porcelain sleeves are used. The main lead connectors and bushings are cooled internally by means of a stream of hydrogen directed by an internal duct down the center of the assembly to the end of the bushing, where it is returned through the space between the duct and the current-carrying member of the bushing to the lead box and thence to a low pressure zone in the generator. Fig. 18 shows a cross section of the inner cooled bushing.

8. Temperature Detectors

Temperature detectors are located in the armature windings and in the gas passages. Those located in the gas passages measure the temperature of the gas entering and leaving the coolers. Resistance-type temperature detectors are employed to measure the temperature of the armature coils for conventional hydrogen cooled generators. Inner cooled generators, in addition to the resistance-type temperature detectors normally employed, have a number of resistance-type temperature detectors located at the

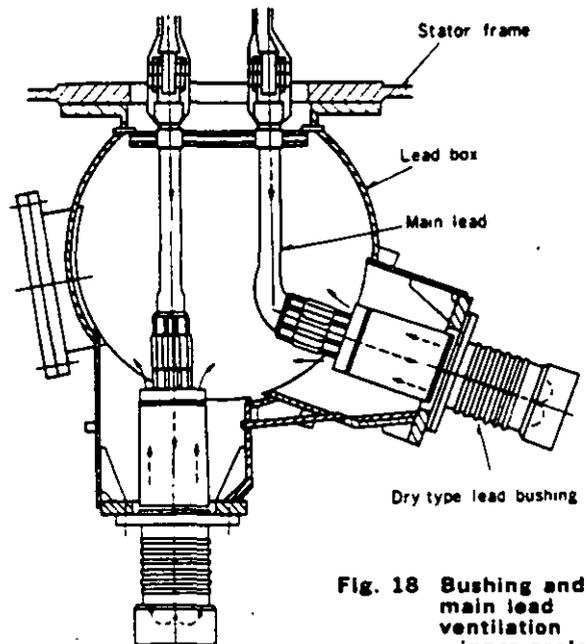


Fig. 18 Bushing and main lead ventilation — inner cooled

hot end of the machine in the gas stream from the stator coils. These detectors read the highest gas temperatures in the machine, and these readings determine the temperature rise of inner-cooled stator coils. The leads from these detectors are brought out through the frame to a gas-tight terminal board where they are connected to the instrument wiring.

Rotor

1. Rotor Forging and Machining

The rotor including the shaft ends is machined from a single, solid Ni-Mo-Vd steel forging. Since the rotor rotates at high speed and is the most important part of the mechanical structure, special care is given to the material, mechanical design and machining.

Forging material is tested for compliance with rigid specifications. It is subjected to a thorough-going inspection by ultrasonic flaw detector, and if questionable echopatterns appear, test specimens are taken from the part in question and precise mechanical tests are carried out to decide whether to accept the material. Test pieces are also taken from the surface and both ends of the material for magnetic and mechanical test. A bore hole is provided for examination to assure forging soundness, and to carry the leads from the field winding to the source of excitation.

Conductor slots are machined by a slot-miller or a planer. In conventional hydrogen cooled machines, the conductor slot is parallel, and an axial ventilating slot is cut under the conductor slot. Radial holes are also machined in the teeth so that the ventilating gas stream can be directed from the axial ventilating slot to the gap between the stator and the rotor.

In inner cooled generators, however, the slot is tapered to give maximum permissible winding space in the rotor, and no ventilating holes are provided since the field winding is cooled internally.

The pole face is cross-slotted to equalize rigidity in the principal axes and minimize double frequency vibration. These cross slots have a semi-circular shape and are distributed along the total length of the rotor body. Shallow grooves may be cut over the entire surface of the rotor body, depending upon the gap length, to reduce rotor surface loss. Fig. 19 shows a typical inner cooled generator rotor shaft.

2. Rotor Winding and Insulation

Conventional hydrogen cooled generators have rotor conductors made of hard drawn, silver-bearing copper. The small amount of silver included in this material ensures high elastic limit, high softening point and good creep characteristics, which will prevent the deformation of rotor end windings such as may occur when conventional copper conductors are used under conditions of large centrifugal force and severe thermal cycling.

Mica insulating cells are placed in the slots first, and then the coils are wound edge-wise and set into the slots one by one. Mica tape bonded to the bare copper conductors insulates between turns. Suitable filler strips are

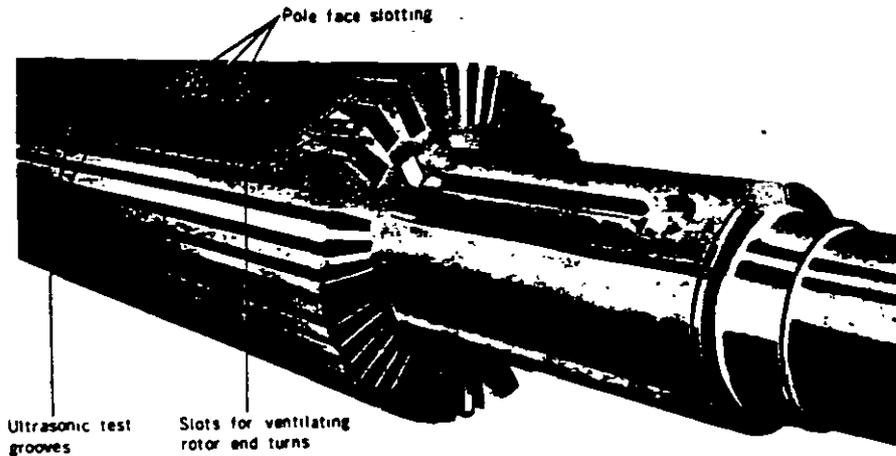


Fig. 19 Rotor shaft—Inner cooled

assembled on top of the winding, and the entire winding is treated with a heat-reactive phenolic-alkyd varnish. The entire rotor is placed in an oven and special pressing tools are periodically tightened. Following the last tightening operation, the oven treatment is continued until the varnish is cured. After the winding is baked, the pressing tools are removed and special wedges are driven in the top of the slots over a brass filler strip. This filler strip is used to facilitate driving of the wedges, but its primary function is to provide a damper winding. At the bottom of the slots where the mica insulating cells are placed over the axial ventilating slots, a steel filler strip is used to keep the mica cells from direct contact with the high velocity gas stream.

Rotor conductors of inner cooled generators are made of cold drawn, silver-bearing copper. Each conductor is made up of a pair of modified U-channels opposing each other, and provides for rotor ventilation passage. Hydrogen inlet and exit ports are radial holes at the corner parts and at the center of the straight parts of the coil structure.

The slot insulation is made of glass epoxy mica material. Prior to inserting the winding coils into slots, J-bends are put into the slots one after another and their joints welded by a high frequency induction heating apparatus. Glass laminate bonded to the bare copper conductors insulates between turns. Matching holes in the conductors are provided to give free access for the hydrogen flow. The completed winding is carefully baked and seasoned. Special non-magnetic wedges are driven in the top of the slot over the filler strip. Completed damper circuits are provided in order to absorb negative phase sequence currents, and consist of retaining rings, copper damper strips and non-magnetic alloyed copper wedges. A special slip layer is provided between the top conductor and the filler strip, which permits free movement of the conductors in the axial direction during operating conditions and prevents permanent distortion of the end winding.

3. Retaining Rings

The rotor end turns are supported by high strength steel retaining rings which are shrink fitted on the end of the rotor body. In order to fit a retaining ring, it is necessary

to heat the ring to an elevated temperature and place it on the rotor while hot. The shrink fit of the retaining ring will decrease when the rotor is brought up to speed, but even at specified overspeed a light shrink fit is still present between the rotor body and the retaining ring. In order to prevent any axial motion of the retaining ring relative to the rotor body, a circumferential locking ring is provided. This ring is split and the ends at the split are provided with special extensions which are used to expand it during the fitting of the retaining ring on the rotor.

Floating type retaining rings, or those supported directly on the end of the rotor body, eliminate both conductor stresses at the point of attachment and coil insulation chafing under the rings since neither centrifugal force nor rotor deflection produces relative movement between winding and ring. Resultant permanent centering of the retaining ring contributes to balance stability and noise reduction. An end plate shrink-fitted on the other end of the retaining ring prevents elliptical distortion of the ring during operation and insures alignment stability.

In conventional hydrogen cooled generators, the material for the retaining ring is Ni-Cr-Mo steel. Uniform end winding ventilation is achieved by radial holes on the retaining rings.

In inner cooled generators, the retaining ring is of cold worked, non-magnetic austenitic steel with a high Mn content. It is aimed at reducing end leakage fluxes and stray load losses resulting from higher current loading. No ventilation holes are provided on these rings because of the notch-sensitive properties of this material.

Fig. 20 shows an external view of the completely assembled inner cooled generator rotor.

4. Collector Rings and Field Leads

Fig. 21 illustrates the collector and field lead construction. The collector rings are made of tool steel and the wearing face is spirally grooved so as, on the one hand, to interrupt the small arcing contacts which carry current between the rings and brushes thus preventing current concentration in small brush face areas, and on the other, to secure more intimate contact between the ring and the brush by allowing the entrapped air to escape more readily.

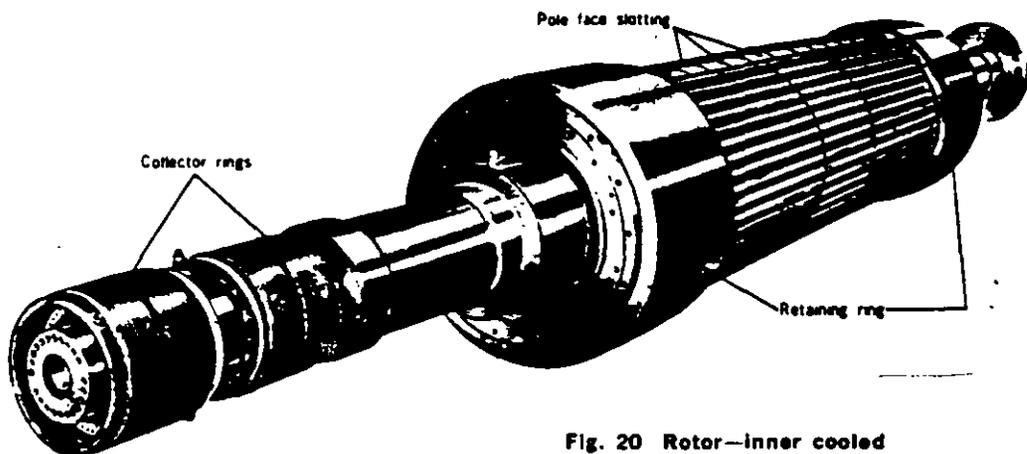


Fig. 20 Rotor—inner cooled

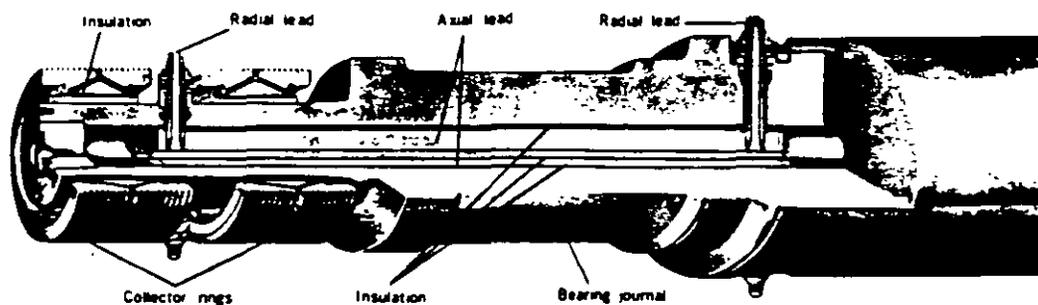


Fig. 21 Collector and leads

The rings are provided with ventilating holes which give additional cooling surface, and also force the air to circulate in the immediate vicinity of the rings. A centrifugal type fan mounted on the generator shaft draws cool air through the brush rigging at all times.

The collector rings are mounted on individual steel bushings, with mica insulation between rings and bushings. The ring and bushing assemblies are removable as individual units. The collector rings are connected to the rotor winding by means of radial leads which are in turn connected to axial leads in the bore of the shaft by a threaded joint. Hydrogen-tight seals are provided at the radial leads at both ends of the axial leads. The bore hole in the rotor shaft is sealed by means of expansion fitted steel plugs. A tapered hole in the plug at the collector end of the rotor is provided so that leakage tests of the radial lead seals can be made.

5. Brushes and Brushholders

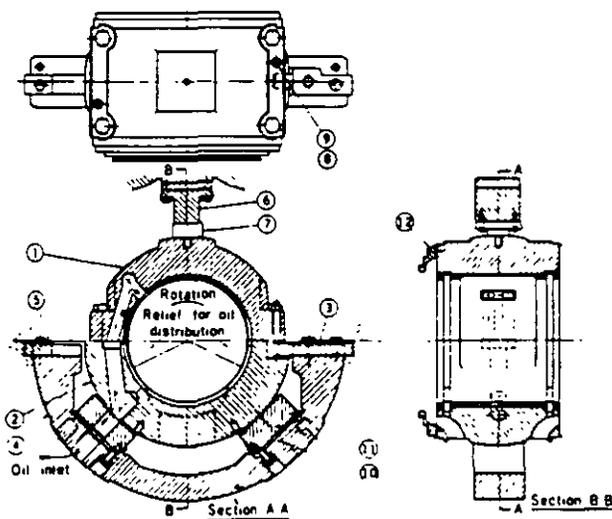
The brushholders are designed to permit changing brushes without the use of tools. A special locking features holds the brush shunt to the fixture on the brush sickle.

Bearings and other Mechanical Parts

The two generator bearings are supported in brackets which are bolted to the generator frame to form a gas-tight housing. The entire weight of the generator is supported on welded feet.

Fig. 22 is a sectional view showing the details of a typical insulated bearing, which consists of a cast steel shell lined with Babbitt metal and provided with means for lubrication. It should be noted that Fig. 22 is of service

only to show general construction features; minor differences in detail occur depending on the rating and dimensions of the generators.



- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| 1. Top bearing | 7. Key insulation |
| 2. Bottom bearing | 8. Bolt |
| 3. Insulated stop dowel | 9. Dowel |
| 4. Seat | 10. Insulation |
| 5. Seat key | 11. Support seat |
| 6. Keeper | 12. Oil catcher—outboard |

Fig. 22 Insulated bearing

The bearing shell is split horizontally and dowels insure perfect alignment of the two halves when assembled.

Both the spherical support seat and the stop dowels are insulated from the bearing seat, and insulation is provided between the top half of the bearing and the bearing keeper. In addition, to prevent shaft currents from flowing through the bearings, insulation is provided at the following places on both ends of the generator: between the gland seals and the brackets; between the gland seals and the feed and drain lines; and between the bearing oil seals and the brackets.

Oil supplied to the bearing through a hole in the bracket is led through a drilled passage to the upper part of the bearing, from where it is carried through a relief valve into the bearing and distributed along the bearing length. The oil which leaks out on the ends is discharged through annular grooves and radial slots machined at the bottom of the bearing. A split oil seal ring is bolted on each end of the bearing.

Fig. 23 and 24 show the principle of operation of the bearing gland seals for conventional hydrogen cooled and inner-cooled generators. The seal oil is supplied to the feed grooves through passages in the supporting brackets. A gland seal ring is provided to restrict the flow of oil through the seat. This ring can move radially with the shaft, but is restrained from rotating by a pin to the supporting structure. Oil leaving the gland seal rings is caught in chambers on each side of the seal, from which it is drained back to seal oil system

Cooling Systems

The ventilation and cooling system of a conventional

hydrogen cooled generator and that of an inner cooled generator differ extensively.

1. Conventional hydrogen

Figs. 25 and 26 show the typical ventilation circuit for a conventional hydrogen cooled machine.

Hydrogen is used to cool all parts of the machine other than the collector rings, field leads and excitors, which are separately cooled by air.

The gas in the generator housing is circulated by two propeller type blowers mounted at both ends of the rotor as shown in Fig. 27. These blowers provide ample pressure and volume for effective ventilation. Aluminum alloy blower segments are held by an easily removable clamping ring.

Two hydrogen coolers are provided axially at the top of the generator housing to cool the gas.

Stator ventilation is by the so-called multiple-path system. Gas from the propeller blowers is directed to both ends of the rotor, both ends of the annular gap between the stator and the rotor, and the outer periphery of the stator core at the center sections. The core end sections are ventilated by the gas which is introduced to both ends of the gap and is led outward radially through the vent ducts to the outer periphery of the stator core. At the center sections of the stator core, gas is fed inward radially through the vent ducts to the annular gap. Then, the gas flows axially to adjacent low pressure zones through this gap and returns outward radially through the vent ducts to the outer periphery of the stator core. Effective rotor ventilation is achieved by means of axial and radial ducts at the body, and radial holes in the retaining rings at the end. Fig. 28-and 29 show the rotor ventilating passages.

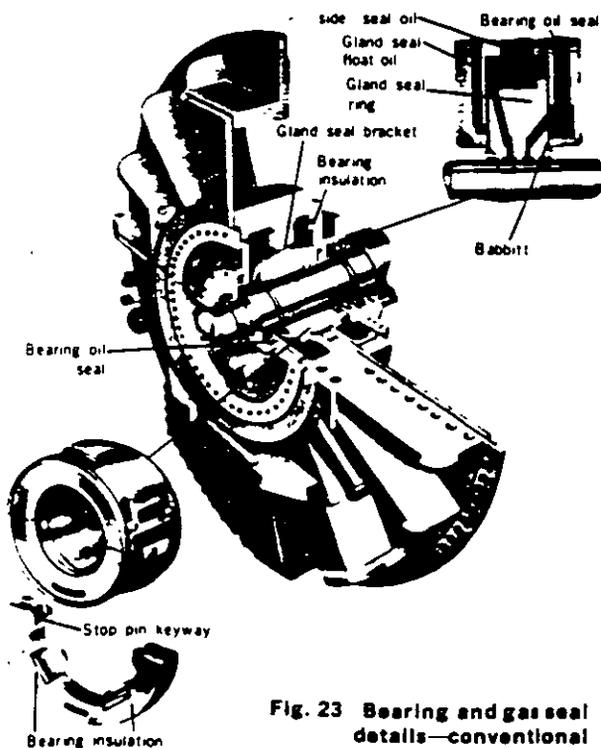


Fig. 23 Bearing and gas seal details—conventional hydrogen cooled

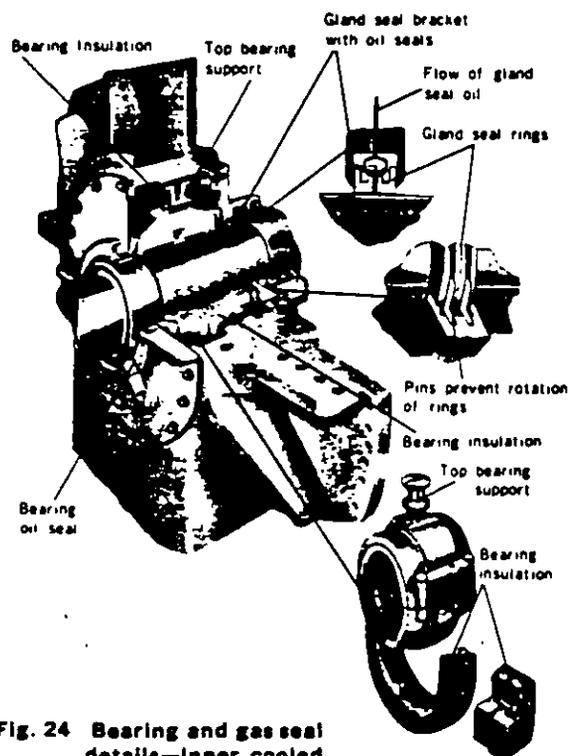


Fig. 24 Bearing and gas seal details—inner cooled

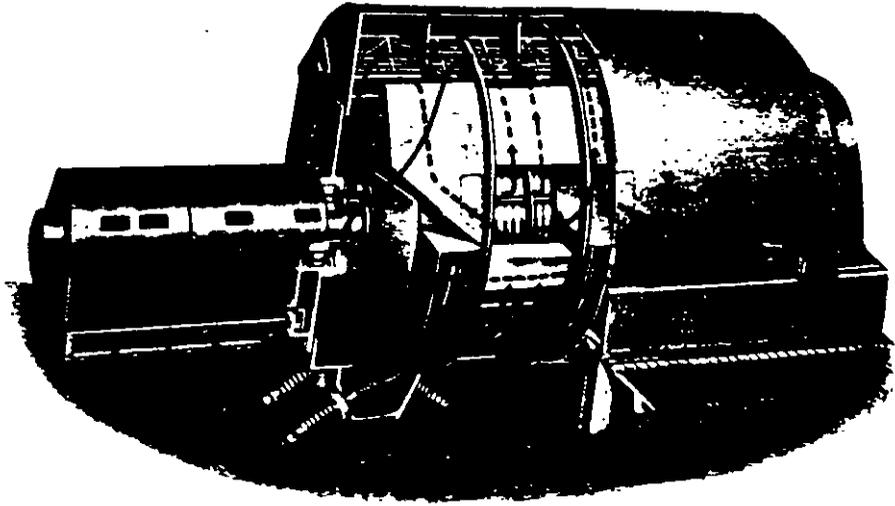


Fig. 25 Ventilation system—conventional hydrogen cooled

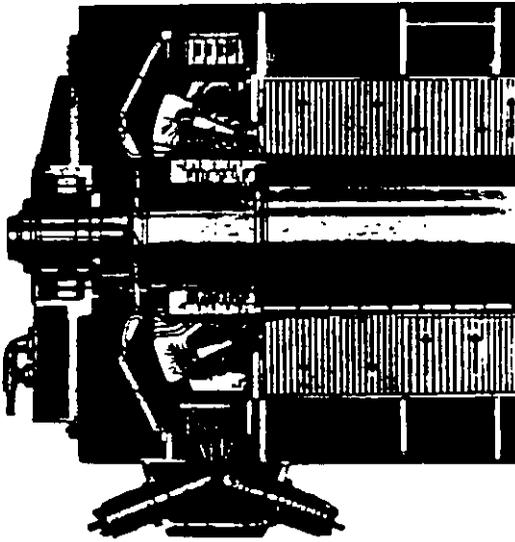


Fig. 26 Stator and rotor ventilation—conventional hydrogen cooled

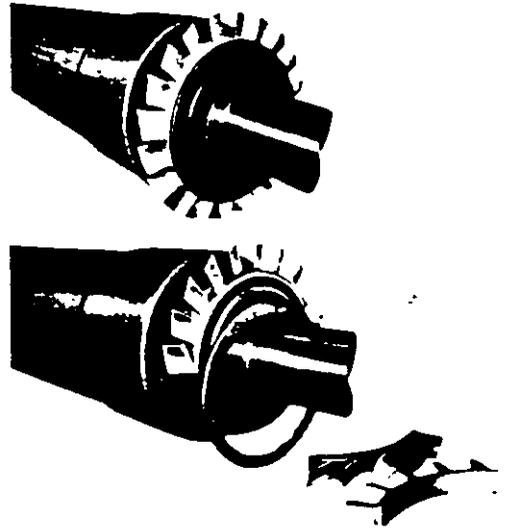


Fig. 27 Propeller blowers—conventional hydrogen cooled

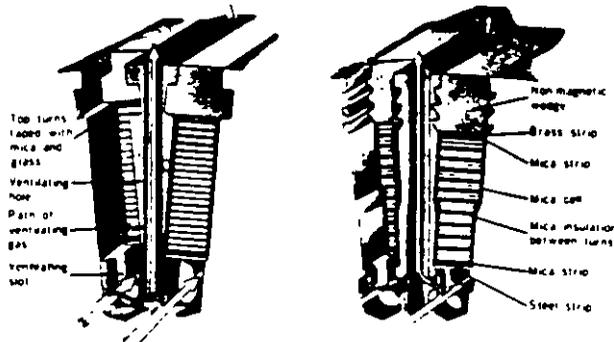


Fig. 28 Field winding and ventilation—conventional hydrogen cooled

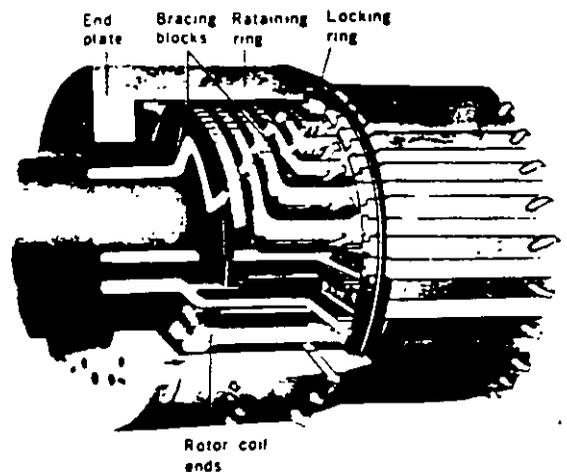


Fig. 29 Rotor end-turn ventilation—conventional hydrogen cooled

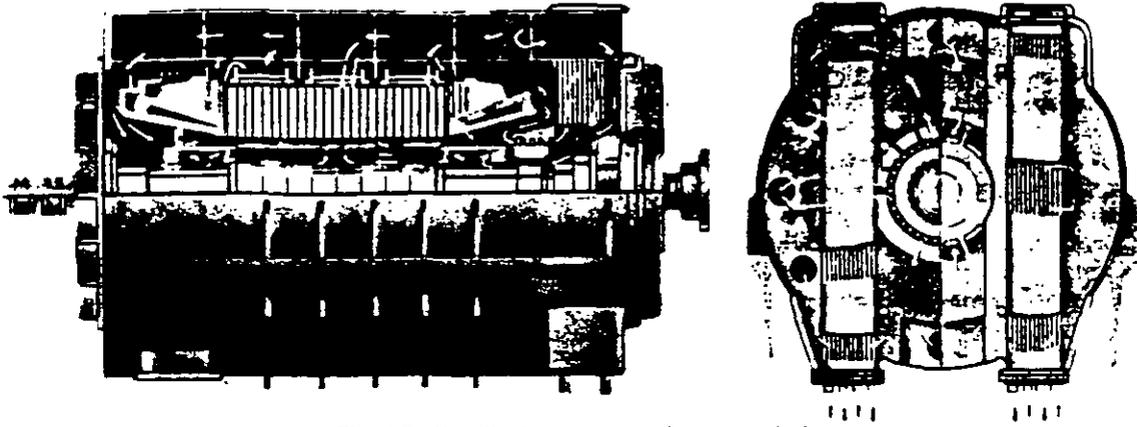


Fig. 30 Ventilation system—Inner cooled

2. Inner

Fig. 30 is a typical ventilation circuit for inner cooled machines. The gas in the generator housing is circulated in parallel through the machine parts, such as stator core, stator coil, lead bushing and rotor coil. A single multi-flow compressor-type blower on the turbine end of the rotor provides ample pressure and volume for efficient ventilation. Individual precision-cast blades are dovetailed and locked on the blower hub for easy removal and replacement as shown in Fig. 31.

Hydrogen coolers are provided at the turbine end of the generator housing to cool the gas as it is discharged from the blower. Gas from the hydrogen coolers is directed to both ends of the rotor, to the outer periphery of the stator core, to the collector ends of the stator coil vent tubes, and to the gas inlet openings for the main lead connectors and bushings.

The cooling gas for the stator core is carried through orifices into the space immediately behind the core. From here it passes through the ventilating ducts in the core into the air gap of the machines, from where it is drawn to the blower and recirculated. The cooling gas for the stator coils passes from the collector end to the turbine end of the generator through vent tubes, being discharged at the turbine end, where it passes again through the blower and is recirculated.

A portion of the cold gas leaving the cooler is also directed

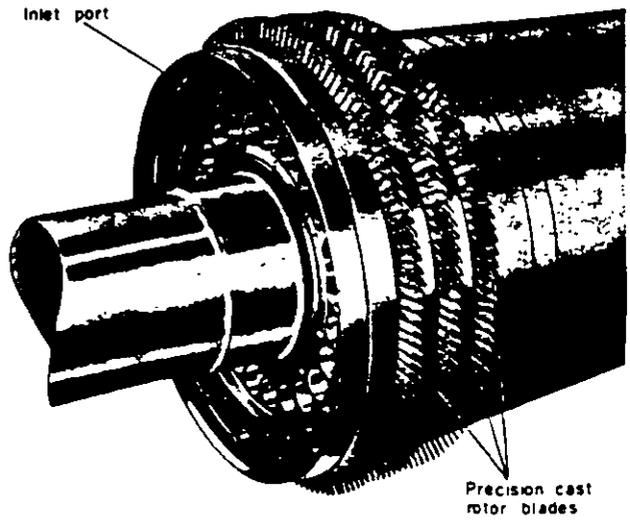


Fig. 31 Axial compressor blowers—Inner cooled

by means of baffles and ventilating passages through the rotor. A portion of this gas enters the rotor at each end, flowing through the ventilating passages provided in the rotor winding itself, and being discharged into the air gap

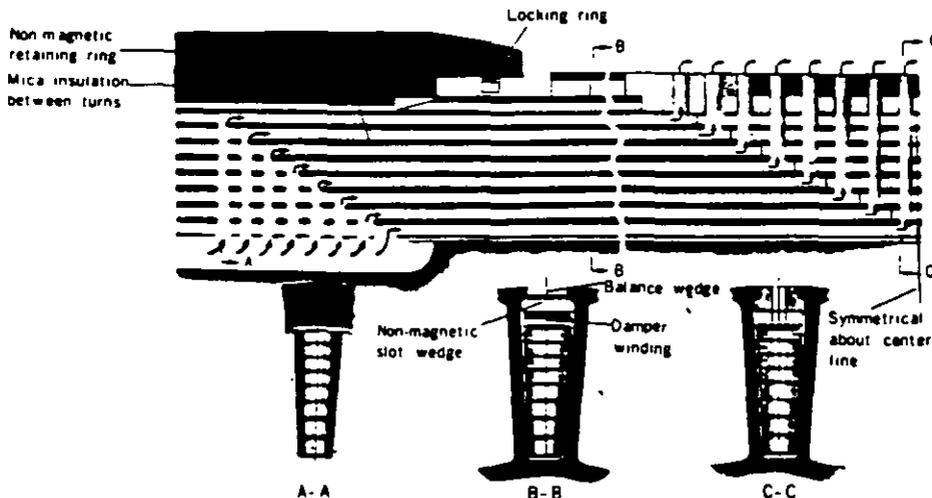


Fig. 32 Field winding and ventilation—Inner cooled

at the center of the rotor whence it is drawn back to the blower and recirculated through the cooler. Fig. 32 shows ventilation of the straight portion of the rotor winding. The rotor end turns have a ventilation circuit separate from that of the straight portion of the rotor winding. A special pattern of holes is drilled radially in the end turns, and cold gas from the coolers passes directly into these holes at both ends of the rotor. It flows through hollow passages in these end turns similar to the passages in the straight portion of the rotor, and is discharged into a special chamber beneath the end turn winding near the center of the pole. From there it is discharged into the air gap and then returns to the blower. Fig. 33 shows rotor end-turn ventilation.

The cold gas which enters the gas inlets for the main lead connectors passes through the holes provided in the main leads and lead bushings themselves, and is discharged into the lead box from where it is drawn back to the blower and recirculated.

Large 4-pole machines for nuclear power generation are fundamentally governed by the foregoing explanation, with the exception that for machines of approximately 600 MVA rating and above, axial ventilation is applied to the stator core as illustrated in Fig. 34.

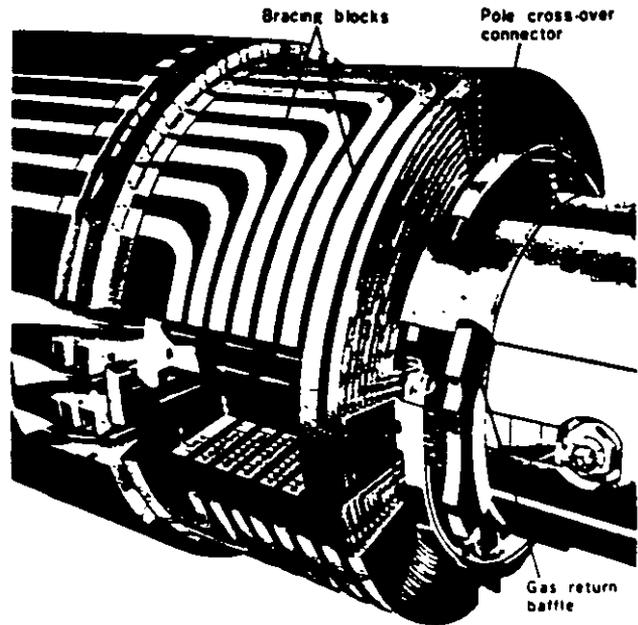


Fig. 33 Rotor end-turn ventilation—inner cooled

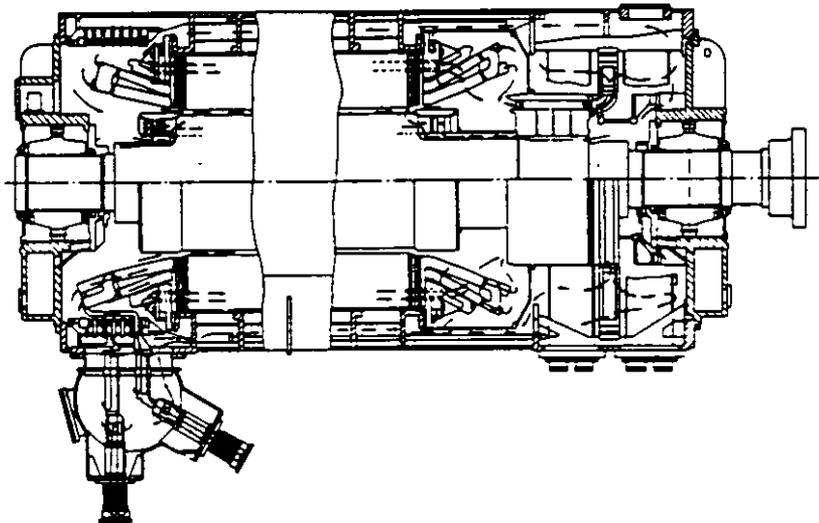


Fig. 34 Ventilation system for large 4-pole generator

3. Pressurized Gap Cooling

Fig. 35 illustrates a typical pressurized gap cooling system applied to 2-pole machines of 600 MVA rating and higher

In this system, the gap between the rotor and the stator is divided in the axial direction into a number of zones of alternating low and high pressure by means of stator and rotor barriers. Stator core cooling is similar to that obtained from compound radial cooling of a conventional hydrogen cooled generator, while gas entering the high pressure zone at the back of the stator moves inward in the radial direction along the ventilation ducts in the stator core until it reaches the high pressure zone at the gap. In conventional hydrogen cooling, the gas moves along the gap directly into the next zone, thus returning to the stator core, but in the pressurized gap system, the gas moves from the high pressure zone in the gap

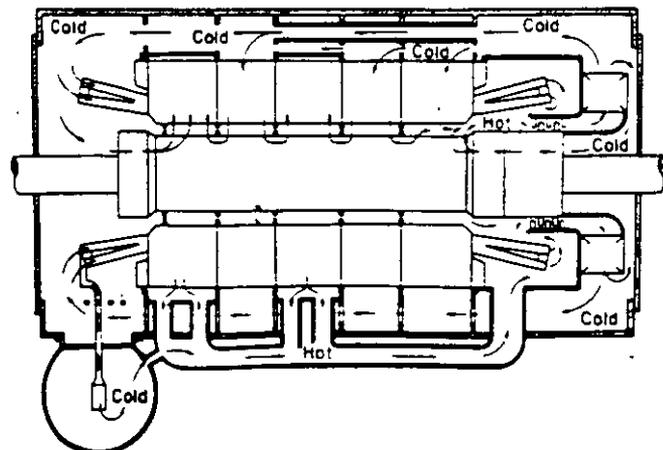


Fig. 35 Pressurized gap cooling system

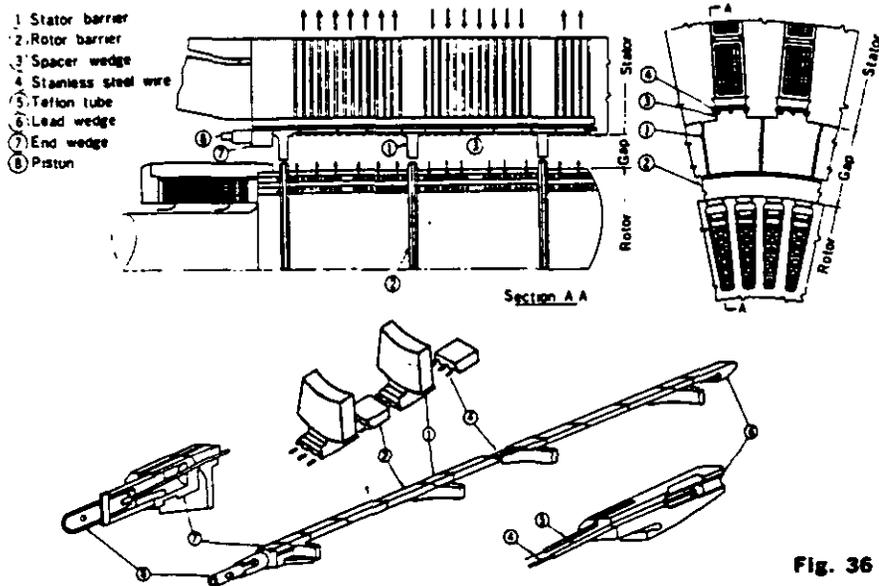


Fig. 36 Construction of barriers

radially inward along ducts in the rotor coil until it reaches the axial ventilation ducts in the rotor coil. It then moves along these ducts in the axial direction to enter the next low pressure zone, moves again radially through the ventilation ducts in the rotor coil, emerging in a low pressure gap zone, finally passing radially outward along ventilation ducts of the stator core and returning to low pressure zone at the stator core back.

This system affords two major advantages:

1. There are more parallel circuits for rotor ventilation and shorter duct length than in the case of inner cooling, with the result that the same blower capacity results in greater air flow and improved cooling effect.
2. Gas inlets and outlets are made on the rotor surface to face gap and so blower high pressure can be used directly for cooling of the rotor coils in contrast to the conventional multi-parallel direct cooled rotor, which utilizes the dynamic pressure generated by the peripheral speed of the rotor. The result is a major increase in rotor ampere turns.

Ventilation piping to the high and low pressure zones of the stator core can either be attached to the bottom of the frame as shown in Fig. 35, or can be provided inside the frame. The choice is determined primarily by the outer frame diameter which is permissible under shipping size restrictions.

The rotor barrier consists of rings of non-magnetic alloy steel shrink fitted to the rotor, while the stator barrier, as shown in Fig. 36, is attached to the segmental insulating plates on the inner side of the stator slot wedges. A special support technique is applied because the stator barriers are attached after the rotor has been inserted into the stator.

Hydrogen Gas Coolers

The hydrogen is cooled by passing it through two sets of coolers where the gas gives up its heat to cooling water running in finned tubes. Fig. 37 shows a typical gas cooler construction.

The nozzle end is bolted solidly to the generator frame, while the rear end is supported by a diaphragm which permits it to move freely with temperature changes. The rear end is covered with a gas-tight steel cover which must be removed to clean the cooler tubes. With the rear end outer cover removed, gas is prevented from escaping by a flexible diaphragm between the cooler and the frame. Divided cooler sections permit cleaning of one cooler out of four while the generator is in operation up to 90% of maximum rating.

The water boxes in these hydrogen coolers are arranged so that all tubes are full of cooling water at all times. Tubes are expanded into tube sheets at both ends.

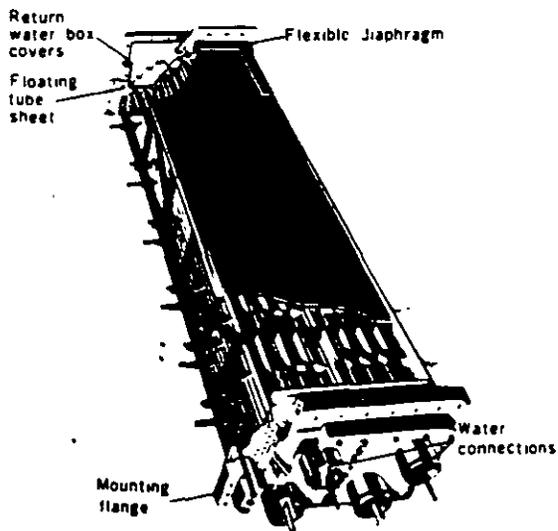


Fig. 37 Hydrogen cooler

EXCITATION SYSTEMS

Standard System

It is Mitsubishi's standard practice to apply brushless excitation systems for the excitation of steam turbine generators.

Brushless excitation systems consist of a permanent pilot exciter (PMG), an AC exciter, a rotating rectifier directly connected to the generator shaft with a static voltage regulator, and associated switchgear.

Nonstandard Systems

The following excitation systems are also available, if required, at an adjustment in price:

1. Conventional DC excitation systems, consisting of a shaft-driven exciter, a static voltage regulator and associated switchgear. The main exciter is directly connected to the generator for ratings of 75,000 kW and smaller, and geared for larger ratings.
2. Motor-driven generator excitation systems with excitation cubicles
3. Static excitation systems, consisting of reactor, current transformers, a saturable current power transformer, a static silicon rectifier, a static voltage regulator, and associated switchgear.

Standard Specifications

1. Exciter Capacity

The current rating of the exciter is equal to the am-

peres excitation required by the generator when operating at 105 percent of rated voltage at maximum capability and rated power factor.

2. Exciter Temperature Guarantees

1. Brushless exciters are rated on the basis of continuous operation at rated output and will not exceed a guaranteed maximum temperature rise of 60°C based on a maximum ambient temperature of 50°C.

2. Conventional DC exciters are rated on the basis of continuous operation at their rated output and will not exceed the following maximum temperature of 40°C or lower (by JEC).

Armature winding 70°C

Field winding 70°C

Commutator 80°C

However, conventional DC exciters can be made to meet the requirements of any standard.

3. Class of Insulation

Class B insulation is standard for amature and field windings of exciters.

4. Speed of Response and Ceiling Voltage

1. Nominal exciter response: Not less than 0.5
2. Ceiling voltage: Not less than 120 percent of rated voltage

5. Exciter Tests

Rotating exciters are completely assembled in the factory

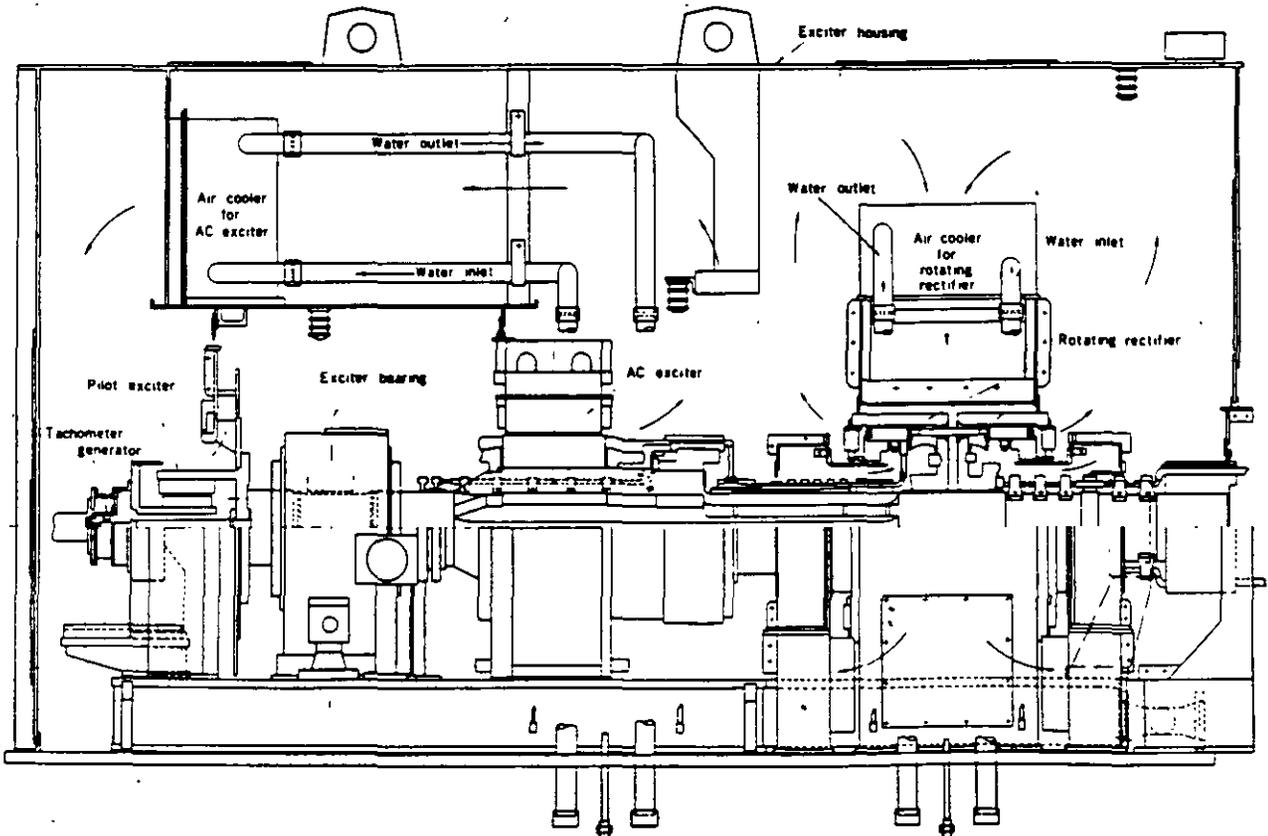


Fig. 38 Cross section of brushless exciter

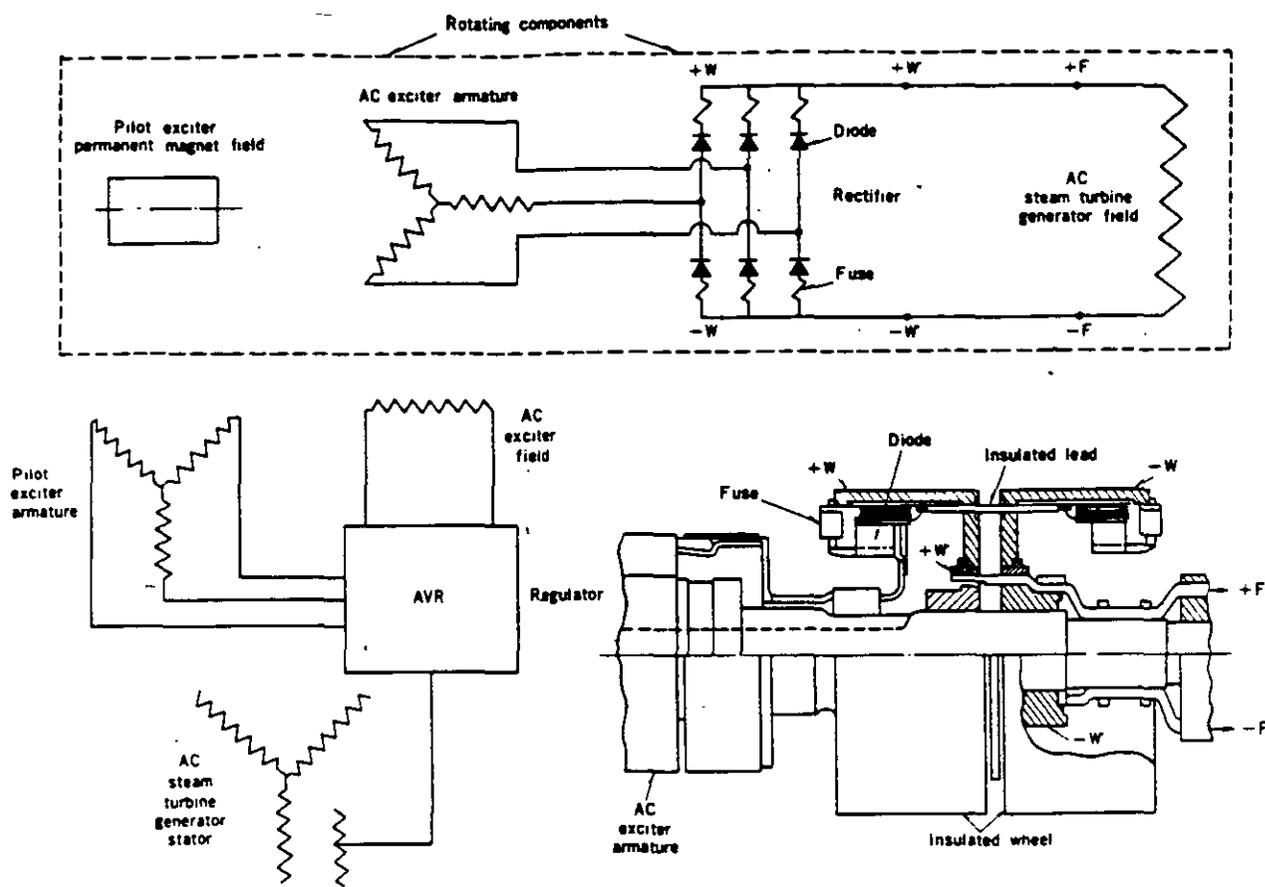


Fig. 39 Schematic of brushless excitation system

and run at speed for standard factory tests, which include the following:

1. Mechanical balance
2. Commutation adjustment (except brushless)
3. No-load saturation curve
4. Resistance measurements
5. High-potential tests

Exciter Construction

Brushless Exciter

The entire exciter is totally enclosed and self ventilated as shown in Fig. 38. Air coolers are mounted within the enclosure to remove heat. Use of this ventilation arrangement results in simple foundation design.

A schematic diagram of a brushless exciter is shown in Fig. 39.

The PMG provides power to the voltage regulator, which controls the stationary field of the AC exciter. The output from the rotating armature of the AC exciter is fed along the shaft to silicon diodes mounted in wheels on the shaft, where the AC exciter output is rectified. The resultant direct current is carried along the shaft to the rotating field of the generator. There are no commutators, brushes or collector rings.

The system is protected against diode failure by series-connected fuses having indicating devices which may be inspected during operation, thus permitting maintenance on a scheduled basis. Continuous operation of this system is possible with 20% of the diodes per phase out

of service.

Generator field breaker, exciter field rheostat, and main lead bus wiring between exciter and AC generator are eliminated. Instruments for indicating or recording AC generator field temperature, voltage, and current are not required.

Shaft Driven Direct Connected Exciter

The general arrangement of the shaft driven direct connected exciter is shown in Fig. 40. The exciter is of the pedestal type and the two bearings are lubricated by the turbine oiling system.

Commutator design, shown in Fig. 41, provides for expansion in all directions without distortion at high peripheral speeds, by means of shrink rings and centering plates. Balance rings assure perfect dynamic balance at normal speed. Packing back of the commutator neck prevents dirt and carbon dust from causing low insulation resistance to ground.

The exciter is provided with an enclosure to direct the ventilating air over the exciter parts. A flexible ventilation system permits filtered air to be taken in either below the floor or at turbine floor level, and discharged either below the foundation or into the turbine room. In the former case, air is discharged through drip-proof and sound-proof ducts. The exciter enclosure is pressurized to prevent oil vapor leakage from bearings.

All parts that require regular maintenance including filters and electrical connections are fully accessible. Brushes can be removed and replaced without the use of tools.



Fig. 40 Exciter and collector ventilation—direct-connected commutator exciter

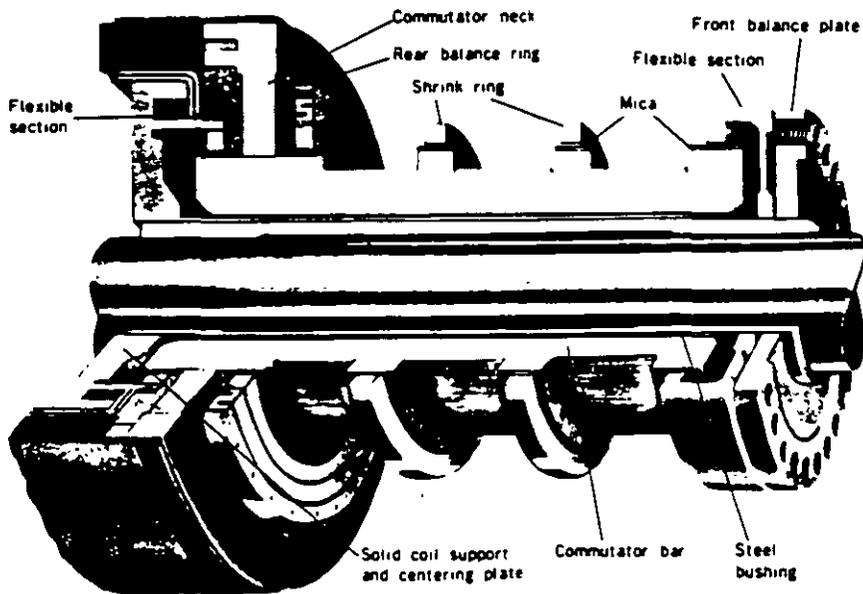


Fig. 41 Shrink-ring type commutator for shaft driven direct-connected exciter

Shaft Driven Geared Exciter and Motor-driven Exciter

The general arrangement of the shaft driven geared exciter is shown in Fig. 42 and V-ring commutator construction is shown in Fig. 43.

Properly proportioned through-bolts and a flexible rear V-

ring assure concentricity without distortion. The same commutator construction is used for motor driven exciters, and in this case the driving motor has adequate pull-out torque at reduced voltage. High inertia provides maximum dependability during disturbances.

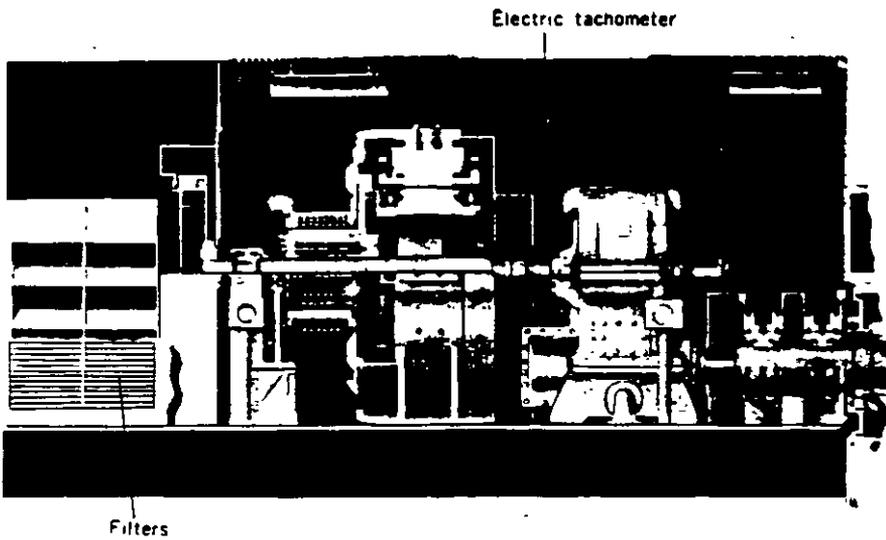


Fig. 42 Shaft driven geared exciter showing collector ventilation

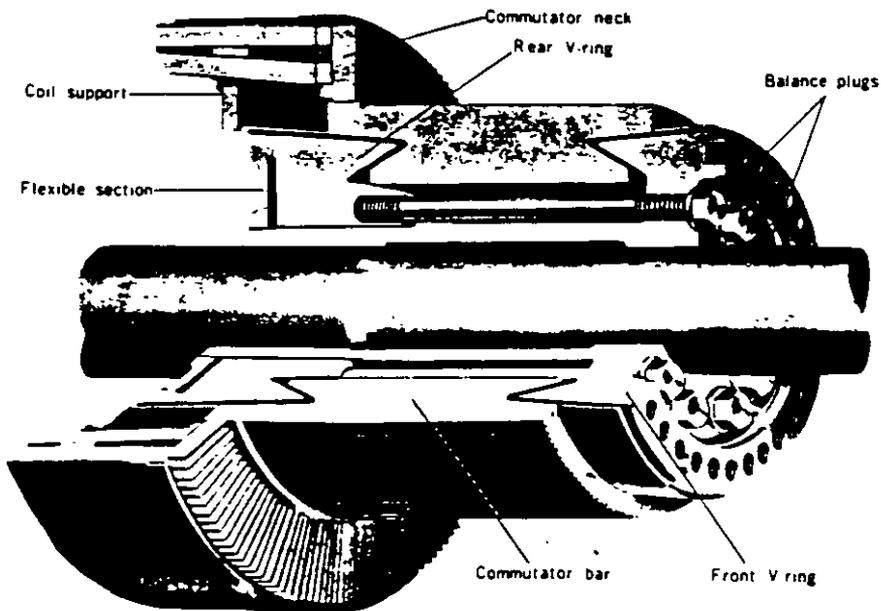


Fig. 43 V-ring commutator for shaft driven geared exciter

HYDROGEN APPARATUS

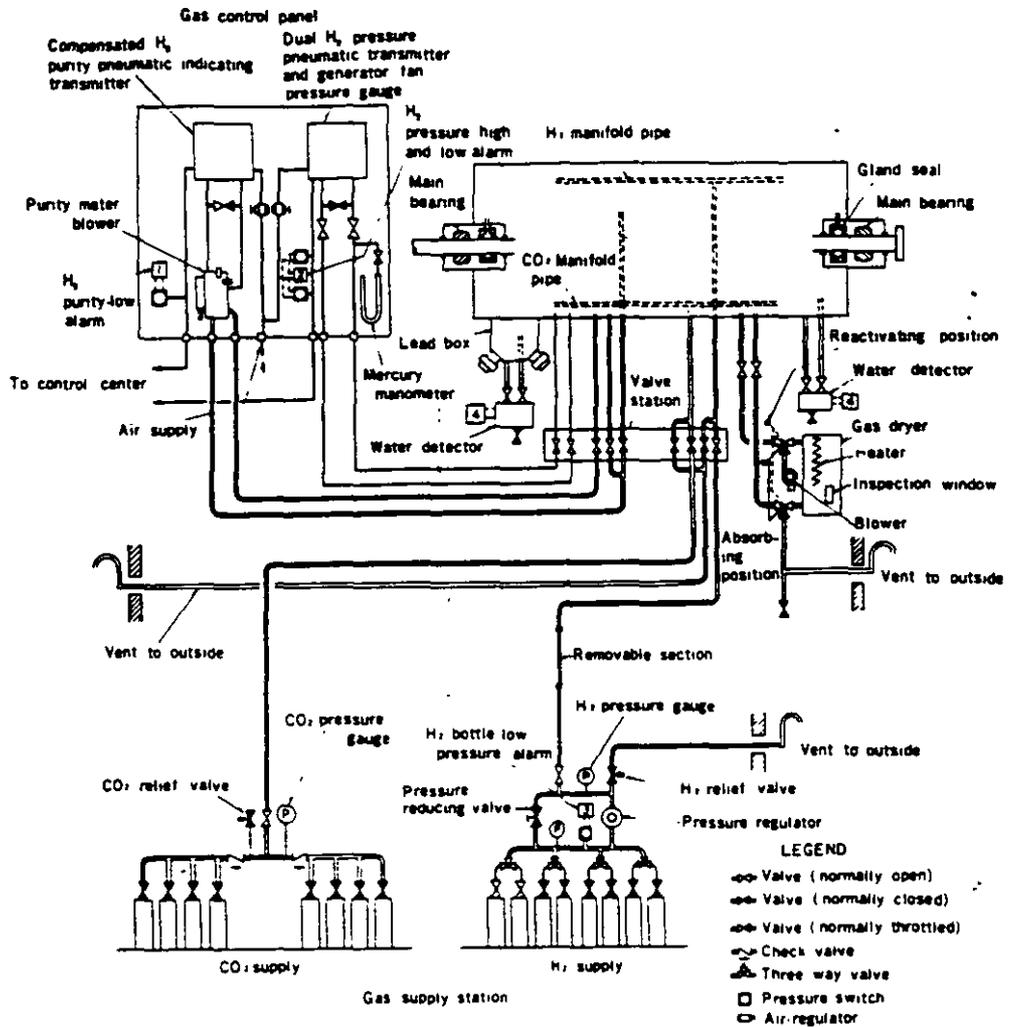


Fig. 44 Gas system diagram—conventional hydrogen cooled

Hydrogen Gas System

1. Principal Functions

- To provide means of supplying or withdrawing hydrogen with safety, using carbon dioxide as a scavenging medium.
- To indicate to the operator at all times the gas pressure in the machine, and to maintain it at the desired value.
- To indicate to the operator at all times the gas purity in the machine.
- To dry the gas and remove any water vapor which might get into the machine from the seal oil or from the gas itself. The presence of liquid in the machine is indicated by an alarm on the hydrogen control panel.

2. Construction

Figs. 44 and 45 show gas system diagrams for conventional hydrogen cooled and inner cooled generators. Construction of the hydrogen gas system comprises:

- Gas supply station
- Gas control panel
- Gas dryer

4. Valve station

- Liquid detectors
- Piping and valves

3. Gas Supply

The hydrogen gas supply system provides the necessary valves, pressure gauges, regulator, and other equipment to permit introducing hydrogen into the generator. The carbon dioxide supply system provides a means of admitting CO₂ to the generator during gas purging. Gas—either hydrogen or carbon dioxide—is distributed uniformly to the various compartments of the generator by means of perforated pipe manifolds located in the top and bottom of the generator housing.

Normally eight bottles of hydrogen and eight of carbon dioxide are provided. Figs. 46 and 47 show the gas supply stations.

Mitsubishi's standard practice is to supply CO₂ in the vapor phase, eliminating the need for an evaporator. If plant location makes it inconvenient to obtain hydrogen, a hydrogen generating unit can be provided.

4. Gas Replacement

Replacing air in the machine with hydrogen or vice versa can be accomplished by two methods: the direct method

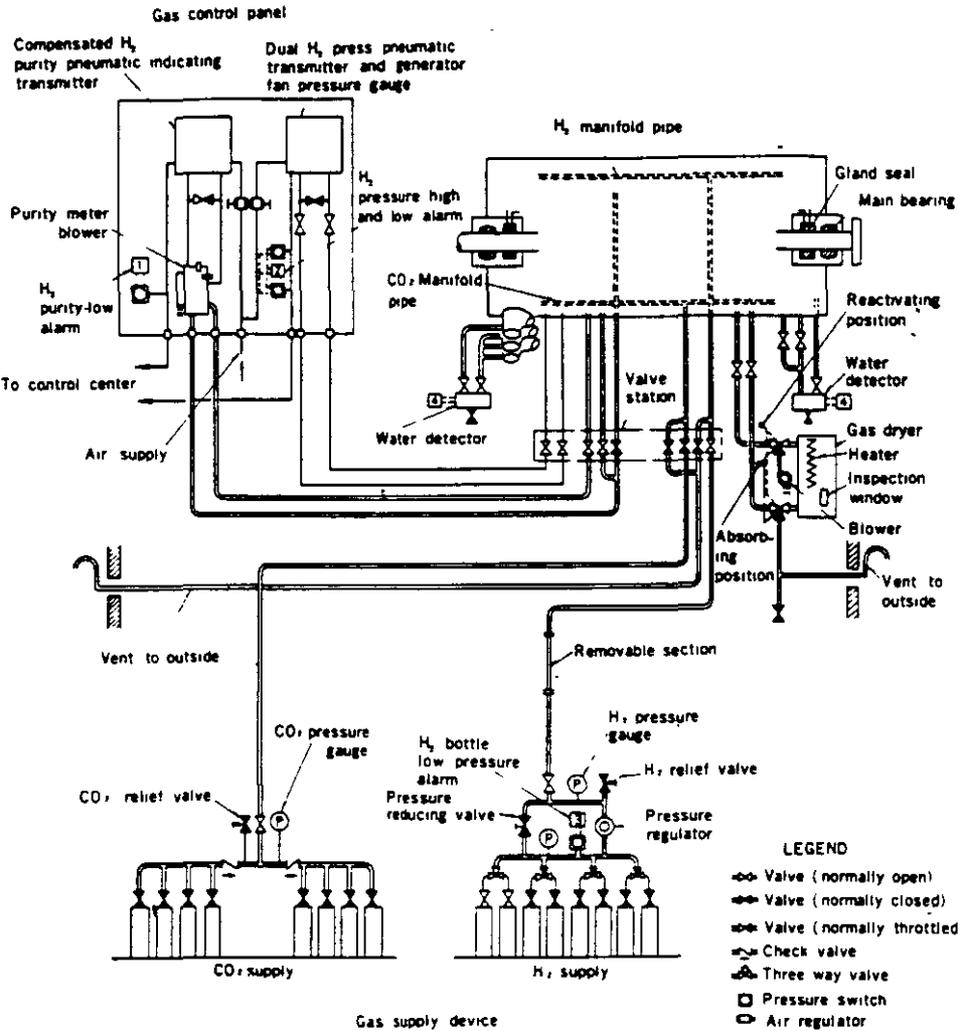


Fig. 45 Gas system diagram—inner cooled

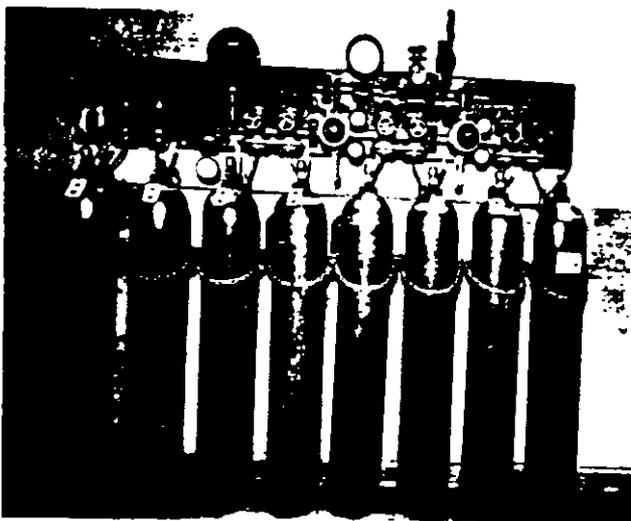


Fig. 46 Hydrogen supply station

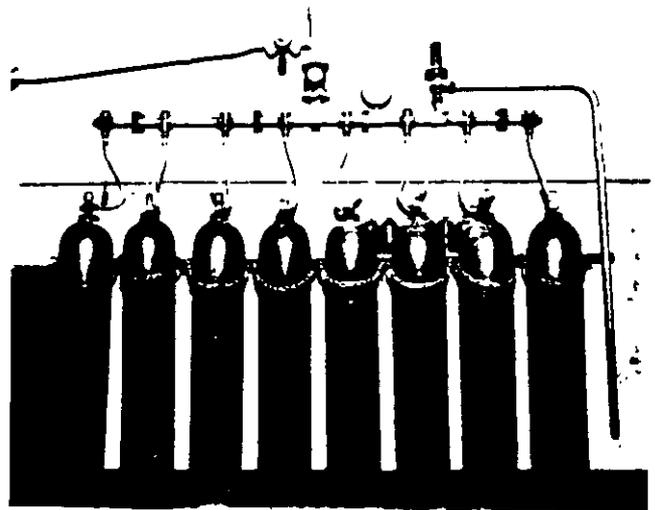


Fig. 47 Carbon dioxide supply station

in which the air or hydrogen in the machine is first exhausted to a vacuum; and the indirect method in which CO_2 is used as an intermediate inert gas. The direct method has a number of advantages which include ex-

peeling moisture and the dust accumulated inside the generator, savings on the quantity of hydrogen needed for the purging, and attainment of high purity immediately after replenishment. However since the operation is rather

complicated, this method is adopted only on request, and the indirect method is made standard. Table 1 (p. 3) shows the quantity of gas and time required to effect the purging.

5. Gas Purity

At the gland seals, some of the air and moisture in the seal oil escapes to the machine if measures are not taken in the seal oil system. Mitsubishi adopts a vacuum treating system for conventional hydrogen cooled units and a double-flow system for inner cooled units so that the quantity of air or moisture which is released to the machine is very small.

Hydrogen purity in the machine is thus normally maintained above 95%, and there should be no need to admit additional hydrogen to compensate for lowering of the purity.

Even if the seal oil is supplied from the main bearing oil feed system over long periods of operation, the lowering of the purity is very small.

6. Removal of Moisture; Gas Dryer

Moisture in the gas inside the machine is removed by circulating the gas through a gas dryer.

This gas dryer, consisting of a chamber filled with activated alumina absorbent material, is connected across the generator blower so that gas circulates through the dryer whenever the machine is running. The absorbent material will take up about one (1) kg of water, after which it can be dried out by disconnecting the dryer from the machine and then heating with a built-in electric heater. Before and during the drying process air is forced through the dryer by a small blower to remove the moisture. A thermostat protects the dryer against overheating. The dryness of the active material can be determined by comparing the color of the material as seen through a window in the bottom of the dryer with the color of a similar dry material sealed in a glass comparison tube at the side of this window. The color will be light blue when dry and grayish pink when saturated with moisture. The operator can tell when it is necessary to reactivate the dryer by noting the color of the material inside the window.

7. Detection of Condensed or Leaked Water; Liquid Detectors

If moisture condensation or cooler water leakage occurs, an alarm is given by water detectors.

These consist of float-operated mercury switches in small housings, and are provided under the generator frame and under the main lead box.

Openings are provided at the bottom of each frame ring so that any liquid collected will drain to water detectors. Each detector is provided with a vent return line to the generator frame so that air locks will not develop in the drain line from the generator frame. Isolating valves are provided in both the vent and drain lines so that the switches can be inspected at any time, and a drain valve is provided for the removal of any accumulated liquid.

8. Gas Pressure

The gas supply device provides a means of controlling the gas pressure within the generator housing either manually by means of valves or by means of a pressure regulator which is manually adjustable to give the desired

machine gas pressure.

9. Hydrogen Consumption

Hydrogen necessary to maintain machine gas pressure may be supplied either automatically or manually.

Hydrogen consumption includes leakage from the main generator assembly or various piping parts and absorption by seal oil, plus that which is on occasion necessary to compensate for release of air into the generator. To minimize leakage, scrupulous attention is paid to the gas seals, especially to welds and joints, which are tested at each stage of production. The quantity of air which penetrates due to the seal oil is negligible as long as seal oil is vacuum treated, or is separated into two streams. Tables 2 and 3 on p. 3 show standard rates of hydrogen consumption.

10. Hydrogen Control Panel

The hydrogen control panel, designed to facilitate operation and maintenance connected with the hydrogen gas parts, is furnished with the following gauges:

1. Hydrogen purity indicating transmitter
2. Purity meter blower
3. Dual meter-generator blower pressure gauge and hydrogen pressure indicating transmitter
4. Mercury manometer (for conventional hydrogen cooled units only)

Fig. 48 shows a hydrogen control panel for a conventional hydrogen cooled generator.

11. Hydrogen Purity Indicating Transmitter

The purity of the gas in the generator is determined by use of a hydrogen purity indicating transmitter and a purity meter blower. The purity indicating transmitter is a differential pressure instrument which measures the pressure developed by the purity meter blower.

An induction motor, loaded very lightly so as to run at

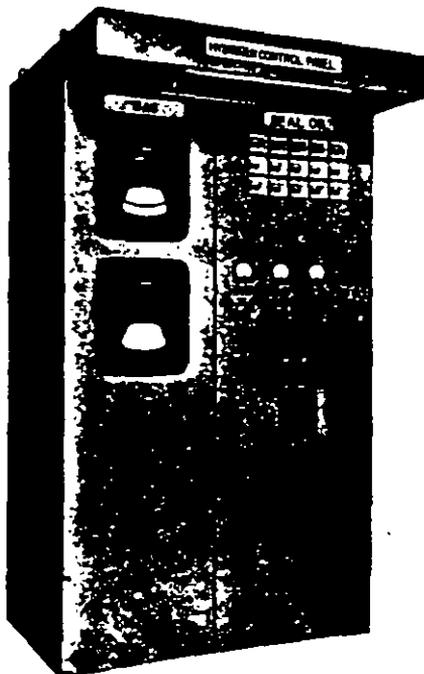


Fig. 48 Gas control panel—conventional hydrogen cooled

practically constant speed, drives the purity meter blower and circulates the gas drawn from the generator housing. Thus the pressure developed by the purity meter blower varies directly with the density of the machine gas. Since gas density is dependent upon the ambient temperature and pressure as well as the purity of the gas being sampled, the purity indicating transmitter provides automatic compensation for pressure variations so that the scale reading is in terms of actual purity. The output signal of the purity indicating transmitter is either in terms of air pressure (0.20 to 2.00 kg/cm² or 0.20 to 1.00 kg/cm²) or an electrical signal. The output signal may be carried to a remotely located receiver

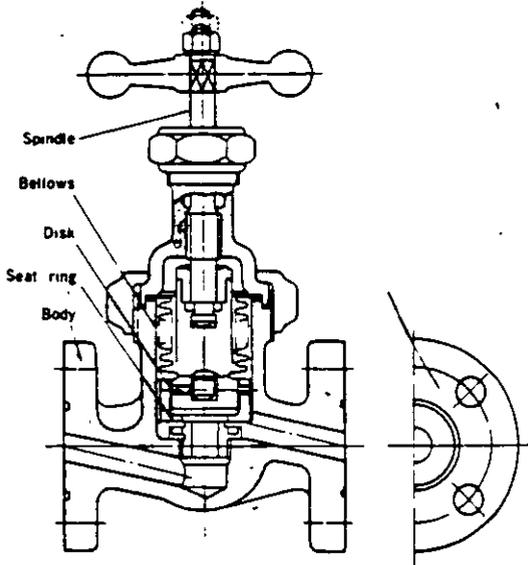


Fig. 49 Bellows type gas valve

provided with a dial similar to the purity indicating transmitter on the hydrogen control panel.

12. Dual Meter-Generator Blower Pressure Gauge and Hydrogen Pressure Indicating Transmitter

A dual pressure gauge is furnished on the hydrogen control panel which indicates both the pressure developed by the blower on the generator rotor and the hydrogen pressure in the generator housing. The generator blower pressure portion of the instrument is connected directly to the generator housing and reads the differential pressure across the blowers on the rotor. This pressure can be used as a check on the purity meter or can be used to indicate the hydrogen purity if the purity meter is taken out of service while the generator is running.

The hydrogen pressure portion of the instrument serves to indicate the pressure within the generator. The transmitter produces an output pressure of from 0.20 to 2.00 kg/cm² or 0.20 to 1.00 kg/cm², or an electric output signal. This output signal is carried to a remotely located receiver, which is provided with a dial similar to the hydrogen pressure indicating transmitter on the hydrogen control panel.

13. Alarms for Hydrogen Gas System

The hydrogen gas system has the following standard alarm switches,

1. Hydrogen purity—Low
2. Hydrogen pressure—Low
3. Hydrogen bottle pressure—Low
4. Water detector—High

14. Piping and Valves

In all gas piping except the internal piping of the gas control panel, steel pipes are used. Bellows type valves are used in the hydrogen gas lines. Fig. 49 shows construction of a bellows type gas valve and Fig. 50, a valve station.

Seal Oil System

1. Gland Seals

Since the rotor shaft ends of the hydrogen cooled turbine generator must be brought out of the gas-tight enclosure, means must be provided to prevent the escape of gas along the shaft. Gland seals supplied with oil under pressure are used for this purpose.

A radial clearance type seal is used, which allows axial movement of the rotor shaft due to thermal expansion. The action of these seals for a single-flow or vacuum treating system is shown in Fig. 51 and for a double-flow system in Fig. 52. Oil is supplied to one or two annular grooves in the seal rings. From these grooves the oil flows both ways along the shaft through the clearance space between the shaft and the inner diameter of the seal rings. As long as the oil pressure in the circumferential groove exceeds the gas pressure in the machine, oil will flow toward the hydrogen side of the seal and prevent the escape of hydrogen from the generator.

In Fig. 51 the seal oil is supplied after vacuum treating. In Fig. 52, the seal oil for the two feed grooves is supplied from separate hydrogen side and air side seal oil systems. When the feed pressures in these two systems



Fig. 50 Valve station

are properly balanced there will be no flow of oil in the clearance space between the two feed grooves. Oil supplied from the hydrogen side seal oil system will flow inwards along the shaft towards the inside of the generator, and that supplied by the air side system will flow outwards along the shaft towards the bearing. The oil in the space between the two feed grooves will remain relatively stationary due to the pressure balance between the two systems.

Assemblies of the gland seals and associated apparatus are shown in Figs. 53 and 54.

A seal ring is provided to restrict the flow of oil through

the seal. This ring can move radially with the shaft, but is restrained from rotating by a pin to the supporting structure. Oil leaving the seal ring is caught in chambers on each side of the seal, from which it is drained back to the seal oil system.

2. Oil Supply

The function of the seal oil system is to lubricate the seals and prevent hydrogen from escaping from the generator, without introducing an excessive amount of air and moisture into the generator. The same oil is used in the turbine bearing system and in the seal oil system.

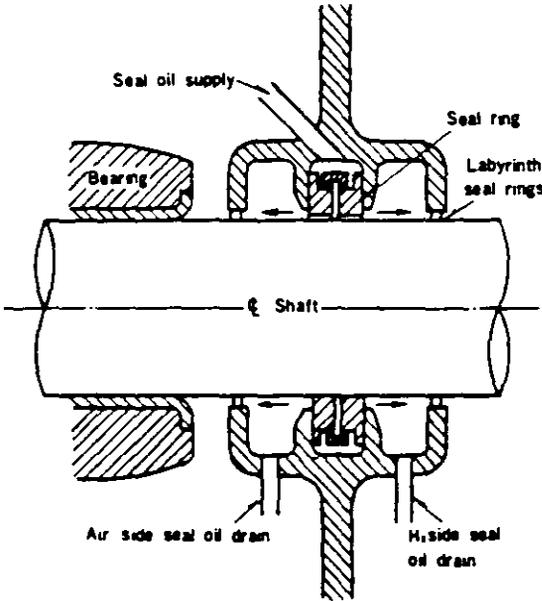


Fig. 51 Gland seal for vacuum treating system

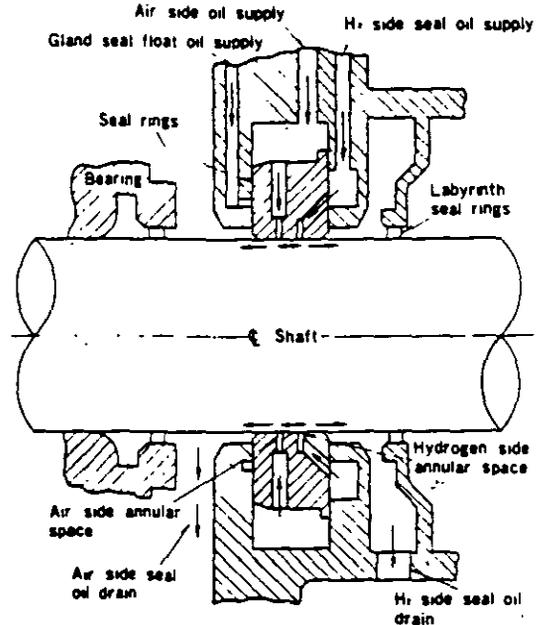


Fig. 52 Gland seal for double-flow system

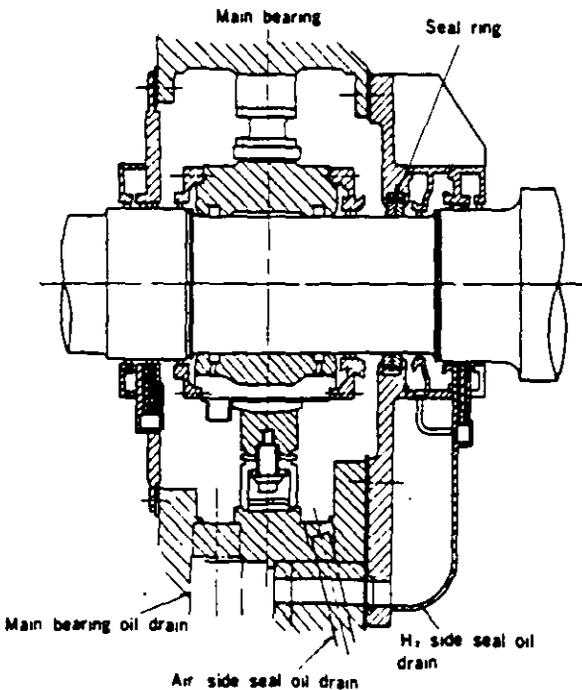


Fig. 53 Gland seal assembly and associated apparatus—conventional hydrogen cooled

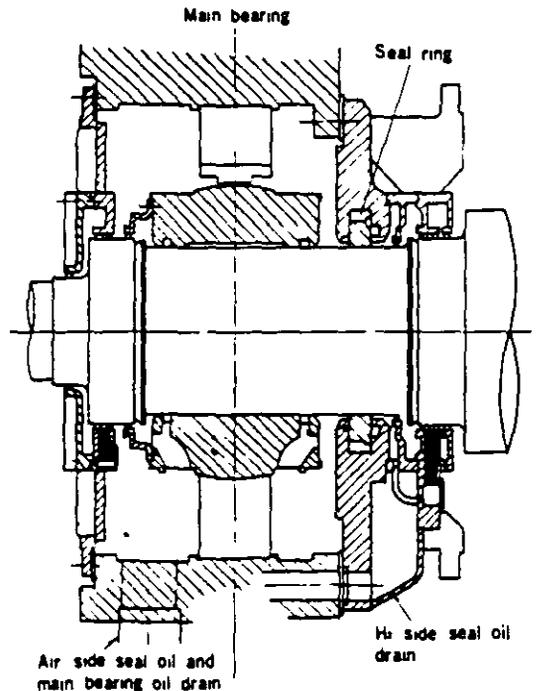


Fig. 54 Gland seal assembly and associated apparatus—inner cooled

This oil, in contact with air or hydrogen, absorbs these gases and moisture if any is present. If oil with air and water absorbed in it is pumped into the hydrogen compartment some of the air and moisture will separate from the oil and contaminate the hydrogen in the generator. It would then be necessary to add fresh gas to the generator in order to maintain the hydrogen purity at the required value.

The seal oil diagrams (Fig. 55 for the vacuum treating system and Fig. 56 for the double-flow system) show the complete systems, and illustrate how contaminating air and moisture are kept out of the generator.

In Fig. 55, the air and moisture in the seal oil are removed by passing the oil repeatedly through a vacuum tank.

In Fig. 56, the air side and hydrogen side seal oil systems

are separate. The hydrogen side oil is returned to the hydrogen side of the seal ring in the generator, thus preventing the escape of absorbed hydrogen to the outside atmosphere. In a similar manner the air side seal oil is returned to the air side of the seal ring, thus preventing the release of absorbed air or moisture into the hydrogen compartment of the generator.

The seal oil is supplied to the seal rings (Fig. 55) or to the air side of the seal ring (Fig. 56) at a pressure of 0.85 kg/cm² above the generator gas pressure. The hydrogen side seal oil (Fig. 56) is maintained at this same pressure by means of pressure equalizing valves. As a result, the release of absorbed air or moisture into the hydrogen compartment of the generator (Fig. 55) or the interchange of air side and hydrogen side oil at the seal rings (Fig.

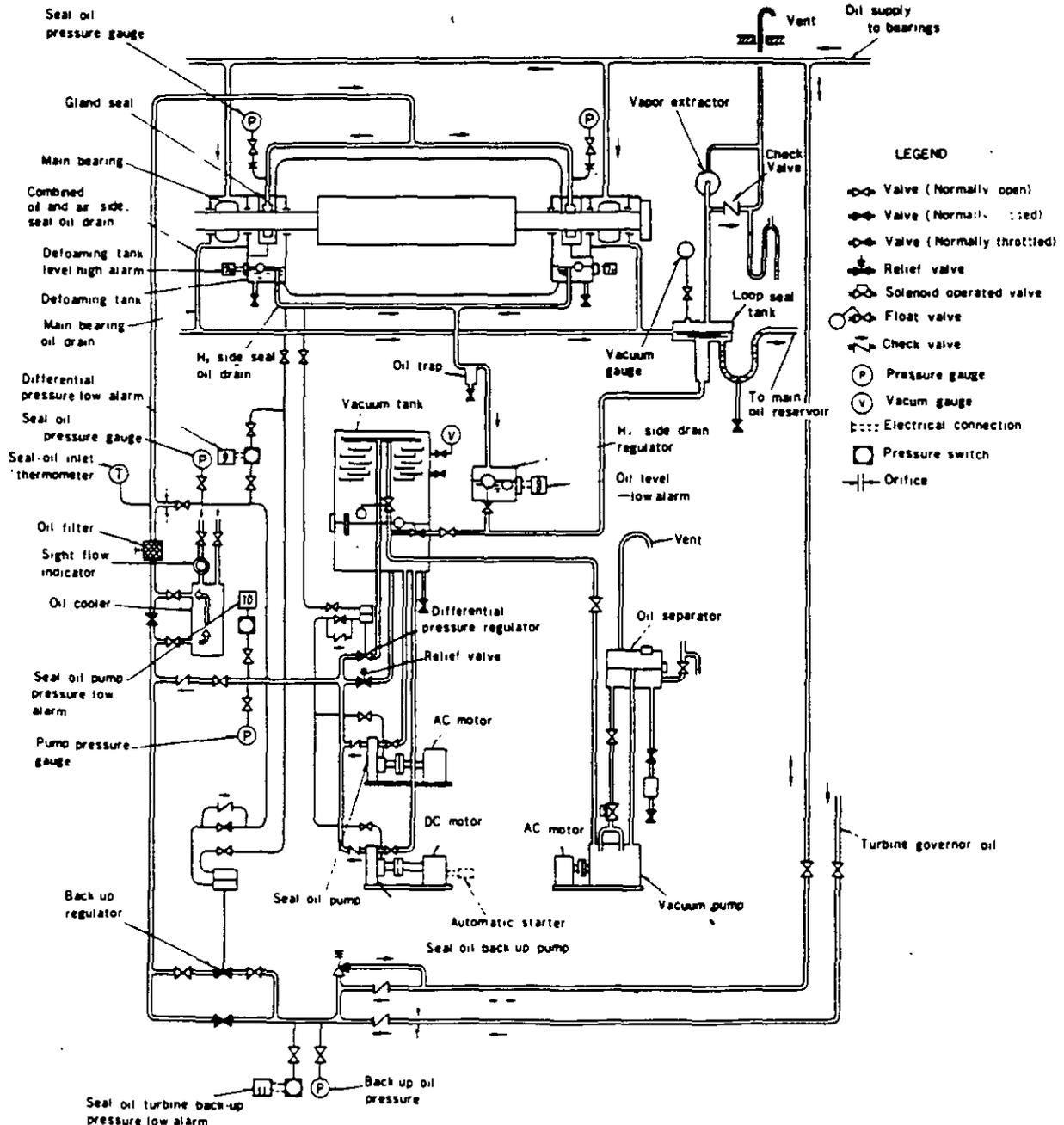


Fig. 55 Seal oil diagram for vacuum treating system

56) is held to a minimum.

3. Seal Oil Units

Fig. 57 is photograph of a vacuum treating unit and Fig. 58 of a double-flow unit.

4. Defoaming Tanks

Oil returning from the hydrogen side of the seal rings goes to two defoaming tanks where most of the gas is removed from the oil. These defoaming tanks are located in the bearing brackets of the generator. The oil level in the defoaming tanks is maintained by standpipe overflow connections. A defoaming tank is provided for each gland seal.

In the double-flow system a trap is provided in the drain line between the two tanks so that the difference in the

blower pressure at the two ends of the generator will not cause circulation of oil vapor through the generator.

5. Seal Oil Pumps

1. Vacuum treating system

The seal oil pump receives its oil supply from the vacuum tank. It pumps part of this through a seal oil cooler to the seal ring, and returns almost all of it to the vacuum tank through a differential pressure regulator which maintains the seal oil pressure at the seal at 0.85 kg/cm² above the generator gas pressure. A DC motor-driven seal oil back-up pump is provided which circulates oil in the same manner.

2. Double-flow system

The air side seal oil pump receives its oil supply from the combined bearing and air side seal oil drain.

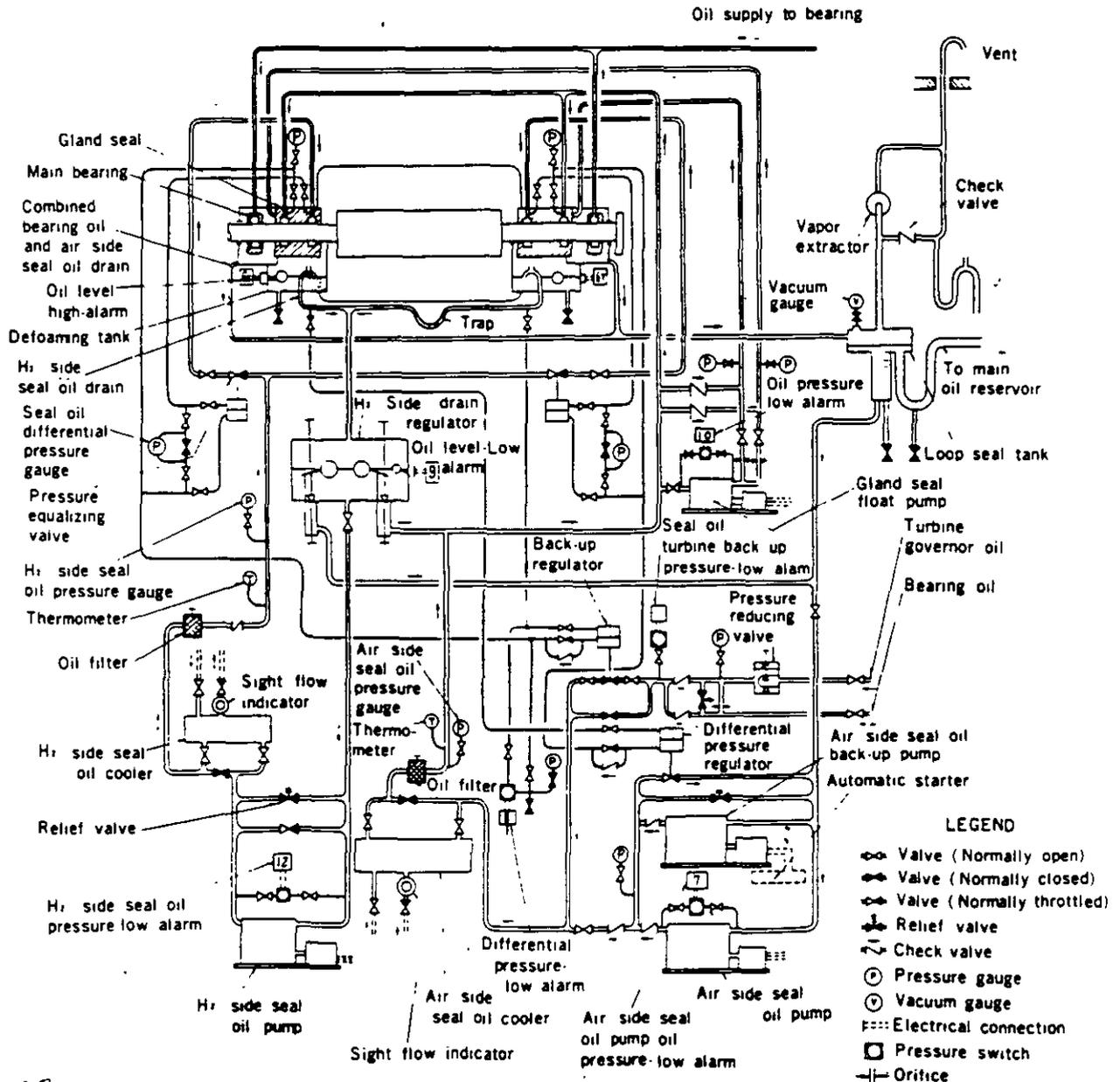


Fig. 56 Seal oil diagram for double-flow system

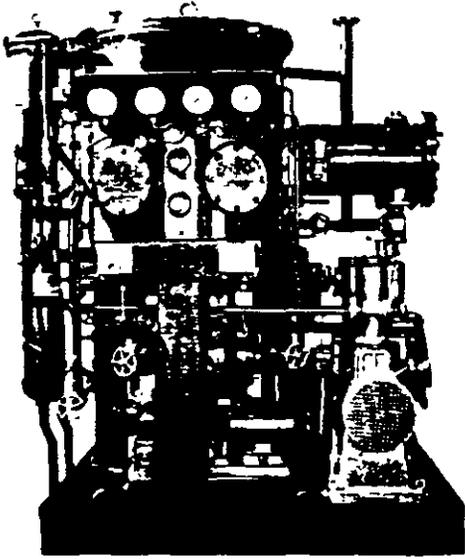


Fig. 57 Seal oil vacuum treating unit

It pumps part of this through a seal oil cooler to the air side of the seal rings, and returns part of it to the suction side of the pump through a differential pressure regulator, which maintains the air side seal oil pressure at the seals at 0.85 kg/cm^2 above the generator gas pressure. A DC motor driven air side seal oil back-up pump is provided, which circulates oil in the same manner.

The hydrogen side seal oil pump is supplied from the hydrogen side seal oil drain regulator. It pumps part of this oil through a seal oil cooler to the hydrogen side of the seal rings. Pressure equalizing valves are provided in the hydrogen side seal oil feed lines which maintain hydrogen side seal oil pressure at the same value as the air side seal oil pressure. A bypass line is provided around the pump which allows that portion of the total output of the pump not required by the pressure equalizing valves to return to the suction side of the pump.

6. Seal Oil Back-up

The seal oil back-up from the main bearing oil feed system is normally closed. If the AC motor driven seal oil pump (Fig. 55) or the AC motor driven air side seal oil pump (Fig. 56) should stop, or if the seal oil pressure at the seals should decrease to 0.60 kg/cm^2 above the hydrogen pressure, the back-up regulator valve will open automatically and provide oil pressure for the seals.

This back-up pressure may be supplied from several sources. When bearing oil flows to the seals through the seal oil back-up, excess oil will overflow through the seal oil return line into the main bearing oil drain.

The main oil pump on the turbine shaft and the turbine auxiliary oil pump supply high pressure oil to the back-up regulator valve. When the shaft driven and/or turbine auxiliary oil pumps are designed for operation above 10.0 kg/cm^2 , a pressure reducing valve is used between the main oil reservoir and the back-up regulator. This pressure is not available when the turbine is on turning gear or at standstill with the turbine auxiliary oil pump shut down,

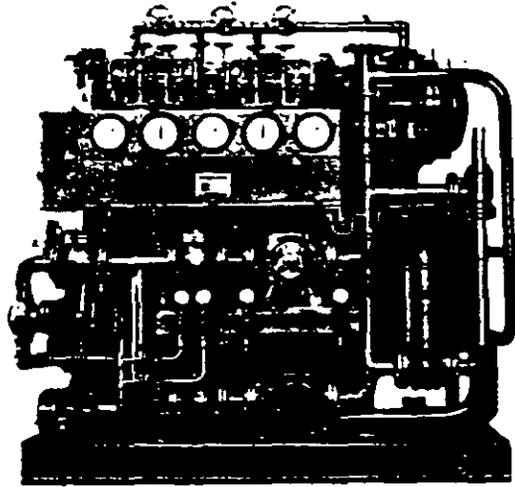


Fig. 58 Seal oil double-flow unit

as the low pressure oil pumps on the main oil reservoir can supply only approximately 0.35 kg/cm^2 pressure at the seals. Under this condition of operation, failure of the AC motor driven seal oil pump would result in a decrease of differential pressure to a point below the 0.60 kg/cm^2 level.

When the seal oil pressure or the air side seal oil pressure at the seals drops to 0.35 kg/cm^2 above the gas pressure, a switch will close and automatically start the DC motor driven seal oil back-up pump (Fig. 55) or the DC motor driven air side seal oil back-up pump (Fig. 56), which will restore and maintain the seal oil pressure at the seals at 0.85 kg/cm^2 above the hydrogen pressure.

When this pressure is restored the differential pressure switch will open, but the DC motor driven seal oil back-up pump will continue to operate as it is held by an interlock in the control, and can be stopped only by a pushbutton.

7. Gland Seal Float Oil (for double-flow system only)

The friction between the seal ring and the gland seal bracket must be kept to a minimum in order to permit the seal ring to remain concentric with the shaft under all operating conditions.

The force on the ring increases with increased machine gas pressure. Accordingly gland seal float oil is provided for use at machine gas pressure of 2.0 kg/cm^2 or greater. This oil is supplied to the air side gap between the seal rings at the gland seal brackets at the same pressure as air side seal oil, and floats the rings on a low friction oil film.

8. Generator Bearing Drain Loop Seal Tank

A loop seal tank is provided in the generator bearing oil drain line (Fig. 55) or the combined generator bearing oil drain line (Fig. 56) before the oil enters the turbine bearing oil drain system. The purpose of this loop seal is to prevent the hydrogen in the generator from escaping into the main oil reservoir in the event of failure of the generator hydrogen shaft seal, which might result in a sudden surge of hydrogen through the drain line.

The loop seal thus provides protection against the remote possibility of shaft seal failure from any cause whatsoever, and as such represents an additional safety feature. A vent to the atmosphere is provided on the upstream or inlet side of this loop so that any hydrogen flowing through the bearing drain line will be carried out of the system before sufficient pressure can be built up to blow the oil out of the loop seal and allow the hydrogen to reach the main oil reservoir.

Since this loop seal presents an obstruction to uninterrupted flow in the bearing drain system, the vapor extractor on the main oil reservoir is not able to ventilate that part of the generator bearing oil drain system which lies on the upstream side of the loop seal. Therefore an additional vapor extractor assembly consisting of extractor, control bypass, and check valve is provided as a part of the loop seal assembly to provide the negative pressure in the generator drain system on the upstream side of

the loop seal required for normal operation.

9. Alarm for Seal Oil Systems

Seal oil systems have the following alarm switches as standard:

- Defoaming tank oil level (turbine end)—High
- Defoaming tank oil level (exciter end)—High
- Differential pressure—Low
- Seal oil pump pressure—Low
(for conventional hydrogen cooled units only)
- Back-up pressure—Low
- Air side seal oil pump—Off
(for inner cooled units only)
- Hydrogen side seal oil pump—Off
(for inner cooled units only)
- Emergency seal oil pump—Running
(for inner cooled units only)

STANDARD ACCESSORIES

Each machine includes the following accessories:

1. Generator Proper

1. Hydrogen coolers mounted within the generator housing, including:
 - (1) Stop valves for water inlet and outlet.
 - (2) Vent and drain valves.
 - (3) Piping and supports and foundation bolts.
 - (4) Gas temperature automatic control set (for inner cooled units only)
2. Insulation for shaft current.
3. Seal oil inlet pressure gauges mounted on the side lagging.
4. Defoaming tank oil level high alarm float switches.
5. Drain valves and piping for defoaming tank.
6. Oil piping fittings and foundation bolts for bearings and gland seal.
7. Oil trap (for inner cooled units only)
8. Six (6) high-voltage porcelain bushings.
9. Eighteen (18) bushing current transformers (three (3) per terminal).

10. Temperature detectors

- (1) Generator stator (resistance temperature detector), as follows:

	Conv. H ₂ cooled	Inner cooled
Armature windings	12	12
Cooler outlet gas	2	2
Cooler inlet gas	2	1
Armature coil discharge gas	0	6

- (2) Generator core (thermocouple), as follows:

For conventional hydrogen cooled unit:

Turbine and exciter ends

End core 4

Finger plate 4

For inner cooled unit:

Turbine end

End core 2

Finger plate 2

Shield core 2

Shield core support 1

- (3) Bearing oil drains (thermocouple), as follows:

Turbine end bearing 1

Exciter end bearing 1

- (4) Rotor (rotor coil acts as resistance coil) 1

11. Special tools

- (1) Stator jacking or lifting trunnions.
- (2) Jack post.
- (3) Necessary rotor removal and installation tools.
- (4) Necessary tools to measure air gap and magnetic center.
- (5) Cooler, bushing, bearing, and bearing assembly tools including:
 - a. Gas cooler lifting tools*
 - b. Air gap baffle assembling tools*
 - c. Gland seal assembling tools
 - d. Gland seal lifting tools*
 - e. Bearing removal tools
 - f. Bracket lifting tools
 - g. Blower shroud assembling tools*
 - h. Lead bushing installing tools*
 - i. Lead bushing lifting tools*

* For inner cooled unit only.

12. Miscellaneous

- (1) Grounding terminals.
- (2) Seating plates, shims, sole plates and foundation bolts
- (3) Removable sheathing (for appearance) from center line to floor including embedded support plates.
- (4) Cooler pipe expander (for conventional hydrogen cooled unit only).
- (5) Compound gun with accessories (for inner cooled unit only).
- (6) Spanners.

2. Excitation System

A. Brushless Exciter

1. One permanent magnet pilot exciter for excitation to AC exciter through excitation switchgear.
2. One AC exciter with rotating armature and stationary field winding.
3. One rotating rectifier assembly including silicon diodes, indicating fuses, and other components.
4. All necessary interconnections.
5. Set of mechanical parts including:
 - (1) Fabricated steel bed-plate.
 - (2) Air-to-water heat exchanger (where applicable).
 - (3) Insulated pressure lubricated pedestal bearing(s).
 - (4) Temperature detectors.
 - (5) One drip-proof enclosure mounted on exciter base with the following features:
 - a. One door or access cover with glass window opposite fuse and diode wheel.
 - b. One door or access cover at end of housing for access to permanent magnet generator.
 - c. Devices on all doors to insure they remain closed during normal operation.
 - d. Hydrogen vent.
6. Provision for application of purchaser's brushless excitation ground detection device.
7. Convenience outlet in base.
8. Excitation switchgear and regulator including:
 - (1) One excitation cubicle, metal enclosed with ventilating means as required, to maintain permissible heat rise and including the following:
 - a. Set of terminals of suitable size and rating for outgoing lead
 - b. Set of nameplates
 - c. Set of small wiring
 - d. Set of hinged front doors and removable rear covers
 - e. Set of internal lights, switches and convenience outlets
 - f. Set of disconnecting switches for control power
 - g. Static type regulator panel including required reference and sensing circuits and a stage of amplification
 - h. Static type amplifier panel
 - i. Static type limiter panel
 - j. Static type damping panel
 - k. Static type power panel
 - l. Relays
 - m. Parallel operation compensator
 - n. Supply breaker for static pilot exciter and regulator
 - o. Instrument panel with appropriate instruments for servicing voltage regulator
 - p. Exciter field current shunt
 - q. Motor operated voltage regulator and range width transformer
 - r. Automatic field follower panel
 - (2) One set of devices for remote mounting and wiring by the purchaser.
 - a. Type KX-11 milliammeter with zero center scale
 - b. Manually operated base adjuster
 - c. Type M regulator control switch and indicating lights

- d. Type M supply breaker control switch and indicating lights

B. Shaft-driven Exciter

1. One collector brush holder rigging assembly and one shunt-wound DC exciter mounted on a fabricated base and including:
 - (1) One set of brush holders for collector brushes, with springs for adjustment of brush pressure.
 - (2) Insulating barrier between positive and negative collector brush holder assemblies.
 - (3) One set of brush holders for exciter brushes with constant tension springs.
 - (4) One set each of removable graphite brushes with integral pigtails and disconnecting terminals for collector and for exciter.
 - (5) One negative and one positive field voltage lead connected to collector brush holder bus rings.
 - (6) Two bus bars for collector, and two for exciter, with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection.
 - (7) One collector steady bearing (for 3600 rpm and 3000 rpm inner cooled rotors only, where required).
 - (8) One flexible coupling assembly.
 - (9) One vertically offset reduction gear with thrust bearing (for geared exciters only).
 - (10) One outboard exciter journal bearing pedestal.
 - (11) Removable lifting lugs on base.
 - (12) Provision for temperature detector at outboard journal bearing drain.
 - (13) RTD's for ventilating air temperature as follows:
 - 1) One in air stream to collector and exciter.
 - 2) One in air stream from collector and exciter.
 - (14) Internal light fixtures.
 - (15) One switch, for internal lights (mounted externally).
 - (16) Standard terminal blocks, located in base, wired to internal devices.
2. One step-in type exciter and collector enclosure arranged for ventilating air inlet from above or below floor and discharge above or below floor, including:
 - (1) One or more entrance doors, as determined by exciter design, with latch.
 - (2) Safety glass observation windows on each side, adjacent to collector and commutator.
3. Motor-operated exciter field rheostat for mounting in the exciter cubicle.
4. Items for assembly at plant site:
 - (1) Seating plates, shims, and sole plates.
 - (2) Bolts to anchor base and enclosure to foundation plates or supporting structures (supporting sills grouted into foundation not included).
 - (3) Air filter, standard, heavy-duty, washable, impingement type.
5. Excitation cubicle
 - (1) One excitation cubicle, metal enclosed with ventilating means as required to maintain permissible heat rise and including the following:
 - a. Set of bare busses
 - b. Set of terminals of suitable size and rating for outgoing leads
 - c. Set of nameplates

- d. Set of small wiring
- e. Set of hinged front doors and removable rear covers
- f. Set of internal lights, switches and convenience outlets
- g. Set of disconnects for control power
- h. Regulator section including the following :
 - (a) Static type regulator panel including the required reference and sensing circuits
 - (b) Static type power panel
 - (c) Static type amplifier panel
 - (d) Static type limiter panel
 - (e) Static type damping panel
 - (f) Control field breaker for the exciter control fields
 - (g) Supply breaker for the permanent magnet supply generator set
 - (h) Parallel operation compensator
 - (i) Instrument panel with appropriate instruments for servicing voltage regulator
 - (j) Motor operated voltage adjuster and range width transformer
 - (k) Automatic field follower panel
- i. Rheostat and supply generator section including
 - (a) Space, mounting and wiring only for the motor operated exciter field rheostat.
 - (b) Motor driven 420 Hz permanent magnet generator set for regulator power supply.
- j. Field breaker section including the following :
 - (a) Drawout three-position type DBF generator field discharge air circuit breaker, 2 pole, non-automatic, with field discharge switch, with electrically operated closing mechanism and shunt trip, and suitable auxiliary switch.
 - (b) Space, mounting and wiring only for the field discharge resistor furnished as a generator accessory
 - (c). Field current shunt
 - (d) Space for addition of one field breaker assembly (if desired)
- (2) One set of devices for remote mounting and wiring by the purchaser :
 - a. Type KX-11 milliammeter with zero center scale
 - b. Type W-2 regulator control switch and indicating lights
 - c. Type W-2 rheostat control switch and indicating lights
 - d. Type W-2 field breaker control switch and indicating lights

C. Motor-driven Generator Exciter

- 1. One collector brush holder rigging assembly, including :
 - (1) Set of brush holders for collector brushes with springs for adjustment of brush pressure.
 - (2) Insulating barrier between positive and negative brush holder assemblies.
 - (3) Set of removable graphite brushes with integral pigtails and disconnecting terminals.
 - (4) One negative and one positive field voltage lead connected to brush holder bus rings.
 - (5) Two bus bars with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection.
 - (6) Collector steady bearing (for 3600 rpm inner

- cooled rotors only, where required).
- (7) Internal light fixtures.
- (8) Standard terminal blocks located in base, wired to internal devices.
- 2. Collector enclosure, arranged for ventilating air inlet above floor and air outlet below floor, as follows :
 - (1) Latched access panel on each side with plastic observation window.
 - (2) RTD's as follows :
 - a. One in air stream to collector.
 - b. One in air stream from collector.
- 3. Motor-operated exciter field rheostat for mounting in excitation cubicle.
- 4. Items for assembly at plant site :
 - (1) Foundation plates, and subsole plates where required by grouting.
 - (2) Bolts to anchor brush holder rigging assembly and enclosure to foundation plate or supporting structure (supporting sills grouted into foundation not included).
 - (3) Air filter, standard heavy-duty, washable, impingement type.
- 5. One excitation cubicle, as furnished with shaft-driven exciter as in §5 of B, shaft-driven exciter, above.
- 6. One exciter motor-generator set assembled on a base and including :
 - (1) One stabilized, shunt wound, DC exciter with :
 - a. Cooling fan.
 - b. One set of brush holders with constant pressure brush springs.
 - c. One set of removable graphite brushes with integral pigtails and disconnecting terminals.
 - d. Two exciter bus bars, accessible in base with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection.
 - (2) One three-phase, AC, squirrel-cage induction motor with :
 - a. Cooling fan.
 - b. Motor power lead connections, three bus bars with suitable terminals or drilling for purchaser's cable or bus-way connection from below, accessibly located in base.
 - (3) One solid coupling to connect exciter and motor shafts.
 - (4) One fabricated flywheel on shaft to produce an inertia constant of 5.0 per unit, based on exciter rating.
 - (5) Four pedestal bearings, oil ring lubricated, with oil-level sight gauges : all pedestals are insulated from base, with provision for grounding one pedestal.
 - (6) One bearing temperature detector on each bearing.
 - (7) Standard terminal blocks located in center section of base, wired to included devices, for purchaser's connections.
 - (8) One drip-proof, reach-in enclosure, mounted on base ; three-piece, including :
 - a. Four latched access doors on each side ; two doors on each end.
 - b. Five internal light fixtures with two external switches
 - c. Cooling arrangement for air inlet above floor

and air outlet above floor, with one set of air filters, standard heavy-duty, washable impingement type.

3. Hydrogen Apparatus

1. Hydrogen and carbon dioxide supplies with:

- (1) Hydrogen manifold, including:
 - a. Pressure gauges
 - b. Hydrogen pressure regulator
 - c. Pressure reducing valve
 - d. Hydrogen bottle low pressure alarm
 - e. Shut-off three (3) way valves
 - f. Relief valve
 - g. Mounting brackets with foundation bolts
 - h. Eight (8) bottle connectors
 - i. Eight (8) hydrogen bottles with bottle valves
- (2) Carbon dioxide manifold, including:
 - a. Pressure gauge
 - b. Relief valve
 - c. Two (2) check valves
 - d. Supports with foundation bolts
 - e. Eight (8) bottle connectors
 - f. Eight (8) carbon dioxide bottles with bottle valves
- (3) Steel pipes and fittings including removable section but excluding vent line.

2. Gas valve station with valves, steel pipes, mounting bracket, foundation bolts and fittings, excluding vent line.

3. Water detector(s) with valves, steel pipes, and foundation bolts.

4. Hydrogen dryer and blower including foundation bolts, steel pipes, and fittings but excluding vent line.

5. Seal oil unit assembled on a base, and including:

- (1) One (1) main seal oil pump with AC motor for conventional hydrogen cooled unit and two (2) pumps for inner-cooled units.
- (2) Back-up seal oil pump with DC motor
- (3) Main pump relief valve.
- (4) Turbine governor oil relief valve.
- (5) Hydrogen side relief valve (for inner cooled units only).
- (6) Vacuum tank with observation window, vacuum pump with AC motor, and drain valve (for conventional hydrogen cooled units only).
- (7) Hydrogen side drain regulator with float valve(s) and float switch with alarm contact.
- (8) Oil cooler(s) with sight flow indicator(s).
- (9) Pressure reducing valve (for inner cooled units only)
- (10) Pressure equalizing valves (for inner cooled units only).
- (11) Differential pressure regulator.
- (12) Back-up regulator.
- (13) Thermometer(s).
- (14) Oil filter(s).
- (15) Gauge panel with:
 - a. Vacuum gauge (for conventional hydrogen cooled

unit only).

- b. Seal oil or air side seal oil pressure gauge.
 - c. Hydrogen side seal oil pressure gauge (for inner cooled units only).
 - d. Seal oil pump or air side seal oil pump pressure gauge.
 - e. Two (2) seal oil differential pressure gauges (for inner cooled units only).
 - f. Seal oil turbine back-up pressure gauge.
 - g. Differential pressure switches with alarm contact for annunciator and for activation of back-up pump.
 - h. Pressure switch with alarm contact for seal oil pump pressure (for conventional hydrogen cooled units only).
 - i. Pressure switch with alarm contact for seal oil back-up from turbine.
 - j. Two (2) differential pressure switches with alarm contacts across air side and hydrogen side pump (for inner cooled units only).
- (16) Supports and foundation bolts.
- (17) Steel piping, fittings and foundation bolts excluding vent piping.
- #### 6. For cross-compound units, combined gas and seal oil systems wherever practicable, and where not, separate individual systems.
- #### 7. Gas control panel
- (1) Gas control compartment including:
 - a. Dual hydrogen pressure pneumatic transmitter and generator fan pressure gauge with:
 - Gas pressure high and low alarm switches
 - Air regulator
 - Valves
 - b. Compensated hydrogen purity pneumatic indicating transmitter with:
 - Hydrogen purity low-alarm switch
 - Air regulator
 - Valve
 - c. Purity meter blower
 - d. Mercury manometer with valve (for conventional hydrogen cooled units only)
 - e. Interior cabinet light
 - f. Compartment wiring
 - g. Compartment piping with pipe adapters.
 - (2) Seal oil control compartment including:
 - a. Annunciator with horn, pushbuttons, relays etc.
 - b. Control switches, indicating lamps and ammeters for motors
 - c. Necessary auxiliary relays
 - d. Interior cabinet light
 - e. Control wiring.
 - (3) External cabinet light.
- #### 8. Central control board
- (1) Generator gas pressure indicating receiver.
 - (2) Generator gas purity indicating receiver.
 - (3) Gas temperature automatic controller (for inner-cooled units only)
 - (4) Generator temperature indicator(s) or recorder(s).

1 OBJETIVO Y CAMPO DE APLICACION

Esta especificación tiene por objeto establecer las características y requerimientos de compra que deben reunir los interruptores de potencia, servicio intemperie, trifásicos, autocontenidos, para sistemas con tensiones nominales de 115 a 400 kV, con frecuencia de 60 Hz, que utiliza la Comisión.

2 ✓ NORMAS QUE SE APLICAN

CFE L0000-03-1983	Comercial General.
- CFE E0000-01-1983	Conductores para Alambrado de Tableros Eléctricos.
✓ NOM-J-151-1976	Productos de Hierro y Acero Galvanizado por Inmersión en Caliente.
✓ NOM-J-211-1974	Definición de Vocablos Técnicos Usados en Interruptores de Potencia.
- IEC-56-1-1971 Modificación No. 1-1975	General and Definitions. (Generalidades y Definiciones).
- IEC-56-2-1971 Modificación No. 1-1972 Modificación No. 2-1981	Rating (Valores Nominales).
✓ IEC-56-3-1971 Modificación No. 1-1975	Design and Construction. (Diseño y Construcción).
- IEC-56-4-1972 Modificación No. 1-1975 Modificación No. 2-1977 Modificación No. 3-1981 Suplemento 56-4A-1974	Type Test and Routine Tests. (Pruebas de Prototipo y Rutina).
- IEC-56-6-1971 Modificación No. 1-1975 Modificación No. 2-1981	Information to be given with Enquiries, Tenders and Orders and Rules for Transport, Erection and Maintenance. (Información que debe Proporcionarse en las Requisiciones, ofertas, ordenes de compra / Reglas para Transporte, Montaje y Mantenimiento).
✓ IEC-267-1968	Guide to the testing of Circuit-breakers with Respect to Out-of-phase Switching. (Guía para la Prueba de Corriente Interuptiva por Defasamiento en Interruptores).
✓ NEMA IS1.1-1977	Enclosures for Industrial Controls and Systems. (Gabinetes para Controles y Sistemas Industriales).

NOTA: En caso de existir revisiones posteriores a los documentos enunciados anteriormente deben tomarse en cuenta.

DEFINICIONES

Las definiciones aplicables a los interruptores de potencia de esta especificación corresponden a los establecidos en las Normas IEC 56-1 y NOM-J-211.

El vocablo "apertura" es similar al de "disparo".

ALCANCE DEL SUMINISTRO

El alcance del suministro debe incluir el diseño, fabricación, pruebas, acabados y embarque de cada uno de los interruptores solicitados. A continuación se hace una relación de los equipos, accesorios y servicios que integran el suministro de los interruptores trifásicos solicitados:

- a) Cámaras de extinción y columnas de aisladores soporte.
- b) Mecanismo(ε) de operación.
- c) Bastidor(es) soporte.
- d) Gabinete(s) de control.
- e) Accesorios.
- f) Empaque y embarque.
- g) Control de calidad.
- h) Certificados de pruebas de prototipo.
- i) Partes de repuesto y herramientas especiales.
- j) Planos, diagramas, instructivos e información técnica.

5 CONDICIONES NORMALES DE SERVICIO ✓

5.1 Conexión a Tierra del Sistema ✓

Los interruptores deben diseñarse para sistemas sólidamente conectados a tierra.

5.2 Temperatura Ambiente ✓

Los interruptores deben diseñarse para operar a una temperatura ambiente que no exceda de 40°C y un valor promedio medido en un período de 24 h de 35°C. También deben diseñarse para operar a una temperatura ambiente mínima de -25°C.

5.3 Altura de Operación ✓

Los interruptores deben diseñarse para operar a una altitud de 1000 m s n m. En caso de que en las Características Particulares se indique una altura de operación mayor, deben hacerse las correcciones indicadas en la Norma IEC 56.4, de tal manera que el interruptor mantenga a la altitud indicada, los niveles de aislamiento establecidos en esta especificación.

5.4 Velocidad del Viento ✓

Los interruptores deben diseñarse para soportar una velocidad del viento indicada en las Características Particulares.

5.5 Diseño por Sismo ✓

Los interruptores deben diseñarse para soportar la aceleración horizontal máxima indicada en las Características Particulares.

6 CARACTERISTICAS GENERALES ✓

6.1 Cantidad ✓

La cantidad de interruptores se indica en las Características Particulares.

6.2 Tipo de Servicio ✓

Todos los interruptores deben ser para servicio intemperie.

6.3 Número de Polos ✓

Todos los interruptores deben ser tripolares.

6.4 Medio de Extinción ✓

a) El medio de extinción del arco eléctrico debe ser gas SF6 (hexafluoruro de azufre) a una sola presión.

b) En casos especiales como ampliaciones, sustituciones, etc., en que la Comisión requiera otro medio de extinción, se indicará en las Características Particulares.

5 Frecuencia ✓

Los interruptores deben estar diseñados para operar a 60 Hz.

6 Tensiones Nominales y Valores de Pruebas Dieléctricas ✓

Las tensiones nominales y valores de pruebas dieléctricas de los interruptores se indican en las Características Particulares y deben estar basadas en la tabla 1.

7 Corrientes Nominales y Corrientes Interruptivas ✓

7.1 Corriente normal ✓

La corriente normal de los interruptores debe ser la indicada en las Características Particulares y debe de estar de acuerdo con lo indicado en la tabla 2 de esta especificación. Esta corriente está dada por el valor eficaz (r.m.s.) de la corriente, que es capaz de conducir continuamente el interruptor sin sufrir deterioro a la frecuencia nominal y sin exceder los valores de elevación de temperatura de las diferentes partes del interruptor, indicados en la tabla IV de la Norma IEC 56-2.

7.2 Corriente interruptiva de corto circuito ✓

Los interruptores deben cumplir con la corriente interruptiva de corto circuito dada por el valor eficaz (r.m.s.) de su componente de CA asociada con una componente de CD, como lo establece el capítulo 6 de la Norma IEC 56-2, cuyo valor se indica en las Características Particulares y debe estar de acuerdo con la tabla 2 de esta especificación.

7.3 Corriente sostenida de corta duración ✓

La corriente sostenida de corta duración (3 segundos) debe ser la indicada en la tabla 2 de esta especificación. Esta corriente es la que el interruptor es capaz de conducir en posición cerrada y con un valor igual al de la corriente interruptiva de corto circuito, de acuerdo con la Norma IEC 56-2 capítulo 10.

7.4 Corriente de interrupción de carga de líneas en vacío ✓

El interruptor debe ser capaz de interrumpir una corriente de carga de líneas en vacío del valor indicado en la tabla 2 de esta especificación, en las condiciones indicadas en el capítulo 13 de la Modificación No. 3 de la Norma IEC 56-2 y sin exceder los valores de sobretensiones producidas, que se indican en la tabla XVI de la misma modificación.

7.5 Corriente de interrupción de carga de cables en vacío ✓

El interruptor debe ser capaz de interrumpir una corriente de carga de cables en vacío del valor indicado en la tabla 2 de esta especificación, en las condiciones indicadas en el capítulo 14 de la Modificación No. 3 de la Norma IEC 56-2 y sin exceder los valores de sobretensiones producidas que se indican en la tabla XVI de la misma modificación.

6.7.6 Corriente de cierre en corto circuito ✓

Todos los interruptores deben poder cerrar sin sufrir daños ni deformaciones permanentes, con una corriente (valor cresta) de corto circuito correspondiente a la tensión nominal, cuyo valor debe ser 2.5 veces el valor r.m.c., de la componente de CA, de la corriente interruptiva de corto circuito.

6.7.7 Corriente interruptiva en oposición de fases ✓

Todos los interruptores deben ser capaces de soportar sin sufrir daños ni deformaciones permanentes, una corriente interruptiva en oposición de fases del 25 % de valor r m c , de la corriente interruptiva de corto circuito, correspondiente a la tensión nominal de interruptor y deben cumplir con lo indicado en la norma - IEC 267.

6.8 Condiciones de Falla en Línea Corta ✓

Todos los interruptores deben cumplir con las características nominales de corriente interruptiva en línea corta indicadas en el capítulo 8 de la Norma IEC 56-2.

6.9 Tensiones Transitorias de Recuperación (TTR) por Falla en Terminales ✓

Las tensiones transitorias de recuperación por falla en terminales, relativas a los valores nominales de corriente de corto circuito, indicados en la tabla 2 de esta especificación, deben cumplir con lo establecido en la Norma IEC 56-2 capítulo 7, incluyendo las tablas ∇_C y ∇_D

6.10 Tiempo de Interrupción ✓

El intervalo de tiempo transcurrido desde la energización de la bobina de disparo hasta la extinción completa del arco en todos los polos, debe ser como máximo los valores indicados en la tabla 2.

6.11 Tiempo de Cierre

El intervalo de tiempo transcurrido desde la energización de la bobina de cierre, hasta el instante en que se toquen los contactos principales de todos los polos, debe ser como máximo 10 ciclos, en base a la frecuencia de 60 Hz.

6.12 Distancias de Fuga de Fase a Tierra y a Través del Interruptor ✓

6.12.1 De fase a tierra

La distancia de fuga de fase a tierra debe ser la indicada en las Características Particulares. Esta distancia estará referida a la tensión nominal del interruptor dividida entre $\sqrt{3}$ y expresada en cm/kV al neutro.

Esta distancia no debe ser en ningún caso inferior a 3.5 cm/kV al neutro y de 4.5 cm/kV al neutro en lugares cercanos a la costa y expuestos a una atmósfera salina.

6.12.2 A través del interruptor

La distancia de fuga a través del tramo de ruptura del interruptor, debe ser igual o mayor que la indicada para la distancia de fuga de fase a tierra, con excepción del interruptor indicado en Características Parti-

debe ser destinado específicamente para servir de enlace de sistemas o como interruptor de máquina con fines de sincronización. En estos la distancia de fuga entre terminales del interruptor debe estar referida a su tensión nominal dividida por $\sqrt{3}$ y multiplicada por 2. En cualquier caso el Proveedor debe indicar en el cuestionario de esta especificación (15.6 , i) el límite de tiempo que soporta el interruptor en la posición abierto y sujeto a opción de fases entre terminales.

6.13 Secuencia Nominal de Operación ✓

El interruptor debe ser capaz de ejecutar a tensión nominal la siguiente secuencia de operación:

A – 0.3 segundos – CA – 3 minutos – CA

Donde

A Representa la operación de apertura

CA Representa la operación de cierre seguida inmediatamente de una operación de apertura, sin ningún tiempo de retraso adicional al propio de operación del interruptor.

Cuando no se cuente con la alimentación eléctrica externa, el interruptor debe contar con la energía almacenada necesaria para cumplir con dos (2) ciclos: cierre y apertura , a excepción de los mecanismos de resorte, que deben contar con un maneral externo con el cual se debe cargar manualmente el resorte en un tiempo máximo de tres minutos.

Las pruebas interruptivas de corto circuito (prototipo), deben estar garantizadas con la secuencia de operación arriba indicada.

6.14 Simultaneidad en la Operación de los Polos ✓

Los interruptores deben garantizar las siguientes diferencias en simultaneidad de tiempos de operación entre el primero y el último polo del interruptor:

En operaciones de cierre o apertura: medio (1/2) ciclo (8.3 milisegundos).

6.15 Simultaneidad entre Contactos del Mismo Polo ✓

En aquellos interruptores donde exista más de una cámara de interrupción por polo, se debe garantizar que las diferencias de tiempo entre el primero y último contacto del mismo polo sean las siguientes:

En operaciones de cierre o apertura: un cuarto (1/4) de ciclo (4.15 milisegundos).

6.16 Tensiones de Control y del Equipo Auxiliar del Interruptor ✓

Las tensiones de control y del equipo auxiliar del interruptor se indican en las Características Particulares y deben corresponder a las tensiones nominales indicadas a continuación y operar dentro de los rangos siguientes:

781206	REV.	810528	840621						
--------	------	--------	--------	--	--	--	--	--	--

a) Tensión de control para relevadores, bobinas de disparo y cierre, señalización, alarmas, etc.

Tensión nominal V CD	Límites de tensión V CD	
	Cierre	Disparo
125	90 - 130	70 - 140
250	180 - 260	140 - 280

b) Tensiones de equipos auxiliares, como motores, contactores, etc.

Tensión nominal	Variaciones de la tensión nominal en %
460 V 3 Ø, 60 Hz	85 - 110
230 V 3 Ø, 60 Hz	85 - 110
220 V 3 Ø, 60 Hz	85 - 110
127 V 1 Ø, 60 Hz	85 - 110
125 V CD	80 - 108
250 V CD	80 - 108

c) Tensiones de las resistencias.

Tensión nominal	Variaciones de la tensión nominal en %
480 V 60 Hz	+ 10
240 V 60 Hz	+ 10
120 V 60 Hz	+ 10

781208
REV. 810528
8A0621

781208-01
TABLA 1 — Tensiones nominales y valores de pruebas dieléctricas (1)

Tensión nominal valor eficaz (kV)		Valores de prueba (kV)			
		A 60 Hz, valor eficaz (en seco 1 minuto y en húmedo 10 seg)	Al impulso, onda completa cresta (2)	Por transitorios de switcheo (switching surge), cresta	
Sistema	Interruptor			A tierra	A través del interruptor abierto
115	123	230	550	--	--
138 ⁽³⁾	145	275	650	--	--
161 ⁽³⁾	170	325	750	--	--
230	245	460	1050	--	--
400	420 ⁽⁴⁾	520	1425	1050	1050
400	420	620	1550	1175	1175

Notas:

- (1) Los valores de prueba indicados en esta tabla están referidos a las condiciones estándar de presión, temperatura y humedad establecidas en la Norma IEC-56.4
- (2) Onda de $1.2 \times 50 \mu s$.
- (3) Tensiones restringidas.
- (4) La aplicación de estos interruptores debe hacerse cuando se prevean operaciones frecuentes en oposición de fases, o cuando las tensiones de recuperación del sistema sean superiores a las del interruptor correspondiente a un NBI de 1425 kV.

INTERRUPTORES DE POTENCIA DE 123 A 420 KV

ESPECIFICACION
CFE V5000-01

4

781206

REV.

810528

840621

TABLA 2 - Corrientes nominales, corrientes interruptivas y tiempo de interrupción

Tensión nominal del interruptor (Vn) valor eficaz kV	Corriente normal a 60 Hz A	Corriente interruptiva de corto circuito, valor eficaz a Vn kA	Corriente sostenida de corta duración 3 segundos valor eficaz kA	Corriente interruptiva de carga de cables en vacío A	Corriente interruptiva de carga de línea en vacío A	Tiempos de interrupción (Base: 60 Hz) Ciclos (m s)
123	1250 1600 2000	25 - 31.5	25 - 31.5	140	31.5	3 (50)
145	1250 1600 2000	20 - 31.5	20 - 31.5	160	50	3 (50)
170	1250	20 - 31.5	20 - 31.5	160	63	3 (50)
245	1250 1600 2000 2500 3150	31.5 - 40	31.5 - 40	250	125	3 (50)
420	1600 2000 2500 3150	31.5 - 40	31.5 - 40	400	400	3 (50)

INTERRUPTORES DE POTENCIA DE 123 A 420 KV

ESPECIFICACION

CFE V5000-01

9-7-99

42

ESPECIFICACIONES PARA LA FABRICACION

7.1 Cámaras de Extinción y Columnas de Aisladores Soporte

7.1.1 Medio de extinción

El medio de extinción del arco eléctrico debe ser gas SF6 a una sola presión y cumplir con los requisitos siguientes:

- a) La presión nominal del gas SF6 a 20° C, no debe ser mayor a 8 bars.
- b) Las distancias internas de aislamiento deben ser tales que, en caso de pérdida de presión hasta un valor igual a la presión atmosférica, el interruptor soporte en forma continua su tensión nominal entre terminales y a tierra.
- c) El interruptor debe contar con los dispositivos necesarios para la supervisión y control de las condiciones del gas.

7.1.2 Contactos principales y partes conductoras

- a) Todas las partes conductoras de corriente del interruptor deben ser capaces de conducir la corriente nominal en forma continua, a tensión y frecuencia nominales, sin sufrir deterioros ni deformaciones y sin exceder las elevaciones de temperatura indicadas en la tabla IV de la Norma IEC 56-2.
- b) Los contactos principales, de arqueo, resortes, etc., deben ser intercambiables y poder ajustarse en el campo, en caso de falla o mantenimiento.
- c) Todos los contactos y partes conductoras alojados dentro de las cámaras de extinción, deben ser accesibles para su inspección.
- d) El Proveedor debe proporcionar las tolerancias para el ajuste de los elementos de las cámaras.
- e) Todas las cámaras de extinción, así como las columnas o los elementos de aislador soporte deben ser intercambiables.

En caso de no cumplir con lo anterior, el Proveedor debe indicarlo en los dibujos y listas de empaque correspondientes y señalarlo con una leyenda en cada elemento de cada polo del interruptor.

7.1.3 Porcelana

- a) Toda la porcelana usada debe ser homogénea y libre de cavidades o burbujas de aire. El acabado debe ser de color uniforme libre de aristas, manchas u otros defectos. No se aceptan porcelanas con reparaciones.
- b) Todas las porcelanas deben tener una resistencia a la perforación mayor que su tensión de flameo en seco.

81708	REV.	810528	840621							
-------	------	--------	--------	--	--	--	--	--	--	--

7.1.4 Bridas y Empaques

Todas las uniones metálicas de las columnas de porcelana y cámaras de arqueo deben hacerse por medio de bridas atornilladas, las cuales deben tener un maquinado adecuado en sus caras. Los empaques de estas bridas deben alojarse en cajas maquinadas para evitar sobrecompresiones y deben ser a prueba de la acción del gas SF6.

7.1.5 Capacitores para mejorar la distribución del potencial

De acuerdo con el diseño de los interruptores y el número de cámaras por polo del interruptor, las cámaras deben contar para su correcto funcionamiento, con capacitores conectados en paralelo.

7.2 Mecanismo de Operación

El interruptor debe contar con un mecanismo de operación, de energía almacenada, con control eléctrico local y remoto y también local manual, que permita el disparo de emergencia sin alimentación de energía externa.

7.2.1 Número de mecanismos de operación

- a) En interruptores con tensiones de 245 kV y mayores se debe suministrar un mecanismo de operación por polo, de tal manera que cada polo debe ser independiente.
- b) En el caso donde se suministre un mecanismo de operación por cada polo, también se debe suministrar un tanque de almacenamiento de aire, un acumulador hidráulico o un resorte por cada polo.

7.2.2 Características del tipo de energía almacenada

- a) La energía almacenada para la operación del mecanismo debe ser de cualquiera de los tres tipos siguientes:
 - neumática,
 - hidráulica,
 - resorte.
- b) La carga de la energía almacenada debe ser por medio de un motor eléctrico que accione una bomba o un compresor o cargue un resorte.
- c) La liberación de la energía, para cerrar o abrir el interruptor, debe ser por medio de un dispositivo de operación eléctrico, mecánicamente conectado al mecanismo de operación.

Condiciones de apertura y cierre del interruptor

- a) El mecanismo del interruptor debe ser de disparo libre y a prueba de bombeo.
- b) El mecanismo de disparo debe disponer de contactos auxiliares que impidan el cierre del interruptor antes de que se haya completado la operación de apertura.
- c) Para el control eléctrico del interruptor se debe suministrar lo siguiente:
 - dos bobinas de disparo con circuitos independientes, con una disposición tal, que en caso de falla de una de ellas, no afecte el funcionamiento de la otra,
 - una bobina para cierre.
- d) Las bobinas de disparo deben ser de operación directa dentro del rango de la tensión de operación y únicamente se intercalarán contactos auxiliares. No se aceptan dispositivos en serie con los circuitos de las bobinas de disparo, cuya falla evite el disparo del interruptor.

Bastidores Soporte

El proveedor debe suministrar un bastidor soporte por polo para interruptores de 245 y 420 kV. En el caso de interruptores de tensiones menores puede ser un bastidor soporte por polo o uno común para los tres polos. Como se indique en las Características Particulares, en caso de bastidor común su diseño debe ser tal que cumpla con las distancias mínimas entre fases, indicadas en las Características Particulares.

El diseño de este bastidor soporte debe ser tal que además del peso del interruptor, soporte los esfuerzos producidos por las operaciones del interruptor y los producidos por los agentes externos tales como presión atmosférica, sismos, etc., tomando en cuenta los valores proporcionados en las Características Particulares.

El bastidor debe ser de acero y galvanizado por doble inmersión en caliente de acuerdo con la Norma NMX-C-151, después de haber soldado sus partes y hecho todas las perforaciones requeridas por el diseño. Toda la tornillería, tuercas, roldanas, pernos, etc., debe ser galvanizado por inmersión en caliente.

El bastidor debe contar con dos placas para la conexión a tierra. Estas placas de conexión a tierra, así como los tornillos y roldanas, deben ser de acero inoxidable, bronce o de cualquier otro material anticorrosivo.

En ningún caso se suministrarán ruedas en la base del bastidor.

Cimentación o Base del Interruptor

La Comisión diseñará la cimentación o base sobre la cual montará el bastidor soporte e interruptor, tomando en cuenta las alturas de seguridad sobre el piso. La Comisión indicará en las Características Particulares la altura aproximada de esta cimentación o base.

7.5

Gabinetes de Control

El gabinete de control debe ser de lámina de acero, galvanizado por doble inmersión en caliente. Asimismo todos los tornillos, tuercas, roldanas, etc., deben estar galvanizados por el método de inmersión en caliente. Estos gabinetes deben ser para servicio intemperie, tipo NEMA 4 (Norma NEMA IS1.1) y satisfacer los siguientes requisitos:

- a) Puerta embisagrada y provista de empaque.
- b) Previsión para recibir tubos conduit por su parte inferior para la llegada del cableado externo de la Comisión.
- c) Manija con previsión para candado.
- d) Medios para sujeción, izaje y conexión a tierra.

7.5.1

Elementos mínimos del gabinete:

Este gabinete debe contener como mínimo los siguientes elementos:

- a) Resistencia calefactora y control con termostato. La tensión de alimentación de esta resistencia se indica en las Características Particulares. Esta resistencia debe estar protegida con una rejilla metálica y dos fusibles de capacidad adecuada.
- b) Un selector de dos posiciones para operación local o remota.
- c) Elementos necesarios para el control eléctrico local, con dispositivo de seguridad que evite la operación no intencional, así como los elementos mecánicos de control manual-local, que permita el disparo de emergencia del interruptor sin alimentación externa de control.
- d) Relevadores para la operación de antibombeo, accesorios de control, etc.
- e) Un interruptor termomagnético general para el circuito de control y un interruptor termomagnético general para el circuito de auxiliares, ambos por cada mecanismo.
- f) Combinación de interruptor termomagnético y arrancador directo a la línea, para la alimentación y protección de cada motor del mecanismo de operación.
- g) Tablillas terminales de control y de los circuitos auxiliares (fuerza).

Las tablillas de control deben ser independientes de las tablillas de los circuitos auxiliares (fuerza).

Todas las tablillas de control y de circuitos auxiliares deben estar debidamente identificadas.

Las tablillas terminales deben ser del tipo de sujeción de la zapata terminal del cable por medio de tornillos.

g1) Tablillas de control.

Estas deben ser para 600 V, 30 A y deben proveerse 10 terminales de reserva por polo para uso de la Comisión.

g2) Tablillas de circuitos auxiliares (fuerza).

Deben ser para 600 V y de la capacidad necesaria.

h) El Proveedor debe suministrar la cantidad de cables necesarios para llevar a cabo el alambrado monopolar y de auxiliares hasta el gabinete de control central, o al gabinete maestro instalado en alguno de los polos.

Alambrado de Control y de Circuitos Auxiliares

El alambrado de control y de circuitos auxiliares debe ser hecho por el Proveedor, atendiendo los siguientes requisitos:

- el alambrado interno efectuado por el proveedor debe llegar a un mismo lado de la tablilla terminal. Cualquier conexión común que se requiera por el Proveedor, debe ser hecha en este mismo lado, dejando libre el otro lado para el alambrado de la Comisión,
- el arreglo del alambrado debe ser tal que los aparatos e instrumentos puedan ser removidos sin causar problemas en el alambrado,
- la ruta del cableado debe ser ordenada y no obstaculizar la apertura de puertas, cubiertas, revisión de equipo, acceso a terminales, a aparatos e instrumentos y al alambrado en el campo,
- el alambrado debe agruparse en paquetes y asegurarse con lazos no inflamables y no metálicos,
- todo el alambrado debe soportar las pruebas indicadas en el capítulo 10 (Control de Calidad),
- el Proveedor debe realizar en fábrica todo el alambrado interno completo, correspondiente a los polos, gabinetes de control, contactos auxiliares, alarmas, bloqueos, resistencias calefactoras, circuitos auxiliares (fuerza), etc., hasta las tablillas terminales.

Los cables conductores y accesorios que se utilicen en el alambrado deben cumplir con lo indicado a continuación:

a) Cables de control y de circuitos auxiliares.

- debe utilizarse cable tipo flexible para 600 V y 90°C.
- los cables que pasen a puertas embisagradas deben ser del tipo extraflexible, adecuado para esta aplicación,

- el calibre de los conductores usados debe ser el adecuado para cada aplicación, pero en ningún caso menor que el 14 AWG (19 hilos),
- no debe efectuarse ningún empalme de cable en el gabinete de control o en ductos o tubos conduit,
- cada cable debe ser identificado con un número en los extremos, por medio de un manguito de plástico u otra identificación permanente similar.

b) Terminales

- las terminales de los conductores deben ser tipo ojo o anillo y sujetarse a las tablillas terminales por medio de tornillos,
- no se aceptan ningún otro tipo de zapatas, como abiertas, tipo espada, etc.,
- no se permiten más de dos conexiones del alambrado interno por punto de terminal.

7.7

Alarmas y Bloqueos

El interruptor debe contar con las alarmas y bloqueos que le permitan:

- a) En el caso de alarmas, detectar condiciones anormales en cámaras o mecanismos antes de que se presenten situaciones o se alcancen valores que pongan en riesgo el funcionamiento correcto del equipo o su integridad.
- b) En el caso de bloqueos, que impidan la operación del interruptor por presentarse condiciones que representan riesgo al equipo por quedar fuera de los límites de seguridad.

Como mínimo deben incluirse las siguientes alarmas y bloqueos:

- alarma por pérdida de presión en el gas SF6 y bloqueo cuando se llegue al valor límite en el cual no se asegura la capacidad interruptiva,
- alarma por pérdida de presión en el mecanismo de operación y bloqueo para el cierre, cuando la presión alcance un valor límite que no garantice la operación de disparo,
- alarma por pérdida de nitrógeno en el acumulador de presión en mecanismos hidráulicos,
- alarma por alta y baja presión en el sistema de aire en interruptores con mecanismos neumáticos,
- alarma por resorte descargado en interruptores con mecanismo a base de resorte cargado con motor.

Todos los contactos de los instrumentos, dispositivos de control, etc., para las funciones de alarmas y bloqueos deben ser de 0.5 A, 250 V CD.

ACCESORIOS**Accesorios Normales**

Dentro del alcance del suministro, e incluidos en el precio, deben suministrarse los siguientes accesorios normales.

1 Indicador visual de la posición de apertura y cierre

Indicador visual de la posición del interruptor por polo, en caso de un mecanismo por polo y uno para tres polos en caso de un mecanismo por tres polos.

Deben utilizar los colores verde con una letra A para indicar la posición abierto y rojo la letra C para indicar la posición cerrado.

2 Contador de operaciones de apertura

Contador de operaciones de apertura por cada mecanismo del interruptor. Este contador debe ser acumulativo y sin opción de restar operaciones o regresar a cero su indicación.

3 Conmutador de contactos auxiliares

Conmutador de contactos auxiliares por polo, acoplado mecánicamente al mecanismo de operación del interruptor y accionado por el mismo. Cada conmutador debe tener como mínimo 16 contactos para uso exclusivo de la Comisión, de los cuales el 50% debe ser del tipo "a" (contacto abierto después de abrir el interruptor y cerrado después de cerrar el interruptor) y el resto del tipo "b" (contacto cerrado después de abrir el interruptor y abierto después de cerrar el interruptor), o bien convertibles. Estos contactos deben instalarse hasta tablillas terminales. Estos contactos deben ser para 20 A continuos, 600 V CA, y 250 V

4 Conectores terminales

Conectores terminales por cada interruptor, para conectar las terminales de alta tensión del interruptor a los cables o tubos aéreos de interconexión.

Descripción y tipo de estos conectores se indican en las Características Particulares.

En caso de conexión entre materiales diferentes, cobre y aluminio, los conectores deben ser bimetálicos.

5 Placas de conexión a tierra del interruptor

Placas de conexión a tierra del interruptor localizadas en lados opuestos. Estas placas deben ser apropiadas para recibir los conectores para cable de cobre con calibres de 2/0 a 4/0 AWG, y debe cumplir con lo indicado en el inciso 7.3 de esta especificación.

8.1.6

Placas de datos

a) Placa de datos del interruptor.

Esta placa debe ser de acero inoxidable. La fijación de la placa al portaplaca debe hacerse por medio de remaches o puntos de soldadura. No se aceptan placas atornilladas.

El grabado complementario de la placa debe ser de bajo relieve profundo y no se acepta el de tipo por golpe.

La placa debe incluir como mínimo los siguientes datos:

- nombre del fabricante y fecha de fabricación,
- número de serie,
- tipo y modelo,
- tensión nominal,
- nivel de aislamiento al impulso,
- altura de operación sobre el nivel del mar,
- frecuencia nominal,
- corriente nominal,
- corriente interruptiva de corto circuito,
- secuencia nominal de operación,
- tiempo máximo de interrupción en base a 60 Hz,
- corriente sostenida de corta duración (3 segundos),
- tensión de control de los dispositivos de cierre y apertura,
- tensión de los circuitos auxiliares,
- masa por polo del interruptor en kg,
- carga de gas SF6, en kg.

b) Placa de datos del motor del mecanismo de operación.

Esta placa debe contener como mínimo los siguientes datos:

- nombre del fabricante,
- número de serie,
- tensión nominal,
- corriente nominal,
- frecuencia nominal,
- número de fases,
- potencia nominal,
- velocidad en r/min

c) Placa del mecanismo de energía almacenada.

Esta placa debe contener los datos completos del sistema y como mínimo las siguientes:

- presión nominal,
- presión mínima de operación,
- presión máxima de operación,

- volúmenes de líquido o gas, indicando la presión y temperatura de referencia.

d) Datos de las resistencias calefactoras.

Los datos que se deben indicar son :

- tensión nominal,
- potencia.

1.7 Manómetro indicador de la presión del SF6.

Se debe suministrar un manómetro en cada uno de los polos del interruptor, con marcas indicadoras de los valores de presión nominal, máxima y mínima de operación.

1.8 Válvulas

Se deben suministrar las válvulas necesarias para llenado, drenaje, muestreo, de seguridad, etc., del sistema del gas SF6.

1.9 Anillos equipotenciales

Se deben suministrar anillos equipotenciales en cada polo en interruptores con tensión de 230 kV y mayo-

1.10 Accesorios del mecanismo de operación

Se deben suministrar los siguientes accesorios normales para el tipo de mecanismo de operación suministrado con el interruptor.

a) Mecanismo hidráulico:

- manómetro indicador de presión del sistema hidráulico.
- medio de conexión para acoplar al sistema hidráulico una bomba de aceite de emergencia,
- válvulas para llenado, drenaje y muestreo del aceite del mecanismo,
- válvula de alivio de presión.

b) Mecanismo neumático :

- manómetro indicador de presión del sistema de aire comprimido,
- válvula de seguridad,
- válvula para purga de condensado,
- conexión para alimentación externa de aire,
- válvula de retención (check) por tanque.

c) Mecanismo a resorte:

- indicador de carga del resorte,
- mecanismo de carga manual del resorte,
- manivela de carga manual con bloqueos eléctrico y mecánico.

8.1.11 Accesorios de maniobras

Cada polo del interruptor o el interruptor completo, en caso de un bastidor común para los tres polos, debe contar con los dispositivos de izaje (ganchos, orejas, etc.) necesarios para su levantamiento completo y maniobras, así como para el levantamiento y maniobras de las componentes principales de cada polo del interruptor.

8.2 Accesorios Especiales

Cuando se indique en las Características Particulares, deben suministrarse los siguientes accesorios especiales los cuales formarán parte del alcance del suministro y estarán incluidos en el precio del equipo.

8.2.1 Resistencias de preinserción

Una resistencia de preinserción por cada cámara, operada directamente por el mecanismo de operación del interruptor.

Los requisitos de esta resistencia de preinserción se indican en las Características Particulares y son fundamentalmente los siguientes:

- a) Rango de la resistencia en ohms.
- b) Número de pasos de la resistencia.
- c) Tiempo mínimo de preinserción.
- d) Capacidad térmica.

8.2.2 Amortiguadores contra sismos

Amortiguadores de vibración contra sismos instalados en cada bastidor del interruptor.



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
GERENCIA DE GENERACION Y TRANSMISION

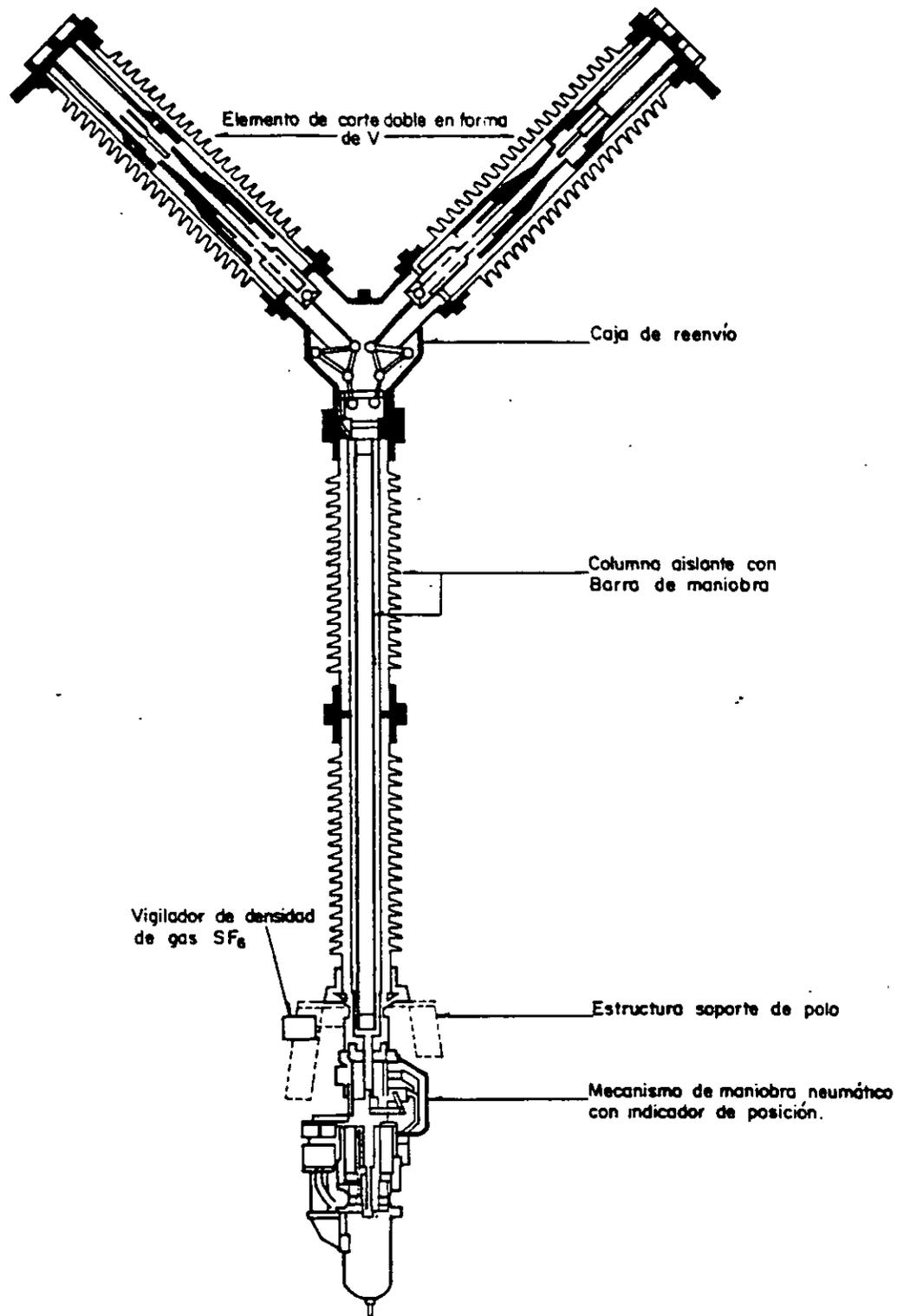
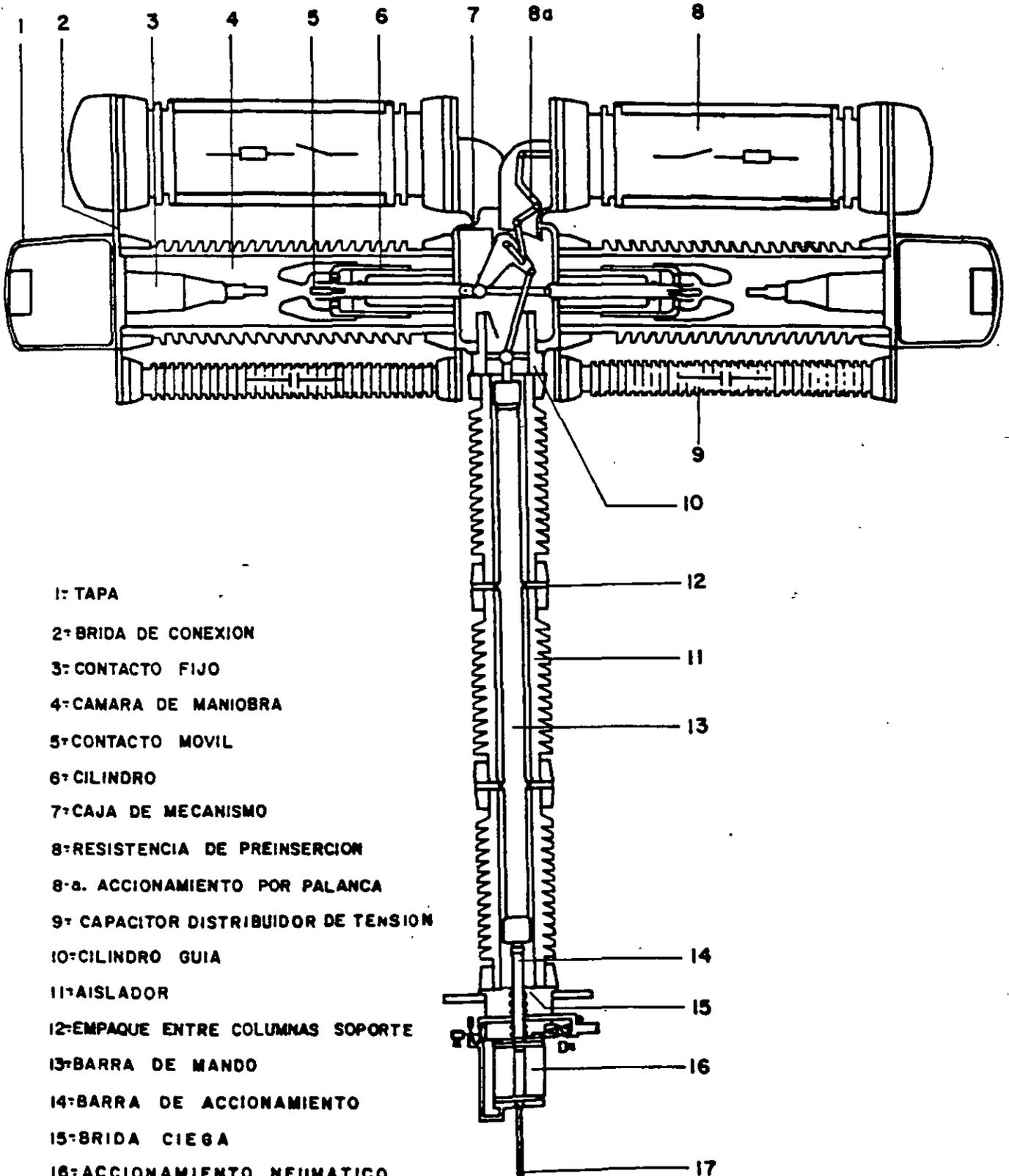


FIG. A - CORTE DE UN POLO DE DISYUNTOR DE SF₆, TIPO ELF 245, CON MECANISMO DE MANIOBRA NEUMATICO

LADO LINEA

LADO BUS



- 1: TAPA
- 2: BRIDA DE CONEXION
- 3: CONTACTO FIJO
- 4: CAMARA DE MANIOBRA
- 5: CONTACTO MOVIL
- 6: CILINDRO
- 7: CAJA DE MECANISMO
- 8: RESISTENCIA DE PREINSECCION
- 8-a. ACCIONAMIENTO POR PALANCA
- 9: CAPACITOR DISTRIBUIDOR DE TENSION
- 10: CILINDRO GUIA
- 11: AISLADOR
- 12: EMPAQUE ENTRE COLUMNAS SOPORTE
- 13: BARRA DE MANDO
- 14: BARRA DE ACCIONAMIENTO
- 15: BRIDA CIEGA
- 16: ACCIONAMIENTO NEUMATICO
- 17: INDICADOR DE POSICION

FIG. A



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD
GERENCIA DE GENERACION Y TRANSMISION

TABLA A
TOTAL DE INTERRUPTORES INSTALADOS
A NIVEL NACIONAL
1984

MARCA	400 kV	230 kV	161-115 kV	TOTAL
AEG	43	51	29	123
AEI		7	15	22
ALLIS CHALMERS			6	6
ASEA	24	1	3	28
BROWN BOVERI	71	82	155	308
DELLE ALSTHOM	6	25	24	55
ENERGO-INVEST		2	52	54
FUJI		2		2
GALILEO SCARPA			4	4
GENERAL ELECTRIC			101	101
HITACHI		5	14	19
IEM			36	36
INDUE DENKI			6	6
ITE			12	12
MAGRINI GALILEO		29	24	53
M GRAW EDISON	2		4	6
MERLIN GERIN	57	6	40	103
MITSUBISHI		38	464	502
PACIFIC ELECTRIC			7	7
SIEMENS - IMEX.	53	185	84	322
SPRECHER	29	92	254	375
S Y C			17	17
WESTINGHOUSE		32	45	77
DOERLICON		2		2
THOMSON HOUSTON			9	9



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

ANÁLISIS DE FLUJO DE POTENCIA

**EXPOSITOR: ING. ARMANDO GRANDE GONZÁLEZ
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

ANALISIS DE FLUJOS DE POTENCIA

4.1 RESUMEN

Se presentan las características principales de las técnicas de análisis de flujos de potencia, su aplicación y métodos de solución utilizados. Se incluye una aplicación con archivo de datos y reporte de resultados

4.2 OBJETIVO

Comprender las técnicas de análisis de flujos de potencia, su aplicación e interpretación de resultados.

4.3 IMPORTANCIA DEL ANALISIS DE FLUJOS DE POTENCIA

Los análisis de flujos de potencia son de gran utilidad e importancia en la operación y planificación de un sistema eléctrico de potencia (SEP). Con la información que proporcionan, voltajes y flujos de potencia en los distintos elementos que integran el SEP, es posible detectar y prever situaciones que impliquen, entre otros: regulación de voltaje, sobrecarga en líneas de transmisión y transformadores, determinar pérdidas y obtener márgenes de estabilidad en estado estable. Generalmente la mayoría de los estudios se inician con un análisis de flujos de potencia con la finalidad de establecer las condiciones previas de operación, a partir de las cuales se simula la ocurrencia de eventos. Al final de este tema se incluye un ejemplo relativo a al análisis de flujos de potencia. Se hace uso del paquete PSS/E (Interactive Power System Simulator for Engineer).

4.4 DEFINICION DEL PROBLEMA

Determinar los voltajes (magnitud y ángulo) en todos los nodos del SEP en un instante particular de tiempo. A partir de los voltajes se calculan los flujos de potencia (P y Q) a través de los elementos que integran el SEP. Con los resultados obtenidos se inician los análisis correspondientes con la finalidad de prever o corregir situaciones específicas

4.5 MODELADO DE ELEMENTOS

Para estudiar el comportamiento del Sistema Eléctrico de Potencia, se hace uso de modelos analógicos y digitales. Entre los primeros se encuentran modelos a escala que se utilizan en analizadores de redes y computadoras analógicas. Los segundos están integrados por modelos matemáticos que se implantan en computadoras digitales. Son estos últimos los de mayor uso por su costo, flexibilidad y desarrollo de este tipo de computadoras; razones por las cuales son los modelos que se describen.

Los elementos principales que conforman un SEP son:

- Elementos de la red

- Líneas de transmisión
- Transformadores
- Capacitores
- Reactores

- Elementos de Control

- Generadores
- Tap's en Transformadores
- Compensadores Estáticos de Reactivos

- Elementos de carga

- Potencia Constante
- Admitancia Constante
- Corriente Constante
- Dependencia de la frecuencia
- Combinación de ellas

Debido a que el problema de flujos convencionales, se restringe a condiciones trifásicas balanceadas, los modelos y parámetros utilizados corresponden exclusivamente a los de secuencia positiva.

4.5.1 Líneas de Transmisión (LT's)

Son los elementos que en mayor cantidad integran un SEP y los que están más expuestos a la ocurrencia de fallas. La LT se caracteriza por tener efectos inductivo y capacitivo. El efecto inductivo está determinado por la impedancia serie y en menor grado por la carga. El efecto capacitivo queda determinado por la admitancia en derivación la cual se ve incrementada por el nivel de voltaje y longitud de la línea.

En la figura 4.1 se presenta el circuito eléctrico representativo del modelo matemático de la línea de transmisión (LT).

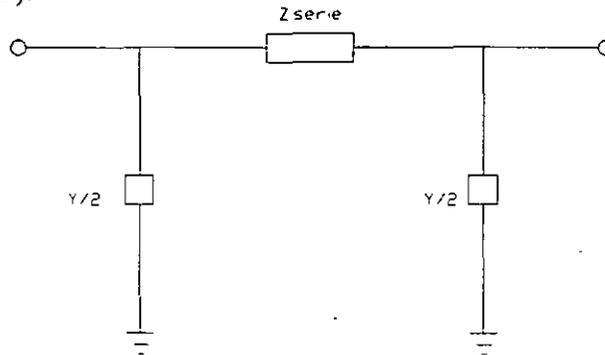


Figura 4.1 Circuito pi equivalente de secuencia positiva de la LT.

donde:

Z_{serie} representa la impedancia serie de secuencia positiva.

$Y/2$ representa la mitad de la admitancia capacitiva en derivación.

4.5.2 Transformador

Constituyen los elementos de conexión entre redes eléctricas de diferente nivel de voltaje. Mediante su empleo se tiene control sobre dicho nivel y de la distribución de potencia reactiva. (Existen transformadores defasadores que tienen control sobre la potencia activa, sin embargo no es el caso general).

En la figura 4.2a, se indica el circuito equivalente del modelo utilizado para representar el transformador.

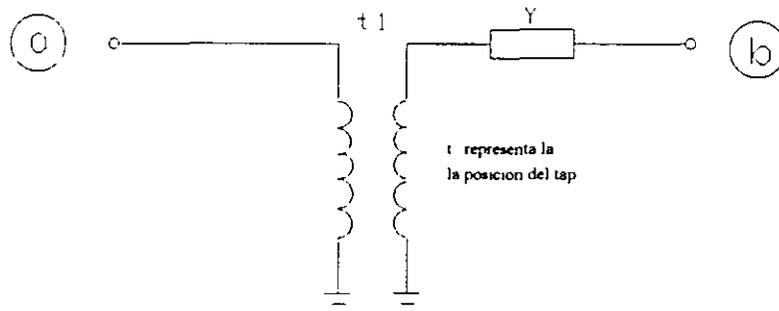


Figura 4.2a Circuito equivalente para representar el transformador.

Efecto de la posición del tap

Si $t = 0.98$ Implica que por cada $0.98 pu$ de voltaje en a se tiene $1.0 pu$ en b .

Si $t = 1.025$ Para que se tenga $1 pu$ de voltaje en b se requiere tener $1.025 pu$ en a

Matemáticamente lo anterior es logrado mediante un artificio, el cual se indica por medio del siguiente ejemplo:

Ejemplo:

Si el transformador es de 230/115 KV y tiene una reactancia de $0.1 pu$, el circuito que lo representa queda determinado por:

$t = 0.98$ Implica que el transformador opera en el tap que corresponde a 225.4 KV ($225.4/230 = 0.98$)

$$Z = 0.1 pu \quad Y = \frac{1}{Z} = 10$$

$$Y_1 = \frac{Y}{t}(1/t - 1) = 0.20825$$

$$Y_2 = Y(1 - 1/t) = -0.20408$$

En la figura 4.2b, se muestra el circuito equivalente correspondiente a este ejemplo. Es oportuno mencionar que un programa digital para análisis de flujos de potencia así lo considera internamente.

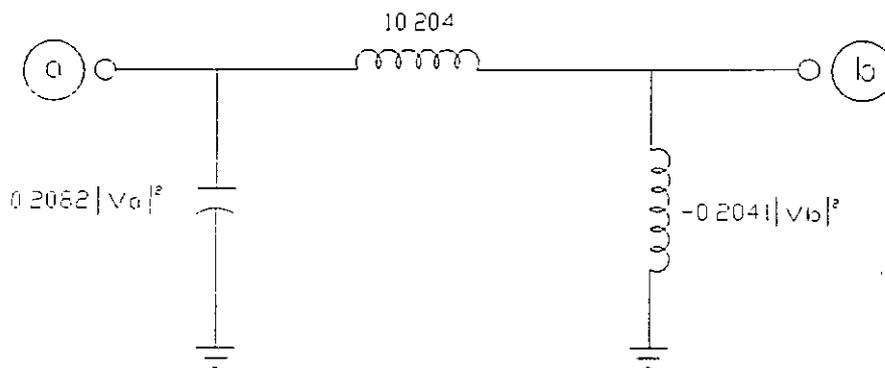


Figura 4.2b Artificio para considerar la posición del tap distinto al nominal

4.5.3 Generador

Se representa por una fuente de potencia activa constante la cual, siempre mantiene un voltaje especificado según lo permitan sus límites de generación de potencia reactiva, indicados en su curva de operación.

En la figura 4.3 se indica la representación y característica del generador.

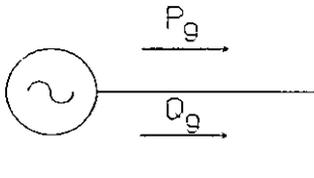


Figura 4.3a Representación del generador.

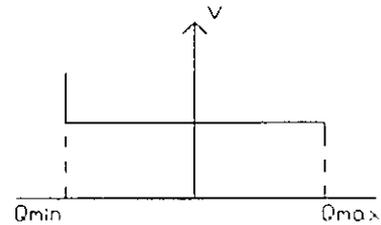


Figura 4.3b Característica del generador.

4.5.4 Compensación en Derivación

Los capacitores y reactores son elementos fundamentales para lograr el control del voltaje en la red y se representan como admitancia constante. En la figura 4.4 se indica su circuito representativo.

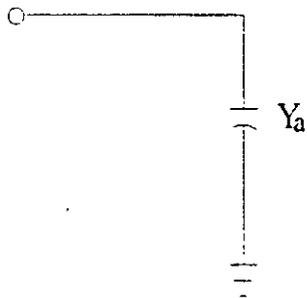


Figura 4.4a Circuito representativo de un capacitor en derivación.

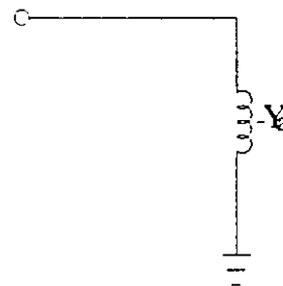
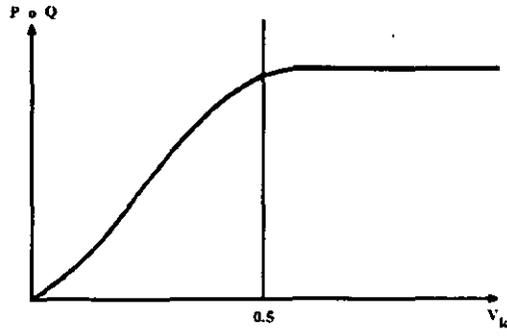
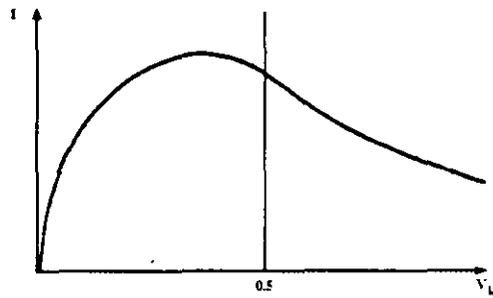


Figura 4.4b Circuito representativo de un reactor.

Al permanecer la admitancia constante la potencia de estos elementos en derivación depende cuadráticamente del voltaje al cual operan

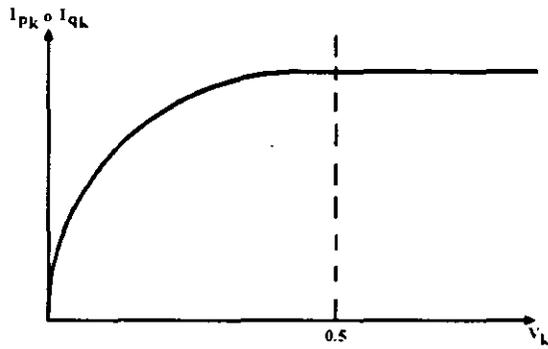


(a)

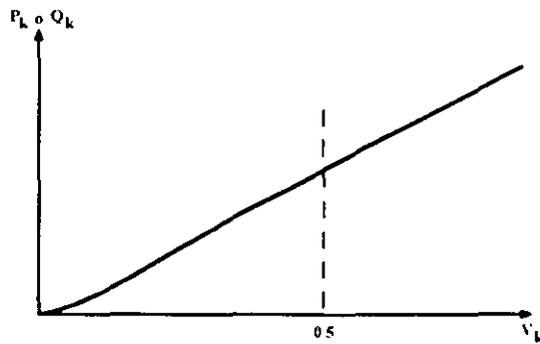


(b)

Fig. 4.6 Características de la carga al considerar potencia constante (a) Resultante de la corriente con respecto al voltaje (b).



(c)



(d)

Fig. 4.7 Características de la carga al considerar corriente constante (c) . Resultante de la potencia con respecto al voltaje (d).

4.5.4.1 Compensadores Estáticos de Vars

El compensador estático de vars (CEV) puede modelarse como un generador con $P_g = 0$ y límite de reactivos Q_{\max} y Q_{\min} correspondientes a la capacidad total capacitiva e inductiva.

En la figura 4.5, se presenta la curva típica de operación del CEV. La pendiente de la característica de control está generalmente dentro del rango de 2 a 5 %.

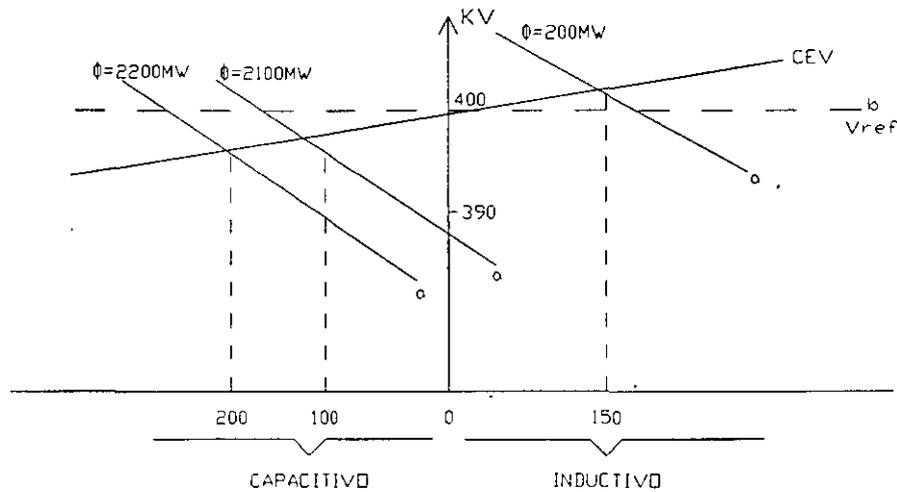


Figura 4.5 Características de operación del CEV

El CEV modifica el voltaje del nodo al cual está conectado al variar la corriente reactiva que hace circular a través del sistema

4.5.5 Representación de la Carga.

Existen diferentes formulaciones para modelar la carga. Generalmente se representan como:

- *Potencia constante*
- *Admitancia constante*
- *Corriente constante*
- *Dependencia de la frecuencia*
- *Combinación de ellas*

Su elección dependerá del tipo de estudio de que se trate. En el Análisis de flujos de potencia se asumirá la representación de la carga como potencia constante.

En las figuras 4.6a y 4.6b se indica el comportamiento de la carga con respecto al voltaje, para dos tipos de carga considerada: como potencia constante y como corriente constante.

4.6 TIPOS DE NODOS

Recordemos que el análisis de flujos de potencia consiste en determinar los voltajes en cada nodo del sistema y a partir de éstos, calcular los flujos de potencia en los elementos que lo integran. Pues bien, para cada nodo se tienen cuatro variables:

- V voltaje en magnitud
- δ ángulo de fase del voltaje
- P potencia real
- Q potencia reactiva

Existen básicamente dos tipos de nodos: nodos de generación o de voltaje controlado y nodos de carga o de voltaje no controlado.

En los nodos de generación se asume que la potencia activa y voltaje de generación son conocidos y se denominan de voltaje controlado debido a que generalmente es posible mantener constante el voltaje de generación por medio de la inyección o absorción de potencia reactiva, según lo permitan los límites de reactivos de la unidad generadora. Se desconocen: Q y δ . En los nodos de carga se especifican P y Q; por lo cual se desconocen V y δ .

Como no se conocen de antemano las pérdidas en el sistema, la generación de potencia activa y reactiva no pueden ser especificadas de antemano. Por lo cual, al menos un nodo de generación debe absorberlas. A este nodo se le denomina nodo compensador. Las incógnitas en este nodo son P y Q, y como datos se tienen V y δ .

Los tipos de nodos y variables mencionadas se ilustran en la tabla 4.1

Tipos de nodo	Variables especificadas	Incógnitas
Carga	P _c , Q _c	V, δ
Generación	P _g , V	Q _g , δ
Compensador	V, δ	P _g , Q _g

Tabla 4.1 Tipos de nodos y variables especificadas.

4.7 Ecuaciones de Flujos de Potencia

El modelo matemático que plantea el problema de flujos de potencia se indica de manera general por la ecuación (4.1)

$$S = V I^* ; I = Y V$$

$$\boxed{P_i - j Q_i = V_i^* \sum_k Y_{ik} V_k} \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.1)$$

donde:

I^* es el conjugado de la corriente neta en el nodo i

V_i voltaje en el nodo i

V_k voltaje en el nodo k

Y_{ik} admitancia serie entre los nodos i y k

Como se observa, es un sistema de ecuaciones complejas y no lineales; de ahí que su solución se realice por medio de métodos numéricos iterativos.

La inyección neta de potencia en un nodo queda determinada por la diferencia entre la potencia de generación menos la potencia de carga. Observando la figura 4.7, se tiene que;

$$S_i = S_{gi} - S_{ci} \quad (4.2)$$

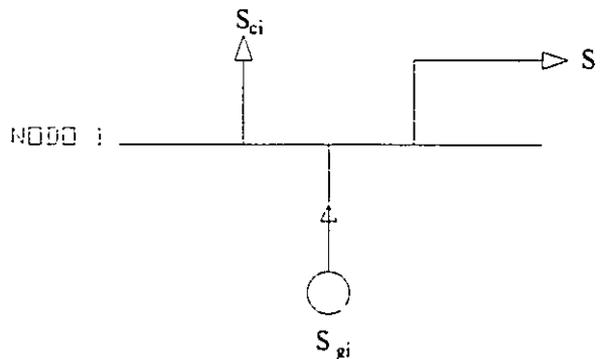


Figura 4.7 Ilustra el concepto de potencia neta.

También debemos considerar las potencias inyectadas a la red de transmisión, por tanto;

$$S_i = \sum_{k=1}^n S_{ik} \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.3)$$

Para un sistema de dos nodos como el que se indica en la figura 4.8

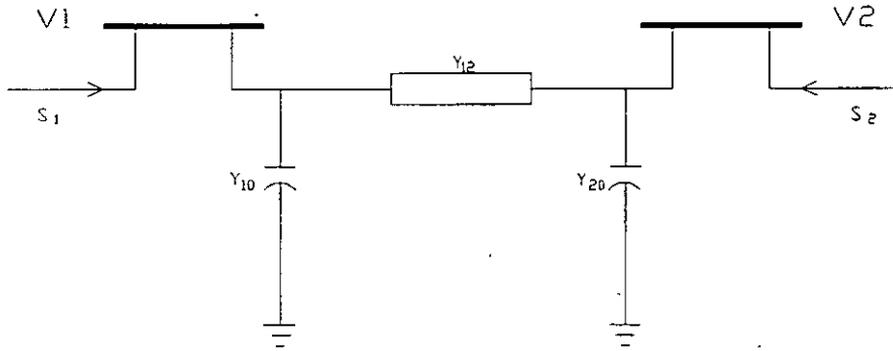


Figura 4.8. Sistema de dos nodos

donde:

Y_{12} admitancia serie entre los nodos 1 y 2

$Y_{10} = Y_{20}$ admitancia capacitiva en derivación (1/2 de la admitancia total)

Se tiene que la potencia nodal S_i inyectada en el nodo i está dada por:

$$S_i = V_i I_i^* \quad (4.4)$$

Para el sistema de dos nodos se cumple que:

$$I_1 = \frac{S_1^*}{V_1^*} = V_1 Y_{10} + (V_1 - V_2) Y_{12} \quad (4.5)$$

$$I_2 = \frac{S_2^*}{V_2^*} = V_2 Y_{20} + (V_2 - V_1) Y_{21} \quad (4.6)$$

despejando S_1 y S_2

$$S_1^* = P_1 - jQ_1 = V_1^* (Y_{10}V_1 + Y_{12}V_2) \quad (4.7)$$

$$S_2^* = P_2 - jQ_2 = V_2^* (Y_{20}V_1 + Y_{21}V_2) \quad (4.8)$$

que para un sistema de n nodos, resulta la expresión general del problema de flujos dada en la ecuación (4.1)

Expresando el voltaje y admitancias en forma polar;

$$V_i = |V_i| \angle d_i$$

$$Y_{ik} = |Y_{ik}| \angle \gamma_{ik}$$

La expresión dada en (4.1) toma la forma;

$$P_i - jQ_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| e^{j(d_i - d_k + \gamma_{ik})} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (4.10)$$

Además, como $\theta_{km} = \theta_k - \theta_m$

$$y$$

$$e^{j\theta_{km}} = \cos\theta_{km} + j \operatorname{sen}\theta_{km}$$

Entonces desarrollando y separando parte real e imaginaria ;

$$P_i = \sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \cos(d_k - d_i + \gamma_{ik}) \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.11)$$

$$Q_i = -\sum_{k=1}^n |Y_{ik}| |V_i| |V_k| \operatorname{sen}(\delta_k - \delta_i + \gamma_{ik}) \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.12)$$

Estas ecuaciones deben plantearse y resolverse. Para cada nodo del SEP se tendrán dos ecuaciones.

Ejemplo:

Considerando el sistema indicado en la figura 4.9, se plantean las ecuaciones de flujos de potencia para cada nodo de acuerdo a como se indica en (4.11) y (4.12).

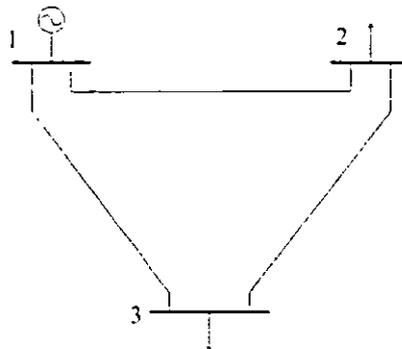


Figura 4 9 Sistema de 3 nodos

En la tabla 4.2 se indican las variables que son conocidas y las que son incógnitas.

N O D O		V A R I A B L E S			
No.	Tipo	Conocidas		Incógnitas	
1	3	V_1	δ_1	P_3	Q_3
2	1	P_2	Q_2	V_2	δ_2
3	1	P_3	Q_3	V_3	δ_3

Tabla 4.2 Tipos de nodos y variables correspondientes a la figura 4.8.

SOLUCION.

Debido a que en el nodo 1 es en el único donde existe generación, se considera como nodo compensador. Se conocen V_1 y δ_1 ($\delta_1 = 0^\circ$)

Las ecuaciones para los nodos 2 y 3, aplicando la expresión dada en (4.1) quedan de la manera siguiente:

$$P_2 - jQ_2 = V_2^* (Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2 + Y_{23} V_3)$$

$$P_3 - jQ_3 = V_3^* (Y_{31} V_1 + Y_{32} V_2 + Y_{33} V_3)$$

En forma polar y separando parte real e imaginaria (aplicando las ecuaciones 4.11 y 4.12)

$$P_2 = |V_2| |V_1| |Y_{21}| \cos (\delta_1 - \delta_2 + \gamma_{21}) + |V_2|^2 |Y_{22}| \cos (\gamma_{22}) + |V_2| |V_3| |Y_{23}| \cos (\delta_3 - \delta_2 + \gamma_{23})$$

$$Q_2 = - (|V_2| |V_1| |Y_{21}| \operatorname{sen} (\delta_1 - \delta_2 + \gamma_{21}) + |V_2|^2 |Y_{22}| \operatorname{sen} (\gamma_{22}) + |V_2| |V_3| |Y_{23}| \operatorname{sen} (\delta_3 - \delta_2 + \gamma_{23})$$

De manera similar para el nodo 3 (Se recomienda que el lector las desarrolle)

Una vez formuladas las ecuaciones, su solución se obtiene por medio de métodos numéricos. Con los voltajes determinados en cada nodo, se procede a calcular los flujos de potencia en líneas de transmisión y transformadores así como la potencia en el nodo compensador.

Si se calculan los flujos de potencia de envío y recepción en una línea de transmisión, es posible calcular las pérdidas en esa línea. Considerando la figura 4.8, se tiene que la corriente del nodo 1 al nodo 2 está dada por:

$$I_{12} = (V_1 - V_2) Y_{12} + V_1 Y_{10}$$

Entonces:

$$(P - jQ)_{12} = V_1^* I_{12} = |V_1|^2 (Y_{10} + Y_{12}) - V_1^* V_2 Y_{12} \quad (4.13)$$

$$(P - jQ)_{21} = V_2^* I_{21} = |V_2|^2 (Y_{20} + Y_{21}) - V_2^* V_1 Y_{21}$$

$$(P - jQ)_{p\acute{e}rdidas} = (P - jQ)_{12} + (P - jQ)_{21}$$

La inyección de potencia en el nodo compensador se determina de la manera siguiente:

$$(P - jQ)_c = V_c^* I_c = V_c^* \sum_{k=1}^n Y_{ck} V_k \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.14)$$

4.8 METODOS DE SOLUCION

Para la solución de las ecuaciones simultáneas no lineales se hace uso de métodos iterativos. Existen varios métodos entre los cuales podemos mencionar; Gauss, Gauss-Seidel, Newton-Raphson y el Desacoplado rápido (que es una variante del método de Newton-Raphson). Enfocaremos nuestra atención a los dos últimos por ser los de mayor uso en la actualidad.

4.8.1 Método de Newton-Raphson (NR)

Este método es ampliamente utilizado en la solución de sistemas de ecuaciones no lineales. Transforma un problema no lineal en una secuencia de problemas lineales cuyas aproximaciones sucesivas se van acercando a la solución del problema original.

La explicación del método de NR se desarrollará para el caso de una variable y después para el de "n" variables. Primero para un caso general y posteriormente aplicado al problema de flujos de potencia.

Dada una función F(x) cualquier valor de x que satisface la condición F(x) = 0 es una raíz de la función. Si para encontrar la raíz se parte de un valor próximo a ella y se evalúa la función en dicho valor; generalmente se tendrá un error. Si el error es menor que cierta tolerancia se habrá calculado la raíz o solución.

Si el valor supuesto es X_0 , entonces;

$$F(X_0) = \Delta F_0 \quad (4.15)$$

donde ΔF_0 constituye un error debido a que X_0 no es la raíz. A medida que disminuye ΔF_0 , nos acercamos a la raíz. Gráficamente se aprecia lo anterior en la figura 4.10.

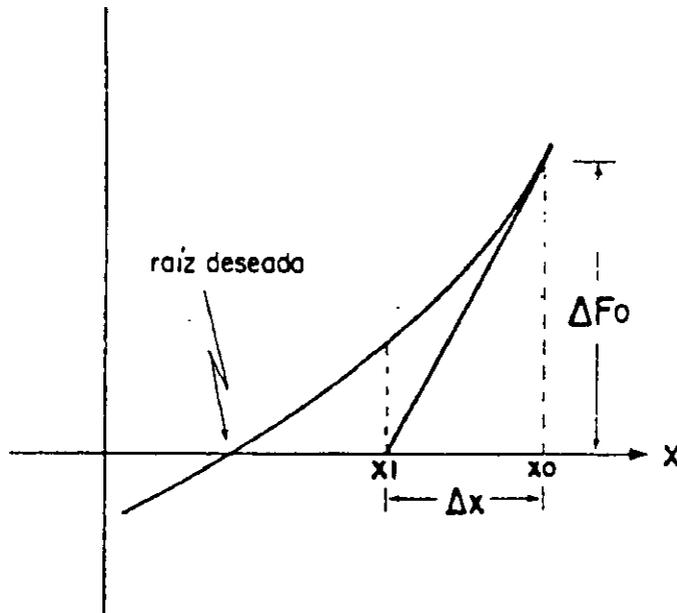


Figura 4.10 Interpretación gráfica del algoritmo de Newton-Raphson

La disminución de ΔF_0 se logra, trazando una tangente a la curva en el punto X_0 para así obtener una aproximación X_1 más cercana al valor de la raíz. La tangente trazada en el punto X_0 es la derivada de la función evaluada en el punto X_0 .

El incremento de X_0 , ΔX , es negativo. Por tanto;

$$F'(X_0) = -\frac{\Delta F_0}{\Delta X}$$

El punto X_1 queda más próximo a la raíz que X_0 . Si el proceso se hace repetitivo, cada vez se estará más cerca de la raíz. Esto se observa en la figura 4.11.

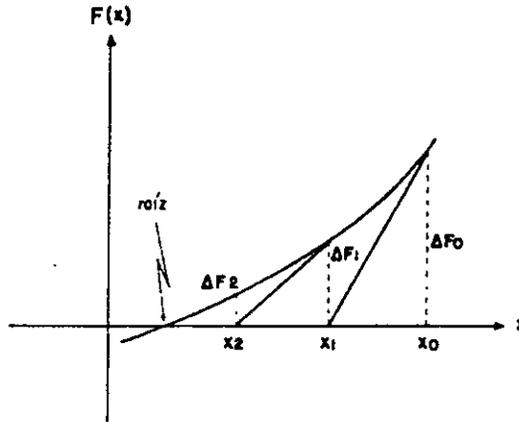


Figura 4.11 Aproximación sucesiva por el método de Newton-Raphson

La fórmula recursiva del método de NR se indica en la ecuación (4.16)

$$\Delta X_i = - \frac{\Delta F_i}{F'(X_i)} \quad (4.16)$$

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_i$$

Esto es, se debe partir de un valor inicial supuesto y a partir de éste continuar con el proceso. A medida que el valor inicial sea adecuado y esté más cercano a la raíz, más rápido se obtendrá la raíz deseada, ya que cada aproximación depende de la anterior.

Ejemplo.

Resolver mediante la aplicación del método de NR la siguiente función:

$$1.5 \delta + 2 \cos \delta = 2.2246$$

Solución:

$$f(\delta) = 1.5\delta + 2 \cos \delta - 2.2246$$

$$f'(\delta) = 1.5 - 2 \sin \delta$$

Fórmula:
$$\delta^{n+1} = \delta^n - \frac{f(\delta^n)}{f'(\delta^n)}$$

Si iniciamos con $\delta = 110^\circ \Rightarrow 1.92$ radianes

δ^n	$f(\delta^n)$	$f'(\delta^n)$	$-f(\delta^n)/f'(\delta^n)$	δ^{n+1}
1.92	- 0.02889	- 0.3792	- 0.07619	1.84381
1.84381	0.00184	- 0.4259	0.00433	1.84810
1.8481	0.000005	- 0.42357	0.000012	1.84815
1 84815	1 E -10			

Solución: $\delta = 184815$ radianes
 $= 105.89^\circ$

Aplicando el método de NR al caso de "n" variables, las derivadas (parciales) de las ecuaciones con respecto a cada una de las variables pueden ser ordenadas en forma matricial. Esta matriz es conocida como Jacobiano.

Para el caso de 3 funciones no lineales F_1, F_2 y F_3 , se tiene:

$$\begin{aligned} F_1(X_1, X_2, X_3) &= 0 \\ F_2(X_1, X_2, X_3) &= 0 \\ F_3(X_1, X_2, X_3) &= 0 \end{aligned}$$

En forma matricial y de acuerdo a la ecuación (4 16):

$$\begin{bmatrix} \Delta F_1 \\ \Delta F_2 \\ \Delta F_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1}{\partial X_2} & \frac{\partial F_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} & \frac{\partial F_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial X_1} & \frac{\partial F_3}{\partial X_2} & \frac{\partial F_3}{\partial X_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta X_1 \\ \Delta X_2 \\ \Delta X_3 \end{bmatrix}$$

El sistema de ecuaciones debe ser resuelto iterativamente. Con las correcciones ΔX se estará cada vez más cerca de la solución. Se evalúan las derivadas parciales y funciones para cada conjunto de X_i hasta que todas las ΔF_i sean menores a una tolerancia establecida.

Lo anterior se ilustra con las siguientes expresiones:

$$\begin{bmatrix} \Delta X'_1 \\ \Delta X'_2 \\ \Delta X'_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial X_1} & \frac{\partial F_1}{\partial X_2} & \frac{\partial F_1}{\partial X_3} \\ \frac{\partial F_2}{\partial X_1} & \frac{\partial F_2}{\partial X_2} & \frac{\partial F_2}{\partial X_3} \\ \frac{\partial F_3}{\partial X_1} & \frac{\partial F_3}{\partial X_2} & \frac{\partial F_3}{\partial X_3} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \Delta X'_1 \\ \Delta X'_2 \\ \Delta X'_3 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

(X'_1, X'_2, X'_3)

$$\begin{bmatrix} X_1^{i+1} \\ X_2^{i+1} \\ X_3^{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1^i \\ X_2^i \\ X_3^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta X'_1 \\ \Delta X'_2 \\ \Delta X'_3 \end{bmatrix}$$

4.8.1.1 Método de Newton-Raphson aplicado al análisis de flujos de potencia.

El método de NR requiere obtener las derivadas parciales indicadas en las ecuaciones (4.11) y (4.12). La matriz de admitancias $Y_{ik} \angle \gamma_{ik}$ en forma rectangular es igual a $G_{ik} + jB_{ik}$. Por lo tanto, dichas ecuaciones quedan de la manera siguiente:

$$P_i = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| [G_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i) - B_{ik} \sin(\delta_k - \delta_i)] \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.18)$$

$$Q_i = -\sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| [G_{ik} \sin(\delta_k - \delta_i) + B_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i)] \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.19)$$

Recordemos que las incógnitas son voltajes y ángulos. Así que, existirán n-1 incógnitas de $|V|$ y n-1 incógnitas de ángulos δ , debido a que en el nodo compensador ya se conocen estas variables.

En forma vectorial:

$$[\delta] = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_{n-1} \end{bmatrix} \quad y \quad [|V|] = \begin{bmatrix} |V'_1| \\ |V'_2| \\ \vdots \\ |V'_{n-1}| \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

Si representamos ambos vectores de incógnitas en uno solo:

$$[X] = \begin{bmatrix} \delta \\ |V| \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Definimos las funciones para P(X) y Q(X) correspondientes al nodo i ($P_i(X)$ y $Q_i(X)$):

$$P_i(X) = \sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| [G_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i) - B_{ik} \sin(\delta_k - \delta_i)] \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.23)$$

$$Q_i(X) = -\sum_{k=1}^n |V_i| |V_k| [G_{ik} \sin(\delta_k - \delta_i) + B_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i)] \quad i=1,2,\dots,n \quad (4.24)$$

Dado que se conocen las inyecciones de potencia P y Q especificadas, su comparación con P(X) y Q(X) nos permitirá obtener la solución. Por lo tanto, si a las ecuaciones (4.23) y (4.24) se les resta P_i^{esp} y Q_i^{esp} , quedan de tal manera que se puede aplicar el método de NR.

$$P_i(X) - P_i^{esp} = 0 \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (4.25)$$

$$Q_i(X) - Q_i^{esp} = 0 \quad i=1,2,\dots,n-1 \quad (4.26)$$

En forma vectorial,

$$\Delta P(X) = \begin{bmatrix} P_1^{esp} - P_1(X) \\ \vdots \\ P_{n-1}^{esp} - P_{n-1}(X) \end{bmatrix}; \quad \Delta Q(X) = \begin{bmatrix} Q_1^{esp} - Q_1(X) \\ \vdots \\ Q_{n-1}^{esp} - Q_{n-1}(X) \end{bmatrix}$$

$$\Delta F(X) = \begin{bmatrix} \Delta P(X) \\ \Delta Q(X) \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

De acuerdo a (4.17) la relación entre el vector de incógnitas (4.22) y el vector de funciones (4.27), es la matriz de derivadas parciales o Jacobiano.

El Jacobiano se puede escribir en forma matricial como:

$$J = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix}$$

donde fácilmente se identifica a cada una de las submatrices;

$$H = \left[\frac{\partial P(X)}{\partial \delta} \right] \quad ; \quad N = \left[\frac{\partial P(X)}{\partial |V|} \right] |V|$$

$$J = \left[\frac{\partial Q(X)}{\partial \delta} \right] \quad ; \quad L = \left[\frac{\partial Q(X)}{\partial |V|} \right] |V|$$

(con la finalidad de que exista estabilidad numérica se divide y multiplica por $|V|$).

De las ecuaciones dadas en (4.23) y (4.24), se determina cada submatriz del Jacobiano:

a) Para $i \neq k$

$$\begin{aligned} H_{ik} &= \frac{\partial P_i}{\partial \delta_k} = -|V_i| |V_k| [G_{ik} \text{ sen } \delta_{ki} + B_{ik} \text{ cos } \delta_{ki}] \\ N_{ik} &= \frac{\partial P_i}{\partial |V_k|} |V_k| = |V_i| |V_k| [G_{ik} \text{ cos } \delta_{ki} - B_{ik} \text{ sen } \delta_{ki}] \\ J_{ik} &= \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_k} = -|V_i| |V_k| [G_{ik} \text{ cos } \delta_{ki} - B_{ik} \text{ sen } \delta_{ki}] \\ L_{ik} &= \frac{\partial Q_i}{\partial |V_k|} |V_k| = -|V_i| |V_k| [G_{ik} \text{ sen } \delta_{ki} + B_{ik} \text{ cos } \delta_{ki}] \end{aligned} \quad (4.28)$$

Se observa que los elementos fuera de la diagonal principal, dependen de la admitancia entre nodos. Cuando no existe conexión entre dichos nodos, el elemento correspondiente es cero; lo cual facilita su solución.

b) Para $i=K$

$$\begin{aligned}
 H_n &= \frac{\partial P_i}{\partial \delta_i} = -Q_i - B_n |V_i|^2 \\
 N_n &= \frac{\partial P_i}{\partial |V_i|} |V_i| = P_i + G_n |V_i|^2 \\
 J_n &= \frac{\partial Q_i}{\partial \delta_i} = P_i - G_n |V_i|^2 \\
 L_n &= \frac{\partial Q_i}{\partial |V_i|} |V_i| = Q_i - B_n |V_i|^2
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

Se observa que los elementos fuera de la diagonal principal, dependen de la admitancia entre nodos. Cuando no existe conexión entre dos nodos, el elemento correspondiente es cero; lo cual facilita su solución.

La formulación recursiva del método de NR para el problema de flujos de potencia queda finalmente como:

$$\begin{bmatrix} \Delta P(X) \\ \Delta Q(X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \frac{\Delta |V|}{|V|} \end{bmatrix} \tag{4.30}$$

La solución de manera iterativa de (4.28) nos permitirá obtener la solución al problema de flujos de potencia (si el proceso es convergente). El lado izquierdo de la ecuación representa la diferencia entre los valores especificados de P y Q, y los valores calculados en cada iteración. La solución se obtiene cuando el error es menor a una tolerancia específica. Las nuevas aproximaciones en el proceso iterativo se determinan mediante:

$$\begin{bmatrix} \delta^{i+1} \\ |V|^{i+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta^i \\ |V|^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \delta^i \\ \Delta |V|^i \end{bmatrix} \tag{4.31}$$

Con la finalidad de observar la aplicación del método, se establecen las ecuaciones correspondientes para el sistema de 3 nodos indicado en la figura 4.12.

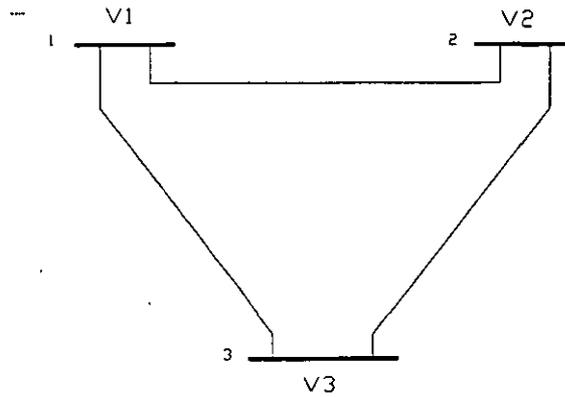


Figura 4.12 Sistema para ilustrar el planteamiento de ecuación con el método de NR

Se asume el nodo 1 como compensador, el nodo 2 como nodo de generación y el nodo 3 como nodo de carga. Se tendrá una ecuación para el nodo 2 (se desconoce δ_2) y dos ecuaciones para el nodo 3 (se desconocen $|V_3|$ y δ_3). Para el nodo 1 ya se conocen $|V_1|$ y δ_1 (δ_1 se toma como referencia y es igual a cero)

Las ecuaciones correspondientes a la figura 4.12, son:

$$\begin{bmatrix} P_2^{esp} \\ P_3^{esp} \\ Q_3^{esp} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} P_2(X) \\ P_3(X) \\ Q_3(X) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial |V_3|} & |V_3| \\ \frac{\partial P_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial |V_3|} & |V_3| \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial |V_3|} & |V_3| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_2 \\ \Delta \delta_3 \\ \frac{\Delta |V_3|}{|V_3|} \end{bmatrix}$$

4.8.2 Método desacoplado rápido

Un sistema eléctrico real presenta características inherentes importantes. Por ejemplo:

- Al no existir conexión física entre todos los nodos la matriz de admitancias es dispersa. Esto es, tiene en promedio un 90% de sus elementos igual a cero; lo cual facilita su procesamiento.
- Dependencia marcada entre potencia activa y ángulos de fase de los voltajes.
- Dependencia fuerte entre potencia reactiva y magnitud de los voltajes.
- Relación reactancia/resistencia alta.

Aprovechando estas características, es posible desacoplar el problema de flujos.

Con el método de NR normal; las ecuaciones por resolver son:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ J & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta \\ \Delta |V| / |V| \end{bmatrix}$$

Desacoplando el problema de flujos:

$$[\Delta P] = [H] [\Delta \delta] \quad (4.32)$$

$$[\Delta Q] = [L] [\Delta |V| / |V|] \quad (4.33)$$

donde;

$$H_{ii} = - Q_i - B_{ii} |V_i|^2$$

$$L_{ii} = Q_i - B_{ii} |V_i|^2$$

$$H_{ij} = L_{ij} = - |V_i| |V_j| [G_{ij} \sin \delta_{ij} + B_{ij} \cos \delta_{ij}] \quad ; i \neq j$$

Las ecuaciones (4.32) y (4.33) se resuelven por separado y de manera alternada. De tal manera, que el método desacoplado sea rápido, confiable y ampliamente utilizado.

En cada iteración, se utiliza la solución de $[\Delta \delta]$ y se actualiza el valor del ángulo $[\delta]$, e inmediatamente después se obtiene la solución para $[\Delta V]$ y se actualiza el valor del voltaje $[|V|]$. Se encuentra la solución cuando el máximo desbalance de ΔP y ΔQ sea menor o igual a una tolerancia establecida (del orden de .0001).

4.9 CONCLUSIONES

- El análisis de flujos de potencia permite analizar la parte operativa y de planificación de un sistema eléctrico. El desarrollo y aplicación de técnicas y métodos de solución van encaminados a resolver el problema en el menor tiempo posible e incrementar las posibilidades de solución o convergencia. Cuando no existe solución numérica al problema de flujos de potencia, es un indicativo, generalmente, de que en la realidad el sistema eléctrico no puede operar bajo esas condiciones o bien que es una situación crítica de operación.
- Con el desarrollo de las computadoras y de programas digitales, el Ingeniero dispone de medios que le permiten efectuar este tipo de análisis sin las restricciones que existían anteriormente

4.10 APLICACION DEL ANALISIS DE FLUJOS DE POTENCIA MEDIANTE EL SIMULADOR PSS/E

Con la finalidad de que el lector conozca la aplicación de las técnicas descritas en la solución al problema de flujos de potencia, se hace uso, **a manera de ejemplo**, del programa digital PSS/E en el análisis del comportamiento de la transmisión a través de las dos LT's actuales Pitirera - Donato Guerra (PIT-DOG) y la LT futura Donato Guerra-Lázaro Cárdenas Potencia (DOG-LCP), correspondiente a condiciones de demanda máxima estimada para 1996.

4.10.1 Descripción del caso

Actualmente las subestaciones de 400 KV PIT y DOG se interconectan a través de dos LT's de 233 Kms. de longitud cada una. Para principios de 1996 se tiene programado que entren en operación tres bancos de capacitores serie en la SE. Donato Guerra para compensar en 40% cada una de las LT's a PIT y en un 50% la LT futura DOG-LCP (LT de 271 Kms. con 3 conductores por fase de 1113 MCM c/u).

Se presentan cuatro condiciones de operación cuyos resultados se muestran en los diagramas unifilares anexos. Las condiciones de operación en estado estable mostradas corresponden a lo siguiente: 1) caso base, 2) disparo de una de las LT's PIT-DOG, 3) sin compensación serie en las dos LT's DOG-PIT, y 4) operación con una fase abierta de la LT DOG-LCP (suponiendo que haya ocurrido una falla de fase a tierra y que se haya efectuado el disparo de la fase fallada).

4.10.2 Reporte de voltajes y flujos de potencia (interpretación)

En el diagrama 1 se indican las condiciones de operación en estado estable considerando compensación serie en las dos LT's PIT-DOG y en la LT futura DOG-LCP. Se observa que en SE. DOG se tiene un voltaje de 400.6 KV con un ángulo de -13.3° . A través de una de las LT's PIT-DOG, se observa que de la SE. PIT se envían 589 MW y 51.8 MVAR a SE. DOG; y que a la entrada del banco de capacitores serie llegan 574 MW y -60.8 MVAR.

4.10.3 Influencia de Cambios en la Red de Transmisión

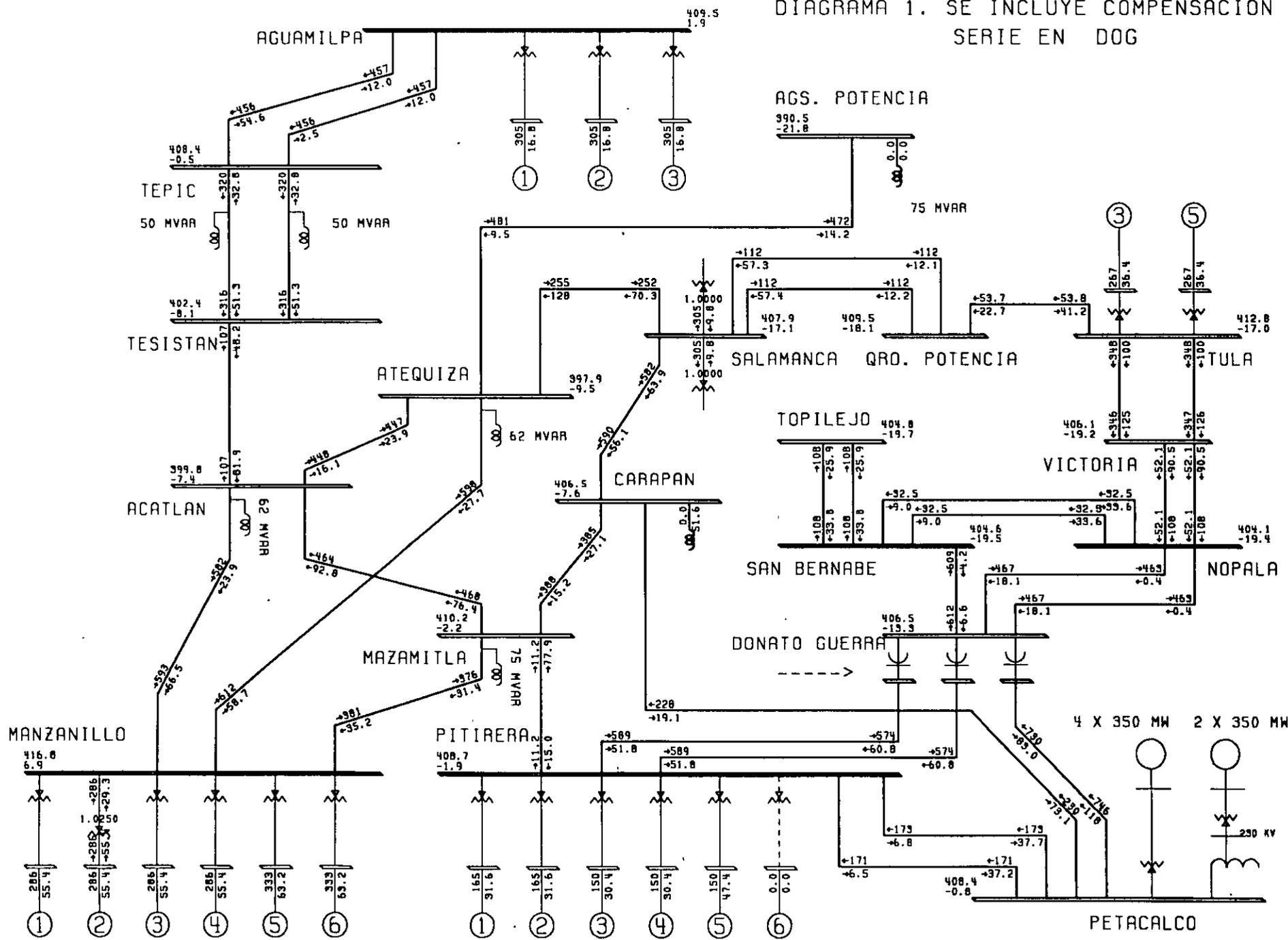
En el diagrama 2 se presentan las condiciones de operación en estado estable considerando que una de las LT's PIT-DOG se ha disparado. Las condiciones de operación que se muestran son posteriores al disparo de la LT. Si se deseara observar el comportamiento transitorio de voltajes y potencia se deberá realizar un análisis de estabilidad transitoria. Recuérdese que el análisis de flujos de potencia proporciona exclusivamente el comportamiento en estado permanente. Se observa que la diferencia angular entre los voltajes de las SE's LCP y DOG es

de 12.4° . Considerando la red de transmisión completa (diagrama 1) la diferencia angular entre los voltajes de estas mismas SE's es 16.8° .

En el diagrama 3 se presentan las condiciones de operación en estado estable, considerando que no existe compensación serie en las dos LT's PIT-DOG. Se observa en este diagrama que la transmisión por cada una de las LT's es 466 MW saliendo de la SE. PIT, en comparación a los 589 MW que se obtuvieron en el caso base. La diferencia angular entre los voltajes de las SE's PIT y DOG es 15.0° en comparación con los 12.4° reportados en el diagrama 1.

En el diagrama 4 se indican las condiciones de operación en estado permanente, considerando que la LT futura DOG-LCP está operando con una fase abierta. Se supone que hubo una falla de fase a tierra en una de las fases de esta LT y que se disparó monopolarmente. Antes de que se efectúe el recierre, la LT transmitiría lo mostrado en este diagrama. Se sugiere al lector que haga comparaciones de los resultados obtenidos en este último caso con lo mostrado en los diagramas anteriores.

DIAGRAMA 1. SE INCLUYE COMPENSACION SERIE EN DOG

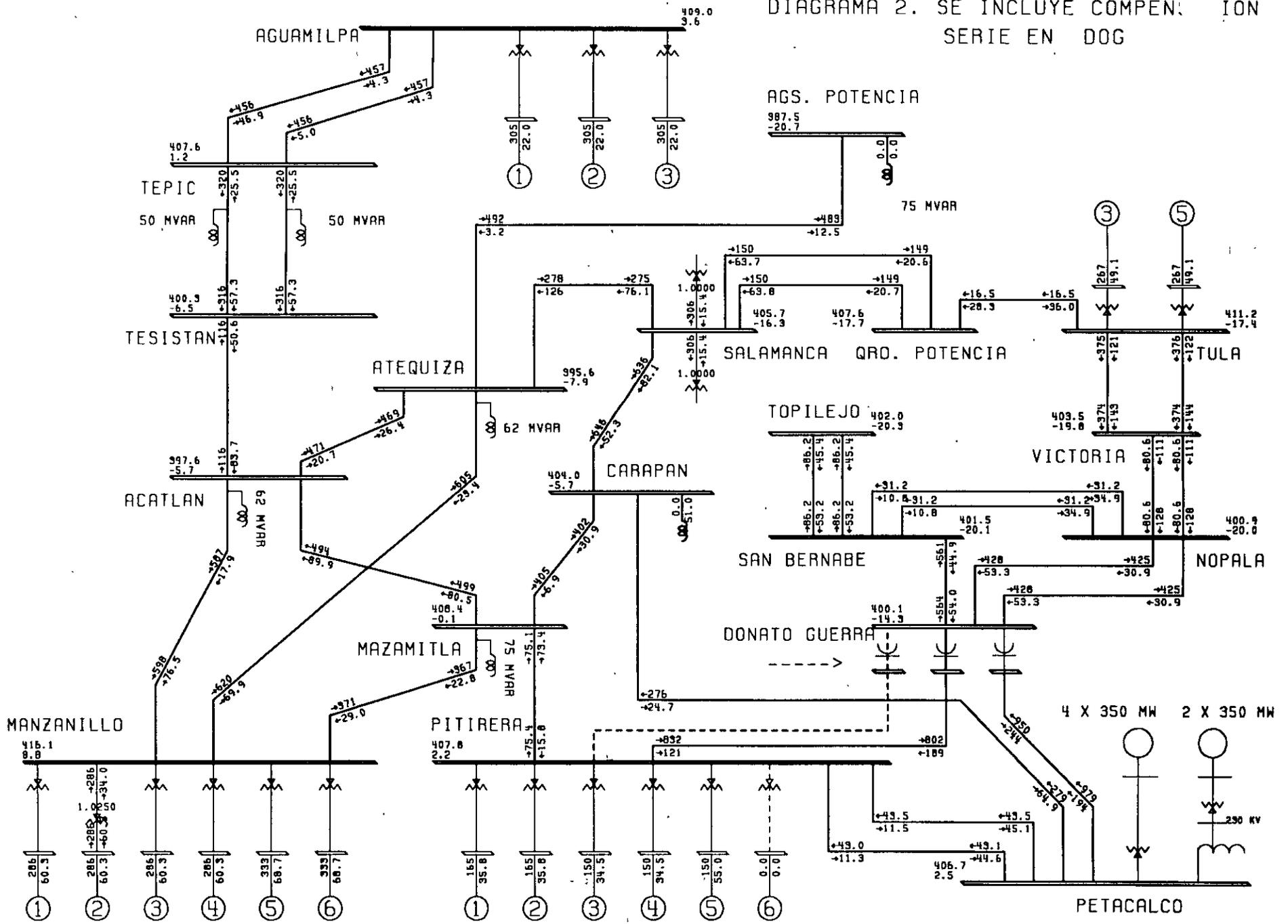


CON CONDICIONES DE OPERACION EN DEM. MAXIMA ESTIMADAS PARA 1
 CONSIDERANDO LT'S LCP-CRP Y LCP-DOG, ESTA ULTIMA COMP. AL 50%
 C A S O B A S E ... MON FEB 21, 1994 17:22

KV: ≤230, ≤400

BUS - VOLTAGE (KV) / ANGLE
 BRANCH - MW/MVAR
 EQUIPMENT - MW/MVAR

DIAGRAMA 2. SE INCLUYE COMPEN: ION SERIE EN DOG



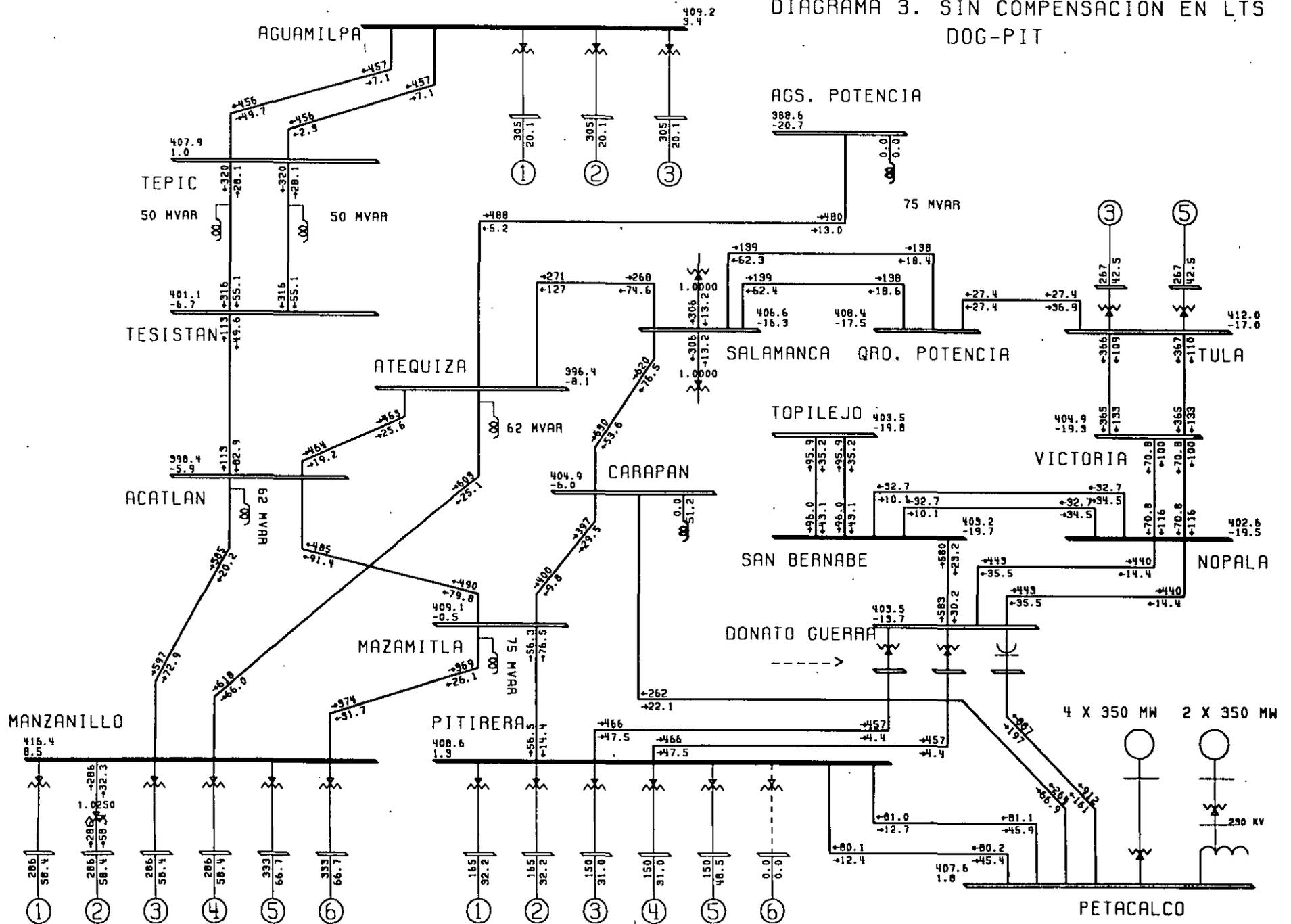
27

CONDICIONES DE OPERACION EN DEM. MAXIMA ESTIMADAS PARA 1996
 CONSIDERANDO LT'S LCP-CRP Y LCP-DOG, ESTA ULTIMA COMP. AL 50%
 DISP. LT1 PITIRERA-D. GUERRA MON FEB 21, 1994 17:27

KV: <230, <400

BUS - VOLTAGE (KV) / ANGLE
 BRANCH - MW/MVAR
 EQUIPMENT - MW/MVAR

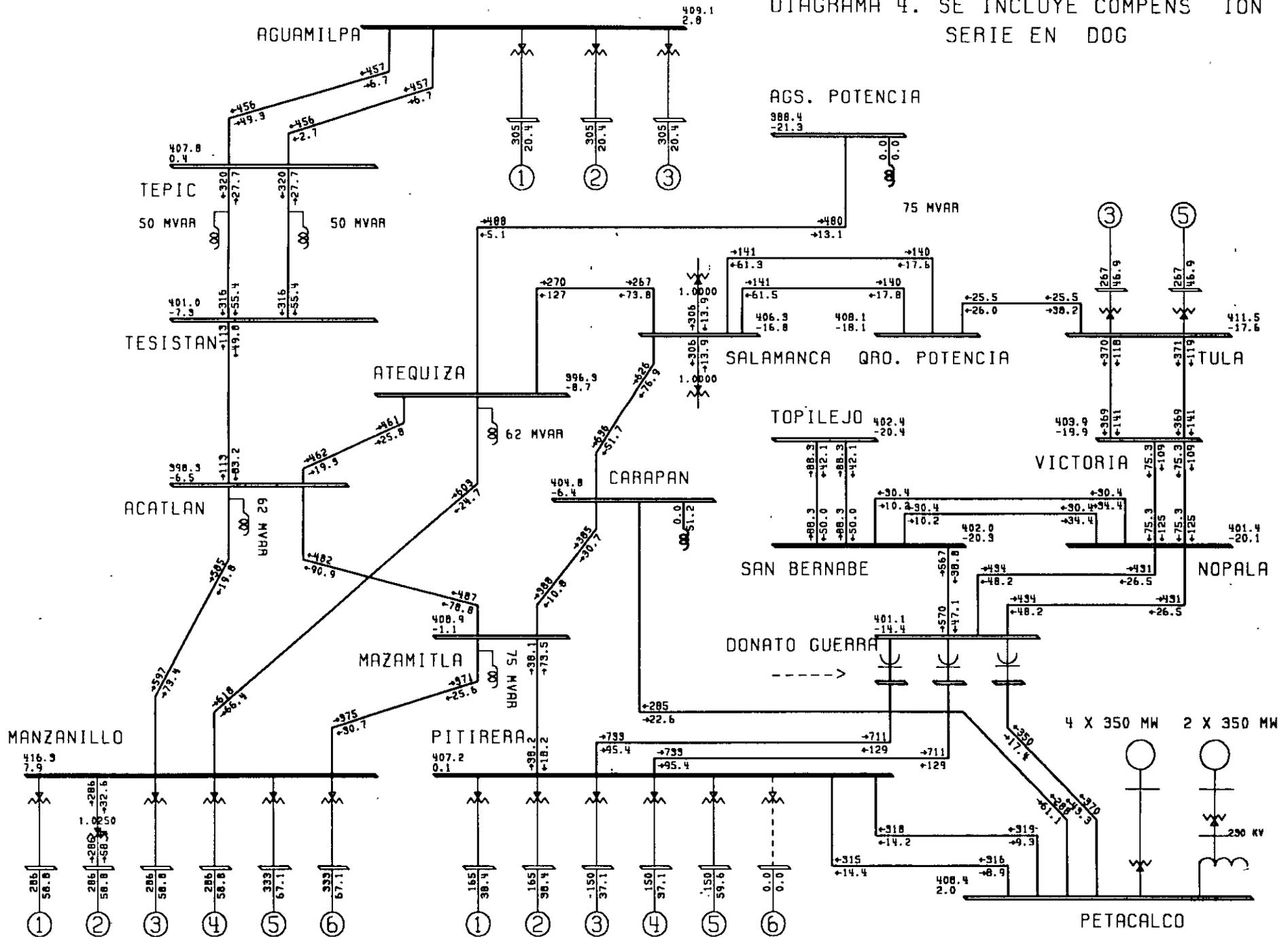
DIAGRAMA 3. SIN COMPENSACION EN LTS DOG-PIT



28

	<p>CONDICIONES DE OPERACION EN DEM. MAXIMA ESTIMADAS PARA 1 COND. GRANDO LT'S LCP-CRP Y LCP-DOG, ESTA ULTIMA COMP. AL SIN COMP. SERIE LT'S PIT-DOG MON FEB 21, 1994 17:31</p>	<p>KV: <230 , <400</p>	<p>BUS - VOLTAGE (KV) / ANGLE BRANCH - MW/MVAR EQUIPMENT - MW/MVAR</p>
--	---	------------------------------	--

DIAGRAMA 4. SE INCLUYE COMPENSACION SERIE EN DOG



CONDICIONES DE OPERACION EN DEM. MAXIMA ESTIMADAS PARA 1996
 CONSIDERANDO LT'S LCP-CRP Y LCP-DOG, ESTA ULTIMA COMP. AL 50%
 LT DOG-LCP CON 1 FASE ABIERTA MON FEB 21, 1994 17:45

KV: ≤230, ≤400

BUS - VOLTAGE (KV) / ANGLE
 BRANCH - MW/MVAR
 EQUIPMENT - MW/MVAR

CONCEPTOS DE CARGABILIDAD
- CAPACIDAD DE TRANSMISIÓN-

CONCEPTOS DE CARGABILIDAD

INTRODUCCION

La cargabilidad se define como la cantidad máxima de potencia eléctrica que se puede enviar a través de una línea de transmisión manteniendo sus condiciones normales de operación. El concepto más general sobre la cargabilidad --o capacidad de transmisión-- es el criterio del límite o capacidad térmica del conductor; sin embargo existen otros algunos criterios restrictivos como la caída de voltaje y margen de estabilidad.

La cargabilidad de una línea de transmisión se puede analizar tanto en el ámbito de planificación como de operación de SEP. Para ello se utilizan curvas características correspondientes al comportamiento de las variables que dependen de la cantidad de potencia que se transfiere por la línea y valiéndose de un modelo adecuado --que tome en cuenta tanto las características de la línea como del SEP-- para la cuantificación de cargabilidad.

Un análisis más detallado es el estudio de cargabilidad para sistemas eléctricos longitudinales (SEL) donde los niveles de cargabilidad están muy por debajo de las curvas estándar, y por lo cual no se pueden aplicar arbitrariamente curvas de cargabilidad de sistemas robustos al caso de SEL.

2.1 RESUMEN HISTORICO DE LA CARGABILIDAD

Debido al enorme crecimiento de la demanda en los centros de consumo de potencia eléctrica y la capacidad correspondiente de generación, se tiene como consecuencia que la energía sea transmitida en cantidades altamente considerables desde los lugares de

generación (los mismos que por lo general se hallan ubicados a grandes distancias de los centros de consumo) a los centros de demanda (industriales o urbanos). Esta situación da lugar al problema de la transferencia de esta cantidad de potencia y de los criterios citados que se adoptan en el diseño y posterior operación de las líneas de transmisión. Se pueden mencionar los requerimientos citados por H.P. St Clair en 1953 [6]:

- A) Incrementar la carga de las líneas existentes.
- B) La construcción de líneas ó circuitos nuevos que operen al voltaje existente.
- C) La superposición de voltajes más elevados en los sistemas existentes, con el fin de minimizar las pérdidas por transmisión.

Originalmente los conceptos sobre cargabilidad y comportamiento de líneas de transmisión, se efectuaron en base a los voltajes de las líneas que entonces estaban en operación. Entonces el estudio de cargabilidad de líneas de transmisión fué considerado por Clair en base a estos niveles de voltaje, y consideraciones prácticas sobre las restricciones de límite térmico, caída de voltaje y límite de estabilidad, así como la evaluación de la cargabilidad para diferentes longitudes de línea. Entonces con base a la experiencia sobre el comportamiento de las líneas se estableció un criterio práctico que citaba una referencia de 1 pu de SIL para una línea convencional de 330 kV, 300 millas, que opere a 60 Hertz; de tal manera que para esta carga la pérdida neta de potencia reactiva es igual a cero.

Sin embargo para longitudes menores se supondría que el producto potencia-longitud se conservaría y, por ejemplo para una longitud de 50 millas se esperaría un punto de referencia de 6 SIL; sin embargo Clair justificó prácticamente que la pérdida de potencia reactiva y una corriente de línea resultaban bastante imprácticas además de que la cantidad de energía concentrada en tan poca longitud afectarían seriamente el servicio y la confiabilidad, así que el producto potencia-longitud debería reducirse progresivamente antes de las 300 millas, aunque la limitación por estabilidad no restringe la capacidad de

transmisión porque si se considera que la línea es básicamente una reactancia y requiere que la diferencia angular entre el nodo de recepción y de envío sea tal que permita un flujo de energía en la línea y si tal reactancia se disminuye al disminuir la longitud, la capacidad de la línea aparentemente se puede incrementar respetando el límite de estabilidad, pero no así si se considera la pérdida de energía en la línea y el consumo de potencia reactiva. En base a consideraciones como las mencionadas, se sitúa otro punto de referencia para 50 millas: una carga de 3 pu de SIL.

Una vez establecidos los puntos de 50 y 300 millas, los puntos intermedios de la curva se determinaron considerando una reducción proporcional uniforme del producto potencia-longitud en el rango de 3 pu de SIL y 1 pu de SIL, hasta una longitud de 400 millas, en la que se estableció una carga de 0.8 pu de SIL por limitación de estabilidad. (véase la figura 2.1a).

En 1967 el departamento de planeación de la American Electric Power Service Corporation (AEP) hizo una revisión a la curva de Clair para líneas mayores de 330 kV, hasta el nivel reciente de 500 kV, ampliando la curva hasta 600 millas. La curva obtenida, básicamente igual a la de Clair, fué establecida a través de consideraciones prácticas, y como la curva de Clair, también ha sido ampliamente utilizada como guía de diseño para líneas de transmisión, apareciendo publicada en numerosos manuales [10] (véase la figura 2.1b).

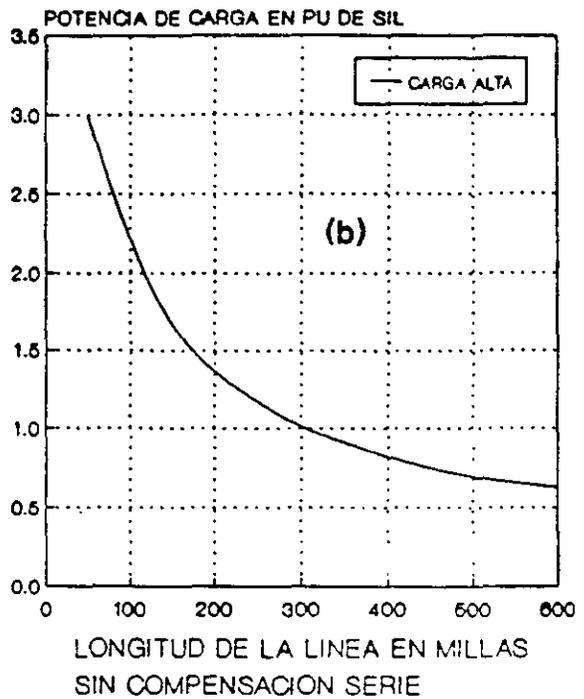
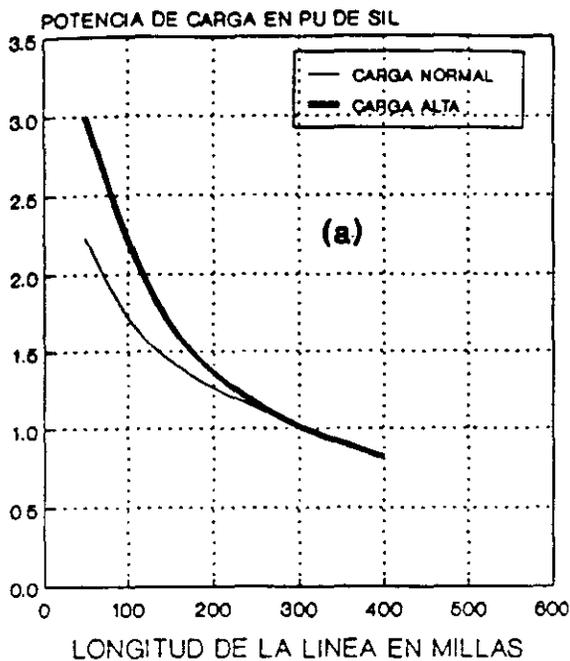


FIG. 2.1 CURVAS DE CARGABILIDAD:
 (a) CLAIR [6]; (b) REVISION - 1967

Más adelante, en 1979 de nuevo los ingenieros de la AEP justificaron analíticamente (mediante un programa digital) la curva de cargabilidad para niveles de tensión extra alto (EHV) para los niveles de tensión existentes entonces (765 kV) y futuras aplicaciones de nivel de tensión ultra alto (UHV) [3], incluyendo la base analítica para utilizar los criterios de cargabilidad, y demostrar la validez del modelo analítico aplicándolo a voltajes de transmisión de líneas existentes verificándolo con la curva de Clair, además de la extensión de las características de cargabilidad a los conceptos de líneas EHV y UHV incorporando las debidas suposiciones y criterios, con lo que se comprobó que para sistemas robustos se podría utilizar una curva de cargabilidad generalizada para todos los niveles de tensión [10].

2.2 DEDUCCION ANALITICA DE LA TRANSFERENCIA DE POTENCIA Y LIMITE DE ESTABILIDAD

Para representar líneas de transmisión se emplean diversos modelos, de acuerdo a las consideraciones revisadas en el capítulo 1. Sin embargo, el empleo del circuito π -equivalente (véase la figura 2.2) proporciona la solución exacta para cualquier longitud de línea. Los parámetros del circuito π -equivalente se determinan aplicando a los del π -nominal los factores de corrección F_1 y F_2 según las ecuaciones (1.42) y (1.46).

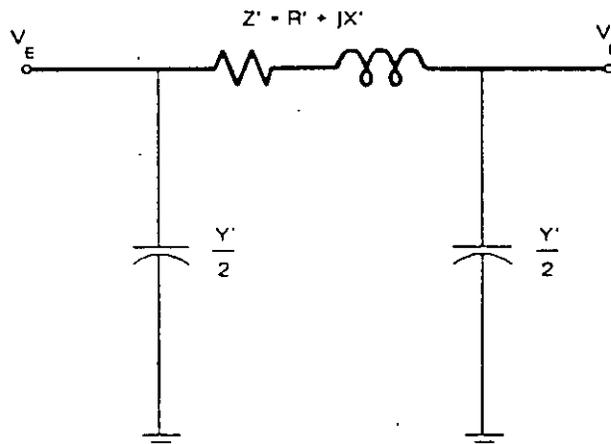


FIG. 2.2 CIRCUITO π -EQUIVALENTE
DE LA LINEA DE TRANSMISION

Asimismo con los parámetros del circuito π -equivalente, las relaciones de voltaje y corriente en los extremos de envío y recepción de la LT corresponde a las siguientes expresiones:

$$V_E = \left(1 + \frac{Y'Z'}{2} \right) V_R + Z' I_R \tag{2.1}$$

$$I_E = Y' \left(1 + \frac{Y'Z'}{4} \right) V_R + \left(1 + \frac{Y'Z'}{2} \right) I_R$$

Aplicando la Ley de Kirchhoff de Voltajes (LKV) al circuito de la figura 2.2, la corriente de recepción es:

$$I_R = \frac{V_E - V_R}{Z'} - \frac{Y'}{2} V_R = \frac{V_E e^{j\delta_E} - V_R}{R' + jX'} - \frac{j\omega C'l}{2} V_R \quad (2.2)$$

En base a lo anterior, la potencia compleja entregada al extremo de recepción S_R esta definida por la siguiente ecuación:

$$S_R = V_R I_R^* = V_R \left(\frac{V_E e^{j\delta_E} - V_R}{R + jX'} \right)^* + \frac{j\omega C'l}{2} V_R^2$$

$$S_R = \frac{V_E V_R e^{-j\delta_E}}{R + jX} - \frac{V_R^2}{R + jX} + \frac{j\omega C'l}{2} V_R^2 \quad (2.3)$$

Se desarrolla la ecuación (2.3), considerando valores de admitancia en lugar de impedancia $(R' + jX')^{-1} = (\dot{G} + jB)$, y la admitancia en paralelo $(Y' = j\omega C'l)$ para separar en parte real e imaginaria:

$$S_R = P_R + jQ_R$$

$$P_R = V_E V_R (G \cos \delta_E + B \sin \delta_E) - V_R^2 G \quad (2.4)$$

$$Q_R = V_E V_R (B \cos \delta_E - G \sin \delta_E) + V_R^2 \left(\frac{Y'}{2} - B \right)$$

Para obtener una función simplificada en la transferencia de potencia activa, de la ecuación (2.4) en la fórmula de potencia activa se desprecia el valor de la resistencia (o de la conductancia en su caso) para obtener la ecuación de transferencia activa para el caso sin pérdidas:

$$P_R = \frac{V_E V_R}{X'} \text{sen} \delta_E \quad (2.5)$$

El despreciar las pérdidas de potencia activa por transmisión hace que la potencia activa en el extremo de envío de la línea sea igual a la correspondiente en el extremo de recepción (esto es: $P_E = P_R$).

La ecuación (2.5) se representa gráficamente en la figura 2.3. Considerando que las magnitudes de voltaje se mantienen constantes, y el ángulo de fase δ_E varía de 0° a 90° , a medida de que la potencia real transmitida se incrementa. La máxima cantidad de potencia que la línea puede entregar (la cual ocurre cuando $\delta_E = 90^\circ$) está dada por:

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{V_E V_R}{X'} \quad (2.6)$$

Donde $P_{m\acute{a}x}$ representa el **límite teórico de estabilidad de estado permanente** para una línea sin pérdidas.

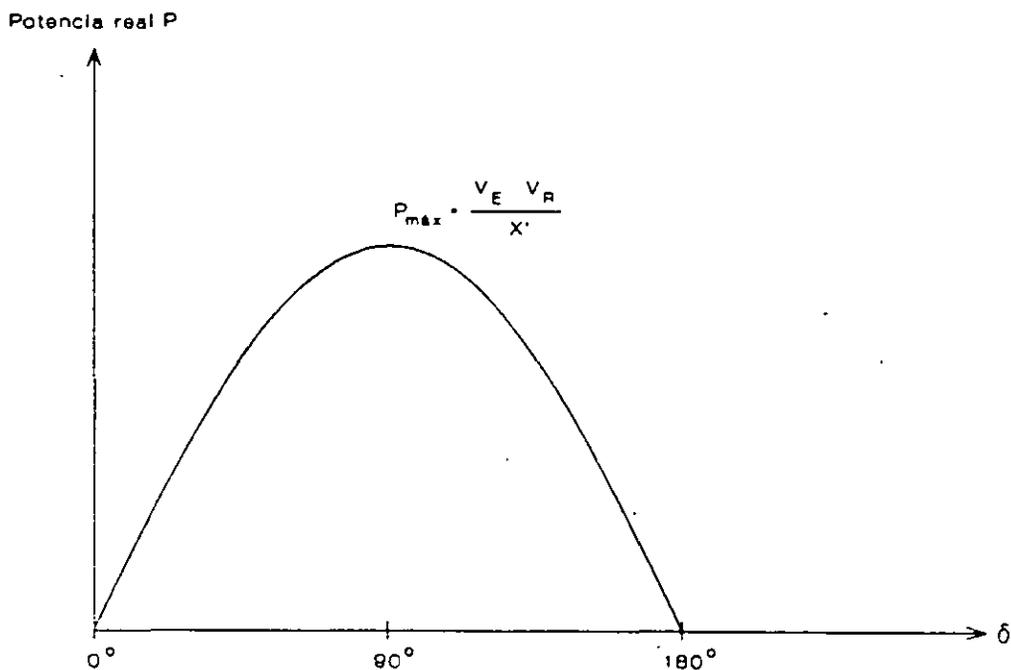


FIG. 2.3 POTENCIA REAL ENTREGADA POR UNA LT SIN PERDIDAS vs ANGULO DE VOLTAJE A TRAVES DE ESTA.

2.3 CARACTERISTICAS DE SISTEMAS ELECTRICOS LONGITUDINALES

El desarrollo de las curvas de cargabilidad descrito en el párrafo anterior se ha hecho invariablemente para estudio de sistemas robustos, donde las capacidades de corto circuito (CCC) son del orden de los 50 kA, lo que representa para un nivel de voltaje de 230 kV:

$$CCC = \sqrt{3} (230) (50) = 19.92 \approx 20 \text{ [GVA]} \quad (2.7)$$

En el caso de sistemas eléctricos longitudinales, los niveles de corto circuito se encuentran muy por debajo de estas cifras; por ejemplo en el sistema interconectado mexicano el mayor nivel de corto circuito en la red troncal de 400 kV es del orden de 15 GVA; con base a esto es preciso determinar la cargabilidad para líneas de transmisión en SEL y evaluar su sensibilidad ante variaciones del nivel de falla, el que, como se sabe, no es constante ya que depende del número de unidades generadoras sincronizadas y de la configuración de la red, los cuales varían a lo largo de un mismo día a medida de que varía la demanda del sistema. Otra característica que distingue a un SEL es la configuración poco mallada de su red, con las centrales generadoras conectando a cargas radiales lejanas.

Dado que los conceptos de cargabilidad expresados por H.P. St. Clair y el desarrollo analítico de Dunlop consideran que el sistema simplificado es robusto, las curvas que se publicaron por ellos no se deben aplicar arbitrariamente en el caso de sistemas longitudinales. Es necesario considerar niveles de CCC más realistas y exponer el impacto que tienen estos en la cargabilidad de una línea de transmisión.

La estructura de los sistemas eléctricos longitudinales está relacionada de manera directa con el desarrollo urbano e industrial, y por lo tanto de la economía, de los países. En las ciudades capital se encuentra concentrada de 50% a 80% de la demanda total del país debido a la alta concentración de población y al consumo residencial predominante que ocurre de manera típica. Además, las principales centrales generadoras, generalmente

hidroeléctricas, están alejadas de los principales centros de consumo. Esta es una de las características distintivas de los sistemas eléctricos débiles o longitudinales.

Debido a la configuración descrita en el párrafo anterior, los SEL tienen pocas trayectorias en paralelo, y pocos y dispersos generadores. Esto resulta en impedancias equivalentes elevadas y definidas predominantemente por líneas y transformadores en serie. Asimismo, dicha característica provoca grandes variaciones en los valores de las reactancias equivalentes ante cambios topológicos en la red. Por ello es necesario que los estudios de cargabilidad se realicen para distintas condiciones de operación.

2.4 CARGABILIDAD EN PLANIFICACION DE SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA

La interpretación de la cargabilidad de una línea de transmisión real se puede simplificar al considerar en primer lugar el comportamiento de una línea de transmisión ideal (sin pérdidas). Para ello se introduce el concepto de impedancia característica sin pérdidas (revisada en el capítulo 1):

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.8)$$

Asimismo, el SIL (en pu) se calcula como el recíproco de la impedancia característica sin pérdidas; y la línea de transmisión ideal que alimente a una carga igual a esta impedancia mantiene un perfil plano de voltaje a lo largo de toda su longitud y en estas condiciones la inyección de potencia reactiva producida por la capacitancia propia de la línea de transmisión se mantiene en equilibrio con el consumo de reactivos de la reactancia serie. Esta es la razón de que el valor del SIL sea un punto de referencia para expresar la cargabilidad de una línea de transmisión.

Una forma aproximada para determinar la cargabilidad de líneas de transmisión en sistemas eléctricos robustos es expresar la X de líneas sin pérdidas en función de su longitud y emplear la ecuación (2.8):

$$P_R = \frac{V_E V_R}{Z_C \text{sen}(\beta l)} \text{sen} \delta_E \quad (2.9)$$

expresando la ecuación (2.9) en términos del SIL:

$$P_R = \frac{V_E}{V_{nom}} \frac{V_R}{V_{nom}} \frac{V_{nom}^2}{Z_C} \frac{\text{sen}(\delta_E)}{\text{sen}(\beta l)}$$

$$P_R = V_E V_R (SIL) \frac{\text{sen}(\delta_E)}{\text{sen}(\beta l)} \quad (2.10)$$

En la ecuación (2.10) las magnitudes de voltaje V_E y V_R están en pu. La constante de fase (β) se puede expresar en términos de la longitud de onda (λ), que para 60 Hz es de 5000 km; $\beta = 2\pi/\lambda = 2\pi/5000$, con lo cual se obtiene la ecuación (2.11):

$$P = V_E V_R (SIL) \frac{\text{sen}(\delta_E)}{\text{sen}(0.0072 l)} \quad (2.11)$$

En la que el argumento está en grados eléctricos y l en km.

Para verificar analíticamente la curva de cargabilidad de una línea de transmisión, se considera que ésta une a dos sistemas aislados, uno de envío y otro de recepción los cuales se representan como equivalentes de Thévenin, también modelados en secuencia positiva [1,2,3]. (véase las figuras 2.4 y 2.5)

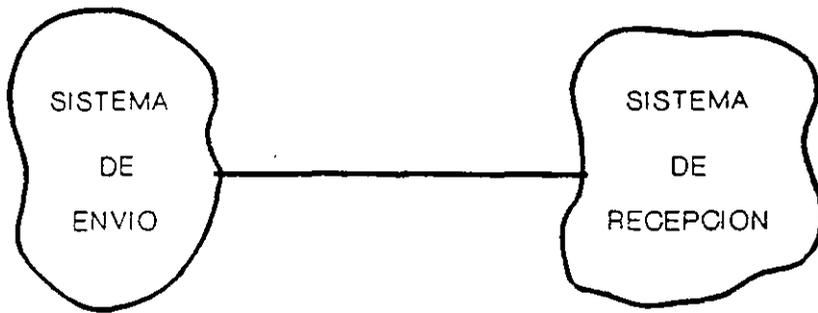


FIG. 2.4 SISTEMAS UNIDOS POR UNA LINEA.

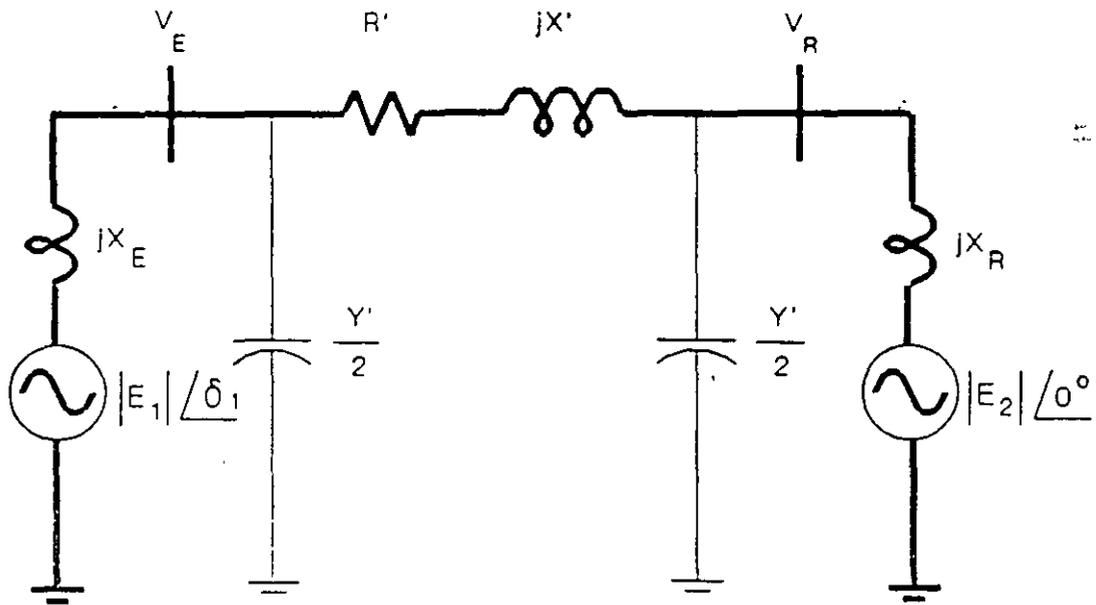


FIG 2.5 EQUIVALENTE SIMPLIFICADO DE LOS SISTEMAS Y DE LA LINEA.

La cargabilidad de líneas de transmisión puede resultar determinada por la capacidad térmica de los conductores o del equipo terminal, por la caída del voltaje --que ocurre entre los extremos de envío y de recepción-- o por la separación angular máxima entre las fuentes de voltaje de los equivalentes en ambos extremos (márgen de estabilidad de estado estacionario). En sistemas eléctricos débiles, es raro encontrar líneas, aún cortas, cuya cargabilidad esté definida por la capacidad térmica de los conductores; en cambio, en sistemas robustos, es usual que las líneas cortas (80 km) estén limitadas por dicho factor.

2.4.1 Limitación térmica

El límite térmico está determinado por la máxima temperatura del conductor. La temperatura de éste afecta la flecha entre las torres y la pérdida de la resistencia a la tensión mecánica debido al recocimiento que puede sufrir si la temperatura es muy alta. Con ello podrían violarse las distancias a tierra permisibles, o bien podría excederse el límite de elasticidad del conductor, con lo cual ya no recuperaría su longitud original cuando se enfriara. La temperatura del conductor depende de la magnitud de la corriente y de su duración, así como de la temperatura ambiente, velocidad del viento y de las condiciones físicas en la superficie del conductor. Ya que este límite resulta de la producción de calor por las pérdidas óhmicas, la constante de tiempo térmica es de varios minutos; se puede hablar entonces de una capacidad o límite térmico de corto plazo y otra de largo plazo. Para líneas de extra alto voltaje en adelante, las consideraciones ambientales, tales como el efecto corona y los efectos de campos, obligan a que su diseño resulte en capacidades térmicas elevadas. La capacidad térmica cuando se tienen varios conductores por fase, en especial en los niveles de EHV y UHV, generalmente excede por un margen significativo los requerimientos del sistema para transferir potencia a través de una línea específica. En tales casos, el equipo terminal de la línea, tal como las trampas de onda, o el equipo de subestación presentan un límite térmico más restrictivo que la línea misma.

2.4.2 Caída de voltaje

La limitación de caída de voltaje es de suma importancia, sobretodo en sistemas eléctricos longitudinales; está íntimamente relacionada con la capacidad de suministro de reactivos en los extremos terminales de la línea [2,3,4]. Con base en el modelo simplificado de la figura 2.6, la caída de voltaje se define entre el nodo de envío V_E y el de recepción V_R :

$$CV = \frac{V_E - V_R}{V_R} \cdot 100 \quad (2.12)$$

y en consecuencia el voltaje límite del extremo de recepción (V_{RL}) en términos de CV:

$$V_{RL} = V_E \left[1 - \frac{CV}{100} \right] \quad (2.13)$$

El criterio usual es de permitir una caída de 5% la cual puede aparecer como muy estricta; sin embargo, es importante recordar que se está utilizando para estudios de planificación donde se tienen importantes incertidumbres en cuanto a la evolución de la oferta y la demanda futuras [14]. Sin embargo, se pueden realizar estudios paramétricos para cuantificar el aumento de cargabilidad al degradar, por ejemplo a un 7.5%, la caída de voltaje permisible.

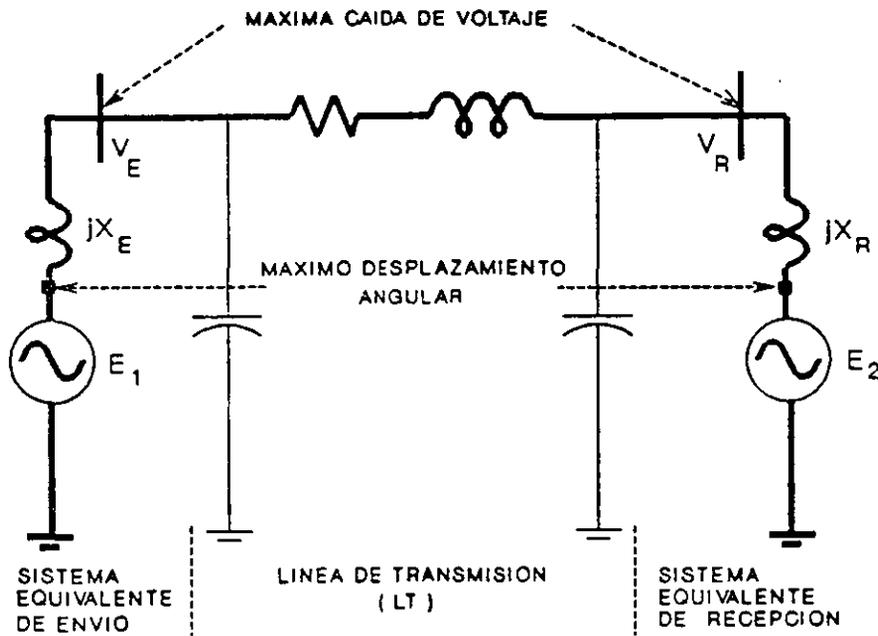


FIG. 2.6 MODELO PARA ANALISIS DE CARGABILIDAD EN LT.

2.4.3 Margen de estabilidad

La limitación de estabilidad se refiere al margen entre la potencia máxima ($P_{m\acute{a}x}$) y la potencia de operación permisible (P_{op}) (véase la figura 2.7). El ME se define en términos de $P_{m\acute{a}x}$ y P_{op} :

$$ME = \frac{P_{m\acute{a}x} - P_{op}}{P_{m\acute{a}x}} \cdot 100 \quad (2.14)$$

Este margen se selecciona para proporcionar un funcionamiento estable del sistema ante una variedad de contingencias que pueden provocar cambios de carga transitorios y de régimen permanente en la línea. Esos cambios pueden ser provocados por maniobras de apertura y cierre en líneas y transformadores, por cambios en el despacho de generación o por disturbios eléctricos, tales como fallas o pérdida de generación. El nivel del margen se basa en el juicio y en la experiencia de los sistemas existentes [7], así como en los criterios de planificación que se siguen, específicamente los referentes a la confiabilidad con que s

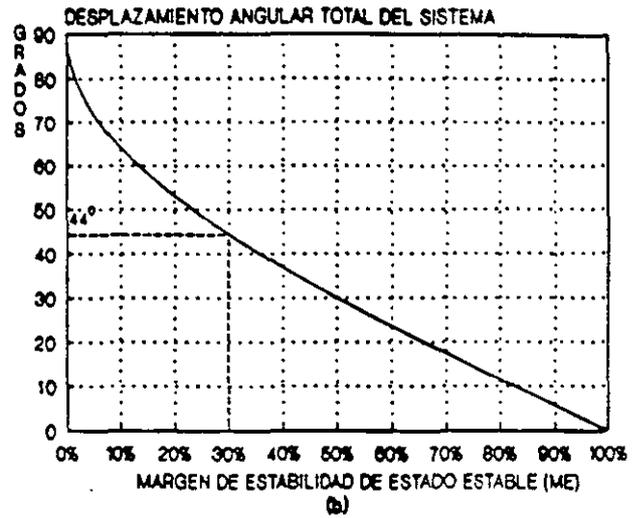
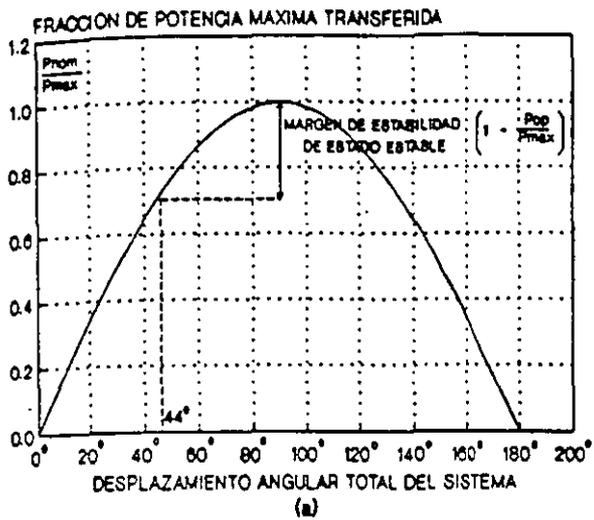


FIG. 2.7 A) CURVA DE ANGULO-POTENCIA.
B) CONVERSION DEL ME A DESPLAZAMIENTO ANGULAR.

planifican los sistemas [8]. Generalmente se utiliza un margen de 30% a 35% y, en relación con la ecuación (2.14) para un 35% (0.35 pu) de margen de estabilidad:

$$0.35 = 1 - \frac{P_{op}}{P_{m\acute{a}x}} ; \frac{P_{op}}{P_{m\acute{a}x}} = 0.65 \quad (2.15)$$

y considerando la simplificación de la línea sin pérdidas:

$$P_{op} = P_{m\acute{a}x} \text{sen}(\delta_E) ; \quad (2.16)$$

$$\delta_E = \text{sen}^{-1}(0.65) = 40^\circ$$

Para un valor de ME de 30%, el ángulo δ_E es igual a 44° (véase de nuevo la figura 2.7). Se debe destacar que la separación angular se refiere al sistema completo; esto es, desde la fuente de voltaje equivalente en el extremo receptor hasta la fuente de voltaje equivalente en el extremo de envío. Como puede observarse, se incluyen entre ambas fuentes de voltaje ideal la suma de las reactancias equivalentes de los sistemas extremos y la impedancia de la línea.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

CONCEPTOS DE CARGABILIDAD EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

**EXPOSITOR: ING. ARMANDO GRANDE GONZÁLEZ
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

CONCEPTOS DE CARGABILIDAD EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

ING. NAHUM ROMAN VARGAS
ÁREA DE CONTROL ORIENTAL
OCTUBRE DE 1993

PALACIO DE MINERÍA
MEXICO, D.F. A 9 DE SEPTIEMBRE DE 1997

TEMA EXPUESTO POR EL
ING. ARMANDO GRANDE GONZÁLEZ

CONCEPTOS DE CARGABILIDAD

INTRODUCCIÓN

La cargabilidad se define como la cantidad máxima de potencia eléctrica que se puede enviar a través de una línea de transmisión manteniendo sus condiciones normales de operación. El concepto más general sobre cargabilidad -o capacidad de transmisión- es el criterio del límite o capacidad térmica del conductor; sin embargo, existen otros algunos criterios restrictivos como la caída del voltaje y margen de estabilidad.

La cargabilidad de una línea de transmisión se puede analizar tanto en el ámbito de planificación como de operación de SEP. Para ello se utilizan curvas características correspondientes al comportamiento de las variables que dependen de la cantidad de potencia que se transfiere por la línea y valiéndose de un modelo adecuado -que tome en cuenta tanto las características de la línea como del SEP- para la cuantificación de cargabilidad.

Un análisis más detallado es el estudio de cargabilidad para sistemas eléctricos longitudinales (SEL) donde los niveles de cargabilidad están muy por debajo de las curvas estándar, y por lo cual no se pueden aplicar arbitrariamente curvas de cargabilidad de sistemas robustos al caso de SEL.

RESUMEN HISTÓRICO DE LA CARGABILIDAD

Debido al enorme crecimiento de la demanda en los centros de consumo de potencia eléctrica y la capacidad correspondiente de generación, se tiene como consecuencia que la energía sea transmitida en cantidades altamente considerables desde los lugares de generación (los mismos que por lo general se hallan ubicados a grandes distancias de los centros de consumo) a los centros de demanda (industriales o urbanos). Esta situación da lugar al problema de la transferencia de esta cantidad de potencia y de los criterios citados que se adoptan en el diseño y posterior operación de las líneas de transmisión. Se pueden mencionar los requerimientos citados por H.P. St. Clair en 1953 (6) :

- A) Incrementar la carga de las líneas existentes.
- B) La construcción de líneas ó circuitos nuevos que operen al voltaje existente.
- C) La superposición de voltajes más elevados en los sistemas existentes, con el fin de minimizar las pérdidas por transmisión.

Originalmente los conceptos sobre cargabilidad y comportamiento de las líneas de transmisión se efectuaron en base a los voltajes de las líneas que entonces estaban en operación. Entonces el estudio de cargabilidad de líneas de transmisión fue considerado por Clair en base a estos niveles de voltaje, y consideraciones prácticas sobre las restricciones de límite térmico, caída de voltaje y límite de estabilidad, así como la evaluación de la cargabilidad para diferentes longitudes de línea. Entonces con base a la experiencia sobre el comportamiento de las líneas se estableció un criterio práctico que citaba una referencia de 1 pu de SIL para una línea convencional de 330 kV, 300 millas, que opere a 60 Hertz; de tal manera que para esta carga la pérdida neta de potencia reactiva es igual a cero.

Sin embargo, para longitudes menores se supondría que el producto potencia-longitud se conservaría y, por ejemplo para una longitud de 50 millas se esperaría un punto de referencia de 6 SIL; sin embargo Clair justificó prácticamente que la pérdida de potencia reactiva y una corriente de línea resultaban bastante imprácticas además de que la cantidad de energía concentrada en tan poca longitud afectarían seriamente el servicio y la confiabilidad, así que el producto potencia-longitud debería reducirse progresivamente antes de las 300 millas, aunque la limitación por estabilidad no restringe la capacidad de transmisión porque si se considera que la línea es básicamente una reactancia y requiere que la diferencia angular entre el nodo de recepción y de envío sea tal que permita un flujo de energía en la línea y si tal reactancia se disminuye al disminuir la longitud, la capacidad de la

línea aparentemente se puede incrementar respetando el límite de estabilidad, pero no así se considera la pérdida de energía en la línea y el consumo de potencia reactiva. En base a consideraciones como las mencionadas, se sitúa otro punto de referencia para 50 millas: una carga de 3 pu de SIL.

Una vez establecidos los puntos de 50 y 300 millas, los puntos intermedios de la curva se determinaron considerando una reducción proporcional uniforme del producto potencia-longitud en el rango de 3 pu de SIL y 1 pu de SIL, hasta una longitud de 400 millas, en la que se estableció una carga de 0.8 pu de SIL por limitación de estabilidad. (Véase la figura 2.1a)

En 1967 el departamento de Planeación de la American Electric Power Service Corporation (AEP) hizo una revisión a la curva de Clair para líneas mayores de 330 kV, hasta el nivel reciente de 500 kV, ampliando la curva hasta 600 millas. La curva obtenida, básicamente igual a la de Clair, fue establecida a través de consideraciones prácticas, y como la curva de Clair, también ha sido ampliamente utilizada como guía de diseño para líneas de transmisión, apareciendo publicada en numerosos manuales (10) (Véase la figura 2.1b)

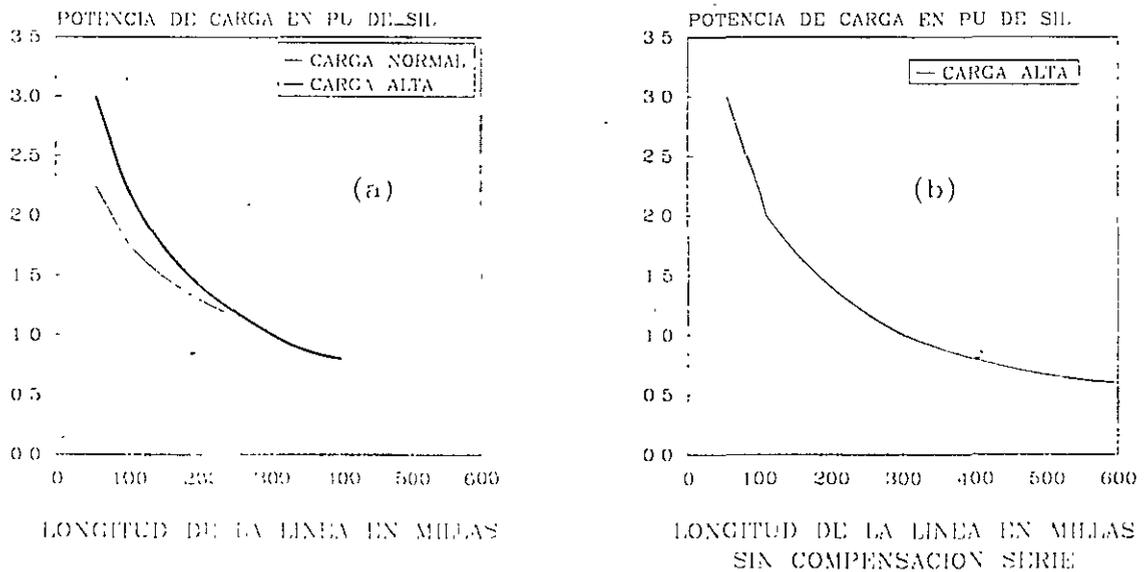


Fig. 2.1 Curvas de Cargabilidad:
(a) Clair (6); (b) Revisión - 1967

Más adelante, en 1979 de nuevo los ingenieros de la AEP justificaron analíticamente (mediante un programa digital) la curva de cargabilidad para niveles de tensión extra alto (EHV) para los niveles de tensión existentes entonces (765 kV) y futuras aplicaciones de nivel de tensión ultra alto (UHV) (3), incluyendo la base analítica para utilizar los criterios de cargabilidad, y demostrar la validez del modelo analítico aplicándolo a voltajes de transmisión de líneas existentes verificándolo con la curva de Clair, además de la extensión de las características de cargabilidad a los conceptos de líneas EHV y UHV incorporando las debidas suposiciones y criterios, con lo que se comprobó que para sistemas robustos se podría utilizar una curva de cargabilidad generalizada para todos los niveles de tensión (10).

DEDUCCIÓN ANALÍTICA DE LA TRANSFERENCIA DE POTENCIA Y LIMITE DE ESTABILIDAD

Para representar líneas de transmisión se emplean diversos modelos, de acuerdo a las consideraciones revisadas en el capítulo 1. Sin embargo, el empleo del circuito π -equivalente (Véase la figura 2.2) proporciona la solución exacta para cualquier longitud de línea. Los parámetros del circuito π -equivalente se determinan aplicando a los del π -nominal los factores de corrección F_1 y F_2 según las ecuaciones (1.42) y (1.46)

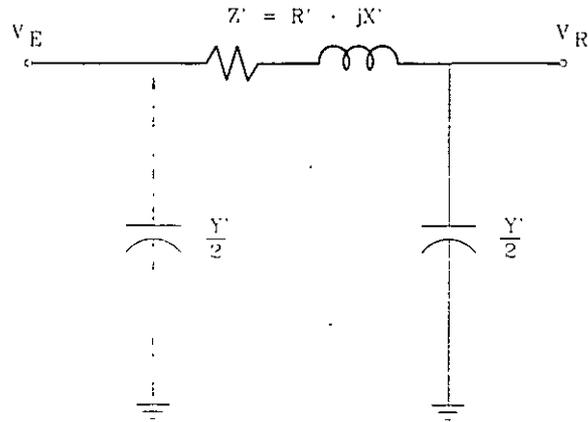


FIG. 2.2 CIRCUITO π -EQUIVALENTE
DE LA LÍNEA DE TRANSMISIÓN

Asimismo con los parámetros del circuito π -equivalente, las relaciones de voltaje y corriente en los extremos de envío y recepción de la LT corresponde a las siguientes expresiones:

$$V_L = \left(1 + \frac{Y'Z'}{2}\right)V_R + Z'I_R$$

$$I_L = Y'\left(1 + \frac{Y'Z'}{4}\right)V_R + \left(1 + \frac{Y'Z'}{2}\right)I_R$$

Aplicando la Ley de Kirchhoff de Voltajes (LKV) al circuito de la figura 2.2, la corriente de recepción es:

$$I_R = \frac{V_L - V_R}{Z'} - \frac{Y'}{2}V_R = \frac{V_L e^{-\alpha l} - V_R}{R' + jX'} - \frac{j\omega C' l}{2}V_R \quad (2.2)$$

En base a lo anterior, la potencia compleja entregada al extremo de recepción S_R está definida por la siguiente ecuación:

$$S_R = V_R I_R^* = V_R \left(\frac{V_E e^{j\delta_E} - V_R}{R + jX'} \right)^* + \frac{j\omega C'l}{2} V_R^2$$

$$S_R = \frac{V_E V_R e^{j\delta_E} - V_R^2}{R + jX} - \frac{V_R^2}{R + jX} + \frac{j\omega C'l}{2} V_R^2 \quad (2.3)$$

Se desarrolla la ecuación (2.3), considerando valores de admitancia en lugar de impedancia $(R' + jX')^{-1} = (G + jB)$, y la admitancia en paralelo ($Y' = j\omega C'l$) para separar en parte real e imaginaria:

$$S_R = P_R + jQ_R$$

$$P_R = V_E V_R (G \cos \delta_E - B \sin \delta_E) - V_R^2 G \quad (2.4)$$

$$Q_R = V_E V_R (B \cos \delta_E - G \sin \delta_E) + V_R^2 \left(\frac{Y'}{2} - B \right)$$

Para obtener una función simplificada en la transferencia de potencia activa, de la ecuación (2.4) en la fórmula de potencia activa se desprecia el valor de la resistencia (o de la conductancia en su caso) para obtener la ecuación de transferencia activa para el caso sin pérdidas:

$$P_R = \frac{V_E V_R}{X'} \sin \delta_E \quad (2.5)$$

El despreciar las pérdidas de potencia activa por transmisión hace que la potencia activa en el extremo de envío de la línea sea igual a la correspondiente en el extremo de recepción (esto es: $P_E = P_R$).

La ecuación (2.5) se representa gráficamente en la figura 2.3. Considerando que las magnitudes de voltaje se mantienen constantes, y el ángulo de fase δ_E varía de 0° a 90° , a medida de que la potencia real transmitida se incrementa. La máxima cantidad de potencia que la línea puede entregar (la cual ocurre cuando $\delta_E = 90^\circ$) está dada por:

$$P_{\max} = \frac{V_E V_R}{X'}$$

Donde P_{\max} representa el límite teórico de estabilidad de estado permanente para una línea sin pérdidas.

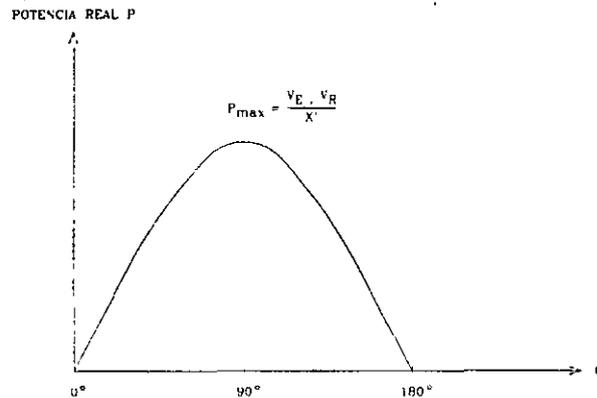


FIG. 2.3 POTENCIA REAL ENTREGADA POR UNA LT SIN PERDIDAS VS ÁNGULO DE VOLTAJE A TRAVÉS DE ESTA.

2.3 CARACTERÍSTICAS DE SISTEMAS ELÉCTRICOS LONGITUDINALES

El desarrollo de las curvas de cargabilidad descrito en el párrafo anterior se ha hecho invariablemente para estudio de sistemas robustos, donde las capacidades de corto circuito (CCC) son del orden de los 50 kA, lo que representa para un nivel de voltaje de 230 kV:

$$CCC = \sqrt{3}(230)(50) = 19.92 = 20[\text{GVA}]$$

En el caso de sistemas eléctricos longitudinales, los niveles de corto circuito se encuentran muy por debajo de estas cifras; por ejemplo en el sistema interconectado mexicano el mayor nivel de corto circuito en la red troncal de 400 kV es del orden de 15 GVA; con base a esto es preciso determinar la cargabilidad para líneas de transmisión en SEL y evaluar su sensibilidad ante variaciones del nivel de falla, el que, como se sabe, no es constante ya que depende del número de unidades generadoras sincronizadas y de la configuración de la red, los cuales varían a lo largo de un mismo día a medida de que varía la demanda del sistema. Otra característica que distingue a un SEL es la configuración poco mallada de su red, con las centrales generadoras conectando a cargas radiales lejanas.

Dado que los conceptos de cargabilidad expresados por H.P. St. Clair y el desarrollo analítico de Dunlop consideran que el sistema simplificado es robusto, las curvas que se publicaron por ellos no se deben aplicar arbitrariamente en el caso de sistemas longitudinales. Es necesario considerar niveles de CCC más realistas y exponer el impacto que tienen estos en la cargabilidad de una línea de transmisión.

La estructura de los sistemas eléctricos longitudinales está relacionada de manera directa con el desarrollo urbano e industrial, y por lo tanto la economía, de los países. En las ciudades capital se encuentra concentrada de 50% a 80% de la demanda total del país debido a la alta concentración de población y al consumo residencial predominante que ocurre de manera típica. Además, de las principales centrales generadoras, generalmente hidroeléctricas, están alejadas de los principales centros de consumo. Esta es una de las características distintivas de los sistemas eléctricos débiles o longitudinales.

Debido a la configuración descrita en el párrafo anterior, los SEL tienen pocas trayectorias en paralelo, y pocos y dispersos generadores. Esto resulta en impedancias equivalentes elevadas y definidas predominantemente por líneas y transformadores en serie. Asimismo, dicha característica provoca grandes variaciones en los valores de las reactancias equivalentes ante cambios topológicos en la red. Por ello es necesario que los estudios de cargabilidad se realicen para distintas condiciones de operación.

2.4 CARGABILIDAD EN PLANIFICACIÓN DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

La interpretación de la cargabilidad de una línea de transmisión real se puede simplificar al considerar en primer lugar el comportamiento de una línea de transmisión ideal (sin pérdidas). Para ello se introduce el concepto de impedancia característica sin pérdidas (revisada en el capítulo 1):

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.8)$$

Asimismo, el SIL (en pu) se calcula como el recíproco de la impedancia característica sin pérdidas; y la línea de transmisión ideal que alimente a una carga igual a esta impedancia mantiene un perfil plano de voltaje a lo largo de toda su longitud y en estas condiciones la inyección de potencia reactiva producida por la capacitancia propia de la línea de transmisión se mantiene en equilibrio con el consumo de reactivos de la reactancia serie. Esta es la razón de que el valor del SIL sea un punto de referencia para expresar la cargabilidad de una línea de transmisión.

Una forma aproximada para determinar la cargabilidad de líneas de transmisión en sistemas eléctricos robustos es expresar la X de líneas sin pérdidas en función de su longitud y emplear la ecuación (2.8):

$$P_R = \frac{V_E V_R}{Z_c \operatorname{sen}(\beta l)} \operatorname{sen} \delta_E \quad (2.9)$$

expresando la ecuación (2.9) en términos del SIL:

$$P_R = \frac{V_E}{V_{\text{nom}}} \frac{V_R}{V_{\text{nom}}} \frac{V_{\text{nom}}^2}{Z_c} \frac{\operatorname{sen}(\delta_E)}{\operatorname{sen}(\beta l)}$$

$$P_R = V_E V_R (\text{SIL}) \frac{\operatorname{sen}(\delta_E)}{\operatorname{sen}(\beta l)} \quad (2.10)$$

En la ecuación (2.10) las magnitudes de voltaje V_E y V_R están en pu. La constante de fase (β) se puede expresar en términos de longitud de onda (λ), que para 60 Hz es de 5000 km; $\beta = 2\pi / \lambda = 2\pi / 5000$, con lo cual se obtiene la ecuación (2.11):

$$P = V_E V_R (\text{SIL}) \frac{\operatorname{sen}(\delta_E)}{\operatorname{sen}(0.9972l)} \quad (2.11)$$

En la que el argumento está en grados eléctricos y l en km.

Para verificar analíticamente la curva de cargabilidad de una línea de transmisión, se considera que ésta une a dos sistemas aislados, uno de envío y otro de recepción los cuales se representan como equivalentes de Thévenin, también modelados en secuencia positiva [1.2.3]. (véase las figuras 2.4 y 2.5)

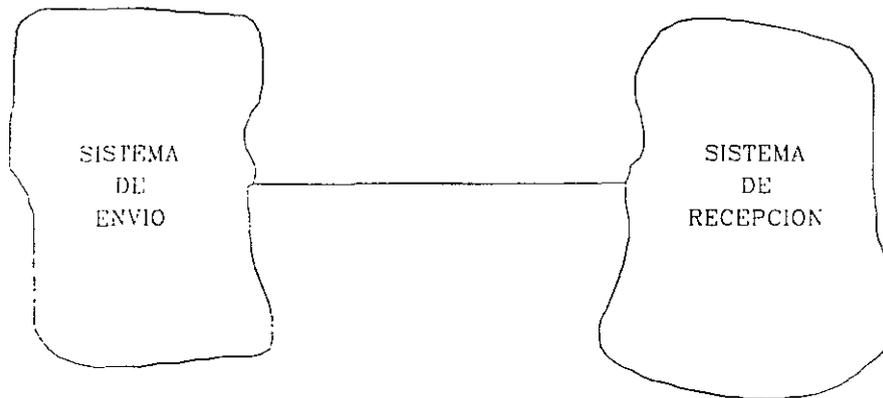


FIG. 2.4 SISTEMAS UNIDOS POR UNA LÍNEA

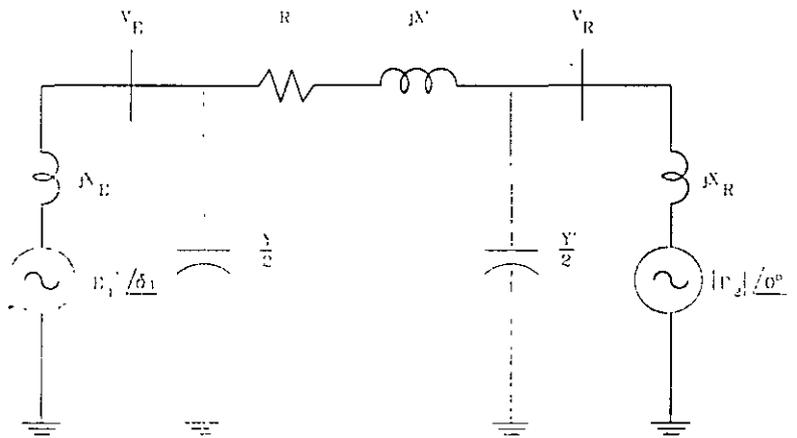


FIG. 2.5 EQUIVALENTE SIMPLIFICADO DE LOS SISTEMAS Y DE LA LÍNEA.

La cargabilidad de líneas de transmisión puede resultar determinada por la capacidad térmica de los conductores o del equipo terminal, por la caída del voltaje --que ocurre entre los extremos de envío y de recepción-- o por la separación angular máxima entre las fuentes de voltaje de los equivalentes en ambos extremos (margen de estabilidad de estado estacionario). En sistemas eléctricos débiles, es raro encontrar líneas, aún cortas, cuya cargabilidad esté definida por la capacidad térmica de los conductores; en cambio, en sistemas robustos, es usual que las líneas cortas (80 km) estén limitadas por dicho factor.

2.4.1 Limitación térmica

El límite térmico está determinado por la máxima temperatura del conductor. La temperatura de éste afecta la flecha entre las torres y la pérdida de la resistencia a la tensión mecánica debido al recocimiento que puede sufrir si la temperatura es muy alta. Con ello podrían violarse las distancias a tierra permisibles, o bien podría excederse el límite de elasticidad del conductor, con lo cual ya no recuperaría su longitud original cuando se enfriara. La temperatura del conductor depende de la magnitud de la corriente y de su duración, así como de la temperatura

ambiente, velocidad del viento y de las condiciones físicas en la superficie del conductor. Ya que este límite resulta de la producción de calor por las pérdidas óhmicas, la constante de tiempo térmica es de varios minutos; se puede hablar entonces de una capacidad o límite térmico de corto plazo y otra de largo plazo. Para líneas de extra alto voltaje en adelante, las consideraciones ambientales, tales como el efecto corona y los efectos de campos, obligan a que su diseño resulte en capacidades térmicas elevada. La capacidad térmica cuando se tienen varios conductores por fase, en especial en los niveles de EHV y UHV, generalmente excede por un margen significativo los requerimientos del sistema para transferir potencia a través de una línea específica. En tales casos, el equipo terminal de la línea, tal como las trampas de onda, o el equipo de subestación presentan un límite térmico más restrictivo que la línea misma.

2.4.2 Caída de voltaje

La limitación de caída de voltaje es de suma importancia, sobre todo en sistemas eléctricos longitudinales; está íntimamente relacionada con la capacidad de suministro de reactivos en los extremos terminales de la línea [2,3,4]. Con base en el modelo simplificado de la figura 2.6, la caída de voltaje se define entre el nodo de envío V_E y el de recepción V_R .

$$CV = \frac{V_E - V_R}{V_R} \times 100 \quad (2.12)$$

y en consecuencia el voltaje límite del extremo de recepción (V_{RL}) en términos de CV:

$$V_{RL} = V_E \left[1 - \frac{CV}{100} \right] \quad (2.13)$$

El criterio usual es de permitir una caída de 5% la cual puede aparecer como muy estricta: sin embargo, es importante recordar que se está utilizando para estudios de planificación donde se tienen importantes incertidumbres en cuanto a la evolución de la carga y la demanda futuras [14]. Sin embargo, se pueden realizar estudios paramétricos para planificar el aumento de cargabilidad y degradar, por ejemplo aun 7.5% la caída de voltaje permisible.

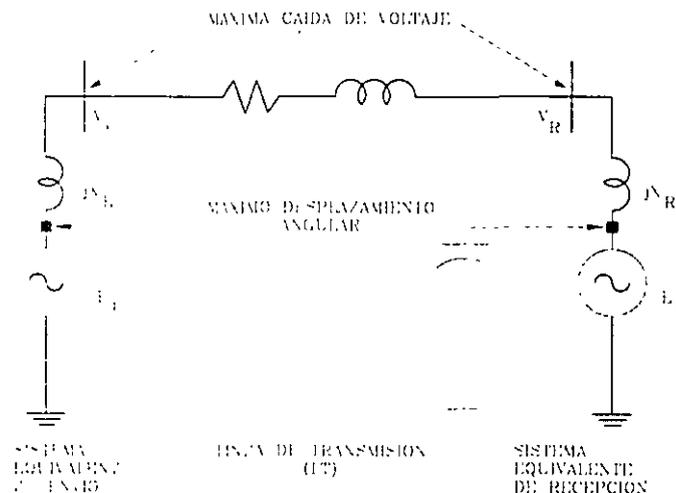


FIG. 2.6 MODELO PARA ANÁLISIS DE CARGABILIDAD EN LT.

2.4.3 Margen de Estabilidad

La limitación de estabilidad se refiere al margen entre la potencia máxima (P_{\max}) y la potencia de operación permisible (P_{op}) (véase la figura 2.7). El ME se define en términos de P_{\max} y P_{op} :

$$ME = \frac{P_{\max} - P_{op}}{P_{\max}} \times 100 \quad (2.14)$$

Este margen se selecciona para proporcionar un funcionamiento estable del sistema ante una variedad de contingencias que pueden provocar cambios de carga transitorios y de régimen permanente en la línea. Esos cambios pueden ser provocados por maniobras de apertura y cierre en líneas y transformadores, por cambios en el despacho de generación o por disturbios eléctricos, tales como fallas o pérdida de generación. El nivel del margen se basa en el juicio y en la experiencia de los sistemas existentes [7], así como en los criterios de planificación que se siguen, específicamente los referentes a la confiabilidad con que se planifican los sistemas [8].

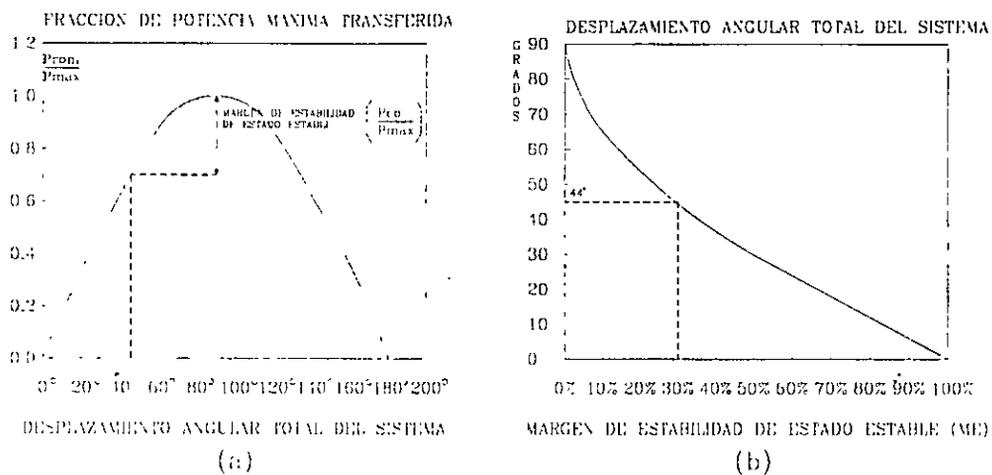


FIG. 2.7 A) CURVA DE ANGULO-POTENCIA,
B) CONVERSIÓN DEL ME A DESPLAZAMIENTO ANGULAR.

Generalmente se utiliza un margen de 30% a 35% y, en relación con la ecuación (2.14) para un 35% (0.35 pu) de margen de estabilidad:

$$0.35 = 1 - \frac{P_{op}}{P_{\max}}; \frac{P_{op}}{P_{\max}} = 0.65 \quad (2.15)$$

y considerando la simplificación de la línea sin pérdidas:

$$P_{op} = P_{\max} \text{sen}(\delta_L);$$

$$\delta_L = \text{sen}^{-1}(0.65) = 40^\circ \quad (2.16)$$

Para un valor de ME DE 30%, el ángulo δ_E es igual a 44° (véase de nuevo la figura 2.7). Se debe destacar que la separación angular se refiere al sistema completo; esto es, desde la fuente de voltaje equivalente en el extremo receptor hasta la fuente equivalente en el extremo de envío. Como puede observarse, se incluyen entre ambas fuentes de voltaje ideal la suma de las reactancias equivalentes de los sistemas extremos y la impedancia de la línea.

2.5 CARGABILIDAD EN OPERACIÓN DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

La metodología de curvas de cargabilidad --que tradicionalmente se ha circunscrito a planificación--, se puede aplicar para determinar curvas-guía para el personal de operación. Incluso sin disponer de una herramienta ad-doc para la obtención de curvas de cargabilidad, se pueden obtener curvas de voltaje-flujo (V-P) y de ángulo-flujo (δ - P) para líneas específicas, utilizando un programa de flujos de potencia. Es conveniente insistir en la importancia de considerar en tales estudios la capacidad efectiva del suministro de reactivos de las fuentes de voltaje de Thévenin en ambos extremos. Asimismo, y en caso de líneas sujetas a flujos de potencia en ambas direcciones, se debe obtener curvas para cada dirección.

Ya que como se señaló antes, el nivel de falla en SEL varía de manera considerable a lo largo del día, ocasionando que también cambie la cargabilidad de las líneas de transmisión; por lo tanto, es necesario evaluarla para las distintas condiciones de operación.

En el caso de una línea con una red de transmisión en paralelo, se debe analizar la cargabilidad de la línea con y sin la trayectoria en paralelo. Además, se necesita determinar el margen de estabilidad de estado estable, en función del flujo a través de la línea, con y sin dicha trayectoria.

Es importante destacar que en estudio de cargabilidad en el ámbito de operación resulta determinante incluir los límites de reactivos en ambos extremos, especialmente en el caso de SEL. Adicionalmente, en los estudios de cargabilidad en operación, es necesario evaluar el impacto de contingencias, con atención especial al efecto que dichas contingencias tengan sobre el soporte de voltaje (suministro de reactivos).

Para efectuar estudios de cargabilidad en el ámbito de operación se agregó en el programa digital (desarrollado en esta tesis) una subrutina de solución de flujos de potencia. El procedimiento para obtener las evaluaciones de cargabilidad en el ámbito de operación se muestra en la figura 2.8

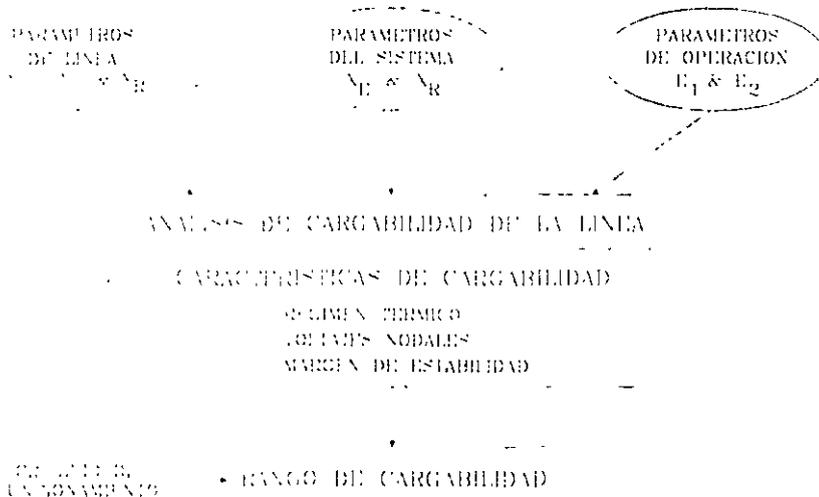


FIG. 2.8 PROCEDIMIENTO PARA OBTENER LA CARGABILIDAD DE UNA LÍNEA DE TRANSMISIÓN EN EL ÁMBITO DE OPERACIÓN.

En los parámetros de la línea se distinguen las admitancias de envío y recepción (Y_E y Y_R) para permitir la conexión de reactores, cuya susceptancia se restaría de la de la línea. El programa permite cuantificar la cargabilidad para cada factor limitante:

- a) Régimen térmico;
- b) Caída de voltaje,
- c) Margen de estabilidad, y
- d) Suministro de potencia reactiva de las fuentes equivalentes de envío y recepción.

Debido a que la herramienta está enfocada a servir como apoyo de los operadores, es necesario simular las condiciones reales de la operación del sistema en condiciones de carga máxima. Con esas condiciones se obtiene un caso base de flujos representativo de carga alta. Los estudios de cargabilidad reflejan una especie de extrapolación para un rango de operación sin tener que efectuar múltiples corridas de flujo. El caso base de flujos sirve para determinar los voltajes atrás de las reactancias equivalentes en Thévenin. Para presentar de manera más objetiva los resultados de las características de cargabilidad en operación [5], el comportamiento de las tres limitantes se presentan de manera gráfica.

Se debe subrayar que al integrar en el modelo de cargabilidad de operación los parámetros de la línea, los del sistema y las características de operación, se describe una línea específica en un lugar específico y bajo condiciones de operación específicas.

En general, los análisis de cargabilidad producen resultados optimistas (cargabilidad más alta) que con corridas rigurosas de flujos de potencia. Esto se debe a que los equivalentes de Thévenin utilizados en el modelo de cargabilidad se suponen fijo para un rango amplio de niveles de carga. Como se sabe, en sistemas débiles las variaciones de carga y, por lo tanto, de distribución de generación afectan notablemente las suposiciones que se utilizan en los análisis de cargabilidad. Se podrían evaluar las curvas para distintas condiciones de operación representativas del sistema.

Generalmente interesa evaluar la cargabilidad para condiciones de carga alta en el sistema; incluso en tales condiciones de carga, muchas veces se desea determinar la cargabilidad del sistema de transmisión después de contingencias. Por estas razones, es de suma importancia que el caso base de flujos sea representativo del rango de condiciones de operación prevaletes en el sistema eléctrico: distribución de la generación, nivel de la demanda y configuración de la red. Con una selección adecuada del caso base de flujos se logrará mejor precisión en los cálculos de cargabilidad.

Los análisis de cargabilidad en el ámbito de operación permiten detectar el factor más restrictivo. Con una corrida de flujos sencilla se podría concluir, de manera errónea, que falta compensación reactiva cuando el problema real fuera que ya se está llegando al límite de estabilidad de estado estacionario. Otra característica atractiva de este tipo de cálculos de cargabilidad es que permite obtener soluciones aproximadas a casos de difícil convergencia.

Los conceptos de cargabilidad juegan un papel importante en estudios de seguridad y de planeamiento operativos. Dichos estudios son particularmente adecuados para evaluar los efectos de cambios en el sistema y para identificar factores limitantes a la operación del sistema de transmisión. Ambos detalles son necesarios para planificar los refuerzos a la transmisión. El pago inicial para dichos refuerzos sería identificar las limitaciones existentes.

CAPITULO 3 MANUALES TÉCNICO, DEL USUARIO Y DEL PROGRAMADOR

3.1 DEDUCCIÓN ANALÍTICA DE LA CURVA DE CARGABILIDAD (MANUAL TÉCNICO)

3.1.1 Estudio de planificación

En esta sección, se plantea el modelo matemático y se deducen las ecuaciones para el cálculo de cargabilidad en los ámbitos de planificación y operación, empleando una metodología basada en el análisis de las ecuaciones de flujos de potencia.

A continuación se presenta la secuencia de la herramienta computacional desarrollada para determinar las curvas de cargabilidad en el ámbito de planificación:

i).- Nomenclatura de los datos de entrada

- $r + jx$: Resistencia e inductancia por unidad de longitud (Ohms/km).
- jb : susceptancia por unidad de longitud (Siemens/km).
- CCC: Capacidad de corto circuito del extremo de envío y de recepción (MVA).
- V_B : Voltaje base en kV y P_B : potencia base en MVA del sistema.
- V_E : Voltaje en el extremo de envío de la LT y E_R : voltaje del generador equivalente de recepción en pu.
- Criterios restrictivos de cargabilidad: CV: Caída de voltaje en el extremo de recepción de la LT y ME: margen de estabilidad del sistema; ambos en porcentaje.
- $l_i, l_f, \Delta l$: Longitud inicial, final e incremental para el estudio; todas en km.

En el caso de realizar el estudio de crecimiento en lugar de la curva de Clair, se considera una longitud fija l (en km), y se especifican $CCC_i, CCC_f, \Delta CCC$: la capacidad de corto circuito inicial, final e incremental, todas en GVA.

- Restricciones para la solución del sistema no lineal: TL: Tolerancia en pu, MI: máximo de iteraciones.

ii).- Cálculo de parámetros de la línea y del sistema

-La impedancia base (Ohms) y admitancia base (Siemens) del sistema se determinan a partir del valor del voltaje y de la potencia base:

$$Z_B = \frac{V_B^2}{P_B}$$

$$Y_B = \frac{1}{Z_B} \quad (3.1)$$

-Las reactancias equivalentes de Thévenin de envío y de recepción (ambas en pu) se calculan como el inverso de los niveles de falla, referidas a la potencia base:

$$X_E = \frac{P_B}{CCC_E}; X_R = \frac{P_B}{CCC_R} \quad (3.2)$$

-El ángulo límite de margen de estabilidad (en grados) y el voltaje mínimo en el extremo de recepción (en pu) de la LT se determinan en base a los criterios restrictivos de ME y CV respectivamente:

$$\delta_{IL} = \text{sen}^{-1}\left(1 - \frac{ME}{100}\right) \quad (3.3)$$

$$V_{RL} = V_E \left(1 - \frac{CV}{100}\right)$$

-La constante de propagación γ (m^{-1}), la impedancia característica Z_C (Ohms) y el SIL (MW) dependen de los parámetros de la LT:

$$\gamma = \sqrt{zy}$$

$$Z_C = \sqrt{\frac{z}{y}} \quad (3.4)$$

$$\text{SIL} = \frac{V_B^2}{Z_c}$$

-Se considera como referencia angular de 0° el generador equivalente de recepción. El estudio comienza con la longitud inicial (haciendo $l = l_i$) en el caso del estudio de planificación, y con la capacidad de corto circuito inicial (haciendo $CCC = CCC_i$) para el caso del estudio del crecimiento. Las magnitudes de las variables de voltaje se expresan en pu; y las variables angulares en radianes.

iii).- Comienza el análisis para la longitud actual

-En función del valor de la longitud actual (l o para el nivel de falla actual en el caso del estudio de crecimiento), se convierten los parámetros del circuito π -nominal al π -equivalente mediante los factores de corrección F_1 y F_2 analizados en el capítulo. 1:

$$Z^1 = Z F_1$$

$$\frac{Y^1}{2} = \frac{Y}{2} F_2$$

donde:
$$F_1 = \left(\frac{\sinh(y'l)}{y'l} \right) \quad (3.5)$$

$$F_2 = \left(\frac{\tanh\left(\frac{y'l}{2}\right)}{\frac{y'l}{2}} \right)$$

- Con los valores de Z' y $Y'/2$, así como X_E y X_R (todos en pu) se determina por inspección la matriz de admitancias nodal:

$$Y_{ij} = G_{ij} + jB_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1,4 \\ i = 1,4 \end{matrix} \quad (3.6)$$

iv).- Ciclo central de solución

- La formulación del algoritmo central de solución para los estudios de planificación y de crecimiento se basa en considerar que no existe inyección de potencia en los extremos de la LT (la potencia neta es igual a cero):

$$\begin{aligned} P_E - jQ_E &= 0 + j0 \\ P_R - jQ_R &= 0 + j0 \end{aligned} \quad (3.7)$$

El proceso iterativo de solución se inicia con el número de iteraciones igual a cero ($i = 0$).

iv.1).- Solución de la red para la restricción CV

Se determina la solución de la red simplificada (voltajes y ángulos) cuando la magnitud del voltaje de recepción de LT (V_R) es igual al voltaje límite (V_{RL}); En este caso, las incógnitas del sistema son las siguientes:

- Magnitud del voltaje del generador equivalente de envío (E_1).
- Ángulo del voltaje del generador equivalente de envío (δ_1).
- Ángulo del voltaje del nodo del extremo de envío de la LT (δ_E).
- Ángulo del voltaje del nodo del extremo de recepción de la LT (δ_R).

Las variables conocidas para la solución de la restricción CV son:

- Magnitud del voltaje del extremo de envío de la LT (V_E)
- Magnitud del voltaje del extremo de recepción de la LT (V_R)
- Magnitud del voltaje del generador equivalente de recepción de la LT (E_2)

iv.1.1).- Se propone una solución inicial para las variables de estado

$$E_1^i, \delta_1^i, \delta_E^i, \delta_R^i \quad (3.8)$$

iv.1.2).- En base a las ecuaciones de flujos de potencia (3.20) (cuya deducción se incluye en el apéndice) se calculan las potencias nodales en los extremos de la LT en las ecuaciones (3.7), empleando los valores de la solución inicial y las variables conocidas en iv.1):

$$\begin{bmatrix} P_E^i \\ P_R^i \\ Q_E^i \\ Q_R^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{pE}(\cdot) \\ f_{pR}(\cdot) \\ f_{qE}(\cdot) \\ f_{qR}(\cdot) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

iv.1.3).- Se calcula la diferencia entre los valores especificados en (3.7) y los valores calculados mediante (3.9)

$$\begin{bmatrix} \Delta P_E^i \\ \Delta P_R^i \\ \Delta Q_E^i \\ \Delta Q_R^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_E - P_E^i \\ P_R - P_R^i \\ Q_E - Q_E^i \\ Q_R - Q_R^i \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

iv.1.4).- Si la mayor desviación de todos los elementos del vector de la ecuación (3.10) es menor que la tolerancia especificada (TL), la solución de las incógnitas de la restricción CV corresponde al valor actual de éstas. Se transfiere la continuación del algoritmo al inciso iv.2).

iv.1.5).- Si no se verifica la condición del inciso anterior, se aplica la linealización a las ecuaciones (3.7) considerando la expansión de series de Taylor (despreciando los términos de orden mayor) con respecto a las incógnitas expresadas en iv.1) para formar y resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial P_E}{\partial E_1} & \frac{\partial P_E}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_E}{\partial \delta_E} & \frac{\partial P_E}{\partial \delta_R} \\ \frac{\partial P_R}{\partial E_1} & \frac{\partial P_R}{\partial \delta_1} & \frac{\partial P_R}{\partial \delta_E} & \frac{\partial P_R}{\partial \delta_R} \\ \frac{\partial Q_E}{\partial E_1} & \frac{\partial Q_E}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_E}{\partial \delta_E} & \frac{\partial Q_E}{\partial \delta_R} \\ \frac{\partial Q_R}{\partial E_1} & \frac{\partial Q_R}{\partial \delta_1} & \frac{\partial Q_R}{\partial \delta_E} & \frac{\partial Q_R}{\partial \delta_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta E_1^i \\ \Delta \delta_1^i \\ \Delta \delta_E^i \\ \Delta \delta_R^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_E - P_E^i \\ P_R - P_R^i \\ Q_E - Q_E^i \\ Q_R - Q_R^i \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

iv.1.6).- Actualizar los valores de las variables de estado con los incrementos calculados de la solución del sistema de ecuaciones (3.11) por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} E_1^{i+1} &= E_1^i + \Delta E_1^i \\ \delta_1^{i+1} &= \delta_1^i + \Delta \delta_1^i \\ \delta_E^{i+1} &= \delta_E^i + \Delta \delta_E^i \\ \delta_R^{i+1} &= \delta_R^i + \Delta \delta_R^i \end{aligned} \quad (3.12)$$

Al actualizar el valor de las variables de estado, se incrementa en uno el número de iteraciones ($i=i+1$). Si el número de iteraciones es igual al máximo (MI), el método no converge (no se encontró solución) para la restricción CV en el valor de la longitud actual. Se transfiere la continuación del algoritmo al inciso iv.2).

iv.1.7).- Si el número de iteraciones es menor al máximo (MI), se continúa con el inciso iv.1.2) con la solución actualizada en las ecuaciones (3.12).

iv.2).- Solución de la red para la restricción ME.

Se determina la solución de la red simplificada (voltajes y ángulos) cuando la magnitud de la separación angular del sistema (δ_1) es igual al ángulo límite (δ_H); En este caso, las incógnitas del sistema son las siguientes:

- Magnitud del voltaje del generador equivalente de envío (E_1).
- Magnitud del voltaje del extremo de recepción de la LT (V_R)
- Ángulo del voltaje nodal del extremo de envío de la LT (δ_L).
- Ángulo del voltaje nodal del extremo de recepción de la LT (δ_R).

Las variables conocida para la solución de la restricción ME son:

- Magnitud del voltaje del extremo de envío de la LT (V_E)
- Magnitud del ángulo del generador equivalente de envío de la LT (δ_1).
- Magnitud del voltaje del generador equivalente de recepción (E_2).

iv.2.1).- Se propone una solución inicial para las variables de estado:

$$\mathbf{E}_1^i, \mathbf{V}_R^i, \delta_E^i, \delta_R^i \quad (3.13)$$

iv.2.2).- Se repite la evaluación para las potencias nodales en los extremos de la LT con las ecuaciones (3.9) por medio de las ecuaciones (3.20), empleando los valores de la solución inicial y las variables conocidas en iv.2)

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}_E^i \\ \mathbf{P}_R^i \\ \mathbf{Q}_E^i \\ \mathbf{Q}_R^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{pE(\cdot)} \\ f_{pR(\cdot)} \\ f_{qE(\cdot)} \\ f_{qR(\cdot)} \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

iv.2.3).- Se calcula la diferencia entre los valores especificados en (3.7) y los valores calculados en iv.2.2):

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P}_E^i \\ \Delta \mathbf{P}_R^i \\ \Delta \mathbf{Q}_E^i \\ \Delta \mathbf{Q}_R^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_E - \mathbf{P}_E^i \\ \mathbf{P}_R - \mathbf{P}_R^i \\ \mathbf{Q}_E - \mathbf{Q}_E^i \\ \mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_R^i \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

iv.2.4).- Si la mayor desviación de todos los elementos del vector de la ecuación (3.10) es menor que la tolerancia especificada (TL), la solución de las incógnitas de la restricción ME corresponde al valor actual en éstas. Se transfiere entonces la continuación del algoritmo al inciso v).

iv.2.5).- Si no se verifica la condición en el inciso anterior, se aplica la linealización a las ecuaciones (3.7) con respecto a las incógnitas expresadas en iv.2) para formar y resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \mathbf{P}_E}{\partial \mathbf{E}_1} & \frac{\partial \mathbf{P}_E}{\partial \mathbf{V}_R} & \frac{\partial \mathbf{P}_E}{\partial \delta_E} & \frac{\partial \mathbf{P}_E}{\partial \delta_R} \\ \frac{\partial \mathbf{P}_R}{\partial \mathbf{E}_1} & \frac{\partial \mathbf{P}_R}{\partial \mathbf{V}_R} & \frac{\partial \mathbf{P}_R}{\partial \delta_E} & \frac{\partial \mathbf{P}_R}{\partial \delta_R} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}_E}{\partial \mathbf{E}_1} & \frac{\partial \mathbf{Q}_E}{\partial \mathbf{V}_R} & \frac{\partial \mathbf{Q}_E}{\partial \delta_E} & \frac{\partial \mathbf{Q}_E}{\partial \delta_R} \\ \frac{\partial \mathbf{Q}_R}{\partial \mathbf{E}_1} & \frac{\partial \mathbf{Q}_R}{\partial \mathbf{V}_R} & \frac{\partial \mathbf{Q}_R}{\partial \delta_E} & \frac{\partial \mathbf{Q}_R}{\partial \delta_R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{E}_1 \\ \Delta \mathbf{V}_R \\ \Delta \delta_E \\ \Delta \delta_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_E - \mathbf{P}_E^i \\ \mathbf{P}_R - \mathbf{P}_R^i \\ \mathbf{Q}_E - \mathbf{Q}_E^i \\ \mathbf{Q}_R - \mathbf{Q}_R^i \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

iv.2.6).- Actualizar los valores de las variables de estado con los incrementos calculados de la solución del sistema de ecuaciones (3.14) por medio de las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} E_1^{i+1} &= E_1^i + \Delta E_1^i \\ V_R^{i+1} &= V_R^i + \Delta V_R^i \\ \delta_E^{i+1} &= \delta_E^i + \Delta \delta_E^i \\ \delta_R^{i+1} &= \delta_R^i + \Delta \delta_R^i \end{aligned} \quad (3.15)$$

Al actualizar el valor de las variables de estado, se incrementa en uno el número de iteraciones ($i=i+1$). Si el número de iteraciones es igual al máximo (MI), el método no converge (no se encontró solución) para la restricción ME en el valor de la longitud actual. Se transfiere la continuación del algoritmo al inciso v).

iv.2.7.) Si el número de iteraciones es menor al máximo (MI) se continúa con el inciso iv.2.2) con la solución actualizada en las ecuaciones (3.15).

v).- Solución de la red y cálculo de cargabilidad

v.1).-En los casos en donde el método converge a una solución para las restricciones CV y ME, se determina cual de ellas satisface simultáneamente las dos restricciones de cargabilidad:

$$\begin{aligned} \delta_1 &\leq \delta_{IL} \\ V_R &\leq V_{RL} \end{aligned} \quad (3.16)$$

v.2).-Para la restricción predominante, se resuelve la red eléctrica para determinar los flujos de potencia mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} P_{ii} &= V_i [V_i G_{ii} - V_j Y_{ij} \cos(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})] \\ Q_{ii} &= -V_i [V_i (B_{ii} + B_{i0}) + V_j Y_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \theta_{ij})] \end{aligned} \quad (3.17)$$

v.3).- La evaluación de las ecuaciones (3.20), con la solución de los voltajes y ángulos nodales permite calcular las inyecciones de potencia activa y reactiva del generador equivalente de envío (nodo compensador) E_1 , así como del suministro de potencia reactiva del generador equivalente de recepción E_2 .

v.4).- La cargabilidad de la línea de transmisión se puede referir ya sea a la potencia en el extremo de envío o en extremo de recepción. Esta consideración es convencional. Como se mencionó en el inciso ii) la referencia angular se establece en E_2 . Con base en estas consideraciones, la potencia en recepción se puede expresar como el flujo entre el nodo del extremo de recepción de la LT y el nodo del generador equivalente de recepción en términos del SIL:

$$P_{R2} = \frac{V_R E_2}{SIL X_R} \text{sen}(\delta_R) \quad (3.18)$$

- v.5).- Se incrementa la longitud l en Δl . Si la nueva longitud l es menor o igual a la total lf , se continúa con la actividad del inciso iii). Si no se cumple esta condición, el estudio de planificación termina. Cuando la opción del estudio elegido es crecimiento, se incrementa el nivel de falla CCC en ΔCCC , y de la misma forma se continúa con el inciso iii) mientras la CCC sea menor o igual a la $CCCf$. Al volver al inciso iii), los valores iniciales pueden ser comenzados con la solución de voltajes y ángulos de la longitud anterior para que el método iterativo converja en un menor número de iteraciones.

3.1.2 Estudio de Operación

Para el análisis de cargabilidad de una LT en operación, se aplican los mismos conceptos que en el estudio de planificación, pero realizando evaluaciones más precisas, especialmente en lo referente al comportamiento de la potencia reactiva. Para ello, se requiere especificar una línea y parámetros del sistema, determinando las curvas de comportamiento de los diferentes indicadores que reflejan el desempeño de la LT expresados en función de la potencia que ésta transmite. A diferencia del análisis en el ámbito de planificación, el modelo matemático para el estudio de operación requiere resolver la red simplificada para este caso mediante corridas de flujos de potencia. (La deducción del modelo para el estudio de flujos de potencia del método desacoplado rápido en el estudio de cargabilidad se incluye en el apéndice). La aplicación de este modelo también resulta útil para verificar la solución obtenida en el algoritmo desarrollado en el estudio de planificación, y en consecuencia para verificar la certeza de la solución comparando con programas de explotación para análisis de flujos de potencia.

La secuencia del algoritmo para el estudio de cargabilidad en operación es la siguiente:

- i).- Nomenclatura de los datos de entrada

Al igual que en el estudio de planificación, se requieren especificar los siguientes datos: La impedancia y la susceptancia por unidad de longitud, el voltaje y la potencia base, las capacidades de corto circuito en envío y recepción, los criterios restrictivos de CV y ME, el factor de potencia de la carga, la tolerancia y máximo de iteraciones. Adicionalmente los siguientes valores:

- E_E : Voltaje en el generador del equivalente de envío (pu)
- E_R : Voltaje del generador equivalente de recepción (pu)
- $P_i, P_f, \Delta P$: Potencia de carga inicial, final e incremental para el estudio, todas en MW.
- Q_{max}, Q_{min} : Limite superior e inferior de suministro de potencia reactiva del generador equivalente de recepción, ambos en MVar.
- Y_{PI}, Y_{PR} : Valor del elemento de compensación de potencia reactiva en derivación (tanto inductiva como capacitiva) para el extremo de envío y de recepción de la LT, ambos en MVar.

ii).- Cálculo de parámetros de la línea y del sistema

Al igual que en el estudio de planificación (3.1.1), en los datos de la línea del inciso i), se obtienen los parámetros señalados en el inciso ii); la referencia angular del sistema es el nodo del generador equivalente de envío ($\delta_1 = 0^\circ$); por medio de las ecuaciones (3.5) se determinan los parámetros (Z' , y $Y'/2$) del circuito π -equivalente para la longitud de la línea, y por medio de (3.6) con las reactancias terminales X_E y X_R se determina la matriz de admitancias nodal. Si existen elementos en derivación en el extremo de envío y/o de recepción, estos se incluyen en la matriz de admitancias nodal como:

$$\begin{aligned} Y_{PE(pu)} &= \frac{Y_{PE}}{P_B} \\ Y_{PR(pu)} &= \frac{Y_{PR}}{P_B} \end{aligned} \quad (3.19)$$

El estudio comienza con la potencia inicial ($P = P_i$). Así como en el estudio de planificación, las magnitudes de las variables de voltaje se expresan en pu; y las variables angulares en radianes:

En base a la clasificación de nodos para un sistema de potencia, aplicándolo al modelo de estudio para cargabilidad, se tienen dos nodos de generación: El nodo del generador equivalente de envío (el cual por ser la referencia del sistema, se considera como el nodo compensador) y el generador equivalente de recepción. En este último la potencia activa de generación es cero ($P_g = 0$). La carga del sistema se modela en el nodo interno del equivalente de recepción. Los extremos de la línea de transmisión se modelan como nodos de carga (con inyección cero de potencia). De la representación de la red eléctrica formada (matriz de admitancias nodal) se formulan las ecuaciones de flujos de potencia:

$$\begin{aligned} P_i &= \sum_{k=1}^4 [G_{ik} V_k \cos \delta_{ik} + B_{ik} V_k \sin \delta_{ik}] \\ Q_i &= \sum_{k=1}^4 [G_{ik} V_k \sin \delta_{ik} - B_{ik} V_k \cos \delta_{ik}] \end{aligned} \quad (3.20)$$

Las incógnitas del sistema son las siguientes:

- Ángulo del generador equivalente de recepción (δ_2).
- Ángulo de los extremos de envío y recepción de la línea de transmisión (δ_L, δ_R)
- Voltajes de los extremos de envío y recepción de la línea de transmisión (V_E, V_R)

En base a lo anterior, y aplicando la linealización (por medio de series de Taylor) y la simplificación del método desacoplado rápido (11) a las ecuaciones (3.20), se formulan los siguientes modelos lineales; uno de potencia reactiva (véase su deducción en el apéndice):

$$\begin{bmatrix} \Delta P_E / V_E \\ \Delta P_R / V_R \\ \Delta P_2 / E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B'_{EE} & B'_{ER} & 0 \\ B'_{RE} & B'_{RR} & B'_{R2} \\ 0 & B'_{2R} & B'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_E \\ \Delta \delta_R \\ \Delta \delta_2 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_E / V_E \\ \Delta Q_R / V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B''_{EE} & B''_{ER} \\ B''_{RE} & B''_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_E \\ \Delta V_R \end{bmatrix}$$

Si en el proceso de solución se rebasa algún límite de generación de potencia reactiva en el generador equivalente de recepción, entonces el nodo de este generador se convierte del tipo PV al tipo PQ; siendo ahora la incógnita del valor del voltaje, por lo cual se emplea el siguiente modelo para la potencia reactiva:

$$\begin{bmatrix} \Delta Q_E / V_E \\ \Delta Q_R / V_R \\ \Delta Q_2 / E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B''_{EE} & B''_{ER} & 0 \\ B''_{RE} & B''_{RR} & B''_{R2} \\ 0 & B''_{2R} & B''_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_E \\ \Delta V_R \\ \Delta E_2 \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

Los modelos de potencia activa y reactiva se triangularizan aplicando el método por descomposición LU, dado que la topología del sistema no depende de los incrementos de carga en la red.

iii).- Se resuelve la red para la potencia de carga actual

Con el valor de potencia de carga, se resuelven en forma recursiva los dos modelos de potencia activa (revisando los límites de potencia reactiva en el generador equivalente de recepción), actualizando las variables de estado en la iteración i :

$$\begin{aligned} \delta_L^{i+1} &= \delta_E^i + \Delta \delta_E^i \\ \delta_R^{i+1} &= \delta_R^i + \Delta \delta_R^i \\ \delta_R^{i+1} &= \delta_2^i + \Delta \delta_2^i \\ V_L^{i+1} &= V_E^i + \Delta V_E^i \\ V_R^{i+1} &= V_R^i + \Delta V_R^i \end{aligned} \quad (3.24)$$

Durante el proceso iterativo se verifica la convergencia de la solución para ambos modelos; cuando la solución converge en ambos se determinan los flujos de potencia activa y reactiva de la red mediante las ecuaciones (3.17) y las inyecciones de potencia activa y reactiva mediante las ecuaciones (3.20)

iv).- Reportar el resultado del estudio de flujos

Después de efectuar el estudio anterior, se reporta el resultado del estudio de flujos como se indica en el apartado 3.2. Posteriormente se incrementa la potencia de carga, repitiéndose el inciso iii), a menos de que el método ya no converja a una solución o se termine con el último monto de carga, con lo cual se termina el estudio de operación.

3.1.3 Estudio de Comportamiento P-Q

La finalidad de este estudio es observar cómo se comporta la potencia reactiva de la LT al variar la potencia de carga del sistema y los voltajes de envío y recepción. En base a esta consideración, se tiene un circuito de dos nodos; el de envío y el de recepción. Se tienen fuente de voltaje conectadas en cada extremo de la línea, con las cuales se controla el voltaje respectivo. A partir de los parámetros de la línea, y de las restricciones del caso, se resuelve el sistema de dos nodos (que al conocer el voltaje en los dos nodos, la solución proporciona el ángulo entre las fuentes para cada valor de carga) y se determinan los flujos de potencia activa y reactiva. El modelo para el estudio de comportamiento P-Q se deriva del empleado para el estudio de operación, considerando que los extremos de la línea son nodos de voltaje controlado. Por esta razón, el modelo se obtiene eliminando los equivalentes de Thévenin; y ahora, para cada incremento de potencia la incógnita es la diferencia angular del sistema.



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

**EXPOSITOR: ING. ARTURO MORALES COLLANTES
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

2.4. LINEAS DE TRANSMISIÓN

2.4.1. INTRODUCCIÓN

Las líneas de transmisión son esenciales por los siguientes dos propósitos:

1. Para transportar la energía eléctrica desde los centros de producción a los centros de consumo.
2. Para propósitos de interconexión, con el fin de transferir energía entre áreas en condiciones de emergencia o como consecuencia de la diversidad de la demanda entre áreas.

Las líneas de transmisión ocupan un lugar importante en la operación de las redes eléctricas. Constituyen los elementos del SEE que están sujetos a un mayor riesgo de falla, tanto por el número como por la extensión territorial que ocupan.

Los sistemas de transmisión como parte del sistema eléctrico, presentan valores característicos desde el punto de vista de circuitos eléctricos, determinados por su configuración, por su material y por el tamaño de los conductores.

Debido a la necesidad de realizar diversos estudios, es importante conocer los valores específicos de estos parámetros. Dentro del enfoque de esta sección, el cálculo de estos parámetros será presentado en forma sencilla, conjuntamente con las relaciones propias que existen entre estos parámetros dentro de los análisis con circuitos distribuidos y el enfoque de propagación electromagnética.

2.4.2. MODELOS PARA ESTUDIOS DE LINEAS DE TRANSMISIÓN

Una línea de transmisión tiene su resistencia, inductancia, capacitancia y conductancia distribuidas uniformemente a lo largo de su longitud, y puede representarse para diversos estudios mediante su equivalente por fase y por unidad de longitud. Para la generalidad de los análisis, el principal objetivo es conocer las relaciones que existen entre los voltajes y las corrientes en ambos extremos de la línea. A lo largo de la línea existe un cambio continuo tanto en el voltaje como en la corriente debido a la naturaleza distribuida en sus parámetros.

Considerando la figura 2.4.1, donde, en cantidades por fase se representa un segmento de longitud dx ubicado a una distancia x del extremo final de la línea.

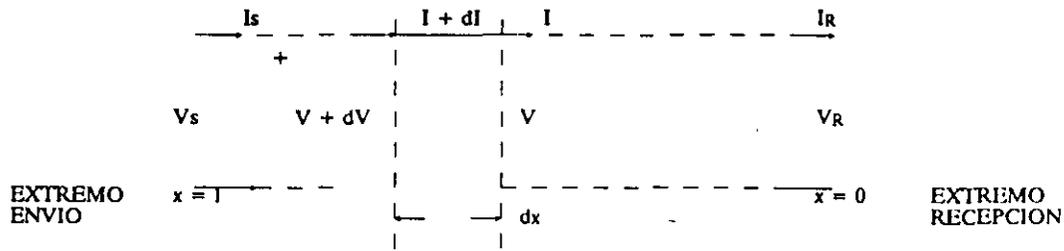


Figura 2.4.1.

Relaciones voltaje-corriente en un elemento diferencial de una línea de transmisión

A partir de esta representación las relaciones voltaje-corriente son:

$$dV = z dx I \quad (1)$$

$$\frac{dV}{dx} = zI$$

$$dI = y dx V \quad (2)$$

$$\frac{dI}{dx} = yV$$

donde:

z = impedancia serie por fase y unidad de longitud

y = admitancia en derivación por fase y unidad de longitud

Diferenciando las ecuaciones 1 y 2 con respecto a x y desarrollando las expresiones tendremos:

$$\frac{d^2V}{dx^2} = zyV \quad (3)$$

$$\frac{d^2I}{dx^2} = yzI \quad (4)$$

Las ecuaciones 3 y 4 corresponden al modelo clásico de las ecuaciones del telegrafista de la línea de transmisión, cuya solución esta dada por:

$$V = A_1 \exp(\sqrt{zyx}) + A_2 \exp(-\sqrt{zyx}) \quad (5)$$

Desarrollando la solución para la corriente e incorporando las condiciones de frontera, $V = V_R$ e $I = I_R$ para $x = 0$, obtendremos:

$$I = \frac{1}{\sqrt{(z/y)}} A_1 \exp(\sqrt{zyx}) - \frac{1}{\sqrt{(z/y)}} A_2 \exp(-\sqrt{zyx}) \quad (6)$$

$$A_1 = \frac{V_R + \sqrt{(z/y)} I_R}{2}$$

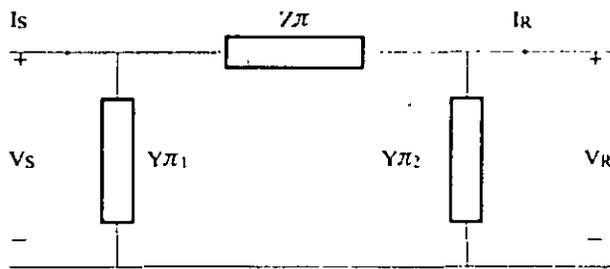


Figura 2.4.2.
Circuito equivalente π de una línea de transmisión

Considerando la igualdad que debe existir entre las expresiones 13 y 14 con las 11 y 12, se cumplirá:

$$Z_{\pi} = Z_C \sinh(\gamma l) \quad (15)$$

$$Y_{\pi 1} = Y_{\pi 2} = Y_{\pi} \quad (16)$$

$$(1 + Z_{\pi} Y_{\pi}) = \cosh(\gamma l)$$

Por lo tanto:

$$Y_{\pi} = \frac{\cosh \gamma l - 1}{Z_C \sinh \gamma l} = \frac{1}{Z_C} \tanh\left(\frac{\gamma l}{2}\right)$$

Reescribiendo las expresiones 15 y 16 tendremos:

$$Z_{\pi} = z l \frac{\sinh(\gamma l)}{\gamma l} \quad (17)$$

$$Y_{\pi} = \frac{\gamma l}{2} \frac{\tanh(\gamma l / 2)}{(\gamma l / 2)} \quad (18)$$

Expresiones que nos proporcionan los valores de la impedancia serie y la admitancia en derivación del circuito equivalente (π) a partir de los parámetros por unidad de longitud uniformemente distribuidos a lo largo de la línea de transmisión.

2. Circuito Equivalente de la Línea Media

Una aproximación conveniente, para el caso de líneas de longitud media (menores a 240 Km), permite suponer $\gamma < 1$, a partir de lo cual:

$$Z_{\pi} = z l = Z \quad (19)$$

$$Y_{\pi} = \frac{\gamma l}{2} = \frac{Y}{2} \quad (20)$$

$$A_2 = \frac{V_R - \sqrt{z/y} I_R}{2}$$

Introduciendo los conceptos de impedancia característica, definida como $Z_C = \sqrt{z/y}$ y constante de propagación $\gamma = \sqrt{zy}$

Las ecuaciones 5 y 6 para el voltaje y la corriente sobre cualquier punto ubicado a una distancia x del extremo final son:

$$V(x) = -\frac{V_R + I_R Z_C}{2} \exp(\gamma x) + \frac{V_R - I_R Z_C}{2} \exp(-\gamma x) \quad (7)$$

$$I(x) = \frac{(V_R/Z_C) + I_R}{2} \exp(\gamma x) - \frac{(V_R/Z_C) - I_R}{2} \exp(-\gamma x) \quad (8)$$

Expresiones que pueden reescribirse como:

$$V(x) = \frac{V_R (\exp(\gamma x) + \exp(-\gamma x))}{2} + \frac{I_R Z_C (\exp(\gamma x) - \exp(-\gamma x))}{2} \quad (9)$$

$$= V_R \cosh(\gamma x) + I_R Z_C \sinh(\gamma x)$$

$$I(x) = I_R \cosh(\gamma x) + (V_R/Z_C) \sinh(\gamma x) \quad (10)$$

Las ecuaciones 9 y 10 representan el voltaje y la corriente para cualquier distancia x a partir del extremo inicial de la línea, las expresiones correspondientes al extremo de recepción, se obtienen haciendo $x = l$, de donde tendremos:

$$V_S = V_R \cosh(\gamma l) + I_R Z_C \sinh(\gamma l) \quad (11)$$

$$I_S = \frac{V_R}{Z_C} \sinh(\gamma l) + I_R \cosh(\gamma l) \quad (12)$$

1. Circuito Equivalente para una Línea Larga

La representación de las ecuaciones 11 y 12 mediante un circuito equivalente como el indicado en la figura 2.4.2, conocido como el circuito (π) en función de la impedancia serie y la admitancia en derivación corresponde a:

$$\begin{aligned} V_S &= V_R + I_R Z_\pi + V_R Y_{\pi 2} \\ &= [1 + Z_\pi Y_{\pi 2}] V_R + Z_\pi I_R \end{aligned} \quad (13)$$

$$I_S = I_R + V_R Y_{\pi 2} + V_S Y_{\pi 1}$$

$$I_S = [Y_{\pi 1} + Y_{\pi 2} + Z_\pi Y_{\pi 1} Y_{\pi 2}] V_R + (1 + Z_\pi Y_{\pi 1}) I_R \quad (14)$$

TABLA I. Parámetros ABCD de las Líneas de Transmisión

Tipo de Representación	A	B	C	D
Uniformemente distribuida	$\cos(\gamma l)$ $= 1 + (YZ/2)$ $+ (Y^2 Z^2/24) + \dots$	$Z_C \sinh(\gamma l)$ $= Z(1 + (YZ/6))$ $+ (Y^2 Z^2/120) + \dots$	$(1/Z_C) \sinh(\gamma l)$ $= Y(1 + (YZ/6))$ $+ (Y^2 Z^2/120) + \dots$	$\cosh(\gamma l)$ $= A$
Nominal T	$1 + (YZ/2)$	$Z(1 + (YZ/4))$	Y	A
Nominal π	$1 + (YZ/2)$	Z	$Y(1 + (YZ/4))$	A
Corta	1	Z	0	A

Una relación importante de estas constantes, la cual puede ser verificada, establece que:

$$AD - BC = 1$$

2.4.3 OPERACION DE LINEAS DE TRANSMISION

Las expresiones analíticas que relacionan las cantidades básicas de los circuitos eléctricos, el voltaje y la corriente, para el caso de las líneas de transmisión y para estudios de estado estable, utilizan las representaciones conocidas como de línea corta y línea larga. Para el desarrollo de las relaciones entre voltaje y corriente se utilizará la consideración básica de analizar los elementos en cantidades por fase.

FLUJO DE POTENCIA A TRAVES DE LINEAS DE TRANSMISION

Utilizando el modelo de cuatro terminales mostrado en la figura 2.4.5., considerando cantidades por fase, la relación entre las cantidades terminales, con base en las ecuaciones 21 y 22, se expresan como:

$$V_S = AV_R + BI_R \quad (23)$$

$$I_S = CV_R + DI_R \quad (24)$$

$$V_R = DV_S - BI_S \quad (25)$$

$$I_R = -CV_S + AI_S \quad (26)$$

Hagamos:

$$A = A \angle \alpha = D$$

$$B = B \angle \beta$$

$$V_S = V_S \angle \delta$$

$$I_R = I_R \angle -\theta_R$$

Esta presentación conocida como el circuito equivalente nominal (π), se muestra en la figura 2.4.3.

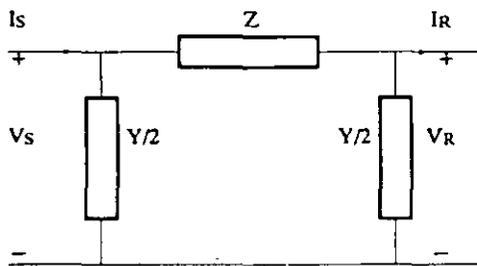


Figura 2.4.3.
Circuito nominal π de una línea de transmisión

3. Circuito Equivalente para una Línea Corta

Para el caso de líneas cortas (menores a 80 Km), la admitancia en derivación puede despreciarse y el circuito equivalente nominal (π) se reduce al presentado en la figura 2.4.4.

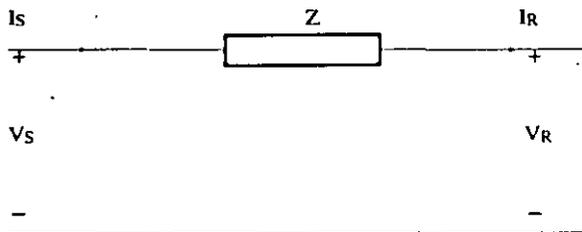


Figura 2.4.4.
Representación para una línea corta

CONSTANTES ABCD

Cuando las ecuaciones de la línea de transmisión se utilizan para relacionar en forma explícita las relaciones de voltaje y corriente existentes en ambos extremos de la línea, los coeficientes que los relacionan se conocen como las constantes ABCD, con base en lo cual las ecuaciones 14 y 15 pueden escribirse como:

$$V_S = AV_R + BI_R \quad (21)$$

$$I_S = CV_R + DI_R \quad (22)$$

Las constantes ABCD para las líneas larga, media y corta, se resumen en la siguiente Tabla.

Sustituyendo en la ecuación 27:

$$S_S = V_S \left(\frac{AV_S - V_R}{B} \right)^* = \frac{A^* (V_S)^2 - V_S V_R^*}{B^*}$$

$$= \frac{A}{B} (V_S^2) \angle \beta - \alpha - \frac{V_S V_R}{B} \angle \beta + \delta$$

Finalmente:

$$P_S = \frac{A}{B} V_S^2 \cos(\beta - \alpha) - \frac{V_S V_R}{B} \cos(\beta + \delta) \quad (28)$$

$$Q_S = \frac{A}{B} V_S^2 \sin(\beta - \alpha) - \frac{V_S V_R}{B} \sin(\beta + \delta) \quad (29)$$

Mediante un procedimiento similar, a partir de:

$$S_R = P_R + jQ_R = V_R I_R^* \quad (30)$$

Solucionando la ecuación 23 para I_R y sustituyendo en 30 obtendremos:

$$P_R = \frac{V_S V_R}{B} \cos(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{B} \cos(\beta - \alpha) \quad (31)$$

y

$$Q_R = \frac{V_S V_R}{B} \sin(\beta - \delta) - \frac{AV_R^2}{B} \sin(\beta - \alpha) \quad (32)$$

Considerando que

a y β son constantes,

P_S es máxima cuando $\beta + \delta = \pi$

P_R es máxima cuando $\beta = \delta$,

las pérdidas en potencia real y reactiva de la transmisión serán finalmente:

$$P_L = P_S - P_R \quad (33)$$

$$Q_L = Q_S - Q_R \quad (34)$$

REGULACION Y EFICIENCIA

Dependiendo de su ubicación dentro del sistema eléctrico, una línea de transmisión puede operar bajo condiciones de voltaje constante de recepción o voltaje constante de envío, o ambos. Para examinar estas condiciones de operación, es necesario definir la eficiencia y la regulación de voltaje que son comunes a los diferentes tipos de operación.

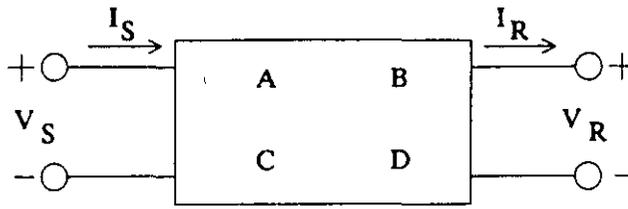


Figura 2.4.5.
Equivalente de cuatro terminales para una línea de transmisión

A partir de lo que podemos obtener el diagrama fasorial mostrado en la figura 2.4.6. donde se relaciona V_S con V_R , y la potencia compleja por fase en el extremo de envío será:

$$S_S = P_S + jQ_S = V_S I_S^* \tag{27}$$

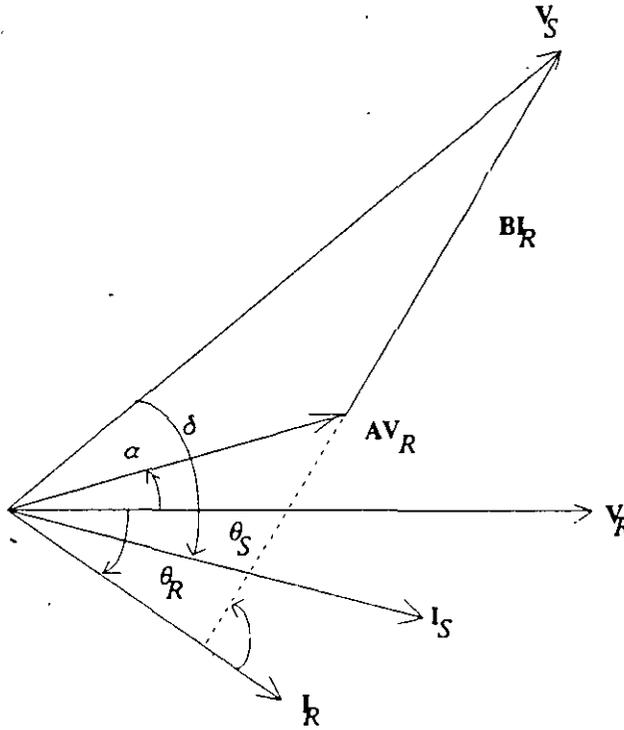


Figura 2.4.6.
Diagrama fasorial equivalente de una línea de transmisión

Solucionando la ecuación 25 para I_S , y sustituyendo D por A tendremos:

$$I_S = \frac{A V_S - V_R}{B}$$

De donde las pérdidas, la eficiencia y la regulación serán:

$$P_L = P_S - P_R$$

$$\% \text{ Reg} = \frac{V'_S - V_R}{V_R} 100$$

$$\% \text{ Eff} = \frac{P_R}{P_S} 100$$

donde

$$V'_S = \frac{V_S}{A}$$

CIRCUITOS DESBALANCEADOS

Los sistemas eléctricos usualmente utilizan elementos balanceados, las asimetrías que existen en los sistemas se deben generalmente a las líneas de transmisión. La asimetría o desbalance se debe a la posición de los conductores entre sí y a tierra en las configuraciones de líneas, las que comúnmente son en disposición horizontal o vertical para sistemas de circuitos múltiples.

Debido al acoplamiento mutuo que existe entre los conductores que integran una línea de transmisión, la corriente de cualquiera de los conductores producirá una caída de voltaje en los conductores adyacentes. Estas caídas de voltaje inducidas normalmente son diferentes aún para corrientes balanceadas, debido a que las impedancias mutuas dependen enteramente del arreglo físico de los conductores. Un medio para igualar las inductancias mutuas se basa en las transposiciones o rotaciones de los conductores de la línea.

Considerando la línea mostrada en la figura 2.4.7, se observa que los conductores de cada fase intercambian sus posiciones en un sentido de rotación que se conoce convencionalmente como positivo. El sentido de la transposición o rotación puede ser también negativo o inverso, correspondiendo en este caso a la fase e adoptar posiciones sucesivas como se indica en la figura 2.4.8.

La característica principal que presentan los circuitos trifásicos desbalanceados es que las impedancias y admitancias propias y mutuas no son iguales entre sí. El resultado es que el desacoplamiento de las fases no se puede realizar utilizando la transformación de componentes simétricas. La alternativa es emplear una transformación modal diferente, que logre el desacoplamiento deseado y se pueda realizar el análisis a través de equivalentes monofásicos de la línea conocidos como modos, los cuales se obtienen mediante una matriz de transformación que diagonaliza a la matriz no simétrica representativa de los sistemas desbalanceados.

$$\% \text{ Reg} = \frac{V_S - V_R}{V_R} 100 \quad (35)$$

$$\% \text{ Eff} = \frac{P_R}{P_S} 100 \quad (36)$$

OPERACIÓN A VOLTAJE DE ENVÍO CONSTANTE

Con el propósito de ilustrar las diversas condiciones de operación, y considerando las condiciones prácticas de operación de una red de transmisión, si se considera que V_S , P_R y fp_R son conocidos, el procedimiento para obtener V_R , δ , P_S , Reg y Eff, se muestra a continuación:

$$\theta_R = \cos^{-1} \text{fp}_R$$

$$Q_R = P_R \tan \theta_R$$

A partir de las ecuaciones 31 y 32 se tiene:

$$V_R \cos(\beta - \delta) = \frac{B}{V_S} P_R + \frac{A}{V_S} V_R^2 \cos(\beta - \alpha)$$

$$V_R \sin(\beta - \delta) = \frac{B}{V_S} Q_R + \frac{A}{V_S} V_R^2 \sin(\beta - \alpha)$$

Elevando al cuadrado las ecuaciones anteriores, se obtiene una ecuación cuadrática para V_R , a partir de la cual la solución para V_R , δ , y P_S será:

$$V_R = \left\{ \frac{1}{2a} [-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}] \right\}^{1/2} \quad (37)$$

$$\delta = \beta - \cos^{-1} \left[\frac{BP_R}{V_S V_R} + \frac{AV_R}{V_R} \cos(\beta - \delta) \right] \quad (38)$$

$$P_S = \frac{A}{B} V_S^2 \cos(\beta - \alpha) - \frac{V_S V_R}{B} \cos(\beta + \delta) \quad (39)$$

CARACTERISTICAS DE LOS SISTEMAS DE TRANSMISION QUE LIMITAN SU CARGABILIDAD

Las principales limitaciones de los sistemas de transmisión para transferir potencia son:

- Sistemas débiles o no maduros, con líneas de interconexión largas, por lo que las líneas llevan poca carga.
- Las pérdidas pueden ser causa de que las líneas lleven carga muy por abajo de su límite térmico.
- El tamaño de los equipos puede estar determinado por limitaciones dinámicas (corto circuito) por lo tanto pueden manejar mayor capacidad de la que la operación del sistema les requiere.
- Los problemas de reactivos son con más frecuencia los causantes de las limitaciones en la transferencia de potencia.

Si se trata de un sistema débil o de un sistema fuerte, siempre habrá limitaciones en la capacidad de la red y se debe buscar un balance (técnico-económico) entre el uso potencial y la capacidad real. Con el objetivo de superar las limitaciones de los sistemas de transmisión para incrementar la transferencia de potencia y para poder diferir hasta donde sea posible la construcción de nuevas líneas de transmisión, los sistemas de transmisión pueden mejorarse con la implantación de algunas medidas:

- Desde hace mucho se ha reconocido que la reactancia y admitancia (y la combinación de éstas: la impedancia característica) son importantes para los límites de la transferencia de potencia. Estos parámetros se pueden modificar mediante la adición de equipo a la línea (cambiar conductores, compensar reactancia, etc.).
- La reactancia de una línea entre la generación y la carga es causa de dos limitaciones en la transferencia de energía: caída de tensión y estabilidad.
- Los conductores en haz (grupos de conductores por fase) reducen la reactancia y se incrementa la transferencia de potencia. En una estructura de doble circuito, al cambiar las fases de un circuito con respecto a otro, se cambia la reactancia y la capacidad de transferencia, por ejemplo, si en lugar de colocar los conductores en arreglo vertical en una línea de doble circuito, se adopta un arreglo en triangular, se incrementa la transferencia de potencia.
- En las líneas de transmisión cuya construcción lo permita, pueden hacerse las modificaciones necesarias para incrementar la tensión nominal de transmisión, sin cambio del calibre de los conductores, incrementándose la transmisión y disminuyendo adicionalmente las pérdidas. Un ejemplo de esto es la conversión de líneas de 69 kV a 115 kV en el área de Ciudad Juárez.
-

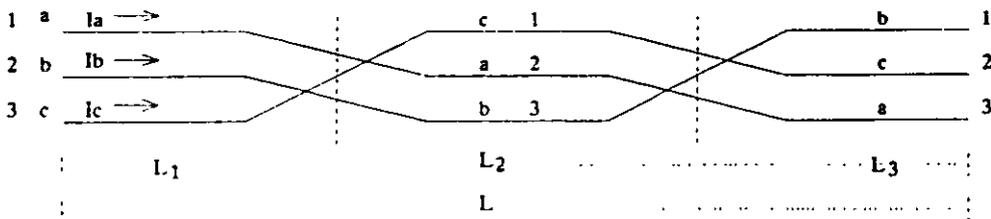


Figura 2.4.7.
Línea de transmisión con transposición completa

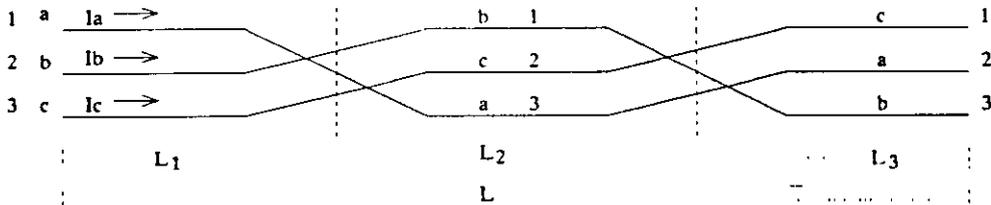


Figura 2.4.8.
Línea de transmisión con transposición inversa

2.4.4. CARGABILIDAD DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN

El término que se utiliza para cuantificar la capacidad de transmisión de una línea se denomina cargabilidad y corresponde a la potencia real requerida para una carga de tipo resistivo, de un valor idéntico a la impedancia característica de la línea. Esta potencia real corresponde a la carga natural o característica de la línea, conocida como "SIL" (surge impedance loading) y puede expresarse en función del voltaje: como el valor que resulta de elevar al cuadrado el voltaje nominal y dividirlo por la impedancia característica de la línea.

$$SIL = \frac{V^2}{Z_C}$$

En general se puede decir que para sistemas robustos, líneas cortas y tensiones nominales menores a 230 kV, la cargabilidad puede ser de dos a tres veces el SIL.

La capacidad de una línea para transmitir potencia está limitada por:

- Régimen térmico.
- Caída de voltaje entre los dos extremos (aspecto muy importante en sistemas eléctricos longitudinales).
- Separación angular en los voltajes de los extremos (margen de estabilidad en estado estable).

Para sistemas de transmisión EHV (mayores a 230 kV), el nivel de aislamiento normalmente está determinado por las sobretensiones de maniobra. Sin embargo, si en la región de operación de línea existen problemas asociados con alta incidencia de tormentas eléctricas o riesgo de contaminación ambiental que afecta la rigidez dieléctrica del aislamiento, el dimensionamiento del aislamiento puede ser determinado por estos factores.

SOBRETENSIONES POR MANIOBRA

La rigidez del aislamiento para operar adecuadamente bajo tensiones de maniobra depende de la magnitud, de la polaridad, de la forma de onda, de la configuración de la ventana de las torres y de las condiciones ambientales.

Los métodos que pueden utilizarse para controlar estas sobretensiones se resumen en la tabla que se presenta en el siguiente punto.

Métodos de control de sobrevoltajes

Existen varias alternativas para controlar los sobrevoltajes que pueden ocurrir en un sistema de transmisión. Aunque no está dentro del alcance de este manual la especificación de métodos de control de sobrevoltajes, la siguiente es una lista de posibles sobrevoltajes y medios de control:

CAUSAS DE SOBREVOLTAJE	POSIBLE MEDIO DE CONTROL
Cierre interruptor	<ul style="list-style-type: none"> - Resistencia de preinserción. - Sincronización del interruptor. - Seccionalización de la línea. - Pararrayos. - Compensación shunt. - Restricción de operación.
Apertura de interruptor	<ul style="list-style-type: none"> - Inserción de resistencias. - Pararrayos. - Cambio en la secuencia de operación.
Iniciación de falla	<ul style="list-style-type: none"> - Pararrayos.
Descargas atmosféricas	<ul style="list-style-type: none"> - Pararrayos. - Cables de guardia, diseño especial de las torre, resistencia de conexión a tierra, blindaje, métodos especiales de protección.
Resonancia del sistema	<ul style="list-style-type: none"> - Pararrayos con réles. - Interruptores de respaldo.

- La construcción de una nueva línea representa la mejor manera de incrementar la transferencia de potencia ya que se parte de un diseño totalmente nuevo.
- La utilización de líneas de C.D. ayudaría a resolver problemas de cargabilidad, ya que la corriente directa no está limitada por la reactancia, la transferencia total de potencia está limitada únicamente por las pérdidas y temperatura del conductor. Debido al costo de sus equipos terminales esta alternativa puede resultar poco atractiva.

Los conceptos de cargabilidad juegan un papel importante en estudios de seguridad y de planeamiento operativos. Dichos estudios son particularmente adecuados para evaluar los efectos de cambios en el sistema y para identificar factores limitantes a la operación del sistema de transmisión. Ambos detalles son necesarios para planificar los refuerzos a la transmisión. El paso inicial para dichos esfuerzos sería identificar las limitaciones existentes.

2.4.5. AISLAMIENTO DE UN SISTEMA DE TRANSMISIÓN

El aislamiento de un sistema de transmisión se selecciona con base en el costo de instalación, el costo de operación y la confiabilidad que se desea para el sistema. La selección de un nivel de aislamiento debe apoyarse básicamente en la experiencia de operación de las instalaciones y complementarse con las guías o recomendaciones de carácter general establecidas por organismos de normalización.

Las tensiones que debe soportar el aislamiento durante la operación de la línea se clasifican en internas y externas, las primeras están determinadas por la tensión, y la configuración de la red en sus niveles de generación y transmisión, mientras que las segundas dependen de la actividad atmosférica.

Las tensiones internas se clasifican a su vez en sobretensiones por maniobra, son aquellas que están asociadas con las operaciones de conexión y desconexión de las líneas de transmisión; y sobretensiones temporales asociadas con las variaciones de carga producidas por rechazo de carga, conexión y desconexión de grandes cargas y por la ocurrencia de fallas a tierra y condiciones de resonancia.

Con relación a las tensiones externas, éstas son producto de la incidencia de las descargas eléctricas a tierra y su impacto sobre el sistema de transmisión, depende en general de la actividad atmosférica de cada región y de la resistividad del terreno.

Las sobretensiones internas, tanto de maniobra como temporales, son normalmente mayores en el estado inicial de desarrollo de los sistemas de generación/transmisión, debido a que usualmente se combinan niveles bajos de corto circuito con líneas de transmisión largas. Otro problema común de estos sistemas se presenta en la conexión y desconexión de líneas en vacío y en la interrupción de corrientes inductivas pequeñas.

3. Distancias en aire suficientes entre conductores de fase y cables de guarda a mitad del claro (punto medio entre dos estructuras soporte).
4. Resistencia de conexión a tierra al pie de las estructuras tan baja como sea justificable desde el punto de vista económico.

Un diseño adecuado deberá mantener el índice de fallas entre una y tres fallas anuales para una longitud equivalente a cien km.

Los análisis teórico-prácticos han demostrado que la búsqueda de la reducción del índice de salidas debidas a flameo inverso, sólo se justifica para el caso de líneas que se encuentran protegidas en forma eficaz contra la incidencia de rayos directos.

La reducción de la resistencia de conexión a tierra de las estructuras constituye la opción más atractiva para resolver el problema originado por el flameo inverso.

METODOS PARA REDUCIR LOS INDICES DE SALIDA

El ángulo que forma la vertical que pasa por la posición del cable de guarda y la recta que une el conductor de la fase exterior para una línea con disposición horizontal, o bien el conductor más elevado en una línea de disposición vertical o triangular (ver figura 2.4.9.), constituye el factor fundamental en la determinación de la eficiencia del cable de guarda como medio de protección.

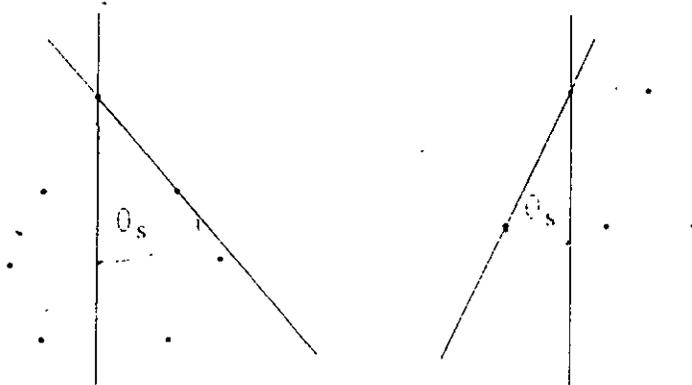


Figura 2.4.9.

Ángulo de protección para una línea con disposición horizontal (un solo circuito), vertical (doble circuito)

Cuando la reducción de la probabilidad de falla de blindaje no es suficiente para garantizar un índice adecuado de interrupciones (número de salidas por 100 km/año) debido a las descargas atmosféricas. Puesto que una vez lograda la posición óptima (técnica y económicamente factible) de los cables de guarda, se hace necesario garantizar la rigidez dieléctrica del aislamiento capaz de evitar el flameo de la cadena de aisladores, durante la ocurrencia de una descarga atmosférica que termina sobre el cable de guarda o la estructura soporte (torre). Bajo estas condiciones, el procedimiento a seguir se basa en la adecuada selección del valor de la conexión a tierra de las estructuras.

SOBRETENSIONES DEBIDAS A TORMENTAS ELÉCTRICAS

Las sobretensiones que aparecen en las líneas de transmisión debidas a descargas eléctricas atmosféricas pueden producirse en dos formas: por inducción electromagnética o por descarga directa sobre las torres, los cables de guarda o los conductores de fase.

Las descargas directas (rayos) sobre las líneas producen sobretensiones más elevadas que las producidas por inducción y son una de las principales causas de falla en los sistemas de transmisión. Para proteger las líneas de transmisión contra las descargas directas sobre los conductores, se colocan cables de guarda conectados a tierra en cada torre. La función de estos cables de guarda es interceptar los rayos y drenar su energía a tierra a través de las torres.

Las sobretensiones por descarga atmosférica directa pueden originar:

Falla de blindaje

Este tipo de sobretensión se presenta cuando el rayo cae directamente sobre un conductor de fase originando sobre el conductor una elevación de tensión capaz de provocar la ruptura dieléctrica de la cadena de aisladores más próxima al punto de terminación. Cuando la línea ha sido equipada con cables de guarda ubicados correctamente, el punto de terminación será el cable de guarda o la estructura.

Flameo inverso

En este caso el rayo cae en el cable de guarda o sobre la torre. La resistividad del suelo al pie de la torre tiene un papel importante en este tipo de sobretensiones, ya que la corriente del rayo asociada se difunde en el suelo circulando a través de la estructura soporte y el electrodo de conexión a tierra, generando una sobretensión entre las terminales de las cadenas de los aisladores cuya magnitud puede ser capaz de producir la falla de aislamiento. Las sobretensiones de este tipo generalmente son el factor dominante para la selección del aislamiento en líneas de alta tensión de 230 kV y menores.

MÉTODOS DE PROTECCIÓN CONTRA DESCARGAS ELÉCTRICAS ATMOSFÉRICAS

Desde un punto de vista genérico, los principios básicos empleados en la protección de las líneas de transmisión son los siguientes:

1. Cables de guarda adecuadamente localizados con el fin de evitar la terminación directa de toda descarga eléctrica atmosférica sobre los conductores de fase.
2. Distancias en aire adecuadas entre conductores y puntos aterrizados en las estructuras.

Niveles de Contaminación

En las tablas siguientes se presenta la clasificación de las zonas de contaminación y su ambiente característico, con recomendaciones en relación a la selección del aislamiento.

TABLA 2.4.1.

NIVEL DE CONTAMINACIÓN	AMBIENTES TÍPICOS
I - Ligero	<ul style="list-style-type: none"> * Areas con baja densidad de industrias o casas expuestas a vientos y/o lluvia frecuente. * Areas agrícolas. * Areas montañosas. <p>En esta categoría las áreas deberán estar, cuando menos, de 10 a 20 km alejadas del mar y no deberán exponerse a vientos directos del mar¹.</p>
II - Medio	<ul style="list-style-type: none"> * Areas con industrias que no producen un tipo particular de contaminación. * Areas con alta densidad de casas y/o industrias expuestas a vientos y/o lluvias frecuentes. * Areas expuestas a vientos de mar pero no demasiado cerca de la costa (a varios km de distancia).
III - Fuerte	<ul style="list-style-type: none"> * Areas con alta densidad de industrias. * Areas cercanas a la costa o expuestas a vientos relativamente fuertes de la costa (a varios km de distancia)².
IV - Muy Fuerte	<ul style="list-style-type: none"> * Areas generalmente de extensiones moderadas, expuestas a polvos conductivos y a humo industrial que producen depósitos espesos particularmente conductivos. * Areas generalmente de extensión moderada muy cercanas a la costa y expuestas a la brisa del mar o a vientos del mar muy fuertes y contaminantes. * Areas desérticas, caracterizadas por ausencia de lluvia por períodos muy largos, expuestas a fuertes vientos que arrastran arena y sales sujetas a una regular condensación.

- 1 El uso de fertilizantes en polvo o la quema de residuos de cosecha pueden producir un elevado nivel de contaminación debido a la acción dispersora de los vientos.
- 2 Las distancias de la costa dependen de la topografía del área costera y de las condiciones extremas de viento.

PROCEDIMIENTO PARA LA CONEXIÓN A TIERRA

La eficacia de los cables de guarda como medio de protección de las líneas de transmisión contra las descargas atmosféricas, dependerá en gran parte del valor de la resistencia de conexión a tierra de las estructuras. Normalmente la resistencia de conexión a tierra de la cimentación de una estructura es muy elevada, por lo que se hace necesario utilizar procedimientos especiales para su reducción. Los métodos comúnmente empleados para este propósito son dos:

El primero de ellos se basa en la utilización de varillas de conexión a tierra de 19 mm de diámetro y 3 m de longitud. Estas varillas se unen a las patas de las estructuras mediante pequeñas longitudes de conductor.

El segundo procedimiento hace uso de uno o varios conductores horizontales enterrados en forma radial a 50 cm de la superficie del terreno y unidos a las patas de la estructura, estos últimos se conocen como contra-antenas.

AISLAMIENTO PARA VOLTAJE NOMINAL DE OPERACIÓN Y CONTAMINACIÓN

La selección del aislamiento de líneas de alta tensión (menores a 230 kV) puede estar determinada por la tensión nominal de operación debido a situaciones de balanceo de las cadenas de aisladores en las estructuras.

En regiones donde existe contaminación ambiental que reduce la rigidez dieléctrica del aislamiento, la tensión nominal del sistema puede también llegar a ser el factor dominante para determinar la longitud de la cadena de aisladores y el tipo de aislador.

Algunos criterios para clasificar la severidad de la contaminación y las soluciones que pueden aplicarse desde el punto de vista de sobreaislamiento, se resumen en las tablas 2.4.1. y 2.4.2. respectivamente.

Los flameos debidos a contaminación y mal tiempo (factores que disminuyen la rigidez dieléctrica del aislamiento), son importantes debido a que generalmente después del primer flameo y apertura de la línea, al recierre puede producirse un segundo flameo, una segunda apertura, y así flameos sucesivos hasta que la línea quede interrumpida mientras cambian las condiciones atmosféricas.

TABLA 2.4.2.

<i>NIVEL DE CONTAMINACIÓN (mm/kV)</i>	<i>DISTANCIA DE FUGA MÍNIMA NOMINAL</i>
I - Ligero	16
II - Medio	25
III - Fuerte	35
IV - Muy Fuerte	50

Notas

1. En áreas con ausencia de contaminación pueden usarse distancias de fuga nominales más bajas que 16 mm/kV, dependiendo de la experiencia de servicio. El límite inferior puede ser 12 mm/kV.
2. En el caso de contaminación muy severa, una distancia de fuga nominal de 31 mm/kV puede no ser adecuada. Dependiendo de la experiencia de servicio y/o de resultados de pruebas en laboratorio, puede usarse un valor más alto de distancia de fuga, pero en muchas ocasiones tiene que considerarse la factibilidad del lavado y la aplicación de recubrimientos con grasas, silicones o compuestos vulcanizados, estos últimos de uso reciente.

2.6. TRANSFORMADORES

2.6.1. Principios de Operación

2.6.2. Operación

Ing. Héctor Aragón García, CFE

Octubre de 1992

2.6 TRANSFORMADORES DE POTENCIA

2.6.1 PRINCIPIOS DE OPERACIÓN

CONCEPTOS BÁSICOS

El transformador se puede definir como un dispositivo en donde dos o más circuitos eléctricos están acoplados magnéticamente. Cuando por un conductor arrollado en espiras se hace circular una corriente, se produce un flujo magnético; si el arrollamiento se desarrolla sobre un núcleo de material ferromagnético, se produce un campo concentrado cuyo camino principal está determinado por el circuito del material magnético; dicho campo es alterno y su frecuencia depende de la frecuencia de la fuente.

De acuerdo con la Ley de Faraday, si arrollamos un segundo conductor en el núcleo de material ferromagnético se obtendrá una Fuerza Electromotriz (FEM) inducida en las terminales de dicho conductor (figura 2.6.1).

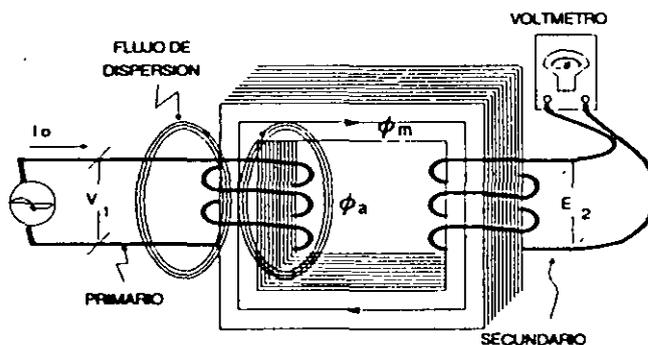


Figura 2.6.1.

El devanado primario recibe la potencia a un voltaje dado (V_1) y el devanado secundario suministra esta potencia a la carga, normalmente a un nivel de voltaje diferente. El diagrama vectorial que nos representa la condición anterior, es el que se muestra en la figura 2.6.2 y nos indica que:

Cuando se aplica un voltaje V_1 al devanado del primario, estando abierto el secundario, circulará una corriente I_o por el devanado primario, la cual por ser un circuito altamente inductivo se encuentra atrasada casi 90° con respecto al voltaje V_1 . A esta corriente I_o se le denomina de excitación y tiene dos componentes: a) I_m , que es la corriente de magnetización que asigna el flujo magnético ϕ_m ; b) I_{h+e} , que es la que origina las pérdidas en el núcleo. Por la acción del flujo magnético ϕ_m y de acuerdo con la Ley de Faraday se inducirán las fuerzas electromotrices E_1 y E_2 en los devanados

correspondientes, el sentido de las cuales y de acuerdo a la Ley de Lenz, deberá ser de 180°.

Debido a la resistencia del cobre del devanado, se tiene una caída de voltaje $I_0 R_1$, la cual se encuentra en fase con I_0 . La otra caída es originada por el flujo de dispersión ϕ_a , se representa por $I_0 X_1$ y se encuentra 90° adelante de $I_0 R_1$.

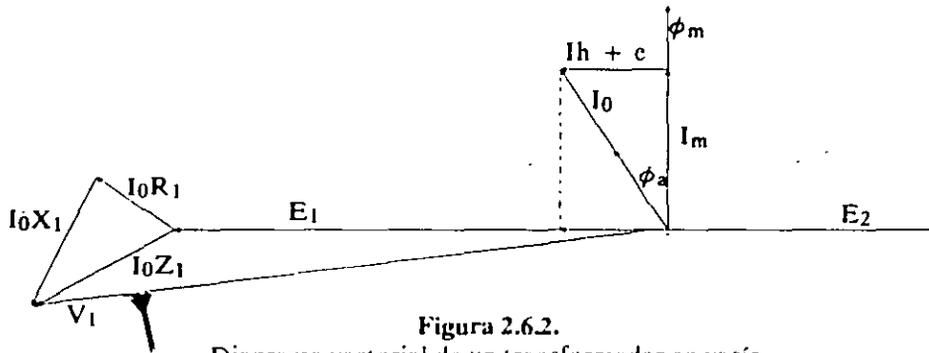


Figura 2.6.2. Diagrama vectorial de un transformador en vacío.

Con base en lo anterior se puede elaborar un circuito compuesto por una fuente V_1 y las cargas Z_1 y Z_0 , donde $Z_0 = E_1/I_0$ a la cual se le llama impedancia de excitación (figura 2.6.3), compuesta por G_0 (conductancia) y B_0 (susceptancia).

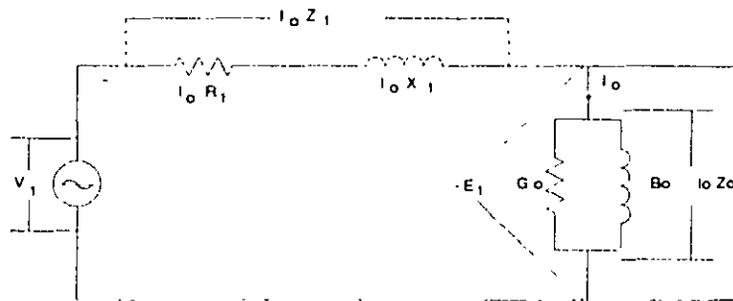


Figura 2.6.3. Diagrama de un transformador en vacío.

Al cerrar el circuito del secundario por medio de una carga (figura 2.6.4) circulará una corriente I_2 cuyo sentido, de acuerdo con la Ley de Lenz, tendrá que ser tal que el flujo que genere esta corriente I_2 se debe oponer al flujo principal, que originó la corriente I_1 , a este efecto que origina el sentido de la corriente se le conoce como POLARIDAD.

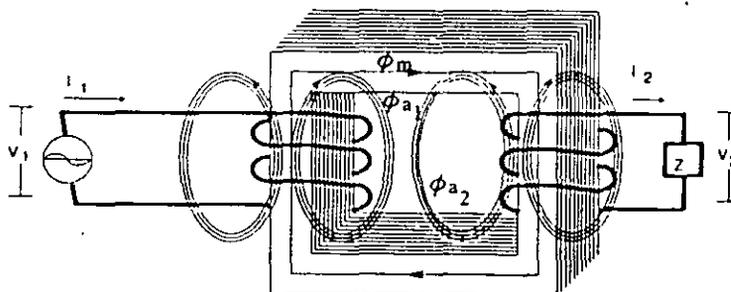


Figura 2.6.4.

AUTOTRANSFORMADOR

Lo que se ha descrito hasta ahora supone aislamiento entre el primario y el secundario, existe la posibilidad de un mayor rendimiento y sin reducción importante de potencia en un autotransformador, con tal que estemos dispuestos a sacrificar el aislamiento del secundario respecto del circuito primario.

Un autotransformador se define como un transformador que tiene sólo un enrollamiento, ya que el devanado primario y el secundario están unidos eléctricamente (el secundario es una sección del primario), en el autotransformador la transferencia de energía se hace por inducción magnética y conducción eléctrica.

Para una misma potencia de salida el autotransformador es más pequeño (se usa menos hierro) que el transformador equivalente. Además la corriente que circula en una parte del arrollamiento es la diferencia entre las corrientes del secundario y el primario. Estos factores (un único arrollamiento y una corriente menor), tienden a reducir las pérdidas.

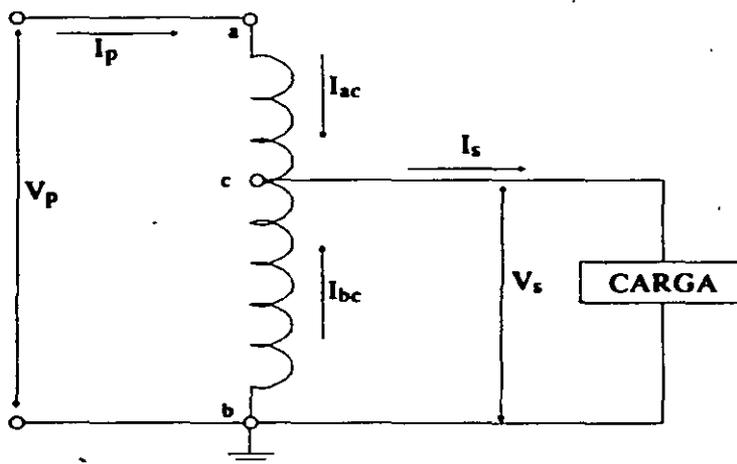


Figura 2.6.8.
Autotransformador

De la figura se deduce

$$I_s = I_{ac} + I_{cb}$$

$$I_{cb} = I_{ab} (a-1)$$

Como $I_{ab} = I_p$

$$I_{cb} = I_p (a-1)$$

$$P_s = V_p I_p (a-1)$$

Donde

$$a = N_1 / N_2$$

Los autotransformadores poseen rendimientos elevados (99% y superiores), sin embargo, este rendimiento varía con la relación de transformación; el rendimiento es mayor cuando la relación de transformación se acerca a la unidad, ya que la energía es transferida conductivamente y la intensidad de corriente es pequeña.

La conexión más común en los autotransformadores trifásicos es la estrella-estrella aterrizadas con un devanado adicional en delta llamado terciario independiente, utilizado como supresor de armónicas.

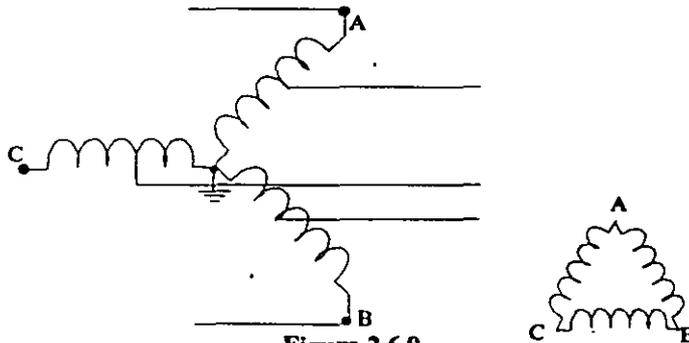


Figura 2.6.9. Autotransformador con devanado terciario

Hay que tener presente el peligro existente en caso de abrirse el enrollamiento, ya que se presentaría en el secundario aproximadamente el mismo voltaje que en el primario, mientras opera la protección y desconecta al autotransformador.

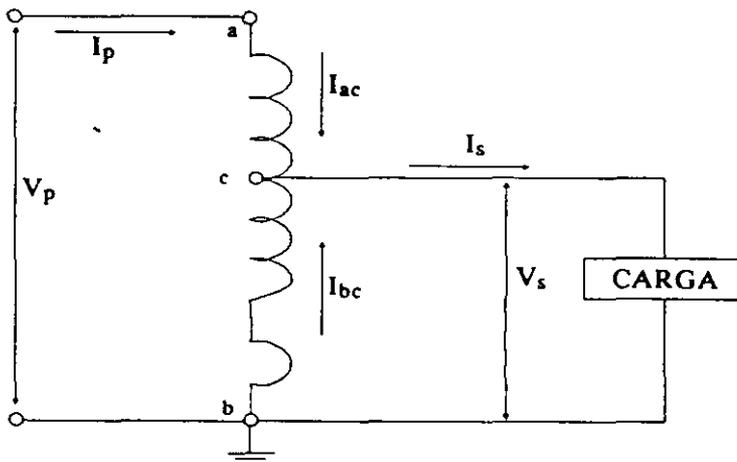


Figura 2.6.10. Autotransformador con secundario abierto

24

El flujo producido por I_2 provoca una disminución en el flujo ϕ_m y por lo tanto una reducción en las FEMs E_1 y E_2 , por lo que al aumentar la diferencia entre V_1 y E_1 entra al transformador una corriente mayor a I_1 que se compone de la corriente original I_0 y una corriente I_1' la cual forma una Fuerza Magnetomotriz $I_1' N_1$, que es igual y opuesta a $I_2 N_2$, llevando el flujo ϕ_m a su valor original. Esto sucede durante todo el rango de trabajo del transformador. Si I_2 disminuye, crece el flujo ϕ_m y aumenta E_1 y E_2 . Al disminuir la diferencia entre V_1 y E_1 disminuye I_1 de tal manera que ϕ_m se conserva en el mismo valor. Esta regulación automática de los amper-vueltas primarios y secundarios, es el mecanismo de la transferencia de energía que permite conservar prácticamente constantes los voltajes inducidos y por tanto los voltajes terminales. El diagrama vectorial que nos representa a un transformador cuando se conecta una carga en el secundario, cuya característica predominante es inductiva, es el que se muestra en la figura 2.6.5.

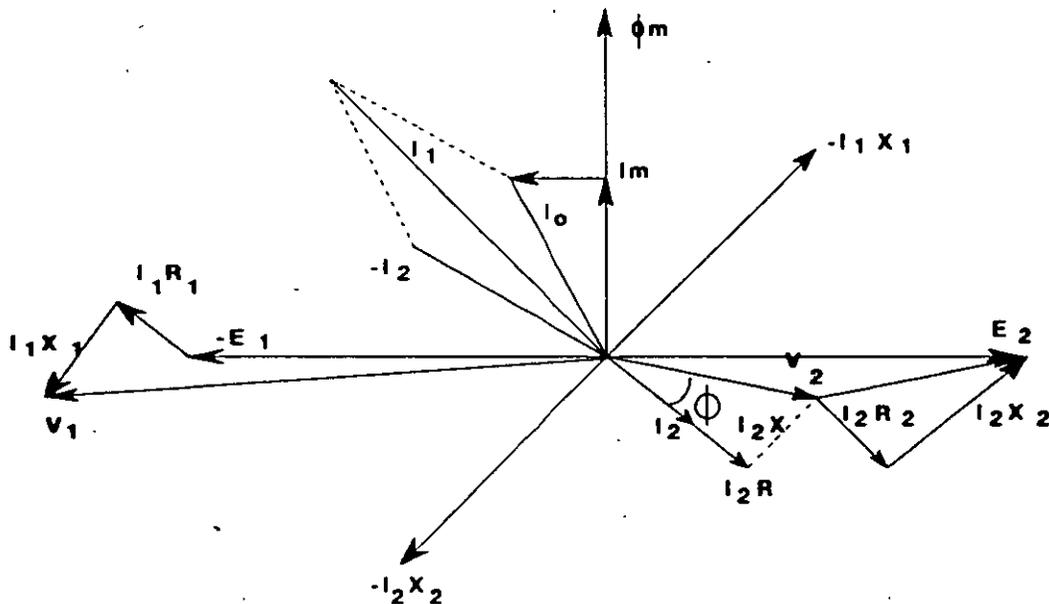


Figura 2.6.5.

Diagrama vectorial de un transformador con carga

Cuando se energiza el primario de un transformador y el secundario se encuentra vacío, aparece una FEM E_2 en las terminales del secundario; en el momento en que se aplica carga al secundario, el voltaje en las terminales del secundario irá variando de acuerdo con las características de la carga y la impedancia propia del transformador. Las características de la carga (R , X), definirán el ángulo ϕ que existe entre el voltaje aplicado a la carga y la corriente que circulará por ésta (al coseno del ángulo ϕ se le conoce como factor de potencia), la caída $I_2 R_2$ se encuentra en fase con la corriente I_2 , en donde R_2 es la resistencia óhmica del devanado secundario, la caída $I_2 X_2$ depende del flujo de dispersión ϕ_{s2} . (figura 2.6.6).

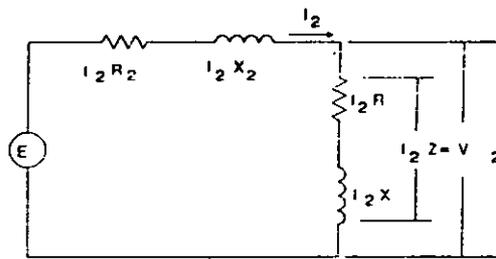


Figura 2.6.6.

Circuito equivalente del secundario de un transformador con carga

Para fines de cálculo se puede establecer el diagrama equivalente (figura 2.6.7) que considera a los devanados en un solo circuito eléctrico, no obstante que la conexión entre ellos es magnética y no eléctrica. Este diagrama es el general y se debe considerar de acuerdo con el estudio que se esté realizando, pues dependiendo de dicho estudio, se pueden despreciar algunos de estos parámetros.

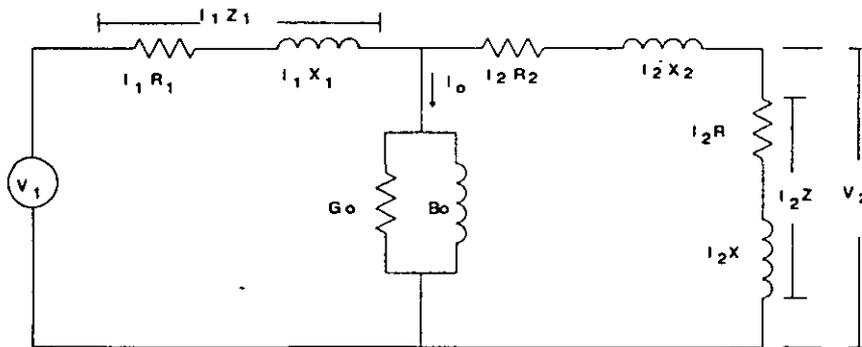


Figura 2.6.7.

Circuito equivalente del primario de un transformador con carga

Para poder elaborar este diagrama, se requiere referir los valores del secundario con respecto al primario o a la inversa, lo cual se puede obtener mediante las siguientes consideraciones:

$$V_1 I_1 = V_2 I_2 \quad (\text{Capacidad del primario} = \text{Capacidad del secundario, despreciando las pérdidas del transformador}).$$

$$N_1 I_1 = N_2 I_2 \quad (\text{Fuerza magnetomotriz del primario} = \text{Fuerza magnetomotriz del secundario}).$$

De donde:

$$V_1/V_2 = I_2/I_1 = N_1/N_2 \quad (\text{Relación de transformación}).$$

$$I_1 = I_2/a = I_2' \quad (\text{Corriente del secundario referido al primario}).$$

$$V_1 = a V_2 = V_2' \quad (\text{Voltaje del secundario referido al primario}).$$

$$I_2' R_2' = a (I_2 R_2) \text{ si } I_2' = I_2/a$$

Se deduce:

$$R_2' = a^2 R_2 \quad (\text{Resistencia del secundario referida al primario}).$$

En la misma forma:

$$X_2' = a^2 X_2 \quad (\text{Reactancia del secundario referida al primario}).$$

$$Z_2' = a^2 Z_2 \quad (\text{Impedancia del secundario referida al primario}).$$

ARMONICAS EN LOS TRANSFORMADORES

Todos los transformadores cuando se excitan a tensión nominal producen corrientes de tercer armónica. Esto ocurre debido a que la curva de saturación de los núcleos de los transformadores aumentan de manera pronunciada y se satura rápidamente, haciendo que la corriente magnetizante se distorsione. En los transformadores trifásicos, las tres corrientes magnetizantes fundamentales están desplazadas 120° entre sí, pero las corrientes de tercer armónica están en fase (así como las de las armónicas 6ª, 9ª, 12ª, etc.). El resultado neto es que en ausencia de un circuito cerrado (tal como un sistema en estrella sin aterrizar o en delta abierta), esta triple componente de tercer armónica produce una onda de tensión secundaria en cada devanado que contiene una elevada tensión de tercer armónica. Si se proporciona un circuito cerrado, tal como en una conexión en delta, por la que pueden circular la tercer armónica, ésta se suprime y no se produce distorsión de la tensión en el secundario.

Sin embargo, en una conexión estrella-estrella sin aterrizar, no existe camino cerrado para la corriente de tercera armónica, ni en el primario, ni en el secundario, y las ondas de la tensión de salida están distorsionadas. Esta situación se corrige proporcionando una conexión a tierra en el neutro, ya sea en el primario o en el secundario (o en ambos), para que permita un camino cerrado para las tensiones y corrientes armónicas.

El neutro es fundamental para la supresión de las armónicas en conexiones estrella-estrella, estrella-delta, delta-estrella y delta-delta; el neutro proporciona un camino para las corrientes desequilibradas debidas a las cargas desequilibradas, también un medio por el cual las tensiones de fase (entre las cargas conectadas en estrella o los transformadores conectados en estrella) se equilibren en relación con las tensiones de línea.

CLASIFICACION DE LOS TRANSFORMADORES

Los transformadores pueden clasificarse desde diferentes puntos de vista, algunas de ellas se presentan a continuación:

1. POR TIPO DE NUCLEO

a) *Acorazado (shell)*.- Tiene como característica que el núcleo es el que envuelve a las bobinas. Este tipo de diseño tiene algunas ventajas: Alta resistencia mecánica, baja impedancia, facilidad para transportar en mayores potencias, mejor regulación. También tiene desventajas que se deben considerar como: Alto costo inicial y de reparación.

b) *De columnas*.- Su característica principal es que las bobinas envuelven al núcleo. Se utiliza generalmente en mediana y baja potencia, con algunas ventajas como: Bajo costo y mayor impedancia. Sin embargo presenta algunas desventajas como: Menor resistencia mecánica y menor regulación.

2. POR TIPO DE ENFRIAMIENTO

- a) *OA* Sumergido en líquido aislante (enfriamiento natural).
- b) *OA/FA* Sumergido en líquido aislante (enfriamiento con aire forzado).
- c) *OA/FA/FOA* Sumergido en líquido aislante (enfriamiento con circulación de aceite y ventilación forzada).
- d) *FOA* Sumergido en líquido aislante con enfriamiento por aceite y aire forzado.
- e) *OW* Sumergido en líquido aislante enfriamiento con agua.
- f) *FOW* Sumergido en líquido aislante, con enfriamiento de aceite forzado con enfriadores de agua forzada.
- g) *AA* Tipo seco, con enfriamiento propio.
- h) *AFA* Tipo seco, con enfriamiento por aire forzado
- i) *AA/FA* Tipo seco, con enfriamiento natural, con enfriamiento por aire forzado

3. POR EL NUMERO DE FASES

- a) Monofásicos
- b) Trifásicos

En sistemas de potencia el transformador monofásico tiende a desaparecer, por el alto costo y área de instalación, debido a que los diseños modernos dan mayor confiabilidad a los transformadores trifásicos.

4. POR SU LOCALIZACION

- a) Interior
- b) Intemperie

Esta clasificación depende del diseño de la Subestación, pero para transformadores de gran potencia, es recomendable el tipo intemperie debido a su volumen.

5. POR SU CAPACIDAD

- a) De potencia 500 KVA y mayor
- b) De distribución 500 KVA y menor

6. POR SU APLICACION

- a) Elevador
- b) Reductor
- c) De instrumentos
- d) De tierras
- e) Regulador.

7. POR TIPO DE PRESERVACION DEL ACEITE

a) Con tanque conservador

Respiración a través de sílica
Sello de nitrógeno (N₂)
Aislado con bolsa o Diafragma
Respiración libre

b) Sin tanque conservador

Respiración a través de sílica
Sellado con gas (aire o nitrógeno)

8. POR CONEXION

Aunque existen otras conexiones menos utilizadas en nuestro sistema, las más comunes son:

- a) Delta/Estrella
- b) Estrella/Estrella
- c) Delta/Delta
- d) Zig-Zag (Estrella rota)
- e) Estrella/Delta
- f) Estrella/Estrella/Delta

ACCESORIOS

Los accesorios más comunes en un transformador de potencia son:

Tanque Conservador

Generalmente cilíndrico, su finalidad es mantener el nivel de aceite en el tanque principal del transformador; siendo dimensionado para contener entre 10% y 20%, del volumen total del aceite, con lo cual se puede hacer frente a cualquier variación del nivel de aceite debido a variación de temperatura.

Indicador del Nivel de Aceite

Generalmente es del tipo magnético, contando con un contacto disponible para alarma por bajo nivel. Existen otros tipos como son el de columna y el prismático.

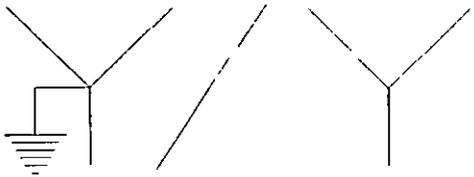
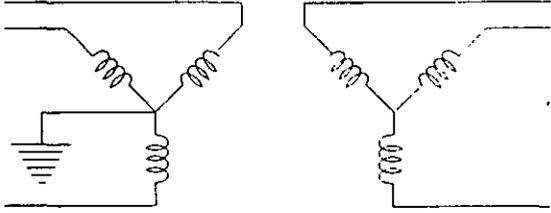
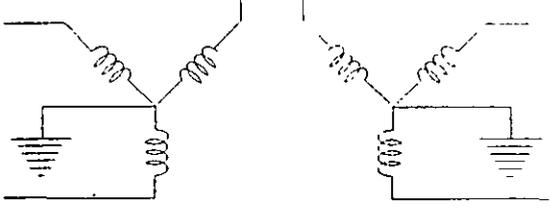
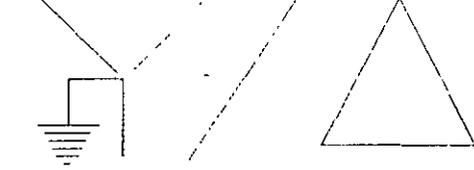
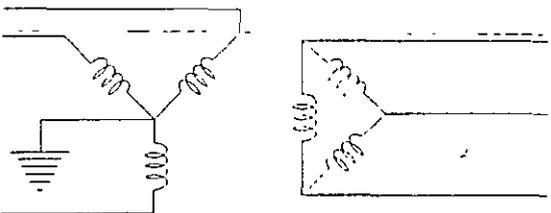
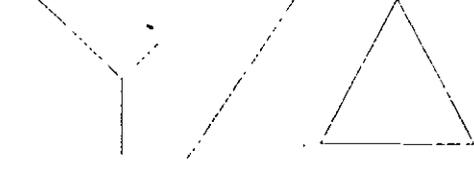
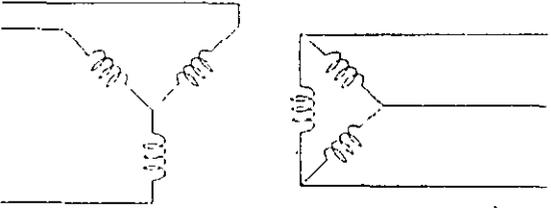
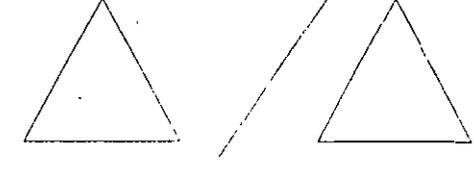
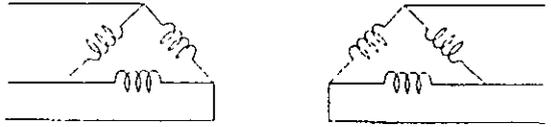
<p>CONEXION Y SIMBOLO</p>	<p>D I A G R A M A</p>	
<p>ESTRELLA ATERRIZADA/ESTRELLA</p> 		
<p>ESTRELLA ATERRIZADA/ESTRELLA ATERRIZADA</p> 		
<p>ESTRELLA ATERRIZADA/DELTA</p> 		
<p>ESTRELLA/DELTA</p> 		
<p>DELTA/DELTA</p> 		

Figura 2.6.11.
Conexiones típicas de transformadores

Relevador Buchholz

Su función es detectar fallas internas incipientes y/o severas, siendo una trampa de los gases generados al ocurrir fallas eléctricas.

Valvula de Sobrepresion

Este dispositivo tiene como función aliviar cualquier sobrepresión que se presente dentro del transformador, para evitar daños o deformaciones permanentes en sus componentes.

Indicador de Temperatura de Aceite

Tiene como función detectar la temperatura del aceite, es un sensor que se encuentra localizado en la parte superior del tanque principal, lugar en que el aceite se encuentra a mayor temperatura.

Indicador de Temperatura de Devanado

Su función es medir indirectamente la temperatura media de los devanados, también conocida como T.R.O. o Winding Temperature.

Indicador de Temperatura del Punto más Caliente (Hot Spot)

Su función es medir la temperatura máxima de los devanados.

Indicadores y/o Registradores de Temperatura Remotos

Los transformadores de gran capacidad en ocasiones están provistos de elementos resistivos de cobre de 10 a 25°C y son usados con un instrumento registrador en la sala de control.

Gabinete de Control

Su finalidad es localizar en forma fácil y concentrada, todas las terminales de los dispositivos, alarmas, control de ventiladores de enfriamiento, transformadores de corriente y resistencias calefactoras.

Transformadores de Corriente Tipo Boquilla (bushing)

Su finalidad es proporcionar una imagen de la magnitud y ángulo de la corriente circulante en los devanados para utilizarse en medición y protección.

Cambiador de Derivaciones

La finalidad del cambiador de derivaciones, es modificar el valor del voltaje de acuerdo a las necesidades del sistema.

Boquillas

Su finalidad es efectuar la conexión eléctrica entre las terminales de devanados y el exterior manteniendo hermeticidad y aislamiento.

Sistemas de Preservación de Aceite

Su función es evitar la contaminación del aceite provocada por la humedad, polvo y otros contaminantes sólidos que se encuentran en el medio ambiente. Generalmente se utilizan los siguientes tipos:

- a) Respiración a través de material deshidratante: silicagel (el cual es un material compuesto por el aluminato de calcio o cloruro de calcio con indicador de color).
- b) Respiración con sello de gas inerte (generalmente nitrógeno).
- c) Respiración mediante membrana o bolsa.

Radiadores

Son intercambiadores de calor que permiten aumentar la disipación del calor generado dentro del transformador. Los más usuales son del tipo de tubo y de aletas.

Bombas de Flujo

Sirven para incrementar el flujo del aceite a través de los radiadores, a fin de acelerar la disipación de calor generado en el transformador. Contienen un indicador de flujo que permite observar la operación de la bomba y el sentido del flujo.

Ventiladores

Son dispositivos que provocan un flujo de aire sobre la superficie de los radiadores con el objeto de incrementar la disipación de calor.

AISLAMIENTOS

Los aislamientos en un transformador de potencia son necesarios para mantener una separación adecuada entre dos puntos de diferente potencial. En términos generales y dependiendo de los puntos que se van a aislar, los aislamientos se pueden clasificar en:

- **Aislamiento principal o mayor**, el cual comprende la separación entre devanados diferentes de una misma fase, así como también la separación entre devanados y tierra.
- **Aislamiento menor**, que comprende la separación entre espiras (vueltas) adyacentes y además, la separación entre secciones del mismo devanado.

- **Aislamiento entre fases diferentes**, que comprende la separación entre los devanados de estas fases.

Los materiales usados como aislantes en un transformador son básicamente aceite y papel aislante, de altas características de rigidez dieléctrica; además, aunque en menor proporción, se utilizan otros materiales como madera, vidrio, porcelana, silicón y hexafluoruro de azufre.

De acuerdo a sus características térmicas, tanto el aceite como el papel utilizado en transformadores son clase "A", los cuales deben operar a temperaturas máximas de 105°C sin pérdida de vida por degradación térmica. Por otra parte existen transformadores tipo seco clasificados con aislamiento clase H, los cuales pueden operar a temperaturas máximas de 125°C.

Además de la degradación térmica, la vida de los materiales aislantes es afectada por la humedad, contaminación química, efecto corona, esfuerzos anormales de voltaje y esfuerzos mecánicos.

Con los transformadores de potencia en servicio, los sistemas de aislamiento deben soportar esfuerzos dieléctricos debidos a la excitación continua de voltajes normales, a voltajes transitorios bajo condiciones de falla, sobretensiones ocasionadas por maniobras y sobretensiones de impulso debidos a descargas atmosféricas, todas estas sobretensiones implican severos esfuerzos eléctricos, sobre todo los frentes de onda de sobretensiones de impulso, llegándose a producir la falla de los aislamientos al sobrepasar los límites de diseño o por deficiencias de construcción.

Durante su servicio los aislamientos sufren deterioros que provocan la falla a largo plazo, provocada por la presencia de pequeñas descargas eléctricas (parciales), las cuales ocurren en pequeñas partes del aislamiento que por deterioro progresivo y generación de gas, llegan a provocar la falla. Otra causa de degradación de los aislamientos a largo plazo lo constituyen la temperatura y los esfuerzos eléctricos continuos del voltaje normal de operación, que provocan lo que se conoce como "Pérdida de vida de los aislamientos".

SISTEMA DE ENFRIAMIENTO

La energía convertida en calor en el circuito magnético por histéresis, corrientes eddy y en el cobre de los devanados por efecto Joule, deberá ser transmitida a algún medio refrigerante y disipado antes de permitir que los aislamientos lleguen a una temperatura excesiva que provoque la degradación de éstos. Los medios refrigerantes más usuales en transformadores son: el aire, el aceite dieléctrico, el silicón, y el gas SF₆; el más común de ellos es el aceite dieléctrico de baja viscosidad, ya que por experiencia, se ha demostrado que es uno de los mejores medios de refrigeración y tiene buenas propiedades dieléctricas. Además de actuar como refrigerante actúa como aislante eléctrico y protege los aislamientos sólidos contra la humedad y el aire.

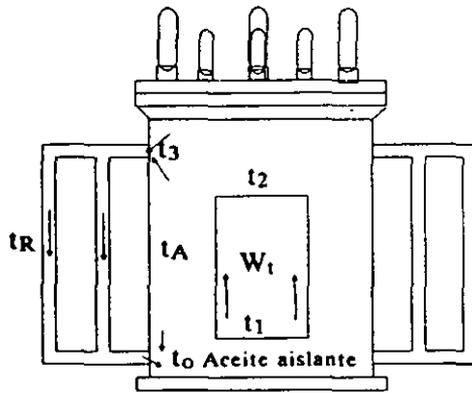
TIPOS DE ENFRIAMIENTO MAS EMPLEADOS

Se han normalizado una serie de tipos de enfriamiento, las Normas Americanas para Transformadores, Reguladores y Reactores ASA C57-1948, definen seis métodos

básicos de enfriamiento para los transformadores sumergidos en líquidos y tres para los transformadores secos que son identificados por las siguientes designaciones:

- 1.- *OA* (Sumergido en líquido aislante, con enfriamiento natural).
En estos transformadores el aceite aislante circula por convección natural dentro de un tanque con paredes lisas o corrugadas o bien provistos de enfriadores tubulares o radiadores separables.
- 2.- *OA/FA* (Sumergido en líquido aislante con enfriamiento propio, con enfriamiento con aire forzado).
Este es básicamente un transformador *OA* al cual se le han adicionado ventiladores para aumentar la capacidad de disipación del calor en las superficies de enfriamiento.
- 3.- *OA/FOA/FOA* (Sumergido en líquido aislante con enfriamiento propio/con aceite forzado-aire forzado/con aceite forzado-aire forzado).
El régimen del transformador tipo *OA* sumergido en líquido aislante puede ser aumentado por el empleo combinado de bombas y ventiladores. El aumento de la capacidad se hace en dos pasos: en el primero se usan la mitad de los radiadores y la mitad de las bombas para lograr un aumento de 1.333 veces sobre el diseño *OA*; en el segundo paso se hace trabajar a la totalidad de los radiadores y bombas con lo que se logra un aumento de 1.667 veces el régimen *OA*.
- 4.- *FOA* (Sumergido en líquido aislante, con enfriamiento por aceite forzado y de aire forzado).
Este tipo de transformadores se usa únicamente con los ventiladores y las bombas de aceite trabajando al mismo tiempo; tales condiciones absorben cualquier carga de pico a plena capacidad.
- 5.- *OW* (Sumergido en el líquido aislante con enfriamiento por agua).
En este tipo de transformadores el agua de enfriamiento es conducida por serpentines, los cuales están en contacto con el aceite aislante del transformador y se drena por gravedad o por medio de una bomba independiente. El aceite circula alrededor de los serpentines por convección natural.
- 6.- *FOW* (Sumergido en líquido aislante con enfriamiento de aceite forzado con enfriadores de agua forzada).
El transformador es prácticamente igual que el *FOA*, excepto que el cambiador de calor es el del modelo agua-aceite y por lo tanto el enfriamiento de aceite se hace por medio de agua sin tener ventiladores.
- 7.- *AA* (Tipo seco, con enfriamiento propio).
La característica principal de estos transformadores es que no contienen aceites ni otros líquidos para enfriamiento y el aire es el único medio aislante que rodea el núcleo y las bobinas.
- 8.- *AFA* (Tipo seco, con enfriamiento por aire forzado).
Estos transformadores se emplean para aumentar la potencia del tipo *AA* y tienen una capacidad simple basada en la circulación de aire forzado por ventiladores o sopladores; por medio de aberturas en el ducto se lleva el aire a cada núcleo del transformador.

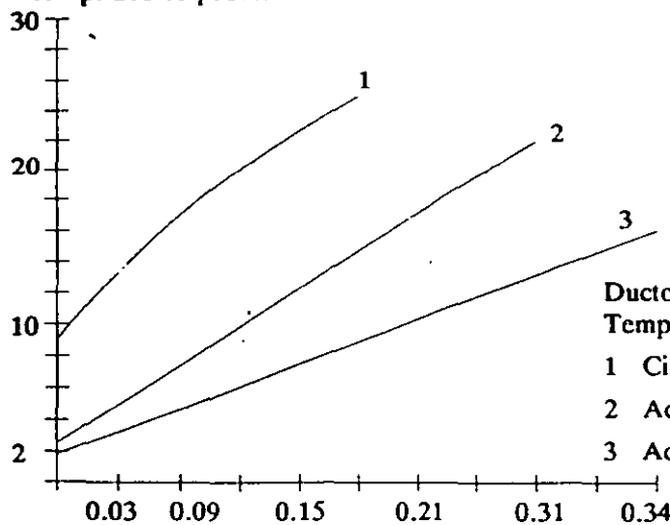
- 9.- **AA/FA** (Tipo seco, con enfriamiento natural/con enfriamiento por aire forzado). Este tipo es básicamente un transformador AA al cual se le han adicionado ventiladores para aumentar la capacidad de disipación de calor en las superficies de enfriamiento.



- W_t = Fuente de calor
- t_R = Temperatura radiador
- t_A = Temperatura aceite
- $\Delta Pc = k_{exp} \delta_A \Delta T$
- k_{exp} = Coef. expansión térmica
- δ_A = Densidad del aceite
- $t_o = <t_1 < t_2 > t_3 > t_o$
- $t_A = (t_1 + t_2)/2 > (t_o + t_3)/2 = t_R$
- $PcA < PcR$
- PcA = Peso columna aceite
- PcR = Peso columna radiador

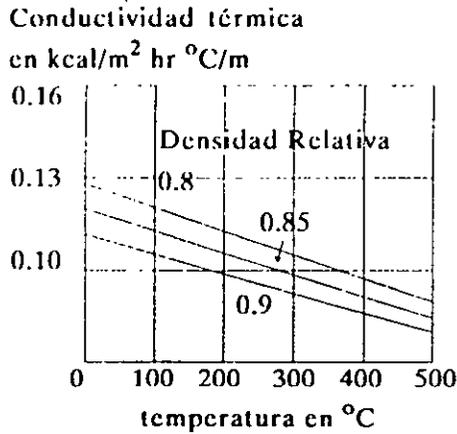
Figura 2.6.12.
Enfriamiento de un transformador por convección natural del aceite aislante

Δt = Temp. cobre promedio
temp. aceite prom.



- Ducto de 6.35mm.
- Temperatura promedio aceite = 70°C
- 1 Circulación aceite natural
- 2 Aceite forzado 8.38 cm/s
- 3 Aceite forzado 22.8 cm/s

Figura 2.6.13.
Familia de curvas por convección del aceite en el ducto de una bobina



1 (kcal/m² hr °C/m) = 0.01164 (watts/cm² °C/cm)

Figura 2.6.14.
Conductividad térmica del aceite aislante de diferentes densidades relativas en función de la temperatura

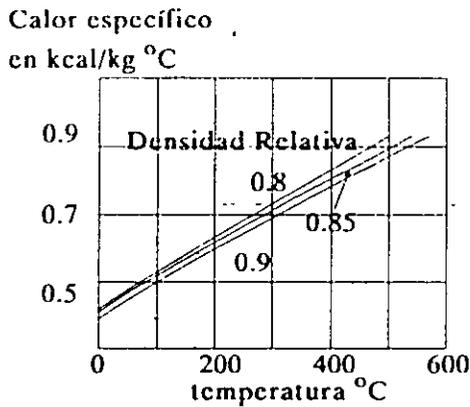
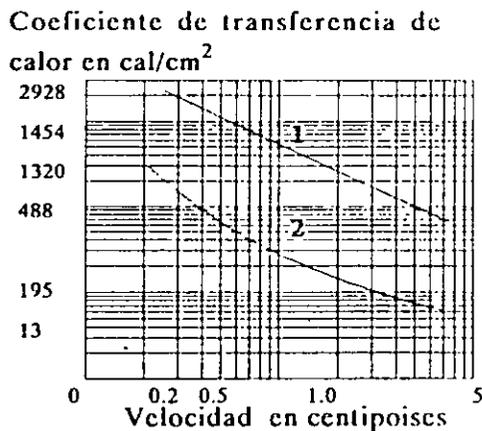


Figura 2.6.15.
Calor específico del aceite aislante de diferentes densidades relativas en función de la temperatura



- 1. Velocidad del flujo de 1.2 m/s
- 2. Velocidad del flujo de 0.3 m/s

1 poise = g / (cm-s)

Figura 2.6.16.
Coeficiente de transferencia de calor en cambiadores de calor como una función de la velocidad de flujo y la viscosidad del aceite aislante

2.6.2. OPERACION

EFFECTOS DE SOBRECARGAS PROLONGADAS

El tipo y los pasos de enfriamiento utilizados en un transformador en particular, determina la condición de operación al que podrá ser sometido, en cuanto a variación de carga y temperatura ambiental se refiere. En ocasiones por problemas en el sistema, los transformadores se ven sometidos a operar sobrecargados (solicitud de potencia por encima del máximo nominal de fabricación), incrementándose por consecuencia la temperatura interior en los devanados a valores que pueden provocar fallas de aislamiento de los mismos. Esta temperatura de ser excesiva, reducirá la vida del aislamiento irreversiblemente. Por eso es importante tener presente la capacidad de sobrecarga permisible para cada transformador.

Se puede decir que la capacidad de sobrecarga del transformador es función de su capacidad de dispersión de calor, pudiendo ser sobrecargado por un cierto período de tiempo sin sufrir daños permanentes. Hay que tener conocimiento de las normas y especificaciones con el que fue construido el transformador, y de los tipos de aislamientos usados.

En general, la curva de operación de sobrecarga en los transformadores tiene la forma siguiente:

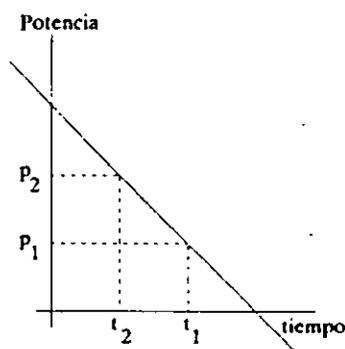


Figura 2.6.17.

Curva de operación de sobrecarga de un transformador

Y la de la vida de los aislamientos corresponde a:

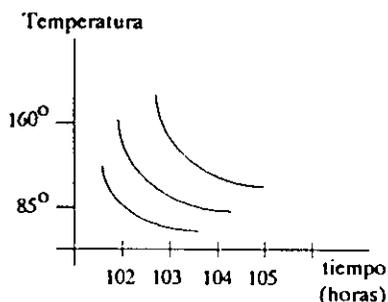


Figura 2.6.18.

Curva de la vida de los aislamientos de un transformador

Los tiempos y valores de sobrecarga se expresan para períodos de operación de 24 hrs. y son aplicables una vez por día.

BOQUILLAS TERMINALES

Para conectar los devanados del transformador al exterior se emplean elementos conductores llamados boquillas (*bushings*), hay tres tipos básicos:

a) **TIPO MACIZO.**- Es una pieza generalmente de porcelana o bakelita que incluye brida de sujeción y campanas por la parte exterior y birlos en la parte interior. En el interior de las boquillas pasa el cable que conecta al devanado al exterior; aunque el espacio que deja libre el cable interior se rellena con alguna pasta aislante licuada, el forro de éste es poroso y deja pasar la humedad y el aceite.

La desventaja de este tipo de boquilla es que en alta tensión, por la presencia de aire entre la porcelana y el birlo, ocasiona que la boquilla se comporte como dos capacitores en serie entre línea y tierra, uno el de la porcelana y otro el del aire. La disparidad de capacitancias y rigidez, hace que el gradiente eléctrico en la porcelana quede fuera de control y se produzcan concentraciones de campo en algunos puntos de la boquilla.

b) **TIPO RELLENO.**- Este tipo de boquilla tiene un gran espacio entre la porcelana y el birlo, pero este espacio no está ocupado por aire, sino por aceite o compound. En su parte superior la boquilla tiene una caja cilíndrica de vidrio que permite apreciar el nivel del aceite.

El compound que se usa para boquillas tiene una rigidez igual o mayor que la de un buen aceite; pero está expuesto a cristalizar y formar regiones de baja rigidez dieléctrica, lo que puede ocasionar la falla de la boquilla.

c) **TIPO CONDENSADOR.**- Son construidas con papel especial que se impregna de bakelita al momento de ser enrollado sobre un birlo tubular. Las boquillas de condensador no necesitan cubierta de porcelana para uso interior porque el papel bakelizado no absorbe humedad del aire. Para uso externo es indispensable colocar una cubierta de porcelana semejante a la que forma el tipo relleno.

La rotura de boquillas ocasionada por fenómenos transitorios de la corriente, descargas atmosféricas, por defecto de materiales de los aisladores o bridas y por golpes directos, es uno de los daños que pueden presentarse en ellas, este daño puede no ser visible.

El efecto principal de la sobreexcitación es la degradación térmica del aislamiento. Una severa sobreexcitación puede provocar una falla.

La curva siguiente muestra el límite para sobreexcitaciones por tiempos breves. Por ejemplo un transformador sujeto a 120% de excitación (Volts p.u./hertz p.u. x 100) puede soportar un minuto sin sufrir daño.

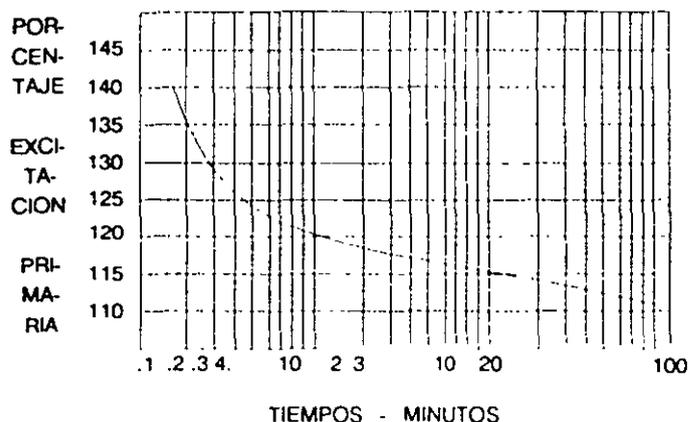


Figura 2.6.19.

Límite de sobre-excitación por tiempos breves

CAMBIADOR DE DERIVACION (TAPS)

Los cambiadores de derivación o taps en los transformadores de potencia tienen la función de permitir la disponibilidad de los distintos valores de voltaje arriba y abajo de la tensión nominal, logrando con esto ayudar a regular la tensión en las redes eléctricas a que se conectan contribuyendo también al control de reactivos en la red; ya que para cada tensión obtenida en un tap, la excitación requerida por el transformador es diferente y consecuentemente el consumo de reactivos.

Su instalación puede hacerse en el devanado de alta tensión o en el devanado de baja tensión, dependiendo de la decisión del nivel de tensión deseado, magnitud de la corriente aceptada, exactitud en la regulación (número de pasos) requerida, tamaño del transformador y forma de realización (sin carga o con carga).

Un cambiador de derivación instalado en el lado de baja tensión tiene la ventaja de proporcionar mejor regulación de voltaje y requerir menor nivel de aislamiento; teniendo la desventaja de manejar corrientes más elevadas, ocupar mayor espacio y ser más costoso.

Un cambiador en derivación instalado en el lado de alta tensión tiene la ventaja de manejar menores corrientes, introducir menos transitorios de tensión; teniendo la desventaja de requerir mayores distancias dieléctricas y proporcionar una regulación menos fina.

Es práctica común en CFE solicitar cambiadores de taps instalados en el lado de alta tensión de los transformadores de potencia.

En general, se considera admisible una sobrecarga (sin producir daño al equipo) de un 50% sobre su potencia nominal por un período de una hora por día. Sobrecargas superiores son admisibles por menor tiempo o inferiores por mayor tiempo, pudiendo ocurrir en períodos diferentes, pero siendo acumulativas.

PRACTICA DE OPERACION BAJO CARGA

Cuando el voltaje y/o frecuencia varían del valor de régimen, el transformador puede operarse como sigue:

- 1) Continuamente a potencia nominal o menos con el voltaje 5% arriba del voltaje nominal sobre el lado de generación o entrada.
- 2) Continuamente en vacío con un voltaje 10% arriba del voltaje nominal.
- 3) Normalmente con una variación de frecuencia de más o menos 5%
- 4) Cuando el voltaje y frecuencia varían simultáneamente, la suma de cada variación deberá estar dentro de más o menos el 5%, considerándose el aumento de voltaje y el decremento de frecuencia como positivo.

CONDICIONES DE SOBREEXCITACION

Existe para los transformadores de potencia el riesgo de sufrir una corriente de excitación excesiva que provoque un calentamiento elevado en el núcleo. Esta situación se puede presentar por dos condiciones:

- a) Alimentación de un voltaje excesivo arriba de la saturación del núcleo.
- b) Alimentación de tensiones menores de la nominal pero con baja frecuencia.

El primer caso puede suceder por condiciones anormales de la red, el segundo por disparo de un generador de la red y que se quede excitado durante su pérdida de velocidad afectando a sus transformadores de máquina y de auxiliares. Ambos casos deben ser previstos mediante protecciones para evitar daños al transformador. Un transformador de acuerdo a normas debe ser capaz de soportar:

- a) Operación al 10% arriba del voltaje nominal secundario mientras envía su capacidad nominal de KVA a factor de potencia mayor o igual a 0.8.
- b) Operación al 110% del voltaje nominal secundario en vacío.

Los límites se aplican a voltaje nominal y potencia normal de cualquier derivación pero a frecuencia nominal. Una medida común para evaluar el flujo en el núcleo es la excitación por unidad definida como voltaje en p.u. entre frecuencia en p.u. o generalmente se consideran los volts/hertz; cuando el voltaje aplicado a un transformador tiene la frecuencia distinta a la nominal debemos cuidar que se mantengan los límites de volts/hertz del transformador.

CONDICIONES BASICAS DE CARGA PARA UNA VIDA NORMAL ESPERADA

Las condiciones para una vida normal esperada de un transformador son una carga continua en su capacidad nominal en MVA enviando su carga a voltajes nominales y con un aire de enfriamiento que no exceda nunca los 40°C y con una temperatura promedio de 30°C durante las 24 horas.

Para transformadores con enfriamiento de agua las temperaturas serán máximo 30°C y promedio 25°C. Los 5°C menos de temperatura promedio son para permitir una posible disminución de la eficiencia del enfriamiento por incrustaciones en el cambiador de calor.

La norma considera la máxima temperatura de cobre como 95°C. Sin embargo la experiencia nos ha demostrado que el límite máximo es 105°C.

Las recomendaciones que se dan se basan en que la vida esperada del aislamiento del transformador es afectada por la temperatura de operación y el tiempo.

La capacidad nominal en KVA o MVA de un transformador es la carga que puede transmitir continuamente al voltaje nominal secundario sin exceder una temperatura medida bajo condiciones prefijadas. En términos prácticos se puede considerar como límite máximo de temperatura del devanado 105°C. Abajo de esta temperatura el aislamiento no sufrirá deterioro ni reducción de vida. Arriba de esa temperatura la vida de su aislamiento será acortada en diversos grados dependiendo de las condiciones.

La elevación de temperatura en base, a la cual la capacidad nominal en MVA está dada se basa en:

- a) La vida del aislamiento es afectada por la temperatura de operación.
- b) Las temperaturas ambiente que se consideraron durante la vida del transformador.

SOBRECARGAS BAJO CONDICIONES ESPECIFICAS CON UNA VIDA NORMAL ESPERADA

Los transformadores pueden ser sobrecargados por arriba de su capacidad nominal por un período de tiempo en tanto la temperatura del devanado no sea mayor de 105°C.

Existen grandes variaciones de temperatura entre la medida en el devanado y la temperatura simple del aceite del transformador en la parte superior del tanque. Por esto la temperatura del aceite sólo nos sirve como guía de la capacidad que puede llevar el transformador.

Cuando se tienen cargas de corta duración que sucedan una sola vez cada 24 horas, la máxima carga de un transformador durante ese período puede ser incrementada considerablemente sobre la capacidad nominal de acuerdo a lo especificado en las tablas 1, 2, 3 y 4.

GUÍA DE OPERACIÓN DE TRANSFORMADORES

Las recomendaciones de operación siguientes se basan en la Guía para Carga de Transformadores de Distribución y Potencia de la norma ANSI/IEEE. Se parte desde luego de que para considerar operable con seguridad un transformador dentro de su capacidad deberá verificarse lo siguiente:

- a) Que los auxiliares para enfriamiento forzado de aceite, ventiladores y motores de las bombas de aceite operen satisfactoriamente. Esto es recomendable asegurarlo mediante un mantenimiento preventivo regular que incluya su sistema de control y arrancadores; una vigilancia rutinaria en subestaciones atendidas y una operación confiable de las alarmas en subestaciones atendidas y no atendidas. La pérdida de un enfriador por falla disminuirá la capacidad del transformador en el porcentaje que determine el fabricante del equipo.
- b) Que los enfriadores y radiadores se encuentren limpios y sus ductos, por donde circula el aire, libres de obstrucciones. Esto se deberá asegurar mediante una limpieza periódica.
- c) Que los instrumentos de indicación de temperatura de aceite y temperatura de devanado estén bien calibrados; que sus alarmas de alta temperatura operen adecuadamente, por lo que deberán probarse durante la puesta en servicio y en las revisiones bianuales del transformador.
- d) Que las conexiones y cables de conexión sean apropiados para la máxima capacidad que en un momento pueda transmitir el transformador, se encuentren apretadas y con buen contacto.
- e) Que los demás instrumentos de indicación de nivel y protecciones estén conectados y debidamente verificados.

Considerando que se cumple con lo anterior se aclara que las recomendaciones siguientes son aplicables únicamente a transformadores inmersos en aceite con aislamiento tipo A.

Deberá partirse del hecho que ninguna carga superior a la capacidad nominal de un transformador deberá aplicarse sin hacer un estudio completo de otras limitaciones prácticas que puedan estar involucradas, como son la expansión del aceite, presión en unidades selladas, capacidad de boquillas, conectores, conexiones soldadas, transformadores de corriente, capacidad de interruptores, cables y cuchillas. Estos pueden constituir un límite práctico para la disponibilidad de transmisión.

La capacidad real que puede transmitir un transformador en un momento dado en servicio, sin deterioro de su aislamiento, puede ser un poco más o un poco menos de su capacidad nominal dependiendo de la temperatura ambiente y de las condiciones previas de operación.

**SOBRECARGAS BAJO CONDICIONES ESPECIFICAS
CON UN SACRIFICIO DE VIDA MODERADO.**

Las gráficas para determinar el sacrificio de vida de un transformador se dan en la norma ASA C 57.92 para los distintos tipos de enfriamiento.

- Auto-enfriado.
- Enfriado con agua.
- Con aire forzado (para 133% o menos de los KVA en OA).
- Con aire forzado (para 133% o más de los KVA en OA).
- Con aceite o aire forzado.

En las tablas 5, 6, 7 y 8 se puede seleccionar la temperatura máxima del cobre para sobrecargas y tiempos que sucedan después de operar al 50% de la capacidad nominal o después de operar al 100%, y para esto determinar el porcentaje de pérdida de vida en tal sobrecarga. O puede determinar la sobrecarga de un porcentaje seleccionado de pérdidas de vida.

Se considera que para condiciones durante emergencias una pérdida de 1% de vida útil por año es razonable. Por consiguiente esta operación no debe considerarse normal o programarse tal que sume más de 1% de pérdidas de vida en un año. Se recomienda sólo para condiciones de extrema emergencia tales como el disparo de otro banco en paralelo y sólo durante el tiempo que se requiera para reducir la carga o cuando existan disturbios graves en la red.

La temperatura del aceite en la parte superior del tanque, cuando se conoce, es un mejor criterio de las condiciones al inicio para una carga dada, que las condiciones previas de carga, porque el aceite puede no haber alcanzado su máxima temperatura de la carga anterior.

En las tablas se usaron las siguientes limitantes:

Máxima temperatura de aceite (Sin protección)	90°C
Máxima temperatura de aceite (Protegido)	100°C
Máxima temperatura de devanado	150°C
Máxima carga de tiempo corto	200°C

ENFRIAMIENTO OA Y FOW DESPUES DEL 50 % DE CARGA				
VECES KVA NORMALES – NO MAS QUE EL SIGUIENTE PORCIENTO DE VIDA				
HORAS	% DE PERDIDA DE VIDA			
	0.01	0.25	0.5	1.0
1/2	2.00	2.00	2.00	2.00
1	1.76	1.91	2.00	2.00
2	1.50	1.62	1.72	1.82
4	1.27	1.38	1.46	1.53
8	1.13	1.21	1.30	1.37
24	1.05	1.10	1.15	1.23

TABLA No. 5
Tabla de sobrecargas con sacrificio de vida moderado

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOENFRIADO CON AGUA (OA O OW) CARGA INICIAL PREVIA EN % TEMPERATURA AMBIENTE EN °C																	
	50%						70%						90%					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	2.00	2.00	1.89	1.70	1.52	2.00	2.00	1.95	1.78	1.60	1.41	2.00	1.99	1.82	1.64	*	*
1	2.00	1.88	1.73	1.58	1.41	1.23	1.95	1.80	1.65	1.49	1.32	1.14	1.86	1.70	1.55	1.39	*	*
2	1.76	1.64	1.51	1.37	1.22	1.06	1.72	1.59	1.46	1.32	1.16	0.99	1.66	1.53	1.39	1.24	*	*
4	1.54	1.43	1.33	1.19	1.06	0.92	1.52	1.41	1.29	1.17	1.04	0.89	1.50	1.39	1.26	1.13	*	*
8	1.41	1.30	1.19	1.08	0.96	0.84	1.40	1.30	1.19	1.07	0.95	0.83	1.39	1.29	1.18	1.06	*	*
24	1.33	1.22	1.11	1.00	0.89	0.78	1.33	1.22	1.11	1.00	0.89	0.79	1.33	1.22	1.11	1.00	*	*

TABLA No. 1

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOENFRIADO Y AIRE FORZADO (OA/FA) CARGA INICIAL PREVIA EN % TEMPERATURA AMBIENTE EN °C																	
	50%						70%						90%					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	2.00	1.97	1.82	1.66	1.49	2.00	2.00	1.89	1.74	1.58	1.40	2.00	1.92	1.77	1.61	*	*
1	1.90	1.77	1.64	1.50	1.35	1.19	1.84	1.71	1.57	1.43	1.28	1.11	1.77	1.63	1.49	1.35	*	*
2	1.64	1.53	1.42	1.29	1.16	1.02	1.61	1.50	1.38	1.26	1.12	0.97	1.58	1.46	1.34	1.21	*	*
4	1.46	1.36	1.26	1.15	1.03	0.90	1.45	1.35	1.24	1.13	1.01	0.88	1.44	1.34	1.23	1.11	*	*
8	1.37	1.27	1.17	1.07	0.96	0.84	1.37	1.27	1.17	1.07	0.96	0.83	1.36	1.27	1.17	1.06	*	*
24	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	0.78	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	0.78	1.31	1.21	1.11	1.00	*	*

TABLA No. 2

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: AUTOENFRIADO CON DOS PASOS DE VENTILACION FORZADO (OA/FA/FA) CARGA INICIAL PREVIA EN % TEMPERATURA AMBIENTE EN °C																	
	50%						70%						90%					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	1.91	1.78	1.65	1.52	1.37	1.96	1.84	1.71	1.58	1.43	1.28	1.89	1.77	1.64	1.50	*	*
1	1.73	1.62	1.51	1.38	1.25	1.12	1.68	1.58	1.46	1.33	1.20	1.06	1.64	1.53	1.41	1.28	*	*
2	1.53	1.42	1.33	1.22	1.11	0.98	1.51	1.41	1.30	1.19	1.07	0.95	1.49	1.39	1.28	1.17	*	*
4	1.40	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	1.40	1.31	1.21	1.10	1.00	0.88	1.39	1.30	1.20	1.09	*	*
8	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.15	1.05	*	*
24	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	*	*

TABLA No. 3

TIEMPO EN HORAS	TIPO DE ENFRIAMIENTO: (FOA, FOW o OA/FOA/FOA) CARGA INICIAL PREVIA EN % TEMPERATURA AMBIENTE EN °C																	
	50%						70%						90%					
	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50	0	10	20	30	40	50
1/2	2.00	1.91	1.78	1.65	1.52	1.37	1.96	1.84	1.71	1.58	1.43	1.28	1.89	1.77	1.64	1.50	*	*
1	1.73	1.62	1.51	1.38	1.25	1.12	1.68	1.58	1.46	1.33	1.20	1.06	1.64	1.53	1.41	1.28	*	*
2	1.53	1.43	1.33	1.22	1.11	0.98	1.51	1.41	1.30	1.19	1.07	0.95	1.49	1.39	1.28	1.17	*	*
4	1.40	1.31	1.21	1.11	1.00	0.89	1.40	1.31	1.21	1.10	1.00	0.88	1.39	1.30	1.20	1.09	*	*
8	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.16	1.06	0.96	0.84	1.34	1.25	1.15	1.05	*	*
24	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	0.90	0.79	1.30	1.20	1.10	1.00	*	*

TABLA No. 4

En las normas ASA existe el apéndice C57.992 que es una guía para sobrecarga de transformadores sumergidos en aceite, que se utiliza tanto en transformadores de distribución como de potencia. Este apéndice contiene amplias referencias para poder calcular la pérdida de vida útil de transformadores de potencia. A manera de ejemplo, a continuación se muestra la tabla 92-02-200 J para transformadores autoenfriados y de doble paso de aire forzado.

TABLA DE CAPABILIDAD PARA TRANSFORMADORES AUTOENFRIADOS Y AIRE FORZADO OA/FA/PA. CON SACRIFICIO MODERADO DE VIDA, CON UNA CARGA INICIAL DEL 70% DE LA CAPACIDAD NOMINAL MAXIMA DE PLACA.

CARGA PICO EN HORAS	TEMP. HOTTEST SPOT	PERDIDA DE VIDA EN % NO MAS DE	SOBRECARGA MAX. PERMITIDA EN No. DE VECES EN CAPACIDAD DE PLACA					
			TEMP. AMBIENTAL °C					
			0	10	20	30	40	50
1/2	142	0.25	2.0	2.0	1.96	1.84	1.71	1.58
	150	0.50	2.0	2.0	2.0	1.94	1.82	1.69
1	134	0.25	1.92	1.81	1.70	1.59	1.47	1.36
	142	0.50	2.0	1.90	1.80	1.69	1.58	1.45
	150	1.00	2.0	1.98	1.88	1.77	1.66	1.55
2	126	0.25	1.68	1.59	1.49	1.39	1.29	1.18
	134	0.50	1.75	1.66	1.57	1.47	1.37	1.27
	142	1.00	1.82	1.73	1.64	1.55	1.45	1.32
	150	2.00	1.89	1.80	1.71	1.63	1.52	1.32
4	119	0.25	1.53	1.44	1.35	1.26	1.16	1.05
	126	0.50	1.59	1.51	1.42	1.33	1.23	1.13
	134	1.00	1.65	1.57	1.49	1.40	1.31	1.21
	142	2.00	1.72	1.64	1.56	1.47	1.38	1.21
	150	4.00	1.79	1.71	1.63	1.52	1.38	1.21
8	112	0.25	1.45	1.36	1.27	1.17	1.07	0.97
	119	0.50	1.51	1.42	1.33	1.24	1.14	1.04
	126	1.00	1.57	1.49	1.40	1.31	1.22	1.12
	134	2.00	1.63	1.55	1.46	1.37	1.28	1.18
	142	4.00	1.69	1.61	1.53	1.45	1.34	1.18
24	104	0.25	1.37	1.28	1.18	1.08	0.98	0.88
	109	0.50	1.42	1.33	1.24	1.14	1.04	0.94
	115	1.00	1.47	1.38	1.29	1.20	1.10	1.00
	122	2.00	1.53	1.44	1.35	1.26	1.17	1.07
	130	4.00	1.59	1.51	1.42	1.33	1.24	1.15

TABLA No. 9

45

SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA ENFRIAMIENTO OA Y FOW DESPUES DE UN 100% DE KVA NOMINALES				
HORAS	% DE PERDIDA DE VIDA			
	0.01	0.25	0.5	1.0
1/2	1.75	1.92	2.00	2.00
1	1.54	1.69	1.81	1.92
2	1.35	1.48	1.58	1.68
4	1.20	1.32	1.40	1.48
8	1.11	1.20	1.28	1.35
24	1.06	1.09	1.15	1.23

TABLA No. 6

SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA DE ENFRIAMIENTO FA DESPUES ES DEL 50%				
HORAS	% SACRIFICIO DE VIDA			
	0.01	0.25	0.5	1.0
1/2	1.97	2.00	2.00	2.00
1	1.66	1.79	1.90	2.00
2	1.39	1.51	1.59	1.68
4	1.21	1.31	1.38	1.45
8	1.11	1.19	1.26	1.33
24	1.05	1.09	1.15	1.22

TABLA No. 7

SOBRECARGA DE TIEMPO CORTO CON MODERADO SACRIFICIO DE VIDA, ENFRIAMIENTO FA DESPUES DE 100% DE CARGA				
HORAS	% SACRIFICIO DE VIDA			
	0.01	0.25	0.5	1.0
1/2	1.67	1.82	1.94	2.00
1	1.47	1.60	1.71	1.81
2	1.29	1.41	1.50	1.58
4	1.18	1.28	1.35	1.43
8	1.10	1.18	1.26	1.33
24	1.05	1.09	1.15	1.21

TABLA No. 8

CONDICIONES DE SERVICIO

Las condiciones de servicio de transformadores de fuerza tendrán que satisfacer la siguiente condición:

El transformador deberá ser operado a una altura máxima de 1,000 Metros (3,300 Pies) sobre el nivel del mar.

Nota: Si el transformador ha sido diseñado para la operar a más altura 1,000 metros sobre el nivel del mar, los transformadores naturalmente pueden operarse a la altura de diseño. Cuando el transformador diseñado para condiciones de servicio normal se opera a una altura más de 1,000 metros sobre el nivel del mar, hay que tener cuidado sobre la siguiente condición.

CAPACIDAD REAL DEL TRANSFORMADOR

Se recomienda reducir el régimen de KVA por los porcentajes dados en la tabla siguiente, por cada 100 metros (330 Pies) de altura en exceso.

Valores recomendados por Normas ASA y británicos.

Tipo enfriamiento	
Sumergido en aceite enfriado Automáticamente	0.4%
Sumergido en aceite forzado Aire-enfriado	0.5%
Forzado-aceite forzado Aire-Enfriado	0.5%
Enfriado por agua	0.0%

Sin embargo, el transformador puede usarse normalmente sin reducir su KVA de régimen porque la temperatura ambiente a altas alturas es normalmente más baja que en condiciones de servicio normal. ASA estándar describe que el transformador diseñado para condiciones de servicio normal puede usarse a sus KVA de régimen, basta que la temperatura promedio del aire enfriado no exceda los valores abajo mencionados para las alturas respectivas.

TIPO ENFRIAMIENTO	ALTURA (METROS SOBRE EL NIVEL DEL MAR)			
	1000	2000	3000	4000
SUMERGIDO EN ACEITE ENFRIADO AUTOMÁTICAMENTE	30°C	28°C	25°C	23°C
SUMERGIDO EN ACEITE ENFORZADO AIRE - ENFRIADO	30°C	26°C	23°C	20°C
ENFORZADO-ACEITE ENFORZADO AIRE-ENFRIADO				

TABLA No. 10



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

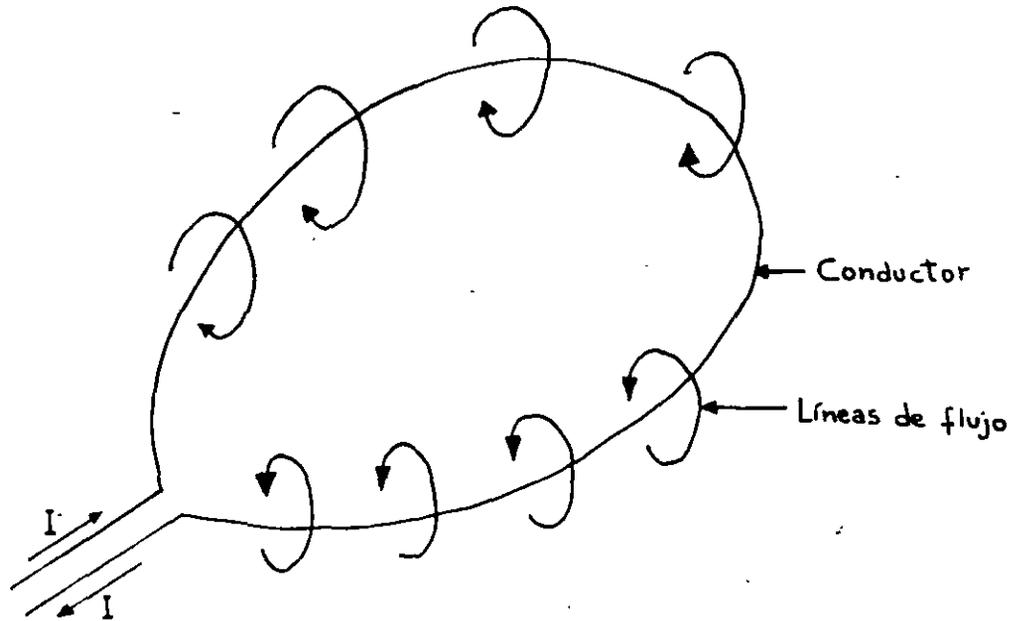
TEMA

PARÁMETROS EN LÍNEAS DE TRANSMISIÓN

**EXPOSITOR: ING. DAVID VÁZQUEZ ORTIZ
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

REACTANCIA INDUCTIVA DE LINEAS DE TRANSMISION

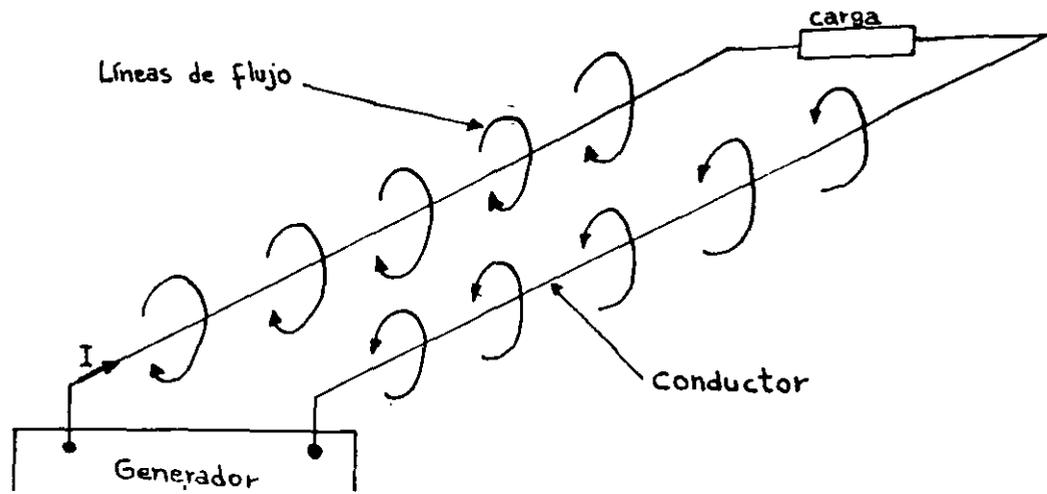
El cálculo de la reactancia inductiva de líneas de transmisión requiere de la aplicación de conceptos familiares de campos magnéticos e inducción magnética.



ACOPLAMIENTOS \equiv ENLACES

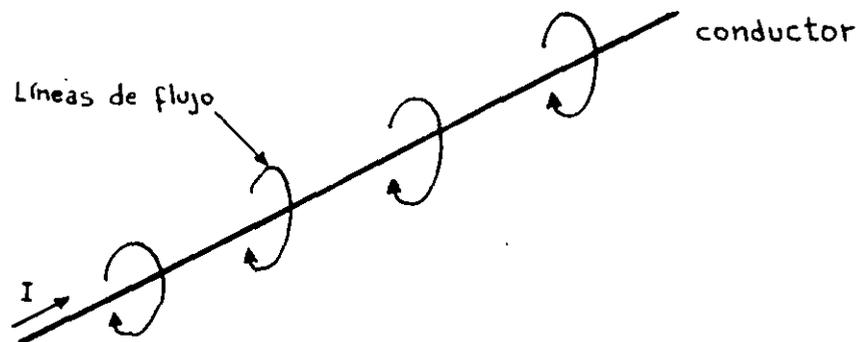
El número de acoplamientos de flujo es igual al producto de el flujo y el número de vueltas que acopla.

Una línea de transmisión de una fase consiste de dos conductores en paralelo. En un extremo conectados a las terminales del generador mientras que en el otro a la carga. Cuando se cierra el circuito se constituye un lazo como se muestra en la siguiente figura.

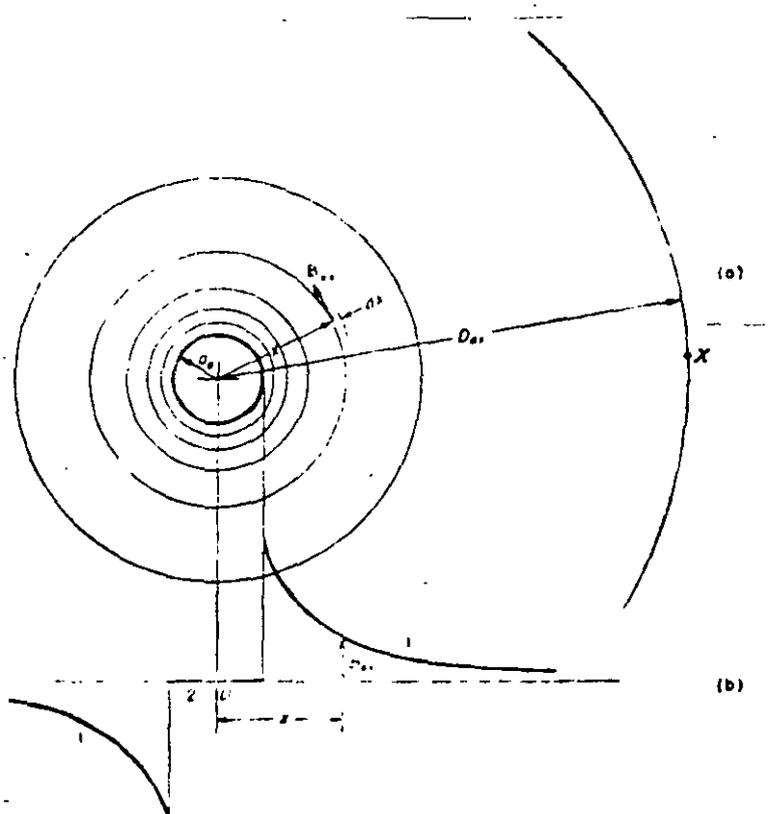


Existen acoplamientos mutuos, distorsiones de campo que ocurren en los extremos de la línea.

Si se incrementa el ancho entre los conductores de la figura anterior (infinitamente) nos quedará un solo conductor sin acoplamientos mutuos del otro conductor.



Conductor infinitamente largo, redondo y recto.



Si la corriente es alterna la densidad de corriente será mayor en la periferia que en el centro del conductor.

Este problema de distribución de corriente tiene que ver con la naturaleza del campo magnético dentro del conductor (efecto piel).

Asumamos que la corriente fluye en la superficie del conductor y es distribuida uniformemente en la periferia. Este caso extremo de efecto piel ocurre cuando se tiene conductividad infinita del material conductor o a una frecuencia infinita.

Debido a que existe simetría total las líneas de flujo son círculos concéntricos alrededor del conductor y todas las líneas de flujo externas a la superficie del conductor encerrarán toda la corriente circulando por el conductor:

∴ F = i amperes vuelta

Desde que las líneas de flujo son concéntricas, la intensidad de campo magnético es constante a lo largo de cada una de ellas. La intensidad de campo magnético a una distancia radial x del conductor es:

$$H = \frac{F}{l} = \frac{i}{2\pi x} \text{ amp vuelta/metro}$$

y la densidad de flujo externa del conductor :

$$B_{ex} = 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} \frac{i}{x} \text{ webers/metro}^2$$

μ_{rex} = permeabilidad relativa del medio que rodea al conductor.

En la misma figura anterior se grafica B_{ex} en función de x.

$B_m = 0$ (Se asumió que la corriente fluye por la superficie. Cualquier trayectoria cerrada contruida dentro del conductor no encierra corriente ∴ F = 0)

si consideramos un cilindro de radio D_{ax} , el flujo puede calcularse como:

$$\begin{aligned} \phi_{ex} &= \int_a^{D_{ax}} B_{ex} dx = \int_a^{D_{ax}} 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} i \frac{dx}{x} \\ \phi_{ex} &= 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} i \ln \frac{D_{ax}}{a} \text{ webers/metro de conductor} \end{aligned}$$

Todo este flujo rodea a la sección transversal del conductor. De tal forma que se tendrá acoplamiento de flujo de:

$$\lambda_{ex} = \phi_{ex} = 2 \times 10^{-7} \mu_{rex} i \ln \frac{D_{ax}}{a} \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

se puede observar que si $D_{ax} \rightarrow \infty \Rightarrow \lambda_{ex} \rightarrow \infty$

Ahora analizaremos el caso extremo de no efecto piel (distribución uniforme de corriente en la sección transversal del conductor).

Si la corriente por el conductor es la misma que en el caso anterior el campo externo es el mismo y además para este caso resultará en un campo interno.

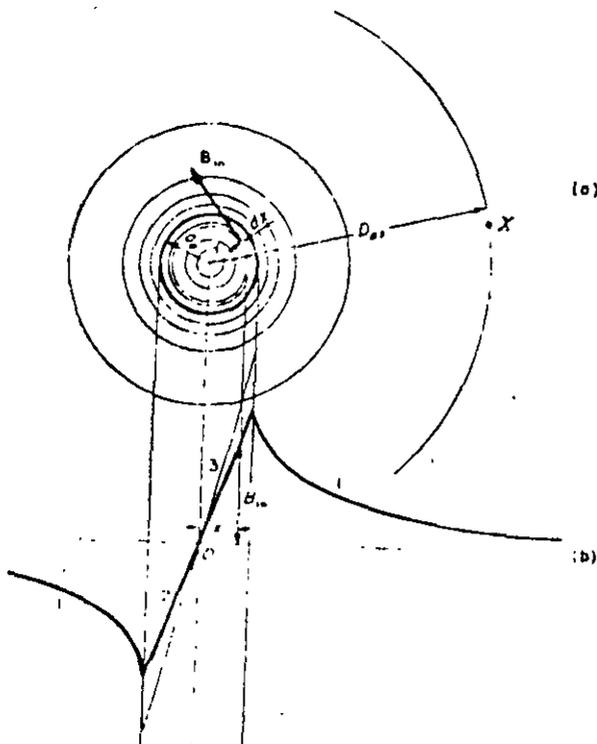
Las líneas de flujo interno encierran una corriente alrededor de la línea de flujo de radio x ; la fuerza magnetomotriz es:

$$F_x = \frac{\pi x^2}{\pi a^2} i$$

su intensidad de campo magnético es:

$$H = \frac{F}{\ell}$$

$$H_x = \frac{F_x}{2\pi x} = \frac{i}{2a} \cdot x \text{ amperes vuelta/metro}$$



y la densidad de flujo B_{in} es:

$$B_{in} = \mu H_x = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i}{a^2} \times \text{webers/metro}^2$$

μ_{rm} es la permeabilidad relativa del material conductor.

Se puede ver que si $\mu_{rin} = \mu_{rex}$

⇒

$$B_{in} = B_{ex}$$

El flujo entre cilindros dentro del conductor de radios x y $x+dx$ es:

$$d\phi_x = B_{in} dx = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i}{a^2} x dx \text{ webers/metro de conductor}$$

el campo acopla con $\frac{\pi x^2}{\pi a^2}$ de la sección transversal.

El acoplamiento de flujo es:

$$d\lambda_x = \frac{\pi x^2}{\pi a^2} d\phi_x = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i x^3}{a^4} dx \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

$$\lambda_{in} = \int_0^{a_0} d\lambda_x = 2 \times 10^{-7} \mu_{rin} \frac{i}{a^4} \left[\frac{x^4}{4} \right]_0^{a_0}$$

$$= 10^{-7} \frac{\mu_{rin}}{2} i \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

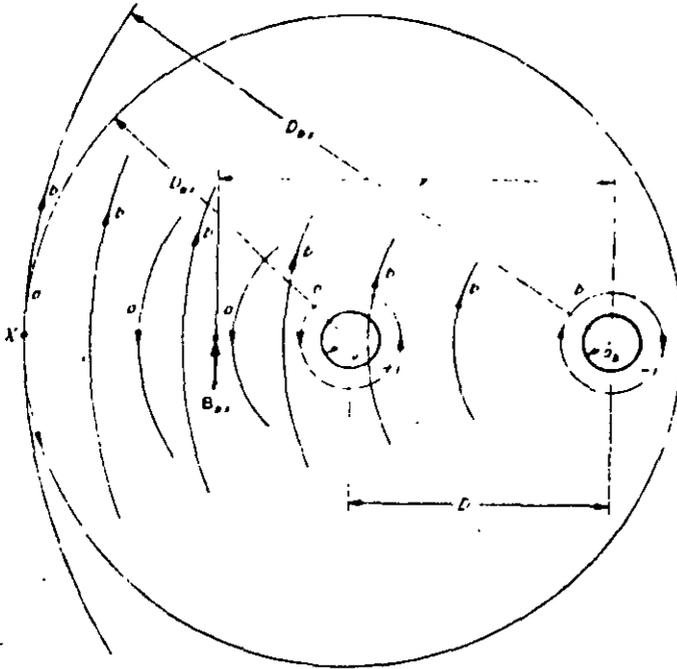
El acoplamiento total en un conductor de un metro de longitud producido por todo el flujo dentro de un radio D_{ax}

$$\lambda_x = \lambda_{in} + \lambda_{ex} = i \times 2 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D_{ax}}{a} \right)$$

= acoplamiento/metro de conductor

$$= i \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{ax}}{a} \frac{\mu_{rin}}{e} \text{ acoplamientos/metro de conductor}$$

Dos conductores redondos, infinitamente largos, paralelos con corrientes iguales y en direcci3n opuesta.



Asumir:

- La distancia D entre conductores es larga comparada con sus radios a_a y a_b .
- La corriente está uniformemente distribuida a través de la sección transversal de cada conductor.

No existe material ferromagnético en, c alrededor del conductor.

Si se cumplen estas 3 consideraciones, no existirá saturación del circuito magnético, el sistema es lineal y \therefore el principio de superposición es aplicable a las densidades de flujo, flujo y acoplamiento de flujos.

El flujo producido por las corrientes fluyendo en cualquiera de los conductores puede ser calculado como si el otro conductor no existiera:

$$\lambda_{ax} = \lambda_{aax} + \lambda_{abx}$$

$$\lambda_{aax} = i \times 2 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D_{ax}}{a} \right) \text{ Enlaces/metro de cond.}$$

$$\lambda_{abx} = \phi_{abx} = \int_D^{D_{bx}} B_{bx} dx$$

donde ϕ_{abx} y B_{bx} son respectivamente el flujo y la densidad de flujo producida por el conductor "b" en la región entre conductor "a" y "x"

$$B_{bx} = -2 \times 10^{-7} \mu_{rex} \frac{i}{x}$$

↑ la corriente va en sentido contrario

$$\lambda_{abx} = -2 \times 10^{-7} i \mu_{rex} \ln \frac{D_{bx}}{D} \text{ webers/metro de conductor.}$$

Los enlaces de flujo totales en el conductor a son:

$$\lambda_{ax} = \lambda_{aax} + \lambda_{abx}$$

$$= i \times 2 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D}{a} \frac{D_{ax}}{D_{bx}} \right) \text{ enlaces/metro de conductor}$$

si la línea x de la figura anterior se desplaza al infinito

$\frac{D_{ax}}{D_{bx}} \rightarrow 1$ y los enlaces totales λ_a del conductor es:

$$\lambda_a = i \times 2 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D}{a} \right) \text{ enlaces/metro de conductor}$$

con material no magnético alrededor del conductor

$$\lambda_a = ix2x10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D}{a_a} \right)$$

y \therefore

$$\lambda_b = ix2x10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D}{a_b} \right) \text{ enlaces/metro de conductor}$$

si conectamos los extremos de ambos conductores se formará un lazo y por lo tanto:

$$\lambda_{\text{lazo}} = \lambda_a + \lambda_b = ix4x10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D}{a} \right)$$

$$L = \lambda i$$

$$L_{\text{lazo}} = 4x10^{-7} \left(\frac{\mu_{rin}}{4} + \mu_{rex} \ln \frac{D}{a} \right) \text{ Henrys/metro de lazo}$$

si se asume que la corriente está concentrada en una laminilla infinitamente pequeña en la superficie del conductor \Rightarrow

$$\lambda_a = ix2x10^{-7} \mu_{rex} \ln \frac{D}{a_a}$$

$$\lambda_b = ix2x10^{-7} \mu_{rex} \ln \frac{D}{a_b}$$

$$\lambda_{\text{lazo}} = ix2x10^{-7} \mu_{rex} \ln \frac{D}{a}$$

$$L_{\text{lazo}} = 4x10^{-7} \mu_{rex} \ln \frac{D}{a}$$

N Conductores redondos, paralelos e infinitamente largos

Si se asumen las 3 condiciones anteriores y además que la corriente en cada conductor es la misma a lo largo de toda su longitud y que la suma de las corrientes instantenas fluyendo en los N conductores es cero (estas consideraciones van de acuerdo con muchas de las líneas de transmisión).

Para este caso también se puede aplicar superposición en forma similar a la sección anterior :

$$\lambda_{aax} = i_a \times 2 \times 10^{-7} \left(\frac{\mu_r r_{in}}{4} + \ln \frac{D_{ax}}{a} \right) \text{ enlaces/metro de conductor}$$

$$\lambda_{abx} = i_b \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}}$$

$$\lambda_{acx} = i_c \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{cx}}{D_{ac}}$$

$$\vdots$$

$$\vdots$$

$$\lambda_{anx} = i_n \times 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D_{nx}}{D_{an}}$$

$$\lambda_x = \lambda_{aax} + \lambda_{abx} + \lambda_{acx} + \dots + \lambda_{anx}$$

$$\lambda_{ax} = 2 \times 10^{-7} \left[i_a \left(\frac{\mu_r r_{in}}{4} + \ln \frac{1}{a} \right) + i_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + \dots + i_n \ln \frac{1}{D_{an}} \right]$$

$$+ 2 \times 10^{-7} \left[i_a \ln D_{ax} + i_b \ln D_{bx} + \dots + i_n \ln D_{nx} \right]$$

Si $i_a, i_b, i_c, \dots, i_n$ son corrientes alternas senoidales con frecuencia f su representación compleja es:

$$i_a = \operatorname{Re} \left| \sqrt{2} I_a e^{j\omega t} \right|$$

$$\frac{di_a}{dt} = \operatorname{Re} \left| \sqrt{2} j\omega I_a e^{j\omega t} \right|$$

$$\frac{di_k}{dt} = \operatorname{Re} \left| \sqrt{2} j\omega I_a e^{j\omega t} \right| \quad k = a, b, c, \dots, n$$

$$e_k = \operatorname{Re} \left| \sqrt{2} V_k e^{j\omega t} \right|$$

sustituyendo estas ecuaciones en la de e_a , omitiendo la parte real y dividiendo por $\sqrt{2} e^{j\omega t}$

$$V_a = 2 \times 10^{-7} j \omega [I_a (\frac{\mu r i n}{4} + \ln \frac{1}{a_a}) + I_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + I_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + I_n \ln \frac{1}{D_{an}}] \text{ Volts/m. de cond.}$$

$$\lambda_{ax} = 2 \times 10^{-7} [i_a (\frac{\mu r i n}{4} \ln \frac{1}{a_a}) + i_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + i_n \ln \frac{1}{D_{an}}] + 2 \times 10^{-7} [i_a \ln D_{ax} + i_b \ln D_{bx} + \dots + i_n \ln D_{nx}]$$

$$i_n = i_a - i_b - i_c - \dots - i_{n-1}$$

$$\lambda'_{ax} = 2 \times 10^{-7} (i_a \ln \frac{D_{ax}}{D_{nx}} + i_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{nx}} + \dots + i_{n-1} \ln \frac{D_{n-1}}{D_{nx}})$$

$$\text{si } x \rightarrow \infty, \frac{D_{ax}}{D_{nx}} \rightarrow 1 \text{ y } \ln \frac{D_{ax}}{D_{nx}} \rightarrow 0$$

$$\therefore \lambda'_{ax} = 0$$

$$\therefore \lambda_a = 2 \times 10^{-7} [i_a (\frac{\mu r i n}{4} + \ln \frac{1}{a_a}) + i_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + i_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots + i_n \ln \frac{1}{D_{an}}]$$

El voltaje inducido en el conductor a es

$$e_a = -\frac{d\lambda_a}{dt} \text{ volt/ metro de conductor}$$

$$e_a = 2 \times 10^{-7} \left[\frac{di_a}{dz} \left(\frac{\mu_r r \ln}{4} + \ln \frac{1}{a_a} \right) + \frac{di_b}{dz} \ln \frac{1}{D_{ab}} + \frac{di_c}{dz} \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots \right. \\ \left. + \frac{di_n}{dz} \ln \frac{1}{D_{an}} \right] \text{ volts/metro de conductor}$$

transformando la ec. anterior a Laplace

$$X_{aa} = jX_{aa} = j 2 \times 10^{-7} \omega \left(\frac{\mu_r r \ln}{4} + \ln \frac{1}{a_a} \right) \\ = j \times 2 \times 10^{-7} \omega \ln \frac{1}{d_a} \text{ ohms/metro de conductor}$$

$$d_a = a_a e^{-\mu_r r / 4} \text{ radio de la pared de espesor infinitesimal}$$

$$X_{ab} = jX_{ab} = j \times 2 \times 10^{-7} \omega \ln D_{ab} \text{ ohms/metro de conductor}$$

$$X_{an} = jX_{an} = j \times 2 \times 10^{-7} \omega \ln D_{an} \text{ ohms/metro de conductor}$$

$$V_a = I_a X_{aa} - I_b X_{ab} - I_c X_{ac} - \dots - I_n X_{an} \text{ volts/metro de conductor}$$

X_{aa} depende solamente de las dimensiones del conductor y X_{ak} depende de la distancia entre a y k

X_{aa} reactancia del conductor (propia)

X_{ab} reactancia de separación (mutua)

$$X_{aa} = 2 \times 10^{-7} \times 1609.4 \times 2 \times \pi f \ln \frac{1}{d_a} \\ = 0.00202 f \ln \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

usando logaritmos de base 10

$$X_{aa} = 0.00466 f \log \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

En general el voltaje inducido por milla en el conductor k es:

$$V_k = -X_{ka} I_a - X_{kb} I_b - \dots - X_{k(k-1)} I_{k-1} \\ + X_{kk} I_k - \dots - X_{kn} I_{kn} \text{ volts/milla de conductor}$$

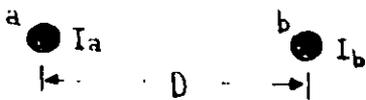
$$\lambda_{kk} = jX_{kk} = j0.00202 f \ln \frac{1}{d_k} \\ = j0.00466 f \log \frac{1}{d_k} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$X_{ki} = \lambda_{ik} = jX_{ki} = j0.00202 f \ln D_{ki} \\ = j0.00466 f \log D_{ki} \text{ ohms/milla de conductor}$$

para $\mu_{rim} = 1$

$$d_k = 0.7788 a_k$$

Línea de fase sencilla



$$I_a = I \text{ amp}$$

$$I_b = I \text{ amp}$$

Los voltajes inducidos en estos conductores, V_a y V_b respectivamente son:

$$V_a = X_{aa} I_a - X_{ab} I_b = I (X_{aa} + X_{ab})$$

$$V_b = -X_{ab} I_a + X_{bb} I_b = -I (X_{bb} + X_{ab})$$

como los conductores son idénticos:

$$X_{aa} = X_{bb}$$

$$X_{aa} = X_{bb} = j0.0046 f \log \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$d_a = 0.7788 \times \text{radio (en pies) del conductor sólido}$$

$$X_{ab} = j0.00466 f \log D \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$V_a = I (X_{aa} + X_{ab}) = I X_a$$

$$V_b = -I (X_{aa} + X_{ab}) = -I X_b$$

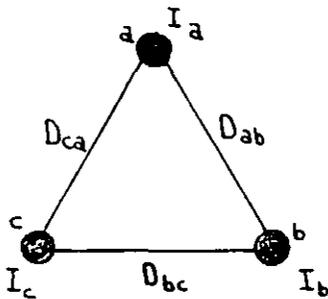
$$X_a = X_b = X_{aa} + X_{ab}$$

$$= 0.00466 f \log \frac{D}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$L_a = L_b = 0.7411 \log \frac{D}{d_a} \text{ millihenrys/milla de conductor}$$

$$L_a = L_b = 2 \times 10^{-7} \ln \frac{D}{d_a} \text{ henrys/metro de conductor}$$

Línea trifásica



$$I_a + I_b + I_c = 0$$

$$V_a = X_{aa} I_a - X_{ab} I_b - X_{ac} I_c \quad \text{Volts/milla de cond}$$

$$V_b = X_{ab} I_a + X_{bb} I_b - X_{bc} I_c \quad \text{"}$$

$$V_c = X_{ac} I_a - X_{bc} I_b + X_{cc} I_c \quad \text{"}$$

$$X_{aa} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_a}$$

$$X_{bb} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_b}$$

$$X_{cc} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_c}$$

Para pequeños diámetros de conductores redondos y sólidos :

$$d_a = 0.7788 a_a$$

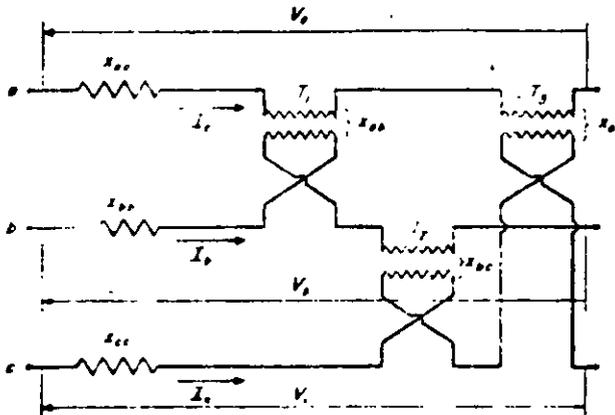
$$d_b = 0.7788 a_b$$

$$d_c = 0.7788 a_c$$

$$X_{ab} = X_{ba} = j0.00466 f \log D_{ab} \text{ ohms/milla de conductor}$$

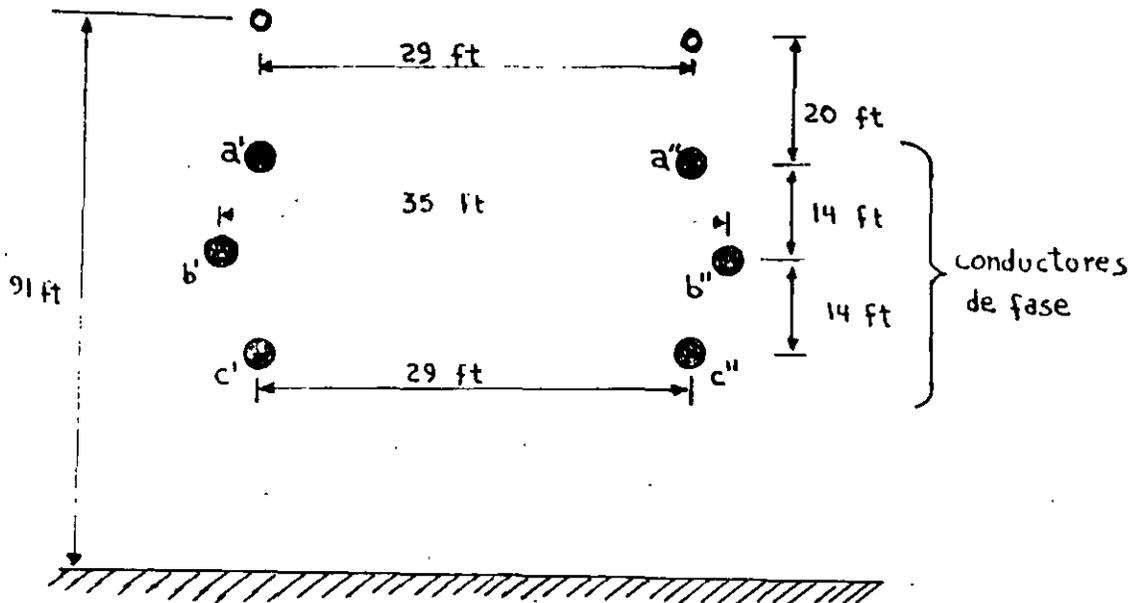
$$X_{bc} = X_{cb} = j0.00466 f \log D_{bc} \quad "$$

$$X_{ca} = X_{ac} = j0.00466 f \log D_{ca} \quad "$$



Circuito equivalente

Ejemplo: Se tiene la siguiente línea de transmisión de 120 millas de longitud. La línea consiste de 250000 mili circulares, 19 filamentos de cobre y 7/16 pulg, 7 conductores de acero galvanizado para los hilos de guarda. Opera a 132 KV y 60 Hz.



Asuma que los seis conductores están asignados a las fases a , b y c y que solamente un lado de la línea opera. Encuentre la reactancia de línea por milla y el voltaje total inducido por fase si la carga es balanceada e igual a 200 amp. por fase.

Solución:

$$d_a = 0.01813 \text{ ft.}$$

$$X_{aa} = X_{bb} = X_{cc} = 0.00466 \times 60 \times \log \frac{1}{0.01813}$$

$$D_{ab} = \sqrt{14^2 + 3^2} = 14.32 \text{ ft}$$

$$D_{bc} = 14.32 \text{ ft}$$

$$D_{ac} = 28 \text{ ft}$$

$$X_{ab} = 0.00466 \times 60 \times \log 14.32 \text{ ft}$$

$$= 0.322 \text{ ohm/milla de conductor}$$

$$X_{bc} = X_{ab} = 0.322 \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$X_{ac} = 0.00466 \times 60 \times \log 28 \text{ ft}$$

$$= 0.404 \text{ ohm/milla de conductor}$$

Los valores de X_{aa} , X_{bb} y X_{cc} se podrían haber obtenido directamente de tablas.

$$V_a = X_{aa} I_a - X_{ab} I_b - X_{ac} I_c$$

$$= 0.487 \angle 90^\circ \times 200 \angle 0^\circ - 0.322 \angle 90^\circ \times 200 \angle -120^\circ -$$

$$- 0.404 \angle 90^\circ \times 200 \angle 120^\circ$$

$$= 14.6 \times j169.8$$

$$= 170 \angle 85^\circ$$

El voltaje total inducido en la fase a V_{at} en toda la longitud:

$$V_{at} = V_a$$

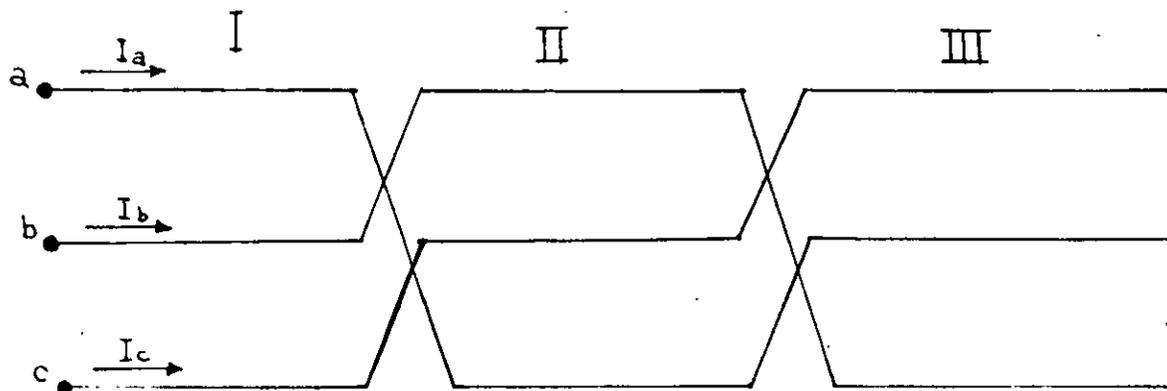
$$= 20400 \angle 85^\circ \text{ volts}$$

$$V_b = -X_{ab} I_a + X_{bb} I_b - X_{cb} I_c$$

$$= 161 \angle -30^\circ \text{ volts/milla de conductor}$$

$$\begin{aligned}
 V_c &= -x_{ca}I_a - x_{bc}I_b + x_{cc}I_c \\
 &= 170 \angle 215^\circ \text{ Volts/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

Línea trifásica transpuesta



Sección I

$$V_{aI} = \frac{\ell}{3} (x_{aa}I_a - x_{ab}I_b - x_{ac}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{bI} = \frac{\ell}{3} (-x_{ab}I_a + x_{bb}I_b - x_{bc}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{cI} = \frac{\ell}{3} (-x_{ac}I_a - x_{bc}I_b + x_{cc}I_c) \text{ volts}$$

Sección II

$$V_{aII} = \frac{\ell}{3} (x_{cc}I_a - x_{ac}I_b - x_{bc}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{bII} = \frac{\ell}{3} (-x_{ac}I_a + x_{aa}I_b - x_{ab}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{cII} = \frac{\ell}{3} (-x_{bc}I_a - x_{ab}I_b + x_{bb}I_c) \text{ volts}$$

$$V_{at} = V_{aI} + V_{aII} + V_{aIII}$$

$$= \ell \left[I_a \frac{X_{aa} + X_{bb} + X_{cc}}{3} - (I_b + I_c) \frac{X_{ab} + X_{bc} + X_{ca}}{3} \right] \text{ volts}$$

$$V_{bt} = \ell \left[I_b \frac{X_{aa} + X_{bb} + X_{cc}}{3} - (I_a + I_c) \frac{X_{ab} + X_{bc} + X_{ca}}{3} \right] \text{ volts}$$

$$V_{ct} = \ell \left[I_c \frac{X_{aa} + X_{bb} + X_{cc}}{3} - (I_a + I_b) \frac{X_{ab} + X_{bc} + X_{ca}}{3} \right] \text{ volts}$$

$$I_a + I_b + I_c = 0$$

$$X_s = \frac{1}{3} (X_{aa} + X_{bb} + X_{cc})$$

$$X_m = \frac{1}{3} (X_{ab} + X_{bc} + X_{ca})$$

$$V_{at} = \ell I_a (X_s + X_m)$$

$$V_{bt} = \ell I_b (X_s + X_m)$$

$$V_{ct} = \ell I_c (X_s + X_m)$$

$$X_1 = X_s + X_m$$

$$X_1 = j0.004666 f \log_3 \frac{\sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}}{\sqrt[3]{d_a d_b d_c}}$$

$$= j0.004666 f \log \frac{D_m}{d_s}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}$$

$$d_s = \sqrt[3]{d_a d_b d_c}$$

$$X_{aa} = j0.004666 f \log \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$X_{bb} = j0.004666 f \log \frac{1}{d_b}$$

$$X_{cc} = j0.004666 f \log \frac{1}{d_c}$$

$$X_{ab} = X_{ba} = j0.004666 f \log D_{ab}$$

$$X_{bc} = X_{cb} = j0.004666 f \log D_{bc}$$

$$X_s = \frac{1}{3}(X_{aa} + X_{bb} + X_{cc})$$

$$X_m = \frac{1}{3}(X_{ab} + X_{bc} + X_{ca})$$

$$V_{at} = I_a (X_s + X_m)$$

$X_s = X_s + X_m$ reactancia

$$V_{bt} = I_b (X_s + X_m)$$

propia equivalente

$$V_{ct} = I_c (X_s + X_m)$$

utilizando:

$$X_{aa} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_a} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$X_{bb} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_b}$$

$$X_{cc} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_c}$$

$$X_{ab} = X_{ba} = j0.00466 f \log D_{ab}$$

.

.

.

y sustituyéndolas en X_s y X_m

$$X_s = j0.00466 f \log \sqrt[3]{\frac{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}{d_a d_b d_c}}$$

$$= j0.00466 f \log \frac{D_m}{d_s} \text{ ohms/milla de conductor}$$

donde:

$$D_s = \sqrt[3]{d_a d_b d_c}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ac}}$$

La transposición tiene la desventaja de que las fallas causadas por rayos tienden a concentrarse en las estructuras de transposición.

Ejemplo:

Para el ejemplo anterior y asumiendo que un solo lado de la línea opera y que dicha línea es transpuesta, encuentre la reactancia equivalente de línea por milla y el voltaje total inducido por fase si la carga es balanceada e igual a 200 Amp por fase. (Secuencia fase positiva)

$$X_{aa} = X_{bb} = X_{cc} = 0.487 \text{ ohms/milla}$$

$$X_{ab} = X_{bc} = 0.322 \text{ ohms/milla}$$

$$X_{ca} = 0.404 \text{ ohms/milla}$$

$$X_s = 0.487 \text{ ohms/milla}$$

$$X_m = \frac{0.322 + 0.322 + 0.403}{3} = 0.348$$

$$X_1 = 0.487 + 0.348$$

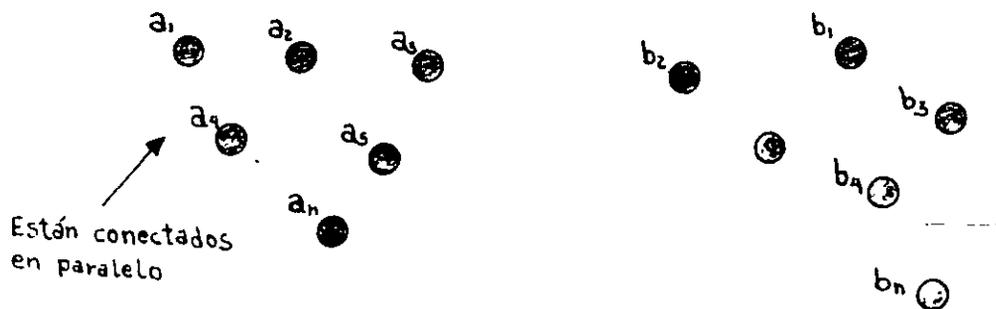
$$= 0.835 \text{ ohms/milla}$$

$$V_{at} = I_a X_1 = \frac{120 \times 200 \angle 0^\circ}{20050 \angle 90^\circ} \times 0.835 \angle 90^\circ \text{ volts}$$

$$V_{bt} = I_b X_1 = 20050 \angle -30^\circ \text{ volts}$$

$$V_{ct} = I_c X_1 = 20050 \angle 210^\circ \text{ volts}$$

Método de la distancia media geométrica



Fase sencilla

Misma corriente en cada conductor.

Utilizando la ecuación de voltaje inducido por milla en un conductor k se puede obtener el voltaje inducido en el conductor a_1 como:

$$\begin{aligned}
 V_{a_1} = & X_{a_1 a_1} I/N - X_{a_1 a_2} I/N - X_{a_1 a_3} I/N \dots - X_{a_1 a_n} I/N \\
 & + X_{a_1 b_1} I/M + X_{a_1 b_2} I/M + X_{a_1 b_3} I/M + \dots \\
 & + X_{a_1 b_m} I/M \text{ volt/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

$$X_{a_1 a_1} = j0.00466 f \log \frac{1}{d_{a_1}} \text{ ohms/milla de conductor}$$

$$X_{a_1 a_2} = j0.00466 F \log D_{a_1 a_2} \quad "$$

$$X_{a_1 b_1} = j0.00466 f \log D_{a_1 b_1} \quad "$$

Rearreglando

$$V_{a_1} = Ij \left[\frac{1}{N} (X_{a_{11}} - X_{a_{12}} - X_{a_{13}} - \dots - X_{a_{1n}}) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} (X_{a_1 b_1} + X_{a_1 b_2} + \dots + X_{a_1 b_m}) \right] \text{ volts/milla}$$

$$V_{a_2} = Ij \left[\frac{1}{N} (-X_{a_{21}} + X_{a_{22}} - X_{a_{23}} - \dots - X_{a_{2n}}) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} (X_{a_2 b_1} + X_{a_2 b_2} + X_{a_2 b_3} + \dots + X_{a_2 b_n}) \right]$$

$$V_{a_n} = Ij \left[\frac{1}{N} (-X_{a_{n1}} - X_{a_{n2}} - X_{a_{n3}} + \dots + X_{a_{nn}}) \right. \\ \left. + \frac{1}{M} (X_{a_n b_1} + X_{a_n b_2} + \dots + X_{a_n b_m}) \right]$$

$$V_a = \frac{1}{N} (V_{a_1} + V_{a_2} + V_{a_3} + \dots + V_{a_n})$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores en esta última nos da que :

$$V_a = I X_a \quad \text{volts/milla de conductor}$$

donde :

$$X_a = \frac{1}{N^2} (X_{a_{11}} - X_{a_{12}} - X_{a_{13}} - \dots - X_{a_{1n}} \\ - X_{a_{21}} + X_{a_{22}} - X_{a_{23}} - \dots - X_{a_{2n}} \dots \\ - X_{a_{n1}} - X_{a_{n2}} - X_{a_{n3}} - \dots + X_{a_{nn}}) \\ + \frac{1}{MN} (X_{a_1 b_1} + X_{a_1 b_2} + X_{a_1 b_3} + \dots + X_{a_1 b_M} \\ + X_{a_2 b_1} + X_{a_2 b_2} + X_{a_2 b_3} + \dots + X_{a_2 b_M} + \dots \\ + X_{a_n b_1} + X_{a_n b_2} + X_{a_n b_3} + \dots + X_{a_n b_M}) \quad \text{ohms/milla}$$

Como se conoce que :

$$\begin{aligned} X_{a_{11}} &= j0.00466 f \log 1/d_{a_1} \quad \text{ohm/milla} \\ X_{a_{12}} &= j0.00466 f \log D_{a_1 a_2} \quad " \\ X_{a_{1b_1}} &= j0.00466 f \log D_{a_1 b_1} \quad " \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \end{aligned}$$

y si se sustituye en la ecuación de X_a obtenemos que :

$$\begin{aligned} X_a &= 0.00466 f \log \frac{D_{ab}}{D_{sa}} \quad \text{ohms/mill} \\ D_{ab} &= (D_{a_1 b_1} D_{a_1 b_2} \dots D_{a_1 b_m} D_{a_2 b_1} \dots D_{a_2 b_m} \dots D_{a_n b_1} \dots D_{a_n b_m})^{\frac{1}{nm}} \quad \text{ft} \end{aligned}$$

y es la distancia media geométrica entre un grupo de conductores (a) y otro (b)

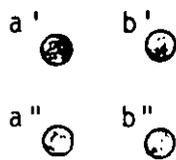
$$\begin{aligned} D_{sa} &= (d_{a_1} D_{a_{12}} D_{a_{13}} \dots D_{a_n} D_{a_{21}} d_{a_2} D_{a_{22}} \dots D_{a_2 n} \dots \\ &\quad D_{a_{n1}} D_{a_{n2}} D_{a_{n3}} \dots d_{a_n})^{1/n^2} \quad \text{ft.} \end{aligned}$$

y es la distancia media geométrica propia.

La distancia media geométrica es el valor medio geométrico de todas las posibles distancias entre conductores pertenecientes a los grupos a y b.

La distancia media geométrica propia es el valor medio geométrico de todas las posibles distancias entre conductores pertenecientes a un grupo (a) incluyendo d_{ak} "(distancia de los conductores de ellos mismos)" o sea el radio medio geométrico de los conductores.

Doble línea de fase sencilla


 La corriente está igualmente dividida entre 2 conductores paralelos en cada lado de la línea.

$$N = M = 2$$

$$X_a = 0.00466 f \log \frac{D_{ab}}{D_{sa}}$$

$$D_{ab} = \sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}} \quad \text{ohms/milla}$$

$$D_{sa} = \sqrt[4]{d_{a'} d_{a''} D_{a'a''} D_{a''a'}}$$

si todos los conductores son iguales:

$$d_{a'} = d_{a''} = d_{b'} = d_{b''} = d$$

$$X_a = 0.00466 f \log \frac{\sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}}}{\sqrt{d D_{a'a''}}}$$

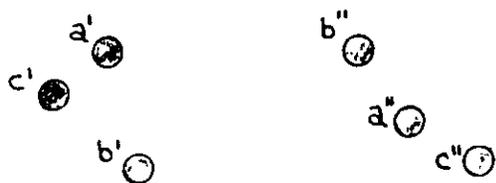
$$X_b = 0.00466 f \log \frac{\sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}}}{\sqrt{d D_{b'b''}}}$$

Si se requiere calcular las reactancias utilizando tablas de conductor y separación de componentes

⇒ la ecuación de X_a se puede aplicar

$$\begin{aligned}
 X_a = \frac{1}{4} (2X_{a'a'} - 2X_{a'a''} + X_{a'b'} + X_{a'b''} + X_{a''b'} \\
 + X_{a''b''}) \text{ ohms/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

Doble línea trifásica



$$I_{a'} = I_{a''} = 1/2 I_a$$

$$I_{b'} = I_{b''} = 1/2 I_b$$

$$I_{c'} = I_{c''} = 1/2 I_c$$

2 conductores paralelos por fase y la corriente de cada fase es igualmente dividida entre dos conductores paralelos ya que el arreglo de conductores es simétrico o porque los conductores están simétricamente transpuestos.

$$I_{a'} + I_{a''} + I_{b'} + I_{b''} + I_{c'} + I_{c''} = 0$$

utilizando la ecuación de voltajes inducidos de una línea polifásica:

$$V_{a'} = j0.00466f(I_{a'} \log \frac{1}{d_{a'}} - I_{a''} \log D_{a'a''} - I_{b'} \log D_{a'b'} - I_{b''} \log D_{a'b''} - I_{c'} \log D_{a'c'} - I_{c''} \log D_{a'c''})$$

$$V_{a''} = j0.00466f(I_{a'} \log D_{a'a''} + I_{a''} \log \frac{1}{d_{a''}} - I_{b'} \log D_{a''b'} - I_{b''} \log D_{a''b''} - I_{c'} \log D_{a''c'} - I_{c''} \log D_{a''c''})$$

$$V_a = \frac{1}{2}(V_{a'} + V_{a''}) = j0.00466 f(I_a \log \sqrt[4]{\frac{1}{d_{a'} d_{a''} D_{a'a''} D_{a''a'}}})$$

$$-I_b \log \sqrt[4]{\frac{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}}{D_{a''b'} D_{a''b''}}}$$

$$-I_c \log \sqrt[4]{\frac{D_{a'c'} D_{a'c''} D_{a''c'} D_{a''c''}}{D_{a''c'} D_{a''c''}}})$$

similarmente se pueden calcular los voltajes inducidos en las otras fases.

Además siguiendo con el caso general da;

$$\lambda_{aa} = 0.00466 f \log \frac{1}{D_{sa}} \quad \Omega/\text{milla cond.}$$

$$\lambda_{ab} = 0.00466 f \log \frac{1}{D_{sb}} \quad \text{ohms/milla de cond.}$$

$$\lambda_{cc} = 0.00466 f \log \frac{1}{D_{sc}} \quad "$$

$$\lambda_{ab} = 0.00466 f \log D_{ab} \quad "$$

$$\lambda_{bc} = 0.00466 f \log D_{bc} \quad "$$

$$\lambda_{ca} = 0.00466 f \log D_{ca} \quad "$$

$$D_{ab} = \sqrt[4]{D_{a'b'} D_{a'b''} D_{a''b'} D_{a''b''}} \quad D_{sa} = \sqrt[4]{d_{a'} d_{a''} D_{a'a''}^2}$$

Si la línea es transpuesta, la reactancia es:

$$\lambda_1 = 0.00466 f \log \frac{D_m}{D_s} \quad \Omega/\text{milla}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab} D_{bc} D_{ca}}$$

$$= \sqrt[3]{D_{a'b'} D_{b'c'} D_{c'a'} D_{a''b''} D_{b''c''} D_{c''a''} D_{a'b''} D_{b''c'} D_{c'a''} D_{a''b'} D_{b'c''} D_{c'a''} D_{a'b''} D_{b''c''} D_{c'a''}}$$

$$D_s = \sqrt[3]{D_{sa} D_{sb} D_{sc}}$$

$$= \sqrt[12]{d_{a'} d_{b'} d_{c'} d_{a''} d_{b''} d_{c''} D_{a'a''}^2 D_{b'b''}^2 D_{c'c''}^2}$$

Para usar tablas:

$$\lambda_1 = \lambda_s + \lambda_m$$

$$\lambda_s = \frac{1}{12} [\lambda_{a'a''} + \lambda_{b'b''} + \lambda_{c'c''} + \lambda_{a''a''} + \lambda_{b''b''} + \lambda_{c''c''}] \\ - 2\lambda_{a'a''} - 2\lambda_{b'b''} - 2\lambda_{c'c''}]$$

$$X_m = \frac{1}{12} [X_{a'b'} + X_{b'c'} + X_{c'a'} + X_{a'b''} + X_{b''c''} + X_{c'a''} \\ + X_{a''b''} + X_{b''c''} + X_{c''a''} + X_{a''b''} + X_{b''c''} + X_{c''a''}]$$

donde:

$X_{a'a'}$, $X_{b'b'}$ son las reactancias del conductor como se definen con X_{mk} anteriormente.

$X_{a'a''}$, $X_{a'b'}$ reactancias de separación

Para el caso de que todos los conductores sean iguales D_s se simplifica a:

$$D_s = \sqrt[3]{D_{a'a''} D_{b'b''} D_{c'c''}}$$

y

$$X_s = \frac{1}{2} X_{a'a'} - \frac{1}{6} [X_{a'a''} + X_{b'b''} + X_{c'c''}]$$

Ejemplo

Parte I. Asuma que ambos lados de la línea (a', b', c' y a'', b'' y c'') del ejemplo anterior opera como una línea no transpuesta, encuentre la reactancia de línea por milla y la caída de voltaje por fase si la carga está balanceada y la corriente es de 400 Amp por fase. (Asuma secuencia de fase positiva)

Los seis conductores son idénticos:

$$d_{a'} = d_{a''} = d = 0.01813$$

$$D_{sa} = d \sqrt{D_{a'a''}}$$

$$= \sqrt{0.01813 \times 29} = 0.724 \text{ pies}$$

$$\chi_{aa} = 0.00466 \times 60 \log \frac{1}{0.724} = 0.0391 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

similarmente :

$$D_{a,b} = d_b D_{b'b''} = 0.796 \text{ pies}$$

$$\chi_{bb} = 0.028 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

por inspección de la figura :

$$D_{sa} = D_{sc} = 0.724 \text{ pies}$$

$$\chi_{aa} = \chi_{cc} = 0.0391 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

$$D_{a'b'} = D_{a''b''} \text{ y } D_{a'b''} = D_{a''b'}$$

$$D_{ab} = \sqrt{D_{a'b'} D_{a''b''}}$$

$$= \sqrt{14.3 \times 34.9}$$

$$= 22.35 \text{ pies}$$

$$\chi_{ab} = 0.00466 \times 60 \log 22.35$$

$$D_{ca} = \sqrt{D_{c'a'} D_{c'a''}}$$

$$= 33.6 \text{ pies}$$

$$\chi_{ca} = 0.426 \text{ } \Omega/\text{milla de conductor}$$

por inspección :

$$D_{ab} = D_{bc}$$

$$\chi_{ab} = \chi_{bc} = 0.376 \text{ } \Omega/\text{milla}$$

Para calcular los voltajes inducidos:

$$\begin{aligned}
 V_a &= X_{aa}I_a - X_{ab}I_b - X_{ca}I_c \\
 &= 0.0391 \angle 90^\circ \times 400 \angle 0^\circ - 0.376 \angle 90^\circ \times 400 \angle -120^\circ \\
 &\quad - 0.426 \angle 90^\circ \times 400 \angle 120^\circ \\
 &= 176.4 \angle 84.3^\circ \text{ volts/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_{at} &= V_{a\ell} \\
 &= 176.4 \angle 84.3^\circ \times 120 \\
 &= 21.150 \angle 84.3^\circ \text{ volts}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V_b &= -X_{ab}I_b + X_{bb}I_b - X_{bc}I_c \\
 &= 161.5 \angle -30^\circ \text{ Volts/milla}
 \end{aligned}$$

$$V_{bt} = V_{b\ell} = 19400 \angle -30^\circ \text{ volts}$$

$$\begin{aligned}
 V_c &= V_{c\ell} = -X_{ac}I_a - X_{bc}I_b + X_{cc}I_c \\
 &= 176.4 \angle 215.7^\circ \text{ volts/milla de conductor}
 \end{aligned}$$

$$V_{ct} = V_{c\ell} = 21150 \angle 215.7^\circ \text{ volts}$$

Parte II. Asuma que la línea está transpuesta simétricamente:

$$D_s = \sqrt[3]{D_{sa}D_{ab}D_{sc}} = \sqrt[3]{0.724^2 \times 0.796} = 0.747 \text{ pies}$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{ab}D_{bc}D_{ca}} = \sqrt[3]{22.35^2 \times 33.6} = 25.6 \text{ pies}$$

$$X_L = 0.00466 f \log \frac{D_m}{D_s} = 0.429 \Omega/\text{milla}$$

Caidas de voltaje de la línea transpuesta :

$$\begin{aligned} V_{at} &= \ell I_a X_1 \\ &= 120 \times 400 \angle 0^\circ \times 0.429 \angle 90^\circ \\ &= 20560 \angle 90^\circ \text{ volts} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{bt} &= 120 \times 400 \angle -120^\circ \times 0.429 \angle 90^\circ \\ &= 20560 \angle -30^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{ct} &= 120 \times 400 \angle 120^\circ \times 0.429 \angle 90^\circ \\ &= 20560 \angle 210^\circ \text{ volt} \end{aligned}$$



Anteriormente consideramos conductores redondos y nunca con torones.

Un conductor con torones es en si un grupo de conductores redondos, sin embargo, 2 de las consideraciones hechas no se cumplen. La distancia entre torones no es larga comparada con su radio y la corriente no está distribuida igualmente por el efecto piel.

Sin embargo, el efecto piel a 60 Hz es despreciable en conductores que tienen menos que 300000 cir. mils. de sección de área.

IMPEDANCIA DE SECUENCIA

$$Z_1 = (r_1 + jX_1)s \text{ } \Omega/\text{fase}$$

$$r_1 = 0.3219 \ln \frac{D_m}{D_s} \text{ m H/milla}$$

$$\begin{aligned} X_1 &= 4.657 \times 10^{-3} f \log_{10} \frac{D_m}{D_s} \\ &= 2.020 \times 10^{-3} f \ln \frac{D_m}{D_s} \text{ } \Omega/\text{milla} \end{aligned}$$

D_m = distancia media geométrica

D_s = radio medio geométrico

$$L = L_i + L_e$$

$$L_i = \frac{\mu \omega S}{8\pi} \text{ Henrys}$$

$\mu \omega$ = permeabilidad del conductor H/m

$$= 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m para materiales no ferrosos}$$

S = longitud del conductor en metros

$$L_e = \frac{\mu \omega S}{2\pi} \left(\ln \frac{25}{r} - 1 \right) \text{ H.} \quad \text{Attwood, Steplien S.}$$

Electric and Magnetic fields

r = radio del conductor en metros 3rd. edition Wiley, New York. 1928

$\mu \omega$ = permeabilidad del medio ($= 4\pi \times 10^{-7}$ para aire)

$$L = L_c + L_e = \frac{\mu \omega S}{8\pi} + \frac{\mu \omega S}{2\pi} \left(\ln \frac{25}{r} - 1 \right)$$

$$L = 2 \times 10^{-7} S \left[\frac{1}{4} + \left(\ln \frac{25}{r} - 1 \right) \right]$$

$$\frac{1}{4} = \ln \frac{1}{e^{-1/4}} = \ln \frac{1}{0.7788}$$

$$\mu = L = 2 \times 20^{-7} \left(\ln \frac{25}{D_s} - 1 \right) \text{ H/m}$$

$$D_s = 0.7788 r$$

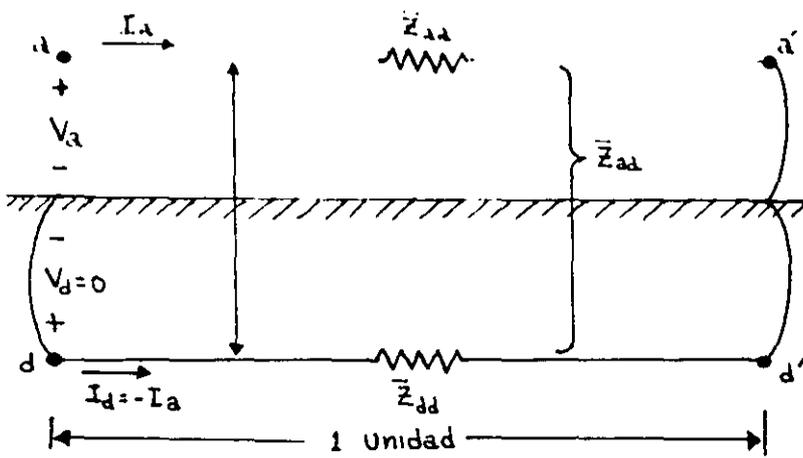
de forma similar la inductancia mutua

$$m = k \left(\ln \frac{25}{D_m} - 1 \right) 4/\text{unidad de longitud}$$

k = constante

Lo desarrollado hasta este punto asume una densidad uniforme de corriente.

La línea de Carson



$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ad} \\ Z_{ad} & Z_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_a \end{bmatrix}$$

$$V_d = 0 \quad V_{a'} - V_{d'} = 0$$

$$V_a = (\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{dd} - 2\bar{Z}_{ad}) I_a = Z_{aa} I_a$$

$$\bar{Z}_{aa} \triangleq (\bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{dd} - 2\bar{Z}_{ad}) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$\bar{Z}_{aa} = r_a + j\omega l_a = r_a + j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{sa}} - 1 \right) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$\bar{Z}_{dd} = r_d + j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{sd}} - 1 \right) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$r_d = 1.588 \times 10^{-3} f \Omega/\text{mi} \quad \text{fórmula empírica}$$

$$= 9.869 \times 10^{-4} f \Omega/\text{km}$$

$$\bar{Z}_{ad} = j\omega m_{ad} = j\omega k \left(\ln \frac{25}{D_{ad}} - 1 \right) \Omega/U. \text{ Long.}$$

$$Z_{aa} = \bar{Z}_{aa} + \bar{Z}_{dd} - 2\bar{Z}_{ad} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln \frac{D_{ad}^2}{D_{sa}} \Omega/U. \text{ Long.}$$

si

$$D_{sd} = 1$$

$$\Rightarrow \ln \frac{D_{ad}^2}{D_{sa} D_{sd}} = \ln \frac{D_{ad}^2}{D_{sa} \times 1}$$

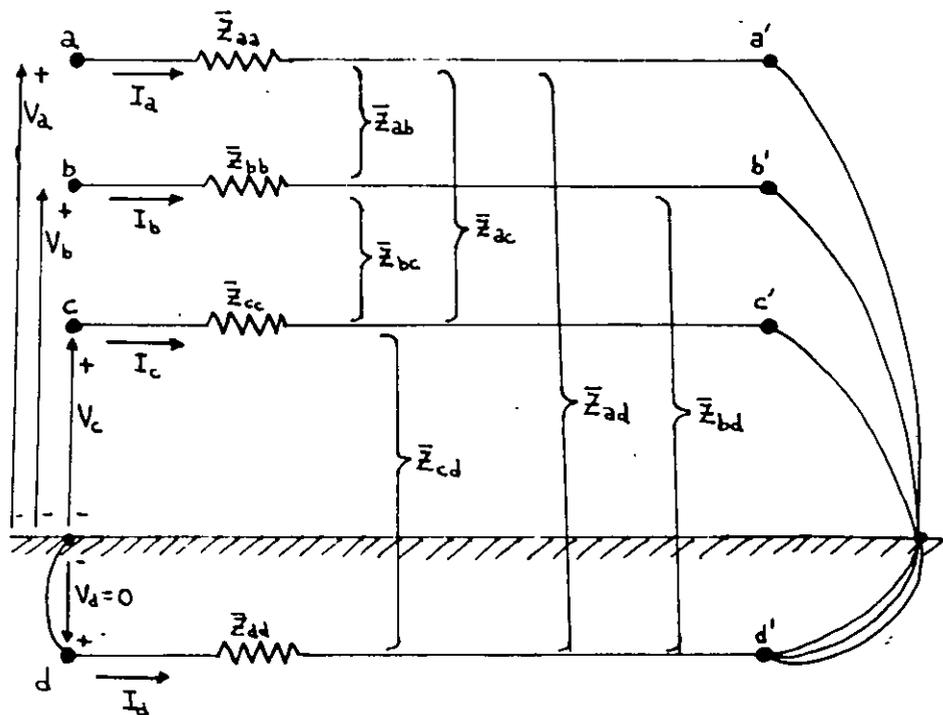
$$D_e = \frac{D_{ad}^2}{D_{sa}}$$

$$\therefore Z_{aa} = (r_a + r_d) + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{sa}} \Omega/U. \text{ Long.}$$

Condición de retorno por Tierra	resistividad ωm	D_e (ft)	D_{ad} (ft)
Aqua de mar	0.01 - 1.0	27.9 - 279	5.28-16.7
Tierra pantanoso	10 - 100	882-2790	29.7-52.8
Tierra Seca	1000	8820	93.9
Arena	10^9	8820000	2970

$$D_e = 2160\sqrt{\rho/f} \text{ ft}$$

Impedancia de una línea trifásica



$$I_a + I_b + I_c + I_d = 0 \quad \therefore \quad I_d = - (I_a + I_b + I_c)$$

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ad} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bd} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} & Z_{cd} \\ Z_{ad} & Z_{bd} & Z_{cd} & Z_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_d \end{bmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{V/unidad de} \\ \text{long.} \end{array}$$

Ecuación primitiva de voltajes

$$V_{a'} - V_{d'} = 0 \quad V_{b'} - V_{d'} = 0 \quad V_{c'} - V_{d'} = 0$$

$$V_{a'} = 0$$

Restando la ecuación 4 de la 1 ($V_{d'} = 0$)

$$V_a - (V_a - V_{d'}) = (\bar{Z}_{aa} - 2\bar{Z}_{ad} + \bar{Z}_{dd})I_a + (\bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{bd} - \bar{Z}_{dd})I_b \\ + (\bar{Z}_{ac} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd})I_c$$

$$V_a = (\bar{Z}_{aa} - 2\bar{Z}_{ad} + \bar{Z}_{dd})I_a + (\bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{bd} - \bar{Z}_{dd})I_b \\ + (\bar{Z}_{ac} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd})I_c$$

$$V_a = Z_{aa}I_a + Z_{ab}I_b + Z_{ac}I_c$$

En forma similar:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ab} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ac} & Z_{bc} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \quad \text{volts/unidad de longitud}$$

UL = unidad de longitud

donde:

$$\left. \begin{aligned} Z_{aa} &= \bar{Z}_{aa} - 2\bar{Z}_{ad} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{bb} &= \bar{Z}_{bb} - 2\bar{Z}_{bd} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{cc} &= \bar{Z}_{cc} - 2\bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd} \end{aligned} \right\} \text{ inductancias propias en } \Omega/U$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{ab} &= \bar{Z}_{ab} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{bd} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{bc} &= \bar{Z}_{bc} - \bar{Z}_{bd} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd} \\ Z_{ac} &= \bar{Z}_{ac} - \bar{Z}_{ad} - \bar{Z}_{cd} + \bar{Z}_{dd} \end{aligned} \right\} \text{ inductancias mutuas en } \Omega/U$$

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{Z}_{aa} &= r_a + jwk \left(\ln \frac{25}{D_{sa}} - 1 \right) \Omega/U.L. \\
 \bar{Z}_{bb} &= r_b + jwk \left(\ln \frac{25}{D_{sb}} - 1 \right) \Omega/U.L. \\
 \bar{Z}_{cc} &= r_c + jwk \left(\ln \frac{25}{D_{sc}} - 1 \right) \Omega/U.L.
 \end{aligned} \right\} \text{Impedancias propias primitivas}$$

$$\left. \begin{aligned}
 Z_{ab} &= jwk \left(\ln \frac{25}{D_{ab}} - 1 \right) \Omega/U.L. \\
 Z_{bc} &= jwk \left(\ln \frac{25}{D_{bc}} - 1 \right) \Omega/U.L. \\
 \bar{Z}_{ca} &= jwk \left(\ln \frac{25}{D_{ca}} - 1 \right) \Omega/U.L.
 \end{aligned} \right\} \text{Impedancias primitivas mutuas de línea a línea}$$

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{Z}_{ad} &= jwk \left(\ln \frac{25}{D_{ad}} - 1 \right) \Omega/U.L. \\
 \bar{Z}_{bd} &= jwk \left(\ln \frac{25}{D_{bd}} - 1 \right) \Omega/U.L. \\
 Z_{cd} &= jwk \left(\ln \frac{25}{D_{cd}} - 1 \right) \Omega/U.L.
 \end{aligned} \right\} \text{Impedancias primitivas mutuas de línea a tierra}$$

Por simplicidad:

$$D_{ad} = D_{bd} = D_{cd} \quad D_s = D_{sa} = D_{sb} = D_{sc}$$

$$D_{sd} = 1$$

$$\therefore Z_{aa} = (r_a + r_d) + jwk \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega/U.L.$$

$$Z_{bb} = r_b + r_d + jwk \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega/U.L.$$

$$\bar{Z}_{cc} = r_c + r_d + jwk \ln \frac{D_e}{D_s} \Omega/U.L.$$

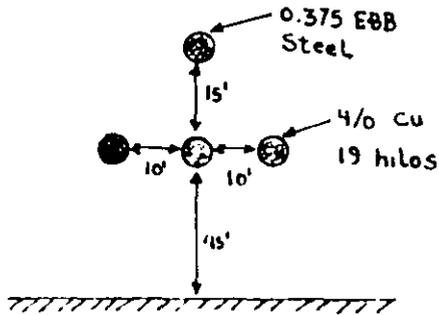
$$Z_{ab} = r_d + jwk \ln \frac{D_e}{D_{ab}} \Omega/U.L.$$

$$Z_{bc} = r_d + jwk \ln \frac{D_e}{D_{bc}} \Omega/U.L.$$

$$Z_{ca} = r_d + jwk \ln \frac{D_e}{D_{ca}} \Omega/U.L.$$

Es importante observar que las impedancias mutuas tienen una componente resistiva debida al retorno común por tierra.

Ejemplo :



69 kV línea

60 Hz

25° C

$\rho = 100 \Omega\text{-metro}$

resistividad del terreno

40 millas de longitud

No considere el hilo de guarda.

De tablas se puede encontrar que las resistencias :

$$r_a = r_b = r_c = 0.278 \Omega/\text{milla}$$

$$D_{sa} = D_{sb} = D_{sc} = 0.01668$$

$$D_e = 2790$$

$$r_d = 0.09528 \Omega/\text{milla}$$

sustituyendo estos valores en :

$$Z_{aa} = Z_{bb} = Z_{cc} = r_a + r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s}$$

$$Z_{aa} = (0.278 + 0.09528) + j(0.12134) \ln \frac{2790}{0.01668}$$

$$Z_{ab} = r_d = j\omega k \ln \frac{D_e}{D_{ab}}$$

$$= 0.09578 + k(0.12134) \ln \frac{2790}{10} = 0.0952 + j0.6833 \Omega/\text{milla}$$

$$Z_{ac} = 0.09528 + j(0.12134) \ln \frac{2790}{20} = 0.0953 + j0.5992 \Omega/\text{milla}$$

$$Z_{bc} = Z_{ab} \Omega/\text{milla}$$

Transposición de líneas de transmisión

Definamos la matriz $R_\phi = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

para aplicar esta matriz de rotación tiene que cumplirse que los

$$r_a = r_b = r_c \quad D_{sa} = D_{sb} = D_{sc}$$

$$r \quad D_s$$

a b c



posición de los conductores.

R_ϕ

"



después de la rotación

$$R_\phi^2 = R_\phi^{-1} \quad (R_\phi^{-1})^2 = R_\phi$$

Una rotación en sentido opuesto R_ϕ^{-1} es como rotar dos veces la configuración.

Definamos:

$$\begin{array}{lll} V_a = V_1 & I_a = I_1 & Z_{aa} = Z_{11} \\ V_b = V_2 & I_b = I_2 & Z_{ab} = Z_{12} \\ V_c = V_3 & I_c = I_3 & Z_{ac} = Z_{13} \end{array}$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

$$V_{123} = Z_{123} I_{123}$$

$$R_{\phi} V_{123} = R_{\phi} Z_{123} I_{123} \quad \leftarrow \text{ecuaciones iguales}$$

$$R_{\phi} V_{123} = R_{\phi} Z_{123} R_{\phi}^{-1} R_{\phi} I_{123}$$

$$R_{\phi} V_{123} = (R_{\phi} Z_{123} R_{\phi}^{-1}) R_{\phi} I_{123}$$

$$\begin{bmatrix} V_3 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \\ Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix}$$

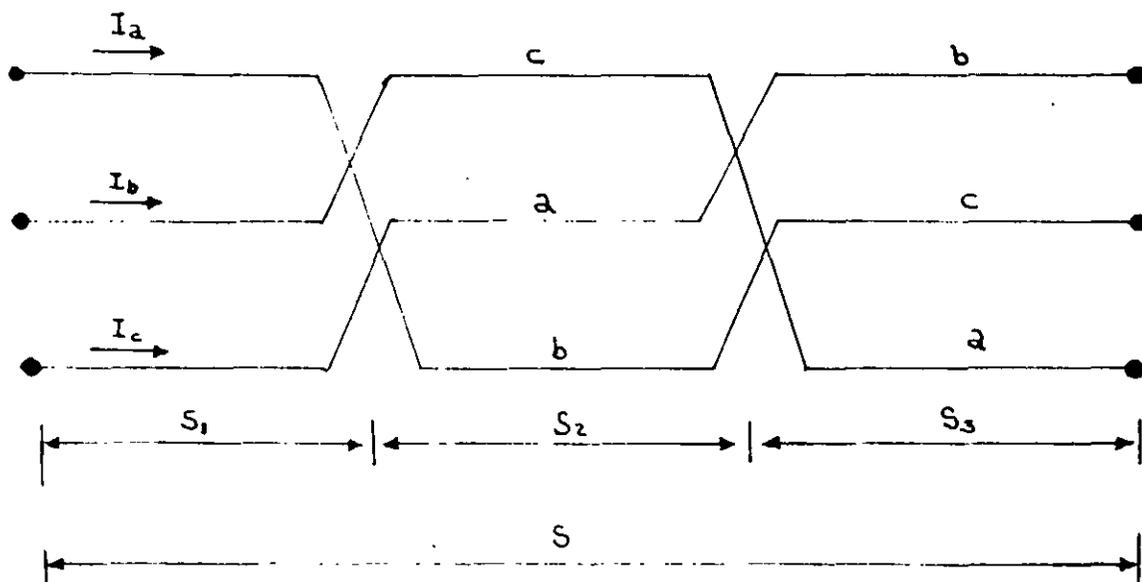
$$\begin{bmatrix} V_3 \\ V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{23} & Z_{31} & Z_{32} \\ Z_{13} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{23} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$V_{312} = Z_{312} I_{312}$$

$$R_{\phi}^{-1} V_{123} = (R_{\phi}^{-1} Z_{123} R_{\phi}) R_{\phi}^{-1} I_{123}$$

$$\begin{bmatrix} V_2 \\ V_3 \\ V_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{22} & Z_{23} & Z_{21} \\ Z_{32} & Z_{33} & Z_{31} \\ Z_{12} & Z_{13} & Z_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_2 \\ I_3 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

$$V_{231} = Z_{231} I_{231}$$



Para la sección 1 :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11-1} & Z_{12-1} & Z_{13-1} \\ Z_{21-1} & Z_{22-1} & Z_{23-1} \\ Z_{31-1} & Z_{32-1} & Z_{33-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 = I_a \\ I_2 = I_b \\ I_3 = I_c \end{bmatrix}$$

$$Z_{i,j-k} = f_k Z_{ij}$$

$f_k = Sk/s$ longitud de las secciones

$k =$ sección de transposición

$i, j =$ subíndices para cálculo de impedancia respectiva

para la sección 2 : c a b \rightarrow 1 2 3

$$V_{cab} = V_{123} = Z_{123} I_{123} = Z_{123} I_{cab}$$

aplicando R_ϕ^{-1}

$$V_{abc} = Z_{231} I_{abc}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{231-1} & Z_{231-2} & Z_{231-3} \\ Z_{312-1} & Z_{312-2} & Z_{312-3} \\ Z_{123-1} & Z_{123-2} & Z_{123-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

para la sección 3 : b c a \rightarrow 1 2 3

$$V_{bca} = V_{123} = Z_{123} I_{123} = Z_{123} I_{bca}$$

transformando con R_ϕ :

$$V_{abc} = \phi Z_{312} I_{abc}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{33-3} & Z_{31-3} & Z_{32-3} \\ Z_{13-3} & Z_{11-3} & Z_{13-3} \\ Z_{23-3} & Z_{21-3} & Z_{22-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Para obtener el voltaje total :

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11-1}+Z_{22-2}+Z_{33-3} & Z_{12-1}+Z_{23-2}+Z_{31-3} & Z_{13-1}+Z_{21-2}+Z_{32-3} \\ Z_{21-1}+Z_{32-2}+Z_{13-3} & Z_{22-1}+Z_{33-2}+Z_{11-3} & Z_{23-1}+Z_{31-2}+Z_{12-3} \\ Z_{31-1}+Z_{12-2}+Z_{23-3} & Z_{32-1}+Z_{13-2}+Z_{21-3} & Z_{33-1}+Z_{11-2}+Z_{22-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1 Z_{11} + f_2 Z_{22} + f_3 Z_{33} & f_1 Z_{12} + f_2 Z_{23} + f_3 Z_{31} & f_1 Z_{13} + f_2 Z_{21} + f_3 Z_{32} \\ f_1 Z_{21} + f_2 Z_{32} + f_3 Z_{13} & f_1 Z_{22} + f_2 Z_{33} + f_3 Z_{11} & f_1 Z_{23} + f_2 Z_{31} + f_3 Z_{12} \\ f_1 Z_{31} + f_2 Z_{12} + f_3 Z_{23} & f_1 Z_{32} + f_2 Z_{13} + f_3 Z_{21} & f_1 Z_{33} + f_2 Z_{11} + f_3 Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\Sigma V_{abc} = (f_1 Z_{123} + f_2 Z_{231} + f_3 Z_{312}) I_{abc}$$

$$Z_{ij} = (r_a + r_d) S + jwks \ln \frac{D_e}{D_s} \quad \Omega, \quad i=j$$

$$= r_{ds} + jwks \ln \frac{D_e}{D_s} \quad i \neq j$$

para conductores idénticos :

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_{33} = Z_s$$

$$\text{y si } Z_{ij} = Z_{ji}$$

⇒

$$Z_{k_1} = f_1 Z_{12} + f_2 Z_{23} + f_3 Z_{13}$$

$$Z_{k_2} = f_2 Z_{13} + f_2 Z_{12} + f_3 Z_{23}$$

$$Z_{k_3} = f_1 Z_{23} + f_2 Z_{13} + f_3 Z_{12}$$

y

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_{k_1} & Z_{k_2} \\ Z_{k_1} & Z_s & Z_{k_3} \\ Z_{k_2} & Z_{k_3} & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Z_{k1} = r_{ds} + jwks \left(f_1 \ln \frac{D_e}{D_{12}} + f_2 \ln \frac{D_e}{D_{23}} + f_3 \ln \frac{D_e}{D_{13}} \right)$$

$$Z_{k2} = r_{ds} + jwks \left(f_1 \ln \frac{D_e}{D_{13}} + f_2 \ln \frac{D_e}{D_{12}} + f_3 \ln \frac{D_e}{D_{23}} \right)$$

$$Z_{k3} = r_{ds} + jwks \left(f_1 \ln \frac{D_e}{D_{23}} + f_2 \ln \frac{D_e}{D_{13}} + f_3 \ln \frac{D_e}{D_{12}} \right)$$

Si tenemos corrientes balanceadas, como en el caso de la secuencia positiva y negativa, la impedancia de tierra desaparece ya que $I_d = 0$. La impedancia de tierra es muy importante cuando se tiene corriente de secuencia 0.

$$Z_{S_0} = Z_S = (r_a + r_d)s + jwks \ln \frac{D_e}{D_S} \quad \Omega$$

$$Z_{S_1} = Z_{S_2} = 0$$

$$Z_{m_0} = r_d + jwks \ln \frac{D_e}{D_{eq}}$$

$$Z_{m_1} = jwks \left| \frac{(f_3 + af_2 + a^2 f_1)}{3} \ln \frac{D_e}{D_{12}} + \frac{f_1 + af_3 + a^2 f_2}{3} \ln \frac{D_e}{D_{23}} \right. \\ \left. + \frac{f_2 + af_1 + a^2 f_3}{3} \ln \frac{D_e}{D_{13}} \right| \Omega$$

$$Z_{m_2} = jwks \left| \frac{f_1 + af_2 + af_3}{3} \ln \frac{D_e}{D_{12}} + \frac{f_2 + a^2 f_3 + af_1}{3} \ln \frac{D_e}{D_{23}} \right. \\ \left. + \frac{f_3 + a^2 f_2 + af_3}{3} \ln \frac{D_e}{D_{13}} \right|$$

$$D_{eq} = (d_{12} d_{23} d_{13})^{1/3}$$

$$\begin{bmatrix} V_{a_0} \\ V_{a_1} \\ V_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_S + 2Z_{m_0} & -Z_{m_2} & -Z_{m_1} \\ -Z_{m_1} & (Z_S - Z_{m_0}) & 2Z_{m_2} \\ -Z_{m_2} & 2Z_{m_1} & (Z_S - Z_{m_0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix}$$

$$Z_{00} = Z_S + 2Z_{m0} = s[(r_a + 3r_d) + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s D_{eq}^2}] \Omega$$

$$Z_1 = Z_{00} - Z_{m0} = s(r_a + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s}) \Omega$$

Cálculo de impedancias de secuencia con R_{012}

Definamos:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^{n-1} & a^{n-2} \\ 1 & a^{n-2} & a^{n-4} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma V_{012} = A^{-1} \Sigma V_{abc} = sA^{-1} (f_1 Z_{123} + f_2 Z_{231} + f_3 Z_{312}) I_{abc}$$

$$\Sigma V_{012} = sA^{-1} (f_1 Z_{123} + f_2 R_\phi^{-1} Z_{123} R_\phi + f_3 R_\phi Z_{123} R_\phi^{-1}) A A^{-1} I_{abc}$$

$$= s[f_1 A^{-1} Z_{123} A + f_2 (A^{-1} R_\phi^{-1} A)(A^{-1} Z_{123} A)(A^{-1} R_\phi A)$$

$$+ f_3 (A^{-1} R_\phi A)(A^{-1} Z_{123} A)(A^{-1} R_\phi^{-1} A)] I_{012}$$

definamos:

$$R_{012} = A^{-1} R_\phi A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & a^2 \end{bmatrix}$$

$$R_{012}^{-1} = A^{-1} R_\phi^{-1} A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & a^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & a^{-2} \end{bmatrix}$$

Para la 1a. sección:

$$\boxed{Z_{012} = A^{-1} Z_{123} A}$$

1a. sección

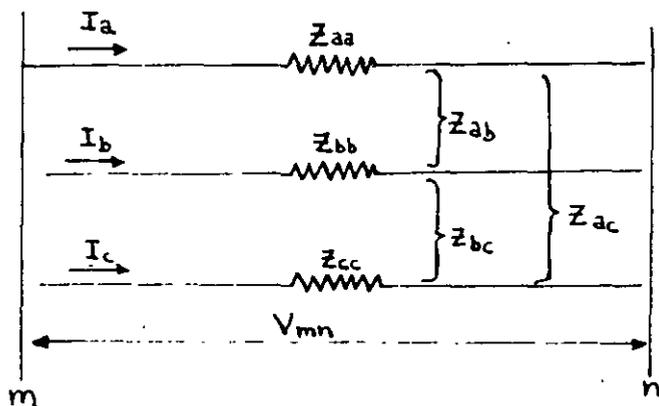
$$\boxed{\Sigma V_{012} = s(f_1 Z_{012} + f_2 R_{012}^{-1} Z_{012} R_{012} + f_3 R_{012} Z_{012} R_{012}^{-1}) I_{012}}$$

$$R_{012}^2 = R_{012}^{-1} \quad (R_{012}^{-1})^2 = R_{012}$$

$$R_{012} Z_{012} R_{012}^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{00} & a^2 Z_{01} & a Z_{02} \\ a Z_{10} & Z_{11} & a^2 Z_{12} \\ a^2 Z_{20} & a Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$$R_{012}^{-1} Z_{012} R_{012} = \begin{bmatrix} Z_{00} & a Z_{01} & a^2 Z_{02} \\ a^2 Z_{10} & Z_{11} & a Z_{12} \\ a Z_{20} & a^2 Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

Recordando de componentes simétricas:



$$V_{mn} = \begin{bmatrix} V_{mn-a} \\ V_{mn-b} \\ V_{mn-c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$A V_{mn-012} = Z A I_{012}$$

$$V_{mn-012} = A^{-1} Z A I_{012}$$

$$V_{mn012} = Z_{mn012} I_{012}$$

$$Z_{mn-012} = A^{-1} Z A$$

$$Z_{mn-012} = \begin{bmatrix} Z_{S_0} + 2Z_{m_0} & Z_{S_2} - Z_{m_2} & Z_{S_1} - Z_{m_1} \\ Z_{S_1} - Z_{m_1} & Z_{S_0} - Z_{m_0} & Z_{S_2} + 2Z_{m_1} \\ Z_{S_2} - Z_{m_1} & Z_{S_1} + 2Z_{m_1} & Z_{S_0} - Z_{m_0} \end{bmatrix}$$

$$Z_{S_0} = 1/3 (Z_{aa} + Z_{bb} + Z_{cc})$$

$$Z_{S_1} = 1/3 (Z_{aa} + aZ_{bb} + a^2Z_{cc})$$

$$Z_{S_2} = 1/3 (Z_{aa} + a^2Z_{bb} + aZ_{cc})$$

$$Z_{m_0} = 1/3 (Z_{bc} + Z_{ca} + Z_{ab})$$

$$Z_{m_1} = 1/3 (Z_{bc} + aZ_{ca} + a^2Z_{ab})$$

$$Z_{m_2} = 1/3 (Z_{bc} + a^2Z_{ca} + aZ_{ab})$$

$$r_a = r_b = r_c = r \quad D_{sa} = D_{sb} = D_{sc} = D_s$$

$$Z_{m_0} = 1/3 (Z_{bc} + Z_{ca} + Z_{ab})$$

$$\begin{aligned} &= 1/3 (3r_d + jwk \ln \frac{D_e}{D_{bc}} + jwk \ln \frac{D_e}{D_{ca}} + jwk \ln \frac{D_e}{D_{ab}}) \\ &= 1/3 (3r_d + 3jwk \ln \frac{D_e}{D_{eq}}) \end{aligned}$$

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{bc} D_{ca} D_{ab}} \\ r_d + jwk \ln \frac{D_e}{D_{eq}}$$

similarmente para :

$$Z_{m_1} = 1/3 (Z_{bc} + aZ_{ca} + a^2Z_{ab})$$

$$Z_{m_2} = 1/3 (Z_{bc} + a^2Z_{ca} + aZ_{ab})$$

$$Z_{m_1} = \frac{jwk}{3} (\ln \frac{D_e}{D_{23}} + a \ln \frac{D_e}{D_{13}} + a^2 \ln \frac{D_e}{D_{12}}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{m_2} = \frac{jwk}{3} (\ln \frac{D_e}{D_{23}} + a^2 \ln \frac{D_e}{D_{13}} + a \ln \frac{D_e}{D_{12}}) \Omega/U.L.$$

Los elementos de Z_{012} :

$$Z_{00} = r_a + 3r_d + j\omega k \ln \frac{D_e^3}{D_s D_{eq}^2} \quad \Omega/\text{U.L.}$$

$$Z_{s1} = Z_{s2} = 0$$

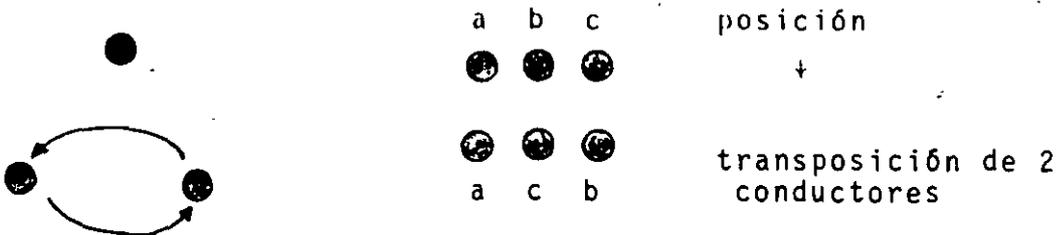
$$Z_{01} = Z_{m2} = Z_{20}, \quad Z_{02} = -Z_{m1} = Z_{10}$$

$$Z_{11} = Z_{22} = r_a + j\omega k \ln \frac{D_{eq}}{D_s}$$

$$Z_{12} = +2 Z_{m2}, \quad Z_{21} = 2Z_{m1}$$

$$Z_{s0} = r_a + r_d + j\omega k \ln \frac{D_e}{D_s} \quad \Omega/\text{U.L.}$$

Transposición de 2 conductores en una línea trifásica



Definamos

$$T_{\phi_{23}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{\phi_{12}} I_{abc} = I_{abc}$$

$$T_{\phi_{12}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

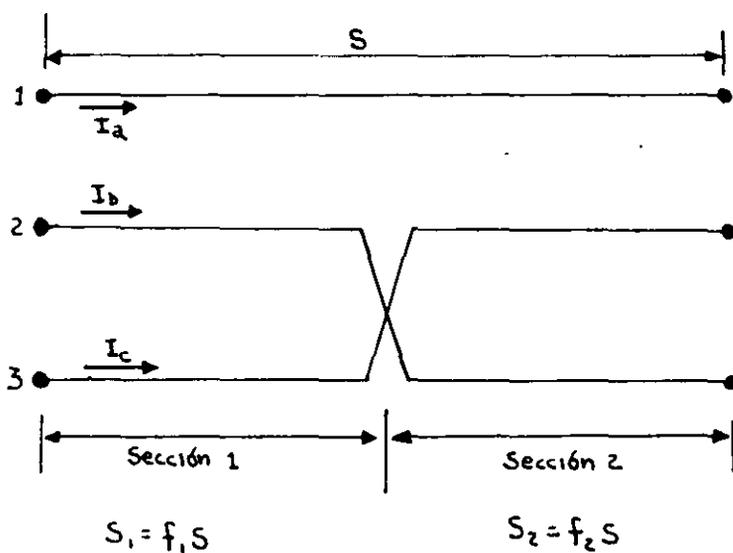
$$T_{\phi_{13}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_{\phi_{12}}^2 = T_{\phi_{23}}^2 = T_{\phi_{13}}^2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = U$$

$$T_{\phi_{23}} = T^{-1} \phi_{23}$$

$$T_{\phi_{12}} = T^{-1} \phi_{12}$$

$$T_{\phi_{13}} = T^{-1} \phi_{13}$$



Sección 1 :

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} = f_1 \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 = I_a \\ I_2 = I_b \\ I_3 = I_c \end{bmatrix}$$

Sección 2 :

$$V_{acb} = V_{123} = f_2 Z_{123} I_{acb}$$

transformando con $T_{\phi_{23}}$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = f_{ij} \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{13} & Z_{12} \\ Z_{11} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & f_1 Z_{12} + f_2 Z_{13} & f_1 Z_{13} + f_2 Z_{12} \\ (f_1 Z_{12} + f_2 Z_{13}) & f_1 Z_{22} + f_2 Z_{33} & Z_{23} \\ (f_1 Z_{13} + f_2 Z_{12}) & Z_{23} & f_1 Z_{33} + f_2 Z_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

En una línea completamente transpuesta :

$$Z_{m_1} = Z_{m_2} = 0$$

$$f_1 = f_2 = f_3 = 1/3$$

$$\begin{bmatrix} V_{a_0} \\ V_{a_1} \\ V_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_1 \end{bmatrix}$$

$$Z_0 = (r_a + 3r_d) + j\omega k \ln \frac{D^3 e^3}{D_s D_{eq}^2}$$

$$Z_1 = r_a + j\omega k \ln \frac{D_{eq}}{D_s} = Z_2 \quad \Omega/U.L.$$

Circuito desbalanceado debido a transposición incompleta.

Partiendo de la ecuación general en la que las inductancias pro

pias de los conductores son las mismas

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_{k_1} & Z_{k_2} \\ Z_{k_1} & Z_s & Z_{k_3} \\ Z_{k_2} & Z_{k_3} & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_d \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

$$Z_s = (r_a + r_d) + j\omega k l n \frac{D_e}{D_s} \Omega/U.L.$$

y

$$\begin{bmatrix} Z_{k_1} \\ Z_{k_2} \\ Z_{k_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_d \\ r_d \\ r_d \end{bmatrix} + j\omega k \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & f_3 \\ f_2 & f_3 & f_1 \\ f_3 & f_1 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} l n \frac{D_e}{D_{12}} \\ l n \frac{D_e}{D_{23}} \\ l n \frac{D_e}{D_{13}} \end{bmatrix}$$

Transformando la ecuación de voltajes a valores de secuencia:

$$V_{012} = Z_{012} I_{012} \Omega/U.L.$$

$$Z_{012} = \begin{bmatrix} Z_{00} & Z_{01} & Z_{02} \\ Z_{10} & Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{20} & Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix}$$

$$Z_{s0} = Z_s$$

$$Z_{s1} = Z_{s2} = 0$$

$$Z_{m1} = 1/3(a Z_{k_1} + a^2 Z_{k_2} + Z_{k_3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{m0} = 1/3(Z_{k_1} + Z_{k_2} + Z_{k_3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{m2} = 1/3(aZ_{k1} + a^2Z_{k2} + Z_{k3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{00} = Z_S + 2/3(Z_{k1} + Z_{k2} + Z_{k3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{11} = Z_{22} = Z_S - 1/3(Z_{k1} + Z_{k2} + Z_{k3})$$

$$Z_{01} = Z_{10} = -1/3(aZ_{k1} + a^2Z_{k2} + Z_{k3}) \Omega/U.L.$$

$$Z_{02} = Z_{10} = -1/3(a^2Z_{k1} + aZ_{k2} + Z_{k3})$$

$$Z_{12} = -2Z_{01} \Omega/U.L.$$

$$Z_{21} = -2Z_{02} \Omega/U.L.$$

La cantidad de desbalance se determina de la corriente desbalanceada fluyendo cuando se tienen voltajes balanceados \therefore pasando a corriente:

$$I_{012} = y_{012} V_{012} A$$

$$y_{012} = Z_{012}^{-1} = \frac{1}{\det Z_{012}} \begin{bmatrix} Z_{11}Z_{22} - Z_{21}Z_{12} & Z_{02}Z_{21} - Z_{01}Z_{22} & Z_{01}Z_{12} - Z_{11}Z_{02} \\ Z_{20}Z_{12} - Z_{10}Z_{22} & Z_{00}Z_{22} - Z_{20}Z_{02} & Z_{10}Z_{02} - Z_{00}Z_{12} \\ Z_{10}Z_{21} - Z_{20}Z_{11} & Z_{20}Z_{01} - Z_{00}Z_{21} & Z_{00}Z_{11} - Z_{10}Z_{01} \end{bmatrix}$$

$$y_{01} = \begin{bmatrix} y_{00} & y_{01} & y_{02} \\ y_{10} & y_{11} & y_{12} \\ y_{20} & y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \text{ mho/U.L.}$$

El desbalance es medido solamente con voltaje de secuencia + \therefore

$$\begin{bmatrix} I_{a_0} \\ I_{a_1} \\ I_{a_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{00} & y_{01} & y_{02} \\ y_{10} & y_{11} & y_{12} \\ y_{20} & y_{21} & y_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ V_{a_1} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_{01} \\ y_{11} \\ y_{21} \end{bmatrix} V_{a_1}$$

definiendo los desbalances por unidad :

$$m_0 = \frac{I_{a_0}}{I_{a_1}} = \frac{y_{01}}{y_{11}} \quad m_2 = \frac{I_{a_2}}{I_{a_1}} = \frac{y_{21}}{y_{11}} \text{ p.u.}$$

En términos de los elementos de la matriz de impedancias de secuencias:

$$m_0 = \frac{Z_{02}Z_{21} - Z_{01}Z_{22}}{Z_{00}Z_{22} - Z_{20}Z_{02}} \quad m_2 = \frac{Z_{20}Z_{01} - Z_{00}Z_{21}}{Z_{00}Z_{22} - Z_{20}Z_{02}}$$



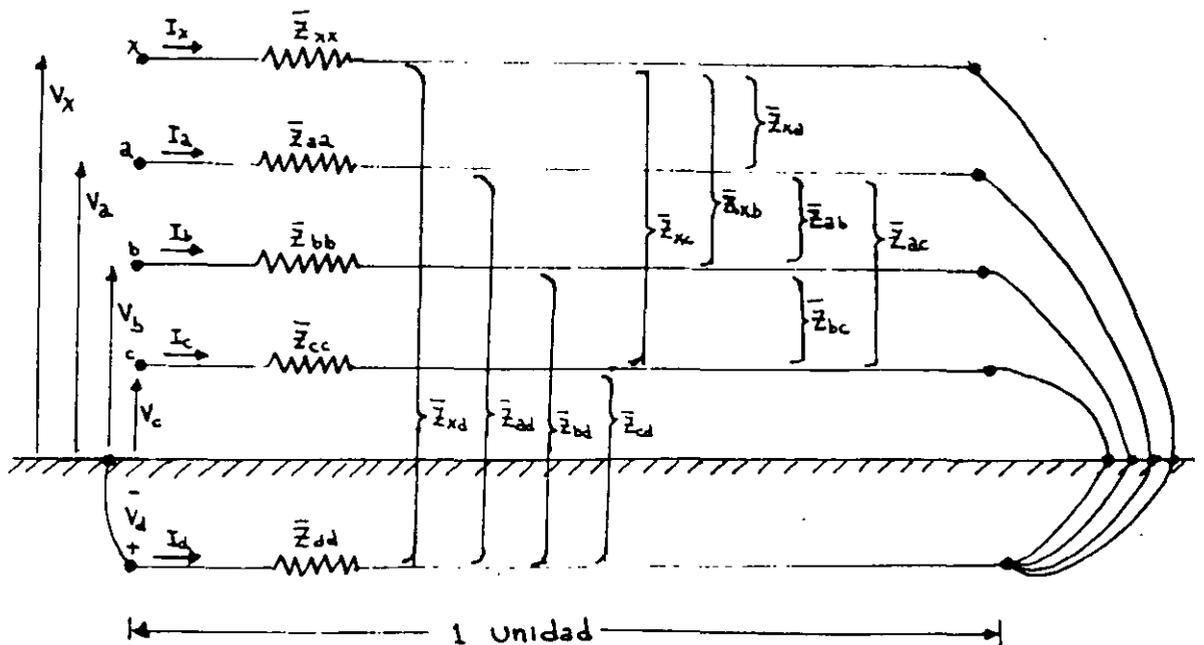
m_0 : 1% para configuraciones comunes, pero se incrementa con la adición de hilos de guarda.

m_2 varía de 3 a 20% y los hilos de guarda la afectan mínimamente.

Estos valores son para el cálculo de la línea y no la del sistema, sin embargo son valores más pesimistas.

El cálculo se complica para obtener el desbalance para el sistema.

Impedancias de secuencia de líneas con grupos de conductores



$$I_a + I_b + I_c + I_x = - I_d \text{ Amp.}$$

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{xx'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ V_x - V_{x'} \\ V_d - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{ax} & \bar{Z}_{ad} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{bx} & \bar{Z}_{bd} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{cx} & \bar{Z}_{cd} \\ \bar{Z}_{xa} & \bar{Z}_{xb} & \bar{Z}_{xc} & \bar{Z}_{xx} & \bar{Z}_{xd} \\ \bar{Z}_{da} & \bar{Z}_{db} & \bar{Z}_{dc} & \bar{Z}_{dx} & \bar{Z}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_x \\ I_d \end{bmatrix} \quad V/U.L.$$

$$Z_{pp} = r_p + j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{sp}} - 1 \right) \Omega/U.L.$$

$$p = a, b, c, x.$$

$$\bar{Z}_{pq} = j\omega k \left(\ln \frac{2s}{D_{pq}} - 1 \right) \Omega/U.L.$$

$$p, q = a, b, c, x, d. \quad p \neq q$$

La última ecuación puede ser restada de todas las demás ya que:

$$I_a + I_b + I_c + I_x = - I_d$$

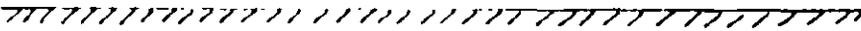
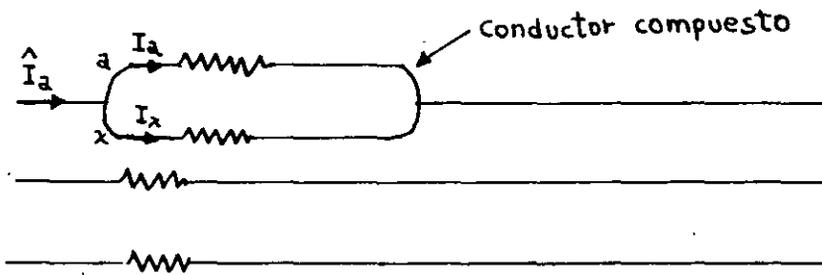
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ax} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bx} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cx} \\ Z_{xa} & Z_{xb} & Z_{xc} & Z_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_x \end{bmatrix} \quad V/U.L.$$

$$Z_{pq} = \bar{Z}_{pq} - \bar{Z}_{pd} - \bar{Z}_{dq} + \bar{Z}_{dd} \quad \Omega/U.L.$$

$$p, q = a, b, c, a$$

Ahora si "x" está conectado a "a" de tal forma que $V_x - V_a = 0$

$$V_{xx'} = V_{aa'}$$



$$V_x - V_a = 0$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ax} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{bx} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cx} \\ Z_{xa} - Z_{aa} & (Z_{xb} - Z_{ab}) & (Z_{xc} - Z_{ac}) & (Z_{xx} - Z_{ax}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_x \end{bmatrix}$$

ahora $\hat{I}_a = I_a + I_x$

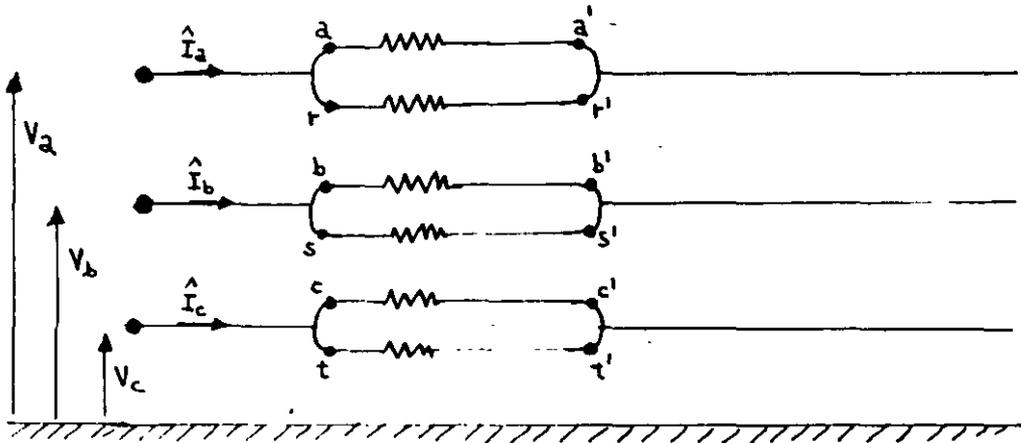
$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{ax} - Z_{aa} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{bx} - Z_{ba} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cx} - Z_{ca} \\ \hline Z_{xa} - Z_{aa} & Z_{xb} - Z_{ab} & Z_{xc} - Z_{ac} & | & \hat{Z}_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a + I_x \\ I_b \\ I_c \\ I_x \end{bmatrix}$$

$$\bar{Z}_{xx} = Z_{xx} - Z_{ax} - Z_{xa} + Z_{aa}$$

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_3 & Z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_{abc} \\ I_x \end{bmatrix}$$

$$V_{abc} = (Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_3) \hat{I}_{abc}$$

Extendiendo esta idea a :



$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_r \\ V_s \\ V_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & Z_{ar} & Z_{as} & Z_{at} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & Z_{br} & Z_{bs} & Z_{bt} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & Z_{cr} & Z_{cs} & Z_{ct} \\ Z_{ra} & Z_{rb} & Z_{rc} & Z_{rr} & Z_{rs} & Z_{rt} \\ Z_{sa} & Z_{sb} & Z_{sc} & Z_{sr} & Z_{ss} & Z_{st} \\ Z_{ta} & Z_{tb} & Z_{tc} & Z_{tr} & Z_{ts} & Z_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_r \\ I_s \\ I_t \end{bmatrix}$$

$$V_r - V_a = 0 \quad V_s - V_b = 0 \quad V_t - V_c = 0$$

$$\hat{I}_a = I_a + I_r \quad \hat{I}_b = I_b + I_s \quad \hat{I}_c = I_c + I_t$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{ar} - Z_{aa} & Z_{as} - Z_{ab} & Z_{at} - Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{br} - Z_{ba} & Z_{bs} - Z_{bb} & Z_{bt} - Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cr} - Z_{ca} & Z_{cs} - Z_{cb} & Z_{ct} - Z_{cc} \\ \hline Z_{ra} - Z_{aa} & Z_{rb} - Z_{ab} & Z_{rc} - Z_{ac} & | & Z_{rr} & Z_{rs} & Z_{rt} \\ Z_{sa} - Z_{ba} & Z_{sb} - Z_{bb} & Z_{sc} - Z_{bc} & | & Z_{sr} & Z_{ss} & Z_{st} \\ Z_{ta} - Z_{ca} & Z_{tb} - Z_{cb} & Z_{tc} - Z_{cc} & | & Z_{tr} & Z_{ts} & Z_{tt} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_a \\ \hat{I}_b \\ I_c \\ I_r \\ I_s \\ I_t \end{bmatrix}$$

$$\hat{Z}_{pq} = Z_{pq} - Z_{iq} - Z_{ph} + Z_{ih}$$

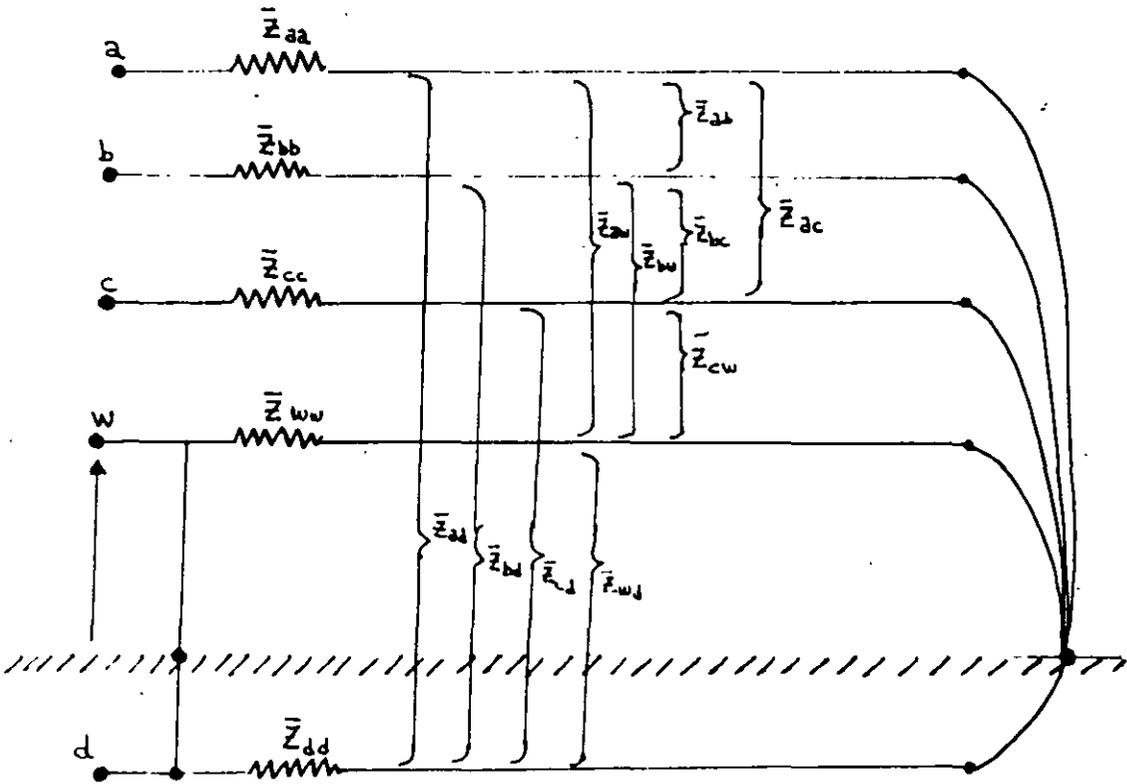
$i, h = a, b, c.$

$p, q = r, s, t$

$$Z_{\text{nueva}} = Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_3$$

$$Z_{012} = A^{-1} Z_{\text{nueva}} A \quad \Omega/\text{U.L.}$$

Impedancia de secuencia para líneas con hilo de guarda.



$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \\ V_{ww'} \\ V_{dd'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a - V_{a'} \\ V_b - V_{b'} \\ V_c - V_{c'} \\ 0 - V_{w'} \\ 0 - V_{d'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_{aa} & \bar{Z}_{ab} & \bar{Z}_{ac} & \bar{Z}_{aw} & \bar{Z}_{ad} \\ \bar{Z}_{ba} & \bar{Z}_{bb} & \bar{Z}_{bc} & \bar{Z}_{bw} & \bar{Z}_{bd} \\ \bar{Z}_{ca} & \bar{Z}_{cb} & \bar{Z}_{cc} & \bar{Z}_{cw} & \bar{Z}_{cd} \\ \bar{Z}_{wa} & \bar{Z}_{wb} & \bar{Z}_{wc} & \bar{Z}_{ww} & \bar{Z}_{wd} \\ \bar{Z}_{da} & \bar{Z}_{db} & \bar{Z}_{dc} & \bar{Z}_{dw} & \bar{Z}_{dd} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_w \\ I_d \end{bmatrix}$$

$$I_d = -(I_a + I_b + I_c + I_w)$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ V_w=0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} & | & Z_{aw} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} & | & Z_{bw} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} & | & Z_{cw} \\ \hline Z_{wa} & Z_{wb} & Z_{wc} & | & Z_{ww} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \\ I_w \end{bmatrix}$$

$$Z_{pq} = \bar{Z}_{pq} - \bar{Z}_{pd} - \bar{Z}_{dq} + \bar{Z}_{dd}$$

$$p, q = a, b, c, w$$

$$\begin{aligned} Z_{pq} &= r_a + r_d + j\omega k l n \frac{D_e}{D_{pq}} & p = q \\ &= r_o + j\omega k l n \frac{D_e}{D_{pq}} & p \neq q \Omega/U.L. \end{aligned}$$

$$V_w = 0$$

$$V_{abc} = (Z_1 - Z_2 \quad Z_4^{-1} \quad Z_3) I_{abc}$$

$$= \hat{Z}_{abc} I_{abc}$$

$$\hat{Z}_{abc} = \begin{bmatrix} Z_{aa} & Z_{ab} & Z_{ac} \\ Z_{ba} & Z_{bb} & Z_{bc} \\ Z_{ca} & Z_{cb} & Z_{cc} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Z_{aw} \\ Z_{bw} \\ Z_{cw} \end{bmatrix} \left[\frac{1}{Z_{ww}} \right] [Z_{wa} \quad Z_{wb} \quad Z_{wc}]$$

$$= \begin{bmatrix} (Z_{aa} - \frac{Z_{aw} Z_{wa}}{Z_{ww}}) & (Z_{ab} - \frac{Z_{aw} Z_{wb}}{Z_{ww}}) & (Z_{ac} - \frac{Z_{aw} Z_{wc}}{Z_{ww}}) \\ (Z_{ba} - \frac{Z_{bw} Z_{wa}}{Z_{ww}}) & (Z_{bb} - \frac{Z_{bw} Z_{wb}}{Z_{ww}}) & (Z_{bc} - \frac{Z_{bw} Z_{wc}}{Z_{ww}}) \\ (Z_{ca} - \frac{Z_{cw} Z_{wa}}{Z_{ww}}) & (Z_{cb} - \frac{Z_{cw} Z_{wb}}{Z_{ww}}) & (Z_{cc} - \frac{Z_{cw} Z_{wc}}{Z_{ww}}) \end{bmatrix}$$

$$\hat{Z}_{pq} = Z_{pq} - \frac{Z_{pw} Z_{wq}}{Z_{ww}}$$

$$p, q = a, b, c.$$

Impedancia de secuencia de línea transpuesta con 1 hilo de guarda.

$$\begin{bmatrix} \Sigma V_a \\ \Sigma V_b \\ \Sigma V_c \end{bmatrix} = s [f_1 Z_{f_1} + f_2 Z_{f_2} + f_3 Z_{f_3}] \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Sección	Long	posición	fase
1	$f_1 s$	$\alpha \beta \gamma$	a b c
2	$f_2 s$	$\alpha \beta \gamma$	c a b
3	$f_3 s$	$\alpha \beta \gamma$	b c a

Sección

$$S_1: Z_{f_1} \begin{bmatrix} (Z_{\alpha\alpha} - \frac{Z_{\alpha w} Z_{w\alpha}}{Z_{ww}}) & (Z_{\alpha\beta} - \frac{Z_{\alpha w} Z_{w\beta}}{Z_{ww}}) & (Z_{\alpha\gamma} - \frac{Z_{\alpha w} Z_{w\gamma}}{Z_{ww}}) \\ (Z_{\beta\alpha} - \frac{Z_{\beta w} Z_{w\alpha}}{Z_{ww}}) & (Z_{\beta\beta} - \frac{Z_{\beta w} Z_{w\beta}}{Z_{ww}}) & (Z_{\beta\gamma} - \frac{Z_{\beta w} Z_{w\gamma}}{Z_{ww}}) \\ (Z_{\gamma\alpha} - \frac{Z_{\gamma w} Z_{w\alpha}}{Z_{ww}}) & (Z_{\gamma\beta} - \frac{Z_{\gamma w} Z_{w\beta}}{Z_{ww}}) & (Z_{\gamma\gamma} - \frac{Z_{\gamma w} Z_{w\gamma}}{Z_{ww}}) \end{bmatrix}$$

$$S_2: Z_{f_2} = \begin{bmatrix} (Z_{\beta\beta} - \frac{Z_{\beta W} Z_{W\beta}}{Z_{WW}}) (Z_{\beta\gamma} - \frac{Z_{\beta W} Z_{W\gamma}}{Z_{WW}}) (Z_{\beta\alpha} - \frac{Z_{\beta W} Z_{W\alpha}}{Z_{WW}}) \\ (Z_{\gamma\beta} - \frac{Z_{\gamma W} Z_{W\beta}}{Z_{WW}}) (Z_{\gamma\gamma} - \frac{Z_{\gamma W} Z_{W\gamma}}{Z_{WW}}) (Z_{\gamma\alpha} - \frac{Z_{\gamma W} Z_{W\alpha}}{Z_{WW}}) \\ (Z_{\alpha\beta} - \frac{Z_{\alpha W} Z_{W\beta}}{Z_{WW}}) (Z_{\alpha\gamma} - \frac{Z_{\alpha W} Z_{W\gamma}}{Z_{WW}}) (Z_{\alpha\alpha} - \frac{Z_{\alpha W} Z_{W\alpha}}{Z_{WW}}) \end{bmatrix}$$

$$S_3: Z_{f_3} = \begin{bmatrix} (Z_{\gamma\gamma} - \frac{Z_{\gamma W} Z_{W\gamma}}{Z_{WW}}) (Z_{\gamma\alpha} - \frac{Z_{\gamma W} Z_{W\alpha}}{Z_{WW}}) (Z_{\gamma\beta} - \frac{Z_{\gamma W} Z_{W\beta}}{Z_{WW}}) \\ (Z_{\alpha\gamma} - \frac{Z_{\alpha W} Z_{W\gamma}}{Z_{WW}}) (Z_{\alpha\alpha} - \frac{Z_{\alpha W} Z_{W\alpha}}{Z_{WW}}) (Z_{\alpha\beta} - \frac{Z_{\alpha W} Z_{W\beta}}{Z_{WW}}) \\ (Z_{\beta\gamma} - \frac{Z_{\beta W} Z_{W\gamma}}{Z_{WW}}) (Z_{\beta\alpha} - \frac{Z_{\beta W} Z_{W\alpha}}{Z_{WW}}) (Z_{\beta\beta} - \frac{Z_{\beta W} Z_{W\beta}}{Z_{WW}}) \end{bmatrix}$$

Capacitancia de secuencia de líneas de transmisión

Anteriormente se derivó que la capacitancia a neutro de una línea transpuesta:

$$C_n = \frac{k'}{\ln(D_m/r)}$$

$$D_m = \text{GMD}$$

r = radio del conductor de fase

k' = cte.

$$C_n = \frac{k}{\ln D_m/D_s} \quad b_n = w C_n$$

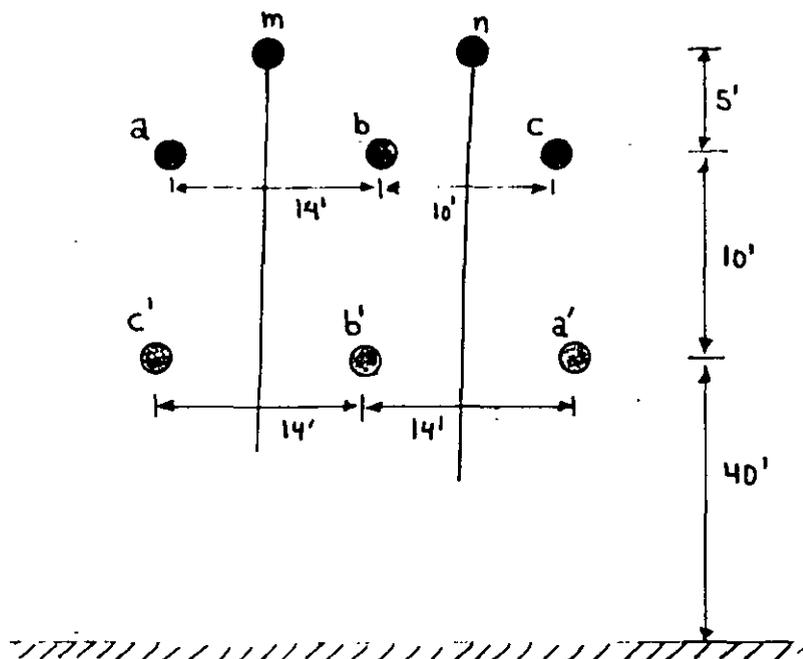
D_s está basada en el radio de la fase en lugar de cada conductor:

$$D_s = (D'_{s_1} D'_{s_2} D'_{s_3})^{1/3} \text{ y } D'_{s_i} = \text{distancia}$$

media geométrica del centro del conductor en la parte i de la transposición.

NOTA: Una línea de transmisión es pasiva \therefore la capacitancia es la misma para la secuencia positiva y negativa pues los parámetros no cambian con el cambio de secuencia del voltaje aplicado.

Ejemplo :



$$D'_S = (D'_{S_1} D'_{S_2} D'_{S_3})^{1/3}$$

$$D'_{S_1} = (r_a D_{aa'} r_{a'} D_{a'a})^{1/4}$$

$$D'_{S_2} = (r_b D_{bb'} r_{b'} D_{b'b})^{1/4}$$

$$D'_{S_3} = (r_c D_{cc'} r_{c'} D_{c'c})^{1/4}$$

$$D_{aa'} = D_{cc'}$$

$$D'_S = (r^{3/2} D_{aa'} D_{ab'}^{1/2})^{1/3} = r^{1/2} D_{aa'}^{1/3} D_{bb'}^{1/6}$$

$$D'_m = (D_{ab} \bar{D}_{bc} \bar{D}_{ca})^{1/3}$$

$$D'_{ab} = (D_{ab} D_{ab'} D_{a'b} D_{a'b'})^{1/4}$$

$$\bar{D}_{bc} = (D_{bc} D_{bc'} D_{b'c} D_{b'c'})^{1/4}$$

$$\bar{D}_{ca} = (D_{ca} D_{ca'} D_{c'a} D_{c'a'})^{1/4}$$

$$D_{ab} = D_{a'b'} = D_{b'c'}$$

$$D_{ab'} = D_{b'c} = D_{a'b}$$

$$D_{c'a} = D_{ca'}$$

$$D_m = (D_{ab} D_{ab'})^{1/4} (D_{bc} D_{bc'} D_{ca} D_{c'a'})^{1/12} (D_{ca})^{1/6}$$

$$D_{aa'} = 27.8 \quad D_{bb'} = 10.2 = D_{ca'}$$

$$D_{ab} = 14 \quad D_{ab'} = 15.65$$

$$D_{bc} = 10 \quad D_{bc'} = 18.9$$

$$D_{ca} = 24 \quad D_{c'a'} = 28$$

$r = 0.0357$ del conductor

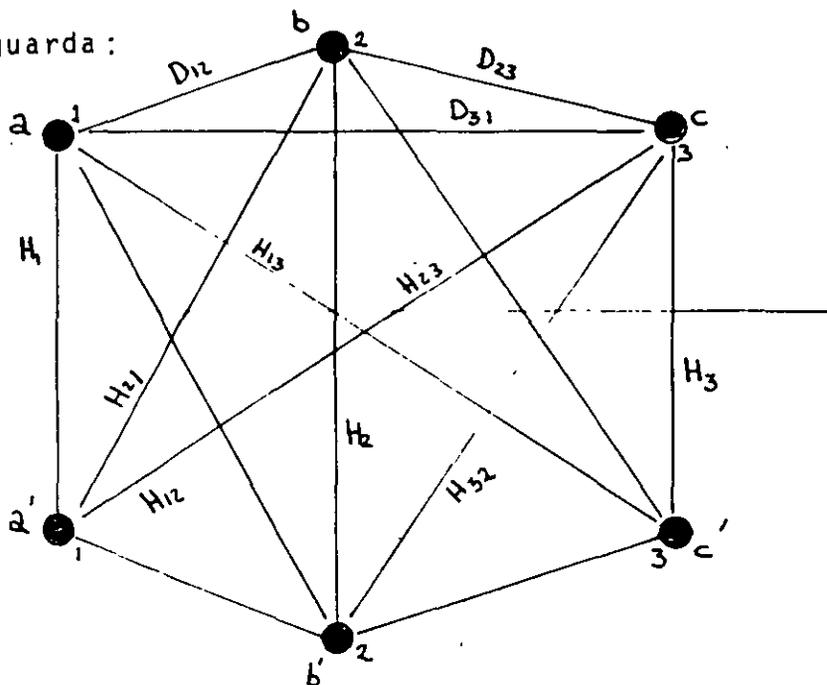
$$D'_s = 0.843, \quad D_m = 15.086$$

$$C_n = \frac{89.5}{\ln(15.086/0.843)} = 31.03 \text{ n F/mi}$$

$$b_c = \text{suceptancia} = 2\pi 60 C_n = 11.70 \text{ } \mu\text{mho/mi/fase}$$

Capacitancia de secuencia zero de líneas transpuestas.

- sin hilos de guarda:



$$\begin{aligned}
 V_{a0} &= \frac{1}{2} V_{aa} = \frac{1}{2} \int_{D_1}^{D_2} \frac{q_i}{2\pi\epsilon x} dx = \frac{1}{4\pi\epsilon} \ln \frac{D_2}{D_1} \\
 &= \frac{1}{4\pi\epsilon} (q_{a0} \ln \frac{H_1}{r_a} + q_{b0} \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_{c0} \ln \frac{H_{31}}{D_{31}} \\
 &\quad - q_{a0} \ln \frac{r_a}{H_1} - q_{b0} \ln \frac{D_{12}}{H_{12}} - q_{c0} \ln \frac{D_{31}}{H_{31}})
 \end{aligned}$$

$$V_{a0} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_1}{r_a} + q_{b0} \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_{c0} \ln \frac{H_{31}}{D_{31}}) V$$

similarmente:

$$V_{b0} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_{a0} \ln \frac{H_{12}}{D_{12}} + q_{b0} \ln \frac{H_2}{r_b} + q_{c0} \ln \frac{H_{32}}{D_{32}})$$

$$V_{c0} = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_{a0} \ln \frac{H_{13}}{D_{13}} + q_{b0} \ln \frac{H_{23}}{D_{23}} + q_{c0} \ln \frac{H_3}{r_c})$$

por definición: $V_{a0} = V_{b0} = V_{c0}$ y

$$\therefore q_{a0} \neq q_{b0} \neq q_{c0}$$

pero para configuraciones usuales:

$$q_{a0} = q_{b0} = q_{c0} \quad y \quad \therefore$$

$$aV \quad V_{a0} = \cong \frac{V_{a0} + V_{b0} + V_{c0}}{3}$$

$$V_{a0} = \frac{3q_{a0}}{2\pi\epsilon} \ln \left[\frac{H_1 H_2 H_3 (H_{12} H_{23} H_{31})^2}{r_a r_b r_c (D_{12} D_{23} D_{31})^2} \right]^{1/3} V$$

\therefore

$$V_{a0} = \frac{3q_{a0}}{2\pi\epsilon} \ln \frac{H_{aa}}{D_{aa}}$$

H_{aa} = D.M.G. entre los tres conductores y sus imágenes

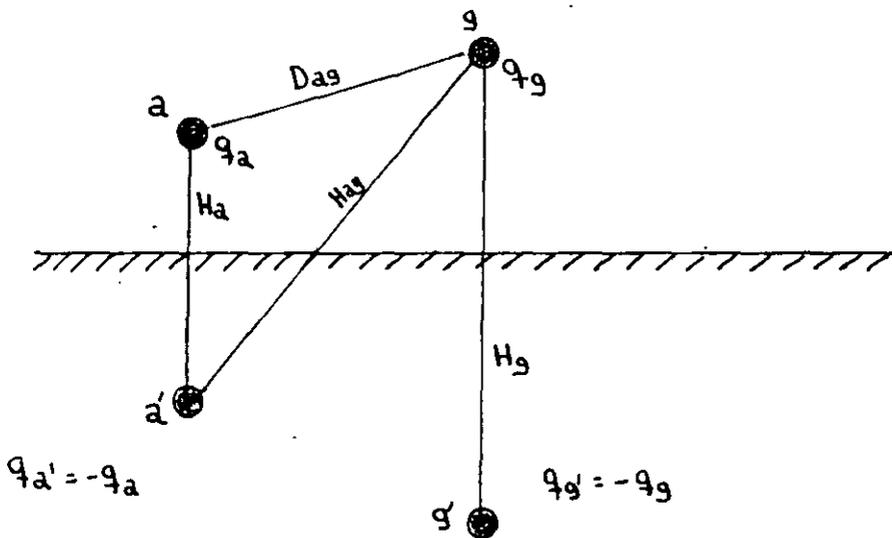
D_{aa} = radio medio geométrico propio

$$C_c = \frac{q_{ac}}{V_{a0}} = \frac{2 \pi \epsilon}{3 \ln(H_{aa}/D_{aa})} \text{ f/mV fase}$$

$$\frac{1/3 k'}{\ln(H_{aa}/D_{aa})}$$

b_{c0} tiene valores de 2.5-3.5 $\mu\text{mho/milla}$ para circuito sen cillo 60 Hz.

Con hilos de guarda:



En forma similar al caso anterior:

$$V_a = \frac{1}{2} V_{aa'} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \frac{H_a}{r_a} + q_g \ln \frac{H_{ag}}{D_{ag}} \right)$$

$$V_g = 0 = \frac{1}{2} V_{gg'} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \frac{H_{ag}}{D_{ag}} + q_g \ln \frac{H_g}{r_g} \right)$$

$$\Rightarrow q_a = \frac{2\pi\epsilon V_a \ln(H_g/r_g)}{\ln \frac{H_a}{r_a} \ln \frac{H_g}{r_g} - \left(\ln \frac{H_{ag}}{D_{ag}} \right)^2}$$

ahora si el conductor "a" es el compuesto de las tres fases y "g" el compuesto de todos los hilos de guarda:

$$q_{a0} = 1/3 q_a$$

$$V_{a0} = V_{b0} = V_{c0}$$

$$V_{a0} = V_{ca}$$

$$C_o = \frac{1/3 k' \ln(H_{gg}/D_{gg})}{n \frac{H_{aa}}{D_{aa}} \ln \frac{H_{gg}}{r_g} - \ln\left(\frac{H_{ag}}{D_{ag}}\right)^2}$$

D_{aa} = radio medio geométrico propio de fases

D_{gg} = radio medio geométrico propio de hilos de guarda

D_{ag} = D.M.G. entre fases e hilos de guarda

H_{aa} = D.M.G. entre bases y sus imágenes

H_{gg} = D.M.G. entre hilo de guarda y sus imágenes

H_{ag} = D.M.G. entre fases e imágenes de hilo de guarda

Capacitancia mutua de líneas de transmisión. De las ecuaciones iniciales de capacitancia

$$V_1 = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left(q_a \ln \frac{D_{a2}}{D_{a1}} + q_b \ln \frac{D_{b2}}{D_{b1}} + \dots + q_n \ln \frac{D_{n2}}{D_{n1}} \right. \\ \left. - q_a \ln \frac{H_{a2}}{H_{a1}} - q_b \ln \frac{H_{b2}}{H_{b1}} - \dots - q_n \ln \frac{H_{n2}}{H_{n1}} \right) V$$



$$V_a = \frac{1}{2} V_{aa'}$$

$$V_b = \frac{1}{2} V_{bb'}$$

⋮

$$V_n = \frac{1}{2} V_{nn'}$$

$$V_a = \frac{1}{2} V_{aa'} = \frac{1}{4\pi\epsilon} q_a \ln \frac{H_a}{r_a} + q_b \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} + \dots + q_n \ln \frac{H_{an}}{D_{an}} - q_a \ln \frac{r_a}{H_a} - q_b \ln \frac{D_{ab}}{H_{ab}} - \dots - q_n \ln \frac{D_{an}}{H_{an}}$$

$$V_a = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_a}{r_a} + q_b \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} + \dots + q_n \ln \frac{H_{bn}}{D_{bn}}) V$$

$$V_b = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} + q_b \ln \frac{H_b}{r_b} + \dots + q_n \ln \frac{H_{bn}}{D_{bn}}) V$$

$$V_n = \frac{1}{2\pi\epsilon} (q_a \ln \frac{H_{an}}{D_{an}} + q_b \ln \frac{H_{bn}}{D_{bn}} + \dots + q_n \ln \frac{H_n}{r_n}) V$$

$$V = p q$$

$$p_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{H_i}{r_i}, \quad i=j$$

$$= \frac{1}{2\pi\epsilon} \ln \frac{H_{ij}}{D_{ij}} \quad i \neq j$$

ej: si

$$q = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad q_a \text{ presente únicamente}$$

$$\Rightarrow V = pq$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{aa} \\ P_{ba} \\ \vdots \\ P_{na} \end{bmatrix} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \begin{bmatrix} \ln \frac{H_a}{r_a} \\ \ln \frac{H_{ab}}{D_{ab}} \\ \vdots \\ \ln \frac{H_{an}}{D_{an}} \end{bmatrix}$$

En forma fasorial:

$$Q = C v$$

$$I = j\omega Q = j\omega C V$$

$$I = j\omega Q = j\omega C V$$

$$I = Y V$$

$$Y = j\omega C$$

$$q = Q_n \cos \omega t$$

$$i = \frac{dq}{dt} = -\omega Q_m \sin \omega t$$

$$Q = \frac{Q_m}{\sqrt{2}} e^{j\theta}$$

$$I = \frac{\omega Q_m}{\sqrt{2}} e^{j(\theta + \pi/2)}$$

$$I = \omega Q e^{j\pi/2} = j\omega Q$$

Y_{kk} = suma de admitancias conectadas a k

= $j\omega C_{kk}$, susceptancia capacitiva

Y_{km} = El negativo de toda admitancia conectada entre k y m

= $-j\omega C_{km}$

$$y_{km} = -Y_{km} = g_{km} + jb_{km} = +j\omega C_{km}$$

\therefore

$$C_{ag} = C_{aa} - C_{ab} - C_{ac} - \dots - C_{an} \quad \text{F/m}$$

$$C_{bg} = -C_{ba} + C_{bb} - C_{bc} - \dots - C_{bn} \quad \text{F/m}$$

\vdots

$$C_{ng} = -C_{na} - C_{nb} - C_{nc} - \dots - C_{nn} \quad \text{F/m}$$

$$q = cV$$

$$c = p^{-1} = \frac{\text{adj } p}{\det p} = \frac{(p_{ij})^t}{\det p}$$

$$c = \begin{bmatrix} +c_{aa} & -c_{ab} & \dots & -c_{an} \\ -c_{ba} & +c_{bb} & \dots & -c_{bn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{na} & -c_{nb} & \dots & +c_{nn} \end{bmatrix}$$

p_{ij} es el cofactor del elemento ij

$$p_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$$

M_{ij} es el menor del elemento p_{ij}

$$c_{ij} = \frac{M_{ij}}{\det p} \quad i=j \text{ o } (i+j) \text{ par}$$

$$= -\frac{M_{ij}}{\det p} \quad i \neq j \text{ o } (i+j) \text{ non}$$



Capacitancia a tierra.
Matriz de coeficientes
de Maxwell.

Capacitancia mutua de línea trifásica sin hilos de guarda.

Este es un caso particular del desarrollo anterior:

$$V = pq$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ab} & p_{ac} \\ p_{ba} & p_{bb} & p_{bc} \\ p_{ca} & p_{cb} & p_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} \quad V$$

$$q = cV$$

$$\begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{aa} & -c_{ab} & -c_{ac} \\ -c_{ba} & c_{bb} & -c_{bc} \\ -c_{ca} & -c_{cb} & c_{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

$$\det p = p_{aa}(p_{bb}p_{cc} - p_{bc}^2) - p_{ab}^2 p_{cc} + 2p_{ab}p_{bc}p_{ac} - p_{ac}^2 p_{bb}$$

Minors :

$$M_{aa} = p_{bb} p_{cc} - p_{bc}^2 \quad M_{ab} = p_{ab} p_{cc} - p_{ac} p_{bc}$$

$$M_{bb} = p_{aa} p_{cc} - p_{ac}^2 \quad M_{ac} = p_{ab} p_{bc} - p_{bb} p_{ac}$$

$$M_{cc} = p_{aa} p_{bb} - p_{ab}^2 \quad M_{bc} = p_{aa} p_{bc} - p_{ab} p_{ac}$$

$$C_{ag} = C_{aa} - C_{ab} - C_{ac} \quad \text{F/mi}$$

$$C_{bg} = C_{bb} - C_{ab} - C_{bc} \quad "$$

$$C_{cg} = C_{cc} - C_{ac} - C_{bc} \quad "$$

Si la línea está transpuesta en secciones de longitud f_1, f_2, f_3 :

$$q_{abc} = (f_1 C_{123} + f_2 C_{231} + f_3 C_{312}) V_{abc} \quad \text{c/mi}$$

$$C_{231} = R_{\phi}^{-1} C_{123} R_{\phi}, \quad C_{312} = R_{\phi} C_{123} R_{\phi}^{-1}$$

C_{123} = es la matriz obtenida para la sección 1

$$f_1 = f_2 = f_3 \quad \therefore$$

$$C_{m0} = \frac{1}{3} (C_{ab} + C_{bc} + C_{ac}) \quad \text{F/mi}; \text{ se define capacitancia por fase/mi}$$

$$C_{g0} = \frac{1}{3} (C_{ag} + C_{bg} + C_{cg}) = C_{s0} - 2 C_{m0} \quad \text{capacitancia a tierra}$$

donde:

$$C_{s0} = \frac{1}{3} (C_{aa} + C_{bb} + C_{cc})$$

Capacitancia de secuencia de línea transpuesta sin hilos de guarda.

$$I_{abc} = j\omega C V_{abc}$$

$$I_{012} = j\omega A^{-1} C A V_{012}$$

$$I_{c12} = j\omega C_{012} V_{012}$$

$$C_{012} = A^{-1} C A = \begin{bmatrix} C_{00} & C_{01} & C_{02} \\ C_{10} & C_{11} & C_{12} \\ C_{20} & C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

$$C_{012} = \begin{bmatrix} C_{S_0} - 2C_{m_0} & C_{S_2} + C_{m_2} & C_{S_1} + C_{m_1} \\ C_{S_1} + C_{m_1} & C_{S_0} + C_{m_0} & C_{S_2} + 2C_{m_2} \\ C_{S_2} + C_{m_2} & C_{S_1} - 2C_{m_1} & C_{S_0} + C_{m_0} \end{bmatrix}$$

$$C_{m_0} = 1/3 (C_{ab} + C_{bc} + C_{ac}) \text{ F/mi}$$

$$C_{S_0} = 1/3 (C_{aa} + C_{bb} + C_{cc}) \text{ F/mi}$$

$$C_{S_1} = 1/3 (C_{aa} + aC_{bb} + a^2 C_{cc})$$

$$C_{S_2} = 1/3 (C_{aa} + a^2 C_{bb} + a C_{cc})$$

$$C_{m_1} = 1/3 (C_{bc} + aC_{ac} + a^2 C_{ab})$$

$$C_{m_2} = 1/3 (C_{bc} + a^2 C_{ac} + a C_{ab})$$

Si la línea está transpuesta a iguales distancias \Rightarrow las secuencias capacitivas mutuas son cero y:

$$C_{012} = \begin{bmatrix} C_{S_0} - 2C_{m_0} & 0 & 0 \\ 0 & C_{S_0} + C_{m_0} & 0 \\ 0 & 0 & C_{S_0} + C_{m_0} \end{bmatrix}$$

Note que la capacitancia de secuencia zero es mucho menor que la positiva y negativa.

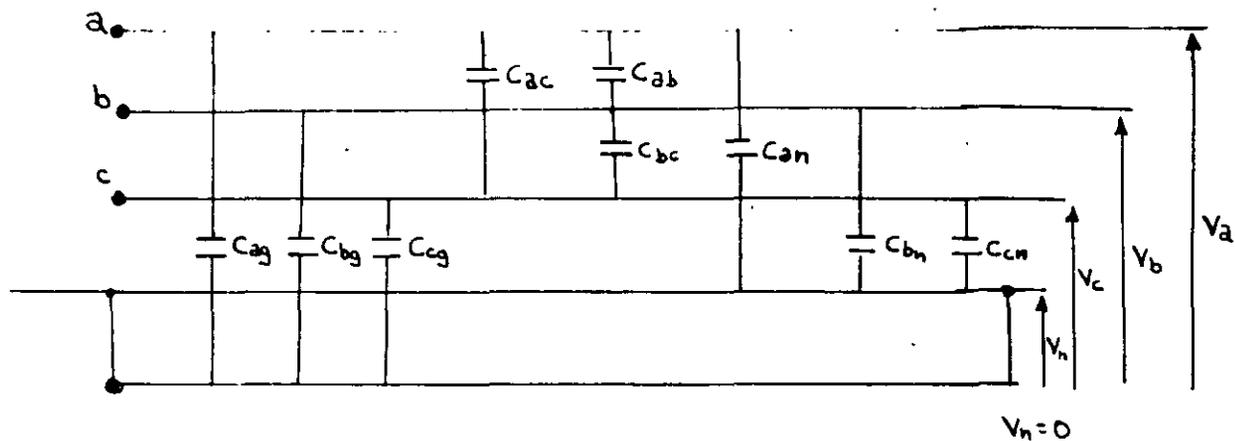
La capacitancia positiva y negativa a neutro está dada por:

$$C_{11} = C_{12} = C_{S_0} + C_{m_0}$$

y para secuencia zero:

$$C_{00} = C_{S_0} - 2C_{m_0}$$

Capacitancia mutua de líneas trifásica con hilos de guarda.



$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{aa} & P_{ab} & P_{ac} & P_{an} \\ P_{ba} & P_{bb} & P_{bc} & P_{bn} \\ P_{ca} & P_{cb} & P_{cc} & P_{cn} \\ P_{na} & P_{nb} & P_{nc} & P_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \\ q_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (p_{aa} - \frac{p_{an} p_{na}}{p_{nn}}) (p_{ab} - \frac{p_{an} p_{nb}}{p_{nn}}) (p_{ac} - \frac{p_{an} p_{nc}}{p_{nn}}) \\ (p_{ba} - \frac{p_{bn} p_{na}}{p_{nn}}) (p_{bb} - \frac{p_{bn} p_{nb}}{p_{nn}}) (p_{bc} - \frac{p_{bn} p_{nc}}{p_{nn}}) \\ (p_{ca} - \frac{p_{cn} p_{na}}{p_{nn}}) (p_{cb} - \frac{p_{cn} p_{nb}}{p_{nn}}) (p_{cc} - \frac{p_{cn} p_{nc}}{p_{nn}}) \end{bmatrix}$$

se sigue el mismo procedimiento.

Para dos hilos de guarda:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{aa} & p_{ab} & p_{ac} & | & p_{am} & p_{an} \\ p_{ba} & p_{bb} & p_{bc} & | & p_{bm} & p_{bn} \\ p_{ca} & p_{cb} & p_{cc} & | & p_{cm} & p_{cn} \\ \hline p_{ma} & p_{mb} & p_{mc} & | & p_{mm} & p_{mn} \\ p_{na} & p_{nb} & p_{nc} & | & p_{nm} & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_a \\ q_b \\ q_c \\ \hline q_m \\ q_n \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{abc} \\ \hline 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 & | & p_2 \\ \hline p_3 & | & p_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_{abc} \\ \hline q_{mn} \end{bmatrix}$$

$$V_{abc} = (p_1 - p_2 p_4^{-1} p_3) q_{abc} = p_{abc} q_{abc}$$

$$p_{abc} = p_1 - p_2 p_4^{-1} p_3$$

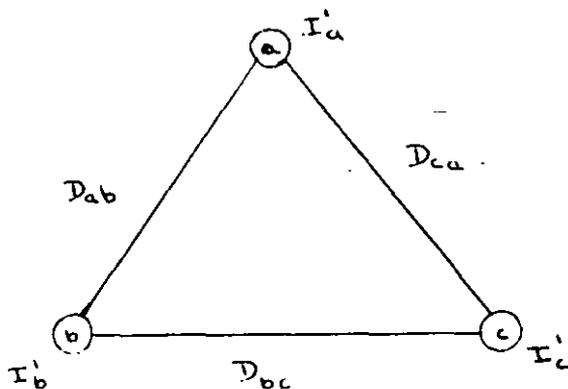
$$C_{abc} = p_{abc}^{-1}$$

y seguir procedimiento igual para capacitación de secuencia.

Línea trifásica sencilla. Tierra no considerada

Se había anteriormente determinado que

$$E_{ki} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ak}}{D_{ac}} + I'_b \log \frac{D_{bk}}{D_{bc}} + \dots + I'_j \log \frac{D_{jk}}{D_{ji}} + \dots + I'_k \log \frac{D_{kk}}{D_{ki}} + \dots + I'_n \log \frac{D_{nk}}{D_{ni}})$$



$$E_{ba} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ab}}{D_{ca}} + I'_b \log \frac{D_{ab}}{D_{ab}} + I'_c \log \frac{D_{bc}}{D_{ca}}) \text{ volts}$$

$$E_{cb} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ca}}{D_{ab}} + I'_b \log \frac{D_{bc}}{D_{ab}} + I'_c \log \frac{D_{bc}}{D_{bc}}) \text{ volts}$$

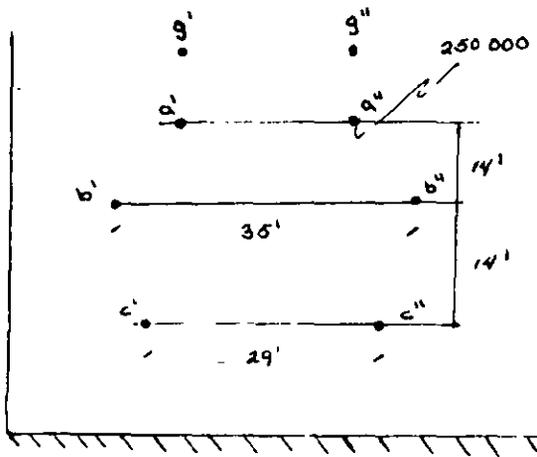
$$E_{ac} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ca}}{D_{ca}} + I'_b \log \frac{D_{ab}}{D_{bc}} + I'_c \log \frac{D_{ca}}{D_{ca}}) \text{ volts}$$

$$I'_a + I'_b + I'_c = 0$$

$$E_{ba} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_a \log \frac{D_{ab}}{D_{ca}} + I'_b \log \frac{D_{ab}}{D_{ab}} + I'_c \log \frac{D_{bc}}{D_{ca}}) \text{ volts}$$

$$E_{cb} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_b \log \frac{D_{bc}}{D_{ab}} + I'_c \log \frac{D_{bc}}{D_{bc}} + I'_a \log \frac{D_{ca}}{D_{ab}}) \text{ volts}$$

$$E_{ac} = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I'_c \log \frac{D_{ca} D_{bc}}{a_c D_{ab}} + I'_a \log \frac{a_a D_{bc}}{D_{ca} D_{ab}}) \text{ volts}$$



$$D_{ab} = 14.32$$

$$D_{bc} = 14.32$$

$$D_{ca} = 28$$

El radio de 250 000 CM

19 torones

$$a_a = 0.0239'$$

$$X_a' = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{14.32 \times 38}{0.0239 \times 14.32} = -j0.2097 \text{ megohms-milla}$$

similarmente

$$X_b' = 0.1685 \text{ megohms-milla}$$

$$X_c' = 0.2097 \text{ megohms-milla}$$

$$E_{ba} = 132 \angle 0^\circ \text{ kV} \quad E_{ac} = 132 \angle 120^\circ \text{ kV}$$

$$E_{cb} = 132 \angle 240^\circ \text{ kV}$$

$$I_a' = \frac{X_c' E_{ba} - X_b' E_{ac}}{X_a' X_b' + X_b' X_c' + X_c' X_a'}$$

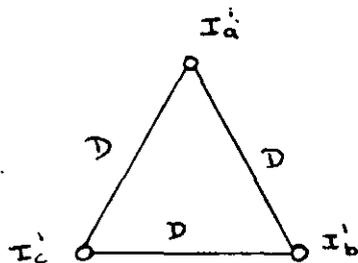
$$= \frac{(0.2097 \angle -90^\circ)(132000 \angle 0^\circ) - (0.1685 \angle -90^\circ)(132000 \angle 120^\circ)}{0.1144 \angle 180^\circ}$$

$$= 0.377 \angle 63.6^\circ \text{ amp/milla}$$

$$I_b' = 0.418 \angle -60^\circ \text{ amp/milla}$$

$$I_c' = 0.377 \angle 176.5^\circ \text{ amp/milla}$$

Línea trifásica sencilla y simétrica, con tierra despreciable



$$a_a = a_b = a_c = a$$

$$D_{ab} = D_{bc} = D_{ca} = D$$

$$X_{11}' = X_{a1}' = X_{b1}' = X_{c1}'$$

$$= -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D}{a} \text{ megohms-milla}$$

$$X_{11}' = X_{S1}' + X_{M1}' \text{ megohms-milla}$$

$$X_{S1}' = \frac{4.1}{f} \log \frac{1}{a} \text{ megohms-milla}$$

$$X_{M1}' = \frac{4.1}{f} \log D \text{ megohms-milla}$$

$$I_a = \frac{E_{ba} - E_{ac}}{3X_{11}'} \times 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I_b = \frac{E_{cb} - E_{ba}}{3X_{11}'} \times 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I_c = \frac{E_{ac} - E_{cb}}{3X_{11}'} \times 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

Línea trifásica sencilla, transpuesta. Tierra despreciable.

Definamos

$$\Delta = X_a X_b' + X_b' X_c + X_c' X_a$$

$$I_{aI} = \frac{2}{3\Delta} (X_c E_{ba} - X_b' E_{ac}) \times 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I_{bI} = \frac{2}{3\Delta} (X_a' E_{cb} - X_c' E_{ba}) \times 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I_{cI} = \frac{2}{3\Delta} (X_b' E_{ac} - X_a' E_{cb}) \times 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{aII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_b' E_{ba} - \chi_a' E_{ac}) \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{bII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_c' E_{cb} - \chi_b' E_{bc}) \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{cII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_a' E_{ac} - \chi_c' E_{cb}) \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

Para la sección III

$$I'_{aIII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_a' E_{ba} - \chi_c' E_{ac}) \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{bIII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_b' E_{cb} - \chi_a' E_{ba}) \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{cIII} = \frac{\ell}{3\Delta} (\chi_c' E_{ca} - \chi_b' E_{cb}) \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

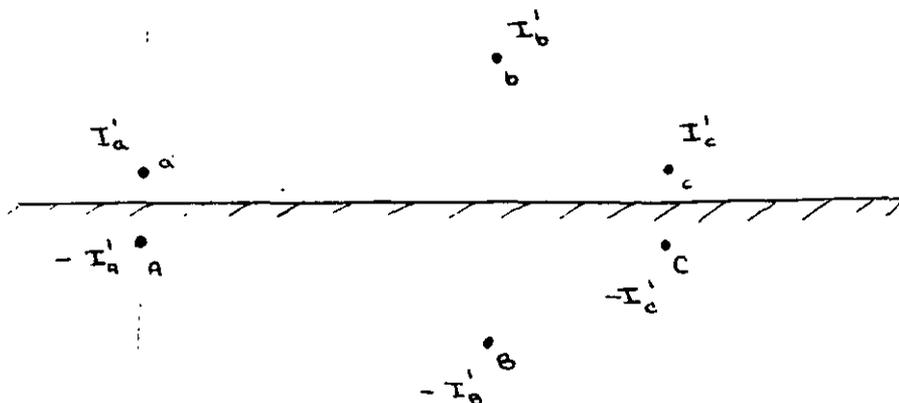
$$I'_{at} = \frac{\ell}{3\Delta} (E_{ba} - E_{ac})(\chi_a' + \chi_b' + \chi_c') \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{bt} = \frac{\ell}{3\Delta} (E_{cb} - E_{ba})(\chi_a' + \chi_b' + \chi_c') \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

$$I'_{ct} = \frac{\ell}{3\Delta} (E_{ac} - E_{cb})(\chi_a' + \chi_b' + \chi_c') \cdot 10^{-6} \text{ amp}$$

Línea trifásica sencilla considerando tierra

Para incluir el efecto de tierra se usará el método de las imágenes. La influencia de la tierra en las cargas y potenciales de los conductores pueden ser reemplazados equivalentemente por la influencia de las imágenes de los conductores debajo de la superficie de la tierra. Cualquier conductor y su imagen están localizadas a una distancia igual, pero en dirección opuesta de la superficie de la tierra. Sus cargas y potenciales son iguales pero de signo opuesto.



$$E_a = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_n' \log \frac{1}{a} + I_b' \log \frac{1}{D_{ab}} + I_c' \log \frac{1}{D_{ac}} - I_a' \log \frac{1}{D_{aA}} - I_b' \log \frac{1}{D_{aB}} - I_c' \log \frac{1}{D_{aC}}) \text{ volts}$$

$$E_a = j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_a' \log \frac{D_{aA}}{a} + I_b' \log \frac{D_{aB}}{D_{ab}} + I_c' \log \frac{D_{aC}}{D_{ac}})$$

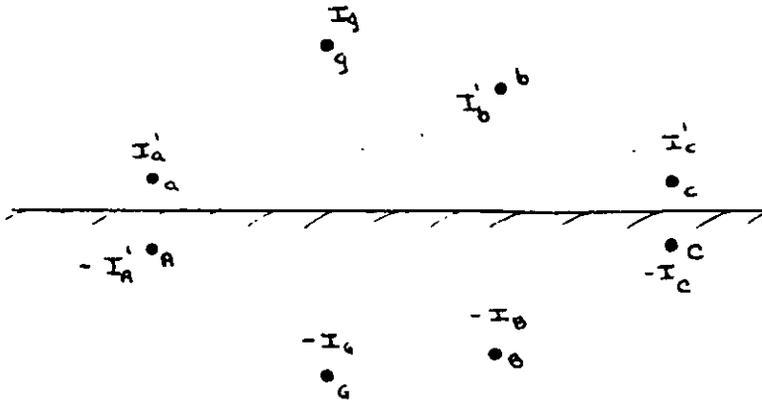
$$E_b = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_a' \log \frac{D_{bA}}{D_{ba}} + I_b' \log \frac{D_{bB}}{a} + I_c' \log \frac{D_{bC}}{D_{bc}})$$

$$E_c = -j \frac{4.1 \times 10^6}{f} (I_a' \log \frac{D_{cA}}{D_{ca}} + I_b' \log \frac{D_{cB}}{D_{cb}} + I_c' \log \frac{D_{cC}}{a})$$

La solución se puede simplificar si el neutro de el sistema de potencia no está aterrizado ya que en este caso

$$I_a' + I_b' + I_c' = 0$$

Línea trifásica sencilla con tierra e hilo de guarda



$$E_a = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} (I_a' \log \frac{D_{aA}}{a_a} + I_b' \log \frac{D_{aB}}{D_{ab}} + I_c' \log \frac{D_{aC}}{D_{ac}} + I_g' \log \frac{D_{aG}}{D_{ag}})$$

$$E_b = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} (I_a' \log \frac{D_{bA}}{D_{ba}} + I_b' \log \frac{D_{bB}}{a_b} + I_c' \log \frac{D_{bC}}{D_{bc}} + I_g' \log \frac{D_{bG}}{D_{bg}})$$

$$E_c = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} (I_a' \log \frac{D_{cA}}{D_{ca}} + I_b' \log \frac{D_{cB}}{D_{cb}} + I_c' \log \frac{D_{cC}}{a_c} + I_g' \log \frac{D_{cG}}{D_{cg}})$$

$$E_g = -j \frac{4.1 \times 10^{-6}}{f} (I_a' \log \frac{D_{gA}}{D_{ga}} + I_b' \log \frac{D_{gB}}{D_{gb}} + I_c' \log \frac{D_{gC}}{D_{gc}} + I_g' \log \frac{D_{gG}}{a_g}) = 0$$

Si existen dos hilos de guarda \Rightarrow una ecuación adicional y un término adicional en cada ecuación debe ser añadido. Si el neutro está aterrizado, E_a , E_b y E_c serán los voltajes de fase.

Si resolvemos simultáneamente las ecuaciones anteriores

$$I_a' = y_{aa} E_a + y_{ab} E_b + y_{ac} E_c$$

$$I_b' = y_{ab} E_a + y_{bb} E_b + y_{bc} E_c$$

$$I_c' = y_{ac} E_a + y_{bc} E_b + y_{cc} E_c$$

$$I_g' = y_{ag} E_a + y_{bg} E_b + y_{cg} E_c$$

Método de la distancia media geométrica

La aplicación del método de distancia media geométrica es más restringido para el caso capacitivo que para el inductivo. Para el caso capacitivo la corriente de carga es la misma para todas las ramas en paralelo perteneciente a la misma fase. Esta condición se satisface si el arreglo de la línea es inherentemente simétrico. En la ausencia de esta simetría la distribución de la corriente de carga por unidad de longitud entre las ramas paralelas va a ser desigual independientemente si la línea es transpuesta o no. Esto se debe a que la corriente de carga por milla para un conductor individual en una sección particular de la línea será determinada solamente por los voltajes (línea a tierra o L_a) de los conductores individuales y del arreglo de la línea. Desde que el voltaje para todas las ramas en paralelo de una fase es la misma, las corrientes de carga serán idénticas solamente si el arreglo de la línea es inherentemente simétrico.

La transposición no hace posible el uso del método de D.M.G. para calcular reactancias capacitivas de líneas simétricas. La

transposición hará que las corrientes de carga de la línea total sean simétricas, lo que hace deseable la transposición.

$$\begin{array}{cccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ c' & b' & a' & a'' & b'' & c'' \end{array} \quad \text{D.M.G. Aplicable}$$

$$\begin{array}{cccccc} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a' & b' & c' & a'' & b'' & c'' \end{array} \quad \text{D.M.G. no aplicable}$$

En general el método de distancia media geométrica puede ser usado para líneas trifásicas dobles si

$$D_{a''b'} = D_{a'b'} \quad D_{b'c'} = D_{b'c''} \quad D_{c'a'} = D_{c'a''}$$

$$D_{a'b''} = D_{a''b'} \quad D_{b'c''} = D_{b'c'} \quad D_{c'a''} = D_{c''a'}$$

$$a_a = a_{a''} \quad a_{b'} = a_{b''} \quad a_{c'} = a_{c''}$$

si estas igualdades se satisfacen \Rightarrow

$$X_{1'} = \frac{4.1}{f} \log \frac{D_m}{D_s} \quad \text{megohms-milla/fase}$$

$$D_m = \sqrt[12]{D_{a'b'} D_{b'c'} D_{c'a'} D_{a''b''} D_{b''c''} D_{c''a''} D_{a'b''} D_{b'c''} D_{c'a''} D_{a''b'} D_{b''c'} D_{c''a'}}$$

$$= \sqrt[6]{D_{a'b'} D_{b'c'} D_{a'a'} D_{a'b''} D_{b'c''} D_{c'a''}}$$

$$D_s = \sqrt[12]{a_a a_b a_c a_{a''} a_{b''} a_{c''} D_{a'a''}^2 D_{b''b''}^2 D_{c''c''}^2} \sqrt[6]{a_a a_b a_c D_{a'a''} D_{b''b''} D_{c''c''}}$$

Utilizando las ecuaciones A y sabiendo que

$$I_{a'} + I_{b'} + I_{c'} = 0$$

$$I'_a = \frac{X'_c E_{ba} - X'_b E_{ac}}{X'_a X'_b + X'_b X'_c + X'_c X'_a} 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I'_b = \frac{X'_a E_{cb} - X'_c E_{ba}}{X'_a X'_b + X'_b X'_c + X'_c X'_a} 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

$$I'_c = \frac{X'_b E_{ac} - X'_a E_{cb}}{X'_a X'_b + X'_b X'_c + X'_c X'_a} 10^{-6} \text{ amp/milla}$$

Ejemplo

La línea ilustrada en la figura esta operando a 132 KV de línea a línea, balanceada, opera únicamente un lado y no tiene transposición, encuentre las reactancias capacitivas y las corrientes de carga despreciando la tierra y los efectos del hilo de guarda.

$$X'_a = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D_{ab} D_{ca}}{a_a D_{bc}} \text{ megohms-milla}$$

$$X'_b = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D_{bc} D_{ab}}{a_b D_{ca}} \text{ megohms-milla}$$

$$X'_c = -j \frac{4.1}{f} \log \frac{D_{ca} D_{bc}}{a_c D_{ab}} \text{ megohms-milla}$$

Reactancias
capacitivas
de cada fase

$$X'_a = -j(X'_{aa} + X'_{ab} + X'_{ca} - X'_{bc}) \text{ megohms-milla}$$

$$X'_b = -j(X'_{bb} + X'_{bc} + X'_{ab} - X'_{ca}) \text{ megohms-milla}$$

$$X'_c = -j(X'_{ac} + X'_{bc} + X'_{ca} - X'_{ab}) \text{ megohms-milla}$$

$$10^{-6} E_{ba} = X'_a I'_a - X'_b I'_b \quad \text{volts}$$

$$10^{-6} E_{cb} = X'_b I'_b - X'_c I'_c \quad \text{volts}$$

$$10^{-6} E_{oc} = X'_c I'_c - X'_a I'_a \quad \text{volts}$$

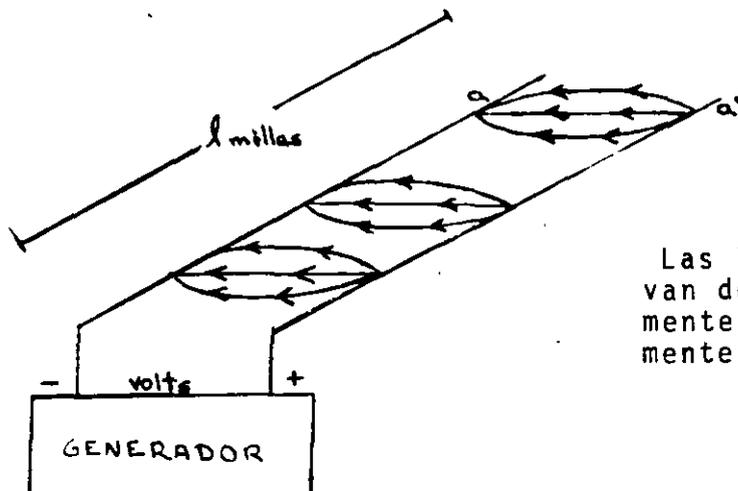
$$C_a = \frac{1}{2\pi f X'_a} \quad C_b = \frac{1}{2\pi f X'_b} \quad C_c = \frac{1}{2\pi f X'_c}$$

microfaradios/milla

REACTANCIA CAPACITIVA DE LINEAS DE TRANSMISION

La reactancia capacitiva se puede obtener utilizando las leyes básicas de campos electrostáticos.

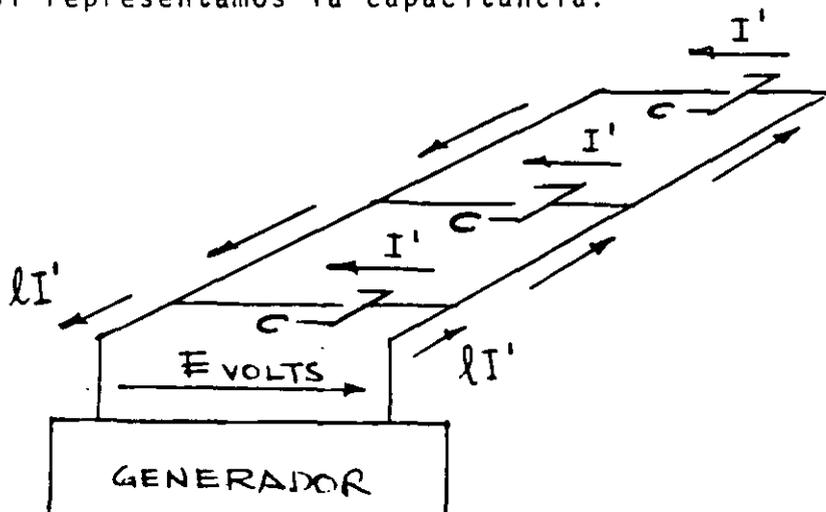
Considere el siguiente esquema:



Las líneas de flujo eléctrico van del conductor momentáneamente positivo al momentáneamente negativo

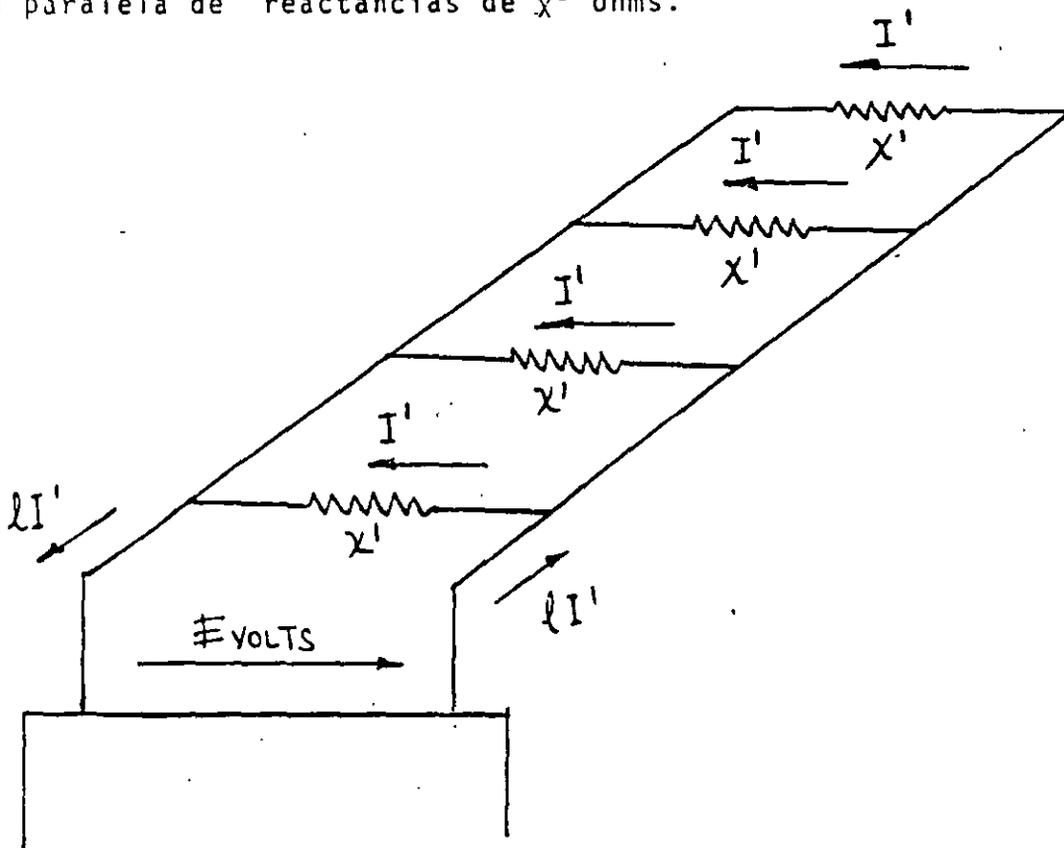
Los dos conductores representan un capacitor . . la línea tiene una capacitancia, C , ϕ en Microfarads/Milla y una capacitancia total de lC .

Si representamos la capacitancia:



Aquí se presenta la capacitancia concentrada en ciertos puntos específicos mientras que en la realidad la capacitancia está uniformemente distribuida a lo largo de la línea.

El valor de I' a través de un capacitor de C microfardios es $I' = E/X' \text{ amp}$; $X' = -j 10^6/cw$ conocida como la reactancia capacitiva del capacitor C . El generador debe suministrar un total de $I = \int I' = E/X = E/X' \text{ amp}$ de corriente. En otras palabras la reactancia total resultante de la línea es $X' - X'^2/l$ ohms la cual puede también ser calculada directamente como la combinación paralela de reactancias de X' ohms.

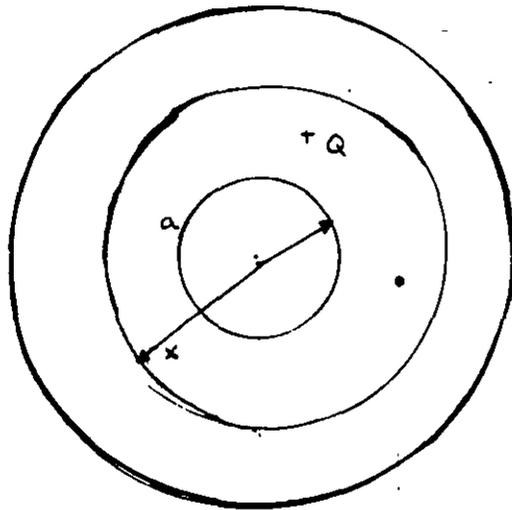


La corriente I' está uniformemente distribuida no como se está presentando en la figura anterior.

UN CONDUCTOR INFINITAMENTE LARGO, DERECHO Y REDONDO

Si un conductor, el cual está alejado de los demás, es cargado con Q coulombs por metro \Rightarrow no existirá carga o campo eléctrico dentro del conductor.

Por razones de simetría, toda la carga será uniformemente distribuida en la superficie del conductor y todas las líneas de flujo eléctrico serán radiales y uniformemente espaciadas y consecuentemente todas las superficies equipotenciales



Carga eléctrica		
Flujo eléctrico	Q	Coulombs
Densidad de flujo eléctrico	$D = \frac{Q}{A}$	Coulombs/metro ²
Densidad de campo eléctrico	$K = \frac{D}{\epsilon}$	volt/m.
Permitividad	$\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$	farad/metro
Permitividad relativa ó constante dieléctrica	ϵ_r	número
Permitividad del espacio libre	ϵ_0	farad/m
Diferencia de potencial entre punto 1 y 2	$e_{12} = e_2 - e_1$	
	$= - \int_1^2 k_s d_s$	volts
Potencial absoluto en 1	$e_1 = - \int_{\infty}^1 k_s d_s$	volts
Capacitancia	$C_{12} = \frac{Q_{12}}{e_{21}} 10^6$	microfarads
Corriente de carga	$I_{12} = \frac{E_{21}}{X_{12}}$	Amperes
Reactancia	$X_{12}^1 = -j \frac{1}{C_{12} \omega}$	Megohm
Potencia reactiva	$Q = \frac{E_{21}^1}{X_{12}^1} 10^{-3}$	Kilovar

El flujo eléctrico emanando de un metro de conductor es Q coulombs; la magnitud, D_x , de la densidad de flujo eléctrico es constante a lo largo de la superficie equipotencial de radio x metro.

$$D_x = \frac{Q}{2\pi x}$$

$$K_x = \frac{D_x}{\epsilon} = \frac{Q}{2\pi x \epsilon}$$

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} = \frac{10^{-10}}{3.6 \pi} \text{ Farads/metro}$$

$$K_x = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \frac{Q}{x} \text{ Volt/metro}$$

$$(x > a_n)$$

El potencial del punto R con respecto al punto X es

$$e_{12} = \int_1^2 k_s d_s$$

$$e_{XR} = \int_{Dax}^{Dax} k_x d_x$$

$$= \frac{1.8 \times 10}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{D_{ar}} \text{ volts}$$

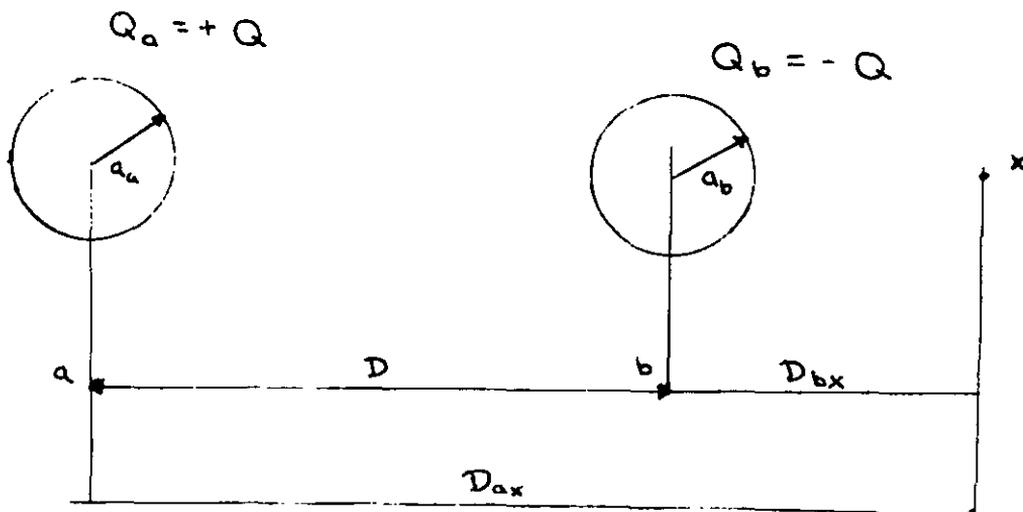
La diferencia de potencial entre X y la superficie del conductor

$$e_{x_{aa}} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{a_a} \text{ volts}$$

DOS CONDUCTORES PARALELOS, INFINITAMENTE LARGOS RECTOS Y REDONDOS

Las siguientes condiciones, que si son válidas para líneas de transmisión aérea, serán consideradas:

- Uno de los conductores acarrea $Q_a = +Q$ coulombs mientras el otro $Q_b = -Q$ coulombs de carga por metro.
- La distancia D entre centros de conductores es muy grande comparada con su radio. La distribución de carga en uno de los conductores no será distorciónada por la presencia del otro conductor.



$$e_{xaa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{Dax}{a_a} \text{ volts}$$

$$e_{XR} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{Dax}{Dar}$$

Desde que el circuito dieléctrico es lineal, el principio de superposición puede ser aplicado para los campos D para potenciales. El potencial e_{xa} del conductor a arriba del punto X es:

- El potencial del conductor a sobre el punto X causado por la carga Q_a en el conductor a.
- El potencial del conductor a sobre el punto X causado por la carga Q_b en conductos b.

Con referencia a la interpretación la cual ha sido dada a esta ecuación se puede ver que si $Q=Q_b$, $Dax=Dbx$, $D=Dar$ son substituidas en la ecuación anterior, e_{XR} será el potencial en el eje del conductor a sobre el punto X causado por la carga del conductor b

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{Dax}{a_a} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_b \ln \frac{Dbx}{D} \text{ volts}$$

Como $Q_a = - Q_b = Q$

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{a D_{bx}} \text{ volts}$$

Si corremos X aL infinito $\frac{D_{ax}}{D_{bx}} \rightarrow 1$

$$e_a = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D}{a} \text{ volts}$$

$$e_b = - \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D}{a_b}$$

$$a_a = a_b = a$$

$$e_{ba} = \frac{3.6 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ab}}{a} \text{ volts}$$

$$C_{12} = \frac{Q_{12}}{V_{21}} = 10^6 \text{ ufarads}$$

$$C_{ab} = \frac{\epsilon_r}{3.6 \times 10^4 \ln \frac{D}{a}} \text{ uf/metro de línea}$$

N CONDUCTORES INFINITAMENTE LARGOS, PARALELOS Y REDONDOS

- cada uno de los conductores carga una carga Q_a , Q_b , coulomb/m y las distancias entre conductores son muy grandes comparados con sus diámetros.

La diferencia de potencial originada por las cargas Q_a y Q_b entre el punto X y el conductor a se encontro como:

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{D_{ax}}{a_a} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}} \text{ volts}$$

La diferencia de potención causada por Q_c o cualquier otra de las cargas puede calcularse de la ecuación:

$$e_{xr} = - \left. \begin{array}{l} D_{ar} \\ k_x d_x \\ D_{ax} \end{array} \right\} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q \ln \frac{D_{ax}}{D_{ar}} \text{ volts}$$

Por ejemplo la diferencia de potencial causada por el conductor C entre el conductor a y el punto X puede ser obtenido substituyendo en la ecuación anterior

$$D_{ax} = D_{cx} \text{ y } D_{ar} = D_{ac}$$

$$e_{xac} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_c \ln \frac{D_{cx}}{D_{ac}} \text{ volts}$$

consecuentemente, el potencial del conductor a sobre el punto X es:

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_a \ln \frac{D_{ax}}{a_a} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_b \ln \frac{D_{bx}}{D_{ab}} + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r}$$

$$Q_c \ln \frac{D_{cx}}{D_{ac}} + \dots + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} Q_N \ln \frac{D_{Nx}}{D_{aN}} \text{ volts}$$

reareglando

$$e_{xa} = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left[Q_a \ln \frac{1}{a_a} + Q_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + Q_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots \right]$$

$$\dots Q_N \ln \frac{1}{D_{aN}} \left] + \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left[Q_a \ln D_{ax} + \ln D_{bx} + \dots \right]$$

$$Q_c \ln D_{cx} + \dots + Q_N \ln D_{Nx} \left] \text{ volts}$$

Si x se corre al infinito \Rightarrow el límite al cual e_{xa} se aproxima es igual al potencial del conductor a . El límite del segundo paréntesis será infinito para cualquier distribución de carga entre conductores excepto por la distribución que satisfaga que

$$Q_a = Q_b + Q_c + \dots + Q_N = 0$$

$$\therefore e_a = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left(Q_a \ln \frac{1}{a_a} + Q_b \ln \frac{1}{D_{ab}} + Q_c \ln \frac{1}{D_{ac}} + \dots \right. \\ \left. \dots + Q_N \ln \frac{1}{D_{aN}} \right) \text{ volts}$$

En general el potencial absoluto de cualquier conductor K en el sistema de N conductores es:

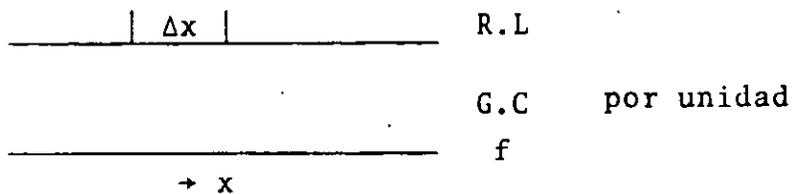
$$e_k = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left(Q_a \ln \frac{1}{D_{ak}} + Q_b \ln \frac{1}{D_{bk}} + \dots + Q_k \ln \frac{1}{a_k} + \dots \right. \\ \left. + Q_N \ln \frac{1}{D_{Nk}} \right) \text{ volts}$$

y el potencial relativo entre cualquiera de los conductores

$$i \text{ y } k \text{ sera } V_{ki} = e_i - e_k \\ = \frac{1.8 \times 10^{10}}{\epsilon_r} \left(Q_a \ln \frac{D_{ak}}{D_{ac}} + Q_b \ln \frac{D_{bk}}{D_{bi}} + \dots + Q_i \ln \frac{D_{ik}}{a_i} \right. \\ \left. + \dots + Q_k \ln \frac{a_k}{a_k} + \dots + Q_N \ln \frac{D_{Nk}}{D_{Nc}} \right) \text{ volts}$$

PARAMETROS DE LINEAS DE TRANSMISION

Línea de Transmisión



$$e = f(x, t)$$

$$i = f(x, t)$$

$$\frac{\partial e}{\partial x} = - Ri - L \frac{\partial i}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = - R \frac{\partial i}{\partial x} - d \left(L \frac{\partial i}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial i}{\partial x} = - Ge - c \frac{\partial e}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = - G \frac{\partial e}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial t} \left(c \frac{\partial e}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = RGe + (RC+LG) \frac{\partial e}{\partial t} + LC \frac{\partial^2 e}{\partial t^2}$$

R y G = 0 para una línea sin pérdidas
(no existe realmente)

$$\frac{\partial^2 e}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} \quad \text{ecuación de propagación}$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$Z = (R+j\omega L) \text{ } \Omega/\text{unidad de longitud} \quad Y = (G+j\omega c) \text{ } \nu/\text{unidad de longitud}$$

$$\frac{dE}{dx} = ZI$$

$$\frac{dI}{dx} = YE$$

$$\bar{\gamma} = \text{cte. de propagación} = \sqrt{ZY} = \alpha + j\beta$$

α = atenuación en nepers

β = diferencia de fase

Z_0 = impedancia característica de la línea

$$= \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

$$\frac{\partial^2 E}{\partial x^2} = ZYE$$

$$E(x) = k_1 e^{\bar{\gamma}x} + k_2 e^{-\bar{\gamma}x}$$

$$x = 0 \quad E(x) = E_{\text{envío}} = E_s$$

$$x = l \quad E(l) = E_{\text{recibo}} = E_r$$

$$E_s = \cosh(\bar{\gamma}l)E_r + Z_0 \sinh(\bar{\gamma}l)I_r$$

$$I_s = \cosh(\bar{\gamma}l)I_r + (\sinh(\bar{\gamma}l)/Z_0)E_r$$

$$\cosh x = \frac{1}{2} (e^x + e^{-x})$$

$$\sinh x = \frac{1}{2} (e^x - e^{-x})$$

$$e^x = \cosh x + \sinh x$$

$$\sin(a+b) = \sin a \cosh b + \cos a \sinh b$$

$$\cos(a+b) = \cos a \cosh b - \sin a \sinh b$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

$$\cosh(ja) = \cos a$$

$$\sinh(ja) = j \sin a$$

$$E_S = [\cosh(\gamma l)] E_R + [Z_0 \sinh(\gamma l)] I_R$$

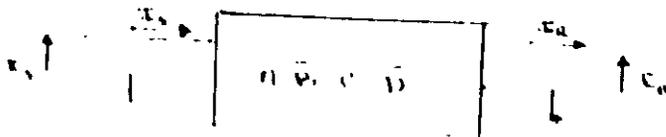
$$I_S = [\cosh(\gamma l)] I_R + \left(\frac{\sinh(\gamma l)}{Z_0} \right) E_R$$

$$E_S = \bar{A} E_R + \bar{B} I_R$$

$$E_R = \bar{D} E_S - \bar{B} I_S$$

$$I_S = \bar{C} E_R + \bar{D} I_R$$

$$I_R = -\bar{C} E_S + \bar{A} I_S$$



$$\begin{vmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{vmatrix} = 1 \angle 0^\circ \quad \text{circuito pasivo}$$

96

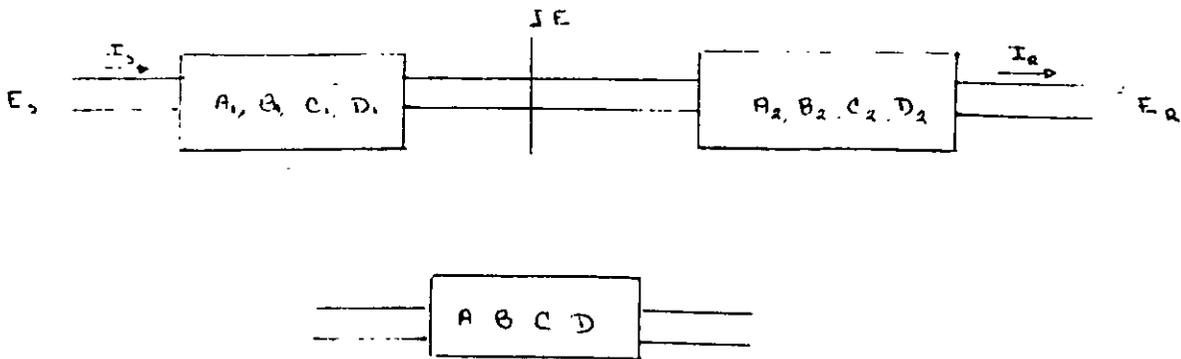
$$\bar{A} \bar{D} - \bar{B} \bar{C} = 1 \angle 0^\circ$$

para un sistema transpuesto $\bar{A} = \bar{D}$

$$\bar{A}, \bar{D} = \cosh(\bar{\gamma}l)$$

$$\bar{B} = Z_0 \sinh(\bar{\gamma}l)$$

$$\bar{C} = \frac{\sinh(\bar{\gamma}l)}{Z_0}$$



$$E_S = A_1 E + B_1 I$$

$$I_S = C_1 E + D_1 I$$

$$E = A_2 E_R + B_2 I_R$$

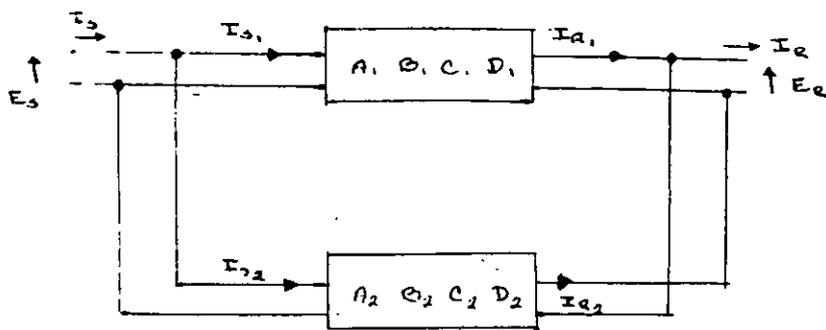
$$I = C_2 E_R + D_2 I_R$$

97

$$E_S = (A_1 A_2 + B_1 C_2) E_R + (A_1 B_2 + B_1 D_2) I_R$$

$$I_S = (C_1 A_2 + D_2 C_2) E_R + (C_1 B_2 + D_1 D_2) I_R$$

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 \\ C_1 & D_1 \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} A_2 & B_2 \\ C_2 & D_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} A_1 A_2 + B_1 C_2 & A_1 B_2 + B_1 D_2 \\ C_1 A_2 + D_1 C_2 & C_1 B_2 + D_1 D_2 \end{vmatrix}$$



$$E_S = A_1 E_R + B_1 I_{R1}$$

$$I_S = C_1 E_R + D_1 I_{R1}$$

$$E_S = A_2 E_R + B_2 I_{R2}$$

$$I_S = C_2 E_R + D_2 I_{R2}$$

$$I_R = I_{R1} + I_{R2}$$

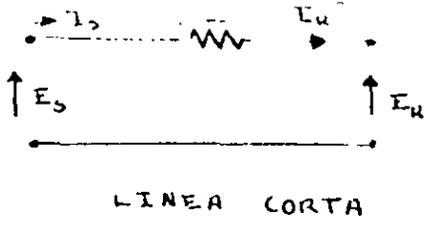
$$I_S = I_{S1} + I_{S2}$$

$$A = \frac{A_1 B_2 + B_1 A_2}{B_1 + B_2}$$

$$B = \frac{B_1 B_2}{B_1 + B_2}$$

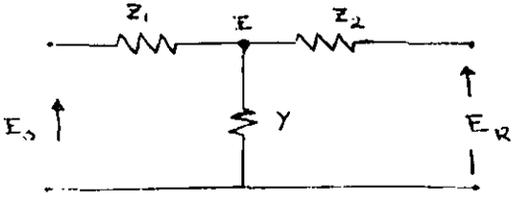
$$C = C_1 + C_2 + \frac{(A_1 - A_2)(D_2 - D_1)}{B_1 + B_2}$$

$$D = \frac{B_1 D_2 + D_1 B_2}{B_1 + D_2}$$



$$\begin{matrix} \bar{A} = \bar{D} = 1 & | & 0 \\ \bar{B} = Z & | & \bar{B} \\ \bar{C} = 0 & | & \end{matrix}$$

78



$$\begin{aligned} E &= E_R + I_R Z_2 \\ E_s &= E + I_s Z_1 \\ I_s &= I_R + Z E \end{aligned}$$

$$I_s = I_R + Y(E_R + Z_1 I_R) = Y E_R + (1 + Z_1 Y) I_R$$

C D

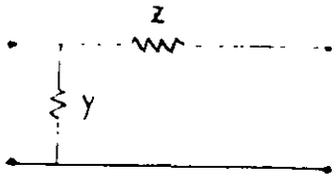
$$E_s = (E_R + Z_1 I_R) + Z_1 (Y E_R + (1 + Z_2 Y) I_R) = \underset{A}{(1 + Z_2 Y)} E_R + \underset{B}{(Z_1 + Z_2 + Z_1 Z_2 Y)} I_R$$

A = 1 + Z₂Y

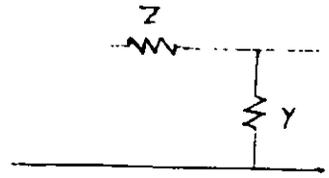
B = Z₁ + Z₂ + Z₁Z₂Y

C = Y

D = 1 + Z₁Y

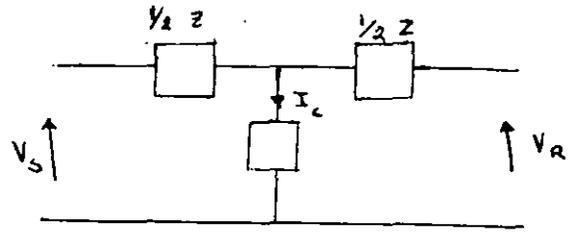
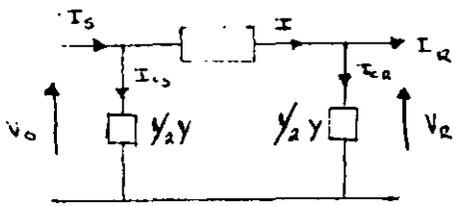


$$\begin{aligned} A &= 1 \\ B &= Z \\ C &= Y \\ D &= 1 + ZY \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} A &= 1 + ZY \\ B &= Z \\ C &= Y \\ D &= 1 \end{aligned}$$

Lineas Largas



$$Y = G + j2\pi f c$$

$$I = VY = VG + jV2\pi f c$$

$$Z = R + jx = R + j2\pi f l = Z \angle \psi \quad \Omega/\text{fase}$$

Para el circuito II

$$I_{C,R} = V_R \frac{Y}{2}$$

$$I = I_R + I_{C,R}$$

$$V_S = V_R + IZ$$

$$= V_R + (I_R + V_R Y/2) Z$$

$$= (1 + YZ/2) V_R + Z I_R$$

$$I_{C,S} = V_S Y/2$$

$$I_{C,S} = I_R + V_R Y/2 + (1 + YZ/2) V_R Y/2 + Z I_R Y/2$$

$$= Y(1 + YZ/4) V_R + (1 + YZ/2) I_R$$

Para el circuito T

$$V_S = (1 + YZ/2) V_R + (1 + \frac{YZ}{4}) I_R$$

$$I_S = (YV_R + (1 + \frac{YZ}{2}) I_R)$$



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

**VII CURSO INTERNACIONAL DE SISTEMAS
ELÉCTRICOS DE POTENCIA**

MÓDULO I

SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA I

TEMA

CORTO CIRCUITO

**EXPOSITOR: ING. ARTURO MORALES COLLANTES
PALACIO DE MINERÍA
SEPTIEMBRE 1998**

IMPEDANCIAS DE LOS ELEMENTOS

Preparación del diagrama unifilar del sistema

En el diagrama unifilar del sistema, deberán indicarse todos los elementos que lo integran tales como generadores, transformadores, líneas de transmisión o distribución, alimentadores, reactores, motores, etc. con sus potencias y voltajes nominales así como sus impedancias o reactividades referidas a sus características eléctricas nominales.

Estas impedancias o reactividades generalmente expresadas en por ciento o en valores por unidad, la proporcionan los fabricantes del equipo o se obtienen de normas, así por ejemplo, la Tabla No. 10 de la Norma CCONNIE 2.1-2 nos proporciona un rango de valores de impedancias para transformadores de potencia y las tablas No. 18 a la 24 de la Norma 141-1976 del IEEE, valores típicos para reactividades de máquinas rotatorias, líneas y alimentadores.

TABLA 10.- Impedancia referida a 60 Hz

Clase	NBAI	kV		Z %		
		A T	B T	OA	FA, FOA 1er. paso	FA, FOA 2o. paso
15	110	15	1.2-15	4.0-6.0	4.0-6.5	
25	150	25	1.2-15	4.0-6.0	4.0-6.5	
34.5	200	34.5	1.2-15	4.5-7.0	4.5-7.5	
46	250	46	1.2-25	5.0-7.5	5.0-10.0	
69	350	69	1.2-34.5	5.0-9.0	6.0-12.0	7.0-15.0
92	450	92	15 -34.5	5.0-9.0	7.0-12.0	8.0-15.0
115	550	115	15 -34.5	6.0-9.5	7.0-14.0	8.0-16.0
138	650	138	15 -34.5	6.0-10.0	7.0-14.0	8.0-16.0
161	750	161	15 -69	6.0-10.0	8.0-15.0	9.0-17.0
196	900	196-230	15 -69	7.0-11.0	9.0-15.0	10.0-18.0
230	1050	230	15 -69	7.0-12.0	9.0-16.0	10.0-19.0
315	1425	315-400	15 -25	8.0-12.0	10.0-16.0	10.0-20.0
.			34.5-161	9.0-13.0	10.0-17.0	10.0-21.0

IEEE Std
141-1976

Table 74
Standard Impedance Values for Three-Phase Transformers

High-Voltage Rating (volts)	kVA Rating	Percent Impedance Voltage	
Secondary Unit Substation Transformers*			
2400-13 800	112.5-225	Not less than 2.0	
2400-13 800	300-500	Not less than 4.5	
2400-13 800	750-2500	5.75	
22 900	All	5.75	
34 400	All	6.25	
Liquid-Immersed Transformers, 501-30 000 kVA†			
		Low Voltage, 480 V	Low Voltage, 2400 V and Above
2400-22 900		5.75	5.5
26 400, 34 400		6.25	6.0
43 800		6.75	6.5
67 000			7.0
115 000			7.5
138 000			8.0

NOTES: (1) Ratings separated by hyphens indicate that all intervening standard ratings are included. Ratings separated by a comma indicate that only those listed are included.

(2) Percent impedance voltages are at self-cooled rating and as measured on rated voltage connection.

*From NEMA 210-1970.

†From ANSI C57.12.10-1969.

Table 18
Typical Reactance Values for Induction and Synchronous
Machines, in Per-Unit of Machine kVA Ratings*

	X_d''	X_d
Turbine generators†		
2 poles	0.09	0.15
4 poles	0.15	0.23
Salient-pole generators with damper windings‡		
12 poles or less	0.16	0.33
14 poles or more	0.21	0.33
Synchronous motors		
6 poles	0.15	0.23
8-14 poles	0.20	0.30
16 poles or more	0.28	0.40
Synchronous condensers†	0.24	0.37
Synchronous converters†		
600 V direct current	0.20	—
250 V direct current	0.33	—
Individual induction motors, usually above 600 V	0.17	—
Groups of motors, each less than 50 hp, usually 600 V and below‡	0.25	—

NOTE: Approximate synchronous motor kVA bases can be found from motor horsepower ratings as follows:

0.8 power factor motor — kVA base = hp rating

1.0 power factor motor — kVA base = 0.8 × hp rating

*Use manufacturer's specified values if available.

† X_d'' not normally used in short-circuit calculations.

‡The value of X_d'' for groups of motors has been increased slightly to compensate for the very rapid short-circuit current decrement in these small motors. A lower value of X_d'' will normally be appropriate for groups of large motors.

Table 19
Representative Conductor Spacings for
Overhead Lines

Nominal System Voltage (volts)	Equivalent Delta Spacing (inches)
120	12
240	12
480	18
600	18
2400	30
4160	30
6900	36
13 800	42
23 000	48
34 500	54
69 000	96
115 000	204

NOTE to Table 19:

When conductors are not arranged in a delta, the following formula may be used to determine the equivalent delta:

$$d = \sqrt[3]{A \times B \times C}$$

When the conductors are located in one plane and the outside conductors are equally spaced from the middle conductor, the equivalent is 1.26 times the distance between the middle conductor and an outside conductor. For example,

$$\begin{aligned} \text{equivalent delta spacing} &= \sqrt[3]{A \times A \times 2A} \\ &= 1.26 A \end{aligned}$$

IEEE Std
141-1976

Table 20
Constants of Copper Conductors for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No.)	Resistance R at 50° C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 000 000		0.0130	0.0758
900 000		0.0142	0.0769
800 000		0.0159	0.0782
750 000		0.0168	0.0790
700 000		0.0179	0.0800
600 000		0.0206	0.0818
500 000		0.0246	0.0839
450 000		0.0273	0.0854
400 000		0.0307	0.0867
350 000		0.0348	0.0883
300 000		0.0407	0.0902
250 000		0.0487	0.0922
211 600	4/0	0.0574	0.0958
167 800	3/0	0.0724	0.0981
133 100	2/0	0.0911	0.101
105 500	1/0	0.115	0.103
83 690	1	0.145	0.106
66 370	2	0.181	0.108
52 630	3	0.227	0.111
41 740	4	0.288	0.113
33 100	5	0.362	0.116
26 250	6	0.453	0.121
20 800	7	0.570	0.123
16 510	8	0.720	0.126

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

*Use spacing factors of Tables 22 and 23 for other spacings.

IEEE Std
141-1976

Table 21
Constants of Aluminum Cable, Steel Reinforced, for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No.)	Resistance R at 50° C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 590 000		0.0129	0.0679
1 431 000		0.0144	0.0692
1 272 000		0.0161	0.0704
1 192 500		0.0171	0.0712
1 113 000		0.0183	0.0719
954 000		0.0213	0.0738
795 000		0.0243	0.0744
715 500		0.0273	0.0756
636 000		0.0307	0.0768
556 500		0.0352	0.0786
477 000		0.0371	0.0802
397 500		0.0445	0.0824
336 400		0.0526	0.0843
266 800		0.0662	0.1145
	4/0	0.0835	0.1099
	3/0	0.1052	0.1175
	2/0	0.1330	0.1212
	1/0	0.1674	0.1242
	1	0.2120	0.1259
	2	0.2670	0.1215
	3	0.3370	0.1251
	4	0.4240	0.1240
	5	0.5340	0.1259
	6	0.6740	0.1273

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

*Use spacing factors of Tables 22 and 23 for other spacings.

Table 22
60 Hz Reactance Spacing Factor X_B , in Ohms per Conductor per 1000 ft

(feet)	Separation (inches)											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	—	-0.0571	-0.0412	-0.0319	-0.0252	-0.0201	-0.0159	-0.0124	-0.0093	-0.0066	-0.0042	-0.0020
1	—	0.0018	0.0035	0.0051	0.0061	0.0080	0.0093	0.0106	0.0117	0.0129	0.0139	0.0149
2	0.0159	0.0169	0.0178	0.0186	0.0195	0.0203	0.0211	0.0218	0.0255	0.0232	0.0239	0.0246
3	0.0252	0.0259	0.0265	0.0271	0.0277	0.0282	0.0288	0.0293	0.0299	0.0304	0.0309	0.0314
4	0.0319	0.0323	0.0328	0.0333	0.0337	0.0341	0.0346	0.0350	0.0354	0.0358	0.0362	0.0366
5	0.0370	0.0374	0.0377	0.0381	0.0385	0.0388	0.0392	0.0395	0.0399	0.0402	0.0405	0.0409
6	0.0412	0.0415	0.0418	0.0421	0.0424	0.0427	0.0430	0.0433	0.0436	0.0439	0.0442	0.0445
7	0.0447	0.0450	0.0453	0.0455	0.0458	0.0460	0.0463	0.0466	0.0468	0.0471	0.0473	0.0476
8	0.0478											

Table 23
60 Hz Reactance Spacing Factor X_B , in Ohms per Conductor per 1000 feet

(inches)	Separation (quarter inches)			
	0	1/4	2/4	3/4
0	—	—	-0.0729	-0.0636
1	-0.0571	-0.0519	-0.0477	-0.0443
2	-0.0412	-0.0384	-0.0359	-0.0339
3	-0.0319	-0.0301	-0.0282	-0.0267
4	-0.0252	-0.0238	-0.0225	-0.0212
5	-0.0201	-0.01795	-0.01795	-0.01684
6	-0.0159	-0.01494	-0.01399	-0.01323
7	-0.0124	-0.01152	-0.01078	-0.01002
8	-0.0093	-0.00852	-0.00794	-0.00719
9	-0.0066	-0.00605	-0.00529	-0.00474
10	-0.0042	—	—	—
11	-0.0020	—	—	—
12	—	—	—	—

Table 24
60 Hz Reactance of Typical Three-Phase Cable Circuits,
in Ohms per 1000 ft

Cable Size	System Voltage				
	600 V	2400V	4160V	6900 V	13 800 V
4 to 1					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0520	0.0620	0.0618	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0381	0.0384	0.0384	0.0522	0.0526
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0310	0.0335	0.0335	0.0453	0.0457
1/0 to 4/0					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0490	0.0550	0.0550	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0360	0.0346	0.0346	0.0448	0.0452
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0290	0.0300	0.0300	0.0386	0.0390
250-750 kcmil					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0450	0.0500	0.0500	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0325	0.0310	0.0310	0.0378	0.0381
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0270	0.0275	0.0275	0.0332	0.0337

NOTE: These values may also be used for magnetic and nonmagnetic armored cables.

Conversión de impedancias a una base común.

Las impedancias de los elementos de un sistema están referidas a sus potencias y tensiones nominales, las cuales son diferentes de aquellas que nosotros seleccionamos como base para los estudios. Para facilidad de cálculos, todas las impedancias del sistema deberán expresarse en la misma base de impedancia; ésto se logra empleando el método de valores en por unidad.

El valor en por unidad de cualquier cantidad se define como la relación de esa cantidad a un valor base expresado en forma decimal. Así por ejemplo, si seleccionamos un voltaje base de 120 KV, los valores en por unidad de los voltajes 108, 120 y 126 KV serán respectivamente 0.9, 1.0 y 1.05.

En el sistema en por unidad existen cuatro cantidades base:

Potencia base

Voltaje base

Corriente base

Impedancia base

Usualmente se selecciona un valor conveniente para la potencia base en Volt-amperes y un voltaje base en determinado nivel, quedando establecidos los voltajes base en otros niveles por la relación de transformación de los transformadores.

La corriente base y la impedancia base en cada nivel se obtienen a partir de relaciones estandar.

Para un sistema trifásico se tienen las siguientes relaciones:

$$I_{\text{base}} = \frac{\text{KVA}_{\text{base}}}{\sqrt{3} \text{ KV}_{\text{base}}} = \frac{\text{MVA}_{\text{base}} \times 1000}{\sqrt{3} \text{ KV}_{\text{base}}}$$

$$Z_{base} = \frac{(KV_{base})^2}{MVA_{base}} = \frac{(KV_{base})^2 \times 1000}{KVA_{base}}$$

Cuando las impedancias de los elementos del sistema se expresan en Ohms, convertimos a valores en por unidad mediante la siguiente relación:

$$Z_{p.u.} = \frac{\text{Impedancia en Ohms} \times MVA_{base}}{(KV_{base})^2}$$

La impedancia de los transformadores expresada en por ciento y referida a su potencia nominal en OA, se convierte a valor en por unidad de acuerdo con la siguiente relación:

$$Z_{p.u.} = \frac{\text{Impedancia en \%} \times KVA_{base}}{KVA_{transformador} \times 100} \left[\frac{KV_{transf}}{KV_{base}} \right]^2$$

La reactancia de los motores y generadores expresada en por unidad y referida a su potencia en KVA, se convierte a la nueva base con la relación:

$$X_{p.u.} = \frac{X_{p.u. \text{ motor}} \times KVA_{base}}{KVA_{motor}}$$

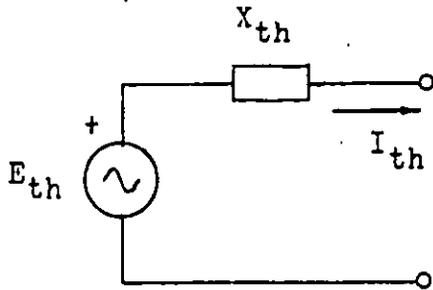
Las reactancias para representar las máquinas rotatorias de la Cia. suministradora se determina suponiendo que los MVA disponibles es 1.0 en por unidad referida a una base unitaria en MVA, o que una potencia de 1.0 en por unidad corresponde a una reactancia de 1.0 en p.u. a un voltaje de 1.0 en p.u.

ANALISIS DE CORTO CIRCUITO

CALCULO DE LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO POR EL METODO DE VALORES EN POR UNIDAD

El primer paso para calcular la potencia y corriente de corto circuito simétrico, es establecer una base de potencia en KVA o MVA y una base de voltaje en KV y convertir todas las impedancias del sistema a valores en por unidad en dichas bases.

Después de convertir todas las impedancias a una base común, el sistema puede reducirse a una sola impedancia en el punto de falla por combinaciones sucesivas serie o paralelo o por transformaciones delta-estrella. Lo anterior no es mas que la aplicación del teorema de Thevenin al sistema.



La corriente de corto circuito se puede entonces calcular por la siguiente relación:

$$I_{p.u.} = \frac{1}{X_{p.u.}}$$

La corriente en Amperes se determina multiplicando la corriente en por unidad por la corriente base:

$$I = I_{p.u.} \times I_{base}$$

Donde:

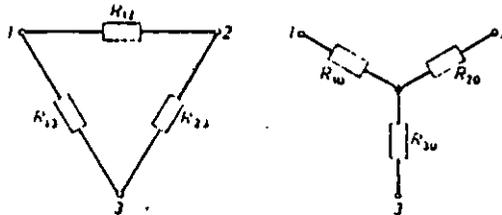
$$I_{base} = \frac{KVA_{base}}{\sqrt{3} KV_{base}}$$

La potencia de corto circuito será:

$$P_{cc} = \frac{1}{X_{p.u.}} P_{base}$$

FORMULAS PARA LA TRANSFORMACION DE CONEXIONES:

Estrella (Y) a delta (Δ) y viceversa*



$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20} + R_{10} \cdot R_{30} + R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}}$	$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{23} + R_{12} + R_{13}}$
$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{20} + R_{10} \cdot R_{30} + R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}}$	$R_{20} = \frac{R_{23} \cdot R_{13}}{R_{23} + R_{12} + R_{13}}$
$R_{23} = \frac{R_{10} \cdot R_{20} + R_{10} \cdot R_{30} + R_{20} \cdot R_{30}}{R_{10}}$	$R_{30} = \frac{R_{23} \cdot R_{12}}{R_{23} + R_{12} + R_{13}}$

* Puede sustituirse la resistencia R por la impedancia Z

CALCULO DE LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO POR EL METODO DE LOS MVA's

Donde no sea necesario considerar la resistencia de los elementos que integran el sistema, un segundo método de cálculo, más sencillo, puede emplearse para calcular la potencia de corto circuito simétrica en MVA's.

Para este método, únicamente hay que recordar las siguientes relaciones:

1. La impedancia del equipo deberá convertirse directamente a MVA de corto circuito por la ecuación 1 si la reactancia del equipo está en % o por la ecuación 2 si la reactancia está en por unidad:

$$MVA_{cc} = \frac{MVA_{equipo} \times 100}{X\% \text{ del equipo}} \quad \dots\dots 1$$

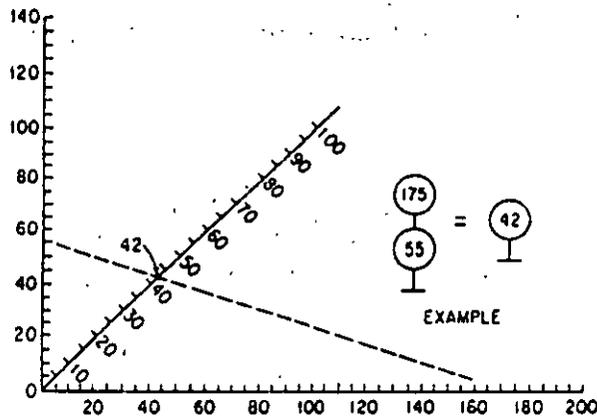
$$MVA_{cc} = \frac{MVA_{equipo}}{X_{pu} \text{ del equipo}} \quad \dots\dots 2$$

2. La impedancia de líneas y alimentadores (cables) deberá convertirse directamente a MVA de corto circuito por la ecuación 3 si la reactancia de la línea está en Ohms.

$$MVA_{cc} = \frac{KV^2}{X_{ohms}} \quad \dots\dots 3$$

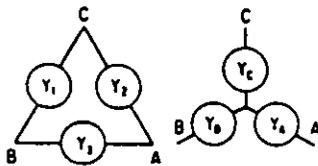
Donde KV=Kilovolts línea-línea del cable.

3. Dibuje dentro de rectángulos o círculos todos los MVA de corto circuito de equipos y alimentadores siguiendo el mismo arreglo que éstos tienen en el diagrama unifilar.
4. Sucesivamente combine los MVA de corto circuito del sistema hasta encontrar un valor equivalente en el punto de falla:
 - a) Valores en paralelo se suman directamente
 - b) Valores en serie se combinan como si fueran impedancias en paralelo



Nomograph for combining short-circuit kVA in series.

- c) Las conversiones delta-estrella se harán de acuerdo con la siguiente figura:



$$Y_a = \frac{Y_1 Y_2 + Y_2 Y_3 + Y_3 Y_1}{Y_1} \cdot \frac{\Delta}{Y_1} \quad Y_b = \frac{\Delta}{Y_2} \quad Y_c = \frac{\Delta}{Y_3}$$

$$Y = \text{SC. KVA} \propto \frac{1}{Z}$$

$$Y_1 = \frac{Y_a Y_c}{Y_a + Y_b + Y_c} = \frac{Y_a Y_c}{K} \quad Y_2 = \frac{Y_b Y_c}{K} \quad Y_3 = \frac{Y_a Y_b}{K}$$

Wye-delta conversion of short-circuit kVA.

5. Con el valor encontrado en el punto anterior, calculamos la corriente de corto circuito trifásica, en Amperes, para el punto de falla.

$$I_{cc} = \frac{MVA_{cc} \times 1000}{\sqrt{3} \times KV}$$

CALCULO DE LAS CORRIENTES DE CORTO CIRCUITO TRIFASICO POR EL METODO Z_{bus}

Procedimiento:

1. Calcular las admitancias de secuencia positiva de las ramas del circuito de impedancias, en por unidad.

$$Y_{ij} = \frac{1}{Z_{ij}}$$

Z_{ij} = Impedancia entre los nodos i y j

2. Se forma la matriz de admitancias Y_{bus} de secuencia positiva por inspección de la red.

$$Y_{bus} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & \dots & Y_{1n} \\ Y_{21} & Y_{22} & \dots & Y_{2n} \\ & & \vdots & \\ Y_{n1} & Y_{n2} & \dots & Y_{nn} \end{bmatrix}$$

n = No. de buses

3. Se calcula la matriz de impedancias de secuencia positiva Z_{bus}

$$Z_{bus} = [Y_{bus}]^{-1} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2n} \\ & & \vdots & \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix}$$

4. Se calculan las corrientes de corto circuito en cada bus:

Para el bus k:

$$I_k = \frac{V_k}{Z_{kk}} \quad k = 1, 2, 3, \dots, n$$

V_k = Voltaje en por unidad en el bus

5. Se calculan los voltajes nodales en todos los buses del sistema cuando ocurre la falla en el bus k.

Para el bus "n" cuando ocurre la falla en el bus "k":

$$V_n = V_{p_n} - \frac{Z_{nk}}{Z_{kk}} = V_{p_n} - Z_{nk} I_k$$

V_{p_n} = Voltaje de prefalla en el bus "n"

6. Se calculan las corrientes en las ramas al ocurrir la falla:

$$I_{ij} = \frac{V_i - V_j}{Z_{ij}} = Y_{ij} (V_i - V_j)$$

V_i = Voltaje en el bus "i" cuando ocurre la falla en el bus "k"

V_j = Voltaje en el bus "j" cuando ocurre la falla en el bus "k"

Z_{ij} = Impedancia primitiva de la línea entre los buses "i" y "j"

Y_{ij} = Admitancia de la línea entre los buses "i" y "j"

Si se calculan las corrientes sólo en función de las impedancias:

$$I_{ij} = \frac{Z_{ik} - Z_{jk}}{Z_{ij} Z_{kk}}$$

Ejemplo

Se tiene un sistema eléctrico representado por el diagrama unifilar de la Fig. 1

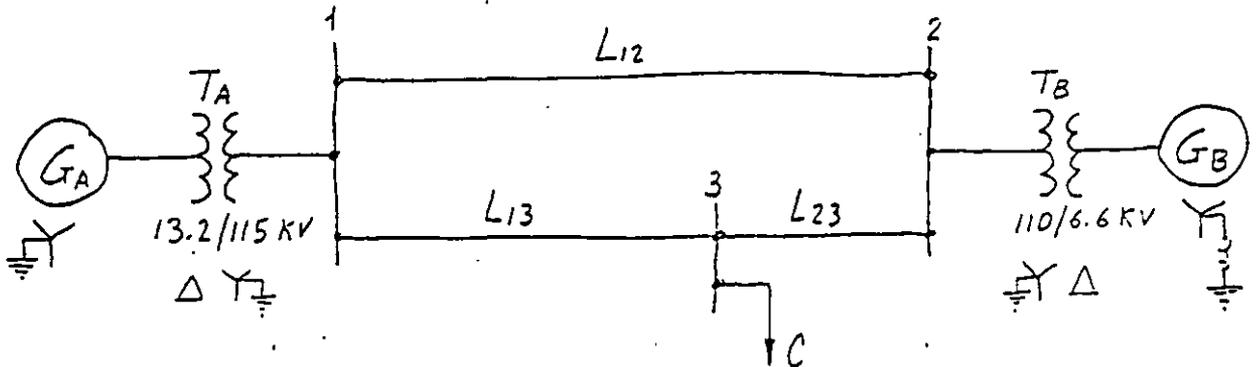


Diagrama unifilar del sistema del ejemplo

- Calcular el valor de la corriente de corto circuito trifásica empleando el método de valores en por unidad para una falla en el bus 3
- Calcular el valor de la potencia de corto circuito trifásico y la corriente en Amperes empleando el método de los MVA para una falla en el bus 3
- Empleando una potencia base de 50 MVA y un voltaje base de 110 KV en las líneas, se presenta a continuación el cálculo de corto circuito para una falla trifásica en el bus 3 empleando el método Z_{bus} .

Se propone al lector la comparación de los resultados obtenidos en este cálculo con los que obtuvo para los incisos a) y b).

Los datos de los distintos elementos que constituyen dicho sistema son los siguientes:

Generador G_A

50 MVA
13.8 KV
 $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j0.3$
 $X_0 = j0.15$

Generador G_B

50 MVA
6.6 KV
 $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = j0.4$
 $\bar{X}_0 = j0.2$
 $\bar{X}_n = j0.6$

Transformador T_A

50 MVA
13.2/115 KV
 $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_0 = j0.10$

Transformador T_B

50 MVA
6.6/110 KV
 $\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_0 = j0.11$

Línea L₁₂

$Z_1 = Z_2 = 16 + j60\Omega$
 $Z_0 = 37 + j193.8$

Línea L₁₃

$Z_1 = Z_2 = 10.7 + j40\Omega$
 $Z_0 = 24.7 + j125.8$

Línea L₂₃

$Z_1 = Z_2 = 5.3 + j20\Omega$
 $Z_0 = 12.3 + j68\Omega$

Para una falla trifásica en las barras 3, calcular las corrientes y voltajes en los distintos lugares del sistema durante la falla.

Supóngase que antes de la falla la carga C₃ está desconectada y el sistema está funcionando en vacío, teniendo los generadores un voltaje terminal igual a 1 en por unidad. Las resistencias y las reactancias capacitivas de los diferentes elementos del sistema se consideran despreciables.

Resuélvase el problema por el método de la matriz de impedancia de bus, siguiendo los siguientes pasos:

- 1.- Dibujar el circuito equivalente de secuencia positiva para las condiciones antes citadas, indicando las im-

pedancias en por unidad correspondientes a cada rama.

2.- Calcular la matriz de admitancias de bus $[Y_{BUS}]$

3.- Calcular la matriz de impedancias de bus:

$$[\bar{Z}_{BUS}] = [Y_{BUS}]^{-1}$$

4.- Calcular las corrientes de cortocircuito trifásico en el punto de falla en por unidad y en amperes.

5.- Calcular los voltajes de las barras 1, 2 y 3 durante la falla en por unidad y en volts.

6.- Calcular las corrientes que circulan por las líneas de transmisión y por los generadores debidas a la falla, en por unidad y en amperes.

7.- Calcular las aportaciones de los generadores G_A y G_B a las corrientes de cortocircuito.

Solución del ejemplo :

1.- Circuito equivalente de secuencia positiva.

En la Fig. 2 se muestra el circuito equivalente de secuencia positiva correspondiente al sistema de la Fig. 1 afectado por una falla trifásica en las barras 3. En dicho circuito equivalente se han despreciado las resistencias y las reactancias capacitivas de los diferentes elementos del sistema, indicando el valor de las reactancias inductivas en por unidad, referidas a una base de potencia trifásica de 50 MVA y a las siguientes bases de voltaje entre líneas:

Para la línea de transmisión se adoptó una base de voltaje entre líneas de 110KV. Con las relaciones de transformación --

indicadas, resultan las siguientes bases de voltaje entre líneas del lado de baja de los transformadores:

$$\text{Del lado del generador } G_A: 110 \times \frac{13.2}{115} = 12.63 \text{ KV.}$$

$$\text{Del lado del generador } G_B: 110 \times \frac{6.6}{110} = 6.6 \text{ KV.}$$

Las impedancias inductivas de secuencia positiva, negativa y cero de las líneas, en por unidad, referidas a las bases mencionadas, tienen los siguientes valores:

$$\text{Base de impedancia en las líneas: } \frac{110^2}{50} = 242 \text{ ohms.}$$

$$\text{Línea } L_{12}: \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 = \frac{16 + j60}{242} = 0.066 + j0.249$$

$$Z_0 = \frac{37 + j193.8}{242} = 0.153 + j0.801$$

$$\text{Línea } L_{13}: Z_1 = Z_2 = \frac{10.7 + j40}{242} = 0.044 + j0.166$$

$$Z_0 = \frac{24.7 + j125.8}{242} = 0.102 + j0.520$$

$$\text{Línea } L_{23}: Z_1 = Z_2 = \frac{5.3 + j20}{242} = 0.022 + j0.083$$

$$Z_0 = \frac{12.3 + j68}{242} = 0.051 + j0.281$$

Las reactancias del generador G_A , referidas a la base de voltaje de 12.63 KV, tienen los siguientes valores:

$$X_1 = j0.3 \left(\frac{13.8}{12.63} \right)^2 = j0.358$$

$$X_2 = j0.4 \left(\frac{13.8}{12.63} \right)^2 = j0.478$$

$$X_0 = j0.15 \left(\frac{13.8}{12.63} \right)^2 = j0.179$$

Las reactancias del transformador T_A , referidas a las bases de voltaje 12.63/110KV, tienen el siguiente valor:

$$\bar{X}_1 = \bar{X}_2 = \bar{X}_0 = j0.10 \left(\frac{115}{110} \right)^2 = j0.109$$

Las reactancias en por unidad del generador G_B y el transformador T_B están referidas a las bases seleccionadas, por lo que no requieren referirse a nuevas bases.

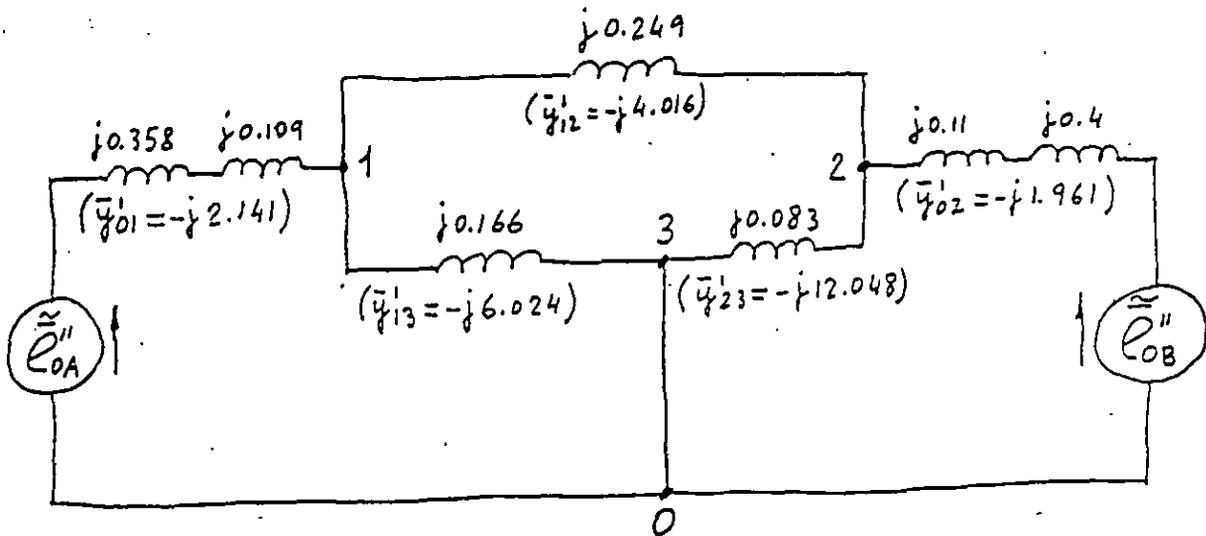


Fig. 2 .- Circuito equivalente de secuencia positiva del sistema del ejemplo 5.6, en el que se indican las reactancias de secuencia positiva de las ramas y entre paréntesis las admitancias de secuencia positiva correspondientes.

A continuación se calculan las admitancias de secuencia positiva de las ramas del circuito equivalente de la Fig.

$$\bar{y}_{01}^{-1} = \frac{1}{j0.358 + j0.109} = -j2.141$$

$$\bar{y}_{02}^{-1} = \frac{1}{j0.11 + j0.4} = -j1.961$$

$$\bar{y}_{12}^{-1} = \frac{1}{j0.249} = -j4.016$$

$$Y_{13}^1 = \frac{1}{j0.166} = -j6.024$$

$$Y_{23}^1 = \frac{1}{j0.083} = -j12.048$$

Estas admitancias se indican entre paréntesis en la Fig. 2, en las ramas correspondientes.

2.- Cálculo de la matriz de admitancias de bus de secuencia positiva.

$$Y_{11}^1 = -j(2.141 + 4.016 + 6.024) = -j12.181$$

$$Y_{22}^1 = -j(1.961 + 4.016 + 12.048) = -j18.025$$

$$Y_{33}^1 = -j(6.024 + 12.048) = -j18.072$$

$$Y_{12}^1 = Y_{21}^1 = -(-j4.016) = j4.016$$

$$Y_{13}^1 = Y_{31}^1 = -(-j6.024) = j6.024$$

$$Y_{23}^1 = Y_{32}^1 = -(-j12.048) = j12.048$$

$$[Y_{BUS}^1] = j \begin{bmatrix} -12.181 & 4.016 & 6.024 \\ 4.016 & -18.025 & 12.048 \\ 6.024 & 12.048 & -18.072 \end{bmatrix}$$

3.- Cálculo de la matriz de impedancias de bus de secuencia positiva.

$$[Z_{BUS}^1] = [Y_{BUS}^1]^{-1}$$

Cálculo de los menores del determinante

$$M_{11} = \begin{vmatrix} -18.025 & 12.048 \\ 12.048 & -18.072 \end{vmatrix} = 325.7 - 145.2 = 180.5$$

$$M_{12} = \begin{vmatrix} 4.016 & 12.048 \\ 6.024 & -18.072 \end{vmatrix} = -72.6 - 72.6 = -145.2$$

$$M_{13} = \begin{vmatrix} 4.016 & -18.025 \\ 6.024 & 12.048 \end{vmatrix} = 48.4 + 108.6 = 157.0$$

$$M_{21} = \begin{vmatrix} 4.016 & 6.024 \\ 12.048 & -18.072 \end{vmatrix} = -72.6 - 72.6 = -145.2$$

$$M_{22} = \begin{vmatrix} -12.181 & 6.024 \\ 6.024 & -18.072 \end{vmatrix} = 220.1 - 36.3 = 183.8$$

$$M_{23} = \begin{vmatrix} -12.181 & 4.016 \\ 6.024 & 12.048 \end{vmatrix} = -146.8 - 24.2 = -171.0$$

$$M_{31} = \begin{vmatrix} 4.016 & 6.024 \\ -18.025 & 12.048 \end{vmatrix} = 48.4 + 108.6 = 157.0$$

$$M_{32} = \begin{vmatrix} -12.181 & 6.024 \\ 4.016 & 12.048 \end{vmatrix} = -146.8 - 24.2 = -171.0$$

$$M_{33} = \begin{vmatrix} -12.181 & 4.016 \\ 4.016 & -18.025 \end{vmatrix} = 219.6 - 16.1 = 203.5$$

Matriz de los cofactores (como es simétrica es igual a su transpuesta):

$$\begin{bmatrix} 180.5 & +145.2 & 157.0 \\ +145.2 & 183.8 & +171.0 \\ 157.0 & 171.0 & 203.5 \end{bmatrix}$$

Valor del determinante de la matriz $[Y_{BUS}^1]$

$$\begin{aligned} D &= a_{11} M_{11} - a_{21} M_{21} + a_{31} M_{31} \\ &= -12.181 \times 180.5 - 4.016 (-145.2) + 6.024 \times 157.0 \\ &= -2198.7 + 583.1 + 945.8 = -669.8 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} z_{BUS}^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{BUS}^1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{j} \begin{bmatrix} -0.269 & -0.217 & -0.234 \\ -0.217 & -0.274 & -0.255 \\ -0.234 & -0.255 & -0.304 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z_{BUS}^1 \end{bmatrix} = j \begin{bmatrix} 0.269 & 0.217 & 0.234 \\ 0.217 & 0.274 & 0.255 \\ 0.234 & 0.255 & 0.304 \end{bmatrix}$$

4.- Corriente de cortocircuito trifásico en el punto de falla:

$$\tilde{I}_{F3} = \frac{1}{z_{33}} = \frac{1}{j0.304} = -j3.289$$

La base de corriente correspondiente es:

$$I_B^L = \frac{50000}{110\sqrt{3}} = 262.4A$$

$$\tilde{I}_{F_3} = -j3.289 \times 262.4 = -j863.0A$$

5.- Voltajes en las barras 1, 2 y 3 durante la falla.

$$\tilde{V}_{F_1} = \tilde{V}_{10} - \bar{Z}_{13} \tilde{I}_{F_3} = 1 - j0.234 (-j3.289) = 0.230$$

$$\tilde{V}_{F_1} = \tilde{V}_{10} - \frac{\bar{Z}_{13}}{\bar{Z}_{33}} = 1 - \frac{j0.234}{j0.304} = 0.230$$

$$\tilde{V}_{F_2} = \tilde{V}_{20} - \frac{\bar{Z}_{23}}{\bar{Z}_{33}} = 1 - \frac{j0.255}{j0.304} = 0.161$$

$$\tilde{V}_{F_3} = 0$$

$$V_{B_\ell} = 110KV \quad V_{B_n} = \frac{110}{\sqrt{3}} = 63.508KV$$

$$\tilde{V}_{F_{1\ell}} = 0.230 \times 110 = 25.3KV \quad \tilde{V}_{F_{1n}} = 0.230 \times 63.508 = 14.607$$

$$\tilde{V}_{F_{2\ell}} = 0.161 \times 110 = 17.71KV \quad \tilde{V}_{F_{2n}} = 0.161 \times 63.508 = 10.225KV$$

6.- Corrientes, en por unidad, que circulan por cada fase de las líneas de transmisión y de los generadores debidas a la falla trifásica en la barra 3.

$$\tilde{I}_{12} = \bar{Y}_{12}(\tilde{V}_{F_1} - \tilde{V}_{F_2}) = -j4.016(0.230 - 0.161) = -j0.277$$

$$\tilde{I}_{13} = \bar{Y}_{13}(\tilde{V}_{F_1} - \tilde{V}_{F_3}) = -j6.024(0.230 - 0) = -j1.386$$

$$\tilde{I}_{23} = \tilde{Y}_{23} (\tilde{V}_{F_2} - \tilde{V}_{F_3}) = -j12.048 (0.161 - 0) = -j1.940$$

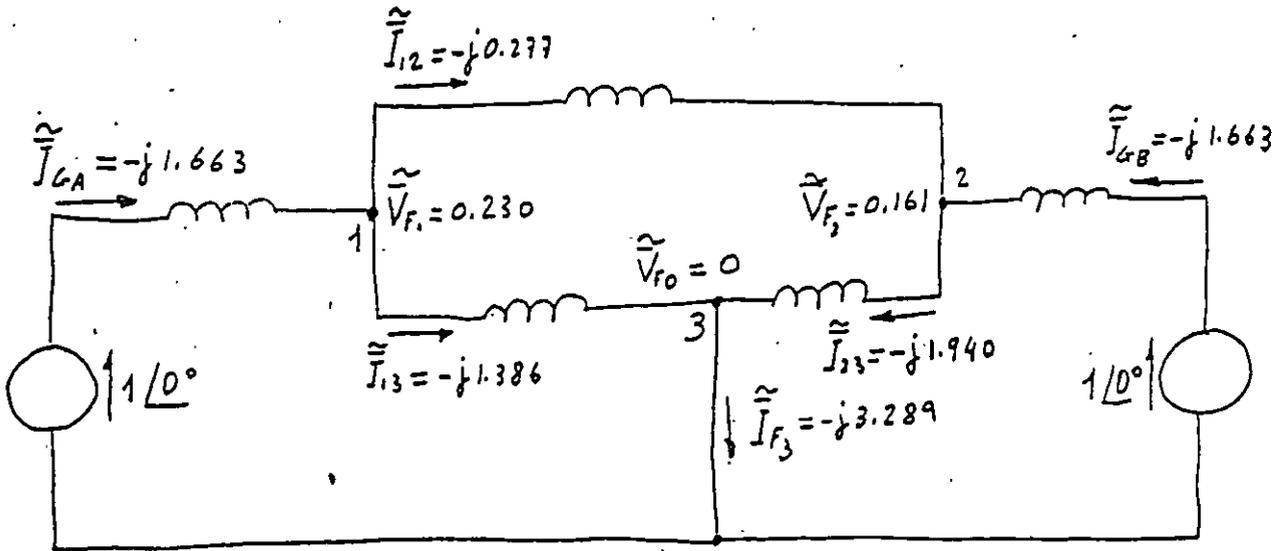


Fig. 3 .- Corrientes por unidad que circulan por las ramas de la red.

$$\tilde{I}_{G_A} = (-j0.277) + (-j1.386) = -j1.663$$

$$\tilde{I}_{G_B} = (-j1.940) - (-j0.277) = -j1.663$$

Comprobación:

$$\tilde{I}_{F_3} = \tilde{I}_{G_A} + \tilde{I}_{G_B} \quad \text{con un error del 1.1 \%}$$

7.- Corrientes, en amperes, que circulan por cada fase de las líneas de transmisión durante la falla.

$$I_B^L = \frac{50000}{110 \sqrt{3}} = 262.4 \text{ A}$$

Línea 1-2:

$$\tilde{I}_{12}^A = 262.4 \times 0.277 \angle -90^\circ = 72.7 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{12}^B = 262.4 \times 0.277 \angle 150^\circ = 72.7 \angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{12}^C = 261.4 \times 0.277 \angle 30^\circ = 72.7 \angle 30^\circ \text{ A}$$

Línea 1-3:

$$\tilde{I}_{13}^A = 262.4 \times 1.386 \angle -90^\circ = 363.7 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{13}^B = 262.4 \times 1.386 \angle 150^\circ = 363.7 \angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{13}^C = 262.4 \times 1.386 \angle 30^\circ = 363.7 \angle 30^\circ \text{ A}$$

Línea 2-3:

$$\tilde{I}_{23}^A = 262.4 \times 1.940 \angle -90^\circ = 509.1 \angle -90^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{23}^B = 262.4 \times 1.940 \angle 150^\circ = 509.1 \angle 150^\circ \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{23}^C = 262.4 \times 1.940 \angle 30^\circ = 509.1 \angle 30^\circ \text{ A}$$

8.- Corrientes, en amperes, que circulan por cada fase - del generador G_A durante la falla.

$$\tilde{I}_{B}^{G_A} = \frac{50000}{12.63\sqrt{3}} = 2285.6 \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{G_A}^A = 2285.6 \times 1.663 \angle -90^\circ - 30^\circ = 3801.0 \angle -120^\circ$$

$$\tilde{I}_{G_A}^B = 2285.6 \times 1.663 \angle 150^\circ - 30^\circ = 3801.0 \angle 120^\circ$$

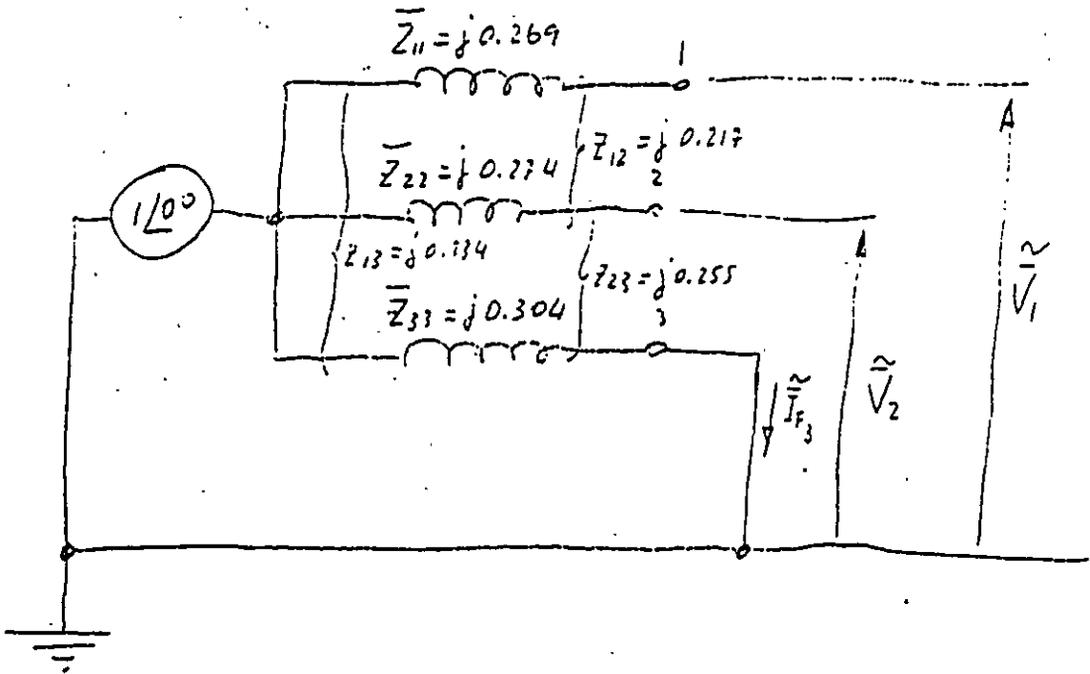
$$\tilde{I}_{G_A}^C = 2285.6 \times 1.663 \angle 30^\circ - 30^\circ = 3801.0 \angle 0^\circ$$

9.- Corrientes, en amperes, que circulan por cada fase - del generador G_B durante la falla.

$$\tilde{I}_{B}^{G_B} = \frac{50000}{6.6\sqrt{3}} = 4373.9 \text{ A}$$

$$\tilde{I}_{G_B}^A = 4373.9 \times 1.663 \angle -90^\circ - 30^\circ = 7273.8 \angle -120^\circ$$

$$\tilde{I}_{G_B}^B = 4373.9 \times 1.663 \angle 150^\circ - 30^\circ = 7273.8 \angle 120^\circ$$



$$\tilde{I}_{F3} = \frac{1}{\tilde{Z}_{33}}$$

$$\tilde{V}_1 = \tilde{Z}_{13} \tilde{I}_{F3} = \frac{\tilde{Z}_{13}}{\tilde{Z}_{33}}$$

$$\tilde{V}_2 = \tilde{Z}_{23} \tilde{I}_{F3} = \frac{\tilde{Z}_{23}}{\tilde{Z}_{33}}$$

BIBLIOGRAFIA

1. Electrical Power Systems Engineering
Alvin H. Knable
McGraw-Hill Book Company

2. Computer Methods in Power System Analysis
Stagg and El-Abiad
McGraw-Hill Book Company

CORTOCIRCUITO

OBJETIVO

"Los valores máximos calculados de las corrientes de cortocircuito son usados para seleccionar dispositivos de una capacidad interruptiva adecuada, checar la capacidad de los componentes del sistema para resistir esfuerzos mecánicos y térmicos y para determinar la coordinación tiempo-corriente de los relevadores de protección. Los valores mínimos son usados para establecer la sensibilidad requerida de los relevadores de protección." [3]

FUENTES DE CORRIENTE DE FALLA

Las corrientes que fluyen durante una falla provienen de las máquinas eléctricas rotatorias. Para una planta industrial se pueden dividir en cuatro categorías:

- Generadores síncronos
- Motores y condensadores síncronos
- Máquinas de inducción
- Sistema de Suministro de Energía eléctrica

Generadores síncronos

"Si un cortocircuito ocurre en las terminales de un generador síncrono, la corriente de cortocircuito empieza desde un valor alto y decae hasta un valor de estado estable después de haber transcurrido un periodo de tiempo desde el inicio del cortocircuito. Como un generador síncrono continúa siendo movido por su primotor y tiene su campo externamente excitado, el valor de estado estable de la corriente de falla persistirá a menos que sea interrumpida por algún medio de desconexión. Para representar esta característica, uno puede usar un circuito equivalente consistente de una fuente de voltaje constante en serie con una impedancia que varía con el tiempo. Esta impedancia variable consiste principalmente de reactancia.

Para propósitos de cálculo de corrientes de falla, las normas industriales han establecido tres nombres específicos para los valores de esta reactancia variable, llamada reactancia subtransitoria, reactancia transitoria y reactancia síncrona.

X''_d = reactancia subtransitoria; determina la corriente durante el primer ciclo después de haber ocurrido la falla. En aproximadamente 0.10 seg la reactancia se incrementa a:

X'_d = reactancia transitoria; considerada para determinar la corriente después de varios ciclos a 60 Hz. En cerca de $\frac{1}{2}$ a 2 seg la reactancia se incrementa a:

X_d = reactancia síncrona; este es el valor que determina la corriente que fluye después que la condición de estado estable es alcanzada.

Como la mayoría de los dispositivos para protección contra fallas, tales como interruptores y fusibles, operan adecuadamente antes que las condiciones de estado estable sean alcanzadas, la reactancia síncrona del generador es rara vez usada en el cálculo de las corrientes de falla para aplicarse en esos dispositivos." [3]

Motores y condensadores síncronos

"Los motores síncronos suministran corriente a una falla casi de la misma forma que los generadores síncronos. Cuando una falla ocasiona que el voltaje del sistema caiga, el motor síncrono

recibe menos potencia del sistema para mover su carga. Al mismo tiempo el voltaje interno causa que una corriente fluya hacia la falla en el sistema. La inercia del motor y su carga actúan como un primotor y con el campo de excitación sostenido, el motor actúa como un generador que suministra corriente de falla. Esta corriente de falla disminuye conforme decae el campo magnético de la máquina.

El circuito equivalente del generador es utilizado para motores sincrónicos. Nuevamente, una fuente de voltaje constante y las mismas tres reactancias X''_d , X'_d y X_d son usadas para establecer valores de corriente a tres puntos de tiempo.

Los condensadores sincrónicos son tratados en la misma forma que los motores sincrónicos." [3]

Máquinas de inducción

"Un motor de inducción tipo jaula de ardilla contribuirá con corriente de falla a un circuito fallado. Esta es generada por la inercia moviendo al motor en la presencia de un flujo de campo producido por inducción del estator en vez de un devanado de campo de corriente directa. La contribución de corriente de un motor de inducción a una falla en sus terminales se reduce y desaparece completamente después de unos cuantos ciclos, pues el flujo inducido disminuye al perder la fuente de voltaje causada por una falla en las terminales del motor.

Como el campo de excitación no es sostenido, no hay valor de estado estable de la corriente de falla como en el caso de las máquinas sincrónicas. Nuevamente, el mismo circuito equivalente es usado, pero los valores de reactancia transitoria y sincrónica se aproximan a infinito. Como una consecuencia, a los motores de inducción se les asigna sólo un valor de reactancia subtransitoria X''_d . Este valor es muy cercano al valor de reactancia de rotor bloqueado.

Para cálculo de fallas un generador de inducción puede ser tratado en la misma forma que un motor de inducción. Motores de inducción de rotor devanado normalmente operando con sus anillos del rotor cortocircuitados contribuirán con corrientes de falla en la misma forma que los motores de inducción tipo jaula de ardilla. Ocasionalmente motores grandes de rotor devanado operando con alguna resistencia externa mantenida en sus circuitos del rotor puede tener constantes de tiempo de cortocircuito lo suficientemente bajas para que su contribución a la falla no sea significativa y pueda ser despreciada. Una investigación específica debe ser hecha para determinar cuando debe despreciarse la contribución de un motor de rotor devanado." [3]

Sistema Externo de Suministro de Energía Eléctrica

"Los generadores remotos del sistema de suministro de energía eléctrica son una fuente de corriente de cortocircuito, a menudo transmitida a través de un transformador. El circuito equivalente del generador puede ser usado para representar este sistema. Los generadores del sistema eléctrico están usualmente lejos de las plantas industriales. La corriente de contribución a una falla en una planta remota representa simplemente un pequeño incremento en la corriente de carga de las grandes centrales generadoras, y esta contribución de corriente tiende a permanecer constante. El sistema eléctrico es por lo tanto usualmente representado en la planta por una impedancia equivalente de un sólo valor referida al punto de conexión." [3]

CANTIDADES EN POR UNIDAD

"Una parte importante de la preparación para el cálculo de las corrientes de cortocircuito es establecer la impedancia de cada elemento del circuito, y convertirlas para que sean consistentes con todas las demás y combinarlas en serie y paralelo. Fuentes de valores de impedancia para los elementos del circuito son datos de placa, manuales, catálogos del fabricante y tablas.

Dos formas consistentes para expresar las impedancias, son en Ohms y en por unidad (por unidad difiere de por ciento sólo por un factor de 100). Las impedancias individuales de los equipos son a menudo dadas en por ciento, lo cual hace que las comparaciones sean fáciles, pero impedancias en por ciento raramente son usadas sin conversión en los cálculos del sistema. La forma en por unidad de la impedancia es usada porque es más conveniente que la forma óhmica cuando el sistema contiene varios niveles de voltaje. Impedancias expresadas en por unidad sobre una base definida pueden ser combinadas directamente, sin importar cuantos niveles de voltaje existan desde la fuente hasta la falla. Para obtener esta utilidad, el voltaje base en cada nivel de voltaje debe ser referido de acuerdo a la relación de transformación de los transformadores interconectados.

En el sistema en por unidad hay cuatro cantidades base, potencia aparente base en volts-ampere, voltaje base, corriente base e impedancia base. La relación entre cantidades base, por unidad y reales es como sigue:

$$\text{Cantidad en Por Unidad} = \text{Cantidad Real} / \text{Cantidad Base}$$

Usualmente un valor conveniente es seleccionado para la potencia aparente base en volts-ampere, y un voltaje base en un nivel es seleccionado para igualar el voltaje nominal del transformador a ese nivel. Voltajes base a otros niveles son establecidos por la relación de transformación del transformador. Corriente base e impedancia base en cada nivel son entonces obtenidas por las relaciones normales. Las siguientes fórmulas se aplican a sistemas trifásicos, donde el voltaje base es el voltaje fase a fase y la potencia aparente base es la potencia aparente trifásica:

$$I_{\text{base}} \text{ (Amperes)} = \text{KVA}_{\text{base}} / \sqrt{3} \text{ KV}_{\text{base}}$$

$$Z_{\text{base}} \text{ (Ohms)} = (\text{KV}_{\text{base}})^2 / \text{MVA}_{\text{base}}$$

Las impedancias de los elementos individuales del sistema de potencia usualmente son obtenidas en formas que requieren conversión a las bases referidas para un cálculo en por unidad." [3]

Para convertir a por unidad cuando se conoce el valor en Ohms se usa la siguiente expresión:

$$Z_{\text{pu}} = Z(\Omega) \text{ MVA}_{\text{base}} / (\text{KV}_{\text{base}})^2$$

De la ecuación anterior se deduce que:

$$Z(\Omega) = Z_{pu} (KV_{base})^2 / MVA_{base}$$

Como el valor en Ohms de la impedancia debe permanecer constante independientemente de los valores base seleccionados (base1 o base2), se puede hacer la siguiente igualdad:

$$Z_{pu_{base1}} (KV_{base1})^2 / MVA_{base1} = Z_{pu_{base2}} (KV_{base2})^2 / MVA_{base2}$$

De la que se deriva la siguiente ecuación para el cálculo de impedancias en pu a cantidades base diferentes a las originales (convertir de base1 a base2):

$$Z_{pu_{base2}} = Z_{pu_{base1}} (MVA_{base2} / MVA_{base1}) (KV_{base1} / KV_{base2})^2$$

COMPONENTES SIMÉTRICAS

"En el año de 1918 C.L. Fortescue, presentó en una reunión del "American Institute of Electrical Engineers", un trabajo que constituye una de las herramientas más poderosas para el estudio de los circuitos polifásicos desequilibrados. El trabajo de Fortescue demuestra que un sistema desequilibrado de "n" vectores relacionados entre sí, puede descomponerse en "n" sistemas de vectores equilibrados denominados componentes simétricos de los vectores originales. Los "n" vectores de cada conjunto de componentes son de igual longitud, siendo también iguales los ángulos formados por vectores adyacentes. Aunque el método es aplicable a cualquier sistema polifásico desequilibrado, limitaremos nuestro estudio a los sistemas trifásicos.

Según el teorema de Fortescue, tres vectores desequilibrados de un sistema trifásico puede descomponerse en 3 sistemas equilibrados de vectores. Los conjuntos equilibrados de componentes son:

1) Componentes de secuencia positiva, formados por tres vectores de igual módulo, con diferencias de fase de 120° y con la misma secuencia de fases que los vectores originales. (fig 1)

2) Componentes de secuencia negativa, formados por tres vectores de igual módulo, con diferencias de fase de 120° y con la secuencia de fases opuesta a la de los vectores originales. (fig 1)

3) Componentes de secuencia cero, formados por tres vectores de igual módulo y con una diferencia de fase nula." [1] (fig 1)

Suponiendo un sistema desbalanceado de tres vectores (fig 2), donde cada uno de los vectores desequilibrados originales es igual a la suma de sus componentes, los vectores originales expresados en función de sus componentes serían:

$$a = a_0 + a_1 + a_2 \quad \text{Ec. 1}$$

$$b = b_0 + b_1 + b_2 \quad \text{Ec. 2}$$

$$c = c_0 + c_1 + c_2 \quad \text{Ec. 3}$$

"En un sistema trifásico es conveniente, por los desplazamientos de fase de las componentes simétricas de tensiones y corrientes disponer de un método para indicar la rotación de 120° de un vector." [1]

La letra α se utiliza normalmente para designar al operador que origina una rotación de 120° en sentido contrario al movimiento de las manecillas del reloj. Tal operador es un número complejo de módulo unidad y argumento de 120° definido por las siguientes expresiones:

$$\alpha = \text{mag } 1 \text{ ang } 120^\circ = -0.5 + j \sqrt{3}/2$$

$$\alpha^2 = \text{mag } 1 \text{ ang } 240^\circ$$

$$\alpha^3 = 1$$

$$\alpha^4 = \alpha$$

$$\alpha^5 = \alpha^2$$

$$\alpha^2 \neq -\alpha$$

$$\alpha + \alpha^2 = -1$$

$$\alpha - \alpha^2 = j \sqrt{3}$$

$$1 + \alpha + \alpha^2 = 0$$

$$1 - \alpha = \alpha^2 j \sqrt{3}$$

$$1 - \alpha^2 = \text{mag } \sqrt{3} \text{ ang } 30^\circ$$

$$1 + \alpha^2 = -\alpha$$

~~Examinando las ecuaciones 1, 2 y 3 se puede ver la descomposición de tres vectores asimétricos en sus componentes simétricas.~~

En primer lugar se observa que el número de magnitudes desconocidas puede reducirse, expresando cada componente de b y c como el producto de una función del operador α y un componente de a . De la fig 1 se derivan las relaciones siguientes:

$$b_1 = \alpha^2 a_1 \quad \text{Ec. 4.1}$$

$$b_2 = \alpha a_2 \quad \text{Ec. 4.2}$$

$$b_0 = a_0 \quad \text{Ec. 4.3}$$

$$c_1 = \alpha a_1 \quad \text{Ec. 4.4}$$

$$c_2 = \alpha^2 a_2 \quad \text{Ec. 4.5}$$

$$c_0 = a_0 \quad \text{Ec. 4.6}$$

Sustituyendo las Ecuaciones anteriores en las Ecuaciones 1, 2 y 3, se obtiene:

$$a = a_0 + a_1 + a_2$$

$$b = a_0 + \alpha^2 a_1 + \alpha a_2$$

$$c = a_0 + \alpha a_1 + \alpha^2 a_2$$

O bien en forma matricial

$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 5}$$

Donde:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

Para encontrar a_0 , a_1 y a_2 el sistema de ecuaciones planteado en la ecuación 5 se resuelve por la regla de Cramer:

$$\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} = (\alpha^4 - \alpha^2) - (\alpha^2 - \alpha) + (\alpha - \alpha^2) = 3(\alpha - \alpha^2)$$

$$a_0 = \frac{\det \begin{bmatrix} a & 1 & 1 \\ b & \alpha^2 & \alpha \\ c & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}}{\det [A]} = \frac{a(\alpha^4 - \alpha^2) - b(\alpha^2 - \alpha) + c(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)}$$

$$a_0 = \frac{a(\alpha - \alpha^2) + b(\alpha - \alpha^2) + c(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)} = \frac{1}{3} (a+b+c)$$

$$a_1 = \frac{\det \begin{bmatrix} 1 & a & 1 \\ 1 & b & \alpha \\ 1 & c & \alpha^2 \end{bmatrix}}{\det [A]} = \frac{-a(\alpha^2 - \alpha) + b(\alpha^2 - 1) - c(\alpha - 1)}{3(\alpha - \alpha^2)}$$

$$a_1 = \frac{a(\alpha - \alpha^2) + b\alpha(\alpha - \alpha^2) + c\alpha^2(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)} = \frac{1}{3}(a + b\alpha + c\alpha^2)$$

$$a_2 = \frac{\det \begin{bmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & \alpha^2 & b \\ 1 & \alpha & c \end{bmatrix}}{\det [A]} = \frac{a(\alpha - \alpha^2) - b(\alpha - 1) + c(\alpha^2 - 1)}{3(\alpha - \alpha^2)}$$

$$a_2 = \frac{a(\alpha - \alpha^2) + b\alpha^2(\alpha - \alpha^2) + c\alpha(\alpha - \alpha^2)}{3(\alpha - \alpha^2)} = \frac{1}{3}(a + b\alpha^2 + c\alpha)$$

Expresado en forma matricial se tiene:

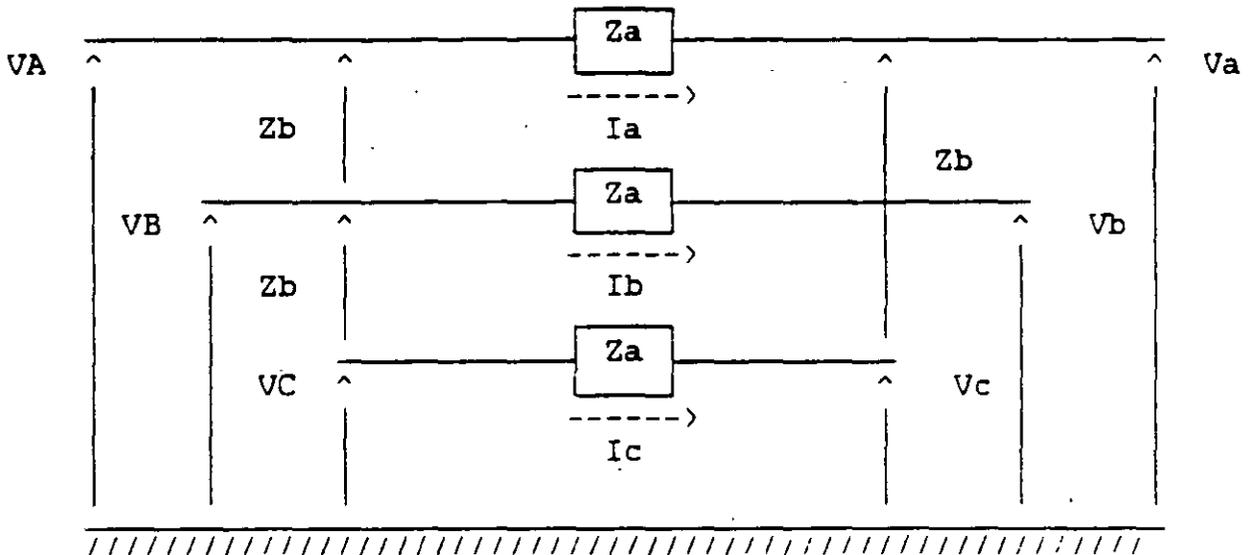
$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6}$$

Estas expresiones muestran como descomponer tres vectores asimétricos en sus componentes simétricas. Si se necesitan, los componentes b_0 , b_1 , b_2 , c_0 , c_1 y c_2 se pueden determinar por las Ecs. 4.

Toda esta teoría se aplica tanto a corrientes como a voltajes.

CALCULO DE LA MATRIZ DE IMPEDANCIAS

El siguiente circuito representa las tres fases de un sistema eléctrico.



Donde Z_a y Z_b son las impedancias propias y mutuas de la línea respectivamente.

Del circuito anterior se deduce que:

$$\begin{aligned}\delta V_a &= V_A - V_a = Z_a I_a + Z_b I_b + Z_b I_c \\ \delta V_b &= V_B - V_b = Z_b I_a + Z_a I_b + Z_b I_c \\ \delta V_c &= V_C - V_c = Z_b I_a + Z_b I_b + Z_a I_c\end{aligned}$$

En forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \delta V_a \\ \delta V_b \\ \delta V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_a & Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_a & Z_b \\ Z_b & Z_b & Z_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Aplicando componentes simétricas a $[\delta V]$ e $[I]$

$$[A] [\delta V_{cs}] = [Z] [A] [I_{cs}]$$

$$[\delta V_{cs}] = [A]^{-1} [Z] [A] [I_{cs}]$$

Donde: $[\delta V_{cs}]$ = vector de caídas de voltaje de componentes simétricas

$[I_{cs}]$ = vector de corrientes de componentes simétricas

Por lo tanto la matriz de componentes simétricas resultante es:

$$[Z_{cs}] = [A]^{-1} [Z] [A]$$

Sustituyendo valores:

$$[Z_{cs}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_a & Z_b & Z_b \\ Z_b & Z_a & Z_b \\ Z_b & Z_b & Z_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix}$$

Multiplicando las matrices y aplicando igualdades

$$[Z_{cs}] = \begin{bmatrix} Z_a + 2Z_b & 0 & 0 \\ 0 & Z_a - Z_b & 0 \\ 0 & 0 & Z_a - Z_b \end{bmatrix}$$

Donde:

$$\begin{aligned} Z_0 &= \text{impedancia de secuencia cero (0)} = Z_a + 2Z_b \\ Z_1 &= \text{impedancia de secuencia positiva (+)} = Z_a - Z_b \\ Z_2 &= \text{impedancia de secuencia negativa (-)} = Z_a - Z_b \end{aligned}$$

Simplificando:

$$[Z_{cs}] = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix}$$

Si:

$$[sV_{cs}] = [Z_{cs}] [I_{cs}]$$

Sustituyendo respectivamente:

$$\begin{bmatrix} sV_0 \\ sV_1 \\ sV_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 & 0 & 0 \\ 0 & Z_1 & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

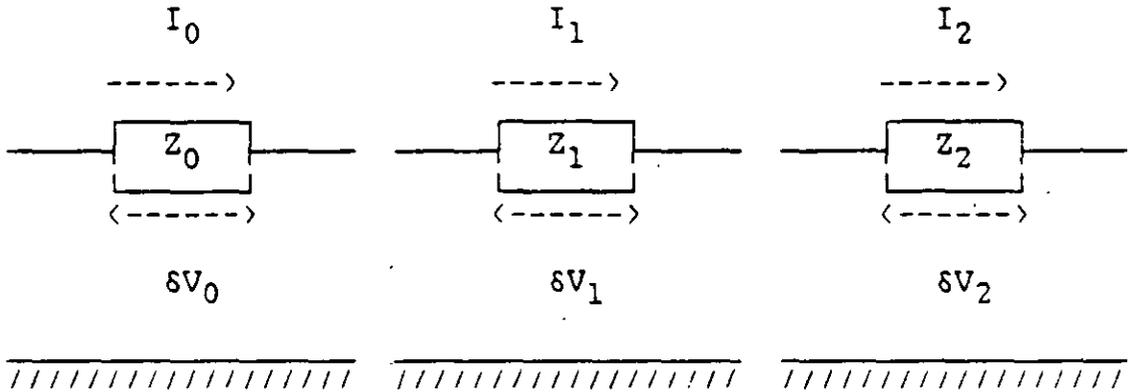
Obteniendo:

$$\delta V_0 = I_0 Z_0$$

$$\delta V_1 = I_1 Z_1$$

$$\delta V_2 = I_2 Z_2$$

Representandose eléctricamente a través de la siguiente figura:



Demostrando finalmente que los sistemas pueden descomponerse en tres redes independientes (secuencia cero, positiva y negativa), cada una con sus respectivos valores de secuencia.

DIAGRAMAS DE SECUENCIA DE UN GENERADOR [1]

En la fig 3 se muestra un generador en vacio conectado a tierra a través de una reactancia. Los sentidos de las corrientes y las redes de secuencia para el generador se muestran en la fig 4.

Por componentes simétricas:

$$I_{a_0} = (I_a + I_b + I_c) \div 3 = I_n \div 3$$

Por lo tanto:

$$I_n = 3 I_{a_0}$$

En la fig 4 se observa que la corriente que pasa por la impedancia Z_n entre el neutro y tierra es:

$$3I_{a_0}$$

y la caída de tensión de secuencia cero, desde el punto "a" hasta tierra es:

$$-3I_{a_0}Z_n - I_{a_0}Z_{g_0}$$

Donde Z_{g_0} es la impedancia de secuencia cero por fase del generador.

La red de secuencia cero, es un circuito monofásico por el que solamente pasa la corriente de secuencia cero de una fase por una impedancia total de secuencia cero:

$$Z_0 = 3Z_n + Z_{g_0}$$

REDES DE SECUENCIA CERO [1]

Las corrientes de secuencia cero de un sistema trifásico funcionan como uno monofásico, debido a que tienen el mismo valor absoluto e igual fase en cualquier punto en todas las fases del sistema. Por consiguiente, las corrientes de secuencia cero circularán solamente si existe una trayectoria de retorno por la cual pueda completarse el circuito.

La fig. 5 ^{p. 29} muestra las redes de secuencia cero para cargas conectadas en estrella y en delta.

Los circuitos equivalentes de secuencia cero de los transformadores trifásicos merecen una atención especial, ya que las diversas combinaciones posibles de los devanados primario y secundario conectados en estrella y delta varían la red de secuencia cero. La teoría de los transformadores hace posible la construcción del circuito equivalente de la red de secuencia cero.

Recordando que por el primario de un transformador no circulará corriente, a menos que circule por el secundario, y despreciando la pequeña corriente de magnetización, la corriente primaria estará determinada por la secundaria y la relación de transformación. Estos principios sirven de base en el análisis de los casos particulares. Se estudiarán cinco posibles conexiones de transformadores de dos devanados, representadas en la fig 6. Las flechas indican las trayectorias de circulación de la corriente de secuencia cero, cuando no exista tal indicación la conexión del transformador no permitirá la circulación de las corrientes de secuencia cero. En la misma figura, para cada conexión se representa el circuito aproximado equivalente de secuencia cero, con resistencia y una trayectoria para la corriente de magnetización omitidas. Las letras P y Q identifican los puntos correspondientes en los diagramas de conexiones y circuitos equivalentes. La justificación respectiva del circuito equivalente para cada conexión es la siguiente:

Caso 1.- Conexión estrella-estrella. Un neutro a tierra. Si uno de los dos neutros de un banco estrella-estrella no está conectado a tierra, la corriente de secuencia cero no puede circular en ninguno de los dos devanados. La ausencia de trayectoria por un devanado impide la corriente en el otro. Para la corriente de secuencia cero existe un circuito abierto entre las dos partes del sistema conectado por el transformador.

Caso 2.- Conexión estrella-estrella. Ambos neutros conectados a tierra. Cuando ambos neutros de un transformador estrella-estrella están conectados a tierra, existe trayectoria en los dos devanados para las corrientes de secuencia cero. Si la corriente de secuencia cero puede seguir un circuito completo fuera del transformador en ambos lados de éste, puede circular en ambos devanados del transformador. En la red de secuencia cero, los puntos de ambos lados del transformador se unen por la impedancia de secuencia cero del transformador.

Caso 3.- Conexión estrella-delta. Estrella conectada a tierra. Si el neutro de un transformador estrella-delta es conectado a tierra, las corrientes de secuencia cero tienen trayectoria a tierra a través de la conexión a tierra de la estrella, ya que las corrientes inducidas correspondientes pueden circular en la conexión en delta. La corriente de secuencia cero, que circula en la delta para equilibrar la corriente de secuencia cero en la estrella, no puede circular en las líneas conectadas a la delta. El circuito equivalente debe proporcionar una trayectoria desde la línea en el lado en estrella, a través de la resistencia equivalente y la reactancia de pérdida del transformador, hasta la barra de referencia. Es preciso que haya un circuito abierto entre la línea y la barra de referencia en el lado de la delta. Si la conexión del neutro a tierra contiene una impedancia Z_n , el circuito equivalente de secuencia cero debe tener una impedancia $3Z_n$ en serie con la resistencia equivalente y la reactancia de pérdida del transformador para conectar la línea en el lado en estrella a tierra.

Caso 4.- Conexión estrella-delta. Sin conexión a tierra. Si la estrella no está conectada a tierra, la impedancia Z_n entre el neutro y tierra es infinita. La impedancia $3Z_n$ en el circuito equivalente del Caso 3 para la impedancia de secuencia cero, se hace infinita. La corriente de secuencia cero no puede circular en los devanados del transformador.

Caso 5.- Conexión delta-delta. Como un circuito delta-delta no proporciona trayectoria de retorno a la corriente de secuencia cero, ~~no puede haber corriente de secuencia cero en un transformador delta-delta, aunque puede circular dentro de los devanados en delta.~~

FALLA TRIFASICA BALANCEADA

La fig 7 representa una falla trifásica balanceada.

De donde se deduce que:

$$I_{af} + I_{bf} + I_{cf} = 0 \quad (\text{falla balanceada})$$

$$V_{af} = V_{bf} = V_{cf} = 0 \quad (\text{fase-tierra})$$

Como el circuito es balanceado:

$$\begin{aligned} I_{bf} &= \alpha^2 I_{af} \\ I_{cf} &= \alpha I_{af} \end{aligned}$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{af} \\ I_{bf} \\ I_{cf} \end{bmatrix}$$

Desarrollando se obtiene:

$$I_{0f} = (I_{af} + I_{bf} + I_{cf}) \div 3 = 0$$

$$\begin{aligned} I_{1f} &= (I_{af} + \alpha I_{bf} + \alpha^2 I_{cf}) \div 3 \\ &= (I_{af} + \alpha^3 I_{af} + \alpha^3 I_{af}) \div 3 = I_{af} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_{2f} &= (I_{af} + \alpha^2 I_{bf} + \alpha I_{cf}) \div 3 \\ &= (I_{af} + \alpha I_{af} + \alpha^2 I_{af}) \div 3 = 0 \end{aligned}$$

Como: $V_{af} = V_{bf} = V_{cf} = 0$

Se cumple que: $V_{0f} = V_{1f} = V_{2f} = 0$

Concluyendose que para una falla trifásica balanceada la única red que interviene es la de secuencia positiva. El circuito equivalente para esta falla se muestra en la fig 8.

FALLA DE LINEA A TIERRA

La fig 9 es una representación de este tipo de falla.

De donde se deduce que:

$$I_{bf} = I_{cf} = 0 \quad (\text{fases no falladas})$$

$$V_{af} = 0 \quad (\text{fase-tierra})$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{af} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Desarrollando se obtiene:

$$I_{0f} = I_{1f} = I_{2f} = I_{af} \div 3 \quad \text{Ec. 7}$$

Aplicando componentes simétricas a los voltajes

$$\begin{bmatrix} 0 \\ V_{bf} \\ V_{cf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{0f} \\ V_{1f} \\ V_{2f} \end{bmatrix}$$

Se obtiene:

$$0 = V_{0f} + V_{1f} + V_{2f} \quad \text{Ec. 8}$$

Para que se cumplan las condiciones planteadas en las ecuaciones 7 y 8 es necesario que los circuitos equivalentes de las secuencias se conecten como lo indica la fig 10.

FALLA DE LINEA A LINEA

La fig 11 es una representación de este tipo de falla

De donde se deduce que:

$$I_{af} = 0$$

$$I_{cf} = - I_{bf}$$

$$V_{bf} = V_{cf}$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ I_{bf} \\ -I_{bf} \end{bmatrix}$$

Desarrollando:

$$I_{0f} = 0$$

$$I_{1f} = (\alpha - \alpha^2) I_{bf} \div 3 = j\sqrt{3} I_{bf} \div 3 = j I_{bf} / \sqrt{3}$$

$$I_{2f} = (\alpha^2 - \alpha) I_{bf} \div 3 = -j\sqrt{3} I_{bf} \div 3 = -j I_{bf} / \sqrt{3}$$

De las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

$$I_{1f} = - I_{2f} \quad \text{Ec. 9}$$

Aplicando componentes simétricas a los voltajes:

$$\begin{bmatrix} V_{0f} \\ V_{1f} \\ V_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{af} \\ V_{bf} \\ V_{bf} \end{bmatrix}$$

Desarrollando:

$$V_{0f} = (V_{af} + V_{bf} + V_{bf}) \div 3 = (V_{af} + 2V_{bf}) \div 3$$

$$V_{1f} = (V_{af} + \alpha V_{bf} + \alpha^2 V_{bf}) \div 3 = (V_{af} - V_{bf}) \div 3$$

$$V_{2f} = (V_{af} + \alpha^2 V_{bf} + \alpha V_{bf}) \div 3 = (V_{af} - V_{bf}) \div 3$$

De las dos ecuaciones anteriores se obtiene:

$$V_{1f} = V_{2f} \quad \text{Ec. 10}$$

Para que se cumplan las condiciones planteadas en las ecuaciones 9 y 10 es necesario que los circuitos equivalentes de las secuencias se conecten como se indica en la fig 12.

FALLA DE DOBLE LINEA A TIERRA

La fig 13 es una representación de este tipo de falla.

De donde se deduce que:

$$I_{af} = 0$$

$$V_{bf} = V_{cf} = 0$$

Aplicando componentes simétricas a las corrientes

$$\begin{bmatrix} 0 \\ I_{bf} \\ I_{cf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{0f} \\ I_{1f} \\ I_{2f} \end{bmatrix}$$

Obteniendo:

$$0 = I_{0f} + I_{1f} + I_{2f} \quad \text{Ec. 11}$$

Aplicando componentes simétricas a los voltajes

$$\begin{bmatrix} V_{0f} \\ V_{1f} \\ V_{2f} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{af} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Obteniendo:

$$V_{0f} = V_{1f} = V_{2f} = V_{af} \div 3 \quad \text{Ec. 12}$$

Para que se cumplan las condiciones planteadas en las ecuaciones 11 y 12, es necesario que los circuitos equivalentes de las secuencias se conecten como se indica en la fig 14.

METODO DE LA NORMA ANSI/IEEE 141-1986

El método consiste básicamente en la aplicación de ciertos factores de multiplicación sobre el cálculo de las corrientes de cortocircuito, mismos que dependen del punto del sistema en el cual se analiza la falla, de la relación X/R de los equivalentes correspondientes del sistema reducido, tiempo en que se inicie la apertura de los contactos primarios del interruptor y uso de la corriente calculada.

La Norma considera la elaboración de tres redes (circuitos equivalentes del sistema eléctrico) para los cálculos de las corrientes de cortocircuito. La diferencia entre cada red es el valor de la impedancia de las máquinas rotatorias, el cual varía en función de la red.

PRIMERA RED

Su finalidad consiste en obtener las corrientes de cortocircuito momentáneas, que circulan durante el primer ciclo después de haber ocurrido la falla, para elaborar esta red deberán tomarse en cuenta los valores subtransitorios de todas las fuentes de corriente que contribuyen al cortocircuito afectadas por los factores indicados en las tablas 24 y 25 de la Norma y los elementos estáticos, considerando los motores menores de 50 HP agrupados en un equivalente.

Las corrientes calculadas con esta red pueden tener diferentes usos:

- a. Para seleccionar capacidades de fusibles.
- b. Para seleccionar capacidades de interruptores.

Para ambos casos se deberán calcular corrientes de cortocircuito simétricas y asimétricas, el factor de asimetría se determina de acuerdo a los siguientes criterios:

- Para fusibles
 - 1.2 si el voltaje es menor a 15 KV y si la relación X/R es menor a 4.
 - 1.55 para los demás casos
(ANSI/IEEE C37.41-1981)
- Para interruptores en baja tensión
(menores o iguales a 1 KV)
El factor varía en función de la relación X/R
(NEMA AB 1-1986)
- Para interruptores en media y alta tensión
(arriba de 1 KV)
1.6 en todos los casos
(ANSI/IEEE C37.010-1979 y C37.5-1979)

SEGUNDA RED

Con esta red se obtiene la corriente interruptiva de cortocircuito que ocurre en el momento en que los contactos del interruptor inician su apertura, los resultados deberán usarse para selección de interruptores en media y alta tensión (arriba de 1 KV).

Durante la elaboración de esta red se deben afectar las impedancias subtransitorias de las máquinas rotatorias por los factores indicados en las tablas 24 y 25 de la Norma.

Con la relación X/R de los circuitos equivalentes interruptivos al punto de falla, se determina el factor de multiplicación utilizando las curvas de las figuras 101, 102, 103 o 104 de la Norma ANSI/IEEE 141-1986. La Norma recomienda usar siempre factores de multiplicación remotos que impondrían las condiciones más severas de falla.

En esta red se desprecian los motores agrupados de capacidades menores de 50 HP.

TERCERA RED

Con esta red se obtienen las corrientes que se requieren para el cálculo de los ajustes de relevadores con retardo de tiempo (mayor a 6 ciclos).

El circuito equivalente de la red que se utiliza, deberá elaborarse considerando únicamente los valores de impedancia transitoria de los generadores e impedancias de los equipos estáticos (cables, transformadores, reactores, etc.), instalados entre ellos y los puntos de falla, despreciando las contribuciones de todos los motores.

El factor de multiplicación para esta red es de 1.0 para todos los casos.

En los ajustes de los relevadores instantaneos se utilizan las corrientes momentáneas de cortocircuito obtenidas en la primera red.

Se recomienda mantener equivalentes separados de reactancias y resistencias para encontrar las relaciones X/R y la impedancia equivalente al punto de falla, sin embargo, para niveles de falla de arriba de 1 KV, la resistencia podrá omitirse al calcular la impedancia equivalente para fallas trifásicas balanceadas.

EJEMPLO

Siguiendo el procedimiento de la Norma IEEE/ANSI 141-1986, se desean calcular fallas trifásicas balanceadas y de línea a tierra en los buses 1 y 2 del diagrama unifilar de la fig. 15, bajo las siguientes consideraciones:

- 1.) Para las fallas trifásicas balanceadas se calcularán las corrientes de las tres redes indicadas en la Norma
- 2.) Para las fallas de línea a tierra se calcularán únicamente las corrientes de la tercera red, debido a que éstas solo se usarán para ajuste de dispositivos de protección.
- 3.) Las impedancias de secuencia (+), (-) y (0) de cada uno de los elementos del sistema son iguales
- 4.) Se utilizarán interruptores de potencia de 5 ciclos con tiempo de apertura de contactos de 3 ciclos

Los datos del ejemplo son los siguientes:

GENERADOR	25 MVA 13.8 KV $X''d = 9 \%$ $X'd = 13.5 \%$ $X/R = 45$
CONTRIBUCION DE CFE	1000 MVAcc 69 KV $X/R = 22$
MOTOR SINCRONO	6000 HP 13.2 KV FP = 0.80 EFIC = 0.9325 720 REV/MIN $X''d = 0.20 \text{ pu}$ $X/R = 30$
MOTOR DE INDUCCION	100 HP 460 V FP = 0.80 EFIC = 0.9325 1800 REV/MIN IRB = 6 pu $X/R = 8$
MOTORES DE INDUCCION AGRUPADOS (MENORES DE 50 HP)	100 HP (suma total) 460 V IRB = 5.9643 pu $X/R = 6.6$

TRANSFORMADOR 1 20 MVA
 69-13.8 KV
 $Z = 7\%$ (dato de placa)
 $X/R = 21$
 $R = 6.6 \Omega$ (Resistencia de puesta a
 tierra)

TRANSFORMADOR 2 1.5 MVA
 -13.8-0.480 KV
 $Z = 5\%$ (dato de placa)
 $X/R = 8$

REACTOR $Z = 0.001 \Omega$ (dato de placa)
 $X/R = 80$

CABLE 1 cond/fase de 500 MCM
 Cobre
 75 °C
 ducto no magnético
 circuito de 25 m
 DMG = 2 pulgadas

Selección de cantidades base:

100 MVA
 69.0 KV para el primario del transformador 1
 13.8 KV para el bus 1
 0.48 KV para el bus 2

Cálculo de impedancias en por unidad (pu):

GENERADOR

primera y segunda red:

$$\begin{aligned}
 X''_d \text{ pu} &= 0.09 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/25 \text{ MVA}) (13.8 \text{ KV}/13.8 \text{ KV})^2 \\
 &= 0.36 \text{ pu}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R''_d \text{ pu} &= 0.36 \text{ pu}/45 \\
 &= 0.008 \text{ pu}
 \end{aligned}$$

tercera red:

$$\begin{aligned}
 X'_d \text{ pu} &= 0.135 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/25 \text{ MVA}) (13.8 \text{ KV}/13.8 \text{ KV})^2 \\
 &= 0.54 \text{ pu}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R'_d \text{ pu} &= 0.54 \text{ pu}/45 \\
 &= 0.012 \text{ pu}
 \end{aligned}$$

CONTRIBUCION DE CFE

las tres redes:

$$Z \text{ pu} = (100 \text{ MVA}/1000 \text{ MVA}) (69 \text{ KV}/69 \text{ KV})^2 \\ = 0.10 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 0.10 \text{ pu} / \sqrt{1 + 22^2} \\ = 0.0045 \text{ pu}$$

$$X \text{ pu} = 0.0045 \text{ pu} \times 22 \\ = 0.0999 \text{ pu}$$

MOTOR SINCRONO

primera red:

$$X \text{ pu} = 0.20 \text{ pu} \left[\frac{100,000 \text{ KVA} \times 0.8 \times 0.9325}{0.746 \times 6,000 \text{ HP}} \right] \left[\frac{13.2 \text{ KV}}{13.8 \text{ KV}} \right]^2 \\ = 3.0498 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 3.0498 \text{ pu}/30 \\ = 0.1017 \text{ pu}$$

segunda red:

$$X \text{ pu} = 1.5 \times 3.0498 \text{ pu} \\ = 4.5747 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 4.5747 \text{ pu}/30 \\ = 0.1525 \text{ pu}$$

MOTOR DE INDUCCION

primera red:

$$X \text{ pu} = \left[\frac{1.2}{6 \text{ pu}} \right] \left[\frac{100,000 \text{ KVA} \times 0.8 \times 0.9325}{0.746 \times 100 \text{ HP}} \right] \left[\frac{0.46 \text{ KV}}{0.48 \text{ KV}} \right]^2 \\ = 183.6806 \text{ pu}$$

$$R \text{ pu} = 183.6806 \text{ pu}/8 \\ = 22.9601 \text{ pu}$$

segunda red:

$$X \text{ pu} = \left[\frac{3.0}{6 \text{ pu}} \right] \left[\frac{100,000 \text{ KVA} \times 0.8 \times 0.9325}{0.746 \times 100 \text{ HP}} \right] \left[\frac{0.46 \text{ KV}}{0.48 \text{ KV}} \right]^2 \\ = 459.2014 \text{ pu}$$

$$\begin{aligned} R \text{ pu} &= 459.2014 \text{ pu}/8 \\ &= 57.4002 \text{ pu} \end{aligned}$$

MOTORES DE INDUCCION AGRUPADOS (MENORES DE 50 HP)

primera red:

$$\begin{aligned} X \text{ pu} &= \left[\begin{array}{c} 1.67 \\ \hline 5.9643 \text{ pu} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 100,000 \text{ KVA} \\ \hline 100 \text{ HP} \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} 0.46 \text{ KV} \\ \hline 0.48 \text{ KV} \end{array} \right]^2 \\ &= 257.1522 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R \text{ pu} &= 257.1522 \text{ pu}/6.6 \\ &= 38.9624 \text{ pu} \end{aligned}$$

TRANSFORMADOR 1

las tres redes:

$$\begin{aligned} Z \text{ pu} &= 0.07 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/20 \text{ MVA}) (69 \text{ KV}/69 \text{ KV})^2 \\ &= 0.35 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R \text{ pu} &= 0.35 \text{ pu} / \sqrt{1 + 21^2} \\ &= 0.0166 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X \text{ pu} &= 0.0166 \text{ pu} \times 21 \\ &= 0.3496 \text{ pu} \end{aligned}$$

TRANSFORMADOR 2

las tres redes:

$$\begin{aligned} Z \text{ pu} &= 0.05 \text{ pu} (100 \text{ MVA}/1.5 \text{ MVA}) (13.8 \text{ KV}/13.8 \text{ KV})^2 \\ &= 3.3333 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R \text{ pu} &= 3.3333 \text{ pu} / \sqrt{1 + 8^2} \\ &= 0.4134 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X \text{ pu} &= 0.4134 \text{ pu} \times 8 \\ &= 3.3076 \text{ pu} \end{aligned}$$

REACTOR

las tres redes:

$$\begin{aligned} Z \text{ pu} &= 0.001 \Omega (100 \text{ MVA}/0.48 \text{ KV})^2 \\ &= 0.434 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R \text{ pu} &= 0.434 \text{ pu} / \sqrt{1 + 80^2} \\ &= 0.0054 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X \text{ pu} &= 0.0054 \text{ pu} \times 80 \\ &= 0.434 \text{ pu} \end{aligned}$$

CABLE

las tres redes:

$$\begin{aligned} X_A &= 0.0839 \Omega/1000 \text{ pies a 1 pie de DMG (tabla N1.3)} \\ R &= 0.0246 \Omega/1000 \text{ pies a } 50^\circ\text{C y } 60 \text{ Hz (tabla N1.3)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_B &= 0.052917 \text{ Log}_{10} (2 \text{ pl}\alpha) - 0.057107 \\ &= -0.0412 \Omega/1000 \text{ pies} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 25\text{m} &= 25\text{m} (1 \text{ pie}/0.3048\text{m}) \\ &= 82.021 \text{ pies} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X \Omega &= (0.0839 - 0.0412) (\Omega/1000 \text{ pies}) 82.021 \text{ pies} \\ &= 0.0035 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X \text{ pu} &= 0.0035 \Omega (100 \text{ MVA}/(13.8 \text{ KV})^2) (1/1)^* (3/3) \\ &= 0.0018 \text{ pu} \end{aligned}$$

* se recomienda usar estos valores cuando el circuito está en ducto no magnético

$$\begin{aligned} R \Omega @ 75^\circ\text{C} &= \left[\frac{0.0246 \Omega}{1000 \text{ pies}} \right] 82.021 \text{ pies} \left[\frac{234.5+75^\circ\text{C}}{234.5+50^\circ\text{C}} \right] \\ &= 0.0022 \Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R \text{ pu} &= 0.0022 \Omega (100 \text{ MVA}/(13.8 \text{ KV})^2) (3/3) \\ &= 0.0012 \text{ pu} \end{aligned}$$

A continuación se muestra una tabla con los valores calculados en por unidad:

CANTIDADES EN POR UNIDAD

ELEMENTO	1a. RED		2a. RED		3a. RED	
	R	Xj	R	Xj	R	Xj
TRANSFOR 1	0.0166	0.3496	0.0166	0.3496	0.0166	0.3496
TRANSFOR 2	0.4134	3.3076	0.4134	3.3076	0.4134	3.3076
REACTOR	0.0054	0.4340	0.0054	0.4340	0.0054	0.4340
CABLE	0.0012	0.0018	0.0012	0.0018	0.0012	0.0018
CFE	0.0045	0.0999	0.0045	0.0999	0.0045	0.0999
GENERADOR	0.0080	0.3600	0.0080	0.3600	0.0120	0.5400
MOT SIN	0.1017	3.0498	0.1525	4.5747	-----	-----
MOT IND	22.9601	182.6306	57.4002	459.2014	-----	-----
MOT AGRU	38.9624	257.1522	-----	-----	-----	-----

FALLA TRIFASICA BALANCEADA

En las figuras 16, 17 y 18 se muestran los diagramas unifilares de reactancias y resistencias para cada una de las redes, respectivamente.

Los equivalentes de Thevenin a los puntos de falla y los resultados de las corrientes de cortocircuito para cada red, se muestran en la siguiente tabla:

FALLA TRIFASICA BALANCEADA

PRIMERA RED

B	Rpu	Xpu	X/R	KV	Zpu	uso	Fm	Icc(KA)	Pcc(MVA)
1	0.0055	0.1873	34.12	13.8	0.1873	I	1.600	35.740	854.270
1	0.0055	0.1873	34.12	13.8	0.1873	F	1.550	34.623	827.574
2	0.4122	3.7902	9.20	0.48	3.8126	I	1.218	38.426	31.947
2	0.4122	3.7902	9.20	0.48	3.8126	F	1.550	48.900	40.655

SEGUNDA RED

B	Rpu	Xpu	X/R	KV	INT	Fm	Icc(KA)	Pcc(MVA)
1	0.0056	0.1915	34.25	13.8	SIM	1.18	25.785	616.330
1	0.0056	0.1915	34.25	13.8	TOT	1.28	27.971	668.562

TERCERA RED

B	Rpu	Xpu	KV	Zpu	Icc(KA)
1	0.0076	0.2453	13.8	0.2453	17.055
2	0.4264	3.9869	0.48	4.0096	29.998

FALLA DE LINEA A TIERRA

Para el cálculo de las corrientes de falla de línea a tierra es necesario obtener el valor en pu de la resistencia de puesta a tierra del TRANSFORMADOR 1:

$$R_{pu} = 5.6 \Omega (100 \text{ MVA} / (13.8 \text{ KV})^2) \\ = 3.4657 \text{ pu}$$

En la fig 19 se muestran los diagramas unifilares de reactancias y resistencias de secuencia cero.

Las resistencias y reactancias equivalentes de secuencias positiva, negativa y cero requeridas para el cálculo son las siguientes:

BUS 1

$$\begin{aligned} \text{Req pu} &= 2 (0.0076 \text{ pu}) + 10.4136 \text{ pu} \\ &= 10.4288 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Xeq pu} &= 2 (0.2453 \text{ pu}) + 0.3496 \text{ pu} \\ &= 0.8402 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zeq pu} &= \sqrt{10.4288^2 + 0.8402^2} \\ &= 10.4626 \text{ pu} \end{aligned}$$

BUS 2

$$\begin{aligned} \text{Req pu} &= 2 (0.4264 \text{ pu}) + 0.4188 \text{ pu} \\ &= 1.2716 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Xeq pu} &= 2 (3.9869 \text{ pu}) + 3.7416 \text{ pu} \\ &= 11.7154 \text{ pu} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Zeq pu} &= \sqrt{1.2716^2 + 11.7154^2} \\ &= 11.7842 \text{ pu} \end{aligned}$$

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para las corrientes de falla:

FALLA DE LINEA A TIERRA

TERCERA RED

BUS	Zeq pu	KV	Icc (A)
1	10.4626	13.8	1,199.62
2	11.7842	0.48	30,620.97

ANEXO 1 CALCULO DE IMPEDANCIAS EN POR UNIDAD

1.- Aportación de cortocircuito del sistema

$$Z_{pu} = (MVAB/MVAcc) (KVcc/KVB)^2$$

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

MVAB	potencia base en MVA
MVAcc	potencia de cortocircuito de la contribucion en MVA
KVcc	voltaje nominal en la falla en KV
KVB	voltaje base en KV
X/R	valor de la relacion X/R

2.- Transformador de dos devanados

$$Z_{pu} = Z_{tpu} (MVAB/MVAT) (KVT/KVB)^2$$

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

Z _{tpu}	impedancia del transformador en pu
MVAB	potencia base en MVA
MVAT	potencia nominal del transformador en MVA
KVB	voltaje base en KV
KVT	voltaje nominal del transformador en KV
X/R	valor de la relacion X/R

para datos tipicos multiplicar la Z_{pu} por 0.925

3.- Motores de induccion

$$X_{pu} = (1/IRB) [(KVAB FP EFIC) / (0.746 HP)] (KVM/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

HP	potencia del motor en HP
EFIC	eficiencia del motor en pu
FP	factor de potencia del motor en pu
IRB	corriente a rotor bloqueado del motor en pu
KVM	voltaje nominal del motor en KV
KVB	voltaje base en KV
KVAB	potencia base en KVA
X/R	valor de la relacion X/R

4.- Motores sincronicos

$$X_{pu} = X''d [(KVAB FP EFIC)/(0.746 HP)] (KVM/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

HP	potencia del motor en HP
EFIC	eficiencia del motor en pu
FP	factor de potencia del motor en pu
X''d	reactancia subtransitoria del motor en pu
KVM	voltaje nominal del motor en KV
KVB	voltaje base en KV
KVAB	potencia base en KVA
X/R	valor de la relacion X/R

5.- Cables

$$XB = 0.052917 \log_{10} D - 0.057107$$

$$X_{pu} = (XA+XB) (FT/1000) (MVAB/KVB^2) (XMG/XNMG) (3/NUC)$$

$$R_{pu} = R (FT/1000) (MVAB/KVB^2) [(K+GD)/(K+GR)] (3/NUC)$$

donde:

XB	factor de corrección por espaciamento en Ω /cond/1000 pies a 60 Hz.
D	espaciamento equivalente en delta del alimentador en pulgadas
XA	reactancia del alimentador a un pie de espaciamento en Ω /cond/1000 pies a 60 Hz.
FT	longitud del alimentador en pies
MVAB	potencia base en MVA
KVB	voltaje base en KV
XMG	reactancia de un circuito trifasico tipico instalado en ducto magnetico en Ω /1000 pies a 60 Hz.
XNMG	reactancia de un circuito trifasico tipico instalado en ducto no magnetico en Ω /1000 pies a 60 Hz.
NUC	cantidad de conductores del alimentador
GR	temperatura en °C a la cual se encuentra la resistencia del alimentador.
GD	temperatura en °C a la cual se desea calcular la resistencia del alimentador.
R	resistencia del alimentador a la temperatura GR en Ω /cond/1000 pies a 60 Hz.
K	variable en función del material del conductor

K = 234.5 para cobre recocido (100% conductividad)

K = 241.5 para cobre estirado duro (79.3% conductividad)

K = 228.1 para aluminio

6.- Reactores limitadores de corriente

$$Z_{pu} = Z\Omega (MVAB/KVB^2)$$

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

Z Ω	impedancia del reactor en Ω
MVAB	potencia base en MVA
KVB	voltaje base en KV
X/R	valor de la relación X/R

para datos típicos multiplicar la Zpu por 0.925

7.- Dato conocido en ohms

$$R_{pu} = R\Omega (MVAB/KVB^2)$$

$$X_{pu} = X\Omega (MVAB/KVB^2)$$

donde:

R Ω	resistencia del elemento en Ω
X Ω	reactancia del elemento en Ω
MVAB	potencia base en MVA
KVB	voltaje base en KV

8.- Generadores

$$X_{pu} = XG (MVAB/MVAG) (KVG/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

XG	reactancia del generador en pu
MVAB	potencia base en MVA
MVAG	potencia nominal del generador en MVA
KVB	voltaje base en KV
KVG	voltaje nominal del generador en KV
X/R	valor de la relación X/R

9.- Motores de inducción agrupados

$$X_{pu} = (1/I_{rb}) (KVAB/EHP) (KVM/KVB)^2$$

$$R_{pu} = X_{pu} / (X/R)$$

donde:

I _{rb}	corriente promedio a rotor bloqueado en pu del motor equivalente del grupo
EHP	potencia total del grupo de motores en HP
KVAB	potencia base en KVA
KVB	voltaje base en KV
KVM	voltaje nominal del grupo de motores en KV
X/R	valor de la relación X/R del grupo de motores

10.- Transformadores de tres devanados

$$ZPS_{pu} = ZPS (MVAB/MVAPS) (KVT/KVB)^2$$

$$ZPT_{pu} = ZPT (MVAB/MVAPT) (KVT/KVB)^2$$

$$ZST_{pu} = ZST (MVAB/MVAST) (KVT/KVB)^2$$

$$ZP_{pu} = (ZPS_{pu} + ZPT_{pu} - ZST_{pu}) \div 2$$

$$ZS_{pu} = (ZPS_{pu} + ZST_{pu} - ZPT_{pu}) \div 2$$

$$ZT_{pu} = (ZPT_{pu} + ZST_{pu} - ZPS_{pu}) \div 2$$

En cada ZP_{pu} , ZS_{pu} y ZT_{pu} habrá que aplicar:

$$R_{pu} = Z_{pu} / \sqrt{1 + (X/R)^2}$$

$$X_{pu} = R_{pu} (X/R)$$

donde:

ZPS	impedancia primario-secundario en pu
ZPT	impedancia primario-terciario en pu
ZST	impedancia secundario-terciario en pu
MVAPS	potencia base de ZPS en MVA
MVAPT	potencia base de ZPT en MVA
MVAST	potencia base de ZST en MVA
KVT	voltaje nominal del transformador en KV (primario, secundario o terciario)
KVB	voltaje base en KV (primario, secundario o terciario)
MVAB	potencia base en MVA
ZP _{pu}	impedancia del primario en pu
ZS _{pu}	impedancia del secundario en pu
ZT _{pu}	impedancia del terciario en pu
X/R	valor de la relación X/R

Cuando se utilizan datos típicos del transformador multiplicar la Z_{pu} por 0.90

11.- Dato conocido en pu

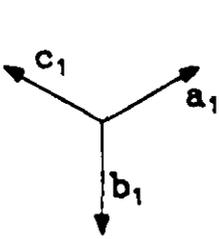
$$R_{pu} = R (MVAB/MVA) (KV/KVB)^2$$

$$X_{pu} = X (MVAB/MVA) (KV/KVB)^2$$

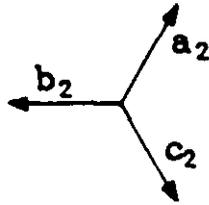
donde:

R	resistencia del elemento en pu @ MVA y KV
X	reactancia del elemento en pu @ MVA y KV
MVA	potencia base anterior en MVA
KV	voltaje base anterior en KV
MVAB	potencia base nueva en MVA
KVB	voltaje base nuevo en KV

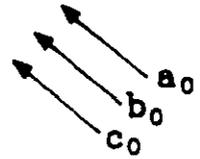
ANEXO 2 FIGURAS Y TABLAS



Componentes de
secuencia positiva



Componentes de
secuencia negativa



Componentes de
secuencia cero

DIAGRAMAS VECTORIALES DE COMPONENTES SIMETRICAS

fig. 1

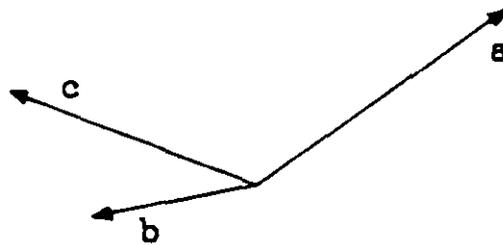


DIAGRAMA VECTORIAL DE UN SISTEMA DESBALANCEADO

fig. 2

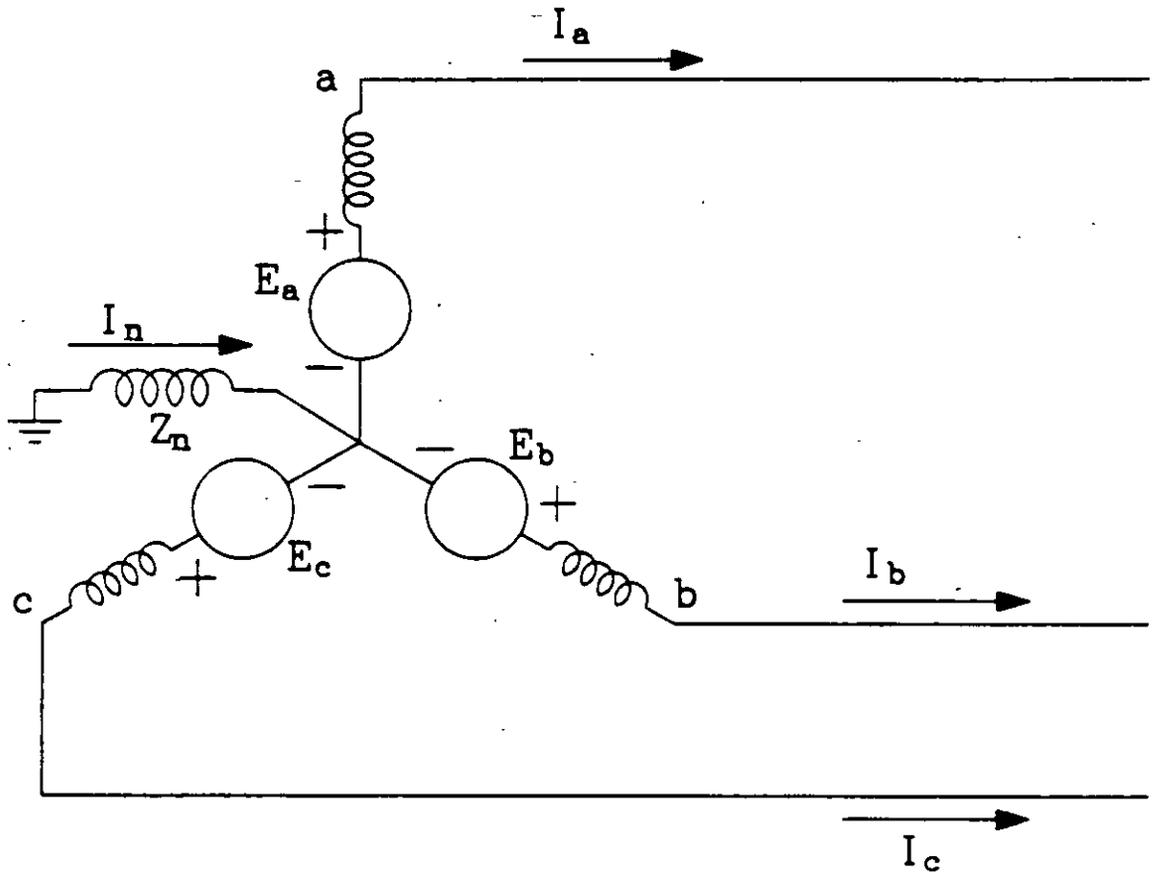
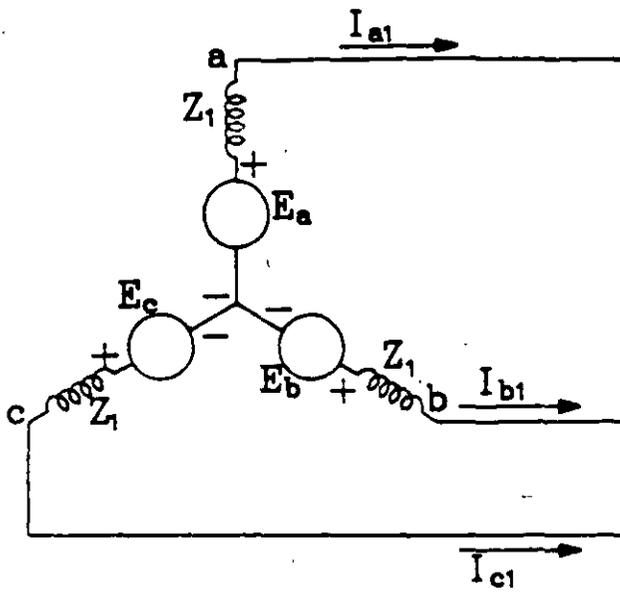
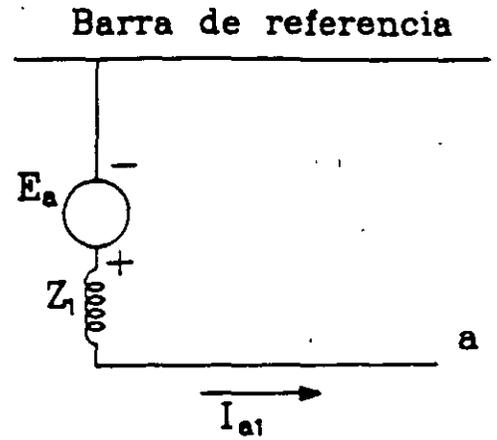


DIAGRAMA DE UN GENERADOR EN VACIO

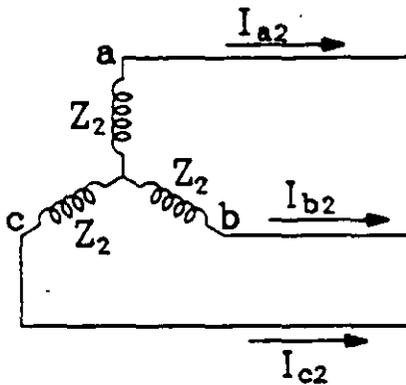
fig. 3



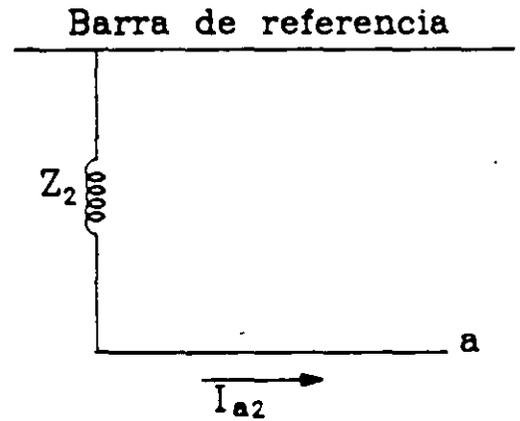
(a) Sentido de las corrientes de secuencia positiva



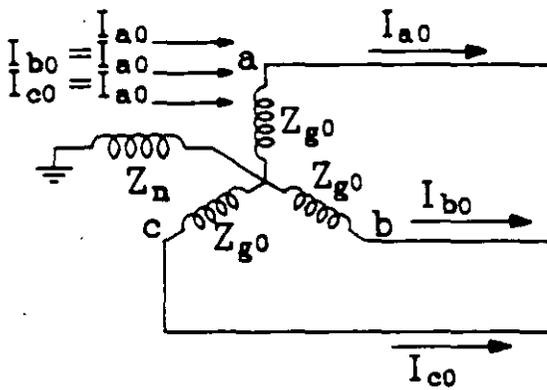
(b) Red de secuencia positiva



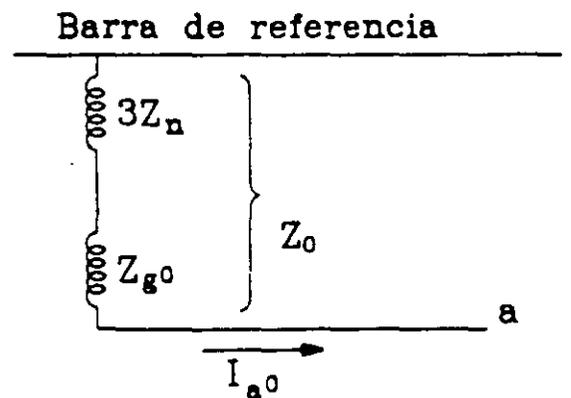
(c) Sentido de las corrientes de secuencia negativa



(d) Red de secuencia negativa

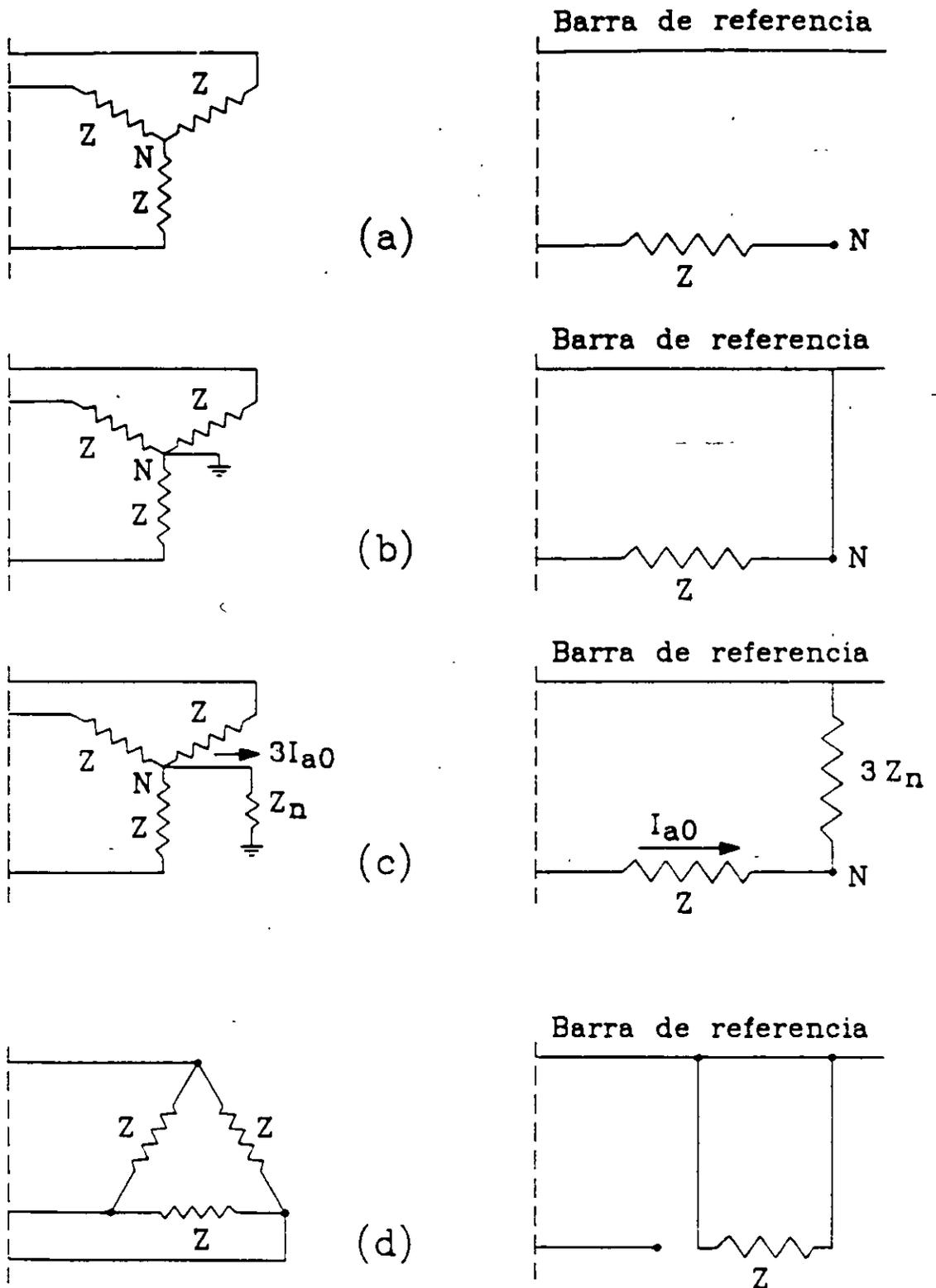


(e) Sentido de las corrientes de secuencia cero



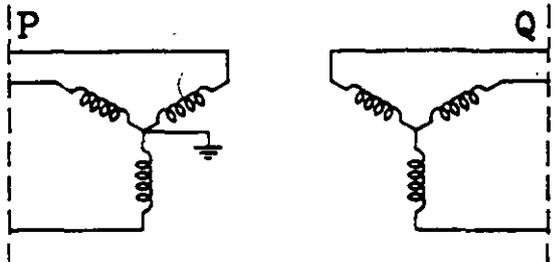
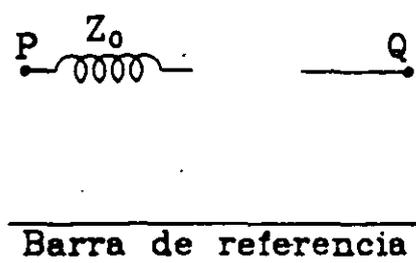
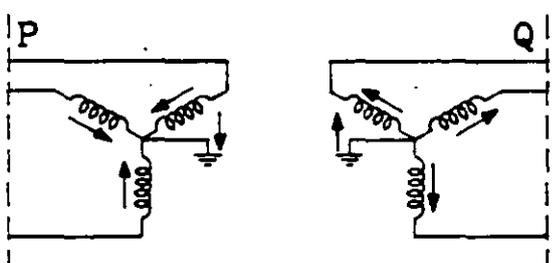
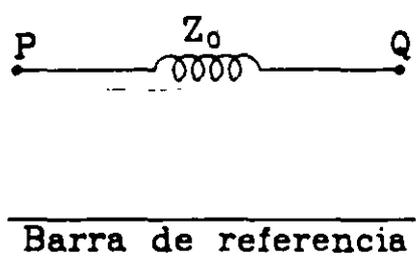
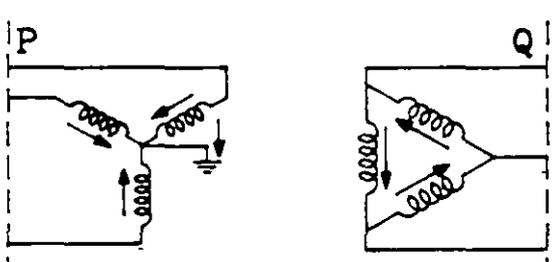
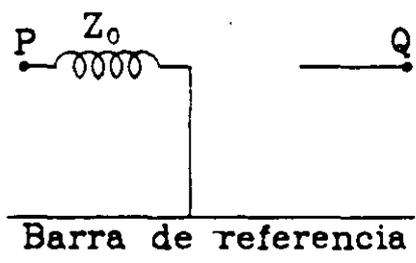
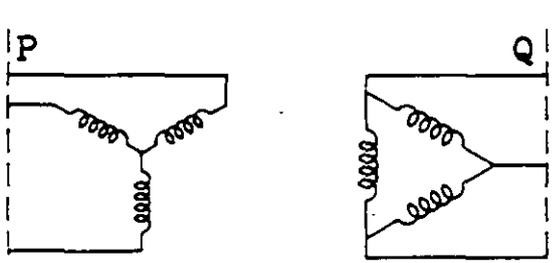
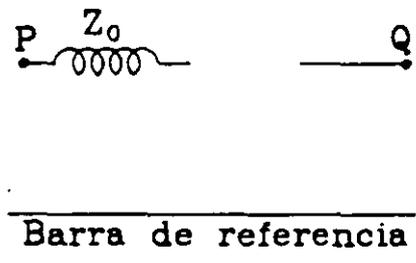
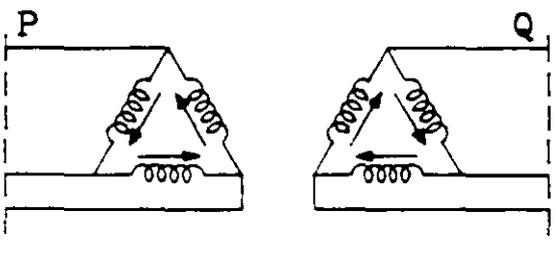
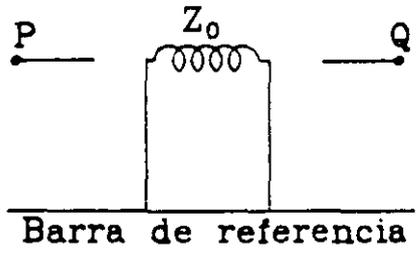
(f) Red de secuencia cero

REDES DE SECUENCIA PARA UN GENERADOR TRIFASICO



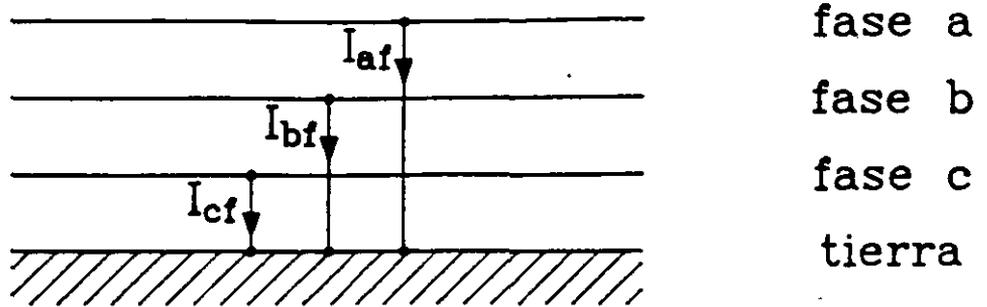
REDES DE SECUENCIA CERO PARA CARGAS
CONECTADAS EN ESTRELLA Y DELTA

fig. 5

ESQUEMAS DE CONEXIONES	CIRCUITOS EQUIVALENTES DE SECUENCIA CERO
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>
	 <p>Barra de referencia</p>

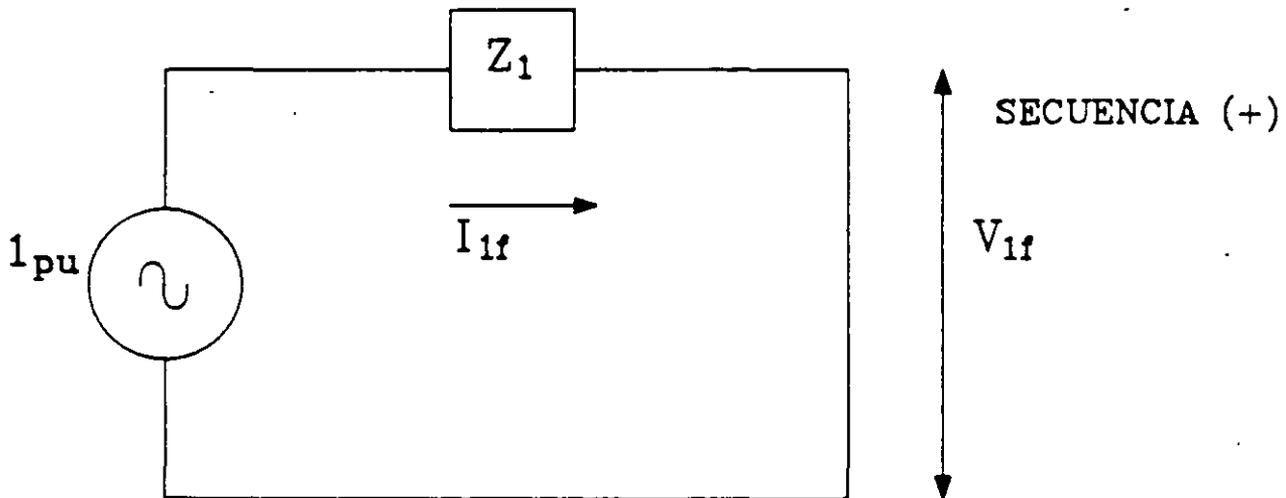
EQUIVALENTES DE SECUENCIA CERO DE TRANSFORMADORES TRIFASICOS

fig. 6



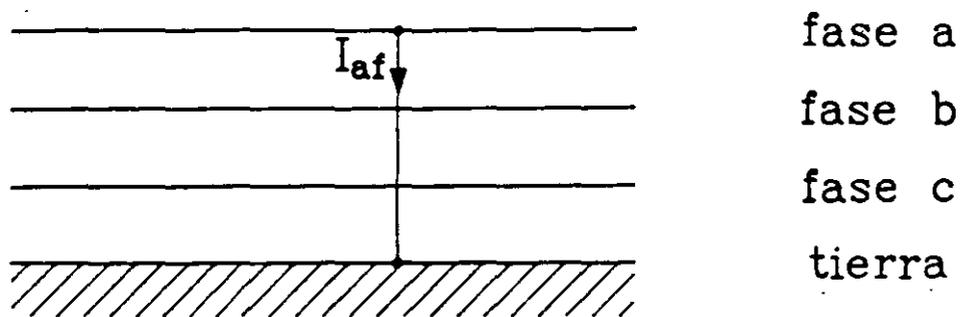
ESQUEMA DE UNA FALLA TRIFASICA BALANCEADA

fig. 7



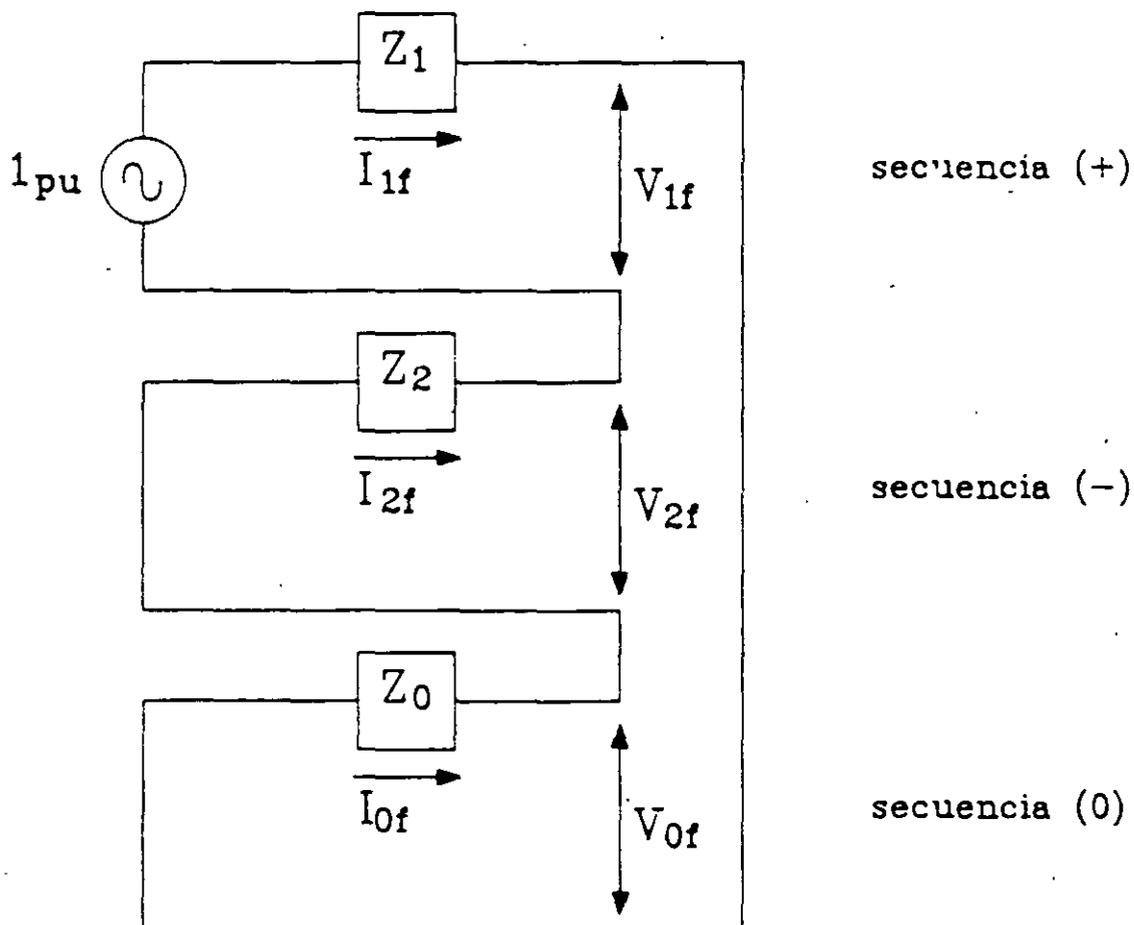
CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA TRIFASICA BALANCEADA

fig. 8



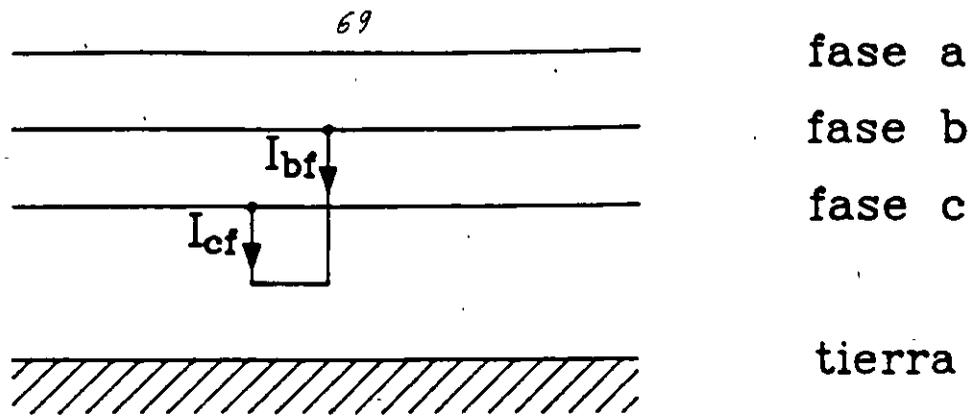
ESQUEMA DE UNA FALLA DE LINEA A TIERRA

fig. 9



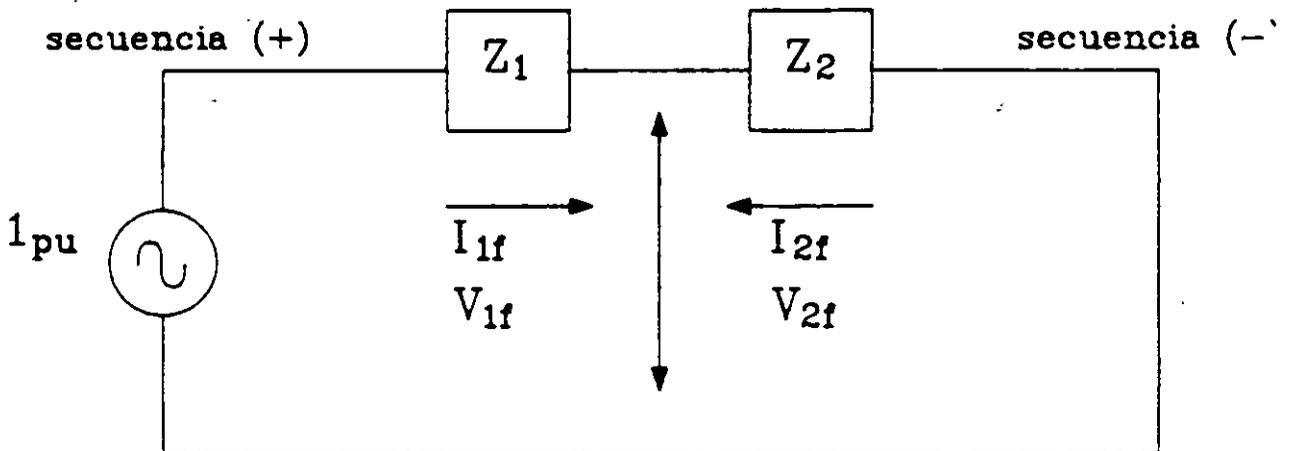
CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA DE LINEA A TIERRA

fig. 10



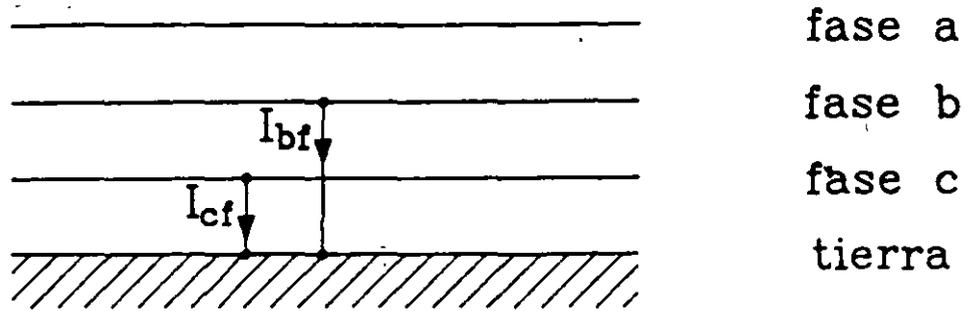
ESQUEMA DE UNA FALLA DE LINEA A LINEA

fig. 11



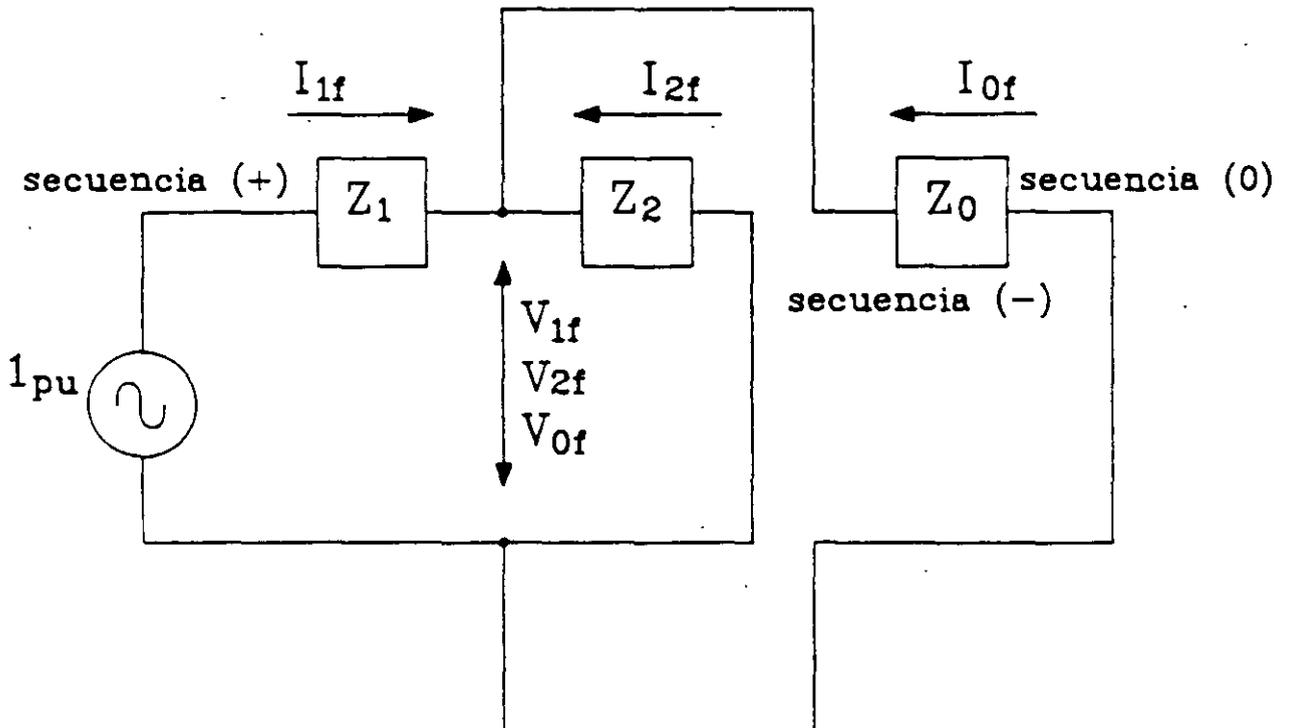
CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA DE LINEA A LINEA

fig. 12



ESQUEMA DE UNA FALLA DE DOBLE LINEA A TIERRA

fig. 13



CIRCUITO EQUIVALENTE PARA UNA FALLA DE DOBLE LINEA A TIERRA

fig. 14

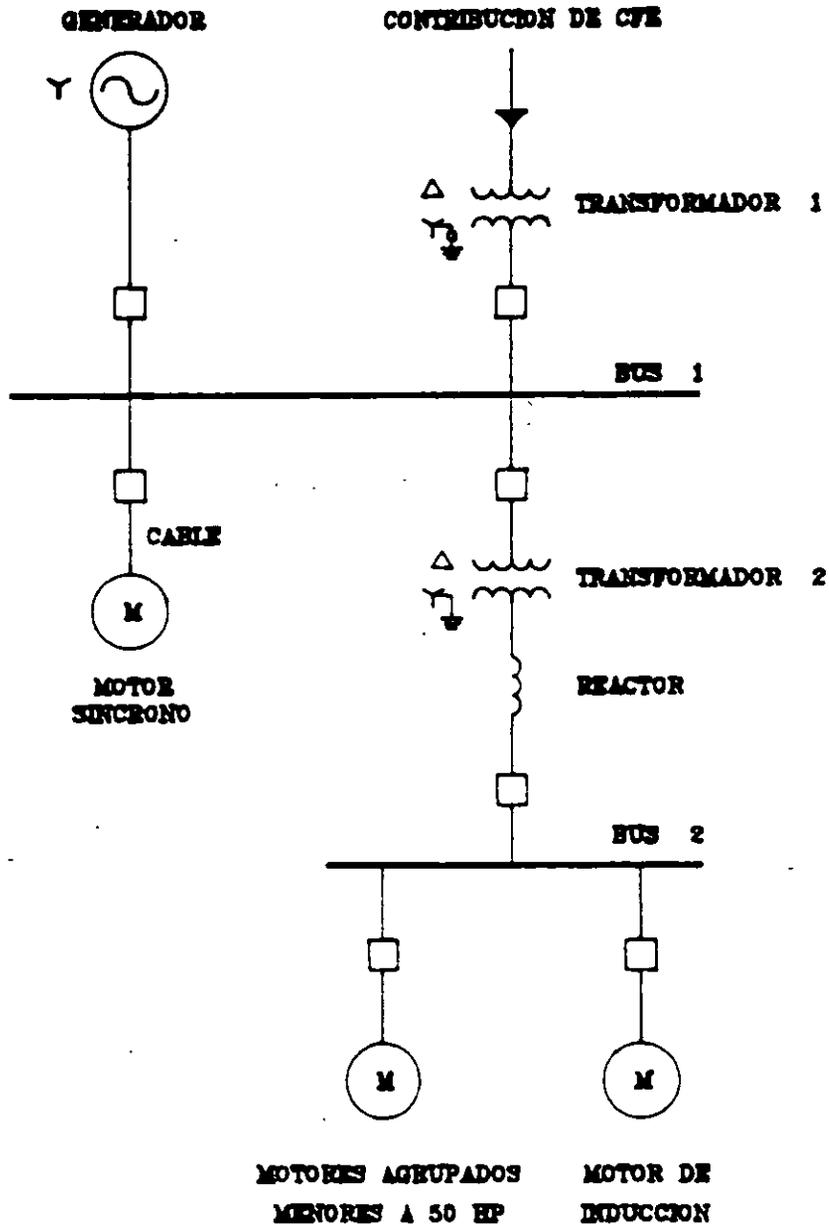
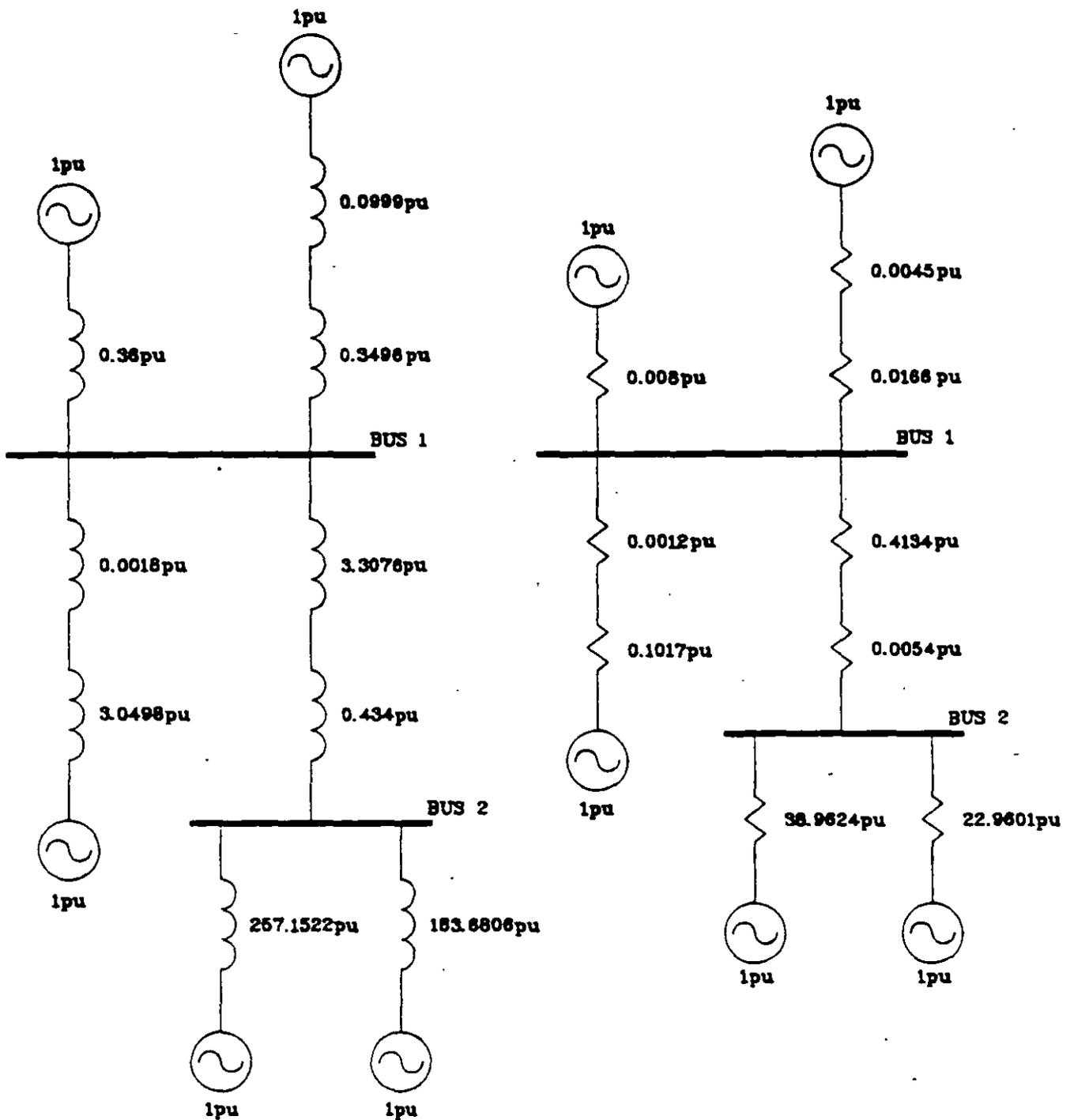
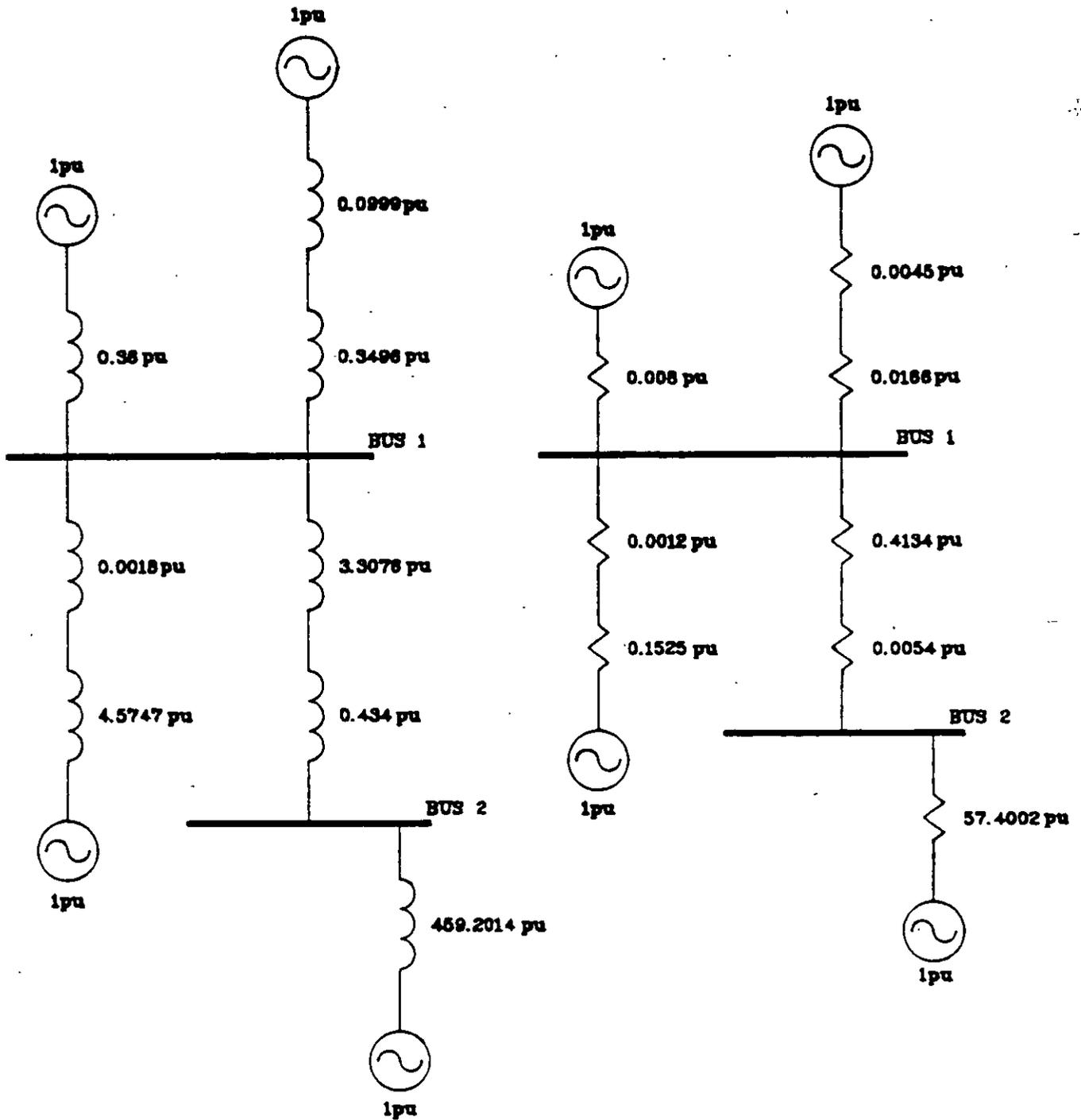


DIAGRAMA UNIFILAR DEL EJEMPLO
fig. 15



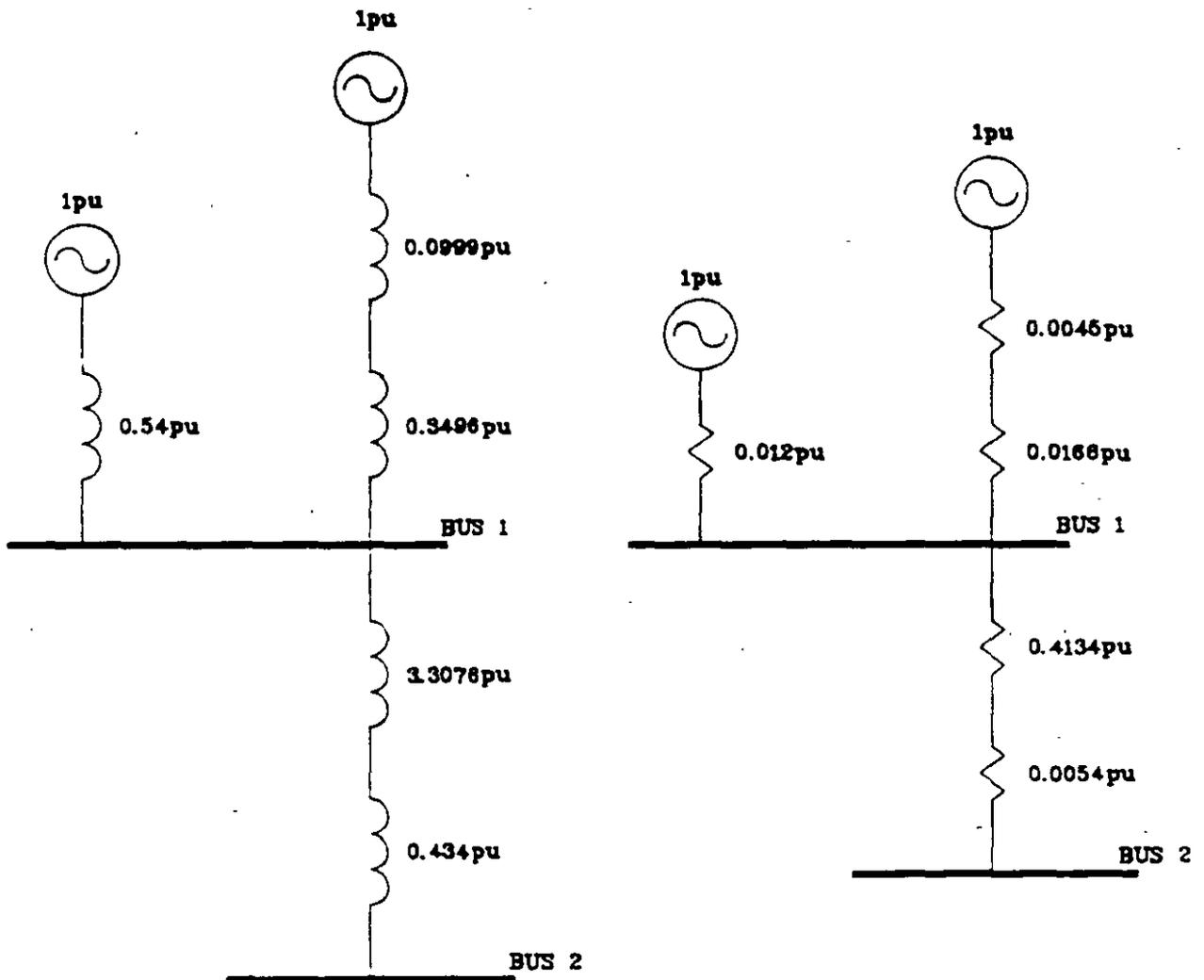
DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA
POSITIVA PARA PRIMERA RED

fig. 16



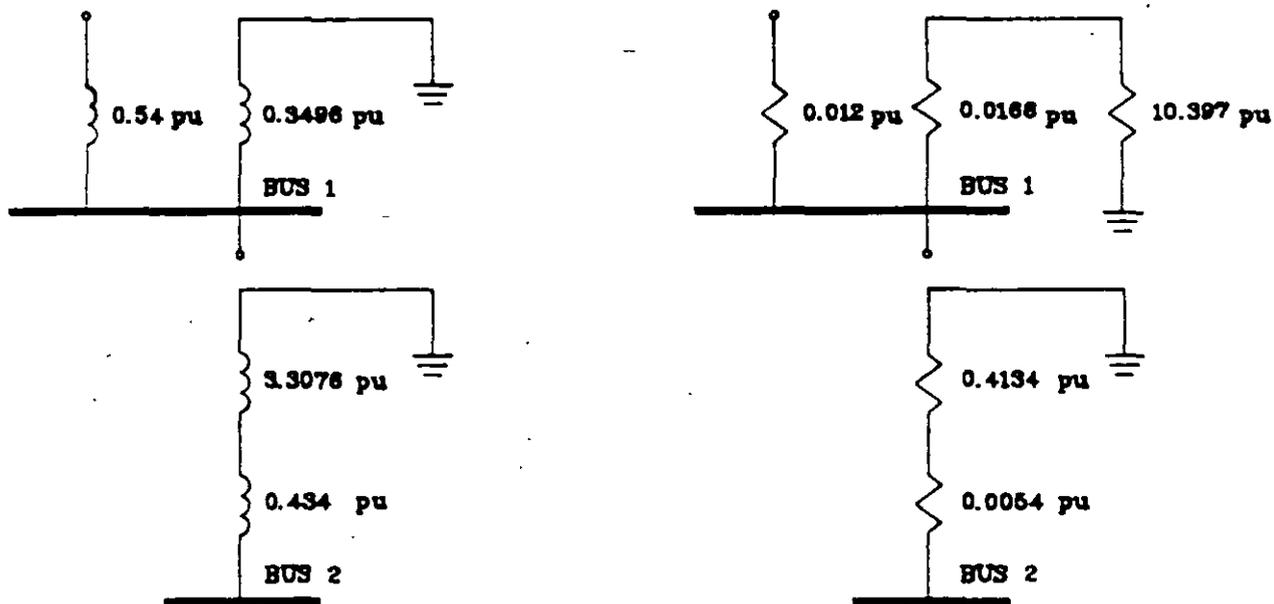
DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA
POSITIVA PARA SEGUNDA RED

fig. 17



DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA
POSITIVA PARA TERCERA RED

fig. 18



DIAGRAMAS DE REACTANCIAS Y RESISTENCIAS DE SECUENCIA
CERO PARA TERCERA RED

fig. 19

Typical System Fault Current

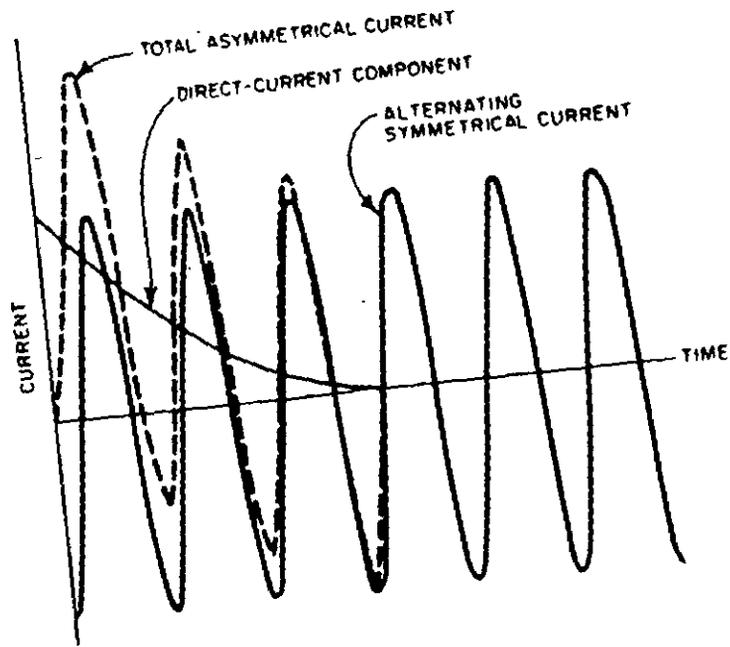


Table 24
Rotating-Machine Reactance (or Impedance) Multipliers

Type of Rotating Machine	First-Cycle Network	Interrupting Network
All turbine generators; all hydrogenerators with amortisseur windings, all condensers	$1.0 X_d'$	$1.0 X_d'$
Hydrogenerators without amortisseur windings	$0.75 X_d'$	$0.75 X_d'$
All synchronous motors	$1.0 X_d'$	$1.5 X_d'$
Induction motors		
Above 1000 hp at 1800 r/min or less	$1.0 X_d'$	$1.5 X_d'$
Above 250 hp at 3600 r/min	$1.0 X_d'$	$1.5 X_d'$
All others, 50 hp and above	$1.2 X_d'$	$3.0 X_d'$
All smaller than 50 hp	Neglect	Neglect

From ANSI/IEEE C37.010-1979 [2] and ANSI/IEEE C37.5-1979 [3].

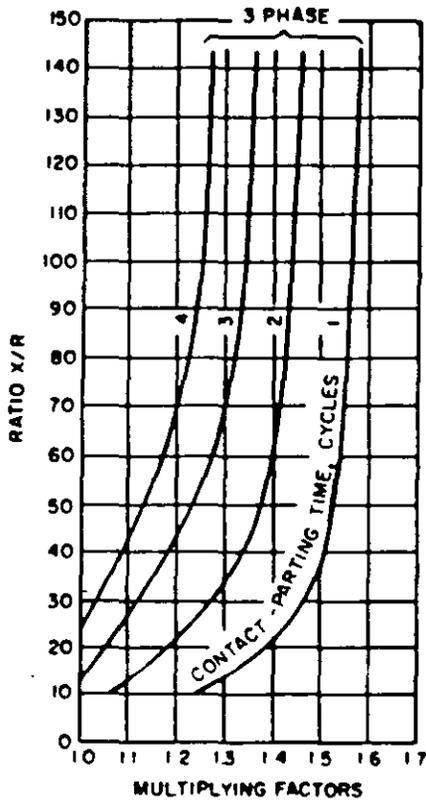
Table 25
Combined Network Rotating Machine Reactance (or Impedance) Multipliers
(Changes to Table 24 for Comprehensive Multivoltage System Calculations)

Type of Rotating Machine	First-Cycle Network	Interrupting Network
Induction Motors		
All others, 50 hp and above	$1.2 X_d'^{*}$	$3.0 X_d'^{\dagger}$
All smaller than 50 hp	$1.67 X_d'^{\ddagger}$	Neglect

* or estimate the first-cycle network $X = 0.20$ per unit based on motor rating

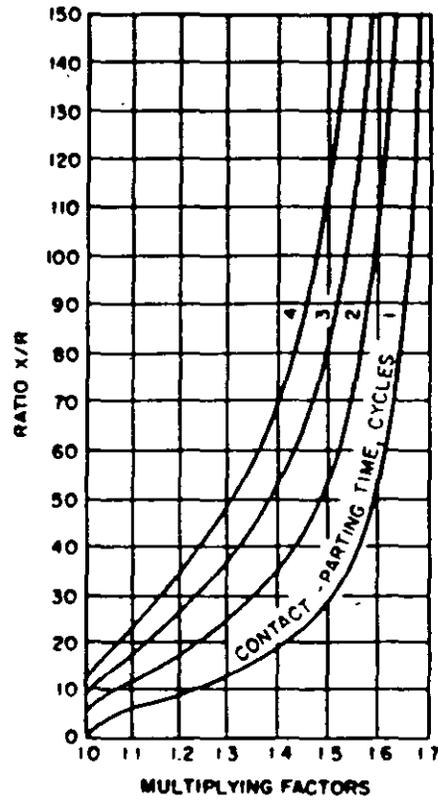
† or estimate the first-cycle network $X = 0.28$ per unit based on motor rating

‡ or estimate the interrupting network $X = 0.50$ per unit based on motor rating



NOTE: Fed predominantly from generators through no more than one transformation or with external reactance in series that is less than 1.5 times generator subtransient reactance (local) (ANSI/IEEE C37.5-1979 [3])

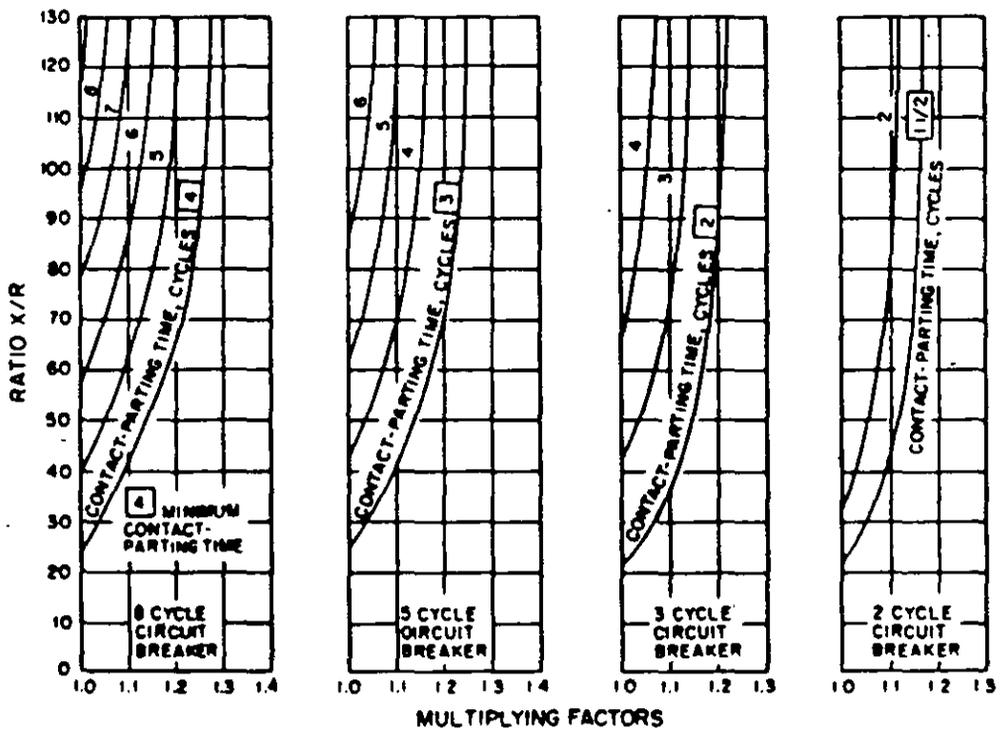
Fig 101
Multiplying Factors (Total Current Rating Basis) for Three-Phase Faults



NOTE: Fed predominantly through two or more transformations or with external reactance in series equal to or above 1.5 times generator subtransient reactance (remote) (ANSI/IEEE C37.5-1979 [3])

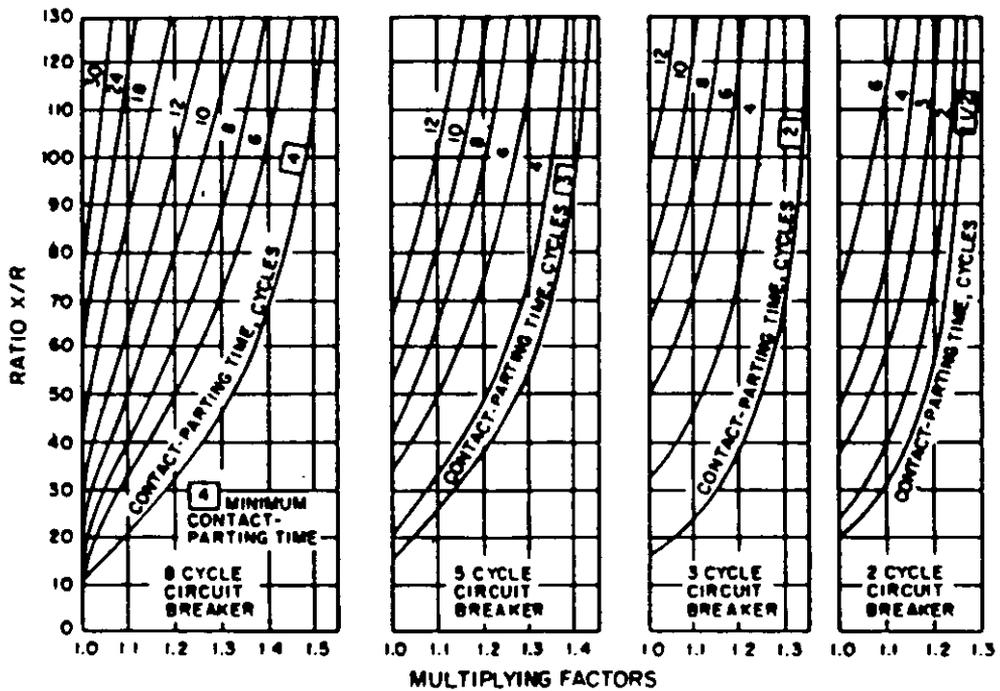
Fig 102
Multiplying Factors (Total Current Rating Basis) for Three-Phase and Line-to-Ground Faults

Fig 103
Multiplying Factors for Three-Phase Faults Fed Predominantly from Generators

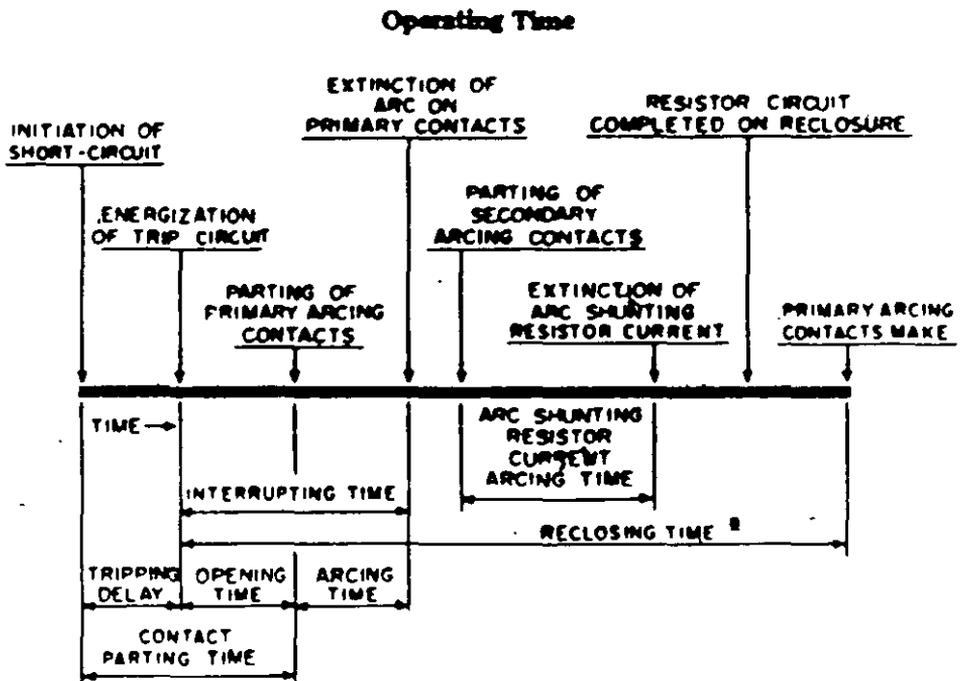


NOTE: Through no more than one transformation or with external reactance in series that is less than 1.5 times generator subtransient reactance (local) (ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

Fig 104
Multiplying Factors for Three-Phase and Line-to-Ground Faults
Fed Predominantly from Generators



NOTE: Through two or more transformations or with external reactance in series that is equal to or above 1.5 times generator subtransient reactance (remote) (ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])



(*) RECLOSING TIME IS THE TIME INTERVAL BETWEEN ENERGIZATION OF THE TRIP CIRCUIT AND MAKING OF THE PRIMARY ARCING CONTACTS WHERE LOW OHMIC RESISTORS ARE USED, MAKING OF THE RESISTOR CONTACT ON RECLOSURE MAY BE MORE SIGNIFICANT

Table N1.1
Typical Reactance Values for Induction and Synchronous
Machines, in Per-Unit of Machine kVA Ratings*

	X_d'	X_d''
Turbine generators†		
2 poles	0.09	0.16
4 poles	0.15	0.23
Salient-pole generators with damper windings†		
12 poles or less	0.16	0.33
14 poles or more	0.21	0.33
Synchronous motors		
6 poles	0.15	0.23
8-14 poles	0.20	0.30
16 poles or more	0.28	0.40
Synchronous condensers†	0.24	0.37
Synchronous converters†		
600 V direct current	0.20	—
250 V direct current	0.33	—
Individual large induction motors, usually above 600 V	0.17	—
Smaller motors, usually 600 V and below	See Tables 24 and 25 in text.	

NOTE: Approximate synchronous motor kVA bases can be found from motor horsepower ratings as follows:

0.8 power factor motor - kVA base = hp rating

1.0 power factor motor - kVA base = 0.8 · hp rating

* Use manufacturer's specified values if available.

† X_d' not normally used in short-circuit calculations.

Table N1.2
Representative Conductor Spacings
for Overhead Lines

Nominal System Voltage (volts)	Equivalent Delta Spacing (inches)
120	12
240	12
480	18
600	18
2400	30
4160	30
6900	36
13 800	42
23 000	48
34 500	54
69 000	96
115 000	204

NOTE:

When the cross section indicates conductors are arranged at points of a triangle with spacings A, B, and C between pairs of conductors, the following formula may be used:

$$\text{equivalent delta spacing} = \sqrt[3]{A \cdot B \cdot C}$$

When the conductors are located in one plane and the outside conductors are equally spaced at distance A from the middle conductor, the equivalent is 1.26 times the distance A:

$$\text{equivalent delta spacing} = \sqrt[3]{A \cdot A \cdot 2A} \\ = 1.26 A$$

Table N1.3
Constants of Copper Conductors for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No.)	Resistance R at 50 °C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft — Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 000 000		0.0130	0.0758
900 000		0.0142	0.0769
800 000		0.0159	0.0782
750 000		0.0168	0.0790
700 000		0.0179	0.0800
600 000		0.0206	0.0818
500 000		0.0246	0.0839
450 000		0.0273	0.0854
400 000		0.0307	0.0867
350 000		0.0348	0.0883
300 000		0.0407	0.0902
250 000		0.0487	0.0922
211 600	4/0	0.0574	0.0953
167 800	3/0	0.0724	0.0981
133 100	2/0	0.0911	0.101
108 500	1/0	0.115	0.103
83 690	1	0.145	0.106
66 370	2	0.181	0.108
52 630	3	0.227	0.111
41 740	4	0.288	0.113
33 100	5	0.362	0.116
26 250	6	0.453	0.121
20 800	7	0.570	0.123
16 510	8	0.720	0.126

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

* Use spacing factors of X_B of Tables N1.5 and N1.6 for other spacings.

Table N1.4
Constants of Aluminum Cable, Steel Reinforced (ACSR),
for 1 ft Symmetrical Spacing*

Size of Conductor (cmil)	(AWG No)	Resistance R at 50 °C, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)	Reactance X_A at 1 ft Spacing, 60 Hz (Ω /conductor/1000 ft)
1 590 000		0.0129	0.0679
1 431 000		0.0144	0.0692
1 272 000		0.0161	0.0704
1 192 500		0.0171	0.0712
1 113 000		0.0183	0.0719
954 000		0.0213	0.0738
795 000		0.0243	0.0744
715 500		0.0273	0.0756
636 000		0.0307	0.0768
556 500		0.0352	0.0786
477 000		0.0371	0.0802
397 500		0.0446	0.0824
336 400		0.0526	0.0843
266 800		0.0662	0.0945
	4/0	0.0836	0.1099
	3/0	0.1052	0.1175
	2/0	0.1330	0.1212
	1/0	0.1674	0.1242
	1	0.2120	0.1259
	2	0.2670	0.1215
	3	0.3370	0.1251
	4	0.4240	0.1240
	5	0.5340	0.1259
	6	0.6740	0.1273

NOTE: For a three-phase circuit the total impedance, line to neutral, is

$$Z = R + j(X_A + X_B)$$

* Use spacing factors of X_B of Tables N1.5 and N1.6 for other spacings.

Table N1.5
60 Hz Reactance Spacing Factor X_p , in Ohms per Conductor per 1000 ft

(feet)	Separation (inches)											
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	—	-0.0571	-0.0412	-0.0319	-0.0252	-0.0201	-0.0159	-0.0124	-0.0093	-0.0066	-0.0042	-0.0020
1	—	0.0018	0.0035	0.0051	0.0061	0.0080	0.0093	0.0106	0.0117	0.0129	0.0139	0.0149
2	0.0159	0.0169	0.0178	0.0186	0.0195	0.0203	0.0211	0.0218	0.0255	0.0232	0.0239	0.0246
3	0.0252	0.0259	0.0266	0.0271	0.0277	0.0282	0.0288	0.0293	0.0299	0.0304	0.0309	0.0314
4	0.0319	0.0323	0.0328	0.0333	0.0337	0.0341	0.0346	0.0350	0.0354	0.0358	0.0362	0.0366
5	0.0370	0.0374	0.0377	0.0381	0.0385	0.0388	0.0392	0.0396	0.0399	0.0402	0.0405	0.0409
6	0.0412	0.0415	0.0418	0.0421	0.0424	0.0427	0.0430	0.0433	0.0436	0.0439	0.0442	0.0445
7	0.0447	0.0450	0.0453	0.0455	0.0458	0.0460	0.0463	0.0466	0.0468	0.0471	0.0473	0.0476
8	0.0478											

Table N1.6
60 Hz Reactance Spacing Factor X_B , in Ohms per Conductor per 1000 ft

(inches)	Separation (quarter inches)			
	0	1/4	2/4	3/4
0	—	—	-0.072 9	-0.068 6
1	-0.0571	-0.061 9	-0.047 7	-0.044 3
2	-0.0412	-0.038 4	-0.036 9	-0.033 9
3	-0.0319	-0.030 1	-0.028 2	-0.026 7
4	-0.0252	-0.023 8	-0.022 5	-0.021 2
5	-0.0201	-0.017 95	-0.017 95	-0.016 84
6	-0.0159	-0.014 94	-0.013 99	-0.013 23
7	-0.0124	-0.011 52	-0.010 78	-0.010 02
8	-0.0093	-0.008 52	-0.007 94	-0.007 19
9	-0.0066	-0.006 05	-0.005 29	-0.004 74
10	-0.0042	—	—	—
11	-0.0020	—	—	—
12	—	—	—	—

Table N1.7
60 Hz Reactance of Typical Three-Phase Cable Circuits, in Ohms per 1000 ft

Cable Size	System Voltage				
	600 V	2400 V	4160 V	6900 V	13 800 V
4 to 1					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0520	0.0620	0.0618	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0381	0.0384	0.0384	0.0622	0.0526
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0310	0.0335	0.0335	0.0453	0.0457
1/0 to 4/0					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0490	0.0550	0.0550	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0360	0.0346	0.0346	0.0448	0.0452
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0290	0.0300	0.0300	0.0386	0.0390
250-750 kcmil					
3 single-conductor cables in magnetic conduit	0.0450	0.0500	0.0500	—	—
1 three-conductor cable in magnetic conduit	0.0325	0.0310	0.0310	0.0378	0.0381
1 three-conductor cable in nonmagnetic duct	0.0270	0.0275	0.0275	0.0332	0.0337

NOTE: These values may also be used for magnetic and nonmagnetic armored cables.

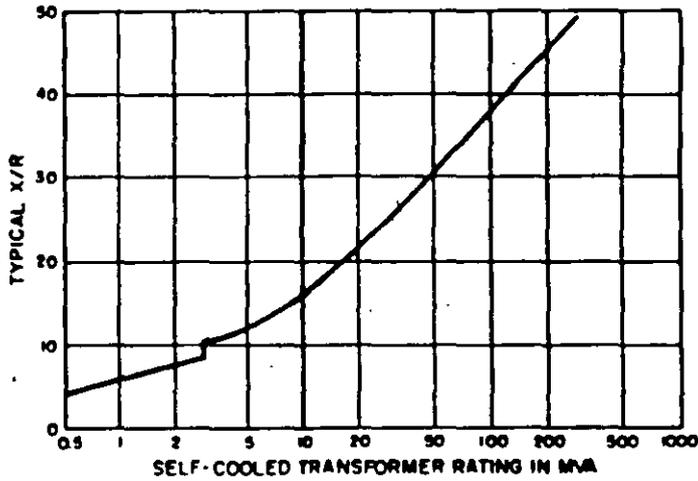


Fig N1.1
X/R Ratio of Transformers (Based on ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

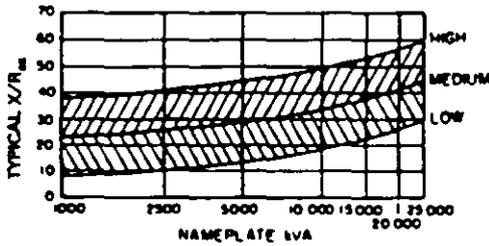


Fig N1.2
X/R Range for Small Generators and Synchronous Motors (Solid Rotor and Salient Pole)
 (From ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

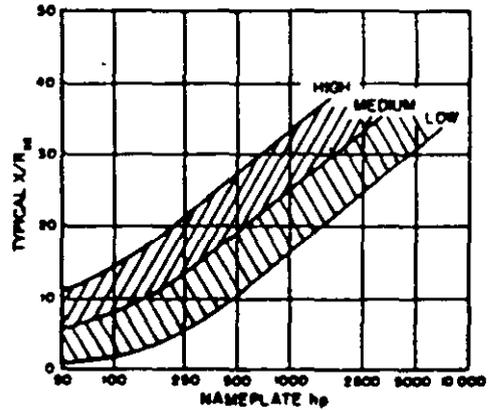


Fig N1.3
X/R Range for Three-Phase Induction Motors
 (From ANSI/IEEE C37.010-1979 [2])

Table 71
Copper-Cable Impedance Data, in Ohms per 1000 ft at 75 °C*

(a) Three Single Conductors

AWG or kcmil	In Magnetic Duct						In Nonmagnetic Duct					
	600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
8	0.811	0.0754	0.814	0.811	0.0860	0.816	0.811	0.0603	0.813	0.811	0.0688	0.814
8 (solid)	0.786	0.0754	0.790	0.786	0.0860	0.791	0.786	0.0603	0.786	0.786	0.0688	0.789
6	0.610	0.0685	0.515	0.510	0.0796	0.516	0.510	0.0548	0.513	0.510	0.0636	0.514
6 (solid)	0.496	0.0685	0.501	0.496	0.0796	0.502	0.496	0.0548	0.499	0.496	0.0636	0.500
4	0.321	0.0632	0.327	0.321	0.0742	0.329	0.321	0.0506	0.325	0.321	0.0594	0.326
4 (solid)	0.312	0.0632	0.318	0.312	0.0742	0.321	0.312	0.0506	0.318	0.312	0.0594	0.318
2	0.202	0.0585	0.210	0.202	0.0685	0.214	0.202	0.0467	0.207	0.202	0.0547	0.209
1	0.160	0.0570	0.170	0.160	0.0675	0.174	0.160	0.0456	0.166	0.160	0.0540	0.169
1/0	0.128	0.0540	0.139	0.128	0.0635	0.143	0.127	0.0432	0.134	0.128	0.0507	0.138
2/0	0.102	0.0533	0.115	0.103	0.0630	0.121	0.101	0.0426	0.110	0.102	0.0504	0.114
3/0	0.0805	0.0519	0.0958	0.0814	0.0605	0.101	0.0766	0.0415	0.0871	0.0805	0.0484	0.0939
4/0	0.0640	0.0497	0.0810	0.0650	0.0583	0.0929	0.0633	0.0398	0.0748	0.0640	0.0466	0.0792
250	0.0552	0.0495	0.0742	0.0557	0.0570	0.0797	0.0541	0.0396	0.0670	0.0547	0.0456	0.0712
300	0.0464	0.0493	0.0677	0.0473	0.0564	0.0736	0.0451	0.0394	0.0599	0.0460	0.0451	0.0644
350	0.0378	0.0491	0.0617	0.0386	0.0562	0.0681	0.0368	0.0393	0.0536	0.0375	0.0450	0.0586
400	0.0356	0.0490	0.0606	0.0362	0.0548	0.0657	0.0342	0.0392	0.0520	0.0348	0.0438	0.0559
450	0.0322	0.0480	0.0578	0.0328	0.0538	0.0630	0.0304	0.0384	0.0490	0.0312	0.0430	0.0531
500	0.0294	0.0466	0.0551	0.0300	0.0526	0.0505	0.0276	0.0373	0.0464	0.0284	0.0421	0.0508
600	0.0257	0.0463	0.0530	0.0264	0.0516	0.0580	0.0237	0.0371	0.0440	0.0246	0.0412	0.0479
750	0.0216	0.0445	0.0495	0.0223	0.0497	0.0545	0.0194	0.0356	0.0405	0.0203	0.0396	0.0445

*Resistance values (R_L) at lower copper temperatures (T_L) are obtained by using the formula $R_L = \frac{R_{75}(234.5 + T_L)}{309.5}$

Table 71 (Continued)
Copper-Cable Impedance Data, in Ohms per 1000 ft at 75 °C*

(b) Three-Conductor Cable

AWG or kcmil	In Magnetic Duct and Steel Interlocked Armor						In Nonmagnetic Duct and Aluminum Interlocked Armor					
	600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
8	0.811	0.0577	0.813	0.811	0.0658	0.814	0.811	0.0503	0.812	0.811	0.0574	0.813
8 (solid)	0.786	0.0577	0.788	0.786	0.0658	0.789	0.786	0.0503	0.787	0.786	0.0574	0.788
6	0.510	0.0525	0.513	0.510	0.0610	0.514	0.510	0.0457	0.512	0.510	0.0531	0.513
6 (solid)	0.496	0.0525	0.499	0.496	0.0610	0.500	0.496	0.0457	0.498	0.496	0.0531	0.499
4	0.321	0.0483	0.325	0.321	0.0568	0.326	0.321	0.0422	0.324	0.321	0.0495	0.325
4 (solid)	0.312	0.0483	0.316	0.312	0.0508	0.317	0.312	0.0422	0.315	0.312	0.0495	0.316
2	0.202	0.0448	0.207	0.202	0.0524	0.209	0.202	0.0390	0.206	0.202	0.0457	0.207
1	0.160	0.0436	0.166	0.160	0.0516	0.168	0.160	0.0380	0.164	0.160	0.0450	0.166
1/0	0.128	0.0414	0.135	0.128	0.0486	0.137	0.127	0.0360	0.132	0.128	0.0423	0.135
2/0	0.102	0.0407	0.110	0.103	0.0482	0.114	0.101	0.0355	0.107	0.102	0.0420	0.110
3/0	0.0805	0.0397	0.0898	0.0814	0.0463	0.0936	0.0766	0.0346	0.0841	0.0805	0.0403	0.090
4/0	0.0640	0.0381	0.0745	0.0650	0.0446	0.0788	0.0633	0.0332	0.0715	0.0640	0.0389	0.0749
250	0.0552	0.0378	0.0670	0.0557	0.0436	0.0707	0.0541	0.0330	0.0634	0.0547	0.0380	0.0666
300	0.0464	0.0377	0.0598	0.0473	0.0431	0.0640	0.0451	0.0329	0.0559	0.0460	0.0378	0.0596
350	0.0378	0.0373	0.0539	0.0386	0.0427	0.0576	0.0368	0.0328	0.0492	0.0375	0.0375	0.0530
400	0.0356	0.0371	0.0514	0.0362	0.0415	0.0551	0.0342	0.0327	0.0475	0.0348	0.0366	0.0505
450	0.0322	0.0361	0.0484	0.0328	0.0404	0.0520	0.0304	0.0320	0.0441	0.0312	0.0359	0.0478
500	0.0294	0.0349	0.0456	0.0300	0.0394	0.0495	0.0276	0.0311	0.0416	0.0284	0.0351	0.0453
600	0.0257	0.0343	0.0429	0.0264	0.0382	0.0464	0.0237	0.0309	0.0389	0.0246	0.0344	0.0422
750	0.0216	0.0328	0.0391	0.0223	0.0364	0.0427	0.0197	0.0297	0.0355	0.0203	0.0332	0.0389

NOTE: Resistance based on tinned copper at 60 Hz. 600 V and 5 kV nonshielded cable based on varnished cambric insulation. 5 kV shielded and 15 kV cable based on neoprene insulation.

*Resistance values (R_L) at lower copper temperatures (T_L) are obtained by using the formula $R_L = \frac{R_{75}(234.5 + T_L)}{309.5}$

Table 72
Aluminum-Cable Impedance Data, in Approximate Ohms per 1000 ft at 90 °C*
(Cross-Linked Polyethylene Insulated Cable)

(a) Three Single Conductors

AWG or kcmil	In Magnetic Duct						In Nonmagnetic Duct					
	600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
6	0.847	0.053	0.849	—	—	—	0.847	0.042	0.848	—	—	—
4	0.532	0.050	0.534	0.532	0.068	0.536	0.532	0.040	0.534	0.532	0.054	0.535
2	0.335	0.046	0.338	0.335	0.063	0.341	0.335	0.037	0.337	0.335	0.050	0.339
1	0.265	0.048	0.269	0.265	0.059	0.271	0.265	0.035	0.267	0.265	0.047	0.269
1/0	0.210	0.043	0.214	0.210	0.056	0.217	0.210	0.034	0.213	0.210	0.048	0.218
2/0	0.167	0.041	0.172	0.167	0.055	0.176	0.167	0.033	0.170	0.167	0.044	0.173
3/0	0.133	0.040	0.139	0.132	0.053	0.142	0.133	0.037	0.137	0.132	0.042	0.139
4/0	0.106	0.039	0.113	0.105	0.051	0.117	0.105	0.031	0.109	0.105	0.041	0.113
250	0.0896	0.0384	0.0975	0.0892	0.0495	0.102	0.0894	0.0307	0.0945	0.0891	0.0396	0.0975
300	0.0750	0.0375	0.0839	0.0746	0.0479	0.0887	0.0746	0.0300	0.0804	0.0744	0.0383	0.0837
350	0.0644	0.0369	0.0742	0.0640	0.0468	0.0793	0.0640	0.0245	0.0705	0.0638	0.0374	0.0740
400	0.0568	0.0364	0.0675	0.0563	0.0459	0.0726	0.0563	0.0291	0.0634	0.0560	0.0367	0.0700
500	0.0459	0.0355	0.0580	0.0453	0.0444	0.0634	0.0453	0.0284	0.0535	0.0450	0.0355	0.0573
600	0.0388	0.0359	0.0529	0.0381	0.0431	0.0575	0.0381	0.0287	0.0477	0.0377	0.0345	0.0511
700	0.0338	0.0350	0.0487	0.0332	0.0423	0.0538	0.0330	0.0280	0.0433	0.0326	0.0338	0.0470
750	0.0318	0.0341	0.0466	0.0310	0.0419	0.0521	0.0309	0.0273	0.0412	0.0304	0.0335	0.0452
1000	0.0252	0.0341	0.0424	0.0243	0.0414	0.0480	0.0239	0.0273	0.0383	0.0234	0.0331	0.0405

*Resistance values (R_L) at lower aluminum temperatures (T_L) are obtained by the formula $R_L = \frac{R_{90}(228.1 + T_L)}{318.1}$

Table 72 (Continued)
Aluminum-Cable Impedance Data, in Approximate Ohms per 1000 ft at 90 °C*
(Cross-Linked Polyethylene Insulated Cable)

(b) Three-Conductor Cable

AWG or kcmil	In Magnetic Duct						In Nonmagnetic Duct					
	600 V and 5kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV			600 V and 5 kV Nonshielded			5 kV Shielded and 15 kV		
	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z	R	X	Z
6	0.847	0.053	0.849	—	—	—	0.847	0.042	0.848	—	—	—
4	0.532	0.050	0.534	—	—	—	0.532	0.040	0.534	—	—	—
2	0.335	0.046	0.338	0.335	0.056	0.340	0.335	0.037	0.337	0.335	0.045	0.338
1	0.265	0.048	0.269	0.265	0.053	0.270	0.265	0.035	0.267	0.265	0.042	0.268
1/0	0.210	0.043	0.214	0.210	0.050	0.216	0.210	0.034	0.213	0.210	0.040	0.214
2/0	0.167	0.041	0.172	0.167	0.049	0.174	0.167	0.033	0.170	0.167	0.039	0.171
3/0	0.133	0.040	0.139	0.133	0.048	0.141	0.133	0.037	0.137	0.133	0.038	0.138
4/0	0.106	0.039	0.113	0.105	0.045	0.114	0.105	0.031	0.109	0.105	0.038	0.111
250	0.0896	0.0384	0.0975	0.0895	0.0436	0.100	0.0894	0.0307	0.0945	0.0893	0.0349	0.0959
300	0.0750	0.0375	0.0839	0.0748	0.0424	0.0860	0.0746	0.0300	0.0804	0.0745	0.0340	0.0819
350	0.0644	0.0369	0.0742	0.0643	0.0418	0.0767	0.0640	0.0245	0.0705	0.0640	0.0334	0.0722
400	0.0568	0.0364	0.0675	0.0564	0.0411	0.0700	0.0563	0.0291	0.0634	0.0561	0.0329	0.0650
500	0.0469	0.0355	0.0580	0.0457	0.0399	0.0607	0.0453	0.0284	0.0535	0.0452	0.0319	0.0553
600	0.0388	0.0359	0.0529	0.0386	0.0390	0.0549	0.0381	0.0287	0.0477	0.0380	0.0312	0.0492
700	0.0338	0.0350	0.0487	0.0335	0.0381	0.0507	0.0330	0.0280	0.0433	0.0328	0.0305	0.0448
750	0.0318	0.0341	0.0466	0.0315	0.0379	0.0493	0.0309	0.0273	0.0412	0.0307	0.0303	0.0431
1000	0.0252	0.0341	0.0424	0.0248	0.0368	0.0444	0.0239	0.0273	0.0363	0.0237	0.0294	0.0378

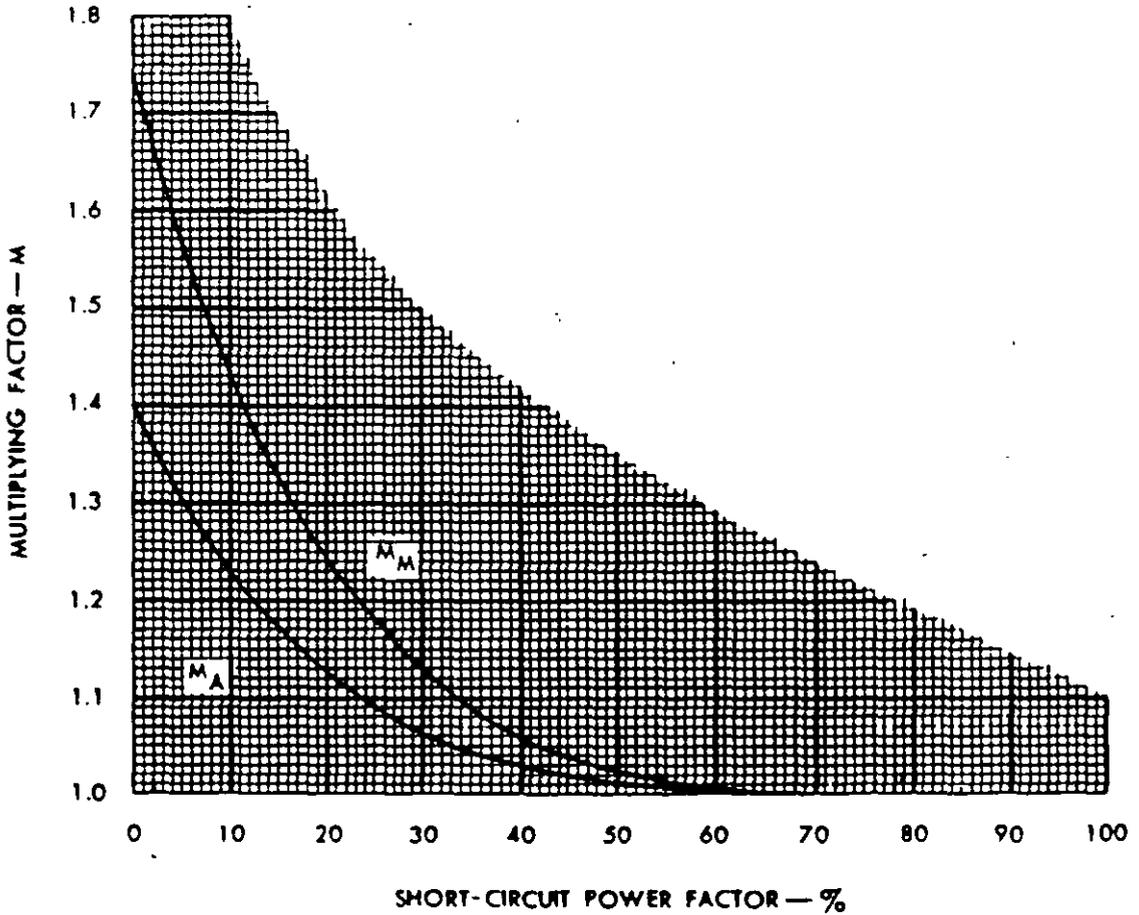
*Resistance values (R_L) at lower aluminum temperatures (T_L) are obtained by the formula $R_L = \frac{R_{90}(228.1 + T_L)}{318.1}$

From Kaiser Aluminum Electrical Products Division.

Table 74
Asymmetrical Factors

Short-Circuit Power Factor (%)	Short-Circuit X/R	Ratio to Symmetrical RMS Current		
		Maximum Single-Phase Instantaneous Peak Current M_p	Maximum Single-Phase RMS Current at Half-Cycle M_m	Average Three-Phase RMS Current at Half-Cycle M_a
0	∞	2.828	1.732	1.394
1	100.00	2.785	1.696	1.374
2	49.993	2.743	1.665	1.355
3	33.322	2.702	1.630	1.336
4	24.979	2.663	1.598	1.318
5	19.974	2.625	1.568	1.301
6	16.623	2.589	1.540	1.285
7	14.261	2.554	1.511	1.270
8	12.460	2.520	1.485	1.256
9	11.066	2.487	1.460	1.241
10	9.950	2.455	1.436	1.229
11	9.0354	2.424	1.413	1.216
12	8.2733	2.394	1.391	1.204
13	7.6271	2.364	1.372	1.193
14	7.0721	2.336	1.350	1.182
15	6.5912	2.309	1.330	1.171
16	6.1895	2.282	1.312	1.161
17	5.7947	2.256	1.294	1.152
18	5.4649	2.231	1.277	1.143
19	5.1672	2.207	1.262	1.135
20	4.8990	2.183	1.247	1.127
21	4.6557	2.160	1.232	1.119
22	4.4341	2.138	1.218	1.112
23	4.2313	2.11	1.205	1.105
24	4.0450	2.095	1.192	1.099
25	3.8730	2.074	1.181	1.093
26	3.7138	2.054	1.170	1.087
27	3.5661	2.034	1.159	1.081
28	3.4286	2.015	1.149	1.075
29	3.3001	1.996	1.139	1.070
30	3.1798	1.978	1.130	1.066
31	3.0669	1.960	1.121	1.062
32	2.9608	1.943	1.113	1.057
33	2.8606	1.926	1.105	1.053
34	2.7660	1.910	1.098	1.049
35	2.6764	1.894	1.091	1.046
36	2.5916	1.878	1.084	1.043
37	2.5109	1.863	1.078	1.039
38	2.4341	1.848	1.073	1.036
39	2.3611	1.833	1.068	1.033
40	2.2913	1.819	1.062	1.031
41	2.2246	1.805	1.057	1.028
42	2.1608	1.791	1.053	1.026
43	2.0996	1.778	1.049	1.024
44	2.0409	1.765	1.045	1.022
45	1.9845	1.753	1.041	1.020
46	1.9303	1.740	1.038	1.019
47	1.8780	1.728	1.034	1.017
48	1.8277	1.716	1.031	1.016
49	1.7791	1.705	1.029	1.014
50	1.7321	1.694	1.026	1.013
55	1.5185	1.641	1.015	1.008
60	1.3333	1.594	1.009	1.004
65	1.1691	1.553	1.004	1.002
70	1.0202	1.517	1.002	1.001
75	0.8819	1.486	1.0008	1.0004
80	0.7500	1.460	1.0002	1.00005
85	0.6198	1.439	1.00004	1.00002
100	0.0000	1.414	1.00000	1.00000

From NEMA AB 1-1969 [12] pt 3, pp 4, 5.



Multiplying factors to obtain short circuit asymmetrical current from symmetrical values, at an instant one-half cycle (on a 60-cycle basis) after initiation of a fault.

Fig. 2-4

B I B L I O G R A F I A

1. STEVENSON, W.D. Jr., Análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia, McGraw-Hill, 1982
2. ANDERSON Analysis of Faulted Power Systems, Iowa State University Press
3. ANSI/IEEE Std 141-1986, IEEE Recommended Practice for Electric Power Distribution for Industrial Plants (Red Book).
4. ANSI/IEEE C37.010-1979, IEEE Application Guide for AC High Voltage Circuit Breakers Rated on a Symmetrical Current Basis.
5. Electrical Transmission and Distribution Reference Book, East Pittsburgh, PA: Westinghouse Electric Corporation, 1964.
6. HUENING, W. C., Jr. Interpretation of New American National Standards for Power Circuit Breaker Applications. IEEE Transactions on Industry and General Applications, Vol IGA 5 No 5, Sep/Oct 1969.
7. BEEMAN, D. L., Industrial Power Systems Handbook. New York, McGraw-Hill, 1955.
8. LAZAR, I., Electrical Systems Analysis and Design for Industrial Plants, McGraw-Hill, 1980.
9. ANSI/IEEE Std 241-1983, IEEE Recommended Practice for Electric Power Systems in Commercial Buildings (Gray Book).

INTRODUCCION

El objetivo de un estudio de corto circuito es proporcionar información sobre corrientes y voltajes en un sistema eléctrico durante condiciones de falla.

Esta información se requiere para determinar las características de capacidad interruptiva y momentánea de los interruptores y otros dispositivos de protección localizados en el sistema, calcular los esfuerzos dinámicos en barras o buses de subestaciones y tableros, seleccionar conductores alimentadores, así como para diseñar un adecuado sistema de relevadores de protección los cuales deberán reconocer la existencia de la falla e iniciar la operación de los dispositivos de protección asegurando así la mínima interrupción en el servicio y evitando daños a los equipos.

Diagramas unifilares

DIAGRAMA UNIFILAR ES EL QUE INDICA MEDIANTE LINEAS SENCILLAS (UNA LINEA EN VEZ DE DOS O TRES) Y SIMBOLOS SIMPLIFICADOS, EL TRAYECTO Y LAS PARTES O EQUIPOS QUE FORMAN UN CIRCUITO O SISTEMA DE CIRCUITOS ELECTRICOS

A modo de ilustración, consideremos el circuito sencillo que se muestra en la fig. 1. Aquí se muestran todos los detalles de un circuito completo. Pueden seguirse las trayectorias completas de todas las corrientes a través de los conductores y componentes que forman el circuito.

Sin embargo, cuando nuestro objetivo es conocer sobre todo la trayectoria de transferencia de energía (no trayectoria de corrientes), y la identificación y capacidades de dichas componentes, el diagrama unifilar de la fig. 2 nos sirve mejor.

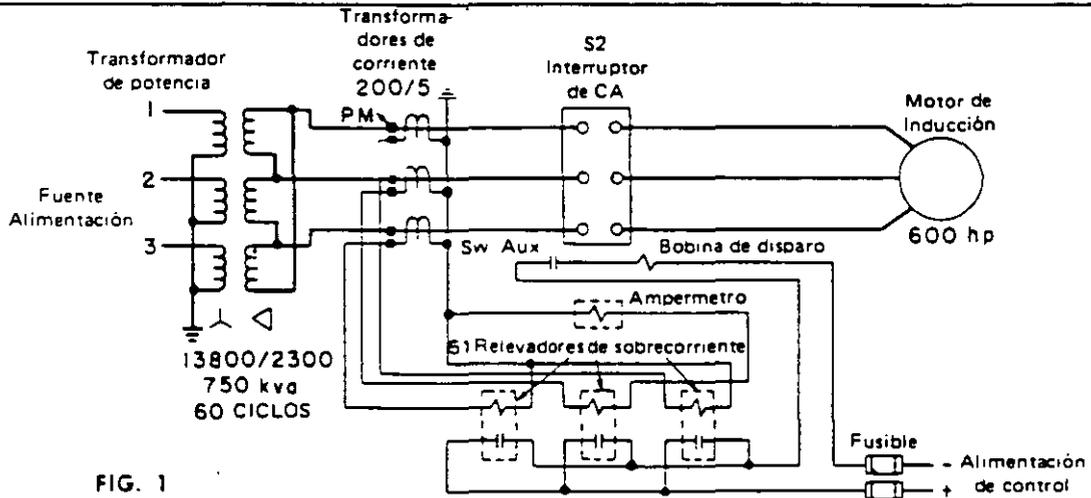


FIG. 1

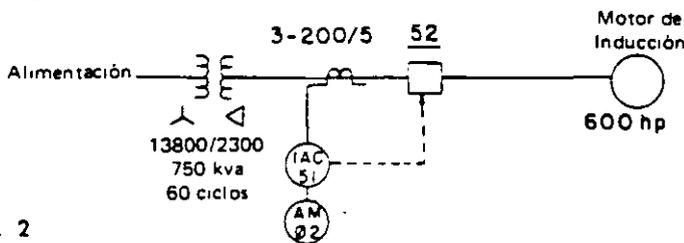


Fig. 2

OBJETIVO

A partir de la definición, es evidente que los diagramas unifilares se usan básicamente para mostrar las relaciones generales, entre los elementos componentes de los circuitos y entre los circuitos mismos. Se pueden usar los diagramas unifilares para mostrar estas relaciones en casi cualquier circuito. Sin embargo, la experiencia nos ha mostrado que para los circuitos más complejos de control, cuya naturaleza es más bien la de una red eléctrica que la de una transferencia directa de energía, se obtiene mayor claridad y precisión usando los diagramas elementales. Por consiguiente el objetivo del diagrama unifilar

se ha constraído o limitado a la representación de los circuitos principales de energía, de excitación, de medición, y los correspondientes a los relevadores de protección.

SÍMBOLOS Y CONVENCIONES

Para sacar el máximo provecho de los diagramas unifilares, es necesario estar familiarizando con los símbolos y convenciones que se utilizan en los mismos. Este tipo de diagrama es una especie de taquigrafía y así, utiliza símbolos y convenciones abreviadas

para transmitir muchas ideas. La figura 3 presenta un diagrama unifilar típico, ilustrando el uso de muchos de estos símbolos y convenciones. En las páginas siguientes se presentan en detalle.

ALIMENTACION DE LA CFE
 Cortocircuito trifásico 210 MVA -MAX. corriente de tierra 2000 AMPS
 en esta estación

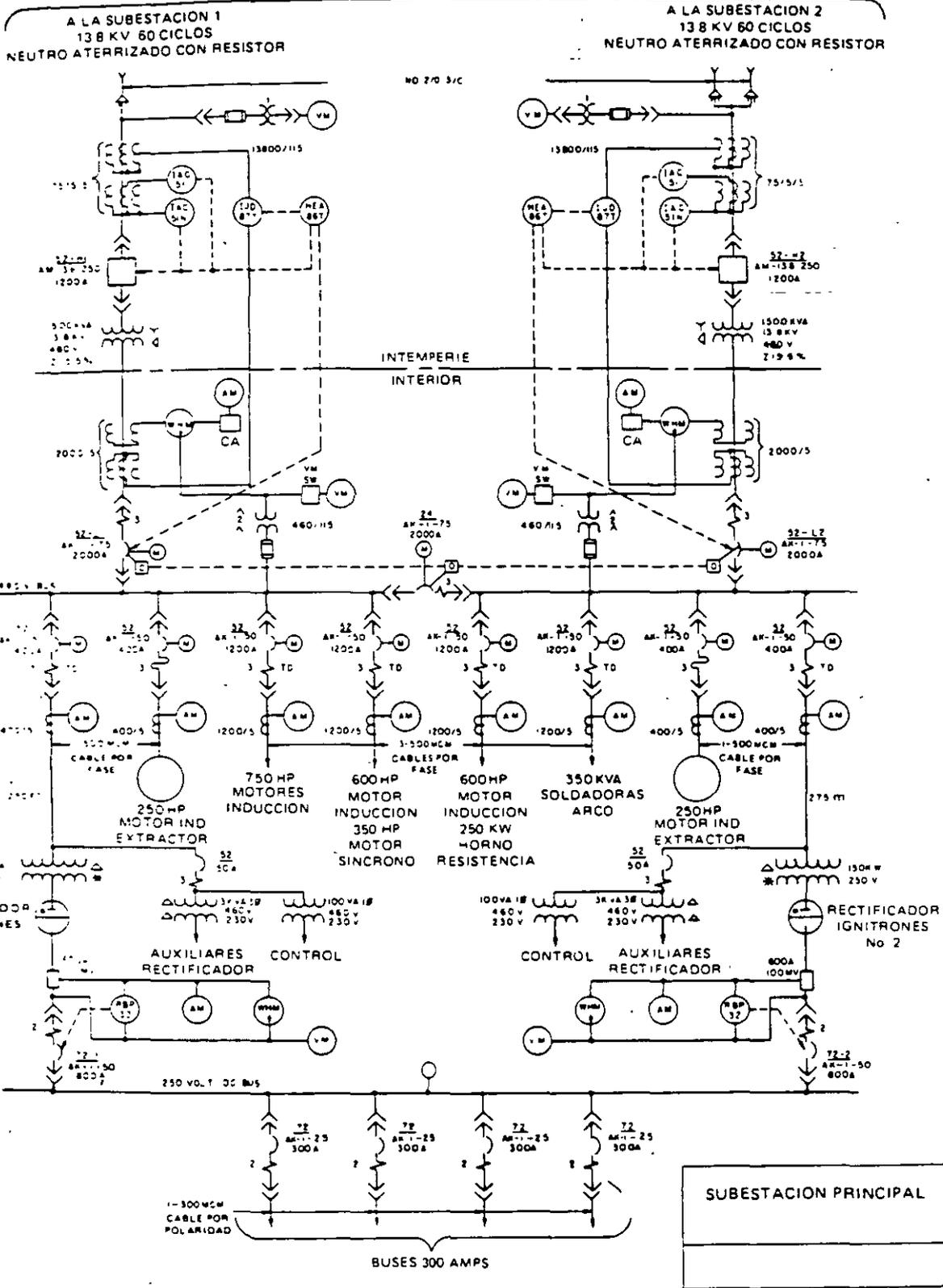


FIG. 3

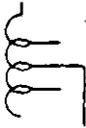
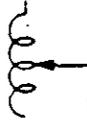
EQUIPO PARA GENERACION, CONVERSION Y DISTRIBUCION DE ELECTRICIDAD

Equipo o dispositivo.	Símbolo básico	Variaciones			
Motores y Generadores de Inducción, Jaula de Ardilla		Conectado en estrella, ambos extremos de cada fase accesibles.	Embobinado del estator con dos circuitos.	Con detectores de temperatura por resistencia; el número indica la cantidad de detectores.	
Motores y Generadores de Inducción, Rotor Devanado.		Conectado en estrella, con ambos extremos de cada fase accesibles.	Con control secundario magnético.	Con regulador líquido de deslizamiento.	
Motores, Generadores y Condensadores Síncronos		Mismas variaciones que en los de jaula de ardilla.			
Convertidores Síncronos		Con Campo en Derivación	Con campo compuesto.		
Motores, Generadores y Excitadores de CD.		Con campo en derivación.	Con campo serie.	Con campo compuesto.	
		Con campo compuesto y polos de conmutación.	Con excitación por separado	Generador AM-PLIDINA.	
Rectificadores de Potencia					
Transformadores de Potencia de Relación Fija	2 Devanados		Con el neutro de los devanados sacado al exterior (accesible)	Dispositivo de temperatura con transductor de resistencia.	Símbolos de conexión que se colocan junto a los devanados: Y Estrella Δ Delta. T Te. Z Zig Zag. * Conexión diametral
	3 Devanados.			Con Transductor de Temperatura por presión de vapor.	
	4 Devanados		Devanados con derivaciones		
	Con terciario interno (extremos terciario inaccesibles)		Con relación ajustable.		
	Autotransformador			Con ambos extremos de cada devanado sacados al exterior (accesibles)	
Transformador de Corriente Constante.					

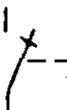
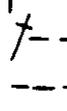
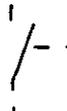
EQUIPO PARA GENERACION, CONVERSION Y DISTRIBUCION DE ELECTRICIDAD

Equipo o dispositivo.	Símbolo básico	Variaciones
Regulador de Inducción.		

DISPOSITIVOS LIMITADORES DE CORRIENTE

Equipo o dispositivo.	Símbolo básico	Variaciones
Reactores.		 Con derivaciones fijas  Ajustable
Resistores		 Con derivaciones fijas  Ajustable
Capacitores estáticos.		

DISPOSITIVOS PARA SEPARACION DE CIRCUITOS

Equipo o dispositivo	Símbolo básico	Accesorios
Desconectador en Aire, Operación Manual, Tiro Sencillo		 Con Contacto de Descarga.  Con Contactos Auxiliares.
Desconectador en Aire, Operación Manual, Doble Tiro.		 Con contacto de Descarga  Con contactos Auxiliares.
Desconectador en Aire, Operación Remota, Tiro Sencillo.		 Cuerno de Arqueo.  Con Contactos Auxiliares  Motorizado  Con enclavamiento con llave (las letras inscritas indican llaves).

DISPOSITIVOS PARA SEPARACION DE CIRCUITOS

Equipo o dispositivo	Símbolo básico	Accesorios
Desconectador en Aire, Operación Remota, Doble Tiro.		Accesorios igual que para el de tiro sencillo.
Desconectador en Aire, Operación Remota, Doble Cuchilla, Tipo Selector.		

DISPOSITIVOS PARA INTERRUPCION DE CIRCUITOS

Equipo o dispositivo	Símbolo básico	Accesorios
Contactador con contacto Normalmente Abierto		
Contactador con contacto Normalmente Cerrado.		
Interrupción en Aire		<div style="display: flex; flex-wrap: wrap;"> <div style="width: 50%;"> <p> Motorizado</p> <p> Operado por Solenoide</p> <p> Enclavamiento mecánico.</p> <p> Elemento Removible del Interruptor.</p> <p> Enclavamiento de llave (las letras inscrites indican llaves)</p> </div> <div style="width: 50%;"> <p> Dispositivo de Bajo Voltaje (Las letras RT se usan solamente cuando tiene retraso de tiempo)</p> <p> Disparo eléctrico de voltaje (en interruptores manuales solamente)</p> <p> La flecha de Disparo por Corriente Inversa indica dirección del flujo de corriente necesario para que dispare.</p> <p> Disparos por sobrecorriente. El número indica los polos que lo llevan. Las letras RT se usan solamente cuando tienen retraso de tiempo.</p> <p> Disparos térmicos. El número indica cuantos polos lo tienen</p> </div> </div> <p>Nota la ausencia de los símbolos anteriores indica operación manual.</p>

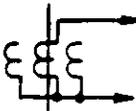
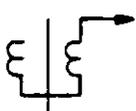
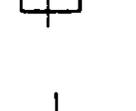
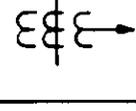
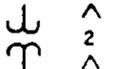
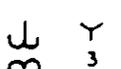
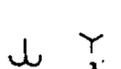
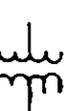
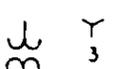
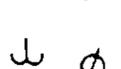
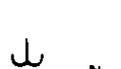
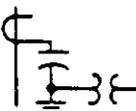
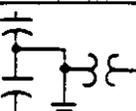
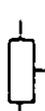
DISPOSITIVOS PARA INTERRUPCION DE CIRCUITOS

Equipo o dispositivo.	Variaciones	Accesorios	
Interruptor de Potencia Tiro Sencillo		 Motorizado Operado por Solenoide. Operación en Aire.	 Con Enclavamiento de llave (las letras inscristas indican llaves). Enclavamiento mecánico. Elemento removible de interruptor.
Interruptor de Potencia Doble Tiro.		<p>Nota: El uso de los símbolos de arriba es opcional, y su ausencia indica operación manual solamente cuando se usan en otros interruptores en el mismo diagrama.</p>	 Disparo Serie o Corriente por (el número indica cuantas bobinas) Dispositivo de Bajo Voltaje (las letras RT se usan solamente cuando tienen retraso de tiempo)
Fusibles		 Fusibles montados en Desconectador.	 Fusibles en montaje (charola) removible

DISPOSITIVOS DE PROTECCION EN CIRCUITOS DE POTENCIA

Equipo o dispositivo.	Variaciones	
Apartarrayos o protector de sobrevoltajes transitorios		
Protección por cuernos de arqueo		
Capacitor contra transitorios.		

DISPOSITIVOS PARA TRANSFORMACION DE CORRIENTE Y VOLTAJE

Equipo o dispositivo	Variaciones	Arreglos usuales
Transformadores de Corriente.	Relación sencilla. Un solo secundario. 	 A elementos de fase A elementos residuales.
	Relación doble. Un solo secundario. 	 A elementos de fase.
	Relación sencilla. Doble secundario. 	 A elementos de fase.
	Tipo boquilla. 	 A elementos de fase.
Transformadores de potencial	Dos devanados relación sencilla. 	 2 TP's con primarios y secundarios en delta abierta  3 TP's con primarios y secundarios en estrella.  3 TP's con primarios en estrella y secundarios en delta
	Dos devanados con derivación en secundario. 	 3 TP's con primarios en estrella y secundarios en delta incompleta.  1 TP con el primario conectado entre fases  1 TP con el primario conectado entre fase y neutro.
	Dispositivo de voltaje con acoplamiento por capacitancia, de boquilla. 	
	Dispositivo de voltaje con acoplamiento por capacitancia. 	
	Derivador. 	

Los símbolos básicos para los dispositivos secundarios son:

1. Un círculo pequeño para relevadores, medidores e instrumentos.
2. Un pequeño cuadrado para selectores y conmutadores de transferencia.

Estos símbolos se conectan entre sí y a sus dispositivos primarios correspondientes mediante líneas continuas, como se muestra en la fig. 4.

Las líneas de conexión que se muestran entrando a y saliendo de los símbolos en lados opuestos, representan el camino de un circuito serie a través del dispositivo, mientras que una línea que llega hasta el dispositivo y termina en él, representa el trayecto de un circuito hasta un dispositivo que constituye el fin de ese circuito. En el ejemplo anterior, se muestra el trayecto del circuito secundario del transformador de corriente a través del relevador IAC y el wathhorimetro, rematando en el ampérmetro trifásico. Se muestra una rama del circuito secundario del transformador de potencial, pasando por el selector de voltmetro y terminando en el voltmetro. Otras ramas del secundario del TP, se muestran terminando en el wathhorimetro y el relevador ICR.

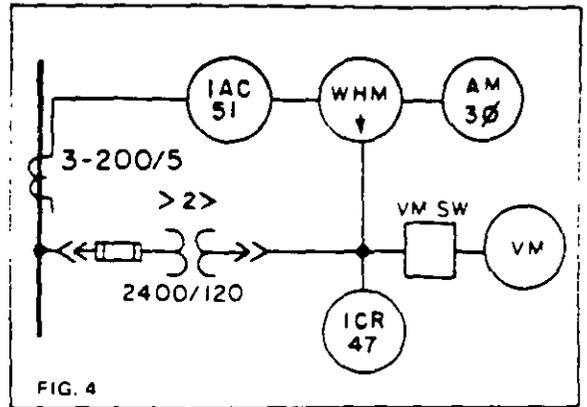


FIG. 4

penden a la clasificación de dispositivos de la CONNIE

ejemplo:

47 - Relevador de voltaje de pérdida o inversión fase.

51 - Relevador de sobrecorriente de CA.

Ocasionalmente, además de, o en sustitución de los números de clave antedichos, se ponen símbolos gráficos de función junto a los símbolos de los relevadores. La flecha, en un símbolo de función direccional, indica la dirección del flujo de potencia (en el circuito primario) en la cual opera el relevador.

A continuación se ofrecen algunos símbolos CONNIE usados para las funciones más comunes:

RELEVADORES

Los relevadores se identifican con letras y números dentro del símbolo básico. Las letras son designaciones de tipo del fabricante. Los números corres-

Fundamental		Adaptaciones

Medidores, instrumentos, conmutadores de transferencia y otros dispositivos no incluidos en los relevadores, se identifican mediante abreviaturas colocadas dentro o junto del símbolo básico. Las abreviaturas utilizadas están de acuerdo con las normas CONNIE

- Por ejemplo:
 AM Ampérmetro
 VM Voltmetro
 WHM Watthorimetro

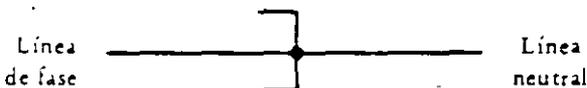
Todos los medidores e instrumentos que son inherentemente direccionales llevan, además de la abreviatura, una flecha.

Esta flecha indica la dirección de flujo de la magnitud medida, o indicada, para hacer que el día positivo indique en el sentido positivo, como es a la derecha del cero en instrumentos de carátula y aguja indicadora. La flecha sera paralela a la línea principal del circuito en el punto en que se localiza el transformador de corriente o derivador involucrado. Los medidores de VARs se considera siempre que registran "Reactivos Magnetizantes" y los ampérmetros de CD registran flujo de corriente en el conductor positivo.

MEDIOS DE INTERCONEXION

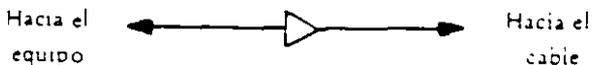
Todos los conductores de un circuito sea de dos o tres hilos en CD, o monofásico o polifásico en CA se representan con una línea continua. Los circuitos de potencia primaria se representan con líneas gruesas, y los circuitos secundarios con líneas delgadas.

El punto en que los conductores de fase de un circuito polifásico de CA se juntan para formar el neutro se representan así:

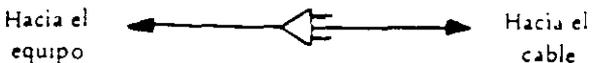


Las mufas o terminaciones de cable se representan así

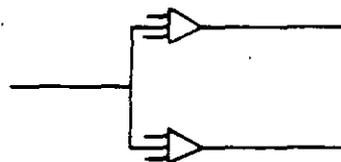
Un solo conductor:



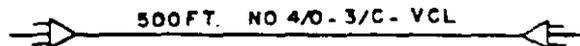
Tres conductores:



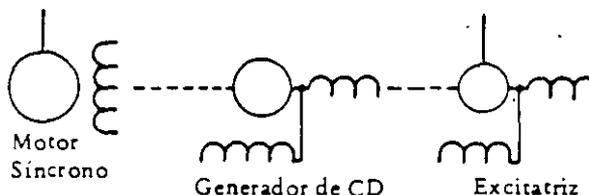
Los circuitos con cables múltiples se representan así:



La longitud y descripción del cable se pone a veces adyacente a la línea que lo representa:



Las conexiones mecánicas entre máquinas rotatorias se representan con líneas punteadas:



LINEAS INDICADORAS DE OPERACION

Para mostrar la actuación de relevadores de protección, y de los relevadores intermedios o auxiliares, se suelen usar "líneas indicadoras de operación" punteadas, que conectan los símbolos de los dispositivos que se intenta relacionar. Se ponen puntas de flecha junto al símbolo del dispositivo actuado. El uso de estas líneas se ilustra en la figura 3. Por ejemplo, considere los relevadores asociados con uno de los bancos de 1,500 KVA. Hay tres relevadores de protección: 51, 51N y 87T. Los relevadores 51 y 51N actúan para disparar el interruptor de potencia de alto voltaje, directamente, mientras que el 87T opera al relevador de sello 86T el cual, a su vez, dispara tanto el interruptor de alta como el de baja tensión.

Las líneas de operación sirven, por lo tanto, simplemente para indicar la acción de relevadores, sin tener que recurrir a una delineación completa y detallada de los circuitos eléctricos que se usan para realizar dicha acción.

CONVENCIONES.

Uno de los principales objetivos del diagrama unitilar es el registrar un máximo de información significativa en un mínimo de espacio. Por esto mismo, se evita escrupulosamente la duplicación de información. Para ello se omiten las descripciones en palabras de los dispositivos o cantidades ya definidas mediante símbolos. Por ejemplo, los transformadores de corriente no se describen con su abreviatura TC, ni su capacidad lleva las letras AMP para indicar corriente, ya que el símbolo identifica al dispositivo y las unidades de la capacidad están implícitas en la naturaleza del dispositivo.

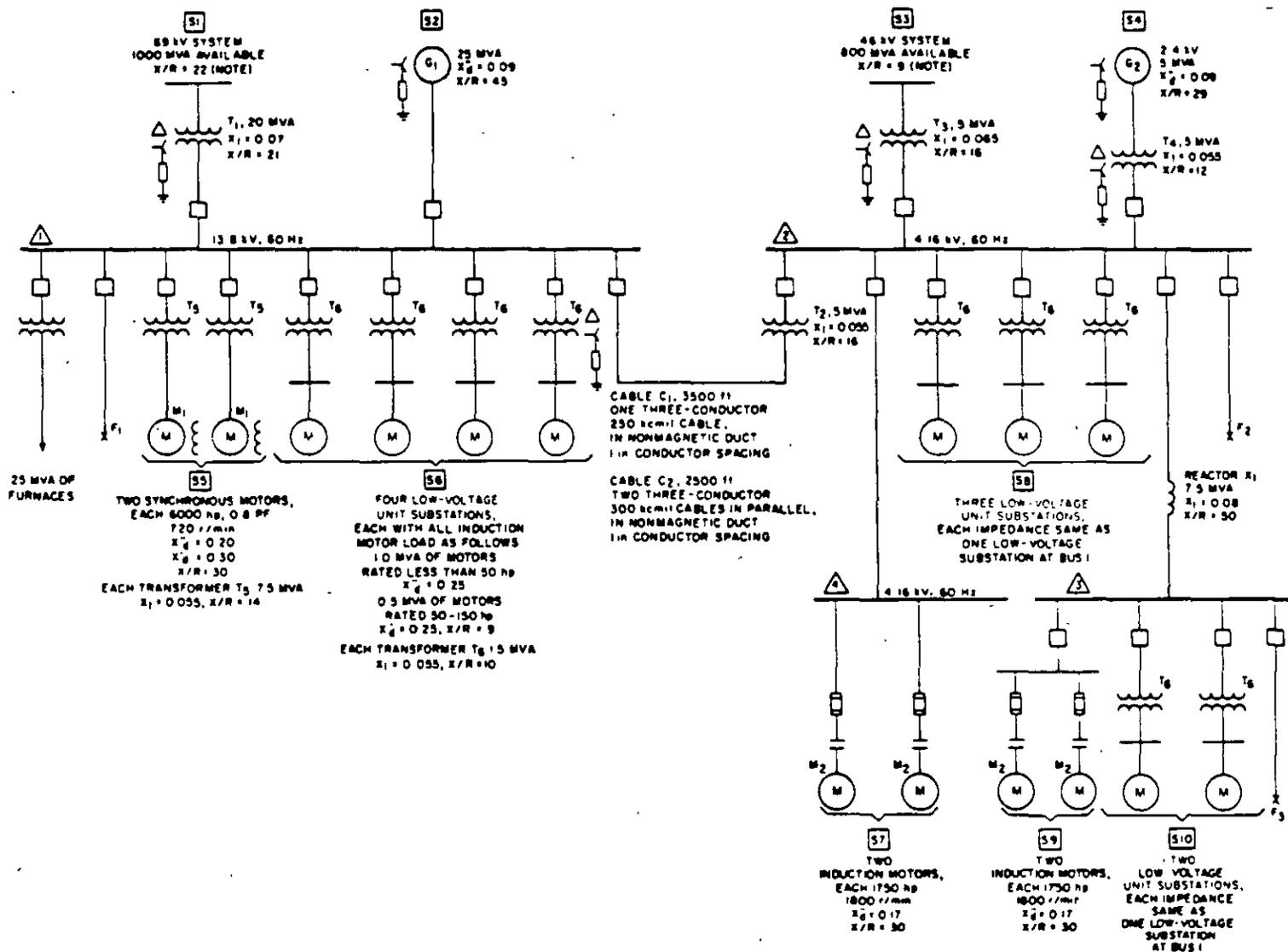


DIAGRAMA UNIFILAR

LINEA DE ENSAMBLE

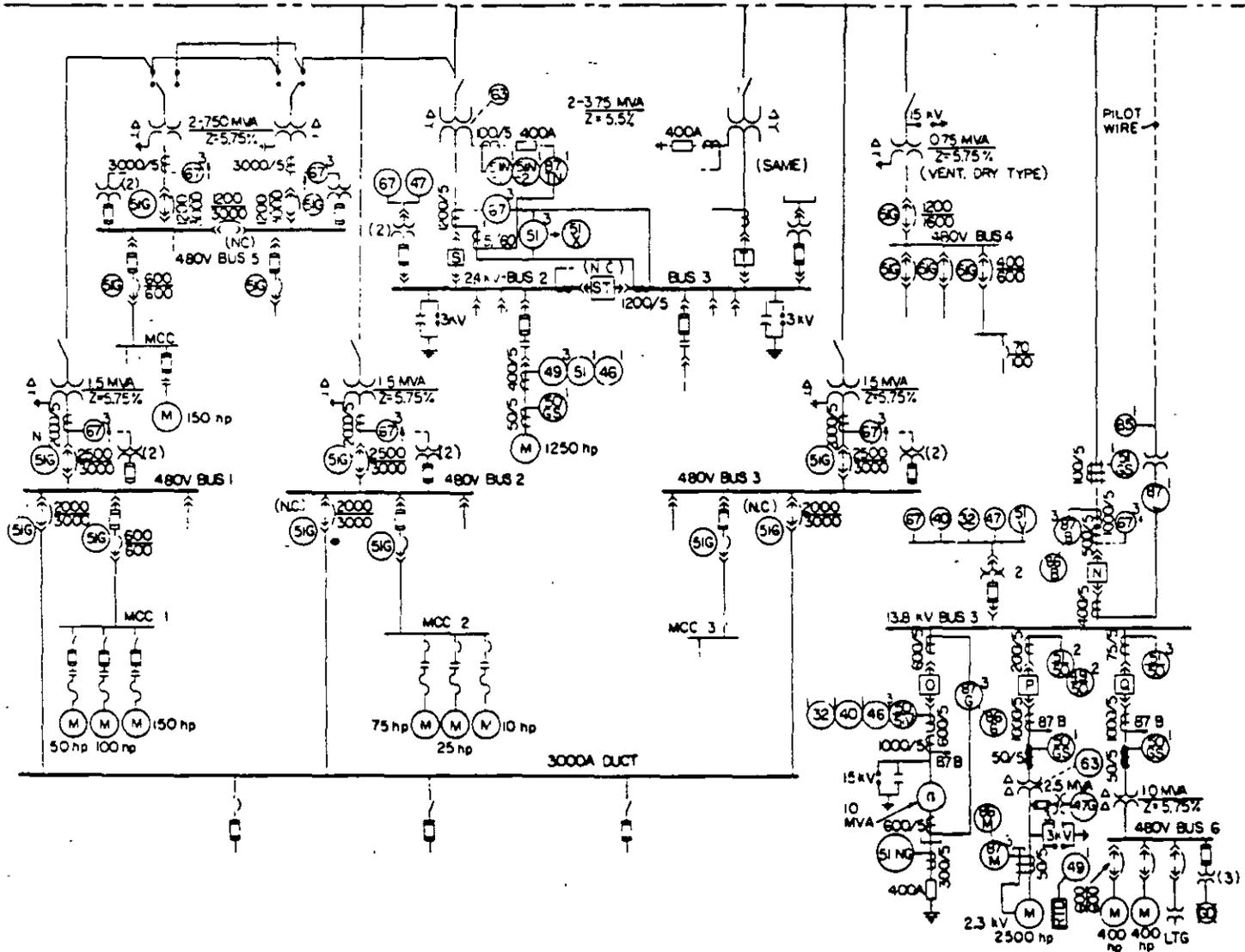


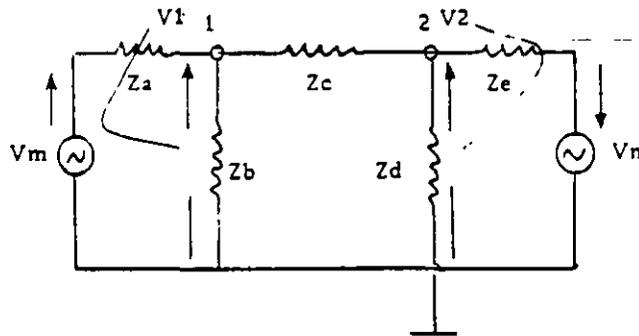
DIAGRAMA UNIFILAR

ANÁLISIS POR EL METODO DE NODOS.

Antecedentes.

El análisis por nodos consiste en la aplicación de la ley de Kirchhoff para corrientes; la suma de corrientes en un nodo es cero.

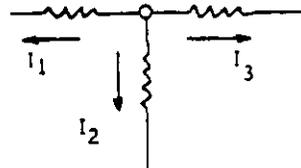
Un nodo es un punto de la malla donde se conectan dos o más elementos, y los voltajes en cada nodo se miden con respecto a uno llamado de referencia. Con objeto de establecer tácticas las convenciones, analicemos la red elemental dibujada enseguida: Por ejemplo, V_{12} es el voltaje entre los nodos 1 y 2. $V_{12} = V_1 - V_2$. V_1, V_2 se miden con respecto a la referencia en ese orden.



para el nodo 1, si consideramos que las tres corrientes salen del nodo la suma será cero. O sea:

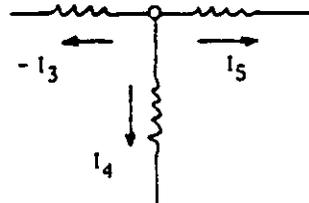
$$I_1 + I_2 + I_3 = 0$$

$$\frac{V_1 - V_m}{Z_a} + \frac{V_1}{Z_b} + \frac{V_1 - V_2}{Z_c} = 0$$



de manera similar para el nodo 2

$$\frac{V_2 - V_1}{Z_c} + \frac{V_2}{Z_d} + \frac{V_2 + V_n}{Z_e} = 0$$



Ordenando términos en 1 y 2 obtenemos:

$$\left(\frac{1}{Z_a} + \frac{1}{Z_b} + \frac{1}{Z_c}\right)V_1 - \frac{1}{Z_c}V_2 = \frac{1}{Z_a}V_m$$

$$-\frac{1}{Z_c}V_1 + \left(\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{Z_d} + \frac{1}{Z_e}\right)V_2 = -\frac{1}{Z_e}V_n$$

Dado que $1/Z = Y$ podemos escribir:

$$(Y_a + Y_b + Y_c)V_1 - Y_cV_2 = Y_aV_m$$

$$-Y_cV_1 + (Y_c + Y_d + Y_e)V_2 = -Y_eV_n$$

Las conclusiones interesantes serán las siguientes:

- 1.- El número de ecuaciones es igual a número de nodos menos 1.
- 2.- El término $(1/Z_a)V_m$ es positivo y corresponde a una inyección de corriente en el nodo.

El término $(1/Z_e)V_n$ es negativo y corresponde a una extracción de corriente del nodo.

- 3.- La solución se puede generalizar y condensar de la siguiente manera:

$$Y_{11}V_1 - Y_{12}V_2 = I_1$$

$$-Y_{21}V_1 + Y_{22}V_2 = I_2$$

Y_{11} es la admitancia propia del nodo 1 y es la suma de todas las admitancias que inciden en ese nodo.

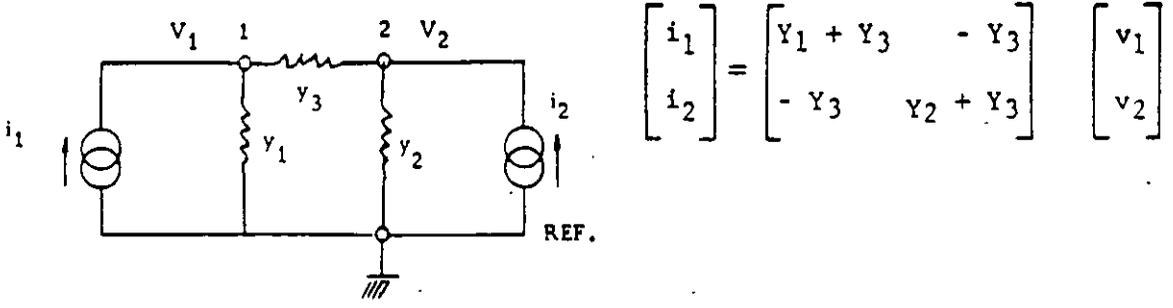
Y_{12} es la admitancia "mutua" entre 1 y 2 y es la suma de las admitancias que conectan directamente 1 y 2.

Y_{22} es la admitancia propia del nodo 2 y es la suma de las admitancias que inciden en ese nodo.

Y_{21} es la admitancia mutua entre 2 y 1 y es la suma de las admitancias que conectan directamente los nodos 2 y 1

- 4.- Todas las admitancias propias tienen signo positivo. Todas las admitancias mutuas tienen signo negativo.
- 5.- La matriz es simétrica.

Buscando ya una orientación hacia la solución del problema que nos interesa, podemos asociar a la red de la Fig. las siguientes ecuaciones:



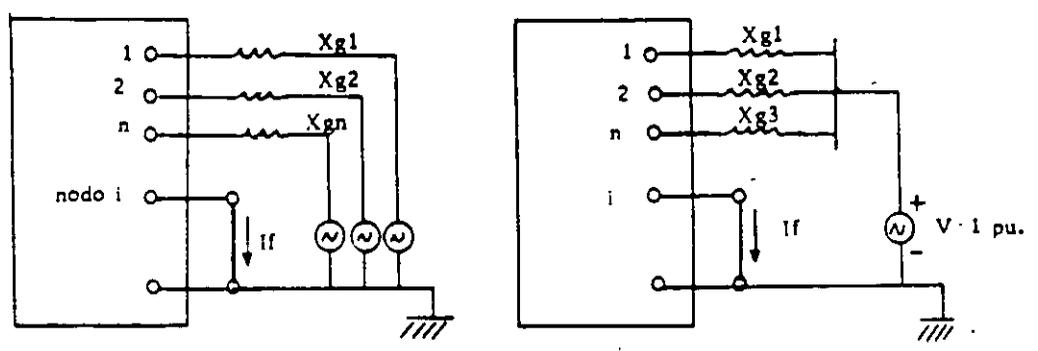
$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_1 + Y_3 & -Y_3 \\ -Y_3 & Y_2 + Y_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix}$$

Generalizando: $[I] = [Y \text{ bus}] [V]$

multiplicando por $[Y \text{ bus}]^{-1}$ ambos términos de la ecuación

$$[V] = [Y \text{ bus}]^{-1} [I] = [Z_{\text{bus}}] [I]$$

El problema se plantea para falla en el nodo i de la siguiente manera:



entonces las ecuaciones asociadas serán:

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \vdots \\ v_i \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & \dots & Z_{1i} & \dots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & \dots & Z_{2i} & \dots & Z_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{i1} & Z_{i2} & \dots & Z_{ii} & \dots & Z_{in} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & \dots & Z_{ni} & \dots & Z_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -I_f \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

los voltajes son medidos con respecto al bus auxiliar, son todos desconocidos excepto v_i que de acuerdo con la Fig. vale -1 p.u. Las corrientes todas valen cero, excepto la del nodo i que es $-I_f$; el signo menos debido a que es una corriente que se extrae del nodo.

Resolviendo para el nodo i

$$v_1 = Z_{1i}(-If)$$

$$v_2 = Z_{2i}(-If)$$

$$v_i = Z_{ii}(-If)$$

$$v_n = Z_{ni}(-If)$$

$$\text{como en } v_i = Z_{ii}(-If) \quad v_i = -1$$

entonces

$$-If = \frac{-1}{Z_{ii}} =$$

$$If = \frac{1}{Z_{ii}}$$

Lo que indica que Z_{ii} es forzosamente la impedancia de Thevenin medida en el nodo i .

$$v_1 = - \frac{Z_{1i}}{Z_{ii}}$$

$$v_2 = - \frac{Z_{2i}}{Z_{ii}}$$

$$v_n = - \frac{Z_{ni}}{Z_{ii}}$$

Para calcular sistemáticamente los voltajes:

$$\text{Para } j = 1, n \quad (j \neq i) \quad v_j = 1 + v_j$$

$$\text{o sea:} \quad v_j = 1 - \frac{Z_{ji}}{Z_{ii}}$$

ya que el bus de referencia (bus auxiliar) está a potencial 1 pu. -- con respecto a tierra.

Para el cálculo sistemático de la corriente en algún elemento o en todos de la red para falla en el bus i :

$$I_{M-N} = \frac{V_M - V_N}{Z_{M-N}} = - \frac{Z_{M1}}{Z_{ii}} + \frac{Z_{N1}}{Z_{ii}}$$

$$I_{M-N} = \frac{-Z_{M1} + Z_{N1}}{Z_{ii} \quad Z_{M-N}} \quad /$$

Z_{ii} , Z_{Mi} , Z_{Ni} elementos de la matriz Z bus.

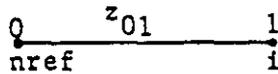
Z_{M-N} impedancia propia del elemento que conecta los buses M - N

Si observamos cualquiera de las relaciones que se usarían para el cálculo de voltajes o corrientes, notaremos que en todos intervienen únicamente impedancias propias o elementos de la matriz Z bus. Lo anterior quiere decir que la matriz Z bus contiene toda la información que se necesita para el cálculo de Cortos-circuitos.

Resumiendo el procedimiento empleado: Se formó Y bus por inspección, a partir de Y bus mediante una inversión se obtuvo Z bus, usando los elementos de Z bus y el artificio para poner el nodo de referencia a potencial 1 pu., se obtuvieron las corrientes y voltajes en la red. Cuando la malla es compleja (compleja en cuanto a tamaño y en cuanto a impedancias con parte real e imaginaria) es desde todos puntos de vista ventajoso usar el algoritmo que se fundamenta y describe enseguida para formar Z bus.

Cuando el elemento es radial existen tres posibilidades:

- 1) Si se inicia el procedimiento o ensamble de la red a partir del nodo de referencia



es evidente que $Z_{01} = z_{0i}$

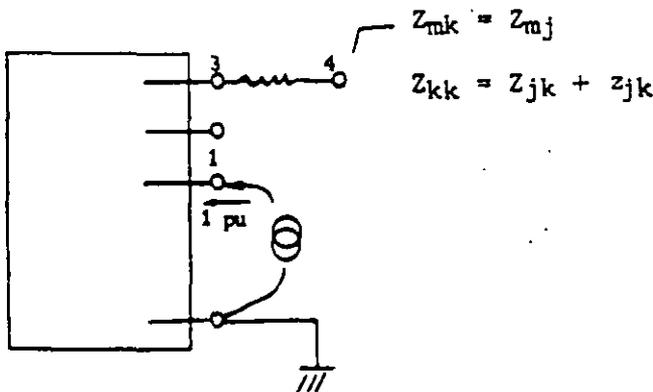
$$Z_{bus} = \boxed{z_{01}}$$

tal relación se usará una sola vez e implica que necesariamente el bus 1 está conectado a tierra (shunt)

- 2) Si j y k como subíndices definen los nodos de conexión y m es el renglón del elemento calculado, entonces la relación

$$Z_{mk} = Z_{mj} \quad j = k - 1$$

Se usará para calcular los elementos no diagonales de Z bus. Lo anterior se explica si consideramos que a una red existente le agregamos el elemento 3 - 4



/	/	Z_{13}	Z_{14}
/	/	Z_{23}	Z_{24}
/	/	Z_{33}	Z_{34}
			Z_{44}

↑ elementos conocidos ↙ elementos calculados

$$\begin{aligned} Z_{mk} &= Z_{mj} \\ Z_{14} &= Z_{13} \\ Z_{24} &= Z_{23} \\ Z_{34} &= Z_{33} \end{aligned}$$

Dado que $\begin{bmatrix} \bar{E} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Z} \text{ bus} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{I} \text{ bus} \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix}$$

Para $I_1 = 1 \text{ pu.}$ $I_2 = I_3 = I_4 = 0$ y:

$$E_4 = Z_{41} \times I_1$$

$$E_3 = Z_{31} \times I_1$$

como $E_4 = E_3 = Z_{41} = Z_{31}$ ó $Z_{13} = Z_{14}$.

3) Para los elementos diagonales, si inyectamos $I_4 = 1 \text{ pu.}$ en 4 entonces

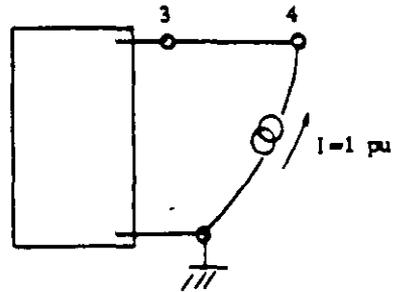
$I_1 = I_2 = I_3 = 0$ e $I_4 = 1 \text{ pu.}$ y:

$$E_1 = Z_{14} I_4$$

$$E_2 = Z_{24} I_4$$

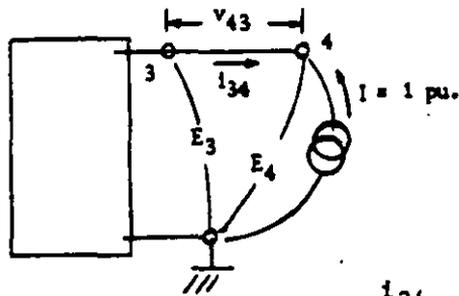
$$E_3 = Z_{34} I_4$$

$$E_4 = Z_{44} I_4$$



como $I_4 = 1 \text{ pu.}$ $Z_{44} = E_4$

y E_4 vale:



$$i_{34} = -1 = v_{34} y_{34}$$

entonces $v_{34} = -\frac{1}{y_{34}}$; $E_3 - E_4 = -\frac{1}{y_{34}}$

Si: $E_3 - E_4 = -\frac{1}{y_{34}}$; $E_4 = E_3 + \frac{1}{y_{34}}$

como $E_3 = Z_{31}I_1 + Z_{32}I_2 + Z_{33}I_3 + Z_{34}I_4$

$E_3 = Z_{34}$

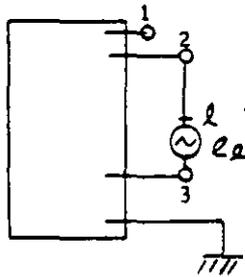
entonces y:

como $Z_{34} = Z_{33}$

$E_4 = Z_{34} + z_{34}$

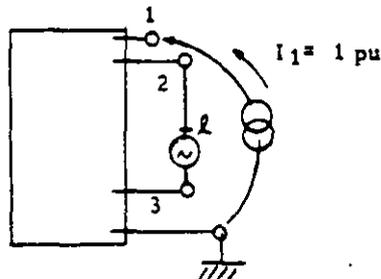
$E_4 = Z_{33} + z_{34}$

Cuando un elemento conecta dos nodos ya existentes, se hace necesario el uso de un nodo ficticio o postizo "l" que más adelante se elimina. El procedimiento es el siguiente: supongamos que el elemento -- por conectar una los nodos 2 y 3; a este elemento le agregamos -- cercana al nodo 3 una fuente peculiar de tensión e_l que hará que la corriente en el elemento agregado sea cero.



Como $E_{Bus} = Z_{Bus} I_{Bus}$

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ e_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{1l} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{2l} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{3l} \\ Z_{l1} & Z_{l2} & Z_{l3} & Z_{ll} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_l \end{bmatrix}$$



Si inyectamos en el nodo 1 $I_1 = 1 pu$

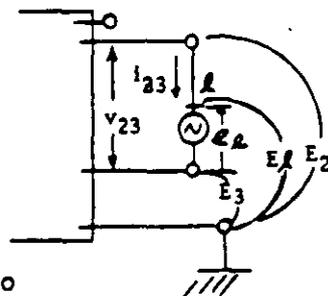
$E_1 = Z_{11} I_1$

$E_2 = Z_{21} I_1$

$E_3 = Z_{31} I_1$

$e_l = Z_{l1} I_1$

Como $I_1 = 1 pu$ entonces $Z_{l1} = e_l$



Por lo tanto

Si suponemos que el elemento - 2-l es radial, consideración - que puede hacerse dado que --- $i_{2l} = 0$, entonces:

$i_{2l} = y_{2l} v_{2l}$ como $i_{2l} = 0$

$v_{2l} = 0$

$e_l = E_2 - E_3$

$Z_{l1} = Z_{21} - Z_{31}$

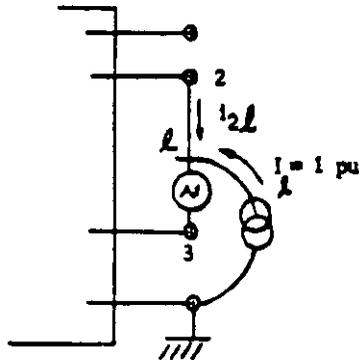
Generalizando

$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$

Para obtener el elemento Z_{ll} , inyectamos $I_l = 1$ pu. en el nodo l

Evidentemente $I_1 = I_2 = I_3 = 0$ $I_l = 1$

Obtenemos por lo tanto:



$$E_1 = Z_{1l} I_l$$

$$E_2 = Z_{2l} I_l$$

$$E_3 = Z_{3l} I_l$$

$$e_l = Z_{ll} I_l$$

como $I_l = 1$ pu. $e_l = Z_{ll}$

$$\text{Si } i_{2l} = -I_l = -1 = y_{2l} v_{2l} \quad v_{2l} = -\frac{1}{y_{2l}}$$

Dado que la fuente de tensión se conecta vecina al nodo 3 la totalidad de la admitancia 2 - 3 queda entre los nodos 2, l por lo que

$$v_{2l} = \frac{1}{y_{23}} = z_{23}$$

$$\text{Como } e_l = E_2 - E_3 - v_{2l} = Z_{2l} - Z_{3l} + z_{23} = Z_{ll}$$

$$\text{Generalizando } \boxed{Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq}}$$

Si p es nodo de referencia $Z_{pl} = 0$ y:

$$\boxed{Z_{ll} = -Z_{ql} + z_{pq}}$$

El procedimiento termina cuando se elimina el nodo l poniendo en corto-circuito la fuente peculiar e_l . Es evidente que:

$$\bar{E}_{\text{bus}} = \bar{Z}_{\text{bus}} \bar{I}_{\text{bus}} + \bar{Z}_{1l} I_l$$

$$\text{y que: } e_l = \bar{Z}_{lj} \bar{I}_{\text{bus}} + Z_{ll} I_l = 0$$

$$I_l = -\frac{\bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \bar{I}_{\text{bus}}$$

$$\bar{E}_{\text{bus}} = \left(\bar{Z}_{\text{bus}} - \frac{\bar{Z}_{1l} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}} \right) \bar{I}_{\text{bus}}$$

La matriz Z_{bus} requerida será:

$$Z(\text{bus nueva}) = Z(\text{bus vieja}) - \frac{\bar{Z}_{1l} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}}$$

y hablando de elementos

$$\boxed{Z_{ij}(n) = Z_{ij}(v) - \frac{\bar{Z}_{1l} \bar{Z}_{lj}}{Z_{ll}}}$$

OBTENCION DE LA MATRIZ "Z bus" AGREGANDO ELEMENTO "pq"

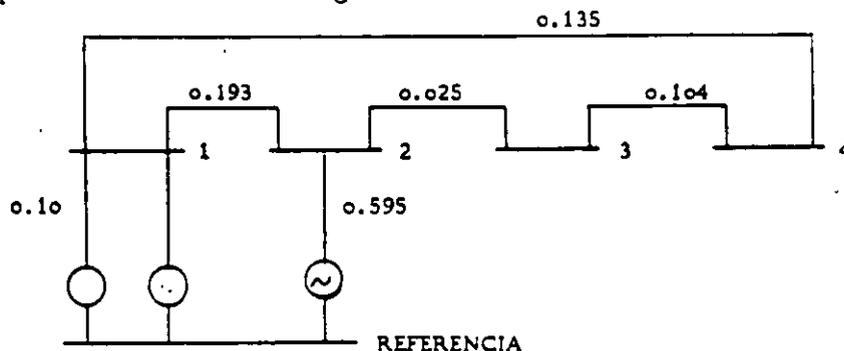
La tabla que se anota enseguida condensa las fórmulas o recetas que se necesitan para formar Z bus; puede extenderse por supuesto, para tomar en cuenta acoplamientos mutuos; se pretende sin embargo, mostrar su uso en la forma más sencilla posible. "p" deberá ser siempre el nodo de salida, "q" siempre el de llegada. Cada vez que se agrega una rama, la matriz aumenta de rango; cada vez que se agrega una cuerda se usa un nodo postizo "l" que se elimina enseguida, sin aumentar el rango de la matriz.

	"p" No es Nodo de Referencia	"p" Si es Nodo de Referencia
RAMA (Agrega - - Nuevo Nodo)	$Z_{qi} = Z_{pi}$ $i \neq q$	$Z_{qi} = 0$ $i \neq q$
	$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq}$ $i = q$	$Z_{qq} = z_{pq}$ $i = q$
CUERDA (No Agrega Nuevo Nodo)	$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$ $i \neq l$	$Z_{li} = -Z_{qi}$ $i \neq l$
	$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq}$ $i = l$	$Z_{ll} = -Z_{ql} + z_{pq}$ $i = l$

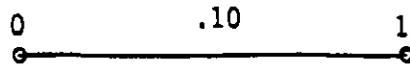
Modificación de Elementos para Eliminar Nodo "l"

$$Z'_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

La red por resolver es la siguiente:



NOTA.- Se toma como referencia el número menor



Agrega nuevo bus

$$p = 0 \text{ (nodo de salida)}$$

$$q = 1 \text{ (nodo de llegada)}$$

$$i = 0, 1$$

"p" Si es nodo de referencia

$$Z_{qi} = 0$$

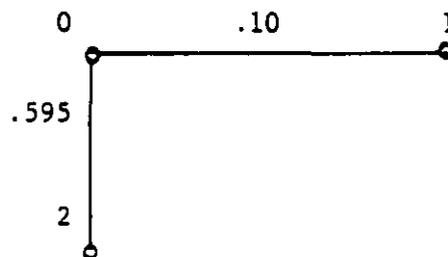
$$Z_{10} = 0$$

$$Z_{qq} = z_{pq}$$

$$Z_{11} = z_{01} = 0.10$$

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} 0 \\ 1 \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline 0 & .10 \\ \hline \end{array}$$

Puesto que todos los elementos del renglón 0 y todos los de la columna 0 son ceros en la matriz Z_{bus} , para simplificar no se escribirán de aquí en adelante.



Agrega nuevo bus:

$$p = 0$$

$$q = 2$$

$$i = 0, 1, 2$$

"p" Si es nodo de referencia

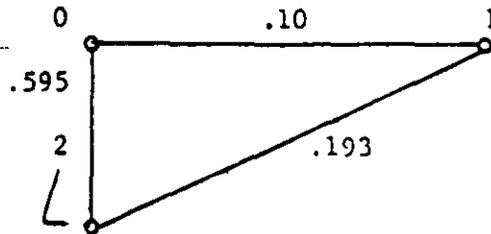
$$Z_{qi} = 0$$

$$Z_{20} = 0$$

$$Z_{21} = 0$$

$$Z_{qq} = z_{pq}$$

$$Z_{22} = z_{02} = .595$$

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \begin{array}{cc} 1 & 2 \\ \hline 1 & \begin{array}{|c|c|} \hline .10 & 0 \\ \hline \end{array} \\ 2 & \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & .595 \\ \hline \end{array} \end{array}$$


No agrega nuevo bus:

$$p = 1$$

$$q = 2$$

$$i = 0, 1, 2$$

"p" No es nodo de referencia

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

$$Z_{l0} = Z_{10} - Z_{20} = 0$$

$$Z_{l1} = Z_{11} - Z_{21} = 0.10$$

$$Z_{l2} = Z_{12} - Z_{22} = -0.595$$

$$Z_{ll} = Z_{p\ell} - Z_{q\ell} + z_{pq} = Z_{1\ell} - Z_{2\ell} + z_{12}$$

$$Z_{ll} = .10 + .595 + .193 = .888$$

$$Z_{bus} = \begin{array}{c} \\ \\ \ell \\ \end{array} \begin{array}{ccc} 1 & 2 & \ell \\ \hline 1 & \begin{array}{|c|c|} \hline .10 & 0 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline .10 \\ \hline \end{array} \\ 2 & \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & .595 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline -.595 \\ \hline \end{array} \\ \ell & \begin{array}{|c|c|} \hline .10 & -.595 \\ \hline \end{array} & \begin{array}{|c|} \hline .888 \\ \hline \end{array} \end{array}$$

Eliminación del nodo auxiliar "ℓ"

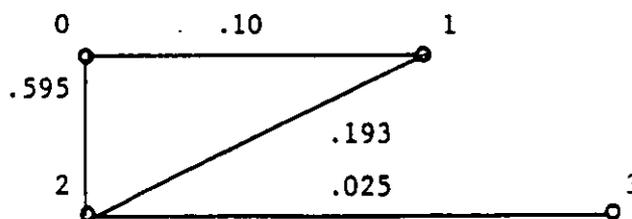
$$Z_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{i\ell} Z_{\ell j}}{Z_{\ell\ell}}$$

$$\begin{array}{l} i = 1 \\ j = 1 \end{array} \quad Z_{11} = .10 - \frac{(.10)(.10)}{.888} = .10 - .0113 = .0887$$

$$\begin{array}{l} i = 1 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{12} = 0 - \frac{(.10)(-.595)}{.888} = .0673$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{22} = .595 - \frac{(-.595)(-.595)}{.888} = .595 - .398 = .197$$

	1	2
Z bus =	1 .0887 .0673	2 .0673 .197



Agrega nuevo bus

$$p = 2$$

$$q = 3$$

$$i = 0, 1, 2, 3$$

"p" No es nodo de referencia

$$Z_{qi} = Z_{pi}$$

$$Z_{30} = 0$$

$$Z_{31} = Z_{21} = .0673$$

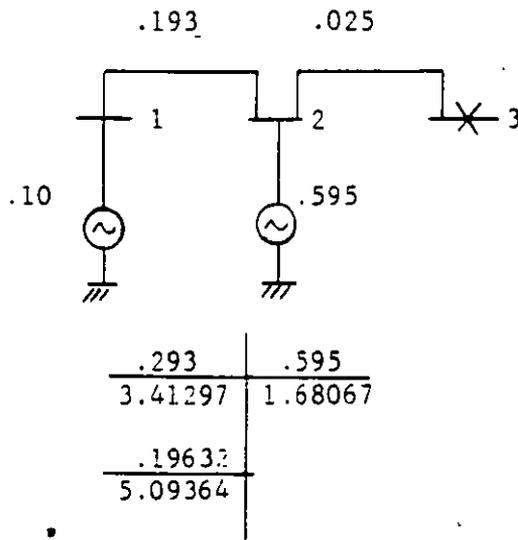
$$Z_{32} = Z_{22} = .197$$

$$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq} = Z_{23} + z_{23}$$

$$Z_{33} = .197 + .025 = .222$$

	1	2	3
Z bus =	1 .0887 .0673 .0673	2 .0673 .197 .197	3 .0673 .197 .222

Comprobación: Zbus contiene información de la red configurada como sigue (nodos 1, 2, 3)



Calculado a mano el corto en 3 vale:

$$\frac{1}{X_F} = \frac{1}{.22132} = 4.51828$$

la máquina de .10 aporta

$$I = 4.518 \frac{3.41297}{5.09364} = 3.02745 \text{ pu}$$

La de reactancia de .595 aporta

$$I = 4.518 \frac{1.68067}{5.09364} = 1.49083 \text{ pu}$$

A partir de Zbus:

	1	2	3
1	.0887	.0673	.0673
Z _{bus} = 2	.0673	.197	.197
3	.0673	.197	.222

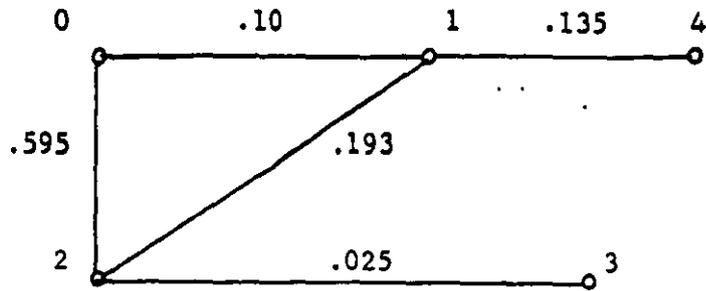
Obtenemos:

$$I_F = \frac{1}{Z_{33}} = \frac{1}{.222} = 4.50$$

Como: $I_{MN} = \frac{-Z_{M1} + Z_{N1}}{Z_{11} Z_{MN}}$

$$I_{01} = \frac{-Z_{03} + Z_{13}}{Z_{33} \times Z_{01}} = \frac{-0 + .0673}{.222 \times .10} = 3.03 \text{ pu}$$

$$I_{02} = \frac{-Z_{03} + Z_{23}}{Z_{33} \times Z_{02}} = \frac{-0 + .197}{.222 \times .595} = 1.49 \text{ pu}$$



Agrega nuevo bus:

$p = 1$

$q = 4$

$i = 0, 1, 2, 3, 4$

"p" No es nodo de referencia

$Z_{qi} = Z_{pi}$

$Z_{40} = Z_{10} = 0$

$Z_{41} = Z_{11} = .0887$

$Z_{42} = Z_{12} = .0673$

$Z_{43} = Z_{13} = .0673$

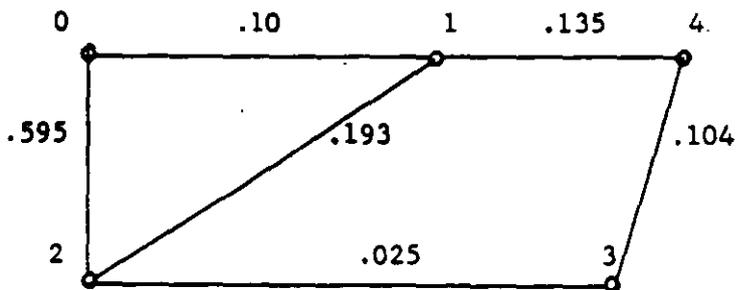
$Z_{qq} = Z_{pq} + z_{pq}$

$Z_{44} = Z_{14} + z_{14}$

$Z_{44} = .0887 + .135 = .2237$

$Z_{bus} =$

	1	2	3	4
1	.0887	.0673	.0673	.0887
2	.0673	.197	.197	.0673
3	.0673	.197	.222	.0673
4	.0887	.0673	.0673	.2237



No agrega nuevo bus

"p" no es nodo de referencia

$$p = 3$$

$$Z_{li} = Z_{pi} - Z_{qi}$$

$$q = 4$$

$$Z_{l0} = Z_{30} - Z_{40} = 0$$

$$i = 0, 1, 2, 3, 4$$

$$Z_{l1} = Z_{31} - Z_{41} = .0673 - .0887 = -.0214$$

$$Z_{l2} = Z_{32} - Z_{42} = .197 - .0673 = .1297$$

$$Z_{l3} = Z_{33} - Z_{43} = .222 - .0673 = .1547$$

$$Z_{l4} = Z_{34} - Z_{44} = .0673 - .2237 = -.1564$$

$$Z_{ll} = Z_{pl} - Z_{ql} + z_{pq} = Z_{3l} - Z_{4l} + z_{34}$$

$$Z_{ll} = .1547 + .1564 + .104 = .4151$$

	1	2	3	4	l
1	.0887	.0673	.0673	.0887	-.0214
2	.0673	.197	.197	.0673	.1297
3	.0673	.197	.222	.0673	.1547
4	.0887	.0673	.0673	.2237	-.1564
l	-.0214	.1297	.1547	-.1564	.4151

Eliminación del nodo auxiliar "l"

$$Z_{ij} = Z_{ij} - \frac{Z_{il} Z_{lj}}{Z_{ll}}$$

$$i = 1, j = 1 \quad Z_{11} = .0887 - \frac{(-.0214)(-.0214)}{.4151} = .0887 - .0011 = .0876$$

$$i = 1, j = 2 \quad Z_{12} = .0673 - \frac{(-.0214)(.1297)}{.4151} = .0673 + .00669 = .074$$

$$i = 1, j = 3 \quad Z_{13} = .0673 - \frac{(-.0214)(.1547)}{.4151} = .0673 + .00798 = .0753$$

$$i = 1, j = 4 \quad Z_{14} = .0887 - \frac{(-.0214)(-.1564)}{.4151} = .0887 - .0080 = .0807$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 2 \end{array} \quad Z_{22} = .197 - \frac{(.1297)(.1297)}{.4151} = .197 - .0405 = .1565$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 3 \end{array} \quad Z_{23} = .197 - \frac{(.1297)(.1547)}{.4151} = .197 - .0482 = .1488$$

$$\begin{array}{l} i = 2 \\ j = 4 \end{array} \quad Z_{24} = .0673 - \frac{(.1297)(-.1564)}{.4151} = .0673 - .0488 = .1161$$

$$\begin{array}{l} i = 3 \\ j = 3 \end{array} \quad Z_{33} = .222 - \frac{(.1547)(.1547)}{.4151} = .222 - .0575 = .1645$$

$$\begin{array}{l} i = 4 \\ j = 4 \end{array} \quad Z_{44} = .2237 - \frac{(-.1564)(-.1564)}{.4151} = .2237 - .0590 = .1647$$

$$\begin{array}{l} i = 3 \\ j = 4 \end{array} \quad Z_{34} = .0673 - \frac{(.1547)(-.1564)}{.4151} = .0673 + .0582 = .1255$$

Z bus =

	1	2	3	4
1	.0876	.074	.0753	.0807
2	.074	.1565	.1488	.1161
3	.0753	.1488	.1645	.1255
4	.0807	.1161	.1255	.1647

En esta matriz quedó comprendida la información total de la red, mediante la aplicación sistemática de la fórmula:

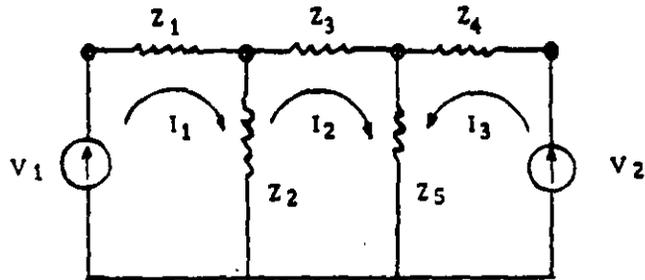
$$I_{M-N} = \frac{-Z_{M1} + Z_{N1}}{Z_{11} + Z_{MN}}$$

se podrán obtener los valores totales de falla y las contribuciones.

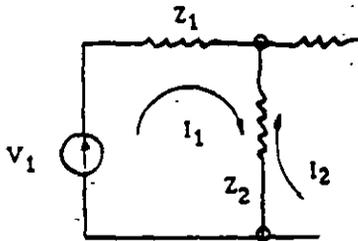
ANÁLISIS POR EL MÉTODO DE MALLAS.

Antecedentes

El análisis por mallas consiste en la aplicación de la Ley de Kirchhoff para voltajes; una vez seleccionadas las trayectorias cerradas por donde circularán las corrientes de malla, se plantean las ecuaciones considerando que la suma de voltajes a lo largo de la malla es cero.

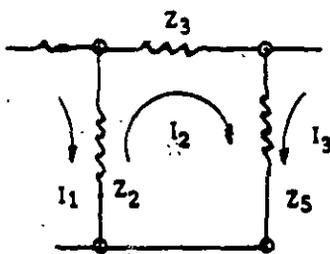


Evidentemente para la malla 1.



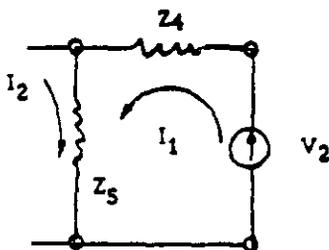
$$I_1 Z_1 + (I_1 - I_2) Z_2 = V_1$$

para la malla 2



$$I_2 Z_3 + (I_2 + I_3) Z_5 + (I_2 - I_1) Z_2 = 0$$

para la malla 3



$$I_3 Z_4 + (I_3 + I_2) Z_5 = V_2$$