



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
EXPLORACIÓN Y EXPLOTACIÓN DE RECURSOS NATURALES
YACIMIENTOS

ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN PARA LA ESTIMACIÓN
DE LA SATURACIÓN DE ACEITE EN YACIMIENTOS
NATURALMENTE FRACTURADOS

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

MOISÉS VELASCO LOZANO

TUTOR PRINCIPAL

DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO

MÉXICO, D. F., SEPTIEMBRE DE 2013

AGRADECIMIENTOS

A Dios y a mi familia, con quienes siempre he contado y confiado. A mis padres Amado y Rosa, a quienes siempre tengo presente, por todo el cariño, educación y consejos recibidos. A mis hermanos Milthon, Yoshira y Ulises, por todas las alegrías que hemos pasado juntos, por su apoyo y palabras, gracias.

Expreso un reconocimiento especial a mi tutor el Dr. Fernando Samaniego Verduzco, por el interés, disposición y enseñanzas recibidas durante mi estancia en el posgrado, quien siempre dispuso de un poco de su tiempo para orientar el proceso de desarrollo y conclusión de este trabajo de tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el recurso económico proporcionado durante el período de estudios de Maestría; institución que fomenta la continua formación profesional de Mexicanos.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, y en especial mención a la Facultad y Posgrado de Ingeniería. Me siento muy orgulloso de la educación recibida.

A mis amigos: Mike, Ana, Santos, Maldonado, Pepe, Joshua, Ramiro, Isaac, Abdul, Roger, Kevin; quienes me apoyaron durante esta etapa de mi vida como estudiante, compartiendo innumerables experiencias.

RESUMEN

En este trabajo de tesis se presenta el estudio del problema de flujo multifásico agua-aceite en yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados, bajo un esquema de distribución disperso de las fases, con el objetivo de estimar la saturación de aceite en el medio poroso, haciendo uso de la interpretación de pruebas de decremento de presión y estableciendo una metodología particular para su análisis.

En los modelos desarrollados, se considera una producción total de las fases aceite y agua en el pozo, bajo un régimen transitorio de presión y una geometría de flujo radial. En cada caso particular se presenta el proceso de derivación de las ecuaciones que rigen el flujo de fluidos, incluyendo el término de presión capilar, para posteriormente analizar el efecto que implica este parámetro en la movilidad de las fases. En el caso de yacimientos homogéneos, se define una expresión modificada para la movilidad total de las fases, al incluir el efecto de la presión capilar, en este proceso se generaron diversos casos de estudios, lo que derivó en una relación matemática entre las presiones de las fases aceite y agua para este problema de flujo, la cual se incluye en la solución adimensional del comportamiento de presión.

El problema de flujo multifásico en yacimientos naturalmente fracturados se analizó de acuerdo a la teoría establecida por Al-Bemani et al., (1991), en donde se considera que los medios de fracturas (medio de transporte) y matriz (medio de almacenamiento), están saturados con fluidos móviles (agua y aceite); adicionalmente se derivó un modelo particular de flujo para la situación en la que se presenta un proceso de invasión de agua en la zona de aceite original. Se realizó el proceso de derivación de las ecuaciones particulares que gobiernan el comportamiento de los fluidos en cada uno de los medios, estableciendo su relación y continuidad de flujo, a través de la función de transferencia y las presiones adimensionales correspondientes. En el caso particular del medio de matriz, se considera significativo el efecto de presión capilar entre las fases, por lo que se desarrolló un análisis detallado de los flujos interporosos individuales de las fases, obteniendo una modificación a la expresión del coeficiente de flujo interporoso, que caracteriza a un yacimiento de doble porosidad. El proceso y metodología de análisis se presentan en función de variables adimensionales, de acuerdo al comportamiento que describen curvas tipo particulares para el flujo hacia el pozo en que se incluye el efecto de la presión capilar.

Índice

1. Introducción	1
1.1. Establecimiento del problema	1
2. Revisión de la literatura	3
2.1. Yacimientos naturalmente fracturados	3
2.2. Técnicas para la determinación de la saturación de aceite en yacimientos petroleros	6
2.2.1. Núcleos	6
2.2.2. Registros geofísicos	7
2.2.3. Trazadores químicos	8
2.2.4. Pruebas de presión	9
2.2.5. Flujo multifásico	11
3. Determinación de la saturación de aceite en yacimientos homogéneos	13
3.1. Modelo de flujo aceite-agua sin considerar la presión capilar	13
3.1.1. Ecuación de difusión para flujo multifásico	13
3.1.2. Parámetros adimensionales	16
3.1.3. Solución de la ecuación de difusión para flujo multifásico	18
3.1.4. Metodología de análisis para la estimación de la saturación de aceite	21
3.2. Modelo de flujo aceite-agua considerando la presión capilar	21
3.2.1. Influencia de la presión capilar en la movilidad de las fases	21
3.2.2. Ecuación de difusión para flujo multifásico	26
3.2.3. Parámetros adimensionales	28
3.2.4. Solución de la ecuación de difusión para flujo multifásico	30
3.2.5. Metodología de análisis para la estimación de la saturación de aceite .	31
4. Determinación de la saturación de aceite en yacimientos naturalmente fracturados	32
4.1. Ecuación de difusión para flujo multifásico	33
4.2. Parámetros adimensionales	35
4.3. Transferencia matriz-fractura	39
4.3.1. Ecuación de difusión en el medio de matriz	39
4.3.2. Transferencia matriz-fractura de la fase agua	41
4.3.3. Transferencia matriz-fractura de la fase aceite	43
4.4. Solución de la ecuación de difusión para flujo multifásico	44

4.5. Metodología de análisis para la estimación de la saturación de aceite	46
4.6. Modelo agua-aceite en un pozo que produce sólo la fase agua	56
5. Validación y discusión de resultados	61
6. Conclusiones y trabajo futuro	79
Nomenclatura	81
Bibliografía	85
Apéndice A. Presión capilar en un medio homogéneo bajo condiciones de producción consntante de las fases aceite y agua	88
Apéndice B. Períodos de flujo en yacimientos naturalmente fracturados para condiciones de producción multifásica de las fases aceite y agua, para transferencia matriz-fractura	99
Apéndice C. Análisis de la constante c que representa el efecto de la presión capilar en el medio de matriz de yacimientos naturalmente fracturados	106
Apéndice D. Flujo interporoso del medio de matriz	108

Lista de Figuras

Figura 2.1. Medio naturalmente fracturado (Ezekwe, 2011).	4
Figura 2.2. Yacimiento de doble porosidad (Ezekwe, 2011).	5
Figura 2.3. Idealización de un modelo de doble porosidad (Warren y Root, 1963).	6
Figura 2.4. Cambios de saturación en una muestra de fondo del yacimiento (Dandekar, 2013).	7
Figura 3.1. Comportamiento de la presión adimensional en el pozo.	20
Figura 3.2. Configuración de las fases en un medio poroso preferentemente mojado al agua (Willhite, 1986).	23
Figura 3.3. Curvas de permeabilidad relativa en función de la tensión interfacial σ (Al-Gharbi, 2004).	24
Figura 3.4. Curvas de permeabilidad relativa para diferentes valores de tensión interfacial (Sheng, 2010).	25
Figura 3.5. Curvas de permeabilidades relativas en función de la tensión interfacial, para un valor constante de saturación de agua de 0.5.	26
Figura 3.6. Comportamiento de la presión adimensional en el pozo.	30
Figura 4.1. Comportamiento de p_{Dw} en un yacimiento naturalmente fracturado de doble porosidad.	47
Figura 4.2. Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} en un yacimiento naturalmente fracturado al variar la relación de almacenamiento ω	48
Figura 4.3. Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} en un yacimiento naturalmente fracturado al variar el coeficiente de flujo interporoso λ	49
Figura 4.4. Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} y de la función derivada $t_D \times p'_{Dw}$ en un yacimiento naturalmente fracturado al variar la relación de almacenamiento ω	50
Figura 4.5. Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} y de la función derivada $t_D \times p'_{Dw}$ en un yacimiento naturalmente fracturado al variar el coeficiente de flujo interporoso λ	51
Figura 4.6. Comportamiento de p_{Df} y p_{Dm} al incluir el efecto de la presión capilar en el medio de matriz.	52
Figura 4.7. Comportamiento de p_{Dm} con respecto a la relación de almacenamiento ω	53
Figura 4.8. Comportamiento de p_{Dm} con respecto a la constante c	54
Figura 4.9. Distribución original de los fluidos para un YNF en la zona de aceite.	56

Figura 4.10. Distribución de la saturación de los fluidos para un YNF, al presentarse un proceso lateral de invasión de agua en la zona de aceite.	57
Figura 4.11. Distribución de la saturación de los fluidos para un YNF durante la etapa de producción, posterior al proceso de invasión de agua.	58
Figura 4.12. Configuración de la distribución de fluidos en el sistema matriz-fractura en un YNF, para: a) la etapa de inyección (invasión) de agua en el medio y b) etapa de producción en la zona invadida.	59
Figura 5.1. Perfil de presión de la prueba de decremento de presión, simulada numéricamente.	62
Figura 5.2. Comportamiento de la Función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento.	63
Figura 5.3. Ajuste de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenidos por medio de simulación numérica.	64
Figura 5.4. Comportamiento de la presión de fondo fluyendo, obtenido por medio de simulación numérica, para un YNF.	67
Figura 5.5. Comportamiento de Δp y la función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenida por medio de simulación numérica para un YNF.	68
Figura 5.6. Ajuste de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenida por simulación numérica para un YNF.	69
Figura 5.7. Comportamiento de las presiones adimensionales de los medios de matriz y fracturas para valores diferentes del coeficiente de flujo interporoso λ_{tr}	72
Figura 5.8. Función derivada para valores diferentes del coeficiente de flujo interporoso λ_{tr} , en función de los datos reportados en la Tabla 5.4.	73
Figura 5.9. Curvas de permeabilidades relativas para los medios de fracturas (izquierda) y matriz (derecha), utilizados para la prueba simulada de un YNF.	74
Figura 5.10. Comportamiento de Δp y la función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenida por medio de simulación numérica para un YNF.	75
Figura 5.11. Ajuste de los datos de presión de la prueba de decremento sintética, obtenida por simulación numérica para un YNF.	76
Figura A-1. Perfiles de presiones de las fases aceite y agua, para diferentes valores de producción q_t	90
Figura A-2. Perfiles de presión de las fases aceite y agua para distintos valores de permeabilidad absoluta.	92

Figura A-3. Perfiles de gastos de las fases aceite y agua a diversos tiempos de producción.	95
Figura A-4. Perfiles de gastos de las fases aceite y agua a diversos valores de permeabilidad absoluta del medio k	96
Figura B-1. Comportamiento de la presión adimensional para transferencia matriz-fractura al considerar la función de transferencia $f(s)$ a tiempos cortos ($s \rightarrow \infty$).101	
Figura B-2. Comportamiento de la presión adimensional para transferencia matriz-fractura al considerar la función de transferencia $f(s)$ a tiempos intermedios ($\lambda \ll s \ll \frac{1}{\omega}$) y ($\omega \ll 1$).	102
Figura B-3. Comportamiento de la presión adimensional para transferencia matriz-fractura al considerar la función de transferencia $f(s)$ a tiempos largos ($s \rightarrow 0$).103	
Figura B-4. Comparación del comportamiento de la solución general y las ecuaciones desarrolladas para los periodos de tiempo descritos en escala doble logarítmica, para transferencia matriz-fractura.	104
Figura B-5. Comparación del comportamiento de la solución general y las ecuaciones desarrolladas para los periodos descritos en escala semilogarítmica para transferencia matriz-fractura.	105
Figura D-1. Flujo interporoso adimensional del medio de matriz hacia la red de fracturas, con respecto a la constante c	109
Figura D-2. Flujo interporoso adimensional del medio de matriz hacia la red de fracturas al variar la relación de almacenamiento ω	110
Figura D-3. Flujo interporoso adimensional de la fase aceite.	112
Figura D-4. Flujo interporoso adimensional de la fase aceite.	114
Figura D-5. Comparación de los flujos interporosos adimensionales del medio de matriz al considerar nulo el efecto de la presión capilar.	115
Figura D-6. Comparación de los flujos interporosos adimensionales del medio de matriz al incluir el efecto de la presión capilar.	116

Lista de Tablas

Tabla 3.1. Comparación de los parámetros adimensionales para flujos monofásico (aceite) y multifásico (aceite y agua).	20
Tabla 3.2. Comparación de los parámetros adimensionales para flujo multifásico con y sin presión capilar.	31
Tabla 5.1. Información de los fluidos, roca y producción para la prueba de decremento de presión en un yacimiento homogéneo.	61
Tabla 5.2. Información de los fluidos, roca y producción para la prueba de decremento de presión en un yacimiento naturalmente fracturado.	66
Tabla 5.3. Información del sistema roca-fluidos.	71
Tabla 5.4. Conjunto de datos de permeabilidades y saturaciones de las fases para el medio de matriz.	71
Tabla 5.5. Información de los fluidos, roca y producción para la prueba de decremento de presión en un yacimiento naturalmente fracturado.	73
Tabla A-1. Características del yacimiento.	89
Tabla A-2. Propiedades del medio poroso y fases.	89
Tabla A-3. Datos de permeabilidad de las fases.	89
Tabla A-4. Datos obtenidos durante el proceso de simulación a diferentes valores de gasto de producción.	91
Tabla A-5. Datos obtenidos durante el proceso de simulación a diferentes valores de permeabilidad absoluta.	92
Tabla A-6. Comparación de las propiedades de los fluidos y del sistema roca-fluidos al considerar la presión capilar en el proceso de simulación.	94
Tabla A-7. Conjunto de datos 1 del sistema roca-fluidos.	96
Tabla A-8. Relación de presiones de las fases obtenidos a diferentes gastos de producción.	97
Tabla A-9. Relación de presiones de las fases obtenidos para dos gastos de producción, para diferentes valores de permeabilidad absoluta.	97
Tabla A-10. Conjunto de datos 2 del sistema roca-fluidos.	97
Tabla A-11. Relación de presiones de las fases obtenidos a diferentes gastos de producción.	98
Tabla A-12. Relación de presiones de las fases obtenidos a dos gastos de producción, para diferentes valores de permeabilidad absoluta.	98

1. Introducción

1.1. Establecimiento del problema

La importancia de medición y estimación correcta de los parámetros relacionados al medio poroso y de los fluidos contenidos en los yacimientos, representa la información necesaria para la evaluación del potencial volumen de fluidos hidrocarburos almacenados en el medio poroso, la factibilidad de su explotación y de la implementación de procesos de recuperación. El estudio de los yacimientos requiere de procesos de caracterización estática para determinar todos los factores involucrados en el sistema roca-fluidos, y establecer la información base del proceso de la dinámica del yacimiento, permitiendo realizar procesos de predicción relacionados con su comportamiento, al generarse cambios en sus condiciones originales debido a la producción de fluidos en el pozo.

En el proceso de obtención de información se han empleado diferentes fuentes, las cuales proporcionan datos de forma directa e indirecta, y en cada caso particular, representan estimaciones de acuerdo a las características, condiciones y objetivos de su implementación. Los datos que se registran corresponden a diversos procesos, en los cuales se tiene asociado un cierto nivel de incertidumbre, de acuerdo al método/técnica empleado, a factores ambientales y de medición, por mencionar algunos. Adicionalmente la información tiene que ser analizada de acuerdo al proceso realizado para su obtención, dado que esta puede corresponder a una medición in-situ o de laboratorio; por lo que es necesario evaluar el factor de alcance, dado que en todos los casos se tiene un rango para su aplicación.

El objetivo principal de este trabajo es establecer una metodología de análisis para estimar la saturación de aceite contenida en el medio de matriz en yacimientos naturalmente fracturados, haciendo uso de la teoría de flujo multifásico y del análisis de datos de pruebas de presión, debido a que la determinación de la saturación de fluidos contenidos en el medio poroso, permite evaluar el potencial del yacimiento, la importancia que este representa en la producción de fluidos y la factibilidad de implementar procesos de recuperación secundaria y/o mejorada de acuerdo a los volúmenes que ahí se encuentren almacenados. Se presenta el análisis de los modelos matemáticos que representan el comportamiento de flujo multifásico (aceite y agua) en yacimientos petroleros, para estimar la saturación de aceite y agua en el medio poroso, empleando el análisis de datos de pruebas de presión, y obtener una evaluación del volumen de fluidos hidrocarburos presentes.

La estructura de la tesis es la siguiente: En el capítulo II se establece la importancia del estudio de los yacimientos naturalmente fracturados acorde a la producción de hidrocarburos,

las características de los mismos y aspectos relevantes que deben considerarse en su estudio. Se aborda la información relacionada a los métodos, técnicas y/o procesos de mayor relevancia empleados para la caracterización dinámica de yacimientos. Se describe la importancia de las pruebas de presión y la teoría de flujo multifásico, siendo estos aspectos base para la metodología de análisis en el proceso de desarrollo que se presenta en este trabajo de tesis.

El capítulo III describe el problema de flujo multifásico en yacimientos homogéneos, en el que se consideran dos situaciones de flujo de fluidos en el medio poroso. La primera consideración corresponde al desarrollo clásico, en el que se considera que sólo se tiene una presión en el medio poroso, asumiendo que las presiones de la fase aceite (p_o) y agua (p_w) son iguales. En la segunda situación, se considera que sí existe una diferencia entre las presiones de las fases aceite y agua, por lo que en el término de la ecuación de difusión se incluye el término correspondiente a la presión capilar.

En el capítulo IV se presenta la información correspondiente a las bases teóricas y analíticas que fundamentan y constituyen el proceso de análisis relacionado con el flujo multifásico en un medio naturalmente fracturado. De manera análoga, se desarrolla la expresión matemática correspondiente a la transferencia de flujo matriz-fractura en un régimen de flujo pseudoestacionario; así mismo se establece la relación entre las presiones de fractura y los bloques de matriz, al considerar el efecto de la presión capilar en este último medio.

El capítulo V describe la validación y discusión de resultados, al emplear las metodologías de análisis desarrolladas, con el objetivo de establecer los parámetros y características bajo las cuales es factible su aplicación; en esta sección se emplean datos sintéticos y de laboratorio reportados en la literatura, con el objetivo de estimar los valores de saturaciones de fluidos bajo diferentes esquemas de estudios y casos de aplicación. En el capítulo VI se presentan las conclusiones que el trabajo de tesis desarrollado permitió establecer, de acuerdo a la información y resultados obtenidos; se describen las aportaciones generadas y el alcance de las mismas, de acuerdo a las limitaciones, consideraciones y suposiciones particulares de acuerdo a las bases establecidas en la formulación de las ecuaciones de flujo. Finalmente, se presentan los alcances de la investigación, las recomendaciones que permitan su continuidad para incluir nuevas características a la metodología desarrollada y ampliar su rango de aplicación, así como el establecer las bases a trabajos futuros relacionados al análisis aquí presentado.

2. Revisión de la literatura

La producción de hidrocarburos a lo largo del tiempo ha sufrido diversos cambios de acuerdo a los requerimientos establecidos por su demanda de consumo, esta situación ha llevado a la implementación y desarrollo de nuevas tecnologías, procesos y/o técnicas, con el objetivo de aumentar la producción de fluidos del subsuelo (aceite y gas), asegurando la demanda de energía generada por esta fuente no renovable. Los procesos involucrados de manera directa e indirecta en la producción de fluidos han experimentado mejoras y modificaciones, permitiendo el desarrollo de nuevas metodologías de análisis, las cuales consideran aspectos a detalle de las variables involucradas en el estudio de los yacimientos y de los fluidos que ahí se encuentran almacenados.

El entendimiento de los yacimientos, los parámetros, variables y factores involucrados, representan una problemática debido a su variabilidad; situación que hace necesaria el empleo de métodos que permitan estimar y/o determinar de forma aproximada las condiciones en el sistema roca-fluidos de los medios de matriz y fracturas. El proceso de caracterización del yacimiento involucra diversas herramientas de acuerdo a la complejidad de las características presentes, la información disponible y de las condiciones particulares, las cuales definirán la opciones viables y la definición de la óptima que deberá implementarse, las cuales corresponden a diversos métodos de análisis y evaluación, como lo son: la simulación numérica, toma de mediciones directas e indirectas, empleo de correlaciones y de expresiones matemáticas, que representen el comportamiento de flujo; en las cuales se presentan diversas limitaciones y alcances particulares que permiten evaluar de manera distinta los parámetros del yacimiento y de los fluidos, de acuerdo a los objetivos específicos de cada una.

2.1. Yacimientos naturalmente fracturados

Un yacimiento naturalmente fracturado contiene fracturas creadas de forma natural (Aguilera, 1995), el cual está compuesto por dos medios principales, el de fracturas y de matriz. El medio de fracturas es aquel que conduce el flujo de fluidos a través del yacimiento, debido a la alta permeabilidad que este presenta; el segundo medio (matriz), corresponde principalmente al sistema de almacenamiento de los fluidos dado que se supone que este medio cuenta con una alta porosidad. La importancia de estos yacimientos radica en los altos volúmenes de fluidos hidrocarburos que se encuentran almacenados, de los cuales proviene el mayor porcentaje de producción de fluidos hidrocarburos actualmente.

Los yacimientos naturalmente fracturados (YNF's) están compuestos de distribuciones aleatorias de fracturas, vórgulos y bloques de matriz, como se muestra en la **Figura 2.1**.

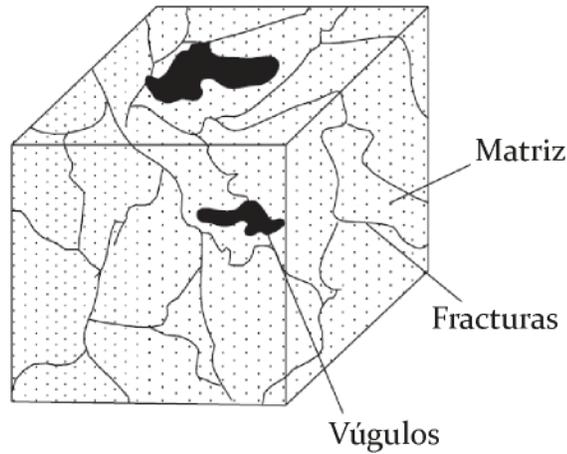


Figura 2.1: Medio naturalmente fracturado (Ezekwe, 2011).

Ezekwe (2011) describe que la naturaleza de las fracturas y su distribución, tienen una influencia considerable en la respuesta de presión de un pozo al llevarse a cabo una prueba de presión. En el análisis de pruebas de pozos los yacimientos naturalmente fracturados pueden representarse con diversos modelos basados en la distribución de las fracturas dentro del sistema. Cinco-Ley (1996) estableció los modelos representativos siguientes:

1. Yacimiento homogéneo.
2. Yacimiento compuesto o de región múltiple.
3. Yacimiento anisotrópico.
4. Yacimiento de fractura única.
5. Yacimiento de doble porosidad.

En el estudio de los yacimientos naturalmente fracturados se ha concluido que el modelo de doble porosidad es el que los representa de la manera más aproximada, los cuales corresponden a un sistema conformado de fracturas y de matriz, **Figura 2.2**. Los fluidos del yacimiento fluyen del sistema de matriz al sistema de fracturas, a través del cual los fluidos se transportan hacia el pozo, en donde se genera posteriormente la producción de los fluidos a la superficie.

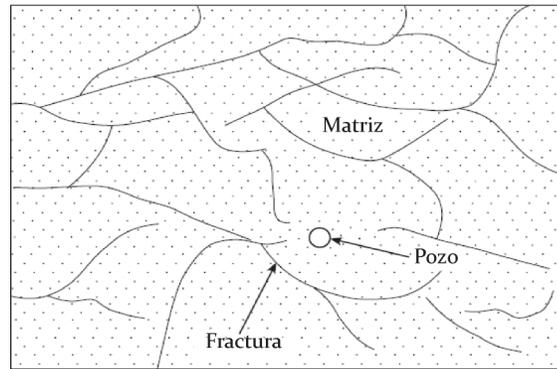


Figura 2.2: Yacimiento de doble porosidad (Ezekwe, 2011).

Los modelos desarrollados en el estudio de algún fenómeno físico, en su mayoría consideran situaciones complejas de representar bajo las condiciones existentes, las variables involucradas, su geometría y fuerzas presentes, por lo que dichos fenómenos suelen describirse en una manera razonable con el objetivo de presentar soluciones aproximadas al comportamiento real, de acuerdo al establecimiento de modelos teóricos en los cuales sea posible representar un modelo físico como un modelo matemático, empleándose una representación del comportamiento del problema en cuestión a través de un sistema de ecuaciones, logrando de esta manera obtener soluciones generales y/o particulares al modelo que describan de manera aproximada al fenómeno en estudio.

En el proceso de estudio de un sistema de doble porosidad se han establecido modelos que permiten obtener una solución aproximada para el problema real que significa el sistema matriz-fractura, siendo uno de los más aceptados el establecido por Warren y Root (1963), el cual es una representación aproximada del yacimiento naturalmente fracturado. El modelo de Warren y Root está basado en el concepto matemático de la superposición de dos medios; es un sistema idealizado formado por paralelepípedos rectangulares idénticos, separados por una red ortogonal de fracturas, **Figura 2.3**.

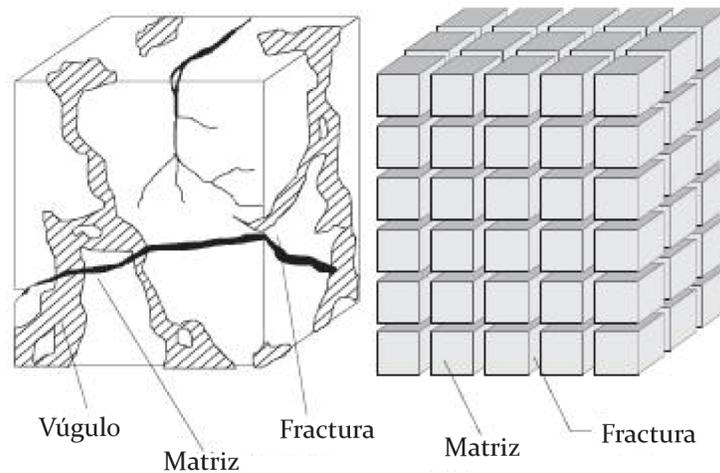


Figura 2.3: Idealización de un modelo de doble porosidad (Warren y Root, 1963).

En esta representación equivalente para un YNF se considera que el flujo primario solo ocurre en la red de fracturas y que el sistema de matriz alimenta continuamente al sistema de fracturas bajo condiciones de transferencia en un régimen de flujo pseudoestacionario (gradiente lineal de presión).

2.2. Técnicas para la determinación de la saturación de aceite en yacimientos petroleros

En la industria petrolera existen diversos métodos para estimar el valor de la saturación de los fluidos contenidos en los yacimientos. La importancia de poder cuantificar el valor de la saturación de fluidos reside en poder evaluar el potencial económico que representa el volumen de fluidos almacenados, y por tanto la viabilidad y factibilidad de iniciar y/o continuar el proceso de explotación del yacimiento en cuestión, además de proporcionar información que permita establecer los métodos de recuperación que mejor se ajusten a las condiciones existentes. En este apartado se describen en forma resumida los métodos más empleados para la estimación de la saturación de aceite en los yacimientos petroleros.

2.2.1. Núcleos

El análisis de muestras del yacimiento o núcleos representa una parte fundamental en la caracterización de un yacimiento, dado que la información obtenida representa una medida directa de sus propiedades.

Los datos obtenidos de los núcleos indican la evidencia de la presencia de fluidos, la capacidad de almacenamiento (porosidad) y la facilidad de flujo de fluidos en el medio poroso

(permeabilidad). El proceso de evaluación y obtención de datos a partir de una muestra del yacimiento, dependerá en gran medida de los factores asociados que puedan modificar las condiciones originales (in-situ); entre las diversas causas se encuentran las siguientes: el filtrado de fluidos ajenos a los originales al llevarse a cabo el proceso de obtención del núcleo, el someter la muestra a cambios de presión y temperatura, así como el proceso de sellado y transporte de las muestras a las instalaciones para su análisis. La **Figura 2.4** ejemplifica los cambios de saturación de los fluidos que se pueden presentar en el proceso de núcleo.

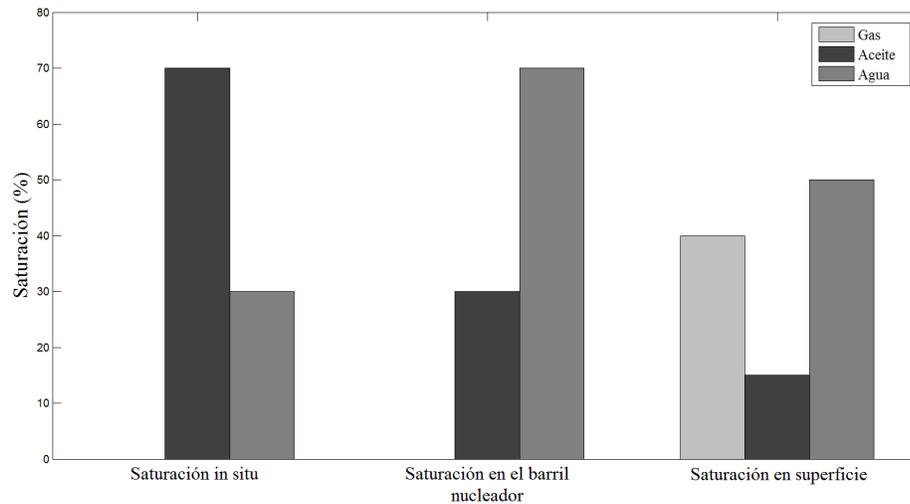


Figura 2.4: Cambios de saturación en una muestra de fondo del yacimiento (Dandekar, 2013).

Finalmente, cabe mencionar que aunque en este proceso se tiene una medida directa de las propiedades, la información no puede extrapolarse o asumirse que se comportará de manera similar en todo el yacimiento, debido a que el núcleo corresponde a una área específica del yacimiento, teniéndose un rango de incertidumbre alto en su uso posible en procesos de evaluación de volúmenes de fluidos.

2.2.2. Registros geofísicos

Los registros geofísicos son herramientas de medición ampliamente utilizadas para la medición de ciertos parámetros del yacimiento, donde el principio de funcionamiento corresponde a estímulos y/o respuestas generadas por la formación. Los registros presentan una gran variedad en su rango de aplicación de acuerdo al principio físico en el cual se fundamentan y el objetivo para el cual están diseñados, así como su rango de investigación dentro de la formación, condición que depende de las características propias de la herramienta y del yacimiento en estudio. La forma de operación de los registros consiste en medir la respuesta a un estí-

mulo generado, registrándose las variaciones presentes, las cuales posteriormente se analizan e interpretan de acuerdo a perfiles generados o expresiones matemáticas desarrolladas, como es el caso de la estimación de la saturación de fluidos en el medio poroso.

En general los registros se encuentran calibrados de manera específica, de acuerdo a las condiciones que se tengan en el lugar de medición, como los son: el tipo de fluidos, los minerales que se encuentren en la formación, así como la naturaleza del proceso de depositación. La calibración se realiza de acuerdo a información obtenida de otras fuentes externas, entre las que se encuentran los núcleos; situación que genera un rango de incertidumbre, dado que al presentarse esta dependencia se podría incurrir en errores de interpretación de la información, requiriéndose un proceso riguroso de evaluación para resolver este problema. Las complicaciones presentes en el empleo de este método para la estimación de la saturación de fluidos, son principalmente las condiciones de operación de la herramienta, dado que los rangos de operación de presión y temperatura son restringidos, las condiciones del pozo debido al filtrado de fluido que afecta la lectura de la información y la limitación presente con respecto al rango de penetración de la herramienta en la formación, situación que implica un riesgo asociado, al considerar que el valor estimado de saturación en la zona de investigación corresponde a un valor ponderado en el yacimiento.

2.2.3. Trazadores químicos

Un trazador (marcador) es una sustancia que puede monitorearse desde su inyección a través de un pozo en la formación de un yacimiento, hasta su recolección posterior dentro de un sistema, que corresponde a uno o varios pozos petroleros (García, 2011). Los trazadores químicos se dividen en dos categorías principales: radiactivos y químicos; los primeros son compuestos que contienen isotopos radiactivos, que en un estado estable se desintegran y emiten algún tipo de radiación, ya sea gamma o beta; por otra parte, los trazadores químicos son sustancias que se agregan al fluido de inyección con el objetivo de analizar la interacción entre el fluido inyectado y los fluidos del yacimiento.

El principio de la operación de los trazadores químicos es realizar un análisis sobre la transferencia de agua de inyección entre los pozos, teniendo como objetivo detectar a través de las muestras recolectadas, el tiempo de tránsito y la trayectoria seguida por el agua combinada con el trazador a lo largo de la formación. En ambos casos se han desarrollado métodos de análisis para medir ciertos parámetros generados por la utilización de los trazadores, y las reacciones que ocurren en su proceso de inyección y contacto con la formación, así como el tiempo de interacción y transporte en el medio poroso. El proceso de análisis consiste en el desarrollo de ecuaciones que relacionan las propiedades e interacción de los fluidos, per-

mitiendo establecer expresiones para la determinación de la saturación de fluidos en función del comportamiento de la concentración del trazador recolectada al producir los fluidos en el pozo.

En medios porosos fracturados se presenta un comportamiento particular en el flujo de fluidos de acuerdo a la estructura y composición de este tipo de sistemas, en donde es difícil predecir el comportamiento del movimiento de los fluidos, así como la problemática de poder controlar de forma adecuada y eficiente las reacciones adicionales generadas, y las pérdidas de trazador en la formación que podrían afectar las mediciones en superficie. Este método es eficiente y relativamente sencillo en su aplicación en yacimientos homogéneos, cuando se cuenta con la información y condiciones necesarias, ya que permite estimar valores de saturación en una área amplia a través del yacimiento, la cual generalmente cubre la distancia entre pozos.

2.2.4. Pruebas de presión

Una prueba de presión consiste en registrar la variación de la presión o del gasto del pozo (o pozos) con respecto al tiempo después de que se produce un cambio en las condiciones de producción del pozo (Samaniego, 2014), siendo el objetivo el poder medir de forma indirecta una o más de las propiedades del yacimiento. El análisis de los datos obtenidos de una prueba de presión es el resultado del estudio de los disturbios que se producen en las condiciones iniciales (previo al inicio de la prueba) del yacimiento, los cuales se registran para su evaluación posterior de acuerdo a los modelos matemáticos desarrollados.

El proceso de análisis de los datos de presión constituye una de las herramientas principales y de mayor aplicación en la caracterización de un yacimiento, debido a la facilidad relativa que estas representan en su implementación. La toma de información por medio de esta técnica es de gran importancia debido al área de investigación grande que esta permite estudiar, debido a que el transiente de presión generado por la producción o inyección de fluidos viaja a través de la formación, alcanzando grandes distancias en poco tiempo, por lo que es posible identificar diversas singularidades que afectan o benefician la producción y/o movimiento de los fluidos almacenados en el yacimiento. La diversidad de las pruebas de presión corresponde a los objetivos particulares y a la disponibilidad y eficiencia de su aplicación, en el contexto de obtención de información confiable, donde se asume un cierto rango de incertidumbre.

La información principal que puede obtenerse de la aplicación de una prueba de presión es la siguiente:

- Conductividad de la formación.
- Factor de daño.
- Presión promedio en el área de drene.
- Volumen poroso.
- Heterogeneidades del yacimiento (fallas, acuíferos, casquetes de gas, etc.).
- Permeabilidad.

2.2.5. Flujo multifásico

La mayoría de los modelos teóricos que describen el comportamiento del yacimiento han sido desarrollados para la condición de flujo monofásico, en donde se asume que el aceite es el único fluido en movimiento a través del medio poroso. Diversas condiciones de flujo durante la explotación de los yacimientos generan la producción de gas y agua en los pozos (flujo aceite-gas); cuando el yacimiento se encuentra por debajo de su presión de saturación, se tiene el flujo de gas y una reducción en el movimiento del aceite, debido a que su permeabilidad efectiva disminuye al no ser el único fluido móvil en el medio. En el caso de la producción de agua, se debe a diversas situaciones, como son: la inyección de agua, el avance del contacto agua-aceite y el perforar un pozo en la zona de transición agua-aceite, condiciones en que el valor de la saturación de la fase agua es mayor a la saturación de agua crítica, presentándose un flujo multifásico (agua-aceite) de fluidos en el medio.

Se han reportado en la literatura diversos métodos relacionados con el flujo multifásico de fluidos en el medio poroso, en los que se presentan ciertas simplificaciones y condiciones para su aplicabilidad; el modelo más ampliamente utilizado es el propuesto por Perrine (1956), en el que se supone un flujo equivalente de los fluidos, definido como la suma de las fases móviles en el medio poroso; las hipótesis del modelo son las siguientes: distribución uniforme de las fases en el yacimiento, las saturaciones de las fases son constantes e independientes de la presión y que la presión en las fases es la misma ($P_c = 0$). En 1959 Martin presentó un desarrollo enfocado al flujo multifásico en base a la teoría presentada por Perrine, en el cual describe que los productos $\nabla p \cdot \nabla p$, $\nabla p \cdot \nabla S_o$ y $\nabla p \cdot \nabla S_w$ se desprecian en comparación a la magnitud de ∇p , ∇S_o y ∇S_w ; estas asunciones son válidas cuando los cambios de presión en la zona de investigación no son grandes y se encuentran en función de la distancia; lo cual no puede ser asumido con respecto al tiempo.

En la práctica los gradientes de saturación no son siempre despreciables (Bourdet, 2002), por lo que el término de fluido equivalente descrito por Perrine puede generar cálculos erróneos; la situación de variación de saturación de las fases se presenta generalmente en el área contigua al pozo, debido a los gradientes de presión altos que se tienen en esta zona, lo que genera un cambio significativo en comparación a las zonas alejadas del yacimiento. Adicionalmente a la teoría de Perrine, se han desarrollado otros modelos para la descripción del flujo multifásico a través de medios porosos, como son los propuestos por Fetkovich (1973), Raghavan (1976) y Al-Khalifah et al., (1987). A continuación se discuten los modelos de Perrine-Martin y Al-Khalifah.

La ecuación de difusión desarrollada por Martin (1959) para condiciones de flujo mul-

tifásico, a partir de la teoría establecida por Perrine se expresa por medio de la expresión 2.1:

$$\nabla^2 p = \frac{\phi c_t}{\left(\frac{k}{\mu}\right)_t} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.1)$$

donde c_t corresponde a la compresibilidad total (Martin, 1959) y $\left(\frac{k}{\mu}\right)_t$ representa la movilidad total de los fluidos (Perrine, 1956), definidos respectivamente como:

$$c_t = c_r + S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g + S_o \left(\frac{B_g}{B_o}\right) \frac{\partial R_s}{\partial p} + S_w \left(\frac{B_g}{B_w}\right) \frac{\partial R_{sw}}{\partial p},$$

y

$$\left(\frac{k}{\mu}\right)_t = \frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} + \frac{k_g}{\mu_g}.$$

Los resultados de la aplicación del método de Perrine son menos confiables cuando se tiene el incremento de la saturación de gas en la vecindad del pozo, dado que la asunción de que se tiene un cambio despreciable en la saturación no se cumple, lo que genera la obtención de valores de daño y permeabilidad inexactos.

Al-Khalifah et al., (1987) mostraron que el grupo de variables $\frac{k_o}{\mu_o B_o}$ tiende aproximadamente a ser una función lineal de la presión, por lo que la ecuación de difusión para flujo multifásico puede simplificarse como una ecuación expresada en términos de la presión cuadrada (p^2), en sustitución de la presión p . La constante de proporcionalidad definida por los autores es:

$$ap = \frac{k_o}{\mu_o B_o}. \quad (2.2)$$

La eficiencia del método y los resultados dependen directamente de la selección de la constante de proporcionalidad a . La ecuación de difusión para condiciones de flujo multifásico desarrollada por los autores corresponde a la expresión 2.3:

$$\nabla^2 p^2 = \frac{\phi c_t}{\lambda} \frac{\partial p^2}{\partial t}. \quad (2.3)$$

3. Determinación de la saturación de aceite en yacimientos homogéneos

Los yacimientos homogéneos corresponden a aquellos medios en los que se tiene un sistema principal que actúa como almacén y transporte de los fluidos, en donde se asume que las propiedades del sistema roca-fluidos no presentan una variación significativa en sus condiciones originales. El análisis del flujo de fluidos a través del medio poroso se describe por medio de la ecuación de difusión, la cual permite estimar el comportamiento de la presión en el yacimiento bajo diferentes condiciones iniciales y de frontera, asociadas al modelo de flujo de interés en estudio. El estudio de los datos de presión registrados en el pozo permiten obtener diferentes características del yacimiento como lo son el tipo de fronteras presentes, los regímenes y geometrías de flujo, así como el de estimar parámetros del sistema roca-fluidos. En los modelos desarrollados se asume tener un flujo disperso constante de las fases en el medio poroso, pero con una distribución uniforme de las fases (Zheng et al., 2009 y Al-Khalifa et al., 1989).

En esta sección se presenta el desarrollo de las ecuaciones matemáticas que representan el comportamiento de flujo en un sistema multifásico aceite-agua, la solución de la ecuación general y la metodología de análisis para la obtención de la saturación de aceite en yacimientos homogéneos.

3.1. Modelo de flujo aceite-agua sin considerar la presión capilar

3.1.1. Ecuación de difusión para flujo multifásico

Las ecuaciones que rigen el flujo de fluidos de cada una de las fases a través del medio poroso son:

Flujo de aceite

$$\frac{k_o}{\mu_o B_o} \nabla^2 p_o = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right), \quad (3.1)$$

donde:

- k_o = permeabilidad efectiva al aceite
 B_o = factor de volumen del aceite
 μ_o = viscosidad del aceite
 t = tiempo
 p_o = presión de la fase aceite
 S_o = saturación de la fase aceite

Flujo de agua

$$\frac{k_w}{\mu_w B_w} \nabla^2 p_w = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right), \quad (3.2)$$

donde:

- k_w = permeabilidad efectiva al agua
 B_w = factor de volumen del agua
 μ_w = viscosidad del agua
 p_w = presión de la fase agua
 S_w = saturación de la fase agua

Sumando las ecuaciones 3.1 y 3.2:

$$\frac{k_o}{\mu_o} \nabla^2 p_o + \frac{k_w}{\mu_w} \nabla^2 p_w = B_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right) + B_w \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right). \quad (3.3)$$

Asumiendo despreciable la presión capilar

$$P_c = p_o - p_w = 0, \quad (3.4)$$

$$p_w = p_o. \quad (3.5)$$

Sustituyendo la ecuación 3.5 en la ecuación 3.3 y desarrollando operaciones algebraicas:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \nabla^2 p_o = B_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right) + B_w \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right),$$

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \nabla^2 p_o = \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + S_o \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\phi S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial t} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\phi S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial t}.$$

Refiriendo la presión de referencia del sistema a la presión de la fase aceite:

$$p = p_o. \quad (3.6)$$

Sustituyendo la ecuación 3.6 y aplicando la regla de la cadena para incluir el término de la derivada en función de la presión:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right) \nabla^2 p = \left[\phi \frac{\partial S_o}{\partial p} + S_o \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{\phi S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial p} + S_w \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{\phi S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.7)$$

donde la compresibilidad de la formación (c_r) y la compresibilidad del fluido (c_f) se definen respectivamente como:

$$c_r = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \quad (3.8)$$

$$c_f = -\frac{1}{B_f} \frac{\partial B_f}{\partial p}, \quad (3.9)$$

y

$$\frac{\partial S_o}{\partial p} + \frac{\partial S_w}{\partial p} = 0. \quad (3.10)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.8, 3.9 y 3.10 en la ecuación 3.7 se tiene:

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} \right) = \frac{(\phi c_t)}{\left(\frac{k}{\mu}\right)_t} \frac{\partial p_o}{\partial t}, \quad (3.11)$$

donde:

$$(\phi c_t) = \phi (c_r + S_o c_o + S_w c_w),$$

y

$$\left(\frac{k}{\mu}\right)_t = \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right). \quad (3.12)$$

La expresión 3.11 representa la ecuación de difusión en variables reales en la que se considera un modelo multifásico de producción de aceite y agua en un yacimiento homogéneo. El proceso de solución de la ecuación 3.11 se realiza haciendo uso de las variables adimensionales, con el objetivo de simplificar los parámetros involucrados y obtener una solución general. Se presenta a continuación el proceso de obtención de los grupos adimensionales para el problema de flujo de interés.

3.1.2. Parámetros adimensionales

Los parámetros adimensionales representan un agrupamiento de las variables reales que constituyen los modelos matemáticos que describen el comportamiento de un fenómeno físico, el cual permite reducir el número involucrado en los modelos matemáticos del fenómeno que se está tratando de resolver, simplificando el problema físico a un problema meramente matemático. Los grupos adimensionales presentan las características siguientes:

- Son directamente proporcionales a las variables reales.
- Reducen el número de variables en los modelos matemáticos.
- Contienen valores característicos del problema a resolver.

Distancia adimensional

En el caso de la distancia adimensional r_D se define por medio de la ecuación 3.13:

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad (3.13)$$

donde:

r = radio

r_w = radio del pozo

En la ecuación 3.13 el valor característico corresponde al radio del pozo. Sustituyendo la ecuación 3.13 en la ecuación 3.11:

$$\left(\frac{\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}}{r_w^2} \right) \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p}{\partial r_D} \right) = (\phi c_t) \frac{\partial p}{\partial t}. \quad (3.14)$$

Tiempo adimensional

Considerando una expresión matemática similar a la ecuación 3.13:

$$t_D = \frac{t}{t_{car}}, \quad (3.15)$$

donde:

t_D = tiempo adimensional

t = tiempo

t_{car} = tiempo característico

Sustituyendo la ecuación 3.15 en la ecuación 3.14:

$$\left(\frac{k_o + k_w}{\mu_o + \mu_w} \right) \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p}{\partial r_D} \right) = (\phi c_t) \frac{\partial p}{t_{car} \partial t_D},$$

donde la expresión que define el tiempo característico se expresa como:

$$t_{car} = \frac{r_w^2 (\phi c_t)}{\left(\frac{k_o + k_w}{\mu_o + \mu_w} \right)}. \quad (3.16)$$

Sustituyendo la ecuación 3.16 en la ecuación 3.15 se obtiene la expresión para el tiempo adimensional:

$$t_D = \frac{\left(\frac{k_o + k_w}{\mu_o + \mu_w} \right) t}{(\phi c_t) r_w^2}. \quad (3.17)$$

La ecuación de difusión considerando las variables adimensionales de radio 3.13 y tiempo 3.17 en la ecuación 3.11 se expresa como:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p}{\partial r_D} = \frac{\partial p}{\partial t_D}. \quad (3.18)$$

Presión adimensional

Considerando una expresión similar a la ecuación 3.13:

$$p_D = \frac{\Delta p}{p_{car}} = \frac{p_i - p}{p_{car}}, \quad (3.19)$$

donde:

- p_D = presión adimensional
- Δp = diferencia de presión
- p_i = presión inicial
- p_{car} = presión característica

Considerando las ecuaciones para el gasto total y de Darcy para cada una de las fases:

$$q_t = q_o + q_w, \quad (3.20)$$

$$q_t = \frac{k_o A}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} + \frac{k_w A}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial r}. \quad (3.21)$$

Considerando las ecuación 3.5 y 3.6 y la definición de área en geometría radial en la ecuación 3.21:

$$q_t = \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) 2\pi h r \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (3.22)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.13 y 3.19 en la ecuación 3.22:

$$q_t = - \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) 2\pi h r_D p_{car} \frac{\partial p_D}{\partial r_D},$$

donde la presión característica se define como:

$$p_{car} = \frac{q_t}{\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) 2\pi h}. \quad (3.23)$$

Sustituyendo la ecuación 3.23 en la ecuación 3.19 se obtiene la expresión para la presión adimensional:

$$p_D = \frac{2\pi h \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \Delta p}{q_t}. \quad (3.24)$$

Finalmente, sustituyendo la ecuación 3.24 en la ecuación de difusión modificada representada por la ecuación 3.18 se tiene:

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}. \quad (3.25)$$

La ecuación 3.25 representa la ecuación de difusión expresada en variables adimensionales para el flujo de aceite y agua en un yacimiento homogéneo. Incluyendo las condiciones de frontera e inicial se obtiene la solución particular que describe el comportamiento de la presión con respecto al tiempo y la distancia.

3.1.3. Solución de la ecuación de difusión para flujo multifásico

La solución de la ecuación de difusión 3.25 requiere del planteamiento de la condición inicial, la cual corresponde al comportamiento de la presión en el yacimiento; para el caso presente se plantea que en el yacimiento la presión es uniforme y corresponde al valor de la presión inicial.

Condición inicial (C. I.)

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0.$$

Así mismo, es necesario establecer las dos condiciones de frontera requeridas para dar solución a la ecuación de difusión, las cuales dependen de las características particulares del

yacimiento y producción de los fluidos en el pozo. Transformando al espacio de Laplace el modelo de flujo expresado por la ecuación 3.25 y las condiciones de frontera a continuación:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial r_D} = s \bar{p}_D. \quad (3.26)$$

Condición de frontera interna (C.F.I.). Gasto constante

$$r_D \left. \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial r_D} \right|_{r_D=1} = -\frac{1}{s}. \quad (3.27)$$

Condición de frontera externa (C.F.E.). Yacimiento infinito

$$\bar{p}_D(r_D \rightarrow \infty, s) = 0. \quad (3.28)$$

Multiplicando la ecuación 3.26 por r_D^2 se obtiene la forma de la función de Bessel modificada a continuación:

$$r_D \frac{\partial^2 \bar{p}_D}{\partial r_D^2} + r_D \frac{\partial \bar{p}_D}{\partial r_D} = r_D s \bar{p}_D, \quad (3.29)$$

cuya solución general está dada por la ecuación 3.30:

$$\bar{p}_D = AI_0(x) + BK_0(x), \quad (3.30)$$

donde:

$$x = r_D \sqrt{s}.$$

Sustituyendo las condiciones de frontera expresadas por la ecuaciones 3.28 y 3.27 en la ecuación 3.30 se obtiene:

$$\bar{p}_D(r_D, s) = \frac{K_0(r_D \sqrt{s})}{sr_D \sqrt{s} K_1(r_D \sqrt{s})}.$$

Evaluando la condición de presión para el pozo ($r = r_w$) en la expresión previa:

$$\bar{p}_{Dw}(s) = \frac{K_0(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}K_1(\sqrt{s})}. \quad (3.31)$$

La ecuación 3.31 representa la solución particular del comportamiento de la presión adimensional en el pozo, al tenerse condiciones de producción agua-aceite a gasto constante. En la **Figura 3.1** se presenta el comportamiento de la presión contra el tiempo obtenida de la

inversión numérica.

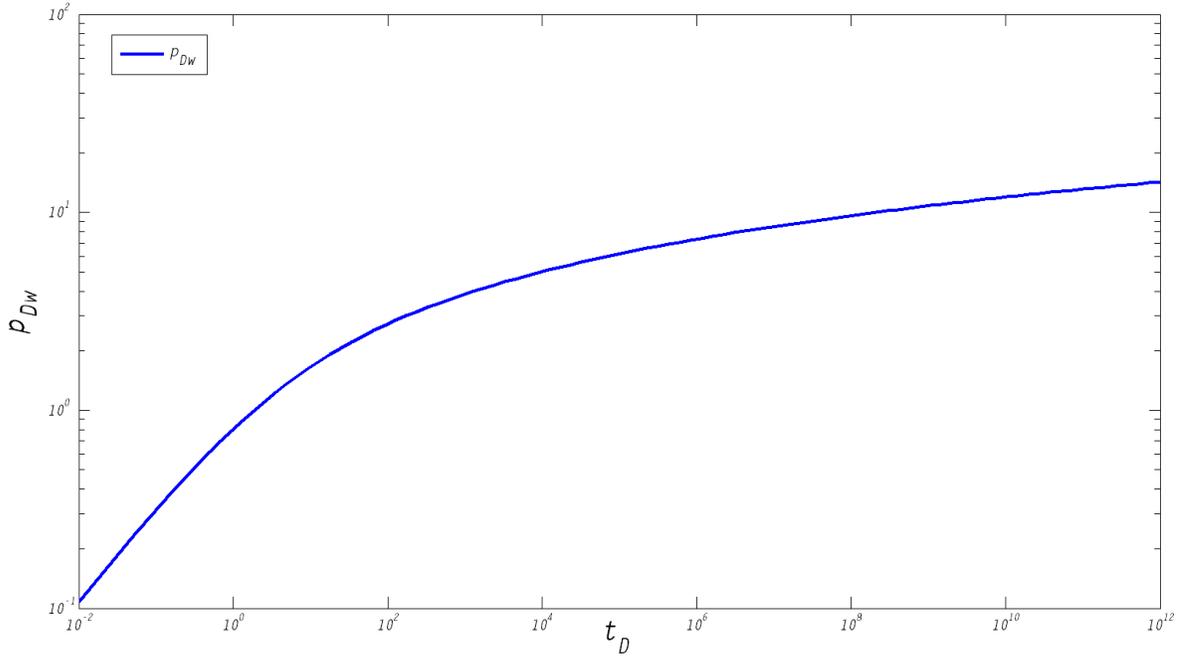


Figura 3.1: Comportamiento de la presión adimensional en el pozo.

Se observa que la solución representada en la Figura 3.1, es idéntica al comportamiento descrito por la solución de la ecuación de difusión al considerarse solo una fase fluyendo en una geometría de flujo radial. Al plantear la producción multifásico de aceite y agua en el pozo se tiene diferencia en los parámetros adimensionales, los cuales presentan un agrupamiento particular de las variables de acuerdo al problema de flujo de interés. En la **Tabla 3.1** se presenta la comparación de los parámetros adimensionales.

Tabla 3.1: Comparación de los parámetros adimensionales para flujos monofásico (aceite) y multifásico (aceite y agua).

Flujo monofásico (aceite)	Flujo bifásico (aceite-agua)
$r_D = \frac{r}{r_w}$	$r_D = \frac{r}{r_w}$
$t_D = \frac{k_o t}{(\phi c_t) r_w^2}$	$t_D = \frac{[k_o + k_w] t}{(\phi c_t) r_w^2}$
$p_D = \frac{(p_i - p) 2\pi h \frac{k_o}{\mu_o}}{q_o}$	$p_D = \frac{(p_i - p) 2\pi h [\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}]}{q_i}$

3.1.4. Metodología de análisis para la estimación de la saturación de aceite

Los datos de presión obtenidos de la prueba deben corresponder a un comportamiento de un yacimiento homogéneo bajo condiciones de flujo radial en un régimen de flujo transitorio; estas características se corroboran al analizar la Función derivada de los datos de presión en un gráfico doble logarítmico. Posteriormente se realiza el proceso de ajuste de los datos de la prueba con el comportamiento general que describe la curva tipo que se muestra en la Figura 3.1, esta curva representa la solución general del modelo de flujo bajo las condiciones establecidas.

1. Ajustar los datos obtenidos de Δp vs t con el gráfico adimensional de p_{Dw} vs t_D . Seleccionar un punto de referencia y obtener el valor numérico de las variables Δp , t , p_{Dw} y t_D .
2. Obtener el valor de $\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right)$ a partir del parámetro adimensional de presión p_{Dw} .
3. Obtener el valor de (ϕc_t) a partir del parámetro adimensional de tiempo t_D .
4. Obtener la saturación de aceite del medio con la expresión siguiente:

$$S_o = \frac{\frac{(\phi c_t)}{\phi} - c_r - c_w}{c_o - c_w}. \quad (3.32)$$

3.2. Modelo de flujo aceite-agua considerando la presión capilar

3.2.1. Influencia de la presión capilar en la movilidad de las fases

La presión capilar representa un parámetro de importancia en el movimiento de los fluidos a través de medios porosos, la cual es función principalmente de la tensión interfacial (σ) que existe entre los fluidos y la geometría del volumen poroso del medio que los almacena. La forma más simple de representar el tamaño de poro es asumir que su radio es equivalente al radio del círculo más grande que puede estar contenido en el poro; en este caso la presión capilar puede describirse desde un punto de vista microscópico por medio de la ecuación 3.33:

$$P_c = \frac{2\sigma \cos\theta}{R}, \quad (3.33)$$

donde:

- P_c = presión capilar
- σ = tensión interfacial entre las fases
- θ = ángulo de contacto de las fases
- R = radio del círculo inscrito en el poro

La definición macroscópica de la presión capilar se deriva a partir de su definición microscópica como:

$$P_c = p_{f_{nm}} - p_{f_m}, \quad (3.34)$$

donde:

$p_{f_{nm}}$ = presión de la fase no mojante

p_{f_m} = presión de la fase mojante

En el caso de un sistema aceite-agua mojado preferentemente por la fase agua se tiene que la presión capilar se expresa como:

$$P_c = p_o - p_w. \quad (3.35)$$

La relación entre el nivel microscópico y macroscópico fue establecido por Laplace de una formula generalizada por medio de la expresión 3.33; particularmente para un sistema agua-aceite como:

$$p_o - p_w = \sigma_{ow} \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right), \quad (3.36)$$

donde:

σ_{ow} = tensión interfacial entre las fases agua-aceite

r_1 y r_2 = radios de curvatura para la interfase

La **Figura 3.2** muestra el esquema de flujo multifásico agua-aceite en el medio poroso que describe de forma física la expresión 3.36. Esta Figura representa la condición en un sistema agua-aceite, donde la roca es preferentemente mojada a la fase agua, generando que la fase aceite se encuentre almacenada en la parte central de los poros; esta configuración se asume en el desarrollo de los modelos de flujo multifásico que se discuten en este trabajo, considerando una diferencia de presión entre las fases.

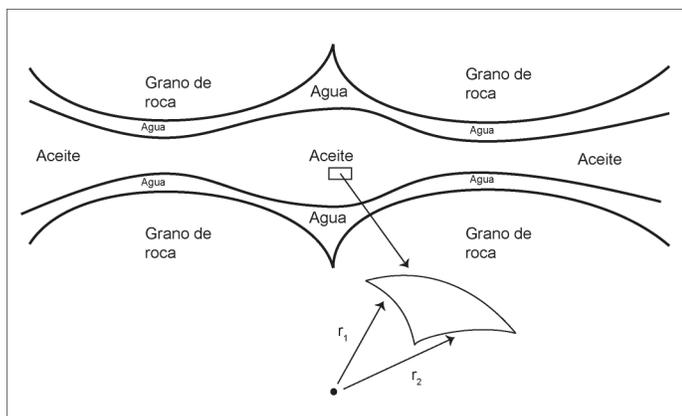


Figura 3.2: Configuración de las fases en un medio poroso preferentemente mojado al agua (Willhite, 1986).

La expresión 3.35 permite realizar procesos de simulación y evaluar el comportamiento de los fluidos bajo condiciones multifásicas de producción así como el desarrollo de las ecuaciones de flujo particulares, permitiendo relacionar las presiones de las fases y el cambio de las propiedades de manera adecuada. En el proceso de desarrollo de los problemas de flujo abordados en este trabajo, en los que se considera el efecto de la presión capilar, se utiliza la relación anteriormente descrita; la cual se incluye en el proceso de solución para el problema de flujo multifásico mostrado por Al-Bemani et al., (1991).

Tensión interfacial

El efecto de la presión capilar en un medio poroso saturado de dos fluidos inmiscibles, está directamente relacionado a la tensión interfacial que existe entre las fases, por lo que su estudio ha sido realizado en función de este parámetro, con el objetivo de cuantificar la influencia de la presión capilar en el movimiento de los fluidos.

Al-Gharbi (2004) describe que en yacimientos de aceite, la tensión interfacial tiene una gran influencia en la saturación residual, presentándose para valores bajos de σ la condición en que los fluidos fluyen juntos, lo cual genera una disminución en la saturación residual y un incremento en la permeabilidad relativa. En la **Figura 3.3** se muestra la influencia de la tensión interfacial en las curvas de permeabilidad relativa para un sistema mojado por el agua; se observa que el aumento de la magnitud de la tensión interfacial genera una disminución en la permeabilidad relativa de las fases, debido a que existe una mayor diferencia de presión en la interfase, por lo que se tiene una reducción en el movimiento de los fluidos. En el caso de que la tensión interfacial es cero, se muestra que las curvas de permeabilidad relativa describen un comportamiento lineal, que corresponde a condiciones en que no existe una diferencia de

presión entre las fases, por lo que el flujo de los fluidos describe un comportamiento similar a un flujo monofásico (Al-Gharbi, 2004).

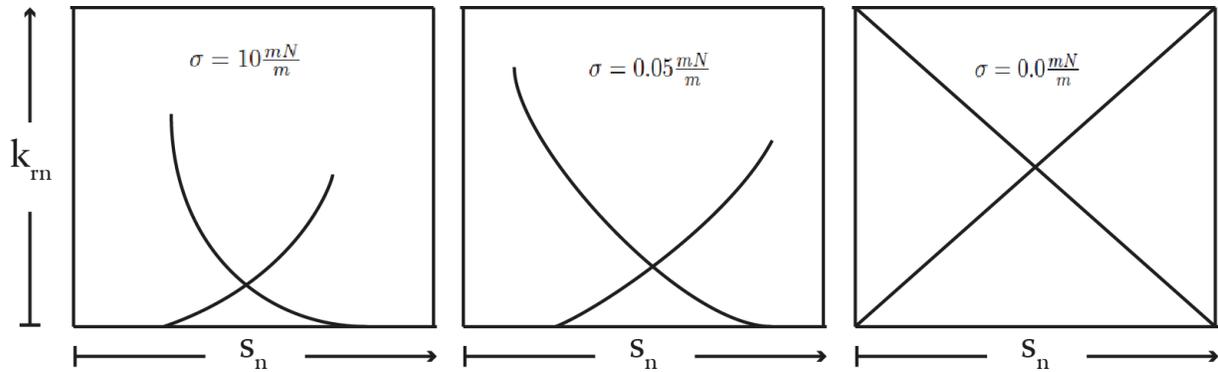


Figura 3.3: Curvas de permeabilidad relativa en función de la tensión interfacial σ (Al-Gharbi, 2004).

Se observa de los resultados mostrados en la figura 3.3, que la tensión interfacial sí influye de manera significativa en el movimiento de los fluidos cuando se tienen condiciones de producción multifásica, esto se debe a que la facilidad de flujo en el medio poroso se reduce conforme se tiene una diferencia mayor entre la presión de las fases, la cual está directamente relacionada (ecuación 3.33) con la magnitud de la tensión interfacial que se tenga en el medio. Sheng et al., (2010) presentaron el efecto de la tensión interfacial en el comportamiento de las curvas de permeabilidad relativas, obteniendo los resultados que se muestran en la **Figura 3.4**.

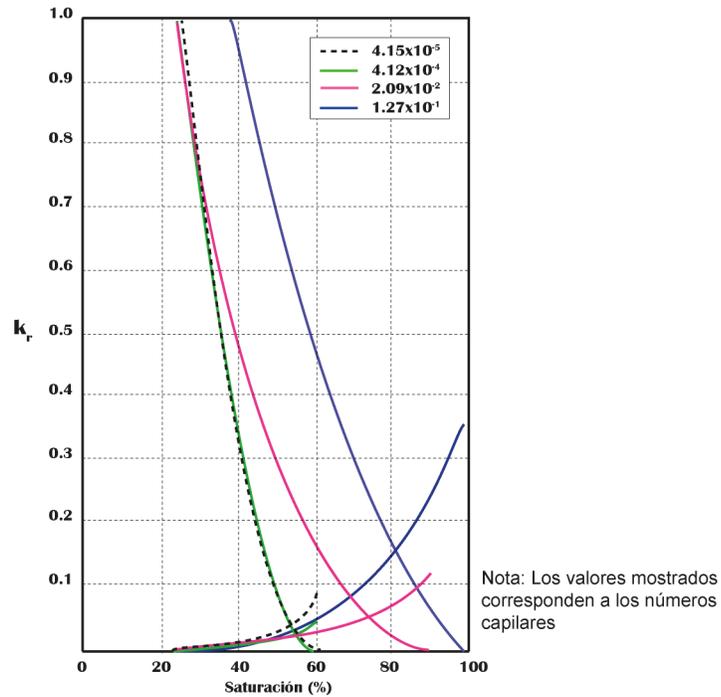


Figura 3.4: Curvas de permeabilidad relativa para diferentes valores de tensión interfacial (Sheng, 2010).

La **Figura 3.5** describe el comportamiento de ajuste de las curvas de permeabilidades relativas para las fases aceite y agua, de las pruebas experimentales realizadas por Sheng et al., (2010) en un proceso en el que se incrementó el valor de la tensión interfacial, manteniendo constante el valor de la saturación de la fase agua ($S_w = 0.5$). De los resultados obtenidos por los autores, se concluye que el efecto de la presión capilar (aumento del valor de la tensión interfacial), reduce la magnitud de las permeabilidades relativas al agua y aceite, lo que significa una disminución en el valor de la movilidad total de la fases $\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right)$.

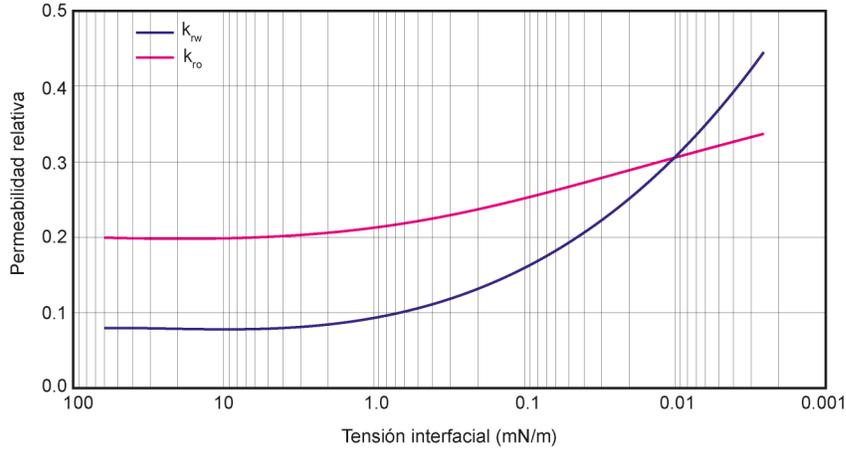


Figura 3.5: Curvas de permeabilidades relativas en función de la tensión interfacial, para un valor constante de saturación de agua de 0.5.

En la sección 3.2.1 se ha descrito que las variables principales que modifican la presión capilar son la tensión interfacial y la geometría de los poros; asumiendo que la tensión interfacial es un parámetro más significativo en comparación, se concluye entonces que la movilidad de las fases disminuye conforme la presión capilar aumenta en el medio. En la subsección siguiente se describe el problema de flujo multifásico en un medio homogéneo, en el que se considera el efecto de la presión capilar.

3.2.2. Ecuación de difusión para flujo multifásico

La ecuación que rige el flujo de fluidos aceite y agua es:

$$\frac{k_o}{\mu_o} \nabla^2 p_o + \frac{k_w}{\mu_w} \nabla^2 p_w = B_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right) + B_w \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right). \quad (3.37)$$

La presión capilar está representada por la ecuación 3.38:

$$P_c = p_o - p_w. \quad (3.38)$$

Sustituyendo la ecuación 3.38 en la ecuación 3.37 y desarrollando operaciones algebraicas:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) \nabla^2 p_o - \frac{k_w}{\mu_w} \nabla^2 P_c = \phi \frac{\partial S_o}{\partial t} + S_o \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\phi S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial t} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial t} + S_w \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{\phi S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial t}.$$

Sustituyendo la ecuación 3.6 y aplicando la regla de la cadena para incluir el término de

la derivada en función de la presión:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right) \nabla^2 p - \frac{k_w}{\mu_w} \nabla^2 P_c = \left[\phi \frac{\partial S_o}{\partial p} + S_o \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{\phi S_o}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} + \phi \frac{\partial S_w}{\partial p} + S_w \frac{\partial \phi}{\partial p} - \frac{\phi S_w}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \right] \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.39)$$

Al realizar un proceso análogo al mostrado en la ecuación 3.7 se tiene entonces:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right) \left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}\right) - \frac{k_w}{\mu_w} \nabla^2 P_c = (\phi c_t) \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.40)$$

donde:

$$(\phi c_t) = \phi (c_r + S_o c_o + S_w c_w).$$

Se observa que en la ecuación 3.40 se considera el cambio de la presión capilar en función de la distancia, se asume entonces que existe un cambio en las saturaciones de las fases, al tener movimiento de los fluidos en el medio debido a la producción en el pozo. Al realizar procesos de simulación para las condiciones en las que se tiene un yacimiento de geometría radial, bajo condiciones de producción multifásico de agua y aceite (ver Apéndice A), se obtiene la siguiente relación:

$$\frac{p_w(r, t)}{p_o(r, t)} = b, \quad (3.41)$$

donde:

b = valor constante que relaciona las presiones de las fases agua y aceite en el yacimiento

Sustituyendo la ecuación 3.41 en la relación de presión capilar representada por la ecuación 3.38, y considerando la presión de referencia como la de la fase aceite (ecuación 3.6):

$$P_c = p(1 - b). \quad (3.42)$$

Sustituyendo la ecuación 3.42 en la ecuación 3.40:

$$\left(\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r}\right) = \frac{(\phi c_t)}{\left(\frac{k}{\mu}\right)_{t P_c}} \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (3.43)$$

donde:

$$\left(\frac{k}{\mu}\right)_{t P_c} = \left(\frac{k_o}{\mu_o} + b \frac{k_w}{\mu_w}\right). \quad (3.44)$$

La expresión 3.43 representa la ecuación de difusión en variables reales para un modelo multifásico de producción de aceite y agua en un yacimiento homogéneo, considerando el efecto de presión capilar. De acuerdo a la ecuación 3.44 se establece que las movilidades de los fases (aceite y agua) son afectadas al considerar la presión capilar en el medio, debido a que existe una limitación en su movimiento al existir gradientes de presión diferentes $\left(\frac{\partial p_o}{\partial r} \neq \frac{\partial p_w}{\partial r}\right)$. El efecto de la presión capilar altera las condiciones de las movilidades de las fases por lo que se tiene la inclusión de la constante b en el término $\left(\frac{k}{\mu}\right)_{t P_c}$, esta consideración es realizada debido a que las ecuaciones de difusión y simuladores tienen como base la elección de una presión de referencia, la cual corresponde a la presión de la fase aceite, la cual se asume es medida por la sonda en el pozo (la herramienta solo registra datos de presión, no hace una diferencia entre las presiones de las fases).

El proceso de solución de la ecuación 3.43 se realiza haciendo uso de los parámetros adimensionales con el objetivo de simplificar los parámetros involucrados y obtener una solución general. Se presenta a continuación el proceso de obtención de los grupos adimensionales para el problema de flujo de interés.

3.2.3. Parámetros adimensionales

Al realizar un proceso análogo al mostrado en la sección 3.1.2, se tienen los grupos adimensionales para la distancia, tiempo y presión a continuación:

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad (3.45)$$

$$t_D = \frac{\left(\frac{k}{\mu}\right)_{t P_c} t}{r_w^2 (\phi C_t)}, \quad (3.46)$$

$$p_D = \frac{\Delta p}{p_{car}} = \frac{p_i - p}{p_{car}}. \quad (3.47)$$

Considerando la ecuación para el gasto total y la ecuación de Darcy para cada una de las fases:

$$q_t = q_o + q_w, \quad (3.48)$$

$$q_t = \frac{k_o A}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} + \frac{k_w A}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial r}. \quad (3.49)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.41 y 3.6 y la definición de área en geometría de flujo radial en la ecuación 3.49:

$$q_t = \frac{k_o}{\mu_o} 2\pi h r \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{k_w}{\mu_w} 2\pi h r b \frac{\partial p}{\partial r},$$

$$q_t = 2\pi h r \left(\frac{k_o}{\mu_o} + b \frac{k_w}{\mu_w} \right) \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (3.50)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.45, 3.44 y 3.47 en la ecuación 3.50:

$$q_t = -2\pi h p_{car} \left(\frac{k}{\mu} \right)_{t P_c} r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D}. \quad (3.51)$$

De acuerdo a la condición de frontera interna de producción del pozo a gasto constante, en geometría de flujo radial: $r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = -1$, se tiene que la relación de variables que representan al término de presión característica es:

$$p_{car} = \frac{q_t}{2\pi h \left(\frac{k}{\mu} \right)_{t P_c}}. \quad (3.52)$$

La variable de presión adimensional se expresa por medio de la ecuación 4.7, la cual se obtiene al sustituir la definición de la presión característica (ecuación 3.52) en la ecuación 3.47 se obtiene:

$$p_D = \frac{2\pi h \left(\frac{k}{\mu} \right)_{t P_c} \Delta p}{q_t}. \quad (3.53)$$

Finalmente, sustituyendo las ecuaciones 3.45, 3.46 y 3.53 en la ecuación 3.43, se obtiene la ecuación de difusión en variables adimensionales representada por la ecuación 3.54, para un yacimiento homogéneo considerando la presión capilar y produciendo las fases aceite y agua.

$$\frac{\partial^2 p_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = \frac{\partial p_D}{\partial t_D}. \quad (3.54)$$

3.2.4. Solución de la ecuación de difusión para flujo multifásico

La solución de la ecuación de difusión 3.54 se realiza de manera similar al proceso mostrado en la sección 3.1.3. La la solución al problema de flujo se expresa como:

$$\bar{p}_{Dw}(s) = \frac{K_0(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}K_1(\sqrt{s})}. \quad (3.55)$$

La ecuación 3.55 representa la solución particular del comportamiento de la presión adimensional en el pozo, al tenerse condiciones de producción agua-aceite a gasto constante. En la **Figura 3.6** se presenta el comportamiento de la presión contra el tiempo, obtenida de la inversión numérica.

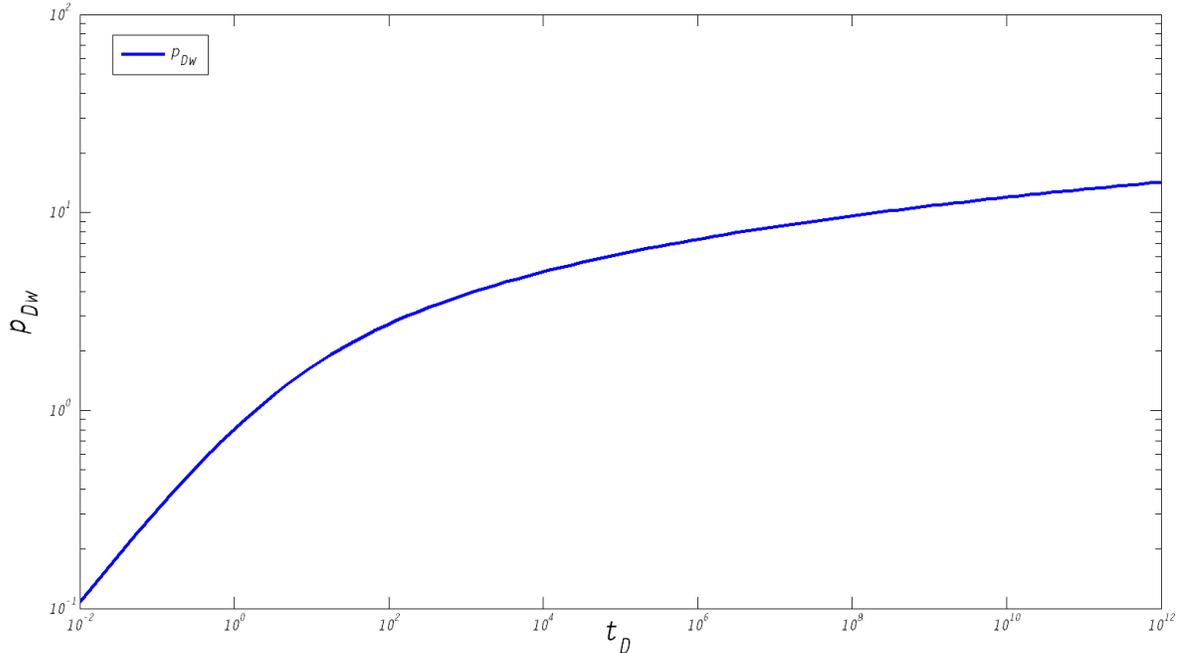


Figura 3.6: Comportamiento de la presión adimensional en el pozo.

Se observa que la solución representada en la Figura 3.6, es idéntica al comportamiento descrito por la solución de la ecuación de difusión al considerarse solo una fase fluyendo en una geometría de flujo radial. Al plantear la producción de aceite y agua en el pozo, se tiene diferencia en los parámetros adimensionales, los cuales presentan un agrupamiento particular de las variables de acuerdo al problema de flujo de interés. En la **Tabla 3.2** se presenta la comparación de los parámetros adimensionales.

Tabla 3.2: Comparación de los parámetros adimensionales para flujo multifásico con y sin presión capilar.

Flujo bifásico (aceite-agua), $P_c = 0$	Flujo bifásico (aceite-agua), $P_c \neq 0$
$r_D = \frac{r}{r_w}$	$r_D = \frac{r}{r_w}$
$t_D = \frac{(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w})t}{(\phi c_t)r_w^2}$	$t_D = \frac{(\frac{k_o}{\mu_o} + b\frac{k_w}{\mu_w})t}{(\phi c_t)r_w^2}$
$p_D = \frac{2\pi h(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w})\Delta p}{q_t}$	$p_D = \frac{2\pi h(\frac{k_o}{\mu_o} + b\frac{k_w}{\mu_w})\Delta p}{q_t}$

3.2.5. Metodología de análisis para la estimación de la saturación de aceite

El proceso de ajuste y obtención de parámetros es análogo al descrito en la sección 3.1.4, haciendo uso de la Figura 3.6. La diferencia que se tiene entre las metodologías corresponde a que en este problema de flujo, en que se incluye el efecto de la presión capilar, se conocerá el valor de $(\frac{k_o}{\mu_o} + b\frac{k_w}{\mu_w})$ a partir del ajuste de la variable de tiempo adimensional, a comparación de la movilidad total $(\frac{k_o}{\mu_o} + b\frac{k_w}{\mu_w})$ que se obtiene de la metodología para flujo multifásico sin efecto de presión capilar. Finalmente, la estimación de la saturación de aceite en el medio poroso corresponde a la expresión 3.56:

$$S_o = \frac{\frac{(\phi c_t)}{\phi} - c_r - c_w}{c_o - c_w}. \quad (3.56)$$

4. Determinación de la saturación de aceite en yacimientos naturalmente fracturados

El concepto de un modelo de doble porosidad fue empleado por primer vez por Barenblatt et al., (1960). En dicho modelo los autores consideran un yacimiento fracturado y definido en cada punto de espacio por dos presiones características, estas presiones correspondían a la presión de fracturas y presión de matriz, la primera relacionada al medio de alta conductividad (k_f) por el cual los fluidos se desplazan a través del medio poroso, y la segunda, asociada al medio con la mayor capacidad de almacenamiento (ϕ_m) de fluidos. La transferencia de fluidos del medio de matriz (baja conductividad) al medio de fracturas (alta conductividad) fue descrito por Barenblatt, et al. bajo un régimen de flujo pseudoestacionario como:

$$q^* = \alpha \frac{k_m}{\mu} (p_m - p_f), \quad (4.1)$$

donde:

- q^* = flujo interporoso del medio de matriz al medio de fracturas
- α = factor de forma
- k_m = permeabilidad del medio de matriz
- μ = viscosidad del fluido
- p_m = presión del medio de matriz
- p_f = presión del medio de fracturas

Warren & Root (1963) presentaron la solución para la distribución de presión dentro del sistema de fracturas, dichos autores mostraron que dos parámetros eran suficientes para la caracterización de un modelo de doble porosidad:

$$\lambda = \alpha r_w^2 \frac{k_m}{k_f}. \quad (4.2)$$

$$\omega = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_f + (\phi c_t)_m} = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_t}, \quad (4.3)$$

donde:

- λ = coeficiente de flujo interporoso
- ω = relación de almacenamiento de los fluidos

Adicionalmente, se describe que el modelo presentado por Warren y Root (1963) se encuentra basado en el concepto matemático de la superposición de dos medios, concepto previamente introducido por Barenblatt et al., (1960) en el cual se presenta un sistema idealiza-

do formado por paralelepípedos rectangulares idénticos, separados por una red ortogonal de fracturas. Adicionalmente, Warren y Root consideran que el flujo de fluidos ocurre sólo en el medio de alta conductividad (fracturas) y que los bloques de matriz corresponden al medio que suministra o alimenta de fluidos a la red de fracturas.

4.1. Ecuación de difusión para flujo multifásico

Las consideraciones del modelo son:

- Pozo produciendo a gasto constante.
- Yacimiento de comportamiento infinito e isotérmico.
- Transferencia matriz-fractura bajo un régimen de flujo pseudoestacionario.
- Saturaciones móviles de las fases aceite y agua, en los medios de fracturas y matriz.
- Presión capilar despreciable en el medio de fracturas.
- Geometría de flujo radial.
- Fluidos ligeramente compresibles.
- Medios isotrópicos y homogéneos (fracturas y matriz).
- Pozo sin daño ($s = 0$) ni almacenamiento de fluidos ($C = 0$).

Las ecuaciones que gobiernan el flujo de las fases en el problema de flujo de interés son:

Flujo de aceite

$$\frac{k_{of}}{\mu_o B_o} \nabla^2 p_{fo} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)_f + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right)_m. \quad (4.4)$$

Flujo de agua

$$\frac{k_{wf}}{\mu_w B_w} \nabla^2 p_{fw} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right)_f + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right)_m, \quad (4.5)$$

donde:

- k_{of} = permeabilidad efectiva al aceite en el medio de fracturas
 k_{wf} = permeabilidad efectiva al agua en el medio de fracturas
 p_{fo} = presión de la fase aceite en el medio de fracturas
 p_{fw} = presión de la fase agua en el medio de fracturas
 S_{of} = saturación de agua en el medio de fracturas
 S_{om} = saturación de aceite en el medio de matriz
 S_{wf} = saturación de agua en el medio de fracturas
 S_{wm} = saturación de agua en el medio de matriz

En el planteamiento de las características del modelo, se considera que la presión capilar en el medio de fracturas es despreciable, debido a la alta conductividad que existe en este medio (Chilingarian et al., 1992). De acuerdo a la definición de presión capilar, se tiene para el medio de fracturas:

$$P_{cowf} = p_{fo} - p_{fw} = 0, \quad (4.6)$$

$$p_f = p_{fo} = p_{fw}, \quad (4.7)$$

donde:

- P_{cowf} = presión capilar en el medio de fracturas
 p_{fo} = presión de la fase aceite en el medio de fracturas
 p_{fw} = presión de la fase agua en el medio de fracturas
 p_f = presión en el medio de fracturas

Sustituyendo la ecuación 4.7 en las ecuaciones 4.4 y 4.5 respectivamente, y sumando estas expresiones resultantes se obtiene:

$$\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right) \nabla^2 p_f = \phi_f S_{of} \left[\frac{1}{\phi S_o} \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_o) - \frac{1}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial t} \right]_f + \phi_m S_{om} \left[\frac{1}{\phi_m S_o} \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_o) - \frac{1}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial t} \right]_m$$

$$+ \phi_f S_{wf} \left[\frac{1}{\phi S_w} \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_w) - \frac{1}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial t} \right]_f + \phi_m S_{wm} \left[\frac{1}{\phi S_w} \frac{\partial}{\partial t} (\phi S_w) - \frac{1}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial t} \right]_m,$$

Factorizando términos y empleando la regla de la cadena para incluir las presiones de fractura y matriz:

$$\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right) \nabla^2 p_f =$$

$$\left\{ \phi_f S_{of} \left[\frac{1}{\phi S_o} \frac{\partial}{\partial p} (\phi S_o) - \frac{1}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \right]_f + \phi_f S_{wf} \left[\frac{1}{\phi S_w} \frac{\partial}{\partial p} (\phi S_w) - \frac{1}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \right]_f \right\} \frac{\partial p_f}{\partial t} +$$

$$\left\{ \phi_m S_{om} \left[\frac{1}{\phi_m S_o} \frac{\partial}{\partial p} (\phi S_o) - \frac{1}{B_o} \frac{\partial B_o}{\partial p} \right]_m + \phi_m S_{wm} \left[\frac{1}{\phi S_w} \frac{\partial}{\partial p} (\phi S_w) - \frac{1}{B_w} \frac{\partial B_w}{\partial p} \right]_m \right\} \frac{\partial p_m}{\partial t}, \quad (4.8)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.8, 3.9 y 3.10 en la ecuación 4.8:

$$\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right) \left(\frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_f}{\partial r} \right) = (\phi c_t)_f \frac{\partial p_f}{\partial t} + (\phi c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t}, \quad (4.9)$$

donde:

$$(\phi c_t)_f = \phi_f (c + c_o S_o + c_w S_w)_f = \phi_f (c_f + c_o S_{of} + c_w S_{wf}), \quad (4.10)$$

$$(\phi c_t)_m = \phi_m (c + c_o S_o + c_w S_w)_m = \phi_m (c_m + c_o S_{om} + c_w S_{wm}). \quad (4.11)$$

La expresión 4.9 representa la ecuación de difusión en una geometría radial para flujo multifásico en un yacimiento naturalmente fracturado de doble porosidad. En el siguiente apartado se muestra el proceso de transformación de las variables reales a variables adimensionales con el objetivo de facilitar el proceso de análisis.

4.2. Parámetros adimensionales

Los parámetros adimensionales son un herramienta muy útil en el desarrollo de análisis de ecuaciones o expresiones matemáticas en donde se encuentran involucradas un número alto de variables, el proceso consiste en realizar un agrupamiento de dichos variables en grupos adimensionales con el objetivo de simplificar la ecuación matemática y el de obtener una solución general al problema en cuestión.

La distancia adimensional r_D se define por medio de la ecuación 4.12:

$$r_D = \frac{r}{r_w}, \quad (4.12)$$

donde:

r = radio

r_w = radio del pozo

Sustituyendo la ecuación 4.12 y la expresión que representa la relación de almacenamiento (ω) en la ecuación 4.9:

$$\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right) \left(\frac{\partial^2 p_f}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_f}{\partial r_D} \right) = r_w^2 (\phi C_t)_t \left[\omega \frac{\partial p_f}{\partial t} + (1 - \omega) \frac{\partial p_m}{\partial t} \right]. \quad (4.13)$$

Definiendo la variable adimensional en tiempo, considerando una expresión similar a la ecuación 4.12:

$$t_D = \frac{t}{t_{car}}, \quad (4.14)$$

donde:

t_D = tiempo adimensional

t = tiempo

t_{car} = tiempo característico

Sustituyendo la definición de tiempo adimensional en la ecuación 4.13:

$$\left(\frac{\partial^2 p_f}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_f}{\partial r_D} \right) = \frac{r_w^2 (\phi C_t)_t}{\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right) t_{car}} \left[\omega \frac{\partial p_f}{\partial t} + (1 - \omega) \frac{\partial p_m}{\partial t} \right]. \quad (4.15)$$

A partir de la expresión anterior se obtiene la relación de variables que representan el tiempo característico, la cual se expresa por medio de la ecuación 4.16 a continuación:

$$t_{car} = \frac{r_w^2 (\phi C_t)_t}{\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right)}. \quad (4.16)$$

El tiempo adimensional se expresa por medio de la ecuación 4.17, la cual se obtiene al sustituir la ecuación 4.16 en la ecuación 4.14.

$$t_D = \frac{t \left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right)}{r_w^2 (\phi C_t)_t}. \quad (4.17)$$

Sustituyendo la expresión adimensional de tiempo t_D (ecuación 4.17) en la expresión 4.15, se establece entonces la ecuación de difusión como:

$$\frac{\partial^2 p_f}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_f}{\partial r_D} = \omega \frac{\partial p_f}{\partial t_D} + (1 - \omega) \frac{\partial p_m}{\partial t_D}. \quad (4.18)$$

Definiendo la variable adimensional en presión, considerando una expresión similar a la ecuación 4.12:

$$p_D = \frac{\Delta p}{p_{car}} = \frac{p_i - p}{p_{car}}, \quad (4.19)$$

donde:

- p_D = presión adimensional
- p = presión
- p_i = presión inicial
- p_{car} = presión característica

Empleando la ecuación de Darcy para una geometría de flujo radial:

$$q = \frac{kA}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (4.20)$$

donde:

- q = gasto de fluido
- k = permeabilidad efectiva al medio
- A = área de flujo
- μ = viscosidad del fluido

La ecuación de gasto total, en términos de la ecuación de Darcy para cada una de las fases se expresa como:

$$q_t = \frac{k_o A}{\mu_o} \frac{\partial p_o}{\partial r} + \frac{k_w A}{\mu_w} \frac{\partial p_w}{\partial r}. \quad (4.21)$$

Despreciando la presión capilar ($p_o = p_w = p$) en la expresión anterior, incluyendo los términos de área radial y los grupos adimensionales de radio (ecuación 4.12), tiempo (ecuación 4.17) y presión (ecuación 4.19) en la ecuación 4.21 se obtiene:

$$q_t = -2\pi r_D h \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) p_{car} \frac{\partial p_D}{\partial r_D}.$$

De acuerdo a la definición de frontera interna en flujo radial a gasto constante: $r_D \frac{\partial p_D}{\partial r_D} = -1$; se obtiene la relación de variables que representa a la presión característica como:

$$p_{car} = \frac{q_t}{\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right) 2\pi h}. \quad (4.22)$$

Al sustituir la ecuación 4.22 en la expresión 4.19, se define a la variable de presión adimensional por medio de la ecuación 4.23:

$$p_D = 2\pi h \frac{\Delta p}{q_t} \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right). \quad (4.23)$$

De acuerdo a Deruyck et al., (1982), es posible establecer las presiones adimensionales de fracturas y de bloques de matriz modificando únicamente el término de Δp en función de la presión dimensional para cada uno de los medios. Se definen entonces las variables adimensionales para el medio de fracturas y matriz respectivamente, de acuerdo a las expresiones 4.24 y 4.25:

$$p_{Df} = 2\pi h \frac{\Delta p_f}{q_t} \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right)_f, \quad (4.24)$$

$$p_{Dm} = 2\pi h \frac{\Delta p_m}{q_t} \left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right)_f, \quad (4.25)$$

donde:

$$\Delta p_f = p_i - p_f.$$

$$\Delta p_m = p_i - p_m.$$

Finalmente, la ecuación de difusión en variables adimensionales para el problema de flujo se obtiene al sustituir la ecuaciones 4.24 y 4.25 en la ecuación 4.18:

$$\frac{\partial^2 p_{Df}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} = \omega \frac{\partial p_{Df}}{\partial t_D} + (1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}. \quad (4.26)$$

La ecuación 4.26 describe el comportamiento de flujo de los fluidos contenidos en un yacimiento naturalmente fracturado de doble porosidad bajo condiciones de producción a

gasto constante de las fases aceite y agua.

4.3. Transferencia matriz-fractura

En el estudio de yacimientos naturalmente fracturados de doble porosidad se asume el contar con dos medios, los cuales presentan características particulares en la contribución de la producción de los fluidos. Los bloques de matriz corresponden al medio principal de almacenamiento de fluidos debido a la alta porosidad, por lo que estos bloques actúan como el medio que alimenta de fluidos a la red de fracturas al generarse la diferencia de presión ($\Delta p = p_m - p_f$), teniéndose en consideración que el transiente de presión es generado por la producción de fluidos en el pozo, transmitiéndose de manera paulatina, en primera instancia en el medio de fracturas y posteriormente a los bloques de matriz.

En este apartado se presenta el análisis de las ecuaciones que describen el comportamiento de los fluidos en el medio de matriz con el objetivo de acoplar las condiciones con el medio de fracturas y obtener la relación entre las presiones de ambos medios, proceso que permite modificar la ecuación de difusión 4.26 y dar solución a la misma considerando las condiciones de frontera interna y externa en el modelo desarrollado.

4.3.1. Ecuación de difusión en el medio de matriz

La ecuación de difusión que describe el comportamiento de flujo en el sistema de matriz corresponde a:

$$M_m \nabla^2 p_m = (\phi c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} + q_{tm}^*, \quad (4.27)$$

donde:

$$M_m = \frac{k_{om}}{\mu_o} + \frac{k_{wm}}{\mu_w},$$

- M_m = movilidad total en el medio de matriz
- $(\phi c_t)_m$ = producto de la porosidad por la compresibilidad total del medio de matriz
- q_{tm}^* = flujo interporoso total matriz-fractura
- p_m = presión del medio de matriz
- k_{om} = permeabilidad efectiva al aceite en el medio de matriz
- k_{wm} = permeabilidad efectiva al agua en el medio de matriz

Despreciando el cambio de presión en el sistema de matriz en la ecuación 4.27:

$$q_{tm}^* = -(\phi c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t}, \quad (4.28)$$

Desarrollando los términos de las fases agua y aceite en la ecuación de flujo interporoso total, de acuerdo a Al-Bemani et al., (1991), y asumiendo que la presión capilar en el medio de fracturas es despreciable se tiene entonces:

$$q_{tm}^* = q_{om}^* + q_{wm}^*, \quad (4.29)$$

$$q_{om}^* = \alpha \frac{k_{om}}{\mu_o} (p_m - p_f), \quad (4.30)$$

$$q_{wm}^* = \alpha \frac{k_{wm}}{\mu_w} (p_m - p_f - P_{cowm}). \quad (4.31)$$

Sustituyendo los términos de cada una de las fases (ecuaciones 4.30 y 4.31) en la ecuación 4.28 que expresa el flujo interporoso matriz-fractura:

$$(\phi c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t} = -\alpha \left[M_m (p_m - p_f) - \frac{k_{wm}}{\mu_w} P_{cowm} \right]. \quad (4.32)$$

Incluyendo las definiciones de variables adimensionales de presión y tiempo en la ecuación 4.32:

$$(1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D} = \alpha \frac{M_m}{M_f} r_w^2 \left[(p_{Df} - p_{Dm}) - \frac{k_{wm}}{M_m \mu_w} P_{cmD} \right]. \quad (4.33)$$

La presión capilar adimensional en el medio de matriz de acuerdo a Al-Bemani et al., se define por la ecuación 4.34:

$$P_{cmD} = \frac{2\pi h M_f}{q_t} P_{cowm}. \quad (4.34)$$

La dificultad se presenta en la expresión 4.33 debido a que se cuentan con tres variables de presión adimensional. Del proceso de análisis de las ecuaciones de transferencia matriz-fracturas para la fase de agua se tiene la relación de la presión capilar adimensional con la diferencia de presiones de los medios de fracturas y matriz (ver sección 4.3.2) representada por la ecuación 3.8. Sustituyendo la ecuación 4.34 en la ecuación 4.33:

$$(1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D} = \lambda \left[(p_{Df} - p_{Dm}) (1 + c) \right], \quad (4.35)$$

donde el coeficiente de flujo interporoso λ y la constante c se definen respectivamente:

$$\lambda = \alpha r_w^2 \frac{M_m}{M_f},$$

$$c = -\frac{k_{wm}}{M_m \mu_{mw}} c_1. \quad (4.36)$$

Se define el coeficiente de flujo interporoso λ_{tr} para el problema de flujo de interés como:

$$\lambda_{tr} = \lambda(1 + c). \quad (4.37)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación 4.35:

$$\bar{p}_{Dm} = \frac{\lambda(1 + c)}{\lambda(1 + c) + (1 - \omega)s} \bar{p}_{Df}. \quad (4.38)$$

La ecuación 4.38 representa la relación matemática que existe entre las presiones de los medios de fracturas y matriz.

4.3.2. Transferencia matriz-fractura de la fase agua

Los modelos de yacimientos naturalmente fracturados asumen la existencia de diferentes sistemas, los cuales componen el medio poroso, gobernando el flujo de fluidos de acuerdo a las interacciones entre ellos; por lo que es necesario establecer las condiciones, parámetros y características propias de cada sistema, así como el definir la relación de continuidad de flujo. En el desarrollo de las ecuaciones que describen el problema de flujo de interés, se considera que la transferencia de fluidos ocurre de los bloques de matriz hacia el medio de alta conductividad, debido a la variación de presión que ocurre al presentarse la producción de fluidos a través del pozo; proceso que ocasiona por consecuencia que se presente una diferencia entre las presiones particulares de los medios que componen al yacimiento.

El medio de matriz representa el sistema principal de almacenamiento de los fluidos, donde se considera que se tienen las fases aceite y agua coexistiendo en un medio de muy baja conductividad ($k_m \ll 1$), dicha situación genera un efecto significativo sobre la diferencia de presión que existe entre las fases, por lo que en el desarrollo de las ecuaciones que describen el comportamiento de flujo en los bloques de matriz, no es correcto asumir que la presión capilar existente en este medio sea nula, en comparación a lo establecido en el medio de fracturas. Considerando un estado pseudoestacionario de transferencia matriz-fractura para la fase agua, se tiene que las ecuaciones equivalentes que describen la transferencia de fluidos de la fase agua hacia la red de fracturas son:

$$q_{wm}^* = \alpha \frac{k_{wm}}{\mu_w} (p_{mw} - p_f), \quad (4.39)$$

$$q_{wm}^* = -(\phi c_t)_{mw} \frac{\partial p_m}{\partial t}, \quad (4.40)$$

donde:

- q_{wm}^* = flujo interporoso matriz-fractura de la fase agua
- α = factor de forma
- k_{wm} = permeabilidad efectiva al agua en el medio de matriz
- μ_w = viscosidad del agua
- p_w = presión de la fase agua en el medio de matriz
- p_f = presión del medio de fracturas
- p_{mw} = presión de la fase agua en el medio de matriz
- t = tiempo
- $(\phi c_t)_{mw}$ = producto de la porosidad por la compresibilidad total del medio de matriz de la fase agua

Igualando las ecuaciones 4.39 y 4.40 e incluyendo la definición de presión capilar:

$$\alpha \frac{k_{wm}}{\mu_w} (p_m - P_{cowm} - p_f) = -(\phi c_t)_{mw} \frac{\partial p_m}{\partial t}. \quad (4.41)$$

Sustituyendo las variables adimensionales de presión de matriz, fractura y capilar en la expresión anterior:

$$\alpha \frac{k_{wm}}{\mu_w} (p_{Df} - p_{Dm} - P_{cmD}) = (\phi c_t)_{mw} \frac{M_f}{(\phi c_t)_t r_w^2} \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}. \quad (4.42)$$

A partir del análisis de las presiones adimensionales del medio de matriz y de fracturas se tiene la siguiente relación:

$$\frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D} = \frac{\lambda_{tr}}{(1 - \omega)} (p_{Df} - p_{Dm}), \quad (4.43)$$

Sustituyendo la ecuación 4.43 en la ecuación 4.42:

$$P_{cmD} = c_1 (p_{Df} - p_{Dm}), \quad (4.44)$$

donde:

$$c_1 = 1 - \frac{\mu_w}{\alpha k_{wm}} (\phi c_t)_{mw} \frac{M_f}{(\phi c_t)_t r_w^2} \frac{\lambda_{tr}}{(1 - \omega)}. \quad (4.45)$$

La ecuación 4.45 representa la constante c_1 incluida en la definición de c .

4.3.3. Transferencia matriz-fractura de la fase aceite

De acuerdo a lo descrito en el desarrollo de la ecuación de transferencia de matriz-fractura para la fase agua, es necesario analizar el comportamiento individual de las fases contenidas en los bloques de matriz debido a que el efecto de la presión capilar es significativo en este medio, situación que requiere un análisis particular de las ecuaciones de la fase aceite permitirá la obtención de parámetros que describan las propiedades de los fluidos, por lo que en el desarrollo de las ecuaciones que describen el flujo de la fases en el medio de matriz, se tienen presentes las presiones de cada una de las fases particulares, la presión de agua (p_w) y la presión de aceite (p_o). En en este apartado la presión de aceite se definirá como la variable p_m , dicho cambio de nomenclatura para tener consistencia de las variables utilizadas en la ecuación de difusión.

La ecuaciones equivalentes que describen la transferencia de fluidos de la fase aceite en el medio de matriz bajo un estado pseudoestacionario son:

$$q_{om}^* = \alpha \frac{k_{om}}{\mu_o} (p_m - p_f), \quad (4.46)$$

$$q_{om}^* = -(\phi c_t)_{mo} \frac{\partial p_m}{\partial t}, \quad (4.47)$$

donde:

- q_{om}^* = flujo interporoso matriz-fractura de la fase aceite
- α = factor de forma
- k_{om} = permeabilidad efectiva al aceite en el medio de matriz
- p_f = presión del medio de fracturas
- p_m = presión del medio de matriz (presión de la fase aceite en el medio de matriz)
- $(\phi c_t)_{mo}$ = producto de la porosidad por la compresibilidad total del medio de matriz de la fase aceite

Igualando las ecuaciones 4.46 y 4.47:

$$\alpha \frac{k_{om}}{\mu_o} (p_m - p_f) = -(\phi c_t)_{mo} \frac{\partial p_m}{\partial t}. \quad (4.48)$$

Sustituyendo las variables adimensionales de p_{Dm} , p_{Df} y t_D en la ecuación 4.48:

$$\alpha \frac{k_{om}}{\mu_o} (p_{Df} - p_{Dm}) = (\phi c_t)_{mo} \frac{M_f}{(\phi c_t)_t r_w^2} \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}. \quad (4.49)$$

Sustituyendo la ecuación 4.43 en la ecuación 4.49; se obtiene la expresión de la movilidad de la fase aceite en el medio de matriz:

$$\frac{k_{om}}{\mu_o} = (\phi c_t)_{mo} \frac{M_f}{\alpha (\phi c_t)_t r_w^2} \frac{\lambda_{tr}}{(1 - \omega)}. \quad (4.50)$$

La ecuación 4.50 representa la movilidad de la fase aceite en el medio de matriz, la cual se emplea en el proceso de cálculo del valor de la constante c (ver Apéndice C).

4.4. Solución de la ecuación de difusión para flujo multifásico

El proceso de solución a la ecuación de difusión 4.26 se realiza por medio de la Transformada de Laplace, de acuerdo a la forma diferencial de la expresión se requieren determinar las condiciones iniciales y de fronteras que permitan dar solución. Para el caso presente se plantea que en el yacimiento la presión es uniforme y corresponde al valor de la presión inicial.

Condición inicial (C. I.)

$$p_D(r_D, t_D = 0) = 0.$$

La ecuación de difusión en el espacio de Laplace corresponde a:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_{Df}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \bar{p}_{Df}}{\partial r_D} = \omega s \bar{p}_{Df} + (1 - \omega) s \bar{p}_{Dm}. \quad (4.51)$$

Transformando al espacio de Laplace la ecuación 4.38, la cual relaciona las presiones adimensionales de los medios de matriz y fracturas:

$$\bar{p}_{Dm} = \frac{\lambda(1 + c)}{\lambda(1 + c) + (1 - \omega)s} \bar{p}_{Df}. \quad (4.52)$$

Sustituyendo la ecuación 4.52 en la ecuación 4.51:

$$\frac{\partial^2 \bar{p}_{Df}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial \bar{p}_{Df}}{\partial r_D} = s f(s) \bar{p}_{Df}, \quad (4.53)$$

donde:

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda(1+c)}{(1-\omega)s + \lambda(1+c)}.$$

De acuerdo a la ecuación 4.53 se observa que la variable de presión adimensional corresponde unicamente a la del sistema de fracturas, sistema que es el encargado de transportar los fluidos. Transformando al espacio de Laplace las condiciones de frontera a continuación:

Condición de frontera interna (C.F.I.). Pozo produciendo a gasto constante

$$r_D \left(\frac{\partial \bar{p}_{Df}}{\partial r_D} \right)_{r_D=1} = -\frac{1}{s}. \quad (4.54)$$

Condición de frontera externa (C.F.E.). Yacimiento infinito

$$\bar{p}_{Df}(r_D \rightarrow \infty, s) = 0. \quad (4.55)$$

Multiplicando la ecuación 4.53 por r_D^2 se obtiene la forma de la ecuación de Bessel modificada:

$$r_D \frac{\partial^2 \bar{p}_{Df}}{\partial r_D^2} + r_D \frac{\partial \bar{p}_{Df}}{\partial r_D} = sf(s) r_D \bar{p}_{Df}, \quad (4.56)$$

cuya solución general está dada por la ecuación 4.57:

$$\bar{p}_{Df}(r_D, s) = AI_0(x) + BK_0(x). \quad (4.57)$$

donde:

$$x = \sqrt{sf(s)r_D}.$$

Sustituyendo las condiciones de frontera expresadas por la ecuaciones 4.55 y 4.54, así como la definición de x en la ecuación 4.57:

$$\bar{p}_{Df}(r_D, s) = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)r_D})}{s\sqrt{sf(s)r_D}K_1(\sqrt{sf(s)r_D})}. \quad (4.58)$$

La ecuación 4.58 representa la solución general al problema de flujo multifásico en un yacimiento de doble porosidad. La solución particular en el pozo ($r = r_w$) se expresa por la ecuación 4.59:

$$\bar{p}_{Dw}(r_D = 1, s) = \frac{K_0 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}{s \sqrt{sf(s)} K_1 \left(\sqrt{sf(s)} \right)}, \quad (4.59)$$

donde:

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda_{tr}}{(1-\omega)s + \lambda_{tr}}, \quad (4.60)$$

$$\omega = \frac{(\phi c_t)_f}{(\phi c_t)_t}, \quad (4.61)$$

$$\lambda_{tr} = \lambda(1+c), \quad (4.62)$$

$$\lambda = \alpha r_w^2 \frac{\left(\frac{k_{om}}{\mu_o} + \frac{k_{wm}}{\mu_w} \right)}{\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right)}. \quad (4.63)$$

4.5. Metodología de análisis para la estimación de la saturación de aceite

La **Figura 4.1** describe el comportamiento de la ecuación 4.59. En esta figura se presentan tres periodos de flujo los cuales caracterizan a un yacimiento naturalmente fracturado de doble porosidad, en un inicio se tiene unicamente la producción de los fluidos contenidos en el medio de fracturas, el cual transporta los fluidos hacia el pozo; posteriormente se presenta la zona de transición de fluidos, en la cual los bloques de matriz comienzan a aportar fluidos hacia las fracturas debido a la diferencia que existe entre los dos medios; finalmente se presenta el periodo de flujo en el que se tiene estabilidad en el aporte de fluidos por parte del medio de matriz, en esta condición la presión del medio de matriz es igual a la presión de fractura por lo que se tiene un comportamiento homogéneo.

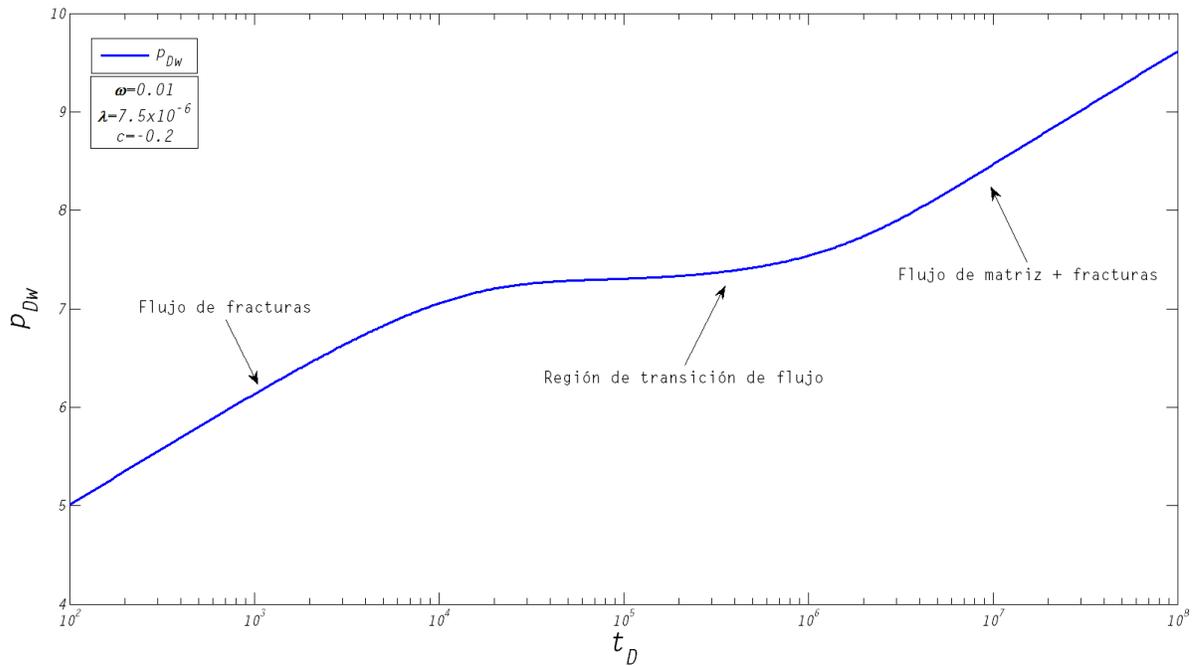


Figura 4.1: Comportamiento de p_{Dw} en un yacimiento naturalmente fracturado de doble porosidad.

De acuerdo a la teoría establecida por Warren y Root (1963), la caracterización del comportamiento de un yacimiento naturalmente fracturado de doble porosidad puede ser definido a partir de dos parámetros; la relación de almacenamiento ω y el coeficiente de flujo interporoso λ . En el proceso de análisis de las ecuaciones que gobiernan el flujo de fluidos al incluir la presión capilar en el medio de matriz se tiene una nueva definición del coeficiente de flujo interporoso como λ_{tr} . Se presenta en los gráficos siguientes el comportamiento de la presión adimensional en el pozo p_{Dw} al variar los parámetros ω , c y λ .

En la **Figura 4.2** se presenta la respuesta de la presión adimensional p_{Dw} , al variar la relación de almacenamiento ω . Se observa que la relación de almacenamiento es un efecto que solo actúa a tiempos cortos de flujo en el yacimiento. La reducción del valor de ω genera una zona de transición de flujo más alta de los medios de matriz y fracturas, dicho comportamiento indica que el medio de matriz aporta en mayor medida (capacidad de almacenamiento alta) fluidos al medio de alta conductividad.

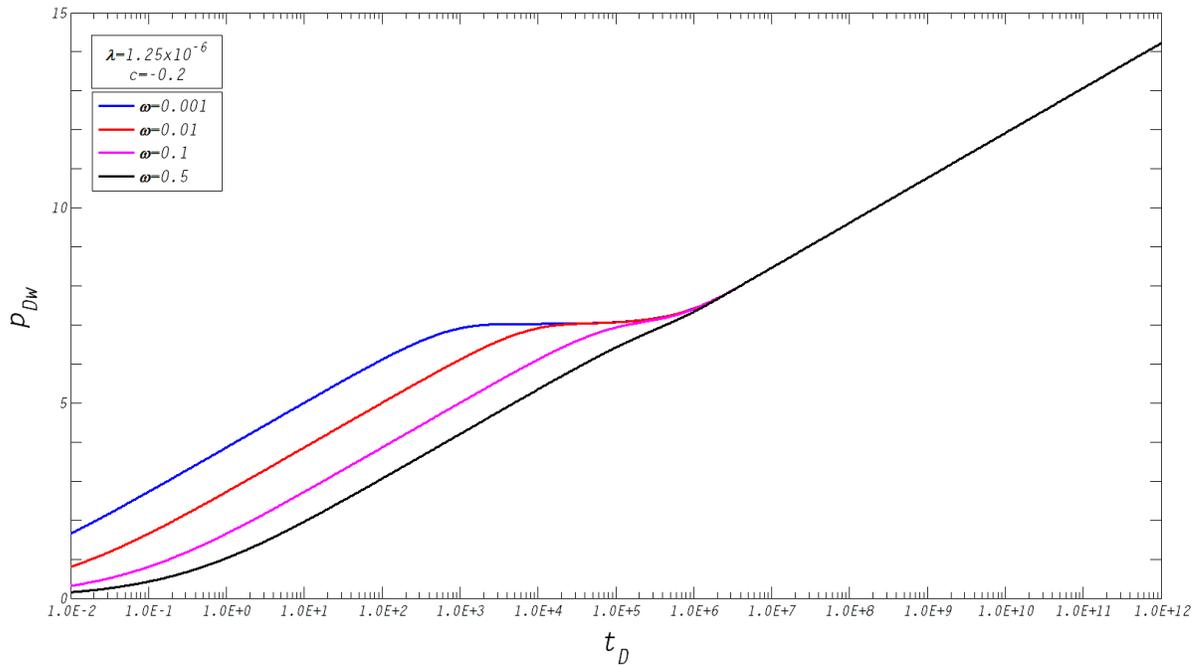


Figura 4.2: Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} en un yacimiento naturalmente fracturado al variar la relación de almacenamiento ω .

En la **Figura 4.3** se presenta la respuesta de la presión adimensional p_{Dw} al variar el coeficiente de flujo interporoso λ . El incremento del valor del coeficiente de flujo interporoso genera que la zona de transición se presente con mayor premura, pero su variación no modifica la amplitud de esta. En las figuras 4.2 y 4.3 se observa que al variar los parámetros ω y λ respectivamente, no existe modificación del comportamiento de p_{Dw} a tiempos largos, es decir, todas las curvas convergen a una línea recta, este comportamiento es de gran importancia dado que los datos obtenidos de una prueba de presión se tienen que ajustar a esta línea.

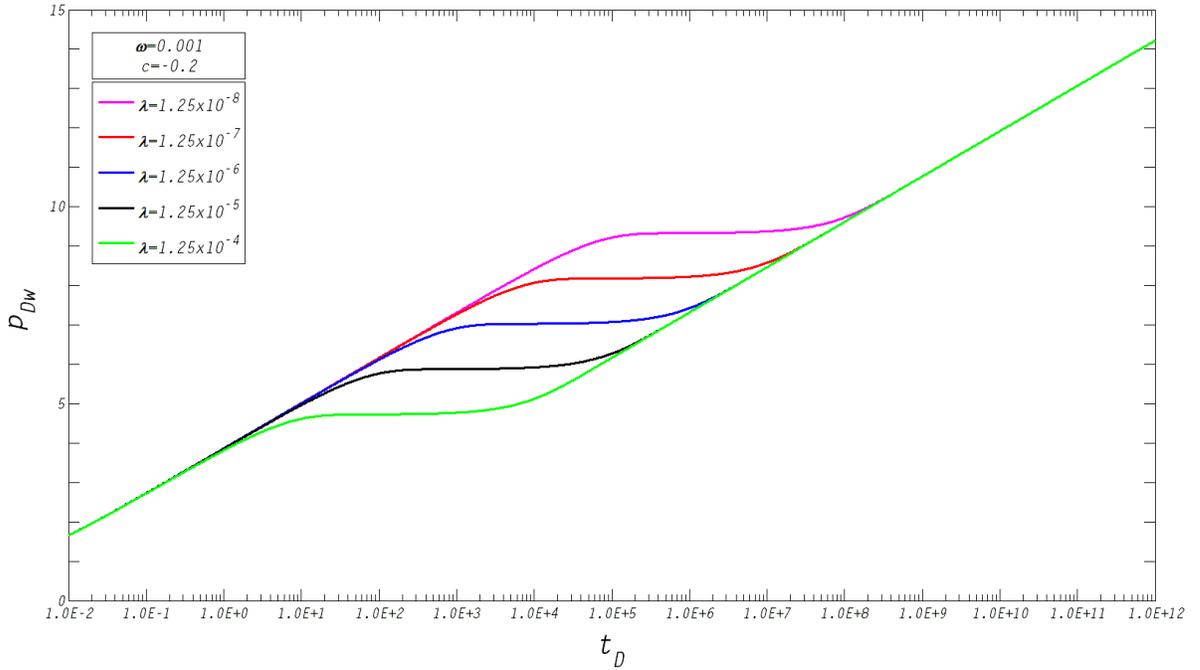


Figura 4.3: Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} en un yacimiento naturalmente fracturado al variar el coeficiente de flujo interporoso λ .

Adicionalmente al proceso de análisis desarrollado por medio del uso de curvas tipo, se cuenta con la función derivada, esta técnica representa una herramienta de diagnóstico sobre la geometría de flujo presente, permitiendo evaluar el modelo desarrollado bajo las ecuaciones de flujo. Se presenta a continuación los resultados obtenidos al implementar la función derivada.

En la **Figura 4.4** se presenta el comportamiento de la función derivada a diferentes valores de la relación de almacenamiento, gráficamente se observa que este proceso modifica la amplitud y longitud del valle; el aumento de la capacidad de almacenamiento del sistema de fracturas $(\phi c_t)_f$ en relación a la capacidad de almacenamiento del medio de matriz $(\phi c_t)_m$, genera que no se presente de forma significativa la transferencia de fluidos de los bloques de matriz al medio de alta conductividad, es decir, entre más alto sea el valor de ω se tiene un comportamiento más homogéneo del medio. En todos los casos se corrobora el valor característico de $t_D \times p'_{Dw} = 0.5$, el cual describe el comportamiento de una geometría de flujo radial.

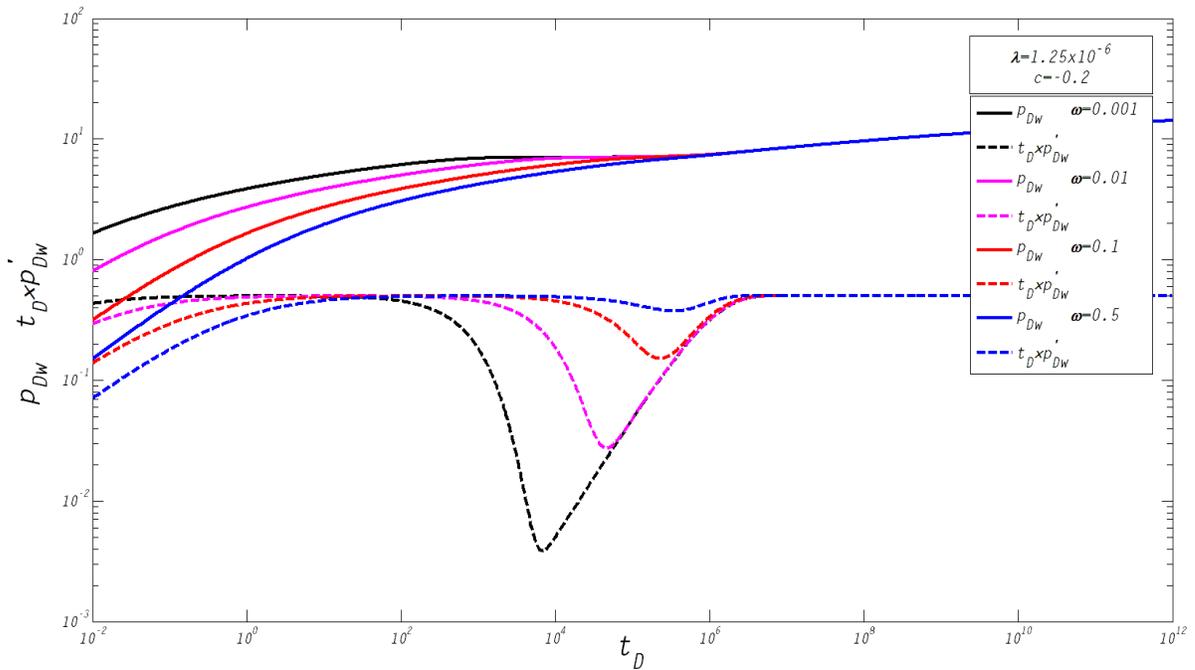


Figura 4.4: Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} y de la función derivada $t_D \times p'_{Dw}$ en un yacimiento naturalmente fracturado al variar la relación de almacenamiento ω .

En la **Figura 4.5** se describe el comportamiento de la Función derivada al variar el valor de la constante c , este proceso origina un desplazamiento del valle hacia la izquierda conforme el valor de c se aproxima a cero. El aporte de fluidos de los bloques de matriz hacia la red de fracturas se presenta con mayor premura cuando se considera nulo el efecto de la presión capilar en el medio de matriz, debido a que no existe una restricción al flujo que modifique la movilidad de las fases. De manera similar a lo descrito en la Figura 4.4 se obtiene el valor característico que describe la geometría de flujo radial al obtener la función derivada.

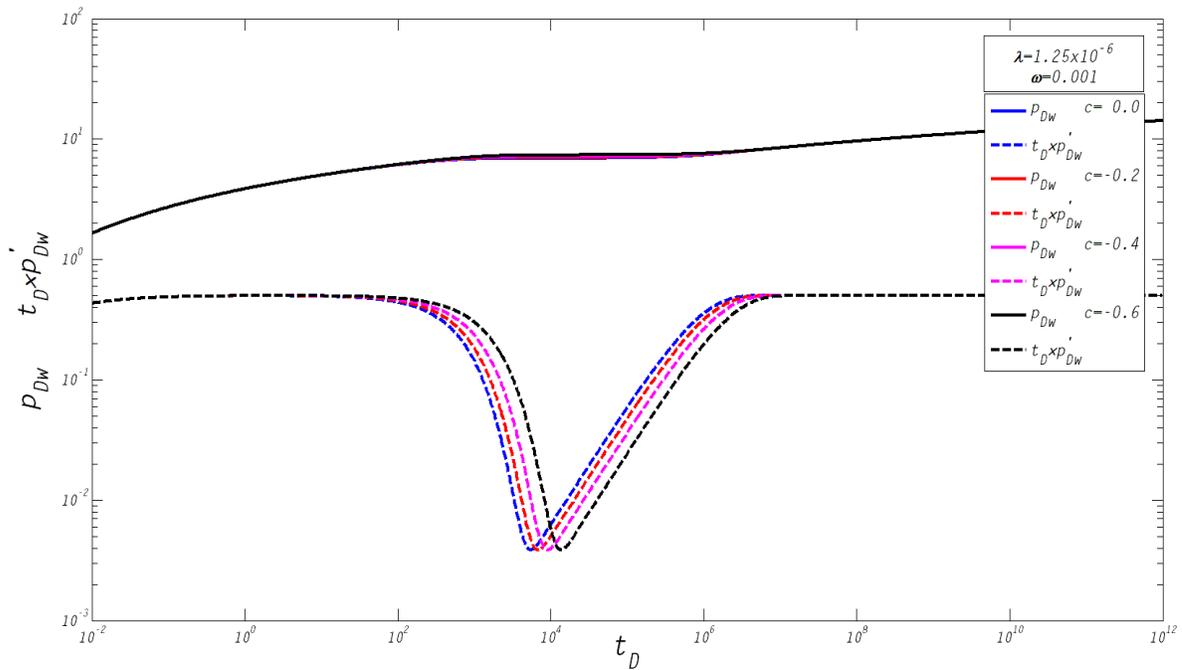


Figura 4.5: Comportamiento de la presión adimensional p_{Dw} y de la función derivada $t_D \times p'_{Dw}$ en un yacimiento naturalmente fracturado al variar el coeficiente de flujo interporoso λ .

En la **Figura 4.6** se muestra el comportamiento de la presión adimensional del medio de fracturas y matriz al incluir el efecto de la presión capilar. Las curvas mostradas en esta figura presentan diferencia en su comportamiento a tiempos intermedios debido a que la presión capilar modifica la movilidad total de las fases aceite y agua en el medio de matriz (M_m), lo que en consecuencia origina que se modifique el valor λ_{tr} incluida en la solución de la ecuación 4.59.

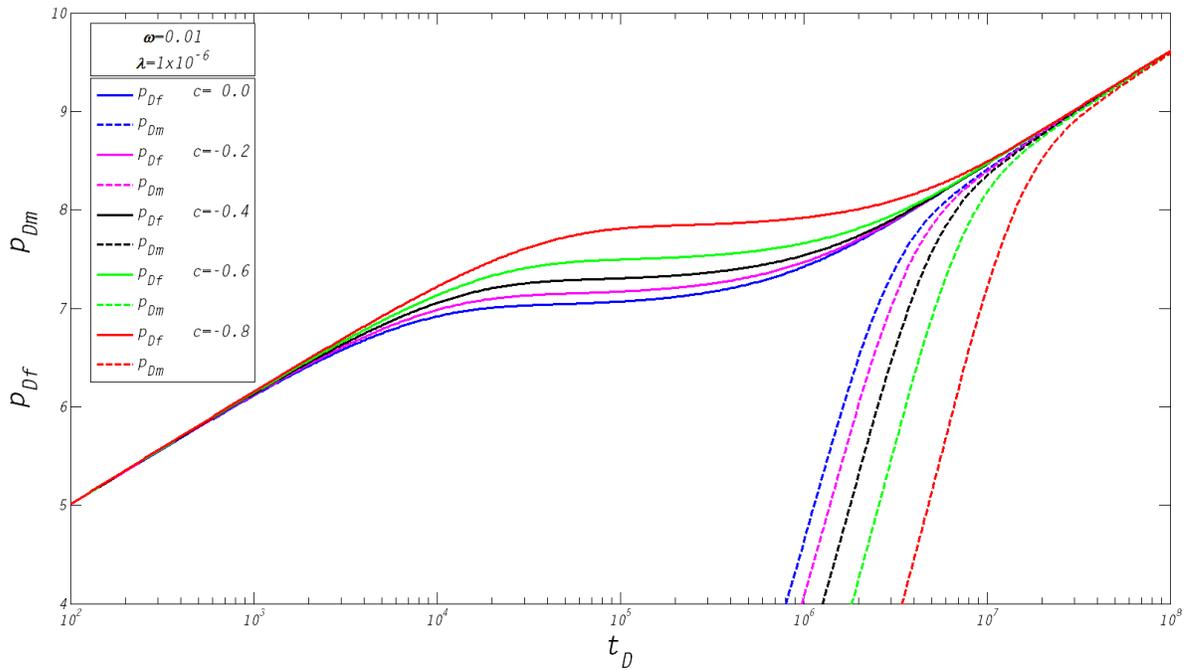


Figura 4.6: Comportamiento de p_{Df} y p_{Dm} al incluir el efecto de la presión capilar en el medio de matriz.

La **Figura 4.7** describe el comportamiento de la presión adimensional de matriz con respecto a la relación de almacenamiento ω . Al incrementar el valor de ω se presenta a un tiempo menor adimensional t_D el aporte de fluidos del medio de matriz hacia las fracturas; por lo que el transiente de presión generado por la producción de fluidos en el pozo modifica las condiciones del medio de matriz con mayor facilidad debido a que el yacimiento presenta un comportamiento más homogéneo ($\omega \rightarrow 1$).

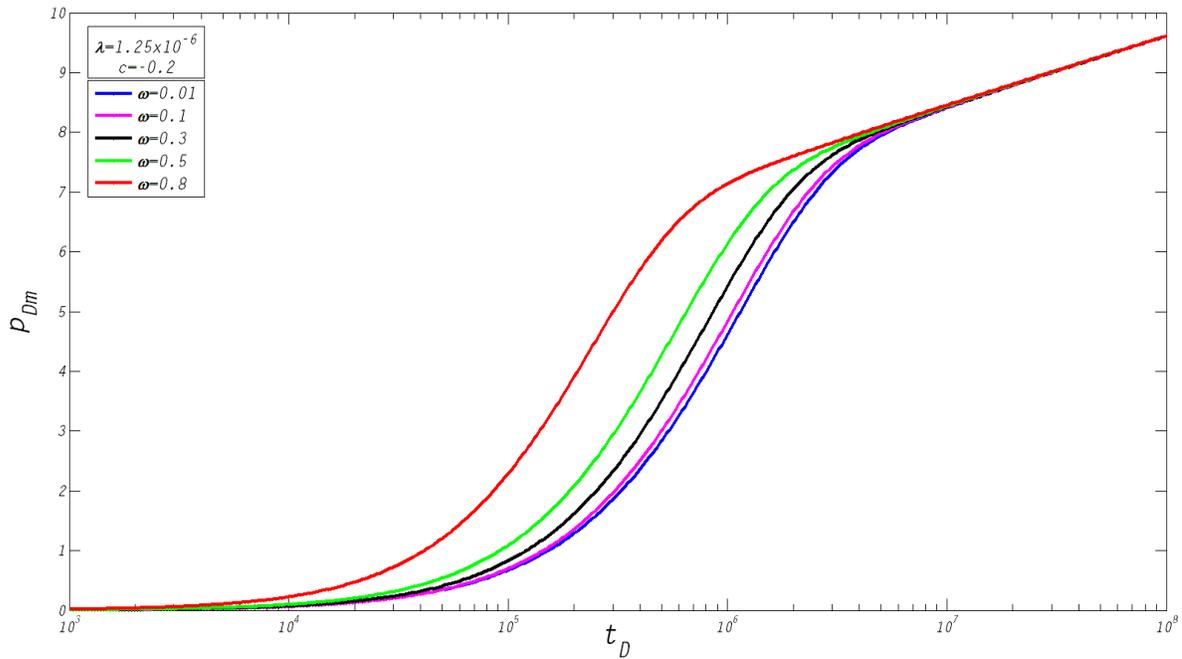


Figura 4.7: Comportamiento de p_{Dm} con respecto a la relación de almacenamiento ω .

El comportamiento de la presión adimensional del medio de matriz p_{Dm} con respecto al efecto de la presión capilar (representado por la constante c) se muestra en la **Figura 4.8**. El incluir la presión capilar disminuye el valor de p_{Dm} debido a que el coeficiente de flujo interporoso λ es multiplicado por un valor menor a la unidad, $(1 + c)$; por lo que la transferencia (región de transición) de fluidos del medio de matriz hacia las fracturas se presenta a tiempos mayores (ver Figura 4.3).

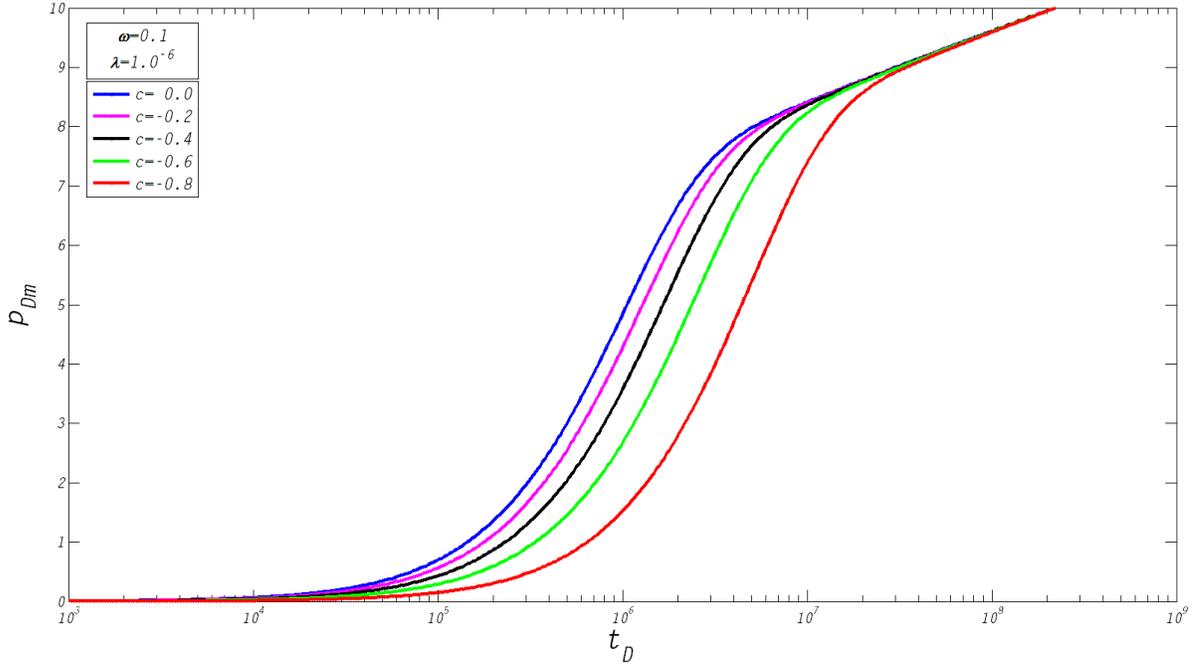


Figura 4.8: Comportamiento de p_{Dm} con respecto a la constante c .

Los datos de presión registrados en el pozo tienen que ser procesados de acuerdo al tipo de prueba que realizada, el conocer el tipo de prueba de presión permite implementar la metodología de análisis apropiada de acuerdo a sus características particulares. En el problema de flujo de interés se considera el estudio de pruebas de decremento de presión bajo condiciones de geometría de flujo radial, por lo que se tiene que analizar la información obtenida para posteriormente ajustar los datos de presión con las curvas tipo, las cuales describen la solución general del comportamiento de presión en yacimientos naturalmente fracturados de doble porosidad.

Los datos obtenidos de Δp vs t y $t_m \times \Delta p'$ vs t deben presentar un comportamiento similar al descrito por las Figuras 4.4 y 4.5 al ser graficados en una escala doble logarítmica, al realizar este proceso se evalúan si las condiciones de flujo del yacimiento corresponden al modelo de flujo de interés.

El proceso de ajuste y análisis se enlista a continuación:

1. Ajustar los datos obtenidos de Δp vs t en el gráfico adimensional de p_{Dw} vs t_D para tiempos largos.
2. Variar el valor de ω para realizar el ajuste a tiempos cortos.
3. Variar el valor de λ_{tr} para realizar el ajuste a tiempos intermedios.

4. Obtener el valor de $\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w}\right)$ a partir del parámetro adimensional de presión p_{Dw} .
5. Obtener el valor de $(\phi c_t)_t$ a partir del parámetro adimensional de tiempo t_D .
6. Obtener la saturación de aceite de los medios de matriz y fractura por medio de las expresiones siguientes:

$$S_{of} = \frac{\frac{(\phi c_t)_f}{\phi_f} - c_f - c_w}{c_o - c_w}, \quad (4.64)$$

$$S_{om} = \frac{\frac{(\phi c_t)_m}{\phi_m} - c_m - c_w}{c_o - c_w}. \quad (4.65)$$

4.6. Modelo agua-aceite en un pozo que produce sólo la fase agua

En esta sección se describe un caso particular del problema de flujo multifásico en un YNF, en el que se presenta la invasión de agua en el medio poroso, situación que genera que se presente la producción de fluidos de ambas fases en el pozo para un cierto tiempo de producción.

En su condición original, el intervalo productor se encuentra ubicado en la zona de aceite, donde la fase agua corresponde a la saturación irreducible (no móvil); la **Figura 4.9** ejemplifica la distribución de los fluidos en el sistema matriz-fractura en el yacimiento; para esta condición se supone que en ambos medios se tiene únicamente al aceite como la fase móvil.

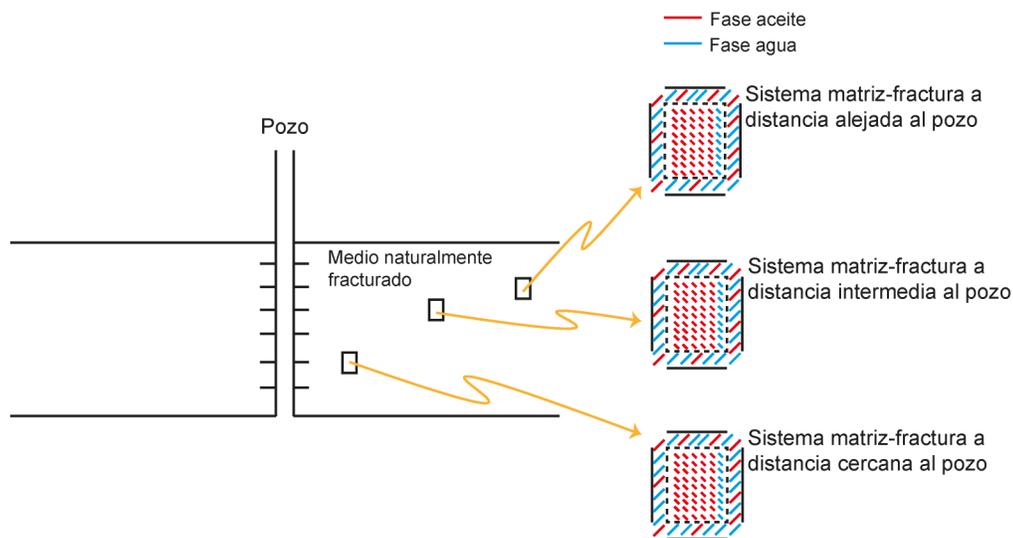


Figura 4.9: Distribución original de los fluidos para un YNF en la zona de aceite.

Posteriormente, a un cierto tiempo se presenta la invasión de agua en el yacimiento, debido a un proceso de inyección a través algunos de pozos, actuando de forma lateral en el intervalo productor. En esta condición, se tiene que las zonas más alejadas al pozo, presentarán una modificación más significativa en la distribución de las saturaciones de los fluidos originales, debido a que interactúan durante mayor tiempo con la fuente que genera la invasión de agua en el medio, por lo que en los bloques de matriz se presenta un proceso gradual de imbibición, a un ritmo más lento que en la zona de fracturas, dado que la permeabilidad reducida de la matriz, genera que la fase agua prefiera fluir por los canales de alta conductividad que representan las fracturas. La **Figura 4.10** representa la situación descrita.

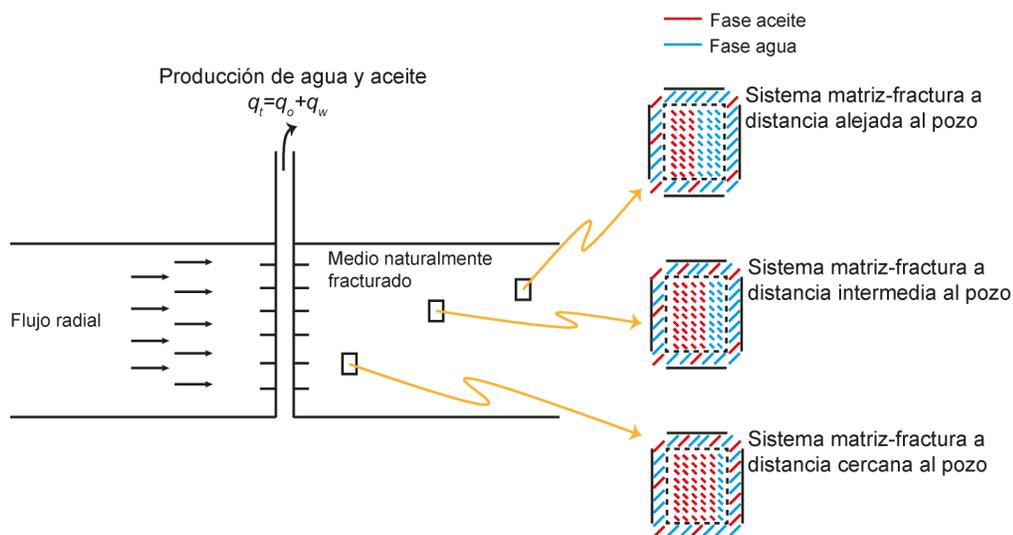


Figura 4.10: Distribución de la saturación de los fluidos para un YNF, al presentarse un proceso lateral de invasión de agua en la zona de aceite.

Finalmente, en la **Figura 4.11** se presenta la condición en la cual el medio de fracturas se encuentra saturado con agua como la fase móvil (saturación residual de aceite en las fracturas, S_{orf}), en una distribución que se asume como uniforme en el yacimiento, debido al proceso de inyección de fluidos y flujo preferencial por los canales de alta conductividad. En el caso de los bloques de matriz, se considera una saturación de aceite remanente, la cual, durante una prueba de presión de duración limitada (del orden de horas), no fluye en forma importante hacia el medio de fracturas, debido al flujo continuo de agua a través de las fracturas generado por la invasión de esta fase, proceso que genera un reestablecimiento de la presión en el yacimiento, por lo que se asume que la diferencia de presiones entre los medios de matriz y fracturas durante este proceso es despreciable. Posteriormente al interrumpirse el proceso de inyección y comenzar un nuevo período de producción, se tendrá a tiempos cortos sólo la producción de la fase agua en el pozo; generándose una transferencia gradual de los fluidos almacenados en los bloques de matriz hacia la red de fracturas.

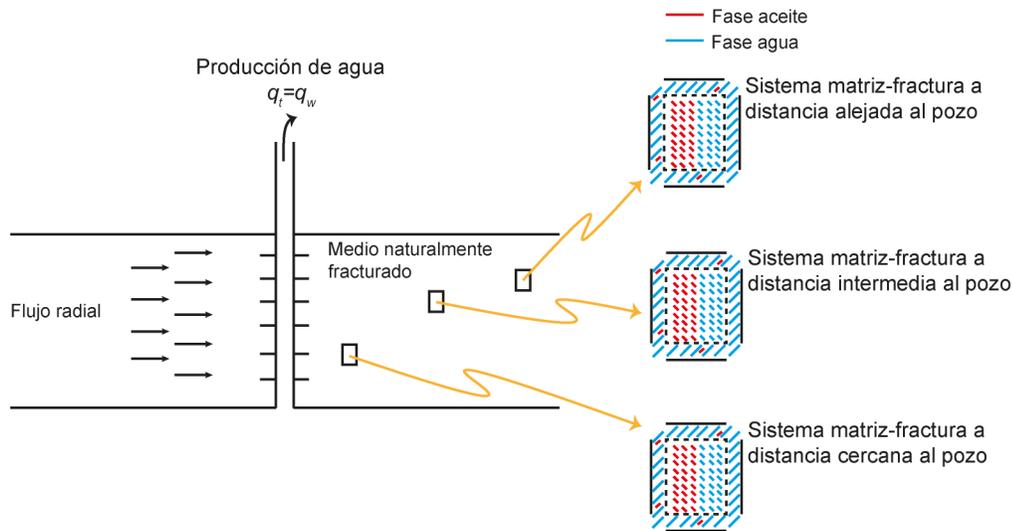


Figura 4.11: Distribución de la saturación de los fluidos para un YNF durante la etapa de producción, posterior al proceso de invasión de agua.

En la **Figura 4.12** se ilustran las dos configuraciones diferentes de los fluidos en el sistema matriz-fractura para las condiciones descritas anteriormente. En la parte izquierda de la Figura 4.12 se muestran las condiciones particulares del medio a su condición inicial ($t = 0$) en la zona de aceite, teniéndose la saturación de agua irreductible en ambos medios (S_{urf} y S_{urm}); posteriormente debido a la implementación de los procesos de producción de aceite en el pozo, y la inyección de agua en la periferia del yacimiento circular, se alcanza la condición al tiempo t_1 en la que las fracturas y bloques de matriz se saturan con volúmenes adicionales de agua, resultando en valores móviles de las saturaciones de ambas fases. Al continuar con el proceso de inyección de agua en la zona de aceite, a un cierto tiempo t_2 se alcanza la condición en la que el pozo sólo produce la fase agua, debido a que fluye de manera continua en el medio de alta conductividad, sin generar a partir de este tiempo cambios significativos en las condiciones de los bloques de matriz.

El proceso de inyección de agua se interrumpe para tiempos $\geq t_2$, debido a que ya no existe contribución de producción de aceite (empuje). La configuración de los fluidos en el sistema matriz-fractura a esta condición, se muestra en la parte derecha de la Figura 4.12, caso a. Finalmente, con el objetivo de evaluar la saturación de aceite remanente en los bloques de matriz (S_{orm}), se inicia al tiempo $\geq t_3$ ($t_3 > t_2$) la producción del pozo de nueva cuenta, registrándose los datos de presión de esta prueba de decremento de duración corta; cuyo efecto de disminución en la presión al transmitirse a los bloques de matriz, generará una expansión de las fases de agua y aceite que contiene, presentándose transferencia de fluidos de la matriz hacia las fracturas. Se asume que en este período, el abatimiento de presión generado por la producción de fluidos en el pozo genera la transferencia de fluidos del medio

de la matriz hacia las fracturas; esta condición final se muestra en el caso b) de la Figura 4.12 al tiempo t_3 .

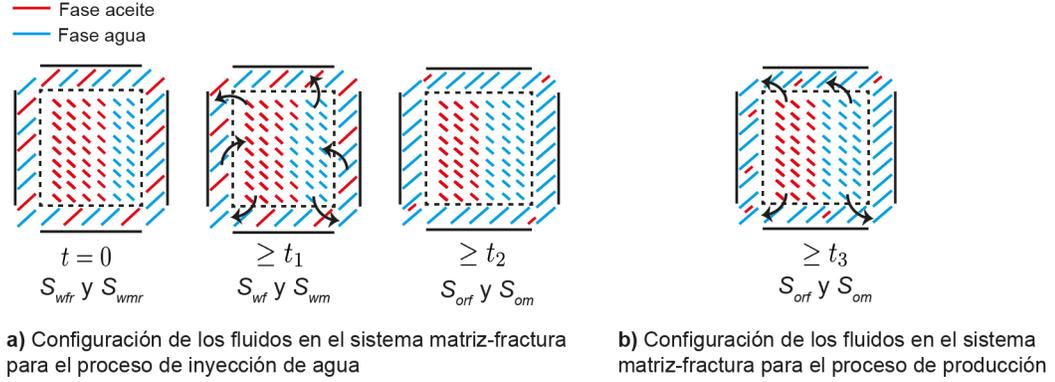


Figura 4.12: Configuración de la distribución de fluidos en el sistema matriz-fractura en un YNF, para: **a)** la etapa de inyección (invasión) de agua en el medio y **b)** etapa de producción en la zona invadida.

Las características del problema de flujo se describen a continuación:

- Sólo se presenta la producción de la fase agua en el pozo.
- En el medio de fracturas, se tiene únicamente agua como la fase móvil.
- Se presenta la transferencia de las fases agua y aceite de los bloques de matriz hacia la red de fracturas.
- En el medio de matriz se considera la diferencia de presiones entre las fases (presión capilar), en comparación al medio de fracturas, en donde se asume despreciable.

Las ecuaciones en variables reales y adimensionales que representan el modelo de flujo se expresan por medio de las ecuaciones 4.66 y 4.67, respectivamente:

$$\left(\frac{k_{wf}}{\mu_w}\right) \left(\frac{\partial^2 p_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p_f}{\partial r}\right) = (\phi c_t)_f \frac{\partial p_f}{\partial t} + (\phi c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t}, \quad (4.66)$$

$$\frac{\partial^2 p_{Df}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial p_{Df}}{\partial r_D} = \omega \frac{\partial p_{Df}}{\partial t_D} + (1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}; \quad (4.67)$$

en la ecuación 4.67 el término del producto de la porosidad por la compresibilidad en el medio de fracturas $(\phi c_t)_f$, incluido en la relación de almacenamiento ω (ecuación 4.3), se define para este caso particular como:

$$(\phi c_t)_f = \phi_f (c_f + c_o S_{orf} + c_w S_{wf}),$$

donde S_{or_f} representa la saturación residual de la fase aceite en el medio de fracturas (fase no móvil).

La solución adimensional en el espacio de Laplace de la ecuación 4.67, se define por medio de la expresión 4.68:

$$\bar{p}_{Df}(r_D, s) = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)}r_D)}{s\sqrt{sf(s)}r_D K_1(\sqrt{sf(s)}r_D)}. \quad (4.68)$$

La ecuación anterior se obtiene al realizar un proceso análogo al mostrado en la sección 4.4. Para la condición particular en el pozo ($r_D = 1$), la ecuación 4.68 se expresa:

$$\bar{p}_{Dw}(r_D = 1, s) = \frac{K_0(\sqrt{sf(s)})}{s\sqrt{sf(s)}K_1(\sqrt{sf(s)})}. \quad (4.69)$$

El proceso de ajuste y estimación del valor de la saturación de aceite en el medio de matriz, se realiza de manera análoga al procedimiento descrito en la sección 4.5.

5. Validación y discusión de resultados

Yacimiento homogéneo

Caso 1. Yacimiento homogéneo sin considerar la presión capilar

Se realizó una prueba de decremento en un pozo productor en un yacimiento bajosaturado, con un área de drene de 40 acres, y produciendo bajo un régimen de flujo pseudoestacionario, condición que se alcanza en un tiempo de 107 horas. El pozo se encuentra produciendo 132 barriles de aceite y 23 barriles de agua. Información adicional se muestra a continuación en la **Tabla 5.1**.

Tabla 5.1: Información de los fluidos, roca y producción para la prueba de decremento de presión en un yacimiento homogéneo.

Datos					
q_o	132(<i>BOPD</i>)	Área	40(<i>acres</i>)	B_o	1.21(<i>RB/STB</i>)
q_w	23(<i>BWPD</i>)	h	63(<i>pies</i>)	B_w	1.00(<i>RB/STB</i>)
μ_o	2.30(<i>cp</i>)	ϕ	16.3	\bar{p}	2704 (<i>psia</i>)
μ_w	0.94(<i>cp</i>)	S_w	0.29	k	135(<i>md</i>)
c_o	14.6×10^{-6} (<i>psia</i> ⁻¹)	S_o	0.71	r_w	0.26(<i>pies</i>)
c_w	3.20×10^{-6} (<i>psia</i> ⁻¹)	k_{rw}	0.02		
c_r	3.40×10^{-6} (<i>psia</i> ⁻¹)	k_{ro}	0.20		

Los datos de producción de las fases aceite y agua mostrados en la tabla anterior corresponden a valores constantes, condición posible de acuerdo a las características de flujo en las que no se tiene un cambio abrupto de las propiedades del sistema roca-fluidos. Kamal (2011) describe una situación de flujo similar, en la que los gastos de producción de las fases individuales corresponden a valores constantes.

Haciendo uso de un modelo numérico de flujo bifásico (aceite y agua) y de los datos obtenidos de la prueba, se obtuvo el comportamiento de presión de una prueba de decremento, obteniéndose el perfil de la presión fluyente del pozo mostrado en la **Figura 5.1**.

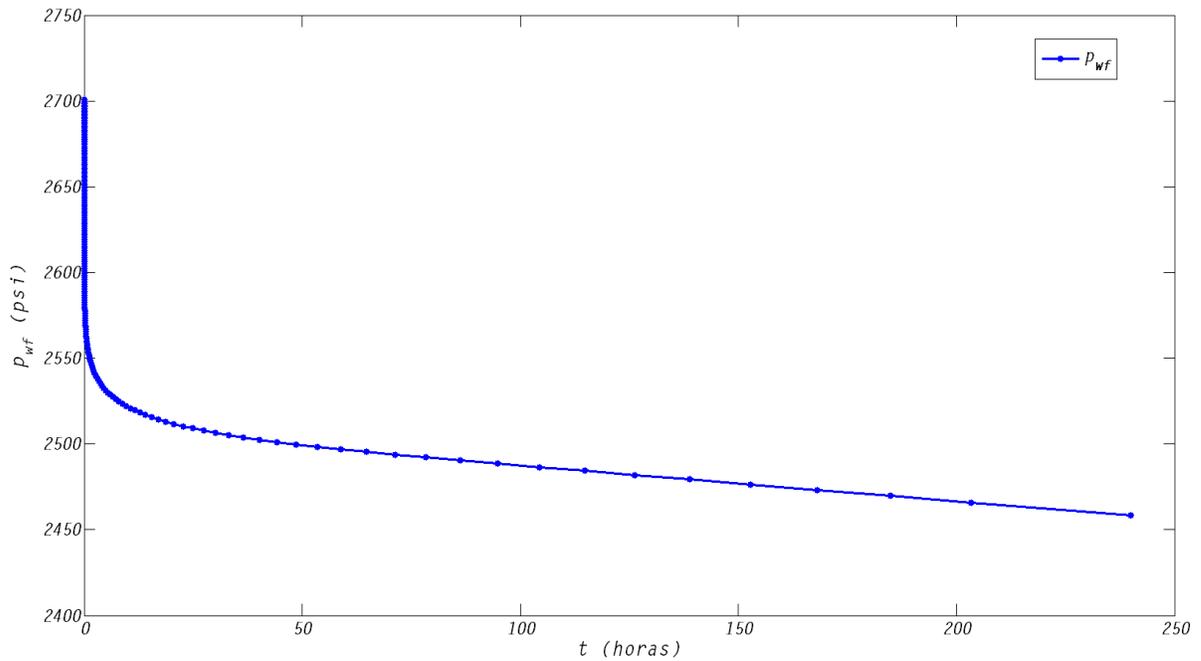


Figura 5.1: Perfil de presión de la prueba de decremento de presión, simulada numéricamente.

Con el objetivo de evaluar la condición de flujo pseudoestacionario que se describe en la prueba real se realizó el análisis de la Función derivada en un gráfico doble logarítmico, mostrándose los resultados del comportamiento de presión en la **Figura 5.2**.

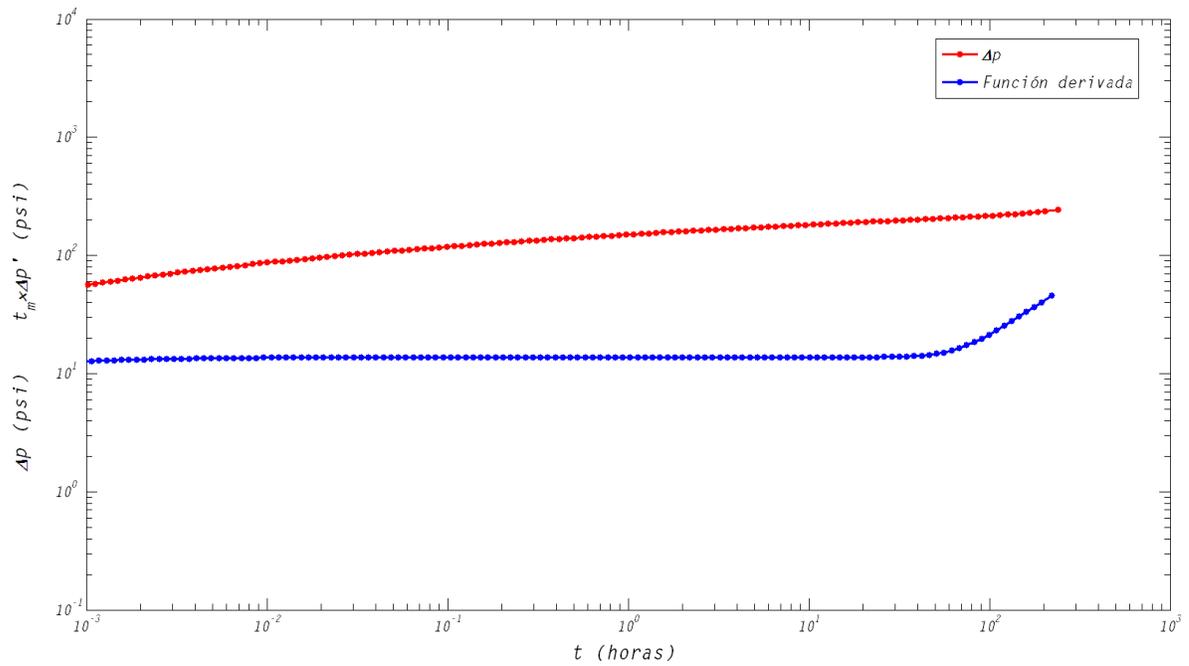


Figura 5.2: Comportamiento de la Función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento.

Se observa en figura anterior que a un tiempo aproximado de 100 horas se alcanza la condición de flujo pseudoestacionario, ya indicada por la información de producción del caso de estudio. En la **Figura 5.3** se muestra el ajuste de los datos con respecto a la curva tipo.

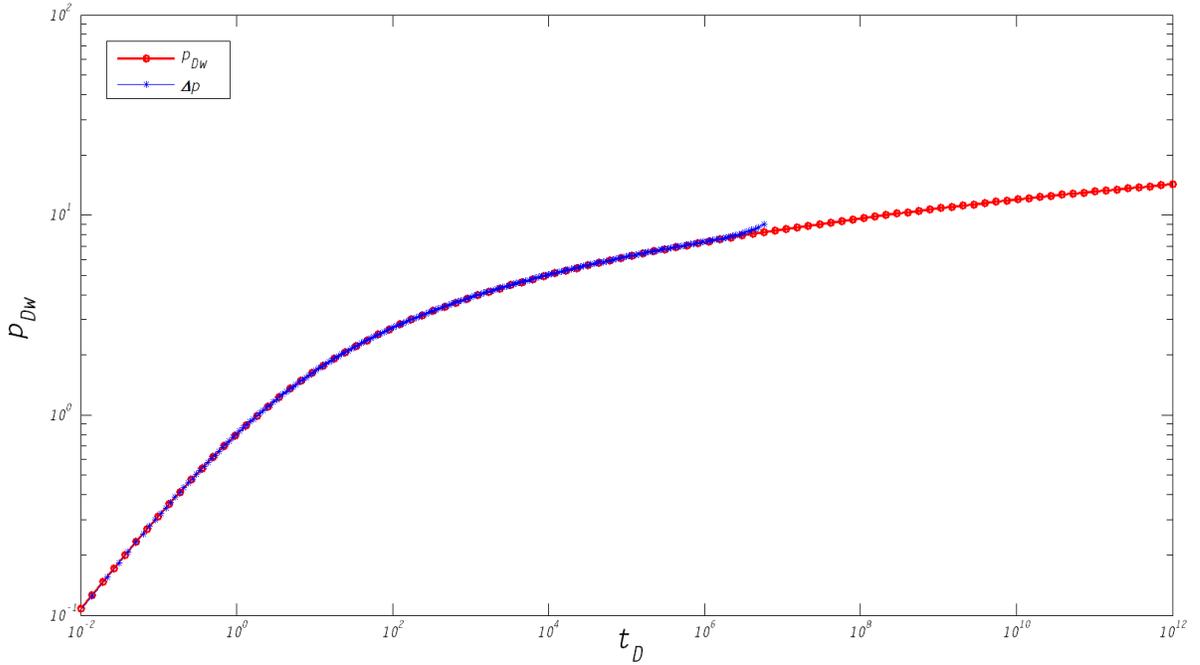


Figura 5.3: Ajuste de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenidos por medio de simulación numérica.

Del proceso de ajuste de las curvas mostrado en la Figura 5.3 se obtiene:

Valores en el punto de ajuste ("match point")			
p_D	1.0 (<i>adim</i>)	Δp	27.4 (<i>psia</i>)
t_D	0.2 (<i>adim</i>)	t	8.3×10^{-6} (<i>horas</i>)

Sustituyendo los valores obtenidos del ajuste en los parámetros adimensionales, expresados por la ecuaciones 3.17 y 3.24 respectivamente:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) = \frac{141.2 q_i p_D}{h \Delta p_o} = \frac{141.2 \times 182.7 \times 1.0}{63 \times 27.4} = 14.94 \left(\frac{md}{cp} \right)$$

$$(\phi c_t) = 2.637 \times 10^{-4} \frac{\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right) t}{t_D r_w^2}$$

Sustituyendo en la definición de (ϕc_t) la información descrita en el caso de estudio, así como el valor de $\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right)$ que se obtiene de la expresión anterior:

$$(\phi c_t) = 2.637x10^{-4} \frac{\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w}\right) t}{t_D r_w^2} = 2.637x10^{-4} \frac{14.94 \times 8.3x10^{-6}}{0.2 \times 0.26^2} = 2.418x10^{-6} \text{ (psia}^{-1}\text{)}$$

Utilizando el resultado anterior para la definición del producto porosidad por compresibilidad total (ϕc_t) empleado por la ecuación 3.32, se estima el valor de saturación de aceite siguiente:

$$S_o = \frac{\frac{(\phi c_t)}{\phi} - c_r - c_w}{c_o - c_w} = \frac{\frac{2.418x10^{-6}}{0.163} - 3.40x10^{-6} - 3.20x10^{-6}}{14.6x10^{-6} - 3.20x10^{-6}} = 0.723$$

Caso 2. Yacimiento homogéneo considerando la presión capilar

Tomando la información del caso de estudio anterior, se obtiene un análisis similar de la información del pozo, fluidos y yacimiento. La diferencia en la determinación de los valores se debe a la definición de los parámetros adimensionales para este modelo de flujo; en las ecuaciones que describen el comportamiento se tiene la inclusión de la constante b , la cual representa la relación de las presiones de las fases, ecuación 3.41. De manera análoga al desarrollo mostrado en el caso 1, se sustituyen los valores obtenidos de ajuste, en las ecuaciones 3.46 y 3.53, correspondientes el problema de flujo. Al sustituir los valores se tiene:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + b \frac{k_w}{\mu_w}\right) = \frac{141.2q_t p_D}{h \Delta p_o} = \frac{141.2 \times 182.7 \times 1.0}{63 \times 27.4} = 14.94 \left(\frac{md}{cp}\right)$$

Sustituyendo en la definición de (ϕc_t) la información descrita en el caso de estudio, así como el valor de $\left(\frac{k_o}{\mu_o} + b \frac{k_w}{\mu_w}\right)$ que se obtiene de la expresión anterior:

$$(\phi c_t) = 2.637x10^{-4} \frac{\left(\frac{k_o}{\mu_o} + b \frac{k_w}{\mu_w}\right) t}{t_D r_w^2} = 2.637x10^{-4} \frac{14.94 \times 8.3x10^{-6}}{0.2 \times 0.26^2} = 2.418x10^{-6} \text{ (psia}^{-1}\text{)}$$

Utilizando el resultado anterior para la definición del producto porosidad por compresibilidad total (ϕc_t) empleado por la ecuación 3.56, se estima el valor de saturación de aceite siguiente:

$$S_o = \frac{\frac{(\phi c_t)}{\phi} - c_r - c_w}{c_o - c_w} = \frac{\frac{2.418x10^{-6}}{0.163} - 3.40x10^{-6} - 3.20x10^{-6}}{14.6x10^{-6} - 3.20x10^{-6}} = 0.723$$

El resultado obtenido de la saturación de la fase aceite, al considerar el efecto de la presión

capilar es el mismo al considerar nula la diferencia de presión de las fases ($p_o = p_w$); como se explicó en el desarrollo de los modelos de flujo, la presión capilar modifica únicamente las movibilidades individuales de las fases; se establece entonces que en el proceso de análisis de la información es necesario la inclusión de este parámetro; lo que permite evaluar las condiciones de los fluidos de una manera más aproximada al comportamiento real.

Yacimiento Naturalmente Fracturado

Caso de aplicación 1

Se obtuvieron similarmente al caso anterior de un yacimiento homogéneo, para una prueba de decremento de presión obtenida por medio de un simulador numérico, con el objetivo de reproducir el comportamiento de presión en un medio de doble porosidad, en geometría de flujo radial. Las propiedades de los fluidos, del medio poroso y las condiciones de producción utilizados en el proceso de simulación, se muestran en la **Tabla 5.2**.

Tabla 5.2: Información de los fluidos, roca y producción para la prueba de decremento de presión en un yacimiento naturalmente fracturado.

Datos							
q_t	1500(BPD)	r_w	0.26(pies)	k_{rom}	0.095	c_{rf}	$3x10^{-5}$ (psia ⁻¹)
α	0.04(ft ⁻²)	h	63(pies)	k_m	0.1(md)	c_{rm}	$3x10^{-6}$ (psia ⁻¹)
μ_o	20(cp)	ϕ_f	0.16%	S_{om}	0.5	B_o	1.21(RB/STB)
μ_w	0.5(cp)	S_{wf}	0.5	S_{wm}	0.5	B_w	1.00(RB/STB)
c_o	$5x10^{-5}$ (psia ⁻¹)	S_{of}	0.5	ϕ_m	29.94%	\bar{p}	2704(psia)
c_w	$5x10^{-6}$ (psia ⁻¹)	k_{rwf}	0.02	k_f	1000(md)		
r_e	20000(pies)	k_{rof}	0.20	k_{rwm}	0.2		

La **Figura 5.4** muestra el comportamiento de la presión de fondo fluyendo obtenida del proceso de simulación. Al presentar los datos de presión en una escala semilogarítmica se tiene una línea recta a tiempos cortos, la cual describe el comportamiento homogéneo de flujo; en este período se tiene el aporte de fluidos únicamente por parte del medio de fracturas; posteriormente se presenta una zona de transición en la cual la presión en el fondo disminuye a una menor tasa, debido a que el sistema de matriz comienza a aportar fluidos hacia las fracturas generando un soporte de presión adicional. Finalmente, se tiene una tendencia lineal la cual describe un comportamiento homogéneo del flujo de fluidos (matriz + fracturas).

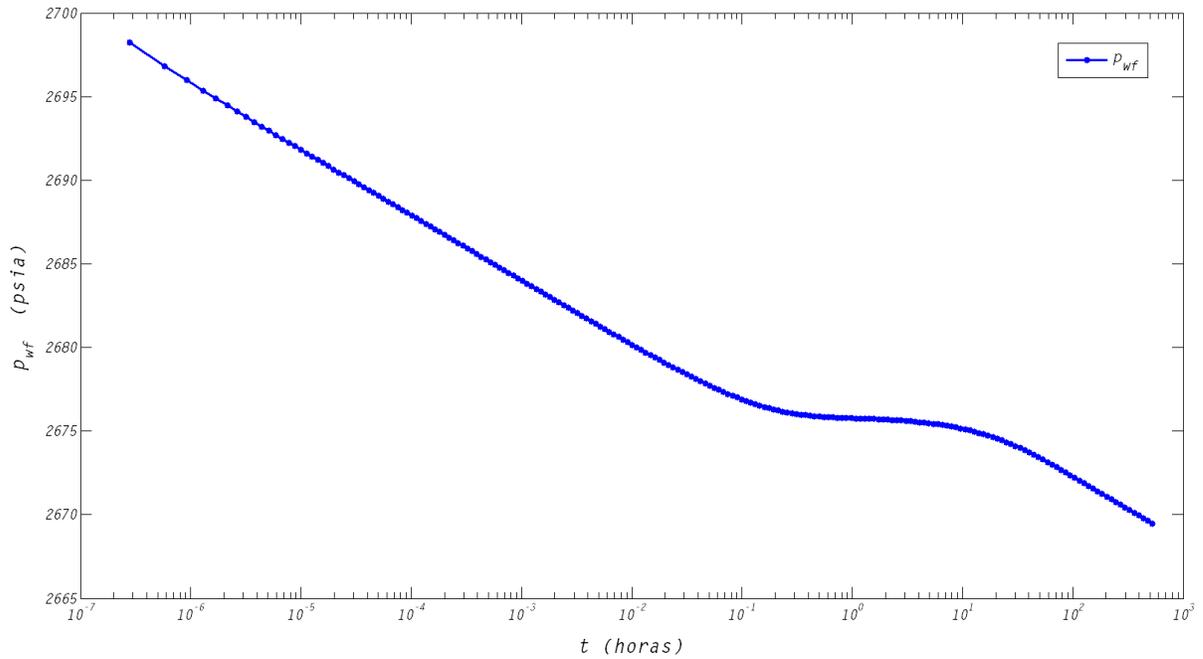


Figura 5.4: Comportamiento de la presión de fondo fluyendo, obtenido por medio de simulación numérica, para un YNF.

La **Figura 5.5** presenta el comportamiento de la función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento. Se observa que a tiempos cortos e intermedios se presenta una línea horizontal, que describe la geometría de flujo radial hacia el pozo; así mismo, se presenta el valle característico en la función derivada, que representa la zona de transición correspondiente a la transferencia de fluidos del medio de matriz hacia la red de fracturas.

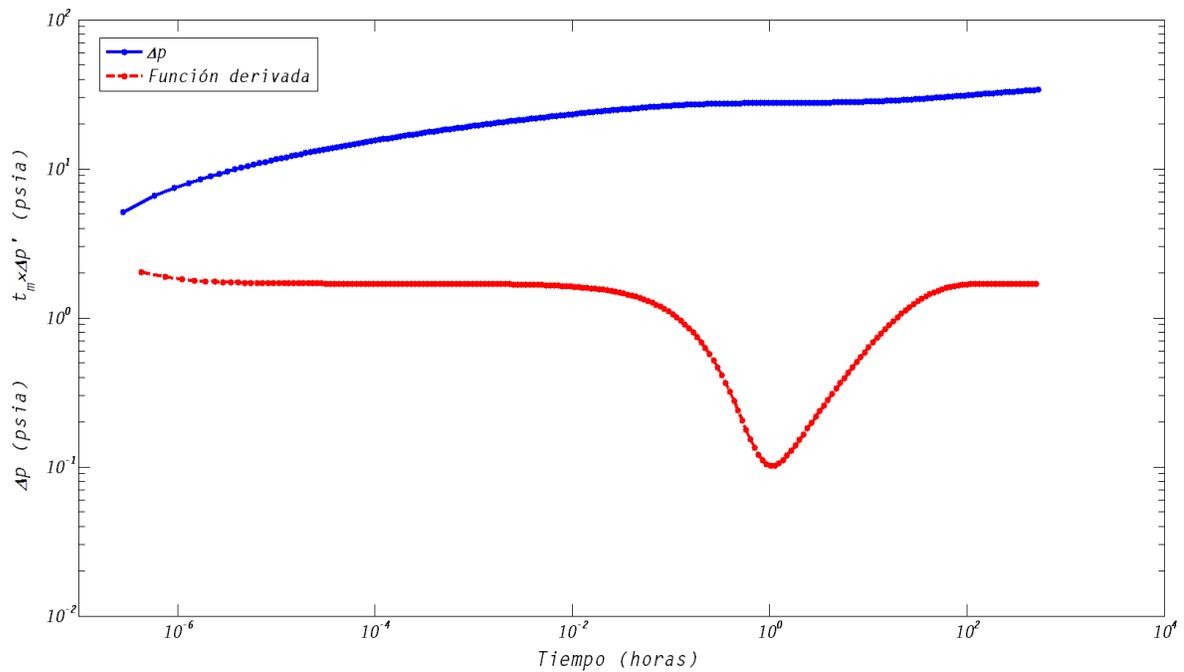


Figura 5.5: Comportamiento de Δp y la función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenida por medio de simulación numérica para un YNF.

El ajuste de los datos de la prueba obtenidos del proceso de simulación (azul) con la solución para la ecuación de difusión expresada por la ecuación 4.59 (rojo) se presenta en la **Figura 5.6**. Se describe que la solución de la ecuación a tiempos largos de la prueba, presenta la convergencia de todas las soluciones a una única línea recta, por lo que los datos para la caída de presión Δp de la prueba, se ajustan primero a esta condición; posteriormente se varía la relación de almacenamiento ω para ajustar los datos de presión adimensional p_{Dw} con los datos de la prueba a tiempos cortos; finalmente se ajusta el comportamiento de los datos de p_{Dw} a tiempos intermedios para obtener el valor del coeficiente de flujo interporoso λ_{tr} .

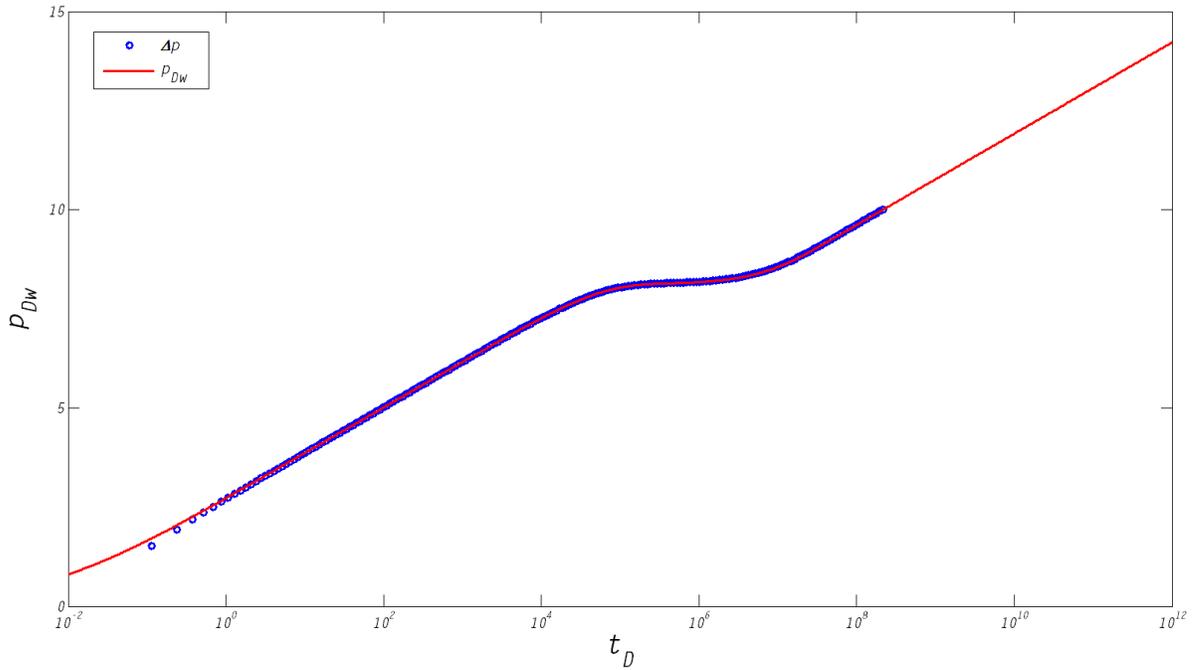


Figura 5.6: Ajuste de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenida por simulación numérica para un YNF.

Del proceso de ajuste de las curvas mostrado en las Figura 5.6 se obtiene:

Valores en el punto de ajuste ("match point")			
p_{Dw}	1.0(adim)	t	$2.45 \times 10^{-5}(\text{horas})$
t_D	10(adim)	ω	0.01(adim)
Δp	3.384(psia)	λ_{tr}	$1.1 \times 10^{-7}(\text{adim})$

Sustituyendo los valores obtenidos del ajuste en los parámetros adimensionales, expresados por medio de las ecuaciones 4.17 y 4.24, se obtiene respectivamente:

$$\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right)_f = \frac{141.2 q_t p_{Dw}}{h \Delta p} = \frac{141.2 \times 1500 \times 1.0}{63 \times 3.384} = 991.76 \left(\frac{md}{cp} \right)$$

Sustituyendo en la definición de $(\phi c_t)_t$ la información descrita en el caso de estudio, y el valor de $\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right)_f$ que se obtiene de la expresión anterior:

$$(\phi c_t)_t = 2.637 \times 10^{-4} \frac{\left(\frac{k_o}{\mu_o} + \frac{k_w}{\mu_w} \right)_f t}{t_D r_w^2} = 2.637 \times 10^{-4} \frac{991.76 \times 2.45 \times 10^{-5}}{10 \times 0.26^2} = 9.47 \times 10^{-6} \left(psia^{-1} \right)$$

Utilizando la definición de la relación de almacenamiento ω expresada por la ecuación 4.61 y el valor obtenido del producto porosidad por compresibilidad total de los medios de matriz y fractura $(\phi c_t)_t$ del ajuste, se obtiene el valor del producto de la porosidad por la compresibilidad total del medio de fracturas $(\phi c_t)_f$ a continuación:

$$(\phi c_t)_f = \omega (\phi c_t)_t = 0.01 (9.47x10^{-6}) = 9.47x10^{-8} \text{ (psia}^{-1}\text{)}$$

Despejando la saturación de la fase aceite en el medio de fracturas, de la definición de $(\phi c_t)_f$ expresada por la ecuación 4.10 se tiene:

$$S_{of} = \frac{\frac{(\phi c_t)_f}{\phi_f} - c_{rf} - c_w}{c_o - c_w} = \frac{\frac{9.47x10^{-8}}{0.0016} - 3.0x10^{-5} - 5.0x10^{-6}}{5.0x10^{-5} - 5.0x10^{-6}} = 0.53$$

Empleando de nueva cuenta la definición de la relación de almacenamiento ω y los valores de productos $(\phi c_t)_t$ y $(\phi c_t)_f$ obtenidos anteriormente, se tiene que el valor del producto de la porosidad por la compresibilidad total para el medio de matriz corresponde a:

$$(\phi c_t)_m = \frac{(\phi c_t)_f}{\omega} - (\phi c_t)_t = \frac{9.47x10^{-8}}{0.01} - 9.47x10^{-8} = 9.3753x10^{-6} \text{ (psia}^{-1}\text{)}$$

Despejando la saturación de la fase aceite en el medio de matriz, de la definición de $(\phi c_t)_m$ expresada por la ecuación 4.11 se tiene:

$$S_{om} = \frac{\frac{(\phi c_t)_m}{\phi_m} - c_{rm} - c_w}{c_o - c_w} = \frac{\frac{9.3753x10^{-6}}{0.2994} - 3.0x10^{-6} - 5.0x10^{-6}}{5.0x10^{-5} - 5.0x10^{-6}} = 0.51$$

Al comparar los resultados obtenidos de saturaciones de la fase aceite en los medios de fracturas y matriz, se observa que existe una aproximación correcta con los valores reales reportados en la Tabla 5.2. Se puede establecer con base en la comparación de los datos obtenidos del ajuste de la respuesta simulada de la presión del pozo y los de entrada del modelo numérico, que la concordancia entre ellos es muy cercana, resultado que valida el procedimiento de análisis presentado en esta tesis.

El porcentaje de error corresponde a un valor de 5 % y 2 % en el cálculo de la saturación de la fase aceite en las fracturas y bloques de matriz respectivamente; situación que se explica debido a que el ajuste numérico no es completamente exacto, por lo que pequeñas variaciones en el ajuste, genera que no se obtenga el mismo valor. Esta situación debe de considerarse al realizar el ajuste de información de datos de presión obtenidos en campo, pues esa ahí en donde existe diversos factores que influyen en el registro de los datos, por lo que se deberá implementar de ser necesario procesos de filtrado de datos, con el objetivo de reducir el error.

Caso de aplicación 2

Se ha discutido en el desarrollo de este trabajo, que la influencia de la presión capilar es un parámetro que debe ser considerado en la solución de las ecuaciones de flujo, debido a la importancia que significa en la movilidad de los fluidos, y su aplicación en la obtención del coeficiente de flujo interporoso, el cual corresponde a un parámetro de caracterización de un yacimiento de doble porosidad. Así pues, con el objetivo de analizar la respuesta y el comportamiento de presión adimensional, bajo las condiciones particulares para el problema de flujo, se presenta a continuación los resultados al realizar un proceso de simulación para dos conjuntos de datos de permeabilidades de las fases en el medio de matriz; la variación en estas propiedades es función del valor de tensión interfacial, propiedad que representa el efecto de la presión capilar. La información del sistema roca-fluidos empleada se presentan en la **Tablas 5.3** y **5.4**.

Tabla 5.3: Información del sistema roca-fluidos.

Datos							
α	0.04(ft^{-2})	ϕ_m	0.2994	c_o	$5x10^{-5}$ ($psia^{-1}$)	k_f	1000(md)
r_w	0.26($pies$)	ϕ_f	0.0016	c_w	$5x10^{-6}$ ($psia^{-1}$)	k_m	0.1(md)
μ_o	20(cp)	S_{wf}	0.5	c_{rf}	$3x10^{-5}$ ($psia^{-1}$)	k_{rwf}	0.02
μ_w	0.5(cp)	S_{of}	0.5	c_{rm}	$3x10^{-6}$ ($psia^{-1}$)	k_{rof}	0.20

Tabla 5.4: Conjunto de datos de permeabilidades y saturaciones de las fases para el medio de matriz.

Conjunto de datos 1 (σ_1)				Conjunto de datos 2 (σ_2)			
k_{rum}	0.3	S_{wm}	0.7	k_{rum}	0.0773	S_{wm}	0.7
k_{rom}	0.0845	S_{om}	0.3	k_{rom}	0.0426	S_{om}	0.3

Para los datos de estas pruebas se tiene que $\sigma_2 > \sigma_1$.

La **Figura 5.7** muestra el comportamiento de las presiones adimensionales de los medios de fracturas y matriz, para los conjuntos de datos presentados en las Tablas 5.3 y 5.4. Se observa que existe una diferencia significativa en la región de transferencia de fluidos del medio de bloques de matriz hacia las fracturas; para el caso en el que se tiene una mayor influencia de la presión capilar en el medio ($\sigma_2 > \sigma_1$) se presenta a tiempos mayores el aporte de fluidos (color rojo, $\lambda_{tr} = 8.988x10^{-7}$), en comparación al caso en que el efecto de la

presión es menor (color azul, $\lambda_{tr} = 1.857 \times 10^{-7}$). Esta situación corresponde a que existe menor movilidad total de las fases M_m para el caso 2 (Tabla 5.4), por lo que se requiere una diferencia de presión mayor entre los dos medios para generar la transferencia de los fluidos almacenados en los bloques de matriz hacia las fracturas.

El coeficiente de flujo interporoso está directamente relacionado con el valor de la movilidad total del medio de matriz M_m , por lo que un cambio en la movilidad total de las fases modifica también el valor del coeficiente de flujo interporoso λ_{tr} .

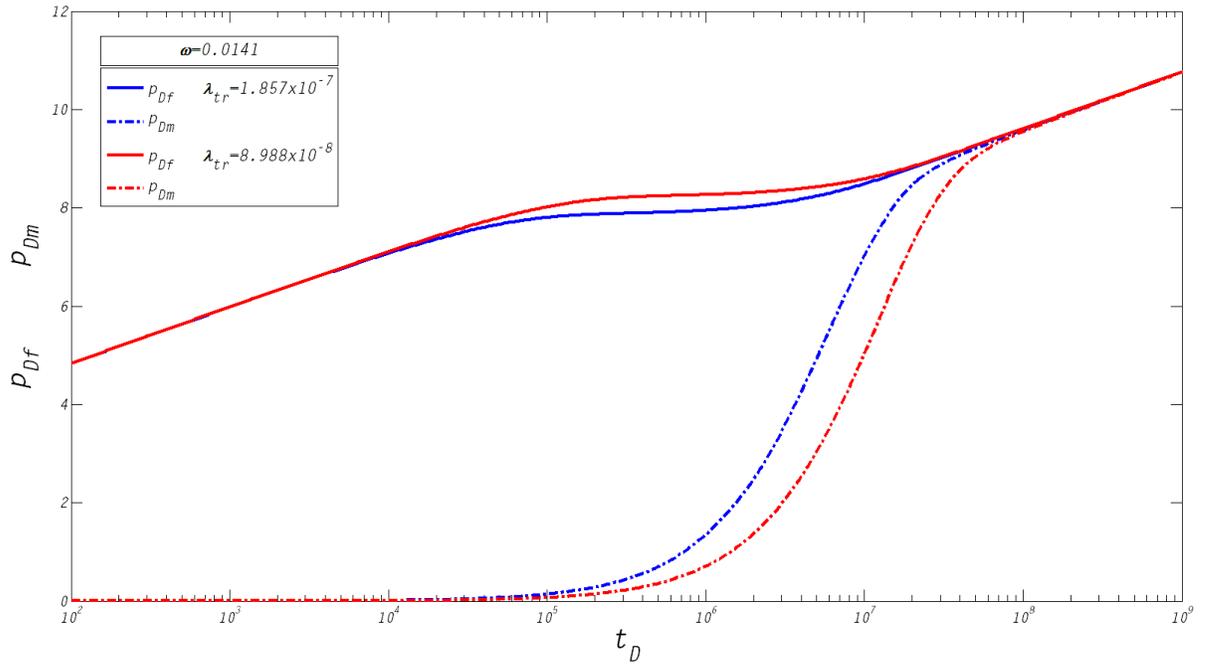


Figura 5.7: Comportamiento de las presiones adimensionales de los medios de matriz y fracturas para valores diferentes del coeficiente de flujo interporoso λ_{tr} .

Los comportamientos de la función derivada para los casos de estudio se muestran en la **Figura 5.8**. Se observa que en ambos casos se presenta la condición de geometría de flujo radial, para tiempos cortos y tardíos (largos); en el caso de la región de transición de transferencia de fluidos (tiempos intermedios), se presenta el valle característico en la función derivada, presentándose con mayor premura la transferencia de fluidos de los bloques de matriz hacia las fracturas cuando el valor del coeficiente de flujo interporoso es mayor, caso 1 ($\lambda_{tr} = 1.857 \times 10^{-7}$), debido a que el efecto de la presión capilar es menor, en comparación a la información del conjunto de datos 2 ($\lambda_{tr} = 8.988 \times 10^{-8}$).

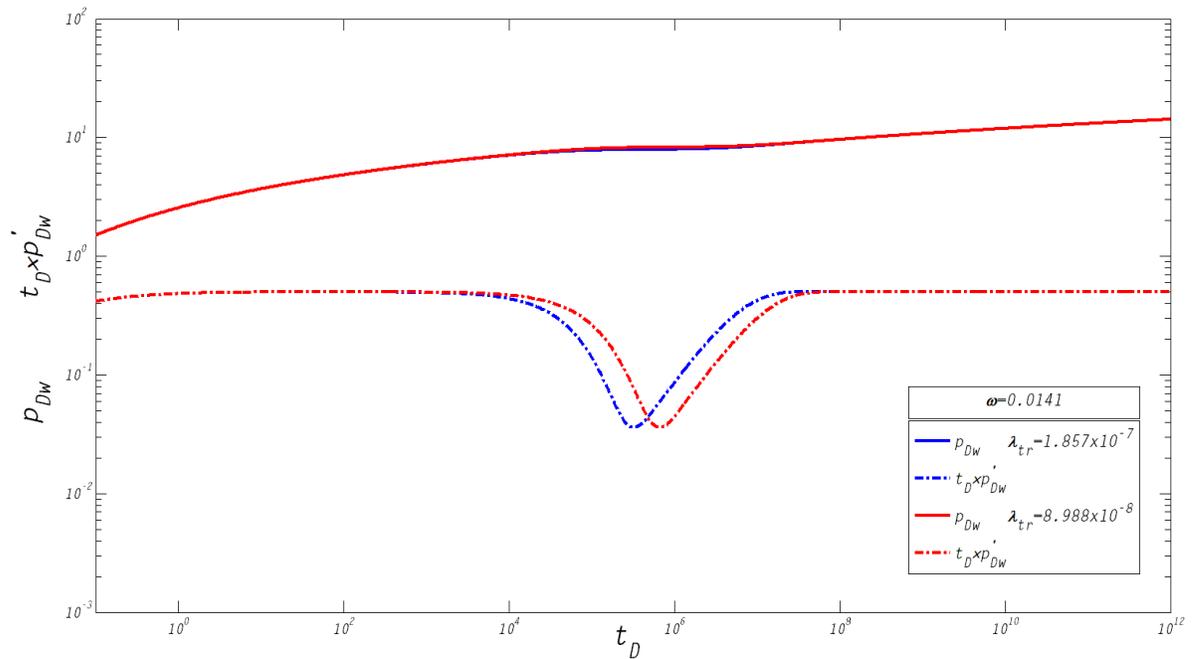


Figura 5.8: Función derivada para valores diferentes del coeficiente de flujo interporoso λ_{tr} , en función de los datos reportados en la Tabla 5.4.

Caso de aplicación 3

Se presenta un caso de aplicación simulado por medio del software comercial Eclipse 100, con el objetivo de generar la respuesta de presión de una prueba de decremento de presión para la condición de flujo descrita en la sección 5.5, en la que se presenta una invasión de agua en el medio de fracturas de un yacimiento naturalmente fracturado. La información de los fluidos, roca y yacimiento se describe a continuación en la **Tabla 5.5** y **Figura 5.9**.

Tabla 5.5: Información de los fluidos, roca y producción para la prueba de decremento de presión en un yacimiento naturalmente fracturado.

Datos							
q_t	800(BPD)	r_w	0.35(pies)	B_o	1.475(RB/STB)	c_{rf}	3×10^{-5} (psia ⁻¹)
α	0.04(ft ⁻²)	r_e	13120(pies)	B_w	1.00(RB/STB)	c_{rm}	3×10^{-6} (psia ⁻¹)
μ_o	2.0(cp)	h	40(pies)	S_{om}	0.5		
μ_w	0.5(cp)	ϕ_f	1.0%	S_{wm}	0.5		
c_o	5×10^{-5} (psia ⁻¹)	S_{wf}	0.85	ϕ_m	19.8%		
c_w	5×10^{-6} (psia ⁻¹)	S_{of}	0.15	\bar{p}	3000(psia)		

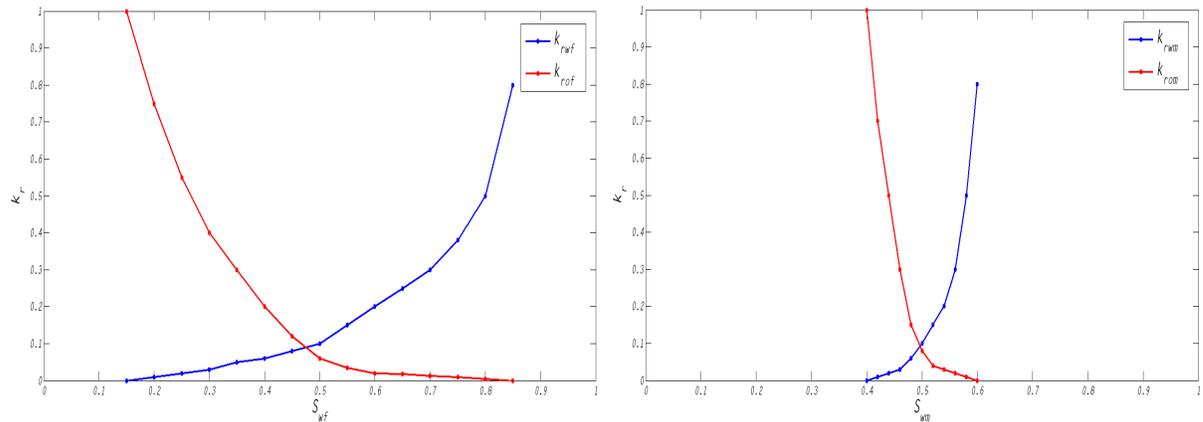


Figura 5.9: Curvas de permeabilidades relativas para los medios de fracturas (izquierda) y matriz (derecha), utilizados para la prueba simulada de un YNF.

Las condiciones iniciales en la distribución de los fluidos corresponden a la saturación de aceite irreductible ($S_{orf} = 0.15$) en el medio de fracturas debido al proceso de invasión de agua, por lo que sólo se tiene como se ha comentado anteriormente, la producción de la fase agua. En el caso del medio de matriz se tienen los valores de permeabilidades relativas referidas a una saturación de aceite $S_{om} = 0.5$. El comportamiento de la diferencia de presión $\Delta p = p_i - p_{wf}$ obtenido del proceso de simulación, así como la función derivada se muestran en la **Figura 5.10**. En esta figura se muestra que el comportamiento de los datos de presión generados por el proceso de simulación, describen una geometría de flujo radial en un yacimiento de doble porosidad (valle característico), alcanzando la condición de régimen pseudoestacionario en la parte final del tiempo de la prueba.

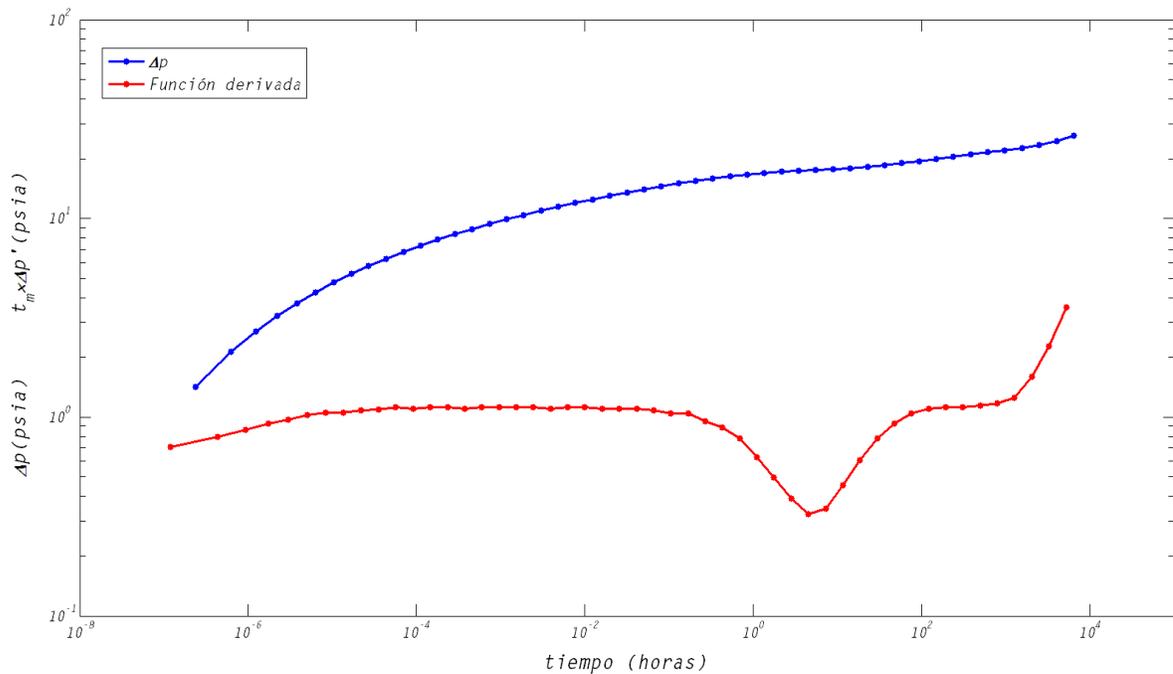


Figura 5.10: Comportamiento de Δp y la función derivada de los datos de presión de la prueba de decremento, obtenida por medio de simulación numérica para un YNF.

En la **Figura 5.11** se presenta el ajuste de los datos Δp de la prueba de decremento generada por el proceso de simulación, con la curva adimensional que describe la ecuación 4.69, mostrando que esta condición de flujo particular se aproxima de manera correcta al comportamiento descrito por la solución, validando los desarrollo teóricos realizados para las condiciones particulares descritas en la sección 5.5. Adicionalmente, se observa que para tiempos largos no se tiene un ajuste lineal de los datos reales con la solución adimensional (línea roja), debido a que los datos obtenidos del proceso de simulación ya no corresponden a régimen de flujo transitorio.

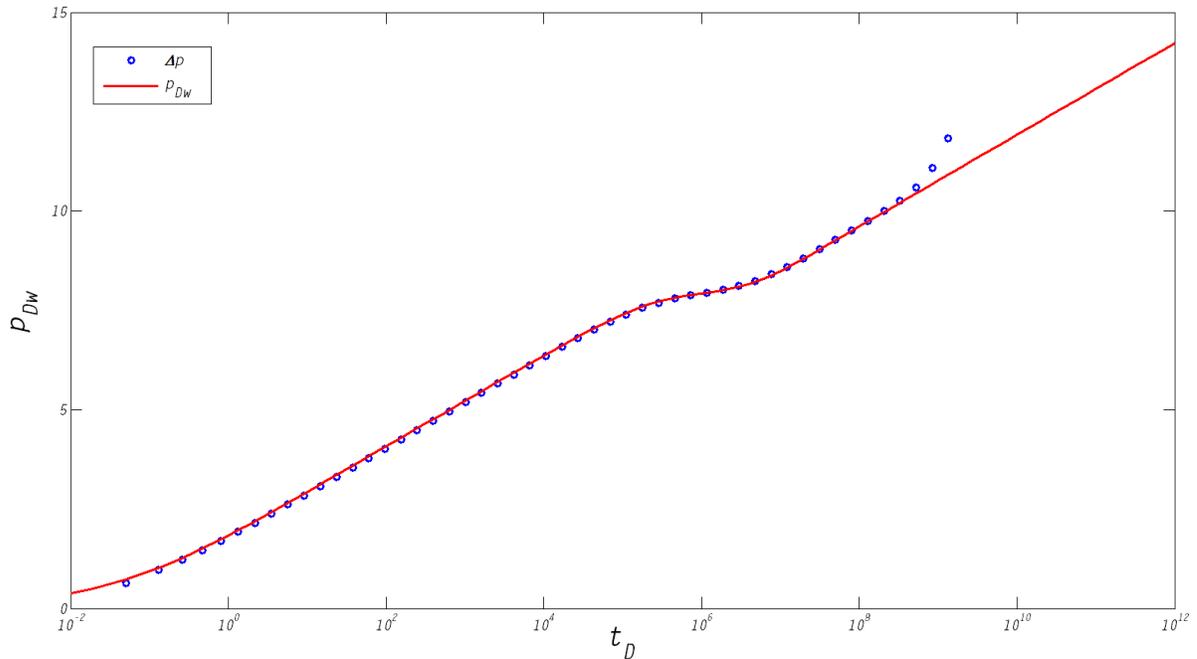


Figura 5.11: Ajuste de los datos de presión de la prueba de decremento sintética, obtenida por simulación numérica para un YNF.

En el desarrollo de la ecuación de flujo que representa la solución teórica, se ha discutido que los datos registrados en una prueba de decremento de presión, se ajustan a tiempos largos a la misma tendencia lineal, siempre y cuando se cumplan las condiciones particulares establecidas como son: flujo radial, régimen transitorio y gradientes pequeños de presión que no generen disturbios grandes en las condiciones del sistema roca-fluidos. La condición de tener gradientes pequeños de presión es de gran importancia en el análisis de este problema de flujo, dado que si se tienen gastos altos de producción se generarán cambios abruptos en las condiciones del medio de matriz y en la transferencia de fluidos hacia la red de fracturas, por lo que la condición de producción en el pozo no corresponderá únicamente a la fase agua. Además, se debe considerar que la prueba es de duración corta (horas), pero lo suficiente para identificar el valle característico que representa a un medio de doble porosidad, y de esta manera realizar un ajuste correcto de la información.

Del proceso de ajuste de las curvas mostrado en la Figura 5.11 se obtiene:

Valores en el punto de ajuste ("match point")			
p_{Dw}	1.0(adim)	t	4.76×10^{-5} (horas)
t_D	10(adim)	ω	0.064(adim)
Δp	2.2(psia)	λ_{tr}	1.8×10^{-7} (adim)

Sustituyendo los valores obtenidos del ajuste en los parámetros adimensionales, expresados por medio de las ecuaciones 4.17 y 4.24, se obtiene respectivamente:

$$\left(\frac{k_w}{\mu_w}\right)_f = \frac{141.2q_t p_{Dw}}{h\Delta p} = \frac{141.2 \times 400 \times 1.0}{40 \times 2.2} = 641 \left(\frac{md}{cp}\right)$$

Sustituyendo en la definición de $(\phi c_t)_t$ la información descrita en el caso de estudio, y el valor de $\left(\frac{k_w}{\mu_w}\right)_f$ que se obtiene de la expresión anterior:

$$(\phi c_t)_t = 2.637x10^{-4} \frac{\left(\frac{k_w}{\mu_w}\right)_f t}{t_D r_w^2} = 2.637x10^{-4} \frac{641 \times 4.76x10^{-5}}{10 \times 0.35^2} = 6.57x10^{-6} \text{ (psia}^{-1}\text{)}$$

Utilizando la definición de la relación de almacenamiento ω expresada por la ecuación 4.61 y el valor obtenido del ajuste del producto porosidad por compresibilidad total de los medios de matriz y fractura $(\phi c_t)_t$, se obtiene el valor del producto de la porosidad por la compresibilidad total del medio de fracturas $(\phi c_t)_f$, el cual se incluye a continuación:

$$(\phi c_t)_f = \omega (\phi c_t)_t = 0.064 \left(6.57x10^{-6}\right) = 4.20x10^{-7} \text{ (psia}^{-1}\text{)}$$

Despejando la saturación de la fase aceite en el medio de fracturas, de la definición de $(\phi c_t)_f$ expresada por la ecuación 4.10 se tiene:

$$S_{of} = \frac{\frac{(\phi c_t)_f}{\phi_f} - c_{rf} - c_w}{c_o - c_w} = \frac{\frac{4.20x10^{-7}}{0.01} - 3.0x10^{-5} - 5.0x10^{-6}}{5.0x10^{-5} - 5.0x10^{-6}} = 0.156$$

Empleando de nueva cuenta la definición de la relación de almacenamiento ω y los valores de productos $(\phi c_t)_t$ y $(\phi c_t)_f$ obtenidos anteriormente, se tiene que el valor del producto de la porosidad por la compresibilidad total para el medio de matriz corresponde a:

$$(\phi c_t)_m = \frac{(\phi c_t)_f}{\omega} - (\phi c_t)_f = \frac{4.20x10^{-7}}{0.064} - 4.20x10^{-7} = 6.14x10^{-6} \text{ (psia}^{-1}\text{)}$$

Despejando la saturación de la fase aceite en el medio de matriz, de la definición de $(\phi c_t)_m$ expresada por la ecuación 4.11 se tiene:

$$S_{om} = \frac{\frac{(\phi c_t)_m}{\phi_m} - c_{rm} - c_w}{c_o - c_w} = \frac{\frac{6.14x10^{-6}}{0.198} - 3.0x10^{-6} - 5.0x10^{-6}}{5.0x10^{-5} - 5.0x10^{-6}} = 0.51$$

Este valor obtenido al realizar el proceso de análisis corresponde de manera correcta al valor real de la prueba, el cual corresponde a $S_{om} = 0.5$, resultado que se considera valida

la metodología que se ha desarrollado en esta tesis; para este caso de de flujo de estudio en particular, el error corresponde a un valor de 2 %.

6. Conclusiones y trabajo futuro

En el desarrollo y análisis de este trabajo de tesis se tienen las conclusiones siguientes:

- Se presentan modelos de flujo y metodologías particulares para la estimación del valor de saturación de aceite en yacimientos homogéneos y naturalmente fracturados, a través del análisis de información de pruebas de decremento de presión (Drawdown Test).
- Se analizan y evalúan las condiciones de flujo multifásico de las fases aceite-agua, considerando la presión capilar en yacimientos homogéneos y en el sistema de matriz para yacimientos naturalmente fracturados.
- En el estudio de yacimientos homogéneos en que se considera la presión capilar, se obtiene una expresión modificada para el cálculo de la movilidad total de las fases. En el caso de yacimientos naturalmente fracturados se realiza una modificación a la expresión general de flujo interporoso λ , al considerar la presión capilar en el medio de bloques de matriz.
- De acuerdo al modelo que se establece en este trabajo de tesis, se observa que la inclusión del efecto de la presión capilar en el medio de bloques de matriz, modifica la expresión del coeficiente de flujo interporoso λ , debido a que la diferencia de presiones de las fases genera una variación en la movilidad total M_m . Se observa lo que físicamente se espera, que la movilidad total de las fases en el medio de matriz disminuye, conforme aumenta el valor de la presión capilar en este medio.
- Se establece una expresión para estimar el valor de la constante c , que representa el efecto de la presión capilar en el medio de matriz en yacimientos naturalmente fracturados.

Trabajo futuro

- Inclusión de modelos diferentes de transferencia matriz fractura, para estimar el comportamiento de flujo de las fases cuando se tiene la presencia del efecto de la presión capilar en el medio de matriz.
- Desarrollar expresiones matemáticas adicionales, que permitan determinar el valor de la presión capilar (valor ponderado) que se tiene en el medio de matriz para yacimientos naturalmente fracturados, en función del valor de la constante c que se definió en este trabajo de tesis.

- Establecer modelos y metodologías de análisis de pruebas de presión, para determinar la saturación de aceite remanente en sistemas aceite-gas para yacimientos naturalmente fracturados, considerando el efecto de la presión capilar.
- Inclusión del efecto de almacenamiento de fluidos (C) y daño a la formación (S) en el problema de flujo multifásico de las fases aceite y agua.

Nomenclatura

A	Constante de la solución general de la ecuación de Bessel modificada	[—]
A_r	Área de flujo radial	[ft^2]
b	Constante que relaciona las presiones de las fases aceite y agua para un medio homogéneo	[—]
B	Constante de la solución general de la ecuación de Bessel modificada	[—]
B_f	Factor de volumen del fluido f	$\left[\frac{RB}{STB}\right]$
B_o	Factor de volumen del aceite	$\left[\frac{RB}{STB}\right]$
B_w	Factor de volumen del agua	$\left[\frac{RB}{STB}\right]$
c	constante que representa el efecto de la presión capilar en el medio de matriz	[—]
c_1	constante que relaciona la presión capilar adimensional con la diferencia de las presiones adimensionales del medio de fracturas y matriz	[—]
c_f	compresibilidad del fluido f	[psi^{-1}]
c_o	Compresibilidad de la fase aceite	[psi^{-1}]
c_r	Compresibilidad de la roca (formación)	[psi^{-1}]
c_{rf}	Compresibilidad del medio de fracturas	[psi^{-1}]
c_{rm}	Compresibilidad del medio de matriz	[psi^{-1}]
c_t	Compresibilidad total del medio	[psi^{-1}]
c_w	Compresibilidad de la fase agua	[psi^{-1}]
$f(s)$	Función de transferencia matriz-fractura en el espacio de Laplace	[—]
h	Espesor de la formación productora	[ft]
I_0	Función Bessel modificada de primera clase de orden cero	[—]
k_m	Permeabilidad absoluta del medio de matriz	[md]
k_f	Permeabilidad absoluta del medio de fracturas	[md]
k_{ro}	Permeabilidad relativa al aceite	[—]
k_{rw}	Permeabilidad relativa al agua	[—]
k_{of}	Permeabilidad efectiva al aceite en el medio de fracturas	[md]
k_{wf}	Permeabilidad efectiva al agua en el medio de fracturas	[md]
k_{om}	Permeabilidad efectiva al aceite en el medio de matriz	[md]

k_{wm}	Permeabilidad efectiva al agua en el medio de matriz	$[md]$
K_0	Función Bessel modificada de segunda clase de orden cero	$[-]$
K_1	Función Bessel modificada de segunda clase de orden uno	$[-]$
M_f	Movilidad total de las fases en el medio de fracturas	$\left[\frac{md}{cp}\right]$
M_m	Movilidad total de las fases en el medio de matriz	$\left[\frac{md}{cp}\right]$
p	Presión	$[psi^{-1}]$
p_{car}	Presión característica	$[psi^{-1}]$
p_D	Presión adimensional	$[-]$
\bar{p}_D	Presión adimensional en el espacio de Laplace	$[-]$
p_{Df}	Presión adimensional en el medio de fracturas	$[-]$
\bar{p}_{Df}	Presión adimensional en el medio de fracturas en el espacio de Laplace	$[-]$
p_{Dm}	Presión adimensional en el medio de matriz	$[-]$
\bar{p}_{Dm}	Presión adimensional en el medio de matriz en el espacio de Laplace	$[-]$
\bar{p}_{Dw}	Presión adimensional en el pozo en el espacio de Laplace	$[-]$
p_f	Presión en el medio de fracturas	$[psi^{-1}]$
p_i	Presión inicial	$[psi^{-1}]$
p_m	Presión en los bloques de matriz, la cual corresponde a la presión de la fase aceite en el medio de matriz	$[psi^{-1}]$
p_{mo}	Presión de la fase aceite en el medio de matriz	$[psi^{-1}]$
p_{mw}	Presión de la fase agua en el medio de matriz	$[psi^{-1}]$
p_o	Presión de la fase aceite	$[psi^{-1}]$
p_{fo}	Presión de la fase aceite en el medio de fracturas	$[psi^{-1}]$
p_{fnm}	Presión de la fase no mojante	$[psi^{-1}]$
p_{fm}	Presión de la fase mojante	$[psi^{-1}]$
p_w	Presión de la fase agua	$[psi^{-1}]$
p_{fw}	Presión de la fase agua en el medio de fracturas	$[psi^{-1}]$
p_{wf}	Presión de fondo fluyendo	$[psi^{-1}]$
Δp	Caída de presión	$[psi^{-1}]$
P_c	Presión capilar	$[psi^{-1}]$
P_{cm}	Presión capilar en el medio de matriz	$[psi^{-1}]$
P_{cmD}	Presión capilar adimensional en el medio de matriz	$[-]$

P_{cowm}	Presión capilar en el medio de matriz	$[psi^{-1}]$
P_{cowf}	Presión capilar en el medio de fracturas	$[psi^{-1}]$
q_o	Gasto de la fase aceite	$[BPD]$
q_{om}^*	Flujo interporoso de la fase aceite	$\left[\frac{\text{gasto del medio de matriz}}{\text{unidad de volumen}} \right]$
q_w	Gasto de la fase agua	$[BPD]$
q_{wm}^*	Flujo interporoso de la fase agua	$\left[\frac{\text{gasto del medio de matriz}}{\text{unidad de volumen de roca}} \right]$
q_t	Gasto total de las fases ($q_t = q_o + q_w$)	$[BPD]$
q_{tm}^*	Flujo interporoso total del medio de matriz hacia el medio de fracturas	$\left[\frac{\text{gasto del medio de matriz}}{\text{unidad de volumen de roca}} \right]$
q_{tDm}^*	Flujo interporoso total adimensional del medio de matriz hacia el medio de fracturas	$[-]$
q_{Dom}^*	Flujo interporoso adimensional de la fase aceite	$[-]$
q_{Dwm}^*	Flujo interporoso adimensional de la fase agua	$[-]$
r	Radio	$[ft]$
r_D	Radio adimensional	$[-]$
r_w	Radio del pozo	$[ft]$
s	Variable de transformación al espacio de Laplace	$[-]$
S	Daño	$[-]$
S_o	Saturación de aceite en un medio homogéneo	[fracción]
S_{of}	Saturación de aceite en el medio de fracturas	[fracción]
S_{om}	Saturación de aceite en el medio de matriz	[fracción]
S_w	Saturación de agua en un medio homogéneo	[fracción]
S_{wf}	Saturación de agua en el medio de fracturas	[fracción]
S_{wm}	Saturación de agua en el medio de matriz	[fracción]
t	Tiempo	$[hr]$
t_{car}	Tiempo característico	$[hr]$
t_D	Tiempo adimensional	$[-]$
x	Argumento de la función Bessel modificada	$[-]$
YNF	Yacimiento naturalmente fracturado	

α	Factor de forma	$[(ft^2)^{-1}]$
λ	Coefficiente de flujo interporoso matriz-fractura	[—]
λ_{tr}	Coefficiente de flujo interporoso matriz-fractura incluyendo el efecto de presión capilar del medio de matriz	[—]
μ	Viscosidad	[<i>cp</i>]
μ_o	Viscosidad de la fase aceite	[<i>cp</i>]
μ_w	Viscosidad de la fase agua	[<i>cp</i>]
ω	Relación de almacenamiento	[—]
ϕ	Porosidad	[fracción]
ϕ_f	Porosidad del medio de fracturas	[fracción]
ϕ_m	Porosidad del medio de matriz	[fracción]
π	Constante, 3.14159	

Bibliografía

- Aguilera, R. 1995. *Naturally fractured reservoirs*, Tulsa: PennWell Books.
- Al-Bemani, A. S. and Ershagi, U. 1991. Two phase flow interporosity effects on pressure test response in naturally fractured reservoirs. *SPE 22718, Annual technical conference and exhibition in Dallas, Texas, October 6-9.*
- Al-Gharbi, S. M. 2004. *Dynamic pore-scale modelling of two-phase flow*. PhD thesis, University of London, United Kingdom.
- Al-Khalifa, A-J. A., Aziz, K. and Horne, R. N. 1987. A new approach to multiphase well test analysis. *SPE 16743, Annual technical conference and exhibition in Dallas, Texas, September 27-30.*
- Al-Khalifa, A-J. A., Aziz, K. and Horne, R. N. 1989. Multiphase well test analysis: Pressure and pressure-squared methods. *SPE 18803, California regional meeting in Bakersfield, California, April 5-7.*
- Barenblatt, I. G., Zheltov, P. I. and Kochina, M. I. 1960. Basic concepts in the theory of seepage of homogeneous liquids in fissured rocks. *PMM, Vol. 24: 852-864, Moscow, Russia.*
- Bøe, A., Skjaeveland, S. M. and Whitson C. H. 1982. Two phase pressure test analysis. *SPE 10224, Annual technical conference and exhibition in San Antonio, October 5-7.*
- Bourdet, D. and Gringarten C. 1980. Determination of fissure volume and block size in fractured reservoirs by type-curve analysis. *SPE 9293, Annual Fall technical conference and exhibition in Dallas, September 21-24.*
- Chilingarian, V. G., Mazzullo, J. S., and Rieke, H. H. 1992. *Carbonate reservoir characterization: a geologic-engineering analysis, part I*. Netherlands: Elsevier Science Publishers.
- Cinco, L. H., 1996. Well test analysis for naturally fractured reservoirs. *Journal Petroleum Technology, January 1.*
- Cinco, L. H. and Samaniego, V. F. 1982. Pressure transient analysis for naturally fractured resevoirs. *SPE 11026, Annual Fall technical conference and exhibition in New Orleans, September 26-29.*

- Deruyck, G. B., Bourdet, P. D., DaPrat, G. and Ramey, J. H. 1982. Interpretation of interference tests in reservoirs with double porosity behaviour-Theory and field examples. *SPE 11025, Annual Fall technical conference and exhibition in New Orleans, September 26-29.*
- Donaldson, E. C. and Alam, W. 2008. *Wettability*, Texas: Gulf Publishing company.
- Earlougher, C. R. 1977. *Advances in well test analysis*, SPE monograph series.
- Ezekwe, N. 2011. *Petroleum reservoir engineering practice*, Massachusetts: Prentice Hall.
- García, S. I. 2011. *Pruebas de trazadores químicos en la estimación de la saturación de aceite residual*. Tesis de maestría, UNAM, México.
- Hien, H. N., Van-Diep, N. and Hai, D. N. 2004. A numerical model for water-oil flow in naturally fractured reservoirs. *Vietnam Journal of mechanics* **26**: 31-38, Hanoi, Vietnam.
- Kamal, M. M. and Pan, Y. 2010. Use of transient data to calculate absolute permeability and average fluid saturations. *SPE 113903, Western regional and Pacific section in California, March-9, April-2.*
- Kamal, M. M. and Pan, Y. 2011. Pressure transient testing under multiphase flow conditions. *SPE 141572, Middle East oil and gas show and conference in Manama, Baharain, September 28-28.*
- Kazemi, H. 1969. Pressure transient analysis of naturally fractured reservoirs with uniform fracture distribution. *SPE 2156A, Annual Fall meeting in Houston, Texas, September-29, October-2.*
- Martin, J. C. 1959. Simplified equations of flow in gas drive reservoirs and the theoretical of multiphase pressure buildup analyses. *SPE 1235-G, Maracaibo, Venezuela.*
- Matthews, S. C. and Russell, G. D. 1967. *Pressure buildup and flow tests in well*, SPE monograph series.
- Morales, C. S. 2006. *Nueva metodología para el análisis de pruebas de presión, en yacimientos naturalmente fracturados*. Tesis de maestría, UNAM, México.
- Raghavan, R. 1989. Well test analysis for multiphase flow. *SPE 14098, Intl. meeting on petroleum engineering in Beijing, March 17-20.*

-
- Shams, M., El-Banbi, A. H. and Khairy, M. 2015. Capillary pressure considerations in numerical reservoir simulation studies-conclusion maps. *SPE 175760-MS, Nort Africa Technical conference and exhibition in Cairo, Egypt, September 14-16.*
 - Sheng, P., Zhu, B., Li, X. and Wu, Y. 2010. An experimental study of the influence of interfacial tension on water-oil two-phase relative permeability. *April-9.*
 - Thompson, L.G. and Reynolds, A. C. 1997. Well testing for radially heterogeneous reservoirs under single and multiphase flow conditions. *SPE 30577, Annual technical conference and exhibition in Dallas, Texas, October 22-25.*
 - Trejo, N. R. 2010. *Determinación de las curvas de permeabilidades relativas para el sistema agua-aceite a partir de datos de saturación de agua y de presión capilar.* Tesis de licenciatura, UNAM, México.
 - Warren, E. J. and Root, J. P. 1963. The behaviour of naturally fractured reservoirs. *SPE 426, Fall meeting of the society of petroleum engineers in Los Angeles, October 7-10.*
 - Willhite, P.G. 1989. *Waterflooding*, SPE Textbook series.
 - Xu, W. 2010. *Analysis of two phase transient pressure from permanent down-hole gauges (PDG).* PhD thesis, Heriot-Watt University, United Kingdom.
 - Zheng, S. and Xu, W. 2009. New approaches for analyzing transient pressure from oil and water two-phase flowing reservoir. *SPE 127615, International petroleum conference and exhibition in Kuwait, December 14-16.*

Apéndice A

Presión capilar en un medio homogéneo bajo condiciones de producción constante de las fases aceite y agua

El problema de flujo en un yacimiento homogéneo bajo condiciones de producción multifásica, involucra considerar la diferencia de presiones que existe entre las fases existentes. El tamaño de los canales de flujo, la variación de los granos que componen el medio poroso y la distribución de la saturación inicial de las fases, representan algunos de los parámetros que determinan la magnitud de la diferencia de las presiones de las fases; es decir, la presión capilar (P_c), genera una restricción al movimiento de los fluidos, dado que las fases fluyen de acuerdo a sus gradientes de presión particulares, los cuales presentan valores diferentes.

En esta sección se discuten los resultados de procesos de simulación para condiciones de un yacimiento homogéneo de geometría radial, produciendo a gasto constante las fases aceite y agua, con el objetivo de establecer relaciones en el comportamiento de la presiones y de los gastos de las fases para simplificar el proceso de solución de la ecuación de difusión para el problema de flujo de interés.

Los datos de producción, propiedades de los fluidos y características del yacimiento se muestran en las **Tablas A-1, A-2 y A-3** a continuación:

- Yacimiento homogéneo de geometría radial.
- Distribución uniforme para las propiedades del sistema roca-fluidos al inicio de la producción ($t = 0$).
- Producción a gasto constante (q_t).
- Fluidos de viscosidad constante y ligeramente compresibles.
- Flujo multifásico de las fases aceite y agua.
- Flujo bajo condiciones transitorias de presión.

Tabla A-1: Características del yacimiento.

Yacimiento			
Nodos en dirección radial	48	r_e	3280 (<i>pies</i>)
Nodos en dirección angular	1	h	60 (<i>pies</i>)
Nodos en dirección vertical	1	p_i	3600 (<i>psia</i>)
		r_w	0.35 (<i>pies</i>)

Tabla A-2: Propiedades del medio poroso y fases.

Medio poroso y fase agua			
ϕ	0.22	B_o	1.2 (<i>RB/STB</i>)
k	100 (<i>md</i>)	B_w	1.0 (<i>RB/STB</i>)
S_w	0.6	μ_w	1.0 (<i>cp</i>)
c_r	3.0×10^{-6} (<i>psia⁻¹</i>)	μ_o	0.903 (<i>cp</i>)
c_w	3.0×10^{-6} (<i>psia⁻¹</i>)		

Tabla A-3: Datos de permeabilidad de las fases.

Datos de permeabilidad			
S_w (<i>fracción</i>)	k_{rw} (<i>md</i>)	k_{ro} (<i>md</i>)	P_c (<i>psi</i>)
0.2	0	1	45
0.3	0.0046	0.712	23.1
0.45	0.029	0.371	18
0.6	0.074	0.141	16
0.7	0.116	0.0479	15
0.8	0.167	0.004	14
0.84	0.19	0	13.5
0.9	0.25	0	13
1	1	0	12

La **Figura A-1** muestra el comportamiento de la presión de las fases para diferentes gastos de producción q_t a un tiempo de simulación de 24 horas. Se observa una dependencia de los perfiles de presión con respecto al valor del gasto; conforme se aumenta el gasto de producción se tiene una caída de presión más alta; se observa además de que tanto la presión

de la fase aceite y la fase agua muestran un comportamiento similar, pero valuados a diferentes rangos de presión, situación debida al considerar el efecto de la presión capilar.

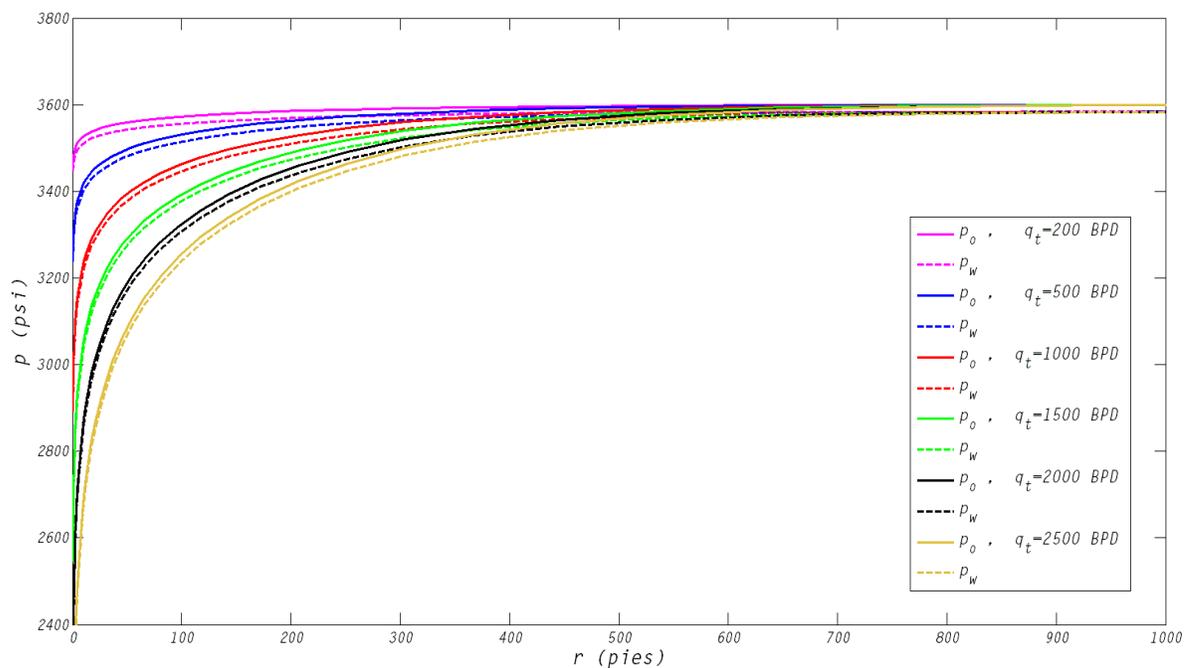


Figura A-1: Perfiles de presiones de las fases aceite y agua, para diferentes valores de producción q_t .

Con el objetivo de encontrar una relación directa entre los valores de presión de las fases se realizaron diversos procesos de análisis; durante este desarrollo se dividió cada uno de los valores de presión p_o por el valor correspondiente de p_w , generando los resultados que se reportan en la **Tabla A-4**.

Tabla A-4: Datos obtenidos durante el proceso de simulación a diferentes valores de gasto de producción.

	$\frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)}$
200 BPD	$1.0047 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
500 BPD	$1.0050 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
1000 BPD	$1.0057 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
1500 BPD	$1.0065 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
2000 BPD	$1.0077 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
2500 BPD	$1.0094 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$

De acuerdo a la información de la Tabla A-4 se concluye que existe una desviación más amplia de la relación que existe entre las presiones de las fases cuando se aumenta el gasto de producción, efecto causado por los gradientes de presión mayores, generando que exista un cambio abrupto en las condiciones de flujo a comparación de cuando se tiene una producción a gastos menores.

En la **Figura A-2** se muestra el comportamiento de las presiones de las fases para un tiempo de simulación de 24 horas, al variar la permeabilidad absoluta del medio; este proceso de simulación se llevó a cabo debido a que en la literatura se describe que existe una dependencia en las curvas de permeabilidad relativas, al tener diferentes valores de presión capilar.

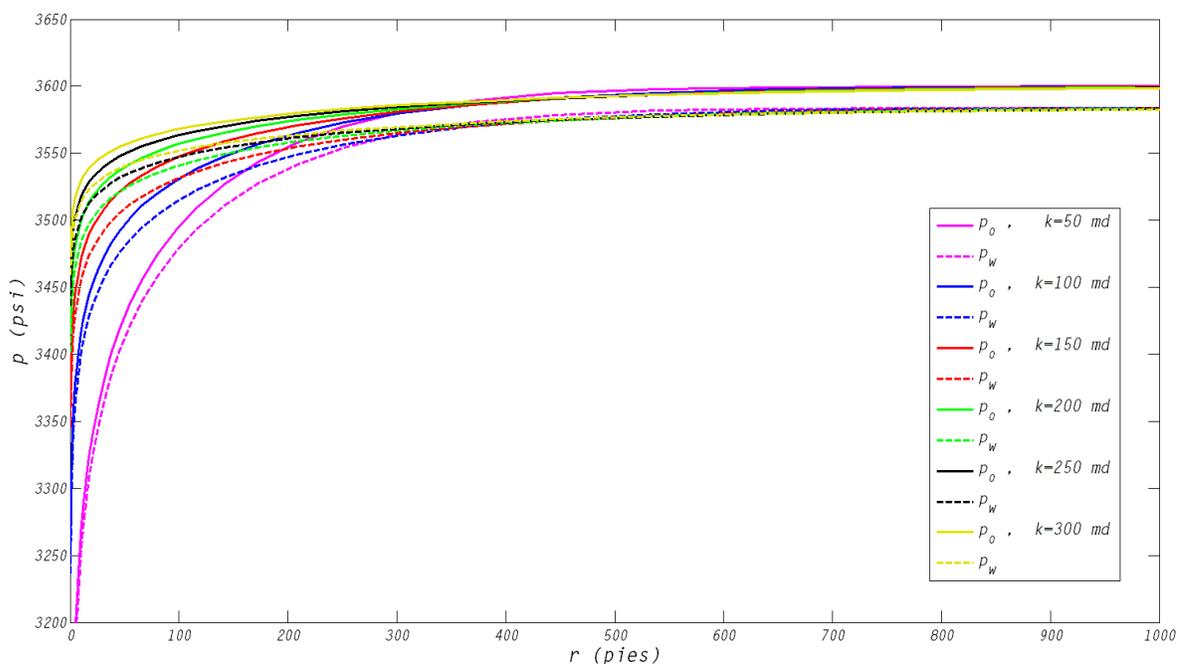


Figura A-2: Perfiles de presión de las fases aceite y agua para distintos valores de permeabilidad absoluta.

Los resultados del proceso de dividir las presiones de las fases se muestran en la **Tabla A-5**. Se observa que cuando los valores de permeabilidad aumentan se tiene una variación menor en el cociente de las fases, lo cual se debe a que los cambios de presión se transmiten de manera más uniforme, por lo que los gradientes de presión disminuyen.

Tabla A-5: Datos obtenidos durante el proceso de simulación a diferentes valores de permeabilidad absoluta.

	$\frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)}$
50 md	$1.0056 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
100 md	$1.0050 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
150 md	$1.0048 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
200 md	$1.0047 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
250 md	$1.0047 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$
300 md	$1.0046 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0045$

De acuerdo a los resultados obtenidos de los proceso de simulación, se concluye que para ciertas condiciones de flujo (gastos bajos de producción y permeabilidades media y alta del medio poroso) se puede establecer:

$$\frac{p_w(r, t)}{p_o(r, t)} \approx b, \quad (\text{A-1})$$

donde:

b = valor aproximadamente constante que relaciona las presiones de las fases agua y aceite en el yacimiento

En el proceso de simulación de los casos anteriormente descritos, se observó que la saturación de las fases cambió de manera gradual en el yacimiento con respecto al valor inicial establecido, esta variación corresponde a que la producción mayor de una de las fases genera en la vecindad del pozo un incremento en la saturación de este fluido y por consecuencia un cambio en el valor de las permeabilidades relativas de las fases, las cuales son dependientes de la saturación.

De las pruebas realizadas se observó que el cambio de saturación de las fases no corresponde a un valor abrupto o significativo con respecto al valor original, aún a tiempos largos de producción (bajo condiciones transitorias de presión); el valor de saturación sólo cambia en el orden de 1×10^{-4} (adimensional), debido a que no existe una fuente de inyección de fluidos que modifique la saturación de las fases en el medio poroso, por lo que el análisis de las ecuaciones de flujo en forma individual y la ecuación de difusión pueden aplicarse para estas condiciones. Así mismo, la variación de la saturación de la fase aceite descrita, permite que exista una relación directa entre las presiones individuales de las fases, dado que el valor de la presión capilar cambia en función de la saturación. Al analizar la respuesta de presión de las fases (p_o y p_w) en el modelo de simulación, se observa que la presión capilar describe un perfil similar al de la fases aceite y agua, comportamiento que se genera por las variaciones muy significativas de las propiedades, las cuales permiten establecer la relación descrita por la ecuación A-1.

La **Tabla A-6** presenta los resultados de las propiedades del sistema roca fluidos para las dos celdas contiguas al pozo. Las condiciones del proceso de simulación corresponden a las propiedades mostradas en las Tablas A-1, A-2 y A-3, para una permeabilidad absoluta del medio y de gasto de producción de 200 *md* y 500 *BPD* respectivamente. En la tabla A-6 se observa que las variaciones del sistema roca-fluidos son mínimas, con respecto a las dos

primeras celdas en donde se presentan los cambios más abruptos de presión.

Tabla A-6: Comparación de las propiedades de los fluidos y del sistema roca-fluidos al considerar la presión capilar en el proceso de simulación.

Resultados del proceso de simulación		
Propiedad	Celda 1	Celda 2
k_o (md)	28.174344	28.17421
k_w (md)	14.811574	14.811635
$B_o \left(\frac{RB}{STB} \right)$	1.201239497	1.201206468
$B_w \left(\frac{RB}{STB} \right)$	1.000667655	1.000651124
$\rho_w \left(\frac{lb_m}{ft^3} \right)$	61.958633	61.959656
$\rho_o \left(\frac{lb_m}{ft^3} \right)$	37.461304	37.462334
S_w	0.60013777	0.60013855

Considerando que sí existe variación de las saturaciones de las fases y de las permeabilidades; las ecuaciones de flujo para cada una de las fases se expresan respectivamente como:

- Aceite

$$\nabla \left(\frac{k_o}{\mu_o B_o} \nabla p_o \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right),$$

operando algebraicamente se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{k_o}{\mu_o B_o} \nabla^2 p_o + \frac{1}{\mu_o B_o} \frac{\partial k_o}{\partial S_o} \nabla p_o \nabla S_o + \frac{1}{\mu_o B_o} \frac{\partial k_o}{\partial S_w} \nabla p_o \nabla S_w + \\ k_o \frac{\partial}{\partial p_o} \left(\frac{1}{\mu_o B_o} \right) \nabla p_o \nabla p_o = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right). \end{aligned} \quad (A-2)$$

- Agua

$$\nabla \left(\frac{k_w}{\mu_w B_w} \nabla p_w \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right),$$

operando algebraicamente se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{k_w}{\mu_w B_w} \nabla^2 p_w + \frac{1}{\mu_w B_w} \frac{\partial k_w}{\partial S_o} \nabla p_w \nabla S_o + \frac{1}{\mu_w B_w} \frac{\partial k_w}{\partial S_w} \nabla p_w \nabla S_w + \\ k_w \frac{\partial}{\partial p_w} \left(\frac{1}{\mu_w B_w} \right) \nabla p_w \nabla p_w = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right). \end{aligned} \quad (A-3)$$

Con el objetivo de incluir la presión capilar en la ecuación de difusión y dar una solución analítica, se considera que sí existe una variación mínima de la presión capilar; en comparación, los cambios de saturación y de permeabilidad de las fases son muy pequeños, por lo que los productos de las derivadas parciales se asumen despreciables. De acuerdo a lo discutido en esta sección, las ecuaciones A-2 y A-3 corresponden respectivamente a:

$$\frac{k_o}{\mu_o B_o} \nabla^2 p_o = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_o}{B_o} \right), \quad (\text{A-4})$$

$$\frac{k_w}{\mu_w B_w} \nabla^2 p_w = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi S_w}{B_w} \right), \quad (\text{A-5})$$

Las ecuaciones A-4 y A-5 corresponden al modelo de flujo multifásico que se describe en la sección 3.2.2. En la **Figura A-3** se muestra el comportamiento de los gastos de las fases que aporta cada una de las celdas, de acuerdo a la distribución del número de nodos. El comportamiento que describen los perfiles se evaluaron a diferentes valores de tiempo de producción para el mismo gasto total de producción de 500 *BPD*. Se observa que para los tiempos de producción más largos se tiene un mayor aporte de las celdas contiguas al pozo, dado a que el transiente de presión recorre una mayor distancia, por lo que la diferencia de presión causada por la producción de fluidos en el pozo y la presión inicial genera el movimiento de fluidos a una mayor escala.

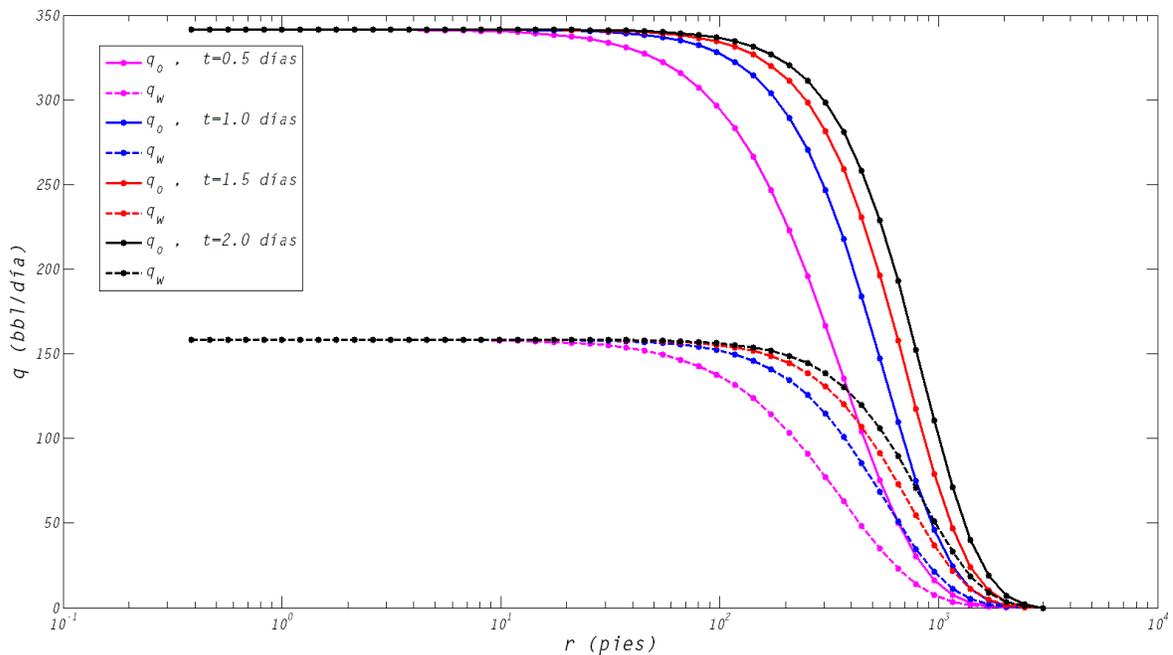


Figura A-3: Perfiles de gastos de las fases aceite y agua a diversos tiempos de producción.

Finalmente, en la **Figura A-4** se observa la variación de los gastos de las fases aceite y agua para diferentes valores de permeabilidad del medio k , a un tiempo de simulación de 24 horas. La información mostrada corresponde a cada una de las celdas consideradas en el modelo de simulación; se muestra que existe un aporte mayor del medio al aumentar la permeabilidad, debido a que el aumento en la transmisibilidad del medio poroso permite una difusión de los gradientes de presión con mayor rapidez.

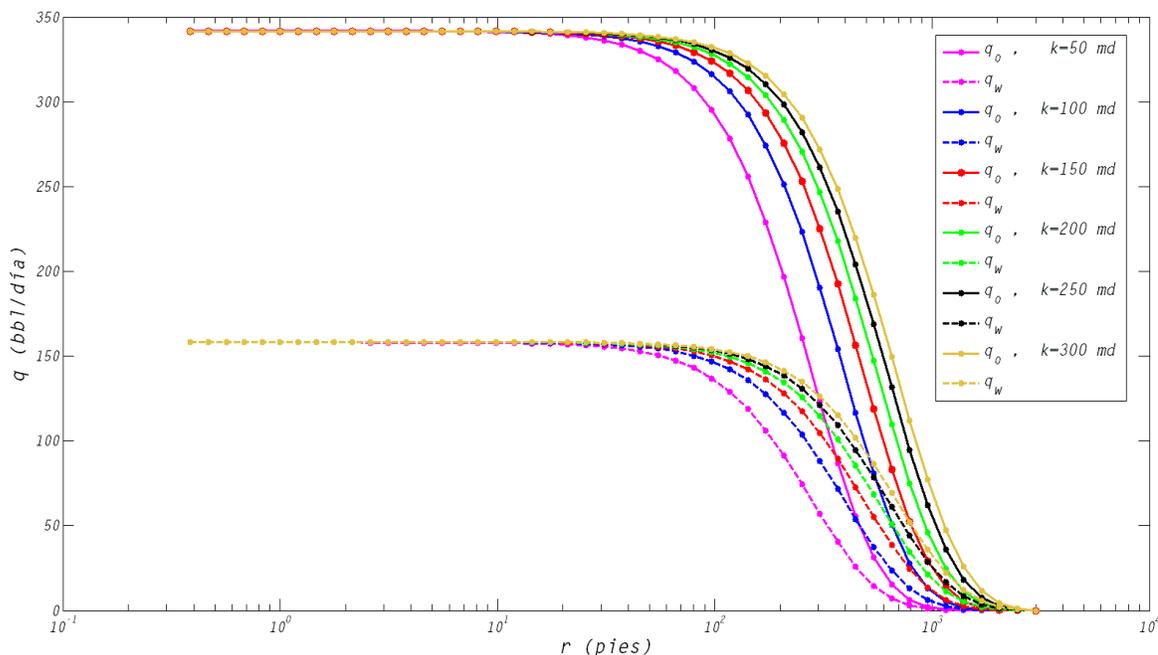


Figura A-4: Perfiles de gastos de las fases aceite y agua a diversos valores de permeabilidad absoluta del medio k .

Las **Tablas A-8, A-9, A-11 y A-12** muestran los resultados de la relación de las presiones de las fases, para diferentes valores de las propiedades de la fase aceite. Los resultados mostrados corresponden a un tiempo de simulación de 24 horas.

Tabla A-7: Conjunto de datos 1 del sistema roca-fluidos.

Medio poroso y fase agua					
ϕ	0.22 (fracción)	B_w	1.0 $\left(\frac{RB}{STB}\right)$	c_o	14.6×10^{-6} (psi^{-1})
S_w	0.6 (fracción)	μ_w	0.94 (cp)		
c_r	3.0×10^{-6} (psi^{-1})	μ_o	2.30 (cp)		
c_w	3.2×10^{-6} (psi^{-1})	B_o	1.21 $\left(\frac{RB}{STB}\right)$		

Tabla A-8: Relación de presiones de las fases obtenidos a diferentes gastos de producción.

100 md	$\frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)}$
200 BPD	$1.0065 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$
500 BPD	$1.0077 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$
1000 BPD	$1.0108 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$

Tabla A-9: Relación de presiones de las fases obtenidos para dos gastos de producción, para diferentes valores de permeabilidad absoluta.

500 BPD	$\frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)}$	200 BPD	$\frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)}$
50 md	$1.0103 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$	50 md	$1.0072 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$
100 md	$1.0077 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$	100 md	$1.0065 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$
150 md	$1.0070 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$	150 md	$1.0063 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$
200 md	$1.0067 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$	200 md	$1.0062 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$
250 md	$1.0066 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$	250 md	$1.0062 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$
300 md	$1.0065 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$	300 md	$1.0062 \leq \frac{p_o(r,t)}{p_w(r,t)} \leq 1.0060$

Tabla A-10: Conjunto de datos 2 del sistema roca-fluidos.

Medio poroso y fase agua					
ϕ	0.22 (<i>fracción</i>)	B_w	$1.0 \left(\frac{RB}{STB} \right)$	c_o	$11 \times 10^{-6} \text{ (psi}^{-1}\text{)}$
S_w	0.6 (<i>fracción</i>)	μ_w	0.94 (<i>cp</i>)		
c_r	$3.0 \times 10^{-6} \text{ (psi}^{-1}\text{)}$	μ_o	0.80 (<i>cp</i>)		
c_w	$3.2 \times 10^{-6} \text{ (psi}^{-1}\text{)}$	B_o	$1.136 \left(\frac{RB}{STB} \right)$		

Tabla A-11: Relación de presiones de las fases obtenidos a diferentes gastos de producción.

100 md	$\frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}}$
200 BPD	$1.0036 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$
500 BPD	$1.0038 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$
1000 BPD	$1.0041 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$

Tabla A-12: Relación de presiones de las fases obtenidos a dos gastos de producción, para diferentes valores de permeabilidad absoluta.

500 BPD	$\frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}}$	200 BPD	$\frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}}$
50 md	$1.0041 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$	50 md	$1.0037 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$
100 md	$1.0038 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$	100 md	$1.0036 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$
150 md	$1.0037 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$	150 md	$1.0036 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$
200 md	$1.0036 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$	200 md	$1.0036 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$
250 md	$1.0036 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$	250 md	$1.0035 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$
300 md	$1.0036 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$	300 md	$1.0035 \leq \frac{p_{o(r,t)}}{p_{w(r,t)}} \leq 1.0035$

Apéndice B

Períodos de flujo en yacimientos naturalmente fracturados para condiciones de producción multifásica de las fases aceite y agua, para transferencia matriz-fractura

En el proceso de análisis de los datos de una prueba real haciendo uso de curvas tipo, se considera apropiado dividir el ajuste de los datos de presión de acuerdo a la influencia de cada uno de los parámetros (ω y λ) que caracterizan a un yacimiento naturalmente fracturado.

De acuerdo a lo descrito en la Figura 4.1 se observa que existen tres periodos definidos para el comportamiento de la respuesta de presión con respecto al tiempo, los cuales describen el aporte de fluidos de los sistemas de matriz y fracturas como respuesta al estímulo de producción en el pozo, teniéndose en primera instancia solo la respuesta del medio de fracturas, posteriormente una zona de transición en la cual los bloques comienzan a contribuir (alimentar) con fluidos al medio de alta conductividad, y finalmente se presenta el aporte continuo de los dos medios. La obtención de los parámetros ω y λ_{tr} requiere analizar los tres comportamientos descritos. Se presenta a continuación el análisis de la función de transferencia $f(s)$, la cual se ha representado en la ecuación 4.60, y para este apéndice por la ecuación B-1.

$$f(s) = \frac{\omega(1-\omega)s + \lambda(1+c)}{(1-\omega)s + \lambda(1+c)}. \quad (\text{B-1})$$

- A tiempos cortos ($s \rightarrow \infty$):

$$f(s) = \omega. \quad (\text{B-2})$$

Sustituyendo la ecuación B-2 en la solución general 4.59:

$$\bar{p}_{Df}(r_D = 1, s) = \frac{K_0(\sqrt{\omega s})}{s\sqrt{\omega s}K_1(\sqrt{\omega s})}. \quad (\text{B-3})$$

- A tiempos intermedios ($\lambda \ll s \ll \frac{1}{\omega}$) y ($\omega \ll 1$):

$$f(s) = \frac{\lambda(1+c)}{s}. \quad (\text{B-4})$$

Sustituyendo la ecuación B-4 en la solución general 4.59:

$$\bar{p}_{Df}(r_D = 1, s) = \frac{K_0(\sqrt{\lambda_{tr}})}{s\sqrt{\lambda_{tr}}K_1(\lambda_{tr})}, \quad (\text{B-5})$$

donde:

$$\lambda_{tr} = \lambda(1 + c).$$

■ A tiempos largos ($s \rightarrow 0$):

$$f(s) = 1. \quad (\text{B-6})$$

Sustituyendo la ecuación B-6 en la solución general 4.59:

$$\bar{p}_{Df}(r_D = 1, s) = \frac{K_0(\sqrt{s})}{s\sqrt{s}K_1(\sqrt{s})}. \quad (\text{B-7})$$

Las expresiones B-3, B-5 y B-7 permiten evaluar las condiciones de la presión adimensional en el pozo de acuerdo a los parámetros ω y λ . El comportamiento gráfico del comportamiento se presenta en las **Figuras B-1, B-2 y B-3**.

En la Figura B-1 se presenta la inversión numérica de la ecuación B-3, correspondiente a un comportamiento homogéneo, debido a que solo está incluido el parámetro ω y no se tiene la presencia de la región de transición de flujo generado por el intercambio de fluidos, de los bloques de matriz hacia el medio de fracturas.

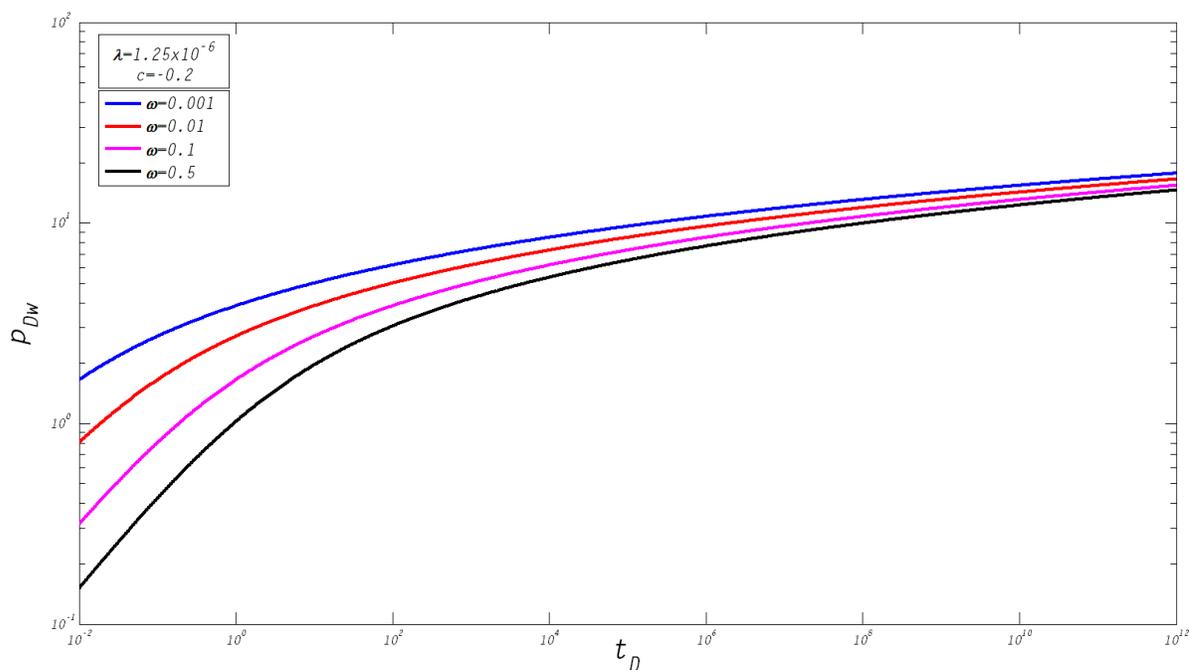


Figura B-1: Comportamiento de la presión adimensional para transferencia matriz-fractura al considerar la función de transferencia $f(s)$ a tiempos cortos ($s \rightarrow \infty$).

En la Figura B-2 se presenta el comportamiento de la presión adimensional descrita por la ecuación B-5, la cual describe una línea horizontal a tiempos intermedios; es en este período donde ocurre la transferencia de flujo debido al aporte gradual de fluidos de los bloques de matriz hacia la red de fracturas.

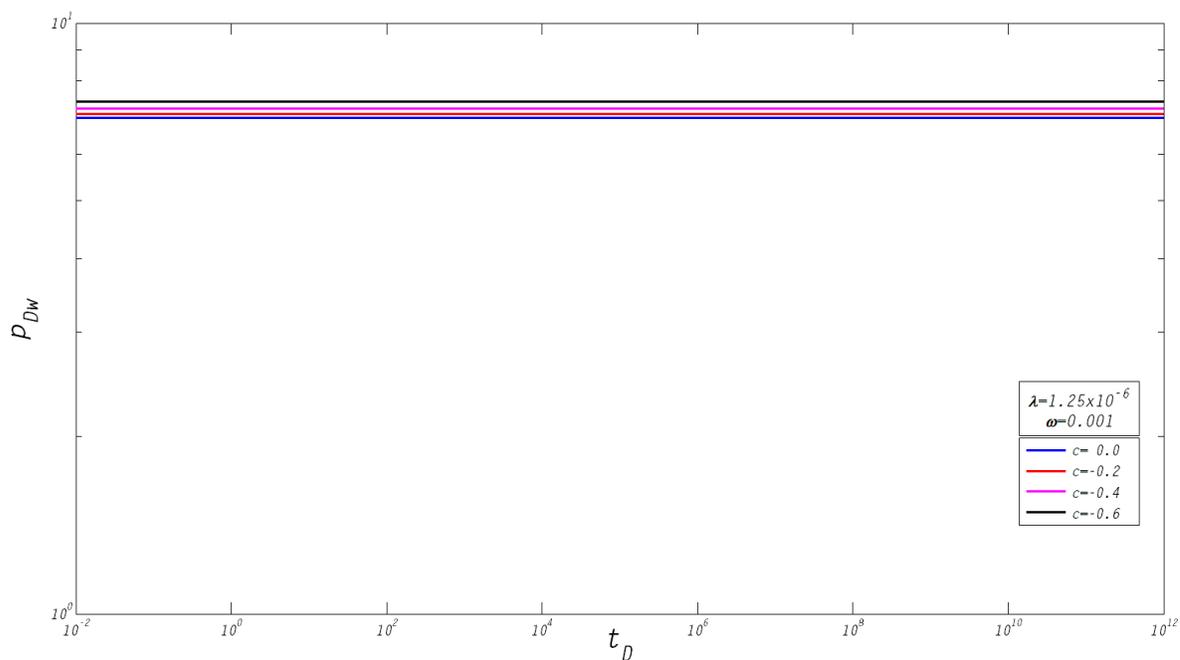


Figura B-2: Comportamiento de la presión adimensional para transferencia matriz-fractura al considerar la función de transferencia $f(s)$ a tiempos intermedios ($\lambda \ll s \ll \frac{1}{\omega}$) y ($\omega \ll 1$).

La Figura B-3 presenta el comportamiento descrito por la ecuación B-7. La curva que se presenta es la respuesta de la presión adimensional a tiempos largos, en donde todas las pruebas convergen a esta curva característica de acuerdo al modelo desarrollado. Para estas condiciones de flujo el sistema total matriz-fractura está respondiendo a la producción de fluidos a través del pozo.

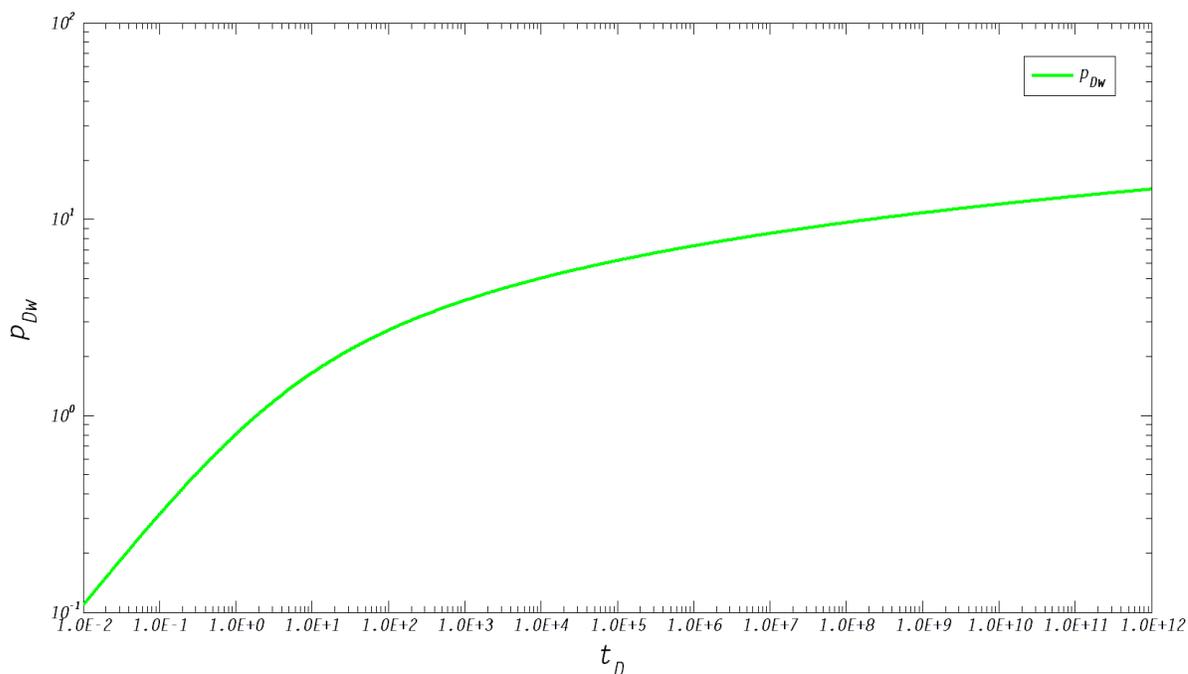


Figura B-3: Comportamiento de la presión adimensional para transferencia matriz-fractura al considerar la función de transferencia $f(s)$ a tiempos largos ($s \rightarrow 0$).

De acuerdo al análisis de la ecuaciones para los tres períodos que se presentan en la respuesta de presión, se realizó la comparación de los comportamientos individuales con respecto a la solución general. Se observa que las simplificaciones realizadas a la función de transferencia de acuerdo a los rangos establecidos para el tiempo adimensional son adecuados, dado que la soluciones particulares corresponden en conjunto al comportamiento descrito por la solución general; las comparaciones gráficas se muestran en las **Figuras B-4** y **B-5**.

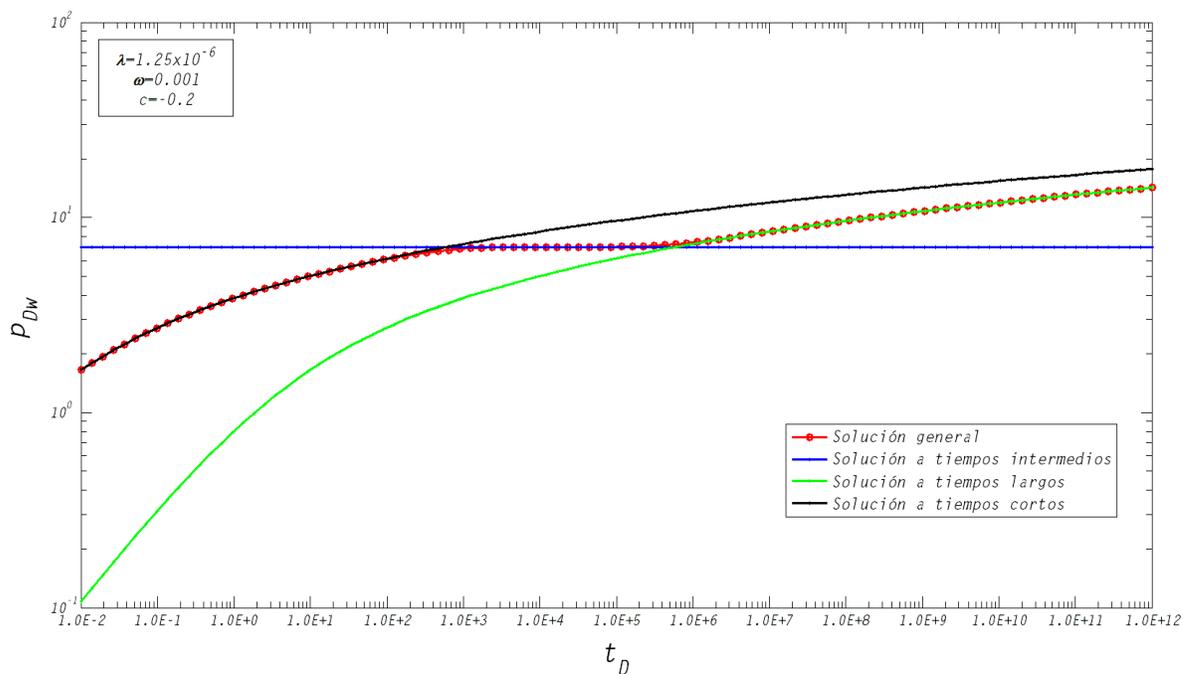


Figura B-4: Comparación del comportamiento de la solución general y las ecuaciones desarrolladas para los periodos de tiempo descritos en escala doble logarítmica, para transferencia matriz-fractura.

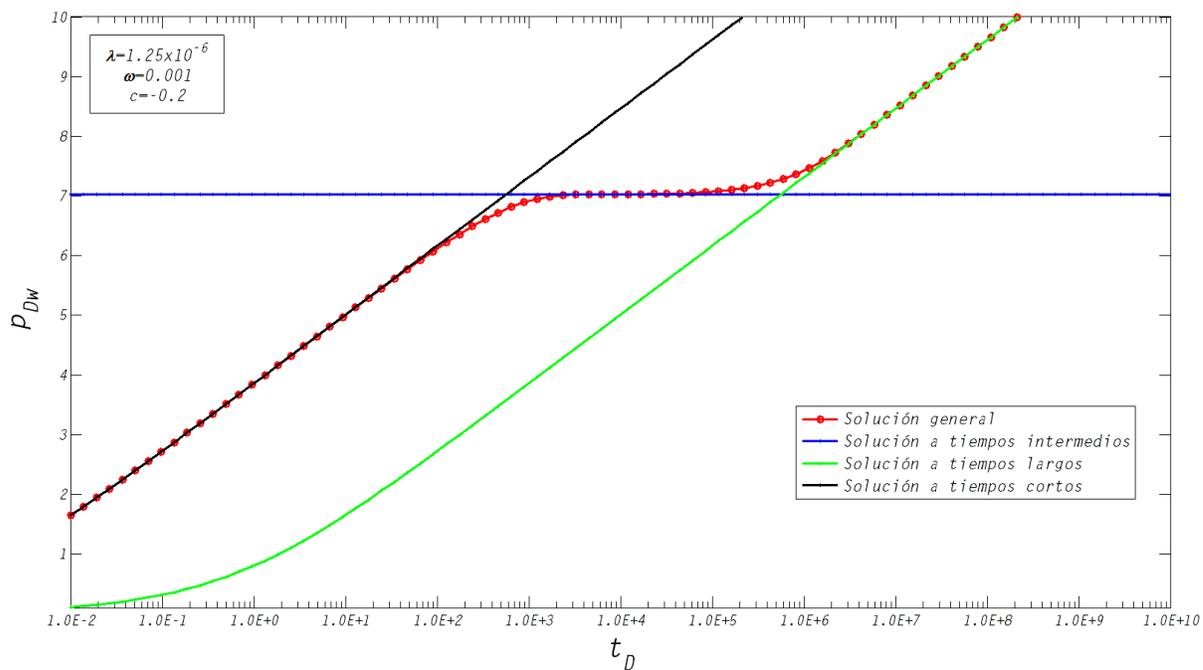


Figura B-5: Comparación del comportamiento de la solución general y las ecuaciones desarrolladas para los periodos descritos en escala semilogarítmica para transferencia matriz-fractura.

Apéndice C

Análisis de la constante c que representa el efecto de la presión capilar en el medio de matriz de yacimientos naturalmente fracturados

La expresión adimensional de presión capilar la cual se ha representado por la ecuación 4.34 y en este apéndice se define por:

$$P_{cmD} = \frac{2\pi h M_f}{q_t} P_{cowm}. \quad (C-1)$$

El término de presión capilar P_{cowm} en la expresión C-1 se considera como un valor ($P_{cowm} = p_{om} - p_{wm}$) positivo para el problema de flujo en el sistema de matriz, por lo que en la ecuación C-2 el valor de la constante c_1 corresponde de igual manera a un valor positivo, debido a que la diferencia $(p_{Df} - p_{Dm}) \geq 0$.

$$P_{cmD} = c_1 (p_{Df} - p_{Dm}). \quad (C-2)$$

De acuerdo a los establecido acerca de c_1 , se tiene que la constante c incluida en el término de λ_{tr} definido por la ecuación 4.37 adquiere un valor negativo. Analizando la definición de c , se obtienen las condiciones siguientes:

1. $c = 0$.

Se considera nulo el efecto de la presión capilar en el medio de matriz, $p_{mw} = p_{mo}$.

2. $-1 < c < 0$.

Se considera el efecto de la presión capilar en el medio de matriz, $p_{mw} \neq p_{mo}$. El valor de la constante c modifica el valor del coeficiente de flujo interporoso, por lo que el aporte de fluidos total q_{tm}^* del medio de matriz hacia la red de fracturas, disminuye conforme el valor de $c \rightarrow -1$.

En el modelo de flujo se asume que la presión de la fase aceite corresponde a la presión a la que se encuentran referidas las ecuaciones de flujo en el sistema de matriz, y la presión de la fase agua es función del valor de las presiones de la fase aceite y capilar que se tengan en el sistema.

Incluyendo la definición de la movilidad total del medio de matriz (M_m) en la ecuación 4.50 y despejando el parámetro $(\phi c_t)_{mo}$ de la misma:

$$(\phi c_t)_{mo} = \frac{(\phi c_t)_m M_f \frac{\lambda_{tr}}{(1-\omega)} + M_m \alpha (\phi c_t)_t r_w^2 (c_1 - 1)}{c_1 M_f \frac{\lambda_{tr}}{(1-\omega)}}. \quad (C-3)$$

De la definición del coeficiente de flujo interporoso para el problema de flujo de interés:

$$\lambda_{tr} = \lambda (1 + c). \quad (C-4)$$

Despejando de la ecuación C-4 al término de movilidad total del medio de matriz (M_m):

$$M_m = \frac{\lambda_{tr} M_f}{\alpha r_w^2 (1 + c)}. \quad (C-5)$$

Asumiendo que $c_1 = c$ en la expresión C-3, sustituyendo las expresiones de movilidad particular de cada una de las fases y simplificando términos se tiene:

$$c = 1 - \frac{\left[(\phi c_t)_m M_f \frac{\lambda_{tr}}{1-\omega} c - M_m \alpha (\phi c_t)_t r_w^2 (c - 1) - (\phi c_t)_m M_f \frac{\lambda_{tr}}{1-\omega} \right]}{M_m c \alpha (\phi c_t)_t r_w^2 - \frac{\lambda_{tr}}{(1+c)} (\phi c_t)_t (c - 1) M_f - (\phi c_t)_m \frac{\lambda_{tr}}{1-\omega} M_f}. \quad (C-6)$$

La ecuación anterior permite obtener el valor de la constante c , la cual representa el efecto de la presión capilar en el medio de matriz. La solución de la ecuación C-6 requiere de un método iterativo (numérico) para encontrar la solución que satisfaga las condiciones presentes, en la cual sólo se tiene como incógnita a la constante c .

Apéndice D

Flujo interporoso del medio de matriz

La transferencia de fluidos del medio de la matriz constituye el proceso de abastecimiento de volúmenes de las fases aceite y agua hacia el medio poroso de alta conductividad, los cuales se transportan a través de la red de fracturas y finalmente se producen a través del pozo, debido a la diferencia de presiones que existe en el yacimiento. La ecuación que rige la transferencia total de las fases aceite y agua entre los medios de matriz y fracturas está dada por la ecuación D-1:

$$q_{tm}^* = -(\phi c_t)_m \frac{\partial p_m}{\partial t}. \quad (D-1)$$

Sustituyendo los grupos adimensionales expresados por la ecuaciones 4.17 y 4.25 en la ecuación D-1:

$$q_{tm}^* = (\phi c_t)_m \frac{q_t}{2\pi h (\phi c_t)_t r_w^2} \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}, \quad (D-2)$$

$$q_{tm}^* = (1 - \omega) \frac{q_t}{2\pi h r_w^2} \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}. \quad (D-3)$$

Se define al flujo interporoso adimensional $q_{t_{Dm}}^*$ como:

$$q_{t_{Dm}}^* = \frac{2\pi h r_w^2}{q_t} q_{tm}^*. \quad (D-4)$$

Sustituyendo la ecuación D-3 en la ecuación D-4:

$$q_{t_{Dm}}^* = (1 - \omega) \frac{\partial p_{Dm}}{\partial t_D}. \quad (D-5)$$

Aplicando la transformada de Laplace a la ecuación D-5:

$$\bar{q}_{t_{Dm}}^* = (1 - \omega) s \bar{p}_{Dm}. \quad (D-6)$$

Sustituyendo la relación de presiones adimensionales de los medios de matriz y fracturas representada por la ecuación 4.38 en la ecuación D-6:

$$\bar{q}_{t_{Dm}}^* = \frac{(1 - \omega) \lambda_{tr} s}{\lambda_{tr} + (1 - \omega) s} \bar{p}_{Df}. \quad (D-7)$$

En la **Figura D-1** se muestra el comportamiento del flujo interporoso total adimensional (q_{tDm}^*) al considerar la presión capilar en el medio de matriz; el efecto de la diferencia de presiones de las fases aceite y agua se representa por medio de la constante c . Las curvas representan las condiciones de aporte de fluidos total por unidad de volumen poroso del medio de matriz hacia la red de fracturas; se observa que si la diferencia de presión capilar entre las fases aumenta ($c \rightarrow -1$), se tiene una disminución en el valor de λ_{tr} , esta situación origina que el valor máximo de q_{tDm}^* se reduzca de igual forma; así mismo la duración del aporte de fluidos del medio de matriz se favorece al disminuir λ_{tr} .

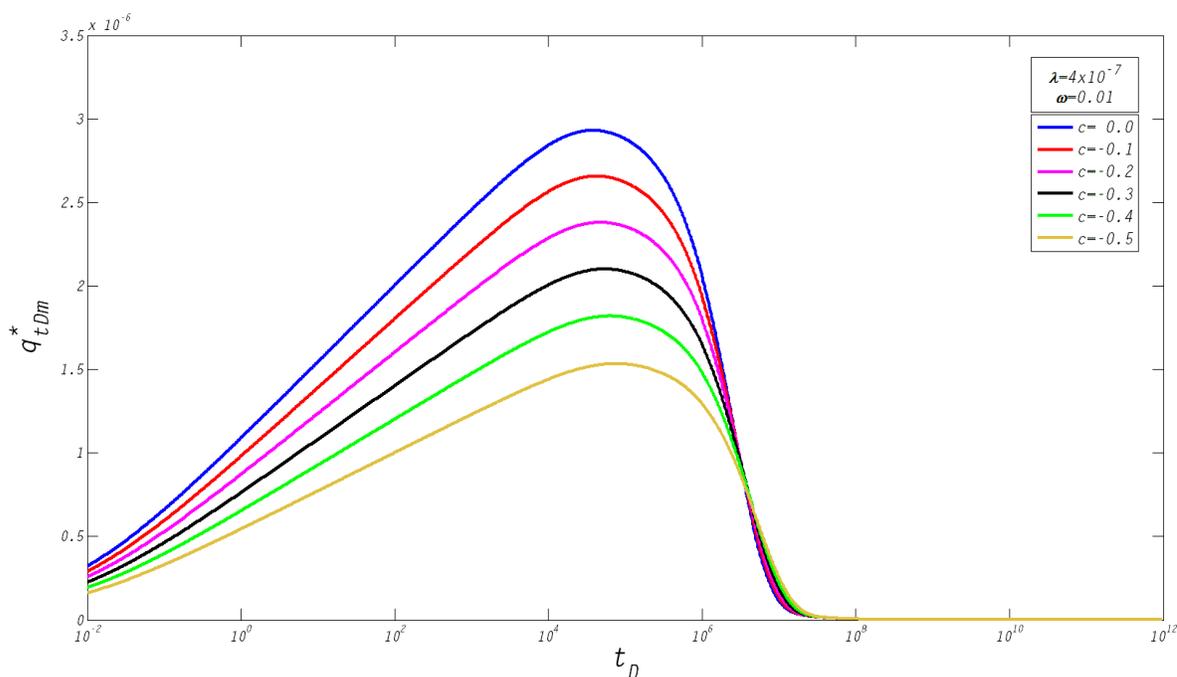


Figura D-1: Flujo interporoso adimensional del medio de matriz hacia la red de fracturas, con respecto a la constante c .

La **Figura D-2** presenta el comportamiento de q_{tDm}^* al variar el valor de la relación de almacenamiento ω . El incremento del valor de ω implica que la capacidad de almacenamiento de fluidos en el medio de matriz disminuye, situación que genera que el aporte de fluidos sea menor durante el proceso de producción de fluidos hacia el pozo.

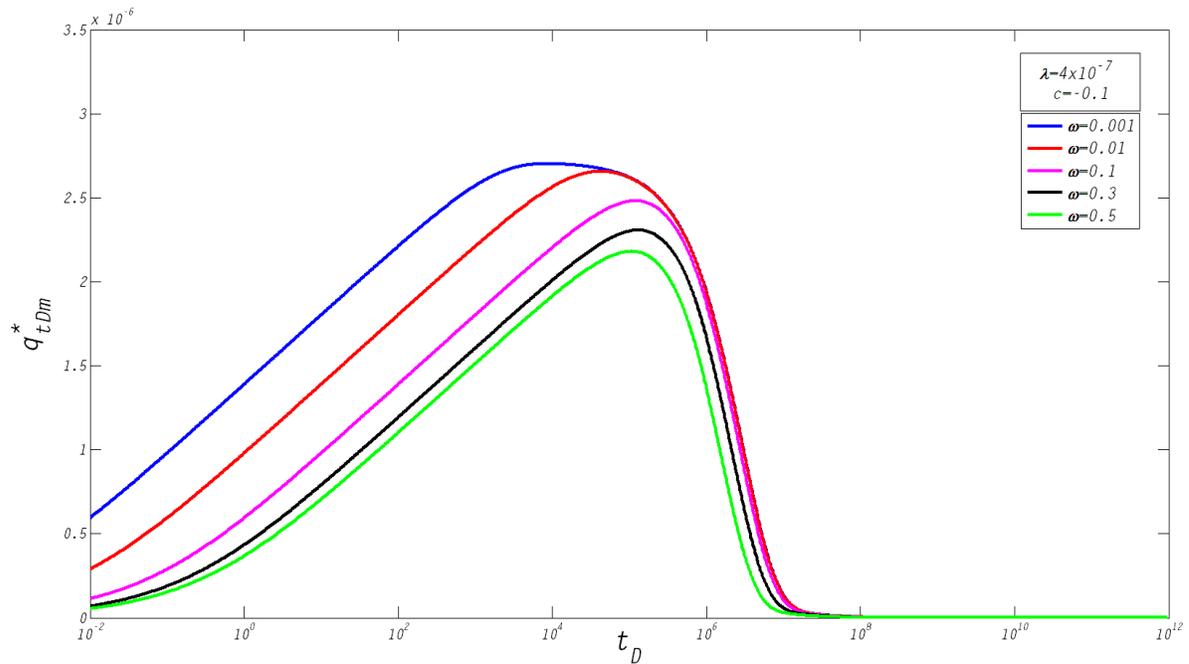


Figura D-2: Flujo interporoso adimensional del medio de matriz hacia la red de fracturas al variar la relación de almacenamiento ω .

Flujo interporoso de la fase aceite

La ecuación que representa la transferencia de fluidos de la fase aceite del medio de matriz hacia la red de fracturas es:

$$q_{om}^* = \alpha \frac{k_{om}}{\mu_o} (p_m - p_f). \quad (D-8)$$

Sustituyendo los grupos adimensionales de presión expresados por la ecuaciones 4.24, 4.25 en la ecuación D-8:

$$q_{om}^* = \alpha \frac{k_{om}}{\mu_o} (p_{Df} - p_{Dm}) \frac{q_t}{2\pi h \left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right)}. \quad (D-9)$$

Se define a q_{Dom}^* como:

$$q_{Dom}^* = \frac{2\pi h r_w^2}{q_t} q_{om}^*. \quad (D-10)$$

Sustituyendo la ecuación D-9 en la ecuación D-10:

$$q_{Dom}^* = \frac{\alpha \gamma_w^2 \frac{k_{om}}{\mu_o}}{\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w}\right)} (p_{Df} - p_{Dm}). \quad (D-11)$$

La **Figura D-3** muestra el comportamiento de la ecuación D-11 considerando diferentes valores de la constante c , la cual interviene en el cálculo de p_{Dm} y en la diferencia de las presiones de las fases aceite y agua ($P_{c_{owm}} = p_{om} - p_{wm}$); la disminución del valor de c genera un incremento en el aporte de fluidos de la fase aceite hacia la red de fracturas, debido a que la inclusión del efecto de la presión capilar disminuye el valor del coeficiente de flujo interporoso λ_{tr} , lo que genera una mayor diferencia en el valor de las presiones adimensionales de los medios de matriz y fracturas al ser evaluados y comparados a un mismo período (ver Figura 4.6).

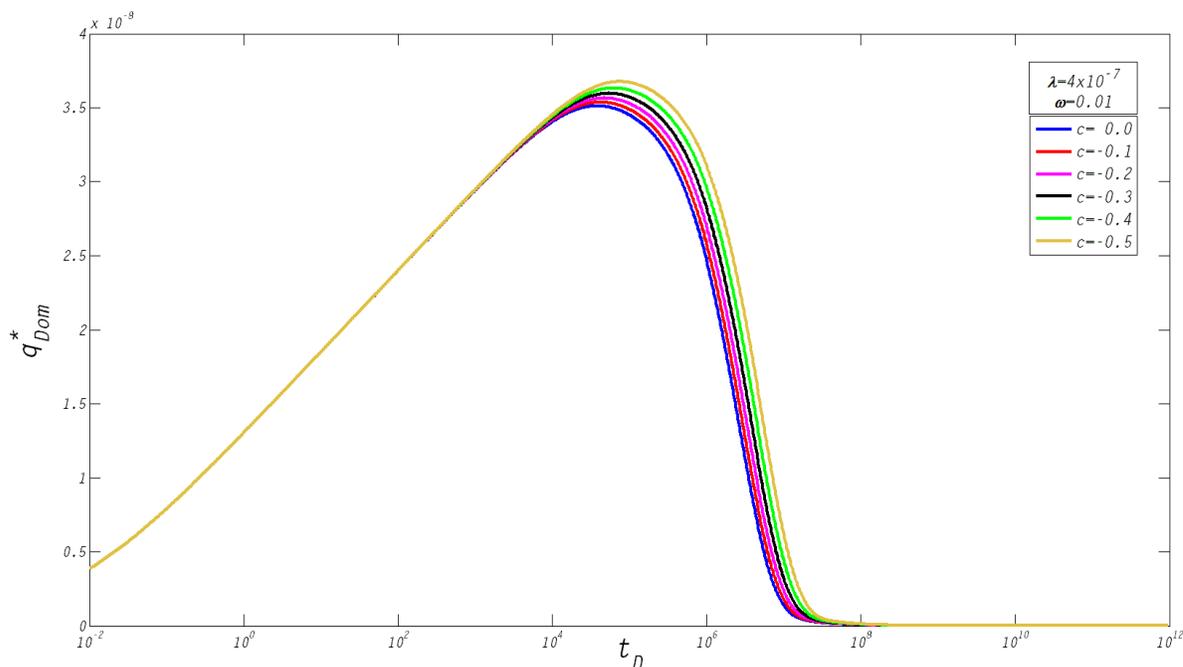


Figura D-3: Flujo interporoso adimensional de la fase aceite.

A tiempos cortos todas las curvas representan el mismo comportamiento debido a que el efecto de la constante c sólo modifica el valor de la presión adimensional del medio de matriz, causando una diferencia de presiones ($p_{Df} - p_{Dm}$) que alcanza el mismo valor para las curvas pero a diferentes tiempos; es decir, la disminución del valor de p_{Dm} genera que se alcance en un tiempo mayor el aporte máximo de fluidos de la fase aceite.

Flujo interporoso de la fase agua

La ecuación que representa la transferencia de fluidos de la fase agua del medio de matriz hacia la red de fracturas es la siguiente:

$$q_{wm}^* = \alpha \frac{k_{wm}}{\mu_w} (p_w - p_f). \quad (D-12)$$

Sustituyendo los grupos adimensionales expresados por la ecuaciones 4.24, 4.25 y 4.34 en la ecuación D-12:

$$q_{wm}^* = \alpha \frac{k_{wm}}{\mu_w} (p_{Df} - p_{Dm}) (1 - c_1) \frac{q_t}{2\pi h \left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right)}. \quad (D-13)$$

Se define a q_{Dwm}^* como:

$$q_{Dwm}^* = \frac{2\pi h r_w^2}{q_t} q_{wm}^* \quad (D-14)$$

Sustituyendo la ecuación D-13 y la definición de c (ecuación 4.36) en la ecuación D-14:

$$q_{Dwm}^* = \frac{\alpha r_w^2}{\left(\frac{k_{of}}{\mu_o} + \frac{k_{wf}}{\mu_w} \right)} (p_{Df} - p_{Dm}) \left(\frac{k_{wm}}{\mu_w} + c M_m \right). \quad (D-15)$$

La **Figura D-4** muestra el comportamiento de la ecuación D-15 en la que interviene la constante c , la cual representa el efecto de la presión capilar de las fases en el medio de matriz. Se observa que el aumento de la diferencia de las presiones de las fases aceite y agua en el medio de matriz ($P_{cwm} = p_{om} - p_{wm}$) genera una disminución en el aporte de fluidos de la fase agua hacia la red de fracturas.

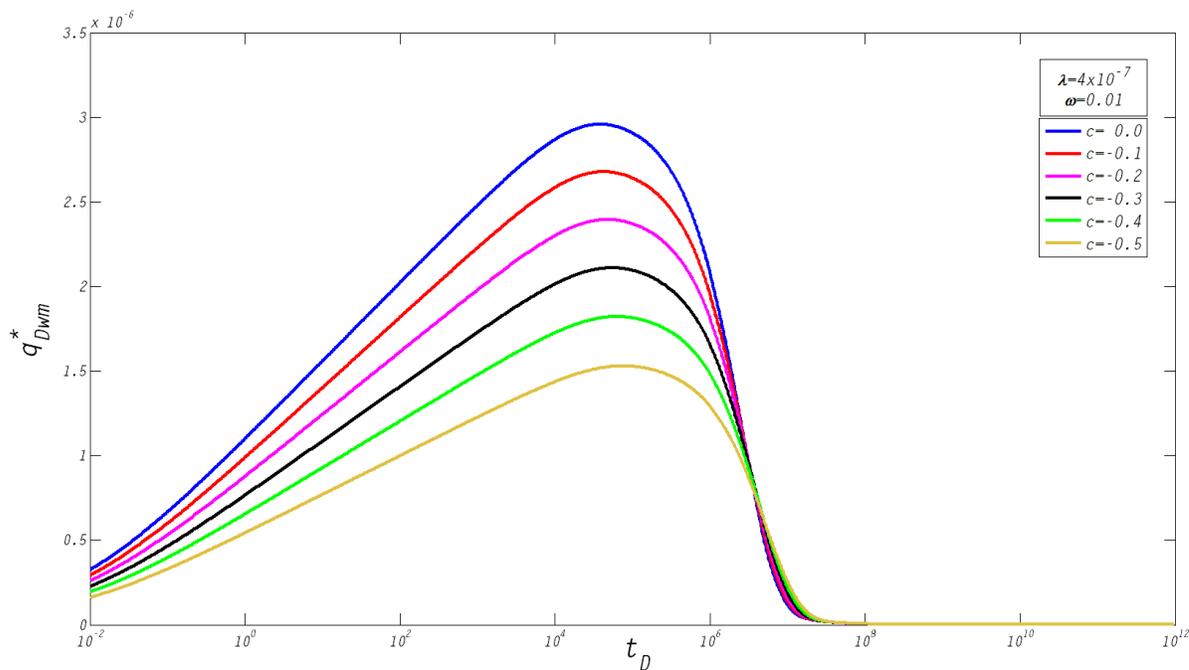


Figura D-4: Flujo interporoso adimensional de la fase aceite.

La presión adimensional del medio de matriz decrece conforme el valor de c se aproxima a -1 , por lo que la diferencia $(p_{Df} - p_{Dm})$ aumenta, y a su vez el término del extremo derecho $(\frac{k_{wm}}{\mu_w} + cM_m)$ de la ecuación D-15 se reduce; esta última situación genera que q_{Dwm}^* disminuya, lo que significa un menor aporte de agua del medio de matriz hacia la red de fracturas.

La **Figura D-5** muestra el comportamiento de los flujos interporosos total y de las fases aceite y agua que suministra el medio de matriz hacia la red de fracturas, sin considerar el efecto de la presión capilar ($c = 0$). En esta condición inicial se observa que el aporte de fluidos de $q_{Dwm}^* > q_{Dom}^*$, al no considerar la presión capilar la diferencia de presiones para cada una de las fases corresponde al mismo valor ($p_w = p_m$).

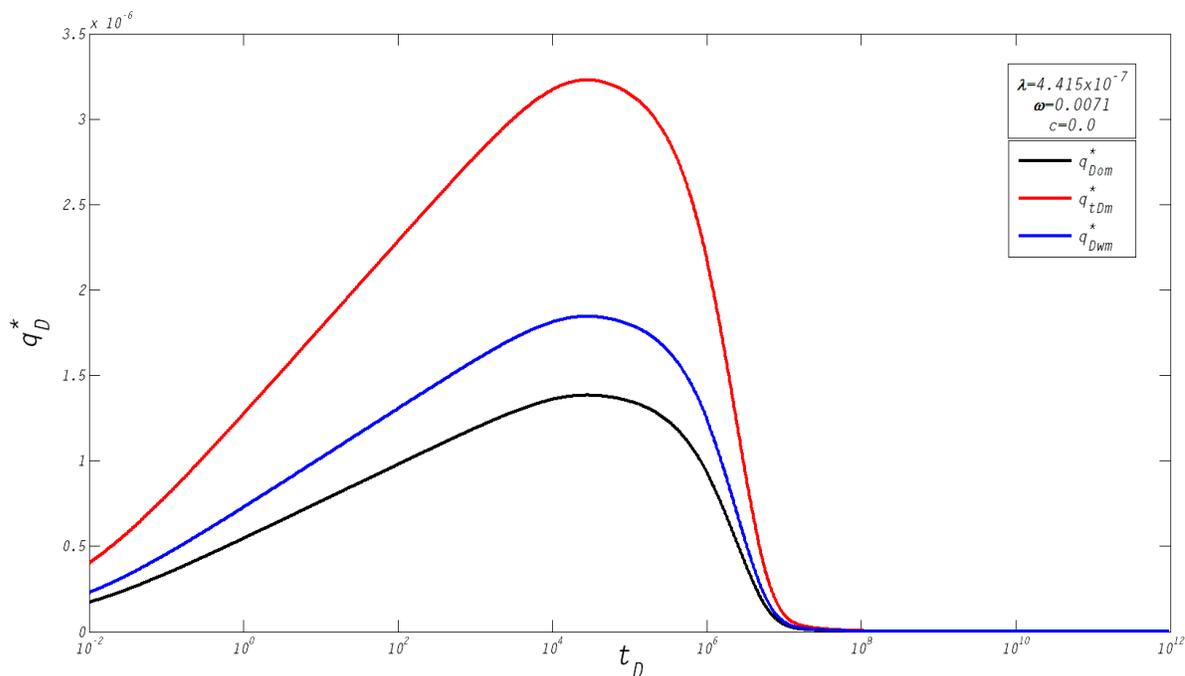


Figura D-5: Comparación de los flujos interporosos adimensionales del medio de matriz al considerar nulo el efecto de la presión capilar.

La **Figura D-6** muestra el comportamiento de los flujos interporosos total y de las fases aceite y agua que suministra el medio de matriz hacia la red de fracturas, incluyendo el efecto de la presión capilar ($c \neq 0$). La presión capilar genera una diferencia en el valor de la presión de la fase agua p_w en comparación al valor de la presión en la matriz, por lo que en la expresión D-12 el término $(p_w - p_f)$ disminuye conforme el valor de la presión capilar aumenta ($c \rightarrow -1$).

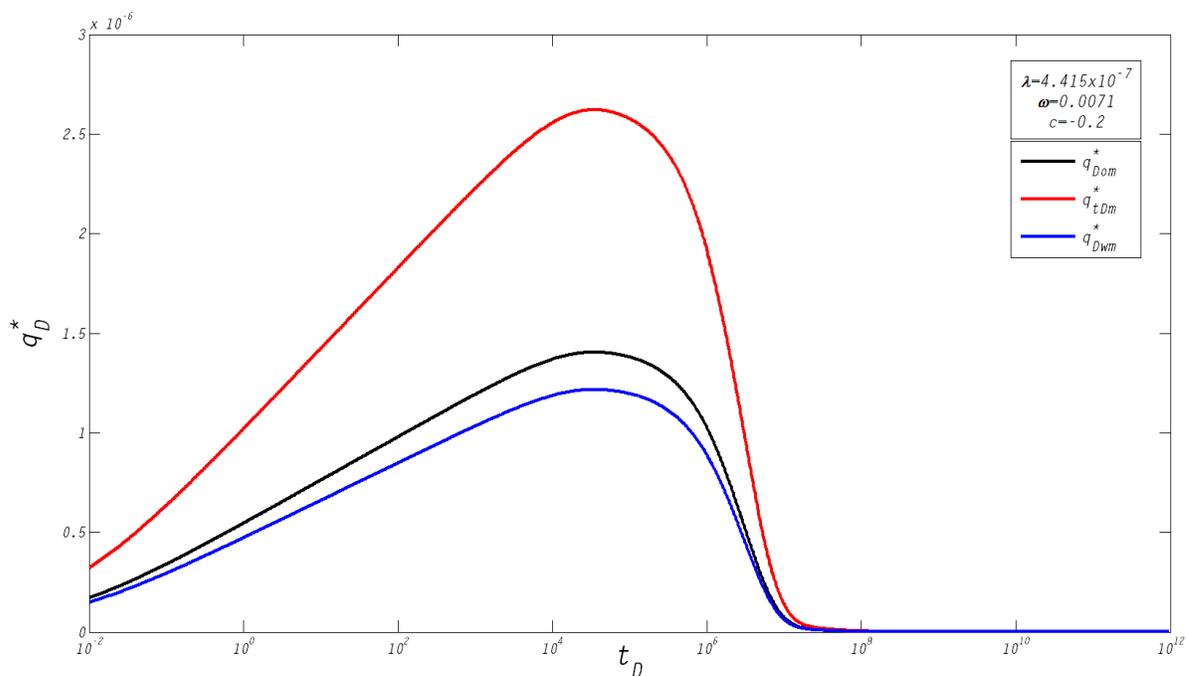


Figura D-6: Comparación de los flujos interporosos adimensionales del medio de matriz al incluir el efecto de la presión capilar.

En la Figura D-6 se observa que $q_{Dom}^* > q_{Dwm}^*$ por lo que la transferencia total de fluidos del medio de matriz hacia las fracturas corresponde en mayor medida a volúmenes de la fase aceite en comparación a lo mostrado en la Figura D-5 en la cual se considera nulo el efecto de la presión capilar ($c = 0$).