



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN

INGENIERÍA

*“Flujo de Taylor-Couette en presencia de aletas  
anulares”*

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERÍA

P R E S E N T A:

MILTON CARLOS ÁLVAREZ SÁNCHEZ

TUTORES:

DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ

DR. FRANCISCO SOLORIO ÓRDÁZ

COMITÉ TUTORAL:

DR. ROBERTO ZENIT CAMACHO

DR. JAIME CERVANTES DE GORTARI

DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ

MÉXICO, D.F. ENERO 2017



**JURADO ASIGNADO:**

**Presidente:** Dr. Cervantes de Gortari Jaime G.

**Secretario:** Dr. Zenit Camacho José Roberto

**1 er. Vocal:** Dr. Vicente y Rodríguez William

**2 do. Vocal:** Dr. Solorio Ordaz Francisco Javier

**3 er. Vocal:** Dr. Salinas Vázquez Martin

**Lugar donde se realizó la tesis:**

*Instituto de ingeniería de la UNAM*

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. William Vicente y Rodríguez

---

**FIRMA**

*"When all is lost, the will shall resurrect it"*



# Índice

Resumen	5
Capítulo 1 “Introducción”	6
Objetivo general	13
Objetivo particular	14
Capítulo 2 “Configuración experimental y métodos de análisis ”	15
2.1 Configuración experimental	15
2.2 Diseño experimental	19
2.3 Manufactura del dispositivo experimental	19
2.4 Visualización Reoscópica	23
2.4.1 Características de la técnica	23
2.5 Velocimetría por partículas	23
2.6 Método numérico	25
Capítulo 3 “Resultados y discusión”	30
3.1 Resultados de las técnicas	30
3.1.1 Visualización reoscópica	30
3.1.2 Velocimetría por partículas	32
3.1.3 Simulación numérica	34
3.2 Comparación y discusión de resultados	36
3.2.1 Caso liso	36
3.2.2 Casos aletados	41
3.2.3 Casos principales	44
3.2.4 Configuración primaria	47
3.2.4.1 Número de vórtices y longitud de onda	49
3.2.4.2 Deformación de los vórtices	50
3.2.4.3 Variación de la altura de la aleta	52
3.2.4.4 Contornos de velocidad	54
3.2.4.5 Identificación de vórtices	56
3.2.4.6 Variación numérica de la velocidad de rotación	59
Conclusiones	61
Referencias	62

# Resumen

La presente investigación muestra un análisis de los resultados experimentales y numéricos que describen el flujo entre cilindros resaltando las diferencias en el comportamiento del flujo, cuando éste, es inducido por un rotor liso y por otro lado cuando el movimiento es generado por un rotor modificado. La modificación del rotor se realizó insertando aletas anulares sobre la dirección axial del cilindro interior; definiendo el aletado por medio tres parámetros geométricos: altura, espesor y distancia entre aletas. Para este estudio se emplearon tres métodos con la finalidad de complementar y ampliar la descripción del flujo, encontrándose consistencia entre los resultados que cada uno de ellos proporcionó. En primer lugar, se generó una visualización utilizando un fluido reoscópico como fluido de trabajo, con lo cual se obtuvo una descripción cualitativa del fenómeno permitiendo delimitar los puntos críticos en la transición del flujo. En segundo lugar, la aplicación de la Técnica de velocimetría por partículas (PIV) proporcionó una descripción cuantitativa obteniéndose el campo de velocidades en un plano radial-axial. Finalmente, como tercer método se usó un código numérico que fue validado a partir de los resultados experimentales y con éste se logró obtener la descripción del flujo tridimensionalmente para una amplia variedad de configuraciones aletadas. Con la introducción del aletado anular se esperó que el patrón de los vórtices cambiara en tamaño, posición y forma; así como obtener una reducción en el umbral de estabilidad del flujo.

En la parte de la visualización reoscópica, 12 diferentes configuraciones aletadas se examinaron encontrándose varias diferencias principalmente entre los tamaños de los vórtices. Seguidamente, seis casos críticos fueron estudiados por medio de la técnica PIV obteniéndose para cada uno los campos radial-axiales de velocidad; corroborando con éstos, la deformación y el cambio en el tamaño de los vórtices. Por otro lado, por medio de resultados numéricos se reprodujo el fenómeno tridimensionalmente, así como se localizó la formación de vórtices secundarios por encima del aletado. Todos los resultados de los diferentes casos, demostraron que al perturbar el flujo por la introducción de las aletas anulares, se generó una reducción en el número de Taylor crítico presentado en el caso liso ( $Ta=57.18\pm 3.26$ ).

# Capítulo 1

En este capítulo se presenta una breve introducción al flujo entre cilindros concéntricos, mostrando las características de los primeros trabajos experimentales sobre este flujo y algunos de los estudios recientes en donde se tratan posibles aplicaciones del fenómeno en procesos de diferente índole. Además, se presenta la descripción del proyecto y se definen los objetivos planteados para este trabajo.

## INTRODUCCIÓN

Hace más de cien años, Maurice Couette, físico francés, diseñó un dispositivo consistente en dos cilindros concéntricos los cuales contenían un fluido newtoniano. En el trabajo de Couette, el cilindro interior permaneció estático mientras que el cilindro exterior conservó una velocidad de rotación específica induciendo el movimiento al fluido; bajo estas condiciones y a bajas velocidades de rotación se dio lugar a un flujo laminar descrito por trayectorias circunferenciales, hoy en día conocido como flujo de Couette. Este flujo describe el movimiento de un fluido entre dos superficies próximas, fenómeno dominado por los efectos de las fuerzas viscosas haciendo despreciables los efectos inerciales (Chossat and looss, 1994).

El propósito del experimento de Couette fue seguir la idea del físico Austriaco Max Margueles y buscar determinar la viscosidad dinámica de un fluido a partir de la medición del torque que se generaría sobre el cilindro interior debido al movimiento del fluido; además de esto, él buscaba verificar la exactitud de las ecuaciones de Navier-Stokes. Por lo anterior, Couette se concentró en la tarea de medir el momento ejercido en el cilindro interior a causa del movimiento del fluido.

El cilindro interior del dispositivo con el cual Couette determinó el momento ejercido fue suspendido por medio de un cable de piano. La torsión del cable fue proporcional al torque ejercido sobre el cilindro interior y de esta forma se midió indirectamente la magnitud del momento generado en el experimento. Adicionalmente, por encima y por debajo del cilindro suspendido, fueron fijados dos sellos con el propósito de mantener la concetricidad entre los cilindros; condición que a su vez redujo los efectos de las paredes laterales. Ambos sellos abarcaron la mitad del cilindro suspendido, lo que representó que la longitud total del cilindro interior estuviera cercana a los 15 cm y la relación entre la longitud de la columna del fluido y la diferencia de radios (gap) se conservara a una relación de 60 veces la distancia entre los cilindros. La longitud del cilindro suspendido fue de 7.68 cm, el espacio

entre cilindros o gap fue de 0.2465 cm y estos cilindros contuvieron agua como fluido de trabajo. Por medio de este experimento, Couette determinó la viscosidad dinámica de agua destilada a una temperatura de 16.7 °C, encontrando un valor correspondiente de  $\mu=0.01255$  g/cm.s; este valor es 15% más alto que el obtenido hoy en día ( $\mu= 1.091 \cdot 10^{-2}$  g/cm\*s. a 16.7°C). A pesar de que el experimento de Couette no generó gran relevancia para la vida cotidiana, la determinación de la viscosidad en este caso fue un parte aguas para el área de la mecánica de fluidos. Aunque sus mediciones no fueron particularmente precisas, sus experimentos fueron grandemente exitosos ya que introdujeron el concepto de flujo de Couette, que es el flujo cortante entre un plano en movimiento y otro estático, además que ayudó a ampliar el entendimiento del comportamiento de una de las propiedades más importantes en el movimiento de los fluidos, la viscosidad.

Unos años después de los trabajos de Couette, Arnulph Mallock (1896) diseñó un dispositivo similar logrando que ahora el cilindro interior fuera el que se encontrara rotando a una velocidad constante, mientras que el cilindro exterior esta vez permaneció estático. La sorpresa de estas condiciones fue que el flujo laminar desapareció cuando se rebasó un valor específico de la tasa de rotación. El flujo de Couette se caracteriza y se hace presente debido al equilibrio dinámico existente entre las fuerzas centrífugas y el gradiente de presión radial. Sin embargo, cuando no es posible que el gradiente de presión radial y las fuerzas viscosas absorban los cambios en la fuerza centrífuga causados por pequeñas perturbaciones en el flujo, el movimiento del fluido se vuelve inestable y como resultado un flujo secundario aparece en un punto en el que la velocidad de rotación se torna crítica. En este punto crítico, aparecen estructuras toroidales regulares y uniformes a lo largo de los cilindros concéntricos.

Más tarde en 1923, G. Taylor al igual que Mallock, se dio cuenta que cuando la velocidad angular del cilindro interior es incrementada por encima de un punto crítico, el flujo de Couette llega a ser inestable y provoca la formación de un estado estacionario secundario caracterizado por vórtices toroidales axisimétricos; Taylor se concentró en el estudio de este fenómeno en su reconocido artículo "Stability of a Viscous Liquid contained between Two Rotating Cylinders".

En el experimento diseñado por Taylor, en primera instancia, los cilindros fueron hechos tan largos como fue posible con el objetivo de eliminar los efectos de las paredes laterales. Los cilindros midieron 90 cm de largo, el radio exterior fue de 4.035 cm y el radio del cilindro interior varió entre 3.80 y 3.00 cm. En la mayoría de los experimentos, el espesor de la columna de líquido contenido entre los cilindros fue menor a 1 cm. En este experimento, el cilindro exterior fue hecho de vidrio y pulido en la zona central; el cilindro interior fue hecho de parafina con una flecha central de acero. En la parte de control de la velocidad, un motor eléctrico fue

empleado para inducir la rotación de ambos cilindros en el sistema. En este experimento se utilizó agua como fluido de trabajo, fluido que no es particularmente viscoso, pero la elección de usar agua fue probablemente debido a que facilitaría la visualización de los patrones esperados.

Para poder observar el comportamiento del flujo, Taylor siguió el ejemplo de Reynolds al utilizar tinta para hacer la visualización del flujo. Esta tinta fue introducida dentro de la columna de fluido a través de seis orificios generados en la pared del cilindro interior y su dispersión fue observada a través del cilindro exterior hecho de vidrio. Esta técnica de visualización permitió observar exitosamente las estructuras que se forman en el punto crítico en donde la capacidad de la viscosidad de absorber perturbaciones, se ve rebasada por los efectos centrífugos generados por la rotación de los cilindros. Como respuesta a este desequilibrio comienza a haber una rotación secundaria en la dirección radial-axial como se ilustra en la Figura 1.1.

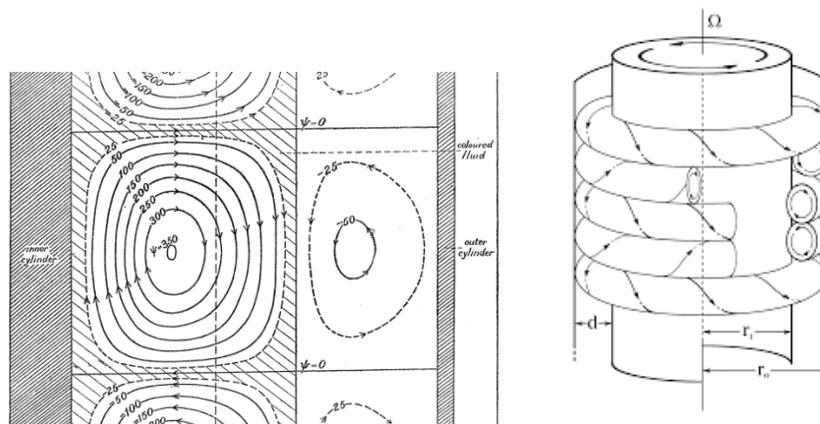


Figura 1.1. Líneas de corriente y recirculación del flujo (Taylor, 1929)

La extensión de esta rotación o recirculación se ve limitada por la distancia existente entre los cilindros, y la conservación de dicha distancia a lo largo de la dirección axial del sistema es la responsable de la uniformidad en el flujo descrito en la Figura 1.1. Este flujo se compone por una superposición horizontal de estructuras toroidales doblemente giratorias y cuyas dimensiones son proporcionales a la distancia entre los cilindros, hoy en día este flujo es conocido como flujo de vórtices de Taylor.

Este patrón de los vórtices de Taylor ocurre como se mencionó anteriormente, cuando la relación entre las fuerzas inerciales con respecto a las fuerzas viscosas alcanza un valor crítico. Un parámetro adimensional que caracteriza esta relación

de fuerzas es el número de Taylor (Ta), que se presenta a continuación (Childs, 2011):

$$Ta = \frac{\Omega r_m^{0.5} (R_o - R_i)^{1.5}}{\nu} \quad (1.1)$$

donde  $r_m = (R_o + R_i)/2$  representa el radio medio,  $\Omega$  es la velocidad angular,  $R_o$  es el radio del cilindro exterior,  $R_i$  es el radio del cilindro interior y  $\nu$  es la viscosidad cinemática del fluido. Este parámetro adimensional y sus diferentes variaciones principalmente en los exponentes de los coeficientes y la distancia característica (Koschmieder, 1975; Chossat and looss, 1991), han servido como referencia en el estudio del flujo entre cilindros, principalmente al obtener las condiciones en las que súbitamente el patrón de los vórtices de Taylor hace su aparición en el sistema.

Como se puede ver en la Tabla 1.1 (Childs, 2011), después de los trabajos de Couette y Taylor, varios autores han continuado con la investigación del flujo entre cilindros lisos, en esta tabla se presentan varios números de Taylor críticos para diferentes relaciones de radios y velocidades de rotación que han sido investigadas a lo largo de los años.

**Tabla 1.1** Tabla Taylor Crítico (Childs, 2011)

$R_i/R_o$	$\Omega_o/\Omega_i$	$2\pi(R_o/R_i)/\lambda$	$Ta_{cr}$	Reference
1		3.12	41.18	Walowit et al. (1964)
0.975	0	3.13	41.79	Roberts (1965)
0.9625	0	3.13	42.09	Roberts (1965)
0.95	0	3.13	42.44	Roberts (1965)
0.95	3 to 0.85	3.14	42.44	Sparrow et al. (1964)
0.95	0.25 to 0.9025	3.12	42.45	Walowit et al. (1964)
0.925	0	3.13	43.13	Roberts (1965)
0.9	0	3.13	43.87	Roberts (1965)
0.9	0.25 to 0.81	3.13	43.88	Walowit et al. (1964)
0.8975	0	3.13	44.66	Roberts (1965)
0.85	0	3.13	45.50	Roberts (1965)
0.80	0.25 to 0.64	3.13	47.37	Walowit et al. (1964)
0.75	0	3.14	49.52	Roberts (1965)
0.75	2 to 0.53	3.14	49.53	Sparrow et al. (1964)
0.70	0.5 to 0.49	3.14	52.04	Walowit et al. (1964)
0.65	0	3.14	55.01	Roberts (1965)
0.60	0.25 to 0.36	3.15	58.56	Walowit et al. (1964)
0.50	0	3.16	68.19	Roberts (1965)
0.5	1.5 to 0.235	3.16	68.19	Sparrow et al. (1964)

Adicionalmente, se ha visto que si este número de Taylor crítico es excedido, diferentes modos de los vórtices de Taylor pueden ser encontrados en el camino hacia la turbulencia del flujo. En la Figura 1.2 se muestran algunos de estos modos; de izquierda a derecha aparecen los vórtices de Taylor uniformes, vórtices ondulados, vórtices ondulados modulados y vórtices turbulentos.

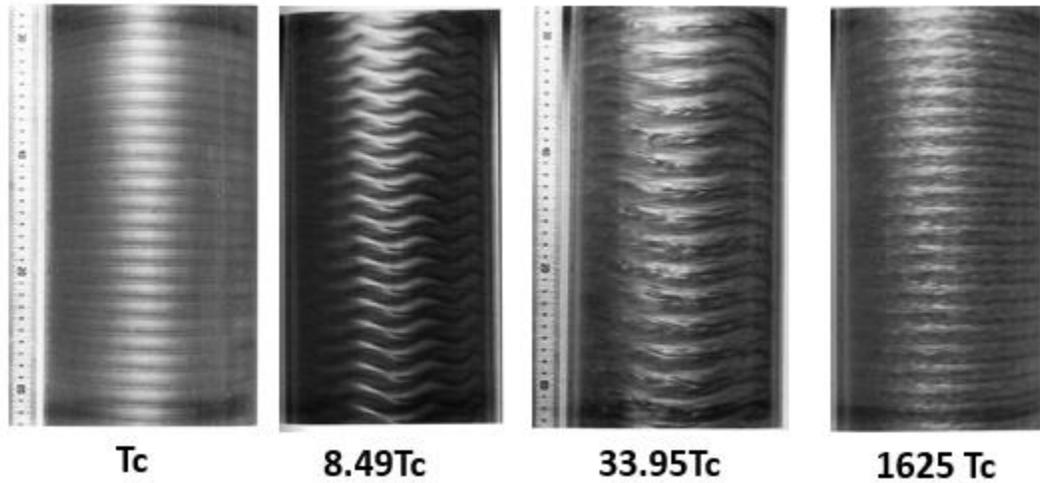


Figura 1.2. Evolución de los vórtices de Taylor.

Aunque los modos de flujo de la Figura 1.2 son los más comunes, en el trabajo de Andereck, Liu and Swinney (1986) se estudió una gran variedad de condiciones de rotación en ambos cilindros, reportando un amplio diagrama de estabilidad de los modos presentes en él ahora conocido como problema de Taylor-Couette (Figura 1.3, eje de las abscisas número de Taylor cilindro del exterior y eje de las ordenadas número de Taylor de cilindro interior).

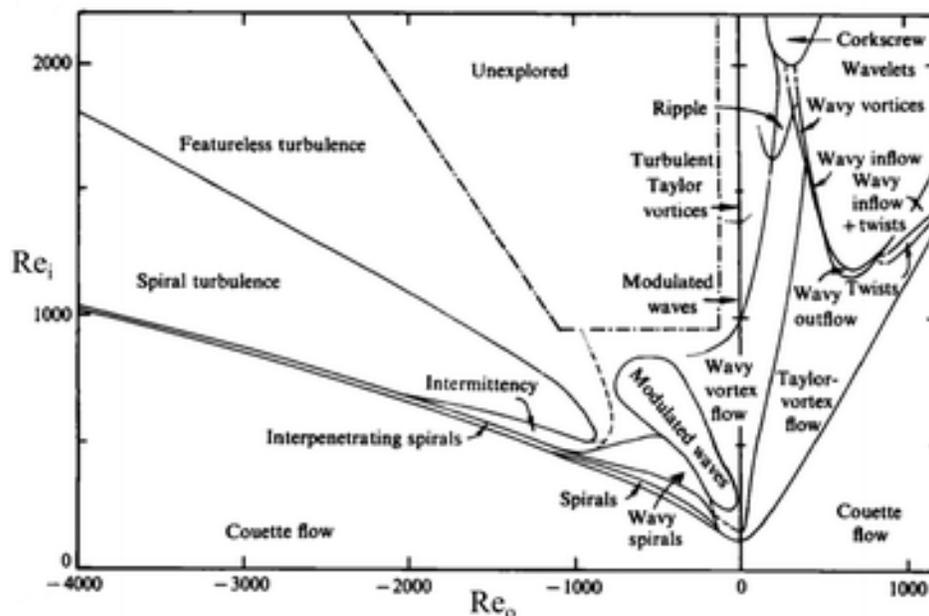


Figura 1.3 Diagrama de estabilidad experimental.

Como ya se había mencionado anteriormente, en el caso del sistema de Taylor-Couette con el cilindro exterior estático, se observa en el diagrama de la Figura 1.3 que el flujo entre cilindros sólo pasa por 5 diferentes modos antes de llegar a la turbulencia:

1. Flujo de Couette
2. Vórtices de Taylor
3. Vórtices ondulados
4. Vórtices ondulados modulados
5. Vórtices turbulentos

Por otro lado, cuando ambos cilindros se encuentran rotando pero en direcciones contrarias, el flujo se ve alterado apareciendo vórtices en forma de espirales a lo largo de la dirección axial del sistema. Desde que aparecieron los primeros trabajos del flujo entre cilindros y durante todos estos años, este flujo ha sido sujeto a una gran variedad de investigaciones en busca de aplicaciones en diferentes áreas. A continuación se describen algunos de los trabajos más relevantes de los últimos años.

Varios autores han modificado el experimento clásico de Taylor-Couette; por ejemplo, introduciendo numéricamente un campo magnético y usando un ferrofluido como fluido de trabajo (Singh y Bajaj (2005), Rüdiger et al. (2010) y Laguerre et al. (2008)). Algunos autores han trabajado con más de un fluido en el mismo sistema, además, otros más han tomado en cuenta la compresibilidad del fluido, Peng and Zhu (2010) estudiaron el flujo de Taylor-Couette empleando dos fluidos inmiscibles con diferentes densidades y viscosidades, en donde adicionalmente estos fluidos fueron separados por una interface con un surfactante insoluble. El trabajo de ellos se concentró en factores de estabilidad tales como la estratificación debida a la densidad y viscosidad, tensión superficial, concentración del surfactante y un análisis de los esfuerzos cortantes. Por otro lado, un gas monoatómico perfecto y sus efectos compresibles fueron considerados por Manela y Frankel (2007); variaciones del número de Mach y el límite del gap (se usará la palabra en inglés para la holgura entre cilindros) también fueron examinadas. La mayoría de estas investigaciones del flujo de Taylor-Couette han sido desarrolladas en sistemas entre cilindros lisos reservándose el hacer alguna modificación en la superficie de los mismos. Además de estos intentos, el sistema de Taylor-Couette ha sido sujeto al análisis en otros campos y aplicaciones. Ogihara y Nomura (2002) produjeron partículas de alumina monodispersas por medio de una hidrolización de alcóxidos en una mezcla de octanol y acetonitrilo. Ellos propusieron el uso de cada uno de los vórtices como reactores separados.

El sistema de Taylor-Couette también ha sufrido modificaciones en su constitución geométrica, como es el caso de Sang-Hyuk L. et al. (2009) quienes situaron

diferentes aletas verticales sobre la pared interior del cilindro exterior en un sistema de cilindros concéntricos; esto con el objetivo de examinar el efecto de la aleta vertical sobre el flujo entre cilindros. El estudio no encontró alteración alguna en el proceso laminar-transición, pero la aparición del flujo turbulento de los vórtices de Taylor fue acelerado notablemente. La importancia de un estudio de esta índole radica en la aplicación de este sistema modificado en diversos procesos químicos de reacción. El uso de este sistema podría beneficiar procesos químicos como los de mezclado y separación de reactivos. También con la finalidad de incrementar la eficiencia en este tipo de procesos, Richter et al. (2009) modificó la superficie del rotor del sistema de Taylor-Couette, introduciendo aletas anulares sobre la superficie exterior del cilindro interior al cual se le indujo movimiento por medios mecánicos. El objetivo de esta modificación se realizó con la finalidad de estudiar e incrementar el mezclado en la saponificación de etilacetato. Ellos encontraron que los procesos de mezclado fueron mejorados por esta modificación, pero los cambios en el flujo debido al aletado no fueron descritos. Además, ellos emplearon una sola configuración aletada la cual compararon con los resultados obtenidos al inducir el flujo con un cilindro liso. Aquí fue demostrado que la introducción de aletas anulares incrementa la eficiencia en los procesos de mezclado, pero el efecto de las aletas anulares sobre el comportamiento del flujo no se reportó. En 1975 E. L. Koschmieder examinó el efecto de insertar anillos sobre el rotor en un sistema de Taylor-Couette observando que dicha modificación cambió el tamaño de los vórtices de Taylor. En el trabajo de Koschmieder, dicha inserción de los anillos carecía de una perfecta axisimetría y sólo se examinó un tamaño de anillo. Por lo anterior, esta investigación propone que el aletado anular forme parte del mismo cuerpo del rotor para asegurar la axisimetría y además de proponer diferentes configuraciones para ampliar la descripción del efecto del aletado anular en el flujo de Taylor-Couette.

La descripción de los cambios en el comportamiento del flujo fue obtenida por medio de dos técnicas experimentales y una numérica, las cuales son descritas en el capítulo 2. En el capítulo 3 se presentan los resultados de los tres métodos empleados para la descripción del flujo entre cilindros, estos resultados concordaron y se complementaron entre sí, describiendo el fenómeno exitosamente.

### **Objetivo general**

Con lo anterior en mente, el objetivo general de este trabajo es investigar el efecto que tiene la introducción de un aletado anular sobre el flujo de Taylor-Couette haciendo una descripción del comportamiento del flujo por medio de varias técnicas que son presentadas en el capítulo 2.

### **Objetivo particular**

El objetivo particular de esta investigación es describir las alteraciones de un flujo newtoniano en un sistema de Taylor-Couette modificando la forma de la superficie del cilindro inductor. Esta superficie fue modificada introduciendo diferentes configuraciones aletadas sobre la superficie del rotor. Para este propósito se propusieron diferentes configuraciones en el rotor con el fin de determinar la influencia de cada uno de los parámetros empleados para definir el aletado.

La relevancia de obtener resultados en este campo radica en la aplicabilidad en procesos químicos como lo son procesos de mezclado y de separación como se mencionó anteriormente, en estos procesos, factores tales como la tasa de reacción, tiempo de residencia de los reactivos y la eficiencia de mezclado pueden ser controlados por esta innovación.

# Capítulo 2

## Configuración experimental y métodos de análisis.

En este capítulo se presentan las consideraciones tomadas para el diseño y manufactura del dispositivo experimental, mismas que permitieron mantener la concentricidad del sistema y eliminar cualquier tipo de vibración que perturbara el flujo. Además, en este mismo capítulo se presenta una breve descripción de las dos técnicas experimentales y la técnica numérica empleadas para obtener la descripción del flujo entre cilindros (Visualización reoscópica, PIV y simulación numérica); cada una de estas técnicas ayudó a conocer el flujo aportando diferentes aspectos de su comportamiento.

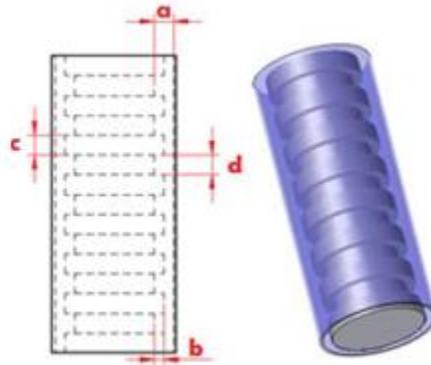
### Descripción General

#### 2.1 Configuración experimental

Para esta investigación se diseñó y desarrolló un dispositivo experimental conocido como sistema de Taylor-Couette. Este dispositivo consta de dos cilindros concéntricos que contienen un fluido newtoniano entre sus paredes. Particularmente este estudio plantea analizar el flujo inducido por el cilindro interior modificado, por lo tanto, en este trabajo se presenta una descripción del flujo de Taylor-Couette en donde la superficie del cilindro interior ha sido modificada al introducir un aletado anular situado sobre el rotor, esperando que con esta modificación el patrón de vórtices en el sistema sea alterado.

Como se mencionó anteriormente, la propuesta de este proyecto plantea analizar los cambios en el comportamiento del flujo entre cilindros ocasionados por la

introducción de aletas anulares sobre el rotor del sistema. La investigación se basó en una comparación del comportamiento entre el flujo en un sistema con un rotor liso y otros sistemas con diferentes rotores aletados; debido a esto, se establecieron diferentes configuraciones del aletado en base a cuatro parámetros geométricos. Estos parámetros son: gap máximo **a**, altura de aleta **b**, ancho de aleta **c** y distancia entre aletas **d**; estos parámetros son mostrados en la Figura 2.1.



**Figura 2.1.** Configuración del aletado.

Adicionalmente, para simplificar la definición de la superficie aletada, los siguientes parámetros adimensionales fueron considerados:

$$b' = \frac{b}{a} \quad c' = \frac{c}{a} \quad d' = \frac{d}{a} \quad (2.1)$$

Constantes

$$L' = \frac{L}{a} = 20 \quad a' = \frac{a}{a} = 1$$

donde  $L'$  representa la distancia axial total del sistema.

Para este estudio han sido definidas cuatro configuraciones principales (Figura 2.2) en las cuales se varían los parámetros  $c'$  y  $d'$  (Tabla 2.1).

Tabla 2.1 Configuraciones principales

<i>configuracion</i>	$c'$	$d'$
$\alpha'$	0.5	0.5
$\alpha''$	1.5	0.5
$\alpha'''$	1.5	1.5
$\alpha''''$	1.5	0.5

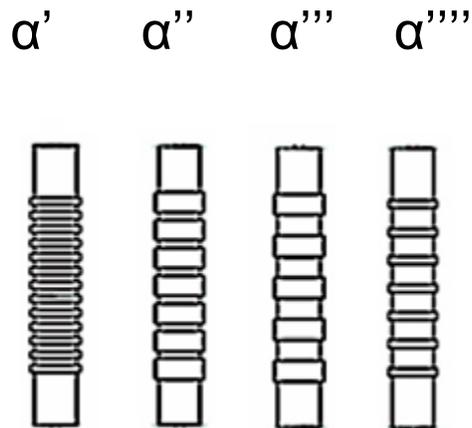


Figura 2.2 Configuraciones principales

Además, cada una de las configuraciones principales tuvo una variación del parámetro  $b'$  en un rango de 0.25-0.75, con lo que se generó un total de 12 casos aletados de estudio (presentados en la Tabla 2.2).

Tabla 2.2. Casos aletados ( casos principales: 2, 5, 8 y 11; Configuración crítica: casos 7, 8 y 9)

<b>Caso</b>	<b>b'</b>	<b>c'</b>	<b>d'</b>
<b>Caso 1</b>	0.25	0.5	0.5
<b>Caso 2</b>	0.5	0.5	0.5
<b>Caso 3</b>	0.75	0.5	0.5
<b>Caso 4</b>	0.25	1.5	0.5
<b>Caso 5</b>	0.5	1.5	0.5
<b>Caso 6</b>	0.75	1.5	0.5
<b>Caso 7</b>	0.25	1.5	1.5
<b>Caso 8</b>	0.5	1.5	1.5
<b>Caso 9</b>	0.75	1.5	1.5
<b>Caso 10</b>	0.25	0.5	1.5
<b>Caso 11</b>	0.5	0.5	1.5
<b>Caso 12</b>	0.75	0.5	1.5

Para el diseño del dispositivo experimental se fijó la relación entre los radios de los cilindros como una constante ( $R_i/R_o=0.6$ ), donde  $R_i=0.015m$  representa el radio del cilindro interior y  $R_o=0.025m$  el radio del cilindro exterior. Como cilindro exterior fue empleado un tubo de vidrio pulido con la finalidad de obtener una visualización clara del fenómeno.

La configuración del dispositivo experimental es presentada en la Figura 2.3.

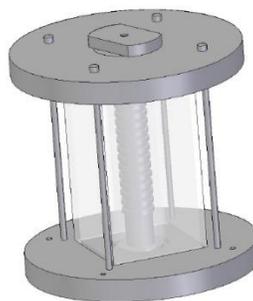


Figura 2.3. Dispositivo experimental.

Adicionalmente el dispositivo cilíndrico estuvo inmerso en el mismo fluido de trabajo gracias a un prisma rectangular situado alrededor del sistema. Este prisma ayudó a reducir los efectos de refracción que ocasiona la curvatura del cilindro de vidrio exterior (Abcha et al, 2008).

En la parte de control experimental, la condición de rotación del cilindro interior fue controlada por medio de un servomotor (AKM21E-ANBNC-00, 7000 RPM, 1.21 Nm, Kollmorgen ®) con un rango de operación rotacional de  $0 < \omega < 11400$ . Este servomotor transmitió la rotación hacia el cilindro interior por medio de un cople mecánico, el cual a su vez ayudó a conservar la concentricidad en el sistema. Además el servomotor fue controlado por el software Workbench ® desde un ordenador personal.

## **2.2 Diseño experimental**

Los problemas a resolver en la parte del diseño experimental se enfocaron en conservar la concentricidad del sistema por medio de algunas adecuaciones. Esta característica del sistema fue lograda por medio de tres puntos principales. Primeramente se emplearon rodamientos en la tapa inferior y superior del dispositivo, en donde estos rodamientos también ayudaron a transmitir la rotación de manera más eficiente. Enseguida fue diseñada una tapa secundaria superior que facilitaría el intercambio de los diferentes rotores y a su vez fijaría su centro de rotación. Como último punto relevante, la transmisión de la potencia del motor se logró por medio de la utilización de un cople mecánico. Este cople mecánico unió la flecha del motor hacia el rotor, asegurando el alineamiento de ambos ejes.

Debido a la naturaleza del fenómeno, el problema del diseño experimental se redujo a conservar la concentricidad del dispositivo, como prueba de la eficiencia del maquinado, el dispositivo fue probado a condiciones extremas de rotación (4000rpm) demostrando la carencia de vibraciones que pudieran influir en el comportamiento del flujo.

## **2.3 Manufactura del dispositivo experimental**

Para la manufactura de la estructura del dispositivo y de los diferentes cilindros interiores se usó aluminio con la finalidad de reducir los efectos de la corrosión y por su facilidad de maquinado.

Para el maquinado de cada una de las configuraciones se empleó una barra de aluminio de 2 pulgadas de diámetro, esta barra fue cortada en secciones de 25 cm

y cada sección fue careada por ambos lados. Los extremos de cada configuración fueron barrenados axialmente en la parte inferior con una broca de centros, con la finalidad de trabajar entre puntos y mejorar el maquinado asegurando la axisimetría. Por la parte superior del cilindro, se realizó un barrenado con la finalidad de generar un cople mecánico entre el rotor y la flecha del motor.

Además, en cada una de las configuraciones se manejaron tres diferentes diámetros en el maquinado, el diámetro menor de 0.018m fue empleado para diseñar en la parte superior de la flecha en el sistema de acoplamiento con el motor; el diámetro medio de 0.03 m. correspondió a la pared no aletada del cilindro interior; por último el diámetro sobre la superficie del aletado estuvo en función de la altura de la aleta ( $2b+0.03$ ). El proceso y resultado del maquinado de cada uno de los rotores puede ser observado en la Figura 2.4.

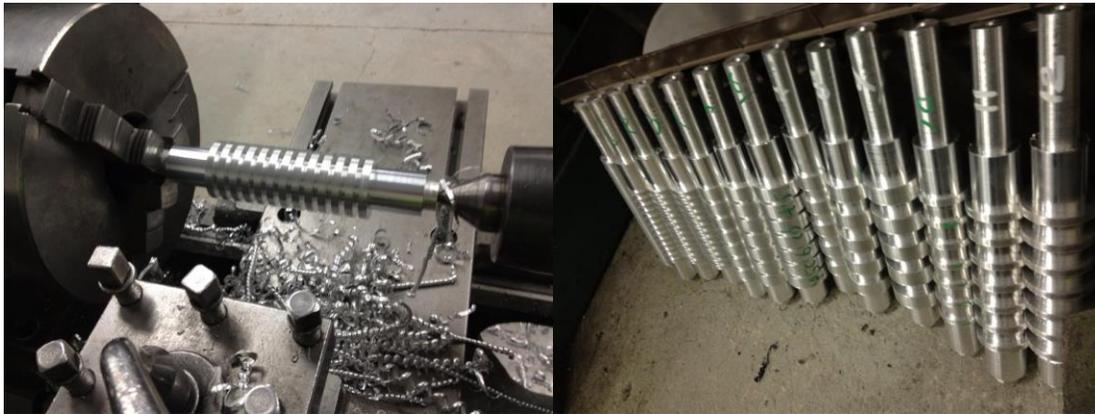


Figura 2.4. Maquinado de los rotores.

En lo que respecta a las bases del sistema experimental (Figura 2.5), éstas fueron maquinadas en una placa de una pulgada adoptando una forma circular por medio de una operación de torneado. En estas bases se ranuraron cajas para recibir cada uno de los cilindros y para alojar los rodamientos para el rotor. Lo anterior ayudó a conservar la perpendicularidad de los cilindros con respecto a la base (Figura 2.6) y mantener la concentricidad. Adicionalmente, se hizo una serie de barrenos para insertar postes de sujeción entre las dos tapas del dispositivo experimental.



Figura 2.5. Maquinado de las bases del dispositivo experimental.

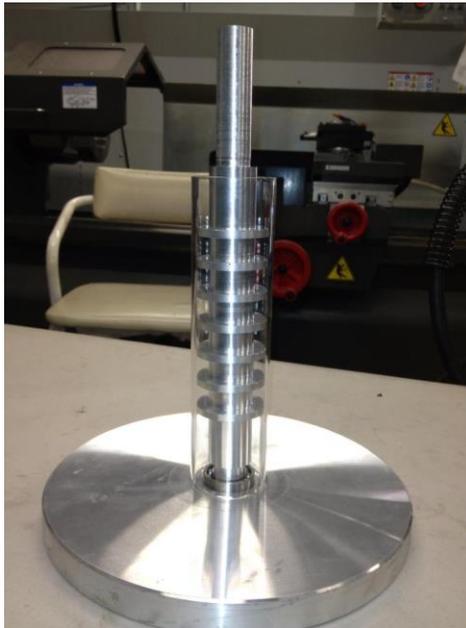
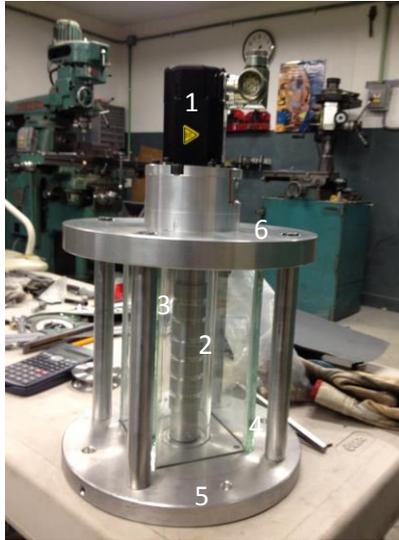


Figura 2.6 ensamble de cilindros en base inferior.

Por último se diseñó una base para el motor que fue acoplada en la tapa superior del sistema, Figura 2.7.



2.7. Ensamble dispositivo experimental

En la Figura 2.7, se puede observar el dispositivo experimental, así como cada una de sus partes:

1. Servomotor
2. Cilindro aletado
3. Cilindro exterior de cristal
4. Cilindro cuadrangular cámara de visualización
5. Tapa inferior
6. Tapa superior

Diseñado el dispositivo experimental y habiendo comprobado su correcto funcionamiento se prosiguió a hacer el análisis del flujo por medio de las diferentes técnicas las cuales son descritas a continuación.

## **2.4 Visualización reoscópica.**

El primer paso del proyecto correspondió al análisis del flujo por medio de una visualización reoscópica. En esta etapa se analizaron cada una de las configuraciones propuestas (Tabla 2.2) con el objetivo de delimitar el número de Taylor crítico correspondiente a cada caso, además, se observaron y establecieron diferencias entre los patrones de flujo.

Esta técnica de visualización está basada en la mezcla de un fluido newtoniano con partículas reflejantes (Matisse and Gorman, 1984). La mezcla permite una fácil visualización del patrón de flujo cuando los esfuerzos cortantes provocan que las partículas se alineen en una misma dirección y generen un efecto visual al reflejar la luz. Para este trabajo, se utilizó una mezcla de micro-cristales con glicerina diluida, encontrando una relación óptima para la visualización de 1.2 g/L, adicionalmente fue empleado azul de metileno para mejorar el contraste.

### **2.4.1 Características de la técnica.**

El experimento fue llevado a cabo manteniendo una tasa de rotación con una aceleración constante del cilindro interior en un rango de  $0 < Ta < 95.62$ , durante este proceso se adquirió una serie de fotografías a una tasa de 10 fotos/min con una cámara digital (16.2 Mp, Coolpix L320).

El empleo de esta técnica permitió conocer el fenómeno cualitativamente, así como definir casos y puntos críticos para ser examinados a detalle con las siguientes técnicas.

## **2.5 Velocimetría por partículas (PIV).**

La velocimetría por partículas (PIV) es una técnica experimental basada en el análisis de las trayectorias de partículas reflejantes en un flujo determinado. En una forma básica, la técnica PIV emplea una cámara de alta velocidad que detecta el movimiento de partículas reflejantes sembradas en el fluido de trabajo, donde estas

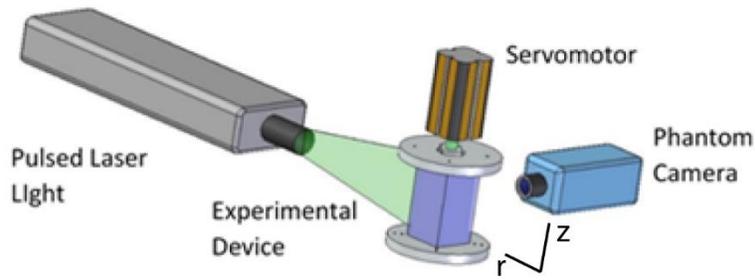
partículas son localizadas en un plano generado por un LASER de alta frecuencia en una sección transversal del flujo. Sin embargo, es más frecuente que se empleen más cámaras para obtener múltiples vistas y de esta forma obtener un perfil tridimensional del flujo, ésto siempre y cuando se cuente con ello.

Existen varias técnicas que se pueden acoplar al PIV, siendo una de estas el trazado de partículas. Esta técnica emplea una o más cámaras para conseguir una descripción tridimensional del perfil de velocidad proyectado en un plano bidimensional. En un sistema con una sola cámara la información en dirección hacia la cámara es perdida. Sin embargo, si se agregan más cámaras esta información puede ser obtenida a través de una correlación cruzada de la información y así la generación del perfil tridimensional se vuelve posible.

Con este sistema, el movimiento de las partículas es obtenido a través de la reflexión de la luz y la captura o localización de las partículas es posible gracias a un lente foto sensible. Después de ser localizadas las partículas, el uso de un algoritmo computacional permite correlacionar temporalmente cada imagen subsecuente con la imagen previa. Con esta información, la velocidad de cada partícula puede ser calculada por medio de su posición y el tiempo entre pares de imágenes que es un dato conocido. Por medio de la recolección de varios paquetes de datos, la magnitud y dirección de la velocidad en el plano completo de análisis puede ser obtenida; y así proporcionar una descripción completa y cuantitativa del fenómeno.

### **2.5.1 Características del experimento.**

Para esta investigación se obtuvo un perfil bidimensional de la velocidad por medio de la técnica PIV, usando un LASER de luz pulsada y una cámara Phantom con un lente fotosensible de 35 mm (Edmund Optics, USA). Debido a la experiencia obtenida con la visualización reoscópica se limitó el análisis a los casos correspondientes a los números 2, 5, 8 y 11 (tabla 2.2). En estos casos se analizó un plano radial-axial como lo muestra la Figura 2.8.



**Figura 2.8.** Configuración del PIV.

Para este experimento el fluido de trabajo fue mezclado con esferas de vidrio recubiertas de plata con un diámetro promedio de 10  $\mu\text{m}$ , estas esferas representaron las partículas trazadoras o reflejantes. Además, el programa Dynamic Studio (Dantec Dynamics  $\text{\textcircled{R}}$ ) fue utilizado para sincronizar los dispositivos y para el procesamiento de las imágenes. El tiempo entre pares de imágenes adquiridas varió de 200  $\mu\text{s}$  a 800  $\mu\text{s}$ , éste dependió de la velocidad angular del rotor. Como resultado de esta técnica se obtuvo la adquisición de 1500 imágenes con un área de análisis de 32\*32 pixeles para cada caso; con lo que finalmente se obtuvieron los perfiles de velocidad de cada uno de los estudios realizados.

## 2.6 MÉTODO NUMÉRICO

Como tercera herramienta de análisis de este proyecto se empleó un código numérico de simulación de dinámica de fluidos computacional. Con este código se simuló el flujo de Taylor-Couette en tres dimensiones. Para describir este fenómeno se emplearon las ecuaciones de Navier-Stokes (White, 1999) para flujo incompresible y newtoniano, estas ecuaciones son presentadas en coordenadas cilíndricas a continuación:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(ru_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(u_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial(u_z)}{\partial z} = 0 \quad (2.3)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_r}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta^2}{r} + u_z \frac{\partial u_r}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) - \frac{u_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_r}{\partial z^2} \right] \quad (2.4)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_\theta}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r u_\theta}{r} + u_z \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right) = -\frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_\theta}{\partial r} \right) - \frac{u_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} \right] \quad (2.5)$$

$$\rho \left( \frac{\partial u_z}{\partial t} + u_r \frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{u_\theta}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + u_z \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u_z}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right] \quad (2.6)$$

donde  $u_r$ ,  $u_\theta$  and  $u_z$  representan las componentes de la velocidad radial, angular y azimutal respectivamente,  $\rho$  la densidad,  $P$  la presión y  $\mu$  la viscosidad dinámica del fluido. Las propiedades del fluido de trabajo y las condiciones de frontera fueron las mismas que se impusieron en los estudios experimentales.

Las diferentes condiciones de frontera (no deslizamiento sobre la superficie del cilindro exterior y condición de rotación constante sobre el cilindro interior) son presentadas a continuación:

$$r = R_o \quad \Rightarrow \quad \vec{V} = 0 \quad (2.7)$$

$$r = R_i \quad \Rightarrow \quad u_\theta = Ri\Omega \quad (2.8)$$

$$r = R_i + b \quad \Rightarrow \quad u_\theta = (Ri + b)\Omega \quad (2.9)$$

Las ecuaciones anteriores fueron resueltas por medio del método de volúmenes finitos. Este método representa las ecuaciones medias de continuidad y de cantidad de movimiento, donde la variable dependiente está representada por  $\tilde{\phi}$  :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\phi}) + \nabla \cdot (\rho\tilde{u}_i\tilde{\phi}) - \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla_\phi) = S_\phi \quad (2.10)$$

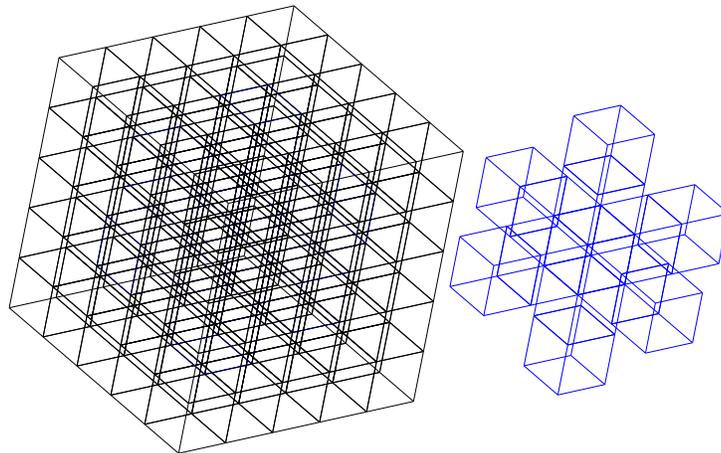
Aquí las variables independientes son: t, x, y, z. Aunque el término temporal es despreciado debido a que se trata de un flujo estacionario.

ademas  $\Gamma_\phi$  es el coeficiente de difusión y  $S_\phi$  es el término fuente.

En este caso, el dominio computacional se discretizó en celdas que son topológicamente cartesianas; esto significa, que cada celda del dominio computacional tenga por vecinas a seis celdas, una en cada una de sus caras. La ecuación discretizada que relaciona los valores de  $\tilde{\phi}$  para un determinado grupo de puntos nodales es:

$$a_p \tilde{\phi}_p = \sum_{i,I=E,W,N,S,H,L} a_i \tilde{\phi}_I + a_T \tilde{\phi}_T + B \quad (2.11)$$

donde el subíndice  $I$  representa las celdas vecinas,  $i$  la cara entre las celdas  $P$  e  $I$ ,  $T$  el valor correspondiente en el intervalo temporal anterior, y  $B$  el término fuente.



**Figura 2.9** Representación del dominio computacional discretizado en volúmenes finitos.

En la Figura 2.10, se muestra la notación de la celda y de sus vecinas. Dada una celda P, sus vecinas se nombrarán según las iniciales de los puntos cardinales (en inglés) en las direcciones “ $\theta$ ” y “r”, y como “Low” y “High” en la dirección z. Las caras de la celda se nombran con la misma nomenclatura, pero con letras minúsculas.

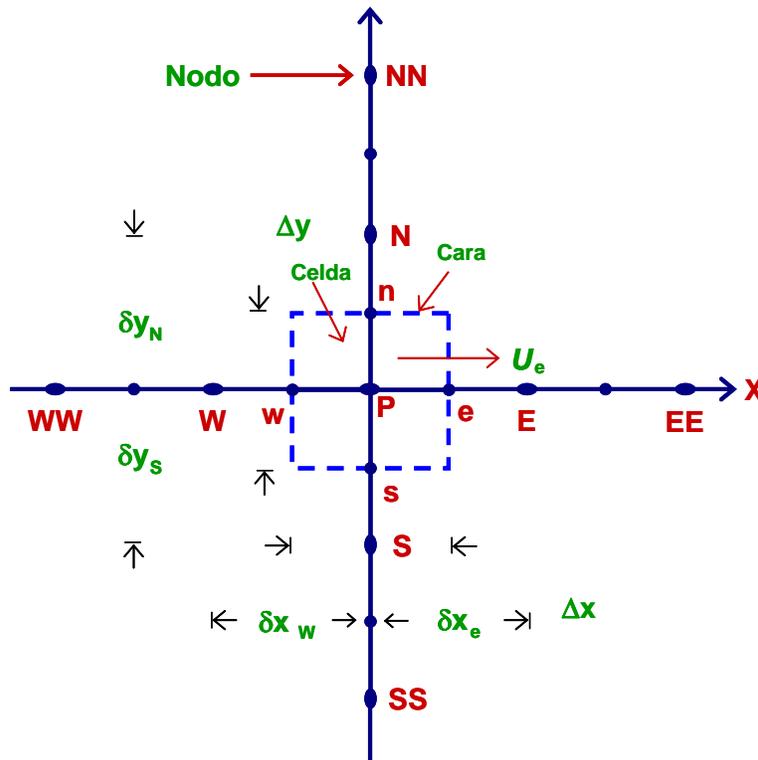
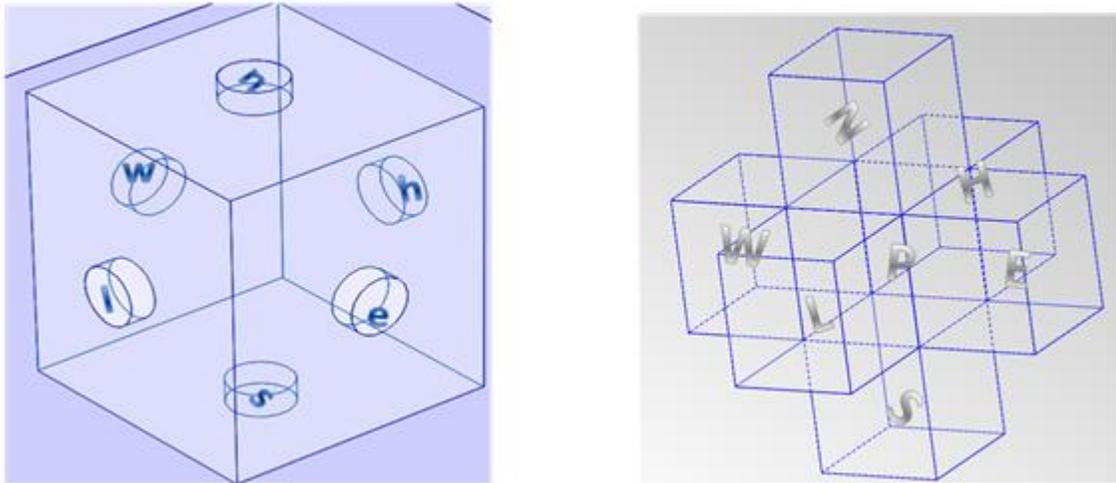
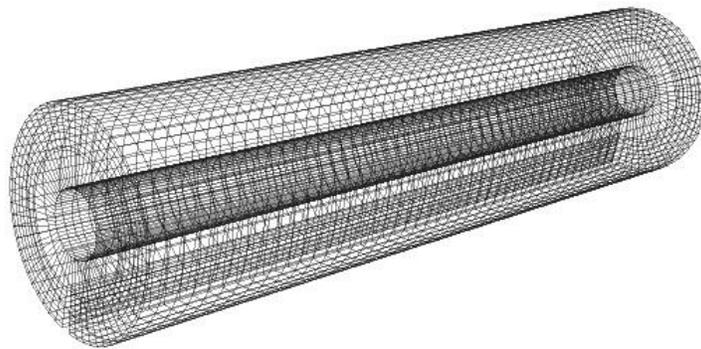


Figura 2.10. Diagrama esquemático de de la discretización y nomenclatura del dominio computacional.

Además del método de volúmenes finitos, el algoritmo SIMPLE (Patankar, 1980) fue empleado para resolver el acoplamiento presión-velocidad.

El sistema simulado tuvo una longitud total ( $L$ ) de  $20a$  y un radio máximo de  $2.5a$ , y fue discretizado en un dominio computacional con una malla de  $120 \times 30 \times 600$  celdas tetraédricas (Figura 2.11) sobre la dirección angular, radial y azimutal respectivamente.



**Figura 2.11.** Malla numérica.

# Capítulo 3

## Resultados y Discusión

En este capítulo se presentan los resultados de las diferentes técnicas empleadas para obtener la descripción del flujo entre cilindros. Con los diferentes resultados bidimensionales y tridimensionales, este trabajo obtuvo una descripción completa del efecto de la introducción de aletas anulares en el rotor del sistema de Taylor-Couette. En primer lugar, se presenta una visualización del flujo obtenida mediante el empleo de un fluido reoscópico generado por una mezcla de polvo de aluminio y glicerina diluida; el empleo de este fluido como fluido de trabajo generó un efecto visual que permitió observar la transición del flujo de Couette en el patrón de los vórtices de Taylor, así mismo permitió determinar el punto crítico en el cual apareció este patrón característico del flujo entre cilindros para cada una de las configuraciones. Como siguiente paso en el análisis del flujo entre cilindros se muestra una descripción bidimensional y cuantitativa del mismo flujo con la técnica de PIV; al igual que la visualización reoscópica, esta técnica empleó un sembrado de partículas cuyas posiciones fueron determinadas conjuntamente por medio de un LASER que iluminó las partículas y una cámara con un lente fotosensible que capturó su posición en un momento determinado. En complemento a las dos técnicas experimentales, se desarrolló un código numérico que simuló el fenómeno tridimensionalmente proporcionando una mayor descripción del flujo y un rango mayor de variación de los parámetros geométricos del aletado.

### 3.1 Resultados de las técnicas.

#### 3.1.1 Visualización Reoscópica.

Como primer paso en el análisis de este flujo, se utilizó una técnica de visualización basada en el empleo de un fluido reoscópico. El empleo de este fluido permitió observar los diferentes patrones de flujo que se presentan bajo diversas condiciones de rotación o en las diferentes configuraciones aletadas. Aunque, básicamente se obtuvo una descripción cualitativa del fenómeno, los aportes de esta técnica radican en el entendimiento físico del efecto de la introducción del aletado anular en el flujo de vórtices Taylor.

En estos resultados, cada uno de los casos propuestos fue analizado partiendo desde el reposo e incrementando lentamente su velocidad de rotación con una aceleración constante de  $12.7 \times 10^{-5} \text{ rev/s}^2$ . Este procedimiento permitió observar y

determinar las condiciones en que los diferentes modos de flujo se presentaron dentro del sistema cilíndrico. Además, variaciones puntuales de la velocidad permitieron determinar el punto crítico, en el cual, la aparición de los vórtices de Taylor se hizo presente uniformemente a lo largo de la dirección axial del sistema.

En la Figura 3.1, se muestra el efecto de las partículas reflejantes que permiten visualizar los diferentes patrones del flujo entre cilindros. En la Figura 3.1a se observa el flujo de Couette que es un flujo totalmente laminar y que se presenta para bajas velocidades de rotación ( $Ta < 57.18$ ). Por otro lado, un flujo secundario conocido como flujo de vórtices de Taylor se presenta cuando la velocidad de rotación excede un punto crítico ( $Ta \geq 57.18$ ); en la Figura 3.1b se muestra este flujo secundario, en donde líneas horizontales regularmente espaciadas definen cada par de vórtices formados dentro del sistema.

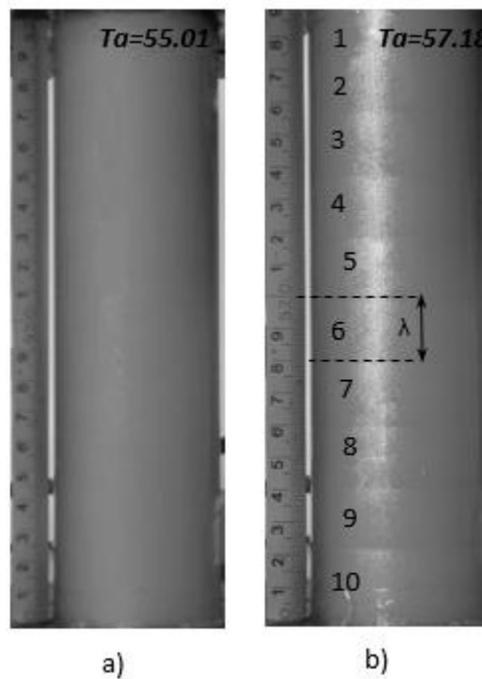


Figura 3.1. Visualización reoscópica (caso liso, a) flujo de Couette, b) flujo de vórtices de Taylor)

Los resultados provistos por esta técnica permitieron conocer el fenómeno presente en el flujo entre cilindros identificando el punto crítico en donde el flujo de Couette evoluciona al flujo secundario de los vórtices de Taylor. El control total de las condiciones de rotación proporcionadas por el servomotor y el diseño experimental

descrito en el capítulo 2 permitió la determinación del punto crítico de formación de los vórtices.

Resumidamente, esta técnica identificó las diferencias cualitativas entre los flujos de las diversas configuraciones aletadas propuestas para este trabajo, además de permitir identificar el punto crítico de rotación para la formación del patrón de vórtices en cada una de ellas como se mencionó anteriormente. Estos resultados serán comentados más detalladamente en la sección 3.4.

Debido al carácter cualitativo y a los resultados superficiales proporcionados por la visualización reoscópica fue necesario complementar la descripción del flujo entre cilindros con resultados cuantitativos. En este caso, estos resultados cuantitativos fueron obtenidos por medio de la técnica PIV (Particle Image Velocimetry). Los puntos analizados por esta técnica fueron propuestos en base a los resultados obtenidos por la visualización reoscópica del flujo, de esta forma se obtuvo un proceso de análisis más eficiente al conocer que patrón era esperado para las diversas condiciones de operación del sistema de Taylor-Couette modificado.

### **3.1.2 Velocimetría por partículas (PIV)**

La técnica de PIV permitió conocer el campo de velocidad bidimensional en un plano axial-radial. La aplicación de esta técnica siguió el objetivo de describir cuantitativamente los cambios generados en el flujo por la modificación introducida en el sistema Taylor-Couette.

Para este análisis, la cámara del dispositivo PIV fue localizada de tal manera que el flujo se midiera en la zona central del sistema (Figura 3.2). Esta zona fue elegida debido a que es la última parte en la cual el patrón de los vórtices se desarrolla, además de que los efectos de las paredes laterales son despreciables en esta misma zona (Andereck et al, 1986).

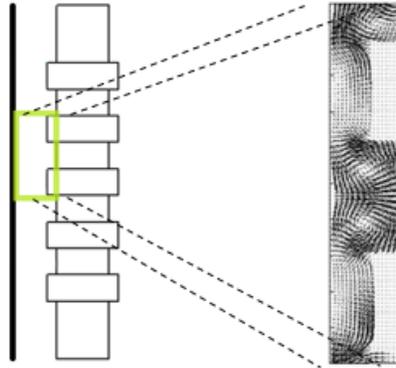


Figura 3.2. Zona de análisis.

La técnica PIV permitió obtener los perfiles de velocidad radial y axial, a su vez estos perfiles permitieron calcular el campo vectorial y las líneas de corriente en el patrón de los vórtices de Taylor (Figura 3.3).

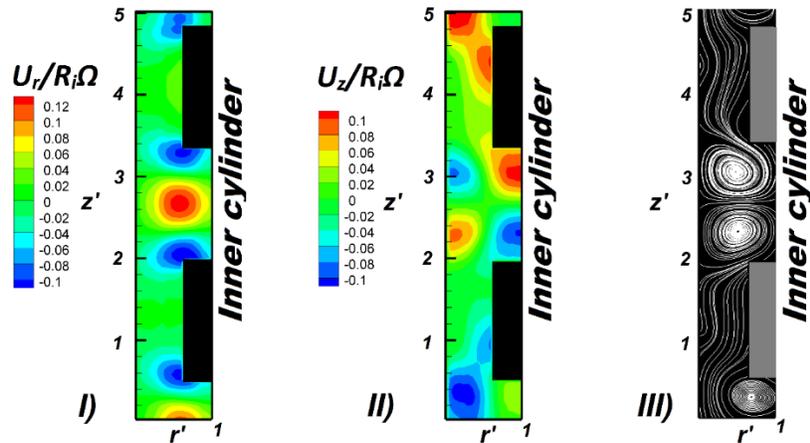


Figura 3.3. Resultados PIV caso 8 (I.- Perfil radial, II.- Perfil axial, III.- Líneas de corriente)

A diferencia de los resultados de la visualización, la técnica de PIV permitió observar y cuantificar los cambios en el interior del flujo identificando la formación de los vórtices y describiendo la rotación interna del flujo. Con esta técnica se analizó cada uno de los casos principales que corresponden a los casos en donde la altura de la aleta ocupó la mitad del espacio entre cilindros ( $b'=0.5$ ) siendo los casos más representativos de cada una de las configuraciones propuestas (Tabla 2.1). Adicionalmente a los casos principales, también se analizaron los casos de la

configuración primaria ( $\alpha'''$ ) que corresponden a los casos 7, 8 y 9 ( $c'=d'=1.5$ ). Estos resultados son presentados y discutidos más adelante en este trabajo.

### 3.1.3 Simulación numérica.

Como tercera herramienta en el análisis del flujo de los vórtices de Taylor se usó un código numérico. Para comenzar el análisis numérico se hizo un estudio de independencia de malla en el dominio computacional con la finalidad de representar el fenómeno de la manera más adecuada y eficiente, para esto se probaron diferentes discretizaciones del dominio computacional buscando que los 10 pares de vórtices esperados (Ecuación 3.3) se presentaran.

$$\lambda = 2(R_o - R_i) \quad (3.1)$$

$$\lambda' = \frac{\lambda}{a} = 2 \quad (3.2)$$

$$\text{pares de vortices} = \frac{l}{\lambda} = 10 \quad (3.3)$$

En la figura 3.4 se muestran tres mallas de las cuales dos (2,160,000 celdas y 2,880,000 celdas) presentan los 10 pares de vórtices esperados, debido a ésto la malla con 2,160,000 celdas es considerada como la más adecuada ya que emplea un menor tiempo de cálculo.

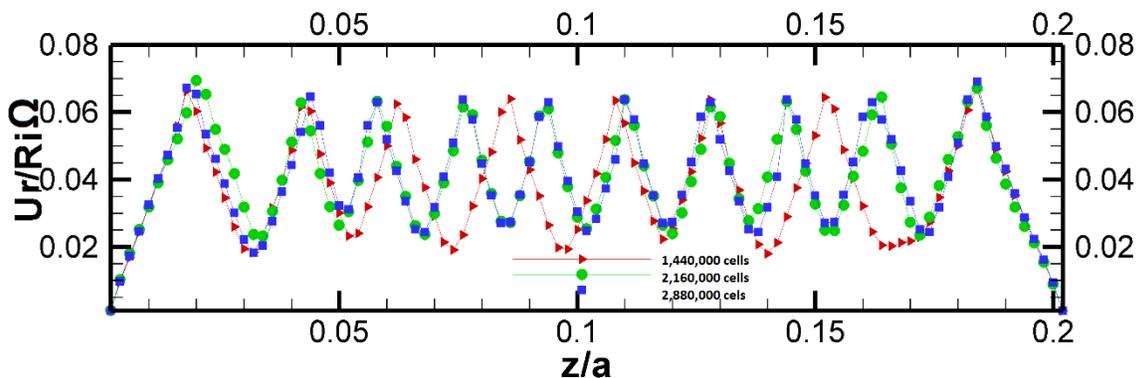


Figura 3.4. Independencia de malla.

La simulación numérica se realizó con el objetivo de obtener una descripción tridimensional del fenómeno. Aplicando las condiciones de frontera especificadas en el capítulo 2, se reprodujo el flujo de los vórtices de Taylor comprobando la axisimetría característica del mismo. Estos resultados tridimensionales ampliaron la descripción del flujo al obtener la tercera componente de la velocidad. Además, en la Figura 3.5 se muestran los dos movimientos de rotación característicos del fenómeno; primero, el ya descrito por la técnica de PIV en el plano axial-radial (izquierda 3.5a) y segundo el generado alrededor del cilindro interior giratorio (derecha 3.5b).

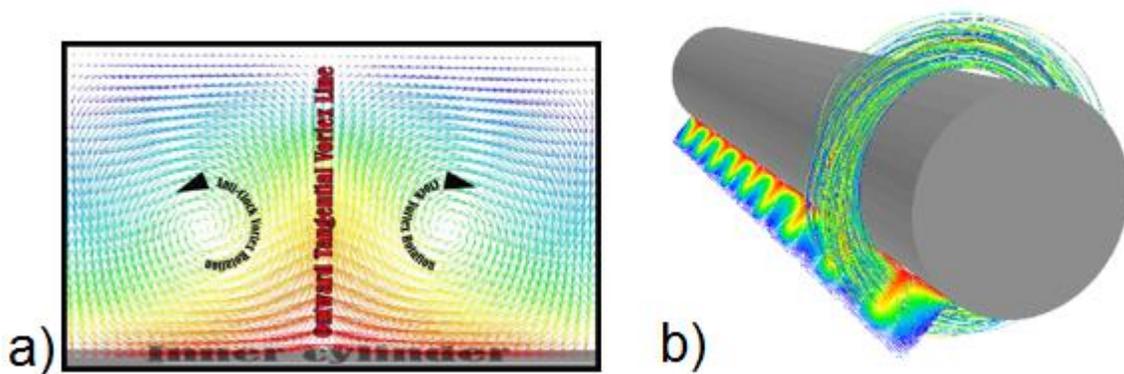


Figura 3.5. Flujo tridimensional de los vórtices de Taylor

La combinación de estos dos movimientos da como resultado la generación de las estructuras toroidales descritas con anterioridad por las técnicas experimentales y apreciadas en la Figura 3.5b. Por medio de esta técnica se comprobaron y ampliaron los resultados experimentales para los casos correspondientes a la configuración crítica. En estos resultados se presentan los diferentes perfiles de velocidad, así como una variación de la altura de la aleta ( $b'$ ) para los casos de la configuración crítica en donde el ancho de aleta ( $c'=1.5$ ) y la distancia entre aletas ( $d'=1.5$ ) conservaron la misma magnitud.

## **3.2 Comparación y discusión de resultados.**

En esta sección se comparan y presentan los diferentes resultados obtenidos en este proyecto; cada una de las técnicas empleadas proporcionó información complementaria que ayudó a obtener una descripción completa del fenómeno. Al tratarse de un fenómeno relativamente sencillo, los resultados de las tres técnicas concordaron satisfactoriamente.

### **3.2.1 Caso liso**

Como punto inicial e indispensable para abordar el efecto de la introducción de aletas anulares en el comportamiento del flujo entre cilindros, este trabajo comenzó por entender y describir el comportamiento del flujo entre cilindros no aletados. Esta descripción se realizó por medio de las diferentes técnicas propuestas para este estudio.

Primeramente, la técnica de visualización reoscópica permitió observar el patrón de los vórtices de Taylor por medio de un efecto visual generado por partículas reflejantes sembradas en el fluido de trabajo. Este patrón de los vórtices de Taylor surge como un flujo secundario debido a un desequilibrio dinámico entre las fuerzas centrífugas y el gradiente de presión. En este caso, cuando la velocidad de rotación es relativamente baja (flujo Couette, figura 3.1a), las trayectorias de las partículas son totalmente circulares y situadas en un sólo plano axial o con características bidimensionales. Al alcanzar un punto crítico variando las condiciones de rotación o los parámetros geométricos del sistema, las fuerzas viscosas no pueden absorber más las perturbaciones que se generan al aumentar la velocidad de rotación, originando como respuesta a este desequilibrio dinámico que las trayectorias circulares sean deformadas por la fuerza centrífuga generándose un movimiento tridimensional. Esta desviación o deformación de las trayectorias se ve limitada por la condición de no deslizamiento del cilindro exterior; dicha interacción en el sistema genera como resultado que el flujo cambie radialmente de sentido al encontrarse con la pared exterior y a su vez que el mismo flujo busque volver a ser impulsado por el rotor. Este ciclo se repite indefinidamente siempre y cuando la inducción del flujo se mantenga, ocasionando la formación de una serie de estructuras toroidales (figura 3.1b) que en su interior albergan una recirculación continua del fluido.

Para la configuración no aletada o lisa y la relación de radios ( $R_i/R_o=0.60$ ) de este estudio, se encontró que el patrón de los vórtices de Taylor se presentó para una condición de rotación equivalente a un valor de número de Taylor crítico de  $Ta=57.18\pm 3.26$ . Este valor crítico encontrado, presentó una diferencia de 4%

comparado con el dato proporcionado por Roberts (1965,  $Ta_{cs} = 55.01$ ) para una relación de radios de  $Ri/Ro=0.65$ . En este caso la diferencia entre las relaciones de radios de este estudio y la reportada por Roberts (1965) es del 7%, siendo las condiciones de rotación las mismas encontrándose en reposo el cilindro exterior. Si se toma otro valor reportado para la misma relación de radios de este trabajo ( $Ta=58.56$ ,  $Ri/Ro=0.60$ , ambos cilindros se encuentran rotando; Walowit et al, 1964); este valor presenta una diferencia menor al 2%. En base a los datos anteriores, se establece que el desempeño del dispositivo diseñado para este experimento se ha apegado a los resultados esperados.

Como primer punto en el análisis del flujo no aletado, se tiene que el número de vórtices esperados es de 10 pares para este caso (ecuación 2.10). En la figura 3.6, se muestra la generación de estos diez pares de vórtices; por un lado por medio de la visualización reoscópica y por el otro, por medio de iso-superficies de velocidad ( $U_r=-0.001$ ) en los resultados de la simulación numérica (figura 3.6b).

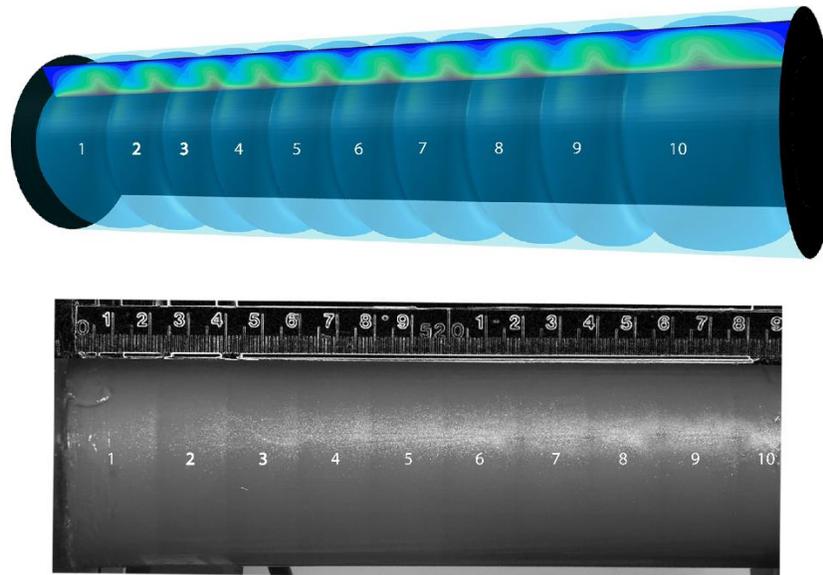


Figura 3.6. Formación de vórtices, a) Simulación numérica y b) Visualización reoscópica).

Como se mencionó anteriormente cada una de las divisiones que se observan en ambas imágenes de la Figura 3.6, contiene un par de vórtices que giran en sentidos contrarios. Estas líneas de división sólo se generan cuando las partículas del fluido cambian de sentido radial dirigiéndose hacia el cilindro interior, por tal motivo la iso-superficie de velocidad es calculada a partir de un valor ligeramente negativo (Figura 3.6 a). La distancia entre estas líneas de división es conocida como longitud de onda de los vórtices, para el caso no aletado se esperó un valor de  $\lambda' = 2$  (ecuación 2.10).

Para conocer la longitud de onda del caso sin aletas, en la visualización experimental se empleó una medición directa por medio de una comparación con una escala en centímetros (Figura 3.7). Por otro lado, en la parte numérica y de PIV esta medición se realizó por medio de una gráfica del perfil radial de la velocidad (Figura 3.8). Los siguientes valores para la visualización, para la técnica PIV y para los resultados numéricos fueron respectivamente  $\lambda'_{\text{visu}}=1.9$ ,  $\lambda'_{\text{PIV}}=1.9$  y  $\lambda'_{\text{numeric}}=1.8$ .

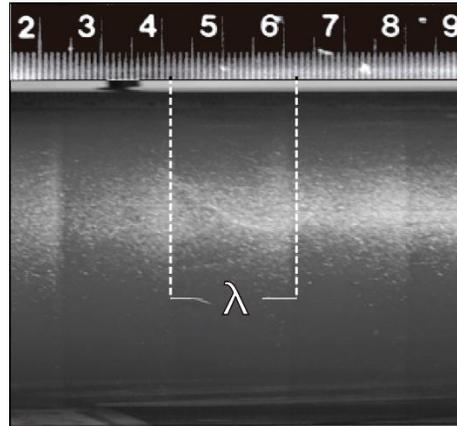


Figura 3.7. Longitud de onda visualización experimental.

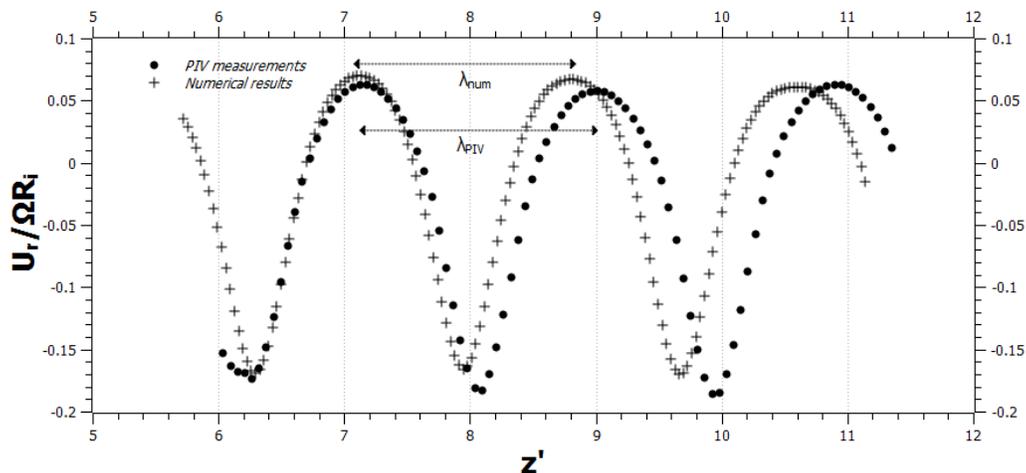


Figura 3.8. Perfil radial de la velocidad (resultados numéricos y PIV)

Como se observa en la Figura 3.8 el perfil de velocidad radial presentó un comportamiento senoidal en ambos resultados (numéricos y PIV). Este comportamiento es atribuido al cambio del sentido de rotación entre vórtices vecinos. Anteriormente, ya había sido mostrado este patrón que se caracteriza por

cambios de rotación alternados (horario y anti-horario, figura 3.5a) a lo largo de la dirección axial del sistema.

Adicionalmente, este comportamiento alternante de rotación es observado por medio de los perfiles de velocidad presentados en la Figura 3.9. En esta figura se muestra de izquierda a derecha, el campo de vectores, líneas de corriente, contorno de velocidad radial y contorno de velocidad en su componente axial.

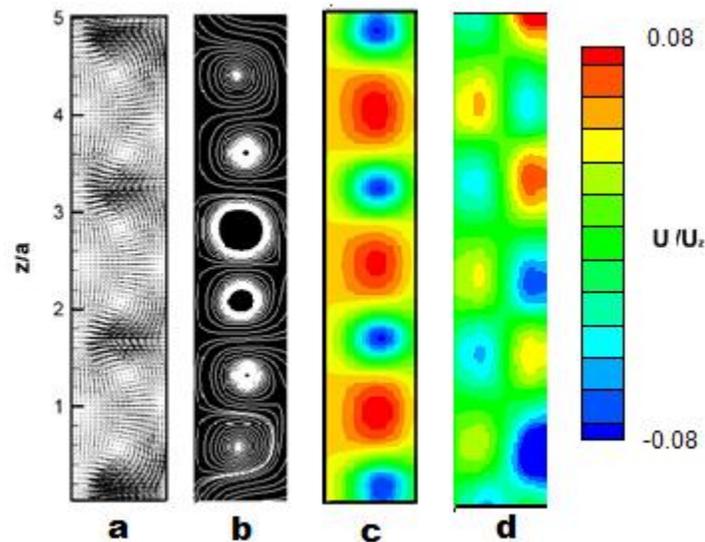


Figura 3.9. Resultados PIV (caso liso a) Campo de vectores, b) Líneas de corriente, c) Contorno de velocidad radial y d) Contorno de velocidad axial)

La aplicación de la técnica PIV proporcionó una ampliación de la descripción del patrón de vórtices de Taylor mostrando un perfil bidimensional de la velocidad. Las dos primeras imágenes (a y b) de la figura 3.9 permiten identificar 3 pares de vórtices uniformes y sus respectivos centros de rotación; en este caso no aletado se espera que la forma de cada uno de los vórtices se presente de manera uniforme o cuadrada (Taylor, 1923). Por otro lado, en las siguientes imágenes (c y d) de la Figura 3.9 se muestran perfiles alternantes (positivo y negativo) que representan los diferentes sentidos de rotación entre vórtices vecinos, y que a su vez indican la recirculación dentro del vórtice simulando un tren de engranes que comparten energía entre sí.

Adicionalmente, los resultados obtenidos por medio de la técnica PIV permitieron realizar una validación del código numérico generado en este trabajo. La validación del código se realizó comparando los resultados experimentales obtenidos mediante la técnica de PIV. En la figura 3.10 se presenta la comparación de resultados numérico-experimentales para el caso no aletado o liso, encontrando una diferencia entre estos resultados menor al 3%. Este porcentaje se obtuvo al comparar los valores de los perfiles de velocidad radial (numérico-experimental) justamente en la mitad del gap e identificando la mayor diferencia entre los mismos.

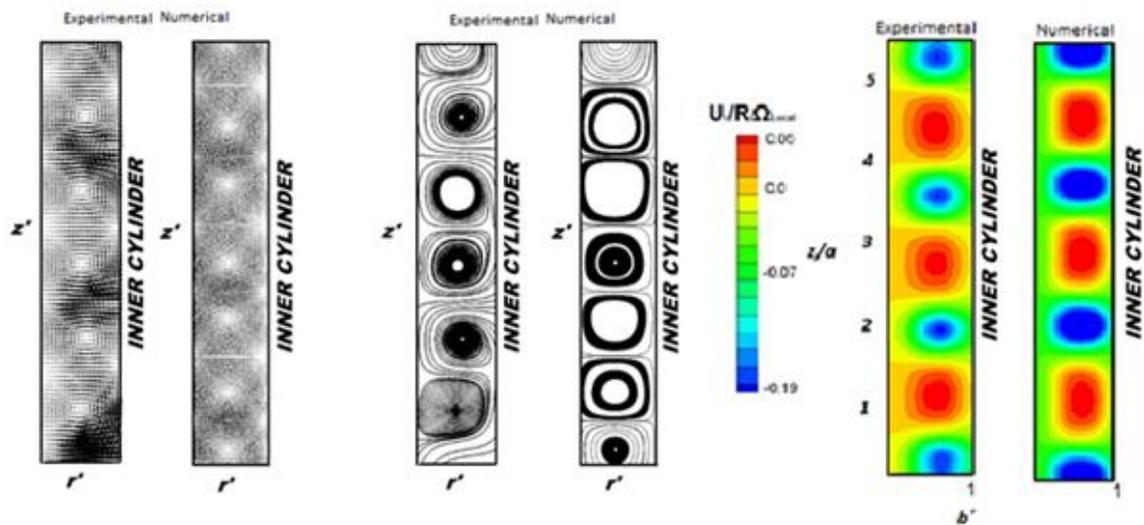


Figura 3.10. Validación numérica.

La ventaja del código numérico, fue haber obtenido la tercera componente de la velocidad simulando el flujo de Taylor-Couette en tres dimensiones. En la Figura 3.11 se muestran de izquierda a derecha las diferentes componentes de la velocidad angular, radial y azimuthal respectivamente en un plano axial-radial. Estos perfiles concuerdan con el patrón obtenido mediante la técnica de PIV (Figura 3.9).

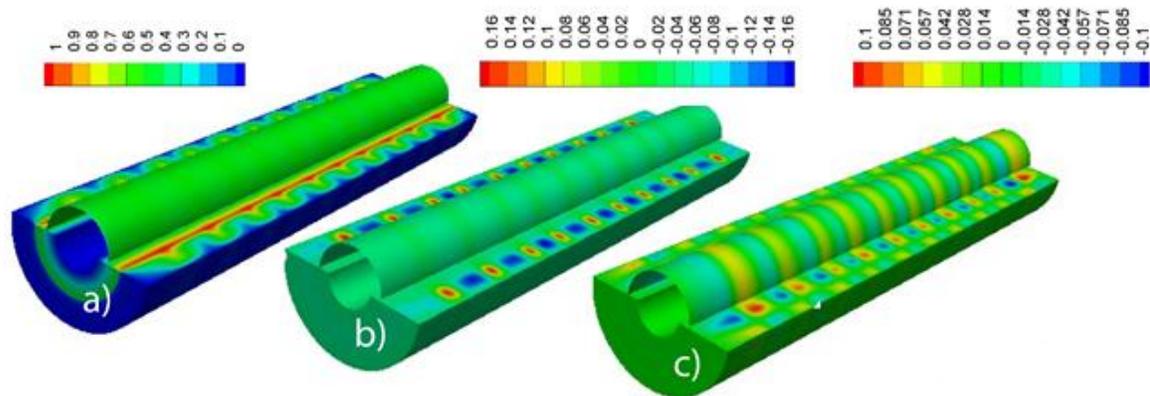


Figura 3.11. Perfiles de velocidad (a.- Angular, b.- Radial y c.- Azimutal)

El perfil de velocidad en su componente angular (Figura 3.11a), se aprecian pequeñas zonas de desprendimiento del flujo sobre la pared del cilindro interior, dicho desprendimiento localiza la línea en donde el flujo se dirige hacia el cilindro exterior, y al interactuar con la condición de no deslizamiento del cilindro exterior el flujo cambia de sentido ocasionando la rotación del flujo. Los contornos radial y axial de la velocidad permiten apreciar más a detalle esta rotación o recirculación del flujo, en estos contornos se presentan zonas positivas y negativas alternadas que es lo que indica la rotación del flujo.

### 3.2.2. Casos aletados propuestos

Cada uno de los casos aletados propuestos en la Tabla 2.2 fue analizado por medio de la visualización reoscópica, en estos resultados fueron encontrados diferentes patrones en las diversas configuraciones analizadas. En la Figura 3.12 se muestran los resultados obtenidos para cada uno de los casos propuestos.

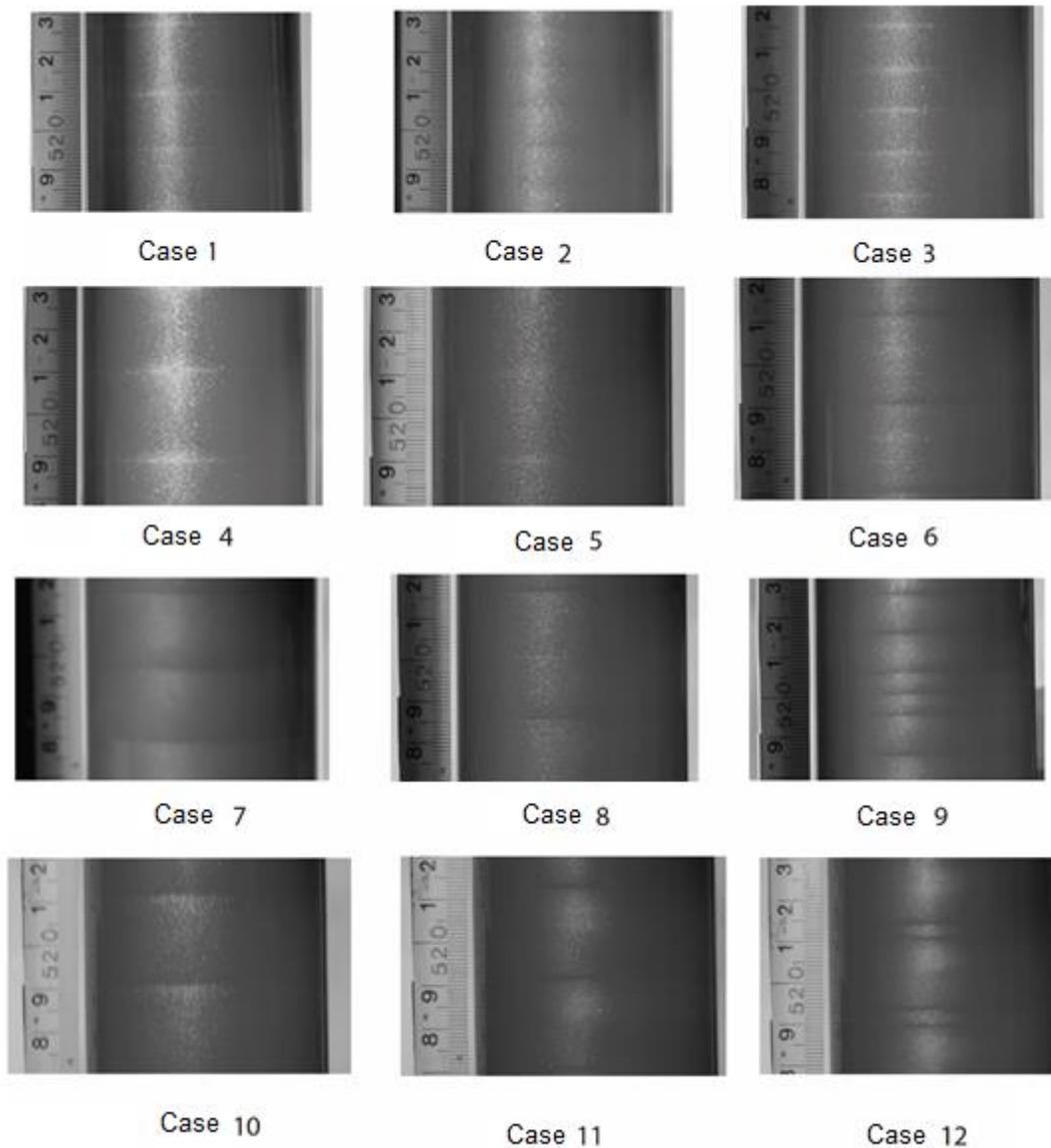


Figura 3.12. Números de Taylor críticos para casos aletados.

En algunos de los casos anteriores pueden ser observados patrones con vórtices de diferentes tamaños. Esta diferencia de tamaños es atribuida principalmente a la perturbación que ocasionó la introducción del aletado anular y específicamente a la reducción de la distancia entre la superficie superior de la aleta y el cilindro exterior.

En trabajos anteriores (Taylor, 1923; Roberts, 1965; Walowit et al, 1964) se ha visto que dentro de un sistema de cilindros concéntricos en donde las superficies son

regulares, se ha encontrado un patrón de estructuras toroidales uniformes y equidistantes, pero con la experiencia obtenida por la visualización reoscópica presentada en la Figura 3.12, es visto que la introducción del aletado anular rompe con esta uniformidad de tamaños encontrándose diferentes longitudes de onda en un mismo sistema. Esta característica podría ser aprovechada en algunos procesos químicos que requieran de una variedad de reacciones que dependan de la concentración de los reactivos.

Por otro lado, la introducción del aletado anular cumplió con la hipótesis inicial encontrando una reducción en el valor del número de Taylor crítico (57.18) del caso no aletado. En la Figura 3.13 se reportan los diferentes números de Taylor crítico en función de la altura de la aleta ( $Ta(b')$ ) para cada una de los casos propuestos en la tabla 2.2.

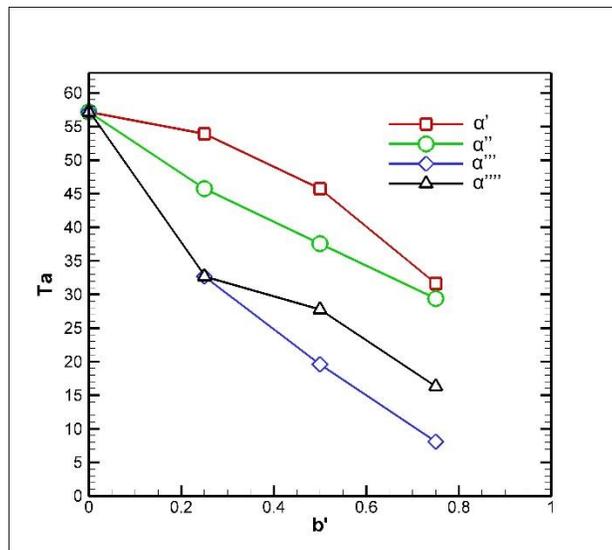


Figura 3.13 Comportamiento número de Taylor crítico para los casos propuestos.

En la Figura 3.13 se observa como la configuración  $\alpha'''$  presentó la mayor disminución del número de Taylor, debido a este decreciente comportamiento, esta configuración primaria ( $\alpha'''$ ) es uno de los objetos de estudio de las próximas técnicas empleadas en este trabajo.

Además de concentrar el estudio en la configuración crítica, también se analizaron los casos principales ( $b'=0.5$ , casos 2, 5, 8 y 11) de cada configuración. Estos casos fueron analizados por medio de la técnica PIV y estos resultados se presentan a continuación.

### 3.2.3 Casos principales (caso 2, 5,8 y 11, $b'=0$ )

Todos los casos presentados de aquí en adelante fueron analizados con una misma condición de rotación ( $Ta=81.68$ ), la cual implica un número de Taylor por encima del crítico. Esta condición fue utilizada para asegurar que el patrón de los vórtices de Taylor se desarrollará en cada uno de los casos examinados, los resultados son presentados a continuación.

En la Figura 3.14-3.17 se presentan los resultados de las casos principales ( $b'=0.5$ ), mostrando el contorno de radial de velocidad (I), el contorno axial de velocidad (II) y las líneas de corriente respectivamente de izquierda a derecha .

En la Figura 3.14 se muestran los resultados del caso principal de la configuración  $\alpha'$ , en este caso los parámetros geométricos tuvieron los siguientes valores: altura de la aleta  $b'=0.5$ , ancho de la aleta  $c'=0.5$  y distancia entre aletas  $d'=0.5$ . Este es el único caso en donde todos los parámetros del aletado conservaron el mismo valor.

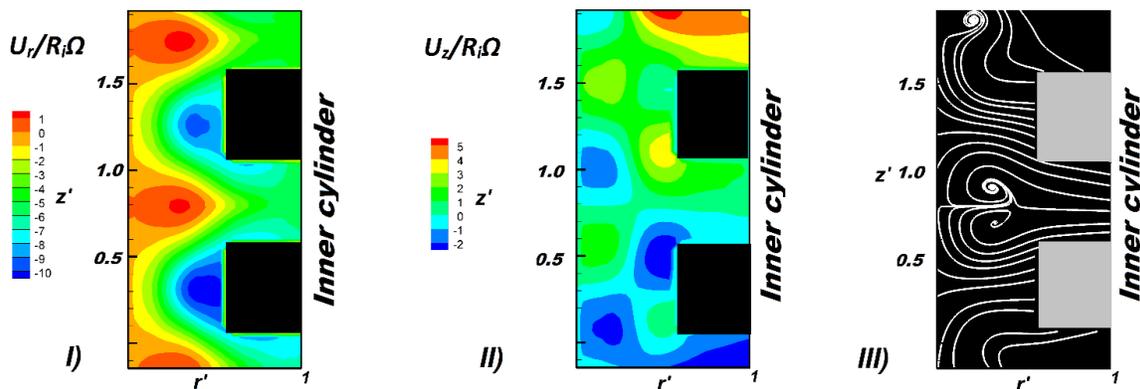


Figura 3.14. Resultados PIV caso 2 ( I) Perfil radial, II)Perfil axial y III) Líneas de corriente).

De acuerdo a los resultados de la visualización (Figura 3.12), la introducción del aletado anular originó un cambio en el tamaño de los vórtices, este fenómeno es corroborado por las líneas de corriente obtenidas por el procesamiento de los resultados de la técnica de PIV (Figura 3.14 III). En estos resultados se observa

como la presencia de las aletas deforma los vórtices reduciendo sus tamaños y posicionándolos en el espacio interaletar.

En la Figura 3.15 se muestran los contornos de velocidad del caso 5 (caso principal configuración  $\alpha''$ ), este caso mantuvo las siguientes características: altura de aleta  $b'=0.5$ , ancho de la aleta  $c'=1.5$  y distancia entre aletas  $d'=0.5$ .

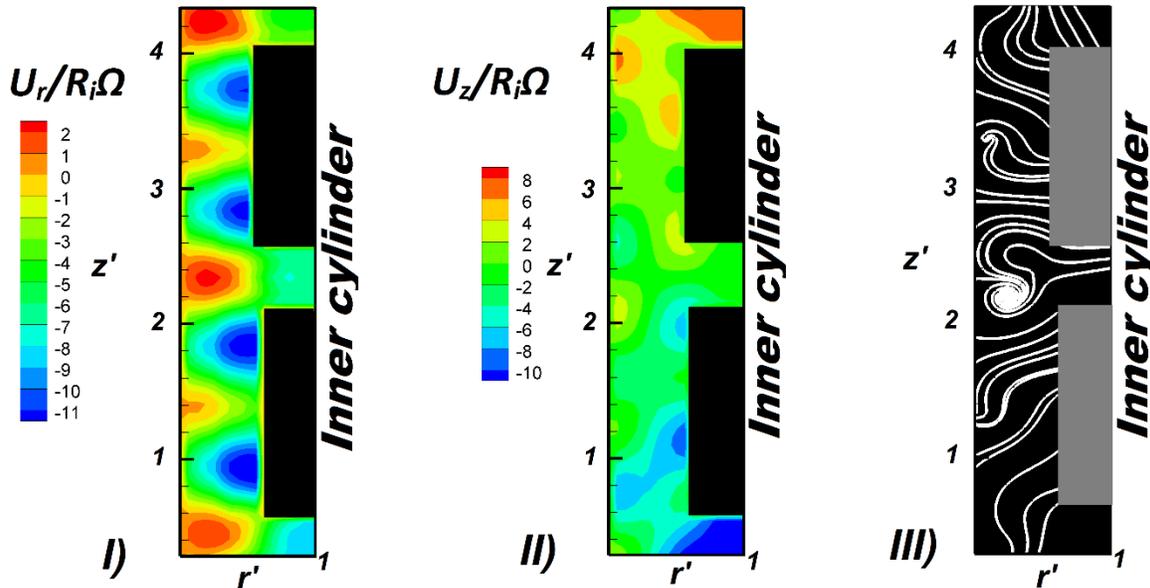


Figura 3.15. Resultados PIV caso 5 ( I) Perfil radial, II)Perfil axial y III) Líneas de corriente).

Los resultados del caso 5 (Figura3.15 I) presentan zonas positivas y negativas en el perfil radial de velocidad sobre esta misma área, este fenómeno causa gran interés razón por la cual esto será retomado más adelante en este trabajo.

El caso 8 corresponde al caso principal de la configuración crítica que presenta los siguientes parámetros geométricos: altura de aleta  $b'=0.5$ , ancho de aleta  $c'=1.5$  y distancia entre aletas  $d'=1.5$ . Los resultados obtenidos por la técnica PIV para el caso 8 son presentados en la Figura 3.16.

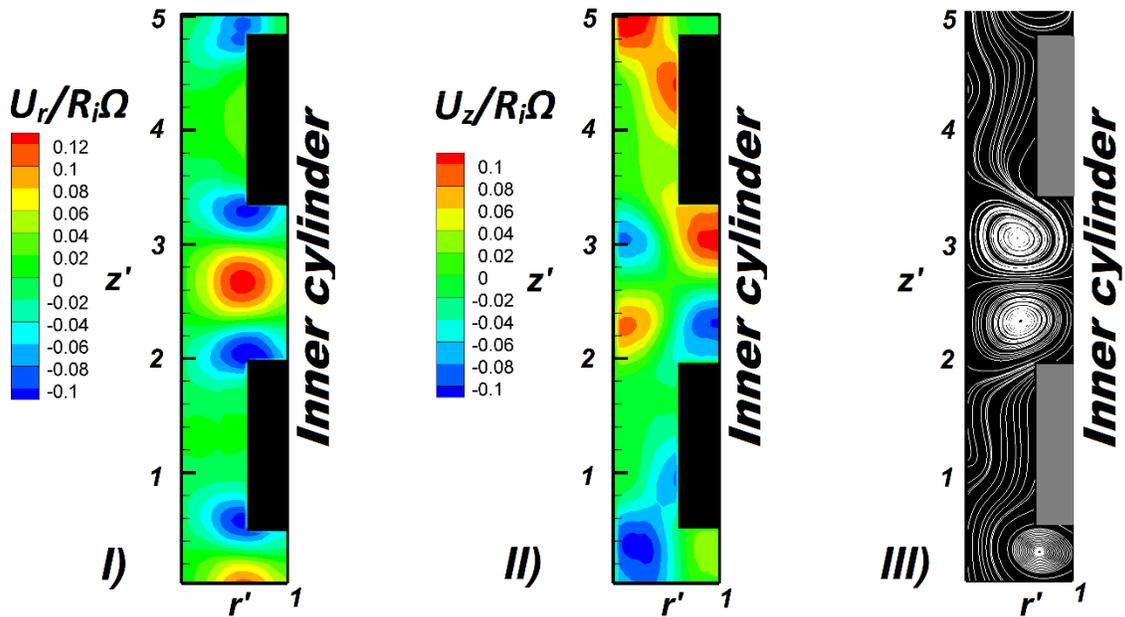


Figura 3.16. Resultados PIV caso 8 ( I) Perfil radial, II) Perfil axial y III) Líneas de corriente).

Debido al mayor espacio entre aletas generado en el caso 8, los vórtices mostrados en la Figura 3.16 III presentan mayor definición concentrándose en el espacio inter-alea del sistema.

Por último, fue analizado el caso número 11, sus características son las siguientes: altura de aleta  $b'=0.5$ , ancho de aleta  $c'=0.5$  y distancia entre aletas  $d'=1.5$ .

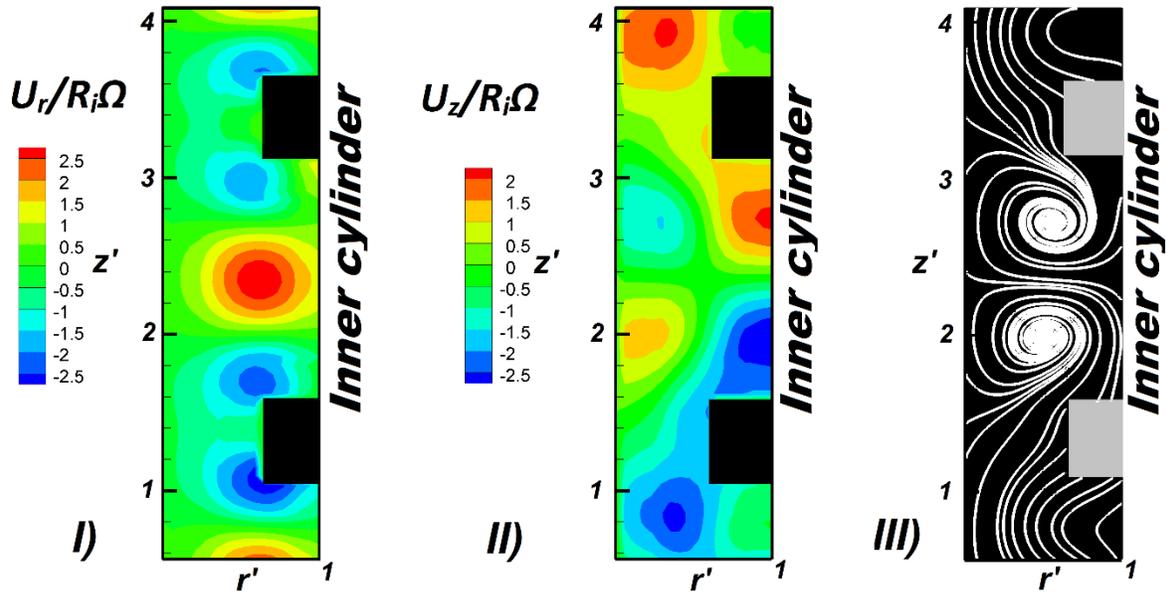


Figura 3.17. Resultados caso PIV caso 11 (I) Perfil radial, II) Perfil axial y III) Líneas de corriente).

En cada uno de los resultados de los casos principales es visto que la introducción del aletado anular generó la deformación de los vórtices cambiando las longitudes de onda encontradas en el caso no aletado. Esta deformación es más pronunciada cuando la distancia entre aletas  $d$  es incrementada (casos 8 y 11), el incremento en esta distancia provoca que los vórtices tiendan a dirigirse hacia el espacio libre formado por las aletas para finalmente ser confinados en esta misma área.

Con la finalidad de estudiar el fenómeno de confinamiento de los vórtices y el efecto de la altura de la aleta sobre el comportamiento del flujo de vórtices de Taylor, este trabajo se concentró en la configuración que presentó la mayor disminución del número de Taylor crítico. Estos resultados corresponden a la configuración  $\alpha'''$  y son presentados en la siguiente sección.

### 3.2.4 Configuración primaria (caso 7, 8 y 9)

El punto principal del estudio del flujo de Taylor-Couette modificado se concentró en el análisis de los diferentes resultados obtenidos para la configuración crítica. Aquí se presenta una comparación de los resultados del caso no aletado con los casos

7, 8 y 9 que corresponden a la configuración ( $c'=1.5$  y  $d'=1,5$ ) que presentó la mayor disminución de las condiciones críticas o configuración crítica ( $\alpha'''$ ). En los campos vectoriales de la Figura 3.18 se muestra un incremento progresivo de la altura de la aleta (b) en los diferentes casos analizados, observándose una tendencia de los vórtices a ser confinados en el espacio interaletar.

Por otro lado, se puede notar que una pequeña perturbación o incremento de la altura (caso 7) generó un gran cambio en la forma del vórtice provocando que éste se deforme y se extienda por encima del aletado, de esta manera el vórtice del caso 7 presenta un tamaño mayor ( $\lambda'=1.5$ ) que los vórtices formados en el caso no aletado.

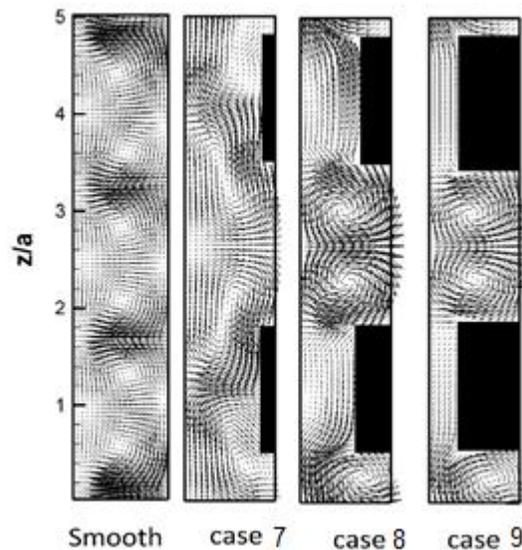


Figura 3.18. Resultados PIV (caso liso, 7, 8 y 9), campo de vectores.

Además de la tendencia del vórtice a ser confinado entre las aletas, en los contornos de velocidad radial de la Figura 3.19 se aprecia un incremento de esta componente sobre la misma zona de confinamiento. Este incremento es atribuido al aumento de las paredes laterales del aletado, es decir, los esfuerzos cortantes incrementan al aumentar la superficie lateral del aletado, obteniéndose como resultado una mayor intensidad en el giro del vórtice como se verá más adelante.

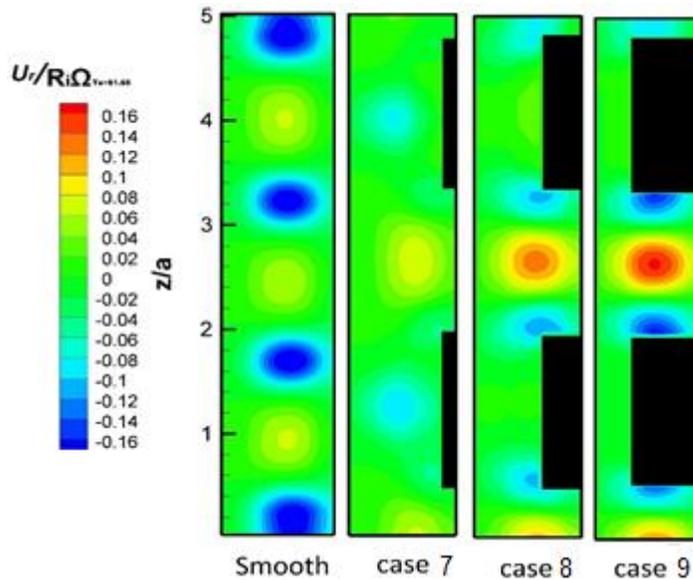


Figura 3.19. Perfil de velocidad radial

Otro efecto de la introducción del aletado anular fue la inducción del sentido del flujo. En la Figura 3.19 se observa como el flujo se dirige hacia el cilindro interior justamente a la mitad del espacio interaletar y este fenómeno es repetido en cada caso aletado.

#### 3.2.4.1 Número de vórtices y longitud de onda.

Otro efecto de la introducción del aletado anular fue visto sobre la longitud de onda. Al examinar los casos primarios con una condición de  $Ta = 81.68$  y comparándolos con el caso liso se observaron diferencias en esta magnitud (Figura 3.20). Para el caso 7 ( $b' = 0.25$ ) hay un incremento de la longitud de onda en comparación a la presentada para el caso liso como se mencionó anteriormente, opuestamente para los otros dos casos  $b' \geq 0.5$ , la longitud de onda tiende a disminuir.

Las magnitudes de la longitud de onda para los diferentes casos son reportadas en la Tabla 3.1.

Caso	$b'$	$Ta_{cr}$	$\lambda'$
<i>Liso</i>	0	57.18	1
7	0.25	32.67	1.5
8	0.5	19.60	0.5
9	0.75	8.16	0.5 and 0.25

Tabla 3.1. Números de Taylor críticos y longitudes de onda a  $Ta=81.68$ .

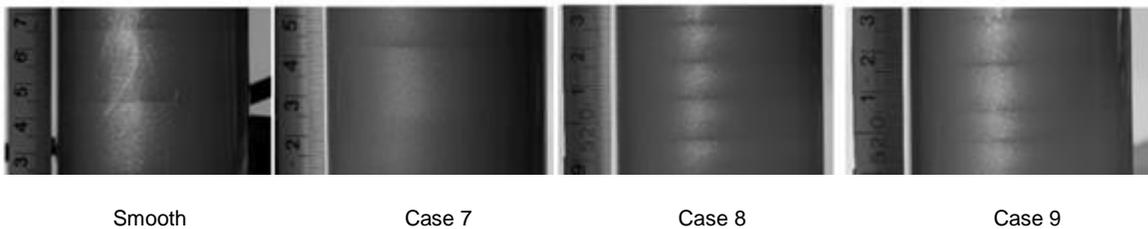


Figura 3.20. Diferentes longitudes de onda (de izquierda a derecha: caso liso, caso 7, caso 8 y caso 9).

Cada uno de los casos anteriores (caso liso, caso 7, caso 8 y caso 9) presentaron diferentes comportamientos entre sí. Uno de los resultados más relevantes es el obtenido para el caso 9, en estos resultados particularmente se observaron vórtices de diferentes tamaños en el mismo sistema (Figura 3.20, caso 9), esta cualidad podría ser aprovechada en procesos químicos que requieran diferente tasa de reacción o diferente concentración de especies químicas encontrada en los vórtices de tamaños diferentes.

### 3.2.4.2 Deformación de los vórtices

Adicionalmente al efecto sobre la longitud de onda por medio de la técnica de PIV se pudo demostrar que la introducción del aletado anular generó una deformación de los vórtices. Para  $b' < 0.5$  la longitud de onda tiende a incrementar ( $\lambda' > 1$ ), por

medio de líneas de corriente se observa como los vórtices sufren una deformación extendiéndose por encima del aletado (caso 7, figura 3.21); mientras que para  $b' \geq 0.5$  el comportamiento de los vórtices es contrario, la longitud de onda tiende a disminuir como se había mencionado anteriormente ( $\lambda' < 1$ ) y los vórtices se ven confinados por el aletado anular debido al incremento de la pared lateral del aletado.

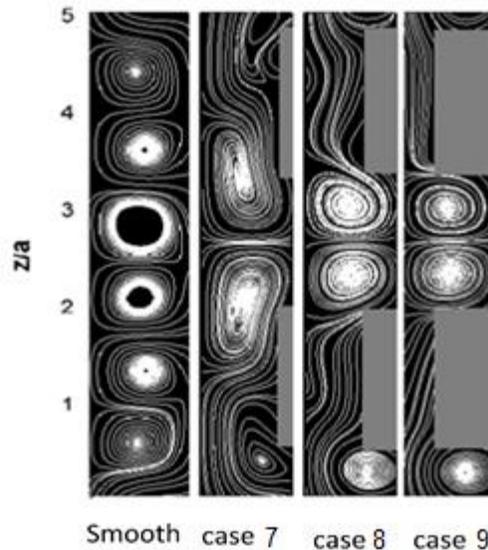


Figura 3.21. PIV Líneas de corriente (caso liso, 7, 8 y 9)

Por otro lado, en la Figura 3.21 se observa que la introducción del aletado anular controla la posición de los vórtices, lo cual se muestra al obtener la gráfica del perfil radial de velocidad en la zona entre las aletas (Figura 3.22). En este análisis se aprecia un defasamiento del caso liso en comparación a los casos aletados que se encuentran en fase.

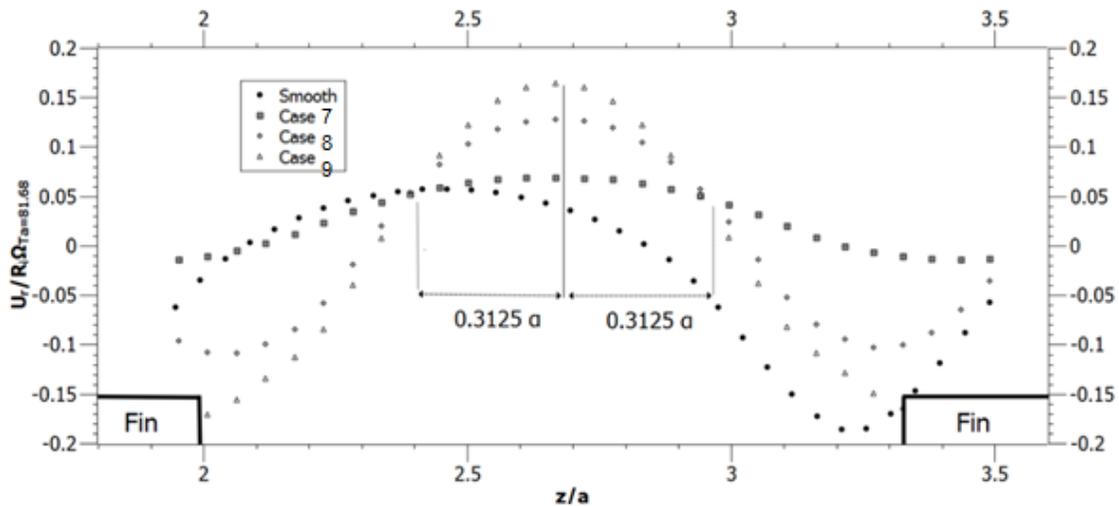


Figura 3.22 Perfil de velocidad radial (caso liso y casos críticos).

Adicionalmente, fueron detectados puntos de intersección en donde los casos aletados se intersectan a una distancia de 0.3125 veces el gap medida desde la mitad del espacio interaletar.

### 3.4.2.3 Variación de la altura de la aleta.

Para mostrar detalladamente el fenómeno de la deformación de los vórtices, este trabajo se apoyó en la herramienta numérica para analizar ampliamente esta deformación en función de la variación de la altura de la aleta ( $b'$ ) haciendo una mayor variación de este parámetro. En esta variación se proponen cuatro casos adicionales que se agregan a los tres ya examinados en el trabajo (caso 7, 8 y 9 o en este análisis B, D Y F), para facilitar la comprensión de esta variación se ha cambiado la nomenclatura como se muestra en la tabla 3.2.

Tabla 3.2. Configuraciones numéricas de casos críticos.

Caso	$b'$
<i>liso</i>	0
Caso A	0.125
Caso B (caso7)	0.25
Caso C	0.375
Caso D (caso8)	0.5
Caso E	0.625
Caso F (caso9)	0.750
Caso G	0.875



Figura 3.23. Variación numérica de la altura de la aleta.

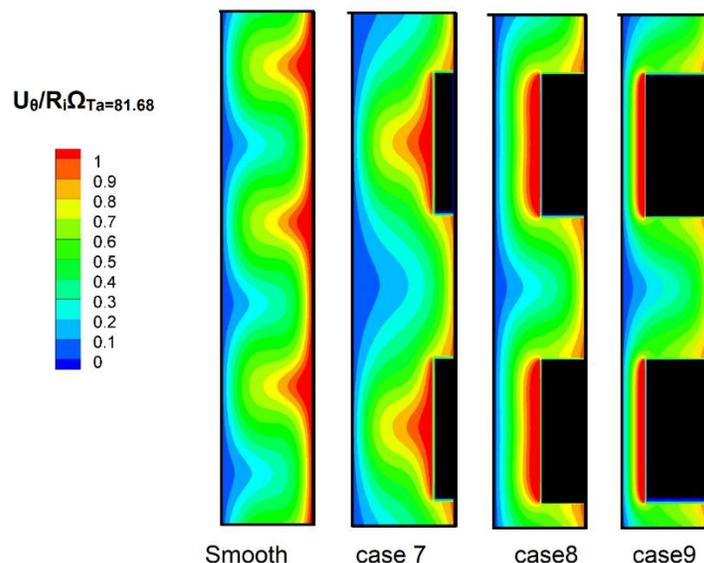
La Figura 3.23 muestra de izquierda a derecha la evolución de la deformación de los vórtices causada por el incremento gradual de la altura del aletado ( $b'=0.125-0.875$ ,  $Ta=81.68$ ). En esta evolución se observa como la estructura de los vórtices parte de una forma cuadrada ( $b'=0$ ) para súbitamente deformarse cuando la más pequeña perturbación ( $b'=0.125$ ) es introducida. Además, los vórtices y específicamente los centros de rotación de éstos, cambian de posición en cuanto se introduce el aletado anular. Por otro lado, conforme continua incrementando la

altura de la aleta, los vórtices tienden a recuperar su forma cuadrada obligados por las paredes laterales del aletado para finalmente ser confinados en el espacio inter-aletar (caso g).

Adicionalmente, en la Figura 3.23, la formación de vórtices secundarios de menor tamaño pueden ser observados sobre el aletado (casos d, e y f). Esta formación de vórtices secundarios o vórtices de diferentes tamaños ya había sido detectada anteriormente en el perfil radial de velocidad de la Figura 3.15 y su formación se atribuye al rompimiento del vórtice principal como resultado del escalón o discontinuidad que genera la aleta en el sistema.

#### 3.4.2.4 Contornos de velocidad

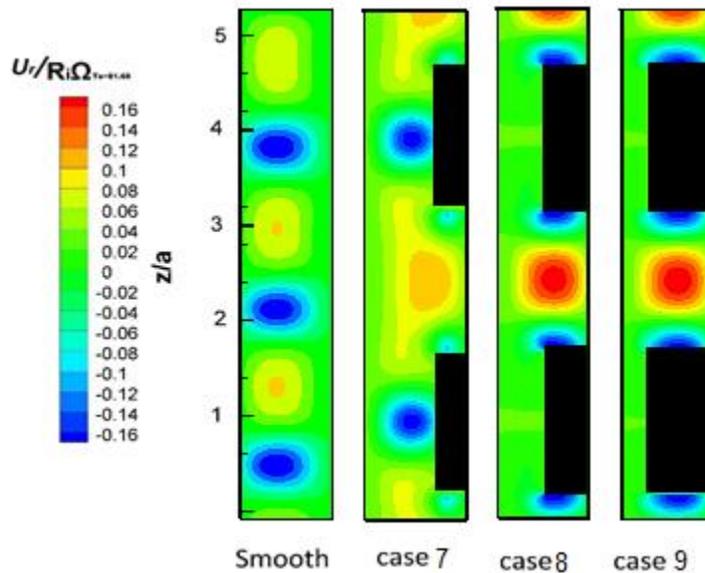
Por otro lado, una de las ventajas que se obtuvo al emplear una técnica numérica, fue haber obtenido las tres componentes de la velocidad, las cuales son presentadas en la Figuras 3.24, 3.25 y 3.26.



3.24 Perfil de velocidad angular de los casos de la configuración crítica.

En los resultados de velocidad angular del caso liso y caso 7 (Figura 3.24) se observa un patrón ondulatorio tanto en la pared del cilindro exterior como en la del cilindro interior. Estos perfiles ondulatorios representan las zonas en donde el flujo comienza a interactuar con las paredes de los cilindros del sistema, en la pared del cilindro exterior el flujo tiende a seguir una dirección radialmente negativa mientras que en la pared del cilindro interior ocurre lo contrario dirigiéndose positivamente sobre la misma dirección. Además, estas partes representan las zonas en donde vórtices vecinos comparten dirección y se vuelven tangenciales. Por otro lado, en los otros dos perfiles de la Figura 3.24 (caso 8 y caso 9), el comportamiento ondulatorio del lado del cilindro interior se perdió debido al incremento de la altura de la aleta y a la influencia en el flujo que ocasiona la condición lateral del aletado.

En el perfil de la velocidad en su componente radial (Figura 3.25) se puede corroborar que, conforme incrementa el tamaño de la aleta, la influencia de las paredes laterales sobre el flujo aumenta la rotación en el espacio libre de aletado.



3.25 Contorno radial de la velocidad

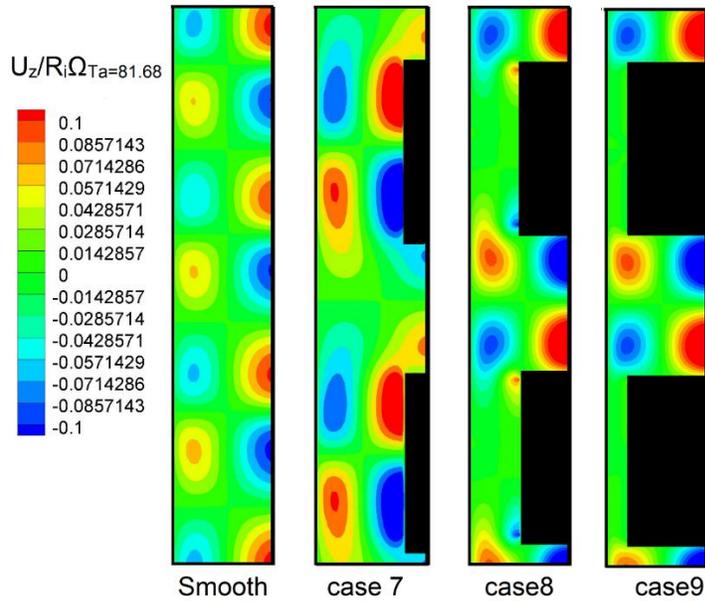


Figura 3.26 Contorno de velocidad axial

Adicionalmente, el perfil de velocidad en su componente axial (Figura 3.26) muestra como para valores menores de la altura de la aleta ( $b' < 0.5$ ), la mayor intensidad de rotación de los vórtices se origina por encima del aletado, mientras que para valores mayores ( $b' > 0.5$ ) esta mayor intensidad de rotación es localizada en el espacio interaletar. Con la finalidad de soportar lo anteriormente dicho, algunos criterios de identificación de vórtices han sido empleados.

### 3.4.2.5 Identificación de los vórtices

Primeramente el criterio Q fue calculado con la finalidad de obtener más características del fenómeno, en este caso el criterio Q identifica las zonas en donde la magnitud de la vorticidad predomina sobre la magnitud de los esfuerzos cortantes y es definido de la siguiente forma:

$$Q = \frac{1}{2} (|\Omega|^2 - |D|^2) \quad 3.4$$

donde

$$D = \frac{1}{2} ((\nabla \vec{u}) + (\nabla \vec{u})^t) \quad 3.4.1$$

$$\Omega = \frac{1}{2}((\nabla \vec{u}) - (\nabla u)^t) \quad 3.4.2$$

En la Figura 3.27 se muestran los resultados de este parámetro para los casos críticos y el caso no aletado. Por medio de este cálculo (Ecuación 3.1) se pudieron determinar las zonas de mayor intensidad de rotación en los vórtices (núcleos de vórtice), el principal interés de la determinación de esta zona es delimitar la posición del centro de rotación del vórtice. Como se había mencionado anteriormente con los perfiles de velocidad axial, los núcleos de los vórtices fueron localizados por encima de las aletas para  $b' < 0.5$  y para  $b' > 0.5$  fueron encontrados por debajo del aletado anular.

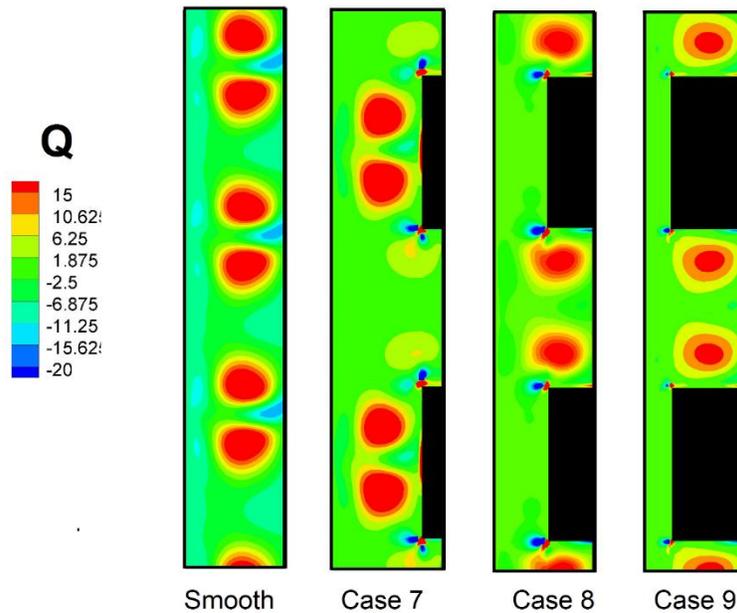


Figura 3.27 Criterio Q

Como se mencionó otro parámetro para la identificación de vórtices es la vorticidad que es definida de la siguiente manera:

$$\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u} \quad 3.5$$

Los resultados de la vorticidad son mostrados en la Figura 3.28. En estos resultados, a diferencia de los resultados del criterio Q, la vorticidad identificó la extensión de los vórtices y el decrecimiento de su tamaño conforme la altura de la aleta se ve incrementada corroborándose el confinamiento de los vórtices para  $b' \geq 0.5$ .

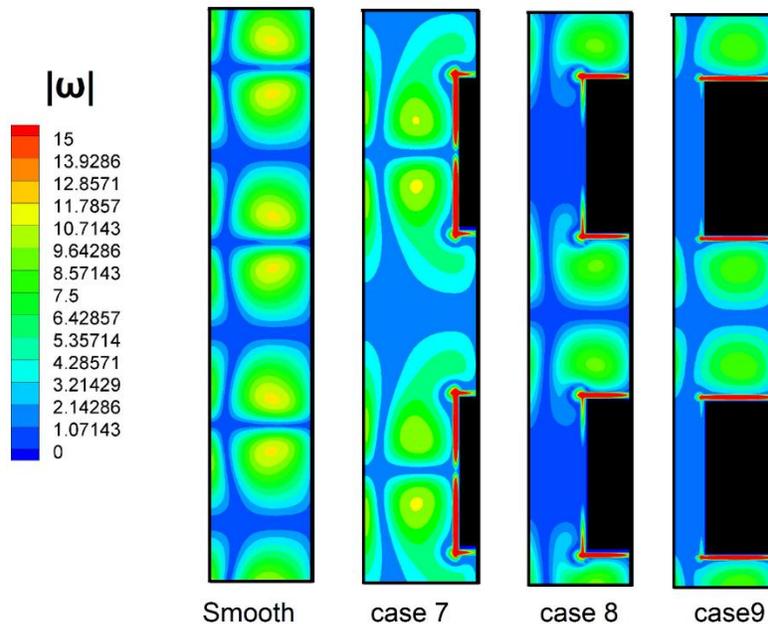


Figura 3.28. Magnitud de la vorticidad

Finalmente en la Figura 3.29 se muestra el cálculo del radio de curvatura (Ecuación 3.5), característica que permitió localizar los centros de rotación de los vórtices. En estos resultados se puede notar como los centros de rotación pasan de estar por encima del aletado (caso 7) a estar por debajo del mismo en los diferentes casos (caso 8 y caso 9). Por lo anterior, se puede decir que la introducción del aletado ayuda a controlar la posición de los vórtices. Además, en estos mismos resultados (Figura 3.28) se pueden identificar los centros de rotación de vórtices secundarios formados por encima del aletado (caso 8 y caso 9), esto ayuda a aclarar la existencia de los perfiles alternantes sobre la aleta descritos en la Figura 3.15.

$$\kappa = \frac{|\vec{u} \times [\vec{u} \cdot \nabla \vec{u}]|}{|u|^3} \quad 3.6$$

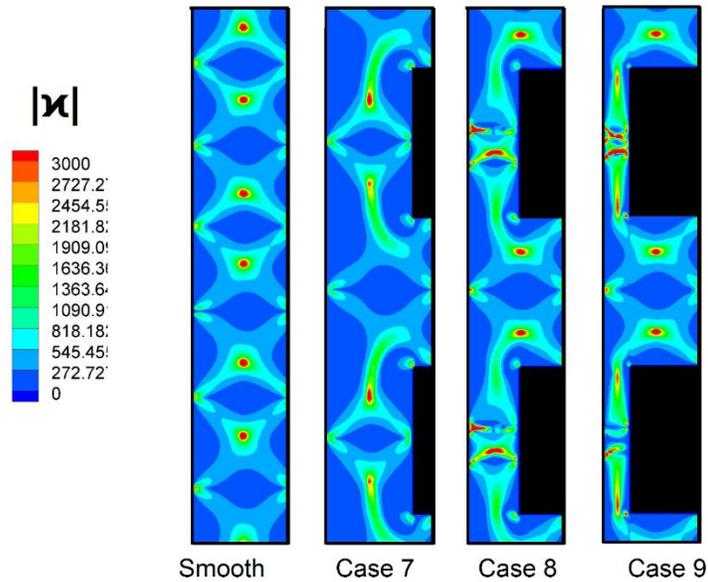


Figura 3.29. Magnitud de la curvatura casos críticos.

### 3.4.2.6 Variación numérica de la velocidad de rotación.

Por último, con la finalidad de examinar la formación de estos vórtices secundarios, se desarrolló una variación del número de Taylor para el caso 8 que es el caso principal de la configuración primaria (Figura 3.30), aquí se puede observar como la generación y desarrollo de estos vórtices secundarios se hace más presente conforme el número de Taylor incrementa.

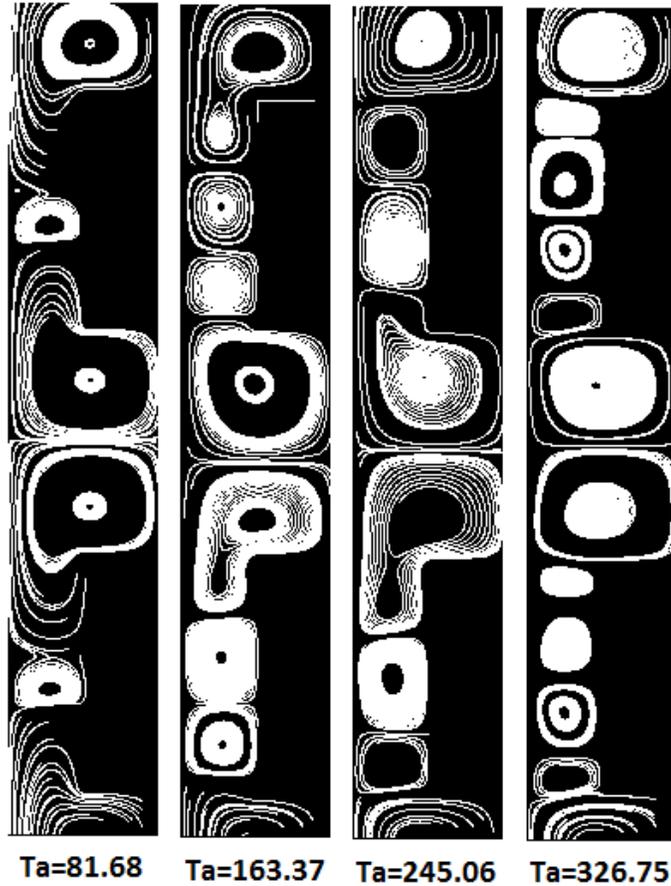


Figura 3.30. Caso 8 a varios números de Taylor.

La evolución y desarrollo de los vórtices secundarios conforme el número de Taylor se incrementó se muestra por medio de líneas de corriente en la Figura 3.30. En el caso de mayor rotación de estos resultados ( $Ta=326.75$ ) se pueden observar dos pares de vórtices bien formados por encima del aletado mientras que para los otros casos de la misma figura el número de vórtices permanece menor, con esto se concluye que la introducción del aletado anular genera un rompimiento de los vórtices haciendo que aparezcan vórtices de diferentes tamaños y mayor cantidad de vórtices conforme la condición de rotación es incrementada.

## CONCLUSIONES

Este trabajo analizó el flujo de Taylor cuando este es perturbado con la introducción de un aletado anular en el rotor del sistema. El fenómeno fue analizado por medio de dos técnicas experimentales y una numérica, dichas técnicas ampliaron y complementaron los resultados obtenidos, además de que el empleo de las tres técnicas hizo más eficiente el proceso de análisis. Por medio de una visualización empleando un fluido reoscópico se dio el primer paso en conocer el efecto de la introducción de aletas anulares en el sistema de Taylor-Couette, el número de Taylor crítico para el caso no aletado de este estudio presentó una diferencia del 2% comparado con lo reportado por Walowit; en estos resultados se observó una disminución del número de Taylor crítico en función de la altura de la aleta identificando a la configuración  $\alpha'''$  (configuración en donde los parámetros geométricos del aletado presentaron la mayor magnitud,  $c'=d'=1.5$ ) como la configuración que ocasionó la mayor perturbación del flujo. Además, la misma técnica detectó cambios en la longitud de onda como respuesta a la perturbación originada por el aletado.

Adicionalmente los perfiles de velocidad radial y axial fueron determinados por medio de la técnica de PIV, con estos perfiles de velocidad a su vez fueron calculadas las líneas de corriente del flujo, el campo vectorial y los criterios de identificación de los vórtices, la técnica de PIV permitió identificar la extensión de los vórtices, así como su posición dentro del sistema. Por último, la tercera componente de la velocidad fue obtenida por una simulación numérica, esta simulación también permitió obtener una mayor variación de parámetros geométricos y de rotación con los cuales se identificó la formación de vórtices secundarios por encima del aletado.

El objetivo de perturbar el flujo entre cilindros por medio de la introducción del aletado anular en el rotor del sistema se logró satisfactoriamente. La introducción de este aletado redujo el número de Taylor de  $Ta=57.18$  para el caso no aletado a  $Ta=8.16$  para el caso más crítico (caso 9), además existió un cambio en el tamaño de los vórtices presentándose diferentes longitudes de onda. Esta longitud de onda fue incrementada en un 50% (caso 7,  $b'<0.5$ ) con respecto al caso no aletado, en este caso el vórtice se deformó extendiéndose por encima del aletado incrementando su volumen. En caso contrario, para valores de  $b'\geq 0.5$  de la configuración primaria los vórtices redujeron su tamaño confinándose en el espacio

interaletar. Adicionalmente, en el sistema de Taylor-Couette modificado fueron encontrados sistemas con más de una longitud de onda, esto debido a la formación de vórtices secundarios presentados por encima del aletado y detectados por la técnica numérica. Se observó que la presencia de estos vórtices depende de dos parámetros: la altura de la aleta y del incremento de las condiciones de rotación.

Debido al control en el tamaño, posición y número de vórtices proporcionado por la innovación del aletado anular, cabe resaltar que la relevancia de este trabajo radica en la aplicabilidad de estos resultados obtenidos en reactores químicos, para procesos de mezclado, de separación o en procesos de transferencia de calor.

## REFERENCES

Abcha N., Latrache N., Dumunchel F. and Mutabazi I., Qualitative relation between reflective light intensity by Kalliroscope flakes and velocity field in the Taylor-Couette system, 2008; *Experiments in fluids*, 45:85-94.

Andereck C.J., Liu S.S. and Swinney H.L., Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders, 1986, *J. Fluid Mech.* 164: 155-183.

Braun W., De Lillo F. and Eckhardt B., Geometry of particle paths in turbulent flows, 2006; *Journal of turbulence*, 7, 62.

Childs P., *Rotating flow*, 2011. Elsevier, 185.

Chong M.S., Perry A. E. and Cantwell B. J., A general classification of three-dimensional flow fields, 1990; *Physics of Fluids A* 2, 765-777.

Deng R., Arifin D., Chyn M. and Wang C., Taylor vortex flow in presence of internal baffles, 2010; *Chemical Engineering Science*, 65 4598-4605.

Dominguez-Lerma M. A., Alers G. and Cannell D. S., Effects of "Kalliroscope" flow visualization particles on rotating Couette-Taylor flow, 1984. *Physics of fluids*, 28,1204.

Koschmieder E. L., "Effect of finite disturbances on axisymmetric Taylor vortex flow, 1975. *Physics of fluids*, 18, 499

Laguerre R., Nore C., Leorat J. and Guermond J.-L., Cyclic nonlinear dynamo action in a finite Taylor Couette flow, 2008; *Journal of Physics*, 137 1.

Manela A. and Frankel I., On the compressible Taylor-Couette problem, 2007. *Journal of Fluid Mechanics*, 588 59-64

Matisse P. and Gorman M., Neutrally buoyant anisotropic particles for flow visualization, 1984. *Physics of Fluids* 27 759-760.

Ogihara T. and Nomura M., Continuous Synthesis of Monodispersed Alumina Particles by the Hydrolysis of Metal Alkoxide Using Taylor Vortex, 2002; *KONA powder and particle journal*, 20 231-232.

Patankar S., *Numerical heat transfer and fluid flow*, 1980. Hemisphere Publishing

Corporation.

Peng J. and Zhu K., Linear instability of two-fluid Taylor-Couette flow in the presence of surfactant, 2010; Journal of Fluid Mechanics, 651 357-361

Richter O., Menges M. and Krausaar-Czarnetzki B., Investigation of mixing in a rotor shape modified Taylor-vortex reactor by the means of a chemical test reaction, 2009. Chemical Engineering Science, 64 2384-2386.

Roberts P., Appendix in experiments on the stability of viscous flow between rotating cylinders. VI. Finite amplitude experiments, 1965. Proc. Royal Society, A 238, 531-556.

Rüdiger G., Gellert M., Schultz M. and Hollerbach R., Dissipative Taylor-Couette flows under the influence of helical magnetic fields, 2010. Physical review E, 82 0163119, 1-3.

Sang-Hyuk L., Hee-Taeg C., Cheol-Woo P. and Hyung-Bum K.. Experimental investigation of the effect of axial wall slits on Taylor-Couette flow, 2009. Fluid Dynamics Research, 41 045502 12

Singh J. and Bajaj R., Couette flow in ferrofluids with magnetic field, 2005. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 294 53-55.

Taylor G., Stability of a Viscous Liquid Contained between Two Rotating Cylinders, 1923; Mathematical, Physical & Engineering Sciences, 223 289-294.

Walowit, J., Tsao S. and Di-Prima R.C., Stability of flow between arbitrarily spaced concentric cylindrical surfaces including the effect of a radial temperature gradient, 1964, Trans. Journal of Applied Mechanics, 31, 585-593.

White F., Fluids mechanics, 1999. Mc Graw Hill.