



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Apuntes complementarios de
Planeación y Control de la
Producción**

MATERIAL DIDÁCTICO

Que para obtener el título de
Ingeniera Industrial

P R E S E N T A

Juana Lucas García

ASESOR DE MATERIAL DIDÁCTICO

Dra. Esther Segura Pérez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017

JURADO ASIGNADO**PRESIDENTE****Lic. Claudia Loreto Miranda****VOCAL****Dra. Esther Segura Pérez****SECRETARIO****Dr. Wulfrano Gómez Gallardo****1ER SUPLENTE****M.I. Ricardo Torres Mendoza****2DO SUPLENTE****Ing. Omar Alejandro Llanes Briceño**

DEDICATORIA

Para Lulú, Timotea, Adrián, Iván, Paty, Rosaura, Mili, Chuchin, Karen, Edith y Javier. Porque siempre me animaron a seguir adelante cada vez que quise tirar la toalla. Especialmente para mi hermano Adrián, sé que no soy el mejor ejemplo para ti, pero todo es posible si tomas la oportunidad.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por la familia que me ha dado, porque es justo la que yo necesito y gracias también por Su fidelidad para lograr Su propósito en cada etapa de mi vida.

A la UNAM por todo lo que me ha brindado: carrera, cultura, idiomas, amigos, maestros, experiencias, conocimientos...

A la Dra. Esther Segura y al Dr. Wulfrano Gómez por su apoyo, paciencia, sugerencias, y por la entrega con la que ejercen su profesión. Especialmente gracias por haberme brindado la oportunidad de laborar con ustedes y por su amistad.

A mis sinodales Lic. Claudia Loreto e Ing. Omar Llanes por el material que me prestaron para consulta. Agradezco también al M.I. Ricardo Torres por las ideas que me sugirió y las correcciones.

A Peña por el apoyo en la realización de los videos, presentaciones y por las ideas aportadas. También a Nancy Rodríguez por la revisión final y las sugerencias bibliográficas y por preocuparse por mí.

A mis amigos Dulce María Ramírez, Mariana Calderón y Luis Lacc. Ustedes no saben, pero si no me hubieran motivado a la mitad de la carrera a continuar con los estudios, yo no habría concluido nunca este trabajo ni la carrera.

A Nancy, Obed, Zuri, Julio, Yesi, Chapis, Ana Raquel, Priscila, Beto, Betzy, Dani, Toño, Yiyi, Mari, Erika, Gus, Shoup, Lucerito, Jenny, Emeli, don Juan y doña Juanita por ser mis hermanos, mis padres, mis amigos, por sacarme de apuros, por jalarme las orejas, por hacerme reír, por escucharme, por darme trabajo... Gracias por todo. Son como mi familia también.

INDICE GENERAL

Introducción.....	7
1. Justificación.....	7
2. Objetivo general.....	9
3. Alcance.....	9
Capítulo 1. Marco contextual.....	12
1.1. Proceso de enseñanza.....	12
1.2. La función del docente.....	12
1.3. Proceso de aprendizaje.....	13
1.3.1. Factores influyentes en el aprendizaje.....	13
1.4. La función del estudiante.....	15
1.5. Estilos de aprendizaje.....	15
1.6. Evaluación del proceso de aprendizaje.....	17
1.7. Aspectos clave para la enseñanza y el aprendizaje en ingeniería.....	18
1.8. Material didáctico.....	19
1.8.1. Punto relevantes sobre los recursos didácticos en la ingeniería.....	19
1.9. Perfil del docente de ingeniería.....	23
1.10. Perfil del estudiante ¿Quién es el estudiante de Ingeniería Industrial?.....	23
1.11. Perfil del egresado de la carrera de Ingeniería Industrial.....	25
Capítulo 2. Plan de trabajo del curso.....	27
2.1. Programa de estudios institucional.....	27
2.2. Programa de estudios del profesor.....	27
2.2.1. Aspectos generales del curso.....	27
2.2.1.1. Datos generales.....	27
2.2.1.2. Ubicación de la materia.....	28
2.2.1.3. Objetivos de la asignatura.....	28
2.2.1.4. Contenido temático.....	32
2.2.1.5. Perfil profesiográfico.....	32
2.2.1.6. Metodología de trabajo.....	32
2.2.1.7. Criterios y mecanismos para la calificación, acreditación y evaluación.....	33
2.2.1.8. Bibliografía básica.....	34
2.2.2. Planeación didáctica.....	35
2.3. Programa del alumno.....	43
Capítulo 3. Material de clase.....	46
3.1. Notas de clase.....	46
3.1.1. Introducción a la Planeación y Control de la Producción.....	46
3.1.2. Planeación de la demanda y pronósticos.....	46
3.1.3. Sistemas y modelos de inventarios.....	46
3.2. Ejercicios Resueltos.....	46
3.2.1. Ejercicios de pronósticos.....	47

3.2.2. Ejercicios de inventarios.....	47
3.3. Presentaciones.....	47
3.3.1. Introducción a la Planeación y Control de la Producción.....	47
3.3.2. Planeación de la demanda y pronósticos.....	47
3.3.3. Introducción a los inventarios.....	47
3.3.4. EOQ y EPQ con y sin faltantes.....	48
3.3.5. Descuentos por cantidad.....	48
3.3.6. Restricción de recursos.....	48
3.4. Videos.....	48
3.4.1. Bienvenida a Planeación y Control de la Producción.....	48
3.4.2. Introducción a los sistemas de producción.....	48
3.5. Rúbricas de evaluación.....	48
3.5.1. Rúbrica Ensayo.....	48
3.5.2. Rúbrica Exposiciones.....	49
3.5.3. Rúbrica Tareas.....	49
3.5.4. Rúbrica Proyecto final.....	49
3.6. Propuestas de evaluaciones formativas.....	49
3.6.1. Primer parcial.....	49
3.6.2. Segundo parcial.....	49
3.6.3. Tercer parcial.....	49
3.6.4. Cuarto parcial.....	50
3.6.5. Exámenes finales.....	50
Conclusiones y recomendaciones.....	50
Perspectivas futuras.....	51
Referencias.....	52
Anexos.....	55
Anexo A1.....	56
Anexo A2.....	69
Anexo A3.....	125
Anexo B1.....	202
Anexo B2.....	206
Anexo C. Rúbricas de evaluación.....	226

INTRODUCCIÓN

1. Justificación.

En una sociedad como la del siglo XXI que se caracteriza por la presencia de muchos recursos tecnológicos y por la abundante disponibilidad de información, el rol de los docentes ya no está limitado a ser la única fuente de información para un estudiante. De acuerdo con el Dr. Carlos Zarzar Charur (1996) el objetivo primordial del docente debe ser la formación del estudiante.

Formar a un estudiante implica mucho más que solo transmitirle información, requiere que el docente posea cierta sensibilidad para diferenciar que cada grupo al que imparte su asignatura está conformado por seres humanos con necesidades diferentes e incluso diversas formas de aprender.

Por otro lado, el docente también tiene la función de cumplir con los requerimientos institucionales que establece la universidad como el cubrir el programa de estudios de su asignatura para que el estudiante posea los conocimientos necesarios para dar solución a las necesidades o problemas de la sociedad una vez que se integre al campo profesional.

Lo anterior, aunque breve, permite observar que en el profesor recaen muchas responsabilidades. Simplemente el formar a una persona implica que el docente además de los conocimientos en su asignatura requiere una adecuada capacitación que le permita planear su clase buscando siempre la mejor manera de impartir un tema o contenido para lograr los objetivos de aprendizaje, pero sin dejar de lado las características particulares del grupo a quien dirigirá su clase.

La labor docente implica mucho trabajo por lo que es necesaria la vocación. Si se tiene bien presente todo lo que implica la función de un profesor entonces se puede comprender que éste nunca deja de reinventarse, de mejorar su clase, de actualizarse, de buscar la mejor manera de motivar a los alumnos.

Ahora bien, en el contexto de la Universidad Nacional Autónoma de México y en específico de la Facultad de Ingeniería, las funciones del docente no solo están orientadas a formar al estudiante y cubrir con los requerimientos de los programas de estudios. Muchos docentes

también están dedicados a la investigación, otros trabajan al mismo tiempo que imparten clases, otros vinculan a la universidad con las empresas, otros tienen su propio negocio. Todas estas actividades específicamente relacionadas con el aspecto profesional demandan tiempo. A esto debiera considerarse que los profesores también son seres humanos con una vida personal.

En otras palabras, los docentes requieren repartir su tiempo entre las actividades que les corresponden y probablemente el tiempo laboral no sea suficiente para que ellos puedan dedicar todas sus energías para planear sus clases conforme las necesidades de los alumnos.

Desde este punto de vista, el material didáctico que se anexa al final de este documento fue desarrollado como una forma de apoyar al docente en el proceso de enseñanza de la asignatura. Se trata de apuntes o notas complementarias para la asignatura de Planeación y Control de la Producción (PCP).

El objetivo de este material es facilitar al profesor algunos de los temas de la asignatura desarrollados conforme al programa de estudios. Puede ser utilizado dentro de la planeación didáctica del profesor como recurso didáctico, o bien a partir de las notas el profesor puede desarrollar su propio material didáctico dependiendo de los estilos de aprendizaje que el grupo posea como pueden ser infografías, líneas del tiempo, presentaciones, videos o cualquier otro elemento que el docente considere pertinente.

Para comprender un poco más de la posición que ocupa el material didáctico dentro del proceso de enseñanza y de aprendizaje en el segundo capítulo se presenta una propuesta de la planeación del curso de PCP que bien puede ser tomada sólo como ejemplo para que cada profesor pueda realizar su propia planeación didáctica.

Los apuntes complementarios se incluyen en este documento como anexos y también en un CD. Este CD contiene diversas carpetas (en el capítulo 3 se detalla cada una de ellas y su contenido particular) con otros recursos didácticos que se desprendieron de las notas de clase como son videos, presentaciones, ejercicios resueltos y algunas propuestas de evaluación formativa.

Como cualquier propuesta, este material puede ser mejorado, corregido, ajustado, ampliado o reducido e igualmente utilizado por los propios estudiantes de la asignatura para fortalecer los conceptos que se ven en clase al ponerlos en práctica mediante algunos ejemplos y ejercicios que se proponen en cada tema.

Finalmente, es necesario mencionar que las notas de clase son el resultado de la recopilación de información de diversos libros por lo que si algún concepto no es claro se recomienda consultar las referencias recopiladas al final de cada tema.

2. Objetivo general

Apoyar al docente de la asignatura Planeación y Control de la Producción, mediante una propuesta de planeación didáctica por temas para la asignatura, el diseño y la elaboración de material didáctico impreso (notas de clase) y audiovisual (presentaciones de Power Point y videos) y algunos instrumentos de evaluación, con la finalidad de reforzar el proceso de aprendizaje al incrementar la motivación del alumno quien es la figura central del proceso de enseñanza.

3. Alcance

El material didáctico desarrollado abarca los contenidos de los primeros tres temas propuestos en el programa de estudio institucional de la asignatura. Este material se limita únicamente al tipo impreso (notas de clase) y al tipo de medios sonoros, de proyección o informáticos (seis presentaciones en Power Point y dos videos).

El tema 1 Introducción presenta un breve repaso de la evolución de los sistemas de producción desde

la comunidad primitiva hasta el capitalismo con la intención de que el alumno pueda comprender la razón de ser de los sistemas productivos actuales y pueda asociar como se fue construyendo la estructura económica que rige el mercado y la competitividad hoy en día.

El tema 2 Análisis de la Demanda de Producción está desarrollado dentro del proceso de planeación de la demanda. Generalmente la planeación de la demanda está relacionada con las ventas de un producto, pero también está directamente relacionada con la planeación de

los suministros. Esta última es la razón por la cual es necesario analizar la demanda ya que por medio de la planeación de los suministros se garantiza la capacidad de satisfacerla. Es aquí donde los pronósticos son una herramienta auxiliar para el análisis y la proyección de la demanda futura. En esta investigación son los pronósticos cualitativos a los que se les da mayor énfasis.

También es necesario mencionar que el título del tema 2 Análisis de la demanda fue modificado por Planeación de la demanda y pronósticos el cual resulta más general y engloba el análisis de la demanda de producción.

El tema 3 Sistemas y modelos de inventarios está directamente relacionado con los dos temas anteriores razón por la cual el estudiante requiere una alta comprensión de los mismos para conocer, por un lado, las características de la demanda y por el otro seleccionar la política de inventarios que se adapte al sistema productivo bajo el que se trabaje. Es de destacar que las notas del tema de inventarios abarcan únicamente los modelos determinísticos tanto para tamaño de lote estático como para tamaño de lote dinámico.

Las presentaciones de Power Point se diseñaron con base en las notas de clase, pero en un formato resumido y lleno de viveza de colores pues se pretende captar la atención del estudiante.

En cuanto a los videos, el primero de ellos brinda una bienvenida al estudiante de la asignatura e incluye elementos básicos como los contenidos a abarcar, algunas referencias y algunas reglas básicas. El segundo video es principalmente una narración oral de la evolución de los sistemas productivos. Este último recurso comparado con la presentación del subtema disminuye el tiempo de exposición del mismo (de 30 minutos a 5 minutos) además de que el elemento audiovisual permite una mayor retención de la información y una mayor concentración en la clase.

Adicionalmente se incluyen cuatro propuestas de rúbricas de evaluación y cuatro propuestas de evaluación formativa con su respectiva solución. Por un lado, las rúbricas de evaluación

son instrumentos que permiten visualizar los elementos que el profesor evaluará en actividades como tareas, exposiciones, proyecto final y redacción de un ensayo, de esta manera se disminuye la incertidumbre de parte del alumno brindándole la oportunidad de autoevaluarse. Las evaluaciones formativas por su parte, son instrumentos que permiten evaluar el avance en el aprendizaje del alumno sobre los contenidos de la asignatura.

De ninguna manera se pretende que este material sea utilizado de manera obligatoria ni por los profesores de la asignatura ni por los alumnos que cursan la materia. Más bien se pretende que sea una herramienta de apoyo para el docente y que pueda ser tomada como modelo para el estudiante.

CAPITULO 1. MARCO CONTEXTUAL

1.1. Proceso de enseñanza.

La enseñanza es el proceso que favorece la construcción de conocimientos de tipo informativo y formativo. Esto concuerda con Zarzar (1996) en que la función sustancial de la docencia es propiciar que los alumnos aprendan, pero el objetivo primordial es la formación del estudiante. Así el proceso de enseñanza está relacionado con la ejecución de actividades que conduzcan al estudiante a aprender pero que también lo instruyen y lo motivan a desarrollar y aplicar habilidades.

Los acelerados cambios que se suscitan en la actualidad permean también en el sector educativo exigiendo nuevas prácticas docentes, como bien señala Pimienta (2007) *“la sociedad dicta los fines educativos”*. Actualmente se está impulsando fuertemente un modelo educativo centrado no en el profesor, sino en el alumno. En este modelo el estudiante es activo en su proceso de aprendizaje. Dicho modelo también enfatiza un aprendizaje significativo. Este tipo de aprendizaje implica relacionar los conocimientos nuevos con los previos que produce una retención más duradera de la información.

1.2. La función del docente

En el proceso de enseñanza el rol del docente es propiciar que los alumnos aprendan al estimular, motivar, aportar criterios y diagnosticar situaciones de aprendizaje de cada alumno y de todo el grupo de clase. También al clarificar y aportar valores y ayudar a que los alumnos desarrollen sus propios criterios y valores; promover y facilitar las relaciones humanas en el aula y en la escuela como un orientador profesional (elemento formativo). Para ello, es importante que el docente conciba al alumno como alguien capaz de aprender a aprender y a pensar (el profesor enseña a aprender).

El docente también tiene la responsabilidad de diseñar actividades de aprendizaje mediante un plan de trabajo. Cuando un profesor elabora su plan de trabajo inmediatamente tiene en mente al estudiante como el objeto de su actividad. El plan de un profesor debe ser exhaustivo y detallado y debe contener todos los elementos que le ayuden a impartir mejor su materia.

El docente también debe preocuparse por el desarrollo, inducción y enseñanza de habilidades y estrategias cognitivas que permitan al alumno experimentar y reflexionar mediante soporte y realimentación continua.

1.3. Proceso de aprendizaje.

Existen muchas definiciones de aprendizaje, todas ellas dependerán de la teoría de aprendizaje que se adopte. De entre ellas, una de las más referenciadas actualmente es la teoría constructivista. Según esta teoría, el aprendizaje es un proceso activo en que una persona construye nuevas ideas o conceptos basados en sus conocimientos actuales y pasados.

El aprendizaje contribuye al desarrollo a medida que se diferencia que aprender no es lo mismo que copiar o reproducir la realidad, más bien aprender es construir. Aprendemos cuando somos capaces de elaborar una representación personal del objeto o contenido que pretendemos aprender. Dicha elaboración implica aproximarnos a dicho objeto o contenido con la intención de comprenderlo y lo hacemos desde nuestras experiencias, intereses y conocimientos previos (Doménech, s.f). Cuando se da este proceso entonces se produce el aprendizaje significativo.

El proceso de aprendizaje se efectúa durante toda la vida de una persona y, además, es acumulativo e irreversible. Las condiciones o situaciones en las que un individuo aprende son cada vez más complejas y dependen de diversos factores.

1.3.1. Factores influyentes en el aprendizaje.

Existen cuatro factores que influyen en el proceso de aprendizaje: factores cognitivos; factores motivacionales y afectivos, factores evolutivos y sociales y factores de diferencias individuales. A continuación, se mencionan los principios de cada uno de estos cuatro factores.

Factores cognitivos

El aprendizaje es más efectivo cuando se supone una construcción significativa a partir de las experiencias y el conocimiento previo. La meta del proceso de aprendizaje es que el

alumno busque representaciones congruentes y significativas del conocimiento. Este conocimiento se construye mediante la relación significativa de la información nueva con la ya existente, luego el alumno construye una serie de estrategias de pensamiento y razonamiento que le permiten alcanzar las metas de aprendizaje. Más adelante se desarrolla el pensamiento crítico y creativo. El aprendizaje dependerá de factores ambientales como la cultura, la tecnología y la institución escolar.

Factores motivacionales y afectivos.

El estado emocional de la persona, sus creencias, el interés y sus metas influyen en la motivación sobre el aprendizaje. Por otro lado, la creatividad y la curiosidad facilitan el aprendizaje. Este tipo de motivación puede estimularse mediante tareas con un grado adecuado de complejidad que estén orientadas a los intereses del alumno donde este tenga la oportunidad de elegir y controlar.

Factores evolutivos y sociales.

El aprendizaje resulta más efectivo cuando se toman en cuenta los diferentes niveles de desarrollo físico, intelectual, emocional y social de los alumnos. Otros factores que afectan el aprendizaje son la interacción social, las relaciones interpersonales y la comunicación.

Factores de diferencias individuales.

Todos los estudiantes tienen diferentes estrategias, capacidades y perspectivas hacia el aprendizaje que dependen en gran medida de sus experiencias previas y de factores hereditarios. De esta forma los resultados de aprendizaje son mucho mayores cuando se consideran todas las diferencias sociales, culturales e incluso las lingüísticas.

Actualmente, los estudiantes han adquirido mayor responsabilidad de su propio aprendizaje, sin embargo, esto no debe restarle peso a la función del docente. El docente en su papel de guía y facilitador debe proporcionar la estructura necesaria para que cada alumno adquiera, de forma progresiva, las herramientas que le permitan ser más responsable de su propio aprendizaje y tener una mayor capacidad para aprender.

1.4. La función del estudiante

La función del alumno o estudiante es ser un participante activo de su propio proceso de aprendizaje. El estudiante debe ser capaz de aprender, procesar información, resolver problemas. Todas las competencias del estudiante se desarrollan mediante nuevos aprendizajes y habilidades, esperando que haya un crecimiento en cada estudiante desde ser novato hasta convertirse en un experto en los temas a estudiar.

El estudiante no solo es responsable de construir su propio aprendizaje sino también de realizar las actividades diseñadas por el docente y además autoevaluar su propio avance.

Cabe resaltar que la interacción entre los estudiantes es necesaria para provocar el aprendizaje, compartir, interactuar y observar al otro se vuelve esencial. Cuando se trabaja bajo la premisa de que el estudiante sea activo en su aprendizaje, el profesor únicamente actúa como guía del alumno y lentamente permite que el estudiante posea mayor independencia y autonomía en su aprendizaje.

1.5. Estilos de aprendizaje.

No existe un método de aprendizaje universal debido a que todos los estudiantes son diferentes, es decir, existen diferencias individuales en el aprendizaje por lo que se requieren diferentes estilos de aprendizaje. Un estilo de aprendizaje es la forma en la que cada individuo intenta aprender. Esto incluye cómo aborda y experimenta el aprendizaje y cómo utilizan la información. La forma en la que se presenta la información es tan importante como lo que se dice, de hecho, puede determinar qué tanto se comprendió.

Existen tres estilos de aprendizaje relacionados con los sentidos: el visual, el auditivo y el cenestésico. En el estilo de aprendizaje visual se aprende principalmente viendo. En cuanto al estilo auditivo se aprende principalmente escuchando y en el estilo cenestésico se aprende haciendo.

Diversos estudios muestran que aproximadamente una tercera parte de la población prefiere el estilo de aprendizaje visual, otra tercera parte prefiere el estilo auditivo y la otra tercera parte el estilo cenestésico. Muchos estudiantes pueden tener una combinación de dos o incluso de los tres estilos de aprendizaje.

El estilo de aprendizaje de cada persona puede estar determinado por genética dependiendo de la parte del cerebro que es más receptiva en cada una de esas tres áreas o bien porque esa fue la forma en que fueron enseñados. También los estilos de aprendizaje de los estudiantes pueden cambiar o desarrollarse.

Detectar el estilo de aprendizaje de un estudiante permite identificar los desafíos que implicará el curso. Cuando se detectan los estilos de aprendizaje se pueden incluir estrategias en el esquema de trabajo de una asignatura que permitan que las lecciones sean más efectivas. Cuando se implementan los tres estilos de aprendizaje se asegura que la diferenciación se incluye en cada clase y se cuida que las necesidades de aprendizaje de los estudiantes se cumplan.

¿Cómo mejorar el enfoque visual del aprendizaje?

La mejor forma de aprender es presentando la información visualmente mediante imágenes, películas, video, mapas, diagramas, resaltar con colores los textos. Cuando se trata de información técnica o matemática se recomienda hacer gráficos para organizar la información. Cuando un problema matemático involucra una secuencia de pasos se recomienda diseñar una serie de recuadros y en cada uno colocar un poco de información en secuencia; también es recomendable ilustrar los conceptos clave mediante diagramas o gráficos. Tanto como sea posible se recomienda traducir palabras e ideas en símbolos, imágenes y diagramas.

¿Cómo mejorar el enfoque auditivo del aprendizaje?

Bajo este enfoque se aprende mejor cuando la información se presenta en lenguaje oral e interactuando con otros mediante un intercambio escuchar-hablar. Por ejemplo, al escuchar alguna conferencia participar en grupos de debate, utilizar grabaciones, intentar recordar algo que se escucha. También es muy recomendable el trabajar continuamente con compañeros para revisar información clave y prepararse para los exámenes. Cuando se trata de información técnica o matemática se recomienda explicar el problema con palabras propias.

¿Cómo mejorar el enfoque cenestésico del aprendizaje?

Aprender bajo este enfoque es más fácil cuando se ponen manos a la obra. En los salones de clase es más sencillo llevar a cabo esto mediante laboratorios donde sea posible manipular materiales. El mejor aprendizaje es cuando se puede estar físicamente activo en un ambiente de aprendizaje. También es bueno motivar al estudiante a poner manos a la obra fuera del salón de clase.

Por un lado, los estudiantes aprenden mejor a través de su estilo de aprendizaje preferido. Por otro lado, los profesores tienden a enseñar en su propio estilo de aprendizaje. Existen razones de peso por las que se recomienda conocer los estilos de aprendizaje preferidos de los estudiantes como:

- Los estilos de aprendizaje pueden formar parte del proceso de enseñanza y de aprendizaje.
- Su uso permite planes claros de aprendizaje tanto para individuos como para grupos.
- Pueden capacitar a los estudiantes para que aprendan de una forma más efectiva e independiente.
- Los estudiantes pueden trabajar usando sus fortalezas y fortaleciendo las áreas en las que son más débiles.

1.6. Evaluación del proceso de aprendizaje.

La evaluación y la retroalimentación son aspectos críticos y significativos del trabajo académico. El trabajo del estudiante es la evidencia de que ha alcanzado los resultados de aprendizaje de su programa de estudio para el aseguramiento interno de la calidad y la acreditación externa. Por ello es muy importante que las asignaciones establecidas y los criterios de calificación utilizados permitan a los estudiantes demostrar este logro.

Las principales herramientas de evaluación dentro de las disciplinas de ingeniería, generalmente son exámenes escritos, informes de prácticas de laboratorio, informes de prácticas de campo, pruebas de opción múltiple, pruebas de cálculos analíticos, informes de proyecto, presentaciones orales e incluso presentaciones de algún cartel.

En áreas donde los resultados de aprendizaje están centrados en la aplicación del conocimiento adquirido y las habilidades desarrolladas, algunas tareas o asignaciones del curso y proyectos son las evaluaciones más apropiadas.

Se debe tener cuidado al establecer tareas debido a que el fácil acceso a los medios electrónicos permite un incremento en el plagio. También es importante recordar que en cualquier área ingenieril se requiere trabajo en equipo sobre todo cuando se diseñan proyectos. Aquí se recomienda que la evaluación pueda diferenciar entre los estudiantes del grupo mediante la incorporación de elementos individuales de trabajo o mediante la evaluación por pares.

Un principio básico que rige la selección de las tareas o asignaciones es que la evaluación de las mismas se alinee con los métodos de enseñanza y los resultados de aprendizaje de cada módulo o programa de estudios. Esto se conoce como alineamiento constructivo.

Las asignaciones deben tener claramente definidos los criterios que serán calificados y que deben comunicarse a los estudiantes. Dichos criterios deben mostrar al estudiante que ha logrado los resultados para cada elemento de aprendizaje.

También es muy importante que los estudiantes reciban comentarios en las tareas que presentan donde se les explique qué pueden mejorar y porque recibieron cierta calificación. Aunque las asignaciones se deben alinear con los resultados de aprendizaje, también es importante que los estudiantes no sean sobreevaluados. Es decir, el tipo y la cantidad de evaluaciones requiere una planificación cuidadosa tanto a nivel de programa como en cada módulo para asegurar que son suficientes, pero no excesivos.

1.7. Aspectos clave para la enseñanza y el aprendizaje en ingeniería.

Generalmente los programas institucionales tienen un perfil de egreso de los estudiantes de ingeniería, en cierta forma estos son considerados como estándares de salida. Dichos estándares definen un conjunto de resultados de aprendizaje que tienen gran impacto en el diseño y sobre todo en las estrategias de evaluación que permiten que los estudiantes demuestren sus logros de aprendizaje.

Tradicionalmente las clases habían involucrado la transmisión unidireccional del contenido del curso desde el docente hacia el alumno en grupos grandes. Muchos profesores aun ven este tipo de clases como una forma eficiente y rápida para vaciar grandes contenidos de información en sus alumnos. Si se hace bien este método puede resultar eficaz, si no es así los estudiantes solo se convierten en recipientes pasivos de información.

Para evitarlo y usando la tecnología como herramienta, las clases expositivas han experimentado cambios en los recientes años ya que los docentes han introducido más elementos que le permiten al alumno una mayor interacción y participación en las actividades tales como elementos audiovisuales (fotografías, videoclips), notas de clase, plataformas educativas, casos reales, prácticas, cursos en línea. Todos estos elementos se conocen como recursos didácticos

1.8. Material didáctico.

Los materiales o recursos didácticos son los medios de enseñanza que constituyen distintas imágenes y representaciones que se confeccionan especialmente para la docencia los cuales contienen información y se utilizan como fuentes de conocimiento (Labarrere, 2001 citada en Pimienta, 2007). Básicamente se pueden distinguir tres tipos de material didáctico:

1. Objetos naturales e industriales: colores, proyectos, pizarrón, computadora, plumones.
2. Medios impresos: notas de clase, fotocopias, libros de texto, carteles.
3. Medios audiovisuales (de proyección) o informáticos: películas, videoclips, presentaciones en Power Point, plataformas educativas.

1.8.1. Puntos relevantes sobre los recursos didácticos en la ingeniería.

Elementos audiovisuales

Las clases deben motivar y retar a los alumnos. El uso de fotografías y videoclips pueden ser muy útiles. Por ejemplo, para una clase donde se verán principios teóricos de un tema puede ser que el profesor dedique los primeros 15 minutos de su clase en dar una introducción acerca del tema, hablando por ejemplo de los descubrimientos y desarrollos relacionados, o

bien proveyendo el contexto del tema que será explicado en unos 5 minutos a través de un video o fotografías.

Notas de clase.

Además, las clases pueden estar soportadas por una serie de notas acerca del tema, sin embargo, se propone que estas contengan información faltante para que el alumno pueda completarla y formar parte de su propio aprendizaje. Se puede desarrollar una variedad de material durante un periodo de tiempo, al cual puedan acceder los alumnos por medio de internet.

Los estudiantes aprecian las notas de buena calidad y actualizadas. Cuando las notas poseen imágenes o anécdotas esto permite que los estudiantes tengan la necesidad de volver a leerlas. Las secciones de referencias en las notas permiten que el estudiante amplíe su conocimiento acerca del tema por su propia cuenta.

Plataforma educativa.

También pueden desarrollarse una plataforma educativa en donde el estudiante pueda ser parte del desarrollo de la misma al aportar material interesante como lecturas, apuntes, ejemplos o videos hechos por él mismo.

Casos reales.

Los estudiantes tienen siempre en mente que las matemáticas son complicadas, pero si un profesor les brinda un panorama de la historia de la ingeniería esto les permitirá a los estudiantes ver las aplicaciones reales que tienen las matemáticas y les ayudará a comprender mejor los fundamentos de las ciencias matemáticas.

Generalmente los estudiantes prefieren ejemplos reales de la teoría en acción. Esto hace más fácil la comprensión de elementos teóricos. Los estudiantes se sienten más motivados a aprender cuando la clase se torna más interesante por ejemplo cuando el profesor habla acerca del impacto de la ingeniería en la sociedad.

Trabajo práctico

El trabajo práctico es uno de los componentes clave en todo nivel de ingeniería y las sesiones de laboratorio son una de las principales formas en que los ingenieros aprenden cómo aplicar la teoría. Las clases de laboratorio han sido siempre una parte integral del programa de estudios y reflejan también el carácter práctico de la ingeniería.

Las prácticas de laboratorio son pruebas muy sencillas que brindan experiencia práctica acerca del comportamiento de los materiales, de la validez y las limitaciones de conceptos teóricos y pueden culminar en proyectos de investigación donde los estudiantes diseñen sus propias pruebas de laboratorio para evaluar su nuevo conocimiento. Las sesiones de laboratorio se centran en el estudiante y ofrecen una amplia gama de resultados de aprendizaje como:

- Adquirir habilidades prácticas.
- Ganar experiencia en el uso de equipo y herramientas específicos.
- Planificar un programa de pruebas.
- Establecer vínculos entre la teoría y la práctica.
- Recopilar datos.
- Analizar datos.
- Hacer observaciones.
- Formar y probar hipótesis.
- Usar el juicio.
- Desarrollar habilidades para resolver problemas.
- Comunicar datos y conceptos.
- Desarrollar habilidades personales.
- Desarrollar habilidades en el manejo de las TIC.
- Realizar evaluaciones de riesgo.

Las desventajas de tener laboratorios de prácticas es que son caros de proveer, mantener y equipar. Estas sesiones requieren estar bien planificadas e integradas en el plan de estudios para obtener el máximo beneficio de este recurso. Si no se puede mantener un laboratorio físico y si el programa de estudio lo permite también es posible hacer uso de laboratorios

virtuales, estos complementan el papel de un laboratorio físico, aunque es probable que no se reproduzcan los mismos beneficios que en una sesión real de laboratorio.

Cursos en línea.

Los ingenieros siempre están a la vanguardia del cambio y explotando todo avance tecnológico y las innovaciones relacionadas. Hoy en día la computadora es una parte fundamental de la vida de un ingeniero profesional. Actualmente muchos académicos han aceptado el concepto de aprendizaje electrónico (e-learning), el cual es un facilitador y un soporte para el aprendizaje del estudiante a través del uso de información y comunicación mediante las tecnologías.

En la ingeniería se están utilizando muchos enfoques diferentes para el aprendizaje y la enseñanza con el fin de adaptarse rápidamente a los cambios tecnológicos. Algunos ejemplos son las tecnologías móviles e inalámbricas (PDA's, podcast), herramientas de comunicación en línea (correo electrónico y boletines), aprendizaje basado en computadora (uso de software, audio y videoconferencias) y entrega a través de entornos visuales de aprendizaje.

Algunos elementos digitales que son de bastante utilidad para cursos en línea son las lecturas cortas, grabación de audio-video del profesor, diapositivas, transcripción de la conferencia (tipo Coursera), folletos, video-clips, animaciones, contribuciones de video provenientes de un experto externo, cuestionarios, evaluaciones formativas, evaluaciones sumativas, enlaces a recursos externos seleccionados, chat para consultas entre otros.

Prácticas profesionales

La práctica profesional es aprender para trabajar, es el aprendizaje basado en el trabajo emprendido por estudiantes de tiempo completo como parte de sus últimos años universitarios o como módulo de experiencia laboral. El periodo de experiencia laboral puede variar desde unos meses hasta un año completo.

Las prácticas profesionales mejoran las habilidades profesionales y personales del estudiante de ingeniería, como el trabajar bajo presión, realizar múltiples tareas, comunicar o planear horarios. Pero también mejoran las habilidades interpersonales y reflexivas. Mediante la

práctica profesional el estudiante tiene la oportunidad de usar la teoría y aplicarla a proyectos de la vida real.

1.9. Perfil del docente de ingeniería.

Zarzar (1994) dice que más del 90 por ciento de los profesores de las instituciones de educación superior son profesionistas egresados de alguna licenciatura o carrera técnica, que nunca realizaron estudios especiales que los capacitaran para ejercer la docencia, es decir, que los formaran como profesores.

Muchos docentes son expertos en sus campos de estudio, pero no poseen el mismo desempeño explicando los conceptos a los estudiantes debido a que su formación fue solo en su campo de interés y no en el ámbito pedagógico. Esto contribuye a que el profesor adquiera muchos conceptos erróneos sobre el alumno y estimule un proceso de aprendizaje pasivo donde el profesor es la única fuente de información para el alumno debido a que no hay motivación para ir más allá de lo que se ve en el aula de clases.

Para poder impartir clases no solo es importante ser experto en el área o asignatura que se enseña, también es importante tener una adecuada formación docente. La UNAM consciente de ello, brinda continua capacitación a los profesores de diversas facultades a través de diversos cursos, talleres y diplomados diseñados para la superación docente donde se motiva a aprovechar todas las herramientas de las que se disponen actualmente para implementar en el aula de clases. También en estos cursos se concientiza al docente acerca de la importancia de su labor y cómo influye en la formación profesional del alumno.

El docente debe estar consciente de que no solo imparte clases y que no solo influye en el proceso de aprendizaje, sino que a los ojos de cada alumno es un modelo (positivo o negativo) que también influye en la formación del estudiante y que a futuro afectará el desempeño de ese estudiante en su ámbito laboral. Este impacto puede trastocar incluso el desempeño de la productividad de un país.

1.10. Perfil del estudiante ¿Quién es el estudiante de Ingeniería Industrial?

Algunos elementos intelectuales, sociales y afectivos inciden en el proceso de aprendizaje. Algunos de esos elementos resultan pertinentes para establecer las posibilidades y

requerimientos que el individuo necesita para aprender. Por ello se considera relevante conocer el tipo de alumnos que ingresa a la carrera de Ingeniería Industrial en la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

El ingreso a la carrera puede darse por medio de pase reglamentado (para alumnos procedentes del Colegio de Ciencias y Humanidades y alumnos procedentes de Escuela Nacional Preparatoria) o por medio del concurso de selección a la licenciatura. De acuerdo con el Portal de Estadística Universitaria de la UNAM (<http://www.estadistica.unam.mx/>), en los últimos 6 años el rango de edad de los alumnos que ingresan a la carrera se encuentra entre 18 y 20 años en un 90%. De estos, cerca del 60% son hombres y el 40% mujeres que en un 99% son solteros y el 1% está casado o vive en unión libre.

En cuanto a factores familiares cerca del 70% de los estudiantes tienen uno o dos hermanos, cerca del 20% son hijos únicos y el resto tiene más de tres hermanos. De ellos el 91% tiene padres que insisten demasiado en que deben estudiar. El nivel de estudios de la madre es un 20% primaria, 25% secundaria, 30% bachillerato o carrera técnica, 25% licenciatura y solo un 3% poseen estudios de posgrado. En cuanto al nivel de estudios del padre en un 3% no recibieron instrucción, en un 8% educación primaria, en un 20% educación secundaria, 30% bachillerato o carrera técnica, 30% licenciatura y aproximadamente un 4% poseen estudios de posgrado.

El ingreso mensual familiar en un 60% es de 2 a 4 salarios mínimos; en un 30% de 4 a 8 salarios mínimos y en un 5% más de 10 salarios mínimos. Aproximadamente un 25% de los estudiantes que ingresa a la carrera trabaja y el resto (75%) estudia de tiempo completo.

Los datos anteriores muestran que la gran mayoría de los estudiantes que han ingresado a la carrera en los últimos años son jóvenes que tienen oportunidades para desenvolverse y desarrollarse de manera apropiada a lo largo de la carrera. Sin embargo, existe una minoría que no tiene las mismas oportunidades ni las mismas responsabilidades como en el caso de aquellos cuyo ingreso familiar es bajo y además tienen una familia numerosa y padres que tienen un bajo nivel de estudios.

En algunas ocasiones, las condiciones del alumno parecen no afectar su desarrollo intelectual pues se tienen casos de éxito donde aquellos que tienen menos oportunidades o menos probabilidad de concluir o aprender son quienes mejor se desenvuelven en el ámbito académico y laboral.

El programa del profesor debe ser incluyente, es decir, el profesor debe considerar que en un salón de clases pueden concurrir alumnos con todo tipo de condición económica, social, cultural, intelectual e incluso física. De esta forma se crean ambientes apropiados para un desarrollo exitoso del proceso de enseñanza y también del proceso de aprendizaje debido a que ningún alumno se siente excluido sino más bien motivado a ser corresponsable en su propio aprendizaje.

1.11. Perfil del egresado de la carrera de Ingeniería Industrial

Los egresados de la Facultad de Ingeniería, de forma general deben poseer capacidades para la innovación, potencial para aportar a la creación de tecnologías y actitud emprendedora, con sensibilidad social y ética profesional; y con vocación para constituirse en factor de cambio.

También deben tener ideas claras sobre modelado matemático de fenómenos físicos y optimización; estar abiertos tanto al aprendizaje continuo como a la interdisciplinariedad; contar con conocimientos sólidos tanto de su idioma como de otra lengua y tener la capacidad de comunicarse de forma oral y escrita.

De manera más específica el egresado de la licenciatura en Ingeniería Industrial debe demostrar una comunicación efectiva verbal, escrita y corporal; saber trabajar en equipo; identificar, analizar y solucionar problemas; analizar prioridades con criterio lógico y sentido común; tener iniciativa, autonomía y autoaprendizaje; capacidad de negociar; tener una visión prospectiva y demostrar que puede capacitar y adiestrar.

Entre las actitudes del egresado de Ingeniería Industrial se encuentran el tener confianza en sí mismo y en su preparación académica; poseer deseos de actualización, superación y competencia en su profesión; creatividad e innovación; poseer una mente abierta orientada hacia la solución de problemas y al cambio; gusto por la investigación, ser líder, dinámico, honesto, responsable y crítico.

Finalmente, en cuanto a la responsabilidad social el egresado, éste debe ser consciente de la problemática nacional basada en el conocimiento de la realidad del país; ser consciente de la necesidad de promover la competitividad del país y tener una actitud humanista y de servicio a la sociedad.

(http://www.ingenieria.unam.mx/programas_academicos/licenciatura/industrial.php).

CAPITULO 2. PLAN DE TRABAJO DEL CURSO

2.1. Programa de estudios institucional

El programa de estudios institucional de la materia de PCP posee la característica de ser lo suficientemente explícito de tal forma que el docente conoce lo que debe enseñar, para qué y en qué autores puede apoyarse para dar la clase. Al mismo tiempo el programa es lo suficientemente general como para permitir que los profesores de la asignatura puedan elaborar su propio plan de trabajo personal.

El docente requiere capacitación para poder elaborar su propio plan de trabajo y las herramientas que lo auxilian para ello son el mapa curricular, el perfil de egresado y los criterios metodológicos definidos por la institución que elaboró el plan de estudios.

2.2. Programa de estudios del profesor

El programa de estudios del profesor se refiere al plan de trabajo o planeación didáctica de las materias. Este tipo de programa es exhaustivo y muy detallado ya que debe contener todos los elementos que ayuden al docente a impartir mejor su materia. Este programa consta de dos partes: los aspectos generales del curso (datos de la asignatura, ubicación, contenidos, bibliografía, metodología, criterios de evaluación) y la planeación didáctica (que puede ser por tema, unidad o clase).

2.2.1. Aspectos generales del curso.

2.2.1.1. Datos generales

El nombre oficial de la asignatura es Planeación y Control de la Producción clave 0619, tiene 10 créditos y es de carácter obligatorio para ingenieros industriales. A la semana, se dedican 4 horas de teoría y 2 horas de práctica (modalidad teórico-práctico) lo que equivale a un total de 96 horas a lo largo de las 16 semanas que dura el semestre escolar.

2.2.1.2. Ubicación de la materia.

a. Ubicación teórica

La asignatura se imparte en el 7° semestre conforme el plan de estudios aprobado por el consejo técnico de la Facultad de ingeniería el 20 de junio de 2014 (plan 2016). No posee ninguna seriación teórica antecedente ni subsecuente, sin embargo, se relaciona con la asignatura antecedente Diseño de Sistemas Productivos e Ingeniería de Manufactura. Entre las materias que se relacionan de forma paralela se encuentran Ingeniería Económica, Investigación de Operaciones I y Relaciones Laborales y Organizacionales. Las materias subsecuentes con los que se relaciona son Diseño de la Cadena de Suministros, Evaluación de Proyectos de Inversión y, Procesos Industriales.

b. Ubicación práctica

El curso se imparte en aulas medianas que cuenten con equipo de cómputo, internet y software especializado como Lindo, WinQsb y R. El aula debe contar con asientos suficientes para el tamaño de grupo, proyector, cables VGA y HDMI. Todo requiere estar en buen estado.

El tamaño del grupo varía entre 25 y 35 alumnos. Los horarios de clase están en función de la programación del Departamento de Ingeniería Industrial.

Cabe mencionar que la asignatura es de tipo optativo para otras carreras de la facultad como son Ingeniería Mecánica e Ingeniería Mecatrónica. También se da el caso de que estudiantes extranjeros provenientes de Latinoamérica, en su mayoría, cursen la asignatura.

2.2.1.3. Objetivos de la asignatura.

El objetivo general de la asignatura y los objetivos específicos de cada tema se presentan desglosados en la tabla 1. Cada objetivo se clasifica conforme la taxonomía de Benjamín Bloom la cual se basa en la idea de que las operaciones mentales se pueden clasificar en seis niveles de complejidad creciente (ver figura 1). Se trata de un intento de ordenar jerárquicamente los procesos cognitivos.

Conocimiento	Comprensión	Aplicación	Análisis	Síntesis	Evaluación
Recordar información concreta o de conocimientos específicos de forma exacta y aislada. (Recordar y memorizar)	Habilidad de descifrar o decodificar información y entenderla. Parfrasear información e identificarla en nuevos enfoques.	Emplear la información en una situación particular, concreta y diferente al contexto en el que se aprendió.	Capacidad de separar la información en partes para poder entender la estructura y la relación entre las partes	Habilidad de agrupar las diferentes partes de la información después de analizarlos para formar un todo.	Habilidad de determinar el valor de la información para un propósito determinado. Incluye la emisión de juicios de valor.



Figura 1. Taxonomía de Bloom. Fuente: www.researchgate.net/publication/285057623

Cuando el profesor diseñe su propia planeación didáctica es importante que considere dichos niveles cognitivos para proponer diversas actividades que desarrollará el estudiante por medio de las cuales pueda lograr los niveles propuestos en los objetivos del programa general.

Por otro lado, el diseño de objetivos de aprendizaje es una de las cinco habilidades mínimas necesarias para desempeñar la labor docente según Zarzar (1994). Los objetivos de aprendizaje pueden ser de dos tipos:

1. Informativos: Se refieren a la información con la que el alumno entra en contacto durante el curso y definen el grado de apropiación que debe conseguir el estudiante. Los objetivos de este tipo se describen en tres niveles, el primero es el del conocimiento sin profundización ni comprensión (saber que algo existe); el segundo nivel es la comprensión a fondo y el tercero el de manejar la información o aplicarla tanto en situaciones teóricas como en situaciones prácticas. Este tipo de objetivos se deben alcanzar en el periodo escolar (año o semestre).
2. Formativos: Los objetivos informativos se orientan más bien a la formación intelectual, humana, social y profesional del estudiante. Este tipo de objetivo, a diferencia del informativo, requiere de mucho más tiempo para ser alcanzado y también requiere del esfuerzo de toda la planta docente involucrada.

OBJETIVO		TIPO DE OBJETIVO	NIVEL DE COMPLEJIDAD
General	Diseñar procedimientos o sistemas	Formativa	Síntesis
	Aplicar procedimientos o sistemas	Informativo	Aplicación
	Determinar los volúmenes óptimos de producción e inventarios mediante modelos, métodos y reglas en cualquier sistema de producción	Informativo	Aplicación
	Usar modelos, métodos y reglas en cualquier sistema de producción	Informativo	Aplicación
Específico (1er capítulo)	Relacionar la planeación de la organización y el control de los sistemas de producción con el mercado y la competitividad.	Informativo	Aplicación
Específico (2° Capítulo)	Analizar el comportamiento de la demanda de producción	Formativa	Análisis
	Determinar el sistema de producción.	Informativo	Aplicación
Específico (3er Capítulo)	Diseñar la política de inventarios de acuerdo con las características del sistema de producción para lograr la optimización de los recursos involucrados en los sistemas de inventarios.	Formativa	Síntesis
	Seleccionar la política de inventarios de acuerdo con las características del sistema de producción para lograr la optimización de los recursos involucrados en los sistemas de inventarios.	Informativo	Conocimiento
	Seleccionar el mejor plan agregado de producción.	Informativo	Conocimiento

Específico (4° Capítulo)	Evaluar distintos planes, considerando la capacidad de planta, los recursos y sus costos.	Formativo	Evaluación
Específico (5° Capítulo)	Utilizar diferentes modelos y reglas de la asignación para la programación de operaciones de producción	Formativo	Aplicación
	Evaluar diferentes alternativas.	Formativo	Evaluación

Tabla 1. Objetivo general y objetivos específicos de la asignatura. Fuente: Elaboración propia.

También se proponen los siguientes objetivos formativos que están en conformidad con el perfil de egreso del estudiante de Ingeniería Industrial (tabla 2)

OBJETIVO	TIPO DE OBJETIVO	ASPECTO
Fomentar la justicia, la verdad, el respeto, la honestidad, la puntualidad, la autodisciplina, la organización, la limpieza y el deseo continuo de superarse.	Formativo	Humano
Analizar prioridades y situaciones con criterio lógico y sentido común. Ser capaz de analizar, sintetizar, abstraer y emitir juicios sobre información o situaciones que enfrente.	Formativo	Intelectual
Desempeñar todo trabajo de forma ética, dando lo mejor de sí mismo buscando el bien común, analizando problemas y conflictos, tomando las mejores decisiones y aplicando los conocimientos adquiridos en su práctica profesional.	Formativo	Profesional
Adquirir la capacidad de comunicarse de manera efectiva, respetar diferentes puntos de vista, aprender a trabajar en equipo, ser capaz de negociar, respetar normas, principios y costumbres y ser participativo y colaborativo.	Formativo	Social

Tabla 2. Objetivos formativos de la asignatura. Fuente: Elaboración propia.

2.2.1.4. Contenido temático.

El temario de PCP está formado por cinco temas según el plan de estudios 2016. El contenido abarca los temas:

1. Introducción.
2. Planeación de la demanda y pronósticos.
3. Sistemas y modelos de inventarios.
4. Planeación agregada.
5. Programación de operaciones.

2.2.1.5. Perfil profesiográfico.

El perfil profesiográfico que se detalla en el programa de estudios (http://www.ingenieria.unam.mx/programas_academicos/licenciatura/Industrial/industrial_2016.pdf) está constituido por profesionistas con licenciatura en Ingeniería Industrial o afín, preferentemente con posgrado, con conocimientos teóricos y prácticos. También deben poseer amplia experiencia en el área de producción, experiencia docente o experiencia en preparar programas de formación docente.

2.2.1.6. Metodología de trabajo.

La metodología que se propone para llevar el curso se detalla en los siguientes pasos:

1. Al inicio de cada tema nuevo dar una breve introducción de lo que se verá en la sesión enfatizando los objetivos que se desean lograr.
2. Al tratarse de un tema nuevo el docente puede realizar una evaluación diagnóstica para verificar el nivel de preparación del grupo y no dar por hecho que el estudiante no conoce el tema ni que el estudiante posee los conocimientos previos necesarios para el aprendizaje que se va a iniciar. Esta evaluación puede hacerse mediante lluvia de ideas, preguntas, debate en plenaria.

3. Si en la sesión no se inicia un tema nuevo entonces se recomienda que al inicio de la misma el docente dé un repaso de lo visto en la clase anterior con el fin de dar continuidad al curso.
4. Durante el repaso el docente puede evaluar el avance formativo de los estudiantes mediante preguntas específicas o bien solicitando que algunos estudiantes sean quienes den el repaso al grupo.
5. Después del repaso o de la introducción de un tema, el docente puede exponer y desarrollar el tema correspondiente a la sesión mediante la utilización de recursos didácticos como presentaciones, notas de clase, videos, mapas conceptuales, pero siempre permitiendo la participación activa del estudiante.
6. Para que el estudiante pueda participar activamente en el desarrollo de un tema se recomienda que previamente el profesor recomiende al grupo fuentes de información donde documentarse.
7. Si es necesario, el profesor puede proponer ejemplos que clarifiquen el tema y ejercicios que permitan que el alumno ponga en práctica lo que está aprendiendo.
8. Se recomienda que el profesor asigne tareas que estén alineados a los objetivos específicos del temario. De esta forma se permite evaluar el progreso del estudiante no solo por parte del docente sino también por parte del alumno. Una o dos tareas por tema orientada a los objetivos pueden resultar pertinente coadyuvando a la disminución de trabajo y estrés tanto para el docente (al calificar las tareas) como para el alumno (al hacer tareas para diversas materias).
9. Para finalizar la clase es pertinente que se dé un breve repaso dejando claros los puntos clave o esenciales aprendidos durante la sesión.

2.2.1.7. Criterios y mecanismos para la calificación, acreditación y evaluación.

Existe una diferencia importante entre calificar, acreditar y evaluar. Por un lado, la calificación hace referencia a la asignación de un valor al aprendizaje del estudiante mediante mecanismos confiables. La calificación es también conocida como evaluación sumativa. Cada profesor tiene la libertad de diseñar su propia evaluación sumativa, misma que tiene como objetivo evaluar el aprendizaje en términos de resultado certificando que el alumno ha

logrado determinado nivel de aprendizaje mediante la asignación de una calificación que acredita si el alumno tiene la capacidad de aprobar o reprobar el curso.

La evaluación sumativa se lleva a cabo por medio de situaciones, procedimientos o instrumentos confiables e integrales que permiten que el alumno demuestre lo que ha aprendido. Algunos ejemplos de este tipo de instrumentos son los exámenes parciales, exámenes finales, proyectos de aplicación, las tareas, la participación propositiva del alumno, exposiciones, la elaboración de material creativo, entre otros.

Por otro lado, la acreditación hace referencia a los criterios que le permiten al estudiante tener derecho a obtener una calificación en el curso como es la asistencia, el aprobar cada examen con una calificación mínima establecida o un porcentaje mínimo de tareas, etc.

Mientras que la evaluación se refiere al instrumento que permite evaluar la ausencia o presencia de conocimiento sobre un tema (evaluación diagnóstica), evaluar el avance en el aprendizaje del alumno a lo largo del curso (evaluación formativa) como exámenes, preguntas específicas, proyectos, entre otros.

2.2.1.8. Bibliografía básica.

A continuación, se presentan algunas referencias recomendadas para que, tanto el alumno como el docente puedan ampliar el conocimiento de los contenidos de la asignatura:

- SIPPER B, & BUFIN, R. Jr. Planeación y Control de la Producción. México, McGraw–Hill, 1998.
- CHASE, R., AQUILANO, N., & JACOBS, F. Administración de la Producción. 10a. ed., E.U.A, McGraw–Hill, 2005.
- HILLIER Federico S, HILLIER Mark S, J. LIEBERMAN Gerald. Introduction to management Science. 3a. Ed., E.U.A. McGraw–Hill, 2008.
- NAHMIAS, Steven. Análisis de la Producción y las Operaciones. 3ª. Edición, CECSA, 2006.

2.2.2. Planeación didáctica.

La planeación didáctica se refiere a la distribución tentativa de las sesiones que se piensan dedicar a cada tema o unidad temática. A continuación, se presenta una propuesta.

TEMA 1. INTRODUCCIÓN				
No. Sesiones: 2	Fecha de inicio:		Fecha de conclusión:	
Objetivo general del tema: Relacionar la planeación de la organización y el control de los sistemas de producción con el mercado y la competitividad.				
Objetivos informativos y formativos.	Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Recursos	Materiales	Instrumentos de evaluación
-Conocer al estudiante. -Presentar los lineamientos del curso. -Evaluar los antecedentes del alumno. -Definir y analizar conceptos como planeación, control de los sistemas productivos, mercado y competitividad. -Desarrollar la capacidad de emitir juicios de valor.	Participación individual. Evaluación diagnóstica. Exposición audiovisual del tema. Interacción grupal.	Video de bienvenida. Programa del alumno. Retroalimentación. Video de la evolución de los sistemas productivos. Presentación del tema.	Equipo de cómputo. Proyector. Hoja de papel. Bolígrafos.	Presentación oral del estudiante. Lluvia de ideas. Preguntas intercaladas. Debate en plenaria. Análisis de lectura. Síntesis de lectura. Ensayo breve.

TEMA 2. PLANEACIÓN DE LA DEMANDA Y PRONÓSTICOS.

No. Sesiones: 14	Fecha de inicio:	Fecha de conclusión:
-----------------------------------	-------------------------	-----------------------------

Objetivo general del tema:

El alumno analizará el comportamiento de la demanda de producción que servirá para determinar el sistema de producción.

Objetivos informativos y formativos.	Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Recursos	Materiales	Instrumentos de evaluación
<ul style="list-style-type: none"> -Explicar conceptos como demanda, planeación de la demanda y pronósticos. -Clasificar la demanda de producción -Definir y clasificar las técnicas de pronósticos. -Identificar las componentes de una serie de tiempo dependiendo del proceso. -Identificar el modelo de pronóstico a utilizar dependiendo de las componentes presentes en la serie de tiempo. -Desarrollar la creatividad al elaborar material interactivo. 	<ul style="list-style-type: none"> Evaluación diagnóstica. Retroalimentación. Interacción grupal. Exposición oral del tema. Ejemplificar métodos. Resolver ejercicios. 	<ul style="list-style-type: none"> Cuestionario diagnóstico impreso. Presentación del tema. Notas de clase. Ejercicios. Artículos de divulgación (nacionales e internacionales). Videos 	<ul style="list-style-type: none"> Equipo de cómputo. Proyector. Internet. Libros Artículos o revistas digitales o impresos. Prácticas impresas o en digital. 	<ul style="list-style-type: none"> Cuestionario Debate en plenaria. Serie de ejercicios. Estudio de caso. Prácticas en equipo. Exposición por equipos.

<p>-Analizar, sintetizar información</p> <p>-Aprender a trabajar en equipo mediante la realización de prácticas y de material interactivo.</p> <p>-Comunicarse de manera efectiva.</p>	<p>Exposición por parte de los alumnos.</p> <p>Lectura de artículos de divulgación científica.</p> <p>Investigación los métodos de pronósticos más actuales.</p> <p>Repaso de conceptos clave.</p> <p>Evaluación formativa.</p>	<p>Prácticas</p> <p>Casos de estudio reales.</p> <p>Plantillas de pronósticos.</p> <p>Software especializado.</p>	<p>Estudio de caso</p> <p>Libreta de apuntes o tableta.</p> <p>Bolígrafos.</p>	<p>Desarrollo de un video de máximo 5 minutos en equipo.</p> <p>Ensayo de la aplicación de los pronósticos en la vida real con opinión personal.</p> <p>Análisis de lectura con opinión personal.</p> <p>Síntesis de lectura con opinión personal.</p> <p>Examen</p>
--	---	---	--	--

TEMA 3. SISTEMAS Y MODELOS DE INVENTARIOS.

No. Sesiones:

14

Fecha de inicio:

Fecha de conclusión:

Objetivo general del tema:

El alumno diseñará y seleccionará la política de inventarios de acuerdo con las características del sistema de producción para lograr la optimización de los recursos involucrados en los sistemas de inventarios.

Objetivos informativos y formativos.	Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Recursos	Materiales	Instrumentos de evaluación
-Manejar conceptos básicos de inventarios. -Relacionar los pronósticos con los modelos de inventarios. -Identificar si la demanda es estática o dinámica por medio de la regla de Peterson-Silver. -Identificar las diferencias entre métodos simples, métodos heurísticos y métodos óptimos.	Evaluación diagnóstica. Retroalimentación. Exposición oral del tema. Ejemplificar métodos. Resolver ejercicios. Lectura de artículos.	Examen diagnóstico impreso. Videos Presentación del tema Notas de clase. Ejercicios. Lecturas. Prácticas.	Equipo de cómputo. Proyector. Internet. Artículos o revistas digitales o impresos. Prácticas impresas o en digital.	Examen diagnóstico. Serie de ejercicios. Estudio de caso en equipo. Prácticas en equipo. Debate en plenaria Síntesis de lectura con opinión personal Modelar un sistema de inventarios por medio de un simulador.

<ul style="list-style-type: none"> -Solucionar problemas de inventarios. -Implementar modelos de inventarios. -Analizar, sintetizar información -Aprender a trabajar en equipo mediante la realización de prácticas y de material interactivo. -Comunicarse de manera efectiva. 	<p>Repaso de conceptos clave.</p> <p>Interacción grupal</p> <p>Evaluación formativa.</p>	<p>Estudio de caso.</p> <p>Plantillas de inventarios.</p> <p>Software especializado.</p>	<p>Estudio de caso impreso o digital.</p> <p>Libreta de apuntes o tableta.</p> <p>Bolígrafos</p>	<p>Examen.</p>
--	--	--	--	----------------

TEMA 4. PLANEACIÓN AGREGADA

TEMA 4. PLANEACIÓN AGREGADA		
No. Sesiones:		
9	Fecha de inicio:	Fecha de conclusión:
<p>Objetivo general del tema:</p> <p>El alumno seleccionará el mejor plan agregado de producción, mediante la evaluación de distintos planes, considerando la capacidad de planta, los recursos y sus costos.</p>		

Objetivos informativos y formativos.	Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Recursos	Materiales	Instrumentos de evaluación
<p>-Relacionar conceptos básicos de planeación, programación dinámica y modelado.</p> <p>-Entender y analizar La triada: capacidad, unidades agregadas y costos.</p> <p>-Implementar los métodos de planeación agregada.</p> <p>-Analizar problemas de planeación agregada.</p>	<p>Evaluación diagnóstica.</p> <p>Retroalimentación.</p> <p>Exposición oral del tema.</p> <p>Ejemplificar métodos.</p> <p>Resolver ejercicios.</p> <p>Exposición por parte de los alumnos.</p> <p>Repaso de conceptos clave.</p> <p>Interacción grupal</p> <p>Evaluación formativa.</p>	<p>Cuestionario diagnóstico prediseñado.</p> <p>Presentación del tema</p> <p>Notas de clase.</p> <p>Ejercicios.</p> <p>Prácticas.</p> <p>Software especializado</p>	<p>Equipo de cómputo.</p> <p>Proyector.</p> <p>Internet.</p> <p>Prácticas impresas o en digital.</p> <p>Libreta de apuntes o tableta.</p> <p>Bolígrafos</p>	<p>Preguntas intercaladas.</p> <p>Debate en plenaria.</p> <p>Serie de ejercicios.</p> <p>Práctica en equipo.</p> <p>Exposición en equipos.</p> <p>Programación de plantillas propias.</p> <p>Diseñar un plan agregado para un sistema pequeño.</p> <p>Examen</p>

TEMA 5. PROGRAMACIÓN DE OPERACIONES.

No. Sesiones: 9	Fecha de inicio:	Fecha de conclusión:
----------------------------------	-------------------------	-----------------------------

Objetivo general del tema:

El alumno utilizará diferentes modelos y reglas de la asignación para la programación de operaciones de producción evaluando diferentes alternativas.

Objetivos informativos y formativos.	Estrategias de enseñanza y aprendizaje	Recursos	Materiales	Instrumentos de evaluación
-Identificar el tipo de proceso productivo. -Seleccionar e implementar los algoritmos de programación de operaciones. -Analizará y evaluar los resultados. -Demostrar la capacidad de dominio del tema mediante un proyecto de aplicación. -Desarrollar la capacidad de resolver problemas.	Evaluación diagnóstica. Retroalimentación. Exposición oral del tema. Ejemplificar métodos. Resolver ejercicios. Proyecto de investigación. Exposición en equipos.	Prueba rápida. Presentación del tema Notas de clase. Ejercicios. Software especializado	Equipo de cómputo. Proyector. Internet. Libros Prácticas impresas o en digital. Libreta de apuntes o tableta. Bolígrafos	Preguntas intercaladas Serie de ejercicios Debate en plenaria Proyecto de investigación en equipo aplicado sobre la programación de operaciones de un sistema productivo. Exposición breve por equipos del proyecto. Examen

-Adaptar modelos reales a modelos matemáticos.	Repaso de conceptos clave. Interacción grupal Evaluación formativa.			
--	---	--	--	--

2.3. Programa del alumno

El programa del alumno es el mismo documento que el programa de estudios del profesor, pero más breve y sintético, además posee un lenguaje más comprensible para el alumno. El principal objetivo de este documento es dar al estudiante una presentación general del curso y ubicarlos en el contexto de la carrera que se estudia.



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
FACULTAD DE INGENIERÍA
DIVISIÓN DE INGENIERIA MECANICA E INDUSTRIAL



Nombre de la asignatura: Planeación y Control de la Producción.

Semestre en el que se imparte: 8° semestre (Plan 2010); 7° semestre (Plan 2016)

Características del curso:

- Carácter: Obligatorio
- No. Créditos: 10
- No. Horas teoría/semana: 4
- No. horas práctica/semana: 2

1. Presentación.

En este curso de Planeación y Control de la Producción se analizan conceptos que permiten aprender a planear y controlar la demanda tanto en empresas dedicadas a la producción como a los servicios. La Planeación y Control de la Producción contiene temas clave para todo ingeniero industrial por lo que requiere antecedentes de otras materias como la investigación de operaciones, la calidad, la estadística, entre otras.



2. Objetivo general.

El alumno diseñará y aplicará procedimientos o sistemas para determinar los volúmenes óptimos de producción e inventarios mediante el uso de modelos, métodos y reglas en cualquier sistema de producción con la finalidad de que adquiera una actitud y mentalidad crítica.

3. Contenido temático.

- A. Introducción.....4h
- B. Análisis de la demanda de producción.....18h
- C. Sistemas y modelos de inventarios.....18h
- D. Planeación agregada.....12h
- E. Programación de operaciones.....12h

4. Metodología de clase.

(Queda a consideración de cada profesor)

5. Bibliografía básica.

- SIPPER B, & BUFIN, R. Jr. Planeación y Control de la Producción. México, McGraw–Hill, 1998.
- CHASE, R., AQUILANO, N., & JACOBS, F. Administración de la Producción. 10a. ed., E.U.A, McGraw–Hill, 2005.
- HILLIER Federico S, HILLIER Mark S, J. LIEBERMAN Gerald. Introduction to management Science. 3a. Ed., E.U.A. McGraw–Hill, 2008.
- NAHMIAS, Steven. Análisis de la Producción y las Operaciones. 3ª. Edición, CECSA, 2006.

6. Criterios y mecanismos para la calificación, la evaluación y la acreditación.

Mecanismos de calificación.

- | | |
|-------------------------------|--------|
| • Exámenes. | _____% |
| • Tareas, series y prácticas. | _____% |
| • Exposición | _____% |
| • Proyecto final + Plantillas | _____% |
| • Ensayo | _____% |

Criterios para tener derecho a acreditar el curso

- 80% asistencia.
- 70% tareas entregadas.
- Exámenes parciales aprobados.
- Presentarse a examen final.

Mecanismos de evaluación

La evaluación del avance del curso y la comprensión de los temas se realizará en cada clase mediante cuestionarios, participación o miniexámenes en línea.

7. Cierre

Al final del curso el alumno será capaz de planear y controlar cualquier sistema productivo, a través de los distintos procesos y actividades que conforman la producción. Y en especial, esta asignatura involucra todos los conocimientos adquiridos a lo largo de los siete semestres previos.

CAPÍTULO 3. MATERIAL DE CLASE.

3.1. Notas de clase.

Cada capítulo de las notas de clase inicia con el título, el objetivo general y el contenido del tema. Es importante enfatizar que los objetivos son una especie de mecanismo que permite tanto al docente como al estudiante evaluar el desempeño del aprendizaje logrado en cada tema. Las notas de clase se presentan en forma impresa, pero también es importante señalar que, se anexa un CD a este documento en cuya carpeta *Notas de clase* es posible encontrar los apuntes de acuerdo con el título correspondiente tanto en formato PDF como en Word (.docx).

3.1.1. Introducción a la Planeación y Control de la Producción.

Las notas del tema 1. Introducción a la Planeación y Control de la Producción se pueden ver en el anexo A1. Si se desea visualizar en formato digital dirigirse al CD incluido en este documento abrir la carpeta Notas de clase y luego el documento 1. Introducción a la Planeación y Control de la Producción.pdf

3.1.2. Planeación de la demanda y pronósticos.

Las notas del tema 2. Planeación de la demanda y pronósticos se pueden ver en el anexo A2. Si se desea visualizar en formato digital dirigirse al CD incluido en este documento abrir, la carpeta Notas de clase y luego el documento 2. Planeación de la demanda y pronósticos.pdf

3.1.3. Sistemas y modelos de inventarios.

Las notas del tema 3. Sistemas y modelos de inventarios se pueden ver en el anexo A3. Si se desea visualizar en formato digital dirigirse al CD incluido en este documento, abrir la carpeta Notas de clase y luego el documento 3. Sistemas y modelos de inventarios.pdf

3.2. Ejercicios Resueltos.

En esta sección se incluye una serie de ejercicios resueltos paso a paso, con el fin de comprender mejor la aplicación tanto de los modelos de pronósticos como de los modelos de inventarios.

3.2.1. Ejercicios de pronósticos.

Los ejercicios de pronósticos se pueden ver en el anexo B1. Si se desean visualizar en formato digital dirigirse al CD incluido en este documento, abrir la carpeta *Ejercicios* y luego el documento *B1. Ejercicios de Pronósticos.pdf* o bien el documento *B1. Ejercicios de Pronósticos.xlsx* que contiene una serie de ejercicios resueltos con Excel®.

3.2.2. Ejercicios de inventarios.

Los ejercicios de inventarios se pueden ver en el anexo B2. Si se desean visualizar en formato digital dirigirse al CD incluido en este documento, abrir la carpeta *Ejercicios* y luego el documento *B2. Ejercicios de Inventarios.pdf* o bien el documento *B2. Ejercicios de Inventarios EOQ-EPQ.xlsx* que contiene algunos ejercicios resueltos con Excel®.

3.3. Presentaciones.

3.3.1. Introducción a la Planeación y Control de la Producción.

La presentación de la introducción a la materia se puede visualizar en formato ppt y está incluido en el CD que acompaña este documento, abrir la carpeta *Presentaciones* y luego el archivo *1. Introducción a PCP.ppt*

3.3.2. Planeación de la demanda y pronósticos.

La presentación de Planeación de la demanda y pronósticos se puede visualizar en formato .ppt y está incluido en el CD que acompaña este documento, abrir la carpeta *Presentaciones* y luego el archivo *2. Planeación de la demanda y pronósticos.ppt*

3.3.3. Introducción a los inventarios.

La presentación de introducción a los inventarios y conceptos básicos también está disponible en formato .ppt en el CD. Abrir la carpeta *Presentaciones* y luego el archivo *3. Introducción a sistemas y modelos de inventarios.ppt*

3.3.4. EOQ y EPQ con y sin faltantes.

La presentación acerca de la cantidad económica a ordenar y la cantidad económica a producir con y sin faltantes se encuentra en la carpeta *Presentaciones* del CD que acompaña este documento. El nombre del archivo es *3.2.2. EOQ y EPQ con y sin faltantes.ppt*

3.3.5. Descuentos por cantidad.

La presentación de descuentos por cantidad se localiza en la carpeta *Presentaciones* del CD que acompaña este documento. El nombre del archivo es *3.2.4. Descuentos por cantidad.ppt*

3.3.6. Restricción de recursos.

La presentación lote económico con restricciones de recursos también está disponible en formato .ppt en el CD. Abrir la carpeta *Presentaciones* y luego el archivo *3.2.5. Restricciones de recursos.ppt*

3.4. Videos.

3.4.1. Bienvenida a Planeación y Control de la Producción.

El video de bienvenida para los estudiantes se encuentra en la carpeta *Videos* del CD. Reproducir el video *Bienvenida a PCP.mp4*

3.4.2. Introducción a los sistemas de producción.

El video de introducción a los sistemas de producción se encuentra en la carpeta *Videos* del CD. Reproducir el video *Sistemas de producción.mp4*

3.5. Rúbricas de evaluación.

Las rúbricas para evaluar ensayo, exposiciones, proyecto final y tareas se encuentran en el anexo C.

3.5.1. Rúbrica Ensayo.

La rúbrica de ensayo también está disponible en formato digital en el CD, en la carpeta *Rúbricas*, documento *Rúbrica Ensayo.pdf*

3.5.2. Rúbrica Exposiciones.

La rúbrica para evaluar exposiciones está disponible en formato digital en el CD, en la carpeta *Rúbricas*, documento *Rúbrica Exposiciones.pdf*

3.5.3. Rúbrica Tareas.

La rúbrica para evaluar las tareas está disponible en formato digital en el CD, en la carpeta *Rúbricas*, documento *Rúbrica Tareas.pdf*

3.5.4. Rúbrica Proyecto final.

La rúbrica para evaluar el proyecto final está disponible en formato digital en el CD, en la carpeta *Rúbricas*, documento *Rúbrica Proyecto final.pdf*

3.6. Propuestas de evaluaciones formativas.

3.6.1. Primer parcial.

Se propone una primera evaluación parcial para el tema de pronósticos. Está disponible junto con su solución en la carpeta *1. Primer Parcial* que se ubica dentro de la carpeta *Evaluación Formativa* del CD.

3.6.2. Segundo parcial.

Se propone una segunda evaluación parcial para el tema de inventarios. Está disponible junto con su solución en la carpeta *2. Segundo Parcial* que se ubica dentro de la carpeta *Evaluación Formativa* del CD.

3.6.3. Tercer parcial.

En la carpeta *3. Tercer Parcial* que se ubica dentro de la carpeta *Evaluación Formativa s* del CD se encuentra una tercera evaluación parcial correspondiente a los temas restricciones de recursos, tamaño de lote dinámico y decisiones de una sola vez. Está disponible junto con su solución.

3.6.4. Cuarto parcial.

En la carpeta 4. *Cuarto Parcial* que se ubica dentro de la carpeta *Evaluación Formativa* s del CD se encuentra una última evaluación parcial correspondiente a los temas planeación de requerimiento de materiales, sistemas (Q, R) y programación de operaciones. Está disponible junto con su solución.

3.6.5. Evaluaciones finales.

Una propuesta de evaluación final se encuentra en la carpeta 5. *Evaluación final* que se ubica dentro de la carpeta *Evaluación Formativa* del CD. Dicha evaluación está acompañada de su respectiva solución.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

La planeación didáctica de una asignatura debe contener todos los elementos que le ayuden al docente a impartir mejor su clase. El material didáctico y los instrumentos de evaluación son sólo algunos de dichos elementos. Estos permiten reforzar el proceso de aprendizaje del alumno puesto que en el proceso de diseño y elaboración siempre se tiene en mente al estudiante como figura central del proceso de enseñanza y de aprendizaje. Además, las actividades se diseñaron conforme a los objetivos del programa de estudios institucional y el perfil de egreso de la carrera.

El hecho de que el docente considere que el estudiante es importante se convierte en una motivación para éste lo que conlleva a un mayor compromiso con su propio aprendizaje. Un programa pensado en el estudiante y sus características lo motiva a ser activo y corresponsable de su propio aprendizaje, desarrollar sus habilidades para aprender a aprender y lo guía a continuar con este proceso por el resto de su vida. Es así como es posible observar la relevancia de la docencia. Esta no influye solo en el aula de clases, sino también puede influir indirectamente en el desempeño de una nación.

El material desarrollado es resultado de la consulta en varios libros, artículos, notas de clase, manuales y páginas de internet por lo que se recomienda tanto al docente como al alumno el

consultar las referencias que se recopilan en este documento para una mayor ampliación del conocimiento.

También se recomienda que el docente pueda ajustar a sus necesidades y a su visión de labor docente la propuesta de planeación didáctica y tomar los recursos didácticos que se le ofrecen en este trabajo conforme a su propia práctica y a las necesidades y características de cada grupo de clase pudiendo incluso desarrollar nuevos recursos didácticos a partir, por ejemplo, de las notas de clase adicionando información actual o alguna historia que pueda ser de interés.

PERSPECTIVAS FUTURAS.

El desarrollo del material didáctico no se limita únicamente al material desarrollado en este texto ni al incluido en el CD. Se pretende en un futuro elaborar material audiovisual que pueda estar disponible en un canal como YouTube. La idea es invitar a otros estudiantes a colaborar en el diseño y desarrollo de material actual y creativo que sea de utilidad para otros estudiantes no solo de la UNAM sino también de otras universidades. Para ello se requiere de trabajo en equipo y de la colaboración tanto de alumnos como de docentes.

REFERENCIAS GENERALES

1. Artículos

CHOCARRO, E., SOBRINO, Á. & GONZÁLEZ, M. (2014). Percepciones de los profesores universitarios: ¿su enseñanza adopta un enfoque centrado en el alumno y su aprendizaje?. *Contextos Educativos. Revista de Educación*, [en línea] 0(17), p.45. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/279158719_Percepciones_de_los_profesores_universitarios_su_ensenanza_adopta_un_enfoque_centrado_en_el_alumno_y_su_aprendizaje.

GUTIÉRREZ, O. (2003). Enfoques y modelos educativos centrados en el aprendizaje. [en línea] [Fecha de consulta 28 febrero de 2017]. Disponible en: <http://www.lie.upn.mx/docs/docinteres/EnfoquesyModelosEducativos2.pdf>

MACÍAS, M. (2002). Las múltiples inteligencias. *Psicología desde el Caribe*. [en línea] p. 27-38. Disponible en: <http://www.redalyc.org/pdf/213/21301003.pdf>

2. Libros/Capítulos de libro.

ALSINA, P. (2013). Rúbricas para la evaluación de competencias. *En Cuadernos de docencia universitaria #26*. ICE y Ediciones Octaedro, Barcelona. [Consulta en línea 28 marzo 2017, 12 hrs.] Disponible en: <http://www.ub.edu/ice/sites/default/files/docs/qdu/26cuaderno.pdf>

ANTOLÍN, J., (2010). Taxonomía cognitiva de Bloom. En: *Antología de la Especialización de alto nivel para la profesionalización docente en las matemáticas de secundaria* [en línea] Jalisco: SEJ-CINVESTAV. [Fecha de consulta: 28 Feb. 2017]. Disponible en: https://www.researchgate.net/publication/285057623_Taxonomia_Cognitiva_de_Bloom

DICKENS, J. AND ARLETT, C. (2009). Key aspects of teaching and learning in engineering. In: H. Fry, S. Ketteridge and S. Marshall, ed., *A handbook for teaching and learning in higher education*, 3rd ed. [en línea], New York: Routledge, pp.264-281. [Fecha de consulta: 28 Feb. 2017]. Disponible en: http://biblioteca.ucv.cl/site/colecciones/manuales_u/A%20Handbook%20for%20Teaching

%20and%20Learning%20in%20Higher%20Education%20Enhancing%20academic%20and%20Practice.pdf

MORALES, P. (2012). *Elaboración de material didáctico*. Red Tercer Milenio, Tlalnepantla, Edo. de México. [Fecha de consulta: 27 marzo 2016 10:00 hrs.] Disponible en: http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/derecho_y_ciencias_sociales/Elaboracion_material_didactico.pdf

PIMIENGA, J. (2007). *Metodología constructivista. Guía para la planeación docente*. 2a ed. PEARSON EDUCACIÓN, México. ISBN 13: 978-970-26-1040-3 [Consulta en línea en <http://edidactic.weebly.com/uploads/2/7/8/3/27839681/pimientajulio-metodologiaconstructivistaguiaaparalplaneaciondocente2ed-131204110717-phpapp01.pdf>].

ZARZAR, C. (1994). La definición de objetivos de aprendizaje. Una habilidad básica para la docencia. Perfiles Educativos [en línea] [Fecha de consulta: 27 de febrero de 2017] Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=13206302> ISSN 0185-2698

ZARZAR, C. (1996). *Habilidades Básicas para la docencia. Segunda habilidad: diseñar el plan de trabajo de un curso y redactar el programa*. Editorial Patria, México. [Fecha de consulta: 27 Feb. 2017]. Disponible en: http://www.cucs.udg.mx/avisos/Martha_Pacheco/Software%20e%20hipertexto/Antologia_Electronica_pa121/Zarzar.PDF

3. Notas de clase.

ANÓNIMO, (s.f.). *Concepción enseñanza-aprendizaje*. [en línea] [Fecha de consulta: 6 marzo de 2017]. Disponible en: <http://www.unter.org.ar/imagenes/10061.pdf>

DOMÉNECH, F. (s.f.). *Tema 5: La enseñanza y el aprendizaje en la situación educativa*. [Apuntes] [Fecha de consulta: 6 marzo de 2017] Disponible en: <http://www3.uji.es/~betoret/Instruccion/Aprendizaje%20y%20DPersonalidad/Curso%2012>

-

13/Apuntes%20Tema%205%20La%20ensenanza%20y%20el%20aprendizaje%20en%20la%20SE.pdf.

ROMERO, A. AND JARA, P. (s.f.). *Introducción: Concepto y marco disciplinar del aprendizaje*. [Presentación de clase] [Fecha de consulta: 6 de marzo de 2017]. Disponible en: <http://www.um.es/docencia/agustinr/ac/ac0506Cap1.pdf>.

4. Páginas web.

Facultad de Ingeniería. *Mapas curriculares*. [Fecha de consulta: 25 febrero 2017] Disponible en: <http://servacad.ingenieria.unam.mx/~consumapa/mapas.php>

Facultad de Ingeniería. *Perfil del egresado de Ingeniería Industrial*. [Fecha de consulta 20 Febrero de 2017] Disponible en: http://www.ingenieria.unam.mx/programas_academicos/licenciatura/industrial.php

Facultad de Ingeniería. *Plan de estudios de Ingeniería industrial 2016*. [Fecha de consulta septiembre de 2016] Disponible en: http://www.ingenieria.unam.mx/programas_academicos/licenciatura/Industrial/industrial_2016.pdf

Portal de Estadísticas Universitarias-UNAM. Fecha de consulta [Febrero de 2017] Disponible en: <http://www.estadistica.unam.mx/>

ANEXOS

ANEXO A1 NOTAS DE CLASE**TEMA 1. INTRODUCCIÓN A LA PLANEACIÓN Y CONTROL DE LA PRODUCCIÓN.****Objetivo general.**

- Relacionar la planeación la organización y el control de los sistemas de producción y sus operaciones, con el mercado y la competitividad.

Contenido.**1.1. ¿Qué es la Planeación y Control de la Producción?**

1.2. Evolución de los sistemas de producción

- 1.2.1. Comunidad primitiva.
- 1.2.2. Modo asiático de producción.
- 1.2.3. Esclavismo.
- 1.2.4. Feudalismo.
- 1.2.5. Capitalismo.
- 1.2.6. Socialismo.

1.3. Sistemas de producción

- 1.3.1. Componentes de un sistema de producción.
- 1.3.2. Tipos de sistemas productivos.

1.4. Los horizontes de planeación y las decisiones

1.5. Los sistemas de producción y su relación con el mercado y la competitividad

1.6. Objetivos de la planeación y el control de la producción y su relación con la administración de operaciones.

TEMA 1. INTRODUCCIÓN A LA PLANEACIÓN Y CONTROL DE LA PRODUCCIÓN.

1.1. ¿Qué es Planeación y Control de la Producción?

Para comprender qué es la Planeación y Control de la Producción podemos recurrir al diccionario y definir cada concepto. Según el diccionario de la lengua española la planeación es la acción y efecto de planificar, es decir, es la acción de prever un estado futuro en un horizonte determinado. Mientras que el control está definido como una comprobación, inspección o regulación sobre un sistema. Por otro lado, la producción se define como la acción de producir, es decir, es la acción de fabricar un producto o servicio con valor económico.

Dicho lo anterior, podemos decir que la Planeación y Control de la Producción es el conjunto de planes y acciones encaminadas a dirigir la producción. Es necesario hacer una distinción entre la planeación y el control.

La planeación es la acción de prever un estado futuro a corto, mediano o largo plazo. Por ejemplo, se planea el número de unidades para satisfacer la demanda, la cantidad de recursos, maquinaria o trabajadores necesarios, etc.

El control, por su parte, se refiere a estar atento al estado del sistema, vigilando las desviaciones respecto al plan original para realizar los ajustes necesarios. Por ejemplo, el número de unidades a producir si la demanda aumenta o disminuye, la disponibilidad de recursos por parte de los proveedores, la existencia de problemas si disminuye el número de trabajadores o si falla alguna máquina.

La parte del control generalmente se ejecuta en el corto plazo, ya que los ajustes necesarios deben realizarse en las operaciones diarias para conseguir los objetivos que se establecen mediante la planeación incluyendo todas las suposiciones que se salen del plan.

Finalmente, el proceso de producción ejecuta el plan diseñado para producir un bien o servicio. Este plan es integral ya que incluye los procesos que suministran la entrada (como colocar órdenes y comprar), establece la demanda (producir) y entregan el producto a los clientes (logística).

1.2. Evolución de los sistemas de producción.

1.2.1. Comunidad primitiva

Se trata de la primera forma de organización que los hombres formaron para satisfacer sus necesidades. La comunidad primitiva duró hasta que el mismo hombre desarrolla fuerzas productivas y relaciones sociales de producción con lo que alcanzan un nivel de vida superior.

El hombre fue nómada puesto que dependía directamente de lo que la naturaleza le proporcionaba, dedicándose a la recolección de frutos, a la caza y a la pesca siempre siguiendo

el curso de los ríos debido a su necesidad de agua.

No se tenía una estructura económica puesto que el hombre aún no dominaba la naturaleza y dependía de ella. Pero existía la propiedad colectiva de los medios de producción, esto significa que la producción se realizaba de forma conjunta (trabajo comunitario) y esto permitía una distribución comunitaria de los bienes.

Al no existir la propiedad privada de los medios de producción tampoco existían las clases sociales y por lo tanto, las relaciones sociales de producción de la comunidad primitiva son relaciones de cooperación y ayuda mutua. En este tipo de relaciones no existía la explotación del hombre por el hombre porque se producía apenas lo necesario para satisfacer las necesidades de la sociedad.

Era una sociedad de autoconsumo, es decir, que todo lo que se producía se consumía inmediatamente por lo que no había excedente económico.

Los instrumentos de producción van desde la piedra en estado natural (Edad de piedra) hasta la piedra pulida y tallada. Luego se utilizaron los metales (Edad de los metales) como el cobre, el bronce y el hierro con los que se elaboraron hachas, arcos, cuchillos y otros instrumentos.

Como consecuencia de la evolución de los instrumentos de producción se crea la división natural del trabajo que se determina por el sexo y la edad. Hombres, mujeres y niños cada quien hacía su trabajo. En esta distribución, la mujer era la encargada de la distribución de la producción, esto le da una importancia política y económica que conduce al matriarcado.

Más tarde aparece la primera división social del trabajo que permitió el aumento de la producción y de la productividad: quienes se dedican a la caza y la pesca; y quienes se dedican a la agricultura (aunque rudimentaria) y el pastoreo. Sin embargo, esta comunidad sigue siendo nómada debido a su dependencia al suministro de agua.

Posteriormente comenzaron a elaborar vasijas de barro con lo cual se resolvió el problema del agua. Esto generó a su vez el nacimiento de la segunda división del trabajo justo en la transición de la comunidad primitiva al esclavismo. La segunda división del trabajo incluye a los oficios, además de los de la primera división.

Con el desarrollo de la sociedad se comenzaba a producir mucho más de lo que la comunidad necesita con lo cual se crea el excedente económico. El excedente económico hace posible el intercambio o trueque y el surgimiento de mercaderes. Esto llegó a constituir la tercera división del trabajo.

En la transición de la comunidad primitiva al esclavismo era posible apropiarse del excedente económico e intercambiarlo. Es así como comenzaron a surgir las clases sociales, que abrieron paso a nuevas relaciones sociales de producción.

1.2.2. Modo asiático de producción o régimen despótico tributario.

El modo asiático de la producción nace como consecuencia de la desintegración del régimen de

comunidad primitiva. Se caracteriza por una agricultura sedentaria, la intensificación de la ganadería y el uso de metales.

En las comunidades que vivieron bajo este modo de producción se dio la propiedad común de la tierra y otros instrumentos de producción. Sin embargo, no debe confundirse con la comunidad primitiva ya que el modo asiático implica la explotación del hombre por el hombre mediante la formación de una clase dominante. Es decir, se explota colectivamente a otra comunidad muy similar al modo de producción de los aztecas en América.

Este tipo de explotación se dio principalmente debido a la guerra, donde la comunidad vencedora explotaba a la comunidad vencida por medio del pago de tributos o bien esclavizando a sus miembros para que trabajaran las tierras de los vencedores.

Aquí existía un representante de la comunidad, llamado déspota, quien personificaba a todos los miembros de la comunidad y se encargaba de cobrar los tributos que las comunidades sometidas debían pagar, por ello también se conoce como régimen despótico tributario.

1.2.3. Esclavismo.

Una vez que se desintegró la comunidad primitiva y con las modificaciones de las viejas relaciones sociales de producción se da origen a la nueva organización social conocida como esclavismo.

Muchas culturas antiguas como la egipcia, babilónica y fenicia se desarrollaron bajo este sistema incluyendo la cultura griega y la romana las cuales fueron las más importantes por sus aportes a la humanidad en cuanto a cultura.

Bajo el régimen esclavista se desarrolla la propiedad privada de los medios de producción. La propiedad se da sobre el producto total y sobre el propio productor o esclavo. Esta apropiación de los medios de producción permite la explotación del hombre por el hombre, pero también el aumento de la producción.

Nacen dos clases sociales antagónicas: los esclavistas (dueños de los medios de producción) y los esclavos. Aquí la base de la producción es el esclavo que realiza las actividades productivas. La existencia de la figura del esclavo propicio el florecimiento cultural en cuanto a filosofía, astronomía, matemáticas y otras ciencias.

Las fuerzas productivas se desarrollan ampliamente durante el modo de producción esclavista, como prueba de ello se puede observar el alto nivel de desarrollo de la agricultura egipcia donde se establecieron nuevos cultivos como el trigo, la avena y el mijo; la construcción de las pirámides y tumbas egipcias con un nivel sin precedente en aquellas épocas; se desarrolla la ganadería; se utilizan piedras preciosas para producir taladros y otros instrumentos para cortar y perforar; y también se desarrollaron los sistemas de riego que abarcaron la captación, conducción y distribución del agua para la agricultura.

El comercio se desarrolló tan ampliamente que surgieron los mercaderes y la moneda que favoreció el intercambio de productos.

El trabajo de los esclavos no era productivo debido al desinterés por realizar las labores y porque nada les pertenecía. Se requería una gran cantidad de esclavos para que la explotación fuera rentable. Esto originó rebeliones de esclavos que no estaban de acuerdo con su posición y querían cambiar para mejorar. Fue en esta etapa cuando se presentó el periodo de transición del esclavismo al feudalismo. Muchos esclavos fueron liberados, se les repartió la tierra para que la cultivasen a cambio de un tributo. Estos esclavos liberados fueron el antecedente de los siervos feudales.

1.2.4. Feudalismo.

El feudalismo es el régimen característico de la Edad Media europea (siglo V-siglo XV). Constituye el antecedente del sistema que actualmente predomina en la mayor parte del mundo: el capitalista.

En este sistema se distinguen dos instituciones principalmente: el feudo y la servidumbre. El feudo es una porción de tierra más o menos amplia que le pertenece a un señor feudal a cambio de que prestará servicios militares al rey o a los jefes militares.

El señor feudal entregaba porciones de tierra a los siervos para que la cultiven a cambio de una renta o tributo. La servidumbre es la forma que asumen las relaciones sociales de producción durante el feudalismo.

En esta etapa también se distinguen dos clases sociales: los señores feudales y los siervos. Por un lado, los señores feudales son los dueños de los medios de producción y por otro lado, los siervos son los dueños de sus instrumentos de labranza y tienen que pagar una renta al señor feudal.

Cabe mencionar que los siervos son diferentes a los esclavos. El siervo no es un hombre libre completamente, pero tampoco es un esclavo. El siervo está sujeto a la tierra y, cuando las tierras pasan a ser propiedad de otro señor feudal, los siervos siguen en sus tierras.

La servidumbre implica una relación de explotación basada en la propiedad privada de los medios de producción. La forma en la que se asume la explotación en el feudalismo es la renta de la tierra dada en tres formas:

- a. En especie, se entregaba una parte de la cosecha al señor feudal.
- b. En trabajo, los siervos trabajan durante algunos días en las tierras del señor feudal.
- c. En dinero, cuando los señores feudales empezaron a cobrar a sus siervos la renta en dinero, cosa que ocurre en la transición del feudalismo al capitalismo.

El feudalismo era un sistema en el que principalmente se producía para satisfacer las necesidades del feudo, no para negociar o comerciar. Era una economía rural, la actividad principal era la agricultura y alrededor de ella nacieron los oficios.

No se producía mercancías (bienes para intercambiarse) por lo que no se desarrolló el comercio en esta época sino hasta la transición del feudalismo al capitalismo.

Las ciudades surgen cuando se desarrollan los burgos a orillas de los feudos, representando

centros comerciales y artesanales. La producción artesanal de los burgos se realizaba en talleres en donde se organizaban de forma jerárquica en maestros, oficiales y aprendices.

1.2.5. Capitalismo

Esta etapa inicia con la revolución industrial. Aquí, primero se trabaja y después se otorga la paga. La producción y sus ganancias son, mayormente para el empleador y en menor medida para el trabajador.

Este sistema se caracteriza por el desarrollo del comercio basado en la producción de mercancías que ya se realizaba en algunas ciudades, se desarrolla el capital comercial que concentra recursos para ampliar la producción y el comercio, la formación de mercados locales y regionales hasta que se convirtieron en mercados nacionales, posteriormente el ensanchamiento del comercio y la producción de mercancías se amplió, lo que cooperó a la formación del mercado mundial.

Durante el capitalismo la producción de las mercancías se ha presentado en tres formas básicas:

- Artesanal o mercantil simple: Esta fue la primera forma de producir mercancías, está basada en la propiedad privada de los medios de producción y en el trabajo personal. Se presentó durante la transición del feudalismo al capitalismo.
- Manufactura: Se trata del paso intermedio entre la producción artesanal y la producción maquinizada. Aquí el trabajador se encarga solo de un proceso de la producción lo que conduce a una mayor especialización del trabajador.

Esta forma de producir aumenta la productividad y disminuye los costos del producto final. La manufactura genera la división social del trabajo dentro de una misma rama productiva y concentra los medios de producción en el capitalista.

- Maquinizada: Se presenta una mayor especialización del trabajador y de las herramientas, también se realizan operaciones repetitivas y esto finalmente provoca el desarrollo de la máquina que hasta el día de hoy ha evolucionado hasta llegar a la automatización de los procesos de producción.

El capitalismo, a su vez tiene dos etapas: la etapa premonopolista (libre competencia) y la etapa monopolista.

Etapas de libre competencia.

La etapa premonopolista o de libre competencia se refiere precisamente a la competencia existente entre capitalistas, misma que tiene su base en el costo y la calidad de los productos.

El capital es la todo aquello que se puede reproducir desde el punto de vista económico, pero también es una relación social de producción. Los capitalistas tenían su capital en el comercio, esto es lo que se conoce como capital comercial. El capital comercial se amplió

hasta abarcar la esfera de la producción.

El capital se concentraba y acumulaba en pocas manos llegando, en ocasiones a la fusión entre empresas. Poco a poco estas empresas comenzaron a crecer al mismo ritmo que el capital llegando a formar grandes corporaciones con un gran capital en manos de unos pocos capitalistas.

Etapa monopolista

Se caracteriza por la concentración de la producción y el capital al grado provocó la creación de monopolios; por la fusión del capital bancario con el industrial; la creación de la oligarquía financiera; la exportación de capital financiero y la formación de asociaciones monopolistas a nivel internacional.

Durante esta etapa es posible observar el dominio que los monopolios ejercen sobre la vida económica y cómo la inversión extranjera y la deuda externa crecen. Se considera que la etapa monopolista es una nueva forma de dominación de unos países sobre otros lo que conlleva a un desarrollo desigual entre los países.

1.2.6. Socialismo.

Este sistema de producción surge en 1917. Se caracteriza por la desaparición del hombre por el hombre con un desarrollo del excedente económico que se distribuye a la sociedad. Aquí se producen satisfactores y dejan de producirse mercancías.

Otra característica importante de la etapa socialista es la existencia de una planificación central de la producción que hace posible la producción de bienes y servicios que satisfacen necesidades sociales cuyo fin no es la obtención de ganancias.

Como consecuencia de planificar de acuerdo con lo que se necesita, se evitan en gran medida las crisis económicas al disminuir la tasa de desempleo y la inflación en comparación con los países capitalistas.

1.3.Sistemas de producción.

Un sistema de producción es cualquier proceso, mecanismo o conjunto de actividades por medio de los cuales se toma un insumo (entradas) y se transforma (mediante procesos) en un producto con valor económico (salida). Para comprender el enfoque de un sistema de producción, este puede verse desde el punto de vista de una caja negra como se muestra en la figura 1.

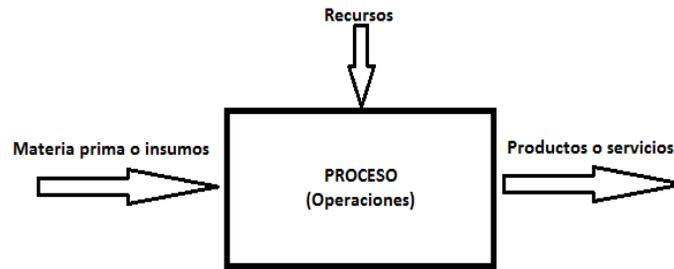


Figura 1.1. Sistema de producción desde el punto de vista de caja negra. Elaboración propia.

a. Componentes de un sistema de producción

Un sistema de producción consiste en insumos, procesos, mano de obra, productos, clientes e inventarios. Estos últimos se verán a detalle en el tema 3.

Los insumos incluyen recursos humanos, capital, materiales y servicios comprados, tierra y energía. Mientras que un proceso es cualquier actividad o grupo de actividades mediante las cuales uno o varios insumos son transformados y adquieren un valor agregado, obteniéndose así un producto para un cliente.

Los tipos de insumos que se utilizan varían de una industria a otra. Si la operación es de manufactura, se harán necesarios los insumos de capital y energía para las máquinas, instalaciones y herramientas. También se necesitará de mano de obra para operar y mantener el equipo tanto como los insumos materiales necesarios que formarán la base del proceso de conversión de materia prima a producto terminado.

b. Tipos de sistemas productivos.

Los sistemas de producción se dividen en dos tipos: manufactura y servicios. Los sistemas de producción relacionados con la manufactura producen bienes. Un bien es algo tangible físicamente, por ello se pueden almacenar, transformar y transportar. Por el contrario, un servicio es intangible por ello se produce y se consume de manera simultánea. Un servicio no puede almacenarse ni transportarse. A continuación, se presentan algunas diferencias significativas entre bienes y servicios.

Capacidad e inventarios: Un servicio se puede considerar como un producto altamente perecedero puesto que no se puede almacenar para utilizarse a futuro. Un productor de servicios necesita considerar su capacidad por anticipado a medida que se contratan los trabajadores, se construyen las instalaciones y se instala el equipo. Cuando la demanda no llega a materializarse esto resulta en altos costos y desperdicio de la capacidad. Por otro lado, un productor de bienes puede usar su capacidad actual para almacenar bienes que se consumirán en periodos futuros.

Calidad: La calidad de un servicio no puede ser apreciada antes de que se brinde el servicio. El futuro cliente no puede ver el producto ni probarlo para formarse una impresión previa de su calidad.

Localización: Las empresas de servicios generalmente se encuentran dispersas geográficamente. Debido a que no se pueden transportar ni almacenar es necesario que se produzcan en el punto de consumo o bien, el cliente debe dirigirse al punto donde se brinde el servicio. Los productores de bienes, en cambio, pueden centralizar sus operaciones debido a que los bienes se pueden transportar a su destino final.

Mercadotecnia y operaciones: En las organizaciones de servicio, las funciones de operaciones y mercadotecnia tienen una tendencia a relacionarse íntimamente puesto que los servicios se consumen en el mismo momento y lugar en que se generan. En las organizaciones que producen bienes, mercadotecnia y operaciones se organizan como funciones separadas debido a que los bienes se producen y se venden por separado lo cual muchas veces se convierte en un problema.

Existen organizaciones que producen tanto bienes como servicios, un ejemplo son los fabricantes de automóviles que además producirlos, brindan servicios de financiamiento, seguros y reparaciones.

1.4. Los horizontes de planeación y las decisiones.

Las mejores decisiones son las que se hacen de una forma racional, cuantificable y con información objetiva. Hoy en día los modelos para la toma de decisiones se utilizan en todas las áreas de la administración de operaciones.

Cuando se desea llegar a una situación futura que implica un sistema de decisiones interrelacionadas es necesario hacer uso de la planeación. La planeación es un proceso de toma de decisiones anticipada en donde es necesario identificar cuáles son los pasos a seguir y la forma de alcanzar la situación futura deseada. El objetivo de la planeación es evitar acciones que produzcan pérdidas o errores (elemento pesimista) y aprovechar toda oportunidad disponible (elemento optimista).

El proceso de planeación requiere de la definición de objetivos claros; de priorizar los objetivos; de definir las estrategias y los medios para obtener los objetivos; y del establecimiento de un horizonte de planeación.

El horizonte de planeación puede ser a corto, mediano o largo plazo. A corto plazo se consideran periodos relacionados con operaciones diarias hasta periodos inferiores a tres meses. Algunos ejemplos de actividades asociadas a este horizonte son la programación de trabajos, la asignación de tareas y la planeación de contrataciones.

A mediano plazo se consideran periodos de más de 3 meses y hasta 1 año. Ejemplos de actividades dentro de este horizonte son la planificación de servicios, de procesos productivos y de presupuesto requerido.

A largo plazo se consideran periodos con una duración mayor a 1 año. Dentro de este horizonte se consideran actividades como la ampliación de la planta o el desarrollo de un nuevo diseño del producto o servicio.

Debe considerarse que entre más alejado sea el horizonte de planeación es menos preciso establecer supuestos relacionados con los objetivos, por ejemplo, cuando se establecen previsiones de la demanda de un producto el hacerlo en un horizonte de corto plazo permitirá una previsión de la demanda más acercado a la realidad y si se realicen revisiones de forma constante se podrán obtener respuestas rápidas y eficaces a los cambios que se produzcan en el mercado.

El plazo necesario para realizar previsiones y establecer planes futuros dependerá de la incertidumbre del sector específico para el que se realice, de la cantidad de recursos comprometidos y del área geográfica.

1.5. Los sistemas de producción y su relación con el mercado y la competitividad.

La competitividad de los sistemas de producción modernos depende de su capacidad para responder a las necesidades y expectativas del cliente o consumidor. Los elementos que deben ser considerados son la calidad, el costo, el tiempo y el servicio asociados al producto con el que se compete en el mercado.

1.6. Objetivos de la planeación y el control de la producción y su relación con la administración de operaciones.

La administración de operaciones estudia la organización, dirección, planeación y control de las operaciones productivas. Esta disciplina es muy amplia y sus áreas de estudio toman el nombre del problema particular al que se enfocan. Generalmente se pueden identificar dos grandes ramas dentro de la administración de operaciones, como se ilustra en la figura 2.

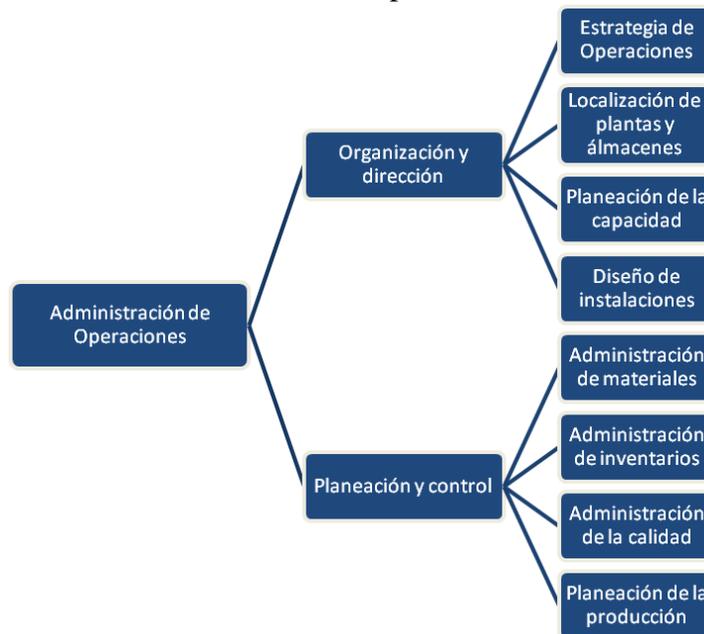


Figura 1.2. Ramas de la administración de Operaciones. Fuente: elaboración propia
La Administración de Operaciones se encarga de la producción de bienes y servicios que las personas compran y usan cada día, permitiendo a las organizaciones alcanzar sus metas a

través de una eficiente adquisición y utilización de los recursos (personas, capital, información y materiales). La correcta aplicación de esta disciplina al seleccionar estrategias y técnicas apropiadas conduce a una ventaja competitiva para toda empresa manufacturera o de servicios.

Toda empresa desarrolla procesos que le permitan operar de forma eficiente con la finalidad de producir bienes y/o servicios con dos objetivos:

1. Satisfacer las necesidades de los clientes.
2. Obtener un beneficio económico para la empresa.

La eficiencia del proceso productivo está relacionada con la calidad del producto final y con el costo de producción generado por el bien producido. La producción eficiente de un bien requiere de actividades programadas que se ejecutan en los sistemas productivos, estas no sólo son inherentes a la preparación de un producto como cortar, medir, transportar, pesar, armar, sino que implican otras como administrar inventarios tanto de materia prima como de producto terminado, la coordinación de los clientes (para saber cuánto producir) y de los proveedores (para tener disposición de insumos en el momento y cantidad precisos).

La planeación de la producción es el conjunto de planes sistemáticos y acciones encaminadas a dirigir la producción, considerando factores como cuánto, cuándo, dónde y a qué costo hacerlo.

- **¿Cuánto?** Define la cantidad de cada artículo que se debe comprar o producir.
- **¿Cuándo?** En qué fecha se iniciará y terminará el trabajo de cada una de las fases, es decir, cada cuándo se debe ordenar o producir un producto (o materia prima).
- **¿Dónde?** Qué máquina o grupo de máquinas y operarios se encargarán de realizar el trabajo.
- **¿A qué costo?** Es la estimación de cuánto costará a la empresa comprar o producir el artículo o lote deseado incluyendo el costo por orden y por mantenimiento.

En los capítulos siguientes se profundizará en cada uno de los factores involucrados en la planeación de la producción.

EVALUACION DIAGNÓSTICA

1. ¿Qué es planear? ¿Y por qué es importante?
2. ¿Qué es la competitividad?
3. ¿Qué saben acerca del mercado?
4. ¿Cuál se imaginan que es la relación entre planeación y control de la producción con el mercado, la competitividad y las organizaciones de hoy?

EVALUACION FORMATIVA

- A. Elaborar un breve ensayo acerca de la relación entre los sistemas de producción, el mercado y la competitividad (1 cuartilla).
- B. Cuestionario sobre *Introducción a la Planeación y Control de la Producción*.
 1. ¿Qué es la planeación y el control de la producción?
 2. ¿Qué es planeación? ¿Cuál es su objetivo?
 3. ¿Por qué es importante planear para el proceso de toma de decisiones de los sistemas de producción?
 4. ¿Cuál es la diferencia entre planear y controlar un sistema de producción?
 5. ¿Cuáles son los factores que considera la planeación y control de la producción y qué indica cada uno?
 6. ¿Cuáles son las características que diferencian un sistema de producción de manufactura de un sistema de producción de servicios?
 7. Mencione un sistema de producción de manufactura donde identifique las entradas (insumos o materia prima), el proceso de transformación y las salidas (el producto final).
 8. Mencione un sistema de producción de servicios donde identifique la entrada, el proceso de transformación y la salida (el servicio).

REFERENCIAS DEL TEMA 1.

1. Libros.

MENDEZ, J. (1990). *Fundamentos de Economía*. McGrawHill, México.

MUÑOZ, D. (2009). *Administración de Operaciones. Enfoque de administración de procesos*. CENGAGE Learning, México.

2. Notas de clase.

CARRO, R. (s.f.). *El sistema de producción y operaciones* [en línea]. Facultad de Ciencias Económicas y Sociales. Universidad Nacional de Mar del Plata. Consulta el 8 de agosto de 2016 18:00 hrs en http://nulan.mdp.edu.ar/1606/1/01_sistema_de_produccion.pdf

SOLÉ, J. (2012). *Diferencias entre planificación y control. Dirección de operaciones, planificación y control*. Consulta en línea 27/01/2017 22:00 hrs en: javiersole.com/?p=591.

UNIVERSIDAD AMERICA LATINA. (s.f.). *Unidad 6 Planeación de la producción. Administración de la producción*. Consulta 10 agosto 2016 11:00 hrs en http://ual.dyndns.org/Biblioteca/Admon_de_la_Produccion/Pdf/Unidad_06.pdf

UNIVERSIDAD DE BARCELONA. (s.f.). *Fundamentos de planificación*. Consulta 11 agosto 2016 2:15 horas en <http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/32363/1/Fundamentos%20de%20planificaci%C3%B3n.pdf>

ANEXO A2 NOTAS DE CLASE**TEMA 2. PLANEACIÓN DE LA DEMANDA Y PRONÓSTICOS****Objetivo general.**

- El alumno analizará el comportamiento de la demanda de producción que servirá para determinar el sistema de producción.

Contenido.**2.1** Conceptos básicos.

- 2.1.1** Demanda.
- 2.1.2** Clasificación de la demanda.
- 2.1.3** Planeación.

2.2 Planeación de la demanda.

- 2.2.1** Proceso de planeación de la demanda.

2.3 Pronóstico de la demanda.

- 2.3.1** Horizonte de planeación de los pronósticos.
- 2.3.2** Características de los pronósticos.

2.4. Métodos para pronosticar la demanda.

- 2.4.1.** Métodos cualitativos.
- 2.3.3** Métodos cuantitativos.

2.5. Modelos de series de tiempo.

- 2.5.1.** Patrones en series de tiempo.
- 2.5.2.** Modelos de pronóstico para proceso constante.
 - a. Último dato.
 - b. Promedio simple.
 - c. Promedio móvil simple.
 - d. Promedio móvil ponderado.
 - e. Suavizado exponencial simple.
- 2.5.3.** Modelos de pronóstico para proceso con tendencia.
 - a. Suavizado exponencial doble.
 - b. Regresión lineal.
- 2.5.4.** Modelos de pronóstico para proceso estacional.
 - a. Descomposición de series de tiempo.
 - b. Modelo multiplicativo de Winters.

2.6. Modelos causales.

- 2.6.1.** Regresión lineal por mínimos cuadrados.

2.7. Medición de error de pronóstico.

- 2.7.1. Error de pronóstico.
- 2.7.2. Suma acumulada de errores de pronóstico.
- 2.7.3. Sesgo medio.
- 2.7.4. Desviación media absoluta.
- 2.7.5. Error cuadrado medio.
- 2.7.6. Desviación estándar de los errores.
- 2.7.7. Error porcentual medio absoluto.

TEMA 2. PLANEACIÓN DE LA DEMANDA Y PRONÓSTICOS

2.1 Definiciones básicas.

2.1.1 Demanda.

Baca (2001) define la demanda como la cantidad de bienes y servicios que el mercado requiere o solicita para buscar la satisfacción de una necesidad específica. Otros autores la definen como:

“El volumen total físico o monetario que sería adquirido por un grupo de personas en un lugar y periodo de tiempo dado bajo ciertas condiciones del entorno y un determinado esfuerzo comercial.”

Bajo esta definición la demanda debe entenderse como la cuantificación de la necesidad real o psicológica de una población. La demanda psicológica se refiere a la demanda de los productos o servicios que las personas están dispuestas a adquirir y que sin embargo no siempre ocurre. Para efectos de este curso se trabajará con la demanda real.

Para determinar la demanda se emplean diferentes herramientas como los pronósticos o bien, herramientas de investigación de mercados (investigación estadística e investigación de campo).

La demanda de cualquier producto cambia rápidamente con el paso del tiempo. Frecuentemente este cambio se debe a la influencia tanto de factores estacionales, que afectan los productos, como de factores no estacionales (publicidad, impuestos) que pueden provocar incrementos predecibles o declines en las ventas

La demanda está en función de una serie de factores como la necesidad real que se tiene de un producto o servicio, de su precio, del nivel de ingreso de la población, de la época del año, etc. En otras palabras, la demanda está en función del producto, del mercado y del tiempo.

2.1.2. Clasificación de la demanda.

La demanda de un producto se puede clasificar respecto al producto, al mercado o respecto al tiempo como se ve en la figura 2.1.

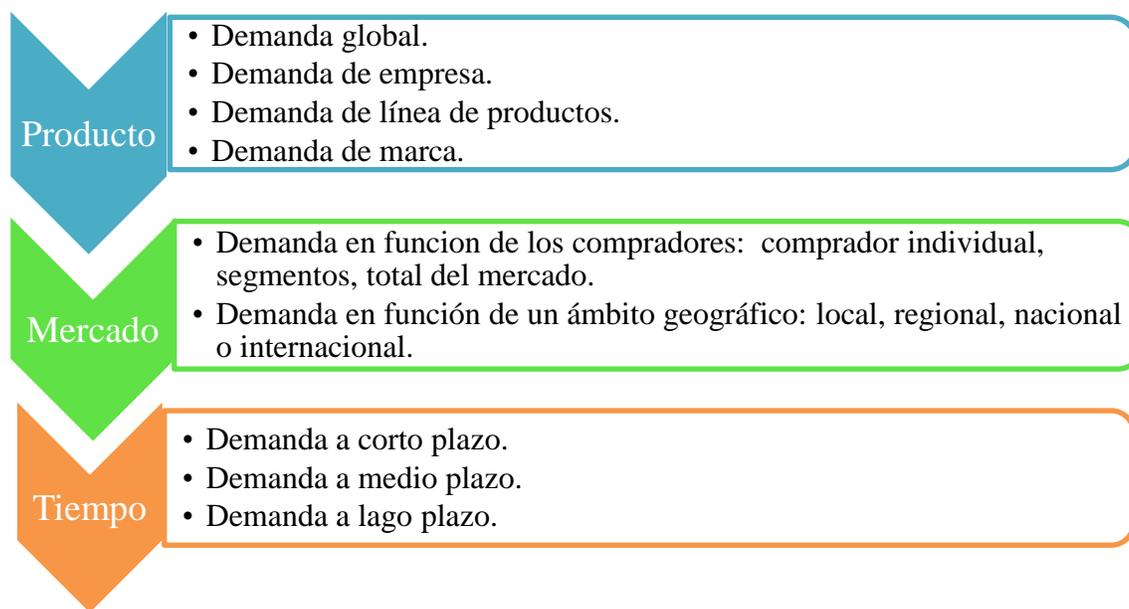


Figura 2.1. Clasificación de la demanda. Fuente: <http://www.uv.es>

En cuanto al producto:

- La demanda global se refiere a la demanda de todo el conjunto de empresas que opera en un determinado mercado: la demanda de motores, la demanda de celulares.
- La demanda de empresa se refiere a la demanda de todos los productos que produce y comercializa una sola empresa.
- La demanda de una línea de productos se refiere a la demanda de una sola línea de productos, por ejemplo en una tienda de ropa se tendría una línea de productos para dama, una línea para caballeros y una línea para niños.
- La demanda de marca es aquella que responde al mercado a determinada marca, por ejemplo, en el caso de los refrescos Coca-cola o PEPSI.

En cuanto al mercado:

- La demanda en función de los compradores a su vez se clasifica en:
 - Demanda de un comprador individual hace referencia a lo que realiza un solo comprador, por ejemplo el número de computadoras de una universidad o el número de frascos de mermelada que consume una sola familia.
 - Demanda de un segmento es la que se define por un grupo homogéneo de compradores, por ejemplo la demanda de productos orgánicos entre adultos de 25 a 40 años comprometidos con el medio ambiente.
- La demanda en función del ámbito geográfico a su vez se clasifica en:
 - Demanda local se refiere a la demanda que se presenta en una localidad, por ejemplo la demanda de bebidas oaxaqueñas hecha a base de café que solo se venden en Puerto Escondido.
 - Demanda regional hace referencia a la demanda que se presenta en una región específica, por ejemplo la demanda de café de toda la región sur de México.

- Demanda nacional es la demanda total de una nación por ejemplo la demanda de tortillas en todo México.
- Demanda internacional se refiere a la demanda de un producto a nivel internacional, por ejemplo la demanda de tequila, cerveza, aguacate o tomate a nivel internacional.

En cuanto al tiempo:

- La demanda a corto plazo es aquella que se presenta en un periodo de tiempo correspondiente al nivel operacional de la empresa.
- La demanda a medio plazo es aquella demanda que corresponde con el nivel estratégico de la organización.
- La demanda a largo plazo es la demanda que relaciona las tendencias del mercado y la misión de la empresa en los próximos años.

La demanda también se puede clasificar dependiendo de su naturaleza en dependiente e independiente, o bien en estocástica y determinística. La demanda dependiente de un artículo ocurre porque la cantidad requerida de dicho artículo varía con respecto a la demanda de otros productos o servicios. Por ejemplo, la demanda de manubrios es dependiente porque ésta variará dependiendo de la demanda de bicicletas, la cual es independiente. La demanda independiente no se deriva directamente de la demanda de otros productos pues está sometida a las condiciones de mercado.

La demanda es determinística cuando la incertidumbre no está incluida en su caracterización (Collier & Evans; 2009). Es decir, la demanda es conocida a futuro y no está sujeta a fluctuaciones. Por su parte, la demanda estocástica incorpora la incertidumbre utilizando las distribuciones de probabilidad para caracterizar la naturaleza de la demanda.

La demanda determinística y estocástica, también puede fluctuar o ser estable con el tiempo. La demanda estable se llama demanda estática y la demanda que varía con el tiempo se llama demanda dinámica. Por ejemplo, la demanda de tortillas puede oscilar entre 200 y 220 kilogramos por día durante todo el año, sin embargo, se trata de demanda estática debido a que los parámetros de la distribución de probabilidad no cambian con el tiempo. Un ejemplo de demanda dinámica es en el caso de la demanda de boletos de avión, misma que a lo largo del año presentará medias y varianzas diferentes.

2.1.3. Planeación.

La planeación se define como *la aplicación racional de la mente humana en la toma de decisiones anticipada, con base en el conocimiento previo de la realidad, para controlar las acciones presentes y prever sus consecuencias futuras, encaminadas al logro de un objetivo plenamente deseado*. Esta definición implica tres asuntos:

1. Es un proceso de toma de decisiones anticipada. Si las decisiones se pueden tomar rápidamente sin afectar la eficiencia del proceso, entonces elaborar un plan no es necesario.

2. Es necesario planear cuando el hecho futuro al que se desea llegar implica un conjunto de decisiones interrelacionadas (sistemas de decisiones).
3. La planeación se interesa por evitar acciones incorrectas que produzcan pérdidas y/o errores, así como en aprovechar oportunidades (es decir, tiene un elemento optimista y un elemento pesimista).

El proceso de planeación implica el uso de la capacidad de la mente humana para plantear objetivos y metas; involucra el proceso de toma de decisiones por anticipado donde se prevén las consecuencias futuras de las acciones a seguir, así como la utilización de los recursos disponibles con el fin de obtener la máxima satisfacción.

Todo proceso de planeación comprende desde el análisis de las situaciones hasta llegar a la toma de decisiones e incluye metodologías para la recolección de información, programación, diagnóstico, pronósticos, avances y medidas de resultados.

2.2. Planeación de la demanda.

La planeación de la demanda es el conjunto de acciones y técnicas necesarias para aprovisionar producto (stock) a uno o varios centros de consolidación o almacenaje y cuyo objetivo principal es mantener niveles de stock adecuados para atender la demanda media solicitada por el conjunto de clientes en un periodo de tiempo.

La planeación de la demanda está asociado generalmente con las ventas del producto, pero también está directamente relacionado a la planeación de los suministros. El objetivo de la planeación de los suministros es garantizar que una empresa tenga la suficiente capacidad para satisfacer la demanda. Este proceso ayuda a mantener el nivel de suministros adecuado de tal forma que se satisfaga la demanda.

Por otro lado, el proceso de planeación de la demanda facilita la relación proveedor-cliente, ya que permite pronosticar los requerimientos de un servicio o producto (Krajewski, Ritzman & Malhotra; 2013). También le brinda al área de ventas la posibilidad de realizar pronósticos de la demanda como una entrada para los procesos de planeación de los servicios, planeación de producción de inventario y planeación de ingresos. Planear la demanda reduce los inventarios y fomenta la colaboración.

En otras palabras la planeación de la demanda es un proceso directamente relacionado con otros procesos de la cadena de suministros (ver Figura 2.2) debido a que depende de ellos de manera importante como la planeación del abastecimiento, la planeación de la producción, de los inventarios y de la distribución.

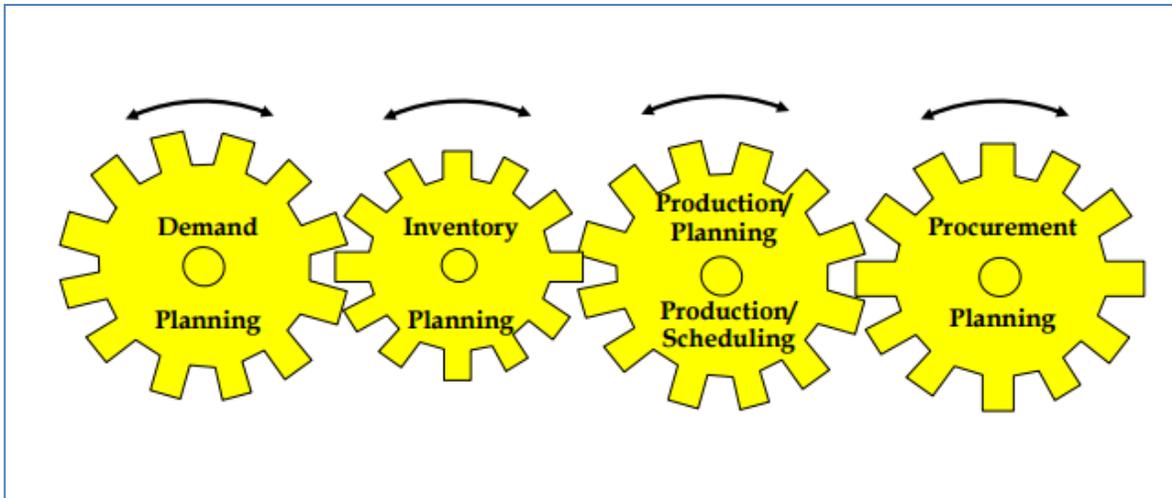


Figura 2.2. Procesos de la cadena de suministros interrelacionados. Fuente: MIT. Larry Lapede, 2006.

La cadena de suministros garantiza un flujo constante de materiales, información, dinero y decisiones racionales (esto es al balancear el costo y el servicio). El enfoque es la satisfacción del consumidor final por medio de articular cada uno de los eslabones de la cadena de suministros. La planeación de la demanda es fundamental en el buen desempeño de los demás procesos logísticos y su fortalecimiento conlleva al mejoramiento de todas las operaciones logísticas involucradas.

2.2.1. Proceso de planeación de la demanda.

Collier & Evans (2009) resaltan que uno de los mayores problemas con los sistemas de pronósticos es que se conducen por diferentes necesidades departamentales lo que conlleva a tener múltiples conjuntos de datos para clientes similares, órdenes de trabajo y desempeño de procesos que finalmente producen pronósticos en conflicto e ineficiencias organizacionales. Lo más recomendable en estos casos es tener una sola base de datos integrada que ayude a sincronizar la cadena de valor.

La elaboración de pronósticos está incluida en la cadena de valor general y también en los sistemas de planeación de la demanda. Este tipo de sistemas integran áreas como ventas, compras, logística y producción. El proceso de planeación de la demanda implica el trabajo en equipo de todas estas áreas de la organización. Estas áreas se reúnen con la gerencia general para determinar el pronóstico de ventas durante un periodo determinado y coordinar sus operaciones.

Es importante que cada semana del mes este planeada, para que cada área tenga su responsabilidad clara y definida. Una propuesta de la planeación de cada mes se presenta enseguida:

Semana 1: Determinar un pronóstico base.

- Definir un modelo matemático de pronósticos con ayuda de un experto.

- Emplear información histórica del producto (se recomienda entre 24 y 36 meses de datos históricos).

Semana 2: Reunión de consenso.

- Cada área debe presentar sus ajustes para el pronóstico base.
 - Marketing aporta sus eventos y promociones.
 - Ventas presenta las estimaciones de crecimiento y proyecciones de ventas.
 - Producción dice si podrá producir las cifras estimadas.
 - Logística presenta sus percepciones para cumplir con el servicio.
- Cada área ayuda a definir el nuevo pronóstico.

Semana 3: Oficialización del pronóstico.

- Se oficializa la cifra por la que todas las áreas deben de trabajar.
 - Ventas prepara sus planes de venta.
 - Compras compra materiales.
 - Producción hace la planeación de producción.
 - Logística comienza a trabajar para cumplir con la promesa de servicio al cliente.

Semana 4: Ejecución.

- Todo debe estar listo para que el primer día del mes siguiente arranque la planeación agendada. Se inicia el nuevo ciclo con la evaluación del periodo que está terminando

Como se puede observar, dentro de la planeación de la demanda hay dos aspectos fundamentales: el pronóstico de la demanda y la planeación de ventas y operaciones. El primero se detalla en la sección 2.3.

2.3.Pronóstico de la demanda.

La demanda real es el punto de partida de todo sistema de planeación. En la mayoría de los casos el tiempo necesario para generar y entregar el producto o servicio excederá la expectativa del cliente. Para evitar excesos en el tiempo, la producción deberá comenzar antes de que la demanda real sea conocida. Esto se logra a partir de la demanda esperada o de un pronóstico de la misma.

El pronóstico de la demanda es un proceso de proyección de los valores de una o más variables en el futuro (Collier & Evans, 2009). Esta técnica de proyección puede utilizar datos históricos para predecir la demanda futura de los productos o servicios que ofrece una empresa o bien puede estar basado en juicios personales.

Los pronósticos son muy importantes en toda organización, sobre todo cuando se requiere tomar decisiones importantes ya que este determina la producción, la capacidad y los sistemas de planeación de la misma. En otras palabras, la finalidad del pronóstico es proporcionar información para tomar mejores decisiones e implica la planeación.

El esfuerzo que se dedica a producir un pronóstico es proporcional a la importancia de la decisión que se tomará. La decisión determina qué pronosticar, el nivel de detalle y la frecuencia con la que se hará el pronóstico, la exactitud y el horizonte de planeación (Sipper, 1998).

Un pronóstico debe preceder a los planes (de demanda, servicios, producción o ingresos) puesto que no es recomendable tomar decisiones sobre el nivel de personal, órdenes de compra o niveles de inventario hasta que se desarrollen pronósticos que presenten un panorama preciso acerca de la demanda en un horizonte de planeación definido.

2.3.1. Horizonte de planeación de los pronósticos

El horizonte de planeación es la longitud del tiempo en la que se basa un pronóstico (Collier & Evans, 2009), estos pueden ser a largo, mediano o corto plazo.

- *Pronósticos a largo plazo:* Abarcan una longitud de 1 a 10 años, estos son necesarios para la planeación de la expansión de las instalaciones, donde se requiere determinar las necesidades futuras de terreno, equipo, maquinaria y mano de obra. Algunos ejemplos son cuándo y dónde construir escuelas, hospitales o fábricas.

Un error en los pronósticos de largo plazo puede provocar construir instalaciones demasiado grandes (lo que resultaría en altos costos) o construir instalaciones demasiado pequeñas (lo que podría causar pérdida en los ingresos).

- *Pronósticos a mediano plazo:* Estos abarcan una longitud de 3 a 12 meses. Este tipo de pronósticos permiten planear los niveles de fuerza de trabajo, asignar presupuesto entre las divisiones, programar trabajos, recursos y planes de compras, determinar las contrataciones futuras y las capacitaciones de los empleados.
- *Pronósticos a corto plazo:* Abarcan periodos desde un día hasta tres meses. Este tipo de pronósticos son auxiliares en los programas de producción, en la asignación de trabajadores a puestos; también ayudan a planear las necesidades de transporte y embarque y, permiten establecer programas de entregas.

2.3.2. Características de los pronósticos.

A pesar de que los pronósticos son una herramienta muy útil, no deben dejarse de lado algunas características como las que se describen a continuación:

- a. Los pronósticos normalmente son imprecisos.
- b. Los pronósticos son más precisos para familias de productos que para productos individuales. Los errores de proyección tienen a anularse cuando los productos se agrupan.
- c. Los pronósticos son más precisos para horizontes de pronóstico cortos.
- d. Los pronósticos no deben excluir datos o información conocida.
- e. Un buen pronóstico debe incluir cierta medida de error.

2.4. Métodos para pronosticar la demanda.

Al elegir cualquier método de pronóstico es importante considerar su propósito. Algunos pronósticos permiten diseñar alguna estrategia para satisfacer la demanda a largo plazo, otros son necesarios para ver cómo funcionan a corto plazo los procesos en la planta de producción de tal forma que se puedan satisfacer las expectativas del tiempo de espera de los clientes. Existen dos tipos de métodos para los pronósticos, el primer tipo son los métodos cualitativos o subjetivos; el segundo tipo son los métodos cuantitativos u objetivos

2.3.4 Métodos cualitativos.

Los métodos cualitativos miden la opinión individual o grupal de las personas, es decir, se basan en juicios personales, por lo que son subjetivos; se generan a partir de información sin estructura analítica definida. Este tipo de pronósticos es útil cuando no se dispone de información histórica como en el caso de un producto nuevo porque puede llegar a ser el único método disponible que permita obtener información con rapidez.

Entre los métodos cualitativos más conocidos se encuentran las encuestas de mercado, el método Delphi, las analogías del ciclo de vida, juicios de opinión ejecutiva, la valoración informada o agregados de la fuerza de venta. Cada uno de estos métodos se detalla a continuación.

- *Encuestas de mercado.* Las encuestas se diseñan para conocer las tendencias futuras y patrones de preferencias. Su diseño requiere de mucha precisión para evitar datos estadísticamente imparciales. Cabe mencionar que es un método bastante costoso y de aplicación lenta.
- *Analogías del ciclo de vida.* Se utiliza cuando el producto o servicio es nuevo. Se basa en el ciclo de vida del producto: crecimiento de la demanda de un producto en la etapa posterior a su introducción al mercado, en la etapa de madurez el producto o servicio puede presentar un bajo o nulo crecimiento hasta la etapa en la que la demanda declina y ya no es ofertada. (Ver figura 2.3)



Figura 2.3. Ciclo de vida de un producto. Fuente: www.emaze.com

- *Juicios de opinión ejecutiva.* Se basa en la opinión individual de expertos (en finanzas, mercadotecnia, producción) como fuente para preparar un pronóstico al combinar dichas opiniones mediante consensos o encuestas.
- *Método Delphi.* Este método también se basa en la opinión de los expertos al igual que el anterior, pero la diferencia es que la combinación de las opiniones individuales se ejecuta sin interacciones personales, manteniendo el anonimato



Figura 2.4. Método Delphi.

Fuente: <http://www.gocnetworking.com>

con el objetivo de evitar que las personalidades de algunos miembros influyan en otros (figura 2.4).

- *Valoración informada o agregados de la fuerza de ventas.* La fuerza de ventas de una empresa representa una buena fuente de información debido a su contacto directo con los consumidores. Los miembros de ventas presentan sus estimados de ventas para el siguiente periodo. Sin embargo este método es uno de los más inexactos, sobre todo si la remuneración del personal se basa en cubrir cuotas meta, pues esto influenciaría que el equipo de ventas presente una estimación baja.

2.3.5 Métodos cuantitativos.

Los métodos cuantitativos de pronóstico se basan en el análisis de datos. Estos métodos se clasifican a su vez en dos tipos de modelos: los modelos de series de tiempo y los modelos causales.

2.5. Modelos de series de tiempo.

Una serie de tiempo es una secuencia de observaciones de una variable que se mide en puntos sucesivos en el tiempo o sobre un periodo sucesivo (hora, día, semana, mes).

Los modelos de series de tiempo tienen el objetivo de analizar exclusivamente datos históricos de la variable para encontrar patrones predecibles y repetibles en los datos pasados para después extrapolar el modelo al futuro.

2.5.1. Patrones en series de tiempo.

El patrón de datos es importante para comprender el comportamiento pasado de la serie de datos. Generalmente se espera que el patrón de datos continúe en el futuro. De esta forma que el patrón anterior se puede utilizar como guía en la selección de un método adecuado de elaboración de pronósticos.

Al identificar el patrón se podrá determinar el método de pronóstico a utilizar y finalmente se podrá predecir la demanda futura. Principalmente se pueden identificar los siguientes patrones en la demanda:

- *Patrón horizontal.* Se presenta cuando los datos fluctúan alrededor de una media constante aun cuando la variabilidad aleatoria se encuentra presente. Hace referencia a una serie estacionaria que no tiende a aumentar ni disminuir con el paso del tiempo de forma sistemática. Esto hace que sea igual de probable que el siguiente valor de la demanda se encuentre arriba o debajo del valor medio de la serie.
- *Patrón Tendencia.* Además de las fluctuaciones aleatorias, las series de tiempo pueden mostrar cambios o movimientos graduales (estables) crecientes o decrecientes durante un periodo, esto indica la presencia del patrón tendencia. Este patrón puede tener naturaleza lineal o no lineal

Algunas fuerzas que explican la existencia de la tendencia son el crecimiento poblacional, la inflación de los precios, los cambios tecnológicos, y el incremento en la productividad.

- *Patrón Estacional.* La componente estacional se refiere a un patrón de cambio que se repite a sí mismo en periodos sucesivos de un año (por ejemplo las estaciones de un año) donde la serie de tiempo fluctúa conforme a un factor estacional. Sin embargo, las variaciones estacionales también pueden presentarse en lapsos menores a un año (semanas, días e incluso horas). La estacionalidad es un caso especial del patrón cíclico.
- *Patrón cíclico.* Es una fluctuación en forma de onda alrededor de la tendencia que se ve afectada por las condiciones económicas (ciclo de negocios). La duración de cada ciclo es mayor a un año y por lo general se repiten cada dos o tres años. La demanda en los ciclos de negocios es difícil de predecir por causa de la influencia de eventos nacionales y/o internacionales. No es fácil predecir cuándo se presenta este patrón pues no posee intervalos constantes de tiempo ni duración uniforme.
- *Patrón irregular o de aleatoriedad.* También es conocido como la componente de error. Toma en cuenta la variabilidad de la serie de tiempo que no puede ser explicada por componentes como la estacionalidad y la tendencia. Dicha variabilidad es provocada por imprevistos.

Que puede explicarse porque la demanda siempre posee un elemento aleatorio, esto significa que los clientes no siempre demandan bienes y servicios de forma uniforme y predecible. La variación aleatoria, es resultado del azar y por ello no se puede predecir. Es un aspecto de la demanda que determina la inexactitud de la misma.

Los patrones horizontal, tendencial, estacional y cíclico se combinan en diferentes grados para definir el patrón de tiempo latente de la demanda de un producto o servicio. En la figura 2.5 se muestran, a manera de ejemplo, las gráficas de algunas series temporales de la demanda que muestran algunos de los patrones descritos con anterioridad.

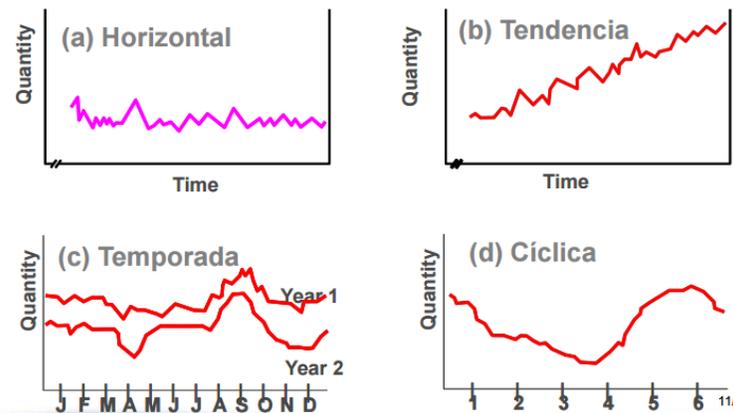


Figura 2.5. Patrones de la demanda. Fuente: <http://allman.rhon.itam.mx>

A continuación, se presentan los modelos de pronóstico de series de tiempo más utilizados de acuerdo con el tipo de patrón que se presenta en la serie de datos.

2.5.2. Modelos de pronóstico para proceso constante.

En un proceso constante, la demanda en el periodo t , se representa matemáticamente mediante la expresión:

$$D_t = a + \varepsilon_t \quad (1)$$

Donde a representa la constante fundamental del proceso; y, ε_t es la aleatoriedad o ruido aleatorio no controlable. Se supone que el ruido aleatorio sigue una distribución normal con media cero y varianza σ_t^2 .

Los modelos de pronósticos más utilizados en procesos horizontales o constantes son último dato, promedio simple, promedio móvil simple, promedio móvil ponderado y suavizado exponencial simple.

a. Último dato.

El método del último dato o también conocido como método ingenuo es el más sencillo para abordar no solo el patrón horizontal, sino todos los patrones de la demanda. Mediante este método el pronóstico de la demanda para el siguiente periodo (F_{t+1}) es igual a la demanda del periodo actual (d_t).

$$F_{t+1} = d_t \quad (2)$$

Ejemplo 2.1

Considere los datos de la tabla 2.1 y utilice los primeros cinco periodos para pronosticar el periodo 6 usando el método del último dato.

Tabla 2.1					
Periodo	1	2	3	4	5
Demanda	107	93	106	98	100

Solución.

Como sólo se pide calcular el pronóstico del periodo 6, es decir, un periodo adelante del último dato que tenemos se procede de la siguiente manera utilizando la expresión (2):

$$F_{5+1} = d_5$$

$$F_6 = d_5$$

$$F_6 = 100$$

Si queremos visualizar gráficamente (figura 2.6) la diferencia entre el pronóstico y la demanda real, entonces es necesario determinar el pronóstico para cada uno de los periodos y graficar.

Periodo	Demanda real	Pronóstico Último Dato
1	107	
2	93	107
3	106	93
4	98	106
5	100	98
6	¿?	100

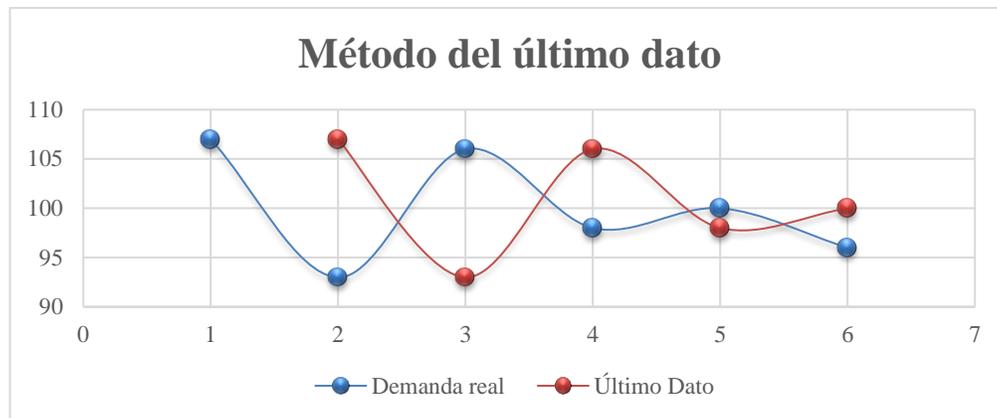


Figura 2.6. Pronóstico usando el método del último dato. Fuente: Elaboración propia usando Excel.

El método del último dato a pesar de ser muy sencillo presenta un buen desempeño. Puede adaptarse para considerar la tendencia o la estacionalidad de la serie de datos. El método funciona mejor cuando los patrones horizontal, tendencial y estacional son estables y la variación aleatoria es pequeña. En el caso de la presencia de tendencia, este método considera el incremento o decremento observado en la demanda en los dos últimos periodos.

En el caso de que se presente estacionalidad en la serie de tiempo, este método considera que la demanda para el mismo periodo del siguiente año es la misma que la actual siempre y cuando no se presente una tendencia latente de un año a otro (o de un ciclo a otro).

b. Promedio simple.

El promedio es un método estadístico de pronóstico de series de tiempo que no presentan patrones de tendencia, estacionalidad o ciclicidad aparente. El patrón horizontal se basa en la media de las demandas de la serie de datos. En este caso, el pronóstico de la demanda para el siguiente periodo futuro (F_{t+1}) es el promedio de la serie de tiempo calculado en el periodo actual (\bar{D}_t).

$$F_{t+1} = \frac{\sum_{t=1}^T d_t}{T} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_T}{T}$$

Donde:

d_t = Demanda real en el periodo t.

T = Número total de periodos.

Ejemplo 2.2

Considerando nuevamente los datos de la tabla 2.1 realizar el pronóstico de la demanda en el periodo 6 utilizando un promedio simple.

Solución

$$F_{5+1} = \frac{\sum_{t=1}^5 d_t}{5} = \frac{d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5}{5}$$

$$F_6 = \frac{107 + 93 + 106 + 98 + 100}{5}$$

$$F_6 = 100.8$$

La figura 2.7 muestra gráficamente tanto la serie de tiempo, como el pronóstico de cada periodo mediante un promedio simple.

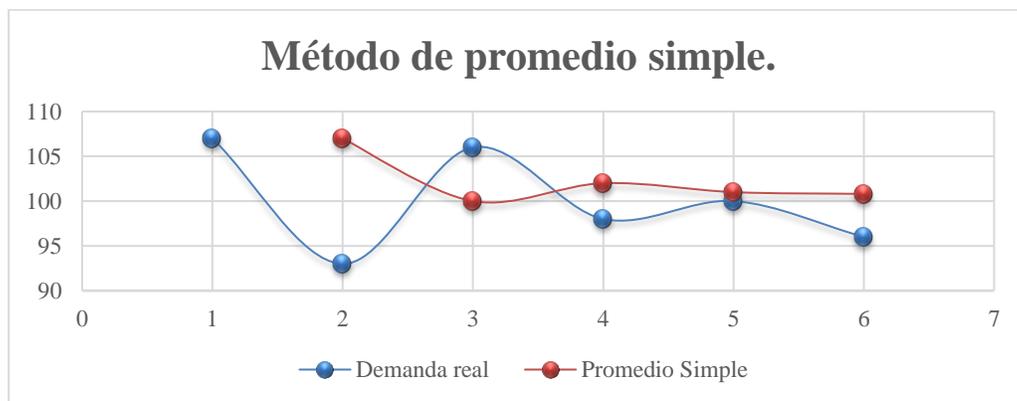


Figura 2.7. Pronóstico usando un promedio simple. Fuente: Elaboración propia usando Excel.

Se utiliza un promedio simple solo bajo el supuesto de que la serie presenta un único patrón horizontal y aleatorio. Si en la serie de tiempo existe un patrón tendencial, estacional o cíclico, este método no se podrá adaptar a ellos.

Los métodos del último dato y promedio simple están considerados como métodos extremos puesto que el primero ignora todos los datos menos el último; mientras que el segundo trata tanto a los datos antiguos como a los recientes por igual.

Si un proceso es verdaderamente constante se recomienda utilizar un promedio ya que podrá captar la esencia de la serie de tiempo y tenderá a moderar las fluctuaciones aleatorias. Este método tiene la desventaja de ser lento para adaptarse a los cambios. Por otro lado el método del último dato reacciona al cambio pero su desventaja es que también reacciona a las fluctuaciones aleatorias

c. Promedio móvil simple.

El método de promedio móvil simple implica que en lugar de tomar todos los datos, se puede elegir promediar sólo algunos de los datos más recientes para reducir el efecto de las fluctuaciones aleatorias. Este método es una combinación entre el último dato y el promedio simple. Al utilizar datos recientes se responde al cambio en el proceso de una forma más rápida.

Como se ha mencionado, implica calcular el promedio de la demanda para los n periodos más recientes, y utilizar este promedio como previsión para periodos futuros. Esto implica que el promedio se mueve de un periodo a otro. Después de conocer la demanda real más reciente, se sustituye la demanda más antigua del promedio anterior y se recalcula el promedio.

El pronóstico para el periodo siguiente (F_{t+1}) se determina al final del periodo t (es decir, después de conocer la demanda real (d_t) del periodo t) mediante la siguiente expresión, donde n es el número de periodos a considerar en el promedio móvil.

$$F_{t+1} = \frac{\text{Suma de las } n \text{ últimas demandas}}{n} = \frac{d_t + d_{t-1} + d_{t-2} + \dots + d_{t-n+1}}{n}$$

El número de periodos n , utilizados en un promedio móvil afecta la rapidez de respuesta del pronóstico a un cambio en el proceso. El método de promedio móvil puede incluir tantos periodos de demanda anterior según se desee, pero se debe considerar el uso de n grandes para series de demanda estables.

El ruido afecta relativamente poco a una n grande. Pero el pronóstico puede cambiar en forma más drástica si la n es pequeña, por ello es recomendable usar valores pequeños de n cuando las series son susceptibles a cambios en el promedio subyacente.

Cuando n se establece como todo el número de datos, se convierte en un promedio simple, mientras que si se establece como $n = 1$ entonces se convierte en último dato.

Ejemplo 2.3

Considerando nuevamente los datos de la tabla 2.1 realizar el pronóstico de la demanda en el periodo 6 utilizando un promedio móvil de 3 periodos. Después determine el pronóstico del periodo 7 considerando que la demanda real en el periodo 6 es de 96 unidades con $n = 3$.

Solución.

$$F_{5+1} = \frac{\text{Suma de las 3 últimas demandas}}{3} = \frac{d_5 + d_4 + \dots + d_{5-3+1}}{3}$$

$$F_6 = \frac{d_5 + d_4 + d_3}{3}$$

$$F_6 = \frac{100 + 98 + 106}{3}$$

$$F_6 = 101.3$$

Para determinar el pronóstico de la demanda en el periodo 7, ya se conoce la demanda real más reciente (del periodo 6), así que se actualiza el dato sustituyendo el valor más antiguo.

$$F_7 = \frac{d_6 + d_5 + d_4}{3}$$

$$F_7 = \frac{96 + 100 + 98}{3}$$

$$F_7 = 98$$

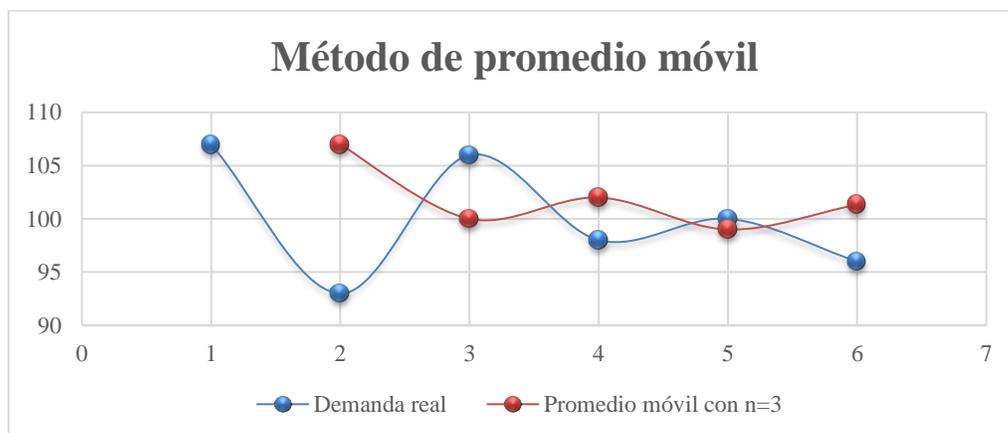


Figura 2.8. Pronóstico usando un promedio móvil de $n = 3$. Fuente: Elaboración propia usando Excel.

En la figura 2.8 observe el ajuste del pronóstico mediante promedio móvil a la serie de datos histórica.

d. Promedio móvil ponderado.

Este método es similar al de promedio móvil simple, con la diferencia de que en promedio móvil ponderado cada demanda histórica en el promedio tiene un peso propio en el promedio; mientras que en promedios móviles simples cada demanda tiene el mismo peso en el promedio dando la misma importancia a cada componente. La suma de los pesos o ponderaciones debe ser igual a 1. La fórmula para un promedio móvil ponderado es:

$$F_{t+1} = w_1 d_t + w_2 d_{t-1} + \dots + w_n d_{t-n+1}$$

Donde:

$w_{1,2,\dots,n}$ = Peso dado a la demanda real en el periodo $1, 2, \dots, n$.

n = Número de periodos en el pronóstico.

$d_{t,t-1,\dots,t-n}$ = demanda real en el periodo $t, t-1, \dots, t-n$.

La ventaja de un promedio móvil ponderado es que permite dar más importancia a la demanda reciente y no a la demanda más alejada. Este método puede utilizarse cuando hay estacionalidad al darse una ponderación más alta en los años anteriores en la misma temporada.

El pronóstico tendrá una respuesta más rápida a los cambios de la serie de demanda que el pronóstico de promedio móvil simple. Pero es un método hasta ahora poco conveniente porque depende de la experiencia de quien elige las ponderaciones.

Ejemplo 2.4

Con los datos de la tabla 2.1 pronostique el valor de la demanda en el periodo 6 utilizando promedio móvil ponderado de tres periodos ($n=3$). Al periodo más reciente se le asignará un peso de 0.5, al segundo periodo más reciente un peso de 0.3 y al tercer periodo más reciente un peso de 0.20.

Solución

$$F_{5+1} = w_1 d_5 + w_2 d_{5-1} + \dots + w_3 d_{5-3+1}$$

$$F_6 = w_1 d_5 + w_2 d_4 + w_3 d_3$$

Considerando que conocemos las ponderaciones $w_1 = 0.5$; $w_2 = 0.3$; $w_3 = 0.20$ se sustituyen los valores en la expresión:

$$F_6 = (0.5 * 100) + (0.3 * 98) + (0.2 * 106)$$

$$F_6 = 100.6$$

Por lo tanto, el pronóstico para el periodo 6 es de 100.6 unidades.

e. Suavizado exponencial simple.

El método de suavizado exponencial es un método sofisticado de promedio móvil ponderado que calcula el promedio de una serie de tiempo que, de manera implícita da más peso a las demandas recientes que a las anteriores, tomando en cuenta todo el archivo histórico.

Este método es muy sencillo y requiere una cantidad pequeña de datos para poder aplicarlo. Este método únicamente requiere tres tipos de datos para determinar el pronóstico del siguiente periodo (F_{t+1}):

1. El pronóstico o estimado del último periodo (S_t).
2. La demanda real del periodo actual (d_t).
3. El valor del parámetro de suavizamiento, alfa (α), que posee un valor entre 0 y 1.

El modelo del suavizado exponencial se representa mediante el siguiente modelo matemático:

$$F_{t+1} = \alpha d_t + (1 - \alpha)S_t$$

La razón por la que este método se llama suavizado exponencial es debido a que cada incremento en el pasado se reduce a $(1 - \alpha)$. La importancia dada al nivel de demanda más reciente se puede ajustar al modificar el parámetro alfa (α). Valores de alfa (α) más cercanos a 1 indican valores de demanda más recientes por lo que el pronóstico tendrá una respuesta más rápida a los cambios.

Valores pequeños de alfa (α) hacen referencia al uso uniforme de datos más antiguos con lo que se obtienen pronósticos más estables. Asignar valores pequeños de alfa (α) es similar a incrementar el número de n con el método de promedios móviles y dar mayor peso a la demanda anterior.

Actualmente se pueden probar varios valores de alfa (α) y seleccionar los valores de alfa (α) que arrojen el mejor pronóstico. Una forma de hacerlo es con Solver de Excel®.

Este método es muy práctico y a la vez sencillo, pero llega a ser una desventaja cuando en la serie de datos el promedio presenta cambios como en el caso en que existe tendencia pues presentan un retardo respecto a la demanda real y los pronósticos pueden llegar a ser más altos o bajos que la demanda real.

Ejemplo 2.5

Nuevamente con los datos de la tabla 2.1 pronostique el valor de la demanda en el periodo 6 utilizando suavizado exponencial con $\alpha=0.2$.

Solución.

Ya conocemos el valor de la demanda real en el último periodo ($d_5 = 100$) y el valor del último estimado S_5 se puede determinar mediante cualquiera de los métodos presentados con anterioridad. En este caso se utiliza un promedio simple.

$$S_5 = \frac{107 + 93 + 106 + 98 + 100}{5} = 100.8$$

$$F_{5+1} = \alpha d_5 + (1 - \alpha)S_5$$

$$F_6 = (0.2 * 100) + (1 - 0.2)(100.8)$$

$$F_6 = 100.6$$

Ejemplo 2.6

La demanda mensual de explosivos (en unidades) fabricados por ACME ROCKET, en los últimos 8 meses se presenta en la tabla 2.2.

- Utilice el método de suavizado exponencial para pronosticar el número de unidades desde el mes de junio hasta el mes de enero. Suponga que el pronóstico del mes de mayo fue de 105 unidades y utilice un valor de $\alpha = 0.20$.
- Grafique la demanda real vs el pronóstico con ayuda de Excel.

Mes	Demanda real	Mes	Demanda real
Mayo	100	Septiembre	105
Junio	80	Octubre	110
Julio	110	Noviembre	125
Agosto	115	Diciembre	120

Tabla 2.2. Demanda mensual de explosivos.

Solución:

Se determinará paso a paso el pronóstico para los meses de mayo, junio y julio, el resto de cálculos se concentrará en una tabla.

$$S_{mayo} = F_{mayo} = 105$$

$$F_{junio} = \alpha d_{mayo} + (1 - \alpha)S_{mayo}$$

$$F_{junio} = (0.2 * 100) + (1 - 0.2)(105)$$

$$F_{junio} = 104$$

Para determinar el pronóstico del mes de julio se considera que el valor del pronóstico (F_{junio}) para el mes de junio es el estimador S_{junio} .

$$S_{junio} = F_{junio} = 104$$

$$F_{julio} = \alpha d_{junio} + (1 - \alpha)S_{junio}$$

$$F_{julio} = (0.2 * 80) + (1 - 0.2)(104)$$

$$F_{julio} = 99.2$$

Determinar el pronóstico del mes de agosto es exactamente igual a lo que se hizo en el paso anterior:

$$S_{julio} = F_{julio} = 99.2$$

$$F_{agosto} = \alpha d_{julio} + (1 - \alpha)S_{julio}$$

$$F_{agosto} = (0.2 * 110) + (1 - 0.2)(99.2)$$

$$F_{agosto} = 101.4$$

El proceso se repite hasta obtener el pronóstico del mes de enero. Los resultados se concentran en la tabla 2.3:

Mes	Demanda real	Pronóstico
Mayo	100	105
Junio	80	104.0
Julio	110	99.2
Agosto	115	101.4
Septiembre	105	104.1
Octubre	110	104.3
Noviembre	125	105.4
Diciembre	120	109.3
Enero	-	111.5

Tabla 2.3. Pronósticos utilizando el método de suavizado exponencial simple. Fuente: Elaboración propia con Excel®.

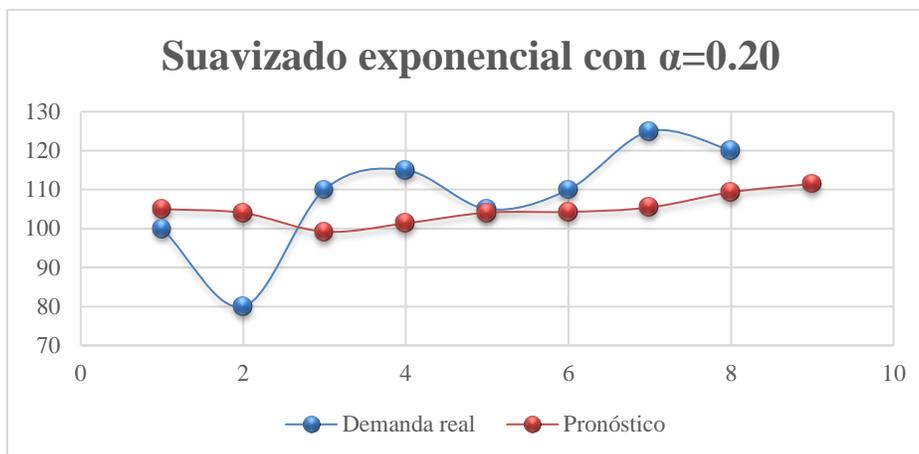


Figura 2.9. Gráfica demanda real vs. Pronóstico de explosivos. Fuente: Elaboración propia con Excel®.

Ejemplo 2.7

Heather Foods, Inc. hace botanas que se venden a supermercados. La tabla 2.4 muestra las observaciones mensuales de las ventas de botanas de maíz durante 2012 y 2013 en miles de bolsas. Esta empresa ha vendido botanas de maíz durante 10 años, y el departamento de planeación maneja la demanda como un proceso constante. Determine el pronóstico para enero de 2014 usando los siguientes métodos:

- El último Dato
- Promedio de todos los datos
- Promedio móvil con $N=6$
- Promedio ponderado con $n = 5, w_1 = 0.30; w_2 = 0.25; w_3 = 0.20; w_4 = 0.15; w_5 = 0.10$.

Observaciones	Mes	Demanda real	Observaciones	Mes	Demanda real
1	Enero	48.5	13	Enero	48.9
2	Febrero	46.0	14	Febrero	49.5
3	Marzo	54.4	15	Marzo	59.0
4	Abril	49.8	16	Abril	56.0
5	Mayo	48.1	17	Mayo	49.3
6	Junio	55.0	18	Junio	58.5
7	Julio	47.7	19	Julio	53.0
8	Agosto	45.2	20	Agosto	48.6
9	Septiembre	51.0	21	Septiembre	50.8
10	Octubre	47.5	22	Octubre	53.4
11	Noviembre	49.1	23	Noviembre	49.8
12	Diciembre	50.8	24	Diciembre	56.3

Tabla 2.4. Ventas mensuales de botanas. Fuente: Sipper, (1998).

Solución.

a) El último dato

$$\begin{aligned}F_{t+1} &= d_t \\F_{24+1} &= d_{24} \\F_{25} &= d_{24} \\F_{25} &= 56.3\end{aligned}$$

El pronóstico de enero de 2014 con el método del último dato es de 56.3 miles de bolsas de botanas de maíz.

b) Promedio de todos los datos

$$\begin{aligned}F_{24+1} &= \frac{\sum_{t=1}^{24} d_t}{24} = \frac{d_1 + d_2 + \dots + d_{24}}{24} \\F_{25} &= \frac{48.5 + 46 + 54.4 + \dots + 49.8 + 56.3}{24} \\F_{25} &= 51.1\end{aligned}$$

El pronóstico de enero de 2014 usando un promedio simple es de 51.1 miles de bolsas de botanas de maíz.

c) Promedio móvil con $n = 6$.

$$\begin{aligned}F_{24+1} &= \frac{d_{24} + d_{24-1} + d_{24-2} + \dots + d_{24-6+1}}{6} \\F_{25} &= \frac{d_{24} + d_{23} + d_{22} + \dots + d_{19}}{6} \\F_{25} &= \frac{56.3 + 49.8 + 53.4 + 50.8 + 48.6 + 53}{6} \\F_{25} &= 52\end{aligned}$$

El pronóstico de enero de 2014 usando un promedio móvil con $n = 6$ es de 52 miles de bolsas de botanas de maíz.

d) Promedio ponderado con $n = 5, w_1 = 0.30; w_2 = 0.25; w_3 = 0.20; w_4 = 0.15; w_5 = 0.10$.

$$F_{24+1} = w_1 d_{24} + w_2 d_{24-1} + \dots + w_5 d_{24-5+1}$$

$$F_{25} = w_1 d_{24} + w_2 d_{23} + \dots + w_5 d_{20}$$

$$F_{25} = (0.3 * 56.3) + (0.25 * 49.8) + (0.20 * 53.4) + (0.15 * 50.8) + (0.10 * 48.6)$$

$$F_{25} = 52.5$$

El pronóstico de enero de 2014 usando un promedio móvil ponderado con $n = 5$ es de 52.5 miles de bolsas de botanas de maíz.

2.5.3. Modelos de pronóstico para proceso con tendencia

En un proceso tendencial, la demanda en el periodo t , se representa matemáticamente mediante la expresión:

$$D_t = a + bt + \varepsilon_t$$

Donde a representa la porción constante; b representa la componente de tendencia; t es el periodo de tiempo y, ε_t es la aleatoriedad no controlable. Si b es positiva entonces el proceso crece a través del tiempo, pero si es negativa sucede lo contrario, implica un proceso que decrece con el paso del tiempo.

Cuando las series de tiempo presentan tendencia los modelos que se utilizan generalmente son el suavizado exponencial doble o método de Holt y la regresión lineal.

a. Suavizado exponencial doble.

El suavizado exponencial simple aplicado a un proceso tendencial reaccionaría de forma retrasada al crecimiento subestimando así la demanda real (Sipper, 1998). Esto se corrige estimando la pendiente y multiplicando la estimación por el número de periodos futuros que se desea pronosticar.

El pronóstico se retrasa cuando se presenta un incremento o decremento pero se dispara cuando cambia la dirección. Una tendencia ascendente o descendente en los datos recopilados durante una secuencia de periodos provoca que el pronóstico exponencial siempre quede por debajo de los hechos reales. Un pronóstico exponencial se corrige al agregar un ajuste a las tendencias.

Para corregir la tendencia se requieren dos constantes de suavizado: la constante de suavización α y la constante de suavización β . La elección de estas dos constantes afecta el valor de los resultados. Cuando no se incluyen ni α ni β la tendencia reacciona de forma exagerada ante los errores.

La constante de suavización α determina el nivel de uniformidad y la velocidad de reacción ante las diferencias entre los pronósticos y los hechos reales. El valor que se otorgue a α está determinado por la naturaleza del producto y por la experiencia de quien realiza el pronóstico de lo que para él constituye un buen índice de respuesta. Un valor pequeño de α da mayor peso a los valores más retrasados y un valor grande de α da mayor peso a los valores más recientes, permitiendo que el pronóstico responda más rápido a crecimientos recientes y más cercano a la realidad.

De la misma forma la constante de suavizamiento β reduce el impacto del error que ocurre entre el pronóstico y la realidad. Valores pequeños de β dan mayor peso a las tendencias más retrasadas y valores grandes de β dan mayor peso a las tendencias más recientes de la serie de datos.

Es posible obtener una estimación de la pendiente con la diferencia entre las demandas de dos periodos sucesivos, pero dicha estimación no sería tan apropiada debido a la variación aleatoria inherente. Esta variación puede reducirse usando la diferencia entre los promedios calculados en dos periodos sucesivos. Conforme al suavizado exponencial, el estimador del promedio en t es S_t y la estimación de la pendiente (B_t) en el tiempo t se define mediante la expresión:

$$B_t = S_t - S_{t-1}$$

El doble suavizado requiere de calcular S_{t-1} y B_{t-1} como estimadores iniciales. Para determinarlos existen muchas formas. Una forma de obtener B_{t-1} es dividiendo los datos en dos grupos iguales y se calcula el promedio de cada uno de ellos. Luego se centra dicho promedio en el punto medio del intervalo. Por ejemplo, si hubiera 12 datos en un grupo, el promedio se centraría en 6.5. La diferencia existente entre los promedios de los dos grupos representa el cambio en la demanda respecto a la media de cada conjunto de datos. Para obtener una estimación de la pendiente, B_{t-1} , se divide dicha diferencia entre el número de periodos que separan los dos promedios.

Para obtener una estimación de la ordenada (S_{t-1}) se utiliza el promedio global (\bar{D}_T) y la estimación de la pendiente por periodo, multiplicado por el número de periodos a partir del punto medio del periodo actual, como se describe en la expresión:

$$S_{t-1} = \bar{D}_T + B_{t-1} \left(\frac{T-1}{2} \right)$$

Donde $\bar{D}_T = \sum_{t=1}^T d_t$ y T es el número total de periodos para los que se tienen datos disponibles. Posteriormente para actualizar la estimación de la tendencia se aplican las siguientes expresiones:

$$S_t = \alpha d_t + (1 - \alpha)(S_{t-1} + B_{t-1})$$

$$B_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)B_{t-1}$$

$$F_{t+k} = S_t + kB_t$$

Donde:

F_{t+k} = Pronóstico para el periodo $t + k$.

k = Número de periodos futuros a pronosticar.

d_t = Demanda real en el periodo t .

$S_{t, t-1}$ = Estimación de la constante en el periodo $t, t - 1$.

$B_{t, t-1}$ = Estimación de la tendencia en el periodo $t, t - 1$.

α = Ponderación para el proceso constante.

β = Ponderación para el proceso tendencial.

El suavizado exponencial doble es muy simple de calcular y computacionalmente hablando requiere de poco tiempo y espacio. Además, posee una exactitud aceptable para la mayor parte de los problemas de pronóstico a corto plazo.

Ejemplo 2.8

La demanda de bicicletas para todos los terrenos ha aumentado en forma constante desde 1989. En la tabla 2.5 se muestran las ventas por trimestre de las bicicletas de montaña producidas por Canyon Cycles desde el segundo trimestre de 1989.

	AÑO							
TRIMESTRE	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996
1	-	57	68	128	147	181	186	207
2	-	43	73	100	142	168	189	223
3	73	44	84	130	134	168	184	-
4	61	68	93	148	159	188	224	-

Tabla 2.5. Demanda trimestral de bicicletas de montaña. Fuente: Sipper (1998).

- a. Grafica los datos y verifica que el modelo de tendencia lineal es aceptable.

A simple vista, observando la gráfica la serie de tiempo presenta tendencia lineal creciente, por lo que se puede asumir un proceso tendencial (ver figura 2.10).

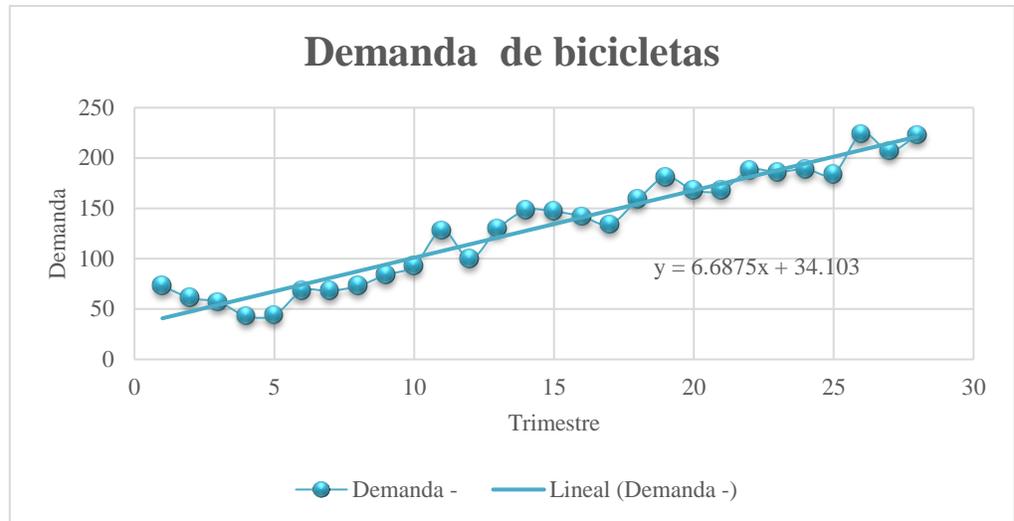


Figura 2.10. Serie de tiempo con tendencia. Fuente: Elaboración propia con Excel ®.

- b. Estima los parámetros iniciales del modelo para suavizamiento exponencial doble.

Como se tienen 28 datos, se dividen la serie en dos grupos de 14 periodos cada uno y se calcula el promedio de cada uno:

$$\bar{D}_1 = \frac{73 + 61 + 57 + 43 + 44 + 68 + 68 + 73 + 84 + 93 + 128 + 100 + 130 + 148}{14}$$

$$\bar{D}_1 = 83.6$$

$$\bar{D}_2 = \frac{147 + 142 + 134 + 159 + 181 + 168 + 168 + 188 + 186 + 189 + 184 + 224 + 207 + 223}{14}$$

$$\bar{D}_2 = 178.6$$

Para obtener la estimación inicial de la pendiente:

$$B_{28} = \frac{\bar{D}_2 - \bar{D}_1}{\frac{T}{2}}$$

$$B_{28} = \frac{178.6 - 83.6}{14}$$

$$\therefore B_{28} = 6.8$$

Para obtener la estimación inicial de la ordenada se tiene:

$$\bar{D}_{28} = \frac{73 + 61 + 57 + \dots + 224 + 207 + 223}{28} = 131.1$$

Dicho valor se sustituye en:

$$S_{28} = \bar{D}_{28} + B_{28} \left(\frac{T-1}{2} \right)$$

$$S_{28} = 131.1 + 6.8 \left(\frac{28-1}{2} \right)$$

$$\therefore S_{28} = 222.9$$

- c. Pronostica las ventas para el tercer y cuarto trimestre de 1996 usando las estimaciones iniciales del inciso b.

$$F_{t+k} = S_{28} + (k)B_{28}$$

$$F_{28+1} = 222.9 + (1)(6.8)$$

$$F_{29} = 229.7 \approx 230$$

El pronóstico para el tercer trimestre de 1996 es de 230 bicicletas de montaña. Y para el cuarto trimestre el pronóstico es de 237 bicicletas.

$$F_{28+2} = 222.9 + (2)(6.8)$$

$$F_{30} = 237$$

- d. Pronostica las ventas para el cuarto trimestre de 1996 usando $\alpha=0.3$ y $\beta=0.25$, si las ventas en el tercer trimestre de 1996 fueron de 234 unidades.

Se pide pronosticar el periodo F_{30} a partir de los datos iniciales determinados en el inciso b, además se actualizan los datos de la serie ($d_{29} = 234$) por lo que es posible determinar los estimadores para el periodo $t = 29$:

$$S_{29} = \alpha d_{29} + (1 - \alpha)(S_{28} + B_{28})$$

$$S_{29} = (0.3)(234) + (1 - 0.3)(222.9 + 6.8)$$

$$S_{29} = 231$$

$$B_{29} = \beta(S_{29} - S_{28}) + (1 - \beta)B_{28}$$

$$B_{29} = 0.25(231 - 222.9) + (1 - 0.25)(6.8)$$

$$B_{29} = 7.13$$

$$F_{29+1} = S_{29} + (1)B_{29}$$

$$F_{30} = 231 + (1)(7.13)$$

$$\therefore F_{30} \approx 238$$

Por lo tanto, el pronóstico para el cuarto trimestre de 1996 actualizando la serie es de 238 bicicletas de montaña.

b. Regresión lineal.

Ya se ha estudiado que la tendencia en una serie de tiempo es un incremento o decremento sistemático en el promedio de la serie de tiempo.

La proyección de la tendencia con regresión es un modelo de pronósticos que toma en cuenta la tendencia con el análisis de regresión simple. Para desarrollar un modelo de regresión para pronosticar la tendencia, se define a F_t como la variable dependiente (es decir, la demanda de un periodo) y a t como la variable independiente (que representa el periodo). Con ello la recta de regresión se define como

$$F_t = \beta_0 + \beta_1 t$$

Donde β_0 y β_1 son los parámetros del modelo. Mientras β_0 es la ordenada de la recta que relaciona F_t y t . β_1 es la pendiente de la recta. Para realizar el pronóstico de la serie de tiempo con tendencia es necesario estimar ambos parámetros. Una de las formas más sencillas de hacerlo es mediante el método de mínimos cuadrados:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(t - t_m)(F_t - F_m)}{\sum(t - t_m)^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = F_m - \beta_1 t_m$$

Donde:

$t_m =$ medias de la variable independiente

$F_m =$ medias de la variable dependiente

El modelo de regresión pronostica la demanda en el futuro lo que representa una mayor ventaja con respecto a los métodos anteriores que sólo pueden pronosticar la demanda un periodo adelante y después suponen que a futuro la demanda permanecerá igual.

Es importante resaltar nuevamente que el tiempo es la variable independiente cuando se utiliza la regresión lineal para las series temporales. Se debe diferenciar su uso cuando se

utiliza como método causal puesto que en el caso de series de tiempo no necesariamente debe existir una relación de causa y efecto ni correlación entre el tiempo y la variable independiente.

Ejemplo 2.9

Retomando los datos del ejemplo 2.8, utilizar el método de regresión lineal mínimos cuadrados para estimar los parámetros y pronosticar el tercer y cuarto trimestre de 1996.

Solución.

Para determinar el pronóstico, primero necesitamos obtener el valor de los parámetros de la recta de regresión. Se realiza cada cálculo de forma individual y se concentran en la tabla 2.6.

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(t - t_m)(F_t - F_m)}{\sum(t - t_m)^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = F_m - \beta_1 t_m$$

De la tabla 2.6 se obtiene:

$$F_m = 131.07$$

$$t_m = 14.5$$

$$\sum(t - t_m)(F_t - F_m) = 12,218$$

$$\sum(t - t_m)^2 = 1,827$$

Sustituyendo los valores se obtienen los parámetros:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{12,218}{1,827} = 6.7$$

$$\hat{\beta}_0 = F_m - \beta_1 t_m$$

$$\hat{\beta}_0 = 131.07 - (6.7)(14.5) = 33.92$$

Por lo tanto, la recta de regresión es:

$$F_t = 33.92 + 6.7 t$$

Con la recta se obtiene el pronóstico para el tercer ($t = 29$) y cuarto ($t = 30$) trimestre del año 1996:

$$F_{29} = 33.92 + 6.7 (29) \approx 228 \text{ bicicletas para el 3er trimestre}$$

$$F_{30} = 33.92 + 6.7 (30) \approx 235 \text{ bicicletas para el 4º trimestre}$$

Año	Trimestre	t	F _t	(t-t _m)	(F _t -F _m)	(t-t _m)(F _t -F _m)	(t-t _m) ²
		Trimestre	Demanda				
1989	I		-	-	-	-	-
	II		-	-	-	-	-
	III	1	73	-13.5	-58.1	784.0	182.3
	IV	2	61	-12.5	-70.1	875.9	156.3
1990	I	3	57	-11.5	-74.1	851.8	132.3
	II	4	43	-10.5	-88.1	924.8	110.3
	III	5	44	-9.5	-87.1	827.2	90.3
	IV	6	68	-8.5	-63.1	536.1	72.3
1991	I	7	68	-7.5	-63.1	473.0	56.3
	II	8	73	-6.5	-58.1	377.5	42.3
	III	9	84	-5.5	-47.1	258.9	30.3
	IV	10	93	-4.5	-38.1	171.3	20.3
1992	I	11	128	-3.5	-3.1	10.8	12.3
	II	12	100	-2.5	-31.1	77.7	6.3
	III	13	130	-1.5	-1.1	1.6	2.3
	IV	14	148	-0.5	16.9	-8.5	0.3
1993	I	15	147	0.5	15.9	8.0	0.3
	II	16	142	1.5	10.9	16.4	2.3
	III	17	134	2.5	2.9	7.3	6.3
	IV	18	159	3.5	27.9	97.8	12.3
1994	I	19	181	4.5	49.9	224.7	20.3
	II	20	168	5.5	36.9	203.1	30.3
	III	21	168	6.5	36.9	240.0	42.3
	IV	22	188	7.5	56.9	427.0	56.3
1995	I	23	186	8.5	54.9	466.9	72.3
	II	24	189	9.5	57.9	550.3	90.3
	III	25	184	10.5	52.9	555.8	110.3
	IV	26	224	11.5	92.9	1068.7	132.3
1996	I	27	207	12.5	75.9	949.1	156.3
	II	28	223	13.5	91.9	1241.0	182.3
Medias		14.50	131.07			12218.0	1827.0
		t _m	F _m			SUMATORIAS	

Tabla 2.6. Cálculos para el ajuste de la recta de regresión. Fuente: Elaboración propia.

2.5.4. Modelos de pronóstico para proceso estacional.

En proceso estacional la demanda de algún producto cambia con las estaciones. Muchos procesos tienen un número de estaciones durante un año. El número de estaciones dependerá del tipo de periodos que se establezcan. Por ejemplo, si en un año se establecen como periodo los meses entonces se tendrán 12 estaciones; si se establece como periodo al trimestre se tendrán cuatro estaciones; si se establece como periodo el cuatrimestre, el semestre o las semanas entonces se tendrán 3, 2 o 52 estaciones en un año.

También es posible utilizar otro marco de tiempo diferente al año, por ejemplo, una semana. En una semana se puede usar como periodo cada uno de los días así se tendrán 7 estaciones (lunes, martes, miércoles, jueves, viernes o sábado). Otro marco diferente pueden ser los días y utilizarse como periodo las horas con lo cual se tendrían 24 estaciones. Los modelos de pronóstico para procesos con estacionalidad que se presentan enseguida pueden ser usados para cualquier longitud de estación.

a. Descomposición de series de tiempo

El método de descomposición de series de tiempo se utiliza para separar una serie de tiempo en sus componentes básicos de tendencia, de estacional e irregular. Además, la descomposición de series de tiempo se puede utilizar para realizar un pronóstico y conseguir una mejor comprensión de la serie de tiempo.

Muchas veces la información sobre una serie de tiempo no permite comprender lo que realmente sucede debido a la presencia de una influencia estacional. Antes de emitir un juicio de cualquier tendencia futura es importante desestacionalizar los datos.

Sea D_t el valor de la serie de tiempo en el periodo t , la cual es una función de tres componentes (tendencia, estacionalidad, irregular). La forma en como estos tres componentes se combinen entre sí para generar la función D_t depende de si se asume que la relación entre ellos está descrita por un modelo aditivo o multiplicativo.

Modelo de descomposición aditiva.

En el caso de un modelo aditivo simplemente se suman los valores de las tres componentes y se obtiene el valor real de la serie de tiempo Y_t :

$$D_t = B_t + C_t + \varepsilon_t$$

Donde:

B_t = Valor de la tendencia en t .

C_t = Valor de la estacionalidad en t .

ε_t = Valor del componente irregular o error en t .

El modelo de descomposición aditiva es apropiado en situaciones en las que las fluctuaciones estacionales no dependen del nivel de la serie de tiempo. Por ejemplo, las fluctuaciones estacionales en el periodo anterior son casi del mismo tamaño que en periodos posteriores.

Modelo de descomposición multiplicativa.

Cuando las fluctuaciones estacionales cambian en el tiempo y son cada vez mayores a medida que aumenta el volumen de la demanda debido a la presencia de la tendencia lineal entonces lo más apropiado es utilizar un modelo multiplicativo. Aquí simplemente se multiplican los tres componentes para obtener la serie de tiempo.

$$D_t = B_t * C_t * \varepsilon_t$$

Cabe mencionar que la tendencia se mide en las unidades del producto que se pronostica. Mientras que la componente estacional e irregular se miden en términos relativos con valores mayores que 1 (efectos por encima de la tendencia) y valores menores que 1 lo que indica efectos por debajo de la tendencia.

Método de descomposición multiplicativa.

De los dos métodos de descomposición presentados, el multiplicativo es el más utilizado. Debido a esto, se presenta la metodología para estimar las componentes de tendencia y estacionalidad de un modelo multiplicativo por mínimos cuadrados.

I. Descomponer las series de tiempo en sus componentes

a. Encontrar el componente estacional (factor estacional).

Los índices se calculan para cada estación por medio de promediar la demanda de las mismas estaciones (trimestres, cuatrimestres, etc.) de cada año. Y luego el promedio de cada estación se divide entre el promedio general de todas las estaciones. De esta manera se obtendrá un índice para cada estación.

Al interpretar los índices estacionales, estos ofrecen una idea sobre el componente estacional de una serie de tiempo. Con ellos puede verificarse cuál es el mejor o peor periodo al identificar si su valor es mayor o menor a 1.

b. Descontar las variaciones de temporada de la demanda.

Desestacionalizar una serie de tiempo equivale a eliminar los efectos estacionales de una serie de tiempo mediante el uso de los índices estacionales. Esto también se conoce como descuento de las variaciones de temporada de la demanda.

Cuando se usa el modelo multiplicativo, una serie de tiempo se desestacionaliza dividiendo cada observación entre el índice estacional correspondiente. El resultado mostrará únicamente la tendencia (si existiera).

c. Encontrar el componente de la tendencia.

Trazar una recta de regresión por mínimos cuadrados a los datos que se les eliminó el factor estacional o se les descontaron las variaciones de temporada. Es decir, el ajuste de la línea de

tendencia se aplica a los datos desestacionalizados en lugar de los datos originales de la serie de tiempo.

II. Pronosticar valores futuros de cada componente.

Este procedimiento invierte el proceso con el pronóstico de la tendencia y su ajuste mediante los índices estacionales calculados en el paso anterior.

a. Pronosticar el componente de la tendencia en el futuro.

Una vez ajustados los datos desestacionalizados a una recta de regresión, se puede proyectar el patrón de tendencia (desestacionalizada) de las próximas estaciones.

b. Multiplicar el componente de la tendencia por el componente estacional.

El último paso para obtener un pronóstico cuando existe tendencia, es el ajuste de la recta según el factor estacional. Es decir, debido a que se descontaron las variaciones de temporada de la recta de regresión, ahora es necesario invertir el proceso al multiplicar los datos proyectados (y sin estacionalidad) por el factor estacional que le corresponda.

El componente aleatorio no es incluido dentro de este proceso pues se asume que se elimina implícitamente cuando se promedia para obtener los factores estacionales. Es por esto que no se considera necesario realizar una proyección del componente aleatorio.

Ejemplo 2.10

Una empresa fabrica accesorios para natación y deportes acuáticos. En 2012 introdujeron los goggles EZ-Glide y la demanda durante los meses de verano ha aumentado de manera estable desde el verano de ese mismo año. Grafica los datos de la tabla 2.7, observa la estacionalidad y pronostica las ventas para la primavera y el verano de 2015.

ESTACIÓN	AÑO		
	2012	2013	2014
Primavera	23	30	37
Verano	51	67	81
Otoño	12	18	21
Invierno	7	14	12

Tabla 2.7. Demanda de accesorios para natación y deportes acuáticos. Fuente: Sipper (1998).

Solución

Con ayuda de Excel®, se obtiene la gráfica de la serie de datos. Se observa a través de ella la presencia de estacionalidad (figura 2.11).



Figura 2.11. Demanda de goggles EZ-Glide. Fuente: Elaboración propia con ayuda de Excel®.

El siguiente paso es determinar los factores estacionales de cada estación, para ello es necesario determinar el promedio global de los 12 datos de la serie, y el promedio de cada una de las estaciones.

$$D_t = \frac{\sum_{t=1}^T d_t}{T} = \frac{23 + 51 + 12 + \dots + 21 + 12}{12} = 31.08$$

$$Promedio_{Primavera} = \frac{23 + 30 + 37}{3} = 30$$

$$Promedio_{Verano} = \frac{51 + 67 + 81}{3} = 66.33$$

$$Promedio_{Otoño} = \frac{12 + 18 + 21}{3} = 17$$

$$Promedio_{Invierno} = \frac{7 + 14 + 12}{3} = 11$$

Y los índices estacionales (*IE*) son:

$$IE_{primavera} = \frac{30}{31.08} = 0.97$$

$$IE_{verano} = \frac{66.33}{31.08} = 2.13$$

$$IE_{otoño} = \frac{17}{31.08} = 0.55$$

$$IE_{invierno} = \frac{11}{31.08} = 0.35$$

Después de obtenerlos los *IE*, se desestacionaliza la serie al dividir cada dato entre el factor estacional correspondiente. Por ejemplo, la demanda de la primavera del año 2012 se divide entre el *IE* de primavera:

$$\frac{23}{0.97} \approx 24$$

En la tabla 2.8 se concentran todos los datos desestacionalizados:

	ESTACIÓN		DEMANDA	FACTOR ESTACIONAL	DEMANDA SIN ESTACIONALIDAD
2012	Primavera	1	23	0.97	24
	Verano	2	51	2.13	24
	Otoño	3	12	0.55	22
	Invierno	4	7	0.35	20
2013	Primavera	5	30	0.97	31
	Verano	6	67	2.13	31
	Otoño	7	18	0.55	33
	Invierno	8	14	0.35	40
2014	Primavera	9	37	0.97	38
	Verano	10	81	2.13	38
	Otoño	11	21	0.55	38
	Invierno	12	12	0.35	34

Tabla 2.8. Datos sin estacionalidad. Fuente: Elaboración propia

Ya que se tienen los datos sin variación estacional, podemos graficarlos nuevamente para verificar su comportamiento sin estacionalidad en la figura 2.12.

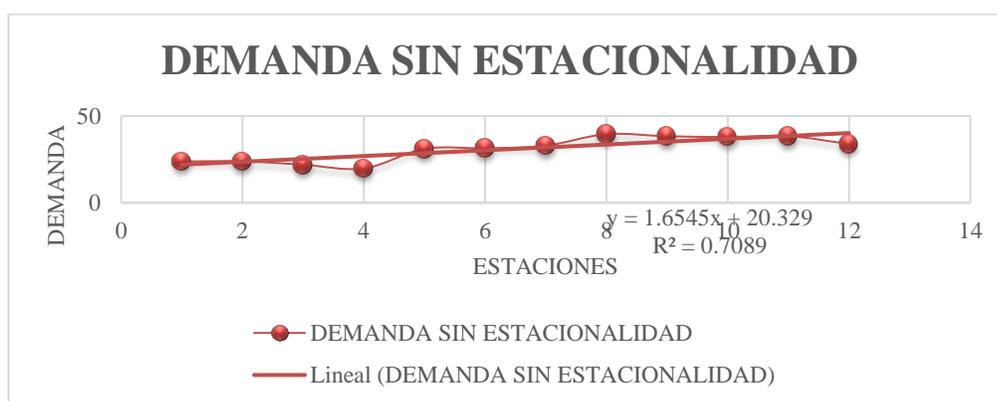


Figura 2.12. Serie de datos históricos sin variación estacional. Fuente: Elaboración propia con Excel®.

Como se observa, la nueva serie presenta un patrón de tendencia, así que se procede a realizar el ajuste de los datos sin estacionalidad a una recta de regresión mediante mínimos cuadrados

o simplemente insertando la línea de tendencia y la ecuación de la recta con ayuda de Excel® (como en la figura 2.12). La tabla 2.9 muestra el procedimiento por mínimos cuadrados:

ESTACIÓN		t	DEMANDA SIN ESTACIONALIDAD F_t	$(t-t_m)$	(F_t-F_m)	$(t-t_m)(F_t-F_m)$	$(t-t_m)^2$
2012	Primavera	1	24	-5.5	-7	39.89	30.25
	Verano	2	24	-4.5	-7	32.33	20.25
	Otoño	3	22	-3.5	-9	32.00	12.25
	Invierno	4	20	-2.5	-11	28.26	6.25
2013	Primavera	5	31	-1.5	0	0.00	2.25
	Verano	6	31	-0.5	0	-0.16	0.25
	Otoño	7	33	0.5	2	0.91	0.25
	Invierno	8	40	1.5	8	12.72	2.25
2014	Primavera	9	38	2.5	7	18.13	6.25
	Verano	10	38	3.5	7	24.05	12.25
	Otoño	11	38	4.5	7	32.91	20.25
	Invierno	12	34	5.5	3	15.54	30.25
		6.5	31			236.6	143.0
		t_m	F_m	SUMATORIAS			

Tabla 2.9. Procedimiento para ajustar la serie a una recta de regresión. Fuente: Elaboración propia.

De la tabla 2.9 se obtiene:

$$F_m = 31$$

$$t_m = 6.5$$

$$\sum (t - t_m)(F_t - F_m) = 236.6$$

$$\sum (t - t_m)^2 = 143$$

Sustituyendo los valores se obtienen los parámetros:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{236.6}{143} = 1.65$$

$$\hat{\beta}_0 = F_m - \beta_1 t_m$$

$$\hat{\beta}_0 = 31 - (1.65)(6.5) = 20.3$$

Por lo tanto, la recta de regresión es:

$$F_t = 20.3 + 1.65 t$$

A partir de esta recta es posible obtener las proyecciones para la primavera ($t = 13$) y el verano ($t = 14$) del año 2015:

$$F'_{13} = 20.3 + 1.65 (13) \approx 42$$

$$F'_{14} = 20.3 + 1.65 (14) \approx 43$$

A las proyecciones anteriores es necesario agregar la variación estacional al multiplicar cada proyección por su factor o índice estacional correspondiente:

$$F_{13} = (F'_{13}) * IE_{primavera} = 42 * 0.97 \approx 41$$

$$F_{14} = (F'_{14}) * IE_{verano} = 43 * 2.13 \approx 92$$

El pronóstico para la primavera de 2015 es de 41 goggles y para el verano es de 92 unidades.

b. Modelo multiplicativo de Winters.

Un buen modelo de pronóstico debe considerar la porción constante de la demanda, la tendencia y la estacionalidad. Winters propuso en 1960 un modelo multiplicativo en el que la demanda (D_t) en el periodo t , se representa matemáticamente mediante la expresión:

$$D_t = (a + bt)c_t + \varepsilon_t$$

Donde a representa la porción constante; b representa la componente de tendencia; c_t representa el factor estacional para el periodo t ; y, ε_t es la aleatoriedad no controlable.

Este método consiste en estimar los parámetros del modelo y usarlos para generar el pronóstico. La componente constante del modelo se estima en forma independiente de la tendencia y los factores estacionales. Por su parte el factor de tendencia también debe ser independiente de los factores estacionales (Sipper, 1998).

En el caso de los factores estacionales, estos se pueden ver como un porcentaje de las componentes constante y de tendencia para el periodo t . Si la demanda en un periodo dado de una estación es menor que la componente de tendencia/constante entonces el factor estacional es menor que uno. Si la demanda es mayor que la tendencia/constante entonces el factor estacional es mayor que uno. El número de factores estacionales debe ser igual al número de estaciones al año.

Notación

Para explicar la metodología de Winters es necesario definir la siguiente notación.

D_t = Demanda en el periodo t .

L = Número de estaciones en el año.

T = número de periodos de datos disponibles.

m = Números de años completos de datos disponibles.

S_t = Estimación de la componente constante en el periodo t .

B_t = Estimación de la componente de tendencia en el periodo t .

C_t = Estimación de la componente estacional para el periodo t .

Para pronosticar, se obtienen las estimaciones iniciales de las componentes del modelo y se actualizan usando suavizado exponencial. Una estimación inicial de S_t puede ser un promedio de los datos de una o más estaciones completas.

Para determinar la porción constante del proceso en el tiempo T debe corregirse por tendencia, por lo que para calcular S_t se necesita B_t . Para calcular B_t se requieren al menos dos años completos de datos ($m = 2$). Con menos datos es menos posible observar la diferencia entre las componentes de tendencia y de estacionalidad.

Se calcula la demanda promedio para cada uno de los dos últimos años y se resta el promedio del más antiguo al más reciente de los promedios. El resultado anterior es el crecimiento en los dos años, pero debe convertirse en un crecimiento estacional dividiendo entre el número de estaciones por año, L .

Si se cuenta con más de dos años de datos, se pueden usar cualquiera de ellos para estimar la pendiente. Si se utilizara el primero y el último, con m años de datos disponibles, se divide entre $\frac{m-1}{L}$ en lugar de L para obtener el crecimiento por estación. Para una mejor comprensión del método se explicará con un ejemplo.

Ejemplo 2.11

Retomando el ejemplo 2.10 se desea determinar los valores iniciales de S_t y B_t para el método de Winters.

ESTACIÓN	AÑO		
	2012	2013	2014
Primavera	23	30	37
Verano	51	67	81
Otoño	12	18	21
Invierno	7	14	12

Tabla 2.7. Demanda de accesorios para natación y deportes acuáticos. Fuente: Sipper (1998).

Solución.

Los datos que se conocen son $m = 3$, $L = 4$, $T = 12$ y $\bar{D}_t = 31.0833$

Primero se determina el promedio del tercer (\bar{D}_3) y segundo año (\bar{D}_2):

$$\bar{D}_3 = \frac{37 + 81 + 21 + 12}{4} = 37.75$$

$$\bar{D}_2 = \frac{30 + 67 + 18 + 14}{4} = 32.25$$

Ahora se determina el crecimiento por periodo:

$$B_t = \frac{\bar{D}_3 - \bar{D}_2}{L} = \frac{37.75 - 32.25}{4} = 1.375$$

Dado que ya se tiene una estimación inicial de la tendencia se puede determinar la estimación inicial de la componente constante. Debido a que el promedio de todos los datos (\bar{D}_t) se centra en $\frac{T+1}{2}$ se puede tener una estimación de la porción constante del modelo multiplicando la tendencia por periodo (B_t) por $\frac{T-1}{2}$ (que representa el número de periodos que existen entre el centro ($\frac{T+1}{2}$) y T):

$$S_t = \bar{D}_t + \left(\frac{T-1}{2}\right)B_t$$

Sustituyendo en la expresión anterior los datos ya calculados y el promedio de la demanda de todos los datos de la tabla 2.7 se obtienen el valor inicial de S_t en el periodo 12.

$$S_t = 31.0833 + \left(\frac{12-1}{2}\right)(1.375) = 38.6458$$

Para estimar el factor estacional no basta con dividir la demanda en el periodo t entre el término constante S_t , pues está última debe corregirse por la parte de tendencia de la constante (Sipper, 1998). Una estimación de los factores estacionales (C_t) con la componente constante corregida sería:

$$C_t = \frac{D_t}{S_t - B_t(T-t)}$$

Si estos factores no suman L , es necesario normalizarlos mediante la utilización de la siguiente expresión donde C'_t es el factor estacional normalizado.

$$C'_t = C_t \left(\frac{L}{\sum_{t=1}^T C_t} \right)$$

Ejemplo 2.12

Calcular los factores estacionales iniciales para los datos de la tabla 2.7.

Solución.

Debido a que se tienen cuatro estaciones se deben calcular cuatro factores estacionales generales para cada estación, pero para obtenerlos es necesario obtener primero el valor de cada uno de los periodos:

$$C_1 = \frac{D_1}{S_t - B_t(T - 1)} = \frac{23}{38.6458 - 1.375(12 - 1)} = 0.9779$$

$$C_2 = \frac{D_2}{S_t - B_t(T - 2)} = \frac{51}{38.6458 - 1.375(12 - 2)} = 2.0485$$

$$C_3 = \frac{D_1}{S_t - B_t(T - 3)} = \frac{12}{38.6458 - 1.375(12 - 3)} = 0.4568$$

$$C_4 = \frac{D_4}{S_t - B_t(T - 4)} = \frac{7}{38.6458 - 1.375(12 - 4)} = 0.2532$$

$$C_5 = \frac{D_5}{S_t - B_t(T - 5)} = \frac{30}{38.6458 - 1.375(12 - 5)} = 1.0337$$

$$C_6 = \frac{D_6}{S_t - B_t(T - 6)} = \frac{67}{38.6458 - 1.375(12 - 6)} = 2.2043$$

$$C_7 = \frac{D_7}{S_t - B_t(T - 7)} = \frac{18}{38.6458 - 1.375(12 - 7)} = 0.5666$$

$$C_8 = \frac{D_8}{S_t - B_t(T - 8)} = \frac{14}{38.6458 - 1.375(12 - 8)} = 0.4224$$

$$C_9 = \frac{D_9}{S_t - B_t(T - 9)} = \frac{37}{38.6458 - 1.375(12 - 9)} = 1.0718$$

$$C_{10} = \frac{D_{10}}{S_t - B_t(T - 10)} = \frac{81}{38.6458 - 1.375(12 - 10)} = 2.2565$$

$$C_{11} = \frac{D_{11}}{S_t - B_t(T - 11)} = \frac{21}{38.6458 - 1.375(12 - 11)} = 0.5634$$

$$C_{12} = \frac{D_{12}}{S_t - B_t(T - 12)} = \frac{12}{38.6458 - 1.375(12 - 12)} = 0.3105$$

Los factores calculados se concentran en la tabla 2.10.

ESTACIÓN	AÑO			Factor estacional promedio	Factor estacional normalizado
	2012	2013	2014		
Primavera	0.9779	1.0337	1.0718	1.0278	1.0138
Verano	2.0485	2.2043	2.2565	2.1698	2.1402
Otoño	0.4568	0.5666	0.5634	0.5289	0.5217
Invierno	0.2532	0.4224	0.3105	0.3287	0.3242
SUMATORIAS				4.0552	4

Tabla 2.10. Cálculo de factores estacionales. Fuente: Elaboración propia.

Los factores estacionales promedio se obtienen al promediar los factores correspondientes a cada estación de primavera, verano, otoño e invierno de los años 2012, 2013 y 2014. Al sumar dichos factores se obtiene un valor de 4.0552 que es diferente de $L = 4$ por lo que fue necesario normalizar cada factor de la siguiente forma:

$$C'_t = C_t \left(\frac{L}{\sum_{t=1}^T C_t} \right) = C_t \left(\frac{L}{C_{Primavera} + C_{Verano} + C_{Otoño} + C_{Invierno}} \right)$$

$$C'_{Primavera} = 1.0278 \left(\frac{4}{4.0552} \right) = 1.0138$$

$$C'_{Verano} = 2.1698 \left(\frac{4}{4.0552} \right) = 2.1402$$

$$C'_{Otoño} = 0.5289 \left(\frac{4}{4.0552} \right) = 0.5217$$

$$C'_{Invierno} = 0.3287 \left(\frac{4}{4.0552} \right) = 0.3242$$

De acuerdo con Sipper (1998) conforme se dispone de nuevos datos, se pueden actualizar las estimaciones con suavizado exponencial. Las constantes para el término constante, la tendencia y los factores estacionales se denotan por α , β y γ . Cuando se conocen S_{t-1} , B_{t-1} , C_{T-L+1} , C_{T-L+2} , ..., C_{T-1} y D_t también se pueden determinar S_t , B_t y C_t a través de las siguientes expresiones:

$$S_t = \alpha \left(\frac{D_t}{C_{t-L}} \right) + (1 - \alpha)(S_{t-1} + B_{t-1})$$

$$B_t = \beta(S_t - S_{t-1}) + (1 - \beta)B_{t-1}$$

$$C_t = \gamma \left(\frac{D_t}{S_t} \right) + (1 - \gamma) C_{t-L}$$

El pronóstico para dentro de k periodos siempre que $k \leq L$ está dado por la expresión:

$$F_{t+k} = (S_t + kB_t) C_{t+k-L}$$

En el caso de que $k > L$ entonces $T + k - L$ será mayor que T y eso significa que la estimación de factor estacional no se conoce, en su lugar Sipper (1998) recomienda usar el valor más reciente calculado para el periodo correspondiente. Sea g es el entero más pequeño mayor o igual que $\frac{k}{L}$ que indica el número de estaciones atrás en las que se calculó la estimación del factor estacional. El factor estacional adecuado para realizar un pronóstico es el calculado en el tiempo $T + k - gL$. Por lo tanto, el pronóstico sería:

$$F_{t+k} = (S_t + kB_t) C_{t+k-gL}$$

Ejemplo 2.13

Retomando el ejemplo de los accesorios para natación y los datos de la tabla 2.7 pronosticar la demanda de goggles para el verano, otoño e invierno del año 2015 y la demanda de la primavera de 2016 considerando que los valores de los parámetros α, β y γ son 0.20, 0.15 y 0.15 respectivamente y que el valor de la demanda en la primavera de 2015 es de 40 goggles. Recordar que $S_{12} = 38.6458$ y $B_{12} = 1.375$. También utilizar los últimos factores normalizados $C_9 = 1.0138$; $C_{10} = 2.1402$; $C_{11} = 0.5217$; $C_{12} = 0.3242$

Solución

$$S_{13} = \alpha \left(\frac{D_{13}}{C_9} \right) + (1 - \alpha)(S_{12} + B_{12}) = 0.2 \left(\frac{40}{1.0138} \right) + (1 - 0.2)(38.6458 + 1.375)$$

$$S_{13} = 39.91$$

$$B_{13} = \beta(S_{13} - S_{12}) + (1 - \beta)B_{12} = 0.15(39.91 - 38.6458) + (1 - 0.15)(1.375)$$

$$B_{13} = 1.3584$$

$$C_{13} = \gamma \left(\frac{D_{13}}{S_{13}} \right) + (1 - \gamma)C_9 = 0.15 \left(\frac{40}{39.91} \right) + (1 - 0.15)(1.0138)$$

$$C_{13} = 1.0121$$

Una vez que se tienen los datos actualizados, se calculan los pronósticos solicitados:

$$F_{Ver2015} = F_{13+1} = (S_{13} + B_{13})C_{10} = (39.91 + 1.3584)(2.1402) = 88.32$$

$$F_{Otoño2015} = F_{13+2} = (S_{13} + 2B_{13})C_{11} = (39.91 + (2 * 1.3584))(0.5217) = 22.24$$

$$F_{Inv2015} = F_{13+3} = (S_{13} + 3B_{13})C_{12} = (39.91 + (3 * 1.3584))(0.3242) = 44.31$$

$$F_{Prim2016} = F_{13+4} = (S_{13} + 4B_{13})C_{13} = (39.91 + (4 * 1.3584))(1.0121) = 45.89$$

Si se quisiera conocer el pronóstico para el verano y el otoño de 2016 se tendría el caso de $k > L$ y entonces no se podrían conocer los factores estacionales, pero una forma de estimar un pronóstico es usando el último factor estacional conocido al aplicar la siguiente expresión como se explicó con anterioridad:

$$F_{t+k} = (S_t + kB_t)C_{t+k-gL}$$

Donde g es el siguiente entero mayor o igual que $\frac{k}{L}$, en este caso tanto para $k = 5$ como para $k = 6$, el valor de $g = 2$.

$$F_{Ver2016} = F_{13+5} = (S_{13} + 5B_{13})C_{10} = (39.91 + (5 * 1.3584))(2.1402) = 99.95$$

$$F_{Otoño2016} = F_{13+6} = (S_{13} + 6B_{13})C_{11} = (39.91 + (6 * 1.3584))(0.5217) = 25.07$$

2.6. Modelos causales.

En algunos problemas de pronósticos se desea pronosticar una variable dependiente que está relacionada con el valor de una o más variables independientes. Esto se conoce como pronóstico causal, es decir el valor de la variable dependiente está causado o tiene una fuerte correlación con el valor de la variable independiente lo cual significa que una variable medida ocasiona que la otra cambie de una manera predecible.

Los métodos causales permiten predecir puntos de cambio en la demanda y preparar pronósticos de largo plazo. Se utilizan cuando se dispone de datos históricos y se logra identificar la relación entre el factor que se va a pronosticar y otros factores internos y externos. Resultan mucho mejor para mercados o industrias completas.

Muchas veces la relación entre las variables no es tan clara por ello los datos deben analizarse para detectar factores causales ya que este tipo de factores influye en los datos de una manera conocida y puede ayudar a realizar un buen pronóstico. Los modelos econométricos, los modelos de simulación y la regresión resultan útiles para estimar la relación entre las variables.

2.6.1. Regresión lineal por mínimos cuadrados.

El modelo de regresión lineal es, probablemente, el más utilizado debido a su sencillez. Se trata de un método estadístico que permite desarrollar una relación analítica definida entre dos o más variables. Bajo el supuesto de que una variable causa que otra variable se mueva. Técnicamente hablando, la regresión minimiza el cuadrado de las desviaciones de los datos actuales.

En un modelo de regresión lineal simple la variable dependiente es función de una sola variable independiente, lo que resulta en la relación teórica de la línea recta. El modelo de regresión lineal simple es:

$$F_i = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

Donde:

F_i = variable dependiente

x_i = variable independiente

β_0 = ordenada de la recta que relaciona x y y

β_1 = pendiente de la recta de regresión

Para realizar el pronóstico de los datos históricos es necesario estimar los parámetros $\hat{\beta}_0$ y $\hat{\beta}_1$. Para que una recta se ajuste lo mejor posible es necesario minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre el valor real y el valor pronosticado. Esta diferencia se conoce como error de pronóstico. De allí se toma el nombre para el método de mínimos cuadrados que se presenta a continuación:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum(x_i - x_m)(F_i - F_m)}{\sum(x_i - x_m)^2}$$

$$\hat{\beta}_0 = y_m - \beta_1 x_m$$

Donde:

x_m = medias de la variable independiente

F_m = medias de la variable dependiente

Al minimizar el error de pronóstico cuando se elevan al cuadrado las diferencias se garantiza que el valor sea no negativo al penalizar tanto los valores sobreestimados como los subestimados y dando mayor peso a las diferencias grandes que a las pequeñas.

En otras palabras el objetivo del análisis de regresión es encontrar los valores de β_0 y β_1 que minimicen la suma de los cuadrados de las desviaciones de los datos reales respecto a la línea de tendencia graficada (Krajewski, Ritzman & Malhotra; 2013).

Ejemplo 2.14

El administrador de la cadena de suministro busca una mejor manera de pronosticar la demanda de bisagras para puertas y cree que esa demanda se relaciona con los gastos en publicidad. En la tabla 2.11 se tienen las ventas y los datos de publicidad para los últimos cinco meses. La compañía gastará \$1,750 en publicidad del producto el próximo mes. Utilice la recta de regresión para desarrollar una ecuación y un pronóstico del siguiente mes para este producto.

Publicidad (miles de \$)	Ventas (miles de unidades)
1000	101000
1300	116,000
1400	165000
2000	209000
2500	264000

Tabla 2.11. Datos para pronosticar la demanda de bisagras. Fuente: KRAJEWSKI, RITZMAN & MALHOTRA (2013).

Solución.

Se realizaron los cálculos pertinentes y se concentran en la siguiente tabla 2.12:

	x_i	F_i				
Mes	Publicidad	Ventas (unidades)	$(x_i - x_m)$	$(F_i - F_m)$	$(x_i - x_m)(F_i - F_m)$	$(x_i - x_m)^2$
1	\$1000	101,000	-640	-70000	44800000	409600
2	\$1300	116,000	-340	-55000	18700000	115600
3	\$1400	165,000	-240	-6000	1440000	57600
4	\$2000	209,000	360	38000	13680000	129600
5	\$2500	264,000	860	93000	79980000	739600
	\$1640	171,000			158600000	1452000
	x_m	F_m			SUMATORIAS	

Tabla 2.12. Cálculos para ajustar los datos a una recta de regresión. Fuente: Elaboración propia.

De la tabla 2.12 se obtiene:

$$F_m = 171,000$$

$$x_m = \$1,640$$

$$\sum (x - x_m)(F_t - F_m) = 158,600,000$$

$$\sum (x - x_m)^2 = 1,452,000$$

Sustituyendo los valores se obtienen los parámetros:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{158,600,000}{1,452,000} = 109.23$$

$$\hat{\beta}_0 = F_m - \beta_1 x_m$$

$$\hat{\beta}_0 = 171,000 - (109.23)(1640) = -8,135$$

Por lo tanto, la recta de regresión es:

$$F_i = 109.23x - 8135$$

Con la recta se obtiene el pronóstico cuando se invierte \$1750 en publicidad:

$$F_i = 109.23(1750) - 8135$$

$$F_i = 183,015$$

Por lo tanto, cuando se invierten \$1750 en publicidad se esperan ventas de \$183,015 pesos.

2.7. Medición de error de pronóstico.

En las secciones anteriores se revisaron los diferentes tipos de pronósticos pero ¿cómo sabemos qué tan exactos son? Para saberlo se pueden utilizar varias medidas de exactitud que permiten determinar el grado en que un método de pronóstico es capaz de reproducir los datos disponibles de las series de tiempo.

Es importante estar consciente que todos los pronósticos contienen errores. El error aleatorio es resultado de factores que no se pueden predecir y ocasionan que el pronóstico se desvíe de la demanda real. Lo único que se puede hacer es minimizar todo error, pero es imposible eliminarlo. Lo recomendable es seleccionar el método con la mayor exactitud respecto a los datos ya conocidos con la finalidad de obtener un mejor pronóstico en periodos futuros.

El error de pronóstico no solo proporciona información importante para elegir el mejor método de pronóstico para un servicio o producto, también es una guía en la selección de los mejores parámetros para cada método por ejemplo n para el método de los promedios móviles, los pesos en el caso de promedios móviles ponderados, α y β para el caso de suavizado exponencial, etc.

2.7.1. Error de pronóstico

El error de pronóstico (E_t) se define como la diferencia entre el valor real de la demanda (d_t) y el valor del pronóstico (F_t) en el mismo periodo t .

$$E_t = d_t - F_t$$

Cuando el error de pronóstico es positivo significa que el método de pronóstico utilizado subestimó el valor real de la demanda (o variable en cuestión). Cuando el valor del error de pronóstico es negativo esto indica que el método empleado sobreestimó el valor real de la demanda.

2.7.2. Suma acumulada de errores de pronóstico (SAE)

La SAE también recibe el nombre de error de sesgo; es una suma acumulada que mide el error de pronóstico total y es resultado de errores consistentes. Si un pronóstico es siempre menor que la demanda real entonces la SAE será cada vez mayor. Este error creciente indica deficiencias en el enfoque del pronóstico.

$$SAE = \sum_{t=1}^T E_t$$

2.7.3. Sesgo medio

Una medida sencilla de exactitud de los pronósticos es la media o promedio de errores de pronóstico.

$$\bar{E}_t = \frac{SAE}{T} = \frac{\sum_{t=1}^T E_t}{T}$$

Debido a que los errores positivos y negativos de pronóstico tienden a compensarse entre sí es probable que la media del error sea pequeña por lo que ésta no es una medida muy útil para la exactitud del pronóstico. Otras medidas de exactitud más precisas son la desviación media absoluta (MAD), error cuadrado medio (MSE), la desviación estándar de los errores (σ) y el error porcentual medio absoluto (MAPE). Los primeros tres miden la dispersión de errores de pronóstico atribuidos a los efectos de tendencia, estacionalidad y aleatoriedad.

2.7.4. Desviación media absoluta (MAD)

Esta medida evita el problema de que los errores positivos y negativos se compensen entre sí. Es el promedio de los valores absolutos de los errores de pronósticos.

$$MAD = \frac{\sum |d_t - F_t|}{T} = \frac{\sum |E_t|}{T}$$

2.7.5. Error cuadrado medio (MSE)

Esta medida de exactitud también evita el problema de que los errores de pronóstico se compensen entre si y se obtiene al calcular el promedio de los errores de pronóstico al cuadrado.

$$MSE = \frac{\sum_{t=1}^T E_t^2}{T}$$

2.7.6. Desviación estándar de los errores (σ)

Es una medida de dispersión de los errores de pronóstico.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (E_t - \bar{E}_t)^2}{T - 1}}$$

Si el MSE, la σ o la MAD son pequeños entonces el pronóstico suele ser cercano a la demanda real, pero un valor grande indica lo contrario. Estas medidas difieren en la forma en la que resalten los errores. En el caso del error medio cuadrático (MSE) y la desviación estándar σ , los errores grandes tienen mucho más peso porque se elevan al cuadrado. En cambio, la desviación media absoluta (MAD) es simplemente la media de los errores de pronóstico absolutos sobre una serie de periodos sin importar si el error sobrestima o subestima el valor.

Error porcentual medio absoluto (MAPE)

El tamaño del MSE y del MAD dependerá mucho de la escala de datos por lo que se complica realizar comparaciones de los diversos intervalos de tiempo. Si se desea hacer comparaciones es necesario trabajar con medidas relativas o porcentuales como el error porcentual medio absoluto (MAPE). El MAPE relaciona el error de pronóstico con el nivel de demanda y es útil para tener una perspectiva adecuada del desempeño del pronóstico.

Para determinarlo primero debe determinarse el error porcentual de cada pronóstico y dividirlo por el valor real de la demanda.

$$MAPE = \frac{MAD}{\text{Promedio de la demanda}}$$

$$MAPE = \frac{\frac{\sum |E_t|}{T}}{\bar{D}_t}$$

No hay forma de abordar el tema de la exactitud relacionada con el pronóstico para periodos futuros. Pero si se elige un método de elaboración de pronósticos que funcione bien para los

datos históricos y se piensa que el patrón histórico continuará en el futuro se deben obtener resultados favorables.

Sin embargo, la mejor técnica para explicar los datos históricos no siempre es la mejor para predecir los datos futuros, incluso tener un ajuste exacto de los datos históricos podría ser engañoso. Un método de pronóstico puede tener pequeños errores respecto a la serie de datos históricos, pero puede generar grandes errores en periodos futuros.

Las medidas de exactitud de los pronósticos son factores importantes en la comparación de distintos métodos de elaboración de pronósticos. Debe cuidarse de no depender sólo de las medidas de exactitud, sino también considerar el criterio y el conocimiento sobre las condiciones de negocio que también pueden influenciar un pronóstico al elegir un método.

Ejemplo 2.15

En la tabla 2.13 se muestran los datos de la demanda de un producto y los pronósticos de seis periodos obtenidos mediante diferentes métodos de pronóstico. Calcula el error de pronóstico, la desviación estándar, el MAD, el MSE y el MAPE. Determina cuál es el mejor método de pronóstico.

Periodo	Demanda real	Último Dato	Promedio Simple	Promedio móvil $n = 3$	Suavizado exponencial con $\alpha = 0.2$
1	107	90	107	94	96
2	93	107	107	98	107
3	106	93	100	97	99
4	98	106	102	102	103
5	100	98	101	99	100
6	96	100	101	101	101

Tabla 2.13. Pronóstico de la demanda mediante diferentes métodos. Fuente: Adaptado de Sipper (1998).

Solución:

La tabla 2.14 concentra los resultados de los cálculos de cada error para el método del último dato:

Periodo	Demanda real d_t	Pronóstico Último Dato F_t	Error de pronóstico $E_t = d_t - F_t$	Error absoluto $ E_t $	Error cuadrado E_t^2	$E_t - \bar{E}_t$
1	107	90	17	17	289	256
2	93	107	-14	14	196	225
3	106	93	13	13	169	144
4	98	106	-8	8	64	81
5	100	98	2	2	4	1
6	96	100	-4	4	16	25
	100		1.0	9.7	123.0	12.1
	Promedio de la demanda		\bar{E}_t	MAD	MSE	Desviación Estándar

Tabla 2.14. Cálculo de errores de pronóstico para el método del último dato. Fuente: Elaboración propia.

$$MAPE = \frac{MAD}{\text{Promedio de la demanda}}$$

$$MAPE = \frac{9.7}{100} * 100 \approx 10\%$$

La tabla 2.15 concentra los resultados de los cálculos de cada error para el método promedio simple:

Periodo	Demanda real d_t	Pronóstico Promedio simple F_t	Error de pronóstico $E_t = d_t - F_t$	Error absoluto $ E_t $	Error cuadrado E_t^2	$E_t - \bar{E}_t$
1	107	107	0	0	0	1
2	93	107	-14	14	196	225
3	106	100	6	6	36	25
4	98	102	-4	4	16	25
5	100	101	-1	1	1	4
6	96	101	-5	5	25	36
	100		-3.0	5.0	45.7	7.9
	Promedio de la demanda		\bar{E}_t	MAD	MSE	Desviación Estándar

Tabla 2.15. Cálculo de errores de pronóstico para el método de promedio simple. Fuente: Elaboración propia.

$$MAPE = \frac{5}{100} * 100 = 5\%$$

La tabla 2.16 concentra los resultados de los cálculos de cada error para el método promedio móvil con $n = 3$:

Periodo	Demanda real d_t	Pronóstico Promedio móvil $n = 3$ F_t	Error de pronóstico $E_t = d_t - F_t$	Error absoluto $ E_t $	Error cuadrado E_t^2	$E_t - \bar{E}_t$
1	107	94	13	13	169	144
2	93	98	-5	5	25	36
3	106	97	9	9	81	64
4	98	102	-4	4	16	25
5	100	99	1	1	1	0
6	96	101	-5	5	25	36
	100		1.5	6.2	52.8	7.8
	Promedio de la demanda		\bar{E}_t	MAD	MSE	Desviación Estándar

Tabla 2.16. Cálculo de errores de pronóstico para el método de promedio móvil con $n = 3$. Fuente: Elaboración propia.

$$MAPE = \frac{6.2}{100} * 100 \approx 6\%$$

La tabla 2.17 concentra los resultados de los cálculos de cada error para el método de suavizado exponencial simple con $\alpha = 0.2$.

Periodo	Demanda real d_t	Pronóstico Suavizado simple $\alpha = 0.2$ F_t	Error de pronóstico $E_t = d_t - F_t$	Error absoluto $ E_t $	Error cuadrado E_t^2	$E_t - \bar{E}_t$
1	107	96	11	11	121	100
2	93	107	-14	14	196	225
3	106	99	7	7	49	36
4	98	103	-5	5	25	36
5	100	100	0	0	0	1
6	96	101	-5	5	25	36
	100		-1.0	7.0	69.3	9.3
	Promedio de la demanda		\bar{E}_t	MAD	MSE	Desviación Estándar

Tabla 2.17. Cálculo de errores de pronóstico para el método de suavizado exponencial simple con $\alpha = 0.2$. Fuente: Elaboración propia.

$$MAPE = \frac{7}{100} * 100 = 7\%$$

RESUMEN DE LOS ERRORES					
Método de Pronóstico	\bar{E}_t	MAD	MSE	Desviación Estándar	MAPE
Último dato	1.0	9.7	123.0	12.1	10%
Promedio Simple	-3.0	5.0	45.7	8.0	5%
Promedio móvil con $n = 3$	1.5	6.2	52.8	7.8	6%
Suavizado simple con $\alpha = 0.2$	-1.0	7.0	69.3	9.3	7%

Tabla 2.18. Comparación de los métodos de pronóstico. Fuente: Elaboración propia.

Si se observa la tabla 2.18, el método de promedio simple es el que tiene los valores más pequeños de error, esto nos indica que es el método más cercano a la demanda real (en teoría) pues es quien mejor se ajusta a la serie de datos históricos. Si trabajamos bajo el supuesto de que la demanda futura se seguirá comportando igual que la demanda pasada, entonces es válido considerar que este método es también quien dará una buena proyección futura.

EJERCICIOS RECOMENDADOS

En la siguiente tabla se resumen algunos ejercicios recomendados para practicar los conceptos acerca del tema Planeación de la demanda y pronósticos. Se clasifican por autores y por nivel de dificultad.

EJERCICIOS RECOMENDADOS PARA EL TEMA 2. PLANEACIÓN DE LA DEMANDA Y PRONÓSTICOS			
AUTOR	NIVEL DE DIFICULTAD		
	Fácil	Medio	Retador
CHASE & JACOBS	Ejercicios 9,11, 16, 23 y 28 [Capítulo 15]	Ejercicios 1,4,5,8,13,17 y 20 [Capítulo 15]	Ejercicio 25 [Capítulo 15]
COLLIER & EVANS	Ejercicios 1,2,3 y 4 [Capítulo 11]	Ejercicios 5,6,7,10 y 13 [Capítulo 11]	Ejercicios 11 y 12 [Capítulo 11]
KRAJEWSKI, RITZMAN & MALHOTRA	Ejercicios 1 y 6 [Capítulo 14]	Ejercicios 2,3,4,5,7 y 8 [Capítulo 14]	Ejercicios 9,10,11, 12, 14,15 [Capítulo 14]
NAHMIAS	Ejercicios 22, 24 y 26 [Sección 2.7]	Ejercicios 28 y 29 [Sección 2.8]	Ejercicios 33 y 34 [Sección 2.9]
SIPPER & BULFIN	Ejercicios 4.25, 4.26, 4.27 y 4.28	Ejercicios 4.30, 4.31, 4.32 y 4.35	Ejercicios 4.33, 4.34, 4.36, 4.37, 4.38 y 4.39

REFERENCIAS DEL TEMA 2

1. Libros

ANDERSON, D., SWEENEY, D., WILLIAMS, T. (2012). *Estadística para negocios y economía*. 11ª ed. CENGAGE Learning, México.

BACA, G. (2001). *Evaluación de Proyectos*. 4ª ed. McGraw-Hill, Instituto Politécnico Nacional, México.

CHAPMAN, S. (2006). *Planificación y Control de la Producción*. PEARSON EDUCACIÓN, México.

CHASE, R. & JACOBS, R. (2014). *Administración de Operaciones. Producción y Cadena de Suministros*. 13ª ed. McGraw-Hill, México.

COLLIER, D. & EVANS, J. (2009). *Administración de operaciones. Bienes, servicios y cadenas de valor*. 2ª ed. CENGAGE Learning, México.

KRAJEWSKI, L., RITZMAN., L. & MALHOTRA, M. (2013). *Administración de Operaciones. Procesos y cadenas de suministro*. 10ª ed. PEARSON EDUCACION, México.

LAMBERT, D. (2008). *Supply Chain Management. Processes, Partnerships, Performance*. 3er ed. Supply Chain Management Institute. EUA.

SIPPER, D. & BULFIN, R. (1998). *Planeación y Control de la Producción*. McGraw-Hill, México.

2. Notas de clase

Facultad de Ingeniería (s.f). Capitulo II. Teoría de la Planeación. UNAM. Consulta en: http://www.ingenieria.unam.mx/~jkuri/Apunt_Planeacion_internet/TEMAII.1.pdf

LAPIDE, L. MLOG Class. Demand Forecasting, Planning, and Management. Massachusetts Institute of Technology. Septiembre 27, 2016. Consulta en <http://ocw.mit.edu/courses/engineering-systems-division/esd-260j-logistics-systems-fall-2006/lecture-notes/lect6.pdf>

MISIONPYME, (2008). Cómo planear la demanda. Marketing y Publicidad. Consulta en: http://mercadeoypublicidad.com/Secciones/Articulos/DetalleArticulos.php?recordID=9956&pageNum_Articulo=123&totalRows_Articulo=2039&list=Ok

RIVERA, V. (2014). Unidad 1: Generalidades de la Planeación. Sistemas de Planeación. Universidad Nacional Autónoma de México.

ROMERO, O. & ROMERO, S. (s.f.). Pronóstico de la demanda. *Diplomado en Planeación y Dirección de Operaciones, Modulo I*. ITAM, México. Consulta el 15 agosto 2016 01:00 hrs. Disponible en: http://allman.rhon.itam.mx/~oromero/Notas3_Pronóstico_e_Inventarios_Diplomado_Plan_y_Dir_Ope.pdf

SANTESMASES, M. (2012). *Marketing especial. Marketing: Conceptos y estrategias*, 6ª ed. Pirámide. Consulta en <http://www.uv.es/frasquem/dci/DirCom1TEMA6.pdf>

SULTANA, N. & RAHMAN, S. (2010). Demand Planning Methodology in Supply Chain Management. *International Conference on Industrial Engineering and Operations Management*, 9-10 January. Dhaka, Bangladesh. https://fisher.osu.edu/supplements/10/1418/demand_5.pdf

TIRADO, D. (s. f.). *La demanda, la oferta y el mercado. Aplicaciones*. Consulta en: <http://www.uib.cat/depart/deaweb/webpersonal/dolorestirado/archivos/merc.pdf>

ANEXO A3 NOTAS DE CLASE**TEMA 3. SISTEMAS Y MODELOS DE INVENTARIOS****Objetivo.**

- Seleccionar la política de inventarios de acuerdo a las características del sistema de producción para lograr la optimización de los recursos involucrados en los sistemas de inventarios.

Contenido:

3.1. Introducción a los inventarios

- 3.1.1 Definición de inventario.
- 3.1.2 Objetivo de los inventarios.
- 3.1.3 Ventajas y desventajas de los inventarios.

3.2. Conceptos básicos.

- 3.2.1. Clasificación de la demanda.
- 3.2.2. Tipos de inventarios.
- 3.2.3. Políticas de inventarios.
- 3.2.4. Decisiones en los inventarios.
- 3.2.5. Costos asociados a los inventarios.
- 3.2.6. Medidas de efectividad de los inventarios.

3.3. Decisiones de cantidad y modelos estáticos de tamaño de lote.

- 3.3.1. Determinación de la cantidad económica a ordenar (EOQ) con y sin faltante.
- 3.3.2. Determinación de la cantidad económica a producir (EPQ) con y sin faltante.
- 3.2.4 Determinación del tamaño de lote considerando descuentos por cantidad.
- 3.3.5 Determinación del lote de producción con restricción de recursos.

3.4. Modelos de tamaño de lote dinámico

- 3.4.1. Regla de Peterson-Silver.
- 3.4.2. Reglas simples.
- 3.4.3. Métodos heurísticos.
- 3.4.4. Algoritmo de Wagner-Whitin (WW).

TEMA 3. SISTEMAS Y MODELOS DE INVENTARIOS

3.1. Introducción a los inventarios.

Los inventarios se usan en la mayoría de actividades relacionadas con la manufactura, servicios y distribución y resultan de gran relevancia porque elevan la rentabilidad y la competitividad de las empresas relacionadas a estas actividades.

3.1.1 Definición de inventario.

Un inventario es una cantidad de bienes (ya sea materia prima, productos semielaborados, productos terminados, refacciones o materiales de consumo) bajo el control de una empresa, guardados durante algún tiempo para satisfacer una demanda futura (Sipper, 1998).

En otras palabras, el inventario es un amortiguador entre el proceso de abastecimiento y el proceso de la demanda de un bien. Por un lado, el proceso de abastecimiento contribuye con bienes al inventario por otro lado la demanda consume el mismo inventario.

El inventario representa un porcentaje importante del capital de trabajo de una empresa y es necesario debido a las diferencias internas y externas de las tasas y los tiempos entre el abastecimiento y la demanda. Las diferencias internas están relacionadas con algunos factores como la economía, el servicio al cliente y se pueden controlar mientras que las diferencias externas generalmente son incontrolables como la incertidumbre.

3.1.2 Objetivo de los inventarios.

El objetivo de los inventarios es el incremento de la rentabilidad de una empresa través de un correcto manejo de los mismos, prediciendo el impacto de las políticas en los niveles de stock y minimizando el costo total de las actividades que aseguren un buen nivel de servicio al cliente.

3.1.3 Ventajas y desventajas de los inventarios.

Los inventarios son una forma de evitar problemas de escasez ya que proveen los materiales necesarios en el momento indicado. Se tienen inventarios por razones de economía y seguridad. Es útil contar con inventarios cuando económicamente existen ahorros al fabricar o comprar en cantidades elevadas ya que esto representa ahorros por volumen. También un inventario es útil cuando prevé fluctuaciones en la demanda o en el tiempo de entrega (inventario de seguridad) evitando así elevados costos por faltantes.

Si un inventario posee un nivel bastante elevado esto representará altos costos por almacenamiento. Sin embargo, si se posee un nivel demasiado bajo puede provocar que la producción de la empresa se realice sobre pedido lo cual no es recomendable puesto que puede llegar a no satisfacer las necesidades del cliente.

3.2. Conceptos básicos.

Algunos conceptos que merecen ser revisados son la clasificación de la demanda, los modelos de tamaño de lote, así como los tipos, las políticas, las decisiones y los costos asociados a los inventarios.

3.2.1. Clasificación de la demanda.

Ya vimos en el tema de pronósticos que la demanda se puede clasificar en diversas categorías, pero principalmente nos interesan las siguientes dos:

- a) **Determinística o estocástica.** La demanda determinística es aquella demanda futura de un artículo en inventario que se conoce con certidumbre. En el caso de la demanda estocástica sucede lo contrario, es decir la demanda en realidad no se conoce. Este es el caso más realista y frecuente de la demanda, sin embargo, su uso posee mayor complejidad.
- b) **Dependiente o independiente.** La demanda independiente es aquella que no está relacionada con la demanda de otro artículo y que se ve afectada únicamente por las condiciones del mercado. Por ejemplo, la venta de bicicletas, automóviles o computadoras. Mientras que la demanda dependiente es aquella demanda de un artículo que se deriva de la demanda de otro producto, algunos ejemplos son los manubrios para la bicicleta, las llantas para automóviles, los componentes electrónicos para las computadoras. La demanda de estos artículos está directamente relacionada con la demanda de los artículos independientes.

3.2.2. Tipos de inventarios.

Los inventarios pueden clasificarse de acuerdo con la forma física en la que se encuentren o conforme a su función. A continuación, se detallan ambas clasificaciones.

- a) De acuerdo con la forma física en la que se encuentran:
 - **Inventario de materia prima (MP):** Insumos y materiales básicos que ingresarán al proceso.
 - **Inventario de producto en proceso (PP):** Materiales en proceso de producción. Puede incluir productos semiterminados.
 - **Inventario de producto terminado (PT):** Materiales que han pasado por un proceso productivo y están destinados a su comercialización o entrega. Muchas veces el producto final de una industria puede ser materia prima para otra industria.

b) De acuerdo con la función que cumplen:

- **Inventario de seguridad** o de reserva: Es un registro excedente que protege contra la incertidumbre de la demanda, el tiempo de entrega y los cambios de suministros. La función de este inventario es asegurar que no se interrumpan las operaciones de la empresa por falla en las entregas o cuando se requieren retrabajos o llegan a haber desperdicios no contemplados.
- **Inventario en tránsito.** Este inventario existe cuando se ha colocado una orden para un artículo, pero este no se recibe aun, pero se considera que están avanzando en la cadena de valor.
- **Inventario en ciclo:** Es la parte del inventario total que varía directamente con el tamaño del lote. Es la cantidad de unidades compradas (o producidas) con el fin de reducir los costos por unidad de compra (o incrementar la eficiencia de la producción). Este inventario es mayor que las necesidades inmediatas de la empresa.
- **Inventario de previsión o estacional:** Es aquel que se utiliza para absorber tasas dispares de demanda o entrega. Se usan comúnmente cuando se presentan patrones estacionales y predecibles. Es decir, la demanda dispareja motiva a los fabricantes a acumular más de los requerimientos inmediatos durante los periodos de demanda baja para satisfacer las de demanda alta con el fin de no aumentar mucho los niveles de producción en temporadas altas.

3.2.3. Políticas de inventarios.

Existen dos políticas de inventarios: los sistemas de revisión continua y los sistemas de revisión periódica. Los sistemas de revisión continua requieren información sobre el nivel del inventario en todo momento. Cuando el nivel del inventario, I , llega al punto de reorden, R , se ordena una cantidad fija, Q . Este sistema también se conoce como sistema continuo (Q, R).

En el caso de los sistemas de revisión periódica, se determina un periodo de revisión fijo, T , y se realiza un pedido si el nivel del inventario, I , es menor al punto de reorden, R . El tamaño de la orden, Q , es variable pues es necesario para incrementar el inventario I , a un nivel objetivo, S .

3.2.4. Decisiones en los inventarios.

En los sistemas de inventarios existen tres variables que se pueden controlar. Estas son conocidas también como variables de decisión. La primera de ellas es la decisión de variedad que se refiere a qué producto debe ordenarse. La segunda variable es la decisión de cantidad relativa a cuánto debe ordenarse. La tercera variable es la decisión de tiempo que hace referencia a cuándo debe ordenarse.

Es muy importante aclarar que dichas decisiones se verán afectadas por la demanda del producto terminado, misma que no se conoce, es incierta y por ello se debe realizar un pronóstico de la demanda para tener un estimado para la compra o la producción del artículo.

Las decisiones de cantidad y las decisiones de tiempo se controlan mediante dos políticas de inventarios a las que ya se hicieron referencia con anterioridad: política de revisión continua y política de revisión periódica.

3.2.5. Costos asociados a los inventarios.

Todo inventario conlleva costos y estos se clasifican en dos tipos: costos fijos y costos variables. En el caso de los inventarios los costos fijos son aquellos asociados a los costos de ordenar (cuando se compra el artículo) o el costo de preparar (cuando se produce el artículo).

Los costos variables son aquellos costos asociados al costo de compra, el costo por mantener el inventario, los costos por faltante y los costos por mantener el sistema. En seguida se definen cada uno de los costos relacionados con los inventarios y que son necesarios para comprender los temas siguientes.

Costo por ordenar/preparar: Cuando se compra el artículo este costo se refiere a aquel en el que se incurre cada vez que se coloca una orden con el proveedor, incluye desde el costo de la llamada telefónica, papelería, el sueldo del personal que realiza la orden, entre otros.

Cuando se fabrica un lote de artículos este costo se conoce como costo de preparación e incluye el costo por preparar la máquina, costos de materiales, sueldo del personal de producción, etc.

La característica principal de este costo es que no depende del tamaño de lote que se compra o produce (por ello es un costo fijo). Dicho costo (ya sea por ordenar o por preparar según sea el caso) se denota por la letra **A**.

$$A = \text{Costo por ordenar o preparar}$$

Costo de compra: Este costo se refiere al costo unitario por artículo y se denota con la letra **c**. Este costo de compra está determinado por el proveedor quien en algunas ocasiones cuenta con políticas de descuento que se aplican dependiendo de la cantidad comprada.

El costo total de compra o de producción (C_T), se define como una función lineal donde el costo unitario del artículo (c) es multiplicado por el tamaño de lote ordenado o producido, (Q).

$$C_T = cQ$$

Costo por mantener el inventario: Un inventario compromete el capital, usa espacio y requiere almacenamiento, todo lo cual incurre en costos por almacenar o también conocidos como costo por mantener el inventario. Este costo incluye los costos de oportunidad; costos de almacenaje y manejo; impuestos; seguros por robos, daños u obsolescencia.

Puesto que de la inversión realizada en el inventario no se pueden obtener rendimientos, dicho costo se considera como un costo de oportunidad que se expresa como un porcentaje (i) de la inversión donde el interés más bajo que se ganaría es equivalente al dinero que se ganaría en una cuenta de ahorros. Este porcentaje se utiliza como parte del costo por mantener el inventario y sus valores típicos están en el rango de 25% a 40% (Sipper, 1998).

El costo de mantener una unidad monetaria de inventario durante una unidad de tiempo (h), medida en unidades y recordando que el costo de una unidad es c se obtiene mediante la expresión:

$$h = ic$$

Costo por faltante: Es aquel en el que se incurre cuando existe demanda de un producto que no se tiene. La demanda de un producto faltante podrá surtirse con atraso posteriormente o simplemente no surtirse (se pierde). En ambos casos se paga una sanción. Si la demanda se surte con atraso se paga un costo adicional por expedir la orden, un costo de registro en libros y la reputación de un mal servicio. Si la demanda se pierde el costo es la ganancia perdida y la pérdida de la buena voluntad.

Existen dos tipos de costo por faltante. Uno es producto del faltante de una unidad y el otro costo considera el tiempo durante el cual la unidad falta. Dichos costos se definen como:

$\pi =$ Costo de faltante por unidad que falta.

$\hat{\pi} =$ Costo de faltante por unidad que falta por unidad de tiempo.

El costo por faltante por unidad, π , casi siempre se usa para las ventas pérdidas; mientras que π y $\hat{\pi}$ se usan (ambos) para los faltantes. Es complejo estimar los costos por faltantes por lo que muchas veces solo son una estimación subjetiva.

Costo por mantener el sistema: Son los costos relacionados con la operación y el control de los sistemas de inventario. Por ejemplo, este costo incluye costos por utilización de equipo de cómputo y programas para el control de inventarios. Anteriormente este costo no se tomaba en cuenta.

3.2.6. Medidas de efectividad de los inventarios.

El estudio de los sistemas de inventarios es un análisis entre los beneficios y los costos de mantener un inventario o maximizar los beneficios al mismo tiempo que se minimiza el costo. Esto se convierte en una tarea difícil cuando se trata de inventarios con diversos artículos. Para medir la efectividad de los sistemas de inventarios existen dos enfoques, uno de modelado y otro gerencial.

Enfoque de modelado. El criterio de este enfoque es minimizar el costo total promedio mínimo por unidad de tiempo. Este es una medida de efectividad común para los sistemas de inventario e incluye todos los costos ya definidos. El costo promedio es debido a que los costos de mantener y por faltantes son proporcionales al nivel de inventario que puede variar durante el periodo. Para calcular el costo total promedio se promedia el inventario o los faltantes en el tiempo y se multiplica por el costo de mantener una unidad monetaria de inventario durante una unidad de tiempo (h), o por el costo de faltante por unidad que falta por unidad de tiempo, $\hat{\pi}$.

Enfoque gerencial. Este enfoque es útil cuando se tienen inventarios con múltiples artículos. Permite conocer el tamaño del inventario mediante la inversión total en la fecha del reporte. Este se calcula multiplicando la cantidad disponible de cada artículo por su costo y se suma el resultado de cada artículo.

Para conocer el nivel del inventario y para comparar con estándares industriales se utiliza dos indicadores: meses de abastecimiento y rotación anual del inventario.

Los meses de abastecimiento indican en cuanto tiempo se podrá satisfacer la demanda futura con el inventario disponible y se calcula de la siguiente forma:

$$\text{Meses de abastecimiento} = \frac{\text{Inversión total en inventario (\$)}}{\text{Demanda promedio pronosticada } \left(\frac{\$}{\text{mes}}\right)}$$

La rotación del inventario indica la rapidez con la que rota el inventario y se determina conforme la siguiente expresión:

$$\text{Rotación anual del inventario} = \frac{\text{Demanda promedio pronosticada } \left(\frac{\$}{\text{año}}\right)}{\text{Inversión total en inventario (\$)}}$$

Otra forma de calcular la rotación del inventario cuando se dispone de información de las ventas es:

$$\text{Rotación anual} = \frac{\text{Valor de las ventas}}{\text{Valor del inventario}}$$

3.3 Decisiones de cantidad y modelos estáticos de tamaño de lote

Las decisiones de cantidad hacen referencia a la pregunta ¿cuánto ordenar? Este tipo de decisiones impactan directamente en el nivel del inventario que se mantiene y por ello los costos d

e inventario también se ven afectados. Los modelos de decisiones de cantidad se llaman modelos de tamaño de lote y se pueden clasificar en modelos estáticos de tamaño de lote o en modelos dinámicos de tamaño de lote.

Los modelos estáticos de tamaño de lote se usan para demanda uniforme (constante) durante todo el horizonte de planeación. Además, esta demanda es conocida y se trata de un solo artículo o producto.

En esta sección se presentarán los modelos estáticos de tamaño de lote. Cabe mencionar que la demanda constante y uniforme no es lo que describe el mundo real, sin embargo, se estudian estos modelos como punto de partida para comprender las relaciones entre los sistemas de inventarios.

3.2.1. Determinación de la cantidad económica a ordenar (EOQ) con y sin faltante.

La cantidad económica a ordenar (EOQ) es el modelo fundamental de los inventarios ya que es el más usado en la industria y es la base para modelos más complejos. Fue introducido en 1915 por Harris y es conocido también por el nombre de *Fórmula de Wilson* (Sipper, 1998).

Este modelo es un buen punto de partida para balancear las presiones en conflicto entre administradores de la cadena de suministros para mantener inventarios suficientemente bajos para evitar costos excesivos por mantenerlos, pero suficientemente altos para reducir los costos de preparar u ordenar. La cantidad económica a ordenar determina el mejor inventario de ciclo puesto que minimiza los costos totales anuales de mantener el inventario y de ordenar.

a. EOQ sin faltantes

Este modelo es adecuado para la compra de materia prima en producción y para ventas al menudeo. Las suposiciones que se hacen para EOQ sin faltantes son:

- Se tiene un solo artículo en el sistema de inventarios.
- La demanda es uniforme y determinística.
- La demanda se considera en unidades de tiempo: día, semana, mes o año.
- No se permiten faltantes.
- No hay tiempo de entrega.
- Todo lo ordenado llega al mismo tiempo (tasa de reabastecimiento infinita).
- No hay restricciones sobre el tamaño del lote.

La variable de decisión de este modelo es el número de unidades a ordenar, Q , la cual es un número entero positivo. Los parámetros de costo se conocen con certidumbre y son:

$c = \text{costo unitario } (\frac{\$}{\text{unidad}})$.

$i = \text{costo total anual de mantener el inventario } (\% \text{ por año})$.

$h = ic = \text{costo total anual de mantener el inventario } (\$ \text{ por unidad por año})$.

$A = \text{costo de ordenar } (\frac{\$}{\text{orden}})$.

También se definen los siguientes elementos:

$D = \text{demanda por unidad de tiempo}$.

$T = \text{longitud de ciclo}$.

$K(Q) = \text{costo total anual promedio en función del tamaño de lote}$.

$I_t = \text{inventario disponible en el tiempo } t \text{ (cantidad real en almacén)}$.

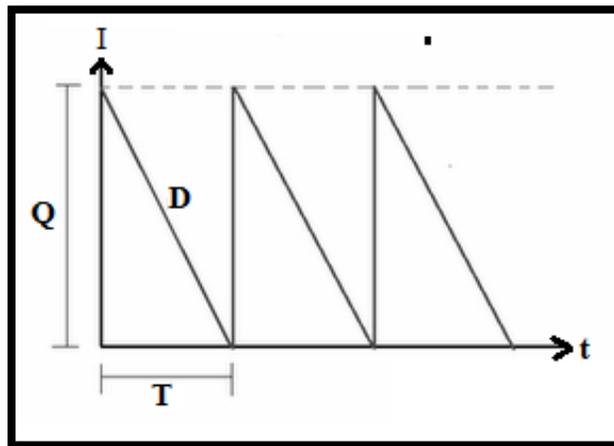


Figura 3.1. Geometría de inventario EOQ sin faltantes. Fuente: investigaciondeoperacionesjosevarela.blogspot.mx

De la figura 3.1, conocido también como modelo *Diente de Sierra* se obtienen las siguientes expresiones:

$T = \frac{Q}{D}$ donde T es la longitud del ciclo del inventario.

El ciclo del inventario se refiere al proceso en el que el inventario I pasa de una cantidad Q de unidades en el tiempo cero, luego se agota a una tasa de D unidades por unidad de tiempo y luego el inventario llega a cero unidades por lo que en ese momento se ordenan nuevamente Q unidades provocando que el nivel de inventarios se eleve a Q unidades inmediatamente debido a que el tiempo de entrega es cero. En este punto el proceso vuelve a repetirse, esto

es a lo que se llama la longitud del ciclo de inventario. Puede haber más de un ciclo en un año.

También es necesario obtener el inventario promedio \bar{I} .

$$\bar{I} = \frac{\text{Área bajo la curva de inventario (triángulo)}}{T}$$

$$\bar{I} = \frac{1}{T} \frac{QT}{2}$$

$$\bar{I} = \frac{Q}{2}$$

Si se observa la geometría del inventario se puede deducir que el nivel máximo de inventario es Q por lo tanto:

$$\bar{I}_{Max} = Q$$

Para calcular el costo promedio por cada ciclo se deben considerar los costos de ordenar, el costo de compra y el costo de mantener inventario, con lo que se tiene la siguiente expresión:

Costo promedio por ciclo = Costo de compra + Costo de ordenar + Costo de mantener

$$\text{Costo promedio por ciclo} = cQ + A + \frac{hTQ}{2}$$

Para obtener el costo promedio anual $K(Q)$ se divide el costo promedio por ciclo entre el número de ciclos ($\frac{1}{T}$):

$$K(Q) = \frac{cQ}{T} + \frac{A}{T} + \frac{hTQ}{2T}$$

recordando que $T = \frac{Q}{D}$ se simplifica la expresión en:

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}$$

Para encontrar el valor de Q que minimiza la función $K(Q)$ es necesario obtener la primera derivada de $K(Q)$. Como dicha expresión es convexa entonces $K(Q)$ alcanza el mínimo en el punto donde la derivada es cero, por ello después de derivar la expresión de costo es necesario igualarla a cero y despejar Q .

$$\frac{dK(Q)}{dQ} = 0 - \frac{AD}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$$

$$\therefore Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

Q^* es la cantidad económica a ordenar también conocida como lote económico.

Al sustituir el valor $Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$ en la expresión $K(Q)$ se obtendrá el costo total anual promedio mínimo:

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}$$

$$K(Q^*) = cD + \frac{AD}{\sqrt{\frac{2AD}{h}}} + \frac{h\sqrt{\frac{2AD}{h}}}{2}$$

$$K(Q^*) = cD + \frac{AD}{\frac{\sqrt{2AD}}{\sqrt{h}}} + \frac{h\frac{\sqrt{2AD}}{\sqrt{h}}}{2}$$

$$K(Q^*) = cD + \frac{AD\sqrt{h}}{\sqrt{2AD}} + \frac{h\sqrt{2AD}}{2\sqrt{h}}$$

$$K(Q^*) = cD + \frac{\sqrt{(AD)^2h}}{\sqrt{2AD}} + \frac{\sqrt{2ADh^2}}{\sqrt{4h}}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{(AD)^2h}{2AD}} + \sqrt{\frac{2ADh^2}{4h}}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{ADh}{2}} + \sqrt{\frac{ADh}{2}}$$

$$K(Q^*) = cD + 2\sqrt{\frac{ADh}{2}}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{4ADh}{2}}$$

$$K(Q^*)^* = cD + \sqrt{2ADh}$$

El concepto básico de este modelo es crear un balance entre dos costos opuestos: el de ordenar $\left(\frac{AD}{Q}\right)$ y el de almacenar $\left(\frac{hQ}{2}\right)$. Por un lado, el costo de ordenar es fijo pero entre más artículos se ordenen dicho costo por unidad será menor. Por otro lado, el costo de almacenar es un costo variable que disminuye cuando el inventario también disminuye. El balance entre ambos costos ocurre precisamente en la intersección de las curvas que describen ambos costos. La figura 3.2 ilustra el equilibrio entre ambos costos y además presenta la curva del costo total anual promedio $K(Q)$. Cabe mencionar que, aunque la función $K(Q)$ es la suma algebraica de tres curvas individuales, el costo de compra anual (cD) no afecta el valor de Q^* .

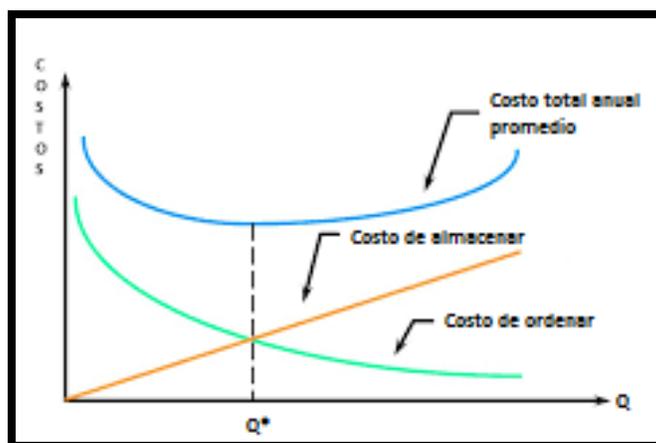


Figura 3.2. Equilibrio entre los costos de almacenar y los costos de ordenar. Fuente: <http://slideplayer.es/slide/2865021/>

Cuando se obtiene el valor óptimo de Q^* se encuentra un equilibrio entre el costo anual de ordenar y el costo anual de almacenar:

$$\text{Costo anual de ordenar} = \frac{AD}{Q^*}$$

$$\text{Costo anual de almacenar} = \frac{hQ^*}{2}$$

Ejemplo 3.1.

Una tienda con venta directa de fábrica vende 26 portaespejos al mes. El costo de ordenar es \$1.00 por orden, y el costo de mantener el inventario es de \$0.3 por portaespejo por mes. Calcula la cantidad económica a ordenar si no se permiten faltantes y la longitud de ciclo del inventario en días considerando que un mes es de 22 días hábiles

Solución.

Los datos que se proporcionan en el enunciado son:

$$D = 26 \frac{\text{portaespejos}}{\text{mes}}$$

$$A = \$1.00 \text{ por orden}$$

$$h = \$0.3 \frac{\text{portaespejo}}{\text{mes}}$$

La cantidad económica a ordenar es de 13 espejos:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2(1)(26)}{0.3}} \approx 13$$

Y la longitud del ciclo es de 11 días.

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{13 \text{ portaespejos}}{26 \frac{\text{portaespejos}}{\text{mes}}} = 0.5 \text{ mes} * \left(\frac{22 \text{ días}}{1 \text{ mes}} \right) = 11 \text{ días.}$$

Esto indica que se deben ordenar 13 portaespejos cada 11 días.

Ejemplo 3.2.

El museo de historia natural abrió una tienda de regalos hace dos años. Manejar los inventarios se ha convertido en un verdadero problema. La baja rotación del inventario se está llevando los márgenes de ganancia y está ocasionando problemas de flujo de efectivo. Uno de los productos que más se vende es un comedero para aves. La demanda es de 18 unidades por semana. El costo unitario del producto es de \$60. El costo de colocar una orden es de \$45; el costo anual de mantener el inventario es el 25% del valor de un comedero. Considere que el museo opera 52 semanas al año.

- ¿Cuál es el costo total anual promedio si la administración elige un lote de 390 unidades para que las nuevas órdenes se puedan colocar con menos frecuencia?
- ¿Sería mejor un tamaño de lote de 470 unidades?
- Calcule la cantidad económica a ordenar que minimice el costo si no se permiten faltantes.
- ¿Qué le recomendaría a la administración de la tienda del museo?

Solución

Los datos que se proporcionan en el enunciado son:

$$D = 18 \frac{\text{unidades}}{\text{semana}} = \frac{52 \text{ semanas}}{1 \text{ año}} = 936 \frac{\text{unidades}}{\text{año}}$$

$$A = \$45.00 \text{ por orden}$$

$$i = 0.25 \text{ anual}$$

$$c = \$60.00 \text{ por unidad}$$

$$h = i * c = (0.25)(\$60.00) = \$15.00 \frac{\text{unidad}}{\text{año}}$$

- a. El costo total promedio cuando $Q = 390$ unidades es:

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}$$

$$K(Q) = (60)(936) + \frac{(45)(936)}{390} + \frac{(15)(390)}{2}$$

$$K(Q) = \$59,193.00$$

- b. El costo total promedio cuando $Q = 470$ unidades es:

$$K(Q) = (60)(936) + \frac{(45)(936)}{470} + \frac{(15)(470)}{2}$$

$$K(Q) = \$59,774.60$$

- c. La cantidad económica a ordenar óptima es de 75 comederos para ave, y dicha cantidad minimiza el costo total promedio anual.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2(45)(936)}{15}} \approx 75$$

$$K(Q^*)^* = (60)(936) + \sqrt{2(45)(936)(15)}$$

$$K(Q^*)^* = \$57,284.1$$

- d. Se le recomienda a la administración de la empresa aplicar el modelo EOQ sin faltantes el cual minimiza el costo total promedio anual del inventario, aun cuando se tiene más frecuencia en colocar las órdenes el costo total es menor en comparación con las políticas que ha establecido la administración del museo al ordenar cantidades fijas para disminuir la frecuencia de colocar órdenes donde el ahorro que se tiene por colocar menos ordenes se consume en mantener el inventario.

Recomendaciones sobre el uso y modificación del EOQ.

- Se recomienda la aplicación del modelo EOQ cuando se sigue una estrategia de “hacer para almacenar” y cuando el artículo tiene una demanda estable. Así mismo, cuando los costos de mantener por unidad y los costos de ordenar o preparar se conocen y también son estables.
- No es recomendable utilizar el modelo EOQ si el tamaño de la orden está restringido por limitaciones de capacidad.
- Es posible modificar el modelo EOQ si los proveedores ofrecen descuentos por ordenar lotes grandes o cuando se tienen restricciones por múltiples artículos como se estudiará en secciones posteriores.

b. EOQ con faltantes.

El modelo EOQ con faltantes es similar al modelo anterior a excepción de que se permiten faltantes. En la figura 3.3 se observa la geometría del inventario, misma de la que se obtienen las siguientes expresiones:

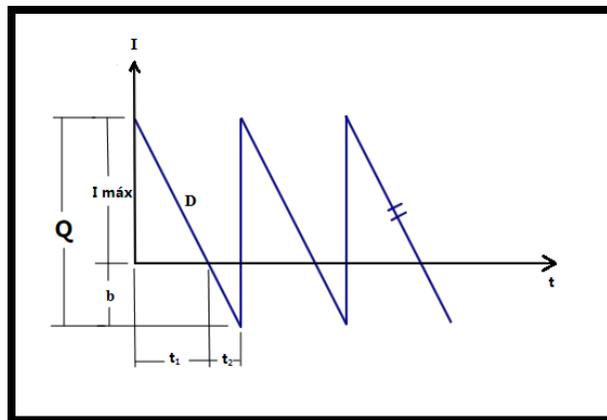


Figura 3.3. Geometría de inventario EOQ con faltante. Fuente: <http://invop2.blogspot.mx/p/modelos-de-inventario.html>

$$I_{Max} = Q - b$$

$$\frac{T_1}{I_{Max}} = \frac{T}{Q}$$

$$T_1 = \frac{T}{Q} I_{Max}$$

$$T_1 = (Q - b) \frac{T}{Q} \quad \text{pero} \quad T = \frac{Q}{D} \quad \text{por lo que:}$$

$$T_1 = \frac{(Q - b)}{D}$$

Por otro lado:

$$\frac{T_2}{b} = \frac{T}{Q}$$

$$T_2 = \frac{T}{Q}b$$

Recordando que:

$$T = \frac{Q}{D}$$

Así que:

$$T_2 = \frac{b}{D}$$

A partir de las expresiones anteriores se obtiene la función para calcular el costo promedio por ciclo:

$$K(Q, b) = A + cQ + \frac{(T_1 I_{Max})h}{2} + \frac{(T_2 b)\hat{\pi}}{2} + \pi b$$

Para el costo promedio anual se debe considerar el número de ciclos y sustituir los valores obtenidos de la geometría de inventarios.

$$K(Q, b) = \frac{cQ}{T} + \frac{A}{T} + \frac{(T_1 I_{Max})h}{2T} + \frac{(T_2 b)\hat{\pi}}{2T} + \frac{\pi b}{T}$$

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{(Q - b)^2 h}{2Q} + \frac{b^2 \hat{\pi} + 2\pi D b}{2Q}$$

Es mejor obtener primero el nivel de faltante. Para ello se deriva la función $K(Q, b)$ con respecto al nivel de faltante máximo b .

$$\frac{dK(Q, b)}{db} = 0$$

$$\frac{dK(Q, b)}{db} = -\frac{h(Q - b)}{Q} + \frac{\hat{\pi}b}{Q} + \frac{\pi D}{Q} = 0$$

$$\frac{hQ - hb}{Q} = \frac{\hat{\pi}b}{Q} + \frac{\pi D}{Q}$$

$$hQ - hb = \hat{\pi}b + \pi D$$

$$hQ = (h + \hat{\pi})b + \pi D$$

$$hQ - \pi D = (h + \hat{\pi})b$$

$$b^* = \frac{hQ - \pi D}{h + \hat{\pi}}$$

Nuevamente para encontrar el valor de Q que minimiza la función $K(Q, b)$ es necesario obtener la primera derivada de la misma, igualarla a cero y despejar Q.

$$\frac{dK(Q, b)}{dQ} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{(Q-b)h}{Q} - \frac{(Q-b)^2 h}{2Q^2} - \frac{b^2 \hat{\pi} + 2\pi D b}{2Q^2} = 0$$

$$\frac{-2AD - b^2 \hat{\pi} - 2\pi D b}{2Q^2} + \frac{h(Q-b)}{2Q^2} (2Q - (Q-b)) = 0$$

$$\frac{h(Q-b)}{2Q^2} (Q+b) = \frac{2AD + b^2 \hat{\pi} + 2\pi D b}{2Q^2}$$

$$h(Q^2 - b^2) = 2AD + b^2 \hat{\pi} + 2\pi D b$$

$$hQ^2 - hb^2 = 2AD + b^2 \hat{\pi} + 2\pi D b$$

$$hQ^2 = 2AD + b^2 \hat{\pi} + hb^2 + 2\pi D b$$

$$hQ^2 = 2AD + (h + \hat{\pi})b^2 + 2\pi D b$$

$$hQ^2 = 2AD + (h + \hat{\pi})b^2 + 2\pi D b$$

Si sustituimos el valor de b en la expresión anterior se tiene:

$$hQ^2 = 2AD + (h + \hat{\pi}) \left(\frac{hQ - \pi D}{h + \hat{\pi}} \right)^2 + 2\pi D \left(\frac{hQ - \pi D}{h + \hat{\pi}} \right)$$

$$hQ^2 = 2AD + \frac{(hQ)^2 - 2hQ\pi D + (\pi D)^2}{h + \hat{\pi}} + \frac{2hQ\pi D - 2(\pi D)^2}{h + \hat{\pi}}$$

$$Q^2 = \frac{2AD}{h} + \frac{(hQ)^2}{h(h + \hat{\pi})} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 - \frac{(hQ)^2}{h(h + \hat{\pi})} = \frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 \left[1 - \frac{h}{(h + \hat{\pi})} \right] = \frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 \left[\frac{h + \hat{\pi} - h}{h + \hat{\pi}} \right] = \frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 \left[\frac{\hat{\pi}}{h + \hat{\pi}} \right] = \frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 = \left(\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})} \right) \left(\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}} \right)$$

$$\therefore Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

Ejemplo 3.3.

Una empresa de electrónica se dedica a la venta de refacciones para televisores. El costo de la refacción es de \$125. El costo anual por mantener el inventario es del 20% de costo del producto. El costo de ordenar es de \$40 y la demanda de la refacción es de 800 unidades al año. Debido a que la refacción es costosa se permiten faltantes. El costo anual de un artículo faltante es de \$60. Determina el tamaño de lote y el nivel de faltante óptimo así como el costo total asociado.

Solución

Los datos que se proporcionan en el enunciado son:

$$D = 800 \frac{\text{unidades}}{\text{año}}$$

$$A = \$40 \text{ por orden}$$

$$i = 0.20 \text{ anual}$$

$$c = \$125 \text{ por unidad}$$

$$h = i * c = (0.20)(\$125) = \$25.00 \frac{\text{unidad}}{\text{año}}$$

$$\hat{\pi} = \$60 \frac{\text{unidad}}{\text{año}}$$

También se asume que $\pi = 0$.

Con los datos anteriores se determina el tamaño de lote:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(40)(800)}{25} - \frac{((0)(800))^2}{25(25 + 60)}} \sqrt{\frac{25 + 60}{60}} \approx 60 \text{ unidades}$$

Y también el nivel de faltante:

$$b^* = \frac{hQ - \pi D}{h + \hat{\pi}}$$

$$b^* = \frac{(25)(60) - (0)(800)}{25 + 60} \approx 18 \text{ unidades faltantes}$$

Finalmente se calcula el costo total anual promedio:

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{(Q - b)^2 h}{2Q} + \frac{b^2 \hat{\pi}}{2Q} + \frac{2\pi D b}{2Q}$$

$$K(Q, b) = (125)(800) + \frac{(40)(800)}{60} + \frac{(60 - 18)^2(25)}{2(60)} + \frac{(18)^2(60)}{2(60)} + 0$$

$$K(Q, b) = \$101,062.83$$

3.3.2. Determinación de la cantidad económica a producir (EPQ) con y sin faltante.

a. EPQ con faltantes.

La cantidad económica a producir es una extensión del modelo EOQ. Sin embargo, presenta un cambio en cuanto a la tasa de reabastecimiento. En este caso se supone una tasa de reabastecimiento finita, esto porque para artículos fabricados el lote se entrega a través del tiempo conforme a la tasa de producción. Las suposiciones de este modelo son:

- Tasa de reabastecimiento finita
- Se permiten faltantes
- Se pueden cumplir las órdenes retrasadas (la administración solo puede tolerar un nivel mínimo de atraso).

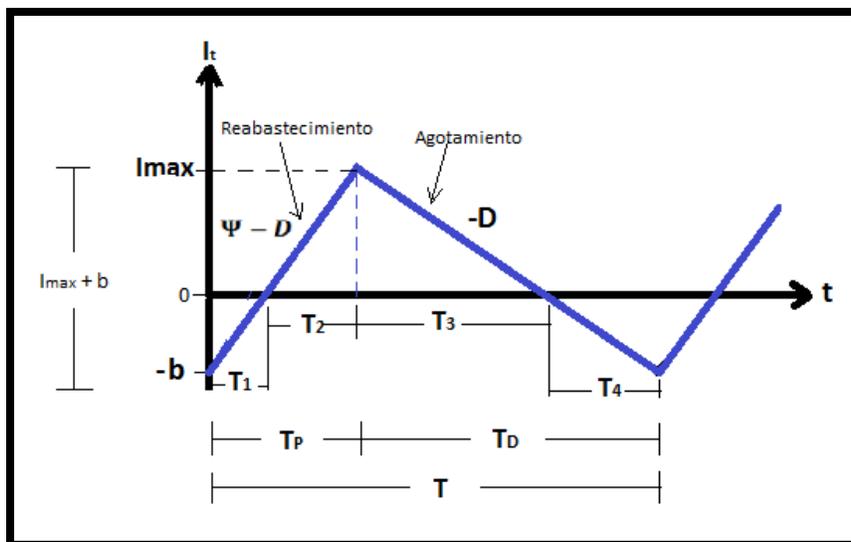


Figura 3.4. Geometría de inventario EPQ con faltante. Fuente: elaboración propia basado en la geometría propuesta por Sipper (1998).

Todo faltante tiene dos costos asociados: el costo por faltante π y el costo por faltante por unidad de tiempo $\hat{\pi}$. Para evaluar el costo por faltante es necesario conocer el faltante máximo. Para este modelo sean:

Ψ = Tasa de producción [en las unidades de la demanda].

D = Demanda $\left[\frac{\text{Unidades}}{\text{tiempo}} \right]$

Q = Tamaño del lote de producción [unidades].

A = Costo de preparación.

c = Costo unitario de producción.

B_t = Nivel de faltante (orden atrasada) en el tiempo t .

\bar{B} = Nivel promedio de faltantes.

b = máximo nivel de faltantes = $\max B_t$.

En la figura 3.4 se observa la geometría de inventario. En el tiempo cero, el nivel de inventario es $-b$ por lo que se emite una orden de producción de Q unidades, como el tiempo de entrega es cero la producción arranca en ese mismo instante. La tasa de producción es Ψ pero debido a que mientras se está produciendo simultáneamente también hay demanda entonces se tiene una tasa neta de reabastecimiento $\Psi - D$ que en la figura 3.4 representa una pendiente positiva. El inventario llega a su máximo valor I_{Max} una vez que se producen Q unidades y en ese momento se detiene la producción. Ahora comienza un proceso de agotamiento a una tasa D hasta llegar al nivel de inventario $-b$ con lo cual se reanuda la producción y el ciclo se repite. De la geometría de inventario se obtienen las siguientes relaciones:

Tiempo de ciclo:

$$T = \frac{Q}{D}$$

Tiempo para producir Q unidades:

$$T_P = \frac{Q}{\Psi}$$

Tiempo para agotar el inventario máximo:

$$T_D = \frac{I_{m\acute{a}x}}{D}$$

$$I_{m\acute{a}x} + b = T_P(\Psi - D) = \frac{Q}{\Psi}(\Psi - D)$$

$$I_{m\acute{a}x} + b = Q \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)$$

$$I_{m\acute{a}x} = Q \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) - b$$

Tiempo para recuperarse del faltante:

$$T_1 = \frac{b}{\Psi - D}$$

Tiempo para generar $I_{m\acute{a}x}$:

$$T_2 = \frac{I_{m\acute{a}x}}{\Psi - D}$$

Tiempo para agotar $I_{m\acute{a}x}$:

$$T_3 = \frac{I_{m\acute{a}x}}{D}$$

Tiempo para generar el faltante de b:

$$T_4 = \frac{b}{D}$$

Para obtener la ecuación de costo $K(Q, b)$ es necesario obtener el nivel de inventario promedio por ciclo \bar{I} y el nivel de faltante promedio por ciclo \bar{B} . Las expresiones correspondientes también se obtienen de la geometría del inventario, luego se sustituyen en ellas los términos relacionados a $T, I_{m\acute{a}x}, T_1, T_2, T_3$ y T_4 y se simplifica la expresión.

$$\bar{I} = \frac{I_{m\acute{a}x}(T_2 + T_3)}{2T}$$

$$\bar{I} = \frac{I_{m\acute{a}x} \left(\frac{I_{m\acute{a}x}}{\Psi - D} + \frac{I_{m\acute{a}x}}{D} \right)}{2 \frac{Q}{D}}$$

$$\bar{I} = \frac{I_{m\acute{a}x}^2 \left(\frac{1}{\Psi - D} + \frac{1}{D} \right)}{2 \frac{Q}{D}}$$

$$\bar{I} = \frac{\left(Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) - b \right)^2 \left(\frac{D + (\Psi - D)}{(\Psi - D)D} \right)}{2 \frac{Q}{D}}$$

$$\bar{I} = \left(Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) - b \right)^2 \frac{\Psi D}{2Q(\Psi - D)D}$$

$$\bar{I} = \left(Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) - b \right)^2 \frac{\Psi}{2Q\Psi \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)}$$

$$\bar{I} = \frac{\left(Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) - b \right)^2}{2Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)}$$

Para la expresi3n del faltante promedio se tiene:

$$\bar{B} = \frac{b(T_1 + T_4)}{2T}$$

$$\bar{B} = \frac{b \left(\frac{b}{\Psi - D} + \frac{b}{D} \right)}{2 \frac{Q}{D}}$$

$$\bar{B} = b^2 * \frac{\left(\frac{D + (\Psi - D)}{(\Psi - D)D} \right)}{2 \frac{Q}{D}}$$

$$\bar{B} = b^2 * \frac{\Psi D}{2Q(\Psi - D)D}$$

$$\bar{B} = b^2 * \frac{\Psi}{2Q\Psi \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)}$$

$$\bar{B} = \frac{b^2}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

Con las expresiones anteriores es posible conocer el costo promedio anual de mantener el inventario:

$$h\bar{I} = h * \frac{\left(Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) - b\right)^2}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

Considerando que el costo total por faltante por ciclo es

$$\pi b + \hat{\pi}T\bar{B}$$

Entonces el costo promedio anual por faltantes es:

$$\frac{\pi b + \hat{\pi}T\bar{B}}{T} = \frac{\pi b D}{Q} + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

Así que el costo total anual promedio es:

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + h * \frac{\left[Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) - b\right]^2}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} + \frac{\pi b D}{Q} + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

Para obtener el valor de Q^* y b^* es necesario derivar parcialmente la ecuación $K(Q, b)$ respecto a Q y luego respecto a b , posteriormente igualar a cero y resolver las dos ecuaciones:

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = 0; \quad \frac{\partial K}{\partial b} = 0$$

Comenzaremos con la derivada $\frac{\partial K}{\partial b}$, ya que al igualar a cero y despejar a b será mucho más sencillo obtener Q :

$$\frac{\partial K}{\partial b} = 0 + 0 + \frac{2hb - 2Qh\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} + \frac{\pi D}{Q} + \frac{\hat{\pi} b}{Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} = 0$$

$$\frac{2hb - 2Qh\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) + 2\hat{\pi}b}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} = -\frac{\pi D}{Q}$$

$$\frac{2h\left[b - Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)\right] + 2\hat{\pi}b}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} = -\frac{\pi D}{Q}$$

$$\frac{h \left[b - Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) \right] + \hat{\pi} b}{\left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)} = -\pi D$$

$$h \left[b - Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) \right] + \hat{\pi} b = -\pi D \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)$$

$$(h + \hat{\pi})b - hQ \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) = -\pi D \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)$$

$$(h + \hat{\pi})b = -\pi D \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) + hQ \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)$$

$$\therefore b^* = \frac{[hQ - \pi D] \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)}{h + \hat{\pi}}$$

Ahora se deriva la ecuación de costo respecto a Q:

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = 0 - \frac{AD}{Q^2} + \frac{h \left[Q^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)^2 - b^2 \right]}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)} - \frac{\pi D b}{Q^2} - \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)} = 0$$

$$\frac{h \left[Q^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)^2 - b^2 \right] - \hat{\pi} b^2}{2Q^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)} = \frac{AD + \pi D b}{Q^2}$$

$$h \left[Q^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)^2 - b^2 \right] - \hat{\pi} b^2 = 2(AD + \pi D b) \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)$$

$$hQ^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)^2 - hb^2 - \hat{\pi} b^2 = 2(AD + \pi D b) \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)$$

$$hQ^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)^2 = 2(AD + \pi D b) \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) + (h + \hat{\pi})b^2$$

$$hQ^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)^2 = 2AD \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) + 2\pi D b \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right) + (h + \hat{\pi})b^2$$

Ahora se sustituye el valor de b^* en la expresión anterior:

$$hQ^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)^2 = 2AD \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) + 2\pi D \frac{[hQ - \pi D] \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{h + \hat{\pi}} \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) + (h + \hat{\pi}) \left(\frac{[hQ - \pi D] \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{h + \hat{\pi}}\right)^2$$

$$hQ^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)^2 = 2AD \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) + \frac{2\pi D[hQ - \pi D] \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)^2}{h + \hat{\pi}} + \frac{[hQ - \pi D]^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)^2}{h + \hat{\pi}}$$

$$hQ^2 = \frac{2AD}{\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} + \frac{2\pi DhQ - 2(\pi D)^2}{h + \hat{\pi}} + \frac{(hQ)^2 - 2\pi DhQ + (\pi D)^2}{h + \hat{\pi}}$$

$$Q^2 = \frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} + \frac{h^2 Q^2 - (\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 = \frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} + \frac{hQ^2}{(h + \hat{\pi})} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 - \frac{hQ^2}{(h + \hat{\pi})} = \frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 \left(1 - \frac{h}{(h + \hat{\pi})}\right) = \frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 \left(\frac{h + \hat{\pi} - h}{(h + \hat{\pi})}\right) = \frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 \left(\frac{\hat{\pi}}{h + \hat{\pi}}\right) = \frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}$$

$$Q^2 = \left(\frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}\right) \left(\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}\right)$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

Para obtener $K(Q^*, b^*)$ se sustituye Q^* y b^* en $K(Q, b)$.

Ejemplo 3.4.

Una compañía de bicicletas tiene una línea especial de bicicletas de montaña que tiene una demanda anual de 5000 manubrios. El costo por producir cada unidad es de \$20, la tasa de producción es de 20,000 unidades anuales; el costo de preparación es de \$110; el costo de mantener el inventario es de 25% anual; el costo por faltante por unidad es de \$0.15 y el costo por faltante anual es de \$7. Determina el EPQ, el nivel de faltante y el costo total anual.

Solución

Los datos que se proporcionan en el enunciado son:

$$D = 5000 \frac{\text{manubrios}}{\text{año}}$$

$$\Psi = 20,000 \frac{\text{manubrios}}{\text{año}}$$

$$A = \$110 \text{ por preparación}$$

$$i = 0.25$$

$$c = \$20$$

$$h = \$5 \frac{\text{manubrio}}{\text{año}}$$

$$\pi = \$0.15 \text{ manubrio}$$

$$\hat{\pi} = \$7 \frac{\text{manubrio}}{\text{año}}$$

El tamaño del lote de producción (EPQ) es:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(110)(5000)}{5\left(1 - \frac{5000}{20000}\right)} - \frac{(0.15 * 5000)^2}{5(5 + 7)}} \sqrt{\frac{5 + 7}{7}} \approx 698 \text{ manubrios}$$

El nivel de faltante es:

$$b^* = \frac{[hQ - \pi D] \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{h + \hat{\pi}}$$

$$b^* = \frac{[(5)(698) - (0.15)(5000)] \left(1 - \frac{5000}{20000}\right)}{5 + 7} \approx 171$$

Y el costo total anual del inventario es \$101,760.6

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + h * \frac{\left[Q \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) - b\right]^2}{2Q \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)} + \frac{\pi b D}{Q} + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

$$K(Q, b) = (20)(5000) + \frac{(110)(5000)}{698} + \frac{(5) \left[698 \left(1 - \frac{5000}{20000}\right) - 171\right]^2}{2(698) \left(1 - \frac{5000}{20000}\right)} + \frac{(0.15)(171)(5000)}{698} + \frac{(7)(171)^2}{2(698) \left(1 - \frac{5000}{20000}\right)}$$

$$K(Q, b) = 101,760.6$$

b. EPQ sin faltantes.

Este modelo se construye bajo los supuestos de tasa de reabastecimiento finita, no se permiten faltantes y por lo mismo no se surten órdenes retrasadas. La geometría de inventario que se presenta en la figura 3.5 muestra que en el tiempo cero se tiene un nivel de inventario equivalente a cero por lo que se inicia la producción en ese mismo momento.

Al igual que en EPQ con faltantes la tasa de producción es Ψ pero debido a que mientras se está produciendo simultáneamente también existe demanda entonces se tiene una tasa neta de reabastecimiento $\Psi - D$ representada en la figura 3.5 por una pendiente positiva. El inventario llega a su máximo valor I_{Max} una vez que se producen Q unidades y en ese momento se detiene la producción. Ahora comienza un proceso de agotamiento a una tasa D hasta llegar al nivel de inventario $Q = 0$ con lo cual se reanuda la producción y el ciclo se repite.

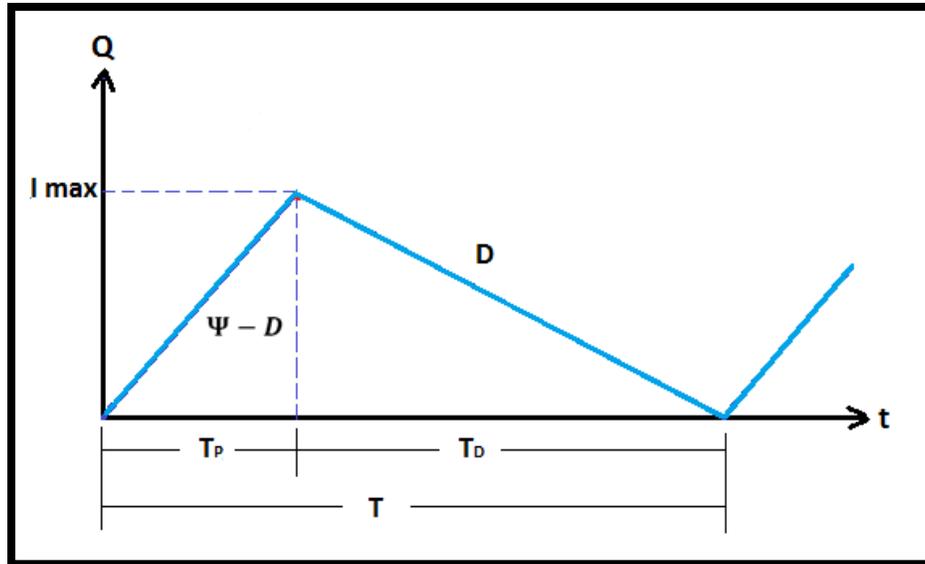


Figura 3.5. Geometría de inventario EPQ sin faltante. Fuente: elaboración propia basado en la geometría propuesta por Sipper (1998).

De la geometría de inventario EPQ con faltantes se conoce el inventario máximo. Pero en este caso, debido a que no se permiten faltantes, $I_{m\acute{a}x}$ es equivalente a la expresión:

$$I_{m\acute{a}x} = Q \left(1 - \frac{D}{\Psi} \right)$$

También se sabe que la longitud de ciclo es:

$$T = \frac{Q}{D}$$

De la geometría de inventario se obtienen las siguientes relaciones:

Tiempo de producción o reabastecimiento:

$$T_P = \frac{I_{max}}{\Psi - D}$$

Tiempo de agotamiento o demanda:

$$T_D = \frac{I_{max}}{D}$$

Para obtener la función del costo anual total promedio es necesario conocer el nivel de inventario promedio por ciclo:

$$\bar{I} = \frac{(T_P + T_D)I_{max}}{2T}$$

En la expresión anterior se sustituyen todas las relaciones conocidas y se simplifica:

$$\bar{I} = \frac{\left(\frac{I_{max}}{\Psi - D} + \frac{I_{max}}{D}\right)I_{max}}{2\frac{Q}{D}}$$

$$\bar{I} = \frac{\left(\frac{1}{\Psi - D} + \frac{1}{D}\right)I_{max}^2}{2\frac{Q}{D}}$$

$$\bar{I} = \frac{\left(\frac{D + (\Psi - D)}{(\Psi - D)D}\right)\left[Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)\right]^2}{2\frac{Q}{D}}$$

$$\bar{I} = \frac{\left(\frac{\Psi}{(\Psi - D)D}\right)\left[Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)\right]^2}{2\frac{Q}{D}}$$

$$\bar{I} = \frac{\Psi D}{2Q(\Psi - D)D}\left[Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)\right]^2$$

$$\bar{I} = \frac{\Psi}{2Q\Psi\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}\left[Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)\right]^2$$

$$\bar{I} = \frac{\left[Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)\right]^2}{2Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

$$\bar{I} = \frac{Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}$$

Ahora se puede determinar el costo promedio anual por mantener el inventario:

$$h\bar{I} = h\frac{Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}$$

Y el costo anual total promedio $K(Q)$ es:

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + h \frac{Q \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}$$

Para el obtener el nivel óptimo de Q se deriva la función, se iguala a cero y se despeja Q.

$$\frac{dK}{dQ} = 0 - \frac{AD}{Q^2} + h \frac{\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2} = 0$$

$$Q^2 = \frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}}$$

Para obtener el valor del costo anual total promedio óptimo se sustituye Q^* en la ecuación $K(Q)$:

$$K(Q^*) = cD + \frac{AD}{\sqrt{\frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}}} + h \frac{\sqrt{\frac{2AD}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}} \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}$$

$$K(Q^*) = cD + \frac{\frac{(AD)^2}{2AD}}{\sqrt{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}} + h \frac{\sqrt{\frac{2AD \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)^2}{h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}}}{2}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{(AD)^2 h \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2AD}} + h \frac{\sqrt{\frac{2AD \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{h}}}{2}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{ADh \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}} + \frac{\sqrt{\frac{2ADh^2 \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{h}}}{2}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{ADh \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}} + \sqrt{\frac{2ADh \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{4}}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{ADh\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}} + \sqrt{\frac{ADh\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}}$$

$$K(Q^*) = cD + 2\sqrt{\frac{ADh\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{\frac{4ADh\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}}$$

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{2ADh\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}$$

Ejemplo 3.5.

El gerente de una planta química debe determinar el tamaño de lote para un producto específico que tiene una demanda de 30 barriles por día. La tasa de producción de dicho producto es de 190 barriles diarios. El costo de preparación es de \$200 y el costo anual por mantener es de \$0.21 por barril. Considerando que la planta opera 350 días al año.

- Determina el tamaño del lote económico de producción.
- Determina el costo total anual solo por preparar y mantener el inventario.
- Determina la longitud del ciclo.
- Determina el tiempo de producción por lote.

Solución

Los datos que se proporcionan en el enunciado son:

$$D = 30 \frac{\text{barriles}}{\text{día}} \left(\frac{350 \text{ días}}{\text{año}} \right) = 10,500 \frac{\text{barriles}}{\text{año}}$$

$$\Psi = 190 \frac{\text{barriles}}{\text{día}} \left(\frac{350 \text{ días}}{\text{año}} \right) = 66,500 \frac{\text{barriles}}{\text{año}}$$

$$A = \$200 \text{ por preparación}$$

$$h = \$0.21 \frac{\text{barril}}{\text{año}}$$

- a. El lote económico de producción es de 4874 barriles.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}} = \sqrt{\frac{2(200)(10500)}{0.21\left(1 - \frac{10500}{66500}\right)}} \approx 4874 \text{ barriles.}$$

- b. En este caso solo se pide el costo anual por preparar y mantener el inventario, no se pide el costo total por preparar (cD). Por lo que se usa la expresión:

$$K(Q) = \frac{AD}{Q} + h \frac{Q\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}{2}$$

$$K(Q) = \frac{(200)(10500)}{4874} + \frac{(0.21)(4874)\left(1 - \frac{10500}{66500}\right)}{2} = \$861.82$$

Así el costo por preparar y por mantener es de \$861.62 anual.

- c. La longitud del ciclo es de 162 días:

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{4874 \text{ barriles}}{10500 \frac{\text{barriles}}{\text{año}}} = 0.46 \text{ año} \left(\frac{350 \text{ días}}{1 \text{ año}} \right) \approx 162 \text{ días}$$

- d. El tiempo de producción por lote es de 26 días.

$$T_p = \frac{Q}{\Psi} = \frac{4874 \text{ barriles}}{66500 \frac{\text{barriles}}{\text{año}}} = 0.073 \text{ año} \left(\frac{350 \text{ días}}{1 \text{ año}} \right) \approx 26 \text{ días}$$

3.3.4 Determinación del tamaño de lote considerando descuentos por cantidad.

El modelo EOQ básico supone que el costo unitario de compra c se mantiene constante sin importar la cantidad de artículos que se ordenen. En esta sección se estudiará el modelo EOQ cuando el costo unitario de compra depende de la cantidad económica a ordenar.

En la realidad muchos proveedores ofrecen descuentos en el costo unitario del artículo que venden cuando un cliente adquiere un número elevado de unidades, o bien coloca órdenes grandes. De esta forma, un descuento significa una reducción en el costo unitario de compra, c , siempre y cuando la cantidad a ordenar sea mayor a una cantidad con descuento.

Comúnmente el cliente suele aprovechar este tipo de descuento sobre todo cuando los artículos que adquiere son de uso continuo. Si bien el descuento tiene la ventaja de disminuir el costo unitario, también presenta la desventaja de incrementar el costo de almacenamiento.

De esta forma, si no se es cuidadoso en evaluar los descuentos, se puede perder el ahorro obtenido por la compra a un costo unitario más bajo por causa de la acumulación de un inventario mayor. Por ello es muy importante balancear ambos costos, esto se logra mediante una pequeña modificación al modelo EOQ básico.

El objetivo de esta sección es determinar cuál es la cantidad óptima a ordenar para el comprador en la presencia de este tipo de incentivos. Cabe mencionar que existen muchos tipos de descuentos, entre ellos hay dos que son los más comunes y serán los que se estudien en esta sección: descuento en todas las unidades y descuento incremental.

a. Descuento en todas las unidades.

En la política de descuento en todas las unidades se aplica el descuento a todos los artículos que el cliente adquiere siempre y cuando la cantidad ordenada sea mayor a una cantidad con descuento (conocida también como cantidad del corte). En este modelo cuando la cantidad a ordenar, Q , incrementa, el costo unitario de compra, c , disminuye. Lo anterior se ilustra en la figura 3.6.

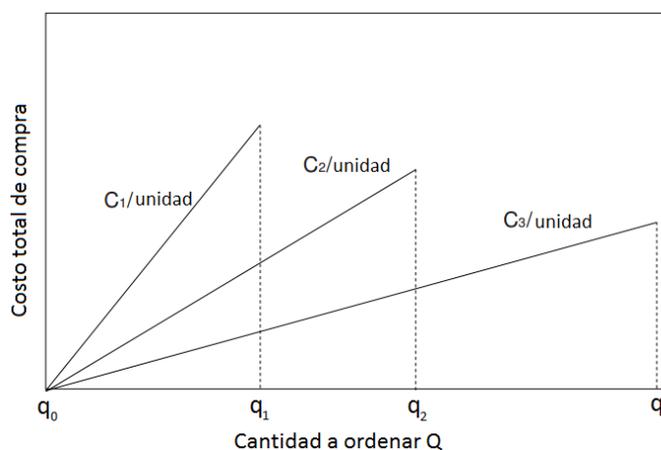


Figura 3.6. Función de costo total de compra para descuento en todas las unidades. Fuente: Muckstadt y Sapro, (2010).

Ejemplo 3.6.

Para comprender mejor esta política se muestra un ejemplo. Conforme a los datos proporcionados en la tabla 3.1, si se compran 100 unidades o menos se pagarán \$5 por cada unidad adquirida, pero si se adquieren entre 101 y 250 unidades, entonces se pagará \$4.5 por cada unidad que se compre. Supongamos que se compran 180 unidades, el costo total de compra de estas unidades sería:

$$\text{Costo total de compra} = \frac{\$4.50}{\text{unidad}} (180 \text{ unidades}) = \$810$$

Cantidad	Costo por unidad
$0 < Q < 100$	\$ 5.00
$101 < Q < 250$	\$ 4.50
$Q > 251$	\$ 4.00

Tabla 3.1. Ejemplo para descuentos. Fuente: Muckstadt y Sapro, (2010).

Ahora supongamos de nuevo que se adquieren 260 unidades, entonces el costo total de compra estará dado por:

$$\text{Costo total de compra} = \frac{\$4.00}{\text{unidad}} (260 \text{ unidades}) = \$1040$$

Con lo anterior, el costo total de compra de Q unidades en el intervalo j puede expresarse de una forma general mediante la expresión:

$$C_j(Q) = c_j Q \text{ para } q_{j-1} \leq Q < q_j \quad (1)$$

Donde:

$C_j(Q)$ = costo total de compra de Q unidades en el intervalo j .

c_j = Costo unitario en el intervalo j .

Q = Cantidad económica o número de unidades a ordenar.

q_{j-1} = Límite inferior en el j - ésimo intervalo.

q_j = Límite superior en el j - ésimo intervalo.

Ya se sabe cómo determinar el costo total de compra, pero además se necesita determinar la cantidad óptima a ordenar. Para ello es necesario hacer uso del modelo EOQ básico con una ligera modificación: en el caso de descuento en todas las unidades, el costo unitario de compra dependerá de Q .

Sea m el número de posibilidades de descuento o de cortes de precio. También sean $q_0, q_1, q_2, \dots, q_m$ las cantidades a ordenar en las cuales el costo de compra cambia. Por definición $q_0 = 0$ y $q_m = \infty$. Ahora bien, es necesario recordar que el costo unitario de compra, c_j , es el mismo para todo Q en el intervalo $[q_{j-1}, q_j)$. También se debe tener presente que $c_j > c_{j+1}$.

La expresión para el costo total anual es similar a la que conocemos para el modelo básico EOQ con una pequeña diferencia: el costo de compra ahora depende de Q , por lo que se reescribe de la siguiente forma:

$$K_j(Q) = c_j D + \frac{AD}{Q} + \frac{ic_j Q}{2} \text{ Para el intervalo } q_{j-1} \leq Q < q_j \quad (2)$$

La expresión (2) describe una familia de funciones de costo. La j -ésima función de costo está definida únicamente para los valores de Q que se encuentran en $[q_{j-1}, q_j)$. Dichas funciones pueden verse en la figura 3.7, en donde el segmento sólido de cada curva corresponde al intervalo para el cual está definida cada función de costo $K_j(Q)$. Por lo tanto, la función de costo total anual es una combinación de esos segmentos sólidos. A partir de esta observación se pueden concluir dos cosas:

1. La naturaleza segmentada de la función de costo total anual hace ligeramente más difícil encontrar la Q óptima, pues ahora ya no es posible derivar la función $K_j(Q)$ y luego igualarla a cero para encontrar la Q mínima.
2. En la figura 3.7 se observan diferentes curvas en orden decreciente del costo unitario de compra, las cuales no se cruzan entre sí. Suponiendo que se tienen 3 cortes de precio ($m = 3$), la curva superior corresponde al costo de compra más alto y la curva que se encuentra en la parte inferior corresponde al costo de compra más bajo.

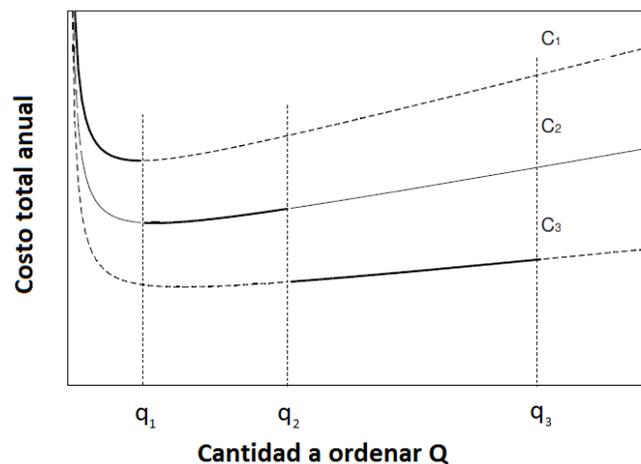


Figura 3.7. Costo total anual para descuento en todas las unidades. Fuente: Muckstadt y Sapro, (2010).

Para obtener la solución óptima para el caso de descuento en todas las unidades se inicia evaluando la curva más baja definida para Q en el intervalo $[q_{j-1}, q_j)$, es decir, cuando $j = m$ y se calcula el costo más bajo posible en dicho intervalo. Luego en la segunda iteración se evalúa la siguiente curva más baja calculando también el costo mínimo y se verifica si es

mejor que la primera en términos de costo. Las iteraciones continúan tanto como los costos de compra disminuyan.

Algoritmo para determinar la cantidad óptima a ordenar para descuento en todas las unidades.

Antes de iniciar el algoritmo es necesario suponer que $Q^* = 0$; $K^*(Q^*) = \infty$ y $j = m$

Paso 1. Calcular Q_j para la j -ésima curva de costo en el intervalo $[q_{j-1}, q_j)$.

$$Q_j = \sqrt{\frac{2AD}{ic_j}}$$

Después de calcular Q_j pueden suceder dos cosas:

- a. Q_j se encuentra **fuera** del intervalo $[q_{j-1}, q_j)$ por lo que debe ir al paso 2.
- b. Q_j se encuentra **dentro** del intervalo $[q_{j-1}, q_j)$ por lo que debe ir al paso 4.

Paso 2. Si Q_j no se encuentra dentro del intervalo entonces el costo mínimo para el intervalo $[q_{j-1}, q_j)$ ocurre¹ cuando la cantidad a ordenar es q_{j-1} . En conclusión, debe hacerse $Q_j^* = q_{j-1}$ y calcular el costo total anual para Q_j^* con la expresión (2), la cual será llamada $K_j(Q_j^*)$. Luego ir al paso 3.

Paso 3. Si $K_j(Q_j^*) < K^*(Q^*)$, entonces se tienen una nueva $Q^* = Q_j^*$ y un nuevo $K^*(Q^*) = K_j(Q_j^*)$. Se establece $j = j - 1$ y se va al paso 1.

Paso 4. Si Q_j se encuentra dentro del intervalo $[q_{j-1}, q_j)$ entonces esa es la cantidad económica a ordenar óptima para dicho intervalo. Por lo tanto se procede a calcular el costo correspondiente a Q_j mediante la expresión (2) del costo total anual.

Paso 5. Se realiza una comparación entre el costo total anual calculado en el paso 2 y el costo total anual calculado en el paso 4. La cantidad económica a ordenar óptima, Q^* , queda determinada por el costo total anual mínimo. La cantidad económica a ordenar óptima es aquella $\{Q^* = Q_j^* | K(Q_j^*) = K_{min}\}$.

¹ Esto es debido a la naturaleza convexa de la función de costo. Ya que para el m -ésimo nivel de descuento, la función de costo incrementa hacia la derecha de q_{j-1} .

Ejemplo 3.7

Coldpoint es un fabricante de electrodomésticos. La compañía compra cierta componente para sus productos. El proveedor de la componente le ofrece a Coldpoint descuentos por cantidad según el tamaño de la orden bajo el plan de descuento en todas las unidades. En la tabla 3.2. se muestra el plan de descuento del proveedor. El objetivo es determinar el tamaño óptimo de la orden y el costo total anual asociado suponiendo $A = \$20.00$, $i = 20\%$. $D = 800$ unidades/año.

j	Cantidad	Costo
1	$0 \leq Q < 500$	\$0.60
2	$500 \leq Q < 1000$	\$0.58
3	$1000 \leq Q < \infty$	\$0.56

Tabla 3.2: Plan de descuento en todas las unidades de Coldpoint. Fuente: Sipper y Bulfin, (1998).

Solución:

Existen tres cortes de precios ($m = 3$) por lo tanto se supone que $Q^* = 0$; $K^*(Q^*) = \infty$ y $j = 3$. A continuación, se procede a aplicar el algoritmo para descuento en todas las unidades.

Paso 1:

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_3}} = \sqrt{\frac{2(20)(800)}{(0.20)(0.56)}} \quad \text{para } 1000 \leq Q < \infty$$

$Q_3 = 534.52$ unidades, pero Q_3 está fuera del intervalo por lo que se va al paso 2.

Paso 2:

Debido a que $Q_3 = 534$ está fuera del intervalo, se toma como cantidad mínima del intervalo a $Q_3^* = q_2 = 1000$ y se determina el costo asociado a dicha cantidad.

$$K_3(Q_3^*) = c_3D + \frac{AD}{Q_3^*} + \frac{ic_3Q_3^*}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = (0.56)(800) + \frac{(20)(800)}{1000} + \frac{(0.20)(0.56)(1000)}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = \$520.00$$

Paso 3: Se realiza una comparación entre la suposición inicial del costo total anual y el obtenido en el paso anterior:

$$K_3(Q_3^*) = \$520.00 < K^*(Q^*) = \infty$$

Por lo tanto se sustituye $K^*(Q^*) = K_3(Q_3^*) = \520.00 con $Q^* = 1000$ y se hace $j = 3 - 1 = 2$ y se vuelve a iterar (paso 1).

Paso 1:

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2(20)(800)}{(0.20)(0.58)}} \quad \text{para } 500 \leq Q < 1000$$

$Q_2 = 525$, está dentro del intervalo (se va al paso 4).

Paso 4: La cantidad óptima para el intervalo evaluado es: $Q_2^* = Q_2 = 525$ así que se procede a calcular el costo asociado a dicha cantidad:

$$K_2(Q_2^*) = c_2D + \frac{AD}{Q_2^*} + \frac{ic_2Q_2^*}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = (0.58)(800) + \frac{(20)(800)}{525} + \frac{(0.20)(0.58)(525)}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = \$523.00$$

Paso 5: Se realiza una comparación entre el costo obtenido en el paso 2 y el obtenido en el paso 4.

$$K_3(Q_3^*) = \$520.00 < K_3(Q_3^*) = \$523.00$$

$$\therefore K_{min} = \$520.00 \text{ y } Q^* = 1000 \text{ unidades.}$$

b. Descuento incremental.

En la política de descuento incremental, el descuento en el costo unitario se aplica únicamente a las unidades que exceden la cantidad del corte. Es decir, el costo unitario de compra disminuye únicamente para las unidades que rebasan la cantidad de corte y no para cada unidad como en el caso de descuento en todas las unidades (ver la figura 3.8).

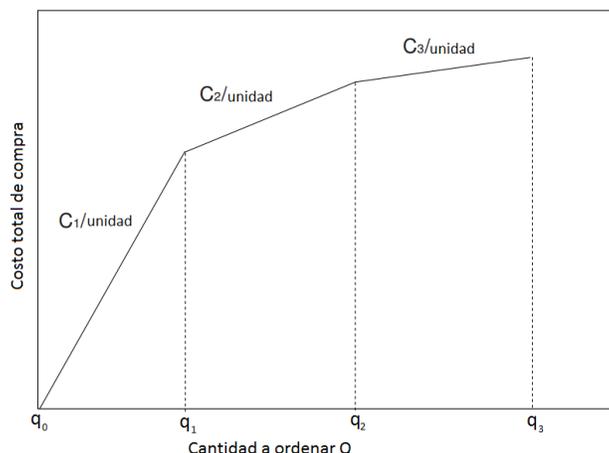


Figura 3.8. Costo total de compra para descuento incremental. Fuente: Muckstadt y Sapro, (2010).

A continuación, se ejemplifica esta política para una mejor comprensión. Se retoma los datos del ejemplo de descuento en todas las unidades de la tabla 3.1. En descuento incremental el costo unitario será de \$5.00 para cada una de las unidades en el intervalo de 0 a 100. Sin embargo, el costo unitario será \$4.50 solo para las unidades que rebasen las 100 unidades y \$5.00 para las primeras 100 unidades.

Cantidad	Costo por unidad
$0 < Q < 100$	\$ 5.00
$101 < Q < 250$	\$ 4.50
$Q > 251$	\$ 4.00

Tabla 3.1. Ejemplo para descuentos. Fuente: Muckstadt y Sapro, (2010).

Supongamos que se ordenan 215 unidades, el costo total de compra es:

$$\text{Costo total de compra} = \frac{\$5.00}{\text{unidad}} (100 \text{ unidades}) + \frac{\$4.50}{\text{unidad}} (115 \text{ unidades})$$

$$\text{Costo total de compra} = \$1017.5$$

Si la cantidad a ordenar es mayor a 251, entonces el costo unitario para las primeras 100 unidades será \$5.00, para las siguientes 150 unidades el costo unitario será \$4.50 y \$4.00 para cada una de las unidades que exceda 251. Por ejemplo, si se ordenarán 500 unidades el costo total de compra estaría dado por:

$$\text{Costo total de compra} = \frac{\$5.00}{\text{unidad}} (100 \text{ unidades}) + \frac{\$4.50}{\text{unidad}} (150 \text{ unidades}) + \frac{\$4.00}{\text{unidad}} (250 \text{ unidades})$$

Costo total de compra = \$2175

Basado en el ejemplo anterior, el costo total de compra de Q unidades en el intervalo j puede expresarse de una forma general mediante la expresión:

$$C_j(Q) = \left[\sum_{k=1}^{j-1} c_k(q_k - q_{k-1}) \right] + c_j(Q - q_{j-1}) \text{ para } q_{j-1} \leq Q < q_j \quad (3)$$

La notación de la expresión anterior ya se definió en la sección de descuento en todas las unidades. A continuación, se presenta otro ejemplo donde se desarrolla la expresión (3) para conocer su uso.

Ejemplo 3.8.

Con la información contenida en la tabla 3.3, determinar el costo total de compra, suponiendo que la cantidad a ordenar es $Q = 6000$ unidades.

j	Cantidad	Costo por unidad
1	$0 < Q < 1000$	\$ 1.00
2	$1000 < Q < 3000$	\$ 0.98
3	$3000 < Q < 5000$	\$ 0.96
4	$5000 < Q < \infty$	\$ 0.94

Tabla 3.3. Ejemplo para descuento incremental. Fuente: Sipper y Bulfin, (1998).

Solución.

Se transformará la tabla 3 de tal forma que sea más fácil comprender la notación utilizada en la expresión (3).

J	Cantidad	Costo por unidad
1	$q_0 < Q < q_1$	c_1
2	$q_1 < Q < q_2$	c_2
3	$q_2 < Q < q_3$	c_3
4	$q_3 < Q < q_4$	c_4

Ahora bien, el costo total de compra se determina para el intervalo $q_{j-1} \leq Q < q_j$ cuando $j = 4$ puesto que $Q = 6000$ está en dicho intervalo. Por tanto, la expresión (3) se desarrolla de la siguiente forma:

$$C_4(Q) = \left[\sum_{k=1}^3 c_k(q_k - q_{k-1}) \right] + c_4(Q - q_3) \text{ Para } q_3 \leq Q < q_4$$

$$C_4(Q) = [c_1(q_1 - q_0) + c_2(q_2 - q_1) + c_3(q_3 - q_2)] + c_4(Q - q_3)$$

Y sustituyendo los valores correspondientes se tiene:

$$C_4(Q) = [\$1.00(1000 - 0) + \$0.98(3000 - 1000) + \$0.96(5000 - 3000)] + \$0.94(6000 - 5000)$$

$$C_4(Q) = \$5820.00$$

Como ya se ha mencionado, el caso de descuento incremental es muy diferente al caso de descuento en todas las unidades. Mientras la cantidad a ordenar incrementa, el costo de compra disminuye únicamente sobre las unidades adicionales que se adquieren (véase la figura 3).

Sea $q_0, q_1, q_2, \dots, q_m$ las cantidades a ordenar en las cuales el costo de compra cambia y m el número de cortes de precio. Por definición $q_0 = 0, q_m = \infty$ y $c_j > c_{j+1}$. Ahora bien, es necesario recordar que el costo unitario de compra, c_j , es el mismo para todos los valores de Q en el intervalo $[q_{j-1}, q_j)$.

El objetivo es encontrar el número óptimo de unidades a ordenar. Para ello, primero es necesario definir una expresión para el costo de compra anual promedio si Q unidades son ordenadas. Retomando la expresión (3) con una ligera modificación se logra definir dicha expresión.

Sea Q en el j -ésimo intervalo de corte de precio o de descuento, lo cual significa que Q se encuentra entre q_{j-1} y q_j . El costo de compra para las Q unidades en dicho intervalo es:

$$C_j(Q) = \left[\sum_{k=1}^{j-1} c_k(q_k - q_{k-1}) \right] + c_j(Q - q_{j-1}) \text{ Para } q_{j-1} \leq Q < q_j \quad (3)$$

De la expresión (3) puede observarse que únicamente el último término (a la derecha) depende de Q . Así que se utilizará $C(q_{j-1})$ para denotar la sumatoria de los términos que son independientes de Q :

$$C(q_{j-1}) = \left[\sum_{k=1}^{j-1} c_k(q_k - q_{k-1}) \right] \quad (4)$$

Con lo que la expresión (3) se simplifica:

$$C(Q) = C(q_{j-1}) + c_j(Q - q_{j-1}) \quad (5)$$

Ahora el costo de compra unitario promedio para Q unidades es igual a $\frac{C(Q)}{Q}$:

$$\frac{C(Q)}{Q} = \frac{C(q_{j-1}) + c_j(Q - q_{j-1})}{Q} \quad (6)$$

$$\frac{C(Q)}{Q} = \frac{C(q_{j-1})}{Q} + c_j - c_j \frac{q_{j-1}}{Q} \quad (7)$$

Luego el costo de compra anual promedio cuando cada orden consiste de Q unidades es igual al costo de compra unitario promedio multiplicado por la demanda promedio: $\frac{c(Q)}{Q}D$. El costo por ordenar permanece igual al presentado en el modelo EOQ básico: $\frac{AD}{Q}$, mientras que el costo por mantener (unitario) anual promedio depende del costo de cada unidad y es una función del tamaño de la orden: $i\frac{c(Q)}{Q}$. Con lo anterior el costo promedio anual por manejar el inventario, $K(Q)$, válido solo para el intervalo $[q_{j-1}, q_j)$, queda definido como:

$$K(Q) = \frac{c(Q)}{Q}D + \frac{AD}{Q} + i\frac{c(Q)Q}{2} \quad (8)$$

$$K(Q) = \left(\frac{c(q_{j-1})}{Q} + c_j - c_j\frac{q_{j-1}}{Q}\right)D + \frac{AD}{Q} + i\frac{c(q_{j-1})+c_j(Q-q_{j-1})}{2} \quad (9)$$

Reordenando los términos se tiene:

$$K(Q) = c_jD + [A + C(q_{j-1}) - c_jq_{j-1}]\frac{D}{Q} + \frac{ic_jQ}{2} + \frac{i[c(q_{j-1})-c_jq_{j-1}]}{2} \quad (10)$$

La expresión (10) define el costo de compra anual promedio si Q unidades son ordenadas. En la figura 3.9. se observa la función $K(Q)$, misma que define una familia de curvas válidas únicamente para un intervalo definido (para la cual la curva está trazada con una línea sólida). En este caso $K(Q)$ es una función continua y derivable a diferencia de la función de costo para el caso de descuento en todas las unidades. Esta es la razón por la que Q óptima no puede ser igual a cualquier $q_0, q_1, q_2, \dots, q_m$.

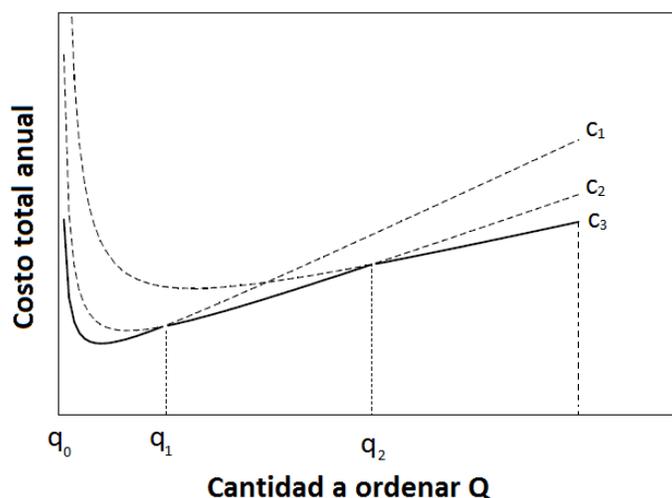


Figura 3.9. Costo total anual para descuento incremental. Fuente: Muckstadt y Sapra, (2010).

Algoritmo para determinar la cantidad óptima a ordenar para descuento incremental.

Paso 1: Calcular Q que minimice $K(Q)$ para cada j la cual se denota por Q_j^* . La cantidad óptima en cada intervalo, Q_j^* , se determina mediante $\frac{\partial K(Q)}{\partial Q} = 0$.

$$\frac{\partial K(Q)}{\partial Q} = -[A + C(q_{j-1}) - c_j q_{j-1}] \frac{D}{Q^2} + \frac{ic_j}{2} = 0$$

$$Q_j^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_{j-1}) - c_j q_{j-1}]}{ic_j}}$$

Se determinan tantas Q_j^* como cortes de precio se tengan.

Paso 2: Verificar si cada Q_j^* calculada es factible, es decir que este dentro del intervalo $[q_{j-1}, q_j)$ para el que está definida. Aquellas Q_j^* que no se encuentren en el intervalo correspondiente deben descartarse.

Paso 3: Calcular $K(Q_j^*)$ correspondiente a cada Q_j^* factible. La cantidad económica a producir óptima es aquella que produzca el menor costo $K(Q_j^*)$.

Ejemplo 3.9.

Se retomará el ejemplo de Coldpoint, pero ahora suponiendo que el proveedor de los componentes tiene un plan de descuento incremental. En la tabla 3.4 se muestra el plan de descuento del proveedor. El objetivo es determinar el tamaño óptimo de la orden y el costo total anual asociado suponiendo $A = \$20.00$, $i = 20\%$. $D = 800$ unidades/año.

j	Cantidad	Costo
1	$0 \leq Q < 500$	\$0.60
2	$500 \leq Q < 1000$	\$0.58
3	$1000 \leq Q < \infty$	\$0.56

Tabla 3.4: Plan de descuento incremental de Coldpoint. Fuente: Sipper y Bulfin, (1998).

Solución:

Se considerarán los datos que se tienen:

$$m = 3$$

$$c_1 = \$0.60; \quad c_2 = \$0.58; \quad c_3 = \$0.56$$

$$q_0 = 0; \quad q_1 = 500; \quad q_2 = 1000; \quad q_3 = \infty.$$

Y también se calculan algunos valores que se necesitarán posteriormente:

$$C(q_{j-1}) = \left[\sum_{k=1}^{j-1} c_k (q_k - q_{k-1}) \right]$$

- $C(q_0) = \sum_{k=1}^0 c_k (q_k - q_{k-1}) = 0$
- $C(q_1) = \sum_{k=1}^1 c_k (q_k - q_{k-1}) = c_1 (q_1 - q_0) = (0.60)(500 - 0) = 300$
- $C(q_2) = \sum_{k=1}^2 c_k (q_k - q_{k-1}) = c_1 (q_1 - q_0) + c_2 (q_2 - q_1) = (0.60)(500 - 0) + (0.58)(1000 - 500) = 590$

Además:

- $c_1 q_0 = (0.60)(0) = 0$
- $c_2 q_1 = (0.58)(500) = 290$
- $c_3 q_2 = (0.56)(1000) = 560$

Paso 1: Existen tres cortes de precios ($m = 3$) por lo tanto se determinan 3 valores de Q_j^* :

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_0) - c_1 q_0]}{i c_1}} = \sqrt{\frac{2 * 800[20 + 0 - 0]}{0.20 * 0.60}} = 516$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_1) - c_2 q_1]}{i c_2}} = \sqrt{\frac{2 * 800[20 + 300 - 290]}{0.20 * 0.58}} = 643$$

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_2) - c_3 q_2]}{i c_3}} = \sqrt{\frac{2 * 800[20 + 590 - 560]}{0.20 * 0.56}} = 845$$

Paso 2: Se verifica si cada uno de los Q_j^* es factible, es decir que se encuentren en el intervalo que le corresponde:

$0 \leq Q_1^* < 500$ pero $Q_1^* = 516$ por lo tanto no es factible.

$500 \leq Q_2^* < 1000$ y $Q_2^* = 643$ por lo tanto es factible.

$1000 \leq Q_3^* < \infty$ pero $Q_3^* = 845$ por lo tanto no es factible.

Paso 3: Solo $Q_2^* = 643$ es factible, por lo que se considera como el valor óptimo de todos los intervalos y se determina el costo asociado mediante la expresión (10).

$$K(Q) = c_j D + [A + C(q_{j-1}) - c_j q_{j-1}] \frac{D}{Q} + \frac{i c_j Q}{2} + \frac{i [C(q_{j-1}) - c_j q_{j-1}]}{2}$$

$$K(Q_2^*) = c_2 D + [A + C(q_1) - c_2 q_1] \frac{D}{Q_2^*} + \frac{ic_2 Q_2^*}{2} + \frac{i[C(q_1) - c_2 q_1]}{2}$$

$$K(Q_2^*) = 0.58(800) + [20 + 300 - 290] \frac{800}{643} + \frac{0.2 \cdot 0.58 \cdot 643}{2} + \frac{0.20[300 - 290]}{2}$$

$$\therefore K^*(Q_2^*) = \$539.62$$

3.3.5 Determinación del lote de producción con restricción de recursos.

El modelo EOQ básico de inventarios es utilizado por empresas que almacenan múltiples artículos aun cuando es un modelo para un solo artículo. Simplemente determinan la EOQ óptima para cada uno de los diferentes artículos bajo el supuesto de que no existe interacción alguna entre ellos; esto es conocido como sistemas de un artículo. Sin embargo, muchas veces el nivel de inventario óptimo de un artículo puede llegar a exceder la capacidad del proveedor, el presupuesto designado para la compra o bien, el espacio en bodega para almacenar los artículos sobre todo cuando el presupuesto y el espacio son comunes para cada uno de los artículos que se desean ordenar. En este último caso, el modelo EOQ clásico no es pertinente debido a las limitaciones de recursos.

a. Restricción de presupuesto C.

Supóngase que existen n artículos y sea c_1, c_2, \dots, c_n el costo unitario de cada uno de los n artículos. Sea C el presupuesto total disponible y sea $Q_i = \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}}$ (para $i = 1, 2, \dots, n$) la cantidad económica a ordenar para cada uno de los artículos. La restricción de presupuesto se define como:

$$c_1 Q_1 + c_2 Q_2, \dots + c_n Q_n \leq C \quad (1)$$

Existen dos posibilidades en cuanto a la restricción: se viola o no. Si la restricción no se viola (no es activa) entonces se cumple $\sum_{i=1}^n c_i Q_i \leq C$ con $Q_i^* = Q_i$, es decir, si la restricción no es activa se tiene una solución factible la cual es Q_i^* . Si la restricción se viola (es activa) entonces se cumple $\sum_{i=1}^n c_i Q_i > C$ por lo que no se tiene una solución factible.

En este caso la restricción determinará la solución óptima (Nahmias, 2009), ya que puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i = C$$

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i - C = 0 \quad (2)$$

Posteriormente se introduce el multiplicador de Lagrange, λ , y el problema consistirá en determinar Q_1, Q_2, \dots, Q_n . De esta forma se desea optimizar la función del costo total anual promedio $K(Q_i, \lambda)$

$$\text{Minimizar } K(Q_i, \lambda) = K(Q_i, \lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^n \left(c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \right) + \lambda_1 \sum_{i=1}^n (c_i Q_i - C) \quad (3)$$

Las condiciones de optimalidad necesarias son $\frac{\partial K}{\partial Q_i} = 0$ y $\frac{\partial K}{\partial \lambda} = 0$. Al derivar se obtiene las siguientes expresiones:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i + 2\lambda c_i}} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i^* = C \quad (5)$$

Ahora, siempre y cuando la tasa de interés i sea fija para todos los productos se cumple $\frac{c_i}{h_i} = \frac{c_i}{i \cdot c_i} = \frac{1}{i}$ por lo que podemos dividir tanto el numerador como el denominador de la expresión (4) entre h_i con lo que se reescribe la expresión:

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{\frac{2A_i D_i}{h_i}}{\frac{h_i + 2\lambda c_i}{h_i}}} = \sqrt{\frac{\frac{2A_i D_i}{h_i}}{1 + 2\lambda c_i/h_i}} = \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i(1 + 2\lambda c_i/h_i)}}$$

$$Q_i^* = \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}} \sqrt{\frac{1}{1 + 2\lambda \frac{c_i}{h_i}}}$$

$$\therefore Q_i^* = m \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}} \quad (6)$$

$$\text{Donde } m = \sqrt{\frac{1}{1 + 2\lambda \frac{c_i}{h_i}}} \quad (7)$$

Si sustituimos la expresión (6) en la expresión (5) se tiene:

$$\sum_{i=1}^n c_i \left(m \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}} \right) = C$$

$$m \sum_{i=1}^n c_i \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}} = C$$

$$\therefore m = \frac{C}{\sum_{i=1}^n c_i \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}}} = \frac{C}{\sum_{i=1}^n c_i Q_i} \quad (8)$$

Lo anterior será válido siempre y cuando las relaciones $\frac{c_i}{h_i}$ sean iguales debido a que se usa la misma tasa de interés al calcular el costo de mantener el inventario para cada artículo.

Ejemplo 3.10

Suponga que una tienda de abarrotes tiene un presupuesto máximo de \$7,000 para ordenar dos productos: el artículo 1 y el artículo 2. El costo anual por mantener el inventario es del 10%. En la tabla 3.5 se muestran los datos correspondientes al costo por ordenar, la demanda mensual y el costo unitario de cada artículo.

Artículo	1	2
Demanda mensual D_i	1000	500
Costo por ordenar A_i	\$50	\$75
Costo unitario C_i	\$20	\$100

Tabla 3.5. Demanda mensual, costo por ordenar y costo unitario para dos artículos.
Fuente: Adaptado de Muckstadt & Sapro (2010).

Solución

Primero se resuelve el problema no restringido y se verifica si satisface la restricción de presupuesto:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2A_1 D_1}{h_1}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 1000}{0.10 \cdot 20}} = 223 \text{ unidades}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2A_2 D_2}{h_2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 75 \cdot 500}{0.10 \cdot 100}} = 86 \text{ unidades}$$

$$c_1 Q_1 + c_2 Q_2 \leq C$$

$$(20 * 223) + (100 * 86) \leq \$7,000$$

\$13,060 > \$7,000 Por lo que no se satisface la restricción de presupuesto.

Debido a que se tiene la misma tasa de interés al calcular el costo de mantener el inventario para cada artículo se cumple $\frac{c_i}{h_i} = \frac{c_i}{i \cdot c_i} = \frac{1}{i}$ por lo que es posible utilizar la expresión (8) y (6) para determinar los valores Q_i óptimos:

$$m = \frac{C}{\sum_{i=1}^n c_i Q_i}$$

$$m = \frac{\$7,000}{(20 * 223) + (100 * 86)} = 0.54$$

$$\therefore Q_i^* = m \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}}$$

$$\therefore Q_1^* = m \sqrt{\frac{2A_1 D_1}{h_1}} = (0.54)(223) \approx 120 \text{ unidades}$$

$$\therefore Q_2^* = m \sqrt{\frac{2A_2 D_2}{h_2}} = (0.54)(86) \approx 46 \text{ unidades}$$

Las cantidades Q_1^* , Q_2^* satisfacen la restricción de presupuesto por lo tanto son las cantidades óptimas para cada artículo.

$$(20 * 120) + (100 * 46) \leq \$7,000$$

$$\$7,000 \leq \$7,000$$

b. Restricción de espacio F

Si ahora la restricción fuera de espacio, sea f_i el espacio ocupado por una unidad del producto i ($i = 1, 2, \dots, n$) en m^2 (área) o m^3 (volumen) y sea F el espacio total disponible, con lo que la restricción de espacio tiene la forma:

$$f_1 Q_1 + f_2 Q_2 + f_3 Q_3 \leq F \quad (9)$$

Como se observa, matemáticamente la restricción de espacio tiene la misma forma que la restricción de presupuesto por lo que se aplica el mismo análisis. En este caso la condición para obtener una solución sencilla es que se cumpla que las relaciones $\frac{f_i}{h_i}$ sean iguales, es decir, que $\frac{f_1}{h_1} = \frac{f_2}{h_2} = \dots = \frac{f_n}{h_n}$. Esto significa que el espacio ocupado por un artículo debe ser proporcional a su costo de inventario. El hecho de que la tasa de interés sea fija es equivalente a que el espacio ocupado por un artículo sea proporcional al valor del artículo.

Debido a que se aplica el mismo análisis, el valor óptimo de Q_i se obtiene mediante la ecuación (6) pero con la modificación de m :

$$\text{Donde } m = \frac{F}{\sum_{i=1}^n f_i \sqrt{\frac{2A_i D_i}{h_i}}} = \frac{F}{\sum_{i=1}^n f_i Q_i} \quad (10)$$

Ejemplo 3.11

En la Ciudad de México existen muchos mercados en ruedas o también conocidos como “tianguis”, los puestos que se colocan en este tipo de mercados tienen un espacio limitado, por lo que los vendedores no pueden llevar mucha mercancía. Pedro es un comerciante y tiene un puesto de verduras que tiene exactamente 9.3 m² de espacio para vender únicamente tres productos: tomates, chiles y cebolla. La demanda mensual y el costo unitario de cada uno de las verduras se presentan en la tabla 3.6:

Artículo	Tomates (1)	Chile jalapeño (2)	Cebolla (3)
Demanda mensual en Kg	850	1280	630
Costo \$ / kilo	\$10.00	\$12.00	\$7.00

Tabla 3.6. Demanda y costo unitario de las verduras. Fuente: Adaptado de Nahmias (2009).

El costo para reabastecer las verduras es de \$100 pesos en cada caso y el espacio ocupado por cada verdura es proporcional a sus costos. Los tomates requieren 0.3 m²/Kg. La tasa de interés que se usa para calcular los costos de inventario es de 25% mensual. ¿Cuáles son las cantidades óptimas que se deben comprar para cada una de las tres verduras?

Solución

Los datos (adicionales a los de la tabla 3.6) que proporciona el enunciado son:

$$F = 9.3 \text{ m}^2$$

$A = \$100$ para cada una de las verduras;

$$f_1 = 0.3 \text{ m}^2; i = 0.25 \text{ mensual};$$

Debido a que el espacio ocupado por cada verdura es proporcional a sus costos, se cumple que $\frac{f_1}{h_1} = \frac{f_2}{h_2} = \frac{f_3}{h_3}$, a través de esta información se puede obtener el espacio que ocupan (por kilo) tanto los chiles como la cebolla:

$$\frac{f_1}{h_1} = \frac{0.3 \text{ m}^2}{(0.25)(\$10)} = 0.12$$

Luego:

$$\frac{f_2}{h_2} = 0.12 = \frac{f_2}{(0.25)(\$12)}$$

$$f_2 = (0.12)(0.25)(\$12) = 0.36 \text{ m}^2 \text{ y}$$

$$f_3 = (0.12)(0.25)(\$7) = 0.21 \text{ m}^2$$

Primero se resuelve el problema con el modelo EOQ básico y se verifica si no excede la restricción de espacio:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2A_1D_1}{h_1}} = \sqrt{\frac{2*100*850}{0.25*10}} = 261 \text{ kg}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2A_2D_2}{h_2}} = \sqrt{\frac{2*100*1280}{0.25*12}} = 292 \text{ kg}$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2A_3D_3}{h_3}} = \sqrt{\frac{2*100*630}{0.25*7}} = 268 \text{ kg}$$

Ahora se verifica la restricción de espacio

$$f_1Q_1 + f_2Q_2 + f_3Q_3 \leq F$$

$$(0.3 * 261) + (0.36 * 292) + (0.21 * 268) \leq 9.3$$

239.7 > 9.3 Con lo que se viola la restricción

Para obtener la cantidad óptima a ordenar de cada una de las verduras se utilizan las expresiones (10) y luego la (6):

$$m = \frac{F}{\sum_{i=1}^n f_i Q_i}$$

$$m = \frac{9.3}{(0.3 * 261) + (0.36 * 292) + (0.21 * 268)} = 0.0387985$$

$$\therefore Q_1^* = m \sqrt{\frac{2A_1D_1}{h_1}} = (0.0387985)(261) \approx 10 \text{ kg}$$

$$\therefore Q_2^* = m \sqrt{\frac{2A_2D_2}{h_2}} = (0.0387985)(292) \approx 11 \text{ kg}$$

$$\therefore Q_3^* = m \sqrt{\frac{2A_3D_3}{h_3}} = (0.0387985)(268) \approx 10 \text{ kg}$$

Las cantidades Q_1^* , Q_2^* , Q_3^* satisfacen la restricción de espacio por lo tanto son las cantidades óptimas para cada producto.

$$(0.3 * 10) + (0.36 * 11) + (0.21 * 10) \leq 9.3$$

$$9.3 \leq 9.3$$

c. Multiplicador de Lagrange.

Cuando se viola la restricción de recursos y el supuesto de proporcionalidad no se cumple entonces sí se requiere de la formulación lagrangiana y encontrar el valor del multiplicador de Lagrange λ . Este multiplicador es una constante que se elige para que se cumpla la restricción de presupuesto $\sum_{i=1}^n c_i Q_i = C$ o bien la restricción de espacio $\sum_{i=1}^n f_i Q_i = F$.

El valor del multiplicador de Lagrange, λ , reduce los tamaños de lote aumentando el costo efectivo de inventario. El multiplicador actúa como una penalización para reducir cada Q_i para minimizar el costo al mismo tiempo que para satisfacer la restricción. Este valor puede determinarse por tanteo o con métodos de búsqueda y bisección de intervalo. Si $\lambda > 0$ entonces la búsqueda se limita únicamente a números positivos.

El valor de λ se interpreta como el costo promedio anual que resultaría al agregar una unidad más de recurso. En el caso del espacio en almacén λ representa el beneficio marginal de una unidad de espacio más. En el caso del presupuesto λ representa el beneficio marginal por comprar una unidad de más.

Ejemplo 3.12

Formule el modelo del costo total de los artículos contenidos en la tabla 3.7 y resuelva con multiplicadores de Lagrange el siguiente problema de 3 artículos, considerando $i = 20\%$ anual, una restricción de espacio en el almacén de 300 m^2 y una restricción en el presupuesto máximo de \$14,000. Considere que el espacio ocupado por cada artículo no es proporcional a su costo de inventario.

Artículo	1	2	3
Demanda anual (D_i)	1000	500	2000
Costo por ordenar (A_i)	50	75	100
Costo del artículo (c_i)	20	100	50
Área (m²)	2	1	1.5

Tabla 3.7. Artículos múltiples con restricciones.

Solución:

Modelo del costo total para tres artículos.

$$K(Q_i, \lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^n \left(c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \right) + \lambda_1 \sum_{i=1}^n (c_i Q_i) - \lambda_1 C + \lambda_2 \sum_{i=1}^n (f_i Q_i) - \lambda_2 F \quad (1)$$

El modelo desarrollado es:

$$K(Q_1, Q_2, Q_3, \lambda_1, \lambda_2) = c_1 D_1 + \frac{A_1 D_1}{Q_1} + \frac{h_1 Q_1}{2} + c_2 D_2 + \frac{A_2 D_2}{Q_2} + \frac{h_2 Q_2}{2} + c_3 D_3 + \frac{A_3 D_3}{Q_3} + \frac{h_3 Q_3}{2} + \lambda_1 c_1 Q_1 + \lambda_1 c_2 Q_2 + \lambda_1 c_3 Q_3 - \lambda_1 C + \lambda_2 f_1 Q_1 + \lambda_2 f_2 Q_2 + \lambda_2 f_3 Q_3 - \lambda_2 F \quad (2)$$

1. Se calcula EOQ para cada producto:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2A_1 D_1}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2(50)(1000)}{(0.2)(20)}} = 158 \text{ unidades}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2A_2 D_2}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2(75)(500)}{(0.2)(100)}} = 61 \text{ unidades}$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2A_3 D_3}{ic_3}} = \sqrt{\frac{2(100)(2000)}{(0.2)(50)}} = 200 \text{ unidades}$$

2. Se verifica si se satisfacen las restricciones de presupuesto y de espacio

$$\sum_{i=1}^3 c_i Q_i \leq C \text{ Restricción de presupuesto.}$$

$$(20 * 158) + (100 * 61) + (50 * 200) \leq \$14000$$

$$19260 > 14000 \therefore \text{No satisface esta restricción.}$$

$$\sum_{i=1}^3 f_i Q_i \leq F \text{ Restricción de espacio.}$$

$$(2 * 158) + (1 * 61) + (1.5 * 200) \leq 300 \text{ m}^2$$

$677 > 300 \therefore$ No satisface esta restricción.

3. Como no se satisfacen las restricciones entonces se establece la ecuación de multiplicadores de Lagrange $K(Q_i, \lambda_i)$ agregando solo una de las restricciones.

$$K(Q_1, Q_2, Q_3, \lambda_1) = c_1 D_1 + \frac{A_1 D_1}{Q_1} + \frac{h_1 Q_1}{2} + c_2 D_2 + \frac{A_2 D_2}{Q_2} + \frac{h_2 Q_2}{2} + c_3 D_3 + \frac{A_3 D_3}{Q_3} + \frac{h_3 Q_3}{2} + \lambda_1 c_1 Q_1 + \lambda_1 c_2 Q_2 + \lambda_1 c_3 Q_3 - \lambda_1 C \quad (3)$$

4. Se deriva parcialmente la ecuación (3) respecto a cada una de las Q_i , luego se iguala a cero, se despeja cada una de las Q_i , se sustituyen los valores correspondientes y se simplifica a la mínima expresión.

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2A_1 D_1}{h_1 + 2\lambda_1 c_1}} = \sqrt{\frac{2 * 50 * 1000}{(0.2 * 20) + 2\lambda_1(20)}} = \sqrt{\frac{2 * 50 * 20 * 50}{2 * 20(0.1 + \lambda_1)}} = \sqrt{\frac{50^2}{0.1 + \lambda_1}} \\ = \frac{50}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2A_2 D_2}{h_2 + 2\lambda_1 c_2}} = \sqrt{\frac{2 * 75 * 500}{(0.2 * 100) + 2\lambda_1(100)}} = \sqrt{\frac{2 * 75 * 5 * 100}{2 * 100(0.1 + \lambda_1)}} = \sqrt{\frac{375}{0.1 + \lambda_1}} \\ = \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}}$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2A_3 D_3}{h_3 + 2\lambda_1 c_3}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 2000}{(0.2 * 50) + 2\lambda_1(50)}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 40 * 50}{2 * 50(0.1 + \lambda_1)}} = \sqrt{\frac{400 * 10}{0.1 + \lambda_1}} \\ = \frac{20\sqrt{10}}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}}$$

5. Se deriva parcialmente la ecuación (3) respecto a λ_1 :

$$\frac{\delta K(Q_1, Q_2, Q_3, \lambda_1)}{\delta \lambda_1} = c_1 Q_1 + c_2 Q_2 + c_3 Q_3 - C = 0 \quad (4)$$

6. Para conocer el valor de λ_1 se sustituye Q_1, Q_2 y Q_3 en la expresión (4)

$$c_1Q_1 + c_2Q_2 + c_3Q_3 - C = 0$$

$$20 * \frac{50}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}} + 100 * \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}} + 50 * \frac{20\sqrt{10}}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}} = 14,000$$

$$\frac{1000}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}} + \frac{500\sqrt{15}}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}} + \frac{1000\sqrt{10}}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}} = 14,000$$

$$\frac{1000 + 500\sqrt{15} + 1000\sqrt{10}}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}} = 14,000$$

$$\frac{1000 + 500\sqrt{15} + 1000\sqrt{10}}{14,000} = \sqrt{0.1 + \lambda_1}$$

$$0.4356 = \sqrt{0.1 + \lambda_1}$$

$$0.4356^2 - 0.1 = \lambda_1$$

$$\lambda_1 = 0.08977$$

7. El valor obtenido de λ_1 se sustituye en Q_1 , Q_2 y Q_3 .

$$Q_1 = \frac{50}{\sqrt{0.1 + 0.08977}} = 115 \text{ unidades}$$

$$Q_2 = \frac{5\sqrt{15}}{\sqrt{0.1 + 0.08977}} = 45 \text{ unidades}$$

$$Q_3 = \frac{20\sqrt{10}}{\sqrt{0.1 + 0.08977}} = 145 \text{ unidades}$$

8. Se verifica que Q_1 , Q_2 y Q_3 satisfagan la restricci3n de espacio.

$$\sum_{i=1}^3 f_i Q_i \leq F \text{ Restricci3n de espacio.}$$

$$(2 * 115) + (1 * 45) + (1.5 * 145) \leq 300 \text{ m}^2$$

$$492.5 > 300 \therefore \text{No satisface esta restricci3n}$$

9. Como no se satisface la restricción de espacio entonces se establece la ecuación de multiplicadores de Lagrange $K(Q_i, \lambda_i)$, pero ahora con la restricción de espacio y se repiten los pasos 4 al 8.

$$K(Q_1, Q_2, Q_3, \lambda_2) = c_1 D_1 + \frac{A_1 D_1}{Q_1} + \frac{h_1 Q_1}{2} + c_2 D_2 + \frac{A_2 D_2}{Q_2} + \frac{h_2 Q_2}{2} + c_3 D_3 + \frac{A_3 D_3}{Q_3} + \frac{h_3 Q_3}{2} + \lambda_2 f_1 Q_1 + \lambda_2 f_2 Q_2 + \lambda_2 f_3 Q_3 - \lambda_2 F \quad (5)$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2A_1 D_1}{h_1 + 2\lambda_2 f_1}} = \sqrt{\frac{2 * 50 * 1000}{(0.2 * 20) + 2\lambda_2(2)}} = \sqrt{\frac{2 * 50 * 4 * 5 * 50}{4(1 + \lambda_2)}} = \sqrt{\frac{10 * 50^2}{1 + \lambda_2}} \\ = \frac{50\sqrt{10}}{\sqrt{1 + \lambda_2}}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2A_2 D_2}{h_2 + 2\lambda_2 f_2}} = \sqrt{\frac{2 * 75 * 500}{(0.2 * 100) + 2\lambda_2(1)}} = \sqrt{\frac{2 * 75 * 5 * 100}{2(10 + \lambda_2)}} = \sqrt{\frac{37500}{10 + \lambda_2}} \\ = \frac{50\sqrt{15}}{\sqrt{10 + \lambda_2}}$$

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2A_3 D_3}{h_3 + 2\lambda_2 f_3}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 2000}{(0.2 * 50) + 2\lambda_2(1.5)}} = \sqrt{\frac{2 * 100 * 40 * 50}{2 * (5 + 1.5\lambda_2)}} = \sqrt{\frac{400 * 10 * 50}{5 + 1.5\lambda_2}} \\ = \frac{200\sqrt{5}}{\sqrt{5 + 1.5\lambda_2}}$$

Se deriva la expresión (5) respecto a λ_2 , se iguala a cero, se despeja y se sustituyen los valores conocidos.

$$\frac{\delta K(Q_1, Q_2, Q_3, \lambda_2)}{\delta \lambda_2} = f_1 Q_1 + f_2 Q_2 + f_3 Q_3 - F = 0 \quad (4)$$

$$f_1 Q_1 + f_2 Q_2 + f_3 Q_3 = F$$

$$2 * \frac{50\sqrt{10}}{\sqrt{1+\lambda_2}} + 1 * \frac{50\sqrt{15}}{\sqrt{10+\lambda_2}} + 1.5 * \frac{200\sqrt{5}}{\sqrt{5+1.5\lambda_2}} = 300$$

$$\frac{100\sqrt{10}}{\sqrt{1+\lambda_2}} + \frac{50\sqrt{15}}{\sqrt{10+\lambda_2}} + \frac{300\sqrt{5}}{\sqrt{5+1.5\lambda_2}} = 300$$

Al despejar λ_1 se tiene:

$$\lambda_2 = 9.0312$$

Se sustituye el valor de λ_2 en Q_1 , Q_2 y Q_3 :

$$Q_1 = \frac{50\sqrt{10}}{\sqrt{1 + \lambda_2}} = \frac{50\sqrt{10}}{\sqrt{1 + 9.0312}} = 49.92 \approx 50$$

$$Q_2 = \frac{50\sqrt{15}}{\sqrt{10 + \lambda_2}} = \frac{50\sqrt{15}}{\sqrt{10 + 9.0312}} = 44.38 \approx 44$$

$$Q_3 = \frac{200\sqrt{5}}{\sqrt{5 + 1.5\lambda_2}} = \frac{200\sqrt{5}}{\sqrt{5 + (1.5 * 9.0312)}} = 103.84 \approx 104$$

Se verifica que Q_1 , Q_2 y Q_3 satisfagan la restricción de presupuesto.

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^3 c_i Q_i &\leq C \text{ Restricción de presupuesto.} \\ (20 * 50) + (100 * 44) + (50 * 104) &\leq \$14000 \\ \$10600 &> \$14000 \therefore \text{Se satisface esta restricción.} \end{aligned}$$

Finalmente, como ambas restricciones se satisfacen, se concluye que:

$$Q_1^* = 50$$

$$Q_2^* = 44$$

$$Q_3^* = 103$$

El costo por cada uno de los artículos sería:

$$\begin{aligned} K(Q_1^*) &= c_1 D_1 + \frac{A_1 D_1}{Q_1} + \frac{h_1 Q_1}{2} = (20 * 1000) + \frac{50 * 1000}{50} + \frac{0.2 * 20 * 50}{2} \\ &= \$21,100.00 \end{aligned}$$

$$K(Q_2^*) = c_2 D_2 + \frac{A_2 D_2}{Q_2} + \frac{h_2 Q_2}{2} = (100 * 500) + \frac{75 * 500}{44} + \frac{0.2 * 100 * 44}{2}$$

$$= \$51,292.27$$

$$K(Q_3^*) = c_3 D_3 + \frac{A_3 D_3}{Q_3} + \frac{h_3 Q_3}{2} = (50 * 2000) + \frac{100 * 2000}{103} + \frac{0.2 * 50 * 103}{2}$$

$$= \$102,456.75$$

El costo total sería:

$$K(Q_1^*, Q_2^*, Q_3^*) = K(Q_1^*) + K(Q_2^*) + K(Q_3^*) = \$174,849.02$$

3.4 Modelos de tamaño de lote dinámico

Los modelos de tamaño de lote dinámico se utilizan cuando la demanda cambia durante el horizonte de planeación (Sipper, 1998). Se supone que la demanda es conocida con certidumbre y se le llama demanda irregular en algunas ocasiones.

Estos modelos surgen a partir del supuesto de que la demanda de un artículo (la cual se conoce con cierto grado de certidumbre) que se tiene en inventario es independiente de la demanda de cualquier otro artículo que también se tenga en inventario (Chacon y Bustos; 2010).

3.4.1. Regla de Peterson-Silver.

Como ya se ha mencionado, estos modelos se utilizan cuando existe demanda irregular. Para determinar si la demanda es o no irregular se utiliza la regla de Peterson-Silver. Esta regla determina la medida de la variabilidad de la demanda mejor conocida como coeficiente de variabilidad (V).

$$V = \frac{\text{varianza de la demanda por periodo}}{\text{cuadrado de la demanda promedio por periodo}}$$

Peterson y Silver demostraron que el coeficiente de variabilidad puede evaluarse mediante la expresión:

$$V = \frac{n \sum D_t^2}{(\sum D_t)^2} - 1$$

Donde:

$D_t =$ demanda discreta para el periodo t .

$n =$ horizonte de planeación.

Si el coeficiente de variación es menor a 0.25 entonces se trata de demanda estática por lo que se puede utilizar el modelo EOQ con la demanda promedio como la demanda estimada. En caso de que el coeficiente de variación sea igual o mayor que 0.25 entonces se justifica el uso de cualquier modelo de lote dinámico que se presentan enseguida.

Ejemplo 3.13.

Determine el tipo de demanda que se encuentra en la tabla 3.8 utilizando la regla de Peterson-Silver.

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Demanda	22	34	32	12	8	44	54	16	76	30

Tabla 3.8. Demanda semanal de un artículo. Fuente: Bañol y Hernán, 2010.

Solución

Con ayuda de Excel se determina la sumatoria de la demanda al cuadrado de cada periodo ($\sum D_t^2$) y la sumatoria de la demanda de cada periodo al cuadrado $\sum D_t$. Los resultados están contenidos en la tabla 3.9:

Semana	Demanda D_t	Demanda al cuadrado D_t^2
1	22	484
2	34	1156
3	32	1024
4	12	144
5	8	64
6	44	1936
7	54	2916
8	16	256
9	76	5776
10	30	900
	328	14656

SUMATORIAS

Tabla 3.9. Cálculos para obtener el coeficiente de variabilidad. Fuente: Elaboración propia.

Los valores obtenidos en la tabla 3.9 se sustituyen en la expresión propuesta por Peterson y Silver:

$$V = \frac{n \sum D_t^2}{(\sum D_t)^2} - 1$$

$$V = \frac{10(14656)}{(328)^2} - 1$$

$$V = 0.36$$

El coeficiente de variabilidad $V = 0.36$ es mayor que 0.25 por lo que la demanda es irregular y se justificaría el uso de algún método para tamaño de lote dinámico para determinar la cantidad económica a ordenar.

3.4.2. Reglas simples

Las reglas simples no están basadas en la optimización de la función de costo $K(Q)$. Simplemente se trata de método sencillos que se usan ampliamente en los sistemas MRP debido a que determinar el tamaño de lote en estos sistemas resulta complicado y difícil en muchas ocasiones.

La elección de las reglas de tamaño de lote es importante pues determina el número de preparaciones requeridas y los costos de mantener el inventario para cada artículo.

Muchos de los sistemas MRP tienen opciones para calcular los tamaños de lote basadas en las técnicas más comunes. Tres de las técnicas más sencillas para determinar el tamaño de lote para demanda irregular son: lote por lote (LxL), cantidad fija a ordenar (CFO) y demanda de periodo fijo (DPF).

Lote por lote.

En esta regla se ordena justo lo que se requiere en el periodo que se requiere. Con ello se trata de reducir el nivel de inventario y tener un costo por almacenar más bajo, sin embargo, muchas veces esto resulta en costos por ordenar más elevados. Este método es recomendable cuando los costos de emitir la orden de compra son bajos y los costos por mantener el inventario son altos (Noori y Radford, 1997 citados en Chacón y Bustos, 2010).

Cantidad fija a ordenar (CFO).

Esta regla indica que se debe ordenar la misma cantidad cada vez que se emite una orden. La cantidad a ordenar (fija) dividida entre la demanda promedio determina el periodo en el que se colocará cada orden $T = \frac{Q}{D}$.

Demanda de periodo fijo.

En este caso la cantidad a ordenar puede variar cada vez que se emite una orden, pero cada orden se emite en periodos fijos de tiempo (por ejemplo, cada viernes, cada 3 días, cada mes).

La cantidad que se ordena debe ser igual a la cantidad de artículos necesarios durante el tiempo entre cada orden y debe ser lo suficientemente grande como para prevenir faltantes.

Ejemplo 3.14:

La tabla 3.10 muestra la demanda de costales de harina que requiere una panadería a lo largo de 8 meses. Determinar el tamaño de lote con las tres reglas simples.

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8
Demanda	80	50	60	50	20	90	80	60

Tabla 3.10. Demanda de costales de harina. Fuente: Elaboración propia.

Solución.

a. Lote por lote.

En este caso en cada periodo se ordenará la demanda correspondiente a ese periodo:

$$Q_1 = 80 ; Q_2 = 50 ; Q_3 = 60 ; Q_4 = 50 ; Q_5 = 20 ; Q_6 = 90 ; Q_7 = 80 ; Q_8 = 60.$$

b. Cantidad fija a ordenar.

Se fija la cantidad a ordenar, por ejemplo $Q = 100$ costales de harina. Después se determina la demanda promedio:

$$\bar{D} = \frac{80 + 50 + 60 + 50 + 20 + 90 + 80 + 60}{8} = 61.25 \text{ costales}$$

Y finalmente el periodo en que se colocará cada orden:

$$T = \frac{100}{61.25} = 1.63 \text{ mes} \left(\frac{22 \text{ días}}{1 \text{ mes}} \right) \approx 36 \text{ días.}$$

c. Demanda de periodo fijo cuando $T = 3$.

En este caso se ordena cada tres periodos. Por ello la orden que se emite en el primer periodo debe cubrir hasta el tercer periodo. La demanda que se emite en el cuarto periodo debe cubrir hasta el sexto mes y así sucesivamente.

$$Q_1 = 80 + 50 + 60 = 190;$$

$$Q_2 = 50 + 20 + 90 = 160;$$

$$Q_3 = 80 + 60 = 140 .$$

3.4.3. Métodos heurísticos.

Un método heurístico es un tipo de enfoque que aprovecha la estructura de un problema mediante un conjunto de reglas racionales para obtener una solución cercana a la óptima y solo en algunas ocasiones la solución proporcionada por este tipo de métodos es óptima. (Sipper y Bulfin; 1998)

Se presentan tres métodos heurísticos que tiene en común el objetivo de minimizar la suma del costo de preparación y del costo de inventario.

Método Silver-Meal

Este algoritmo pretende obtener el costo (variable) promedio mínimo (de la orden de compra y el costo de mantener el inventario) por periodo en función del número de periodos futuros m para los cuales se ordena. El algoritmo es el siguiente:

$$K(m) = \frac{1}{m} [A + hD_2 + 2hD_3 + 3hD_4 + \dots + (m-1)hD_m]$$

Donde:

$K(m)$ = Costo variable promedio por periodo cuando la orden cubre m periodos.

$m = 1, 2, 3, \dots n$

m = Número de periodos futuros a ordenar

h = Costo por mantener el inventario

D_m = Demanda en el periodo m

Si se observa atentamente el desarrollo del algoritmo notaríamos que al ordenar para m periodos futuros se asume que la demanda del primer mes se consume completamente en ese mes por lo que el único costo que implica es el costo de ordenar A . Pero la demanda del segundo periodo sí implica un costo de almacenamiento de 1 mes (hD_2) que estuvo almacenado antes de ser consumido y la demanda del tercer mes implica un costo de almacenamiento de 2 meses ($2hD_3$) que fue almacenado antes de ser usado y así sucesivamente.

El algoritmo se utiliza de la siguiente forma: primero se prueba cuál sería el costo mínimo por ordenar lo correspondiente a un solo periodo $K(1)$. Luego se prueba el costo por ordenar lo correspondiente a dos periodos $K(2)$ y se compara si es mayor o menor que el costo por ordenar un solo periodo. Si el segundo costo fuera menor que el primero [$K(2) < K(1)$] entonces se procede a calcular un tercer costo correspondiente a ordenar para tres periodos de demanda. Pero si el costo del segundo fuera mayor que el primero [$K(2) > K(1)$]

entonces en ese momento el algoritmo se detiene, es decir el algoritmo se detiene cuando el costo promedio por periodo comienza a crecer [$K(m + 1) > K(m)$].

La cantidad a ordenar una vez que se detiene el algoritmo es Q_i . Esta cantidad indica que fue ordenada en el periodo i y que cubre m periodos de demanda futura.

$$Q_i = D_1 + D_2 + \dots + D_m$$

Cuando no se emite una orden en el periodo i entonces Q_i es cero.

Después el algoritmo vuelve a repetirse siempre y cuando no haya abarcado todo el horizonte de planeación de la demanda. A continuación, se presenta un ejemplo.

Ejemplo 3.15.

Retomando el ejemplo de los costales de harina, los datos de la tabla 3.10, un costo de ordenar de \$200 y un costo por mantener el inventario de \$4 por costal al mes. Desarrolla el patrón de reabastecimiento para cubrir los 8 meses de demanda y el costo asociado a cada patrón utilizando el algoritmo de Silver-Meal.

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8
Demanda	80	50	60	50	20	90	80	60

Tabla 3.10. Demanda de costales de harina. Fuente: Elaboración propia.

Solución.

El algoritmo:

$$K(m) = \frac{1}{m} [A + hD_2 + 2hD_3 + 3hD_4 + \dots + (m - 1)hD_m]$$

Se prueba primero ordenar lo correspondiente al primer mes $D_1 = 80$ en ese mismo periodo $m = 1$:

$$K(1) = \frac{1}{1} [A + (1 - 1)hD_1]$$

$$K(1) = A = \$200$$

Después se prueba ordenar en el primer periodo lo correspondiente a dos periodos futuros de demanda, es decir $m = 2$:

$$K(2) = \frac{1}{2} [A + (2 - 1)hD_2]$$

$$K(2) = \frac{1}{2} [200 + (4)(50)] = 200$$

Se comparan ambos costos:

$$K(2) \leq K(1) \text{ por lo que el algoritmo continúa}$$

Ahora se prueba ordenar en el primer periodo lo correspondiente a tres periodos futuros de demanda, es decir $m = 3$:

$$K(3) = \frac{1}{3}[A + hD_2 + (3 - 1)hD_3]$$

$$K(3) = \frac{1}{3}[200 + (4)(50) + (2)(4)(60)] = \$293.3$$

Al comparar $K(3) > K(2)$ por lo que el algoritmo se detiene y la primera cantidad a ordenar es:

$$Q_1 = D_1 + D_2 = 80 + 50 = 130$$

$$Q_1 = 130 \text{ costales con un costo mínimo promedio de } K(Q_1) = \$200$$

Ahora el algoritmo comienza a partir del periodo 3, sin embargo, se utiliza nuevamente $m = 1$ pero sabiendo que $D_3 = 60$:

$$K'(1) = A = \$200$$

Luego se prueba ordenar para dos periodos futuros de demanda (periodo 3 y 4), es decir $m = 2$:

$$K'(2) = \frac{1}{2}[200 + (4)(50)] = 200$$

Como $K'(2) \leq K'(1)$ el algoritmo continúa y se prueba determinar cuál sería el costo por ordenar tres periodos futuros de demanda ($m = 3$), es decir ordenar la demanda para los periodos 3, 4 y 5:

$$K'(3) = \frac{1}{3}[200 + (4)(50) + (2)(4)(20)] = \$186.7$$

Como $K'(3) \leq K'(2)$ el algoritmo continúa y ahora se calcula el costo por ordenar cuatro periodos futuros de demanda ($m = 4$), es decir ordenar la demanda para los periodos 3, 4, 5 y 6:

$$K'(4) = \frac{1}{4}[200 + (4)(50) + (2)(4)(20) + (2)(4)(90)] = \$320$$

Como $K'(4) > K'(3)$ entonces el algoritmo se detiene y la segunda cantidad a ordenar es:

$$Q_3 = D_3 + D_4 + D_5$$

$$Q_3 = 60 + 50 + 20 = 130$$

$$Q_3 = 130 \text{ costales con un costo mínimo promedio de } K(Q_3) = \$186.7$$

Ahora el algoritmo comienza a partir del periodo 6, sin embargo, se utiliza nuevamente $m = 1$ pero sabiendo que $D_6 = 90$:

$$K''(1) = A = \$200$$

Luego se prueba ordenar para dos periodos futuros de demanda (periodo 6 y 7), es decir $m = 2$:

$$K''(2) = \frac{1}{2} [200 + (4)(80)] = 260$$

Como $K''(2) > K''(1)$ el algoritmo se detiene y la tercera cantidad a ordenar es $Q_6 = D_6 = 90$ con un costo mínimo promedio de $K(Q_6) = \$200$

Otra vez se itera, pero esta vez a partir del periodo 7, ya sabemos que $m = 1$ pero con $D_7 = 80$:

$$K'''(1) = \$200$$

Luego se prueba ordenar para dos periodos futuros de demanda (periodo 7 y 8), es decir $m = 2$:

$$K'''(2) = \frac{1}{2} [200 + (4)(60)] = \$220$$

Debido a que $K'''(2) > K'''(1)$ se detiene el algoritmo y la cuarta cantidad a ordenar es $Q_7 = D_7 = 80$ con un costo mínimo promedio de $K(Q_7) = \$200$

Finalmente, la quinta cantidad a ordenar es $Q_8 = D_8 = 60$ con un costo mínimo promedio de $K(Q_8) = \$200$

En resumen, el patrón de reabastecimiento es:

$$Q_1 = 130 \text{ costales}$$

$$Q_4 = 0$$

$$Q_7 = 80 \text{ costales}$$

$$Q_2 = 0$$

$$Q_5 = 0$$

$$Q_8 = 60 \text{ costales}$$

$$Q_3 = 130 \text{ costales}$$

$$Q_6 = 90 \text{ costales}$$

El costo total por reabastecer durante los 8 meses de demanda es:

$$K(Q) = \$200 + \$186.7 + \$200 + \$200 + \$200 = \$986.7$$

Costo unitario mínimo (CUM).

Este método es muy parecido a Silver-Meal, pero en este caso el criterio de decisión radica en el costo variable por unidad en lugar del costo variable por periodo. Es decir, el algoritmo se divide entre el número de unidades a ordenar en lugar del número de periodos:

$$K_u(m) = \frac{A + hD_2 + 2hD_3 + 3hD_4 + \dots + (m - 1)hD_m}{D_1 + D_2 + \dots + D_m}$$

En este caso $K_u(m)$ es el costo variable por unidad cuando la orden cubre m periodos y el resto de la notación ya se definió con anterioridad. El procedimiento que se sigue para aplicar el algoritmo es exactamente igual al que se utilizó para el heurístico de Silver-Meal y la regla para detener el algoritmo es $K_u(m + 1) > K_u(m)$ donde el proceso comienza a repetirse de nuevo mientras no se agote el horizonte de planeación de la demanda.

Ejemplo 3.16.

Retomando todos los datos del ejemplo 3, desarrolla el patrón de reabastecimiento para cubrir los 8 meses de demanda y el costo asociado a cada patrón utilizando el algoritmo de costo unitario mínimo (CUM).

Solución.

Los datos disponibles son:

$$A = \$200$$

$h = \$4.00$ y la demanda de la tabla 3.10:

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8
Demanda	80	50	60	50	20	90	80	60

Tabla 3.10. Demanda de costales de harina. Fuente: Elaboración propia.

Primero se supone $m = 1$ por lo que la expresión $K_u(m)$ se simplifica de la siguiente forma:

$$K_u(1) = \frac{A}{D_1}$$

Y se sustituyen los datos conocidos del costo por ordenar (A) y la demanda del primer mes:

$$K_u(1) = \frac{200}{80} = \$2.5$$

Ahora se determina el costo variable por unidad considerando que se piden hasta dos periodos futuros adelante $m = 2$:

$$K_u(2) = \frac{A + hD_2}{D_1 + D_2}$$

$$K_u(2) = \frac{200 + (4)(20)}{50 + 20} = \$4$$

Debido a que $K_u(2) > K_u(1)$ se detiene el algoritmo y se dice que $Q_1 = 80$ con un costo unitario variable de $K_u(Q_1) = \$2.5$

El proceso comienza de nuevo en el periodo 2, considerando que en el periodo 2 se ordenará solo lo correspondiente a dicho mes $m = 1$:

$$K'_u(1) = \frac{A}{D_2} = \frac{200}{50} = \$4.00$$

Ahora se supone $m = 2$ (mes 2 y 3):

$$K'_u(2) = \frac{200 + (4)(60)}{50 + 60} = \$4.00$$

Como $K'_u(2) \leq K'_u(1)$ el algoritmo continúa con $m = 3$ (mes 2, 3 y 4):

$$K'_u(3) = \frac{200 + (4)(60) + (2)(4)(50)}{50 + 60 + 50} = \$5.25$$

Como $K'_u(3) > K'_u(2)$ entonces el algoritmo se detiene y Q_2 es igual a la suma de la demanda del mes 2 y del mes 3: $Q_2 = 110$ con un $K_u(Q_2) = \$4.00$.

El algoritmo comienza de nuevo con $m = 1$ pero ahora en el mes 4.

$$K''_u(1) = \frac{200}{50} = \$4.00$$

Ahora se supone $m = 2$ (mes 4 y 5):

$$K''_u(2) = \frac{200 + (4)(20)}{50 + 20} = \$4.00$$

Como $K_u''(2) \leq K_u''(1)$ el algoritmo continúa con $m = 3$ (mes 4, 5 y 6):

$$K_u''(2) = \frac{200 + (4)(20) + (2)(4)(90)}{50 + 20 + 90} = \$6.25$$

$K_u'(3) > K_u'(2)$ por lo que el algoritmo se detiene y Q_4 es igual a la suma de la demanda del mes 4 y del mes 5: $Q_4 = 70$ con un $K_u(Q_4) = \$4.00$.

El algoritmo se repite otra vez con $m = 1$ pero ahora a partir del mes 6:

$$K_u'''(1) = \frac{200}{90} = \$2.22$$

Ahora se prueba $m = 2$ para los meses 6 y 7:

$$K_u'''(2) = \frac{200 + (4)(80)}{90 + 80} = \$3.05$$

$K_u'''(2) > K_u'''(1)$ así que el algoritmo se detiene y $Q_6 = 90$ con un $K_u(Q_6) = \$2.22$.

El algoritmo se aplica nuevamente con $m = 1$ pero ahora a partir del mes 7:

$$K_u''''(1) = \frac{200}{80} = \$2.5$$

Se calcula $K_u''''(m)$ con $m = 2$ (mes 7 y 8):

$$K_u''''(2) = \frac{200 + (4)(60)}{80 + 60} = \$3.14$$

$K_u''''(2) > K_u''''(1)$ se detiene el algoritmo y $Q_7 = 80$ con un $K_u(Q_7) = \$2.25$

Debido a que sólo queda un periodo por analizar se determina el costo unitario variable asociado:

$$K_u(1) = \frac{200}{60} = \$3.33$$

Por lo que $Q_8 = 60$ con un $K_u(Q_8) = \$3.33$

En resumen, el patrón de reabastecimiento es:

$$\begin{array}{lll} Q_1 = 80 \text{ costales} & Q_4 = 70 \text{ costales} & Q_7 = 80 \text{ costales} \\ Q_2 = 110 \text{ costales} & Q_5 = 0 & Q_8 = 60 \text{ costales} \\ Q_3 = 0 & Q_6 = 90 \text{ costales} & \end{array}$$

Balanceo de periodo fragmentado (BPF)

Este método trata de equilibrar el costo de ordenar un pedido y el costo de mantener el inventario para demanda irregular (tal como en el modelo EOQ para demanda uniforme) mediante un factor de periodo fragmentado (FPF_m). El FPF_m es una relación entre ambos costos (Heizer y Render, 2001 citados en Chacón y Bustos, 2010).

El costo por mantener el inventario para demanda irregular se multiplica por el factor de periodo fragmentado y luego se elige un número de periodos m de tal forma que se cumpla:

$$A \cong h(FPF_m)$$

Despejando se obtiene:

$$FPF_m \cong \frac{A}{h}$$

El periodo fragmentado (PF_m) se refiere a una unidad de artículo almacenada durante un periodo (Sipper y Bulfin, 1998), de esta forma 10 unidades almacenadas durante un periodo es equivalente a 10 periodos fragmentados, pero a su vez esas mismas 10 unidades almacenadas durante 5 periodos son equivalentes a 2 periodos fragmentados. El periodo fragmentado se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$PF_m = D_2 + 2D_3 + 3D_4 + \dots + (m - 1)D_m$$

Donde PF_m es el valor del periodo fragmentado para m periodos. En este caso el procedimiento se detiene cuando el valor fragmentado para m periodos es superior al factor de periodo fragmentado ($PF_m > FPF_m$). Cuando el algoritmo se detiene el tamaño de la orden es:

$$Q_i = D_1 + D_2 + D_3 + \dots + D_m$$

Donde el subíndice i indica el periodo en el que se coloca la orden y m indica hasta cuantos periodos de demanda abarca dicha orden.

Ejemplo 3.17.

Se retoma nuevamente el ejemplo de los costales de harina para determinar el patrón de reabastecimiento con balanceo de periodo fragmentado. Los datos que se conocen son:

$$A = \$200$$

$h = \$4.00$ y la demanda de la tabla 3.10:

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8
Demanda	80	50	60	50	20	90	80	60

Tabla 3.10. Demanda de costales de harina. Fuente: Elaboración propia.

Solución.

Primero se calcula el factor de periodo fragmentado FPF_m :

$$FPF_m = \frac{A}{h} = \frac{200}{4} = 50$$

Ahora se calcula el periodo fragmentado para el primer mes comenzando con $m = 1$:

$$PF_m = D_2 + 2D_3 + 3D_4 + \dots + (m - 1)D_m$$

$$PF_1 = 0$$

como PF_1 es menor que el FPF_m continúa el algoritmo con $m = 2$

$$PF_2 = D_2 = 50$$

PF_2 es igual a FPF_m pero no mayor por lo que el algoritmo continúa con $m = 3$

$$PF_3 = D_2 + 2D_3 = 50 + (2)(60) = 170$$

Debido a que PF_3 es mayor que el FPF_m se detiene el procedimiento y entonces la cantidad a ordenar es la correspondiente a los primeros dos periodos ($m = 2$).

$$Q_1 = 80 + 50 = 130$$

Se aplica nuevamente el proceso, pero ahora comenzando en el mes 3 con $m = 1$:

$$PF'_1 = 0$$

$$PF'_2 = 50$$

$$PF'_3 = 50 + (2)(20) = 90$$

Nuevamente PF'_3 es mayor que el FPF_m se detiene el procedimiento y entonces la cantidad a ordenar es la correspondiente a los siguientes dos periodos ($m = 2$).

$$Q_3 = 60 + 50 = 110$$

El algoritmo comienza nuevamente pero ahora en el periodo 5 con $m = 1$:

$$PF''_1 = 0$$

$$PF''_2 = 90$$

$PF''_2 > FPF_m$ así que detiene el algoritmo y la cantidad a ordenar es únicamente la correspondiente al mes 5:

$$Q_5 = 20$$

Ahora el algoritmo vuelve a comenzar en el periodo 6 con $m = 1$

$$PF'''_1 = 0$$

$$PF'''_2 = 80$$

$PF'''_2 > FPF_m$ así que detiene el algoritmo y la cantidad a ordenar es únicamente la correspondiente al mes 6:

$$Q_6 = 90$$

El proceso se repite para los últimos dos periodos con lo que se obtiene que $Q_7 = 80$ y $Q_8 = 60$.

En resumen, se colocan 6 órdenes que abarcan todo el horizonte de planeación de la siguiente forma:

$$Q_1 = 130 \text{ costales}$$

$$Q_3 = 110 \text{ costales}$$

$$Q_5 = 20 \text{ costales}$$

$$Q_6 = 90 \text{ costales}$$

$$Q_7 = 80 \text{ costales}$$

$$Q_8 = 60 \text{ costales}$$

3.4.4. Algoritmo de Wagner-Whitin (WW).

El algoritmo de Wagner-Whitin es un método de programación dinámica que genera una solución óptima ya que minimiza la función de costo variable de inventario (que incluye el costo por ordenar o preparar y el costo por mantener el inventario durante el horizonte de planeación).

El procedimiento del algoritmo se basa en evaluar todas las formas posibles de ordenar para cubrir la demanda en cada periodo del horizonte de planeación, pero a pesar de ello, la elegancia del algoritmo radica en que no considera todas las políticas posibles.

Por ejemplo, para un horizonte de 3 periodos, en el primero de ellos se evalúa la alternativa de ordenar sólo para el periodo 1, en este caso no se puede considerar el colocar una orden, por decir, en el tercer periodo para cubrir la demanda correspondiente al primer o segundo periodo, esto es equivalente a no permitir órdenes atrasadas.

Para cubrir la demanda del periodo 2 se evalúa la alternativa de ordenar desde el primer periodo y almacenar un mes o de ordenar en el periodo 2 la demanda correspondiente a dicho periodo.

Para cubrir la demanda del periodo 3 se tienen tres opciones:

- Ordenar lo correspondiente a la demanda del periodo 1, a la demanda del periodo 2 (que se almacena un periodo) y a la demanda del periodo 3 (que se almacena dos periodos) al inicio del primer periodo.
- Ordenar en el periodo 1 la demanda correspondiente a dicho periodo y luego en el periodo dos colocar una orden para cubrir la demanda de los periodos 2 y 3 (que se almacenan durante uno y dos meses respectivamente).
- Colocar una orden en el periodo 3 para cubrir solo la demanda del periodo 3.

Una vez que se evalúan todas las alternativas se elige la de menor costo y dicha alternativa se guarda para las etapas subsecuentes. Cuando se llega al último periodo, se define la estrategia de costo mínimo de todo el horizonte de planeación. Esto se explicará con un ejemplo práctico:

Ejemplo 3.18.

Un componente que usa una fábrica se pide a un proveedor externo. Como el componente se usa en varios productos finales, su demanda es alta. La demanda estimada, en miles, durante las 10 semanas próximas, es:

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Demanda	22	34	32	12	8	44	54	16	76	30

El costo unitario de cada componente es de \$0.65, el costo por cada orden es de \$200 y el costo por mantener el inventario es de \$3.25

Desarrolle el patrón de reabastecimiento y el costo asociado usando el algoritmo de Wagner-Whitin.

Solución:

En la tabla 3.11 se muestran todas las soluciones posibles que se obtuvieron mediante el algoritmo de Wagner-Whitin. El índice de cada renglón indica el periodo en que se coloca la orden, mientras que el índice de cada columna indica hasta qué periodo se cubre la demanda. Por ejemplo, el renglón 1 columna 4 indica que en el periodo 1 se colocó una orden que cubre la demanda hasta el periodo 4 (incluye el periodo 1, 2, 3 y 4).

Los costos de la tabla se obtuvieron (por columna) de la siguiente forma:

- Para cubrir la demanda del periodo 1 se evalúa únicamente la opción de ordenar en ese mismo periodo:

$$K_{1,1} = A = \$200$$

- Para cubrir la demanda del periodo 2 se evalúan dos opciones:

- Colocar una orden en el primer periodo que cubra la demanda de los periodos 1 y 2:

$$K_{1,2} = A + (1) * h_2 D_2 = \$200 + (1)(\$3.25)(34) = \$310.5$$

En este caso se incurre en el costo de colocar la orden y en el costo por almacenar durante un mes el producto que satisfará la demanda del periodo 2.

- Colocar una orden en el periodo 2 para cubrir la demanda de dicho periodo y al cual se le suma el costo mínimo de la columna anterior (\$200):

$$K_{2,2} = K_{1,1} + A = \$200 + \$200 = \$400$$

- Para cubrir la demanda del periodo 3 se evalúan tres opciones:

- Colocar una orden desde el primer periodo para cubrir la demanda de los periodos 1, 2 y 3, lo cual implica el costo por colocar la orden más el costo por almacenar un mes el producto que satisface la demanda del periodo más el costo por almacenar dos meses el producto que satisface la demanda del tercer periodo:

$$K_{1,3} = A + (1)h_2D_2 + 2h_3D_3 = \$200 + (1)(\$3.25)(34) + (2)(\$3.25)(32)$$

$$K_{1,3} = \$518.5$$

- Colocar una orden en el segundo periodo para cubrir la demanda del periodo 2 y 3 pero sumando el costo $K_{2,2} = \$400$.

$$K_{2,3} = K_{2,2} + (1)h_3D_3 = \$400 + (1)(\$3.25)(32) = \$504$$

- Colocar una orden en el tercer periodo para satisfacer la demanda del mismo periodo, en este caso debe sumarse el costo mínimo de la columna anterior:

$$K_{3,3} = K_{1,2} + A = \$310.5 + \$200 = \$510.5$$

- Para cubrir la demanda del periodo 4 se evalúan cuatro opciones:
 - Colocar una orden desde el primer periodo para cubrir la demanda de los periodos 1, 2, 3 y 4 lo cual implica el costo por colocar la orden más el costo por almacenar un mes el producto que satisface la demanda del periodo 2 más el costo por almacenar dos meses el producto que satisface la demanda del tercer periodo más el costo de almacenar 3 meses el producto para el cuarto periodo:

$$K_{1,4} = A + (1)h_2D_2 + 2h_3D_3 + 3h_4D_4$$

$$K_{1,4} = \$200 + (1)(\$3.25)(34) + (2)(\$3.25)(32) + (3)(\$3.25)(12)$$

$$K_{1,4} = \$635.5$$

- Colocar una orden en el segundo periodo para cubrir la demanda del periodo 2, 3 y 4 pero sumando el costo $K_{2,3} = \$504$.

$$K_{2,4} = K_{2,3} + (1)h_4D_4 = \$504 + (2)(\$3.25)(12) = \$582$$

- Colocar una orden en el tercer periodo para satisfacer la demanda de los periodos 3 y 4, en este caso debe sumarse el costo $K_{3,3}$:

$$K_{3,4} = K_{3,3} + (1)h_4D_4 = \$510.5 + (1)(\$3.25)(12) = \$549.5$$

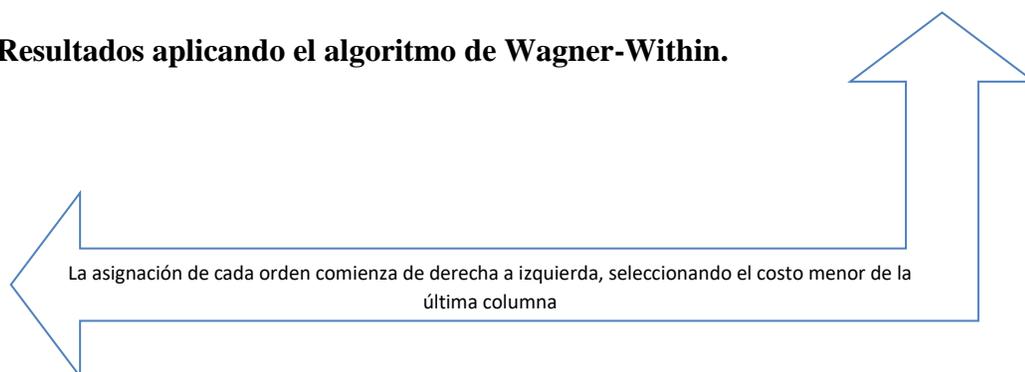
- Colocar una orden en el cuarto periodo para cubrir la demanda de ese mismo periodo, al costo de ordenar se le debe sumar el costo mínimo de la columna anterior, en este caso es $K_{2,3} = \$504$:

$$K_{4,4} = K_{2,3} + A = \$504 + \$200 = \$704$$

El proceso se repite sucesivamente hasta evaluar los 10 periodos. Los resultados se concentran en la tabla 3.11:

Demanda	22	34	32	12	8	44	54	16	76	30
Costo por ordenar	\$200	\$200	\$200	\$200	\$200	\$200	\$200	\$200	\$200	\$200
Costo por almacenar	\$3.25	\$3.25	\$3.25	\$3.25	\$3.25	\$3.25	\$3.25	\$3.25	\$3.25	\$3.25
Periodo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	\$200	\$310.5	\$518.5	\$635.5	\$739.5	\$1454.5	\$2507.5	\$2871.5	\$4847.5	\$5725
2		\$400	\$504	\$582	\$660	\$1232	\$2109.5	\$2421.5	\$4150.5	\$4930.5
3			\$510.5	\$549.5	\$601.5	\$1030.5	\$1732.5	\$1992.5	\$3474.5	\$4157
4				\$704	\$730	\$1016	\$1542.5	\$1750.5	\$2985.5	\$3570.5
5					\$749.5	\$893	\$1244	\$1400	\$2388	\$2875
6						\$801.5	\$977	\$1081	\$1822	\$2212
7							\$1001.5	\$1054	\$1548	\$1840
8								\$1177	\$1424	\$1619
9									\$1254	\$1351
10										\$1454
K*min	\$200	\$310.5	\$504	\$549.5	\$601.5	\$801.5	\$977	\$1054	\$1,254	\$1351

Tabla 3.11. Resultados aplicando el algoritmo de Wagner-Within.



Para encontrar las cantidades a ordenar, la asignación se comienza con el último periodo (10) y hacia atrás. El costo mínimo para el periodo 10 es de \$1351 (ocurre en el renglón 9). Lo que indica que se debe ordenar en el periodo 9 lo correspondiente a la demanda de los periodos 9 y 10:

$$Q_9 = 76 + 30 = 106$$

La siguiente asignación (hacia atrás) se realiza en el periodo 8 debido a que el periodo 9 ya se consideró. El mínimo costo para este periodo ocurre en el renglón 7 (\$1054), lo que significa que en el periodo 7 se ordenará la cantidad que cubra la demanda de los periodos 7 y 8:

$$Q_7 = 54 + 16 = 70$$

Para el periodo 6 el costo mínimo ocurre precisamente en el renglón 6 (\$801.5), lo que indica que en ese periodo se ordena solo la demanda que le corresponde:

$$Q_6 = 44$$

Para el siguiente periodo (hacia atrás) el costo mínimo ocurre en el renglón 3 (\$601.5). Esto significa que en el periodo 3 se colocará una orden que cubra la demanda de los periodos 3, 4 y 5.

$$Q_3 = 32 + 12 + 8 = 52$$

Y finalmente para la siguiente asignación (también hacia atrás) el costo mínimo ocurre en el renglón 1 (\$310.5) lo que indica que en el periodo 1 se debe ordenar lo correspondiente a la demanda de los periodos 1 y 2:

$$Q_1 = 22 + 34 = 56$$

De esta forma el patrón de reabastecimiento se muestra abajo y el costo total asociado a dicho patrón es de \$1351.00.

$$Q_1 = 56$$

$$Q_6 = 44$$

$$Q_9 = 106$$

$$Q_3 = 52$$

$$Q_7 = 70$$

EJERCICIOS RECOMENDADOS.

En la siguiente tabla se resumen algunos ejercicios recomendados para practicar los conceptos acerca del tema Sistemas y modelos de inventarios. Se clasifican por autores y por nivel de dificultad.

EJERCICIOS RECOMENDADOS PARA EL TEMA 3. SISTEMAS Y MODELOS DE INVENTARIOS			
AUTOR	NIVEL DE DIFICULTAD		
	Fácil	Medio	Retador
CHASE & JACOBS	Ejercicios 3 y 9 [Capítulo 17]	Ejercicios 30 y 31 [Capítulo 17]	Ejercicio 12 [Capítulo 17]
COLLIER & EVANS	Ejercicios 15 y 22 [Capítulo 12]	Ejercicios 3,4,6,21 y 23 [Capítulo 12]	Ejercicios 7,8,16 y 20 [Capítulo 12]
KRAJEWSKI, RITZMAN & MALHOTRA	Ejercicios 6 y 7 [Capítulo 9]:1 y 3 [Suplemento C]	Ejercicios 24a [Capítulo 9]; 2, 4, 5, 6, 7, 8 y 12 [Suplemento C]	Ejercicios 1, 3, 8 y 9 [Capítulo 9]
NAHMIA	Ejercicios 10 [Sección 4.5]; 17 y 18 [Sección 4.6]	Ejercicios 10,12, 13 y 14 [Sección 4.5]; 19 y 20 [Sección 4.6]; 26, 27 y 28 [Sección 4.8]	Ejercicios 15 y 16 [Sección 4.5]; 21, 22, 23, 24 [Sección 4.7]
SIPPER & BULFIN	Ejercicios 6.15, 6.22 y 6.27	Ejercicios 6.21, 6.23, 6.26, 6.28, 6.31, 6.33 y 6.34	Ejercicios 6.16, 6.18, 6.19, 6.20, 6.24, 6.25, 6.30, 6.35, 6.36 y 6.39

REFERENCIAS DEL TEMA 3.

1. Artículos

BAÑOL, N. & HERNAN, J. (2010). *Aplicación de tres métodos de solución al problema de dimensionamiento de lotes y MRP*. Revista Scientia et Techniqa, Año XVI, No. 45 ISSN 0122-1701. [Consulta en línea el 25 marzo 2017, 10:00 hrs. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=84917249044>]

BUSTOS, C. & CHACÓN, P. (2010). *Modelos determinísticos de inventarios para demanda independiente. Un estudio en Venezuela*. Contaduría y Administración 57(3) pp. 239-258. [Consulta en línea el 24 marzo 2017, 20:00 hrs. Disponible en: <http://www.cya.unam.mx/index.php/cya/article/viewFile/405/403>]

IZAR, J. & MENDEZ, H. (s.f.). *Estudio comparativo de la aplicación de 6 modelos de inventarios para decidir la cantidad y el punto de reorden de un artículo*. Universidad de Palermo. Consulta en línea 25 marzo 2017, 23:00 hrs. Disponible en http://www.palermo.edu/ingenieria/pdf2014/13/CyT_13_16.pdf

2. Libros

CHASE, R. & JACOBS, R. (2014). *Administración de Operaciones. Producción y Cadena de Suministros*. 13ª ed. McGraw-Hill, México.

CHOPRA, S. & MEINDL, P. (2013). *Administración de la cadena de suministro*. 5ª ed., PEARSON EDUCACIÓN, México.

KRAJEWSKI, L., RITZMAN, L. & MALHOTRA, M. (2013). *Administración de Operaciones. Procesos y cadenas de suministro*. 10ª ed. PEARSON EDUCACION, México.

MUCKSTADT, J. & SAPRA, A. (2010). *Principles of Inventory Management: When You Are Down to Four, Order More*. Springer, N.Y., USA.

NAHMIAS, S. (2009). *Análisis de la producción y las operaciones*. 6ªed. McGraw-Hill, México.

SIPPER, D. & BULFIN, R. (1998). *Planeación y Control de la Producción*. McGraw-Hill, México.

ANEXO B1 EJERCICIOS DE PRONÓSTICOS

1. La demanda de un artículo se da en la tabla. Utilice suavizado exponencial con $\alpha = 0.15$ y el hecho de que el pronóstico para el periodo 13 es 255.

t	D	t	d	T	d	t	d
1	239	4	345	7	227	10	352
2	325	5	254	8	221	11	241
3	268	6	216	9	208	12	420

- a. Proporcione un pronóstico para los periodos 14 y 20.

$$F_{T+K} = S_t \rightarrow F_{13+1} = S_{13}$$

$$S_T = \alpha d_T + (1 - \alpha)S_{T-1} \rightarrow S_{13} = \alpha d_{13} + (1 - \alpha)S_{12}$$

Como se desconoce el dato real en el periodo 13 de la demanda, se puede decir que un estimado del periodo 13 (S_{13}) es el pronóstico en ese periodo ($F_{13} = 255$), lo mismo sucederá con el periodo 20.

$$F_{14} = S_{13} = 255$$

$$F_{20} = 255$$

- b. ¿Cuál sería un promedio móvil "equivalente"?

$$\alpha = \frac{2}{N + 1} \rightarrow N = \frac{2}{\alpha} - 1 = \frac{2}{0.15} - 1$$

$$N = 12$$

Un promedio móvil equivalente es tomando la totalidad de los datos de la tabla.

$$F_{13} = \frac{239 + 325 + \dots + 241 + 420}{12} = 276.33$$

- c. ¿Parecería adecuado un promedio móvil simple para estos datos?

Un promedio móvil pudiera no ser adecuado pues los datos presentan variaciones considerables de un periodo a otro, lo mejor sería analizar si la serie de tiempo tiene un comportamiento constante, tendencial o estacional.

2. Se está usando el método de Holt (suavizado exponencial doble) para pronosticar la demanda mensual de un zapato deportivo, con $\alpha = 0.1$ y $\beta = 0.2$. Las últimas estimaciones de la ordenada y la pendiente fueron 1067.2 y 21.6, respectivamente. La demanda de este mes es 1100.
- a. Proporcione su pronóstico para el mes próximo.

Se identifican los siguientes datos:

$$\alpha = 0.1, \beta = 0.2, S_{T-1} = 1067.2, B_{T-1} = 21.6, d_T = 1100.$$

Y se sustituyen en las expresiones correspondientes

$$S_T = \alpha d_T + (1 - \alpha)(S_{T-1} + B_{T-1})$$

$$S_T = 0.1(1100) + (1 - 0.1)(1067.2 + 21.6)$$

$$\boxed{S_T = 1089.2}$$

$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1 - \beta)B_{T-1}$$

$$B_T = 0.2(1089.2 - 1067.2) + (1 - 0.2)(21.6)$$

$$\boxed{B_T = 21.68}$$

$$F_{T+K} = S_T + KB_T$$

$$F_{T+1} = 1089.2 + (1)(21.68)$$

$$\boxed{K_{T+1} = 1110.88}$$

- b. Haga lo mismo para dentro de tres meses.

$$F_{T+K} = S_T + KB_T$$

$$F_{T+3} = S_T + 3B_T$$

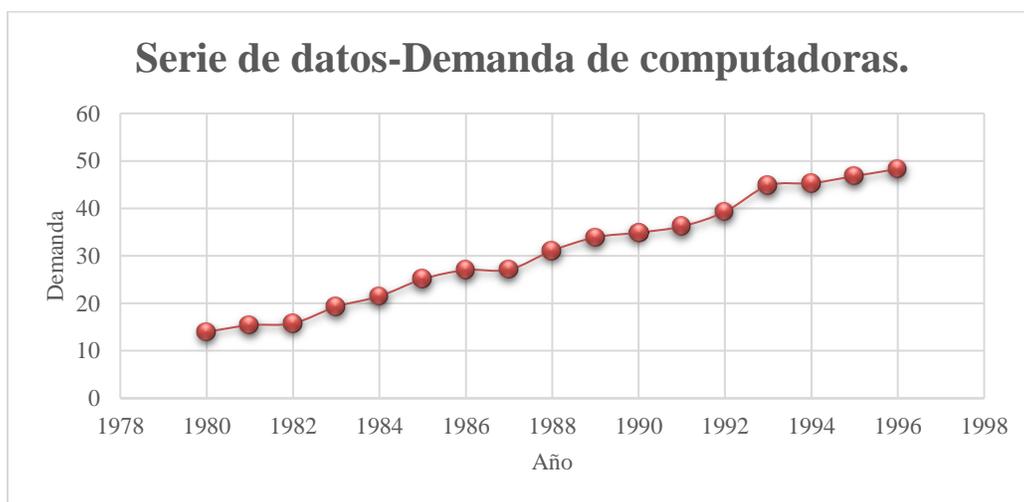
$$F_{T+3} = 1089.2 + (3)(21.68)$$

$$\boxed{K_{T+1} = 1154.24}$$

3. La corporación Compu Valu es un fabricante importante de computadoras y periféricos. Sus ventas (en millones de dólares) desde 1980 se dan en la tabla. Cuando las ventas excedan \$60 millones debe construirse una nueva planta de producción. ¿Cuándo debe terminarse la nueva planta?

Año	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
Demanda	14	15.4	15.8	19.3	21.5	25.1	27	27.1	31.1
Año	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	
Demanda	33.9	34.9	36.2	39.3	44.8	45.3	46.8	48.3	

La gráfica de la serie temporal presenta un patrón de tendencia, al resolver por lo que se utiliza regresión para obtener la recta que se ajuste a los datos.



Donde:

$$F_t = \beta_0 + \beta_1 t$$

$$\hat{\beta}_0 = 10.51$$

$$\hat{\beta}_1 = 2.27$$

$$\therefore F_t = 10.1 + 2.27t$$

Dentro de esta ecuación sustituimos a la demanda conocida ($F_t = 60$) y despejamos a t para conocer el año en que debe construirse la planta

$$F_t = 10.1 + 2.27t$$

$$t = \frac{F_t - 10.51}{2.27} = \frac{60 - 10.51}{2.27} = 21.8 \approx 22$$

La planta debe construirse en el año 22 correspondiente al año 2001

ANEXO B2 EJERCICIOS DE INVENTARIOS

1. La operación de una compañía utiliza al año 10,000 conectores para cable de cobre. La tasa interna de producción de la compañía es de 100,000 unidades anuales con un costo de producción de \$40 por unidad. Sin embargo, se tiene un costo de preparación de \$5000 y un costo anual de mantener el inventario de 20%. La compañía decidió cotizar con dos proveedores externos para ver si sus costos se reducen. El proveedor A ofrece un precio de \$44 por unidad siempre y cuando se envíe un pedido mínimo de 1000 unidades y su capacidad de producción es de 6000 unidades/año. El proveedor B fijó el precio en \$43.5 por conector con un costo fijo por envío, sin importar la cantidad, ellos pueden proporcionar hasta 4000 unidades por año. ¿Cuál debe ser la política que debe usar la compañía si no se permiten faltantes?

Solución

Datos:

	Compañía	Proveedor A	Proveedor B
Demanda anual	10,000 unidades/año	6,000 unidades/año	4,000 unidades/año
Tasa de producción	100,000 unidades/año	-	-
Costo unitario	\$40 unidad	\$44 unidad	\$43.5 unidad
Costo de ordenar/preparar	\$5000 por preparación	-	\$200 por envío
Costo anual por mantener el inventario	20%	20%	20%
		$Q_{min} = 1000$	

Primero se analiza el caso de que la empresa produzca sus propios conectores (EPQ sin faltante):

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{\Psi}\right)}} = \sqrt{\frac{2(5000)(10000)}{(0.2)(40)\left(1 - \frac{10000}{100000}\right)}} \approx 3727 \text{ unidades}$$

$$K(Q) = (40)(10000) + \frac{(5000)(10000)}{3727} + \frac{(0.2)(40)(3727)\left(1 - \frac{10000}{100000}\right)}{2}$$

$$K_{EPQ}(Q) = \$426,832.82$$

Ahora se analiza el caso de que la compañía compre los conectores al proveedor A (EOQ sin faltante). En este caso como no se conoce el costo por ordenar, se tomará a $Q^* = 1000$ unidades como tamaño de lote óptimo, a $D = 6000$ y se despejará el valor de A.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} \rightarrow A = \frac{Q^2 h}{2D} = \frac{1000^2(0.2)(44)}{2(6000)} = 733.3$$

$$K_A(Q) = (44)(6000) + \frac{(733.3)(6000)}{1000} + \frac{(0.2)(44)(1000)}{2} = \$272,799.98$$

Posteriormente se analiza al proveedor B (EOQ sin faltante) y se considera que $D = 4000$

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2(200)(4000)}{(0.2)(43.5)}} \approx 429 \text{ unidades}$$

$$K_B(Q) = (43.5)(4000) + \frac{(200)(4000)}{429} + \frac{(0.2)(43.5)(429)}{2} = \$177,730.95$$

El costo total por comprar los componentes sería:

$$K_{EOQ}(Q) = K_A(Q) + K_B(Q) = \$272,799.98 + \$177,730.95 = 450,530.93$$

Finalmente se comparan los costos entre producir o comprar los conectores:

$$K_{EPQ}(Q) = \$426,832.82 < K_{EOQ}(Q) = 450,530.93$$

El costo de producir es menor al costo de compra por lo tanto a la compañía le conviene fabricar sus propios conectores. El tamaño de lote de producción óptimo es de 3727 unidades.

2. Una compañía de bicicletas tiene una línea especial de bicicletas de montaña que tiene una demanda anual de 500 manubrios. Los manubrios se pueden comprar por \$30 la unidad o producir internamente. El costo por producir cada unidad es de \$20, la tasa de producción es de 20,000 unidades anuales; el costo de preparación es de \$110 y el de ordenar es de \$25; el costo de mantener el inventario es de 25% anual; el costo por faltante por unidad es de \$0.15 y el costo por faltante anual es de \$7.
- Determina el EPQ si no se permiten faltantes.
 - Determine EOQ con y sin faltantes.
 - ¿Qué política de inventarios es más conveniente para la compañía?

Solución

Los datos que se proporcionan en el enunciado son:

$$D = 5000 \frac{\text{manubrios}}{\text{año}}$$

$$\Psi = 20,000 \frac{\text{manubrios}}{\text{año}}$$

$$A = \$110 \text{ por preparación}$$

$$A = \$25 \text{ por ordenar}$$

$$i = 0.25$$

$$c = \$20 \text{ (si se produce)}$$

$$c = \$30 \text{ (si se compra)}$$

$$\pi = \$0.15 \text{ manubrio}$$

$$\hat{\pi} = \$7 \frac{\text{manubrio}}{\text{año}}$$

Para determinar el EPQ sin faltantes:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(110)(5000)}{(0.25)(20) \left(1 - \frac{5000}{20000}\right)}} \approx 542 \text{ manubrios}$$

$$K(Q^*) = (20)(5000) + \frac{110(5000)}{542} + \frac{5(542) \left(1 - \frac{5000}{20000}\right)}{2} = \$102,031.01$$

Ahora se calcula EOQ sin faltantes:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2(25)(5000)}{(0.25)(30)}} \approx 183 \text{ manubrios}$$

$$K(Q) = (30)(5000) + \frac{(25)(5000)}{183} + \frac{(0.25)(30)(183)}{2} = \$151,369.31$$

Finalmente se determina EOQ con faltantes:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(25)(5000)}{7.5} - \frac{((0.15)(5000))^2}{7.5(7.5 + 7)}} \sqrt{\frac{7.5 + 7}{7}} \approx 242 \text{ manubrios}$$

$$b^* = \frac{hQ - \pi D}{h + \hat{\pi}}$$

$$b^* = \frac{(7.5)(242) - (0.15)(5000)}{7.5 + 7} \approx 74 \text{ manubrios faltantes}$$

Finalmente se calcula el costo total anual promedio:

$$K(Q, b) = (30)(5000) + \frac{(25)(5000)}{242} + \frac{(242 - 74)^2(7.5)}{2(242)} + \frac{(74)^2(7)}{2(242)} + \frac{2(0.15)(5000)(74)}{2(242)}$$

$$K(Q, b) = \$151,262.43$$

∴ A la compañía de bicicletas le conviene una política de lote económico de producción sin permitir faltantes pues es la política que genera el menor costo total anual promedio.

3. Encuentre la tasa de rotación óptima $(TR)^*$ para los siguientes casos:
- El modelo EOQ, sin faltantes
 - El modelo EPQ, con faltantes (*Sugerencia: Considere el inventario promedio para el caso de faltantes*).

Solución

a.

$$\begin{aligned} & \text{Rotación del inventario anual} \\ &= \frac{12(\text{Demanda mensual promedio pronosticada en pesos})}{\text{Inversión de inventario total}} \end{aligned}$$

Mientras más alto sea el valor, más baja será la inversión en inventario. Por lo tanto:

$$(TR)^* = \frac{cD}{cQ^*} = \frac{1}{T}$$

b.

$$(TR)^* = \frac{cD}{c(I_{max} + b)}$$

Pero $I_{max} = Q \left(1 - \frac{D}{\psi}\right) - b$ por lo tanto:

$$(TR)^* = \frac{cD}{c \left(Q \left(1 - \frac{D}{\psi}\right) - b + b \right)}$$

$$(TR)^* = \frac{cD}{cQ \left(1 - \frac{D}{\psi}\right)}$$

4. Cierta artículo tiene una demanda diaria de 1000 unidades. Se compra por lotes a un costo unitario de \$5.00 y un costo de ordenar de \$80 por orden. El costo anual de mantener el inventario es 30% y los faltantes se satisfacen atrasados con un costo de \$2.00 por unidad por mes. Las órdenes de compra están programadas de manera que cada 30 días se recibe un lote. Encuentre Q^* y b^* suponiendo que un año es equivalente a 250 días.

Solución:

Los datos que proporciona el enunciado son:

$$D = 1000 \frac{\text{unidades}}{\text{día}} \left(\frac{250 \text{ días}}{1 \text{ año}} \right) = 250,000 \frac{\text{unidades}}{\text{año}}$$

$$A = \$80 \text{ por ordenar}$$

$$i = 0.30$$

$$c = \$5 \text{ unidad}$$

$$h = i * c = (0.30)(\$5.00) = \$1.5 \frac{\text{unidad}}{\text{año}}$$

$$\pi = \$0 \text{ unidad}$$

$$\hat{\pi} = \$2 \frac{\text{unidad}}{\text{mes}} \left(\frac{12 \text{ mes}}{1 \text{ año}} \right) = \$24 \frac{\text{unidad}}{\text{año}}$$

$$T = 30 \text{ días}$$

Se solicita encontrar la política óptima del inventario, para ello se comienza analizando primero el caso que la empresa ha venido aplicando que es el de programar las ordenes en un periodo fijo de 30 días (EOQ con faltante). Se sabe que la longitud del ciclo está definida por $T = \frac{Q}{D}$, de esta expresión se despeja Q para conocer la cantidad que se ordena:

$$Q = T * D = (30 \text{ días}) \left(1000 \frac{\text{unidades}}{\text{día}} \right) = 30,000 \text{ unidades}$$

Ahora se determina el nivel de faltante:

$$b^* = \frac{hQ - \pi D}{h + \hat{\pi}} = \frac{(1.5)(30000) - 0}{1.5 + 24} \approx 1765 \text{ unidades faltantes.}$$

Y también el costo total anual:

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{(Q - b)^2 h}{2Q} + \frac{b^2 \hat{\pi}}{2Q} + \frac{2\pi Db}{2Q}$$

$$K(Q, b) = (5)(250000) + \frac{(80)(250000)}{30,000} + \frac{(30,000 - 1765)^2 (1.5)}{2(30,000)} + \frac{(1765)^2 (24)}{2(30,000)} + 0$$

$$K(Q, b) = \$1,271,843.14$$

Ahora se analiza una política EOQ sin faltantes, pero considerando una cantidad Q fija:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(80)(250000)}{1.5} - 0} \sqrt{\frac{1.5 + 24}{24}} \approx 5323 \text{ unidades}$$

$$b^* = \frac{hQ - \pi D}{h + \hat{\pi}} = \frac{(1.5)(5323) - 0}{1.5 + 24} \approx 313 \text{ unidades faltantes.}$$

$$K(Q, b) = (5)(250000) + \frac{(80)(250000)}{5323} + \frac{(5323 - 313)^2 (1.5)}{2(5323)} + \frac{(313)^2 (24)}{2(5323)} + 0$$

$$K(Q, b) = \$1,257,514.69$$

Al comparar los costos totales anuales se verifica que la mejor política para la empresa es un tamaño de lote económico de $Q^* = 5,323$ unidades con un nivel de faltante $b^* = 313$ unidades ya que dicha política tiene el costo total anual mínimo $K(Q, b) = \$1,257,514.69$

5. Una compañía de juguetes tiene varias plantas de fabricación y ensamble. Una de las plantas de fabricación tiene que proveer 640 llantas de juguetes al día a la planta de ensamble. La planta tiene una capacidad de 4200 llantas al día. El costo de preparación de la producción es de \$400 y el costo de almacenaje es de \$0.30 por unidad por día, mientras que el costo de producción es de \$92 por llanta.
- Evalúe el costo mínimo promedio
 - Evalúe T , T_P , T_D , I_{Max}
 - ¿Cuál es el costo mínimo promedio diario si el costo de preparación es de \$4000? Compare.

Solución

Se trata de un problema de lote económico de producción sin faltantes. Para determinar el costo total anual es necesario calcular primero el tamaño del lote. Los datos que proporciona el enunciado son:

$$D = 640 \frac{\text{llantas}}{\text{día}}$$

$$\Psi = 4200 \frac{\text{llantas}}{\text{día}}$$

$$A_1 = \$400 \text{ por preparar}$$

$$A_2 = \$4000 \text{ por preparar}$$

$$c = \$92 \text{ unidad}$$

$$h = \$0.3 \frac{\text{llanta}}{\text{día}}$$

- a. El costo total promedio diario es de \$59,240.82 cuando el costo por preparar es de \$400.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(400)(640)}{(0.3) \left(1 - \frac{640}{4200}\right)}} \approx 1419 \text{ llantas}$$

$$K(Q^*) = (92)(640) + \frac{400(640)}{1419} + \frac{0.3(1419) \left(1 - \frac{640}{4200}\right)}{2} = \$59,240.82$$

- b. El tiempo de ciclo es:

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{1419 \text{ llantas}}{640 \frac{\text{llantas}}{\text{día}}} = 2.22 \text{ días}$$

El inventario máximo es:

$$I_{m\acute{a}x} = Q \left(1 - \frac{D}{\Psi}\right) = 1419 \left(1 - \frac{640}{4200}\right) \approx 1203 \text{ llantas}$$

El tiempo de producción es:

$$T_P = \frac{I_{max}}{\Psi - D} = \frac{1203 \text{ llantas}}{(4200 - 640) \frac{\text{llantas}}{\text{día}}} = 0.34 \text{ días}$$

El tiempo de demanda es:

$$T_D = \frac{I_{max}}{D} = \frac{1203 \text{ llantas}}{640 \frac{\text{llantas}}{\text{día}}} = 1.88 \text{ días}$$

- c. El costo total diario promedio se incrementa a \$60,021.03 cuando el costo por preparar también se incrementa. La mejor política para la juguetería es producir con un costo de preparación de \$400.00

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(4000)(640)}{(0.3) \left(1 - \frac{640}{4200}\right)}} \approx 4487 \text{ llantas}$$

$$K(Q^*) = (92)(640) + \frac{4000(640)}{4487} + \frac{0.3(4487) \left(1 - \frac{640}{4200}\right)}{2} = \$60,021.03$$

6. Lou es el gerente de compras de un fabricante de zapatos que tiene una línea de botas de escalar fuertes. Él compra las agujetas para las botas a distintos proveedores. La demanda es 30,000 pares de agujetas al año, y no se permiten faltantes. Su principal proveedor tiene el siguiente plan de descuento en todas las unidades:

CANTIDAD	PRECIO UNITARIO
$0 < Q < 1000$	\$1.00
$1000 < Q < 3000$	\$0.98
$3000 < Q < 5000$	\$0.96
$5000 < Q < \infty$	\$0.94

Lou sabe que emitir una orden le cuesta \$100 y que el costo de mantener el inventario es de 35% anual. Calcular el tamaño de lote óptimo.

Solución.

$$D = 3000 \frac{\text{pares}}{\text{año}}$$

$$A = \$100 \text{ por orden}$$

$$i = 0.35$$

Existen cuatro cortes de precios ($m = 4$) por lo tanto se supone que $Q^* = 0$; $K^*(Q^*) = \infty$ y $j = 4$. A continuación, se procede a aplicar el algoritmo para descuento en todas las unidades.

Paso 1:

$$Q_4 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_4}} = \sqrt{\frac{2(100)(30000)}{(0.35)(0.94)}} \quad \text{para } 5000 \leq Q < \infty$$

$Q_4 = 4270.5$ unidades, pero Q_4 está fuera del intervalo por lo que se va al paso 2.

Paso 2:

Debido a que $Q_4 = 4270.5$ está fuera del intervalo, se toma como cantidad mínima del intervalo a $Q_4^* = q_3 = 5000$ y se determina el costo asociado a dicha cantidad.

$$K_4(Q_4^*) = c_4D + \frac{AD}{q_3} + \frac{ic_4q_3}{2}$$

$$K_4(Q_4^*) = (0.94)(30000) + \frac{(100)(30000)}{5000} + \frac{(0.35)(0.94)(5000)}{2}$$

$$K_4(Q_4^*) = \$29,622.5$$

Paso 3: Se realiza una comparación entre la suposición inicial del costo total anual y el obtenido en el paso anterior:

$$K_4(Q_4^*) = \$29,622.5 < K^*(Q^*) = \infty$$

Por lo tanto, se sustituye $K^*(Q^*) = K_4(Q_4^*) = \$29,622.5$ con $Q^* = 5000$ y se hace $j = 4 - 1 = 3$ y se vuelve a iterar (paso 1).

Paso 1:

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_3}} = \sqrt{\frac{2(100)(30000)}{(0.35)(0.96)}} \quad \text{para } 3000 \leq Q_3 < 5000$$

$Q_3 = 4226$, está dentro del intervalo (se va al paso 4).

Paso 4: La cantidad óptima para el intervalo evaluado es: $Q_3^* = 4226$ así que se procede a calcular el costo asociado a dicha cantidad:

$$K_3(Q_3^*) = c_3D + \frac{AD}{Q_3^*} + \frac{ic_3Q_3^*}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = (0.96)(30000) + \frac{(100)(30000)}{4226} + \frac{(0.35)(0.96)(4226)}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = \$30,219.86$$

Paso 5: Se realiza una comparación entre el costo obtenido en el paso 2 y el obtenido en el paso 4.

$$K_4(Q_4^*) = \$29,622.5 < K_3(Q_3^*) = \$30,219.86$$

$$\therefore K_{min} = \$29,622.5 \text{ y } Q^* = \mathbf{5000 \text{ unidades.}}$$

Por lo tanto, el tamaño óptimo a ordenar al proveedor son 5000 pares de agujetas con un costo total (mínimo) de \$29,622.5.

7. Skatz Company es un fabricante de patines de ruedas. En su planta solo ensamblan, así que todos los componentes los compran a proveedores externos. No están contentos con el proveedor actual de ruedas por lo que decidieron buscar a un nuevo proveedor. La demanda de ruedas es de 400000 ruedas/año. La compañía ha recibido diferentes planes de precio de otros proveedores. El proveedor A ofrece una tasa pareja de \$3.00 por rueda sin importar la cantidad. El proveedor B tiene el siguiente plan de descuentos en todas las unidades:

j	Cantidad	Costo
1	$0 \leq Q < 5000$	\$3.25
2	$5000 \leq Q < 15000$	\$3.00
3	$15000 \leq Q < \infty$	\$2.60

El proveedor C ofrece un plan de descuento incremental conforme a la siguiente tabla:

j	Cantidad	Costo
1	$0 \leq Q < 10000$	\$3.25
2	$10000 \leq Q < \infty$	\$2.80

Los tres proveedores tienen la misma calidad de rueda. El costo de la orden es de \$150 y el costo de mantener el inventario se toma como 30% anual. ¿A qué proveedor deben comprarse las ruedas?

Solución:

Se analizará cada plan que ofrece cada uno de los tres proveedores. En el caso del proveedor A se tiene un modelo EOQ sin faltantes:

$$Q^* = \sqrt{\frac{2(150)(400000)}{0.3(3)}} = 11,547 \text{ ruedas}$$

$$K(Q^*) = (3)(400000) + \sqrt{2(150)(400000)(0.3)(3)}$$

$$K(Q^*)_A = \$1,210,392.31$$

El proveedor B ofrece un plan de descuentos en todas las unidades. Existen tres cortes de precios ($m = 3$) por lo tanto se supone que $Q^* = 0$; $K^*(Q^*) = \infty$ y $j = 3$. A continuación, se procede a aplicar el algoritmo para descuento en todas las unidades.

Paso 1:

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_3}} = \sqrt{\frac{2(150)(400000)}{(0.3)(2.6)}} \quad \text{para } 15000 \leq Q < \infty$$

$Q_3 = 12,403.5$ unidades, pero Q_3 está fuera del intervalo por lo que se va al paso 2.

Paso 2:

Debido a que $Q_3 = 12,403.5$ unidades está fuera del intervalo, se toma como cantidad mínima del intervalo a $Q_3^* = q_2 = 15000$ y se determina el costo asociado a dicha cantidad.

$$K_3(Q_3^*) = c_3D + \frac{AD}{Q_3^*} + \frac{ic_3Q_3^*}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = (2.6)(400000) + \frac{(150)(400000)}{15000} + \frac{(0.30)(2.6)(15000)}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = \$1,049,850$$

Paso 3: Se realiza una comparación entre la suposición inicial del costo total anual y el obtenido en el paso anterior:

$$K_3(Q_3^*) = \$1,049,850 < K^*(Q^*) = \infty$$

Por lo tanto, se sustituye $K^*(Q^*) = K_3(Q_3^*) = \$1,049,850$ con $Q^* = 15000$ y se hace $j = 3 - 1 = 2$ y se vuelve a iterar (paso 1).

Paso 1:

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2(150)(400000)}{(0.3)(3)}} \quad \text{para } 5000 \leq Q < 15000$$

$Q_2 = 11,547$, está dentro del intervalo (se va al paso 4).

Paso 4: La cantidad óptima para el intervalo evaluado es: $Q_2^* = Q_2 = 11,547$ así que se procede a calcular el costo asociado a dicha cantidad:

$$K_2(Q_2^*) = (3)(400000) + \frac{(150)(400000)}{11547} + \frac{(0.3)(3)(11,547)}{2}$$

$$K_2(Q_2^*) = \$1,210,392.31$$

Paso 5: Se realiza una comparación entre el costo obtenido en el paso 2 y el obtenido en el paso 4.

$$K_3(Q_3^*) = \$1,049,850 < K_2(Q_2^*) = \$1,210,392.31$$

$$\therefore K_{min} = \$1,049,850 \text{ y } Q^* = \mathbf{15000 \text{ unidades.}}$$

La cantidad que se debe ordenar bajo esta política es de 15000 ruedas con un costo total de \$1,049,850.

Finalmente se analiza el caso del proveedor C quien maneja un plan de descuento incremental.

Se considerarán los datos que se tienen:

$$m = 2$$

$$c_1 = \$3.25; \quad c_2 = \$2.80;$$

$$q_0 = 0; \quad q_1 = 1000; \quad q_2 = \infty;$$

Y también se calculan algunos valores que se necesitarán posteriormente:

$$C(q_{j-1}) = \left[\sum_{k=1}^{j-1} c_k(q_k - q_{k-1}) \right]$$

- $C(q_0) = \sum_{k=1}^0 c_k(q_k - q_{k-1}) = 0$
- $C(q_1) = \sum_{k=1}^1 c_k(q_k - q_{k-1}) = c_1(q_1 - q_0) = (3.25)(10000 - 0) = 32500$

Además:

- $c_1 q_0 = (3.25)(0) = 0$
- $c_2 q_1 = (2.80)(10000) = 28,000$

Paso 1: Existen tres cortes de precios ($m = 3$) por lo tanto se determinan 3 valores de Q_j^* :

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_0) - c_1 q_0]}{ic_1}} = \sqrt{\frac{2 * 400000[150 + 0 - 0]}{0.30 * 3.25}} = 11,094 \text{ ruedas}$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_1) - c_2 q_1]}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2 * 400000[20 + 32500 - 28000]}{0.30 * 2.80}} = 65,611 \text{ ruedas}$$

Paso 2: Se verifica si cada uno de los Q_j^* es factible, es decir que se encuentren en el intervalo que le corresponde:

$0 \leq Q_1^* < 10000$ pero $Q_1^* = 11,094$ ruedas por lo tanto no es factible.

$10000 \leq Q_2^* < \infty$ y $Q_2^* = 65,611$ ruedas por lo tanto es factible.

Paso 3: Solo $Q_2^* = 65,611$ es factible, por lo que se considera como el valor óptimo de todos los intervalos y se determina el costo asociado mediante la expresión siguiente:

$$K(Q) = c_j D + [A + C(q_{j-1}) - c_j q_{j-1}] \frac{D}{Q} + \frac{ic_j Q}{2} + \frac{i[C(q_{j-1}) - c_j q_{j-1}]}{2}$$

$$K(Q_2^*) = c_2 D + [A + C(q_1) - c_2 q_1] \frac{D}{Q_2^*} + \frac{ic_2 Q_2^*}{2} + \frac{i[C(q_1) - c_2 q_1]}{2}$$

$$K(Q_2^*) = 2.8(400000) + [150 + 32500 - 28000] \frac{400000}{65611} + \frac{0.3 * 2.8 * 65611}{2} + \frac{0.3[32500 - 28000]}{2}$$

$$\therefore K^*(Q_2^*) = \$1,176,580.5$$

A continuación, se presenta una tabla comparativa de los tres proveedores de ruedas.

Proveedor	Q_i^*	$K^*(Q^*)_i$
A	$Q_A^* = 11,547$	$K^*(Q^*)_A = \$1,210,392.31$
B	$Q_B^* = 15,000$	$K^*(Q^*)_B = \$1,049,850.00$
C	$Q_C^* = 65,611$	$K^*(Q^*)_C = \$1,176,580.50$

Como el criterio de elección del enfoque de optimización es el costo total promedio mínimo por unidad de tiempo, entonces la mejor opción para Skatz Company es ordenar 15, 000 ruedas al proveedor B con un costo mínimo de \$1,049,850.

8. Una compañía constructora requiere 600 lb anuales de varilla de soldadura de una aleación especial. Cada vez que colocan una orden incurren en un costo de \$8. El precio de compra depende de la cantidad ordenada y está dada por:

J	Cantidad	Costo
1	$0 \leq Q < 500$	\$0.30
2	$500 \leq Q < 1000$	\$0.29
3	$1000 \leq Q < \infty$	\$0.28

Si la tasa de mantener el inventario al año es del 20%

- ¿Cuántas unidades deben ordenarse cada vez que se coloca una orden bajo la política de descuento en todas las unidades?
- ¿Cuántas unidades deben ordenarse bajo la política de descuento incremental?

Solución

Las suposiciones iniciales son $m = 3$; $Q^* = 0$; $K^*(Q^*) = \infty$ y $j = 3$.

Paso 1:

$$Q_3 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_3}} = \sqrt{\frac{2(8)(600)}{(0.2)(0.28)}} \quad \text{para } 1000 \leq Q < \infty$$

$Q_3 = 414$ lb, pero Q_3 está fuera del intervalo por lo que se toma como cantidad mínima del intervalo a $Q_3^* = q_2 = 1000$ y se determina el costo asociado a dicha cantidad.

$$K_3(Q_3^*) = c_3D + \frac{AD}{q_2} + \frac{ic_3q_2}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = (0.28)(600) + \frac{(8)(600)}{1000} + \frac{(0.20)(0.28)(1000)}{2}$$

$$K_3(Q_3^*) = \$200.8$$

Ahora se realiza una comparación entre la suposición inicial del costo total anual y $K_3(Q_3^*)$:

$$K_3(Q_3^*) = \$200.8 < K^*(Q^*) = \infty$$

Como $K_3(Q_3^*)$ es menor que el costo inicial entonces se convierte en el nuevo $K^*(Q^*) = \$200.8$ con $Q^* = 1000$ y se hace $j = 3 - 1 = 2$ y se vuelve a iterar:

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2(8)(600)}{(0.2)(0.29)}} = 407 \quad \text{para } 500 \leq Q < 1000$$

$Q_2 = 407$ está fuera del intervalo así que se toma como cantidad mínima del intervalo a $Q_2^* = q_1 = 500$ y se determina el costo asociado a dicha cantidad.

$$K_2(Q_2^*) = c_2D + \frac{AD}{q_1} + \frac{ic_2q_1}{2}$$

$$K_2(Q_2^*) = (0.29)(600) + \frac{(8)(600)}{500} + \frac{(0.20)(0.29)(500)}{2}$$

$$K_2(Q_2^*) = \$198.1$$

Como $K_2(Q_2^*) = \$198.1$ es menor que $K_3(Q_3^*) = \$200.8$, entonces se convierte en el nuevo $K^*(Q^*) = \$198.1$ con $Q^* = 500$. Finalmente se prueba el primer intervalo ($j = 1$):

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2AD}{ic_1}} = \sqrt{\frac{2(8)(600)}{(0.2)(0.30)}} = 400 \quad \text{para } 0 \leq Q < 500$$

Debido a que $Q_1 = 400$ está dentro de su intervalo, entonces se toma como la cantidad óptima (Q_1^*) para dicho intervalo y se calcula el costo asociado:

$$K_1(Q_1^*) = c_1D + \sqrt{2ADh_1}$$

$$K_1(Q_1^*) = (0.3)(600) + \sqrt{2(8)(600)(0.2)(0.3)}$$

$$K_1(Q_1^*) = \$204$$

- a. Se realiza una comparación entre $K_1(Q_1^*) = \$204$ y $K_2(Q_2^*) = \$198.1$ siendo este último el costo mínimo y por lo tanto el óptimo. Conforme a este criterio cada vez que se coloque una orden deben pedirse 500 libras de varilla de soldadura.

En el caso de descuento incremental se tienen los siguientes datos:

$$m = 3$$

$$c_1 = \$0.30; \quad c_2 = \$0.29; \quad c_3 = \$0.28$$

$$q_0 = 0; \quad q_1 = 500; \quad q_2 = 1000; \quad q_3 = \infty.$$

Y se calculan los siguientes valores que se necesitarán posteriormente:

$$C(q_{j-1}) = \left[\sum_{k=1}^{j-1} c_k (q_k - q_{k-1}) \right]$$

- $C(q_0) = \sum_{k=1}^0 c_k (q_k - q_{k-1}) = 0$
- $C(q_1) = \sum_{k=1}^1 c_k (q_k - q_{k-1}) = c_1 (q_1 - q_0) = (0.30)(500 - 0) = 150$
- $C(q_2) = \sum_{k=1}^2 c_k (q_k - q_{k-1}) = c_1 (q_1 - q_0) + c_2 (q_2 - q_1) = (0.30)(500 - 0) + (0.29)(1000 - 500) = 295$

Además:

- $c_1 q_0 = (0.30)(0) = 0$
- $c_2 q_1 = (0.29)(500) = 145$
- $c_3 q_2 = (0.28)(1000) = 280$

Debido a que existen tres cortes de precios ($m = 3$) por lo tanto se determinan 3 valores de Q_j^* , uno para cada intervalo y luego se verifica si cada uno de los Q_j^* es factible.

$$Q_1^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_0) - c_1 q_0]}{ic_1}} = \sqrt{\frac{2 * 600[8 + 0 - 0]}{0.20 * 0.30}} = 400$$

$$Q_2^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_1) - c_2 q_1]}{ic_2}} = \sqrt{\frac{2 * 600[8 + 150 - 145]}{0.20 * 0.29}} = 519$$

$$Q_3^* = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_2) - c_3 q_2]}{ic_3}} = \sqrt{\frac{2 * 600[8 + 295 - 280]}{0.20 * 0.28}} = 702$$

De los tres valores de Q_j^* solo Q_3 no es factible pues se encuentra fuera del intervalo $1000 \leq Q < \infty$ por lo que se descarta del análisis. Para los otros dos valores de Q_j^* se calculan los costos:

$$K(Q_1^*) = c_1 D + [A + C(q_0) - c_1 q_0] \frac{D}{Q_1^*} + \frac{ic_1 Q_1^*}{2} + \frac{i[C(q_0) - c_1 q_0]}{2}$$

$$K(Q_1^*) = (0.30)(600) + [8 + 0 - 0] \frac{600}{400} + \frac{(0.2)(0.3)(400)}{2} + \frac{(0.2)[0 - 0]}{2}$$

$$K(Q_1^*) = \$204.00$$

$$K(Q_2^*) = c_2 D + [A + C(q_1) - c_2 q_1] \frac{D}{Q_2^*} + \frac{ic_2 Q_2^*}{2} + \frac{i[C(q_1) - c_2 q_1]}{2}$$

$$K(Q_2^*) = (0.29)(600) + [8 + 150 - 145] \frac{600}{519} + \frac{(0.2)(0.29)(519)}{2} + \frac{(0.2)[150 - 145]}{2}$$

$$K(Q_2^*) = \$204.60$$

Conforme al criterio del mínimo costo total anual promedio, la compañía debe ordenar 400 libras de soldadura cada vez que coloque una orden bajo la política de descuento incremental con un costo $K(Q_1^*) = \$204.00$. Sin embargo, este ejemplo muestra que por \$0.60 adicionales se pueden adquirir 119 piezas más. Tal vez la mejor política no se determine únicamente por el mínimo costo total pues podrían considerarse otros criterios como la experiencia, el costo total unitario del producto, etc.

9. Un depósito de varios artículos tiene una capacidad de almacenamiento limitada. Se tienen los datos en cuanto a la demanda D por año, el costo de ordenar A , el costo de compra unitario c en dólares y el volumen de almacenamiento f que ocupa cada unidad. La capacidad máxima en metros cúbicos del depósito es de 300 metros cúbicos, y el alquiler de la bodega es a una tasa de 20% anual. Suponga que se deben comprar dos artículos con las características siguientes:

Artículos i	1	2
D_i	325	1000
A_i	20	20
c_i	2	1
f_i	1	2

Encuentra las cantidades de pedido óptimo para estas dos cantidades que minimicen el costo total sujeto a las restricciones de almacenamiento. Considere que el presupuesto máximo C para estos pedidos no puede ser mayor de \$800.

- Formule el modelo del costo total de estos productos $K(Q_i, \lambda)$.
- Obtenga Q óptima y K óptima tal que cumpla restricciones de espacio y presupuesto utilizando los multiplicadores de Lagrange y obteniendo las derivadas del modelo formulado en el inciso a.

Solución

a.

$$K(Q_i, \lambda_1, \lambda_2) = \sum c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} + \lambda_1 \left(\sum c_i Q_i - C \right) + \lambda_2 \left(\sum f_i Q_i - F \right)$$

b.

Primero se resuelve el problema no restringido al calcular EOQ para cada producto.

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2(20)(325)}{0.2(2)}} = 180; \quad Q_2 = \sqrt{\frac{2(20)(1000)}{0.2(1)}} = 447$$

Luego se verifica si se satisfacen las restricciones de espacio y presupuesto.

$\sum_{i=1}^n c_i Q_i \leq C$ Restricción de presupuesto.

$$(2 * 180) + (1 * 447) \leq 800$$

$807 > 800 \therefore$ No satisface esta restricción.

$\sum_{i=1}^n f_i Q_i \leq F$ Restricción de espacio.

$$(1 * 180) + (2 * 447) \leq 300$$

$1047 > 300 \therefore$ No satisface esta restricción.

Como no se satisfacen las restricciones se establece la ecuación de los multiplicadores de Lagrange solo con una restricción, en este caso con la restricción de presupuesto.

$$K(Q_1, Q_2, \lambda_1) = c_1 D_1 + \frac{A_1 D_1}{Q_1} + \frac{h_1 Q_1}{2} + c_2 D_2 + \frac{A_2 D_2}{Q_2} + \frac{h_2 Q_2}{2} + \lambda_1 c_1 Q_1 + \lambda_1 c_2 Q_2 - \lambda_1 C$$

Luego se deriva parcialmente la ecuación respecto a cada una de las Q_i y respecto a λ_1 e igualando a cero cada derivada para realizar los despejes y sustituciones correspondientes para obtener los valores Q_i siguientes:

$$Q_1 = \frac{57.01}{\sqrt{0.1+\lambda_1}} ; Q_2 = \frac{141.42}{\sqrt{0.1+\lambda_1}} ; c_1 Q_1 + c_2 Q_2 = C$$

Para conocer el valor de λ_1 se sustituye Q_1 y Q_2 en la tercera ecuación:

$$\left(2 * \frac{57.01}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}}\right) + \left(1 * \frac{141.42}{\sqrt{0.1 + \lambda_1}}\right) = 800$$

Se despeja λ_1 y se tiene que $\lambda_1 = 1.95 \times 10^{-3}$ con lo que $Q_1 = 178$ y $Q_2 = 443$.

Los nuevos valores de Q_i no satisfacen la restricción de espacio:

$$\sum_{i=1}^n f_i Q_i \leq F \text{ Restricción de espacio.}$$

$$(1 * 178) + (2 * 443) \leq 300$$

$$1064 > 300 \therefore \text{No satisface esta restricción.}$$

Ahora se establece la ecuación de los multiplicadores de Lagrange, pero sólo se agrega la restricción de espacio, se obtienen los Q_i y el valor de λ_2 :

$$K(Q_1, Q_2, \lambda_2) = c_1 D_1 + \frac{A_1 D_1}{Q_1} + \frac{h_1 Q_1}{2} + c_2 D_2 + \frac{A_2 D_2}{Q_2} + \frac{h_2 Q_2}{2} + \lambda_2 f_1 Q_1 + \lambda_2 f_2 Q_2 - \lambda_2 F$$

$$\frac{\delta K(Q_1, Q_2, \lambda_1)}{\delta Q_1} = 0 = -\frac{A_1 D_1}{Q_1^2} + \frac{h_1}{2} + \lambda_1 c_1$$

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2A_1 D_1}{h_1 + 2\lambda_2 f_1}} = \sqrt{\frac{2 * 20 * 325}{(0.2 * 2) + 2\lambda_2(1)}}$$

$$Q_1 = \frac{80.62}{\sqrt{0.2 + \lambda_2}}$$

$$\frac{\delta K(Q_1, Q_2, \lambda_1)}{\delta Q_2} = 0 = -\frac{A_2 D_2}{Q_2^2} + \frac{h_2}{2} + \lambda_2 f_2$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{2A_2 D_2}{h_2 + 2\lambda_2 f_2}} = \sqrt{\frac{2 * 20 * 1000}{(0.2 * 1) + 2\lambda_2(2)}}$$

$$Q_2 = \frac{141.42}{\sqrt{0.1 + 2\lambda_2}}$$

$$\frac{\delta K(Q_1, Q_2, \lambda_1)}{\delta \lambda_1} = 0 = f_1 Q_1 + f_2 Q_2 - F \leftarrow$$

Para conocer el valor de λ_1 se sustituye Q_1 y Q_2 en la ecuación $f_1 Q_1 + f_2 Q_2 = F$

$$\left(2 * \frac{80.62}{\sqrt{0.2 + \lambda_2}}\right) + \left(1 * \frac{141.42}{\sqrt{0.1 + 2\lambda_2}}\right) = 800$$

Se despeja λ_1 y se tiene que $\lambda_1 = 0.79459$ con lo que:

$$Q_1 = 81$$

$$Q_2 = 109$$

Sólo se verifica que satisfaga la restricción de presupuesto

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i \leq C \text{ Restricción de presupuesto.}$$

$$(2 * 81) + (1 * 109) \leq 800$$

$218 < 800 \therefore$ Sí satisface esta restricción y $Q_1^* = 81$ y $Q_2^* = 109$ son óptimas

ANEXO C. RÚBRICAS DE EVALUACIÓN

RÚBRICA PARA EVALUACIÓN DE ENSAYO						
PORCENTAJE	ASPECTO A EVALUAR	ESCALA				PUNTAJE
		10	8	6	5	
10%	Estructura	En el texto se plantea una estructura completa con los siguientes elementos: presentación, argumentos, desarrollo y conclusiones.	La estructura del texto carece de uno de los siguientes elementos: presentación, argumentos, desarrollo y conclusiones.	La estructura del texto carece de dos de los siguientes elementos: presentación, argumentos, desarrollo y conclusiones.	La estructura del texto es deficiente pues sólo contiene uno de los siguientes elementos: presentación, argumentos, desarrollo y conclusiones.	
10%	Presentación	Presenta de forma clara el tema, indica el objetivo del ensayo y explica brevemente el contenido del mismo.	Presenta de forma clara el tema y explica brevemente el contenido del mismo pero el objetivo no es claro.	Tanto el tema como el objetivo del ensayo no se presentan de forma clara y el resumen del contenido que abarca el ensayo es incompleto.	No se presenta el tema, los objetivos ni se presenta el contenido.	
30%	Argumento y desarrollo.	El principal argumento del ensayo es pertinente al tema planteado, se desarrolla lógicamente y además, sugiere líneas de discusión adicionales	El principal argumento del ensayo es pertinente al tema planteado, se desarrolla lógicamente y pero no sugiere líneas de discusión adicionales	El principal argumento del ensayo no es pertinente al tema planteado o no se desarrolla lógicamente.	El principal argumento del ensayo no es pertinente al tema planteado y no se desarrolla lógicamente.	
30%	Conclusiones y propuestas	Las conclusiones están sólidamente fundamentadas en el argumento y se proponen ideas relevantes, viables y bien presentadas.	Algunos de los elementos de las conclusiones no están fundamentadas en el argumento o no se proponen ideas relevantes, viables y bien presentadas.	Las conclusiones no están fundamentadas en el argumento desarrollado y las propuestas no son relevantes o viables.	No hay conclusiones ni propuestas.	
5%	Lineamientos	Cumple con los lineamientos establecidos en cuanto a extensión, tamaño de letra, diseño de la página, citas y bibliografía.	Falta alguno de los lineamientos establecidos en cuanto a extensión, tamaño de letra, diseño de la página, citas y bibliografía.	Faltan varios de los lineamientos establecidos en cuanto a extensión, tamaño de letra, diseño de la página, citas y bibliografía.	No se siguió ninguno de los lineamientos establecidos en cuanto a extensión, tamaño de letra, diseño de la página, citas y bibliografía.	
5%	Redacción y ortografía	No hay errores de redacción ni de ortografía.	Se presentan máximo 3 errores ortográficos o de redacción.	La redacción y la ortografía se descuidaron y se presentan máximo 5 errores ortográficos o de redacción.	El texto contiene graves problemas de redacción y ortografía.	
5%	Originalidad y fuentes de información	Aborda el tema incluyendo referencias y fuentes de información variadas, actuales y confiables que mejoran la comprensión del argumento y e incluye un análisis personal.	Aborda el tema incluyendo referencias y fuentes de información variadas, actuales y confiables pero que no contribuyen a la comprensión del argumento.	Aborda el tema incluyendo referencias y fuentes de información poco variadas, no actualizadas y sin relevancia por lo que no contribuyen a la comprensión del argumento.	Aborda el tema incluyendo muy pocas referencias o fuentes de información no confiables por lo que no contribuyen a la comprensión del argumento.	
5%	Puntualidad	La entrega del trabajo respetó las fechas y horarios de entrega establecidos	-	-	La entrega del trabajo no respetó las fechas y horarios de entrega establecidos	
100%	CALIFICACION TOTAL					

RÚBRICA PARA EVALUAR TAREAS						
PORCENTAJE	ASPECTO A EVALUAR	ESCALA				Puntaje
		10	8	6	5	
10%	Puntualidad	El alumno entregó la tarea en la fecha y hora.	-	-	El alumno entregó en fecha y hora diferente.	
10%	Formato (escudos, universidad, facultad, nombre, título y # de tarea, fecha de entrega)	Contiene todos los elementos.	Omitió un elemento.	Omitió tres elementos.	Omitió todos los elementos.	
10%	Limpieza, orden y presentación	Entregó tarea limpia, ordenada conforme a las indicaciones y de forma profesional.	Entregó tarea limpia y ordenada y pero carece de elementos que caracterizan un trabajo profesional (a computadora, impreso, engrapado, hojas blancas).	Entregó tarea en desorden y sin elementos profesionales pero en el orden solicitado.	Entregó tarea sin limpieza, sin orden y sin elementos de profesionalidad.	
50%	Metodología y resultado	Aplicó la metodología apropiada para resolver la tarea, llegó al resultado correcto e interpretó los resultados adecuadamente.	Aplicó la metodología apropiada para resolver la tarea, llegó al resultado correcto pero no interpretó los resultados adecuadamente.	Aplicó la metodología apropiada para resolver la tarea, pero no llegó al resultado correcto y no hizo una buena interpretación.	No aplicó la metodología apropiada, no llegó al resultado y no realizó una interpretación adecuada.	
10%	Honestidad	Entregó tarea única y original.	-	-	Entregó una tarea copiada.	
10%	Referencias	Reportó por lo menos tres fuentes confiables indicando autor, año, título, editorial, país y número de página.	Reportó por lo menos dos fuentes confiables indicando autor, año, título, editorial, país y número de página.	Reportó por lo menos una fuente confiable indicando autor, año, título, editorial, país y número de página.	No reporta correctamente las fuentes utilizadas (libros, artículos, videos, etc).	
100%	CALIFICACION DE LA TAREA					

RUBRICA PARA EVALUAR PROYECTO FINAL						
PORCENTAJE	ASPECTO A EVALUAR	ESCALA				PUNTAJE
		10	8	6	5	
10%	Portada	Incluye: Título (tema), nombres de los integrantes del equipo, materia, facultad, universidad, profesora, fecha.	Falta 10% de los elementos requeridos	Faltan el 50% de los elementos requeridos	Sin portada	
	Título	El título del trabajo es claro y describe brevemente el contenido del mismo.	El título del trabajo es claro pero no tiene nada que ver con el contenido del mismo.	El título del trabajo es confuso	No tiene título	
	Introducción	Es un resumen de máximo 500 palabras que introduce el tema central, señala el tipo de sistema de producción y lo contextualiza en el sistema económico de México, señala la ubicación y los antecedentes de la empresa, así como la detección puntual de la problemática y su diagnóstico y expresa claramente los temas del programa de estudios que abordará y aplicará, así como la propuesta de herramientas que utilizará para la solución de las problemáticas detectadas.	Cubre la extensión solicitada, pero el tema central es introducido de manera ambigua.	Cubre una extensión fuera de lo solicitado y/o el tema central es introducido de manera superficial	Cubre una extensión fuera de lo solicitado y no es abordado el tema central solicitado.	
	Objetivo General	Se plantea de manera clara y completa	Se plantea de manera clara pero está incompleto	Su planteamiento es confuso e incompleto	Sin objetivo general	
	Objetivos Específicos	Son claros y plantean de manera completa la intención del proyecto	Se plantean de manera demasiado general y/o son confusos	Están incompletos o no se entiende el propósito de los mismos	Sin objetivos específicos	
30%	Desarrollo del tema.	Posee un diagnóstico pertinente e incorpora problemas a resolver (modelo de demanda, pronóstico a utilizar, modelo de inventarios, planeación de requerimientos de material y planeación agregada). Cumple con la definición de conceptos, definiciones matemáticas y algoritmo de solución.	Posee un diagnóstico superficial y los problemas incorporados parecen ser simulados y no tomados de un caso real, aunque los conceptos están bien definidos y los algoritmos bien aplicados.	El diagnóstico es superficial y los problemas no parecen reales o bien los conceptos no están bien definidos y los algoritmos no están bien aplicados.	El diagnóstico y los problemas propuestos son superficiales y además los conceptos no están bien definidos y los algoritmos no están bien aplicados.	
20%	Análisis de resultados	Analiza los resultados de forma crítica, objetiva y compara los resultados.	Analiza los resultados de forma crítica y objetiva pero no compara los resultados.	Analiza resultados de una forma subjetiva, poco crítica y no realiza comparación alguna.	No realiza análisis de resultados.	
10%	Conclusiones y recomendaciones.	El alumno es capaz de sintetizar si se alcanzan o no los objetivos planteados, y es capaz de emitir recomendaciones.	El alumno no es capaz de sintetizar si se alcanzan o no los objetivos planteados pero es capaz de emitir recomendaciones.	El alumno es capaz de sintetizar si se alcanzan o no los objetivos planteados pero no es capaz de emitir recomendaciones.	El alumno no es capaz de sintetizar si se alcanzan o no los objetivos planteados y no es capaz de emitir recomendaciones.	
20%	Carta del dueño de la empresa.	Contiene nombre de la persona encargada del área donde se llevará a cabo el estudio, los objetivos, el compromiso de entregar un diagnóstico de la problemática, análisis e interpretación de resultados, e incluye visto Bueno del profesor (a).	-	-	El proyecto no incluye la carta	
10%	Referencias	Todas las citas (tipo harvard) cuentan con su referencia y todas las referencias se recopilan al final usando el formato APA.	No hay citación en el texto pero la recopilación de las referencias se apega al formato APA.	No hay citación en el texto y las referencias recopiladas al final tienen un formato diferente al APA.	No hay citas ni referencias.	
100%	CALIFICACION DEL PROYECTO					

RÚBRICA DE EVALUACIÓN DE EXPOSICIONES

TEMA: _____ FECHA: _____

EXPOSITORES: _____

Instrucciones: Coloque una X en la opción que a su parecer represente de manera adecuada el desempeño de los expositores y el trabajo realizado por ellos a lo largo de su presentación.

		Malo (7)	Regular (8)	Bueno (9)	Excelente (10)
1	Dominio y profundidad en el manejo del tema.				
2	Claridad de la exposición.				
3	Elaboración y manejo de material y recursos didácticos.				
4	Planteamiento de problemas y/o actividades.				
5	Los ejemplos utilizados favorecieron la comprensión.				

Mencionen las tres ideas que consideraron más relevantes sobre la exposición de este tema:

- 1.
- 2.
- 3.

Lo mejor de esta exposición fue:

Recomendaciones y/o comentarios para mejorar la exposición:

EQUIPO EVALUADOR: _____

RÚBRICA DE EVALUACIÓN DE EXPOSICIONES

TEMA: _____ FECHA: _____

EXPOSITORES: _____

Instrucciones: Coloque una X en la opción que a su parecer represente de manera adecuada el desempeño de los expositores y el trabajo realizado por ellos a lo largo de su presentación.

		Malo (7)	Regular (8)	Bueno (9)	Excelente (10)
1	Dominio y profundidad en el manejo del tema.				
2	Claridad de la exposición.				
3	Elaboración y manejo de material y recursos didácticos.				
4	Planteamiento de problemas y/o actividades.				
5	Los ejemplos utilizados favorecieron la comprensión.				

Mencionen las tres ideas que consideraron más relevantes sobre la exposición de este tema:

- 1.
- 2.
- 3.

Lo mejor de esta exposición fue:

Recomendaciones y/o comentarios para mejorar la exposición:

EQUIPO EVALUADOR: _____