



FACULTAD DE INGENIERIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO



FACULTAD DE INGENIERIA

G- 604093

HUMBERTO GARDEA VILLEGAS

APROVECHAMIENTOS HIDROELECTRICOS Y DE BOMBEO

**DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA Y GEODESICA
DEPARTAMENTO DE HIDRAULICA**

II

300008

APUNTE
111-A

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.

1990
G.-604993



604993

APROVECHAMIENTOS HIDROELÉCTRICOS Y DE BOMBEO

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio, sin autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS © 1990, respecto a la primera edición en español por la FACULTAD DE INGENIERIA UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO Ciudad Universitaria, México 20, D.F.

PROLOGO

G- 604093

Este libro está dirigido a estudiantes, técnicos y profesionales de la ingeniería, y aunque básicamente se apoya en el punto de vista del ingeniero civil, la intención es que sea de utilidad en otras áreas relacionadas con los aprovechamientos energéticos.

Mi propósito ha sido analizar los principales problemas que se presentan al utilizar la energía del agua en las centrales hidroeléctricas y en las de bombeo, así como algunos procedimientos para resolver dichos problemas. Con esta idea parto de los fundamentos teóricos de las máquinas hidráulicas y de los fenómenos transitorios e inmediatamente expongo ejemplos que permitan concluir que, todo lo que aquí se expresa, tiene aplicaciones reales.

La obra está dividida en siete capítulos. Los dos primeros pueden considerarse introductorios, el capítulo tres presenta la teoría de la turbomaquinaria y con base en ella se explican las principales características de diseño de las turbinas hidráulicas y de las bombas. Este capítulo es además, el apoyo teórico de los capítulos cuatro y cinco, que se refieren específicamente a los problemas básicos inherentes al proyecto de una central hidroeléctrica o de una planta de bombeo, respectivamente. Por último, los capítulos seis y siete, analizan los fenómenos transitorios que afectan a ambos tipos de instalaciones, a saber, el golpe de ariete y el pozo de oscilación.

Para aquellos lectores deseosos de profundizar en ciertos temas, incluí algunos, como es el caso de la demostración de la ecuación de Euler que se presenta en el apéndice I, siguiendo un enfoque diferente del tradicional que, por cierto, también está descrito en el libro; asimismo, se trata en forma no usual el tema de la regulación en turbinas hidráulicas, al señalar exclusivamente los requisitos hidráulicos a los que se somete el regulador para mantener la frecuencia eléctrica, sin entrar en detalles sobre su mecanismo.

Por otra parte, mucho de lo que aquí se expresa, es producto de mi experiencia de muchos años colaborando en la Comisión Federal de Electricidad, en problemas relacionados con proyectos hidroeléctricos. Durante ese tiempo, el contacto que tuve con ingenieros electricistas me llevó a la conclusión de que el ingeniero civil, especializado en aprovechamientos hidroeléctricos, debe conocer algunos fundamentos de la ingeniería eléctrica y que sólo así puede salvarse la difícil barrera que separa a las dos profesiones, ya que tanto los ingenieros civiles como los electricistas muy comúnmente dejan un espacio vacío entre las responsabilidades de ambas especialidades, debido a que cada quien considera que se trata de problemas de la otra área.

Un ejemplo de lo anterior, es el ya citado sobre el comportamiento del regulador, que es un aparato automático y además, en las instalaciones modernas es generalmente electrónico, lo que podría implicar la suposición de que su funcionamiento no es de la incumbencia del ingeniero civil. No obstante, si el regulador acciona la válvula de las turbinas sometido a leyes y restricciones hidráulicas, el conocimiento de estas leyes está, sin duda, dentro del interés del ingeniero civil que participa en el proyecto de una central hidroeléctrica. Estas razones me llevaron a incluir en el libro algunos conceptos mane

jados por los ingenieros electricistas que, en mi opinión, ayudan a los ingenieros civiles a mejorar la comunicación con sus colegas de la otra área.

No puedo dejar de señalar que mi experiencia como profesor en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México, desde hace treinta años, me ha motivado a intentar explicar algunos conceptos apoyándome en las reacciones que he observado en mis alumnos al tratar diversos temas. Varios de estos buenos estudiantes, me han hecho ver que hay puntos que requieren más reflexión para ser comprendidos adecuadamente. Sus opiniones, que mucho he apreciado siempre, están presentes en esta obra.

Un libro es, sin duda, el producto de la colaboración de varias personas sin las cuales el autor se encontraría totalmente incapaz de realizarlo. Pidiendo de antemano ser disculpado por las omisiones involuntarias, debo mencionar a quienes en forma importante colaboraron conmigo.

Primeramente, agradezco al Dr. Daniel Reséndiz Núñez, Director de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, el interés que ha manifestado en promover las publicaciones de los profesores. Además debo mencionar que fueron muy valiosas las sugerencias que me hizo el Dr. Carlos Cruickshank, quien, ante mi solicitud, aceptó amablemente revisar el manuscrito. Siempre escuché agradecido sus opiniones que, en la mayoría de los casos, tomé muy en cuenta.

Por lo que respecta a la edición de la obra, puedo decir que en este renglón tuve mucha suerte, ya que conté con excelentes profesionales especializados en esta actividad que me otorgaron su apoyo sin reservas. En primer lugar deseo mencionar a las dos personas que tuvieron a su cargo la dirección de este trabajo. Ellas son la Lic. Irma Hinojosa Félix, Jefa de la

Unidad de Apoyo Editorial de la Facultad de Ingeniería en la primera etapa de la edición y la Lic. María Cuairán Ruidíaz que la sustituyó en el cargo y continuó la labor con gran diligencia.

Deseo destacar que la Lic. Hinojosa, con el ejemplar entusiasmo que la caracteriza, espontáneamente me ofreció su colaboración y la de su magnífico equipo. Por su parte, la Lic. Cuairán quien ya desde antes venía colaborando eficientemente en la revisión tipográfica, cuando asumió la jefatura retomó el proyecto con renovado vigor y celo.

La responsabilidad directa de la preparación del libro estuvo a cargo de la Lic. Amelia Guadalupe Fiel Rivera, por lo que le agradezco en forma muy especial la revisión didáctica concienzuda que realizó de todo el manuscrito y sus muy relevantes opiniones que contribuyeron en forma definitiva a mejorar la estructura temática.

El magnífico trabajo mecanográfico final, tan especializado como lo requiere un escrito de este tipo, se debe a la Sra. Araceli Mora Arceo, quien demostró además de gran profesionalismo una disposición total para realizar pacientemente ajustes y cambios en todo momento.

La gran calidad de los dibujos, indispensables en todo escrito técnico, se deben al Sr. Adán Castro Flores.

No hay duda de que la labor coordinada de las personas que forman la Unidad de Apoyo Editorial permitió llevar este proyecto a buen término en un tiempo razonable.

La mayor parte del borrador del texto, en la primera fase del trabajo, fue mecanografiado por la Srta. Rocío García y la Sra. Yolanda Chávez.

Para todas estas personas, mi profundo reconocimiento por su labor.

Por último, deseo señalar que, aunque esta presentación ha sido sujeta a cuidadosas revisiones, seguramente persisten deficiencias y la posibilidad de corregirlas está en gran parte en manos de los lectores, por lo que desde ahora los conmino a que me hagan llegar sus sugerencias y opiniones que mucho agradezco ya, desde ahora.

HUMBERTO GARDEA VILLEGAS

Cd. Universitaria, D.F., septiembre 1990.

INDICE

CAPITULO 1	CONCEPTOS BASICOS	1
1.1	POTENCIA Y ENERGÍA	1
1.2	POTENCIA TEÓRICA Y POTENCIA REAL, CASO DE LAS TURBINAS Y DE LAS BOMBAS	3
1.3	UNIDADES DE POTENCIA Y ENERGÍA	5
1.4	RELACIÓN ENTRE LA CAPACIDAD DE UNA PLANTA HIDROELÉCTRICA Y SU GENERACIÓN, FACTOR DE GENERACIÓN	8
1.5	TRANSMISIÓN DE LA ENERGÍA	11
1.6	TIPOS Y CARACTERÍSTICAS DE CENTRALES ELÉCTRICAS	13
1.6.1	Elementos principales de una planta hidroeléctrica	16
1.6.2	Curvas de demanda	17
1.6.3	Factor de planta	19
1.6.4	Curva de duración de carga	21
1.6.5	Plantas de acumulación de energía o de bombeo	22
1.7	DISTRIBUCIÓN DE FUENTES DE ENERGÍA TÉRMICAS E HIDRÁULICAS EN RELACIÓN CON EL GRADO DE INDUSTRIALIZACIÓN DE UN PAÍS	25
1.8	SITUACIÓN ELÉCTRICA DE MÉXICO	26

1.9	APROVECHAMIENTOS HIDRÁULICOS	30
	PROBLEMAS	31
 CAPITULO 2 GENERALIDADES SOBRE EL FUNCIONAMIENTO DE PLANTAS HIDROELECTRICAS		35
2.1	APORTACIONES Y DEMANDAS	35
2.2	CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO DE UNA HIDROELÉCTRICA, NIVELES DE OPERACIÓN	36
2.2.1	Consideraciones generales para definir la capacidad de una planta hidroeléctrica	38
2.2.2	Niveles o cotas de operación	39
2.2.3	Criterio de simulación para plantas hidroeléctricas.	43
 CAPITULO 3 TEORIA GENERAL DE LAS TURBOMAQUINAS.		55
3.1	MÁQUINAS HIDRÁULICAS	55
3.2	ANTECEDENTES HISTÓRICOS	56
3.3	CONCEPTO DE CARGA NETA EN TURBINAS	59
3.3.1	Turbinas de impulso	59
3.3.2	Turbinas de reacción	60
3.4	EFICIENCIA DE LA CONDUCCIÓN, DE LA TURBINA Y DEL GENERADOR	64

3.5	LEY DEL IMPULSO APLICADA AL ESTUDIO DE LAS TURBO MÁQUINAS.	65
3.5.1	Efecto de un chorro incidiendo sobre placas bifurcadas y placas planas fijas	67
3.5.2	Efecto de un chorro incidiendo sobre placas en movimiento.	69
3.5.3	Reacción de un chorro.	72
3.6	POTENCIA DESARROLLADA POR EL CHORRO SOBRE UNA PLACA EN MOVIMIENTO. PAR MOTOR	73
3.7	POTENCIA MÁXIMA DESARROLLADA POR UNA RUEDA ACCIONADA POR UN CHORRO.	75
3.7.1	Placas planas.	75
3.7.2	Placas bifurcadas. Principio de la turbina tipo Pelton	76
3.8	ELEMENTOS PRINCIPALES DE UNA TURBINA	78
3.9	ELEMENTOS PRINCIPALES DE LAS BOMBAS CENTRIFUGAS	82
3.10	DISPOSICIÓN CARACTERÍSTICA DE LOS ÁLABES EN LOS RODETES DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN Y EN LOS IMPULSORES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS	83
3.11	ECUACIÓN DE TURBINA DE EULER.	86
3.12	CONCLUSIONES BASADAS EN LA ECUACIÓN DE EULER PARA EL DISEÑO DE RODETES E IMPULSORES.	89
3.13	TAMAÑO COMPARATIVO ENTRE LAS TURBINAS DE REACCIÓN Y LAS DE IMPULSO	93

3.13.1	Expresión general para determinar el diámetro de los rodets	96
3.14	VELOCIDAD DE ENTRADA AL RODETE EN TURBINAS DE REACCIÓN	98
	PROBLEMAS	100
CAPITULO 4 TURBINAS		105
4.1	CLASIFICACIÓN GENERAL DE LAS TURBINAS	105
4.2	VELOCIDAD SÍNCRONA	110
4.3	SIMILITUD MECÁNICA EN MÁQUINAS HIDRÁULICAS	111
4.3.1	Condiciones de similitud	111
4.3.2	Leyes de similitud mecánica para máquinas hidráulicas	112
4.4	REGULACIÓN DE TURBINAS HIDRÁULICAS	129
4.4.1	Planteo del procedimiento de solución para turbinas de reacción	132
4.4.2	Planteo del procedimiento de solución para turbinas de impulso	136
4.5	TURBINA ESPECÍFICA. SELECCIÓN DE TURBINAS	146
4.6	NÚMERO Y TIPO DE UNIDADES	151
4.6.1	Valores máximos de N'_s en función de H. Número mínimo de unidades	153

4.7	CAVITACIÓN EN TURBINAS. ALTURA DE SUCCIÓN	158
4.8	TURBINA UNITARIA	168
4.9	FÓRMULAS PARA TRANSLADAR LA EFICIENCIA DE UNA TURBINA A OTRA SEMEJANTE QUE TRABAJE CON CARGA Y/O DIÁMETRO DISTINTO	170
4.10	CURVAS DE ISOEFICIENCIA. RANGOS DE OPERACIÓN DE LAS TURBINAS	171
4.11	DIMENSIONES PRINCIPALES DE LAS TURBINAS	184
	4.11.1 Turbinas Pelton.	184
	4.11.2 Turbinas Francis y Kaplan.	187
4.12	CASA DE MÁQUINAS	189
	4.12.1 Dimensiones de la casa de máquinas	190
	PROBLEMAS.	192
CAPITULO 5 BOMBAS CENTRIFUGAS		199
5.1	GENERALIDADES	199
5.2	ESQUEMAS DE INSTALACIÓN	200
5.3	TIPOS PRINCIPALES Y SELECCIÓN DE BOMBAS CENTRÍFUGAS .	203
5.4	TIPO DE BOMBAS CENTRÍFUGAS SEGÚN SU FORMA DE OPERAR .	205
5.5	PÉRDIDAS EN LAS INSTALACIONES DE BOMBEO.	206

5.6	VELOCIDAD DE GIRO EN BOMBAS	208
5.7	CARGA DINÁMICA DE LA BOMBA	209
5.8	CURVAS DE CARGA DEL PROYECTO Y DE LA BOMBA. PUNTO OPTIMO DE OPERACIÓN. ZONA DE OPERACIÓN	213
5.9	CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BOMBAS	218
5.10	CAVITACIÓN EN BOMBAS	219
5.11	PRUEBAS DE CAVITACIÓN. CURVAS CSPN-Q	231
5.12	CARTAS DEL INSTITUTO DE HIDRÁULICA DE EJA PARA DETER MINAR LA VELOCIDAD ESPECÍFICA MÁXIMA PERMISIBLE EN BOMBAS	238
5.13	FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO DE SISTEMAS DE BOMBAS	247
5.13.1	Instalación en serie	249
5.13.2	Instalación en paralelo.	251
5.13.3	Curvas de carga de sistemas de bombas.	253
5.14	SIMILITUD MECÁNICA EN BOMBAS	256
5.14.1	Recorte de impulsores.	257
	PROBLEMAS.	263
	CAPITULO 6 GOLPE DE ARIETE	281
6.1	GENERALIDADES	281

6.1.1	Síntesis histórica de los estudios sobre el golpe de ariete	286
6.1.2	Conceptos principales utilizados en el análisis del golpe de ariete	286
6.2	CÁLCULO DEL ESPESOR DE UNA TUBERÍA DE SECCIÓN CIRCULAR	288
6.3	FÓRMULA DE JOUKOVSKY	290
6.4	ECUACIONES DEL GOLPE DE ARIETE	292
6.4.1	Ecuación dinámica	293
6.4.2	Ecuación de continuidad	296
6.5	SOLUCIÓN DE ALLIEVI PARA LAS ECUACIONES DEL GOLPE DE ARIETE	300
6.6	LEYES DE CIERRE Y APERTURA LINEAL	309
6.7	DURACIÓN DE LAS SOBREPRESIONES PARA CIERRE BRUSCO EN DIFERENTES SECCIONES DE LA TUBERÍA	311
6.8	DISTRIBUCIÓN LINEAL DE LAS PRESIONES GENERADAS POR EL GOLPE DE ARIETE CON RESPECTO A LOS PERÍODOS COMPLETOS	317
6.9	ZONA PENDULAR PARA EL CASO DEL CIERRE	318
6.10	NECESIDAD DE MEDIR EL TIEMPO DE MANIOBRA EN PERÍODOS	320
6.11	GRÁFICAS DE ALLIEVI PARA VALORES EXTREMOS	322
6.12	PRESIONES A LO LARGO DE LA TUBERÍA, TRAMOS CON DIFERENTES ESPESORES Y DIÁMETROS	325

6.13	CASO EN QUE HAY POZO DE OSCILACIÓN	328
6.14	FÓRMULA DE MICHAUD	329
	PROBLEMAS	332
CAPITULO 7 POZO DE OSCILACION		337
7.1	GENERALIDADES	337
7.2	FUNCIONAMIENTO DEL POZO	340
7.3	TIPOS DE INSTALACIÓN.	342
7.4	CONDICIONES PARA UN BUEN DISEÑO	343
7.5	ECUACIONES DEL POZO DE OSCILACIÓN	343
	7.5.1 Ecuación dinámica del pozo de oscilación . . .	345
	7.5.2 Ecuación de continuidad	348
7.6	SOLUCIÓN TEÓRICA DE LAS ECUACIONES DEL POZO DE OSCILACIÓN	349
7.7	ESTABILIDAD DEL POZO DE OSCILACIÓN.	353
7.8	SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES DEL POZO DE OSCILACIÓN.	354
	7.8.1 Método numérico de Scimemi para resolver las ecuaciones del pozo de oscilación	355

7.9	FÓRMULAS PARA CALCULAR LAS OSCILACIONES EXTREMAS EN POZOS CILÍNDRICOS SIMPLES	362
7.9.1	Fórmulas de Forchheimer	362
7.9.2	Fórmulas de Braun	363
7.10	TIPOS DE POZOS DE OSCILACIÓN Y SUS CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES	366
7.10.1	Pozo con diafragma	367
7.10.2	Pozo de oscilación con cámaras de expansión.	368
7.10.3	Pozo diferencial tipo Johnson.	370
7.10.4	Pozo vertedor.	371
7.10.5	Sistemas de pozos.	372
APENDICE I	ECUACION DE TURBINA DE EULER (1754)	375
APENDICE II	CARACTERISTICAS DE ALGUNAS INSTALACIONES DE BOMBEO	381
BIBLIOGRAFIA	383
INDICE ANALITICO	389

$$\theta = \frac{T_c}{T}$$

$$T = \frac{2L}{a}$$

$$\eta_i = 1 - \frac{k}{\theta}$$

t (seg)	$i = \frac{T}{t}$	η_i
0	0	1
2	1	0.75
4	2	0.5
6	3	0.25

$$a = \frac{1}{\sqrt{\rho \left(\frac{1}{E_a} + \frac{1}{E_c} \frac{D}{\theta} \right)}}$$

$-a = \dots$
 E_t - material

$$E = \frac{a V_0}{2g H_0}$$

$$z_i^2 = \frac{H_i}{H_0}$$

$$V_0 = \frac{Q}{A}$$

z_i	z_i^2	H_i
1	1	150

$$z_i^2 + z_{i-1}^2 - 2 = 2.61 (\eta_i - \eta_{i-1})$$

$$z_i^2 + z_{i-1}^2 - 2 = 2.61 (\eta_{i-1} z_{i-1} - \eta_i z_i)$$

Para $i=1$

$$z_i^2 + 1 - 2 = 2.61 (1 - 0.75 z_1)$$

CAPITULO 1 CONCEPTOS BASICOS

1.1 POTENCIA Y ENERGÍA

Para caracterizar un aprovechamiento energético, es indispensable indicar su potencia y la energía que produce durante de terminado tiempo. Este hecho reviste aún mayor importancia en el caso particular de las centrales hidroeléctricas, debido a que en ellas, la energía producida tiene un valor prácticamente invariable, mientras que su potencia puede estar afectada por otras características del sistema. Con el fin de apoyar más adelante estos argumentos, se considera conveniente exponer brevemente los conceptos mencionados y relacionarlos específicamente con los aprovechamientos hidroeléctricos.

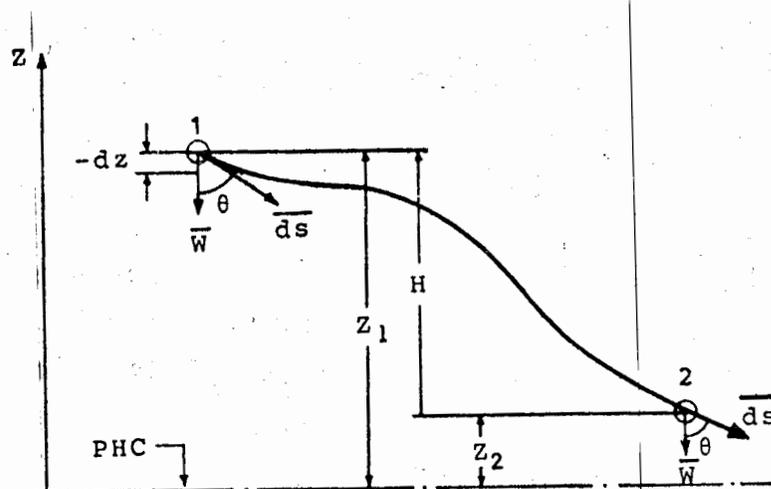


Figura 1.1

En la figura 1.1 se representa una partícula de peso \bar{W} que sigue una trayectoria del punto 1 al 2. El trabajo desarrollado por dicha partícula al desplazarse una distancia $|\overline{ds}|$ es el producto escalar:

$$d\tau = \bar{W} \cdot \overline{ds} = |\bar{W}| |\overline{ds}| \cos\theta$$

y como $|\overline{ds}| \cos\theta = -dz$, si W es el módulo del vector \bar{W} , puede escribirse:

$$d\tau = -Wdz$$

siendo el trabajo desarrollado entre los puntos 1 y 2 cualquiera que sea la trayectoria recorrida:

$$\tau = -W \int_1^2 dz = -W(Z_2 - Z_1) = WH$$

y la potencia correspondiente, si el desplazamiento se hizo en un tiempo t :

$$P = \frac{\tau}{t} = \frac{WH}{t} = \frac{\gamma V}{t} H \quad (\gamma \text{ es el peso específico de la partícula y } V \text{ su volumen}).$$

Ahora bien, supóngase que no se trata de una sola partícula sino de un líquido incompresible, que es conducido por un tubo del punto 1 al 2 y que V es el volumen que pasa por cualquier sección del tubo en el tiempo t , es decir el gasto Q es V/t , la expresión anterior lleva a concluir que la potencia desarrollada por el líquido en movimiento es:

$$P = \gamma QH \quad (1.1.a)$$

Por otra parte, un aprovechamiento hidroeléctrico no puede caracterizarse completamente sólo por su potencia sino además, y en forma muy importante, por el tiempo en que ésta puede utilizarse. A este concepto se le llama *energía* y representa el trabajo desarrollado en un cierto tiempo, esto es, el producto de la potencia por dicho tiempo que generalmente se expresa en horas aprovechadas, es decir:

$$\text{Energía} = \text{Potencia} \times \text{tiempo en horas} \quad (1.1.b)$$

Al especificar la energía producida en una planta, es necesario indicar *en qué período se produce*, por ejemplo: no tiene ningún significado decir que una planta produce x cantidad de kilowatts-hora si no se especifica en cuánto tiempo (en un mes, en un año, etc.).

1.2 POTENCIA TEÓRICA Y POTENCIA REAL. CASO DE LAS TURBINAS Y DE LAS BOMBAS

La expresión (1.1.a) representa la *potencia teórica*, que es la que posee el líquido inmediatamente antes de ser utilizado por una turbina hidráulica. La potencia que es entregada por la turbina al generador o la que un motor transmite a la bomba para que ésta produzca la carga necesaria, se llama *potencia real* y su significado requiere de una explicación para cada caso, como se podrá advertir a continuación.

a. Turbinas

En la figura 1.2 se observa que si el agua baja por gravedad para transmitir su energía a una turbina, la carga de que dispone al entrar en contacto con la máquina, no es H_b llamada *carga bruta*, sino $H_b - h_f$. Por tal razón, la potencia entregada a la turbina o potencia teórica es:

$$P = \gamma Q (H_b - h_f) = \gamma Q H$$

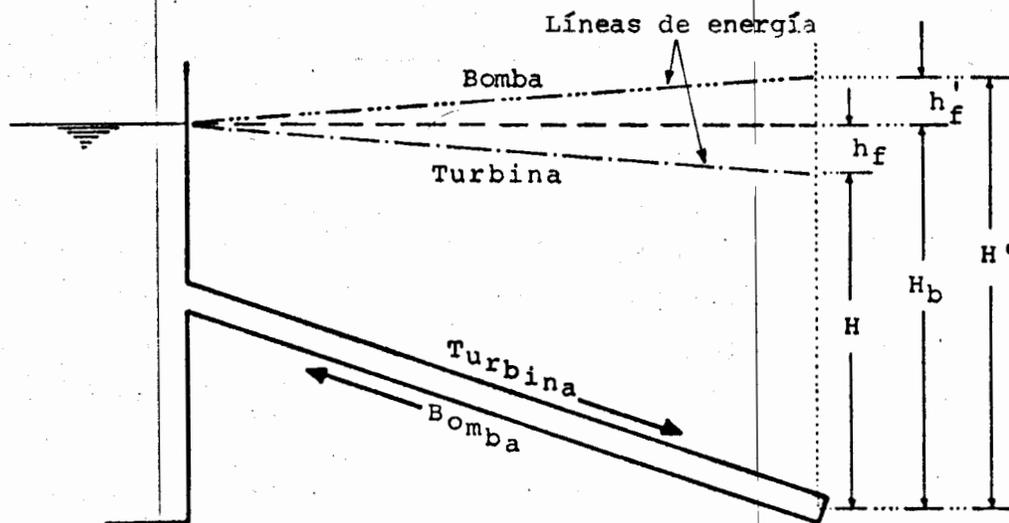


Figura 1.2

Sin embargo, dentro de la turbina hay pérdidas que se involucran en un factor η llamado *eficiencia*; así, la potencia real entregada por la turbina es un poco menor, a saber:

$$P_R = \eta \gamma Q H \quad (1.2.a)$$

siendo entonces:

$$\eta = \frac{\text{Potencia real}}{\text{Potencia teórica}}$$

b. Bombas

Para el caso de las bombas, la potencia real es la que debe proporcionarse a la bomba para que ésta eleve el agua. Sin embargo, la bomba no debe vencer únicamente el desnivel H_b que aparece en la figura 1.2 sino también las pérdidas en la conducción h'_f , es decir, la bomba debe entregar una potencia teórica:

$$P = \gamma Q(H_b + h'_f) = \gamma QH'$$

Pero el motor que acciona a la bomba necesita proporcionarle una potencia mayor que la anterior, de manera que se venzan las pérdidas de la misma bomba, representadas por su eficiencia η' por lo que la potencia real en este caso es:

$$P_R = \frac{\gamma QH'}{\eta'} \quad (1.2.b)$$

1.3 UNIDADES DE POTENCIA Y ENERGÍA

Las unidades fundamentales del Sistema MKS son:

Longitud	metro	m
Tiempo	segundo	s
Masa	kilogramo	kg

Las unidades de este sistema son comúnmente utilizadas en los aprovechamientos hidráulicos, asimismo como las siguientes derivadas del Sistema Internacional de Unidades:

UNIDAD	DESIGNACION	EQUIVALENCIA	SIMBOLO
FUERZA	1 newton	1 kg·m/s ²	N
PRESION	1 pascal	1 N/m ² 1 kg/m·s ²	Pa
TRABAJO	1 joule	1 N·m 1 kg·m ² /s ²	J
POTENCIA	1 watt	1 J/s 1 kg·m ² /s ³	W

Sin embargo, el Sistema Gravitacional que podría considerarse el natural ya que es al que cotidianamente estamos sometidos, tiene las siguientes unidades:

UNIDAD	EQUIVALENCIA
Fuerza*	1 kg _f = 1 kg × 9.81 m/s ² = 9.81 N
Trabajo	1 kg _f · m = 1 kg × 9.81 m ² /s ² = 9.81 J
Potencia	1 kg _f m/s = 1 kg × 9.81 m ² /s ³ = 9.81 W

* 1 kilogramo fuerza

Al calcular, por ejemplo, una potencia con la fórmula: $P = n\gamma QH$, se obtiene el resultado en kg_f·m/s, y si se desea conocer su valor en watts, habrá que multiplicar el resultado obtenido por la equivalencia vista arriba, es decir, por 9.81. Luego, la potencia real en watts estará dada por la expresión:

$$P = 9.81 n\gamma QH ; \quad [W] \quad (1.3.a)$$

para turbinas, y:

$$P = \frac{9.81 \gamma QH}{\eta} ; \quad [W] \quad (1.3.b)$$

para bombas.

Generalmente se manejan los resultados en kilowatts **KW** (1 KW = 1000 W) y como para el agua $\gamma = 1000 \text{ kg}_f/\text{m}^3$, las expresiones anteriores pueden escribirse para kilowatts eliminando γ , es decir:

$$P = 9.81 \eta QH ; \quad [KW] \quad (1.3.a')$$

o

$$P = \frac{9.81 QH}{\eta} ; \quad [KW] \quad (1.3.b')$$

respectivamente.

En los países donde se aplica el Sistema Métrico, es común utilizar como unidad de potencia el *caballo de vapor* que se abrevia: CV y su equivalencia arbitraria es:

$$1 \text{ CV} = 75 \text{ kg}_f \text{ m/s}$$

luego, la potencia en CV para el caso en estudio es:

$$P = \frac{\eta \gamma QH}{75}$$

$$P = 13.33 \eta QH ; \quad [CV] \quad (1.3.c)$$

Asimismo, en los países de habla inglesa se utiliza como unidad de potencia el *horse power* cuya abreviatura es HP y equivale a:

$$1 \text{ HP} = 550 \text{ lb}_f \cdot \text{ft/s} = 76.159 \text{ kg}_f \text{ m/s}$$

entonces, la potencia en HP es:

$$P = 13.13 \text{ nQH} ; \quad [\text{HP}] \quad (1.3.ch)$$

En los sistemas energéticos, la unidad más utilizada es el watt y sus múltiplos, que son:

UNIDADES DE POTENCIA	SIMBOLO Y EQUIVALENCIA
1 megawatt	1 MW = 1000 KW
1 gigawatt	1 GW = 1000 MW
1 terawatt	1 TW = 1000 GW

Por lo que se refiere a las unidades de energía, también llamadas "de generación", se utilizan las siguientes (ver tema 1.1):

UNIDADES DE ENERGIA	SIMBOLO Y EQUIVALENCIA
1 watt - hora	1 WH
1 kilowatt - hora	1 KWH = 1000 WH
1 megawatt - hora	1 MWH = 1000 KWH
1 gigawatt - hora	1 GWH = 1000 MWH
1 terawatt - hora	1 TWH = 1000 GWH

1.4 RELACIÓN ENTRE LA CAPACIDAD DE UNA PLANTA HIDROELÉCTRICA Y SU GENERACIÓN. FACTOR DE GENERACIÓN

La verdadera capacidad de una instalación hidroeléctrica no es su potencia, debido a que ésta tiene un significado instantáneo, sino el tiempo que dicha potencia pueda sostenerse, es de

cir, la energía que la planta sea capaz de proporcionar durante un período determinado. A esta energía producida se le llama *generación* y es una particularidad de las hidroeléctricas, ya que una planta térmica puede dar tanta generación como sea la cantidad de combustible que se le suministre, de acuerdo, claro, también con su potencia instalada. En cambio, la cantidad de agua disponible en la hidroeléctrica en un cierto lapso es finita e independiente de la potencia que se instale.

Existe una relación entre el volumen utilizado por una planta hidroeléctrica V , su carga media H_m y la energía producida E durante el tiempo T . Esta relación, llamada *factor de generación*, es útil en anteproyectos porque proporciona una idea rápida de la generación, que puede obtenerse de la planta en cuestión por cada m^3 que pase por sus turbinas. En efecto, según la definición (1.1.b), la energía proporcionada por una hidroeléctrica durante T horas, es la siguiente:

$$E = \eta \gamma Q H_m T$$

y como Q se expresa comúnmente en m^3/s y T debe estar en horas, la expresión anterior puede escribirse:

$$E = K \eta \gamma \frac{V}{T \cdot 3600} H_m T$$

Siendo K el factor necesario para expresar la generación en las unidades deseadas. Simplificando y ordenando convenientemente:

$$E = \frac{H_m}{\frac{3600}{K \eta \gamma}} V$$

y el factor de generación fg es el término:

$$fg = \frac{H_m}{\frac{3600}{K\eta}}$$

es decir, la relación entre la energía producida y el volumen utilizado en un lapso definido es:

$$E = fg V$$

Las unidades de fg dependen de las que se escojan para la energía y para el volumen. Por ejemplo: si E se presenta en KWH y V en m^3 : $K\eta = 9.81 (1.3.a')$ fg estará expresado en KWH/m^3 y su valor será:

$$fg = \frac{H_m}{\frac{3600}{9.81\eta}} \quad (1.4.a)$$

Los ingenieros proyectistas de la Comisión Federal de Electricidad, a menudo utilizan en anteproyectos: H_m como la carga bruta media y el producto $9.81 \eta = 8.00$, como un valor aproximado en el que η significa la eficiencia combinada de la conducción, de la turbina y del generador (véase tema 3.4).

En estas condiciones:

$$fg = \frac{H}{450}$$

desde luego, éste no es un valor preciso, ya que las eficiencias varían con los gastos y cargas; sin embargo, la experiencia ha indicado que en cálculos preliminares se pueden obtener resultados aceptables con este factor de generación. Por otra parte, si se desea precisión deben considerarse en forma rigurosa todas las demás características del proyecto.

Ejemplo 1.1

Una planta hidroeléctrica trabaja con los siguientes datos:

$$H = 90.00 \text{ m}$$

$$9.81 \eta = 8.00$$

$$V = 3 \times 10^6 \text{ m}^3 \text{ por mes}$$

Calcule su factor de generación y la energía que produce en un año.

Solución:

$$fg = \frac{90}{450} = 0.20 \text{ KWH/m}^3 = 0.20 \text{ GWH/mill.m}^3$$

$$E = 0.20 \times 3 \times 12 = 7.2 \text{ GWH/año}$$

1.5 TRANSMISIÓN DE LA ENERGÍA

En 1886, Marcel Deprez y Arsene D'Arsonoval, físicos franceses inventaron la forma de transmitir la energía eléctrica. Este descubrimiento tiene una gran trascendencia para el ingeniero civil, porque a partir de ese momento fue posible desarrollar muy ampliamente las centrales hidroeléctricas.

El principio es el siguiente:

1. Los elementos Q y H producen energía mecánica en el ro dete de la turbina. Dicha energía es transmitida al generador que a su vez produce electricidad a bajo voltaje:

13.8 y 17 KV en México (en otros países 21 KV). El bajo voltaje es para evitar aislamientos caros entre los alambres de la bobina del generador.

2. Línea de transmisión. Una vez salida la energía del generador es necesario subir el voltaje para hacer la transmisión por los cables. La relación potencia, intensidad, voltaje es: $P = f_p IV$.

El voltaje V equivale a la carga H en términos hidráulicos, la intensidad I al gasto Q y f_p llamado *factor de potencia*, es equivalente a la eficiencia η de las turbinas. Para una potencia dada, al subir el voltaje se baja la intensidad y pueden ponerse cables de menor diámetro, lo que es la razón económica más importante para hacerlo.

El voltaje se eleva con sistemas de transformadores llamados *subestaciones elevadoras* y cuyo símil hidráulico es obviamente la bomba hidráulica. Así como sucede con las conducciones hidráulicas, durante la transmisión se pierde carga y cada determinada longitud hay necesidad de sobreelevar el voltaje con otra subestación. En México, el voltaje de transmisión es de 230 KV ó 440 KV y se piensa construir líneas con 800 KV, ya sea con corriente directa o alterna. Con corriente directa hay menos pérdidas pero el equipo necesario es mucho más costoso.

Una vez que se llegó al centro de consumo, se baja el voltaje para repartirlo por la ciudad a 6000 ó 13000 volts, utilizando las llamadas *subestaciones reductoras*. Este voltaje se transmite por las calles y con transformadores colgados de los postes de luz se baja aún más (a 115 V ó 220 V) para entre-

garlo al consumo doméstico. Si la ciudad es muy grande, puede convenir instalar varias subestaciones reductoras en ella. En la figura 1.3 se indica esquemáticamente el proceso de transmisión de la energía, desde su origen en la planta hidroeléctrica hasta el centro de consumo.

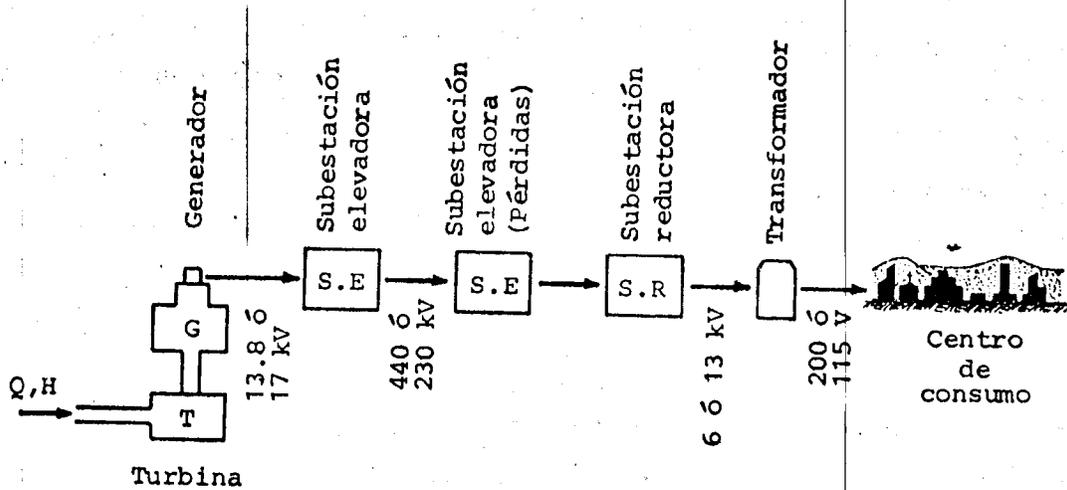


Figura 1.3

1.6 TIPOS Y CARACTERÍSTICAS DE CENTRALES ELÉCTRICAS

En términos generales, puede decirse que la energía eléctrica proviene de dos fuentes principales, por lo menos en nuestro país, a saber: *hidráulicas y térmicas*, en las segundas quedan incluidas las nucleares. En las plantas en que se utiliza este último tipo de energía, sólo es distinta la fuente de energía calorífica que se usa para producir el vapor.

Sin embargo, una visión más completa de las fuentes de energía eléctrica puede ser la siguiente:

- 1) Hidroeléctricas
- 2) Termoeléctricas
- 3) Geotérmicas (Cerro Prieto, B.C., Los Azufres)
- 4) Nucleares (Laguna Verde, Ver.)
- 5) Eólicas
- 6) Maremotrices
- 7) Solares (San Luis de la Paz: en etapa de prueba).

Actualmente en México, las plantas más importantes son las hidroeléctricas, las termoeléctricas y últimamente las nucleares. Por esta razón, se hará un breve comentario sobre sus características principales, aunque en forma meramente cualitativa. En el cuadro 1.1 se presentan estos tres tipos de plantas y se hace una comparación entre ellas.

Tipo	(a) Inversión Inicial/KW	(b) Operación y Mantenimien to	(c) Confiabi lidad *	(d) Componente Económica Nacional
1. Hidroeléctrica (con Térmica)	ALTA	BAJO	BAJA	ALTA
2. Termoeléctrica (con Hidroeléc trica)	BAJA	MUY ALTO	ALTA	MUY BAJA
3. Nuclear (con Termoeléc trica)	MUY ALTA	ALTO	MUY BAJA	MUY BAJA (casi nula)

Cuadro 1.1

* El término "confiabilidad" está ligado a la probabilidad de que no haya fallas (se acepta normalmente una falla de tres días por año), y sea posible proporcionar siempre el servicio.

Comentarios al cuadro 1.1:

- 1.a. Incluye: Presa, caminos de acceso, campamentos, casa de máquinas, subestaciones y línea de transmisión (cuyo costo puede ser incluso mayor que el de la presa).
- 1.b. Se supone que el agua no cuesta además de ser un recurso renovable. Se requieren pocos empleados. Toma variaciones de potencia sin alterar su eficiencia notablemente.
- 1.c. Sólo supeditada a la disponibilidad del agua, ya que con un mantenimiento adecuado las turbinas no deben fallar. Sin embargo, la confiabilidad es baja porque nunca puede garantizarse la disponibilidad del agua necesaria.
- 1.d. La ingeniería civil es casi totalmente nacional excepto la maquinaria empleada y un poco de asesoría.
- 2.a. La línea de transmisión es más corta aunque los ecologistas exigen que la planta no se construya demasiado cerca de los centros de consumo. La obra civil que requiere no es de gran consideración.
- 2.b. Depende del costo de los combustibles que es de esperarse siga en ascenso. Además el combustible debe transportarse hasta la planta. Su eficiencia es mucho menor que la de una hidroeléctrica y baja mucho al variar la potencia. Requiere más gastos de mantenimiento y más personal.
- 2.c. Se supone que siempre se dispone del combustible necesario. Esta hipótesis hace a las termoeléctricas los elementos básicos para dar confiabilidad al sistema.
- 2.d. Casi todo es importado.

- 3.a. Su costo es elevado porque la tecnología y la fabricación de sus componentes son extranjeras.
- 3.b. Se supone que el bajo costo del combustible es su principal cualidad. Sin embargo, su eficiencia es muy sensible a los cambios de carga.
- 3.c. Aun bajo controles muy rigurosos, el hecho de que se presente una falla puede causar daños a la vida y a la salud de consecuencias incalculables por efecto de la radioactividad.
- 3.d. Prácticamente todo es importado: proyecto, equipo, asesores, etc.

1.6.1 Elementos principales de una planta hidroeléctrica

En la figura 1.4 se representa esquemáticamente una planta hidroeléctrica con sus elementos principales. La función de cada uno de ellos se explicará con detalle en capítulos posteriores. Por ahora, se pretende indicar únicamente las obras necesarias para conducir el agua desde el embalse (o vaso) hasta la turbina.

En el esquema puede observarse que la turbina y el generador están conectados por una flecha, de manera que el giro de la turbina se transmite directamente al generador y una vez producida la energía eléctrica es conducida a la subestación elevadora S.E. y de allí a la línea de transmisión, L.T.

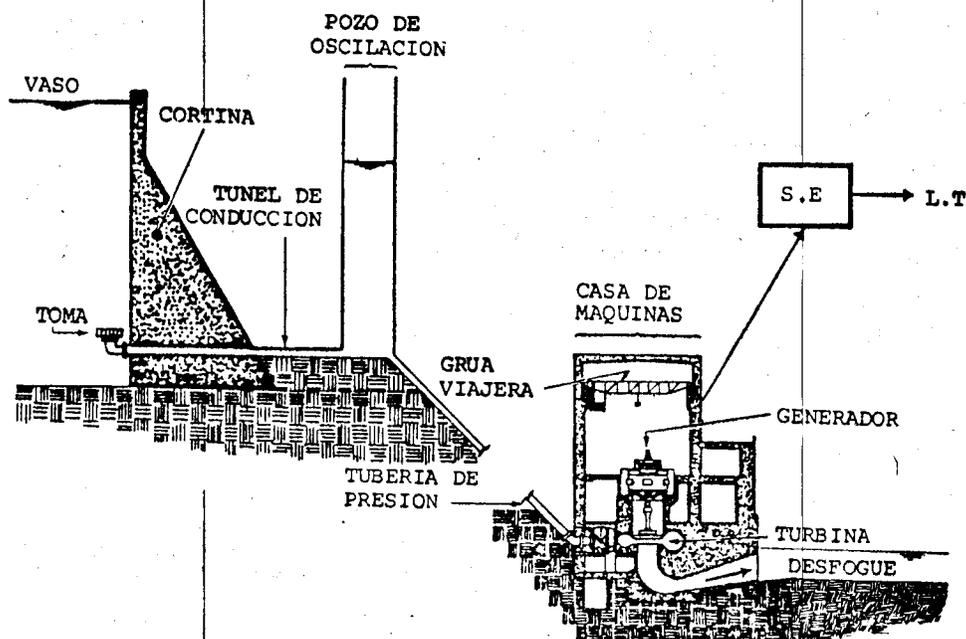


Figura 1.4

1.6.2 Curvas de demanda

La representación cronológica de la relación "tiempo-potencia demandada" se llama *curva de demanda*, y el área bajo dicha curva es la energía pedida en un lapso determinado. Si esta gráfica reproduce el funcionamiento de una central en particular se denomina *curva de operación*. En la figura 1.5 se representa una curva de demanda típica de un centro de consumo. Una vez conocida la curva de demanda se debe resolver el problema siguiente: ¿con qué tipo de máquina debe proporcionarse la energía pedida? Por las razones señaladas en el tema 1.6 (comentario 2.c.), un sistema integrado de potencia debe contar con máquinas hidráulicas y térmicas. En general, las hidráulicas toman con facilidad las variaciones de potencia sin afectar mucho su eficiencia, y exactamente sucede lo contrario con las térmicas. Es por eso conveniente que cada tipo de máquina se coloque en la curva en una forma semejante a la indicada en la figura 1.5.

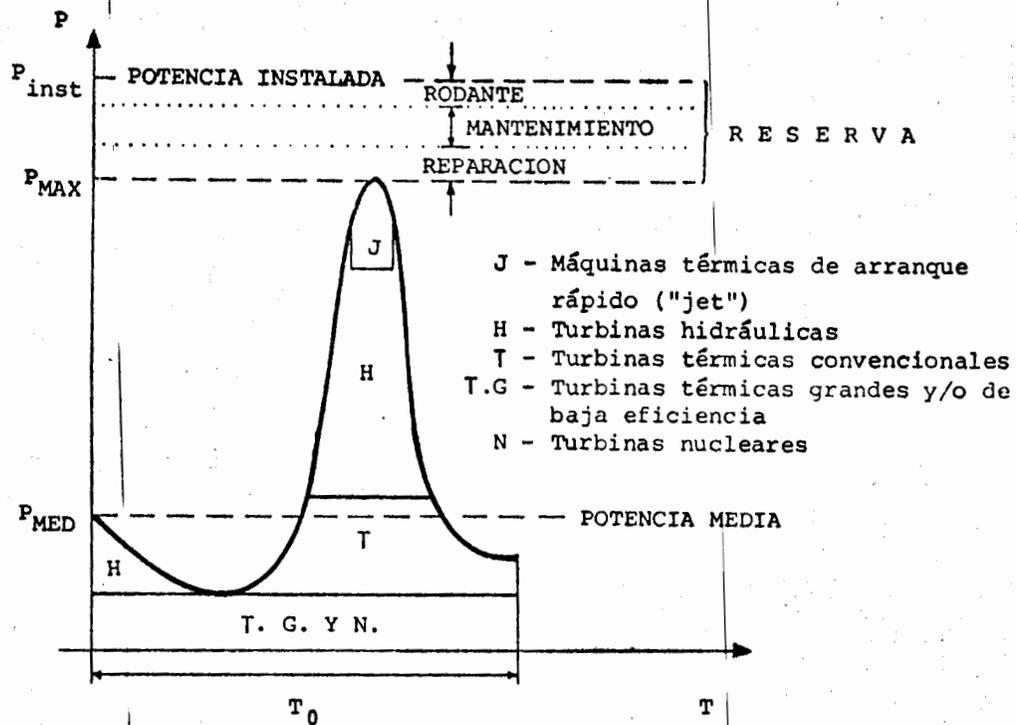


Figura 1.5

Por otra parte, la determinación exacta de la forma más conveniente de utilizar las fuentes de energía es un problema que está ligado no sólo a las características de las diferentes plantas del sistema sino a las peculiaridades de todo el proyecto (distancia a los centros de consumo, capacidad de cada planta, demanda de cada centro, etc.).

Reserva

La necesidad de garantizar el servicio obliga a instalar una potencia mayor que la máxima demandada. A este exceso de potencia se le llama *reserva* y se clasifica en la siguiente forma:

1. *Reserva rodante*. Constituida por máquinas girando en vacío, es decir, sin producir energía, de manera que en caso de falla puedan entrar al sistema con rapidez.

2. *Reserva para mantenimiento.* Cada determinado tiempo las máquinas deben retirarse temporalmente para recibir mantenimiento, en este caso son substituidas por las que están en la reserva específicamente para este fin.
3. *Reserva para reparación.* Substituyen a las máquinas que tienen fallas imprevistas.

Los porcentajes de la potencia instalada asignados a la reserva, varían en cada país. En nuestro medio son del orden que se indica a continuación:

Reserva:	% de la P_{INST}
Rodante	3
Mantenimiento	9
Reparación	10
TOTAL	22

1.6.3 Factor de planta

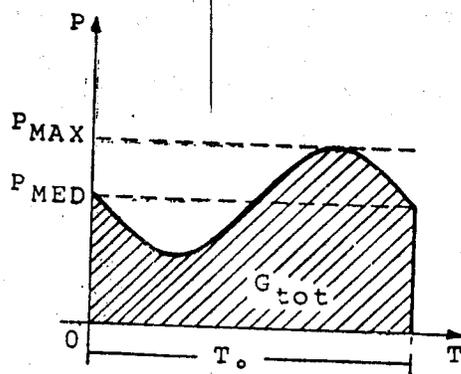
La forma de la curva de operación de una planta hidroeléctrica indica si ésta trabaja mucho o poco tiempo con su potencia máxima. Así, se dice que una planta es de *pico* si trabaja fundamentalmente a mayor capacidad durante las horas de máxima demanda, aun cuando fuera de dichas horas esté sin funcionar.

Si la planta trabaja con una potencia que no tome muchas variaciones, se dice que es de *base*. Para hacer esta clasificación se usa el concepto llamado *factor de planta* f_p que se define:

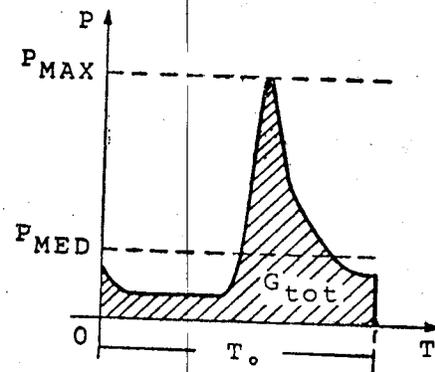
$$f_p = \frac{\text{Potencia Media}}{\text{Potencia Máxima}} = \frac{G_{tot}}{T_o \times P_{max}} \quad (1.6.a)$$

en que si G_{tot} es la generación total en el período T_o , es decir, el área bajo la curva de operación, la potencia media P_{med} es el cociente de G_{tot} entre T_o .

En la figura 1.6 se indican dos curvas de operación típicas para plantas de base (1.6.a) y plantas de pico (1.6.b).



a. Planta de base



b. Planta de pico

Figura 1.6

El valor del factor de planta para clasificar el tipo de operación de la central varía en los diferentes países, pero puede tenerse una idea general de ellos con los siguientes:

$$f_p \leq 0.40 \text{ planta de pico}$$

$$f_p > 0.40 \text{ planta de base}$$

Ejemplo 1.2

Una planta hidroeléctrica tiene las siguientes características:

$$P_{INST} = 1200 \text{ MW}$$

$$P_{RESERVA} = 250 \text{ MW}$$

$$\eta_{TOTAL} = 0.80$$

Si utiliza un volumen anual de $7 \times 10^9 \text{ m}^3$ con una carga media de 110 m. Determinar: f_g , G_{anual} , el tipo de planta (pico o base), y la P_{MED} .

Según la expresión (1.4.a) el factor de generación es:

$$f_g = \frac{110}{\frac{3600}{9.81 \times 0.8}} = 0.24 \text{ KWH/m}^3$$

luego la generación total será:

$$G = 0.24 \times 7 \times 10^3 = 1,678.60 \text{ GWH/año}$$

para determinar el factor de planta puede usarse la expresión (1.6.a):

$$f_p = \frac{1,678.60 \times 10^6}{365 \times 24(1200 - 250) \times 1000} = 0.20$$

como $f_p < 0.40$ se trata de una planta para picos.

La potencia media es entonces:

$$P_{\text{MED}} = \frac{1,678.60 \times 10^3}{365 \times 24} = 9.81 \times 0.8 \frac{7 \times 10^6}{3600 \times 24 \times 365} \times 110 = 191.62 \text{ MW}$$

1.6.4 Curva de duración de carga

Es también útil, en ocasiones, conocer no sólo la representación cronológica de la potencia sino el tiempo que dura aplica da independientemente del momento en que se presente. Con este fin se construye la gráfica llamada *curva de duración de carga*, que se obtiene a partir de la curva de demanda, según

se indica en la figura 1.7.

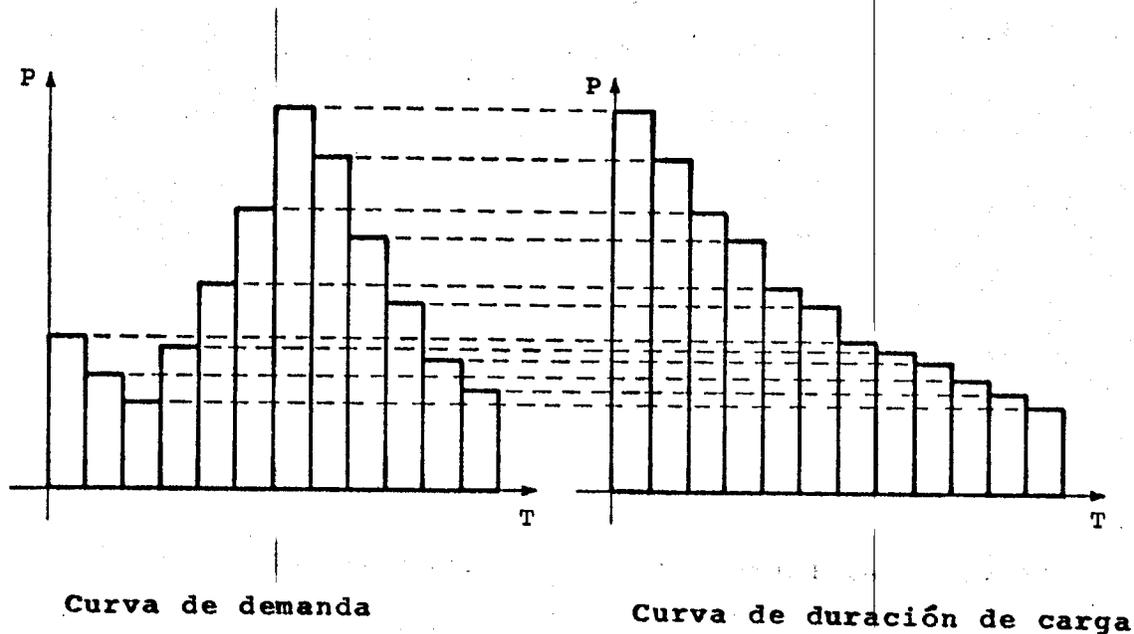


Figura 1.7

Tratándose de la misma curva de demanda, el área bajo ambas curvas es idéntica, ya que se trata de la generación producida en una planta determinada o la generación demandada por el sistema, pero la curva de duración de carga indica más rápidamente el tiempo en que se mantiene una potencia determinada sin importar en qué momento o fecha se presentó. Esta información es importante para definir las peculiaridades que el proyecto exige de sus máquinas, o si ya éstas han sido seleccionadas, la curva ayuda a definir cuál es su lugar más conveniente para cumplir con la demanda.

1.6.5 Plantas de acumulación de energía o de rebombeo

Este tipo de centrales hidroeléctricas, llamadas *de rebombeo* en nuestro país, trabajan bajo el siguiente principio:

En las horas de gran demanda generan energía eléctrica como cualquier planta convencional y en las horas de baja demanda, especialmente durante la noche, se les suministra energía de otra fuente generadora del sistema para elevar el agua por medio de bombeo al vaso, de manera que éste tenga suficiente agua para generar nuevamente en las horas de pico del día siguiente, y completar así un ciclo. Desde luego esta forma de operar es económica, sólo bajo la condición de que la energía que se entregue para bombeo sea más barata que la producida por la misma planta. Es por eso que la energía suministrada a la planta de rebombeo proviene de las horas de baja demanda en que dicha energía cuesta menos, debido principalmente al hecho de que la potencia de las plantas de base se mantiene constante más tiempo, con el fin de bombear hacia el vaso. Dichas plantas de base son generalmente térmicas y su eficiencia es mejor si no toman muchas variaciones de potencia, tal como ya se ha explicado. En la figura 1.8 se representa la forma como se altera la curva de demanda al rebompear.

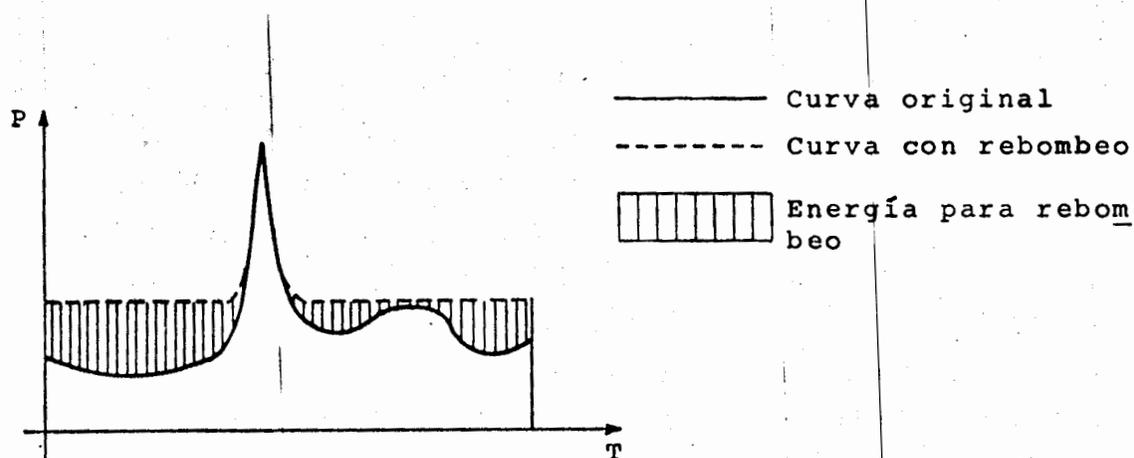


Figura 1.8

La zona achurada de la curva de demanda de un sistema indica la energía que se utilizaría para bombear el agua al vaso.

Elementos principales de una planta de acumulación de energía

Si hay agua suficiente, la planta de rebombeo se parece mucho a una instalación de una hidroeléctrica convencional, con la única particularidad de que deberá construirse un tanque superior en la parte elevada de una montaña (figura 1.9).

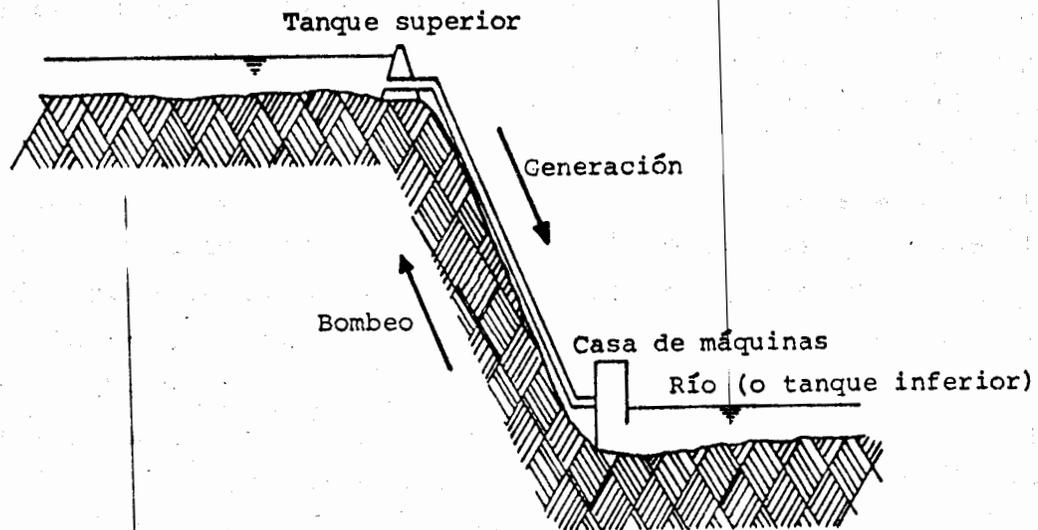


Figura 1.9

La casa de máquinas puede disponer de turbinas llamadas reversibles, que son aquellas que trabajan también como bombas al girar en sentido contrario (sólo turbinas de reacción, como se apreciará después); o bien, puede instalarse una estación de bombeo independiente, que por cierto es una necesidad absoluta si se usan turbinas de impulso.

Si no hay agua abundante es necesario construir dos tanques, uno superior y otro inferior, de manera que se pueda regresar por bombeo la misma agua que se utilizó para dar potencia y generación. En este caso debe tenerse muy en cuenta el volumen necesario para reponer las pérdidas por evaporación, filtración, etc.

1.7 DISTRIBUCIÓN DE FUENTES DE ENERGÍA TÉRMICAS E HIDRAULICAS EN RELACIÓN CON EL GRADO DE INDUSTRIALIZACIÓN DE UN PAÍS

Siendo que la capacidad hidroeléctrica de un país es finita y tratándose de un recurso totalmente nacional, lo lógico es explotar primero todos los recursos de hidroelectricidad. Pero al aumentar las necesidades de energía, debido al crecimiento de la industria y del nivel de vida, no queda más remedio que recurrir a la energía térmica cuyas posibilidades son prácticamente ilimitadas.

Es por eso que un país industrializado produce energía térmica en un porcentaje mayor que la hidroeléctrica porque, si su planeación fue adecuada, sus fuentes de origen hidráulico fueron ya explotadas totalmente.

En la figura 1.10 se representan los dos casos:

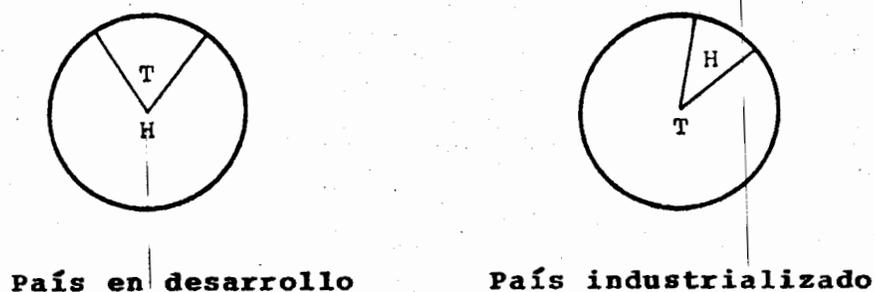


Figura 1.10

En México, como podrá observarse en el siguiente tema, la capacidad instalada termoeléctrica duplica a la hidroeléctrica. Esto se ha debido a que por razones de necesidad urgente, se recurrió a instalar termoeléctricas, aun habiendo muchas posibilidades de explotación hidráulica. La ventaja es que las

térmicas pueden entrar en operación en mucho menos tiempo que las hidráulicas, aunque las primeras tienen las desventajas ya señaladas en el tema 1.6.

1.8 SITUACIÓN ELÉCTRICA DE MÉXICO

El desarrollo eléctrico de un país debe estar sujeto a la aplicación de una planeación adecuada, lo cual además resulta mucho más barato, ya que así se estudian con cuidado todos los factores del crecimiento y pueden seleccionarse mejores alternativas. Sin embargo, en los países en desarrollo, existen ciertas peculiaridades que a menudo conducen a decisiones muy alejadas de lo deseable. Esto se debe básicamente a que dichos países, con baja capacidad económica, se dedican a resolver problemas de urgencia y su prioridad máxima no es generalmente la de producir energía eléctrica.

De cualquier forma, conociendo la situación energética de un país y analizando los factores relacionados con ella, como son: capacidad económica, avance tecnológico, potencial energético y nivel cultural, puede entenderse por qué el desarrollo ha seguido tal o cual camino, observar los posibles errores y aprender de ellos para mantenerse alerta y evitar que se repitan.

Con el fin de mostrar algunas de las características principales del sistema energético mexicano, a continuación se presentan datos tomados del *Informe de Operación de la Comisión Federal de Electricidad*, correspondiente al año de 1987. Esta información va acompañada de breves comentarios.

**DISTRIBUCION DE LA CAPACIDAD HIDROELECTRICA INSTALADA
(1987)**

RIO	% P total Hidroeléctrica
Grijalva	52.3
Balsas-Santiago	20.6
Ixtapantongo	16.3
Papaloapan	6.4
Yaqui-Mayo	4.4

POTENCIAL HIDROELECTRICO DEL PAIS *

CUENCA	% del Potencial Total
Grijalva-Usumacinta	30
Balsas	12
Papaloapan	7

* Sin considerar lo que actualmente se encuentra en operación.
Pueden explotarse aún 15,000 MW y obtener 140,000 GWH/año.

Los datos anteriores se refieren a lo que aún puede aprovecharse en las tres cuencas señaladas.

POTENCIA INSTALADA EN 1987

	MW	% del Total
Total	23,145	
Hidro	7,546	32.6
Termo	15,599	67.4

GENERACION EN 1987

	GWH	% del Total
Total	96,310	
Hidro	18,200	18.9
Termo	78,110	81.1

Obsérvese que, con aproximadamente el doble de potencia instalada térmica, se genera cuatro veces más con las plantas térmicas que con las hidroeléctricas. Esto se debe a que las primeras trabajan con factores de planta más altos, es decir: en la base de las curvas de demanda (figura 1.5).

SISTEMAS INTERCONECTADOS EN 1987

(TERMICAS E HIDROELECTRICAS)

Sistema	Potencia (MW)	% del Total	Generación (GWH)	% del Total
Norte	6,953	30.1%	34,465	35.8%
Sur	14,238	61.5%	53,639	55.7%
Tijuana-Mexicali	1,084	4.7%	5,429	5.6%
Peninsular	588	2.5%	2,140	2.2%
Pequeños Sistemas Independientes	282	1.2%	637	0.7%
TOTAL	23,145		96,310	

**CARACTERISTICAS DE ALGUNAS DE LAS PRINCIPALES HIDROELECTRICAS DE MEXICO
(1987)**

Planta	Río	Hmedia (m)	Vmed. anual (mill. m ³)	Pot. Med. (MW)	Pot. Inst. (MW)	Gen. Anual (GWH)
LA ANGOSTURA	GRIJALVA	91.50	10750	281	900	1536
CHICOASEN	GRIJALVA	180	12645	644	1500	3526
MALPASO	GRIJALVA	85	18265	433	1080	2091
INFIERNILLO	BALSAS	101	12989	373	1000	1666
LA VILLITA	BALSAS	44	11520	143	300	830

1.9 APROVECHAMIENTOS HIDRÁULICOS

Antes de realizar un proyecto sobre la forma de utilizar la energía del agua, es posible plantear en términos muy generales las razones que hacen conveniente la construcción de una presa. A estas razones podríamos llamarlas "objetivos", y algunos de los más comunes son los siguientes:

Objetivos de un aprovechamiento hidráulico

Agricultura (tierras económicamente cultivables)

Agua Potable (ciudades, poblaciones, industrias, etc.).

Energía Eléctrica (ciudades, industrias, poblaciones, etc.).

Turismo (recreación, ornato, etc.).

Alimentación Acuática (acuicultura).

Control de Avenidas (protección de zonas pobladas, agrícolas, culturales, etc.).

Cada una de estas demandas puede ser atendida en parte prácticamente por cualquier presa. Todas las presas son, en realidad de usos múltiples, aunque en ocasiones, al elaborar el proyecto se ignore alguno de sus futuros beneficios. Sin embargo, debe tenerse presente que esa presa no sólo reporta beneficios sino que, como toda obra hecha por el hombre, altera la naturaleza y también provoca daños, como ejemplos típicos pueden mencionarse los siguientes:

Daños

Ecológicos: inundación de bosques, cambios en la vida animal, temperatura, paisaje, etc.

Económicos: afectación de poblaciones, cultivos, industrias, etc.

Culturales: destrucción de zonas arqueológicas, monumentos históricos, etc.

Antes de escoger la alternativa adecuada para un proyecto, debe hacerse un cuidadoso análisis *costo-beneficio* y, desde luego, jamás olvidar en la evaluación de costos los daños que la obra puede causar.

PROBLEMAS

1.1 Para la central cuyos datos son:

$$Q = 412 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P = 350 \text{ MW (Potencia media)}$$

$$\eta = 0.76 \text{ (eficiencia total)}$$

Calcule: H_{MEDIA} , f_g y Generación anual.

1.2 Si se utilizan en una planta hidroeléctrica $10,000 \text{ m}^3/\text{día}$, ¿cuántos días se necesitan para generar 22 MWH?, si:

$$\eta = 0.82, \quad H = 22 \text{ m}$$

1.3 Una bomba trabaja constantemente para subir un gasto de 200 l/s a 50 m de altura. Si la eficiencia total "bomba-conducción" es de 0.58. Determine la energía que debe suministrar el motor cada mes.

1.4 Una planta hidroeléctrica tiene los siguientes datos:

$$P_{INST} = 1500 \text{ MW}$$

$$\text{Reserva} = 23\%$$

$$P_{MEDIA} = 980 \text{ MW}$$

$$f_g = 0.372 \text{ KWH/m}^3$$

Determine:

a) Volumen mensual utilizado

b) Tipo de planta

1.5 Una central hidroeléctrica trabaja de junio a octubre con un factor de planta $f_p = 0.60$ y de noviembre a mayo con $f_p = 0.25$. La potencia máxima en todo el período es $P_{max} = 900 \text{ MW}$ y el factor de generación $f_g = 0.295 \text{ KWH/m}^3$. Determine el volumen utilizado y la generación producida en el período de lluvias (junio a octubre) y en el de estiaje (noviembre a mayo).

1.6 Una planta tiene las siguientes características:

$$P_{INST} = 750 \text{ MW}$$

$$P_{max} = 600 \text{ MW}$$

$$f_p = 0.62$$

$$\eta = 0.84$$

$$H = 85.00 \text{ m}$$

Utilizando el mismo volumen en el año se desea cubrir picos de manera que la planta trabaje sólo 4 horas diarias durante todo el año.

Determine:

a) El nuevo factor de planta.

- b) La nueva potencia instalada (mantenga el mismo porcentaje para la reserva).

1.7 Las curvas diarias de producción de las plantas A y B son las siguientes:

Planta A	
hora	potencia (MW)
0 - 6	5
6 - 12	120
12 - 18	10
18 - 24	5

Planta B	
hora	potencia (MW)
0 - 6	30
6 - 18	40
18 - 24	30

Si en ambos casos: $\eta = 0.78$ y $f_g = 0.32 \text{ KWH/m}^3$

Calcule H_{MEDIA} y f_p para ambas plantas.

CAPITULO 2 GENERALIDADES SOBRE EL FUNCIONAMIENTO DE PLANTAS HIDROELECTRICAS

2.1 APORTACIONES Y DEMANDAS

Una vez seleccionado el sitio para construir una cortina, las dimensiones de la presa están supeditadas tanto a los volúmenes que aporta el río, como a las demandas de energía que requiera el sistema. Desde luego, la altura y el tipo de la cortina están limitados por la topografía y la geología del lugar pero, si se hace referencia únicamente a los factores hidráulicos, son sin duda las aportaciones y las demandas los que definen el proyecto.

El comportamiento de un río se conocerá mejor si los registros históricos de sus estaciones hidrométricas son más extensos. La hidrología propone métodos para deducir escurrimientos, completar registros e inclusive generar escurrimientos probables utilizando métodos estocásticos. Lo importante es tener datos de aportaciones a la presa para simular su funcionamiento, confrontándolos con una política de demandas y un criterio de operación.

Una vez definidas las aportaciones, es posible realizar las simulaciones mencionadas y analizando los resultados determinar los parámetros principales, como son: el volumen de almacenamiento, la capacidad del vertedor y de la obra de toma, los niveles de operación, la capacidad de regulación del vaso y, por

supuesto, tratándose de una central hidroeléctrica, la potencia a instalar y la generación esperada.

2.2 CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO DE UNA HIDROELÉCTRICA. NIVELES DE OPERACIÓN

Tanto la capacidad del embalse como los niveles de operación se determinan simulando las condiciones en que trabajará la planta. Para esto, como anteriormente se precisó, es necesario confrontar las aportaciones del proyecto con las características topográficas del vaso y con las extracciones. Estas últimas están definidas por la demanda o por algún criterio de operación especificado después de analizar todo el sistema.

Antiguamente se utilizaba el método de la curva masa para confrontar las aportaciones con las demandas. Este procedimiento tuvo su importancia, como todos los métodos gráficos, antes de que aparecieran las computadoras electrónicas, ya que eliminaba una gran cantidad de cálculos tediosos. El método sigue usándose para casos menos complicados que una central hidroeléctrica, por ejemplo: al definir la capacidad de un tanque de almacenamiento para un sistema de abastecimiento de agua potable, caso en que la naturaleza tanto de las demandas como de las aportaciones al tanque es bastante determinística y clara.

Para realizar el proyecto de una central hidroeléctrica, tratándose de una obra costosa, es necesario estudiar un gran número de alternativas en que no sólo son diferentes las políticas de producción o demanda, sino aun las aportaciones del río que se utilizarán como datos de entrada. Esto implica un volumen considerable de cálculos repetitivos para los que la computadora digital es sin duda el instrumento adecuado.

Las aportaciones que se utilizan en la simulación pueden ser de dos tipos:

1. Registros históricos de escurrimientos.
2. Escurrimientos generados con procedimientos estocásticos, basados en las características estadísticas de los registros históricos.

El primer criterio presupone que los escurrimientos registrados, o unos muy parecidos, se presentarán nuevamente. Este método será tanto mejor cuanto más largo y confiable sea el registro disponible. Sin embargo, no debe caerse en el error de creer que los escurrimientos registrados se repetirán exactamente, ya que esta consideración puede llevar a desagradables sorpresas. En efecto, aun cuando hubiera ciclos repetitivos (que no los hay, según indican los registros analizados por los hidrólogos), es imposible saber a qué parte de la muestra hidrológica corresponde el registro disponible.

Es de todos conocido que existen tendencias a que haya mayores gastos en los ríos durante épocas más o menos previstas, es decir, períodos de lluvias (o de deshielo en algunos lugares), y también a que haya períodos secos en la época llamada de estiaje. Pero ni las fechas de cada período, ni mucho menos las magnitudes de los volúmenes pueden predecirse con exactitud.

El segundo criterio permite "generar" escurrimientos tan factibles como los registrados y del tamaño que se desee, por ejemplo: 500, 1000 años o más. Con esta información, los resultados de la simulación permitirán estimar algunas de las posibles formas de comportamiento del vaso. La utilización de escurrimientos sintéticos no está en desventaja en relación con el uso de registros históricos porque, como se dijo antes,

no hay ninguna razón para garantizar que dichos registros sean representativos. Simplemente, siendo éstos la única información disponible, es lógico apoyarse en ellos para los estudios.

Como la determinación de los escurrimientos para el proyecto no está entre los fines de esta obra, porque éstos se considerarán ya definidos, sólo se explicará el mecanismo de simulación debido a que se trata de un procedimiento independiente del criterio escogido para definir dichos escurrimientos.

2.2.1 Consideraciones generales para definir la capacidad de una planta hidroeléctrica

El volumen que debe tener el vaso creado por la cortina está ligado a varios factores, a saber:

1. Aportaciones del río.
2. Uso principal:*
 - a) Planta de picos. Se desea potencia, por lo que conviene tener cargas altas.
 - b) Planta de base. La altura es menos importante que la posibilidad de utilizar un gasto estable.
3. Uso secundario:
 - a) Control de avenidas. El vaso requiere un volumen en exceso del utilizable en condiciones de operación nor

* Curiosamente, en ocasiones un uso secundario o hasta imprevisto, se ha convertido con el tiempo en el principal.

mal, con el único fin de regular las avenidas previstas, de manera que se pueda garantizar que los gastos derramados no sobrepasen el límite considerado peligroso para las poblaciones que se encuentran aguas abajo de la presa (ver figura 2.1).

- b) Riego. Volumen relacionado con las características del suelo disponible y de los cultivos esperados.
- c) Recreación. Navegación, pesca, natación, etc.
- ch) Acuicultura.

4. Limitaciones a la altura de la cortina:

- a) Geología y sismicidad.
- b) Topografía del sitio y zonas que deben ser inundadas por quedar dentro del vaso (poblaciones, zonas industriales, agrícolas, culturales, etc.).
- c) Evaporaciones. Siendo que a mayor altura de la cortina es mayor la superficie libre del vaso, también lo son las evaporaciones y en ocasiones éstas pueden ser una limitante de consideración.

2.2.2 Niveles o cotas de operación

La figura 2.1 representa el perfil de una planta hidroeléctrica y en ella se indican los llamados *niveles de operación* del vaso. Enseguida se presentará una breve explicación de

su significado y de los criterios generales para la localización de dichos niveles.

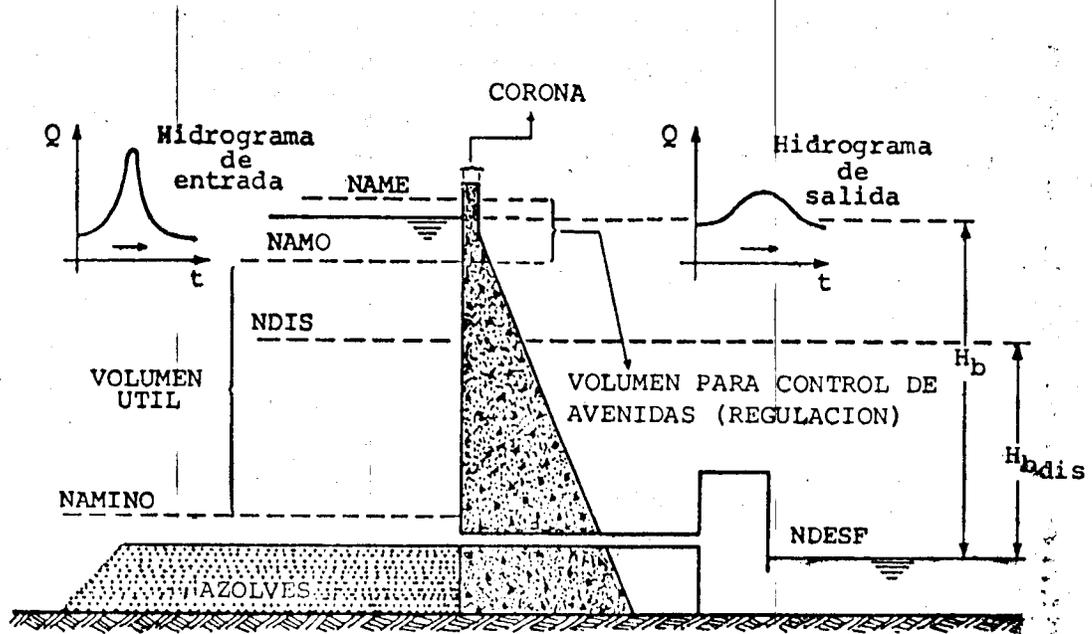


Figura 2.1

NDESF: Nivel del desfogue

Normalmente se toma un valor medio, pero un estudio riguroso exigiría conocer la curva de gastos (*cotas-gastos*) de dicho desfogue.

NAMINO: Nivel de aguas mínimas de operación

Es el límite inferior del nivel del agua en el vaso abajo del cual las turbinas no deben trabajar. El NAMINO está indudablemente relacionado con la altura de la entrada de la obra de toma (*bocatoma*) y se localiza por encima de dicha entrada.

De esta manera, se garantiza el ahogamiento mínimo necesario para que no se formen vórtices que permitan la entrada de aire a las turbinas, ya que esto rompería la continuidad del flujo y provocaría que trabajaran anormalmente. Este ahogamiento mínimo aún no se ha definido con suficiente precisión y desde luego, su determinación requiere de más estudios experimentales, pero un valor comúnmente aceptado es localizar el nivel mínimo de operación por lo menos a dos diámetros del túnel sobre la clave de la entrada del mismo.

En cuanto a la posición de la toma, que señala el límite superior del volumen necesario para que se acumulen los azolves durante la vida útil de la presa, se define precisamente en función de dicha vida útil, la cual normalmente se considera de unos cincuenta años. El volumen de azolves se determina con base en registros históricos de arrastre de sedimentos en el río y en la posible existencia de presas localizadas aguas arriba del sitio en cuestión y que retienen parte del material arrastrado.

NDIS: Nivel de diseño

Este nivel debe ser el que, según los estudios preliminares, se presentará con mayor frecuencia durante el funcionamiento de la planta, y corresponde a la carga para la que deben diseñarse las turbinas y por consiguiente trabajar en condiciones óptimas. El NDIS se determina efectuando simulaciones del funcionamiento de la presa y después de realizar un análisis de frecuencia, se escoge el valor que más se presenta, es decir la "moda" de la distribución de niveles.

NAMO: Nivel de aguas máximas de operación

El volumen almacenado aprovechable o "capacidad útil" se en-

cuentra confinado entre este nivel y el NAMINO, y se determina en función de la magnitud de las aportaciones del río y del tipo de operación que se asigne a la planta. Por ejemplo, si se desea utilizar cada semana el volumen total del vaso (*regulación semanal*), la capacidad útil corresponderá al volumen aportado por el río en una semana aproximadamente, etc.

Lo anterior significa que el NAMO corresponde a la posición máxima de la superficie del agua en el vaso, en condiciones normales de operación. Cuando el nivel del embalse sobrepasa al NAMO se considera que ya se trata de una emergencia y, por tal razón, en ese nivel empiezan los derrames, es decir entra en funcionamiento la obra de excedencias.

NAME: Nivel de aguas máximas extraordinarias

Esta es la posición más elevada del embalse que se acepta en el proyecto. El volumen confinado entre el NAME y el NAMO es la llamada *capacidad de regulación del vaso*. Para fijar el NAME es necesario transitar por el vaso la avenida de diseño para el vertedor, que comúnmente corresponde a un período de recurrencia de 10,000 años, según el criterio del proyectista. Por razones de seguridad se supone que la avenida entra al vaso cuando su superficie coincide con el NAMO (ver figura 2.1) y una vez efectuado el tránsito a lo largo del vaso, el NAME es el máximo nivel presentado durante dicho tránsito.

Sobre el NAME se deja un bordo libre de seguridad y así se alcanza la altura máxima de la cortina.

2.2.3 Criterio de simulación para plantas hidroeléctricas

La determinación de las partes de la curva de demanda que deban tomar las hidroeléctricas, está evidentemente relacionada con las características de las demás plantas del sistema. Los estudios realizados sobre este problema llevan a la conclusión de que, siendo mayor la diversidad de tipos de plantas térmicas que de hidroeléctricas, es más conveniente adaptar las primeras que las segundas a la curva de demanda.

Esto significa que lo más ventajoso es proponer el funcionamiento de cada hidroeléctrica de manera que se obtenga de todas ellas su máximo provecho como si estuvieran aisladas y, una vez definidas sus curvas de producción según un criterio de eficiencia, colocar dichas curvas en la curva de demanda y complementar el resto con producción de origen térmico.

Con base en esta idea, en nuestro medio se elaboran anteproyectos de hidroeléctricas efectuando la simulación bajo el siguiente criterio (ver figura 2.1):

Rango de niveles		Potencia
Nivel del embalse	> NAMO	$P = 1.30 P_{DIS}^*$
NDIS ≤ Nivel del embalse	≤ NAMO	$P = P_{DIS}$
NAMINO ≤ Nivel del embalse	< NDIS	$P = P_{DIS} (H/H_{DIS})^{3/2}$

* El aumento de 30% a la P_{DIS} es variable según el fabricante de la turbina.

Cuando el nivel de la superficie del agua en el vaso se encuentra bajo el nivel de diseño, la potencia que se extrae está basada en un criterio de similitud, el cual consiste en hacer trabajar a la máquina en condiciones mecánicamente semejantes a las de diseño (ver capítulo 4).

La simulación puede realizarse de la siguiente manera:

1. Seleccionar el intervalo de tiempo (hora, día, mes, etc.).
2. Escoger el nivel inicial. Un buen criterio es empezar con el vaso lleno al principio del estiaje, es decir, de manera que el nivel inicial corresponda al NAMO el 1° de noviembre, fecha en que aproximadamente empieza el período de estiaje en la mayor parte del país.
3. Calcular: $P = f(\text{nivel al principio del intervalo})$.
4. Calcular: $Q = f(P, H)$ y el volumen extraído durante el intervalo.
5. Calcular la carga media, como un promedio de la inicial y la final del intervalo y si ya se calculó antes y no difiere sensiblemente con la anterior pasar al punto 7. Si está fuera de la tolerancia exigida continuar con el punto siguiente.
6. Regresar a 3 y repetir ese punto y los subsecuentes con la carga media del intervalo.
7. Considerar el nivel final como inicial para el siguiente intervalo y pasar al punto 2, hasta terminar el proceso.

Durante la simulación hay dos niveles singulares, a saber: el NAMINO y el NAMO; ambos requieren un tratamiento especial,

por lo que enseguida se analizarán los dos casos:

1. *Niveles cercanos al NAMINO.* En este caso puede suceder que la extracción calculada dé por resultado un nivel final inferior al NAMINO. Como esto no es posible, debe reducirse la extracción de manera que el volumen final sea precisamente el mínimo de operación, aun cuando esto implique utilizar una potencia media menor que la programada.
2. *Niveles cercanos al NAMO.* Si el nivel al final de un intervalo es superior al NAMO, debe corregirse el cálculo descontando los derrames que aparecen cuando la cota del embalse sobrepasa ese nivel.

Para organizar mejor el procedimiento de cálculo, se recomienda hacer un diagrama de flujo del funcionamiento de una planta hidroeléctrica, bajo las condiciones señaladas anteriormente.

Ejemplo 2.1

Una planta hidroeléctrica debe trabajar bajo las siguientes condiciones:

1. $N_{DES F} = 0.0$ m.s.n.m. (Cota del embalse = H_b).
2. Curva elevaciones-capacidades: $V = 0.20 H_b^2 - 350$
 H_b (m) ; V (mill. de m^3).
3. $P = 8 Q H_b$ (KW) .

4. Aportaciones en millones de m^3 :

Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic
30	20	35	50	140	200	300	550	720	640	120	70

5. $Q_{DIS} = Q_{MEDIO ANUAL}$

6. Niveles de operación:

NAMO = 70.00 ($V_{NAMO} = 630 \times 10^6 m^3$)

NDIS = 67.00 ($V_{DIS} = 547.8 \times 10^6 m^3$)

NAMINO = 50.00 ($V_{NAMINO} = 150 \times 10^6 m^3$)

7. $P_{INST} = 200 \text{ NW}$

8. Vertedor: Cimacio con descarga libre:

$C_D = 2.12$; $L = 100 \text{ m}$

Preguntas:

- Simule la operación de la planta empezando el 1° de noviembre con el nivel al NAMO, según el criterio señalado en el inciso 2.2.3. Suponga que las evaporaciones, las lluvias y las filtraciones son despreciables.
- Utilizando los resultados obtenidos en el inciso a:
 - Dibuje la curva H-T .
 - Obtenga el factor de generación anual: f_g .

- Obtenga el factor de planta f_p y defina el tipo de operación (base o pico).

Solución:

- a. A continuación se realizan los cálculos preliminares y en la siguiente página se presenta la tabla de cálculo, que señala el procedimiento seguido para la simulación. En la última columna de esta tabla aparecen llamadas para explicar algunas peculiaridades del cálculo, mismas que se anotan después de los siguientes cálculos preliminares:

Volumen Total aportado en el año: $2,875 \times 10^6 \text{ m}^3$.

$$Q_{\text{MEDIO ANUAL}} = \frac{2.875 \times 10^6}{365 \times 24 \times 3600} = 91.17 \text{ m}^3/\text{s} = Q_{\text{DIS}}$$

$$H_{\text{DIS}} = N_{\text{DIS}} = 67.00 \text{ m}$$

$$P_{\text{DIS}} = 8 \times 91.17 \times 67 = 48,864.79 \text{ KW}$$

$$P_{\text{DIS}} \doteq 48.9 \text{ MW}$$

Observaciones a la tabla de cálculo

T: intervalo expresado en segundos; en este ejemplo es
1 mes = $2.592 \times 10^6 \text{ s}$.

1. Cambio de potencia en un mismo intervalo.

En este caso particular, durante el mes, el decremento en los niveles implica un cambio en la ley de extracción, debido a que el nivel final (66.1) es menor que el de diseño (67.0).

MES	HINICIAL (m)	VINIC (10 ⁶ m ³)	VAPORT (10 ⁶ m ³)	HMEDIA (m)	PMEDIA (MW)	QMEDIO (m ³ /s)	VEXT (10 ⁶ m ³)	VFINAL (10 ⁶ m ³)	VDERR (10 ⁶ m ³)	HFINAL (m)	GMEDIA (MWH)	OBSERVACIONES
NOV.	70.0	630.0	120.0	- 68.0 67.9	48.9 48.8 48.7	87.3 89.6 89.6	226.2 232.1 232.3	523.8 517.9 517.7	0.0 0.0 0.0	66.1 65.9 65.9	35064.0	1
DIC.	65.9	517.7	70.0	- 62.6 62.7 62.7	47.7 44.1 44.3 44.3	90.4 88.1 88.2 88.2	234.4 228.4 228.6 228.6	353.3 359.3 359.1 359.0	0.0 0.0 0.0 0.0	59.3 59.6 59.5 59.5	31896.0	
ENE.	59.5	359.0	30.0	- 55.2 55.4 55.4	40.9 36.5 36.7 36.7	85.9 82.7 83.0 83.0	222.7 214.4 215.0 215.0	166.3 174.6 174.0 174.0	0.0 0.0 0.0 0.0	50.8 51.2 51.2 51.2	26424.0	
FEB.	51.2	174.0	20.0	- 50.6	32.6 6.9	79.7 17.0	206.6 44.1	-12.6 150.0	- 0.0	- 50.0	4968.0	2
MAR.	50.0	150.0	35.0	- 50.0	31.5 5.4	78.8 13.5	204.1 35.0	-19.1 150.0	- 0.0	- 50.0	3888.0	
ABR.	50.0	150.0	50.0	- 50.0	31.5 7.7	78.8 19.3	204.1 50.0	-4.1 150.0	- 0.0	- 50.0	5555.6	
MAY.	50.0	150.0	140.0	- 50.0	31.5 21.6	78.8 54.0	204.1 140.0	85.9 150.0	- 0.0	- 50.0	15555.6	
JUN.	50.0	150.0	200.0	- 50.0	31.5 30.9	78.8 77.2	204.1 200.0	145.9 150.0	- 0.0	- 50.0	22222.2	
JUL.	50.0	150.0	300.0	- 52.3 52.2 52.2	31.5 33.7 33.6 33.6	78.8 80.5 80.5 80.5	204.1 208.7 208.5 208.6	245.9 241.3 241.5 241.4	0.0 0.0 0.0 0.0	54.6 54.4 54.4 54.4	24192.0	
AGO.	54.4	241.4	550.0	- 61.3 61.0 61.0	35.8 42.8 42.5 42.5	82.1 87.2 87.0 87.0	212.9 226.1 225.5 225.5	578.5 565.3 565.9 565.9	0.0 0.0 0.0 0.0	68.1 67.6 67.7 67.7	30600.0	
SEP.	67.7	565.9	720.0	- 69.4 69.4 69.4	48.9 52.8 52.7 52.7	90.2 95.1 95.0 95.0	233.9 246.5 246.3 246.3	630.0 630.0 630.0 630.0	422.0 409.4 409.6 409.6	70.0 70.0 70.0 70.0	37944.0	3
OCT.	70.0	630.0	640.0	- 70.8 70.7 70.7	48.9 63.5 63.5 63.5	87.3 112.1 112.3 112.3	226.2 290.6 291.0 291.0	630.0 630.0 630.0 630.0	413.8 349.4 349.0 349.0	70.0 70.0 70.0 70.0	45737.4	4

G_{TOTAL} = 284,046.80 MWH/año

TABLA DE CALCULO

Se tomará un promedio pesado para definir la potencia media del intervalo según el procedimiento siguiente:

Zona donde $H > H_{DIS}$:

$$P = P_{DIS}$$

Zona donde $H < H_{DIS}$:

La carga H' para el cálculo de la potencia en esta zona es:

$$H' = \frac{H_{DIS} + H_{FINAL}}{2}$$

y la potencia media correspondiente P' :

$$P' = P_{DIS} \left(\frac{H'}{H_{DIS}} \right)^{3/2}$$

la carga media del intervalo es:

$$H_{MEDIA} = \frac{H_{INICIAL} + H_{FINAL}}{2}$$

excepto durante los derrames como se explicará en la observación 3 de este ejemplo.

Asimismo, la potencia media calculada con el promedio pesado de las dos anteriores tiene el valor:

$$P_{MEDIA} = \frac{P_{DIS} (H_{INICIAL} - H_{DIS}) + P' (H_{DIS} - H_{FINAL})}{H_{INICIAL} - H_{FINAL}}$$

para el primer renglón, los valores son los siguientes:

$$H' = \frac{67 + 66.1}{2} = 66.6 \text{ m}$$

$$P' = 48.9 \left(\frac{66.6}{67} \right)^{3/2} = 48.4 \text{ MW}$$

$$P_{\text{MEDIA}} = \frac{48.9(70-67) + 48.4(67-66.1)}{(70-66.1)} = 48.8 \text{ MW}$$

$$H_{\text{MEDIA}} = \frac{70 + 66.1}{2} = 68.0 \text{ m}$$

Con estos dos últimos valores que aparecen en el segundo renglón de la tabla se hace la primera iteración.

2. El vaso se vacía.

En este caso, utilizando la ley de extracción planteada, aparentemente el nivel final estaría abajo del mínimo de operación. Como esto no es posible, se corrige la simulación de manera que el gasto medio sea tal, que se llegue exactamente al final del mes al NAMINO, es decir:

$$Q_{\text{MEDIO}} = \frac{V_{\text{INIC}} + V_{\text{APORT}} - V_{\text{NAMINO}}}{T}$$

Para el caso del mes de febrero:

$$Q_{\text{MEDIO}} = \frac{174 + 20 - 150}{2.592} = 17 \text{ m}^3/\text{s}$$

que es el valor que aparece en la tabla de cálculo, en el segundo renglón correspondiente al mes citado.

3. Aparecen derrames durante parte del intervalo.

Durante el mes de septiembre, el nivel empieza abajo del NAMO (67.7) y lo sobrepasa al final; por lo que es necesario realizar los dos ajustes siguientes:

- 1° Determinar el derrame.
- 2° Calcular la potencia media en forma análoga a como se hizo en la observación 1 de este ejemplo.

El volumen derramado es:

$$V_{DERR} = V_{INICIAL} + V_{APORT} - V_{EXT} - V_{NAMO}$$

lo que implica un gasto Q_D :

$$Q_D = \frac{V_{DERR}}{T}$$

correspondiente a una carga media sobre la cresta del vertedor:

$$H_D = \left(\frac{Q_D}{C_D L} \right)^{2/3}$$

y la potencia media durante el intervalo, aceptando que $P = 1.3 P_{DIS}$ durante el derrame, será en forma semejante a (1) :

$$P_{MEDIA} = \frac{P_{DIS} (H_{NAMO} - H_{INICIAL}) + 1.30 P_{DIS} H_D}{H_{NAMO} - H_{INICIAL} + H_D}$$

Además, la carga sobre las turbinas queda afectada por la carga sobre el vertedor y por tal razón la carga media se

determina con el promedio pesado siguiente:

$$H_{\text{MEDIA}} = \frac{\left(\frac{H_{\text{INICIAL}} + H_{\text{FINAL}}}{2} \right) (H_{\text{NAMO}} - H_{\text{INICIAL}}) + \left(H_{\text{NAMO}} + H_{\text{D}} \right) H_{\text{D}}}{H_{\text{NAMO}} - H_{\text{INICIAL}} + H_{\text{D}}}$$

Para el mes de septiembre:

$$V_{\text{DERR}} = 565.9 + 720 - 233.9 - 630 = 422 \text{ mill. de m}^3$$

$$Q_{\text{D}} = \frac{422}{2.592} = 166.81 \text{ m}^3/\text{s} ,$$

$$H_{\text{D}} = \left(\frac{166.81}{2.12 \times 100} \right)^{2/3} = 0.84 \text{ m} ,$$

$$P_{\text{MEDIA}} = \frac{48.9(70-67.7) + 1.30 \times 48.9 \times 0.84}{70 - 67.7 + 0.84} = 52.8 \text{ MW}$$

$$H_{\text{MEDIA}} = \frac{\frac{67.7 + 70}{2} (70-67.7) + (70+0.84)0.84}{70-67.7 + 0.84} = 69.4 \text{ m}$$

y con estos dos últimos valores se empieza la iteración que aparece en el segundo renglón del intervalo.

4. Aparecen derrames durante todo el intervalo.

Esto sucede cuando se empieza con el NAMO y el volumen aportado es mayor al que puede extraerse por las turbinas, como sucede en el mes de octubre del ejemplo.

En este caso:

$$P_{\text{MEDIA}} = 1.30 P_{\text{DIS}}$$

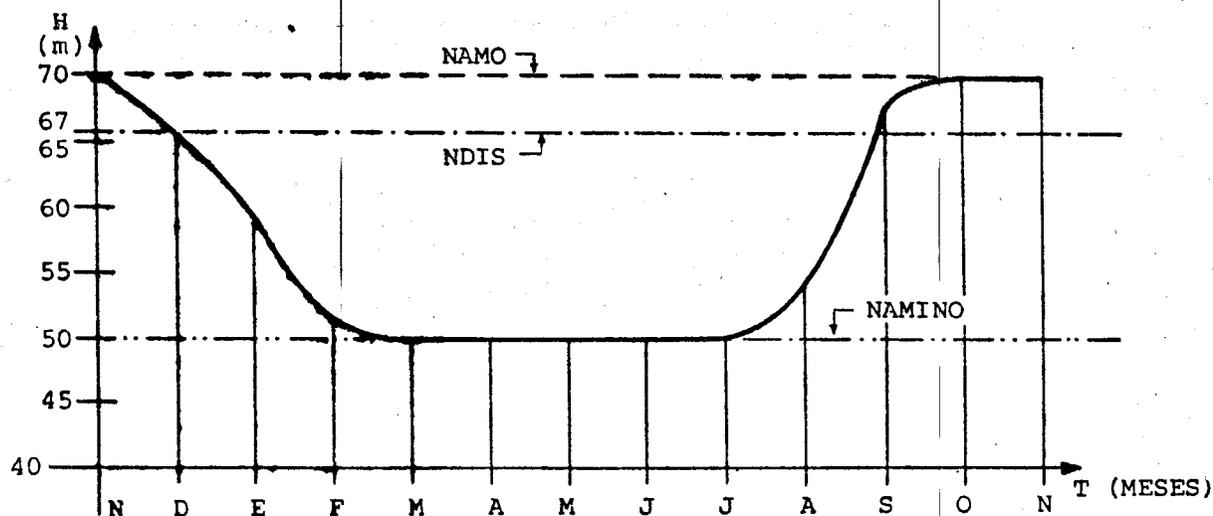
y

$$H_{\text{MEDIA}} = H_{\text{NAMO}} + H_{\text{D}}$$

El volumen derramado y H_{D} se calculan en forma idéntica al caso anterior y sus valores se encuentran en la tabla.

- b. Interpretando la información registrada en la tabla de cálculo, se obtiene la curva H-T y los factores de operación y de planta.

- Curva H-T



- Factor de generación anual f_g

$$f_g = \frac{G_{\text{ANUAL}}}{V_{\text{ANUAL}}} = \frac{284,046,800}{2,875 \times 10^6} = 0.10 \text{ KWH/m}^3$$

- Factor de planta f_p

$$P_{\text{MEDIA ANUAL}} = \frac{284,046,800}{365 \times 24} = 32,425.43 \text{ KW}$$

$$f_p = \frac{P_{\text{MEDIA ANUAL}}}{P_{\text{INST}}} = \frac{32,425.43}{200,000} = 0.16$$

Por ser $f_p < 0.40$ se trata de una planta para tomar picos.

CAPITULO 3 TEORIA GENERAL DE LAS TURBOMAQUINAS

3.1 MÁQUINAS HIDRÁULICAS

Una *máquina* es un dispositivo que produce movimiento. En general, se busca que la máquina haga girar un eje o flecha, de manera que ésta accione algún dispositivo cuya utilización nos interese.

Cuando la máquina es accionada por la fuerza del agua o transmite a ella su energía se dice que es una *máquina hidráulica*. En el primer caso se habla de una turbina y en el segundo de una bomba, que son los dos tipos clásicos de máquinas hidráulicas. Al ser accionadas por la energía del agua, las turbinas producen energía mecánica que es transformada en eléctrica al transmitir su movimiento a un generador. Las bombas, por su parte, reciben energía mecánica originada en la mayoría de los casos por un motor eléctrico y crean una carga suficiente para impulsar el gasto deseado en el proyecto. En la figura 3.1 se indican esquemáticamente estos principios.

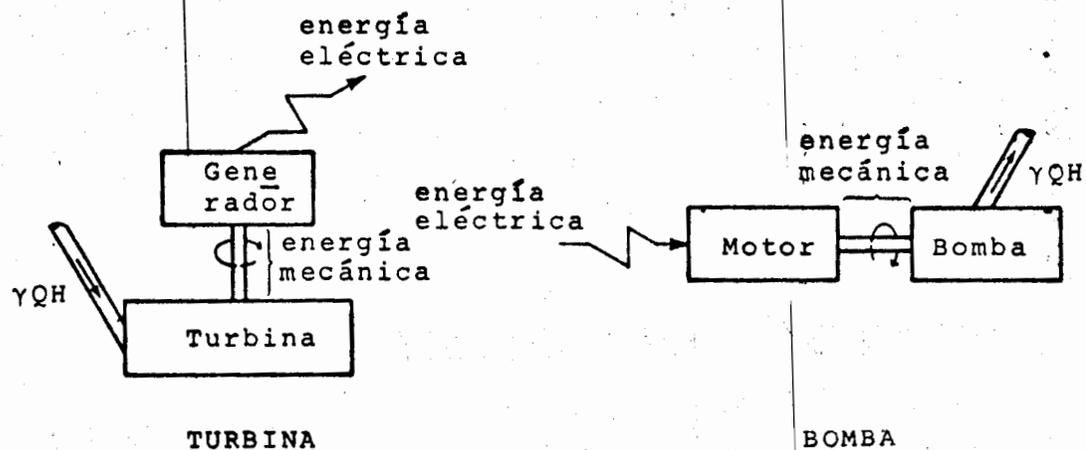


Figura 3.1

3.2 ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Las primeras turbinas hidráulicas fueron ruedas accionadas por corrientes naturales y empezaron a utilizarse unos 3000 años a.C., para transmitir su energía mecánica a molinos de trigo. Estas ruedas se usaron en Egipto, India, China, Siria y, posteriormente, en Grecia y Roma.

Por lo que se refiere a los mecanismos para elevar agua (bombas), es posible que el primero con utilidad práctica haya sido el *tornillo de Arquímedes* que data de unos 250 años a.C. Unos 100 años más tarde, apareció la primera turbina de vapor, inventada por Herón de Alejandría y que por cierto no tuvo ninguna aplicación, ya que seguramente era sólo una curiosidad científica probablemente considerada en la época como un juguete; aunque tal vez, si el invento se hubiera difundido ampliamente, lo que no era posible en aquel entonces, su desarrollo habría sido grande aun con los conocimientos entonces disponibles.

Posteriormente, en el siglo VI aparecieron en Europa los molinos de viento y no hubo nada nuevo durante doce siglos hasta que en 1730, el matemático suizo Daniel Bernoulli impulsó la hidrodinámica, presentando su conocido teorema, y Leonardo Euler en 1750 explicó matemáticamente el mecanismo de transmisión de la energía hidráulica a las máquinas e introdujo el concepto de cavitación.

La primera turbina, del tipo de las que conocemos ahora, fue diseñada por el investigador alemán Andreas Segner en 1750, quien probablemente se inspiró en la turbina de Herón. Sin embargo, el primer diseño práctico de una turbina de reacción fue presentado en 1833 por el ingeniero francés Benoît Fourneyron. Se trataba de una máquina diseñada para una carga de 108 m, potencia de 48 CV y velocidad de giro de 2,300 r.p.m. Fourneyron se basó en las ideas de su maestro Claude Burdin, quien era un teórico brillante aunque le faltaba la habilidad del constructor. Asimismo, a Burdin se debe el término *turbina*, ya que fue quien lo utilizó por primera vez.

Por último, al hablar de turbinas hidráulicas es esencial mencionar a tres inventores fundamentales, a saber: James B. Francis (inglés), Lester A. Pelton (estadounidense) y Víctor Kaplan (checo), quienes presentaron diseños de los tres tipos clásicos de turbinas en 1847, 1889 y 1914, respectivamente. Hasta la fecha, sus diseños son utilizados por los fabricantes, introduciendo obviamente algunas mejoras, pero conservando las ideas originales y, desde luego, el nombre de sus inventores.

A continuación se presenta una síntesis de la evolución de las máquinas hidráulicas.

Desarrollo histórico de las máquinas hidráulicas

3000 a.C.	Ruedas para molinos de trigo usando agua. Egipto, India, China, Siria y después Grecia y Roma.
1000 a.C.	Primeros mecanismos para elevar agua. Egipto.
250 a.C.	Arquímedes de Siracusa, discípulo de Euclídes, en Alejandría diseña el llamado: "tornillo de Arquímedes" para elevar agua.
150 a.C.	Turbina de reacción. Herón de Alejandría.
S VI	Molinos de viento en Europa.
S XVIII	Bases teóricas de la Hidráulica:
1730	Daniel Bernoulli (1700-1783). "Teorema". Suiza.
1750	Andreas Segner (alemán) 1a. turbina de reacción, inspirada en la de Herón (no práctica).
1750, 1751 y 1754	Leonardo Euler (1707-1783). Teoría General de las Máquinas Hidráulicas. Concepto de cavitación.
1824	Claude Burdin (1790-1873). Academia de Ciencias de París autor del término "turbina". Diseño teórico de una turbina de reacción.
1827	Benoît Fourneyron discípulo de Burdin, basándose en las ideas de su maestro, presentó el primer diseño práctico de una turbina de reacción. Obtuvo un premio en 1833 en Francia. Su turbina tenía los siguientes datos: $H = 108 \text{ m}$; $P = 48 \text{ CV}$ y $N = 2300 \text{ r.p.m.}$
1847	James Bicheno Francis (1815-1892), nacido en Southleigh, Inglaterra, emigró a EUA, donde se desarrolló profesionalmente. En 1847 presentó su turbina inspirada en la de Fourneyron.
1889	Lester Allen Pelton (1829-1908), nacido en Vernoyllion, Ohio, EUA, después establecido en Cantonville, California, presentó en la Universidad de California un diseño de rueda que patentó en 1880 y con la que obtuvo un premio.
1914	Víctor Kaplan, Imperio Austro-Húngaro Cd. de Brno, actual Checoslovaquia. Diseñó una turbina de hélice con aspas fijas: "hélice" y luego diseñó la de aspas móviles: "Kaplan".

3.3 CONCEPTO DE CARGA NETA EN TURBINAS

La potencia entregada por una turbina está dada por la expresión 1.2.a en que H es la carga utilizada por la turbina y η su eficiencia. En su clasificación más general hay dos tipos de turbinas, a saber: las de *impulso*, que trabajan sometidas a la presión atmosférica y las de *reacción* cuyos rodetes se encuentran sometidos a presiones diferentes a la atmosférica (posteriormente, en el capítulo 4 se presenta una clasificación detallada de las turbinas).

La carga H a que se refiere la expresión anterior, llamada *carga neta*, requiere una explicación distinta según sea el tipo de turbina. Enseguida se analizará cada caso:

3.3.1 Turbinas de impulso

En la figura 3.2, se observa que la energía que recibe la turbina es la que hay a la salida de la tubería, en el punto 1 y después de accionar a la rueda, el agua sale por la sección 2, en donde si aún hay energía, ya ésta no puede ser aprovechada por la máquina.

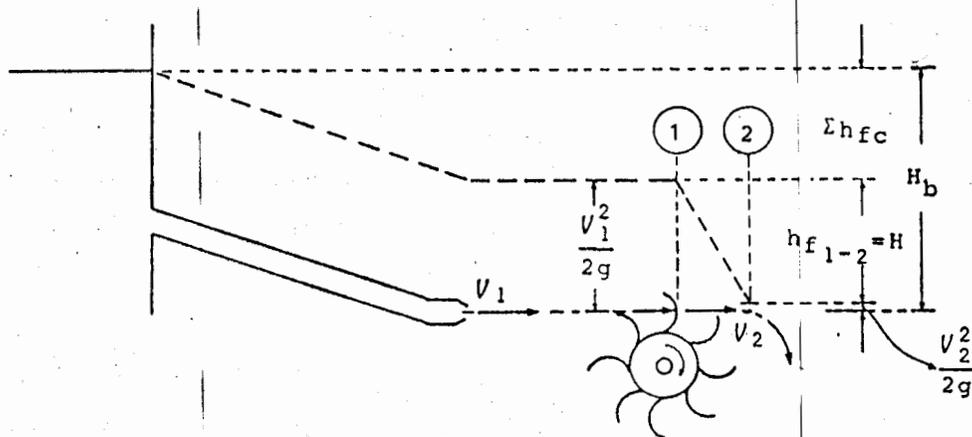


Figura 3.2

Si se aplica la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2 se tendrá:

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} + h_{f_{1-2}}$$

es decir, hay una pérdida $h_{f_{1-2}}$ entre la entrada y la salida de la rueda. Se trata como todas las pérdidas, realmente de una transformación a otro tipo de energía no considerada en ninguno de los tres términos del teorema de Bernoulli. Esta es la energía mecánica que transmite la rueda al generador, el cual la convierte a su vez en electricidad. Siendo $h_{f_{1-2}}$ una pérdida desde el punto de vista hidráulico, representa en realidad la energía tomada por la rueda que es precisamente lo que se denomina *carga neta* y se expresa con la letra H . En un buen diseño $\frac{V_2^2}{2g} \doteq 0$ por lo que para las turbinas de impulso, la carga neta tiene el valor:

$$H = \frac{V^2}{2g} \quad (3.3.a)$$

siendo V la velocidad absoluta del chorro al incidir en las palas de la rueda. (V_1 en la figura 3.2).

3.3.2 Turbinas de reacción

En este caso, la turbina se encuentra alojada en una cámara hermética dentro de la cual las presiones cambian al paso del agua. Si se aplica la ecuación de la energía entre los puntos 1 de la figura 3.3 a la entrada de la mencionada cámara y el punto 2 a la salida de ella, se tendrá:

$$Z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} + h_{f_{1-2}}$$

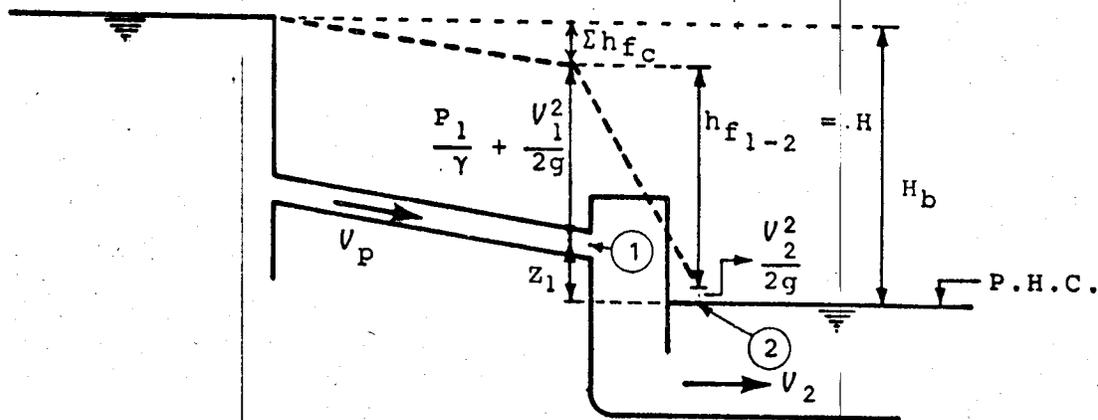


Figura 3.3

y un análisis semejante al caso anterior lleva a la conclusión de que la carga tomada por la turbina es precisamente h_{f1-2} es decir, la carga neta cuyo valor es entonces:

$$H = z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} \quad (3.3.b)$$

$\frac{v_2^2}{2g}$ como en el caso anterior no debe ser de consideración en un buen diseño.

Aparentemente el desnivel z_1 debe ser grande, pero esto crearía bajas fuertes de presión en los rodets que pueden llegar al límite de vaporización del agua y, por lo tanto, provocar cavitación, fenómeno que se analizará adelante. Por esta razón z_1 no debe ser más grande de lo necesario para que no haya ese peligro.

$$\lambda = 0.57$$

$$P_m = \frac{G}{N^{\circ} \text{hrs al año}} \text{ MW.}$$

$$CE = \frac{1}{367}$$

Generación media
año = CE \times λ

$$P_{\text{inst}} = \frac{P_m}{f_{\text{planta}}}$$

$$Pot_{\text{gener}} = \frac{P_{\text{inst}}}{N^{\circ} \text{ unidades.}}$$

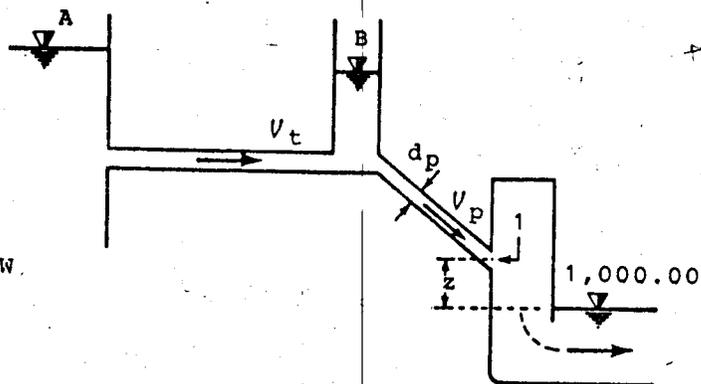
$$\text{Potencia de cada turbina} = K \frac{P_{\text{generador}}}{e_g}$$

$$P_E = \lambda Q H_n e_v \quad Q = \frac{H_n}{H_n}$$

Ejemplo 3.2

Calcule las cotas A y B y la presión en el punto 1 (desprecie pérdidas menores), con base en los siguientes datos:

$$\begin{aligned} h_{f_{A-B}} &= 8 \text{ m} & , & \quad d_p = 2.6 \text{ m} \\ h_{f_{B-1}} &= 5 \text{ m} & , & \quad z = 4 \text{ m} \\ V_t &= 4 \text{ m/s} & , & \quad P = 50,000 \text{ KW} \\ V_p &= 6.5 \text{ m/s} & , & \quad \eta = 0.92 \end{aligned}$$

**Solución:**

Para resolver el problema se usarán las siguientes expresiones:

$$P = 9.81 \eta QH ; \quad Q = \frac{\pi}{4} d_p^2 V_p \quad (1)$$

La ecuación de la energía entre B y el desfogue, nos dice:

$$\text{Cota B} + \frac{V_t^2}{2g} = 1000 + H + h_{f_{B-1}} \quad (2)$$

entre A y B :

$$\text{Cota A} = \text{cota B} + \frac{V_t^2}{2g} + h_{f_{A-B}} \quad (3)$$

la carga de velocidad en el vaso es despreciable y por último, al aplicar la ecuación entre el punto 1 y el desfogue, se obtiene:

$$z + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_p^2}{2g} = H \quad (4)$$

Los resultados y las expresiones utilizadas, son:

$$(1) H = 160.53 \text{ m}$$

$$(3) \text{ cota A} = 1,173.53 \text{ m.s.n.m.}$$

$$(2) \text{ cota B} = 1,164.71 \text{ m.s.n.m.} \quad (4) \quad p_1/\gamma = 154.38 \text{ m} = 15.44 \text{ Kg/cm}^2$$

3.4 EFICIENCIA DE LA CONDUCCIÓN, DE LA TURBINA Y DEL GENERADOR

En ocasiones, sobre todo para elaborar anteproyectos en que deben analizarse con rapidez diferentes alternativas, se usa la carga bruta H_b , indicada en las figuras 3.2 y 3.3, para calcular la potencia. Claro que esto implica la necesidad de tomar en cuenta las pérdidas en la conducción, además de las debidas a la turbina y al generador.

Si se define la eficiencia de la conducción como:

$$\eta_c = \frac{H}{H_b}$$

Y se designa con η_T a la eficiencia de la turbina y con η_G a la del generador, puede decirse que en la expresión 1.2.a, la eficiencia total η , es:

$$\eta_1 = \eta_c \eta_T \eta_G, \text{ si se usa la carga bruta}$$

o

$$\eta_2 = \eta_T \eta_G, \text{ si se usa la carga neta}$$

es decir:

$$P = \eta_c \eta_T \eta_G \gamma Q H_b = \eta_1 \gamma Q H_b \quad (3.4.a)$$

o

$$P = \eta_T \eta_G \gamma Q H = \eta_2 \gamma Q H \quad (3.4.b)$$

La expresión 3.4.a se usa en anteproyectos cuando no se requiere mucha exactitud, tal como se dijo en el capítulo 1, ya que η_1 se altera al variar el gasto y cambiar las pérdidas por ese motivo. Pero si no se desea gran precisión, se suele suponer η_1 constante con el fin de seleccionar las alternativas que ameriten un estudio detallado.

Por lo que respecta a la expresión 3.4.b, debe usarse cuando interese la potencia entregada por el generador a la red, por que sólo así se podrán obtener resultados generales del comportamiento turbina-generador, independientemente del proyecto específico supeditado a las características de la conducción.

Las eficiencias de la turbina y del generador también cambian con las condiciones de trabajo, pero estos cambios están registrados en curvas que proporcionan los fabricantes y pueden ser tomados en consideración con la precisión que se desee.

Sin embargo, en los estudios preliminares, cuando interesa saber el comportamiento y lo que puede obtenerse de las turbinas seleccionadas, basta usar la eficiencia de la turbina η_T y aplicar la expresión ya conocida 1.2.a. Es decir, sin preocuparse por la eficiencia del generador hasta que se llegue a la alternativa final en la que se exigirá el mayor detalle.

3.5 LEY DEL IMPULSO APLICADA AL ESTUDIO DE LAS TURBOMÁQUINAS

La ley del impulso o de la cantidad de movimiento que relaciona el cambio de velocidad experimentado por una partícula de

masa m con la fuerza que hace posible dicho cambio, se expresa en la forma siguiente:

$$\bar{F} \Delta t = m \Delta \bar{V} \quad (3.5.a)$$

en que Δt y $\Delta \bar{V}$ indican respectivamente los incrementos de tiempo y velocidad del fenómeno. El miembro de la izquierda se llama *impulso* y el de la derecha *cantidad de movimiento*.

La ley simplemente dice que el impulso durante un cierto tiempo Δt es igual al cambio de la cantidad de movimiento en el mismo tiempo.

Tratándose de un líquido:

$$m = \frac{\gamma Q}{g} \Delta t$$

por lo que la expresión anterior puede escribirse:

$$\bar{F} = \frac{\gamma Q}{g} \Delta \bar{V} = \frac{\gamma Q}{g} (\bar{V}_2 - \bar{V}_1) \quad (3.5.a')$$

y en esta forma, ya sin pensar en un tiempo determinado, se puede decir que \bar{F} es la fuerza que está provocando el cambio de velocidad $\Delta \bar{V}$ de la masa de líquido que fluye permanentemente con un gasto Q .

Con la ley de impulso se puede comprender la forma en que el agua transmite su energía a una máquina hidráulica. Pero antes de ir directamente a este tema, es conveniente presentar algunos ejemplos de casos sencillos, a fin de ilustrar la forma de aplicación de dicha ley. Estos ejemplos se presentan en los siguientes dos subtemas.

3.5.1 Efecto de un chorro incidiendo sobre placas bifurcadas y placas planas fijas

Para entender el mecanismo de transmisión de la energía del agua a una turbina, es conveniente estudiar antes la forma en que un chorro actúa sobre una placa, ya que es precisamente lo que sucede en los rodetes de las turbinas, que tienen unidas en su periferia una serie de placas que se llaman álabes (tema 3.8).

De acuerdo con la figura 3.4, supóngase que un chorro con gasto Q y velocidad V_1 incide sobre una placa bifurcada simétrica y que, por tal razón, divide su gasto a la mitad y también su área hidráulica, lo que trae por consecuencia que la magnitud de la velocidad se mantenga constante.

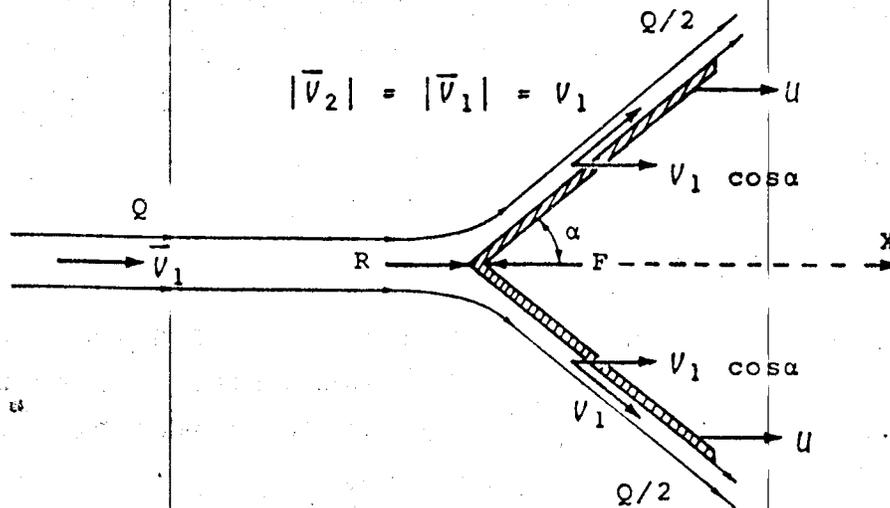


Figura 3.4

El empuje que es capaz de producir el chorro es $\frac{\gamma Q}{g} V_1$, aun que no necesariamente es el que tomará la placa, ya sea, como en este caso, que por su forma característica no acepta toda la energía del chorro o porque dicha placa se encuentra en movimiento; este último caso se tratará en el siguiente tema.

Si la placa está fija ($u=0$), es porque existe una fuerza F que la detiene y cuyo valor según la ley de Impulso 3.5.a' es, en la dirección del eje X :

$$F = \frac{\gamma Q}{2g} v_1 \cos \alpha + \frac{\gamma Q}{2g} v_1 \cos \alpha - \frac{\gamma Q}{g} v_1$$

o

$$F = \frac{\gamma Q}{g} (v_1 \cos \alpha - v_1)$$

Y el empuje R aceptado por la placa bifurcada es igual y de dirección contraria, es decir, haciendo $v_1 = v$:

$$R = \frac{\gamma Q}{g} (v - v \cos \alpha) = \frac{\gamma Q}{g} v (1 - \cos \alpha) \quad (3.5.b)$$

Obsérvese que el empuje aceptado por la placa según el eje X es el total de que dispone el chorro: $\gamma Q v / g$ menos el desvío debido a la bifurcación que no ejerce ninguna acción sobre la placa y cuyo valor, proyectado sobre el eje X es $(\gamma Q v / g) \cos \alpha$

En otras palabras, el impulso transmitido por un fluido a una estructura es igual a la diferencia entre la cantidad de movimiento a la entrada de la estructura y la cantidad de movimiento que tiene ese fluido al abandonarla. Si se designa como punto 1 al de entrada y 2 al de salida, el impulso tomado por la estructura es, entonces:

$$\bar{R} = \frac{\gamma Q}{g} (\bar{v}_1 - \bar{v}_2) \quad (3.5.c)$$

Si la placa es plana y perpendicular a la dirección del chorro ($\alpha=90^\circ$), toma toda la cantidad de movimiento del chorro ya que al salir el agua, su velocidad no tiene componente sobre el eje X . En la figura 3.5 se presenta este caso, en el

que el empuje sobre la placa es según 3.5.b :

$$R = \frac{\gamma Q}{g} V \quad (3.5.ch)$$

Valor que puede obtenerse también siguiendo el enfoque que condujo a la expresión 3.5.b.

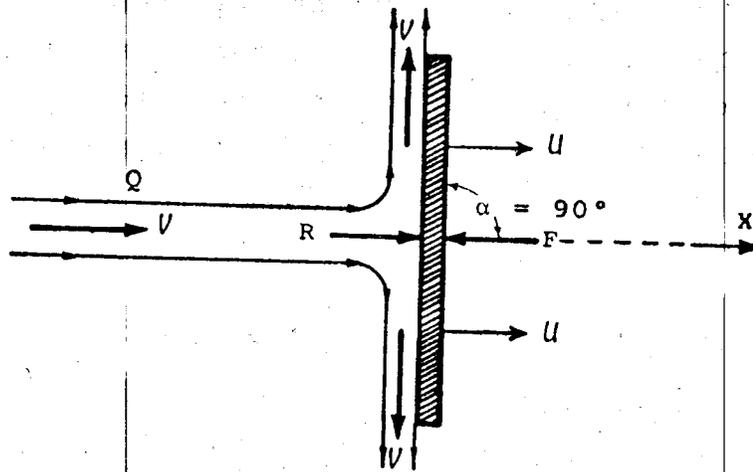


Figura 3.5

3.5.2 Efecto de un chorro incidiendo sobre placas en movimiento

Si las placas se mueven en la dirección del chorro con una velocidad u , el empuje deberá calcularse con la velocidad relativa $w = V - u$ y su valor será, de acuerdo con la expresión 3.5.b.

$$R = \frac{\gamma Q}{g} (V - u)(1 - \cos \alpha) \quad (3.5.d)$$

Para la placa bifurcada, o para la placa plana perpendicular al chorro, según 3.5.ch:

$$R = \frac{\gamma Q}{g} (v - u) \quad (3.5.e)$$

También se puede llegar a las dos expresiones anteriores, determinando la diferencia entre la cantidad de movimiento entregada por el líquido a la placa y la que la abandona sin ser aprovechada. En efecto, la cantidad de movimiento entregada por el chorro cuya velocidad es v_1 está dada por la expresión 3.5.ch y para determinar la que abandona la placa, debe conocerse la velocidad absoluta de salida v_2 , que puede obtenerse haciendo el siguiente razonamiento (ver figura 3.6).

La velocidad relativa del agua \bar{w}_a , es decir, la que tiene al desplazarse en contacto con la placa y una vez desviada por ésta, es:

$$\bar{w}_a = \bar{v}_a - \bar{u}$$

si \bar{v}_a es la velocidad absoluta del agua después de actuar sobre la placa que se desplaza con velocidad \bar{u} . Por lo que:

$$\bar{v}_a = \bar{w}_a + \bar{u} \quad (3.5.f)$$

Esta es la velocidad absoluta del chorro al abandonar la placa, que corresponde a la energía que ya no es aprovechada por dicha placa.

En la figura 3.6 se indican estas velocidades para el caso de la placa bifurcada simétrica a la dirección del chorro.

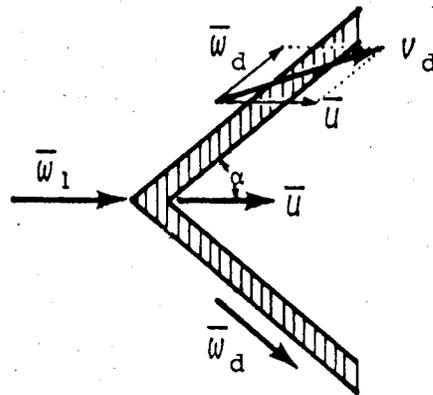


Figura 3.6

Ahora bien, en la dirección del chorro, que es la de \bar{u} , la velocidad absoluta del agua v_2 , una vez que ésta abandonó la placa, es, de acuerdo con 3.5.f.

$$v_2 = |\bar{w}_a| \cos \alpha + u$$

y como la magnitud de la velocidad relativa:

$$|\bar{w}_1| = v - u$$

y por simetría: $|\bar{w}_1| = |\bar{w}_a|$, se concluye que el valor buscado es:

$$v_2 = (v - u) \cos \alpha + u \quad (3.5.g)$$

o

$$v_2 = u, \text{ para la placa perpendicular al chorro } (\alpha = 90^\circ)$$

Recordando que $v_1 = v$, si estas velocidades se substituyen en la expresión 3.5.c, se obtendrán, respectivamente las mismas expresiones 3.5.d y 3.5.e.

3.5.3 Reacción de un chorro

Si como se indica en la figura 3.7, existe un tubo de forma cónica y por algún medio se fuerza la entrada de un fluido de gasto Q por la parte de mayor área con una velocidad V_1 y se permite la salida por el área menor con una velocidad V_2 , que será mayor según el principio de continuidad, este cambio de velocidad es sólo posible si existe una fuerza F cuyo valor es:

$$F = \frac{\gamma Q}{g} (V_2 - V_1)$$

Es decir, la fuerza F "detiene" al tubo cónico para que no se mueva en dirección contraria a ella, pero si se permite un cierto movimiento de manera que $u \neq 0$, el cono sufrirá un empuje $R = -F$, cuyo valor es:

$R = \frac{\gamma Q}{g} [(V_1 + u) - (V_2 + u)] = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 - V_2)$, que es la expresión 3.5.c y R no depende de u sino únicamente de las velocidades absolutas de entrada y salida, a las que se ha atribuido signo positivo.

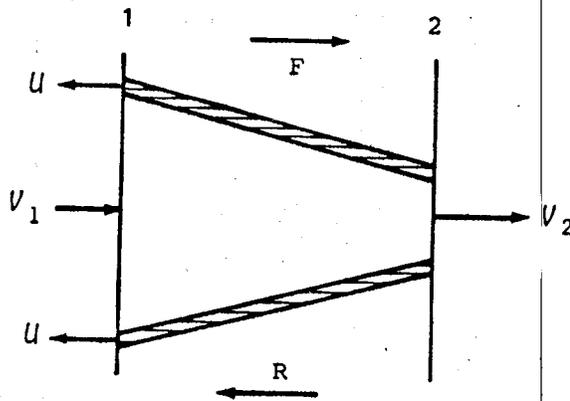


Figura 3.7

Este es el principio de las turbinas de reacción de los aviones y, desde luego, de la reacción que aparece entre los canales formados por los álabes de un rodete, como se tratará en el capítulo siguiente.

Por supuesto, puede llegarse a la misma expresión sin considerar el movimiento de la estructura, siguiendo el procedimiento descrito en el subtema 3.5.1 (expresión 3.5.c).

3.6 POTENCIA DESARROLLADA POR EL CHORRO SOBRE UNA PLACA EN MOVIMIENTO. PAR MOTOR

Supóngase que una placa plana se desplaza por efecto del impulso R que recibe de un chorro normal a ella y lo hace en la misma dirección de dicho impulso. Si la placa recorre una distancia s , desarrolla un trabajo:

$$\tau = Rs$$

y si el desplazamiento se hace en un tiempo t , es decir, con velocidad $u = s/t$, se habrá producido una potencia:

$$P = R \frac{s}{t} = Ru \quad (3.6.a)$$

Ahora bien, si la fuerza R está aplicada sobre una rueda que gira alrededor de un eje a una distancia r del punto de aplicación de dicha fuerza y con una velocidad tangencial u , como se ve en la figura 3.8, el par que hace girar a la rueda, llamado *par motor*, está dado por la expresión:

$$M = Rr \quad (3.6.b)$$

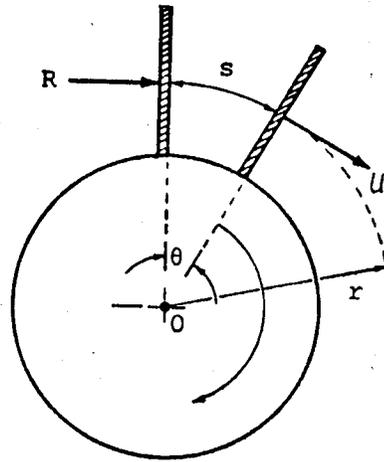


Figura 3.8

Por otra parte, según 3.6.a y recordando que $s = \theta r$, la potencia entregada es:

$$P = Rr \frac{\theta}{t}$$

Ahora bien, de acuerdo con 3.6.b y siendo que la velocidad angular ω es $\omega = \theta/t$, puede escribirse la llamada fórmula del par motor, que es la siguiente:

$$P = M\omega \quad (3.6.c)$$

ω puede medirse en cualquier motor en funcionamiento, por ejemplo con un tacómetro y M con un dispositivo de freno, y así determinar la potencia real del motor. La velocidad angular de los motores, que se designará con la letra N , se expresa en revoluciones por minuto (r.p.m.). Es decir, un punto de la rueda recorre en un minuto una distancia πDN , por lo que su velocidad tangencial en m/s es:

$$u = \frac{\pi DN}{60} \quad (3.6.ch)$$

y como:

$$\omega = \frac{u}{r} \quad (3.6.d)$$

se concluye que:

$$\omega = \frac{\pi N}{30} \quad (3.6.e)$$

Al tratarse de una rueda con un número adecuado de placas, de manera que pueda aceptarse que el chorro siempre está actuando sobre una de ellas, como sucede en las turbinas de impulso (Pelton), puede considerarse que el gasto se aprovecha en su totalidad, de manera que el empuje real tomado por el rodete sea el dado por la expresión 3.5.e.

3.7 POTENCIA MÁXIMA DESARROLLADA POR UNA RUEDA ACCIONADA POR UN CHORRO

3.7.1 Placas planas

Para este caso, las expresiones 3.5.e y 3.6.a permiten concluir que la potencia entregada por un chorro a una rueda con placas planas y girando con velocidad tangencial u , tiene el valor:

$$\begin{aligned} P &= \frac{\gamma Q}{g} (v - u)u , \\ &= \frac{\gamma Q}{g} (vu - u^2) \end{aligned} \quad (3.7.a)$$

Derivando esta expresión con respecto a u , se tiene:

$$\frac{\partial P}{\partial u} = \frac{\gamma Q}{g} (v - 2u)$$

que al igualarse a cero, define la condición para que la potencia sea máxima (la 2ª derivada es negativa). Esto sucede si se cumple:

$$u = \frac{v}{2} \quad (3.7.b)$$

substituyendo esta condición en la expresión 3.7.a, se tiene:

$$P_{\text{máx}} = \frac{\gamma Q}{g} \left(\frac{v^2}{2} - \frac{v^2}{4} \right) = \gamma Q \frac{v^2}{4g};$$

y según la expresión 3.3.a esto significa que:

$$P_{\text{máx}} = \frac{1}{2} \gamma Q H$$

Es decir, en una rueda con placas planas la máxima potencia que un chorro puede transmitir a dicha rueda, es igual únicamente a la mitad de la potencia propia del chorro y esto se presenta cuando se cumple la condición 3.7.b.

3.7.2 Placas bifurcadas. Principio de la turbina tipo Pelton

Las expresiones 3.5.d y 3.6.a permiten escribir que para el caso de una placa bifurcada moviéndose con velocidad u su potencia es:

$$P = \frac{\gamma Q}{g} (v - u) (1 - \cos \alpha) u$$

Desde luego se observa que el máximo valor de esta expresión dados u y v se presenta para un ángulo $\alpha = 180^\circ$ y es:

$$P = 2 \frac{\gamma Q}{g} (uv - u^2) \quad (3.7.c)$$

Con un análisis idéntico al hecho en el caso anterior, se concluye que la potencia máxima se presenta también si se cumple la condición 3.7.b y substituyéndola en la expresión anterior se tiene:

$$P_{\text{máx}} = \gamma Q \frac{v^2}{2g} = \gamma QH$$

Es decir, para un ángulo α de 180° y cuando la velocidad tangencial u es igual a la mitad de la velocidad del chorro, teóricamente se aprovecha toda la energía entregada a la placa. Esta es la razón por la que en las turbinas de impulso o tipo Pelton se colocan palas bifurcadas con ángulos cercanos a los 180° , tal como se indica en la figura 3.9.

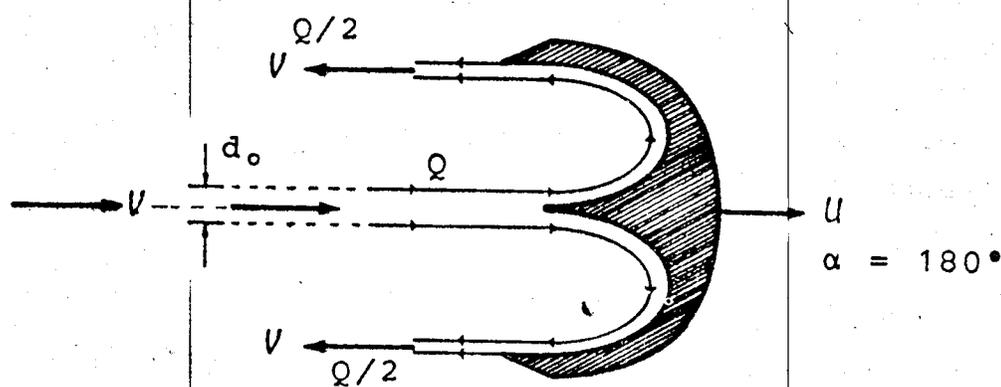


Figura 3.9

En realidad, para facilitar la descarga del agua, α es un poco menor que 180° ; del orden de 174° ó 176° .

Por otra parte, el empuje sobre la pala tipo Pelton, puede determinarse con la expresión del cambio de cantidad de movimiento 3.5.c calculando la velocidad de salida V_2 , con la expresión 3.5.g para $\alpha = 180^\circ$, y su valor es:

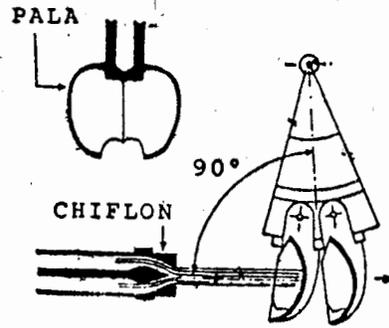
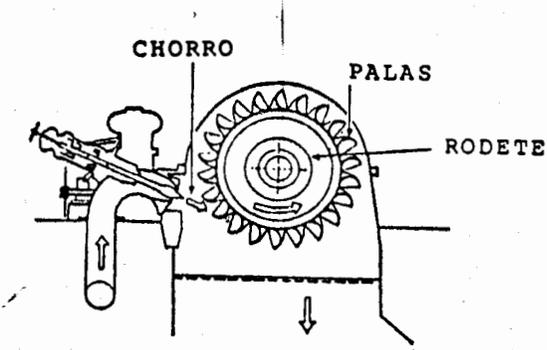
$$R = 2\gamma Q/g(V - u) ,$$

que es el doble del obtenido para placas planas en la expresión 3.5.e.

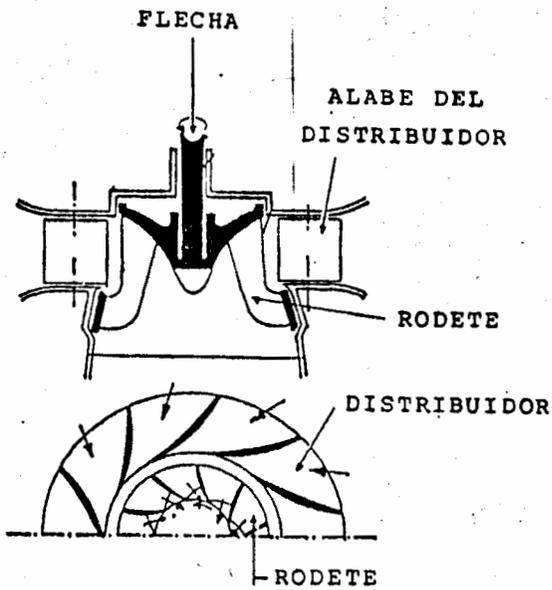
3.8 ELEMENTOS PRINCIPALES DE UNA TURBINA

En la figura 3.10 se representan las partes más importantes de los principales tipos de turbinas, a saber: turbinas de impulso (Pelton) y de reacción (Francis y Kaplan). Se puede observar en la figura 3.10.a cómo el giro del rodete de una turbina de impulso es inducido por la energía del chorro al chocar contra las palas fijas a dicho rodete.

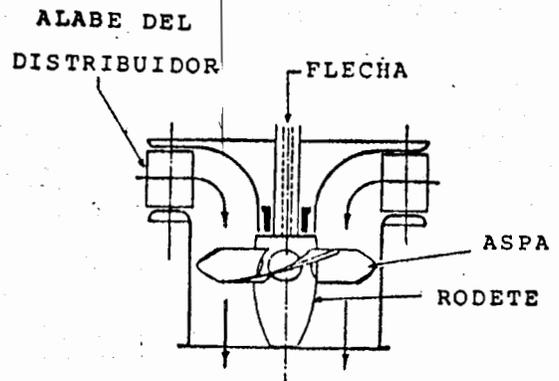
Por lo que respecta a las turbinas de reacción, la figura 3.10.b representa una Francis de acción centrípeta, que es el tipo más común. Asimismo la figura 3.10.c muestra esquemáticamente el corte de una turbina Kaplan.



a) PELTON



b) FRANCIS



c) KAPLAN

G- 604093

Figura 3.10

(Tomado de ŠTOLL, Č. et al., *Využití Vodní Energie*, pp. 373, 374, 377).

La instalación real de una turbina Pelton de dos chiflones se indica en la figura 3.11, donde pueden apreciarse los mecanismos obturadores de los chiflones, los deflectores de los mismos y algunos detalles de las tuberías de distribución. Su función se estudiará en el siguiente capítulo.

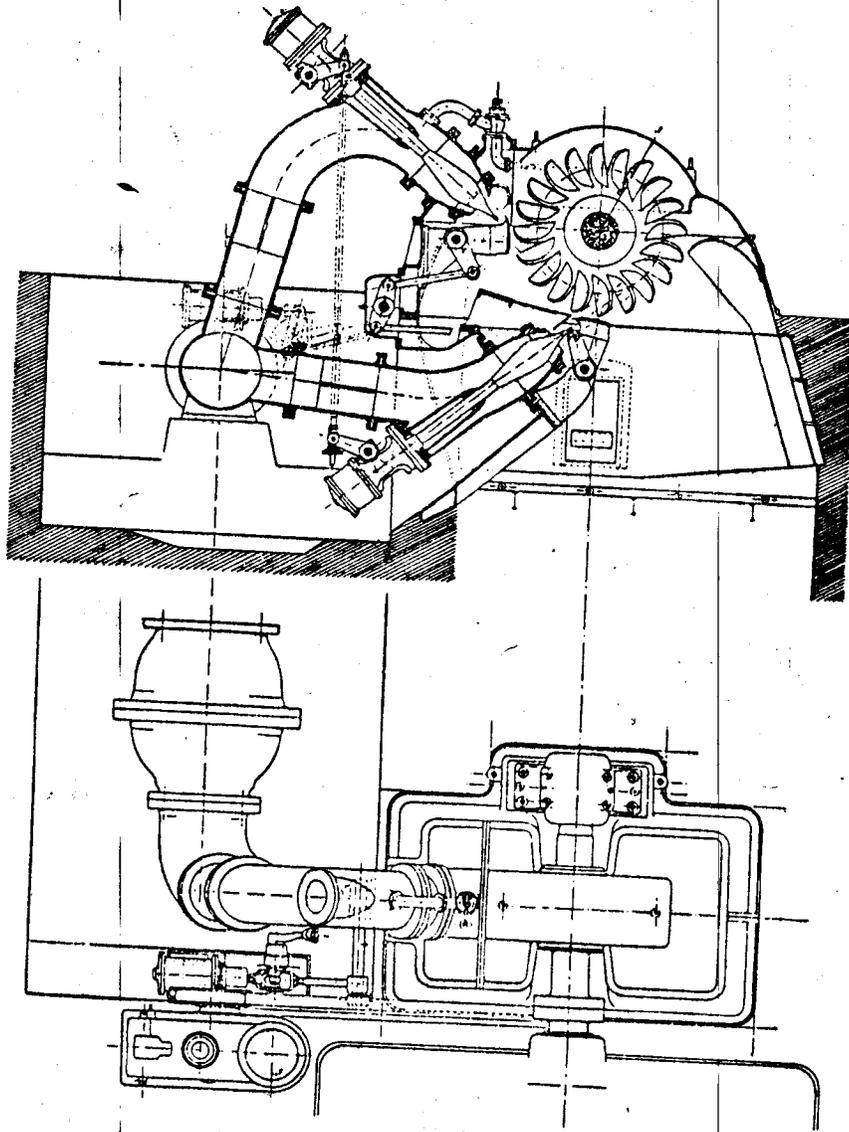


Figura 3.11 Turbina Pelton

(Tomado de NECHLEBA, M., *Hydraulic Turbines*, p. 63)

En las turbinas de reacción el rodete se encuentra confinado dentro de una estructura hermética llamada *caracol*, *espiral de alimentación* o *carcaza* (figura 3.12).

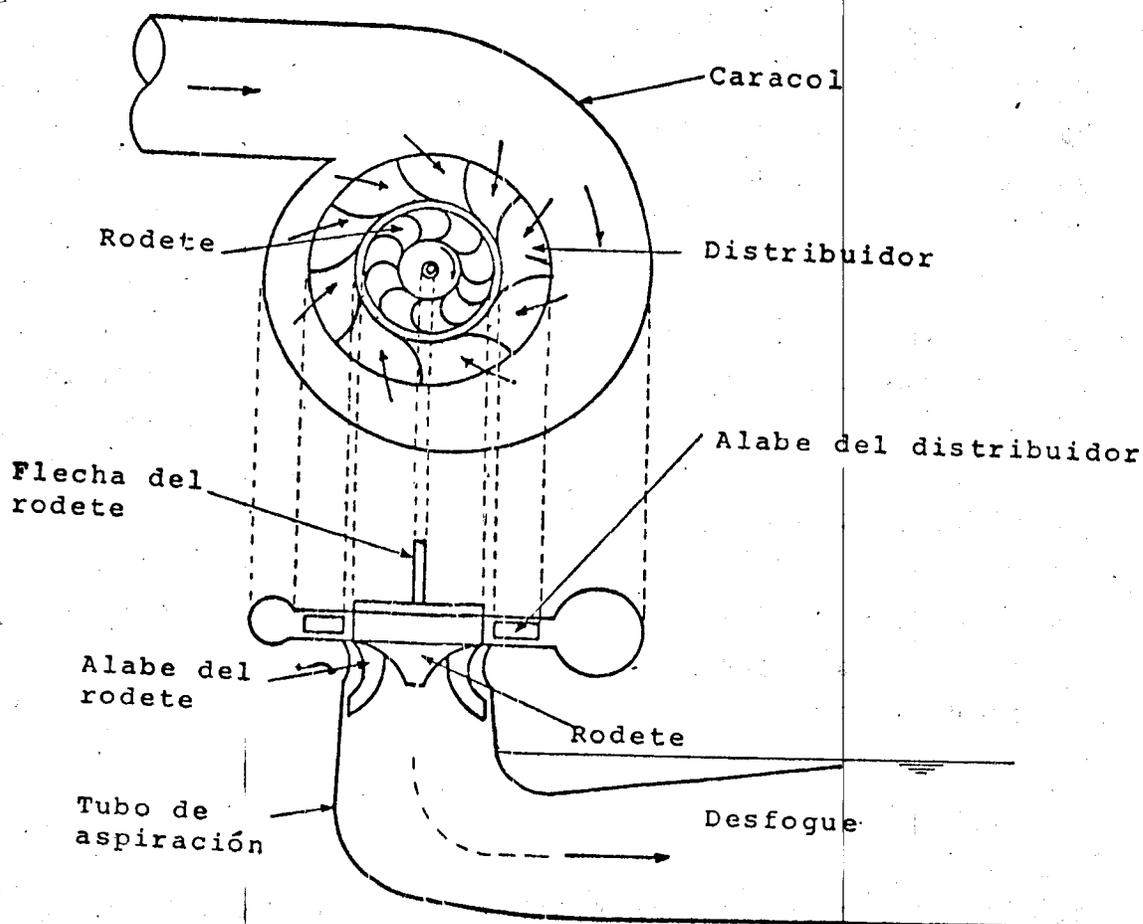


Figura 3.12 Turbina Francis

El caracol es un tubo de sección circular por lo general y cuyo diámetro disminuye a partir del acceso del agua a la estructura. Esta estructura se localiza alrededor del rodete y tiene por objeto alimentar a dicho rodete desde la periferia entregándole el agua con la misma velocidad y presión, es decir, uniformemente. Para lograr esta uniformidad, la sección del caracol va disminuyendo a medida que el gasto decrece al ir siendo entregado al rodete.

Este proceso se realiza a través de un dispositivo que se llama *distribuidor*, formado con álabes móviles e instalado entre el caracol y el rodete. El distribuidor actúa también como válvula, es decir, permite aumentar o disminuir el gasto para satisfacer las variaciones de la demanda de potencia.

Para dirigir mejor el agua hacia el distribuidor, se utilizan una serie de álabes fijos soldados al caracol que conforman la estructura llamada *predistribuidor*, que por cierto, no está representada en la figura.

Una vez que el agua ha pasado a través del distribuidor llega al rodete propiamente dicho, y pasa entre los canales formados por sus álabes fijos en el caso de que la turbina sea tipo Francis, y álabes móviles si es Kaplan, como se verá después.

En esta forma, el agua transmite su energía al rodete y lo hace girar. La flecha de éste está conectada directamente al generador y así le transmite su energía mecánica.

3.9 ELEMENTOS PRINCIPALES DE LAS BOMBAS CENTRIFUGAS

Las bombas, en cierta forma, son las máquinas opuestas a las turbinas de reacción. Sus partes principales tienen la siguiente equivalencia:

Turbina	Bomba
Carcaza - - - - -	Voluta
Distribuidor - - - - -	Difusor
Rodete - - - - -	Impulsor

En la figura 3.13 se representa una bomba centrífuga de succión sencilla y se indican sus partes principales.

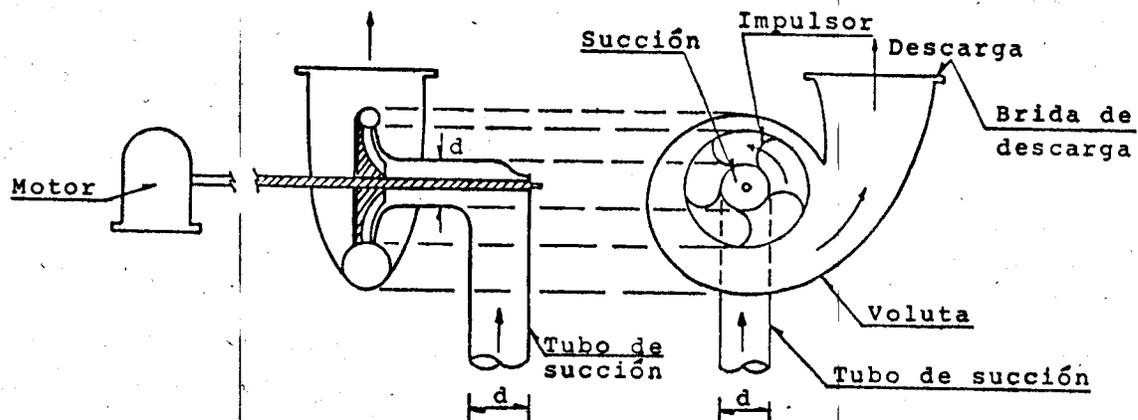


Figura 3.13

El difusor puede estar formado por una serie de álabes directrices como en las turbinas o simplemente, como en el caso de la figura, la voluta hace el papel de difusor al propiciar la cedencia de energía cinética a energía de presión.

3.10 DISPOSICIÓN CARACTERÍSTICA DE LOS ÁLABES EN LOS RODETES DE LAS TURBINAS DE REACCIÓN Y EN LOS IMPULSORES DE LAS BOMBAS CENTRÍFUGAS

La diferencia entre el diseño adecuado de un impulsor (bombas) y de un rodete (turbinas) consiste en la posición de los álabes. En la bomba centrífuga el agua entra por el ojo del impulsor y sale por la periferia, mientras que la dirección del

flujo en la mayoría de las turbinas de reacción es precisamente la contraria. Esta inversión del flujo se puede lograr simplemente cambiando el sentido de giro del rodete. En la figura 3.14 se representa un rodete y se indican las velocidades absolutas del agua con la letra V , las tangenciales de giro del rodete con la letra U y las velocidades relativas agua-rodete con la letra w . En la misma figura se indica el sentido de giro si el funcionamiento corresponde a una turbina o a una bomba. Los subíndices 1 y 2 corresponden, respectivamente, a la entrada y salida del agua en ambos casos.

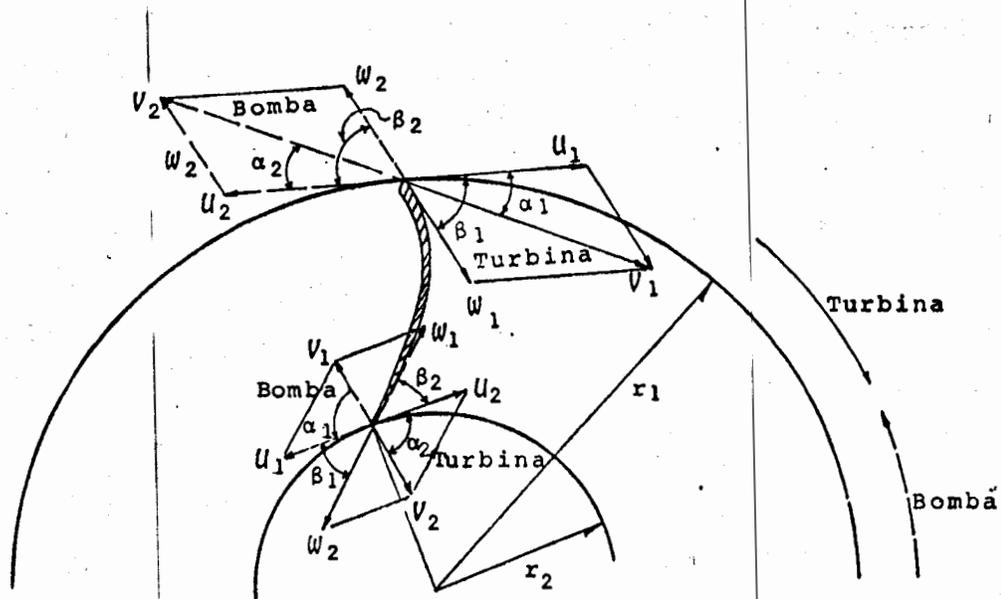
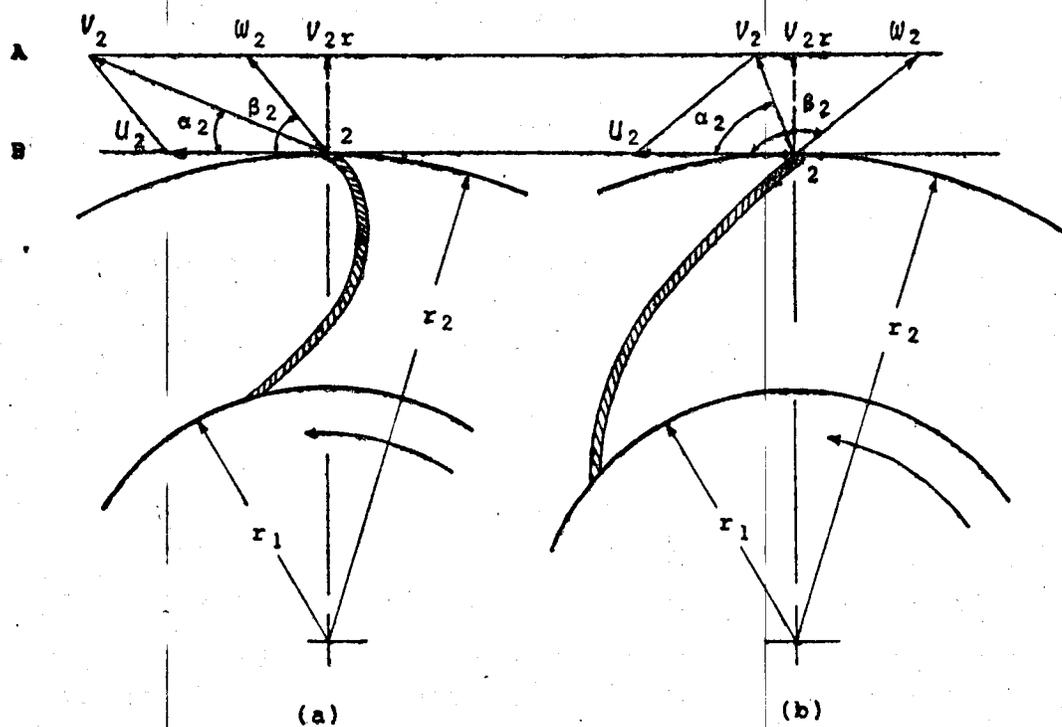


Figura 3.14

Debido a que en una bomba se pretende crear presión en la descarga, conviene en general, que las velocidades V_2 a la salida sean tan pequeñas como sea posible, lo que no se requiere en la misma posición geométrica de la turbina, es decir, en los puntos de entrada al rodete. Por tal razón, si bien una turbina puede usarse como bomba, al trabajar como tal, su eficiencia disminuirá notablemente. Esto es lo que sucede en las llamadas turbinas reversibles o turbinas-bombas que se usan en las plantas de acumulación de energía (o de "rebombeo"), de

las que se habló en 1.6.5. Con base en esto, lo mejor es usar una máquina para lo que fue diseñada; es decir, bomba o turbina. No obstante, el hecho de que existan turbinas reversibles se debe a que la pérdida en eficiencia mencionada se compensa con el ahorro en muchas otras instalaciones. La decisión está entonces relacionada con el caso específico que se presente.

En la figura 3.15 se indica el funcionamiento del impulsor de una bomba con sus paralelogramos de velocidades para dos formas distintas de álabes, a saber: en la figura 3.15.a se trata de un rodete de turbina girando en sentido contrario para actuar como bomba y en la figura 3.15.b, se tiene el diseño típico del impulsor de una bomba.



- (a) Rodete trabajando como impulsor
 (b) Impulsor con forma correcta de álabes

Figura 3.15 Bomba

Si se desea conocer cuál es la forma más conveniente de los álabes de un impulsor, puede verse que la proyección V_{2r} de la velocidad del agua a la salida del rodete multiplicada por su área hidráulica es el gasto de la bomba, es decir:

$$Q = \pi D b V_{2r}$$

en que b es la separación entre los álabes del impulsor medido perpendicularmente a V_{2r} y D es el diámetro del rodete. Esto significa que, si se va a buscar un diseño apropiado para los álabes de un impulsor de diámetro ya definido pero manteniendo constante el gasto, deberá también ser constante la proyección de la velocidad de salida V_{2r} ; lo que implica que las líneas A y B sean equidistantes para cualquier forma que se dé a los álabes. Observando esta figura, se ve que la posición (b) de los álabes es la más apropiada para que la velocidad de salida V_2 sea la menor posible (próxima a V_{2r}) lográndose así un incremento en la presión, que es lo que se procura conseguir en la descarga de la bomba. Además en esta forma se disminuye el trabajo del difusor, cuya misión es precisamente subir rápidamente la presión.

3.11 ECUACIÓN DE TURBINA DE EULER

En la figura 3.16 se representa la trayectoria de una partícula de agua que entra al rodete de una turbina por el punto 1 con una velocidad V_1 y sale por el punto 2 con velocidad V_2 . Desde luego, la trayectoria indicada es consecuencia de todas las velocidades y de la forma de los álabes, que en este dibujo no se han representado para hacerlo más sencillo. El lector puede ver las figuras 3.10, 3.12 y 3.14 para comprender mejor este esquema.

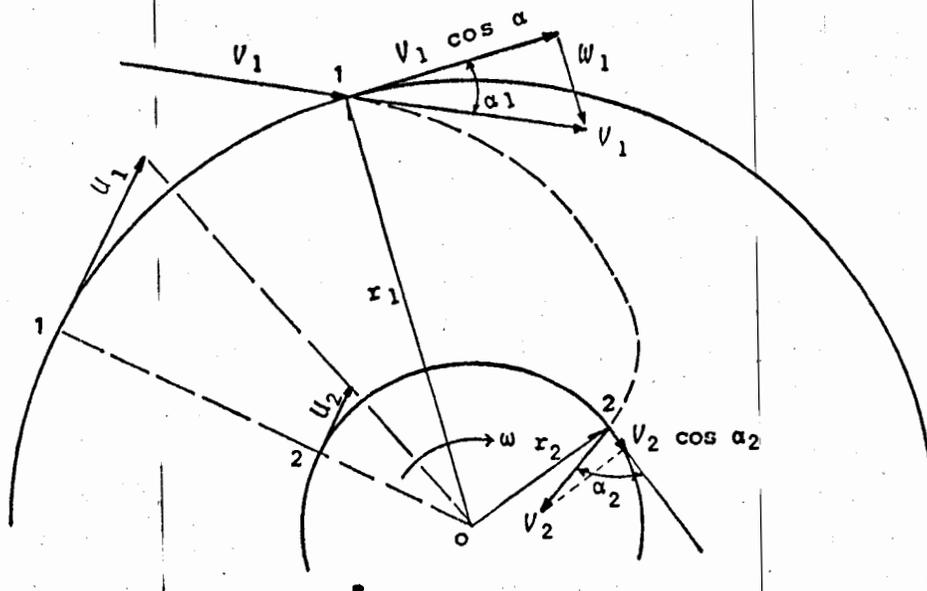


Figura 3.16

El impulso aprovechado por el rodete es el indicado en la expresión 3.5.c. Pero si se desea conocer el par motor (expresión 3.6.b) sólo interesa la proyección de este impulso sobre las tangentes a la rueda, por lo que dicho par motor, según la expresión señalada y de acuerdo con la figura 3.16, tiene el valor:

$$M = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 \cos \alpha_1 r_1 - V_2 \cos \alpha_2 r_2) \quad (3.11.a)$$

Expresión conocida como *ecuación de turbina de Euler*. Ahora bien, según 3.6.c y 3.6.d, la potencia del rodete vale:

$$P = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 u_1 \cos \alpha_1 - V_2 u_2 \cos \alpha_2)$$

Esta es la potencia real, ya que el líquido entregó al rodete la energía necesaria para ponerlo en movimiento y para vencer las pérdidas en dicho rodete. Por lo tanto, si dicha potencia es $P = \eta \gamma Q H$, la expresión anterior equivale a:

$$\eta H = \frac{1}{g} (u_1 v_1 \cos \alpha_1 - u_2 v_2 \cos \alpha_2) \quad (3.11.b)$$

llamada *ecuación energética de la turbina* o simplemente *ecuación de Euler*, aunque esta última denominación puede provocar confusiones con otras expresiones debidas al mismo investigador.

En el apéndice I se demuestra la ecuación de Euler siguiendo la trayectoria de la partícula a través del rodete.

Para el caso de las bombas, el par motor es exactamente igual pero de signo contrario al de la expresión 3.11.a, como puede concluirse al observar los paralelogramos de velocidades de la figura 3.14 y cómo, en este caso, es el impulsor el que transmite su energía mecánica al líquido y no al revés como sucede en la turbina; el par motor entregado al impulsor tiene el valor:

$$M = \frac{\gamma Q}{g} (v_2 \cos \alpha_2 r_2 - v_1 \cos \alpha_1 r_1)$$

Recuérdese que, como se indica en la figura 3.14, los subíndices 1 y 2 señalan respectivamente la entrada y la salida del líquido.

La potencia real de la bomba cuya eficiencia sea η tiene el siguiente valor:

$$P = \frac{\gamma Q}{g} (u_2 v_2 \cos \alpha_2 - u_1 v_1 \cos \alpha_1) = \frac{\gamma Q H}{\eta}$$

por lo que la ecuación energética de Euler para la bomba, es:

$$\frac{H}{\eta} = \frac{1}{g} (u_2 v_2 \cos \alpha_2 - u_1 v_1 \cos \alpha_1) \quad (3.11.c)$$

3.12 CONCLUSIONES BASADAS EN LA ECUACIÓN DE EULER PARA EL DISEÑO DE RODETES E IMPULSORES

Analizando la ecuación de Euler en sus formas 3.11.b y 3.11.c para turbinas y para bombas respectivamente y observando las figuras 3.17, 3.14 y 3.15, pueden deducirse algunas de las características principales de diseño que deben reunir los rodetes y los impulsores para proporcionar mayor eficiencia, dado un cierto valor de su carga.

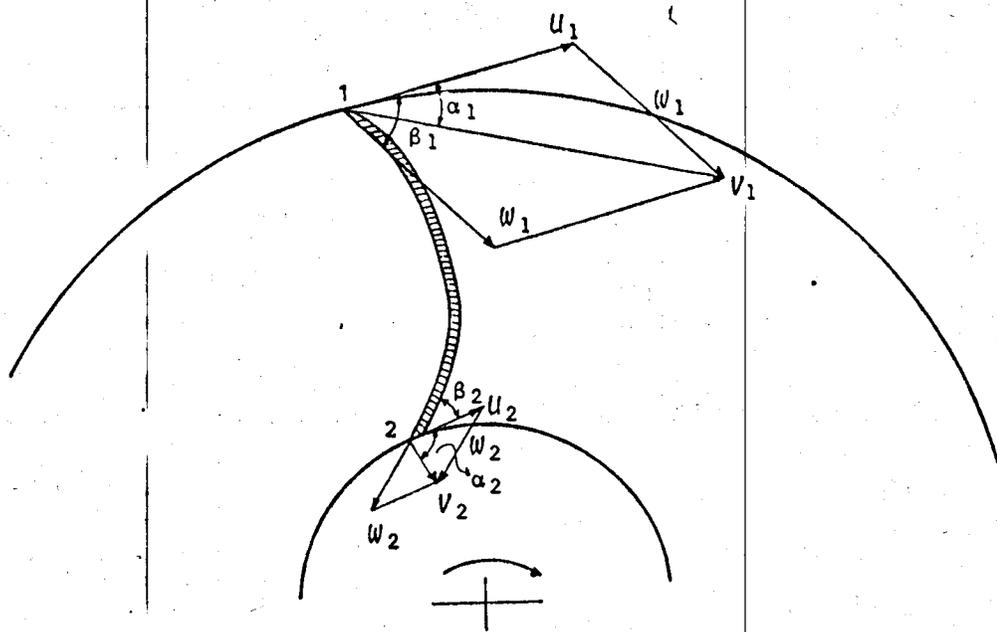


Figura 3.17

En el cuadro 3.1 se presentan dichas características que son producto simplemente de "leer" la ecuación de Euler y observar los paralelogramos de velocidades que aparecen en las figuras mencionadas anteriormente.

	TURBINAS; Ec. 3.11.b	BOMBAS; Ec. 3.11.c
<p>Angulo de entrada del agua al rodete o al impulsor</p> <p>α_1</p>	<p>T - 1</p> <p>Debe ser pequeño de manera que $\cos\alpha_1$ sea lo mayor posible. No puede ser nulo porque el agua no entraría al rodete (en el caso de las turbinas de reacción). Su valor varía de 12° a 24° aproximadamente y esto permite suponer: $\cos\alpha_1 = 1$</p>	<p>B - 1</p> <p>En teoría debería ser cercano a cero para que $\cos\alpha_1$ fuera lo mayor posible, pero esto forzaría una rotación del líquido en la dirección de giro del impulsor, lo que sería inadecuado para la entrada del agua al mismo. En la práctica el valor de este ángulo es cercano a los 90°, lo que permite hacer: $\cos\alpha_1 = 0$ y eliminar el segundo término de la ecuación 3.11.c.</p>
<p>Angulo de salida del agua del rodete o del impulsor</p> <p>α_2</p>	<p>T - 2</p> <p>Teóricamente convendría que fuera mayor de 90° pero, por las mismas razones señaladas en B-1, se procura que su valor sea del orden de 90°, lo que permite eliminar el segundo término de la ecuación 3.11.b.</p>	<p>B - 2</p> <p>Por lo expuesto en 3.10, este ángulo debe ser cercano a los 90°. La ecuación 3.11.c dice entonces que la velocidad tangencial u_2 adquiere importancia primordial para lograr la carga dinámica de la bomba.</p>
<p>Inclinación de los álabes:</p> <p>β_1 (entrada)</p>	<p>T - 3</p> <p>Para valores dados de α_1, V_1 y D, aumenta al incrementarse la velocidad de giro.</p>	<p>B - 3</p> <p>Menor de 90° para que $\alpha_1 \neq 90^\circ$. Disminuye su valor al incrementarse la velocidad de giro para valores de α_1, V_1 y D_1 conocidos.</p>
<p>β_2 (salida)</p>	<p>T - 4</p> <p>Menor de 90° para que α_2 se acerque a 90°. Para valores fijos de α_2, V_2 y D_2, disminuye al aumentar la velocidad de giro.</p>	<p>B - 4</p> <p>Mayor de 90° (ver figura 3.15). Para valores dados de α_2, V_2 y D_2 aumenta al incrementarse la velocidad de giro.</p>

Cuadro 3.1

Con base en las consideraciones T-1 y T-2 del cuadro 3.1, la ecuación 3.11.b para un buen diseño, se reduce a la forma:

$$\eta H = \frac{1}{g} u v \quad (3.12.a)$$

Se ha eliminado el subíndice 1 porque sólo afectan al funcionamiento la velocidad de entrada al rodete y la velocidad tangencial exterior del mismo.

Tomando en consideración B - 1, para el caso de las bombas, la ecuación de Euler 3.11.c queda:

$$\frac{H}{\eta} = \frac{1}{g} u v \cos \alpha \quad (3.12.b)$$

recordando que u , v y α corresponden a la parte exterior del impulsor.

Por otra parte, la ecuación 3.11.b también puede escribirse en otra forma si se usa la ley de los cosenos. En efecto, los triángulos de velocidades de la figura 3.17, garantizan la validez de las siguientes relaciones:

$$w_1^2 = v_1^2 + u_1^2 - 2u_1v_1\cos\alpha_1$$

$$w_2^2 = v_2^2 + u_2^2 - 2u_2v_2\cos\alpha_2$$

si se resta la primera de la segunda y se divide la expresión resultante entre $2g$, se tendrá:

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} = \frac{u_1v_1\cos\alpha_1 - u_2v_2\cos\alpha_2}{g}$$

y según la ecuación 3.11.b, el término de la derecha es: ηH , luego, es válido escribir la ecuación de Euler para turbinas

en la forma:

$$\eta H = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2g} + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2g} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2g} \quad (3.12.c)$$

análogamente para bombas la ecuación 3.11.c, queda:

$$\frac{H}{\eta} = \frac{\omega_1^2 - \omega_2^2}{2g} + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2g} \quad (3.12.ch)$$

Observando las ecuaciones de Euler en la forma anterior, pueden corroborarse las conclusiones anteriores señaladas en el cuadro 3.1. Pero además es posible examinar con mayor claridad algunas características de las máquinas hidráulicas. En efecto, empezando por las turbinas, se deduce de la ecuación 3.12.c que las relaciones ω_2/ω_1 ; v_1/v_2 y u_1/u_2 deben ser lo más grandes posibles para un valor de H dado.

La segunda relación representa el hecho lógico de que el rodete debe tomar la mayor energía posible para tener una alta eficiencia, y la tercera, que equivale a la relación de radios exterior e interior del rodete r_1/r_2 para una velocidad de giro dada, señala que, teóricamente, un rodete del tipo A que aparece en la figura 3.18 es más eficiente que uno del tipo B.

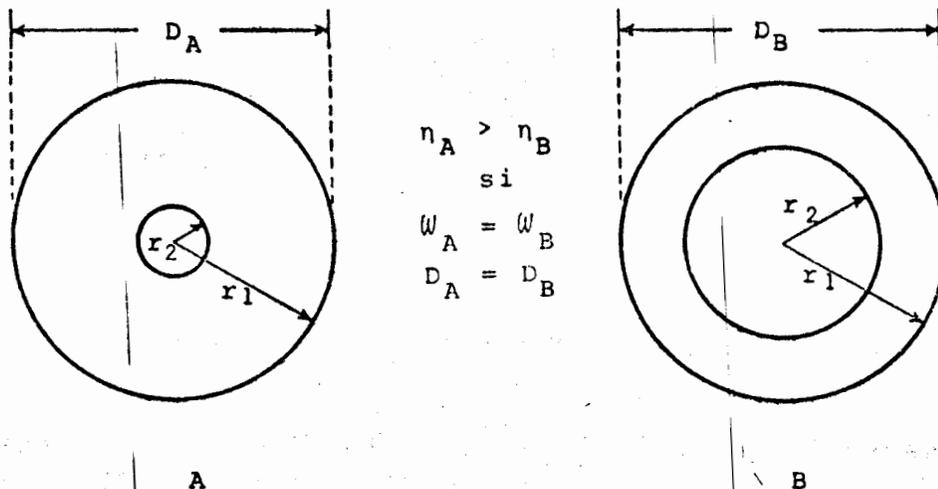


Figura 3.18

Desde luego r_2 no puede ser demasiado pequeño en la práctica, ya que se necesita disponer de espacio suficiente para instalar la flecha y descargar el agua al tubo de aspiración, pero no deberá ser más grande de lo necesario para estos fines.

Tanto en las turbinas como en las bombas, las conclusiones son prácticamente las mismas que para las turbinas. Recuérdese que los subíndices están intercambiados porque la dirección del flujo es contraria a la de las turbinas.

La ecuación de Euler 3.12.a, aunque ha sido obtenida para una turbina de reacción, es aplicable también a las turbinas de impulso. En efecto, esto se puede comprobar si se recuerda que en estas últimas, el caso ideal en que $\eta = 1$, debe cumplirse la condición $u = v/2$ (3.7.b), lo que reduciría la mencionada ecuación a:

$$H = \frac{v^2}{2g}$$

que es la carga neta de las turbinas de este tipo (expresión 3.3.a), aprovechada en su totalidad si $\alpha = 180^\circ$, como se explicó en el subtema 3.7.2.

3.13 TAMAÑO COMPARATIVO ENTRE LAS TURBINAS DE REACCIÓN Y LAS DE IMPULSO*

Recordando el valor de la carga neta para las turbinas de reacción:

$$H = z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \quad (3.3.b)$$

* En el desarrollo de este tema se usarán los subíndices I y R para referirse a las turbinas de impulso y de reacción, respectivamente.

en que z , p/γ y $v_p^2/2g$ corresponden al final de la tubería de presión, es decir, a la entrada a la espiral de alimentación (punto 1 en la figura 3.3). Asimismo para las turbinas de impulso, la carga neta tiene el valor:

$$H = \frac{v_I^2}{2g} \quad (3.3.a)$$

En que v_I es la velocidad del agua al entrar en contacto con el rodete, es decir, la velocidad que aparece en la ecuación de Euler 3.12.a.

Es obvio que si H tuviera el mismo valor para dos turbinas de cada tipo:

$$v_p < v_I \quad (3.13.a)$$

y aunque v_p no es la velocidad del agua al entrar en contacto con el rodete, es decir, no es la que aparece en la ecuación de Euler, debido a que el flujo debe aún pasar a la espiral de alimentación y de allí, a través del distribuidor llegar al rodete, la velocidad v_R de entrada al rodete (v en la ecuación de Euler) es, en general, mayor que v_p , ya que normalmente el agua se acelera a su paso por el distribuidor, como se verá en 3.14. A pesar de esto, de todas maneras se cumple siempre que para cargas iguales:

$$v_R \ll v_I \quad (3.13.b)$$

Si ahora se observa la ecuación de Euler 3.12.a, resulta evidente que, si se cumple la condición anterior y $H_I = H_R$, es válida también la desigualdad:

$$u_R > u_I$$

que implica:

$$D_R N_R > D_I N_I \quad (3.13.c)$$

Si por ahora se acepta que $N_R = N_I$, la expresión 3.13.c señala que los rodets de las turbinas de reacción son de mayor tamaño que los de las turbinas de impulso, si la referencia es a la misma carga.

Ahora bien, la velocidad en las tuberías de presión no debe pasar de 6 ó 7 m/s con el fin de que las pérdidas no sean excesivas. Esto limita el valor de la carga en las turbinas de reacción prácticamente a la presión que puedan resistir dentro de los límites económicos, presión que no sobrepasa normalmente unos 200 metros. Este problema no existe en las turbinas de impulso, ya que trabajan a la presión atmosférica y, por lo tanto, pueden funcionar con cargas hasta casi 10 veces mayores que las de las turbinas de reacción. Entonces si en la práctica $H_I \gg H_R$ con más razón se cumplen las condiciones 3.13.a, 3.13.b y 3.13.c.

En muchos casos conviene dar una velocidad de giro mayor a las de impulso para disminuir un poco más su diámetro, sobre todo cuando el gasto no es muy grande. Esta no es una regla general, pero sí es común, debido a que por razones estructurales y de inercia, es más fácil que una rueda pequeña gire con velocidad angular grande a que lo haga otra de diámetro mayor.

Otra razón por la que las turbinas de reacción son generalmente de mayor tamaño que las de impulso, es porque en la naturaleza casi siempre hay cargas disponibles elevadas cuando los gastos son pequeños y viceversa. Esto se debe a que los ríos, al ir de las montañas hacia el mar, van captando cada vez más afluentes y al ganar caudal pierden desniveles topográficos importantes y, por consiguiente, cada vez son menores las cargas disponibles.

Entonces, si las turbinas de reacción deben manejar gastos grandes, es necesario construirlas de mayor tamaño que las de impulso, lo que es una razón acorde con lo expuesto anteriormente.

3.13.1 Expresión general para determinar el diámetro de los rodetes

A partir de la ecuación de Euler 3.12.a, pueden conocerse los parámetros que afectan el diámetro de los rodetes. En efecto, recordando 3.6.ch, la ecuación 3.12.a, puede escribirse:

$$nH = \frac{1}{g} \frac{\pi DN}{60} v$$

Por lo que, una vez hechas las operaciones indicadas, puede verse que el diámetro del rodete vale:

$$D = 187.36n \frac{H}{vN} \quad (3.13.ch)$$

Expresión válida para cualquier turbina. En el caso de la de impulso como $v = \sqrt{2gH}$ la fórmula anterior se reduce a:

PELTON.

$$D_I = 42.30n \frac{\sqrt{H}}{N} \quad (3.13.d)$$

En el capítulo 4 se presentan fórmulas empíricas para determinar diámetros de turbinas. Estas fórmulas se refieren a máquinas que han trabajado satisfactoriamente y están relacionadas con parámetros más cercanos a los que maneja el ingeniero proyectista como son, la potencia y el gasto. No obstante, para el caso de la turbina Pelton, las fórmulas empíricas sí son del tipo de la 3.13.d como se verá en el capítulo mencionado.

Ejemplo 3.3

En un proyecto se desea saber qué tipo de turbina conviene, si de reacción o de impulso, disponiendo de los datos siguientes: $H = 600 \text{ m}$; $\eta = 0.80$; $N = 180 \text{ r.p.m.}$ Si la turbina fuera de reacción, supóngase que la velocidad del agua al entrar en contacto con el rodete es: $V = 7.2 \text{ m/s}$.

Solución:

Si la turbina fuera de impulso; según 3.13.d:

$$D_I = 42.30 \times 0.8 \frac{\sqrt{600}}{180} = 4.61 \text{ m}$$

y si fuera de reacción, según 3.13.ch:

$$D_R = 187.36 \times 0.8 \frac{600}{7.2 \times 180} = 69.39 \text{ m}$$

Obviamente se escogería la turbina de impulso, ya que un rodete del tamaño necesario para la de reacción es totalmente absurdo.

Ejemplo 3.4

El mismo problema anterior, sólo que ahora la carga disponible es $H = 40 \text{ m}$.

Solución:

$$D_I = 1.19 \text{ m}$$

$$D_R = 4.63 \text{ m}$$

En este caso, si sólo se piensa en el diámetro del rodete, se escogería la de impulso. Pero según se comentó al final de 3.13, es muy posible, que por ser la carga pequeña, el gasto sea grande y esto obligue a utilizar una turbina de reacción.

Lo anterior quiere decir, que en las fórmulas para determinar el diámetro de los rodetes debe incluirse el gasto o la potencia, además de la carga, y sólo así podrá tomarse la decisión correcta. En el siguiente capítulo se presentarán las fórmulas empíricas apropiadas.

3.14 VELOCIDAD DE ENTRADA AL RODETE EN TURBINAS DE REACCIÓN

La velocidad del agua en la espiral de alimentación v_e debe mantenerse constante para garantizar así que el acceso del agua al distribuidor y al rodete sea uniforme. Puede decirse que también la velocidad al final de la tubería de presión v_p , es igual a la de la espiral, es decir: $v_e = v_p$. Según Štoll⁽¹⁾, v_p puede relacionarse con la carga, utilizando la fórmula:

$$v_p = K_o \sqrt{2gH} \quad (3.14.a)$$

y el autor mencionado da los siguientes valores de K_o obtenidos de un número grande de instalaciones que funcionan adecuadamente (tabla 3.1).

¹ ŠTOLL, Č., et al. *Využití Vodní Energie*, p. 426.

H(m)	10	30	60	100	200	400	600	720
K_o	0.26	0.23	0.20	0.17	0.13	0.084	0.065	0.055

Tabla 3.1

Como ya se dijo, la velocidad V_p en la tubería de presión no debe ser mayor de unos 7 m/s. Por otra parte, en las turbinas de reacción, la velocidad V (ecuación de Euler) generalmente es mayor que V_e debido a que se acelera entre los álabes del distribuidor hasta unas 4 veces, es decir:

$$V = (1 \sim 4) V_e$$

Los valores máximos de V dependen del material de que estén contruidos los álabes tanto del distribuidor como del rodete, y son del orden indicado a continuación:

	V
lámina soldada	≤ 45 m/s
hierro fundido	≤ 50 m/s
acero pulido	≤ 90 m/s

En el cuadro 3.2 se indican algunos valores de V para las plantas hidroeléctricas señaladas:

Nombre y País	Tipo	H(m)	η	N r.p.m.	D(m)	U(m/s)	V(m/s)	$V_e = V_p^*$ (m/s)	V/V _e
SVIR (URSS)	K	11	0.89	75	7.42	29.14	3.30	3.82	0.86
KUBISHEV (URSS)	K	29	0.90	68	9.30	33.11	7.73	5.49	1.41
SLAPY (CHECOSLOVAQUIA)	K	56	0.90	230.8	3.70	44.71	11.06	6.76	1.64
GRAND COULEE (EUA)	F	86.89	0.91	72	9.91	37.36	20.76	7.42	2.80
BOUT LES ORGES (FRANCIA)	F	111.5	0.90	187.5	3.6	35.34	27.86	7.74	3.60

* Valor calculado con la expresión 3.14.a y la tabla 3.1.

Cuadro 3.2

PROBLEMAS

3.1 Con relación a la figura, calcule:

- La presión p_1/γ a la entrada a la turbina.
- Las cotas B y C
- La eficiencia de la conducción.

Coefficientes de pérdida:

entrada $K_e = 0.2$

rugosidad $n = 0.016$ (Manning)

Cota A=1,200.00 m.s.n.m

P= 150 MW

Q= 180 m³/s

L₁=1,000.00 m

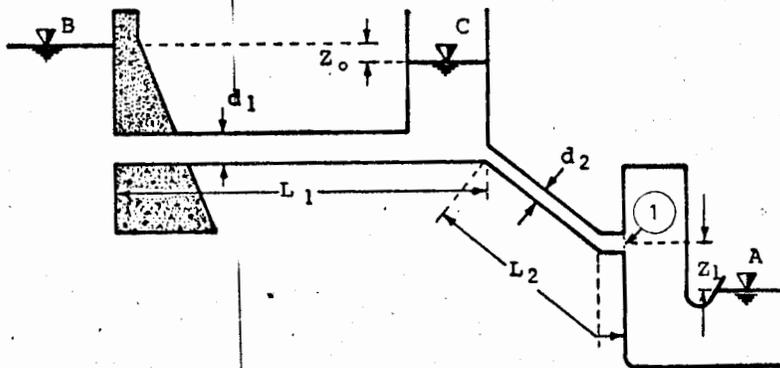
d₁= 6.00 m

L₂= 450.00 m

d₂= 4.00 m

$\eta_T = 0.85$

Z₁= 3.00 m



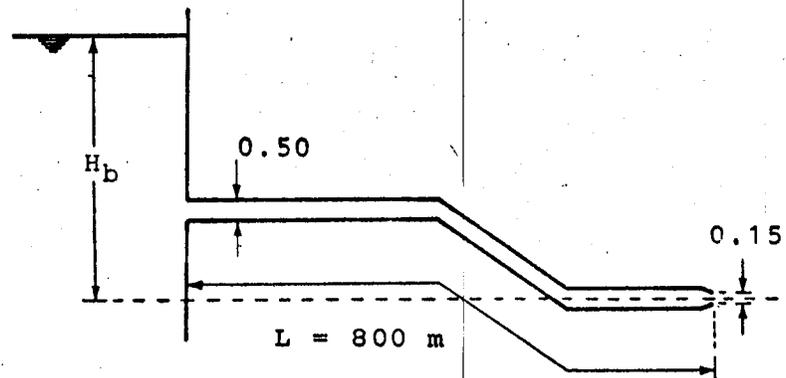
3.2 Calcule el gasto Q y la carga bruta H_b

$$P = 1,600 \text{ KW}$$

$$n = 0.016$$

$$\eta = 0.85$$

$$K_e = 0.4$$



3.3 Una rueda Pelton con placas bifurcadas en un ángulo α de 180° (figura 3.9), tiene los siguientes datos:

$$d_o = 0.15 \text{ m (diámetro del chorro)}$$

$$V = 30 \text{ m/s (velocidad del chorro)}$$

$$N = 180 \text{ r.p.m.}$$

Calcule:

- El diámetro del rodete para que pueda obtenerse la potencia máxima teórica.
- La potencia máxima teórica.
- El par motor M .
- Compruebe con la fórmula $P = M\omega$

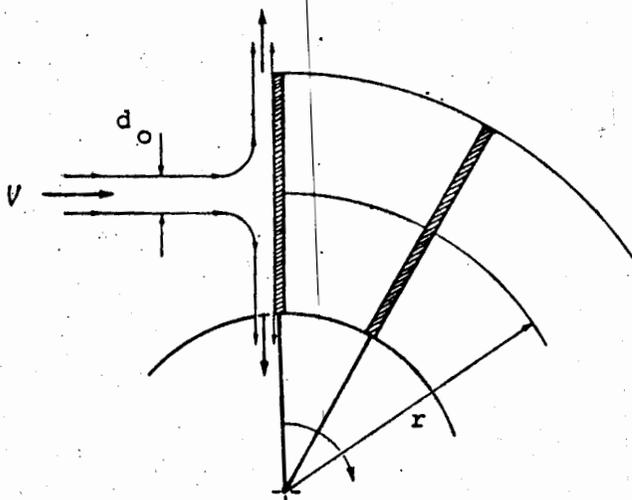
3.4 La figura representa una rueda con placas planas en las que incide un chorro normalmente. Los datos son:

$$Q = 15 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$r = 1.80 \text{ m}$$

$$d_o = 0.60 \text{ m}$$

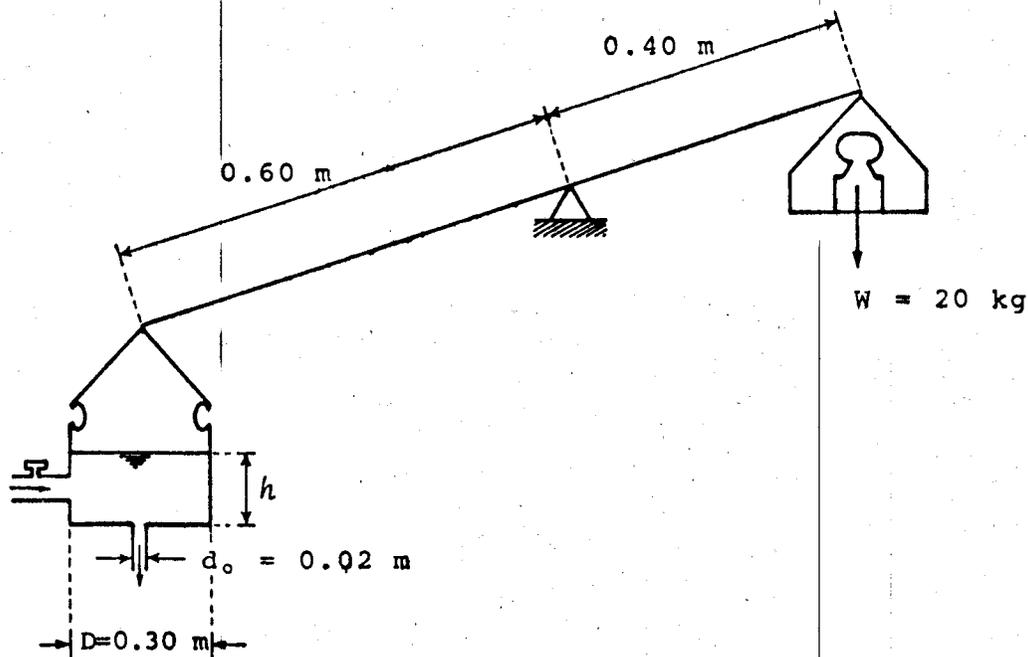
$$N = 200 \text{ r.p.m.}$$



Calcule:

- El par motor.
- La potencia teórica.
- N para que la potencia teórica sea la máxima posible.
- La potencia teórica máxima posible.

3.5 El orificio practicado en el fondo del recipiente cilíndrico que se encuentra suspendido del lado izquierdo de la balanza tiene un coeficiente de velocidad $C_v = 0.96$. Suponiendo que la alimentación al recipiente sea capaz de mantener cualquier nivel constante. Calcule el valor de h que hará que la balanza se equilibre. El peso del recipiente vacío es $W_o = 1.5 \text{ kg}$.



3.6 Una turbina tiene las siguientes características:

$$H = 500 \text{ m}$$

$$N = 200 \text{ r.p.m.}$$

$$\eta = 0.80$$

Calcule el diámetro de su rodete:

a) Si es de impulso.

b) Si es de reacción y $V/V_e = 2.3$

CAPITULO 4 TURBINAS

4.1 CLASIFICACIÓN GENERAL DE LAS TURBINAS

Como en cualquier otro caso, una clasificación puede hacerse desde diferentes puntos de vista. Tratándose de turbinas, puede pensarse, por ejemplo, en la forma en que el agua las hace girar, en los nombres de sus inventores, etc.

Todos los enfoques utilizados para definir el tipo de turbina son importantes y por esta razón, enseguida se presenta una clasificación general, relacionando a las máquinas mencionadas con algunas de sus características, de manera que los proyectistas decidan cuál o cuáles de todas ellas son las que mejor describen a la turbina que les interese.

PATENTE	PELTON FRANCIS HELICE (Alabes fijos) KAPLAN (Alabes móviles) REIFFENSTEIN (Rodete Francis o Kaplan, sin distribuidor) BULBO (Rodete Kaplan, sin espiral de alimentación)	
FORMA DE TRANSMISION DE LA ENERGIA	IMPULSO (Presión constante = Presión atmosférica) REACCION (Presión variable, diferente a la atmosférica)	
DIRECCION DEL CHORRO AL RODETE	AXIALES (Entrada paralela al eje) RADIALES (Entrada según el radio del rodete) RADIOAXIALES (Entrada oblicua al eje) TANGENCIALES (Entrada tangencial al rodete)	ACCION-RADIAL CENTRIPETA CENTRIFUGA
POSICION DEL EJE	VERTICAL (Plano del rodete horizontal) HORIZONTAL (Plano del rodete vertical) INCLINADA	
INSTALACION	SENCILLA (Un rodete por eje) MULTIPLE (Varios rodetes en un mismo eje)	

Cuadro 4.1 Clasificación general de las turbinas

Por lo que respecta a la forma de transmisión de la energía del agua al rodete, puede decirse que en realidad todas las turbinas trabajan bajo una combinación de impulso y reacción, pero es la acción preponderante sobre el rodete lo que justifica, en forma muy general, clasificarlas en los dos tipos señalados, es decir: *turbinas de impulso y turbinas de reacción.*

A continuación se presentan algunas de las principales peculiaridades de las turbinas más importantes, clasificadas según su patente.

PELTON

Turbina de impulso y de acción tangencial. El agua es dirigida al rodete por medio de chiflones. Si es horizontal tiene uno o dos chiflones. Si es vertical puede tener hasta seis u ocho chiflones. Trabaja con cargas altas, de unos 150 m a 2,200 m, y gastos bajos, menores de unos 30 m³/s. Está sometida a la presión atmosférica, por lo que no puede estar sumergida.

Su eficiencia es poco alterada por la variación de gastos y más sensible a los cambios de carga.

FRANCIS

Turbina de reacción, radioaxial, generalmente centrífuga. Alabes directrices del distribuidor móviles que permiten ser accionados por el regulador de la turbina para variar el gasto y tomar los cambios de la demanda. Alabes del rodete fijos. Cargas bajas y medias, de 25 m a 380 m aproximadamente, y gastos medios, del orden de 30 m³/s a 200 m³/s. Presión variable desde la entrada al rodete hasta abandonar el

tubo de aspiración. Eficiencia sensible tanto a la variación del gasto como de la carga. Generalmente es vertical.

HELICE

Turbina de reacción, radioaxial. Propela con álabes fijos, centrípeta. Gastos grandes, hasta de unos $500 \text{ m}^3/\text{s}$, y cargas bajas, menores de 30 m, aproximadamente. Presión variable. Fue la primera versión de turbina inventada por Víctor Kaplan.

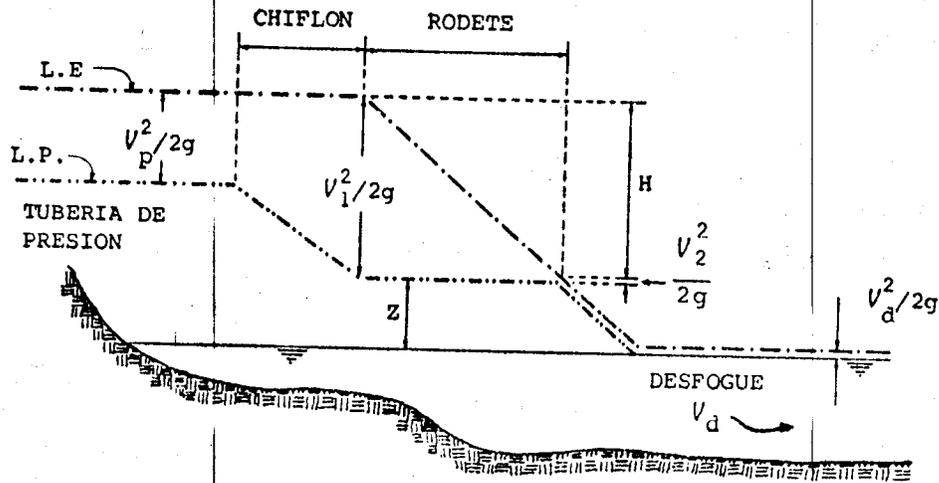
KAPLAN

Turbina de reacción, radioaxial. Alabes de la propela móviles, se mueven automáticamente al variar las condiciones de operación, lo que hace que la eficiencia se mantenga prácticamente constante durante el funcionamiento. Gastos grandes, hasta unos $500 \text{ m}^3/\text{s}$, cargas bajas, menores de 80 m, aproximadamente.

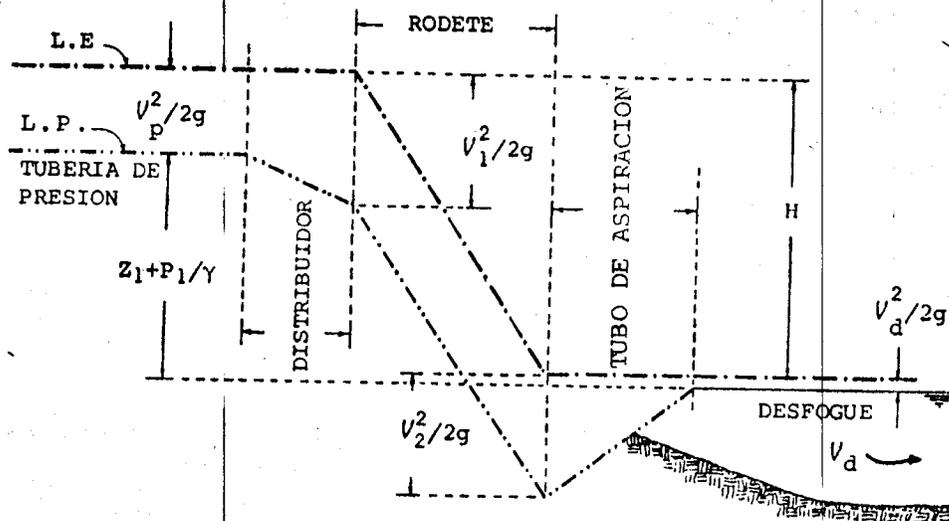
En la figura 4.1 se indica la variación que experimenta la presión y las velocidades del agua en los dos tipos de turbinas según su clasificación más general, a saber: de reacción y de impulso.

Obsérvese que en el caso de la turbina de impulso (figura 4.1.a), al pasar el agua por el chiflón hay una transferencia total de energía de presión a energía cinética de manera que, en la descarga se tiene la carga neta igual a $v_1^2/2g$ y la presión es la atmosférica.

En las turbinas de reacción, la figura 4.1.b muestra una transferencia entre la energía de presión y la cinética, bastante más complicada, ya que todo el sistema se encuentra sometido a presión.



a. TURBINA DE IMPULSO



b. TURBINA DE REACCION

L.E.	LINEA DE ENERGIA	-----
L.P.	LINEA DE PRESIONES	-
V_p	VELOCIDAD DEL AGUA AL FINAL DE LA TUBERIA DE PRESION	
V_1	VELOCIDAD DEL AGUA AL ENTRAR EN CONTACTO CON EL RODETE	
V_2	VELOCIDAD DEL AGUA AL ABANDONAR EL RODETE	
V_d	VELOCIDAD DEL AGUA EN EL DESFOGUE	

Figura 4.1 Distribución de presiones en turbinas

4.2 VELOCIDAD SÍNCRONA

La velocidad de giro del rodete N , medida en revoluciones por minuto, depende del tipo de generador que se use y de la frecuencia deseada y está dada por la expresión:

$$N = \frac{60f}{p} \quad (4.2.a)$$

en que f es la frecuencia eléctrica en hertz que equivale a ciclos por segundo y cuyo símbolo es Hz, y p es el número de pares de polos del generador. Generalmente, la flecha de la turbina tiene una conexión directa con la del rotor del generador, por lo que ambos elementos giran a la misma velocidad N , llamada por este motivo, *velocidad síncrona*.

Los valores comunes de pares de polos p del generador, son los siguientes:

$$p = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, \dots \text{ (de dos en dos hasta 50).}$$

Mientras el generador sea más grande, y por consiguiente también la turbina conectada a él, es posible colocar un mayor número de polos lo que además es deseable, ya que así puede disminuirse la velocidad de giro en máquinas grandes con las ventajas señaladas en el tema 3.13.

4.3 SIMILITUD MECÁNICA EN MÁQUINAS HIDRÁULICAS

Al igual que en otras ramas de la ingeniería, en el estudio de las máquinas hidráulicas es necesario poder conocer los parámetros de funcionamiento de una máquina con base en las mediciones efectuadas en otra semejante o aun en la misma, cuando cambian sus condiciones de operación.

La particularidad que presenta la teoría de la similitud para máquinas hidráulicas consiste en que, en este caso, el modelo no es necesariamente de menor tamaño que el prototipo, sino que puede ser más grande, del mismo tamaño o inclusive modelo y prototipo pueden ser la misma máquina. En efecto, si una máquina funciona adecuadamente con determinados parámetros y, por necesidades de la operación, cambian uno o varios de ellos, las leyes de similitud señalan cómo deben alterarse los demás para que el nuevo funcionamiento sea lo más semejante posible al original.

Se designará entonces *modelo* a la máquina de la cual se toma la información y *prototipo* a aquella a la que se desea trasladar dicha información, independientemente del tamaño de cada una de ellas.

4.3.1 Condiciones de similitud

Las condiciones de similitud en máquinas hidráulicas son las siguientes:

1. Debe existir semejanza geométrica y dinámica.
2. La eficiencia del modelo es igual a la del prototipo.

La semejanza geométrica, primera condición de similitud, exige que haya una sola escala de líneas, es decir, no hay modelos

distorsionados de máquinas hidráulicas. Además, todos los ángulos correspondientes y la forma de los álabes deben ser iguales en modelo y en prototipo. En pocas palabras, el prototipo y el modelo, deben ser máquinas de igual tipo y haber sido construidas exactamente bajo las mismas normas de diseño, es decir, también deben proceder de la misma fábrica.

La semejanza dinámica exige que los triángulos de velocidades en cualquier punto homólogo de las dos máquinas sean triángulos semejantes. Esto significa, por ejemplo, que si una turbina recibe el agua del distribuidor con un cierto ángulo α_1 (ver figuras 3.16 y 3.17), sólo se podrá comparar con otra que tenga su distribuidor con los álabes exactamente bajo el mismo ángulo.

La segunda condición es una hipótesis simplificatoria que no se cumple en la realidad ya que, lógicamente, la eficiencia de las turbinas varía al cambiar sus condiciones de operación y es más alta en las máquinas hidráulicas, mientras éstas sean de mayor tamaño, tal como se podrá comprobar más adelante. Sin embargo, el hecho de suponer eficiencias iguales puede interpretarse como el problema siguiente:

¿En qué condiciones debe trabajar la máquina prototipo si se desea que lo haga con la *misma eficiencia* que tiene la máquina modelo? La respuesta es, desde luego, siguiendo leyes que se apoyen en la segunda condición de similitud.

4.3.2 Leyes de similitud mecánica para máquinas hidráulicas

En un rodete determinado, que trabaja en condiciones definidas e invariables, existe una relación constante entre las velocidades absolutas del agua y las velocidades tangenciales, a la entrada y a la salida del mismo, es decir, son válidas las ex

presiones (figura 3.14):

$$V_1 \cos \alpha_1 = c_1 u_1 \quad \text{ó} \quad V_2 \cos \alpha_2 = c_2 u_2 ; \quad (c_1 \text{ y } c_2, \text{ son constantes}),$$

y la ecuación de Euler 3.11.b para el rodete mencionado, puede escribirse:

$$\eta H = \frac{1}{g} (c_1 u_1^2 - c_2 u_2^2)$$

como $u_1 = \omega r_1$, $u_2 = \omega r_2$ y $\omega = \text{cte.}$

es válida la relación:

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{r_1}{r_2} ; \quad u_2^2 = \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 u_1^2$$

que substituida en la ecuación:

$$\eta H = \frac{1}{g} u_1^2 \left[c_1 - c_2 \left(\frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right]$$

y llamando k a los términos constantes de esta expresión:

$$\eta H = k u_1^2$$

Con un razonamiento análogo puede llegarse a la expresión:

$$\eta H = k' V_1^2$$

Si se tienen dos máquinas sometidas a las condiciones de similitud señaladas, los coeficientes k y k' serán los mismos

para ambas y las ecuaciones que representan su funcionamiento son:

Modelo	Prototipo
$\eta H_m = k u_m^2$	$\eta H_p = k u_p^2$
$\eta H_m = k' v_m^2$	$\eta H_p = k' v_p^2$

Tomando ahora en consideración la segunda condición de similitud, pueden escribirse las expresiones anteriores válidas para modelo y prototipo, en la forma general:

$$H = b u^2 \quad \text{ó} \quad H = b' v^2 \quad (4.3.a)$$

en que b y b' son constantes que incluyen la eficiencia de las turbinas. Se eliminaron los subíndices, porque las expresiones anteriores son válidas para cualquier máquina hidráulica y porque tanto u como v se refieren a la periferia de los rodetes.

Para las bombas se puede llegar a las mismas leyes, siguiendo un procedimiento análogo, sólo que en este caso conviene hacer el desarrollo de manera que v sea la velocidad a la salida del impulsor. Desde luego, en este análisis no tienen importancia los valores numéricos de b y b' ya que desaparecen al relacionar modelo y prototipo, como podrá concluirse después.

En turbinas, generalmente se aplica la similitud mecánica para los dos casos siguientes:

1. El modelo y el prototipo tienen el mismo diámetro, o inclusive pueden ser la misma máquina, pero trabajando con carga diferente:

$$D_m = D_p \quad ; \quad H_m \neq H_p .$$

2. El caso contrario, es decir, el modelo es de distinto tamaño que el prototipo, pero ambos trabajan bajo la misma carga:

$$H_m = H_p ; \quad D_m \neq D_p .$$

Sin embargo, en ocasiones se requiere analizar el comportamiento de una máquina semejante, pero en ella son distintos tanto el diámetro como la carga, por lo que es más conveniente presentar las leyes generales de similitud en la forma descrita a continuación:

- Observando las expresiones 4.3.a aplicadas a dos máquinas trabajando bajo las leyes de semejanza mecánica, puede decirse que el prototipo está sujeto a las condiciones:

$$H_p = b u_p^2 = b' v_p^2 \quad (4.3.b)$$

y el modelo a:

$$H_m = b u_m^2 = b' v_m^2 \quad (4.3.c)$$

Relacionando ahora 4.3.b con 4.3.c se tiene:

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{u_p}{u_m} \right)^2 = \left(\frac{v_p}{v_m} \right)^2 \quad (4.3.ch)$$

que es una expresión general de similitud mecánica en máquinas hidráulicas. A partir de 4.3.ch se analizarán las relaciones que tienen la velocidad de giro N , el gasto Q y la potencia P con los posibles cambios de modelo a prototipo de la carga H y el diámetro D , ya que son éstas las leyes de similitud que interesan básicamente al estudio del comportamiento de las turbinas.

Con base en lo anterior, se pueden deducir las siguientes leyes generales de similitud para máquinas hidráulicas.

a) Velocidad de giro N

$$\text{Siendo } u = \frac{\pi DN}{60} \quad (3.6.ch)$$

de 4.3.ch se deduce la ley general de similitud para las velocidades de giro, a saber:

$$\frac{N_p}{N_m} = \frac{D_m}{D_p} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} \quad (4.3.d)$$

b) Gasto

El área de acceso al rodete entre cada canal puede calcularse con dos longitudes representativas a saber: la separación a entre los álabes y el ancho b de los mismos, según se indica en la figura 4.2.

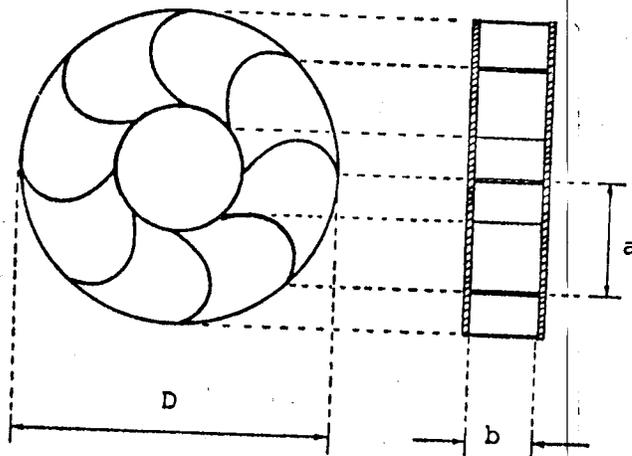


Figura 4.2

Si se llama c al factor que proyecta esa área de manera que sea perpendicular a la velocidad absoluta de entrada V del agua al rodete y j es el número de canales, puede decirse que el área total de acceso al rodete perpendicular a la velocidad V es:

$$A = cjab$$

En un rodete determinado, tanto a como b pueden relacionarse con el diámetro D por medio de constantes, que se designarán como k_1 y k_2 , es decir:

$$a = k_1 D$$

y

$$b = k_2 D$$

por lo que $A = cjk_1k_2D^2$ y resumiendo todas las constantes en una que se llamará C :

$$A = CD^2 \quad (4.3.e)$$

y C tiene el mismo valor para todos los rodetes semejantes a aquel en que se midió (modelo). Ahora bien, si $Q = AV$, la relación de gastos entre prototipo y modelo puede escribirse también de acuerdo con 4.3.e:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \frac{A_p V_p}{A_m V_m} = \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2 \frac{V_p}{V_m} \quad (4.3.f)$$

y substituyendo el valor de $\frac{V_p}{V_m}$ de la expresión 4.3.ch en la 4.3.f, se obtiene la ley general de similitud para los gastos:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{D_p}{D_m}\right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m}\right)^{1/2} \quad (4.3.g)$$

c) Potencia

La potencia dada por la expresión:

$$P = \eta \gamma Q H$$

permite relacionar el prototipo con el modelo, en la forma:

$$\frac{P_p}{P_m} = \frac{Q_p H_p}{Q_m H_m}$$

Si en esta expresión se sustituye la (4.3.g), se tiene la ley general de similitud para las potencias, a saber:

$$\frac{P_p}{P_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2}$$

(4.3.h)

Leyes de similitud mecánica para turbinas

A partir de las expresiones generales 4.3.ch, 4.3.d, 4.3.g y 4.3.h, pueden deducirse fácilmente los casos más usuales señalados antes, es decir:

$$1^\circ. \quad D_m = D_p \quad ; \quad H_m \neq H_p \quad ;$$

$$\frac{N_p}{N_m} = \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} = \frac{Q_p}{Q_m} = \frac{u_p}{u_m} = \frac{v_p}{v_m} \quad ; \quad \frac{P_p}{P_m} = \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} \quad (4.3.i)$$

$$2^\circ. \quad D_m \neq D_p \quad ; \quad H_m = H_p$$

$$\frac{N_p}{N_m} = \frac{D_m}{D_p} = \left(\frac{Q_m}{Q_p} \right)^{1/2} = \left(\frac{P_m}{P_p} \right)^{1/2} \quad ; \quad u_p = u_m \quad ; \quad v_p = v_m \quad (4.3.j)$$

Leyes de similitud mecánica para bombas

Las expresiones 4.3.d, 4.3.g y 4.3.h son válidas tanto para turbinas como para bombas, sin embargo, en las bombas son otros los parámetros que interesan. En efecto, en este caso importa conocer el funcionamiento de un prototipo si el diámetro de su impulsor es diferente al del modelo, si hay cambio en la velocidad de giro o si se presentan ambas situaciones al mismo tiempo.

Las características de funcionamiento que interesan al estudiar bombas, son generalmente la variación de H, Q y P de una bomba al relacionarse con otra mecánicamente semejante, pero con valores distintos de N y/o D. Es por eso que las leyes generales de similitud mecánica para bombas tienen la forma indicada en las expresiones 4.3.k, 4.3.l y 4.3.11. A partir de 4.3.d puede obtenerse la primera de ellas, es decir:

$$\frac{H_P}{H_m} = \left(\frac{N_P}{N_m} \right)^2 \left(\frac{D_P}{D_m} \right)^2 \quad (4.3.k)$$

y para los gastos, utilizando 4.3.g y 4.3.d:

$$\frac{Q_P}{Q_m} = \frac{N_P}{N_m} \left(\frac{D_P}{D_m} \right)^3 \quad (4.3.l)$$

En forma semejante, utilizando el concepto de potencia y las expresiones 4.3.k y 4.3.l, la ley de similitud para potencias tiene la forma:

$$\frac{P_P}{P_m} = \left(\frac{N_P}{N_m} \right)^3 \left(\frac{D_P}{D_m} \right)^5 \quad (4.3.11)$$

Ejemplo 4.1

Una turbina fue diseñada para trabajar en las siguientes condiciones:

$$H = 40 \text{ m} \quad Q = 100 \text{ m}^3/\text{s} \quad N = 200 \text{ r.p.m.}$$

$$\eta = 0.85 \quad f = 60 \text{ Hz}$$

Sin embargo, una vez construida, hubo necesidad de hacer un cambio en el proyecto consistente en alterar la carga a 25 m en lugar de los 40 m originales. En el nuevo proyecto se desea usar la misma turbina, haciendo los ajustes necesarios para que trabaje con la misma eficiencia, o lo más cercano posible a ella.

- Determine los valores de Q , N y P necesarios.
- Seleccione de los siguientes cinco generadores, el apropiado:
 $p = 16, 20, 24, 26$ y 28 (pares de polos).
- Ajuste N , Q , H y P en la forma más conveniente.

Solución:

- a) Como $D_m = D_p$ y $H_m \neq H_p$ se usarán las expresiones 4.3.i:

$$Q_p = Q_m \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} = 100 \left(\frac{25}{40} \right)^{1/2} = 79.06 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$N_p = N_m \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} = 200 \left(\frac{25}{40} \right)^{1/2} = 158.11 \text{ r.p.m.}$$

$$P_m = 13.33 \times 0.85 \times 100 \times 40 = 45,322 \text{ CV}$$

$$P_p = P_m \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} = 45,322 \left(\frac{25}{40} \right)^{3/2} = 13.33 \times 0.85 \times 79.06 \times 25$$

$$= 22,393.87 \text{ CV}$$

Estos son los resultados teóricos si la carga cambiara a 25 m, pero esta solución puede no ser factible, si para mantener la frecuencia de 60 Hz, no se cuenta con un generador apropiado. Por esta razón, los incisos b y c son indispensables para obtener una solución real.

$$b) \quad p = \frac{60 f}{N} = \frac{3600}{158.11} = 22.77$$

El generador disponible más cercano es el de $p = 24$, por lo que se usará éste, cambiando N al valor necesario y por consiguiente todos los demás valores. En realidad debió calcularse primero N y verificar si era necesario hacer ajustes. Ahora se sabe que Q y P calculados no serán los definitivos.

$$c) \quad N_p = \frac{3600}{24} = 150 \text{ r.p.m.}$$

Para calcular Q , H y P , se puede tomar como modelo la turbina original o la que se calculó en el inciso a. En este ejemplo se indican las dos opciones; una a continuación de la otra y de acuerdo con las mismas expresiones utilizadas antes:

$$H_p = H_m \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^2 = 40 \left(\frac{150}{200} \right)^2 = 25 \left(\frac{150}{158.11} \right)^2 = 22.5 \text{ m}$$

$$Q_p = Q_m \left(\frac{N_p}{N_m} \right) = 100 \left(\frac{150}{200} \right) = 79.06 \left(\frac{150}{158.11} \right) = 75.00 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_p = 45,322 \left(\frac{22.5}{40} \right)^{3/2} = 22,393.87 \left(\frac{22.5}{25} \right)^{3/2} = 19,120.22 \text{ CV}$$

δ

$$P_p = 13.33 \times 0.85 \times 75 \times 22.5 = 19,120.22 \text{ CV}$$

que son los parámetros que debe reunir el proyecto.

Ejemplo 4.2

Una turbina trabaja correctamente con los siguientes datos:

$$H = 1,225 \text{ m} \quad p = 60,000 \text{ CV} \quad \eta = 0.89$$

$$D = 2.20 \text{ m} \quad p = 6 \quad f = 60 \text{ Hz}$$

- Procurando que la carga H se eleve lo menos posible, determine P , Q , N y H (ésta última si es necesaria), para otra del mismo tipo y trabajando en forma semejante, pero con $D = 4 \text{ m}$.
- Alterando D lo necesario para mantener la N del inciso anterior, pero sin variar la carga original de $1,225 \text{ m}$, determine Q y P .

Solución:

- La velocidad de giro de la turbina original, es:

$$N_m = \frac{3,600}{6} = 600 \text{ r.p.m.}, \text{ y la de la turbina que se va a}$$

proyectar, según 4.3.j, tiene valor:

$$N_p = N_m \frac{D_m}{D_p} = 600 \frac{2.2}{4} = 330 \text{ r.p.m.},$$

esto implica: $p = \frac{3,600}{330} = 10.91$, el generador más próximo a este valor (tema 4.2) es $p = 10$, por lo que, la velocidad de giro de la nueva turbina deberá ser:

$$N = \frac{3,600}{10} = 360 \text{ r.p.m.}$$

Luego, el problema consiste en que, partiendo de los datos originales se calculen los parámetros de una turbina en que cambia N a 360 r.p.m. y D a 4.00 m. Para esto pueden usarse las expresiones generales 4.3.d, 4.3.g y 4.3.h. En efecto, de la primera de éstas:

$$H_p = \left(\frac{N_p}{N_m} \frac{D_p}{D_m} \right)^2 H_m = \left(\frac{360 \times 4}{600 \times 2.2} \right)^2 1,225 = 1,457.85 \text{ m}$$

y como el gasto original es:

$$Q_m = \frac{60,000}{13.33 \times 0.89 \times 1,225} = 4.13 \text{ m}^3/\text{s},$$

según 4.3.g:

$$Q_p = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{1/2} Q_m = \left(\frac{4}{2.2} \right)^2 \left(\frac{1,457.85}{1,225} \right)^{1/2} 4.13 = 14.89 \text{ m}^3/\text{s}.$$

y de acuerdo con 4.3.h.:

$$P_p = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/2} P_m = \left(\frac{4}{2.2} \right)^2 \left(\frac{1,457.85}{1,225} \right)^{3/2} 60,000 = 257,508.49 \text{ CV}$$

b) Si $N = 360$ r.p.m. y se acepta un cambio de D para $H = \text{cte}$; según 4.3.j:

$$D_p = D_m \frac{N_m}{N_p} = 2.20 \frac{600}{360} = 3.667 \text{ m}$$

y los demás valores, serán:

$$Q_p = \left(\frac{N_m}{N_p} \right)^2 Q_m = \left(\frac{600}{360} \right)^2 4.13 = 11.47 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_p = \left(\frac{N_m}{N_p} \right)^2 P_m = \left(\frac{600}{360} \right)^2 60,000 = 166,666.67 \text{ CV}$$

Finalmente las dos posibilidades pueden resumirse en el siguiente cuadro:

INCISO	D	N (r.p.m)	H (m)	Q (m^3/s)	P (CV)
a	4.00	360	1,457.85	14.89	257,508.49
b	3.67	360	1,225.00	11.47	166,666.67
MODELO	2.20	600	1,225.00	4.13	60,000.00

Ejercicio

Resuelva el inciso a de este ejemplo obteniendo los valores intermedios de D , Q y N para $D = 4$ m ($H = \text{cte.}$) y después, apoyándose en dichos resultados, calcule los valores obtenidos al cambiar sólo la velocidad de giro.

Ejemplo 4.3

Una turbina Pelton trabaja con los siguientes datos:

$$Q = 2.80 \text{ m}^3/\text{s}; H = 480 \text{ m}; N = 360 \text{ r.p.m.}; \eta = 0.82 \text{ y } f = 60 \text{ Hz}$$

Determine Q , N y P para otra Pelton de la misma fábrica, pero que tiene un diámetro de 2.50 m y una carga de 600 m, de manera que trabaje en condiciones semejantes a la primera. Si es necesario ajuste el diámetro para obtener un valor factible de N .

Según la expresión 3.13.d:

$$D_m = 42.30 \times 0.82 \frac{\sqrt{480}}{360} = 2.11 \text{ m}$$

y de acuerdo con 4.3.d, la velocidad de giro debería ser:

$$N_p = 360 \frac{2.11}{2.5} \left(\frac{600}{480} \right)^{1/2} = 339.85 \text{ r.p.m.}$$

lo que exigiría un generador con:

$$p = \frac{3,600}{339.85} = 10.59 \text{ pares de polos.}$$

Es decir, habría que tomar $p = 10$, que es el valor factible más cercano y N , tendría que valer:

$$N = \frac{3,600}{10} = 360 \text{ r.p.m.}$$

Como no pueden mantenerse las 339.85 r.p.m., indispensables para mantener la carga de 600 m y el diámetro de 2.50 m, se permite alterar este último lo necesario para dar la velocidad de giro factible de 360 r.p.m. El diámetro de la turbina deberá ser según 4.3.j y/o 4.3.d:

$$D_p = \frac{339.85}{360} 2.5 = \left(\frac{360}{360} \right) \left(\frac{600}{480} \right)^{1/2} 2.11 = 2.36 \text{ m}$$

y utilizando ahora 4.3.g:

$$Q_p = 2.80 \left(\frac{2.36}{2.11} \right)^2 \left(\frac{600}{480} \right)^{1/2} = 3.91 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por lo que respecta a la potencia de la turbina puede calcularse con la ley general de similitud 4.3.h, una vez determinada la potencia del modelo o simplemente recurriendo a la fórmula conocida, es decir:

$$P_p = 13.33 \times 0.82 \times 3.91 \times 600 = 25,663.64 \text{ CV}$$

Ejercicio.

Resuelva el mismo problema, fijando el diámetro de 2.50 m y permitiendo el cambio mínimo posible en la carga de 600 m.

Ejemplo 4.4

Una turbina de impulso tiene las siguientes características (ver figura):

$f = 0.020$ (coeficiente de rugosidad para la fórmula de Darcy)

$H_b = 1,500 \text{ m}$ (carga bruta)

$L = 1,000 \text{ m}$ (longitud de la tubería de presión)

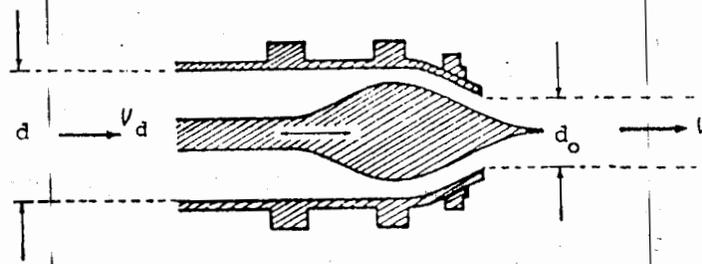
$d = 1.20 \text{ m}$ (diámetro de la tubería de presión)

$d_o = 0.20 \text{ m}$

$p = 10$ pares de polos

$f = 60 \text{ Hz}$

$\eta = 0.80$



Si otra turbina del mismo tipo y diámetro debe trabajar con una carga neta $H = 1,300$ m bajo condiciones semejantes, determine: N , D , Q y P . Ajuste N y D a un valor real, si es necesario y considere sólo pérdidas por fricción.

Planteo de la solución:

ECUACIONES (Subíndice <u>m</u> para modelo y <u>p</u> para prototipo)	INCOGNITAS
<p>A) Cálculos preliminares:</p> $H_m = 1,500 - 0.02 \frac{1,000}{1.2} \frac{V_d^2}{2g}$ $H_m = \frac{V^2}{2g}$ $V_d = (0.2/1.20)^2 V$ $N_m = \frac{60 \times 60}{10} (=360 \text{ r.p.m.})$ $D_m = 42.30 \times 0.80 \frac{\sqrt{H_m}}{N_m} ; (3.13.d)$ $Q_m = \frac{\pi}{4} 0.2^2 V$ $P_m = 13.33 \times 0.8 Q_m H_m$	H_m, V_d V N_m D_m Q_m P_m
(7 ecuaciones con 7 incógnitas)	

B) Velocidad de giro preliminar:

$$N'_p = N_m \left(\frac{1,300}{H_m} \right)^{1/2} ; \quad (4.3.i) \quad N'_p$$

Ajuste de N'_p a N_p para un valor real de p ,

$$N_p = \frac{3,600}{p} \quad N_p$$

C) Cálculo de los valores finales para la N_p ajustada:

$D_p = \frac{N_m}{N_p} \left(\frac{1,300}{H_m} \right)^{1/2} D_m ; \quad (4.3.d)$	
$= 42.30 \times 0.80 \frac{\sqrt{1,300}}{N_p} ; \quad (3.13.d)$	D_p
$Q_p = Q_m \left(\frac{1,300}{H_m} \right)^{1/2} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 ; \quad (4.3.g)$	Q_p
$P_p = P_m \left(\frac{1,300}{H_m} \right)^{3/2} \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 ; \quad (4.3.h)$	
$= 13.33 \times 0.8 \times Q_p \times 1,300$	P_p
(3 ecuaciones con 3 incógnitas)	

Los resultados son los siguientes; ($N_m = 360$ r.p.m.):

A) $V = 170.46$ m/s ; $H_m = 1,480.95$ m ; $D_m = 3.62$ m ;

$Q_m = 5.36$ m³/s ; $P_m = 84,573.09$ CV

B) $N'_p = 337.29$ r.p.m. ; $p' = \frac{3,600}{337.29} = 10.67$; $p = 10$

$\therefore N_p = \frac{3,600}{10} = 360$ r.p.m. ($=N_m$)

C) $D_p = 3.39$ m ; $Q_p = 4.40$ m³/s ; $P_p = 61,053.60$ CV

4.4 REGULACIÓN DE TURBINAS HIDRÁULICAS

Una condición indispensable para el funcionamiento adecuado de los motores eléctricos, es que la frecuencia de la corriente que reciban, se mantenga constante en todo momento. Esto significa, de acuerdo con 4.2.a, que la velocidad de giro del rotor del generador y, por consiguiente, la del rodete de la turbina (que están conectados directamente), sea siempre la misma. El procedimiento que se sigue para mantener la frecuencia constante se llama *regulación*.

Sin embargo, durante el funcionamiento de las turbinas, aparecen diversos factores que tienden a alterar su velocidad de giro. De éstos, el más común se presenta cuando hay alguna variación en la demanda; por ejemplo, si se requiere mayor potencia, aumenta el par resistente sobre el rotor lo que tiende a disminuir su velocidad de giro y por consiguiente también la del rodete. En ese mismo momento, un dispositivo llamado *regulador* aumenta el gasto abriendo los álabes del distribuidor en las turbinas de reacción o, en las de impulso, incrementando la apertura del chiflón lo que sea necesario. Lo contrario sucede cuando disminuye la demanda al presentarse, lo que llaman los ingenieros electricistas, un *rechazo de carga*. En este caso el rodete y el rotor se aceleran (se desbocan) y el regulador disminuye el gasto, de manera que se produzca la potencia pedida por la línea.

Otra razón que tiende a alterar la velocidad de giro es la variación de la carga H , lo que induce un cambio en V , en U , o en ambos, como puede observarse en 3.12.a.

En conclusión, la turbina debe girar siempre a la misma velocidad, independientemente de la potencia que esté entregando a la línea y de la carga bajo la que se encuentre trabajando.

El control lo hace automáticamente el regulador, que es un dispositivo mecánico o electrónico que funciona constantemente para mantener la frecuencia. Desde luego, su trabajo no es instantáneo, por lo que siempre hay variaciones de frecuencia durante los cambios, aunque dicha variación nunca debe sobrepasar un 8%, aproximadamente, para no causar problemas a los motores.

Para comprender el funcionamiento del regulador, desde el punto de vista hidráulico, puede considerarse que al abrirse o cerrarse los álabes del distribuidor, el ángulo α_1 (figura 3.16) siempre es tal, que puede aceptarse la condición impuesta T-1 del cuadro 3.1: $\cos\alpha_1 = 1$, lo que garantiza la validez de la ecuación de Euler en su forma 3.12.a.

Como la regulación está garantizada si U es constante, deberá cumplirse durante la operación del regulador la siguiente ley:

$$H = \frac{c}{\eta} V \quad (4.4.a)$$

y si se acepta que el cambio en la eficiencia durante el proceso de regulación no es importante*, la ley será:

$$H = c_1 V \quad (4.4.a')$$

En que c y c_1 son constantes. Es decir, para que la frecuencia no cambie, debe mantenerse constante la relación $\eta H/V$. Sin embargo, la variación de esos dos factores no es lineal por sí sola, lo que hace necesaria la intervención del regulador cuyo efecto en el funcionamiento hidráulico de la turbina se explicará a continuación.

* Un análisis riguroso debe tomar en cuenta los cambios de la eficiencia.

Si se llama a_o al área hidráulica total de acceso al rodete, normal a la velocidad de entrada al mismo en el momento que la carga neta y el gasto sean H_o y Q_o , respectivamente, y se designa a estas magnitudes con las mismas letras, pero sin subíndice, después de que el gasto haya cambiado, serán válidas las relaciones siguientes:

$$\frac{a}{a_o} \frac{V}{V_o} = \frac{Q}{Q_o} \therefore \frac{a}{a_o} = \frac{Q}{Q_o} \frac{V_o}{V}$$

y al exigirse la regulación, deberá aplicarse la ley 4.4.a, por lo que:

$$\frac{V_o}{V} = \frac{n_o H_o}{nH}$$

que substituida en la anterior, expresa la ley general de apertura o cierre del distribuidor para que la frecuencia se mantenga constante. Dicha ley es:

$$\boxed{\frac{a}{a_o} = \frac{Q}{Q_o} \frac{n_o H_o}{nH}} \quad (4.4.b)$$

Y recordando la expresión de la potencia (1.2.a), puede también escribirse en la forma:

$$\frac{a}{a_o} = \frac{P_o Q^2}{P Q_o^2} = \frac{P}{P_o} \left(\frac{n_o H_o}{nH} \right)^2 \quad (4.4.b')$$

Para plantear la solución del problema hidráulico de la regulación, se supondrá como antes, que el subíndice o indica las condiciones iniciales, y cuando no aparece ningún subíndice, la referencia es a las condiciones finales, es decir, después del cambio en que se hizo lo necesario para mantener la regulación. Además se usará la siguiente simbología:

Símbolo	Concepto
a	Area hidráulica total de acceso al rodete, normal a V .
A	Area hidráulica en la tubería de presión.
C_f	Coefficiente de pérdida total en la tubería de presión: $\Sigma h_{f_p} = C_f V_t^2$
D	Diámetro del rodete.
d	Diámetro de la tubería de presión.
H	Carga neta.
H_b	Carga bruta.
K	Coefficiente para obtener la potencia en las unidades deseadas (CV, HP, KW)
L	Longitud de la tubería de presión.
N	Velocidad de giro del rodete (r.p.m.)
P	Potencia de la turbina.
V_t	Velocidad del agua en la tubería de presión.
V	Velocidad del agua al entrar al rodete.
n	Eficiencia de la turbina.

4.4.1 Planteo del procedimiento de solución para turbinas de reacción

El problema general puede plantearse en la siguiente forma, para $n_o = n$:

Datos:

H_{b_o} , P_o , H_b , P , d , L , C_f , D , N y n

Incógnitas:

1a. opción: $\frac{a}{a_0}$

2a. opción: a_0 y a

Planteo de la solución:

ECUACIONES:	INCOGNITAS
<p>A) Análisis Hidráulico</p> <p>(1) $Q_0 = A v_{t_0}$</p> <p>(2) $P_0 = K_n Q_0 H_0$</p> <p>(3) $H_{b_0} = H_0 + C_f v_{t_0}^2$</p> <p>(4) $Q = A v_t$</p> <p>(5) $P = K_n Q H$</p> <p>(6) $H_b = H + C_f v_t^2$</p>	<p>v_{t_0}, Q_0</p> <p>H_0</p> <p>Q, v_t</p> <p>H</p>
(6 ecuaciones con 6 incógnitas)	
<p>B) Análisis de regulación:</p> <p>Primera opción: ($n = n_0$)</p> <p>(7) $\frac{a}{a_0} = \frac{Q H_0}{Q_0 H}$; (4.4.b)</p>	<p>$\frac{a}{a_0}$</p>
(sólo una ecuación con una incógnita)	

Segunda opción:			
(8)	$H_o = \frac{u v_o}{g n}$; (3.12.a)	u ,	v_o
(9)	$u = \frac{\pi DN}{60}$		
(10)	$Q_o = a_o v_o$	a_o	
(11)	$H = \frac{uV}{gn}$	V	
(12)	$Q = aV$	a	
(5 ecuaciones con 5 incógnitas)			

Obsérvese que para determinar únicamente el porcentaje de cierre o apertura de los álabes (primera opción), no es necesario conocer la velocidad de giro N ni el diámetro del rodetes D , y si son indispensables estos parámetros si se desea conocer los valores de a y a_o . Generalmente es la primera opción la que interesa, y los fabricantes proporcionan curvas $\frac{a}{a_o}$ vs n , que pueden utilizarse para afinar los cálculos de potencia real al producirse un cambio en la operación.

Ejemplo 4.5

Turbina de reacción.

$$d = 6 \text{ m}$$

$$P_o = 150,000 \text{ KW}$$

$$D = 4.97 \text{ m}$$

$$\eta = 0.80$$

$$N = 180 \text{ r.p.m.}$$

$$L = 300 \text{ m}$$

$$Q_o = 160 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$n = 0.010 \text{ (Manning)}$$

Aceptando que n y H_{b_0} no varíen y que la frecuencia se mantenga constante al cambiar la potencia a $P = 120$ MW, calcule:

a) $\frac{a}{a_0}$

b) a y a_0

Siguiendo el planteo de la solución anteriormente indicado, puede escribirse:

a)

$$(1) \quad 160 = \frac{36\pi}{4} V_{t_0} \quad \therefore \quad V_{t_0} = 5.66 \text{ m/s}$$

$$(2) \quad 150,000 = 9.81 \times 0.8 \times 160 H_0 \quad \therefore \quad H_0 = 119.46 \text{ m}$$

$$(3) \quad H_{b_0} = H_0 + \left[\frac{V_{t_0} \times 0.01}{(6/4)^{2/3}} \right]^2 \quad 300 = 120.02 \text{ m} = H_b$$

$$(4) \quad \text{y} \quad (5): \quad 120,000 = 9.81 \times 0.8 V_t \left(\frac{36\pi}{4} \right) H, \text{ por lo que:}$$

$$(5') \quad V_t H = 540.79, \text{ que substituída en (6):}$$

$$(6) \quad H_b = 120.02 = H + \left[\frac{0.01}{(6/4)^{2/3}} \right]^2 \frac{540.79^2}{H^2} \quad 300$$

y puede reducirse a la ecuación:

$$H^3 - 120.02 H^2 + 5,109.64 = 0$$

cuya raíz es $H = 119.66 \text{ m}$. Y según (5'):

$$V_t = 4.52 \text{ m/s}$$

$$(4) \quad Q = \left(\frac{36\pi}{4} \right) \times 4.52 = 127.78 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$(7) \quad \frac{a}{a_0} = \frac{127.78 \times 119.46}{160 \times 119.66} = 0.797$$

Es decir, para bajar la potencia de 150 MW a 120 MW sin que varíe el nivel en el vaso ni en el desfogue ($H_b = \text{constante}$) y sin que se altere la frecuencia, deben cerrarse los álabes del distribuidor un 20% .

b)

$$(9) \quad u = \frac{\pi \times 4.97 \times 180}{60} = 46.84 \text{ m/s}$$

$$(8) \quad v_o = \frac{9.81 \times 0.8 \times 119.46}{46.84} = 20.015 \text{ m/s}$$

$$(10) \quad a_o = \frac{160}{20.01} = 7.99 \text{ m}^2$$

$$(11) \quad v = \frac{119.66 \times 9.81 \times 0.8}{46.84} = 20.05 \text{ m/s}$$

$$(12) \quad a = \frac{127.78}{20.05} = 6.37 \text{ m}^2$$

Este último valor puede obtenerse también multiplicando el valor obtenido con (7) de $\frac{a}{a_o}$ por el resultado de usar la expresión (10). En efecto:

$$a = 0.797 \times 7.99 = 6.37 \text{ m}^2$$

4.4.2 Planteo del procedimiento de solución para turbinas de impulso

En este caso, como $H = v^2/2g$, la expresión de Euler 3.12.a se reduce a: $v = (2/n) u$ y relacionando el momento final con el inicial de un cambio en la operación, se tendrá:

$$\frac{v}{v_o} = \left(\frac{H}{H_o} \right)^{1/2} = \frac{n_o}{n} \frac{u}{u_o} \quad (4.4.c)$$

Si además, se exige mantener la frecuencia: $u_p = u$, por lo que la ley de regulación para turbinas de impulso tiene la forma:

$$\frac{v}{v_o} = \left(\frac{H}{H_o} \right)^{1/2} = \frac{n_o}{n} \quad (4.4.ch)$$

que en función de la carga neta es:

$$\frac{H}{H_o} = \left(\frac{n_o}{n} \right)^2 \quad (4.4.ch')$$

Ahora bien, si se aplica el principio de continuidad al multiplicar ambos miembros de 4.4.ch por $\frac{a}{a_o}$, se tendrá:

$$\frac{Q}{Q_o} = \frac{a}{a_o} \frac{n_o}{n}$$

Expresión, que multiplicada a su vez por $\frac{\gamma n H}{\gamma n_o H_o}$ y después de substituir en ella 4.4.ch', conduce a la relación de potencias:

$$\frac{P}{P_o} = \frac{a}{a_o} \left(\frac{n_o}{n} \right)^2$$

Las dos expresiones anteriores señalan que la relación de apertura o cierre de un chiflón al variar el gasto o la potencia, si se debe mantener la regulación, es la siguiente:

$$\frac{a}{a_o} = \frac{Q}{Q_o} \left(\frac{n}{n_o} \right) = \frac{P}{P_o} \left(\frac{n}{n_o} \right)^2 \quad (4.4.d)$$

Por otra parte, en cualquier momento, se cumple:

$$H_b = H + C_f v_t^2 \quad (4.4.e)$$

y substituyendo 4.4.ch' en esta expresión, puede decirse que hay regulación cuando:

$$H_b = \left(\frac{n_o}{n} \right)^2 H_o + C_f v_t^2 \quad (4.4.f)$$

En realidad la variación de la eficiencia no es grande, por lo que puede aceptarse, sin cometer un error importante, que la condición de regulación en turbinas de impulso consiste en mantener la carga neta H fija y, por consiguiente, la velocidad de descarga del chiflón. Esto se observa claramente en 4.4.ch' y 4.4.ca.

Entonces si la regulación exige que H no varíe, un cambio de potencia tendrá que lograrse fundamentalmente variando Q y por consiguiente V_t , en la misma proporción. ¿Quiere esto decir que para que haya regulación, H_b debe cambiar forzosamente, como indica 4.4.e? Desde luego que no es así. De hecho, el nivel en el embalse no cambia bruscamente durante una variación en la demanda, ya que el volumen del vaso es muy grande, en comparación con las bajas extracciones de una turbina de impulso y, con más razón, al comparar dicho almacenamiento con las pequeñas variaciones de gasto que exigen las fluctuaciones de la demanda.

Regulación cuando no cambia la carga bruta

Si la carga bruta es constante, es decir si: $H_b = H_{b_0}$ durante un cambio en la demanda, pueden presentarse los casos siguientes:

Primer caso. El sistema pide un incremento de potencia: $P > P_0$

Esto trae por consecuencia un aumento del gasto y por consiguiente también de V_t , lo que implica una mayor pérdida y una disminución de H en la misma cantidad, como puede deducirse de la ecuación 4.4.e. Sin embargo, al abrirse la válvula del chiflón para aumentar el gasto, disminuye la pérdida en dicha válvula, lo que repercute en un aumento de la eficiencia η , que en las turbinas de impulso incluye también

la eficiencia del chiflón.

En esta forma, se mantiene válida la expresión 4.4.f y se cumple así con la condición de regulación buscada. En resumen, este primer caso puede describirse en la forma siguiente:

$$P > P_0 \rightarrow Q > Q_0 \therefore v_t > v_{t_0} \rightarrow C_f v_t^2 > C_f v_{t_0}^2 \rightarrow H < H_0 \text{ y } n > n_0$$

Segundo caso. El sistema pide disminución de la potencia:

$$P < P_0 .$$

Un análisis idéntico al anterior conduce a las siguientes conclusiones:

$$Q < Q_0 \therefore v_t < v_{t_0} \rightarrow C_f v_t^2 < C_f v_{t_0}^2 \rightarrow H > H_0 \text{ y } n < n_0$$

Regulación cuando cambia la carga bruta

Si es el nivel en el embalse el que cambia es decir, si $H_b \neq H_{b_0}$, en 4.4.e se observa también que cualquier variación de H_b se va a reflejar directamente en el gasto, ya que la regulación exige que H se mantenga prácticamente constante. Esto significa que al aumentar H_{b_0} , aumenta Q y como H está prácticamente fija también se incrementa la potencia, misma que disminuye al disminuir H_b , si se exige que la frecuencia se mantenga.

Sin embargo, puede darse una potencia menor que la aparentemente obligada si se usa el deflector que tienen todas las turbinas Pelton y que se muestra en la figura 4.3. Gracias a este dispositivo, es posible aprovechar sólo una parte del gasto total Q , ya que el deflector permite que sólo el gasto Q_1 incida en la rueda y el restante Q_2 caiga al desfo-

que directamente. En esta forma la potencia real proporcionada por la turbina es:

$$P = \eta \gamma Q_1 \frac{v_0^2}{2g},$$

aunque el gasto total sea $Q = Q_1 + Q_2$

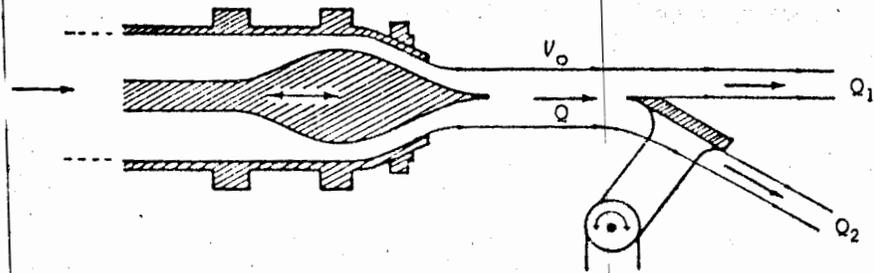


Figura 4.3

El deflector se usa primordialmente para atenuar las presiones debidas al golpe de ariete (capítulo 6), al presentarse la necesidad de cerrar rápidamente la válvula del chiflón por una disminución de la demanda, ya que así puede disminuirse la potencia tan rápidamente como sea necesario sin cerrar bruscamente el chiflón, lo que incrementaría el efecto mencionado y además, podría dañar el mecanismo de la válvula.

Debe señalarse que el problema de que varíe la carga bruta, no es realmente serio, porque en las instalaciones con turbinas Pelton, H_B varía poco debido a que se trata de plantas de alta carga y, por este motivo, las máquinas se instalan normalmente lejos y muy abajo de la cortina, en el fondo de una barranca, por ejemplo. La consecuencia de esta característica de proyecto, es que las variaciones de carga debidas a los cambios de nivel en el vaso (o en el pozo de oscilación), son de poca importancia al compararse con la carga total.

Otra característica importante de las turbinas de impulso es el hecho de que existe un nivel en el embalse bajo el cual es imposible mantener la regulación.

En efecto, supóngase que con la carga neta H_o , correspondiente a una carga bruta H_{b_o} , se obtiene la frecuencia deseada. Si se acepta, como se dijo antes, que la variación de n no es significativa en las condiciones normales de operación, la regulación estará garantizada, de acuerdo con 4.4.ch', si la carga neta en todo momento es constante, es decir, igual a H_o . Esto permite asegurar que la frecuencia se mantendrá constante siempre que en todo momento se opere la turbina bajo la ley (ver 4.4.f):

$$H_b = H_o + C_f V_t^2$$

Es decir, en la zona en que se cumpla la condición:

$$H_b > H_o$$

Lo que indica, que en centrales hidroeléctricas con turbinas Pelton, el nivel mínimo de operación (NAMINO), es el correspondiente a una carga bruta que sólo es superior a H_o en el valor de las pérdidas por conducción que se presentan con el gasto mínimo admitido por la turbina en condiciones eficientes de operación.

Por otra parte, si H_o es prácticamente fija, su valor corresponde normalmente al de la carga neta de diseño, ya que, según se explicó en el capítulo 2, ésta debe ser la que haga trabajar a la turbina el mayor tiempo posible.

En la figura 4.4 se esquematizan los conceptos principales que se acaban de señalar.

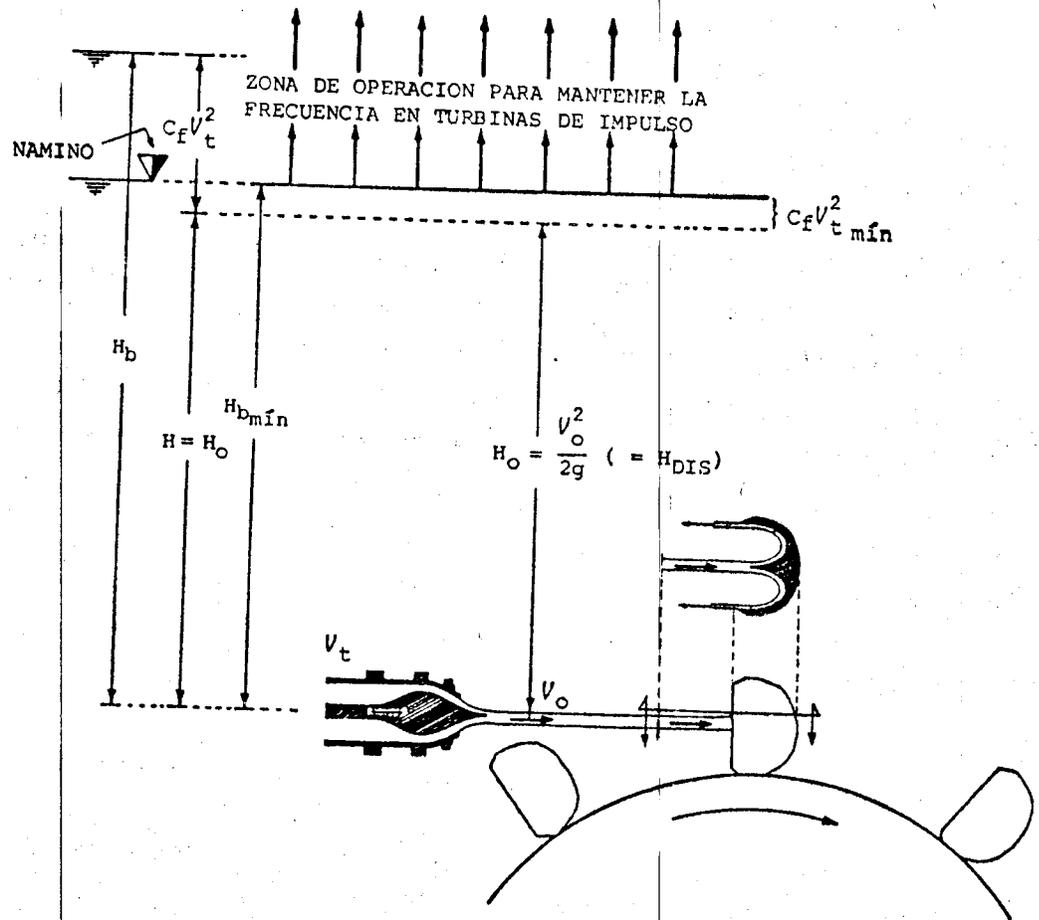


Figura 4.4

En el siguiente ejemplo se ilustran algunas de las consideraciones señaladas.

Ejemplo 4.6

Una turbina de impulso trabaja en las siguientes condiciones:

$$H_{b_o} = 600 \text{ m}$$

$$\eta_o = 0.88$$

$$C_f = 0.104$$

$$d = 0.60 \text{ m}$$

$$v_{t_o} = 6.2 \text{ m/s}$$

Si en determinado momento debe proporcionar una potencia de 15,000 CV, sin variar su carga bruta, es decir: si $H_{b_0} = H_b$

Determine:

- La variación de su frecuencia si se acepta que la eficiencia no cambia.
- El valor de η necesario para mantener la regulación.
- El porcentaje de apertura o cierre del chiflón para mantener la regulación.

Solución:

Condiciones originales, según 4.4.e:

$$H_0 = 600 - 0.104 \times 6.2^2 = 596.00 \text{ m , además:}$$

$$V_0 = \sqrt{2gH_0} = 108.14 \text{ m/s}$$

$$A = \frac{\pi}{4} \times 0.6^2 = 0.2827 \text{ m}^2$$

$$Q_0 = 0.2827 \times 6.2 = 1.753 \text{ m}^3/\text{s} , \text{ por lo que}$$

$$P_0 = 13.33 \times 0.88 \times 1.75 \times 596 = 12,255.84 \text{ CV}$$

y la apertura original del chiflón es:

$$a_0 = \frac{1.75}{108.14} = 0.0162 \text{ m}^2$$

- Si no se exige regulación y $\eta = \eta_0$, las ecuaciones que describen el cambio, son las siguientes (recuérdese que

$$H_b = H_{b_0} = 600 \text{ m) :$$

$$600 = H + 0.104 V_t^2 \dots\dots\dots \text{incógnitas } H, V_t$$

$$15,000 = 13.33 \times 0.88 \times 0.2827 V_t H \dots\dots\dots$$

de esta última puede deducirse:

$$V_t = \frac{4,522.58}{H} \quad (\text{a.1})$$

que substituida en la primera equivale a:

$$H^3 - 600 H^2 + 2,127,185.60 = 0$$

cuya solución es: $H = 593.97$ m (menor que H_0), ya que para dar mayor potencia hay necesidad de aumentar el gasto, lo que implica un aumento en las pérdidas. El nuevo valor de H corresponde a una velocidad $V_t = 7.61$ m/s, según la expresión a.1.

La variación de la frecuencia puede calcularse con la expresión 4.4.c, y su valor es:

$$\frac{u}{u_0} = \left(\frac{593.97}{596.00} \right)^{1/2} = 0.998 = \frac{V}{V_0}$$

Es decir, la frecuencia disminuye en 0.17%, aproximadamente.

- b) Si se exige mantener rigurosamente la frecuencia, habrá que utilizar las condiciones 4.4.f y 4.4.ch'; en efecto:

$$600 = \left(\frac{0.88}{\eta} \right)^2 596 + 0.104 V_t^2 \quad \text{incógnitas } \eta, V_t$$

$$15,000 = 13,33 \times 0.2827 V_t \left(\frac{0.88}{\eta} \right)^2 596$$

Ambas ecuaciones se reducen a:

$$7.733 \eta^4 - 600 \eta^2 + 461.54 = 0$$

cuya solución es:

$$\eta = 0.8815$$

Lo que significa que para mantener la regulación después de aumentar la potencia de $P_0 = 12,255.84$ CV a $P = 15,000$ CV ; debe incrementarse la eficiencia en:

$$\left(\frac{.8815}{.88} - 1 \right) 100 = 0.17\%$$

Por lo que, según 4.4.ch', la nueva carga es:

$$H = 596 \left(\frac{0.88}{0.8815} \right)^2 = 593.97 \text{ m}$$

El nuevo gasto es:

$$Q = \frac{15,000}{13.33 \times 0.8815 \times 593.97} = 2.149 \text{ m}^3/\text{s}$$

c) Según 4.4.d:

$$\frac{a}{a_0} = \left(\frac{2.149}{1.753} \right) \left(\frac{0.8815}{0.88} \right) = \left(\frac{15,000}{12,255.84} \right) \left(\frac{0.8815}{0.88} \right)^2 = 1.23$$

Lo que significa que para dar la nueva potencia, es necesario abrir la válvula del chiflón en un 23%.

4.5 TURBINA ESPECÍFICA. SELECCIÓN DE TURBINAS

Puede caracterizarse una máquina hidráulica por su potencia P , su carga neta H y su velocidad de giro N (la combinación de P y H , implica el gasto Q). En el caso de las turbinas, cuya característica preponderante es sin duda la potencia, se define su funcionamiento con los valores: N , P y H ; y si se trata de bombas, en que el gasto es el elemento principal, son N , Q y H los parámetros más importantes.

La combinación de estos tres factores permite definir el concepto de *turbina específica*. Se llama así a una turbina hipotética que trabaja con carga y potencia unitarias y además lo hace en forma semejante a otra cuyos parámetros sean N , P y H .

Esto significa que la turbina específica en el Sistema Métrico, es aquella en que $H = 1$ m y $P = 1$ CV (o 1 KW) y en el Sistema Inglés: $H = 1$ ft y $P = 1$ HP (o 1 KW).

Actualmente existe la tendencia a usar el KW como unidad de potencia para los dos sistemas de unidades. En cualquier caso, debe tenerse especial cuidado en saber qué unidades básicas se están considerando, ya que de ello dependen los parámetros de la turbina específica. En este libro se usarán como unidades básicas el metro (m) y el caballo de vapor (CV).

Siendo la velocidad de la turbina específica, llamada velocidad específica N_s , el único parámetro que interesa, las siguientes consideraciones se referirán a su obtención.

De acuerdo con la definición de turbina específica, pueden suponerse dos máquinas, una modelo y otra prototipo, con los siguientes datos:

MODELO	PROTOTIPO
Turbina real	Turbina específica
Parámetros:	Parámetros:
N, H, P, D y Q	N_s, Q_s, D_s
	Condición:
	$P_s = 1 \text{ CV} ; H_s = 1 \text{ m}$

Como sólo interesan los parámetros N, P y H, pueden reunirse las dos leyes generales de similitud 4.3.d y 4.3.h en una sola, eliminando el diámetro de los rodetes. En efecto, substituyendo D_m/D_p de la 4.3.h en la 4.3.d, se obtiene:

$$\frac{N_p}{N_m} = \left(\frac{P_m}{P_p} \right)^{1/2} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{5/4}$$

y haciendo las consideraciones señaladas:

$$N_s = N \left(\frac{P}{I} \right)^{1/2} \left(\frac{1}{H} \right)^{5/4}$$

$$N_s = \frac{N P^{1/2}}{H^{5/4}} \quad (4.5.a)$$

que es la velocidad de giro de la turbina específica.

Con relación a las bombas, se define como *bomba específica* aquella que, funcionando en forma semejante a otra cuyas características sean: D, Q, N y H, trabaja con un gasto y una car

ga unitarios. En Sistema Métrico, el gasto se expresa en m^3/s y la carga en metros. En Sistema Inglés, el gasto se expresa en galones por minuto (GPM) y la carga en pies (ft).

Análogamente al caso anterior, la velocidad específica de la bomba, puede obtenerse substituyendo D_m/D_p de la ley general 4.3.g en la 4.3.d, con lo que se obtendrá:

$$\frac{N_p}{N_m} = \left(\frac{Q_m}{Q_p} \right)^{1/2} \left(\frac{H_p}{H_m} \right)^{3/4}$$

y si $Q_p = 1$ y $H_p = 1$, la velocidad específica en la forma usada para bombas es:

$$N_s = \frac{N Q^{1/2}}{H^{3/4}} \quad (4.5.b)$$

De acuerdo con lo dicho, todas las turbinas (o bombas) que tengan la misma velocidad específica N_s , tendrán que ser semejantes entre sí, es decir, "del mismo tipo". Por esta razón, este parámetro se utiliza para seleccionar la clase de turbina apropiada para cada caso.

En la tabla 4.1, se presentan algunos valores de la velocidad específica y los rangos más comunes de cargas para los diferentes tipos de turbinas. Esta información ha sido tomada de turbinas que, bajo esas condiciones, han trabajado correctamente. Desde luego, las velocidades específicas que aparecen en la tabla mencionada, se refieren al valor correspondiente a un solo rodete, mismo que a partir de ahora se designará añadiendo un apóstrofe al símbolo ya conocido, es decir, N'_s es la velocidad específica por rodete.

TIPOS DE TURBINAS SEGUN SU VELOCIDAD ESPECIFICA		
N'_S (m-CV)	T I P O	CARGAS MAXIMAS H (m)
4 - 35	PELTON DE 1 CHIFLON	2,200
17 - 50	PELTON DE 2 CHIFLONES	
20 - 60	PELTON DE 3 CHIFLONES	
24 - 70	PELTON DE 4 CHIFLONES	
30 - 85	PELTON DE 6 CHIFLONES	150
70	FRANCIS LENTA	380
100	FRANCIS LENTA	220
150	FRANCIS LENTA	110
200	FRANCIS NORMAL	80
250	FRANCIS NORMAL	60
300	FRANCIS RAPIDA	45
350	FRANCIS RAPIDA	35
400	FRANCIS EXPRES	30
450	FRANCIS EXPRES	25
300	KAPLAN Y HELICE	70
500	KAPLAN Y HELICE	40
800	KAPLAN Y HELICE	10
1000	KAPLAN Y HELICE	6

Tabla 4.1

(Tomado de ŠTOLL, et al. *Využití Vodní energie*, pp. 414-415).

Respecto a las cargas netas que aparecen en la tabla, debe aclararse que esos valores sólo sirven para dar una orientación sobre el tipo adecuado de turbina, ya que sólo N'_S es determinante para definir el tipo de unidad. Para ilustrar este comentario se presenta el siguiente caso:

Ejemplo 4.7

Para un proyecto, se dispone de los siguientes datos:

$H = 100 \text{ m}$; $P = 2,500 \text{ CV}$; $N = 180 \text{ r.p.m.}$

Se desea conocer el tipo apropiado de turbina.

Solución:

Si fuera la carga el único criterio, según la tabla 4.1, se trataría de una turbina tipo Francis lenta. Pero ésta no es la decisión correcta. En efecto, la velocidad específica es, de acuerdo con 4.5.a: $N_s = 28.46$, y este parámetro que reúne a las características H , P y N , es el que define el tipo de unidad, es decir, la solución correcta con base en la misma tabla mencionada es:

1 turbina Pelton de 1, 2, 3 ó 4 chiflones

Ejemplo 4.8

Si: $P = 115,000 \text{ CV}$; $f = 60 \text{ Hz}$; $p = 24$ y $H = 40 \text{ m}$, ¿qué tipo de turbina debe instalarse?

Solución:

Según 4.2.a: $N = 150 \text{ r.p.m.}$ y utilizando 4.5.a: $N_s = 505.67$

De acuerdo con la tabla 4.1, la solución correcta es:

Turbina Kaplan

y en este caso se trata de una solución apegada a la experiencia, ya que hay concordancia entre N_s y H . En el siguiente tema se apreciará que, alterando el número de unidades puede hacerse que siempre se cumpla la concordancia entre los dos parámetros mencionados.

4.6 NÚMERO Y TIPO DE UNIDADES

Si P es la potencia total disponible en el proyecto, N la velocidad de giro apropiada y H la carga neta. Supóngase que por algún motivo se van a instalar varias unidades de iguales características. Si se designa con la letra Z el número de unidades; la potencia total será $P = ZP'$ en que P' es la potencia por unidad; luego, la velocidad específica total o del proyecto será, según 4.5.a:

$$N_s = \frac{N (ZP')^{1/2}}{H^{5/4}}$$

o

$$N_s = Z^{1/2} \frac{NP'^{1/2}}{H^{5/4}}$$

El segundo factor es la velocidad específica por cada unidad, que se designará N'_s (con apóstrofe), luego, la expresión anterior puede escribirse: $N_s = Z^{1/2} N'_s$ y:

$$Z = \left(\frac{N_s}{N'_s} \right)^2 \quad (4.6.a)$$

Con esta expresión puede determinarse el número de unidades Z , si se conoce el valor aceptado de N'_s o inversamente, la velocidad específica que tendrá cada rodete si se conoce el número de unidades del proyecto.

Existen limitaciones para el valor máximo aceptable de N'_s según la carga disponible. Las razones principales consisten en garantizar que no aparezcan esfuerzos de trabajo excesivos tanto en la estructura del distribuidor como en el rodete de la turbina y aun en el mismo rotor del generador. Por otra parte, al bajar el valor de N'_s por utilizar varias unidades disminuye el peligro de cavitación, fenómeno que debe evitarse siempre (tema 4.7).

Otra razón para colocar varias unidades es simplemente disponer de mayor flexibilidad en la operación de la planta, ya sea para realizar reparaciones o mantenimiento de alguna máquina sin suspender el servicio o para variar la potencia producida con más facilidad, conectando o desconectando unidades según lo requiera la demanda.

En la tabla 4.1 se indican los valores límites de N'_s en función de H , y después del siguiente ejemplo se incluyen algunas fórmulas también empíricas que relacionan ambos parámetros.

Ejemplo 4.9

Datos del proyecto: $H = 130 \text{ m}$; $Q = 300 \text{ m}^3/\text{s}$; $\eta = 0.80$;
 $N = 200 \text{ r.p.m.}$

¿Cuántas unidades y de qué tipo deben instalarse, basándose en la tabla 4.1 ?

Solución:

$$P = 13.33 \times 0.8 \times 300 \times 130 = 415,896 \text{ CV}$$

Según 4.5.a, la velocidad específica del proyecto es:

$$N_s = 293.83$$

Ahora bien, según la tabla, este valor corresponde a una turbina Francis normal (o rápida). Sin embargo, para la carga de 130 m, la misma tabla recomienda usar como máximo un valor de $N'_s \cong 140$ (interpolado). Luego, es necesario colocar varias unidades, que según la expresión 4.6.a son:

$$z = \left(\frac{293.83}{140} \right)^2 = 4.40$$

Es decir, se necesitan 5 unidades con una velocidad específica (4.6.a):

$$N'_s = \frac{293.83}{\sqrt{5}} = 131.40$$

Regresando a la tabla 4.1 se observa que se trata de máquinas tipo Francis lenta. En el siguiente tema se presentarán fórmulas semiempíricas que permiten dimensionar las turbinas y las características de su instalación en función de la velocidad específica por unidad N'_s . Es decir, en este ejemplo, las fórmulas mencionadas están en función del valor $N'_s = 131.40$.

4.6.1 Valores máximos de N'_s en función de H. Número mínimo de unidades

En la misma forma como se elaboró la tabla 4.1 es decir, tomando estadísticas de máquinas que funcionan adecuadamente, se han construido gráficas como las que aparecen en las figuras 4.5 y 4.6 ó también existen fórmulas como las que se pre-

sentarán enseguida. Esta información es necesaria para definir el número mínimo de unidades y desde luego es cambiante, a medida que se dispone de mejores materiales para la construcción de rodetes. Por tal razón debe recurrirse de preferencia a las estadísticas que proporcione el fabricante, pero si no se dispone de ellas, los valores tanto de las gráficas como de las fórmulas que aquí aparecen, ayudan al proyectista a obtener resultados de buena calidad.

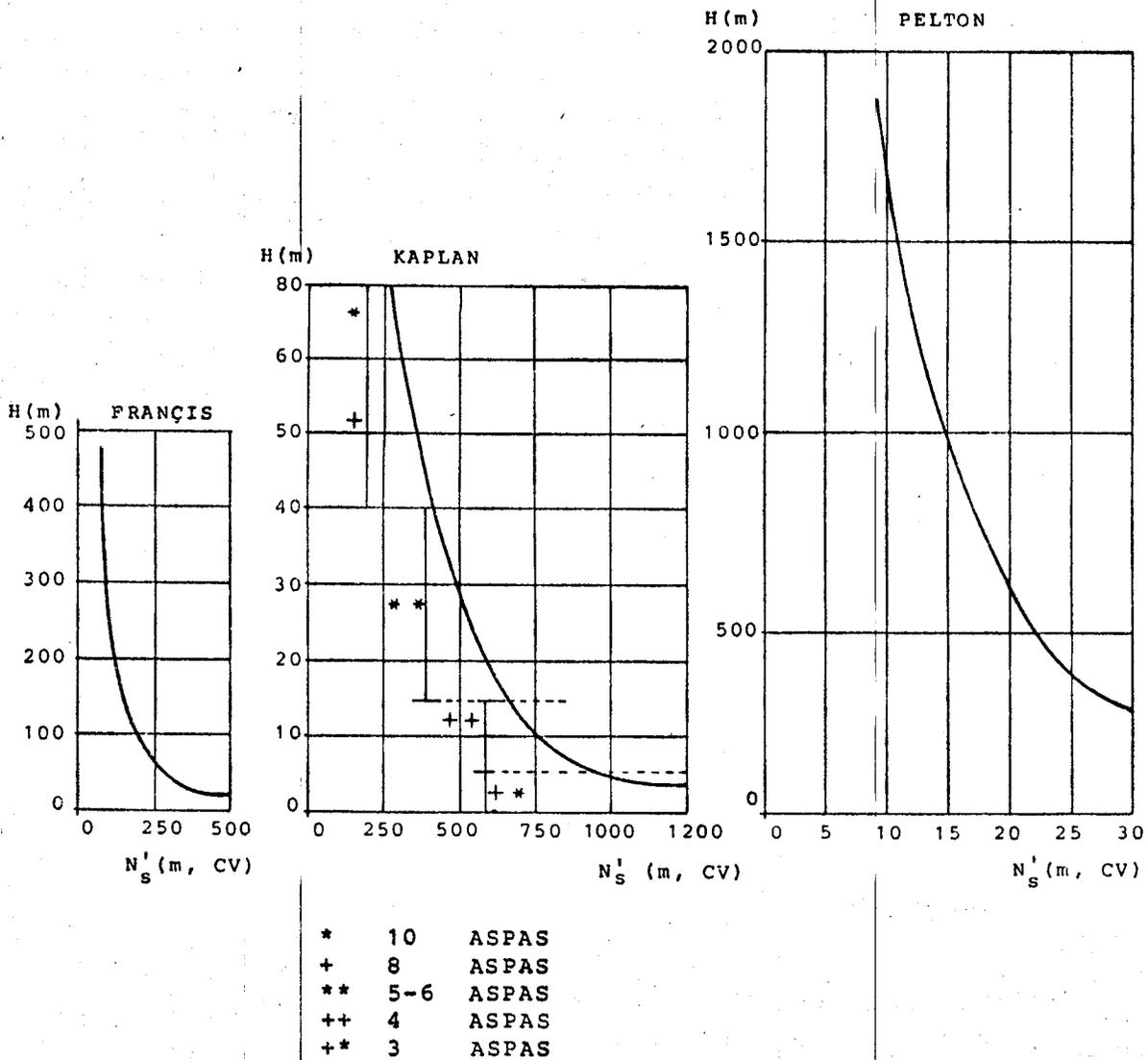


Figura 4.5 Relación $H-N_s$ para turbinas instaladas en diferentes partes del mundo (tomado de ČABELKA, J. *Využitie vodnej energie*, p. 826).

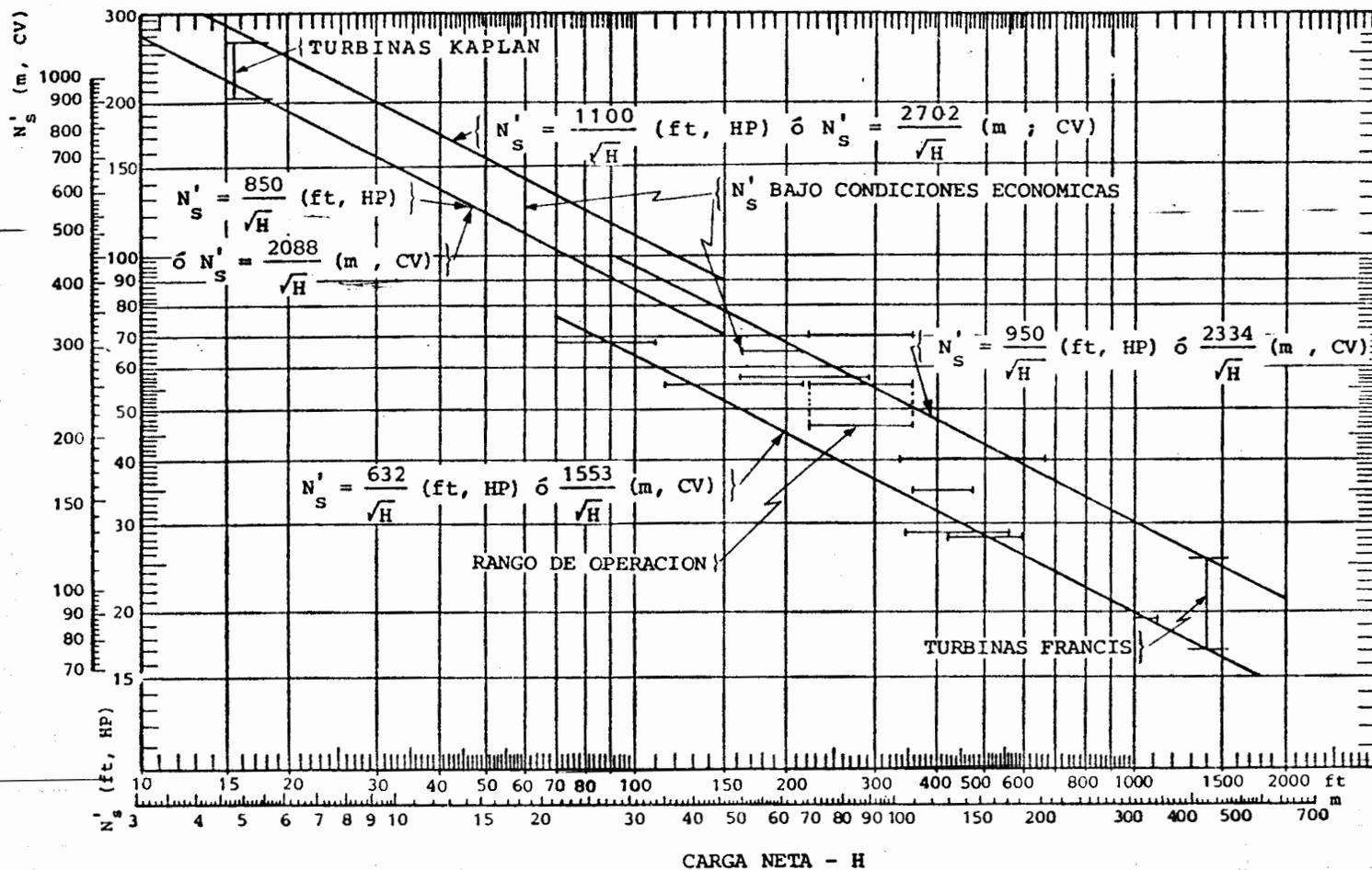


Figura 4.6 Selección de turbinas Francis y Kaplan (tomado de BUREAU OF RECLAMATION, *Selecting Reaction Turbines*, p. 15).

Fórmulas que relacionan $N'_s \text{ max}$ con H

En EUA, se utilizan básicamente, las siguientes:

USBR (United States Bureau of Reclamation. Figura 4.6)

$$\frac{2088}{\sqrt{H}} < N'_s \leq \frac{2702}{\sqrt{H}} \quad \text{para Kaplan} \quad (4.6.b)$$

$$\frac{1553}{\sqrt{H}} < N'_s \leq \frac{2334}{\sqrt{H}} \quad \text{para Francis} \quad (4.6.c)$$

En la URSS, y otros países Europa del este, para Kaplan y Francis son más utilizadas las siguientes:

Eguiazarov

Rango

$$N'_s \leq \frac{2250}{\sqrt{H}} \quad H < 10 \text{ m} \quad (4.6.ch)$$

$$N'_s \leq \frac{2500}{\sqrt{H}} \quad 10 \text{ m} < H < 25 \text{ m} \quad (4.6.d)$$

$$N'_s \leq \frac{5000}{H^{3/4}} \quad 25 \text{ m} < H < 300 \text{ m} \quad (4.6.e)$$

Morozov

$$N'_s \leq \frac{2200}{H^{0.57}} \quad 20 \text{ m} < H < 300 \text{ m} \quad (4.6.f)$$

Schapov

$$N'_s \leq \frac{2420}{\sqrt{H}} - 80 \quad 20 \text{ m} < H < 300 \text{ m} \quad (4.6.g)$$

Ejemplo 4.10

Con base en las fórmulas presentadas en el tema anterior, ¿cuántas unidades y de qué tipo deben instalarse para el caso del ejemplo 4.9?

Solución:

Por la carga, según la tabla 4.1, es de suponerse que se tratará de turbinas tipo Francis.

Si se usa la fórmula 4.6.c del USBR se tendrán los siguientes valores:

$$136.21 < N'_s \leq 204.71$$

Por lo que, según este criterio existen las dos siguientes soluciones, según 4.6.a:

Primera solución:

$$z = \left(\frac{293.83}{136.21} \right)^2 = 4.65 \sim 5$$

$$N'_s = \frac{293.83}{\sqrt{5}} = 131.40$$

5 unidades tipo Francis lenta (tabla 4.1) con $N'_s = 131.40$.

Segunda solución:

$$z = \left(\frac{293.83}{204.71} \right)^2 = 2.06 \sim 3$$

$$N'_s = \frac{293.83}{\sqrt{3}} = 169.64$$

3 unidades tipo Francis lenta con $N'_s = 169.64$.

Utilizando el criterio soviético, por ejemplo, la fórmula 4.6.g, exige que:

$$N'_s \leq 132.25$$

$$z = \left(\frac{293.83}{132.25} \right)^2 = 4.94 \sim 5$$

5 unidades tipo Francis lenta con $N'_s = 131.40$

En general, se observa que las fórmulas utilizadas en la URSS, son más conservadoras que las de EUA.

Con el fin de que el lector pueda verificar los criterios señalados antes, en la tabla 4.2 se presentan algunos datos de plantas hidroeléctricas de nuestro país y del extranjero.

4.7 CAVITACIÓN EN TURBINAS. ALTURA DE SUCCIÓN

En las turbinas de reacción, al salir el agua de los rodetes es conducida al desfogue por el tubo de aspiración que permite aprovechar la carga al máximo, tal como se explicó al hablar de la carga neta en el inciso 3.3.2.

Sin embargo, desde que el agua entra al rodete, se generan presiones absolutas bajas que pueden llegar inclusive a provocar la ebullición. En efecto, los líquidos hierven debido a dos factores: su presión absoluta y su temperatura. En la figura 4.7 se indica la ley que relaciona dichos factores para el caso del agua.

NOMBRE	PAIS	H _{DIS} (m)	Q' _{DIS} (m ³ /s)	N (r.p.m)	D (m)	P' _{DIS} (CV)	Z	TIPO
CHICOASEN	MEXICO	180.00	189.00	163.64	5.07	416,000	5	FRANCIS
CARACOL	MEXICO	91.20	238.00	128.57	5.35	272,470	3	FRANCIS
MALPASO	MEXICO	85.00	240.00	128.57	5.47	239,152	6	FRANCIS
INFIERNILLO	MEXICO	101.00	182.50	138.46	5.00	235,200	6	FRANCIS
LA ANGOSTURA	MEXICO	91.50	218.00	128.57	5.28	250,022	5	FRANCIS
LA VILLITA	MEXICO	44.00	192.00	100.00	5.42	102,500	4	FRANCIS
MAZATEPEC	MEXICO	480.40	13.00	450.00	2.32	71,000	4	PELTON
CUPATITZIO	MEXICO	465.90	10.00	600.00	2.49	43,000	3	PELTON
COLIMILLA	MEXICO	109.44	13.40	400.00	1.70	18,240	5	FRANCIS
OVIACHIC	MEXICO	35.50	26.00	300.00	3.30	13,072	2	KAPLAN
YACYRETA	ARGENTINA -PARAGUAY	21.30	730.50	71.40	9.50	183,486	20 (1a. ETAPA) 30 (2a. ETAPA)	KAPLAN
ITAIPU	BRASIL- PARAGUAY	112.90			8.10	951,410	18	FRANCIS
CHONGPYONG	COREA	452.00	52.49	450.00		280,000	2	FRANCIS
GRAND COULEE (3a. ETAPA)	EUA	86.90	935.00	85.70	9.90	972,400	3	FRANCIS
DWORSHAK	EUA	139.33	215.00	128.60		350,470	1	FRANCIS
BOUT LES ORGES	FRANCIA	111.50	100.00	187.50	3.60	134,000		FRANCIS
MALGOVERT	FRANCIA	750.00	11.25	428.61	2.10	101,000	2	PELTON
ECONE RIDDES	SUIZA	952.00	5.75	500.00	2.45	65,700	2	PELTON
KRASNOYARSK	URSS	101.00		93.75	7.50	688,920	12	FRANCIS
KUYBYSHEV	URSS	29.00	500.00	60.00	9.30	174,000	6	KAPLAN
S V Y R	URSS	11.00	290.00	75.00	7.42	38,000		KAPLAN
GURI II	VENEZUELA	146.00		112.50	7.17	991,937	10	FRANCIS

Tabla 4.2

Se llama *presión de vaporización de un líquido* a aquella que lo hace entrar en ebullición, y es una característica que depende únicamente de la temperatura. Como es bien sabido, al nivel del mar (10.33 m de columna de agua), el agua hierve a 100°C, pero en un conducto sometido a presión, pueden aparecer presiones absolutas mucho menores que la atmosférica, tales que provoquen la vaporización del agua a temperaturas muy distintas. Por ejemplo, en la figura 4.7, puede comprobarse que si el agua se encuentra a 30°C, hierve a esa temperatura bajo la única condición de que esté sometida a una presión absoluta de 0.043 kg/cm² (0.43 m de columna de agua).

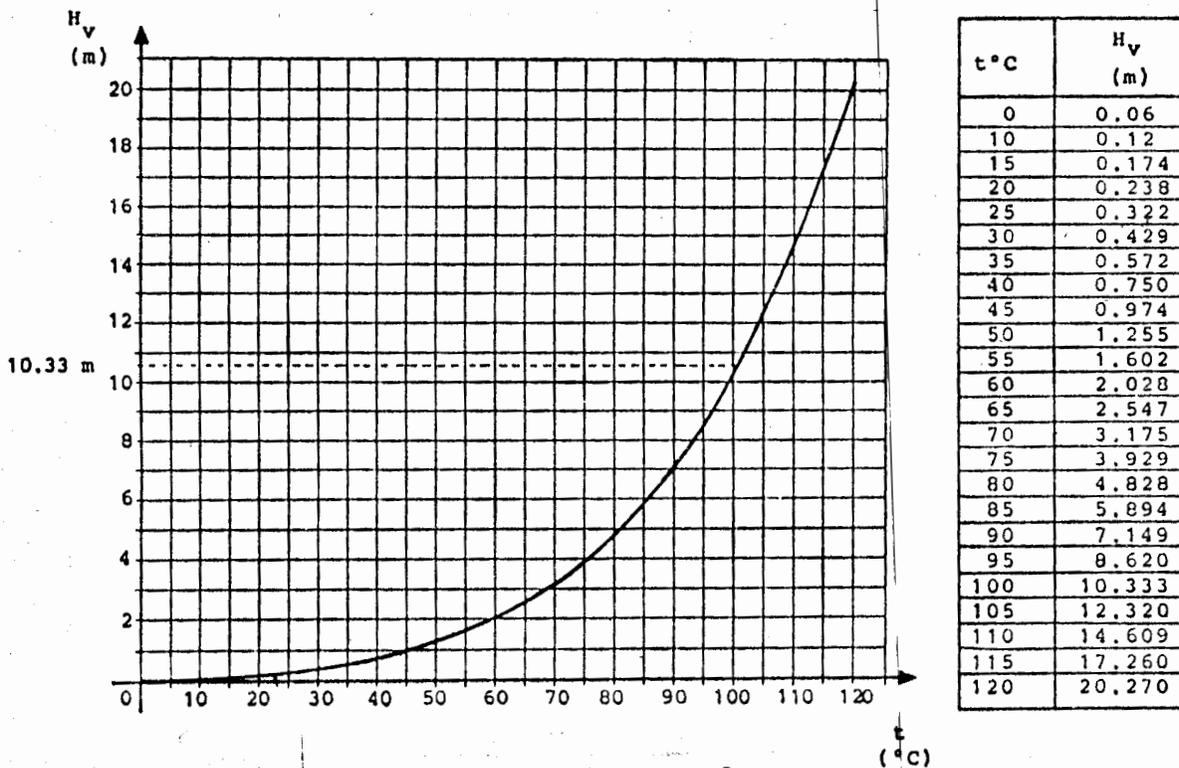


Figura 4.7 Presión de vaporización del agua en función de la temperatura.

El conocido fenómeno de la ebullición produce burbujas a baja presión (*cavidades*) que, si el líquido está en movimiento, son arrastradas a zonas de mayor presión donde se aplastan brusca-

mente y, cuando esto sucede, las cavidades son ocupadas violentamente por el fluido circundante, lo que produce succiones locales muy fuertes en las paredes más cercanas de los conductos. Estas succiones arrancan literalmente pequeños pedazos del material de dicho conducto y producen oquedades parecidas a las de la erosión que, a su vez, provocan despegues del flujo, generan más depresiones y producen vaporización ahora debido a una causa distinta a la que originó el fenómeno, pero que hace que el daño crezca paulatinamente. Este fenómeno llamado *cavitación* debe evitarse siempre, ya que provoca la destrucción de los rodets. Para eliminar la posibilidad de que aparezca la cavitación, sólo debe hacerse un proyecto donde se garantice que las presiones sean mayores que las de vaporización.

En el caso de las turbinas de reacción, este control se realiza proyectando adecuadamente el desnivel entre el rodete y el desfogue, mismo que se denomina *altura de succión*.

En la figura 4.8 se indica esquemáticamente un tubo de aspiración, la posición del rodete y el nivel del desfogue.

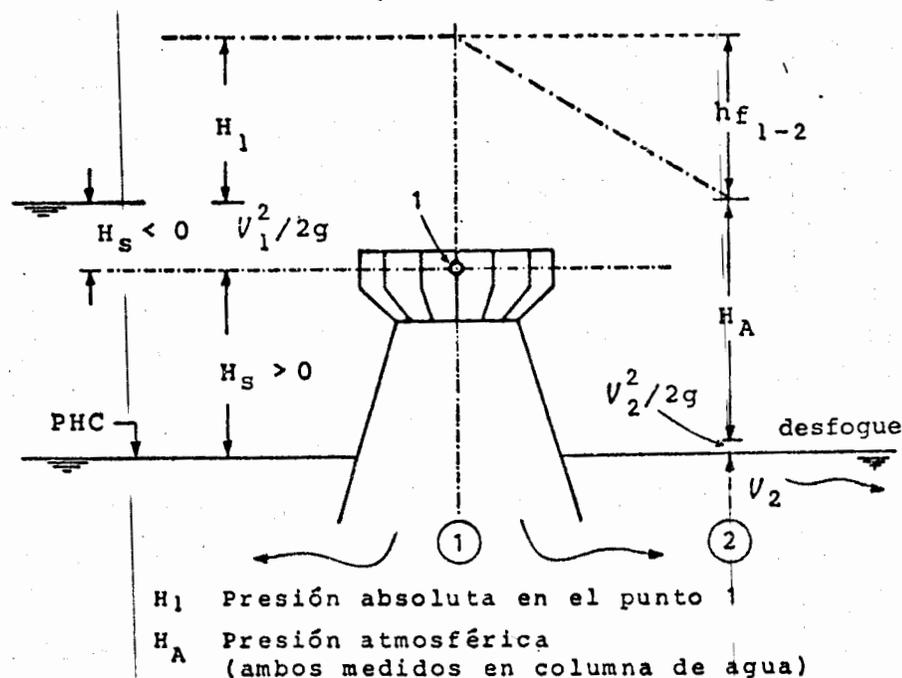


Figura 4.8

El punto 1 de la figura corresponde a la parte media del rodete vertical mostrado y precisamente al primer punto de contacto del agua con dicho rodete. En las turbinas horizontales, se toma el punto 1 como el más alto de los álabes del rodete.

Si se aplica la ecuación de la energía entre las secciones 1 y 2, tomando presiones absolutas, y con referencia al PHC indicado en la figura, cuando el nivel del desfogue está abajo del rodete, se tendrá:

$$H_s + \frac{v_1^2}{2g} + H_1 = \frac{v_2^2}{2g} + H_A + h_{f1-2}$$

en que h_{f1-2} , es la pérdida de energía desde que el agua entra en contacto con el rodete hasta que sale por el desfogue.

Aceptando que la carga de velocidad en el desfogue es despreciable, de la expresión anterior se concluye que la presión absoluta en el punto 1 es:

$$H_1 = H_A - H_s - \left(\frac{v_1^2}{2g} - h_{f1-2} \right)$$

y para que no haya cavitación, H_1 debe ser siempre mayor que la presión de vaporización del agua H_v , o, lo que es lo mismo, debe cumplirse:

$$H_A - H_s - \left(\frac{v_1^2}{2g} - h_{f1-2} \right) > H_v$$

Es decir, para evitar la cavitación, el desnivel H_s , que es la altura de succión debe sujetarse a la condición:

$$H_s < H_A - H_v - \left(\frac{v_1^2}{2g} - h_{f_{1-2}} \right) \quad (4.7.a)$$

Thoma comprobó que el término que se encuentra en el paréntesis de esta expresión puede relacionarse con la carga neta H , mediante un factor σ que a su vez depende exclusivamente de la velocidad específica del rodete.

Es decir:

$$\left(\frac{v_1^2}{2g} - h_{f_{1-2}} \right) = \sigma H$$

en que $\sigma = f(N'_s)$.

Entonces la expresión 4.7.a puede escribirse:

$$H_s < H_A - H_v - \sigma H \quad (4.7.b)$$

que señala la posición del rodete en relación con el nivel del agua en el desfogue, necesaria para que no se presente el fenómeno descrito.

El factor σ , llamado coeficiente de Thoma o simplemente *sigma* de Thoma, se obtiene en el laboratorio aumentando la velocidad específica de los rodetes hasta que empiecen a cavitarse, lo que por cierto es muy fácil de detectar, ya que se escucha el ruido de las burbujas al aplastarse. Además, dichas burbujas se pueden observar con claridad si se usa un estroboscopio.

La altura de succión H_s es positiva si el desfogue se encuentra abajo del rodete, como se consideró en este desarrollo y negativa en el caso contrario (figura 4.8).

En la tabla 4.3 se indican algunos valores de σ obtenidos por Kratochvil.

N'_S	0	50	100	200	300	400	500	600	700	800	900	1000
σ	0	0.02	0.05	0.11	0.21	0.35	0.53	0.75	1.15	1.60	2.0	2.3

Tabla 4.3

También pueden usarse fórmulas, como las siguientes:

Schapov:

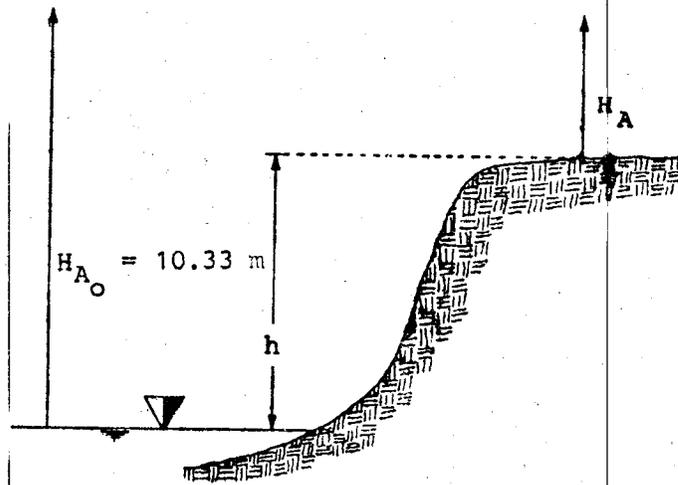
para $70 < N'_S < 800$

$$\sigma = \frac{(0.01 N'_S - 0.54)^2}{45} + 0.035 \quad (4.7.c)$$

USBR:

$$\sigma = \frac{(N'_S)^{1.64}}{50327} \quad (4.7.ch)$$

Por lo que respecta a la presión atmosférica del lugar H_A , si no se dispone de información registrada con un barómetro, puede hacerse un cálculo, que para los fines deseados, proporciona la precisión suficiente. Este se basa simplemente en restar a la presión atmosférica al nivel del mar, la presión de la columna de h metros sobre dicho nivel. En la figura 4.9 se ilustran estas consideraciones.



h = Altura sobre el nivel del mar
 H_{A_0} = Presión atmosférica al nivel del mar en columna de agua.

Figura 4.9

La presión atmosférica a h metros sobre el nivel del mar, tiene el valor:

$$\gamma_{\text{agua}} H_A = 10.33 \gamma_{\text{agua}} - h \gamma_{\text{aire}}$$

$$H_A = 10.33 - h \frac{\gamma_{\text{aire}}}{\gamma_{\text{agua}}} = 10.33 - \frac{h}{\frac{\gamma_{\text{agua}}}{\gamma_{\text{aire}}}}$$

En condiciones atmosféricas usuales, puede tomarse como un valor medio: $\gamma_{\text{aire}} = 1.15 \text{ kg/m}^3$, por lo que:

$$H_A = 10.33 - \frac{h}{869.57} \text{ y en forma aproximada:}$$

$$H_A \doteq 10 - \frac{h}{900} \quad (4.7.d)$$

Ejemplo 4.11

Para un proyecto hidroeléctrico se tiene la siguiente información:

$$H = 85 \text{ m} ; \quad P = 135 \text{ MW} ; \quad f = 60 \text{ Hz} ; \quad p = 22 ;$$

$$h = 680 \text{ m.s.n.m.} ; \quad t = 40^\circ\text{C} .$$

Determine:

- Número y tipo de unidades.
- Altura máxima de succión.
- Si se coloca una unidad más, ¿cuál será el tipo conveniente y la nueva altura de succión?

Solución:

De 4.2.a:

$$N = \frac{3600}{22} = 163.64 \text{ r.p.m.}$$

y de acuerdo con 1.3.a' y 1.3.c , la potencia en CV es:

$$P = \frac{13.33}{9.81} \times 135,000 = 183,440.36 \text{ CV}$$

$$N_s = \frac{163.64 \sqrt{183,440.36}}{(85)^{1.25}} = 271.56$$

El valor máximo de la velocidad específica por rodete es, según Schapov (4.6.g):

$$N'_s = \frac{2420}{\sqrt{85}} - 80 = 182.49$$

Por lo que el número mínimo de unidades es:

$$Z = \left(\frac{271.56}{182.49} \right)^2 = 2.21 \approx 3$$

Es decir, 3 unidades con velocidad específica de:

$$N'_s = \frac{271.56}{\sqrt{3}} = 156.79$$

que corresponden, según la tabla 4.1, al tipo Francis lenta.

b) La presión atmosférica se puede calcular con la expresión 4.7.d:

$$H_A = 10 - \frac{680}{900} = 9.24 \text{ m}$$

y para $t = 40^\circ\text{C}$ en la figura 4.7 se ve que $H_V = 0.75 \text{ m}$.

Utilizando ahora la fórmula de Schapov 4.7.c, puede calcularse el coeficiente de cavitación de Thoma:

$$\sigma = \frac{(0.01 \times 156.79 - 0.54)^2}{45} + 0.035 = 0.0585$$

Luego, la altura de succión será, según 4.7.b:

$$H_S = 9.24 - 0.75 - 0.0585 \times 85 = + 3.52 \text{ m}$$

Lo que significa que el desfogue se encuentra como máximo 3.52 m abajo del rodete (ver figura 4.8).

c) Si hay 4 unidades:

$$N'_s = \frac{271.56}{\sqrt{4}} = 135.78$$

que también corresponden al tipo anterior. En cuanto al valor de H_s , es necesario calcular el nuevo valor de σ ya que N'_s es diferente.

$$\sigma = \frac{(0.01 \times 135.78 - 0.54)^2}{45} + 0.035 = 0.0499$$

y

$$H_s = 9.24 - 0.75 - 0.0499 \times 85 = + 4.25 \text{ m}$$

Es decir, una forma de aumentar la altura de succión es instalar un número mayor de unidades.

4.8 TURBINA UNITARIA

Una vez determinado el tipo de unidad, es necesario conocer algunos detalles sobre su operación, para esto se han elaborado curvas llamadas de *isoeficiencia* que indican los rangos de operación que pueden tener las turbinas con relación a su eficiencia. Estas curvas se relacionan con el gasto y la velocidad de giro que tendría una turbina que trabajara con una carga unitaria y tuviera un diámetro unitario. A esta turbina hipotética se le llama *turbina unitaria* y sus parámetros principales, que son la velocidad de giro y el gasto se designan con las letras acostumbradas y un subíndice u , es decir, en el orden mencionado: N_u y Q_u .

En forma semejante al caso de la turbina específica, pueden obtenerse los parámetros de la turbina unitaria, en la forma siguiente:

De 4.3.d:

$$N_u = N \left(\frac{1}{H} \right)^{1/2} \frac{D}{T}$$

es decir:

$$N_u = \frac{ND}{\sqrt{H}} \quad (4.8.a)$$

y análogamente, de 4.3.g:

$$Q_u = \frac{Q'}{D^2 \sqrt{H}} \quad (4.8.b)$$

recuérdese que Q' y P' corresponden a una sola máquina.

De 4.3.h:

$$P_u = \frac{P'}{D^2 H^{3/2}} \quad (4.8.c)$$

Luego, N_u , Q_u y P_u serían los valores de la velocidad de giro, gasto y potencia que tendría una turbina semejante a todas las que tengan esos valores, pero bajo la condición de que dicha turbina trabajara con una carga de 1 metro y tuviera también un diámetro de 1 metro.

No debe olvidarse que los parámetros tanto de la turbina específica como los de la unitaria, dependen de las unidades escogidas para P , Q y H , por lo que es indispensable conocer dichas unidades. Es recomendable escribirlas entre paréntesis a continuación del valor dado, por ejemplo:

N_s (m - CV) ; N_s (ft, HP) ; N_s (m - KW) ; N_s (ft - KW) ; N_s (m - m³/s) ;

N_s (ft - GPM) ; Q_u (m - m³/s) ; Q_u (ft - GPM) , etc.

4.9 FÓRMULAS PARA TRANSLADAR LA EFICIENCIA DE UNA TURBINA A OTRA SEMEJANTE QUE TRABAJE CON CARGA Y/O DIÁMETRO DISTINTO

La teoría de la similitud se basa en suponer que tanto la eficiencia del modelo como la del prototipo son iguales. En realidad, esto no es riguroso, ya que una máquina es más eficiente cuando es mayor su tamaño, debido a que la rugosidad relativa de sus conductos, disminuye al ser más grande.

Enseguida se presentan algunas de las fórmulas empíricas más conocidas para trasladar la eficiencia de una máquina a otra.

Fórmulas de Camerer

Para Pelton:

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \frac{2.3 + \frac{1}{\sqrt{D_p}}}{2.3 + \frac{1}{\sqrt{D_m}}} \quad (4.9.a)$$

Para Kaplan y Francis:

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \frac{1.4 + \frac{1}{\sqrt{D_p}}}{1.4 + \frac{1}{\sqrt{D_m}}} \quad (4.9.b)$$

Fórmula de Moody

Para Kaplan y Francis:

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \sqrt[4]{\frac{D_m}{D_p}} \sqrt[10]{\frac{H_m}{H_p}} \quad (4.9.c)$$

Fórmula de Hutton

Para Kaplan y Francis:

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m) \left(0.3 + 0.7 \sqrt[5]{\frac{Re_m}{Re_p}} \right) \quad (4.9.ch)$$

en que:

$$\frac{Re_m}{Re_p} = \frac{D_m}{D_p} \left(\frac{H_m}{H_p} \right)^{1/2}$$

4.10 CURVAS DE ISOEFICIENCIA. RANGOS DE OPERACIÓN DE LAS TURBINAS

Las curvas que definen la forma en que son afectados los principales parámetros de una máquina se denominan *curvas características*, y de ellas son de especial importancia en el estudio de las turbinas hidráulicas las llamadas *curvas de isoeficiencia* que relacionan los parámetros N_u , Q_u y η_u para una turbina unitaria, es decir: velocidad de giro, gasto y eficiencia de la turbina unitaria. Curvas de este tipo se presentan en las figuras de la 4.10 a la 4.16 y se refieren a turbinas Pelton, Francis y Kaplan.

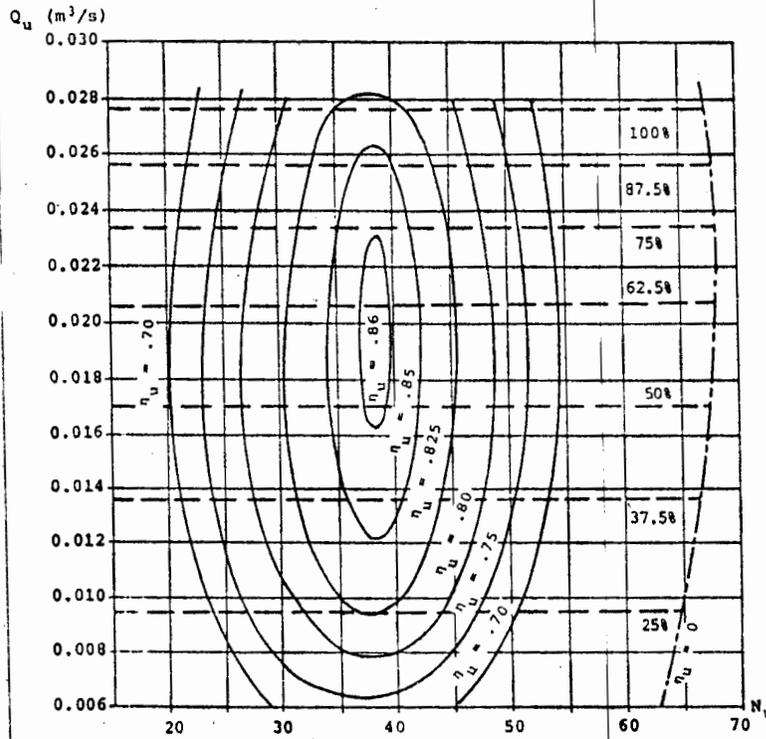


Figura 4.10 Pelton (1 Chiflón) $N'_S = 20$
 (Tomado de ČABELKA, J. *Vyžití Vodnej Energie*, p. 827)

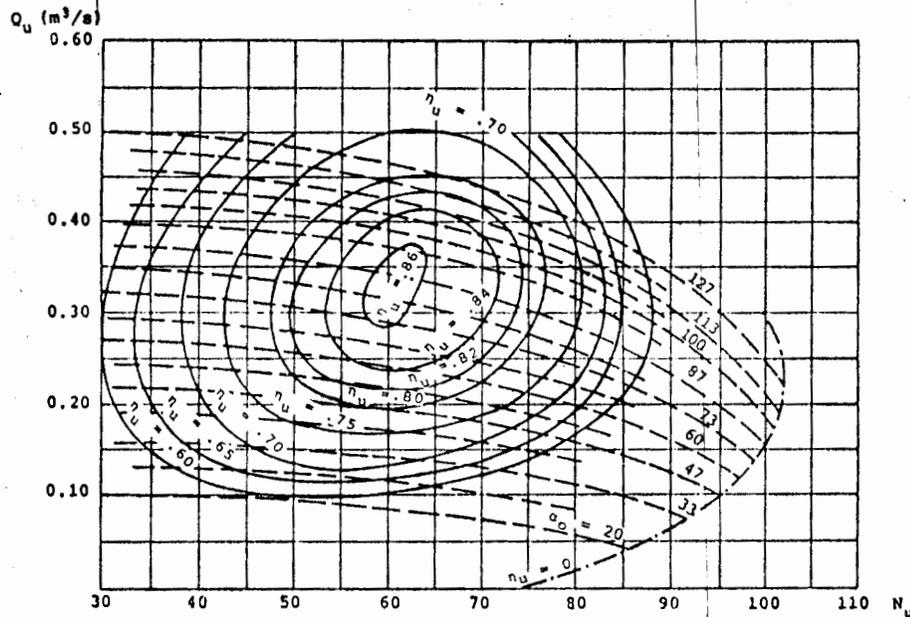


Figura 4.11 Francis $N'_S = 130$
 (Ibid., p. 828).

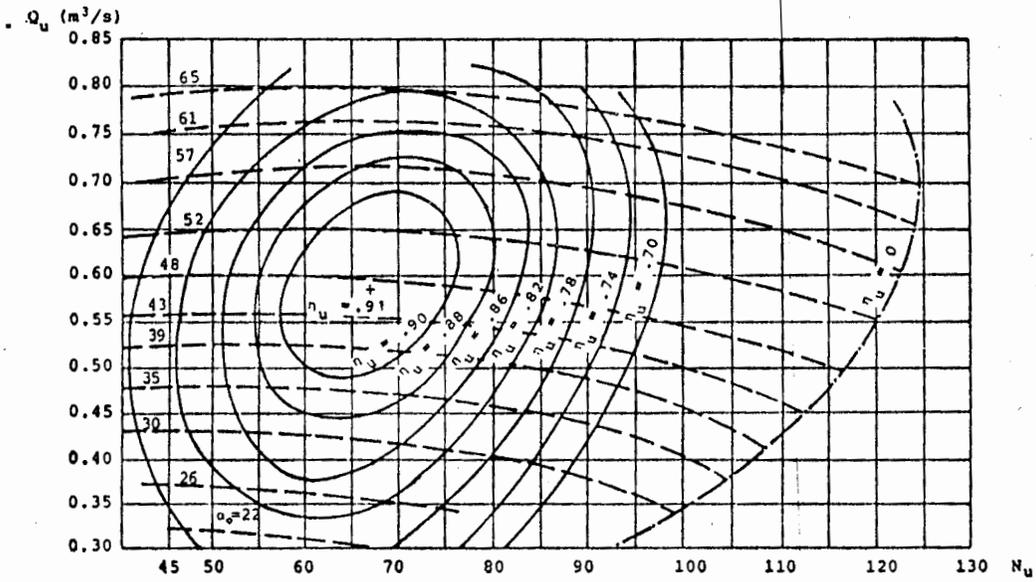


Figura 4.12 Francis $N'_S = 200$
(Ibid., p. 829)

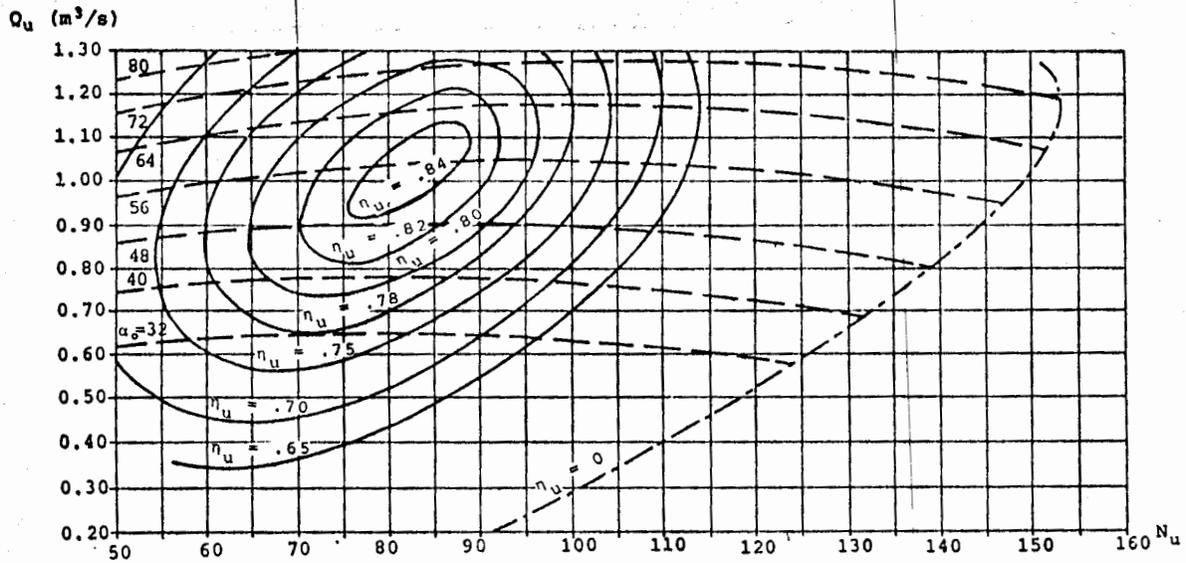


Figura 4.13 Francis $N'_S = 300$ (Id.)

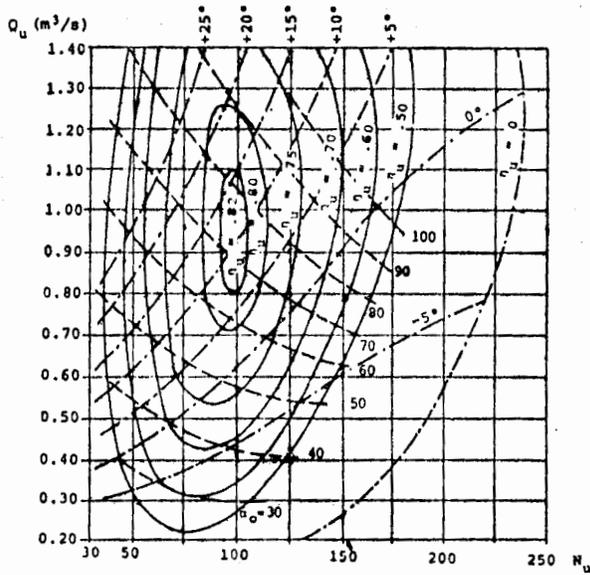


Figura 4.14 Kaplan (8 aspas);
 $N'_s = 400$ (Ibid., p. 830)

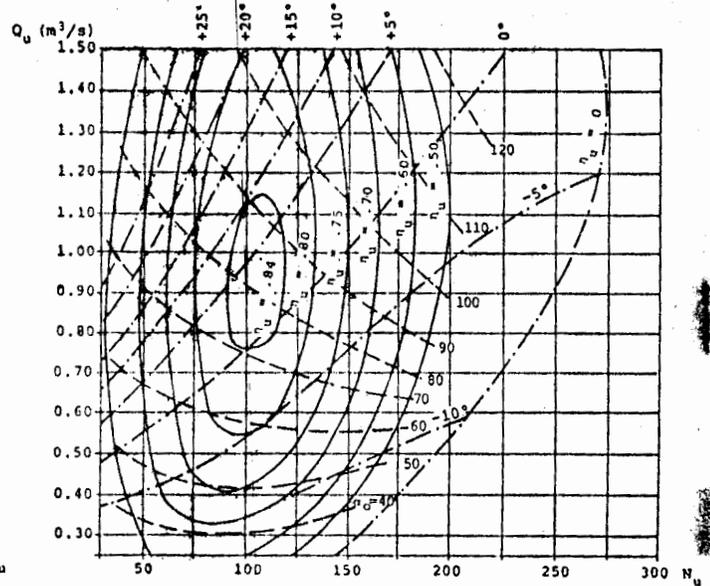


Figura 4.15 Kaplan (6 aspas);
 $N'_s = 500$ (Id.).

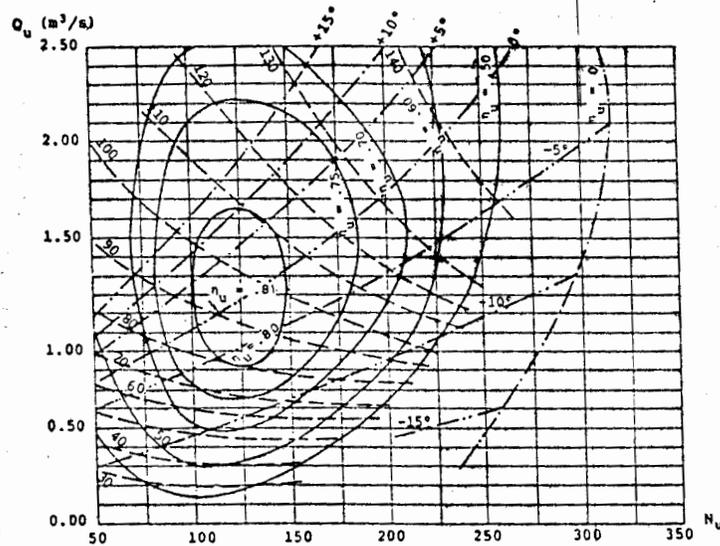


Figura 4.16 Kaplan (4 aspas) $N'_s = 700$
 (Ibid., p. 831)

Estas curvas se hacen en el laboratorio, tomando medidas en modelos reducidos de turbinas y trasladando la información a los valores que corresponderían si la turbina tuviera su carga y diámetro unitarios; es por eso que para interpretarlas, la eficiencia debe ser corregida utilizando las características propias de la máquina real y aplicar las fórmulas vistas en el tema 4.9.

Una de las principales utilidades de las curvas de isoeficiencia, es determinar el rango de operación de una máquina sin que su eficiencia baje de un cierto valor.

Otra aplicación de las curvas, consiste en determinar el diámetro más conveniente de los rodets cuando se sabe de antemano el tipo de unidades que se van a instalar. En efecto, observando las mencionadas curvas, puede seleccionarse un valor de N_u y de Q_u , de manera que correspondan a la eficiencia máxima posible. Tanto la carga neta H como el gasto total Q , son características del proyecto, así como la velocidad de giro N que puede deducirse con los criterios expuestos en 4.2.

Definido el número de unidades (tema 4.6), se conocerá también el gasto por unidad Q' , por lo que se dispone de los siguientes parámetros generales: N , H y Q' . Y para cada valor deseado de η_u , hay una pareja N_u , Q_u , tomada de las curvas de isoeficiencia seleccionadas.

Luego para cada valor de η_u , puede determinarse el diámetro del rodete con las expresiones 4.8.a y 4.8.b. Este es, respectivamente:

$$D = \frac{N_u \sqrt{H}}{N} \quad (4.8.a')$$

y

$$D = \sqrt{\frac{Q'}{Q_u \sqrt{H}}} \quad (4.8.b')$$

Igualando ambas y despejando el gasto unitario, se tiene:

$$Q_u = \frac{Q'}{H^{3/2}} \left(\frac{N}{N_u} \right)^2 \quad (4.10.a)$$

Con esta expresión puede calcularse el valor de Q_u correspondiente al de N_u escogido.

Ejemplo 4.12

Una turbina debe trabajar con los datos siguientes:

$$Q = 3.14 \text{ m}^3/\text{s} ; \quad N = 120 \text{ r.p.m.} ; \quad D = 3.5 \text{ m} ; \quad H = 136 \text{ m}$$

Utilizando la curva correspondiente de isoeficiencia, determine el rango de gastos y potencias que puede tener sin disminuir su eficiencia original.

Solución:

De 4.8.a y 4.8.b:

$$N_u = \frac{120 \times 3.5}{\sqrt{136}} = 36.01 ,$$

$$Q_u = \frac{3.14}{3.5^2 \sqrt{136}} = 0.022 ; \quad (\text{m}^3/\text{s})$$

Para saber qué curva debe usarse, es necesario conocer el tipo de turbina. Con este fin supóngase una eficiencia típica, por ejemplo, $\eta = 0.80$. La potencia es entonces:

$$P = 13.33 \times 0.80 \times 3.14 \times 136 = 4,553.96 \text{ CV}$$

y la velocidad específica, $N_s = \frac{NP^{1/2}}{H^{5/4}} = 17.44$. De acuerdo con la tabla 4.1, se trata de una Pelton de uno o dos chiflones. Si se selecciona la de un chiflón, puede verse en la figura 4.10, que para los valores calculados de N_u y Q_u , la eficiencia $\eta_u = 0.852$ corresponde al valor máximo Q_u para dicha eficiencia. Bajando verticalmente, es decir, para el mismo valor de N_u , (36.01), se lee en la figura que $Q_{u\text{mín}} = 0.0152$; luego, el rango de gastos reales buscado es:

$$Q_{\text{máx}} = 3.5^2 \sqrt{136} \times 0.022 = 3.14 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{\text{mín}} = 3.5^2 \sqrt{136} \times .0152 = 2.17 \text{ m}^3/\text{s}$$

La eficiencia real puede calcularse con la fórmula 4.9.a:

$$\eta = 1 - (1 - 0.852) \frac{2.3 + \frac{1}{\sqrt{3.5}}}{3.3} = 0.873$$

Por lo que los rangos de potencias reales son:

$$P_{\text{máx}} = 13.33 \times 0.873 \times 3.14 \times 136 = 4,969.50 \text{ CV}$$

$$P_{\text{mín}} = 13.33 \times 0.873 \times 2.17 \times 136 = 3,434.34 \text{ CV}$$

Para velocidades específicas:

$$N_{s\text{máx}} = 18.21 \quad ; \quad N_{s\text{mín}} = 15.14$$

Ejemplo 4.13

En un proyecto se desea obtener una potencia del orden de 100,000 CV. Siendo además:

$$H = 35 \text{ m}$$

$$N = 120 \text{ r.p.m.}$$

Para la máxima eficiencia que proporcionen las curvas correspondientes, determine:

- Número y tipo de unidades.
- Diámetro de los rodets usando curvas de isoeficiencia.
- $P_{\text{máx}}$ y $P_{\text{mín}}$ sin que baje la eficiencia.

$$N_s = \frac{120 \sqrt{100,000}}{35^{1.25}} = 445.75$$

según:

$$4.6.e : N'_{smáx} = \frac{5000}{35^{0.75}} = 347.47$$

$$4.6.f : N'_{smáx} = \frac{2200}{35^{0.57}} = 289.94$$

$$4.6.g : N'_{smáx} = \frac{2420}{\sqrt{35}} - 80 = 329.05$$

$$4.6.c : N'_{smáx} = \frac{2334}{\sqrt{35}} = 394.52$$

Exceptuando al segundo autor, todos los resultados conducen a utilizar 2 unidades. En efecto, según Schapov (4.6.g):

$$z = \left(\frac{445.75}{329.05} \right)^2 = 1.84$$

$$z = 2 \text{ unidades con } N'_s = \frac{445.75}{\sqrt{2}} = 315.19 ,$$

Tipo Francis rápida (tabla 4.1).

Para $N'_s = 315.19$, se utilizará la figura 4.13, ya que es la que se acerca más al valor señalado. Suponiendo que la eficiencia correspondiera a la máxima $\eta_u = 0.84$ de la gráfica mencionada, N_u tendría un valor del orden de 83 que corresponde a un diámetro (4.8.a):

$$D = \frac{83 \sqrt{35}}{120} = 4.09 \text{ m}$$

y la eficiencia de la turbina, según 4.9.b:

$$\eta = 1 - (1 - 0.84) \frac{1.4 + \frac{1}{\sqrt{4.09}}}{2.4} = 0.87$$

y el gasto por unidad (2 unidades):

$$Q' = \frac{50,000}{13.33 \times 0.87 \times 35} = 123.18 \text{ m}^3/\text{s}$$

Por lo que el gasto unitario tiene el valor (4.8.b):

$$Q_u = \frac{123.18}{4.09^2 \sqrt{35}} = 1.245$$

Este valor se sale por mucho de la curva $\eta_u = 0.84$, es decir Q_u no debe ser tan alto. Para bajarlo se puede intentar aumentar D . En la curva en cuestión, el máximo valor de $Q_u = 1.14$ que corresponde a (4.8.b):

$$D = \sqrt{\frac{Q}{Q_u \sqrt{H}}} = \sqrt{\frac{123.18}{1.14 \sqrt{35}}} = 4.27 \text{ m}$$

con una velocidad unitaria:

$$N_u = \frac{120 \times 4.27}{\sqrt{35}} = 86.61$$

que cae dentro de la curva de $\eta_{um\acute{a}x}$, lo que permite concluir que sí puede obtenerse la eficiencia máxima $\eta_u = 0.84$ pero con un diámetro $D = 4.27 \text{ m}$.

Con $N_u = 86.61$ para $\eta_{um\acute{a}x}$, en la gráfica se ve que:

$$Q_{um\acute{a}x} = 1.14 ; Q_{m\acute{a}x} = 4.27^2 \sqrt{35} \times 1.14 = 122.97 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$Q_{um\acute{i}n} = 1.01 ; Q_{m\acute{i}n} = \frac{122.97}{1.14} \times 1.01 = 108.95 \text{ m}^3/\text{s}$$

La eficiencia de la turbina, es ahora:

$$\eta = 1 - (1 - 0.84) \frac{1.4 + \frac{1}{\sqrt{4.27}}}{2.4} = 0.87$$

Es decir, tiene el mismo valor que para el diámetro anterior, entonces:

$$P_{m\acute{a}x} = 13.33 \times 0.87 \times 122.97 \times 35 = 49,913.34 \text{ CV}$$

$$P_{m\acute{i}n} = 49,913.34 \times \frac{108.95}{122.97} = 44,222.64 \text{ CV}$$

Luego, las potencias factibles con la eficiencia máxima para la planta son:

$$88,445.28 \leq P \leq 99,826.68 \text{ (CV)}$$

y se trata de 2 unidades tipo Francis rápida con $D = 4.27 \text{ m}$ y velocidad específica (4.5.a): $296.43 \leq N'_S \leq 314.92$.

Ejemplo 4.14

Utilizando las curvas de isoeficiencia, determine el tipo, número, diámetro y potencia de cada turbina de manera que proporcionen la mayor eficiencia para el proyecto, cuyos datos generales son los siguientes:

$$N = 180 \text{ r.p.m} ; \quad H = 150 \text{ m} \quad \text{y} \quad Q = 100 \text{ m}^3/\text{s} .$$

Solución:

Para tener una idea de la potencia que se puede esperar y conocer la velocidad específica del proyecto, supóngase, en una primera instancia, que se tendrá una $\eta = 0.80$.

Luego:

$$P = 13.33 \times .8 \times 100 \times 150 = 159,960 \text{ CV}$$

y

$$N_S = \frac{180 \sqrt{159,960}}{150^{1.25}} = 137.14$$

Ahora bien, para la carga mencionada, la velocidad específica

límite es, según Schapov (4.6.g):

$$N'_s = \frac{2420}{\sqrt{150}} - 80 = 117.59$$

por lo que:

$$z = \left(\frac{137.14}{117.59} \right)^2 = 1.36 \sim 2 \text{ unidades.}$$

con

$$N'_s = \frac{137.14}{\sqrt{2}} = 96.97$$

(Tipo Francis lenta, según la tabla 4.1).

Las curvas para $N'_s = 130$ son las más cercanas a este valor, por lo que se usará la figura 4.11, en la que se ve que la $\eta_{um\acute{a}x}$ se tiene cuando $N_u \doteq 61$. Si ahora $Q' = 50 \text{ m}^3/\text{s}$ (2 unidades), la expresión 4.10.a permite calcular el gasto unitario de un rodete. En efecto dicho valor es: $Q_u = 0.24$, para $N_u = 61$ y los demás datos del proyecto.

Se observa en la figura que, para este par de valores, no se tiene la eficiencia máxima sino un valor de η_u aproximadamente igual a 0.84. Para disponer de eficiencias mayores habría que aumentar Q_u lo que sólo puede hacerse, según la expresión mencionada, si se disminuye N_u . En la siguiente tabla se indica el cálculo anterior y otros con la intención de buscar la máxima eficiencia posible.

N_u	61	57	56	55
Q_u	0.24	0.27	0.28	0.29
η_u	0.84	0.85	0.852	0.848

Obsérvese que en la figura, un valor de $N_u < 56$, no permite que la eficiencia sea mayor que $\eta_u = 0.85$.

De los resultados anteriores se concluye que el valor apropiado es $N_u = 56$, y de acuerdo con 4.8.a, el diámetro es:

$$D = \frac{56 \sqrt{150}}{180} = 3.81 \text{ m}$$

La eficiencia de las turbinas, es según 4.9.b:

$$\eta = 1 - (1 - 0.852) \frac{1.4 + \frac{1}{\sqrt{3.81}}}{2.4} = 0.88$$

Por lo que:

$$P' = 13.33 \times 0.88 \times 50 \times 150 = 87,978.00 \text{ CV}$$

y

$$N'_s = \frac{180 \sqrt{87,978.00}}{150^{1.25}} = 101.71$$

Valor más cercano al de la figura 4.11 que se ha utilizado, por lo tanto la selección fue correcta.

Resultado final:

2 unidades Francis lentas

$$D = 3.81 \text{ m}$$

$$P' = 87,978.00 \text{ CV}$$

$$\eta = 0.88$$

4.11 DIMENSIONES PRINCIPALES DE LAS TURBINAS

La dimensión más importante es sin duda el diámetro del rodete. Las fórmulas que se usan para determinarlo, están en función de la velocidad unitaria (4.8.a) y son del tipo:

$$D = N_u \frac{\sqrt{H}}{N} \quad (4.8.a')$$

En que, obviamente N_u es un valor que garantice una buena eficiencia y desde luego su valor es diferente para cada fabricante. Sin embargo, hay algunas fórmulas generales que pueden dar una idea buena del tamaño de las turbinas y pueden ser de utilidad en estudios preliminares. Enseguida se presentan algunas de ellas.

4.11.1 Turbinas Pelton

a) Rodete

Si en la expresión vista 3.13.d, se considera una eficiencia del orden de 0.90; se obtiene una fórmula conocida para determinar el diámetro de rodetes tipo Pelton, que es la siguiente:

$$D = 38 \frac{\sqrt{H}}{N} \quad (4.11.a)$$

Este valor de $N_u = 38$ es precisamente el que se observa para eficiencia máxima en la figura 4.10, correspondiente a turbinas Pelton.

b) Chiflón

Por razones constructivas, el diámetro del chiflón d_o se re

laciona con el del rodete y debe encontrarse entre los límites siguientes:

$$6 < \frac{D}{d_o} < 25$$

Siendo muy raros los dos valores extremos. El máximo valor de d_o conocido⁽²⁾ es $d_o = 22.8$ cm para $D = 5.20$ m, y el menor es 5.5 cm. Cuando d_o es muy pequeño, baja mucho la eficiencia del chiflón.

Por lo demás, hay una relación lógica entre d_o , H y el gasto por chiflón Q' . En efecto, de acuerdo con la figura 4.17:

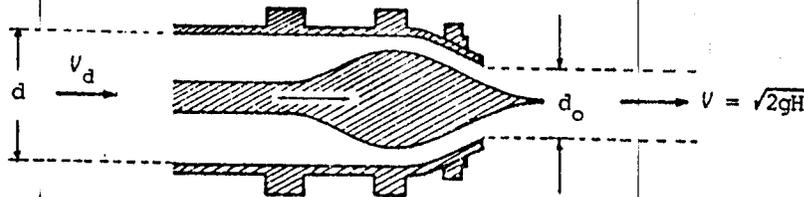


Figura 4.17

El gasto es:

$$Q' = C_c \frac{\pi}{4} d_o^2 \sqrt{2gH}$$

El coeficiente de contracción C_c tiene un valor muy cercano a la unidad, debido a que el diseño del chiflón es hidrodinámico con el fin de minimizar la pérdida, y esto es precisamente lo que permite incluir la eficiencia del chiflón en la de la turbina. Puede así tomarse un valor medio de $C_c = 0.95$. Por lo que el diámetro del chiflón tiene el valor:

$$d_o = 0.55 \sqrt{\frac{Q'}{\sqrt{H}}}; \quad (m) \quad (4.11.b)$$

² STOLL, Č. et al. *Op. cit.*, p. 470.

c) Número de palas o cangilones

Según Nechleba⁽³⁾, el número de palas N_p puede obtenerse en función de la relación D/d_o de acuerdo con la tabla:

$\frac{d_o}{D}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{25}$
N_p	17 a 21	18 a 22	19 a 24	22 a 27	24 a 30	26 a 33

Por su parte, Kratochvil⁽⁴⁾ propone utilizar la fórmula:

$$N_p = 6 \left(\sqrt{\frac{D}{d_o}} \right)$$

La relación D/d_o , aumenta al aumentar la carga.

ch) Diámetro de la tubería inmediata antes del chiflón

Los fabricantes recomiendan que la velocidad v_d (figura 4.17), sea del orden de:

$$v_d = (0.075 \text{ a } 0.10) \sqrt{2gH} \quad (4.11.c)$$

y que

$$v_d < 12 \text{ m/s}$$

³ NECHLEBA, M. *Hydraulic Turbines*, p. 392.

⁴ KRATOCHVIL, S. *Využití Vodní Energie*, p. 479.

4.11.2 Turbinas Francis y Kaplan

Para determinar el diámetro del rodete en turbinas de reacción, puede usarse la fórmula 3.13.ch, u otras empíricas del tipo de la 4.8.a'. Por ejemplo, las siguientes debidas a Berechnoy:

Francis

$$D = (0.16 N'_s + 35.1) \frac{\sqrt{H}}{N} ; \text{ (m)} \quad (4.11.ch)$$

En las curvas de isoeficiencia vistas, el valor

$$N_u = 0.16 N'_s + 35.1$$

corresponde, en efecto, a las eficiencias más altas.

Kaplan

$$D = \frac{7.1}{\sqrt[3]{N'_s + 100}} \frac{\sqrt{Q^T}}{\sqrt[4]{H}} ; \text{ (m)} \quad (4.11.d)$$

Ejemplo 4.15

En un proyecto se tienen los siguientes datos:

$$H = 790 \text{ m} ; \quad P = 45,000 \text{ CV} ; \quad N = 450 \text{ r.p.m} ; \quad \eta = 0.87$$

Determine:

El número y tipo de unidades, analizando todas las alternativas posibles para un solo rodete y los diámetros D , d_o y d (figura 4.17), para cada caso.

Solución:

Para los datos disponibles: $N_s = 22.79$.

Según la tabla 4.1, se trata de una turbina Pelton de 1, 2 ó 3 chiflones.

Para el primer caso:

$$Q' = \frac{45,000}{13.33 \times 0.87 \times 790} = 4.91 \text{ m}^3/\text{s}$$

El diámetro del rodete, de acuerdo con 4.11.a, es:

$$D = 38 \frac{\sqrt{790}}{450} = 2.37 \text{ m}$$

El chiflón, según 4.11.b.

$$d_o = 0.55 \sqrt{\frac{4.91}{\sqrt{790}}} = 0.23 \text{ m}$$

Para determinar el diámetro de la tubería de distribución (anterior al chiflón), se obtendrá primero su velocidad V_d , usando el menor coeficiente que aparece en 4.11.c, es decir, 0.075.

$$V_d = 0.075 \sqrt{2g \times 790} = 9.34 \text{ m/s}$$

Por lo que el diámetro de la tubería según el principio de continuidad es:

$$d = \sqrt{\frac{4 Q'}{\pi V_d}} = 0.82 \text{ m}$$

En la tabla siguiente se indican los resultados de todas las alternativas posibles.

TURBINA PELTON	Q' (m ³ /s)	D(m)	d_o (m)	d (m)
1 chiflón	4.91	2.37	0.23	0.82
2 chiflones	2.46	2.37	0.16	0.58
3 chiflones	1.64	2.37	0.13	0.47

4.12 CASA DE MÁQUINAS

Una planta hidroeléctrica consta de dos elementos principales, a saber: la casa de máquinas y la subestación elevadora. La casa de máquinas puede ser exterior o subterránea.

Cuando se trata de una instalación vertical, que es la más común, la casa de máquinas tiene, en general, los dos niveles siguientes: planta alta o piso de generadores y planta baja o piso de turbinas.

En el piso de generadores, se encuentran estos aparatos con sus reguladores de velocidad y en la parte superior de este nivel se instala una grúa viajera que se utiliza durante el montaje y también para hacer reparaciones tanto de los generadores como de los rodets. Por esta última razón, el techo de la casa de máquinas debe ser lo suficientemente alto para que la grúa pueda transportar libremente los rotores o los rodets por encima de los que están ya colocados.

En el piso de turbinas se encuentra la espiral de alimentación, el distribuidor y el rodete de las máquinas. La espiral y el

tubo de aspiración están embebidos en una gran masa de concreto ciclópeo que tiene la finalidad de absorber las vibraciones, ya que si éstas existieran, serían transmitidas por la flecha al generador y se alteraría la separación entre el rotor y el estator, lo que provocaría problemas eléctricos inadmisibles.

Existen fórmulas empíricas que relacionan la potencia a instalar con el tipo de máquina y el peso mínimo de la cimentación necesaria para evitar los desplazamientos diferenciales de la flecha. La cimentación de la casa de máquinas se revisa por deslizamiento, no por volteo, debido a que su peso es de tal magnitud que el centro de gravedad siempre pasa por el núcleo central.

4.12.1 Dimensiones de la casa de máquinas

En la figura 4.18 se indica un corte transversal y las plantas, tanto del piso de turbinas como del de generadores, para la casa de máquinas de la planta hidroeléctrica El Oviachic (estado de Sonora). Por otra parte, y con relación a la misma figura, se anotan enseguida algunas fórmulas empíricas de Pavlov para definir las dimensiones principales.

$$T = 2.33 D \text{ (Francis)}$$

$$B = 5 + 4.5 D$$

$$T = 1.92 D \text{ (Kaplan)}$$

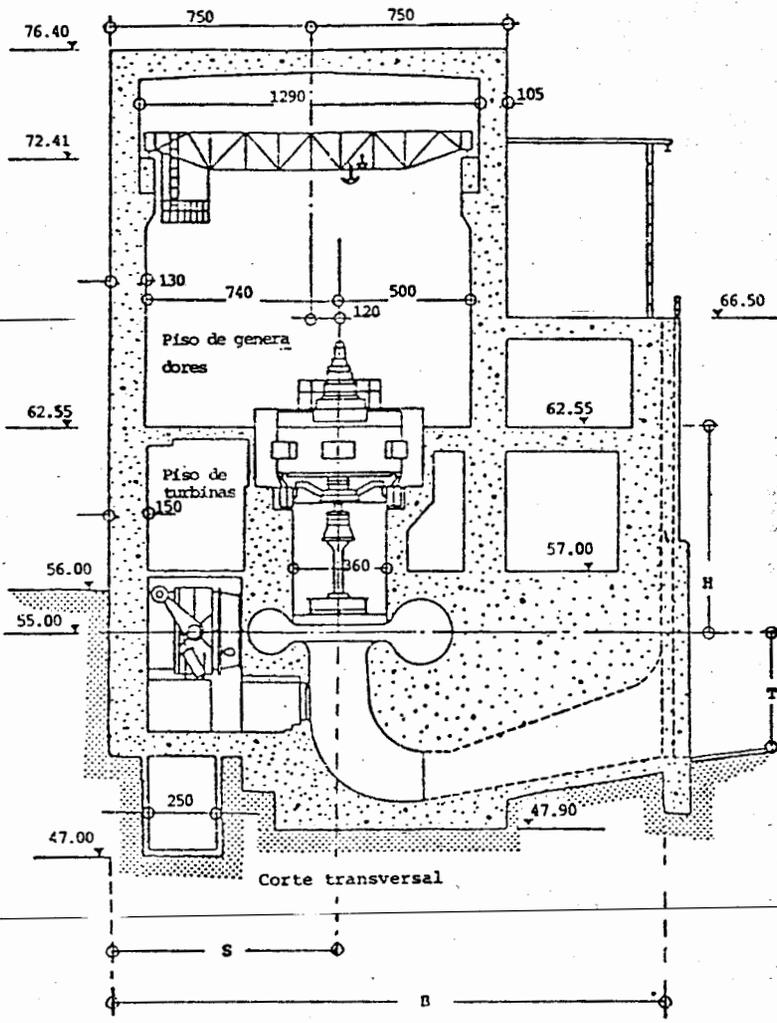
$$L_1 = 0.1 D^2 + 2.9 D + 1.6 \text{ m}$$

$$H = 0.16 D^2 + 2.8 D + 4 \text{ m}$$

$$L = (z + 1) L_1$$

$$S = \alpha D ; \quad 1.8 < \alpha < 6$$

$$(z = \text{núm. de unidades})$$



DATOS:
 $f = 60 \text{ Hz}$
 $N = 300 \text{ r.p.m.}$
 $H = 35.5 \text{ m}$
 $Q = 52 \text{ m}^3/\text{s}$
 $P = 19,200 \text{ KW}$

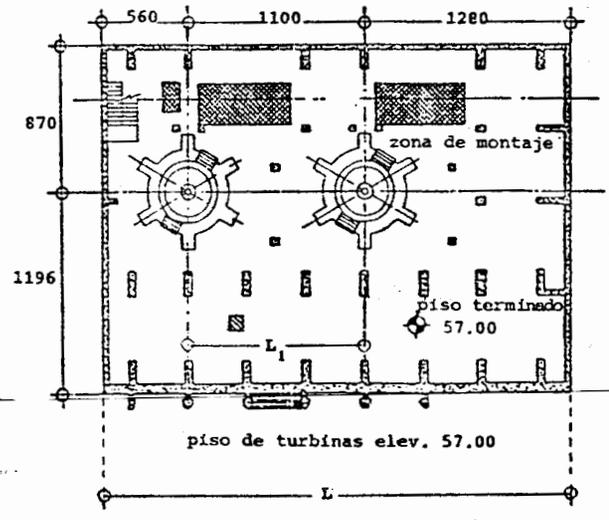
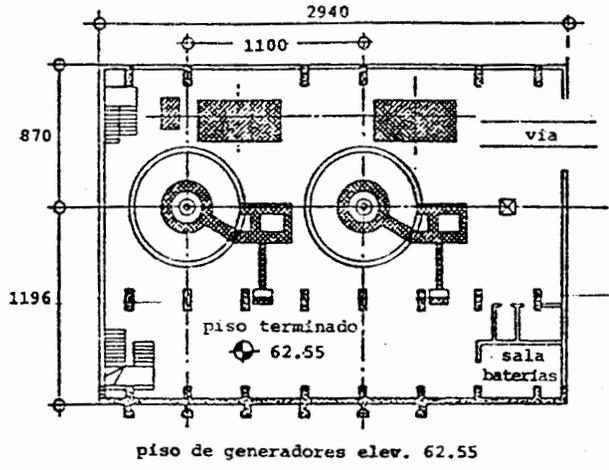


Figura 4.18 Casa de máquinas de la planta hidroeléctrica "El Oviachic" (Tomado de Comisión Federal de Electricidad. Folleto, 1976).

Problemas

- 4.1 Una turbina Pelton trabaja bajo las siguientes condiciones:

$$Q = 2.80 \text{ m}^3/\text{s} \quad H = 480 \text{ m} \quad N = 360 \text{ r.p.m.}$$

$$\eta = 0.82 \quad f = 60 \text{ Hz}$$

Se desea conocer Q , N factible, P y D , para otra Pelton de la misma marca y que deberá proporcionar la misma frecuencia, pero su diámetro será del orden de: $D = 2.5 \text{ m}$ y la carga: $H = 600 \text{ m}$. Ambas máquinas deben trabajar en forma semejante. Calcule las dos posibilidades que hay para cada una de las alternativas siguientes:

1a. $H = 600 \text{ m}$. Obtenga los dos valores de N más cercanos posibles y sus correspondientes diámetros.

2a. $D = 2.5 \text{ m}$. Id. y sus respectivas cargas.

- 4.2 Se dispone de turbinas diseñadas para trabajar bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} H &= 32 \text{ m} & f &= 60 \text{ Hz} \\ Q &= 92 \text{ m}^3/\text{s} & N &= 150 \text{ r.p.m.} \\ \eta &= 0.80 \end{aligned}$$

Pero deben usarse en un proyecto cuya carga sea lo más cercano posible a 28 m , con la misma frecuencia y proporcionando un total $65,000 \text{ CV}$.

Determine:

- a) La carga H
- b) El número y tipo de unidades.
- c) El gasto y la potencia por unidad.

4.3 Una turbina de reacción funciona bajo las siguientes características:

$$D = 4.97 \text{ m}$$

$$N = 180 \text{ r.p.m.}$$

$$Q_{DIS} = 160 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$P_{DIS} = 150,000 \text{ KW}$$

$$\eta = 0.80$$

tubería de presión:

$$d = 6 \text{ m}$$

$$L = 300 \text{ m}$$

$$n = 0.010 \text{ (Manning)}$$

Aceptando que la eficiencia no cambie, calcule el porcentaje de cierre o apertura del distribuidor y las aperturas del mismo a_0 y a , para que se mantenga la frecuencia en los dos casos siguientes:

a) $P = 120 \text{ MW}$ y H_b constante.

b) $H_b = 80 \text{ m}$ y $P = P_{DIS} (H/H_{DIS})^{3/2}$

4.4 Una planta hidroeléctrica con turbinas de reacción, funciona en las siguientes condiciones:

$$H_{b0} = 72 \text{ m} = H_b$$

$$Q_0 = 85 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta = 0.84$$

$$P = 0.75 P_0$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$p = 16$$

$$D = 5 \text{ m}$$

tubería de presión:

$$L = 120$$

$$d = 4 \text{ m}$$

$$n = 0.014 \text{ (Manning).}$$

a) Calcule a/a_0 para frecuencia constante.

b) Calcule a_0 y a .

4.5 En una central hidroeléctrica se han instalado turbinas Pelton que trabajan en la siguiente forma:

$$H_{b0} = 600 \text{ m}$$

$$\eta_0 = 0.83$$

$$d_0 = 0.20 \text{ m}$$

tubería de presión:

$$d = 0.70 \text{ m}$$

$$f = 0.022 \text{ (Darcy)}$$

$$L = 1400 \text{ m}$$

Sin que varíe la frecuencia:

a) Calcule η necesaria para que $P = 0.8 P_0$,
si $H_B = H_{B0}$.

b) El porcentaje de cierre o apertura del chiflón.

4.6 Una turbina Pelton trabaja con los siguientes datos:

$$H_0 = 1,200 \text{ m}$$

$$d = 1.20 \text{ m}$$

$$P_0 = 79,000 \text{ CV}$$

$$C_f = 1.132$$

$$\eta_0 = 0.82$$

Si cambia la carga bruta a $H_B = 1,245 \text{ m}$, calcule: P ,
 a/a_0 , a_0 y a para las dos alternativas siguientes:

a) $\eta = 0.817$

b) $\eta = 0.824$

Bajo la condición de que la frecuencia se mantenga cons
tante.

- 4.7 Sin atender a la carga, determine el tipo de turbina conveniente si en un proyecto se tienen los datos siguientes:

$$P = 30,000 \text{ CV}$$

$$N = 120 \text{ r.p.m.}$$

$$H = 160 \text{ m}$$

- 4.8 Mismo enunciado del problema 4.7, pero con los siguientes datos:

$$H = 100 \text{ m}$$

$$Q = 450 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta = 0.82$$

$$N = 180 \text{ r.p.m.}$$

- 4.9 En un laboratorio de hidráulica se desea instalar una turbina para pruebas. Se dispone de los siguientes datos:

$$H = 4.50 \text{ m}$$

$$\eta = 0.68$$

$$Q = 20 \text{ l/s}$$

$$N = 120 \text{ r.p.m.}$$

¿Qué tipo de turbina debe instalarse?

- 4.10 La turbina Pelton del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, trabaja con los siguientes datos medios:

$$H = 20 \text{ m}$$

$$P_{\text{REAL}} = 2 \text{ CV}$$

$$Q = 10 \text{ l/s}$$

$$P_{\text{TEORICA}} = 2.8 \text{ CV}$$

$$N = 500 \text{ r.p.m.}$$

Verifique si está funcionando dentro del rango adecuado.

- 4.11 En un laboratorio de hidráulica, se desea instalar los tres tipos clásicos de turbinas. Si se dispone de $H = 6 \text{ m}$ y se quiere que todas sean de $D = 0.40 \text{ m}$.

Usando las curvas de isoeficiencia, determine los valores de N , que en cada máquina proporcione máxima eficiencia y calcule los 3 gastos necesarios.

- 4.12 Calcule los valores de N_s , N_u y Q_u para turbinas si:

$$\begin{aligned} \eta &= 0.86 & D &= 1.80 \text{ m} \\ Q &= 10 \text{ m}^3/\text{s} & N &= 257.14 \text{ r.p.m.} \\ H &= 196.80 \text{ ft} \end{aligned}$$

Utilizando los tipos de unidades:

$$\text{m} - \text{KW}, \quad \text{ft} - \text{KW}, \quad \text{m} - \text{CV}, \quad \text{ft} - \text{HP}$$

y calcule N_s para bombas, si $N = 1700 \text{ r.p.m.}$ utilizando las unidades $\text{m} - \text{m}^3/\text{s}$ y $\text{ft} - \text{GPM}$.

- 4.13 Una planta hidroeléctrica tiene los siguientes datos:

$$\begin{aligned} H_p &= 225.00 \text{ m} & d &= 7.70 \text{ m} \\ Q &= 280 \text{ m}^3/\text{s} & N &= 128.57 \text{ r.p.m.} \\ \eta &= 0.80 & h &= 1,100 \text{ m.s.n.m} \\ f &= 0.022 \text{ (Darcy)} & t &= 35^\circ\text{C} \\ L &= 85 \text{ m} \end{aligned}$$

Determine:

- Número y tipo de unidades
- Altura de succión
- Altura de succión si $h = 2,400 \text{ m.s.n.m.}$

ch) Diámetro de los rodetes y dimensiones principales de la casa de máquinas.

4.14 En un proyecto se tiene la siguiente información:

$$H_b = 1,150 \text{ m}$$

$$f = 0.022 \text{ (Darcy)}$$

$$L = 2000 \text{ m}$$

$$d = 2 \text{ m}$$

$$Q = 18 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\eta = 0.86$$

$$N = 514.29 \text{ r.p.m.}$$

Determine:

- a) La frecuencia.
- b) Número y tipo de máquinas Pelton.
- c) D , d (antes del chiflón) y d_o .

4.15 Una central hidroeléctrica debe trabajar con los siguientes datos:

$$H = 85 \text{ m}$$

$$P = 135 \text{ MW}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$p = 22$$

$$t = 40^\circ\text{C}$$

$$h. = 2,240 \text{ m.s.h.m.}$$

Determine:

- a) Número y tipo de unidades.
- b) Altura máxima de succión.
- c) Si se coloca una unidad más, ¿cuál sería el tipo conveniente y la nueva altura de succión?

Compare estos resultados con los obtenidos en el ejemplo 4.11, presentado al final del tema 4.7.

4.16 Una turbina trabaja con los siguientes datos:

$$N = 360 \text{ r.p.m.}$$

$$P_{\text{máx}} = 180,000 \text{ CV}$$

$$H = 600 \text{ m}$$

Utilizando las curvas de isoeficiencia, determine:

- El diámetro de cada rodete para $\eta_{\text{máx}}$ posible.
- Rango de potencias reales sin que disminuya la eficiencia proyectada.

4.17 Para la turbina cuyas características son:

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$D = 5 \text{ m}$$

$$Q = 560 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$h = 1,100 \text{ m.s.n.m.}$$

$$H = 150 \text{ m}$$

$$t = 20^\circ\text{C}$$

Determine, utilizando las curvas de isoeficiencia:

- N factible para $\eta_{\text{máx}}$ posible.
- El rango de potencias reales sin que disminuya la eficiencia proyectada.

4.18 Para la realización de un proyecto se dispone de la siguiente información:

$$H = 42 \text{ m}$$

$$N = 105.88 \text{ r.p.m.}$$

$$Q = 1,045 \text{ m}^3/\text{s}$$

- Determine el número y tipo de unidades.
- Si se deseara instalar máquinas Pelton, ¿cuántas se necesitarían como mínimo?

CAPITULO 5 BOMBAS CENTRIFUGAS

5.1 GENERALIDADES

Como se explicó en el capítulo 3, las turbinas y las bombas son los dos tipos de máquinas hidráulicas que interesa estudiar; su funcionamiento está sujeto a las mismas leyes representadas por la ecuación de Euler (expresiones 3.11.b y 3.11.c). Por esta razón, en este capítulo se hará referencia a los problemas prácticos característicos de los sistemas de bombeo, utilizando la teoría general de las turbomáquinas como fundamento en todos los desarrollos.

Existen dos tipos principales de bombas: las de émbolo o reciprocantes y las centrífugas. Estas últimas se han desarrollado notablemente con la generalización de la energía eléctrica.

Las bombas de émbolo son más convenientes cuando hay necesidad de operarlas manualmente, con vapor o en algunos casos, cuando se trata de manejar líquidos muy viscosos. Sin embargo, tienen la gran desventaja de no proporcionar un gasto constante, característica que sí se logra con una bomba centrífuga.

Como se señaló en 3.9 (figura 3.13), una bomba centrífuga consta de dos partes principales: el impulsor y la voluta en que se encuentra alojado. El impulsor recibe energía mecánica transmitida por la flecha del motor de la bomba. Algunas bombas tienen dentro de la voluta un difusor, cuya misión es ayudar a que la descarga sea uniforme y a disminuir la velocidad del agua, aumentando más rápidamente la presión, que es la función principal de estas máquinas. En la figura 5.1.a se representa una bomba centrífuga típica y en la 5.1.b una con difusor.

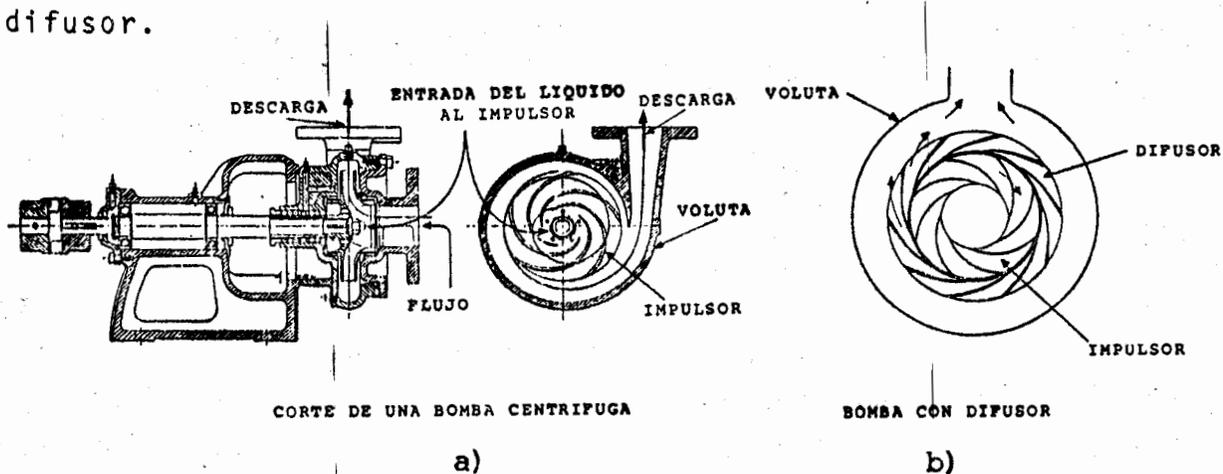


Figura 5.1 Bombas centrífugas (tomado de KARASSIK, I. y R, Carter. *Centrifugal Pumps*, p. 5)

5.2 ESQUEMAS DE INSTALACIÓN

Básicamente existen dos formas de instalar una bomba y están relacionadas con su posición respecto a la toma. En la figura 5.2 se indican estas posibilidades.

Si el impulsor se encuentra sobre la superficie del agua en la toma (figura 5.2.b), para la misma geometría de la instalación e igual gasto, la presión a la entrada del impulsor es obviamente menor que en el caso representado en la figura 5.2.a.

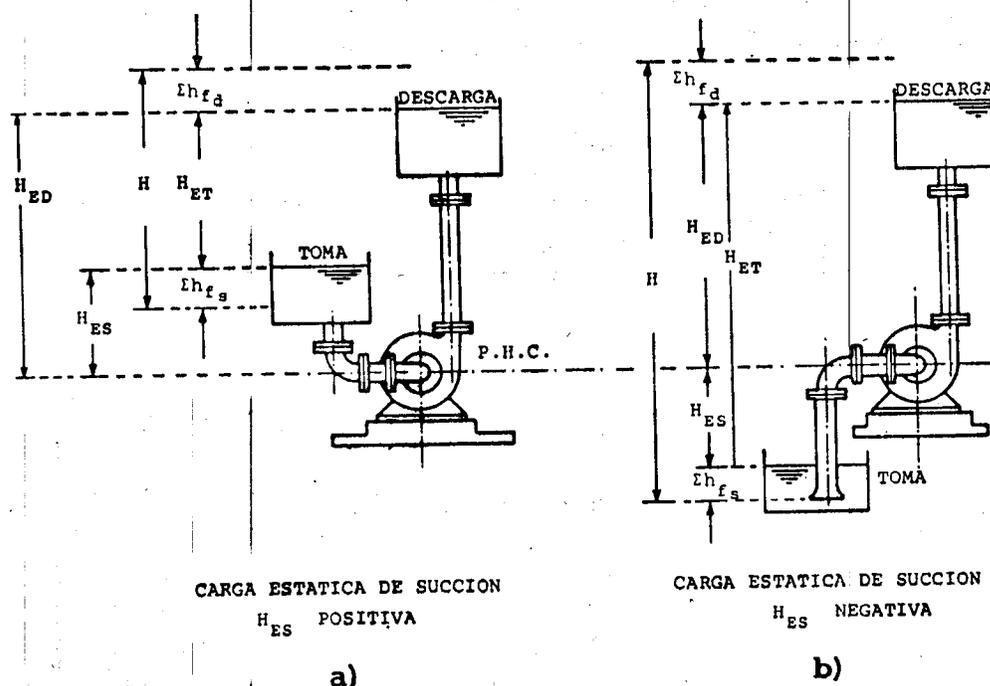


Figura 5.2 Tipos de instalaciones (tomado de WALKER, Rodger. *Pump selection: a consulting engineer's manual*, p. 51)

El hecho de que aparezcan bajas presiones en la rama de succión, hace pensar en el peligro de que se presente el fenómeno de cavitación, sobre todo en la parte final de la tubería de succión, es decir, a la entrada del líquido al impulsor de la bomba. En efecto, si a la temperatura del agua en esa zona, se llega a la presión de vaporización, al pasar las burbujas por los álabes del impulsor e incrementarse en ellos la presión, dichas burbujas implotan causando los daños de que ya se ha hablado en el capítulo anterior. Desde luego, la forma clásica de evitar bajas presiones en el ojo del impulsor es cambiar la instalación a una del tipo indicado en la figura 5.2.a, es decir, colocar la bomba a un nivel inferior al de la superficie del agua en la toma.

Por lo anterior, uno de los objetivos fundamentales de este capítulo es analizar los procedimientos adecuados para proyectar una instalación de bombeo de manera que no se presente la cavitación.

NOMENCLATURA UTILIZADA

Con referencia a los dos tipos de instalación indicados en la figura 5.2, se presentan las siguientes definiciones:

Símbolo	CONCEPTO
A_d	Area hidráulica de la tubería de descarga.
A_s	Area hidráulica de la tubería de succión.
D	Diámetro del impulsor.
d_d	Diámetro de la tubería de descarga.
d_s	Diámetro de la tubería de succión.
H	Carga dinámica. Carga total que debe crear la bomba.
H_{ED}	Carga estática de descarga. Cota de la superficie libre en la descarga menos la cota del ojo del impulsor.
H_{ES}	Carga estática de succión. Cota de la superficie del agua en la toma menos la cota del ojo del impulsor (negativa si el impulsor se encuentra sobre la toma, figura 5.2.b, y positiva en caso contrario).
H_{ET}	Carga estática total. Cota de la superficie libre en la descarga menos la cota de la superficie libre en la toma.
h_{fd}	Suma de pérdidas en la rama de descarga.
h_{fs}	Suma de pérdidas en la rama de succión.
l_d	Longitud de la tubería en la rama de descarga.
l_s	Longitud de la tubería en la rama de succión.
p_d	Presión a la salida de la bomba (principio de la rama de descarga).
p_s	Presión a la entrada al impulsor (final de la rama de succión).
v_d	Velocidad del líquido en la rama de descarga.
v_s	Velocidad del líquido en la rama de succión.

5.3 TIPOS PRINCIPALES Y SELECCIÓN DE BOMBAS CENTRÍFUGAS

Las bombas centrífugas se clasifican por la forma en que el líquido pasa a través del impulsor y con este criterio se conocen tres tipos principales, a saber: bombas de flujo radial, mixto y axial.

El tipo apropiado se determina en la misma forma que como se hace para las turbinas, es decir, en función de la velocidad específica por unidad N'_s , cuya definición para bombas se presentó en el capítulo anterior (expresión 4.5.b).

Debido a que la información disponible para bombas en nuestro país, se encuentra básicamente en Sistema Inglés, se usarán aquí este tipo de unidades. Por esta razón, al calcular la velocidad específica, el gasto se expresará en galones por minuto (GPM) y la carga en pies (ft). La equivalencia GPM es:

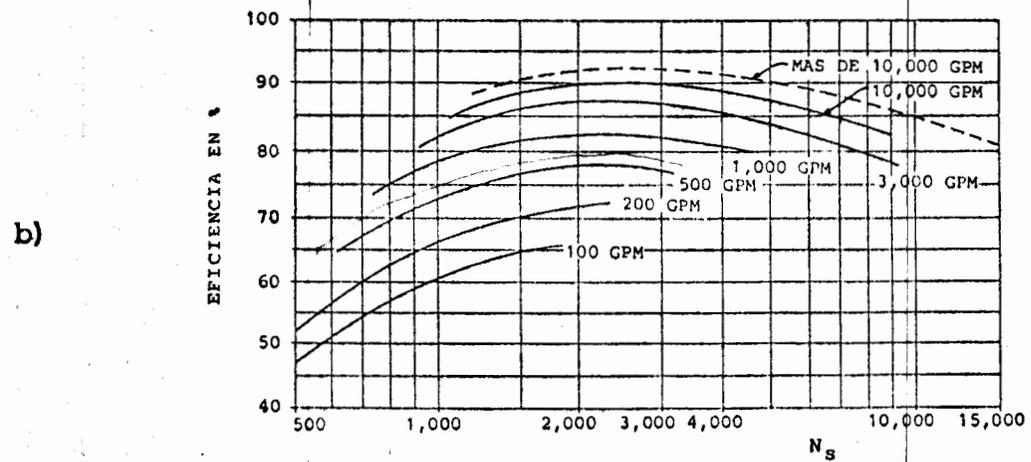
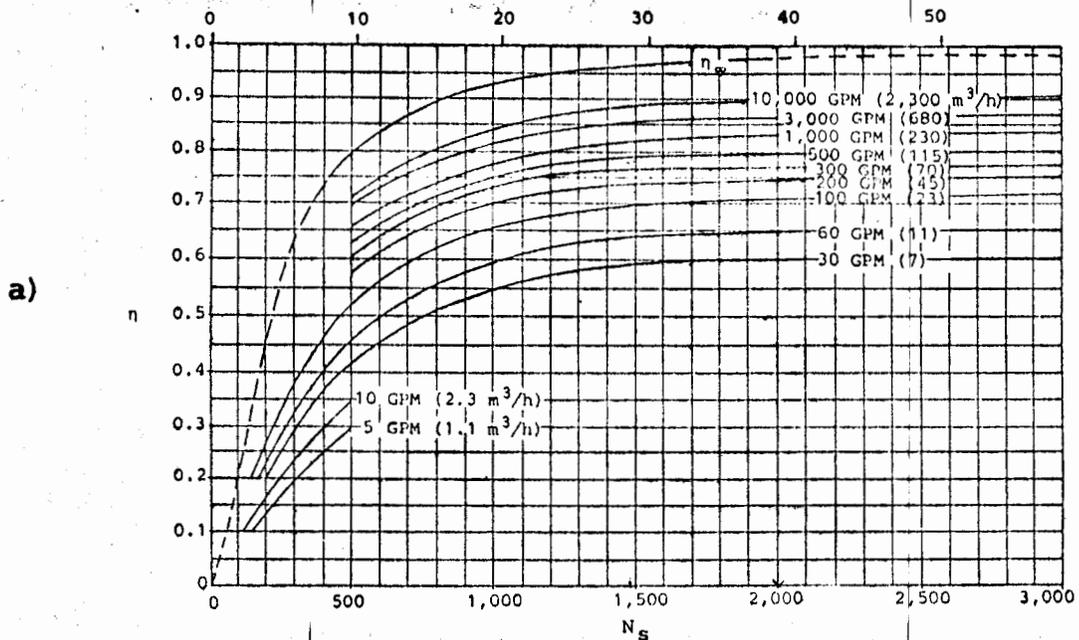
$$1 \text{ l/s} = 15.851 \text{ GPM}$$

La eficiencia de las bombas está relacionada con su gasto y su velocidad específica. Estas relaciones se indican en la figura 5.3.

Para seleccionar el tipo adecuado de bomba centrífuga puede recurrirse a los siguientes valores de la velocidad específica, expresados en Sistema Inglés:

TIPO	
RADIAL	$N'_s < 4000$
MIXTO	$4000 < N'_s < 8000$
AXIAL	$N'_s > 8000$

El tamaño de una bomba se puede medir por el diámetro de su impulsor, aunque en ocasiones se hace referencia al diámetro de la brida de descarga. Para esto es conveniente conocer los diámetros comerciales de tuberías, que son los siguientes: 1/2", 3/4", 1", 1 1/4", 1 1/2", 2", 2 1/2", 3", 4", 5", 6", 8", 10", 12", 14", 16", 18", 20", 24", 30", 36", 42", 48" y 54".



$$\text{VELOCIDAD ESPECIFICA } N_s = \frac{\text{RPM } \sqrt{\text{GPM}}}{H^{3/4}} \quad (1 \text{ l/s} = 15.85 \text{ GPM})$$

Figura 5.3 (Tomado de KARASSIK, I.J. et al. Pump handbook, pp. 2.13 y 2.199)

5.4 TIPOS DE BOMBAS CENTRÍFUGAS SEGÚN SU FORMA DE OPERAR

Al igual que las turbinas, se dice que una bomba es vertical, horizontal o inclinada, según la posición de su eje. Puede también haber más de un impulsor sobre el mismo eje, formando un sistema llamado "de varios pasos" (un paso por impulsor).

Por lo que respecta a la forma en que operan, las bombas pueden tener el eje atravesando totalmente al impulsor o las llamadas de impulsor volante o suspendido ("overhung impeller", en inglés) que sólo pueden ser de un solo paso, es decir, sólo tienen un impulsor (figura 5.4.b).

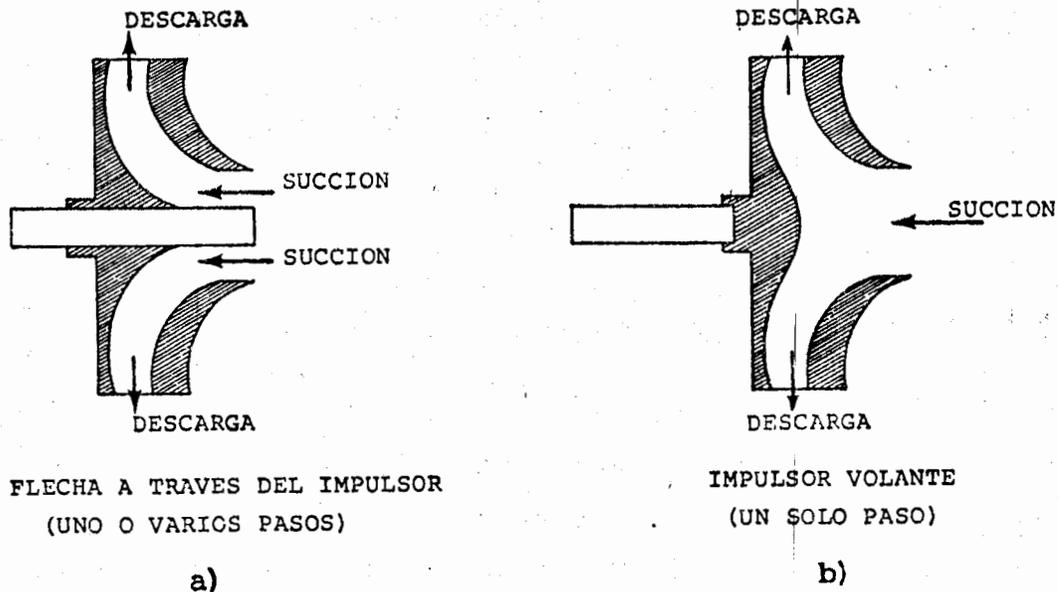


Figura 5.4

Cuando la flecha atraviesa todo el impulsor 5.4.a, hay más pérdidas porque este diseño implica una cierta obstrucción al flujo. Esto reduce también la capacidad de la bomba, pero es la única forma de hacer una instalación de varios pasos.

Los impulsores además pueden ser de succión simple o sencilla o de doble succión, como se indica en la figura 5.5.

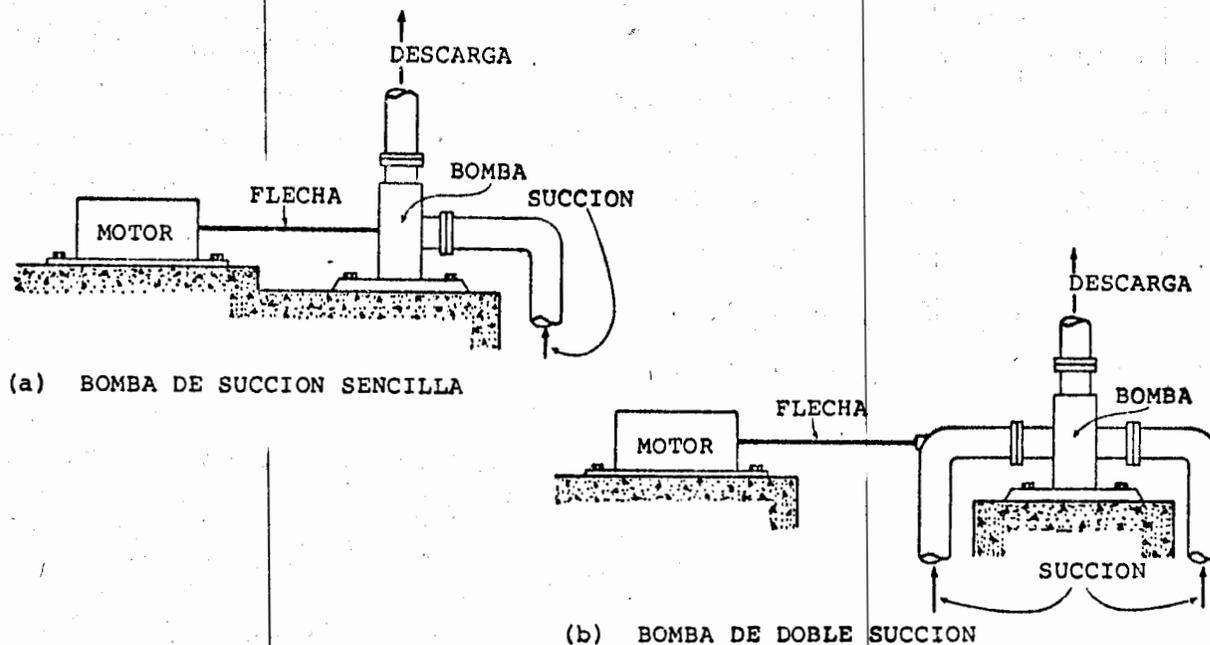


Figura 5.5

5.5 PÉRDIDAS EN LAS INSTALACIONES DE BOMBEO

En un proyecto de bombeo, deben considerarse todas las pérdidas. En muchos casos las pérdidas geométricas o locales (codos, válvulas, etc.), mal llamadas en ocasiones pérdidas "menores", son mucho más importantes que las pérdidas por fricción.

Los coeficientes para el cálculo de pérdidas locales, se encuentran en cualquier libro o manual que trate de conductos a presión. Sin embargo, aquí se indicarán algunos de los más comunes en instalaciones de bombeo (*Bombas centrífugas*, I. Karassik).

$$\text{Pérdida local: } k \frac{v^2}{2g}$$

Concepto:	k
Válvula de globo abierta	10
Válvula check totalmente abierta	1.5 ~ 2.5
Codo standard de 90°	0.9
Codo standard de 45°	0.4
Válvula de compuerta totalmente abierta	0.2
Pérdida por entrada brusca	0.8
Pérdida por entrada gradual	0.2

La válvula check se utiliza cuando la bomba se encuentra por encima de la toma y tiene por objeto evitar que la rama de succión se vacíe (se descebe) al suspenderse el bombeo. Por esta razón generalmente se coloca a la entrada de la succión. Dicha válvula check, o de *no retorno* también se instala en ocasiones a la salida de la bomba con el fin de proteger al impulsor de los efectos del golpe de ariete al regresarse la columna de agua en la descarga debido a un paro súbito de la bomba, problema que se presenta usualmente en las zonas donde hay fallas de energía eléctrica.

Es común instalar una válvula de compuerta o de globo al principio de la rama de descarga, a fin de controlar el gasto y evitar que el flujo se invierta al detener el funcionamiento de la bomba.

5.6 VELOCIDAD DE GIRO EN BOMBAS

En la ecuación de Euler para bombas, vista en el capítulo 3:

$$H = \frac{n}{g} UV \cos\alpha \quad (3.12.b)$$

y en el análisis hecho en el tema 3.10, se concluyó que $\cos\alpha$ es pequeño y que V no debe ser muy grande para lograr presiones altas en la descarga. Esto lleva fácilmente a la conclusión de que la única forma de obtener cargas altas es, además de contar con una eficiencia buena, hacer girar el impulsor a la mayor velocidad posible, es decir, tener valores altos de U . Es por eso que en las bombas, las velocidades de giro son normalmente mucho mayores que en las turbinas, aunque esto es más factible mientras más pequeños sean los impulsores por razones mecánicas y estructurales.

Los valores de N en bombas, oscilan normalmente entre 800 y 3,565 r.p.m., aproximadamente, para frecuencias de 60 Hz en conexiones directas, aunque en casos excepcionales y con un sistema de transmisión entre el motor y el impulsor, puede llegarse a velocidades de giro hasta de unas 10,000 r.p.m.

La velocidad de giro de los motores eléctricos está dada por la expresión:

$$N = \frac{60f}{p} \left(1 - \frac{R}{100} \right) \quad (5.6.a)$$

que es la 4.2.a, corregida con el término "R", llamado factor de resbalamiento que implica una reducción a la velocidad síncrona, debido a que el rotor debe girar un poco más lentamente que el campo magnético rotatorio con el fin de que corte sus

líneas de flujo. El porcentaje de resbalamiento varía generalmente entre 2% y 10% de la velocidad síncrona y es mayor a medida que aumenta la carga.

Por ejemplo si $p = 2$, $R = 2$ y $f = 60$ Hz, la velocidad angular del impulsor si está en conexión directa es:

$$N = \frac{60 \times 60}{2} (1 - 0.02) = 1764 \text{ r.p.m.}$$

5.7 CARGA DINÁMICA DE LA BOMBA

La carga dinámica H de una bomba, es la presión que la bomba necesita para elevar el gasto deseado a la altura proyectada. Es decir, H es la carga estática total más todas las pérdidas en la conducción. Su valor, de acuerdo con la figura 5.2 es:

$$H = H_{ET} + h_{f_s} + h_{f_d} \quad (5.7.a)$$

Ahora bien, respetando la convención de signo señalada en el tema 5.2 para H_{ES} , la carga estática total, equivale a:

$$H_{ET} = H_{ED} - H_{ES} \quad (5.7.b)$$

y como se sabe:

$$h_{f_s} = \sum_{i=1}^n k_i \frac{v_s^2}{2g} + f \frac{l_s}{d_s} \frac{v_s^2}{2g} \quad (5.7.c)$$

y

$$h_{f_d} = \left(\sum_{i=1}^n k_i + 1 \right) \frac{v_d^2}{2g} + f \frac{l_d}{d_d} \frac{v_d^2}{2g} \quad (5.7.ch)$$

Recuérdese que los subíndices s y d , se refieren a las tuberías de succión y de descarga, respectivamente.

El 1 que aparece en el paréntesis de la expresión 5.7.ch, se refiere a la pérdida de energía en la descarga, que no es otra cosa que la carga de velocidad en la tubería, calculada con la fórmula de Borda, si se considera que la velocidad ya fuera de la tubería es despreciable (ver figura 5.11).

Una vez calculada la carga dinámica, puede obtenerse la potencia necesaria de la bomba (o de su motor) con la expresión, ya vista:

$$P = \frac{KQH}{\eta}$$

K , como en otras ocasiones, se refiere al tipo de unidades deseado.

Ejemplo 5.1

En un proyecto de bombeo se tienen los siguientes datos:

$$n = 0.018$$

$$H_{ET} = 30 \text{ m}$$

$$Q = 35 \text{ l/s}$$

$$H_{ES} = -1.50 \text{ m}$$

$$h = 2340 \text{ m.s.n.m.}$$

$$N = 3,575 \text{ r.p.m.}$$

$$h_{fs} = 2.31 \text{ m}$$

$$d_s = 6''$$

Descarga:

$$d_d = 6''$$

$$l_d = 100 \text{ m}$$

1 codo de 90°

y una válvula de compuerta abierta.

Determine:

- Tipo de bomba
- Potencia
- Presión en el ojo del impulsor (manométrica y absoluta).

Solución:

$$Q = 35 \times 15.851 = 554.79 \text{ GPM}$$

Coefficientes para pérdidas locales (5.5):

$$\text{codo de } 90^\circ \quad k = 0.9$$

$$\text{válvula de compuerta} \quad k = 0.2$$

$$A_d = \frac{\pi}{4} (.0254 \times 6)^2 = 0.01824 \text{ m}^2$$

$$V_d = \frac{0.035}{0.01824} = 1.92 \text{ m/s} ; \quad \frac{V_d^2}{2g} = 0.188 \text{ m}$$

$$r = \frac{.0254 \times 6}{4} = 0.038 \text{ m} ; \quad r^{2/3} = 0.1132$$

$$h_{f_d} = (0.9 + 0.2 + 1) 0.188 + \left(\frac{1.92 \times 0.018}{0.1132} \right)^2 100 = 9.70 \text{ m}$$

y según 5.7.a:

$$H = 30 + 2.31 + 9.70 = 42.01 \text{ m} = 137.79 \text{ ft}$$

a) Ahora, la velocidad específica (exp. 4.5.b) es:

$$N_s = \frac{3,575 \sqrt{554.79}}{137.79^{0.75}} = 2,093.73$$

que corresponde a una bomba de acción radial, según 5.3.

- b) Para determinar la potencia, se necesita conocer la eficiencia de la bomba, que puede obtenerse de la figura 5.3.a para los valores de N_s y Q . Esta es: $\eta = 0.80$, por lo que:

$$P = \frac{9.81 \times 0.035 \times 42.01}{0.8} = 18.03 \text{ KW}$$

- c) La presión en el ojo del impulsor, se obtiene aplicando la ecuación de la energía entre la toma y dicho punto:

$$0 = 1.50 + \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + h_{f_s}, \text{ siendo } P_s,$$

la presión manométrica y como:

$$V_s = V_d = 1.92 \text{ m/s (igual diámetro)}$$

$$\therefore \frac{P_s}{\gamma} = -1.50 - 0.188 - 2.31 = -4.00 \text{ m}$$

Para conocer la presión absoluta basta agregar a este valor, el de la presión atmosférica, que según 4.7.d es:

$$h = 10 - \frac{2340}{900} = 7.40 \text{ m},$$

luego

$$\left(\frac{P_s}{\gamma} \right)_{\text{abs}} = 7.40 - 4.00 = 3.40 \text{ m}$$

5.8 CURVAS DE CARGA DEL PROYECTO Y DE LA BOMBA. PUNTO OPTIMO DE OPERACIÓN. ZONA DE OPERACIÓN

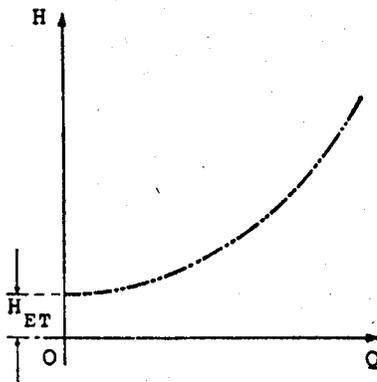
Si se observa la expresión 5.7.a, puede concluirse que la carga dinámica, para un proyecto definido, es una función del gasto y de lo que se llamará por simplicidad *datos físicos del proyecto* que involucran la geometría de la instalación, la rugosidad en las tuberías, los coeficientes de pérdida en válvulas, codos, etc.; es decir:

$$H = H_{ET} + \phi(Q^2, \text{datos físicos del proyecto})$$

o

$$H = H_{ET} + \phi'(Q^2)$$

La expresión muestra que para diferentes valores de Q , habrá otros tantos de H y en un proyecto específico, esta ley tendrá la forma indicada en la figura 5.6, llamada "curva de carga del proyecto".



CURVA DE CARGA DEL PROYECTO

Figura 5.6 Curva de carga del proyecto

Por otra parte, si en el laboratorio se tiene una instalación como la indicada en la figura 5.7, al hacer funcionar la bomba y accionar adecuadamente la válvula que se encuentra en la descarga, puede obtenerse la llamada "curva de carga de la bomba". El procedimiento es el siguiente:

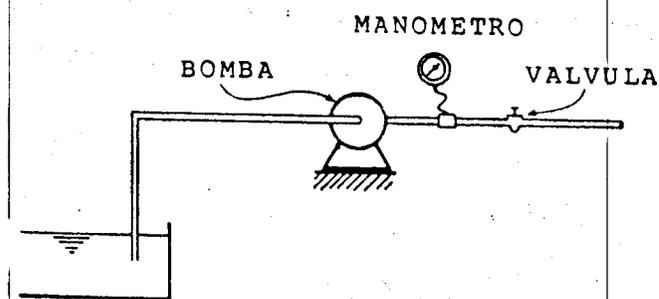
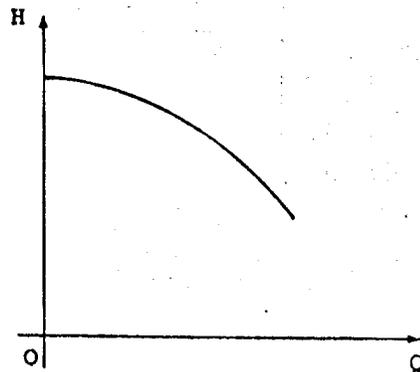


Figura 5.7

Se arranca la bomba, que tiene una cierta potencia constante, con la válvula totalmente cerrada ($Q = 0$), por lo que el manómetro indicará la máxima presión que puede dar dicha bomba. Después, abriendo gradualmente la válvula, al aumentar Q baja la carga, ya que: $H = \frac{P}{KQ}$. En esta forma se obtiene la curva de carga de la bomba, que es del tipo indicado en la figura 5.8.



CURVA DE CARGA DE LA BOMBA

Figura 5.8

Ahora bien, si esta curva se coloca sobre la curva de carga del proyecto, la intersección de ambas señala el punto de operación 0 , que se indica en la figura 5.9.

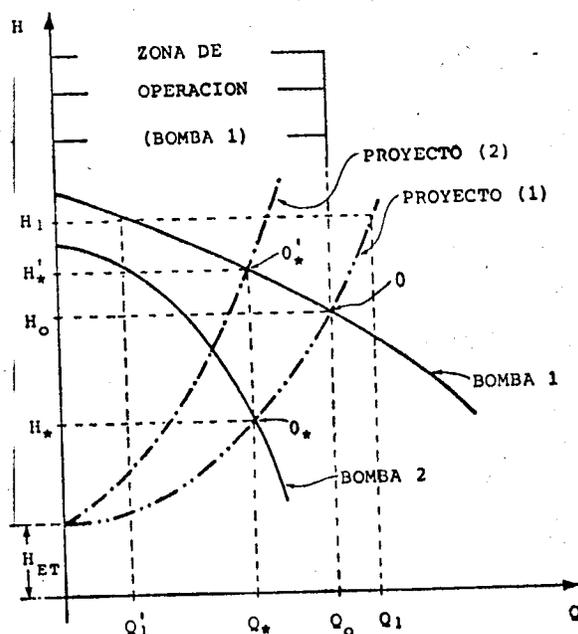


Figura 5.9

Supóngase que se dispone de dos bombas. El punto 0 señala que la bomba 1 puede proporcionar a nuestro proyecto, un gasto Q_0 con una carga dinámica H_0 . Si estos fueran los datos de diseño del proyecto, el problema estaría resuelto; pero si no es así, habrá que buscar otra bomba más adecuada o cerrar la válvula de descarga, procedimiento que se conoce como "estrangular" el flujo.

Por ejemplo, si el gasto del proyecto fuera Q_* , correspondiente a la carga H_* de la curva de carga del proyecto (ver figura 5.9); una bomba como la 2, sería la adecuada y la intersección de las dos curvas 0_* , su punto de operación. Por otra parte, si no se dispone más que de la bomba 1, puede levantarse la curva de carga del proyecto, estrangulando el flujo con la válvula de descarga hasta que esté en la posición

(2), en que el punto de operación sería $0'_*$. La curva de carga se eleva al cerrar la válvula, debido a que en esta forma se están aumentando las pérdidas y hay necesidad de proporcionar una energía mayor que H_* (H'_*) para vencer dichas pérdidas.

En la figura, también se indica la zona de operación de la bomba 1. Obsérvese que ésta puede proporcionar cualquier gasto a condición de que sea menor o igual a Q_0 . Si se deseara dar un gasto mayor que Q_0 , la bomba 1 tendría que trabajar con una carga menor que la necesaria para el proyecto. En efecto, por ejemplo, si el gasto deseado es Q_1 , es necesario que la bomba 1 dé la carga H_1 , pero con esa carga, la bomba sólo podrá proporcionar el gasto Q'_1 , que es insuficiente.

Ejemplo 5.2

La curva de carga de una bomba está dada por la ecuación:
 $H = 50 - 0.35 Q^2$ (Q en l/s y H en m).

Si:

$$H_{ET} = 30 \text{ m}$$

$$f = 0.020$$

$$L = l_s + l_d = 55 \text{ m}$$

$$d_s = d_d = 2'' = 0.051 \text{ m}$$

$$\eta = 0.62$$

y la conducción tiene:

- 2 válvulas de compuerta
abiertas ($k_v = 0.2$)
- 2 codos de 90° ($k_c = 0.9$)
- entrada brusca ($k_e = 0.8$)

- a) Determine el gasto, la carga y la potencia correspondientes al punto de operación.
- b) Si se desea dar sólo el 80% del gasto anterior, ¿cuánto deben aumentar las pérdidas cerrando parcialmente la válvula de descarga?

Solución:

- a) Como $d_s = d_d$, la velocidad es la misma en las dos tuberías y se designará con la letra V . La carga dinámica es, de acuerdo con 5.7.a, 5.7.c y 5.7.ch:

$$H = 30 + (0.8 + 2 \times 0.2 + 2 \times 0.9 + 0.020 \frac{55}{0.0508} + 1) \frac{V^2}{2g}$$

$$y \quad \frac{V^2}{2g} = \frac{1}{2g} \left(\frac{4Q}{\pi \times .0508^2} \right)^2, \text{ por lo que la expresión}$$

puede reducirse a: $H = 30 + 0.318 Q^2$, si Q está en l/s.

Resolviendo como ecuaciones simultáneas la de la curva de carga de la bomba y la de la curva de carga del proyecto, que se acaba de obtener, se encuentra que el punto de operación es:

$$Q = 5.47 \text{ l/s} \quad y \quad H = 39.52 \text{ m}$$

y la potencia correspondiente:

$$P = \frac{9.81 \times 0.00547 \times 39.52}{0.62} = 3.42 \text{ KW}$$

- b) Si $Q = 0.8 \times 5.47 = 4.38 \text{ l/s}$

La carga necesaria en la bomba es:

$$H = 50 - 0.35 \times 4.38^2 = 43.29 \text{ m}$$

y en el proyecto:

$$H = 30 + 0.318 \times 4.38^2 = 36.10 \text{ m}$$

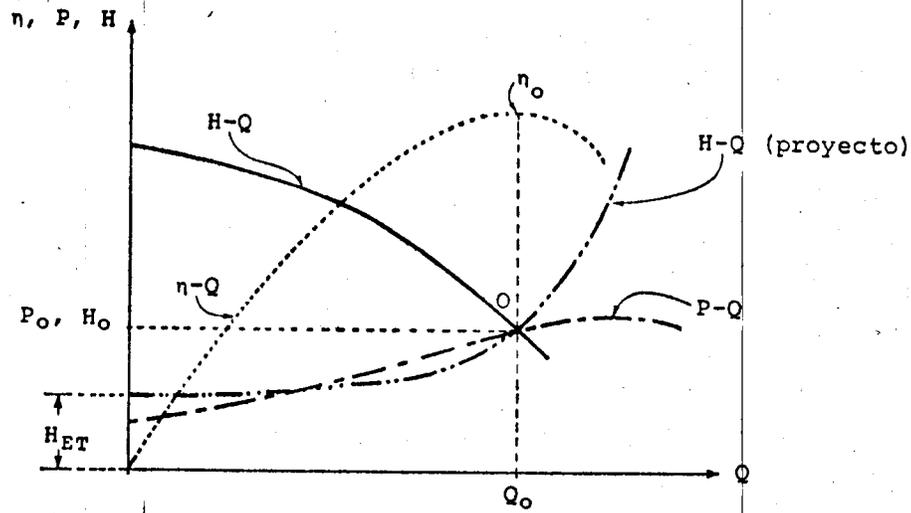
Por lo que para este gasto, las pérdidas deben incrementarse al estrangular la descarga en:

$$43.29 - 36.10 = 7.19 \text{ m}$$

5.9 CURVAS CARACTERÍSTICAS DE LAS BOMBAS

Una vez definido el proyecto de bombeo, debe buscarse el tipo y marca de bomba o bombas que más convengan. Para esto se recurre a las llamadas *curvas características* que proporciona el fabricante y que son básicamente las representaciones gráficas de las siguientes leyes: $H - Q$, ya vista en el inciso anterior y que se llama curva de carga; $\eta - Q$, llamada curva de eficiencia y $P - Q$, curva de potencia. Las curvas características se obtienen normalmente para una velocidad de giro constante, pero es posible referir la misma bomba a diferentes valores de N . Si así se hace, el fabricante proporciona este nuevo parámetro además del diámetro del impulsor. En la figura 5.10, se representan curvas características típicas para bombas centrífugas.

Para determinar las características de operación en forma completa, es necesario usar las tres curvas mencionadas. En la figura puede verse el punto ideal de operación O con una eficiencia alta y no más potencia de la necesaria.



O, punto de operación de la bomba

Figura 5.10

5.10 CAVITACIÓN EN BOMBAS

De acuerdo con los esquemas de instalación indicados en la figura 5.2, pueden hacerse las siguientes consideraciones:

Si en una primera instancia se supone que H_{ES} es positiva para todos los casos, la ecuación de la energía entre la toma y el ojo del impulsor, tiene la forma siguiente:

Caso 1 (figura 5.2.a.).

$$H_{ES} = \frac{p_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g} + h_{f_s}$$

por lo que la presión a la entrada de la bomba es:

$$\frac{p_s}{\gamma} = H_{ES} - \left(\frac{v_s^2}{2g} + h_{f_s} \right) \quad (5.10.a)$$

Caso 2 (figura 5.2.b.).

En forma análoga se obtiene que:

$$\frac{p_s}{\gamma} = - \left(H_{ES} + \frac{V_s^2}{2g} + h_{f_s} \right) \quad (5.10.b)$$

Claramente se observa que en el caso 2, la presión en el ojo del impulsor es siempre negativa, lo que no necesariamente sucede cuando la bomba se encuentra abajo de la superficie de la toma, es decir, en el caso 1.

Si se usa la convención de signos para la altura estática de succión, especificada en 5.2, las dos ecuaciones anteriores pueden generalizarse en la correspondiente al caso 1, es decir, la ecuación 5.10.a. En adelante se aplicará esta convención.

Debido a que la presión p_s es la mínima que puede presentarse en cualquier instalación; es precisamente este valor, medido como una presión absoluta, el que no debe bajar hasta la presión de vaporización del agua para que no se presente la cavitación. La expresión 5.10.a, señala que para lograr este objetivo, conviene que V_s sea lo menor posible, así como la longitud de la tubería de succión, con el fin de reducir al máximo la pérdida por fricción. Para lograr velocidades de succión tan bajas como sea posible, se procura que el diámetro d_s sea grande, y es por eso que, generalmente, este diámetro es mayor que el de la tubería de descarga.

En la figura 5.11 se indican, en forma esquemática, las líneas de energía y presión para una instalación de bombeo en que H_{ES} es negativa. En esta figura se ha exagerado el tamaño de la bomba en relación con toda la instalación a fin de buscar mayor claridad. Obsérvese que entre la entrada del líquido

do al impulsor (punto s) y su salida (punto D), hay un cambio muy importante de presiones, desde p_s que es negativa, hasta la presión de descarga p_d . Si p_s llegara a la presión de vaporización, es evidente que las burbujas serían aplastadas al acercarse a la descarga, es decir, en un tramo relativamente pequeño, produciéndose la cavitación que acabaría por destruir el impulsor, razón por la que este fenómeno debe evitarse siempre.

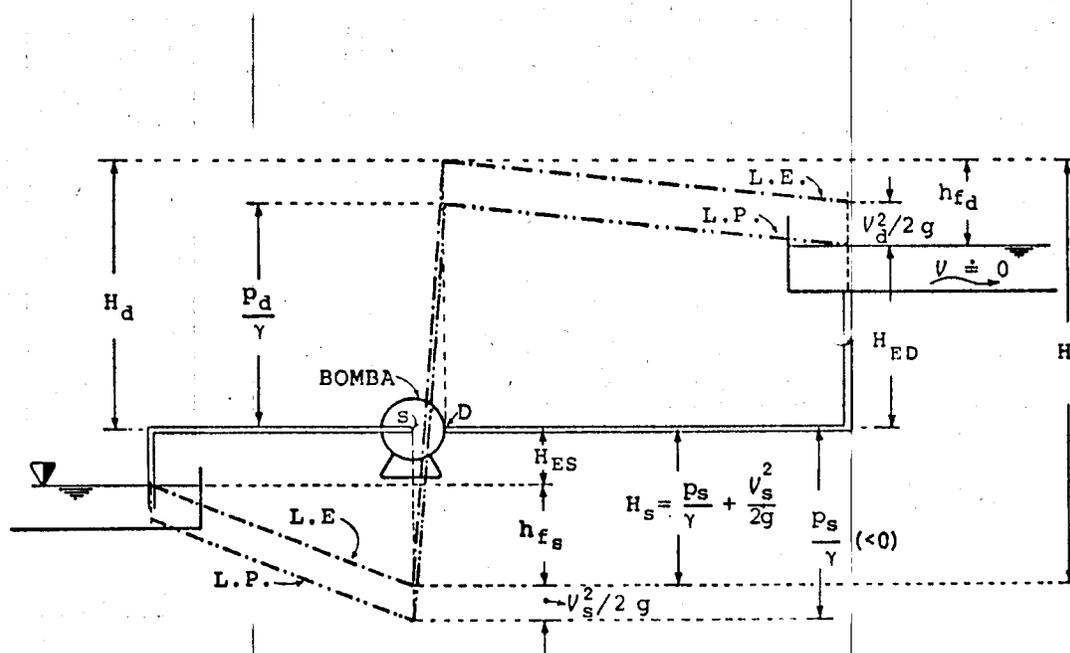


Figura 5.11 $H_{ES} < 0$

Una forma de evitar la cavitación es colocar la bomba abajo de la toma, de manera que p_s aumente lo necesario. En la figura 5.12 se señala este tipo de instalación. Obsérvese que la presión mínima en la succión p_s puede ser inclusive positiva, es decir, tener un valor absoluto aún mayor que la presión atmosférica, que es el caso de la figura 5.12.b. Entonces, el

procedimiento para evitar la cavitación es determinar el valor algebraico mínimo de H_{ES} , o dicho en otras palabras: la posición más alta de la bomba con relación a la superficie de la toma. Por otra parte, si aparecen cavidades de baja presión en la rama de succión, se rompe la continuidad del flujo y éste no circula, aunque todos los demás cálculos sean correctos (potencia de la bomba, etc.).

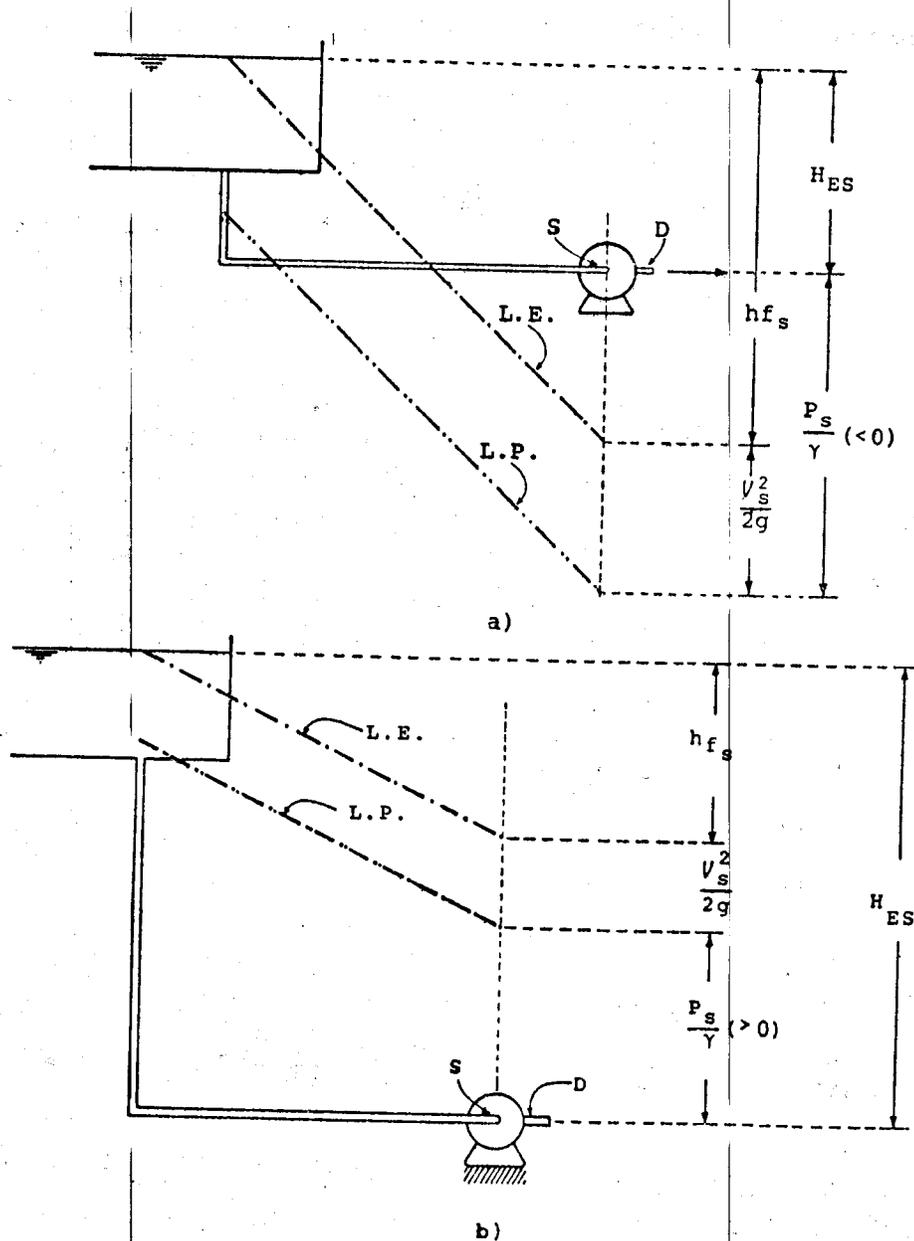


Figura 5.12 $H_{ES} > 0$

Puede entonces asegurarse que no hay vaporización cuando se cumple la condición:

$$\frac{P_s}{\gamma} + H_A > H_v$$

en que H_v es la presión de vaporización del agua que puede obtenerse, para la temperatura de la misma, en la gráfica de la figura 4.7 y H_A es la presión atmosférica del lugar.

Según 5.10.a, la condición anterior equivale a:

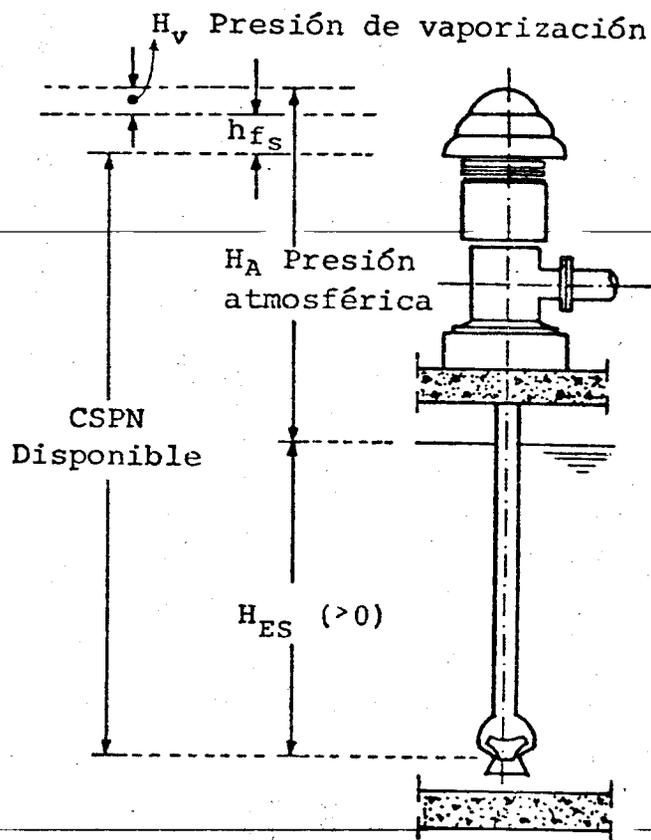
$$H_A + H_{ES} - \left(\frac{v_s^2}{2g} + h_{f_s} \right) > H_v$$

que puede escribirse:

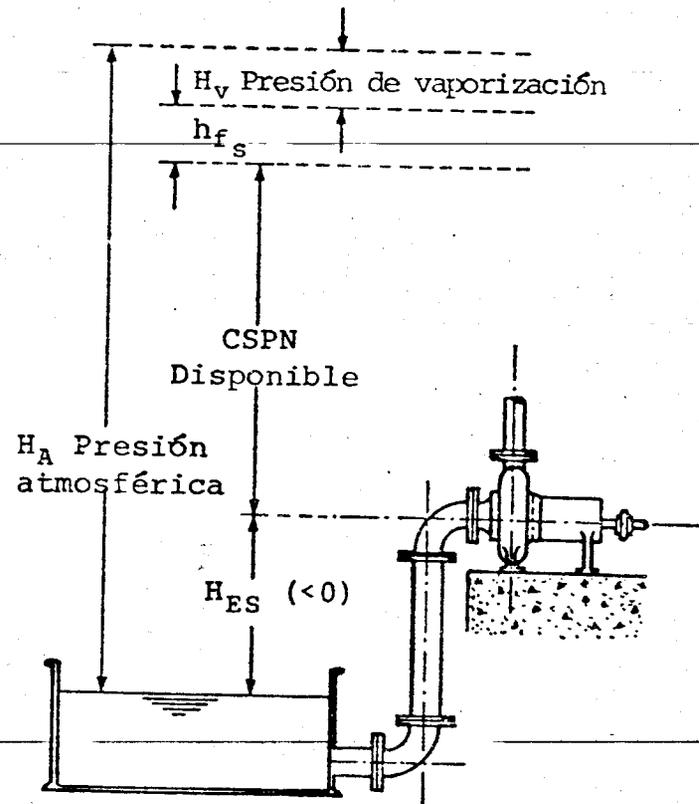
$$H_A + H_{ES} - h_{f_s} - H_v > \frac{v_s^2}{2g} \quad (5.10.c)$$

El término de la izquierda es evidentemente positivo mientras exista el flujo, se llama *carga de succión positiva neta*, y se abrevia CSPN. Este concepto, en nuestro medio es designado por algunos ingenieros como *carga de succión disponible*.

En la figura 5.13, se indica la CSPN para las dos posibilidades de H_{ES} .



a) Impulsor de Hélice



b)

Figura 5.13 (Tomado de WALKER, Rodger. *Op. cit.*, pp. 47-48)

Se llama carga de succión H_s a la energía total disponible al final de la rama de succión, medida desde ese punto, es decir:

$$H_s = \frac{p_s}{\gamma} + \frac{v_s^2}{2g} \quad (5.10.ch)$$

y según la expresión 5.10.a, equivale también a:

$$H_s = H_{ES} - h_{f_s} \quad (5.10.d)$$

Asimismo se designa *carga de descarga* H_d a la energía total disponible a la salida de la bomba, es decir, al principio de la rama de descarga y su valor es:

$$H_d = \frac{p_d}{\gamma} + \frac{v_d^2}{2g} \quad (5.10.e)$$

que, como puede verse en la figura 5.11, equivale a:

$$H_d = H_{ED} + h_{f_d} \quad (5.10.f)$$

Con estas nuevas definiciones y tomando en cuenta 5.7.a y 5.7.b, se concluye fácilmente que la carga dinámica puede también expresarse:

$$H = H_d - H_s \quad (5.10.g)$$

como se indica en la figura 5.11, (obsérvese que $H_s < 0$ en la figura).

Volviendo a la carga de succión positiva neta definida en la expresión 5.10.c y usando ahora el concepto de carga de succión 5.10.d, puede escribirse:

$$CSPN = H_A + H_s - H_v \quad (5.10.h)$$

Para asegurarse que no se presente la cavitación, los fabricantes proporcionan el valor mínimo aceptable de la CSPN para cada bomba. Este valor llamado "carga de succión positiva neta requerida" y abreviado $CSPN_r$, depende del gasto y representa una curva característica de la forma indicada en la figura 5.15 con línea interrumpida. Por otra parte, la CSPN propia del proyecto, se llama "carga de succión positiva neta disponible" y se abrevia $CSPN_d$. Entonces, la condición indispensable para asegurar que no se presentará la cavitación es:

$$CSPN_d \geq CSPN_r \quad (5.10.i)$$

En ocasiones se puede conocer la $CSPN_r$ a partir del coeficiente σ de Thoma, que para bombas se define, similarmente al caso de las turbinas, en la forma:

$$\sigma = \frac{CSPN_r}{H} \quad (5.10.j)$$

Este coeficiente como en las turbinas, es una función de la velocidad específica de la bomba y algunos fabricantes presentan gráficas que lo relacionan con ella. Sus valores oscilan de 0.05 a 1.00, para valores de N'_s desde 1,000 hasta 8,000 (ft - GPM), aproximadamente.

La $CSPN_r$ que proporciona el fabricante de la bomba, está relacionada, no solamente con la posibilidad de cavitación que a fin de cuentas es un fenómeno hidráulico, sino también, y en forma muy determinante con las características propias del diseño y del material de que esté construida. Es por eso, que nunca puede considerarse como real y válida para todos los casos, la condición teórica 5.10.c, como suficiente para garantizar la ausencia de cavitación en cualquier bomba; sino que es indispensable conocer la $CSPN_r$ dada por el fabricante y comparar con ella la del proyecto en cuestión. ▶

Si no se dispone de la $CSPN_r$, puede recurrirse a las cartas del Instituto de Hidráulica de E.U.A., cuyo uso se explicará más adelante (5.12).

Ejemplo 5.3

En una instalación de bombeo se tienen los siguientes datos:

$$d_d = d_s = 4'' ;$$

$$Q = 20 \text{ l/s}$$

$$n = 0.016$$

$$l_s = 15 \text{ m}$$

$$t = 60^\circ\text{C}$$

$$h = 2000 \text{ m.s.n.m.}$$

$$H_{ET} = 40 \text{ m}$$

$$l_d = 75 \text{ m}$$

$$\sigma = 0.07$$

SUCCION:

v. check: $k = 2.0$

1 codo de 90° : $k = 0.9$

DESCARGA:

1 válvula: $k = 0.2$

1 codo de 90° : $k = 0.9$

a) Determine si hay peligro de cavitación para las siguientes alternativas:

1a. $H_{ES_1} = -2 \text{ m}$

2a. $H_{ES_2} = +4 \text{ m}$

- b) En ambos casos calcule la presión absoluta a la entrada del impulsor (final de la tubería de succión), y compárela con la de vaporización.
- c) Determine el margen de presión que necesita la bomba seleccionada para no cavitarse de acuerdo con la $CSPN_r$ (fabricante).

Planteo de la solución:

ECUACIONES	$(V_d = V_s = V)$	INCOGNITAS
$CSPN_r = \sigma H$		$CSPN_r$, H
$H = 40 + h_{f_s} + h_{f_d}$		h_{f_s} , h_{f_d}
$h_{f_s} = (2 + 0.9) \frac{V^2}{2g} + \left(\frac{.016 V}{r^{2/3}} \right)^2 15$		V
$h_{f_d} = (0.2 + 0.9) \frac{V^2}{2g} + \left(\frac{0.016 V}{r^{2/3}} \right)^2 75 + \frac{V^2}{2g}$		
$V = \frac{Q}{A}$		
$CSPN_d = H_A + H_S - H_V$		H_S , $CSPN_d$
$CSPN_d = CSPN_r$ (condición límite)		
$H_S = H_{ES} - h_{f_s}$		H_{ES}
(8 ecuaciones y 8 incógnitas)		

a) Solución:

Si H_{ES1} , $H_{ES2} < H_{ESmin}$ hay cavitación

$$A_s = \frac{\pi}{4} (4 \times .0254)^2 = 0.0081 \text{ m}^2 ; \quad V = \frac{.02}{.0081} = 2.47 \text{ m/s}$$

$$\frac{V^2}{2g} = 0.31 \text{ m} ; \quad r = \frac{4 \times .0254}{4} = 0.0254 \text{ m} ; \quad r^{2/3} = 0.0864$$

$$h_{f_s} = (2 + 0.9)0.31 + \left(\frac{2.47 \times 0.016}{.08641} \right)^2 15 = 4.04 \text{ m}$$

$$h_{f_d} = (1 + 0.2 + 0.9) 0.31 + \left(\frac{2.47 \times .016}{0.0864} \right)^2 75 = 16.35 \text{ m}$$

$$H = 40 + 4.04 + 16.35 = 60.39 \text{ m (198.08 ft)}$$

Utilizando, ahora 4.7.d, para calcular la presión atmosférica en columna de agua:

$$H_A = 10 - \frac{2000}{900} = 7.78 \text{ m} ;$$

$$CSPN_r = 0.07 \times 60.39 = 4.23 \text{ m}$$

$$H_v = 2.03 \text{ m (figura 4.7),}$$

de acuerdo con 5.10.h:

$$H_{Smin} = 4.23 - 7.78 + 2.03 = -1.52 \text{ m}$$

y con 5.10.d:

$$H_{ES} = H_{ESmin} = -1.52 + 4.04 = + 2.52 \text{ m (posición más elevada aceptable)}$$

En la alternativa 1 sí habría cavitación debido a que

$$H_{ES1} = -2 \text{ m} < H_{ESmin} = +2.52 \text{ m}$$

En la 2a. alternativa no hay cavitación, ya que:

$$H_{ES2} = +4 \text{ m} > H_{ESmin} = +2.52 \text{ m}$$

$$b) \left(\frac{p_s}{\gamma} \right)_{abs} = H_{ES} - \left(h_{fs} + \frac{v^2}{2g} \right) + H_A$$

$$\left(\frac{p_{s1}}{\gamma} \right)_{abs} = -2 - (4.04 + 0.31) + 7.78 = 1.43 < H_v = 2.03 \text{ m}$$

$$\left(\frac{p_{s2}}{\gamma} \right)_{abs} = 4 - (4.04 + 0.31) + 7.78 = 7.43 > 2.03 \text{ m}$$

- c) Para determinar el margen de presión que requiere la bomba utilizada en el proyecto para no cavitarse, puede calcularse primero la presión absoluta mínima aceptable, utilizando H_{Smin} en la expresión 5.10.ch y agregando la presión atmosférica, en efecto:

$$\left(\frac{p_s}{\gamma} \right)_{min \text{ abs}} = 7.78 - 1.52 - 0.31 = 5.95 \text{ m}$$

y al restar de ella la presión de vaporización se tendrá el valor buscado, es decir:

$$5.95 - 2.03 = 3.92 \text{ m}$$

Como ejercicio, se recomienda hacer el mismo problema si $d_s = d_d = 6''$ y comentar los resultados de ambos casos.

5.11 PRUEBAS DE CAVITACIÓN. CURVAS CSPN-Q

Los fabricantes determinan los límites de cavitación de sus bombas utilizando dispositivos que les permitan simular cambios en la posición de la bomba. Un ejemplo de ellos es el mostrado en la figura 5.14.

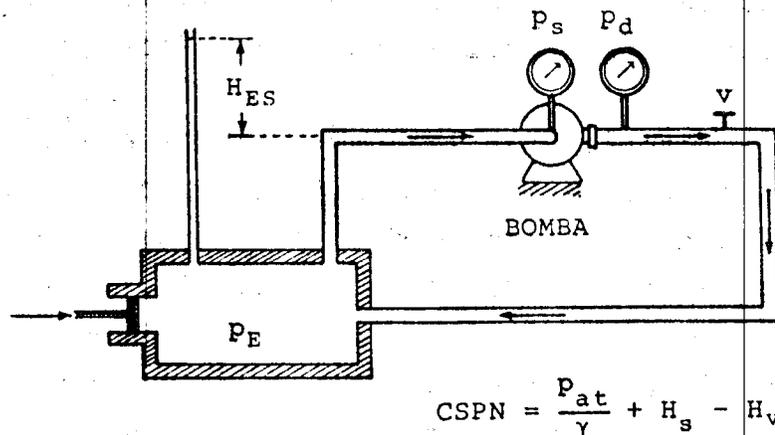


Figura 5.14

La altura estática de succión H_{ES} , se varía simplemente alterando la presión en la cámara cerrada con ayuda del pistón y el émbolo indicados. Las presiones de succión y descarga, se miden con los manómetros representados en la figura.

Para conocer los límites en que la bomba empieza a cavitarse pueden variar los parámetros H_{ES} , la velocidad de giro de la bomba y el gasto, usando la válvula de descarga. El momen

to en que la bomba cavita, es muy fácil de identificar, debido a que las implosiones de las burbujas producen un ruido claramente audible o pueden detectarse con sensores especiales.

Por otra parte, las burbujas también se observan a través de una ventanilla transparente colocada a un lado del impulsor, y, con la ayuda de un estroboscopio, es posible registrar tanto el momento en que se producen dichas burbujas como cuando son destruidas en las zonas de mayor presión.

Supóngase por ejemplo, que la bomba trabaja con una velocidad de giro constante y se mantiene fijo el valor de H_{ES} . Al abrir la válvula, el gasto empieza a aumentar y por consiguiente baja la presión de succión p_s . Si el proceso continúa, llega un momento en que se alcanza la presión de vaporización a la entrada al impulsor y comienza la cavitación. En ese momento se miden los parámetros: H_{ES} , Q , p_s y p_d y se calculan los valores:

$$H_s = p_s/\gamma + v_s^2/2g = H_{ES} - h_{f_s} ; \quad H_d = p_d/\gamma + v_d^2/2g ;$$

$$H = H_d - H_s ; \quad \text{CSPN}_r = H_A + H_s - H_v$$

y el coeficiente de Thoma:

$$\sigma = \text{CSPN}_r/H$$

Todos estos valores límite de cavitación son válidos para un cierto gasto. Si éste se aumenta, se incrementan también las pérdidas en la succión, por lo que p_s baja aún más que la presión de vaporización (recuérdese que la medición se hace cuando la bomba está empezando a cavitar). Ahora bien, si H_{ES} está fijo, lo anterior implica una disminución en H_s y

por consiguiente en la CSPN, colocándola en la zona de cavita-
ción (ver figura 5.15).

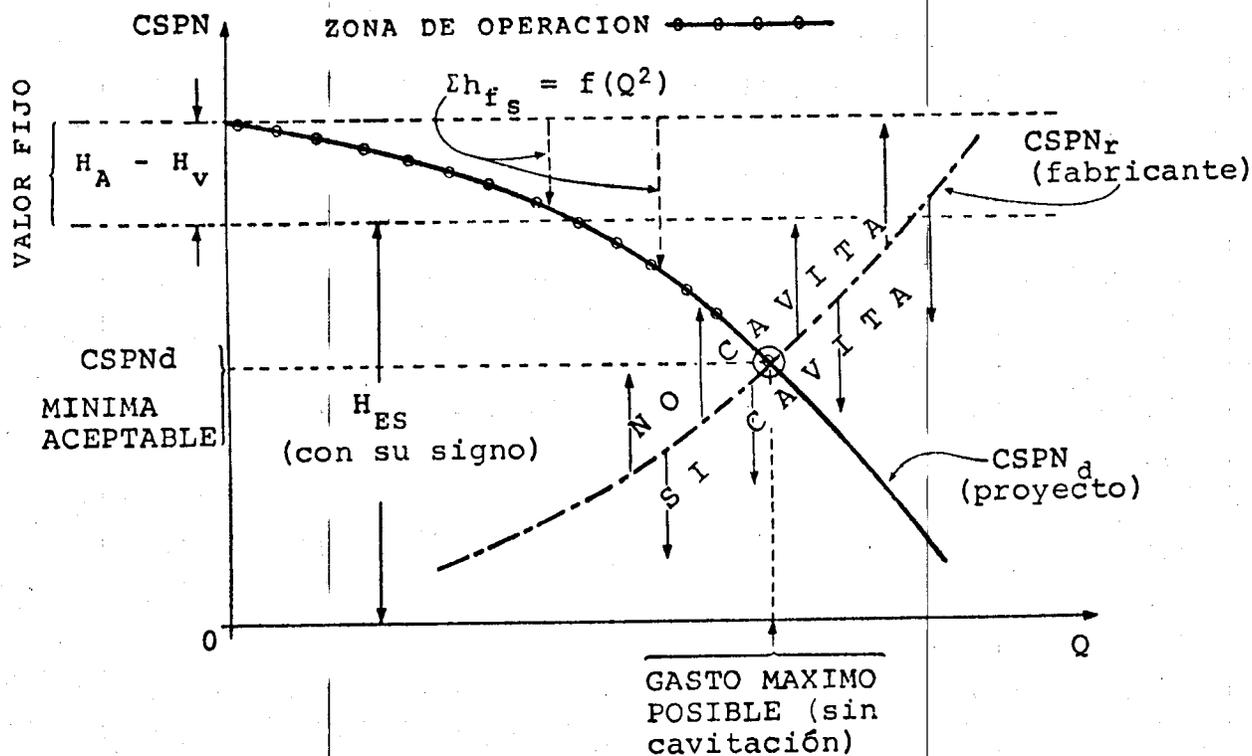


Figura 5.15

Para regresar al valor mínimo aceptable de CSPN, es necesario incrementar H_{ES} simultáneamente con Q , aumentando la presión en el émbolo del dispositivo señalado en la figura 5.14. Pero este incremento debe ser tal, que tenga mayor peso que el aumento de las pérdidas h_{fs} y así se logre un aumento real de la carga de succión H_s y, por consiguiente de la CSPN. H_{ES} se incrementa entonces, continuamente hasta el punto en que la bomba deje de cavitarse y allí se tendrá otro valor mínimo (límite) de CSPN_r válido para el nuevo gasto.

Lograr que con un gasto mayor el incremento en las pérdidas de la succión no sea significativo, es cuestión de tener en el laboratorio una tubería de succión lo más corta posible (al igual que se hace en los proyectos reales, como se explicó en el tema anterior).

El procedimiento descrito anteriormente, permite concluir que, en el laboratorio, la curva límite de cavitación $CSPN_r = CSPN_{min}$ en función del gasto, describe aumentos simultáneos de estos dos parámetros, tal como se representa con línea interrumpida en la figura 5.15.

Por otra parte, en el proyecto, no puede variarse H_{ES} , ya que es un dato fijo, como las demás características geométricas y físicas de la instalación. Entonces, al haber mayor gasto, el aumento de pérdidas en la succión, obliga a que disminuya H_s , como se ve en 5.10.d y por consiguiente, disminuye también la $CSPN_d$, tal como se representa en la misma figura 5.15, con línea llena.

Recordando la condición 5.10.i puede reconocerse la zona de operación del proyecto, indicada en la figura mencionada.

Nótese que la curva $CSPN_d - Q$ se construye antes de saber qué bomba se va a instalar, es decir, nada tiene que ver con la bomba sino únicamente con el proyecto.

Por el contrario la curva $CSPN_r - Q$ se construye sin tener idea de en qué proyecto se va a instalar la bomba y por lo tanto es una característica exclusiva de dicha máquina.

Ejemplo 5.4

La rama de succión de una instalación de bombeo tiene los siguientes datos:

$$\begin{aligned}
 n &= 0.016 & 2 \text{ codos de } 90^\circ (k_C = 0.9) \\
 d_s &= 6'' & 1 \text{ válvula check } (k_{CH} = 2.5) \\
 \ell_s &= 6.50 \text{ m} & t = 30^\circ\text{C} \\
 & & h = 1300 \text{ m.s.n.m.}
 \end{aligned}$$

- a) Si $\text{CSPN}_r = 1.45 + 860 Q^2$ (CSPN_r en m y Q en m^3/s), determine la posición más elevada de la bomba sin que cavite con un gasto de $0.050 \text{ m}^3/\text{s}$.
- b) Para la misma bomba, ¿qué diámetro d_s escogería entre 4", 8" y 10" si se desea instalar dicha bomba lo más cerca posible a 3 m sobre la superficie de la toma? Considere que ℓ_s es la misma en todos los casos.

Solución:

$$\text{CSPN}_r = 1.45 + 860(0.05)^2 = 3.60 \text{ m}$$

$$H_A = 8.56 \text{ m (4.7.d)} \quad ; \quad H_V = 0.43 \text{ m (figura 4.7)}$$

$$a) \quad V_s = 2.74 \text{ m/s} \quad ; \quad \frac{V_s^2}{2g} = 0.38 \text{ m}$$

$$h_{f_s} = 4.3 \frac{V_s^2}{2g} + \left(\frac{V_s n}{r_s^{2/3}} \right)^2 \ell_s = 2.62 \text{ m}$$

De acuerdo con 5.10.h y 5.10.d:

$$H_{ES} = 3.60 - 8.56 + 2.62 + 0.43 = -1.91 \text{ m}$$

(1.91 m arriba de la superficie de la toma)

- b) Para las tres alternativas el único valor que cambia es la pérdida h_{f_s} y cada H_{ES} está dada por la expresión:

$$H_{ES} = 3.60 - 8.56 + h_{f_s} + 0.43$$

$$H_{ES} = h_{f_s} - 4.53$$

En la siguiente tabla se indican los resultados de las tres alternativas:

d"	h_{f_s}	H_{ES}	OBSERVACIONES
4"	16.81	+12.28	ESTA ALTERNATIVA NECESITARIA l_s MAS LARGA
8"	0.73	- 3.80	SOLUCION
10"	0.28	- 4.25	

Ejemplo 5.5

Se dispone de los datos siguientes para un proyecto de bombeo:

$$H = 48.80 \text{ m}$$

$$N = 3,055 \text{ r.p.m.}$$

$$Q = 30 \text{ l/s}$$

$$t = 40^\circ\text{C}$$

$$h = 1,600 \text{ m.s.n.m.}$$

$$\sigma = 0.092$$

determine:

a) Tipo y potencia de la bomba

b) H_{ES} mínima si $h_{f_s} = 1.20 \text{ m}$

- c) Si $V_{\max} = 2 \text{ m/s}$; $n = 0.018$ y hay un codo de 90° en la succión, seleccione d_s mínima y l_s máxima, aceptando que la pérdida total en la succión no cambia (1.20 m).

Solución:

a) $H = 48.8 \times 3.28 = 160.06 \text{ ft}$

$Q = 30 \times 15.85 = 475.50 \text{ GPM}$

$$N_s = \frac{N Q^{1/2}}{H^{3/4}} = 1,480.38$$

Según lo visto en 5.3, se trata de una bomba de acción radial y con los valores recién calculados N_s y Q en la figura 5.3.b, se observa que $\eta = 0.765$

Por lo que su potencia es:

$$P = \frac{9.81 \times 0.030 \times 48.8}{0.765} = 18.77 \text{ KW}$$

b) $H_A = 10 - \frac{1,600}{900} = 8.22 \text{ m}$

$H_v = 0.75$ para 40°C (figura 4.7).

$\text{CSPN}_r = 0.092 \times 48.8 = 4.49 \text{ m}$ (5.10.j)

$$\begin{aligned} H_{ES} &= \text{CSPN}_r - H_A + h_{f_s} + H_v \\ &= -1.78 \text{ m} \end{aligned}$$

c) $\frac{\pi}{4} d^2 (2) = 0.030$; $d = 0.14 \text{ m} = 5.44''$

se tomará $d = 6''$ (comercial) ; $V_s = 1.64 \text{ m/s}$

Siendo el coeficiente de pérdida para el codo = 0.90 (tema 5.5):

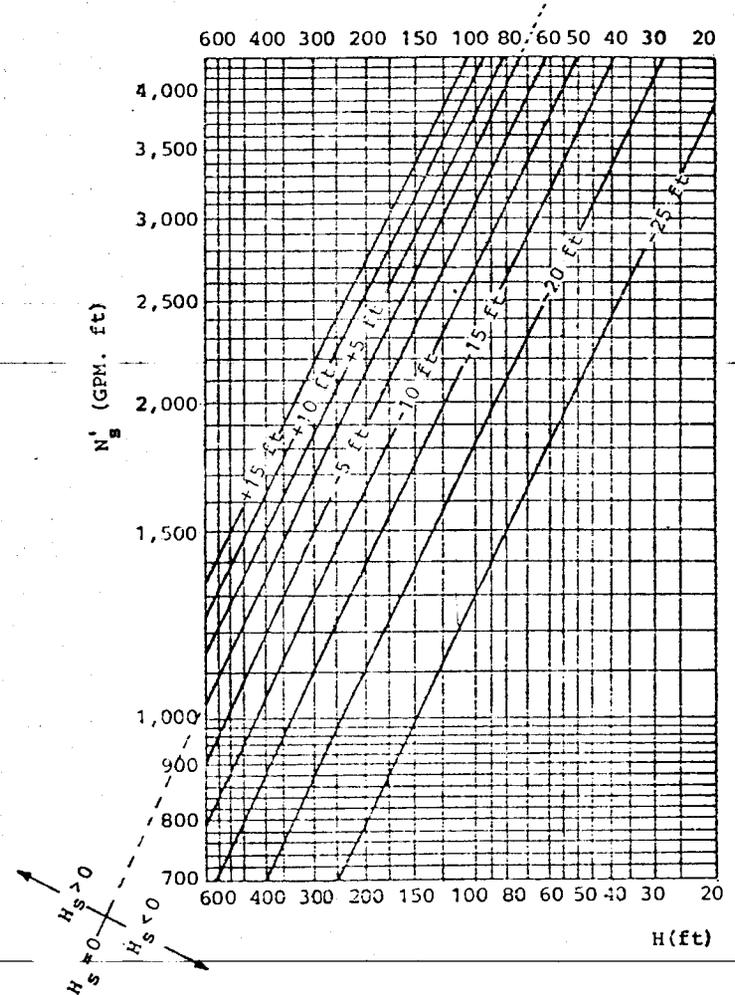
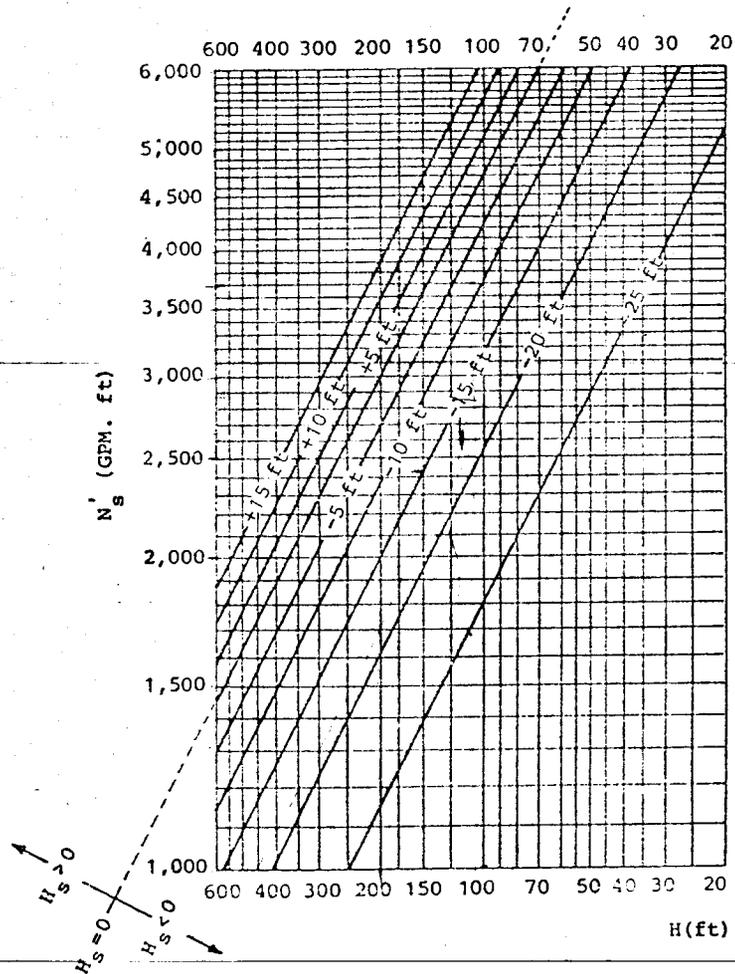
$$0.9 \frac{v_s^2}{2g} + \left(\frac{v_s n}{r^{2/3}} \right)^2 \ell_s = 1.2$$

$$0.12 + 0.07 \ell_s = 1.2 \quad ; \quad \ell_s = 15.74 \text{ m (máxima)}$$

5.12 CARTAS DEL INSTITUTO DE HIDRÁULICA DE EUA, PARA DETERMINAR LA VELOCIDAD ESPECÍFICA MÁXIMA PERMISIBLE EN BOMBAS

En anteproyectos o cuando aún no se dispone de información precisa sobre el tipo de bomba que se va a utilizar, pueden ser de gran utilidad las cartas de velocidad específica máxima permisible, elaboradas por el Instituto de Hidráulica de EUA. Estas señalan las relaciones " $N'_{s_{\max}} - H_s - H$ ". La información obtenida de ellas, substituye la curva característica $CSPN_r - Q$ o el coeficiente de cavitación de Thoma.

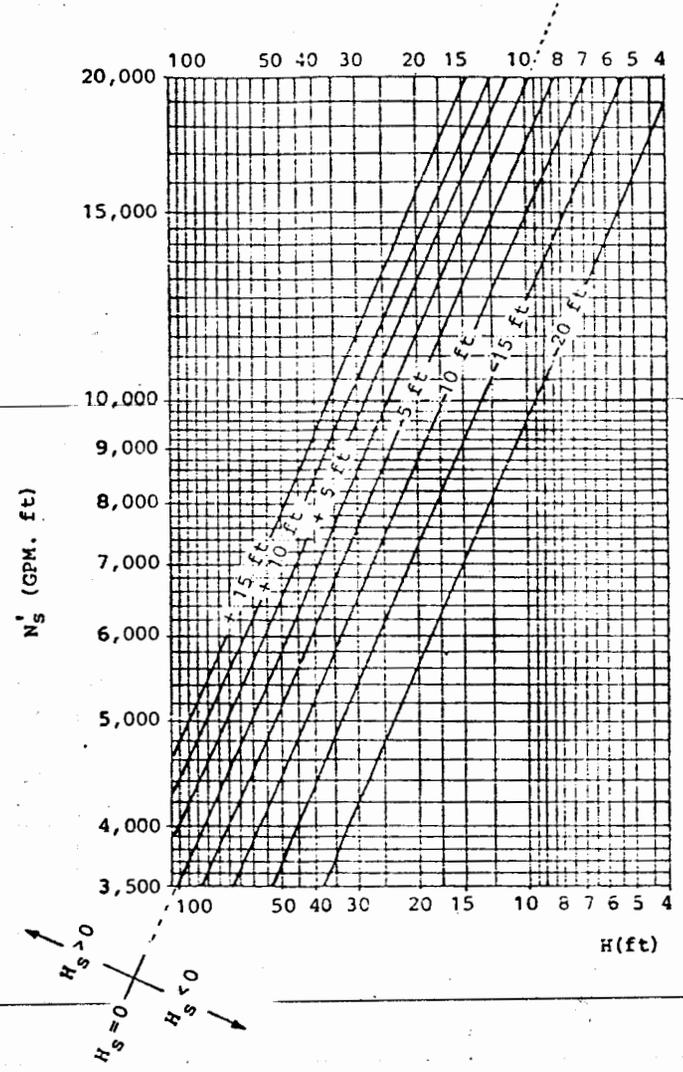
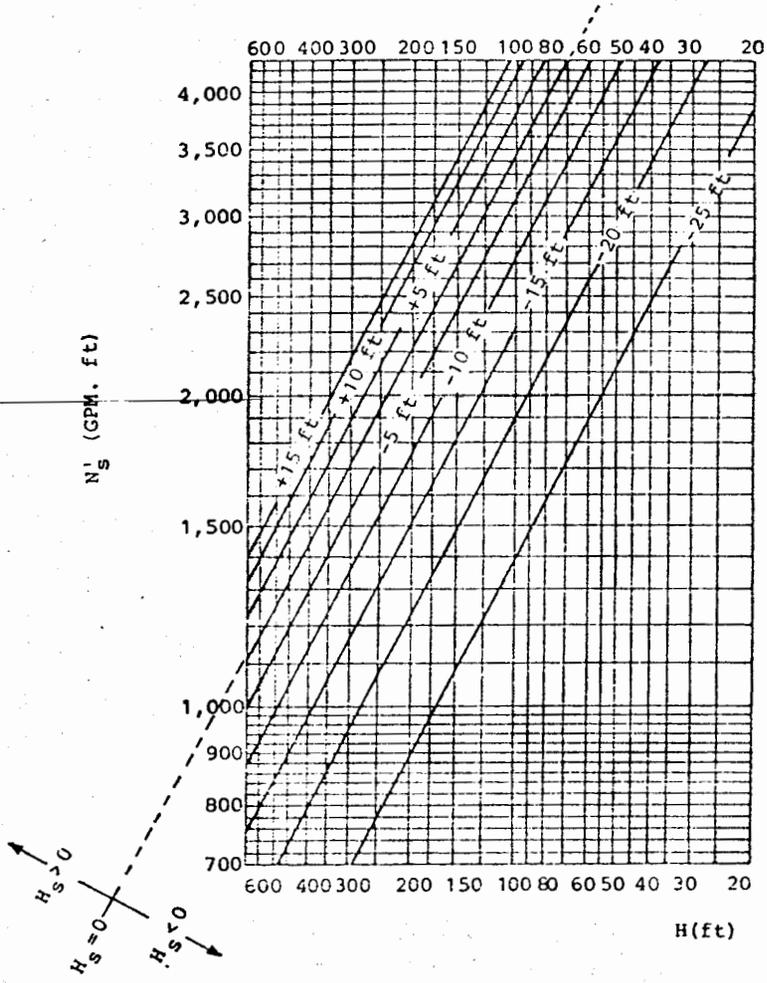
Las cartas, representadas en las figuras 5.16 y 5.17, muestran las condiciones límite de operación eficiente, para una gran cantidad de bombas de los tipos allí indicados. Estas gráficas fueron elaboradas al nivel del mar y utilizando lo que sus autores llaman "agua fría" que corresponde a una temperatura de 29.4°C (85°F). Por tal razón es necesario trasladar sus resultados a las condiciones reales del proyecto que interese. Para esto, recuérdese que la CSPN es una presión absoluta por lo que su valor es el mismo tanto para la gráfica como para el proyecto, aunque no sean los mismos cada uno de los términos descritos en la definición 5.10.h.



a. Bombas de doble succión con la flecha a través del ojo del impulsor.

b. Bombas de succión sencilla con la flecha a través del ojo del impulsor.

Figura 5.16 Cartas del Instituto de Hidráulica de EUA para determinar la velocidad específica máxima en bombas centrífugas (un solo paso). (Tomado de KARA SSIK, I.J., et al. *Pump handbook*, p. 2. 217)



a. Bombas de succión sencilla con el impulsor volante.

b. Bombas de flujo mixto y axial de succión sencilla.

Figura 5.17 Cartas del Instituto de Hidráulica de EUA para determinar la velocidad específica máxima en bombas centrífugas (un solo paso). (Tomado de KARA SSIK, I.J., et al., *Op. cit.*, p. 2.218)

De acuerdo con lo anterior:

$$CSPN_{\text{gr\u00e1fica}} = CSPN_{\text{proyecto}} \quad (5.12.a)$$

y como al nivel del mar:

$$H_A = 10.33 \text{ m}$$

y para 29.4°C, seg\u00fan la figura 4.7:

$$H_v = 0.427 \text{ m}$$

Usando los sub\u00edndices p y g para los par\u00e1metros correspondientes al proyecto y a la gr\u00e1fica, respectivamente y de acuerdo con 5.10.h, pueden escribirse 5.12.a, en la forma:

$$10.33 - 0.427 + H_{s_g} = \underbrace{H_A + H_s - H_v}_p$$

δ

$$\underbrace{H_A + H_s - H_v}_p = 9.90 + H_{s_g}$$

H_{s_g} se toma de la gr\u00e1fica para los valores N'_s y H disponibles y su valor para las condiciones del proyecto es, entonces:

$$H_{s_p} = 9.90 + H_{s_g} - \underbrace{H_A + H_v}_p \quad (5.12.b)$$

Una vez obtenido este valor, puede determinarse la posici\u00f3n l\u00edmite (m\u00e1s elevada) posible del impulsor, calculando H_{s_p} con la expresi\u00f3n anterior y despu\u00e9s de la 5.10.d, despejando H_{ES} .

Las cartas pueden también usarse para determinar el número mínimo de impulsores del mismo tipo. Por ejemplo, si se desea instalar bombas de doble succión al nivel del mar a la temperatura de 29.4°C , siendo $H = 150 \text{ ft}$, $N'_s = 3,000$ y $H_s = -15 \text{ ft}$, en la figura 5.16.a, se ve que para los valores de H y H_s ; $N'_{s\text{max}} = 2,430$, por lo que no puede colocarse un solo impulsor, sino según 4.6.a:

$$z = \left(\frac{3,000}{2,430} \right)^2 = 1.52, \text{ es decir, } 2 \text{ impulsores con:}$$

$$N'_s = \frac{3,000}{\sqrt{2}} = 2,121,32$$

que según la misma gráfica pueden funcionar con $H_s = -18 \text{ ft}$ y desde luego, con más razón con el valor deseado originalmente (-15 ft).

En cualquier caso, si se van a colocar varias unidades, debe saberse si estarán instaladas en serie o en paralelo. Ya que, en el primer caso deberá estar la carga dinámica repartida entre cada bomba y todas trabajarán con el mismo gasto, mientras que si se instalan en paralelo, será el gasto el que se reparta entre las bombas y todas trabajarán bajo la misma carga. Estas consideraciones son importantes porque implican, un ajuste en el valor de la velocidad específica por impulsor.

Ejemplo 5.6

Sea una bomba de succión sencilla con la flecha a través del ojo del impulsor, con las siguientes características:

$$H = 35.00 \text{ m} \quad ; \quad H_{ES} = -2.00 \text{ m}$$

$$N = 3,575 \text{ r.p.m.} \quad ; \quad h_{fs} = 0.85 \text{ m}$$

a) Calcule el gasto máximo que puede obtenerse para los siguientes casos:

1° Al nivel del mar y $t = 29.4^{\circ}\text{C}$

2° $h = 1,800$ m.s.n.m. y $t = 40^{\circ}\text{C}$

b) Para los datos del 2°. caso del inciso a , pero el gasto del 1er. caso del mismo inciso, ¿cuál es el valor máximo de N que puede tener la bomba?

Solución:

a) $H = 35.00$ m = 114.80 ft

$$H_{sp} = H_{ES} - h_{fs} = -2.85 \text{ m} = -9.35 \text{ ft}$$

1er. caso. De la gráfica 5.16.b, construida para los datos de este caso, se ve que si $H = 114.80$ ft y

$H_s = -9.35$ ft : $N_s \doteq 2,525$, por lo que:

$$Q = \left(\frac{N_s' H^{3/4}}{N} \right)^2 = 613.60 \text{ GPM}$$

$$= 38.71 \text{ l/s}$$

2°. caso

$$H_A = 10 - \frac{h}{900} = 8.00 \text{ m}$$

$H_v = 0.75$ m (figura 4.7)

Por lo que, despejando H_{sg} de 5.12.b:

$$H_{sg} = -2.85 - 9.90 + 8.00 - 0.75 = -5.50 \text{ m} = -18.04 \text{ ft}$$

Y con $H_{sg} = -18.04$ ft y $H = 114.80$ ft , en la gráfica 5.16.b, se ve el valor máximo de la velocidad específica de la bomba:

$$N'_s = 1,800$$

por lo que:

$$Q = \left(\frac{1,800 \times 114.80^{3/4}}{3,575} \right)^2 = 311.82 \text{ GPM}$$

$$= 19.67 \text{ l/s}$$

Es decir, el gasto máximo aceptable se reduce prácticamente a la mitad del obtenido en el caso anterior. Esto implica reducir el diámetro de las tuberías, de manera que la pérdida sea tal que H siga valiendo 35 m y también escoger otra bomba cuya curva de carga permita obtener el nuevo gasto, con la carga original.

b) $Q = 613.60$ GPM

$H = 114.80$ ft

$H_{sg} = -18.04$ ft

$N'_s = 1,800$

$$N = \frac{N'_s H^{3/4}}{\sqrt{Q}} = 2,548.51 \text{ r.p.m.}$$

Esto significa que a 1,800 metros sobre el nivel del mar y estando el agua a una temperatura de 40°C puede obtenerse el gasto de 613.60 GPM, si se reduce la velocidad de giro en un 29% aproximadamente, lo que implica, desde luego, la necesidad de utilizar otra bomba cuya curva característica permita obtener los valores de gasto y carga deseada, para la nueva velocidad de giro.

Ejemplo 5.7

Una instalación de bombeo tiene las características siguientes:

$$\begin{aligned}
 H &= 37.00 \text{ m} & h_{f_s} &= 1.45 \text{ m} & H_{ES} &= -1.50 \text{ m} \\
 f &= 60 \text{ Hz} & R &= 2.3 ; & p &= 2 & h &= 1,625 \text{ m.s.n.m.} \\
 t &= 20^\circ\text{C} & Q &= 140 \text{ l/s}
 \end{aligned}$$

Calcule el número mínimo de unidades conectadas en paralelo y aceptando que, si son varias, h_{f_s} permanece constante por cada bomba, calcule además la altura máxima del impulsor con relación a la toma para los dos casos siguientes:

- Bombas de succión sencilla con la flecha a través del impulsor.
- Bombas de doble succión con la flecha a través del ojo del impulsor.

Solución:

$$a) \quad N = 1,758.60 \text{ r.p.m.}; \text{ según 5.6.a}$$

$$Q = 2,219.14 \text{ GPM}$$

$$H = 121.36 \text{ ft} \quad N_s = 2,265.70$$

$$H_v \text{ para } 20^\circ\text{C} \text{ es } 0.24 \text{ m}$$

$$H_A = 8.19 \text{ m}$$

$$H_{sp} = -2.95 \text{ m} = -9.68 \text{ ft (5.10.d)}, \text{ y de acuerdo con 5.12.b;}$$

$$H_{sg} = -4.90 \text{ m} = -16.07 \text{ ft}$$

Con este valor y el de la carga dinámica, en la figura 5.16.b se lee que el máximo valor admisible por unidad es $N'_S = 1,900 < N_S$, lo que significa que debe haber más de una unidad, luego:

$$z = (2,265.70/1,900)^2 = 1.42$$

por lo que habrá que instalar 2 unidades con

$$N'_S = 2,265.70/\sqrt{2} = 1,602.09$$

Este valor corresponde en la misma gráfica a

$$H_{Sg} = -20 \text{ ft} = -6.10 \text{ m},$$

por lo que:

$$H_{Sp} = -4.15 \text{ m} \quad (5.12.b)$$

y de acuerdo con 5.10.d:

$$H_{ES} = -2.70 \text{ m}$$

En resumen, la solución de este inciso es la siguiente:
2 bombas a una altura no mayor de 2.70 m sobre la superficie de la toma.

- b) Para los datos $H = 121.36 \text{ ft}$ y $H_{Sg} = -16.07 \text{ ft}$, en la figura 5.16.a se lee que el máximo valor de N'_S es 2,650 aproximadamente. Como este valor es mayor que el del proyecto (2,265.70), se concluye que esta alternativa se puede resolver con una sola bomba.

Por lo que respecta a la posición de la bomba, en la gráfica, se ve que para la carga y la velocidad específica necesaria en el proyecto: $H_{Sg} = -19 \text{ ft}$, aproximadamente, que

calculado en igual forma a como se hizo en el inciso anterior, corresponde a: $H_{Sp} = -3.84$ m y $H_{ES} = -2.39$ m . Es decir, este tipo de bomba podría colocarse 0.89 m más arriba que la altura propuesta en el proyecto.

5.13 FUNCIONAMIENTO HIDRÁULICO DE SISTEMAS DE BOMBAS

En muchas ocasiones conviene instalar más de una unidad en una estación de bombeo; las razones principales son las siguientes:

1. Falta de capacidad de gasto o de carga de las unidades disponibles para cubrir los requerimientos con una sola bomba.
2. Mayor economía en el proyecto. El hecho de instalar varias bombas pequeñas en lugar de una muy grande, implica utilizar tuberías de menor diámetro, si la instalación es en paralelo, o sujetas a menores presiones si el sistema es en serie, como se verá adelante. Por estas razones la opción de colocar varias unidades puede redundar en un costo menor.
3. Confiabilidad y mantenimiento. Si se desea tener seguridad de que el servicio no se interrumpirá dentro de una tolerancia razonable, la estación deberá contar por lo menos con una bomba de reserva. Por otra parte, no sólo la posibilidad de que aparezcan fallas refuerza la conveniencia de disponer de más de una unidad, sino también debe haber máquinas disponibles para cubrir la demanda cuando alguna deba retirarse para recibir mantenimiento preventivo.

La pregunta ahora es determinar la forma en que deben instalarse las unidades de manera que el llamado sistema de bombas, cumpla en las mejores condiciones posibles con los requerimientos del problema que se pretende resolver. Existen dos tipos de arreglos, a saber:

- 1°. Sistema en serie. Se llama así cuando las bombas se colocan a lo largo de la misma tubería. En este tipo de instalación, el gasto es el mismo para todas las bombas y la carga total del sistema es la suma de las cargas producidas por cada una de las bombas que lo forman. Se usa cuando la carga a vencer es muy grande.
- 2°. Sistema en paralelo. En este caso, de la toma sale una tubería de succión por cada bomba y las descargas de cada unidad, se unen a una sola tubería de mayor diámetro que conduce el líquido al lugar deseado. La carga total del sistema es la de una sola de las bombas, generalmente se colocan bombas exactamente iguales, y el gasto obtenido es la suma de los gastos proporcionados por cada máquina. Este arreglo conviene cuando son más los requerimientos de gasto que los de carga, o cuando, durante la operación va a haber variaciones importantes en el gasto, ya que pueden desconectarse una o varias unidades sin interrumpir el suministro.

Enseguida se describe el análisis del funcionamiento hidráulico de cada caso y con base en él, se desarrolla el procedimiento de cálculo.

5.13.1 Instalación en serie

En la figura 5.18 se muestran tres bombas instaladas en serie en las secciones 1, 2 y 3 de la tubería.

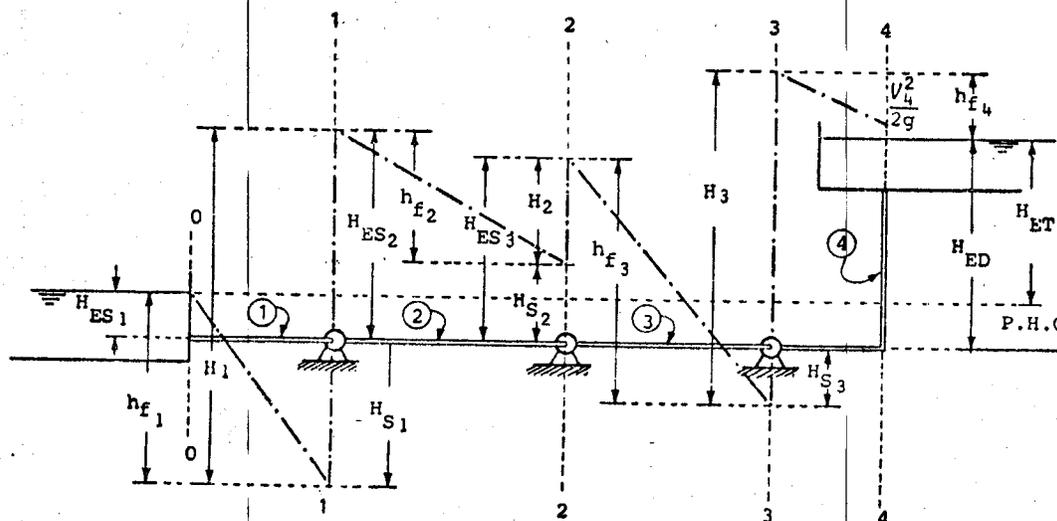


Figura 5.18

h_{f1} , h_{f2} , h_{f3} y h_{f4} son las pérdidas totales en las tuberías, 1, 2, 3 y 4, respectivamente.

H_1 , H_2 y H_3 son respectivamente las cargas dinámicas creadas por bombas 1, 2 y 3.

H_{S1} , H_{S2} y H_{S3} son las energías recibidas en el ojo del impulsor de las bombas: 1, 2 y 3 respectivamente, es decir, son las cargas de succión (expresiones 5.10.ch o 5.10.d).

Si se aplica la ecuación de la energía sucesivamente entre las secciones 0-1, 1-2, 2-3 y 3-4, tomando como plano horizontal de comparación el que pasa por el eje de la tubería, se tendrá, respetando la convención de signos para H_{ES} vista en 5.2:

Sección	Ecuaciones	
0 - 1	$H_{ES_1} = H_{s_1} + h_{f_1}$	
1 - 2	$H_{s_1} + H_1 = H_{s_2} + h_{f_2}$	(5.13.a)
2 - 3	$H_{s_2} + H_2 = H_{s_3} + h_{f_3}$	
3 - 4	$H_{s_3} + H_3 = H_{ED} + h_{f_4}$	

Sumando miembro a miembro las cuatro ecuaciones, se obtiene:

$$H_{ES_1} + H_1 + H_2 + H_3 = h_{f_1} + h_{f_2} + h_{f_3} + H_{ED} + h_{f_4}$$

ó

$$H_1 + H_2 + H_3 = H_{ET} + h_{f_1} + h_{f_2} + h_{f_3} + h_{f_4} \quad (5.13.a')$$

Es decir, el sistema en serie, equivale a colocar una sola bomba cuya carga dinámica sea igual a la suma de las cargas de cada bomba y, desde luego, el gasto es el mismo en toda la instalación.

Si se conoce el material de que está hecha la tubería y todas las características geométricas del proyecto, el funcionamiento hidráulico representado analíticamente por la ecuación 5.13.a', tiene como incógnitas las cargas de cada bomba y el gasto, es decir: 4 incógnitas para un arreglo de 3 bombas como el del ejemplo. Esto significa que para que el sistema tenga solución debe haber 3 datos hidráulicos (quedando así una

incógnita para una sola ecuación).

Estos pueden ser 3 cargas (H o H_s) o el gasto y dos cargas.

En efecto, en un sistema de z bombas, es necesario disponer de z datos hidráulicos para que exista solución. Obsérvese que si en lugar de conocerse las cargas dinámicas se conocen las potencias de las bombas, basta recordar que $H = P/KQ$ y el problema es exactamente el mismo.

Desde luego, el planteo de solución anterior es puramente hidráulico y aunque esté bien resuelto, no podrá garantizarse el funcionamiento de la instalación, si no está debidamente calculada la $CSPN_a$ para cada bomba y comparada con el valor aceptado según las especificaciones del fabricante. Para esto habrá que definir también los valores de H_s con la ayuda de las ecuaciones 5.13.a y aplicar el procedimiento de revisión descrito en los temas 5.10 ó 5.12.

5.13.2. Instalación en paralelo

Una instalación en paralelo, utilizando dos bombas, se indica en la figura 5.19. Las tuberías en la succión cuyas longitudes son l_{s_1} y l_{s_2} , así como las individuales de descarga l_{d_1} y l_{d_2} , son muy cortas en comparación con la tubería que lleva la descarga total de longitud l_3 , aunque en el esquema no se ha representado así con la intención de lograr mayor claridad.

Ya se ha hablado de la conveniencia de que la rama de succión sea corta, como una característica que ayuda a que la presión a la entrada al impulsor no baje a límites peligrosos. Ahora, si desde la toma hasta el punto de unión O de la figura 5.19

la distancia no es demasiado grande, puede considerarse que la carga en el punto 0, equivale a la de las bombas.

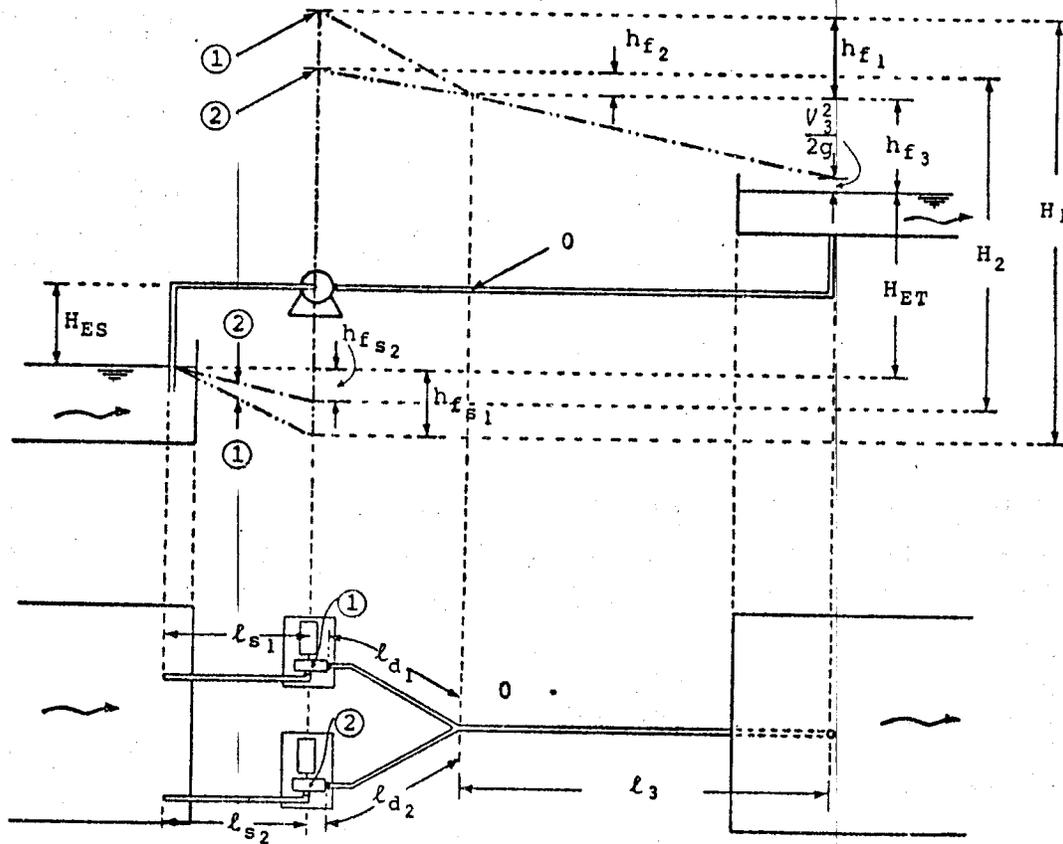


Figura 5.19

Aceptando, como en el caso anterior, que todas las características geométricas y del material de la tubería, son conocidas, puede plantearse la solución del sistema en paralelo en la siguiente forma:

E C U A C I O N E S	I N C O G N I T A S
$H_1 = H_{ET} + h_{f_{s_1}} + h_{f_1} + h_{f_3}$	H_1, Q_1, Q_3
$H_2 = H_{ET} + h_{f_{s_2}} + h_{f_2} + h_{f_3}$	H_2, Q_2
$Q_3 = Q_1 + Q_2$	

Generalmente el sistema es simétrico y las bombas son del mismo tipo y capacidad ($H_1 = H_2, Q_1 = Q_2$).

Como en el caso anterior, no debe olvidarse efectuar la revisión por cavitación en cada bomba.

El planteo de la solución para el ejemplo indicado en la figura 5.19, consta de 3 ecuaciones y tiene 5 incógnitas. Lo que significa que para que el problema esté determinado, se necesita conocer 2 datos hidráulicos. Es decir, igual número de datos hidráulicos que de bombas, como en el caso anterior.

5.13.3 Curvas de carga de sistemas de bombas

Con base en las discusiones anteriores, pueden construirse las curvas de carga de sistemas de bombas, siguiendo simplemente las leyes siguientes:

1. Sistemas en serie (figura 5.20). La carga del sistema es la suma de las cargas de cada bomba para cada gasto.

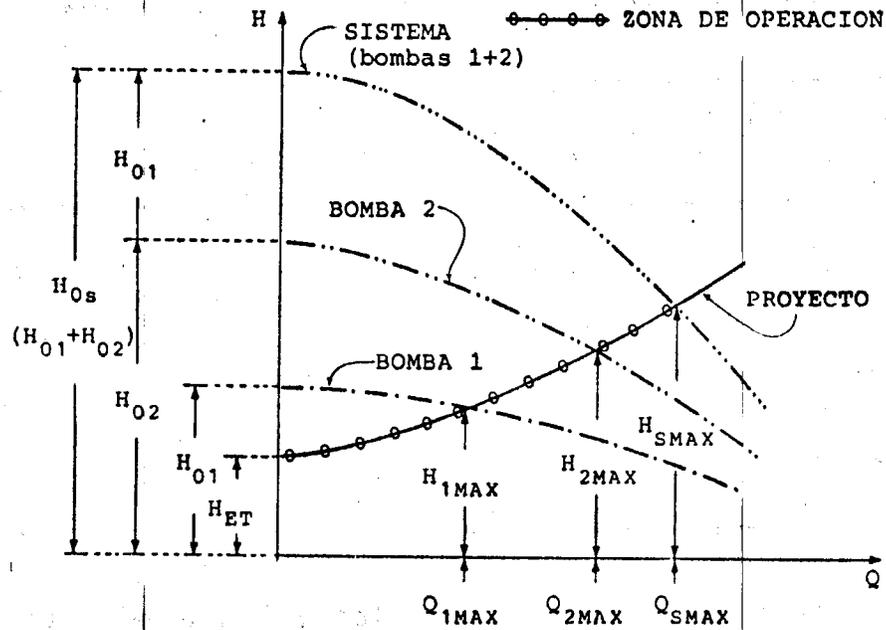


Figura 5.20 Sistema en serie

2. Sistema en paralelo (figura 5.21). El gasto del sistema es la suma de los gastos de cada bomba para la misma carga.

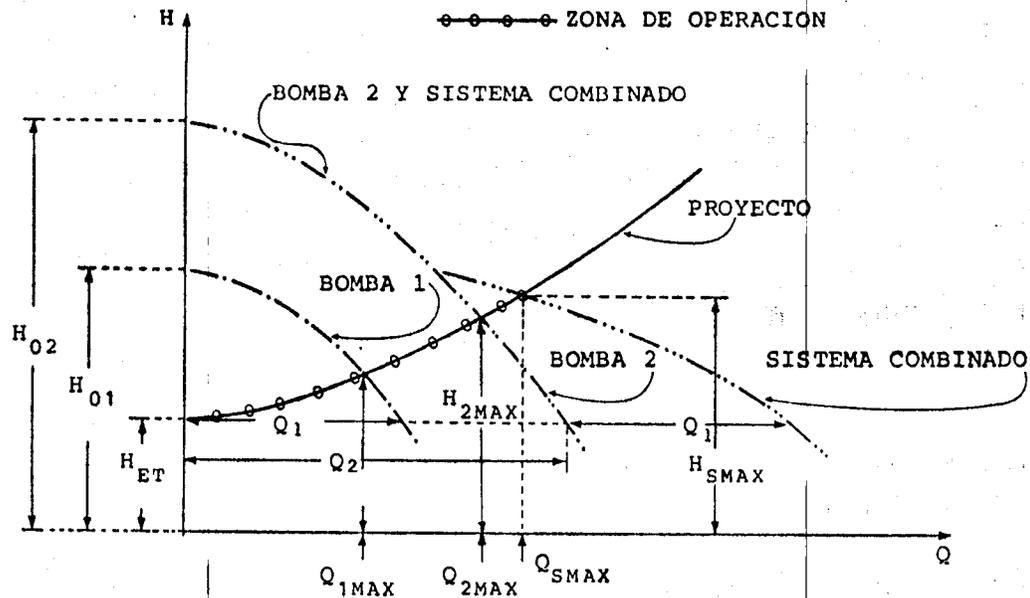


Figura 5.21 Sistema en paralelo

Dibujando la curva de carga del proyecto en cuestión en la misma gráfica donde están las de cada bomba y la correspondiente al sistema combinado, es posible determinar diferentes opciones de operación. En el siguiente cuadro se indican las posibilidades de funcionamiento de ambos sistemas, de acuerdo con las figuras 5.20 y 5.21.

FUNCIONAMIENTO DE UN SISTEMA COMBINADO DE DOS BOMBAS

GASTO	POSIBILIDADES DE OPERACION	
	SIN ESTRANGULAMIENTO	CON ESTRANGULAMIENTO
$Q < Q_{1MAX}$	NO	BOMBAS 1, 2 ó SISTEMA
$Q = Q_{1MAX}$	BOMBA 1 EN SU PUNTO DE OPERACION	BOMBA 2 ó SISTEMA
$Q_{1MAX} < Q < Q_{2MAX}$	NO	BOMBA 2 ó SISTEMA
$Q = Q_{2MAX}$	BOMBA 2 EN SU PUNTO DE OPERACION	SISTEMA
$Q_{2MAX} < Q < Q_{SMAX}$	NO	SISTEMA
$Q = Q_{SMAX}$	SISTEMA EN SU PUNTO DE OPERACION	NO
$Q > Q_{SMAX}$	FUERA DE LA ZONA DE OPERACION	

Cuadro 5.1

5.14 SIMILITUD MECÁNICA EN BOMBAS

Para trasladar las mediciones hechas en una bomba "modelo" a otra semejante "prototipo", según el significado que se dio a ambos términos en el tema 4.3, son válidas las expresiones aplicables a bombas: 4.3.k, 4.3.l y 4.3.ll, basadas, como se señaló en su oportunidad en la exigencia de que exista similitud geométrica y dinámica y en la hipótesis de que las eficiencias en modelo y prototipo sean las mismas. Desde luego, esta hipótesis no es rigurosa y, como sucede con las turbinas, la eficiencia aumenta al ser mayor el tamaño de la bomba. Existen fórmulas para calcular la eficiencia de una bomba a partir de la de otra del mismo tipo. Una de las fórmulas más conocidas es la de Moody, que es la siguiente:

$$\eta_p = 1 - (1 - \eta_m)(H_m/H_p)^{0.1} (D_m/D_p)^{0.25} \quad (5.14.a)$$

En bombas, los problemas típicos de similitud se reducen a dos casos, a saber:

Caso 1. $D_m = D_p ; N_m \neq N_p$

Caso 2. $D_m \neq D_p ; N_m = N_p$

(D, es el diámetro del impulsor)

El caso 1 se presenta cuando se desea saber cómo trabajará la misma bomba, u otra idéntica, si cambia su velocidad de giro.

Las leyes generales de similitud que se acaban de mencionar, conducen entonces a las siguientes expresiones para el caso 1:

$$\frac{H}{H_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^2 \quad (5.14.b)$$

$$\frac{Q}{Q_m} = \frac{N_p}{N_m} \quad (5.14.c)$$

$$\frac{P}{P_m} = \left(\frac{N_p}{N_m} \right)^3 \quad (5.14.ch)$$

Por lo que respecta al caso 2, las leyes son las siguientes:

$$\frac{H}{H_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \quad (5.14.d)$$

$$\frac{Q}{Q_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^3 \quad (5.14.e)$$

$$\frac{P}{P_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^5 \quad (5.14.f)$$

5.14.1 Recorte de impulsores

En las instalaciones de bombeo a menudo se presenta la conveniencia de recortar el diámetro del impulsor y utilizarlo en la misma carcasa y con el mismo motor.

Desde luego, este recorte, lo convierte en otro impulsor que ya no es geométricamente semejante al original y por tal razón

su funcionamiento está regido por leyes que no son rigurosamente las de similitud, como se verá a continuación.

En la figura 5.22 se representa una sección transversal de un impulsor cuyo diámetro es D_m y se va a recortar a un valor D_p .

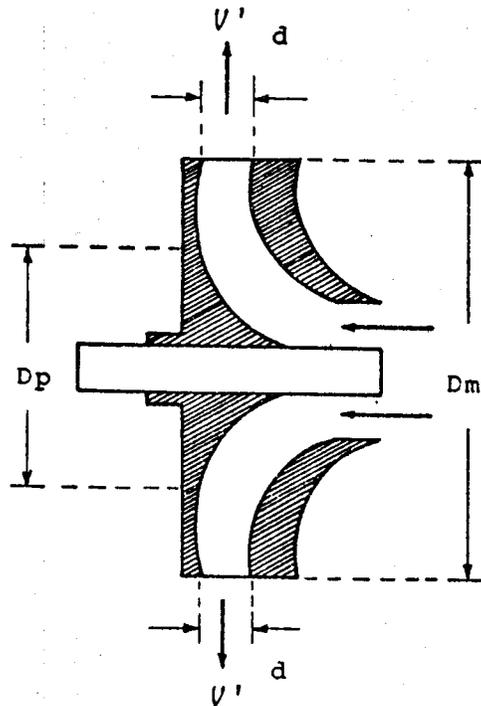


Figura 5.22

Si se llama d al ancho del canal a la salida de los álabes y V' a la velocidad del chorro proyectada perpendicularmente a d , el gasto total Q_m será: $XV'\pi D_m d$ en que X es el número de canales. Luego el gasto total de la bomba es proporcional a V' y a $D_m d$, es decir:

$$Q_m \sim V' D_m d \quad (5.14.g)$$

y recordando las expresiones 4.3.a, que fueron deducidas de la ecuación de Euler:

$$H \sim V'^2 \quad \text{y} \quad H \sim u'^2 \quad (4.3.a')$$

(u' es la velocidad tangencial exterior del impulsor antes del recorte)

Las expresiones 4.3.a' también garantizan que $v' \sim u'$ y siendo $u' \sim D_m N$, también lo será v' , es decir:

$$v' \sim D_m N \quad (5.14.h)$$

Valor que substituido en 5.14.g, conduce a:

$$Q_m \sim D_m N D_m d ;$$

es decir:

$$Q_m \sim D_m^2 N d \quad (5.14.i)$$

Ahora bien, si el corte no es muy grande, se recomienda no más de 20% del diámetro original, d puede considerarse constante para el valor correspondiente a D_p y siendo $N = \text{cte}$, será válido decir, de acuerdo con 5.14.i:

$$Q_p \sim D_p^2$$

$$Q_m \sim D_m^2$$

por lo que la relación correspondiente será:

$$\frac{Q_p}{Q_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 \quad (5.14.j)$$

Por lo que respecta a las cargas, si la ecuación de Euler señala que varían proporcionalmente al cuadrado de la velocidad y según 5.14.h, dicha velocidad es proporcional al diámetro del impulsor para N constante, se concluye que las cargas

varían proporcionalmente al cuadrado de los diámetros, lo que según 5.14.j, equivale a señalar que las cargas están sujetas a la misma ley que los gastos, es decir:

$$\frac{H_p}{H_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^2 = \frac{Q_p}{Q_m} \quad (5.14.k)$$

Y las potencias estarán sometidas a la ley, producto de las dos anteriores:

$$\frac{P_p}{P_m} = \left(\frac{D_p}{D_m} \right)^4 \quad (5.14.l)$$

Todas estas leyes de similitud, son también aplicables a ventiladores en rangos muy amplios de presiones de aire ya que a velocidades de aire menores de unos 70 m/s bajo cargas menores de 30 cm de columna de agua, aproximadamente, el aire se comporta como incompresible, sobre todo para efectos de utilización del principio de continuidad, que se ha aplicado en estos desarrollos.

Ejemplo 5.8

Una bomba trabaja bajo las siguientes condiciones:

$$Q = 200 \text{ l/s}$$

$$H = 60 \text{ m}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$p = 1$$

$$R = 10$$

$$D = 6''$$

Se desea conocer, para otra semejante, pero con un gasto de 180 l/s, los parámetros indicados según las alternativas si-

guientes:

- a) N, H y P si D = cte.
- b) D, H y P si N = cte. ¿Convendría recortar el impulsor? ¿Cuáles serían los parámetros?

Solución:

$$N = \frac{3,600}{1} (1 - 0.1) = 3,240 \text{ r.p.m. ; (5.6.a)}$$

$$Q = 200 \times 15.851 = 3,170.20 \text{ GPM}$$

$$N_s = \frac{3,240 \sqrt{3,170.20}}{(60 \times 3.28)^{0.75}} = 3,471.92$$

Con estos valores de N_s y Q , en la figura 5.3.b, se ve que $\eta = 86$, por lo que:

$$P = \frac{9.81 \times 0.2 \times 60}{0.86} = 136.88 \text{ KW}$$

a) Según 5.14.c:

$$N = 3,240 (180/200) = 2,916 \text{ r.p.m.}$$

De 5.14.b:

$$H = 60 (2,916/3,240)^2 = 48.60 \text{ m}$$

y según 5.14.ch:

$$P = 136.88 (2,916/3,240)^3 = 99.79 \text{ KW}$$

b) (5.14.e):

$$D = 6 (180/200)^{1/3} = 5.79''$$

5.14.d:

$$H = 60 (5.79/6)^2 = 55.93 \text{ m}$$

5.14.f:

$$P = 136.88 (5.79/6)^5 = 114.84 \text{ KW}$$

Siendo que la reducción en el diámetro es mucho menor del 20% permitido para un recorte de impulsor y además, no existe comercialmente uno del diámetro calculado, lo lógico es usar uno de 6" y recortarlo. En este caso, los resultados serían los siguientes:

5.14.j:

$$D = 6 (180/200)^{1/2} = 5.69''$$

5.14.k:

$$H = 60 (5.69/6)^2 = 54.00 \text{ m}$$

5.14.l:

$$P = (5.69/6)^4 \times 136.88 = 110.88 \text{ KW}$$

PROBLEMAS

5.1 Una bomba debe trabajar bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{array}{ll} H_{ET} = 40 \text{ m} & p = 1 \\ Q = 42 \text{ l/s} & f = 60 \text{ Hz} \\ n = 0.018 & R = 8 \end{array}$$

SUCCION	DESCARGA
$d_s = 6'' ; l_s = 12 \text{ m}$	$d_d = 5'' ; l_d = 65 \text{ m}$
1 válvula check	1 válvula de compuerta abierta
2 codos de 90°	1 codo de 90°

Determine el tipo de bomba y su potencia.

5.2 Calcule el gasto máximo posible para que no haya cavitación en la bomba, cuyos datos son:

$$\begin{array}{ll} H_{ES} = +3.25 & t = 40^\circ\text{C} \\ l_s = 8.00 \text{ m} & h = 600 \text{ m.s.n.m.} \\ d_s = 6'' & n = 0.016 \end{array}$$

$$CSPN_r = 1.62 + 2,400 Q^2 ; (Q \text{ en m}^3/\text{s})$$

SUCCION: entrada brusca ($K_e = 0.8$) y un codo de 90°
($K_c = 0.90$)

5.3 Una bomba debe funcionar bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} H_{ET} &= 45 \text{ m} & Q &= 20 \text{ l/s} \\ h &= 700 \text{ m.s.n.m.} & \sigma &= 0.087 \\ t &= 30^\circ\text{C} & n &= 0.014 \end{aligned}$$

SUCCION	DESCARGA
$d_s = 4''$; $l_s = 10 \text{ m}$	$d_d = 4''$; $l_d = 70 \text{ m}$
- entrada brusca	1 válvula de compuerta abierta
- 1 codo de 90°	2 codos de 90°

- Determine la H_{ES} mínima posible
- ¿Cuánto debe valer l_s si H_{ES} es la mitad de la del inciso anterior?
- ¿Cuánto vale H_{ES} mínima si $l_s = 40 \text{ m}$?

5.4 Los datos de un proyecto de bombeo, son:

$$\begin{aligned} h &= 2,240 \text{ m.s.n.m.} & d_s &= 6'' \\ t &= 20^\circ\text{C} & l_s &= 18 \text{ m} \\ n &= 0.018 & Q &= 35 \text{ l/s} \end{aligned}$$

$$CSPN_r = 0.10 + 1,620 Q^2 ; \quad (Q \text{ en m}^3/\text{s})$$

Pérdidas

válvula check - $K_{CH} = 2.30$

1 codo de 90° - $K_C = 0.90$

1 válvula de compuerta - $K_V = 0.20$

- a) Calcule H_{ES} mínima posible
- b) Si se sube la bomba 2 m más, ¿cuál es el gasto máximo que puede obtenerse?
- c) Calcule H_{ES} mínima si $Q = 60$ l/s
- ch) Dibuje las curvas " $CSPN_d$, $CSPN_r - Q$ " y verifique los resultados obtenidos analíticamente.

5.5 Una bomba de succión sencilla con la flecha a través del ojo del impulsor funciona bajo las siguientes condiciones:

$$H = 60 \text{ m}$$

$$H_{ES} = -1.5 \text{ m}$$

$$Q = 40 \text{ l/s}$$

$$h_{fs} = 2.15 \text{ m}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$h = 600 \text{ m.s.n.m.}$$

$$R = 1.4$$

$$t = 35^\circ\text{C}$$

- a) Calcule: p mínimo, si el impulsor está conectado en directo al motor. Determine N máxima y H_{ES} mínima.
- b) Si $p = 1$, ¿cuánto vale H_{ES} mínima?

5.6 Los datos de una bomba de succión sencilla con la flecha a través del ojo del impulsor, son los siguientes:

$$h = 2,240 \text{ m.s.n.m.}$$

$$Q = 10 \text{ l/s}$$

$$t = 40^\circ\text{C}$$

$$H = 26 \text{ m}$$

$$n = 0.016$$

$$N = 3,343.48 \text{ r.p.m.}$$

Succión:

$$l_s = 15 \text{ m} ; \quad d_s = 4'' , \quad 1 \text{ válvula check } (K_{CH} = 2.0) ;$$

$$1 \text{ codo de } 90^\circ (K_C = 0.90)$$

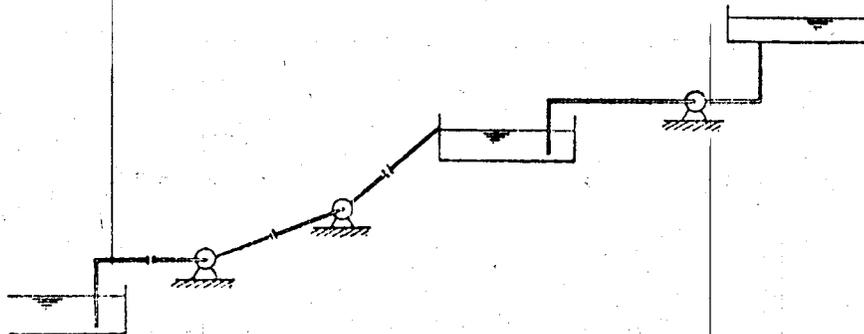
Descarga:

$$l_d = 60 \text{ m} ; \quad d_d = 4'' , \quad 1 \text{ codo de } 90^\circ (K_C = 0.90) ;$$

Calcule:

- H_{ES} mínima
- Altura máxima a que puede subirse el gasto
- Potencia de la bomba

5.7 Dibuje la línea de la energía para el siguiente sistema de bombas. Acote las pérdidas, la carga dinámica y la altura estática de succión de cada bomba.



5.8 Se desea instalar un sistema de bombas de doble succión conectadas en paralelo. Los datos generales son:

$$\begin{aligned} Q &= 200 \text{ l/s} & h_{fs} &= 1.83 \text{ m} \\ H &= 61 \text{ m} & h &= 2.240 \text{ m.s.n.m.} \\ H_{ES} &= -1.22 \text{ m} & t &= 20^\circ\text{C} \\ & & N &= 3,000 \text{ r.p.m.} \end{aligned}$$

Aceptando que la pérdida en la rama de succión es la misma para cada unidad:

- Determine el número mínimo de unidades
- H_{ES} mínima
- Potencia por unidad

5.9 En un sistema de bombeo se tienen bombas de succión sencilla con la flecha a través del impulsor, conectadas en paralelo, trabajando bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} Q &= 2 \text{ m}^3/\text{s} & l_d &= 80 \text{ m} \\ H_{ET} &= 58 \text{ m} & N &= 800 \text{ r.p.m.} \\ H_{ES} &= + 2 \text{ m} & n &= 0.017 \\ V_{\max} &= 4.5 \text{ m/s} & h &= 1,300 \text{ m.s.n.m.} \\ l_s &= 15 \text{ m} & t &= 40^\circ\text{C} \end{aligned}$$

Pérdidas:

Succión: Válvula check ($K_{CH} = 2.7$), 1 codo de 90° ($K_C = 0.90$)

Descarga: Válvula abierta ($K_V = 0.2$); 1 codo de 90°

- a) Suponiendo que hay una sola tubería, determine su diámetro (comercial), el número de unidades y la altura estática de succión mínima.
- b) Dejando el diámetro anterior sólo para la descarga, determine el diámetro de cada rama de succión y la altura estática de succión mínima ajustada (compare estos resultados con los del inciso anterior).
- c) Calcule la potencia por unidad.

5.10 Una instalación en paralelo tiene bombas de doble succión con la flecha a través del ojo del impulsor y funciona bajo las siguientes condiciones:

$Q = 2 \text{ m}^3/\text{s}$	$f = 60 \text{ Hz}$
$H = 60 \text{ m}$	$R = 2$
$l_s = 9 \text{ m}$	$t = 40^\circ\text{C}$
$V_{\text{max}} = 3.25 \text{ m/s}$	$h = 1,300 \text{ m.s.n.m.}$
$n = 0.020$	$H_{\text{ES}} = + 2 \text{ m}$
$p = 3$	$H_{\text{ET}} = 35 \text{ m}$

Succión: Entrada brusca; 1 codo de 90°

Descarga: 1 válvula de compuerta abierta; 2 codos de 90°

Determine:

- a) El diámetro de la tubería de descarga.
- b) El número de unidades, el diámetro de las tuberías de succión y la H_{ES} mínima.

- c) La longitud de la tubería de descarga.
- ch) La potencia por unidad.

5.11 Se desea instalar una sola bomba de doble succión, considerando los siguientes datos:

$$\begin{array}{ll}
 Q = 1.5 \text{ m}^3/\text{s} & H_{ES} = 0 \\
 v_{\max} = 3.6 \text{ m/s} & H_{ED} = 60 \text{ m} \\
 l_s = 12 \text{ m} & h = 2,240 \text{ m.s.n.m.} \\
 f = 60 \text{ Hz} & t = 20^\circ\text{C} \\
 l_d = 650 \text{ m} & d_d = d_s \\
 n = 0.020 &
 \end{array}$$

Succión: 1 válvula check; 1 codo de 90°

Descarga: 1 válvula de compuerta; 3 codos de 90°

Determine:

- a) Diámetro de la tubería.
- b) p y R del motor en conexión directa.

5.12 Se desean instalar bombas de succión sencilla con el impulsor volante en un proyecto cuyos datos son:

$$\begin{array}{ll}
 Q = 47 \text{ l/s} & H_{ES} = + 1.50 \text{ m} \\
 d_d = d_s = 8'' & H_{ED} = 85 \text{ m} \\
 l_s = 20 \text{ m} & t = 40^\circ\text{C} \\
 l_d = 300 \text{ m} & h = 1,600 \text{ m.s.n.m.} \\
 n = 0.018 &
 \end{array}$$

Succión: 1 válvula check; 1 codo de 90°

Descarga: 1 válvula de compuerta; 1 codo de 90°

- a) Determine el valor máximo posible de N si se instala una sola bomba.
- b) La potencia de la bomba.
- c) Si se desea conectar en directo a motores con $p = 1$, $R = 7.8$ y $f = 60 \text{ Hz}$, determine el número de unidades; la H_{ES} mínima y la potencia por unidad.

5.13 Dos bombas, conectadas en serie, están instaladas al nivel del mar. Designando con el subíndice S a las dimensiones de la rama de succión que llega a la bomba 1 y con los subíndices 1 y 2, a las de la descarga que salen de las bombas 1 y 2 respectivamente, se tienen los siguientes datos:

$$\begin{array}{ll}
 H_{ET} = 140 \text{ m} & \eta_1 = \eta_2 = 0.60 \\
 H_{ES} = -1.50 \text{ m} & l_S = 10 \text{ m} \\
 d_S = d_1 = d_2 = 8'' & l_1 = 200 \text{ m} \\
 Q = 50 \text{ l/s} & l_2 = 250 \text{ m} \\
 t = 40^\circ\text{C} &
 \end{array}$$

El material de la tubería es acero laminado nuevo.

La bomba 1 toma un tercio de la carga dinámica total.

Calcule:

- a) Las potencias de las dos bombas.
- b) La CSPN_r mínima para cada bomba.

5.14 Conteste las mismas preguntas del problema anterior, si se tiene un sistema de dos bombas en paralelo bajo las siguientes condiciones:

$l_{s1} = l_{s2} = 2 \text{ m}$	$l_3 = 75 \text{ m}$
$l_{d1} = l_{d2} = 10 \text{ m}$	$h = 0.0 \text{ m.s.n.m.}$
$d_1 = d_2 = 6''$	$H_{ET} = 40 \text{ m}$
$d_3 = 8''$	$\eta_1 = \eta_2 = 0.60$
$Q_1 = Q_2 = 30 \text{ l/s}$	$t = 40^\circ\text{C}$

Material: acero en buen estado.

5.15 Un sistema en paralelo de 3 bombas (ver simbología en la figura 5.19) tiene las siguientes características:

$d_1 = d_2 = d_3 = 12''$	$l_{d2} = 1.60 \text{ m}$
$d_4 = 20''$	$l_4 = 200 \text{ m}$
$n = 0.014$	$H_{ED} = 0 \text{ m}$
$H_{ES} = + 4 \text{ m}$	$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.60$
$l_{s1} = l_{s2} = l_{s3} = 6 \text{ m}$	$Q_1 = Q_3 = 200 \text{ l/s}$
$l_{d1} = l_{d3} = 2 \text{ m}$	$Q = 230 \text{ l/s}$

Succión: Entrada brusca en todas las bombas.

Descarga: 1 codo de 90° en cada una de las bombas 1 y 3 (la 2 está en medio); 1 válvula de compuerta en la tubería de descarga general (tubería 4).

a) Elabore un esquema de la instalación (la tubería 4 descarga a la atmósfera).

b) Calcule las potencias de las bombas.

5.16 Un sistema en paralelo de 3 bombas funciona bajo las siguientes condiciones: (figura 5.19)

$$d_1 = d_3 = 14''$$

$$H_{ES} = 1 \text{ m}$$

$$d_2 = 12''$$

$$H_{ED} = 0 \text{ m}$$

$$d_4 = 18''$$

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.80$$

$$l_{s1} = l_{s2} = l_{s3} = 6 \text{ m}$$

$$n = 0.016$$

$$l_{d1} = l_{d3} = 3.50 \text{ m}$$

$$P_1 = 40 \text{ KW}$$

$$l_{d2} = 3 \text{ m}$$

$$P_2 = 35 \text{ KW}$$

$$l_4 = 325 \text{ m}$$

$$P_3 = 45 \text{ KW}$$

Succión: 1 válvula check y 1 codo de 90°

Descarga: 1 válvula de compuerta

a) Elabore un esquema de la instalación

b) Calcule: Q_1 , Q_2 , Q_3 y Q_4

5.17 Las curvas de carga de un sistema en paralelo de dos bombas son parábolas simétricas al eje de las cargas y pasan por los puntos:

BOMBA 1	Q	H
Punto 1	0	40
Punto 2	6	10

BOMBA 2	Q	H
Punto 1	0	25
Punto 2	6	7

(Q en l/s y H en m)

Los demás datos son:

$$H_{ET} = 15 \text{ m}$$

$$f = 0.017$$

$$d = 3 \text{ " (en todas las tuberías)}$$

$$l_d = 200 \text{ m}$$

$$\eta_1 = \eta_2 = 0.72$$

l_s , despreciable para efectos de fricción

2 codos de 90° y una válvula de compuerta en la instalación

- En una gráfica, señale las curvas de carga de las bombas y de la instalación.
- Obtenga Q_{max} y P_1 con la bomba 1 operando sola.
- Id., para la bomba 2
- Q_{max} con ambas y P_1 y P_2 para este caso.

5.18 Para las bombas del problema anterior, si se colocan en serie y $H_{ET} = 40$ m (los demás datos iguales).

Determine: Q_{max} , H_{max} , P_1 y P_2 con el sistema operando.

5.19 Un sistema de 3 bombas en paralelo trabaja bajo las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} d_1 = d_2 = d_3 &= 18" & H_{ET} &= 45 \text{ m} \\ d_4 &= 22" & \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 &= 0.64 \\ l_{s_1} = l_{s_2} = l_{s_3} &= 2 \text{ m} & Q_4 &= 250 \text{ l/s} \\ l_{d_1} = l_{d_2} = l_{d_3} &= 4 \text{ m} & n &= 0.018 \\ l_4 &= 600 \text{ m} \end{aligned}$$

En la tubería 4 hay 2 codos de 90° y 1 válvula de compuerta.

Utilizando las curvas de carga del proyecto de cada bomba y del sistema, determine en cuántas formas se puede proporcionar el gasto deseado.

Las curvas de carga de las bombas, son las siguientes (Q en m^3/s y H en m):

$$\text{Bomba 1: } H = 80 - 500 Q^2$$

$$\text{Bomba 2: } H = 70 - 600 Q^2$$

$$\text{Bomba 3: } H = 85 - 400 Q^2$$

5.20 En un proyecto de bombeo se tienen los siguientes datos:

$$H_{ET} = 25 \text{ m}$$

$$L \text{ (longitud total de la tubería)} = 80 \text{ m}$$

$$d \text{ (diámetro único de tuberías)} = 10''$$

$$n = 0.016$$

Se dispone de dos bombas cuyas curvas de carga son parábolas simétricas al eje H y pasan por los puntos:

BOMBA 1	Q	H
Punto 1	0	34
Punto 2	130	5

BOMBA 2	Q	H
Punto 1	0	20
Punto 2	100	5

(Q en l/s y H en m)

En la conducción hay una válvula check y dos codos de 90°

$$\eta_1 = \eta_2 = 0.60$$

Determine:

- El gasto máximo y la potencia de cada bomba con el sistema en serie.
- Mismas preguntas, si la instalación está en paralelo (en este caso suponga que la longitud significativa es la misma que se da como dato).

c) ¿Qué sistema es mejor?

ch) ¿Podría usarse una sola bomba? Si es el caso, ¿cuál?
y ¿con qué gasto y potencia máximos?

5.21 La instalación en serie indicada en la figura, tiene los siguientes datos:

$$\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0.70$$

$$H_{ES} = -2 \text{ m}$$

$$P_1 = 65 \text{ CV}$$

$$l_1 = 125 \text{ m}$$

$$P_3 = 25 \text{ CV}$$

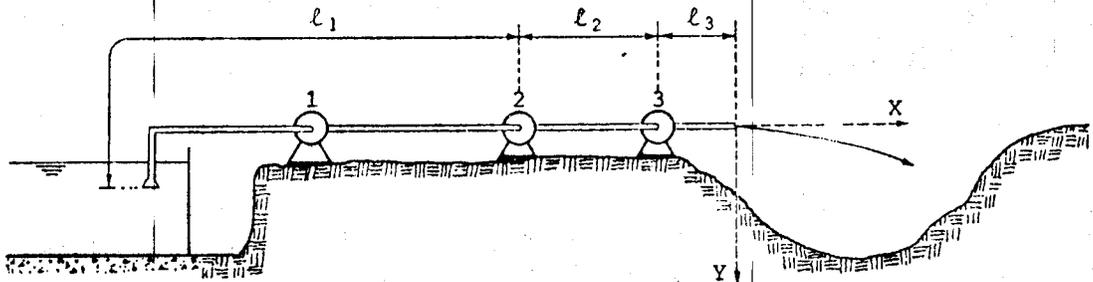
$$l_2 = 60 \text{ m}$$

$$H_2 = 45 \text{ m}$$

$$l_3 = 15 \text{ m}$$

$$d_1 = d_2 = d_3 = 10''$$

El material de la tubería es acero en buen estado.



Pérdidas locales: 1 válvula check; 1 codo de 90° y una válvula de compuerta, totalmente abierta.

Calcule:

- a) El gasto
 b) "X" , para $y = 15$ m

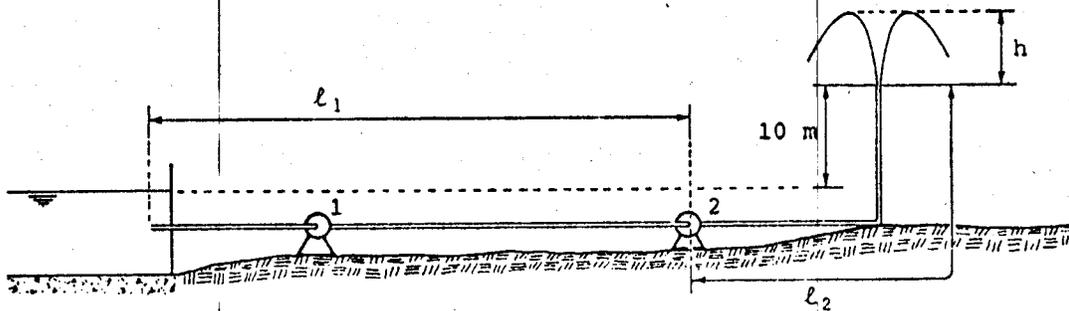
5.22 La instalación representada en la figura, tiene los datos siguientes:

$$\begin{aligned} H_1 &= H_2 = 15 \text{ m} & H_{ET} &= 10 \text{ m} \\ H_{ES} &= + 3 \text{ m} & l_2 &= 20 \text{ m} \\ n_1 &= n_2 = 0.80 & d_1 &= d_2 = 2" \\ l_1 &= 36 \text{ m} \end{aligned}$$

material: fierro fundido nuevo

pérdida local: 1 codo de 90°

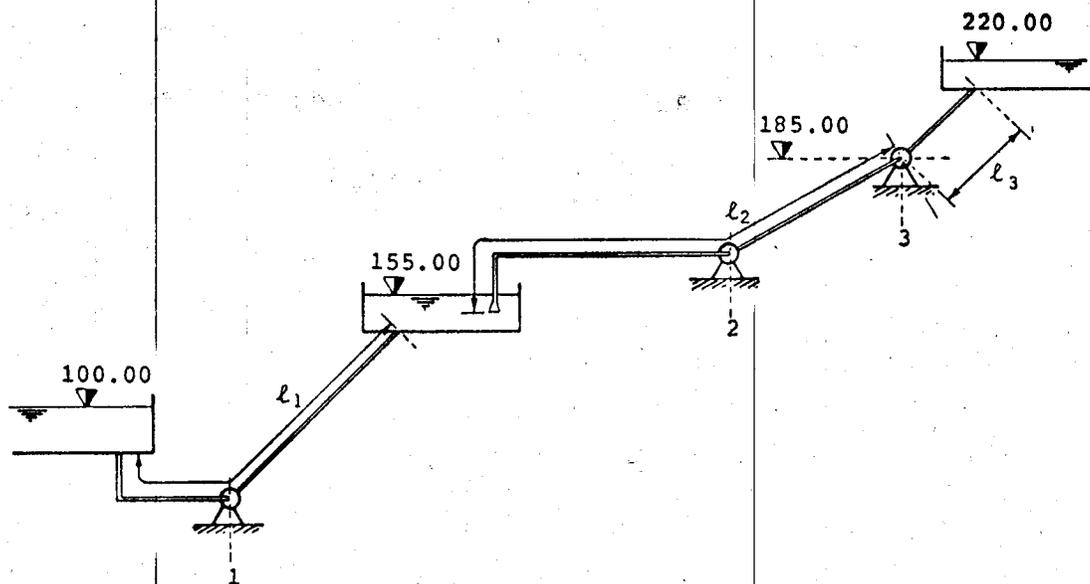
Calcule h .



5.23 Además de la información indicada en la figura, se tienen los datos siguientes:

$$\begin{aligned}
 Q &= 400 \text{ l/s} & l_2 &= 70 \text{ m} \\
 P_2 &= 0.8 P_1 & l_3 &= 80 \text{ m} \\
 \eta_1 &= \eta_2 = \eta_3 = 0.62 & d_1 &= 22'' \\
 l_1 &= 115 \text{ m} & d_2 &= d_3 = 20'' \\
 & & f &= 0.019
 \end{aligned}$$

Calcule la potencia de las tres bombas.

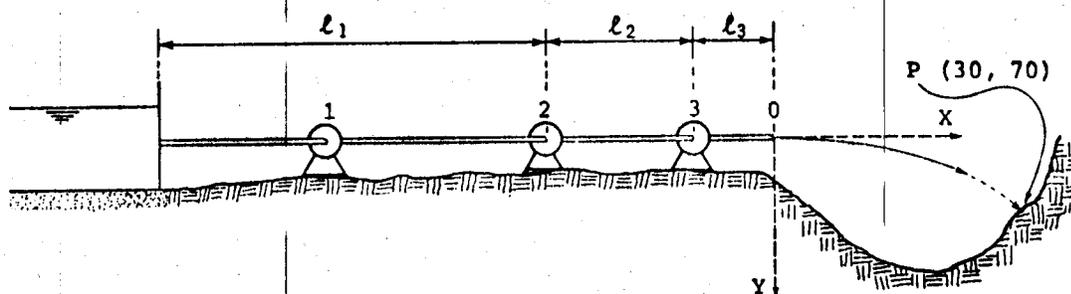


5.24 Para la instalación de la figura, se tienen los siguientes datos:

$$\begin{aligned}
 H_1 &= 8 \text{ m} & l_1 &= 60 \text{ m} \\
 P_3 &= 40 \text{ KW} & l_2 &= 45 \text{ m} \\
 \eta_1 &= \eta_2 = \eta_3 = 0.67 & l_3 &= 12 \text{ m} \\
 d_1 &= d_2 = d_3 = 10'' & H_{ES} &= + 3 \text{ m}
 \end{aligned}$$

material: acero rolado nuevo.

Calcule: p_1 , p_2 y H_{s_2}



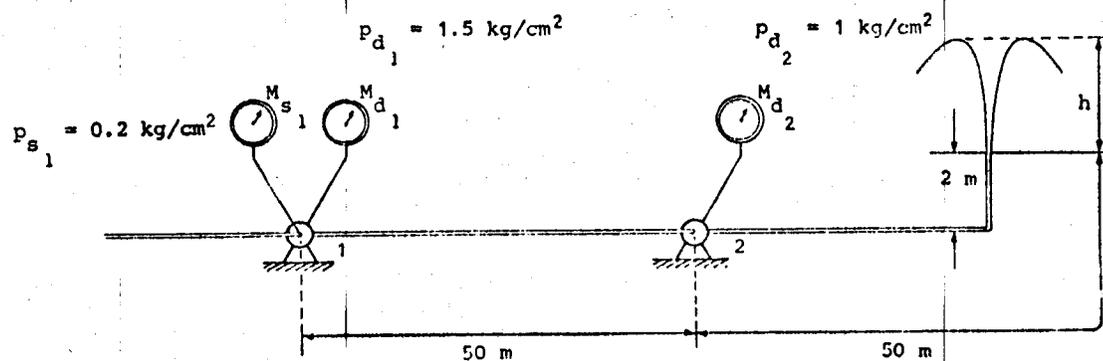
5.25 Los datos complementarios para el proyecto representado en la figura, son:

$$\eta_1 = \eta_2 = 0.70$$

$$d_1 = d_2 = 8''$$

material: fierro galvanizado

Calcule las potencias de las bombas 1 y 2 :



5.26 Considere los siguientes datos:

$$D = 18" \qquad f = 60 \text{ Hz}$$

$$H = 200 \text{ m} \qquad p = 1$$

$$Q = 400 \text{ l/s} \qquad R = 8$$

Si se debe recortar el impulsor a $D = 16"$, para la misma velocidad de giro, ¿cuánto deben valer Q , H y P ?

CAPITULO 6 GOLPE DE ARIETE

6.1 GENERALIDADES

En el momento en que se acciona la válvula de una tubería que contenga un líquido sometido a presión, se altera la velocidad del mismo en la sección contigua al dispositivo y se provoca una transformación de energía cinética a energía de presión. Esto implica la aparición de presiones locales distintas a las que había antes de la perturbación, lo que significa que se han formado ondas de presión y gradientes que las inducen a propagarse. El conjunto de ondas generadas, llamado *tren de ondas*, se propaga alejándose de la válvula por la tubería hasta alcanzar una masa de líquido suficientemente grande como para reflejarse en ella y regresar hacia la válvula combinándose con las ondas que se siguen produciendo en la misma.

El fenómeno señalado se conoce con el nombre de *golpe de ariete* y debe analizarse cuidadosamente para determinar la magnitud de las presiones que genera y diseñar una tubería capaz de resistirlas.

Si se trata de un cierre, se presenta, en primera instancia, una sobrepresión y se habla de *golpe positivo*, así como se denomina golpe negativo a la depresión producida en la primera fase de una apertura. En general, se dice que el golpe es po

sitivo en las fases donde hay sobrepresión y negativo en las que existe una depresión. En la figura 6.1 se indican las líneas de presión para ambos casos.

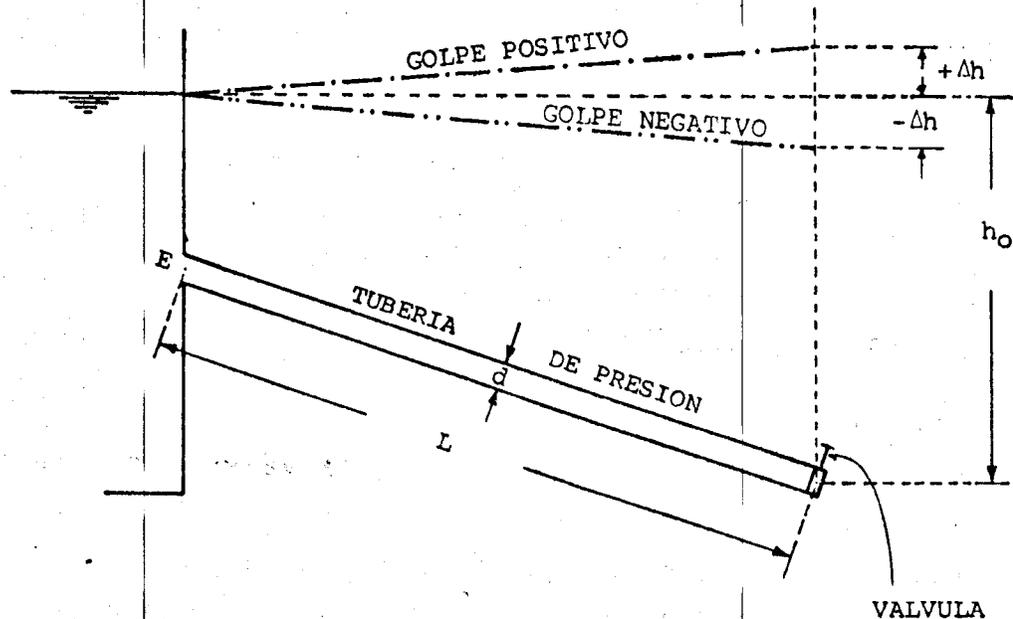


Figura 6.1

La razón por la que la presión no cambia en el punto E de la figura 6.1, localizado al principio de la tubería, se explicará en la descripción del fenómeno que se hará en este mismo tema (etapas 2 y 3). Asimismo, se ha comprobado experimentalmente que la distribución lineal de presiones a lo largo de la tubería es una consideración aceptable.

El golpe negativo es típico en las tuberías de descarga de las bombas y se presenta en la primera fase de una falla súbita de la energía eléctrica, ya que la suspensión brusca de la carga dinámica creada por la bomba, produce los efectos de una apertura en el extremo de una tubería del tipo señalado en la figura 6.1. En este caso, es posible que se presenten depresiones que inclusive lleguen a producir cavitación junto con otros problemas graves como es el regreso de la columna de agua o la separación de la misma.

Como se ha dicho, la onda de presión producida por el golpe, se refleja al chocar con una masa de agua de magnitud suficientemente grande, que generalmente es el embalse o el pozo de oscilación (figura 6.16). Esta última estructura se verá en el capítulo 7.

Una vez reflejada cada onda, se propaga en dirección contraria hasta alcanzar otra vez a la válvula, completándose así un período. En ese momento, la onda cambia de signo, debido a la inercia y se refleja propagándose nuevamente hacia el embalse. El proceso continúa hasta desaparecer por completo a causa de la fricción.

Se trata entonces de una complicada combinación de trenes de ondas de distintos signos y magnitudes, imposible de explicar gráficamente con claridad; lo que sí puede hacerse, si se recurre al artificio de suponer una sola onda. Esto sucede, cuando se realiza un cierre instantáneo, mismo que se describirá a continuación.

En la figura 6.2, se presenta la situación mencionada en varias etapas para el caso de una tubería horizontal y haciendo las consideraciones siguientes:

1. No hay fricción. Esto implica que la presión h_0 (figura 6.1) es la misma al principio y al final de la tubería antes de que empiece la maniobra (recuérdese que ahora, la tubería es horizontal).
2. La deformación de la tubería está dentro del límite elástico, por lo que una vez terminado el esfuerzo que la deforma, recupera su dimensión original.

Con base en lo anterior, se describirá enseguida el fenómeno para cada una de las etapas señaladas en la figura 6.2.

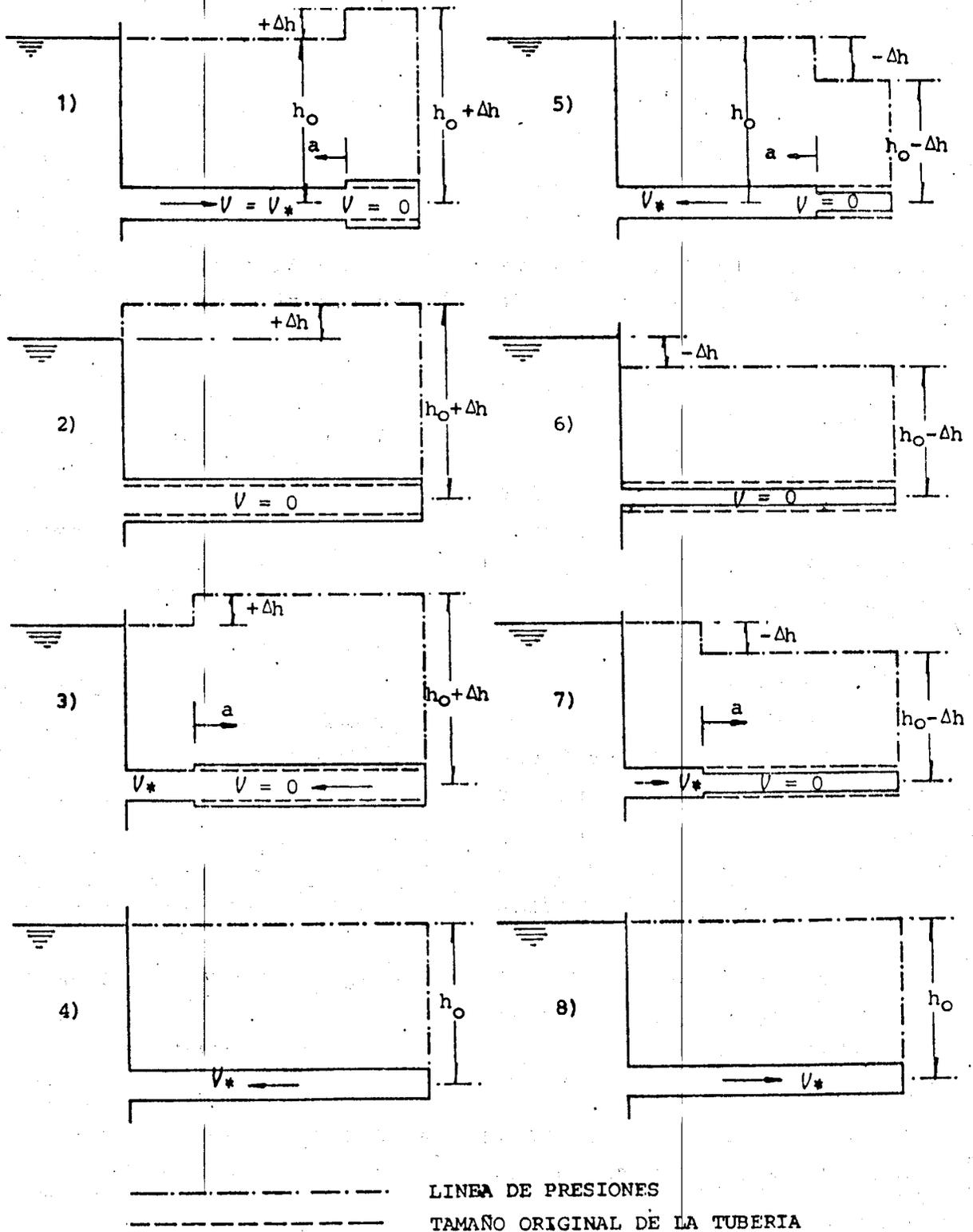


Figura 6.2

Etapa 1. Una vez cerrada totalmente la válvula, la velocidad del agua junto a ella es nula, y la sobrepresión Δh debida a la transferencia de energía cinética, deforma a la tubería en esa zona. Parte del agua se acumula en la zona deformada de la tubería en donde no hay ningún flujo, sino únicamente la nueva presión $h_0 + \Delta h$. El tramo de tubo alterado (parte deformada) está delimitado por el frente de onda con el resto de la tubería, misma que aún no resiente los efectos del cambio, y es por eso que, a la izquierda de dicho frente, la velocidad y la presión siguen siendo las originales, es decir, V_0 y h_0 , respectivamente.

Etapas 2 y 3. La onda llega al vaso, aumentando el diámetro de toda la tubería (etapa 2). Como en ese extremo, la presión no puede ser otra que la hidrostática h_0 debido a que no cabría pensar que la gran masa de agua del embalse se sobreelevara en un valor Δh , se crea un nuevo desequilibrio que produce el reflejo de la onda en dirección a la válvula (etapa 3). La dirección del flujo se invierte por continuidad.

Etapas 4 y 5. La onda reflejada alcanza la válvula. La tubería tiene ahora su tamaño normal (etapa 4). En este momento, la continuidad del flujo y la inercia fuerzan una depresión, y la onda negativa producida se refleja nuevamente hacia el embalse, empezando así la etapa 5.

Etapas 6 y 7. Toda la tubería tiene un diámetro menor a causa de la deformación provocada por la onda negativa (etapa 6). Al recuperarse la presión h_0 junto al vaso, se crea el flujo en la dirección original, la tubería va alcanzando otra vez su tamaño y presión originales y la onda se dirige hacia la válvula (etapa 7). Al llegar a ésta (etapa 8), se repite el proceso desde la etapa 1 y continúa el ciclo indefinidamente, si se acepta, como se ha supuesto, que no hay fricción.

6.1.1 Síntesis histórica de los estudios sobre el golpe de ariete

El primer análisis conocido sobre el golpe de ariete se debe a Michaud, investigador suizo, quien presentó un trabajo titulado "Coup de béliet dans les conduites" y fue publicado en Lausana en los años de 1878 y 1903. Michaud obtuvo una fórmula para calcular la sobrepresión debida a este fenómeno que por cierto, tiene serias limitaciones a las que se hará referencia al final de este capítulo, (tema 6.14).

Posteriormente, Nicolai Joukovsky desarrolló las primeras ecuaciones básicas que describen con rigor el fenómeno cuando el cierre o la apertura se realizan en un tiempo menor o igual a un período (maniobra "instantánea" o "brusca"). Para este caso el investigador obtuvo la magnitud de la presión producida por el golpe de ariete, siguiendo un enfoque de gran lucidez que le permitió explicar con facilidad, el fenómeno de intercambio de energía cinética a energía de presión. Su análisis señaló el camino para realizar investigaciones más profundas. Los trabajos de Joukovsky fueron publicados por la Academia Imperial de Ciencias de San Petersburgo en 1898 y 1900.

Sin embargo, el crédito principal sobre la solución al problema del golpe de ariete es atribuido con justicia al investigador italiano Lorenzo Allievi, quien presentó un desarrollo matemático completo del fenómeno en su trabajo "Teoría del colpo d'ariete", publicado en Milán en 1903 y 1913; asimismo, introdujo simplificaciones que, sin afectar la calidad de los resultados, permiten al proyectista realizar los cálculos en forma sencilla y práctica. Según algunos autores, como Ch. Jaeger, el gran mérito de Allievi fue no sólo presentar el problema, sino su solución matemática con "gran elegancia y claridad".

6.1.2 Conceptos principales utilizados en el análisis del golpe de ariete

Celeridad (a). Es la velocidad con que se propaga la onda de presión a lo largo de la tubería (aproximadamente la velocidad del sonido en el agua).

Período (T). Es el tiempo, en segundos, que tarda la onda de presión en ir de la válvula al vaso (o pozo de oscilación) y reflejarse hasta llegar nuevamente a la válvula. Si L es la longitud de la tubería de presión, el período es $T = \frac{2L}{a}$ (figura 6.1).

Tiempo de maniobra (τ). El tiempo, en segundos, que dura un cierre o una apertura de la válvula.

Maniobra instantánea o brusca. Aquella que dura como máximo 1 período, es decir: $\tau \leq T$.

Maniobra lenta o gradual. Es la que dura más de 1 período, es decir, cuando $\tau > T$.

Tiempo relativo de maniobra (θ). Es el número de períodos que dura la maniobra; es decir: $\theta = \frac{\tau}{T}$.

Las tres últimas definiciones se refieren al hecho de que en el golpe de ariete, no es el tiempo absoluto de maniobra el importante, sino su relación con la longitud de la tubería y con la celeridad de la onda o más propiamente dicho, su relación con el período. Es decir, en rigor, el tiempo de maniobra determinante no es τ , sino θ .

6.2 CÁLCULO DEL ESPESOR DE UNA TUBERÍA DE SECCIÓN CIRCULAR

Una vez analizado el golpe de ariete, debe diseñarse la tubería de presión de manera que resista las presiones máximas que vayan a presentarse. Para esto se presentará enseguida la fórmula que permite resolver el problema para el caso de las tuberías llamadas *de pared delgada*, que son aquellas en las que el espesor δ de la pared es menor que 1/10 del diámetro.

En la figura 6.3 se representa, como cuerpo libre, la mitad superior de una tubería sometida a una presión interior p . Las tensiones F_v indicadas en los dos extremos, representan las fuerzas tomadas por la otra parte de la tubería. Se observa que todas las fuerzas horizontales dF_h se eliminan mutuamente, por lo que el equilibrio se logra con las verticales.

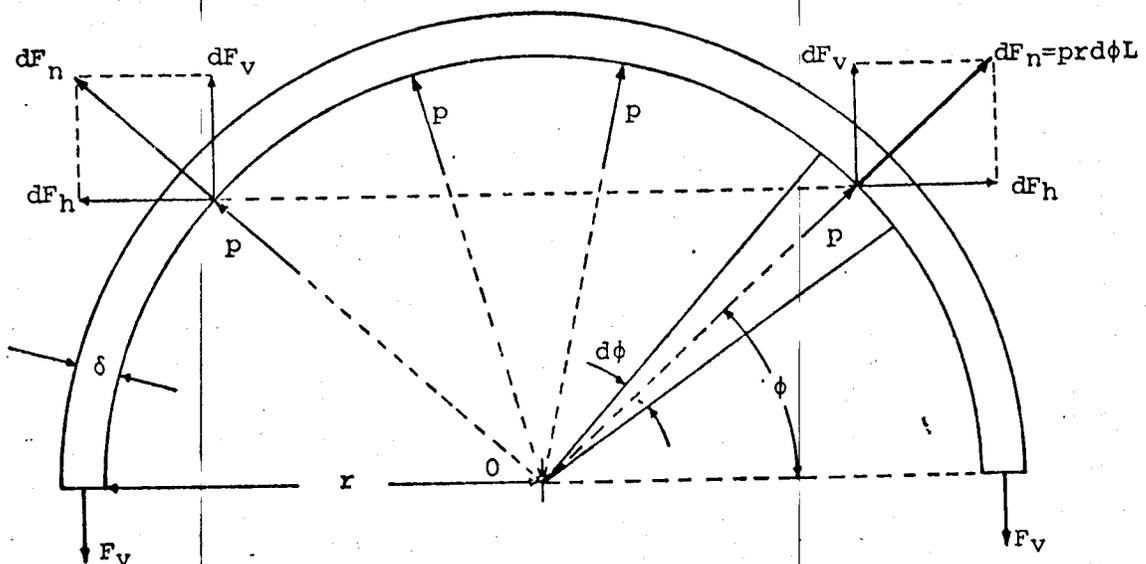


Figura 6.3

En efecto, si se hace referencia a una longitud unitaria de la tubería:

$$d F_v = p r d\phi \operatorname{sen}\phi$$

El equilibrio estará dado por la expresión:

$$F_v = \int_0^{\pi/2} p r \operatorname{sen}\phi d\phi = pr$$

Y si f_s es el esfuerzo de trabajo del material, deberá cumplirse:

$$F_v = f_s \delta$$

Igualando las dos últimas expresiones y despejando δ , se tiene:

$$\delta = \frac{p r}{f_s}$$

O como suele escribirse la expresión, en función del diámetro d :

$$\delta = \frac{p d}{2 f_s c_s} \quad (6.2.a)$$

c_s es un coeficiente que se usa en ocasiones para considerar el efecto de remaches o soldadura, su valor oscila entre 1, para tuberías sin costuras, hasta 0.5 en los casos más desfavorables. En este texto se supondrá siempre el primer caso.

Por otra parte, las paredes de la tubería deben tener un espesor mínimo que garantice suficiente rigidez para que sea posible transportarla estando vacía. El espesor recomendado para este fin es:

$$\delta_{\text{mín}} = \frac{d + 1,000}{400} ; \quad (d \text{ y } \delta, \text{ en mm}) \quad (6.2.b)$$

6.3 FÓRMULA DE JOUKOVSKY

Joukovsky, en 1898, obtuvo la sobrepresión originada por una onda de presión producto de un cierre total instantáneo, es decir, para el caso en que toda la energía cinética se transformara en energía de presión.

En la figura 6.4 se representa un tramo de tubería delimitado por el frente de una onda de presión (sección 2) y la posición que tenía esta Δt segundos antes (sección 1). Por lo tanto, si la celeridad de la onda es a , la longitud del tramo es $a\Delta t$, como se indica en la figura.

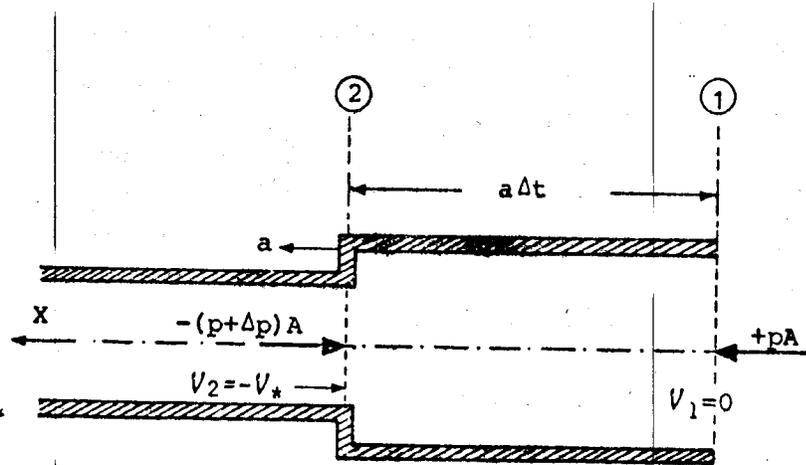


Figura 6.4

De acuerdo con la teoría expresada anteriormente, se señalan en la figura 6.4, las presiones y velocidades de cada lado del frente de onda que ha sido provocado por un cierre total. Si A es el área de la sección de la tubería, la masa contenida en el elemento en cuestión, es:

$$\Delta m = \frac{\gamma}{g} a \Delta t A$$

Y, según la ley del impulso (3.5.a) y la dirección atribuida al eje X, debe cumplirse:

$$-\Delta p A \Delta t = \frac{\gamma}{g} a \Delta t A (-V_* - 0)$$

o

$$\Delta p = \frac{\gamma}{g} a V_*$$

que también equivale a:

$$\Delta h = \frac{a}{g} V_*$$

Es decir, el cambio de velocidad indicado V_* se debe a un incremento de la presión Δh , y como en este caso, dicho cambio ha sido el máximo posible (de V_* a 0), también Δh es la mayor sobrepresión que puede ocurrir en un golpe de ariete. Un análisis semejante llevaría a concluir que la depresión tiene el mismo valor absoluto. Por esta razón, la fórmula de Joukovsky se escribe de la siguiente manera:

$$\Delta h = \pm \frac{aV_*}{g} \quad (6.3.a)$$

El cierre instantáneo equivale a un cierre en un tiempo igual o menor que un período, ya que si la válvula se cierra totalmente antes de que llegue a ella la primera onda reflejada, se tendrá en alguna sección, exactamente el caso representado en la figura 6.4. Es decir, la última onda emitida con velocidad nula en su parte deformada, se encuentra con la onda de regreso de manera que a la izquierda del frente de onda, la velocidad del flujo es nuevamente V_* , y a la derecha del mismo es cero (figura 6.2).

Es por eso que la fórmula de Joukovsky es muy útil para saber cuál es la presión máxima o mínima que puede producir un gol-

pe de ariete y según el análisis anterior, esto sucede cuando el tiempo de maniobra es menor o igual al período. Por tal motivo se ha definido en el subtema 6.1.2 como maniobra instantánea, aquella en que $\tau \leq T$.

En tuberías de acero, en las que circula agua, la celeridad tiene un valor cercano a 1,000 m/s y si se piensa que $g \approx 10 \text{ m/s}^2$, puede concluirse que la sobrepresión máxima posible provocada por un golpe de ariete es del orden de:

$$\Delta h \approx 100 V_* \quad (6.3.b)$$

6.4 ECUACIONES DEL GOLPE DE ARIETE

Este fenómeno puede simularse matemáticamente con un sistema de dos ecuaciones simultáneas, a saber: la ecuación dinámica y la ecuación de continuidad. Para llegar a ellas es necesario hacer las siguientes consideraciones:

1. No hay fricción.
2. Se toman en cuenta las deformaciones de la tubería y la del líquido, ambas dentro del límite elástico. Esto significa que en este análisis, no se acepta la simplificación muy usada en otros casos de suponer que el agua es incompresible.
3. Existe una transformación de energía cinética a energía de presión, delimitada por el frente de onda.
4. Las tuberías son de pared delgada ($\delta < 0.1 d$).

6.4.1 Ecuación dinámica

En la figura 6.5 se representa una tubería inclinada con una válvula en su extremo inferior. Haciendo referencia al eje longitudinal X , cuyo origen está en la válvula, considérese un tramo de tubería de longitud dx , uno de cuyos extremos es el frente de una onda de presión, en la forma indicada en la figura 6.6. El área original de la sección de la tubería es A y después de un tiempo dt se deforma y vale $A + dA$. El peso específico γ corresponde al del líquido ya deformado por el exceso de presión debido al golpe de ariete y el peso del tramo en cuestión es dw .

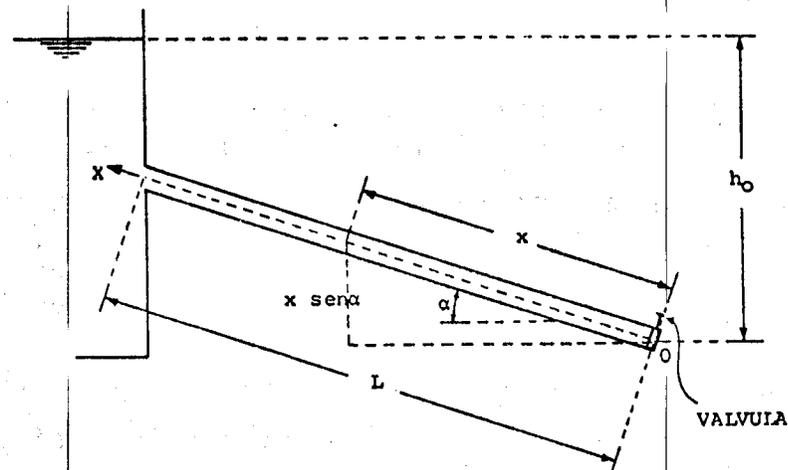


Figura 6.5

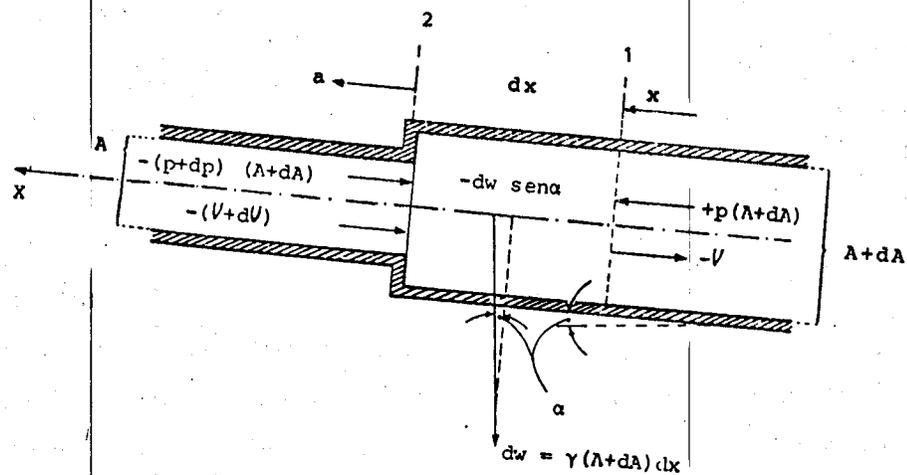


Figura 6.6

Si se aplica la ley de impulso entre las secciones 1 y 2 en la dirección del eje X, se tendrá:

$$\left[(-p+dp) + p - \gamma dx \operatorname{sen}\alpha \right] (A+dA)dt = \frac{\gamma}{g} (A+dA)dx \left[-(V+dV) + V \right]$$

que puede simplificarse a:

$$\frac{dp}{dx} + \gamma \operatorname{sen}\alpha = \frac{\gamma}{g} \frac{dV}{dt}$$

y es equivalente a:

$$\frac{dh}{dx} = \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} - \operatorname{sen}\alpha \quad (6.4.a)$$

Si la tubería es horizontal, desaparece el último término.

Por otra parte, las variables p y V son funciones rigurosamente de x y t , pero un razonamiento basado en la teoría ya explicada, permite ver que ambas son función, en forma significativa, únicamente de una sola variable, lo que permite escribir la ecuación anterior con derivadas parciales. En efecto, por lo que respecta a la presión, si se llama x_p a la variable que señala el frente de onda, por definición de derivada total, se sabe que:

$$\frac{dp}{dx_p} = \frac{\partial p}{\partial x_p} + \frac{\partial p}{\partial t} \frac{dt}{dx_p}$$

En esta expresión: $dt/dx_p = 1/a \doteq 0.001$, y $\partial p/\partial t$ es la variación de la presión con respecto al tiempo para una sección determinada (x fija). Dicha variación se presenta sólo cada vez que el frente de onda pasa por la sección, entonces su valor no es muy significativo y menos aún estando dividido entre la celeridad.

Por otra parte $\partial p / \partial x_p$, que es la variación de un lado y otro del frente de onda, está afectada por la misma celeridad de la onda, cuyo valor es, como se ha dicho, del orden de 1,000 m/s, es decir, este primer término del miembro derecho de la ecuación resulta preponderante, por lo que es posible despreciar el segundo término y escribir:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\partial p}{\partial x}$$

Por otro lado, si x_v indica la posición de una partícula de agua en movimiento dentro de la tubería, puede escribirse:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x_v} \frac{dx_v}{dt}$$

El término dx_v/dt , representa la velocidad del agua en la tubería de presión que, como ya se ha dicho en el subtema 3.13, no sobrepasa unos 10 m/s. Por lo que respecta a $\partial V / \partial x_v$, su valor es pequeño debido a que la poca compresibilidad del líquido garantiza que entre dos secciones contiguas, en cualquier instante su velocidad es prácticamente la misma. Esto significa que el segundo término del miembro de la derecha es despreciable con relación al primero que, como en el caso anterior, depende de la celeridad de la onda de presión, cuya magnitud es comparativamente mucho mayor, lo que permite simplificar la expresión anterior a:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t}$$

Con base en lo anterior, la ecuación 6.4.a, que es la ecuación dinámica del golpe de ariete, puede escribirse con derivadas parciales en la forma siguiente:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - \text{sen} \alpha \quad (6.4.b)$$

6.4.2 Ecuación de continuidad

Como en el caso anterior, en la figura 6.7 se representa un tramo de tubería de largo dx , pero ahora interesa conocer, en dicho tramo, el comportamiento del volumen del líquido que está sometido a un cambio dp en la presión, producido por el golpe de ariete durante un tiempo dt . Es por eso que en esta figura se han achurado los elementos diferenciales cuyo significado es el siguiente:

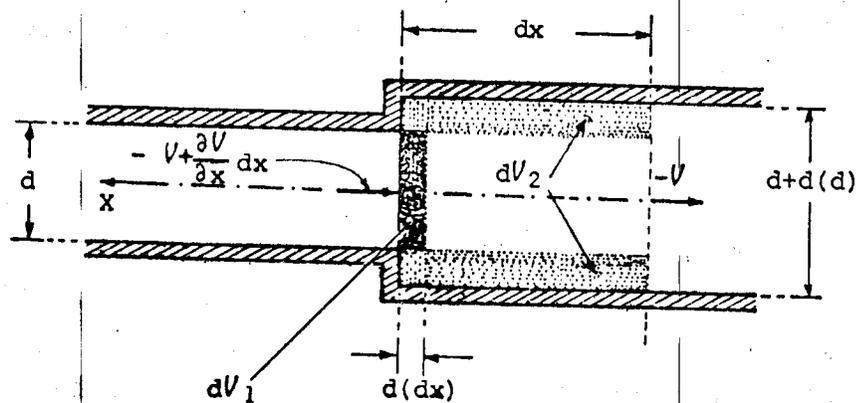


Figura 6.7

dV_1 es el elemento diferencial de volumen del líquido que se pierde por la deformación provocada por el incremento de presión dp en el tiempo dt .

dV_2 es el elemento diferencial de volumen de la tubería que aumenta por efecto de la deformación producida por dp en el tiempo dt .

Por otra parte, debido a la compresibilidad del líquido y a la deformación de la tubería, el volumen que entra al tramo

deformado de ancho dx en el tiempo dt , es mayor que el que sale de él en dicho tiempo. dV_3 es el volumen que permanece en el tramo de ancho dx durante el tiempo dt , debido a las deformaciones tanto del líquido como de la tubería, es decir:

$$dV_3 = dV_1 + dV_2 \quad (6.4.c)$$

Estos elementos tienen, según la figura 6.7 y las definiciones anteriores, los valores siguientes:

$$dV_1 = d(dx) \cdot A \quad (6.4.ch)$$

$$dV_2 = \frac{\pi}{4} \left[(d + d(d))^2 - d^2 \right] dx$$

Expresión que, desarrollada y despreciando diferenciales mayores al 2º grado, tiene el valor:

$$dV_2 = \frac{\pi d}{2} \cdot d(d) \cdot dx \quad (6.4.d)$$

Y como dV_3 es la diferencia entre el volumen que entra y el que sale en el incremento de tiempo considerado, su valor es:

$$dV_3 = \left[-\left(V + \frac{\partial V}{\partial X} dx \right) + V \right] (A + dA) dt$$

que equivale, bajo el mismo criterio de precisión anterior, a:

$$dV_3 = - \frac{\partial V}{\partial X} dx dt A \quad (6.4.e)$$

El problema consiste ahora en determinar los valores de las deformaciones del líquido $d(dx)$ y de la tubería $d(d)$. Esto se hará con base en la consideración 2 vista en el tema 6.4. En efecto, llamando e al módulo de elasticidad del lí

quido y aceptando que su deformación se debe exclusivamente al exceso de presión, cuyo valor es:

$$dp = \frac{\partial p}{\partial t} dt$$

producido por el fenómeno en estudio. La ley de Hooke tiene la forma:

$$\frac{\partial p}{\partial t} dt = e \frac{d(dx)}{dx}$$

Por lo que:

$$d(dx) = \frac{1}{e} \frac{\partial p}{\partial t} dt dx$$

Expresión, que substituida en 6.4.ch, da por resultado:

$$dV_1 = \frac{A}{e} \frac{\partial p}{\partial t} dt dx \quad (6.4.f)$$

Por otra parte, haciendo referencia a la tubería, si el esfuerzo de trabajo del material es f_s , según 6.2.a, debe cumplirse:

$$f_s = \frac{pd}{2\delta} ; (c_s = 1)$$

Y el esfuerzo tomado por el incremento de presión dp , será:

$$df_s = \frac{d}{2\delta} dp = \frac{d}{2\delta} \frac{\partial p}{\partial t} dt$$

Ahora bien, según la ley de Hooke, el exceso de esfuerzo que provocó la deformación $d(d)$, exclusivamente a consecuencia del golpe de ariete, tiene el valor:

$$df_s = E \frac{d(d)}{d}$$

Iguando estas dos últimas expresiones y despejando la deformación $d(d)$ debida al incremento de presión dp , se tendrá:

$$d(d) = \frac{d^2}{2\delta E} \frac{\partial p}{\partial t} dt$$

que substituida en 6.4.d, da por resultado:

$$\delta \quad dV_2 = \frac{\pi d^2}{4} \frac{d}{\delta E} \frac{\partial p}{\partial t} dt dx$$

$$dV_2 = \frac{Ad}{\delta E} \frac{\partial p}{\partial t} dt dx \quad (6.4.g)$$

Substituido ahora 6.4.e, 6.4.f y 6.4.g en la condición original 6.4.c, se tendrá:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} dx dt A = \frac{A}{e} \frac{\partial p}{\partial t} dt dx + \frac{Ad}{\delta E} \frac{\partial p}{\partial t} dt dx$$

que equivale a:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = \left(\frac{1}{e} + \frac{d}{\delta E} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \quad (6.4.h)$$

Ahora bien, la celeridad de una onda de presión en un tubo con un líquido en su interior está dada por la expresión:

$$a = \sqrt{\frac{g/\gamma}{\frac{1}{e} + \frac{d}{E\delta}}} \quad (6.4.i)$$

lo que permite escribir 6.4.h en la forma:

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{g}{\gamma a^2} \frac{\partial p}{\partial t}$$

δ

$$-\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t}$$

La dirección del eje X exige que la velocidad del agua sea negativa cuando va del vaso hacia la válvula. Sin embargo, por simplicidad se considera positiva, lo que implica un cambio en el signo de $\partial V/\partial x$ en la expresión anterior, por lo cual se escribe en la forma:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -\frac{g}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.4.j)$$

que es la ecuación de continuidad del golpe de ariete. Por lo que respecta a la fórmula 6.4.i, si se refiere al caso más común que es una tubería de acero con agua en su interior, los módulos de elasticidad tienen los valores:

$$\rho = 2.07 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{y} \quad E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

que equivale a:

$$a = \frac{1425.016}{\sqrt{1 + 0.009857 \frac{d}{\delta}}} ; \quad [\text{m/s}] \quad (6.4.k)$$

6.5 SOLUCIÓN DE ALLIEVI PARA LAS ECUACIONES DEL GOLPE DE ARIETE

El problema consiste ahora en resolver las dos ecuaciones diferenciales dinámica y de continuidad como simultáneas, que es precisamente lo que hizo Lorenzo Allievi siguiendo el procedimiento que se presentará a continuación.

El investigador mencionado observó que las ecuaciones:

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} - \text{sen} \alpha \quad (6.4.b)$$

y

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{g}{a^2} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (6.4.j)$$

Corresponden a la solución de Riemann que, para este caso, tiene la forma:

$$v = v_0 - \frac{g}{a} \left[F\left(t - \frac{x}{a}\right) + f\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] \quad (6.5.a)$$

$$h = h_0 - x \text{sen} \alpha + F\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) \quad (6.5.b)$$

Se deja al lector la comprobación de que las expresiones anteriores son la solución de las ecuaciones del golpe de ariete.

Las funciones F y f son evidentemente incrementos (o decrementos) de presión, como puede deducirse de la expresión 6.5.b. El significado preciso de estas funciones no es muy relevante, ya que Allievi pudo eliminarlas, siguiendo el procedimiento que se explicará a continuación:

Cuando $x = L$, es decir al principio de la tubería de presión (figura 6.5), la presión es siempre la misma y tiene el valor: $h = h_0 - L \text{sen} \alpha$, y esta condición de frontera substituida en la expresión 6.5.b permite concluir que:

$$F\left(t - \frac{L}{a}\right) = f\left(t + \frac{L}{a}\right)$$

y si en esta igualdad se substituye t por:

$$t = t_1 - \frac{L}{a} ,$$

siendo t_1 un tiempo fijo cualquiera medido desde que empezó a producirse el fenómeno, se obtiene:

$$F\left(t_1 - \frac{2L}{a}\right) = f(t_1)$$

Es decir, la función f tiene el mismo valor que tenía la F un período antes. Designando con el subíndice i el número de orden del período, la condición general anterior puede escribirse:

$$f_i = F_{i-1} \quad (6.5.c)$$

Utilizando ahora esta propiedad, pueden escribirse las expresiones 6.5.a y 6.5.b, para el período i , en la forma:

$$v_i = v_0 - \frac{g}{a} (F_i + F_{i-1}) \quad (6.5.ch)$$

y

$$h_i = h_0 - x \operatorname{sen} \alpha + F_i - F_{i-1} \quad (6.5.d)$$

Si se recuerda que las ondas de presión son producidas por la válvula; en la sección contigua a ella, es decir, cuando $x = 0$, siempre habrá discontinuidades, por lo que se trata de una sección a la conviene referirse. Entonces, al final del primer período junto a la válvula, las expresiones anteriores toman la forma:

$$v_1 = v_0 - \frac{g}{a} (F_1 + F_0)$$

y

$$h_1 = h_0 + F_1 - F_0$$

$F_0 = 0$, debido a que indica la sobrepresión antes de que empiece la maniobra, lo que puede también deducirse de 6.5.d, para $i = 0$, ya que en ese momento $F_0 = F_{-1}$ y lógicamente, F_{-1} es nula.

Al final de cada período i , para $x = 0$, pueden escribirse las dos ecuaciones 6.5.d y 6.5.ch, respectivamente, en la forma ($F_0 = 0$):

i	(A)	(B)
1	$h_1 = h_0 + F_1$	$v_1 = v_0 - \frac{g}{a} F_1$
2	$h_2 = h_0 + F_2 - F_1$	$v_2 = v_0 - \frac{g}{a} (F_2 + F_1)$
3	$h_3 = h_0 + F_3 - F_2$	$v_3 = v_0 - \frac{g}{a} (F_3 + F_2)$
n	$h_n = h_0 + F_n - F_{n-1}$	$v_n = v_0 - \frac{g}{a} (F_n + F_{n-1})$

Allievi eliminó las funciones F y redujo el sistema de un par de ecuaciones para cada valor de i a una sola por período, utilizando el siguiente procedimiento:

Al final del primer período, es decir, para $i = 1$, de las ecuaciones (B) se despeja F_1 y con este valor, puede escribirse la ecuación (A) correspondiente, en la forma:

$$h_1 - h_0 = \frac{a}{g} (v_0 - v_1)$$

Sumando ahora las dos primeras de la serie (A) y ordenando los términos, se tiene:

$$h_2 + h_1 - 2h_0 = F_2$$

Y si se resta la 2a. ecuación de la 1a. del sistema (B) y se despeja F_2 , se obtiene:

$$F_2 = \frac{a}{g} (V_1 - V_2)$$

que substituida en la anterior queda:

$$h_2 + h_1 - 2h_0 = \frac{a}{g} (V_1 - V_2)$$

Con el mismo procedimiento pueden eliminarse las demás funciones F y llegar a una serie de ecuaciones que tiene la forma siguiente:

$$\left. \begin{aligned} h_1 - h_0 &= \frac{a}{g} (V_0 - V_1) \\ h_2 + h_1 - 2h_0 &= \frac{a}{g} (V_1 - V_2) \\ h_3 + h_2 - 2h_0 &= \frac{a}{g} (V_2 - V_3) \\ h_n + h_{n-1} - 2h_0 &= \frac{a}{g} (V_{n-1} - V_n) \end{aligned} \right\} (6.5.e)$$

Estas ecuaciones resolverían el problema si hubiera forma de conocer las velocidades del agua V_1 , V_2 , etc., al terminar los períodos 1, 2, Esta dificultad también la resolvió Allievi en la forma que se explicará después, pero antes se introducirá el concepto de *velocidad de inercia*, representado por el símbolo V_* . La velocidad de inercia es la velocidad del agua en la tubería antes de empezar una maniobra de cierre o después de terminar una de apertura, lo que significa que V_* siempre es mayor que cero. En forma semejante se designará como A_* a la apertura de la válvula en las condiciones de inercia (ver figura 6.8).

Si se dividen ahora las ecuaciones 6.5.e entre h_0 y el segundo miembro de ellas se multiplica y se divide por V_* , se tendrá:

$$\frac{h_1}{h_0} - 1 = \frac{aV_*}{gh_0} \left(\frac{V_0}{V_*} - \frac{V_1}{V_*} \right)$$

$$\frac{h_2}{h_0} + \frac{h_1}{h_0} - 2 = \frac{aV_*}{gh_0} \left(\frac{V_1}{V_*} - \frac{V_2}{V_*} \right) \quad (6.5.f)$$

$$\frac{h_3}{h_0} + \frac{h_2}{h_0} - 2 = \frac{aV_*}{gh_0} \left(\frac{V_2}{V_*} - \frac{V_3}{V_*} \right)$$

Allievi relacionó los cambios en la velocidad con la ley de maniobra de la válvula haciendo las consideraciones siguientes:

En la figura 6.8 se esquematiza el extremo de una tubería con una válvula para el caso de un cierre y de una apertura gradual.

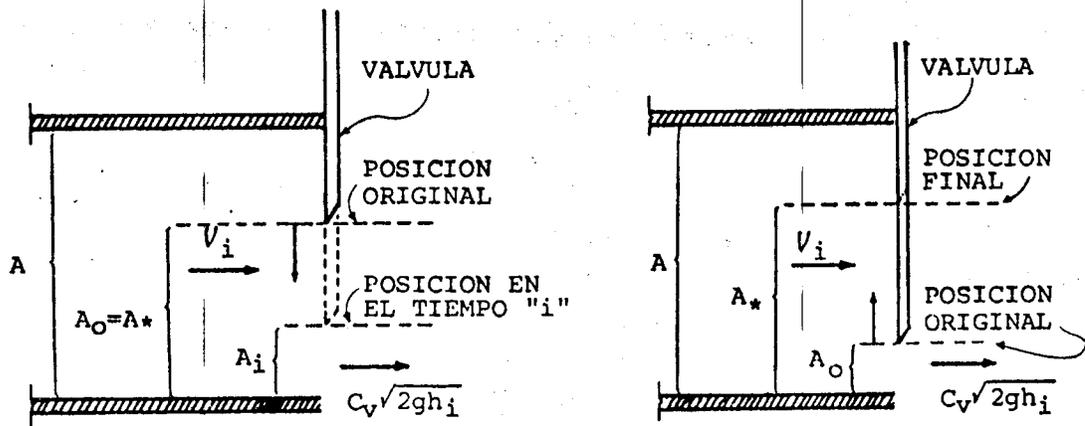


Figura 6.8

En cualquier momento i , la velocidad en la tubería es V_i y si la presión es h_i , la velocidad del chorro en la descarga, vale: $c_v \sqrt{2g h_i}$. Como A es el área invariante de la tubería y A_i es el área de apertura de la válvula en el momento i , el principio de continuidad garantiza la validez de la relación:

$$AV_i = c_v A_i \sqrt{2g h_i}$$

Y para las condiciones de inercia:

$$AV_* = c_v A_* \sqrt{2g h_o}$$

En que A_* es el área hidráulica correspondiente a la apertura de la válvula cuando la velocidad en la tubería es V_* .

Si se acepta que el coeficiente de velocidad c_v no varía durante el funcionamiento (lo que no es una concesión grande ya que en general se ha ignorado la fricción), y se dividen miembro a miembro las dos ecuaciones anteriores, se obtendrá:

$$\frac{V_i}{V_*} = \frac{A_i}{A_*} \sqrt{\frac{h_i}{h_o}} \quad (6.5.g)$$

Expresión que elimina la necesidad de conocer numéricamente las velocidades y sólo exige el conocimiento de la ley de manobra de la válvula.

Antes de continuar, es conveniente presentar la notación que introdujo Allievi, ya que su utilización simplifica más el sistema de ecuaciones. Dicha notación es la siguiente:

$$\rho = \frac{aV_*}{2g h_o}, \text{ llamada constante de Allievi} \quad (6.5.h.1)$$

$$\xi_i^2 = \frac{h_i}{h_0} \quad (6.5.h.2)$$

y

$$\eta_i = \frac{A_i}{A_*} \quad (6.5.h.3)$$

Con estos símbolos, la expresión 6.5.g puede escribirse:

$$\frac{V_i}{V_*} = \eta_i \xi_i$$

y las ecuaciones 6.5.f, en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \xi_1^2 - 1 &= 2\rho(\eta_0 \xi_0 - \eta_1 \xi_1) \\ \xi_2^2 + \xi_1^2 - 2 &= 2\rho(\eta_1 \xi_1 - \eta_2 \xi_2) \\ \xi_3^2 + \xi_2^2 - 2 &= 2\rho(\eta_2 \xi_2 - \eta_3 \xi_3) \\ &\vdots \\ \xi_n^2 + \xi_{n-1}^2 - 2 &= 2\rho(\eta_{n-1} \xi_{n-1} - \eta_n \xi_n) \end{aligned} \quad (6.5.i)$$

que es la forma en que se presentan las llamadas *ecuaciones en cadena de Allievi*. Estas son ecuaciones comunes de 2° grado, cuyas incógnitas $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \dots$ etc., una vez obtenidas, permiten calcular las presiones totales h_1, h_2, h_3, \dots etc., utilizando la definición 6.5.h.2. Nótese que cada una de las ecuaciones se apoya en los resultados de la anterior, por lo que un error en cualquiera de ellas repercute en las subsecuentes.

Por otra parte, como las ecuaciones se han obtenido para la válvula, que es donde se cumple un período completo, cada una

de ellas difiere de la contigua en un período, y esta condición debe respetarse, pero esto no significa que no puedan calcularse presiones para fracciones de períodos; por ejemplo, si se desea conocer la presión cuando han transcurrido 2.35 períodos, es decir $h_{2.35}$, es necesario calcular antes: $\xi_{0.35}$, $\xi_{1.35}$ y $\xi_{2.35}$, de manera que cada paso difiera del contiguo en un período completo.

Desde luego, además de los datos hidráulicos del problema, es necesario conocer los valores de n_i para cada valor i deseado, es decir, la ley de maniobra de la válvula. El ejemplo más simple es el del cierre instantáneo ($\tau \leq T$). En este caso:

$$A_0 = A_* \quad \therefore n_0 = 1 ; \quad \xi_0 = \sqrt{\frac{h_0}{h_0}} = 1$$

Y después del primer período:

$$A_1 = 0 \quad \therefore n_1 = n_2 = n_3 = \dots = n_n = 0$$

luego, la 1a. de las ecuaciones 6.5.i, queda:

$$\xi_1^2 - 1 = 2\rho(1 - 0)$$

$$\therefore \xi_1^2 = 1 + 2\rho$$

y como:

$$\xi_1^2 = \frac{h_1}{h_0} \quad \text{y} \quad 2\rho = \frac{aV_*}{gh_0} ;$$

la ecuación anterior equivale a:

$$h_1 = h_0 + \frac{aV_*}{g}$$

que es el resultado que da la fórmula de Joukovsky, 6.3.a.

Al final del 2° período, la segunda de las ecuaciones 6.5.i, ya substituidos los valores que acaban de obtenerse, y utilizando las definiciones 6.5.h, tiene la forma:

$$\frac{h_2}{h_0} + 1 + \frac{aV_*}{gh_0} - 2 = 0$$

que equivale a:

$$h_2 = h_0 - \frac{aV_*}{g}$$

Y análogamente pueden obtenerse los demás valores, que son:

$$h_3 = h_0 + \frac{aV_*}{g}$$

$$h_4 = h_0 - \frac{aV_*}{g}$$

$$h_5 = h_0 + \frac{aV_*}{g}$$

... etc.

Resultados, todos que coinciden con los vistos en el tema 6.3, y están graficados en la figura 6.10, para $x = 0$.

6.6 LEYES DE CIERRE Y APERTURA LINEAL

Conocida la ley " $A_i - i$ " bajo la que se acciona la válvula, puede obtenerse para cada i el valor correspondiente de n_i , aplicando simplemente la definición 6.5.h.3 y una vez calculados estos valores pueden substituirse en las ecuaciones de Allievi 6.5.i y resolver el problema en la forma descrita.

En muchos casos se considera que la ley de maniobra es lineal, ya que, aunque rigurosamente no lo sea, tratándose de tiempos pequeños, esta consideración no lleva a errores apreciables y es por eso, que aquí se presenta este caso y en adelante será el que se aplique.

En la figura 6.9, se indica el cierre y la apertura lineal, para el tiempo relativo de maniobra θ (ver definiciones en el subtema 6.1.2).

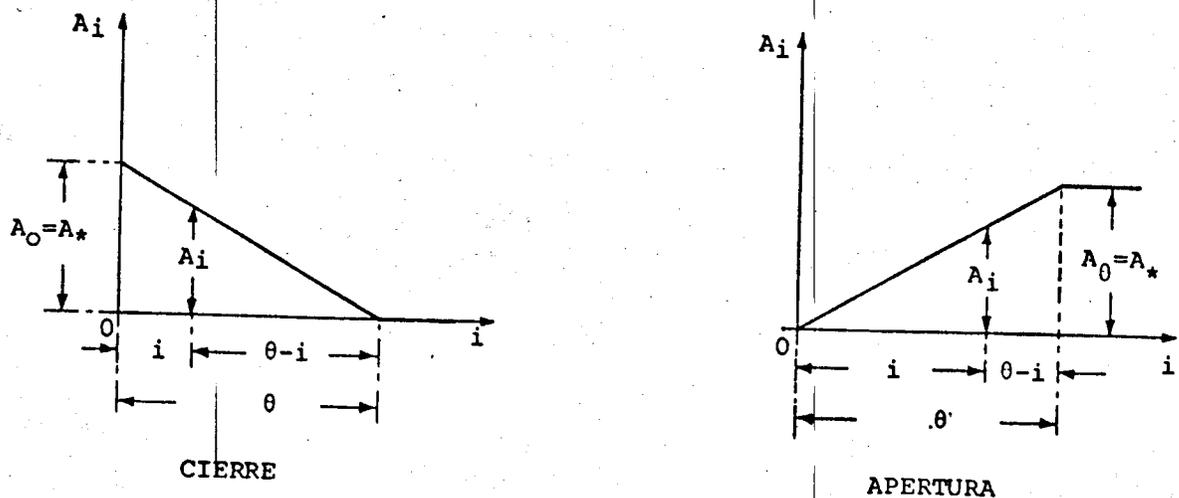


Figura 6.9

Los triángulos semejantes de la figura, permiten escribir, para el caso de un cierre lineal:

$$\frac{A_i}{A_*} = \frac{\theta - i}{\theta} = 1 - \frac{i}{\theta}$$

Es decir, el área de descarga de la válvula varía según la ley:

$$n_i = 1 - \frac{i}{\theta} \quad (6.6.a)$$

Y análogamente, para la apertura lineal:

$$\eta_i = \frac{1}{\theta} \quad (6.6.b)$$

6.7 DURACIÓN DE LAS SOBREPRESIONES PARA CIERRE BRUSCO EN DIFERENTES SECCIONES DE LA TUBERÍA

En la figura 6.10, se indica el tiempo que dura la presión provocada por el golpe en secciones alejadas de la válvula una distancia x .

Por ejemplo, si $x = \frac{3}{4} L$, el frente de la onda de presión tarda $\frac{3}{8} T$ en llegar a ese punto y en ese momento se sobreeleva la presión anterior en un valor Δh . Esta situación se mantiene estable hasta que pasa por la sección otra vez la onda después de reflejarse en el vaso y propagarse en dirección contraria, lo que sucede al cabo de un cuarto de período. En ese momento la presión cae al valor h_0 que es el proveniente del vaso. Este valor se mantiene constante durante $\frac{3}{4} T$; que es el tiempo en que la onda se refleja en la válvula, haciéndose negativa, para alcanzar nuevamente la sección en estudio.

La figura 6.10 muestra claramente que las secciones en que dura más la perturbación son las que están más alejadas del vaso y desde luego, la sección contigua a la válvula ($x = 0$) es la más afectada. Como además la válvula es un mecanismo delicado, se comprende que sea una sección prioritaria para su estudio.

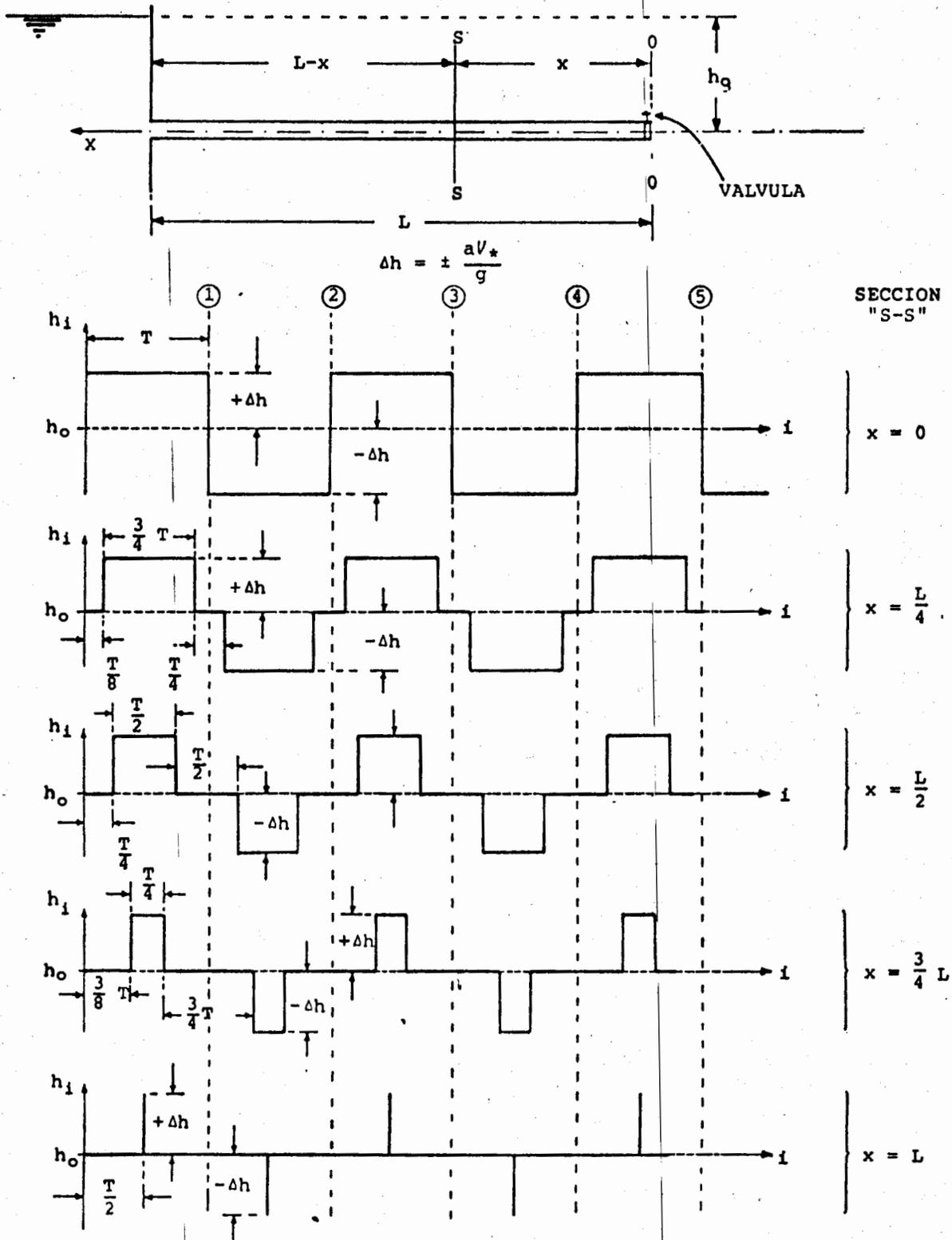


Figura 6.10

Ejemplo 6.1

Para las condiciones:

$$h_0 = 600 \text{ m}$$

$$L = 2,500 \text{ m}$$

$$a = 1,000 \text{ m/s}$$

$$\tau = 15 \text{ s}$$

$$V_* = 4 \text{ m/s}$$

$$f_s = 2,240 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = 1.20 \text{ m}$$

Calcule las presiones debidas al golpe de ariete para cierre y apertura junto a la válvula.

- Al final de cada uno de los siete primeros períodos.
- A los 3 y 7 segundos de empezadas las maniobras de cierre y apertura.
- Calcule el espesor mínimo de la tubería.
- Grafique sus resultados, aceptando una distribución lineal entre cada período completo.

Solución:

$$\rho = \frac{1,000 \times 4}{19.62 \times 600} = 0.34 ;$$

$$T = \frac{5,000}{1,000} = 5 \text{ s} ;$$

$$\theta = \frac{15}{5} = 3$$

a) De acuerdo con 6.6.a y 6.6.b:

	CIERRE	APERTURA
i	η_i	η_i
0	1	0
1	2/3	1/3
2	1/3	2/3
3	0	1
4	0	1
5	0	1
6	0	1
7	0	1

Y aplicando las ecuaciones de Allievi 6.5.i:

$$\xi_1^2 - 1 = 0.68 (1 - 0.67 \xi_1)$$

$$\xi_1^2 + 0.45 \xi_1 - 1.68 = 0$$

$$\xi_1 = -0.23 + \sqrt{.23^2 + 1.68} = 1.09 ; \xi_1^2 = 1.19$$

$$h_1 = 600 \times 1.19 = 711.69 \text{ m}$$

$$\xi_2^2 + 1.19 - 2 = 0.68 (0.67 \times 1.09 - 0.33 \xi_2)$$

$$\xi_2^2 + 0.23 \xi_2 - 1.30 = 0$$

$$\xi_2 = -0.11 + \sqrt{.11^2 + 1.30} = 1.04 ; \xi_2^2 = 1.07$$

$$h_2 = 600 \times 1.09 = 643.59 \text{ m}$$

Y siguiendo el mismo procedimiento, se obtienen los demás valores buscados, que son:

$$h_3 = 697.17 \text{ m}$$

$$h_6 = 502.83$$

$$h_4 = 502.83 \text{ m}$$

$$h_7 = 697.17$$

$$h_5 = 697.17 \text{ m}$$

En el caso de la apertura, el lector puede verificar también que los resultados son:

$$h_1 = 478.61 \text{ m}$$

$$h_5 = 579.08 \text{ m}$$

$$h_2 = 576.36 \text{ m}$$

$$h_6 = 610.27 \text{ m}$$

$$h_3 = 513.03 \text{ m}$$

$$h_7 = 594.93 \text{ m}$$

$$h_4 = 642.18 \text{ m}$$

- b) A los 3 segundos de empezada la maniobra, han transcurrido: $\frac{3}{5} = 0.60$ períodos y a los 7 segundos: $\frac{7}{5} = 1.40$ períodos. Por lo que los valores pedidos son: $h_{0.60}$ y $h_{1.40}$. En el primer caso:

$$n_{0.60} = 1 - \frac{0.6}{3} = 0.80 \text{ para cierre}$$

y

$$n_{0.60} = \frac{0.6}{3} = 0.20 \text{ para apertura}$$

Por lo que las ecuaciones correspondientes son, para el caso del cierre en que $n_{-0.4} = n_0 = 1$ y $\xi_{-0.4} = 1$:

$$\xi_{0.6}^2 - 1 = 0.68 (1 - 0.80 \xi_{0.6})$$

Y para la apertura, en que $n_{-0.4} = n_0 = 0$:

$$\xi_{0.6}^2 - 1 = 0.68 (0 - 0.2 \xi_{0.6}) , \text{ respectivamente.}$$

Los resultados son:

A los 3 segundos de empezada la maniobra

$$h_{0.6} = 664.47 \text{ m} , \text{ para cierre}$$

y

$$h_{0.6} = 523.80 \text{ m} , \text{ para apertura}$$

En el segundo caso, es necesario calcular $\xi_{0.4}$ y apoyándose en él: $h_{1.4}$. El valor es:

$$h_{1.4} = 690.19 \text{ m} \text{ para cierre}$$

y

$$h_{1.4} = 525.79 \text{ m} \text{ para apertura}$$

- c) El espesor mínimo de la tubería es el que resista la máxima presión. Esta se presentó al final del primer período y su valor es $h_1 = 711.69 \text{ m} = 71.169 \text{ kg/cm}^2$. Por lo que, usando la expresión 6.2.a, el espesor buscado es:

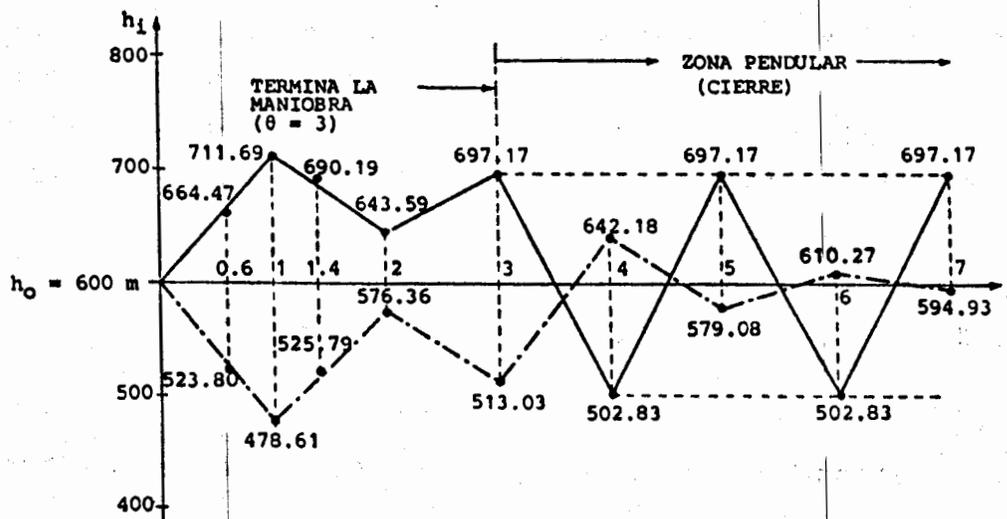
$$\delta = \frac{71.169 \times 120}{2 \times 2,240} = 1.91 \text{ cm}$$

El valor mínimo recomendable según la norma 6.2.b, es:

$$\delta_{\text{mín}} = \frac{2,200}{400} = 5.5 \text{ mm} < \delta$$

Por lo que el valor calculado es aceptable.

- d) Representación gráfica de los resultados.



6.8 DISTRIBUCIÓN LINEAL DE LAS PRESIONES GENERADAS POR EL GOLPE DE ARIETE CON RESPECTO A LOS PERÍODOS COMPLETOS

En la gráfica del ejemplo anterior, se observa que las presiones calculadas para períodos fraccionarios, coinciden bastante bien, con la distribución lineal de las presiones en el tiempo para la sección contigua a la válvula. Esta consideración se acepta en todos los casos, aunque no es rigurosa, ya que la combinación continua de trenes de ondas de presión en ambas direcciones, hace que la citada distribución, sea en realidad una línea "quebrada", es decir, con múltiples discontinuidades.

Por otra parte, no es tampoco estrictamente cierto que los valores extremos se encuentren precisamente en la válvula, aunque, siendo ésta, el generador de las ondas de presión, en esa sección siempre hay discontinuidades de importancia que hacen que si los valores extremos no se encuentren exactamente al terminar cada período, por lo menos estén muy cerca de ese momento.

Debido a lo anterior, en general, si se desea conocer la variación de las presiones durante el tiempo, basta calcularlas cada período completo y si no se requiere demasiada precisión, un valor intermedio puede obtenerse por interpolación lineal.

6.9 ZONA PENDULAR PARA EL CASO DEL CIERRE

Una vez terminada la maniobra de cierre, es decir, cuando ya han transcurrido θ períodos: $n_0 = n_{\theta+1} = n_{\theta+2} = n_{\theta+n} = 0$, por lo que para el período $\theta + 1$, la ecuación correspondiente de las 6.5.i, tiene la forma:

$$\xi_{\theta+1}^2 + \xi_{\theta}^2 - 2 = 0$$

que puede escribirse:

$$\xi_{\theta+1}^2 = 2 - \xi_{\theta}^2 \quad (6.9.a)$$

Y análogamente:

$$\begin{aligned} \xi_{\theta+2}^2 &= 2 - \xi_{\theta+1}^2 \\ &= 2 - (2 - \xi_{\theta}^2) \\ &= \xi_{\theta}^2 \end{aligned}$$

Lo que significa que: $h_{\theta+2} = h_{\theta}$ y así sucesivamente, es decir:

$$h_{\theta+3} = h_{\theta+1}$$

$$h_{\theta+4} = h_{\theta+2} = h_{\theta}$$

$$h_{\theta+5} = h_{\theta+3} = h_{\theta+1}$$

$$\vdots$$

$$h_{\theta+n} = h_{\theta+n-2}$$

Esto quiere decir que después de terminado el cierre total aparece una repetición de presiones cada dos periodos, presentándose la llamada *zona pendular*, que puede verse en la figura 6.11, o en los resultados del ejemplo anterior.

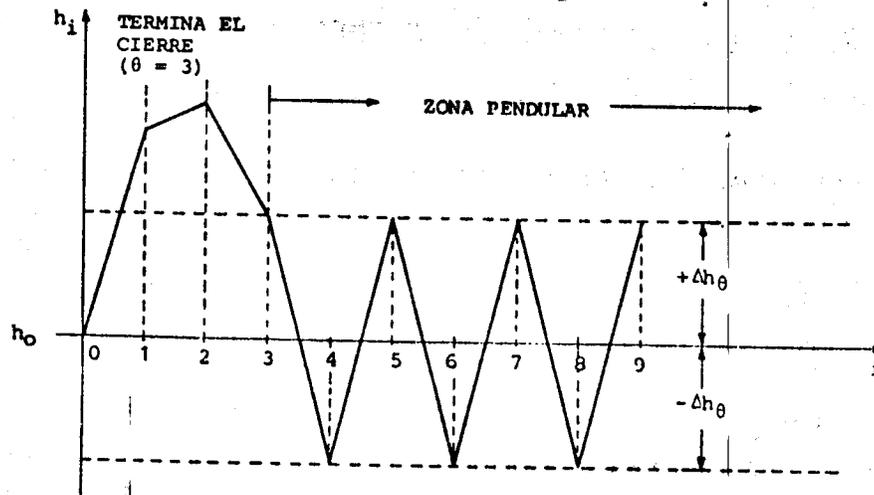


Figura 6.11

Obsérvese que para llegar a esta zona, es necesario calcular el momento exacto en que termina la maniobra. No tendría sentido, por ejemplo, calcular un valor como $h_{e+0.5}$ con las ecuaciones de Allievi apoyándose en $h_{e-0.5}$, ya que esto rompería la continuidad de las ecuaciones haciéndolas inválidas, al terminar la maniobra a la mitad del periodo.

Otra observación importante es, que según la expresión 6.9.a: ξ_{θ}^2 debe ser siempre menor o igual a 2, es decir, la última presión en el cierre debe cumplir con la condición:

$h_{\theta} \leq 2 h_0$, necesariamente. Desde luego, y sobre todo en la zona pendular, existe el peligro de que las presiones bajen a la zona de cavitación, o inclusive den valores por abajo del cero absoluto, lo que indica que debe aumentarse drásticamente el tiempo de cierre hasta obtener resultados que tengan sentido. Esto implica que siempre debe calcularse ξ_{θ}^2 y dar por bueno el análisis sólo si este parámetro es menor que 2.

6.10 NECESIDAD DE MEDIR EL TIEMPO DE MANIOBRA EN PERÍODOS

Si se observa la forma general de las ecuaciones de Allievi:

$$\xi_n^2 + \xi_{n-1}^2 - 2 = 2\rho (\eta_{i-1} \xi_{i-1} - \eta_i \xi_i)$$

Puede concluirse que para el mismo valor de ρ en dos tuberías diferentes, las presiones calculadas serán idénticas si los valores correspondientes de η_1, η_2, \dots , también son los mismos para ambas, ya que así se tendrán exactamente las mismas ecuaciones. Las η son iguales siempre que el tiempo relativo de maniobra θ sea el mismo y desde luego también la ley de maniobra, como puede verse en las expresiones 6.6.a y 6.6.b.

En otras palabras, el parámetro θ es el que define el comportamiento del golpe de ariete en una tubería, o dicho en otra forma, el tiempo que dura la maniobra *medido en períodos*, y por esta razón se ha señalado en el inciso 6.1.2, que únicamente el tiempo absoluto de maniobra, *no tiene mayor significado*.

Ahora bien, sí, por definición:

$$\theta = \frac{\tau}{T} = \frac{\tau a}{2L}$$

Aceptando que la celeridad es la misma en dos tuberías de presión 1 y 2 de longitud y tiempos de maniobra distintos, ambas trabajarán bajo los mismos efectos del golpe de ariete, si cumplen con la condición $\theta_1 = \theta_2$, equivalente a:

$$\tau_1 = \frac{L_1}{L_2} \tau_2 \quad (6.10.a)$$

Es decir, para que estén ambas sometidas a las mismas presiones, si una de ellas es más larga, su válvula debe accionarse con mayor lentitud y a la inversa. Esta es una de las razones por las que las tuberías de presión deben ser tan cortas como sea posible, ya que así permiten maniobras más rápidas.

Ejemplo 6.2

En las tuberías 1 y 2, se tienen los siguientes datos:

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 & \rho_1 &= \rho_2 \\ \tau_1 &= 16 \text{ s} & L_1 &= 500 \text{ m} \end{aligned}$$

- a) Se desea cerrar la 2 en $\tau_2 = 10 \text{ s}$ y que ambas trabajen bajo las mismas presiones. ¿Qué longitud debe tener esta última?
- b) ¿Cuánto debe valer τ_2 si $L_2 = 1,200 \text{ m}$, bajo las mismas condiciones?

Solución:

a) Según 6.10.a:

$$L_2 = L_1 \frac{\tau_2}{\tau_1} = 500 \frac{10}{16} = 312.50 \text{ m}$$

$$b) \tau_2 = \frac{1,200}{500} 16 = 38.4 \text{ s}$$

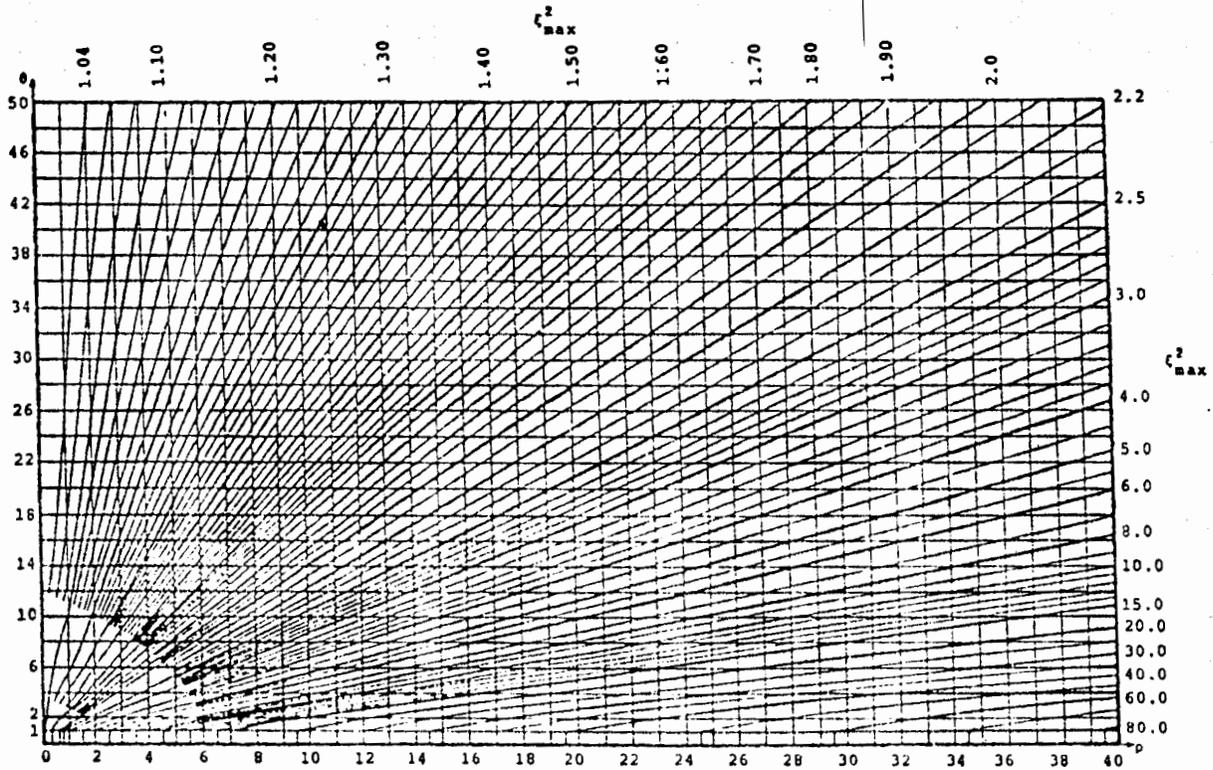
Esto quiere decir que si $\tau_2 < 38.4$ segundos, la tubería 2 estará sometida a mayores esfuerzos que los aceptables.

6.11 GRÁFICAS DE ALLIEVI PARA VALORES EXTREMOS

Allievi elaboró las gráficas que aparecen en las figuras 6.12 y 6.13, que señalan el valor extremo ξ^2 en función de ρ y θ . Estas gráficas están hechas para maniobras lineales pero en general pueden utilizarse en la mayoría de los casos, aunque la ley de cierre o apertura no sea rigurosamente ésta; sobre todo cuando se desee obtener resultados rápidos. La gráfica 6.13.a indica además de los valores extremos, el momento en que se presentan, señalado con las líneas interrumpidas S ($S_1 = 1er$ período, etc.), y allí puede verse lo ya dicho en el sentido que esos valores no necesariamente acontecen al terminar períodos completos.

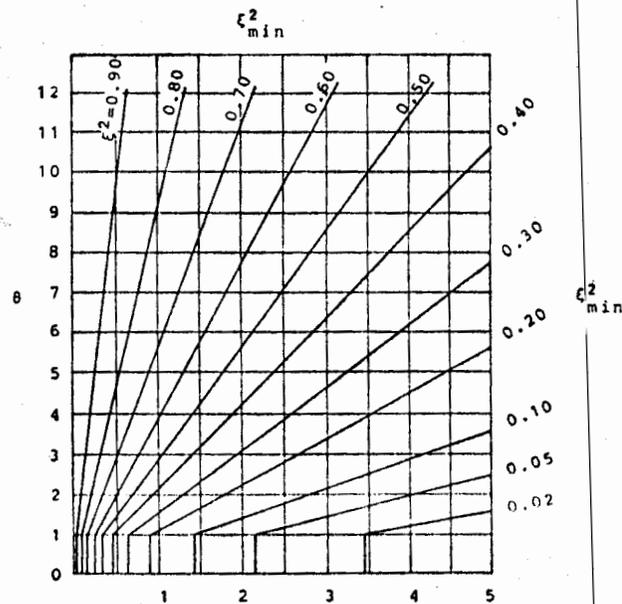
Este investigador también demostró que, para cierre, si $\rho < 1$, $h_{max} = h_1$ y si se trata de una apertura desde $Q_0 = 0$, el mínimo se presenta al final del primer período. En el ejemplo 6.1, pueden verificarse estas aseveraciones.

El manejo de las gráficas de Allievi no requiere explicación.



a) CIERRE

(Tomado de RICH, G.R. *Hidraulic transients*, p. 27)



b) APERTURA

(Tomado de ZOPPETTI, G. *Centrales hidroeléctricas*, p. 79)

Figura 6.12 Gráficas de Allievi para determinar presiones extremas debidas al golpe de ariete

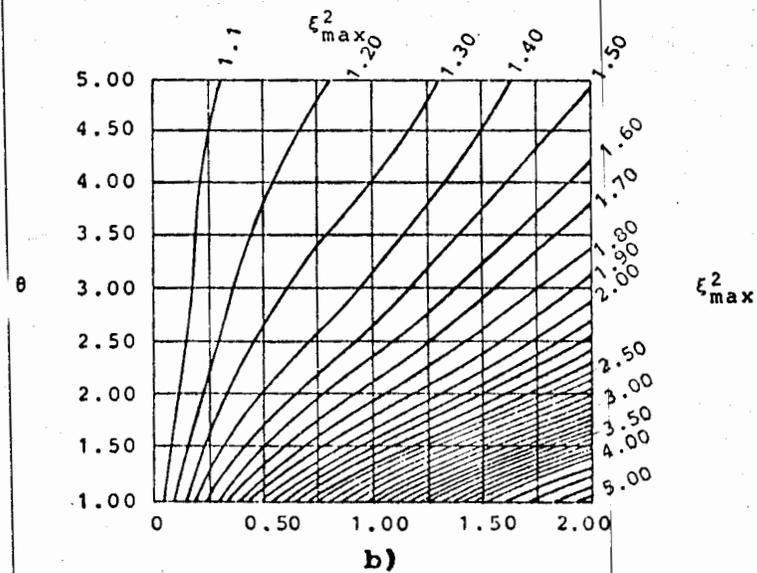
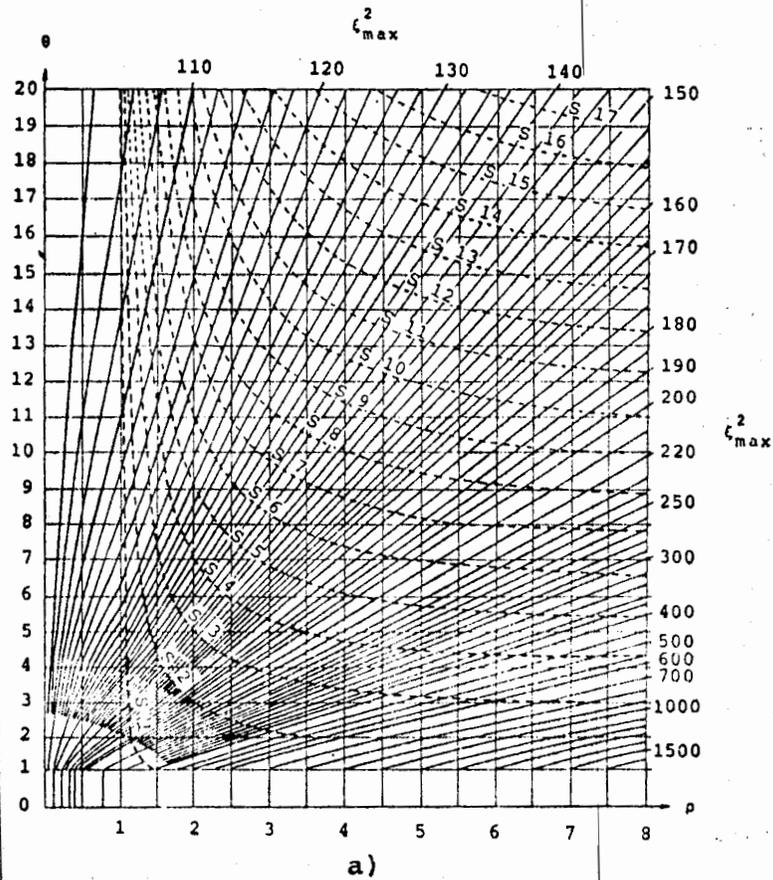


Figura 6.13 Gráficas de Allievi para determinar las máximas presiones debidas al golpe de ariete por un cierre de válvula (tomado de RICH, G.R. *Op. cit.*, pp. 25 y 26).

6.12 PRESIONES A LO LARGO DE LA TUBERÍA, TRAMOS CON DIFERENTES ESPESORES Y DIÁMETROS

El cálculo y la medición de presiones en diferentes secciones de la tubería, ha permitido comprobar que dichas presiones se distribuyen a lo largo de la misma, siguiendo prácticamente la línea recta con desviaciones de sólo 3 a 5% para un golpe positivo, por lo que esta consideración es ampliamente aceptable en los proyectos.

En la figura 6.14, se señala la presión de diseño h_{\max} en la válvula y su distribución lineal hasta el embalse.

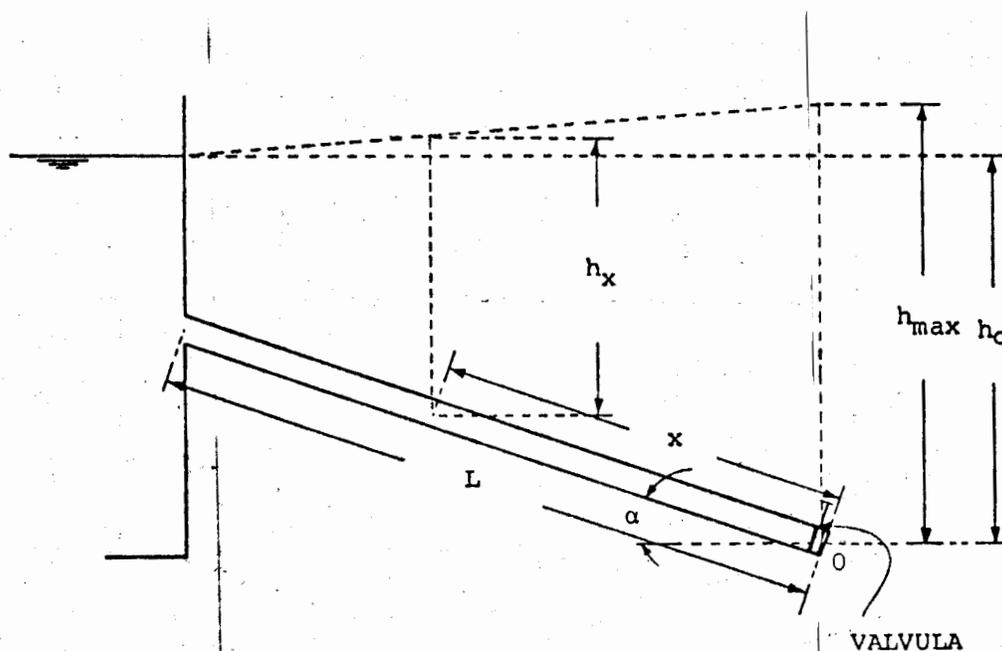


Figura 6.14

Si se busca la presión h_x en una sección alejada x metros de la válvula, una deducción sencilla, basada en los triángulos semejantes de la figura, conduce a la expresión:

$$h_x = \frac{L-x}{L} (h_{\max} - h_0) + h_0 - x \operatorname{sena} \quad (6.12.a)$$

0, si se busca la sección en la que hay una presión h_x :

$$x = \frac{h_{\max} - h_x}{\frac{h_{\max} - h_0}{L} + \operatorname{sena}} \quad (6.12.b)$$

Una vez conocida la distribución de presiones a lo largo de la tubería, pueden diseñarse tramos con diferentes espesores y obtener así ahorros significativos. En la figura 6.15, se han seleccionado 5 tramos de tubería con distintos espesores.

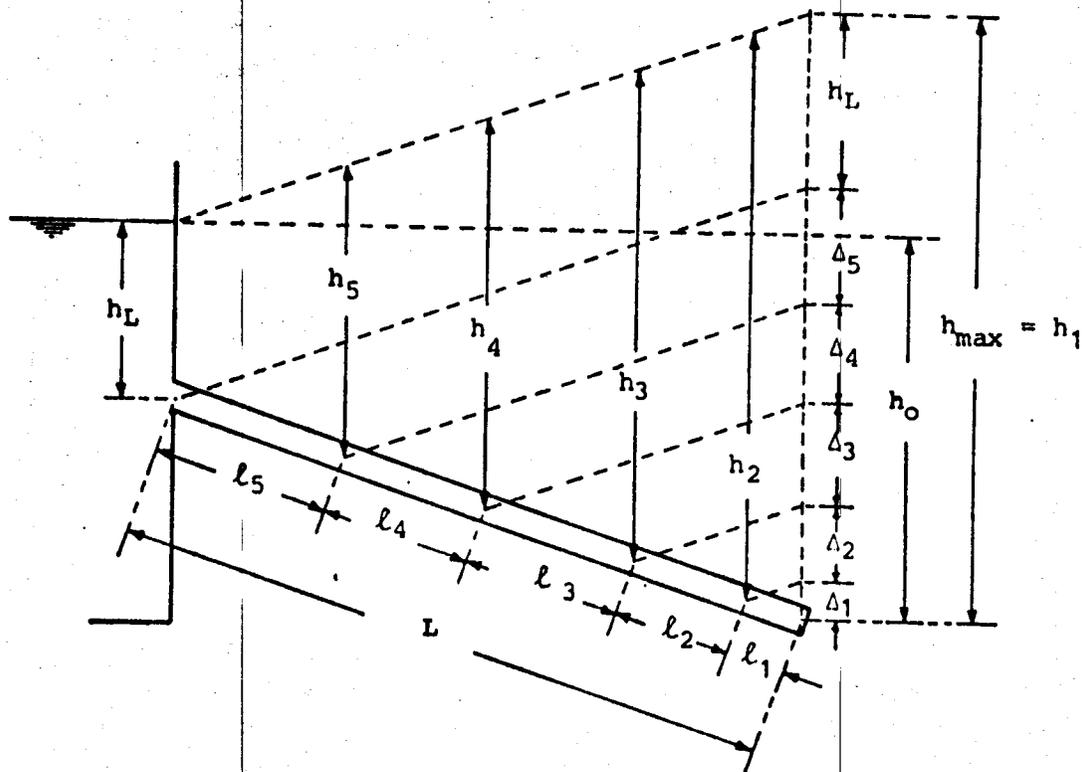


Figura 6.15

En general, el problema puede plantearse en las dos formas siguientes:

- 1° Conocidos los espesores δ de las tuberías disponibles, determinar su longitud y localización.
- 2° Conocidas la o las longitudes de tramos deseados, definir sus espesores δ .

En el primer caso, con la expresión 6.2.a, se calculan las presiones que pueden soportar las tuberías. Por ejemplo, si éstas fueran: h_1, h_2, h_3, h_4 y h_5 de la figura 6.15 las diferencias entre ellas: ($h_1 = h_{\max}$)

$$h_1 - h_2 = \Delta_1$$

$$h_2 - h_3 = \Delta_2$$

etc.

Se acotan en la línea vertical que parte de la válvula marcando la presión máxima, y desde esos puntos, se trazan paralelas a la línea superior que indica la distribución de presiones en toda la tubería. La intersección de esas líneas con la tubería, indica la localización y longitud de los tramos buscados.

El 2° caso es el proceso inverso. Desde luego, ambos casos pueden resolverse analíticamente, si se prefiere.

Si los diámetros son distintos en la tubería, pueden hacerse los cálculos con los valores medios calculados con las fórmulas siguientes:

$$a_m = \frac{L}{\sum_i^n \left(\frac{L_i}{a_i} \right)} ; \quad L = \sum_i^n L_i \quad (6.12.c)$$

y

$$v_{*m} = \frac{\sum_i^n (v_i L_i)}{L} \quad (6.12.ch)$$

6.13 CASO EN QUE HAY POZO DE OSCILACIÓN

Durante el funcionamiento del pozo de oscilación el nivel se sobreeleva, por efecto de una maniobra en la válvula, hasta alcanzar alturas que sobrepasan la cota del embalse. Esto implica presiones mayores que la original y que deben ser sobrellevadas por la tubería de presión; es por eso que en el cierre se toma la distribución de presiones desde el máximo nivel en el pozo hasta la h_{max} que se presenta en la válvula, como se indica en la figura 6.16.

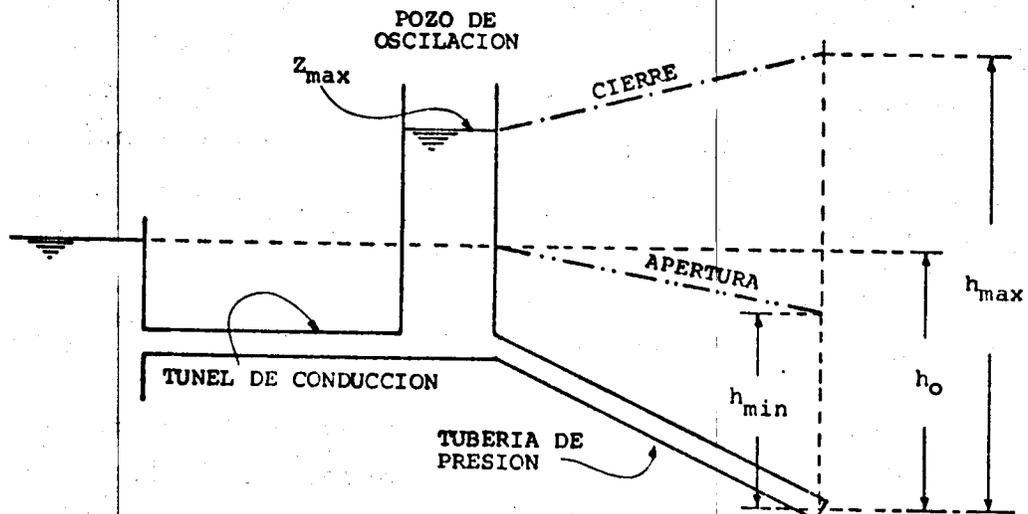


Figura 6.16

Esta consideración está del lado de la seguridad, ya que la h_{\max} , seguramente se presentará antes de que el nivel en el pozo sea el máximo, debido a que el tiempo de maniobra de la válvula es de unos cuantos segundos, mientras que las oscilaciones en el pozo son mucho más lentas, del orden de minutos.

En el caso de la apertura, la máxima depresión se presenta generalmente al terminar el primer período, por lo que basta considerar la distribución de presiones a partir del nivel hidrostático, tal como se indica en la figura.

6.14 FÓRMULA DE MICHAUD

Michaud propuso una fórmula para calcular la máxima sobrepresión Δh_{\max} producida por el golpe de ariete en un cierre lento. Su expresión implica que dicha sobrepresión máxima sea directamente proporcional a la debida a un cierre instantáneo, (la calculada con 6.3.a), e inversamente proporcional al tiempo relativo de cierre θ , es decir:

$$\Delta h_{\max} = \frac{aV_*}{g\theta} = 2h_0 \frac{\rho}{\theta}$$

que equivale a:

$$\Delta h_{\max} = \frac{2V_* L}{g\tau} \quad (6.14.a)$$

Michaud no señala ningún rango de aplicabilidad para la fórmula. Sin embargo, Nechleba dice que es válida sólo si $\frac{\rho}{\theta} < 1.1$.

Si esta condición fuera verídica, la fórmula sería muy buena, ya que la condición anterior se presenta en un gran número de casos. Sin embargo, no es así, como puede observarse en el siguiente ejemplo:

si:

$$V_* = 10 \text{ m/s}$$

$$a = 1000 \text{ m/s}$$

$$L = 1,000 \text{ m}$$

$$\tau = 16 \text{ s}$$

$$h_0 = 200 \text{ m}$$

La fórmula de Michaud dice que:

$$\Delta h_{\max} = \frac{2 \times 10 \times 1,000}{9.81 \times 16} = 127.42 \text{ m}$$

y como:

$$\frac{\rho}{\theta} = \frac{2.55}{8} = 0.32 < 1.1 ,$$

según Nechleba, debería ser correcto el resultado obtenido an tes.

Ahora, si se aplican las ecuaciones de Allievi, se obtiene el siguiente resultado:

$$h_{\max} = h_0 = 274.66 \text{ m} \quad \therefore \Delta h_{\max} = 74.66 \text{ m}$$

Es decir, la fórmula de Michaud da un error:

$$\epsilon = 127.42 - 74.66 = 52.76 \text{ m}$$

que corresponde a un 26% de la carga h_0 , error inadmisibles, sin duda.

Una deficiencia de la fórmula es precisamente que hace caso omiso de la carga original h_0 , que es un valor determinante en la teoría del golpe de ariete para maniobras lentas.

Investigaciones hechas por el autor⁽⁵⁾ llevan a los resultados siguientes:

a) Para valores de $\rho > 1$, si:

ϵ es la sobrepresión calculada con la fórmula de Michaud menos la sobrepresión calculada con las ecuaciones de Allievi, el error relativo ϵ/h_0 en función de ρ/θ , tiene los valores anotados en la tabla 6.1 (compruébese con los resultados que se acaban de obtener en el ejemplo descrito arriba).

ρ/θ	0.1	0.3	0.5	0.8	1.0	1.25	1.50	1.75	2.0	3.0	4.0
ϵ/h_0	.095	.252	.360	.418	.382	.245	0	-.387	-.828	-3.908	-8.944

Tabla 6.1

Si se piensa en aceptar sólo valores del lado de la seguridad, ρ/θ deberá ser siempre menor de 1.5, pero esto no es suficiente

⁵ GARDEA, H. Rango de aplicación de la fórmula de Michaud para el cálculo de presiones debidas al golpe de ariete, pp. 887-903.

te, porque el error llega hasta 0.418 para $\rho/\theta = 0.8$, lo cual es inadmisibles. En realidad, si se permite un error relativo máximo del 2% ($\frac{\epsilon}{h_0} \leq 0.02$), el estudio concluye que la fórmula de Michaud es válida solamente bajo la siguiente condición:

$$1.48 \leq \frac{\rho}{\theta} \leq 1.50$$

por lo que su rango de aplicación es prácticamente nulo, y si $\rho/\theta > 1.5$ el error aumenta desproporcionadamente, y lo que es peor, da resultados menores que los reales (ver tabla 6.1).

b) Cuando $\rho < 1$, lo recomendable es seguir el criterio de Allievi (tema 6.11), es decir: $h_{\max} = h_1$.

Se han presentado estos desarrollos porque se considera conveniente que el proyectista esté enterado del pequeño rango en que la fórmula de Michaud es aplicable. Otra razón es la preocupación de que la sencillez de la fórmula atrae a muchos ingenieros, e inclusive a algunos autores que la recomiendan en sus libros sin señalar, en muchos casos, sus limitaciones.

Problemas

6.1 Se desea estudiar el comportamiento de una tubería de presión bajo los efectos del golpe de ariete. Sus características son las siguientes:

$$h_0 = 200 \text{ m}$$

$$L = 950 \text{ m}$$

$$V_* = 6 \text{ m/s}$$

$$\delta = \frac{1}{2}'' \text{ (acero)}$$

$$d = 1.60 \text{ m}$$

$$\theta = 3$$

- a) Calcule h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 y h_6 para cierre y apertura.
- b) Compruebe los valores extremos con las gráficas de Allievi.

6.2 Una tubería de presión tiene las características siguientes:

$$d = 1.25 \text{ m}$$

$$Q = 4 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\delta = \frac{1''}{2} \text{ (acero)}$$

$$f_s = 1,860 \text{ kg/cm}^2$$

$$L = 2,000 \text{ m}$$

$$h_0 = 210 \text{ m}$$

Determine:

- a) h_{max} que puede resistir la tubería.
- b) $\tau_{\text{mín}}$ aceptable por efecto del golpe de ariete en un cierre.
- c) h , a los 7 segundos de empezado el cierre en $\tau_{\text{mín}}$ segundos.
- ch) h_0, h_{0+1}, h_{0+2} y h_{0+3} para cierre en $\tau_{\text{mín}}$ segundos.
- d) Haga una gráfica indicando todas las presiones calculadas.

6.3 Se desea conocer las posibilidades de la tubería de presión al ser sometida al golpe de ariete, bajo las condiciones indicadas. Sus datos son:

$$d = 2.00 \text{ m}$$

$$h_0 = 600 \text{ m}$$

$$f_s = 2,200 \text{ kg/cm}^2$$

$$L = 1,600 \text{ m}$$

$$\delta = 1 \frac{1''}{2} \text{ (acero)}$$

Determine:

- a) Q_{\max} , si se desea cerrar en 5 segundos .
- b) τ_{\min} si $Q = 3 Q_{\max}$ del inciso (a).
- c) Q_{\max} posible si $\tau = 2$ segundos .
- ch) L_{\max} si para el gasto del inciso (a) se desea cerrar en 2 segundos .

6.4 Una tubería sujeta a los efectos del golpe de ariete tiene los siguientes datos:

$$L = 2,000 \text{ m}$$

$$d = 6.00 \text{ m}$$

$$h_o = 200 \text{ m}$$

$$V_* = 6.5 \text{ m/s}$$

$$a = 1,000 \text{ m/s}$$

$$f_s = 1,460 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau = 18 \text{ s}$$

- a) Calcule δ_{\min} y verifique la celeridad a .
- b) Para el mismo δ del inciso (a), si $L = 1,200 \text{ m}$, ¿cuál es el tiempo mínimo de cierre τ_{\min} que puede resistir?
- c) Si $\delta = 2''$, ¿cuánto vale τ_{\min} para los datos originales y la celeridad real?

6.5 La tubería de presión sujeta al golpe de ariete tiene los datos siguientes:

$$L = 825 \text{ m}$$

$$f_s = 2,600 \text{ kg/cm}^2$$

$$a = 1,100 \text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ \text{ (figura 6.5)}$$

$$d = 2.60 \text{ m}$$

$$h_o = 755 \text{ m}$$

$$V_* = 6.50 \text{ m/s}$$

$$\tau = 3.2 \text{ s}$$

- a) Calcule δ_{\min} para 3 tramos de igual longitud
- b) Si existen tuberías con $\delta = 1''$, $2''$ y $2\frac{1}{4}''$, determine las longitudes de los tramos con esos espesores.

6.6 Para la tubería de presión cuyos datos son:

$$h_0 = 1,000 \text{ m}$$

$$V_* = 4.5 \text{ m/s}$$

$$a = 1,000 \text{ m/s}$$

$$\theta = 3$$

Calcule h_1 , $h_{1.5}$ y h_2 y verifique hasta qué punto es lineal la variación de presiones en el tiempo para una apertura.

CAPITULO 7 POZO DE OSCILACION

7.1 GENERALIDADES

En el capítulo 4, tema 4.4, se explicó que al variar la demanda en una planta hidroeléctrica, es necesario alterar el gasto y para esto, el regulador de las turbinas aumenta o disminuye automáticamente la apertura entre los álabes del distribuidor, según se trate de un incremento o de una disminución en la potencia demandada, respectivamente.

En una operación normal, los cambios de gasto son más o menos lentos, pero pueden ser muy bruscos si aparecen fallas tanto en los cables que salen de los generadores, como en cualquier otro punto de la red cuando el sistema está interconectado. En efecto, si la falla es en la planta en cuestión, la demanda cae a cero y la turbina tiene que cortar su gasto en el menor tiempo posible. Por el contrario, si la falla es en cualquier otra parte de un sistema interconectado, la planta tendrá que aumentar súbitamente su potencia para su-
plir el déficit del sistema o para contribuir a aliviarlo.

La disminución de la demanda, llamada por los ingenieros elec
tricistas "rechazo de carga", puede manejarse con cierta faci
lidad en las turbinas Pelton, utilizando su deflector (ver sub
tema 4.4.2), pero no en las de reacción, donde es necesario
tratar el problema en toda su magnitud.

La situación descrita trae por consecuencia, desde luego, la
aparición de un golpe de ariete, pero además, la variación
solicitada en el gasto no puede lograrse con rapidez, si la
turbina se encuentra muy alejada del vaso, de donde, a fin
de cuentas, debe provenir el nuevo gasto pedido.

Por lo que respecta al golpe de ariete, recuérdese que sus
efectos son menores mientras más corta sea la tubería de pre
sión. Entonces, cuando la necesidad de aprovechar mejor la
carga disponible exige colocar la casa de máquinas muy lejos
del vaso, puede reducirse la longitud de la tubería de pre
sión si se inserta en ella un tanque cuyo volumen permita
almacenar una masa de agua suficientemente importante como pa
ra que las ondas de presión se reflejen en ella y no conti-
núen propagándose hacia el vaso. Este tanque es precisamente
la estructura llamada *pozo* o *cámara de oscilación* y debe colo
carse lo más cerca posible de la casa de máquinas, ya que la
tubería que une a ésta con el pozo, es propiamente la tubería
de presión. En la figura 7.1 se representa esta estructura
para diferentes casos.

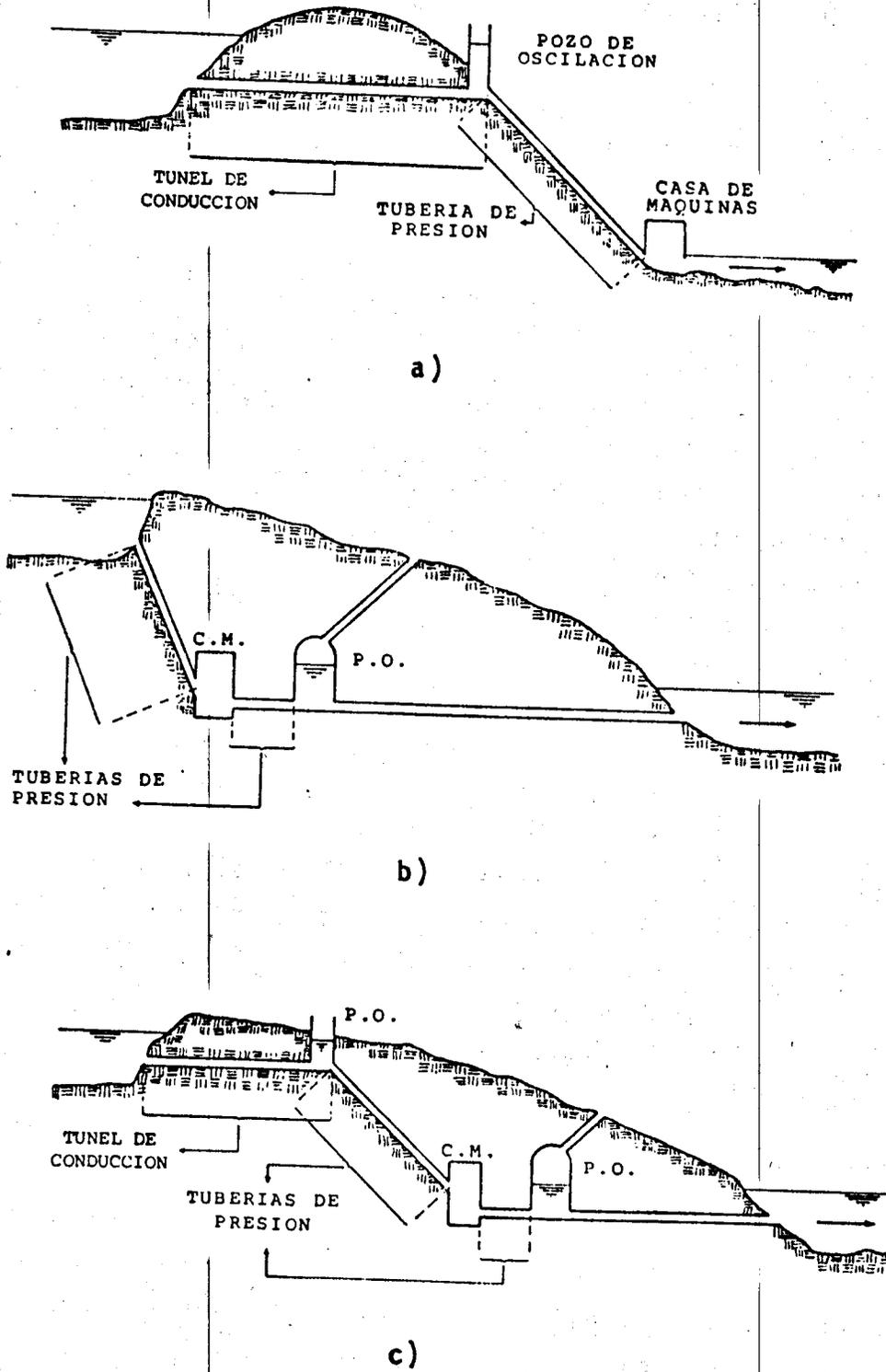


Figura 7.1

7.2 FUNCIONAMIENTO DEL POZO

Al presentarse un cambio en la demanda, la variación solicitada en el gasto, se logrará con más rapidez si se dispone de un pozo de oscilación. En efecto, si se pide menor gasto, el exceso que viene por el túnel de conducción entra al pozo, elevando su nivel y, por consiguiente, la línea de la energía; lo que hace que el flujo se frene y en esta forma el vaso proporcione más rápidamente el gasto menor solicitado.

Lo contrario sucede cuando aumenta la demanda, caso en que el incremento de gasto necesario es suministrado más rápidamente por la cámara de oscilación que por el vaso, ya que la primera se encuentra más cerca de la turbina. Además, al salir agua del pozo hacia la válvula, su nivel baja e inclina el gradiente de energía en la conducción, lo que induce una aceleración del flujo en el túnel de conducción y favorece la obtención del nuevo gasto con mayor rapidez.

Por otra parte, al alterarse el nivel en el pozo de oscilación, cambia también la carga en la turbina y esto obliga a que el regulador siga actuando sobre los álabes del distribuidor con el fin de lograr la nueva potencia pedida. Durante este trabajo, el regulador tiende a excitar el cambio de niveles en el pozo. Por ejemplo, si se necesita menos potencia, la carga sube debido a la elevación del nivel en el pozo provocada por el cierre en el distribuidor, pero, el aumento consiguiente de la carga sobre las turbinas hace que se requiera aún menos gasto y el exceso es desviado hacia el pozo incrementando aún más su nivel. Lo contrario sucede cuando hay aumento en la demanda.

El problema de la excitación de las oscilaciones, no existi-

rfa si se tuviera un volumen de agua infinito en la cámara, como puede considerarse el embalse, para fines prácticos.

En realidad, el pozo de oscilación debe tener un área transversal mínima para que pueda garantizarse que las oscilaciones no serán incrementadas por el regulador, sino que irán disminuyendo paulatinamente. Cuando esto sucede así, se dice que el pozo es "estable".

En otras palabras, el volumen demandado o rechazado por las turbinas, debe ser tal que no provoque variaciones tan grandes en el nivel del pozo de manera que no sea posible lograr la nueva potencia solicitada. Esto tiene que ver con el área transversal de la estructura y con su altura total, características fundamentales del diseño.

El mecanismo de variación de niveles dentro del pozo, por ejemplo para el caso de una apertura, puede describirse en la siguiente forma:

El nivel baja al abrirse la válvula, pero la inercia lo hace bajar más de lo necesario para proporcionar el nuevo gasto, por lo que, momentáneamente, un volumen en exceso es desviado al pozo, obligando a elevar su nivel después de que éste alcanzó el punto más bajo. Así empieza la primera oscilación.

El nivel sigue subiendo y nuevamente, por inercia, sobrepasa el punto deseado e inclusive en las primeras oscilaciones rebasa frecuentemente la cota del embalse, inclinando el gradiente de energía en dirección contraria. Esto frena aún más la velocidad en el túnel de conducción y cuando ésta llega a ser nula, el nivel en el pozo alcanza su punto más alto y empieza a descender, por lo que el flujo en la conducción se invierte, enviando el pozo al embalse todo el gasto que no acepta la turbina.

El proceso continúa y si el pozo es estable, la fricción garantiza que las oscilaciones se amortigüen hasta desaparecer por completo. El caso del cierre puede explicarse en forma semejante.

7.3 TIPOS DE INSTALACIÓN

En general el pozo puede ser exterior o interior. Esta última localización se presenta cuando la casa de máquinas es interior, es decir, cuando se encuentra alojada dentro del cerro o de la cortina de la presa.

Por lo que se refiere a su posición con relación a la casa de máquinas, el pozo de oscilación puede encontrarse aguas arriba o aguas abajo de ella.

La posición clásica del pozo de oscilación es antes de la casa de máquinas (figura 7.2), sobre todo cuando ésta es exterior (figura 7.1.a); pero, cuando la casa de máquinas se encuentra en el interior del cerro o de la cortina, en muchas ocasiones el túnel de desfogue es muy largo y está sujeto a los efectos del golpe de ariete. Para que éstos sean menores, se coloca una cámara de oscilación en el túnel de desfogue, lo más cerca posible de la casa de máquinas. Otra alternativa es colocar dos pozos, uno de cada lado. Ambas situaciones se representan en las figuras 7.1.b y 7.1.c, respectivamente. En ocasiones se colocan varios pozos juntos, generalmente no más de dos en las posiciones indicadas en la figura 7.1.

7.4 CONDICIONES PARA UN BUEN DISEÑO

El pozo puede tener cualquier forma vertical o cualquier sección transversal. Sin embargo, si está bien diseñado debe tener las siguientes características:

1. Suficiente altura para no derramar, a menos que esté prevista esa situación, caso en que se llama *pozo vertedor*.
2. Suficiente volumen para no vaciarse, debido a que, en ese caso, permitiría que el aire entrara a la tubería de presión y llegara a las turbinas. Para evitar esta situación, el nivel mínimo debe estar unos 2 m arriba de la clave del túnel de conducción.
3. Estable, es decir, su área debe ser tal que garantice que el regulador no excite las oscilaciones.

7.5 ECUACIONES DEL POZO DE OSCILACIÓN

Si en la instalación indicada en la figura 7.2, se colocan dos manómetros, uno al principio de la tubería de presión m_1 y otro al final de dicha tubería m_2 , al realizar una maniobra en la válvula, se observa lo siguiente: el manómetro m_1 empieza a marcar variaciones de presión con períodos del orden de 100 a 500 segundos, es decir, relativamente lentas. Esto se debe a que el manómetro m_1 , únicamente registra los cambios de presión debidos a las oscilaciones en el pozo y es ajeno a las presiones del golpe de ariete. Por el contrario, el manómetro m_2 marca variaciones alteradas tanto por las oscilaciones en el pozo, como por las presiones

provocadas por el golpe de ariete, que como se vio en el capítulo anterior, están sujetas a períodos mucho más pequeños, ya que la celeridad de la onda de presión es del orden de 1,000 m/s.

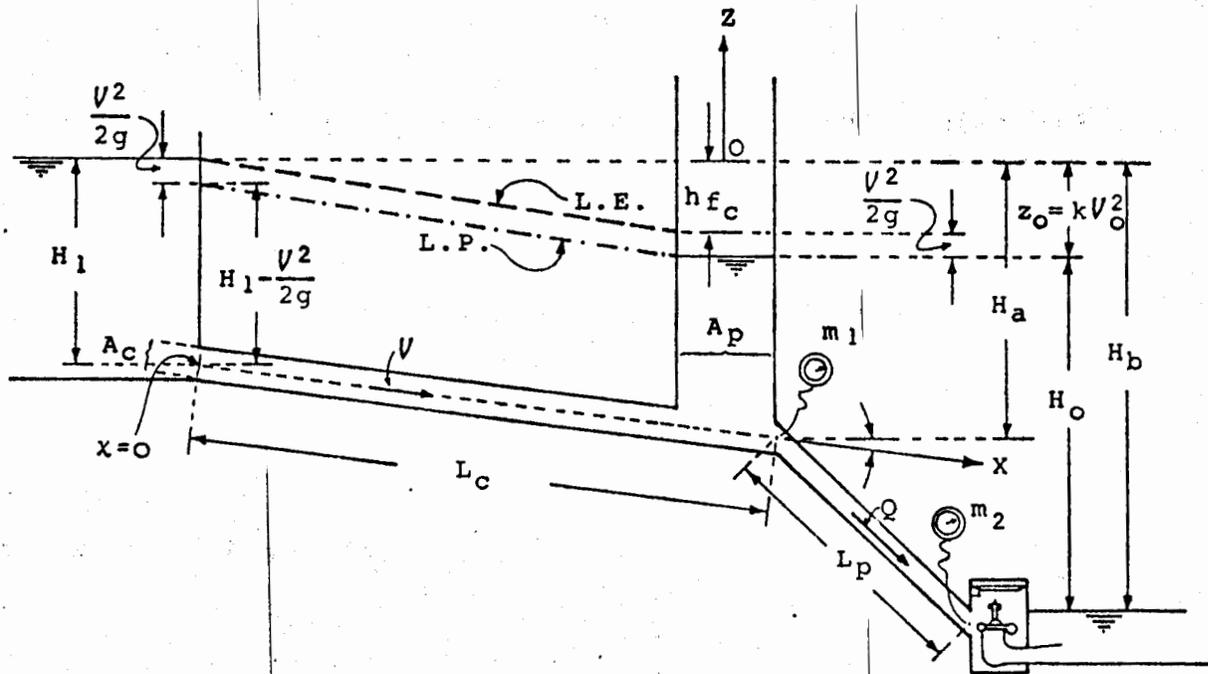


Figura 7.2

El hecho de que las presiones en el extremo final del túnel de conducción (posición del manómetro m_1) se deben exclusivamente a las oscilaciones en el pozo, permite analizar el funcionamiento del mismo independientemente del golpe de ariete, como un fenómeno de oscilaciones en masa en el sistema: *vaso - túnel - pozo*. Además, como las maniobras del distribuidor se hacen en unos cuantos segundos y las oscilaciones en el pozo son mucho más lentas, del orden de minutos, una aproximación permisible es no considerar en el análisis el tiempo de maniobra, es decir, suponer que éste es siempre instantáneo. Estas consideraciones se aplicarán en la deducción de las dos ecuaciones diferenciales del pozo de oscilación, a saber: la ecuación dinámica y la de continuidad.

7.5.1 Ecuación dinámica del pozo de oscilación

La figura 7.2 representa esquemáticamente, un vaso, su túnel de conducción, el pozo de oscilación y la tubería de presión que lleva el agua a la casa de máquinas de una central hidroeléctrica o, si se desea, se trata de una tubería de presión con una válvula en su extremo inferior.

Tomando ahora un tramo del túnel de conducción de longitud dx , como se indica en la figura 7.3, puede verse que está sometido a las siguientes fuerzas, en dirección del eje X :

- su peso: $dw \operatorname{sen} \alpha = \gamma A_c dx \operatorname{sen} \alpha$
- la fuerza debida a la diferencia de presiones: $- dp A_c$
- la fuerza de fricción: $-\gamma dh_{fc} A_c$

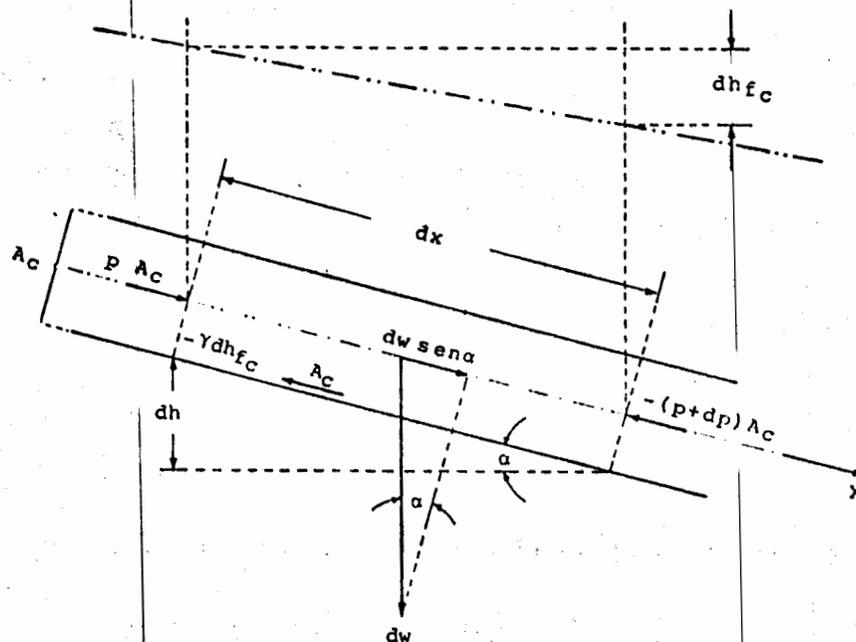


Figura 7.3

Aplicando la segunda ley de Newton a este elemento, se tiene:

$$\gamma A_c dx \operatorname{sen} \alpha - dp A_c - \gamma dh_{f_c} A_c = \frac{\gamma dx A_c}{g} \frac{\partial V}{\partial t}$$

y, de acuerdo con la figura:

$$dh = dx \operatorname{sen} \alpha$$

sustituyendo este valor en la expresión anterior y simplificándola, puede escribirse:

$$dh - \frac{dp}{\gamma} - dh_{f_c} - \frac{1}{g} \frac{\partial V}{\partial t} dx = 0 \quad (7.5.a)$$

Por definición, la derivada total para la variable V , función de x y de t es:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt}$$

Ahora bien, si se recuerda que en el sistema en estudio vaso-túnel-pozo de oscilación, no hay ondas de presión, ya que es independiente del golpe de ariete, puede considerarse que tanto el líquido como el túnel de conducción son indeformables y por tal razón, asegurar que en cualquier momento, la velocidad del agua es igual en todo el túnel de conducción, es decir:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = 0$$

por lo que la expresión anterior equivale a:

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t}$$

Esto permite escribir la ecuación diferencial 7.5.a en forma homogénea, es decir, sólo con diferenciales totales. Ahora bien, en cualquier instante $\frac{\partial V}{\partial t}$ es constante a lo largo del túnel de conducción, y por consiguiente $\frac{dV}{dt}$, ya que ambos son iguales.

De acuerdo con estas consideraciones, se puede integrar la ecuación 7.5.a a lo largo del túnel de conducción, con los límites de integración que se indican en la figura 7.2, es decir:

$$\int_0^{H_a - H_1} dh - \int_{H_1 - \frac{V^2}{2g}}^{H_a + z} \frac{dp}{\gamma} - \int_0^{h_{f_c}} dh_{f_c} - \frac{1}{g} \frac{dV}{dt} \int_0^{L_c} dx = 0$$

obteniéndose el resultado:

$$H_a - H_1 - \left[(H_a + z) - \left(H_1 - \frac{V^2}{2g} \right) \right] - h_{f_c} - \frac{L_c}{g} \frac{dV}{dt} = 0$$

simplificando y haciendo $h_{f_c} = cV^2$, puede escribirse la ecuación 7.5.a, integrada a lo largo del túnel de conducción en la forma:

$$z + \frac{V^2}{2g} + cV^2 + \frac{L_c}{g} \frac{dV}{dt} = 0$$

la constante c representa todas las características del túnel de conducción necesarias para calcular las pérdidas en dicho túnel.

Llamando ahora: $k = \frac{1}{2g} + c$, la ecuación puede también escribirse:

$$z + k V^2 + \frac{L_c}{g} \frac{dV}{dt} = 0 \quad (7.5.b)$$

que es la ecuación dinámica del pozo de oscilación.

Tal como se explicó en el tema 7.2, durante el funcionamiento del pozo de oscilación hay momentos en que la velocidad irá del pozo hacia el vaso, es decir, será negativa de acuerdo con la dirección atribuida al eje X en la figura 7.2. Sin embargo, esto no se notaría al realizar un cálculo numérico porque la velocidad está elevada al cuadrado. Para evitar este problema se acostumbra escribir v^2 como $|v|v$, quedando la ecuación 7.5.b:

$$z + k |v|v + \frac{L_c}{g} \frac{dv}{dt} = 0 \quad (7.5.c)$$

que es la forma en que se utilizará al describir el método numérico de solución.

7.5.2 Ecuación de continuidad

Esta ecuación debe expresar en todo momento lo siguiente:

Gasto en el túnel de conducción = Gasto en el pozo de oscilación + Gasto en la tubería de presión.

Todos los gastos deben llevar su signo algebraico que es el mismo de su velocidad.

En esta forma, resulta evidente que la ecuación de continuidad es la siguiente, de acuerdo con los signos atribuidos a los ejes X y Z en la figura 7.2

$$v A_c = A_p \frac{dz}{dt} + Q \quad (7.5.ch)$$

como se indica en la figura, Q es el gasto de la tubería de presión, siempre positivo o nulo (en el caso de un cierre total).

7.6 SOLUCIÓN TEÓRICA DE LAS ECUACIONES DEL POZO DE OSCILACIÓN

El interés de presentar una solución teórica, radica en el hecho de que el período de las oscilaciones para el caso que se analizará en este tema, es prácticamente el mismo que el de los casos reales. Además, las oscilaciones extremas reales, pueden calcularse para las cámaras cilíndricas, con fórmulas que se verán después y que, en realidad sólo corrigen el valor de la máxima oscilación teórica utilizando coeficientes empíricos (tema 7.9).

Las ecuaciones del pozo de oscilación 7.5.b y 7.5.ch, pueden resolverse analíticamente sólo para el caso de un cierre total instantáneo e ignorando la fricción. Esto quiere decir, que en el caso idealizado en cuestión, deberán cumplirse las siguientes condiciones:

- | | |
|---|----------------------|
| 1. Cierre instantáneo | $(Q = 0)$ |
| 2. No hay fricción | $(cV^2 = 0)$ |
| 3. La carga de velocidad en la conducción es nula | $\frac{v^2}{2g} = 0$ |

las dos últimas equivalen a decir que $kV^2 = 0$, en la ecuación 7.5.b.

Entonces, para este caso, las ecuaciones dinámica 7.5.b y de continuidad 7.5.ch, se reducen, respectivamente a:

$$z + \frac{L_c}{g} \frac{dV}{dt} = 0 \quad (7.6.a)$$

$$V A_c = A_p \frac{dz}{dt} \quad (7.6.b)$$

sustituyendo ahora la 7.6.b, en la 7.6.a, se obtiene:

$$\frac{L_c}{g} \frac{A_p}{A_c} \frac{d^2 z}{dt^2} + z = 0 \quad (7.6.c)$$

cuya solución es:

$$z = C_1 \cos \frac{2\pi}{T} t + C_2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \quad (7.6.ch)$$

y representa un movimiento armónico simple, siendo T su período y t el tiempo medido desde que empiezan las oscilaciones, momento en que $z = 0$ (figura 7.2) de acuerdo con las condiciones teóricas 2 y 3.

Entonces, si para $t = 0$; $z = 0$, de 7.6.ch, se concluye que:

$$C_1 = 0$$

y si se llama a C_2 : z_* , puede escribirse la expresión anterior en la forma:

$$z = z_* \operatorname{sen} \frac{2\pi}{T} t \quad (7.6.d)$$

lo que significa que z_* es la máxima amplitud de la oscilación para el caso en estudio.

Sustituyendo ahora 7.6.d en 7.6.c y haciendo las simplificaciones convenientes, se llega a la expresión:

$$\frac{L_c}{g} \frac{A_p}{A_c} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = 1$$

por lo que el período de las oscilaciones teóricas vale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L_c}{g} \frac{A_p}{A_c}} \quad (7.6.e)$$

Para conocer la forma en que varían las velocidades en el túnel de conducción, puede despejarse v de la expresión 7.6.b, obteniéndose:

$$v = \frac{A_p}{A_c} \frac{dz}{dt}$$

y sustituyendo en ésta, la expresión 7.6.d:

$$v = \frac{A_p}{A_c} \frac{2\pi}{T} z_* \cos \frac{2\pi}{T} t$$

llamando ahora:

$$v_0 = \frac{A_p}{A_c} \frac{2\pi}{T} z_* \quad (7.6.f)$$

Se observa que v_0 es el máximo valor posible de la velocidad en el túnel. Ahora, puede escribirse la expresión buscada, en la forma:

$$v = v_0 \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (7.6.g)$$

Si se despeja z_* de 7.6.f y se sustituye en ella 7.6.e, se obtiene el valor de la oscilación máxima que es:

$$z_* = v_o \sqrt{\frac{L_c A_c}{g A_p}} \quad (7.6.h)$$

Las expresiones 7.6.g y 7.6.d, que describen, respectivamente, la variación de las velocidades y de los niveles en el pozo, son senoides de las características indicadas en la figura 7.4:

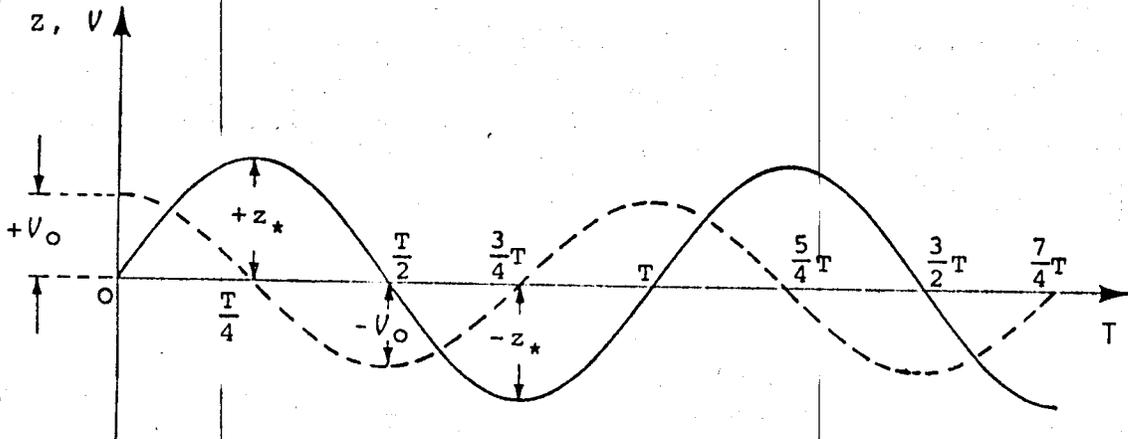


Figura 7.4

Obsérvese que al aumentar z , disminuye V y que los niveles extremos en el pozo corresponden a velocidades nulas y a cambios de signos de las mismas. Debido a que se ha supuesto que no hay fricción, el fenómeno continúa indefinidamente repitiendo en forma idéntica sus propiedades. En un caso real, las oscilaciones son amortiguadas si el pozo es estable.

7.7 ESTABILIDAD DEL POZO DE OSCILACIÓN

Si se observa la fórmula 7.6.h, puede concluirse inmediatamente que las oscilaciones en el pozo son menores mientras mayor sea el área A_p del pozo.

El investigador alemán Thoma (Munich, 1910), obtuvo teóricamente el área mínima necesaria para que un pozo de oscilación sea estable, de acuerdo con la definición dada en el tema 7.2. La fórmula de Thoma es la siguiente (ver figura 7.2):

$$A_{p_{TH}} > \frac{v_o^2}{2g} \frac{L_c}{z_o} \frac{A_c}{H_o} \quad (7.7.a)$$

y es válida si la pérdida total desde el vaso hasta la turbina está en el rango:

$$\Sigma h_{f_T} < \frac{H_b}{3}$$

Esta condición se cumple generalmente en todas las plantas hidroeléctricas, ya que una pérdida mayor sería antieconómica.

Obsérvese que en la fórmula de Thoma aparece el factor H_o como determinante para conocer el área mínima de un pozo estable. Este factor, no se toma en cuenta en el estudio de las oscilaciones en el pozo ya que, como se apuntó antes, el análisis se hace en el sistema vaso - túnel - pozo; sin embargo H_o está considerando precisamente la influencia del regulador, que en el resto del cálculo se ignora.

La fórmula de Thoma se utiliza con un factor de seguridad f_s , quedando:

$$A_p = f_s A_{p_{TH}} \quad (7.7.b)$$

f_s vale para pozos cilíndricos simples de 1.2 a 2 y en pozos con diafragma puede ser inclusive menor que 1, según Escande, que recomienda para el tipo mencionado, usar factores de 0.4 a 0.6.

7.8 SOLUCIÓN NUMÉRICA DE LAS ECUACIONES DEL POZO DE OSCILACIÓN

Las ecuaciones del pozo se pueden resolver para cualquier caso utilizando métodos gráficos o numéricos. Los métodos gráficos, de los cuales, los más conocidos son el de Calame y Gaden y el de Schoklitsch que fueron concebidos en épocas en que no había computadoras electrónicas y preocupaba mucho el tiempo de cálculo. Estos métodos, sin duda muy ingeniosos y que ayudan a comprender mejor el fenómeno, no tienen en nuestros días mayor interés, debido a que, cualquier ingeniero tiene acceso a una computadora digital y puede obtener resultados numéricos con la precisión que desee, sin preocuparse lo más mínimo por el tiempo de cálculo. Es por eso que aquí se presentará sólo la solución numérica del problema.

Varios investigadores han planteado soluciones a las ecuaciones del pozo, utilizando diferencias finitas. Entre ellos descuellan Presse, Escande y Scimemi.

El método de Scimemi tiene la ventaja de que no requiere tanteos, por lo que se ha seleccionado para presentarse en este libro.

7.8.1 Método numérico de Scimemi para resolver las ecuaciones del pozo de oscilación

Las ecuaciones 7.5.c y 7.5.ch pueden escribirse en términos de diferencias finitas en la forma:

$$z + k V |V| + \frac{L_c}{g} \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0 \quad (7.8.a)$$

$$V A_c = A_p \frac{\Delta z}{\Delta t} + Q \quad (7.8.b)$$

El procedimiento consiste en calcular elementos finitos ΔV y Δz , para cada incremento Δt . Si se llama i al número de orden que mide el tiempo de funcionamiento del pozo en incrementos Δt , el autor del método hace las siguientes consideraciones:

De 7.8.a :

$$\Delta V_i = - \frac{g \Delta t}{L_c} (z_i + k |V_{i-1}| V_{i-1}) \quad (7.8.c)$$

y de 7.8.b:

$$\Delta z_i = \frac{\Delta t}{A_p} (V_i A_c - Q) \quad (7.8.ch)$$

haciendo:

$$C_1 = \frac{g \Delta t}{L_c} ; \quad C_2 = \frac{g \Delta t k}{L_c} \quad (7.8.d)$$

$$C_3 = \frac{\Delta t A_c}{A_p} \quad C_4 = \frac{\Delta t Q}{A_p}$$

las ecuaciones anteriores pueden escribirse en la forma:

$$\Delta V_i = - C_1 z_i - C_2 |V_{i-1}| V_{i-1} \quad (7.8.c')$$

y:

$$\Delta z_i = C_3 V_i - C_4$$

(7.8.ch')

El procedimiento de cálculo puede describirse en la siguiente forma (ver figura 7.2 y 7.5):

1. Seleccionar Δt
 2. Calcular las constantes: k , C_1 , C_2 , C_3 , C_4 , z_0 y V_0 .
 3. Calcular Δz_i con 7.8.ch'
 4. Para $i \geq 1$:
 5. Calcular $z_i = z_{i-1} + \Delta z_{i-1}$
 6. Calcular ΔV_i con 7.8.c'
 7. Calcular $V_i = V_{i-1} + \Delta V_i$
- continuar con el punto 3 -

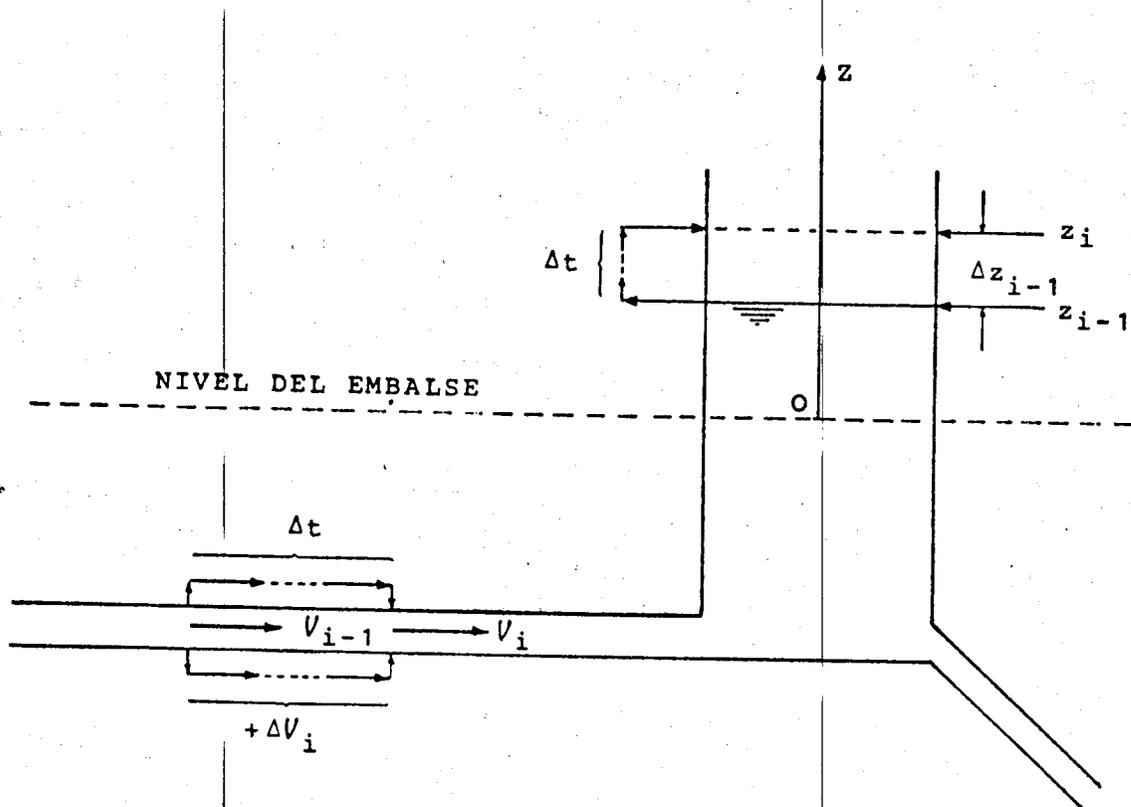


Figura 7.5

Por lo que respecta al valor Δt , algunos autores recomiendan usar $1/40$ del período teórico (expresión 7.6.e). Este criterio, pensado antes de la aparición de las computadoras, limitaba el procedimiento a unos 10 pasos antes de llegar al primer valor extremo de la oscilación, es decir, antes de calcular el primer cuarto de período. En realidad el valor de Δt está relacionado con el grado de precisión que se pretenda.

Enseguida se presenta un ejemplo numérico en que se aplica el procedimiento descrito.

Ejemplo 7.1

Se desea instalar un pozo cilíndrico simple en una planta hidroeléctrica, cuyos datos son los siguientes:

$$Q = 120 \text{ m}^3/\text{s} \quad d_c = 5.50 \text{ m} \quad L_c = 2,000 \text{ m}$$

$$n = 0.016 \quad f_s = 1.5 \quad H_b = 42 \text{ m}$$

Calcule varias oscilaciones del pozo para los casos de cierre y de apertura y defina su altura mínima.

Solución:

- Cálculo del diámetro del pozo:

$$A_c = 23.76 \text{ m}^2; \quad V_o = 5.05 \text{ m/s}; \quad \frac{V_o^2}{2g} = 1.30 \text{ m}$$

$$k = \left[\frac{0.16}{\frac{5.5}{4}^{2/3}} \right]^2 2,000 + \frac{1}{2g} = 0.38583;$$

$$z_o = k V_o^2 = 9.84 \text{ m} ,$$

y según la fórmula de Thoma 7.7.a y 7.7.b:

$$A_p = 1.5 \times 1.30 \frac{2000 \times 23.76}{9.84 (42 - 9.84)} = 292.80 \text{ m}^2$$

$$\therefore D_p = 19.31 \text{ m} ; A_p = 292.86 \text{ m}^2$$

- Selección del incremento de tiempo Δt

El período teórico, de acuerdo con 7.6.e, vale:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2,000 \times 292.86}{9.81 \times 23.76}} = 314.98 \text{ s}$$

y según el criterio mencionado anteriormente:

$$\Delta t = \frac{T}{40} = 7.87 \text{ s}$$

por simplicidad, se tomará:

$$\Delta t = 10 \text{ s}$$

- Cálculo de los coeficientes, según 7.8.d:

$$C_1 = 0.04905$$

$$C_2 = 0.01892$$

$$C_3 = 0.81126$$

$$C_4 = 0 \text{ (CIERRE)}$$

$$C_4 = 4.09757 \text{ (APERTURA)}$$

En la siguiente tabla se presenta el cálculo detallado para el cierre, cada 10 segundos hasta llegar a los 200, es decir, un poco más de medio período. A continuación, en otra pequeña tabla, se anotan los valores extremos de Z para 104 intervalos (1,040 s).

CIERRE

i	t	z_i	$-c_1 z_i$	$-c_2 v_{i-1} v_{i-1} $	Δv_i	v_i	Δz_i
0	0	- 9.84				+ 5.05	+ 4.10
1	10	- 5.75	+ 0.28181	- 0.48280	- 0.201	+ 4.85	+ 3.93
2	20	- 1.81	+ 0.08883	- 0.44514	- 0.356	+ 4.49	+ 3.65
3	30	+ 1.83	- 0.08998	- 0.38214	- 0.472	+ 4.02	+ 3.26
4	40	+ 5.10	- 0.25001	- 0.30606	- 0.556	+ 3.47	+ 2.81
5	50	+ 7.91	- 0.38790	- 0.22727	- 0.615	+ 2.85	+ 2.31
6	60	+10.22	- 0.50132	- 0.15374	- 0.655	+ 2.20	+ 1.78
7	70	+12.00	- 0.58867	- 0.09119	- 0.680	+ 1.52	+ 1.23
8	80	+13.23	- 0.64897	- 0.04345	- 0.692	+ 0.82	+ 0.67
9	90	+13.90	- 0.68171	- 0.01281	- 0.695	+ 0.13	+ 0.10
10	100	+14.00	- 0.68682	- 0.00031	- 0.687	- 0.56	- 0.45
11	110	+13.55	- 0.66458	+ 0.00591	- 0.659	- 1.22	- 0.99
12	120	+12.56	- 0.61614	+ 0.02805	- 0.588	- 1.81	- 1.46
13	130	+11.10	- 0.54429	+ 0.06170	- 0.483	- 2.29	- 1.86
14	140	+ 9.24	- 0.45324	+ 0.09908	- 0.354	- 2.64	- 2.14
15	150	+ 7.10	- 0.34810	+ 0.13213	- 0.216	- 2.86	- 2.32
16	160	+ 4.78	- 0.23436	+ 0.15461	- 0.080	- 2.94	- 2.38
17	170	+ 2.39	- 0.11745	+ 0.16336	+ 0.046	- 2.89	- 2.35
18	180	+ 0.05	- 0.00237	+ 0.15829	+ 0.156	- 2.74	- 2.22
19	190	- 2.17	+ 0.10651	+ 0.14168	+ 0.248	- 2.49	- 2.02
20	200	- 4.19	+ 0.20552	+ 0.11715	+ 0.323	- 2.17	- 1.76

CIERRE

VALORES EXTREMOS

i	0	10	25	41	57	72	88	104
t	0	100	250	410	570	720	880	1,040
z	-9.84	+14.00	-9.60	+7.36	-5.96	+4.99	-4.33	+3.81

En forma análoga se realiza el cálculo para la apertura y sus resultados se presentan en las siguientes dos tablas:

APERTURA

i	t	z_i	$-C_1 z_i$	$-C_2 v_{i-1} v_{i-1} $	Δv_i	v_i	Δz_i
0	0	0	0	0	0	0	- 4.10
1	10	- 4.10	+ 0.20099	0	+ 0.20	+ 0.20	- 3.93
2	20	- 8.03	+ 0.39397	- 0.00076	+ 0.39	+ 0.59	- 3.62
3	30	-11.65	+ 0.57132	- 0.00668	+ 0.56	+ 1.16	- 3.16
4	40	-14.81	+ 0.72619	- 0.02541	+ 0.70	+ 1.86	- 2.59
5	50	-17.39	+ 0.85318	- 0.06545	+ 0.79	+ 2.65	- 1.95
6	60	-19.34	+ 0.94882	- 0.13263	+ 0.82	+ 3.46	- 1.29
7	70	-20.63	+ 1.01198	- 0.22702	+ 0.78	+ 4.25	- 0.65
8	80	-21.28	+ 1.04391	- 0.34159	+ 0.70	+ 4.95	- 0.08
9	90	-21.36	+ 1.04789	- 0.46386	+ 0.58	+ 5.53	+ 0.39
10	100	-20.97	+ 1.02864	- 0.57976	+ 0.45	+ 5.98	+ 0.76
11	110	-20.21	+ 0.99152	- 0.67761	+ 0.31	+ 6.30	+ 1.01
12	120	-19.20	+ 0.94190	- 0.75057	+ 0.19	+ 6.49	+ 1.17
13	130	-18.04	+ 0.88468	- 0.79687	+ 0.09	+ 6.58	+ 1.24
14	140	-16.80	+ 0.82396	- 0.81858	+ 0.01	+ 6.58	+ 1.24
15	150	-15.56	+ 0.76303	- 0.81992	- 0.06	+ 6.53	+ 1.20
16	160	-14.36	+ 0.70436	- 0.80581	- 0.10	+ 6.42	+ 1.11
17	170	-13.25	+ 0.64972	- 0.78095	- 0.13	+ 6.29	+ 1.01
18	180	-12.24	+ 0.60031	- 0.74937	- 0.15	+ 6.14	+ 0.89
19	190	-11.35	+ 0.55683	- 0.71429	- 0.16	+ 5.99	+ 0.76
20	200		+ 0.51962	- 0.67814	- 0.16	+ 5.83	+ 0.63

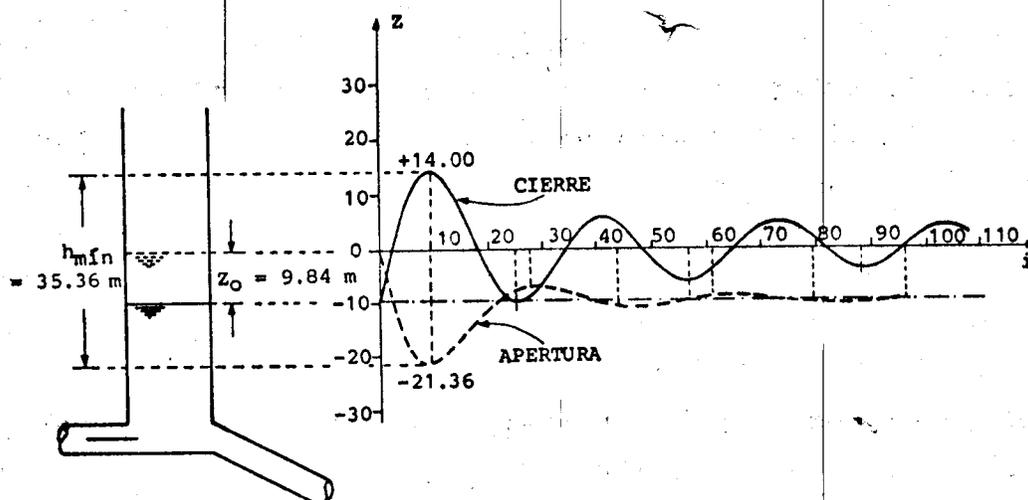
Nota: El asterisco, en ambas tablas indica el primer valor extremo

APERTURA

VALORES EXTREMOS

i	0	9	27	44	61	79	96
t	0	90	270	440	610	790	960
z	0	-21.36	-8.49	-10.07	-9.81	-9.85	-9.84

Ambos resultados se han representado gráficamente en la figura siguiente:



La altura mínima del pozo es 35.36 m , es decir, la suma en valor absoluto de las dos oscilaciones máximas, que están señaladas en las tablas con un asterisco en el extremo izquierdo.

Obsérvese que el período real es muy parecido al teórico calculado.

Como se verá después, existen distintos tipos de pozos de oscilación. En ellos puede haber, por ejemplo, pérdidas de energía en el acceso al pozo, o pueden tener áreas distintas a diferentes alturas. Todos estos parámetros deben tomarse en cuenta en las ecuaciones 7.8.a y 7.8.b , alterándolas en los intervalos en que sea necesario. Sólo basta observar que un cambio de sección altera la ecuación de continuidad y una pérdida de energía de cualquier tipo, debe incluirse en la ecuación dinámica.

7.9 FÓRMULAS PARA CALCULAR LAS OSCILACIONES EXTREMAS EN POZOS CILÍNDRICOS SIMPLES

Existen fórmulas semiempíricas que permiten tener una idea rápida de la altura mínima de un pozo. Estas expresiones son aplicables a pozos cilíndricos simples, pero también son recomendables para otros tipos de pozos, como un elemento de cálculo que permita orientar al proyectista antes de entrar en los detalles del estudio.

Aquí se presentarán las fórmulas debidas a Forchheimer y a Braun. Los niveles máximo $z_{\text{máx}}$ y mínimo $z_{\text{mín}}$ del agua en el pozo, están referidos a la superficie del embalse, tal como se indica en la figura 7.2.

7.9.1 Fórmulas de Forchheimer

Para cierre instantáneo total, el autor propone calcular la máxima oscilación con la fórmula:

$$x - Lx = 1 + m h_{f*} \quad (7.9.a)$$

en que:

L es el logaritmo natural

$$x = 1 - m z_{\text{máx}}$$

$$m = \frac{2g A_p}{C^2 R_c A_c} = \frac{2g A_p n^2}{R_c^{4/3} A_c}$$

y $h_{f*} = cV_*^2$, es decir, la pérdida por fricción en el túnel de conducción, para la velocidad de inercia, tal como se definió en el capítulo anterior.

Además:

C : es el coeficiente de Chezy

n : es el coeficiente de Manning

R_c : es el radio hidráulico en la conducción

Asimismo, para determinar el máximo descenso, producto de una apertura total instantánea, el autor propone la expresión:

$$z_{\text{mín}} = - \left[0.178 h_{f*} + \sqrt{(0.178 h_{f*})^2 + z_*^2} \right] \quad (7.9.b)$$

Siendo z_* , la máxima amplitud teórica, que se obtiene con la expresión 7.6.h.

7.9.2 Fórmulas de Braun

Cierre instantáneo total

$$z_{\text{máx}} = z_* (\sqrt{1 - 0.4 \epsilon + 0.285 \epsilon^2} - 0.467 \epsilon) \quad (7.9.c)$$

siendo:

$$\epsilon = \left| \frac{h_{f*}}{z_*} \right| \quad (\text{valor absoluto})$$

Apertura brusca total

$$z_{\text{mín}} = - z_* (0.5 \epsilon + \sqrt{1 - 0.81 \epsilon + 0.25 \epsilon^2}) \quad (7.9.ch)$$

En el siguiente ejemplo se hará una aplicación de estas fórmulas para el problema resuelto anteriormente.

Ejemplo 7.2

Calcule Z_{\max} y Z_{\min} , para los datos del ejemplo 7.1, utilizando las fórmulas vistas.

Solución:

Fórmulas de Forchheimer

- Cálculo de coeficientes:

$$C = \left(\frac{n}{r_c^{2/3}} \right)^2 L_c = \left[\frac{0.016}{\left(\frac{5.5}{4} \right)^{2/3}} \right]^2 2,000 = 0.33486$$

$$V_* = \frac{120}{\frac{\pi}{4} 5.5^2} = 5.05 \text{ m/s}$$

$$h_{f_*} = CV_*^2 = 8.54 \text{ m}$$

según 7.6.h

$$Z_* = 5.05 \sqrt{\frac{2,000 \times 23.76}{9.81 \times 292.86}} = 20.54 \text{ m ,}$$

$$m = \frac{2g \times 292.86 \times 0.016^2}{\left(\frac{5.5}{4} \right)^{4/3} \times 23.76} = 0.04049 \text{ ,}$$

$$1 + m h_{f_*} = 1.34592$$

la ecuación 7.9.a, queda, entonces:

$$x - L_x = 1.34592$$

y se satisface para:

$$x = 0.381 ,$$

por lo que:

$$z_{\text{máx}} = \frac{1 - 0.381}{0.04049} = 15.29 \text{ m}$$

la oscilación mínima, según 7.9.b es:

$$z_{\text{mín}} = - \left[0.178 \times 8.54 + \sqrt{(0.178 \times 8.54)^2 + 20.54^2} \right]$$

$$z_{\text{mín}} = - 22.12 \text{ m}$$

Fórmulas de Braun

$$\epsilon = \frac{hf_*}{z_*} = \frac{8.54}{20.54} = 0.41588$$

La oscilación máxima, de acuerdo con 7.9.c, es:

$$z_{\text{máx}} = 20.54 \left(\sqrt{1 - 0.4 \times 0.41588 + 0.285 \times 0.41588^2} - 0.467 \times 0.41588 \right)$$

$$z_{\text{máx}} = 15.31 \text{ m}$$

la oscilación mínima de acuerdo con 7.9.ch, vale:

$$z_{\text{mín}} = -20.54 \left(0.5 \times 0.41588 + \sqrt{1 - 0.81 \times 0.41588 + 0.25 \times 0.41588^2} \right)$$

$$z_{\text{mín}} = -21.53$$

Resumen de resultados:

	FORCHHEIMER	BRAUN	METODO NUMERICO
$Z_{m\acute{a}x}$ (m)	+ 15.29	+15.31	+ 14.00
$Z_{m\acute{i}n}$ (m)	- 22.12	-21.53	- 21.36

Como puede apreciarse, los resultados de las fórmulas son bastante parecidos entre sí y no difieren mucho de los calculados con el método numérico en el ejemplo 7.1.

7.10 TIPOS DE POZOS DE OSCILACIÓN Y SUS CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES

Debido a que en el pozo cilíndrico simple se presentan las mayores oscilaciones, y su estabilización es más lenta, sólo conviene usarlo en centrales pequeñas en donde estos factores no son considerables. A partir de estas desventajas surgió la idea de proponer diversas modificaciones al pozo cilíndrico simple con la intención de lograr que las oscilaciones se reduzcan más rápidamente y de que el tamaño de la estructura sea menor.

Enseguida se describen los tipos de pozos más utilizados, señalando sus ventajas y la forma en que deben adecuarse las ecuaciones dinámica y de continuidad, para realizar el cálculo numérico.

7.10.1 Pozo con diafragma

Esta estructura tiene en su entrada una placa con orificios, que se llama diafragma. En la figura 7.6 se representa un pozo con diafragma y se han dibujado también piezómetros a ambos lados, con el fin de explicar mejor su funcionamiento, que es el siguiente:

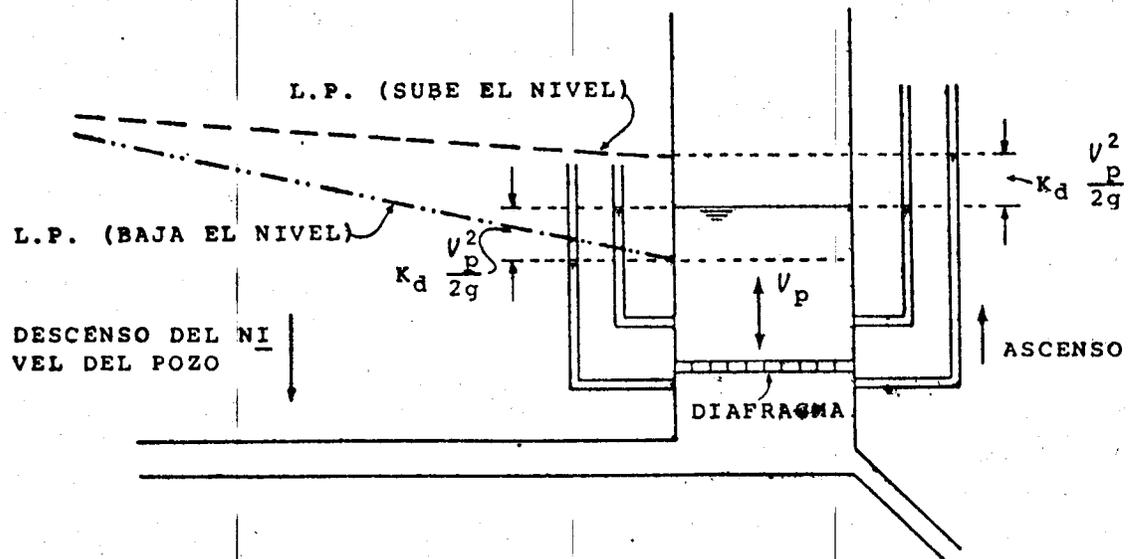


Figura 7.6

Al entrar el agua al pozo, la presión en el extremo final del túnel es mayor que la correspondiente a la superficie del agua en el pozo, debido a que hay una pérdida de energía en el diafragma ($k' v_p^2$). Esto puede visualizarse con la ayuda de los piezómetros colocados en el lado derecho de la figura.

El diafragma provoca entonces que la línea de presiones se sobreeleve más rápidamente que exclusivamente por causa de las oscilaciones en el pozo, como sucede cuando no existe el dispositivo mencionado. En estas condiciones, se presenta

una disminución más rápida del gasto y una reducción de la amplitud en las oscilaciones. Esto contribuye a que la turbina reciba más rápidamente el nuevo gasto demandado, tal como se señaló en el tema 7.2. Lo contrario sucede al bajar el nivel en el pozo, como se veía en los piezómetros indicados del lado izquierdo del esquema de la figura 7.6.

Para realizar el cálculo, sólo se requiere agregar la pérdida en el diafragma a la ecuación dinámica, quedando ésta en la forma (ver 7.8.a):

$$z + kV |V| + k' v_p |v_p| + \frac{L_c}{g} \frac{\Delta V}{\Delta t} = 0$$

siendo v_p , la velocidad del agua en el pozo (o $\Delta z/\Delta t$) y k' el coeficiente de pérdida en el diafragma dividido entre 2 g .

La ecuación de continuidad no se altera al no haber cambio en el área del pozo.

Por lo que se refiere al factor de seguridad para la fórmula de Thoma f_s , ya se señalaron algunos valores en el tema 7.7.

Este tipo de pozos se utiliza generalmente cuando los gastos son pequeños y las cargas grandes. Además, su estructura sencilla permite colocarlos en el exterior, por lo que es común observarlos sobresaliendo de los cerros o de las cortinas.

7.10.2 Pozo de oscilación con cámaras de expansión

Este tipo de estructura tiene dos expansiones de gran volumen localizadas una sobre el nivel de aguas máximas ordinarias

(NAMO), llamada *expansión superior* y otra abajo de dicho nivel, ambas comunicadas tal como se ve en la figura 7.7.

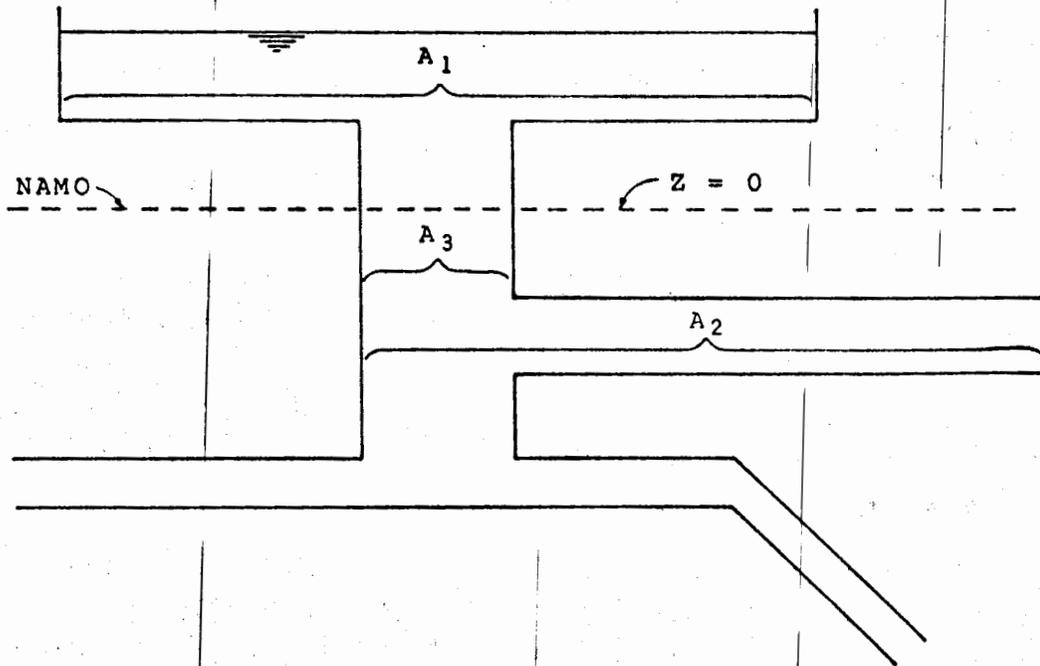


Figura 7.7

Las expansiones son verdaderos toques para las oscilaciones, ya que al llegar el agua a dichas expansiones disminuye drásticamente su velocidad, debido a que en ellas, el volumen es mucho mayor que en la galería que las comunica. Por otra parte, la estrechez relativa de la galería central de área A_3 , en la figura 7.7, hace que en esa zona, la línea de presiones se mueva con rapidez ya sea tanto para frenar el flujo en el túnel de conducción o para acelerarlo, según sea lo demandado por el sistema.

En este caso, sólo se altera la ecuación de continuidad 7.8.b, ya que debe cambiarse A_p a los valores A_3 , A_2 y A_1 , en el momento en que, durante el cálculo, el nivel pase, respectivamente de la galería central a la expansión inferior o a la superior.

Por su estructura, este pozo es casi siempre interior. Se encuentra generalmente alojado o dentro del cerro, excavado en la roca, o dentro de la cortina. Si su parte superior no alcanza el exterior, normalmente tiene una galería que lo comunica a la presión atmosférica, en forma semejante a la señalada en las figuras 7.1.b y c ; aunque algunos diseños pueden estar totalmente cerrados en su parte superior, teniendo allí un volumen de aire a presión.

El pozo con expansiones se utiliza normalmente con gastos medianos y grandes y cargas medias.

7.10.3 Pozo diferencial tipo Johnson

Este tipo de pozo está formado por dos pozos cilíndricos concéntricos, tal como se indica en la figura 7.8. El pozo o galería interior está unido por medio de una estructura al pozo exterior y ésta hace también el papel de diafragma con las ventajas señaladas en 7.10.1.

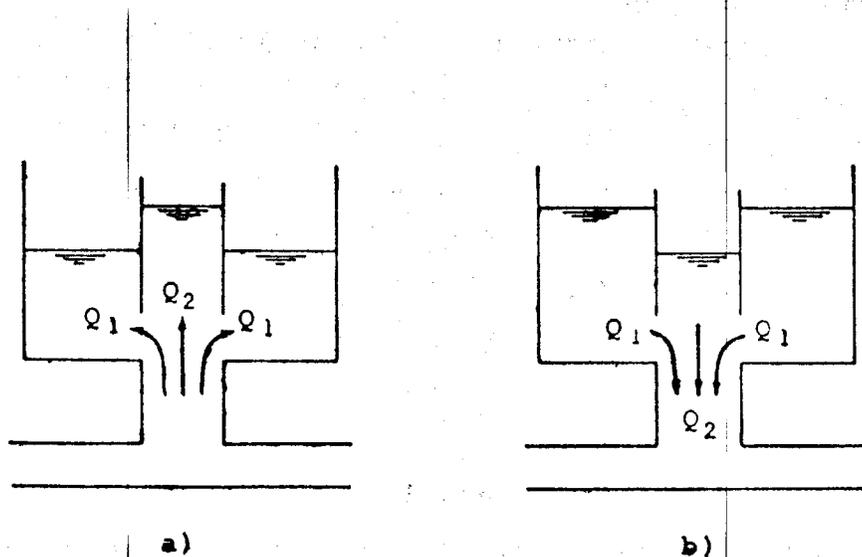


Figura 7.8

Adicionalmente, el pozo Johnson contribuye notablemente a amortiguar las oscilaciones, porque la diferencia de niveles que siempre hay en las cámaras exterior e interior, ayuda a lograr más rápidamente el equilibrio. Las figuras 7.8.a y 7.8.b ilustran el funcionamiento del pozo a la entrada y a la salida del agua. Nótese que la galería interior funciona en momentos como vertedor.

Vogt hizo una modificación a este tipo de pozo, que consiste en agregar un diafragma en la parte superior de la galería central. Esta modificación incrementa aún más su estabilidad.

El pozo diferencial de Johnson puede ser exterior, ya que estructuralmente no ofrece problemas. Es por eso que resulta conveniente en casos donde la excavación en la roca ofrece dificultades especiales. Desde el punto de vista hidráulico es útil en casos semejantes a los de la cámara de oscilación con expansiones, con la ventaja de que su diámetro y su altura son menores que los de un pozo con diafragma.

Por lo que respecta al cálculo de las oscilaciones, en este caso se alteran ambas ecuaciones, la de continuidad por la distribución de los gastos y la dinámica por las pérdidas, al entrar o salir el agua de la estructura.

7.10.4 Pozo vertedor

Esta estructura tiene, en su parte superior, una cresta vertedora que permite que el agua se derrame al sobrepasarla, disminuyendo así la velocidad con que se eleva.

En ocasiones el agua derramada se pierde escurriendo fuera del pozo, pero en otros diseños, como el que se muestra en la figura 7.9, el agua es recuperada.

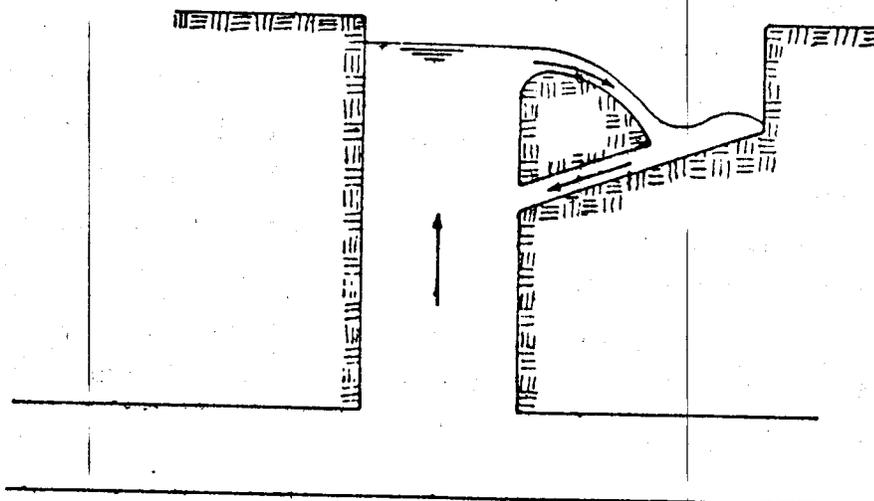


Figura 7.9

El vertedor ayuda a amortiguar las oscilaciones sobre todo cuando el agua se elimina del sistema, no regresando al pozo. Sin embargo, el pozo vertedor de este tipo sólo puede usarse cuando hay más agua de la necesaria y tiene el inconveniente de que debe protegerse la zona de la descarga para no afectar a la obra.

En el cálculo, debe modificarse la ecuación de continuidad, calculando el gasto con la fórmula de vertedor durante los derrames.

7.10.5 Sistemas de pozos

En ocasiones una buena solución puede ser colocar varios pozos juntos (generalmente dos), y a este tipo de solución se le llama *sistema de pozos*. La razón para un arreglo como éste es fundamentalmente económica. Por ejemplo alguna peculiar

ridad geológica puede sugerir la ventaja de instalar dos pozos contiguos de menor diámetro en lugar de uno muy grande. Otro caso que puede justificar la medida se presenta cuando hay necesidad de aumentar la capacidad que originalmente tenía una planta hidroeléctrica.

Para el cálculo, puede considerarse, sin cometer error importante, que el área total utilizada en la ecuación de continuidad es la suma de las áreas de cada pozo. Por lo que respecta a la ecuación dinámica, habrá que tomar las consideraciones propias de cada tipo de pozo, como ya se ha indicado.

5
5
2
1
0

APENDICE I ECUACION DE TURBINA DE EULER (1754)

En la figura I.1 se representa una parte del rodete de una turbina de reacción (Francis). Por simplicidad se ha dibujado sólo un álabe y del lado izquierdo, con línea punteada, la trayectoria de una partícula del líquido, cuya velocidad relativa es \bar{w} .

Los puntos 1 y 2 señalan respectivamente, la entrada y salida del agua orientada por los álaves. Las velocidades absolutas del agua están indicadas con los vectores \bar{v} y con \bar{u} las tangenciales que indican el giro del rodete. Obsérvese que la trayectoria del líquido entre los álaves es siempre tangente a la velocidad relativa \bar{w} , ya que ésta sería la velocidad del agua si el rodete estuviera fijo (o si giráramos con él). Por la misma razón, los álaves son en todos sus puntos tangentes a los vectores \bar{w} .

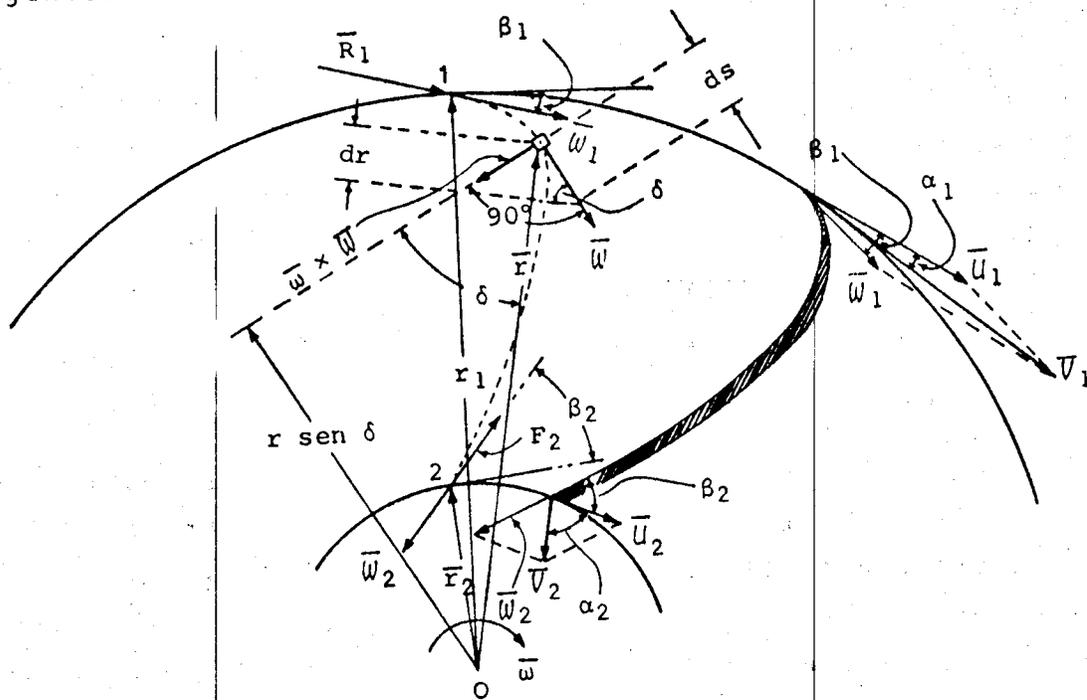


Figura I.1

La velocidad angular se puede representar por el vector $\bar{\omega}$ y designando \bar{r} al radio vector a cualquier punto de la trayectoria, la velocidad tangencial está dada por la expresión: $\bar{u} = \bar{\omega} \times \bar{r}$. En la figura I.2.a se indica el vector $\bar{\omega}$, el cual es perpendicular al plano del movimiento donde se alojan los vectores \bar{r} , $\bar{\omega}$ y \bar{u} .

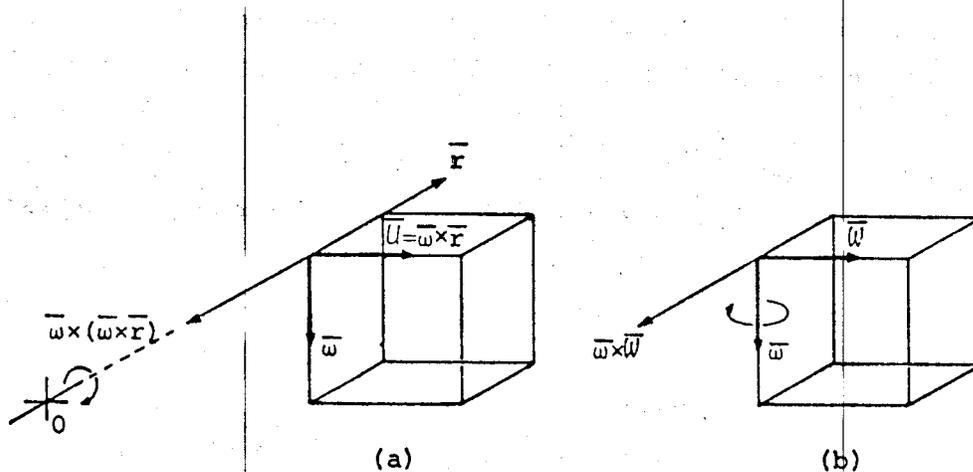


Figura I.2

Aceptando ahora el principio de superposición de los esfuerzos, puede suponerse todo el gasto concentrado en la trayectoria indicada en la figura I.1 y como la aceleración de una partícula está representada por la expresión general:

$$\bar{a} = \bar{a}_\omega + 2\bar{\omega} \times \bar{\omega} + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})$$

En que \bar{a}_ω es la aceleración lineal en la dirección del flujo, $2\bar{\omega} \times \bar{\omega}$ es la llamada *aceleración de Coriolis*, la cual es provocada por una trayectoria diferente a la recta y cuya dirección se señala en la figura I.2.b. El tercer término es la aceleración centrípeta que obviamente no produce ningún giro, tal como se observa en la figura I.2.a.

Entonces el rodete está sometido a dos impulsos que se indican en la figura I.1, a saber:

$$\bar{R}_1 = \frac{\gamma Q}{g} \bar{w}_1 \quad \text{y} \quad \bar{F}_2 = - \frac{\gamma Q}{g} \bar{w}_2 \quad (\text{reacción})$$

y sólo sus proyecciones sobre las tangentes respectivas a la rueda producen un momento, cuyo valor puede calcularse, utilizando únicamente los módulos de los vectores ya que su dirección es clara. Dicho momento es

$$M_I = R_1 \cos \beta_1 r_1 + F_2 \cos \beta_2 r_2$$

que equivale a:

$$M_I = \frac{\gamma Q}{g} (w_1 \cos \beta_1 r_1 - w_2 \cos \beta_2 r_2) \quad (\text{I.a})$$

Por otra parte, el momento debido a la fuerza de Coriolis, puede calcularse integrando a lo largo de la trayectoria 1-2. En efecto, para una partícula elemental de masa dm (ver figura I.1), dicho momento es:

$$dM_c = -dm \cdot 2\bar{\omega} \times \bar{w} r \operatorname{sen} \delta$$

Ahora bien, como el ángulo entre los vectores $\bar{\omega}$ y \bar{w} es de 90° , su seno es 1 y la expresión anterior puede escribirse en forma escalar de la siguiente manera:

$$dM_c = - \frac{\gamma Q dt}{g} 2\omega \cdot w r \operatorname{sen} \delta$$

y como la velocidad relativa vale:

$$w = \frac{ds}{dt}$$

y según la misma figura:

$$\text{sen } \delta = \frac{dr}{ds}$$

El momento provocado por la fuerza de Coriolis para la partícula es:

$$dM_c = - \frac{\gamma Q dt}{g} 2\omega \frac{ds}{dt} r \frac{dr}{ds}$$

es decir:

$$dM_c = - 2\omega \frac{\gamma Q}{g} r dr$$

que en toda la trayectoria tiene el valor:

$$M_c = - 2\omega \frac{\gamma Q}{g} \int_1^2 r dr = - 2\omega \frac{\gamma Q}{g} \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right)$$

$$M_c = - \frac{\gamma Q}{g} \omega (r_2^2 - r_1^2) \text{ y siendo } \omega = \frac{u_1}{r_1} = \frac{u_2}{r_2}$$

$$M_c = \frac{\gamma Q}{g} (u_1 r_1 - u_2 r_2) \quad (\text{I.b})$$

Por otra parte, en la figura I.1 se observa la validez de las siguientes relaciones:

$$\omega_1 \cos \beta_1 = v_1 \cos \alpha_1 - u_1$$

y

$$\omega_2 \cos \beta_2 = v_2 \cos \alpha_2 - u_2$$

que substituidas en I.a, llevan a la expresión:

$$M_I = \frac{\gamma Q}{g} \left[(v_1 \cos \alpha_1 - u_1) r_1 - (v_2 \cos \alpha_2 - u_2) r_2 \right] \quad (\text{I.c})$$

y el momento total del fluido con respecto al eje 0, es decir, el par motor es:

$$M_o = M_I + M_C$$

que de acuerdo con I.c y I.b tiene el valor:

$$M_o = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 \cos \alpha_1 r_1 - V_2 \cos \alpha_2 r_2) \quad (\text{I.ch})$$

que es la llamada *Ecuación de Turbina de Euler*, obtenida por dicho investigador en 1754.

Recordando la expresión 3.6.c y la definición de ω , presentadas en el capítulo 3, puede concluirse que la potencia de la turbina es:

$$P = \frac{\gamma Q}{g} (V_1 u_1 \cos \alpha_1 - V_2 u_2 \cos \alpha_2)$$

y ya que dicha potencia está dada por la expresión $P = \eta \gamma Q H$, será correcta la siguiente expresión:

$$\eta H = \frac{1}{g} (u_1 V_1 \cos \alpha_1 - u_2 V_2 \cos \alpha_2) \quad (3.11.b)$$

que es la *Ecuación de Euler*.

APENDICE II CARACTERISTICAS DE ALGUNAS INSTALACIONES DE BOMBEO

FABRICAS:

ALLIS - CHALMERS

- En la planta Hiwasee del TVA, E.U.A; bombas-turbinas (reversibles) con $Q = 3,900 \text{ ft}^3/\text{s}$, $H = 205 \text{ ft}$ (como bomba) y $P = 100,000 \text{ HP}$. Diámetro del impulsor: 266" y $N = 105.9 \text{ r.p.m.}$

BYRON - JACKSON

- Bombas hasta con 54 pasos y alturas de varios miles de pies.
- Construyó tres bombas en la planta Gene con $Q = 200 \text{ ft}^3/\text{s}$ cada una, $H = 310 \text{ ft}$ y $N = 400 \text{ r.p.m.}$ Diámetro del impulsor: 78" .
- Bombas instaladas en el embalse de la presa Grand Coulee, E.U.A., Río Columbia; $H = 270 \text{ ft}$, $Q = 1,650 \text{ ft}^3/\text{s}$ y $P = 60,000 \text{ HP}$.
- La bomba con mayor carga en el mundo ($H = 8,600 \text{ ft}$) para petróleo, con $Q = 875 \text{ GPM}$ de 19 pasos.

INGERSOLL - RAND

- Construyó una bomba de 6" con $N = 3,750 \text{ r.p.m.}$, 10 pasos y 1,600 GPM a 6,000 ft de altura.

WORTHINGTON CO.

- Instaló una bomba en Rocky River, E.U.A., para $279.5 \text{ ft}^3/\text{s}$ con $H = 238.84 \text{ ft}$, $N = 327 \text{ r.p.m.}$, $P = 8,259 \text{ HP}$, $\eta = .917$ y diámetro del impulsor: 7.54 ft .
- Construyó en el Río Colorado, E.U.A., tres bombas para la planta Hayfield con $Q = 200 \text{ ft}^3/\text{s}$ cada una y $H = 444 \text{ ft}$ con $N = 450 \text{ r.p.m.}$ Los diámetros de los impulsores son de $81.6''$ y los del ojo del impulsor: $34''$.

BIBLIOGRAFIA

- AZEVEDO, J.M. y ACOSTA, A.G., *Manual de Hidráulica*. México, HARLA, Harper & Row Latinoamericana, 1975, 578 p.
- BEREZOWSKY, M. y RAMIREZ, H., *Cámaras de Oscilación, Análisis y Diseño Hidráulico*. México, Universidad Nacional Autónoma de México, Series del Instituto de Ingeniería, No. D-28, mayo 1988, 135 p.
- BLÁHA, J. y BRADA, K., *Hydraulické Stroje I. Čerpadla (Máquinas Hidráulicas I. Bombas)*. Praha, České Vysoké Učení Technické, 1982, 128 p.
- BLÁHA, J. y BRADA, K., *Hydrodynamická Čerpadla (Bombas Hidrodinámicas)*. Praha, České Vysoké Učení Technické, 1985, 293 p.
- BRADA, K. y BLÁHA, J., *Hydrodynamická Čerpadla, Vodní Turbíny. Doplňkové Skriptum (Bombas Hidrodinámicas, Turbinas Hidráulicas. Anexo a Apuntes)*. Praha, České Vysoké Učení Technické, 1985, 51 p.
- BUREAU OF RECLAMATION, *Selecting Reaction Turbines*. Washington, Engineering Monograph No. 20, United States Department of the Interior, 1976, 48 p.
- ČABELKA, J., *Využitie Vodnej Energie (Utilización de la Energía del Agua)*. Tomos 1 y 2. Bratislava, Slovenské Vydavateľstvo Technickej Literatúry, 1959, 1449 p.
- COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD, *Estadísticas por Entidad Federativa*. México, 1987, 43 p.
- COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD, *Informe de Operación*. México, 1987, 56 p.

COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD, *Manual de Diseño de Obras Civiles. Hidrotecnia: A.2.1, 16 p.; A.2.2, 130 p.; A.2.3, 165 p.; A.2.4, 148 p.* México, 1982.

COMOLET, R., *Mécanique Expérimentale des Fluides*, vol. I, 244 p.; vol. II, 442 p. Paris, Masson et Cie. Editeurs, 1963.

CREAGER, W.P., JUSTIN, D.J. y HINDS, J., *Engineering for Dams*, vol I. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1957, 283 p.

CHMELÁR, V., *Přečerpávací Vodná Elektrárň Čierny Váh (Plan ta de Acumulación de Energía Čierny Váh)*. Bratislava, ALFA, Vydavateľstvo Technickej a Ekonomickej Literatúry, 1984, 165 p.

DAUGHERTY, R. L. y FRANZINI, J. B., *Fluid Mechanics with Engineering Applications*. Tokio, McGraw-Hill Kógakusha, LTD., 1965, 574 p.

EATON, J.R., *Principios de Electricidad*. México, Constanca, 1974, 404 p.

FEATHERSTONE, R.E. y Nalluri, C., *Civil Engineering Hydraulics, Essential Theory with worked examples*. London, Granada, 1982, 371 p.

GARDEA, H., *Rango de Aplicación de la Fórmula de Michaud para el Cálculo de Presiones Debidas al Golpe de Ariete*. México, Memorias del VI Congreso Nacional de Hidráulica, Mérida, Yucatán. Vol. III, 447 p., Ponencia: p. 887-903.

HUKA, J., *Hydromechanika: Vodné Motory (Hidromecánica: Motores Hidráulicos)*. Bratislava, Státna Nakladateľstvo Technickej Literatúry, 1954, 209 p.

HUŠEK, J., *Přečerpávací Vodné Elektrárny (Plantas de Acumulación de Energía)*. Praha, Státní Nakladatelství Technické Literatúry, 1963, 316 p.

JAEGER, CH., *Engineering Fluid Mechanics*. New York, St. Martin's Press, Inc., 1957, 529 p.

- KARASSIK, I. y CARTER, R., *Centrifugal Pumps*. New York, McGraw-Hill, 1960, 488 p.
- KARASSIK, I., KRUTZSCH, FRASER y MESSINA, *Pump Handbook*. New York, McGraw-Hill, 1986, 1,373 p.
- KRATOCHVIL, S., *Využití Vodní Energie (Utilización de la Energía del Agua)*. Praha, Československá Akademie Věd, 1956, 693 p.
- LEVI, E., *El agua según la ciencia*. Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología. México, Ediciones Castell Mexicana 1989, 677 p.
- MANCERO DEL CASTILLO, U., *Teoría del golpe de Ariete y sus Aplicaciones en Ingeniería Hidráulica*. México, Limusa, 1987, 247 p.
- MÄSIAR, E. y KAMENSKÝ, J., *Hydraulika pre Stavebných Inžinierov /I/ (Hidráulica para Ingenieros Constructores /I/)*. Bratislava, ALFA, Vydavateľstvo Technickej a Ekonomickej Literatúry, 1985, 341 p.
- MATAIX, C., *Mecánica de Fluidos y Máquinas Hidráulicas*. México, Harla, Harper & Row Latinoamericana, 1982, 660 p.
- MILEAF, H., *Electricidad siete*. México, Limusa, 1986, 144 p.
- MOSONYI, E., *Water Power Development*. Budapest, Akadémiai Kiadó, Publishing House of the Hungarian Academy of Science, 1963, Tomo I, 1,061 p.; Tomo II, 1,146 p.
- NECHLEBA, M., *Hydraulic Turbines*. Prague, Artia, 1957, 636 p.
- ONDŘÍČEK, M. y KARTÁK, M., *Zdroje a Využití Energie (Fuentes de Energía y su utilización)*. Praha, Státní Nakladatelství Technické Literatúry, 1963, 177 p.
- PARMAKIAN, J., *Waterhammer Analysis*. New York, Dover Publications, Inc., 1963, 161 p.

- PICKFORD, J., *Analysis of Water Surge*. London, Macmillan, 1969, 203 p.
- POLO, M., *Turbomáquinas Hidráulicas*. México, Limusa, 1988, 295 p.
- RICH, G.R., *Hydraulic Transients*. New York, Dover Publications, Inc., 1963, 409 p.
- ROUSE, H., *Engineering Hydraulics*. New York, John Wiley & Sons, 1958, 1039 p.
- ROUSE, H. & INCE, S., *History of Hydraulics*. State University of Iowa, Iowa Institute of Hydraulic Research, 1957, 269 p.
- RUSSEL, G., *Hydraulics*. New York, Henry Holt and Company, 1959, 468 p.
- SCHLAG, A., *Hydraulique Générale*. Paris, Dunod, 1957, 243 p.
- SCIMEMI E., *Compendio di Idraulica*, Padova, CEDAM, Dott. Antonio Milani, 1959, 325 p.
- SIMON, A. L., *Hydraulics*. New York, John Wiley & Sons, 1986, 493 p.
- SMETANA J., *Hydraulika*; Vol. I, 544 p.; Vol. II, 490 p. Praha, Československá Akademie Věd, 1957.
- ŠTOLL, C., KRATOCHVÍL, S., y HOLATA, M., *Využití Vodní Energie* (Utilización de la Energía del Agua). Praha, 1977, 612 p.
- STREETER, V. L. y WYLIE E.B., *Mecánica de los Fluidos*, México, McGraw-Hill, 1985, 775 p.
- VIEJO, M., *Bombas: Teoría, Diseño y Aplicaciones*. México, Limusa, 1981, 290 p.
- WALKER, R., *Pump Selection: A Consulting Engineer's Manual*. Michigan, Ann Arbor Science, 1972, 118 p.

WEBBER, N.B., *Fluid Mechanics for Civil Engineers*. London,
E. & F.N. Spon Ltd., 340 p.

ZOPPETTI G., *Centrales Hidroeléctricas*. Barcelona, Gustavo
Gili, S.A., 1969, 509 p.

INDICE ANALITICO

A

aceleración

centrípeta, 376
de Coriolis, 376
de una partícula, 376

álabes en turbinas y en bombas, 67, 83-86

Allievi

Constante de, 306
Ecuaciones en cadena de, 307
Gráficas de, 322, 323, 324
Lorenzo, 286, 300, 303-305
Solución de, 300

Altura de la cortina, 42

altura de succión, 158, 161, 163

apertura lineal, 309, 310, 311

aportaciones o escurrimientos, 35, 36, 37

aprovechamientos hidráulicos, 30

Daños en los, 30, 31
Objetivos de los, 30

Arquímedes, Tornillo de, 56

B

Berechnoy, Fórmula de, 187

Bernoulli, Daniel, 57, 58, 60

bocatoma, 40

bomba, 3, 5, 55, 84-86, 88, 89, 91-93, 199, 282

centrífuga, 82, 83, 199, 203, 205
 de doble succión, 206
 Eficiencia de una, 203, 204
 de émbolo, 199
 específica, 147
 de flujo mixto y axial, 203
 número de impulsores, 242
 de succión sencilla, 206

Braun, Fórmulas de, 363

Burdin, Claude, 57, 58

C

Camerer, 170

caracol, 81, 82

carcaza, 81, 82

carga

bruta, 4, 64, 138, 139-141

Regulación cuando cambia la, 139-145

Regulación cuando no cambia la, 138, 139

bruta media, 10

de descarga, 225

dinámica, 209, 213, 225, 282

estática

de descarga, 202

de succión, 202

total, 202

media, 9

neta, 59, 60, 61, 141

de succión, 225

positiva neta, 223, 225, 226, 234

casa de máquinas, 189, 190, 191, 342

cavitación, 57, 61, 158, 161-163, 201, 219-222, 226, 231, 232, 234, 282

celeridad, 287, 294

central (o planta)

de base, 19, 20, 38

hidroeléctrica, 1, 8, 13, 14, 16, 35, 36, 38, 337

de acumulación de energía (o de rebombeo), 22-24, 84
funcionamiento (o simulación) de una, 35, 43, 45
de pico, 19, 20, 38
termoeléctrica, 14, 25

cierre

instantáneo o brusco, 283, 290, 291, 311
lineal, 309, 310

confiabilidad, 14

Coriolis, Fuerza de, 377, 378

curva(s)

características, 218
de carga, 213-215, 253
de demanda, 17, 18, 22
de duración de carga, 21, 22
de isoeficiencia, 171-174
Aplicaciones de las, 175
de operación, 17

CH

chiflón, diámetro del, 184, 185

chorro

Potencia de un, 73-76
Reacción de un, 72
sobre placas fijas y en movimiento, 67, 69-71

D

demandas, 35, 36, 337

difusor, 82, 83, 200

distribuidor, 82, 99, 109, 130, 131, 337

E

eficiencia, 4, 10

de la conducción, 64

del generador, 64, 65

de la turbina, 64, 65

en turbinas, Fórmulas para trasladar la, 170, 171

Eguiazarov, Fórmulas de, 156

energía, 1, 3, 8-10, 17

Fuentes de, 13, 14, 25

Transmisión de la, 11-13

Unidades de, 5, 6, 8

escurrimientos

Determinación de los, 38

generados, 37

registrados, 37

sintéticos, 37

espesor de la pared de una tubería, 288

estrangulamiento del flujo, 215

Euler

Ecuación de, 86-94, 96, 199, 208, 375, 379

Leonardo, 57, 58

F

factor

de generación, 8-10

de planta, 19, 20

de potencia, 12

de resbalamiento, 208

Forchheimer, Fórmulas de, 362

Fourneyron, Benoit, 57, 58

Francis, James Bicheno, 57, 58

frecuencia, 110, 129-131, 137, 139, 141, 142

G

generación, 8, 9

Factor de, 8-10

generador, 11-13, 55, 56, 110, 129

golpe de ariete, 140, 281, 287, 292, 338

Ecuación de continuidad del, 292, 296, 300

Ecuación dinámica del, 292, 293, 295

negativo, 281, 282

período, 283, 286, 287

Fraciones de, 308

positivo, 281

H

Herón, de Alejandría, 56-58.

Hutton, Fórmula de, 171

I

impulso, Ley del, 65, 66, 291, 294

impulsor(es), 82, 83, 85, 200, 204, 220, 221

Diseño de, 89, 90, 91

Recorte de, 257

J

Joukovsky

Fórmula de, 290, 291

Nicolai, 286

K

Kaplan, Víctor, 57, 58

Kratochvil

Valores de, 164

Fórmula de, 186

4

L

línea de transmisión, 12, 15, 16

M

maniobra

instantánea o brusca, 286, 287

lenta o gradual, 287

Ley de, 305, 308

mantenimiento, 14

Reserva para, 18, 19

máquinas hidráulicas, 55, 58, 66, 111, 112

Michaud, Fórmula de, 286, 329

modelo, 111, 112, 114, 115, 117-119

Moody, Fórmulas de, 170, 256

Morozov, Fórmula de, 156

motor, 206, 208

N

Nechleba

Tabla, 186

validación fórmula de Michaud, 329

niveles de operación, 35, 36, 39-42

NAME, 42

NAMINO, 40, 41

NAMO, 41, 42

NDESF, 40

NDIS, 41

operación, Punto y zona de, 215, 216

P

par motor, 73

Fórmula del 74

Pavlov, Fórmulas de, 190

Pelton, Lester A., 57, 58

pérdidas locales, 207

placas fijas, Empuje sobre, 67, 68

placas en movimiento, Empuje sobre, 69

polos del generador, 110

potencia, 1, 2, 73-77

en bombas, 5, 7

Factor de, 12

instalada, 18, 19, 28

máxima, 19, 75, 77

media, 19

real, 3-5

teórica, 3, 4

en turbinas, 4, 6, 7, 379

Unidades de, 5, 6, 8

potencial hidroeléctrico, 27

pozo (o cámara) de oscilación, 140, 283, 328, 337, 338, 349

máxima oscilación teórica, 349, 350, 352, 362, 363

con cámaras de expansión, 368

cilíndrico simple, 354, 362

con diafragma, 354, 367

Ecuación de continuidad del, 348, 350

Ecuación dinámica del 345, 350

estable, 341, 342

Funcionamiento del, 340-342

Período del, 349-351

tipo Johnson, 370

vertedor, 343, 371

predistribuidor, 82
presión de vaporización de un líquido, 160
prototipo, 111, 114, 118

R

registros históricos, 35, 37
regulación, 129, 131, 138, 139
regulador, 129, 130, 337
reserva, 18
 para mantenimiento, 19
 para reparación, 19
 rodante, 18, 19
rodete, 11, 73, 81-87, 92
 Diámetro del, 96, 184, 187
 Diseño del, 89, 90, 91
 Velocidad de entrada al, 98, 99

S

Scimemi, Método numérico de, 355
Schapov, Fórmulas de, 156, 164
Segner, Andreas, 57, 58
semejanza
 dinámica, 111, 112
 geométrica, 111
similitud
 Criterio de, 44
 Mecánica, 111, 112
 en bombas, 119, 256
 en turbinas, 118

simulación, Criterio de, 43, 44

Sistema Gravitacional, 6

Sistema Internacional de Unidades, 6

Sistema MKS, 5

sistemas de bombas, 247

en paralelo, 248, 251

en serie, 248-250

subestación

elevadora, 12, 13

reductora, 12, 13

T

Thoma

Coefficiente (o sigma) de, 163, 226, 232

Fórmula de, 353

tiempo de maniobra, 287

tiempo relativo de maniobra, 287

trabajo, 2, 6

Transformador, 12, 13

tubería de presión, 288, 338

túnel de conducción, 340

turbina(s), 3, 4, 55-57, 60, 78, 83-90, 92, 93

de bulbo, 106

Clasificación de las, 105, 106

Elementos principales de la, 78-82

específica, 146, 147

Francis, 78, 81, 82, 106, 107, 149, 154-156, 170-173, 187, 190

de hélice, 106, 108

de impulso, 59, 60, 77, 78, 83-96, 109, 136

Kaplan, 78, 82, 106, 108, 149, 154-156, 170, 171, 174, 187, 190

número de unidades, 151, 152

Pelton, 77-80, 96, 106, 107, 139, 140, 149, 154, 170, 172, 184