



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**ESTUDIO DEL CAMPO DE VELOCIDADES  
DE PROPAGACION EN EL VOLCAN  
POPOCATEPETL UTILIZANDO  
INTERFEROMETRIA SIMICA**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**INGENIERA GEOFÍSICA**

**P R E S E N T A**

**ESQUIVEL MENDIOLA LEONARDA ISABEL**

**DIRECTOR DE TESIS**

**ARTURO IGLESIAS MENDOZA**



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2017

# Índice general

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. Introducción</b>   | <b>7</b>  |
| <b>2. Motivación y caracterización de la actividad del volcán Popocatepetl</b> | <b>9</b>  |
| 2.1. Objetivo  | 9         |
| 2.2. Motivación  | 9         |
| 2.3. Caracterización del volcán Popocatepetl                                   | 10        |
| 2.3.1. Marco tectónico   | 10        |
| 2.3.2. Actividad volcánica   | 11        |
| 2.3.3. Antecedentes: Estudios sísmicos   | 12        |
| <b>3. Interferometría de ruido sísmico y datos utilizados</b>                  | <b>14</b> |
| 3.1. Interferometría de ruido sísmico  | 14        |
| 3.1.1. ¿Qué es el ruido sísmico?   | 14        |
| 3.1.2. Contenido de frecuencia del ruido sísmico                               | 15        |
| 3.1.3. Relación entre campos difusos y la función de Green                     | 15        |
| 3.2. Datos utilizados.   | 17        |
| <b>4. Procesamiento de datos sísmicos</b>                                      | <b>19</b> |
| 4.1. Pre-procesamiento   | 20        |
| 4.1.1. Remover la respuesta instrumental.                                      | 21        |
| 4.1.2. Reducción de la media y la pendiente.                                   | 21        |
| 4.1.3. Normalización temporal  | 21        |
| 4.1.4. Normalización espectral o blanqueo                                      | 22        |
| 4.2. Cálculo de las correlaciones cruzadas                                     | 24        |
| 4.3. Apilado de la señal.  | 25        |
| 4.3.1. Apilado lineal.   | 26        |
| 4.3.2. Apilado por fases ponderadas en el dominio tiempo-frecuencia.           | 26        |
| 4.4. Características de la función de Green empírica.                          | 27        |
| <b>5. Cálculo de curvas de dispersión de onda Rayleigh.</b>                    | <b>29</b> |
| 5.1. Técnica de filtrado múltiple.   | 29        |
| 5.1.1. Filtrado y evaluación de la amplitud espectral y fase instantánea.      | 29        |
| 5.1.2. Proceso de la técnica de filtrado múltiple                              | 31        |
| <b>6. Tomografía sísmica</b>   | <b>34</b> |
| 6.1. Formulación de una tomografía sísmica de tiempos de viaje                 | 35        |
| 6.2. Tomografía de ondas superficiales de marcha rápida                        | 36        |
| 6.2.1. Parametrización de la velocidad   | 36        |

|  |           |
|--|-----------|
| 6.2.2. Teoría de rayos . . . . .                                   | 37        |
| 6.2.3. Método de marcha rápida (FMM) . . . . .                     | 40        |
| 6.2.4. Inversión del subespacio . . . . .                          | 43        |
| 6.2.5. Análisis de la calidad de la solución . . . . .             | 44        |
| <b>7. Resultados.</b>  | <b>46</b> |
| 7.1. Curvas de dispersión . . . . .                                | 46        |
| 7.1.1. Análisis de curvas de dispersión de onda Rayleigh . . . . . | 46        |
| 7.2. Tomografía de ondas superficiales . . . . .                   | 51        |
| 7.2.1. Análisis de resolución . . . . .                            | 51        |
| 7.2.2. Tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh . . . . . | 53        |
| <b>8. Discusión.</b>   | <b>56</b> |
| <b>9. Conclusiones y recomendaciones.</b>                          | <b>60</b> |
| <b>10. Referencias</b>   | <b>62</b> |
| <b>11. Apéndice</b>  | <b>64</b> |
| 11.1. Curvas de dispersión de la onda Reyleigh . . . . .           | 64        |

# Agradecimientos

A Rufina Mendiola, mi mamá que siempre me ha apoyado, comprendido e impulsado, gracias por tu cariño y por ser el claro ejemplo de perseverancia, gracias por enseñarme que el trabajo es la única forma en que podemos lograr nuestras metas, objetivos y sueños, que las cosas no son sencillas pero tampoco imposibles.

Familia, primas, primos, tías y tíos, gracias por el apoyo que me han y siguen brindando, especialmente a Susy por los consejos, apoyo y actos ejemplares.

Gracias queridos amigos de universidad, Marí, Dante, Jess, Yoali, Manuel, Rafael y Omar, junto a ustedes aprendí y compartí muchas experiencias, tanto situaciones divertidas como de estrés, han sido un gran apoyo y sin ustedes mi vida no sería igual.

En lo académico, gracias querida UNAM y Facultad de Ingeniería, que me brindó las herramientas suficientes para ampliar mi conocimiento y criterio. Gracias Geofísica por enseñarme un poco de la extensa ciencia del estudio de la Tierra.

A mi asesor, Dr. Arturo Iglesias, por ayudarme y asesorarme en la elaboración de este proyecto, ser paciente al enseñarme muchos de los conceptos de los que carezco. Gracias por el interés mostrado en los trabajos de otras materias relacionados con este trabajo.

Al proyecto PAPIME PE107317 que me dio el apoyo económico para la culminación de este escrito.

Al M. en C. Oscar Castro, gracias por enseñarme y ayudarme en el manejo de nuevo software.

Gracias a la M. en C. Delia Bello y al Ing. Arturo B. Cárdenas del Servicio Sismológico Nacional por proporcionarme los datos de la estación ubicada en Ameca, Edo. de Méx.

## Resumen

Este trabajo presenta la primer tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh del volcán Popocatepetl para diferentes periodos (de 1s, 3s, 5s, 7s, 10s y 12s). Se emplearon registros de ruido sísmico captados en 8 estaciones de una red temporal IGEF-SSN (Instituto de Geofísica-Servicio Sismológico Nacional), entre junio de 2015 y agosto de 2016. A partir de los registros se calcularon correlaciones cruzadas entre pares de estaciones que dan como resultado funciones de Green empíricas representativas del medio entre cada par. Posteriormente aplicando la técnica de filtrado múltiple se obtuvieron las curvas de dispersión de velocidad de grupo de onda Rayleigh. Por último se realizó una inversión de las velocidades para cada uno de los periodos estudiados, en donde el problema directo es resuelto con la solución de la ecuación eikonal por medio de diferencias finitas, utilizando el *Fast Marching Method*, y para la solución del problema inverso el espacio se dividió en pequeños segmentos y se hizo una inversión del subespacio, con el fin de reducir el tiempo de computo.

Como resultado de la inversión a distintos periodos se obtuvo seis mapas tomográficos que muestran una anomalía de baja velocidad en la región noroeste, mejor delimitada para periodos que alcanzan mayor profundidad de investigación, el análisis de dicha anomalía sugiere que puede estar asociada con una región de alta temperatura, material fracturado o poco consolidado. Para el periodo de 5s se muestra un rasgo singular en la zona cercana al cráter, que puede corresponder a las rocas magmáticas de gran consolidación.

Con el fin de reafirmar las observaciones realizadas en los mapas tomográficos se realizaron pruebas de resolución, que señalan que la zona norte y centro de la región de estudio cuenta con mejor cobertura de rayos y por lo tanto mejor recuperación del modelo sintético propuesto. Por otra parte, se realizó una comparación entre algunas de las curvas de dispersión calculadas, con lo que se observó variaciones considerables en la morfología de la curva, en algunas ocasiones, consistentes con los resultados de la tomografía sísmica.

## Abstract

This paper presents the first Popocatepetl Volcano Rayleigh velocity wave tomography for different periods (1s, 3s, 5s, 7s, 10s y 12s). Seismic noise records collected by 8 stations of a temporary seismic network (IGEF-SSN), deployed on the volcano between June 2015 and August 2016 were used. These records were used to calculate cross-correlations with every pair of stations, derivating empirical Green functions representative of the medium between. Subsequently, applying the multiple filtering technique, were computed Rayleigh wave dispersion curves for the group velocity. Finally, a velocity inversion for each period was computed, with the forward problem solved through the solution of the eikonal equation, using the Fast Marching Method, for the solution of the inverse problem the space was divided into small segments and was made a subspace inversion, in order to reduce computing time.

As a result of this, at different periods six tomographic maps were obtained, indicating a low-speed anomaly in the north-west region, best delineated for periods that achieve greater depth of investigation. Analysis of such anomaly suggest that, may be associated with a high temperature, fractured or poorly consolidated material region. For the period of 5sec, a singular feature is show in the central area near to the crater, which may correspond to magmatic rocks of great consolidation.

In order to confirm the observatios made on the tomographic maps, were performed resolution tests, which indicate that the northern and central areas of study region have better ray coverage, and therefore, we have better synthetic model recovery. On the other hand, a comparison made between some of the calculated dispersion curves, where considerable variations in the curve morphology were observed, sometimes consistent with results of seismic tomography.

# Capítulo 1

## Introducción

El estudio de volcanes ha sido una tarea importante para los científicos y geocientíficos desde hace bastante tiempo. Éstos son elementos de la naturaleza capaces de liberar energía con una fuerza e impacto impresionante, tal actividad ha causado altos niveles de destrucción y muerte en los asentamientos cercanos a ellos. Por otra parte, pueden ser vistos como conductos a través de los cuales material proveniente del manto, ascienden a la superficie y nos permite conocer un poco los procesos que ocurren a profundidad. En el caso de México contamos con una gran cantidad de estas estructuras que se disponen a lo largo del arco volcánico conocido como Faja Volcánica Trans Mexicana (FVTM), la distribución espacialmente atípica lo convierten en un rasgo interesante a nivel mundial. La FVTM está compuesta por estructuras activas y muchos edificios de tipo monogenético. Algunos de los volcanes con actividad representan un alto riesgo, tal como el Popocatepetl, que aunque estuvo inactivo por aproximadamente 60 años, a partir de 1994 demostró ser el mayor peligro volcánico en México. El riesgo inminente que representa el volcán hace necesario entender y conocer los mecanismos que rigen su dinámica, por lo que es importante investigar la estructura por debajo de la superficie del mismo. Existen muchas herramientas que pueden emplearse para realizar estudios en el volcán, por ejemplo métodos geofísicos tales como prospección gravimétrica, electromagnética y estudios sísmicos. Como parte de éste último tipo de estudio, se tiene la tomografía sísmica, que puede desarrollarse utilizando fuente activa o pasiva, para el caso de la segunda, usualmente se emplean fuentes naturales como los sismos, o como en el caso de este estudio el ruido ambiental.

El presente trabajo tiene como objetivo analizar la estructura sísmica del volcán a partir del cálculo de una tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh, a partir de la técnica de interferometría sísmica. Se utilizan registros de ruido sísmico captados por una red temporal de estaciones del Instituto de Geofísica, colocadas en poblaciones cercanas al volcán, y de algunas estaciones permanentes del Servicio Sismológico Nacional, contando así con un total de 8 sensores, para un periodo de junio de 2015 a agosto de 2016. La metodología seguida en este trabajo se compone de 3 principales etapas: (1) cálculo de las funciones de Green empíricas, (2) obtención de la curva de dispersión para velocidad de grupo de la onda Rayleigh y (3) la inversión tomográfica, donde el problema directo es resuelto a través de la solución por diferencias finitas de la ecuación eikonal, utilizando el método conocido como *Fast Marching Method*, y una solución del problema inverso a partir de una inversión del subespacio. La aplicación del procedimiento antes escrito lleva a obtener el primer modelo tomográfico de velocidad de grupo de onda Rayleigh para el volcán Popocatepetl.

El resultado de este trabajo es otra herramienta que colabora con la caracterización integral de la estructura sísmica del Popocatepetl, elemento importante en la determinación del riesgo eruptivo.

## Capítulo 2

# Motivación y caracterización de la actividad del volcán Popocatepetl

### 2.1. Objetivo

Estudiar la estructura sísmica del volcán Popocatepetl a partir del cálculo de una tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh. Y correlacionar los resultados con trabajos anteriores.

### 2.2. Motivación

El Popocatepetl es uno de los volcanes en México que representa un alto riesgo para la población debido a la proximidad entre ésta y el cráter del mismo. De tal modo que si se mejora el conocimiento de su estructura sísmica se podrá fortalecer el pronóstico de explosiones y una posible actividad eruptiva. De tal modo que el conocimiento adquirido del área se transformará en una herramienta que contribuya a la mitigación del riesgo volcánico.

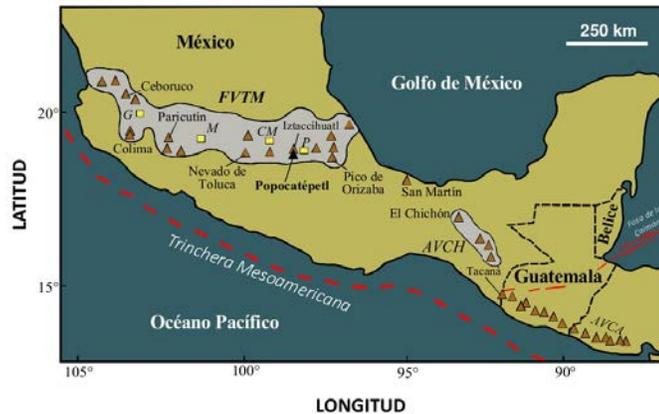
La tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh es uno de los estudios que puede efectuarse para tener mejor conocimiento de la estructura sísmica de algún lugar, en este caso un volcán. Para realizar este estudio es necesario contar con registros sísmicos que contengan información del medio, sin embargo en el volcán Popocatepetl se presenta poca actividad sísmica, motivo por el cual resulta necesario utilizar otra técnica, como la extracción del análogo a la función de Green a partir la correlación cruzada de registros continuos de ruido sísmico, permitiendo así que se cuente con un mayor número de fuentes y por lo tanto con más cantidad de datos que puedan ser utilizados para realizar el estudio. Dicha técnica ha sido exitosamente empleada para realizar estudios de monitoreo volcánico (Brenquier et. al., 2011), cálculo de curvas de dispersión de ondas superficiales (Bensen, et. al., 2006), entre otros.

## 2.3. Caracterización del volcán Popocatépetl

### 2.3.1. Marco tectónico

El volcán Popocatépetl se localiza a 60 km al sureste de la Ciudad de México y a 45 km al oeste de la Ciudad de Puebla, las dimensiones de su cráter son de 900 m de diámetro y aproximadamente 200 m de profundidad. Su edificio cubre un área de 500 km<sup>2</sup> abarcando los estados de Puebla, México y Morelos, teniendo a menos de 100 km del cráter asentamientos poblacionales, convirtiéndolo así en uno de los volcanes más peligrosos del planeta.

El Popocatépetl se ubica en la parte central de la Faja Volcánica Transmexicana (FVTM),



**Figura 2.3.1.** Faja Volcánica Transmexicana. Figura tomada de Garza, R., 2014.

que atraviesa la parte central de México, desde el Océano Pacífico hasta el Golfo de México (ver [Figura 2.3.1](#)). La FVTM consiste en un gran número de estructuras geológicas del terciario y cuaternario como conos cineríficos, maars, domos y estratovolcanes; cuyo origen se debe a la subducción de las placas Rivera y Cocos debajo la placa Norteamericana (Garza, R., 2014).

Algunos de los volcanes que forman parte de esta cadena son: *El Ceboruco* en Nayarit con 2280 msnm, el *Volcán de Colima o Volcán de Fuego* con 3820 msnm y el *Nevado de Colima* con 4339 msnm, en Colima; el *Parícutin* y el *Tancitaro* en Michoacán con 2800 y 3845 msnm respectivamente, el *Nevado de Toluca* en el Estado de México con 4680 msnm, el *Pico de Orizaba* en Veracruz con 5610 msnm, y el *Popocatépetl* con 5452 msnm.

La orientación de la FVTM es una muestra de la tectónica inusual con la que cuenta México, ya que teóricamente se supone que los arcos volcánicos son producto de la fusión parcial asociada a las zonas de subducción, por lo que su disposición espacial debería ser cercana a la trinchera; sin embargo en el caso de México la distribución del mismo muestra una tendencia Norteoeste-Sureste, delineada muy bien por volcanes como el *Nevado de Colima-Volcán de Colima*, *Cofre de Perote-Pico de Orizaba* y el *Popocatépetl e Iztaccíhuatl*. Una posible explicación de la geometría de la FVTM es expuesta en el trabajo de Ferrari et al. de 2013 donde establece la hipótesis de una posible migración de la actividad volcánica en dirección sur, aunque no se debe descartar que la distribución de la actividad volcánica refleja la forma en la que la placa subduce.

## 2.3.2. Actividad volcánica

**Tabla 2.1.** Etapas del periodo actual de actividad. Modificado de CENAPRED, 2014.

| Periodo                                 | Fase  |
|---|---|
| Pre octubre 1994                        | Fase estable  |
| Octubre 1994 a 20 de diciembre 1994     | Fase de actividad premonitoria  |
| 21 de diciembre 1994 a 26 de marzo 1996 | Actividad fumarólica de limpieza de conductos   |
| 26 de marzo 1996 a 15 de marzo 1997     | Fase de recarga, con el crecimiento de pequeños domos de lava   |
| 15 de marzo 1997 a 30 de junio 1997     | Crecimiento y destrucción de un domo grande   |
| Julio de 1997 a septiembre 1999         | Fase posteruptiva de relajación, emplazamiento de numerosos domos pequeños  |
| Septiembre de 1999 a diciembre de 2000  | Fase de recarga, con emplazamiento de domos más grandes   |
| Noviembre 2000 a 18 de diciembre 2000   | Emplazamiento muy rápido de un gran domo  |
| 9 de diciembre 2000 a 23 de enero 2001  | Fase eruptiva intensa, culminando en una erupción   |
| Enero 2001 a mayo 2003                  | Fase posteruptiva de relajación, emplazamiento de numerosos domos pequeños  |
| Mayo 2003 a junio 2005                  | Fase estable con mínima actividad   |
| Julio de 2005 a 2009                    | Crecimiento de pequeños domos de lava   |
| 2010 y 2011                             | Fase de recarga, con el emplazamiento de domos cada vez más grandes   |
| 16 de abril 2012 a 31 de agosto 2012    | Aumento en la actividad volcánica, se elevó el nivel del Semáforo de Alerta Volcánica de amarillo fase 2 a amarillo fase 3  |
| 2013                                    | Aumento de la actividad volcánica. Elevación del nivel de alerta volcánica de amarillo fase 2 a amarillo fase 3, en los periodos del 12 de mayo al 8 de junio y del 6 al 23 de julio.   |
| 2015                                    | Crecimiento de siete domos y presencia de 34 episodios de actividad estramboliana. En septiembre, noviembre y diciembre existieron trenes de LPs, asociados con el movimiento de fluidos.   |
| 2016                                    | Emplazamiento y destrucción de nuevo domos de lava con volúmenes de hasta 2 millones de metros cúbicos. Entre julio y agosto presencia de dos enjambres de sismos volcanotectónicos. Caída de ceniza de algunas poblaciones aledañas. |

Un análisis de la morfología del volcán y su evolución geológica muestran que el *Popocatepetl* es un volcán que ha estado activo por más de medio millón de años y que se han presentado varias etapas de crecimiento, que formaron al menos tres volcanes previos, mismos que fueron destruidos por erupciones extraordinariamente grandes: el volcán *Nexpayantla* hace más de 400000 años, el *Ventorrillo* hace alrededor de 23000 años y *El Fraile* hace 14500 años. El

edificio actual está construido sobre los restos de estos volcanes.

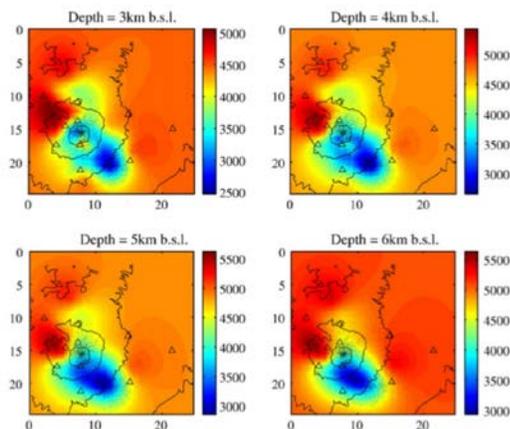
Se calcula que el volcán estuvo inactivo aproximadamente 60 años, pero a partir del 21 de diciembre de 1994 reinició su actividad con un incremento en su actividad fumarólica. En estos últimos 22 años se han tenido etapas efusivas y explosivas asociadas con el crecimiento y destrucción de domos de lava en el interior del cráter, además sus cenizas han alcanzado y afectado a las ciudades de Puebla y México. En la [Tabla 2.1](#) se muestran las etapas del periodo actual de actividad volcánica, demostrando que el Popocatepetl es un volcán activo y peligroso.

Como se puede observar en la tabla anterior, el Popocatepetl es un volcán activo, motivo por el cual es un objeto de estudio de gran interés y debe ser monitoreado de manera continua para poder identificar actividad que amenace a la población.

### 2.3.3. Antecedentes: Estudios sísmicos

En 2011 Berger et. al., calcularon una tomografía de tiempos de viaje para los arribos de onda P, utilizando un conjunto de 1412 sismos de tipo volcano-tectónico registrados entre 1999 y 2006 por la red permanente de 11 estaciones que rodea el volcán y que fue colocada por el Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED) y el Servicio Sismológico Nacional (SSN), permitiendo que se contara con un total de 9624 tiempos de arribo de la onda P, lo que permitió muestrear un volumen aproximado de  $50 \times 50 \times 30 \text{ km}^3$ . Con estos datos se construyeron mapas tomográficos para profundidades entre -1 y 6 km (considerando como referencia el nivel del mar). De manera general los resultados muestran una región de baja velocidad rodeada por una de alta velocidad, la zona de baja velocidad se se delimita mejor en la parte sur y sureste de la zona de estudio. Aunque en dicho trabajo se determina una correcta correlación entre la tomografía y estudios geofísicos como gravimetría, los resultados se ven limitados por que sólo se utiliza las fases P. En la [Figura 2.3.2](#) se muestra algunas de las imágenes tomográficas para profundidades entre 3 km y 6 km.

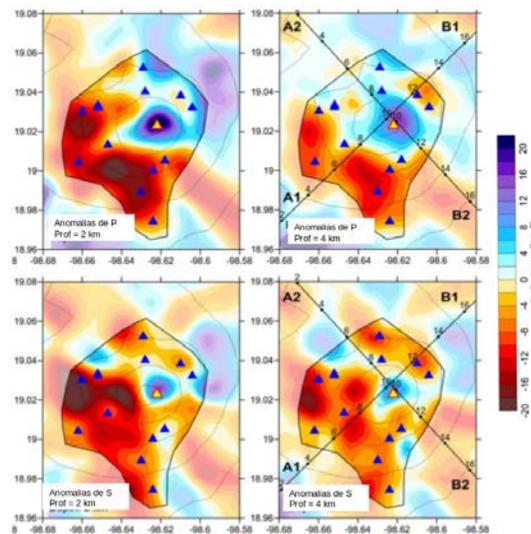
Por otro lado, en 2014 Kuznetsov, P.Y. y Yu Kolakov desarrollaron un nuevo estudio del



**Figura 2.3.2.** Resultados de la tomografía calculada por Berger et.al. en 2011, para profundidades entre 3 km y 6 km. Figura modificada de Berger et.al., 2011.

modelo de velocidad sísmica de la estructura del volcán, en el cual realizaron una inversión de las fases P, S y de la relación  $V_p/V_s$ . Los datos con los que se realizó el cálculo son tiempos de arribo de la onda P y S, obtenidos a partir de sismos cercanos a la región (en

un radio aproximado de 50 km). Los datos fueron registrados en 22 estaciones de una red temporal que fue colodada por *GeoForshumgsZentrum-Postdam* alrededor del volcán entre 1999 y 2000. De las cuales 15 fueron instaladas sobre el cono volcánico y 7 fueron colocadas en dirección noroeste del volcán. La red tuvo una apertura entre estaciones relativamente corta de aproximadamente 10 km. En el periodo de estudio se registraron un total de 504 eventos, por lo que se pudo analizar 6089 tiempos de arribo (2830 de ondas P y 3259 de ondas S). De tal modo que como resultado se observa una región de alta velocidad justo por debajo del volcán, lo que es explicado como la presencia de rocas magmáticas sólidas, y una región de baja veocidad en la región sur y oeste del volcán, lo que es interpretado como una región de fracturas y poros saturados con líquidos. En la [Figura 2.3.3](#) se muestra algunos de los mapas tomográficos para profundidades de 2 y 4 km, en ésta sólo se muestra las anomalías asociadas a onda P y S.



**Figura 2.3.3.** Resultados de las tomografías calculadas por Kuznetsov y Kolakov en 2014, para profundidades de 2 km y 4 km. En la parte superior se muestran las anomalías asociadas a la onda P y en la parte inferior se observan anomalías asociadas a la onda S. Figura modificada de Kuznetsov y Kolakov, 2014

Los resultados de los trabajos antes descritos no presentan similitudes, dichas variaciones pueden deberse a que los estudios no fueron realizados para el mismo periodo de tiempo; en el trabajo de Berger et. al. estudian el volcán para un periodo entre 1999 y 2006, mientras que para el trabajo de Kuznetsov y Kolakov en 2014 utilizaron datos entre 1999 y 2000. Por otra parte como se comenta en el trabajo de 2014 durante su periodo de estudio ocurrió un evento volcánico de considerable importancia. Además la red de estaciones utilizadas fue distinta, no sólo en geometría sino que también en cantidad, para el estudio de 2014 se contaron con datos de 22 estaciones y para el del 2011 sólo se contó con 11 instrumentos. Factores como los anteriores provocan que el área de cobertura sea diferente, además que al estudiar un área dinámica, como lo es un volcán, los cambios en la estructura pueden ser considerables al estudiar periodos de tiempo diferentes.

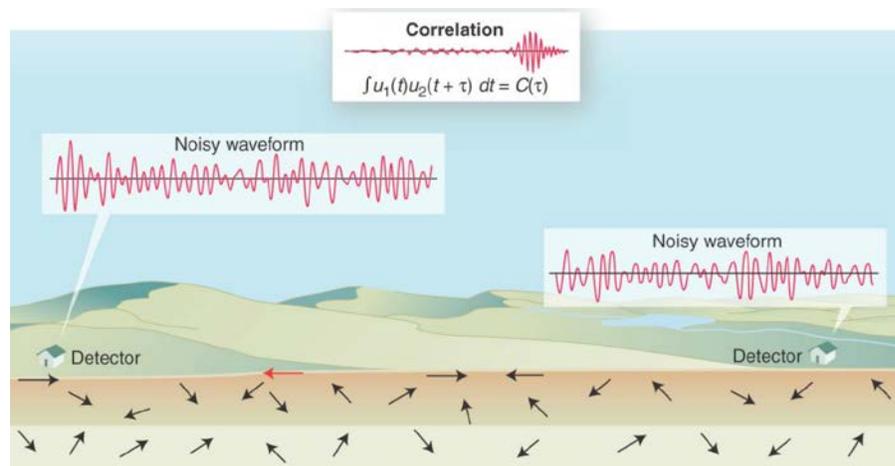
# Capítulo 3

## Interferometría de ruido sísmico y datos utilizados

### 3.1. Interferometría de ruido sísmico

#### 3.1.1. ¿Qué es el ruido sísmico?

Indistintamente se llama ruido sísmico o ruido ambiental al registro temporal continuo de un sismómetro que no contiene eventos sísmicos tales como explosiones, terremotos, entre otros. Por otra parte se considera que el ruido sísmico es un campo difuso, cuyo concepto deriva de la acústica y se basa en tres condiciones: (1) El campo de ondas es un campo de ruido, es decir, las fases de las ondas son aleatorias. (2) Las ondas inciden desde todas las direcciones con la misma intensidad, i.e., el campo es acimutalmente isótropo. (3) La amplitud de la onda es la misma en cualquier punto del dominio espacial, es decir, el campo de ondas es espacialmente homogéneo a escala local (Gaité, 2013).



**Figura 3.1.1.** Uso de ruido en la sismología. Cuando un campo difuso de ondas es generado por fuentes lejanas o por múltiples dispersiones, los receptores registran señales aleatorias. Ocasionalmente un rayo para por ambos detectores. Como resultado, la señal está débilmente correlacionada. Figura tomada de Weaver (2005)

Anterior al año 2005, el registro sísmico sin eventos se consideraba inservible y se desechara, sólo se le daba uso a los registros de señales con eventos sísmicos. Sin embargo posteriormente se demostrará experimentalmente que con el ruido sísmico se pueden obtener propiedades de la propagación de ondas entre dos sensores.

### **3.1.2. Contenido de frecuencia del ruido sísmico**

El ruido sísmico contiene un amplio espectro de frecuencias que abarca desde las decenas de Hz hasta el orden de  $10^{-3} Hz$ . Las señales que conforman el ruido ambiental tienen un origen diferente y se pueden clasificar según su contenido en frecuencia.

Las altas frecuencias tienen un origen local, cercano al sensor, y su generación suele estar relacionada con actividades antropogénicas (por ejemplo, maquinarias, explosiones, tránsito, etc). Por su parte, los eventos sísmicos (terremotos, tremores, terremotos volcánicos tipo LP) abarcan un rango amplio del espectro del registro sísmico (desde  $10^1$  hasta  $10^{-2}$  Hz) que depende del mecanismo de generación (fuente) y del medio (estructura y distancia) que atraviesan las ondas que son registradas. En ausencia de actividad antropogénica y de terremotos, las señales con mayor amplitud en el espectro son los picos microsísmicos y se observan en la banda comprendida entre 0,4 y 0,02 Hz, conocida como banda microsísmica (Gaité, 2013).

### **3.1.3. Relación entre campos difusos y la función de Green**

#### **Antecedentes**

Keiiti Aki en 1957 fue el pionero en el estudio de ruido como fundamento en numerosas aplicaciones en la ingeniería sísmica, como la aplicación de campos difusos para extraer información de la estructura y velocidad del medio. Del mismo modo la autocorrelación espacial –SPAC- (*SPatial AutoCorrelation*) es el antecedente del método de correlación temporal de campos aleatorios para obtener la respuesta del medio entre los receptores.

Posteriormente Lobkis y Weaver (2001) demostraron que las correlaciones cruzadas en un campo difuso hacen posible la obtención de la función de Green del medio.

La correlación temporal de campos aleatorios se aplicó inicialmente con ondas de coda de registros de terremotos (e.g. Campillo y Paul, 2003) y después con registros de ruido ambiental (Shapiro y Campillo, 2004).

Partiendo de este hecho, se ha utilizado el ruido sísmico para realizar correlaciones del mismo entre dos estaciones sísmicas, hace posible reconstruir la función de Green representativa del medio entre éstas (Campillo, 2006). Campillo y Paul (2003) reconstruyeron ondas superficiales a partir de funciones de Green entre tres pares de estaciones en México; cuyos resultados confirmaron que no existe dependencia en un acimut particular entre estaciones, es decir que al trabajar con un campo difuso con energía equiparticionada con respecto a la posición de los receptores, las múltiples difracciones generan el ruido tenga una misma contribución independientemente de la fuente real del mismo.

#### **Fundamento teórico**

Distintos trabajos establecen que en el caso de una distribución espacial completamente aleatoria de fuentes de ruido, la correlación cruzada de la señal temporal registrada en dos

estaciones converge a la función de Green completa del medio entre ellos, incluyendo las ondas directas, dispersión (scattering) y todas las reflexiones (Waver, 2005).

La **correlación cruzada**  $C(\tau)$  es una medida cuantitativa de la semejanza entre dos series temporales  $f(t)$  y  $g(t)$ , y está definida como:

$$C(\tau) = f(t) * g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t + \tau)dt, \quad (3.1)$$

donde  $t$  es el tiempo,  $\tau$  es el tiempo que se desplaza la función  $g(t)$  en relación a  $f(t)$ .

Por otra parte la **transformada de Fourier (TF)** de una función permite cambiar una función del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia. Tomando como referencia la función temporal  $f(t)$ , la TF se define como

$$TF[f(t)] = F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i2\pi ft}dt = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt = |F(\omega)|\exp(i\varphi(\omega)), \quad (3.2)$$

donde  $\omega$  es la frecuencia angular definida como  $\omega = 2\pi f$ ,  $|F(\omega)|$  es la amplitud espectral y  $\varphi(\omega)$  es la fase.

En el dominio de la frecuencia la correlación cruzada de dos funciones es el producto de la transformada de Fourier de una serie temporal  $f(t)$  por el complejo conjugado de la transformada de  $g(t)$ . De este modo, la correlación  $C(\tau)$  en el dominio de la frecuencia es

$$TF[C(\tau)] = C(\omega) = F(\omega)G^*(\omega). \quad (3.3)$$

En la ecuación 3.3 se observa que la correlación se reduce a una multiplicación de la transformada de las funciones, lo que se traduce en una reducción del tiempo de cálculo.

Del mismo modo la **función de Green** se define como la respuesta del medio o el campo de desplazamientos generados en el mismo, debido a la aplicación de una fuerza impulsiva. Por lo cual el conocimiento de la función de Green del medio permite predecir el comportamiento del suelo ante diferentes perturbaciones.

Recientemente se demostró en experimentos de laboratorio con ruido ultrasonico y ruido termico, que la función de Green puede ser determinada a partir de la correlación de campos difusos. En el trabajo de Campillo y Paul en 2003 demuestran que la correlación campo-campo es valida para recuperar una aproximación de dicha función no sólo para condiciones controladas en laboratorios sino también para señales naturales, como sismogramas (Gaité, 2013).

Suponiendo una representación modal del campo de ondas, la correlación espacialmente promediada es una aproximación a la función de Green entre dos puntos dados. Sin embargo no se puede esperar una distribución homogénea de sismos, por lo que un argumento alternativo puede ser la propiedad de equipartición modal de un campo difuso. Considerando una ventana retrasada lo suficiente desde el primer arribo para que poder observar el efecto de dispersión en las ondas, se puede escribir al desplazamiento en su forma de expansión de eigenfunciones en un medio elástico, como

$$\Phi(x, t) = \sum_n a_n u_n(x) e^{i\omega_n t}, \quad (3.4)$$

donde  $x$  es la posición,  $t$  el tiempo,  $u_n$  y  $\omega_n$  son eigenfunciones y eigenfrecuencias de una Tierra real, y  $a_n$  son funciones de excitación modal. Por otra parte  $u_n$  es real y ortonormal, es decir se cumple con

$$\rho u_n u_m \delta^3 x = \delta_{nm}. \quad (3.5)$$

Una afirmación de que el campo  $\Phi$  es difuso con una densidad de potencia espectral específica es equivalente a decir que las amplitudes modales son variables aleatorias no correlacionadas, es decir

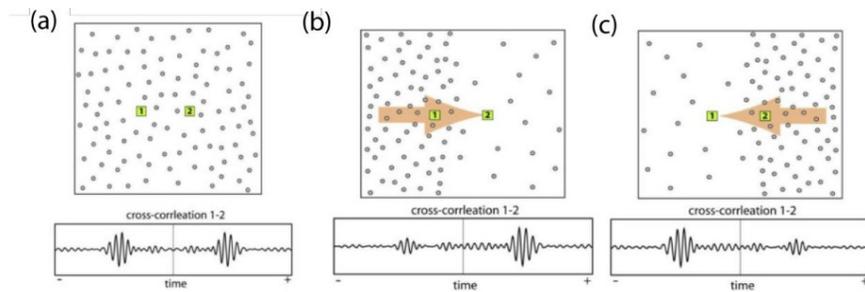
$$(a_n a_m^*) = \delta_{nm} F(\omega_n), \quad (3.6)$$

donde  $F(\omega)$  es la densidad espectral de energía. Debido a que los términos cruzados desaparecen en el promedio hecho en la ecuación 3.6, la correlación entre los campos ubicados en los puntos  $x$  y  $y$  llega a simplificarse como,

$$C(x, y, \tau) = \sum_n F(\omega_n) u_n(x) u_n(y) e^{-i\omega_n \tau}. \quad (3.7)$$

La expresión 3.7 difiere sólo por un factor en la amplitud  $F$  de una función de Green real entre los puntos  $x$  y  $y$  (Shapiro y Campillo, 2004).

### Relación entre el ruido sísmico y las ondas superficiales



**Figura 3.1.2.** Efecto de la distribución inhomogénea de las fuentes de ruido en la simetría de las correlaciones. (a) Distribución homogénea e isotropa de fuentes de ruido, que genera una correlación simétrica. (b) y (c) Distribuciones inhomogéneas y anisótropas de fuentes de ruido, correlación asimétrica resultado de las variaciones. (Gaité, 2013)

La asimetría de las correlaciones de ruido sísmico refleja que el ruido sísmico no es un campo de ondas acimutalmente isótropo. Sin embargo hay varias características que lo hacen válido para obtener información del medio, y en especial, para obtener la parte correspondiente al modo fundamental de las ondas superficiales (Gaité, 2013).

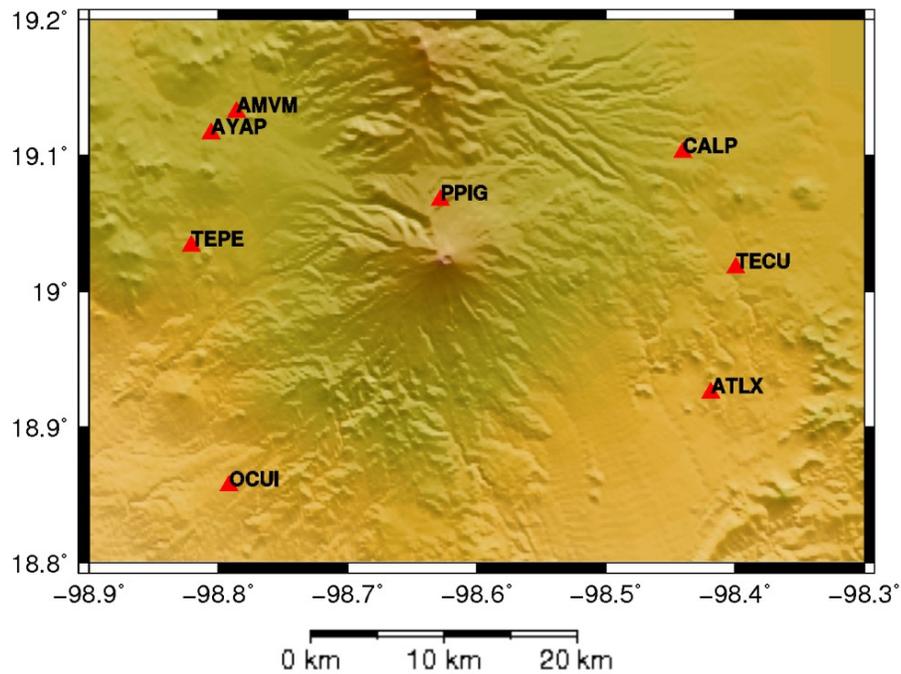
Una de las características favorables para la recuperación de ondas superficiales es que la generación del ruido está cerca de la superficie, motivo por el cual está compuesto principalmente por ondas superficiales con mayor energía en el modo fundamental. Además otro factor que permite recuperar la función de Green es que la distribución de las fuentes se vuelve homogénea debido al efecto de *scattering*, y ese mismo efecto se ve fortalecido al momento de apilar las correlaciones (Gaité, 2013).

## 3.2. Datos utilizados.

Se utilizan registros continuos entre el 20 de junio de 2015 y 10 de agosto de 2016 de una red de ocho estaciones que rodean al volcán y están ubicadas en los estados de México, Puebla y Morelos, seis de éstas corresponden a una red temporal y dos de las mismas forman parte de la red de estaciones del Servicio Sismológico Nacional (SSN). La localización precisa de las estaciones utilizadas se muestra en la tabla [Tabla 3.1](#) y en la [Figura 3.2.1](#).

**Tabla 3.1.** Red de estaciones utilizada

| <b>Estación</b> | <b>Latitud</b> | <b>Longitud</b> | <b>Localidad</b>            |
|-----------------|----------------|-----------------|-----------------------------|
| AMVM            | 19.1320        | -98.7860        | Ameca, Edo. de México.      |
| ATLX            | 18.92501       | -98.41888       | Atlixco, Puebla.            |
| AYAP            | 19.1162        | -98.8054        | Ayapango, Edo. de México.   |
| CALP            | 19.10227       | -98.44039       | San Andrés Calpan, Puebla.  |
| OCUI            | 18.85670       | -98.79153       | Ocuituco, Morelos.          |
| TECU            | 19.01732       | -98.39949       | Tecuanipan, Puebla.         |
| TEPE            | 19.03341       | -98.82092       | Tepetlixpa, Edo. de México. |
| PPIG            | 19.06710       | -98.62810       | Tlamacas, Puebla.           |



**Figura 3.2.1.** Ubicación de estaciones utilizadas.

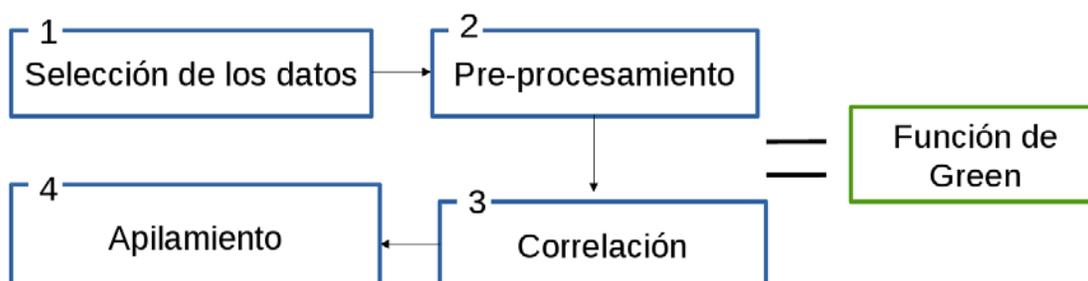
# Capítulo 4

## Procesamiento de datos sísmicos

Para realizar el estudio del campo de velocidades en el volcán Popocatepetl se utilizan las bases teóricas que ya fueron mencionadas con anterioridad, con el fin de obtener un análogo a un sismograma, donde cada una de las estaciones que conforman el arreglo tienen la dualidad fuente-receptor.

La paquetería utilizada en esta fase del proyecto es *MsNoise*, que fue desarrollada en el lenguaje de programación Python, con el fin de monitorear los cambios de la velocidad sísmica usando ruido ambiental o ruido sísmico; dicho trabajo fue desarrollado por Thomas Lecocq, Corentin Cuadron y Florent Benguier en 2014. Con dicha paquetería se realiza el pre-procesamiento de la señal, se calculan las funciones de Green y se detectan las variaciones de velocidad en un medio con respecto del tiempo. No obstante para fines de este proyecto dicha paquetería sólo es utilizada en un 50 %, ya que nos limitaremos a emplear solamente las correlaciones cruzadas calculadas por el mismo.

El procesamiento de datos sísmicos se compone de tres partes principales. La primera de ellas es el pre-procesamiento de los datos seleccionados, que tiene como objetivo asegurar que sólo se trabaje con un registro de ruido sísmico, libre de eventos sísmicos y otras perturbaciones. La segunda etapa, es el cálculo de correlaciones cruzadas entre pares de estaciones. Y la tercer parte consiste en el apilado de la señal, que tiene como objetivo darle estabilidad a la señal calculada. Con estas tres etapas se obtiene la función de Green empírica del medio estudiado.



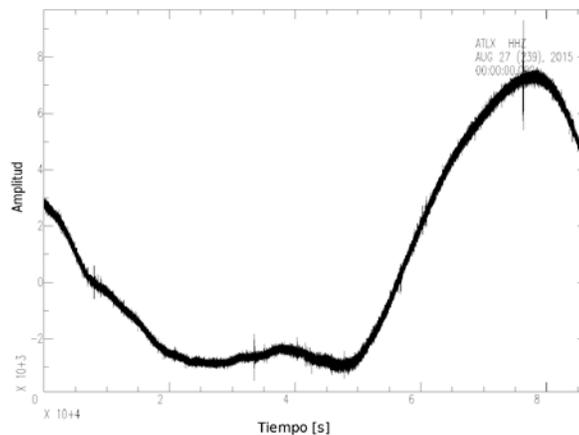
**Figura 4.0.1.** Metodología general de la interferometría.

El ruido sísmico debe ser procesado de una manera adecuada para obtener la información deseada. El procesamiento de los datos de ruido ambiental se divide en tres principales fases que son aplicadas en el siguiente orden:

1. Selección de las series de tiempo.
2. Preparación de los registros de cada una de las estaciones (Pre-procesamiento).
3. Cálculo de la función de Green empírica mediante el cálculo de las correlaciones cruzadas de las señales “normalizadas” entre pares de estaciones y apilamiento de las mismas.

En la [Figura 4.0.1](#) se muestra de manera general el procesamiento a seguir hasta obtener la función de Green empírica.

## 4.1. Pre-procesamiento



**Figura 4.1.1.** Ejemplo de registro de duración de un día en la estación AT LX, sin haber realizado ningún procesamiento.

El pre-procesamiento consiste en preparar individualmente los datos de forma de onda de cada una de las estaciones. El propósito de esta fase es acentuar el ancho de banda del ruido ambiental, tratando de remover las señales correspondientes a sismos y las irregularidades instrumentales. En la [Figura 4.1.1](#) se muestra un ejemplo de registro de ruido sin procesar. Los pasos de la primera fase son:



**Figura 4.1.2.** Secuencia de trabajo en el pre-procesamiento.

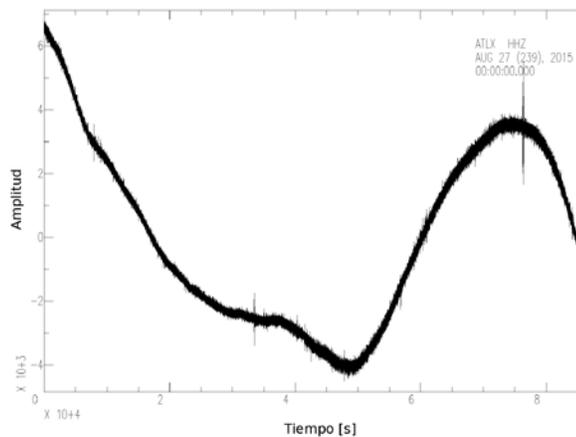
1. Remover la respuesta instrumental.
2. Reducción de la media y la pendiente.
3. Filtrado de la señal en el dominio del tiempo o normalización temporal.
4. Filtrado de la señal en el dominio espectral (blanqueo).

El esquema de la secuencia antes enlistada se muestra en la [Figura 4.1.2](#)

#### 4.1.1. Remover la respuesta instrumental.

Con la finalidad de comparar registros de movimiento del suelo procedentes de diferentes instrumentos, se deconvoluciona el registro con la respuesta del instrumento en la banda de frecuencias de interés. El rango de filtrado se elige según el objetivo del estudio, las características del instrumento y la geometría del arreglo. A escalas locales, como este caso, las distancias entre estaciones son del orden de decenas de kilómetros, por lo que se analizan periodos entre 1 y 5 segundos.

#### 4.1.2. Reducción de la media y la pendiente.

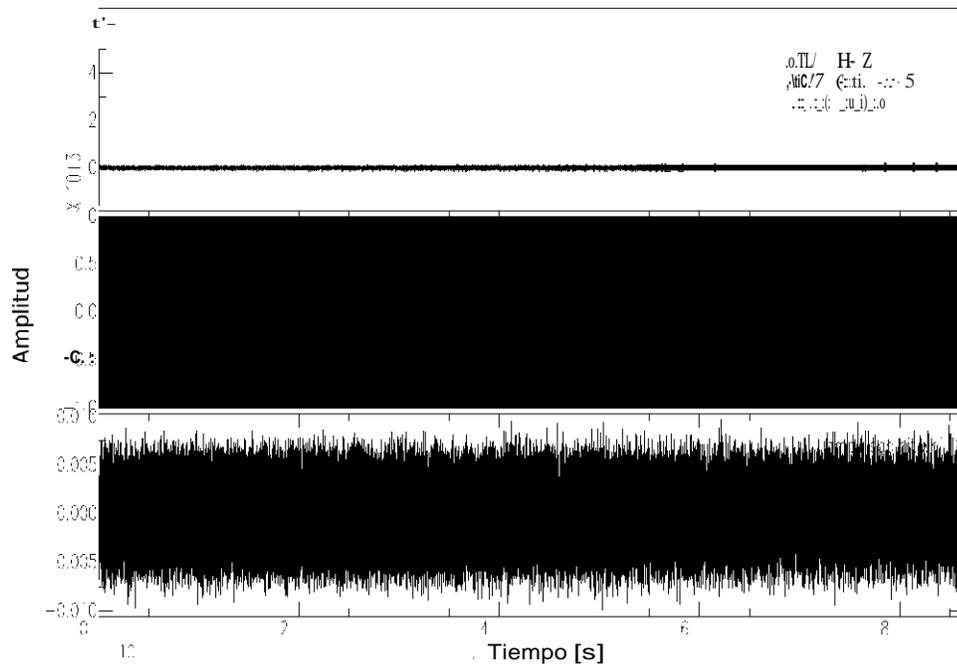


**Figura 4.1.3.** Señal resultante de la remoción de la media y la tendencia al registro original.

Debido a cambios de temperatura en el entorno del instrumento en muchas ocasiones la media de un registro está desplazada de la línea de cero y tiene una pendiente. Por lo que la reducción de la media como la de la pendiente son dos procesos que deben realizarse en las señales sísmicas. En la [Figura 4.1.3](#) se muestra el registro sin la media y la tendencia, con lo que se observan cambios notables en la línea base del registro.

#### 4.1.3. Normalización temporal

El paso más importante de esta fase es la normalización temporal, la cual tiene como objetivo reducir los efectos en la correlación cruzada de los sismos, las irregularidades instrumentales



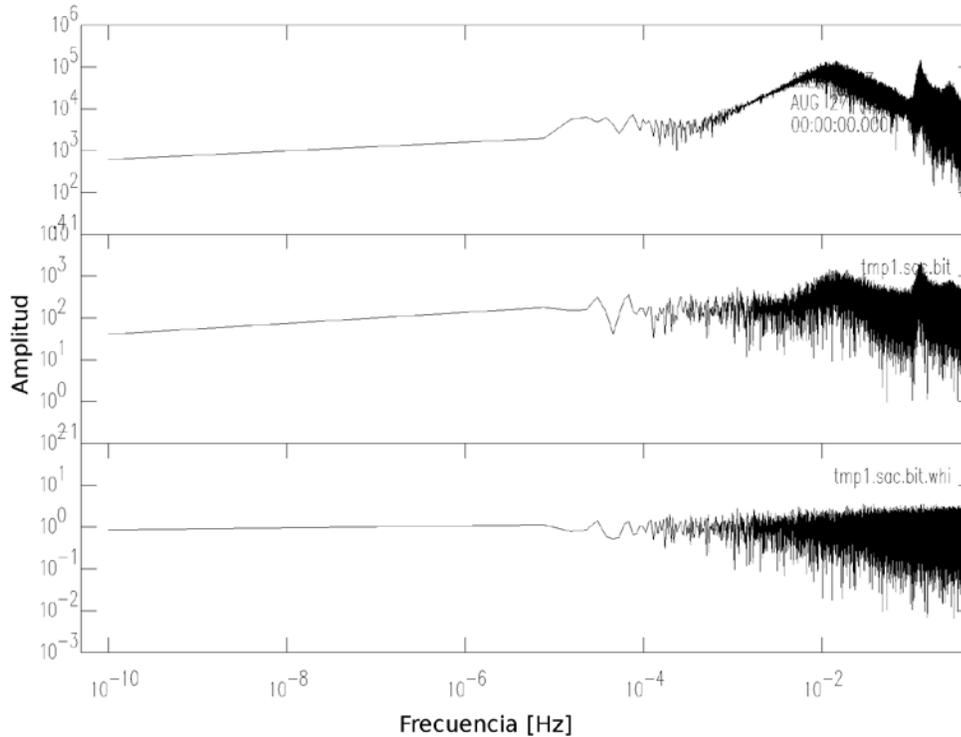
**Figura 4.1.4.** Comparación entre la señal sin procesar (grafico superior), resultado de la normalización "one-bit" (grafico central) y señal resultante de la normalización espectral (grafico inferior).

y las fuentes no estacionarias de ruido cercanas a las estaciones. "Existen cinco diferentes métodos para identificar y remover sismos, el primer método es la normalización "one-bit", la cual reemplaza todas las amplitudes positivas por un 1 y todas las amplitudes negativas con un -1. El segundo método implica la aplicación de un umbral de recorte igual a la amplitud RMS de la señal para un  $\text{dfa}$  dado. El tercer método implica la detección automatizada y eliminación de la forma de onda si la amplitud de onda excede un umbral crítico, la elección de tal umbral es arbitrario y su elección es difícil ya que es diferente para cada estación. El cuarto método es una normalización media absoluta, la cual calcula el valor absoluto del promedio de la forma de onda en una ventana de tiempo fija, dando un peso a los valores centrales de la amplitud. Finalmente, existe un método llamado de normalización de enfoques a nivel de agua, en el cual cualquier amplitud por encima de un múltiplo de la amplitud RMS es reducido con una ponderación; el método se ejecuta repetidamente hasta que la forma de onda está por debajo del nivel de agua" (Bensen et. al., 2007)

#### 4.1.4. Normalización espectral o blanqueo

La energía en el espectro de amplitud del ruido no está igualmente distribuida, debido a la presencia de microsismos y perturbaciones del medio. La normalización espectral tiene como objetivo ampliar la banda de la señal de ruido ambiental y combatir la interferencia destructiva causada por fuentes monocromáticas persistentes. El fin es favorecer la convergencia a la función de Green cuando se calcula la correlación cruzada.

A manera de análisis de los resultados observados en cada una de las etapas de pre-procesamiento,

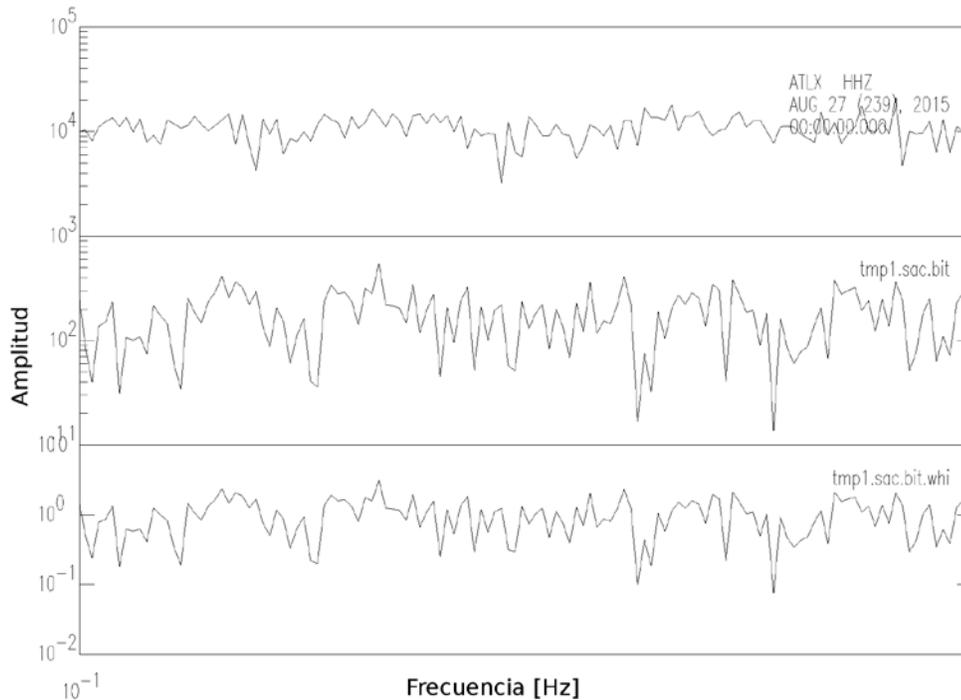


**Figura 4.1.5.** Comparación de los espectros de amplitud de la señal sin procesar (gráfico superior), resultado de la normalización “one-bit” (gráfico central) y señal resultante de la normalización espectral (gráfico inferior).

es posible destacar los siguientes aspectos. El registro tomado en consideración para ejemplificar las etapas de pre-procesamiento es una señal con un buen nivel de ruido y aparentemente no contaminado por eventos sísmicos, no obstante se observa un rasgo de baja frecuencia que debe ser eliminado, de tal manera que la señal puede ser filtrada, con lo que la señal resultante se puede observar en el gráfico superior de la [Figura 4.1.4](#).

Además en la [Figura 4.1.4](#) (gráfico central) se observa la normalización temporal “one-bit”, donde se aprecia que dicho proceso hace que toda la amplitud de la señal se limite a tomar valores entre 1 y -1, tal como se explicó con anterioridad este proceso se efectúa con el fin de eliminar perturbaciones (e.g. sismos) de mayor amplitud que enmascaren el nivel de ruido. Y en el gráfico inferior de la [Figura 4.1.4](#) se muestra la respuesta en el dominio en tiempo de la normalización espectral.

Por último, en la [Figura 4.1.5](#) se comparan los espectros de amplitud de la señal sin procesar (gráfico superior), señal con la normalización “one-bit” (gráfico central) y señal resultante de la normalización espectral (gráfico inferior). Como se observa en los espectros de las señales sin la normalización espectral presentana perturbaciones que pueden ser ocasionadas por fuentes de ruido no estacionarias, mientras que una vez realizada la normalización espectral el espectro se observa plano y por lo tanto libre de perturbaciones que afecten el análisis. No obstante, aunque se realizara una nueva normalización a la señal, la fase de la misma no se modifica (ver [Figura 4.1.6](#)), lo que asegura que al realizar las dos normalizaciones no se afecte a la señal de ruido y sólo se eliminen señales inservibles.



**Figura 4.1.6.** Comparación de los espectros de amplitud de la señal sin procesar (gráfico superior), resultado de la normalización “one-bit” (gráfico central) y señal resultante de la normalización espectral (gráfico inferior), realizando un acercamiento a la señal para observar su morfología.

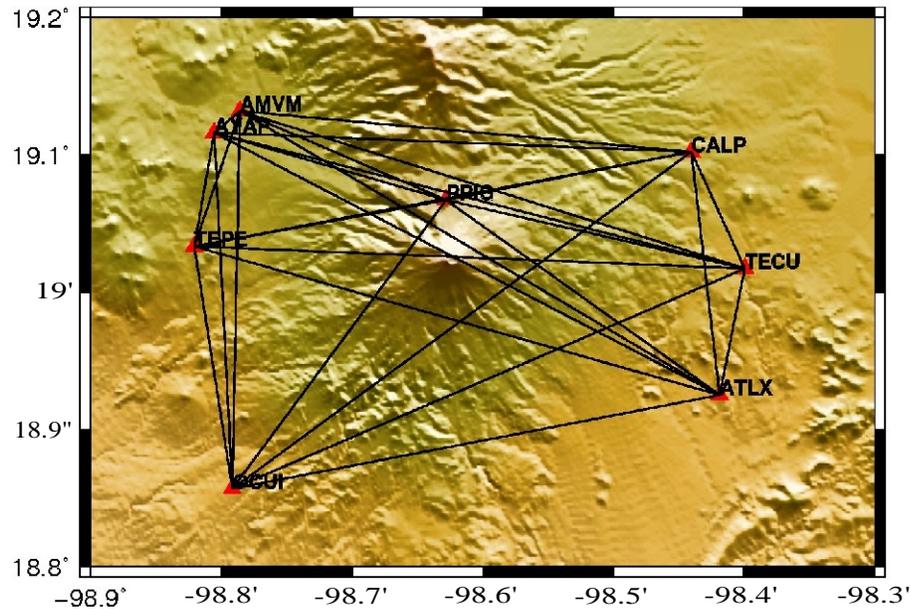
## 4.2. Cálculo de las correlaciones cruzadas

Las correlaciones de ruido ambiental entre dos sensores pueden ser representadas como una herramienta de detección de ondas, cuyas trayectorias de viaje pasan por ambas posiciones de sensores. La correlación cruzada identifica estas ondas como una función de retraso de tiempo que es el tiempo de viaje de un sensor a otro. La presencia de una cantidad significativa de ondas que viajen por la misma trayectoria entre dos estaciones y que además tienen diferentes formas de onda conduce a contribuciones constructiva a un tiempo de retardo dado (Schimmel et. al., 2011), de tal manera que la señal construida por la correlación cruzada puede ser entendida como que se genera por una fuente impulsiva en la localización de uno de los receptores.

Como se mencionó en el capítulo anterior, trabajos como los de Lobkis y Weaver en 2001 y el de Campillo y Paul en 2003 demostraron que las correlaciones cruzadas en un campo difuso hacen posible la obtención de la función de Green del medio. Motivo por el cual para una estimación de la función de Green es necesario calcular correlaciones cruzadas entre todos los posibles pares de estaciones (Figura 4.2.1), como se denota en la siguiente ecuación

$$M = \frac{N(N - 1)}{2}, \quad (4.1)$$

donde M es el número total de pares y N es el número de estaciones con las que se va a



**Figura 4.2.1.** Combinaciones posibles para el c8Jculo de correlaciones cruzadas.

trabajar. Por otra parte si tambien se quiere efectuar el calculo de las autocorrelaciones el numero de pares queda determinano por la siguiente ecuacion

$$M = N \frac{N - 1}{2} + N. \quad (4.2)$$

Se utilizo *MsNoise* para atenuar las señales parasitas, calcular el pre-procesamiento y las correlaciones cruzadas entre registros de cada estacion.

Por los atributos que ya se mencionaron en el capitulo anterior la correlacion cruzada es calculada en el dominio de las frecuencias. Sean  $x(t)$  y  $y(t)$  dos series de tiempo, y  $X(!)$  y  $Y(f)$  sus transformadas de Fourier. La operacion de correlacion esta definida como

$$C(f) = X^*(!) \times Y(f), \quad (4.3)$$

donde  $X^*(!)$  es el conjugado complejo de  $X(!)$ . La funcion de *cross-correlation*  $c(t)$  es la transformada inversa de Fourier de  $C(f)$  (Lecocq et. al, 2014).

Despues de que las correlaciones cruzadas diarias son devueltas al dominio del tiempo, estas son sumadas o apiladas en series de tiempo. Sin embargo, el apilado puede efectuarse en el dominio de la frecuencia, ya que la linealidad del procedimiento de correlacion cruzada garantiza que cualquier metodo generara el mismo resultado que la correlacion cruzada aplicada a series de tiempo mas largas (Bensen et. al., 2007).

### 4.3. Apilado de la senal.

Idealmente, las correlaciones cruzadas solo pueden recuperar las funciones de Green para sistemas con ondas equiparticionadas, es decir, donde la energfa este en balance, tal que el flujo neto sea cero. No obstante, en la practica este no es el caso para muchos de los estudios que

utilizan ruido sísmico debido a que las ondas no están lo suficientemente dispersas, ya que las fuentes de ruido están localizadas a lo largo de ciertos acimuts y sólo existen un número limitado de fuentes independientes (Schimmel et. al., 2011). El apilamiento de correlaciones cruzadas sobre largos y diferentes periodos de tiempo mejora una cobertura acimutal del ruido y por lo tanto un mejoramiento de la señal, permitiendo superar los problemas antes escritos y mejorar la emergencia de la función de Green.

### 4.3.1. Apilado lineal.

El problema de combinar un conjunto de trazas sísmicas en una sola se conoce comúnmente como apilamiento en el procesamiento de datos sísmicos. Este procedimiento es utilizado para amplificar la señal coherente en el conjunto de trazas, donde, para este caso son correlaciones cruzadas.

El método más usual de abordar este problema es realizar un promedio normal de las trazas, como

$$\bar{a}(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N a_i(t), \quad (4.4)$$

donde  $N$  es el número total de trazas,  $a_i(t)$  es el valor muestreado en la traza  $i$  a un tiempo  $t$ . Por lo que la ecuación 4.4 tiene la forma común de un promedio lineal. Donde no se considera la calidad o coherencia de la señal y a todos los valores muestreados se les asigna el mismo peso o valor. Debido a esto el apilado lineal no es la opción más idónea para asegurar que se conserve los rasgos con coherencia de la señal y que al “sumarlos” la señal converja a la función de Green empírica.

### 4.3.2. Apilado por fases ponderadas en el dominio tiempo-frecuencia.

El método de apilamiento por fases ponderadas en el dominio tiempo-frecuencia, conocido como *tf-PWS* por sus nombre en inglés *time-frequency domain phase-weighted stack*, es una extensión del método de apilado por ponderación de fase (PWS, por sus siglas en inglés) presentado por Schimmel y Paulssen en 1997. El PWS es un apilado no lineal donde cada muestra del apilado lineal es ponderada por una medida de coherencia de la amplitud.

El apilado de fase se expresa como

$$c_{ps}(t) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\Phi_j(t)^v}. \quad (4.5)$$

La expresión 4.5 es la coherencia de fase y está basada en la similaridad de las fases instantáneas  $\Phi_j(t)$  de las señales complejas de  $N$  trazas  $u_j(t)$  a un tiempo  $t$ .  $v$  es un parámetro de tono de transición entre entre la suma de señales coherentes y menos coherentes. De manera similar Schimmel y Gallart en 2007 desarrollaron el *tf-PWS* para el procesamiento de arreglo. La característica medular de su herramienta es el apilado de fase en el dominio tiempo-frecuencia que se basa en la descomposición tiempo-frecuencia de cada una de las trazas la cual puede obtenerse al calcular la transformada  $S$ ,

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} u(t)w(\tau - t, f)e^{-i2\pi ft}dt, \quad (4.6)$$

donde  $w(\tau - t, f)$  es una función Gaussiana que actúa como ventana centrada en un tiempo  $\tau$  y con un ancho proporcional a  $|1/f|$ , dicha función se expresa como

$$w(\tau - t, f) = \frac{|f|}{k} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{f^2(\tau-t)^2}{2k^2}}, k > 0. \quad (4.7)$$

La transformada  $S$  es una transformada de Fourier ventaneada, donde las ventanas (amplitud y ancho) son dependientes de la frecuencia  $f$ . Por lo que las ventanas y su resolución pueden ser ajustadas utilizando la variable  $k$ . La ventaja de la transformada  $S$  es que está basada en la teoría de Fourier. En el trabajo de Schimmel y Gallart (2007) se demuestra que  $S(\tau, f)e^{i2\pi f\tau}$  es analítica para cualquier señal real a una frecuencia  $f$  dada. En consecuencia y de manera análoga a la ecuación 4.5 el apilado en fase en el dominio tiempo-frecuencia puede ser escrito como

$$c_{ps}(\tau, f) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \frac{S_j(\tau, f)e^{i2\pi f\tau}}{|S_j(\tau, f)|}, \quad (4.8)$$

donde  $S_j(\tau, f)$  es la transformada  $S$  (ecuación 4.6) de la  $j$ -ésima correlación cruzada. Para determinar  $c_{ps}(\tau, f)$ , cada traza debe ser transformada al dominio tiempo-frecuencia. De tal manera que la tf-PWS, es decir  $S_{pws}(\tau, f)$ , es obtenida por una multiplicación en el dominio tiempo-frecuencia del apilado en fase  $c_{ps}(\tau, f)$  con  $S_{is}(\tau, f)$  que es la transformada  $S$  del apilado lineal de todas las  $N$  series de tiempo (en este caso correlaciones cruzadas). Por lo que

$$S_{pws}(\tau, f) = c_{ps}(\tau, f)S_{is}(\tau, f). \quad (4.9)$$

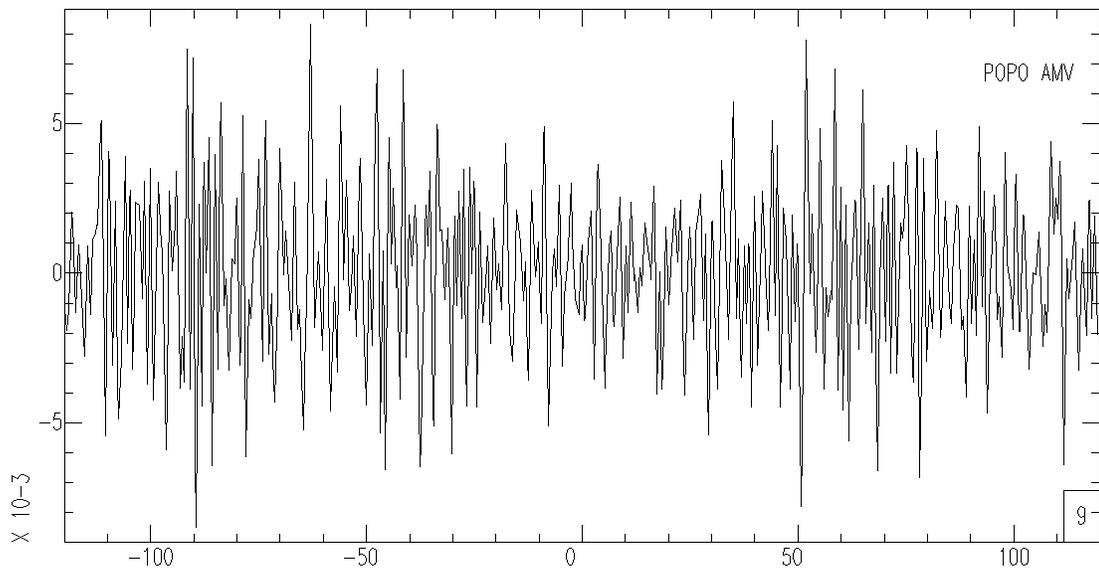
La coherencia de fase  $c_{ps}(\tau, f)$  es empleada para asignar menos peso a las porciones incoherentes del apilado lineal en el dominio tiempo-frecuencia.

La transformada inversa  $S$  es aplicada al apilado en tiempo-frecuencia ( $S_{pws}(\tau, f)$ ) para volver al dominio del tiempo ( $s_{pws}(t)$ ). (Schimmel, M., et. al., 2011)

#### 4.4. Características de la función de Green empírica.

Las correlaciones cruzadas resultantes son funciones temporales con dos “lados”, una con coordenadas temporales positivas y otro con coordenadas negativas. La parte positiva del retraso es conocida como la parte *causal* de la señal y la parte negativa como *acausal* (Bensen et. al., 2007). Tanto los retardos positivos como negativos proveen información de los receptores de los que provienen las ondas.

Dichas formas de onda representan ondas viajando en direcciones opuestas entre las estaciones. Si las fuentes de ruido están distribuidas de manera homogénea en acimut, la señal causal y acausal serían idénticas. Sin embargo, es típico observar asimetría entre ambas partes, lo que indica diferencias en la fuente de ruido y las distancias a la fuente en direcciones radiales a las estaciones. En la Figura 4.4.1 se muestra un ejemplo de las correlaciones calculadas, donde se puede observar que el grado de asimetría no es tan elevado.



**Figura 4.4.1.** Parte causal y acausal de la señal.

# Capítulo 5

## Cálculo de curvas de dispersión de onda Rayleigh.

Antes de la descripción de la **técnica de filtra múltiple**, es pertinente recordar que la onda Rayleigh, es una onda superficial y que por lo tanto es de carácter dispersivo, es decir, que ondas de diferentes periodos viajan a diferentes velocidades, ésto debido a que las las ondas de peridos más largos viajan a mayores profundidades, donde la velocidad del medio es mayor, y las ondas de periodo corto viajan en una parte somera del medio donde la velocidad es menor.

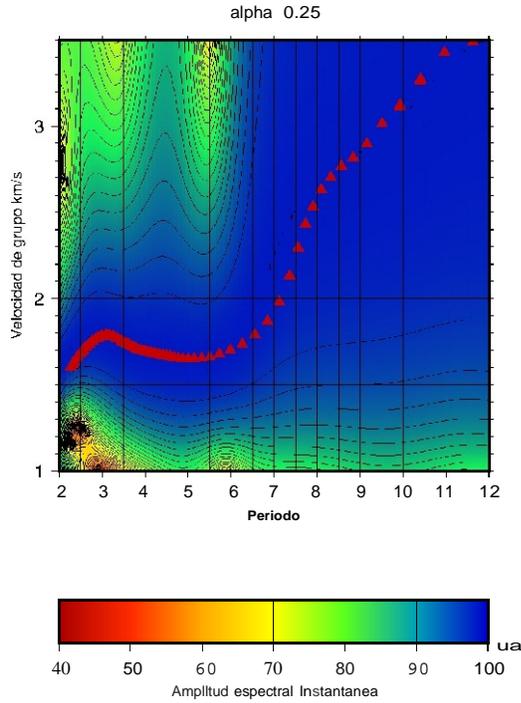
### 5.1. Técnica de filtrado múltiple.

La técnica de filtrado múltiple es inicialmente descrita en el trabajo de Dziewonski, et. al. en 1969, por lo que la siguiente teoría fue recopilada de este trabajo. La técnica de filtrado múltiple ha demostrado ser útil en el estudio de señales dispersivas multimodo. Amplitudes y fases, como función de periodo y velocidad, son determinados a partir de un conjunto de filtros de banda estrecha. Además de eso, se pueden determinar velocidades de grupo y otros parámetros de dispersión. Esta técnica puede recuperar amplias porciones de dispersión presente en registros ordinarios, comparado con el método clásico de crestas y valles (Dziewonski, et. al., 1969). Este método clásico frecuentemente falla cuando la relación señal a ruido decae o cuando la señal es contaminada por otros arribos.

#### 5.1.1. Filtrado y evaluación de la amplitud espectral y fase instantánea.

Las curvas de contorno que se muestran en la [Figura 5.1.1](#) representan la amplitud espectral instantánea, la cual es calculada a partir de un sismograma original por medio de un filtrado que utiliza filtros pasa banda centrados con respecto a algún periodo de interés. Este filtrado puede ser realizado ya sea en el dominio del tiempo o el dominio de la frecuencia. Sin embargo el filtrado en el dominio de la frecuencia tiene ciertas ventajas como, es posible utilizar funciones de filtrado cuya transformada inversa no puede ser expresada en términos de funciones elementales, además de un ahorro de tiempo computacional.

Es deseable que la función de filtrado no pierda información de la región inmediata al valor



**Figura 5.1.1.** Ejemplo de curva de dispersion calculada utilizando la tecnica de filtrado multiple.

central de frecuencia y velocidad. Por lo que un filtro Gaussiano es elegido como aquel que cumple con dichos requerimientos.

Si  $\omega_n$  es la frecuencia central para la columna  $n$ , la funcion Gaussiana puede ser escrita en el dominio de la frecuencia como

$$H_n(\omega) = e^{-\alpha \left(\frac{\omega - \omega_n}{\omega_n}\right)^2}, \quad (5.1)$$

y en el dominio del tiempo se expresa como

$$h_n(t) = \frac{\sqrt{\pi} \cdot \omega_n}{2\alpha} \cdot e^{-\frac{\omega_n^2 \cdot t^2}{4\alpha}} \cdot \cos(\omega_n t). \quad (5.2)$$

En dichas expresiones la resolucion es controlada por el panimetro  $a$  (Dziewonski, et. al., 1969). Es importante mencionar que la mejora en resolucion en un dominio causa un efecto inverso en el otro. El valor elegido para dicho panimetro depende de la naturaleza de dispersion en el sismograma.

Por otra parte, sea el ancho de banda relativo ( $BAND$ ), entonces los lfmities inferior y superior del filtro simetrico, son denotados como  $w_{i,n}$  y  $w_{s,n}$ , respectivamente

$$w_{i,n} = (1 - BAND) \cdot \omega_n \quad (5.3)$$

$$w_{s,n} = (1 + BAND) \cdot \omega_n. \quad (5.4)$$

Ademas el panimetro que describe el decaimiento de la funcion filtro,  $\beta$ , es determinado por el valor deseado de la funcion en los lfmities de la banda

$$\beta = \ln \frac{H_n(\omega_n)}{H_n(\omega_{i,n})} = \ln \frac{H_n(\omega_n)}{H_n(\omega_{s,n})} \quad (5.5)$$

El parámetro  $\alpha$  puede ser expresado en términos de  $BAND$  y  $\beta$

$$\alpha = \beta / BAND^2 \quad (5.6)$$

Por lo que la función filtro puede ser escrita como

$$H_n(\omega) = \begin{cases} 0 & ; \text{ para } \omega < (1 - BAND) \cdot \omega_n \\ e^{-\alpha \left(\frac{\omega - \omega_n}{\omega_n}\right)^2} & ; \text{ para } (1 - BAND) \cdot \omega_n \leq \omega \leq (1 + BAND) \cdot \omega_n \\ 0 & ; \text{ para } \omega > (1 + BAND) \cdot \omega_n \end{cases} \quad (5.7)$$

La transformada inversa de Fourier del espectro sísmico ventaneada por la función 5.7 da sólo la señal filtrada en fase para cada  $\omega_n$ . Conocer la función temporal de cuadratura es también requerido para la evaluación de las amplitudes espectrales instantáneas  $A_n(t)$  y fase  $\phi_n(t)$  como fueron definidas por Goodman en 1960

$$A_n \cdot e^{i\phi_n(t)} = h_n(t) + iq_n(t) \quad (5.8)$$

Las funciones temporales en fase y cuadratura son designadas por  $h_n(t)$  y  $q_n(t)$ , respectivamente.

Después de la transformación inversa, las amplitudes y fases instantáneas son (Dziewonski, et. al., 1969)

$$A_n(t) = [h_n^2(t) + q_n^2(t)]^{1/2} \quad (5.9)$$

$$\phi_n(t) = \tan^{-1}[q_n(t)/h_n(t)] \quad (5.10)$$

### 5.1.2. Proceso de la técnica de filtrado múltiple

En la técnica de filtrado múltiple se sigue una secuencia compuesta por nueve pasos, los cuales son descritos en el trabajo de Dziewonski et. al. en 1969 y a continuación se enlistan.

1. Digitalización del sismograma: El sismograma debe estar muestreado a una tasa constante y se debe de remover la media y la tendencia. La digitalización debe ser suficiente para evitar el fenómeno de *aliasing*, debido a las altas frecuencias presentes en el sismograma.

$f(t)$

2. Ampliación de la señal: La serie de tiempo debe ser ampliada a una potencia de 2, agregando un número apropiado de ceros. La longitud de las series de tiempo expandidas es primeramente determinada por el requisito de la resolución en frecuencia. Este paso se debe a que a las condiciones del algoritmo utilizado para realizar la transformada de Fourier. En muchas ocasiones es utilizado el algoritmo de Cooley-Tukey (1965) para el cálculo de la transformada rápida de Fourier.

$$f(t) \rightarrow F(\omega)$$

3. Corrección de la respuesta instrumental: La corrección de las partes reales e imaginarias de la respuesta instrumental debe ser realizada y con ello remover las distorsiones instrumentales de la fase y amplitud.

$$F(\omega) \rightarrow \mathbb{F}(\omega)$$

4. Arreglo de frecuencias centrales: Dicho arreglo es evaluado por los filtros que serán utilizados después. La longitud de las series de tiempo y tasa de muestreo determina la frecuencia de las componentes armónicas obtenidas a partir de las series de Fourier.

$$\omega_n = \omega_{n-1}/k$$

5. Velocidades de grupo: Un arreglo de tiempos es determinado por los valores preseleccionados de velocidad de grupo.

$$\tau_m = \text{Distancia}/v_m$$

6. Filtrado: El filtrado es realizado por el ventaneo del espectro sísmico con una función filtro, la cual es simétrica con respecto a la frecuencia central actual.

$$H_n(\omega) = \mathbb{F}(\omega) \exp(-\alpha [(\omega - \omega_n)/\omega_n]^2)$$

7. Cálculo del espectro de cuadratura: El espectro de cuadratura es formado por el cálculo de los espectros instantáneos de fase y amplitud.

$$\text{Re}[Q_n(\omega)] = -\text{Im}[H_n(\omega)]$$

$$\text{Im}[Q_n(\omega)] = \text{Re}[H_n(\omega)]$$

8. Transformada inversa de Fourier: Se calcula la transformada inversa de Fourier de los espectros de las componentes en fase y cuadratura con el mismo algoritmo de la transformada rápida de Fourier.

$$H_n(\omega) \rightarrow h_n(t)$$

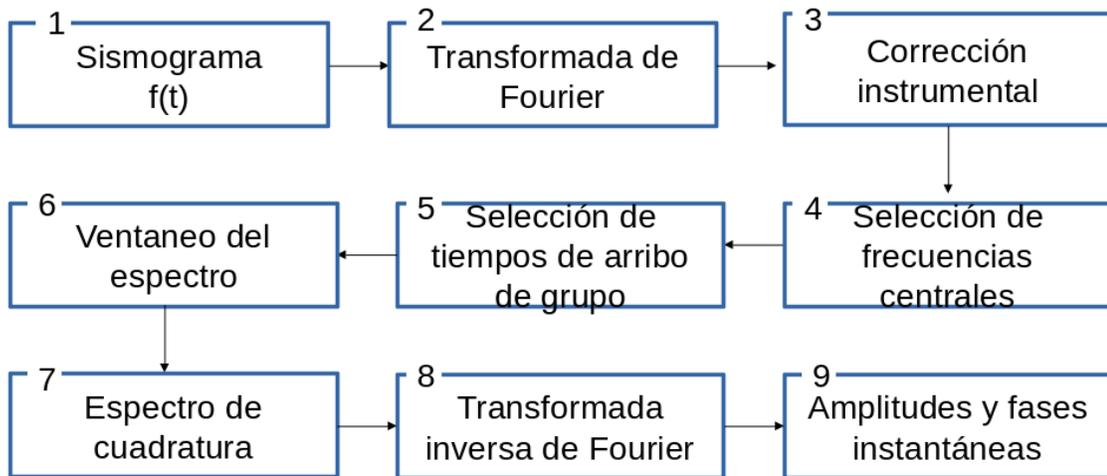
$$Q_n(\omega) \rightarrow q_n(t)$$

9. Fases y amplitudes instantáneas: Las amplitudes y fases instantáneas son calculadas para cada uno de los tiempos de arribo del grupo.

$$A_{mn} = [h_n^2(\tau_m) + q_n^2(\tau_m)]^{1/2}$$

$$Ph_{mn} = \tan^{-1}[q_n(\tau_m)/h_n(\tau_m)]$$

En la [Figura 5.1.2](#) se muestra un diagrama de flujo del proceso seguido en la técnica de filtrado múltiple.



**Figura 5.1.2.** Diagrama de flujo de la técnica de filtrado múltiple. Figura modificada de Dziewonski, et. al., 1969.

# Capítulo 6

## Tomografía sísmica

La tomografía sísmica tiene sus raíces en la tecnología de imagen médica. Aunque sus bases teóricas son un poco similares, en el caso de los casos médicos, la fuente y receptor son controladas por el operador a diferencia de la sismología donde sólo se puede controlar la localización de los receptores.

La tomografía sísmica depende de la presencia de contraste en las propiedades sísmicas. Estas diferencias se reflejan directamente en los tiempos de arribo de las fases sísmicas o a través de la forma y amplitud de las ondas sísmicas (Erdinc Sayging, 2007).

Uno de los problemas clásicos en sismología es predecir con exactitud y de manera robusta el tiempo de viaje y trayectoria de la energía sísmica entre dos puntos en un medio 2D o 3D lateralmente heterogéneo.

Tradicionalmente, este problema ha sido resuelto usando el trazado geométrico de rayos basado en un enfoque de tiro o flexión. Los métodos de tiro de trazado de rayos formulan la equipartición del rayo como un problema de valor inicial que produce un rayo completo para ser trazado si la trayectoria de la fuente es especificada. El método de flexión del trazado de rayo ajusta iterativamente la geometría de una trayectoria inicial arbitraria que une fuente y receptor hasta que la trayectoria de rayo es la verdadera (es decir, satisface el principio de Fermat) (Rawlinson, N. y Sambridge, M., 2005).

El principal inconveniente del trazado de rayos está relacionado con la robustez, velocidad y selección del rayo. En la presencia de algunas variaciones de velocidad pequeñas, ambos métodos, tiro y flexión pueden no converger, esta falta de robustez incrementa con la complejidad del medio. La dificultad final, la de la selección de rayos, resulta de la existencia potencial de múltiples trayectorias de rayos entre dos puntos. Ambos métodos no necesariamente convergen a una solución de mínimo global.

Uno de los métodos desarrollados más recientemente y de gran interés, particularmente en la industria de exploración, para predecir tiempos de viaje en un medio complejo es buscar las soluciones de diferencias finitas para la ecuación eikonal a través de una malla de campo de velocidad (Rawlinson, N. y Sambridge, M., 2005). Aunque este esquema está restringido a sólo localizar el primer arribo, el campo de tiempos de viaje completo puede ser calculado extremadamente rápido, lo que genera que dos puntos de tiempo de viaje, trayectoria de rayo y la geometría del frente de onda puedan ser fácilmente extraídas. El principal inconveniente de las soluciones de diferencias finitas de la ecuación eikonal es que a menudo sufren de

problemas de estabilidad, en particular, la progresiva integración de tiempos de viaje como una expansión cuadrática, lo que es comunmente utilizado para calcular el campo de tiempos de viaje, tiene el potencial de romper la causalidad en presencia de grandes gradientes de velocidad. Sin embargo, recientes desarrollos con esquemas de diferencias finitas no oscilantes han ayudado a abordar esta deficiencia (Rawlinson, N. y Sambridge, M., 2005).

## 6.1. Formulación de una tomografía sísmica de tiempos de viaje

Si una propiedad elástica del subsuelo, por ejemplo la velocidad, es representada por un conjunto de parámetros  $\mathbf{m}$ , entonces el conjunto de datos  $\mathbf{d}$  o tiempos de viaje pueden ser precedidos por un arreglo de fuentes y receptores, a través de una integración lineal del modelo. La relación entre los datos y parámetros del modelo es

$$d = g(m), \quad (6.1)$$

donde  $\mathbf{d}$  son los datos observados,  $\mathbf{m}$  son los parámetros y  $\mathbf{g}$  es el modelo. La expresión 6.1 es la base de cualquier método de inversión y de tomografía. Para un conjunto de datos observados  $d_{obs}$  y un modelo inicial  $m_0$ , la diferencia  $d_{obs} - g(m_0)$  es un indicador de qué tan bien las estimaciones del modelo actual satisfacen los datos. En el problema inverso en tomografía se manipula  $\mathbf{m}$  con el fin de minimizar la diferencia entre los datos observados y los estimados utilizando alguna herramienta que ayude a converger. El resultado final será una representación matemática de la estructura real cuya exactitud depende del número de factores incluidos, tales como: i) qué tan bien las estimaciones del modelo satisfacen los datos observados, ii) las suposiciones hechas en la parametrización del modelo, iii) errores en los datos observados, iv) precisión del método para determinar las predicciones del modelo  $g(m)$  y v) la manera en que los datos limitan a los parámetros del modelo. Por lo que el método de tomografía depende implícitamente de los principios generales de la teoría de inversión. (Rawlinson y Sambridg, 2003)

Los pasos requeridos para generar una imagen tomográfica puede ser definida por los siguientes pasos:

1. **Parametrización del modelo:** La estructura sísmica de la región se mapea y se define en término de un conjunto desconocidos de parámetros del modelo. Los métodos tomográficos generalmente requieren de una estimación inicial de los valores del modelo que deben ser especificados.
2. **Cálculo del problema directo:** Se define un procedimiento para calcular los datos del modelo (e.g. tiempos de viaje) dado un conjunto de valores para los parámetros del modelo.
3. **Inversión:** Ajuste automático de valores de los parámetros del modelo con el objetivo de adecuar mejor los datos del modelo con los datos observados sujetos a cualquier regularización que sea impuesta.
4. **Análisis de la robustez de la solución:** Puede ser basado en la estimación de la covarianza y resolución haciendo pruebas del modelo utilizando conjuntos de datos sintéticos. (Rawlinson y Sambridge, 2003)

Las parametrizaciones comunes del modelo incluyen bloques con una velocidad constante (o lentitud), una cuadrícula de nodos de velocidad con una interpolación en específico como interpolaciones trilineales o cúbicas y en menor medida de parametrizaciones espectrales como series de Fourier truncadas. La parametrización en la interfaz utiliza esquemas similares. El problema directo de encontrar la trayectoria de rayos entre fuente y receptor es a menudo resuelto utilizando técnicas como disparo y curvado, seguimiento del frente de onda del primer arribo en una malla (por ejemplo, soluciones eikoniales) y de red. El problema inverso que ajusta los parámetros del modelo para satisfacer los datos observados está sujeto a la regularización de contrastes en el medio y frecuentemente son utilizados métodos de gradiente (por ejemplo, Gauss-Newton, inversión del subespacio). Por último, el análisis de la robustez de la solución es un paso crítico en una interpretación significativa de un resultado de inversión. Han sido utilizadas estimaciones de la resolución y de covarianza de un modelo *a posteriori* a partir de una teoría lineal, como las reconstrucciones sintéticas (por ejemplo, prueba de tablero de ajedrez (*checkerboard*)) que utilizan la misma geometría de las fuentes y receptores como el experimento original (Rawlinson y Sambridg, 2003).

## 6.2. Tomografía de ondas superficiales de marcha rápida

El método de marcha rápida (FMM, por sus siglas en inglés) es utilizado para la solución del problema directo, mientras que un esquema de inversión de un subespacio es utilizado para el paso de la inversión.

El método utilizado es iterativo no lineal y en la parte de la inversión supone una linealidad local, sin embargo la aplicación repetida del FMM y la inversión subespacial permite que la relación no lineal entre la velocidad el tiempo de viaje pueda ser calculada.

Los tiempos de viaje desde los puntos fuente hasta los receptores son calculados suponiendo un cascaron en coordenadas esfericas en 2D ( $\theta, \varphi$ ). Se puede considerar una variedad de estructuras en el modelo inicial, ésto se hace definiendo los nodos de una malla con una interpolación bi-cúbica, la cual genera un medio continuo, suave y con un control local de su velocidad.

La fase de la inversión permite que el suavizamiento y amortiguamiento se impogan con el fin de abordar el problema de la no unicidad (Rawlinson, N. y Sambridge, M., 2005).

### 6.2.1. Parametrización de la velocidad

Bloques de velocidad constante son una manera simple de definir y resolver las trayectorias lineales de los rayos en cada bloque. De otra manera, éstos no son una elección natural de representar variaciones suaves en la subsuelo de la estructura debidas a las discontinuidades que existen. Estas discontinuidades artificiales pueden causar zonas de sombra injustificadas y triplicaciones. Sin embargo, si un gran número de bloques son utilizados y se utilizan restricciones en el tamaño de cambios de velocidad entre bloques adyacentes, ésto resulta en una razonable aproximación a un campo de velocidad que varía continuamente.

Una alternativa para una parametrización en bloques es definir velocidades en los vertices de una malla rectangular, junto con una función de interpolación. La interpolación *cubic spline*

involucra las primeras y segundas derivadas, y puede ser utilizada para describir el campo de lentitud en una malla 3D regular de nodo

$$s(r, \theta, \varphi) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 S_{ijk} C_i(R) C_j(\Theta) C_k(\Phi), \quad (6.2)$$

donde  $S_{ijk}$  son los valores de velocidad en los nodos de la malla de 4X4 alrededor del punto  $(r, \theta, \varphi)$ .  $C_i(R)$ ,  $C_j(\Theta)$  y  $C_k(\Phi)$  son conocidas como ranuras cardinales y  $R$ ,  $\Theta$  y  $\Phi$  son las coordenadas locales de  $r$ ,  $\theta$  y  $\varphi$ .

Por otra parte la interpolación *cubic B-spline* es similar a las ranuras cardinales descritas anteriormente, pero están localmente soportadas y no necesariamente pasan por los valores en los nodos provocando que porciones se resuelvan problememente y generando fluctuaciones en la velocidad entre los nodos irreales (Rawlinson y Sambridg, 2003).

### 6.2.2. Teoría de rayos

Antes de describir las bases teóricas del método utilizado para resolver el problema directo es conveniente abordar un poco de la **teoría de rayos** por lo que a continuación se retoman algunos conceptos como: la ecuación de onda y el vector lentitud.

La ecuación de onda para la onda P, puede ser escrito como

$$\ddot{\varphi} = \alpha^2 \nabla^2 \varphi. \quad (6.3)$$

Y utilizando la solución de d'Alambert la función  $\varphi$  puede ser escrita como

$$\varphi(\bar{x}, t) = A(\bar{X}) e^{i(\bar{k} \cdot \bar{x} - \omega t)}, \quad (6.4)$$

donde  $\bar{k}$  es el número de onda e indica la dirección de propagación de la onda.

Por otra parte, una manera útil de caracterizar el rayo de onda es haciendo uso de su *lentitud*, es decir el recíproco de la velocidad aparente.

Un frente de onda conecta puntos de igual fase, es decir de igual tiempo de viaje,  $T$ , con respecto al origen.

La velocidad aparente de la onda esta dada como  $c = ds/dt$ , con una velocidad horizontal  $c_x = dx/dt$  y una velocidad vertical  $c_z = dz/dt$ . Utilizando la [Figura 6.2.1](#) se puede relacionar el ángulo de incidencia con la velocidad horizontal y la velocidad vertical,

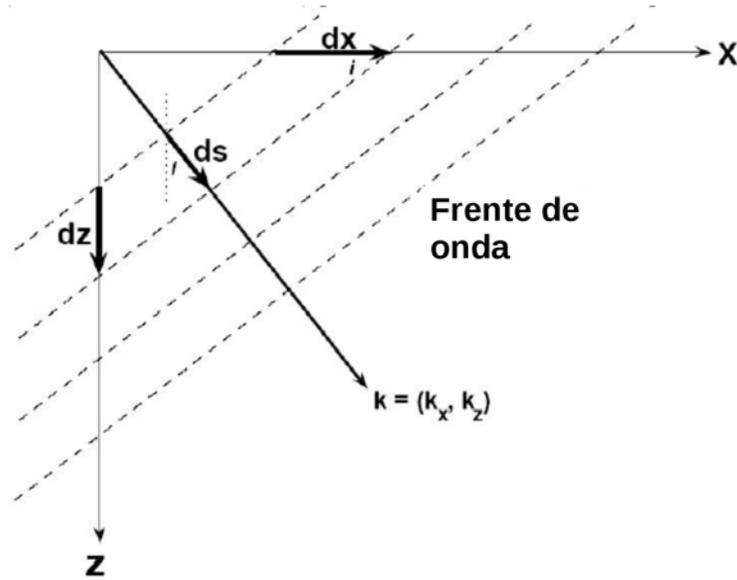
$$\sin(\hat{i}) = \frac{ds}{dx} = c \frac{dt}{dx} = \frac{c}{c_x} \equiv cp, \quad (6.5)$$

$$\cos(\hat{i}) = \frac{ds}{dz} = c \frac{dt}{dz} = \frac{c}{c_z} \equiv c\eta, \quad (6.6)$$

donde  $p$  es la lentitud horizontal, también conocido como parámetro de rayo y  $\eta$  es la lentitud vertical.

$$p \equiv \frac{1}{c_x} = \frac{\sin(\hat{i})}{c} \quad (6.7)$$

$$\eta \equiv \frac{1}{c_z} = \frac{\cos(\hat{i})}{c} \quad (6.8)$$



**Figura 6.2.1.** Esquema de la propagación del frente de onda (línea punteada) y un rayo (flecha perpendicular al frente de onda). El número de onda  $\bar{k}$  indica la dirección de propagación y está conformado por una componente horizontal y una vertical. El ángulo  $i$  es tomado entre el ángulo de incidencia y el ángulo de origen. Figura modificada MIT OpenCourseWare, (2008).

Por lo que el vector lentitud  $\bar{s} = (p, \eta)$  está compuesto por las lentitudes horizontal y vertical. Algunas propiedades de este vector se mencionaran a continuación.

El vector lentitud cumple con las siguientes propiedades,

$$s = \overline{p^2 + \eta^2} = \frac{1}{c} \quad (6.9)$$

$$p^2 + \eta^2 = \frac{1}{c^2}. \quad (6.10)$$

Sin embargo no cumple con que la suma de los cuadrados de sus componentes (vertical y horizontal) de la velocidad sea igual al cuadrado de la velocidad aparente, es decir,  $c_x^2 + c_z^2 = c^2$ .

Además cada componente del número de onda puede ser representado utilizando las lentitudes horizontal y vertical

$$k_x = \frac{\omega}{c_x} = \omega p \quad (6.11)$$

$$k_z = \frac{\omega}{c_z} = \omega \eta. \quad (6.12)$$

Entonces, el número de onda está relacionado con el vector lentitud de la siguiente manera

$$\bar{k} = (k_x, k_z) = (\omega p, \omega \eta) = \omega(p, \eta) = \omega \bar{s}. \quad (6.13)$$

Ahora bien, recordando la superposición de ondas planas, se puede calcular el potencial de ondas P como

$$\varphi(\bar{x}, t) \approx \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\dots) e^{i(\bar{k} \cdot \bar{x} - \omega t)} dk_x dk_y d\omega. \quad (6.14)$$

El uso de una aproximación de alta frecuencia, es decir el límite  $\omega \rightarrow \infty$ , permite la **teoría de rayos geométricos**. Se puede tener idea del comportamiento de las ondas sísmicas considerando las trayectorias de rayos asociadas a ellas. Este enfoque, que estudia la propagación de ondas utilizando la trayectoria de rayos, se llama teoría de rayos geométricos. Aunque esto no describe completamente aspectos importantes de la propagación de ondas, es ampliamente utilizado ya que generalmente simplifica el análisis y da una buena aproximación.

### Ecuación eikonal

Sea la ecuación de onda,

$$\ddot{\varphi} = \alpha^2 \nabla^2 \varphi. \quad (6.15)$$

Considerando la siguiente solución de la ecuación de onda:

$$\varphi(\bar{x}, t) = A(\bar{x})e^{i(\bar{k} \cdot \bar{x} - \omega t)}. \quad (6.16)$$

Ahora si se trabaja con el tiempo de viaje  $T(\bar{x})$ , la solución de la ecuación de onda (6.16) se escribe como

$$\varphi(\bar{x}, t) = A(\bar{x})e^{-i\omega T(x)}. \quad (6.17)$$

Sustituyendo la ecuación 6.17 en la ecuación de onda (6.15), se obtiene

$$\begin{aligned} \nabla \varphi &= \nabla A e^{-i\omega T} - i\omega A \nabla T e^{-i\omega T} \\ \nabla^2 \varphi &= (\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i(2\omega \nabla A \cdot \nabla T + \omega A \nabla^2 T)) e^{-i\omega T} \\ \ddot{\varphi} &= -\omega^2 A e^{-i\omega T} \\ \Rightarrow \nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 - i\omega(2\nabla A \cdot \nabla T + A \nabla^2 T) &= -\frac{A\omega^2}{\alpha^2} = -Ak_\alpha^2, \end{aligned}$$

donde el término en color rojo representa la parte real y el término en color azul representa la parte imaginaria. Además  $k_\alpha = \frac{\omega}{\alpha}$ ,  $k_\beta = \frac{\omega}{\beta}$  y de manera general  $k = \frac{\omega}{c}$ .

Para el análisis de la propagación sólo se considera la parte real, de tal modo que

$$\nabla^2 A - \omega^2 A |\nabla T|^2 = -\frac{A\omega^2}{\alpha^2} \quad (6.18)$$

$$|\nabla T|^2 - \frac{1}{\alpha^2} = -\frac{\nabla^2 A}{A\omega^2}. \quad (6.19)$$

Aplicando la aproximación de alta frecuencia y tomando el límite como  $\omega \rightarrow \infty$ . Para una frecuencia  $\omega$  lo suficientemente grande el término del extremo derecho de la expresión 6.19 tiende a 0. De tal modo que para la onda P se tiene

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{\alpha^2}. \quad (6.20)$$

De manera general

$$|\nabla T|^2 = \frac{1}{c^2} \Rightarrow |\nabla T(\bar{x})| = \frac{1}{c(\bar{x})} \quad (6.21)$$

$$\nabla T(x) = \frac{1}{c(x)} \bar{k} = \bar{s} = (p, \eta), \quad (6.22)$$

donde  $\bar{s}$  es el vector lentitud.

De tal modo que el gradiente del frente de onda en una posición  $x$ , es igual a la lentitud local. La dirección del cambio máximo del frente de onda define la dirección de propagación del frente de onda.

Las implicaciones de esta teorías son:

- Los rayos son perpendiculares al frente de onda.
- La lentitud da el gradiente de los tiempos de viaje, y el gradiente del tiempo de viaje especifica la dirección del rayo. Cada vez que la velocidad  $c(x)$  cambia, el gradiente de  $T$  tiene que cambiar y la dirección de propagación cambia al mismo tiempo.
- Si se conoce  $c(x)$  existe una manera de reconstruir la dirección del rayo: el trazado del rayo eikonal.

Material consultado de: MIT OpenCourseWare, (2008). Lecture notes: 12.510. Introduction to Seismology. Spring. Cambridge, MA 02142.

### 6.2.3. Método de marcha rápida (FMM)

El FMM es un método numérico basado en una malla que sigue el avance de una interfaz a lo largo de una banda angosta de nodos que se actualizan con las soluciones de la ecuación eikonal.

La ecuación eikonal que gobierna la propagación de ondas sísmicas en el límite de altas frecuencias, puede ser escrita como

$$|\nabla T| = s(x), \quad (6.23)$$

donde  $\nabla$  es el operador gradiente,  $T$  es el tiempo de viaje y  $s(x)$  es la lentitud como función de la posición  $x$ . Un obstáculo significativo para los métodos de diferencias finitas que buscan resolver la función eikonal para el campo de tiempos de viaje del primer arribo, es que el frente de onda puede ser discontinuo en gradiente. La ecuación eikonal no puede ser fácilmente resuelta en presencia de discontinuidades del gradiente porque la ecuación en si misma requiere  $|\nabla T|$  para ser definida. FMM aborda este problema haciendo cumplir una condición de entropía o de minimización del error, establecida por Sethian y Popovici (1999), en donde la información sólo se puede perder a medida que el frente de onda evoluciona porque sólo puede pasar a través de un punto una vez.

La minimización del error que satisface éste problema es

$$S_{i,j,k} = \sqrt{\max(D_a^{-x}T, -D_b^{+x}T, 0)^2 + \max(D_c^{-y}T, -D_d^{+y}T, 0)^2 + \max(D_e^{-z}T, -D_f^{+z}T, 0)^2}, \quad (6.24)$$

donde  $(i, j, k)$  son variables de incremento de una malla cartesiana en  $(x, y, z)$  y las variables enteras  $a, b, c, d, e, f$  definen el orden de exactitud del operador de diferencias finitas utilizado en cada uno de los seis casos. Por ejemplo, los primeros dos operadores para  $D^{-x}T_i$  son

$$D_1^{-x}T_i = \frac{T_i - T_{i-1}}{\delta x}, \quad D_2^{-x}T_i = \frac{3T_i - 4T_{i-1} + T_{i-2}}{2\delta x}, \quad (6.25)$$

donde  $\delta x$  es el espaciamiento de la malla en  $x$ . Dicho operador es utilizado en la ecuación 6.24 que depende de la disponibilidad del tiempo de viaje y del máximo orden permitido. Los esquemas de primer orden sólo usan operadores  $D_1$ , los esquemas de segundo orden preferentemente usan operadores  $D_2$  pero se revierten en  $D_1$  si  $T_{i-2}$  no esta disponible (por ejemplo, cerca de un punto fuente). Esquemas de orden combinado utilizan operadores de alto orden como  $D_3$  (Rawlinson, N. y Sambridge, M., 2005).

Ahora bien, para el caso de un cascarón esférico el operador gradiente ascendente puede ser definido en coordenadas esféricas como

$$D_1^{-\theta} T_{i,j} = \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{r\delta\theta} \quad (6.26)$$

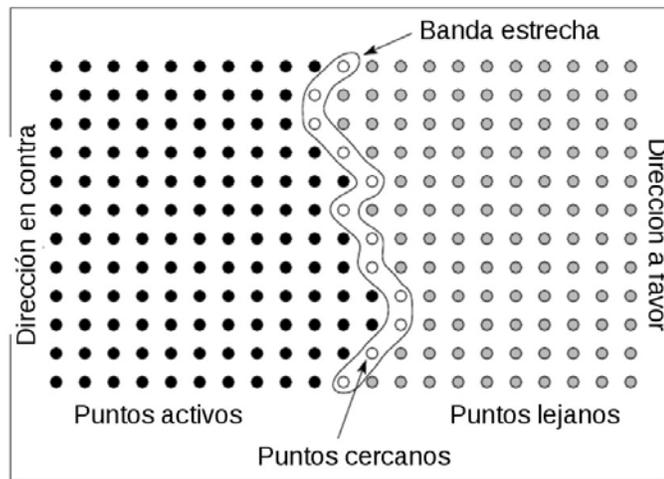
$$D_2^{-\theta} T_{i,j} = \frac{3T_{i,j} - 4T_{i-1,j} + T_{i-2,j}}{2r\delta\theta} \quad (6.27)$$

$$D_1^{-\varphi} T_{i,j} = \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{r\cos\theta\delta\varphi} \quad (6.28)$$

$$D_2^{-\varphi} T_{i,j} = \frac{3T_{i,j} - 4T_{i,j-1} + T_{i,j-2}}{2r\cos\theta\delta\varphi}, \quad (6.29)$$

donde  $r$ ,  $\theta$  y  $\varphi$  son las coordenadas esfericas.

La ecuación 6.24 describe el esquema de diferencias finitas para la actualización de tiempos de viaje asociados con un punto de la malla en particular, es decir, describe cómo calcular nuevos tiempos de viaje utilizando los tiempos de viaje conocidos de los puntos adyacentes de la malla. El esquema utilizado es una aproximación de banda estrecha o *narrow band*. El concepto de banda estrecha es ilustrado en la Figura 6.2.2.



**Figura 6.2.2.** Principio del método de banda estrecha para detectar el primer arribo del frente de onda. Figura modificada de Rawlinson y Sambridge (2005).

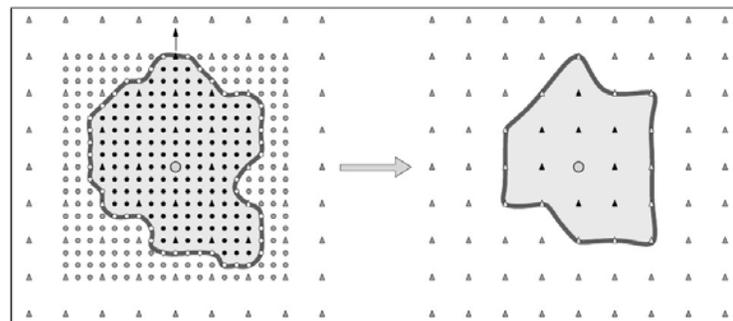
Todos los puntos de la malla son denominados como puntos activos, cercanos y lejanos. Los puntos *activos* son aquellos donde los tiempos de viaje han sido correctamente asignados; los puntos *cercanos* están en a banda estrecha y tienen valores de prueba calculados con la

ecuación 6.24 y con los puntos *activos*; los puntos *lejanos* se encuentran a favor de la banda estrecha y no tienen valores de tiempo de viaje calculados. La banda estrecha se desarrolla identificando el punto cercano con un tiempo de viaje mínimo (utilizando un algoritmo de clasificación) y una vez que es determinado este punto es marcado como *activos*, marcando todos los puntos *lejanos* como *cercanos*. Este procedimiento es efectuado para todos los puntos dentro de la banda estrecha, y el mismo esquema de calculo es repetido para todos los puntos, hasta que todos sean marcados como *activos*, por lo que la propagación del frente de onda es delimitada completamente.

La forma de la banda estrecha se aproxima a la forma del frente de onda del primer arribo, y la idea es propagar la banda a través de la malla hasta que todos los puntos lleguen a ser *activos* (Rawlinson, N. y Sambridge, M., 2005).

### Minimización del error.

Una variedad de métodos han sido propuestos para resolver el problema de la pronunciada curvatura del frente de onda para puntos cercanos a la fuente, lo cual afecta a las soluciones eikoniales basadas en la malla; incluyendo aquellos que utilizan una malla esférica centrada en cada uno de los puntos fuente, un refinamiento local en la malla en puntos adyacentes a la fuente, la adaptación de una malla con un refinamiento de la malla y engrosamiento basado en una estimación del error posterior (Rawlinson, N. y Sambridge, M., 2005).



**Figura 6.2.3.** Principio del método de banda estrecha para detectar el primer arribo del frente de onda. Modificado de Rawlinson y Sambridge (2005).

La aproximación que se usa para minimizar el error en la vecindad de la fuente está basado en la especificación de un fino espaciamiento de la malla en la vecindad de la fuente y un engrosamiento de la malla lejos de la fuente. Para ello se define una malla rectangular de nodos refinados al rededor de la fuente (ver Figura 6.2.3). Como resultado, el verdadero borde de la malla refinada conformará la forma de la banda estrecha, de tal manera que la información sólo fluye fuera de la malla refinada y nunca dentro de ésta. Esta aproximación a una malla local refinada asegura que la estabilidad del FMM no se vea comprometida.

## 6.2.4. Inversión del subespacio

La inversión tomográfica es utilizada con el fin de encontrar un modelo que satisfaga los datos donde el problema directo es resuelto mediante el FMM. En contraste con el problema convencional de tomografía sísmica, los datos observados son los tiempos de viaje para la propagación de una onda Rayleigh entre dos estaciones, ya que para este caso de estudio una de ellas es considerada como punto fuente y todos los demás como receptores. Como resultado de la inversión el gradiente de velocidad es determinado utilizando combinaciones de varios puntos fuente y receptores, los cuales cubren el área de estudio.

Un esquema de inversión iterativo no lineal es utilizado para invertir los tiempos de viaje y resolver el problema directo. El método de subespacio resuelve la linealización del modelo inverso de manera sucesiva, hasta que la diferencia entre los tiempos de viaje y los calculados es lo suficientemente pequeña. El método de subespacio realiza una proyección de problemas de dimensión  $n$ , en pequeños sistemas, para así reducir el trabajo computacional (Erdinc Saygin, 2007)

En el método de subespacio, la minimización del residual es ajustada simultáneamente en varias direcciones, que juntas abarcan el espacio total del modelo. A continuación se describe la teoría básica del método de inversión de un subespacio.

En cada iteración, el método del subespacio restringe la minimización de la aproximación cuadrática de  $\mathbf{S}(\mathbf{m})$  a un subespacio de  $p$  dimensiones del modelo, de tal manera que la perturbación  $\delta\mathbf{m}$  ocurre en un tramo del espacio por un conjunto de  $p$  vectores básicos  $\{\mathbf{a}^j\}$  de  $M$ -dimensiones:

$$\delta\mathbf{m} = \sum_{j=1}^p \mu_j \mathbf{a}^j = \mathbf{A}\boldsymbol{\mu}, \quad (6.30)$$

donde  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}^j]$  es la matriz proyección. La componente  $\mu_j$  determina la longitud del correspondiente vector  $\mathbf{a}^j$  que minimiza la forma cuadrática de  $\mathbf{S}(\mathbf{m})$  en el espacio delimitado por  $\mathbf{a}^j$ .

Por otra parte, los métodos de inversión basados en el gradiente hacen uso de las derivadas de  $\mathbf{S}(\mathbf{m})$  en un punto específico del espacio del modelo. Una suposición básica que comparten todos los métodos prácticos de gradiente es que  $\mathbf{S}(\mathbf{m})$  es lo suficientemente suave lo que genera una aproximación cuadrática de algún modelo, de tal modo que

$$\mathbf{S}(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}) = \mathbf{S}(\mathbf{m}) + \gamma\delta\mathbf{m} + \frac{1}{2}\delta\mathbf{m}^T \mathbf{H}\delta\mathbf{m}, \quad (6.31)$$

donde  $\delta\mathbf{m}$  es una perturbación de modelo actual y  $\gamma = \partial\mathbf{S}/\partial\mathbf{m}$  y  $\mathbf{H} = \partial^2\mathbf{S}/\partial\mathbf{m}^2$  son el vector gradiente y matriz Hessiana, respectivamente. E

Por lo tanto,  $\boldsymbol{\mu}$  es determinada sustituyendo la ecuación 6.30 en la ecuación 6.31, da una suma de la forma

$$\mathbf{S}(\mathbf{m} + \delta\mathbf{m}) = \mathbf{S}(\mathbf{m}) + \sum_{j=1}^p \mu_j \gamma^T \mathbf{a}^j + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^p \sum_{k=1}^p \mu_j \mu_k [\mathbf{a}^k]^T \mathbf{H} [\mathbf{a}^j], \quad (6.32)$$

y localizando el mínimo de  $\mathbf{S}$  con respecto de  $\boldsymbol{\mu}$ :

$$\frac{\partial \mathbf{S}(\mathbf{m})}{\partial \mu_q} = \gamma^T \mathbf{a}^q + \sum_{k=1}^p \mu_k [\mathbf{a}^k]^T \mathbf{H} [\mathbf{a}^j] = 0 \quad (6.33)$$

para  $q = 1, \dots, p$  y despejando  $\mu$  da:

$$\mu = -[\mathbf{A}^T \mathbf{H} \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \gamma, \quad (6.34)$$

Por lo que  $\delta \mathbf{m}$  puede ser expresado como:

$$\delta \mathbf{m} = -\mathbf{A}[\mathbf{A}^T (\mathbf{G}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{G} + \mathbf{E} \mathbf{C}_m^{-1} + \eta \mathbf{D}^T \mathbf{D}) \mathbf{A}]^{-1} \mathbf{A}^T \gamma. \quad (6.35)$$

Como las variaciones de los parámetros se debe dar de manera paulatina, entonces los valores futuros de  $m$  son definidos como

$$m_{n+1} = m_n + \delta m_n, \quad (6.36)$$

donde  $m_{n+1}$  es el valor futuro,  $m_n$  es el valor en una posición anterior y  $\delta m_n$  es el incremento del parámetro.

De tal modo que la expresión 6.35 es utilizada de manera iterativa en el cálculo de la ecuación 6.36. Las cantidades  $\mathbf{A}$ ,  $\gamma$  y  $\mathbf{G}$  de la expresión 6.35 son reevaluados entre iteraciones sucesivas.

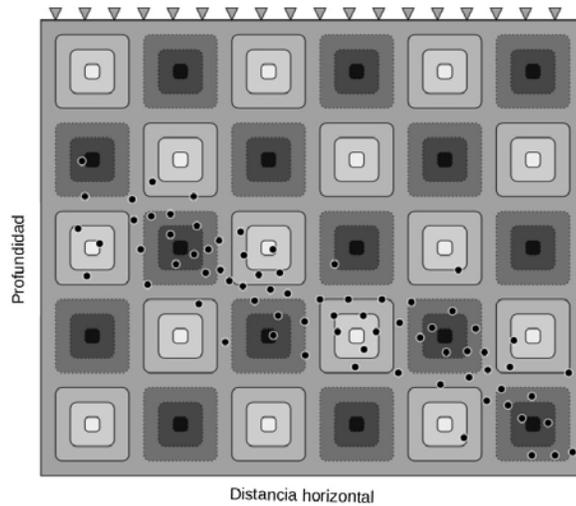
El método del subespacio tiene varias características favorables. Primero, la determinación de  $\delta \mathbf{m}$  sólo requiere la solución de un sistema de ecuaciones lineales relativamente pequeño de  $p \times p$ . Segundo, ofrece una forma natural de tratar con clases de diferentes parámetros, tal como los parámetros de velocidad y parámetros de profundidad de una interfaz, para que sean invertidos de manera simultánea. Si los vectores base  $\mathbf{a}^i$  son elegidos, tal que cada vector sólo radica en el segmento de espacio por una clase de parámetro en particular, entonces la minimización será tomada en cuenta para las diferentes sensibilidades con respecto a las diferentes clases de parámetros en consideración (Rawlinson y Sambridge, 2003).

### 6.2.5. Análisis de la calidad de la solución

Generar una solución donde sólo se reduzca el error no es suficiente para sustentar los resultados generados en la inversión. Con el fin de respaldar los resultados es pertinente realizar un análisis de la calidad de la solución. En la tomografía sísmica comúnmente se utilizan dos enfoques para evaluar la robustez de la solución. El primero de ellos supone una linealidad local para estimar el modelo de covarianza y la resolución. La segunda prueba de resolución se construye utilizando un modelo sintético con la misma geometría de fuentes y receptores, tal como en el experimento real (Rawlinson y Sambridge, 2003).

Para el caso de este trabajo la prueba de resolución se basa en la construcción de un modelo sintético, cuyo principio es que si una estructura conocida, con escalas de longitud similares al modelo solución, puede ser recuperada utilizando las mismas soluciones linealizadas y el mismo arreglo que el proyecto real, entonces el modelo solución debería de ser confiable.

La prueba conocida como *checkerboard* o *tablero de ajedrez* (Figura 6.2.4), en la cual el modelo sintético se divide en regiones alternadas de alta y baja velocidad con una escala de longitud igual o mayor a la estructura, es de las pruebas de resolución más comunes. En esta prueba, el modelo inicial es el mismo que se utiliza en la inversión real. Las regiones en las que se recupera con claridad el patrón de tablero de ajedrez son aquellas donde la estructura del modelo solución puede considerarse bien resuelta (Rawlinson y Sambridge, 2003). Aunque esto no siempre es cierto, ya que en la naturaleza la estructura de la corteza es coprichosa,



**Figura 6.2.4.** Esquema que muestra la prueba de tablero de ajedrez (*checkerboard*). Los puntos negros son las fuentes (sismos) y los receptores son los triángulos grises en la parte superior. Figura modificada de Rawlinson y Sambridge, 2003.

por lo que no tiene una distribución homogénea de cuerpos regulares. Además que el modelo podría tener una buena convergencia para ajustarse a cuerpos pequeños, dependiendo de las dimensiones de cada uno de los cuadros, pero podría perder resolución para delimitar cuerpos grandes.

# Capítulo 7

## Resultados.

### 7.1. Curvas de dispersión

#### 7.1.1. Análisis de curvas de dispersión de onda Rayleigh

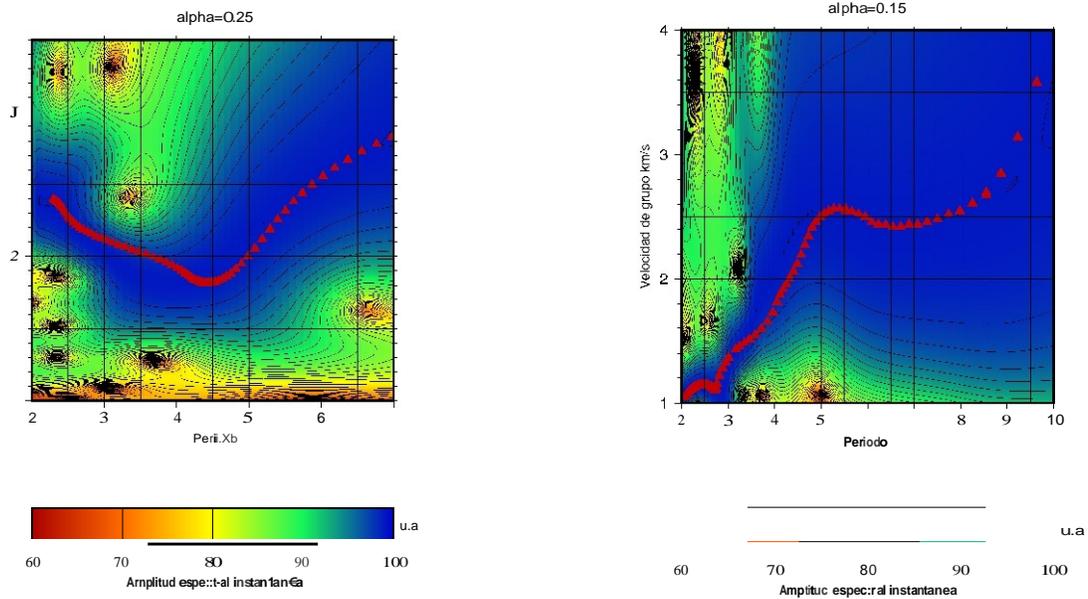
La onda Rayleigh es una onda superficial y por lo tanto es de carácter dispersivo, es decir, ondas de diferentes periodos viajan a diferente velocidad. Dicha propiedad hace que estas ondas aporten información del medio a diferentes profundidades, la profundidad alcanzada será en función del periodo de la onda.

Para lograr registrar ondas superficiales es necesario que la distancia entre fuente y receptor sea considerable. Para el caso de este trabajo la distancia mínima entre estaciones es de 10 km y la distancia máxima es de 30 km, aproximadamente. La distancia entre estaciones es un factor importante debido a que entre mayor sea la distancia mayor será la profundidad de investigación alcanzada, aunque con esto se pierda resolución espacial.

En las siguientes ilustraciones ([Figura 7.1.1](#) , [Figura 7.1.2](#) , [Figura 7.1.3](#) , [Figura 7.1.4](#) , [Figura 7.1.5](#) y [Figura 7.1.6](#)) se muestran algunas de las curvas de dispersión calculadas a partir de las correlaciones cruzadas. Como se mencionó en el apartado de interferometría sísmica, la función de Green empírica consta de una parte causal y una acausal, para el cálculo de las curvas de dispersión la parte causal y acausal fueron procesadas por separado, tomando en consideración para este trabajo las curvas que mejor se lograron obtener.

Para las correlaciones calculadas con la estación AMVM ([Figura 7.1.1](#)) la curva que mejor se recuperó fue la calculada a partir de la correlación con la estación ATLX ([Figura 7.1.1a](#)), cuya trayectoria cruza el edificio volcánico. Y la curva que no tuvo un resultado tan satisfactorio es la calculada a partir de la correlación con la estación OCUI ([Figura 7.1.1b](#)), donde sólo se pueden considerar confiables los valores para periodos menores a 5s. Por lo que se puede inferir que los inconvenientes en la curva de dispersión no son debidos a la distancia entre estaciones, ya que las distancias son muy parecidas, sino corresponden a las mismas variaciones del medio.

En el caso de las curvas calculadas a partir de las correlaciones con respecto a la estación ATLX ([Figura 7.1.2](#)), se observa que es posible alcanzar una velocidad de aproximadamente 3 km/s, para el caso de la curva calculada a partir de la correlación entre ATLX-CALP la curva muestra muchas irregularidades en su forma y se considera confiable hasta un periodo máximo de 6s, por otra parte la curva en la [Figura 7.1.2b](#) la que mejor se pudo recuperar,



(a) AMVM-ATLX

(b) AMVM-OCUI

**Figura 7.1.1.** Curvas de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlaciones obtenidas para la estación AMVM. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento  $\alpha$  utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantánea.

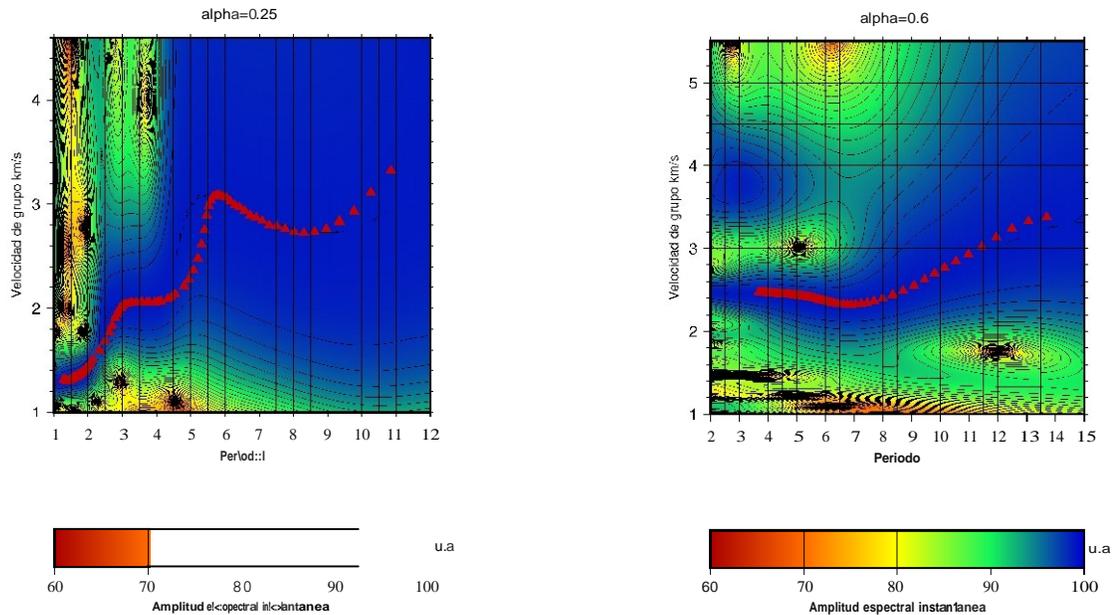
correspondiente al par de estaciones ATLX-OCUI, cuya separacion entre estaciones es la mayor entre el total de rayos calculados.

En el caso de la estación AYAP (Figura 7.1.3) las curvas que se lograron calcular presentan inconsistencias a cortos periodos, mostrando rasgos de muy baja velocidad, aunque la curva (Figura 7.1.3b) que corresponde a la correlacion con la estación TECU y a una mayor distancia entre estaciones es considerada como el mejor resultado hasta un periodo de 8s. Además la curva mostrada en la Figura 7.1.3a presenta una forma particular, aunque la distancia entre estaciones es de aproximadamente 20km.

Los calculos de curvas de dispersion que se pudieron realizar con respecto a la estación CALP fueron muy limitados, siendo la Figura 7.1.4 una de las pocas curvas de dispersion que pudieron ser recuperadas, la confiabilidad de esta curva se sustenta en que la distancia entre esta estación y la estación PPIG es de aproximadamente 20 km y que tiene buena apariencia a partir de los 3s.

Las curvas calculadas a partir de las correlacion con la estación OCUI se consideran confiables, ya que la distancia entre estaciones es de al menos 15km y para el caso de la Figura 7.1.5 se observa que se obtiene una correcta caracterizacion del medio a partir de los 3s, para ambas curvas mostradas, logrando alcanzar velocidades de hasta 3.5 km/s, como en el caso del par de estaciones OCUI-TECU.

Por ultimo las curvas calculadas con respecto a las correlaciones obtenidas a partir de la estación PPIG son de buena calidad, ya que como se muestra en la Figura 7.1.6 se obtiene



(a) AT LX-CALP

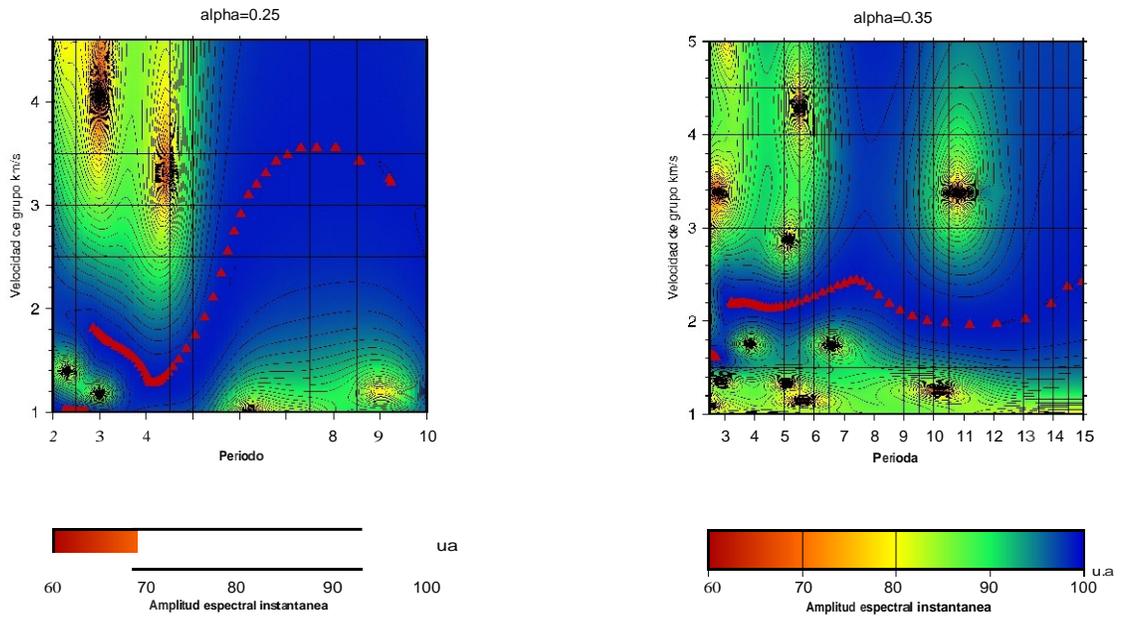
(b) AT LX-OCUI

**Figura 7.1.2.** Curvas de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlaciones obtenidas para la estación AT LX. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento *alfa* utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantanea.

un resultado correcto a partir de los 3s, logrando alcanzar velocidades de hasta  $3\text{ km/s}$ .

Como se vio en el anaJisis cualitativo anterior cada curva de dispersion es muy distinta, aunque de manera general se pudo recuperar una curva entre los periodos de 2s y 12s, logrando alcanzar velocidades entre  $1.5\text{ km/s}$  y  $3.5\text{ km/s}$ .

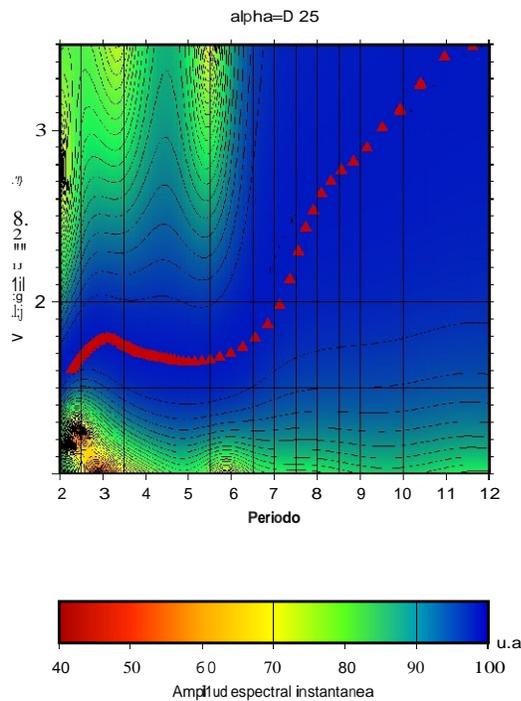
La comparacion entre curvas permitio comprobar la importancia de la distancia entre fuente-receptor, en este caso receptor-receptor, ya que de manera general para las curvas en las cuales la distancia entre receptor-receptor fue corta, la definicion de esta no fue la deseada, lo que limito el rango de periodos confiable. No obstante, para las curvas donde la distancia entre estaciones fue mayor a  $20\text{ km}$  y no se obtuvo definicion deseada, se puede inferir que el unico factor que puede afectarla son las heterogeneidades del medio. Ademas, gracias a la distancia variada entre estaciones fue posible estudiar un amplio rango de periodos y profundidades. En el Apndice del presente trabajo se muestra el resto de las curvas de dispersion que se calcularon.



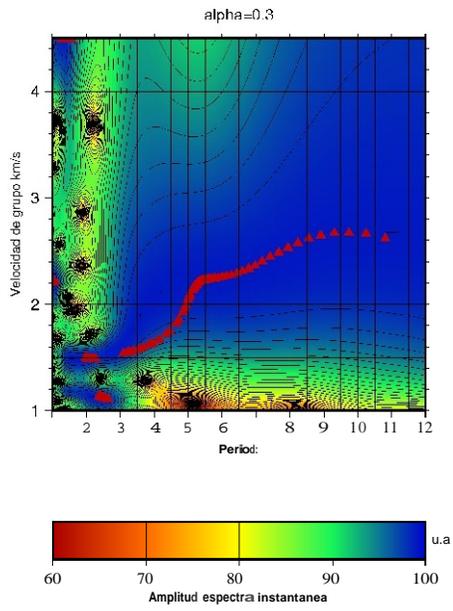
(a) AYAP-PPIG

(b) AYAP-TECU

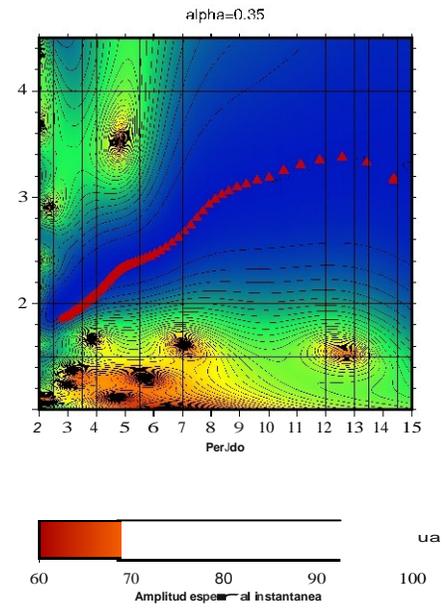
**Figura 7.1.3.** Curvas de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlaciones obtenidas para la estacion AYAP. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento  $\alpha$  utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantanea.



**Figura 7.1.4.** Curva de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlacion entre el par de estaciones CALP-PPIG. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento  $\alpha$  utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantanea.

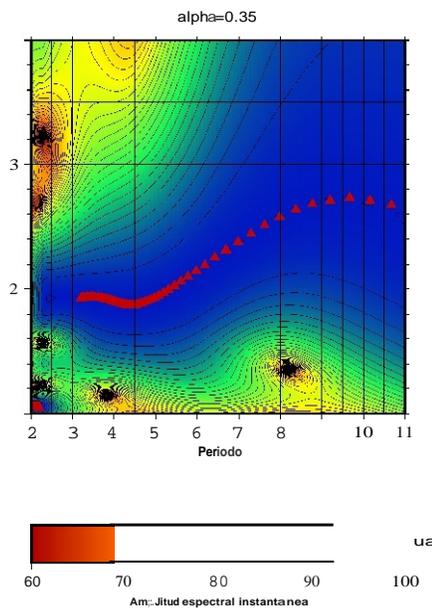


(a) OCUI-PPIG

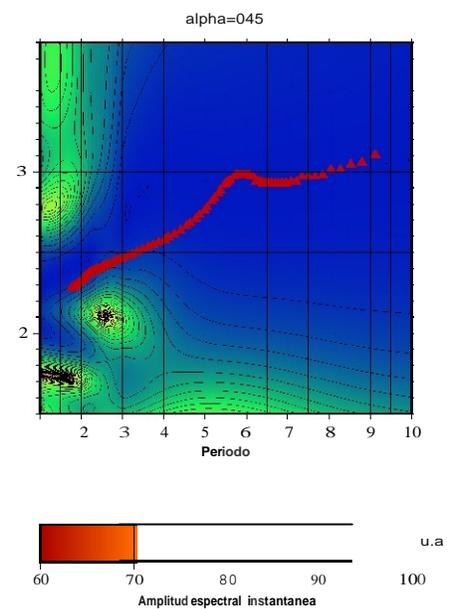


(b) OCUI-TECU

**Figura 7.1.5.** Curvas de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlaciones obtenidas para la estacion OCUI. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento  $\alpha$  utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantanea.



(a) PPIG-TECU



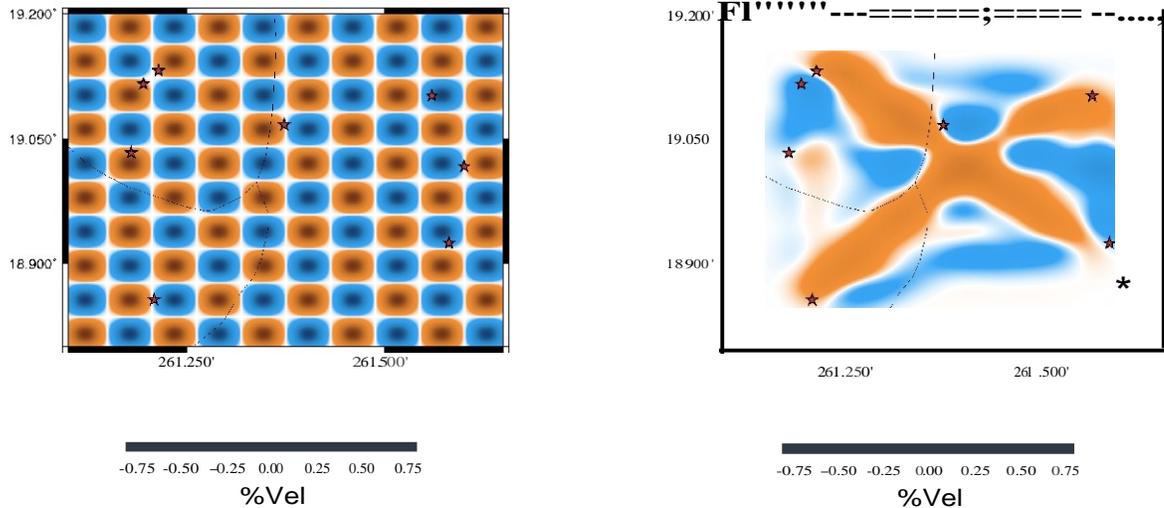
(b) PPIG-TEPE

**Figura 7.1.6.** Curvas de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlaciones obtenidas para la estacion PPIG. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento  $\alpha$  utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantanea.

## 7.2. Tomografía de ondas superficiales

### 7.2.1. Análisis de resolución

#### Análisis de resolución utilizando el arreglo disponible



(a) Tablero de ajedrez

(b) Inversión del tablero de ajedrez

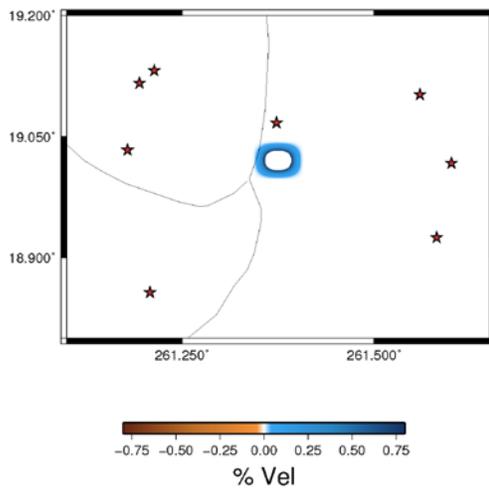
**Figura 7.2.1.** (Izquierda) Modelo sintético conocido como tablero de ajedrez (*checkerboard*). (Derecha) Mapa tomográfico resultante de la inversión del tablero de ajedrez.

En la [Figura 7.2.1](#) se muestra el modelo sintético tablero de ajedrez y su mapa tomográfico resultante de la inversión suponiendo la misma geometría del arreglo que la empleada en este trabajo. Se observa que con ese limitado número de estaciones y disposición, no es posible recuperar con exactitud el modelo sintético supuesto. A pesar de esto la resolución parece apropiada en la parte noreste y noroeste de la región de estudio, no obstante la resolución es pobre en la parte sur de la misma.

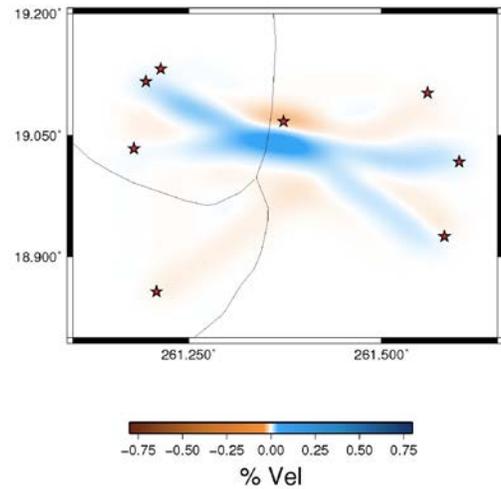
Ahora bien, como un modelo sintético cuya geometría es la de un tablero de ajedrez no representa un medio real, se planteó realizar una prueba de resolución donde como modelo sintético se supone un rasgo (impulso) de baja velocidad localizado en una región central del área de estudio. En la [Figura 7.2.2](#) se muestra en la izquierda el modelo sintético y en la derecha el mapa tomográfico resultante de la inversión. Dicha prueba confirma que con el mismo arreglo que se utiliza en el presente estudio la resolución es mejor en la zona noreste y noroeste de la región de estudio.

#### Análisis de resolución utilizando un arreglo futuro

Como se observa en el análisis de resolución considerando el mismo arreglo de estaciones utilizado en este trabajo, la resolución de la inversión no es óptima, por ello como parte de un proyecto futuro se considera agregar estaciones y reorganizar el arreglo con el fin de mejorar la resolución. Dicho proyecto se encuentra en planeación, y ya se cuenta con la localización de las nuevas estaciones, por lo que es posible realizar un análisis de resolución



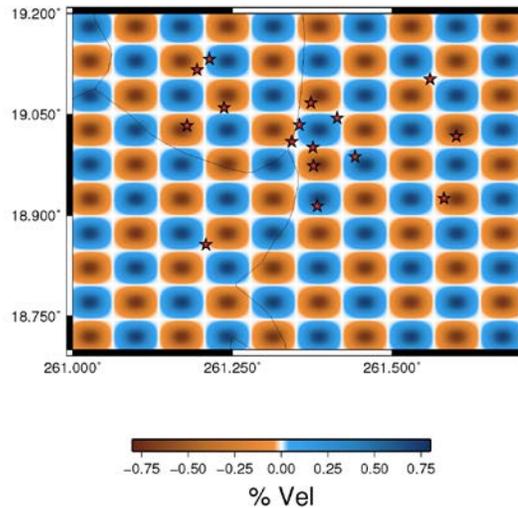
(a) Spike



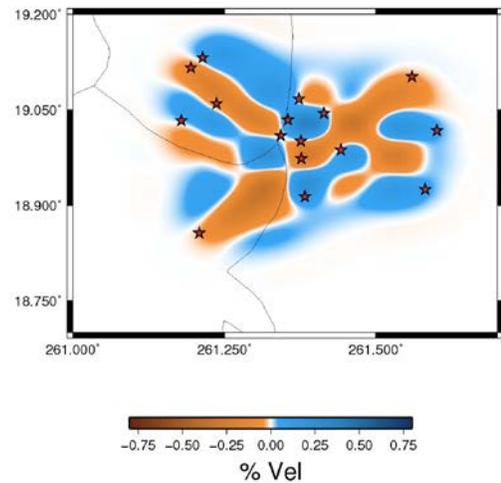
(b) Inversión del spike

**Figura 7.2.2.** (Izquierda) Modelo sintético suponiendo un *spike* con coordenadas en el centro del cráter. (Derecha) Mapa tomográfico resultante de la inversión del *spike*.

para este arreglo futuro.



(a) Tablero de ajedrez

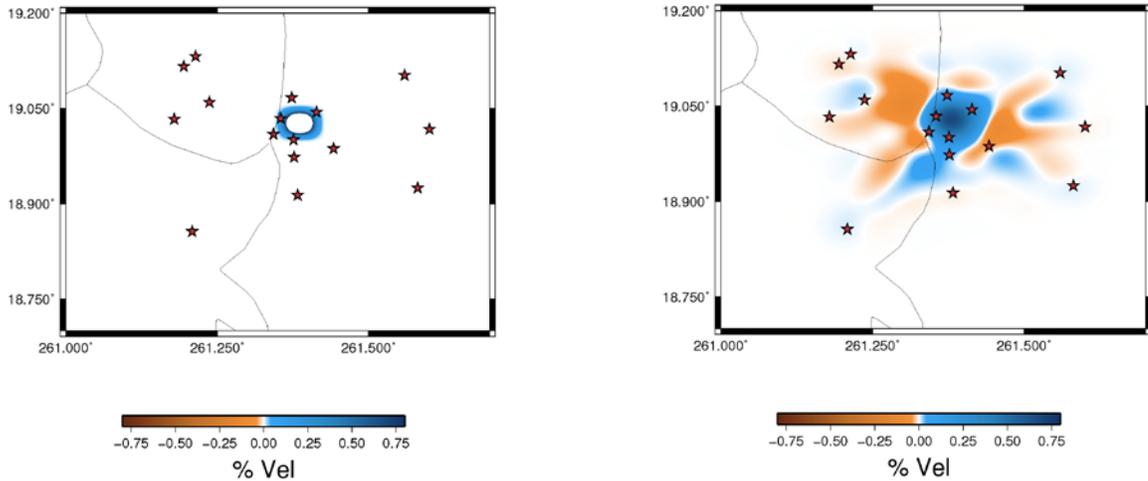


(b) Inversión del tablero de ajedrez

**Figura 7.2.3.** (Izquierda) Modelo sintético conocido como tablero de ajedrez (*checkerboard*). (Derecha) Mapa tomográfico resultante de la inversión del tablero de ajedrez.

En la [Figura 7.2.3](#) se muestra en el lado izquierdo el modelo sintético conocido como tablero de ajedrez y a la derecha se muestra el mapa tomográfico resultado de la inversión. Por lo que es posible observar que la resolución de la inversión incrementa de manera importante en la zona entre los volcanes Popocatepetl e Iztaccíhuatl. Además que la resolución en los límites del área de estudio mejora considerablemente.

Por otra parte si ahora consideramos un modelo sintético que considera un rasgo de baja velocidad o *spike* en la zona central del área de estudio, tal como se observa en la [Figura 7.2.4](#)



(a) *Spike*

(b) Inversión del *Spike*

**Figura 7.2.4.** (Izquierda) Modelo sintético suponiendo un *spike* con coordenadas en el centro del cráter. (Derecha) Mapa tomográfico resultante de la inversión del *spike*.

y considerando el arreglo futuro, es posible ver que la resolución de la inversión mejora de manera sustancial justo donde se considera ese rasgo de baja velocidad.

Con ayuda de estas pruebas de resolución es posible comprobar cómo una geometría adecuada de un arreglo de estaciones y la cantidad de las mismas es muy importante en la mejora de la resolución de los estudios. En este caso la mejora es más perceptible, ya que al utilizar interferometría sísmica, no sólo se incrementa el número de estaciones, sino también incrementa el número de fuentes, ya que dicha técnica tiene sus bases teóricas en el hecho de que se trabaja con campos difusos y que por lo tanto un receptor tiene un carácter dual, donde funge como fuente y receptor. De tal manera que la suposición de la localización de fuentes y receptores sólo puede realizarse para estudios de esta naturaleza, ya que si se pretende trabajar con fuentes naturales como sismos, la localización de éstos es incierta. No obstante, la distancia entre estaciones no parece ser la indicada, esto se discutirá con mayor detalle en el capítulo 9 de conclusiones y recomendaciones.

## 7.2.2. Tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh

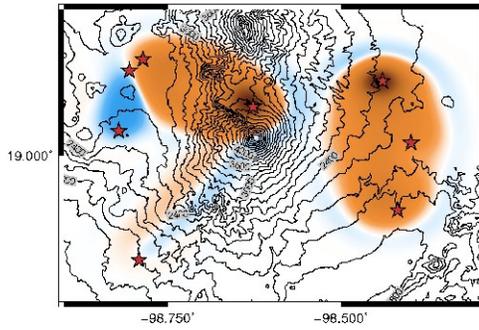
Las bases teóricas empleadas para calcular la tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh fueron descritas el capítulo 6. Utilizando el procedimiento para el cálculo de una tomografía sísmica de tiempos de viaje, considerando un arreglo temporal de 8 estaciones y un registro continuo de ruido sísmico de junio de 2015 a agosto de 2016, fue posible calcular mapas tomográficos a diferentes periodos, lo que puede ser interpretado como diferentes profundidades aunque no se realice la conversión a profundidad. En la [Figura 7.2.5](#) se muestran tomografías calculadas a periodos de 1s, 3s, 5s, 7s, 10s y 12s. Cada uno de los colores en los mapas tomográficos representa variaciones relativas de la velocidad de grupo de onda Rayleigh, por lo que dichas variaciones pueden ser positivas o negativas, es decir, aumento (azul) o disminución (rojo) de velocidad.

Los mapas tomográficos calculados a diferentes periodos muestran rasgos similares, tales como anomalías de baja velocidad (disminución de aproximadamente 2 % en la velocidad) en las zonas noroeste, noreste y centro. De manera general, se aprecia pequeñas anomalías de baja velocidad rodeadas de zonas de alta velocidad.

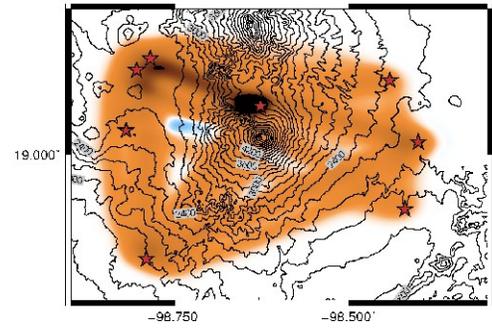
Por otra parte se observa una mejor continuidad o similitud entre las imágenes tomográficas para los periodos de 5s, 7s, 10s y 12s. Para los periodos entre 5s y 7s, la anomalía de baja velocidad de mayor dimensión se encuentra en el centro de la región de estudio, y una anomalía de menor tamaño pero con mayor contraste de velocidad (decremento de aproximadamente 2,5 %), se ubica en la región noroeste de la zona de estudio. Por otra parte, para los periodos entre 10s y 12s la región central de baja velocidad se atenúa, pero la anomalía de baja velocidad de la región noroeste es más evidente a mayor profundidades. Como rasgo curioso en el mapa tomográfico correspondiente a 5s en la zona cercana al cráter se muestra una pequeña anomalía de alta velocidad, que no aparece en los demás periodos.

En general los resultados son factibles para los periodos entre 5s y 12s, pero para los periodos de 1s y 3s no es posible observar cierta similitud entre los mapas tomográficos calculados. En el mapa asociado al periodo de 1s es posible observar una anomalía de baja velocidad en la zona noroeste y en la parte este, sin embargo debido a la pobre cobertura de rayos en la zona este, la anomalía en esta región no es confiable. Por otro lado, en el mapa tomográfico calculado para el periodo de 3s no permite hacer un análisis adecuado, debido a que sólo se observa que una anomalía de baja velocidad abarca prácticamente toda la región de estudio, aunque de nuevo ésta se acentúa en la región noroeste.

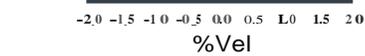
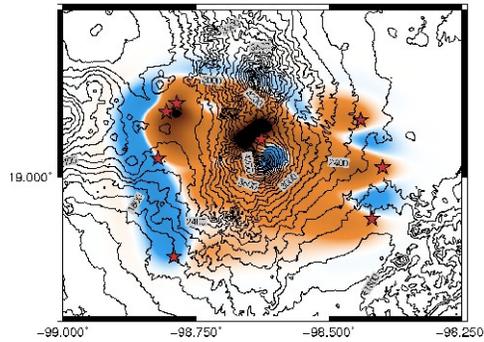
Es importante recordar los resultados arrojados por el análisis de resolución, donde se estableció que las zonas con mejor resolución son la centro, noreste y noroeste, debido a que se cuenta con una mejor cobertura de rayos, incrementando así la confiabilidad de las anomalías observadas. Sin embargo, en la región sur se cuenta con poca resolución, motivo por lo cual los rasgos o anomalías que se puedan apreciar no son confiables y pueden ser resultado de la pobre resolución de la inversión.



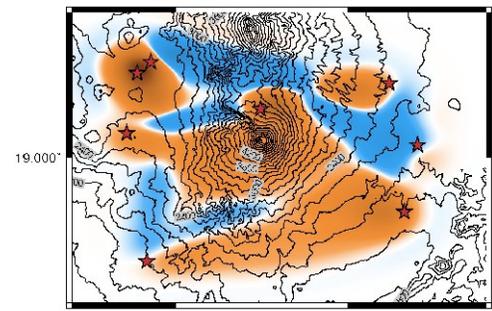
(a) Tomografía a 1 s



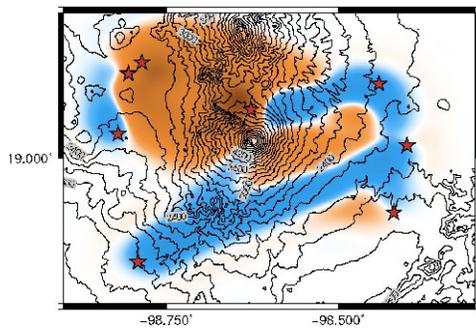
(b) Tomografía a 3 s



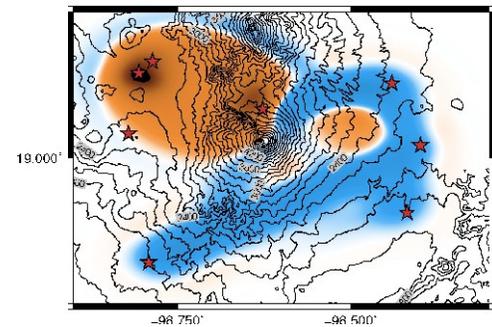
(c) Tomografía a 5 s.



(d) Tomografía a 7 s.



(e) Tomografía a 10 s



(f) Tomografía a 12 s

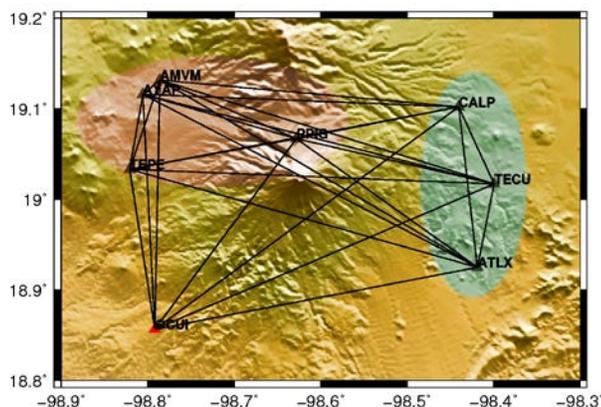
**Figura 7.2.5.** Mapas tomográficos de velocidad de grupo de la onda Rayleigh a diferentes periodos. Los colores indican variaciones de velocidad relativa, dichas variaciones se expresan en porcentaje e indican un aumento o disminución de la velocidad. Las regiones en color rojo indican zonas de baja velocidad y las regiones de color azul representa zonas de alta velocidad. Las estrellas rojas representan la ubicación de las estaciones utilizadas. Los contornos representan curvas de nivel de la zona de estudio.

# Capítulo 8

## Discusión.

El objetivo principal de este trabajo es generar una tomografía sísmica de velocidad de grupo de la onda Rayleigh a partir de ruidos sísmico registrado en el volcán Popocatepetl, que ayude a delimitar la estructura sísmica del volcán. No obstante éste no fue el único resultado expuesto en este trabajo, en primer lugar se realizó una comparación cualitativa entre algunas de las curvas de dispersión calculadas, posteriormente se realizaron pruebas de resolución para arreglos de estaciones y finalmente de muestra el resultado de la inversión tomográfica. De tal modo que a continuación se presentará la discusión de cada uno de los resultados presentados.

El análisis cualitativo de las curvas de dispersión muestra que de manera espacial las curvas

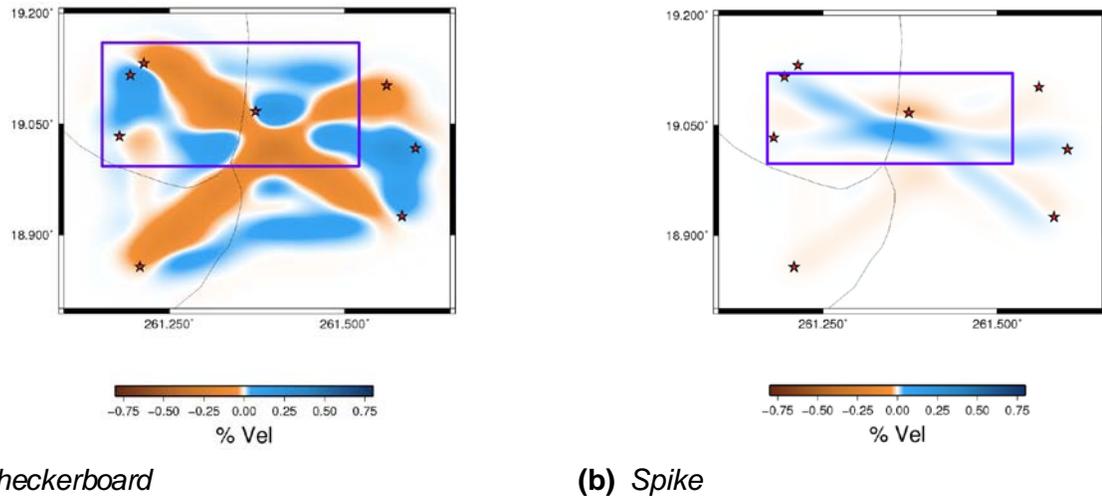


**Figura 8.0.1.** Análisis de las combinaciones posibles para el cálculo de correlaciones cruzadas. En color verde se resalta la región con problemas en la obtención curvas de dispersión. En color rojo se resalta la región con mejor cobertura de rayos.

que mejor se lograron recuperar fueron aquellas donde la distancia entre estaciones superara los 10km de separación, motivo por el cual las curvas consideradas como confiables son las que cruzan la estructura volcánica y las de la región oeste de la zona de estudio. Para la región este, en específico los bordes de la zona de estudio, se tuvo problemas para recuperar las curvas de dispersión, debido a la corta distancia entre las estaciones, por ejemplo AT LX-TECU y CALP-TECU como se observa en el área color verde en la [Figura 8.0.1](#), por lo que se observó que sólo era posible extraer información de las curvas hasta aproximadamente 5s. Por otra parte, es importante hacer énfasis en las curvas que se calcularon correspondientes a la región noroeste de la zona de estudio (área color rojo en la [Figura 8.0.1](#)), en esta

región a pesar de contar con una distancia considerable en estaciones se mostraron ciertas particularidades en la morfología de la curva, mismas que son atribuidas a heterogeneidades del medio. De manera general al realizar la comparación cualitativa entre curvas de dispersión se logra apreciar la importancia de la distancia entre fuente-receptor, que para nuestro caso es receptor-receptor.

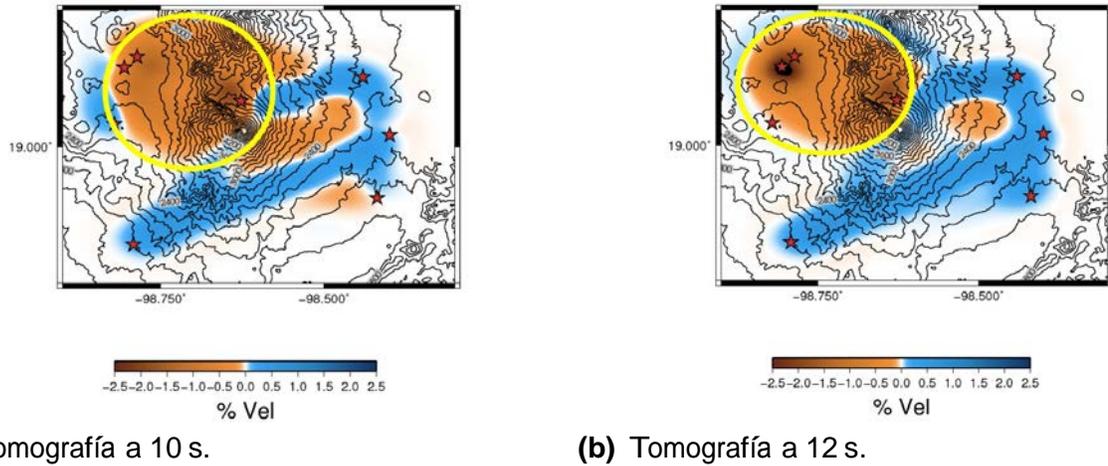
Por otra parte, las pruebas de resolución suponiendo un arreglo de estaciones igual al arreglo



**Figura 8.0.2.** En los mapas tomográficos obtenidos como resultado de la inversión suponiendo un modelo de tablero de ajedrez y un impulso, en ambos el recuadro azul encierra la región recuperada con mejor resolución.

con el que se registró los datos utilizados, tanto para un modelos sintético de tablero de ajedrez como para un impulso o *spike*, muestran que la resolución del resultado de la inversión es considerablemente mejor en los cuadrantes norte de la región estudio (ver [Figura 8.0.2](#)), esto en gran medida se debe a que la cobertura de rayos entre pares de estaciones, como se muestra en el área sombreada en color rojo en la [Figura 8.0.1](#), es más completa en los cuadrantes noreste y noroeste, y como consecuencia observamos que la resolución se mejora sustancialmente donde la cantidad de rayos es mayor. Por lo que los resultados de la inversión realizada con los datos reales para la región norte son confiables y las anomalías que resulten estar en dicha región son características del medio y no como resultado del algoritmo de inversión. Además, considerando un arreglo de estaciones que se encuentra como proyecto a desarrollar para mejorar el monitoreo continuo del volcán, se calcularon las pruebas de resolución considerando un modelo sintético de tablero de ajedrez ([Figura 7.2.3](#)) y de un impulso o *spike* ([Figura 7.2.4](#)), que permitieron mejorar la resolución del resultado de la inversión en la región centro de la zonada de estudio. El incremento en la resolución fue considerable debido que al incrementar el número de estaciones y emplear interferometría sísmica, no sólo se incrementa el número de receptores, sino también el número de fuentes, ya que visto desde la teoría de campo difuso, la relación entre un par de estaciones es de carácter dual, debido a que cada una puede ser vista como fuente o receptor. Aunque la proximidad entre las estaciones colocadas sobre la estructura volcánica es muy corta, lo que generará problemas para calcular curvas de dispersión.

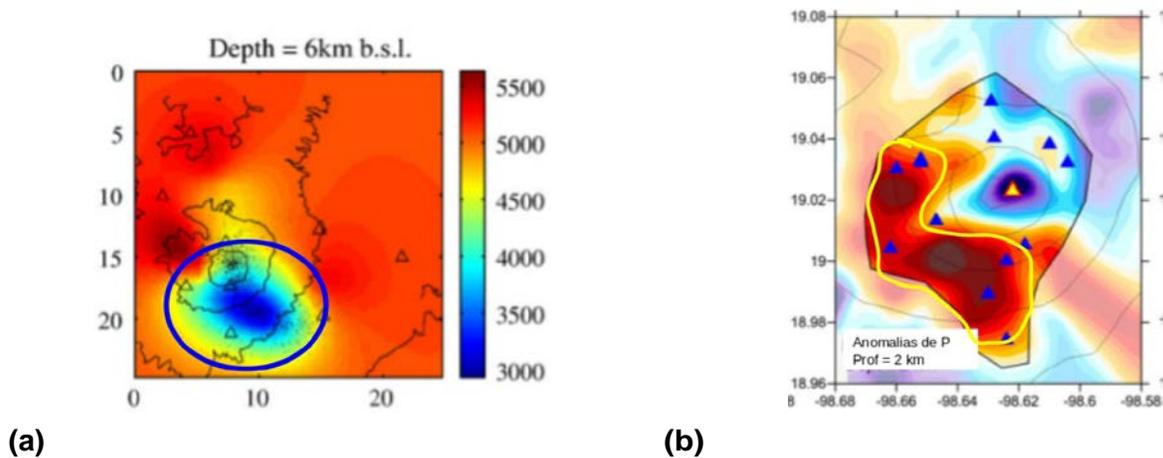
Por último, el cálculo de los mapas tomográficos se efectuó a diferentes periodos, tal como se muestra en la [Figura 7.2.5](#), lo que permitió la observación de diferentes profundidades



**Figura 8.0.3.** Mapas tomográficos para periodos de 10s y 12s. La circunferencia amarilla señala una anomalía de baja velocidad.

de investigación, ya que los periodos más largos logran alcanzar una mayor profundidad en comparación con los periodos cortos con los cuales sólo se puede estudiar profundidades someras. Como rasgo en común a diferentes profundidades, en la región noroeste se observa a diferentes periodos una anomalía de baja velocidad que puede ser asociada a una región de alta temperatura, gran cantidad de fracturas, que pueden estar o no saturadas de fluidos, o bien sólo la presencia de material poco consolidado, factores que pueden afectar ambas componentes de la onda Rayleigh (P y SV). Dicha anomalía se nota poco acentuada para periodos menores a 10s, no obstante para periodos entre 10s y 12s la anomalía se delimita de mejor manera (ver [Figura 8.0.3](#)).

Las observaciones de regiones de baja velocidad rodeadas por zonas de alta velocidad son



**Figura 8.0.4.** Algunos resultados de trabajos tomográficos previos en el volcán Popocatepetl. (a) Resultado del trabajo de Berger et. al., 2011. Donde se observa una anomalía de baja velocidad en la región sureste del volcán (encerrada en color azul). (b) Resultado del trabajo de Kuznetsov y Yu Koulakov en 2014. Observandose una anomalía de baja velocidad en la zona noroeste y suroeste del volcán (encerrada en color amarillo).

asociadas un sistema volcánico, por lo que los resultados concuerdan con las observaciones esperadas para una región con las características del ambiente geológico estudiado. Anterior a este trabajo se han desarrollado otros más, en los cuales se pretende caracterizar la estructura sísmica del volcán. Los estudios precedentes han calculado tomografías a partir de las fases P y S. En el trabajo de Berger et. al. en 2011 se desarrolló el primer modelo 3D de la estructura del volcán, tal modelo se cálculo a partir de secciones tomográficas horizontales considerando solamente los tiempos de arribo de las fases P de eventos volcano-tectónicos. Las secciones horizontales resultantes muestran la presencia de una anomalía de baja velocidad en la zona sureste del volcán (se pueden consultar algunas de las secciones resultantes en la Figura 8.0.4a). Por otra parte, en el estudio de Kuznetsov y Koulakov en 2014, se emplearon tiempos de arribo de las fases P y S, de sismos registrados en un radio de 50 km. Como resultado se obtuvieron mapas tomográficos (Figura 8.0.4b) a diferentes profundidades para las fases P y S, además de calcular la relación  $V_p/V_s$ , en éstos se muestra una anomalía de baja velocidad en la región noroeste y suroeste del volcán, y un rasgo particular de alta velocidad en el cráter del volcán.

Es importante mencionar que el presente trabajo representa la primer tomografía de velocidad de grupo de onda Rayleigh calculada para el volcán Popocatepetl, ya que los trabajos precedentes, sólo emplearon ondas de cuerpo, característica que puede representar una limitación. Si se compara el trabajo actual con los anteriores se puede concluir, la anomalía observada en la región noroeste es totalmente contrastante con los resultados reportados por Berger et.al. en 2011, ya que ellos reportaron una anomalía de baja velocidad en la zona sureste. No obstante este rasgo se correlaciona mejor con los resultados reportados por Kuznetsov y Koulakov en 2014, ya que ellos localizaron una anomalía de baja velocidad en la zona oeste y sur, además de un rasgo de alta velocidad cercano al cráter, por nuestra parte nosotros sólo logramos identificar una anomalía de baja velocidad en la zona noroeste, pero para el periodo de 5s se logró identificar un rasgo de alta velocidad cercano al cráter.

La comparación de los estudios precedentes con el estudio desarrollado en este trabajo muestran pocas similitudes entre sí, tales contrastes pueden deberse a diferentes razones: (1) el periodo de estudio, para los trabajos anteriores se utilizaron datos entre 1999-2006 y 1999-2000, mientras que para el trabajo actual se usaron datos entre 2015 y 2016. La diferencia de periodos de estudios puede reflejar los cambios en el volcán, debido a que éste es un sistema dinámico y por lo tanto cambia con el tiempo. (2) La naturaleza de los registros y fases empleadas, para el estudio de 2011 se utilizaron tiempos de arribo de la fase P de eventos volcano-tectónicos y para el trabajo desarrollado en 2014 se emplearon tiempos de arribo de las fases P y S de eventos sísmicos cercanos a la región. Mientras que para el actual proyecto se utilizaron registros de ruido sísmico a partir de los cuales se calcularon curvas de dispersión de onda Rayleigh, onda compuesta por la interacción del sistema P-SV. Y (3) el arreglo de estaciones utilizado, en el trabajo de Berger et. al., se utilizó la red de 11 estaciones permanentes del CENAPRED y SSN, que estaban rodeando a menor distancia la estructura volcánica; para el trabajo de Kuznetsov y Koulakov se utilizó una red completamente distinta, con 22 estaciones distribuidas en las regiones norte, oeste y sur, la mayoría de ellas colocadas sobre el cono y con una distancia entre estaciones de aproximadamente 10 km. Y para el presente trabajo se utilizaron sólo 8 estaciones, la mayoría de ellas distribuidas en poblaciones aledañas, por lo que el nivel de ruido es distinto, y cuyos rayos entre estaciones mostraron tener una cobertura pobre en la zona sur.

## Capítulo 9

# Conclusiones y recomendaciones.

En este estudio, se utilizaron datos de ruido sísmico registrados en una red temporal, del Instituto de Geofísica, de 8 estaciones localizadas en poblaciones cercanas al volcán Popocatepetl en un periodo de junio de 2015 a agosto de 2016, considerado como un periodo de poca actividad en el volcán. La técnica utilizada en este trabajo es conocida como interferometría sísmica, en la cual se utilizan registros de ruido sísmico a partir de los cuales se calculan las funciones de Green empíricas representativas del medio entre pares de estaciones, debido a que la teoría supone que se trabaja con un campo difuso las estaciones empleadas poseen una dualidad, ya que pueden ser vistas tanto como fuente y receptor, característica importante de esta teoría, ya que para zonas de estudio como el volcán Popocatepetl donde el nivel de sismicidad es bajo resulta ser una herramienta bastante útil debido a que cada estación puede ser vista como fuente de un sismo. Además al incrementar el número de estaciones no sólo se incrementa el número de receptores, sino también de fuentes, lo que permite tener una mejor resolución en los estudios realizados.

Para el cálculo de los mapas tomográficos a diferentes periodos fue empleada una metodología de inversión 2D, donde para resolver el problema directo se emplea el método conocido como *Fast Marching Method* en el que se calcula la trayectoria del rayo resolviendo por diferencias finitas la ecuación eikonal. Y para la parte de inversión se utilizó una inversión subespacial que reduce el tiempo de cómputo sustancialmente. Al ser una tomografía de carácter bidimensional los resultados pueden considerarse mejores que la técnica común de trazado de rayos sobre una malla y el promedio de velocidades asignado a cada celda de la misma.

Como parte de los resultados se realizó una comparación cualitativa entre algunas de las curvas de dispersión calculadas, lo que permitió identificar la importancia de la distancia entre estaciones, ya que para distancias cortas, al rededor de  $10\text{km}$  las curvas de dispersión no pudieron recuperarse en la manera adecuada. En lo que corresponde al análisis de resolución se confirmó que la cobertura de rayos entre estaciones es importante en la mejora de la calidad de la solución, además del aumento en el número de estaciones ayudaría bastante a mejorar a calidad de los resultados, sin embargo no se debe perder de vista la distancia entre estaciones, ésto dependiendo del objetivo a seguir, para el caso de un mapa tomográfico y teniendo en cuenta los resultados en este proyecto la distancia entre estaciones debería ser mayor a  $10\text{km}$ , para así lograr recuperar curvas de dispersión de calidad. Y como resultado principal de este trabajo, los mapas tomográficos calculados a distintas profundidades muestran una anomalía de baja velocidad en la región noroeste que se delimita mejor a mayor profundidad (periodos entre 10s y 12s), además de un rasgo interesante identificado en el corte a 5s donde en la región del cráter se muestra una anomalía de alta velocidad. Estos resultados son contras-

tantes con los obtenidos por Berger et. al. en 2011, pero se aprecian características similares con el trabajo de Kuznetsov y Koulakov en 2014 , ya que ellos identifican una anomalía de baja velocidad en toda la región oeste y una constante anomalía de alta velocidad en la zona cercana al cráter a profundidades entre 2 *km* y 4 *km*. Es importante mencionar que las diferencias entre los resultados de estos proyectos pueden asociarse a variaciones temporales en la estructura del volcán, tipo de datos utilizados y el arreglo de estaciones empleado.

A manera de recomendación, los resultados contrastantes entre los estudios sísmicos realizados en el volcán Popocatepetl reflejan la importancia de realizar estudios más detallados del mismo, ya que un conocimiento confiable de la estructura del volcán ayudaría en la toma de decisiones de actividades preventivas ante actividad volcánica que amenace los asentamientos poblacionales cercanos al edificio. Por otra parte una manera de mejorar los resultados de este estudio es incrementando el número de estaciones y la confección adecuada del arreglo, que considere el objetivo principal del estudio, por ejemplo considerar la distancia mínima necesaria para poder recuperar curvas de dispersión útiles, pruebas de la disposición que debe tener el arreglo pueden efectuarse con modelos sintéticos, tal como se realizó considerando estaciones de un futuro proyecto, teniendo así un argumento valioso para la elaboración de un arreglo.

# Capítulo 10

## Referencias

1. Bensen, G. D., Ritzwoller, M. H., Barmin, M. P., Levshin, A. L., Lin, F., Moschetti, M. P., Shapiro, N. M. y Yang Y.. (2007). Processing seismic ambient noise data to obtain reliable broad-band surface wave dispersion measurements. *Geophysical Journal International* , 169, pp. 1239-1260.
2. Brenguier, D., Clarke, Y. Aoki, N.M. Shapiro, M. Campillo, V. Ferrazzini., (2011). Monitoring volcanoes using seismic noise correlations. *Compt. Rendus Geosci.*, 343. 633-938.
3. Berger, P., Got, J.L., Valdés-González, C. y Monteiller, V., (2011). Seismic tomography at Popocatépetl volcano, México. *Journal of Volcanology and Geothermal Research*, 200, pp. 234-244.
4. Campillo, M., (2006). Phase and Correlation in 'Random' Seismic Fields and the Reconstruction of the Green Function. *Pure and Applied Geophysics*, 163, pp. 475-502.
5. Campillo, M., Paul A. (2003). Long-Range Correlations in the Diffuse Seismic Coda. *Science*, 299, 547, doi:10.1126/science.1078551.
6. Centro Nacional de Prevención de Desastres (CENAPRED), (2014). Historia de la Actividad del Volcán Popocatépetl 17 años de erupciones.
7. Dziewonski, A., Bloch, S. y Landsman, M., (1969). A technique for the analysis of transient seismic signals. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 59, pp. 427-444.
8. Garza, R., (2014). Distribución espacial del valor  $b$  debajo del volcán Popocatépetl y su relación con la estructura de la cámara magnética.(Tesis de licenciatura). Facultad de Ingeniería. UNAM.
9. Gaité, B., (2013). Análisis y aplicaciones del ruido sísmico en México, Golfo de México y Caribe: Tomografía de ondas superficiales Rayleigh y Love. (Tesis de doctorado). Facultad de Ciencias Físicas. Universidad Complutense de Madrid.
10. Kuznetsov, P.Y. y Yu Koulakov, I., (2014). The three-dimensional structure beneath the Popocatépetl volcano (Mexico) based on local earthquake seismic tomography. *Journal of Volcanology and Geothermal Research.*, 276, pp. 10-21.

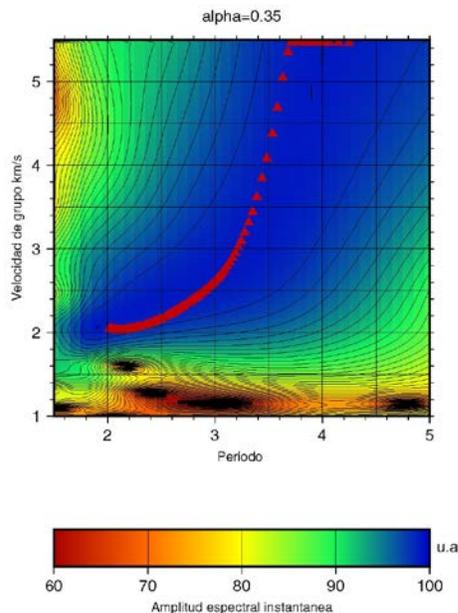
11. Lecocq, T., Caudron, C. y Brenguier, F., (2014). *MsNoise, a Python Package for Monitoring Seismic Velocity Changes Using Ambient Seismic Noise*, *Seismological Research Letters*, 85, 715-726.
12. Lesage P., Reyes-Dávila G. y Arámbula-Mendoza R.. (2013). Large tectonic earthquakes induce sharp temporary decreases in seismic velocity in Volcán de Colima, México. *Journal of Geophysical Research. Solid Earth*, 119, pp. 4360-4376.
13. Lobkis, O. I., Weaver, R. L., (2001b). On the emergence of the Green's function in the correlations of a diffuse field. *Acoustical Society of America*, 110, 3011-3017.
14. MIT OpenCourseWare, (2008). Lecture notes: 12.510. Introduction to Seismology. Spring. Cambridge, MA 02142.
15. Rawlinson, N., (2007). FMST: Fast Marching Surface Tomography. Package-Instructions. Research School of Earth Sciences, Australian National University, Canberra ACT 0200.
16. Rawlinson, N. y Sambridge, M., (2003). Seismic Traveltime Tomography of the Crust and Lithosphere. *Advances in Geophysics*, 46, pp. 81-197.
17. Rawlinson, N. y Sambridge, M., (2005). The fast marching method: an effective tool for tomographic imaging and tracking multiple phases in complex layered media. *Exploration Geophysics*, 36, pp. 341-350.
18. Saygin, E., (2007). Seismic Receiver and Noise Correlation Based Studies in Australia. The Australian National University.
19. Sethian, J. A. y Popovici, A. M., (1999). 3-D traveltimes computation using the fast marching method. *Geophysics*, 64, pp. 516-523.
20. Schimmel, M. y Gallart, J., (2007). Frequency-dependent phase coherence for noise suppression in seismic array data. *Journal of Geophysical Research*, 112, B04303, pp. 1-14.
21. Schimmel, N. y Paulssen, H., (1997). Noise reduction and detection of weak, coherent signals through phase weighted stacking. *Geophys. J. Int.*, 130, pp. 497-505.
22. Schimmel, M., Stijzmann, E. y Gallart, J., (2011). Using instantaneous phase coherence for signal extraction from ambient noise data at a local to global scale. *Geophysical Journal International*, 184, pp.494-506.
23. Shapiro, N. M., Campillo, M., (2004). Emergence of broadband Rayleigh waves from correlations of the ambient seismic noise. *Geophysical Research Letters*, 31, L077614, doi:10.1029/2004GL019491
24. Weaver R. L., (2005). Information from Seismic Noise. *Science*, 307, 1568-1569.
25. Weaver R. y Lobkis O.. (2004). Diffuse fields in open systems and the emergence of the Green's function. *Journal Acoustical Society of America*, 116, pp. 2731-2734.

# Capítulo 11

## Apéndice

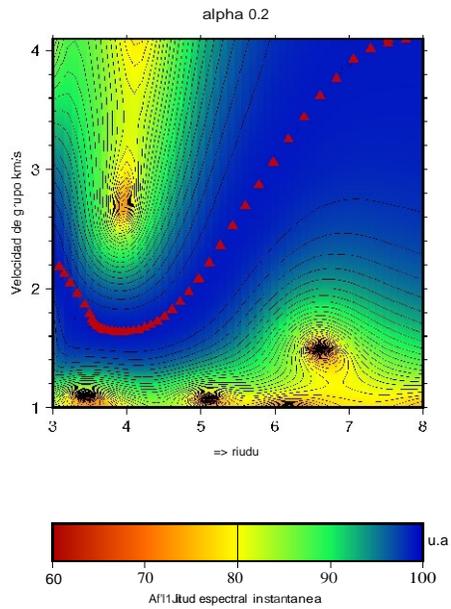
Este apéndice contiene las curvas de dispersión de velocidad de grupo de onda Rayleigh que fueron calculadas para la elaboración de este trabajo, ya que son bastantes figuras éstas no fueron incluidas en el capítulo de resultados. Sin embargo, se considera pertinente mostrarlas en esta sección para que puedan ser valoradas y tomadas en cuenta como parte de los resultados de este proyecto.

### 11.1. Curvas de dispersión de la onda Reyleigh

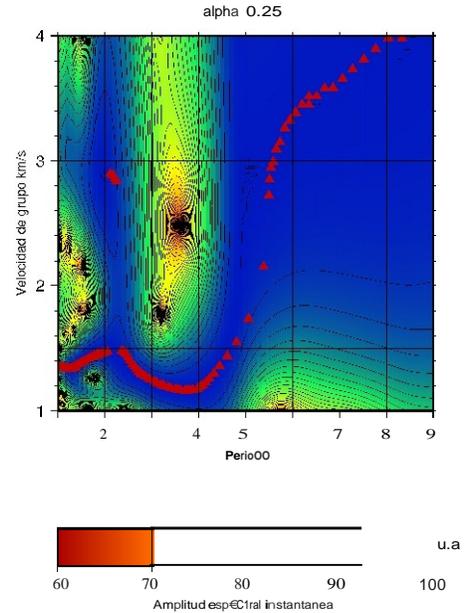


(a)

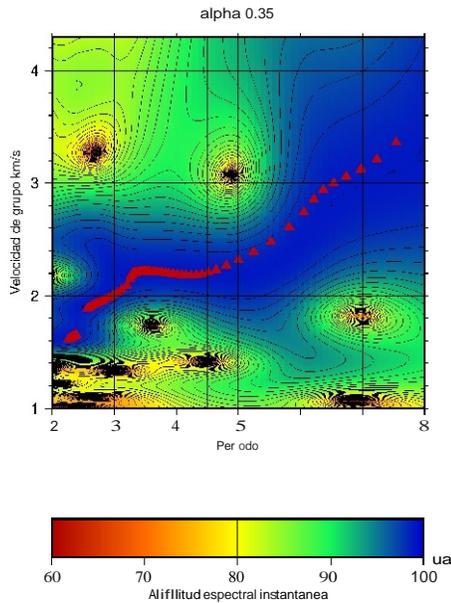
**Figura 11.1.1.** Curva de dispersión de la onda Rayleigh calculada a partir de la correlación entre el par de estaciones OCUI-TEPE. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento *alfa* utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantánea.



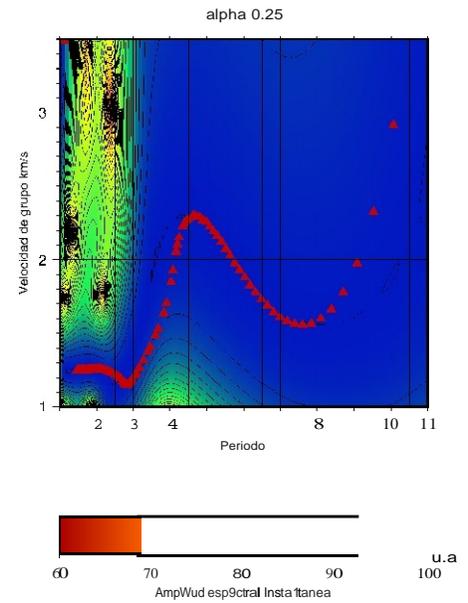
(a) AMVM-CALP



(b) AMVM-PIIG

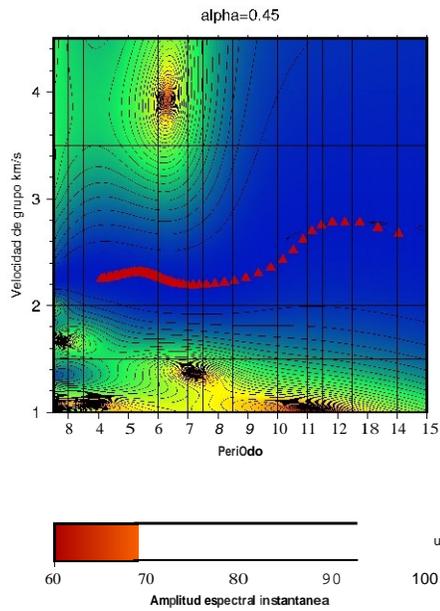


(c) AMVM-TECU

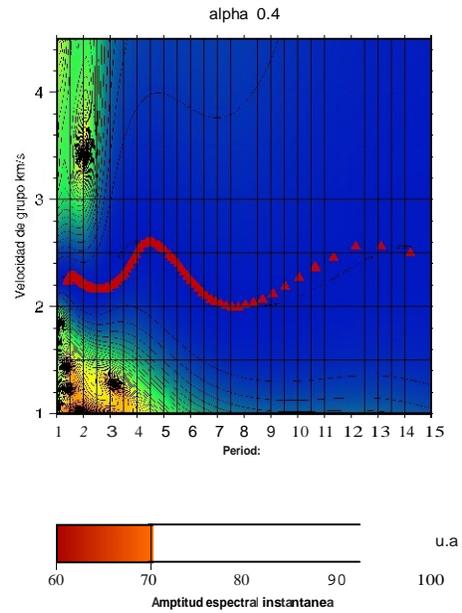


(d) AMVM-TEPE

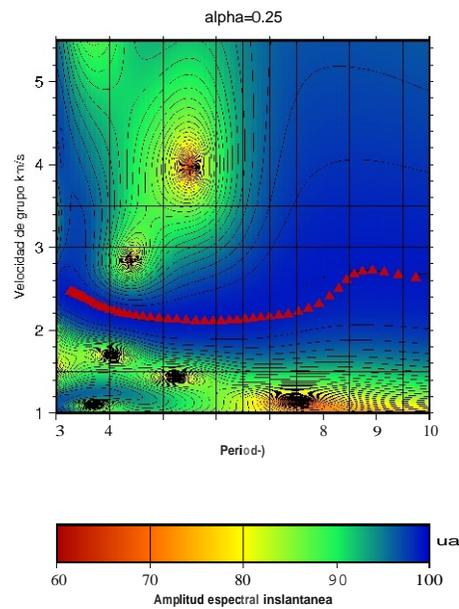
**Figura 11.1.2.** Curvas de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlaciones obtenidas para la estación AMVM. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento  $\alpha$  utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantánea.



(a) ATLX-PPIG



(b) ATLX-TECU



(c) ATLX-TEPE

**Figura 11.1.3.** Curvas de dispersion de la onda Rayleigh calculadas a partir de las correlaciones obtenidas para la estación ATLX. En la parte inferior de cada subfigura se indica el par estaciones utilizado, posteriormente se indica el valor del argumento  $\alpha$  utilizado. En el eje horizontal se ilustran los periodos y en el eje vertical la velocidad de grupo. La barra horizontal indica la amplitud espectral instantanea.