



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL**

**CONTROL DE UN TREN DE TRES REACTORES QUÍMICOS**  
**EXOTÉRMICOS CON RETROFLUJO**

**TESIS**  
**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:**  
**MAESTRO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL**

**PRESENTA:**  
**LUIS ALBERTO CONTRERAS ALMAZÁN**

**TUTOR**  
**DR. JESÚS ÁLVAREZ CALDERÓN**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, CDMX, 2018**



JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando  
Secretario: Dr. Moreno Pérez Jaime Alberto  
1er. Vocal: Dr. Álvarez Calderón Jesús  
2do. Vocal: Dr. Álvarez Icaza Longoria Luis A.  
3er. Vocal: Dr. Badillo Hernández Ulises

La tesis se realizó en el edificio 12 del Instituto de Ingeniería, UNAM.

TUTOR PRINCIPAL DE TESIS:

Dr. Jesús Álvarez Calderón

---







# Reconocimientos

---

Agradecimiento a CONACYT por el apoyo económico brindado durante estos años.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por permitirme, de nueva cuenta, empaparme de conocimiento y experiencia, así como al Instituto de Ingeniería, mediante el apoyo del Dr. Jaime Moreno, por permitirme el uso de sus instalaciones para realizar este trabajo.

A mi tutor, Dr. Jesús Álvarez Calderón, por guiarme a lo largo de este camino transmitiendo su experiencia y conocimientos, además de su tiempo y disposición cada que lo necesitaba.

A mi familia, por siempre apoyarme en las decisiones profesionales que tomo e impulsarme a seguir adelante en ellas.

A mi novia, Erika, por su apoyo y paciencia durante estos años.

A mis compañeros de generación de maestría, por todo el apoyo y amistad que seguramente seguirán más allá de estos años.

A mis compañeros del cubículo del Instituto de Ingeniería, por compartir su tiempo, conocimiento y experiencia

A mis sinodales, por sus comentarios y observaciones para hacer de este un trabajo de calidad.

A mi amigo Octavio Villarreal, para saldar deudas pendientes.

*¡Gracias!*



# Declaración de autenticidad

---

Por la presente declaro que, salvo cuando se haga referencia específica al trabajo de otras personas, el contenido de esta tesis es original y no se ha presentado total o parcialmente para su consideración para cualquier otro título o grado en esta o cualquier otra Universidad. Esta tesis es resultado de mi propio trabajo y no incluye nada que sea el resultado de algún trabajo realizado en colaboración, salvo que se indique específicamente en el texto.

Luis Alberto Contreras Almazán. Ciudad Universitaria, CDMX, 2018



# Resumen

---

Motivado por la necesidad de conseguir un mejor desempeño industrial, se estudia el problema de controlar y monitorear un sistema de tres reactores químicos tipo tanque agitado, exotérmicos e interconectados. El sistema: (i) a lazo abierto tiene características altamente no lineales como multiplicidad y sensibilidad paramétrica y (ii) con control debe operar alrededor de un estado estacionario inestable a lazo abierto. El control debe manipular la extracción de calor con base en la medición de temperatura de uno de los tanques. Mediante un estimador de estados se deben inferir las tres concentraciones y las dos temperaturas no medidas.

El diseño del control con monitoreo debe incluir: (i) condiciones de resolubilidad (pasividad y detectabilidad), (ii) criterio de estabilidad, (iii) construcción lo más simple posible en términos de dimensionalidad, no-linealidad y dependencia del modelo, (iv) sintonización de ganancias simple.

Para un caso representativo de estudio se encuentra que el tren de reactores: (i) es pasivo y detectable siempre y cuando se mida la temperatura del primer reactor. (ii) El control avanzado no lineal dinámico accionado por medición (No Lineal con Retroalimentación de Salida-NLRS) se genera combinando el controlador no lineal por retroalimentación de estados (NLRE) y el estimador correspondientes. (iii) Este controlador se rediseña con base en un modelo simplificado generando un esquema de control con monitoreo con las siguientes características: (i) El control es lineal del tipo proporcional-integral y (ii) el estimador funciona con base en el modelo a lazo abierto y las señales medida y de control y (iii) el controlador lineal de temperatura PI funciona sin interferencia del estimador de estados.



# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>XI</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>XIII</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	2
1.2. Planteamiento del Problema . . . . .	3
1.3. Contribución . . . . .	3
1.4. Estructura de la tesis . . . . .	3
<b>2. El problema de control y monitoreo</b>	<b>5</b>
2.1. Sistema de un reactor continuo de tanque agitado . . . . .	5
2.2. Tren de tres RCTA con retroflujo . . . . .	8
2.3. El problema de control y monitoreo . . . . .	9
2.4. Caso de estudio . . . . .	10
2.5. Conclusiones . . . . .	12
<b>3. Control no lineal por retroalimentación de estados</b>	<b>13</b>
3.1. Pasividad . . . . .	13
3.1.1. Medición en el tanque 1 . . . . .	15
3.1.2. Medición en el tanque 2 . . . . .	16
3.1.3. Medición en el tanque 3 . . . . .	17
3.2. Conclusiones . . . . .	19
<b>4. Estimador de estados del sistema a lazo abierto</b>	<b>21</b>
4.1. Índice de observabilidad . . . . .	21
4.2. Dependencia de la detectabilidad con la ubicación del sensor . . . . .	22
4.3. Algoritmos de estimación . . . . .	24
4.3.1. Filtro Extendido de Kalman (FEK) . . . . .	25
4.3.2. Estimador Geométrico (EG) . . . . .	30
4.3.2.1. Estructura de estimación $\sigma = 1$ . . . . .	31
4.3.2.2. Estructura de estimación $\sigma = 2$ . . . . .	32
4.3.2.3. Estructura de estimación $\sigma = 3$ . . . . .	33

## ÍNDICE GENERAL

---

4.4. Estimadores con ruido en el sensor . . . . .	35
4.4.0.1. FEK . . . . .	35
4.4.0.2. GE . . . . .	36
4.5. Conclusiones . . . . .	36
<b>5. Control no lineal con retroalimentación de salida</b>	<b>37</b>
5.1. Sin error paramétrico . . . . .	37
5.2. Con error paramétrico . . . . .	39
5.3. Conclusiones . . . . .	41
<b>6. Esquema simplificado de control con monitoreo</b>	<b>43</b>
6.1. Control Proporcional-Integral . . . . .	43
6.2. Comparación de controladores . . . . .	46
6.3. Conclusiones . . . . .	49
<b>7. Conclusiones Generales</b>	<b>51</b>
7.1. Trabajo a futuro . . . . .	52
<b>Bibliografía</b>	<b>53</b>

## Índice de figuras

---

2.1. Reactor continuo de tanque agitado . . . . .	6
2.2. Plano fase de un RCTA . . . . .	8
2.3. Tren de tres RCTA interconectados con retroflujo . . . . .	8
2.4. Esquema de control-monitoreo para un tren de reactores químicos . . . . .	10
2.5. Perfiles estacionarios de los estados del sistema a lazo abierto . . . . .	11
2.6. Respuestas del sistema a lazo abierto para distintas condiciones iniciales . . . . .	11
3.1. Diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada, midiendo en el tanque 1 . . . . .	16
3.2. Diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada, midiendo en el tanque 2 . . . . .	17
3.3. Diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada, midiendo en el tanque 3 . . . . .	18
3.4. Comparación de la respuesta del sistema con el control NLRE y a lazo abierto . . . . .	19
4.1. Respuesta a lazo abierto del modelo real y del estimador . . . . .	26
4.2. Ganancias de Kalman . . . . .	27
4.3. Respuesta a lazo abierto del modelo real y del estimador innovando únicamente $c_1$ y $\tau_1$ . . . . .	28
4.4. Ganancias de Kalman (innovando $c_1$ y $\tau_1$ ) . . . . .	29
4.5. Comparación del FEK, el FEK innovando sólo dos estados y la realidad (reactor 1) . . . . .	29
4.6. Comparación de estados reales y estimados con $\sigma = 1$ . . . . .	32
4.7. Comparación de estados reales y estimados con $\sigma = 2$ . . . . .	33
4.8. Comparación de estados reales y estimados con $\sigma = 3$ . . . . .	34
4.9. Comparación de los estimadores geométricos con $\sigma = 1$ , $\sigma = 2$ y la realidad (reactor 1) . . . . .	34
4.10. Estados reales y estimados (FEK) con ruido en el sensor . . . . .	35
4.11. Estados reales y estimados (GE) con ruido en el sensor . . . . .	36
5.1. Estados del sistema en lazo cerrado (Control NLRS) . . . . .	37
5.2. Comparación de los estados en lazo cerrado con control NLRE vs NLRS [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente] . . . . .	38

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

5.3.	Comparación del esfuerzo de control NLRE vs NLRS . . . . .	38
5.4.	Estados del sistema a lazo cerrado (NLRE) con error en los parámetros del modelo [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente] . . . . .	39
5.5.	Estados del sistema a lazo cerrado (NLRS) con error en los parámetros del modelo [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente] . . . . .	40
5.6.	Comparación del control NLRE contra el NLRS con error en los parámetros del modelo [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente] . . . . .	40
5.7.	Comparación del esfuerzo de control NLRE vs NLRS (con error paramétrico) . . . . .	41
6.1.	Diagrama de los controladores diseñados anteriormente . . . . .	43
6.2.	Respuesta del sistema a lazo cerrado con control PI . . . . .	45
6.3.	Respuesta del sistema a lazo cerrado con control PI y el monitoreo mediante el Estimador Geométrico . . . . .	46
6.4.	Comparación del funcionamiento de los controladores diseñados (NLRE-NLRS-PI) [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente] . . . . .	46
6.5.	Comparación de los esfuerzos de control NLRE-NLRS-PI . . . . .	47
6.6.	Comparación del funcionamiento de los controladores diseñados (NLRE-NLRS-PI) con error paramétrico [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente] . . . . .	47
6.7.	Comparación del funcionamiento de los controladores diseñados (NLRS-PI) con error paramétrico [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente] . . . . .	48
6.8.	Comparación de los esfuerzos de control NLRS-PI . . . . .	48
6.9.	Esquema simplificado de control con monitoreo . . . . .	49

# Índice de tablas

---

2.1. Valores nominales de parámetros para un tren de tres RCTA con retroflujo . . .	10
4.1. Respuesta de los estados del Tanque 1, así como la del modelo del estimador con diferente ubicación del sensor . . . . .	23
4.2. Respuesta de los estados del Tanque 2, así como la del modelo del estimador con diferente ubicación del sensor . . . . .	23
4.3. Respuesta de los estados del Tanque 3, así como la del modelo del estimador con diferente ubicación del sensor . . . . .	24



# Introducción

---

Actualmente, los reactores químicos tienen un papel muy importante, ya que son empleados para sintetizar o producir un gran número de materias y sustancias que pueden formar parte de todo un proceso industrial. Esto implica que, al ser parte de un proceso, su correcto desempeño y funcionamiento tienen un gran impacto tanto para los costos, como para la seguridad de una planta o una fábrica y es por ello que son objeto de estudio para la ingeniería de control ya que ciertos objetivos de operación pueden ser alcanzados haciendo uso de técnicas de esta disciplina, tales como la seguridad, la optimización (minimización de costos de operación o maximización del producto final) y el monitoreo de los parámetros y estados del proceso.

El reactor continuo de tanque agitado (RCTA) es uno de los reactores más empleados comercialmente, usado principalmente para reacciones de fase líquida en un extenso rango de aplicaciones que van desde la destilación térmica fraccionada del petróleo (cracking) para obtener etileno y para la síntesis de amoníaco, hasta para procesos biológicos como la producción de antibióticos y la trata de aguas residuales industriales.

En el reactor de tanque agitado exotérmico existe un flujo continuo de material reactante, tanto a la entrada como a la salida, convirtiéndose en producto final a partir de una reacción química exotérmica, además, requiere de una agitación (ya sea mecánica o hidráulica) para lograr una composición y temperatura uniforme. Mediante el flujo de un refrigerante en la camisa de enfriamiento externa, se extrae el calor producido por la reacción, regulando así la temperatura del tanque. Las consideraciones que se hacen para estos reactores son: (i) se asume perfectamente mezclado, lo que implica que no existe dependencia del espacio por lo que se encuentra descrito por ecuaciones diferenciales ordinarias y no por ecuaciones diferenciales parciales, como el reactor exotérmico tubular distribuido que depende tanto del espacio, como del tiempo y está descrito por ecuaciones diferenciales parciales, por lo tanto, la concentración y la temperatura son uniformes en todo el tanque, (ii) la concentración y la temperatura a la salida son las mismas que las del interior del tanque y (iii) el tanque opera en estado estacionario. [10]

Estos reactores suelen operar cerca de estados estacionarios calientes, lo cual hace de la seguridad una prioridad como problema de control. Además, por su naturaleza altamente no

## 1. INTRODUCCIÓN

---

lineal debida a la reacción química, estos reactores cuentan con propiedades que son objeto de estudio para la ingeniería de control, tales como la multiplicidad de estados estacionarios, existencia de ciclos límite, bifurcación e histéresis con respecto a la entrada de control, fragilidad estructural y sensibilidad ante variación paramétrica, lo que implica que una pequeña desviación en cualquiera de sus parámetros (con respecto a su valor nominal) cambiaría de manera considerable el perfil de temperatura.

Este tipo de reactores puede ser usado individualmente o como parte de una serie o un tren de reactores. La efectividad de un tren de reactores depende del número de etapas, del tamaño de cada etapa individual y de la homogeneidad del mezclado. Para los trenes o series de reactores tipo tanque se hacen las mismas consideraciones que en el caso individual, mencionadas anteriormente.

La interconexión entre dos o más RCTAs (considerando un retroflujo entre ellos) se puede analizar como una discretización espacial de un reactor tubular (RT) en donde el número de etapas o nodos de discretización es el número de tanques interconectados. El presente trabajo es un paso inductivo para entender el problema más complejo de pasividad y detectabilidad de un sistema distribuido discretizado.

En conclusión, el monitoreo y control de los RCTAs (o un tren de ellos) es de gran importancia, debido a su comportamiento no-lineal y a que deben operar al rededor de un punto de equilibrio (inestable a lazo abierto) con el fin de conseguir un desempeño deseado. Esto implica que los esquemas de estimación y de control diseñados para este sistema deben tener un compromiso entre robustez (ante incertidumbre paramétrica) y convergencia, haciendo especial énfasis en la selección de la ubicación espacial de la medición (sensor) de la que dependen estos esquemas y algoritmos ya que algunas de las propiedades de este sistema dependen fuertemente de ella.

## Motivación

Un sistema de reactores continuos de tanque agitado (tren) tiene valor por si mismo, ya que es común encontrarlo en la industria en procesos que emplean desde tres tanques, como en el proceso de síntesis del poliestireno, hasta dieciocho tanques, para como en la síntesis del butadieno. Además, cuando en vez de usar 3 o 18 tanques se usan  $n$ , donde  $n$  tiende a infinito, esto se convierte en un reactor tubular descrito por una ecuación diferencial parcial. Entonces, ante este marco, esta tesis es un paso inductivo para entender los reactores tubulares distribuidos. Adicionalmente, se sabe que para entender de manera cualitativa un reactor tubular distribuido se requiere de una aproximación de baja dimensión que capture sus características no lineales, siendo tres tanques la más adecuada para las intenciones de esta tesis ya que, incluso, captura las características vinculadas con la ubicación espacial del sensor y su efecto en las propiedades de pasividad y detectabilidad.

## Planteamiento del Problema

Nuestro problema consiste en desarrollar un sistema de control y monitoreo para un tren de reactores químicos (RCTAs) con retroflujo y una medición de temperatura en alguno de los tanques (a ser precisado). El sistema tiene multiplicidad a lazo abierto y debe operarse mediante control alrededor de un estado estacionario que es inestable a lazo abierto. El esquema de control-monitoreo, debe ser robusto y tan simple como sea posible en términos de dimensionalidad, no-linealidad y carga computacional en línea. La resolubilidad del problema debe caracterizarse en términos de pasividad y detectabilidad. La sintonización debe ser sencilla y transparente.

## Contribución

Contribuir en la solución de un problema abierto y de aplicabilidad industrial: un desarrollo sistemático y confiable de sistemas de control y monitoreo para trenes de reactores industriales con tres a quince tanques. Se trata de un paso inductivo hacia el tratamiento del mismo problema para reactores tubulares espacialmente distribuidos y modelados por discretizaciones de ecuaciones diferenciales parciales.

La principal contribución de este trabajo consiste en el análisis de dos de las propiedades centrales de este sistema, pasividad y detectabilidad, con el cambio en la ubicación espacial del sensor, ya que los resultados obtenidos pueden generalizarse o extenderse a sistemas de un mayor número de etapas o tanques en los que ese tipo de análisis suele ser más complejo. Esto implica que, una vez comprendido el problema con tres tanques RCTA, se pueden analizar esas mismas propiedades para un reactor tubular (RT) distribuido discretizado en  $n$  etapas. Normalmente, en diseños académicos, el control depende de un estado que, a su vez, depende de un estimador y este de la entrada de control. En este trabajo se presenta una estructura en la que el control proporcional-integral (PI) no tiene dependencia alguna del estimador el cual es usado únicamente como mecanismo de monitoreo de los estados internos del sistema, además de brindar la posibilidad de graficar perfiles, tanto de concentración como de temperatura, mediante histogramas ya que se cuenta con la estructura espacial. También, se muestra una sintonización sencilla para ambos casos, haciendo uso de parámetros en común. Con todo esto, se presenta un criterio para la selección de la ubicación del sensor, lo que quiere decir, en que tanque realizar la medición para los fines antes mencionados.

## Estructura de la tesis

La estructura de la tesis es: en el capítulo 2 se hace una descripción detallada del sistema, empezando por un solo Reactor Continuo de Tanque Agitado (RCTA) y siguiendo por la conexión de tres, además de incluir el efecto del retroflujo o del fenómeno de transporte, presentando el caso de estudio y el problema. En el capítulo 3 se analiza la pasividad del sistema

## 1. INTRODUCCIÓN

---

y su dependencia con la ubicación del sensor, además del diseño del controlador No Lineal Por Retroalimentación de Estados (NLRE). En el capítulo 4 se determina la condición de resolubilidad de detectabilidad y se diseñan los algoritmos de estimación para ser comparados a fin de seleccionar el más adecuado. En el capítulo 5 se trata el caso en el que no se conocen o no se pueden medir todos los estados, por lo que se diseña el control No Lineal por Retroalimentación de Salida (NLRS). En el capítulo 6 se presenta una simplificación del control diseñado anteriormente, dando como resultado un esquema de control-monitoreo que cumple con los objetivos del trabajo. Finalmente, en el capítulo 7 se presentan las conclusiones finales y generales, así como la descripción del trabajo a futuro relacionado a esta tesis.

# El problema de control y monitoreo

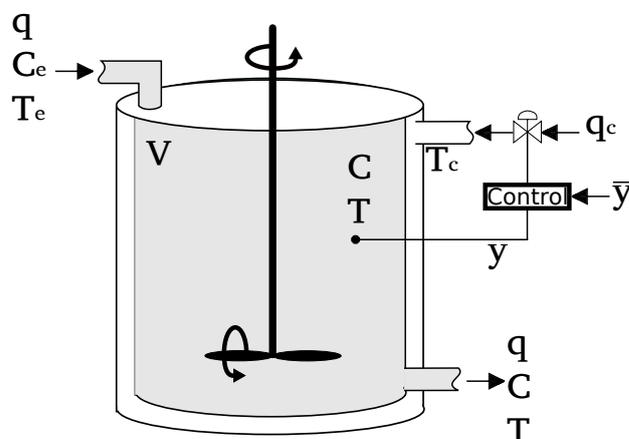
---

En este capítulo se presenta el sistema, empezando por una descripción conceptual en variables originales y sus significados (entradas, salidas, perturbaciones, medición), seguido de la descripción del modelo del sistema en variables adimensionales de un solo reactor así como del tren tres reactores que interesa para este trabajo. Además, se presentará un esquema del objetivo de esta tesis en el cual se muestra como se encuentran conectados el sistema, el controlador y el monitoreo. Finalmente, se revisará el caso de estudio que será tratado en este trabajo haciendo un diagrama de perfiles, tanto de concentración, como de temperatura.

## Sistema de un reactor continuo de tanque agitado

El reactor continuo de tanque agitado (RCTA) (Figura 2.1) es uno de los más simples en cuanto a diseño y es utilizado ampliamente en la industria. Básicamente, consta de un tanque de volumen  $V$  en el que existe un flujo constante  $q$  de material reactante  $A$  el cual se encuentra a una temperatura  $T_e$  y a una concentración  $C_e$ . Este tanque cuenta con una o más entradas, una única salida, un medio de enfriamiento y un agitador para mantener uniformes la temperatura y la composición (o concentración) [4]. Este material reactante se convierte en producto final  $B$  mediante una reacción química exotérmica  $R(C, T)$  definida por  $A \xrightarrow{R} B$ . Para estos reactores se tienen ciertas suposiciones [9]:

- Se asume mezclado perfecto. Esto implica que la concentración y la temperatura del sistema son uniformes en todo el volumen del reactor, es decir, no hay variaciones a lo largo de su geometría. Sin embargo, si están en función del tiempo.
- La concentración y la temperatura a la salida son las mismas que las del interior del tanque.
- El reactor opera en estado estacionario.
- La regulación de la temperatura del reactor se logra al extraer el calor producido por la reacción química exotérmica mediante la camisa de enfriamiento, la cual tiene una temperatura  $T_c$  uniforme en toda su geometría.



**Figura 2.1:** Reactor continuo de tanque agitado

Estos reactores son descritos mediante leyes fundamentales, es decir, mediante balances de materia y energía.

$$\text{Materia Almacenada} = \text{Flujo de materia de entrada} - \text{Flujo de materia de salida} - \text{Pérdida por reacción}$$

$$\text{Energía Almacenada} = \text{Flujo de energía de entrada} - \text{Flujo de energía de salida} - \text{Intercambio de energía con el exterior} + \text{Energía generada por la reacción}$$

Estos balances se traducen a ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs). El balance de materia está dado por:

$$\frac{d}{dt_a} M = q_{me} - q_{ms} - VR(C, T); \quad \text{donde } M = VC \quad (2.1a)$$

$$\frac{d}{dt_a} VC = qC_e - qC_s - VR(C, T) \quad (2.1b)$$

Mientras que el balance de energía está dado por:

$$\frac{d}{dt_a} V\rho c_p T = Q_e - Q_s - Q_c + Q_r \quad (2.2a)$$

$$\frac{d}{dt_a} V\rho c_p T = q\rho c_p T_e - q\rho c_p T - UA(T - T_c) + (\Delta H)VR(C, T) \quad (2.2b)$$

donde,  $c_p$  es el calor específico del reactante,  $UA$  es el coeficiente de intercambio de calor,  $T_c$  es la temperatura de la camisa de enfriamiento y  $\Delta H$  es el índice de generación de calor,

producido a partir de la reacción química exotérmica.

Después de tomar en cuenta las suposiciones mencionadas anteriormente, es posible definir variables adimensionales para obtener otra representación del modelo.

$$c = \frac{C}{C_r}, \quad c_e = \frac{C_e}{C_r}, \quad \tau = \frac{T}{T_r}, \quad \tau_e = \frac{T_e}{T_r}, \quad \tau_c = \frac{T_c}{T_r}, \quad v = \frac{\nu}{\nu_r}, \quad t = \frac{t_a}{t_r} \quad (2.3)$$

en donde  $C_r$ ,  $T_r$ ,  $\nu_r$  y  $t_r$  son valores de referencia de los estados del reactor, el índice de dilución del intercambio de calor y del tiempo. Siguiendo pasos algebraicos y de sustitución, el sistema definido por las ecuaciones 2.1 y 2.2 puede reescribirse como:

$$\frac{dc}{dt} = \dot{c} = \theta(c_e - c) - r(c, \tau) \quad (2.4a)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \dot{\tau} = \theta(\tau_e - \tau) - v(\tau - \tau_c) + \beta r(c, \tau) \quad (2.4b)$$

en donde  $\theta$  es el índice de dilución de volumen,  $v$  es el coeficiente de intercambio de calor,  $\beta$  es la temperatura adiabática y  $r(c, \tau)$  es el índice de reacción química exotérmica definida por

$$r(c, \tau) = k(c)\alpha(\tau) \quad (2.5)$$

donde  $k(c)$  es la función de la cinética de la reacción química que, en esta tesis, se considerará de primer orden o isotónica y está dada por:

$$k(c) = c \quad (2.6)$$

$\alpha(\tau)$  es la función de Arrhenius y se encuentra definida por:

$$\alpha(\tau) = e^{a-\varepsilon/\tau} \quad (2.7)$$

la cual es la que ocasiona todas las no linealidades en este sistema.

En la figura 2.2 se puede observar que este sistema tiene un comportamiento altamente no lineal y cuenta con multiplicidad de estados estacionarios

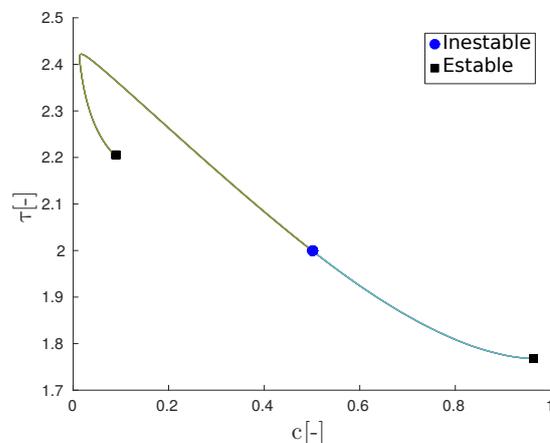


Figura 2.2: Plano fase de un RCTA

### Tren de tres RCTA con retroflujo

La interconexión de dos o más tanques se dice que tiene reflujo al considerar que la salida de cada tanque regresa al anterior junto con un efecto de dispersión (tanto de materia, como de energía), como se puede observar en la figura 2.3

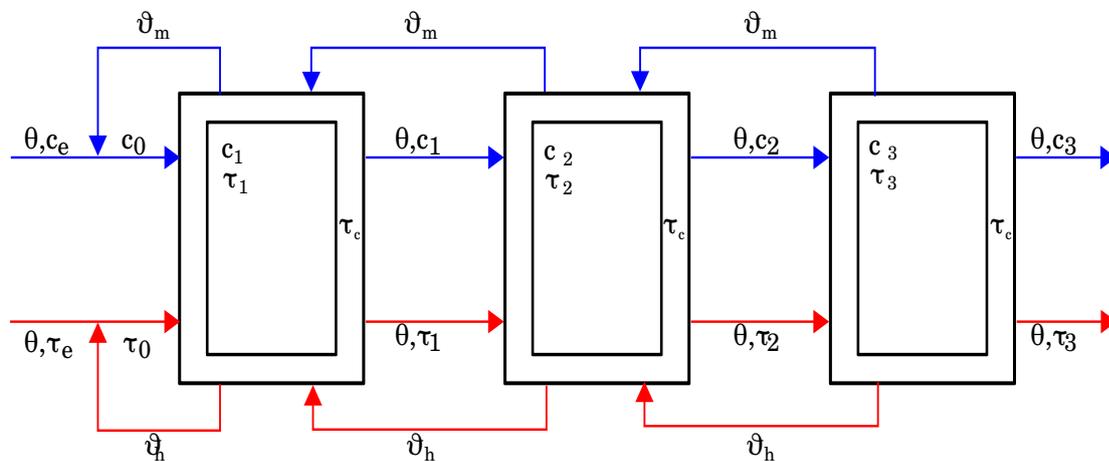


Figura 2.3: Tren de tres RCTA interconectados con retroflujo

Estos efectos de dispersión (máscico y térmico) están definidos por

$$\vartheta_m = N^2 d_m \quad (2.8)$$

$$\vartheta_h = N^2 d_h \quad (2.9)$$

en donde  $N$  es el número de tanques interconectados y  $d_m, d_h$  son el inverso de los números de

Pecllet de materia y energía, respectivamente. Por lo tanto, siguiendo los balances de materia y energía, se obtiene el sistema

$$\begin{aligned}
\dot{c}_1 &= \theta c_e - (\theta + \vartheta_m)c_1 + \vartheta_m c_2 - r(c_1, \tau_1) \\
\dot{\tau}_1 &= \theta \tau_e - (\theta + \vartheta_h + \nu)\tau_1 + \vartheta_h \tau_2 + \beta r(c_1, \tau_1) + \nu \tau_c \\
\dot{c}_2 &= (\theta + \vartheta_m)c_1 - (\theta + 2\vartheta_m)c_2 + \vartheta_m c_3 - r(c_2, \tau_2) \\
\dot{\tau}_2 &= (\theta + \vartheta_h)\tau_1 - (\theta + 2\vartheta_h + \nu)\tau_2 + \vartheta_h \tau_3 + \beta r(c_2, \tau_2) + \nu \tau_c \\
\dot{c}_3 &= (\theta + \vartheta_m)c_2 - (\theta + \vartheta_m)c_3 - r(c_3, \tau_3) \\
\dot{\tau}_3 &= (\theta + \vartheta_h)\tau_2 - (\theta + \vartheta_h + \nu)\tau_3 + \beta r(c_2, \tau_2) + \nu \tau_c
\end{aligned} \tag{2.10}$$

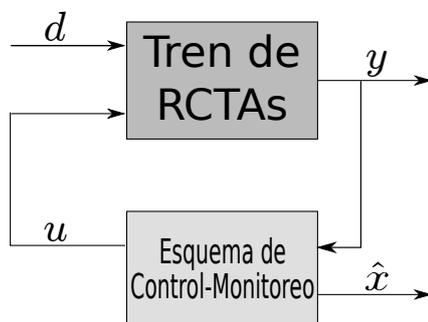
Siendo este el modelo de interés de este trabajo. El sistema 2.10 corresponde a la versión discreta con elemento finito de un reactor tubular para tres nodos descrito por ecuaciones diferenciales parciales (EDP) [11] [19].

En la figura 2.3, se puede observar que se tienen como entradas exógenas (que también pueden ser consideradas como perturbaciones) a  $\theta$ ,  $c_e$  y  $\tau_e$  ( $d = [\theta, c_e, \tau_e]^T$ ), las cuales se considerarán conocidas en este trabajo. La salida medida del sistema  $y = \tau_m$ ,  $m \in \{1, 2, 3\}$  que será seleccionada a lo largo de esta tesis de acuerdo a ciertos criterios y condiciones. Y la entrada de control  $u = \tau_c$  que es la temperatura en la camisa de enfriamiento. Este sistema es altamente no lineal y puede ser inestable a lazo abierto, además puede presentar multiplicidad de estados estacionarios y bifurcaciones así como fragilidad o robustez estructural, entre otras propiedades no lineales.

## El problema de control y monitoreo

A partir de lo planteado anteriormente, el objetivo de este trabajo consiste en diseñar un esquema que permita controlar y monitorear un tren de reactores químicos exotérmicos, obteniendo una ley de control  $u$  que estabilice el sistema, además de obtener el estimado  $\hat{x}$  de los estados internos (Figura 2.4). Para el problema de control, se hará un especial énfasis en la selección de la ubicación espacial del sensor, es decir, seleccionar adecuadamente la salida medida  $y = \tau_m$ . Mientras que para el monitoreo, se diseñará algún algoritmo de estimación para los estados internos del tren de reactores.

Este esquema de control-monitoreo debe ser lo más simple posible en términos de carga computacional, dependencia del modelo y no-linealidad.



**Figura 2.4:** Esquema de control-monitoreo para un tren de reactores químicos

## Caso de estudio

Se define el caso de estudio con el que se trabajará a lo largo de esta tesis para simulaciones y análisis. Teniendo el sistema 2.10 en variables adimensionales, se consideran los parámetros y entradas nominales de la Tabla 2.1. Además se considerará la reacción química como de primer orden y con una función de Arrhenius definida como  $r(c, \tau) = ce^{a-\varepsilon/\tau}$ , donde  $a$  es el número de Damköhler y  $\varepsilon$  es la energía de activación. Esta reacción química es la que produce el comportamiento y todos los fenómenos no lineales que puede presentar este sistema.

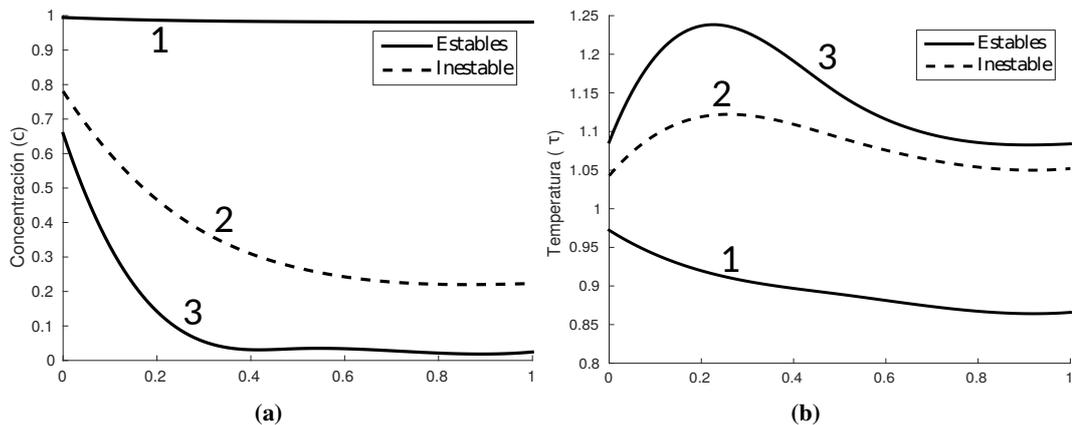
Parámetro	Valor nominal [-]	
$\theta$	3	Tasa de dilución
$c_e$	1	Concentración del flujo entrada
$\tau_e$	1	Temperatura del flujo entrada
$a$	23.719	Número de Damköhler
$\varepsilon$	25	Energía de activación
$\beta$	0.5	Temperatura adiabática
$v$	1	Coficiente de transferencia de calor
$\vartheta_m$	0.2	Coficiente de dispersión másica
$\vartheta_h$	0.2	Coficiente de dispersión térmica

**Tabla 2.1:** Valores nominales de parámetros para un tren de tres RCTA con retroflujo

A partir de lo anterior y gracias a la distribución espacial del sistema, es posible obtener los perfiles estacionarios del tren de reactores para cada uno de sus estados.

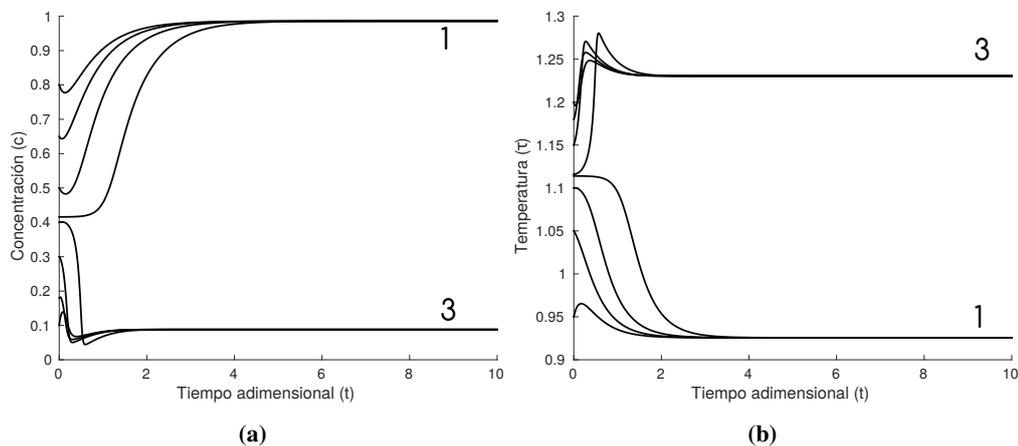
Se obtuvieron tres pares de perfiles estacionarios (Figura 2.5) de los cuales el 1 (extinción) y el 3 (ignición) son estables, mientras que el par 2 es inestable. Se sabe que a menor concentración de reactante a la salida existe una mayor producción de producto final, por lo tanto, el par de perfiles inestable es de gran interés ya que representa un punto intermedio entre el perfil de extinción y el de ignición, presentando una baja concentración de reactante a la salida

pero sin tener que llegar a temperaturas altas, como en el caso de los perfiles de ignición, que pueden llegar a ser inseguras para una planta. Este perfil es el que se deseará estabilizar con el esquema de control-monitoreo que será diseñado.



**Figura 2.5:** Perfiles estacionarios de los estados del sistema a lazo abierto

Para tener un mejor entendimiento del comportamiento dinámico del sistema, en la Figura 2.6 se presentan las respuestas para diversas condiciones iniciales de los estados del primer tanque. Se puede observar como las trayectorias siempre convergen a uno de los dos estados estacionarios que corresponden a los perfiles estacionarios estables.



**Figura 2.6:** Respuestas del sistema a lazo abierto para distintas condiciones iniciales

### **Conclusiones**

En este capítulo se formuló el problema de control y monitoreo a solucionar a lo largo de este trabajo, para esto se hizo una descripción del sistema empezando con un sólo reactor y llegando hasta el tren de tres reactores interconectados con retroflujo, el cual retiene la estructura mínima necesaria del mecanismo de transporte y dispersión de un reactor tubular, lo cual implica que este trabajo es un paso inductivo para estudiar un reactor tubular discretizado en  $n$  nodos, el cual será objeto de trabajo a futuro. Además, para entender mejor el caso de estudio se presentaron perfiles estacionarios, determinando el de interés y que será estabilizado. En el siguiente capítulo se diseñará el primer control no lineal basado en retroalimentación de estados, así como un análisis de la condición de resolubilidad de pasividad y su dependencia con la ubicación espacial del sensor.

# Control no lineal por retroalimentación de estados

---

Como condición necesaria de resolubilidad del problema de control no lineal por retroalimentación de estados (NLRE) en este capítulo se caracteriza la pasividad robusta en función del reactor en que se hace la medición de temperatura.

## Pasividad

El sistema es pasivo por retroalimentación de estados si cumple con dos condiciones:

- Que siempre exista el intercambio de calor entre el reactor y la camisa de enfriamiento lo que implica que  $v \neq 0$  y que el grado relativo es 1.
- Que la dinámica cero del sistema tenga un único punto de equilibrio robustamente estable (asintóticamente estable, en el sentido de Lyapunov y robustamente estable, en el sentido estructural)

Se desea que el sistema sea pasivo por retroalimentación de estados para que presente ciertas propiedades de robustez (incertidumbre paramétrica y errores en el modelo).

Para la primera condición se sabe que el grado relativo es igual al número de veces que se deriva la salida hasta encontrar la entrada. En nuestro, reescribimos el sistema 2.10 en forma general

$$\begin{aligned}\dot{c} &= f(x, d) \\ \dot{\tau} &= g(x, d) + vu \\ y &= \tau_m\end{aligned}\tag{3.1}$$

### 3. CONTROL NO LINEAL POR RETROALIMENTACIÓN DE ESTADOS

---

donde  $x = [c_1, \tau_1, c_2, \tau_2, c_3, \tau_3]'$  es el vector de estados y  $d = [\theta, c_e, \tau_e]'$  es el vector de entradas exógenas (o perturbaciones). Derivando una vez la salida  $y$

$$\dot{y} = \dot{\tau} = g(x, d) + vu \quad (3.2)$$

se puede observar que luego de derivar una vez la salida encontramos la entrada  $u$ . Esto sólo puede cumplirse satisfactoriamente si  $v \neq 0$  lo cual garantiza que el grado relativo está bien condicionado y es igual a uno, cumpliendo así la primera condición. Físicamente, esto implica que el intercambio de calor de la camisa de enfriamiento con el reactor debe existir en todo momento.

Para la segunda condición (dinámica cero con un único punto de equilibrio robustamente estable) primero se encuentra la ley de control que haga que el sistema se encuentre en su dinámica cero. Se tiene el sistema en su forma compacta

$$\begin{aligned} \dot{c}_1 &= f_1^c(x, d) \\ \dot{\tau}_1 &= f_1^T(x, d, u) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \dot{c}_1 \\ \dot{\tau}_1 \end{aligned}} \right\} f_1(x, d, u)$$

$$\begin{aligned} \dot{c}_2 &= f_2^c(x, d) \\ \dot{\tau}_2 &= f_2^T(x, d, u) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \dot{c}_2 \\ \dot{\tau}_2 \end{aligned}} \right\} f_2(x, d, u) \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{c}_3 &= f_3^c(x, d) \\ \dot{\tau}_3 &= f_3^T(x, d, u) \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \dot{c}_3 \\ \dot{\tau}_3 \end{aligned}} \right\} f_3(x, d, u)$$

reescribiendo el sistema de la siguiente forma

$$\dot{\gamma} = f_\gamma(\gamma, \tau_m, d, u) \quad (3.4)$$

$$\dot{\tau}_m = f_m^T(\gamma, \tau_m, d, u) \quad (3.5)$$

donde  $\tau_m$  es la temperatura medida (salida) en el tanque  $m = 1, 2, 3$  y  $\dot{\gamma}$  es el resto del sistema. Si hacemos que la temperatura  $\tau_m$  sea igual a su valor nominal  $\tau_m = \bar{\tau}_m$  tenemos que

$$0 = f_m^T(\gamma, \bar{\tau}_m, d, u)$$

de donde se obtiene la ley de control

$$u = \mu_z(\gamma, \bar{\tau}_m, d) \quad (3.6)$$

la cual hace que el sistema se encuentre en su dinámica cero. Teniendo así

$$\dot{\gamma}^* = f_\gamma[\gamma, \bar{\tau}_m, d, \mu_z(\gamma, \bar{\tau}_m, d)]$$

Para probar la segunda condición, se inyectará la ley de control obtenida (3.6) midiendo la temperatura  $\tau_m$  en cada uno de los tanques, y se verificará, mediante el uso de los diagramas de bifurcación (usando como parámetro de bifurcación la temperatura a la entrada  $\tau_e$ ), que la dinámica cero con esa ley de control y midiendo en determinado tanque tiene un único punto de equilibrio robustamente estable.

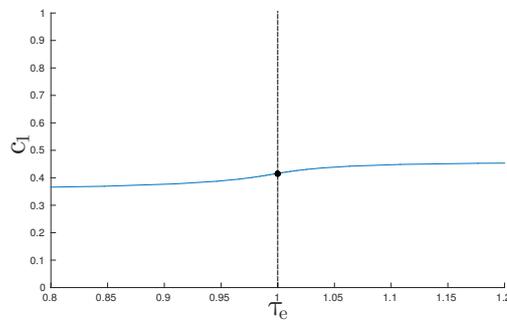
### Medición en el tanque 1

En este caso se considerará que la salida es  $y = \tau_1$  por lo que la ley de control resultante está dada por

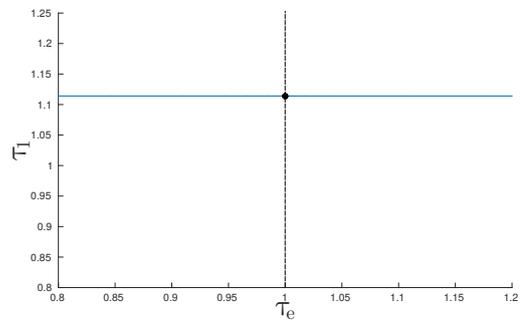
$$u = \tau_{c_1} = \frac{-\theta\tau_e + (\theta + \vartheta_h + \nu)\tau_1 - \vartheta_h\tau_2 - \beta c_1\alpha(\tau_1) - k(\tau_1 - \bar{\tau}_1)}{\nu} \quad (3.7)$$

Donde  $\bar{\tau}_1 = 1.114$  y  $k = 10$  ( $k$  tendrá el mismo valor para las tres mediciones).

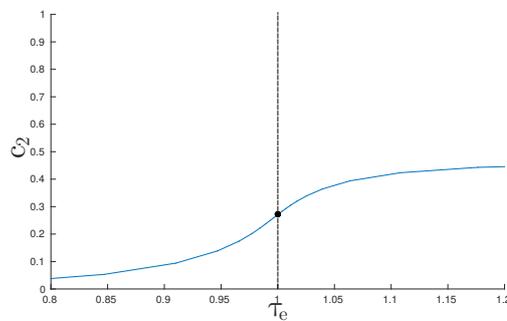
Haciendo uso de los diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada  $\tau_e$  (Figura 3.1) se puede notar que en todos los estados se presenta una única intersección con el valor nominal de la variable de bifurcación, lo cual implica que existe un único punto de equilibrio. Además, debido a que no existen puntos de bifurcación en la vecindad de la intersección se puede decir que el único punto de equilibrio existente es robustamente estable



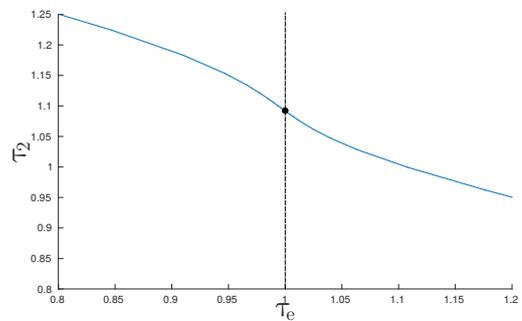
(a)



(b)

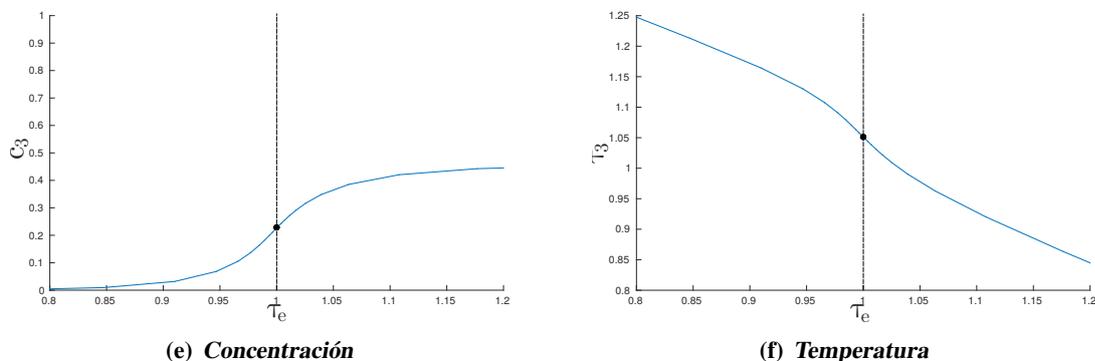


(c)



(d)

### 3. CONTROL NO LINEAL POR RETROALIMENTACIÓN DE ESTADOS



**Figura 3.1:** Diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada, midiendo en el tanque 1

Se puede concluir que, si se coloca el sensor en el primer tanque, se cumplen las dos condiciones para que el sistema sea pasivo por retroalimentación de estados, con una dinámica cero con un único punto de equilibrio robustamente estable.

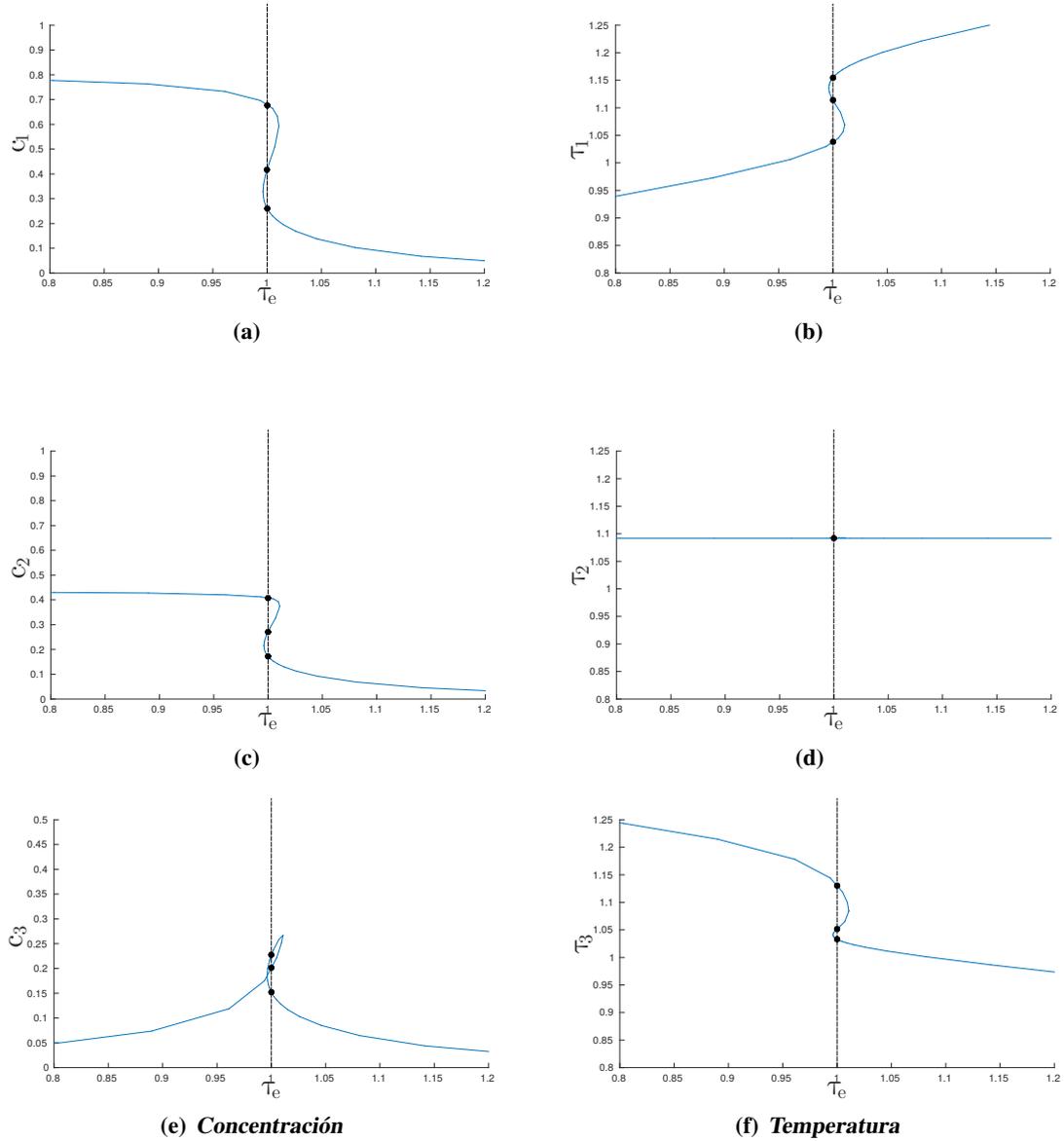
#### Medición en el tanque 2

En este caso se considerará que la salida es  $y = \tau_2$  por lo que la ley de control resultante está dada por

$$u = \tau_{c2} = \frac{-(\theta + \vartheta_h)\tau_1 + (\theta + 2\vartheta_h + v)\tau_2 - \vartheta_h\tau_3 - \beta c_2 \alpha(\tau_2) - k(\tau_2 - \bar{\tau}_2)}{v} \quad (3.8)$$

Donde  $\bar{\tau}_2 = 1.092$ .

Usando nuevamente los diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada  $\tau_e$  (Figura 3.2), se puede notar que en todos los estados se presentan tres intersecciones con el valor nominal de la temperatura variable de bifurcación, lo que quiere decir que existen tres estados estacionarios con ese valor nominal. Esto implica que no se cumple con la segunda condición para que el sistema sea pasivo por retroalimentación de estados. Además, se presenta una biestabilidad (existen dos estados estacionarios estables y un inestable) frágil debido a la cercanía de las intersecciones con los puntos de bifurcación (en donde cambiaría la multiplicidad). Se puede concluir que, se debe evitar colocar el sensor en el segundo tanque si se quiere controlar adecuadamente (por retroalimentación de estados).



**Figura 3.2:** Diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada, midiendo en el tanque 2

### Medición en el tanque 3

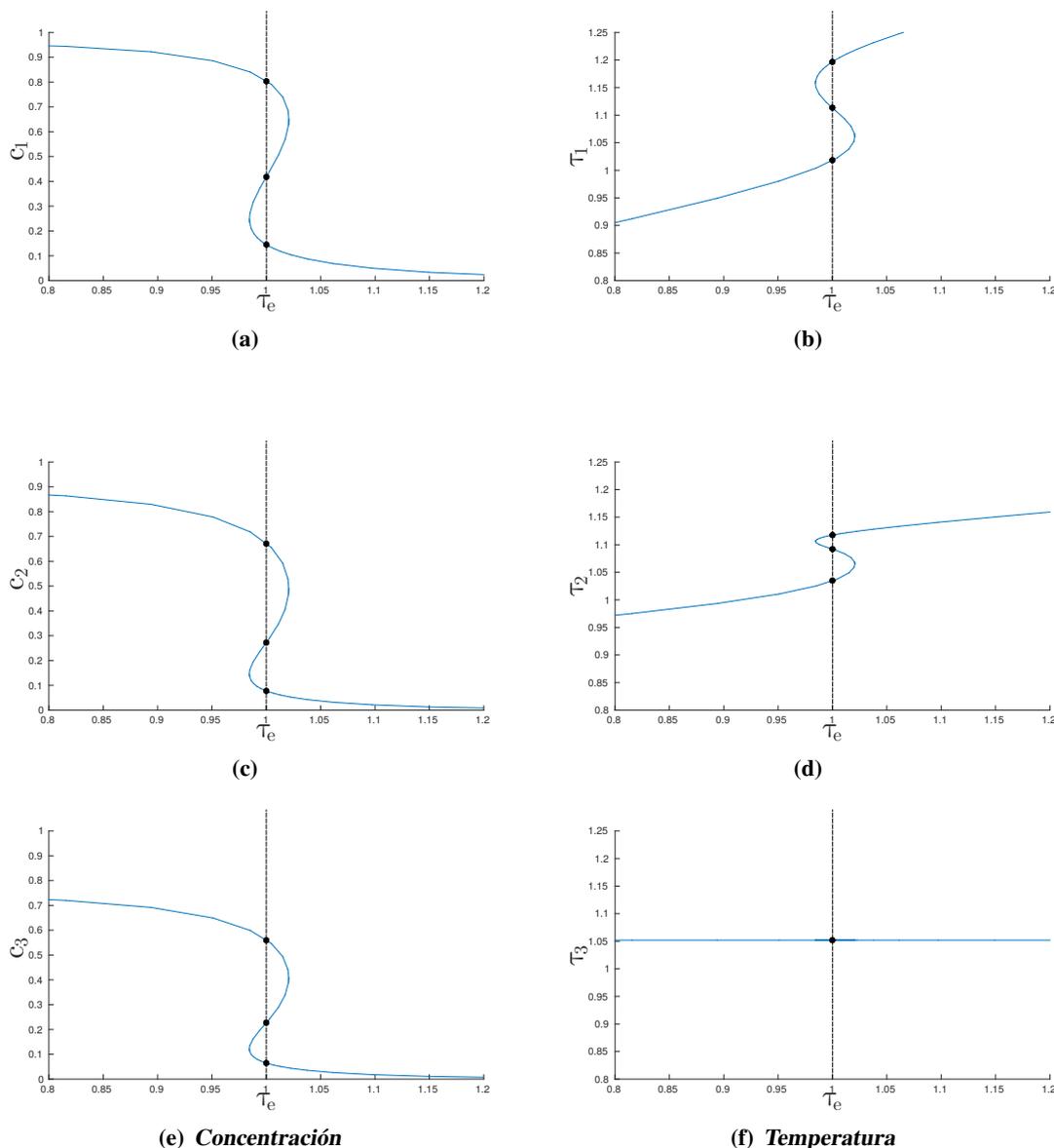
En este caso se considerará que la salida es  $y = \tau_3$  por lo que la ley de control resultante está dada por

$$u = \tau_{c3} = \frac{-(\theta + \vartheta_h)\tau_2 + (\theta + \vartheta_h + v)\tau_3 - \beta c_3 \alpha(\tau_3) - k(\tau_3 - \bar{\tau}_3)}{v} \quad (3.9)$$

### 3. CONTROL NO LINEAL POR RETROALIMENTACIÓN DE ESTADOS

Donde  $\bar{\tau}_3 = 1.052$ .

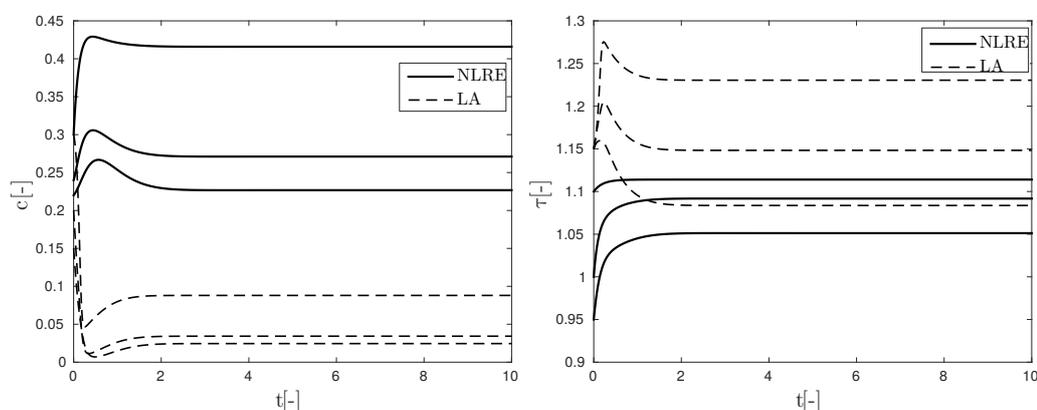
Empleando los diagramas de bifurcación (Figura 3.3) se puede observar que se presentan tres intersecciones con el valor nominal de la temperatura de entrada  $\tau_e$ , lo cual quiere decir que existen tres estados estacionarios, dos estables y un inestable, es decir, hay biestabilidad robusta debido a que los puntos de bifurcación se encuentran más alejados a las intersecciones que en el caso anterior. Se puede concluir que, una vez más, no se cumple con la segunda condición para que el sistema sea pasivo por retroalimentación de estados debido a la biestabilidad robusta.



**Figura 3.3:** Diagramas de bifurcación de los estados del sistema a lazo cerrado con respecto a la temperatura de entrada, midiendo en el tanque 3

Después de realizar este análisis se puede concluir que para que el sistema sea pasivo por retroalimentación de estados es obligatorio realizar la medición de la temperatura, con la cual se diseñará el control, en el primer tanque, ya que únicamente midiendo ahí es donde se cumplen las condiciones necesarias para que el sistema sea pasivo (grado relativo y dinámica cero). Este resultado se tomará como un criterio para la selección de la ubicación espacial del sensor.

En la figura 3.4 se puede observar que la velocidad de la respuesta del sistema con el control NLRE (dinámica cero) es más rápida que la respuesta a lazo abierto, al menos en el estado donde se realiza la medición para el diseño del control, además de presentar menor oscilación o sobrepaso en las temperaturas. El comportamiento de esta dinámica cero es el límite alcanzable con cualquier controlador.



**Figura 3.4:** Comparación de la respuesta del sistema con el control NLRE y a lazo abierto

## Conclusiones

Se sabe que una selección adecuada de la salida permite que el sistema sea pasivo por retroalimentación de estados, además de lograr estabilizar el sistema, lo cual es un objetivo de este trabajo. En este capítulo se logró, mediante el apoyo de diagramas de bifurcación, definir un criterio para elegir adecuadamente la ubicación espacial del sensor, o bien, la selección de la salida. Este resultado empata con lo que se sabe de ingeniería de reactores químicos [21], [14], [1], ya que se recomienda realizar la medición antes del punto caliente en el perfil de temperaturas, que en nuestro caso es en el primer tanque. Además, se diseñó el primer control que se le aplicará a este sistema el cual estabilizó adecuadamente en el estado estacionario deseado (inestable). La desventaja de este control es que es necesario conocer (o poder medir) todos los estados del sistema, o al menos la mayoría de ellos, lo cual no siempre es posible debido a la dificultad de medir la concentración en los tanques y el costo de los sensores, el cual puede llegar a ser muy elevado. En el siguiente capítulo se diseñarán algoritmos de estimación para el caso en el que no se puede medir todos los estados del sistema. Además, se compararán estos algoritmos y se seleccionará el más adecuado para los objetivos de esta tesis.



# Estimador de estados del sistema a lazo abierto

---

En este capítulo se diseña un estimador de los estados del sistema a lazo abierto robustamente convergente incluyendo la dependencia de la detectabilidad con el reactor donde se hace la medición.

## Índice de observabilidad

Se tiene el sistema 2.10 y ya que se conoce la salida  $y = \tau_1$  por ser la medición que se seleccionó a partir del criterio de selección adecuada de la ubicación del sensor del capítulo anterior, el vector de estados es un sistema de ecuaciones algebraico diferencial, con una ecuación algebraica y cinco diferenciales ordinarias. Se puede obtener otra ecuación algebraica derivando la salida y despejando alguno de los estados.

$$\dot{y} = \dot{\tau} = f_1^T(\tau_1, \tau_2, c_1, \tau_e, \tau_c) \quad (4.1)$$

de donde podemos despejar  $c_1$ , obteniendo

$$c_1 = s_1(\tau_2, \tau_e, \tau_c, y, \dot{y}) \quad (4.2)$$

teniendo así una ecuación algebraica más. En este momento se cuenta con un índice de observabilidad 2 debido a la derivada de la salida. Si se deseara un índice de observabilidad 3 se tendría que derivar nuevamente la salida para encontrar una nueva ecuación algebraica, lo que nos daría un vector de estados estáticos de dimensión tres y uno de estados dinámicos de la misma dimensión.

$$\ddot{y} = \dot{\theta}\tau_e + \theta\dot{\tau}_e - \dot{\theta}y - \theta\dot{y} - \vartheta_h\dot{y} - v\dot{y} + \vartheta_h\dot{\tau}_2 + \beta\dot{c}_1\alpha(y) + \beta c_1\alpha'(y)\dot{y} + v\dot{\tau}_c \quad (4.3)$$

realizando las sustituciones

$$\ddot{y} = f(\tau_2, \tau_3, c_2, \tau_e, \tau_c, y, \dot{y})$$

En nuestro caso se hará el despeje de  $c_2$  para encontrar una nueva ecuación algebraica.

$$c_2 = s_2(\tau_2, \tau_3, \tau_e, \tau_c, y, \dot{y}, \ddot{y}) \quad (4.4)$$

Se puede observar que  $c_2$  depende de dos incógnitas ( $\tau_2$  y  $\tau_3$ ) por lo que resulta complicado hallar la solución del sistema. Se podría tener un índice de observabilidad 3 bien condicionado si se contara con dos mediciones lo cual reduciría las incógnitas de las ecuaciones algebraicas. Esto es descartado para propósitos de este trabajo ya que inicialmente se definió que el sistema sólo cuenta con una salida, además de que al ser implementado aumentaría el costo por la adición de un sensor de temperatura más. Por lo tanto se considerará que se cuenta con un índice de observabilidad 2. Así, al tener dos ecuaciones algebraicas se reduce el tiempo de convergencia ya que es más rápido integrar un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias que hacerlo como inicialmente se tiene, de seis.

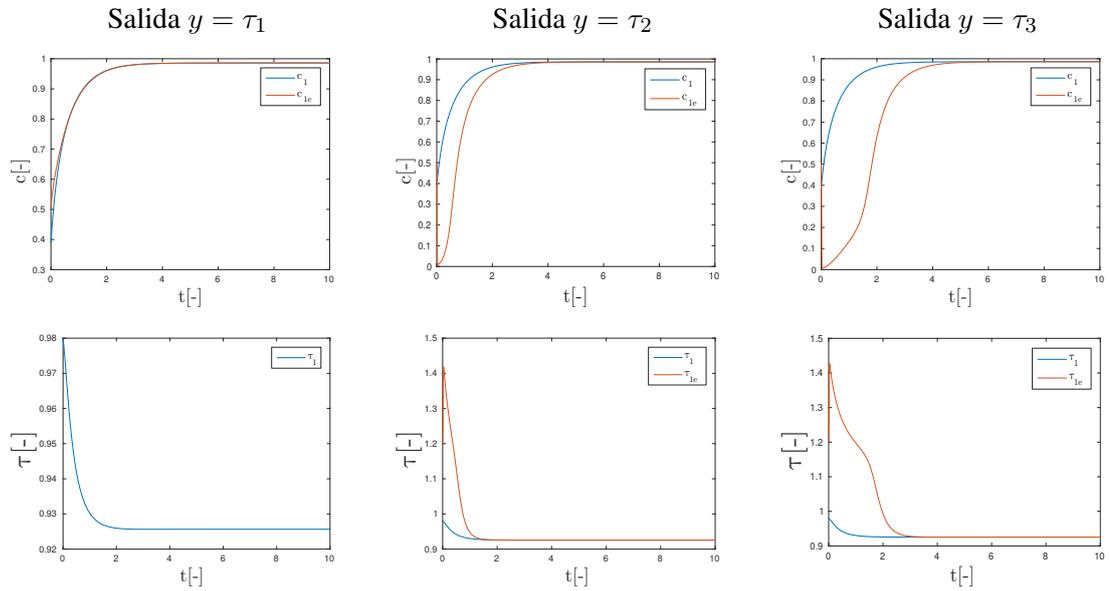
### Dependencia de la detectabilidad con la ubicación del sensor

Una vez que se determinaron las condiciones de pasividad y se conoce la posición adecuada del sensor, se realiza la retroalimentación de estados, lo cual puede ser un gran problema ya que no todos los estados son conocidos. Dado esto, se recurre a un estimador para calcular los valores de los estados desconocidos, no sin antes comprobar si el problema de observabilidad tiene solución. Primero se investigará la detectabilidad en una versión muy específica. Se sabe que la observabilidad es reconstruir la condición inicial con un número finito de derivadas de la entrada y la salida del sistema ya que, si es posible encontrar la condición inicial, entonces se puede encontrar la trayectoria. Para la detectabilidad basta con probar que la parte no observable del sistema es estable.

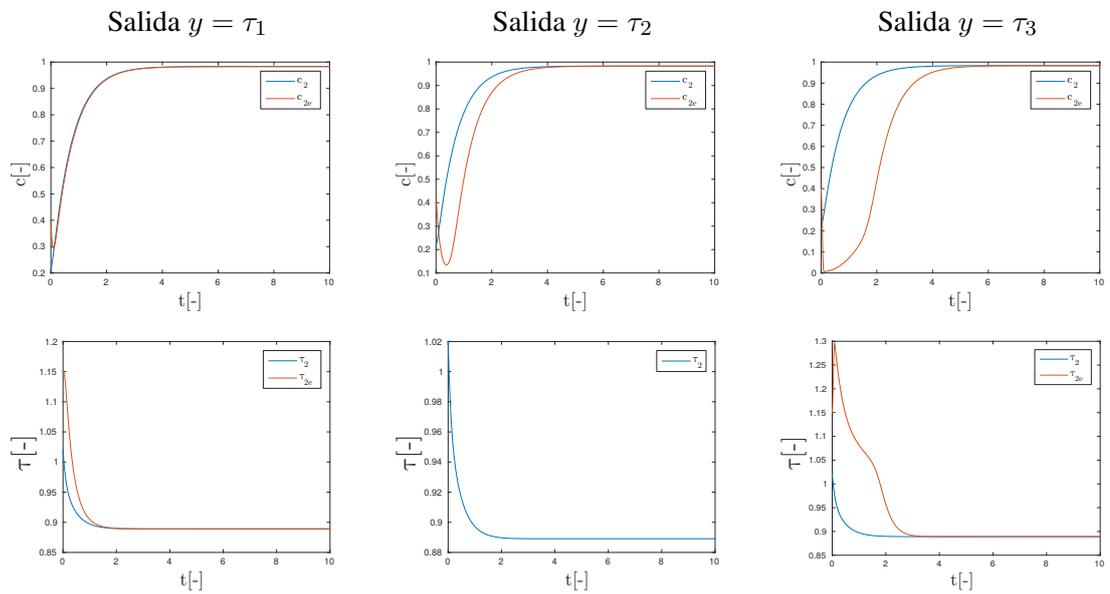
En este caso se analizará la detectabilidad a lazo abierto (con entrada de control  $u$  nominal) sustituyendo la salida de la planta real  $y = \tau_m$ ,  $m = 1, 2, 3$ , en el modelo del estimador  $\hat{x}$  teniendo así un sistema de sólo cinco ecuaciones diferenciales, es decir, un sistema con una cierta restricción. Si ambas señales convergen se puede decir que el sistema es detectable.

Nos enfocaremos en el peor caso: detectabilidad a lazo abierto de trayectorias que inician en la vecindad del punto inestable a lazo abierto, en el entendido que realmente el detector va a funcionar con un control que en principio estabiliza el sistema y que aplicaremos el principio de separación con argumento de estabilidad para interconexión control-observador. Además, como se mencionó previamente, se hará el análisis haciendo la medición de temperatura en cada uno de los tanques ( $\tau_1, \tau_2, \tau_3$ ), es decir, moviendo el sensor.

## 4.2 Dependencia de la detectabilidad con la ubicación del sensor

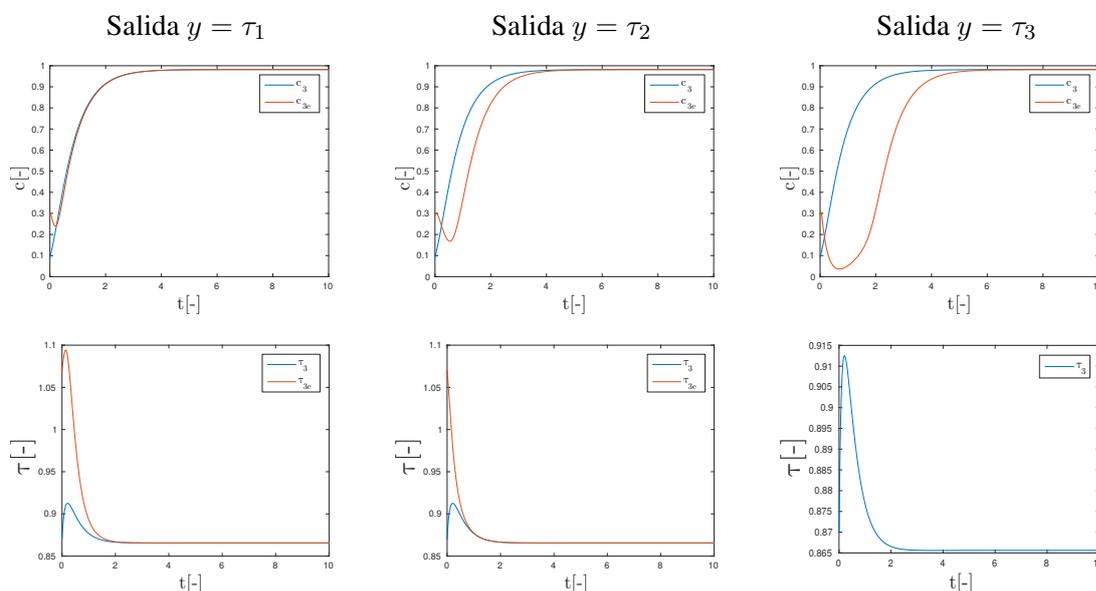


**Tabla 4.1:** Respuesta de los estados del Tanque 1, así como la del modelo del estimador con diferente ubicación del sensor



**Tabla 4.2:** Respuesta de los estados del Tanque 2, así como la del modelo del estimador con diferente ubicación del sensor

## 4. ESTIMADOR DE ESTADOS DEL SISTEMA A LAZO ABIERTO



**Tabla 4.3:** Respuesta de los estados del Tanque 3, así como la del modelo del estimador con diferente ubicación del sensor

En las Figuras de las tablas 4.1, 4.2 y 4.3 se puede observar que, si bien la señal del estimador converge al valor del sistema real, al cambiar la posición del sensor la velocidad de convergencia disminuye llegando hasta los seis segundos con el sensor ubicado en el tercer tanque. Este resultado respalda lo obtenido en el capítulo anterior donde, de acuerdo al criterio establecido, se recomienda realizar la medición en el primer tanque.

Vale la pena mencionar que se realizaron más experimentos haciendo cambios en la ubicación del sensor, así como en las condiciones iniciales (jugando con las cuencas de atracción), de los que se puede concluir que en el reactor 1 la velocidad de convergencia es más rápida que midiendo en los otros reactores, además presenta una mejor robustez ya que, aunque el estimador y la realidad tengan condiciones iniciales en diferentes cuencas, el estimador converge, mientras que, midiendo en el reactor 2 o 3, el estimador converge sólo si las condiciones iniciales están dentro de la misma cuenca de atracción. Por lo tanto es conveniente realizar la medición en el reactor 1. Una mejor fundamentación de porque se descarta la medición en los reactores 2 y 3 es objeto de trabajo a futuro (puede ser observabilidad multivaluada [17]). No se incluirá en este trabajo debido al alcance del mismo ya que es un tema complicado por no ser una propiedad de estados estacionarios (como pasividad) si no de trayectorias de estados (propiedad no genérica).

## Algoritmos de estimación

A continuación se presentará el diseño de dos algoritmos de estimación: Filtro extendido de Kalman (debido a que es el más conocido y utilizado a nivel industrial [15]) y Estimador

Geométrico (especializado para modelos por etapas [8],[7]). Además, se hará una comparación para seleccionar el más adecuado a los objetivos de este trabajo.

### Filtro Extendido de Kalman (FEK)

Para fines de comparación el primer algoritmo diseñado será el Filtro Extendido de Kalman, ya que es la técnica mas usada, probada y aceptada a nivel industrial. La implementación de este algoritmo requiere un modelo del proceso, la selección adecuada de la medición de temperatura [5][16] y la sintonización de un conjunto de parámetros ajustables. En el Filtro de Kalman convencional se tiene que sintonizar esos parámetros a base de prueba y error, lo cual toma tiempo. En general, un FEK bien sintonizado ofrece un desempeño robusto en sistemas por etapas y reactores tubulares [20][3].

El enfoque del filtro extendido de Kalman sugiere el siguiente modelo estocástico de estimación [7][15]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f[x, u(t)] + B(x, t)\iota, & x(0) &= x_0; & i &= w(t), \\ \iota(0) &= \iota_0; & y &= h(x) + v(t) \end{aligned} \quad (4.5)$$

donde  $\iota$  es el ruido blanco integrado,  $B$  es la matriz de ganancias no lineal que configura el mecanismo de inyección de ruido del modelo,  $w$  y  $v$  es el ruido Gaussiano con matrices de intensidad  $Q$  y  $R$  respectivamente. En notación compacta el modelo estocástico puede ser escrito como:

$$\dot{x}_a = f_a(x_a, t) + B_a(x_a, t)w, \quad x_a(0) = x_{a0} \quad y = h_a(x_a) + v$$

donde

$$x_a = (x', \iota)'; \quad f_a(x_a, t) = \begin{bmatrix} f(x, u(t)) + B(x, t)\iota \\ 0 \end{bmatrix}; \quad B_a = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}; \quad h_a(x_a) = h(x)$$

El correspondiente FEK está dado por

$$\dot{\hat{x}}_a = f_a(\hat{x}_a, t) + K_{FEK}[y - h_a(\hat{x}_a)], \quad \hat{x}_a(0) = \hat{x}_{a0}, \quad K_{FEK} = \Sigma H'(\hat{x}_a, t)r^{-1} \quad (4.6)$$

donde  $\Sigma$  es la solución de la ecuación diferencial de Riccati

$$\dot{\Sigma} = F(x_a, t)\Sigma + \Sigma F'(x_a, t) + Q - \Sigma H'(\hat{x}_a, t)r^{-1}H(\hat{x}_a, t)\Sigma, \quad \Sigma(0) = \Sigma_0 \quad (4.7)$$

donde

$$F(\hat{x}_a, t) = \frac{\partial f_a(\hat{x}, t)}{\partial \hat{x}_a}, \quad H(\hat{x}_a, t) = \frac{\partial h_a(\hat{x}_a)}{\partial \hat{x}_a}$$

teniendo así dos parámetros de sintonización ( $Q$  y  $r$ ). Puesto que es muy complicado la selección de esos dos parámetros de sintonización, se desea hacer una simplificación y sistematización. Para tener sólo un parámetro de sintonización se multiplica la ecuación 4.7 por  $r^{-1}$

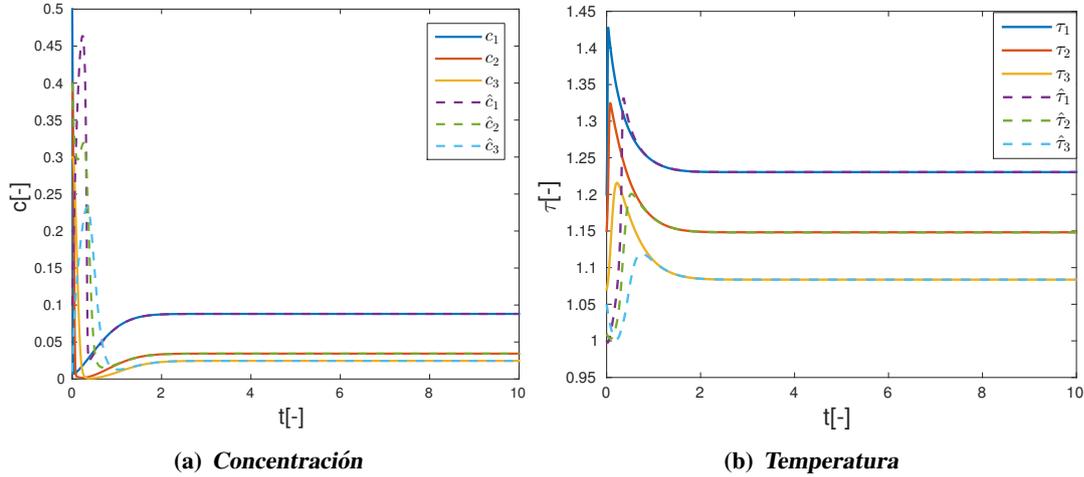
$$r^{-1}[\dot{\Sigma} = F(x_a, t)\Sigma + \Sigma F'(x_a, t) + Q - \Sigma H'(\hat{x}_a, t)r^{-1}H(\hat{x}_a, t)\Sigma] \quad (4.8)$$

definiendo  $\Sigma r^{-1} = S$  y dado que  $Q$  puede ser una matriz diagonal constante se puede escribir de la forma  $qI$  teniendo así

$$\dot{\hat{x}}_a = f_a(\hat{x}_a, t) + g(\hat{x}, S)[y - h_a(\hat{x}_a)] \quad (4.9)$$

$$\dot{S} = F(x_a, t)S + SF'(x_a, t) + \left(\frac{q}{r}\right)I - SH'(\hat{x}_a, t)H(\hat{x}_a, t)S \quad (4.10)$$

donde  $g(\hat{x}, S) = SH'(\hat{x}_a, t)$  es el vector de ganancias del FEK y  $(q/r)$  es ahora el único parámetro de sintonización (motivado del control geométrico)  $\omega = (q/r)$  donde  $\omega$  es definida como diez veces la frecuencia natural del sistema [15]. A continuación se presentan las simulaciones realizadas con este algoritmo.

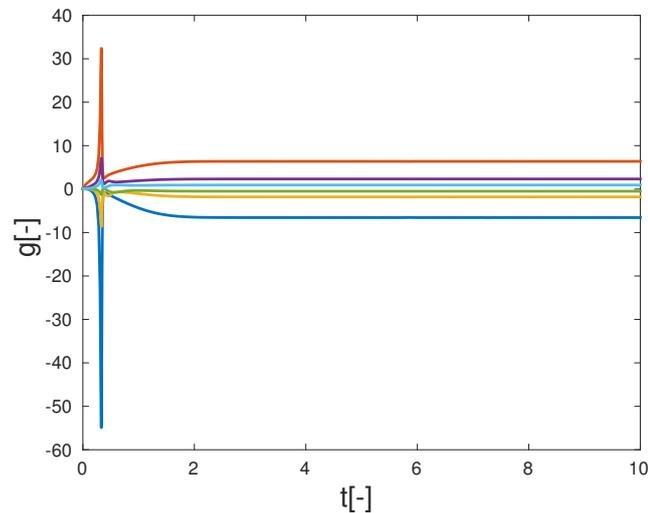


**Figura 4.1:** Respuesta a lazo abierto del modelo real y del estimador

Se puede observar en la Figura 4.1 que el desempeño del estimador es muy bueno ya que su velocidad de convergencia es rápida, parecida a la de la dinámica a lazo abierto, además, se puede observar que mientras más cerca se encuentre de la medición la convergencia es más rápida. Sin embargo, la implementación de un FEK para un sistema como este presenta pro-

blemas de complejidad ya que el número de EDOs que se deben integrar en línea es muy alta debido a la solución de la ecuación de Riccati ya que se tienen que integrar  $n(n + 1)/2$  ecuaciones en donde  $n$  es el número de estados [12], es decir, para este sistema se tendrían que integrar 21 ecuaciones únicamente para resolver la ecuación de Riccati.

En la figura 4.2 se muestra una gráfica del comportamiento en el tiempo del vector de ganancias del FEK, en donde se puede observar que únicamente dos componentes de ese vector tienen un valor considerablemente alto. Esto quiere decir que en la inyección de información ocurre principalmente en  $c_1$  y  $\tau_1$ , las otras cuatro ganancias en realidad no aportan información relevante, por lo tanto la mayor parte de las ecuaciones de Riccati están ociosas, lo cual implica carga computacional mal empleada. En consecuencia, se puede pensar que no es necesario hacer la innovación del estado completo.



**Figura 4.2:** Ganancias de Kalman

Lo anterior se había documentado y verificado para una columna de destilación con 11 estados por etapas [7] y siguiendo lo realizado en ese artículo, se diseñará un nuevo FEK el cual únicamente innove una parte de todos los estados.

Para este caso se diseñará un FEK para sólo una parte del estado la cual podrá considerarse como estados innovados

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_l &= f(\hat{x}_l, \hat{x}_\nu) + g(y - h(\hat{x}_l)) \\ \dot{\hat{x}}_\nu &= f(\hat{x}_l, \hat{x}_\nu)\end{aligned}\quad (4.11)$$

en donde  $x_l$  son los estados innovados, mientras que  $x_\nu$  son los estados no innovados (en términos de partición de estados).

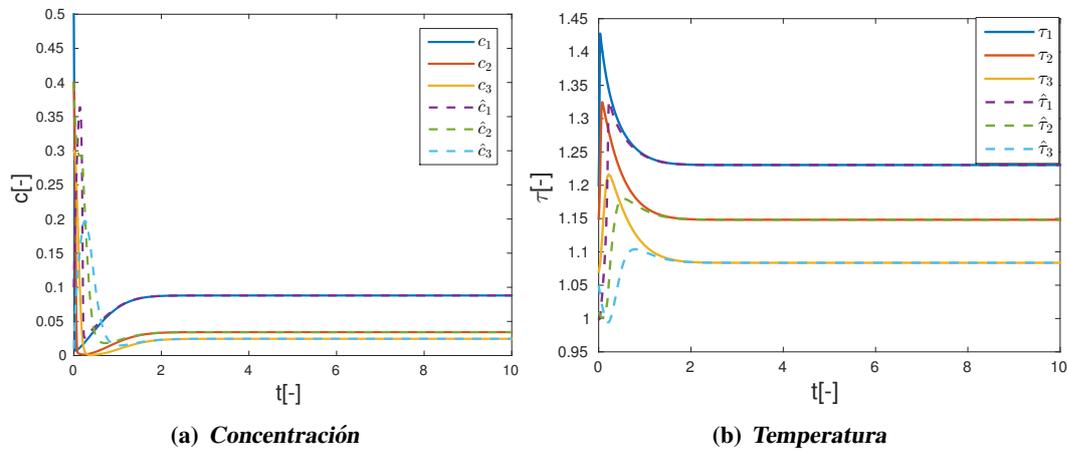
Se tomará en cuenta el resultado del índice de observabilidad obtenido anteriormente (2) para

#### 4. ESTIMADOR DE ESTADOS DEL SISTEMA A LAZO ABIERTO

definir cuantos estados innovaremos, seleccionando la concentración y la temperatura en el tanque 1 ( $c_1, \tau_1$ ) como estados innovados. Teniendo así

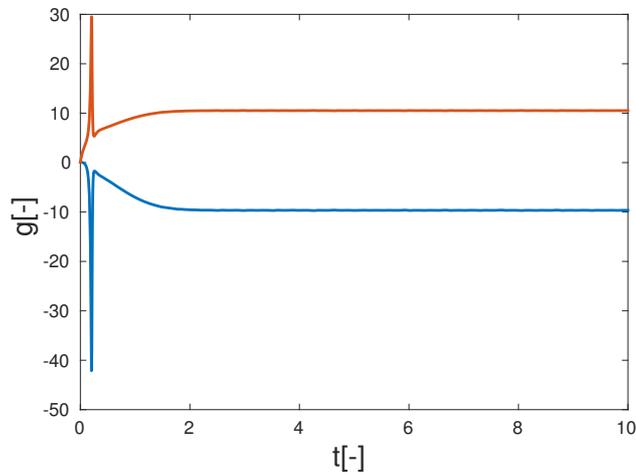
$$x_\nu = \begin{bmatrix} c_1 \\ \tau_1 \end{bmatrix}, \quad x_\nu = \begin{bmatrix} c_2 \\ \tau_2 \\ c_3 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

A continuación se presentan las simulaciones con este algoritmo



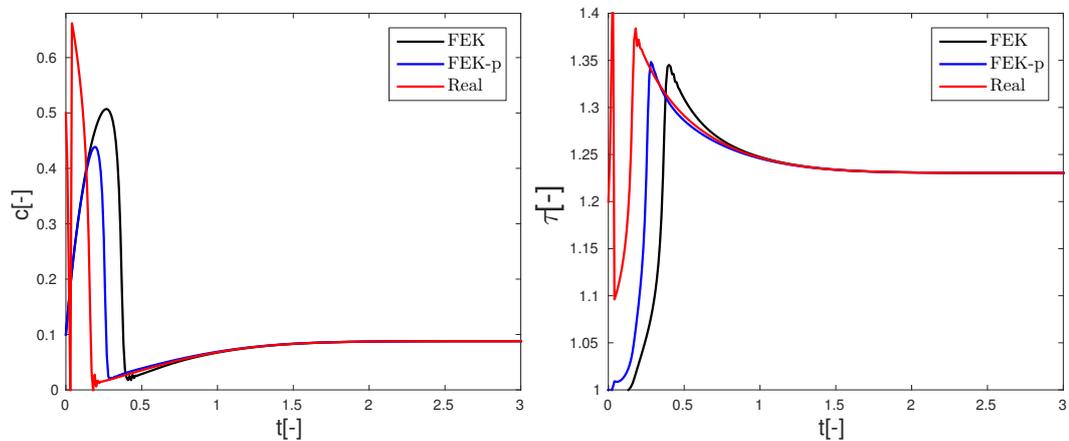
**Figura 4.3:** Respuesta a lazo abierto del modelo real y del estimador innovando únicamente  $c_1$  y  $\tau_1$

En la figura 4.3 se puede observar que el desempeño del estimador es casi idéntico al diseñado anteriormente, la velocidad de convergencia es casi la misma. La gran ventaja que tiene este estimador es que, ya que únicamente se está innovando dos estados, la carga computacional se aligera en gran medida ya que en el diseño anterior se tenían 6 estados, lo que nos daba un total de 27 ecuaciones a integrar y en este caso únicamente se cuentan con 9 ecuaciones.



**Figura 4.4:** Ganancias de Kalman (innovando  $c_1$  y  $\tau_1$ )

En la figura 4.4 se puede observar las dos componentes del vector de ganancias del FEK y se puede confirmar lo supuesto en el caso anterior donde únicamente dos componentes del vector (de seis) de ganancias del FEK actuaban en el algoritmo de estimación de manera significativa. Por lo tanto se puede concluir que este diseño de FEK innovando sólo parte del estado es el que mejor cumple con el objetivo de este trabajo en cuanto a simplicidad y carga computacional.



**Figura 4.5:** Comparación del FEK, el FEK innovando sólo dos estados y la realidad (reactor 1)

En la figura 4.5 se puede observar el funcionamiento de ambos FEK diseñados anteriormente en donde se nota que ambos tienen básicamente la misma velocidad de convergencia. Como se mencionó anteriormente, la gran diferencia radica en la carga computacional que implica la implementación de cada uno.

### Estimador Geométrico (EG)

El problema de estimación consiste en reconstruir los estados del sistema de manera *on-line* a partir de una copia del modelo del sistema, así como de las mediciones de la salida. En el caso del estimador geométrico [2], se cuenta con una estructura de estimación definida como

$$\begin{aligned} \sigma &= (\kappa, x_\iota - x_\nu) : \kappa = (\kappa_1, \dots, \kappa_m)', \kappa_i > 1, \\ \kappa_1 + \dots + \kappa_m &= \kappa_\iota \leq n \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde  $\kappa$  es el vector de índices de estimación,  $\kappa_\iota$  es el índice de estimación (general),  $\kappa_i$  es el índice de estimación de la  $i$ -ésima salida,  $x_\iota$  son los estados innovados,  $x_\nu$  son los estados no innovados y  $x_\iota - x_\nu$  es la partición de estados.

Se tiene el estimador geométrico original (EGO)

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}_\iota &= f_\iota(\hat{x}, \Delta_u \hat{v}) + \Omega^{-1}(\hat{x}, \hat{v}) \{ \Pi_y \hat{l} + K_y [y - h(\hat{x})] \}, \\ \dot{\hat{x}}_\nu &= f_\nu(\hat{x}, \Delta_u \hat{v}) \\ \dot{\hat{l}} &= K_l [y - h\hat{x}] \\ \dot{\hat{v}} &= \Gamma_u \hat{v} + K_u (u - \Delta_u \hat{v}) \end{aligned} \quad (4.14)$$

donde  $\hat{x}_\iota$  son los estados innovados,  $\hat{x}_\nu$  son los estados no innovados,  $\hat{l}$  es un estado de acción integral,  $\hat{v}$  es el estimado del vector de entradas aumentado y  $\Omega$  es la matriz de estimación obtenida a partir de derivadas direccionales (derivadas de Lie). El hecho de tener derivadas de Lie hace que el cálculo sea engorroso y complicado para órdenes mayores a tres. Esta limitante aplica para una clase importante de sistemas por etapas o procesos distribuidos.

Se hace un rediseño del EGO para remover esa limitante. Se tiene una aproximación de la matriz de estimación de la forma:

$$\begin{aligned} O(x, y) &= [O'_1(x, u), \dots, O'_m(x, u)]', \quad O'_i(x, u) = [c_i(x), \dots, c_i(x) A_\iota^{\kappa_i - 1}(x, u)] \\ c_i(x) &= \frac{\partial h_i(x)}{\partial x_\iota}, \quad A_\iota(x, u) = \frac{\partial f_\iota(x, u)}{\partial x_\iota}, \quad O(x, u) \approx \Omega(x, u) \end{aligned} \quad (4.15)$$

con submatrices  $(O_1, \dots, O_m)$ , una por cada salida (en nuestro caso es sólo una).

Teniendo el EGO y sustituyendo su matriz de estimación  $\Omega$  por la aproximación  $O$  se elimina el componente de filtro de entradas lineal (ya que  $O$  depende de  $u$  y no de sus derivadas) y como resultado tenemos el estimador geométrico rediseñado que será llamado simplemente

EG:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}_\iota &= f_\iota(\hat{x}, u) + O^{-1}\{\Pi_y \hat{\iota} + K_y[y - h(\hat{x})]\}, \\ \hat{\iota} &= K_\iota[y - h(\hat{x})]\end{aligned}\quad (4.16)$$

donde

$$\begin{aligned}\Pi_y &= bd[\pi_1^y, \dots, \pi_m^y], \quad \pi_i^y = (0, \dots, 0, 1)', \quad \dim(\pi_i^y) = \kappa_\iota \\ K_y &= bd[k_1^y, \dots, k_m^y], \quad k_1^y = (a_1^i \omega_i, \dots, a_{\kappa_i}^i \omega_i^{\kappa_i}), \quad K_\iota = \text{diag}(\omega_1^{\kappa_1+1}, \dots, \omega_m^{k_m+1})'\end{aligned}\quad (4.17)$$

Para este trabajo se seleccionó una  $\omega = 5$  y  $\zeta = 1.5$  [8].

Sabiendo que la estructura de estimación es un grado de libertad de diseño muy efectivo para sistemas distribuidos o por etapas se hizo una exploración a partir de la estructura de estimación  $\sigma = 1$  (con un estado innovado y cinco no innovados) hasta  $\sigma = 6$  (con todos los estados innovados).

### Estructura de estimación $\sigma = 1$

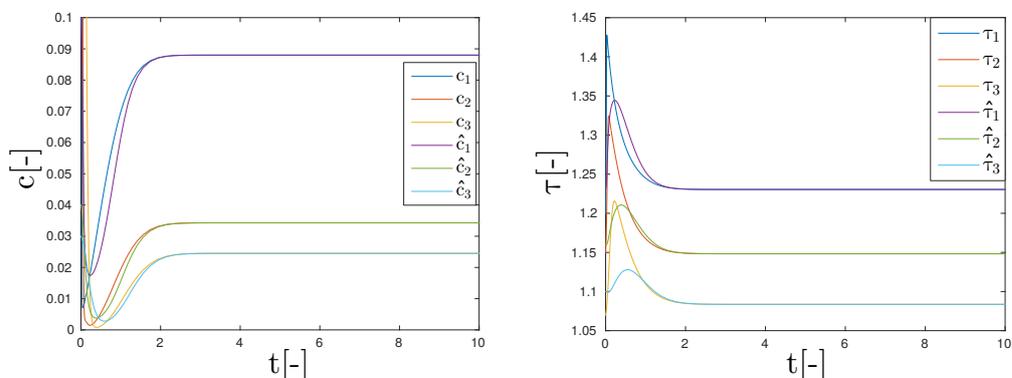
Teniendo como estructura de estimación

$$x_\iota = \tau_1; \quad x_\nu = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \tau_2 \\ c_3 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad \kappa = 1 \quad (4.18)$$

por lo tanto la matriz de estimación aproximada

$$O = \frac{\partial h(x)}{\partial \tau_1} = 1 \quad (4.19)$$

Para conocer como se propaga el error se obtienen los valores singulares de la matriz  $O$  y se obtiene la inversa del mínimo. En este caso, dado que  $O$  es igual a 1, el valor singular mínimo es 1 por lo tanto la propagación del error es 1. También se puede encontrar el número de condicionamiento dividiendo el valor singular máximo entre el mínimo. Si este número es mayor que 100, la matriz está mal condicionada. Nuevamente, en este caso, el número de condicionamiento es 1. A partir de simulaciones se obtuvieron las siguientes respuestas



**Figura 4.6:** Comparación de estados reales y estimados con  $\sigma = 1$

### Estructura de estimación $\sigma = 2$

Teniendo como estructura de estimación

$$x_\nu = \begin{bmatrix} c_1 \\ \tau_1 \end{bmatrix}; \quad x_\nu = \begin{bmatrix} c_2 \\ \tau_2 \\ c_3 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad \kappa = 2 \quad (4.20)$$

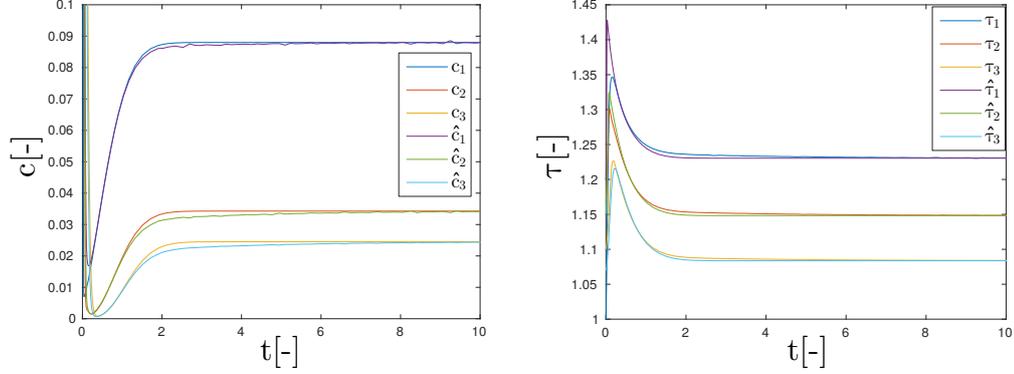
por lo tanto la matriz de estimación aproximada

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix}, \quad \dim(O) = 2 \times 2 \quad (4.21)$$

Se obtienen los valores singulares para el cálculo de la propagación del error ( $s = \frac{1}{msv}$ ) y el número de condicionamiento ( $cn = \frac{Msv}{msv}$ ).

$$sv_2 = \begin{bmatrix} 21.9356 \\ 0.6837 \end{bmatrix}; \quad s_2 = \frac{1}{0.6837} = 1.4627; \quad cn_2 = \frac{21.9356}{0.6837} = 32.0844$$

Viendo estos valores se puede decir que con una estructura  $\sigma = 2$  tanto el condicionamiento, como la propagación del error son aceptables, aunque la velocidad de convergencia es un tanto mas lenta que en el caso anterior, además, se puede observar en la figura 4.7 que se presenta cierta oscilación en la respuesta estacionaria.



**Figura 4.7:** Comparación de estados reales y estimados con  $\sigma = 2$

### Estructura de estimación $\sigma = 3$

Teniendo como estructura de estimación

$$x_\nu = \begin{bmatrix} c_1 \\ \tau_1 \\ c_2 \end{bmatrix}; \quad x_\nu = \begin{bmatrix} \tau_2 \\ c_3 \\ \tau_3 \end{bmatrix} \quad \kappa = 3 \quad (4.22)$$

por lo tanto la matriz de estimación aproximada

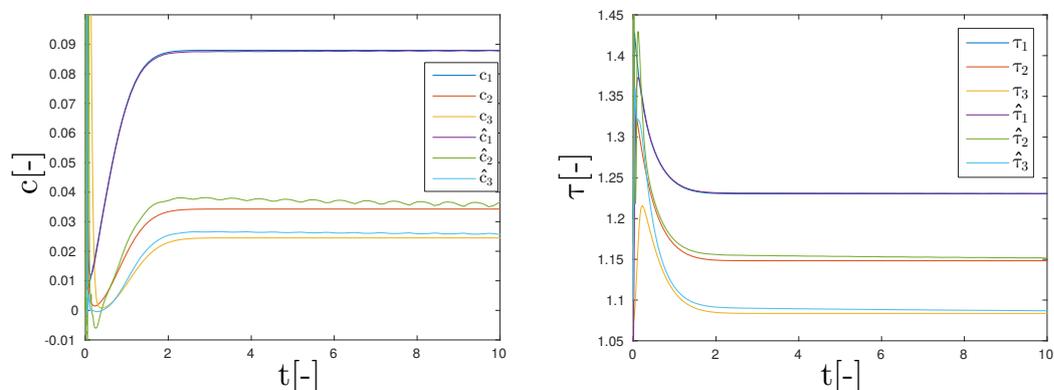
$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix}, \quad \dim(O) = 3 \times 3 \quad (4.23)$$

Se obtienen los valores singulares para el cálculo de  $s = \frac{1}{msv}$  y  $cn = \frac{Msv}{msv}$ .

$$sv_3 = \begin{bmatrix} 488.9040 \\ 3.2601 \\ 0.2540 \end{bmatrix}; \quad s_3 = \frac{1}{0.2540} = 3.9371; \quad cn_3 = \frac{488.9040}{0.2540} = 1924.9$$

Se puede concluir que con una estructura  $\sigma = 3$  tanto el condicionamiento, como la propagación del error tienen valores muy grandes, en especial el número de condicionamiento lo cual indica que la matriz  $O$  está muy mal condicionada y puede presentar error numérico a la hora de encontrar la inversa. Además, puede observarse en la figura 4.8 que la convergencia es más lenta y la respuesta del estimador presenta mayor oscilación en estado permanente.

#### 4. ESTIMADOR DE ESTADOS DEL SISTEMA A LAZO ABIERTO

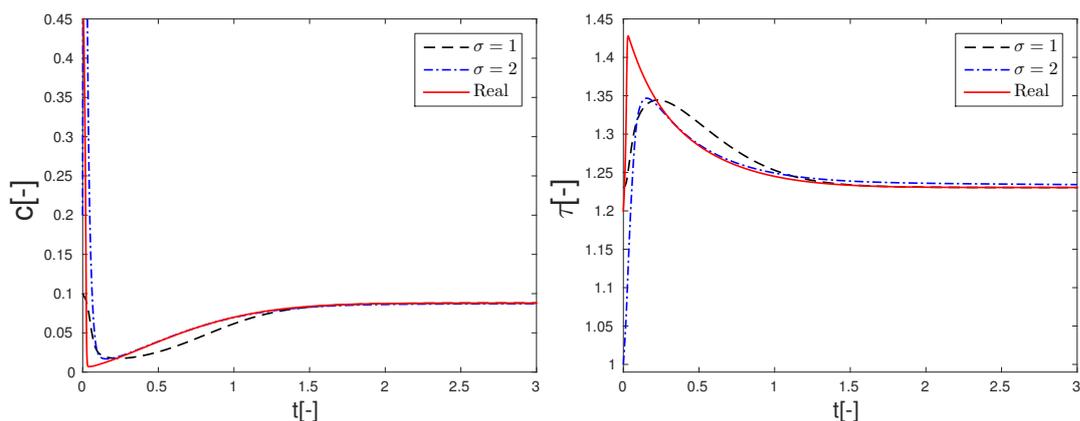


**Figura 4.8:** Comparación de estados reales y estimados con  $\sigma = 3$

Se puede observar que de la estructura  $\sigma = 2$  a la estructura  $\sigma = 3$  no hay una mejora apreciable (tal como ocurre en [8]).

Se realizaron los análisis de las estructuras de estimación restantes ( $\sigma = 4, \dots, 6$ ) notando que, mientras se iba incrementando  $\sigma$ , el número de condicionamiento y la propagación del error aumentaban también su valor, tanto que no fue posible realizar simulaciones y por ello el análisis no se incluyó en este trabajo.

En la figura 4.9 se puede observar la comparación del funcionamiento de los estimadores con estructura  $\sigma = 1$  y  $\sigma = 2$ , en donde puede apreciarse que la velocidad de reconstrucción del de estructura  $\sigma = 2$  es mayor a la de  $\sigma = 1$  (aproximadamente 2 veces más rápido) aunque presenta una incertidumbre experimental (aproximadamente del 0.3%).



**Figura 4.9:** Comparación de los estimadores geométricos con  $\sigma = 1$ ,  $\sigma = 2$  y la realidad (reactor 1)

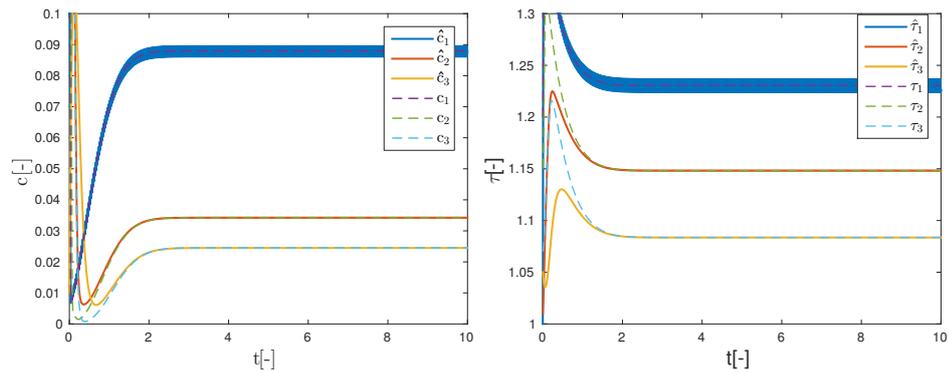
Se puede concluir que el EG tiene un desempeño bastante aceptable, tanto con estructura

de estimación  $\sigma = 1$  como con  $\sigma = 2$  además de que su implementación es más fácil y simple debido a la poca carga computacional que implica superando en este sentido al FEK. A continuación se presentarán estos algoritmos de estimación diseñados pero considerando ruido en el sensor.

## Estimadores con ruido en el sensor

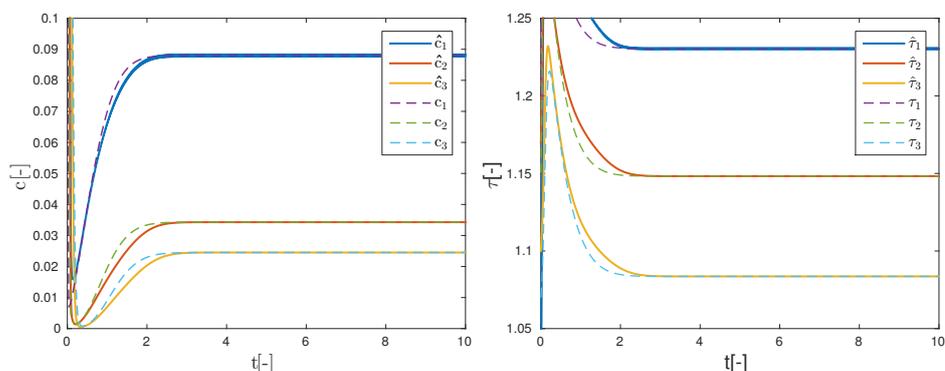
A continuación se presentan las respuestas de ambos estimadores en su mejor caso (Innovando parte del estado para el FEK y con estructura de estimación  $\sigma = 1$ ) considerando que existe ruido de tipo senoidal de alta frecuencia en el sensor de medición de temperatura.

### FEK



**Figura 4.10:** Estados reales y estimados (FEK) con ruido en el sensor

## GE



**Figura 4.11:** Estados reales y estimados (GE) con ruido en el sensor

Como se puede ver en las figuras 4.10 y 4.11, en todos los casos el estimador converge a un conjunto compacto al rededor de la realidad, en donde, el tamaño de ese conjunto depende de la amplitud del ruido, y de que tanto se amplifica con el estimador. La diferencia principal radica en la simplicidad de implementación y carga computacional debida al número de ecuaciones que se tienen que integrar en línea, siendo el GE el más simple y que presenta una convergencia al conjunto compacto adecuada. Además se puede observar que el conjunto compacto en el GE tiene una amplitud menor que en el FEK, siendo esta otra de sus ventajas.

## Conclusiones

Con fines de comparación, se diseñaron dos algoritmos de estimación (a lazo abierto, midiendo en el primer reactor y sin error paramétrico), de los cuales, uno de ellos será utilizado en nuestro esquema de control-monitoreo que da solución al problema de este trabajo. Empezando por el Filtro Extendido de Kalman, el cual es usado ampliamente en la industria, pero que para sistemas como este presenta un problema de complejidad debido al alto número de ecuaciones que deben integrarse. En seguida, se diseñó un Estimador Geométrico, el cual tiene la ventaja de contar con un grado de libertad que es la estructura de estimación, además de ser más simple en cuanto a implementación debido a su ligera carga computacional. Estos estimadores se compararon a lazo abierto y con ruido en el sensor, teniendo la ventaja el GE ya que presenta una buena velocidad de convergencia y el conjunto compacto al que converge es de menor amplitud que con el FEK. Para finalizar, es necesario indicar que se seleccionó el EG de estructura  $\sigma = 1$  para el esquema de control-monitoreo debido a las ventajas antes mencionadas. En el siguiente capítulo se usará el Estimador Geométrico para el diseño del control en el cual se consideran los estados como no conocidos y se realizarán comparaciones de desempeño entre el control por retroalimentación de la salida y el control por retroalimentación de los estados.

# Control no lineal con retroalimentación de salida

En este capítulo se realizan simulaciones usando en conjunto el algoritmo de estimación GE y el control NLRE diseñados anteriormente, lo cual implica un control no lineal por retroalimentación de la salida (NLRS), además de comparar su funcionamiento con el sistema (conociendo todos los estados) en lazo cerrado empleando el control NLRE. Así mismo, se comparará también ambos esquemas considerando error en alguno de sus parámetros.

## Sin error paramétrico

Se realizaron nuevas simulaciones con el controlador diseñado en el capítulo 3, pero esta vez usando los estados estimados obtenidos por el algoritmo de estimación que a su vez utiliza la medición (salida) de la planta real.

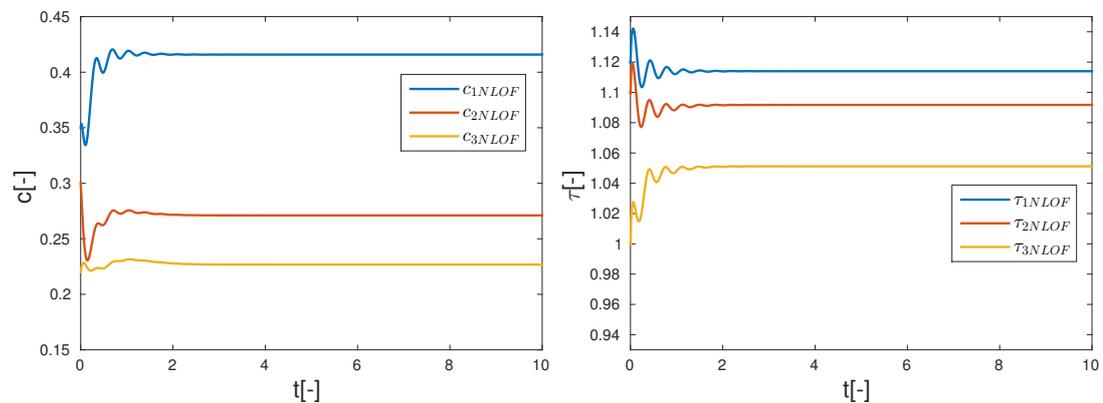
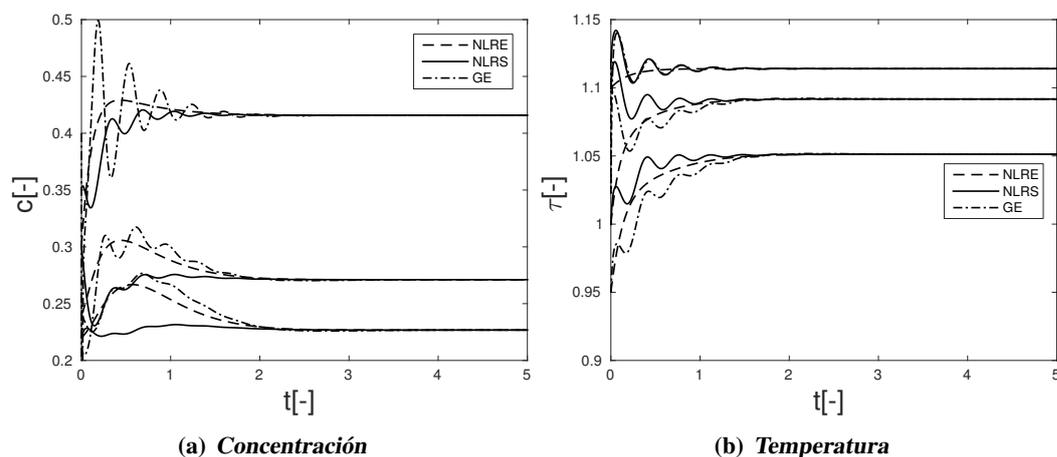


Figura 5.1: Estados del sistema en lazo cerrado (Control NLRS)

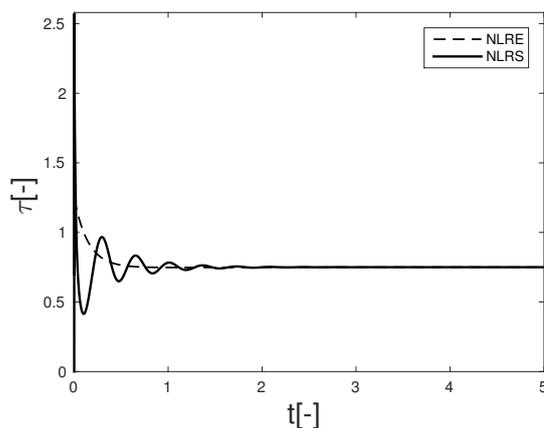
## 5. CONTROL NO LINEAL CON RETROALIMENTACIÓN DE SALIDA

En la figura 5.1 puede observarse que el control NLRS cumple con el objetivo de este trabajo ya que estabiliza en el estado estacionario deseado. En seguida se muestra la comparación entre el control NLRE y el NLRS.



**Figura 5.2:** Comparación de los estados en lazo cerrado con control NLRE vs NLRS [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente]

Se puede observar en la figura 5.2 que el desempeño de ambos es muy parecido. En este caso, la ventaja la tiene el NLRE por su rápida convergencia y ausencia de oscilaciones aunque, como se mencionó anteriormente, presenta la gran desventaja de que necesita conocer todos los estados para poder ser implementado. Así mismo, también se puede observar el desempeño del Estimador Geométrico, el cual permitirá realizar el monitoreo. En la figura 5.3 se muestra la comparación de ambos esfuerzos de control teniendo nuevamente la ventaja el NLRE debido a la ausencia de oscilaciones y de cambios bruscos.



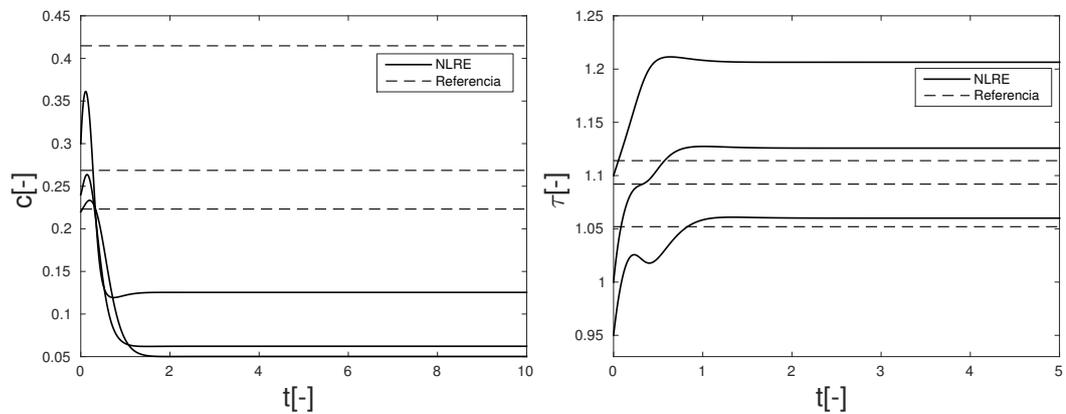
**Figura 5.3:** Comparación del esfuerzo de control NLRE vs NLRS

En este punto, se puede considerar como solucionado el problema de este trabajo, contando

con un esquema de control (NLRS) con monitoreo (GE,  $\sigma = 1$ ). A continuación se presenta el caso en el que existe error paramétrico en el controlador, tanto para el NLRE como para el NLRS.

## Con error paramétrico

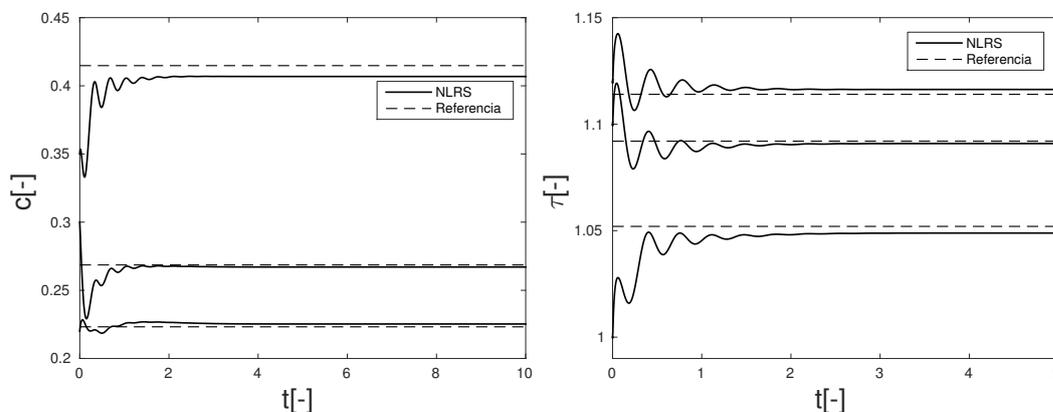
En este caso se considera un error en los coeficientes de dispersión, tanto másico como térmico, en el modelo de ambos controladores ya que su funcionamiento será comparado.



**Figura 5.4:** Estados del sistema a lazo cerrado (NLRE) con error en los parámetros del modelo [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente]

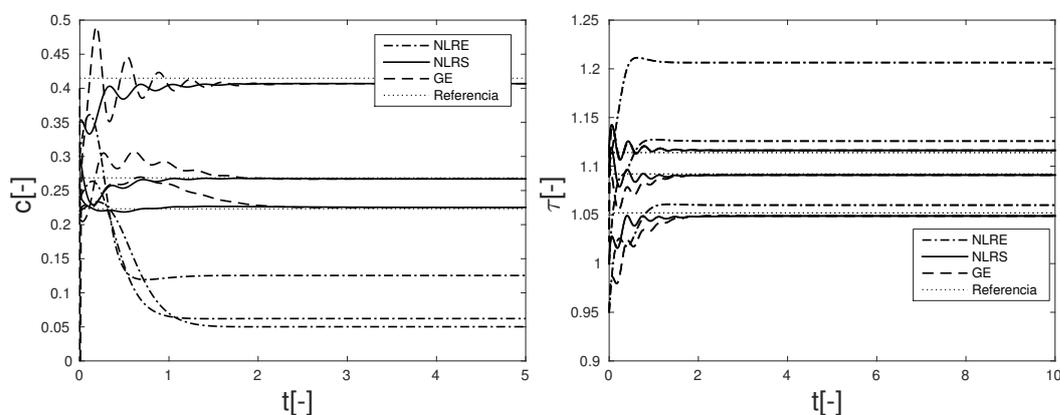
En la figura 5.4 se puede observar que los valores, a los que los estados en lazo cerrado con el control NLRE convergen, cambian (aproximadamente 70%) debido al error que existe en los parámetros del modelo. Esto implica que este control no cuenta con un mecanismo que disipe o contrarreste el error paramétrico.

## 5. CONTROL NO LINEAL CON RETROALIMENTACIÓN DE SALIDA



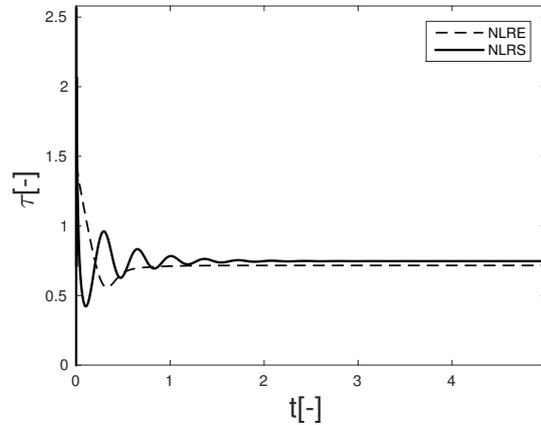
**Figura 5.5:** Estados del sistema a lazo cerrado (NLRS) con error en los parámetros del modelo [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente]

Se puede observar en la figura 5.5 que, a diferencia del NLRE, los estados en lazo cerrado con el control NLRS convergen a valores cercanos a los de referencia, lo cual es debido a que el algoritmo de estimación de alguna manera ayuda al control a converger al valor deseado.



**Figura 5.6:** Comparación del control NLRE contra el NLRS con error en los parámetros del modelo [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente]

En la figura 5.6 se puede observar, de manera más fácil, la comparación de ambos controladores y se puede notar la diferencia que existe entre ellos, además de verificar el funcionamiento del Estimador Geométrico para el monitoreo. A continuación se muestra la comparación de los dos esfuerzos de control.



**Figura 5.7:** Comparación del esfuerzo de control NLRE vs NLRS (con error paramétrico)

En la figura 5.7 se puede observar que el desempeño de los dos controladores (NLRE y NLRS) es parecido al caso anterior ya que el NLRS presenta más oscilación, aunque tiene la gran ventaja de no necesitar conocer todos los estados para su implementación. Además, como se vio en la figura 5.5, el control NLRE no presenta una convergencia a los valores de referencia y, aunque el NLRS tiene un error aproximado del 0.38 %, sería el más adecuado para el esquema de control con monitoreo que cumple con el objetivo de este trabajo.

## Conclusiones

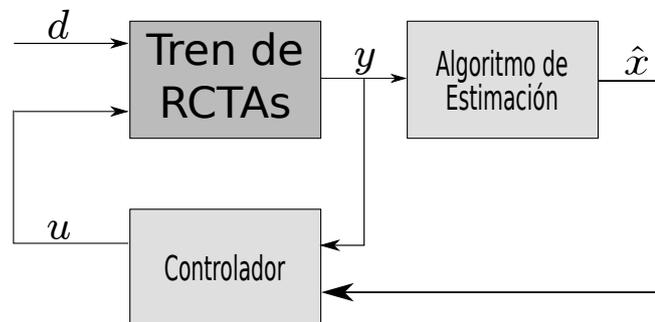
Cómo era de esperarse, sin la presencia de error en los parámetros del modelo (coeficiente de dispersión) el controlador que presentó mejor funcionamiento en cuanto a velocidad de convergencia, y error de regulación fue el NLRE. Ante error paramétrico, el controlador con el mejor funcionamiento fue el NLRS debido a la presencia del estimador geométrico y su acción integral. En este caso, se puede notar la fuerte dependencia que tiene el control NLRE con el modelo del sistema ya que, si cambia alguno de sus parámetros, no cuenta con algún mecanismo que permita corregir ese error. Por lo tanto, se puede descartar el uso del control NLRE al menos para el uso en el esquema de control-monitoreo, aunque será empleado más adelante con el fin de comparar su desempeño. Se puede decir que, hasta este punto, ya se presentó una solución simultánea y robusta al problema de control-monitoreo, sin embargo, para la aplicación industrial resulta demasiado difícil debido a la dependencia que existe del control con el algoritmo de estimación y su complejidad computacional, ya que el control depende de que, 8 EDO's para el Estimador Geométrico o 27 EDO's para el Filtro Extendido de Kalman, tengan solución numérica bien condicionada. Por lo tanto se buscará una simplificación la cual es el objetivo del siguiente capítulo.



# Esquema simplificado de control con monitoreo

---

La desventaja de estas propuestas de solución presentadas en los capítulos anteriores es que, a nivel industrial, los esquemas diseñados resultan muy complejos (figura 6.1), lo cual exige una simplificación para su implementación (figura 2.4).



**Figura 6.1:** Diagrama de los controladores diseñados anteriormente

Para el rediseño del controlador se desacoplará el esquema de control-monitoreo teniendo al estimador y al controlador trabajando de manera independiente. En específico, en este capítulo, el control se diseña con una técnica que al final se puede traducir como un control proporcional-integral (PI).

## Control Proporcional-Integral

Este diseño de control ha sido estudiado previamente en [22] para un bio-reactor con cinética tipo Haldane, en [11] para un reactor químico tubular exotérmico y en [6] y [13] para RCTAs, entre otros ([18], [23]).

## 6. ESQUEMA SIMPLIFICADO DE CONTROL CON MONITOREO

---

Se tiene el sistema 2.10 y ya que, de capítulos anteriores, se definió un criterio para la selección de la ubicación espacial del sensor para fines, tanto de estimación, como de control, se usará la ecuación de la salida  $\tau_1$  reescribiéndose como

$$\dot{\tau}_1 = f(c_1, \tau_1, \tau_2, \tau_e, \tau_c) = \lambda\tau_1 + au + e \quad (6.1)$$

donde  $\lambda = -(\theta + \vartheta_h)$ ,  $a = v$ ,  $u = \tau_c$  y  $e = \theta\tau_e + \vartheta_h\tau_2 + \beta r(c_1, \tau_1)$ . Se define una nueva variable que consiste en la resta de la ecuación 6.1 menos su valor nominal (desviación),  $x = \tau_1 - \bar{\tau}_1$ , y su derivada está definida como

$$\dot{x} = \lambda x + am + \iota \quad (6.2)$$

donde  $m = u - \bar{u}$  y  $\iota = e - \bar{e}$ . Además, se define una variable para la diferencia de la salida y su valor nominal  $\psi = y - \bar{y}$  y ya que sabemos que  $y = \tau_1$  tenemos que  $\psi = x$ . Se desea que la ecuación 6.2 tenga una dinámica específica definida por

$$\dot{x} = \lambda x + am + \iota = -kx \quad (6.3)$$

Obteniendo la ley de control a partir de esa dinámica deseada y sabiendo que  $-kx = -k(\tau_1 - \bar{\tau}_1)$

$$am = -k\psi - \lambda\psi - \hat{\iota} \quad (6.4)$$

se puede notar que el diseño y la implementación sería muy similar al diseñado en el capítulo 3 pero, en este caso, en la ecuación 6.2 se asume que  $\iota$  no es conocido por lo que se diseñará un observador para estimarlo. Sustituyendo  $\psi$  en la ecuación 6.2 ya que, se usará la señal de la salida para realizar la estimación

$$\dot{\psi} = \lambda\psi + am + \hat{\iota} \quad (6.5)$$

teniendo, así un estimador de la forma

$$\dot{\hat{\iota}} = \omega[\dot{\psi} - (\lambda\psi + am + \hat{\iota})] \quad (6.6)$$

definiendo una nueva variable  $\chi = \hat{\iota} - \omega\psi$  y escribiendo la ecuación 6.6 en términos de esta nueva variable

$$\dot{\chi} = -\omega\chi - \omega[\psi(\lambda + \omega) + am] \quad (6.7)$$

Sustituyendo la ecuación 6.4 en la ecuación anterior se tiene 6.7

$$\dot{\chi} = -\omega\chi - \omega[\psi\omega - k\psi - \hat{\iota}] \quad (6.8)$$

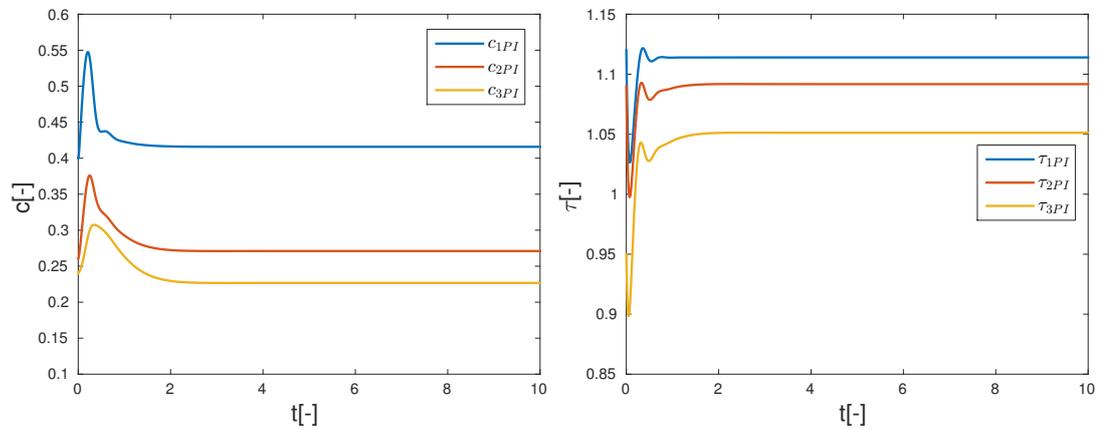
y sustituyendo  $\hat{i} = \chi + \omega\psi$  se tiene

$$\dot{\chi} = (k\omega)\psi \quad (6.9)$$

Integrando  $\dot{\chi}$  y sustituyendo en la ecuación de la ley de control 6.4

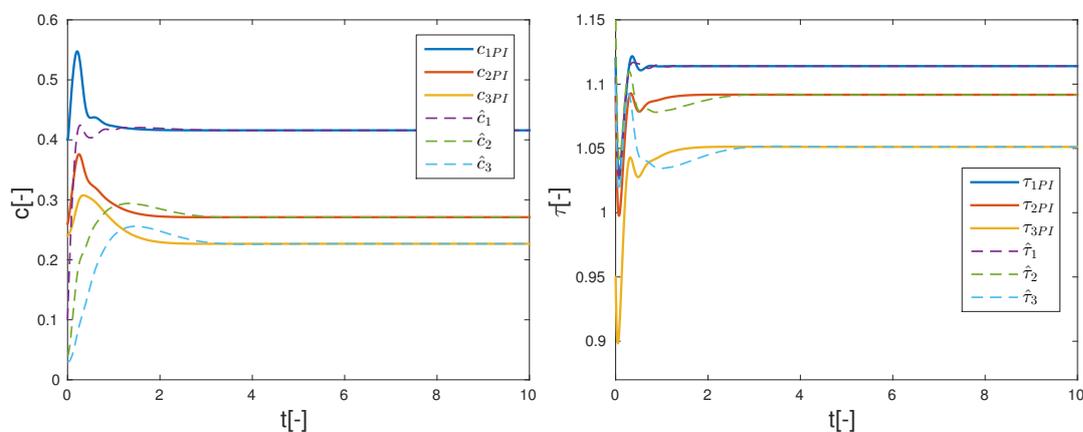
$$am = -(k + \lambda + \omega)\psi - k\omega \int_0^t \psi dt \quad (6.10)$$

Siendo este nuestro control proporcional-integral. A continuación se muestran simulaciones de su desempeño.



**Figura 6.2:** Respuesta del sistema a lazo cerrado con control PI

Se puede observar que el control cumple con el objetivo de estabilizar en el estado estacionario deseado, además de tener una respuesta transitoria aceptable. Dado que sólo se utiliza la salida para construir la ley de control, el estimador será utilizado únicamente como un monitoreo.

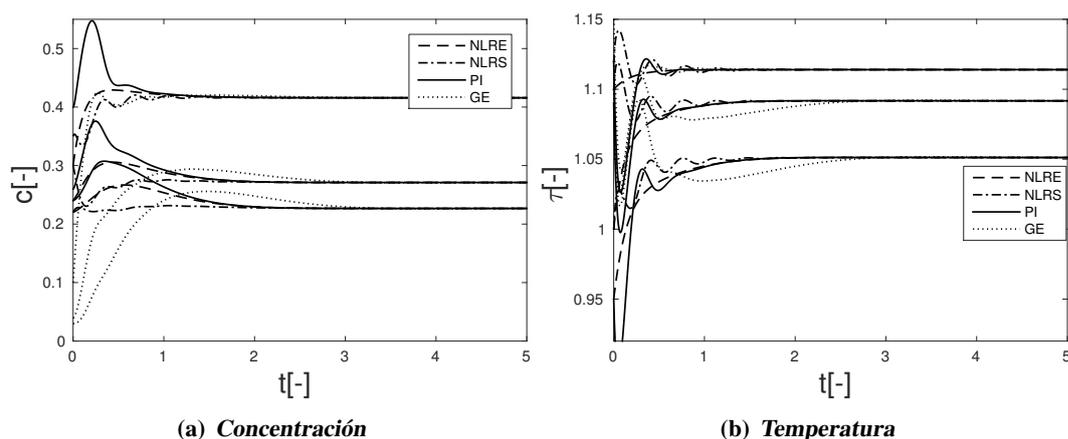


**Figura 6.3:** Respuesta del sistema a lazo cerrado con control PI y el monitoreo mediante el Estimador Geométrico

En la figura 6.3 se puede observar la convergencia de las señales estimadas al valor real del sistema. A continuación se hará una comparación con los controladores diseñados anteriormente.

### Comparación de controladores

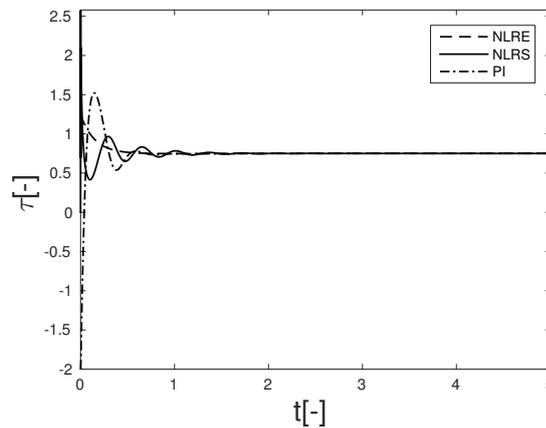
En esta sección se muestra gráficamente la comparación del funcionamiento de todos los controladores diseñados y se definirá, finalmente, el que será usado para el esquema de control-monitoreo.



**Figura 6.4:** Comparación del funcionamiento de los controladores diseñados (NLRE-NLRS-PI) [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente]

En la figura 6.4 se puede observar que el funcionamiento del control PI es parecido al del

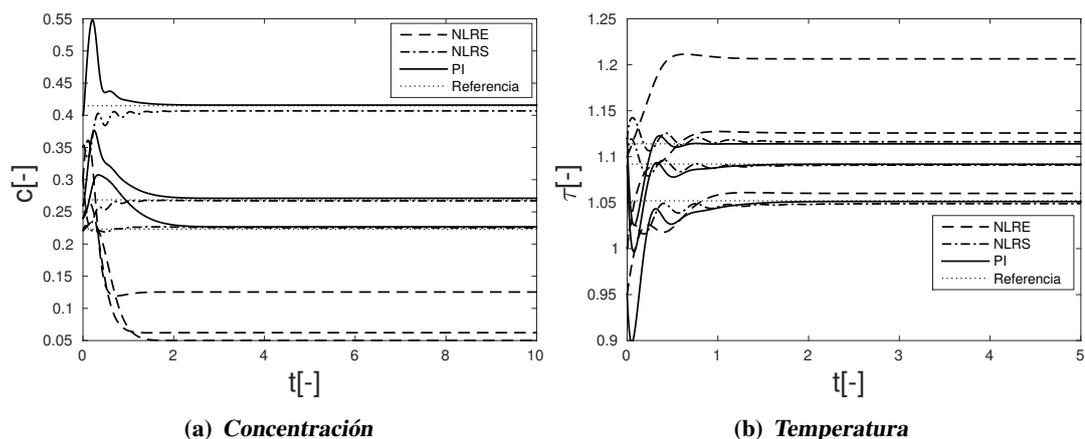
control NLRS (velocidad de convergencia muy similar), aunque en los estados de concentración presenta un sobrepaso de 32.6 % (para el reactor 1). Además, se puede observar cómo el Estimador Geométrico no tiene efecto en el control ya que es únicamente para monitoreo.



**Figura 6.5:** Comparación de los esfuerzos de control NLRE-NLRS-PI

En la figura 6.5 se presenta la comparación de los esfuerzos de control, en donde se puede observar que el control PI presenta mayor amplitud en sus oscilaciones. Se podría decir que, en condiciones sin presencia de error paramétrico, el control que presenta mejor desempeño es el NLRS pero tiene la desventaja de depender fuertemente del modelo, seguido del PI (debido a su poca dependencia del modelo y simplicidad) y el NLRE en último lugar, aunque estos últimos tienen un funcionamiento muy similar en cuanto a velocidad de convergencia.

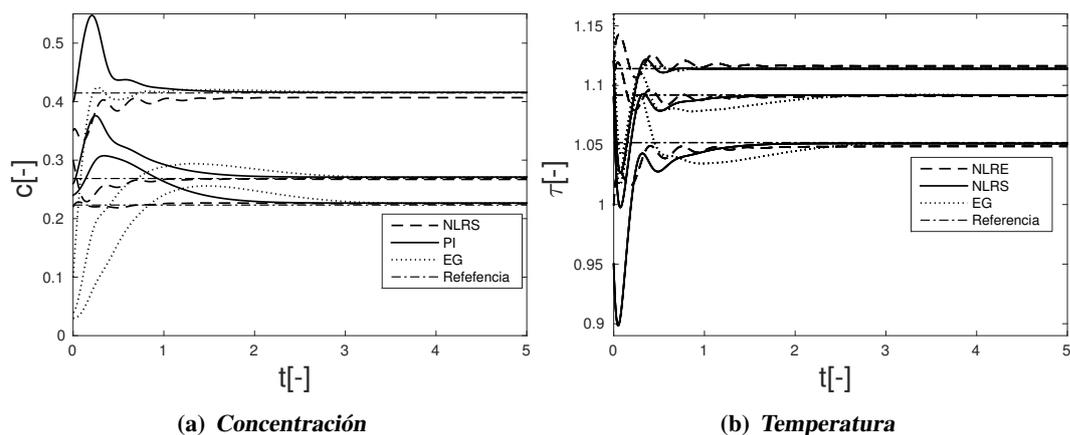
En seguida se muestra la comparación con el efecto de error paramétrico.



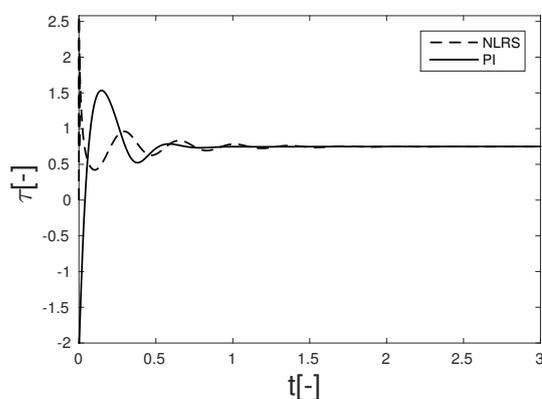
**Figura 6.6:** Comparación del funcionamiento de los controladores diseñados (NLRE-NLRS-PI) con error paramétrico [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente]

## 6. ESQUEMA SIMPLIFICADO DE CONTROL CON MONITOREO

Se muestra, en la figura 6.6, el desempeño de cada controlador con error en el parámetro del coeficiente de dispersión (el mismo que se usó en el capítulo 5). Ya que desde el capítulo anterior se descartó el control NLRE por presentar mal desempeño ante error paramétrico, en la figura 6.6 se muestra únicamente la comparación del control NLRS y el PI, mientras que, en la figura 6.8, se muestra la comparación de los esfuerzos de control.



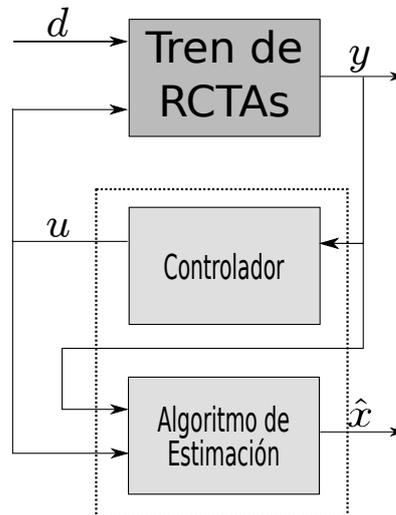
**Figura 6.7:** Comparación del funcionamiento de los controladores diseñados (NLRS-PI) con error paramétrico [Reactor 1 a reactor 3, en orden descendente]



**Figura 6.8:** Comparación de los esfuerzos de control NLRS-PI

En la figura 6.7 se puede observar que el control PI converge a las señales de referencia, mientras que el NLRS, como se vio en el capítulo anterior, presenta un error (del 0.38 %). Además, se puede observar (figura 6.8) que los esfuerzos de control son muy parecidos, aunque el PI presenta una mayor amplitud en sus oscilaciones pero tiene la ventaja de no depender del estimador para su construcción, el cual es usado únicamente como mecanismo de monitoreo. Con todo esto, se puede decir que el controlador que presenta el mejor compromiso entre desempeño (velocidad de convergencia), robustez ante error paramétrico, simplicidad en

cuanto a no linealidad, y dependencia del modelo es el PI. Por lo tanto, el esquema de control-monitoreo ha sido simplificado, cumpliendo así el objetivo de este trabajo.



**Figura 6.9:** Esquema simplificado de control con monitoreo

## Conclusiones

Se simplificó, con éxito, el esquema diseñado anteriormente, obteniendo un esquema de control con monitoreo en el cual no existe dependencia del control con el algoritmo de estimación (figura 6.9), ya que el control es construido únicamente empleando la señal de salida del sistema ( $\tau_1$ ) debido a que el estimador está desacoplado. El algoritmo de estimación del Estimador Geométrico es usado únicamente como monitoreo, tal y como se presenta en la figura 6.9.

Se pudo observar que, ante la presencia de error paramétrico en el modelo, el control PI tuvo el mejor desempeño debido a su poca dependencia con el modelo del sistema y, aunque presenta cierta oscilación, las ventajas que su diseño implica es lo que ha llevado a la selección del control PI como parte del esquema de control-monitoreo simplificado que da solución al problema de esta tesis.



## Conclusiones Generales

---

Se resolvió el problema de diseño del esquema de control con monitoreo planteado, identificando adecuadamente las condiciones de resolubilidad, tanto para el control (pasividad), como para el monitoreo (detectabilidad). El diseño de este esquema se traduce en un control simple y desacoplado del estimador no lineal de estados, así como una construcción y sintonización sistemática y simple para ambas partes (comparten parámetros de sintonización). Se definió un criterio de ubicación del sensor con base en la pasividad robusta lo cual coincide con el criterio empleado en la industria para reactores tubulares distribuidos.

Se diseñaron dos algoritmos de estimación, empezando por el más común y aceptado a nivel industrial que es el Filtro Extendido de Kalman, seguido por el Estimador Geométrico, el cual tiene la gran ventaja de contar con un grado de libertad estructural que facilita su implementación. Al final se seleccionó el estimador Geométrico debido a su poca carga computacional y buena velocidad de reconstrucción.

En cuanto al funcionamiento de los controladores diseñados, en el caso “ideal”, en el que se tiene modelo, medición y actuación perfecta, se puede concluir que el control No Lineal por Retroalimentación de Estados (NLRE) es mejor que el control Proporcional-Integral avanzado y este, a su vez, tiene un desempeño muy similar (en cuanto a velocidad de convergencia) al control No Lineal por retroalimentación de Salida (NLRS).

Para el caso “real” en el que existe errores en parámetros y ruido en las mediciones, el control que presentó mejor funcionamiento fue el control Proporcional Integral, teniendo la ventaja de poca dependencia con el modelo y velocidad de convergencia cercana a la del comportamiento límite teórico, además de que su funcionamiento es totalmente independiente del estimador de estados. Seguido por el control no lineal por retroalimentación de salida el cual, aunque es ayudado por el algoritmo de estimación, presenta cierto error de regulación. Y por último el control no lineal por retroalimentación de estados, el cual, al no tener algún mecanismo de corrección, presenta un error de regulación muy alto.

### **Trabajo a futuro**

Para continuar con la investigación de esta tesis se puede empezar con estudiar el caso del control no lineal por retroalimentación de salida (NLRS) empleando el mismo estimador geométrico pero considerando un índice de observabilidad 2 ya que existe la incertidumbre de si un estimador con extensión dinámica de grado relativo 2 (o mayor) mejora o no el desempeño del controlador. Además de incluir la saturación ya que, como se mostró anteriormente, los esfuerzos de control pueden llegar a ser muy altos, así como protección de anti-encuerdamiento, partiendo de los resultados de Hugo Franco [11].

Una extensión inductiva hacia reactores tubulares distribuidos modelados mediante diferencias finitas como sistemas por etapas de bajo orden (entre 30 y 50 etapas), o bien de alto orden (entre 100 y 300 etapas) como en los modelos que subyacen a los resolvedores numéricos de ecuaciones parciales.

Finalmente, sería interesante estudiar la posible observabilidad multivaluada encontrada en el capítulo 4 cuando se realiza la medición en el reactor 3. Esto es un tema interesante y poco explorado: pareciera que los sistemas por etapas, interconectados y los distribuidos son generadores de bidetectabilidad cuando el sensor no se ubica adecuadamente. Es decir, un sensor bien ubicado debe estar suficientemente alejado de la posible bidetectabilidad.

## Bibliografía

---

- [1] Antonio A Alonso, Ioannis G Kevrekidis, Julio R Banga, and Christos E Frouzakis. Optimal sensor location and reduced order observer design for distributed process systems. *Computers & chemical engineering*, 28(1):27–35, 2004. [19](#)
- [2] Jesús Álvarez and Carlos Fernández. Geometric estimation of nonlinear process systems. *Journal of process control*, 19(2):247–260, 2009. [30](#)
- [3] H Amrehn. Computer control in the polymerization industry. *Automatica*, 13(5):533–545, 1977. [25](#)
- [4] Rutherford Aris. *The Optimal Design of Chemical Reactors A Study in Dynamic Programming by Rutherford Aris*, volume 3. Elsevier, 2000. [5](#)
- [5] Shoujun Bian and Michael A Henson. Measurement selection for on-line estimation of nonlinear wave models for high purity distillation columns. *Chemical Engineering Science*, 61(10):3210–3222, 2006. [25](#)
- [6] Jorge Diaz-Salgado, Jesus Alvarez, Alexander Schaum, and Jaime A Moreno. Feedforward output-feedback control for continuous exothermic reactors with isotonic kinetics. *Journal of Process Control*, 22(1):303–320, 2012. [43](#)
- [7] Carlos Fernandez, Jesus Alvarez, Roberto Baratti, and Andrea Frau. Estimation structure design for staged systems. *Journal of process control*, 22(10):2038–2056, 2012. [25](#), [27](#)
- [8] Carlos Rubén Fernández Zavala. *Diseño de la Estructura de Estimación de Composiciones para Columnas de Destilación Binaria: un enfoque Geométrico*. PhD thesis, Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Iztapalapa, 2009. [25](#), [31](#), [34](#)
- [9] H Scott Fogler et al. *Elements of chemical reaction engineering*. Prentice-Hall International London;, 1999. [5](#)
- [10] Gary L Foutch and Arland H Johannes. Reactors in process engineering. *Encyclopedia of Physical Science and Technology*, 12:40, 1987. [1](#)
- [11] Hugo Franco. Control saturado de un reactor químico tubular exotérmico. Master’s thesis, UNAM, 2016. [9](#), [43](#), [52](#)

## BIBLIOGRAFÍA

---

- [12] Arthur Gelb. *Applied optimal estimation*. MIT press, 1974. [27](#)
- [13] Pablo González and Jesús Alvarez. Combined proportional/integral- inventory control of solution homopolymerization reactors. *Industrial & engineering chemistry research*, 44(18):7147–7163, 2005. [43](#)
- [14] Atsunobu Ichikawa and Eugene P Ryan. Sensor and controller location problems for distributed parameter systems. *Automatica*, 15(3):347–352, 1979. [19](#)
- [15] Teresa López and Jesús Alvarez. On the effect of the estimation structure in the functioning of a nonlinear copolymer reactor estimator. *Journal of Process Control*, 14(1):99–109, 2004. [24](#), [25](#), [26](#)
- [16] William L Luyben. Evaluation of criteria for selecting temperature control trays in distillation columns. *Journal of Process Control*, 16(2):115–134, 2006. [25](#)
- [17] Jaime A Moreno and Jesus Alvarez. A bivalued observer for a class of uncertain reactors. *IFAC Proceedings Volumes*, 46(31):261–266, 2013. [24](#)
- [18] Isrrael Najera, Jesus Alvarez, and Roberto Baratti. Feedforward ouput-feedback control for a class of exothermic tubular reactors. *IFAC-PapersOnLine*, 48(8):1075–1080, 2015. [43](#)
- [19] Israel Nájera. Modelado y control de una clase de reactores tubulares exotérmicos. Master's thesis, UAM, 2012. [9](#)
- [20] Ronia Marques Oisiovisci and Sandra Lúcia Cruz. State estimation of batch distillation columns using an extended kalman filter. *Chemical Engineering Science*, 55(20):4667–4680, 2000. [25](#)
- [21] Marcella Porru, J Alvarez, and R Baratti. Composition estimator design for industrial multicomponent distillation column. *Chemical Engineering Transaction*, 32:1–6, 2013. [19](#)
- [22] A Schaum, J Alvarez, and T Lopez-Arenas. Saturated pi control of continuous bioreactors with haldane kinetics. *Chemical engineering science*, 68(1):520–529, 2012. [43](#)
- [23] Alexander Schaum, Jesus Alvarez, Juan P Garcia-Sandoval, and Victor M Gonzalez-Alvarez. On the dynamics and control of a class of continuous digesters. *Journal of Process Control*, 34:82–96, 2015. [43](#)
- [24] Sigurd Skogestad and Ian Postlethwaite. *Multivariable feedback control: analysis and design*, volume 2. Wiley New York, 2007.