



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – HIDRÁULICA

**FOCALIZACIÓN DE LA ENERGÍA DEL OLEAJE PARA SU APROVECHAMIENTO COMO
FUENTE DE ENERGÍA RENOVABLE**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
M.C. SANTIAGO GAJÁ FERRER

TUTOR (ES) PRINCIPAL(ES)
DR. RODOLFO SILVA CASARÍN, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM
COMITÉ TUTOR
DR. EDGAR GERARDO MENDOZA BALDWIN, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM
DR. ADRIÁN PEDROZO ACUÑA, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM
DR. CARLOS AGUSTÍN ESCALANTE SANDOVAL, FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM
DR. ISMAEL MARIÑO TAPIA, CINVESTAV

MÉXICO, CDMX, MARZO 2018

JURADO ASIGNADO:

Presidente:	Dr. Carlos Agustín Escalante Sandoval
Secretario:	Dr. Edgar Gerardo Mendoza Baldwin
1er Vocal:	Dr. Rodolfo Silva Casarín
2ndo. Vocal	Dr. Adrián Pedrozo Acuña
3er. Vocal:	Dr. Ismael De Jesús Mariño Tapia

Lugar donde se realizó la tesis:

Instituto de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México
Circuito Escolar s/n. Ciudad Universitaria
Delegación Coyoacán, C.P. 04510
Ciudad de México
MÉXICO

TUTOR DE TESIS:

Dr. Rodolfo Silva Casarín



A mis queridas hijas Maya y Nina, por iluminar mi vida con su sonrisa.

A Citlalli, por hacer de esta vida una aventura maravillosa.

Agradecimientos

Al Dr. Rodolfo Silva Casarín y al Dr. Edgar Gerardo Mendoza por su apoyo incondicional, su confianza y por sus valiosos consejos a lo largo de este proyecto.

A la Facultad de Ingeniería de la UNAM, al Dr. Carlos Agustín Escalante Sandoval y al personal docente y técnico del Laboratorio de Hidráulica, por facilitarme el trabajo durante las pruebas en el Estanque de Oleaje.

Al Dr. Adrián Pedrozo Acuña y al Dr. Ismael Mariño Tapia, por su participación como sinodales y por sus valiosas pláticas y enseñanzas.

Al Ing. Ponciano Trinidad López por su cooperación y arduo trabajo durante las pruebas de laboratorio en el Estanque de Oleaje.

Al personal técnico y a los estudiantes del Laboratorio de Costas y Puertos del Instituto de Ingeniería, en especial a Isaac Moreno, David Rosales y Jair Del Valle, por su apoyo en la construcción de los modelos físicos y el acondicionamiento del Estanque de Oleaje.

Al Servicio Académico de Monitoreo Meteorológico y Oceanográfico (SAMMO), de la Unidad Académica de Sistemas Arrecifales de Puerto Morelos del Instituto de Ciencias del Mar y Limnología de la UNAM, en especial al M.C. José Edgar Escalante Mancera y al M.I. Miguel Ángel Gómez Reali por los datos batimétricos de Puerto Morelos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca otorgada para la realización de mis estudios de Doctorado.

Al fondo CONACyT-SENER proyecto ICCEO (232986), por el apoyo económico durante las pruebas finales con el modelo numérico CELERIS.

A mis padres y a mis hermanos, por su cariño confianza y compañía.

A todos los que de una forma u otra hicieron posible este logro.

RESUMEN

El aprovechamiento de la energía del oleaje por medio de dispositivos de conversión de energía mecánica a energía eléctrica (WECs, por sus siglas en inglés) tiene particularidades derivadas de su ubicación geográfica. La principal limitante conocida en el aprovechamiento es la baja densidad de energía propia de las latitudes intermedias (30° S a 30° N), de los mares semicerrados y de las zonas costeras (donde el oleaje ha perdido energía debido a los efectos de fondo), a diferencia de la alta densidad de energía propia de latitudes mayores (30° N a 60° N y 30° S a 60° S), de mares abiertos y de sitios costa afuera. Esta diferencia de energía puede ser compensada con la focalización de los frentes del oleaje para incrementar el potencial que arriba a los dispositivos de conversión. En este trabajo se propone el uso de lentes elípticos sumergidos como una alternativa viable para la focalización del oleaje, y con ello disponer de focos de alta energía para su aprovechamiento como fuente de energía renovable. Con la finalidad de poder determinar los parámetros geométricos óptimos del lente con respecto a las condiciones del oleaje incidente, se llevó a cabo una evaluación de su eficiencia por medio de un modelo numérico de oleaje de tipo Boussinesq, validado con datos experimentales obtenidos en el Estanque de Oleaje de la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Los resultados encontrados permiten diseñar lentes elípticos sumergidos en función de las condiciones hidrodinámicas locales, en donde para el caso óptimo, la energía amplificada en el punto focal llega a ser hasta ocho veces mayor que la energía incidente. A partir de la aplicación de esta tecnología, es posible obtener una mayor concentración de energía del oleaje en latitudes intermedias, en mares semicerrados y en cualquier localidad cerca de la costa, optimizando el desempeño de los WECs costeros y suministrando energía más accesible y más económica que los sistemas costa afuera.

ABSTRACT

Wave energy conversion features unique conditions derived from its geographical location; where arguably, the main restriction is the relative low energy density distributed at intermediate latitudes (30° N to 30° S), semi-enclosed basins and nearshore locations (where ocean waves have lost some of their energy due to shallow water processes), with respect to the energy density distributed at higher latitudes (30° N to 60° N and 30° S to 60° S), open seas and offshore locations. This energy difference can be compensated with the focalization of wave trains in order to enhance the energy potential that arrives at the wave energy converters (WECs). In this work, the use of submerged elliptical lenses is proposed as a feasible alternative to focalize wave trains to obtain energy spots that could be harnessed as a renewable energy supply. In order to obtain the optimal geometry of the elliptical structure with respect to the incident wave conditions, an efficiency evaluation of the lenses was conducted using a Boussinesq-type wave numerical model, validated with experimental data obtained at the Engineering Faculty Wave Tank of the UNAM. The results let design the lenses as a function of the local hydrodynamics, in which for the optimal shape, the amplified energy is 8 times greater than the incident wave energy. With the application of this technology is possible to increase the energy supply at intermediate latitudes, semi-enclosed basins and at any location near the coast, consequently, improving the performance of near-shore WECs and providing a more affordable energy resource than offshore systems.

CONTENIDO

ÍNDICE DE TABLAS	11
ÍNDICE DE FIGURAS.....	12
1. INTRODUCCIÓN.....	17
2. ANTECEDENTES.....	24
3. METODOLOGÍA.....	27
3.1 Modelación Física	28
3.1.1 Diseño Experimental.....	30
3.2 Modelación Numérica.....	43
3.2.1 Descripción del Modelo Numérico de Oleaje CELERIS de Tipo Boussinesq....	43
3.2.2 Estanque Numérico	46
4. RESULTADOS	50
4.1 Validación del modelo Numérico de Oleaje CELERIS	50
4.2 Evaluación del Desempeño del Lente Sumergido	59
4.2.1 Pruebas de Profundidad Sobre el Lente Sumergido	67
4.2.2 Pruebas de Excentricidad	75
4.2.3 Región de Someramiento	91
4.2.4 Pruebas de Cambio en la Dirección del Oleaje Incidente.....	94
4.2.5 Caso a Escala Real con Batimetría Medida	97
4.2.5.1 Zona de Estudio, Batimetría Medida y Dominio Numérico	99
4.2.5.2 Obtención de Condiciones de Frontera a Partir de un Reanálisis de Oleaje de 10 años e Identificación de Estados de Mar	102
4.2.5.3 Propagación de Oleaje Hacia la Costa de Puerto Morelos con el Modelo Espectral SWAN	116
4.2.5.4 Simulación del Proceso de Focalización con el Modelo CELERIS en la Costa de Puerto Morelos.....	123
4.2.5.5 Cálculo de la Matriz de Potencia	128
5. CONCLUSIONES	132
6. ANEXO I.....	137
Descripción del modelo numérico SWAN.	137
7. REFERENCIAS	141

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Pruebas realizadas para la evaluación del desempeño del lente elíptico para distintos tirantes de agua en factores de la longitud de onda incidente (L_0). Se muestra el tirante de agua sobre el lente y la altura del lente sobre plataforma en metros.	69
Tabla 2. Posición del foco generado para distintos tirantes de agua. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en dicho foco, así como el índice de refracción (n) y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ). Para el caso de TA2 y TA3 no se generó un foco definido.	71
Tabla 3. Pruebas realizadas para la evaluación del desempeño del lente elíptico para distintas excentricidades. Se muestra el factor de longitud de onda por el cual fue multiplicado el semieje menor b	76
Tabla 4. Posición del foco generado para distintas excentricidades (e). Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en dicho foco, así como el índice de refracción (n) y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ).	78
Tabla 5. Posición del foco generado para los distintos tamaños del lente con excentricidad constante. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en el foco, así como el tamaño de los semiejes a y b , el área del lente y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ).	85
Tabla 6. Posición del foco generado para las pruebas de profundidad. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en el foco, el índice de refracción (n), la excentricidad (e) y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ).	89
Tabla 7. Posición del foco generado para las pruebas con región de someramiento. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en el foco y el porcentaje que aumenta el tamaño de los ejes de la base del lente elíptico.	93
Tabla 8. Posición del foco generado para las pruebas de dirección. Se muestra la altura cuadrática media obtenida en el foco en pares coordenados y el ángulo de incidencia del oleaje con respecto al eje óptico.	95
Tabla 9. Dominio computacional para la propagación de oleaje hacia la costa de Puerto Morelos mediante el modelo de oleaje SWAN.	101
Tabla 10. Configuración del modelo numérico SWAN para la propagación de oleaje en la costa de Puerto Morelos.	117
Tabla 11. Estados de mar impuestos como condición de frontera para la propagación de oleaje en la costa de Puerto Morelos con el modelo SWAN.	118
Tabla 12. Valores de la altura significativa (H_{sf}) y el periodo medio (T_{mf}) obtenidos con el modelo SWAN en la frontera del dominio de CELERIS para cada estado de mar propagado. Se muestran las horas al año que se presenta cada estado de mar.	122
Tabla 13. Valores de la altura significativa y el periodo energético obtenidos con el modelo CELERIS en la posición focal con la presencia del lente (H_{sf}) y en el punto de control (H_{sc}) y la relación entre ambas. Se muestran las condiciones de frontera (H_s y T_m) utilizadas en cada caso y el periodo energético (T_e).	128

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Potencial energético promedio mundial del oleaje en kW/m (Gunn y Stock-Williams 2012).	19
Figura 2. Vista trasera del estanque de oleaje del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.....	29
Figura 3. Vista lateral del sistema de generación de oleaje. Se muestran los componentes (1) motor, (2) sistema de poleas, (3) brazo mecánico y (4) paleta perturbadora.	30
Figura 4. Procedimiento de construcción del lente elíptico. Se muestran el molde (1), la base con la cual se ancló al estanque (2), el lente montado sobre la plataforma de grava (3) y el lente en posición final para las pruebas (4).	33
Figura 5. Esquema de vista en planta del arreglo instrumental del estanque para incidencia normal del oleaje (panel superior) e incidencia oblicua (panel inferior). Los puntos negros representan las posiciones donde fueron ubicados los sensores de nivel y las líneas punteadas representan los transectos. La numeración indicada en el panel superior es para identificar la comparación de las series de tiempo de la superficie libre y la comparación de espectros en los transectos correspondientes. Se muestran las coordenadas en metros en las esquinas de los esquemas como referencia para la ubicación de los puntos de medición.	34
Figura 6. Esquema de vista en planta del arreglo instrumental del estanque para incidencia oblicua del oleaje. Los puntos negros representan las posiciones donde fueron ubicados los sensores de nivel y las líneas punteadas representan los transectos que se mencionan en el documento. Se muestran las coordenadas en metros en las esquinas de los esquemas como referencia para la ubicación de los puntos de medición.....	35
Figura 7. Señal de la superficie libre obtenida para los sensores AB5 (panel superior) y AB0 (panel inferior).	36
Figura 8. Señal de la superficie libre con ruido y falsos cruces por cero (panel superior) y corrección de la señal por medio del filtro Savitzky-Golay y eliminación del falso cruce (panel inferior). Los paneles derechos corresponden a la amplificación del cruce detectado (rectángulo negro).	38
Figura 9. Fotogramas del registro de video de alta velocidad para el proceso de focalización para incidencia normal en vista lateral (panel superior) y vista frontal (panel inferior).	42
Figura 10. Estanque numérico utilizado en la simulación del proceso de focalización con el modelo CELERIS.....	46
Figura 11. Señales de la superficie libre obtenidas por el modelo CELERIS en el transecto AB (sensor AB0 en panel superior y AB7 en el panel inferior). La línea roja en el segundo 20 indica el inicio del registro utilizado en las comparaciones. Se muestra la primera cresta identificada en el sensor posicionado en AB7 (15.15 s) para la homologación de registros.....	51
Figura 12. Señales de la superficie libre obtenidas por los sensores de nivel en el EOFI-UNAM en el transecto AB (sensor AB0 en panel superior y AB7 en el panel inferior). La línea roja indica el inicio del registro utilizado en las comparaciones. Se muestra la primera cresta identificada en el sensor posicionado en AB7 (28.75 s) para la homologación de registros.	52
Figura 13. Comparación de las señales de la superficie libre obtenidas por el modelo CELERIS (línea roja) y en el EOFI-UNAM (línea negra) sobre el transecto AB.....	53

Figura 14. Comparación de la altura cuadrática media obtenida por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (cruces rojas) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (puntos negros) sobre los transectos AB, CD, EF, GH e IJ.	54
Figura 15. Comparación de la altura cuadrática media obtenida por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (cruces roja) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (puntos negros) sobre los transectos KL y MN para el caso de incidencia oblicua.	55
Figura 16. Comparación de los espectros de energía obtenidos por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (línea roja) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (línea negra) sobre el transecto AB.	56
Figura 17. Comparación de los armónicos de orden superior simulados por el modelo CELERIS (línea roja) y registrados en el EOFI-UNAM (línea negra) en los puntos AB4 y AB5.....	57
Figura 18. Comparación de los espectros de energía obtenidos por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (línea roja) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (línea negra) sobre el transecto CD.	58
Figura 19. Comparación de los armónicos de orden superior simulados por el modelo CELERIS (línea roja) registrados en el EOFI-UNAM (línea negra) en los puntos CD5 y CD7.	58
Figura 20. Comparación entre el estanque numérico extendido (panel izquierdo) y el estanque numérico validado (panel derecho).	63
Figura 21. Superficie libre máxima instantánea para las simulaciones en el Estanque Extendido (EE) correspondientes al periodo de 14 s a 19 s (panel superior izquierdo) y de 25 s a 30 s (panel superior derecho); y para las simulaciones en el Estanque Validado (EV) correspondientes al periodo de 14 s a 19 s (panel inferior izquierdo) y de 25 s a 30 s (panel inferior derecho).....	64
Figura 22. Comparaciones de perfiles de la altura cuadrática media sobre el eje óptico de la elipse para el caso del estanque validado para ambos periodos de tiempo (panel superior); para el caso del Estanque Extendido (EE) durante ambos periodos de tiempo (panel intermedio superior); para el caso del Estanque Extendido (EE) y Validado (EV) para el periodo de 25 s a 30 s y de 14 s a 19 s respectivamente (panel intermedio inferior); y para el caso de Estanque Extendido (EE) y Validado (EV) para el periodo de 25 s a 30 s (panel inferior).....	65
Figura 23. Posición de foco geométrico y numérico obtenido para las pruebas de desempeño con respecto al tirante de agua.	70
Figura 24. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes tirantes de agua sobre el lente elíptico. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control en el primer y segundo gráfico del panel superior.	72
Figura 25. Comparación de espectros de energía del oleaje para el punto de focalización con un tirante de agua de $1/8 L_0$ (línea con punto), oleaje incidente (línea con cruz) y oleaje en el punto de control sin lente elíptico (línea discontinua).	72
Figura 26. Armónicos de orden superior para la frecuencia de 3.2 Hz y 4.8 Hz para los distintos tirantes de profundidad del lente sumergido.....	73
Figura 27. Ubicación de los casos simulados para la evaluación del desempeño del lente por tirantes en el diagrama de Le Méhauté (1976), para las distintas teorías de ondas periódicas.	74

Figura 28. Distintas excentricidades de lente elíptico para las simulaciones numéricas. Se muestra el valor de excentricidad (e) y el factor de longitud de onda incidente por el que fue multiplicado el semieje menor.	77
Figura 29. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes tirantes de agua sobre el lente elíptico. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control en el primer y segundo gráfico del panel superior respectivamente.....	79
Figura 30. Comparación de espectros de energía del oleaje para el punto de focalización del caso EL2 (línea con punto), oleaje incidente (línea con cruz) y oleaje en el punto de control sin lente elíptico (línea discontinua).....	80
Figura 31. Gráficos de la superficie libre instantánea para distintos tiempos antes y después del máximo de superficie libre encontrado en 18.18 s y 17.93 s para el caso de EL1 (panel superior) y EL2 (panel inferior) respectivamente.	81
Figura 32. Gráficos de la superficie libre instantánea para distintos tiempos antes y después del máximo de superficie libre encontrado en 18.18 s y 17.93 s para el caso de EL1 (panel superior) y EL2 (panel inferior) respectivamente. La escala de color se encuentra acotada entre (0.013 m y 0.019 m).....	83
Figura 33. Esquematación de los lentes elípticos utilizados para la optimización de tamaño para una excentricidad constante de 0.784 obtenida a partir de la ley de refracción de cónicas.	84
Figura 34. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes tamaños de lente elíptico para una excentricidad constante de 0.784. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control en el primer y segundo gráfico del panel superior, respectivamente.	86
Figura 35. Superficie libre máxima instantánea y comparación del tamaño del área focal producida por el lente del caso ECT1 (panel izquierdo) y ECT2 (panel derecho). La escala de color se encuentra limitada por 0.0066 m (amplitud en condición de frontera) y 0.02 m (máximo focalizado).....	87
Figura 36. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes profundidades de la plataforma y para distintas excentricidades obtenidas para cada profundidad. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control-1 y control-2 correspondientes a la prueba PP1 y PP2 respectivamente.	90
Figura 37. Región de someramiento radial para los lentes elípticos para una base con semiejes correspondientes al 110 % (superior izquierdo), 115% (superior derecho), 120% (inferior izquierdo) y 130% (inferior derecho) con respecto al contorno elíptico superior..	92
Figura 38. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes regiones de someramiento radial. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control.....	93
Figura 39. Superficie libre máxima instantánea para el caso de 10° (LED1, panel izquierdo), 20° (LED2, panel intermedio) y 30° (LED3, panel derecho).....	96
Figura 40. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes ángulos de incidencia del oleaje (10° LED1, 20° LED2 y 30° LED3). Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control.	96
Figura 41. Registro de video de alta velocidad de la superficie libre para el caso de 0° (panel izquierdo) y 20° (LED2, panel derecho).....	96
Figura 42. Área de estudio contemplada para la simulación del proceso de focalización a escala real con batimetría medida (recuadro azul).....	100
Figura 43. Batimetría medida en la costa de Puerto Morelos. La escala de color representa la profundidad en metros.	101

Figura 44. Perspectiva isométrica de la batimetría de Puerto Morelos. Cada celda representa 50 m.....	102
Figura 45. Ubicación de los nodos (puntos azules) con información de reanálisis de oleaje de WWIII alrededor de la batimetría de Puerto Morelos. El nodo con un círculo rojo se seleccionó para obtener las condiciones de frontera.....	103
Figura 46. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el periodo completo del 01/01/2006 al 31/12/2015. La barra de color representa la altura de ola significativa.	105
Figura 47. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2006. La barra de color representa la altura de ola significativa.	105
Figura 48. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2007. La barra de color representa la altura de ola significativa.	106
Figura 49. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2008. La barra de color representa la altura de ola significativa.	106
Figura 50. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2009. La barra de color representa la altura de ola significativa.	107
Figura 51. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2010. La barra de color representa la altura de ola significativa.	107
Figura 52. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2011. La barra de color representa la altura de ola significativa.	108
Figura 53. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2012. La barra de color representa la altura de ola significativa.	108
Figura 54. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2013. La barra de color representa la altura de ola significativa.	109
Figura 55. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2014. La barra de color representa la altura de ola significativa.	109
Figura 56. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2015. La barra de color representa la altura de ola significativa.	110
Figura 57. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2006.	111
Figura 58. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2007.	111
Figura 59. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2008.	112
Figura 60. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2009.	112
Figura 61. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2010.	113
Figura 62. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2011.	113
Figura 63. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2012.	114
Figura 64. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2013.	114
Figura 65. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2014.	115
Figura 66. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2015.	115
Figura 67. Estados de mar promedio (10 años de reanálisis) con el número de horas que se presenta cada estado de H_s y T_m	116
Figura 68. Campo de oleaje para el estado de mar correspondiente a C2.	119
Figura 69. Campo de oleaje para el estado de mar correspondiente a C7.	119
Figura 70. Campo de oleaje para el estado de mar correspondiente al C11.	120
Figura 71. Selección del dominio de CELERIS. La línea azul representa la frontera donde se impondrán las condiciones simuladas con SWAN. El punto rojo representa la posición respectiva al centro del lente elíptico.	121

Figura 72. Batimetría y dominio computacional para la simulación del proceso de focalización con CELERIS. La profundidad indicada por los contornos está en metros. Se muestra el lente elíptico posicionado a una profundidad de 15 m.	125
Figura 73. Acercamiento a lente elíptico mostrado en la Figura 72. La profundidad indicada por los contornos está en metros y la batimetría se muestra discretizada cada 2 metros. Se muestra el largo y ancho de la elipse correspondientes al doble del semieje mayor y menor respectivamente.	125
Figura 74. Serie de tiempo de la superficie libre obtenida en el punto focal para el caso CC5 (panel superior) y el caso CC10 (panel inferior). La línea punteada en los 120 s indica el inicio de la serie considerada para el análisis de cruces por cero.	126
Figura 75. Matriz de potencia para los estados de mar propagados en el punto de control en la costa de Puerto Morelos. Los colores y los números al centro de cada estado de mar indican las horas anuales en promedio. La línea punteada azul indica niveles iguales de energía en kW/m.	129
Figura 76. Matriz de potencia para los estados de mar propagados en el punto focal en la costa de Puerto Morelos. Los colores y los números al centro de cada estado de mar indican las horas anuales en promedio. La línea punteada azul indica niveles iguales de energía en kW/m.	129
Figura 77. Matriz de potencia para el punto costa afuera donde se obtuvo el reanálisis de oleaje de WWIII. Los colores y los números al centro de cada estado de mar indican las horas anuales en promedio. La línea punteada azul indica niveles iguales de energía en kW/m.	130

1. INTRODUCCIÓN

Los procesos físicos y dinámicos que ocurren continuamente en el océano representan indudablemente una gran oportunidad para obtener fuentes de energía renovables que disminuyan el uso de los combustibles fósiles y mitiguen el impacto ambiental que estos han generado a lo largo de su producción y consumo. Dentro de estos procesos oceánicos, el oleaje ha sido identificado como una de las fuentes importantes de energía renovable en términos de la cantidad de recurso disponible, su disponibilidad temporal y su predictibilidad.

De acuerdo con las cifras estimadas por el Consejo de Energía Mundial (WEC, por sus siglas en inglés), en términos globales, el oleaje es capaz de generar 2TW, lo que equivale a una quinta parte de la demanda energética actual (Strange et al. 1993). En relación a su disponibilidad temporal, el oleaje ofrece ciertas ventajas con respecto a otras fuentes de energía renovables, ya que la energía del oleaje se encuentra disponible una mayor cantidad de tiempo a diferencia de la energía eólica y la energía fotovoltaica (Pelc y Fujita, 2002). Adicionalmente, recientes estudios han determinado la alta predictibilidad de la energía del oleaje con respecto a la energía eólica (Chozas et al. 2013, Sasaki 2017), lo que la convierte en una fuente de energía más confiable.

Sin embargo, a pesar de las ventajas que ofrece el oleaje como fuente de energía renovable, todavía no es una tecnología que se pueda comercializar fácilmente y existen diversas limitaciones que hacen que la extracción de la energía de las olas no pueda competir aún con los precios de las energías fósiles. Una de las principales limitaciones, es la severidad del ambiente marino y las condiciones extremas a las que se ven sometidas las operaciones y las infraestructuras de captación de energía del oleaje, lo que se traduce en inversiones de alto riesgo para la industria (World Energy Council, 2013). Es importante

resaltar que la mayoría de los convertidores de energía del oleaje (WECs por sus siglas en inglés) comerciales se encuentran en una etapa temprana de desarrollo (Drew et al. 2009), y están diseñados específicamente para el sitio de instalación, en donde se espera un rango limitado de la amplitud y la frecuencia del oleaje para que su desempeño sea el óptimo (Arinaga y Cheung, 2012). En este sentido, cuando un WEC funciona por debajo de las condiciones con las que fue diseñado, se determina que el dispositivo es subutilizado, por lo que la salida energética del dispositivo se reduce considerablemente. De manera análoga, cuando las condiciones del oleaje exceden las condiciones del diseño, se determina que el dispositivo opera de manera forzada, lo cual, además de disminuir la salida energética del dispositivo, puede ocasionar daños estructurales (Falnes, 2007). Como consecuencia y a diferencia de otras tecnologías, no se ha podido llegar a diseños que permitan la economía de escalas para lograr una reducción de costes de producción, operación y mantenimiento (Huckerby et al. 2016).

Por otro lado, la distribución geográfica del recurso energético del oleaje representa una limitación para ciertas regiones costeras, ubicadas en latitudes intermedias con regímenes de viento débiles o en cuerpos costeros semicerrados con *fetchs* (área de generación de oleaje debido a la acción del viento) reducidos. Recientes estimaciones del potencial energético del oleaje en localidades con las características antes mencionadas, como en “Isla Fuerte” en el Caribe Colombiano (Ortega et al. 2013), el Golfo Pérsico (Kamranzad et al. 2013) y el Mar Mediterráneo (Liberti et al. 2013) con valores promedio de 3 kW/m, 6.25 kW/m y 5.75 kW/m respectivamente, se encuentran considerablemente por debajo de aquellas estimadas en latitudes altas, con regímenes de viento intensos y mares abiertos con *fetchs* extensos, como en las “Islas el Hierro” (Iglesias y Carballo, 2011), Hawái (Stopa et al. 2011) y la costa de California en Estados Unidos (Wislon y Beyene 2011), con valores promedio que alcanzan a llegar hasta los 60 kW/m. Inclusive, desde un punto de vista

global, es evidente que el potencial energético del oleaje (Figura 1), se encuentra por arriba del promedio en latitudes altas ($30^{\circ}\text{N} - 60^{\circ}\text{N}$ y $30^{\circ}\text{S} - 60^{\circ}\text{S}$) con una energía media anual que fluctúa entre los 60 kW/m a los 120 kW/m, mientras que en latitudes intermedias ($20^{\circ}\text{N} - 20^{\circ}\text{S}$), el potencial energético se encuentra por debajo de los 20 kW/m (Gunn y Stock-Williams 2012, Arinaga y Cheung 2012 y Cornett 2008).

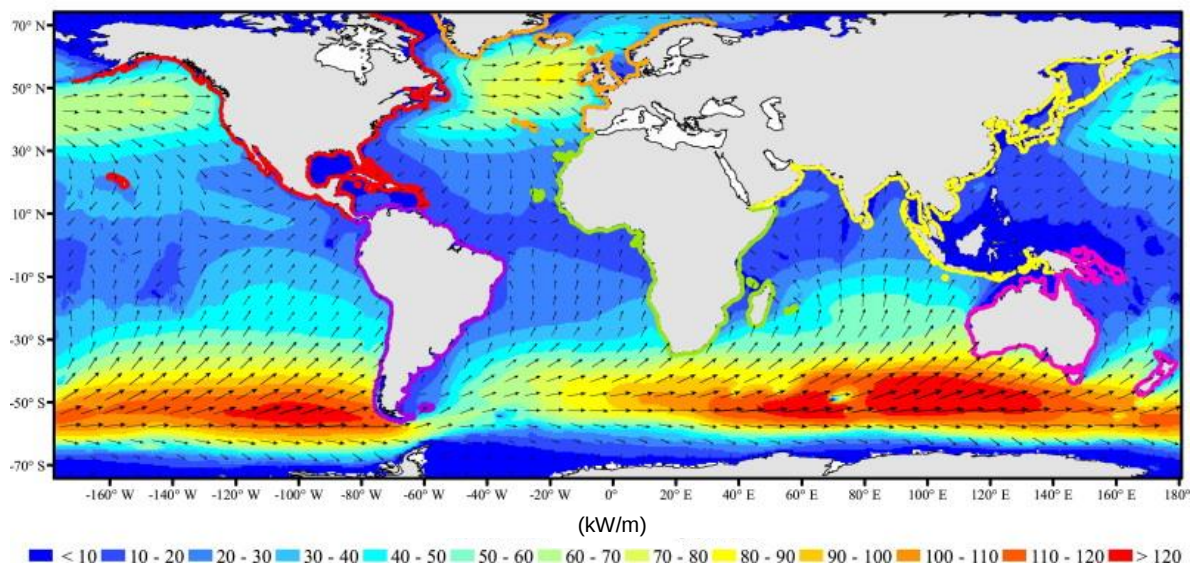


Figura 1. Potencial energético promedio mundial del oleaje en kW/m (Gunn y Stock-Williams 2012).

Otra limitación a considerar, es la cercanía del punto de extracción de energía a la red de distribución de energía eléctrica, por lo que la instalación de los WECs en ambientes costeros, con respecto a los WECS instalados costa afuera (*offshore*), ofrece ciertas ventajas, ya que se disminuirían los costos de cableado eléctrico y las pérdidas de energía debido a la distancia. Sin embargo, debido a los efectos de fondo que sufre el oleaje durante la transición de aguas profundas hacia aguas someras, el potencial energético puede llegar a disminuir considerablemente (Wilson y Beyene, 2007).

En resumen, una de las principales limitaciones que presenta la extracción del oleaje hoy en día, es el poder ubicar localidades con condiciones del oleaje energéticas, pero no

extremas, con un clima de oleaje consistente y en sitios cercanos a la costa, de tal configuración batimétrica, que el potencial energético del oleaje no se vea afectado por los efectos de fondo. Dichas localidades son remotamente probables de encontrar. Adicionalmente, las localidades costeras ubicadas en latitudes intermedias y en mares semicerrados con *fetchs* reducidos, se encuentran significativamente más limitadas para extracción de este recurso, a diferencia de las localidades costeras ubicadas en latitudes altas.

Con base en lo anterior, la principal motivación de la presente investigación, proviene de la idea de estudiar la transformación de la energía del oleaje mediante estructuras geométricas sumergidas (lentes sumergidos), que sean capaces de concentrar su energía en una zona puntual determinada o punto focal, en donde la altura del oleaje en dicho punto, sea mayor que la altura de las olas incidentes. Y de esta manera, obtener una herramienta que permita minimizar el impacto de las limitaciones antes mencionadas, ya que a partir de la aplicación de esta tecnología, es posible obtener una mayor concentración de energía del oleaje en sitios localizados en latitudes intermedias con regímenes de oleaje poco energéticos pero consistentes, así como en cualquier localidad cerca de la costa, en donde el potencial energético se ha visto afectado por efectos de fondo; consecuentemente mejorando el desempeño de WECs costeros y suministrando energía de manera más accesible y menos costosa que los sistemas costa afuera.

El mecanismo de focalización del oleaje mediante lentes sumergidos, es similar al proceso de focalización de los rayos solares con una lupa, en ambos, el proceso físico dominante es el mismo y se denomina refracción. Para el caso del oleaje, la refracción se define como el fenómeno físico mediante el cual el oleaje cambia de dirección debido a su interacción con el fondo, esto es debido al cambio de celeridad que sufre el oleaje al pasar de una profundidad h_1 a una profundidad menor h_2 . A su vez, este cambio de celeridad se

produce por el efecto de someramiento, en donde debido a la fricción y el efecto que tiene el oleaje con el fondo, la velocidad de propagación disminuye causando una contracción en la longitud de onda intercambiando energía cinética por energía potencial (por conservación de energía, al disminuir la longitud de onda la altura de ola aumenta); de manera que la parte del frente de onda que se encuentra en aguas profundas se mueve más rápido que la que ya alcanzó aguas someras, produciéndose un cambio en la dirección del mismo y ocasionando que el frente del oleaje se oriente de forma paralela a las isobatas (líneas batimétricas de igual profundidad).

Es importante aclarar que no todo el oleaje que sufre someramiento es refractado, ya que para que suceda un cambio en la dirección del oleaje, el frente del mismo debe ser oblicuo a la orientación de las isobatas. Dado que la refracción es un proceso gradual que responde a la fricción, el cambio en el ángulo de la dirección del frente de oleaje estará gobernado por la forma geométrica y las dimensiones de la superficie de fondo que origina la refracción. De forma análoga a los lentes utilizados en óptica, la longitud y la rugosidad de la superficie de fondo, equivaldría a la densidad del material utilizado por el lente óptico, de manera que mientras más rugosa y larga sea esta superficie, mayor será la refracción causada.

De igual manera que con las ondas electromagnéticas o el sonido, el fenómeno de refracción del oleaje puede ser determinado por medio de la ley de Snell:

$$\frac{\sin \theta_i}{\sin \theta_r} = \frac{C_i}{C_r} = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

En donde θ_i y θ_r corresponden al ángulo de incidencia y el ángulo refractado entre el frente del oleaje y la normal a la frontera de la superficie de fondo; C_i y C_r corresponden a las velocidades de fase del oleaje antes y después de ser refractado y por último, n_2 y n_1

corresponden a los índices de refracción de la superficie de fondo (aguas someras) y el medio de referencia (aguas profundas) respectivamente.

El índice de refracción puede determinarse por medio de la relación:

$$n = \frac{k_2}{k_1} > 1 \quad (2)$$

En donde k_1 y k_2 corresponden a los números de onda de olas que se propagan (antes y después de la refracción) mediante la relación lineal de dispersión:

$$w^2 = gk_i \tanh(k_i h_i) \quad \text{Para } i = 1, 2 \quad (3)$$

En donde w es la frecuencia angular, g es la gravedad y h es la profundidad.

Como se mencionó anteriormente, la longitud de onda del oleaje disminuye en la transición de aguas profundas hacia aguas someras, por lo que el número de onda en aguas profundas siempre será menor, satisfaciéndose así la condición de la ecuación del índice de refracción (ecuación 2).

Utilizando este principio, en esta investigación se realiza una evaluación de la eficiencia de estructuras geométricas sumergidas para concentrar la energía del oleaje y poder determinar si estas estructuras son herramientas útiles que puedan ofrecer una solución a las limitaciones de la explotación del recurso energético.

Este trabajo está dividido de la siguiente forma, en el capítulo 2 se describen algunos de los hallazgos más relevantes en cuanto a la evaluación del desempeño de diversas estructuras geométricas sumergidas para la focalización del oleaje, a partir de los cuales se consideró a los lentes elípticos sumergidos como los más adecuados para el presente

proyecto. En el capítulo 3, se describe la metodología que se utilizó para llevar a cabo la evaluación del lente elíptico, la cual fue realizada por medio de un modelo numérico de oleaje de tipo Boussinesq, el cual fue validado a partir de pruebas de laboratorio en el estanque de oleaje de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (EOFI-UNAM). Los resultados acerca de la validación del modelo numérico de Boussinesq así como de la evaluación del desempeño del lente elíptico en función de sus parámetros geométricos y el oleaje incidente, se muestra en el capítulo 4, junto con un caso de evaluación a escala real en la costa de Puerto Morelos, con batimetría medida y estados de mar obtenidos a partir de un reanálisis de oleaje de 10 años. Por último, en el capítulo 5 se describen las conclusiones más relevantes de la presente investigación.

2. ANTECEDENTES

La eficiencia de los lentes sumergidos, en términos de la amplificación del oleaje incidente en el punto focal, ha sido materia de estudio por científicos e ingenieros desde hace más de 30 años. Los primeros estudios teóricos y experimentales, involucraron un lente de tipo Fresnel (el cual es usado comúnmente en los faros costeros) para producir un cambio de fase no uniforme en una ola divergente para transformarla en una ola convergente (Mehlum y Stamnes 1987, Stamnes et al. 1983). Particularmente, en Stamnes et al. 1983, el estudio teórico y experimental con los lentes de tipo Fresnel fue profundizado, en el cual se utilizó la teoría lineal y no-lineal del oleaje para simular el proceso de focalización. Sus conclusiones fueron que tanto la teoría lineal (aproximación parabólica) como la teoría no-lineal, son capaces de describir el proceso geométrico de focalización, sin embargo, para el oleaje de pendiente pronunciada, la teoría no lineal se ajustó en mayor medida a las observaciones registradas en laboratorio. Adicionalmente, determinaron que los efectos no lineales tienden a ensanchar y disminuir la envolvente de la ola focalizada.

Murashige y Kinoshita (1992) desarrollaron un estudio comparativo entre un lente de tipo Fresnel y un lente biconvexo, ambos con un perfil construido de pequeños cilindros para disminuir los efectos de la reflexión del oleaje, basándose en la investigación de la interacción del oleaje con cilindros sumergidos de Mhelum (1980). Sus resultados demostraron que los lentes biconvexos tienen mejor desempeño que los lentes de tipo Fresnel y que además el utilizar el arreglo de pequeños cilindros como perfil del lente mejora su eficiencia. Una investigación más reciente y con aportes más significativos al presente proyecto, fue el estudio numérico comparativo entre un lente biconvexo y uno elíptico por medio de la aplicación del modelo de la Ecuación Modificada de Pendiente Suave (MMSE, por sus siglas en inglés) realizado por Griffiths y Porter en 2011. En este trabajo, los autores

tomaron en cuenta dos consideraciones relevantes. La primera consideración fue la del incluir una región de someramiento alrededor de los lentes sumergidos para reducir los efectos de la difracción que contribuyen de manera negativa en el proceso de focalización (Peregrine et al 1988) y al mismo tiempo, para poder hacer uso de la MMSE. La segunda consideración, fue el utilizar la teoría de la refracción de la luz en cónicas (Mountford, 1984), con la finalidad de obtener un proceso de focalización controlado y predictivo. Esta teoría establece que cualquier haz de luz que incida de forma paralela al eje óptico de un elipsoide con un índice de refracción inverso a la excentricidad ($n = 1/e$), se enfocará en el segundo foco geométrico del elipsoide.

En este sentido, los autores establecieron que para poder enfocar la energía del oleaje bajo la premisa anterior, obtuvieron una relación entre el número de onda y el índice de refracción de la siguiente manera:

$$n = \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{e} \quad (4)$$

dónde,

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (5)$$

En donde n es el índice de refracción, k_2 y k_1 representan el número de onda por encima del lente y fuera de este respectivamente y e es la excentricidad del lente elíptico, definida por la relación entre el semieje mayor a y el semieje menor b .

Por lo tanto, para una frecuencia determinada y conociendo la profundidad por la cual propaga el oleaje por encima del lente y fuera de este, los autores determinaron la

excentricidad necesaria para obtener una convergencia del oleaje en el segundo foco geométrico del lente elíptico. Sin embargo, debido a que los autores utilizaron una región de someramiento alrededor del lente, surgieron pequeñas diferencias entre lo predicho por la teoría de refracción de cónicas y lo simulado numéricamente. Sus resultados demostraron que el modelo basado en la MMSE es adecuado para describir lo establecido por la teoría de la geometría óptica y que los lentes elípticos son más eficientes que los lentes biconvexos.

Con base en las conclusiones de los trabajos antes descritos y con la finalidad de establecer una herramienta adecuada para enfocar la energía del oleaje, se tomaron en cuenta estructuras elípticas sumergidas, a partir de las cuales, se realizó un análisis de su desempeño en función de sus parámetros geométricos, tales como la excentricidad, tamaños de semiejes y altura en relación con las características físicas del oleaje incidente.

3. METODOLOGÍA

Debido a que el propósito central de esta investigación consiste en evaluar el desempeño de los lentes elípticos en función de sus parámetros geométricos en relación con las condiciones incidentes del oleaje; se llevaron a cabo diversas pruebas para determinar la influencia de dichos factores en la cantidad total de energía concentrada por el lente sumergido. En específico, los factores que fueron tomados en cuenta fueron:

- i. La profundidad que existe entre el lente y la superficie libre.
- ii. La excentricidad del lente elíptico.
- iii. La profundidad total en la que encuentra sumergido el lente elíptico.
- iv. La dirección y longitud de onda incidentes.

Debido a la gran cantidad de pruebas que necesitan realizarse para determinar la influencia de los factores antes mencionados, y con la finalidad de utilizar una metodología práctica; en lugar de realizar estas pruebas mediante modelaciones físicas, se implementó un modelo numérico de oleaje que fuera capaz de simular el proceso de focalización por medio del lente sumergido. El modelo numérico seleccionado para simular este proceso, resuelve las ecuaciones extendidas de Boussinesq (Madsen y Sorensen, 1992), las cuales toman en cuenta la transformación del oleaje como la refracción, la difracción y la reflexión debida a la interacción con el fondo o con estructuras sumergidas. Para verificar el funcionamiento del modelo y poder confiar en sus resultados, se realizó una validación utilizando resultados de mediciones de laboratorio realizadas en el Estanque de Oleaje de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (EOFI-UNAM). Para llevar a cabo dicha validación, se generó un estanque numérico con las mismas características físicas que el EOFI-UNAM, y se

realizaron simulaciones numéricas con el lente sumergido y con las mismas condiciones de frontera que en los experimentos físicos. Los resultados numéricos se compararon por medio de series de tiempo de la superficie libre (η), la altura cuadrática media (H_{rms}), y por espectros de energía en función de la frecuencia $E(f)$. Las comparaciones entre los experimentos físicos y las simulaciones se llevaron a cabo en puntos estratégicos sobre y alrededor del lente elíptico para: una excentricidad fija, una profundidad constante y una dirección incidente oblicua y no oblicua. Una vez realizada la validación del modelo numérico, se realizó la evaluación del desempeño del lente elíptico para distintas profundidades, excentricidades, longitudes de onda y ángulos de incidencia, para posteriormente, simular un caso a escala real con batimetría medida y condiciones de frontera obtenidas a partir de un reanálisis de oleaje de 10 años.

Este apartado está organizado de la siguiente forma, en la sección 3.1, se describe la modelación física, la cual incluye el diseño experimental en el EOFI-UNAM y el registro y procesamiento de datos resultantes de las pruebas experimentales. En la sección 3.2, se describe la modelación numérica, que incluye la descripción y la configuración del modelo de oleaje y el procesamiento de las salidas del modelo para su comparación con las mediciones de laboratorio.

3.1 Modelación Física

El EOFI-UNAM se compone principalmente por una estructura rectangular de concreto; un sistema hidráulico para llenado y vaciado del mismo y un sistema de generación de oleaje de pala recta articulada en el fondo (tipo *flap*).

La estructura rectangular de concreto tiene una capacidad máxima de 41.2 metros cúbicos con las siguientes dimensiones: 11.7 m de largo, 4.7 m de ancho y 0.75 m de alto (Figura

2). El sistema de generación de oleaje está compuesto por un motor eléctrico el cual acciona un brazo mecánico y un conjunto de poleas para activar la pala perturbadora que se encuentra posicionada a un metro de distancia de la pared del estanque (Figura 3).



Figura 2. Vista trasera del estanque de oleaje del Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM.

La pala perturbadora mide 5 m de largo y 0.70 m de alto y la articulación en la parte inferior de la pala está compuesta por 4 soportes de tipo perno y gira angularmente de la parte superior. Debido a que la pala es plana y de una sola pieza, el oleaje que se genera es unidireccional y viaja en sentido perpendicular a la orientación de la pala. El sistema de poleas permite generar olas en cuatro distintas frecuencias (0.55 Hz, 0.90 Hz, 1.28 Hz y 1.61 Hz). Debido a que el motor es de velocidad constante, estas frecuencias permanecen constantes en el tiempo, por lo que solamente se pudo generar oleaje monocromático. Sin embargo, el brazo mecánico puede variar su longitud, lo que permite obtener distintas amplitudes para cada una de las frecuencias.

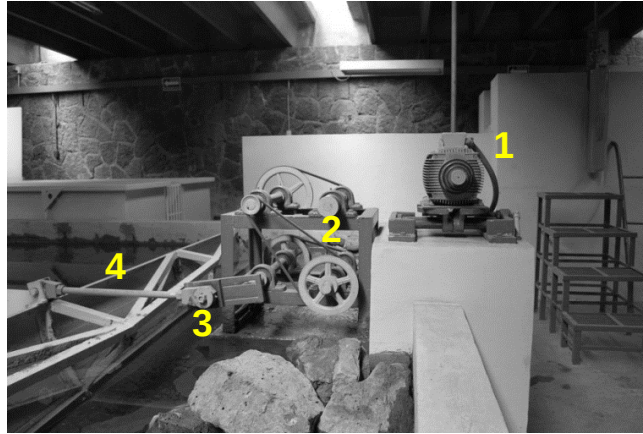


Figura 3. Vista lateral del sistema de generación de oleaje. Se muestran los componentes (1) motor, (2) sistema de poleas, (3) brazo mecánico y (4) paleta perturbadora.

Cabe mencionar que el EOFI-UNAM se encontraba en desuso por varios años, por lo que fue necesario rehabilitarlo e instrumentarlo. Adicionalmente, y con el fin de determinar las alturas y periodos de ola que el sistema es capaz de generar, se llevó a cabo la caracterización de su funcionamiento con base en la teoría de generadores de oleaje (Dean y Dalrymple, 1984), y cuyos resultados fueron verificados por medio de la medición directa de las olas en el EOFI-UNAM (Mendoza et al. 2014).

3.1.1 Diseño Experimental

Los trabajos relacionados con el diseño experimental que se llevaron a cabo para validar el modelo numérico de oleaje correspondieron a: 1) la determinación de la frecuencia y amplitud de onda para la generación del oleaje; 2) la adecuación de una plataforma horizontal para posicionar el lente elíptico, 3) la construcción de una playa con pendiente de 1:3 para disipar la energía reflejada; 4) la construcción del lente elíptico sumergido a partir simulaciones numéricas piloto, 5) la calibración, configuración y arreglo espacial de la instrumentación, y por último, 6) el registro y el procesamiento de los datos experimentales.

Con la finalidad de obtener la mayor cantidad de olas dentro del estanque, la mayor frecuencia de operación de 1.61 Hz fue elegida para generar el oleaje monocromático. Para que el oleaje generado no fuera pronunciado, se eligió la amplitud más baja que pudiera ser generada por el desplazamiento del brazo mecánico, la cual correspondió a una altura de 0.013 m.

Para poder realizar las pruebas de laboratorio de manera adecuada y obtener mediciones similares a las que se pudieran tener en condiciones naturales, fue necesario controlar los efectos de reflexión que provoca la pared opuesta a la pala de generación del estanque. Cotter y Chakrabarti (1994) mencionan que un coeficiente de reflexión aceptable (definido como el cociente de la altura de ola reflejada entra la altura de ola incidente), debe ser del orden del 10% para todo el rango de alturas y periodos que pueden ser generados en un estanque de oleaje. De los disipadores de energía más comunes utilizados en el laboratorio para controlar los efectos de reflexión, las playas artificiales de pendiente constante son comúnmente construidas con pendiente de 1:6 a 1:10 (Oullet y Datta 1986). Sin embargo, debido al reducido espacio dentro del estanque, se construyó una playa disipativa con una pendiente a una razón de 1:3, la cual, como se detallará más adelante, controló los efectos de reflexión dentro del rango esperado para el oleaje generado durante las pruebas. La playa artificial fue construida con grava de tamaño mediano ($D_{50}=0.025$ m) y se ubicó en la posterior del estanque (contraria a la pala generadora). La plataforma horizontal diseñada para simular el cambio de aguas profundas (0.35 m) hacia aguas de transición y para posicionar el lente elíptico, fue construida con el mismo material y tuvo una altura de 0.13 cm a partir del fondo del estanque.

Para poder calcular la reflexión, se utilizó el método de los 3 puntos desarrollado por Mansard y Funke en 1980, el cual consiste en medir de forma simultánea el oleaje en tres puntos relativamente cercanos y alineados de forma paralela a la dirección de propagación

del oleaje. Posteriormente, a partir de estas mediciones es posible obtener el espectro total del oleaje, el cual, por medio de un análisis por mínimos cuadrados y considerando el desfase entre las señales registradas, se puede descomponer en el espectro incidente y reflejado para obtener el coeficiente de reflexión. Cabe señalar que para el cálculo del coeficiente de reflexión, se utilizó la modificación al método de mínimos cuadrados propuesto por Baquerizo (1995). El coeficiente de reflexión calculado para las condiciones incidentes de $H_i = 0.013$ m y $T = 0.62$ s resultó ser menor al 7%.

Respecto a la construcción del lente elíptico que se utilizó para validar el modelo numérico, se realizaron algunas simulaciones numéricas piloto, con el objetivo de poder determinar que excentricidad y profundidad de instalación aproximada debería tener el lente para producir más del doble de la energía de ola incidente. Estas pruebas preliminares, se realizaron para diferentes valores de excentricidad con el semieje mayor variable y un valor constante del semieje menor igual a la longitud de onda incidente del oleaje generado con la frecuencia de 1.61 Hz. El modelo elíptico se construyó de un material compuesto de espuma rígida de poliestireno, utilizado generalmente para aislamiento térmico (FOAMULAR de alta densidad), el cual, debido a su composición, es fácil de moldear, no permite la filtración del agua y tiene una superficie lisa. Esto permitió que la elipse fuera fácil de construir, que conservara su geometría dentro del agua y que se minimizara la fricción del oleaje al contacto con la estructura. Sin embargo, debido a su grado de impermeabilidad, este material es de alta flotación, por lo cual se tuvo que construir una base de acero para anclar el lente a la base del estanque. La Figura 4 muestra el procedimiento de construcción del modelo físico y el anclaje.

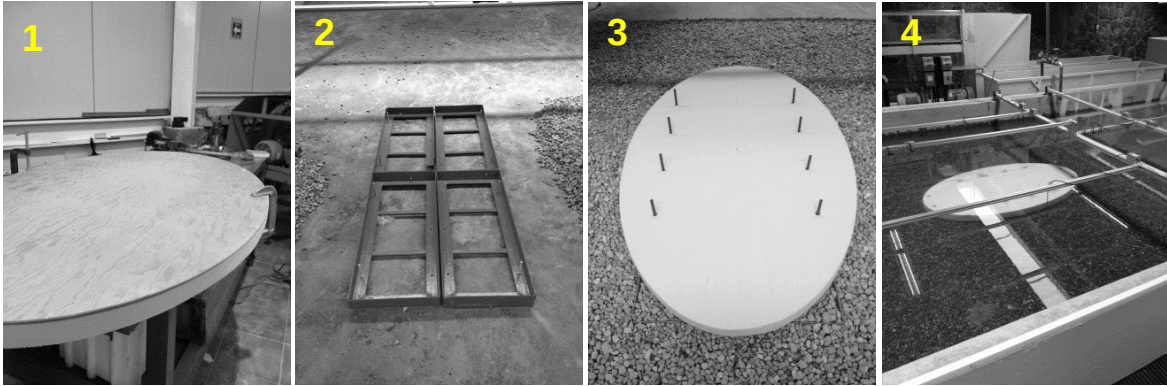


Figura 4. Procedimiento de construcción del lente elíptico. Se muestran el molde (1), la base con la cual se ancló al estanque (2), el lente montado sobre la plataforma de grava (3) y el lente en posición final para las pruebas (4).

Las mediciones de la superficie libre se realizaron por medio de sensores de nivel de tipo resistivo, localizados en posiciones estratégicas para poder validar el modelo numérico de manera robusta (Figura 5 y Figura 6). Para registrar el proceso de focalización, se instrumentaron 2 transectos, uno sobre el eje óptico (transecto AB) y otro transversal al eje óptico, sobre el punto focal, el cual es aproximado al foco geométrico de la elipse (transecto CD). Para medir el oleaje perturbado a un costado del lente elíptico, se instrumentaron tres transectos paralelos al eje óptico a la altura de la elipse (transectos EF, GH e IJ). Debido a que el patrón del oleaje perturbado alrededor de la elipse es simétrico para incidencia no oblicua, este registro se llevó a cabo solamente en un costado del lente sumergido.

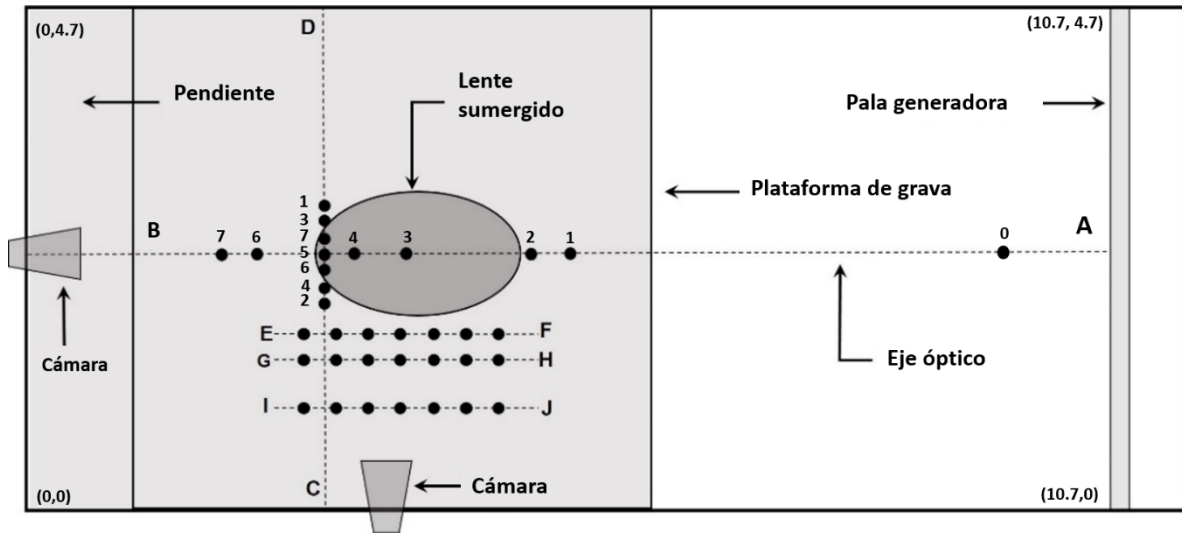


Figura 5. Esquema de vista en planta del arreglo instrumental del estanque para incidencia normal del oleaje (panel superior) e incidencia oblicua (panel inferior). Los puntos negros representan las posiciones donde fueron ubicados los sensores de nivel y las líneas punteadas representan los transectos. La numeración indicada en el panel superior es para identificar la comparación de las series de tiempo de la superficie libre y la comparación de espectros en los transectos correspondientes. Se muestran las coordenadas en metros en las esquinas de los esquemas como referencia para la ubicación de los puntos de medición.

Con la finalidad de verificar el funcionamiento del modelo para oleaje oblicuo y debido a que la pala del estanque solamente genera olas unidireccionales, el lente elíptico sumergido se giró 20 grados sobre el eje óptico para simular la incidencia oblicua del oleaje. La Figura 6 muestra un esquema de la posición del lente elíptico para oleaje oblicuo así como el arreglo de instrumentos para registrar los cambios que pudieran ocurrir en la zona focal debido al cambio de la dirección incidente del oleaje (transectos KL y MN).

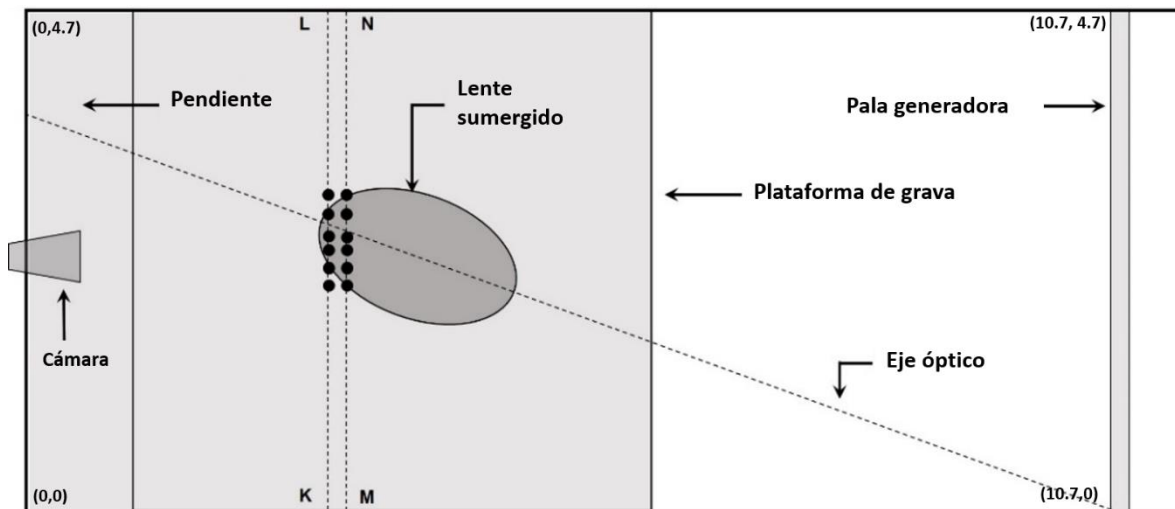


Figura 6. Esquema de vista en planta del arreglo instrumental del estanque para incidencia oblicua del oleaje. Los puntos negros representan las posiciones donde fueron ubicados los sensores de nivel y las líneas punteadas representan los transectos que se mencionan en el documento. Se muestran las coordenadas en metros en las esquinas de los esquemas como referencia para la ubicación de los puntos de medición.

La señal analógica emitida por los sensores de nivel fueron registradas por medio de un *data logger* de 16 canales, el cual transfirió la señal a una interfaz digital realizada en LabView® específicamente para este propósito. Antes de realizar las distintas pruebas de laboratorio, los sensores de nivel fueron cuidadosamente calibrados para obtener valores precisos del desplazamiento de la superficie libre a partir del cambio de voltaje registrado por los sensores. Dado que el cambio de voltaje de cada sensor (dependiente del nivel de agua) se comporta de manera lineal, el modelo de calibración fue determinado por medio de la ecuación recta, en donde el valor de la pendiente, se usó como factor de cambio para obtener valores de desplazamiento a partir de los valores de voltaje.

La frecuencia de muestreo de la superficie libre por medio de los sensores fue de 100 Hz (0.01 s) y el registro de la superficie libre se llevó a cabo por 120 segundos para cada prueba realizada, en donde incluyó el tiempo de registro de agua quieta. Durante todo el periodo del registro, no se observó un incremento o decremento significativo en las series

temporales de la superficie libre, indicando que la energía reflejada por la pendiente disipativa no influyó de manera importante en los experimentos.

La Figura 7 muestra un ejemplo de dos series registradas durante el periodo de medición. El panel superior e inferior, se muestra la serie de tiempo en el punto focal sobre el lente (AB5) elíptico y el sensor testigo respectivamente (AB0).

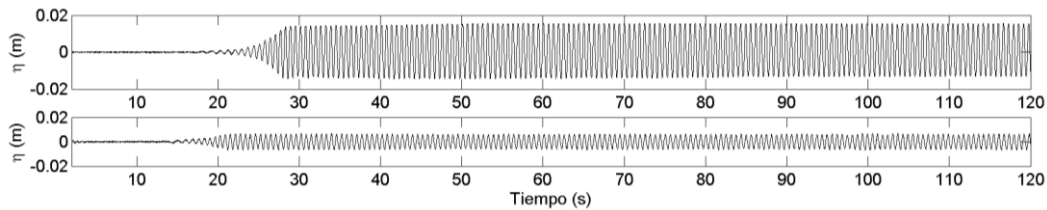


Figura 7. Señal de la superficie libre obtenida para los sensores AB5 (panel superior) y AB0 (panel inferior).

Durante el desarrollo de las pruebas, algunas de las señales registradas por los sensores de nivel presentaron una contaminación de ruido de alta frecuencia con respecto a la frecuencia del oleaje (mayores a 5 Hz) y fueron fácilmente identificables en agua quieta, por lo que su origen se atribuyó a interferencia provocada por el cableado y la tarjeta de adquisición (*data logger*). Con la finalidad de eliminar el ruido de estas señales, se implementó un filtro de frecuencias de tipo pasa bajas con una frecuencia de corte de 5 Hz.

Una vez filtrado el ruido de alta frecuencia en las señales contaminadas, se llevó a cabo el análisis temporal de las series de tiempo de la superficie libre para obtener los parámetros estadísticos del oleaje, tales como la altura H y el periodo T . El método utilizado para analizar las series temporales se denomina cruces por cero por pasos descendentes. Como su nombre lo indica, éste método consiste en encontrar todos los puntos sobre el nivel medio de referencia, en donde la superficie libre cruza de manera descendente, es decir, cuando pasa de una cresta hacia un valle (Silva, 2005). De esta manera, la diferencia de

tiempo que existe entre dos pases descendentes, se denomina periodo de la ola, y la distancia que existe entre una cresta y un valle definido entre dos cruces por cero, se denomina altura de la ola. Para llevar a cabo este método se siguió el siguiente criterio:

$$\eta_i * (\eta_{i+1}) < 0 \quad y \quad \eta_{i+1} < 0 \quad (6)$$

Donde η_i representa el i ésimo dato de la elevación de la superficie. El cruce por cero queda determinado por la interpolación lineal entre el tiempo de muestro de η_i y η_{i+1} .

El nivel medio de referencia correspondió a la superficie libre sin la presencia de olas, al cual se le denomina comúnmente como espejo de agua. Esta referencia fue registrada aproximadamente durante 15 segundos antes de cada prueba en el EOFI-UNAM, en donde, el promedio de la señal durante el registro de “agua quieta”, determinó el cero de amplitud. Al momento de realizar el método de cruces descendentes, se identificaron algunos casos en donde se generaban falsos cruces por cero, por lo que fue necesario realizar un ajuste a la señal. Para eliminar los falsos cruces por cero, se utilizó un filtro temporal de la señal denominado Savitzky-Golay (Orfanidis 1996). La razón por la cual se escogió este filtro, es porque no distorsiona de manera significativa la señal, ya que a partir de un conjunto de datos, determinados por una ventana móvil, realiza un ajuste polinomial a la serie original. Para éste caso, se determinó la ventana a partir de un conjunto de tres datos y se aplicó un ajuste lineal.

La Figura 8 muestra el caso en donde para la señal original (paneles superiores), se identifica un falso cruce descendente por cero (rectángulo en panel superior izquierdo), y como es que después de aplicar el filtro Savitzky-Golay (paneles inferiores), el falso cruce por cero desaparece.

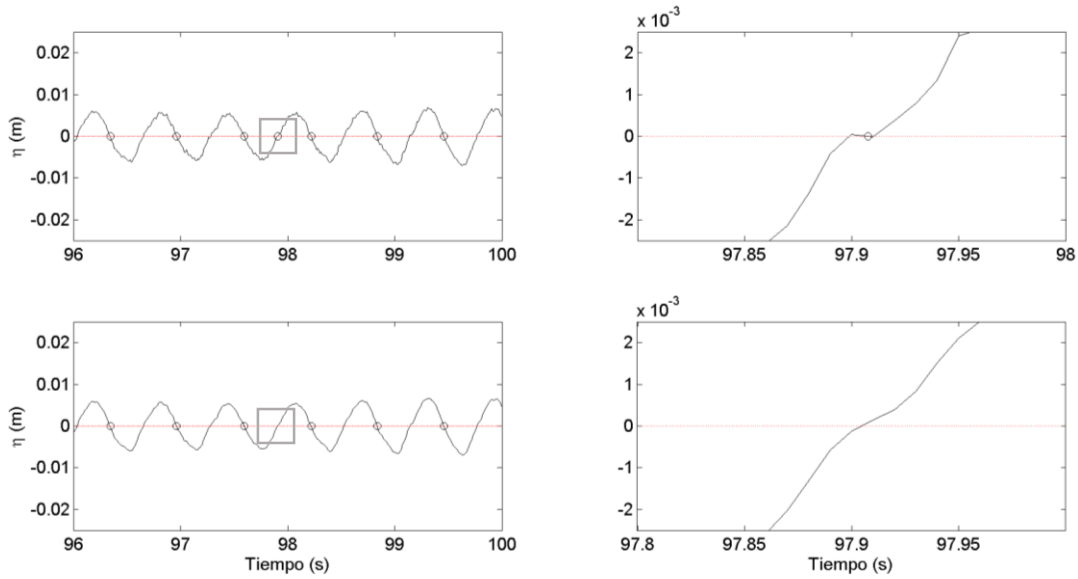


Figura 8. Señal de la superficie libre con ruido y falsos cruces por cero (panel superior) y corrección de la señal por medio del filtro Savitzky-Golay y eliminación del falso cruce (panel inferior). Los paneles derechos corresponden a la amplificación del cruce detectado (rectángulo negro).

Una vez eliminados los falsos cruces por cero del registro de superficie libre, se procedió al cálculo del periodo y la altura de ola. Como se definió anteriormente, el periodo de la ola es igual a la diferencia de tiempo que existe entre dos cruces descendentes, para este caso, se calcularon las diferencias para todos los cruces identificados en el registro y se obtuvo un promedio de dichas diferencias, obteniéndose así un periodo de 0.62 s.

Para el caso de la determinación de la altura del oleaje, se estimó la elevación máxima y mínima de la superficie libre y se obtuvo la diferencia entre ambas. A pesar de ser una señal monocromática registrada a 100 Hz, ambos puntos fueron obtenidos por medio de un ajuste parabólico, con la finalidad de eliminar la subestimación del máximo real (Silva, 2005). Un ejemplo para el caso de la superficie libre máxima se muestra en la ecuación 7.

$$\eta_{max} = C - \frac{B^2}{4A} \quad (7)$$

dónde,

$$A = \frac{1}{2}(\eta_{i-1} - 2\eta_i + \eta_{i+1}), \quad B = \frac{1}{2}(\eta_{i+1} - \eta_i), \quad C = \eta_i \quad (8)$$

Y η_i es el punto más alto dentro del intervalo entre dos pasos descendentes registrado por el sensor.

La altura cuadrática media (H_{rms}) se obtuvo a partir de la siguiente expresión:

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{m=1}^N H_m^2} \quad (9)$$

Donde N es el número total de datos y H_m son las alturas individuales de ola contenidas en el registro temporal.

Con la finalidad de poder comparar la cantidad de energía del oleaje incidente y el oleaje focalizado, se realizaron espectros de energía por medio de la Transformada Rápida de Fourier (TRF), la cual, a partir del registro de la superficie libre en el dominio del tiempo, obtenido por los sensores de nivel, obtiene la cantidad de energía de dicho registro en función de la frecuencia. La TRF es un algoritmo que permite calcular de manera rápida, la Transformada Discreta de Fourier (TDF) que se muestra en la ecuación 10, la cual representa la discretización de la transformada continua de Fourier:

$$S(f) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \eta(x_r) \cdot e^{-ikx_r} \quad (10)$$

Donde N es la longitud de la muestra, $\eta(x)$ es la superficie libre y k es el número de onda.

Para dar solución a la última ecuación, es necesario realizar cálculos de exponenciales complejos, -los cuales pueden ser representados por sumas de senos y cosenos-, multiplicados por su valor correspondiente de superficie libre y realizando la sumatoria de resultados, de manera que el tiempo de cálculo de dicha ecuación, aumenta de manera considerable al aumentar el valor de N (del orden de N^2). Sin embargo, a partir de la contribución de Cooley y Tukey (1965) la TDF puede obtenerse de manera rápida (del orden de $N \log_2 N$) por medio del algoritmo de la TRF.

Adicionalmente al registro de la superficie por los sensores de nivel, se realizó un registro del proceso de focalización en el EOFI-UNAM por medio de una cámara de alta velocidad, la cual registró el proceso de focalización para oleaje con incidencia normal y oblicua. La cámara fue instalada en 2 posiciones, indicadas en la Figura 5, con la finalidad de obtener la vista lateral y frontal para ambos experimentos. El registro de video se realizó para una velocidad de 700 cuadros por segundo. La Figura 9 muestra un conjunto de fotogramas obtenidas a partir del video de alta velocidad para ejemplificar el proceso de focalización para caso de incidencia normal tanto en vista lateral (panel superior) como en vista frontal (panel inferior).

Para el caso de la vista lateral, el encuadre de la cámara se encuentra fijo hacia la parte posterior del lente sumergido, en donde se encuentra el segundo foco geométrico de la elipse y donde se ubicaron los sensores de nivel en las posiciones AB4 y AB5 (Figura 5). Para este caso, el oleaje viaja de derecha a izquierda de manera que al inicio del registro (0 ms), se observa cómo entra el oleaje y va aumentando su altura conforme avanza hacia

la parte izquierda del encuadre, alcanzando un máximo de altura en la zona focal a los 143 ms y disminuyendo hacia la parte posterior del lente. En la vista frontal, el encuadre de la cámara se encuentra posicionado de tal forma, que se aprecia la vista transversal del lente y que corresponde a la alineación de los sensores de nivel en las posiciones CD1, CD2, CD3, CD4, CD5, CD6 y CD7 (Figura 5). Para este caso, el oleaje se aproxima del atrás hacia adelante, de manera que a los 0 ms el frente de onda ya atravesó la parte central del lente y posteriormente, converge hacia la zona focal, en donde se observa el máximo a los 143 ms. En los fotogramas subsecuentes, se observa como la altura del punto focal comienza a disminuir y el oleaje diverge hacia los costados del lente.

Los videos correspondientes al registro del proceso de focalización realizados con la cámara de alta velocidad, se anexan como material adicional dentro del DVD de la tesis digitalizada. Los archivos se encuentran en formato AVI y se denominan: “FOCALIZACION_FRENTE.avi” y “FOCALIZACION_LATERAL.avi”, para la cámara posicionada sobre el transecto AB y paralela al transecto CD, respectivamente (Figura 5), y “FOCALIZACION_20_GRADOS.avi” para la cámara posicionada en el transecto AB durante las pruebas de incidencia oblicua (Figura 6).

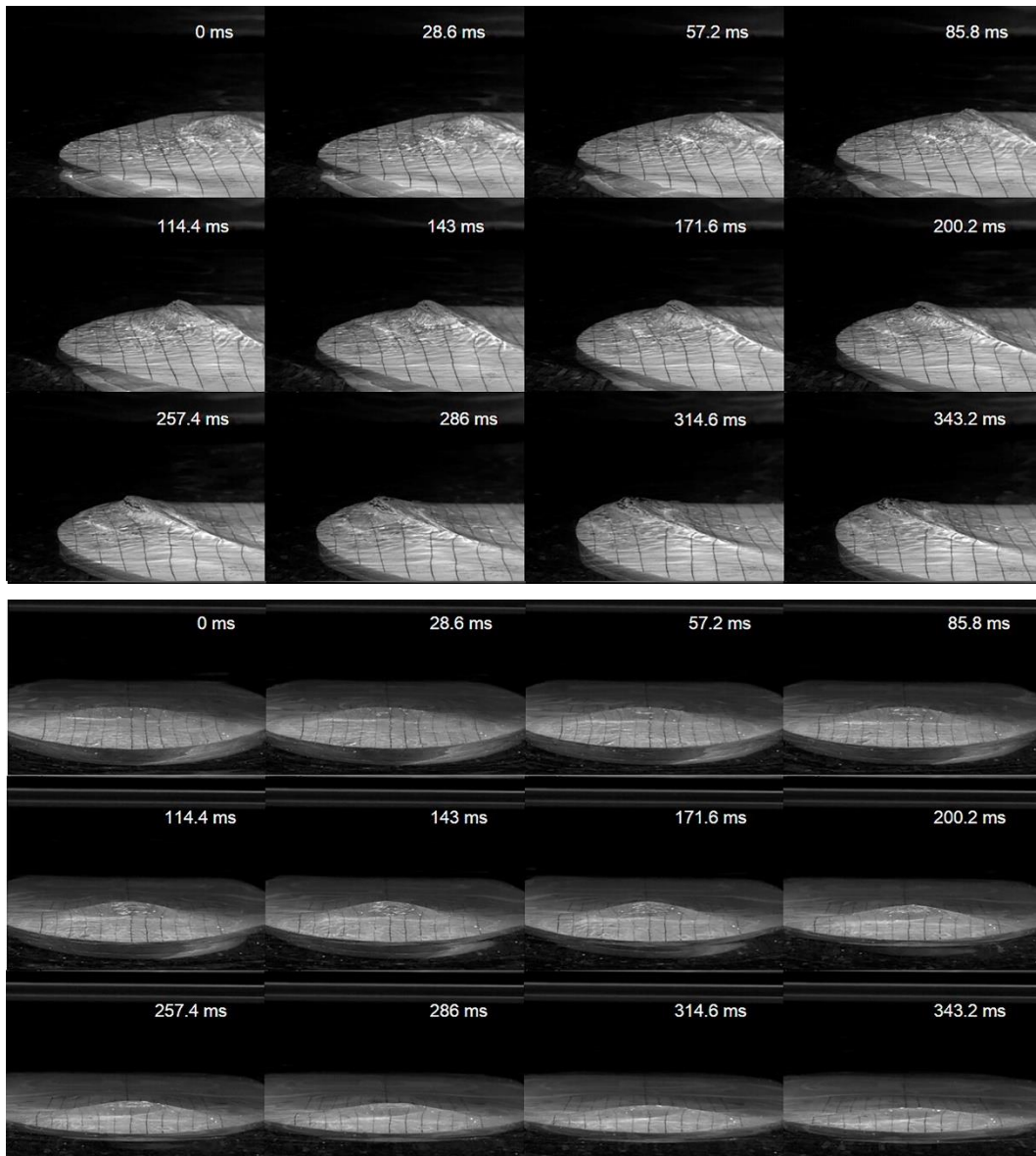


Figura 9. Fotogramas del registro de video de alta velocidad para el proceso de focalización para incidencia normal en vista lateral (panel superior) y vista frontal (panel inferior).

3.2 Modelación Numérica

En esta sección se describe la metodología para llevar a cabo la modelación numérica del proceso de focalización del oleaje por medio del modelo de Boussinesq denominado CELERIS, el cual se describe en la sección 3.2.1. La réplica numérica del EOFI-UNAM y las características de cómo fue configurado el modelo numérico para llevar a cabo el proceso de focalización, tales como la discretización espacial del dominio numérico, el paso en tiempo del modelo, las condiciones de frontera, el tipo de variables de salida y el almacenamiento de variables en espacio y tiempo se describen en la sección 3.2.2.

3.2.1 Descripción del Modelo Numérico de Oleaje CELERIS de Tipo Boussinesq

Para llevar a cabo las simulaciones numéricas del proceso de focalización, se utilizó un modelo numérico de oleaje que resuelve las ecuaciones extendidas de Boussinesq (Madsen y Sorensen, 1992) denominado CELERIS (Tavakkol y Lynett, 2017). Los modelos numéricos basados en este tipo de ecuaciones, han resultado ser herramientas precisas para el cálculo de procesos hidrodinámicos costeros (Nwogu 1993, Kirby, 2003, Briganti 2004), la interacción oleaje-estructura (Prinos et al. 2005, Fuhrman 2005, Soares, 2015), e inclusive procesos de focalización del oleaje (Tavakkol y Lynett, 2017).

Dicho modelo considera los procesos de refracción, difracción, reflexión, someramiento e interacciones no lineales que sufre el oleaje ya sea en aguas poco profundas al interactuar con el fondo o con estructuras sumergidas.

Las ecuaciones extendidas de Boussinesq son resueltas por medio de un esquema de diferenciación híbrido de volumen finito. Las ecuaciones involucradas para dos dimensiones son:

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y + S(U) = 0 \quad (11)$$

$$U = \begin{bmatrix} h \\ P \\ Q \end{bmatrix}, \quad F(U) = \begin{bmatrix} \frac{P^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{PQ}{h} \end{bmatrix}, \quad G(U) = \begin{bmatrix} \frac{Q^2}{h} + \frac{gh^2}{2} \\ \frac{PQ}{h} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$S(U) = \begin{bmatrix} 0 \\ ghz_x + \psi_1 + f_1 \\ ghz_y + \psi_2 + f_2 \end{bmatrix}$$

Donde U es el vector de las variables conservativas, $F(U)$ y $G(U)$ son los vectores del flujo advectivo y $S(U)$ es el término fuente que incluye los términos dispersivos, la fricción y la información de los cambios de fondo. La profundidad total es h . P y Q representan los flujos promediados en la vertical en direcciones x y y respectivamente. Los subíndices x y y representan diferenciación espacial y el subíndice t , denota diferenciación temporal. La elevación del fondo con respecto a un *datum* vertical está representada por z . Los términos de fricción con el fondo corresponden a f_1 y f_2 y g es la aceleración de la gravedad. Los términos que expresan la dispersión son ψ_1 y ψ_2 y se encuentran definidos por:

$$\begin{aligned} \psi_1 = & -\left(B + \frac{1}{3}\right) d^2 (P_{xxt} + Q_{xyt}) - Bgd^3 (\eta_{xxx} + \eta_{xyy}) \\ & - dd_x \left(\frac{1}{3} P_{xt} + \frac{1}{6} Q_{yt} + 2Bgd\eta_{xx} + Bgd\eta_{yy} \right) \\ & - dd_{yy} \left(\frac{1}{6} Q_{xt} + Bgd\eta_{xy} \right) \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned}
\psi_2 = & -\left(B + \frac{1}{3}\right) d^2 (P_{xyt} + Q_{yyt}) - Bgd^3 (\eta_{yyy} + \eta_{xxy}) \\
& - dd_x \left(\frac{1}{3} Q_{yt} + \frac{1}{6} P_{xt} + 2Bgd\eta_{yy} + Bgd\eta_{xx} \right) \\
& - dd_{yy} \left(\frac{1}{6} P_{yt} + Bgd\eta_{xy} \right)
\end{aligned} \tag{14}$$

Donde d es la profundidad y $B = 1/15$ es el coeficiente de calibración de la dispersión. La elevación de la superficie libre está descrita por η .

A diferencia de otras implementaciones numéricas de las ecuaciones de Boussinesq, las cuales requieren cómputo de alto rendimiento para ser ejecutado en paralelo (Erduran y Kutija, 2005), CELRIS utiliza los procesadores contenidos en la tarjeta de video, conocidos como unidades de procesamiento gráficos (GPU, por sus siglas en inglés), para acelerar considerablemente el proceso. La gran mayoría de las computadoras personales que se utilizan hoy en día tienen integradas este tipo de tarjetas, lo que facilita la implementación del modelo CELERIS, convirtiéndose en una herramienta numérica práctica, de bajo costo computacional y de sencilla implementación, ya que utiliza las librerías de Direct-3D® de Windows® para su implementación.

El modelo CELERIS es controlado por un archivo de instrucciones, en formato XML, en donde se imponen los siguientes parámetros:

- Paso en tiempo del modelo numérico.
- Tipo de fricción y valor numérico.
- Dimensiones del dominio numérico.
- Discretización del dominio numérico.
- Nombre y ubicación del fichero con información de la Batimetría.

- Condición de frontera de onda sinusoidal, en donde se especifica la amplitud, periodo y dirección de propagación.
- Condición de frontera sólida.
- Condición de frontera absorbente.
- Nombre y ubicación del fichero de resultados.
- Paso en tiempo del grabado de resultados.
- Subregión de obtención de resultados.
- Valores de los parámetros de visualización.

3.2.2 Estanque Numérico

Para llevar a cabo la validación del modelo numérico CELERIS durante la simulación del proceso de focalización del oleaje mediante el lente sumergido, se implementó un estanque numérico con las mismas dimensiones que el EOFI-UNAM. El dominio numérico fue dividido en 536 celdas y 236 celdas para el largo (10.7 m) y ancho (4.7 m) del estanque respectivamente; quedando así, una malla rectangular con una resolución espacial de 0.02 m (Figura 10).

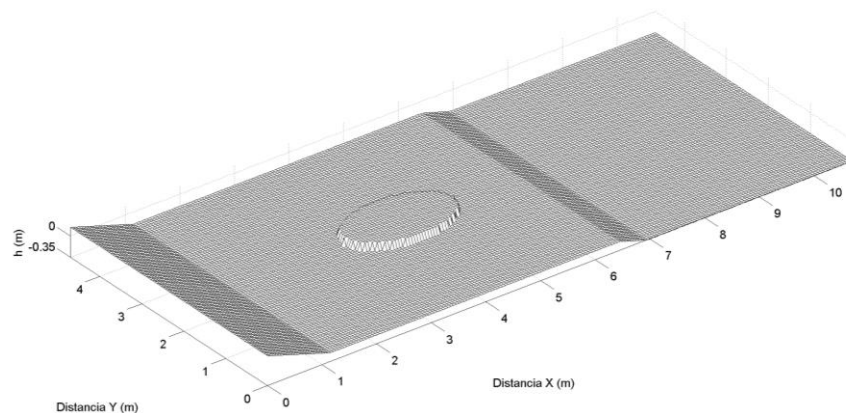


Figura 10. Estanque numérico utilizado en la simulación del proceso de focalización con el modelo CELERIS.

La generación del oleaje se simuló por medio de una función periódica de tipo seno con una amplitud de 0.0066 m, un periodo de 0.62 s y una dirección de 180° en la frontera este. De manera que las variables η , P y Q , quedan definidas en la frontera como:

$$\eta = a \sin(\omega t - k_x x - k_y y) \quad (15)$$

$$P = c \cos \theta_\eta \quad (16)$$

$$Q = c \cos \theta_\eta \quad (17)$$

dónde,

$$c = \frac{\omega}{k}, \omega = \frac{2\pi}{T}, k_x = \cos(\theta)k, k_y = \sin(\theta)k \quad (18)$$

El número de onda k es definido utilizando la aproximación de Eckart's (1952) a la ecuación de dispersión:

$$k = \frac{\omega^2}{g} \sqrt{\coth\left(\frac{\omega^2 d}{g}\right)} \quad (19)$$

El paso de tiempo de integración de las ecuaciones de gobierno fue de 0.001 s, sin embargo, el paso de tiempo correspondiente a la adquisición de resultados fue de 100 Hz (cada 10 pasos del tiempo de integración) con la finalidad de homologar la frecuencia de registro de la superficie libre simulada con la obtenida por los sensores de nivel en los experimentos físicos. El tiempo de simulación fue de 30 segundos para todos los experimentos.

Para disipar la energía del oleaje y evitar los efectos de reflexión dentro del estanque numérico, la playa disipativa utilizada en la modelación física, fue remplazada por una esponja numérica la cual actúa como un coeficiente de disipación que multiplica a los valores de η , P y Q :

$$\gamma(x, y) = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \left(\pi \frac{L_s - D(x, y)}{L_s} \right) \right) \quad (20)$$

En donde L_s es el espesor de la esponja y $D(x, y)$ es la distancia normal hacia la frontera absorbente.

Las paredes laterales fueron consideradas totalmente reflejantes (al igual que en el EOFI-UNAM), de manera que:

$$(P, Q) \cdot \mathbf{n} = 0, \nabla w \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (21)$$

Donde $\mathbf{n}$ es el vector normal a la pared lateral del estanque numérico.

La fricción con el fondo, la cual es significativamente importante para pruebas de run-up (ascenso máximo en vertical de la lámina de agua) es calculada por medio del coeficiente de fricción a partir de la ecuación de Manning:

$$f = \frac{gn^2}{h^{1/3}} \quad (22)$$

Donde n es el coeficiente de rugosidad de Manning, el cual se obtuvo utilizando el radio hidráulico R , el tamaño medio de grava (utilizado en el EOFI-UNAM) para el cual el 50% de

rocas son más pequeñas (D_{50}) y el tamaño medio de grava (utilizado en el EOFI-UNAM) para el cual el 90% de rocas son más pequeñas (D_{90}), por medio de la siguiente relación:

$$n = \frac{d_{90}^{1/6}}{26(1 - 0.3593x^{0.7})} \quad (23)$$

para,

$$x = (R/d_{90})(d_{50}/d_{90}) \quad (24)$$

El radio hidráulico R , se obtuvo a partir de la relación del área de la sección transversal del estanque entre el “perímetro mojado”, el cual representa el perímetro de sección transversal del estanque que está en contacto con el agua. A partir de la ecuación 23, se obtuvo un factor de rugosidad de $n = 0.023$, el cual es similar al que puede ser consultado en tablas (Catchments & Creeks, 2011).

Con respecto al registro y procesamiento de resultados numéricos, se siguió la misma metodología que para la modelación física. Primero, se obtuvieron series temporales de la superficie libre dentro del estanque numérico en la misma posición y frecuencia de muestreo que los sensores de nivel utilizados en el EOFI-UNAM (Figura 5 y Figura 6). Posteriormente se realizó el análisis temporal para la obtención de los parámetros estadísticos del oleaje y por último se implementó la TRF para la obtención de los espectros de energía.

4. RESULTADOS

En la primera parte de esta sección se presenta la validación del modelo numérico de oleaje CELERIS, mediante los datos registrados por los sensores de nivel en el EOFI-UNAM. En la segunda parte de esta sección se describe el proceso de la evaluación del desempeño del lente elíptico, en términos de concentración de energía asociada a variaciones del tirante agua sobre el lente elíptico, la profundidad total, la excentricidad, el perfil del lente (región de someramiento) y dirección del oleaje incidente. A partir de estas pruebas se obtuvo una geometría optimizada del lente elíptico en términos de la longitud de onda incidente. Por último, en la tercera parte de esta sección y a partir de la geometría optimizada, se realizó un análisis de la concentración de energía por medio de simulaciones del proceso de focalización a escala real con batimetría medida en la costa de Puerto Morelos y con condiciones de frontera que fueron obtenidas por medio de un reanálisis de 10 años de oleaje.

4.1 Validación del modelo Numérico de Oleaje CELERIS

La verificación del modelo se realizó por medio de comparaciones de las series de tiempo registradas por los sensores virtuales y de laboratorio en el EOFI-UNAM, la altura cuadrática media del oleaje (H_{rms}) obtenidas a partir del análisis estadístico de las series de tiempo y los espectros de energía obtenidos por medio del análisis de Fourier descrito en la sección 3.1.1. La comparación directa de la superficie libre se realizó para el transecto AB, la comparación de la altura cuadrática media se realizó para todos los transectos (tanto para incidencia normal y oblicua) y la comparación espectral se realizó para los transectos AB y CD para el caso de incidencia normal.

El análisis temporal de las series de tiempo de la superficie libre para la simulación numérica se realizó para un registro de diez segundos, considerando como inicio el segundo 20 y el final el segundo 30 (Figura 11). Debido a que durante el registro de oleaje del experimento físico se deseaba tener el registro del “espejo de agua” (para obtener el nivel de referencia de la superficie libre), este registro comenzó después que el de las simulaciones numéricas, por lo cual, la diferencia en tiempo entre ambos registros (13.6 s), fue añadida al registro experimental a partir del segundo 20, con la finalidad de homologar la información del registro de oleaje numérico con el experimental (Figura 12) y poder realizar una comparación adecuada. Cabe señalar que la diferencia en tiempo de 13.6 s, se estimó a partir del tiempo de la primera cresta registrada por el sensor experimental y por el sensor virtual en la posición AB7, cuyos valores fueron de 28.75 s y 15.15 s respectivamente. Las posiciones AB0, AB1 y AB2, corresponden a posiciones anteriores al lente, las posiciones que describen el proceso de focalización sobre el lente corresponden a AB3, AB4 y AB5, en donde ésta última representa el foco con la mayor amplitud registrada, y las posiciones AB6 y AB7 son posteriores al lente sumergido.

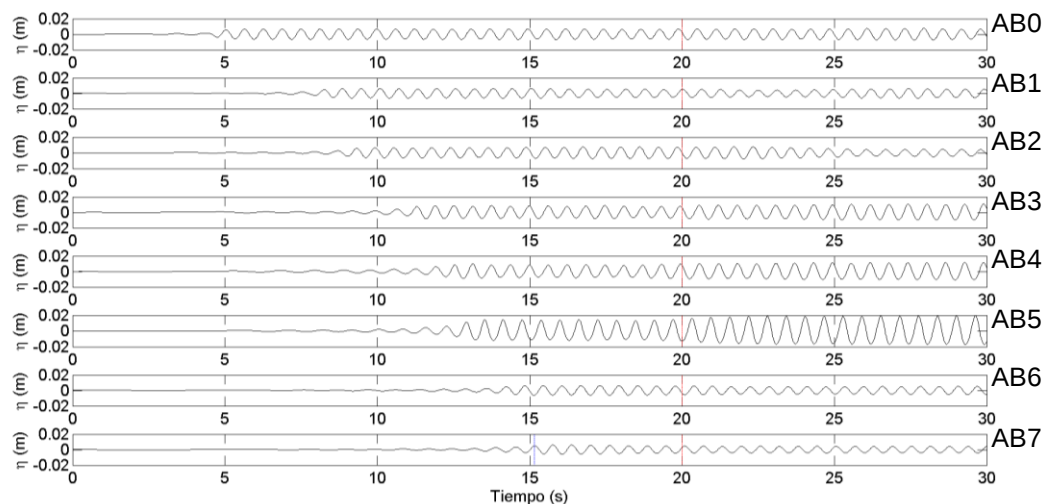


Figura 11. Señales de la superficie libre obtenidas por el modelo CELERIS en el transecto AB (sensor AB0 en panel superior y AB7 en el panel inferior). La línea roja en el segundo 20 indica el inicio del registro utilizado en las comparaciones. Se muestra la primera cresta identificada en el sensor posicionado en AB7 (15.15 s) para la homologación de registros.

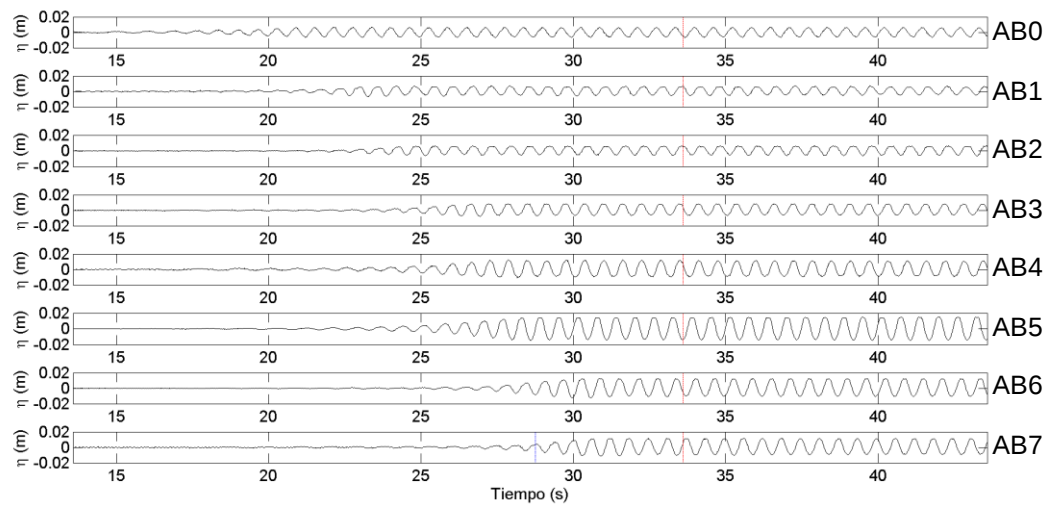


Figura 12. Señales de la superficie libre obtenidas por los sensores de nivel en el EOFI-UNAM en el transecto AB (sensor AB0 en panel superior y AB7 en el panel inferior). La línea roja indica el inicio del registro utilizado en las comparaciones. Se muestra la primera cresta identificada en el sensor posicionado en AB7 (28.75 s) para la homologación de registros.

La comparación de las series temporales de la superficie libre obtenidas por el modelo CELERIS y en el EOFI-UNAM, se muestran en la Figura 13, en donde se observa buena correspondencia en las posiciones AB0, AB1, AB2, AB3, AB4 y AB5, sin embargo, para las posiciones AB6 y AB7, el modelo presenta una sobrestimación de los datos medidos en el EOFI-UNAM. Cabe señalar que para los fines de la evaluación del desempeño del lente elíptico que se describirá más adelante, la información más relevante que será evaluada será el oleaje modificado durante el proceso de focalización que sucede por encima del lente elíptico (AB3, AB4 y AB5), el cual tiene buena correspondencia con la información medida en el EOFI-UNAM.

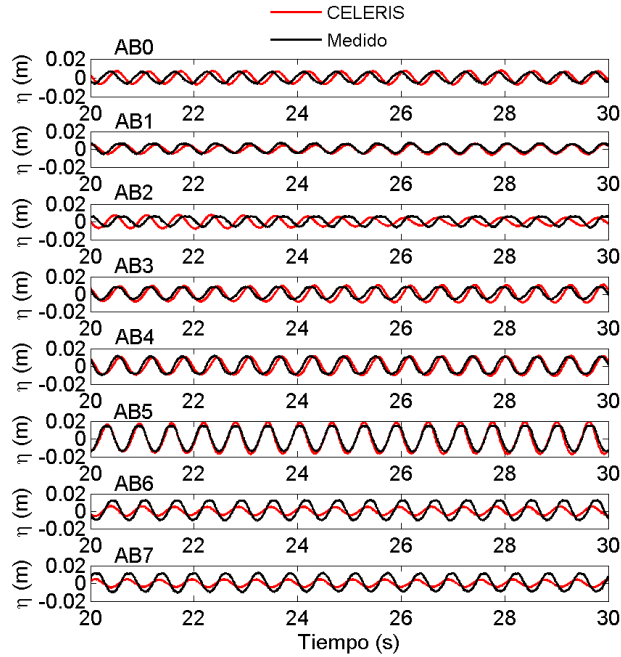


Figura 13. Comparación de las señales de la superficie libre obtenidas por el modelo CELERIS (línea roja) y en el EOFI-UNAM (línea negra) sobre el transecto AB.

A partir de la superficie libre simulada y obtenida experimentalmente, y el análisis temporal detallado en la sección 3.1.1, se obtuvo la altura cuadrática media (H_{rms}) para cada una de las posiciones indicadas en la Figura 5 para el caso de incidencia normal y para cada una de las posiciones indicadas en la Figura 6 para el caso de incidencia oblicua (Figura 14). La H_{rms} fue normalizada con la altura de onda incidente en la frontera del modelo H_0 (0.013 m).

Las alturas normalizadas obtenidas a partir de las simulaciones con el modelo durante incidencia normal, la cuales incluyen al transecto longitudinal AB, transversal CD y a los tres transectos laterales a un costado del lente elíptico EF, GH e IJ, muestran buena correspondencia con respecto a los datos medidos en laboratorio.

En el caso del transecto AB, la altura normalizada simulada al inicio del estanque en la posición $x=7.68$ m y sobre la plataforma de grava en las posiciones $x=5.72$ m y $x=5.28$ m tiene una excelente correspondencia con los datos obtenidos experimentalmente. Se puede

observar, a partir de las comparaciones en las posiciones $x=4.12$ m, $x=3.6$ m y $x=3.24$ m, que el proceso de focalización sobre el lente elíptico es simulado adecuadamente por el modelo. En el punto $x=3.24$ m, correspondiente al punto de máxima focalización, se observa una ligera sobrestimación del modelo con respecto a las mediciones, con alturas normalizadas de 2.7 y 2.4 veces la altura de ola incidente, respectivamente. Para el caso de los puntos localizados entre la playa y la zona del lente sumergido, ubicados en $x=2.46$ m y $x=2.14$ m, el modelo tiende a subestimar las mediciones, tal y como se mostró en las comparaciones de la superficie libre en la Figura 13. Con respecto a la comparación sobre el transecto CD, se puede apreciar que el modelo es capaz de resolver adecuadamente la estructura de la zona focal a lo largo de esta sección así como los valores de la altura cuadrática media.

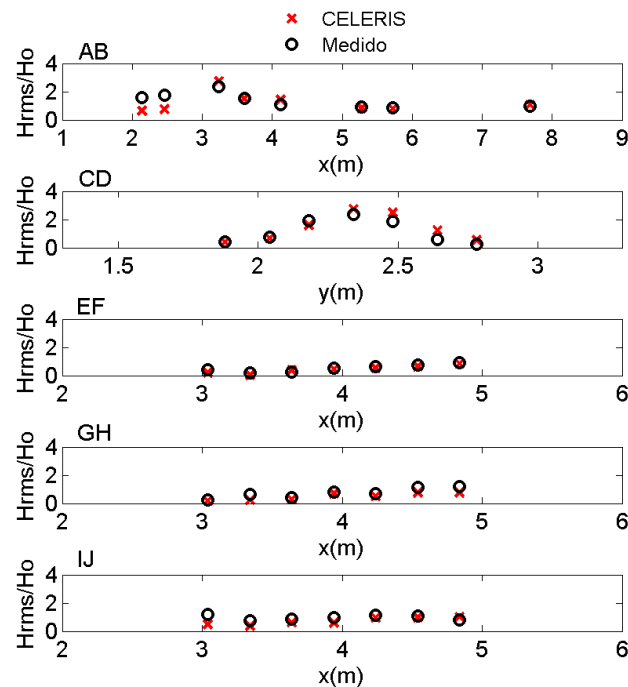


Figura 14. Comparación de la altura cuadrática media obtenida por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (cruces rojas) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (puntos negros) sobre los transectos AB, CD, EF, GH e IJ.

La comparación del oleaje en la sección lateral al lente elíptico que se muestra en los transectos EF, GH e IJ indica que el modelo resuelve de manera adecuada el oleaje perturbado, en donde las alturas cuadráticas medias son menores en la vecindad del lente elíptico indicando que se desarrolla una zona de sombra debido a la convergencia que tiene el oleaje incidente sobre el lente.

La Figura 15 muestra la comparación de las alturas cuadráticas medias para el caso de oleaje incidente oblicuo, cuyo arreglo experimental se muestra en la Figura 6. El proceso de focalización fue registrado en dos transectos denominados KL y MN los cuales se encuentran posicionados uno detrás de otro a una distancia de 5 cm entre ellos. Como se puede observar en la Figura 15, para el caso del transecto KL, los valores estimados por el modelo CELERIS en el punto focal, $Y=2.36$ m y $Y=2.38$ m, tienden a sobreestimar los datos registrados en laboratorio, sin embargo, la estructura del área focal es similar. Para el caso del transecto MN, tanto la estructura del área focal como los valores de las alturas cuadráticas medias son similares con una ligera subestimación en las zonas de baja energía para $Y=2.08$ m, $Y=2.72$ m y $Y=2.84$ m.

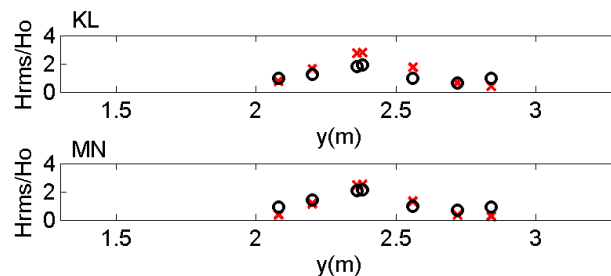


Figura 15. Comparación de la altura cuadrática media obtenida por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (cruces roja) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (puntos negros) sobre los transectos KL y MN para el caso de incidencia oblicua.

A partir de las series temporales de la superficie libre simuladas y obtenidas experimentalmente en laboratorio, se obtuvieron los espectros de energía por medio de la

TRF correspondientes al transecto AB (sobre el eje óptico) y al transecto CD (transversal al eje óptico sobre el punto focal) con la finalidad de comparar, en términos de energía, el proceso de focalización simulado y registrado en laboratorio sobre el lente elíptico. La Figura 16 y la Figura 18 muestran la comparación sobre el transecto AB y CD respectivamente.

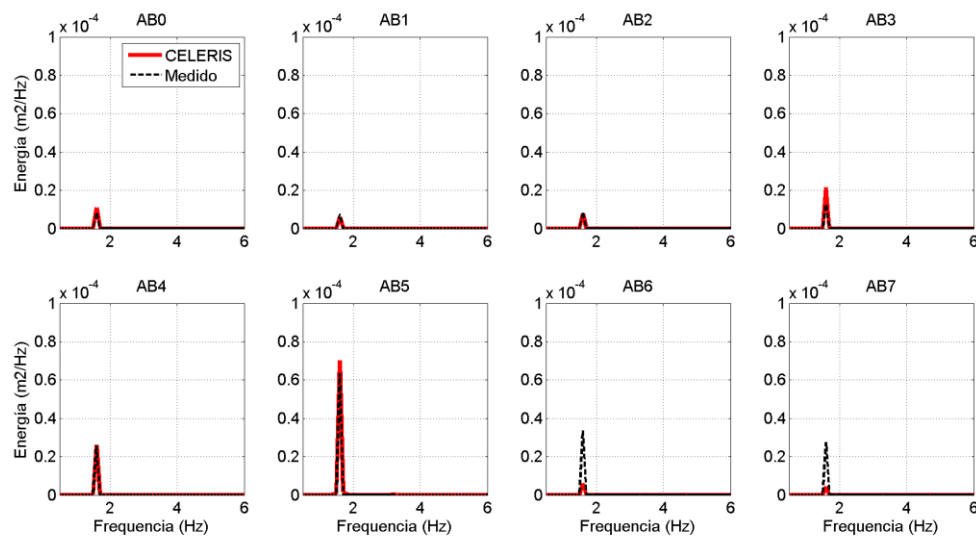


Figura 16. Comparación de los espectros de energía obtenidos por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (línea roja) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (línea negra) sobre el transecto AB.

Se puede observar en la Figura 16, que tanto la intensidad de la energía como su distribución en el dominio de las frecuencias, para el caso de las espectros realizados a partir de los datos obtenidos con el modelo numérico y los registrados en el EOFI-UNAM, son similares para las posiciones AB0, AB1, AB2, AB3, AB4 y AB5, en donde este último punto representa el punto focal. Sin embargo y como se mostró en la Figura 13, para el caso de los puntos AB6 y AB7, la energía obtenida a partir de los datos del modelo CELERIS, subestima la energía obtenida a partir de los datos registrados en el EOFI-UNAM. Es importante mencionar que para el caso de los espectros obtenidos en el punto

AB4 y AB5, se identificó un segundo pico, de menor intensidad en la frecuencia de 3.22 Hz (el cual es amplificado en la Figura 17), la cual es múltiplo de la frecuencia de 1.61 Hz que fue utilizada como condición de frontera, indicando que el modelo es capaz de resolver la aportación de energía de alta frecuencia (la aparición de los armónicos de orden superior se explican más adelante en la sección 4.2.1 correspondiente a la evaluación del desempeño del lente elíptico).

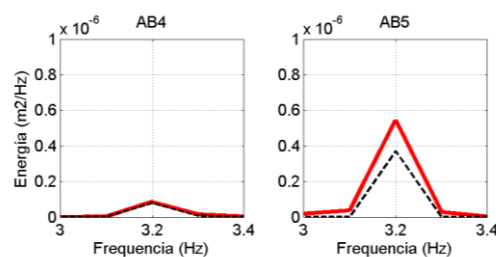


Figura 17. Comparación de los armónicos de orden superior simulados por el modelo CELERIS (línea roja) y registrados en el EOFI-UNAM (línea negra) en los puntos AB4 y AB5.

De manera similar a los espectros obtenidos sobre el transecto AB, los espectros obtenidos a partir de la simulación y a partir de los registrados en el EOFI-UNAM sobre el transecto CD (Figura 18), tienen buena correspondencia, a excepción del CD3, CD6 y CD7, en donde, a pesar de que la distribución del espectro esté bien simulada, el modelo sobrestima la intensidad de energía en CD3 y CD7 y subestima la cantidad de energía en CD6. Este mismo comportamiento se puede observar en las alturas cuadráticas medias mostradas en el segundo panel de la Figura 14. De igual forma que para el caso del transecto AB, para los puntos CD5 y CD7 se identificó un segundo pico en la frecuencia de 3.22 Hz (el cual es amplificado en la Figura 19).

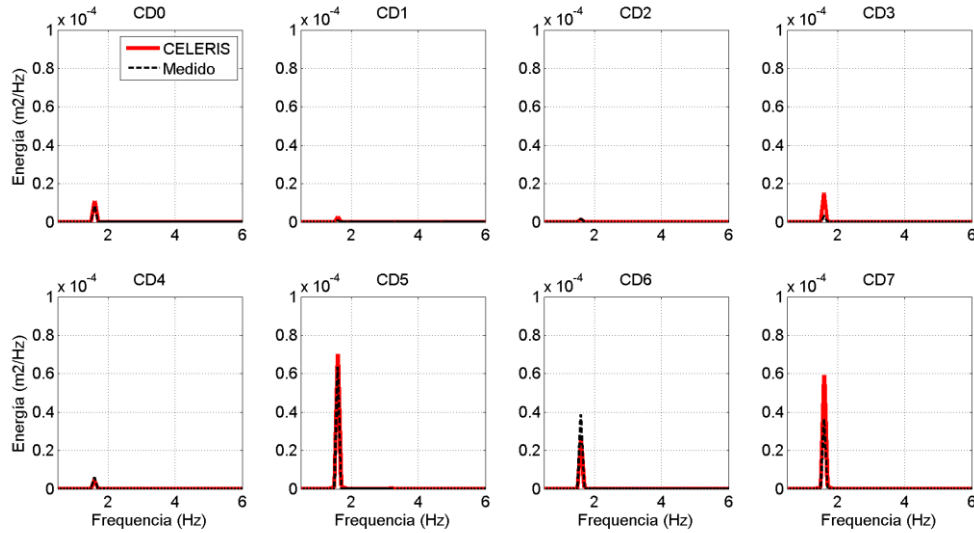


Figura 18. Comparación de los espectros de energía obtenidos por medio de simulaciones con el modelo CELERIS (línea roja) y a partir de los registros en el EOFI-UNAM (línea negra) sobre el transecto CD.

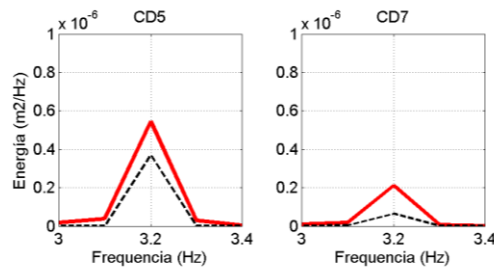


Figura 19. Comparación de los armónicos de orden superior simulados por el modelo CELERIS (línea roja) registrados en el EOFI-UNAM (línea negra) en los puntos CD5 y CD7.

La comparación realizada por medio de la superficie libre, la altura cuadrática media y los espectros de energía, indican que el modelo de tipo Boussinesq CELERIS, resuelve de manera adecuada el proceso de focalización para oleaje de pequeña amplitud, monocromático y con incidencia no oblicua y oblicua. Cabe señalar que a pesar de las subestimaciones encontradas en AB6 y AB7 que suceden por detrás del lente elíptico, el modelo es capaz de simular el proceso de focalización de manera correcta en posiciones estratégicas como el eje óptico, el área focal y en la zona anterior al lente elíptico,

posiciones a partir de las cuales, se realizará la evaluación del desempeño del lente sumergido que se describe a continuación.

4.2 Evaluación del Desempeño del Lente Sumergido

Para llevar a cabo la evaluación del desempeño del lente elíptico, se tomaron en cuenta diversos factores que pueden modificar la interacción del oleaje con la estructura sumergida y por lo tanto alterar el proceso de focalización, concentrando mayor o menor cantidad de energía y modificando la posición y la estructura del punto focal. Los factores más relevantes que se tomaron en cuenta fueron: la profundidad total en la que se encuentra sumergido el lente (h_1), la profundidad que existe entre el lente elíptico y la superficie libre (h_2), la excentricidad del lente elíptico (e), cambios en la dirección de incidencia, y por último, cambios en la altura y en la frecuencia del oleaje incidente. Cabe señalar que la relación entre h_1 y h_2 determina las longitudes de onda fuera y por encima del lente y por consiguiente los número de onda k_1 y k_1 con los cuales se obtendrá el índice de refracción n .

Todas las pruebas de desempeño fueron evaluadas a partir del espectro unidimensional de energía calculado para el oleaje incidente, el oleaje focalizado sobre el lente elíptico y en esa misma posición pero sin la presencia del lente, como punto de control. Con la finalidad de poder obtener la amplificación del oleaje incidente y del oleaje en la posición del foco, si no existiese lente elíptico (punto de control).

Con la finalidad de poder estandarizar las pruebas de desempeño a un parámetro de referencia correspondiente al oleaje incidente, la profundidad total en la que se encuentra sumergido el lente h_1 , el tirante de agua determinado por la profundidad entre el lente

sumergido y el espejo de agua h_2 y la excentricidad del lente e , determinada por el tamaño semieje menor b con respecto al semieje mayor a , fueron relacionadas a fracciones de la longitud de onda incidente L_0 .

Una vez evaluado lo anterior, se realizaron pruebas numéricas de la focalización del oleaje integrando una región de someramiento que rodea al lente elíptico (pendiente radial), con el propósito de disminuir la reflexión y la difracción del oleaje ocasionada por la pared vertical del lente elíptico (de acuerdo con las pruebas realizadas por Griffiths y Porter, 2011)

El procedimiento inicial que se llevó a cabo para las pruebas de desempeño, fue que para una excentricidad fija, utilizada en las pruebas de laboratorio y en la simulación, se evaluaron distintos tirantes de agua (en términos de fracciones de la longitud de onda) entre el lente elíptico y la superficie libre; posteriormente, al obtener el tirante de agua de máxima amplificación, éste se mantuvo constante y se modificó la excentricidad por medio de variaciones al semieje menor (el semieje mayor se mantuvo constante) con respecto a la longitud de onda incidente. Una vez obtenida la excentricidad de mayor amplificación, esta se mantuvo constante para evaluar el tamaño del lente disminuyendo en proporción los semiejes. Posteriormente se evaluó el desempeño del lente con una pendiente radial y por último los cambios en la dirección de incidencia. El cambio en frecuencia y altura del oleaje incidente se realizó para un caso a escala real con batimetría medida y estados de mar obtenidos de un reanálisis de 10 años de oleaje.

Es importante agregar, que desde el punto de vista ingenieril, además de obtener la geometría optima del lente sumergido para las condiciones de oleaje incidente, es importante conocer su desempeño para las distintas dimensiones que el lente elíptico pueda adoptar, en términos de la profundidad en la cual será instalado, su altura y su excentricidad, lo que consecuentemente determinará su volumen y la cantidad de material para ser construido. De manera que los lentes sumergidos en menores profundidades, con

una menor altura y con una excentricidad mayor (menor volumen) resultarán ser más viables económicamente, sin embargo, la factibilidad de su instalación, dependerá también de la cantidad de energía que logren concentrar y cómo es que esta energía se distribuye por encima del lente. Lo anterior es una de las razones que a pesar de que la geometría óptima del lente pueda ser establecida por las leyes de la refracción en cónicas, es importante conocer su desempeño para distintas geometrías. Adicionalmente, a pesar de tener una ley de refracción de cónicas que permita establecer una geometría óptima, existe una gama innumerable de posibilidades para establecer la excentricidad a partir de esta ley por medio de un índice de refracción n conocido (determinado por el cambio en profundidad entre h_1 y h_2), debido a que tanto el semieje menor b como el semieje mayor a , pueden tomar una infinidad de valores siempre y cuando su proporción sea siempre la misma para mantener la excentricidad deseada (ecuación 5). De manera inversa, teniendo una excentricidad conocida, existe una gama innumerable de posibilidades para establecer el índice de refracción n , ya que h_1 y h_2 pueden tomar una infinidad de valores siempre y cuando estos mantengan constante su proporción para obtener el n deseado.

Debido a que el oleaje dentro del estanque numérico puede comportarse como un conjunto de ondas cuasi-estacionarias (Dean y Darymple 1984), es de suma importancia conocer la influencia del oleaje reflejado por las paredes del estanque en el proceso de focalización sobre el lente elíptico. Dado lo anterior, el simular condiciones similares a las de mar abierto, tal y como lo mencionan Cotter y Chakrabarti (1994), es una práctica recomendable, ya que si la duración de los experimentos son relativamente largos, el registro de las señales al interior del estanque puede estar influenciado por la reflexión.

Ya que las paredes laterales del estanque numérico validado se encuentran relativamente cerca del lente elíptico, existe la posibilidad de que la energía del oleaje radiada hacia estas, debido al cambio de dirección del oleaje por su interacción con el lente elíptico, sea reflejada

hacia el interior del estanque y por lo tanto, modifique la cantidad real de energía focalizada por lente. En este sentido, se realizó un conjunto de pruebas numéricas ampliando el tamaño del estanque numérico, en donde para evitar los efectos de reflexión, las paredes laterales y la pendiente al final del estanque se alejaron del lente elíptico. A partir de estas pruebas, se realizaron comparaciones con los resultados del estanque numérico validado, con la finalidad de determinar una ventana de tiempo, en donde la reflexión no influya de manera significativa en el proceso de focalización.

La Figura 20 muestra una comparación entre el tamaño del Estanque Validado (EV) y el Estanque Extendido (EE), en donde se puede observar que para este último, existe un incremento en la distancia entre las paredes laterales y la pendiente final con respecto al lente elíptico. El resto de las dimensiones, como el alto de la plataforma, pendiente de la playa disipativa y la distancia del centro del lente elíptico hacia la frontera de generación del oleaje, permanecieron idénticas para ambos estanques numéricos.

Para conocer la influencia de la energía reflejada, se realizaron dos pruebas con duración de 30 segundos en ambos estanques (EV y EE) para la misma condición de frontera. Para la obtención de datos se delimitó una región sobre el lente elíptico en donde se obtuvieron los datos de la superficie libre para cada celda a una frecuencia de muestreo de 100 Hz (la cual se muestra en la Figura 20). A partir de esta información, se obtuvieron los campos de superficie libre y el perfil de la altura cuadrática media sobre el eje óptico para un periodo temporal desde los 14 s a los 19 s y desde los 25 s a los 30 s. La finalidad de dichas pruebas consistió en observar las diferencias de los campos de superficie libre y de los perfiles de la altura cuadrática media para dos periodos temporales distintos en cada uno de los estanques; durante cinco segundos a partir de que inicia el proceso de focalización (14 s a 19 s) y durante cinco segundos antes de que finalice el registro (25 s a 30 s) y así poder estudiar la influencia de la energía del oleaje reflejado.

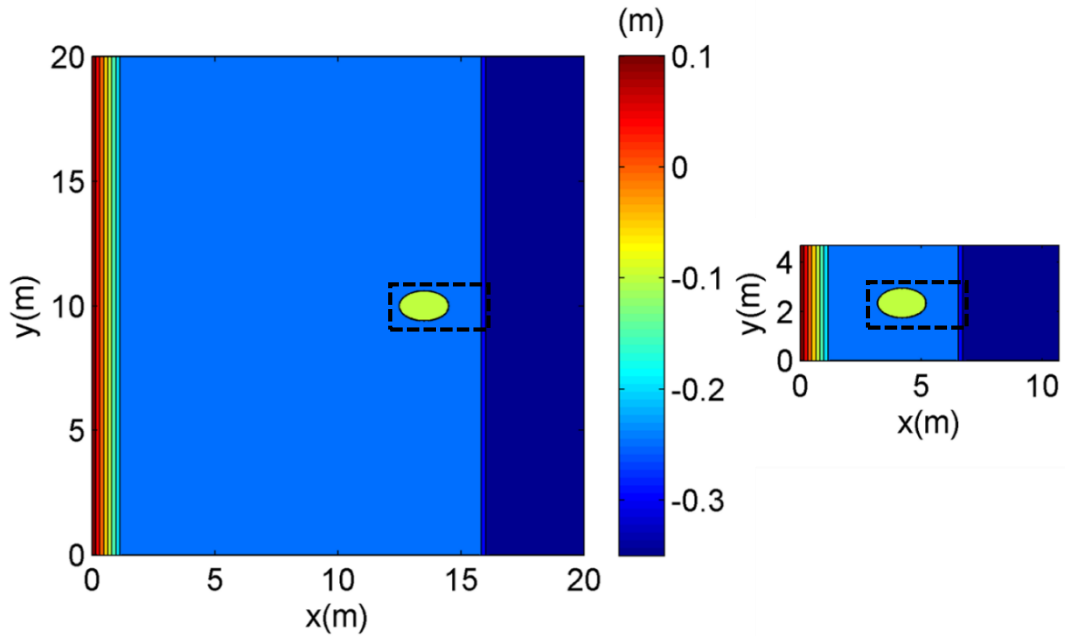


Figura 20. Comparación entre el estanque numérico extendido (panel izquierdo) y el estanque numérico validado (panel derecho).

La Figura 21 muestra los campos instantáneos de superficie libre para la máxima amplitud encontrada para la simulación numérica en ambos estanques para el periodo de muestreo comprendido entre 14 s y 20 s para el periodo de muestreo entre 25 s y 30 s.

Como se puede observar en la Figura 21, el campo instantáneo de la superficie libre para el EE en ambos periodos de tiempo es similar (paneles superiores), las características similares más notables entre ambas simulaciones son, la posición, la estructura e intensidad del foco y el patrón de crestas y valles antes, sobre y después del lente elíptico; indicando que en todo el periodo de simulación las condiciones del proceso de focalización son casi idénticas.

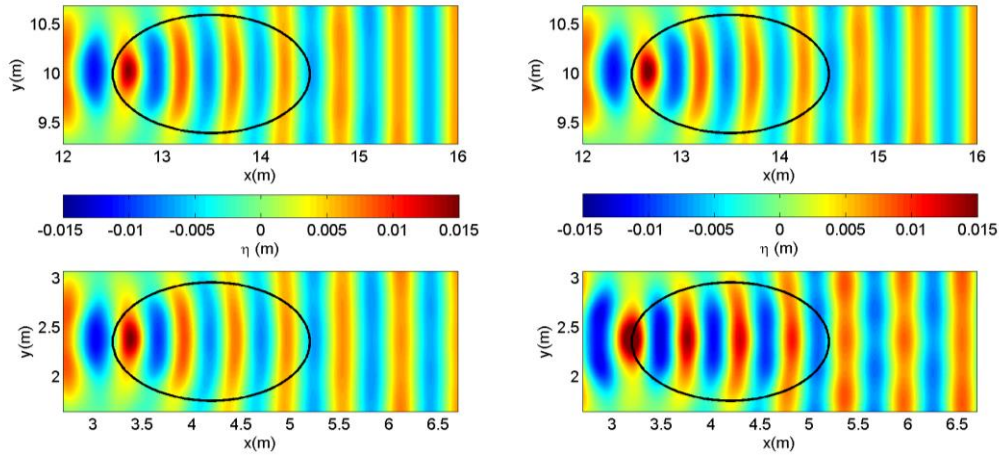


Figura 21. Superficie libre máxima instantánea para las simulaciones en el Estanque Extendido (EE) correspondientes al periodo de 14 s a 19 s (panel superior izquierdo) y de 25 s a 30 s (panel superior derecho); y para las simulaciones en el Estanque Validado (EV) correspondientes al periodo de 14 s a 19 s (panel inferior izquierdo) y de 25 s a 30 s (panel inferior derecho).

Estos rasgos, también pueden observarse en la simulación numérica para el Estanque Validado durante el periodo de 14 s a 19 s, en donde la posición del foco, intensidad y patrones de crestas y valles son similares a las observadas en el EE, sin embargo, es muy claro como para el caso de la simulación para el EV durante el periodo de 25 s a 30 s estos rasgos ya no son similares, en donde la característica distintiva es el cambio en la posición y la estructura del foco, indicando que la energía reflejada, provocada por la cercanía de las paredes y la duración de la simulación, tiene una influencia significativa en los rasgos antes mencionados y por la tanto, es importante obtener los resultados en el EV durante una ventana de tiempo, donde la energía reflejada no influya en el proceso de focalización, por ejemplo, de 14 s a 19 s.

Para tener una idea más clara acerca de la influencia de la energía reflejada dentro del estanque, en términos de la intensidad y la posición del foco, se obtuvo el perfil de la altura cuadrática media sobre el eje óptico para las simulaciones en el EE y EV para los periodos de 14 s a 19 s y de 25 s a 30 s. La Figura 22 muestra la comparación de los perfiles de la

altura cuadrática media normalizada sobre el eje óptico en el EE y en el EV para el registro temporal de 14 s a 19 s (EE-14-19, EV-14-19) y de 25 s a 30 s (EE-25-30 y EV-25-20).

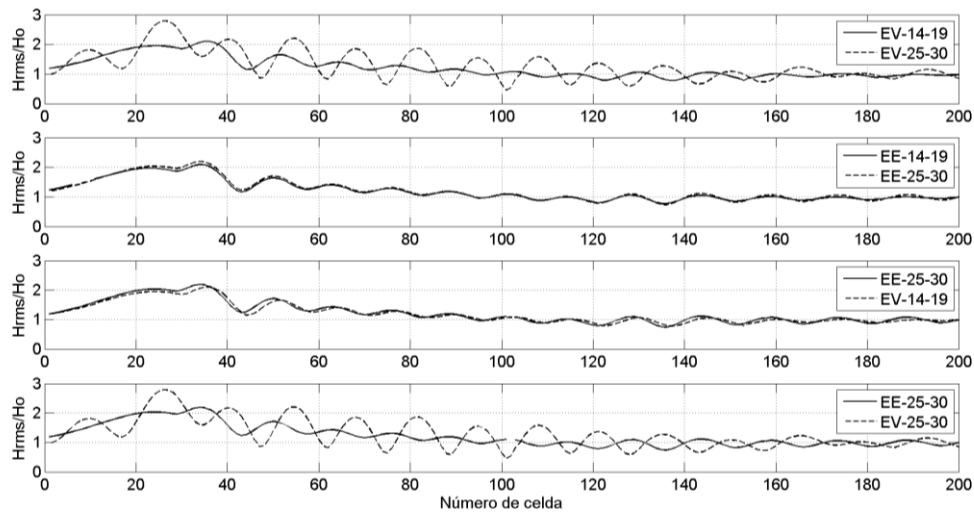


Figura 22. Comparaciones de perfiles de la altura cuadrática media sobre el eje óptico de la elipse para el caso del estanque validado para ambos periodos de tiempo (panel superior); para el caso del Estanque Extendido (EE) durante ambos periodos de tiempo (panel intermedio superior); para el caso del Estanque Extendido (EE) y Validado (EV) para el periodo de 25 s a 30 s y de 14 s a 19 s respectivamente (panel intermedio inferior); y para el caso de Estanque Extendido (EE) y Validado (EV) para el periodo de 25 s a 30 s (panel inferior).

El primer panel (de arriba hacia abajo), muestra la comparación de la altura cuadrática media normalizada para el caso del EV para el registro temporal de 14 s a 19 s y de 25 s a 30 s, en donde se puede notar una gran diferencia entre ambos perfiles, indicando que el registro de la superficie libre durante la ventana de tiempo de 25 s a 30 s tiene una influencia significativa por energía reflejada al interior del estanque, en donde la intensidad y la posición del foco son distintas. También es evidente que el oleaje en el EV durante los 25 s a los 30 s se asemeja al comportamiento de una onda cuasi-estacionara (Dean y Darymple, 1984), en donde la presencia de cuasi-nodos y cuasi-antinodos, presentes cada 1/4 de la longitud de onda, es más notoria debido a la energía reflejada al interior del estanque.

El segundo panel (de arriba hacia abajo), muestra la comparación de la altura cuadrática media normalizada para el caso del EE para el registro temporal de 14 s a 19 s y de 25 s a 30 s, en donde es claro que ambos perfiles son similares, indicando que el registro de la superficie libre durante la ventana de tiempo de 25 s a 30 s en el EE, no se ve influenciado por energía reflejada al interior del estanque, debido a que las paredes del estanque se encuentran más alejadas del lente elíptico, a diferencia del EV.

El panel intermedio inferior, muestra la comparación de la altura cuadrática media normalizada para el caso del EE para el registro temporal de 25 s a 19 s y el caso del EV para el registro temporal de 14 s a 19 s. Ambos perfiles muestran un comportamiento similar, indicando que durante el registro temporal de 14 s a 19 s en el EV se obtienen condiciones desarrolladas del proceso de focalización sin la influencia de energía reflejada dentro del estanque.

Por último, el panel inferior, muestra la comparación de la altura cuadrática media normalizada para el caso del EE y del EV para el registro temporal de 25 s a 30 s, en donde es clara la diferencia entre perfiles debido a la influencia que tiene la energía reflejada en el EV.

En resumen, a partir del registro de la superficie libre en el Estanque Validado de 14 s a 19 s, es posible obtener una medida confiable del oleaje focalizado por encima del lente elíptico, sin influencia de la energía reflejada al interior del estanque; por lo que esta fue la ventana de tiempo seleccionada para registrar y procesar los datos de la superficie libre en todos los experimentos numéricos correspondientes a la evaluación del desempeño del lente elíptico que se describen a continuación.

4.2.1 Pruebas de Profundidad Sobre el Lente Sumergido

A partir de estas pruebas, se tiene como objetivo investigar la relación entre la proporción de la profundidad que existe entre el lente elíptico y la superficie libre (h_2) y la profundidad total a la que se encuentra sumergido (h_1), con la cantidad de energía focalizada por el lente. Una primera suposición, es que si la profundidad que existe entre el lente elíptico y la superficie h_2 es mucho mayor a la longitud de onda incidente, el oleaje tendrá una mínima, si no es que nula, interacción con la estructura, por lo que no existirá o será muy poca la energía que pueda ser focalizada por el lente. Conforme la estructura vaya adquiriendo altura desde la plataforma hasta la superficie, el oleaje empezará a “sentir fondo” y comenzará a desarrollarse una interacción gradual con la estructura sumergida, y el proceso de focalización comenzará a ser cada más evidente. Sin embargo, habrá un punto en donde la energía focalizada por el lente comenzará a disminuir, debido al oleaje reflejado por la misma estructura.

También es importante recordar que una de las condiciones para que se lleve a cabo el proceso de focalización mediante una estructura sumergida, es que el índice de refracción definido por el cociente entre el número de onda, obtenido por encima del lente (k_2) y el número de onda obtenido fuera de este (k_1) sea mayor a la unidad, y para que el foco obtenido coincida con el foco geométrico de la elipse (la ley de refracción de cónicas), el índice de refracción debe ser igual al inverso de su excentricidad (Mountfourd, 1984; Griffiths y Porter, 2011):

$$n = \frac{k_2}{k_1} > 1; n = \frac{k_2}{k_1} = \frac{1}{e} \quad (25)$$

Dado lo anterior, el propósito de dichas pruebas, consiste en evaluar el desempeño del lente elíptico para diferentes relaciones entre h_2 y h_1 con h_1 constante, para determinar una proporción que permita una máxima focalización de la energía, la cual según la teoría de refracción en cónicas, tendría que coincidir con la relación de $1/e$.

Para llevar a cabo lo anterior, se realizaron una serie de experimentos, en donde a partir de una profundidad determinada, se incrementó gradualmente la altura del lente elíptico (en fracciones de la longitud de onda incidente) hacia la superficie, y posteriormente, se calculó el espectro de energía en el punto focal. Las condiciones de frontera que se usaron para llevar a cabo esta serie de experimentos fueron las mismas que en la validación del modelo numérico, en donde se impuso una altura de 0.013 m, un periodo de 0.62 s y una dirección de propagación de 0° . La plataforma sobre la cual se montó el lente elíptico se fijó a una altura de 0.15 m sobre el fondo del estanque numérico por lo que la profundidad entre la superficie libre y la plataforma fue de 0.20 m. La longitud de onda, con la cual se normalizó el incremento de altura del lente elíptico, fue 0.583 m (3% menor a la longitud de onda de aguas profundas de 0.6 m). La excentricidad del lente se mantuvo fija al mismo valor que en las pruebas de validación (0.8). Cabe señalar que la profundidad a la se encuentra montado el lente elíptico corresponde a $1/3$ la longitud de onda incidente.

La Tabla 1 muestra los experimentos numéricos que fueron llevados a cabo, en donde el tirante de agua entre la superficie y el lente elíptico tomó valores desde $1/3$ hasta $1/10$ de la longitud de onda incidente (L_0), siendo la de $1/10 L_0$ la más cercana a la superficie. Cada prueba fue denominada por las siglas “TA”, que significan “Tirante de Agua” seguida por una numeración consecutiva ascendente.

Tabla 1. Pruebas realizadas para la evaluación del desempeño del lente elíptico para distintos tirantes de agua en factores de la longitud de onda incidente (L_0). Se muestra el tirante de agua sobre el lente y la altura del lente sobre plataforma en metros.

Prueba	Factor L_0	Tirante sobre el lente (m)	Altura lente (m)
TA1	0	0.20	0.000
TA2	1/3	0.194	0.005
TA3	1/4	0.145	0.054
TA4	1/5	0.116	0.08
TA5	1/6	0.097	0.102
TA6	1/7	0.083	0.116
TA7	1/8	0.072	0.127
TA8	1/9	0.064	0.135
TA9	1/10	0.058	0.141

A partir de cada prueba, se obtuvo el espectro de energía en el punto focal, el espectro de energía del oleaje incidente en la posición $x = 8 \text{ m}$, antes de la plataforma y el espectro de energía obtenido en la posición del punto focal de máxima amplificación, pero sin la presencia del lente, (prueba TA1). Ambas pruebas se realizaron con la finalidad de obtener un factor de amplificación en comparación con el oleaje incidente y en la zona focal pero sin la presencia del lente. El punto focal se definió como la ubicación en donde se encontró la máxima altura cuadrática media sobre el eje óptico para cada una de las pruebas.

La Figura 23 muestra la posición en donde se ubicó la máxima altura cuadrática media para cada tirante de agua sobre el lente elíptico, en términos de L_0 . Es importante mencionar que para las pruebas de $1/3 L_0$ y $1/4 L_0$, no se presentó un foco definido, debido a la poca interacción que existe entre el oleaje y el lente sumergido, dado que el índice de refracción n , obtenido para estos tirantes es muy cercano a la unidad (ecuación 2). Sin embargo, los espectros para estas pruebas fueron obtenidos en el punto de control.

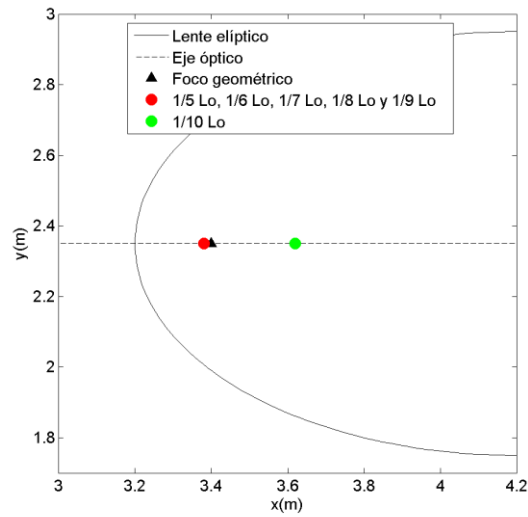


Figura 23. Posición de foco geométrico y numérico obtenido para las pruebas de desempeño con respecto al tirante de agua.

Como se puede apreciar en la figura anterior, existe un desplazamiento del foco sobre el eje óptico que depende del tirante encontrado entre la superficie libre y el lente sumergido, en donde para los casos de los tirantes de $1/5 L_0$, $1/6 L_0$, $1/7 L_0$, $1/8 L_0$ y $1/9 L_0$, el foco se encuentra en una posición cercana al foco geométrico de la elipse y para el caso de $1/10 L_0$, el foco se desplaza hacia la derecha de la posición del foco geométrico.

La Tabla 2 muestra la posición de cada foco sobre el eje óptico, la altura cuadrática media obtenida en dicha posición, la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico de la elipse (δ) y el índice de refracción (n).

Tabla 2. Posición del foco generado para distintos tirantes de agua. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en dicho foco, así como el índice de refracción (n) y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ). Para el caso de TA2 y TA3 no se generó un foco definido.

Prueba	Factor L_0	Posición foco (m)	H_{rms} (m)	n	δ (m)
TA2	1/3	n/a	n/a	1.003	n/a
TA3	1/4	n/a	n/a	1.049	n/a
TA4	1/5	3.38	0.0231	1.104	0.02
TA5	1/6	3.38	0.0283	1.161	0.02
TA6	1/7	3.38	0.0317	1.219	0.02
TA7	1/8	3.38	0.0324	1.276	0.02
TA8	1/9	3.38	0.0306	1.332	0.02
TA9	1/10	3.62	0.0312	1.387	0.22

La Figura 24 muestra los espectros de energía obtenidos para cada una de las pruebas mencionadas en la Tabla 2 así como para el oleaje incidente y en el punto de control. Se puede observar que la energía del oleaje incidente y la energía en el punto de control es similar, siendo la energía del oleaje incidente ligeramente más alta debido a que fue registrada fuera de la plataforma ($x = 8 \text{ m}$). Conforme el tirante de agua sobre el lente elíptico comienza a disminuir, en términos de la longitud de onda incidente, o dicho de otra manera, conforme la altura del lente elíptico es mayor, la energía aumenta hasta alcanzar un punto máximo en un tirante de $1/8 L_0$, posteriormente, hacia los tirantes de $1/9 L_0$ y $1/10$ de L_0 , esta energía comienza a disminuir.

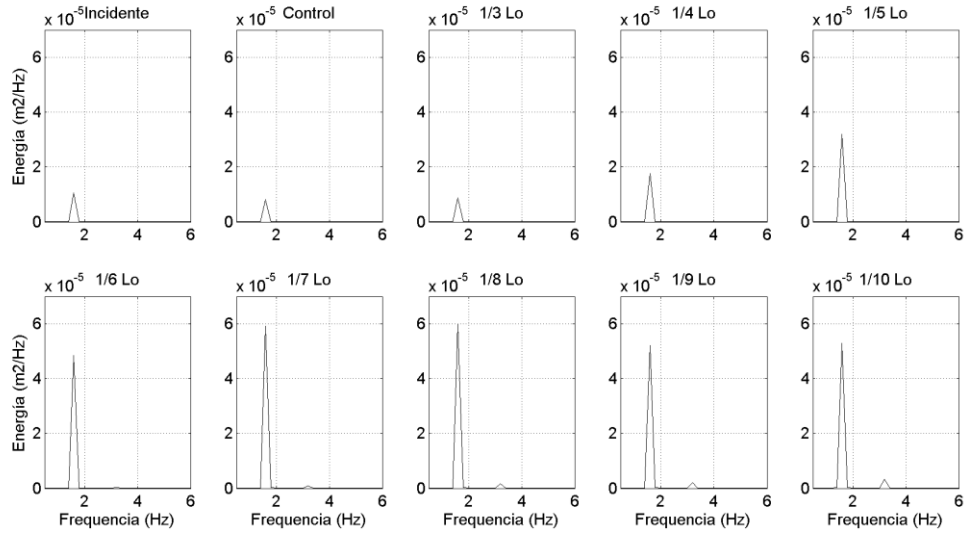


Figura 24. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes tirantes de agua sobre el lente elíptico. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control en el primer y segundo gráfico del panel superior.

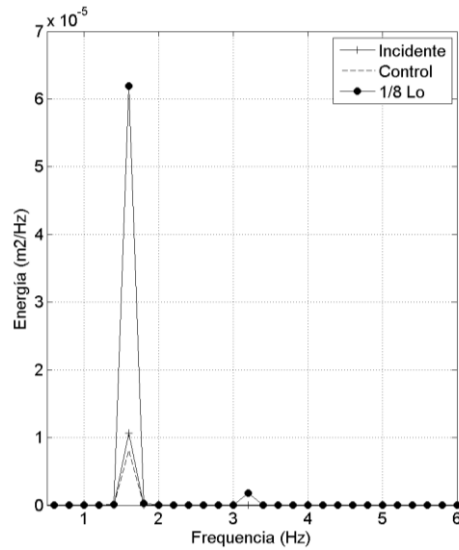


Figura 25. Comparación de espectros de energía del oleaje para el punto de focalización con un tirante de agua de $1/8 L_0$ (línea con punto), oleaje incidente (línea con cruz) y oleaje en el punto de control sin lente elíptico (línea discontinua).

Con respecto a la energía incidente y calculada en el punto de control, se puede observar que para el lente elíptico sumergido a las profundidades de $1/7 L_0$ y $1/8 L_0$, la energía focalizada es aproximadamente seis y ocho veces mayor respectivamente, siendo $1/8 L_0$ el tirante óptimo, por lo que este espectro fue comparado directamente con el oleaje simulado

en el punto de control y en el punto incidente (Figura 25). Para los tirantes de $1/5 L_0$, $1/6 L_0$ y $1/10 L_0$, la energía focalizada es más del doble que la simulada en el punto de control. Para los casos de $1/3 L_0$ y $1/4 L_0$ no se alcanza a apreciar una amplificación considerable, ya que para estos tirantes el oleaje tiene poca interacción con el lente.

Es importante mencionar que conforme el lente comienza a aumentar su altura, se desarrollan armónicos de orden superior, el primero identificado en 3.2 Hz (el doble de la frecuencia pico) para los espectros calculados desde el tirante de $1/6 L_0$ hasta $1/10 L_0$ y el segundo identificado en la frecuencia de 4.8 Hz (el triple de la frecuencia pico), para los espectros calculados desde $1/7 L_0$ a $1/10 L_0$ (Figura 26).

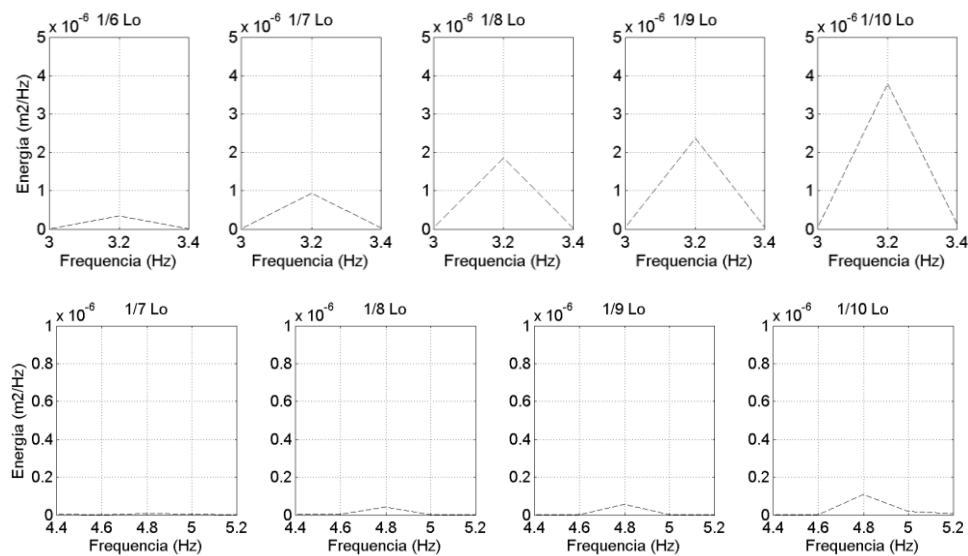


Figura 26. Armónicos de orden superior para la frecuencia de 3.2 Hz y 4.8 Hz para los distintos tirantes de profundidad del lente sumergido.

La presencia de armónicos de orden superior en el espectro de energía se atribuyen a que el perfil del oleaje, debido a su interacción con el lente elíptico, cambia su forma debido a la disminución de la profundidad, de manera que conforme disminuye el tirante de agua que existe sobre el lente, se modifica la relación de aspecto entre la altura de la ola y su longitud de onda y el oleaje se vuelve cada vez menos lineal y toma un perfil que puede ser descrito

por la teoría de Stokes de segundo o tercer orden, dependiendo de la profundidad que se encuentre. Para ilustrar lo anterior, se ubicaron los casos mostrados correspondientes a las pruebas de profundidad (mostrados en la Figura 24) sobre el diagrama de Le Méhauté (1976), el cual determina el rango de validez para distintas teorías descriptivas de ondas periódicas, tales como la teoría lineal, las teorías de Stokes y la teoría cnoidal (Figura 27).

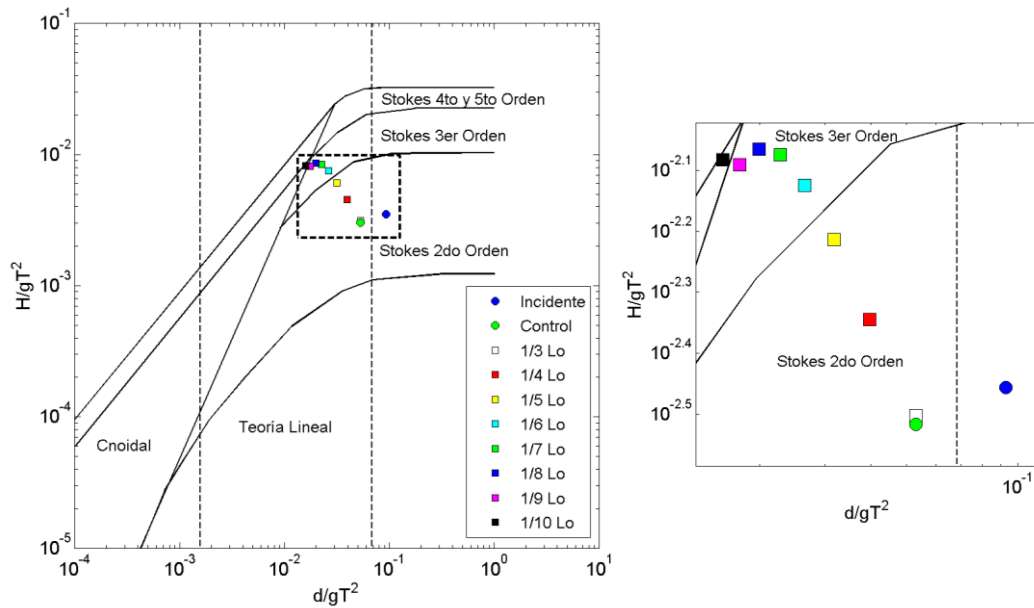


Figura 27. Ubicación de los casos simulados para la evaluación del desempeño del lente por tirantes en el diagrama de Le Méhauté (1976), para las distintas teorías de ondas periódicas.

Como se puede observar en la Figura 27, los casos simulados se ubicaron entre las áreas delimitadas para la teoría de Stokes de segundo y tercer orden, en donde para el caso incidente, el caso de control y para los casos de $1/3 L_0$, $1/4 L_0$ y $1/5 L_0$, el oleaje calculado permaneció dentro del área de teoría de Stokes de 2do orden, con los casos de $1/4 L_0$ y $1/5 L_0$ cerca del límite con el área correspondiente a la teoría de Stokes de tercer orden. Conforme el tirante de agua entre la superficie y el lente elíptico comienza a disminuir, desde $1/6 L_0$ hasta $1/10 L_0$, los casos se ubicaron dentro de los límites de la teoría de Stokes de tercer orden, con los casos de $1/9 L_0$ y $1/10 L_0$ cercanos al límite con el área correspondiente la teoría cnoidal. La ubicación de los casos simulados dentro de las áreas

de las distintas teorías de oleaje descritas anteriormente, coincide en cierta medida con la aparición de armónicos de segundo orden (3.2 Hz) y tercer orden (4.8 Hz) en los espectros mostrados en la Figura 26, en donde a partir del caso de $1/7 L_0$, el armónico de tercer orden, ubicado en 4.8 Hz, comienza a acentuarse gradualmente hasta presentar su máximo en $1/10 L_0$ en donde, debido a la poca profundidad que existe entre la superficie libre y el lente sumergido, el oleaje aumenta considerablemente su no-linealidad.

En resumen, de la Tabla 2 se puede observar que el índice de refracción n para el caso de máxima amplificación en donde el tirante de agua entre la superficie libre y el lente sumergido es $1/8 L_0$, es aproximado al inverso de la excentricidad del lente sumergido ($1/e = 1.25$), lo que coincide con la ley de refracción de cónicas (Mountfourd, 1984; Griffiths y Porter, 2011).

4.2.2 Pruebas de Excentricidad

Una vez obtenido el tirante de agua de $1/8 L_0$ para obtener la máxima amplificación del oleaje, se procedió a realizar las pruebas del desempeño del lente elíptico para distintas excentricidades (e).

De manera similar que en los casos de la sección anterior, se hace la suposición de que si el tamaño de los semiejes del lente elíptico es pequeño con respecto a la longitud de onda incidente, el oleaje tendrá nula o muy poca interacción con la estructura, de manera que la focalización no será significativa. Por otro lado, si los semiejes del lente son demasiado grandes con respecto a la longitud de onda incidente, el lente será demasiado voluminoso y no será viable económicamente, además de que el patrón de refracción se verá afectado y llegará un punto en donde la forma elíptica del lente sumergido será invisible para la longitud de onda incidente.

Tomando como antecedente las pruebas numéricas piloto mencionadas en la sección 3.1.1, el semieje mayor (a) se mantuvo fijo con un tamaño de 1.7 veces la longitud de onda incidente y el semieje menor (b), adoptó distintos tamaños en factores de la longitud de onda incidente. Para este caso, se tomaron en cuenta 8 excentricidades, las cuales se obtuvieron a partir de multiplicar el semieje menor por diversos factores de la longitud de onda incidente establecidos entre el rango de $3/2 L_0$ hasta $1/4 L_0$. La Tabla 3 muestra el conjunto de simulaciones numéricas que fueron realizadas, en donde cada prueba fue denominada por las siglas “EL”, que significan “Excentricidad del Lente” seguida por una numeración consecutiva ascendente.

Tabla 3. Pruebas realizadas para la evaluación del desempeño del lente elíptico para distintas excentricidades. Se muestra el factor de longitud de onda por el cual fue multiplicado el semieje menor b .

Prueba	Factor L_0	e
EL1	1.500	0.483
EL2	1.064	0.784
EL3	1.000	0.811
EL4	0.875	0.859
EL5	0.750	0.899
EL6	0.500	0.956
EL7	0.375	0.975
EL8	0.250	0.989

En la Tabla 3 se puede observar que mientras el factor de longitud de onda por el cual es multiplicado el semieje menor disminuye, la excentricidad del lente elíptico aumenta, lo cual puede visualizarse en la Figura 28. Es importante mencionar que el caso EL2, con excentricidad de 0.784, corresponde a la excentricidad determinada por ley de la refracción en cónicas definida por $e = 1/n$, en donde el índice de refracción es $n = k_2/k_1$.

En la Figura 28, se muestran esquematizadas las excentricidades que fueron utilizadas para el diseño numérico de cada lente elíptico de cada experimento. Se muestra el foco geométrico de cada uno de los lentes elípticos.

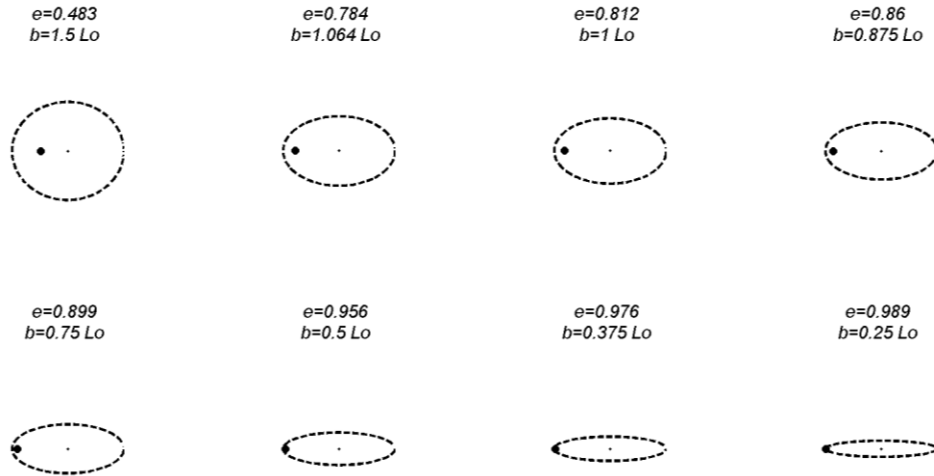


Figura 28. Distintas excentricidades de lente elíptico para las simulaciones numéricas. Se muestra el valor de excentricidad (e) y el factor de longitud de onda incidente por el que fue multiplicado el semieje menor.

Para llevar a cabo la evaluación del desempeño del lente elíptico a partir de cada prueba de excentricidad, se obtuvo el espectro de energía en el punto focal, el espectro de energía del oleaje incidente en la posición $x = 8 m$, antes de la plataforma y el espectro de energía obtenido en la misma posición del punto focal para la excentricidad de máxima amplificación, pero sin la presencia del lente (punto de control). El punto focal se definió como la ubicación en donde se encontró la máxima altura cuadrática media sobre el eje óptico para cada una de las pruebas, y en este caso, el foco tuvo distintas posiciones para cada una de las prueba de excentricidad. Cabe aclarar que a pesar de que la posición del foco numérico cambia para cada excentricidad, el punto de control se obtuvo para una sola posición, ya que cuando no hay lente sumergido, el cambio en la altura cuadrática media dentro del rango de posiciones de los focos encontrados es insignificante.

La Tabla 4 muestra la posición de cada foco sobre el eje óptico, la altura cuadrática media obtenida (H_{rms}) en dicha posición y la distancia absoluta entre cada foco numérico y el foco geométrico de la elipse (δ). Cabe señalar que debido a que todas las pruebas se realizaron para el mismo tirante de agua entre el lente elíptico y la superficie (h_2) y con una profundidad constante (h_1), el índice de refracción (n) tuvo un valor fijo de 1.276.

Tabla 4. Posición del foco generado para distintas excentricidades (e). Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en dicho foco, así como el índice de refracción (n) y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ).

Prueba	Factor L_0	e	Posición foco (m)	H_{rms} (m)	δ (m)
EL1	1.500	0.484	3.140	0.0325	0.58
EL2	1.064	0.784	3.380	0.0329	0.02
EL3	1.000	0.811	3.380	0.0322	0.02
EL4	0.875	0.859	3.380	0.0309	0.04
EL5	0.750	0.899	3.380	0.0297	0.08
EL6	0.500	0.956	3.440	0.0295	0.18
EL7	0.375	0.975	3.440	0.0290	0.22
EL8	0.250	0.989	3.700	0.0247	0.43

La Figura 29 muestra los espectros de energía obtenidos para cada una de las pruebas mencionadas en la Tabla 4, así como para el oleaje incidente y en el punto de control. Se puede observar que la energía del oleaje incidente y la energía en el punto de control es similar, siendo la energía del oleaje incidente ligeramente más alta debido a que fue registrada fuera de la plataforma ($x = 8 \text{ m}$).

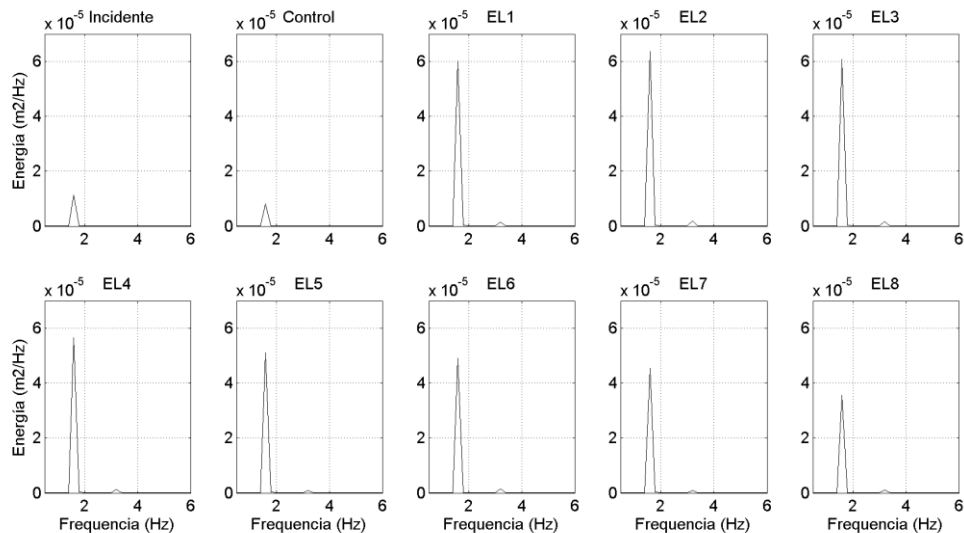


Figura 29. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes tirantes de agua sobre el lente elíptico. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control en el primer y segundo gráfico del panel superior respectivamente.

En la figura anterior, se observa que los casos EL1, EL2 y EL3 presentan las mayores cantidades de energía concentrada, con valores alrededor de 6 veces la energía incidente y cercanos a 8 veces la energía observada en el punto de control, siendo el caso EL2 el de mayor amplificación. A partir del caso EL4, la energía comienza a disminuir conforme la excentricidad aumenta hasta llegar al caso de EL8 con un aumento de 3 a 4 veces la energía incidente.

Dado que el caso EL2 fue el de mayor amplificación, éste se comparó gráficamente contra la energía del oleaje incidente y la energía del oleaje en el punto de control (Figura 30).

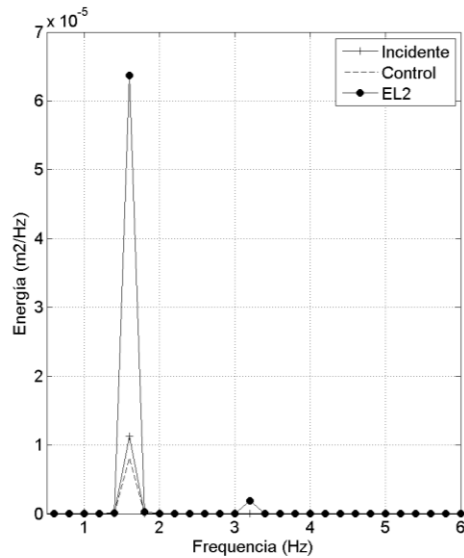


Figura 30. Comparación de espectros de energía del oleaje para el punto de focalización del caso EL2 (línea con punto), oleaje incidente (línea con cruz) y oleaje en el punto de control sin lente elíptico (línea discontinua).

Se puede observar en la Figura 30, que la energía en el punto focal del lente determinado por el caso EL2, es aproximadamente seis veces y ocho veces mayor que la energía incidente y en el punto de control.

A partir de las simulaciones numéricas, se observó que conforme la excentricidad cambia, el foco cambia de estructura. También se observó que el tiempo que permanece el foco con altas concentraciones sobre el eje óptico, es distinto. Por tal razón, para el caso EL1 y EL2, los cuales tuvieron las mayores concentraciones pero con excentricidades muy distintas (de 0.484 y 0.784 respectivamente), se graficaron las superficies libres instantáneas para distintos tiempos a partir del máximo encontrado. La Figura 31 muestra la superficie libre instantánea para distintos tiempos para el caso EL1 (panel superior) y el caso EL2 (panel inferior) para distintos tiempos antes y después del máximo de superficie encontrado en 18.18 s y 17.93 s para EL1 y EL2 respectivamente.

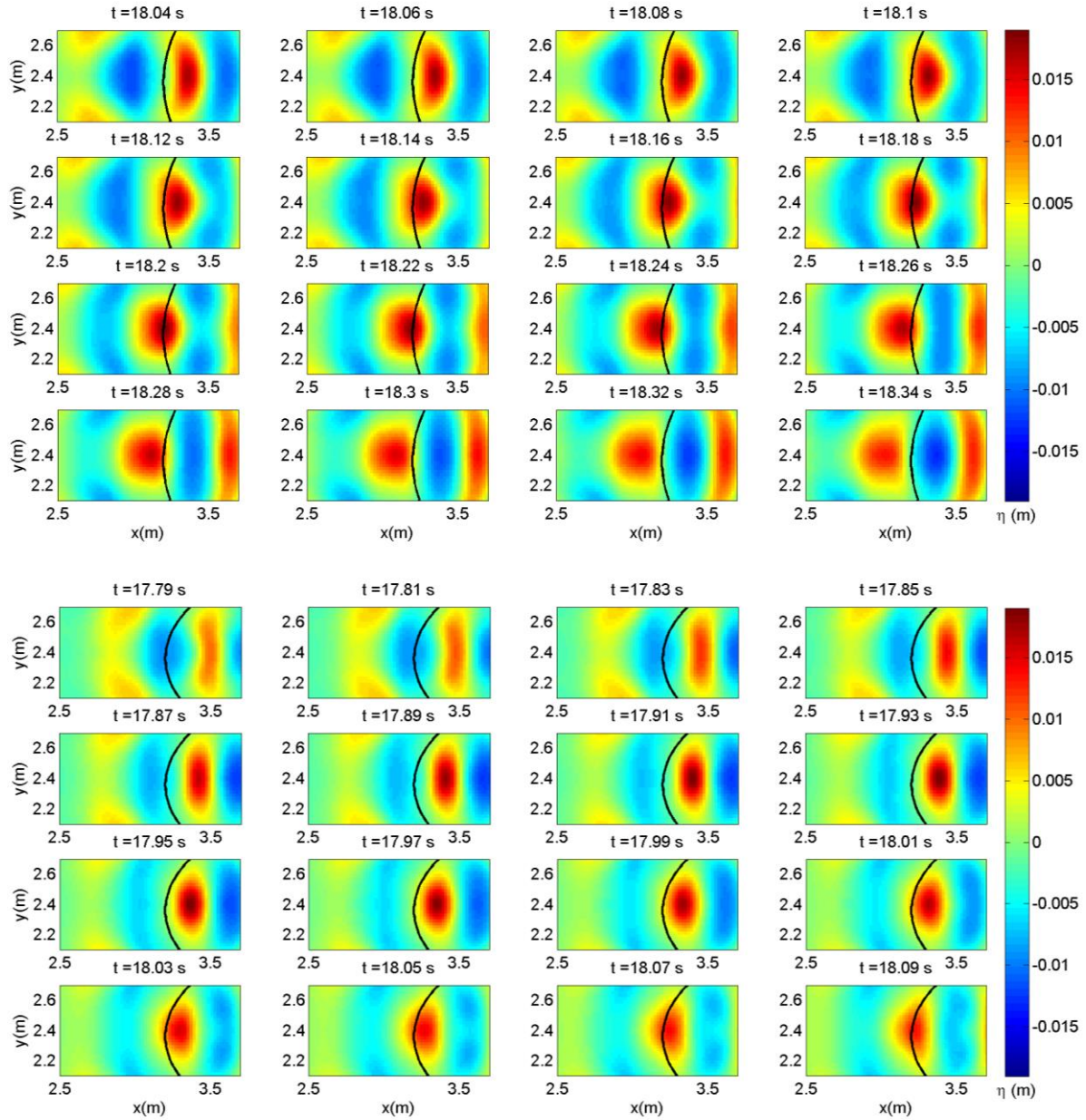


Figura 31. Gráficos de la superficie libre instantánea para distintos tiempos antes y después del máximo de superficie libre encontrado en 18.18 s y 17.93 s para el caso de EL1 (panel superior) y EL2 (panel inferior) respectivamente.

Se puede observar en la Figura 31, que la estructura del foco antes y después del máximo instantáneo ($t=18.18$ s para EL1 y $t=17.93$ s para EL2), es distinta para ambas excentricidades, en donde para el caso de EL1 (panel superior), el foco tiene una forma circular, mientras que para el caso de EL2 (panel inferior), el foco tiene una forma ovalada.

Es importante mencionar que al comparar el mismo intervalo de tiempo antes del máximo instantáneo en ambas excentricidades, de $t=18.04$ s hasta $t=18.18$ s para EL1; y de $t=17.79$ s hasta $t=17.93$ para EL2, se observó mayor cantidad de energía concentrada para el caso de la excentricidad de EL1. Para poder visualizar gráficamente lo anterior con mayor claridad, se representaron gráficamente los mismos instantes pero acotando la escala de color entre 0.013 m y 0.018 m, para enfatizar en la amplificación de la superficie libre por arriba del doble de la amplitud del oleaje incidente de 0.066 m (Figura 32).

Haciendo una comparación entre los gráficos de la superficie libre instantánea para el caso de EL1 y EL2 (grafico superior e inferior respectivamente de la Figura 32), es evidente que existe una gran diferencia en la amplificación de la superficie libre (por arriba del doble de la amplitud de la onda incidente) en instantes previos al máximo y análogos entre sí, correspondientes a $t=18.04$ s, $t=18.06$ s, $t=18.08$ s, $t=18.1$ s y $t=18.12$ s para EL1 y correspondientes a $t=17.79$ s, $t=17.81$ s, $t=17.83$ s, $t=17.85$ s y $t=17.87$ s, indicando que la superficie libre amplificada por arriba del doble de la amplitud de la onda incidente provocada por la excentricidad de EL1, se presentó en mayor extensión sobre el eje óptico, a diferencia del efecto que produce la excentricidad del caso EL2 correspondiente a la determinada por la ley de refracción de cónicas, sin embargo, en el punto máximo, la energía concentrada por el lente con excentricidad de EL2 es mayor, tal y como se mostró en los espectros de energía en la Figura 29.

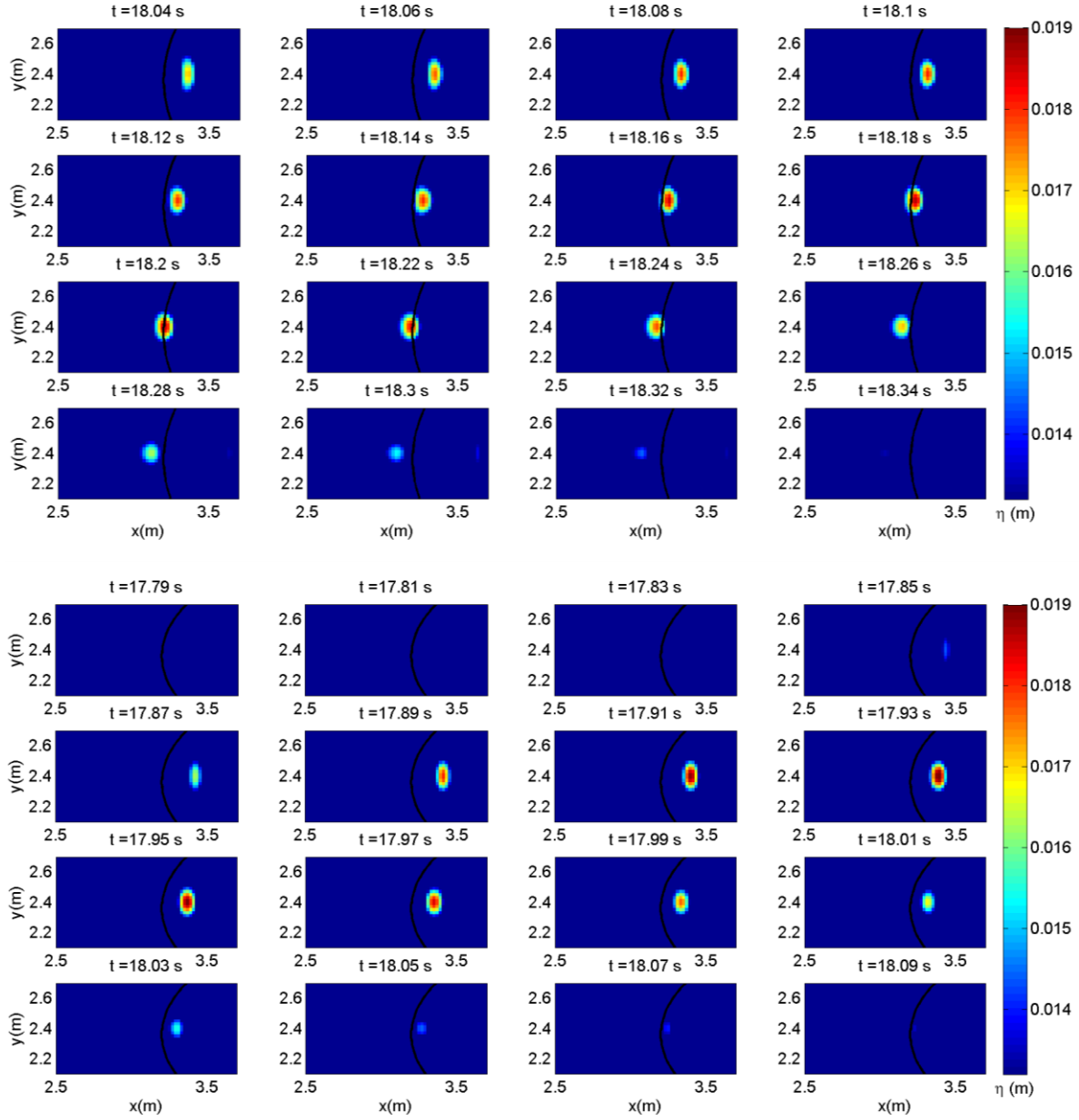


Figura 32. Gráficos de la superficie libre instantánea para distintos tiempos antes y después del máximo de superficie libre encontrado en 18.18 s y 17.93 s para el caso de EL1 (panel superior) y EL2 (panel inferior) respectivamente. La escala de color se encuentra acotada entre (0.013 m y 0.019 m)

Es importante señalar que en la pruebas de tirante de agua y de excentricidad, los casos determinados por la ley de refracción de cónicas han sido los que mayor energía incidente han amplificado. Para el caso de tirante de agua sobre el lente elíptico, la relación de k_2/k_1 , determinada por el cambio en la altura del lente, fue muy aproximada al inverso de la

excentricidad del lente. Para el caso de las pruebas de excentricidad, la excentricidad del lente correspondiente al caso EL2 (la cual es una ligera modificación del caso del lente utilizado en las pruebas de tirante de agua de 0.8 a 0.784), fue exactamente inversa a k_2/k_1 y fue la que mayor amplificación de energía produjo en todas las pruebas (mayor a 6 veces la energía incidente y cercano a 8 veces la energía en el punto de control).

Dado lo anterior y con la finalidad de poder optimizar el tamaño del lente, se realizaron pruebas para una excentricidad constante, determinada por la ley de refracción de cónicas (para una profundidad y un tirante de agua entre la superficie y el lente constantes) pero disminuyendo proporcionalmente el semieje menor y el semieje mayor. Para este caso, el semieje menor se redujo en factores de L_0 a partir de $1 L_0$ hasta $0.25 L_0$ cada $0.25 L_0$, y el semieje mayor se obtuvo a partir de la ecuación 5 para una excentricidad constante y el valor correspondiente del semieje menor.

En la Figura 33, se muestran esquematizados los tamaños de los lentes elípticos con excentricidad constante de 0.784 para llevar a cabo dichas pruebas. Se muestra el foco geométrico y el centro de cada uno de los lentes elípticos.

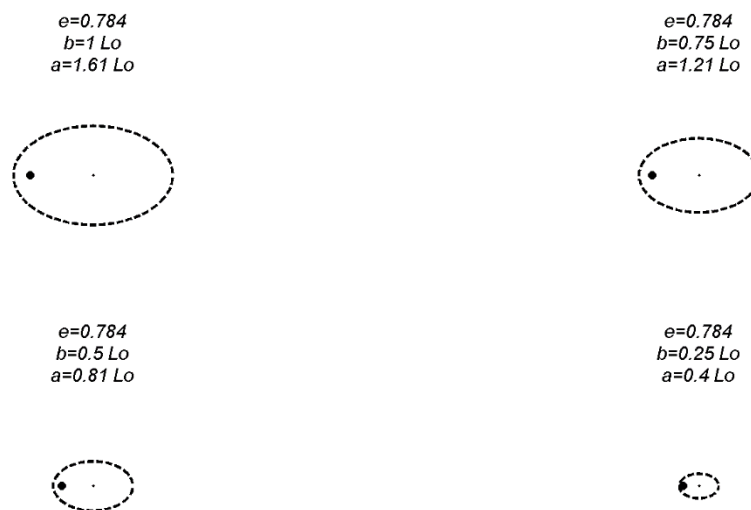


Figura 33. Esquematación de los lentes elípticos utilizados para la optimización de tamaño para una excentricidad constante de 0.784 obtenida a partir de la ley de refracción de cónicas.

De la misma forma que en las pruebas anteriores, se obtuvo el espectro de energía en el punto focal, el espectro de energía del oleaje incidente en la posición $x = 8 \text{ m}$, antes de la plataforma y el espectro de energía obtenido en el punto de control. De la misma manera y por la misma razón que en las pruebas anteriores de excentricidad, el punto de control se obtuvo para una sola posición.

La Tabla 5 muestra la posición de cada foco sobre el eje óptico, la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en dicha posición y la distancia absoluta entre cada foco encontrado y el foco geométrico de la elipse (δ). Cada prueba fue denominada por las siglas “ECT1”, que significan “Excentricidad Constante Tamaño” seguida por una numeración consecutiva ascendente para la determinación de cada prueba. Cabe señalar que debido a que en estas pruebas se reduce el tamaño del lente, el área del el lente se agrega en la Tabla 5 para fines comparativos.

Tabla 5. Posición del foco generado para los distintos tamaños del lente con excentricidad constante. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en el foco, así como el tamaño de los semiejes a y b , el área del lente y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ).

Prueba	Factor L_0 (b)	a (m)	b (m)	Área (m^2)	H_{rms} (m)	δ (m)
ECT1	1.000	0.940	0.584	1.72	0.0330	0.02
ECT2	0.750	0.705	0.438	0.97	0.0329	0.02
ECT3	0.500	0.470	0.293	0.43	0.0276	0.08
ECT4	0.250	0.235	0.146	0.11	0.0181	0.14

Como se puede observar en la Tabla 5, la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico de la elipse es similar para el los casos ECT1 y ECT2, sin embargo, para los casos ECT3 y ECT4, esta distancia aumenta considerablemente, indicando que a pesar de mantener la excentricidad constante de 0.784, existe un límite en la reducción del tamaño

en donde la ley de refracción de cónicas no es válida, definido para este caso, para valores del semieje menor menores a $3/4$ de la longitud de onda incidente.

La Figura 34 muestra los espectros de energía obtenidos para cada una de las pruebas mencionadas en la Tabla 5 así como para el oleaje incidente y en el punto de control.

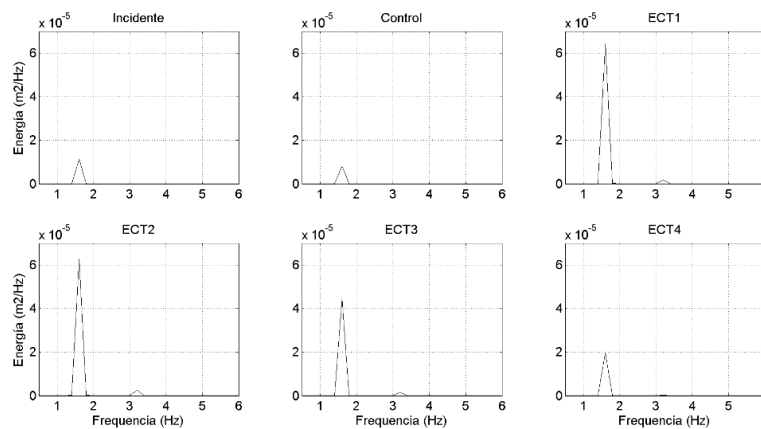


Figura 34. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes tamaños de lente elíptico para una excentricidad constante de 0.784. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control en el primer y segundo gráfico del panel superior, respectivamente.

Se puede observar en la Figura 34, que a pesar de la diferencia en tamaño que tienen los lentes elípticos correspondientes a ECT1 y ECT2, ambos amplifican aproximadamente la misma cantidad de energía, indicando que ECT2 con un área considerablemente menor, de aproximadamente la mitad del área de ECT1, amplifica prácticamente la misma cantidad de energía. De manera que el lente determinado por ECT2 representa una opción más viable y optimizada que ECT1 y que cualquier lente antes descrito.

Cabe señalar que el área focal que produce el lente ECT1 y ECT2 son similares entre sí, a pesar de la diferencia en tamaño del lente elíptico tal y como se muestra en la Figura 35.

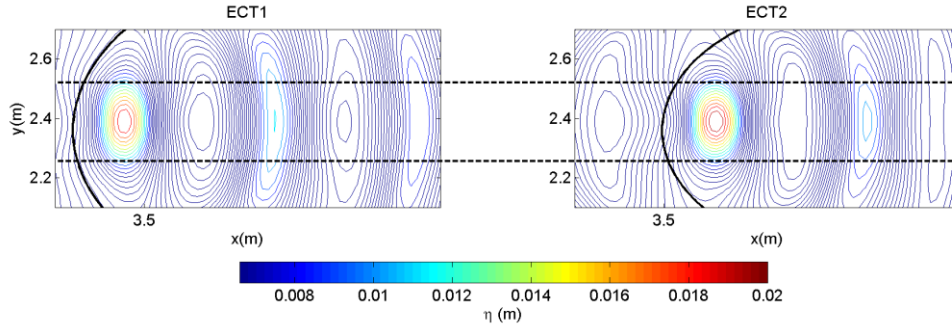


Figura 35. Superficie libre máxima instantánea y comparación del tamaño del área focal producida por el lente del caso ECT1 (panel izquierdo) y ECT2 (panel derecho). La escala de color se encuentra limitada por 0.0066 m (amplitud en condición de frontera) y 0.02 m (máximo focalizado).

En la Figura 35 se muestra una comparación del tamaño del foco por medio de contornos de la superficie libre máxima instantánea obtenida para el caso ECT1 y ECT2 para los instantes 18.22 s y 19.71 s respectivamente. La escala de color se encuentra delimitada por el mínimo de 0.0066 m y el máximo de 0.02 m que corresponden a la amplitud del oleaje impuesta como condición en la frontera y el máximo de superficie libre encontrado respectivamente. Las líneas punteadas delimitan los mismos contornos de ambos casos indicando que el tamaño del foco es similar entre ambos.

Conforme el lente elíptico comienza a disminuir su tamaño hacia ECT3 y ECT4, la amplificación de energía comienza a ser cada vez menor, donde para el caso de ECT3 es evidente que el lente es casi transparente para el oleaje incidente.

A partir de las pruebas de excentricidad realizadas, se encontró que la excentricidad de mayor amplificación, fue la determinada por la ley de refracción en cónicas, correspondiente al caso EL2, con un valor de 0.784, no obstante, la excentricidad de 0.484 tuvo una amplificación máxima aproximada a la de EL1 y su foco se desarrolló antes y perduró por más tiempo sobre el eje óptico como se pudo observar en la Figura 31 y la Figura 32. Sin embargo, el tamaño del lente para EL1 es significativamente mayor al tamaño del lente para EL2, por lo que no se consideró como una geometría óptima.

La aplicación de la ley de refracción de cónicas fue útil en el sentido que se pudo disminuir el tamaño del lente elíptico al modificar proporcionalmente los semiejes, en donde para un lente con la misma excentricidad, pero con una área de aproximadamente la mitad (caso ECT1 con respecto al caso ECT2) se pudo obtener una amplificación de la energía similar sin alterarse la estructura del área focal, tal y como se puede verificar en la Figura 35. Cabe mencionar que para este caso, el semieje menor se ajustó a $3/4$ partes del tamaño de la longitud de onda incidente.

Con la finalidad de conocer que tanto se ve afectado el proceso de focalización que produce el lente elíptico con respecto a la profundidad total en la que está sumergido, se realizaron diversas simulaciones numéricas para distintas profundidades. Teniendo en cuenta que al disminuir la profundidad de la plataforma en la que se encuentra posicionado el lente elíptico, el índice de refracción cambia, y por lo tanto, la relación óptima entre excentricidad e índice de refracción se modifica, se realizaron pruebas en paralelo, en donde se ajustó la excentricidad del lente para igualar el inverso del índice de refracción para cada profundidad y se compararon resultados. Debido a que existe una infinidad de valores que pueden adoptar los semiejes de la elipse, manteniendo su proporcionalidad, para obtener la excentricidad determinada por la ley de refracción de cónicas, ésta se obtuvo tal y como se hizo para el caso ECT2 de la sección anterior correspondiente a pruebas de excentricidad, en donde se fijó el semieje menor a $3/4$ la longitud de onda incidente. El objetivo de dichas pruebas, fue la de cuantificar que tanto disminuye la energía amplificada al disminuir la profundidad de la plataforma, ya que para poder aumentar la viabilidad económica de lente, es importante disminuir la profundidad total de instalación, además de verificar la consistencia de la ley de refracción de cónicas en términos de la profundidad (aplicada mediante la misma metodología que ECT2).

De la misma forma que en las pruebas anteriores, se obtuvo el espectro de energía en el punto focal, el espectro de energía del oleaje incidente en la posición $x = 8 \text{ m}$, antes de la plataforma y el espectro de energía obtenido en el punto de control. El punto focal se definió como la ubicación en donde se encontró la máxima altura cuadrática media sobre el eje óptico para cada una de las pruebas, y en este caso, el foco tuvo distintas posiciones para cada una de las pruebas. A diferencia de las pruebas antes realizadas, para este caso en específico, sí existe un cambio significativo en la altura cuadrática media (H_{rms}) dentro del rango de posiciones de los focos encontrados para diferentes profundidades, por lo que se obtuvieron dos puntos de control para cada una de ellas.

La Tabla 6 muestra, para cada caso, la profundidad, el índice de refracción (n), la excentricidad (e), la posición de cada foco sobre el eje óptico, la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en dicha posición y la distancia absoluta entre cada foco encontrado y el foco geométrico de la elipse (δ). Cada prueba fue denominada por las siglas “PP”, que significan “Profundidad Plataforma” seguida por una numeración consecutiva ascendente para la determinación de cada prueba.

Tabla 6. Posición del foco generado para las pruebas de profundidad. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en el foco, el índice de refracción (n), la excentricidad (e) y la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico (δ).

Prueba	Profundidad (m)	n	e	Posición (m)	H_{rms} (m)	δ (m)
PP1	0.150	1.225	0.816	3.64	0.0284	0.02
PP2	0.100	1.109	0.902	3.50	0.0230	0.08

La Figura 36 muestra los espectros de energía obtenidos para cada una de las pruebas mencionadas en la Tabla 6 así como para el oleaje incidente y en el punto de control.

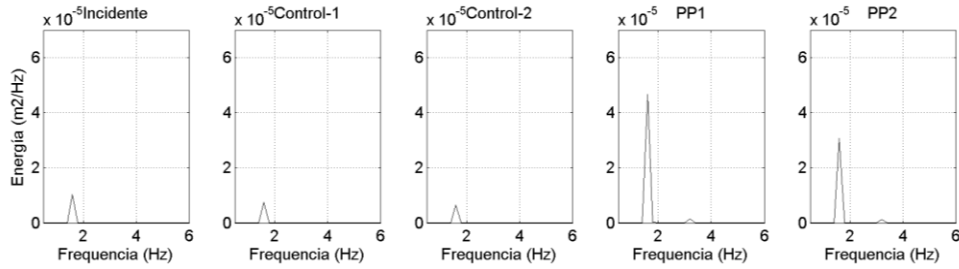


Figura 36. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes profundidades de la plataforma y para distintas excentricidades obtenidas para cada profundidad. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control-1 y control-2 correspondientes a la prueba PP1 y PP2 respectivamente.

Como se puede observar en la Tabla 6, la distancia absoluta entre el foco numérico y el foco geométrico de la elipse para el caso PP2, aumenta considerablemente, indicando que a pesar de mantener la excentricidad definida por la ley de refracción de cónicas, existe un límite en la reducción de profundidad para que la ley de refracción de cónicas siga produciendo los resultados esperados, definida en este caso, para profundidades iguales o mayores a $1/5$ de la longitud de onda incidente (caso PP2). La energía amplificada para el caso de PP1 fue de 4 veces y 6 veces mayor a la energía incidente y el punto de control respectivamente. Para el caso de PP2, fue de 4 veces y 3 veces mayor a la energía incidente y el punto de control respectivamente, indicando que a pesar de mantener la excentricidad definida por la ley de refracción de cónicas existe un impacto importante en la concentración de energía al disminuir la profundidad a la que el lente se encuentra sumergido, ya que para profundidades del orden de $1/3 L_0$ la energía incidente y en el punto de control fue amplificada aproximadamente 6 veces y 8 veces respectivamente (caso ECT2).

Hasta este punto, el lente definido por el caso ECT2, ha sido en términos prácticos, el lente con mayor eficiencia en términos de concentración de energía con respecto a su tamaño, por lo que es la geometría optima tomando en cuenta las pruebas que se han realizado, en las cuales, se ha definido que para una excentricidad determinada por el inverso de la

relación entre k_2/k_1 , donde el semieje menor debe ser del orden de 3/4 la longitud de onda incidente para optimizar tamaño, el tirante de agua debe ser del orden de 1/8 la longitud de onda incidente y la profundidad total debe ser del orden 1/3 la longitud de onda incidente.

4.2.3 Región de Someramiento

Tomando en cuenta el antecedente de Griffiths y Porter (2011), para disminuir la cantidad de energía difractada por el lente elíptico y así poder aumentar la energía que pudiera ser focalizada, se realizaron diversas pruebas del proceso de focalización, integrando una región radial de someramiento al lente elíptico determinado por las pruebas anteriores. Las pruebas fueron realizadas para cuatro regiones de someramiento, las cuales variaron su pendiente de acuerdo a la altura del lente y la diferencia de tamaño entre el contorno elíptico base y el contorno elíptico superior (ambos con misma excentricidad pero distinto tamaño). El contorno superior adoptó las mismas características que el caso ECT2 (misma excentricidad e para las mismas dimensiones de a y b). Para obtener el contorno elíptico base, los semiejes del contorno elíptico superior, se multiplicaron por un factor del 110%, 115%, 120% y 130%. La Figura 37 muestra un ejemplo de los lentes utilizados.

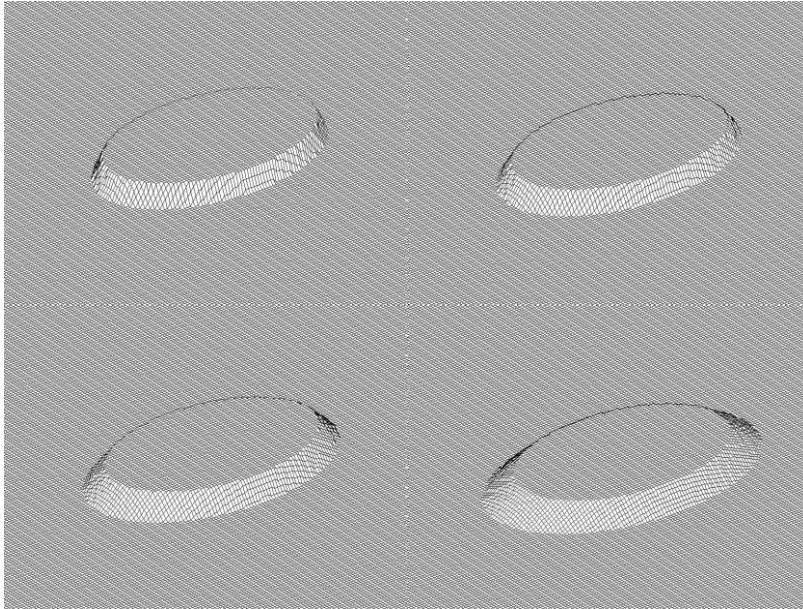


Figura 37. Región de someramiento radial para los lentes elípticos para una base con semiejes correspondientes al 110 % (superior izquierdo), 115% (superior derecho), 120% (inferior izquierdo) y 130% (inferior derecho) con respecto al contorno elíptico superior.

Para evaluar el desempeño de las regiones de someramiento, se obtuvo el espectro de energía en el punto focal, el espectro de energía del oleaje incidente en la posición $x = 8 \text{ m}$, antes de la plataforma y el espectro de energía obtenido en el punto de control. El punto focal se definió como la ubicación en donde se encontró la máxima altura cuadrática media sobre el eje óptico para cada una de las pruebas, y en este caso, el punto de control se obtuvo para una sola posición, ya que cuando no hay lente sumergido, el cambio en la altura cuadrática media (H_{rms}) dentro del rango de posiciones de los focos encontrados fue insignificante.

La Tabla 7 muestra el porcentaje por el cual fue aumentado el contorno elíptico base, la posición de cada foco sobre el eje óptico y la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en dicha posición para cada caso. Cada prueba fue denominada por las siglas “LRSR”, que significan “Lente Región de Someramiento Radial” seguida por una numeración consecutiva ascendente para la determinación de cada prueba.

Tabla 7. Posición del foco generado para las pruebas con región de someramiento. Se muestra la altura cuadrática media (H_{rms}) obtenida en el foco y el porcentaje que aumenta el tamaño de los ejes de la base del lente elíptico.

Prueba	Porcentaje	Posición foco (m)	H_{rms} (m)
LRSR1	10%	3.64	0.0329
LRSR2	15%	3.62	0.0327
LRSR3	20%	3.60	0.0311
LRSR4	30%	3.58	0.0305

La Figura 38 muestra los espectros de energía obtenidos para cada una de las pruebas mencionadas en la Tabla 7 así como para el oleaje incidente y en el punto de control.

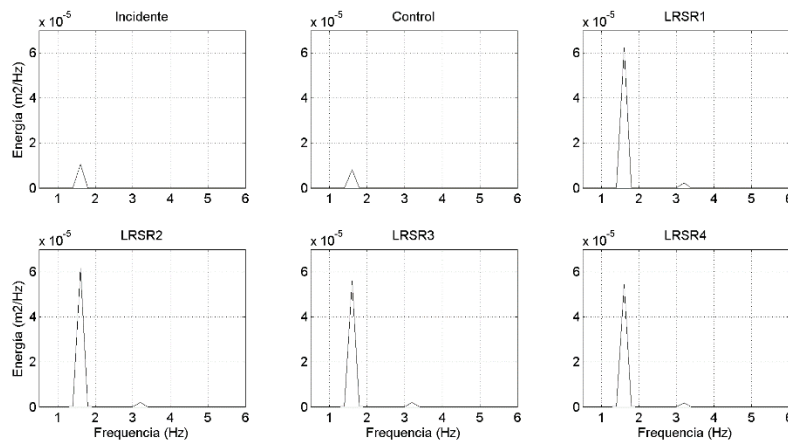


Figura 38. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes regiones de someramiento radial. Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control.

En la Figura 38 se puede observar que conforme aumenta el contorno elíptico de la base del lente, lo que genera una pendiente radial más suave, la energía disminuye. La energía concentrada por el lente del caso LRSR1 (10%) es aproximada a la obtenida por el caso ECT2, por lo que a partir de estas pruebas no se identifica un beneficio o una mejora en el desempeño del lente elíptico al integrarle una región de someramiento radial.

4.2.4 Pruebas de Cambio en la Dirección del Oleaje Incidente

Debido a que todas las pruebas realizadas anteriormente se han ejecutado para una dirección de incidencia de oleaje perpendicular al eje óptico de la elipse, resulta importante evaluar el desempeño del lente elíptico para una incidencia oblicua del oleaje, en cuanto a cambios en la posición del foco numérico y la capacidad para concentrar energía. En este sentido, se analizó el efecto en el proceso de focalización para tres direcciones de incidencia (10° , 20° y 30°). Las dimensiones del lente elíptico utilizado, fueron determinadas por la prueba de ECT2, correspondientes a la sección de excentricidad, considerada hasta el momento como la más óptima.

Debido a que al variar el ángulo de incidencia, el patrón de focalización es simétrico con respecto al eje óptico del lente, se realizaron las tres pruebas correspondientes a 10° , 20° y 30° girando el lente elíptico en sentido horario.

Para cada caso, se graficó la superficie libre máxima instantánea y se obtuvieron los espectros de energía correspondientes en el punto de máxima amplificación. Como en todos los casos, el espectro de energía fue comparado contra el espectro del oleaje incidente y en el punto de control.

La Tabla 8 muestra los casos evaluados en donde se especifica el ángulo de incidencia y la posición del máximo en coordenadas x, y . Cada prueba fue denominada por las siglas “LED”, que significa “Lente Elíptico Dirección” seguida por una numeración consecutiva ascendente para la determinación de cada prueba.

Tabla 8. Posición del foco generado para las pruebas de dirección. Se muestra la altura cuadrática media obtenida en el foco en pares coordenados y el ángulo de incidencia del oleaje con respecto al eje óptico.

Prueba	Ángulo	Posición foco (x,y)
LED1	10°	(3.68 m, 2.44 m)
LED2	20°	(3.68 m, 2.44 m)
LED3	30°	(3.72 m, 2.44 m)

La Figura 39 muestra la posición del foco para cada uno de los casos evaluados, en donde se indica el eje óptico como referencia en el cambio de posición. La Figura 40 muestra los espectros obtenidos en las posiciones indicadas en la Tabla 8, así como el espectro del oleaje incidente y en el punto de control. Se puede observar en la Figura 39, que conforme aumenta el ángulo de incidencia del oleaje, el foco se desplaza hacia un costado del eje óptico y la cantidad de energía concentrada por el lente disminuye, siendo aproximadamente 4 veces y 5 veces mayor a la energía de ola incidente y en el punto de control para el caso LED3 (ver Figura 40). Para el caso de incidencia de 10° y 20°, la posición del foco todavía tiene se encuentra sobre el eje óptico, sin embargo, para el caso de 30° ya se encuentra fuera de éste.

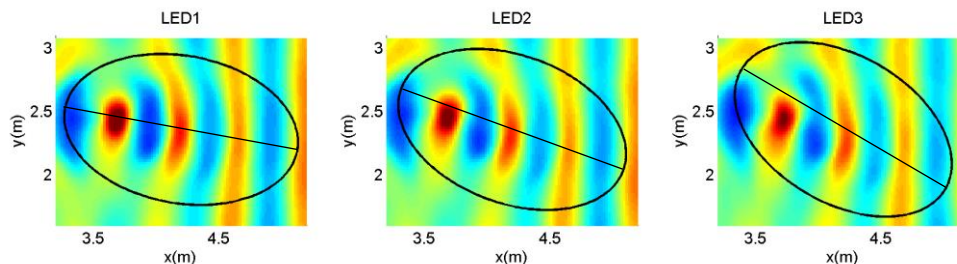


Figura 39. Superficie libre máxima instantánea para el caso de 10° (LED1, panel izquierdo), 20° (LED2, panel intermedio) y 30° (LED3, panel derecho).

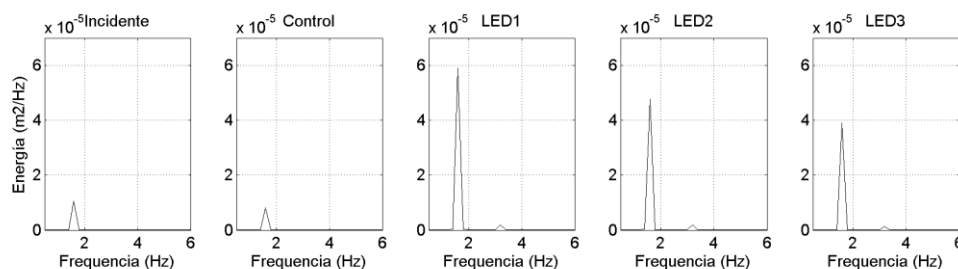


Figura 40. Espectros de energía del oleaje focalizado para diferentes ángulos de incidencia del oleaje (10° LED1, 20° LED2 y 30° LED3). Se muestra el espectro del oleaje incidente y de control.

Para el caso de un ángulo de 20° (correspondiente al caso LED2) el cambio de la posición del foco con respecto al eje óptico fue registrado a través de un video de alta velocidad en el EOFI-UNAM (Figura 41).

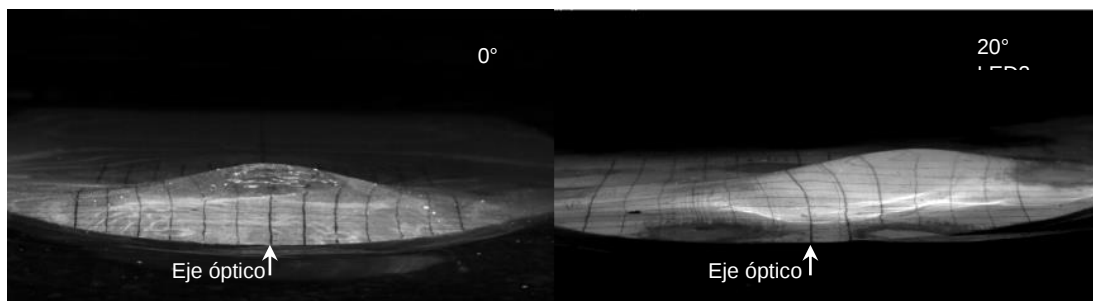


Figura 41. Registro de video de alta velocidad de la superficie libre para el caso de 0° (panel izquierdo) y 20° (LED2, panel derecho).

Como se puede apreciar en la Figura 41, el desplazamiento del área focal (panel derecho) coincide con lo que se simuló con el modelo CELERIS (panel intermedio de la Figura 39).

Como se observó en los resultados anteriores, el proceso de focalización sufre cambios significativos con respecto al cambio de dirección del oleaje incidente, en dónde para un ángulo de incidencia de 30° , la reducción de la energía concentrada por el lente elíptico fue aproximadamente de un 35% (caso LED3) con respecto a la energía concentrada cuando la incidencia del oleaje es normal al eje óptico (caso ECT2). Sin embargo, se puede observar que para un ángulo de incidencia de 10° (caso LED1), tanto la posición del foco como la cantidad de energía concentrada son similares al caso de incidencia normal.

4.2.5 Caso a Escala Real con Batimetría Medida

Una vez evaluado el desempeño de los lentes elípticos por medio de las simulaciones del proceso de focalización en el estanque numérico validado a partir de mediciones del EOFI-UNAM, se implementó un caso a escala real con batimetría medida y con condiciones de frontera obtenidas de un reanálisis de oleaje de 10 años para una región costera ubicada en el estado de Quintana Roo, identificada como Puerto Morelos. Dicho reanálisis de oleaje se obtuvo a partir de la información de dominio público emitida por la NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*), a partir de la implementación del modelo numérico de oleaje Wave Watch III (Tolman et al 2002, 2002a, 2008). La información de oleaje correspondiente puede encontrarse en: <http://polar.ncep.noaa.gov/waves/index2.shtml>.

La finalidad del presente estudio es la de cuantificar la energía del oleaje que pudiera ser aprovechada en un determinado punto cerca de la costa en Puerto Morelos con y sin la presencia del lente elíptico y cuantificar el cambio de dicha energía en términos de una matriz de potencia.

Las matrices de potencia del oleaje son herramientas útiles que permiten determinar la cantidad de energía de valores asociados de altura y periodo. Estos valores asociados de

altura y periodo pueden definirse como estados de mar y comúnmente son obtenidos a partir de la distribución conjunta de ambas variables y estructuradas por intervalos de 0.5 s X 0.5 s. Dicha información es muy valiosa para determinar el potencial energético en kW/m que pudiera ser explotado por un convertidor de energía de oleaje (WEC), ya que su funcionamiento depende de dichas variables del oleaje, e inclusive pueden ser diseñados para el sitio en específico a partir de dicha información.

Para llevar a cabo la simulación del proceso de focalización a escala real en la costa de Puerto Morelos, se llevó a cabo una modelación numérica secuencial con reducción de escala (*downscaling*), con la finalidad de propagar el oleaje obtenido en un punto costa afuera, ubicado en el límite profundo de la batimetría medida de Puerto Morelos, hacia un dominio numérico de mayor resolución, cercano a la costa en donde se posicionó el lente elíptico sumergido. El oleaje de aguas costa afuera, se propagó mediante un modelo espectral de oleaje para aguas de transición, el cual fue forzado en la frontera con datos de oleaje de un reanálisis de dominio público realizado por la NOAA (*National Oceanic and Atmospheric Administration*). Las condiciones de frontera que fueron propagadas dentro del área de estudio fueron obtenidas a partir de una selección de los estados de mar más representativos en la zona, para un conjunto de 10 años de datos de oleaje (2006-2015). Posteriormente, el proceso de focalización que se llevó a cabo en la región de alta resolución, se simuló mediante el modelo CELERIS forzado en la frontera con los parámetros integrales del espectro tales como la altura significativa, el periodo medio y la dirección de propagación del oleaje, obtenidos de la propagación de los estados de mar más representativos con el modelo numérico de oleaje SWAN (Simulating Waves Nearshore), proporcionado por la Universidad Tecnológica de Delft (Booji et. al. 1999). Una vez obtenidos los resultados del proceso de focalización, se obtuvo la altura cuadrática

media y el periodo energético (T_e) en el área focal con y sin la presencia del lente elíptico y se construyeron las matrices de potencia respectivas con fines comparativos.

Los detalles acerca de estos trabajos se presentan a continuación en el siguiente orden, primero se realiza la descripción del área de estudio y la batimetría medida que fue utilizada para la propagación de oleaje hacia la costa de Puerto Morelos y para el área de alta resolución. Posteriormente, se describe el proceso de la obtención de las condiciones de frontera por medio de los datos de reanálisis y la identificación de estados de mar más representativos y su propagación hacia el dominio de alta resolución. Finalmente, se presentan los resultados de las simulaciones en el dominio de alta resolución y las comparaciones de las matrices de potencia con y sin la presencia del lente elíptico.

4.2.5.1 Zona de Estudio, Batimetría Medida y Dominio Numérico

El municipio de Puerto Morelos en Quintana Roo, es una población costera ubicada en la parte noreste de la Península de Yucatán que colinda al Este con el Caribe Mexicano y se encuentra a 33 km al sur de Cancún. El área de estudio comprende una porción del litoral costero de Puerto Morelos delimitada por los 20.839° y los 20.892° de latitud Norte y por los -86.879° y los -86.826° de longitud Este (Figura 42, recuadro azul). Según lo estimado por Mariño et al. (2011) a partir de registros de oleaje en la boya 42056 de la NOAA, el clima de oleaje en el Caribe Mexicano, se encuentra representado en su mayoría por alturas y periodos menores a 1 m y 8 segundos, respectivamente, con direcciones principales que provienen del SSE y en un menor porcentaje del Norte.

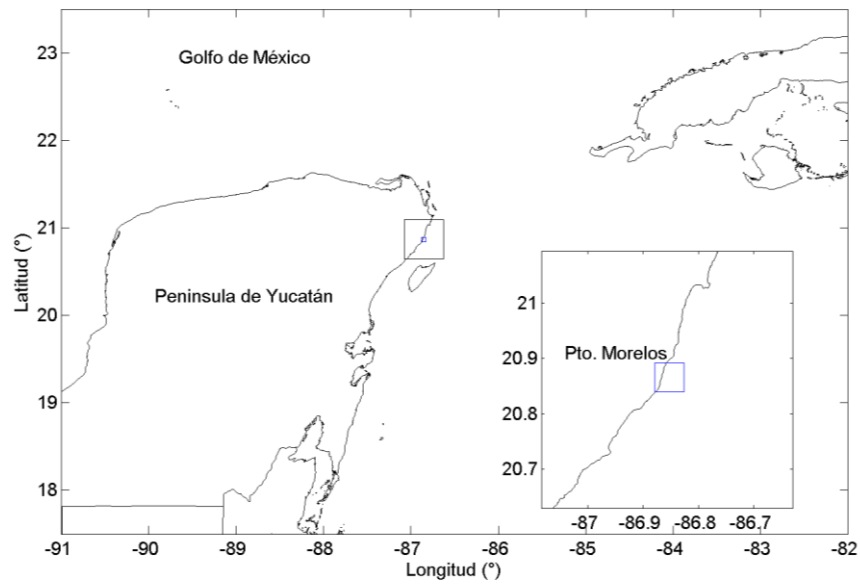


Figura 42. Área de estudio contemplada para la simulación del proceso de focalización a escala real con batimetría medida (recuadro azul).

El área de aproximadamente 35 km² mostrada en el recuadro azul en el acercamiento de la Figura 42, se extiende a lo largo del litoral costero hasta una profundidad de 40 m, e incluye una porción de la laguna arrecifal con profundidades menores a los 5 m que se extiende desde la costa hasta 1 km en promedio fuera de la costa (Figura 43). Pasando la barrera arrecifal, se presenta una caída en el perfil batimétrico que cambia su profundidad de 7 m a 15 metros en aproximadamente 300 metros de distancia. A partir de esta caída y hacia el límite este del área de estudio, la pendiente disminuye considerablemente con un cambio de profundidad de 20 metros en aproximadamente 3 km.

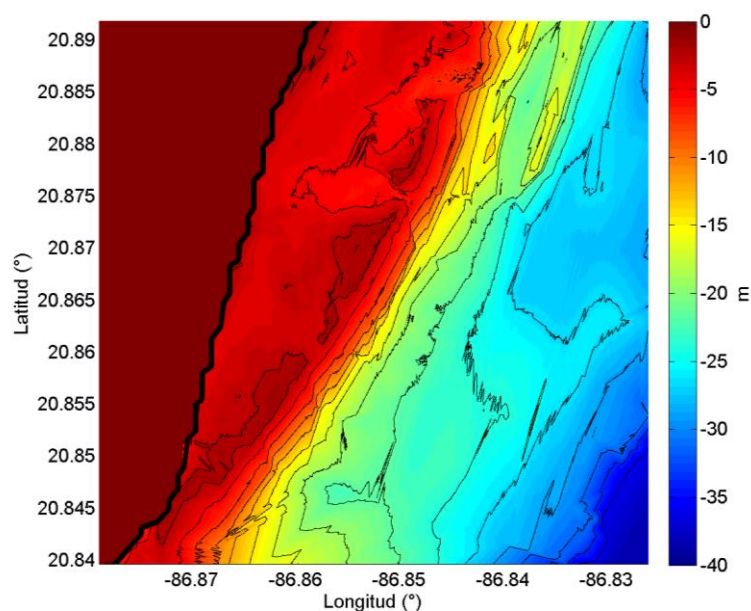


Figura 43. Batimetría medida en la costa de Puerto Morelos. La escala de color representa la profundidad en metros.

Los datos batimétricos originales fueron obtenidos aproximadamente cada 5 metros dentro del área de interés en formato XYZ, es decir, información de la longitud, la latitud y la profundidad. Posteriormente esta base de datos fue interpolada exactamente cada 5 m para formar una malla regular y obtener el dominio numérico. Las características del primer dominio numérico generado para la propagación del oleaje hacia la costa por medio del modelo SWAN se resumen en la Tabla 9.

Tabla 9. Dominio computacional para la propagación de oleaje hacia la costa de Puerto Morelos mediante el modelo de oleaje SWAN.

Límite geográfico	Par coordenado [lon1,lat1] [lon2,lat2]	Número de nodos	Tipo de frontera
N	[-86.87925°, 20.89191°] [-86.82625°, 20.89191°]	1178	Abierta
S	[-86.87925°, 20.83958°] [-86.82625°, 20.83958°]	1163	Abierta
E	[-86.82625°, 20.83958°] [-86.82625°, 20.89191°]	1178	Abierta
O	[-86.87925°, 20.83958°] [-86.87925°, 20.89191°]	1163	Cerrada

La Figura 44 muestra una representación esquemática de la perspectiva isométrica del dominio numérico para el caso de la batimetría de Puerto Morelos. Por cuestiones de visualización, se muestra la discretización del dominio numérico cada 50 m en vez de cada 5 metros como lo es en realidad.

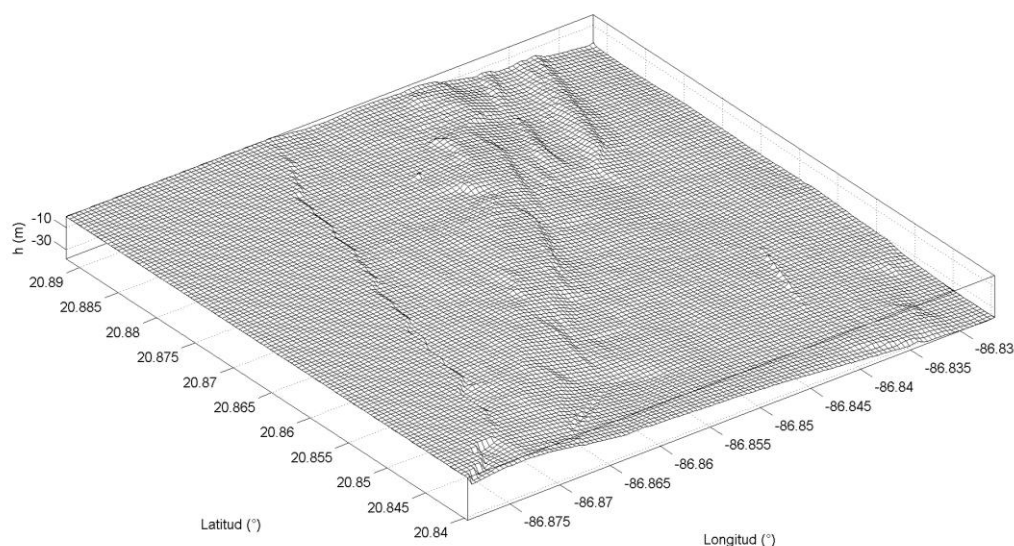


Figura 44. Perspectiva isométrica de la batimetría de Puerto Morelos. Cada celda representa 50 m.

4.2.5.2 Obtención de Condiciones de Frontera a Partir de un Reanálisis de Oleaje de 10 años e Identificación de Estados de Mar

Con la finalidad de poder propagar los estados de mar más representativos que se presentan hacia la costa de Puerto Morelos, se realizó un análisis estadístico de la base de datos de 10 años de oleaje obtenido cerca del área de estudio, proveniente del modelo WWIII. Dicho reanálisis de oleaje fue obtenido para un periodo de Agosto de 1999 hasta Enero de 2017.

El modelo WWIII, obtiene los parámetros integrales del espectro tales como altura significativa, periodo y dirección de propagación a partir del espectro bidimensional del oleaje calculado a partir de la ecuación de balance de la densidad de acción, la cual toma en cuenta diversos procesos físicos parametrizados para la generación y disipación del oleaje, tales como crecimiento del oleaje por acción viento, interacciones no lineales entre componentes, y disipación por *whitecapping*, fricción con fondo y por rotura inducida por cambios en el fondo. Más detalles acerca del modelo pueden encontrarse en: <http://polar.ncep.noaa.gov/waves/implementations.php>.

La información que fue extraída corresponde a uno de los nodos del modelo donde se obtienen los parámetros integrales de espectro, ubicado en los -86.83334° de longitud Este y los 20.83333° de latitud Norte, cuya ubicación es próxima al límite sureste de la batimetría de Puerto Morelos (ver nodo con círculo rojo en la Figura 45).

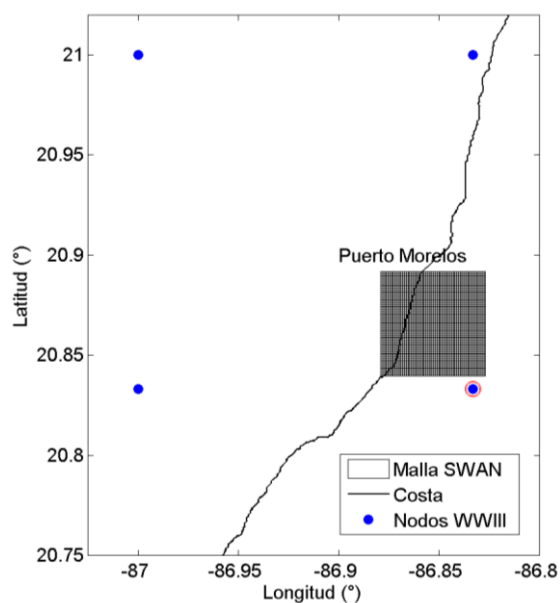


Figura 45. Ubicación de los nodos (puntos azules) con información de reanálisis de oleaje de WWIII alrededor de la batimetría de Puerto Morelos. El nodo con un círculo rojo se seleccionó para obtener las condiciones de frontera.

El periodo utilizado para realizar el análisis corresponde del año 2006 al 2015. Las variables que se tomaron en cuenta fueron la altura significativa, el periodo medio y la dirección de propagación del oleaje, las cuales se presentan cada 3 horas a lo largo del periodo de 2006 a 2015. A partir de las series de tiempo de estas variables, se realizaron los siguientes trabajos para poder establecer los estados de mar más representativos.

- Se generaron rosas de oleaje anuales para identificar los sectores de propagación de oleaje con mayor ocurrencia.
- A partir del sector de oleaje de mayor ocurrencia se obtuvieron las alturas significantes y periodos asociados.
- Se realizaron diagramas anuales de distribución conjunta de las alturas y los periodos asociados al sector de oleaje de mayor ocurrencia.
- Se dividieron los diagramas de distribución conjunta en poblaciones de oleaje determinados por cada 0.5 s y 0.5 m para el periodo y la altura significativa respectivamente.
- Se obtuvo la cantidad de datos de cada población y se multiplicó cada una por 3 para obtener el número de horas por año que se presenta cada estado de mar.
- Se realizó el promedio del número de horas de cada estado de mar para los 10 años.
- Se representaron gráficamente los estados de mar en una matriz de H_s por T_m .

La Figura 46 muestra la rosa de oleaje del periodo completo de 2006 a 2015. De la Figura 47 a la Figura 56, se muestran las rosas de oleaje anuales a partir de 2006 hasta 2015. Dichas rosas muestran la frecuencia de los datos de oleaje que se presentaron en una determinada dirección, en donde los círculos concéntricos indican frecuencia y los sectores de dirección se encuentran definidos en intervalos de 22.5° . Así mismo el color de las barras indica la ocurrencia de la altura significativa asociada a cada sector.

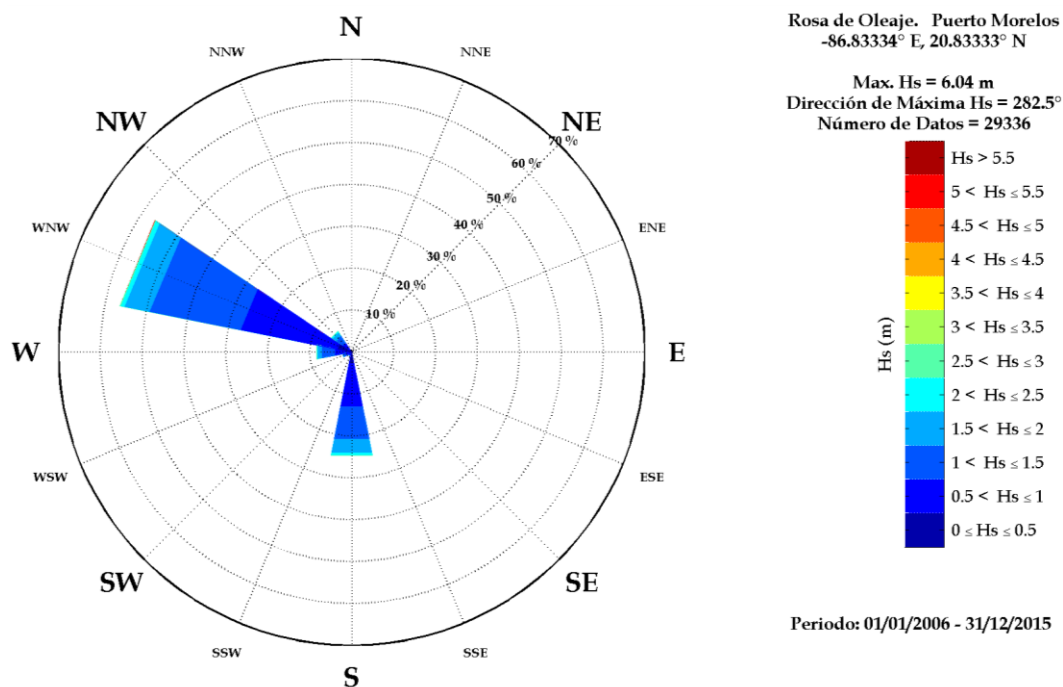


Figura 46. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el periodo completo del 01/01/2006 al 31/12/2015. La barra de color representa la altura de ola significativa.

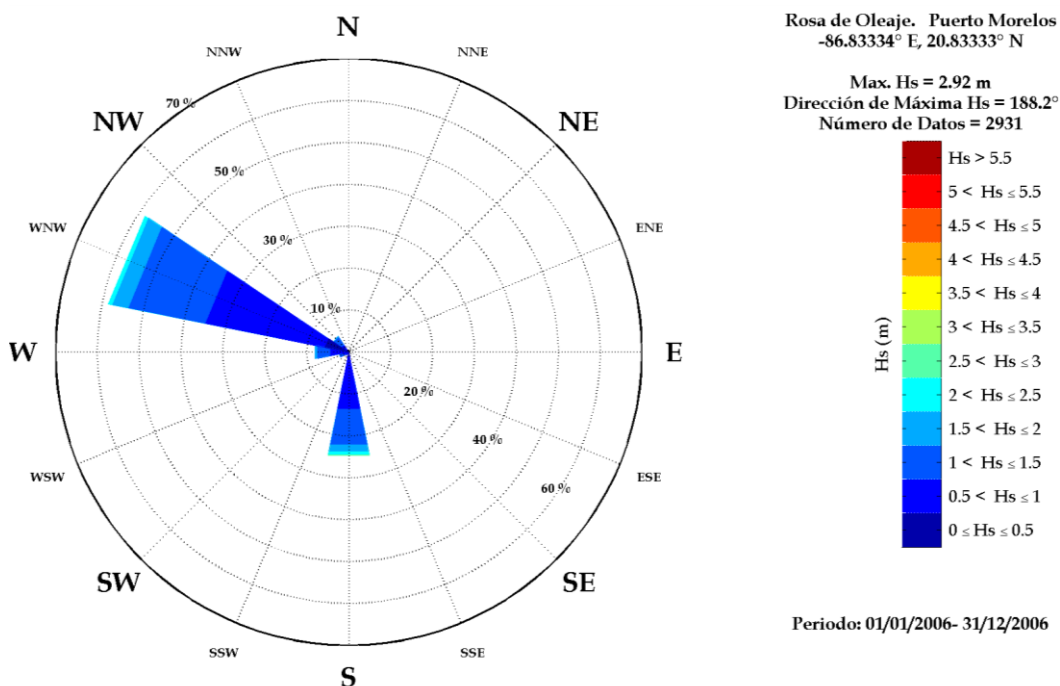


Figura 47. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2006. La barra de color representa la altura de ola significativa.

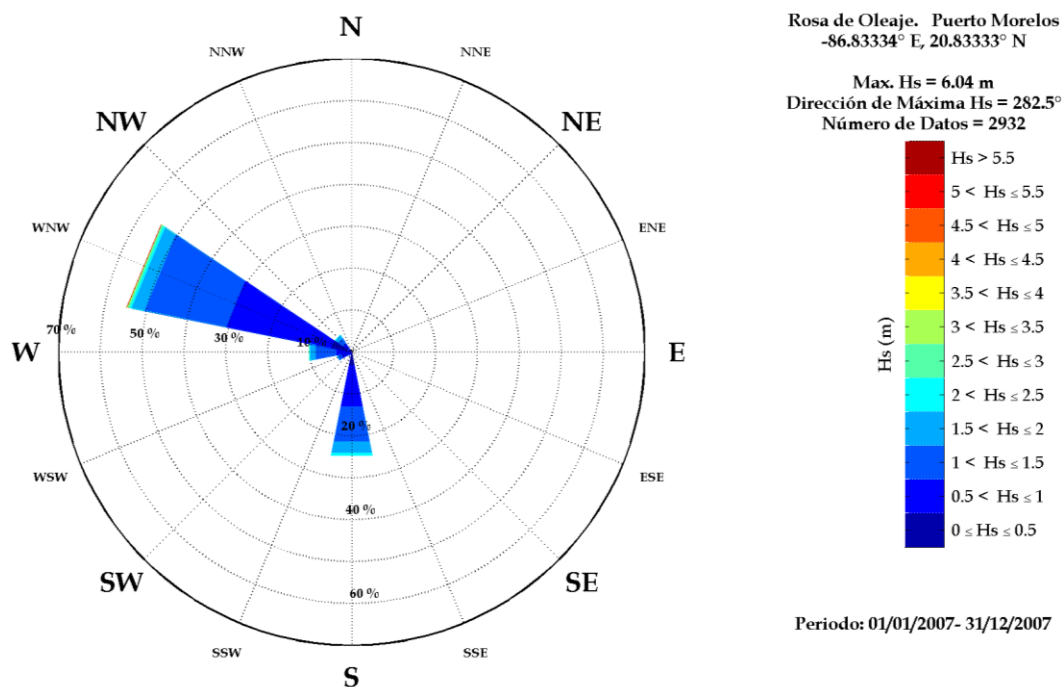


Figura 48. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2007. La barra de color representa la altura de ola significativa.

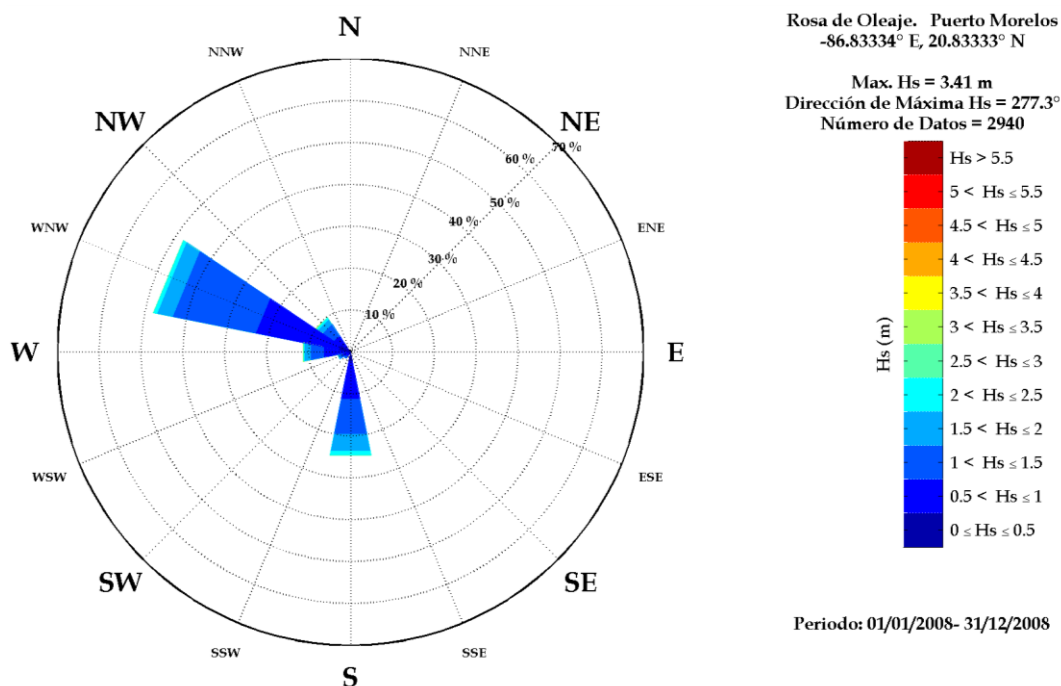


Figura 49. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2008. La barra de color representa la altura de ola significativa.

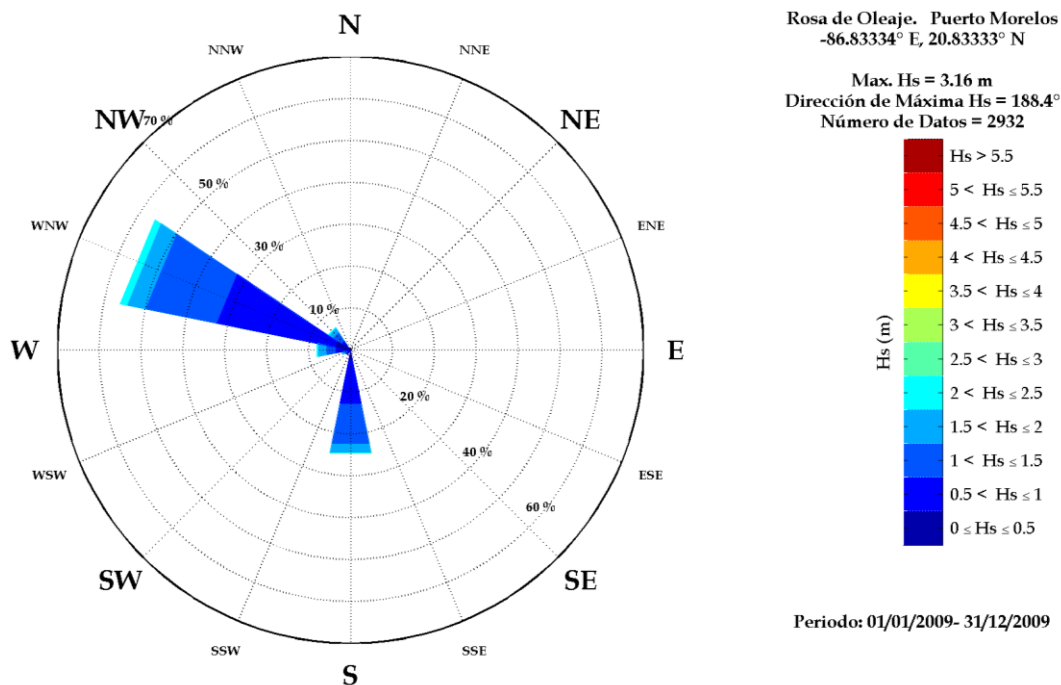


Figura 50. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2009. La barra de color representa la altura de ola significativa.

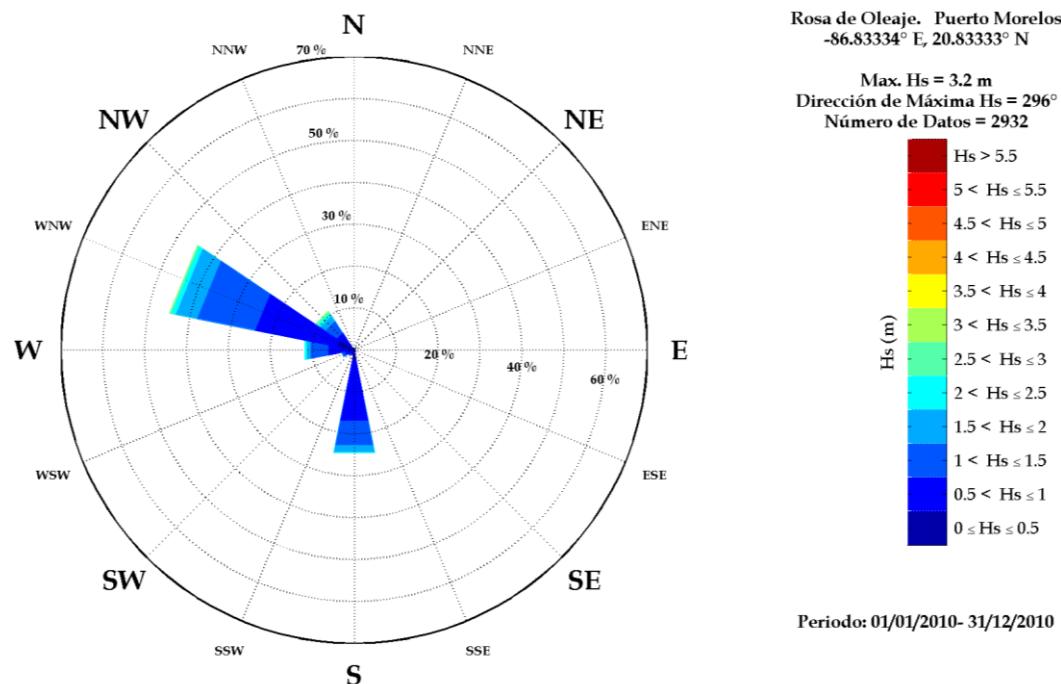


Figura 51. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2010. La barra de color representa la altura de ola significativa.

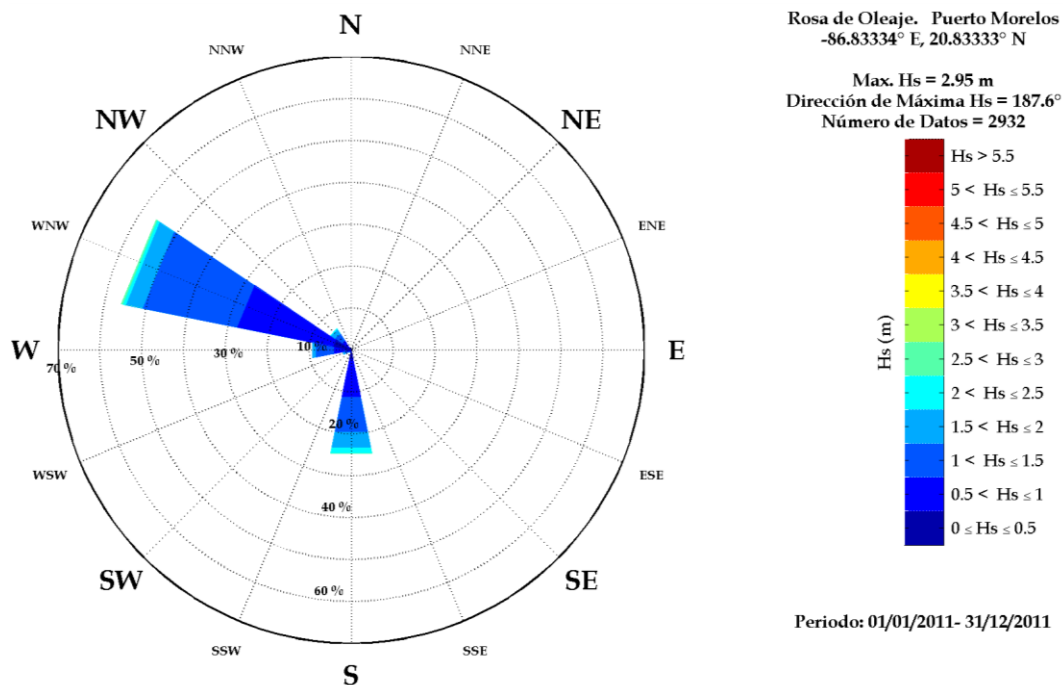


Figura 52. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2011. La barra de color representa la altura de ola significativa.

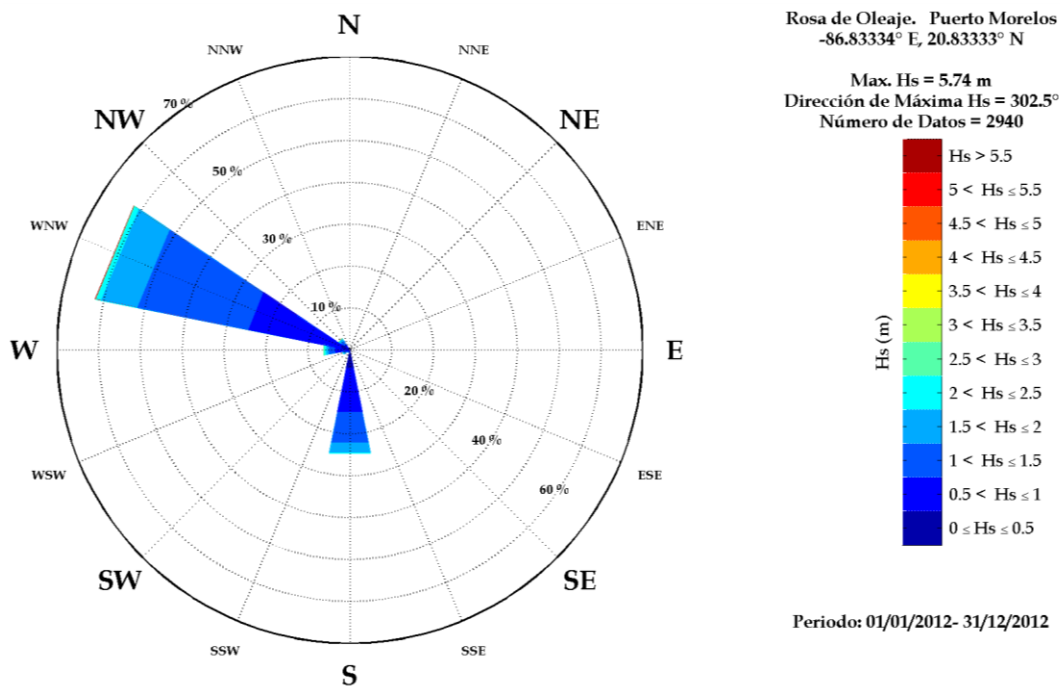


Figura 53. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2012. La barra de color representa la altura de ola significativa.

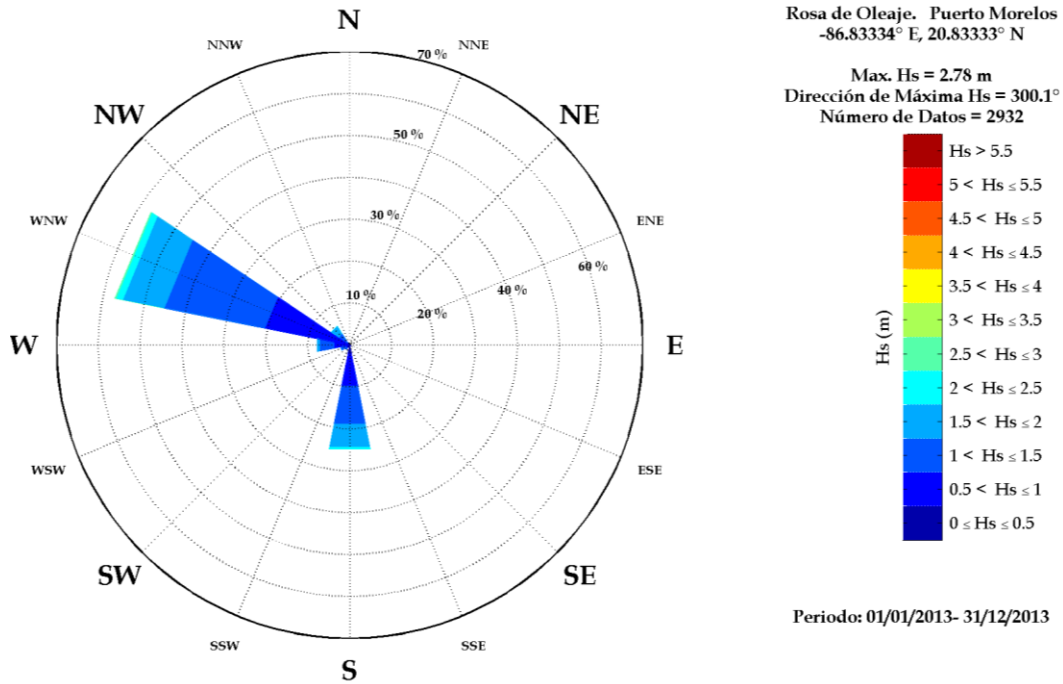


Figura 54. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2013. La barra de color representa la altura de ola significativa.

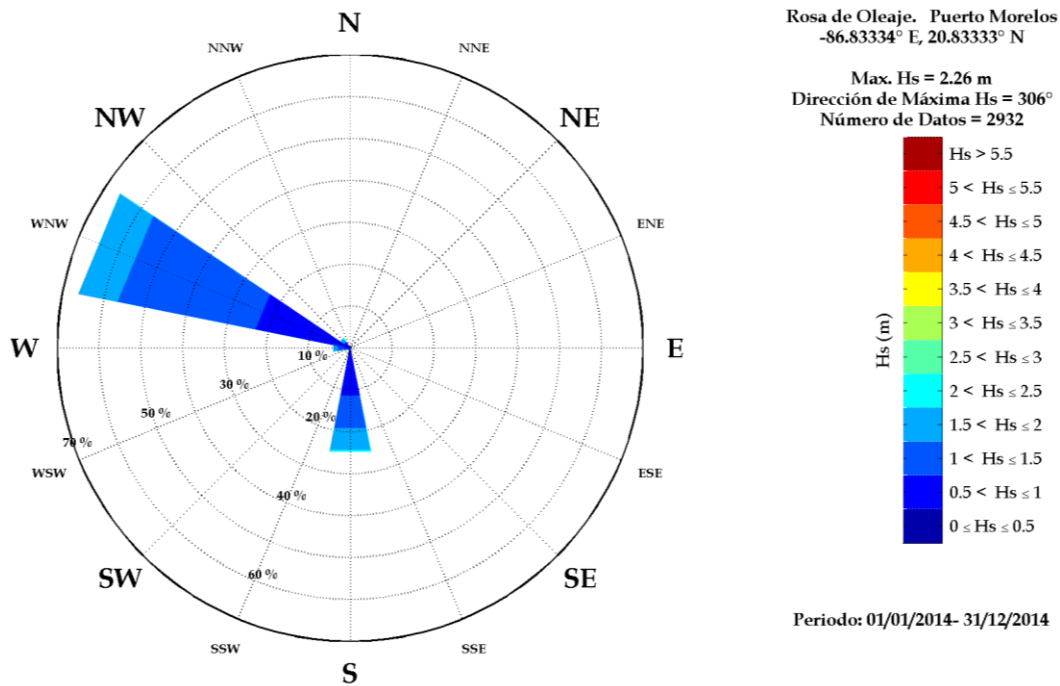


Figura 55. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2014. La barra de color representa la altura de ola significativa.

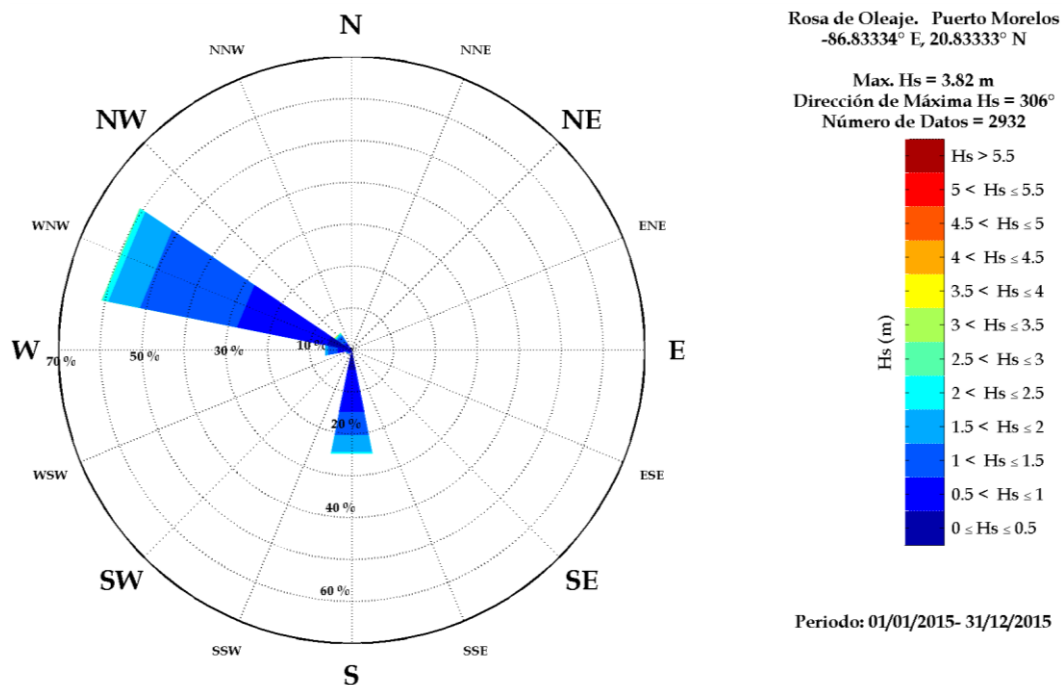


Figura 56. Rosa de oleaje para el nodo de WWIII obtenida para el año 2015. La barra de color representa la altura de ola significativa.

Como se puede observar en la Figura 46, correspondiente a la rosa de oleaje del periodo total comprendido entre 2006 y 2015, existen dos sectores dominantes en la dirección de propagación del oleaje, en donde el sector de mayor ocurrencia corresponde a la dirección WNW con aproximadamente el 60% de la totalidad de los datos, y el segundo sector corresponde a la dirección S, con aproximadamente el 30% de la totalidad de los datos; comportamiento que coincide con lo estimado por Mariño et al. (2011) mediante el análisis de la boya 42056 de la NOAA. El comportamiento anual (mostrado de la Figura 47 a la Figura 56), es similar, de manera que el sector que se eligió para construir los estados de mar fueron todas aquellas alturas significantes y periodos medios correspondientes al intervalo de dirección comprendido entre los 281.25° y los 303.75° (sector dominante de dirección) con una dirección media de 292.5° . De la Figura 57 a la Figura 66 se muestran los diagramas anuales de dispersión de la altura significativa y el periodo medio asociados al sector dominante de dirección (281.25° y los 303.75°), en donde la población de oleaje

fue dividida cada 0.5 s y cada 0.5 m para el periodo y la altura respectivamente para generar los estados de mar.

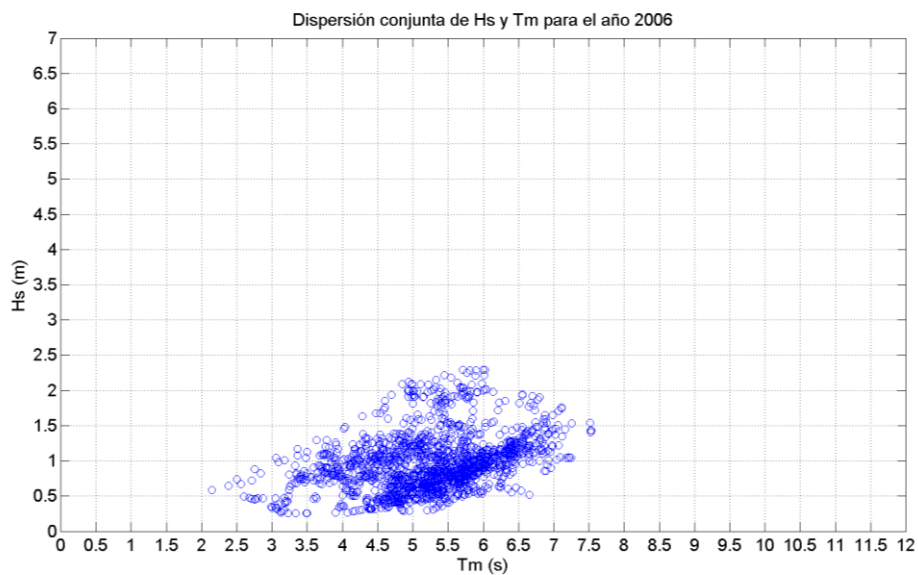


Figura 57. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2006.

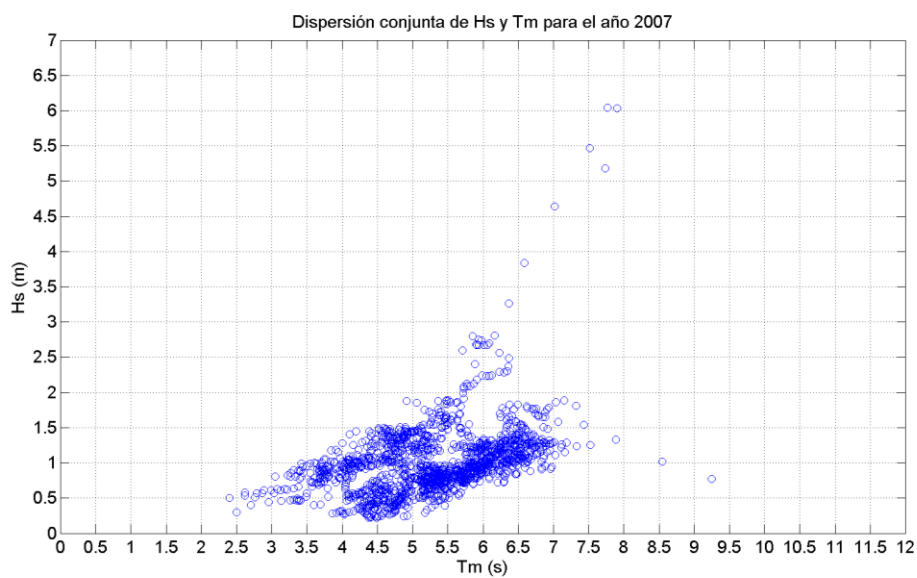


Figura 58. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2007.

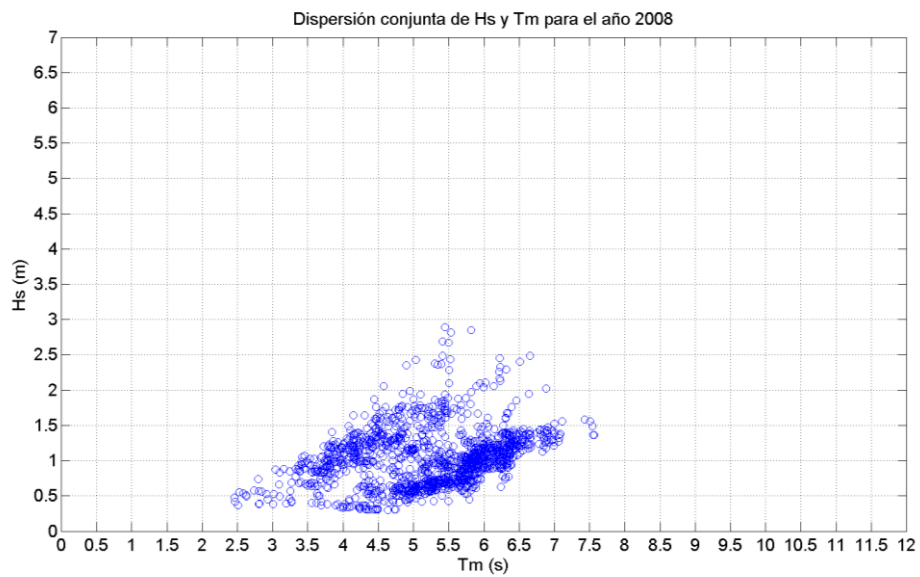


Figura 59. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2008.

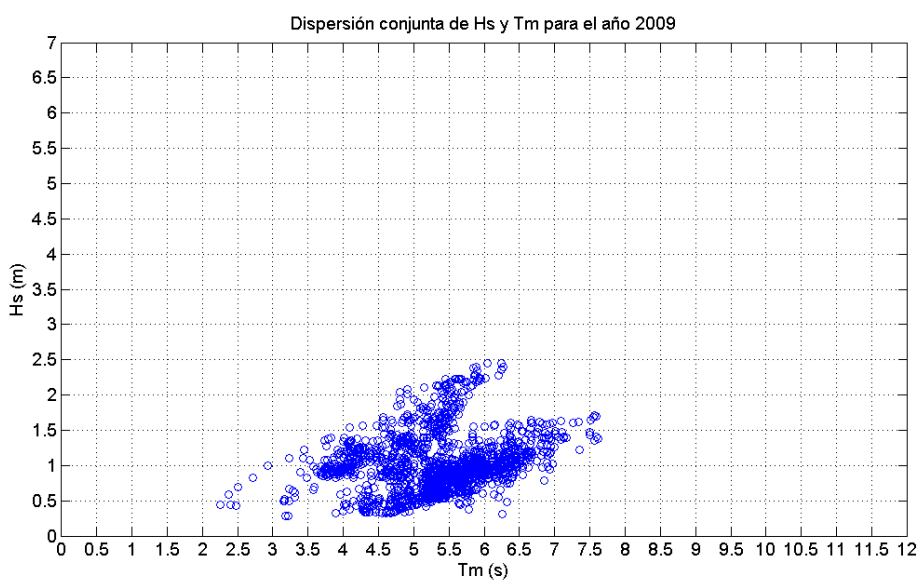


Figura 60. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2009.

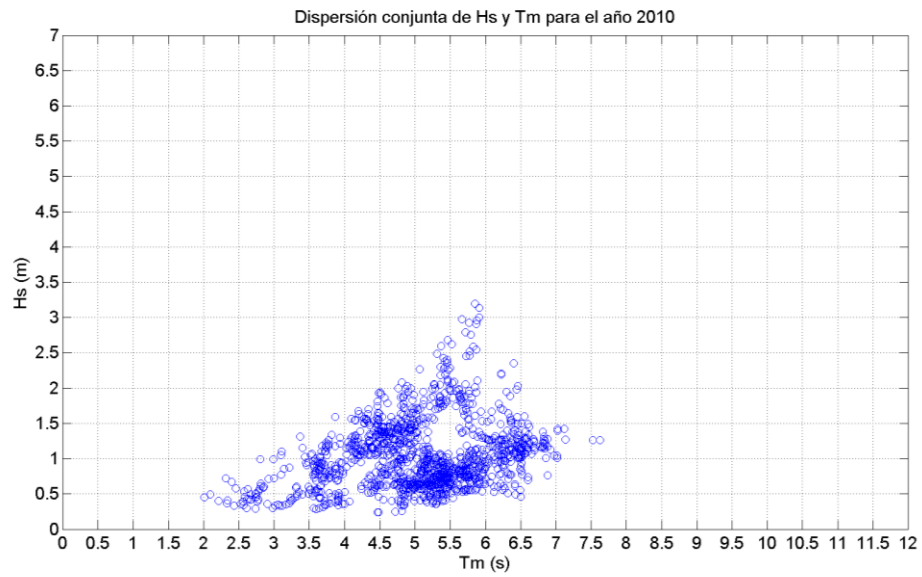


Figura 61. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2010.

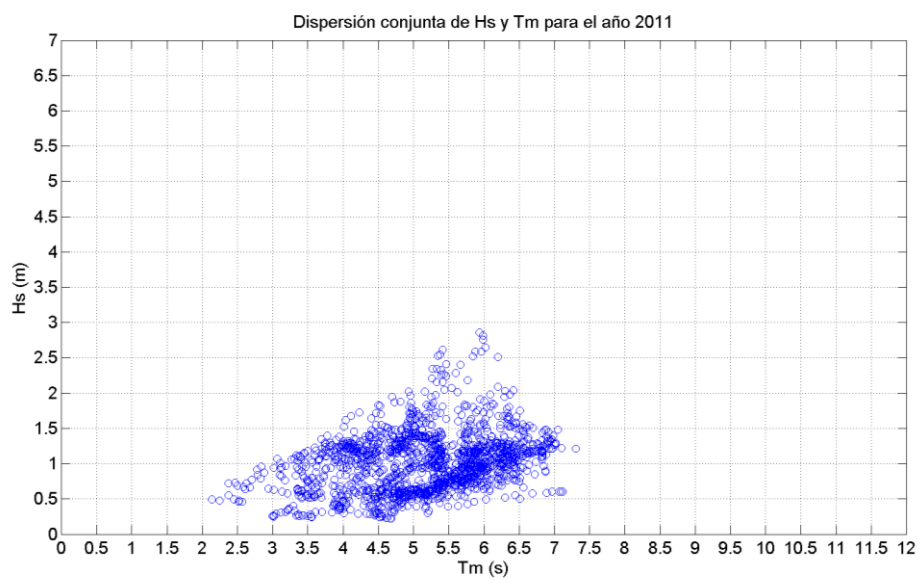


Figura 62. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2011.

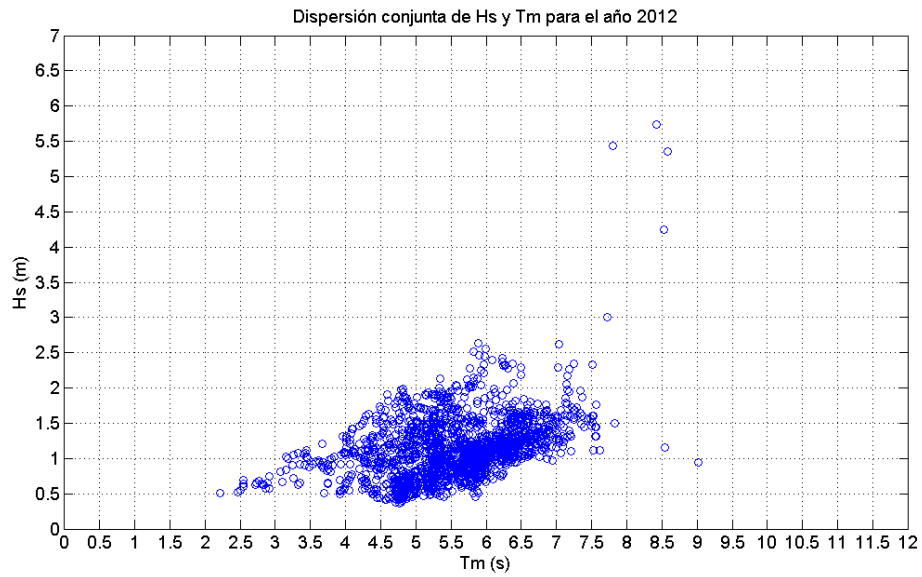


Figura 63. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2012.

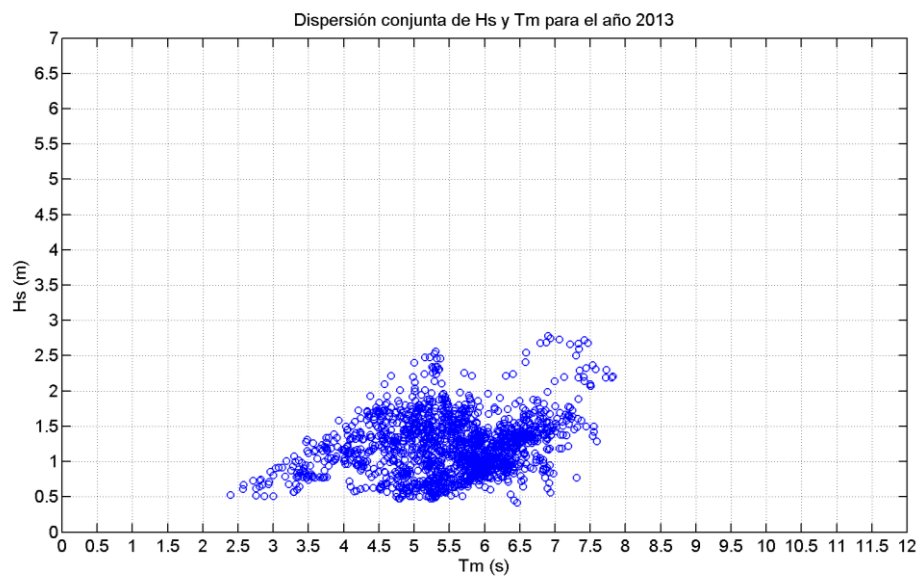


Figura 64. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2013.

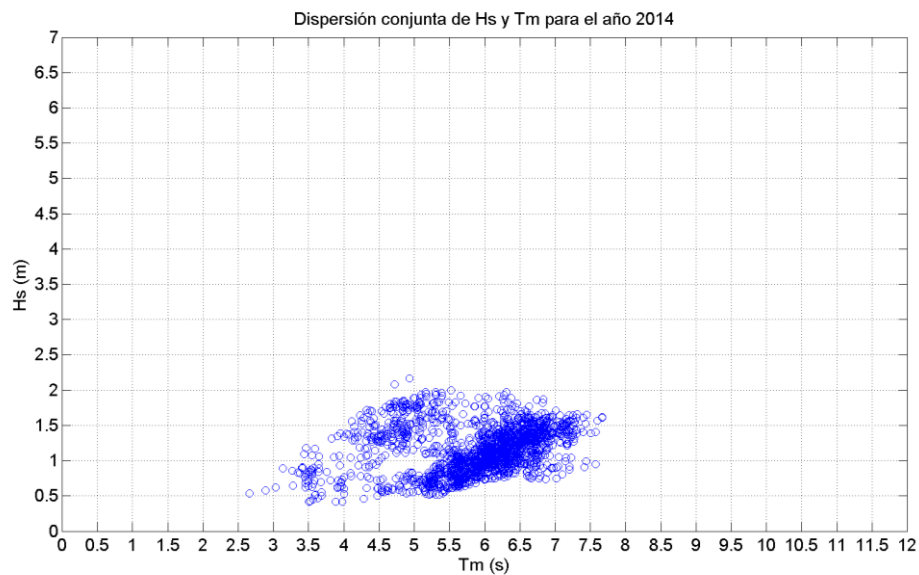


Figura 65. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2014.

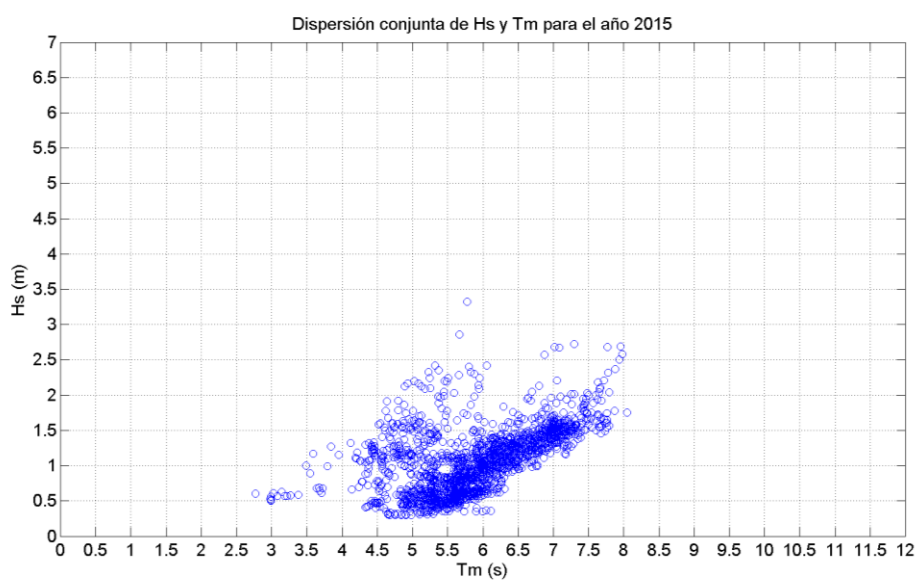


Figura 66. Diagrama de dispersión de H_s y T_m para el año 2015.

Como se puede observar en la serie de figuras anteriores, la mayoría de los datos se concentran entre 0.5 m y 2 m de altura significativa y entre 3.5 s y 7 s de periodo medio. Particularmente para el año 2007 y 2012, se presentan algunos eventos extremos del orden de los 6 m de H_s y 8 s de T_m .

La Figura 67 muestra los estados de mar obtenidos por medio de los trabajos antes mencionados, a partir de los cuales, se seleccionaron aquellos que se presentaron más de 150 horas al año para ser propagados hacia la costa.

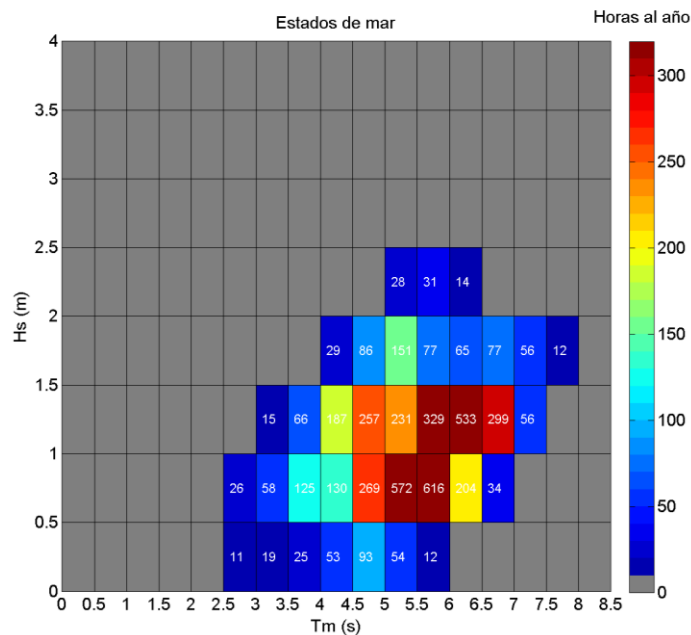


Figura 67. Estados de mar promedio (10 años de reanálisis) con el número de horas que se presenta cada estado de H_s y T_m .

4.2.5.3 Propagación de Oleaje Hacia la Costa de Puerto Morelos con el Modelo Espectral SWAN

Una vez obtenidos los estados de mar más representativos para la zona de Puerto Morelos, estos fueron propagados hacia la costa por medio de un modelo de oleaje espectral de tercera generación para aplicaciones costeras denominado SWAN (*Simulating Waves Nearshore*, Booji et al. 1999). Los detalles acerca de la física implementada en el modelo numérico y la descripción de las ecuaciones utilizadas se muestran en el Anexo I.

Una de las ventajas de este modelo numérico, es que puede utilizarse de manera estacionaria, en donde para una cierta condición de frontera determinada por parámetros integrales del espectro, el oleaje se propaga en toda la malla computacional hasta alcanzar un equilibrio, en donde las características del oleaje, tales como altura significativa y periodo medio no se siguen desarrollando de forma significativa y el criterio de convergencia se cumple. Este modo puede predecir de manera aproximada a bajo costo computacional, la evolución del campo de oleaje para condiciones estables como lo son los estados de mar que fueron calculados.

La configuración del dominio numérico y la configuración de la física del modelo para llevar a cabo la propagación del oleaje hacia el interior de la costa de Puerto Morelos se muestran en la Tabla 10.

Tabla 10. Configuración del modelo numérico SWAN para la propagación de oleaje en la costa de Puerto Morelos.

Característica	Tipo / Valor	Detalles
Sistema coordenado	Esférico	Grados de longitud y latitud
Esquinas de la malla computacional	20.83958° N	Límite sur
	20.89191° N	Límite norte
	-86.87925° E	Límite oeste
	-86.82625° E	Límite este
Resolución espacial	$\Delta x = 5$ m	Malla regular
	$\Delta y = 5$ m	
Número de nodos	560 X 1045	585,200 nodos totales
Dominio espectral	31 frecuencias	Filtro pasa altas 0.0417 (Hz)
	32 direcciones	Resolución direccional de 11.25°
Batimetría	TODO_Dat_Bat.txt	Proporcionada por ICMYL campus Pto. Morelos
Disipación	Whitecapping	Hasselmann 1974
	Fricción de fondo y rotura	Parámetro de rotura $\gamma = 0.73$

Característica	Tipo / Valor	Detalles
Interacciones no lineales	Cuadruquetas Triadas	
Modo	Estacionario	Criterio de convergencia (99%)

Una vez configurado el modelo SWAN, se simuló la propagación del oleaje en modo estacionario con las condiciones de frontera mostradas en la Tabla 11 que corresponden a los estados de mar más representativos.

Tabla 11. Estados de mar impuestos como condición de frontera para la propagación de oleaje en la costa de Puerto Morelos con el modelo SWAN.

Estado de Mar	H_s (m)	T_m (s)	Horas al año
C1	0.75	4.75	269
C2	0.75	5.25	572
C3	0.75	5.75	616
C4	0.75	6.25	204
C5	1.25	4.25	187
C6	1.25	4.75	257
C7	1.25	5.25	231
C8	1.25	5.75	329
C9	1.25	6.25	533
C10	1.25	6.75	299
C11	1.75	5.25	151

A partir de los estados de mar, se pudo obtener un promedio de T_m de 5.5 s, con lo cual, en la profundidad del nodo de WWIII se obtiene una longitud de onda de 47 m, y con la cual, a partir de lo encontrado en la sección del análisis de desempeño del lente elíptico para distintas profundidades, el lente debería de estar posicionado en una profundidad

aproximada de 15 m (que representa aproximadamente un tercio de la longitud de onda calculada).

De la Figura 68 a la Figura 70, se muestra el campo de oleaje representado por la altura significativa y la dirección de propagación del oleaje para los casos C2, C7 y C11.

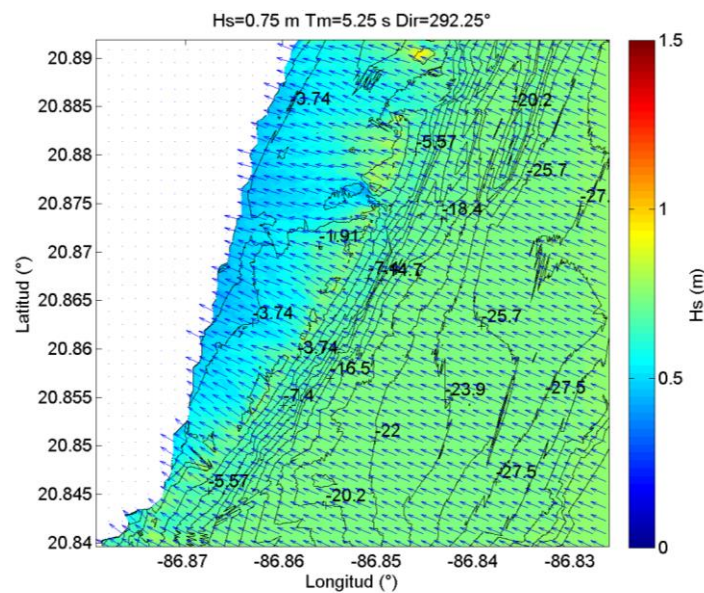


Figura 68. Campo de oleaje para el estado de mar correspondiente a C2.

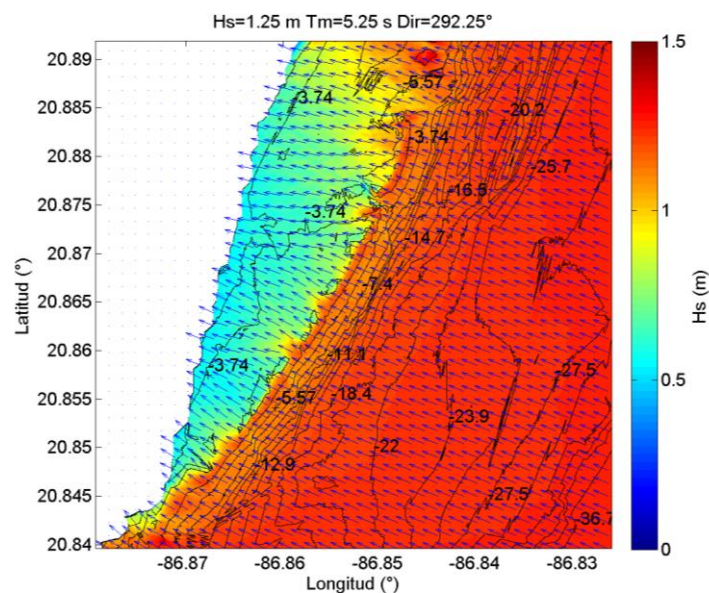


Figura 69. Campo de oleaje para el estado de mar correspondiente a C7.

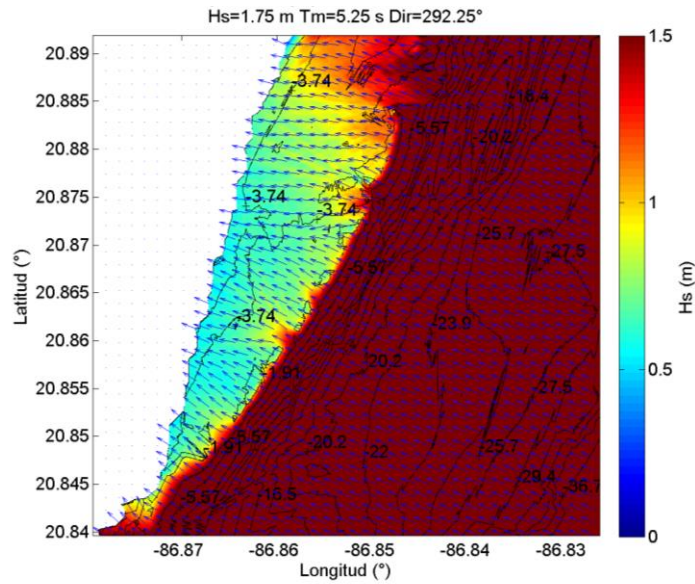


Figura 70. Campo de oleaje para el estado de mar correspondiente al C11.

Por medio del análisis de la distribución de la dirección y la altura de oleaje propagado y de la configuración batimétrica con respecto a la profundidad de instalación del lente elíptico de 15 m (obtenida a partir del promedio de T_m), se seleccionó el área de simulación del proceso de focalización con el modelo CELERIS bajo los siguientes criterios:

- El oleaje propagado a lo largo de la frontera de la posible zona de simulación debe tener dirección constante.
- No debe existir un decremento significativo en la altura significativa a lo largo de la frontera de la posible zona de simulación.
- No debe haber formaciones de fondo que obstaculizaran el oleaje antes de llegar al lente elíptico.
- No debe haber formaciones de fondo por detrás del lente que reflejaran de manera significativa el oleaje.
- Debe ser un sitio lo más cercano a la costa pero fuera de la laguna arrecifal.

De manera que el sitio elegido como el más adecuado para la posición del lente se muestra en la Figura 71, debido a que la profundidad, la dirección y la altura significativa en la frontera se mantienen constantes a lo largo de la frontera (indicada con una línea azul), además de que no existen obstáculos o relieves importantes que modifiquen drásticamente el oleaje antes y después de la malla definida. El nodo de la malla de SWAN donde se obtuvieron las condiciones de frontera para la simulación del proceso de focalización con el modelo CELERIS se encuentra al centro de la frontera Este (indicada con una línea azul). La ubicación tentativa del centro del lente elíptico se muestra con un cuadrado rojo al centro del dominio a una profundidad aproximada de 15 m, la cual dependerá del valor obtenido sobre la frontera.

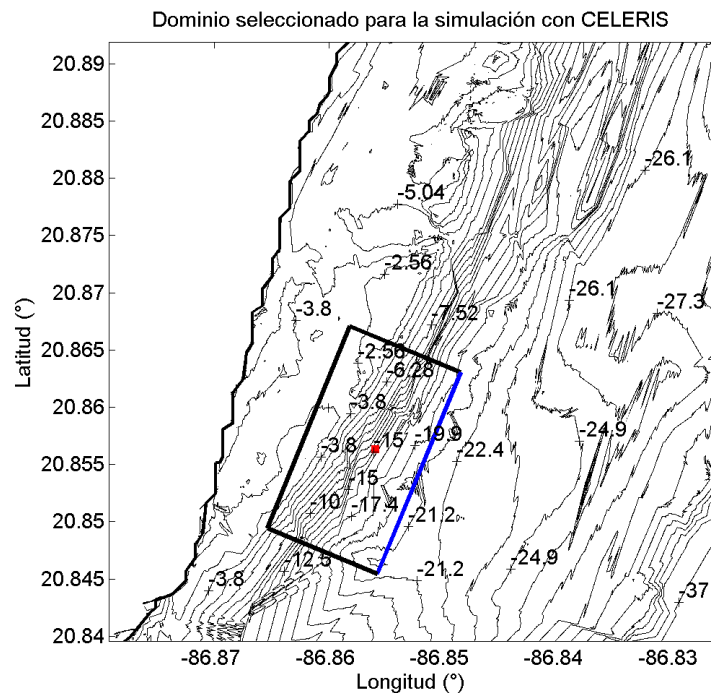


Figura 71. Selección del dominio de CELERIS. La línea azul representa la frontera donde se impondrán las condiciones simuladas con SWAN. El punto rojo representa la posición respectiva al centro del lente elíptico.

Las condiciones de frontera obtenidas a partir de la propagación del oleaje con el modelo SWAN para el dominio de CELERIS se muestran en la Tabla 12. Para dar un ejemplo del cambio en la altura significativa y el periodo medio en la frontera se muestran los estados de mar propagados.

Los casos que fueron simulados con el modelo CELERIS se denominaron CC#, donde CC significa Caso CELERIS, seguido de un número que indica el estado de mar que fue propagado con el modelo SWAN.

Cabe señalar que a pesar de que existieron algunas ligeras diferencias entre el periodo medio calculado en el punto del WWIII y el obtenido en la frontera del dominio seleccionado para el modelo CELERIS, los valores son muy aproximados, por lo que el promedio resultante no se modificó (5.5 s) y la profundidad de instalación del lente se conservó a 15 m.

Tabla 12. Valores de la altura significativa (H_{sf}) y el periodo medio (T_{mf}) obtenidos con el modelo SWAN en la frontera del dominio de CELERIS para cada estado de mar propagado. Se muestran las horas al año que se presenta cada estado de mar.

Estado de Mar	H_s (m)	T_m (s)	H_{sf} (m)	T_{mf} (s)	Horas al año
C1	0.75	4.75	0.73	4.78	269
C2	0.75	5.25	0.73	5.22	572
C3	0.75	5.75	0.72	5.67	616
C4	0.75	6.25	0.72	6.61	204
C5	1.25	4.25	1.18	4.51	187
C6	1.25	4.75	1.2	4.91	257
C7	1.25	5.25	1.2	5.33	231
C8	1.25	5.75	1.2	5.78	329
C9	1.25	6.25	1.19	6.24	533
C10	1.25	6.75	1.19	6.73	299
C11	1.75	5.25	1.65	5.44	151

4.2.5.4 Simulación del Proceso de Focalización con el Modelo CELERIS en la Costa de Puerto Morelos

Una vez obtenida el dominio y las condiciones de frontera a partir de la propagación de los estados de mar, se realizaron los siguientes trabajos para la simulación del proceso de focalización en la costa de Puerto Morelos:

- Configuración del dominio y de las características numéricas del modelo CELERIS
- Obtención de los valores óptimos del lente elíptico con respecto al periodo medio de todos los casos.
- Adquisición de los datos de la superficie libre.
- Análisis de la estabilidad de la señal de la superficie libre.
- Obtención de H_s y T_m a partir del análisis de series de tiempo por medio de cruces por cero.
- Determinación de la matriz de potencia para el caso con lente elíptico y el caso de control (sin lente elíptico).

A partir de la selección del dominio mostrada en la Figura 71 se configuró el modelo CELERIS con las siguientes características:

- El dominio numérico quedó representado en metros con la coordenada en el origen en los -86.865329° de longitud Este y los 20.849433° de latitud Norte, extendiéndose 1120 m sobre la frontera Oeste-Este y 2090 m sobre la frontera Sur-Norte.
- El tamaño de las celdas fue de dos metros, de manera que el dominio tuvo 560 por 1045 celdas.
- El centro del lente elíptico quedó en la posición de 657 m y 1093 m que corresponde a una posición geográfica de -86.85594° de longitud este y 20.85631° grados de

latitud norte y a una profundidad de 15 m (correspondiente a 1/3 de la longitud de onda incidente).

- El tirante de agua sobre el lente sumergido de 5.7 m se obtuvo a partir de un octavo la longitud de onda incidente.
- La excentricidad se obtuvo a partir de la ley de refracción de cónicas, con la cual se obtuvo un valor de 0.78 a partir del inverso del coeficiente de refracción ($n = 1.27$).
- El semieje-menor con un valor de 34.3 m, se obtuvo a partir de la relación de 3/4 la longitud de onda incidente obtenida a una profundidad de 15 m ($L_0=46$ m).
- El semieje mayor se obtuvo a partir de la ecuación de la excentricidad de la elipse con el valor conocido de excentricidad y del semieje menor, obteniendo un valor de 55.5 m.
- La adquisición de los datos del modelo se obtuvo en la malla rectangular alrededor del lente elíptico para cada celda.

La Figura 72 muestra un esquema del dominio computacional para la simulación del proceso de focalización CELERIS, en donde se muestran las dimensiones y la posición de instalación del lente elíptico. La Figura 73 muestra un acercamiento a la posición del lente y la discretización espacial del dominio numérico con un $\Delta x = \Delta y = 2$ m.

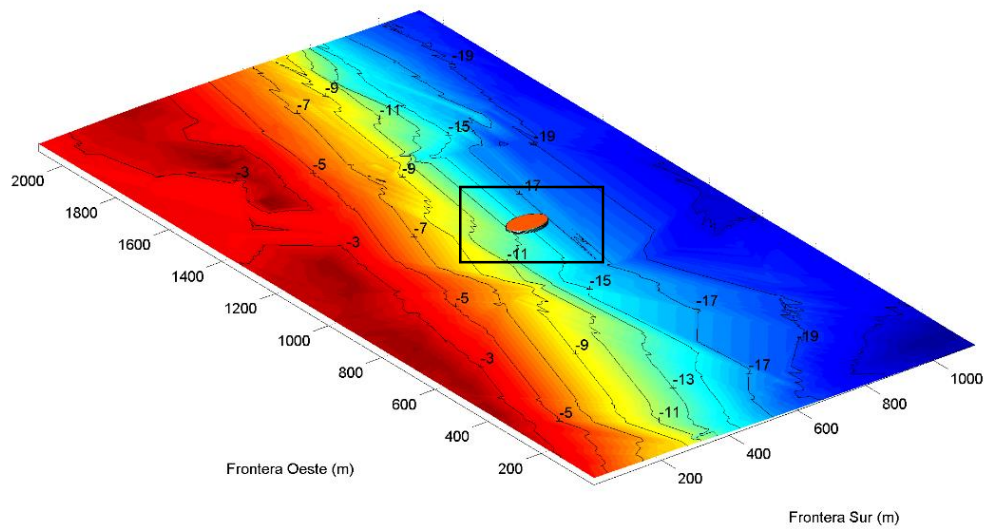


Figura 72. Batimetría y dominio computacional para la simulación del proceso de focalización con CELERIS. La profundidad indicada por los contornos está en metros. Se muestra el lente elíptico posicionado a una profundidad de 15 m.

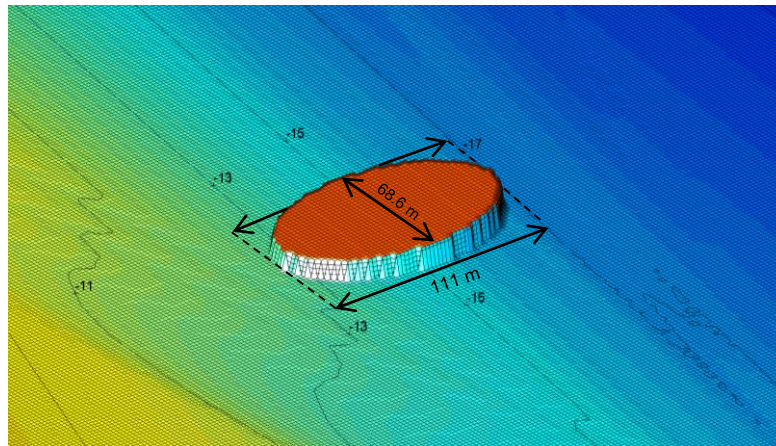


Figura 73. Acercamiento a lente elíptico mostrado en la Figura 72. La profundidad indicada por los contornos está en metros y la batimetría se muestra discretizada cada 2 metros. Se muestra el largo y ancho de la elipse correspondientes al doble del semieje mayor y menor respectivamente.

El análisis de la estabilidad de la señal para el cálculo de H_s y T_m se realizó de la misma manera que para el caso de validación y las pruebas de desempeño del lente, en donde se analizaron las señales independientes en el punto focal y se determinó a partir de qué segundo se tiene una señal estable. En este caso se analizaron las series de tiempo de

menor y mayor periodo correspondientes al caso CC5 y CC10 respectivamente para poder cubrir el resto de los casos correspondientes a periodos intermedios. La Figura 74 muestra la señal obtenida en el punto focal para el CC5 y el CC10, en donde se muestra que a partir del segundo 120 se tiene una señal estable.

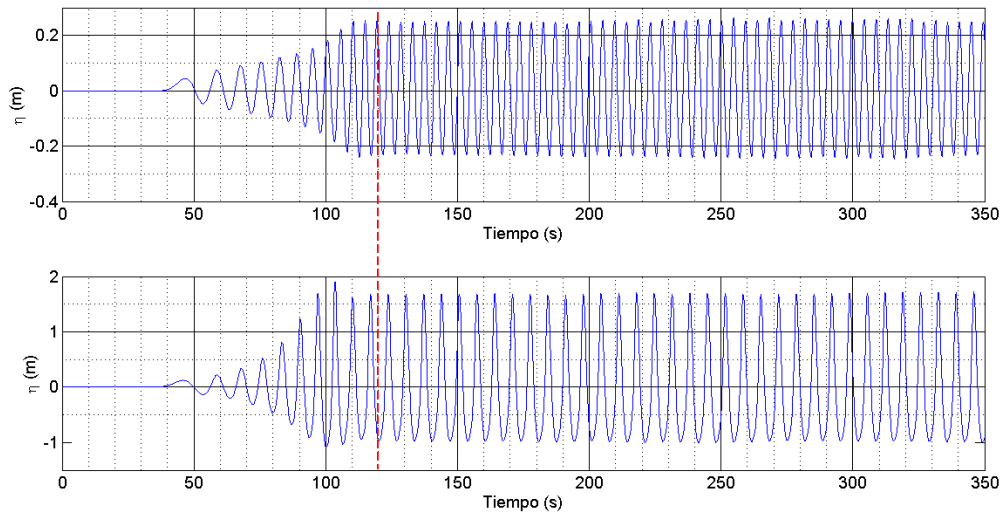


Figura 74. Serie de tiempo de la superficie libre obtenida en el punto focal para el caso CC5 (panel superior) y el caso CC10 (panel inferior). La línea punteada en los 120 s indica el inicio de la serie considerada para el análisis de cruces por cero.

Como se puede ver en la Figura 74, a partir del segundo 120 se obtiene una señal estable para ambos periodos, de manera que a partir de este momento hasta el segundo 340, se realizó el análisis estadístico de la serie de tiempo de la superficie libre para obtener los estadísticos de H_s y T_m a partir de los cuales se construyó la matriz de potencia en el punto de focal con el lente y sin la presencia del lente (caso de control). La variable H_s se determinó a partir del promedio del tercio más alto de las alturas obtenidas a partir del análisis de cruces por cero.

Para obtener la matriz de potencia, se obtuvo la energía a partir de la relación entre el la altura significativa y el periodo energético T_e por medio de:

$$E = \frac{pg^2}{64\pi} T_e H_s^2 \quad (26)$$

Donde p es la densidad del agua de mar equivalente a 1025 kg/m^3 , g corresponde a la aceleración de gravedad y T_e es el periodo energético el cual puede obtenerse a través del periodo medio (Cahill y Lewis, 2014) por medio de la relación:

$$T_e = 1.18T_m \quad (27)$$

Debido a que se simularon distintos periodos de oleaje incidente, se generó un desplazamiento en la posición del foco sobre el eje óptico, por lo que para poder obtener la matriz de potencia para una sola posición, se obtuvieron los valores de H_s en la posición con la mayor cantidad de energía entre todos los casos, es decir, en la zona de traslape de cada zona focal.

La Tabla 13 muestra los resultados obtenidos de H_s y T_e en el punto focal con y sin la presencia del lente elíptico. Se muestra la H_s para cada estado de mar que fue propagado desde costa afuera con el modelo SWAN, en la frontera del modelo CELERIS y en la posición focal definida como la zona de traslape.

Tabla 13. Valores de la altura significativa y el periodo energético obtenidos con el modelo CELERIS en la posición focal con la presencia del lente (H_{sf}) y en el punto de control (H_{sc}) y la relación entre ambas. Se muestran las condiciones de frontera (H_s y T_m) utilizadas en cada caso y el periodo energético (T_e).

Frontera CELERIS	H_s (m)	T_m (m)	H_{sc} (m)	H_{sf} (m)	H_{sf}/H_{sc} (m)	T_e (s)	Horas/año
CC1	0.73	4.78	0.32	0.81	2.53	5.64	269
CC2	0.73	5.22	0.46	1.26	2.74	6.16	572
CC3	0.72	5.67	0.56	1.54	2.75	6.69	616
CC4	0.72	6.61	0.64	1.71	2.67	7.23	204
CC5	1.18	4.51	0.35	0.82	2.34	5.32	187
CC6	1.2	4.91	0.60	1.54	2.57	5.79	257
CC7	1.2	5.33	0.81	2.21	2.73	6.29	231
CC8	1.2	5.78	0.95	2.61	2.75	6.82	329
CC9	1.19	6.24	1.04	2.71	2.61	7.36	533
CC10	1.19	6.73	1.07	2.81	2.63	7.94	299
CC11	1.65	5.44	1.18	3.19	2.70	6.42	151

4.2.5.5 Cálculo de la Matriz de Potencia

Con los valores de H_s y T_e correspondientes al foco y al punto de control de la Tabla 13, se generó la matriz de potencia a partir de la ecuación 26, con los mismos intervalos de $\Delta H_s = 0.5 \text{ m}$ y $\Delta T_e = 0.5 \text{ s}$. La Figura 75 y la Figura 76 muestran la matriz de potencia para el caso control y con el lente elíptico respectivamente, en donde el color y el número al centro de cada intervalo, indican las horas al año que se presenta cada caso, y los contornos representan líneas de igual cantidad de energía en kW/m.

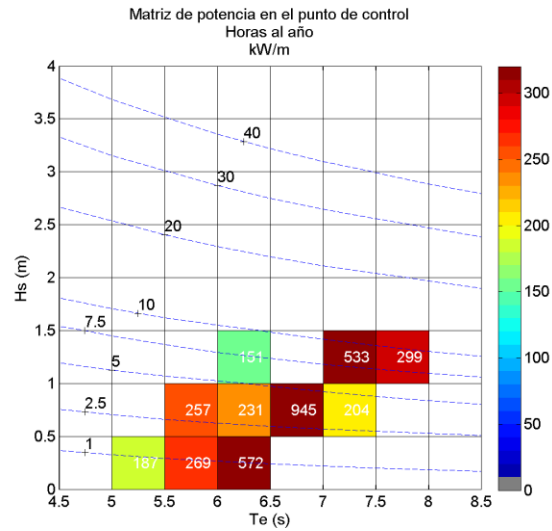


Figura 75. Matriz de potencia para los estados de mar propagados en el punto de control en la costa de Puerto Morelos. Los colores y los números al centro de cada estado de mar indican las horas anuales en promedio. La línea punteada azul indica niveles iguales de energía en kW/m.

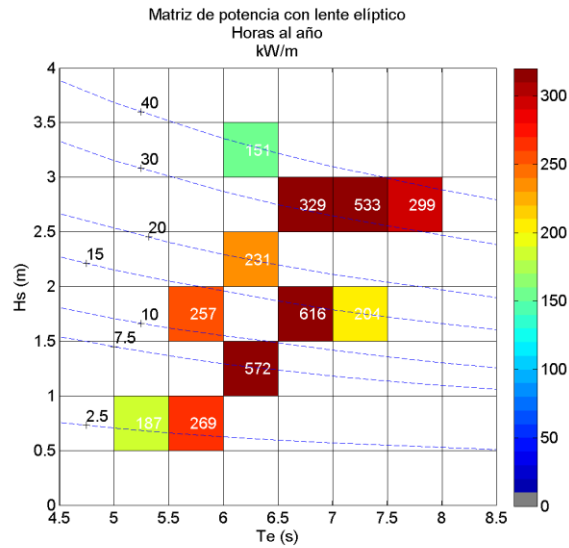


Figura 76. Matriz de potencia para los estados de mar propagados en el punto focal en la costa de Puerto Morelos. Los colores y los números al centro de cada estado de mar indican las horas anuales en promedio. La línea punteada azul indica niveles iguales de energía en kW/m.

Como se puede observar en la matriz de potencia en el punto focal (Figura 76), los estados de mar propagados y focalizados con el lente elíptico muestran un aumento considerable en la energía con respecto a la matriz de potencia en el punto de control (Figura 75). El rango de energía focalizada con el lente varía desde 2.5 kW/m hasta 40 kW/m, con una

cantidad de 1312 horas al año entre el rango de 30 kW/m y 40 kW/m, 1338 horas entre el rango de 15 kW/m y 20 kW/m y 1028 horas entre el rango de 2.5 kW/m y 7.5 kW/m; a diferencia de la totalidad de las horas entre el rango de 1 kW/m y 10 kW/m para el caso control sin la presencia del lente.

Para tener una idea del aumento de energía a partir del lente elíptico con respecto al punto costa-afuera, en donde se obtuvieron las condiciones de frontera correspondientes al punto de WWIII, en la Figura 77 se muestra la matriz de potencia en el punto costa afuera.

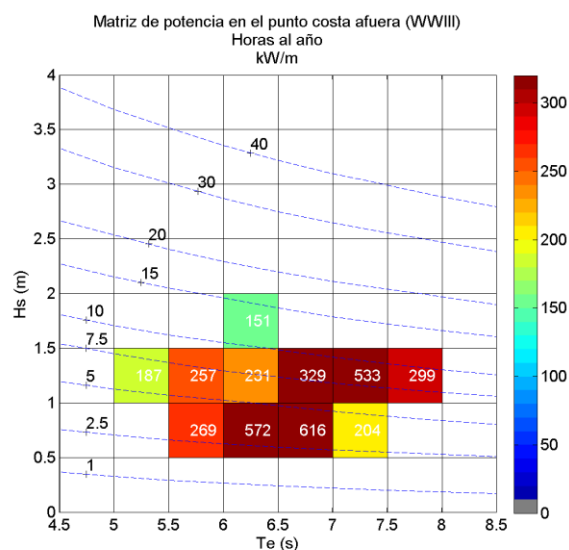


Figura 77. Matriz de potencia para el punto costa afuera donde se obtuvo el reanálisis de oleaje de WWIII. Los colores y los números al centro de cada estado de mar indican las horas anuales en promedio. La línea punteada azul indica niveles iguales de energía en kW/m.

La matriz de potencia en el punto costa afuera (Figura 77) presenta casos ligeramente mayores a la matriz de potencia observada en el punto de control (Figura 75), debido a que en el punto de control, el oleaje ha perdido energía por efectos de fondo. La mayor cantidad de horas se presenta para un rango entre 2.5 kW/m y 7.5 kW/m y solamente 151 horas se presentan para valores de energía de 15 kW/m.

Los resultados de las matrices de potencia indican que el utilizar el lente elíptico mejora significativamente los valores de la energía que se pudieran obtener en la costa de Puerto Morelos, ya que comparando los valores máximos, sin la presencia del lente se obtienen valores máximos de 10 kW/m a diferencia de 40 kW/m utilizando el lente elíptico sumergido. Así mismo, los valores de energía que se obtienen cerca de la costa de Puerto Morelos al utilizar el lente, son mayores que los que se obtuvieron costa afuera, con valores máximos de 40 kW/m y 15 kW/m respectivamente.

Lo anterior indica que los lentes sumergidos elípticos son una herramienta útil que puede ayudar considerablemente a reducir las limitaciones de la explotación del recurso energético del oleaje en sitios con regímenes de oleaje débiles, característicos de latitudes intermedias (20° N- 20° S), como lo es el caso del Caribe Mexicano, y particularmente para el caso de Puerto Morelos. Así mismo, los resultados que se muestran en las matrices de potencia, indican que los lentes elípticos son una herramienta útil para obtener mayores alturas de ola cerca de la costa, a diferencia de sitios costa afuera, permitiendo tener energía más accesible, cerca de la red eléctrica y en ambientes más controlados.

5. CONCLUSIONES

En esta investigación se evaluó, a través de simulaciones numéricas con un modelo de tipo Boussinesq, la capacidad de los lentes elípticos sumergidos para amplificar la energía del oleaje que pudiera ser aprovechada como fuente de energía renovable. El modelo de tipo Boussinesq denominado CELERIS, fue validado por medio de pruebas de laboratorio en el estanque de oleaje de la Facultad de Ingeniería de la UNAM (EOFI-UNAM). El proceso de focalización también fue registrado por medio de video de alta velocidad por medio del cual se pudo apreciar la amplificación del oleaje incidente. Los resultados numéricos de las series de tiempo de la superficie libre y los espectros de energía obtenidos en el punto focal, sobre el eje óptico y alrededor del lente sumergido, presentaron un buen ajuste con los datos experimentales obtenidos en el EOFI-UNAM, indicando que el modelo es capaz de simular el proceso de focalización adecuadamente para oleaje con incidencia normal (perpendicular al eje óptico) y con incidencia oblicua. Antes de llevar a cabo la evaluación del lente elíptico, se identificó la ventana de tiempo para poder procesar los datos de superficie libre del modelo numérico sin la influencia de la reflexión de las paredes laterales, con lo que se pudieron obtener resultados confiables del proceso de focalización.

La evaluación del desempeño del lente elíptico, en términos de concentración de energía en el punto focal, se llevó a cabo para distintos tirantes de agua sobre el lente sumergido, distintas excentricidades, distintos tamaños y profundidades de instalación y también con una región de someramiento radial. Todos los espectros de energía fueron obtenidos para el punto focal y un punto de control, que correspondió a la posición del punto focal pero sin la presencia del lente elíptico.

Con respecto a las pruebas de tirante de agua, se encontró que cuando el índice de refracción fue igual al determinado por la ley de refracción de cónicas (para una profundidad

total conocida) se obtuvo la mayor cantidad de energía en el punto focal, con una amplificación aproximada de 7 veces la energía calculada para el punto de control. Para este caso, el tirante de agua sobre el lente elíptico fue del orden de un octavo la longitud de onda incidente (caso TA7).

Para las pruebas de excentricidad, se encontró que la excentricidad determinada por la ley de refracción de cónicas (para un tirante de agua fijo y una profundidad total fija) fue la que concentró mayor cantidad de energía en el punto focal (caso EL2). No obstante, se encontró que para una excentricidad mucho menor (caso EL1), la amplificación de energía fue ligeramente menor que EL2 pero el foco perduró por más tiempo sobre el eje óptico. Sin embargo, al tener una excentricidad menor (con el semieje mayor fijo), el lente aumentó considerablemente su volumen, por lo que no se consideró como una geometría óptima. Al obtenerse la excentricidad de mayor concentración de energía (con el semieje menor del orden de una longitud de onda incidente), ésta se mantuvo constante y se modificó el tamaño del lente (disminuyendo proporcionalmente los semiejes), en donde se encontró que para la misma excentricidad pero con el semieje menor igual a tres cuartos la longitud de onda incidente (caso ECT2), se obtuvo una concentración similar a EL2 y sin modificarse significativamente la estructura focal, de manera que esta geometría fue considerada como óptima al tener un tamaño menor al lente de EL2. Con esta geometría se realizaron pruebas del desempeño con una región de someramiento radial para disminuir las contribuciones negativas de la difracción y la reflexión. Sin embargo, no se alcanzó a ver una mejora significativa en la concentración de energía.

El proceso de focalización sufrió cambios significativos con respecto al cambio de dirección del oleaje incidente, en donde para un ángulo de incidencia de 30° , la reducción de la energía concentrada por el lente elíptico fue de aproximadamente 35% (caso LED3) con respecto a la energía concentrada cuando la incidencia del oleaje es normal al eje óptico

(caso ECT2). El cambio de la posición del foco con respecto al eje óptico fue registrado por video de alta velocidad en el EOFI-UNAM para el caso de un ángulo de incidencia de 20° (correspondiente al caso LED2), en donde el desplazamiento del área focal coincidió con lo que se simuló con el modelo CELERIS.

En resumen, el lente elíptico definido por ECT2, fue el mayor eficiencia en términos de concentración de energía con respecto a su tamaño, por lo que podría decirse, que es la geometría más optimizada tomando en cuenta las pruebas que se han realizado, en las cuales, se ha definido que para una excentricidad determinada por el inverso de la relación entre k_2/k_1 , donde el semieje menor debe ser del orden de $3/4$ la longitud de onda incidente para optimizar tamaño, el tirante de agua debe ser del orden de $1/8$ la longitud de onda incidente y la profundidad total debe ser del orden $1/3$ la longitud de onda incidente.

Es importante mencionar que a pesar de tener una ley de refracción de cónicas que permite establecer una geometría óptima (como se demostró en las pruebas de desempeño), existe una gama innumerable de posibilidades para establecer la excentricidad a partir de esta ley por medio de un índice de refracción n conocido (determinado por el cambio en profundidad entre h_1 y h_2), debido a que tanto el semieje menor b como el semieje mayor a , pueden tomar una infinidad de valores siempre y cuando su proporción sea siempre la misma para mantener la excentricidad deseada. Y de manera inversa, teniendo una excentricidad conocida, existe una gamma innumerable de posibilidades para establecer el índice de refracción n , ya que h_1 y h_2 pueden tomar una infinidad de valores siempre y cuando estos mantengan constante su proporción para obtener el n deseado. Por lo que la determinación de los límites de profundidad de instalación y/o tirante de agua y tamaño de los semiejes con respecto a la longitud de onda incidente, es una de las contribuciones más importantes de este proyecto.

Otra aportación importante es que, desde el punto de vista ingenieril, además de obtener la geometría óptima del lente sumergido para las condiciones de oleaje incidente, es importante conocer su desempeño para las distintas dimensiones que el lente elíptico pueda adoptar, lo que consecuentemente determinará su volumen y la cantidad de material para ser construido. De manera que los lentes sumergidos en menores profundidades, con una menor altura y con una excentricidad mayor (menor volumen) resultarán ser más viables económicamente.

La geometría óptima determinada por ECT2 se implementó en un caso a escala real en la costa de Puerto Morelos, para condiciones de frontera obtenidas de un reanálisis de oleaje de 10 años obtenido de la NOAA. A partir de las condiciones de frontera se obtuvieron los estados de mar más representativos, los cuales se propagaron por medio del modelo SWAN hacia el interior de la costa de puerto Morelos. Posteriormente se simuló el proceso de focalización con el modelo CLERIS para cada estado de mar propagado, en una región seleccionada como óptima para la instalación del lente debido a su configuración batimétrica. A partir de los resultados del modelo CELERIS, se construyeron matrices de potencia de H_s y T_e en el punto focal y en el punto de control.

Los resultados de las matrices de potencia indicaron que el utilizar el lente elíptico mejora significativamente los valores de la energía que se pudieran obtener en la costa de Puerto Morelos, ya que comparando los valores máximos, sin la presencia del lente se obtienen valores máximos de 10 kW/m, a diferencia de 40 kW/m utilizando el lente elíptico sumergido. Así mismo, los valores de energía que se obtuvieron cerca de la costa de Puerto Morelos al utilizar el lente, fueron mayores que los obtenidos costa afuera, con valores máximos de 40 kW/m y 15 kW/m respectivamente.

Lo anterior indica los lentes sumergidos elípticos, son una herramienta útil que puede ayudar considerablemente a reducir las limitaciones de la explotación del recurso

energético del oleaje en sitios con regímenes de viento débiles en promedio, característicos de latitudes intermedias (20° N- 20° S), como lo es el caso del Caribe Mexicano y particularmente para el caso de Puerto Morelos. Así mismo, los resultados que se muestran en las matrices de potencia, indican que también son una herramienta útil para obtener mayores alturas de ola cerca de la costa a diferencia de sitios costa afuera, permitiendo tener energía más accesible, cerca de la red eléctrica y en ambientes más controlados.

6. ANEXO I

Descripción del modelo numérico SWAN.

De manera similar al modelo de oleaje WWIII, el modelo SWAN resuelve la evolución del espectro direccional del oleaje a partir de la ecuación de balance de acción:

$$\frac{\partial}{\partial t} N + \frac{\partial}{\partial \lambda} c_{\lambda} N + \frac{\partial}{\partial \varphi} c_{\varphi} N + \frac{\partial}{\partial \sigma} c_{\sigma} N + \frac{\partial}{\partial \theta} c_{\theta} N = \frac{S}{\sigma} \quad (28)$$

dónde: $N = N(\sigma, \theta, \lambda, \varphi, t)$ representa el espectro de densidad de acción del oleaje en dos dimensiones para una frecuencia σ y dirección θ . El lado izquierdo de la ecuación representa la parte cinemática, en donde el primer término describe el cambio de la energía a través del tiempo; el segundo y tercer término representan la propagación de la energía en sentido longitudinal y latitudinal con velocidad de propagación c_{λ} y c_{φ} respectivamente; el cuarto y quinto término representan el cambio de la energía en el dominio de las frecuencias y de las direcciones respectivamente, ocasionadas por refracción por fondo o por corrientes, en donde los términos c_{σ} y c_{θ} corresponden a las velocidades de propagación en el dominio espectral.

El término de lado derecho $S = S(\sigma, \theta, \lambda, \varphi, t)$ representa la función fuente-disipación que incluye los siguientes procesos físicos que generan, disipan y redistribuyen la energía del oleaje.

- La transferencia de energía por acción del esfuerzo tangencial del viento a la superficie del mar (S_{in}).

- La disipación por descrestamiento o whitecapping ($S_{ds,w}$).
- La disipación por fricción de fondo ($S_{ds,b}$).
- La disipación por rotura del oleaje ($S_{ds,br}$).
- Las interacciones no lineales por cuádrupletas (S_{nl4}) y por triadas (S_{nl3}).

De manera que la función fuente-disipación queda expresada como la suma de todas estas contribuciones, ya sean positivas o negativas.

$$S_{tot} = S_{in} + S_{ds,w} + S_{ds,b} + S_{ds,br} + S_{nl3} + S_{nl4} \quad (29)$$

El forzamiento por viento se basa en el mecanismo de crecimiento lineal y exponencial mediante la siguiente ecuación:

$$S_{in} = A + BE(\sigma, \theta) \quad (30)$$

dónde A y B dependen de la frecuencia y dirección del oleaje así como de la velocidad y dirección del viento. Los términos A y B provienen de Cavaleri y Malanotte-Rizzoli (1981) y de Janssen (1991) y corresponden al término del crecimiento lineal y exponencial respectivamente.

La disipación por *whitecapping* se representa por medio del modelo descrito por Hasselmann (1974), con la diferencia de que es reformulada en términos del número de onda (para ser aplicable a aguas someras). Este proceso disipativo se describe por medio de la siguiente ecuación:

$$S_{ds,w} = -\Gamma \tilde{\sigma} \frac{k}{\tilde{k}} E(\sigma, \theta) \quad (31)$$

dónde Γ es un coeficiente que depende de la pendiente de la ola definida como:

$$\tilde{s} = \tilde{k} \sqrt{E_{tot}} \quad (32)$$

$$E_{tot} = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty E(\sigma, \theta) d\sigma d\theta \quad (33)$$

Los parámetros $\tilde{\sigma}$ y $\tilde{k}$ representan a la frecuencia media y el número de onda respectivamente medio; y son evaluadas por medio de:

$$\tilde{\sigma} = \left(E_{tot}^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\sigma} E(\sigma, \theta) d\sigma d\theta \right)^{-1} \quad (34)$$

$$\tilde{k} = \left(E_{tot}^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{k}} E(\sigma, \theta) d\sigma d\theta \right)^{-2} \quad (35)$$

La disipación por fricción de fondo depende de las velocidades orbitales y se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$S_{ds,b} = -C_b \frac{\sigma^2}{g^2 \sinh^2 kd} E(\sigma, \theta) \quad (36)$$

En donde C_b es un coeficiente que depende de la velocidad orbital de fondo, generalmente representada por:

$$U_{rms}^2 = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{\sigma^2}{\sinh^2 kd} E(\sigma, \theta) d\sigma d\theta \quad (37)$$

La disipación del oleaje debida a la rotura por efectos de fondo es aproximada en su forma espectral por medio de la ecuación:

$$S_{ds,br} = \frac{D_{tot}}{E_{tot}} E(\sigma, \theta) \quad (38)$$

dónde el valor de D_{tot} depende de forma crítica en el parámetro de rotura ($\gamma = H_{max}/h = 0.73$), en donde H_{max} representa a la ola máxima posible en la profundidad local h .

Las interacciones no lineales por cuádrupletas son calculadas por medio de la aproximación discretizada de la solución exacta determinada por Hasselman en 1985. Las interacciones no lineales por triadas (que cobran importancia en aguas someras) transfieren la energía de las bajas hacia las altas frecuencias, lo que genera armónicos en el espectro del oleaje.

Cabe señalar que el modelo SWAN incorpora el proceso de difracción de manera aproximada por medio del método de desacoplamiento de fases (Holthuijsen et al. 2003). Sin embargo, esta aproximación no es apropiada para obtener resultados realistas del campo de oleaje dentro de escolleras puertos o con obstáculos como lo es el lente elíptico.

7. REFERENCIAS

Arinaga A, Cheung F. K., (2012): Atlas of global wave energy from 10 years of reanalysis and hindcast data. *Renewable Energy*, Vol 39, pp. 49-64.

Baquerizo, A., 1995. Reflexión del Oleaje en Playas. Métodos de Evaluación y Predicción. Tesis Doctoral. Departamento de Ciencias y Técnicas del Agua y del Medio Ambiente. Universidad de Cantabria, Santander, España.

Booji N., Ris R. C., Holthuijsen L. (1999): A third-generation wave model for coastal regions. 1. Model description and validation. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 104-C4, pp. 7649-7666.

Briganti, R., Musumeci R. E., Bellotti G., Brocchini M., Foti E. (2004): Boussinesq modeling of breaking waves: Description of turbulence, *J. Geophys. Res.* Vol. 109, C07015.

Cahill, B. G., Lewis T. (2014), Wave period ratios and the calculation of wave power, 2nd Marine Energy Technology Symposium METS2014, Seattle, Washington.

Catchments and Creeks Pty. Ltd. (2010): Rock Sizing for Drainage Channels, Stormwater management practices. V1. Qld, Australia, 5 p.

Cavaleri L., Malanotte-Rizzoli P. (1981): Wind wave prediction in shallow water: Theory and applications. *Journal of Geophysical Research*. Vol. 89-c11, pp. 961-973.

Chozas, J. F., Kofoed, J. P., Sorensen, H. C. (2013): Predictability and Variability of Wave and Wind: wave and wind forecasting and diversified energy systems in the Danish North Sea. Aalborg: Department of Civil Engineering, Aalborg University. DCE Technical Reports, No. 156.

Cooley J., Tukey W., John W. (1965): An algorithm for the machine calculation of complex Fourier series. *Math. Comput.* Vol 19 pp. 297–301.

Cornett A., M. (2008): A global wave energy resource assessment. Proceedings of the eighteenth international offshore and polar engineering conference. International Society of Offshore and Polar Engineers (ISOPE), Vancouver, 6–11 July 2008, No. ISOPE-2008-579.

Cotter C. D., Chakrabarti K. S., (1994): Comparison of Wave Reflection Equations with Wave-Tank Data *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering* Vol 102-2 pp. 226-232.

Dean, R.G., Dalrymple R.A. (1984): *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*, Prentice-Hall, New York, N.Y., 353 pp.

Drew B., Plummer A. R., and Sahinkaya M.N., (2009): A review of wave energy converter technology, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A, *Journal of Power and Energy*, Vol. 223, No. 8, pp. 887-902

Eckart C. (1952): The propagation of gravity waves from deep to shallow water. *Gravity waves*. 165 p.

- Erduran K. S., Ilic S., Kutija V. (2005): Hybrid finite-volume finite-difference scheme for the solution of Boussinesq equations. *Int. J. Numer. Methods Fluids*, Vol. 49-11, pp. 1213–1232.
- Falnes, J. (2007): A review of wave-energy extraction. *Marine Structures*, Vol. 20, No. 4, pp. 185-201.
- Fuhrman D. R., Bingham H. B., Madsen P. A. (2005): Nonlinear wave–structure interactions with a high-order Boussinesq model. *Coastal Engineering*, Vol. 52-8, pp. 655-672.
- Griffiths LS, Porter R., (2011): Focusing of surface waves by variable bathymetry, *Applied Ocean Research* Vol. 34, pp. 150–163.
- Gunn K, Stock-Williams C., (2012): Quantifying the global wave power resource, *Renewable Energy*, Vol. 44, pp. 296-304.
- Hasselmann K. (1974): On the spectral dissipation of ocean waves due to whitecapping. *Boundary-Layer Meteorology*, Vol. 6, pp. 107-127.
- Hasselmann K., Hasselman S. (1985): Computations and parameterization of the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part 1, a new method for efficient computations of the exact nonlinear transfer integral. *Journal of Physical Oceanography*, Vol. 15, pp. 1369-1377.
- Holthuijsen L., Herman A., Booji N. (2003): Phase-decoupled refraction-diffraction for spectral wave models, *Coastal Engineering*, Vol. 49, pp. 291-305.
- Huckerby J., Jeffrey H., de Andres A., Finlay L. (2016): An International Vision for Ocean Energy. Version III. Published by the Ocean Energy Systems.Technology Collaboration Programme. 27 p.
- Iglesias G., Carballo R. (2011): Wave resource in El Hierro-an island towards energy self-sufficiency, In *Renewable Energy*. Vol. 36-2, pp 689-698.
- Janssen P. A. E. M.(1991): Quasi-linear theory of wind wave generation applied to wave forecasting. *Journal of Physical Oceanography*. Vol. 21. pp. 1631-1642.
- Kamranzad B., Etemad-shahidi A., Chegini V. (2013): Assessment of wave energy variation in the Persian Gulf. *Ocean Engineering*, Vol. 70, pp. 72-80
- Kirby J. T. (2003): Boussinesq models and applications to nearshore wave propagation, surf zone processes and wave-induced currents, Chapter 1. Editor(s): V.C. Lakhan, In *Elsevier Oceanography Series*, Elsevier, Vol. 67 pp. 1-41.
- Le Méhauté B. (1976): An introduction to hydrodynamics and water waves. Springer-Verlag, New York, 8va Ed. 323 p.
- Liberti L., Carillo A., Sannino G. (2013): Wave energy resource assessment in the Mediterranean, the Italian perspective. *Renewable Energy*, Vol. 50, pp. 938-949.
- Madsen PA, Sorensen OR. (1992). A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry. *Coast. Eng.* 18, 183–204.

- Mansard, E.P.D., Funke, E.R., (1980): The Measurement of Incident and Reflected Spectra Using a Least Squares Method. Proc. 17th Conf. Coast. Eng. Sydney, Aust. pp. 154–172.
- Mariño-Tapia, I., Silva, R., Enriquez, C., Mendoza-Baldwin, E., Escalante-Mancera, E., and Ruiz-Rentería F. (2011): Wave transformation and wave-driven circulation on natural reefs under extreme hurricane conditions, Proc. Int. Conference Coast. Eng. 9 p.
- Mehlum E, Stamnes J. (1978): On the focusing of ocean swells and its significance in power production. Cent. Inst. for Indust. Res., Bliundern, Oslo, SI Rep. 77, pp. 1-38
- Mehlum, E. (1980): A circular cylinder in water waves, Applied Ocean Research Vol. 2 pp. 171-177.
- Mendoza E., Gajá-Ferrer S., Cafaggi-Felix A., Ocampo-Guerrero N. (2014): Rehabilitación, caracterización y diseño de una práctica docente en el tanque de olas de la Facultad de Ingeniería, UNAM. XXIII Congreso Nacional de Hidráulica. Puerto Vallarta, Jalisco, México.
- Mountford D. (1984): Refraction properties of conics. Math Gazette Vol. 68:134–7.
- Murashige S. y Kinoshita T. (1992): An ideal wave focusing lens and its shape. Applied Ocean Research 1992; Vol 14; pp. 275-90.
- Nwogu (1993): Alternative Form of Boussinesq Equations for Nearshore Wave Propagation Journal of Waterway, Port, Coastal and Ocean Engineering Vol. 119-6 pp. 618-638.
- Orfanidis S. J. (1996): Introduction to Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.
- Ortega S., Osorio F. A, Agudelo P. (2013): Estimation of the wave power resource in the Caribbean Sea in areas with scarce instrumentation. Case study: Isla Fuerte, Colombia. Renewable Energy. Vol. 57 pp. 240-248.
- Ouellet Y., Datta I. (1986): A survey of wave absorbers. Journal of Hydraulic Research Vol. 24-4 pp. 265-280.
- Pelc R., Fujita R. M. (2002): Renewable energy from the ocean. Marine Policy Vol. 26. Pp. 471-479.
- Peregrine, D.H., Skyner, D.J., Stiassnie, M. and Dold N., (1988): Non-linear effects of focused water waves, Proc. 21st Conf. Coastal Eng., pp. 732-742.
- Prinos P., Avgeris I., Karambas T. (2005): Low-Crested Structures: Boussinesq Modeling of Waves Propagation. In: Zimmermann C., Dean R.G., Penchev V., Verhagen H.J. (eds) Environmentally Friendly Coastal Protection. NATO Science Series (Series IV: Earth and Environmental Series), Vol. 53. Springer, Dordrecht.
- Sasaki W. (2017): Predictability of global offshore wind and wave power. International Journal of Marine Energy. Vol. 17 pp. 98-109.
- Silva C. R. (2005): Análisis y descripción estadística del oleaje. Serie Docencia 49. Series del Instituto de Ingeniería. Instituto de Ingeniería UNAM. México D.F. 179 p.

Soares G.C., Mohapatra C.S. (2015): Wave forces on a floating structure over flat bottom base don Boussinesq formulation. Renewable Eneegies Offshore, Taylor and Francis Group, London.

Stamnes J.J., Lovhaugen O., Spjelkavik B., Chiang C.M. Lo E. y Yue D.K.P. (1983): Nonlinear focusing of surface waves by a lens – theory and experiment. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 135, pp. 71-94

Stopa J. E., Cheung K. F., Chen Y. L. (2011): Assessment of wave energy resources in Hawaii. Renewable Energy. Vol. 36-2. pp 554-567.

Strange DLP, Tung T, Baker GC, Hagerman G, Lewis LF, Clark RH (1993): Renewable Energy Resources: opportunities and constraints 1990e2020. World Energy Council.

Tavakkol S., Lynett P., (2017): Celeris: A GPU-accelerated open source software with a Boussinesq-type wave solver for real-time interactive simulation and visualization. Computer Physics Communications, Vol. 217, pp. 117-127.

Tolman H. L., Balasubramanian B., Burroughs L. D., Chalikov D. V., Chao Y. Y., Chen H. S., Gerald V. M. (2002): Development and implementation of wind-generated ocean surface wave models at NCEP. Weather and Forecasting, Vol. 17 pp. 311-333.

Tolman H.L. (2002): Validation of WAVEWATCH III version 1.15 for a global domain. Technical Note. SAIC-GSO. Environmental Modeling Center Ocean, Ocean Modeling Branch. NOAA. Washington DC. 33 p.

Tolman H.L. (2008): A mosaic approach to wind wave modeling. Ocean Modeling, Vol. 25 pp. 35-47.

Wilson H. J, Beyene A. (2007): California Wave Energy Resource Evaluation. Journal of Coastal Research, Vol. 23–3, pp. 679–690. ISSN 0749-0208.

World Energy Council (2013): World Energy Resources 2013 Survey. No. 4184478. London UK ISBN: 978 0 946121 29 8. 466 p.