



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DE INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA PARA TÚNELES**  
**DOVELADOS CONSTRUIDOS EN SUELOS BLANDOS**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

**JOSÉ ARMANDO JUÁREZ ORTA**

DIRECTOR DE TESIS:

DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD

Instituto de Ingeniería, UNAM

México D.F., abril de 2018



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Rivera Constantino Rigoberto  
Secretario: M.I Deméneghi Colina Agustín  
Vocal: Dr. Auvinet Guichard Gabriel  
1er. Suplente: Dr. Peña Mondragón Fernando  
2do. Suplente: M.I Sánchez Reyes Fermín Antonio

INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD

-----  
**FIRMA**

(Segunda hoja)

***Dedicado a:***

*Mi padre, José Armando Juárez Corona*

*Mi madre, María Cira Orta Puente*

*Mi hermana, Verónica de Jesús Juárez Orta*

*Mis sobrinos, Luis Ángel Domínguez Juárez*

*y Verónica Sofía Domínguez Juárez*

*Mi tío, Luis Orta Puente*

*Mi novia, Marla Johana Gutiérrez Calderón*

***Toda mi vida estaré agradecido por su amor y consejos***

## **Agradecimientos**

Al Dr. Gabriel Auvinet Guichar, por su paciencia y tutela para la realización de este trabajo. Siempre estaré agradecido por apoyarme en el momento más difícil de esta etapa.

A Marco Antonio Pérez Ángeles por su apoyo, dedicación y confianza para la realización de este trabajo.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por su apoyo y acoso en sus instalaciones.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico durante la realización de la Maestría.

A la facultad de ingeniería de la UNAM por su existencia y su conocimiento que me brindó para mi desarrollo profesional.

A mis padres por que los amo y por el apoyo que me han brindado en mi vida

A mi hermana Verónica de Jesús Juárez Orta por ser la maestra de mi vida

A mi novia Marla Johana Gutiérrez Calderón por su amor y confianza

A mis amigos y compañeros de maestría por su apoyo, confianza y amistad a lo largo de esta etapa.

## RESUMEN

*En este trabajo se adaptó un modelo analítico que permite analizar la interacción suelo-revestimiento para túneles dovelados construidos en suelos blandos con base a la solución analítica propuesta por Naggar, & Hinchberger (2008). Para determinar la rigidez angular de las juntas longitudinales ( $k_\theta$ ) requerida por el modelo, se hizo con base a la relación de momento-rotación propuesta por Gladwell. El modelo analítico se comparó con los resultados obtenidos con el Método de Elementos Finitos (MEF) en dos dimensiones para un túnel construido en un suelo con estratigrafía típica del valle de México. Para el análisis numérico se establecen tres formas para representar el comportamiento aproximado del anillo dovelado, considerando un elemento de volumen con geometría idealizada de las juntas, un elemento placa con conexiones elásticas y otro con conexiones elasto-plásticas. Con este último y junto con la relación de Gladwell, se establece un procedimiento iterativo para conocer el momento plástico de cada una de las juntas, permitiendo analizar su comportamiento. Se realiza análisis numérico con MEF en tres dimensiones de un conjunto de tres anillos con diferente distribución de las juntas. Finalmente se compararon los resultados de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes en interfaz terreno-revestimiento, elementos mecánicos y convergencias en ambas direcciones. Para las condiciones particulares del ejemplo analizado, se obtienen resultados muy semejantes a los del análisis analítico y numérico en dos dimensiones, por lo tanto, se desprende que por lo menos en ciertas condiciones el modelo analítico desarrollado en este trabajo puede ser de gran utilidad.*

**Palabras clave:** Anillo dovelado, conexiones elásticas y elasto-plásticas, elementos de volumen, Rigidez angular, MEF.

# ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN.....	13
1.1	ANTECEDENTES.....	16
1.2	OBJETIVO GENERAL.....	27
1.3	OBJETIVOS GENERALES .....	27
2	MARCO TEÓRICO .....	28
2.1	MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO.....	28
2.1.1	Ecuaciones de equilibrio.....	28
2.1.2	Componentes de deformación .....	30
2.1.3	Condiciones de frontera.....	30
2.1.4	Ecuaciones de compatibilidad .....	31
2.1.5	Relación de esfuerzo-deformación .....	32
2.1.6	Estado plano de esfuerzo .....	34
2.1.7	Estado plano de deformación .....	35
2.1.8	Esfuerzo en un punto .....	36
2.1.9	Esfuerzos principales.....	37
2.1.10	Esfuerzos invariantes .....	39
2.1.11	Ecuaciones en coordenadas polares .....	40
2.1.12	Función potencial de esfuerzos en coordenadas polares.....	41
2.2	EFFECTO DE LA DESCARGA DEL SUELO EN LA ETAPA DE CONSTRUCCIÓN DEL TÚNEL..	42
2.3	SOLUCIÓN ANALÍTICA PARA ANÁLISIS DE INTERACCIÓN SUELO-RESVESTIMIENTO ....	44
2.3.1	Solución Analítica para túneles dovelados por Naggar (2008). .....	45
2.3.2	Campo de esfuerzos y desplazamientos en el terreno .....	46
2.3.3	Incrementos de esfuerzos y desplazamientos en el terreno .....	48
2.3.4	Campo de esfuerzos y desplazamientos en el interfaz inyección-revestimiento..	50
2.3.5	Elementos mecanicos .....	51
2.3.6	Ecuaciones de Interacción .....	55
3	TÚNEL COMPUESTO POR ANILLO DOVELADO.....	57
3.1	ANILLO DOVELADO .....	57
3.2	JUNTAS ENTRE ANILLOS .....	58
3.3	JUNTAS ENTRE DOVELAS .....	59
3.4	COMPORTAMIENTO DE LAS JUNTAS PLANAS .....	61
3.5	RELACIÓN MOMENTO-ROTACIÓN EN JUNTAS LONGITUDINALES.....	63
3.4.1	Relación de Janssen .....	63
3.4.2	Relación de Gladwell.....	64
3.4.3	Resultados de curvas momento-rotación con metodo numérico de elemento finito	
	65	
4	ANÁLISIS ANALÍTICO DE INTERACCIÓN SUELO-ANILLO DOVELADO .....	66
4.1	DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO. ....	67
4.2	RIGIDEZ ANGULAR $K_{\theta}$ .....	71
4.3	ELEMENTOS MECÁNICOS .....	73

4.4	ESTADO DE ESFUERZOS .....	75
4.5	INFLUENCIA DE LA FLEXIBILIDAD DEL ANILLO DOVELADO.....	76
5	ANÁLISIS NUMÉRICO DE INTERACCIÓN SUELO-ANILLO DOVELADO EN DOS DIMENSIONES .....	84
5.1	REVESTIMIENTO COMO ELEMENTO PLACA Y CONEXIONES CON COMPORTAMIENTO ELÁSTICO.....	85
5.2	REVESTIMIENTO COMO ELEMENTO PLACA Y CONEXIONES CON COMPORTAMIENTO ELASTO-PLÁSTICO. ....	91
5.3	REVESTIMIENTO COMO ELEMENTO DE VOLUMEN .....	96
5.4	COMPARACIÓN DE LOS ANÁLISIS DE INTERACCIÓN TERRENO-REVESTIMIENTO.....	101
5.5	MOMENTOS FLEXIONANTES EN LAS JUNTAS. ....	104
5.6	CONVERGENCIAS Y MOMENTO AXIAL MÁXIMO EN ANILLOS CON DIFERENTE DISTRIBUCIÓN DE JUNTAS. ....	106
6	ANÁLISIS NUMÉRICO DE INTERACCIÓN SUELO-ANILLO DOVELADO EN TRES DIMENSIONES.....	110
6.1	DEFORMACIÓN EN TÚNEL COMPUESTO POR TRES ANILLOS. ....	112
6.2	ESTADO DE ESFUERZOS .....	115
6.3	ELEMENTOS MECÁNICOS .....	119
6.4	MOMENTOS FLEXIONANTES EN LAS JUNTAS .....	121
7	CONCLUSIONES.....	123
8	REFERENCIAS .....	126
	ANEXO A.....	131
	ANEXO B.....	136
	ANEXO C.....	137
	ANEXO D.....	139

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1 RELACIÓN DE RIGIDEZ A LA FLEXIÓN FECTIVA EN TERMINOS DE DESZPLAMIENTO HORIZONTAL (LEE & GE, 2001) .....	18
FIGURA 1.2 RELACIÓN ENTRE FACTOR DE REDUCCIÓN Y COEFICIENTE DE RESISTENCIA DEL SUELO PARA DIFERENTES VALORES DE $\lambda$ (LEE & GE, 2001) .....	18
FIGURA 1.3 SECCIÓN TRANSVERSAL DEL MODELO (TEACHAVORASINSKUN & CHUB-UPAKARN,2010).....	19
FIGURA 1.4 VARIACIÓN DEL MOMENTO MÁXIMO EN EL ANILLO RESPECTO NÚMERO Y POSICIÓN DE LAS JUNTAS (TEACHAVORASINSKUN AND CHUB-UPPAKARN,2010).....	20
FIGURA 1.5 CURVA H VS $K_0$ A) MOMENTOS FLEXIONANTES MÁXIMOS B) MOMENTOS FLEXIONANTES MÍNIMOS (TEACHAVORASINSKUN AND CHUB-UPPAKARN, 2010) .....	21
FIGURA 1.6 RELACIÓN MOMETO-ROTACIÓN DE JUNTA LONGITUDINAL (NGOC D. ET AL, 2012)	21
FIGURA 1.7 VARIACIÓN DEL MOMENTO FLEXIONANTE MÁXIMO CON EL NÚMERO Y ORIENTACIÓN DE LAS JUNTAS, $K_0=0.5$ (NGOC D, ET AL, 2012) .....	22
FIGURA 1.8 MODELIZACIÓN DEL ANILLO DOVELADO CON GEOMETRIA DETALLADA (HJORT, L. ALAN. S, 2017). .....	23
FIGURA 1.9 DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS FLEXIONANATES A LO LARGO DEL ANILLO (HJORT, L. ALAN.S, 2017).....	24
FIGURA 1.10 DISITRIBUCIÓN DE FUERZAS AXIALES A LO LARGO DEL ANILLO (HJORT L. ALAN S, 2017). .....	24
FIGURA 1.11 DEFORMACIÓN DE TÚNEL DOVELADO A) SISTEMA NO ACOPLADO B) SISTEMA ACOPLADO (KLASPPER ET AL, 2006) .....	25
FIGURA 1.12 PRESIÓN ALREDEDOR DE UN TÚNEL A) TIPO UNIFORME B) TIPO OVALADA (ARNAU&MOLINS, 2012).....	26
FIGURA 1.13 DEFORMACIÓN Y MOMENTOS FLEXIONANTES EN EL TÚNEL L9 PARA $E=25\text{MPa}$ , $K_0=0.5$ B) DEFORMACIÓN AMPLIFICADA (ARNAU&MOLINS, 2012) .....	26
FIGURA 2.1 COMPONENTES DE ESFUERZO EN UN ELEMENTO DIFERENCIAL. ....	28
FIGURA 2.2 DEFORMACIÓN DE UN ELEMENTO (TIMOSHENKO&GODIER,1969).....	30
FIGURA 2.3 COMPONENTES DE ESFUERZOS ACTUANTES EN LA FRONTERA DE UN MEDIO CONTINUO (TIMOSHENKO & GODIER, 1970). .....	31
FIGURA 2.4 PLACA SOMETIDA A FUERZAS EXTERNAS PARALELAS AL PLANO XY. ....	35
FIGURA 2.5 ESFUERZOS NORMAL (N) Y CORTANTE (T) ACTUANTES EN UN PLANO DE FALLA (TIMOSHENKO & GODIER, 1970).....	36
FIGURA 2.6 ELEMENTO DIFERENCIAL CONTENIDO EN EL PLANO XY.....	37
FIGURA 2.7 CIRCULO DE MOHR DEL ESTADO DE ESFUERZO DE UN ELEMENTO DIFERENCIAL (TIMOSHENKO & GODIER, 1970).....	38
FIGURA 2.8 ESFUERZO MEDIO P Y ESFUERZO DESVIADOR Q (MUNHI BUDU). ....	39
FIGURA 2.9 ESQUEMA DEL SISTEMA DE COORDENADAS POLARES EN UN PUNTO DADO (TIMOSHENKO Y GODIER,1970) .....	40
FIGURA 2.10 CARGA NORMAL A LA FRONTERA EN L INTERIOR DE UN MEDIO SEMI-INIFINITO (MINDLIN, 1936).....	42
FIGURA 2.11 CARGA VERTICAL Y NORMAL A LA SUPERFICIE EN EL EJE DEL TÚNEL DEBIDO A LA DESCARGA. (INSTITUTO DE INGENIERÍA DE LA UNAM). ....	44

FIGURA 2.12 GEOMETRÍA DEL PROBLEMA (NAGGAR, 2008) .....	45
FIGURA 2.13 COMPONENTE HIDROSTÁTICA Y DESVIADORA (NAGGAR, 2008).....	45
FIGURA 2.14 REACCIONES ACTUANTES EN CADA INTERFAZ A) COMPONENTE HIDROSTÁTICA B) COMPONENTE DESVIADORA (NAGGAR, 2008). .....	46
FIGURA 2.15 CONTRIBUCIÓN DE LAS JUNTAS PARA EL DESPLAZAMIENTO RADIAL (NAGGAR,2008). .....	53
FIGURA 3.1 COMPONENTES DE UN ANILLO DOVELADO (GROENEWEG, 2007). .....	58
FIGURA 3.2 TIPOS DE DOVELAS (ITA,2009).....	58
FIGURA 3.3 A) FUERZAS ENTRE ANILLOS DEBIDO A LOS GATOS DE LA TUNELADORA, B) TORNILLOS ENTRE ANILLOS (HERNÁNDEZ, 2014). .....	59
FIGURA 3.4 ESQUEMA DE JUNTA LONGITUDINAL TIPO PLANA (MAIDL B ET AL, 2011). .....	60
FIGURA 3.5 ESQUEMA DE JUNTA LONGITUDINAL TIPO CONVEXAS (MAIDL B ET AL, 2011)...	60
FIGURA 3.6 ESQUEMA DE JUNTA LONGITUDINAL TIPO CONCAVA-CONVEXA (MAIDL B ET AL, 2011) 61	61
FIGURA 3.7 JUNTA PLANA DE UNA DOVELA (PEÑA, 2012). .....	61
FIGURA 3.8 FUERZAS ACTUANTES EN JUNTAS PLANAS (PEÑA, 2012).....	62
FIGURA 3.9 A) FUERZAS AXIALES ACTUANTES EN EL TÚNEL, B) DETALLE DE LA JUNTA PLANA. 62	62
FIGURA 3.10 DIAGRAMA DE FUERZAS ACTUANTES EN UNA JUNTA LONGITUDINAL DE GEOMETRÍA PLANA (MAIDL B ET AL, 2011). .....	63
FIGURA 3.11 CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN (PEÑA, 2009). .....	65
FIGURA 4.1 PROCEDIMIENTO DE ANÁLISIS CON SOLUCIÓN ANALÍTICA DE NAGGAR (2008). .	66
FIGURA 4.2 PERFIL ESTRATIGRÁFICO DEL CASO EN ESTUDIO. ....	69
FIGURA 4.3 DISTRIBUCIÓN DE JUNTAS EN ANILLOS A) ANILLO,1 B) ANILLO 2 .....	70
FIGURA 4.4 GEOMETRÍA REAL DE LA JUNTA EN UN ANILLO DOVELADO DEL TÚNEL EMISOR ORIENTE, (COMISSA, 2009).....	71
FIGURA 4.5 GEOMETRÍA IDEALIZADA DE JUNTA PLANA.....	71
FIGURA 4.6 CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN CUANDO $C_s=0$ .....	72
FIGURA 4.7 COMPARACIÓN DE RESULTADOS DE ELEMENTO FINITO CON LOS OBTENIDOS CON GLADWELL Y JASSEN (AYALA MILIÁN ET AL, 2000).....	73
FIGURA 4.8 DISTRIBUCIÓN DE ELEMENTOS MECANICOS EN ANILLO DOVELADO 1 Y 2 A) MOMENTOS FLEXIONANTES B) FUERZAS AXIALES .....	74
FIGURA 4.9 ESFUERZOS RADIALES Y TANGENCIAL PARA ANILLO 1 Y 2. ....	75
FIGURA 4.10 ESFUERZOS CORTANTES EN ANILLO 1 Y 2.....	75
FIGURA 4.11 FLEXIBILIDAD DE REVESTIMIENTO PRIMARIO SEGÚN SU ESPESOR. ....	77
FIGURA 4.12 A) MOMENTO MÁXIMO-FLEXIBILIDAD B) FUERZA AXIAL MÁXIMA- FLEXIBILIDAD .....	78
FIGURA 4.13 VARIACIÓN DE LA RIGIDEZ ANGULAR $K_\theta$ RESPECTO AL ESPESOR .....	78
FIGURA 4.14 MOMENTOS FLEXIONANTES EN ANILLO 1 Y 2 VARIANDO ESPESOR .....	79
FIGURA 4.15 FUERZAS AXIALES EN ANILLO 1 Y 2 VARIANDO VARIANDO ESPESOR .....	79
FIGURA 4.16 DEFORMACIÓN EN ANILLO 1 Y 2 VARIANDO $K_\theta$ .....	80
FIGURA 4.17 ESFUERZOS RADIALES VARIANDO ESPESOR DE ANILLO DOVELADO .....	81
FIGURA 4.18 ESFUERZOS TANGENCIALES VARIANDO ESPESOR DE ANILLO DOVELADO.....	81
FIGURA 4.19 ESFUERZOS CORTANTES VARIANDO ESPESOR DE ANILLO DOVELADO .....	82

FIGURA 4.20	ESFUERZOS EN ANILLO 1 Y 2 A) ESFUERZO RADIAL B) ESFUERZO TANGENCIAL	
	83	
FIGURA 4.21	ESFUERZO CORTANTE EN ANILLO 1 Y 2 .....	83
FIGURA 5.1	ELEMENTO BARRA CON RESORTE ELÁSTICOS A) ANILLO 1 B) ANILLO 2 .....	85
FIGURA 5.2	MOMENTOS FLEXIONANTES CON MODELO ANALÍTICO Y NUMÉRICO (CONEXIONES ELÁSTICAS) .....	86
FIGURA 5.3	FUERZAS AXIALES CON MODELO ANALÍTICO Y NUMÉRICO (CONEXIONES ELÁSTICAS) .....	86
FIGURA 5.4	ESFUERZOS RADIALES EN ANILLO 1 Y 2.....	88
FIGURA 5.5	ESFUERZOS TANGENCIALES EN ANILLO 1 Y 2.....	88
FIGURA 5.6	ESFUERZOS CORTANTES EN ANILLO 1 Y 2.....	89
FIGURA 5.7	COMPARACIÓN DE MÉTODOS VARIANDO ESPESOR DEL ANILLO 1 (MOMENTOS FLEXIONANTES) .....	90
FIGURA 5.8	COMPARACIÓN DE MÉTODOS VARIANDO ESPESOR DEL ANILLO 2 (FUERZAS AXIALES) 90	
FIGURA 5.9	CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN EN LAS JUNTAS A) ANILLO 1 B) ANILLO 2. ....	92
FIGURA 5.10	MOMENTOS FLEXIONANTES CON MÉTODO ANALÍTICO Y NUMÉRICO.....	93
FIGURA 5.11	FUERZAS AXIALES CON MÉTODO ANALÍTICO Y NUMÉRICO .....	93
FIGURA 5.12	ESFUERZOS RADIALES EN ANILLO 1 Y 2.....	94
FIGURA 5.13	ESFUERZOS TANGENCIALES EN ANILLO 1 Y 2 .....	95
FIGURA 5.14	ESFUERZOS CORTANTES EN ANILLO 1 Y 2.....	95
FIGURA 5.15	A) MALLA DE ELEMENTOS FINITOS B) ELEMENTOS DE VOLUMEN CON INTERFACES Y GEOMETRÍA EQUIVALENTE DE JUNTAS PLANAS. ....	97
FIGURA 5.16	DETALLE DE LA JUNTA EN EL MODELO NUMÉRICO. ....	97
FIGURA 5.17	MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS AXIALES EN ANILLO 1 .....	98
FIGURA 5.18	MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS AXIALES EN ANILLO 2.....	98
FIGURA 5.19	CONVERGENCIA EN ANILLO 1 Y 2.....	99
FIGURA 5.20	ESFUERZO RADIAL EN ANILLO 1 Y 2 .....	99
FIGURA 5.21	ESFUERZO TANGENCIAL EN ANILLO 1 Y 2.....	100
FIGURA 5.22	ESFUERZO CORTANTE EN ANILLO 1 Y 2 .....	100
FIGURA 5.23	ELEMENTOS MECANICOS EN ANILLO 1.....	102
FIGURA 5.24	ELEMENTOS MECANICOS EN ANILLO 2.....	102
FIGURA 5.25	DEFORMACIÓN EN ANILLO 1 OBTENIDA PARA CADA TIPO DE ANÁLISIS.....	103
FIGURA 5.26	DEFORMACIÓN EN ANILLO 2 OBTENIDA PARA CADA TIPO DE ANÁLISIS.....	103
FIGURA 5.27	MOMENTOS FLEXIONANTES EN LAS JUNTAS DE ANILLO 1 .....	105
FIGURA 5.28	MOMENTOS FLEXIONANTES EN LAS JUNTAS DE ANILLO 2.....	105
FIGURA 5.29	TIPOS DE ANILLOS DOVELADOS CON DIFERENTES DISTRIBUCIONES DE JUNTAS. 106	
FIGURA 5.30	ESFUERZO RADIAL Y TANGENCIAL EN ANILLO A .....	108
FIGURA 5.31	ANILLO CRÍTICO COMO ELEMENTO BARRA CON CONEXIONES ELASTOPLASTICAS.....	109
FIGURA 5.32	A) MOMENTOS FLEXIONANTES EN LAS JUNTAS PARA ANILLO CRÍTICO, B)CURVAS MOMENTO-ROTACIÓN PARA CADA JUNTA. ....	109

FIGURA 6.1 A) ANILLO DOVELADO CRÍTICO, B) ANILLO DOVELADO 2 Y C) ANILLO DOVELADO 1.	110
FIGURA 6.2 A) PERFIL ESTRATIGRAFICO EN 3D, B) GEOMETRÍA DEL TÚNEL CON 3 ANILLOS DOVELADOS.	111
FIGURA 6.3 CARACTERÍSTICAS DE LA MODELIZACIÓN EN TRES DIMENSIONES.	112
FIGURA 6.4 DEFORMACIÓN EN EL TÚNEL DIRECCIÓN Z.	113
FIGURA 6.5 DEFORMACIÓN EN EL TÚNEL DIRECCIÓN X.	113
FIGURA 6.6 DEFORMACIÓN EN EL TÚNEL DIRECCIÓN Y.	114
FIGURA 6.7 ESFUERZOS RADIALES Y TANGENCIALES EN ANILLO 1	116
FIGURA 6.8 ESFUERZO CORTANTES EN ANILLO 1	116
FIGURA 6.9 ESFUERZO RADIAL Y TANGENCIAL EN ANILLO 2.	117
FIGURA 6.10 ESFUERZO CORTANTE EN ANILLO 2	117
FIGURA 6.11 ESFUERZOS RADIALES Y TANGENCIALES EN ANILLO A	118
FIGURA 6.12 ESFUERZO CORTANTE EN ANILLO A	118
FIGURA 6.13 ELEMENTO PLACA “DUMMY” EN TÚNEL DOVELADO.	119
FIGURA 6.14 ELEMENTOS MECANICOS EN ANILLO 1	120
FIGURA 6.15 ELEMENTOS MECANICOS EN ANILLO 2.	120
FIGURA 6.16 ELEMENTOS MECANICOS EN ANILLO “A”	121
FIGURA 6.17 A) MOMENTOS FLEXIONANTES EN JUNTAS DE ANILLO 1	121
FIGURA 6.18 MOMENTOS FLEXIONANTES EN JUNTAS DE ANILLO 2	122
FIGURA 6.19 MOMENTOS FLEXIONANTES EN JUNTAS PARA ANILLO A.	122
FIGURA D.1 ..EJEMPLOS DE ESTRUCTURAS GEOTÉCNICAS INVOLUCRANDO ELEMENTOS PLACA (MANUAL PLAXIS, 2016)	139
FIGURA D.2 ....POSICIÓN DE NODOS Y PUNTOS DE ESFUERZO EN ELEMENTOS PLACA (MANUAL PLAXIS, 2016)	139
FIGURA D.3 ....DEFINICIÓN DE ELEMENTOS MECÁNICOS EN ELEMENTOS PLACAS (MANUAL DE PLAXIS 3D, 2016)	142
FIGURA D.4 DISTRIBUCIÓN DE NODOS Y PUNTOS DE ESFUERZO EN ELEMENTOS DE INTERFAZ Y CONEXIÓN ENTRE LOS DEL SUELO.	143

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. PARÁMETROS DE INTERFAZ CONSIDERADOS EN LA MODELIZACIÓN (HJORT, L. ALAN. S, 2017).	23
TABLA 2. DATOS DEL REVESTIMIENTO PRIMARIO.	68
TABLA 3. ANGULO DE POSICIÓN DE LAS JUNTAS RESPECTO AL EJE X.	70
TABLA 4. VALORES MÁXIMOS Y MÍNIMOS DE ELEMENTOS MECÁNICOS	74
TABLA 5. CONVERGENCIAS EN DIRECCIÓN VERTICAL Y HORIZONTAL	74
TABLA 6. DIFERENCIAS DE ESFUERZO RADIAL Y TANGENCIAL ENTRE ANILLO 1 Y 2	76
TABLA 7. DIFERENCIA DE ESFUERZO CORTANTE ENTRE ANILLO 1 Y 2	76
TABLA 8. CONVERGENCIAS EN DIRECCIÓN VERTICAL Y HORIZONTAL DEL TÚNEL VARIANDO ESPESOR	80
TABLA 9. ESFUERZO RADIAL Y TANGENCIAL EN ANILLO 1	82
TABLA 10. ESFUERZO RADIAL Y TANGENCIAL EN ANILLO 2	82
TABLA 11. PARÁMETROS DEL SUELO ESTRATIFICADO.	84
TABLA 12. RESULTADOS DE ELEMENTOS MECÁNICOS MÁXIMOS Y MÍNIMOS	87
TABLA 13. CONVERGENCIAS MÉTODO ANALÍTICO Y NUMÉRICO EN ANILLO 1 Y 2	87
TABLA 14. ESFUERZOS RADIAL Y TANGENCIAL EN ZONAS PRINCIPALES DEL TÚNEL (ANALÍTICO VS CONEXIONES ELÁSTICAS)	89
TABLA 15. ESFUERZO CORTANTE A 45°,135°,225° Y 315° (ANALÍTICO VS CONEXIONES ELÁSTICAS)	89
TABLA 16. MOMENTOS PLÁSTICOS EN LAS JUNTAS.	92
TABLA 17. VALORES DE MOMENTOS FLEXIONANTES MÁXIMOS Y MÍNIMOS PARA ANILLO 1 Y 2.	94
TABLA 18. VALORES DE FUERZAS AXIALES MÁXIMOS Y MÍNIMOS PARA ANILLO 1 Y 2	94
TABLA 19. ESFUERZOS RADIAL Y TANGENCIAL EN ZONAS PRINCIPALES DEL TÚNEL (ANALÍTICO VS CONEXIONES ELASTO-PLÁSTICAS)	96
TABLA 20. ESFUERZO CORTANTE EN 45°, 135°, 225° Y 315° (ANALÍTICO VS CONEXIONES ELASTO-PLÁSTICAS)	96
TABLA 21. PARÁMETROS DE ELEMENTO DE VOLUMEN E INTERFACES	97
TABLA 22. ESFUERZO RADIAL Y TANGENCIAL EN ZONAS PRINCIPALES DEL TÚNEL (ANALÍTICO VS ELEMENTO DE VOLUMEN)	101
TABLA 23. ESFUERZO CORTANTE EN 45°, 135°, 225° Y 315° (ANALÍTICO VS ELEMENTO DE VOLUMEN)	101
TABLA 24. CONVERGENCIAS EN DIRECCIÓN HORIZONTAL Y VERTICAL DEL ANILLO 1 Y 2	104
TABLA 25. VALORES DE CONVERGENCIAS EN DIRECCIÓN VERTICAL Y HORIZONTAL DE ANILLOS DOVELADOS.	107
TABLA 26. MOMENTO MÁXIMO EN ANILLOS A-E.	108
TABLA 27. CONVERGENCIAS DE LOS TRES TIPOS DE ANILLOS	108
TABLA 28. PROPIEDADES DE INTERFACE Y DOVELAS.	112
TABLA 29. CONVERGENCIAS EN ANILLO 1	114
TABLA 30. CONVERGENCIAS EN ANILLO 2	115
TABLA 31. CONVERGENCIAS EN ANILLO "A"	115

## SIMBOLOGÍA

- $\sigma_v$  Esfuerzo inicial en dirección vertical en el terreno
- $\sigma_h$  Esfuerzo inicial en dirección horizontal en el terreno
- $K_0$  Coeficiente de presión lateral en reposo
- $E_g$  Modulo de elasticidad del terreno
- $\nu_g$  Relación de Poisson del terreno
- $\gamma_g$  Peso volumétrico del terreno
- $E_2$  Modulo de elasticidad de la inyección
- $\nu_2$  Relación de Poisson de la inyección
- $E_1$ : Modulo de elasticidad del revestimiento
- $\gamma_1$  Peso volumétrico del concreto
- $\nu_1$  Relación de Poisson del revestimiento
- $A_1$  Área de la sección transversal del revestimiento
- $I_1$  Momento de inercia del revestimiento
- $R_1$  Radio en el intradós de revestimiento
- $R_2$  Radio en el extradós del-revestimiento e intradós de la inyección
- $R_3$  Radio en el extradós de la inyección
- $R_{c1}$  Radio de la línea central del revestimiento
- $\Phi$  Función potencial de esfuerzos de Airy
- $\Phi^H$  Función potencial de esfuerzos de Airy parte hidrostática
- $\Phi^D$  Función potencial de esfuerzos de Airy parte desviadora
- $\sigma_{rg}$  Esfuerzo radial en el terreno
- $\sigma_{\theta g}$  Esfuerzo tangencia en el terreno
- $\tau_{r\theta}$  Esfuerzo cortante en el terreno
- $u_g$  Desplazamiento radial en el terreno
- $v_g$  Desplazamiento tangencial en el terreno.
- $\Delta\sigma_{rgR}$  Incremento de esfuerzo radial del terreno debido a la reacción
- $\Delta\sigma_{\theta gR}$  Incremento de esfuerzo tangencial del terreno debido a la reacción
- $\Delta\tau_{r\theta R}$  Incremento de esfuerzo cortante del terreno debido a la reacción
- $\Delta u_{gR}$  Incremento de desplazamiento radial del terreno debido a la reacción
- $\Delta v_{gR}$  Incremento de desplazamiento tangencial del terreno debido a la reacción

$\sigma_{rL2}$  Esfuerzo radial en la inyección,  
 $\sigma_{\theta L2}$  Esfuerzo tangencial en la inyección  
 $\tau_{r\theta L2}$  Esfuerzo cortante en la inyección  
 $u_{gL2}$  Desplazamiento radial en la inyección  
 $v_{gL2}$  Desplazamiento tangencial en el interfaz inyección-revestimiento en la inyección  
 $D_f$  Factor de flexibilidad del revestimiento  
 $D_c$  Factor de Compresibilidad del revestimiento  
 $M$  Momentos flexionantes,  
 $T$  Fuerza axial  
 $K_\theta$  Rigidez angular de la junta  
 $u_{L1}$  Desplazamiento radial en el revestimiento  
 $v_{L1}$  Desplazamiento tangencial del revestimiento  
 $\sigma_{N1}^H$  Reacción en dirección radial entre revestimiento e inyección componente hidrostática  
 $\sigma_{N2}^H$  Reacción en dirección radial entre inyección y revestimiento componente hidrostática  
 $\sigma_{N1}^D$  Reacción en dirección radial entre inyección y revestimiento componente desviadora  
 $\sigma_{N2}^D$  Reacción en dirección radial entre inyección y revestimiento componente desviadora  
 $\tau_{T1}$  Reacción en dirección circunferencial entre inyección y revestimiento componente desviadora  
 $\tau_{T2}$  Reacción en dirección circunferencial entre inyección y revestimiento componente desviadora

# 1 INTRODUCCIÓN

La construcción de túneles ha tenido un progreso rápido y acelerado en los últimos años alrededor del mundo, principalmente en ciudades importantes con gran densidad de población y pocas áreas libres en la superficie. Debido a lo anterior, los avances que se han logrado en cuanto a métodos mecanizados de construcción de túneles han sido muy importantes.

Algunos de estos métodos incluyen la colocación de un revestimiento conformado por anillos de dovelas de concreto reforzado. La unión de dichas dovelas es mediante juntas tanto transversales como longitudinales (Maidl B *et al*, 2011).

Para resolver el problema de análisis y diseño de túneles dovelados, es recomendable realizar cálculos preliminares utilizando soluciones y/o métodos analíticos, ya que este tipo de herramientas de cálculo, permiten sensibilizar al ingeniero principalmente en la determinación de parámetros y para dar una correcta interpretación a los resultados.

También son útiles para definir algunas características de análisis numéricos más sofisticados. Actualmente se han desarrollado métodos analíticos que permiten considerar los efectos acumulados del proceso constructivo de túneles dovelados (Pérez y Auvinet, 2016).

(Pérez y Auvinet, 2011) las soluciones analíticas tienen algunas desventajas con respecto a los métodos numéricos, las cuales se en listan a continuación:

- Consideran la respuesta del medio continuo como elástica lineal o elasto-plástica perfecta
- No permiten simular la historia de esfuerzos resultante del proceso constructivo.
- Están limitadas a un determinado número de condiciones de frontera establecidas en su derivación

Desde hace algunas décadas se ha recurrido a programas de cómputo que permiten resolver problemas de ingeniería civil a través de métodos numéricos sofisticados como el del elemento finito, tanto en dos como en tres dimensiones. Estos programas permiten considerar diferentes modelos constitutivos para representar la respuesta mecánica del terreno y en general de todos los materiales incluidos en las modelaciones.

La mayoría de los análisis y diseño consideran un anillo continuo. Dicha representación no toma en cuenta en su totalidad el efecto que origina la presencia de las juntas entre dovelas. En este trabajo se estudia la solución analítica propuesta por Naggar (2008), la cual, si considera la presencia de las juntas longitudinales en el revestimiento, permitiendo realizar el análisis de interacción terreno-revestimiento para túneles compuestos por dovelas, determinando el estado de esfuerzos en el interfaz terreno-revestimiento y los elementos mecánicos actuantes en la estructura.

El análisis se realiza para un túnel compuesto por anillo de dovelas construido en suelos blandos, por ello se estableció una metodología para el análisis de interacción terreno-revestimiento con base a la solución analítica propuesta por Naggar (2008) y las ecuaciones propuestas por Mindlin (1936) para el incremento de esfuerzos por el efecto de la descarga.

Se recurre a la modelización numérica en dos y tres dimensiones con la finalidad de analizar la interacción suelo-anillo dovelado con el Método de Elementos Finitos (MEF) considerando las características de un túnel formado por anillos dovelados.

Mediante el código de elementos finitos Plaxis 2D, se consideran características geométricas idealizadas en las juntas entre dovelas para representar de manera aproximada el comportamiento de un anillo dovelado. Se ejecutan tres tipos de análisis con diferentes características, los cuales son:

- 1) Análisis para anillo dovelado y conexiones con comportamiento elástico
- 2) Análisis para anillo dovelado y conexiones con comportamiento elasto-plástico

### 3) Análisis para anillo dovelado como un elemento de volumen.

De Los tres análisis mencionados se compararon los resultados del estado de esfuerzos, elementos mecánicos, convergencias en dirección horizontal y vertical del revestimiento primario y además se analiza el comportamiento de las juntas con base a las curvas momento-rotación propuesta por Gladwell.

Esta última permite obtener curvas de momento-rotación para cada una de las juntas existentes en el anillo dovelado; siendo una herramienta importante, ya que con ella es posible conocer el comportamiento de las juntas.

Después, se genera una modelización en tres dimensiones en el código de Plaxis 3D y de la misma manera se compararon los resultados del estado de esfuerzos en interfaz terreno-revestimiento, elementos mecánicos, comportamiento de las juntas y las convergencias en dirección horizontal y vertical del túnel con los obtenidos con el modelo analítico y numérico en dos dimensiones.

Con este trabajo se logrará tomar decisiones y sensibilizarse en el problema de interacción suelo-anillo dovelado. Así como también, este trabajo podrá ayudar a estudios posteriores con modelizaciones más detalladas para aproximarse aún más al comportamiento real del revestimiento primario sin despreciar la presencia de las juntas planas.

## 1.1 Antecedentes

Einstein & Schwartz (1979), Bobet (2001), Naggar & Hinchberger (2007) y Pérez & Auvinet (2016) y otros han propuesto soluciones analíticas para realizar el análisis de interacción terreno-revestimiento en túneles circulares, sin embargo; consideran el túnel compuesto por un anillo continuo.

Peck (1972) y Muir Wood (1975) propusieron métodos analíticos indirectos, considerando un factor de reducción de la rigidez del anillo continuo para tomar en cuenta la presencia de juntas en un anillo dovelado.

$$I_E = I_j + \left(\frac{4}{n}\right)^2 I \quad \text{si } (I_E \leq I) \text{ y } (n > 4)$$

I: Momento de inercia de un anillo continuo

$I_j$ : Momento de inercia de la junta

n: Número de juntas

Lui & Hou (1991); propusieron una correlación analítica para determinar el factor de reducción, basado en el desplazamiento máximo de un anillo continuo, bajo la suposición de una deformación en forma elíptica.

$$\eta = \frac{1}{1+b}$$

$\eta$ : Correlación analítica

Donde;

$$b = \frac{3EI}{RK_\theta} \sum_{i=1}^m \cos\theta_i \cos 2\theta_i \quad \left(0 \leq \theta_i < \frac{\pi}{2}\right)$$

$K_\theta$  : Rigidez angular de la junta

$\theta_i$  : Ángulo medido en dirección vertical (posición de la junta).

R: Radio del túnel

EI: Rigidez a la flexión del revestimiento

m: Número de juntas

Lee & Ge (2001), apoyándose del “método de fuerzas” propuso una solución analítica para determinar las fuerzas internas y desplazamientos de un túnel dovelado tomando en cuenta el efecto de las juntas y así conocer la rigidez equivalente  $(EI)_e$ , que para relacionar esta última con la rigidez angular de las juntas, propuso una relación  $(\lambda)$  que representa la rigidez relativa de la junta entra la rigidez del anillo continuo.

$$\lambda = \frac{K_{\theta}I}{EI}$$

Donde;

$K_{\theta}$ = Rigidez angular de la junta

I: Longitud perpendicular al plano igual a 1m

EI: Rigidez a la flexión de la dovela.

También relacionó dicha rigidez a la flexión efectiva con la de un anillo continuo, denominándolo factor de reducción  $(\eta)$ .

$$\eta = \frac{(EI)_e}{EI}$$

Donde;

$(EI)_e$ = Rigidez a la flexión efectiva

EI= Rigidez a la flexión de un anillo continuo

Lee & Ge (2001) por medio de unas curvas relacionó el factor de reducción  $\eta$ , la relación de rigideces  $(\lambda)$  y el módulo de reacción del suelo  $K_s$ .

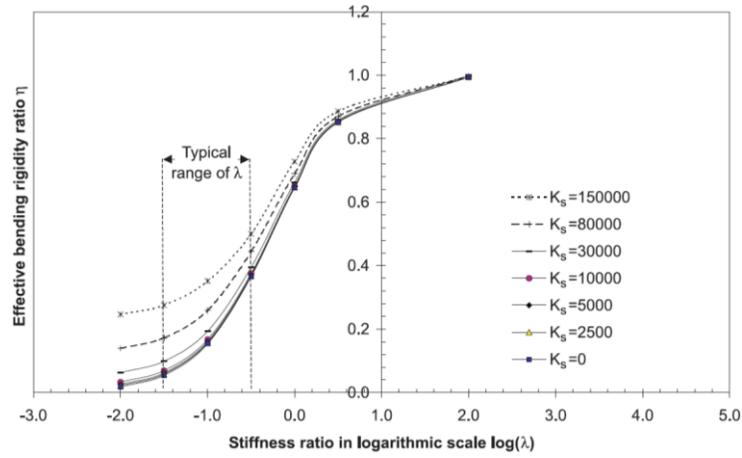


Figura 1.1 Relación de rigidez a la flexión efectiva en terminos de desplazamiento horizontal (Lee & Ge, 2001)

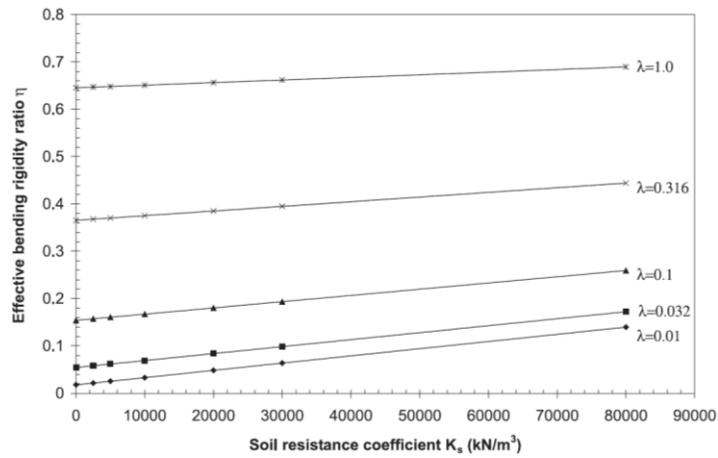


Figura 1.2 Relación entre factor de reducción y coeficiente de resistencia del suelo para diferentes valores de λ (Lee & Ge, 2001)

Bloom (2002) propone una fórmula para determinar el factor de reducción  $\eta$ , tomando en cuenta la influencia global de las juntas existentes en el anillo dovelado.

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{3}{4} \frac{t^3}{I_t r} (C_x^* + C_y^*)}$$

Donde;

$$C_x^* = \sum_{\substack{\beta_i < \frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{2} < \beta_i}} \cos(\beta_i) \cos(2\beta_i) \quad \text{y} \quad C_y^* = \sum_{\substack{\beta_i < \pi \\ 0 < \beta_i}} \sin(\beta_i) \sin(2\beta_i)$$

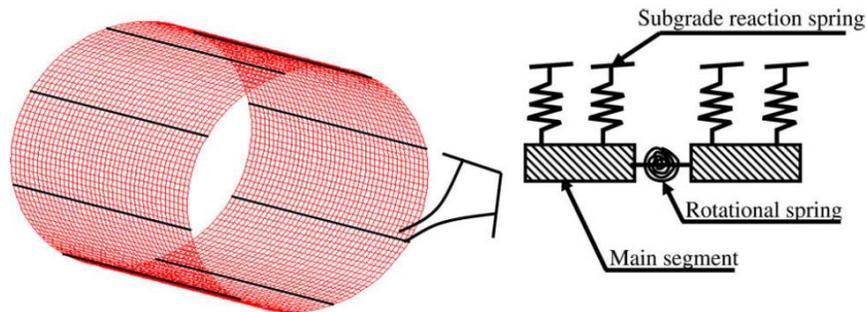
$\beta_i$ : Ángulo de posición de la junta

$l_t$ : Longitud de la junta

$t$ : Espesor de dovela

$R$ : Radio del túnel

Teachavorasinskun (2010) por medio de un análisis numérico de elemento finito estudió la influencia que aporta la rigidez angular de las juntas en un túnel con anillo dovelado, representando el módulo de reacción del suelo como resortes, para analizar interacción terreno-revestimiento.



*Figura 1.3 Sección transversal del modelo (Teachavorasinskun & Chub-  
Upakarn,2010).*

Por medio de una familia de curvas observó la variación de los momentos flexionantes máximos respecto al número y posición de las juntas. Si se tiene un anillo con la presencia de 4 juntas se tendrán los mayores resultados de momentos flexionantes máximos, mientras que para un anillo con 8 juntas los momentos flexionantes máximos no tienen una variación importante (Figura 1.4).

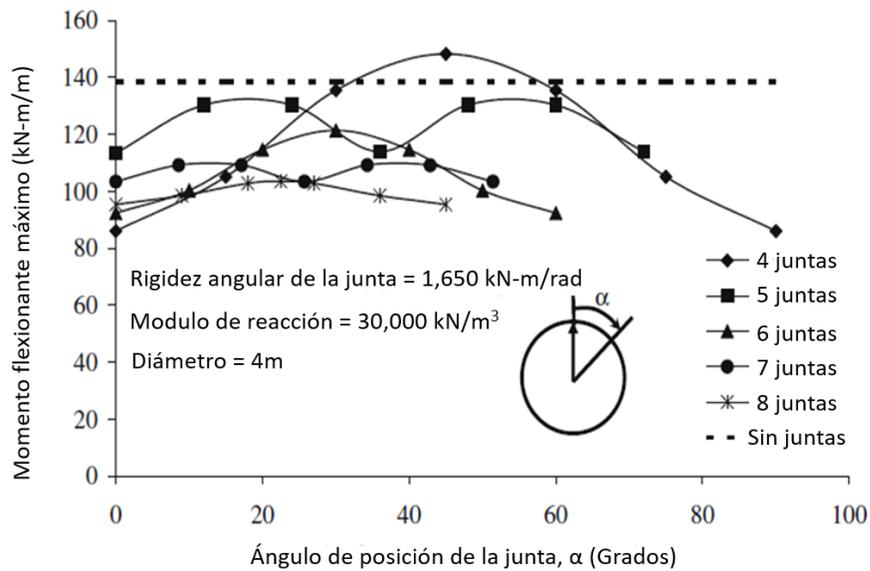


Figura 1.4 Variación del momento máximo en el anillo respecto número y posición de las juntas (Teachavorasinskun and Chub-Uppakarn,2010).

También realizó una gráfica de los momentos flexionantes máximos y mínimos en el anillo, tomando en cuenta un factor de momento flexionantes igual a:

$$\eta = \frac{K_m + X}{K_{ref} + (K_m + X)}$$

Donde;

$K_m$  = Rigidez angular de la junta

$K_{ref}$  = Rigidez angular de referencia igual a 1650 kN\*m/rad

$$X = \frac{\left(\frac{4}{N}\right)^2}{1 - \left(\frac{4}{N}\right)^2}$$

N: número de juntas

Se observa en la siguiente Figura 1.5 los casos de valores máximos y mínimos de momentos flexionantes, que al incrementarse la rigidez de las juntas dichos momentos flexionantes para un anillo dovelado tienden a tener la misma magnitud cuando se trata de un anillo continuo.

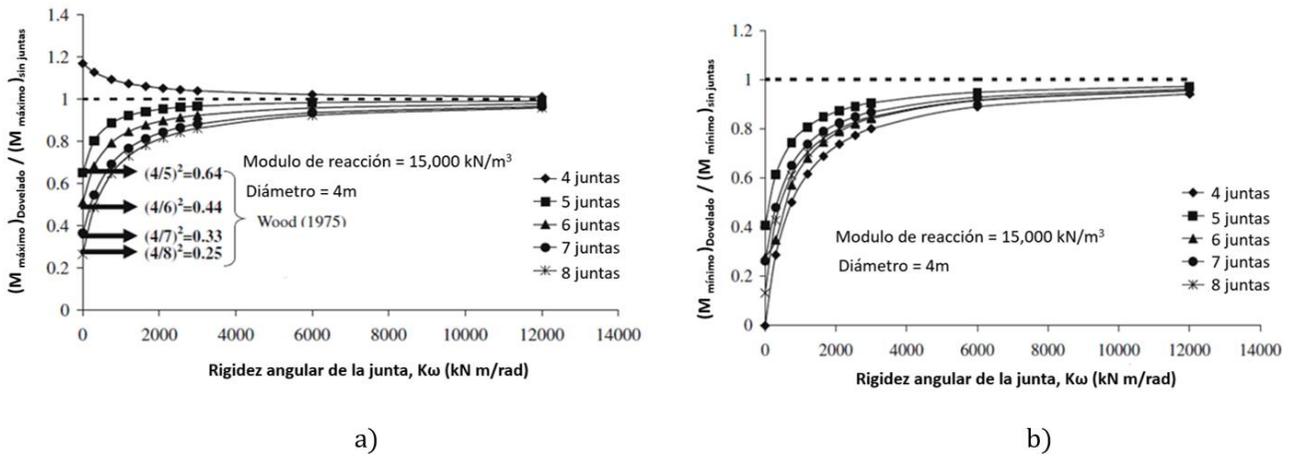


Figura 1.5 Curva  $\eta$  vs  $K_{\theta}$  a) momentos flexionantes máximos b) momentos flexionantes mínimos (Teachavorasinskun and Chub-Uppakarn, 2010)

Ngoc, D, *et al*, (2012) realizaron un estudio con el método numérico de diferencias finitas (FLAC<sup>2D</sup>), que para la modelización aproximada del comportamiento de las juntas lo hizo mediante conexiones y resortes representados por su rigidez normal, radial y angular, esta última calculada de un comportamiento bilineal (Figura 1.6) de las juntas como:

$$K_{\theta} = \frac{0.8 M_{yield}}{\theta}$$

Donde;

$K_{\theta}$  es la rigidez angular,  $M_{yield}$  es el momento flexionante límite máximo y  $\theta$  es el giro permisible de 0.01 radianes.

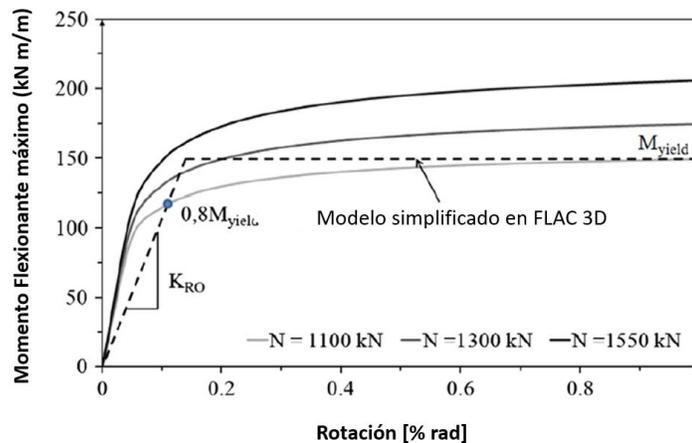


Figura 1.6 Relación mometo-rotación de junta longitudinal (Ngoc D. *et al*, 2012)

Estudiaron la influencia que tienen el número y posición de las juntas en el comportamiento de un anillo dovelado, observando que el número de juntas genera una reducción del momento flexionante. Conforme el número de juntas sea mayor, menor será la influencia de su orientación (Figura 1.7). Siendo  $0^\circ$  igual a la posición de la clave del túnel.

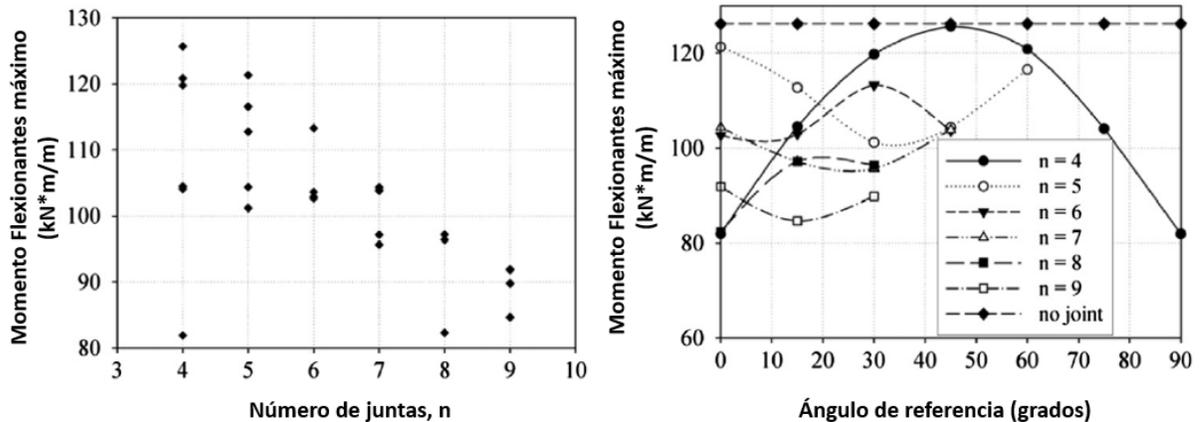


Figura 1.7 Variación del momento flexionante máximo con el número y orientación de las juntas,  $Ko=0.5$  (Ngoc D, et al, 2012)

También observaron que, cuando se tienen anillos dovelados con número de juntas par (4, 6 y 8), la orientación favorable es en donde la junta de referencia está en la clave del túnel y se tendrá un comportamiento crítico cuando esta se encuentre a  $45^\circ$ ,  $30^\circ$  y  $22.5^\circ$ , ocurriendo los momentos máximos. Por otro lado, cuando el número de juntas sea impar (5, 7 y 9) la orientación favorable será cuando la junta de referencia este a  $32.5^\circ$ ,  $27^\circ$  y  $15^\circ$  y la orientación crítica es cuando esta se encuentre a  $0^\circ$ , es decir en la zona de hastiales.

Hjort, L.Alan. S (2017) Realizó la modelización con el Método de Elementos Finitos (MEF) de un túnel dovelado del proyecto de drenaje profundo de la ciudad de México conocido como Túnel Emisor Oriente (TEO). El anillo de dovelas se consideró como un elemento de volumen con la geometría detallada de las juntas planas y poder así tener una representación más aproximada del comportamiento real de dicho revestimiento primario conformado por dovelas.

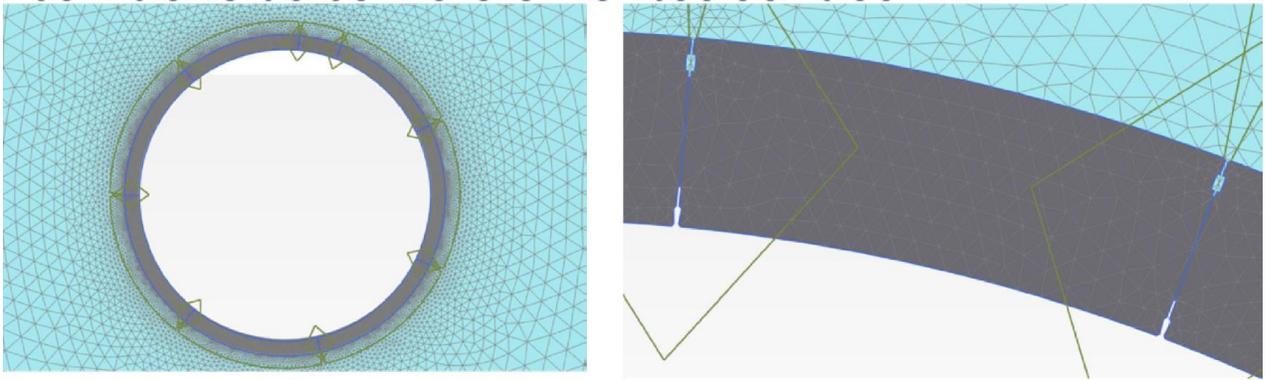


Figura 1.8 Modelización del anillo dovelado con geometría detallada (Hjort, L. Alan. S, 2017).

Consideró interfaces para la interacción que existe entre el contacto suelo-revestimiento y dovela-dovela, esta última representa de forma aproximada el comportamiento de una junta plana. Las propiedades de dichas interfaces se rigen por el comportamiento Mohr-Coulomb definido por el usuario, por lo que considera los siguientes datos mostrados en la tabla siguiente.

Tabla 1. Parámetros de interfaz considerados en la modelización (Hjort, L. Alan. S, 2017).

Interface	G [kN/m <sup>2</sup> ]	k <sub>x</sub> k <sub>y</sub> [m/d]	E <sub>oed</sub> <sup>ref</sup> [kN/m <sup>2</sup> ]	c' <sub>ref</sub> [kN/m <sup>2</sup> ]	φ [°]	UD-Power	UD-P <sup>ref</sup> [kN/m <sup>2</sup> ]
Interface Dovela-Grout	50	0.1	5.00E+06	1	35	1	100
Junta Longitudinal	3.00E+04	0.1	5.00E+08	1	37	1	100
Interface TBM-GAP	3.00E+06	0.1	5.00E+06	1	28	0	100
CRFA 550		0.1	5.00E+05	0.1	0	0	100

Finalmente compara los resultados con el “método híbrido” el cual consiste en la convergencia entre el modelo geotécnico y estructural de las deformaciones del revestimiento primario. Asimismo, el primero considera un anillo continuo y el segundo el anillo dovelado mediante barras, simulando las juntas longitudinales por medio de resortes rotacionales considerándolos con un comportamiento elasto-plástico. Encontrando que con el “método híbrido” presentan momentos flexionantes ligeramente mayores, mientras que las fuerzas axiales no presentan diferencias.

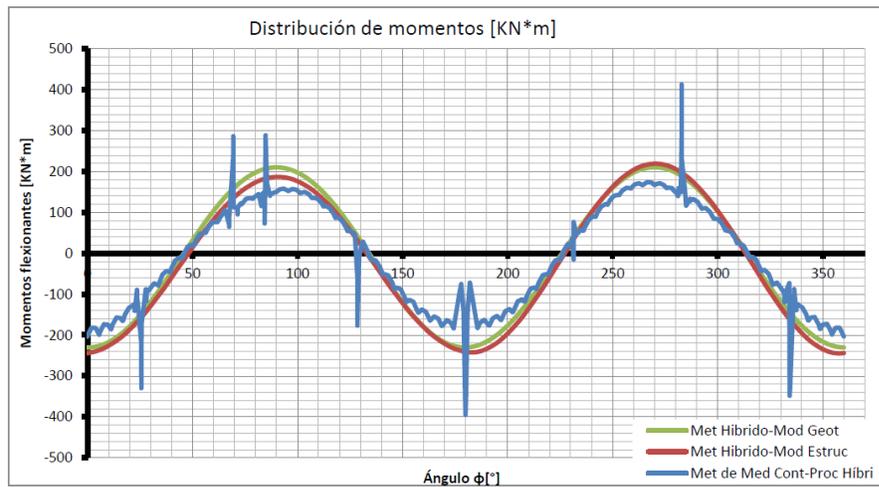


Figura 1.9 Distribución de momentos flexionantes a lo largo del anillo (Hjort, L. Alan.S, 2017)

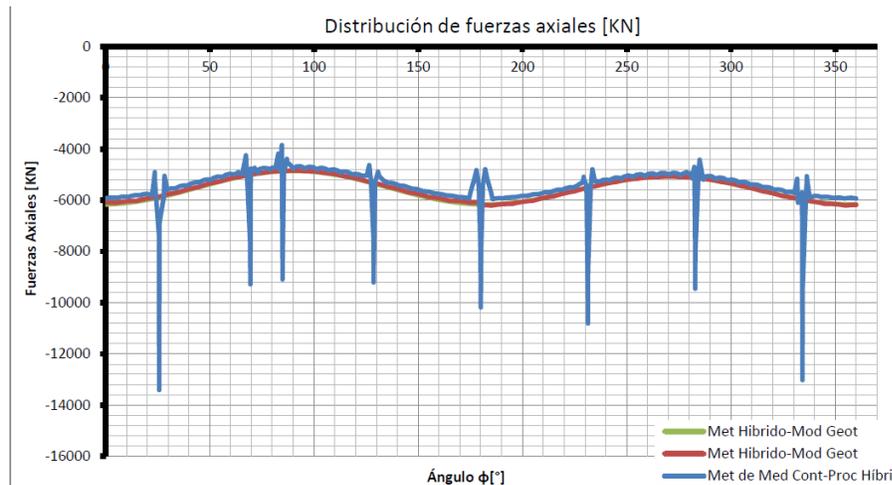
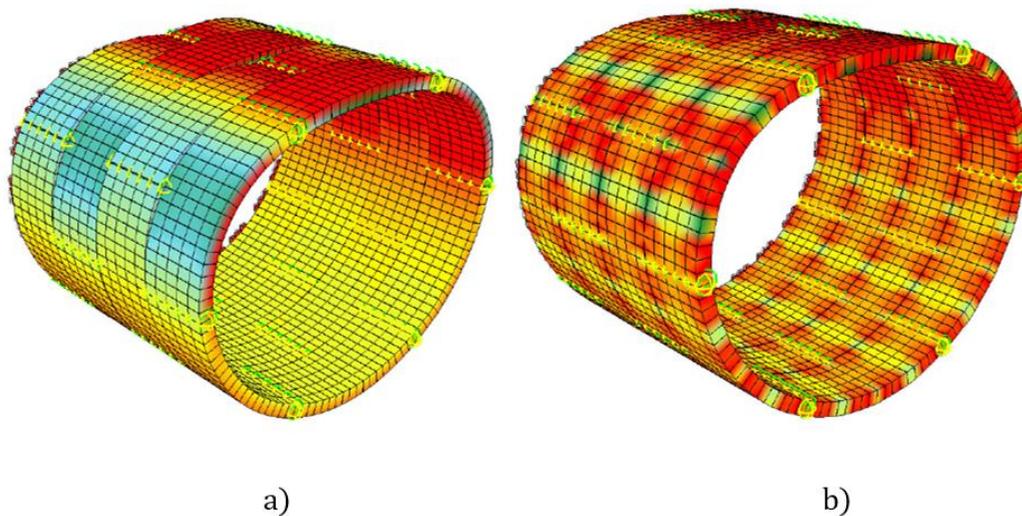


Figura 1.10 Distribución de fuerzas axiales a lo largo del anillo (Hjort L. Alan S, 2017).

Klapper *et al*, (2006) Realizó una modelización en tres dimensiones con el método de elementos finitos en un túnel conformado por seis dovelas y cuatro anillos. Consideró dos tipos de análisis los cuales los llamó sistema acoplado y no acoplado. El primero se refiere que a lo largo del eje del túnel los anillos tienen la misma distribución de juntas y para el sistema no acoplado los cuatro anillos son rotados de modo que las juntas longitudinales no coincidan entre sí.

Para representar las juntas longitudinales entre dovelas tomó en cuenta resortes con comportamiento no lineal para poder tener una rigidez angular y en la conexión entre anillos se consideraron resortes laterales representando una rigidez al corte y una capacidad máxima a la flexión.

De acuerdo con los resultados que obtuvo con base a la deformación del túnel, el anillo con sistema acoplado tendrá una deformación uniforme entre anillos y con el sistema no acoplado los anillos se deforman independientemente (Figura 1.11).



*Figura 1.11 Deformación de túnel dovelado a) Sistema no acoplado b) sistema acoplado (Klaspper et al, 2006)*

(Arnau y Molins, 2012) mediante la modelización en tres dimensiones de un túnel con el método de elementos finitos, estudiaron el “efecto de acoplado” entre anillos dovelados; analizando la interacción que estos presentan en la respuesta estructural cuando el túnel está sometido a un estado de cargas uniforme a lo largo de su eje.

Encontraron que el efecto de acoplado va a influir cuando las cargas actuantes alrededor del túnel sean mayores en dirección vertical que en dirección horizontal (distribución ovalada). Ya que la distribución de cargas uniforme genera una presión de compresión alrededor del túnel, generando pequeñas rotaciones en las juntas longitudinales y una interacción nula entre anillos por la misma deformación que estos

tendrán. Para su análisis tomaron en cuenta la distribución tipo b (Figura 1.12), debido a que es más semejante a la realidad.

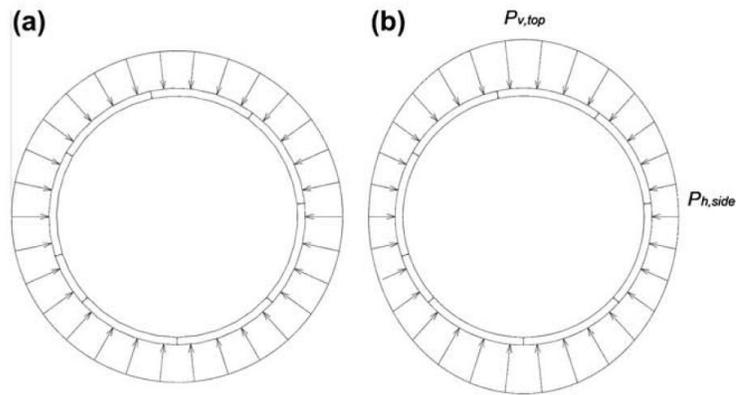


Figura 1.12 Presión alrededor de un túnel a) tipo uniforme b) tipo ovalada (Arnau&Molins, 2012).

El caso de estudio que analizaron fue el de un túnel del metro de Barcelona por medio de la modelización con el método de elementos finitos en tres dimensiones, que consistió en once anillos compuestos de siete dovelas más la dovela llave; Encontrando que el acoplado de los anillos con diferente posición de las juntas a lo largo del eje del túnel provoca que se tenga un comportamiento global rígido y desplazamientos radiales uniformes alrededor del túnel (Figura 1.13).

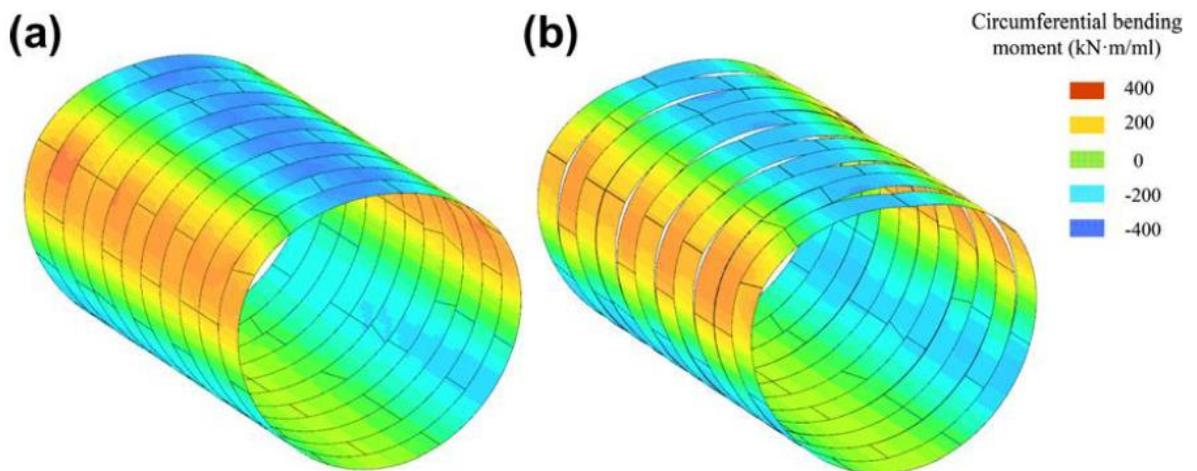


Figura 1.13 Deformación y momentos flexionantes en el túnel L9 para  $E=25\text{MPa}$ ,  $K_0=0.5$  b) Deformación amplificada (Arnau&Molins, 2012)

## 1.2 Objetivo general

Establecer una metodología utilizando métodos analíticos y numéricos para el análisis de interacción terreno-revestimiento en túneles dovelados construidos en suelos blandos.

## 1.3 Objetivos generales

- Análisis del comportamiento de las juntas con base en las curvas momento-rotación (Relación de Gladwell).
- Análisis de interacción con solución analítica propuesta por Naggar (2008), considerando el incremento de esfuerzos por el efecto de la descarga.
- Análisis de interacción terreno-revestimiento en dos dimensiones con el Método de Elementos Finitos (MEF), considerando el anillo dovelado como:
  - 1) Elemento placa y conexiones elásticas
  - 2) Elemento Placa y conexiones elasto-plásticas
  - 3) Elemento de volumen e interfaces
- Análisis de interacción terreno-revestimiento de un túnel conformado por tres anillos de dovelas, con el Método de Elementos Finitos (MEF) en tres dimensiones.

## 2 MARCO TEÓRICO

### 2.1 Mecánica del medio continuo

Timoshenko & Godier (1970) el objetivo de la mecánica del medio continuo es determinar la magnitud de las fuerzas de superficie y fuerzas de cuerpo que actúan en un medio elástico e isótropo; entonces se considera un elemento diferencial de dicho medio que está sometido a un sistema de fuerzas (Figura 2.1).

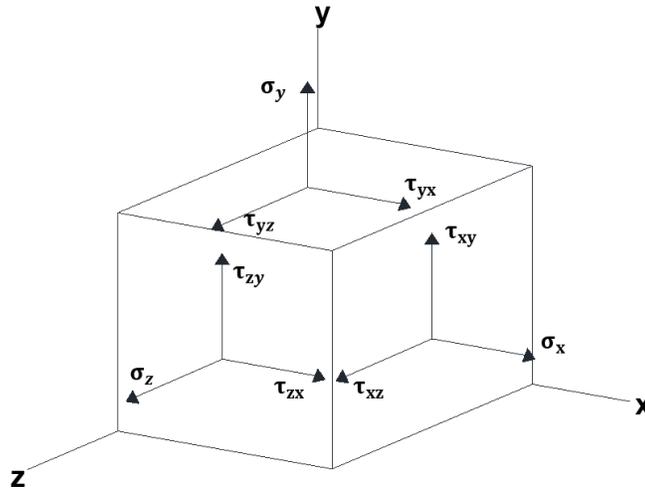


Figura 2.1 Componentes de esfuerzo en un elemento diferencial.

#### 2.1.1 Ecuaciones de equilibrio

Si se toma la cara perpendicular a cada eje, las componentes normales de los esfuerzos actuantes están declarados como  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ . EL esfuerzo cortante  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  y  $\tau_{zx}$  se denota por las componentes paralelas al eje coordenado, los dos subíndices indican la dirección normal al plano y la dirección de la componente de esfuerzo.

Una de las hipótesis es que el cuerpo se encuentre en equilibrio, por lo tanto; la sumatoria de las fuerzas en las direcciones de “X”, “Y” y “Z” debe ser igual a cero.

$$\sum F_x = \sum F_y = \sum F_z = 0 \quad [1.1a]$$

Haciendo la sumatoria de fuerzas en cada uno de los ejes coordenados se tiene que:

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= \left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} d_x \right) d_y d_z - \sigma_x d_y d_x + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} d_y \right) d_z d_x - \tau_{yx} d_z d_x + \\
&\left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} d_z \right) d_x d_y - \tau_{zx} d_x d_y + X d_x d_y d_z = 0 \\
\sum F_y &= \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} d_x \right) d_y d_z - \tau_{xy} d_y d_z + \left( \sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} d_y \right) d_x d_z - \sigma_y d_x d_z + \\
&\left( \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} d_z \right) d_x d_y - \tau_{zy} d_x d_y + Y d_x d_y d_z = 0 \\
\sum F_z &= \left( \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} d_x \right) d_y d_z - \tau_{xz} d_y d_z + \left( \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} d_y \right) d_x d_z - \tau_{yz} d_x d_z + \\
&\left( \sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} d_z \right) d_x d_y - \sigma_z d_x d_y + Z d_x d_y d_z = 0
\end{aligned} \tag{1.1b}$$

Multiplicando la expresión anterior por el volumen y simplificando se tiene que:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0
\end{aligned} \tag{1.1c}$$

Si se considera el equilibrio de momentos respecto a los ejes “X”, “Y” y “Z”, se tiene que:

$$\tau_{zx} = \tau_{xz}; \tau_{zy} = \tau_{yz}; \tau_{xy} = \tau_{yx} \tag{1.1d}$$

### 2.1.2 Componentes de deformación

Las componentes de deformación de un cuerpo deformado se expresan como  $u$ ,  $v$  y  $w$  paralelos al eje coordenado  $x$ ,  $y$ ,  $z$  Timoshenko & Godier (1970). Si se considera un punto dentro de un elemento de volumen contenido en el plano  $XY$  respectivamente y si dicho elemento presenta una deformación (Figura 2.2); las componentes de deformación pueden expresarse como:

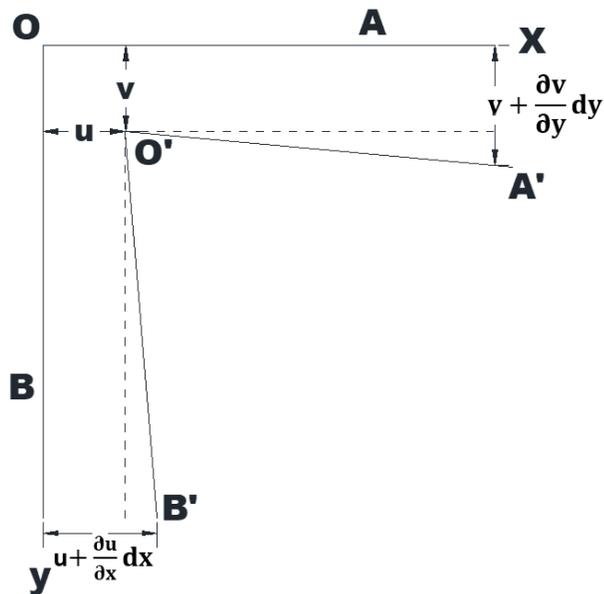


Figura 2.2 Deformación de un elemento (Timoshenko & Godier, 1969)

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}; \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}; \gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \end{aligned} \quad [1.2a]$$

### 2.1.3 Condiciones de frontera

Las ecuaciones 1.1c deben ser satisfactorias en todos los puntos del medio continuo; Si pensamos en una placa, las componentes de esfuerzo varían en su interior y al llegar a las fronteras deberán equilibrar las fuerzas aplicadas en el exterior (Figura 2.3).

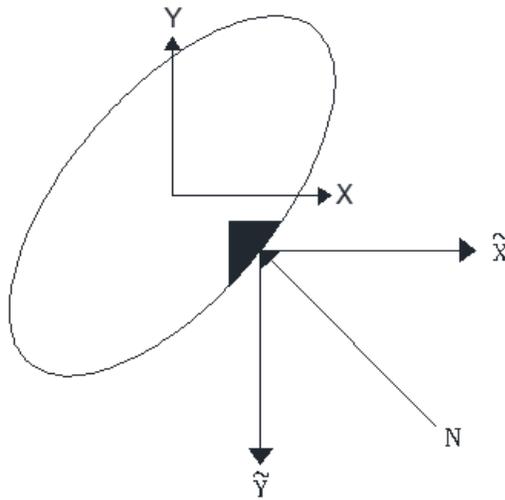


Figura 2.3 Componentes de esfuerzos actuantes en la frontera de un medio continuo (Timoshenko & Godier, 1970).

Las componentes de esfuerzo que actúan en la frontera del medio continuo son:

$$\begin{aligned} \tilde{X} &= l\sigma_x + m\tau_{xy} \\ \tilde{Y} &= m\sigma_y + l\tau_{xy} \end{aligned} \quad [1.2b]$$

Donde;

$$\begin{aligned} l &= \cos N_x \\ m &= \cos N_y \end{aligned}$$

#### 2.1.4 Ecuaciones de compatibilidad

Cuando un cuerpo se encuentra sometido a fuerzas externas, se genera un estado de esfuerzos que con la teoría de la elasticidad es posible conocer. Para ellos es necesario resolver las ecuaciones de equilibrio 1.1c satisfaciendo las condiciones de frontera.

(Timoshenko & Godier, 1970) Para resolver el problema también es necesario considerar las deformaciones elásticas (ecuación 1.2c) del cuerpo, ya que se trata de un problema estáticamente indeterminado. Las tres componentes de deformación  $u$ ,  $v$  y  $w$

no pueden ser valores arbitrarios. Para que haya cierta relación las componentes de deformación se establecen las condiciones de compatibilidad definidas como:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z} \\
 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}
 \end{aligned}
 \tag{1.2c}$$

Las expresiones siguientes se derivan cuando el peso propio del cuerpo es la única fuerza actuante.

$$\begin{aligned}
 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z} &= \frac{\partial}{\partial x} \left( -\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\
 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} &= \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) \\
 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y} &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right)
 \end{aligned}
 \tag{1.2d}$$

### 2.1.5 Relación de esfuerzo-deformación

Las relaciones entre las componentes de esfuerzos y deformaciones han sido establecidas experimentalmente y son llamadas como La ley de Hook. Por lo tanto, dichas relaciones parten de un elemento diferencial de cualquier material sometido a una carga axial.

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E}; \varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_y}{E}; \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_z}{E}
 \tag{1.3a}$$

Se puede utilizar el principio de superposición de causas y efectos, considerando que el elemento diferencial está sometido a esfuerzos simultáneos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ . Entonces las ecuaciones que forman parte de la ley de Hook generalizada quedan como sigue:

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]\end{aligned}\tag{1.3b}$$

Si el elemento diferencial pertenece a un material elástico lineal y la deformación unitaria angular es linealmente proporcional al esfuerzo cortante, se tiene que:

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}; \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G}; \gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G}\tag{1.3c}$$

Donde,

E: Módulo de elasticidad del material

$\nu$ : Relación de Poisson

G: Módulo de rigidez material.

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

Relacionando los esfuerzos con las deformaciones juntos con las constantes de elasticidad E, G y  $\nu$ . Se tiene que:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} e + \frac{E}{1 + \nu} \varepsilon_x \\ \sigma_y &= \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} e + \frac{E}{1 + \nu} \varepsilon_y \\ \sigma_z &= \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} e + \frac{E}{1 + \nu} \varepsilon_z\end{aligned}\tag{1.3d}$$

El esfuerzo cortante se expresa como:

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy}; \tau_{yz} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{yz}; \tau_{zx} = \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{zx} \quad [1.3e]$$

Donde;

e: deformación volumétrica  $e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$

Para simplificar más las expresiones se considera la constante de Lamé como sigue:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1+2\nu)}$$

Por lo tanto; se tienen las nuevas expresiones para la relación de esfuerzo-deformación con las propiedades elásticas.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= \lambda e + 2G\epsilon_x \\ \sigma_y &= \lambda e + 2G\epsilon_y \\ \sigma_z &= \lambda e + 2G\epsilon_z \\ \tau_{xy} &= G\gamma_{xy} \\ \tau_{yz} &= G\gamma_{yz} \\ \tau_{zx} &= G\gamma_{zx} \end{aligned} \quad [1.3f]$$

### 2.1.6 Estado plano de esfuerzo

Si a una placa se encuentra sometida a una carga uniformemente repartida paralela a un plano de coordenadas “xy” (Figura 2.4). Las componentes de esfuerzo contenidas en el eje z son igual a cero. Entonces el estado de esfuerzos se conforma solamente de  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\tau_{xy}$ .

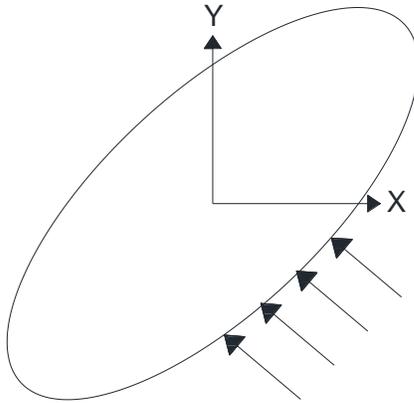


Figura 2.4 Placa sometida a fuerzas externas paralelas al plano XY.

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu \sigma_y] \\
 \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu \sigma_x] \\
 \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [-\nu (\sigma_x + \sigma_y)] \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}
 \end{aligned}
 \tag{1.4a}$$

### 2.1.7 Estado plano de deformación

Se habla de condiciones de deformación plana, cuando la deformación que se presenta en una dirección es igual a cero. Existen ejemplos donde se presenta esta condición, es decir; en muros de retención con presión lateral, un túnel o en tubo cilíndrico con presiones internas., etc. En cada caso la carga no varía en dirección longitudinal.

Las componentes u y v de los desplazamientos están en función de “X” y “Y” pero son independientes de la coordenada longitudinal “Z”, entonces los desplazamientos de la componente w son igual a cero.

$$\begin{aligned}\tau_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = 0 \\ \tau_{xz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = 0 \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0\end{aligned}\tag{1.5a}$$

De acuerdo a la Ley de Hook los esfuerzos normales contenidos en el eje Z pueden estar en términos de  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ . Cabe mencionar, que a pesar de que las deformaciones en dicho eje son igual a cero existe un esfuerzo actuante en dicho eje, por lo tanto, se tiene que:

$$\sigma_z = \nu(\sigma_x + \sigma_y)$$

### 2.1.8 Esfuerzo en un punto

El estado de esfuerzos en un punto dentro de un elemento en condiciones de esfuerzos plano o deformación plana, se denominan como  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ . Por lo tanto, los esfuerzos actuantes en un punto contenido en un plano de falla paralelo al plano z (Figura 2.5) pueden ser calculados con las ecuaciones de equilibrio.

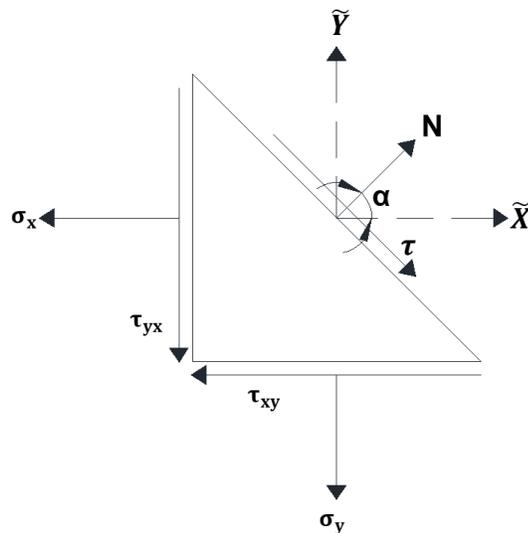


Figura 2.5 Esfuerzos Normal ( $N$ ) y Cortante ( $\tau$ ) actuantes en un plano de falla (Timoshenko & Godier, 1970).

Si  $X$  y  $Y$  son las componentes de esfuerzo actuantes en la cara BC (ver figura), las ecuaciones de equilibrio del elemento primático son dados por la ecuación 16 mostrada anteriormente. El ángulo formado entre el esfuerzo normal y el eje  $x$  permite definir a  $l = \cos \alpha$  y a  $m = \sin \alpha$ , por lo tanto; el esfuerzo normal y cortante en el plano BC (Figura 2.5) son:

$$\begin{aligned}\sigma &= \tilde{X} \cos \alpha + \tilde{Y} \sin \alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + 2\tau_{xy} \sin \alpha \cos \alpha \\ \tau &= \tilde{Y} \cos \alpha - \tilde{X} \sin \alpha = (\sigma_y - \sigma_x) \sin \alpha \cos \alpha + \tau_{xy} (\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha)\end{aligned}\quad [1.6a]$$

### 2.1.9 Esfuerzos principales

Si consideramos un elemento en un medio continuo sometido al estado de esfuerzo plano que se muestra en la Figura 2.6. Los esfuerzos normal y cortante actuando en un plano cualquiera están relacionados entre sí mediante la ecuación de un círculo.

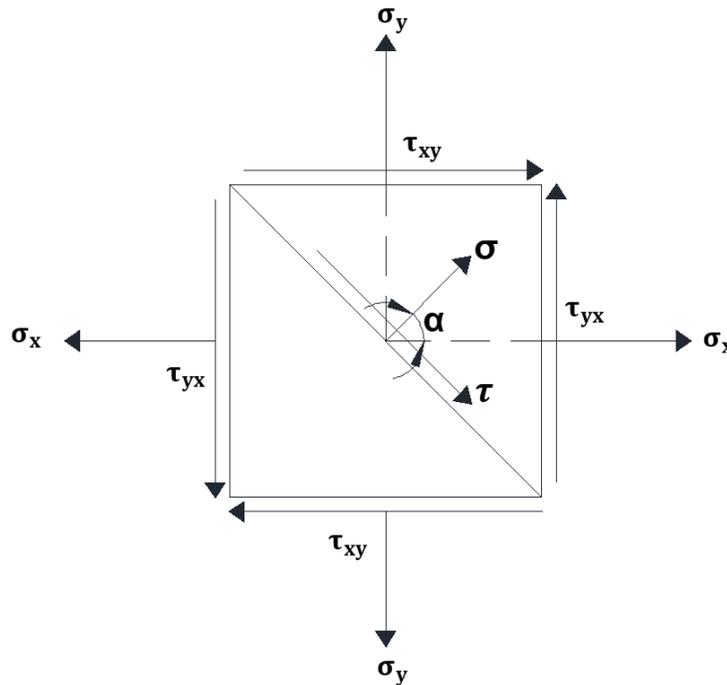


Figura 2.6 Elemento diferencial contenido en el plano XY.

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha$$

$$\tau = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha - \tau_{xy} \cos 2\alpha \quad [1.7a]$$

Por lo tanto, dicho estado de esfuerzos de un elemento se representa en un Círculo de Mohr (ver Figura 2.7). Se observa que el punto D se refiere al esfuerzo normal y el esfuerzo cortante del plano inclinado de la Figura 2.6.

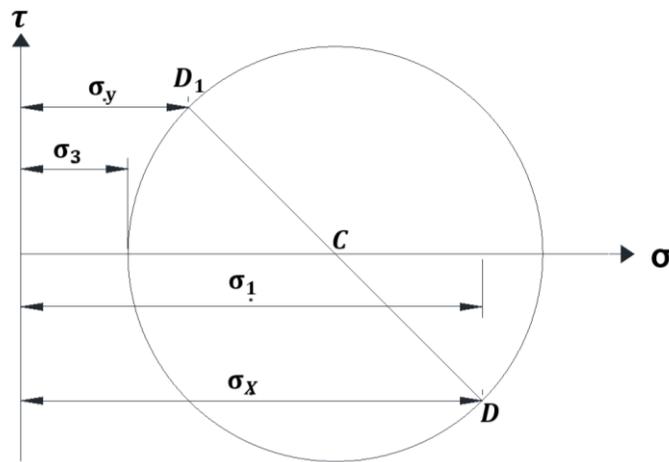


Figura 2.7 Círculo de Mohr del estado de esfuerzo de un elemento diferencial (Timoshenko & Godier, 1970).

Del esquema que aparece en la Figura 2.7, se pueden determinar los esfuerzos principales, si las componentes de esfuerzo en un plano perpendicular son conocidos. Por lo tanto, los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  son los obtenidos de las intersecciones en del círculo con el eje de las abscisas, entonces se tiene que:

$$\sigma_1 = OC + CD = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\sigma_3 = OC - CD = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad [1.7b]$$

Nota: para condiciones de estado plano de deformación, se tiene que el esfuerzo principal  $\sigma_2$  es igual:

$$\sigma_2 = \nu(\sigma_1 + \sigma_3)$$

### 2.1.10 Esfuerzos invariantes

Los esfuerzos invariantes son medidos e independientes de un eje coordenado. Se define a al esfuerzo invariante promedio  $P$  y al esfuerzo cortante o de distorsión  $Q$ . son esfuerzos que actúan sobre un cuerpo (Figura 2.8 ).

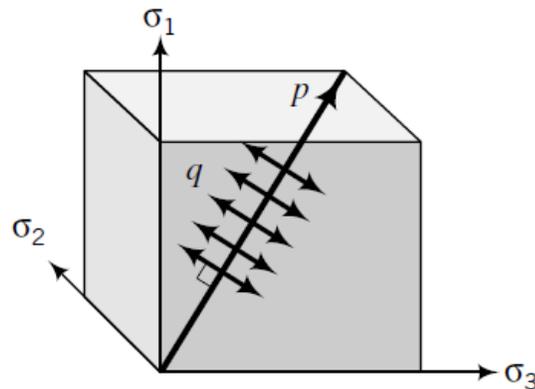


Figura 2.8 Esfuerzo medio  $P$  y esfuerzo desviador  $Q$  (Munhi Budu).

En un sistema coordenado representado por esfuerzos principales  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  el esfuerzo medio es el espacio diagonal causado por el cambio de volumen. El esfuerzo desviador es debido a la distorsión o cortante que se presenta en el medio continuo.

$$P = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad [1.8a]$$

ó

$$Q = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 \right] + 6\tau_{xy}^2 + 6\tau_{yz}^2 + 6\tau_{zx}^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

### 2.1.11 Ecuaciones en coordenadas polares

La representación en coordenadas polares está definida por la distancia  $r$  del origen y un ángulo  $\theta$  respecto a la horizontal (Figura 2.9).

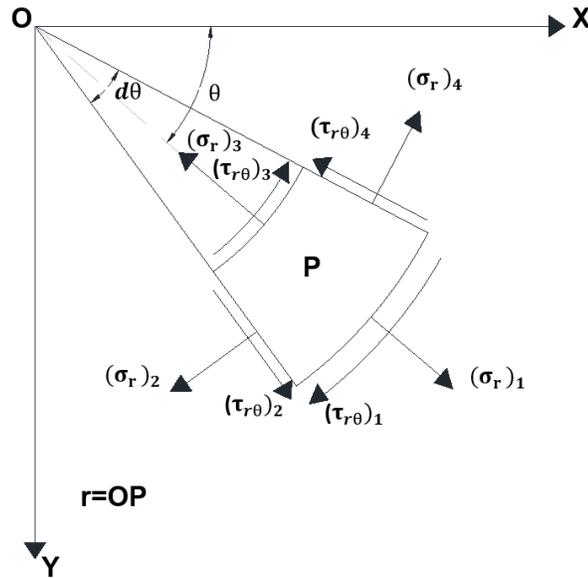


Figura 2.9 Esquema del sistema de coordenadas polares en un punto dado (Timoshenko y Godier, 1970)

Las componentes de esfuerzo normal en dirección radial se denotan por  $\sigma_r$ , la componente normal en la dirección tangencial se denota por  $\sigma_\theta$  y la componente de esfuerzos cortantes se denota como  $\tau_{r\theta}$ . Los valores de esfuerzo en los puntos medios de cada cara (Figura 2.9) no son iguales. Sumando las fuerzas actuantes en las tres direcciones radial y tangencial e incluyendo las fuerzas de cuerpo por unidad de volumen en la dirección radial, se pueden conocer las ecuaciones equilibrio.

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R = 0$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} = 0$$

[1.9a]

### 2.1.12 Función potencial de esfuerzos en coordenadas polares

(Timoshenko y Godier, 1934) si se resuelve un problema de dos dimensiones en coordenadas polares, cuando las fuerzas de cuerpo son nulas, se introduce una función potencial de esfuerzos de Airy  $\Phi$  para  $r$  y  $\theta$ .

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \\ \tau_{r\theta} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} \right)\end{aligned}\tag{1.10a}$$

Para un problema elástico en casos de deformación plana o esfuerzo plano se torna en encontrar la función potencial de esfuerzos de Airy  $\Phi$ , la solución es mediante las ecuaciones [1.10a] que cumplan con las condiciones de equilibrio y de frontera.

Si se trata de una distribución de esfuerzos simétrico respecto a un eje, las componentes de esfuerzo no dependen de  $\theta$  y solo están en función de  $r$ . por lo tanto; solo la primera de las dos ecuaciones de equilibrio permanece como:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R = 0$$

entonces la ecuación de compatibilidad resulta como sigue:

$$\frac{d^4 \phi}{dr^4} + \frac{2d^3 \phi}{r dr^3} - \frac{1}{r^2} \frac{d^2 \phi}{dr^2} + \frac{1}{r^3} \frac{d\phi}{dr} = 0$$

Como se trata de una ecuación diferencial ordinaria, la cual se puede reducir a una ecuación diferencial lineal con coeficientes constantes introduciendo una variable  $t$ , expresándola como  $r=e^t$ . De esta manera la solución tiene cuatro constantes de integración por determinar producto de las condiciones de frontera.

$$\phi = A \log(r) + Br^2 \log(r) + Cr^2 + D$$

Por lo tanto; la solución de problemas con distribución de esfuerzos simétricos y con fuerzas de cuerpo nulas puede obtenerse como sigue:

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = \frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \log r) + 2C \\ \sigma_\theta &= \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = -\frac{A}{r^2} + B(1 + 2 \log r) + 2C \\ \tau_{r\theta} &= 0 \end{aligned} \quad [1.10b]$$

## 2.2 Efecto de la descarga del suelo en la etapa de construcción del túnel.

Mindlin (1936) propuso una solución analítica que permite conocer el estado de esfuerzos que se genera en un medio semi-infinito, homogéneo e isótropo con comportamiento elástico lineal, por la presencia de una fuerza en el interior del medio y normal a la frontera superior (Figura 2.10).

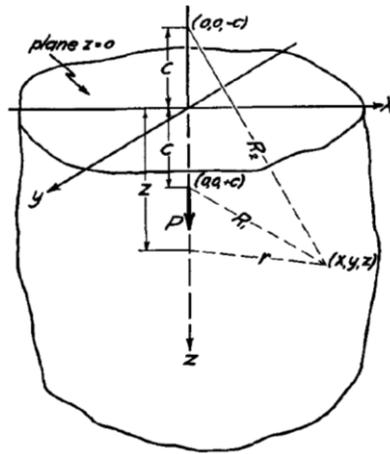


Figura 2.10 Carga normal a la frontera en l interior de un medio semi-infinito (Mindlin, 1936).

Una de las principales aplicaciones que tiene esta solución es en el caso de la fuerza de fricción en un pilote generando un estado de esfuerzos en el medio. En el caso de un túnel, cuando este es construido en depósitos de suelos blandos, al realizar la

excavación y colocación del revestimiento primario, se genera una diferencia de presiones entre el material retirado y la estructura, presentándose el “efecto burbuja” (Zaldívar et al). Cabe mencionar que en la nota técnica del diseño y análisis geotécnico para el Túnel Emisor Oriente (TEO) del Instituto de Ingeniería de la UNAM, se presenta una metodología en la que el efecto de la descarga es considerado mediante la solución analítica propuesta por Mindlin, que de acuerdo a esta, dicha fuerza se considera linealmente repartida al eje del túnel (Figura 2.11).

$$\sigma_z = \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[ \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^3}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)z(z+c)^2 - 3c(z+c)(5z-c)}{R_2^5} - \frac{30cz(z+c)^3}{R_2^7} \right] \quad [2.1a]$$

$$\sigma_x = \frac{P}{8\pi(1-\nu)} \left[ \frac{(1-2\nu)(z-c)}{R_1^3} - \frac{3x^2(z-c)}{R_2^5} + \frac{(1-2\nu)[3(z-c) - 4\nu(z+c)]}{R_1^3} - \frac{3(3-4\nu)x^2(z-c) - 6c(z+c)[(1-2\nu)z - 2\nu c]}{R_2^5} - \frac{30cx^2(z+c)^3}{R_2^7} - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{R_2(R_2+z+c)} \left( 1 - \frac{x^2}{R_2(R_2+z+c)} - \frac{x^2}{R_2^2} \right) \right] \quad [2.1b]$$

$$\tau_{zx} = \frac{Px}{8\pi(1-\nu)} \left[ -\frac{(1-2\nu)}{R_1^3} + \frac{(1-2\nu)}{R_2^3} - \frac{3(z-c)^2}{R_1^5} - \frac{3(3-4\nu)z(z+c) - 3c(3z+c)}{R_2^5} - \frac{30cz(z+c)^2}{R_2^7} \right] \quad [2.1c]$$

Donde;

$\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  y  $\tau_{zx}$  Esfuerzos en la dirección respectiva

P: Fuerza debida a la descarga del suelo, puede ser calculada de acuerdo con (Zaldívar *et al*, 2012) como:

$$P = \gamma\pi r^2 - P_r \quad [2.1d]$$

$\gamma$ : Peso volumétrico del terreno.

$r$ : Radio del túnel

$P_r$ : Peso del revestimiento

$\nu_g$ : Relación de Poisson del terreno

$x, y, z$ : Coordenadas cartesianas de un punto de análisis.

$c$ : Distancia desde la superficie hasta el eje longitudinal del túnel

$R_1, R_2$ : Distancias geométricas al punto de interés }

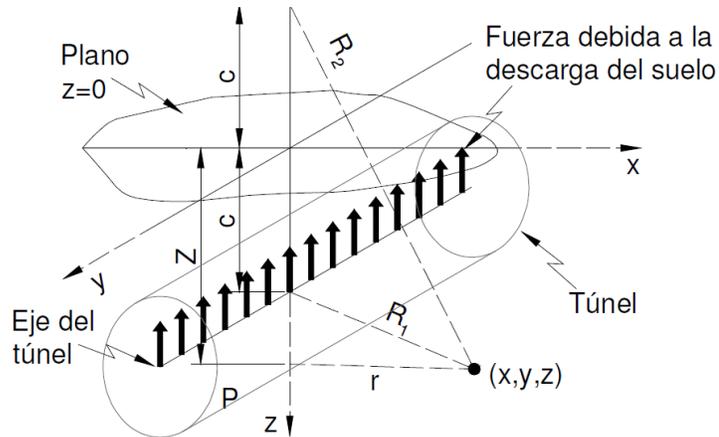


Figura 2.11 Carga vertical y normal a la superficie en el eje del túnel debido a la descarga. (Instituto de Ingeniería de la UNAM).

### 2.3 Solución analítica para análisis de interacción suelo-resvestimiento

A lo largo de los años, se han implementado soluciones analíticas y métodos numéricos para el diseño de túneles circulares construidos en suelo y/o roca, mediante el cálculo del tensor de esfuerzos y deformaciones al que estará sometido, y además para realizar un análisis de interacción terreno-resvestimiento. Einstein & Schwartz (1979), Bobet (2001), Naggar (2007) y Pérez & Auvinet (2012) entre otros han propuesto una solución analítica, sin embargo; éstas consideran un túnel compuesto por un anillo continuo. Aunado a esto, Naggar (2008) propuso otra solución analítica para túneles compuestos por un anillo dovelado, donde considera el efecto de las juntas.

### 2.3.1 Solución Analítica para túneles dovelados por Naggar (2008).

Naggar (2008) propuso una solución analítica para túneles compuestos por dovelas embebido en un medio infinito, homogéneo, isótropo y elástico. Esta permite realizar el análisis de interacción terreno-revestimiento considerando el efecto de las juntas longitudinales entre dovelas. Su formulación se hizo mediante la presencia de dos interfaces, en el terreno-inyección e inyección-revestimiento (Figura 2.12) para un estado de esfuerzos bidimensional (P, Q) siendo una la componente hidrostática y desviadora respectivamente (Figura 2.13).

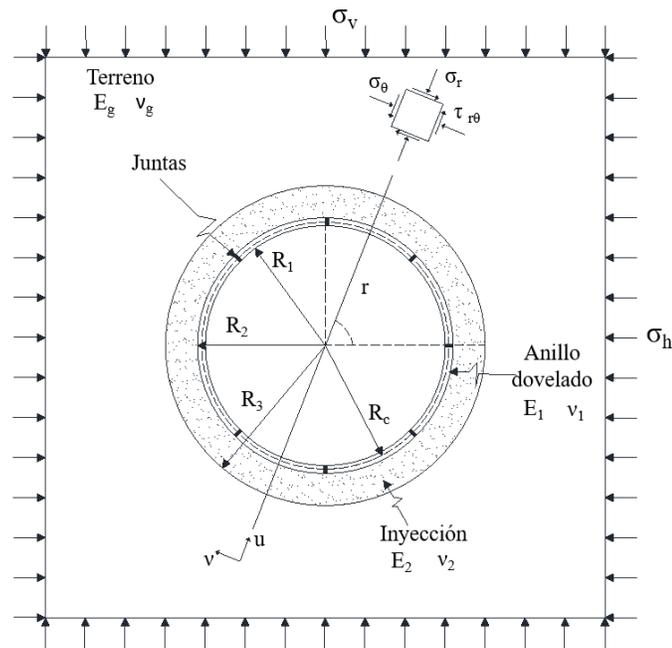


Figura 2.12 Geometría del problema (Naggar, 2008)

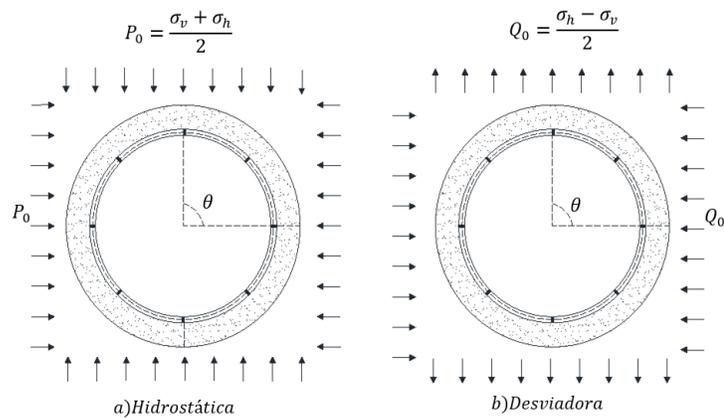


Figura 2.13 Componente hidrostática y desviadora (Naggar, 2008)

Su derivación parte del planteamiento de las condiciones de frontera, las cuales son las reacciones que se generan por la interacción terreno-revestimiento en la etapa de construcción (Figura 2.14).

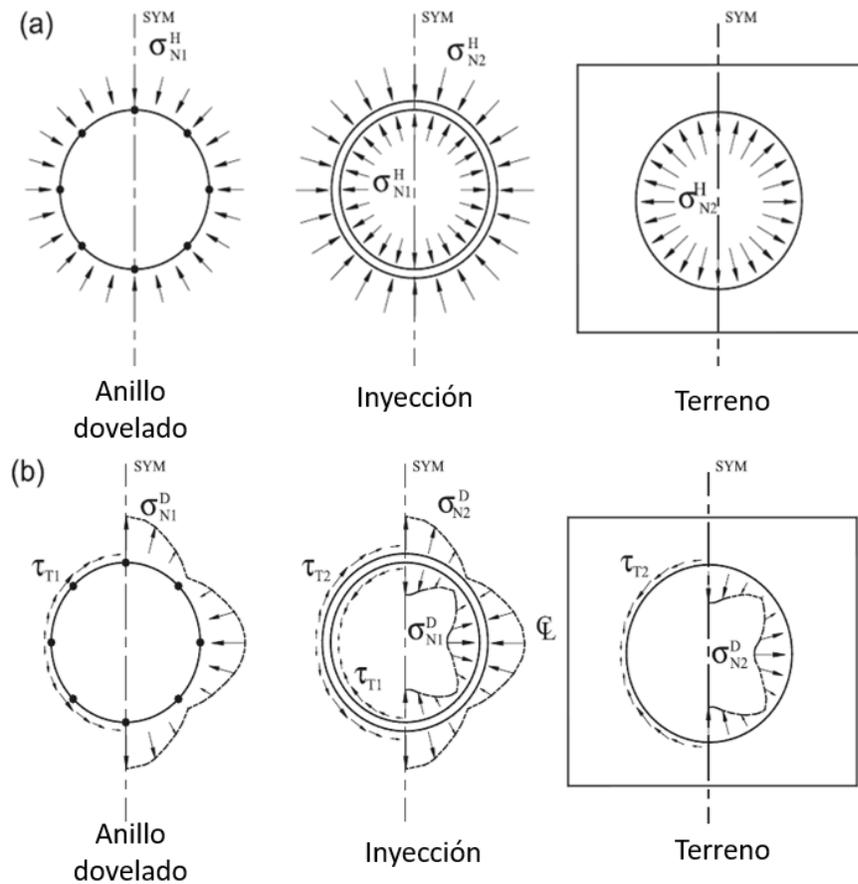


Figura 2.14 Reacciones actuantes en cada interfaz a) Componente hidrostática  
b) Componente desviadora (Naggar, 2008).

De acuerdo con la figura anterior, a continuación, se define cada variable para la componente hidrostática y desviadora respectivamente.

### 2.3.2 Campo de esfuerzos y desplazamientos en el terreno

Para establecer las expresiones que permitan conocer el estado de esfuerzos y desplazamientos en el terreno debido a la construcción del túnel, el autor se basó en lo propuesto por Yuen (1979) en donde resuelve el problema estableciendo una función potencial de esfuerzos de Airy  $\phi$ , junto con las ecuaciones de equilibrio y las

condiciones de frontera. Por lo que, para esta solución analítica se consideran dos tipos de funciones de Airy  $\phi$  por la componentes hidrostática y desviadora respectivamente (ecs 3.1a y 3.1b).

$$\phi^H = Ar^2 + C \ln r \quad [3.1a]$$

$$\phi^D = [Ar^2 + Br^4 + Cr^{-2} + D] \cos 2\theta \quad [3.2a]$$

Donde; A, B, C y D son las constantes de la función potencial de esfuerzos de Airy  $\phi$ .

De igual manera con las ecuaciones de equilibrio y las condiciones de frontera para la componente hidrostática y desviadora y superponiendo la solución de cada componente, se tiene que:

$$\sigma_{rg} = P_0 \left[ 1 - \left( \frac{R_3}{r} \right)^2 \right] + Q_0 \left[ 1 + 3 \left( \frac{R_3}{r} \right)^4 - 4 \left( \frac{R_3}{r} \right)^2 \right] \cos 2\theta \quad [3.3a]$$

$$\sigma_{\theta g} = P_0 \left[ 1 - \left( \frac{R_3}{r} \right)^2 \right] - Q_0 \left[ 1 + 3 \left( \frac{R_3}{r} \right)^4 \right] \cos 2\theta \quad [3.4a]$$

$$\tau_{\theta g} = -Q_0 \left[ 1 + 2 \left( \frac{R_3}{r} \right)^2 - 3 \left( \frac{R_3}{r} \right)^4 \right] \text{sen} 2\theta \quad [3.5a]$$

Los desplazamientos y radiales y tangenciales son:

$$u_g = \frac{P_0(1+\nu_g)R_3^2}{E_g r} + \frac{Q_0(1+\nu_g)}{E_g} \left[ 4(1-\nu_g) \frac{R_3^2}{r} - \frac{R_3^4}{r^3} \right] \cos 2\theta \quad [3.6a]$$

$$v_g = -\frac{Q_0(1+\nu_g)}{E_g} \left[ 2(1-\nu_g) \frac{R_3^2}{r} + \frac{R_3^4}{r^3} \right] \sin 2\theta \quad [3.7a]$$

### 2.3.3 Incrementos de esfuerzos y desplazamientos en el terreno

Existe un cambio en el estado de esfuerzos y desplazamientos producto de la excavación; para la derivación de este, se considera la presencia del esfuerzo cortante diferentes de cero o bien deslizamiento nulo en el interfaz terreno-revestimiento, es decir; se supone que el revestimiento es colocado inmediatamente después de la excavación, que al interactuar el terreno con la estructura se presenta un incremento en el estado de esfuerzos y desplazamientos.

Las expresiones de dicho incremento de esfuerzos y desplazamientos se determinaron al considerar como condiciones de frontera las reacciones en el interfaz terreno-inyección cuando  $r=R_3$  siendo  $R_3$  el radio de la excavación (Figura 2.14).

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sigma_{N2}^D \cos 2\theta & \text{para} & \quad r = R_3 \\ \tau_{r\theta} &= -\tau_{T2} \sin 2\theta & \text{para} & \quad r = R_3 \\ \sigma_r &= \sigma_{N1}^D \cos 2\theta & \text{para} & \quad r = R_2 \\ \tau_{r\theta} &= -\tau_{T1} \sin 2\theta & \text{para} & \quad r = R_2 \\ \sigma_r &= \sigma_{N2}^H & \text{para} & \quad r = R_3 \\ \sigma_r &= \sigma_{N1}^H & \text{para} & \quad r = R_2 \end{aligned} \quad [3.1b]$$

(Yuen, 1979) de acuerdo con la función potencial de esfuerzos de Airy  $\phi$  [ecs 3.1a y 3.2a], las ecuaciones de equilibrio y las condiciones de frontera [ecs 3.1b] en el interfaz suelo-inyección y superponiendo la solución de la componente hidrostática y desviadora respectivamente, se deduce lo siguiente (ver ANEXO A):

$$\Delta\sigma_{r_{gR}} = \sigma_{N2}^H \left(\frac{R_3}{r}\right)^2 + \left[ 2(\sigma_{N2}^D + \tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^2 - (\sigma_{N2}^D + 2\tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^4 \right] \cos 2\theta \quad [3.2b]$$

$$\Delta\sigma_{\theta_{gR}} = -\sigma_{N2}^H \left(\frac{R_3}{r}\right)^2 + \left[ (\sigma_{N2}^D + 2\tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^4 \right] \cos 2\theta \quad [3.3b]$$

$$\Delta\tau_{r\theta_{gR}} = \left[ (\sigma_{N2}^D + \tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^2 - (\sigma_{N2}^D + 2\tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^4 \right] \text{sen} 2\theta \quad [3.4b]$$

Incremento del campo de desplazamientos resulta como:

$$\Delta u_{gR} = -\sigma_{N2}^H \frac{(1 + \nu_g) R_3^2}{E_g r} + \frac{(1 + \nu_g) r}{3E_g} \left[ (\sigma_{N2}^D + \tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^4 - 6(1 - \nu_g) (\sigma_{N2}^D + \tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^2 \right] \cos 2\theta \quad [3.5b]$$

$$\Delta v_{gR} = \frac{(1 + \nu_g) r}{3E_g} \left[ (\sigma_{N2}^D + \tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^4 + 3(1 - 2\nu_g) (\sigma_{N2}^D + \tau_{T2}) \left(\frac{R_3}{r}\right)^2 \right] \text{sen} 2\theta \quad [3.6b]$$

Las ecuaciones [3.3a - 3.7a] y [3.2b - 3.6b] se superponen para así poder obtener el estado de esfuerzos y desplazamientos en el terreno.

### 2.3.4 Campo de esfuerzos y desplazamientos en el interfaz inyección-revestimiento

De igual manera que se obtuvieron las ecs [3.2b - 3.6b], se obtienen las expresiones para determinar el estado de esfuerzos y desplazamientos en el interfaz inyección-revestimiento. solo que para esta interfaz se toma en cuenta como condiciones de frontera las reacciones cuando  $r=R_3$  y  $r=R_2$  siendo  $R_2$  el radio del intradós de la inyección y extradós del revestimiento.

$$\begin{aligned}
 \sigma_r &= \sigma_{N2}^D \cos 2\theta & \text{para} & \quad r = R_3 \\
 \tau_{r\theta} &= -\tau_{T2} \sin 2\theta & \text{para} & \quad r = R_3 \\
 \sigma_r &= \sigma_{N1}^D \cos 2\theta & \text{para} & \quad r = R_2 \\
 \tau_{r\theta} &= -\tau_{T1} \sin 2\theta & \text{para} & \quad r = R_2 \\
 \sigma_r &= \sigma_{N2}^H & \text{para} & \quad r = R_3 \\
 \sigma_r &= \sigma_{N1}^H & \text{para} & \quad r = R_2
 \end{aligned} \tag{3.1c}$$

El estado de esfuerzos y desplazamientos en el interfaz inyección-revestimiento se deriva de las condiciones de frontera para cuando  $r=R_2$  (ver ANEXO A), por lo tanto; las expresiones quedan definidas como [ecs 3.5c-3.9c].

$$\sigma_{r_{l_2}} = \sigma_{N1}^H + \sigma_{N2}^H \cos 2\theta \tag{3.5c}$$

$$\sigma_{\theta_{l_2}} = \frac{-\sigma_{N1}^H(1+h) + 2\sigma_{N2}^H}{1-h} + \left( 2A + 12BhR_3^2 + \frac{6C}{h^2 R_3^4} \right) \cos 2\theta \tag{3.6c}$$

$$\tau_{r\theta_{l_2}} = -\tau_{T1} \sin 2\theta \tag{3.7c}$$

$$u_{L_2} = \frac{(1+v_2)R_2}{E_2(1-h)} \{[-1-(1-2v_2)h]\sigma_{N1}^H + [2(1-v_2)]\sigma_{N2}^H\} + \frac{(1+v_2)R_2}{3E_2(1-h)^3} (\alpha_1\sigma_{N2}^D + \beta_1\tau_{T2} + \chi_1\sigma_{N1}^D + \delta_1\tau_{T1})\cos 2\theta \quad [3.8c]$$

$$v_{L_2} = \frac{(1+v_2)R_2}{3E_2(1-h)^3} (\psi_1\sigma_{N2}^D + \gamma_1\tau_{T2} + \eta_1\sigma_{N1}^D + \omega_1\tau_{T1})\sen 2\theta \quad [3.9c]$$

Donde;

$\alpha_2, \beta_2, \chi_2, \delta_2, \psi_2, \gamma_2, \eta_2, \omega_2, \alpha_1, \beta_1, \chi_1, \delta_1, \psi_1, \gamma_1, \eta_1$  y  $\omega_1$  son constantes definidas en el ANEXO B

### 2.3.5 Elementos mecánicos

Las ecuaciones para determinar los elementos mecánicos en anillo dovelado se derivaron en términos de la componente hidrostática y desviadora. En base a las expresiones establecidas por Flügge (1966) [ec.3.1e] para los desplazamientos en “Shells delgados” relacionando los esfuerzos.

$$\frac{d^2v}{d\theta^2} + \frac{du}{d\theta} = -\frac{R^2}{D_c} \tau_{r\theta} \quad [3.1e]$$

y

$$\frac{d^2v}{d\theta} + u + \frac{D_f}{D_c R^2} \left( \frac{d^4v}{d\theta^4} + 2\frac{d^2v}{d\theta^2} + u \right) = -\frac{R^2}{D_c} \sigma_r$$

Las propiedades características del anillo dovelado son las siguientes:

$$D_c = (E_1 A_1 / (1 - v_1^2))$$

$$D_f = (E_1 I_1 / (1 - v_1^2))$$

Las ecuaciones que relacionan los momentos y las fuerzas axiales en los “Shells delgados” con respecto a los desplazamientos  $u$  y  $v$  son las siguientes:

$$M = -\frac{D_f}{R^2} \left( u + \frac{d^2 u}{d\theta^2} \right) \quad [3.2e]$$

$$T = \frac{D_c}{R} \left( u + \frac{dv}{d\theta} \right) + \frac{M}{R}$$

De las expresiones [3.1e y 3.2e] y considerando las reacciones las cuales estará sometido el revestimiento (Figura 2.14) se tiene la solución para el desplazamiento y los elementos mecánicos en el anillo dovelado sin considerar el efecto de las juntas [ecs 3.3e -3.6e].

$$u_{L1} = -\frac{R_{c1}^4}{D_c R_{c1}^2 + D_f} \sigma_{N1}^H + \frac{R_{c1}^4}{9D_f} \left( \sigma_{N1}^D + \frac{\tau_{T1}}{2} \right) \cos 2\theta \quad [3.3e]$$

$$v_{L1} = -\left[ \frac{R_{c1}^4}{18D_f} \sigma_{N1}^D + \left( \frac{R_{c1}^4}{36D_f} + \frac{R_{c1}^2}{4D_c} \right) \tau_{T1} \right] \text{sen} 2\theta \quad [3.4e]$$

$$M = -\frac{D_f R_{c1}^2}{D_c R_{c1}^2 + D_f} \sigma_{N1}^H - \frac{R_{c1}^2}{3} \left( \sigma_{N1}^D + \frac{\tau_{T1}}{2} \right) \cos 2\theta \quad [3.5e]$$

$$T = -\frac{D_c R_{c1}^2}{D_c R_{c1}^2 + D_f} \sigma_{N1}^H + \frac{M^H}{R_{c1}} - \frac{R_{c1}}{3} \left( \sigma_{N1}^D - 2\tau_{T1} \right) \cos 2\theta \quad [3.6e]$$

Para tomar en cuenta la influencia de las juntas, Bloom (2002) asume que la resistencia a la fricción y a las fuerzas normales en cada junta es infinita, pero no se manifiesta una resistencia importante al giro, por lo tanto; La deformación del anillo dovelado

debido a la presencia de las juntas longitudinales, está definido por el giro que se presenta en cada junta [ec.3.1f]

$$\beta_i = \frac{M(\theta_i)}{K_\theta} \quad [3.1f]$$

Donde;

$\beta$ : rotación de la junta  $i$

$K_\theta$ : Rigidez angular de la junta

$M_\theta$ : Momentos flexionantes de la junta  $i$

Si se considera un anillo con 6 dovelas y asume que se trata de un cuerpo rígido, (Figura 2.15) y además en el punto A (hastial del anillo) se toma el giro y el desplazamiento como nulo ( $u=0$  y  $\beta=0$ ), entonces los desplazamientos en el punto B pueden ser calculados por la influencia de la junta 1,2 y 3, por lo que; las rotaciones en cada junta son respecto a la distancia perpendicular de la junta al hastial.

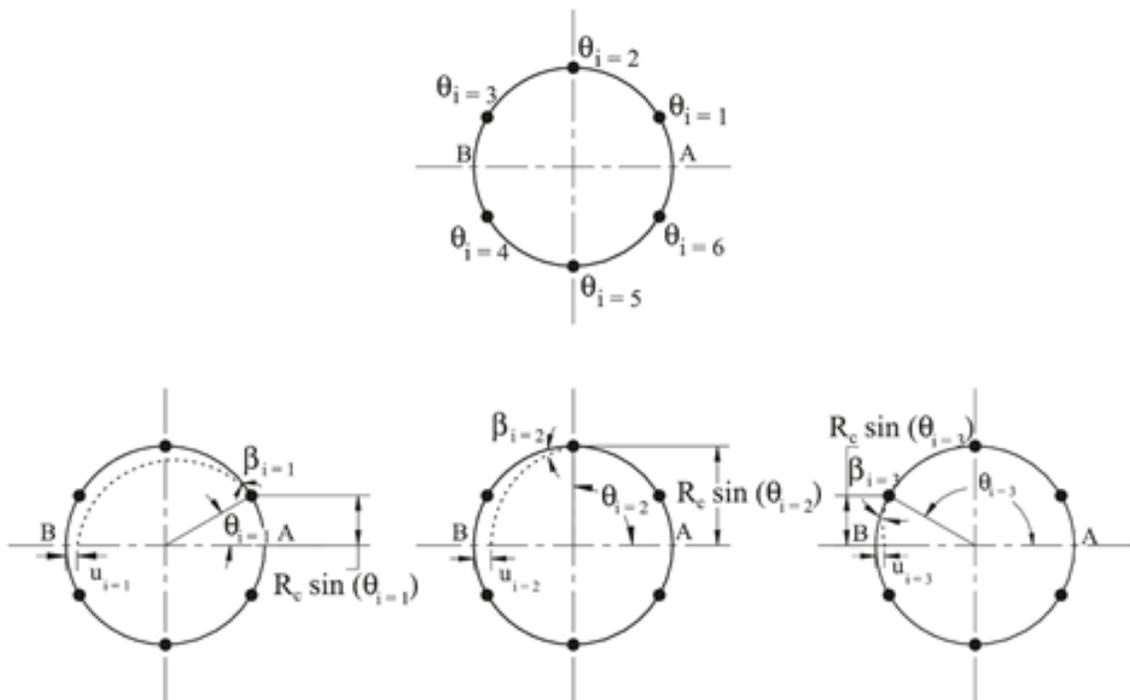


Figura 2.15 Contribución de las juntas para el desplazamiento radial (Naggar,2008).

Si  $u_i$  es el desplazamiento radial en B debido a  $\beta_i$ , entonces:

$$u_{i=1} = \beta_{i=1} R_c \text{sen}(\theta_{i=1})$$

$$u_{i=2} = \beta_{i=2} R_c \text{sen}(\theta_{i=2})$$

$$u_{i=3} = \beta_{i=3} R_c \text{sen}(\theta_{i=3})$$

Superponiendo estos efectos y dividiendo entre dos, ya que el revestimiento es fijo en el punto A, la solución está dada por (ec.3.2f):

$$u = \frac{R_c}{2} \sum_{0 < \theta_i}^{\theta_i < \pi} \beta_i \text{sen} \theta_i \quad [3.2f]$$

Combinando las expresiones [ec.3.3f] (solo la parte de la componente desviadora) y los resultados de cada junta [ec.4.29] se tiene que:

$$\beta_i = -\frac{R_c}{3K_\theta} \left( \sigma_{N1}^D + \frac{\tau_{T1}}{2} \right) \cos \theta \quad [3.3f]$$

$$u_{\theta=180} = -\frac{R_c^3}{6K_\theta} \sum_{0 < \theta_i}^{\theta_i < \pi} \left( \sigma_{N1}^D + \frac{\tau_{T1}}{2} \right) \cos 2\theta_i \text{sen} \theta_i \quad [3.4f]$$

Sustituyendo en [ec. 3.1f] entonces:

Se asume que existe compatibilidad de deformaciones entre el suelo con el anillo dovelado y este a su vez con la inyección de lechada, entonces:

$$u_{L(joint)}^D = u_{m\acute{a}x} \cos 2\theta \quad [3.5f]$$

La expresión para determinar los desplazamientos radiales de cada junta del anillo dovelado es:

$$u_{L(joint)}^D = C_s \left( \sigma_{N1}^D + \frac{\tau_{T1}}{2} \right) \cos 2\theta \quad [3.6f]$$

Donde;

$$C_s = -\frac{R_{c1}^3}{6K_\theta} \sum_{0 < \theta_i}^{\theta_i < \pi} \cos 2\theta_i \operatorname{sen} \theta_i$$

Por lo tanto, superponiendo los desplazamientos de la expresión [3.3e] con el desplazamiento radial de cada una de las juntas, la solución del desplazamiento radial en el anillo dovelado considerando el efecto de las juntas estará dada por la siguiente expresión.

$$u_{L1} = -\frac{R_{c1}^4}{D_c R_{c1}^2 + D_f} \sigma_{N1}^H + \frac{R_{c1}^4}{9D_f} \left( \sigma_{N1}^D + \frac{\tau_{T1}}{2} \right) \cos 2\theta + C_s \left( \sigma_{N1}^D + \frac{\tau_{T1}}{2} \right) \cos 2\theta \quad [3.7f]$$

### 2.3.6 Ecuaciones de Interacción

Las ecuaciones que definen las expresiones para el análisis de interacción entre suelo-inyección e inyección-anillo dovelado, están en función de las variables  $\sigma_{N1}^H, \sigma_{N1}^D, \sigma_{N2}^H, \sigma_{N2}^D, \tau_{T1}$  y  $\tau_{T2}$ , esto se logra considerando la compatibilidad de desplazamientos en el interfaz cuando  $r=R_3$  y  $r=R_2$ , las ecuaciones de compatibilidad son las siguientes:

$$u_{L2} = u_g + u_{gR}$$

$$v_{L2} = v_g + v_{gR} \quad [3.1g]$$

$$u_{L1} = u_{L2}$$

$$v_{L1} = v_{L2}$$

Sustituyendo de las expresiones [3.6a y 3.7a], [3.5b y 3.6b], [3.8c y 3.9c] y [3.7f] (solo la parte hidrostática respectivamente) en [3.1g], se derivan las ecuaciones para

determinar las reacciones de la componente hidrostática en la interfaz cuando  $r=R_3$  y  $r=R_2$ .

$$\sigma_{N1}^H = \frac{P_0}{C_1(C_2 + C_3 C_7) + C_7} \quad [3.2g]$$

$$\sigma_{N1}^H = \frac{P_0}{C_1(C_2 + C_3 C_7) + C_7} \quad [3.3g]$$

Donde;  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_7$ , están definidas en el apéndice C.

Sustituyendo las expresiones [4d, 4e], [8d, 8e], [12a, 12b] y [18] (solo la parte desviadora respectivamente) en [19], se tienen las ecuaciones para determinar las reacciones de la componente desviadora en la interfaz cuando  $r=R_3$  y  $r=R_2$ .

$$\sigma_{N2}^D = \frac{3Q_0(3 - 4\nu_g) \left( \frac{a_{13}}{\Lambda} + a_{14} \right)}{(a_{31} + a_{32}\Gamma) \left( \frac{a_{13}}{\Lambda} + a_{14} \right) - (a_{11} + a_{12}\Gamma) \left( \frac{a_{33}}{\Lambda} + a_{34} \right)} \quad [3.1h]$$

$$\sigma_{N1}^D = \Gamma \sigma_{N2}^D \quad [3.2h]$$

$$\tau_{T2} = - \frac{3Q_0(3 - 4\nu_g) (a_{11} + a_{12}\Gamma)}{(a_{31} + a_{32}\Gamma)(a_{13} + a_{14}\Lambda) - (a_{11} + a_{12}\Gamma)(a_{33} + a_{34}\Lambda)} \quad [3.3h]$$

$$\tau_{T1} = \Lambda \tau_{T2} \quad [3.4h]$$

Las variables que se presentan en las expresiones anteriores están definidas en el apéndice C.

## 3 TÚNEL COMPUESTO POR ANILLO DOVELADO

### 3.1 Anillo dovelado

El revestimiento de un túnel es una estructura que debe garantizar seguridad, servicio y durabilidad para su vida útil. Su principal función es soportar los esfuerzos que son transmitidos por el suelo o roca, además siendo una barrera impermeable. El principal aspecto importante para conocer su adecuado diseño y construcción son, los requerimientos del uso del túnel, las cargas impuestas por el proceso de construcción y por las condiciones del terreno (Maidl B *et al*, 2011).

El dimensionamiento del revestimiento del túnel está en función del estado de esfuerzos al que estará sometido, principalmente los transmitidos por la presencia del agua y por la masa de suelo y/o roca. Cabe mencionar que, si la estructura se encuentra bajo presiones de agua, estas durante la colocación del revestimiento sufren un cambio, pero una vez finalizada la etapa de construcción son restauradas; por lo tanto, el revestimiento deber ser diseñado para resistirlas (Maidl B *et al*, 2011).

Los túneles pueden estar compuestos por uno o dos revestimientos que normalmente cuando son implementados siempre son contruidos por separado. La primera estructura corresponde a un anillo dovelado, también conocido como revestimiento primario, el cual es colocado simultáneamente con la excavación, por lo que, inmediatamente recibe las cargas impuestas por el terreno.

Si en el terreno no existen grandes presiones que puedan ser contrarrestadas con el revestimiento primario, este podrá ser la estructura definitiva, sin embargo; como en el caso de la ciudad de México que existe el fenómeno del hundimiento regional generado por el abatimiento del nivel freático, que para soportar las cargas que dicho fenómeno genera, se colocado un revestimiento secundario, por lo tanto; deber ser diseñado para resistir los cambios en el estado de esfuerzos en la vida útil de la obra subterránea.

Los elementos que conforman un revestimiento primario son dovelas prefabricadas, la principal característica de un anillo dovelado es el alto grado de discontinuidad, es

decir, por el tipo de estructura se forman juntas longitudinales y juntas transversales, estas últimas son entre anillos (Figura 3.1).

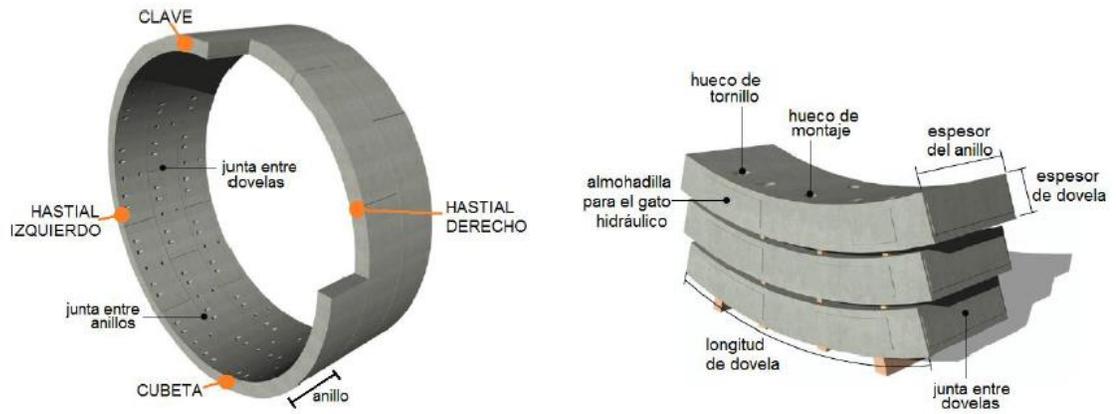


Figura 3.1 Componentes de un anillo dovelado (Groeneweg, 2007).

Se fabrican diferentes tipos de dovelas con diversas geometrías (Figura 3.2), el más implementado es el rectangular. Normalmente los anillos dovelados se conforman de 6 a 8 dovelas y una dovela llave. Además, el espesor depende de las condiciones de carga a las que estará sometido el túnel, aproximadamente se consideran del orden de 0.2 a 0.45 m y el ancho en cada dovela es de 1 a 2 m (Maidl B *et al*, 2011).

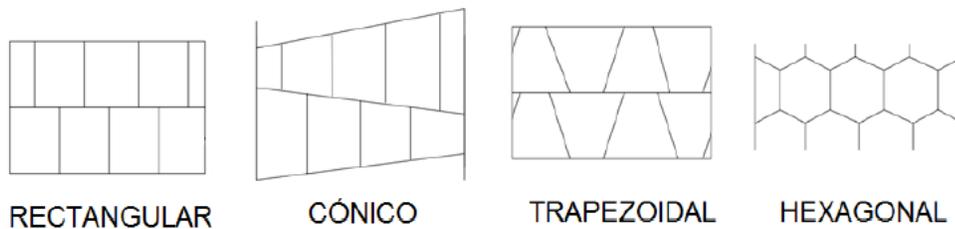
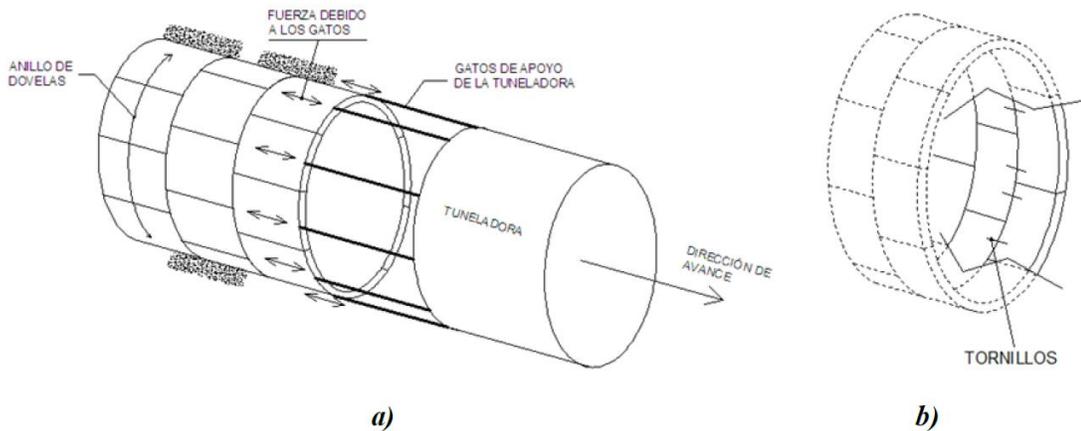


Figura 3.2 Tipos de dovelas (ITA,2009)

### 3.2 Juntas entre anillos

La interacción entre anillos contiguos se debe al rozamiento que se tiene entre sus superficies de contacto y a las fuerzas perpendiculares que se aplican en el anillo, por lo que no siempre trabajan de manera independiente. Estas fuerzas son producto de los

gatos de la TBM que se apoyan directamente sobre los anillos colocados (Figura 3.3a). Además, al igual que en las juntas entre dovelas, también entre los anillos se pueden tener tornillos que garantizan la funcionalidad de los sellos que dan la impermeabilidad al túnel (Figura 3.3b) (Hernández, 2014).



*Figura 3.3 a) Fuerzas entre anillos debido a los gatos de la tuneladora, b) Tornillos entre anillos (Hernández, 2014).*

### 3.3 Juntas entre dovelas

Maidl B *et al*, (2011) las juntas longitudinales transfieren fuerzas axiales, momentos flexionantes y fuerzas cortantes debido a cargas externas y algunas veces a cargas internas. Esto ocurre principalmente por el contacto de dos superficies o en algunos casos cuando las dovelas son unidas por medio de tornillos. En el caso de dovelas prefabricadas las juntas longitudinales de punto de vista estructural tienen una capacidad límite para transferir momentos flexionantes. Hay tres diferentes tipos de juntas los cuales se enlistan a continuación:

- **Contacto de superficies planas:** previenen rotaciones libres entre dovelas, transfieren fuerzas de compresión y cortante, además momentos flexionantes los cuales reducen los actuantes en la dovela (Figura 3.4).

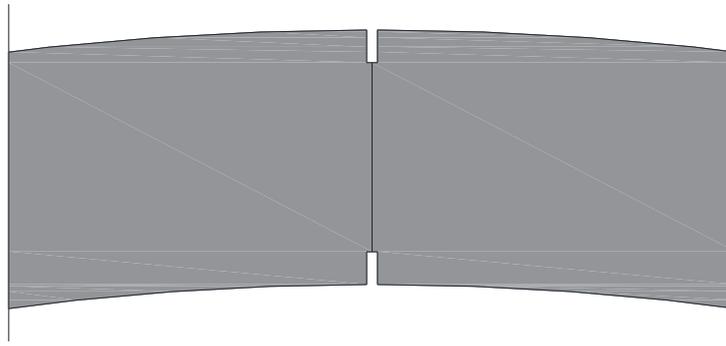


Figura 3.4 Esquema de junta longitudinal tipo plana (Maidl B et al, 2011).

- **Contacto de superficies convexas** si la fuerza de compresión y rotaciones son muy grandes, este tipo de juntas son recomendadas, debido a que el área de contacto no depende de las rotaciones.

En este tipo de juntas influye mucho el radio de curvatura de la superficie convexa, ya que a menor radio el área de contacto es menor y la separación entre dovelas aumenta, por lo que a mayor radio se tendrá una restricción en las rotaciones (Figura 3.5).

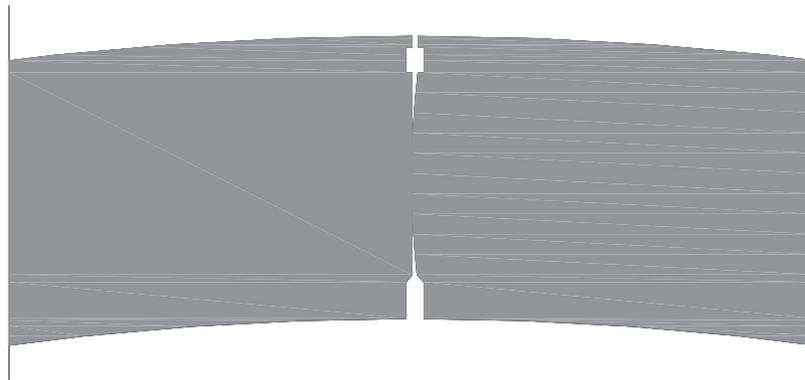
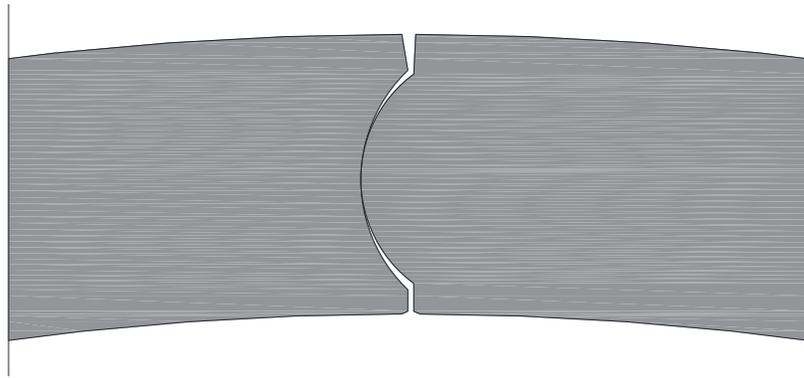


Figura 3.5 Esquema de junta longitudinal tipo convexas (Maidl B et al, 2011)

- **Contacto de superficies convexa y cóncava:** por su composición su comportamiento se asemeja al de una junta plana. Este tipo de contacto tiene mayor capacidad para soportar rotaciones. Normalmente el radio de curvatura de la superficie cóncava es grande para evitar el contacto de los bordes entre dovelas (Figura 3.6).



*Figura 3.6 Esquema de junta longitudinal tipo concava-convexa (Maidl B et al, 2011)*

### **3.4 Comportamiento de las juntas planas**

Hasta hace algunos años, las juntas que se empleaban en los túneles construidos en México con escudo tenían una conexión mecánica mediante tornillos de acero alojados en cajas de acero insertadas en los extremos de las dovelas. Los tornillos transmitían tensiones y cortantes entre dovelas contiguas, dando al anillo una continuidad y una rigidez significativa que les permitía limitar las deformaciones y distorsiones, así como posibles corrimientos entre dovelas y entre anillos. Actualmente, el tipo de junta que se utiliza en la práctica es el de la junta plana sin conectores (Figura 3.7). En este tipo de juntas, los tornillos que se llegan a colocar tienen únicamente la función de permitir el posicionamiento correcto de las dovelas durante la construcción, pero no se les asigna función estructural específica (Peña, 2012).



*Figura 3.7 Junta plana de una dovela (Peña, 2012).*

Como el anillo dovelado se encuentra confinado; las cargas axiales actuantes alrededor de este no provocan desplazamiento en dirección vertical y horizontal respecto al área transversal de la junta, sin embargo; en dicha área se pueden generar rotaciones, por la posible presencia de una excentricidad generando momentos flexionantes. Por lo que, el comportamiento de las juntas planas se rige por las rotaciones que se puedan presentar (ver Figura 3.8 ), de ahí la importancia de conocer la rigidez angular ( $K_{\theta}$ ).

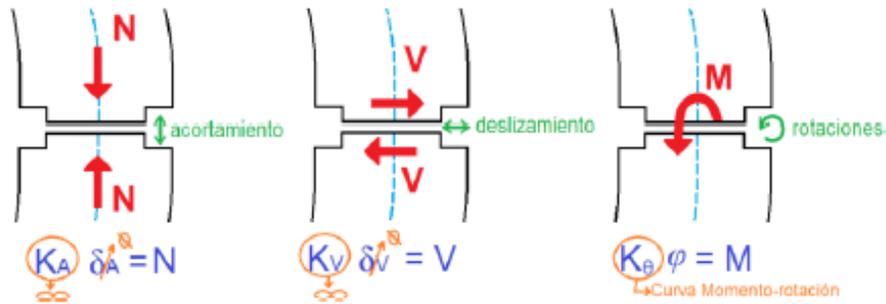


Figura 3.8 Fuerzas actuantes en juntas planas (Peña, 2012).

Las fuerzas axiales actuantes en dirección radial alrededor del túnel generan que las juntas transmitan momentos flexionantes por la diferencia de espesores en el contacto dovela- dovela (Figura 3.9).

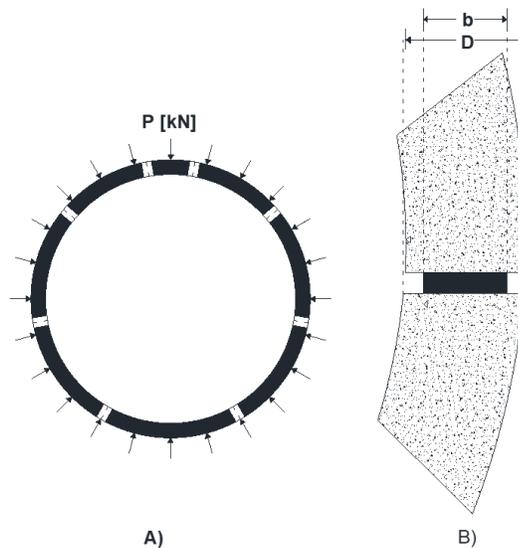


Figura 3.9 a) Fuerzas axiales actuantes en el túnel, b) Detalle de la junta plana.

### 3.5 Relación Momento-rotación en juntas longitudinales

En la Figura 3.10 se muestra un diagrama de fuerzas actuantes en el contacto entre dovelas, con la finalidad de comprender las bases para determinar la rigidez angular  $K_{\theta}$  en las juntas.

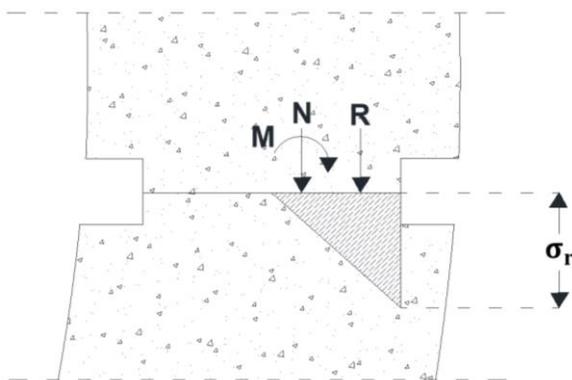


Figura 3.10 Diagrama de fuerzas actuantes en una junta longitudinal de geometría plana (Maidl B et al, 2011).

(Maidl B et al, 2011) como solo se generan esfuerzos de contacto a compresión, el equilibrio solo ocurrirá cuando la resultante de las fuerzas externas  $R$  actúen dentro de la sección transversal.

Gladwell y Janssen propusieron una relación bilineal para determinar la rigidez angular  $K_{\theta}$  y el momento plástico que puede presentarse en la junta. En los párrafos siguientes se presentan las expresiones propuestas por los ya mencionados.

#### 3.4.1 Relación de Janssen

La obtuvo a partir de una relación lineal de esfuerzos y deformaciones, la cual considera que la junta no es capaz de desarrollar esfuerzos de tensión y se supone que las dovelas tienen un comportamiento elástico-lineal. Por lo tanto; dicho comportamiento está en función de la carga axial  $N$ , la geometría de la junta (largo  $h$  y ancho  $b$ ) y del módulo de elasticidad  $E$  (Peña, 2012).

$$\varphi = \begin{cases} 12 \frac{M}{Ebh^2} & \text{si } M < \frac{1}{6}Nh \\ \frac{8N}{9Ebh \left(\frac{2M}{Nh} - 1\right)^2} & \text{si } M \geq \frac{1}{6}Nh \end{cases} \quad [3.1]$$

### 3.4.2 Relación de Gladwell

La propone basándose en la Teoría de la elasticidad, para el caso en que la distribución de esfuerzos deja de ser lineal. Al igual que Janssen; Gladwell propone una rama elástica y una no-lineal. En esta relación, el momento está en función de la carga axial, la geometría de la junta y las propiedades elásticas del material (Peña, 2012).

$$\mu = \begin{cases} \frac{\pi}{16(1-\nu^2)} \Phi & \text{si } \Phi \leq \frac{8(1-\nu^2)}{\pi} \\ 1 - \frac{4(1-\nu^2)}{\pi} \frac{1}{\Phi} & \text{si } \Phi > \frac{8(1-\nu^2)}{\pi} \end{cases} \quad [3.2]$$

Donde;

$$\mu = \frac{M}{0.5Nh}$$

$$\Phi = \varphi \frac{hbE}{N}$$

$\nu$ : Relación de Poisson del concreto

$N$ : Carga Axial

$M$ : Momentos flexionantes en la junta

$h$ : Largo de la junta

$b$ : Ancho de la junta

$E$ : Módulo de elasticidad de junta

$\varphi$ : Rotación de la junta

### 3.4.3 Resultados de curvas momento-rotación con metodo numérico de elemento finito

Peña (2009 y 2010) mediante un modelo de elementos finitos determinó las curvas típicas de una junta para carga constante igual a  $25 \text{ kg/cm}^2$  y las comparó con las relaciones teóricas propuestas por Janssen y Gladwell (Figura 3.11). Se muestran las curvas típicas momento-rotación, compuestas por un comportamiento elástico y plástico. El primero definirá la rigidez angular, puesto que sigue una trayectoria lineal hasta alcanzarse el momento plástico. La rama plástica se refiere a la persistencia de rotaciones, haciendo que los bordes de la dovela entren en contacto.

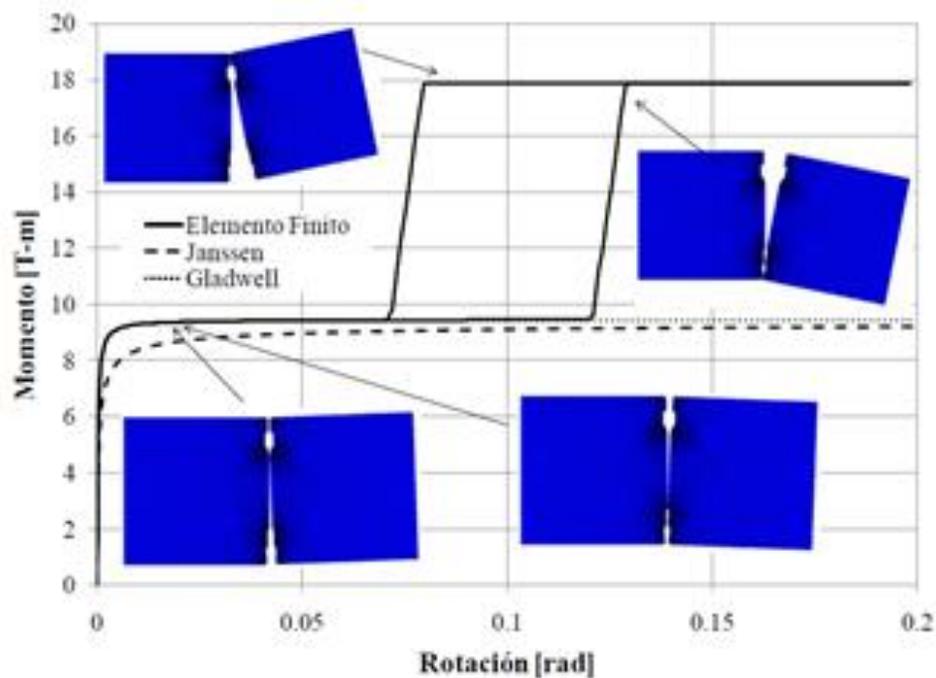


Figura 3.11 Curvas Momento-Rotación (Peña, 2009).

La segunda curva generada por el contacto entre dovelas se presenta para rotaciones muy grandes las cuales no son muy realistas, ya que estas existirían cuando el anillo dovelado falle, sin embargo; es necesario definir una rotación máxima permitiendo identificar cuando la junta comienza a fallar por rotaciones excesivas. La rotación máxima se puede definir de acuerdo con la abertura de la junta, por lo tanto; se debe plantear una abertura máxima permisible. (Peña, 2009 y 2010) definen con base a los resultados observados del análisis en elemento finito, que cuando uno de los extremos

de la junta se abre 1 mm, el área de contacto se reduce aproximadamente a la mitad, Por lo que, la abertura máxima permisible es de 1 mm asociada a una rotación función de la carga axial y de la rigidez de la dovela.

#### 4 ANÁLISIS ANALÍTICO DE INTERACCIÓN SUELO-ANILLO DOVELADO

Para poder realizar el análisis de interacción suelo-anillo dovelado de forma analítica, se recurrió a la solución de Naggar (2008) mencionada en el capítulo 2.3.1. En la Figura 4.1, se muestra un diagrama de la metodología propuesta del modelo analítico.

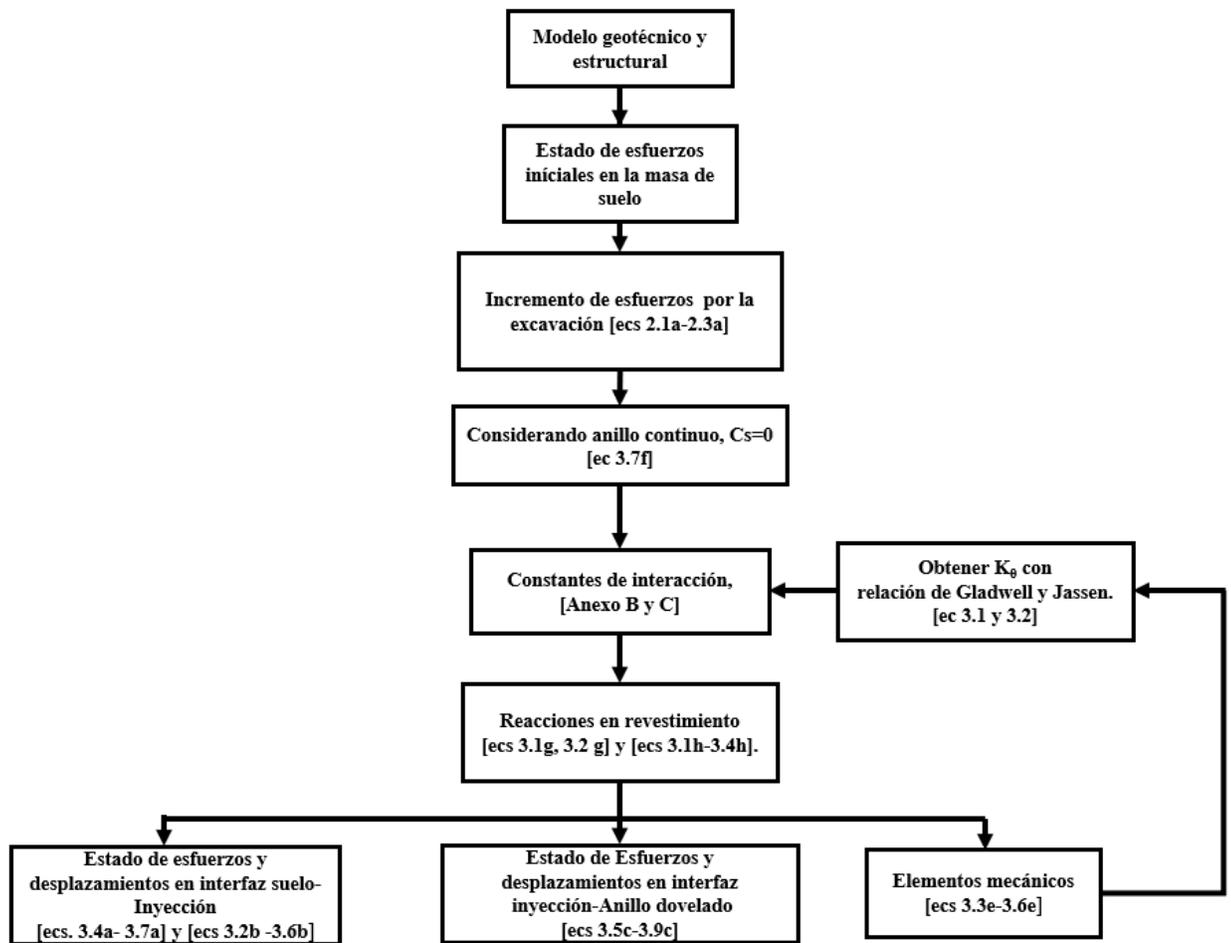


Figura 4.1 Procedimiento de análisis con solución analítica de Naggar (2008).

Es importante mencionar que una de las hipótesis de la solución analítica, es la condición de deslizamiento nulo ( $\tau_{r\theta} \neq 0$ ), es decir, el túnel es colocado inmediatamente después de la excavación. Siguiendo los pasos del diagrama anterior

se pueden obtener los elementos mecánicos en un anillo dovelado. Se observa que como primer cálculo se tiene  $C_s=0$ , lo cual indica que se desprecia el efecto de las juntas, con la finalidad de conocer la fuerza axial actuante alrededor del túnel como primer cálculo. Este procedimiento se realiza una vez para determinar la rigidez angular con base a las relaciones de Gladwell y/o Janssen.

#### **4.1 Descripción del caso de estudio.**

Para realizar los análisis de interacción, se proporcionó la siguiente información, la cual pertenece al proyecto Túnel Emisor Oriente (TEO) que inicia su trayecto en la lumbrera 2 del Túnel Rio de los Remedios. Dicha información corresponde al tramo localizado en el kilómetro 0+125.414 (entronque CS). El túnel tiene un revestimiento primario formado por anillos de dovelas de 0.35 m de espesor.

El túnel se encuentra 34.10 m de profundidad y tiene 8.4 m de diámetro exterior; fue construido con un escudo del tipo EPB (Escudo de Presión Balanceada), con un revestimiento primario formado por dovelas. Asimismo, las condiciones geotécnicas del sitio fueron definidas a partir de la información de los sondeos de exploración, ensayos de campo y ensayos de laboratorio y con el levantamiento topográfico realizado.

Desde el punto de vista geotécnico, el sitio analizado se ubica en la Zona III, también denominada Lacustre, de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones Para la definición de la estratigrafía representativa de la zona de estudio se estudiaron los distintos sondeos efectuados y se determinó la siguiente estratigrafía general:

**Relleno superficial:** suelo limo arenoso contaminado con la basura arrojada a través del tiempo;

**Arcillas y limos blandos (B1 y B2):** serie de depósitos de arcilla o limo de alta plasticidad que presenta intercalaciones de lentes de poco espesor de arena fina, limos endurecidos o ceniza volcánica. En general, la resistencia medida con cono eléctrico

permite distinguir dos sub-estratos: B1- suelos de alta compresibilidad ( $q_c < 10 \text{ kg/cm}^2$ ) y B2 suelos de mediana compresibilidad ( $q_c > 10 \text{ kg/cm}^2$ ); en esta capa además se observó que se incrementa el número de intercalaciones con arena y ceniza volcánica.

**Intercalaciones de limos y arenas (C):** suelos cuya resistencia se midió con la técnica de penetración estándar, por ser capas más competentes; sin embargo, su compacidad y consistencia es variable, desde media hasta muy compacta o dura; en algunos casos también se detectaron intercalaciones con capas de arcilla.

La presencia del nivel freático es 5 metros de profundidad, como la zona lacustre del valle de México se encuentra afectada por el fenómeno del hundimiento regional, existe una distribución de presiones del agua hidrodinámica; cabe mencionar que para un análisis a corto plazo se puede considerar una distribución de presión hidrostática. En la Figura 4.2 se muestra el perfil estratigráfico que permite ver de manera general e idealizado el problema.

El túnel está compuesto por siete dovelas y una dovela llave formando ocho juntas, En la tabla siguiente se muestran las características correspondientes a un anillo dovelado del túnel en cuestión.

*Tabla 2. Datos del revestimiento primario.*

UNIDAD [C]		DOVELA	
	Elástico lineal	Espesor	m 0.35
$\gamma_g$	$\text{kN/m}^3$ 14	$D_{\text{exterior}}$	m 8.4
		$D_{\text{interior}}$	m 7.7
$E_g$	$\text{kN/m}^2$ 20000	$\gamma_1$	$\text{kN/m}^3$ 24
		$I_1$	$\text{m}^4$ $3.57 \times 10^{-3}$
vg	0.49	$E_1$	kN $26.03 \times 10^6$
		$\nu_1$	0.15
$K_0$	0.5	$f'_c$	kPa 34323.28
		ft	kPa 2752

Donde;

$f'_c$ : Resistencia del concreto correspondiente a  $350 \text{ kg/cm}^2$

$f_t$ : Resistencia a la tensión que de acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto se tiene que es igual a:

$$f_t = 1.5\sqrt{f'c}$$

$I_s$ : Momento de inercia del anillo dovelado.

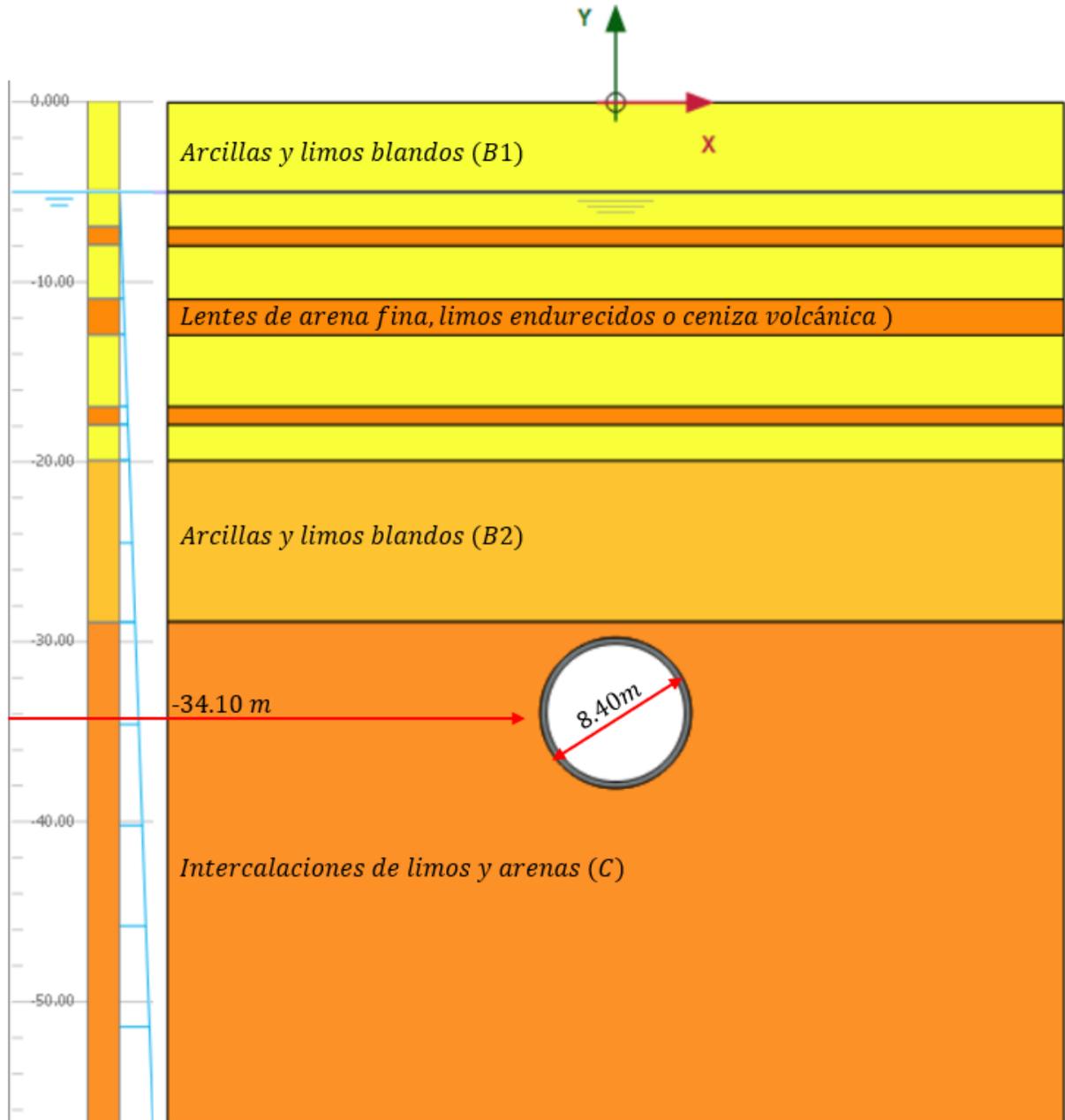


Figura 4.2 Perfil estratigráfico del caso en estudio.

Por la forma en que fue derivada la solución analítica considerando una distribución de juntas simétrica respecto al eje vertical, solo se pudieron considerar dos tipos de anillos dovelados que cumplieron con dicha característica (Figura 4.3).

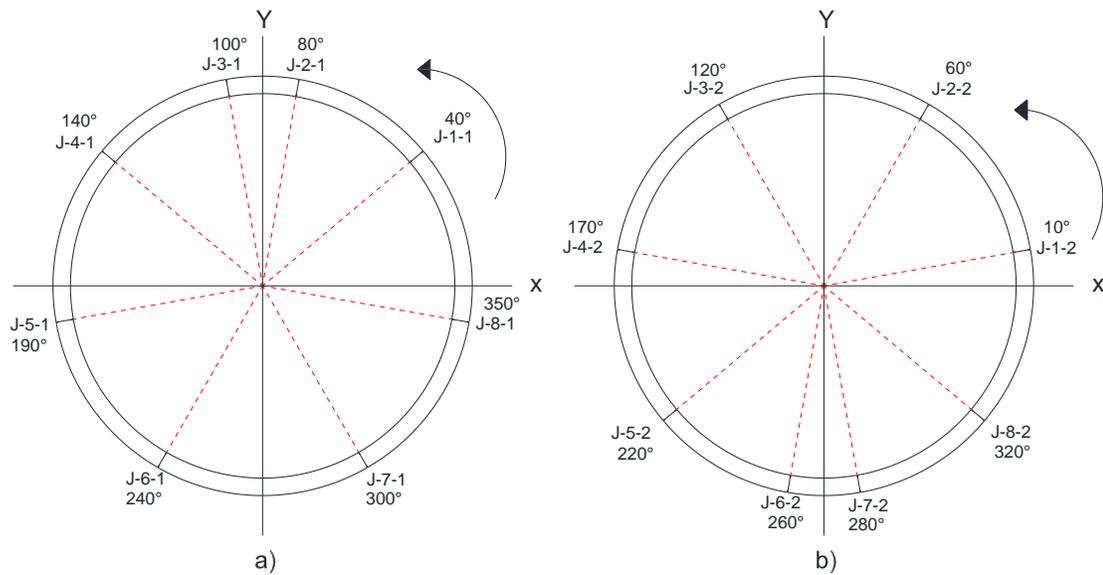


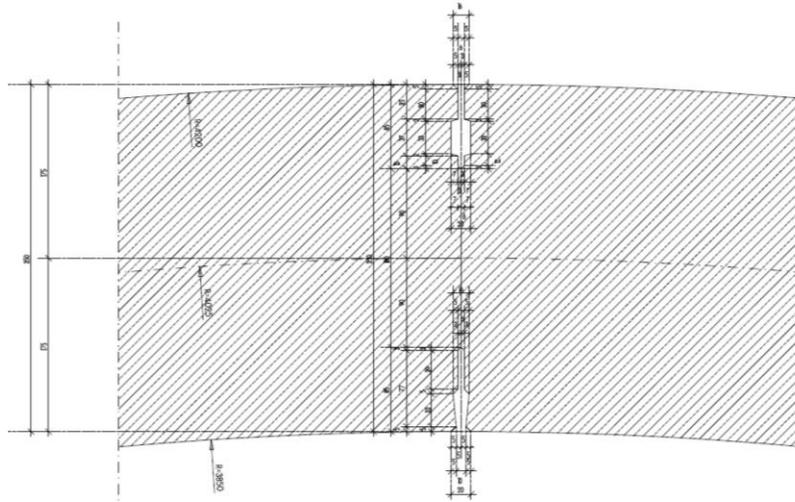
Figura 4.3 Distribución de juntas en anillos a) Anillo 1 b) Anillo 2

Tabla 3. Ángulo de posición de las juntas respecto al eje x.

Juntas en anillo 1	Ángulo de posición	Juntas en anillo 2	Ángulo de posición
J-1-1	40°	J-1-2	10°
J-2-1	80°	J-2-2	60°
J-3-1	100°	J-3-2	120°
J-4-1	140°	J-4-2	170°
J-5-1	190°	J-5-2	220°
J-6-1	240	J-6-2	260°
J-7-1	300°	J-7-2	280°
J-8-1	350°	J-8-2	320°

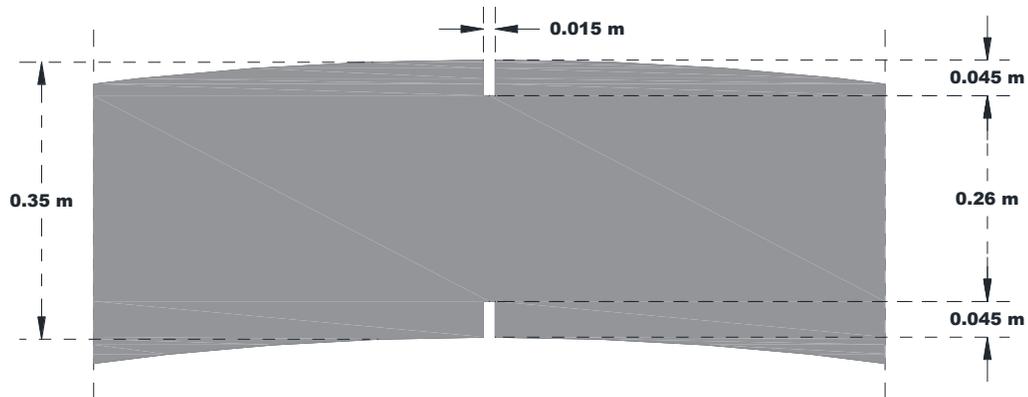
## 4.2 Rigidez angular $K_{\theta}$

Una de las variables importantes para el funcionamiento de la solución analítica, es el valor de la rigidez angular  $K_{\theta}$ , como se trata de un túnel compuesto por anillos dovelados estos forman juntas planas entre el contacto dovelas-dovela (Figura 4.4) y por lo mencionado anteriormente, su comportamiento está en función de dicho parámetro, el cual fue posible determinarlo con base a las relaciones de momento-rotación propuestas por Gladwell y Janssen.



*Figura 4.4 Geometría real de la junta en un anillo dovelado del Túnel Emisor Oriente, (Comissa, 2009)*

Se consideró una geometría equivalente de la junta de manera hipotética (Figura 4.5), para poder representar de manera aproximada el comportamiento de la junta y conocer el valor de  $K_{\theta}$  mediante las relaciones momento-rotación de Gladwell y Janssen.



*Figura 4.5 Geometría idealizada de Junta plana.*

Para el caso de estudio fue posible determinar el valor de  $K_{\theta}$  siguiendo el procedimiento marcado en el esquema de la Figura 4.1. Es importante mencionar que con este procedimiento sólo se podrá conocer el valor de la rigidez angular pero no el momento plástico en las juntas (Figura 4.6), misma que se determina mediante una serie de iteraciones.

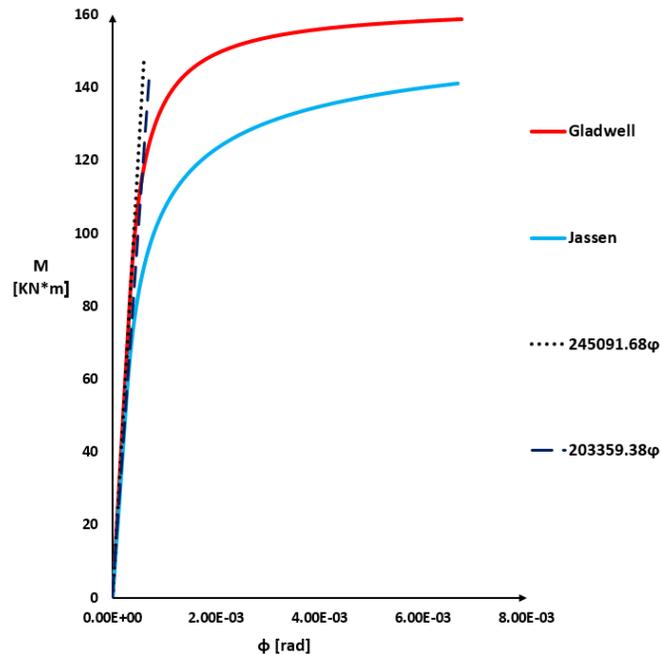


Figura 4.6 Curvas momento-rotación cuando  $C_s=0$

Se observa, con la relación de Gladwell las juntas tienen un momento plástico y rigidez angular ( $K_{\theta}$ ) mayor que con Janssen. Además, para alcanzar la rama de comportamiento plástico, esta última necesita rotaciones más grandes que la de Gladwell.

Ayala *et al* (2000) aplicó la relación de Gladwell, Janssen y el método de elementos finitos para una junta plana con fuerza axial constante, encontrando que la curva momento-rotación con la primera de ellas, resulta ser muy semejante con los resultados obtenidos con el método de elementos finitos; llegando a la conclusión que la relación de Janssen resulta ser más conservadora (Figura 4.7).

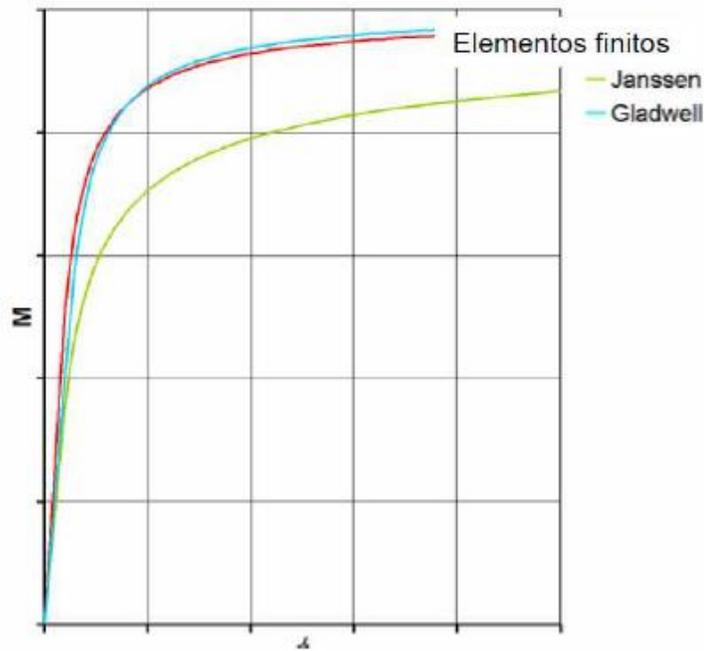


Figura 4.7 Comparación de resultados de Elemento finito con los obtenidos con Gladwell y Jassen (Ayala Milián et al, 2000).

De acuerdo con lo mencionado en los párrafos anteriores, la curva momento-rotación para ser considerada en los cálculos posteriores será la formulada por Gladwell, ya que resulta ser la menos conservadora y parecida con la del MEF.

### 4.3 Elementos mecánicos

Después de haber determinado el valor de la rigidez angular ( $K_{\theta}=245090.68$  [kN\*m/rad]) y siguiendo los pasos del esquema de la Figura 4.1, se pueden conocer los elementos mecánicos en los anillos dovelados 1 y 2.

Resulta que la distribución de los momentos flexionantes actuantes en los dos anillos dovelados, no tienen diferencias importantes. Lo mismo pasa con la distribución de las fuerzas axiales, siendo uniforme alrededor del túnel para ambos anillos, en la Tabla 4 se muestran las diferencias en porcentaje.

Tabla 4. Valores máximos y mínimos de elementos mecánicos

		Anillo 1	Anillo 2	Diferencia
M <sub>máximo</sub>	kN*m/m	120.80	130.45	7.00 %
M <sub>mínimo</sub>		-122.61	-133.17	7.00 %
F <sub>máximo</sub>	kN/m	-1383.44	-1388.62	0.40 %
F <sub>mínimo</sub>		-1829.16	-1817.40	0.60 %

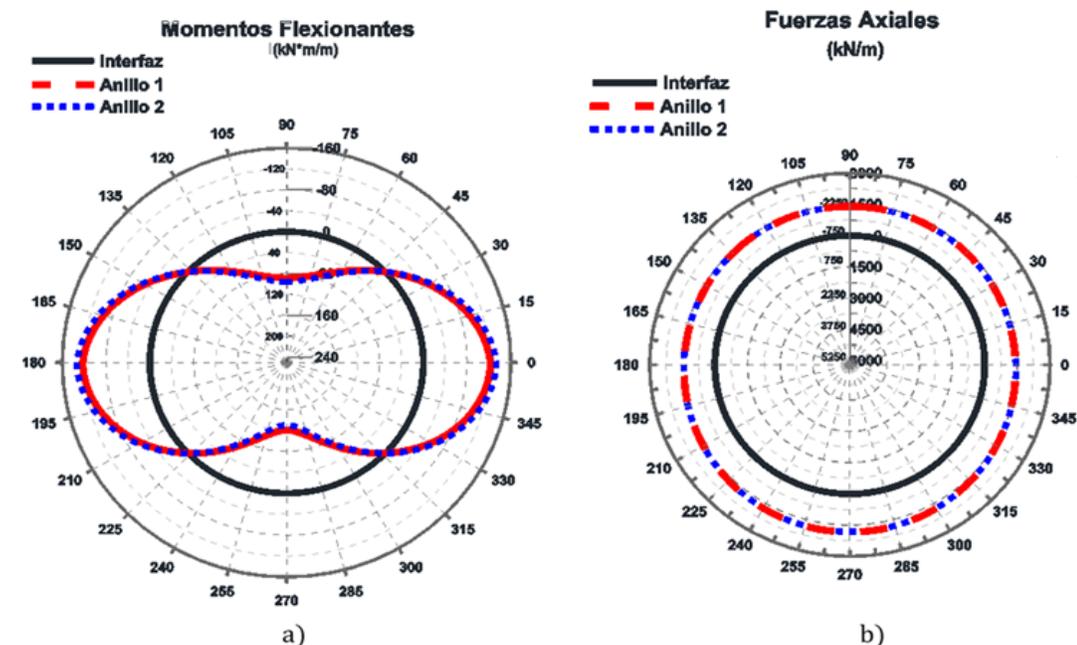


Figura 4.8 Distribución de elementos mecánicos en anillo dovelado 1 y 2 a) Momentos flexionantes b) Fuerzas axiales

En la Tabla 5, se muestran los porcentajes de las convergencias en dirección vertical y horizontal para cada tipo de anillo. Se puede observar presentan una diferencia del 6.20% en dirección horizontal y vertical la, mientras que el anillo 2 presenta la mayor convergencia de 0.15% en dirección horizontal y 0.17% en dirección vertical

Tabla 5. Convergencias en dirección vertical y horizontal

Tipo de anillo	$\Delta D_x$	Porcentaje	$\Delta D_y$	Porcentaje
	cm	%	cm	%
Anillo 1	1.21	0.14	1.36	0.16
Anillo 2	1.29	0.15	1.45	0.17
Diámetro	8.4 m			

## 4.4 Estado de esfuerzos

A continuación, se muestran de manera gráfica el estado de esfuerzos en el interfaz terreno-revestimiento para los dos tipos de anillos (Figura 4.3). Se observa que, en el análisis para ambos anillos, los esfuerzos radiales, tangenciales no presentan diferencias, por lo tanto; la posición de las juntas para el problema en cuestión no es de gran relevancia. En las tablas Tabla 6 y Tabla 7 se muestran dichas diferencias en porcentaje de los resultados en las zonas principales del túnel.

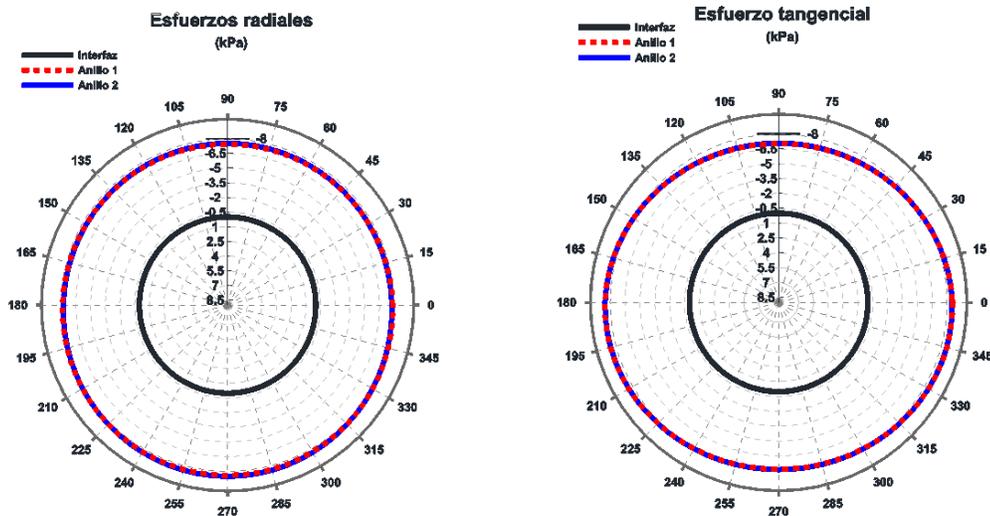


Figura 4.9 Esfuerzos radiales y tangencial para anillo 1 y 2.

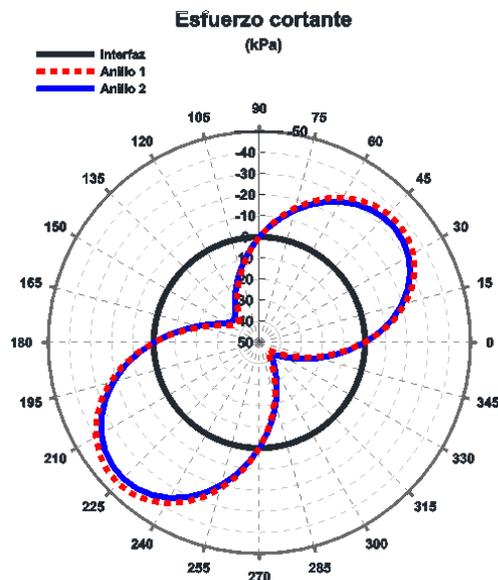


Figura 4.10 Esfuerzos cortantes en anillo 1 y 2

Tabla 6. Diferencias de esfuerzo radial y tangencial entre anillo 1 y 2

		Clave		Hastiales		Clave	
		Anillo 1	Anillo 2	Anillo 1	Anillo 2	Anillo 1	Anillo 2
$\sigma_r$	kPa	-365.66	-368.26	-411.45	-407.56	-473.97	-477.52
$\sigma_\theta$		-319.32	-317.72	-411.45	-407.56	-410.34	-408.16
Diferencia	%	12.67%	13.72%	0.00%	0.00%	13.42%	14.53%

Tabla 7. Diferencia de esfuerzo cortante entre anillo 1 y 2

		$\tau_{r\theta}$ a 45°	$\tau_{r\theta}$ a 315°
Anillo 1	kPa	-36.24	-44.54
Anillo 2		-33.84	-41.59
Diferencia	%	6.63%	6.63%

De acuerdo con los resultados mostrados en las figuras y tablas anteriores, la distribución de las juntas no es resulta tener gran relevancia en los resultados obtenidos.

#### 4.5 Influencia de la flexibilidad del anillo dovelado.

Maidl B *et al* (2011) menciona que el espesor del revestimiento primario puede variar de 0.25 a 0.45 m de acuerdo con las condiciones y requerimientos del proyecto. Dado que la rigidez angular depende también de la geometría del anillo, se analizará la influencia que tiene este con la flexibilidad del revestimiento primario.

Cuando el túnel se encuentra en un estado de esfuerzos anisótropo estos están trabajando más a flexión que a compresión. Por lo tanto; se analiza la flexibilidad de un anillo continuo y dovelado con base a al factor de flexibilidad según la expresión 4.1 (Einstein y Schwartz, 1979).

$$F^* = \frac{ER^3(1-\nu_s^2)}{E_s I_s (1-\nu^2)} \quad [4.1]$$

Donde;

E: Modulo de elasticidad del suelo

$E_s$ : Modulo de elasticidad del revestimiento

R: radio del túnel

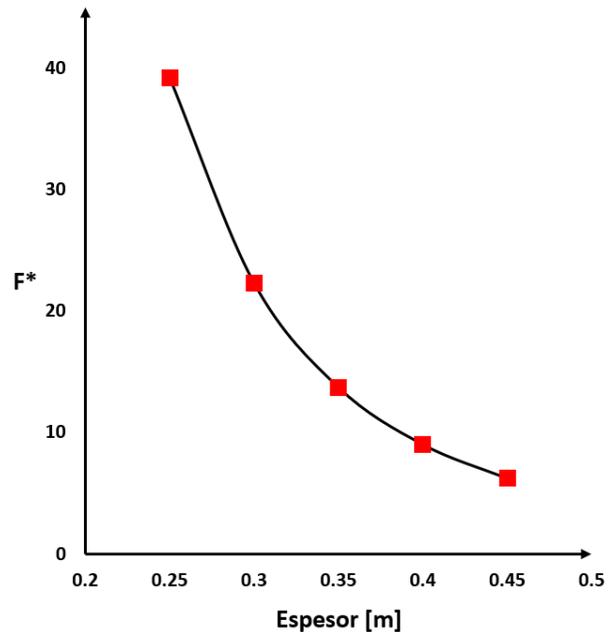
$A_s$  Área de la sección transversal del anillo

$I_s$ : Momento de inercia de la sección trasversal del revestimiento

$\nu_s$ : Relación de Poisson del revestimiento

$\nu$ : Relación de Poisson del suelo.

En la figura Figura 4.11 siguiente se muestra que entre menor sea el espesor del revestimiento este será más flexible.



*Figura 4.11 Flexibilidad de revestimiento primario según su espesor.*

Según con la figura Figura 4.12, los elementos mecánicos en un anillo dovelado serán menores que un anillo continuo, debido a la presencia de la rigidez relativa. Un anillo con mayor flexibilidad se deformará hasta que los esfuerzos actuantes en este sean uniformes produciendo menores elementos mecánicos que uno menos deformable, ya que los esfuerzos actuantes en este serán los iniciales.

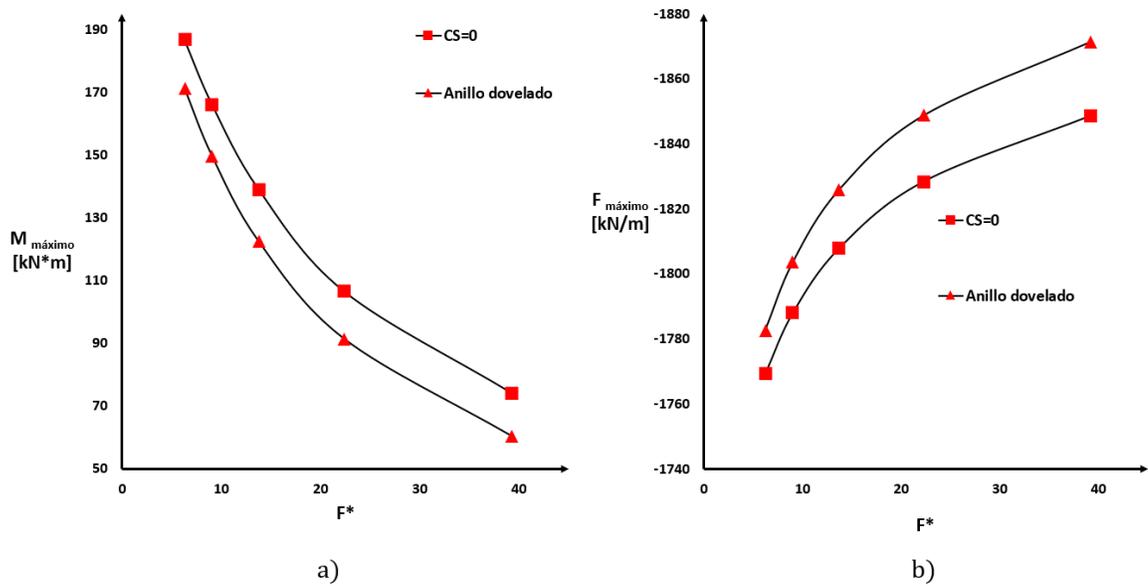


Figura 4.12 A) Momento máximo-Flexibilidad b) Fuerza axial máxima-Flexibilidad

Como el espesor de las dovelas varía y por consecuencia el área de contacto entre dovelas cambia, por lo tanto, se tendrán diferentes valores de rigidez angular  $K_{\theta}$

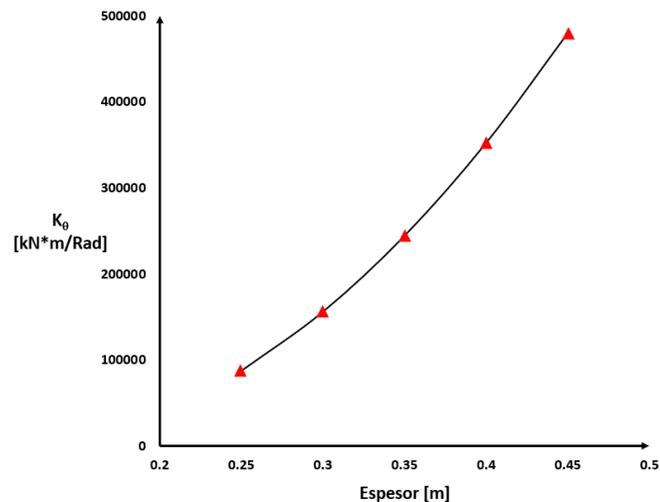


Figura 4.13 Variación de la rigidez angular  $K_{\theta}$  respecto al espesor

Se analizó la influencia que tiene la rigidez angular en elementos mecánicos en ambos anillos. En la figura Figura 4.14 y Figura 4.15 se muestran los resultados de momentos flexionantes y fuerzas axiales.

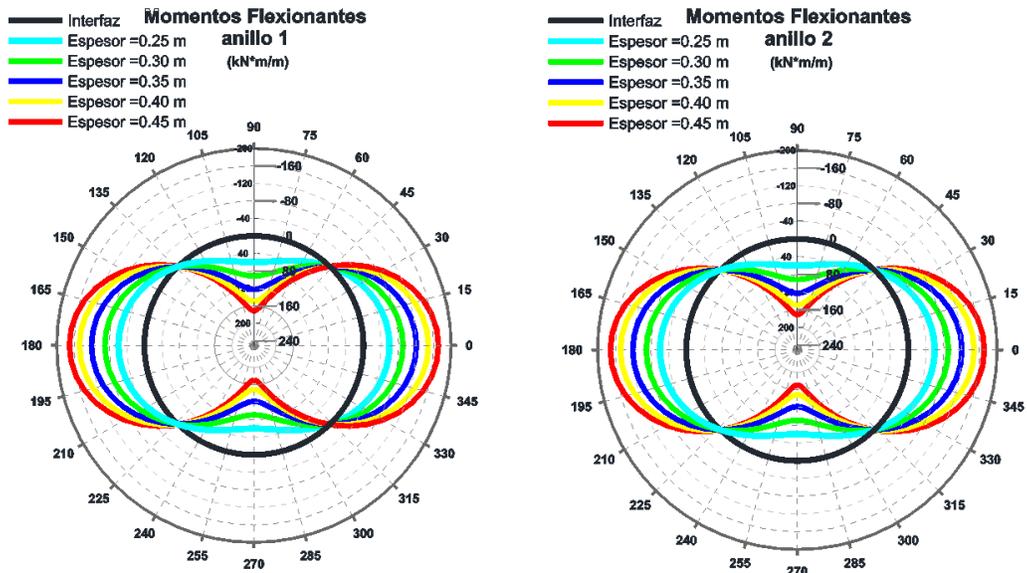


Figura 4.14 Momentos flexionantes en anillo 1 y 2 variando espesor

Se aprecia que conforme el espesor aumenta los momentos flexionantes por igual; debido a que, un elemento flexible se deforma hasta que los esfuerzos actuantes en el revestimiento sean uniformes. Generándose elementos mecánicos menores a diferencia de un anillo rígido. Por lo otro lado las fuerzas axiales no presentan gran variación y se tienen una distribución uniforme para ambos casos (Figura 4.15).

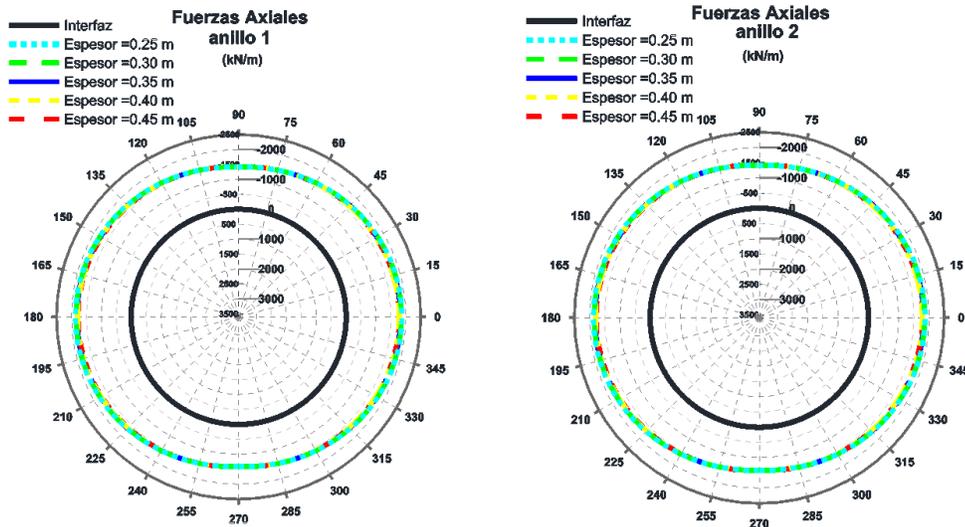


Figura 4.15 Fuerzas axiales en anillo 1 y 2 variando variando espesor

Tabla 8. Convergencias en dirección vertical y horizontal del túnel variando espesor

Espesor	Diámetro m	Anillo 1				Anillo 2			
		$\Delta D_x$	Porcentaje	$\Delta D_y$	Porcentaje	$\Delta D_x$	Porcentaje	$\Delta D_y$	Porcentaje
		cm	%	cm	%	cm	%	cm	%
0.25	8.2	1.81	0.22	1.93	0.24	1.87	0.23	2.0	0.24
0.30	8.3	1.51	0.18	1.67	0.20	1.58	0.19	1.74	0.21
0.35	8.4	1.21	0.14	1.36	0.16	1.29	0.15	1.45	0.17
0.40	8.5	0.94	0.11	1.08	0.13	1.03	0.12	1.19	0.14
0.45	8.6	0.91	0.10	0.85	0.10	0.79	0.09	0.96	0.11

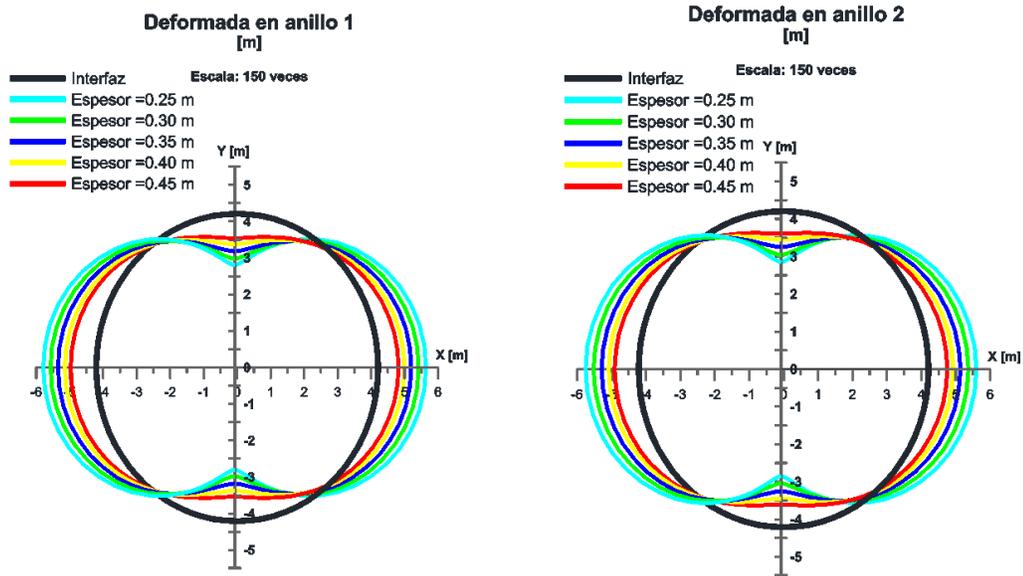


Figura 4.16 Deformación en anillo 1 y 2 variando  $K_{\theta}$

De acuerdo con la Tabla 8, la mayor convergencia de ambos anillos en dirección vertical y horizontal se presentará cuando el espesor del revestimiento es igual a 25 cm, con una diferencia de 3.0% en dirección horizontal y 3.5% en dirección vertical. En las figuras siguientes se muestra la variación de los esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes que con actuaran en un revestimiento diferentes espesores. se aplicó un factor de escala al radio de cada uno de los valores de esfuerzo radial y tangencial dados.

$$R_{\text{escala}} = R_{\text{Interfaz}} + R_{\text{interfaz}} \frac{(\sigma_{ri}, \sigma_{\theta i})}{(\sigma_r, \sigma_{\theta})_{\text{máximo}}}$$

Donde;

$R_{\text{Escala}}$ : Radio escalado

$R_{\text{Interfaz}}$ : Radio del interfaz

$\sigma_{ri}$ : Esfuerzo radial en un punto dado a lo largo del interfaz

$\sigma_{\theta i}$ : Esfuerzo tangencial en un punto dado a lo largo del interfaz

$(\sigma_{ri}, \sigma_{\theta i})_{\text{Máximo}}$ : Esfuerzo radial o tangencial máximo

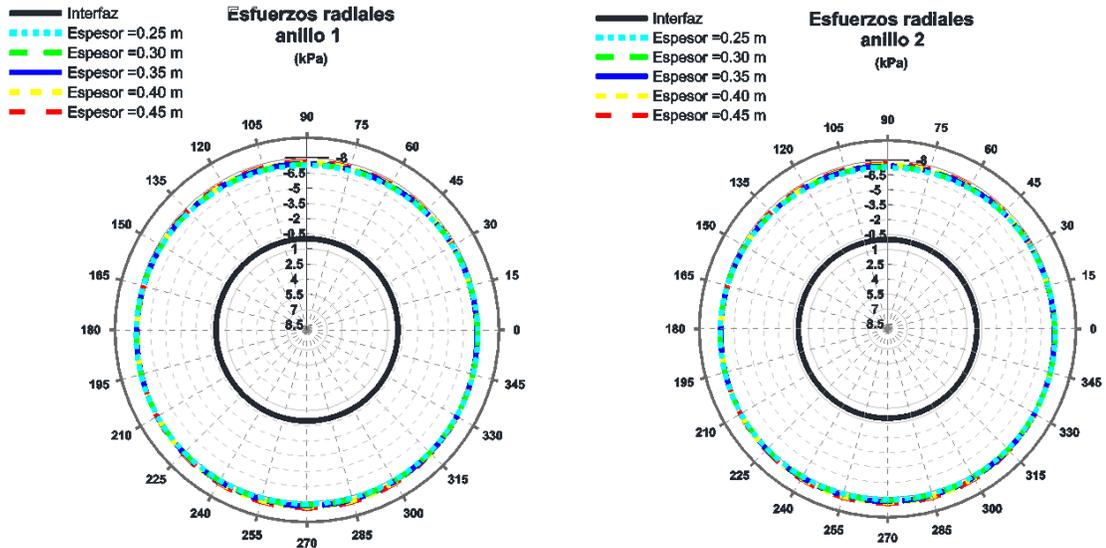


Figura 4.17 Esfuerzos radiales variando espesor de anillo dovelado

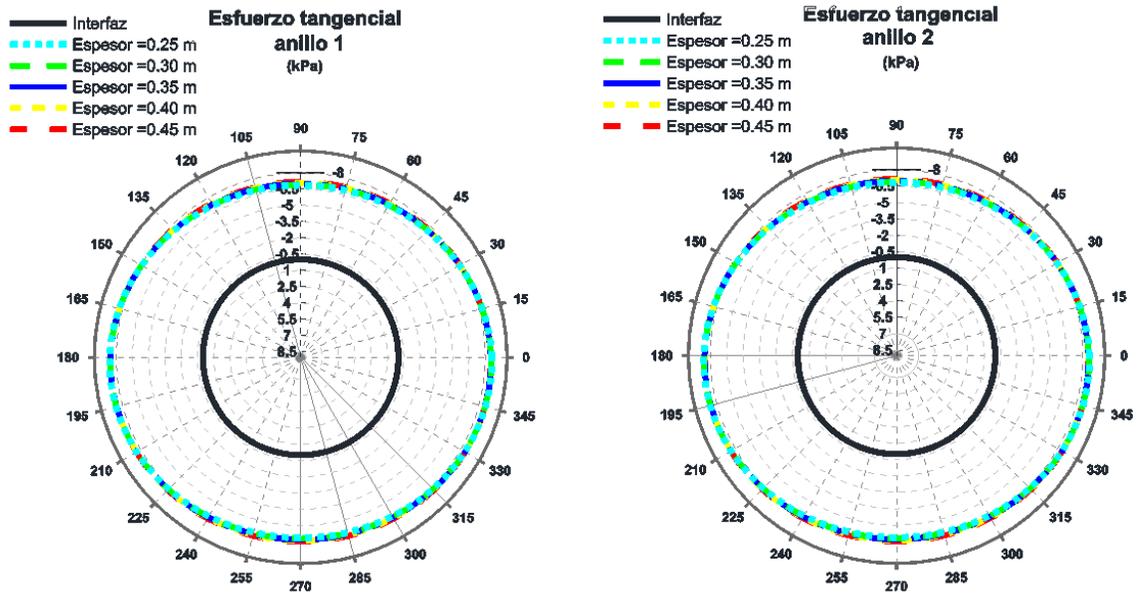


Figura 4.18 Esfuerzos tangenciales variando espesor de anillo dovelado

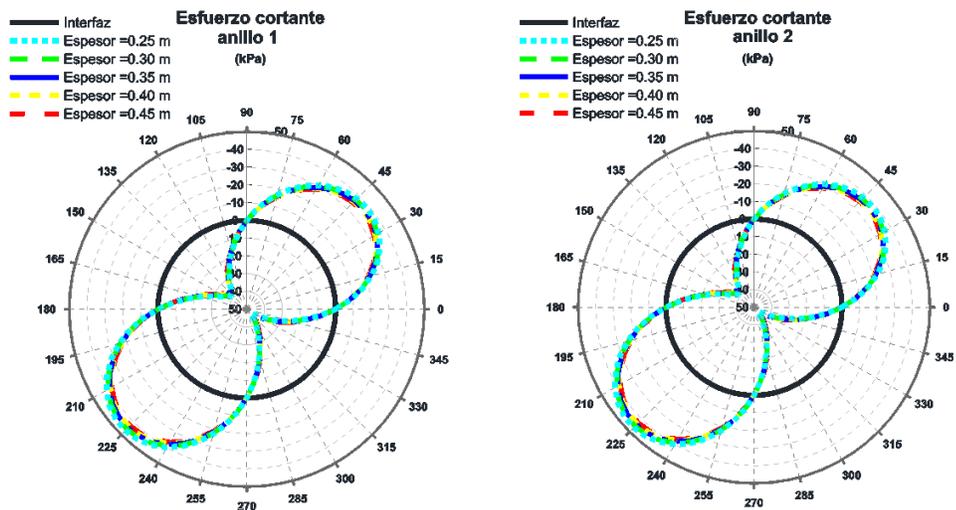


Figura 4.19 Esfuerzos cortantes variando espesor de anillo dovelado

Se observa que a simple vista el estado de esfuerzos en el interfaz terreno-revestimiento no tiene variaciones. En las Tabla 9Tabla 10 también pueden identificarse claramente las variaciones, si se toman los resultados en las zonas principales del túnel (Figura 4.20Figura 4.21).

Tabla 9. Esfuerzo radial y tangencial en anillo 1

Espesor	Hastiales		Clave		Cubeta	
	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$
	kPa					
0.25	-426.34	-501.81	-354.30	-312.65	-458.50	-401.17
0.3	-418.99	-495.92	-360.03	-315.78	-466.30	-405.49
0.35	-411.45	-489.77	-365.66	-319.32	-473.97	-410.34
0.4	-404.48	-484.16	-370.75	-322.64	-480.92	-414.91
0.45	-398.53	-479.38	-375.07	-325.50	-486.81	-418.83

Tabla 10. Esfuerzo radial y tangencial en anillo 2

Espesor	Hastiales		Clave		Cubeta	
	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$
	kPa					
0.25	-422.57	-506.66	-356.82	-309.40	-461.94	-396.73
0.3	-415.10	-499.37	-362.63	-313.47	-469.86	-402.32
0.35	-407.56	-492.16	-368.26	-317.72	-477.52	-408.16
0.4	-400.79	-485.76	-373.22	-321.57	-484.30	-413.44
0.45	-399.15	-480.46	-377.33	-324.78	-489.90	-417.85

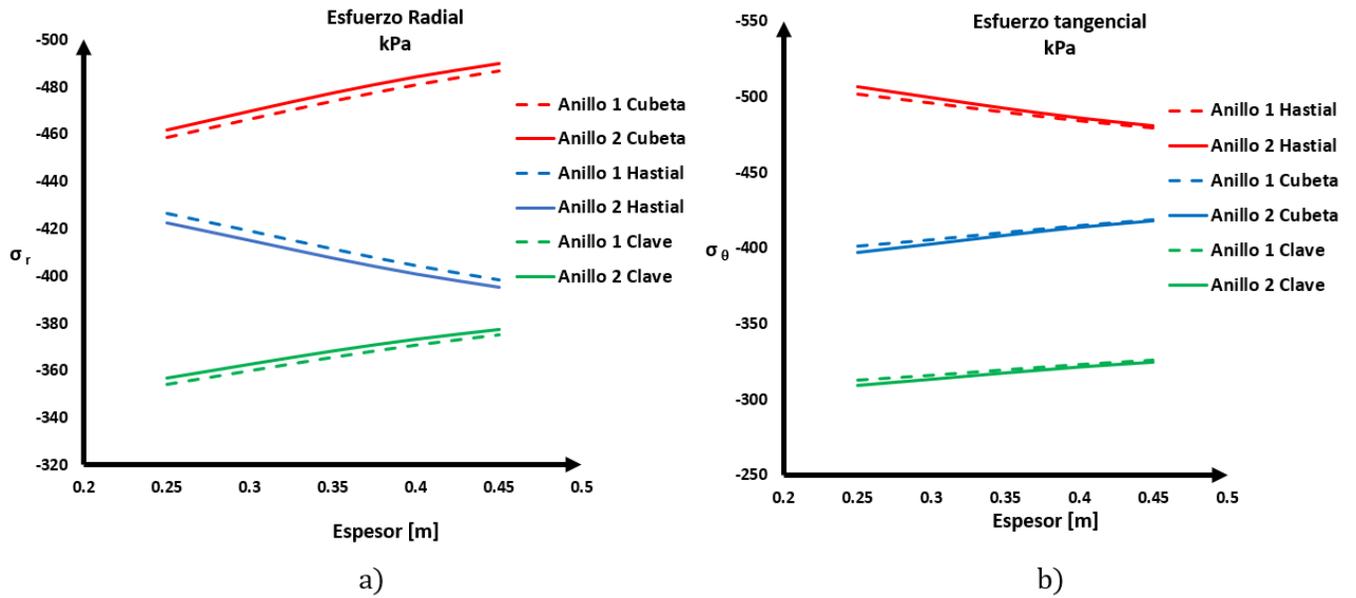


Figura 4.20 Esfuerzos en anillo 1 y 2 a) esfuerzo radial b) esfuerzo tangencial

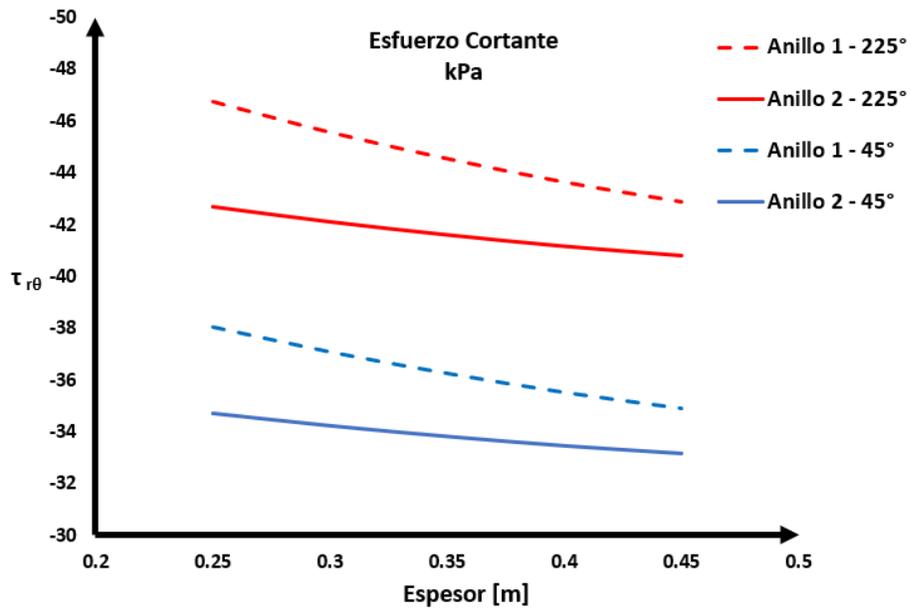


Figura 4.21 Esfuerzo cortante en anillo 1 y 2

De acuerdo con las figuras anteriores, se observa que debido a la configuración de la deformada que el anillo presentará en función de su rigidez, los esfuerzos radiales y tangenciales aumentan en la zona de clave y cubeta, mientras que en los hastiales disminuyen.

## 5 ANÁLISIS NUMÉRICO DE INTERACCIÓN SUELO-ANILLO DOVELADO EN DOS DIMENSIONES

En este capítulo se realiza el análisis de interacción suelo-anillo dovelado mediante el Método de Elementos Finitos (MEF) por medio del código de Plaxis 2D, permitiendo realizar una modelización del túnel dovelado con las características y parámetros del suelo que se muestran a continuación.

*Tabla 11. Parámetros del suelo estratificado.*

Unidad Geotécnica	Modelo constitutivo	$\gamma_{\text{seco}}$ $\gamma_{\text{saturado}}$ kN/m <sup>3</sup>	$\lambda^*$	$k^*$	E kPa	vu	C' kPa	$\phi'$ °	K <sub>0</sub>	K <sub>x</sub>	K <sub>y</sub>
										m/day	
B1	Soft soil	12.00 13.00	0.2484	0.03043			10	40	0.35	8.64E-04	8.64E-04
B2	Soft soil	12.00 13.00	0.2341	0.027			10	40	0.32	8.64E-04	8.64E-04
C	Elástico lineal	14.00 15.00			2.00E+04	0.49			0.5	8.64E-04	8.64E-04
Lentes	Mohr-Coulomb	14.00 15.00			3.00E+04	0.33	30	40	0.35	0.0864	0.0864

Se realizaron tres tipos de modelos numéricos en dos dimensiones para poder representar de manera aproxima el comportamiento de un túnel dovelado:

- 1) Revestimiento como elemento placa y conexiones elásticas
- 2) Revestimiento como elemento placa y conexiones elasto-plásticas
- 3) Revestimiento como elemento de volumen e interfaces.

Para los tres tipos de modelos, se consideraron solamente dos etapas de análisis, el primero es el cálculo del estado de esfuerzos iniciales en el terreno y el segundo se refiere a la etapa de construcción y colocación del revestimiento, como se trata de un suelo blando, una condición de frontera es el deslizamiento nulo ( $\tau_{r\theta} \neq 0$ ), es decir, el estado de esfuerzos por la descompresión se desprecia.

## 5.1 Revestimiento como elemento placa y conexiones con comportamiento elástico.

Se realizó el modelo numérico en los dos tipos de anillo dovelados (Figura 4.3) tomando cada una de las dovelas como elemento placa y entre ellas se colocaron conexiones elásticas para representar el comportamiento de las juntas asignándoles solo la rigidez angular  $K_{\theta}$ .

Para conocer dicho parámetro de cada conexión, se obtuvo de manera similar a la solución analítica, sólo que para este caso el primer cálculo se hizo considerando un anillo continuo, es decir; sin las conexiones elásticas entre dovelas, con la finalidad de obtener las fuerzas axiales actuantes en este y con base a la relación de Gladwell obtener ( $K_{\theta}$ ). Cabe mencionar que de igual forma el momento plástico no es posible conocerlo, ya que el comportamiento de las conexiones es elástico lineal.

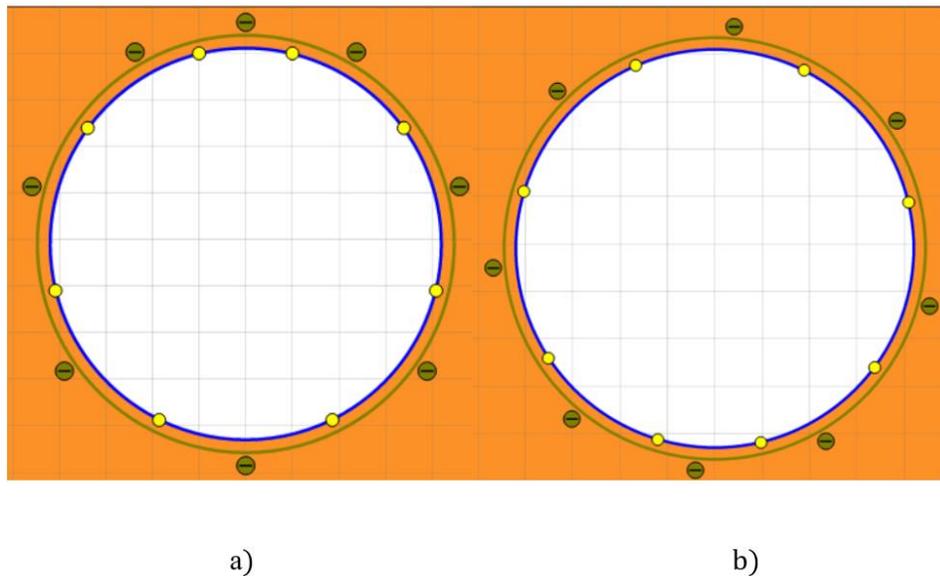


Figura 5.1 Elemento barra con resorte elásticos a) Anillo 1 b) Anillo 2

Como  $K_{\theta}$  está en función de la geometría de la junta plana, la rigidez angular no cambia, por tanto, resulta ser igual a  $K_{\theta}=245090.68$  [kN\*m/Rad]. En las figuras siguientes, se muestran los resultados de los elementos mecánicos para los dos tipos de anillos y se comparan dichos resultados con la solución analítica ya mencionada.

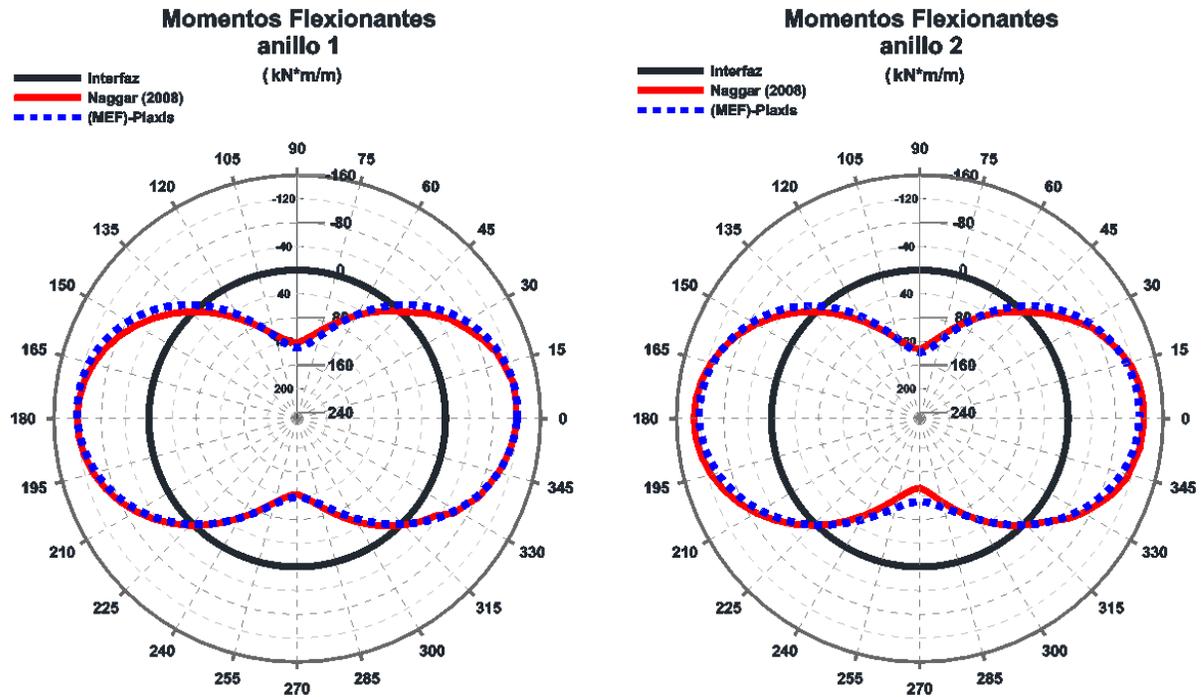


Figura 5.2 Momentos flexioanantes con modelo analítico y numérico (conexiones elásticas)

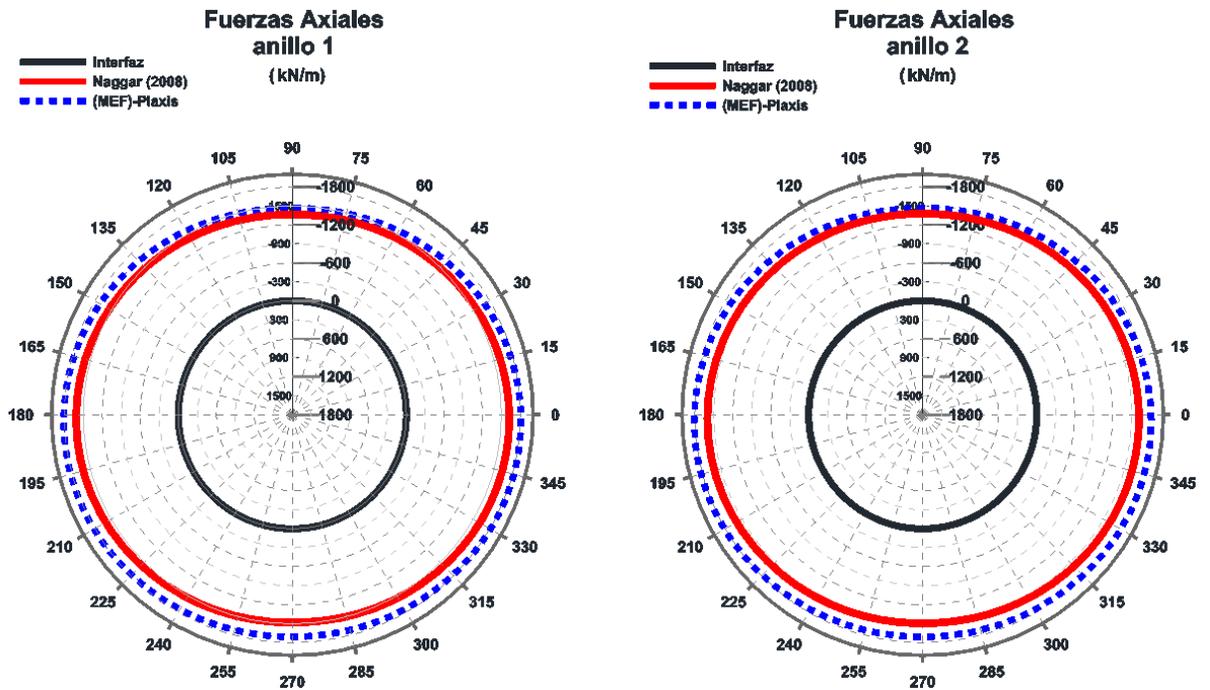


Figura 5.3 Fuerzas axiales con modelo analítico y numérico (conexiones elásticas)

De acuerdo con lo anterior, los resultados obtenidos con la solución analítica y método numérico, no se presentan diferencias importantes. En la tabla siguiente se muestran las diferencias en porcentaje entre los dos tipos de métodos.

*Tabla 12. Resultados de elementos mecánicos máximos y mínimos*

	Anillo 1				Anillo 2			
	M <sub>máx</sub>	M <sub>mín</sub>	F <sub>máx</sub>	F <sub>mín</sub>	M <sub>máx</sub>	M <sub>mín</sub>	F <sub>máx</sub>	F <sub>mín</sub>
	kN*m/m		kN/m		kN*m/m		kN/m	
Naggar (2008)	122.49	-120.80	-1467.58	-1820.16	133.45	-130.45	-1470.62	-1817.40
Conexiones E-L	124.94	-121.41	-1483.45	-1829.45	137.71	-121.00	-1488.03	-1822.09
Diferencia %	1.96	2.90	1.07	0.5	2.7	7.2	1.18	0.3

Si se comparan los resultados de las convergencias en dirección vertical y horizontal de ambos anillos, se observa una variación es del 26% aproximadamente (Tabla 13); dicha diferencia se debe a que el modelo analítico solo considera el estado de esfuerzos generado por la excavación; sin embargo, los elementos mecánicos no presentan gran variación.

*Tabla 13. Convergencias método analítico y numérico en anillo 1 y 2*

	Anillo 1		Anillo 2	
	$\Delta D_x$	$\Delta D_y$	$\Delta D_x$	$\Delta D_y$
	cm			
Naggar (2008)	1.12	1.38	1.12	1.39
Conexiones E-L	1.52	1.87	1.51	1.90
Diferencia %	26.3	26.2	25.8	26.8

Al igual que en el capítulo 4.5, se realizó un análisis de la influencia que tiene la flexibilidad del revestimiento considerando los diferentes espesores. Para poder observar las diferencias entre este análisis con elementos finitos y el modelo analítico.

Se trazaron gráficas del estado de esfuerzos en el interfaz terreno-revestimiento a través de aplicar un factor de escala al radio, como ya se mencionó en el capítulo anterior.

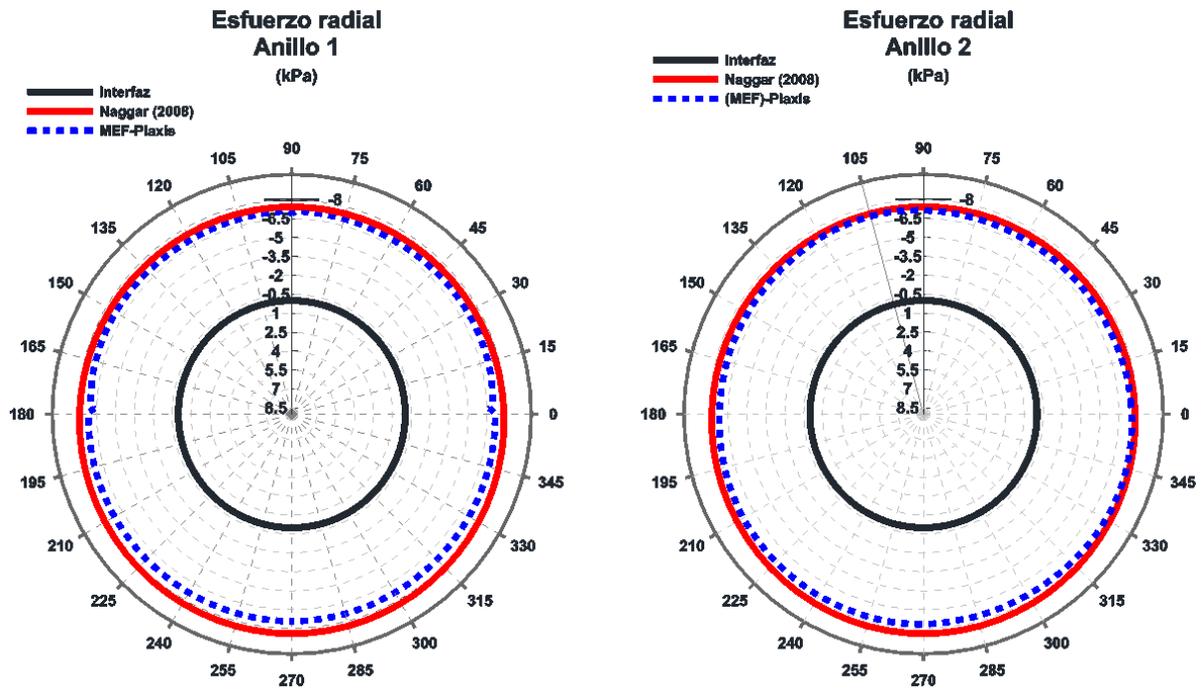


Figura 5.4 Esfuerzos radiales en anillo 1 y 2

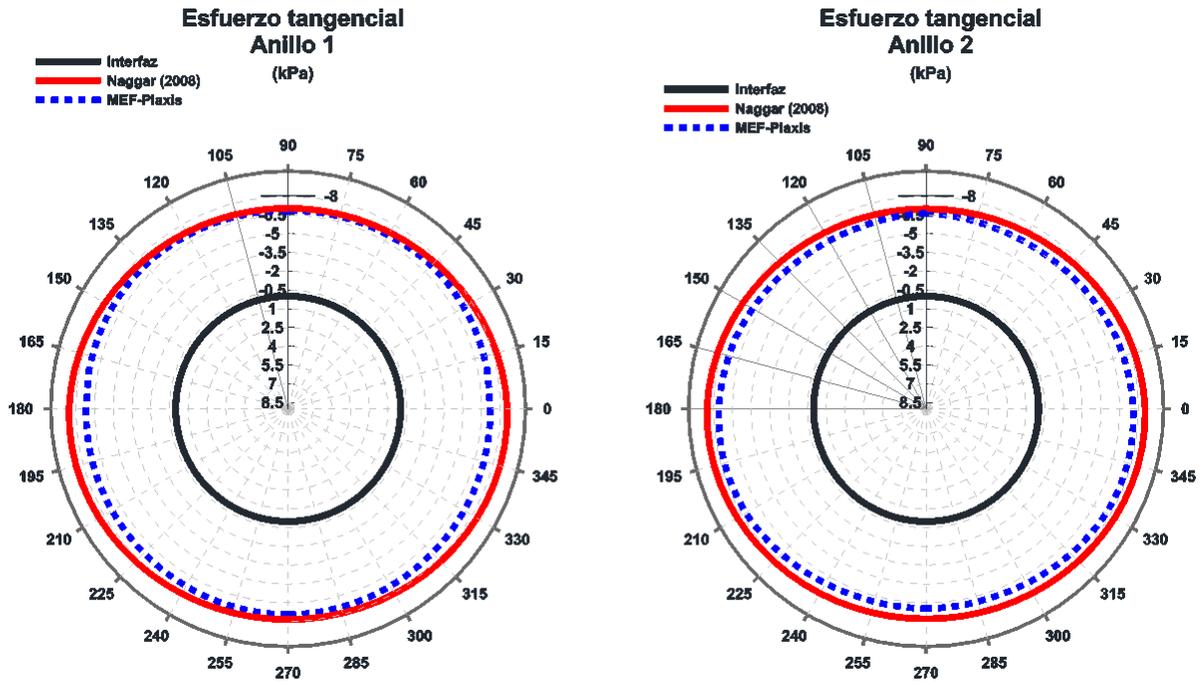


Figura 5.5 Esfuerzos tangenciales en anillo 1 y 2

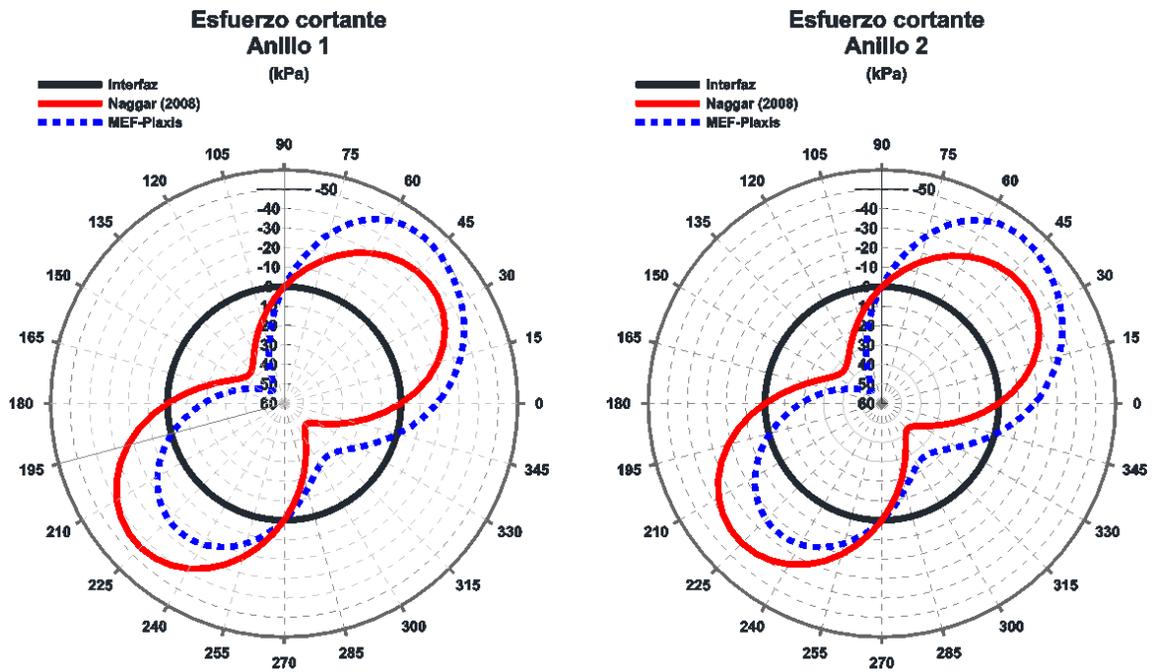


Figura 5.6 Esfuerzos cortantes en anillo 1 y 2

Tabla 14. Esfuerzos radial y tangencial en zonas principales del túnel (Analítico vs conexiones elásticas)

	Anillo 1						Anillo 2					
	Clave		Hastiales		Cubeta		Clave		Hastiales		Cubeta	
	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$										
	kPa											
Naggar (2008)	-365.66	-319.32	-411.45	-489.77	-473.97	-410.34	-368.26	-317.72	-407.56	-492.16	-477.52	-408.16
Conexiones E-L	-382.55	-314.54	-448.52	-425.73	-486.96	-426.93	-382.71	-314.55	-422.37	-422.87	-442.03	-354.75
Diferencia	4.42%	1.52%	8.27%	15.04%	2.67%	3.88%	3.78%	1.01%	3.51%	16.39%	8.03%	15.06%

Tabla 15. Esfuerzo cortante a 45°, 135°, 225° y 315° (Analítico vs conexiones elásticas)

	Anillo 1				Anillo 2			
	$\tau_{r\theta}$ 45°	$\tau_{r\theta}$ 135°	$\tau_{r\theta}$ 225°	$\tau_{r\theta}$ 315°	$\tau_{r\theta}$ 45°	$\tau_{r\theta}$ 135°	$\tau_{r\theta}$ 225°	$\tau_{r\theta}$ 315°
	kPa							
Naggar (2008)	-36.24	36.24	-44.54	44.54	-33.84	33.84	-41.59	41.59
Conexiones E-L	-50.87	24.11	-41.97	79.84	-50.92	51.44	-24.10	24.72
Diferencia	28.77%	50.33%	6.13%	44.21%	33.55%	34.22%	72.54%	68.24%

Se observa que el modelo analítico y el método numérico presentan resultados semejantes de esfuerzos radiales y tangenciales, mientras que con los esfuerzos cortantes si existe diferencia, esto se debe a que de manera analítica siempre se considera que en los hastiales el esfuerzo cortante sea igual a cero.

En las figuras Figura 5.7 y Figura 5.8 se muestran curvas que representan los valores máximos de los elementos mecánicos calculados para diferentes espesores del revestimiento y rigidez angular ( $K_\theta$ ) correspondiente.

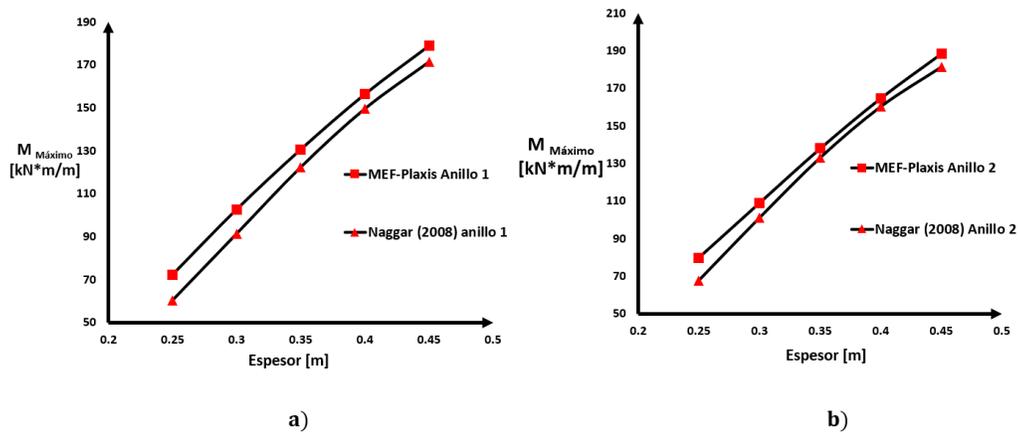


Figura 5.7 Comparación de métodos variando espesor del anillo 1 (Momentos flexionantes)

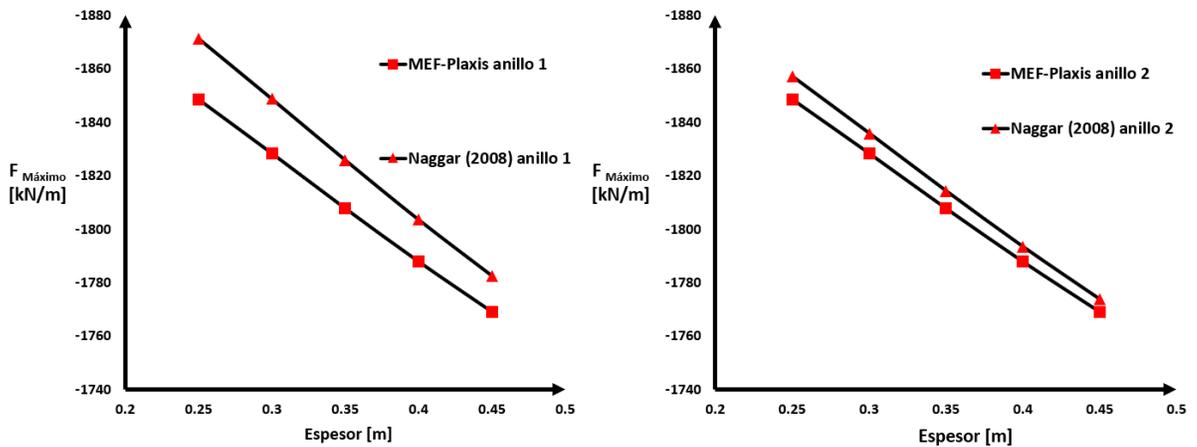


Figura 5.8 Comparación de métodos variando espesor del anillo 2 (Fuerzas axiales)

De acuerdo con las gráficas anteriores, se observa que la solución analítica de Naggar (2008) y el método de elementos finitos considerando un elemento placa con conexiones de comportamiento tipo elástico lineal no presentan resultados con diferencias de gran relevancia.

## **5.2 Revestimiento como elemento placa y conexiones con comportamiento elasto-plástico.**

Para este análisis también se considera un elemento placa para cada dovela y sus conexiones con comportamiento elasto-plástico, los cuales se caracterizan por la rigidez angular y un momento plástico. Para determinar dicho momento es necesario realizar una serie de iteraciones con base a la relación de Gladwell. Este último es posible obtenerlo siguiendo la siguiente metodología de cálculo iterativo con el método de elementos finitos.

- 1) Se considera el anillo sin conexiones y se calculan las fuerzas axiales iniciales ( $F_0$ ) actuante en la posición de las juntas
- 2) Con las fuerzas axiales iniciales  $F_0$ , se determinan las curvas momento-rotación con Gladwell y se obtiene  $K_\theta$  y  $M_{pi}$
- 3) Se toman  $K_\theta$  y  $M_{pi}$  para la modelización del anillo con conexiones elasto-plásticas y se obtiene  $F_{i+1}$  en cada junta
- 4) Los pasos 2 y 3 se realizan hasta que la diferencia de  $F_i - F_{i+1}$  sea igual 0.01

En las siguientes figuras se presentan las curvas momento-rotación para cada una de las juntas del anillo 1 y 2 con base a la relación de Gladwell (Figura 5.9) y en la Tabla 16 se muestra un resumen de los momentos plásticos o en donde la junta deja de tener un comportamiento lineal.

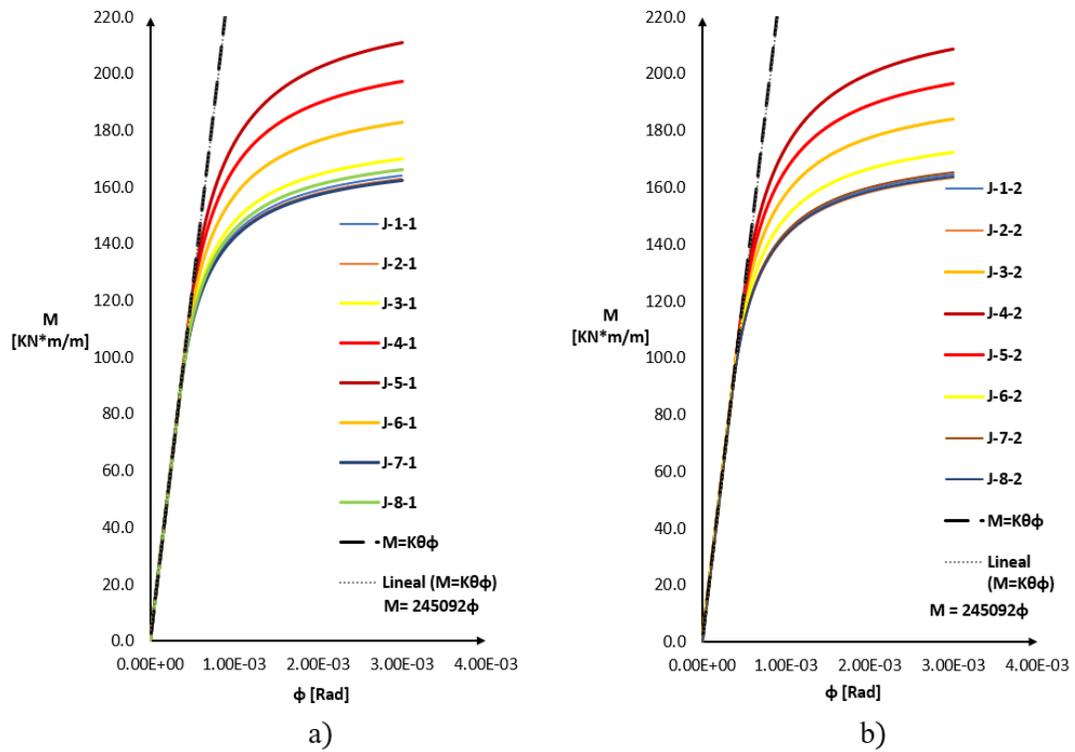


Figura 5.9 Curvas momento-rotación en las juntas a) Anillo 1 b) Anillo 2.

Tabla 16. Momentos plásticos en las juntas.

$\theta$	Gladwell		
	M kN*m	$\theta$	M kN*m
40	-103.92	10	-111.76
80	93.13	60	97.06
100	93.13	120	97.06
140	-102.94	170	-111.76
190	-113.72	220	-111.76
240	109.70	260	107.35
300	109.70	280	107.35
350	-113.72	320	-111.76

A continuación, se muestran los resultados de los elementos mecánicos en los dos tipos de anillos, obtenidos con la metodología comparados con la solución analítica y la modelización del túnel considerando las conexiones de comportamiento elástico lineal (Figura 5.10 y Figura 5.11).

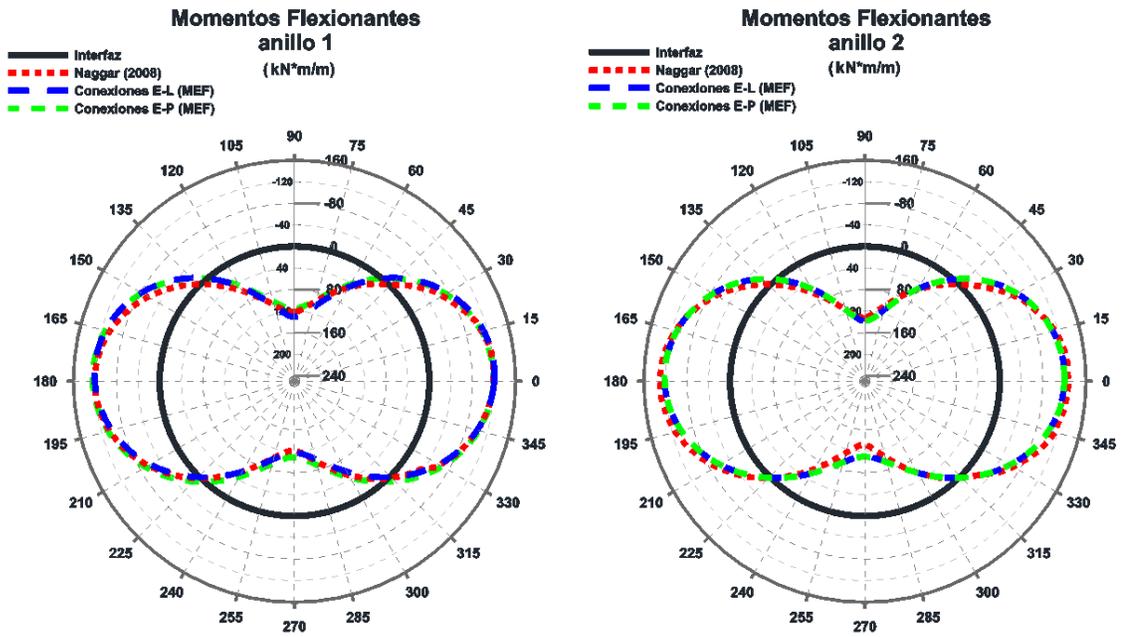


Figura 5.10 Momentos flexionantes con método analítico y numérico

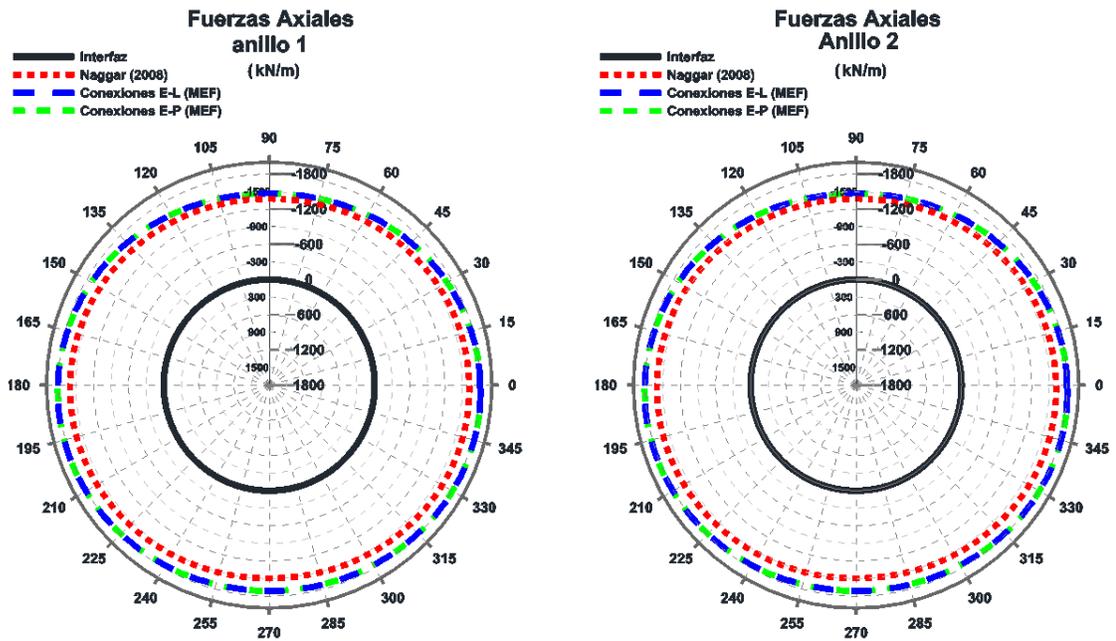


Figura 5.11 Fuerzas axiales con método analítico y numérico

Tabla 17. Valores de momentos flexionantes máximos y mínimos para anillo 1 y 2.

		Anillo 1		Diferencia	Anillo 2		Diferencia
		Analítico	Conexiones E-P	%	Analítico	Conexiones E-P	%
M máximo	kN*m/m	120.80	118.41	1.97	130.45	138.71	5.49
M mínimo		-122.49	-122.94	0.36	133.45	-121.64	8.10

Tabla 18. Valores de fuerzas axiales máximos y mínimos para anillo 1 y 2

		Anillo 1		Diferencia	Anillo 2		Diferencia
		Analítico	Conexiones E-P	%	Analítico	Conexiones E-P	%
F máximo	kN/m	-1467.58	-1483.45	1.15	-1470.62	-1488.00	1.17
F mínimo		-1820.16	-1829.45	0.55	-1817.40	-1822.00	0.25

En las tablas se observan las diferencias en porcentajes de los elementos mecánicos máximos y mínimos arrojados de ambos métodos; dichos valores no tienen variaciones importantes. Por otro lado, no se compararon las convergencias, ya que de igual manera que en el modelo con conexiones elásticas se tendrá la misma diferencia, debido a que el modelo analítico no considera el incremento de desplazamientos por el efecto de la descarga. Por lo otro lado, los esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes obtenidos con el modelo analítico en los dos tipos de anillos se comparan y se identifican las diferencias que estos presentan.

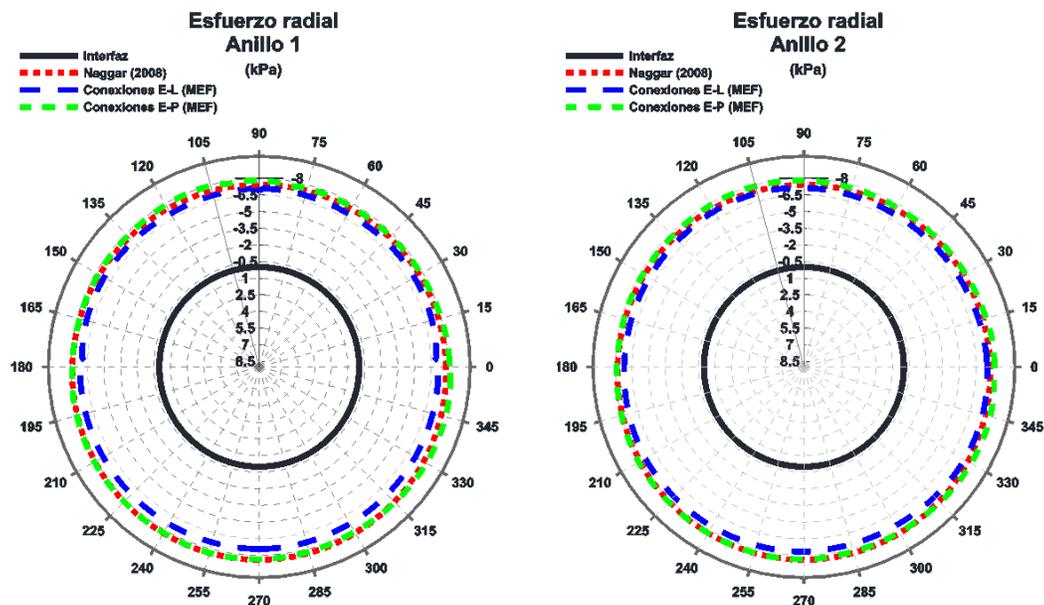


Figura 5.12 Esfuerzos radiales en anillo 1 y 2

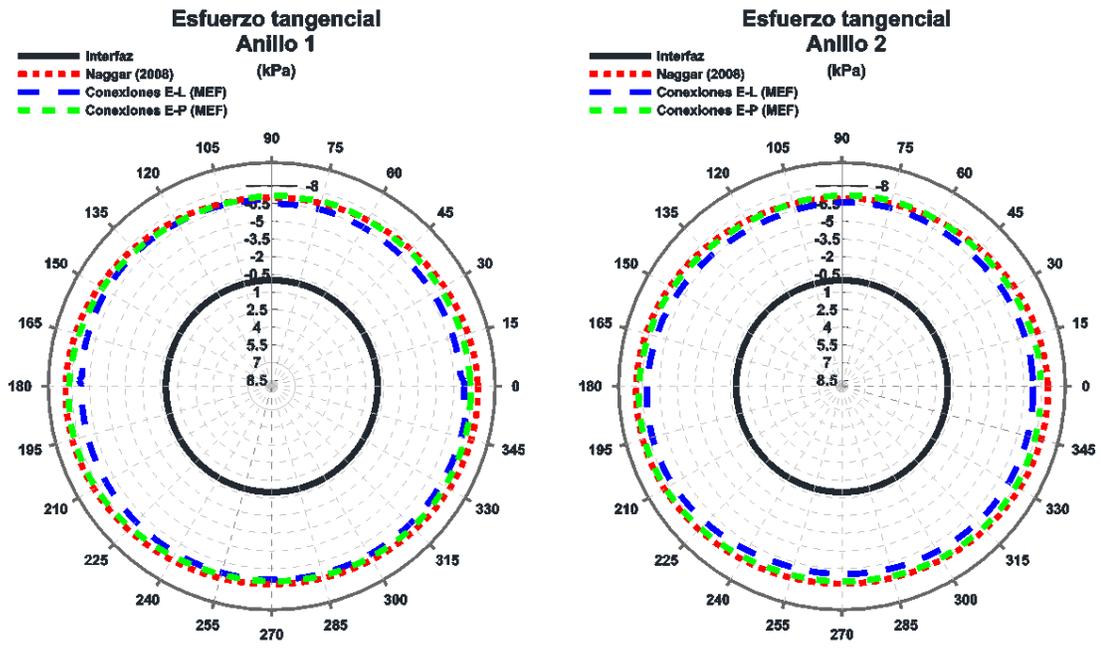


Figura 5.13 Esfuerzos tangenciales en anillo 1 y 2

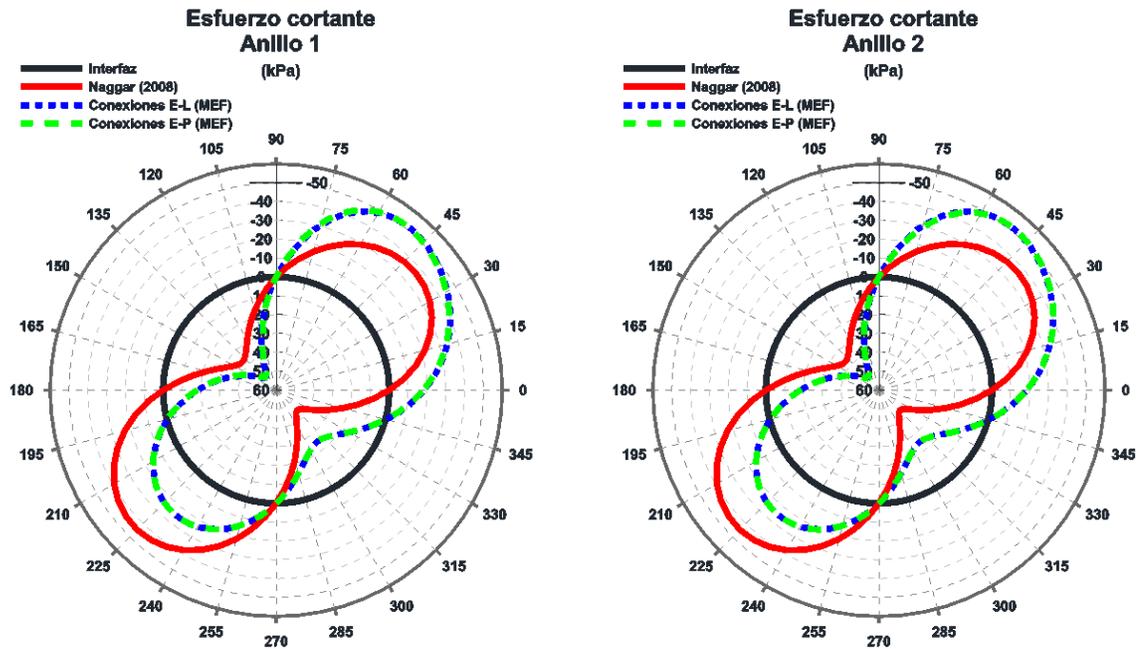


Figura 5.14 Esfuerzos cortantes en anillo 1 y 2

Tabla 19. Esfuerzos radial y tangencial en zonas principales del túnel (analítico vs conexiones elasto-plásticas)

	Anillo 1						Anillo 2					
	Clave		Hastiales		Cubeta		Clave		Hastiales		Cubeta	
	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$										
kPa												
Naggar (2008)	-365.66	-319.32	-411.45	-489.77	-473.97	-410.34	-368.26	-317.72	-407.56	-492.16	-477.52	-408.16
Conexiones E-P	-382.95	-314.94	-424.99	-424.99	-442.93	-355.04	-382.70	-314.51	-422.59	-422.90	-442.00	-354.72
Conexiones E-L	-382.55	-314.54	-448.52	-425.73	-486.96	-426.93	-382.71	-314.55	-422.37	-422.87	-442.03	-354.75
Diferencia	4.52%	1.39%	3.19%	15.24%	7.01%	15.58%	3.77%	1.02%	3.56%	16.38%	8.04%	15.06%

Tabla 20. Esfuerzo cortante en 45°, 135°, 225° y 315° (Analítico vs conexiones elasto-plásticas)

	Anillo 1				Anillo 2			
	$\tau_{r\theta 45^\circ}$	$\tau_{r\theta 135^\circ}$	$\tau_{r\theta 225^\circ}$	$\tau_{r\theta 315^\circ}$	$\tau_{r\theta 45^\circ}$	$\tau_{r\theta 135^\circ}$	$\tau_{r\theta 225^\circ}$	$\tau_{r\theta 315^\circ}$
	kPa							
Naggar (2008)	-36.24	36.24	-44.54	44.54	-33.84	33.84	-41.59	41.59
Conexiones E-P	-50.87	24.11	-41.97	79.84	-50.92	51.44	-24.10	24.72
Conexiones E-L	-50.87	24.11	-41.97	79.84	-50.92	51.44	-24.10	24.72
Diferencia	28.77%	50.33%	6.13%	44.21%	33.55%	34.22%	72.54%	68.24%

De lo anterior, se observa que los resultados son semejantes entre los análisis del método numérico y el modelo analítico. Por otro lado, si se consideran conexiones con comportamiento elástico o elasto-plástico se tendrán resultados iguales, pero el segundo permite determinar de forma aproximada las curvas momento-rotación de las juntas.

### 5.3 Revestimiento como elemento de volumen

La modelización se hizo en deformación plana y el túnel se consideró como un elemento de volumen y con una geometría idealizada en las juntas (Figura 5.16). es importante mencionar que, para representar aproximadamente el comportamiento de dichas juntas, se colocaron interfaces; con base a lo mencionado por Hjort L. Alan S (2017). Por lo tanto, se asignaron parámetros mostrados en la Tabla 21, donde las interfaces entre el suelo-revestimiento y dovela-dovela se definen con un

comportamiento Mohr-Coulomb (Figura 5.15). Dichos parámetros tienen el objetivo de conocer la rigidez normal y cortante del elemento interfaz. Como el túnel está sometido a una fuerza axial en dirección radial, las juntas entre dovelas tienden a separarse debido que en estas zonas se existe un menor mecanismo de inercia, generando rotaciones y a su vez esfuerzos de contacto dovela-dovela, por lo tanto; para representar aproximadamente dicho comportamiento se consideró una cohesión ( $C'$ ref) de 0.1 kPa.

Tabla 21. *Parámetros de elemento de volumen e interfaces*

Material	Y kN/m <sup>3</sup>	Modelo constitutivo	E kN	v	C kPa	$\phi'$ °
Revestimiento	24.00	Mohr-Coulomb	2.60E+07	0.16	8557	39
Interfaz	G kN/m <sup>2</sup>	E <sub>oed</sub> ref kN/m <sup>2</sup>	C' ref kN/m <sup>2</sup>	$\phi'$ °	UD-Power	UD-Pref.
Suelo-Revestimiento	5.00E+01	5.00E+06	1	35	1	100
Dovela-Dovela	3.00E+04	5.00E+08	0.1	37	1	100

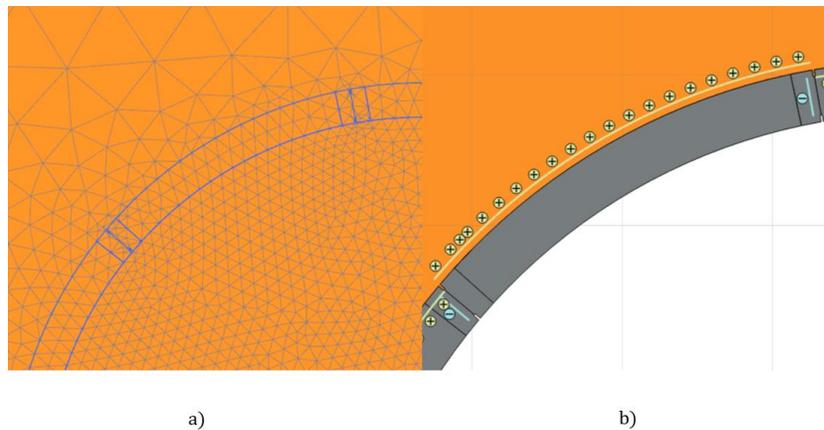


Figura 5.15 a) Malla de elementos finitos b) Elementos de volumen con interfaces y geometría equivalente de juntas planas.

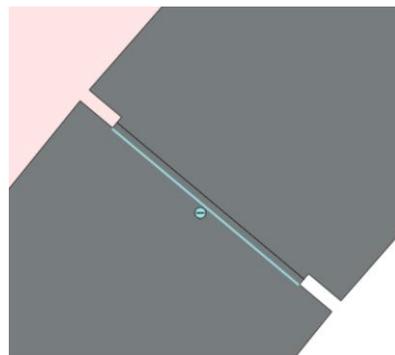


Figura 5.16 *Detalle de la junta en el modelo numérico.*

Los elementos mecánicos y deformación en el anillo dovelado fueron determinados directamente del programa para los dos tipos de anillos. En la Figura 5.17, se observa que los momentos flexionantes y fuerzas axiales en ambos anillos no presentan diferencias importantes, sin embargo; en las curvas se pueden apreciar los valores picos de momentos flexionantes y fuerzas axiales donde se encuentran ubicadas las juntas. En la Figura 5.19 se aprecia que ambos anillos presentan la misma deformación.

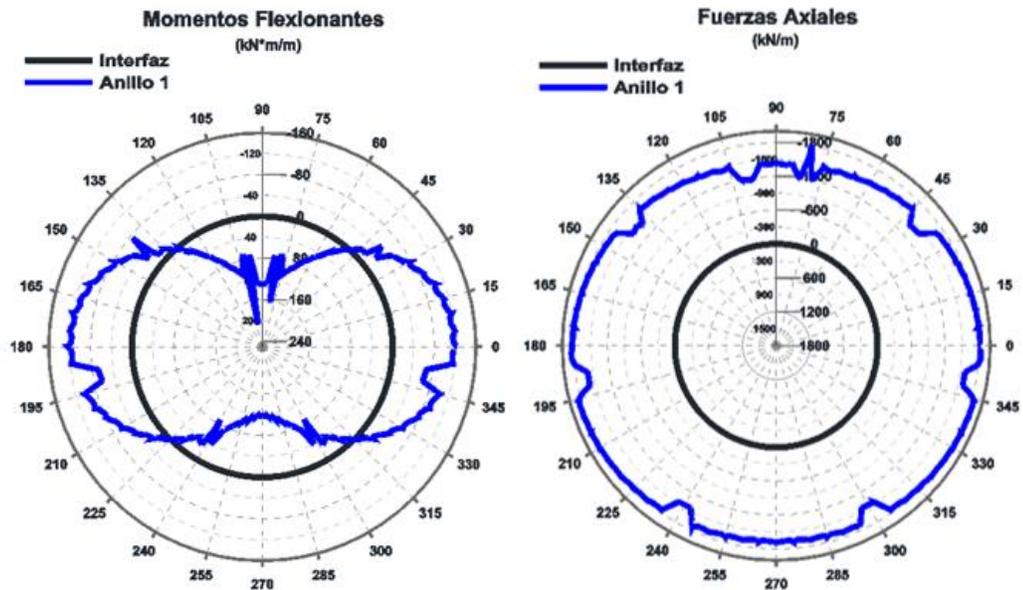


Figura 5.17 Momentos Flexionantes y fuerzas axiales en anillo 1

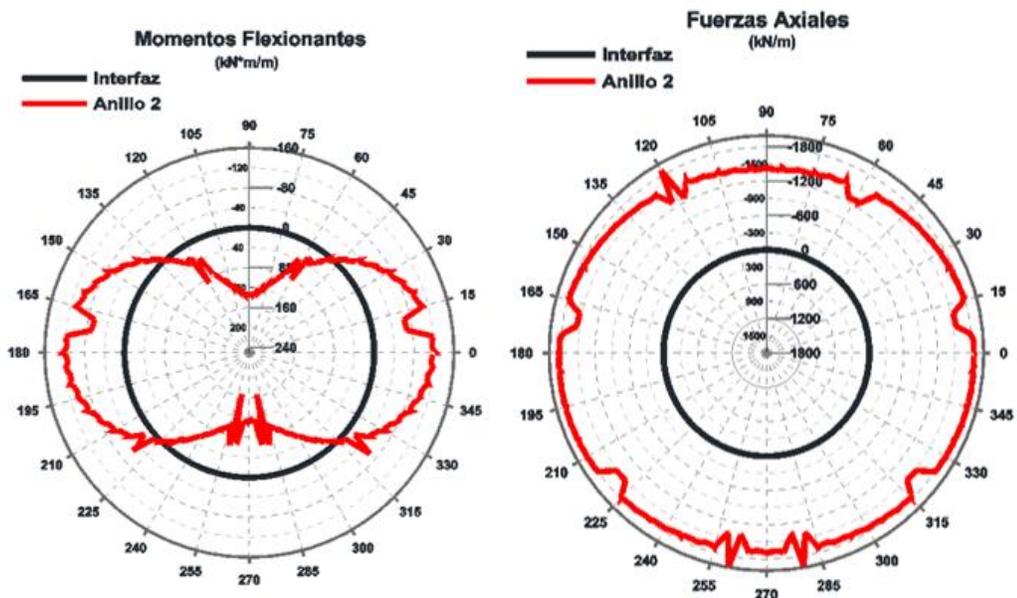


Figura 5.18 Momentos flexionantes y fuerzas axiales en anillo 2

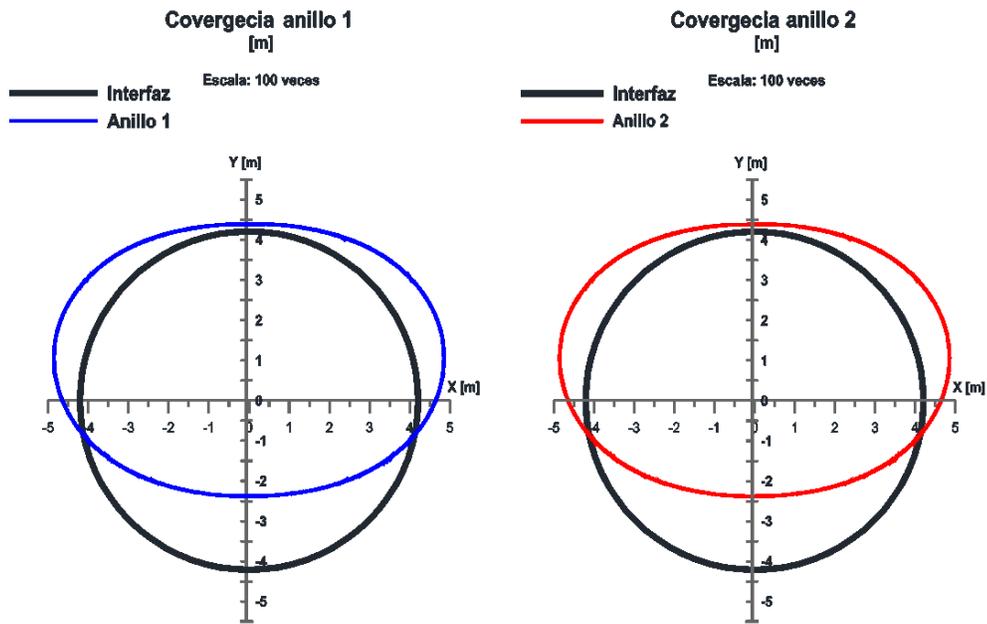


Figura 5.19 Convergencia en anillo 1 y 2

En las siguientes figuras se muestran los esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes, observando que en las juntas también se presentan valores picos como en los resultados de los elementos mecánicos. Esto se debe a los esfuerzos internos y de contacto que se generan en un elemento de volumen e interfaces entre dovela-dovela.

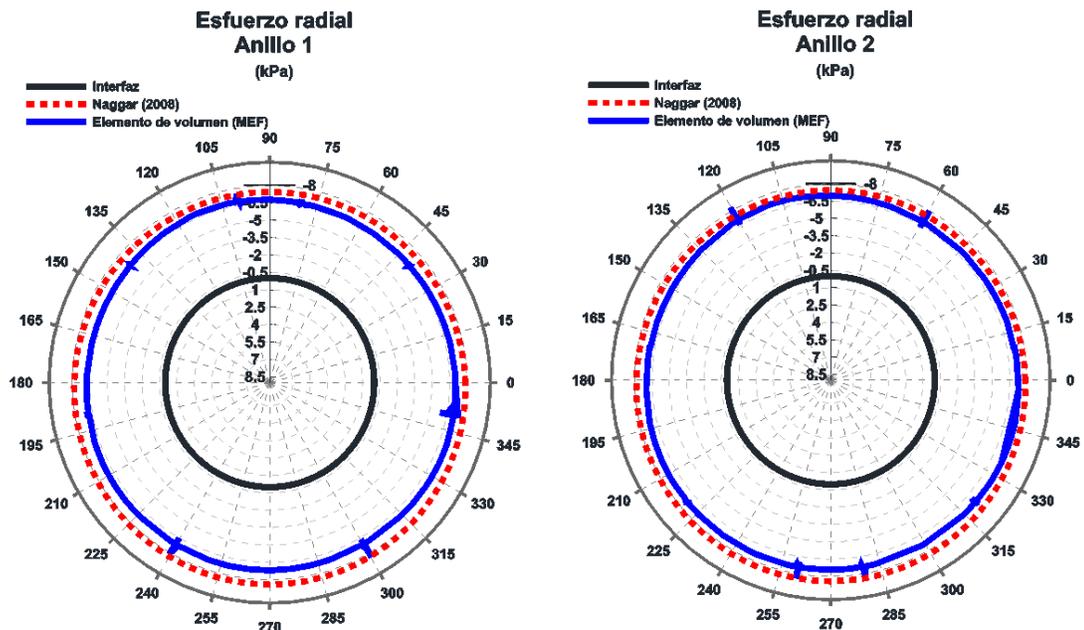


Figura 5.20 Esfuerzo radial en anillo 1 y 2

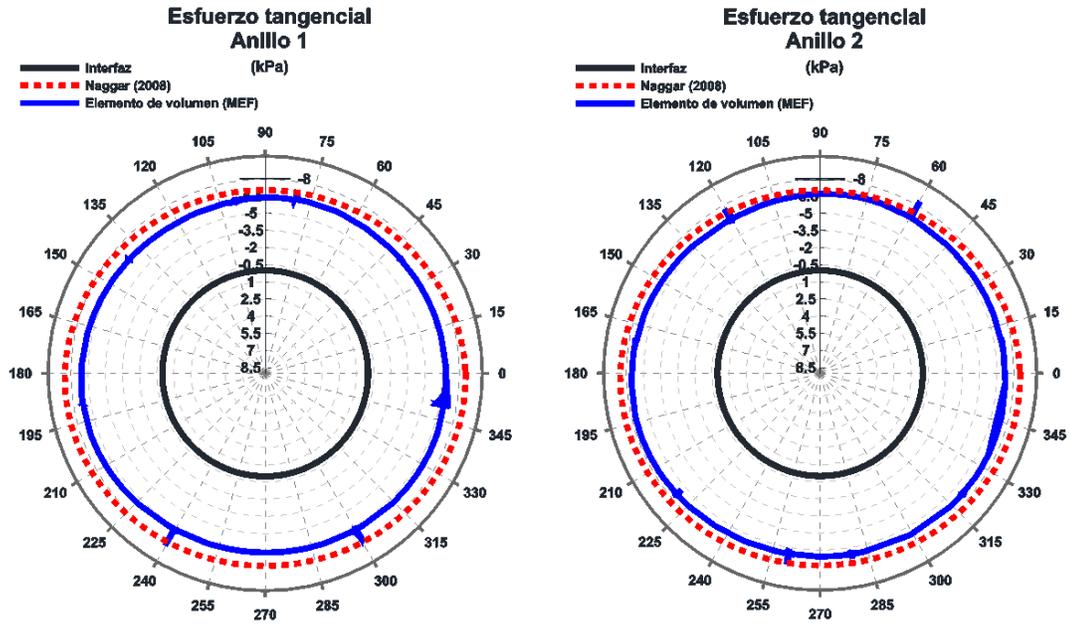


Figura 5.21 Esfuerzo tangencial en anillo 1 y 2

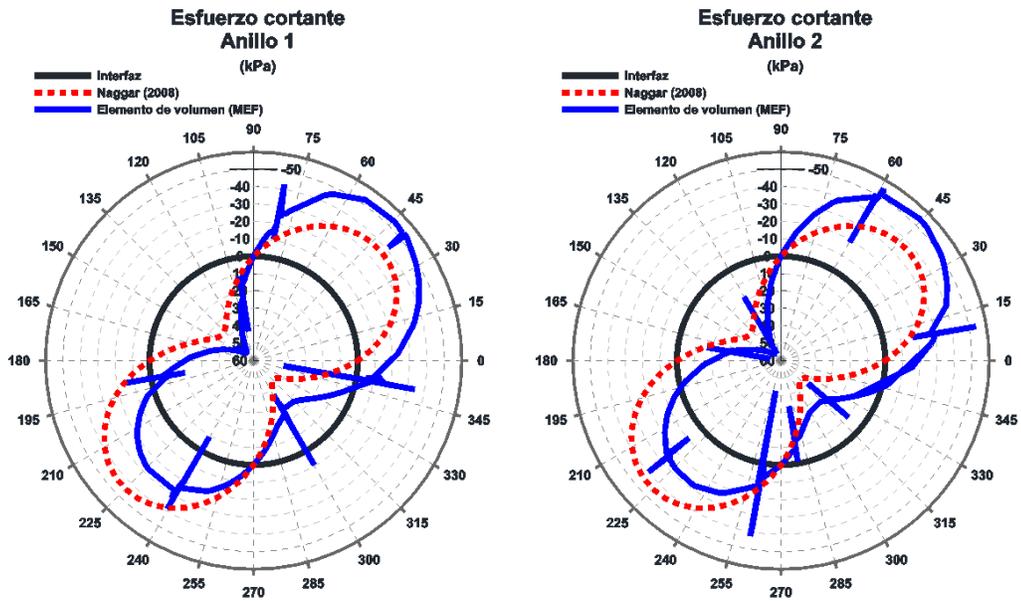


Figura 5.22 Esfuerzo cortante en anillo 1 y 2

En las siguientes tablas se muestran las diferencias que tienen el análisis con elemento de volumen e interfaces con el modelo analítico.

Tabla 22. Esfuerzo radial y tangencial en zonas principales del túnel (Analítico vs Elemento de volumen)

	Anillo 1						Anillo 2					
	Clave		Hastiales		Cubeta		Clave		Hastiales		Cubeta	
	$\sigma_r$	$\sigma_\theta$										
kPa												
Naggar (2008)	-365.66	-319.32	-411.45	-489.77	-473.97	-410.34	-368.26	-317.72	-407.56	-492.16	-477.52	-408.16
Elemento de volumen	-382.99	-316.95	-418.63	-418.43	-444.78	-359.80	-371.19	-329.50	-414.06	-414.06	-444.10	-359.05
Diferencia	4.53%	0.75%	1.72%	17.05%	6.56%	14.05%	0.79%	3.57%	1.77%	18.86%	7.53%	13.68%

Tabla 23. Esfuerzo cortante en 45°, 135°, 225° y 315° (Analítico vs Elemento de volumen)

	Anillo 1				Anillo 2			
	$\tau_{r\theta}$ 45°	$\tau_{r\theta}$ 135°	$\tau_{r\theta}$ 225°	$\tau_{r\theta}$ 315°	$\tau_{r\theta}$ 45°	$\tau_{r\theta}$ 135°	$\tau_{r\theta}$ 225°	$\tau_{r\theta}$ 315°
	kPa							
Naggar (2008)	-36.24	36.24	-44.54	44.54	-33.84	33.84	-41.59	41.59
Elemento de volumen	-50.55	53.91	-26.60	26.84	-54.00	54.06	-26.68	26.89
Diferencia	28.31%	32.79%	67.42%	65.95%	37.35%	37.42%	55.86%	54.67%

Las diferencias entre ambos métodos son muy similares a las que se presentan con los análisis anteriores, solo que cuando se considera el anillo como elemento de volumen e interfaces, en las juntas se encontraran valores picos por los esfuerzos de contacto que se generan en dichas zonas.

#### 5.4 Comparación de los análisis de interacción terreno-revestimiento

Se presenta una comparación de los análisis de interacción suelo-anillo dovelado, obtenido con los diferentes métodos. Con la finalidad de conocer las discrepancias que puedan presentarse entre ellos. En las figuras Figura 5.23Figura 5.24 se muestran los elementos mecánicos en ambos anillos dovelados.

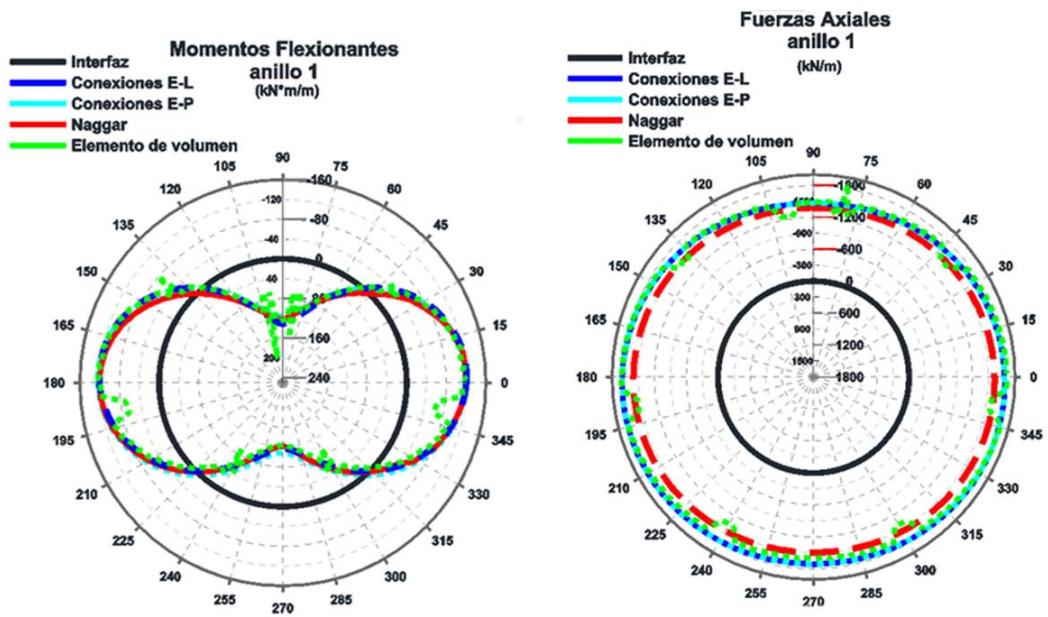


Figura 5.23 Elementos mecanicos en anillo 1

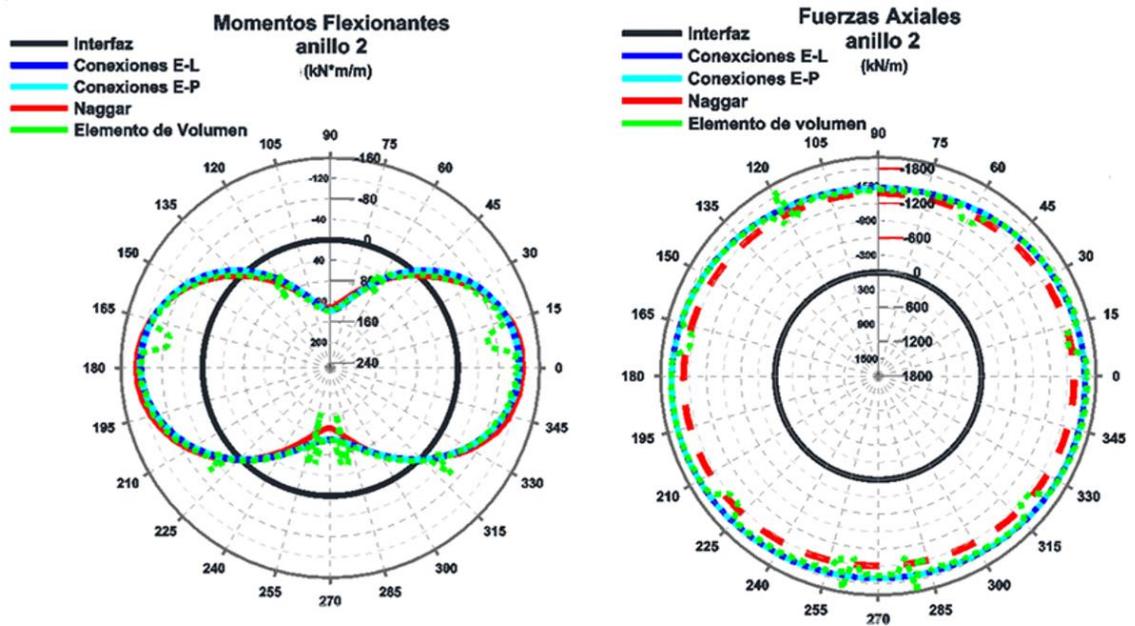


Figura 5.24 Elementos mecanicos en anillo 2

También en una gráfica se representaron las deformaciones de los dos tipos de anillos, obtenidos con los diferentes métodos planteados.

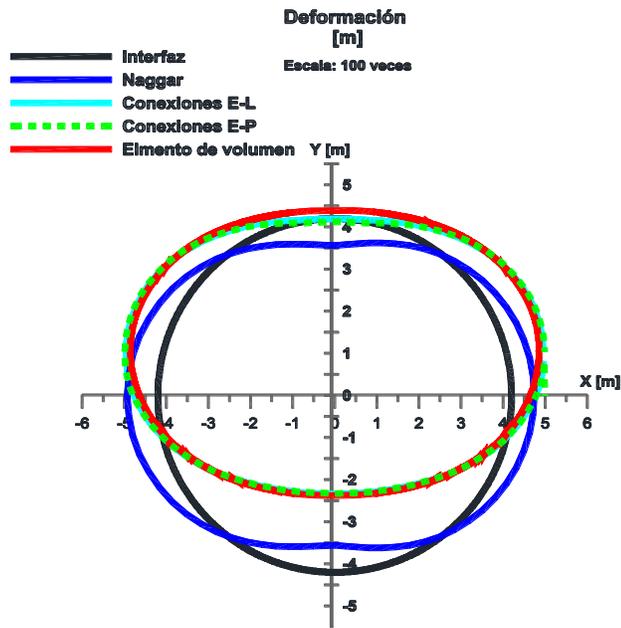


Figura 5.25 Deformación en anillo 1 obtenida para cada tipo de análisis.

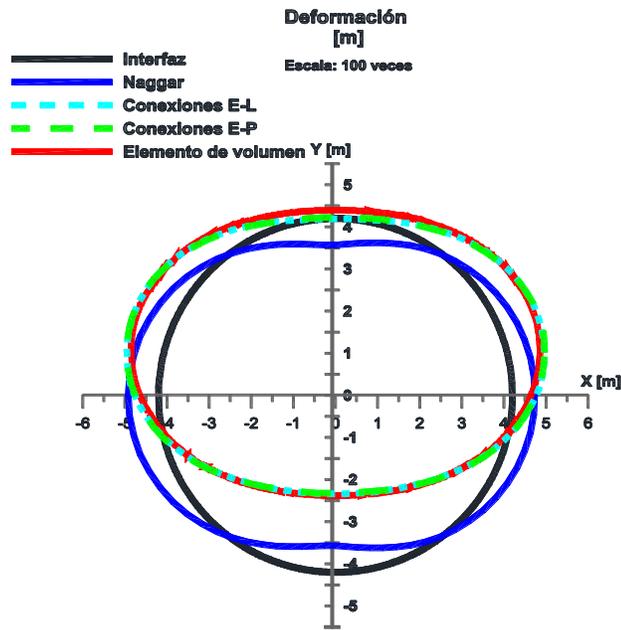


Figura 5.26 Deformación en anillo 2 obtenida para cada tipo de análisis.

Los 3 tipos de análisis numéricos los anillos no presentan diferencias, sin embargo; los resultados obtenidos con la solución analítica si presentan gran diferencia en dirección vertical, debido a que, el modelo analítico le falta considerar el tensor de desplazamientos producidos por el efecto de la descarga (ver Tabla 24).

Tabla 24. Convergencias en dirección horizontal y vertical del anillo 1 y 2

	Anillo 1				Anillo 2			
	$\Delta D_x$ cm	porcentaje %	$\Delta D_y$ cm	porcentaje %	$\Delta D_x$ cm	porcentaje %	$\Delta D_y$ cm	porcentaje %
Naggar (2008)	1.12	0.13	1.38	0.16	1.12	0.13	1.39	0.17
Conexiones E-L	1.52	0.18	1.87	0.22	1.51	0.18	1.9	0.23
Conexiones E-P	1.6	0.19	1.96	0.23	1.52	0.18	1.89	0.23
Elemento de volumen	1.31	0.16	2.38	0.28	1.31	0.16	2.38	0.28
Diámetro	8.4							

También se puede observar que cuando se considera el revestimiento primario como elemento de volumen, se presenta la mayor convergencia en dirección vertical y en dirección horizontal resulta ser menor que si se considera como elemento placa con conexiones de comportamiento elástico lineal y elasto-plástico, mientras que el modelo analítico presenta las menores convergencias en ambas direcciones.

## 5.5 Momentos flexionantes en las juntas.

Es importante conocer los momentos actuantes en las juntas para saber el mecanismo que estas presentaran. De los diferentes tipos de análisis planteados en este trabajo se trazaron gráficas con los valores puntuales de momentos flexionantes unidos con una curva; cabe mencionar que no es una representación usual de la distribución en el revestimiento.

En las figuras siguientes, se pueden identificar los valores puntuales de los momentos flexionantes de cada junta que se encuentren en la zona lineal de la curva momento-rotación, tomando en cuenta que la curva de color negro representa los momentos plásticos de la relación de Gladwell (calculados en el capítulo.5.2.).

Para la construcción de dichas gráficas, se consideraron los resultados del análisis analítico, el anillo dovelado como un elemento de volumen y el de elemento placa con sus conexiones de comportamiento elasto-plástico.

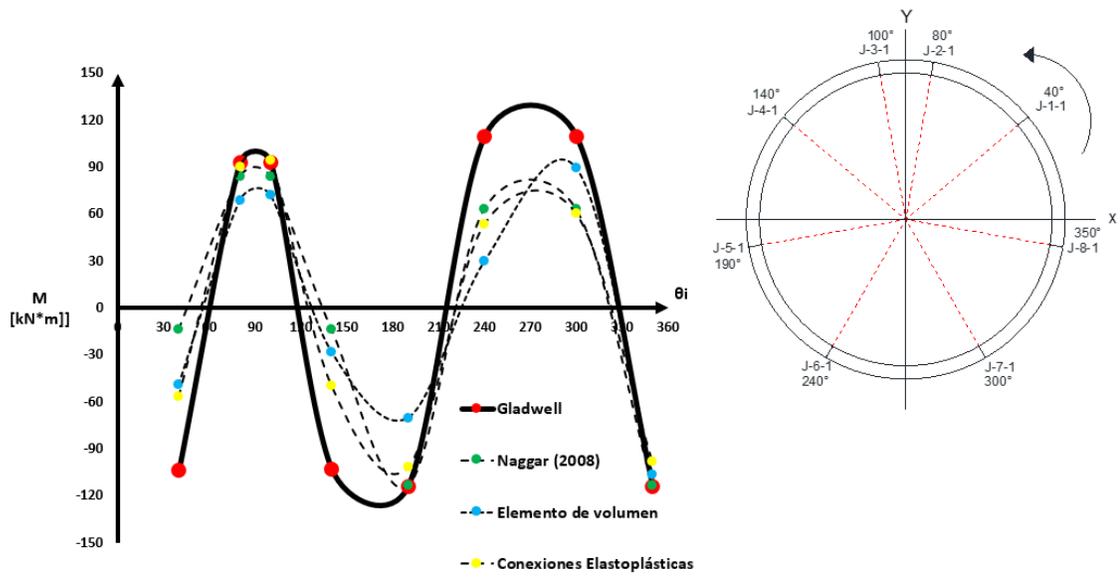


Figura 5.27 Momentos flexionantes en las juntas de anillo 1

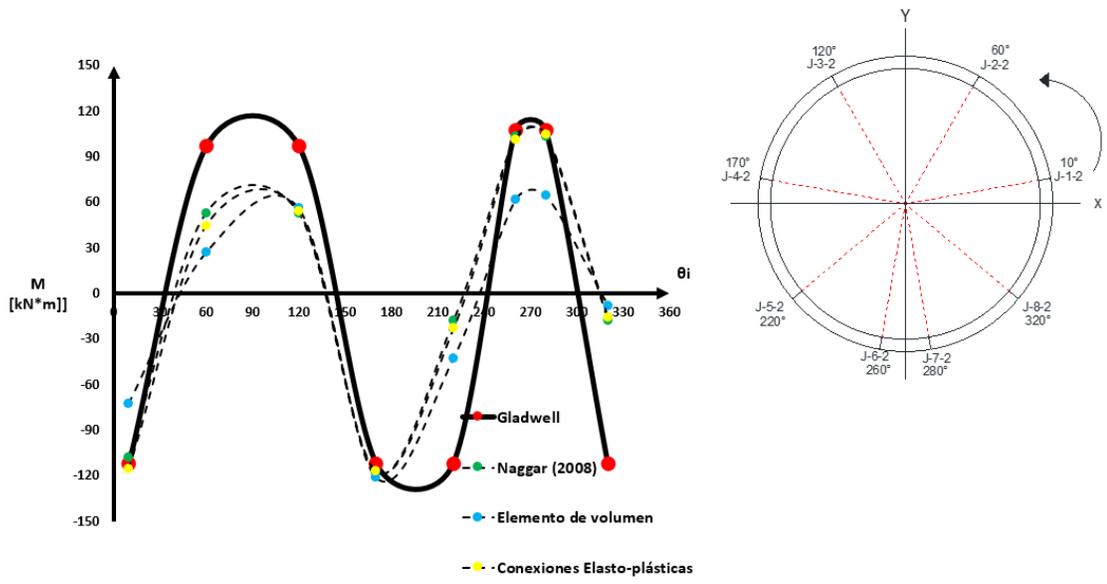


Figura 5.28 Momentos flexionantes en las juntas de anillo 2

Se observa que el comportamiento de los dos anillos es favorable de acuerdo con los resultados, ya que la mayoría de sus juntas se encuentran en la zona lineal de la curva momento-rotación, sin embargo; podemos identificar como puntos críticos en donde las juntas tienen momento flexionantes ligeramente mayor al plástico, debido a la deformación de los anillos.

También se aprecia que para los resultados que se obtuvieron con la solución analítica y para el caso del análisis con conexiones elasto-plásticas, los momentos flexionantes en ambos anillos en las juntas que forman la dovela llave, tiene un valor muy próximo al plástico, por lo que, dichas zonas pueden ser consideradas como las más críticas para el diseño estructural del anillo dovelado.

## 5.6 Convergencias y momento axial máximo en anillos con diferente distribución de juntas.

Después haber realizado los análisis anteriores, se elige la modelación del anillo dovelado como elemento de volumen con las características (ver Tabla 21) para el análisis en diferentes anillos, variando la distribución de las juntas para conocer la influencia que genera dicho efecto en las convergencias del revestimiento primario.

Para el primer anillo se tomó como referencia colocar la junta izquierda de la dovela llave a un ángulo de  $90^\circ$  respecto a la horizontal y después dicha junta se posicionó a 60, 180, 240 y 300 grados en sentido horario (Figura 5.29).

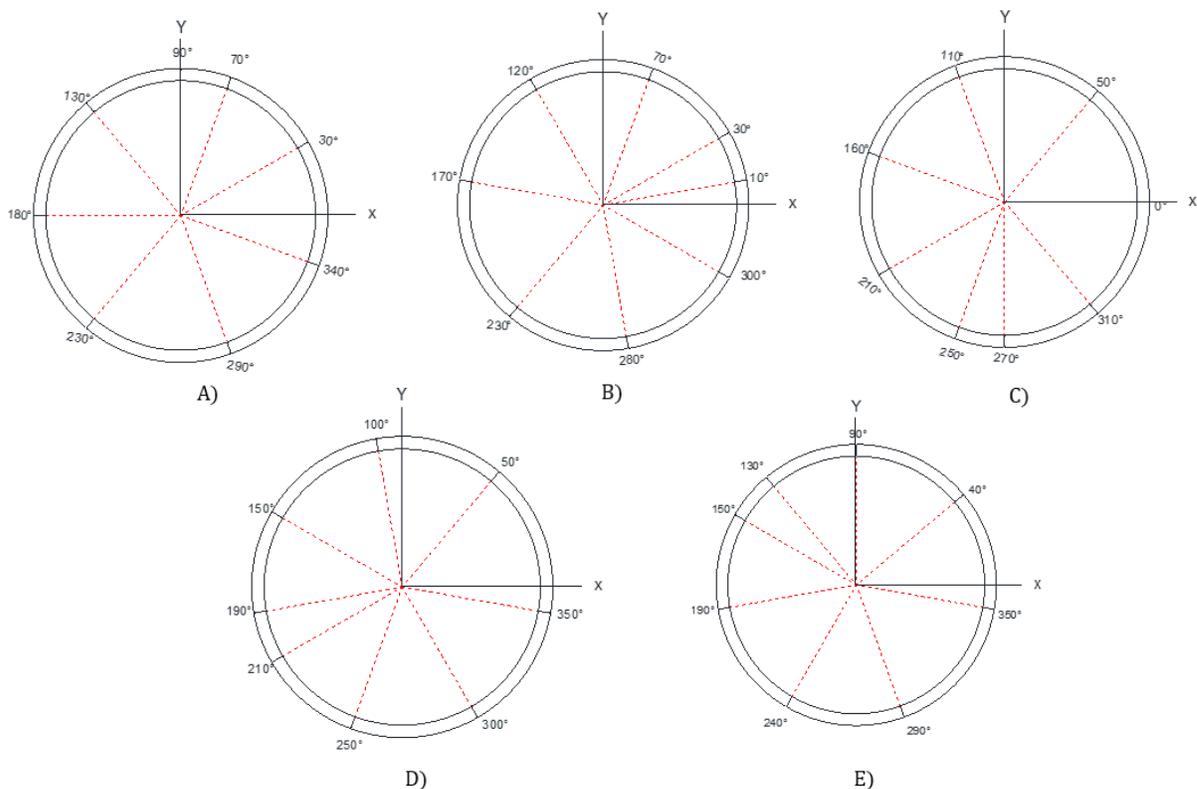


Figura 5.29 Tipos de anillos dovelados con diferentes distribuciones de juntas.

Cada uno de los anillos dovelados fueron analizados con el método de elementos finitos en dos dimensiones para conocer las convergencias en dirección horizontal y vertical. Para la modelación se consideró los anillos e interfaces con un comportamiento tipo Mohr-Coulomb como se mencionó en la Tabla 21.

También se muestran las convergencias de los cinco anillos dovelados y el porcentaje en dirección vertical y horizontal respecto al diámetro inicial, para identificar el anillo con el desplazamiento mayor.

Los cinco anillos presentan la misma convergencia en sentido vertical, mientras que, para el sentido horizontal siendo muy rigoristas, el anillo “A” tiene la mayor convergencia con un aumento de diámetro de 0.16% en sentido horizontal y 0.20% en vertical, por lo tanto; se puede considerar como el más crítico de estos (Figura 5.29).

*Tabla 25. Valores de convergencias en dirección vertical y horizontal de anillos dovelados.*

Anillo	$\Delta_x$	Porcentaje	$\Delta_y$	Porcentaje	Máx
	cm	%	cm	%	kN*m
A	1.35	0.16	2.38	0.20	139.4
B	1.31	0.15	2.38	0.20	131.1
C	1.32	0.15	2.38	0.20	139.1
D	1.31	0.15	2.37	0.20	136.2
E	1.31	0.15	2.38	0.20	136.3
Diámetro	8.40 m				

El anillo A y C, presentan la convergencia mayor en sentido horizontal, en ambos anillos tienen la característica que, una de las juntas de la dovela llave coincide con el eje vertical en la clave o cubeta respectivamente, por lo tanto; ambos anillos pueden denominarse como los más críticos. Por lo tanto, para los análisis posteriores se considera el anillo A.

En la Tabla 27, se muestran las convergencias de los anillos 1, 2 y “A”; en este último es ligeramente mayor en sentido horizontal y no presenta variación en el sentido vertical respecto a los demás y además arroja el valor más grande de momento flexionantes máximo.

Tabla 26. Momento máximo en anillos A-E

Anillo	M máximo	M mínimo
	kN*m/m	
A	140.6	-121.7
B	138.4	-121.3
C	131.1	-122.2
D	136.2	-121.0
E	136.2	-120.9

Tabla 27. Convergencias de los tres tipos de anillos

	$\Delta D_x$	$\Delta D_y$
Anillo 1	1.31	2.38
Anillo 2	1.31	2.38
Anillo A	1.35	2.38

Para el anillo “A” también fue posible conocer los momentos flexionantes máximos, comparar el tensor de esfuerzos con el modelo de conexiones tipo elasto-plásticas y el comportamiento en las juntas.

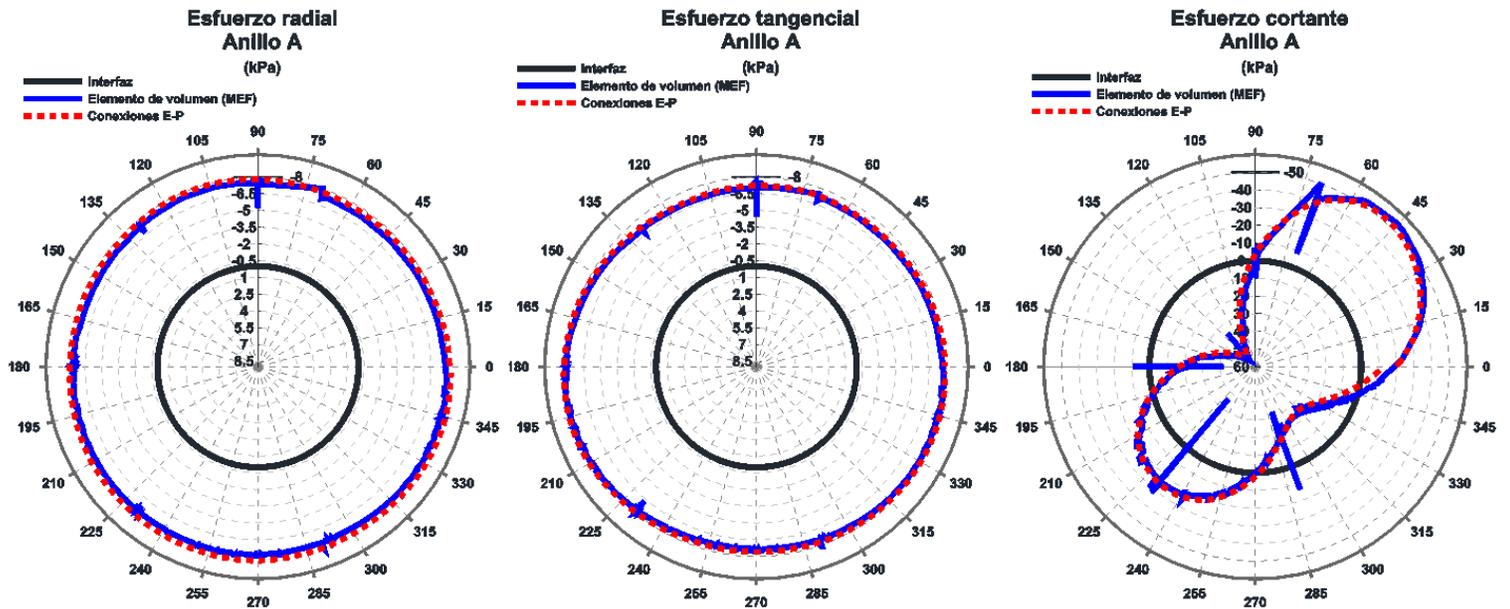


Figura 5.30 Esfuerzo radial y tangencial en anillo A

Al igual que en los análisis anteriores, para este tipo de anillo se realizó el mismo procedimiento del capítulo 5.2 para conocer los momentos plásticos de acuerdo con la relación Gladwell.

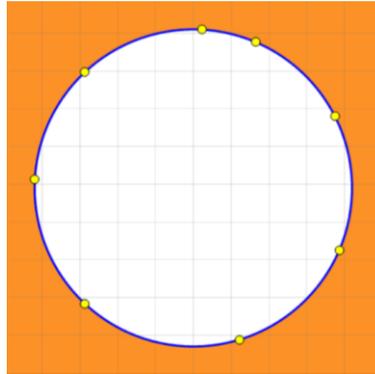


Figura 5.31 Anillo crítico como elemento barra con conexiones elastoplásticas.

En la figura siguiente se presenta una curva uniendo los valores puntuales de los momentos flexionantes actuantes en cada junta y las curvas de momento-rotación. Se observa que, para este anillo, solo dos juntas tienen un valor ligeramente mayor o cercano al momento plástico de acuerdo con la curva momento-rotación, esto se debe a que se encuentran en zonas donde el túnel presenta el mayor desplazamiento.

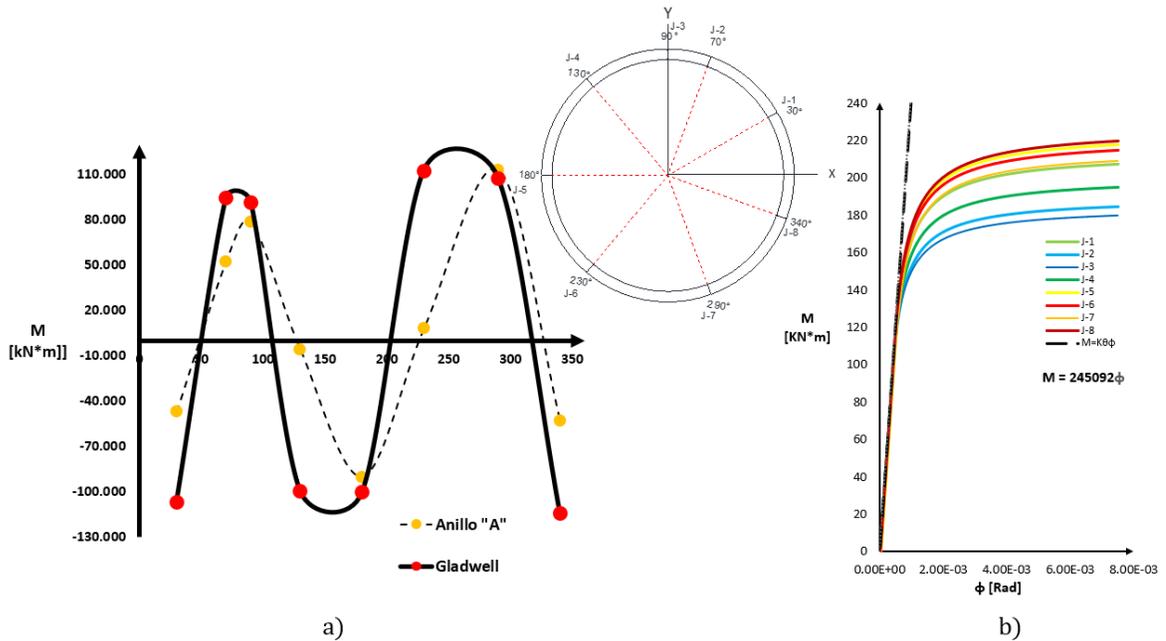


Figura 5.32 a) Momentos flexionantes en las juntas para anillo crítico, b) Curvas momento-rotación para cada junta.

## 6 ANÁLISIS NUMÉRICO DE INTERACCIÓN SUELO-ANILLO DOVELADO EN TRES DIMENSIONES

Después de haber aplicado la solución analítica y MEF, este último por medio del código de Plaxis, se pensó en analizar el problema con una modelización en tres dimensiones, para poder conocer de manera aproximada el comportamiento de tres anillos dovelados, los cuales ya fueron analizados en este trabajo (Figura 6.1). también otra de las justificaciones del porque elegir estos tipos de anillos, se debe a que, los primeros dos pueden ser comparados con la solución analítica propuesta por Naggar (2008) y el tercero se trata del anillo “A”, identificado en el análisis numérico en dos dimensiones del capítulo anterior.

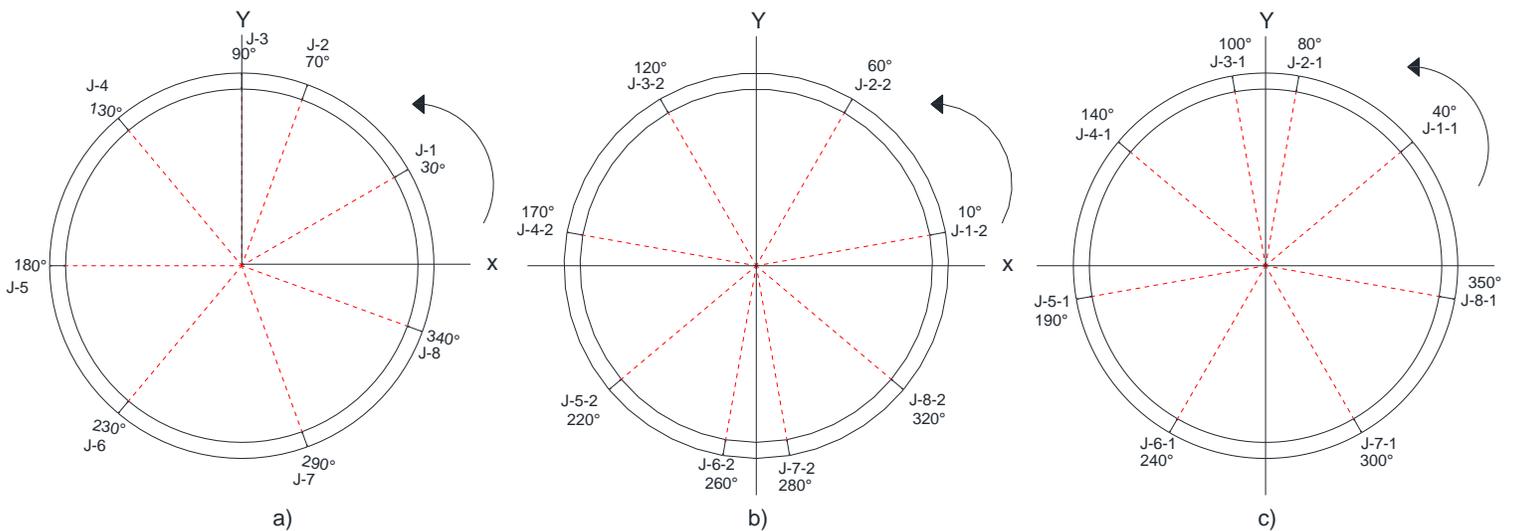


Figura 6.1 a) Anillo dovelado crítico, b) Anillo dovelado 2 y c) Anillo dovelado 1.

Se hizo la Modelización en el programada de elementos finitos con el código de Plaxis en tres dimensiones y se construyó con las características geotécnicas mencionadas en el capítulo 4.1, formándose un perfil estratigráfico con dimensiones de -58 m de profundidad dirección Z, 50 m en dirección X y 4.5 m en dirección Y, debido a que las dovelas tienen un ancho de 1.50 m (Figura 6.2). El orden en que se consideraron los anillos dovelados en la modelización es el señalado en la Figura 6.1.

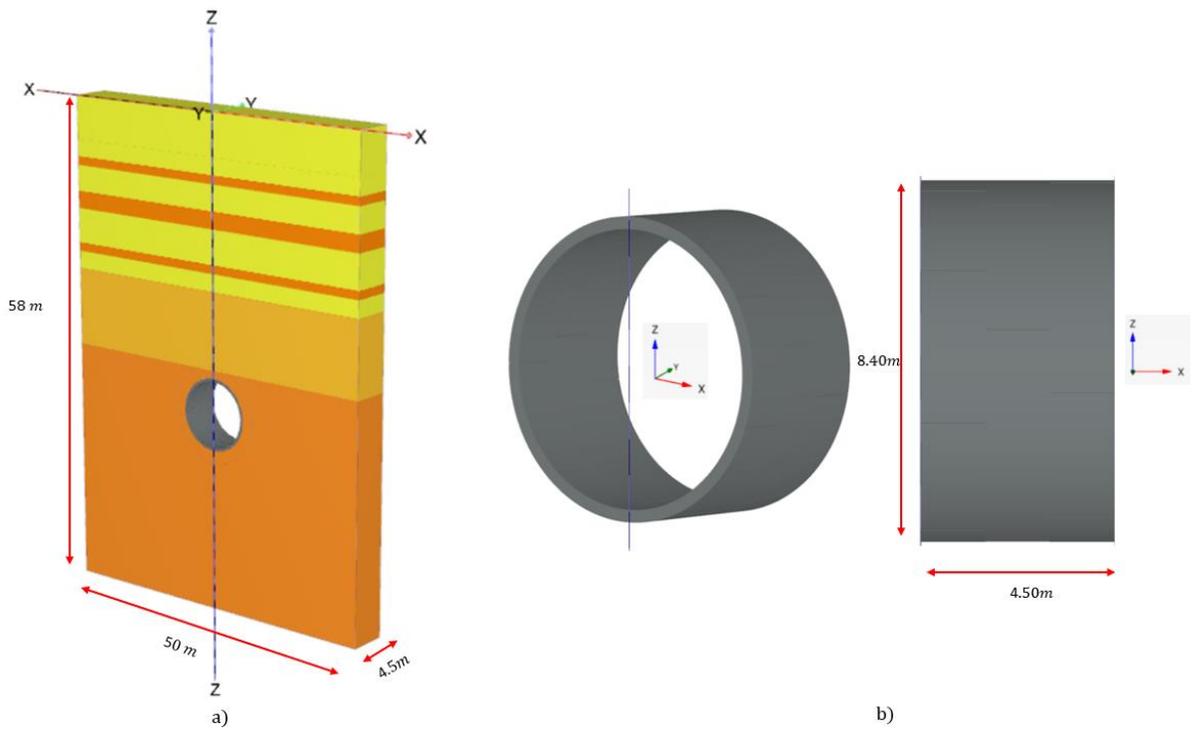


Figura 6.2 a) PerfilL estratigrafico en 3D, b) Geometría del túnel con 3 anillos dovelados.

También para este análisis se tuvieron que colocar interfaces entre el contacto dovela-dovela e interfaz suelo-revestimiento, con las mismas características mencionadas (ver Tabla 28). Las interfaces en sentido transversales contacto anillo-anillo, también se consideraron (Figura 6.3). estableciendo sus parámetros de acuerdo con la hipótesis que un anillo ejercerá a otra fuerza axial generando separación y deslizamiento entre ellos, por lo tanto; se consideraron con un comportamiento Mohr-Coulomb, con un ángulo de fricción interna igual al interfaz dovela-dovela y cohesión de 1 kPa. Se ejecutaron dos etapas de cálculo; estado inicial de esfuerzos en la masa de suelo y la excavación-colocación del revestimiento.

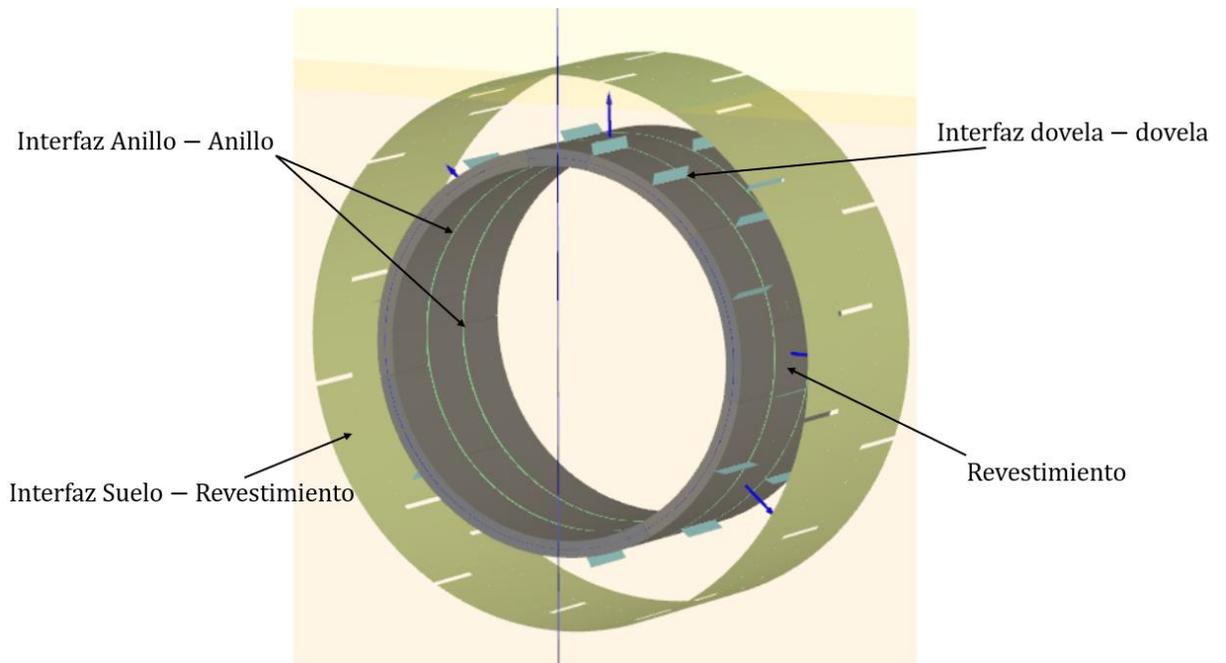


Figura 6.3 Características de la modelización en tres dimensiones.

Tabla 28. Propiedades de interface y dovelas.

Material	$\gamma$ kN/m <sup>3</sup>	Módulo constitutivo	E kN	$\nu$	C kPa	$\phi'$ °
Revestimiento	24.00	Mohr-Coulomb	2.60E+07	0.16	8557	39
Interfaz	G kN/m <sup>2</sup>	$E_{oed\ ref}$ kN/m <sup>2</sup>	$C^{ref}$ kN/m <sup>2</sup>	$\phi'$ °	UD-Power	UD - ref
Suelo-Revestimiento	5.00E+01	5.00E+06	1	35	1	100
Dovela-Dovela	3.00E+04	5.00E+08	0.1	37	1	100
Anillo-Anillo	3.00E+04	5.00E+08	1	37	1	100

## 6.1 Deformación en túnel compuesto por tres anillos.

En las figuras siguientes se muestra en mapa de colores las deformaciones que sufre el túnel en las tres direcciones X, Y y Z, donde se observa que los tres anillos presentan los mismos desplazamientos en el plano XZ del orden. Salvo en la dirección “Y” se aprecia que en algunas partes los anillos presentaran pequeñas separaciones.

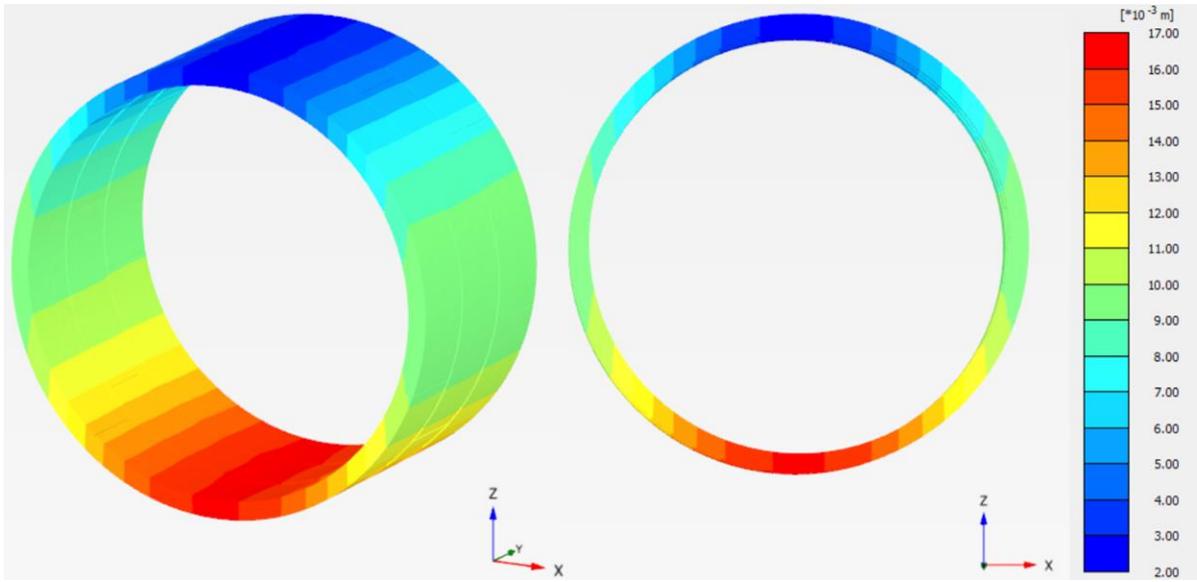


Figura 6.4 Deformación en el túnel dirección Z.

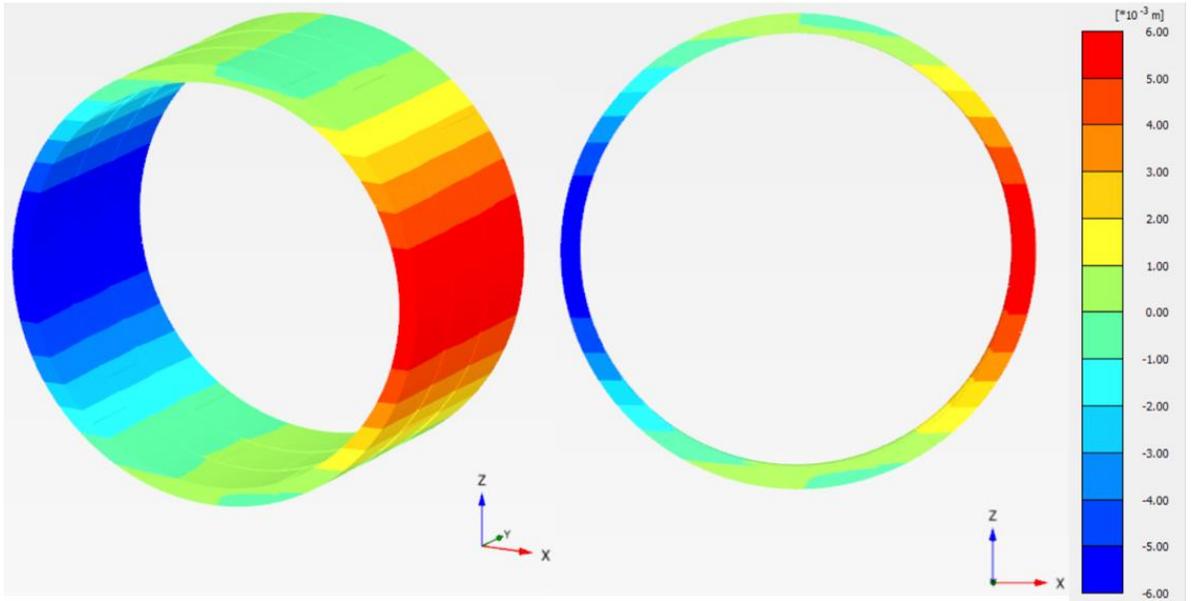


Figura 6.5 Deformación en el túnel dirección X.

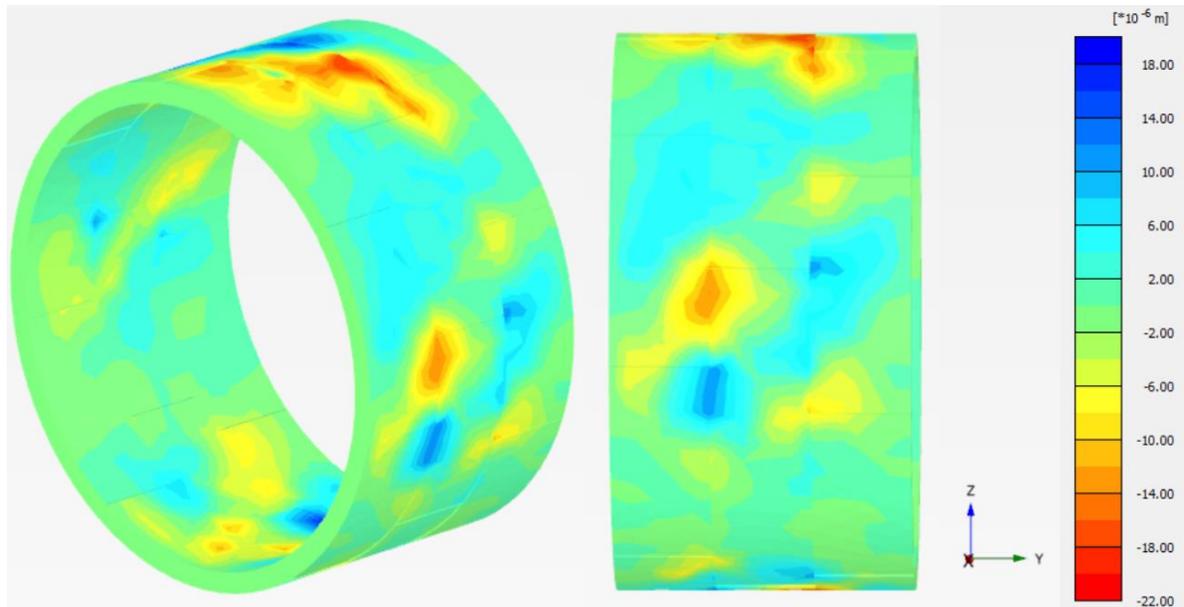


Figura 6.6 Deformación en el túnel dirección Y.

Es posible comparar las deformaciones en los anillos que se obtuvieron para los tres diferentes métodos empleados en este trabajo, a continuación, se muestran dichos resultados. cabe mencionar que para las deformaciones del análisis en tres dimensiones se tomaron los valores a la mitad de cada anillo dovelado, ya que los desplazamientos en estos no varían a lo largo del eje Y en el plano XZ.

El anillo crítico no se pudo analizar con solución analítica debido a que la distribución de las juntas no es simétrica respecto a la vertical. En las tablas siguientes se muestran los valores de las convergencias y su variación respecto al diámetro original en porcentaje de los tipos de anillos para el análisis analítico y numérico.

Tabla 29. Convergencias en anillo 1

	$\Delta D_x$	Porcentaje	$\Delta D_y$	Porcentaje
	cm	%	cm	%
3D	1.13	0.13	1.41	0.17
Elemento de volumen	1.31	0.16	2.38	0.28
Conexiones E-P	1.57	0.19	1.95	0.23
Analítico	1.12	0.13	1.38	0.16
Diámetro	8.4m			

Tabla 30. Convergencias en anillo 2

	$\Delta D_x$ cm	Porcentaje %	$\Delta D_y$ cm	Porcentaje %
3D	1.13	0.13	1.41	0.17
Elemento de volumen	1.31	0.16	2.38	0.28
Conexiones E-P	1.52	0.19	1.90	0.23
Análítico	1.12	0.13	1.39	0.16
Diámetro	8.4m			

Tabla 31. Convergencias en anillo "A"

	$\Delta D_x$ cm	Porcentaje %	$\Delta D_y$ cm	Porcentaje %
3D	1.13	0.13	1.41	0.17
Elemento de volumen	1.35	0.16	2.38	0.28
Conexiones E-P	1.52	0.19	1.90	0.23
Diámetro	8.4m			

De acuerdo con (Arnau y Molins, 2012) Las deformaciones que se presentan en la modelización de un túnel en tres dimensiones con la presencia de diferentes anillos a lo largo de su eje; son de un elemento rígido, provocando que los desplazamientos radiales sean uniformes en los tres anillos, sin embargo; si se pueden presentar ligeras separaciones entre ellos.

## 6.2 Estado de esfuerzos

En las figuras siguientes se comparan los resultados de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes en el interfaz suelo-anillo dovelado obtenidos con el modelo analítico y numérico en dos y tres dimensiones. Para el anillo A solo se pudo comparar el modelo numérico en dos dimensiones con los resultados obtenidos con el análisis en tres dimensiones, ya que con el modelo analítico no es posible analizarlo por la asimetría en que tiene con la posición de las juntas.

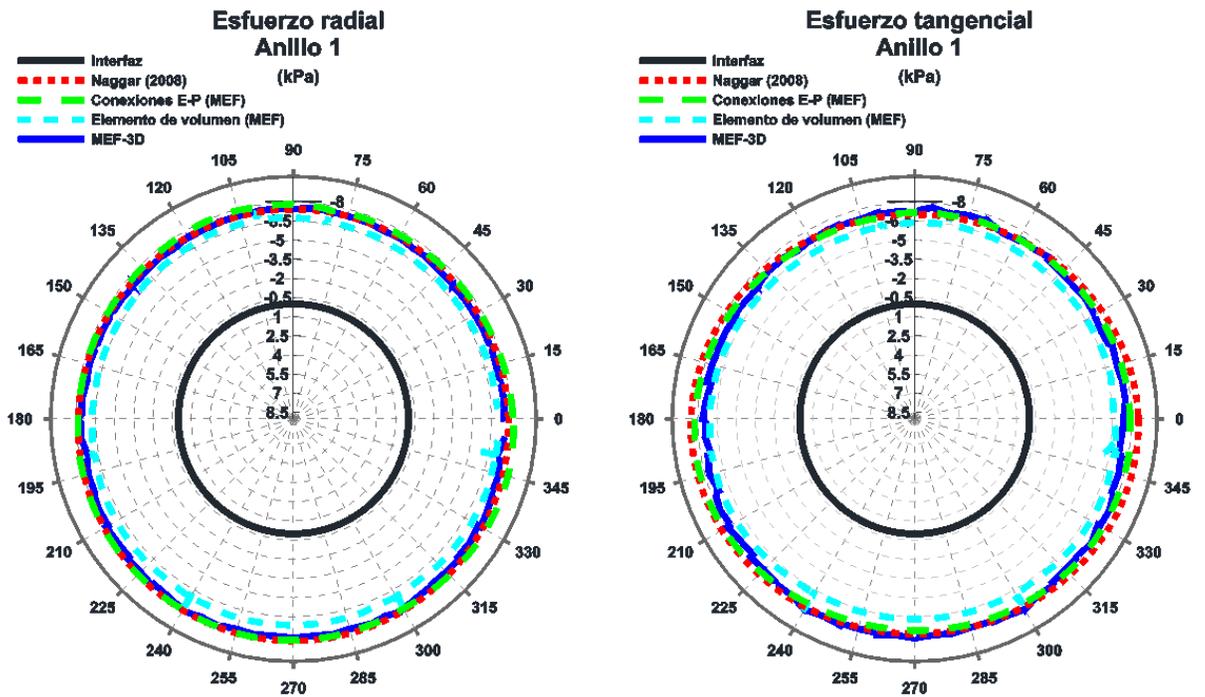


Figura 6.7 Esfuerzos radiales y tangenciales en anillo 1

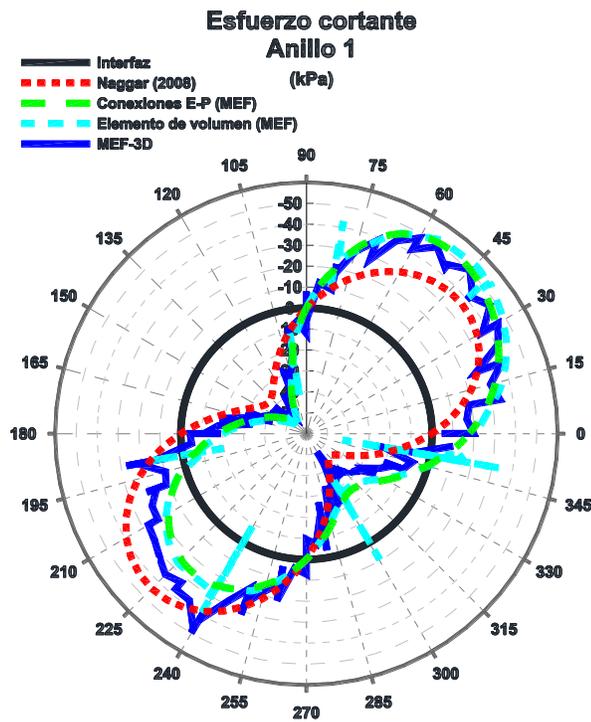


Figura 6.8 Esfuerzo cortantes en anillo 1

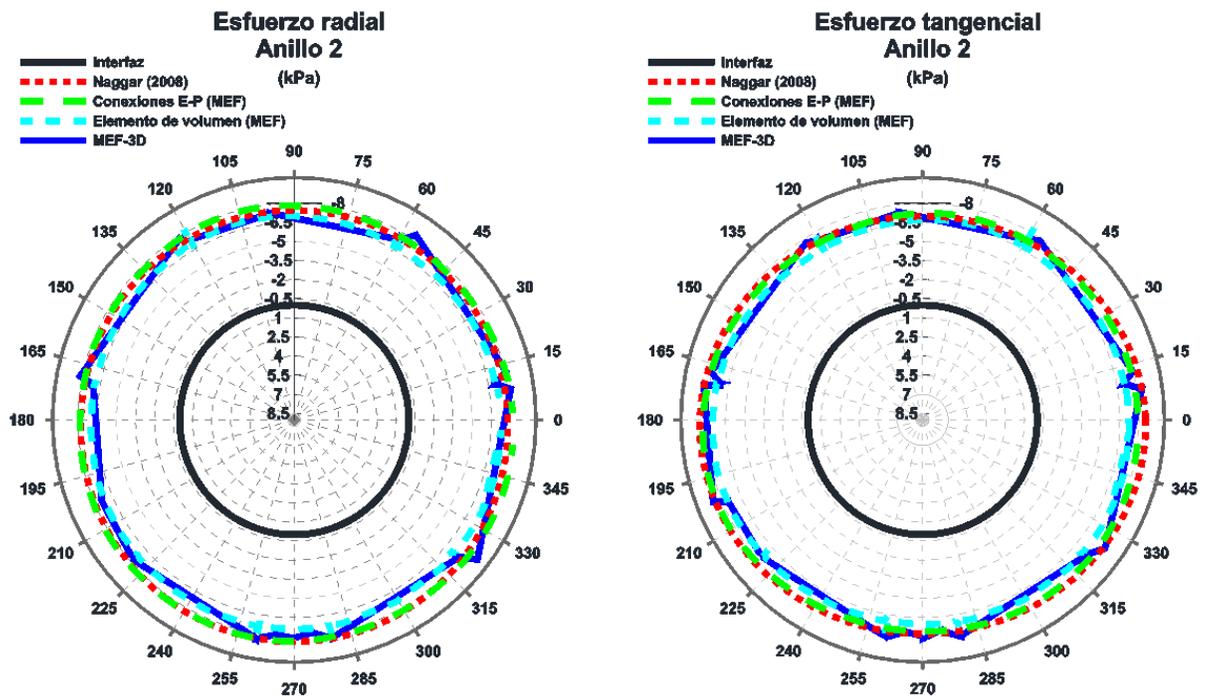


Figura 6.9 Esfuerzo radial y tangencial en anillo 2

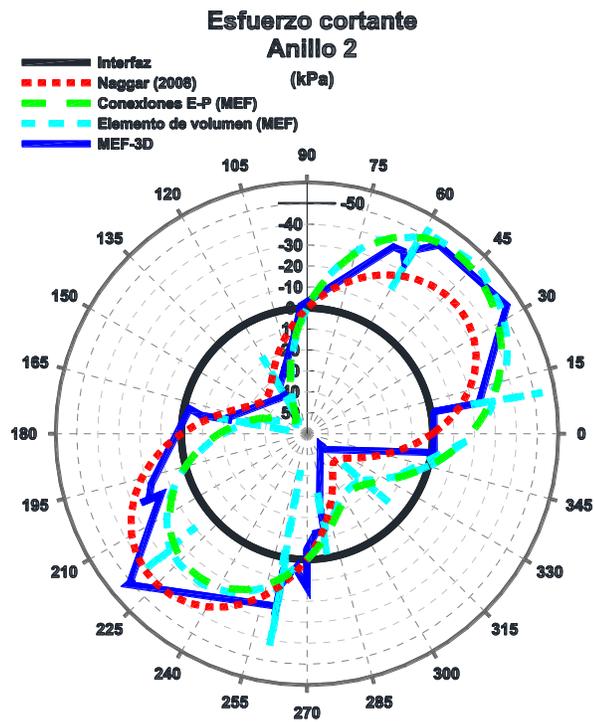


Figura 6.10 Esfuerzo cortante en anillo 2

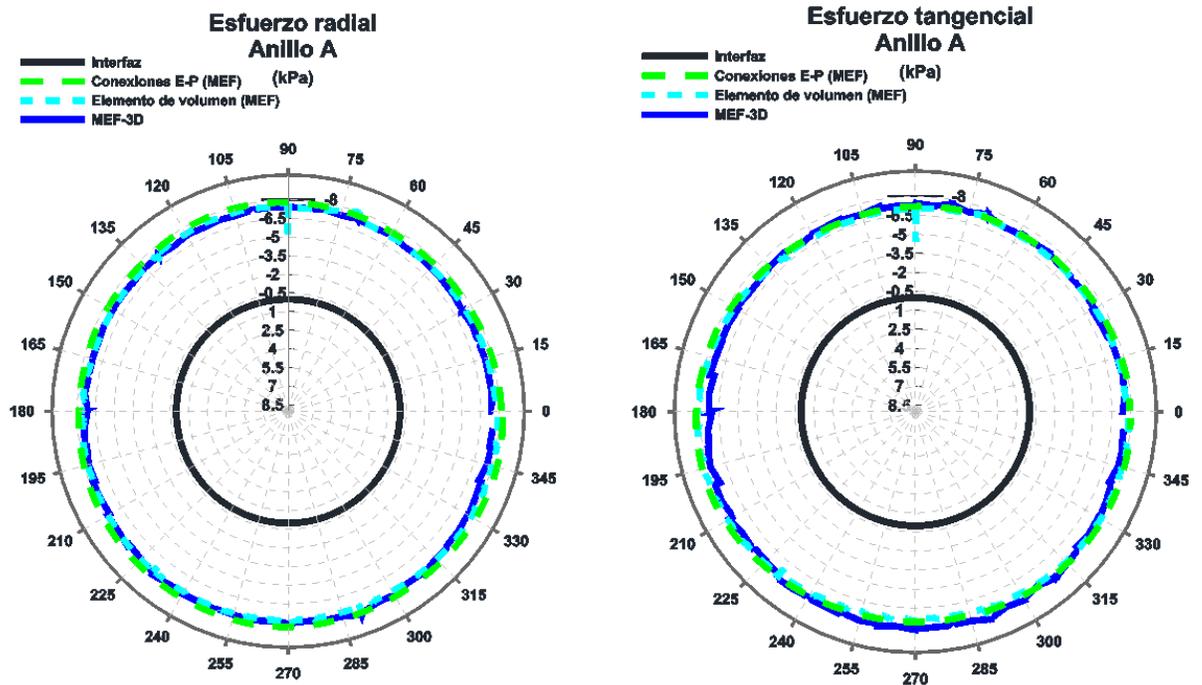


Figura 6.11 Esfuerzos radiales y tangenciales en anillo A

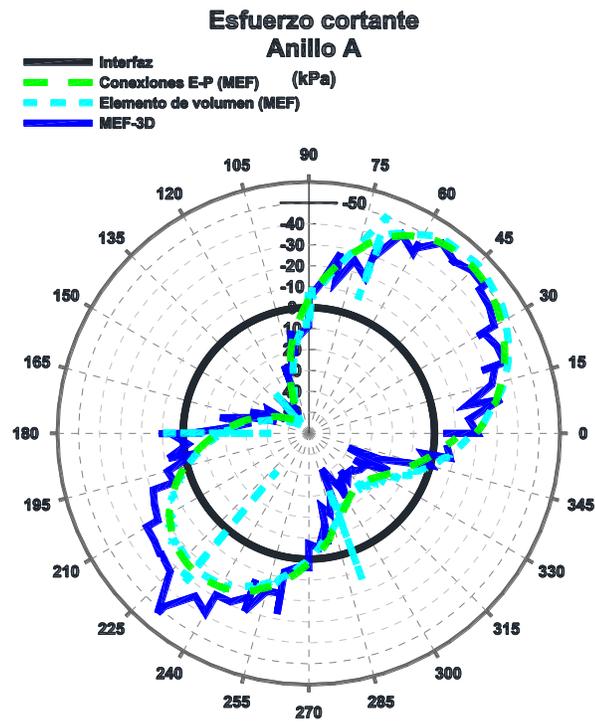


Figura 6.12 Esfuerzo cortante en anillo A

Se observa que, para el análisis analítico y numéricos los esfuerzos radiales y tangenciales resultan ser semejantes en los tres tipos de anillos. También se encontró que el esfuerzo cortante que arroja el análisis analítico es simétrico respecto a  $45^\circ$ , debido a que las soluciones analíticas siempre se derivan considerando que en las zonas de hastiales el cortante es igual a cero.

### 6.3 Elementos mecánicos

Fue posible determinar los elementos mecánicos en cada anillo, de acuerdo con la herramienta planteada por Slew Ann Tan y Bengt Fellenius (2016); que permite determinar los elementos mecánicos en estructuras (elementos de volumen) en un análisis numérico de elementos finitos mediante el código de plaxis; que por medio de un elemento placa o viga denominada como “Dummy” es colocada al interior del elemento de interés con una rigidez axial de un millón de veces menor que la original y después los resultados son multiplicados por dicho factor.

Por ende, en el análisis en tres dimensiones fue posible considerar un elemento placa “Dummy” a lo largo del eje del túnel dividido por la presencia de cada dovela (ver Figura 6.13). solo se consideró el módulo de elasticidad igual  $26.03 \text{ kN/m}^2$  con espesor de  $0.35 \text{ m}$  y módulo de Poisson ( $\nu=0.15$ ).

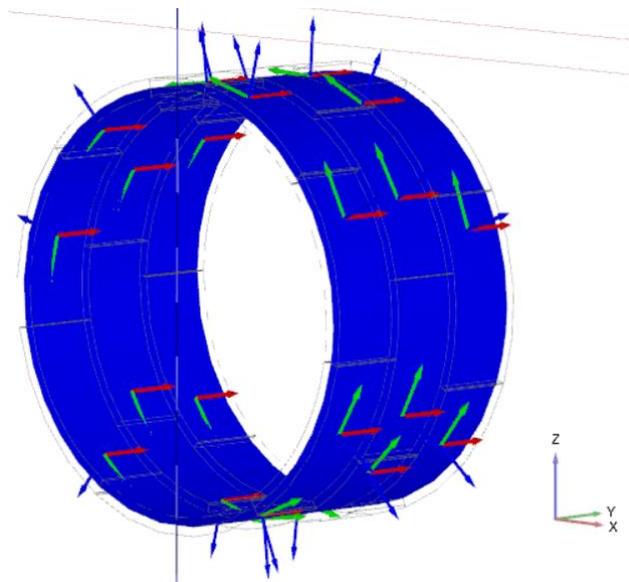


Figura 6.13 Elemento placa “Dummy” en túnel dovelado.

En las siguientes figuras se comparan los resultados de los momentos flexionantes y fuerzas axiales en los tres tipos de anillos, que se obtuvieron en los diferentes tipos de análisis.

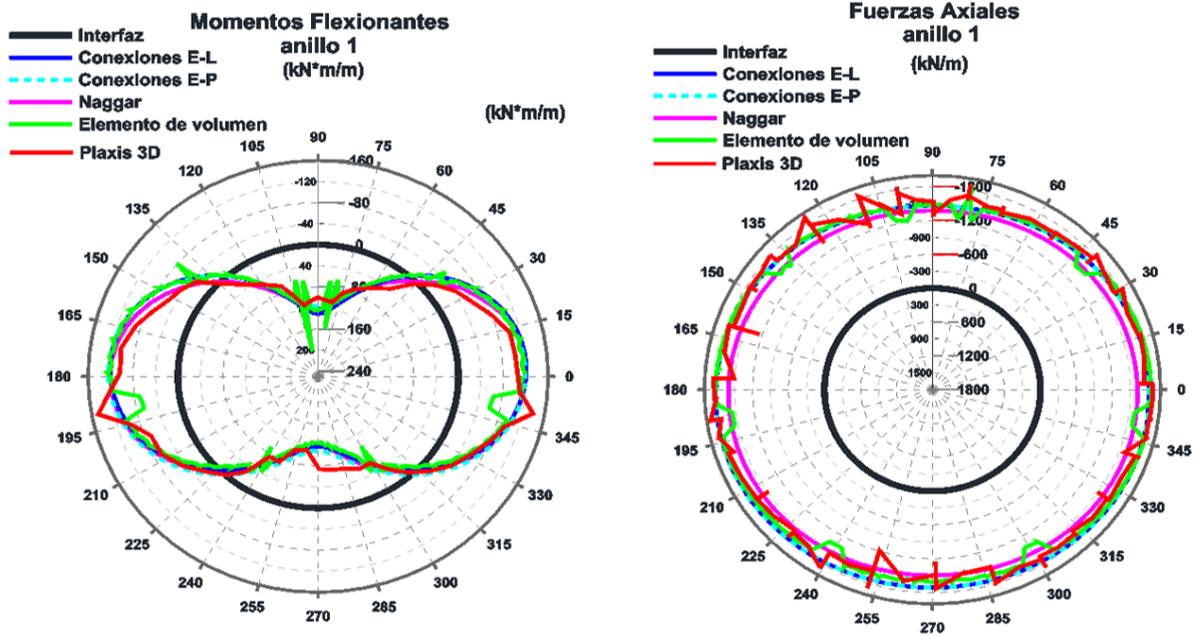


Figura 6.14 Elementos mecanicos en anillo 1

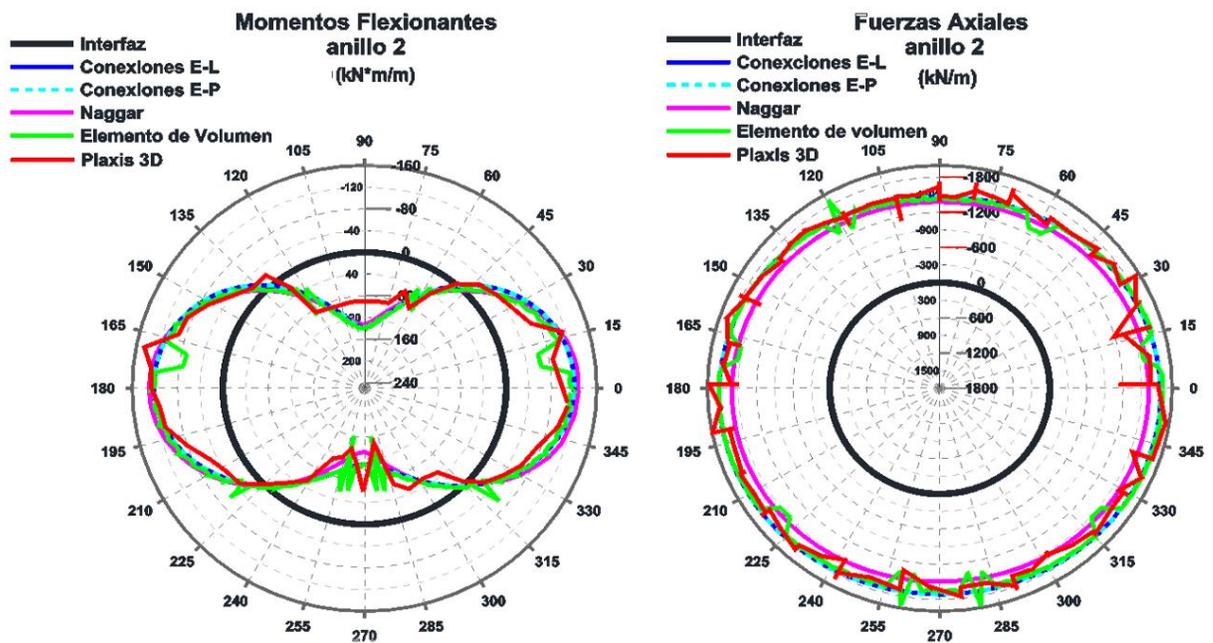


Figura 6.15 Elementos mecanicos en anillo 2

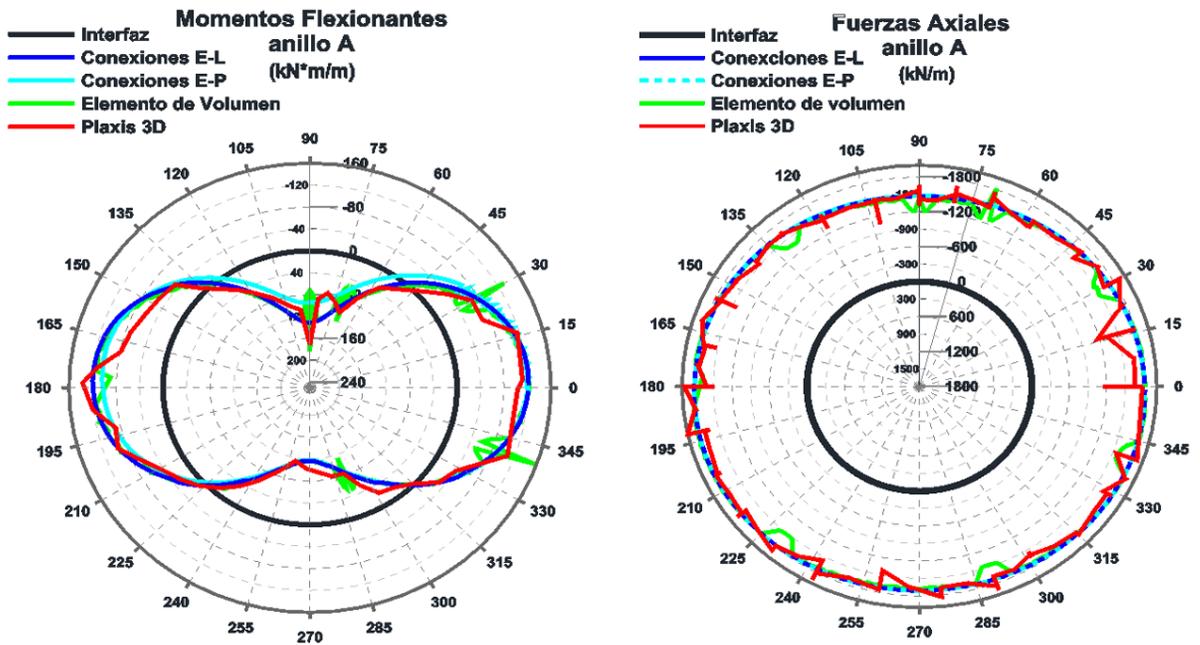


Figura 6.16 Elementos mecanicos en anillo "A"

### 6.4 Momentos flexionantes en las juntas

En las figuras siguientes se compararon los resultados de momentos flexionantes actuantes en cada una de las juntas para los tres tipos de anillo analizados, con la finalidad de identificar con base a la relación de Gladwell las juntas que presenten el valor mayo al momento plástico.

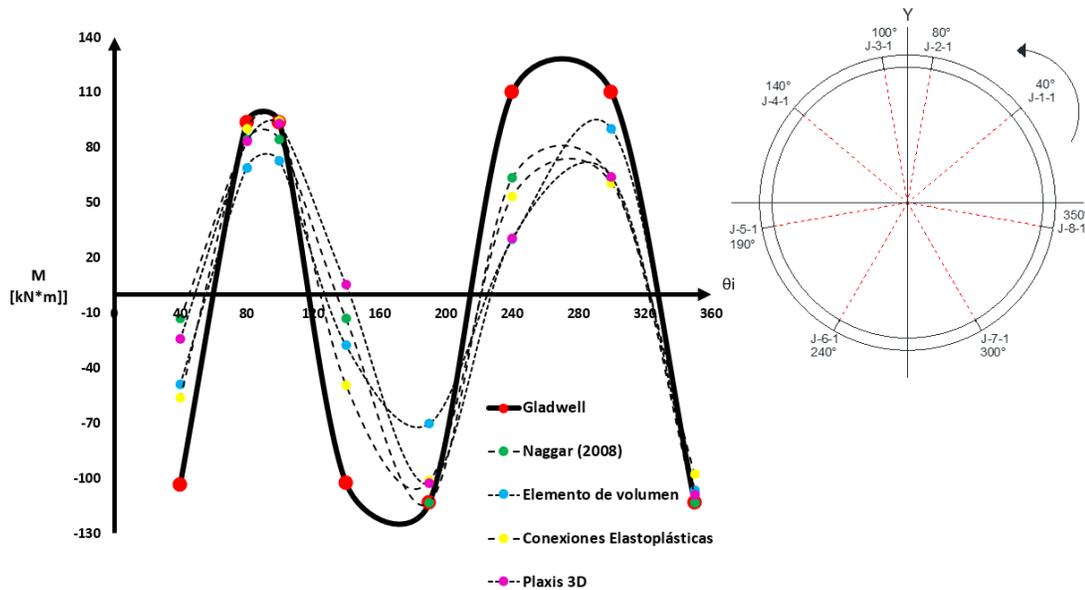


Figura 6.17 a) Momentos flexionantes en juntas de anillo 1

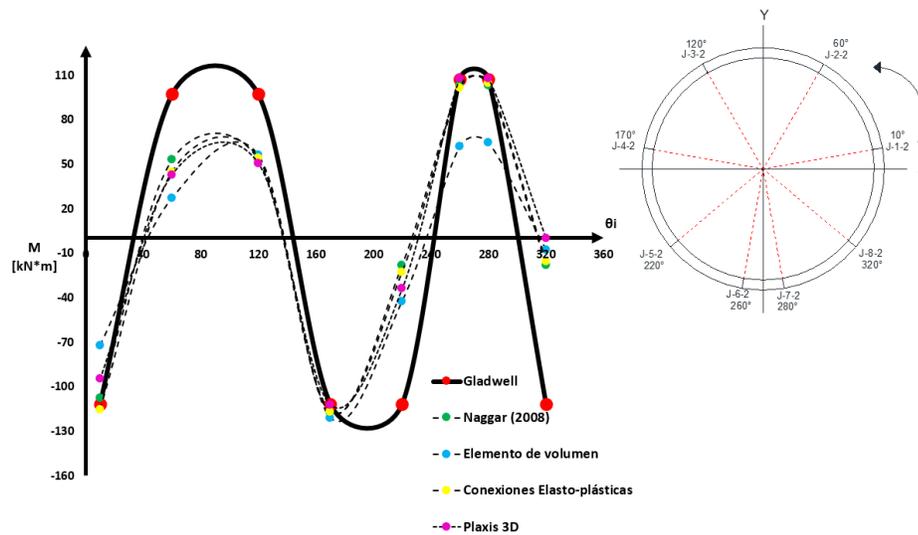


Figura 6.18 Momentos flexionantes en juntas de anillo 2

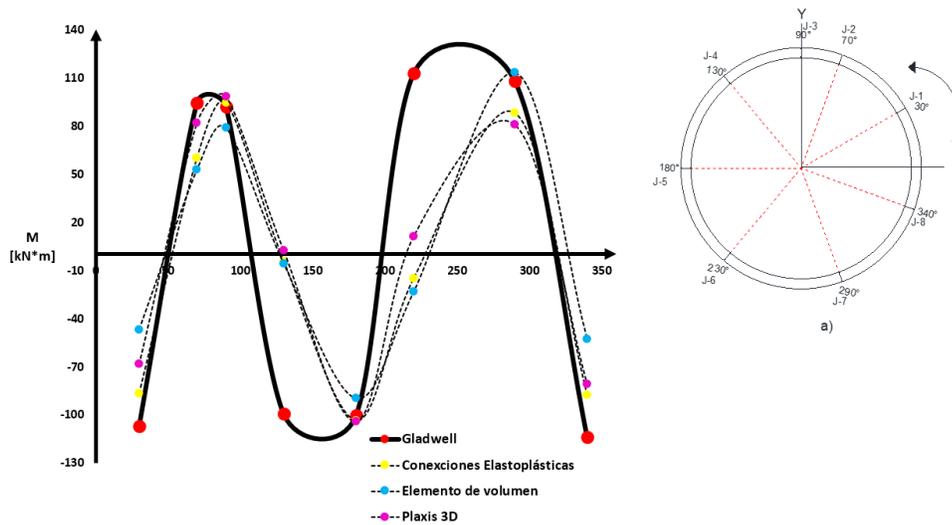


Figura 6.19 Momentos flexionantes en juntas para anillo A.

De las figuras anteriores se observa que los momentos flexionantes en las juntas; salvo en el anillo A que no fue posible analizarlo con la solución analítica, los tres tipos de anillos no presentan juntas con comportamiento plástico, al ser analizados con la relación de Gladwell para los diferentes tipos de análisis. También se observa que en las juntas que conforman la dovela llave para los tres casos y las que se encuentran cerca o próximas a los hastiales, resultan tener los momentos flexionantes iguales o ligeramente mayor al momento plástico debido a que son las zonas donde el túnel presenta la mayor deformación.

## 7 CONCLUSIONES

Se presentó y adaptó un modelo analítico que permite analizar la interacción suelo-revestimiento para túneles construidos en suelos blandos. Para obtener la rigidez angular requerida por el método se recurre a la expresión propuesta por Gladwell.

Con este modelo analítico, solo se pueden realizar análisis de interacción suelo-revestimiento para anillos cuya distribución de las juntas sea simétrica respecto a la vertical, de lo contrario no se estarían cumpliendo las hipótesis de compatibilidad de deformaciones que se plantearon para la derivación de la solución analítica propuesta por Naggar (2008).

Se estudió la influencia que tiene la flexibilidad del anillo dovelado, remarcando que la presencia de la rigidez relativa del revestimiento, ya que conforme este sea más flexible los elementos mecánicos disminuyen y la convergencia será mayor.

Los resultados arrojados por este modelo se pudieron comparar con los obtenidos con el Método de Elementos Finitos (MEF) para un túnel construido en un suelo con estratigrafía típica del valle de México.

Se empleó el Método de Elementos Finitos en dos dimensiones, considerando el anillo dovelado como:

- 1) Elemento placa con conexiones elásticas
- 2) Elemento placa con conexiones elasto-plásticas (Relación de Gladwell)
- 3) Elemento de volumen con interfaces de comportamiento Mohr-Coulomb

Las tres diferentes formas de analizar un anillo dovelado en el análisis numérico en dos dimensiones dan resultados semejantes con respecto al modelo analítico, sin embargo, se presentan diferencias en las convergencias verticales, debido a que este último no toma en cuenta los desplazamientos verticales debidos a la descarga del terreno.

Con la modelización del anillo dovelado como un elemento de volumen, se simula de manera más aproximada el comportamiento, ya que es posible considerar la geometría idealizada de una junta plana y además los resultados son semejantes con el análisis analítico y numérico con conexiones elásticas o elasto-plásticas.

De acuerdo con las curvas momento-rotación de Gladwell para los diferentes tipos de análisis, las juntas presentan rotaciones que generan un momento flexionantes que se dentro de la rama elástica. Sin embargo, las que se encuentran muy próximas a las zonas de la clave, cubeta y hastiales, tienden a tener momentos flexionantes cercanos al plástico.

Dado los resultados entre los análisis numéricos de dos dimensiones no existen variaciones importantes, las tres maneras de considerar el anillo dovelado pueden ser aceptadas para el análisis de interacción terreno-revestimiento sin despreciar el efecto de las juntas.

Se realizó análisis con elemento finito en dos dimensiones para anillo con distribuciones diferentes de las juntas y se determinó la distribución más crítica, con base a los resultados de momentos flexionantes máximos y las convergencias en ambas direcciones.

Se realizó análisis con elemento finito en tres dimensiones para un conjunto de tres anillos dovelados en las mismas condiciones estratigráficas con diferentes distribuciones de juntas incluyendo la distribución crítica definida en análisis en dos dimensiones.

La ejecución de los análisis en tres dimensiones requiere un tiempo de computo importante, pero permite representar de manera más aproximada las condiciones reales del problema.

La presencia de anillos acoplados con diferentes distribuciones de juntas lleva a un comportamiento global más rígido. La deformación del anillo resulta ser uniforme y

además ligeramente menor que la obtenida en los análisis numéricos en dos dimensiones.

para las condiciones particulares del ejemplo analizado, se obtienen resultados muy semejantes a los del análisis analítico y numérico en dos dimensiones, por lo tanto, se desprende que por lo menos en ciertas condiciones el modelo analítico desarrollado en este trabajo puede ser de gran utilidad.

## 8 REFERENCIAS

Alberro, J. (1983), “Presiones de roca en túneles e interacción roca-revestimiento”, *Series de Investigación del Instituto de Ingeniería, UNAM*.

Arnau O, Molins C., (2012) “Three dimensional structural response of segmental tunnel linings”. *Engineering Structures*, 44, 2010-221.

Auvinet G., y Rodríguez-Rebolledo, J.F. (2010), “Análisis, diseño, construcción y comportamiento de obras subterráneas en suelos”, *XXV Reunión Nacional de Ingeniería Geotécnica*, Vol. 1, Acapulco, pp. 33-42.

Basurto, B.S. (2013), “Factor de reducción de rigidez para túneles dovelados”, *Tesis para obtener el título de Ingeniero civil, Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de Ingeniería. Instituto de Ingeniería de la UNAM*.

Blom, C.B.M., (2002) “Design philosophy of segmented linings for tunnels in soft soils. Ph.D. Thesis, *Delf University of Technology, the Netherlands*.

Bobet, A. (2001), “Analytical solutions for shallow tunnels in saturated ground”, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE Vol. 127 (12), pp. 1258–1266.

Bo Tvede-Jessen., Faurschou M., Kasper T., (2017) “A modelling approach for joint rotations of segmental concrete tunnel”, *Tunnelling and Underground Space Technology*, ELSEVIER 67: 61-67.

Brinkgreve R.BJ., Kumarswamy S., Swolfs W.M., “Manuals Plaxis 2D 2016”, *Plaxis bv, P.O Box 572,2600 AN DELFT, Netherlands*

Brinkgreve R.BJ., Kumarswamy S., Swolfs W.M., “Manuals Plaxis 3D 2016”, *Plaxis bv, P.O Box 572,2600 AN DELFT, Netherlands*

Budhu Muni. "Soil Mechanics and Foundatios" *Department of Civil Engineering and Engineering Mechanics*, University of Arizona,

Burns, J. Q., and Richard, R. M., "Attenuation of Stresses for Buried Cylinders, Proceedings, *Symposium on soil -Structure Interaction, Tucson, Ariz, 1964*, pp 378-392.

Deere, D. U., *et al.*, (1969), "Desing of tunnel liners and support systems", Final Report, *Departament of Civil Engineering, University of Illinois Urbana, III*.

Deméneghi, A., *et al.* (2003), "Fundamentos de mecánica del medio continuo", *Departamento de Geotecnia de la División de Ingeniería Civil, Topográfica y Geodésica de la Facultad de ingeniería, UNAM*.

Einstein, H.H., y Schwartz, C.W (1979), "Simplified Analysis for Tunnel Supports", *Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 105(4)*, pp. 499-518.

El Naggar, H., Hinchberger, S. D, and Lo, K.Y. (2008). "A closed-form solution for composite tunnel linings in a homogenous infinite isotropic elastic medium". *Canadian Geotechnical Journal*, 45: 266-287. doi:10.1139/T07-055.

El Naggar, H., Hinchberger, S.D. (2008). "An analytical solution for jointed tunnel linings in elastic soil or rock". *Canadian Geotechnical Journal*, 45: 1572-1593. doi: 10.1139/T08-075.

EI Naggar, H., Hinchberger, S. D., (2012). "Approximate evaluation of stresses in degraded tunnel linings". *Soil Dynamics and Earthquake Enginnering*, 43: 45-47.

Equihua, L.N. (2000). "Túneles en suelos blandos con hundimiento regional". *Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería. División de Estudios de Posgrado, UNAM*.

Flores, F.A. (2010), “Análisis del comportamiento estático de túneles excavados en suelos blandos”. *Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.*

Flügge, W. (1966), “Stresses in shells”, Springer-Verlag, Inc., New York, N.Y.

Galván A., Peña F., (2013) “Comportamiento estructural de anillos acoplados en túneles dovelados”, *3<sup>er</sup> Simposion International sobre túneles y lumbreras en suelos y roca, Intituto de Ingeniería de la UNAM, México, México D.F.*

Garcia S. Gabriela, (2017) “Estudio comparativo del comportamiento del concreto lanzado en túneles a partir de distintas aproximaciones constitutivas”, *Tesis para obtener el grado de maestro en Inegniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.*

Hefny, A.M., Chu, H.C, (2006) “An investigation into the behavior of jointed tunnel lining”. *Tunnelling and Underground Space Technology 21,428.*

Hernández, M. G (2014), “Análsis estructural de túneles dovelados con juntas inelásticas entre dovelas”. *Tesis para obtener el grados de maestro en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.*

Hjort, L. Alan. S (2017), “Análisis y diseño de anillos segmentados con dovelas de concreto reforzado con fibras de acero”, *Examen general de conocimientos para obtener el grado de maestro en ingeniería, Pograma de Maestría y Doctorado, UNAM.*

Klappers C, Grübl F, Ostermeier B. (2006). “Structural analyses of segmental lining – coupled beam and spring analyses versus 3D-FEM calculations with shell elements”. *Proceedings of the ITA-AITES 2006 world tunnel congress, safety in the underground space. 6 pp.*

Lee, K.M., Ge, X.W. (2001) “The equivalence of a jointed shield-driven tunnel lining to a continuous ring structure”. *Canadian Geotechnical Journal*, 38(3):46-483. *Doi:10.1139/cgj-38-3-461*.

Maidl B., Herrenknecht M., Maidl U., Werhmeier G., “Mechanised shield tunnelling”. Ernst and Sohn a Wiley Company.

Mindlin, R.D., (1936). “Force at a point in the interior of a semi-infinite solid”, *Department of Civil Engineering, Columbia University. Journal Applied Physics. doi: 10.1063/1.1745358*.

Ngoc, A. D., Daniel D., Pierpaolo O., Iriani Djeran-Maigre, (2012), “2D numerical investigation of segmental tunnel lining behavior”. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 37 115-127.

Ngoc, A.D., (2015). “Numerical analyses of segmental tunnel lining under static and dynamic loads”, *Pour obtenir Le grade de Docteur, L’Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*,

Pérez, M.A. y Auvinet G., (2012<sup>a</sup>), “Solución analítica para la determinación del campo de esfuerzos alrededor de una excavación circular con presión interna uniforme”, 2<sup>o</sup> *Seminario Internacional sobre túneles y lumbreras en suelos y roca, Ciudad de México*.

Pérez, M.A. y Auvinet G., (2012<sup>c</sup>), “Solución analítica para la determinación de campos de esfuerzos y desplazamientos alrededor de un túnel circular”, *XXVI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Cancún Quintana Roo, México*.

Peña, M. F., Galván, C.A., Meli, R, (2012), “Comportamiento estructural de juntas entre dovelas de concreto prefabricado para túneles”, *Concreto y cemento, investigación y desarrollo, Vol. 3, Núm 2*.

Peña, M. F., Galván, C.A., (2014), “Análisis estructural de anillos dovelados para túneles: comparación entre modelos”. *IV Congreso Mexicano de Ingeniería de Túneles y Obras subterráneas, Instituto de Ingeniería de la UNAM.*

Salazar, M.J. (2012), “Estudios de la interacción entre revestimientos de túneles dovelados”, *Para obtener el grado de Maestro en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en ingeniería, UNAM.*

Tan, S. A., & Fellenius, B. H. (2016). Negative skin friction pile concepts with soil – structure interaction. *Geotechnical Research*, 3(4), 137–147.

Timoshenko, S. P., y Goodier, J. N, “Theory of elasticity”. New York: McGraw-Hill, 3<sup>rd</sup> Edition (1970).

Verruijt, A., y Booker, J. R. (1966), “Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane”, *Geotechnique, London*, 46, pp. 753-756.

Zaldívar, S.F., Rodríguez, J.F. y Auvinet, G. (2012), “Esfuerzos y desplazamientos alrededor de un túnel considerando el “efecto burbuja”, *2º Simposio Internacional sobre túneles y lumbreras en suelos y roca, Ciudad de México.*

Zaldivar, S.F, (2013), “Metodología para el análisis y diseño de conexiones túnel-lumbrera y túnel-túnel en suelos blandos sometidos a hundimiento regional”. *Para obtener el grado de Maestro en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.*

## ANEXO A

En esta sección se resumen la solución desarrollada por Yuen (1979) y Ogawa (1986) para los esfuerzos y desplazamientos sujetos a fuerzas normales y tangenciales.

- **Componente hidrostática**

De manera similar como fue implementada para el estado de esfuerzos y desplazamientos del suelo, los esfuerzos cortantes, tangenciales y radiales en la inyección puede resolverse usando la función potencial de esfuerzos de Airy  $\phi$ , [2 ,3] respectivamente, ecuaciones de equilibrio [A1-A3] y las condiciones de frontera son  $\sigma_r = \sigma_{N2}^H$  y  $\sigma_{N1}^H$  para  $r=R_3$  y  $r=R_2$ .

$$\sigma_r^H = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} = 2A + \frac{C}{r^2} \quad [A1]$$

$$\sigma_\theta^H = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} = 2A - \frac{C}{r^2} \quad [A2]$$

$$\tau_{r\theta}^H = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = 0 \quad [A3]$$

Por lo tanto; los coeficientes A y C son:

$$A = \frac{\sigma_{N2}^H - \sigma_{N1}^H h}{2(1-h)} \quad [A4]$$

$$C = \frac{R_2^2 (\sigma_{N2}^H - \sigma_{N1}^H)}{(1-h)} \quad [A5]$$

Entonces, los esfuerzos en la inyección son:

$$\sigma_{r_{L2}} = \sigma_{N1}^H \left[ \frac{\left(\frac{R_2}{r}\right)^2 - h}{1-h} \right] + \sigma_{N2}^H \left[ \frac{1 - \left(\frac{R_2}{r}\right)^2}{1-h} \right] \quad [A6]$$

$$\sigma_{\theta_{L2}} = -\sigma_{N1}^H \left[ \frac{\left(\frac{R_2}{r}\right)^2 + h}{1-h} \right] + \sigma_{N2}^H \left[ \frac{1 - \left(\frac{R_2}{r}\right)^2}{1-h} \right] \quad [A7]$$

$$\tau_{r\theta_{L2}} = 0 \quad [A8]$$

De la ley de Hook, se puede mostrar que los desplazamientos radiales en la inyección son:

$$u_{L2}^H = \int \varepsilon_{\theta 2}^H dr = \frac{(1+\nu_2)r}{E_2(1-h)} \left\{ \left[ -\frac{R_2^2}{r^2} - (1-2\nu_2)h \right] \sigma_{N1}^H + \left[ \frac{R_2^2}{r^2} + (1-2\nu_2) \right] \sigma_{N2}^H \right\}$$

Para  $r=R_2$  y  $r=R_3$ , el desplazamiento radial en el intradós y extradós son:

$$u_{L2}^H(r=R_3) = \frac{(1+\nu_2)R_3}{E_2(1-h)} \left\{ [-2(1-\nu_2)h] \sigma_{N1}^H + (h+1-2\nu_2) \sigma_{N2}^H \right\} \quad [A9]$$

- **Componente desviadora**

$$u_{L2}^H(r=R_3) = \frac{(1+\nu_2)R_2}{E_2(1-h)} \left\{ [-1 - (1-2\nu_2)h] \sigma_{N1}^H + (2(1-\nu_2)) \sigma_{N2}^H \right\} \quad [A10]$$

Similarmente para la componente desviadora, se derivan las expresiones para el estado de esfuerzos y desplazamientos, con la función potencial de esfuerzos de Airy  $\phi$  dado por [3], junto con las ecuaciones de equilibrio [A11-A13] y las condiciones de frontera

$\sigma_r = \sigma_{N2}^D \cos 2\theta$ ,  $\sigma_r = \sigma_{N1}^D \cos 2\theta$  y  $\tau_{r\theta} = -\tau_{T2} \text{sen} 2\theta$  y  $\tau_{r\theta} = -\tau_{T1} \text{sen} 2\theta$  para  $r=R_3$  y  $r=R_2$  respectivamente.

$$\sigma_r^D = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi^D}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \Phi^D}{\partial \theta^2} = \left[ 2A + 6 \frac{C}{r^4} + 4 \frac{D}{r^2} \right] \cos 2\theta \quad [A11]$$

$$\sigma_\theta^D = \frac{\partial^2 \Phi^D}{\partial r^2} = \left[ 2A + 12Br^2 + 6 \frac{C}{r^4} \right] \cos 2\theta \quad [A12]$$

$$\tau_{r\theta}^D = -\frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi^D}{\partial r} \right) = \left[ 2A + 6Br^2 - 6 \frac{C}{r^4} - 2 \frac{D}{r^2} \right] \text{sen} 2\theta \quad [A13]$$

Por lo tanto; los coeficientes A B, C y D son:

$$A = \frac{1}{2(1-h)^3} \left[ -(2h^2 + h + 1)\sigma_{N2}^D - 2h^2\tau_{T2} + (h^3 + h^2 + 2h)\sigma_{N1}^D + 2h\tau_{T1} \right] \quad [A14]$$

$$B = \frac{1}{6(1-h)^3 R_3^2} \left[ (3h + 1)\sigma_{N2}^D + (3h - 1)\tau_{T2} - (h^2 + 3h)\sigma_{N1}^D + (h^2 - 3h)\tau_{T1} \right] \quad [A15]$$

$$C = \frac{h^2 R_3^4}{6(1-h)^3} \left[ -(h + 3)\sigma_{N2}^D - 2h\tau_{T2} + (3h + 1)\sigma_{N1}^D + 2\tau_{T1} \right] \quad [A16]$$

$$D = \frac{h^2 R_3^2}{2(1-h)^3} \left[ (h^2 + h + 2)\sigma_{N2}^D + (h^2 + h)\tau_{T2} - (2h^2 + h + 1)\sigma_{N1}^D - (h + 1)\tau_{T1} \right] \quad [A17]$$

Los esfuerzos y desplazamientos en el interfaz suelo-inyección para  $r=R_3$  debido a las reacciones son:

$$\sigma_r^D = \left[ 2A + 6 \frac{C}{R_3^4} + 4 \frac{D}{R_3^2} \right] \cos 2\theta \quad [A18]$$

De la ley de Hook, se puede mostrar que os desplazamientos radiales en la inyección

$$\sigma_{\theta}^D = \frac{\partial^2 \Phi^D}{\partial r^2} = \left[ 2A + 12BR_3^2 + 6\frac{C}{R_3^4} \right] \cos 2\theta \quad [A19]$$

$$\tau_{r\theta}^D = \left[ 2A + 6Br^2 - 6\frac{C}{r^4} - 2\frac{D}{r^2} \right] \text{sen} 2\theta \quad [A20]$$

$$u_{L_2}^D = \int \varepsilon_r dr = \frac{2(1+\nu_2)r}{E_2} \left\{ \left[ -A - 2\nu_2 Br^2 + \frac{C}{r^4} + 2(1-\nu_2)\frac{D}{r^2} \right] \right\} \cos 2\theta$$

son:

$$v_{L_2}^D = \int \left( \varepsilon_{\theta} - \frac{u_{L_2}^D}{r} r d\theta \right) = \frac{2(1+\nu_2)r}{E_2} \left\{ \left[ A + (3-2\nu_2)Br^2 + \frac{C}{r^4} - (1-2\nu_2)\frac{D}{r^2} \right] \right\} \text{sen} 2\theta$$

Por lo tanto; los desplazamientos son:

$$u_{L_2} = \frac{(1+\nu_2)R_3}{3E_2(1-h)^3} (\alpha_2 \sigma_{N_2}^D + \beta_2 \tau_{T_2} + \chi_2 \sigma_{N_1}^D + \delta_2 \tau_{T_1}) \cos 2\theta \quad [A21]$$

$$v_{L_2} = \frac{(1+\nu_2)R_3}{3E_2(1-h)^3} (\psi_2 \sigma_{N_2}^D + \gamma_2 \tau_{T_2} + \eta_2 \sigma_{N_1}^D + \omega_2 \tau_{T_1}) \text{sen} 2\theta \quad [A22]$$

Lo mismo para el interfaz inyección-anillo dovelado para  $r=R_2$ , los esfuerzos y desplazamientos son como sigue:

$$\sigma_r^D = - \left[ 2A + 6\frac{C}{h^2 R_3^4} + 4\frac{D}{h R_3^2} \right] \cos 2\theta \quad [A23]$$

$$\sigma_{\theta}^D = \frac{\partial^2 \Phi^D}{\partial r^2} = \left[ 2A + 12BhR_3^2 + 6\frac{C}{h^2 R_3^4} \right] \cos 2\theta \quad [A24]$$

$$\tau_{r\theta}^D = \left[ 2A + 6BhR_3^2 - 6\frac{C}{h^2R_3^4} - 2\frac{D}{hR_3^2} \right] \text{sen}2\theta \quad [A25]$$

Los desplazamientos

$$u_{L_2} = \frac{(1+\nu_2)R_3}{3E_2(1-h)^3} (\alpha_1\sigma_{N_2}^D + \beta_1\tau_{T_2} + \chi_1\sigma_{N_1}^D + \delta_1\tau_{T_1}) \cos 2\theta \quad [A26]$$

$$v_{L_2} = \frac{(1+\nu_2)R_3}{3E_2(1-h)^3} (\psi_1\sigma_{N_2}^D + \gamma_1\tau_{T_2} + \eta_1\sigma_{N_1}^D + \omega_1\tau_{T_1}) \text{sen}2\theta \quad [A27]$$

## ANEXO B

Constantes para conocer el estado de esfuerzos y desplazamientos en la interfaz inyección-revestimiento

$$\alpha_2 = (5 - 6v_2)h^3 + (9 - 6v_2) + (15 - 18v_2)h + (3 - 2v_2)$$

$$\beta_2 = (4 - 6v_2)h^3 + (12 - 6v_2)h^2 - 6v_2h + 2v_2$$

$$\chi_2 = -4(1 - v_2)h(3h^2 + 2h + 3)$$

$$\delta_2 = -4(1 - v_2)h(h + 3)$$

$$\psi_2 = -\beta_2$$

$$\gamma_2 = -(5 - 6v_2)h^3 - (9 - 6v_2)h^2 + (9 - 6v_2)h - (3 - 3v_2)$$

$$\eta_2 = 4(1 - v_2)h^2(3h + 1)$$

$$\omega_2 = 8(1 - v_2)h^2$$

$$\alpha_1 = \frac{\chi_2}{h}$$

$$\beta_1 = \frac{\eta_2}{h}$$

$$\chi_1 = -3(3 - 2v_2)h^3 - (15 - 18v_2)h^2 - (9 - 6v_2)h - (5 - 6v_2)$$

$$\delta_1 = -2v_2h^3 + 6v_2h^2 - (12 - 6v_2)h - 4(4 - 6v_2)$$

$$\psi_1 = \frac{\delta_2}{h}$$

$$\gamma_1 = \frac{-\omega_2}{h}$$

$$\eta_1 = -\delta_1$$

$$\omega_1 = (3 - 2v_2)h^3 - (9 - 6v_2)h^2 + (9 - 6v_2)h + (5 - 6v_2)$$

## ANEXO C

Constantes para determinar las reacciones producto de la interacción terreno-revestimiento.

$$C_1 = \frac{E_g(1+v_2)}{E_2(1+v_g)}$$

$$C_2 = -\frac{2(1-v_2)h}{(1-h)}$$

$$C_3 = \frac{h+(1-2v_2)}{(1-h)}$$

$$C_4 = \frac{R_{c1}^4}{D_{c1}R_{c1}^2 + D_{f1}}$$

$$C_5 = \frac{(1+v_2)(1-v_2)}{E_2(1-h)} [-1 - (1-2v_2)h]$$

$$C_6 = \frac{2(1+v_2)(1-v_2)}{E_2(1-h)} R_2$$

$$C_7 = \frac{(C_4 - C_5)}{C_6}$$

$$C_8 = \frac{(1-v_2)R_2}{3E_2(1-h)^3}$$

$$C_9 = \frac{(1+v_2)E_g}{(1+v_g)E_2(1-h)^3}$$

$$C_{10} = 5 - 6v_g$$

$$C_{11} = 4 - 6v_g$$

$$\Gamma = -\frac{(a_{31} - a_{41})(a_{12}a_{23} - a_{24}a_{13}) + (a_{33} - a_{43})(a_{11}a_{24} - a_{21}a_{14}) + (a_{34} - a_{44})(a_{21}a_{13} - a_{11}a_{23})}{(a_{32} - a_{42})(a_{14}a_{23} - a_{24}a_{13}) + (a_{33} - a_{43})(a_{12}a_{24} - a_{22}a_{14}) + (a_{34} - a_{44})(a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23})}$$

$$\Lambda = -\frac{(a_{31} - a_{41})(a_{22}a_{13} - a_{12}a_{23}) + (a_{32} - a_{42})(a_{11}a_{23} - a_{21}a_{13}) + (a_{33} - a_{43})(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22})}{(a_{31} - a_{41})(a_{22}a_{14} - a_{12}a_{24}) + (a_{32} - a_{42})(a_{11}a_{24} - a_{21}a_{14}) + (a_{34} - a_{44})(a_{21}a_{12} - a_{11}a_{22})}$$

donde;

$$a_{11} = C_8 \alpha_1$$

$$a_{12} = C_8 \chi_1 - \frac{R_{c1}^4}{9D_{f1}} - C_s$$

$$a_{13} = C_8 \beta_1$$

$$a_{14} = C_8 \delta_1 - \frac{R_{c1}^4}{9D_{f1}} - \frac{C_s}{2}$$

$$a_{21} = C_8 \psi_1$$

$$a_{22} = C_8 \eta_1 - \frac{R_{c1}^4}{18D_{f1}}$$

$$a_{23} = C_8 \gamma_1$$

$$a_{24} = C_8 \omega_1 - \frac{R_{c1}^4}{36D_{f1}} + \frac{R_{c1}^2}{4D_{c1}}$$

$$a_{31} = C_{10} + C_9 \alpha_2$$

$$a_{32} = C_9 \chi_2$$

$$a_{33} = C_{11} + C_9 \beta_2$$

$$a_{34} = C_9 \delta_2$$

$$a_{41} = C_{11} + C_9 \psi_2$$

$$a_{42} = -C_9 \eta_2$$

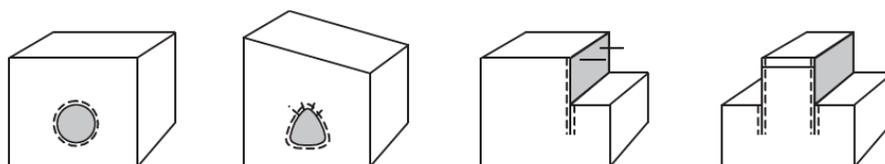
$$a_{43} = C_{10} - C_9 \gamma_2$$

$$a_{44} = -C_9 \omega_2$$

## ANEXO D

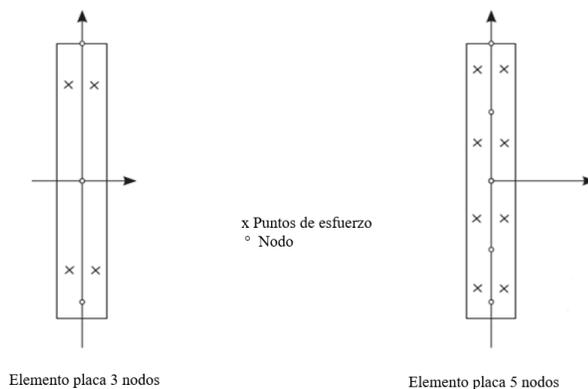
Se describen las características y recomendaciones de los elementos estructurales dentro del código de plaxis 2D y 3D para la modelización de un túnel conformado por anillos dovelados de acuerdo con el Manual de Plaxis 2016.

**Elementos Placa:** son elementos estructurales que permiten modelar estructuras esbeltas en la masa de suelo con una rigidez a la flexión y normal, principalmente se usan para la simulación de la influencia de muros, placas, dovelas o revestimientos extendidos a lo largo del eje z.



*Figura D.1 Ejemplos de estructuras geotécnicas involucrando elementos placa (Manual Plaxis, 2016)*

Para el caso de Plaxis 2D, los parámetros importantes son la rigidez a la flexión  $EI$  y rigidez normal  $EA$ . En el modelo elementos finitos, son compuestos por elementos viga con tres grados de libertad por nodo, dos grados de libertad de traslación  $U_x$  y  $U_y$  y uno de rotación en el plano “XY”. Cuando los elementos de suelo se emplean por 6 nodos entonces cada elemento viga es definido por tres nodos y cuando este se define por 5 nodos entonces el suelo es empleado por 15 nodos (Figura D.2).



*Figura D.2 Posición de nodos y puntos de esfuerzo en elementos placa (Manual Plaxis, 2016)*

El comportamiento de los elementos placas es definido por la relación entre la relación esfuerzo-deformación.

$$\begin{bmatrix} \sigma_N \\ \sigma_2 \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2G}{1-\nu} & \frac{2G\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{2G\nu}{1-\nu} & \frac{2G}{1-\nu} & 0 \\ 0 & 0 & kG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \varepsilon_2 \\ \gamma \end{bmatrix} \quad [\text{D.1}]$$

K es un factor de corrección considerado igual a 5/6. por tratarse de un material isotrópico, se tiene que la rigidez al corte es igual a:

$$G = \frac{E_1}{2(1+\nu)} \quad [\text{D.2}]$$

Cuando se trata de un elemento placa anisótropo, por lo que la relación de Poisson se asume igual a cero, por lo tanto; la relación esfuerzo-deformación queda definida como sigue:

$$\begin{bmatrix} \sigma_N \\ \sigma_2 \\ \tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & 0 & 0 \\ 0 & E_2 & 0 \\ 0 & 0 & kG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_N \\ \varepsilon_2 \\ \gamma \end{bmatrix} \quad [\text{D.3}]$$

Donde;

$$E_1 = EA_1/d$$

$$E_2 = EA_2/d$$

$$d = \sqrt{12 \frac{EI}{EA}}$$

El comportamiento de los elementos placa es definido por las siguientes relaciones entre elementos mecánicos y deformaciones

$$N = EA_1 \varepsilon \quad [\text{D.4}]$$

$$Q = \frac{kEA}{2(1+\nu)} \gamma^* \quad [\text{D.5}]$$

$$M = EI \kappa \quad [\text{D.6}]$$

La deformación al angular  $\gamma^*$  toma en consideración la deformación angular y algunos términos para una aproximación exacta del problema, mientras que k es el factor de

cortante igual 5/6, lo cual implica que la rigidez al corte es determinada de la suposición en donde el elemento placa tiene una sección transversal de forma rectangular.

Para el caso de Plaxis 3D, el elemento placa queda definido por los siguientes parámetros.

$E_1$ : Modulo de elasticidad en dirección axial

$E_2$ : Modulo de elasticidad en la segunda dirección axial

$G_{12}$ : Modulo de rigidez al corte dentro del plano

$G_{13}$ : Modulo de rigidez al corte fuera del plano relacionado con deformaciones angulares sobre la primera dirección

$G_{23}$ : Modulo de rigidez al corte fuera del plano relacionado con deformaciones angulares sobre la segunda dirección

$\nu_{12}$ : Relación de Poisson  $\nu_{12} < \sqrt{E_1/E_2}$

el comportamiento del elemento placa se rige por la relación entre esfuerzos y deformaciones, basada en la teoría de la mecánica del medio continuo en tres dimensiones y suponiendo que el  $\sigma_{33}=0$ .

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/kG_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/kG_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} \quad [D.7]$$

De igual manera que en dos dimensiones  $k$  es el factor de corrección de corte, invirtiendo las relaciones la expresión [D.7] queda definida como:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 & -\nu_{12}E_2 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}E_2 & E_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & kG_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & kG_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \gamma_{12} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{23} \end{bmatrix} \quad [D.8]$$

La aproximación se mantiene mientras la relación de Poisson sea pequeña. Por lo tanto; la relación esfuerzo-deformación puede ser transformada en relaciones para elementos mecánicos, los cuales quedan definidos como sigue:

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EA_1 & \nu EA_1 \\ \nu EA_1 & EA_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad [\text{D.9}]$$

$$\begin{bmatrix} Q_{12} \\ Q_{13} \\ Q_{23} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA_{12}}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EA_{13}}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA_{23}}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_{12} \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{23}^* \end{bmatrix} \quad [\text{D.10}]$$

$$\begin{bmatrix} M_{11} \\ M_{22} \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} EI_1 & \nu EI_1 & 0 \\ \nu EI_1 & EI_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EI_2}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \kappa_{11} \\ \kappa_{22} \\ \kappa_{12} \end{bmatrix} \quad [\text{D.11}]$$

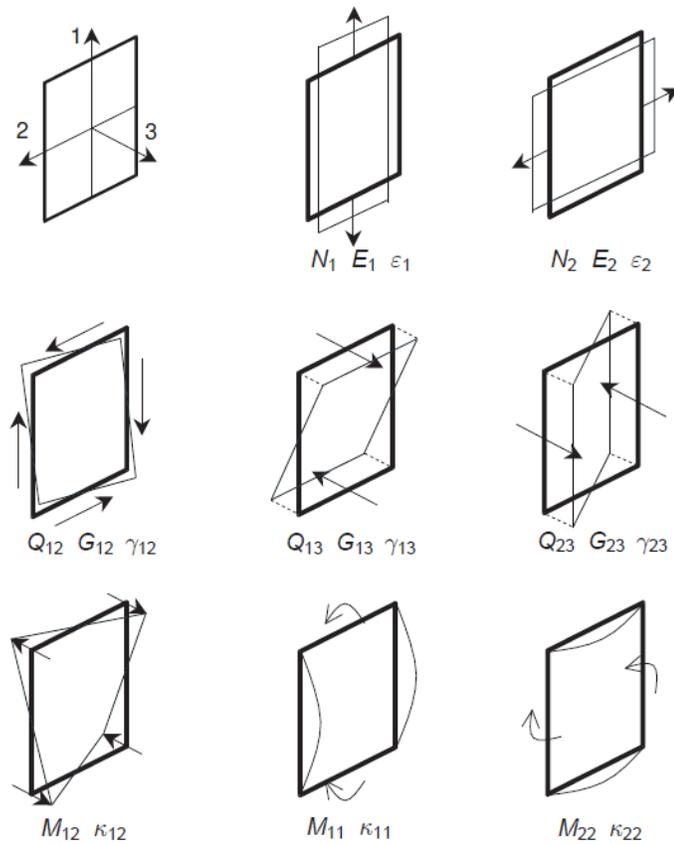
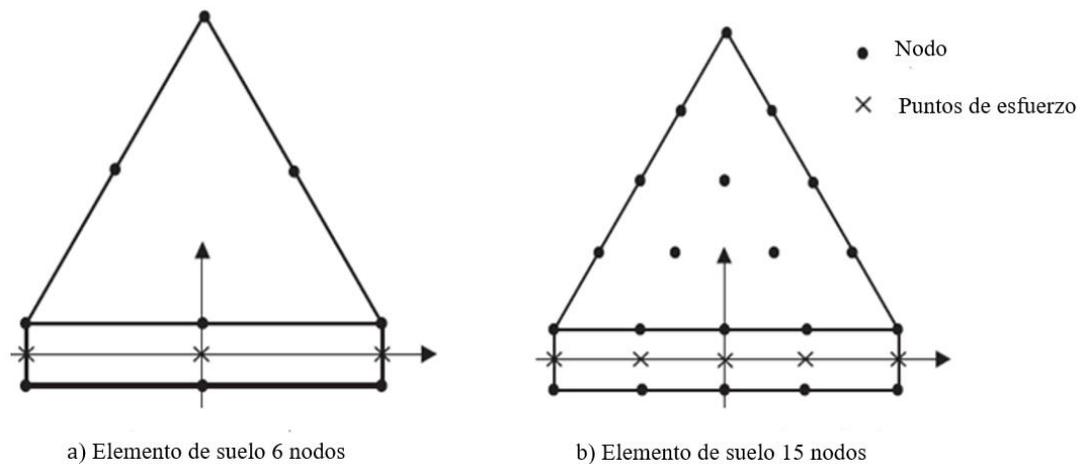


Figura D.3 Definición de elementos mecánicos en elementos placas  
(Manual de Plaxis 3D,2 016)

$A_1$ : área efectiva de la sección transversal para fuerzas axiales en la primera dirección  
 $A_2$ : área efectiva de la sección transversal para fuerzas axiales en la segunda dirección  
 $A_{12}$ : área efectiva de la sección transversal para fuerzas cortantes  $Q_{12}$   
 $A_{13}$ : área efectiva de la sección transversal para fuerzas cortantes  $Q_{13}$   
 $A_{23}$ : área de la sección transversal para fuerzas cortantes  $Q_{23}$   
 $I_1$ : Momento de inercia contra flexión para el primer eje  
 $I_2$ : Momento de inercia contra flexión para el segundo eje  
 $I_{12}$ : Momento de inercia contra torsión

**Interfaces:** son elementos de interfaz conectados con elementos del suelo, cuando los elementos tienen 15 nodos, las interfaces son definidas por cinco pares de nodos, mientras que, para elementos de suelo con seis nodos, las interfaces quedarán definidas por tres pares de nodos (ver figura). La matriz de rigidez para estos elementos se obtiene por medio de la integración de Newton Cotes. La posición de los puntos de esfuerzo coincide con los pares de nodos.



*Figura D.4 Distribución de nodos y puntos de esfuerzo en elementos de interfaz y conexión entre los del suelo.*

**Modelos del suelo definidos por el usuario:** es una manera que el código de Plaxis facilita a los usuarios implementar un mayor rango de modelos constitutivos que dependan de la relación esfuerzo-deformación-tiempo. El software está diseñado para compilar subrutinas desarrollan cuatro pasos de cálculo.

- 1) La instalación de variables
- 2) Calculo de esfuerzos del material constitutivo
- 3) Creación de la matriz de rigidez efectiva
- 4) Creación de la matriz de rigideces para un material elástico

Las interfaces contienen el parámetro de  $R_{inter}$ , mediante el cual son afectados los parámetros de resistencia del suelo circundante. Con el uso de UDSM por sus siglas en inglés (Modelos definidos por el usuario) el interfaz es ligeramente y contiene el módulo odométrico  $E_{oed}^{ref}$  y los parámetros de resistencia  $C_{inter}$ ,  $\varphi_{inter}$  y  $\psi_{inter}$ . Por lo que, la resistencia al corte de los elementos de interfaz es directamente dado en parámetros de resistencia en lugar de ser afectado por un factor de reducción.

Aparte de los parámetros mencionados en el párrafo anterior, dos más son incluidos para habilitar los esfuerzos y la rigidez de la interfaz de acuerdo con un “Power law”:

$$E_{eod}(\sigma'_n) = E_{eod}^{ref} \left( \frac{\sigma'_n}{UD - P^{ref}} \right) UD - Power$$

Donde; UP-Power es la relación de la dependencia de esfuerzos y la rigidez de la interfaz, UD-P<sup>ref</sup> es el nivel de esfuerzos de referencia, el cual su valor es de 100 kN/m<sup>2</sup> y  $\sigma'_n$  es el esfuerzo normal efectivo del punto de esfuerzos en el interfaz.

**Conexiones entre dos elementos placas (Rotulas):** es una herramienta que permite simular resortes entre dos elementos estructurales, generando todos los grados de libertad en el nodo que los conecta. Dichas conexiones pueden tener un comportamiento libre, elástico y elástico-plástico, en los dos últimos su comportamiento es parecido a una bisagra (hinge), definido por la rigidez angular ( $K_\theta$ ) y para el segundo caso se adiciona el momento plástico o momento flexionante máximo ( $|M_p|$ ).