



Universidad Nacional Autónoma de México

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

INSTITUTO DE INGENIERÍA

**ESPECTROS DE CONFIABILIDAD UNIFORME  
PARA SISTEMAS ESTRUCTURALES CON  
DISIPADORES DE ENERGÍA**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**DOCTORA EN INGENIERÍA**

ING. CIVIL – ING. SÍSMICA

P R E S E N T A:

**JUANA LUZ RIVERA SALAS**



TUTORA:

**DRA. SONIA E. RUIZ GÓMEZ**

MAYO, 2006

## **JURADO ASIGNADO**

Presidente:	Dr. Luis Esteva Maraboto
Secretario:	Dr. José Alberto Escobar Sánchez
1er Vocal:	Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez
2do. Vocal:	Dr. Roberto Meli Piralla
3er. Vocal:	Dr. Orlando Javier Díaz López
1er. Suplente:	Dr. Eduardo Reynoso Angulo
2do. Suplente:	Dr. Amador Terán Gilmore

Lugar donde se realizo la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERÍA

## **TUTORA DE TESIS**

---

DRA. SONIA E. RUIZ GÓMEZ

# ESPECTROS DE CONFIABILIDAD UNIFORME PARA SISTEMAS ESTRUCTURALES CON DISIPADORES DE ENERGÍA

## ÍNDICE

<b>INTRODUCCIÓN</b>	1
<b>Capítulo 1 ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y ORGANIZACIÓN DE LA TESIS</b>	
1.1 ANTECEDENTES	3
1.2 OBJETIVOS GENERALES DE LA TESIS	5
1.3 ORGANIZACIÓN DE LA TESIS	5
1.4 INFORMACIÓN PREVIA PARA OBTENER ETFU	6
1.4.1 Curvas de peligro sísmico	6
1.4.2 Simulación de acelerogramas	7
<b>Capítulo 2 ESPECTROS CON TASA DE FALLA UNIFORME PARA SISTEMAS CONVENCIONALES</b>	
2.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO	10
2.2 TASA DE FALLA ANUAL DE LAS ESTRUCTURAS	12
2.3 VALOR MEDIO Y COEFICIENTE DE VARIACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTRUCTURALES	13
2.4 ESCALAMIENTO DE REGISTROS SÍSMICOS	16
2.5 OBTENCIÓN DE ESPECTROS CON TASA DE FALLA UNIFORME	18
2.5.1 Ductilidad disponible de la estructura	18
2.5.2 Algoritmo para el calculo de ETFU	18
2.6 INFLUENCIA EN LOS ETFU DE DISTINTOS PARÁMETROS INCIERTOS	21
2.7 COMPARACIÓN DE LOS ESPECTROS PROPUESTOS POR EL RCDF 2004 CON LOS ETFU CORRESPONDIENTES AL SITIO SCT	24
<b>Capítulo 3 ESPECTROS CON TASA DE FALLA UNIFORME PARA SISTEMAS CON DISIPADORES DE ENERGÍA</b>	
3.1 MODELO ESTRUCTUIRAL DEL S1GDL CON EDES	29
3.2 RELACIÓN ENTRE DUCTILIDAD DEMANDADA Y LA DISPONIBLE	31
3.3 DESPLAZAMIENTO DE FLUENCIA DE LOS SISTEMAS ESTRUCTURALES	33
3.4 MODIFICACIONES AL SISTEMA DE ECUACIONES ORRESPONDIENTES AL S1GDL CON EDES	34
3.5 ALGORITMO PARA OBTENER ETFU DE SISTEMAS CON EDES	36
3.6 INFLUENCIA DE LOS PARAMETROS $\alpha$ Y $\gamma$ EN LAS CURVAS DE PELIGRO DE DEMANDA DE SISTEMAS CON EDES	39
3.7 OBTENCIÓN DE ETFU CUANDO SE CONSIDERA COMO MEDIDA DEL DAÑO	

EL ÍNDICE DE PARK Y ANG	41
3.7.1 Índice de Park y Ang para elementos disipadores que dependen de su desplazamiento relativo	41

**Capítulo 4 CRITERIO DE REFUERZO SÍSMICO DE EDIFICIOS CON DISIPADORES DE ENERGÍA**

4.1 SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD EQUIVALENTES A SISTEMAS DE MULTIPLES GRADOS DE LIBERTAD	45
4.1.1 Sistemas de un grado de libertad equivalente con comportamiento lineal (correspondiente al estado límite de servicio)	46
4.1.2 Sistemas de un grado de libertad equivalente con comportamiento no lineal (correspondiente al estado límite último)	46
4.2 CONDICIÓN DE ACEPTACIÓN PARA EL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO	47
4.3 ALGORITMO PARA REVISAS LA CONDICIÓN DE ACEPTACIÓN CORRESPONDIENTE AL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO	50
4.4 CONDICIÓN DE ACEPTACIÓN PARA EL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO	52
4.5 ALGORITMO PARA REVISAS LA CONDICIÓN DE ACEPTACIÓN CORRESPONDIENTE AL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO	53

**Capítulo 5 CRITERIO PARA DISEÑO DE REFUERZO DE EDIFICIOS CON DISIPADORES UTILIZANDO ETFU**

5.1 PLANTEAMIENTO DEL EJEMPLO	57
5.2 SELECCIÓN DE LA TASA ANUAL DE FALLA PARA EL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO	58
5.3 REVISIÓN DE A ESTRUCTURA ANTE UN ESPECTRO (ETFU) CORRESPONDIENTE AL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO	59
5.4 CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS Y MODELO ESTRUCTURAL DE LOS EDES	62
5.5 REVISIÓN DEL DESPLAZAMIENTO MÁXIMO DE ENTREPISO PARA LA CONDICIÓN DE SERVICIO	64
5.6 VERIFICACIÓN DE LAS CONDICIONES DE ACEPTACIÓN CORRESPONDIENTES A UN ESTADO INTERMEDIO ENTRE SERVICIO Y COLAPSO	69

**COMENTARIOS FINALES** 75

**Bibliografía** 77

<b>Apéndice A</b> OBTENCION DE CURVAS DE PELIGRO SÍSMICO PARA $\xi = 2\%$ A PARTIR DELA CURVA CORRESPONDIENTE A $\xi = 5\%$	81
---	----

<b>Apéndice B</b> SIMULACION DE LOS MOVIMIENTOS SÍSMICOS	83
--	----

<b>Apéndice C</b> CALCULO DE LOS FACTORES DE CORRECCION $FC_1$ Y $FC_2$	89
---	----

<b>Apéndice D</b> ARTÍCULO SOMETIDO A LA REVISTA EARTHQUAKE SPECTRA	93
---	----

<b>Agradecimientos</b>	111
------------------------	-----



# RESUMEN

En la primera parte de esta tesis se propone y se aplica un algoritmo útil para obtener espectros de diseño con tasa de falla uniforme (ETFU) para sistemas combinados de un grado de libertad (S1GDL) constituidos por un marco convencional con elementos disipadores de energía sísmica (EDES). El criterio implica excitar los sistemas combinados con un conjunto de movimientos sísmicos simulados, que se modelan como procesos estocásticos Gaussianos no-estacionarios con amplitud y frecuencia evolutivas en el tiempo. Su aplicación se logra mediante un programa de cómputo.

En la primera parte se define la falla estructural de dos maneras diferentes: según la primera, la ductilidad demandada por el sistema combinado excede su ductilidad disponible. De acuerdo con la segunda, el índice de daño propuesto por Park y Ang (1985) excede la unidad. Se supone que los EDES presentan curvas histeréticas carga cíclica-vs-deformación que no dependen de la velocidad ni de la frecuencia de la excitación, sino únicamente del desplazamiento relativo entre sus extremos.

En la segunda parte de la tesis se propone un criterio basado en confiabilidad y desempeño para el diseño del refuerzo de estructuras con EDES. Dicho criterio se basa en el uso de ETFU. Se verifican condiciones de aceptación correspondientes a dos estados límite: servicio y último. Las incertidumbres implícitas en la transformación entre la respuesta del S1GDL y el sistema de múltiples grados de libertad con EDES se toman en cuenta mediante factores de transformación que se calculan a partir de sus correspondientes curvas de peligro de demanda estructural.

El criterio de diseño propuesto (basado en confiabilidad) se aplica a un edificio de concreto reforzado de diez niveles y tres crujías que se refuerza con placas triangulares de acero (tipo TADAS). Se supone que la estructura se localiza en un sitio con características similares a las del sitio SCT (Secretaría de Comunicaciones y Transportes), que corresponde a suelo blando en la ciudad de México.

# ABSTRACT

In the first part of this thesis an algorithm is proposed and applied to obtain seismic response spectra with uniform annual failure rates (ETFU, in Spanish) for combined single-degree-of-freedom systems (SIGDL, in Spanish), made of a conventional frame with energy-dissipating-devices (EDES, in Spanish). The criterion requires to excite the combined systems with a set of simulated ground motions, which are considered here as Gaussian stochastic non-stationary processes with evolutionary amplitude and frequency. Its systematic application is achieved by means of a computer program.

In the first part, structural failure is defined in two different ways: according to the first one, the ductility demand of the combined system exceeds the available ductility. The second one is expressed by the condition that the damage index proposed by Park and Ang (1985) exceeds unity. The EDES are supposed to have hysteretic curves that do not depend on the velocity nor on the frequency of the excitation, but only on the relative displacement between their ends.

In the second part of this thesis, a reliability and performance based criterion is proposed for the reinforcing structures with EDES. This criterion uses design spectra with uniform failure rates (ETFU). The acceptance conditions associated with two limit states (serviceability and ultimate) are verified. The uncertainties implicit in the transformation between the response of SIGDL and multi-degree-of-freedom systems (SMGDL) with EDDs is taken into account by means of transformation factors obtained from their demand hazard curves.

The reliability-based dual-level design criterion proposed is illustrated through its application to a 10-story reinforced concrete building rehabilitated with steel energy-dissipating devices (TADAS). The building is supposed to be located at the Ministry of Communications and Transportation (SCT) site, which corresponds to soft soil in Mexico City.

# INTRODUCCIÓN

Los daños (estructurales, no estructurales y de contenido) provocados por temblores ha sido objeto de numerosos estudios durante las últimas décadas. Parte de la energía transmitida a los edificios por los temblores de tierra moderados e intensos se disipa por amortiguamiento y otra parte por comportamiento inelástico de los elementos estructurales y no estructurales. Este comportamiento está íntimamente ligado con los daños que presentan los miembros al sufrir degradación de su capacidad ante ciclos de carga alternante (como la producida por los movimientos sísmicos). Debido a lo anterior en los últimos años se ha intensificado el estudio de dispositivos disipadores de energía sísmica (EDES) que permiten reducir la respuesta estructural.

Los dispositivos disipadores de energía modifican las propiedades dinámicas de las estructuras y disminuyen la energía disipada por sus elementos estructurales, logrando así concentrar el daño en lugares diseñados para tal fin, y consecuentemente, reduciendo la respuesta sísmica estructural.

Las Normas Técnicas Complementarias de Diseño por Sismo (NTCDS-2004) establecen que pueden emplearse criterios de diseño sísmico diferentes a lo que recomiendan dichas normas para los casos en que se adopten dispositivos que disipan energía (ya sea por amortiguamiento viscoso, visco-elástico, fricción o por comportamiento inelástico de los materiales que los constituyen).



El Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-2004) recomienda que se diseñen las estructuras ante sismo usando el método de resistencias. Para ello se utilizan espectros que relacionan periodos naturales de vibración de sistemas de un grado de libertad (SIGDL) con pseudo-aceleraciones máximas de diseño que se reducen para tomar en cuenta el comportamiento no-lineal de las estructuras ante excitaciones sísmicas. Posteriormente, se revisa que los desplazamientos máximos de entrepiso sean menores que ciertos valores tolerables (Apéndice A del RCDF-2004) para dos estados límite: servicio y cercano al colapso. En este proceso se encuentra implícito que tanto las cargas como las resistencias poseen incertidumbres que se consideran a través de factores de carga y de resistencia; sin embargo, el RCDF-2004, al igual que la mayoría de los códigos de diseño sísmico del mundo, no establece como requisito que los diseños tengan un valor de confiabilidad prescrito correspondiente a cierto estado límite.

El diseño de estructuras basadas en confiabilidad y desempeño ayuda a desarrollar sistemas estructurales con niveles de confiabilidad y desempeño cercano a lo deseado, utilizando modelos matemáticos que se acerquen a la realidad. Además, con ello se puede lograr que las estructuras tengan probabilidades de falla (asociadas a cierto intervalo de tiempo) congruentes entre sí.

En la literatura existen varios criterios basados en confiabilidad para el diseño de edificios convencionales; sin embargo, son muy pocos los criterios para el diseño de edificios con disipadores, y ninguno de ellos se basa en el uso de espectros de diseño con tasa de falla uniforme (ETFU) correspondientes a SIGDL con EDES, que es el tema central de esta tesis.

---

# *CAPÍTULO 1*

---

## ANTECEDENTES, OBJETIVOS Y ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

### 1.1. ANTECEDENTES

En la literatura se encuentran varios algoritmos para el desarrollo de espectros con tasa de falla uniforme (ETFU) para SIGDL convencionales. Algunos de ellos son los siguientes:

Sewell y Cornell (1987) presentan un algoritmo basado en modificar los espectros de respuesta mediante factores de reducción que dependen, entre otros parámetros, de la frecuencia del sistema y del nivel de deformación no-lineal de las estructuras.

Collins, Wen y Foutch (1995) obtuvieron espectros de peligro uniforme usando 1292 movimientos sísmicos simulados. Con cada uno de estos calcularon los desplazamientos de



SIGDL para distintos coeficientes sísmicos de fluencia ( $C_y$ ). Las estadísticas de la respuesta correspondiente a cada periodo ( $T_0$ ) y a cada valor de  $C_y$  se utilizaron para estimar la probabilidad de exceder diferentes valores de ductilidad objetivo ( $\mu_t$ ) para diferentes periodos de retorno. Las probabilidades de excedencia (para cada valor de  $T_0$  y  $\mu_t$ ) se usaron para determinar los parámetros de una expresión empírica que describe la probabilidad anual de exceder un valor de ductilidad objetivo como función de  $C_y$ .

Mendoza, Díaz y Esteva (1995) presentan un criterio para determinar espectros de diseño que dan lugar a niveles de confiabilidad uniforme. Estos se expresan en términos de valores del índice de confiabilidad  $\beta$  (que es la relación entre el valor medio y la desviación estándar del logaritmo natural de la relación de capacidad de deformación a respuesta estructural durante un temblor). Los espectros se estiman mediante muestras de la respuesta obtenida con la técnica de Monte Carlo. Para el análisis se utilizan propiedades mecánicas inciertas y movimientos sísmicos simulados.

Por otro lado, también existen varios criterios de diseño de edificios convencionales que utilizan ETFU. Algunos de dichos criterios son los siguientes:

Collins et al (1995) proponen un criterio de diseño de edificios convencionales basado en confiabilidad para dos estados límite. Los autores mencionan que el procedimiento incorpora algunas ideas de diseño sísmico basado en desplazamientos que fueron sugeridas por Bertero y Bertero (1992) y por Qi y Moehle (1991).

Ghosh y Collins (2002) dan las bases generales sobre un criterio de diseño que utiliza espectros de energía con peligro uniforme. Presentan los conceptos básicos de la metodología de diseño y reconocen que hay mucho por hacer en esa dirección.



## 1.2. OBJETIVOS GENERALES DE LA TESIS

Los objetivos generales de esta tesis son:

- A. Proponer y aplicar un algoritmo útil para obtener ETFU para SIGDL con disipadores de energía, y analizar la influencia de distintos parámetros en dichos espectros.
- B. Sistematizar el algoritmo propuesto en el inciso anterior mediante un programa de cómputo.
- C. Proponer y aplicar un criterio para el diseño sísmico de edificios con disipadores de energía de manera que se garantice, para distintos estados límite, una confiabilidad mínima del edificio con EDES. En el criterio de diseño se analizan los ETFU con EDES.

## 1.3. ORGANIZACIÓN DE LA TESIS

Enseguida se describe la organización de la tesis:

**Capítulo 1.** Se presentan los antecedentes, objetivos generales y la información necesaria para el desarrollo de la tesis.

**Capítulo 2.** Se propone un algoritmo para obtener espectros con tasa de falla uniforme (ETFU) para sistemas convencionales. Se analiza la influencia en los espectros de algunos parámetros inciertos. Se comparan y discuten los ETFU obtenidos para el sitio SCT con los propuestos por el RCDF-2004

**Capítulo 3.** Se propone un algoritmo para obtener ETFU para sistemas con elementos disipadores de energía (EDES). Se utilizan dos parámetros para medir el daño: *a*) la ductilidad global del sistema convencional más los disipadores, y *b*) el índice de daño de Park y Ang (1985).



**Capítulo 4.** Se propone un criterio de refuerzo de edificios con EDES utilizando los ETFU obtenidos en el capítulo 3. El criterio se basa en confiabilidad y en desempeño estructural.

**Capítulo 5.** Se presenta un ejemplo de aplicación del criterio de diseño propuesto en el capítulo 4. Se hace una descripción general del edificio a ser reforzado. El refuerzo es tal que garantice una confiabilidad mínima para dos estados límite: *a)* servicio, y *b)* intermedio entre servicio y colapso.

**Apéndice A.** Se presenta el algoritmo para obtener curvas de peligro sísmico para  $\xi=2\%$  a partir de las curvas correspondientes a  $\xi=5\%$ .

**Apéndice B.** Se presenta el método utilizado en esta tesis para simular acelerogramas como un proceso estocástico no-estacionario modulado en amplitud y frecuencia

**Apéndice C.** Se muestra el algoritmo utilizado en esta tesis para obtener los factores de corrección que toman en cuenta la incertidumbre al suponer que el desplazamiento máximo de un SIGDL es igual al desplazamiento máximo de azotea de un SMGDL.

**Apéndice D** Artículo sometido a la revista Earthquake Spectra para su posible publicación.

## 1.4. INFORMACIÓN PREVIA PARA OBTENER ETFU

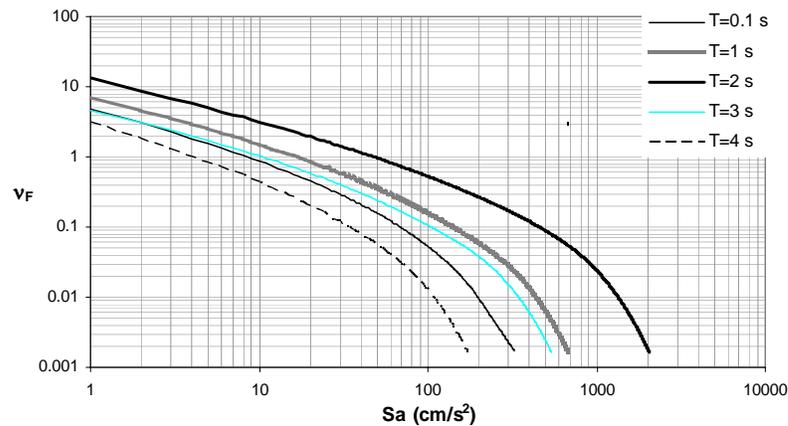
### 1.4.1. Curvas de peligro sísmico

Una manera de estimar el nivel de confiabilidad de un sistema estructural es mediante la tasa anual de falla. Para ello es necesario conocer las curvas de peligro sísmico que describen el número de ocurrencias por año que se excede un determinado nivel de la intensidad de la excitación.

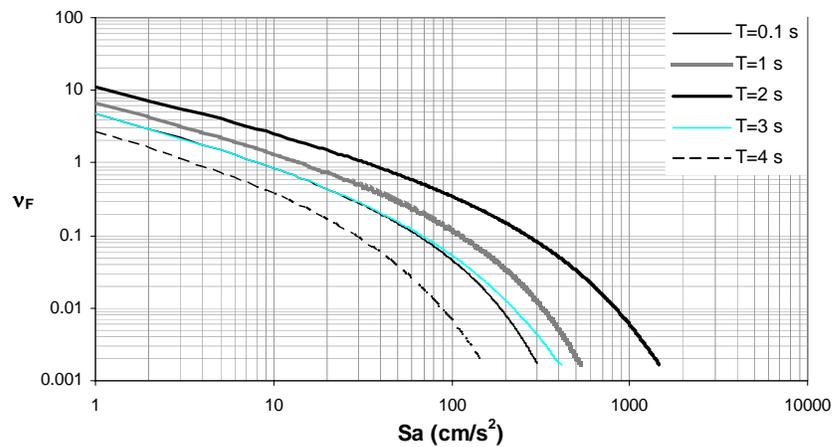
En esta tesis se utilizan las curvas de peligro sísmico obtenidas por Allamilla (2001). La Figura 1.1a muestra las curvas asociadas a un amortiguamiento crítico de  $\xi=5\%$  y en



la Figura 1.1b para  $\xi=2\%$ , correspondientes al sitio localizado en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) de la ciudad de México. En el Apéndice A se presentan las bases para obtener las curvas para  $\xi=2\%$  a partir de las curvas correspondientes a  $\xi=5\%$ .



a)



b)

Figura 1.1 Curvas de peligro sísmico del sitio SCT para  $\mu=1$  correspondiente a un amortiguamiento crítico: a)  $\xi=2\%$  y b)  $\xi=5\%$

#### 1.4.2. Simulación de acelerogramas

Para el análisis numérico relacionado con la probabilidad de falla de un sistema estructural es necesario contar con acelerogramas con propiedades estadísticas similares



(estas características estadísticas tiene que ver con la evolución del contenido de frecuencias, la evolución de la varianza en el tiempo y la duración esperada. Estas características se pueden representar como un proceso estocástico modulado en amplitud y frecuencia). Debido a que se cuenta con un número limitado de registros en campo, es necesario generar los movimientos mediante modelos numéricos estocásticos.

El procedimiento de generación de movimientos sintéticos que se sigue aquí hace la hipótesis que movimiento sísmico a partir del cual se simula es un proceso estocástico ergódico Gaussiano no-estacionario.

Los pasos generales para el proceso de simulación que se emplean en esta tesis son los siguientes (Rivera 2001, Silva et al 2001):

1) Se obtiene el espectro de amplitudes de Fourier del movimiento base (mediante la Transformada Rápida de Fourier).

2) Con el fin de tomar en cuenta la evolución temporal del contenido de frecuencias, el espectro se divide en varias bandas de frecuencias (Grigoriu et al, 1988; Yeh y Wen, 1989).

3) Para cada una de las bandas se obtiene la correspondiente señal en el tiempo (mediante la Transformada Inversa Rápida de Fourier).

4) Se calcula su función moduladora de la intensidad en el tiempo de cada señal.

5) Cada señal se divide entre su correspondiente función moduladora de intensidad (calculada en el paso anterior) con el fin de transformarla en un proceso estacionario.

6) Se hace una transformación de la escala del tiempo (de  $t$  a  $\phi$ ). (Este paso no es necesario si el espectro de amplitudes de Fourier se dividió en el paso número 2 en un número suficientemente grande de bandas).

7) Para cada banda se calcula la densidad espectral, y se ajustan los parámetros del filtro de Clough y Penzien modificado (ver expresión en Apéndice B).

8) Con base en el paso anterior, se generan los correspondientes movimientos en el tiempo mediante un ruido blanco filtrado.

9) En caso necesario se realiza la transformación inversa en el tiempo (de  $\phi$  a  $t$ ).

10) La señal correspondiente a cada banda se multiplica por su correspondiente función de intensidad (por lo que se convierte en una señal no-estacionaria).



11) Para obtener el movimiento total se suman las contribuciones de cada señal no estacionaria correspondiente a cada una de las bandas.

En el Apéndice B se describe con detalle este método para simular los acelerogramas artificiales que se utilizan en esta tesis. Estos se basan en el movimiento registrado en el sitio SCT, componente E-W, el 19 de septiembre de 1985.

---

# *CAPÍTULO 2*

---

## ESPECTROS CON TASA DE FALLA UNIFORME PARA SISTEMAS CONVENCIONALES

En la primera parte de este capítulo se describe el sistema de ecuaciones para obtener la respuesta sísmica estructural, el cálculo de la incertidumbre en los parámetros estructurales y el escalamiento de los acelerogramas. Posteriormente se describe el criterio para obtener el valor esperado de la tasa de falla anual de los sistemas, y finalmente se presenta el algoritmo para obtener los espectros con confiabilidad uniforme para sistemas convencionales de un grado de libertad (S1GDL).

### **2.1 ECUACIÓN DE MOVIMIENTO**

La ecuación de movimiento no-lineal que gobierna el comportamiento de S1GDL sujetos a aceleraciones deterministas del suelo  $a(t)$  (suponiendo que la no-linealidad proviene de la naturaleza histerética de la ley constitutiva del material), es como sigue:



$$m\ddot{x} + c\dot{x} + k\Gamma_2 x + (1 - \Gamma_2)kz = -ma(t) \quad (2.1)$$

En donde  $m$ ,  $c$  y  $k$  representan la masa, el coeficiente de amortiguamiento y la rigidez del sistema, respectivamente.  $\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$  y  $x$  son la aceleración, velocidad y desplazamiento de la masa con respecto a la base, respectivamente.  $\Gamma_2$  es la razón entre la rigidez de postfluencia y la rigidez inicial ( $k$ ), y  $z$  es la componente histerética con unidades de desplazamiento. Para obtener la componente histerética se requiere modelar los ciclos histeréticos mediante una ecuación diferencial de primer orden. Varios autores han propuesto algunas funciones; entre estas se encuentra la propuesta por Bouc(1967) y modificada por Baber y Wen (1981):

$$\dot{z} = \frac{\Gamma_3 \dot{x} - \nu (\Gamma_4 z |\dot{x}| |z|^{\Gamma_6-1} + \Gamma_5 \dot{x} |z|^{\Gamma_6})}{\eta} \quad (2.2)$$

donde  $\Gamma_3$ ,  $\Gamma_4$ ,  $\Gamma_5$  y  $\Gamma_6$  son parámetros del modelo que controlan la amplitud, forma del ciclo histerético, y la suavidad de la transición entre el intervalo elástico e inelástico;  $\eta$  y  $\nu$  son parámetros que controlan el deterioro de la rigidez y de la resistencia, respectivamente. Para estructuras de concreto reforzado se considera:  $\Gamma_5 = -2\Gamma_4$ , y para estructuras de acero:

$\Gamma_4 = \Gamma_5 = \frac{1}{2\nu} \left( \frac{K}{F_y} \right)^{\Gamma_6}$ , donde  $F_y$  representa la fuerza de fluencia (Casciati and Faravelli 1991).

Dividiendo la ecuación (2.1) entre  $m$ , sustituyendo  $\xi = c/2m\omega_0$  donde  $\xi$  es la fracción de amortiguamiento crítico, y  $\omega_0$  es la frecuencia natural de vibración del sistema, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= der(x) \\ \ddot{x} &= -2\xi\omega_0\dot{x} - \Gamma_2 \left( \frac{K}{M} \right) x - (1 - \Gamma_2) \left( \frac{K}{M} \right) z - a \\ \dot{z} &= \frac{\Gamma_3 \dot{x} - \nu (\Gamma_4 z |\dot{x}| |z|^{\Gamma_6-1} + \Gamma_5 \dot{x} |z|^{\Gamma_6})}{\eta} \end{aligned} \quad (2.3)$$



Este sistema se puede resolver con algún método numérico para la solución de ecuaciones diferenciales. En esta tesis se utilizó el método de Runge-Kutta de primer orden.

## 2.2 TASA DE FALLA ANUAL DE LAS ESTRUCTURAS

Una manera de obtener el valor esperado de la tasa media anual de falla de una estructura está dada por la siguiente integral (Esteva 1968; Cornell 1969):

$$E(v_F) = \int -\frac{\partial v(y)}{\partial y} P(falla|y) dy \quad (2.4)$$

donde  $v(y)$  es la curva de peligro sísmico,  $y$  es la intensidad, y  $P(falla|y)$  es la probabilidad de falla (utilizada en el cálculo de ETFU) o de respuesta (utilizada en el cálculo de factores de corrección, Apéndice C) del sistema dada una intensidad  $y$ .

Para calcular la probabilidad de falla intervienen varias variables aleatorias. Cuando el problema es no-lineal resulta complejo calcular dicha probabilidad en forma analítica. Una solución es aplicar el método de Monte Carlo, que es el que se utiliza en este estudio.

En el cálculo de la probabilidad de falla se puede considerar a la estructura como un SIGDL con propiedades deterministas, o alternatively, con propiedades inciertas. Para este último caso es necesario establecer la función de distribución de probabilidades (FDP) y sus correspondientes momentos estadísticos (media, desviación, etc.) de las variables. En la siguiente sección se describe la forma en que se obtuvieron las expresiones para obtener el valor medio y el coeficiente de variación de los parámetros inciertos: rigidez y desplazamiento de fluencia de los sistemas estructurales.



## 2.3 VALOR MEDIO Y COEFICIENTE DE VARIACIÓN DE LOS PARÁMETROS ESTRUCTURALES

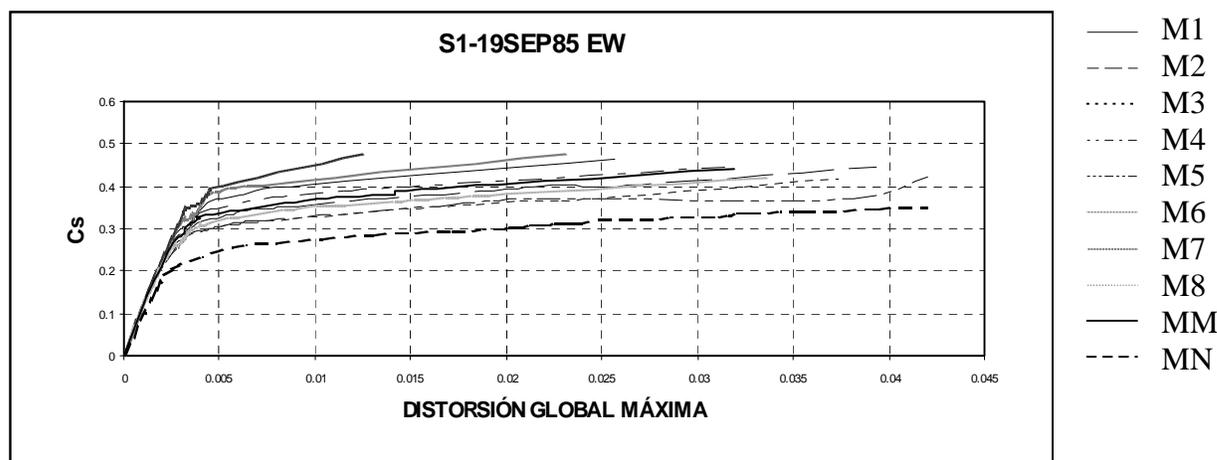
Para proponer el valor medio de los parámetros estructurales (rigidez y resistencia globales) en un edificio de concreto reforzado a partir de su valor nominal se deben considerar las incertidumbres implícitas en sus propiedades estructurales, como son: las características geométricas de los elementos, la resistencia a compresión del concreto, la fuerza de fluencia del acero, además de las cargas vivas actuantes en la estructura.

En este estudio se generaron numéricamente ocho marcos de cinco niveles y tres crujiás con propiedades inciertas, uno más usando las propiedades nominales, y otro considerando las propiedades medias. Las estructuras se sometieron a un análisis dinámico incremental ante la acción del registro SCT del 19 de septiembre de 1985 dirección E-W. Los resultados se muestran en la Figura 2.1.

Las propiedades estadísticas geométricas de los elementos (como son, altura, ancho, espesor de losas, recubrimientos y área de acero longitudinal) se basaron en los resultados de Mirza y McGregor (1979). Por otro lado, para evaluar las propiedades estadísticas de la resistencia a compresión del concreto se consideraron los resultados de Meli y Mendoza (1991); y para los relacionados con el esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo se usaron los resultados de Villanueva y Meli (1984). Para representar las propiedades estadísticas de las cargas vivas máximas se tomaron datos basados en los resultados de Ruiz y Soriano (1997).

A partir de los resultados de los análisis representados en la Figura 2.1 se dedujo que la rigidez tiene una FDP normal (ya que al graficar en papel de probabilidad normal la función acumulada de la rigidez de los ocho marcos con incertidumbres se obtuvo una línea recta).

En esta tesis se trabaja con valores nominales por ser el dato que conoce el ingeniero de la práctica.



**Figura 2.1. Resultados de análisis dinámicos incrementales de los ocho marcos con propiedades simuladas, con propiedades nominales (MN) y con propiedades medias(MM)**

El valor medio de la rigidez se calculó a partir de la ecuación:

$$\bar{K} = K^* + n_K \sigma_K \quad (2.5)$$

donde  $\sigma_K$ ,  $K^*$  y  $\bar{K}$  representan la desviación estándar, el valor nominal y el valor medio de la rigidez, respectivamente. El coeficiente de variación de la rigidez es:  $V_K = \frac{\sigma_K}{\bar{K}}$  despejando y sustituyendo en la ecuación anterior se tiene  $\bar{K}(1 - nV_K) = K^*$ . Conocidos  $\bar{K}$ ,  $K^*$  y  $\sigma_K$  se calculó el valor de  $n_K$ . Este parámetro depende del tipo de estructura. Para los marcos mencionados antes, su valor resultó igual a  $n_K = 1.405$ .

A partir de los resultados del análisis dinámico incremental de los marcos con propiedades inciertas (Figura 2.1) se obtuvo la media de la rigidez y del desplazamiento de fluencia ( $\bar{K} = 60.445 \text{ Ton/cm}$  y  $\bar{d}_y = 7.45 \text{ cm}$ ).

Por otro lado, la expresión para determinar la fuerza de fluencia es:

$$F_y = d_y K + \text{Cov}[d_y, K] \quad (2.6)$$



donde  $d_y$  es el desplazamiento de fluencia y  $Cov[d_y, K]$  es la covarianza entre el desplazamiento de fluencia y la rigidez. Esta se define como:

$$Cov[d_y, K] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (d_{yi} - \bar{d}_y)(K_i - \bar{K}) \quad (2.7)$$

Para los marcos en estudio se dedujo un valor de la covarianza muy pequeño,  $Cov[d_y, K] = 0.0597$ , por lo que en adelante este se consideró igual a cero. Tomando en cuenta lo anterior la ecuación (2.6) se puede expresar como:

$$F_y = K d_y = C_y W \quad (2.8)$$

donde  $C_y$  es el coeficiente sísmico y  $W$  el peso de la estructura. A partir de las ecuaciones (2.5) y (2.8) se tiene:

$$C_y W = K * d_y * = K * \bar{d}_y (1 - n_{d_y} V_{d_y}) \quad (2.9)$$

A partir de esta se despeja el valor medio del desplazamiento de fluencia:

$$\bar{d}_y = \frac{C_y W}{K * (1 - n_{d_y} V_{d_y})} = \frac{C_y W}{\bar{K} (1 - n_K V_K) (1 - n_{d_y} V_{d_y})} \quad (2.10)$$

Donde  $V_{d_y}$  es el coeficiente de variación de  $d_y$ . El cálculo de  $n_{d_y}$  se hizo de manera similar al cálculo de  $n_K$  (a partir de los resultados obtenidos con los ocho marcos de cinco niveles con propiedades inciertas). Para el caso en estudio el valor de  $n_{d_y}$  resultó  $n_{d_y} = 2.387$ .



## 2.4 ESCALAMIENTO DE REGISTROS SISMICOS

Para obtener la respuesta de estructuras ante movimientos sísmicos con diferentes niveles de intensidad es necesario multiplicar sus amplitudes por un factor de escala ( $FE$ ). Dicho factor es un valor constante positivo que modifica la historia de aceleraciones del registro de tal manera que la ordenada espectral correspondiente al periodo fundamental de vibrar de la estructura tenga cierto valor de intensidad (Shome y Cornell 1998; Chan, Ruiz y Montiel 2005).

Existen otros criterios de escalar (Kurama y Farrow 2003), sin embargo, en esta tesis el  $FE$  se calcula como la razón entre la pseudo-aceleración deseada ( $Sa(i)$ , pueden ser los valores de  $Sa$  de la curva de peligro sísmico) y la pseudo-aceleración correspondiente al movimiento sísmico por escalar, que en este estudio se trata de un acelerograma simulado ( $Sa_{(simulado)}$ ). Entonces,  $FE$  está dado por

$$FE = \frac{Sa(i)}{Sa_{(simulado)}} \quad (2.11)$$

En este caso el movimiento simulado se hizo a partir del registro de campo del 19 de septiembre de 1985 en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT) dirección EW.

Por ejemplo, para escalar el registro simulado que se muestra en la Figura 2.2 para un periodo  $T=1$  s a una aceleración de  $Sa(i)=100$  cm/s<sup>2</sup>, en primer lugar se obtiene el espectro elástico de pseudo-aceleración del acelerograma simulado (Figura 2.3). A partir de dicho espectro se obtiene  $Sa_{(simulado)}=199$  cm/s<sup>2</sup>, por lo tanto  $FE = \frac{Sa(i)}{Sa_{(simulado)}} = \frac{100 \text{ cm/s}^2}{199 \text{ cm/s}^2} = 0.5$ .

Multiplicando el movimiento simulado por el valor  $FE=0.5$  se obtiene el movimiento escalado. El correspondiente espectro de la Figura 2.4 muestra que para el periodo  $T=1$ s le corresponde un valor de  $Sa$  igual al deseado ( $Sa(i)=100$  cm/s<sup>2</sup>)

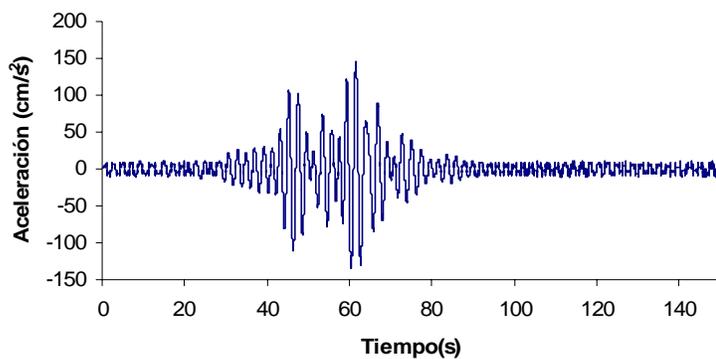


Figura 2.2. Acelerograma simulado

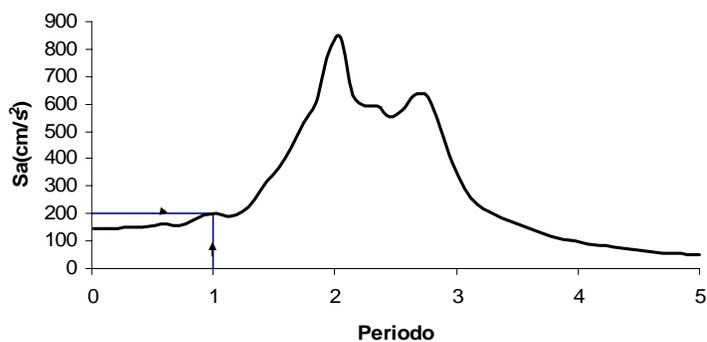


Figura 2.3. Espectro elástico de respuesta del movimiento simulado

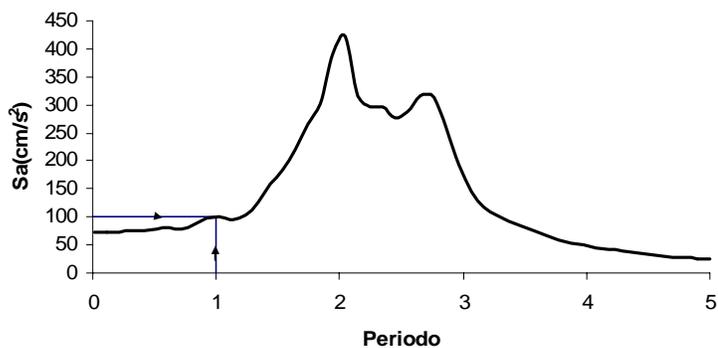


Figura 2.4. Espectro elástico de respuesta del acelerograma multiplicado por FE



## 2.5 OBTENCIÓN DE ESPECTROS CON TASA DE FALLA UNIFORME (ETFU)

En esta sección se presenta un algoritmo para obtener espectros con tasa de falla uniforme de sistemas convencionales. En esta parte de la tesis se considera que el sistema falla cuando la ductilidad demandada al sistema es mayor que la ductilidad disponible. Debido a esto en lo que sigue primeramente se describe la forma de generar valores simulados de la ductilidad disponible. Posteriormente se numeran los pasos a seguir para obtener espectros con tasa de falla uniforme (ETFU).

### 2.5.1 Ductilidad disponible de la estructura

Aquí se supone que la ductilidad disponible de la estructura es una variable aleatoria con función de distribución de probabilidad (FDP) lognormal. El valor medio se supone dado por la siguiente expresión (Esteve y Ruiz 1989):

$$\bar{\mu} = \mu^* e^{\rho\beta V_{\mu}} \quad (2.12)$$

donde  $\bar{\mu}$  es el valor medio de la ductilidad disponible,  $\mu^*$  es el valor nominal de dicha ductilidad,  $\beta$  es el índice de Cornell (1969),  $\rho$  es un parámetro cuyo valor se adopta igual a 0.55, y  $V_{\mu}$  es el coeficiente de variación de la ductilidad disponible. Conociendo el valor medio, el coeficiente de variación de  $\mu$  y la FDP se simulan valores de la ductilidad disponible de la estructura ( $\mu_{disponible}$ ).  $\mu_{disponible}$  representa la ductilidad de diseño de la estructura y esta dada por el desplazamiento último entre el desplazamiento de fluencia.

### 2.5.2 Algoritmo para el cálculo de ETFU

El siguiente paso es obtener la ductilidad demandada al S1GDL por un sismo ( $\mu_{demandada}$ ), para posteriormente calcular la probabilidad de falla del sistema dada una intensidad, y con ello calcular la tasa anual de falla. Los pasos que se proponen en esta tesis son los siguientes:



- 1) Dadas las propiedades nominales del sistema ( $M^*$  y  $T^*$ ), se determina la rigidez nominal de la estructura con la siguiente expresión:

$$K^* = \frac{4\pi^2 M^*}{(T^*)^2} \quad (2.13)$$

en donde  $M^*$ ,  $K^*$  y  $T^*$  son la masa, rigidez y periodo nominales de la estructura, respectivamente. Se hace notar que la ecuación (2.13) se refiere a propiedades nominales.

- 2) El valor medio de la rigidez se calcula a partir de la ecuación 2.5:  $\bar{K}(1 - n_K V_K) = K^*$  donde  $\bar{K}$  y  $V_K$  es el valor medio y el coeficiente de variación de la rigidez, y  $n_K$  es un parámetro que se obtuvo anteriormente. Con los parámetros estadísticos anteriores, se simulan valores suponiendo que  $K$  tiene una FDP normal. Por otro lado, para el caso determinista se supone que  $V_K = 0.00001$ .
- 3) Se determina el valor medio del desplazamiento de fluencia (ver ecuación 2.10):

$$\bar{d}_y = \frac{C_y W}{K^* (1 - n_{d_y} V_{d_y})}, \text{ y se generan valores aleatorios con FDP normal. Para el caso}$$

determinista se considera un valor de  $V_{d_y} = 0.00001$

- 5) Con el fin de obtener la deformación máxima del sistema, este se somete a la acción de un conjunto de sismos simulados (Apéndice B).
- 6) Se escalan los sismos de manera que cubran las intensidades de interés que se pueden presentar en el sitio.
- 7) Se generan valores de rigidez y de fuerza de fluencia correspondientes al S1GDL. Este se somete la acción de un acelerograma simulado y escalado. Se obtiene el desplazamiento máximo ( $\delta_u$ ) del S1GDL y se calcula la demanda de ductilidad dada por:

$$\mu_{demandada} = \frac{\delta_u}{\delta_y} \quad (2.14)$$



Una vez conocidas la  $\mu_{demandada}$  y la  $\mu_{disponible}$  se determina el valor de  $Q$  dado por:

$$Q = \left( \frac{\mu_{demandada}}{\mu_{disponible}} \right) \quad (2.15)$$

En este estudio se hace la hipótesis de que la estructura falla cuando la demanda de ductilidad es mayor que su ductilidad disponible, es decir, cuando  $Q \geq 1$ .

- 8) Para cada periodo y para cada ductilidad nominal se determina la probabilidad de falla dada una intensidad. Lo anterior se expresa como  $P(Q \geq 1|y)$ .
- 9) Se obtiene la tasa anual de falla ( $\nu_F$ ) asociada a un coeficiente sísmico ( $C_y$ ) y a un periodo de vibración ( $T$ ) del sistema. Se repite el algoritmo para otros coeficientes sísmicos obteniéndose las curvas de peligro de demanda. En la Figura 2.5 se presenta un ejemplo de curvas de peligro de demanda estructural correspondiente a  $\mu_{disponible} = 2$  y  $\xi = 5\%$ .
- 10) A partir de las curvas de peligro de demanda para distintos periodos, es posible trazar los ETFU (por ejemplo ver la Figura 2.6). Esto se hace relacionando un valor de la tasa de falla ( $\nu_F$ ) con el coeficiente sísmico ( $C_y$ ) asociado a de cada periodo ( $T^*$ ).

Para el caso determinista se consideran valores muy pequeños o nulos de los coeficientes de variación de la rigidez, del desplazamiento de fluencia y de la ductilidad disponible ( $V_K=0.00001$ ,  $V_{dy}=0.00001$ ,  $V_{\mu}=0$ ). Se consideran valores pequeños de  $V_K$  y  $V_{dy}$  para que el programa no se indetermina.

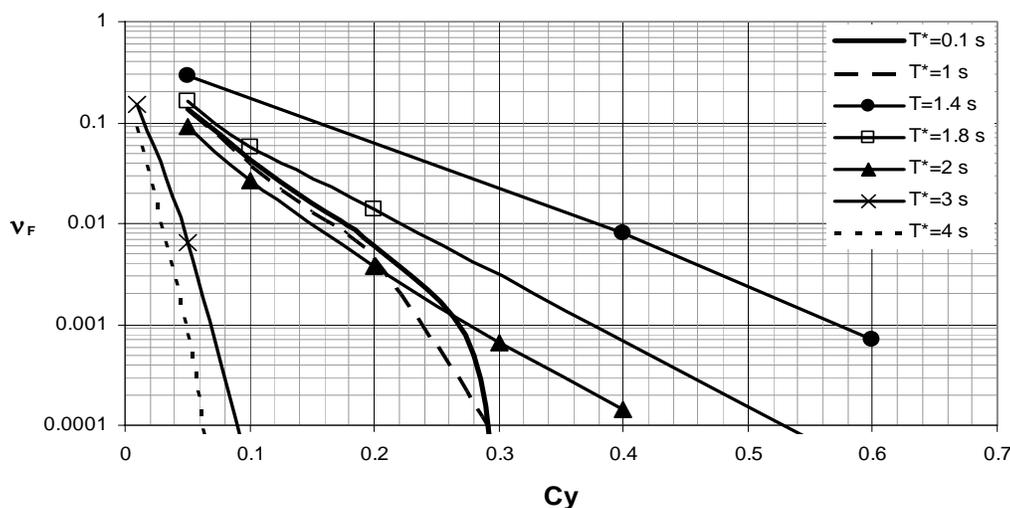


Figura 2.5. Curvas de peligro de demanda para  $\mu_{disponible}=2$  y  $\xi = 5\%$

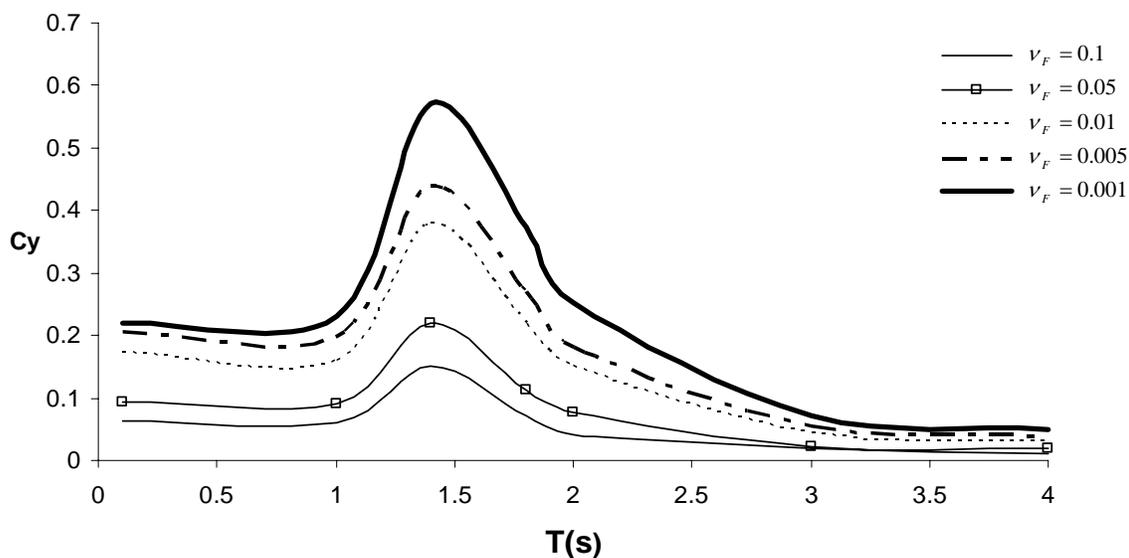


Figura 2.6. ETFU de sistemas convencionales para  $\mu_{disponible}=2$  y  $\xi = 5\%$

## 2.6 INFLUENCIA EN LOS ETFU DE DISTINTOS PARÁMETROS INCIERTOS

Con el fin de evaluar la influencia de los coeficientes de variación  $V_\mu$ ,  $V_K$  y  $V_{dy}$  en los espectros con tasa de falla uniforme (ETFU) se calcularon espectros con diferentes valores de estos coeficientes.



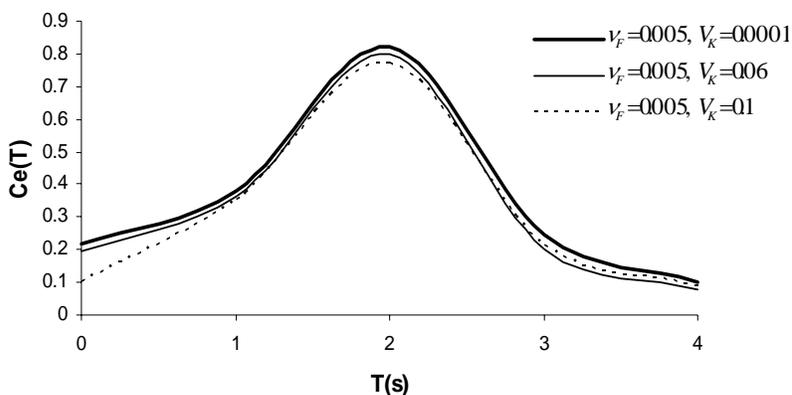
Un intervalo de valores razonables se obtuvo de análisis hechos por Montiel et al (2005) quienes calculan valores de coeficientes de variación de  $V_\mu$ ,  $V_K$  y  $V_{d_y}$  a partir de análisis dinámicos incrementales de la respuesta de varios marcos de concreto reforzado (uno de 5 niveles, otro de 10 niveles y otro de 15 niveles) sometidos a un conjunto de catorce registros obtenidos en el sitio SCT. Sus resultados se muestran en la Tabla 2.1.

**Tabla 2.1** Coeficientes de variación de  $\mu$ ,  $K$  y  $d_y$  (Montiel et al 2005)

	<i>Marco de 5- niveles</i>	<i>Marco de 10 niveles</i>	<i>Marco de 15 niveles</i>
$V_\mu$	0.168	0.180	0.266
$V_K$	0.119	0.082	0.142
$V_{d_y}$	0.113	0.095	0.115

Con base en los valores que aparecen en la Tabla 2.1 y aplicando las ecuaciones 2.5, 2.10 y 2.12 se obtuvieron los ETFU de las Figuras 2.7, 2.8 y 2.9.

La Figura 2.7 indica que cuando el coeficiente de variación de la rigidez varía entre 0.00001 y 0.1, manteniendo fijo el valor de la tasa de falla ( $v_F=0.005$ ) para periodos intermedios y largos no cambian significativamente, sin embargo, para periodos cortos, los espectros cambian debido a que es una zona dominada por la rigidez del sistema.



**Figura 2.7.** Influencia de la incertidumbre de la rigidez en los ETFU, para  $\mu_{disponible} \equiv 1$



Por otro lado, cuando se varía el coeficiente de variación del desplazamiento de fluencia (entre 0.0001 y 0.1), manteniendo fijo el valor de la tasa anual de falla ( $\nu_F = 0.005$ ), la influencia en los ETFU resulta mayor para periodos cercanos al del suelo que para el caso mencionado en el párrafo anterior (Figura 2.8), sin embargo, para periodos cercanos a cero varía muy poco (esto se debe a que es una zona que no es dominada por la rigidez del sistema) en comparación con la Figura 2.7.

La Figura 2.9 muestra que los espectros presentan una gran influencia cuando se varía el coeficiente de variación de la ductilidad disponible entre 0.0001 y 0.06 para periodos cercanos al del suelo y a cero.

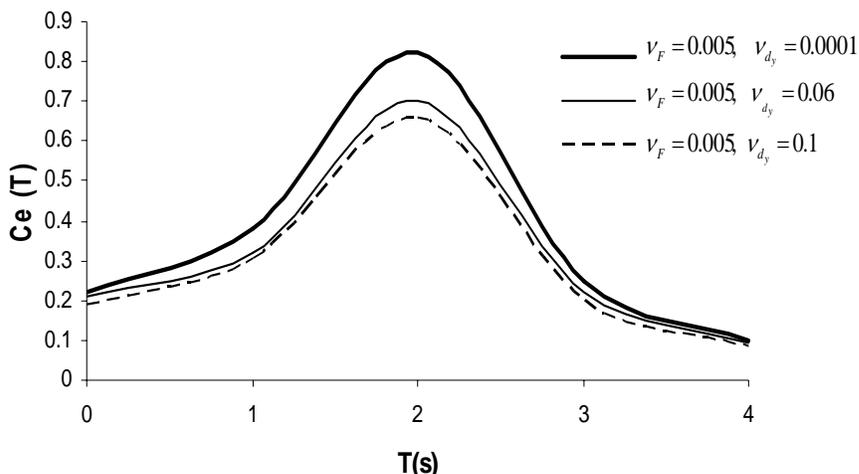


Figure 2.8. . Influencia de la incertidumbre del desplazamiento de fluencia para  $\mu_{disponible} \equiv 1$

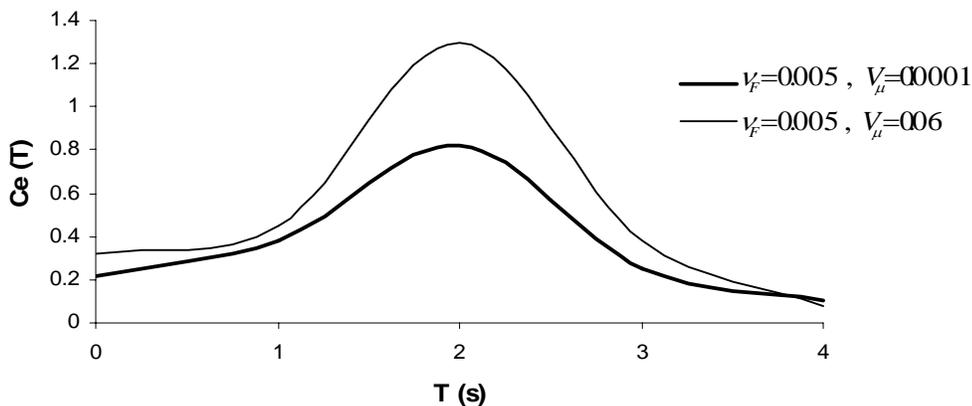


Figure 2.9. Influencia de la incertidumbre de la ductilidad disponible ( $\mu_{disponible}$ ) para  $\mu_{disponible} \equiv 1$



Las Figuras 2.7, 2.8 y 2.9 muestran que la incertidumbre en la rigidez y en el desplazamiento de fluencia es mucho menor en periodos cercanos a los del suelo si se compara con la de la ductilidad disponible, que es el parámetro de mayor influencia. Sin embargo, la incertidumbre en la rigidez y ductilidad disponible influyen significativamente en los ETFU en periodos cortos o cercanos a cero.

### 2.7 COMPARACIÓN DE LOS ESPECTROS PROPUESTOS POR EL RCDF 2004 CON LOS ETFU CORRESPONDIENTES AL SITIO SCT

En las Figuras 2.10 se comparan los ETFU (obtenidos con el programa de cómputo desarrollado durante la presente investigación doctoral) con los propuestos en el Apéndice A del RCDF-2004.

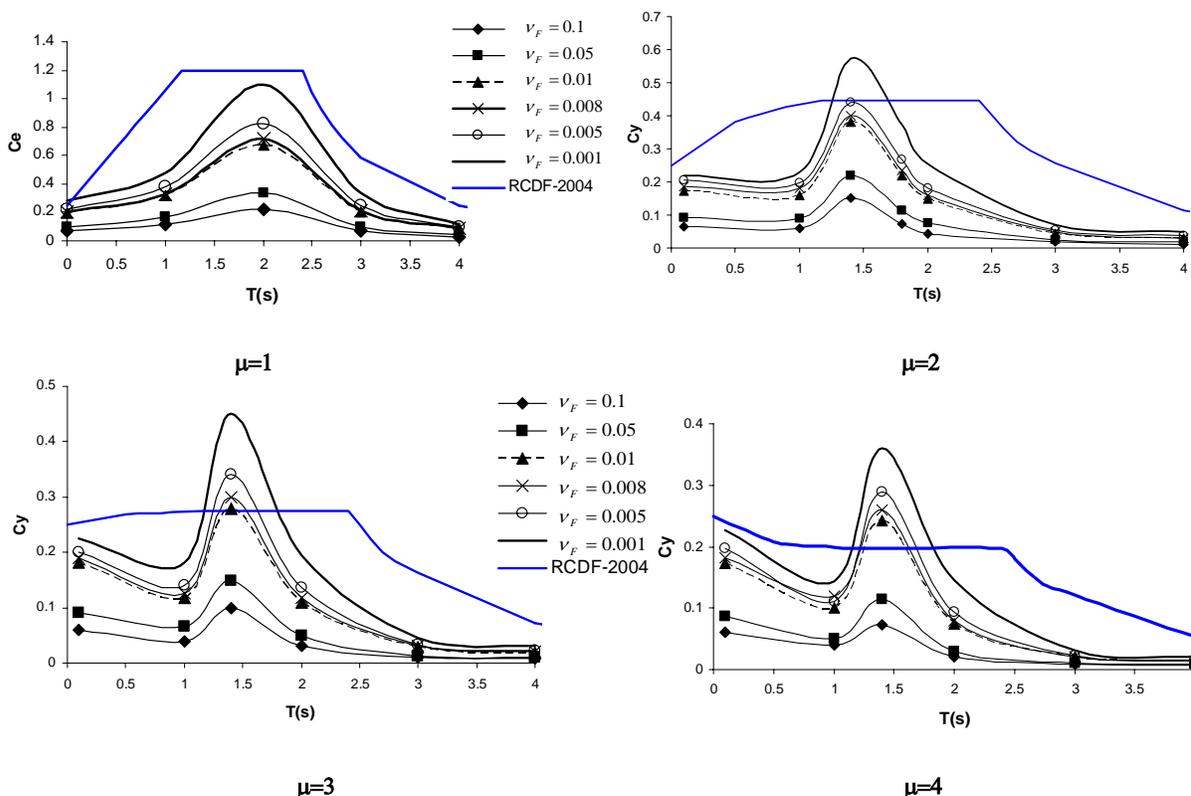


Figura 2.10. Comparación de los ETFU con los espectros del Apéndice A del RCDF-2004.

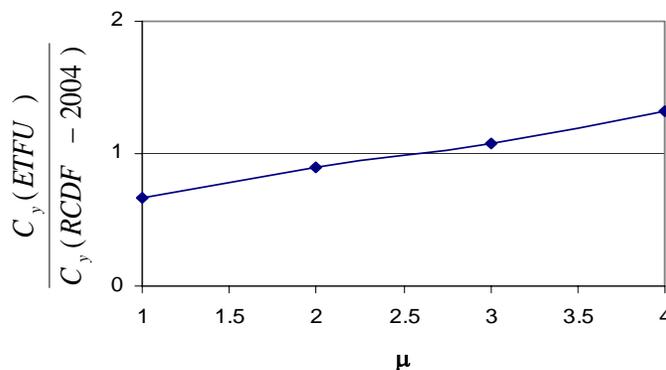


La figura 2.10 muestra que para  $\mu = 2, 3$  y  $4$  el periodo dominante de los espectros con tasa de falla uniforme se mueve a la izquierda con respecto al periodo dominante del caso lineal ( $\mu = 1$ ), lo que obedece a los efectos no lineales de los S1GDL.

Para una tasa de falla anual  $\nu_F = 0.008$  (asociado a un periodo de retorno de 125 años, que corresponde al periodo de retorno establecido en el RCDF-2004 para el estado limite último), la figura 2.10 muestra que tanto para el caso lineal ( $\mu = 1$ ) como para  $\mu = 2$  el espectro de diseño del RCDF-2004 sobrestima el coeficiente sísmico máximo; sin embargo, a medida que se incrementa la ductilidad, los espectros de diseño del reglamento subestiman el coeficiente sísmico máximo para la tasa de falla establecida ( $\nu_F = 0.008$ ). Se hace notar que para proponer los espectros de diseño el RCDF-2004 se utilizaron espectros de peligro uniforme, mientras que en el presente estudio se obtienen espectros con tasa de falla uniforme.

Los espectros de peligro sísmico uniforme se obtienen a partir de las curvas de peligro sísmico del sitio en cuestión mientras que los espectros con tasa de falla uniforme, en los que se relaciona el periodo de vibración de la estructura con el valor del coeficiente sísmico ( $C_y$ ) asociado a que falle la estructura, se obtienen a partir de las curvas de peligro de demanda estructural.

En la figura 2.11 se muestra el cociente del coeficiente sísmico máximo obtenido aquí a partir de los espectros con tasa de falla anual uniforme entre el propuesto por el RCDF-2004.

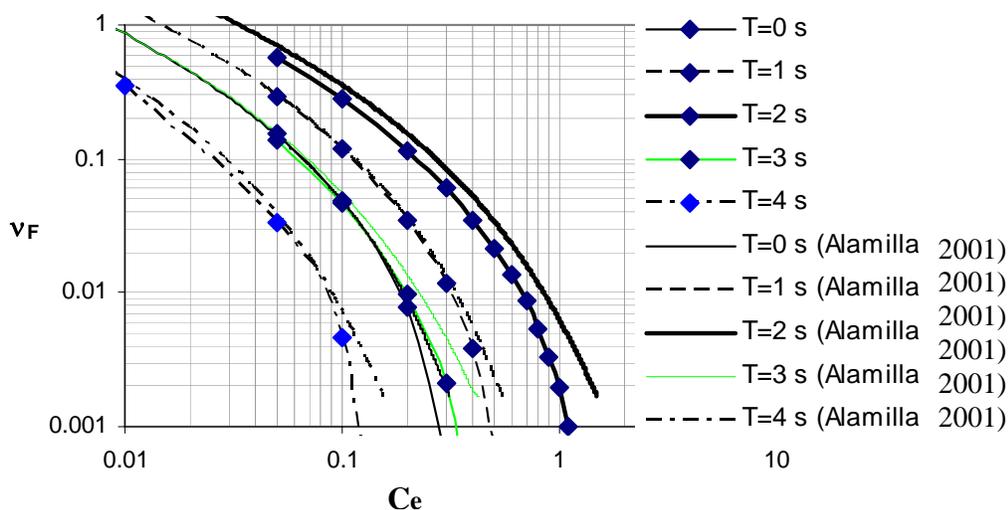


**Figura 2.11. Relación entre la ordenada máxima del espectro con tasa de falla  $\nu_F = 0.008$  y la correspondiente al RCDF-2004**



Como se observa en la figura anterior, la ordenada máxima de los ETFU coinciden con los propuestos por el RCDF-2004 para  $\mu = 2.5$ .

En lo que sigue se comparan las curvas de peligro de demanda obtenidas a partir de las curvas de peligro sísmico (Alamilla 2001) entre las curvas de peligro de demanda obtenidas con el programa ETFU(Figura 2.12). Para transformar las curvas de peligro sísmico expresadas en términos de pseudoaceleración ( $Sa$ ) a curvas de peligro sísmico en términos de coeficiente sísmico se divide el eje horizontal entre el valor de la gravedad ( $C_y = Sa/g$ ).



**Figura 2.12. Comparación de las curvas de peligro de demanda estructural obtenidas con ETFU y las a curvas de peligro sísmico propuestas por Alamilla(2001) correspondientes a  $\mu = 1$**

La Figura 2.12 muestra que las curvas obtenidas con ETFU y las calculadas a partir de las curvas de peligro sísmico tienden a ser iguales para tasas de falla altas; sin embargo, para tasas menores que  $v_F = 0.01$  (asociadas a cierto periodo de vibración) la diferencia entre ambas curvas se incrementa.

Los cocientes entre las curvas de peligro sísmico y de demanda sísmica se muestran, para periodos  $T=0.1, 1, 2, 3, 4$  s y  $\mu = 1$ , en la figura 2.13.

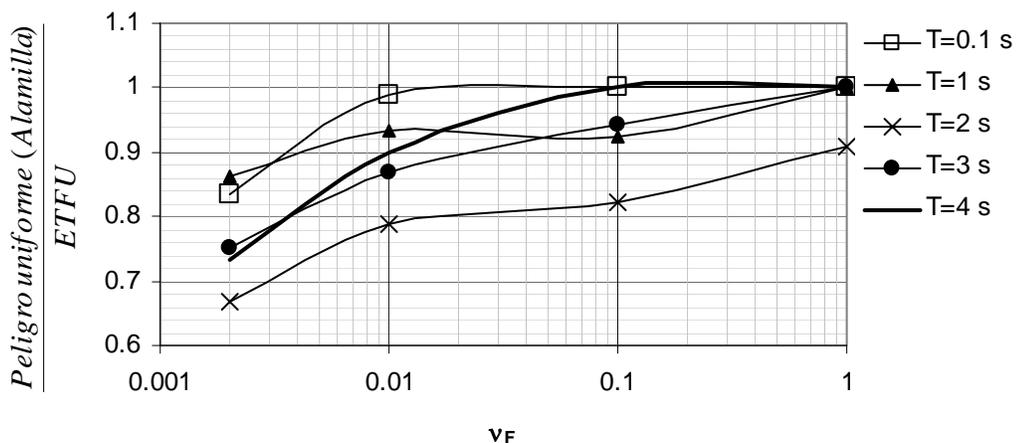


Figura 2.13. Relación entre las curvas de la figura 2.12.

En la Figura 2.13 se hace ver con mayor claridad que las diferencias entre ambas curvas es menor a medida que aumenta la tasa anual de falla, y también a medida que el periodo de vibración se aleja del periodo espectral dominante.

Lo anterior es cierto para curvas correspondientes al caso lineal ( $\mu = 1$ ); sin embargo, para demandas de ductilidad altas (p.ej.  $\mu = 3$  ó 4) esto es diferente, según lo indica la Figura 2.11.

---

# *CAPÍTULO 3*

---

## ESPECTROS CON TASA DE FALLA UNIFORME PARA SISTEMAS CON DISIPADORES DE ENERGÍA

En este capítulo se presenta el modelo estructural y su correspondiente sistema de ecuaciones del S1GDL con EDES. Se definen los parámetros  $\alpha$  y  $\gamma$ , y se analiza su influencia en los espectros con tasa de falla uniforme (ETFU). Finalmente, se calculan ETFU en los cuales el daño se mide a través del índice de Park y Ang.

### **3.1. MODELO ESTRUCTURAL DEL S1GDL CON EDES**

El modelo estructural que corresponde a un edificio con disipadores se puede representar de manera muy simplificada como un sistema de un grado de libertad (S1GDL) más un elemento en paralelo que representa al disipador de energía sísmica (EDES) (Nakashima et al



1996, Ruiz y Badillo 2001). Al conjunto sistema principal-disipador se le llamará de aquí en adelante sistema combinado.

Los EDES que se tratan en esta tesis son aquellos que presentan curvas histeréticas de carga cíclica versus deformación que no dependen de la velocidad ni de la frecuencia de la excitación, sino del desplazamiento relativo que ocurre entre sus extremos. La principal característica de los EDES es que sus propiedades mecánicas son muy estables y son capaces de desarrollar un buen número de ciclos con amplitudes de deformación relativamente grandes sin sufrir deterioro de sus propiedades (Tsai et al, 1993, Aguirre y Sánchez 1989, Whitaker et al, 1989). Por el contrario, el oscilador que representa a la estructura (p. ej. de concreto reforzado) en general sufre degradación de rigidez y resistencia; sin embargo, en este estudio se consideró que el comportamiento de ambos elementos (sistema principal y EDES) es elastoplástico. Las propiedades de rigidez y resistencia del sistema combinado se definen como la suma de las características mecánicas del sistema principal más el correspondiente a los EDES (ver Figura 3.1).

El modelo estructural que se utiliza en esta tesis se muestra en la Figura 3.2 donde  $M$  es la masa del sistema combinado,  $K$  es la rigidez de la estructura y  $F$  la resistencia del sistema. Los subíndices  $c$  y  $d$  corresponden al sistema convencional y a los disipadores, respectivamente. Con el fin de relacionar las rigideces y, por otro lado, los desplazamientos de fluencia del disipador con los del sistema convencional (sistema sin EDES), se introducen las siguientes variables:

$$\alpha = \frac{K_d}{K_c} \quad (3.1)$$

$$\gamma = \frac{d_{yd}}{d_{yc}} \quad (3.2)$$

donde  $K_d$  representa la rigidez lateral de los EDES,  $K_c$  es la rigidez lateral del sistema convencional (estructura sin disipadores),  $d_{yd}$  es el desplazamiento de fluencia de los EDES, y  $d_{yc}$  es el desplazamiento de fluencia del sistema convencional (ver Figura 3.1).

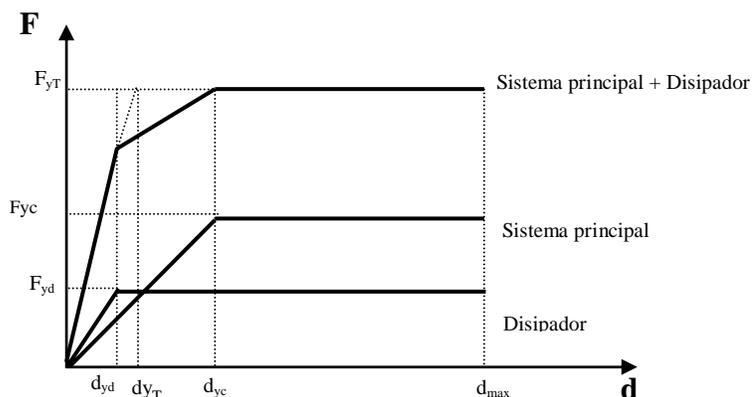


Figura 3.1 Relación fuerza -desplazamiento del los sistemas de estudio.

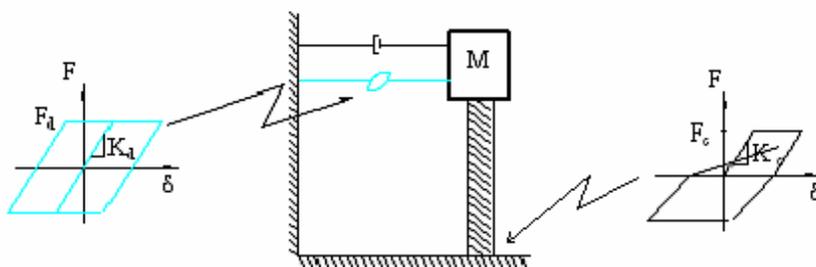
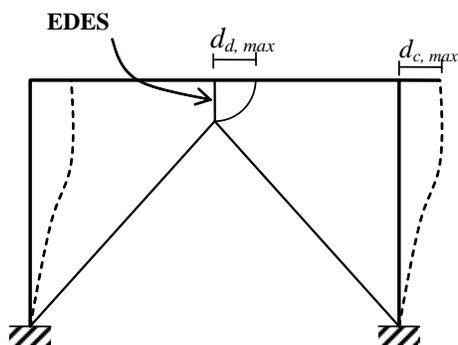


Figura 3.2 Sistema principal más EDES

### 3.2. RELACIÓN ENTRE LA DUCTILIDAD DEMANDADA Y LA DISPONIBLE

En lo que sigue se supone que el desplazamiento máximo del sistema combinado  $d_{c,max}$  es igual al máximo desplazamiento de los EDES y del sistema convencional  $d_{c,max} = d_{d,max} = d_{max}$ , como se aprecia en la Figura 3.1. Esto mismo se ilustra en la Figura 3.3 que muestra un marco de un nivel y una crujía que soporta disipadores mediante dos diagonales en forma de V invertida. Con base en lo anterior, es posible encontrar la siguiente relación entre la ductilidad del sistema convencional ( $\mu_c$ ) y la del sistema combinado ( $\mu_a$ ):



**Figura 3.3** Máximos desplazamientos del sistema convencional y del EDES

$$\mu_a = \frac{d_{\max}}{d_{yT}} = \frac{d_{\max}}{d_{yc}} \frac{d_{yc}}{d_{yT}} = \mu_c \left( \frac{d_{yc}}{d_{yT}} \right) \quad (3.3)$$

donde  $d_{yT}$  es el desplazamiento de fluencia del sistema combinado, el cual se expresa como:

$$d_{yT} = \frac{F_{yT}}{K_T} = \frac{F_{yc} + F_{yd}}{K_c + K_d} = \frac{K_c d_{yc} + \alpha K_c d_{yd}}{K_c (1 + \alpha)} \quad (3.4)$$

$F_{yc}$  y  $F_{yd}$  representan la fuerza de fluencia del sistema convencional ( $c$ ) y de los EDES ( $d$ ), respectivamente; y  $K_T$  es la rigidez inicial del sistema combinado, la cual es igual a:  $K_T = K_c + K_d$  (ver Figura 3.1). Sustituyendo  $d_{yT}$  de la ecuación (3.4) en la ecuación (3.3) se obtiene lo siguiente:

$$\mu_a = \mu_c \left( \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha \gamma} \right) \quad (3.5)$$

En forma similar es posible obtener la ductilidad disponible del sistema combinado ( $\mu_a$ ) en función de la ductilidad de los disipadores ( $\mu_d$ ):



$$\mu_a = \frac{d_{\max}}{d_{yT}} = \frac{d_{\max}}{d_{yd}} \frac{d_{yd}}{d_{yT}} = \mu_d \left( \frac{d_{yd}}{d_{yT}} \right) = \mu_d \left( \frac{d_{yd}(1+\alpha)}{\frac{d_{yc}}{\gamma} + \alpha d_{yd}} \right) = \mu_d \left[ \frac{1+\alpha}{\frac{1}{\gamma} + \alpha} \right] \quad (3.6)$$

$\mu_a$  depende de cual de los dos sistemas (ecuación (3.5) ó (3.6)) rige la capacidad de deformación. En el sentido estricto deberíamos utilizar ambas expresiones y ver cuál alcanza la falla primero. Se puede usar sólo una expresión, a menos que se esté seguro que la ductilidad del disipador y del sistema convencional se alcanzan simultáneamente.

Una de las hipótesis que se hacen en esta tesis es que la ductilidad disponible del sistema y los EDES se alcanza en forma simultánea. Con esta hipótesis se encuentran expresiones sencillas para revisar las condiciones asociadas al estado límite entre servicio y colapso. Estas se explican en el siguiente capítulo. En esta tesis se utiliza la expresión (3.6) debido a que está en función de la ductilidad tolerable de los disipadores ( $\mu_d$ ) y este valor es relativamente fácil de obtener a partir de pruebas de laboratorio sobre el comportamiento de los disipadores ante carga cíclicas.

Despejando de la ecuación (3.6) el valor de  $\gamma$  se obtiene la siguiente expresión, que se utilizará en el criterio de diseño basado en confiabilidad que se propone más adelante.

$$\gamma = \frac{\mu_a}{\mu_d + \alpha(\mu_d - \mu_a)} \quad (3.7)$$

### 3.3. DESPLAZAMIENTO DE FLUENCIA DE LOS SISTEMAS ESTRUCTURALES

La resistencia lateral del sistema combinado (suponiendo que los elementos tienen comportamiento elastoplástico) está dada por:



$$F_T = K_c d_{yc} + K_d d_{yd} = K_T d_{yT} = C_y W \quad (3.8)$$

donde  $C_y$  es el coeficiente sísmico y  $W$  es el peso del sistema combinado. A partir de la ecuación (3.2) y de la (3.8) se obtienen las siguientes relaciones:

$$d_{yT} = \frac{C_y W}{K_c + K_d} \quad (3.9)$$

$$d_{yc} = \frac{C_y W}{K_c + K_d \gamma} \quad (3.10)$$

Estas relaciones se utilizarán más adelante en el algoritmo para construir espectros con tasa de falla uniforme de estructuras de un grado de libertad (S1GDL) con EDES.

### 3.4. MODIFICACIONES AL SISTEMA DE ECUACIONES CORRESPONDIENTES AL S1GDL CON EDES

La ecuación de movimiento para un S1GDL con comportamiento no-lineal (Baber y Wen 1981) se planteó en el capítulo anterior (ecuación 2.1); sin embargo, esa debe modificarse para tomar en cuenta la presencia de los EDES en el sistema con EDES. La ecuación correspondiente al sistema combinado es la siguiente:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + K_c \Gamma_{2c} x + (1 - \Gamma_{2c}) K_c z_c + K_d \Gamma_{2d} \dot{x} + (1 - \Gamma_{2d}) K_d z_d = -ma(t) \quad (3.11)$$

los términos  $K\Gamma_2 x$  y  $(1 - \Gamma_2)Kz$  representan la fuerza restauradora. El primer término depende del desplazamiento  $x$  y el segundo de su componente histerética  $z$ . Nótese que para el caso de sistema con EDES (sistema combinado) la fuerza restauradora está formada por la fuerza



restauradora del sistema convencional (términos con subíndice  $c$ ) más la de los disipadores (términos con subíndice  $d$ ).

La ecuación 3.11 se puede expresar mediante el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\dot{x} = -2\omega_0 \dot{x} - \Gamma_{2c} \left( \frac{K_c}{M} \right) x - (1 - \Gamma_{2c}) \left( \frac{K_c}{M} \right) z_c - \Gamma_{2d} \left( \frac{K_d}{M} \right) x - (1 - \Gamma_{2d}) \left( \frac{K_d}{M} \right) z_d - a \quad (3.12a)$$

$$\dot{z}_c = \frac{\Gamma_{3c} \dot{x} - \nu_c \left( \Gamma_{4c} z_c |\dot{x}| |z_c|^{\Gamma_{6c}-1} + \Gamma_{5c} \dot{x} |z_c|^{\Gamma_{6c}} \right)}{\eta_c} \quad (3.12b)$$

$$\dot{z}_d = \frac{\Gamma_{3d} \dot{x} - \nu_d \left( \Gamma_{4d} z_d |\dot{x}| |z_d|^{\Gamma_{6d}-1} + \Gamma_{5d} \dot{x} |z_d|^{\Gamma_{6d}} \right)}{\eta_d} \quad (3.12c)$$

donde  $\Gamma_3$ ,  $\Gamma_4$ ,  $\Gamma_5$  y  $\Gamma_6$  son parámetros del modelo que controlan la amplitud, forma del ciclo histerético, y la suavidad de la transición entre el intervalo elástico e inelástico;  $\eta$  y  $\nu$  son parámetros que controlan el deterioro de la rigidez y de la resistencia, respectivamente (se hace la aclaración de que en el presente estudio no se considera la degradación de la rigidez ni de la resistencia). El subíndice  $c$  se refiere al sistema convencional y el subíndice  $d$  a los EDES.

En el sistema de ecuaciones diferenciales 3.12 se puede ver que existen dos ecuaciones constitutivas: una para modelar el comportamiento del sistema convencional (3.12b) y otra para los disipadores (3.12c). Esto obedece a que los EDES presentan ciclos histeréticos diferentes a los de la estructura que los contienen, debido a que las funciones constitutivas de la estructura y el sistema disipador de energía sísmica son distintos.



### 3.5. ALGORITMO PARA OBTENER ETFU DE SISTEMAS CON EDES

El algoritmo que se propone en esta tesis para obtener los ETFU de S1GDL con EDES es el siguiente:

- 1) Se propone el valor nominal de la ductilidad disponible (tolerable asociada a la capacidad del sistema) del sistema combinado ( $\mu^* = \mu_a$ ). A partir de este, se generan valores aleatorios de la ductilidad disponible del sistema combinado, suponiendo que presenta FDP lognormal. El valor medio de la ductilidad disponible del sistema combinado se obtiene a partir de la ecuación 2.12, y se supone un valor del coeficiente de variación  $V_\mu$ .

- 2) A partir de cada valor de ductilidad global disponible generado se obtiene (de la

ecuación 3.6) la correspondiente ductilidad de los EDES,  $\mu_d = \frac{\left(\frac{1}{\gamma} + \alpha\right)\mu_a}{1 + \alpha}$ , y del

sistema convencional  $\mu_d = \mu_c \left(\frac{1}{\gamma}\right)$ .

- 3) Se proponen el valor nominal del periodo de vibración del sistema combinado ( $T^*$ ), la masa de dicho sistema ( $M^*$ ), así como los valores de  $\alpha$  y  $\gamma$  (ecuaciones 3.1 y 3.2).

- 4) Se determina la rigidez nominal del sistema combinado ( $K_T = 4\pi^2 M / T^{*2}$ ). A partir del valor de la rigidez nominal y de suponer un valor del coeficiente de variación  $V_K$ , se obtiene su valor medio (ecuación 2.5):  $\overline{K_T}(1 - n_K V_K) = K_T$ . Se generan valores aleatorios de la rigidez del sistema combinado considerando que tiene una FDP normal.

- 5) A partir de los valores aleatorios de la rigidez global y del valor de  $\alpha$ , se obtienen valores de la rigidez del sistema convencional  $K_c = K_T / (1 + \alpha)$ , y de los EDES:

$$K_d = K_T - K_c.$$

- 6) Se obtiene el valor medio del desplazamiento de fluencia de la estructura convencional

(ecuación 3.9):  $\overline{d}_{yc} = \frac{C_y W}{\overline{K}_c (1 - n_{d_{yc}} V_{d_{yc}})}$ . Se supone un valor de  $V_{d_{yc}}$ , y se generan



valores aleatorios de  $d_{yc}$ , suponiendo una FDP normal. El valor de  $C_y$  corresponde a la estructura convencional.

7) A partir de los valores aleatorios generados del desplazamiento de fluencia de la estructura convencional se obtiene el vector de desplazamiento de fluencia de los disipadores  $d_{yd} = \gamma d_{yc}$ . No se considera incertidumbre en las propiedades del disipador por ser elementos muy estables.

8) Se calcula la fuerza de fluencia de sistema convencional y de los disipadores, asociada a cada valor aleatorio generado, y a partir de estas se calcula la del sistema combinado (ecuación 3.8):  $F_T = K_c d_{yc} + K_d d_{yd} = K_T d_{yT} = C_y W$ . A partir de esto se obtiene el

desplazamiento de fluencia del sistema combinado:  $d_{yT} = \frac{F_T}{K_T}$ .

9) Se someten los sistemas estructurales a movimientos sísmicos simulados y escalados a una intensidad ( $y$ ) para el periodo de vibración del sistema correspondiente. Se obtiene el desplazamiento máximo del sistema y se divide entre sus respectivo desplazamiento de fluencia. De esta manera se calculan las ductilidades demandadas en el sistema combinado ( $\mu_{demandada}$ ), así como en la estructura convencional y en los EDES.

10) Se calculan los valores de  $Q = \left( \frac{\mu_{demandada}}{\mu_{disponible}} \right)$  y a partir de estos la probabilidad de falla,

es decir, cuando  $Q \geq 1$ . Se cuenta el número de casos en que se presenta la falla ( $Q \geq 1$ ) asociados a  $T$ ,  $C_y$ , y una intensidad, y se divide entre el número total de sistemas simulados, obteniéndose la probabilidad de falla, dada una intensidad:  $P(Q \geq 1|y)$ .

11) Se obtiene la tasa anual de falla esperada  $E(v_F) = \int -\frac{\partial v(y)}{\partial y} P(Q \geq 1|y) dy$  asociada a un coeficiente sísmico y a un periodo de vibración del sistema. Se repite el procedimiento para otros valores de  $C_y$  y se obtienen la curva de peligro de demanda asociada a  $T$ ,  $\mu_a$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$  (por ejemplo, ver Figura 3.3).



12) Se obtiene las curvas de peligro de demanda correspondiente a distintos periodos ( $T_E$ ) y valores de  $\mu_a$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$ . Se selecciona una tasa de falla, para cada periodo se lee a partir de la curva de peligro de demanda el valor de  $C_y$ , y se traza el ETFU (por ejemplo, ver Figura 3.4).

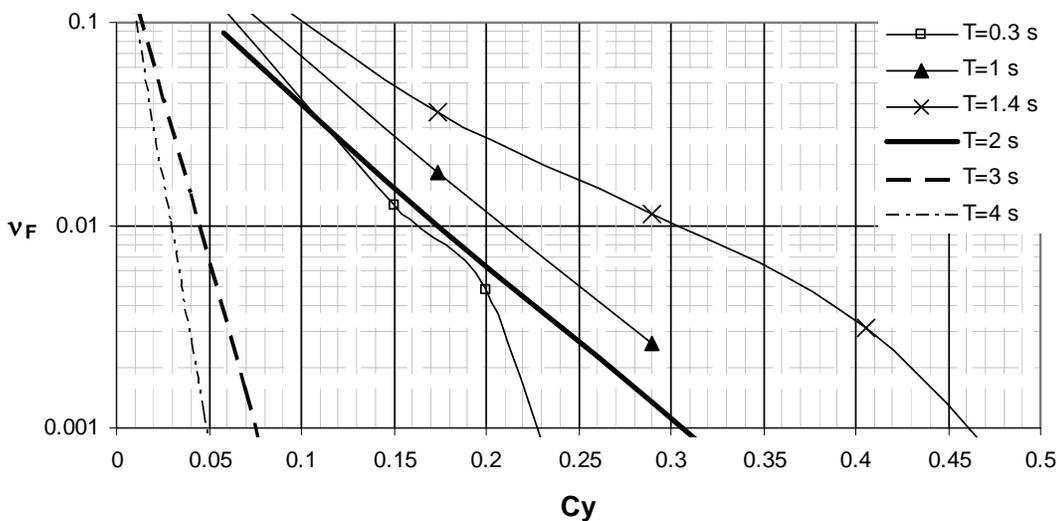


Figura 3.3 Curvas de peligro de demanda para  $\mu = 2$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\gamma = 0.8$

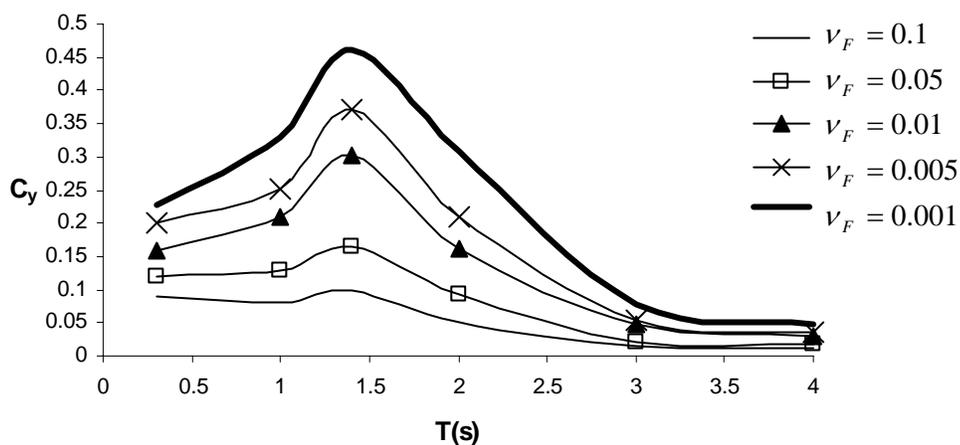


Figura 3.4 ETFU para  $\mu = 2$ ,  $\alpha = 0.2$ ,  $\gamma = 0.8$



### 3.6. INFLUENCIA DE LOS PARÁMETROS $\alpha$ Y $\gamma$ EN LAS CURVAS DE PELIGRO DE DEMANDA DE SISTEMAS CON EDES

Las relaciones entre las propiedades mecánicas del S1GDL convencionales y los EDES están dadas por las relaciones adimensionales  $\alpha = K_d / K_c$  y  $\gamma = d_{yd} / d_{yc}$  (definidas en las ecuaciones 3.1 y 3.2). Con el fin de ver la influencia de estos parámetros en los ETFU se obtuvieron curvas de peligro de demanda dejando fijo uno de estos dos parámetros y variando el otro. Las curvas de peligro de demanda que se muestran en las Figuras 3.5 y 3.6 proporcionan idea sobre dicha influencia. En la Figura 3.5 se fijó el parámetro  $\gamma=0.8$  y se varió  $\alpha$ . En la Figura 3.6 se fijó  $\alpha=0.2$  y se varió el parámetro  $\gamma$  para un sistema con periodo  $T=1$  s y con  $\mu_a = 2$ , y para otro sistema con periodo  $T=2$  s y con  $\mu_a = 1$ .

A partir de las Figuras 3.6a y 3.6b se puede observar que el parámetro  $\gamma$  tiene poca influencia en las curvas de peligro de demanda. Por otro lado la Figura 3.5 indica que  $\alpha$  presenta mayor influencia debido a que al incrementar su valor disminuye el valor de la tasa anual de falla  $\nu_F$  para un mismo valor de coeficiente sísmico  $C_y$ . Esta disminución se debe a que para un periodo del sistema combinado se obtiene la rigidez, asociada a un valor de  $\alpha$  y un  $\gamma$  fijo, y considerando fija la fuerza de fluencia del sistema convencional, se obtiene la rigidez del sistema ( $K_c$ ) y la del disipador ( $K_d$ , ecuación 3.12a). Al variar el valor de  $\alpha$ , para un mismo coeficiente sísmico ( $C_y$ ), cambia el valor de  $K_c$  y  $K_d$ . El cambio de rigideces hace que la ecuación (3.12a) se modifique. Dicha ecuación es la de mayor peso en el sistema de ecuaciones 3.12. Al mantener un valor de  $\gamma$  constante y tener una fuerza de fluencia fija del sistema convencional hace que la fuerza de fluencia del disipador varíe al variar el parámetro  $\alpha$ , lo que hace que se modifique la ecuación (3.12c), sin embargo, esta ecuación no genera cambios significativos en el desplazamiento (ecuación 3.12a).

El parámetro  $\gamma$  tiene menor influencia debido a que este parámetro hace que se modifique la ecuación (3.12c) únicamente. La variación de los resultados al cambiar  $\gamma$  no es tan significativa al resolver el sistema de ecuaciones 3.12.

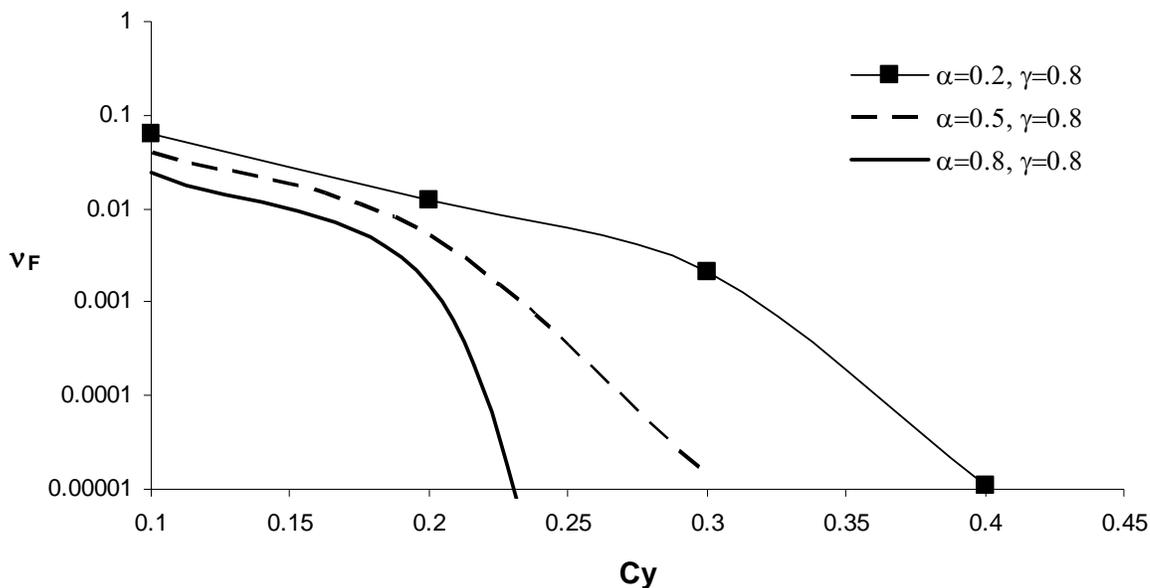
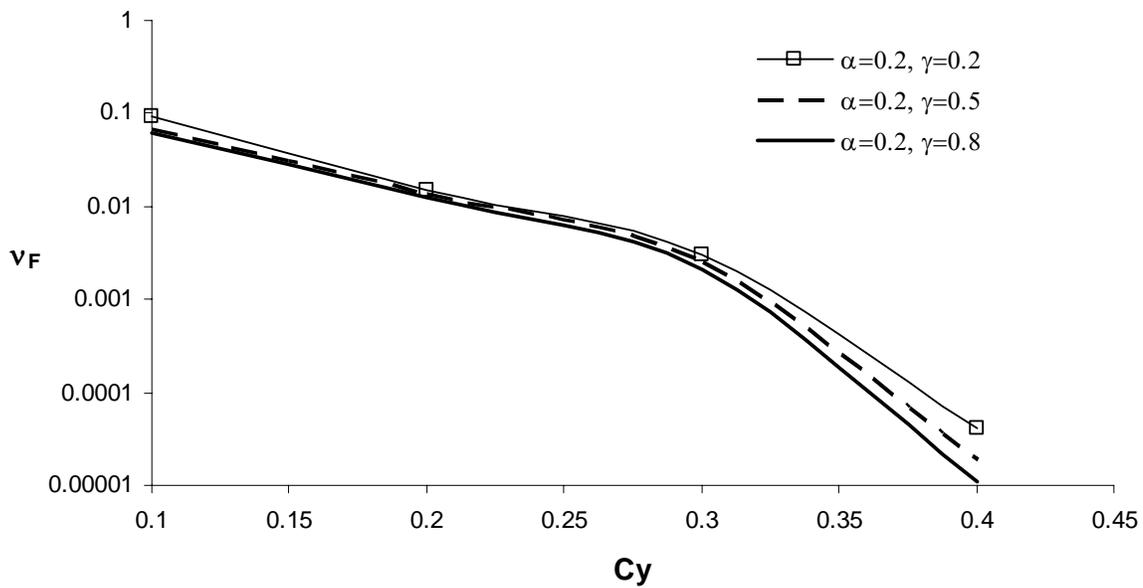
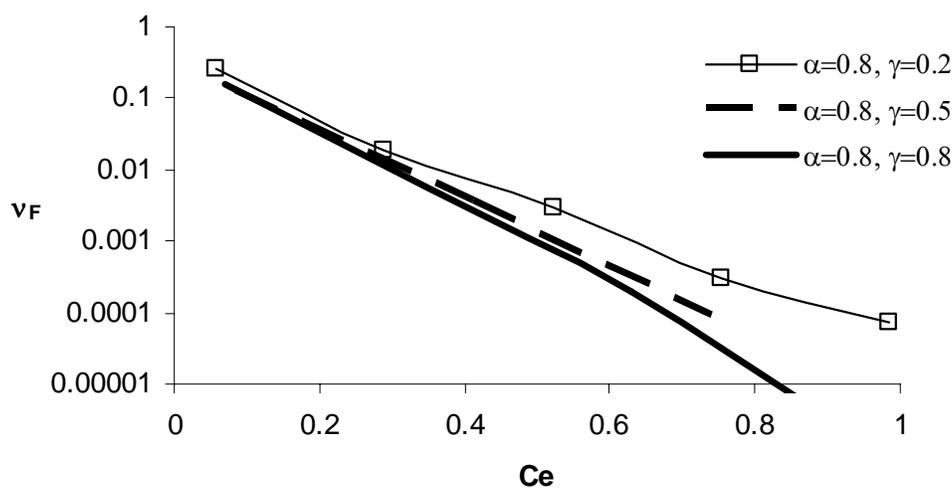


Figura 3.5 Curvas de peligro de demanda para un sistema con  $\mu_a = 2, T=1$  s y distintos valores del parámetro  $\alpha$



a)  $T=1$  s,  $\mu_a = 2$

b)  $T=2$  s,  $\mu_a = 1$ Figura 3.6 Curvas de peligro de demanda para distintos valores del parámetro  $\gamma$ 

### 3.7. OBTENCIÓN DE ETFU CUANDO SE CONSIDERA COMO MEDIDA DEL DAÑO EL ÍNDICE DE PARK Y ANG

#### 3.7.1 Índice de Park y Ang para elementos disipadores que dependen del desplazamiento relativo entre sus extremos

Varios investigadores han realizado estudios para evaluar la energía que una estructura disipa en el intervalo plástico para ser capaz de desarrollar una ductilidad dada (Uang y Bertero 1990, Terán-Gilmore 1996, Bojorquez et al 2006). Dicha energía puede usarse como un indicador del daño en la estructura.

El índice de Park y Ang (1985) es uno de las medidas más utilizadas para describir el daño de sistemas estructurales ante un sismo. Dicha medida de daño presenta ventajas como su simplicidad y el hecho de que se ha calibrado con daños generados en las estructuras ante eventos sísmicos, aunque por otro lado dicha medida presenta limitaciones (Terán-Gilmore 1996).



El índice de daño de Park y Ang ( $ID_{PA}$ ) está formado por la suma de dos términos. El primero es medida del desplazamiento máximo (no toma en cuenta el daño acumulado), mientras que el segundo considera el daño a través de la energía histerética disipada normalizada. El  $ID_{PA}$  se define como:

$$ID_{PA} = \frac{\mu_{demandada}}{\mu_{disponible}} + \beta_o \frac{E_h}{F_y \delta_y \mu_{disponible}} \quad (3.13)$$

donde  $E_h$  es la energía histerética disipada, y  $\beta_o$  es una constante adimensional que se utiliza para caracterizar la contribución de la energía histerética disipada debido al daño que sufre la estructura (aquí se utiliza el subíndice “0” para diferenciarla de la letra griega  $\beta$  que comúnmente se utiliza para el índice de Cornell). Los otros parámetros se definieron anteriormente.

El índice  $ID_{PA}$  se ha calibrado usando resultados experimentales. Cosenza et al (1990) obtuvieron valores de pruebas experimentales para  $\beta_o$ , para estructuras de concreto reforzado. Estos autores obtienen un valor medio constante igual a  $\beta_o = 0.15$ . Para elementos de acero, Park et al (1986) obtuvieron un valor medio constante  $\beta_o = 0.025$ .

El índice  $ID_{PA}$  se ha calibrado y se ha obtenido  $ID_{PA} = 0.4$  para daño reparable, e  $ID_{PA} = 1$  para falla. En nuestro caso se utiliza  $ID_{PA} = 1$ .

Si el daño estructural se mide mediante el índice ( $ID_{PA}$ ), entonces el valor esperado de la tasa media anual de falla se expresa como (ver ecuación 2.4):

$$E(v_F) = \int -\frac{\partial v(y)}{\partial y} P(ID_{PA} \geq 1|y) dy \quad (3.16)$$

Las variables que intervienen en esta ecuación se definieron antes.



Para elementos disipadores, que son mecanismos específicamente diseñados para disipar energía, es cuestionable que la cantidad de energía disipada sea una medida del daño acumulado. Esto no significa que los disipadores no sufran daño. Los disipadores se dañaran al llegar a un límite máximo (LM), sin embargo, al actuar dentro de su límite de operación (LO) la contribución de estos dispositivos es nula en el daño global del sistema.

Otro punto a considerar es que para disipadores basados en la deformación plástica de los materiales (que son los que se tratan en esta tesis) es directamente aplicable el primer término del  $ID_{PA}$ .

Por lo anterior, sería deseable contar con una ecuación para evaluar el valor de  $\beta_0$  correspondiente a disipadores. La forma de dicha ecuación debería ser como la que se muestra en la figura 3.7, donde  $\mu_d$  es la ductilidad última de los disipadores.

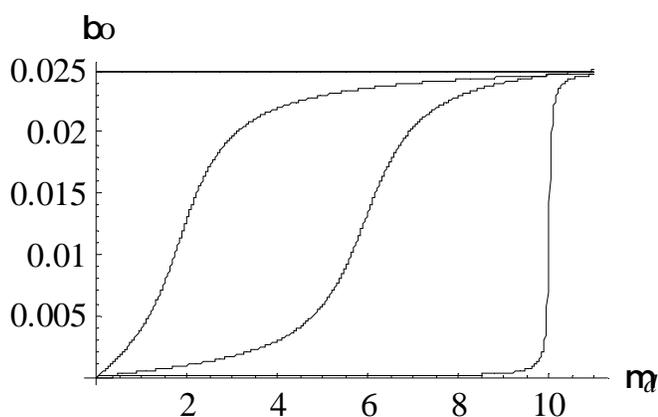


Figura 3.7. Comportamiento de  $\beta_0$  para disipadores.

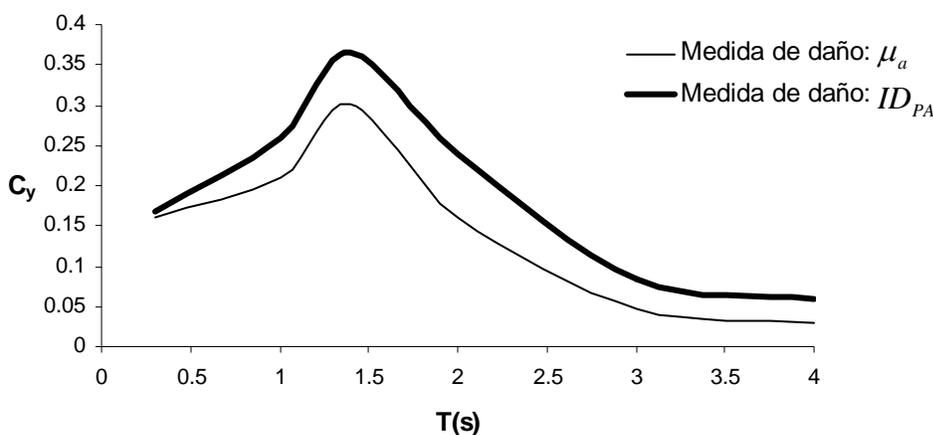
Entonces el índice  $ID_{PA}$  que rige la falla del sistema combinado debería ser el valor máximo entre un valor del índice  $ID_{PA}$  asociado al sistema convencional (subíndice  $c$ ), y otro valor del índice que considere el daño exclusivamente en los EDES (subíndice  $d$ ). Esto es:



$$ID_{PA} = \left[ \frac{\mu_{demandada(c)}}{\mu_c} + 0.15 \frac{E_{h(c)}}{F_{y(c)} d_{y(c)} \mu_c}, \frac{\mu_{demandada(d)}}{\mu_d} + \beta_{dis} \frac{E_{h(d)}}{F_{y(d)} d_{y(d)} \mu_d} \right]_{\max} \quad (3.15)$$

La energía histerética disipada por el sistema convencional  $E_{h(c)}$  y por los EDES  $E_{h(d)}$  se obtiene en forma independiente mediante la solución del sistema de ecuaciones 3.12. Con la ecuación 3.12a se obtiene la historia de desplazamientos del sistema combinado. Una vez conocida dicha historia (que es la misma para el sistema convencional y para los EDES) es posible trazar los ciclos histeréticos de cada elemento, usando la respectiva fuerza restauradora.

La Figura 3.8 presenta ETFU utilizando como medida del daño el  $ID_{PA}$ . En dicha figura se observa que al utilizar este parámetro como medida del daño se obtienen valores de  $C_y$  mayores que en el caso en que no se toma en cuenta el daño acumulado para la misma  $v_F$ .



**Figura 3.8. Comparación entre ETFU utilizando como medida del daño  $\mu_a$  (sistema combinado) y el índice de Park y Ang (sistema convencional), correspondiente a  $v_F = 0.01$ ,  $\alpha = 0.2$  y  $\gamma = 0.8$**

---

# ***CAPÍTULO 4***

---

## **CRITERIO DE REFUERZO SÍSMICO DE EDIFICIOS CON DISPADORES DE ENERGÍA**

En este capítulo se propone un criterio de diseño basado en confiabilidad que emplea ETFU de sistemas con EDES. Se consideran dos estados límite: servicio y último. Para cada estado límite se verifica que se cumplan las correspondientes condiciones de aceptación.

### **4.1 SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD EQUIVALENTES A SISTEMAS DE MÚLTIPLES GRADOS DE LIBERTAD**

En los Capítulos 2 y 3 se obtuvieron ETFU para S1GDL convencionales y S1GDL con EDES, respectivamente. Para utilizar esta información es necesario relacionar la respuesta del S1GDL con la de la estructura de múltiples grados de libertad (MGDL). En este capítulo se menciona el criterio que se sigue aquí para encontrar los S1GDL equivalentes cuando tienen comportamiento lineal (correspondiente al estado límite de servicio), y cuando lo tienen no-lineal (asociado al estado límite último) ante cargas sísmicas.



#### 4.1.1 **Sistema de un grado de libertad equivalente con comportamiento lineal (correspondiente al estado límite de servicio)**

Para obtener las propiedades del S1GDL lineal equivalente (asociado al estado límite de servicio) aquí se emplean las conocidas expresiones que corresponden a la descomposición modal del sistema con comportamiento lineal (Chopra 2001). Aquí se supone que la respuesta de la estructura de MDGL está regida por el primer modo de vibrar:

$$M_E = \{\phi_{n1}^T\} [M] \{\phi_{n1}\}$$

$$P_E = \frac{\{\phi_{n1}^T\} [M] \{J\}}{\{\phi_{n1}^T\} [M] \{\phi_{n1}\}} \quad (4.1)$$

$$K_E = \{\phi_{n1}^T\} [K] \{\phi_{n1}\}$$

$M_E$  y  $K_E$  representan la masa y la rigidez del S1GDL lineal equivalente combinado y  $P_E$  es el factor de participación que multiplica al movimiento sísmico que excita a la estructura,  $\phi_{n1}$  es el perfil de desplazamientos asociado al modo fundamental de vibración de la estructura, y J es un vector de unos.

A partir de los valores de  $M_E$  y  $K_E$  se obtiene el periodo de vibración ( $T_E$ ) del sistema combinado equivalente ( $T_E = 2\pi\sqrt{M_E/K_E}$ ). El sistema combinado se define como el formado por el sistema convencional más el EDES.

#### 4.1.2 **Sistema de un grado de libertad equivalente con comportamiento no lineal (correspondiente al estado límite último)**

Los parámetros correspondientes al S1GDL combinado equivalente cuando el sistema tiene comportamiento no lineal se calculan aquí por medio de las siguientes ecuaciones (Collins et al 1995):



$$M_{EQ} = \{\Psi_2\}^T [M] \{\Psi_1\}$$
$$K_{EQ} = K_T \{\Psi_2\}^T \{f\} \quad (4.2)$$

$$P_{EQ} = \{\Psi_2\}^T [M] \{J\} / M_{EQ}$$

donde  $M_{EQ}$  es la masa equivalente,  $K_{EQ}$  es la rigidez equivalente,  $P_{EQ}$  es el factor de participación y  $\{\Psi_1\}$  es el perfil normalizado del vector de desplazamiento, el cual se obtiene de un análisis estático no-lineal (“push-over”, en inglés) del SMGDL combinado (el empuje lateral de la estructura se hace hasta que la distorsión de azotea es del orden del correspondiente al estado último por revisar). El desplazamiento máximo de azotea se normaliza a la unidad.  $\{f\}$  es el vector de distribución de la fuerza lateral normalizado de tal forma que el cortante en la base sea unitario. En esta tesis se supone que  $\{\Psi_2\} = \{J\} =$  vector de unos.  $[M]$  es la matriz de masas del SMGDL combinado. A partir de los valores de  $M_{EQ}$  y  $K_{EQ}$  se calcula el periodo de vibración del sistema equivalente ( $T_{EQ} = 2\pi\sqrt{M_{EQ}/K_{EQ}}$ ).

## 4.2 CONDICIÓN DE ACEPTACIÓN PARA EL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

Para este estado límite la estructura debe permanecer elástica. *La condición de aceptación que debe revisarse para el estado límite de servicio es que la distorsión máxima de entrepiso del sistema combinado  $\Delta_{\max}^s$ , asociado a una tasa anual de falla  $\nu_{Fs}$ , sea igual o menor a una distorsión tolerable  $\Delta_{tol}^s$ ; ( $\Delta_{\max}^s \leq \Delta_{tol}^s$ ).*

En lo que sigue primeramente se hace la hipótesis que el desplazamiento de la azotea del SMGDL combinado es igual al desplazamiento del S1GDL equivalente combinado multiplicado por su factor de participación (ver Figura 4.1); en segundo lugar, se transforma el desplazamiento máximo de azotea del S1GDL en el desplazamiento máximo de entrepiso del SMGDL. Posteriormente, se toma en cuenta la incertidumbre que existe al



transformar la respuesta del SIGDL en la respuesta del SMGDL. Una vez que se estima la distorsión máxima de entrepiso del SMGDL se verifica que ésta sea menor que o igual que la distorsión máxima tolerable.

La hipótesis mencionada al principio del párrafo anterior implica que:

$$D_{\max} = P_E d_{\max} \quad (4.3)$$

donde  $D_{\max}$  es el desplazamiento lateral máximo en la azotea del SMGDL combinado;  $d_{\max}$  es el desplazamiento máximo del SIGDL combinado equivalente y  $P_E$  es el factor de participación.

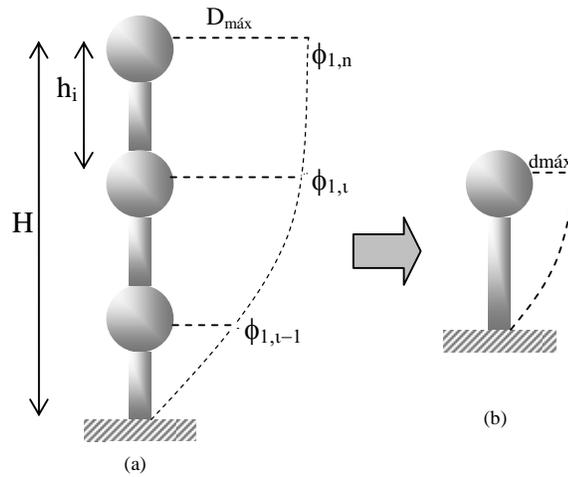


Figura 4.1 SMGDL y su SIGDL equivalente

Por otro lado, la relación entre pseudo-aceleración y pseudo-desplazamiento está dada por la ecuación:  $S_a = \omega^2 S_d$ . Despejando el pseudo-desplazamiento se tiene:

$$S_d = \frac{1}{\omega^2} S_a \quad (4.4)$$



Además,  $\omega = 2\pi/T$  y  $S_a(T) = C_e(T)g$ . Al sustituir estos valores en la ecuación (4.4) se tiene:

$$S_d = \frac{1}{\left(\frac{2\pi}{T_E}\right)^2} [C_e g] = g \left(\frac{T_E}{2\pi}\right)^2 C_e \quad (4.5)$$

donde  $C_e$  es el coeficiente sísmico elástico, y  $g$  es la aceleración de la gravedad. Sustituyendo el valor de pseudo-desplazamiento ( $S_d$ ) por  $d_{\max}$  en la ecuación (4.3) se tiene:

$$D_{\max} = P_E g \left(\frac{T_E}{2\pi}\right)^2 C_e \quad (4.6)$$

El valor de  $C_e$  se puede obtener de los ETFU para un valor dado de  $T_E$  y una tasa anual de falla prescrita, o bien de la curva de peligro de demanda ( $C_e$  -versus-  $\nu_F$ ) correspondiente al periodo de vibración  $T_E$ .

La ecuación (4.6) se refiere al desplazamiento máximo de azotea (no de entrepiso) del S1GDL, por lo que es necesario hacer una transformación entre el desplazamiento máximo de azotea del S1GDL y el del entrepiso del SMGDL. Esta transformación se hace considerando que la forma del primer modo natural de vibración rige la deformación global del SMGDL, de manera que (Collins et al 1995):

$$\Delta_{\max} = D_{\max} \left[ \frac{\phi_{1,i} - \phi_{1,i-1}}{h_i} \right]_{\max} = \beta_1 \frac{D_{\max}}{H} \quad (4.7)$$

donde  $\beta_1 = H \left[ \frac{\phi_{1,i} - \phi_{1,i-1}}{h_i} \right]_{\max}$ ,  $\phi_{1,i}$  es el primer modo de vibrar asociado con el  $i$ -ésimo entrepiso,  $H$  es la altura total,  $h$  es la altura de entrepiso (ver Figura 4.1). Sustituyendo en la ecuación (4.7) el valor de  $D_{\max} = P_E S_d$ , se tiene:



$$\Delta_{\max} = \beta_1 \frac{P_E S_d}{H} \quad (4.8)$$

Debido a que no es cierto que el desplazamiento de azotea del SMGDL sea igual al del S1GDL, se introduce un factor de corrección  $FC_1$  por lo que la ecuación (4.8) se transforma en:

$$\Delta_{\max}^s = \beta_1 \frac{P_E S_d}{H} FC_1 \leq \Delta_{tol}^s \quad (4.9)$$

En el Apéndice C se presenta la manera de calcular el factor de corrección para transformar la distorsión máxima de azotea del un S1GDL a la distorsión de entrepiso de un SMGDL, asociado a una misma probabilidad de excedencia. Los factores de corrección ( $FC_1$  y  $FC_2$ ) toman en cuenta la participación de los modos superiores de vibración y el comportamiento dinámico del SMGDL.

#### 4.3 ALGORITMO PARA REVISAR LA CONDICIÓN DE ACEPTACIÓN CORRESPONDIENTE AL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

En lo que sigue se describe el algoritmo para revisar la condición de servicio de un edificio (SMGDL) que se va a reforzar con disipadores, a partir del uso de ETFU correspondiente a un S1GDL con EDES.

- 1) El primer paso es seleccionar un valor adecuado de la tasa anual de falla  $\nu_{Fs}$  asociada a la capacidad límite de distorsión  $\Delta_{tol}^s$  del sistema combinado.
- 2) Debido a que para el estado límite de servicio el comportamiento de la estructura es lineal (o casi lineal), es válido suponer  $\gamma = \mu_a = 1$ , donde  $\mu_a$  es la ductilidad disponible del sistema combinado.
- 3) Enseguida se obtiene (mediante un análisis dinámico espectral) el perfil de distorsiones máximas de entrepiso del edificio a ser rehabilitado. (El espectro que se utiliza en este paso debe corresponder al sistema convencional y a la tasa de falla definida en el punto 1). Si la distorsión que se obtiene en el *i-ésimo* entrepiso es mayor que la tolerable, será necesario adicionarle a ese entrepiso algunos elementos



disipadores (EDES). Para este caso, la rigidez ( $K_d$ ) adicional que deberá ser suministrada por dichos elementos se obtiene mediante el siguiente razonamiento:

- Se parte de que la rigidez del entrepiso  $i$  es igual a  $K_{c,i}$ , y que la distorsión de dicho entrepiso es igual a  $\Delta_{\max,i}^s = \frac{V_i}{K_{c,i}}$ , donde  $V_i$  es el cortante del entrepiso  $i$ .
- Se establece que la rigidez del sistema combinado en el entrepiso  $i$  es igual a  $K_{c,i} + K_{d,i}$ .
- Por otra parte la distorsión a lo alto de edificio debe ser menor o igual a  $\Delta_{tol}^s$ . Esta distorsión es igual a  $\Delta_{tol}^s = \frac{V_i}{K_{c,i} + K_{d,i}}$ . Despejando  $V_i$  de ambas ecuaciones, e igualándolas, se tiene:  $K_{c,i} \Delta_{\max,i}^s = \Delta_{tol}^s (K_{c,i} + K_{d,i})$ .
- Al despejar  $K_{d,i}$  se tiene  $K_{d,i} = K_{c,i} \left[ \frac{\Delta_{\max,i}^s - \Delta_{tol}^s}{\Delta_{tol}^s} \right]$ .

4) Una vez estimado el valor de  $K_d$  en el entrepiso  $i$ , se calcula el valor de

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (K_{d,i} / K_{c,i})}{n}, \text{ donde } n \text{ es el número total de entrepisos.}$$

5) Se obtienen los parámetros de sistema equivalente  $M_E$ ,  $K_E$  y  $P_E$  (usando las ecuaciones 4.1). A partir de  $M_E$  y  $K_E$  se calcula el periodo equivalente de la estructura ( $T_E$ ).

6) Se obtiene el valor del coeficiente sísmico ( $C_e$ ) a partir del correspondiente ETFU (o de la curva correspondiente de peligro de demanda) para los valores de  $\alpha$ ,  $\gamma = 1$ ,  $\mu_a = 1$ ,  $\nu_{Fs}$  y  $T_E$  considerando  $\xi = 2\%$ . Nótese que para el estado límite de servicio se utiliza un valor de relación de amortiguamiento crítico pequeño ( $\xi = 2\%$ ) debido a que el comportamiento de la estructura es lineal para este estado límite.

7) Con la ecuación 4.5 se calcula el desplazamiento espectral del S1GDL combinado:

$$S_d = g \left( \frac{T_E}{2\pi} \right)^2 C_e.$$



- 8) Con la ecuación 4.8 se obtiene la distorsión máxima de entrepiso, a partir del desplazamiento espectral del SIGDL.
- 9) Con el criterio que se presenta en el Apéndice C se calcula el factor de corrección  $FC_1$
- 10) Se revisa la condición de servicio (ecuación 4.9):

$$\Delta^s_{\max} = \beta_1 \frac{P_E S_d}{H} FC_1 \leq \Delta^s_{\text{tot}}$$

- 11) En caso de no satisfacerse la condición anterior, se incrementa el valor de  $\alpha$ , y se repite el proceso a partir del inciso 5).

#### 4.4 CONDICIONES DE ACEPTACIÓN PARA EL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

Enseguida se listan las tres condiciones de aceptación que se deben cumplir para un estado límite intermedio entre servicio y colapso, llamado aquí estado límite “último”. En esta tesis dicho estado límite corresponde aproximadamente a lo que los documentos *FEMA 273* se identifica como “Life Safety” = “Seguridad de Vidas” que es un estado de daño en donde ha ocurrido daño significativo, pero no implica colapso parcial o total.

Las condiciones de aceptación que aquí se propone revisar son las siguientes:

- i) *El valor de la ductilidad global demandada, asociada con la tasa de falla anual seleccionada para este estado límite ( $v_{Fu1}$ ), debe ser menor que o igual a la ductilidad disponible ( $\mu_a$ ) del sistema combinado. Lo mismo puede expresarse en términos del desplazamiento de fluencia de la siguiente manera: el desplazamiento de fluencia del SMGDL combinado ( $D_y$ ) debe ser igual a o mayor que el desplazamiento de fluencia requerido ( $D_y \geq d_{y,req}$ ), asociado con una tasa anual de falla seleccionada para este estado límite ( $v_{Fu1}$ ).*



- ii) *La máxima distorsión de entrepiso del SMGDL combinado, asociado con la tasa de falla seleccionada ( $v_{Fu2}$ ), debe ser menor o igual que el valor tolerable  $\Delta_{tol}^u$ .*
- iii) *La máxima ductilidad demandada por los elementos disipadores localizados en el entrepiso con mayor distorsión, asociados con una tasa de falla prescrita para estos mecanismos disipadores ( $v_{Fu3}$ ), debe ser menor que o igual al valor tolerable  $\mu_d$  que corresponde a los disipadores.*

El diseño de los elementos disipadores que se usarán para refuerzo implica estimar los valores de  $\alpha = K_d / K_c$  y de  $\gamma = d_{yd} / d_{yc}$ . Durante el diseño se deben verificar las condiciones de aceptación mencionadas arriba.

#### 4.5 ALGORITMO PARA REVISAR LAS CONDICIONES DE ACEPTACIÓN CORRESPONDIENTES AL ESTADO LÍMITE ÚLTIMO

- 1) El primer paso es seleccionar los valores de las tasas anuales de falla  $v_{Fu1}$ ,  $v_{Fu2}$  y  $v_{Fu3}$  correspondientes a la ductilidad global disponible ( $\mu_a$ ) del sistema combinado, a la máxima distorsión de entrepiso ( $\Delta_{tol}^u$ ) de la estructura y, a la ductilidad disponible del sistema disipador ( $\mu_d$ ), respectivamente. En esta tesis se supone por simplicidad:  $v_{Fu1} = v_{Fu2} = v_{Fu3} = v_{Fu}$
- 2) A partir de los valores de  $\mu_a$ ,  $\mu_d$  y de la relación  $\alpha$  (encontrada en el paso 4 de la sección 4.3) se calcula el parámetro  $\gamma$  (ecuación 3.7):

$$\gamma = \frac{\mu_a}{\mu_d + \alpha(\mu_d - \mu_a)}$$

- 3) Dado que se va a tratar con sistemas equivalentes de 1GDL es necesario obtener los parámetros correspondientes al SIDGL combinado equivalente ( $M_{EQ}$  = masa equivalente,  $K_{EQ}$  = rigidez equivalente,  $P_{EQ}$  = factor de participación y  $T_{EQ}$  = periodo equivalente) mediante las ecuaciones 4.2 . Se hace notar que para encontrar los parámetros anteriores es necesario realizar un análisis estático no-lineal (“push-



over”) a la estructura que cumple con el estado límite de servicio (ver sección 4.1.2).

- 4) Se obtiene el desplazamiento global de fluencia ( $D_y$ ) del SMGDL a través del análisis estático no-lineal (“push-over”, en inglés) que se realizó en el paso 3.
- 5) Se encuentra el valor del coeficiente sísmico requerido ( $C_y$ ). Este se obtiene a partir del ETFU (o de la correspondiente curva de peligro sísmico) asociado con  $\mu_a$ ,  $\nu_{Fu}$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$ .
- 6) Una vez que se tiene el valor del coeficiente sísmico requerido  $C_y(\mu_a, \alpha, \gamma, \nu_{Fu})$  se obtiene el desplazamiento de fluencia requerido ( $d_{y,req}$ ) para el S1GDL equivalente, mediante la siguiente ecuación:

$$d_{y,req} = P_{EQ} g \left( \frac{T_{EQ}}{2\pi} \right)^2 C_y(\mu_a, \alpha, \gamma, \nu_{Fu})$$

donde  $g$  es la aceleración de la gravedad y  $C_y(\mu_a, \alpha, \gamma, \nu_{Fu})$  representa el coeficiente sísmico para  $T_{EQ}$  obtenido del ETFU ó de la curva de peligro de demanda correspondiente a  $T_{EQ}$ , ambos asociados con  $\nu_{Fu}$ ,  $\mu_a$ ,  $\alpha$  y  $\gamma$ .

- 7) Si el desplazamiento global de fluencia de la estructura combinada (obtenido del análisis estático no-lineal) es menor que el desplazamiento requerido ( $D_y \geq d_{y,req}$ ), entonces se debe proponer un nuevo valor de  $\alpha$  (y consecuentemente un nuevo valor de  $\gamma$ ) y se deben repetir los pasos 3 a 6.
- 8) Pero si  $D_y < d_{y,req}$ , esto indica que la primera condición de diseño se ha satisfecho. En el caso de que  $D_y \gg d_{y,req}$  es necesario encontrar el correspondiente valor de la ductilidad ( $\mu'$ ) del sistema combinado. El valor  $\mu'$  (que se obtiene mediante un proceso de interpolación) se asocia con el desplazamiento de fluencia ( $D_y$ ), con  $T_{EQ}$  y con el coeficiente sísmico de fluencia ( $C_y(\mu', \alpha, \gamma, \nu_{Fu})$ ) de manera tal que:

$$C_y(\mu', \alpha, \gamma, \nu_{Fu}) = D_y / (P_{EQ} g (T_{EQ} / 2\pi)^2)$$



- 9) Aquí se propone que el valor  $\mu'$  se obtenga por medio de interpolación de las curvas de peligro de demanda ( $C_y$ -versus- $v_F$ ) o de las curvas de peligro del desplazamiento de fluencia ( $d_y$ -versus- $v_F$ ) correspondientes a diferentes valores de  $\mu$ . Estas curvas corresponden al SIGDL combinado equivalente excitado con el movimiento del terreno multiplicado por  $P_E$ . El procedimiento de interpolación se ilustra más adelante (en el ejemplo de aplicación que se presenta en el Capítulo 5).
- 10) Una vez que se obtiene el valor de ductilidad  $\mu'$ , la máxima distorsión de entrepiso

$\Delta_{\max}^u$  se calcula como:

$$\Delta_{\max}^u = \beta_2 \frac{\mu' D_y}{H}; \quad \text{donde } \beta_2 = H \left[ \frac{\Psi_{1,i} - \Psi_{1,i-1}}{h_i} \right]_{\max}$$

En la anterior el valor de  $\mu' D_y$  corresponde a una estimación del desplazamiento máximo demandado en la azotea del SMGDL que al dividirse entre la altura ( $H$ ) del sistema da lugar a la distorsión global. El valor de  $\beta_1$  sirve para estimar la distorsión máxima de entrepiso a partir de la de la azotea del SMGDL. El significado de  $\beta_2$  es similar al de  $\beta_1$  (calculado para el estado límite de servicio). Note que la ecuación anterior supone que el desplazamiento máximo del SIGDL es similar al del SMGDL y que la forma del perfil de la estructura ( $\Psi_1$ ) domina el comportamiento dinámico no lineal del edificio; sin embargo, esto no es cierto debido a los efectos dinámicos. Debido a lo anterior es necesario tomar en cuenta la incertidumbre de estas suposiciones mediante un factor de corrección (llamado  $FC_2$ ). Por lo que la condición para revisar la distorsión máxima de entrepiso se expresa como sigue:

$$\Delta_{\max}^u = \beta_2 \frac{\mu' D_y}{H} FC_2 \leq \Delta_{tol}^u$$

- 11) Si la distorsión máxima de entrepiso  $\Delta_{\max}^u$  es menor o igual a la tolerable ( $\Delta_{tol}^u$ ) asociada a una  $v_{Fu}$ , entonces se satisface la segunda condición de diseño. En caso contrario se propone un nuevo valor de  $\alpha$  y se repite el procedimiento (paso 2 y subsiguientes)
- 12) Finalmente, se calcula la máxima ductilidad de los disipadores en el entrepiso crítico. Esta se obtiene al dividir el máximo desplazamiento de entrepiso



$(\Delta_{\max}^u h_{i,\text{crítico}})$  entre el desplazamiento de fluencia del EDES. (Este último depende de las características geométricas y mecánicas del disipador que se utilice para el refuerzo). Se revisa que la ductilidades del disipador correspondiente al entrepiso crítico sea igual o menor que la ductilidad permisible  $\mu_d$  correspondiente a una  $v_{Fu}$ . Esto corresponde a la tercera condición de diseño. Si esta condición no es satisfecha, se propone un nuevo valor de  $\alpha$  y se repite el procedimiento (paso 2 y subsiguientes). Este paso se ilustra con detalle en el ejemplo que se desarrolla en el siguiente capítulo.

---

# *CAPÍTULO 5*

---

## APLICACIÓN DEL CRITERIO DE DISEÑO PROPUESTO

En este capítulo se presenta un ejemplo en donde se aplica el criterio que se propuso en la sección 4.3 del Capítulo 4 para el refuerzo de edificios con EDES. El criterio se ejemplifica mediante el refuerzo de un edificio de concreto reforzado que no cumple con las condiciones de aceptación debido a que originalmente fue diseñado como una estructura Tipo B, y dado que cambiará su uso, pasará a ser Tipo A (según el RCDF-2004). Para reforzar la estructura se utilizan placas triangulares de acero (tipo TADAS).

### **5.1 PLANTEAMIENTO DEL EJEMPLO**

El edificio que se desea reforzar es de concreto reforzado, consta de diez niveles y tres crujías (ver Figura 5.1). Es una estructura simétrica en planta con separación entre ejes de columnas de 5 m y altura de entrepiso de 3 m, con periodo fundamental de vibración de 1.05s. Se supone que la estructura está desplantada en terreno blando muy cercano al sitio SCT de la ciudad de México (zona IIIb). Debido a un cambio de su uso el edificio dejará



de ser una estructura Tipo B (según el RCDF 2004) para convertirse en una Tipo A. Los detalles del diseño original del edificio pueden encontrarse en Silva (1993).

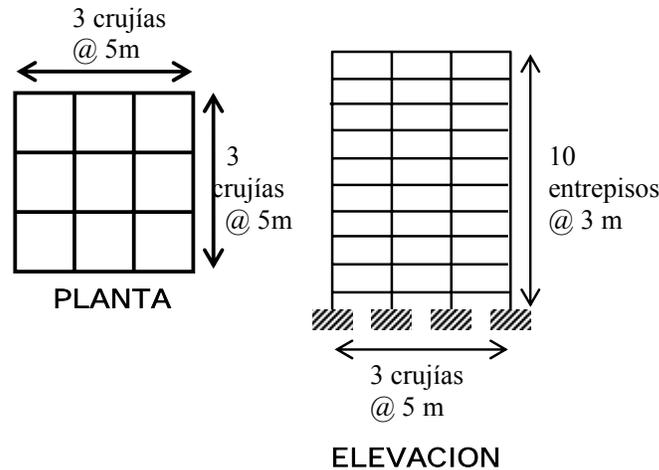
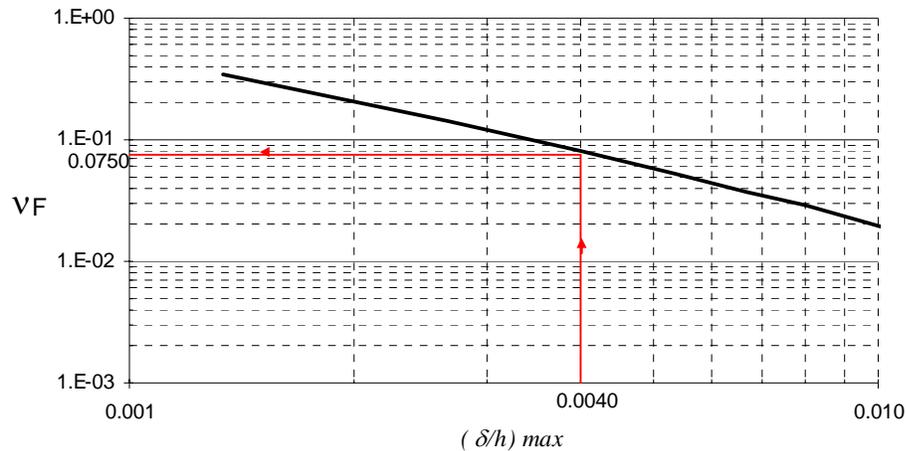


Figura 5.1 Edificio que necesita ser reforzado

## 5.2 SELECCIÓN DE LA TASA ANUAL DE FALLA PARA EL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

La tasa anual de falla  $v_F^s$  asociada a una distorsión de excedencia igual a  $\Delta_{tol}^s = 0.004$  se seleccionó con base en la curva de peligro de demanda que presentaría un edificio convencional diseñado con el RCDF-2004 con características geométricas similares a las del edificio por reforzar.

En este ejemplo se decidió emplear la curva de peligro de demanda obtenida previamente por Montiel (2006) para un edificio convencional de concreto reforzado de 10 niveles y tres crujeas; sin embargo, debido a que el edificio que analizó Montiel (2006) se clasifica como estructura tipo B se dividieron todos los valores de distorsión máxima entre 1.5. Lo anterior conduce a valores razonables de la tasa anual de falla, esencialmente cuando el comportamiento del sistema es lineal. La curva de peligro de demanda dividida entre el factor iguala 1.5 (correspondiente a que la estructura fuese Tipo A) se presenta en la Figura 5.2. En esta el eje horizontal representa el desplazamiento máximo de entrepiso entre su respectiva altura de entrepiso ( $\delta/h_{max}$ ), y el eje vertical la tasa anual de falla ( $v_F$ ).



**Figura 5.2** Curva de peligro de demanda del marco de 10 niveles. Estructura tipo A.

La curva de peligro de demanda de la Figura 5.2 sirve de base para establecer los valores de la tasa anual de falla permisible de la estructura que se va a rehabilitar. Se puede observar que un valor de distorsión tolerable  $\Delta_{tol}^s = 0.004$  (distorsión que establece el RCDF-2004 para el estado límite de servicio) se asocia con una tasa anual de falla  $\nu_{Fs} = 0.075$ .

### 5.3 REVISIÓN DE LA ESTRUCTURA ANTE UN ESPECTRO (ETFU) CORRESPONDIENTE AL ESTADO LÍMITE DE SERVICIO

En primer lugar se debe es revisar si la estructura necesita ser reforzada cuando se somete a la acción de un espectro (ETFU) asociado a una tasa anual de falla  $\nu_{Fs} = 0.075$ . Para ello se realiza un análisis modal espectral (en este primer paso se utiliza un ETFU correspondiente al sistema convencional, es decir, al sistema sin EDES). En el análisis modal espectral se consideró la participación de los primeros cuatro modos de vibrar. En todos los análisis se emplean los valores nominales de las propiedades de materiales y de cargas.

En la tabla 5.1 se presenta el cálculo de la contribución a la respuesta correspondiente al primer modo de vibración del sistema con un periodo  $T=0.96s$ .



En la Tabla 5.1  $\phi_1$  es el primer modo de vibrar de la estructura;  $m_j$  es la masa del

entrepiso  $j$ , la cual está dada por:  $M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & m_n \end{bmatrix}$ ;  $\Gamma$  es el coeficiente de

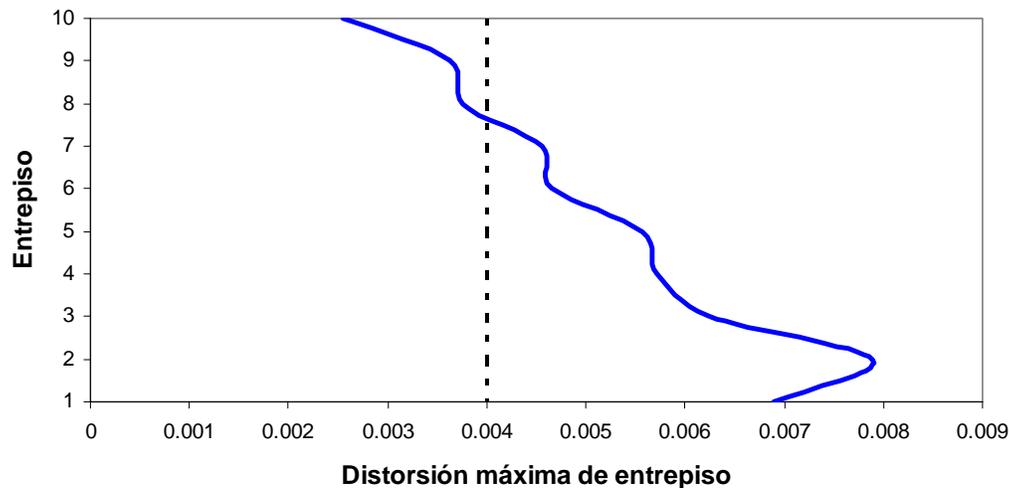
participación modal y  $y_{1,j}$  es el desplazamiento máximo en el entrepiso  $j$  asociado al primer modo.

Con el periodo  $T=0.96s$  se entra al ETFU de sistema convencional (o a la curva de peligro de demanda asociada a  $T=0.96s$ ) correspondiente a  $\mu = 1$  y  $\xi = 2\%$ , y se obtiene el valor del coeficiente sísmico ( $C_e = 0.285$ ). Con dicho valor se calcula el desplazamiento  $S_d = 0.06578$  m

**Tabla 5.1** Cálculo de la contribución correspondiente al primer modo de vibrar

Entrepiso $j$	$\phi_{1,j}$	$m_j$ (ton-s <sup>2</sup> /m)	$m_j \phi_{1,j}^2$ (ton-s <sup>2</sup> /m)	$m_j \phi_{1,j}$ (ton-s <sup>2</sup> /m)	$\Gamma = \frac{\sum m_j \phi_{1,j}}{\sum m_j \phi_{1,j}^2} =$	$y_{1,j} = \phi_{1,j} \Gamma S_d$ (m)
10	1.00E+00	4.05652599	4.05652599	4.06E+00	7.55E-01	4.96E-02
9	9.69E-01	5.53277064	5.36197401	5.20E+00		4.81E-02
8	9.02E-01	5.61042202	5.06176763	4.57E+00		4.48E-02
7	8.28E-01	5.68807339	4.70792734	3.90E+00		4.11E-02
6	7.30E-01	5.7319633	4.18695272	3.06E+00		3.63E-02
5	6.25E-01	5.77585321	3.60859714	2.25E+00		3.10E-02
4	5.04E-01	5.79906626	2.92099547	1.47E+00		2.50E-02
3	3.76E-01	5.82227523	2.18858161	8.23E-01		1.87E-02
2	2.39E-01	5.82227523	1.39392256	3.34E-01		1.19E-02
1	1.01E-01	5.82227523	0.58774122	5.93E-02		5.01E-03
			$\sum m_j \phi_{1,j}^2 =$ 34.0749857	$\sum m_j \phi_{1,j} =$ 2.57E+01		

El desplazamiento total máximo de cada entrepiso se obtiene como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de la respuesta asociada a cada modo  $y_j = \sqrt{y_{1,j}^2 + y_{2,j}^2 + y_{3,j}^2 + y_{4,j}^2}$ , donde el subíndice  $j$  indica el entrepiso para el cual se calcula el desplazamiento. En la Figura 5.3 se muestra el perfil de distorsiones final.

**Figura 5.3 Perfil de distorsiones**

La Figura 5.3 muestra que las distorsiones máximas de los entrepisos 1 a 7 son mayores que el valor tolerable  $\Delta_{tol}^s=0.004$ , por lo tanto se debe incrementar la rigidez de dichos pisos. En este estudio se ha decidido incrementar dicha rigidez añadiendo un número suficiente de elementos disipadores de energía (EDES).

El número de EDES requeridos en cada entrepiso es función del incremento de la rigidez requerida de entrepiso ( $K_{d_i}, i=1,7$ ) tal que  $\Delta_{max,i}^s \leq 0.004$ . La Tabla 5.2 (que se basa en las ecuaciones 4.9 y 4.10) muestra el cálculo de la rigidez de entrepiso requerida y del valor inicial de  $\alpha$  (llamado  $\alpha_o$  en la parte inferior de la Tabla 5.2).

La primera columna de la Tabla 5.2 indica el número de entrepiso, la segunda es la distorsión máxima  $\Delta_{max,i}^s$  que se presenta en la Figura 5.3, en la tercera columna aparece la rigidez de entrepiso del sistema sin disipadores, y en la cuarta el cálculo de la rigidez que deben proporcionar los disipadores en cada entrepiso. La última columna presenta la relación de los valores de la columna 4 entre los de la columna 3. El valor de  $\alpha_o$  se calcula al final de la Tabla. Este valor resulta igual a 0.28. Esto indica que el valor de la rigidez global proporcionada por los disipadores es igual a 0.28 veces la rigidez del sistema sin disipadores.



**Tabla 5.2.** Cálculo del valor inicial de  $\alpha$

Entrepiso (1)	Distorsión máx ( $\Delta^s_{\max,i}$ ) (2)	$K_{ci}$ (Ton/m) (3)	$K_{di} = K_{ci} \frac{\Delta^s_{\max,i} - 0.004}{0.004}$ (4)	$\alpha_i = \frac{K_{di}}{K_{ci}}$ (5)
1	0.006160	13945.25	7530.4355	0.5400
2	0.007066	9778.10	7494.9138	0.7665
3	0.005844	9279.42	4277.8122	0.4610
4	0.005708	9012.54	3848.3533	0.4270
5	0.005535	8406.38	3225.9475	0.3838
6	0.004460	8103.95	931.9541	0.1150
7	0.004394	7075.80	696.9662	0.0985
8	0.003670	6598.67	0	0.00
9	0.003231	4647.52	0	0.00
10	0.001953	3423.50	0	0.00

$$\alpha_o = \Sigma \alpha_i / n = 2.79 / 10 \cong 0.28$$

#### 5.4 CARACTERÍSTICAS MECÁNICAS Y MODELO ESTRUCTURAL DE LOS EDES

Antes de proponer el número de disipadores que se utilizan para cumplir con condición del estado límite de servicio es necesario definir las características mecánicas de los disipadores que se emplearán para el refuerzo (rigidez lateral que son capaces de proporcionar ( $K_d$ ) y la fuerza de fuerza resistente ( $P_y$ )). En este estudio se emplean disipadores a base de placas triangulares de acero (A36) tipo TADAS, propuestos por Tsai et al (1993).

La rigidez lateral elástica de un sistema compuesto por  $N$  placas triangulares de altura  $h$ , ancho  $b$  y espesor está dada por:

$$K_d = \frac{NEbt^3}{6h^3} \tag{5.1}$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad del material, en este caso es de acero.

La resistencia de fluencia del mismo sistema disipador es igual a:

$$P_y = \frac{f_y Nbt^2}{6h} \tag{5.2}$$



donde  $f_y$  es la resistencia de fluencia a tensión del acero (25300 ton/m<sup>2</sup>).

Se deduce que el desplazamiento de fluencia está dado por:

$$\Delta_{yd} = \frac{f_y h^2}{Et} \quad (5.3)$$

El modelo estructural del edificio reforzado con las placas triangulares (TADAS) se muestra en la Figura 5.4, en donde los disipadores aparecen en la crujía central. Este tipo de arreglo se seleccionó por ser de fácil construcción.

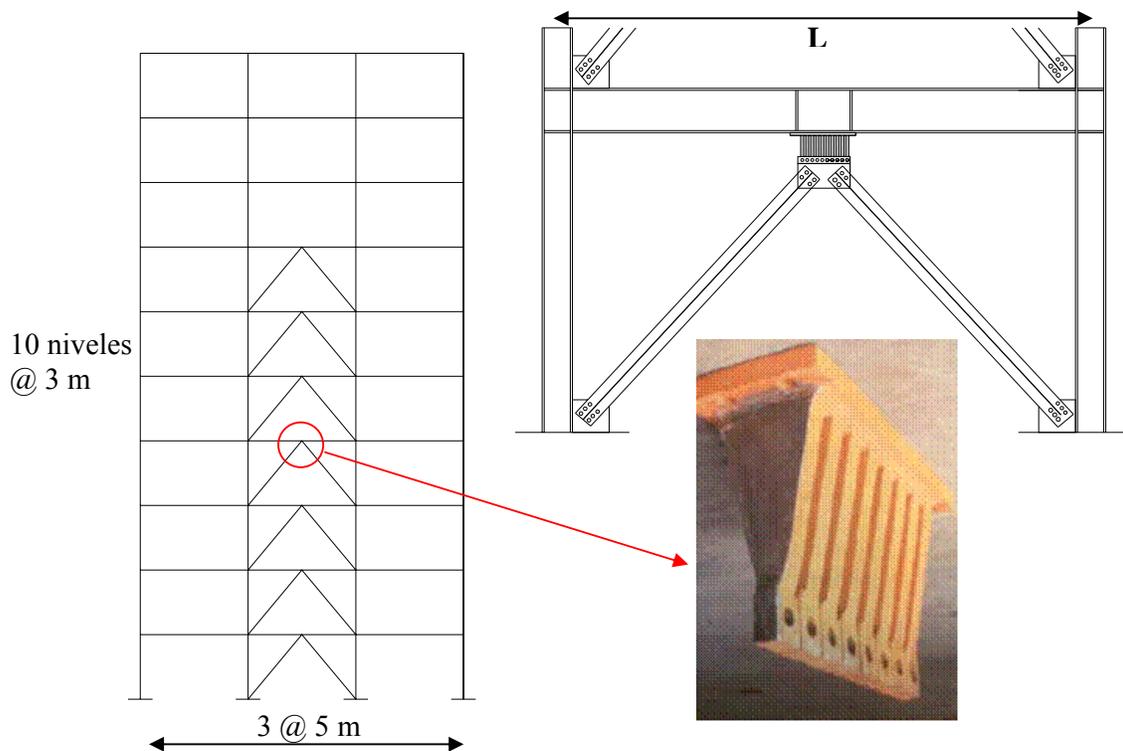


Figura 5.4. Marco de 10 niveles con EDES tipo TADAS

El modelo estructural analítico del sistema con EDES se adoptó como se muestra en la Figura 5.4. Esta presenta un nodo intermedio en la viga central (ver Figura 5.5). La rigidez total de los disipadores está dada por la suma de la rigidez de cada uno de los elementos



horizontales (1-2 y 2-3). Estos solo trabajan ante carga axial dado que se encuentran anticuados en sus extremos.

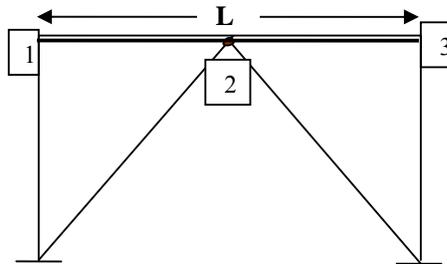


Figura 5.5 Representación de los disipadores

La rigidez de las barras horizontales que van de los nodos 1-2 y 2-3 de la Figura 5.5 es igual a

$$\frac{K_d}{2} = \frac{A_d E}{L/2} = \frac{2A_d E}{L} \quad (5.4)$$

donde  $A_d$  es el área de cada barra,  $E$  es el módulo de elasticidad del acero,  $K_d$  es la rigidez lateral de los EDES y  $L$  es la longitud de la viga. En la ecuación (5.4) se observa que la mitad de rigidez de los EDES la toma el elemento que va del nodo 1 al 2, y la otra mitad el miembro que va del 2 al 3.

Despejando el área de la ecuación (5.4), se tiene:

$$A_d = \frac{L}{4E} K_d \quad (5.5)$$

Por lo que el esfuerzo de fluencia está dado por:

$$F_y = \frac{P_y}{2A_d} = \frac{2P_y E}{LK_d} \quad (5.6)$$

## 5.5 REVISIÓN DEL DESPLAZAMIENTO MÁXIMO DE ENTREPISO PARA LA CONDICIÓN DE SERVICIO

En la Tabla 5.2 se obtuvo el valor inicial de  $\alpha_0 = 0.28$  para el estado límite de servicio.

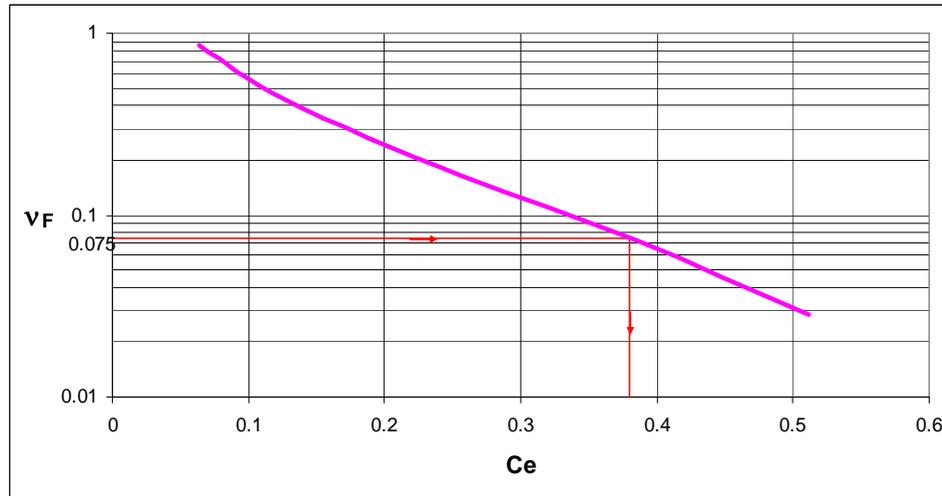


El siguiente paso es obtener los parámetros del SIGDL combinado equivalente (paso 5 de la sección 4.3).

La rigidez del sistema convencional (obtenida de un análisis estático no lineal) resultó igual a  $K_c = 1,429.73$  Ton/m por lo que la rigidez que debe ser suministrada por los EDES es  $K_d = \alpha_o K_c = (0.28) (1,429.73) = 400.32$  Ton/m. La rigidez del sistema combinado es la suma de la rigidez del sistema convencional (sin disipadores) más la de los disipadores  $K_E = 1,830.05$  Ton/m. sustituyendo valores en las ecuaciones (4.1) se obtuvieron los siguientes parámetros  $M_E = 34.075$  Ton s<sup>2</sup>/m,  $P_E = 1.63$  y  $T_E = 0.86$  s correspondientes al SIGDL equivalente con EDES.

Enseguida se obtiene el valor del coeficiente sísmico  $C_e$  que se requiere tal que el diseño tenga un valor de  $\nu_F$  pre-establecido (paso 6 de la sección 4.3). El valor de  $C_e$  se obtiene a partir de la curva de peligro de demanda asociada a  $\alpha_o = 0.28$ ,  $\gamma = \mu_a = 1$  y  $T_E = 0.86$  s (ver Figura 5.6). Esta curva se calcula con un programa de cómputo (ETFU, 2006) que se desarrolló durante la investigación doctoral. A partir de la curva de peligro sísmico ( $\nu_F$  -versus-  $C_e$ ) que se muestra en la figura 5.6, para un valor  $\nu_{Fs} = 0.075$ , se obtiene el coeficiente de diseño sísmico  $C_e = 0.37$ . Con la ecuación (4.5) se calcula el correspondiente pseudo-desplazamiento máximo:  $S_d = 0.066$  m.

El siguiente paso es encontrar el desplazamiento máximo de entrepiso a partir de la ecuación 4.8, y posteriormente aplicar la ecuación 4.9 en donde interviene el factor de corrección  $FC_1$ .



**Figura 5.6** Curva de peligro de demanda del sistema combinado.  $\alpha_0 = 0.28$ ,  $\gamma = 1$  y  $\mu_a = 1$

El valor del factor correctivo  $FC_1$  depende de las características de la estructura que se trate y de la excitación a la que se vea sometida. Si se tuviera conocimiento sobre este valor correspondiente a edificios de cierto tipo ubicados en cierta zona de la ciudad, no habría necesidad de calcularlo; sin embargo, a la fecha no existe esta información, por lo que aquí se tuvo que calcular dicho factor para este caso particular.

Para calcular el factor  $FC_1$  se debe obtener la curva de peligro de demanda tanto del S1GDL como del SMGDL combinados (ver Apéndice C), por lo que es necesario calcular primeramente el número de EDES ( $N_i$ ) requeridos en cada entrepiso (ecuación 5.1). Los cálculos se presentan en la Tabla 5.3. Las propiedades geométricas de los EDES tipo TADAS (Tsai et al 1993) se muestran en las columnas 3, 4 y 5 de la Tabla 5.3.

**Tabla 5.3** Primera distribución de los EDES a lo alto de la estructura.  $\alpha = 0.28$

Entrepiso	$K_{di}$ (Ton/m)	$t$ (m)	$h$ (m)	$b$ (m)	$N_i$	$N_i$ (Diseño)	$K_{di}$ (Actual) (Ton/m)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	7530.44	0.05715	0.5	0.3	4.80	5	7840
2	7494.91	0.05715	0.5	0.3	4.78	5	7840
3	4277.81	0.05715	0.5	0.3	2.73	3	4704
4	3848.35	0.05715	0.5	0.3	2.45	2	3136
5	3225.95	0.05715	0.5	0.3	2.06	2	3136
6	931.95	0.05715	0.5	0.3	0.59	1	1568
7	696.97	0.05715	0.5	0.3	0.44	0	0
8	0	0.05715	0.5	0.3	0	0	0
9	0	0.05715	0.5	0.3	0	0	0
10	0	0.05715	0.5	0.3	0	0	0



Con el número y distribución de disipadores que aparece en la última columna de la Tabla 5.3 (correspondiente a  $\alpha = 0.28$ ) se trazó la curva oscura de peligro de demanda del SMGDL que aparece en la Figura 5.7 (ver Apéndice C). Por otro lado, con el programa de cómputo ETFU (2006) se trazó la curva correspondiente del S1GDL. A partir de esta se obtuvo un valor de  $FC_1 = \frac{0.0052}{0.0039} = 1.33$ , asociado a un valor  $\nu_F^s = 0.075$ .

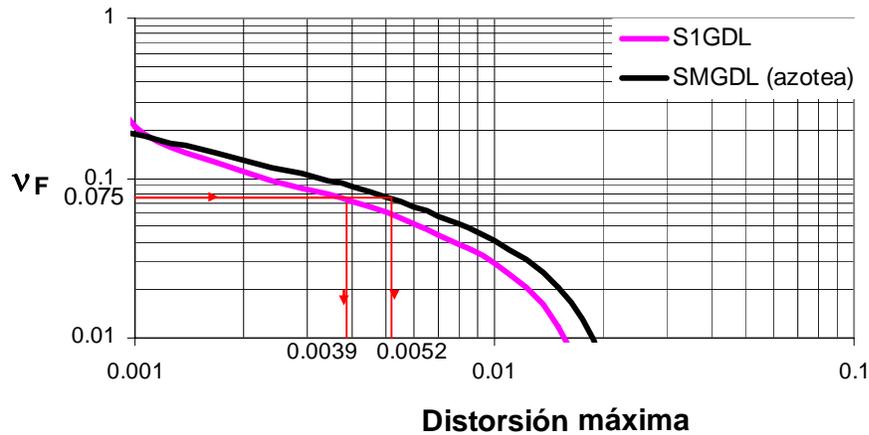


Figure 5.7 Curvas para obtener  $FC_1$

Como siguiente paso (paso 10 de la sección 4.3) se debe calcular la distorsión máxima de entrepiso (tomando en cuenta el factor de incertidumbre  $FC_1$ ). Esto se hace mediante la ecuación (4.9), que resulta igual a  $\Delta_{\max}^s = 1.38 \times (1.63 \times 0.066/30) \times 1.33 = 0.0066 > 0.004$ .

Debido a que no se satisface la condición para el estado límite de servicio ( $\Delta_{\max}^s > \Delta_{tol}^s$ ), es necesario proponer un nuevo valor  $\alpha$  hasta cumplir con la condición anterior. Aquí se propone  $\alpha = 0.75$ .

Los nuevos parámetros del sistema equivalente (ecuación 4.1) son:  $M_E = 34.075$  Ton  $s^2/m$ ,  $K_E = 2,502.03$  Ton/m,  $P_E = 1.63$ ,  $T_E = 0.73s$ .



Nuevamente se calcula la correspondiente curva de peligro de demanda pero ahora asociada a  $\alpha = 0.75$ ,  $\gamma = \mu_a = 1$ , y  $T_E = 0.73$  s. Para un valor de  $\nu_{Fs} = 0.075$  el coeficiente de diseño sísmico resulta igual a:  $C_e = 0.3$ . Con la ecuación (4.5) se calcula el valor del pseudo-desplazamiento:  $S_d = 0.04$  m.

El nuevo factor de corrección  $FC_1$  resulta igual a 1.32. Para calcular este último valor se obtuvo la distribución y número de disipadores a lo alto del SMGDL correspondiente a  $\alpha = 0.75$ , como se muestra en la Tabla 5.4. . En la columna 2 de dicha Tabla se muestran los valores de la rigidez de los EDES, tal que el valor global de  $\alpha$  sea igual  $\alpha = 0.75$  (ver al final de la Tabla). También se presentan las propiedades geométricas de los disipadores ( $t$  = espesor de la placa, en la columna 4),  $h$  = altura de la placa, en la columna 5), y  $b$  = ancho de la base de la placa, en la columna 6).

**Tabla 5.4** Distribución de EDES para  $\alpha = 0.75$

Entrepiso	$K_{di}$ (Ton/m)	$\alpha_i$	$t$ (m)	$h$ (m)	$b$ (m)	$N_i$	$N_i$ (Diseño)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	20332.18	1.46	0.05715	0.5	0.3	12.967	13
2	20236.27	2.07	0.05715	0.5	0.3	12.906	13
3	11550.09	1.24	0.05715	0.5	0.3	7.366	7
4	10390.55	1.15	0.05715	0.5	0.3	6.627	7
5	8710.06	1.04	0.05715	0.5	0.3	5.555	6
6	2516.28	0.31	0.05715	0.5	0.3	1.605	2
7	1881.81	0.27	0.05715	0.5	0.3	1.200	1
8	0	0	0.05715	0.5	0.3	0	0
9	0	0	0.05715	0.5	0.3	0	0
10	0	0	0.05715	0.5	0.3	0	0

$\alpha = \Sigma \alpha_i / n = 7.54 / 10 \cong 0.75$

Para este segundo intento, la distorsión máxima de entrepiso resulta igual a  $\Delta_{max}^s = 1.38 \times (1.63 \times 0.04 / 30) \times 1.32 = 0.0039 < 0.004$ . Es decir, en este caso sí se *satisface la condición de aceptación correspondiente al estado límite de servicio*.

Con el fin de verificar que la condición de servicio se satisface cuando se usa  $\alpha = 0.75$ , en la Figura 5.8 se presenta la curva de peligro de demanda correspondiente. En esta se observa que para un valor de tasa de excedencia  $\nu_{Fs} = 0.075$ , la máxima distorsión de entrepiso del SMGDL combinado es igual a 0.003, que es menor que la distorsión de



entrepiso permitida  $\Delta_{tol}^s = 0.004$ . Nota: esta verificación no es necesaria dentro del algoritmo propuesto.

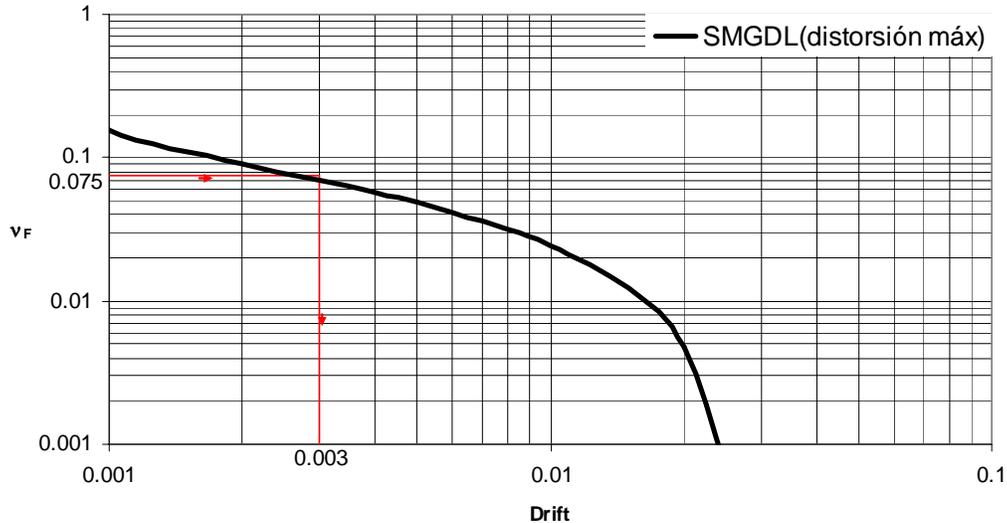


Figura 5.8. Verificación de la condición de desempeño para el estado límite de servicio.  $\alpha = 0.75$ .

Por lo anterior, se concluye que la estructura rehabilitada usando un valor de  $\alpha = 0.75$  satisface la condición de desempeño para el estado límite de servicio. Las dimensiones y número de disipadores a lo alto de la estructura son las se muestran en la Tabla 5.4

## 5.6 VERIFICACIÓN DE LAS CONDICIONES DE ACEPTACIÓN CORRESPONDIENTES A UN ESTADO INTERMEDIO ENTRE SERVICIO Y COLAPSO

El estado límite intermedio entre servicio y colapso depende del valor de los valores tolerables que se establezcan correspondientes a una tasa de falla dada. En este estudio se selecciona una tasa anual de falla  $\nu_{Fu} = 0.002$  asociada a los siguientes valores de capacidad (ver incisos *i*, *ii* e *iii* de la sección 4.4, y paso número 1 de la sección 4.5):

- i)* Capacidad global de ductilidad nominal del sistema combinado igual a  $\mu_a = 6$ ,
- ii)* Distorsión máxima tolerable de entrepiso igual a  $\Delta_{tol}^u = 0.017$ , y



iii) Capacidad de ductilidad nominal de los EDES igual a  $\mu_d = 8$ .

Primeramente se debe calcular el valor de la relación de desplazamientos de fluencia  $\gamma = K_d / K_c$  de manera tal que se cumpla con la capacidad de ductilidad del disipador ( $\mu_d = 8$ ), y del sistema combinado ( $\mu_a = 6$ ), para un valor  $\alpha = 0.75$ . El valor de  $\gamma$  que resulta de la ecuación 3.7 es igual a  $\gamma = 0.63$ .

El siguiente paso es obtener los parámetros del S1GDL equivalente. Para ello se realiza un análisis estático incremental (“push-over”) del SMGDL combinado (edificio con disipadores). De este análisis se obtiene que el desplazamiento de fluencia del SMGDL combinado es  $D_y = 0.044$  (ver Figura 5.9).

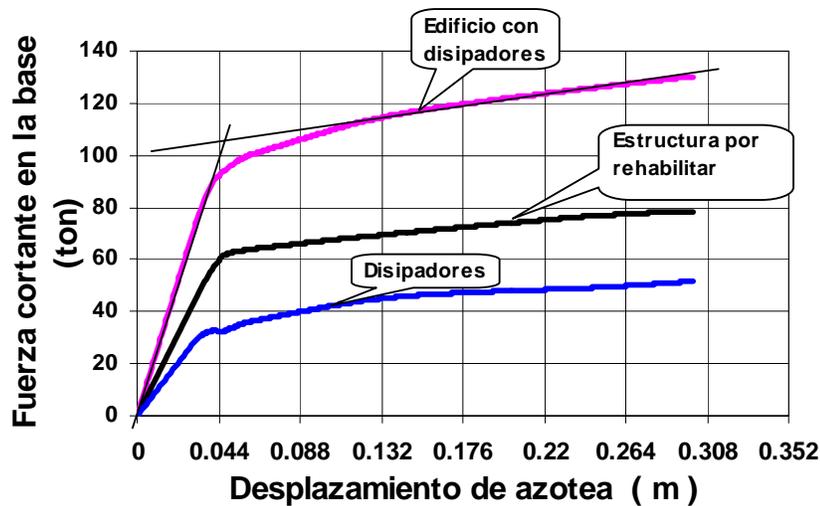


Figura 5.9. Resultados del análisis “push-over”

Los parámetros correspondientes al S1GDL combinado equivalente (con  $\alpha = 0.75$  y  $\gamma = 0.63$ ) se obtiene mediante las ecuaciones 4.2. Estos resultan iguales a:  $M_{EQ} = 38.68$  Ton.s<sup>2</sup>/m,  $M_{EQ} = 2,491.6$  Ton/m,  $P_{EQ} = 1.44$  y  $T_{EQ} = 0.78$  s.

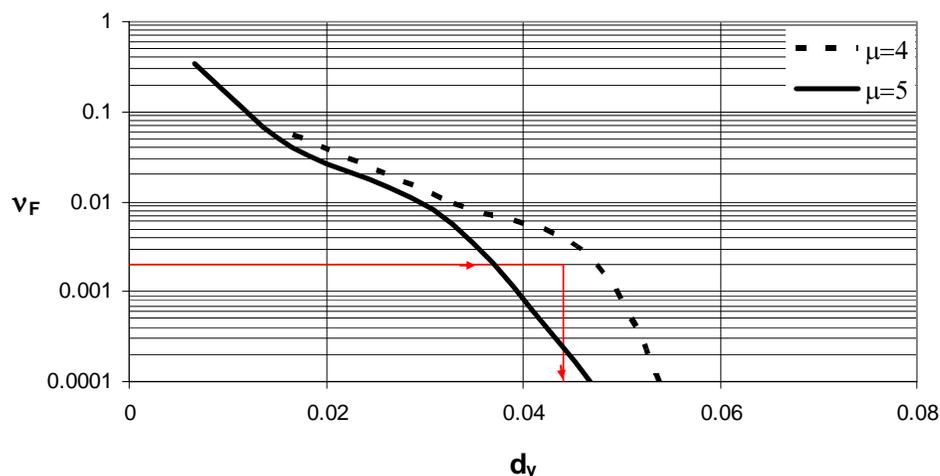
Enseguida se obtiene el coeficiente sísmico ( $C_y$ ) que requiere la estructura diseñada con una ductilidad tolerable global de  $\mu_a = 6$ ,  $\alpha = 0.75$ ,  $\gamma = 0.63$ ,  $\nu_{Fu} = 0.002$  y  $\xi = 5\%$ .



El valor del coeficiente sísmico requerido se obtiene a partir de la curva de peligro de demanda asociada a estos valores. Nótese que para este estado límite se utiliza un porcentaje de amortiguamiento ( $\xi$ ) que es mayor que el que se utilizó para el estado límite de servicio ( $5\% > 2\%$ ) debido a que en este caso el comportamiento de la estructura es no-lineal. El coeficiente sísmico que se obtiene de la correspondiente curva de peligro de demanda es  $C_y = 0.14$ .

Con el coeficiente sísmico obtenido anteriormente se calcula el desplazamiento de fluencia requerido ( $d_{y,req}$  con la ecuación 4.15). Este resulta igual a  $d_{y,req} = 1.44 \times 9.81 \times (0.78/2\pi)^2 \times 0.14 = 0.03 < 0.044$ . Esto indica que *se satisface la primera condición*  $d_{y,req} < D_y$ . Sin embargo, el hecho de que el desplazamiento de fluencia “real” ( $D_y$ ) sea mayor que el desplazamiento de fluencia requerido ( $d_{y,req}$ ) indica que el sistema tiene una resistencia mayor que la requerida y por lo que demandará una ductilidad menor. Debido a esto es necesario calcular un nuevo valor de ductilidad  $\mu'$  asociado a la resistencia que tiene el SMGDL combinado.

El nuevo valor de ductilidad ( $\mu'$ ) se obtiene por interpolación a partir de las curvas de la Figura 5.10. Esta contiene dos curvas de peligro de demanda correspondientes al S1GDL con  $\alpha = 0.75$ ,  $\gamma = 0.63$ , y  $T_E = 0.78s$ . En este caso el S1GDL se excitó con un movimiento multiplicado por el factor de participación  $P_E$ . Una de las curvas que aparecen en la Figura 5.10 corresponde a un valor de ductilidad  $\mu = 4$  (línea interrumpida) y la otra a  $\mu = 5$  (línea continua). A partir de estas curvas se obtiene que una tercera curva de peligro de demanda que pasara por el punto con coordenadas  $D_y = 0.044m$  y  $v_{Fu} = 0.002$  correspondería a una curva asociada a una ductilidad  $\mu' = 4.3$ .



**Figura 5.10. Curvas de peligro de demanda para diferentes valores de  $\mu$ .**

$$\alpha = 0.75, \gamma = 0.63 \text{ y } T_E = 0.78$$

Una vez que se cuenta con el valor de  $\mu'$  es posible calcular la distorsión máxima de entrepiso. Esta última se debe multiplicar por el factor de corrección  $FC_2$  (que toma en cuenta la incertidumbre que existe al suponer que el desplazamiento máximo de azotea del S1GDL es igual al del SMGDL).

Es deseable que los valores de  $FC_2$  se obtuvieran a partir de tablas hechas para cierto tipo de estructura ubicada en cierta zona de la ciudad (al igual que el factor de corrección que se usó para el estado límite de servicio  $FC_1$ ); sin embargo, estas tablas no existen hasta esta fecha, por lo que es necesario calcular el valor de  $FC_2$  para el edificio que se trata en este ejemplo.

El factor de corrección  $FC_2$  correspondiente al marco del presente ejemplo se obtuvo de las curvas de peligro de distorsión máxima del SMGDL (Apéndice C) y de distorsión máxima del S1GDL (usando el programa de cómputo ETFU) (el número y distribución de los disipadores correspondiente a  $\alpha = 0.75$  se presentan en la Tabla 5.4).



De la Figura 5.11 se ve que para  $\nu_F = 0.002$ , la relación de distorsiones máximas de azotea es igual a  $FC_2 = 0.005/0.0038 = 1.32$ .

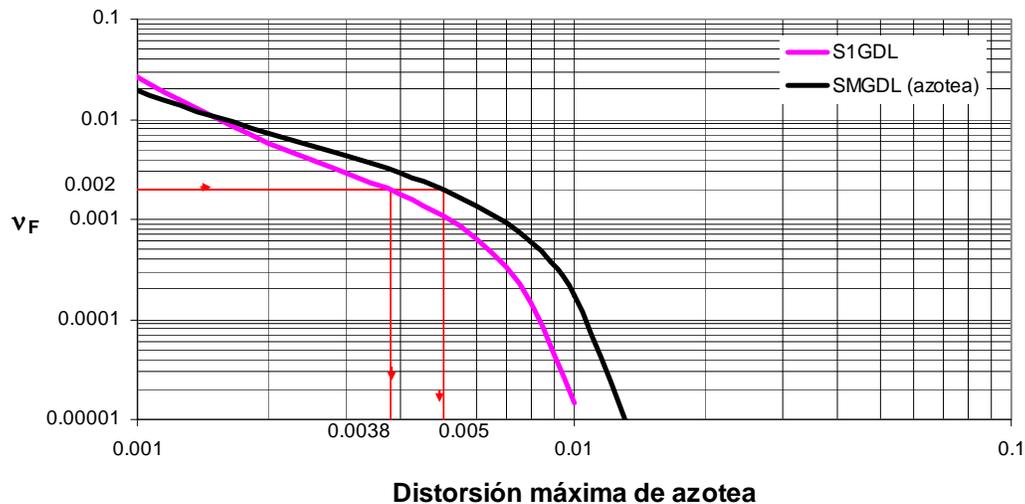
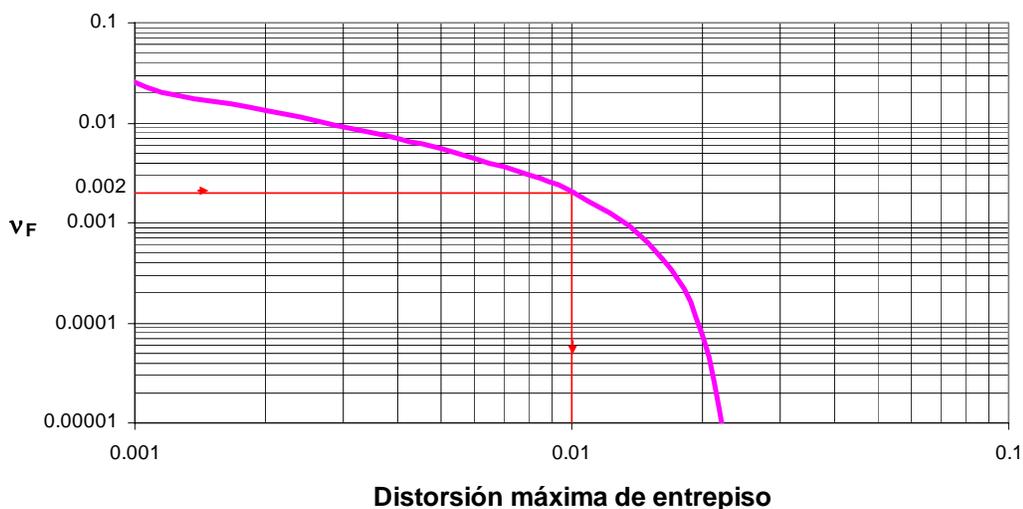


Figura 5.11. Cálculo de  $FC_2$

Una vez que se conoce el valor  $FC_2$  es posible calcular la distorsión máxima de entepiso del SMGDL combinado, mediante la ecuación 4.12. Dicha distorsión resulta igual a  $\Delta_{\max}^u = \beta_1(\mu^l D_y / H)FC_2 = 1.4 \times (4.3 \times 0.044 / 30) \times 1.32 = 0.012 < 0.017$ , lo que indica que *se satisface la segunda condición de aceptación*.

Con el fin de verificar que la segunda condición de aceptación se satisface en el SMGDL, en la Figura 5.12 se presenta la curva de peligro de demanda de distorsión máxima de entepiso para el SMGDL. Se hace la aclaración que el criterio que se propone en esta tesis no implica que se realice la verificación mediante el SMGDL.

La Figura 5.12 indica que para una tasa anual de excedencia igual a  $\nu_F = 0.002$  se obtiene una distorsión máxima de entepiso igual a 0.01. Si se compara la distorsión máxima de entepiso obtenida del SMGDL y del criterio propuesto (que se basa en S1GDL) se ve que los valores son similares ( $0.01 \approx 0.012$ ).



**Figura 5.12. Curva de peligro de demanda correspondiente al SMGDL combinado**

En lo que sigue se revisa que se cumpla la *tercera* condición de aceptación. Esta se refiere a que la ductilidad desarrollada por los disipadores sea menor que o igual a la ductilidad tolerable  $\mu_d = 8$ , para una tasa anual de falla  $\nu_F = 0.002$ .

Para hacer la revisión se debe calcular primeramente el desplazamiento de fluencia de los EDES tipo TADAS. A partir de la ecuación 5.3 se obtiene  $\Delta_{yd} = 0.0052$  m. Conociendo este valor se puede calcular la ductilidad máxima de los EDES, que es igual al desplazamiento máximo de entrepiso (distorsión máxima por la altura del entrepiso  $\Delta_{max}^u h$ ) entre el desplazamiento de fluencia de los disipadores  $\mu_{dis} = \frac{0.012 \times 3}{0.0052} = 6.9 < \mu_d$ , lo que indica que *se satisface la tercera condición de aceptación*.

Una vez satisfechas las tres condiciones de aceptación se concluye que los parámetros finales de diseño son:  $\alpha = 0.75$  y  $\gamma = 0.63$ . La distribución final de disipadores corresponde a la que se indica en la Tabla 5.4. Se hace notar que para el diseño final en este caso *rigió la condición de servicio* y no la del estado límite entre servicio y colapso. Un caso similar (en el que se refuerza un edificio de 10 niveles con disipadores de acero tipo TADAS) en el que también rigió la condición de servicio sobre la del estado límite último puede encontrarse en Torres y Ruiz (2004).

# COMENTARIOS FINALES

## **Sobre la selección de la tasa de falla asociada a cierto estado límite**

Una decisión importante que necesita tomar el diseñador es seleccionar la tasa anual de falla ( $\nu_F$ ) que corresponde a diversos estados del límite. De hecho este es el primer paso que se debe hacer antes de revisar las condiciones de aceptación (ya sea para el estado límite de servicio o el de falla). El valor de  $\nu_F$  asociado a un parámetro de diseño permisible (p. ej,  $\Delta_{tol}$ ,  $\mu_a$ , etc) se puede estimar mediante el análisis de un edificio convencional similar al que se desea rehabilitar o bien mediante un análisis de optimización (Wen 2001).

En esta tesis se decidió adoptar los valores de  $\nu_F$  y los correspondientes parámetros de diseño tolerables a partir del análisis de confiabilidad de un edificio convencional (diseñado de acuerdo con el RCDF-2004) similar al que se deseaba rehabilitar.

## **Sobre los factores de transformación de la respuesta de un S1GDL a la de un SMGDL**

El criterio de diseño propuesto en esta tesis toma en cuenta las incertidumbres relativas a la transformación del desplazamiento máximo del S1GDL al desplazamiento de azotea del SMGDL por medio de los factores de corrección  $FC_1$  y  $FC_2$ .

En el ejemplo ilustrativo que se presenta en el Capítulo 5 los factores  $FC_1$  y  $FC_2$  corresponden al edificio de interés, debido a que hasta esta fecha no se han hecho análisis sistemáticos sobre dichos factores correspondientes diferentes tipos de estructuras y diferentes zonas en la ciudad.



Es deseable que en un futuro se cuente con estos factores para diferentes tipos de estructuras y localizaciones.

### **Sobre la aplicación del criterio propuesto**

En la presente tesis se propone un criterio para el diseño basado en confiabilidad y desempeño de edificios reforzados con elementos disipadores de energía sísmica (EDES). El criterio hace uso de espectros con tasa de falla uniforme (ETFU) o bien de curvas de peligro de demanda ( $C_y$  -versus-  $v_F$ ) que corresponden a S1GDL con EDES.

Los pasos del criterio de diseño propuestos son fáciles de seguir siempre y cuando se cuente con la herramienta (programa de cómputo) para calcular los espectros o las curvas de peligro de demanda asociados a valores dados de  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\mu_a$  y periodo de vibrar del sistema.

El algoritmo numérico para obtener curvas del peligro de demanda de S1GDL con EDES se sistematizó aquí mediante un programa de cómputo que es fácil de usar (ETFU, 2006). Mediante el programa se pueden leer los registros sísmicos de campo, o alternativamente, se pueden generar registros simulados.

El criterio de diseño se aplicó aquí a una estructura de concreto reforzado con placas triangulares de acero (TADAS), sin embargo, el criterio puede aplicarse a otro tipo de disipador o de refuerzo cuyo comportamiento sísmico carga-desplazamiento pueda representarse mediante curvas histeréticas lineales.

### **Sobre el programa de cómputo ETFU**

En la tesis se propone un algoritmo para construir ETFU para S1GDL con disipadores de energía. Este programa utiliza como medida de daño la ductilidad demandada por el sistema. El algoritmo se sistematiza mediante un programa de cómputo escrito en lenguaje FORTRAN. Es posible que si se escribiera en otro lenguaje y se optimizara la programación se podría reducir el tiempo de cómputo que actualmente se necesita para construir los ETFU.

## *Apéndice A*

La expresión que se utiliza para pasar de una curva de peligro sísmico correspondiente a un amortiguamiento crítico  $\xi = 5\%$  a otra curva correspondiente a un amortiguamiento  $\xi = 2\%$ , es la siguiente (Esteva 1976):

$$\nu_Y(y) = \int_0^{\infty} \nu_{Yc}\left(\frac{y}{z}\right) f_\varepsilon(z) dz \quad (\text{A.1})$$

donde la variable  $z = \frac{y}{Yc}$ . Aquí  $Yc$  corresponde a la función conocida, y  $y$  es la variable con propiedades de la función que se desea estimar,  $\nu_{Yc}\left(\frac{y}{z}\right)$  es la curva de peligro sísmico, que aquí se supone que tiene la siguiente forma (Alamilla 2001):

$$\nu_{Yc}(y) = K_1 (y)^{-r_1} \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_M} \right)^{r_2} \right] + K_2 \left[ 1 - \left( \frac{y}{y_M} \right)^{r_3} \right] \quad (\text{A.2})$$

donde  $K_1, K_2, r_1, r_2$  y  $r_3$  son parámetros de ajuste que se obtienen mediante un análisis de regresión no-lineal,  $y$  es la variable que representa la intensidad espectral, y  $y_M$  es la máxima intensidad que puede tomar la función de peligro sísmico.

La función de distribución de probabilidad  $f_\varepsilon(z)$  que relaciona las ordenadas espectrales tiene una función de distribución de probabilidad lognormal:

$$f_\varepsilon(z) = \frac{1}{\sigma_{\ln z} \sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{z - XM}{\sigma_{\ln z}} \right)^2 \right] \quad (\text{A.3})$$

donde  $\sigma_{\ln z}$  es la desviación logarítmica de  $z$ , y  $XM$  es la mediana de  $z$ .

Para obtener la mediana y la desviación lognormal ( $XM$  y  $\sigma_{\ln z}$ , respectivamente) asociadas a un periodo de vibración, se obtiene el espectro elástico correspondiente a  $\xi = 5\%$  y a  $\xi = 2\%$  y se calcula la relación  $z = \frac{y}{Y_c}$ . Este proceso se realiza para los movimientos sísmicos del sitio que se utilizan en el estudio.

## *Apéndice B*

### **SIMULACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS SÍSMICOS**

Para simular los movimientos sísmicos artificiales usados para generar los espectros con tasa de falla uniforme (ETFU) se consideró que los movimientos sísmicos se representan mediante procesos estocásticos Gaussianos con amplitud y frecuencia moduladas en el tiempo ( $t$ ). El método para realizar las simulaciones que se utilizan en esta tesis se basa en el propuesto por Grigoriu et al (1988), y modificado por Yeh y Wen (1989).

La representación de los procesos estacionarios en el dominio de la frecuencia se lleva a cabo mediante un cambio en la escala del tiempo (de  $t$  a  $\phi$ ). La ecuación para realizar dicha transformación es:

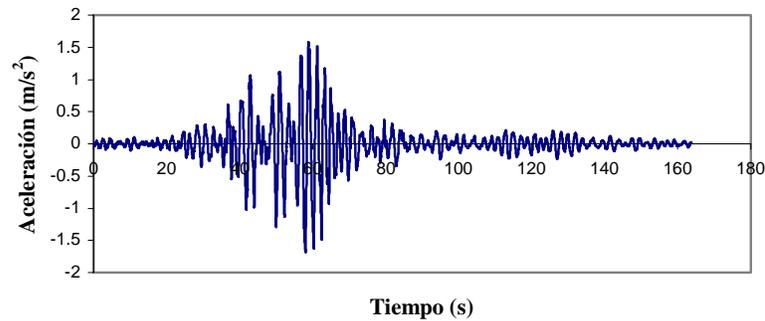
$$\xi(t) = c(t)\zeta[\phi(t)] \quad (\text{B.1})$$

donde  $c(t)$  es la función moduladora de intensidad,  $\phi(t)$  es la función de modulación de frecuencias y  $\zeta[\phi(t)]$  es un ruido blanco filtrado estacionario en  $\phi$ . El ruido blanco filtrado estacionario toma en cuenta la contribución de todas las frecuencias del acelerograma.

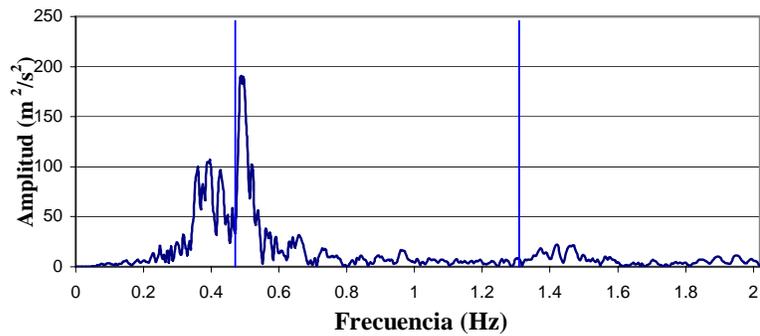
En este estudio se simularon acelerogramas con base en las características del registro sísmico obtenido el 19 de septiembre de 1985, componente EW, en la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT-EW 1985) en la Ciudad de México (Figura B.1). Se trata de un registro de banda angosta como se aprecia en la Figura B.2. Para realizar la simulación de movimientos sísmicos se efectúan los siguientes pasos:

- 1) Se calcula el espectro de amplitudes mediante la transformada rápida de Fourier. El espectro se divide en tantas bandas de frecuencia como sea necesario. Aquí el espectro de amplitudes de Fourier se dividió en tres bandas: de 0.0Hz a 0.48Hz, de

0.48Hz a 1.32Hz y de 1.32Hz a 12.5Hz (Rivera 2001). Esto se representa en la Figura B.2.

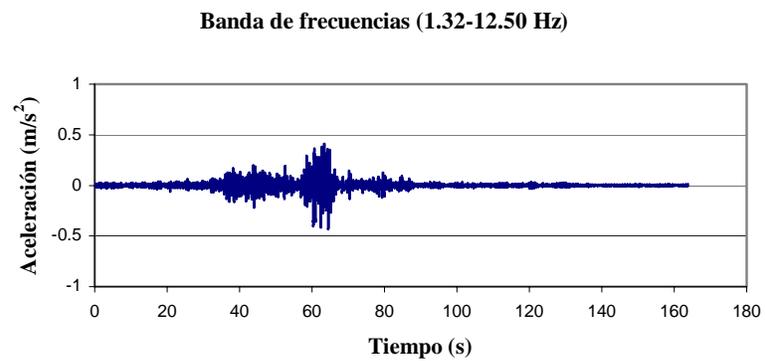
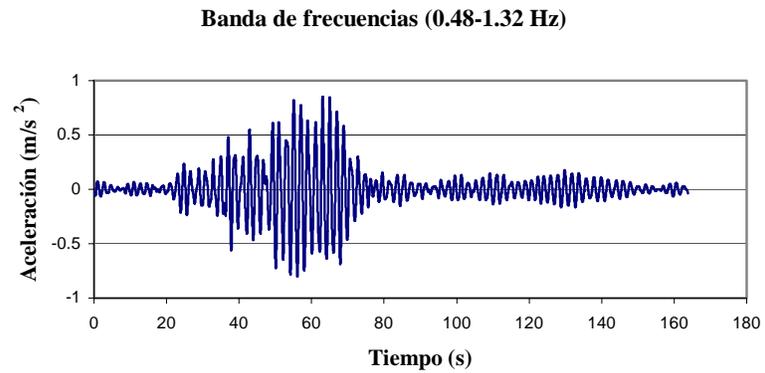
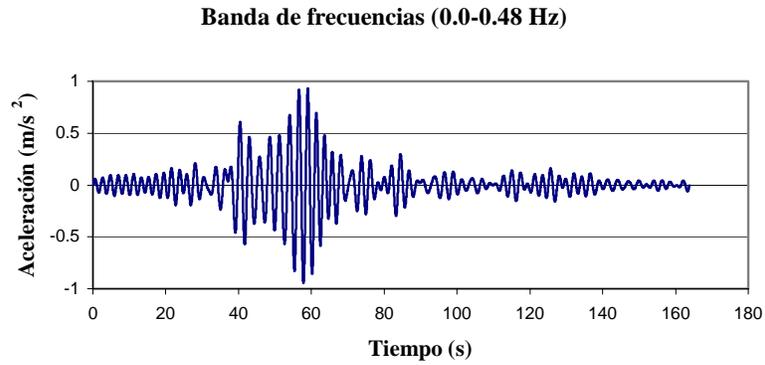


**Figura B.1** Registro acelerográfico de la estación SCT - EW del 19 de septiembre de 1985



**Figura B.2** División del espectro de amplitudes en tres bandas  
(0-0.48 Hz, 0.48-1.32 Hz y 1.32-12.50 Hz)

2) Se realiza la regresión de cada banda al dominio del tiempo mediante la transformada inversa rápida de Fourier. Para realizar lo anterior es necesario tener tanto la parte real como la parte imaginaria de la transformada de Fourier para cada banda de frecuencia. El número total de puntos deberá ser igual a  $2^n$ , donde  $n$  es un número entero (esto se logra poniendo ceros en las bandas restantes del registro).

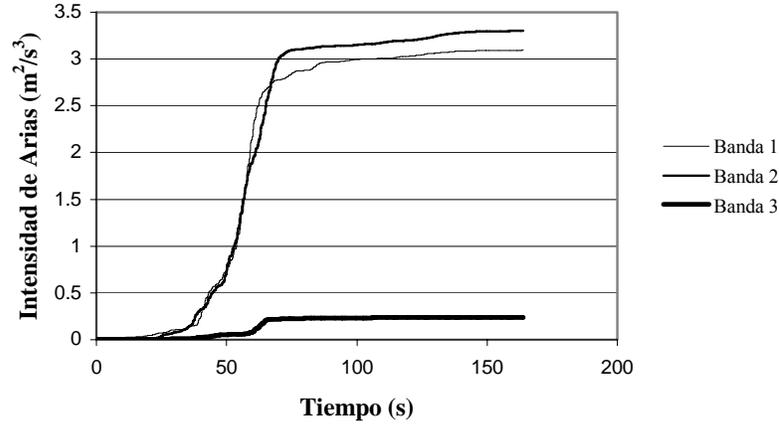


**Figura B.3 Componentes del acelerograma SCT-EW 1985**

3) Para cada acelerograma asociado a cada banda de frecuencia se determina su curva de energía (Intensidad de Arias; Figura B.4), y mediante mínimos cuadrados se le

ajusta una función moduladora de amplitud en el tiempo, de tal manera que

$$I_0 = \int_0^t c(t)^2 dt. \text{ Esta función más adelante se deriva con respecto al tiempo.}$$



**Figura B.4** Curvas de Intensidad de Arias para las tres bandas de frecuencias

4) Se determina para cada banda una función moduladora de la amplitud  $c^2(t)$ . Las expresiones correspondientes a cada banda son:

$$c_1^2(t) = 52 \left[ 0.0185 e^{-\frac{(t-62)^2}{5}} + 0.0019 e^{-\frac{(t-45)^2}{100}} + 0.00074 e^{-\frac{(t-66)^2}{130}} + 1.68 \times 10^{-5} \right]$$

$$c_2^2(t) = 25 \left[ 0.0340 e^{-\frac{(t-58)^2}{5}} + 0.0065 e^{-\frac{(t-45)^2}{100}} + 0.0024 e^{-\frac{(t-66)^2}{130}} + 3.36 \times 10^{-5} \right] \quad (\text{B.2})$$

$$c_3^2(t) = 138 \left[ 0.000303 e^{-\frac{(t-61.4)^2}{10}} + 0.0001 e^{-\frac{(t-48)^2}{80}} + 1.68 \times 10^{-6} \right]$$

5) El movimiento obtenido para cada banda se transforma en un proceso estacionario. Esto se hace dividiendo cada acelerograma entre su función de moduladora de amplitud (ecuaciones B.2).

6) Se hace una transformación de escala de tiempo ( $t$  a  $\phi_o$ ). Esta transformación no es necesaria (Yeh y Wen 1989) si el espectro de la amplitudes de Fourier se divide en un número suficiente de bandas, tal que el cambio en el contenido de frecuencias no sea significativo; en caso contrario, será necesario hacer la transformación usando la ecuación siguiente:

$$\phi_o(t) = \mu_0(t) / \mu'_0(t_0) \quad (B.3)$$

aquí  $\mu'_0(t) = r_1 + r_2 t^2 + r_3 t^3$ , donde  $r_1$ ,  $r_2$  y  $r_3$  son parámetros que dependen de la evolución en el tiempo de la tasa de cruces por cero,  $t_0$  es un instante elegido arbitrariamente, y el apóstrofe indica la derivada con respecto al tiempo.

7) Se obtiene la función de densidad espectral  $S(\omega)$  asociada a cada banda. Para cada banda se obtienen los parámetros del filtro de Clough y Penzien (1975):

$$S_{CP}(\omega) = S_0 \left[ \frac{\omega_g^4 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2}{(\omega_g^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_g^2 \omega_g^2 \omega^2} \right] \left[ \frac{\omega^4}{(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + 4\zeta_f^2 \omega_f^2 \omega^2} \right] \quad (B.4)$$

donde  $\omega_g$ ,  $\omega_f$ ,  $\zeta_g$  y  $\zeta_f$  son parámetros asociados con las frecuencias equivalentes y amortiguamiento del suelo y del sistema, respectivamente, y  $S_0$  es la magnitud del ruido blanco. Los parámetros de correspondientes a cada banda son:

Banda de frecuencia (Hz)	$\omega_g$	$\zeta_g$	$\omega_f$	$\zeta_f$	$S_0$ (cm <sup>2</sup> /s <sup>3</sup> )
0.0-0.48	3.1816	3.7624E-02	2.3018	0.1005	9.9366E-04
0.48-1.32	3.7221	3.2546E-01	2.9014	0.024	8.0964E-04
1.32-12.5	12.330	2.1070E-01	5.9633	1.411	1.1155E-02

8) Se genera un movimiento correspondiente a un ruido blanco filtrado, usando la siguiente expresión:

$$Y(t) = \sum_{j=1}^N \sigma_j (a_j \cos \omega_j t + b_j \text{sen} \omega_j t) \quad (B.5)$$

en esta ecuación,  $a_j$  y  $b_j$  son variables aleatorias independientes con media cero y desviación estándar unitaria,  $\sigma_j^2 = 2 S_{CP}(\omega) \Delta\omega$  es la varianza de la energía espectral,  $N$  es el número de intervalos en los cuales se divide  $S(\omega)$ , y  $\Delta\omega$  es el ancho de estos intervalos ( $N=3$ ).

9) Se hace una transformación y se regresa a la escala real de tiempo ( $\phi_0$  a  $t$ ). El resultado obtenido (para cada banda) se multiplica por su correspondiente función de intensidad  $c_i(t)$ ,  $i=1,3$ .

10) Los acelerogramas simulados se obtienen al sumar la contribución de cada una de las bandas en el tiempo.

## Apéndice C

### CÁLCULO DE LOS FACTORES DE CORRECCIÓN $FC_1$ Y $FC_2$

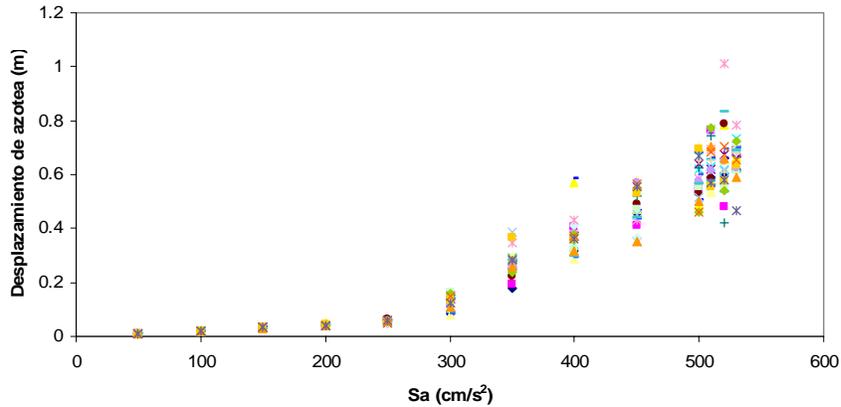
Debido a que no es estrictamente cierta la hipótesis de que el desplazamiento en la azotea del SMGDL es igual al del S1GDL equivalente ( $D_{\max} \neq P_E d_{\max}$ ), y que en el análisis no se toma en cuenta la contribución de los modos superiores, es necesario considerar la incertidumbre que se introduce con dicha hipótesis al calcular los desplazamientos máximos de entrepiso. Tal incertidumbre se toma en cuenta mediante los factores de corrección  $FC_1$  (que se usa en la revisión de condiciones de aceptación del estado límite de servicio) y  $FC_2$  (que se usa en la revisión de condiciones de aceptación del estado límite último).

El cálculo del factor de corrección ( $FC_1$  o  $FC_2$ ) se obtiene de la siguiente manera (Inoue y Cornell, 1981; Esteva et al, 2005):

- El SMGDL con disipadores (sistema combinado determinista) se somete a la acción de  $n$  registros simulados y escalados a un intensidad dada ( $S_a$ ). Se hacen  $n$  análisis dinámicos “paso a paso” en el tiempo. Se obtiene el desplazamiento máximo de azotea del SMGDL combinado ante cada sismo simulado para la intensidad establecida. Con fines ilustrativos en la Figura C.1 se presentan resultados de algunos análisis, usando  $n= 30$ .

Se eligió  $n= 30$  e incrementos de  $S_a$  grandes para ahorrar tiempo de cómputo; sin embargo, los resultados obtenidos en nuestro ejemplo no fueron suficientes para obtener una buena definición de las curvas de vulnerabilidad, por lo que se propone una función que represente el comportamiento de la media y otra función que represente el comportamiento de la desviación estándar. Con estas funciones definidas se genera un mayor número valores aleatorios de

desplazamiento de azotea ( $n= 300$ ) y las curvas de vulnerabilidad quedan bien definidas.



**Figura C.1** Valores de desplazamiento obtenidos mediante análisis paso a paso de un SMGDL combinado con periodo fundamental de 0.8 s y  $\alpha =0.28$

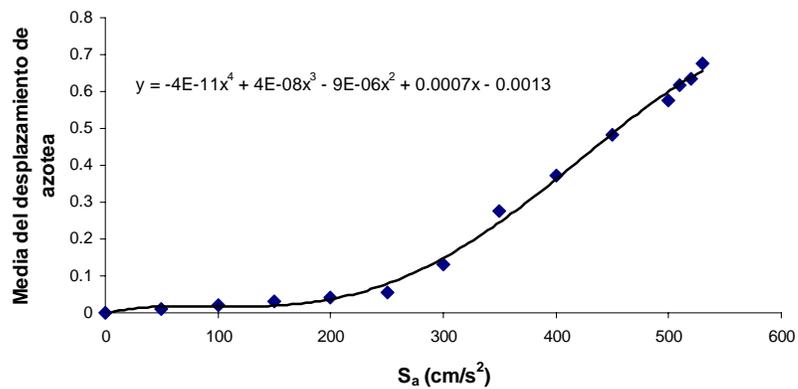
Para obtener las funciones que representen el comportamiento de la media y la desviación estándar se hizo lo siguiente:

- A partir de los datos obtenidos en el inciso anterior (como los de la Figura C.1)

se obtiene la media  $\left( \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)$  y la desviación estándar

$\left( s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \right)$ . Se ajusta una función (tanto para la media como para la

desviación estándar) que describa su comportamiento en función de la intensidad. Por ejemplo, en la figura C.2 se muestra el ajuste de la media de los desplazamientos en la azotea del SMGDL con disipadores ( $a = 0.28$ ).



**Figura C.2** Valor medio de desplazamiento de azotea del SMGDL

- Una vez que se conoce el valor medio y la desviación estándar en función de la intensidad, se generan valores aleatorios de desplazamiento del sistema combinado suponiendo que presenta FDP lognormal (para ello se puede utilizar la subrutina RNLNL del Fortran PowerStation 4.0 que genera números aleatorios con una distribución lognormal). No se utilizó la mediana y la desviación logarítmica ya que dicha subrutina requiere la media y desviación estándar normal para generar valores con distribución lognormal. En esta tesis se generan 300 números aleatorios para cada aceleración con incrementos de aceleración  $S_a=1 \text{ cm/s}^2$ .
- Se establecen valores de desplazamiento límite, y se obtiene el número de desplazamientos aleatorios que exceden el desplazamiento límite establecido, para una intensidad dada (ver p. ej. Figura C.3 correspondiente a  $S_a=50 \text{ cm/s}^2$ ). Para cada uno de estos desplazamiento se obtiene la probabilidad de que se exceda dicho desplazamiento al dividir el número de eventos que exceden un valor preestablecido de desplazamiento y dividiéndolo entre el total de valores aleatorios generados  $P(d_n > d|y)$ . Esto se hace para cada una de las intensidades en estudio.

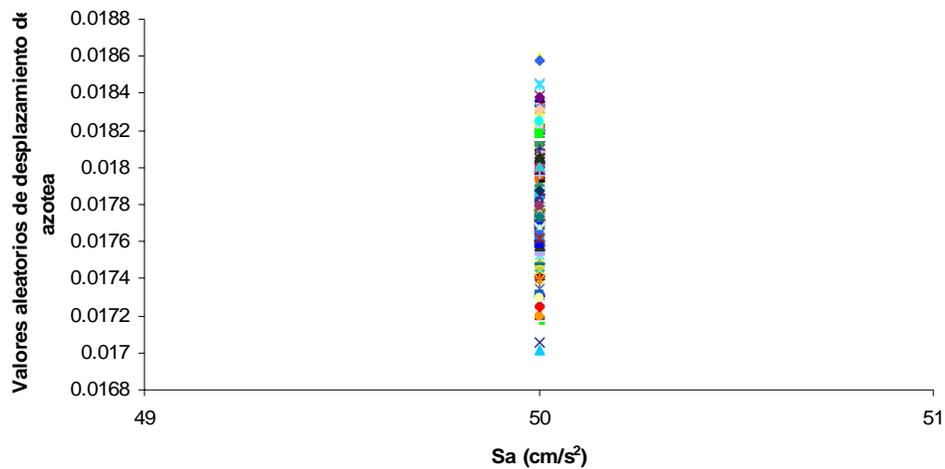


Figura C.3. Valores aleatorios de desplazamiento de azotea correspondientes a  $S_a=50 \text{ cm/s}^2$

- Con la probabilidad de excedencia de un desplazamiento, dada una intensidad, se calculan las curvas de vulnerabilidad y la tasa anual de falla, mediante la integración numérica de la expresión:  $E(v_F) = \int -\frac{\partial v(y)}{\partial y} P(d_n > d|y) dy$ .
- Se traza la curva de peligro de demanda sísmica correspondiente. Para el estado límite de servicio se usan las curvas de peligros sísmico correspondientes a  $\xi = 2\%$ , mientras que para el estado límite último se usan curvas de peligro asociadas con  $\xi = 5\%$ .
- Se obtiene el S1GDL combinado equivalente (como se indicó en el inciso 4.1.1), y se obtiene su correspondiente curva de peligro de demanda, siguiendo el mismo procedimiento que se mencionó en los incisos anteriores (esta curva se obtiene aquí con el programa ETFU).
- Teniendo las dos curvas (una correspondiente al SMGDL combinado y otra al S1GDL combinado equivalente) se obtiene el factor de corrección como la relación entre el desplazamiento de azotea del SMGDL y el correspondiente al S1GDL para un mismo valor de tasa anual de excedencia  $v_F$  ( $FC_1 = \text{distorsión SMGDL} / \text{distorsión S1GDL}$ ) (ver Figura C.4).

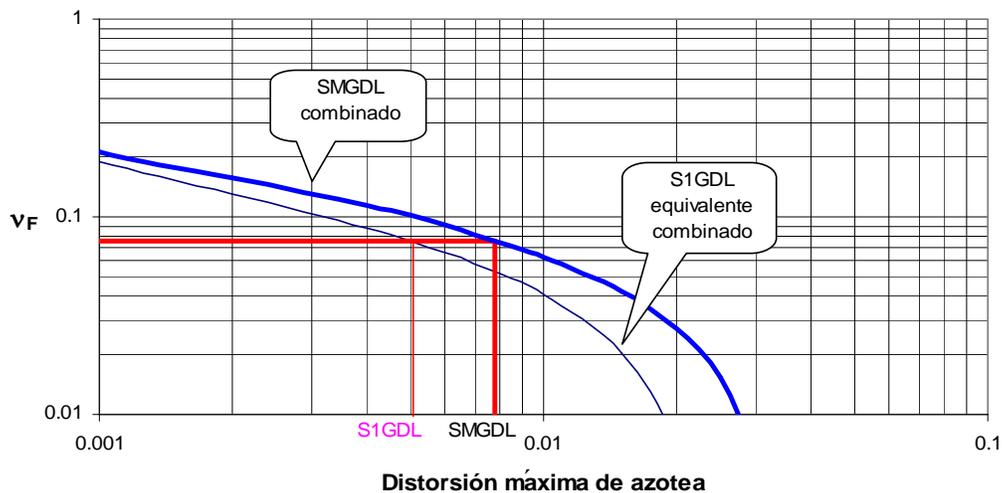


Figura C.4. Curvas de peligro de demanda sísmica

# Design Approach Based on UAFR Spectra for Structures with Dissipating Elements

J. Luz Rivera,<sup>a)</sup> and Sonia E. Ruiz,<sup>b)</sup> M.EERI

In the first part, an algorithm is proposed to obtain demand hazard curves and from them seismic response spectra with uniform annual failure rates for single-degree-of-freedom (SDOF) systems with energy-dissipating devices (EDDs). In the second part, a performance-based dual-level approach is proposed for the design of buildings with EDDs. The criterion establishes acceptance conditions (related to serviceability- and to ultimate limit-states) that correspond to the main system and to the dissipating elements. The uncertainties implicit in the transformation between the response of SDOF and MDOF systems with EDDs is taken into account by means of their demand hazard curves. The reliability-based dual-level design criterion proposed is illustrated by means of a 10-story reinforced concrete building rehabilitated with steel energy-dissipating devices.

## INTRODUCTION

A common approach used for the earthquake resistant design of structures is that based on the application of lateral forces that take into account the non-linear structural behavior by means of reduction factors that are applied to the linear design spectra. Such approach is simple and has been used for a long time in different countries; however, it does not provide a clear idea about the seismic reliability levels implicit in the structural designs (Wen 1995). Due to this, it is necessary to develop reliability-based design methodologies leading to structures with approximately known probabilities associated with different limit states (Fafjar and Krawinkler 1997). One of these approaches is based on the use of inelastic seismic design spectra having uniform annual failure rates (UAFR).

Several algorithms are available in the literature for the development of UAFR spectra corresponding to single-degree-of-freedom (SDOF) systems (i.e., Sewell and Cornell 1987, Collins et al 1995, Mendoza et al 1995)

Also, several approaches are available for the design of structures using UAFR spectra. Collins et al (1995) proposed a reliability-based dual-level seismic design procedure for standard building structures. The authors mention that the procedure incorporates some ideas for displacement-based seismic design suggested by Bertero and Bertero (1992) and by Qi and Moehle (1991). Ghosh and Collins (2002) have outlined a potential energy-based design methodology based on uniform hazard energy

---

<sup>a)</sup> Research Assistant, Dept. of Applied Mechanics, Institute of Engineering, National University of Mexico, 04510 Mexico, D.F., Mexico, Phone: (55)56-23-36-00 Ext. 8474, Email: [jris@pumas.iingen.unam.mx](mailto:jris@pumas.iingen.unam.mx)

<sup>b)</sup> Professor, Dept. of Applied Mechanics, Institute of Engineering, National University of Mexico, 04510 Mexico, D.F., Mexico, Phone: (55) 56-23-36-54, Email: [sruizg@iingen.unam.mx](mailto:sruizg@iingen.unam.mx)

spectra. They present preliminary concepts for the design methodology and recognize that there is much to do in that direction.

In the first part of the present paper an algorithm is presented and exemplified to obtain demand hazard curves (DHC) and, based on these, seismic response spectra with UAFR corresponding to SDOF oscillators including EDDs. The EDDs are supposed to present hysteretic cyclic behavior that does not depend on the velocity or on the frequency of the excitation, but on the relative displacement between the ends of the elements.

In the second part of this paper an extension of the ideas mentioned above is formulated for the design of buildings with hysteretic energy-dissipating devices (EDDs). The design method proposed here was inspired on that by Collins et al (1995) for conventional systems; however, in the present approach additional acceptance conditions are established, related to the structural behavior of the system with EDDs and of the dissipating devices. In addition, the approach requires to use UAFR spectra for systems including EDDs. In order to take into account the uncertainties implicit in the transformation between the response of MDOF systems and SDOF systems with EDDs a procedure based on probabilistic hazard analysis is used (Inoue and Cornell 1991, Esteva et al 2005).

The design algorithm proposed is applied to a 10-story reinforced concrete building rehabilitated with steel energy-dissipating devices.

### **STRUCTURAL MODELING OF THE SDOF SYSTEM WITH EDDs**

The SDOF system plus energy-dissipating devices (called here SDOF *combined* system) consists of a SDOF oscillator and a structural element (acting “in parallel” with the main system) that represents the EDD system (Nakashima et al 1996, Ruiz and Badillo 2001). The main characteristic of the EDD is that its mechanical properties are very stable and do not present structural deterioration under cyclic loading. On the contrary, the oscillator that represents the structure in general presents stiffness and strength degradation; however, in this study the structural behavior of both elements were considered elasto-plastic.

The structural model is shown in Figure 1, where  $M$  is the mass of the combined structure,  $K$  is the structural stiffness and  $F$  the structural strength. Subscripts  $c$  and  $d$  correspond to the main conventional structure and to the dissipating system, respectively. Here, it is convenient to define the following parameters:

$$\alpha = \frac{K_d}{K_c} \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{d_{yd}}{d_{yc}} \quad (2)$$

where  $K_d$  represents the dissipating-element stiffness,  $K_c$  is the stiffness of the conventional system (without EDD),  $d_{yd}$  is the dissipating-element yield displacement, and  $d_{yc}$  is the yield displacement of the conventional structure.

## RELATIONS BETWEEN STRUCTURAL DUCTILITY DEMANDS

Because the peak displacement of the combined structural system ( $d_{c,\max}$ ) is equal to the peak displacement of the dissipating system  $d_{c,\max} = d_{d,\max} = d_{\max}$  (see Figure 2), the available ductility demand on the combined system ( $\mu_a$ ) can be related to that of the conventional system ( $\mu_c$ ) as follows:

$$\mu_a = \frac{d_{\max}}{d_{yT}} = \frac{d_{\max}}{d_{yc}} \frac{d_{yc}}{d_{yT}} = \mu_c \left( \frac{d_{yc}}{d_{yT}} \right) \quad (3)$$

here  $d_{yT}$  represents the yield displacement of the combined system:

$$d_{yT} = \frac{F_{yT}}{K_T} = \frac{F_{yc} + F_{yd}}{K_c + K_d} = \frac{K_c d_{yc} + \alpha K_c d_{yd}}{K_c(1 + \alpha)} \quad (4)$$

where  $F_{yc}$  and  $F_{yd}$  represent the yield force of the conventional ( $c$ ) and of the dissipating ( $d$ ) elements, respectively; and  $K_T$  is the initial stiffness of the combined system,  $K_T = K_c + K_d$ . Replacing  $d_{yT}$  as given by Equation (4) into (3), the following is obtained:

$$\mu_a = \mu_c \left( \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha\gamma} \right) \quad (5)$$

In a similar way, it is possible to relate the available ductility of the combined system ( $\mu_a$ ) to that corresponding to the dissipating element ( $\mu_d$ ):

$$\mu_a = \frac{d_{\max}}{d_{yT}} = \frac{d_{\max}}{d_{yd}} \frac{d_{yd}}{d_{yT}} = \mu_d \left( \frac{d_{yd}}{d_{yT}} \right) = \mu_d \left( \frac{d_{yd}(1 + \alpha)}{\frac{d_{yc}}{\gamma} + \alpha d_{yd}} \right) = \mu_d \left[ \frac{1 + \alpha}{\frac{1}{\gamma} + \alpha} \right] \quad (6)$$

## STRUCTURAL YIELD DISPLACEMENTS

The lateral shear resistance of the combined system (assuming that the elements have elasto-plastic behavior) is given by:

$$F_T = K_c d_{yc} + K_d d_{yd} = K_T d_{yT} = C_y W \quad (7)$$

where  $C_y$  is the yield seismic coefficient and  $W$  is the weight of the combined structure.

From Equations 2 and 7, the following relations are obtained:

$$d_{yT} = \frac{C_y W}{K_c + K_d} \quad (8)$$

$$d_{yc} = \frac{C_y W}{K_c + K_d \gamma} \quad (9)$$

## DYNAMIC RESPONSE OF THE COMBINED SYSTEM

The equations that govern the response of the combined system shown in Figure 1 are expressed here by means of the following expression (based on Baber and Wen 1981 model):

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -2\xi\omega_0\dot{x} - \Gamma_{2c}\left(\frac{K_c}{M}\right)x - (1-\Gamma_{2c})\left(\frac{K_c}{M}\right)z_c - \Gamma_{2d}\left(\frac{K_d}{M}\right)x - (1-\Gamma_{2d})\left(\frac{K_d}{M}\right)z_d - a \\ z_c &= \frac{\Gamma_{3c}\dot{x} - \nu_c\left(\Gamma_{4c}z_c|\dot{x}||z_c|^{\Gamma_{6c}-1} + \Gamma_{5c}\dot{x}|z_c|^{\Gamma_{6c}}\right)}{\eta_c} \\ z_d &= \frac{\Gamma_{3d}\dot{x} - \nu_d\left(\Gamma_{4d}z_d|\dot{x}||z_d|^{\Gamma_{6d}-1} + \Gamma_{5d}\dot{x}|z_d|^{\Gamma_{6d}}\right)}{\eta_d}\end{aligned}\quad (10)$$

where  $a$  represents the base acceleration,  $\xi$  is the critical damping ratio,  $\omega_0$  is the fundamental frequency,  $\Gamma_2$  is the ratio between the post-yielding structural stiffness and the initial stiffness,  $z$  is the hysteretic component having units of displacement,  $\Gamma_3, \Gamma_4, \Gamma_5$  and  $\Gamma_6$  are parameters that control the amplitude, the form of the hysteretic cycle and the transition between the elastic and inelastic structural behavior, respectively, and  $\nu$  and  $\eta$  control the degradation of the structural elements. For reinforced concrete structures:  $\Gamma_{5j} = -2\Gamma_{4j}$ , and for steel structures:

$$\Gamma_{4j} = \Gamma_{5j} = \frac{1}{2\nu_j} \left( \frac{K_j}{F_{yj}} \right)^{\Gamma_{6j}} \quad \text{where } F_{yj} \text{ represents the yield force, and the sub-index } j$$

corresponds either to the conventional system ( $c$ ) or to the dissipating device ( $d$ ) (Casciati and Faravelli 1991).

### UAFR SEISMIC SPECTRA FOR STRUCTURES WITH EDDs

The algorithm proposed in this paper to obtain the DHCs, and, from these, the UAfr spectra corresponding to systems with EDDs (combined system) is as follows:

1. As a first step, values of the following parameters corresponding to the combined system are proposed: seismic coefficient ( $C_y$ ), nominal structural vibration period  $T$  and mass  $M$ , as well as values of the ratios  $\alpha = K_d / K_c$  and  $\gamma = d_{yd} / d_{yc}$  (see Equations 1 and 2).
2. Next, the nominal value of the lateral stiffness of the combined system is calculated ( $K_T = 4\pi^2 M / T^2$ ). The nominal stiffness values associated with the conventional ( $K_c$ ) and with the dissipating ( $K_d$ ) systems are obtained ( $K_c = K_T / (1 + \alpha)$  and  $K_d = \alpha K_c$ ).
3. The yield displacement value of the combined system  $d_{yT}$  is calculated from Equation 8:  $d_{yT} = C_y W / (K_c + K_d)$ .
4. Using the relations mentioned above, the yield displacement values of the conventional and of the dissipating systems are calculated ( $d_{yc} = C_y W / (K_c + \gamma K_d)$  and  $d_{yd} = \gamma d_{yc}$ ).
5. The values of the stiffness and of the yield displacements of the conventional system ( $K_c$  and  $d_{yc}$ , respectively) are used to calculate the parameters  $\Gamma_{4c}$  and  $\Gamma_{5c}$  (corresponding to Baber and Wen (1981) model). In the case of a conventional

reinforced concrete structure, these parameters are given by

$$\Gamma_{5c} = -2\Gamma_{4c} = -\frac{1}{\nu_c} \left( \frac{K_c}{F_{yc}} \right)^{\Gamma_{6c}}, \text{ where } F_{yc} = K_c d_{yc}.$$

6. In a similar way, the values of the stiffness and of the yield displacements corresponding to the dissipating system ( $K_d$  and  $d_{yd}$ , respectively) are used to calculate the values of the parameters  $\Gamma_{4d}$  and  $\Gamma_{5d}$ . For steel made dissipating

elements:  $\Gamma_{5d} = \Gamma_{4d} = \frac{1}{2\nu_d} \left( \frac{K_d}{F_{yd}} \right)^{\Gamma_{6c}}.$

7. Each combined SDOF system is subjected to a different simulated accelerogram, scaled so that the spectral acceleration associated with the fundamental period of the system under study corresponds to a specified return interval ( $T_R$ ) (Shome and Cornell 1995). The ratio between the spectral acceleration value and the inverse of the return interval is given by the site seismic hazard curve, which is assumed to be known.
8. The peak system displacement is obtained step by step in time. Then, the peak structural ductility demand ( $\mu_i$ ) corresponding to the  $i$ -th simulated record is calculated.
9. A nominal value of the ductility capacity of the combined system is proposed ( $\mu_a$ ).
10. The structural failure of the SDOF system occurs when the ductility demand is greater than the available ductility (capacity); that is, when  $\mu_i / \mu_a = Q_i \geq 1$ . The annual structural failure rate is evaluated by means of (Esteva and Ruiz 1989):

$$\nu_F = \int \left| \frac{d\nu}{d\nu_y} \right| P(Q \geq 1|y) dy \quad (11)$$

where  $\left| d\nu / d\nu_y \right|$  it is the absolute value of the derivative of the site seismic hazard curve (which is assumed to be known), and  $P(Q \geq 1|y)$  is the conditional probability that the structural failure occurs, given a seismic intensity  $y$ .

11. The integral is evaluated numerically for different values of  $C_y$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  and  $\mu_a$ . With the results, the demand hazard curves (DHC) associated with SDOF combined systems with different vibration periods are determined. In this study the structural demand is the elastic force coefficient ( $C_e$ ) or the yield force coefficient ( $C_y$ ), so the demand hazard curves are  $C_e$ -versus- $\nu_F$ , or  $C_y$ -versus- $\nu_F$  graphs.
12. The UAFR spectra are drawn on the basis of the demand hazard curves associated with different structural vibration periods.

## APPLICATION OF THE ALGORITHM

Figure 3 shows yield force coefficient hazard curves of the SDOF combined systems subjected to scaled simulated ground motions based on the record obtained during the September 19, 1985 seismic event at the Ministry of Communications and Transportation E-W component (SCT site) in Mexico City. The ground motion simulation algorithm used is that presented by Torres and Ruiz (2004) which is based on Grigoriu et al (1988). The demand hazard curves shown in Figure 3 are associated

with different values of the structural vibration period ( $T_o$ ), assuming  $\alpha = 0.25$ ,  $\gamma = 0.75$  and a nominal available ductility value equal to  $\mu_a = 2$ .

The corresponding UAFR spectra (associated with Figure 3) are shown in Figure 4. In the latter it can be observed that as the failure rate value ( $\nu_F$ ) grows, the seismic coefficient ( $C_y$ ) becomes smaller, as expected. It has also been observed that as the available ductility increases ( $\mu_a$ ) the peak spectral ordinates correspond to shorter structural periods (Rivera 2006).

### **DUAL-LEVEL DESIGN APPROACH BASED ON UAFR SPECTRA**

In the second part of this study a design method for the rehabilitation of buildings with dissipating devices is proposed. The approach makes use of the UAFR spectra that correspond to fixed values of  $\mu_a$ ,  $\alpha$  and  $\gamma$ .

The dual-level approach proposed here requires verifying acceptance conditions associated with 1) the serviceability limit state and 2) the ultimate performance level. The steps corresponding to each of these states are described in the following.

#### **1. VERIFYING THE SERVICEABILITY LIMIT STATE CONDITION**

The acceptance condition that should be verified for the serviceability ( $s$ ) limit state considers that the peak story drift of the combined system,  $\Delta_{\max}^s$ , associated with a prescribed annual structural failure rate,  $\nu_{Fs}$ , should be equal to or smaller than the tolerable story drift value,  $\Delta_{tol}^s$ . In order to comply with this, it is necessary to find an adequate  $\alpha$  value. An algorithm oriented to calculate that  $\alpha$  value is presented in the following section.

#### **Calculation of $\alpha$ ratio (needed to comply with the serviceability performance level)**

- 1) The first step is to select the annual failure rate value  $\nu_{Fs}$  of exceeding the serviceability drift capacity limit  $\Delta_{tol}^s$  in the combined structure.
- 2) Due to the fact that the behavior of the structure is linear (or almost linear) for the serviceability performance level (related to the lateral story drift), the ratio  $\gamma$  and the available ductility  $\mu_a$  can be taken equal to unity ( $\gamma = \mu_a = 1$ ).
- 3) Next, is to analyze the  $n$ -story building (to be rehabilitated) under the action of the UAFR spectrum corresponding to a  $\nu_{Fs}$  value (which was selected on step number 1). It is recommended that for the serviceability state condition the UAFR spectrum corresponds to a small viscous damping ratio (i.e.,  $\xi \approx 2\%$ ). The maximum story drifts ( $\Delta_{\max, j}^s$ ,  $j = 1, n$ ) are obtained from the dynamic spectral analysis. If those drifts are smaller than  $\Delta_{tol}^s$ , then the structure is on a safe condition for the serviceability limit state; however, if some (let us say  $n_e$ ) story drifts are larger than the tolerable value ( $\Delta_{\max, i}^s \geq \Delta_{tol}^s$ ,  $i = 1, n_e$ ) it is necessary to add several EDDs to those stories. In the latter case, it is required to estimate the stiffness  $K_{di}$  (corresponding to the EDD system) that needs to be added to the  $i$ th-story. Such story stiffness is calculated as

$$K_{d_i} = K_{c_i} \left[ \frac{\Delta_{\max,i}^s - \Delta_{tol}^s}{\Delta_{tol}^s} \right] \quad (12)$$

Based on Equation 12 an initial value of  $\alpha$  is calculated (see Equation 13) and, based on that value, an initial number of EDDs along the height of the structure is proposed (this is exemplified in the following section).

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n (K_{d_i} / K_{c_i})}{n} \quad (13)$$

here  $K_{c_i}$  is the  $i$ th-story lateral stiffness and  $n$  represents the number of stories.

- 5) Next, the parameters  $M_E$ ,  $K_E$  and  $P_E$  associated with the equivalent ( $E$ ) linear combined SDOF system are obtained (Chopra 2001).  $M_E$  and  $K_E$  represent the mass and the stiffness of the equivalent SDOF combined system and  $P_E$  is the participation factor that multiplies the input motion. These parameters correspond to the fundamental vibration mode of the structure. Based on the  $M_E$  and  $K_E$  values, the vibration period ( $T_E$ ) of the equivalent combined system is calculated.
- 6) Using the previously mentioned values ( $\alpha$ ,  $\gamma=1$ ,  $\mu_a=1$ ,  $\nu_{Fs}$  and  $T_E$ ) the seismic design coefficient value ( $C_e$ ) is obtained from the UAFR spectrum (using  $\xi=2\%$ ) or from the corresponding elastic force coefficient hazard curve ( $C_e$ -versus- $\nu_F$  curve). The seismic coefficient ( $C_e$ ) found is used to calculate the spectral displacement ( $S_d$ ):

$$S_d = g \left( \frac{T_E}{2\pi} \right)^2 C_e \quad (14)$$

where  $g$  = acceleration of gravity.

- 7) Next, the peak drift corresponding to the SDOF combined system needs to be transformed into the peak story drift of the MDOF combined system. The maximum story drift ( $\Delta_{\max}$ ) and the peak absolute roof displacement ( $D_{\max}$ ) of the MDOF structure can be correlated as follows (Collins et al 1995):

$$\Delta_{\max} = D_{\max} \left[ \frac{\phi_{1,i} - \phi_{1,i-1}}{h_i} \right]_{\max} = \beta_o \frac{D_{\max}}{H}, \quad \text{where } \beta_o = H \left[ \frac{\phi_{1,i} - \phi_{1,i-1}}{h_i} \right]_{\max} \quad (15)$$

where  $H$  is the total height of the structure,  $\phi_{1,i}$  is the first vibration mode profile associated with  $i$ th-level, and  $h_i$  is the  $i$ th-story height. Higher vibration modes can be also taken into account (Chopra 2001).

- 8) Equation (15) assumes that  $D_{\max}$  is equal to the peak displacement of the SDOF system ( $P_E S_d$ ); however, this is not strictly true, so it is necessary to consider the uncertainty implicit in that assumption by means of a correction factor, called here  $CF_1$ . Then, Equation 15 is transformed into:

$$\Delta_{\max}^s = \beta_o \frac{P_E S_d}{H} CF_1 \leq \Delta_{tol}^s \quad (16)$$

The correction factor  $CF_1$  is obtained here by means of the peak-roof-drift hazard curves of the MDOF and of the SDOF combined systems (Inoue and Cornell 1991, Esteva et al 2005).  $CF_1$  is defined as the ratio between the exceeding value of the peak roof drift associated with the MDOF system and the peak drift of the SDOF system, both corresponding to the same annual rate  $\nu_{Fs}$ . The calculation of  $CF_1$  is exemplified in the next section.

- 9) Next, the peak story hazard curve of the MDOF combined system is obtained. The peak story drift that corresponds to the prescribed value  $\nu_{Fs}$  should be equal to or smaller than  $\Delta_{tol}^s$ . If it is not satisfied, then it is necessary to propose a different  $\alpha$  value, and, in order to satisfy the serviceability design condition, a new iteration should be made (going back to step 5).

## 2. VERIFYING THE ULTIMATE LIMIT STATE CONDITIONS

The following acceptance conditions should be verified for the ultimate ( $u$ ) limit state, corresponding to a non-linear behavior either of the structure or of the EDDs.

- i) **First design requirement.** The global ductility demand associated with a selected annual failure rate ( $\nu_{Fu1}$ ) of the combined system must be equal to or smaller than the available ductility ( $\mu_a$ ) of the combined system. The same can be expressed in terms of yield displacements as follows: the global yield displacement of the combined MDOF system ( $D_y$ ) must be equal to or larger than the required yield displacement ( $D_y \geq d_{y,req}$ ) associated with a selected annual failure rate  $\nu_{Fu1}$ .
- ii) **Second design requirement.** The peak story drift of the MDOF combined system associated with a prescribed structural failure rate  $\nu_{Fu2}$  should be equal to or smaller than the tolerable value  $\Delta_{tol}^u$ .
- iii) **Third design requirement.** The peak ductility demand of the dissipating system located at a given story, and associated with a prescribed EDD failure rate  $\nu_{Fu3}$ , should be equal to or smaller than the tolerable value  $\mu_{tol}^u$  that corresponds to that EDD system.

In order to verify the conditions just mentioned it is necessary to estimate adequate design values of  $C_y$ ,  $\alpha = K_d / K_c$  and  $\gamma = d_{yd} / d_{yc}$ .

### Calculation of $C_y$ , $\alpha$ and $\gamma$ values associated with the ultimate performance level

- 1) The first step is to select the values of the annual rates  $\nu_{Fu1}$ ,  $\nu_{Fu2}$  and  $\nu_{Fu3}$  of exceeding i) the available global ductility ( $\mu_a$ ) of the combined system, ii) the tolerable peak story drift value  $\Delta_{tol}^u$  in the combined structure, and iii) the available ductility of the dissipating system ( $\mu_d$ ), respectively. In the present paper it is assumed  $\nu_{Fu1} = \nu_{Fu2} = \nu_{Fu3} = \nu_{Fu}$ .
- 2) Based on  $\mu_a$  and  $\mu_d$  values and on the  $\alpha$  ratio (found in the previous section), the parameter  $\gamma$  is estimated (from Equation 6):

$$\gamma = \frac{\mu_a}{\mu_d + \alpha(\mu_d - \mu_a)} \quad (17)$$

- 3) The parameters corresponding to the equivalent SDOF combined system ( $M_{EQ}$ =equivalent mass,  $K_{EQ}$ = equivalent stiffness and  $P_{EQ}$ = participation factor) are calculated by means of the following equations (Collins et al 1995):

$$M_{EQ} = \{\Psi_2\}^T [M] \{\Psi_1\}; K_{EQ} = K_T \{\Psi_2\}^T \{f\}; P_{EQ} = \{\Psi_2\}^T [M] \{1\} / M_{EQ} \quad (18)$$

$\{\Psi_1\}$  is a vector of the normalized displacements profile, which is obtained from a static non-linear (“push-over”) analysis of the MDOF combined system. The maximum roof displacement is normalized to unity.  $\{f\}$  is the vector of the prescribed lateral force distribution, scaled so that it corresponds to a base shear of unity. In this study it is assumed that  $\{\Psi_2\} = \{1\} =$  unity vector.  $[M]$  is the mass matrix corresponding to the MDOF combined system. Based on Equations 18, the structural vibration period  $T_{EQ} = 2\pi\sqrt{M_{EQ}/K_{EQ}}$  is calculated.

- 4) The yield global displacement ( $D_y$ ) of the combined system is obtained from the “push over” analysis performed in the previous step.  
 5) On the other hand, the required yield displacement ( $d_{y,req}$ ) associated with a given annual failure rate,  $\nu_{Fu}$ , of the equivalent combined SDOF system, can be obtained as follows:

$$d_{y,req} = P_{EQ} g \left( \frac{T_{EQ}}{2\pi} \right)^2 C_y(\mu_a, \alpha, \gamma, \nu_{Fu}) \quad (19)$$

where  $g$  is the acceleration of gravity and  $C_y(\mu_a, \alpha, \gamma, \nu_{Fu})$  represents the yield force coefficient at  $T_{EQ}$  obtained from the UAFR spectra curve associated with  $\nu_{Fu}$ ,  $\mu_a$ ,  $\alpha$  and  $\gamma$ , or from the demand hazard curve ( $C_y$  versus  $\nu_F$ ) corresponding to those parameters ( $T_{EQ}$ ,  $\mu_a$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  and  $\nu_{Fu}$ ).

- 6) Next, the design requirement  $D_y \geq d_{y,req}$  should be verified. If  $D_y < d_{y,req}$  a new value of  $\alpha$  (and consequently a new value of  $\gamma$ ) is proposed and steps 3 to 6 should be repeated; however, if  $D_y \geq d_{y,req}$  it indicates that the FIRST DESIGN REQUIREMENT is satisfied. In this case, the “new” ductility value of the combined system ( $\mu'$ ) associated with the  $D_y$  value is such that:

$$C_y(\mu', \alpha, \gamma, \nu_{Fu}) = D_y / (P_{EQ} g (T_{EQ} / 2\pi)^2).$$

- 7) The  $\mu'$  value can be obtained by means of interpolation of yield force coefficient hazard curves ( $C_y$ -versus- $\nu_F$ ) or yield displacement hazard curves ( $D_y$ -versus- $\nu_F$ ) corresponding to different  $\mu$  values. Those curves correspond to the equivalent SDOF combined systems excited with the ground motions multiplied by  $P_E$ . The interpolation procedure is illustrated in the example presented in the next section.

- 8) Once the ductility value  $\mu'$  is obtained, the peak story displacement  $\Delta''_{\max}$  can be calculated as

$$\Delta''_{\max} = \beta_1 \frac{\mu' D_y}{H}; \quad \text{where } \beta_1 = H \left[ \frac{\Psi_{1,i} - \Psi_{1,i-1}}{h_i} \right]_{\max} \quad (20)$$

The meaning of  $\beta_1$  is similar to that of  $\beta_0$  in Equation 15. It is noticed that Equation 20 assumes that the form of the structure profile  $\Psi_1$  dominates the dynamic non-linear behavior of the building; however this is not true due to the dynamic structural effects, so it is necessary to take this uncertainty into account by means of a correction factor (called  $CF_2$ ). This equation 20 is transformed into

$$\Delta''_{\max} = \beta_1 \frac{\mu' D_y}{H} CF_2 \leq \Delta''_{tol} \quad (21)$$

Notice that Equation 21 is similar to Equation 16.

- 8) Next, the peak-story-distorsion hazard curve of the MDOF combined system is obtained. If the peak story drift corresponding to  $v_{Fu}$  is equal to or smaller than the maximum story drift  $\Delta''_{tol}$  then the final values of  $\alpha$ ,  $\gamma$  and  $C_y$  are accepted; however, if this condition (SECOND DESIGN REQUIREMENT) is not satisfied, a new value  $\alpha$  should be tried, and a new iteration should be started from step 3 of this subsection.
- 9) The final step is to obtain the peak EDD ductility demand hazard curve corresponding to the critical story, and to verify that the peak ductility demand on the EEDs, corresponding to  $v_{Fu}$ , is equal to or smaller than  $\mu''_{tol}$  (THIRD DESIGN REQUIREMENT). If this condition it is not satisfied, a new value  $\alpha$  should be tried, and a new iteration should be started from step 3 of this subsection.

## ILLUSTRATIVE EXAMPLE

Suppose that the structure shown in Figure 5 is an office building intended to be used as a hospital in the future. This means that the design ground motions should be multiplied by an importance factor greater than unity. (According to the Mexico City Code RCDF-2004 this factor is equal to 1.5). The amplified ground motions give place to story drifts that do not satisfy the tolerable value. In order to reduce the structural drift response it was decided to rehabilitate the building with steel energy-dissipating plates. The building is supposed to be located at the SCT site on soft soil in Mexico City. The design acceptance conditions related to the serviceability and to the ultimate limit states are verified in what follows.

### 1. VERIFYING THE SERVICEABILITY LIMIT STATE CONDITION (EXAMPLE)

The first step is to analyze the structure to be rehabilitated under the action of the UAFR design spectrum corresponding to a prescribed  $v_{Fs}$  value. In this example the value of the annual rate  $v_{Fs}$  of exceeding the drift story limit  $\Delta''_{tol} = 0.004$  is taken equal to 0.075.

The peak story drifts ( $\Delta_{\max,j}^s, j = 1, 10$ ) obtained from the modal spectral linear analysis of the MDOF conventional structure are shown in Figure 6. In this example four modes were considered for the analysis. The figure shows that the peak story drifts corresponding to the lower stories are larger than the tolerable value  $\Delta_{tol}^s = 0.004$ . This means that several energy-dissipating devices should be included at the lower stories. The number of EDDs required is a function of the increment of story stiffness ( $K_{di}, i = 1, 7$ ) required in those stories such that  $\Delta_{\max,i}^s \leq 0.004$ . Table 1 (which is based on Equations 12 and 13) shows the calculation of the required stiffness ( $K_{di}, i = 1, 7$ ) and of the initial  $\alpha$  value (named  $\alpha_o$  at the bottom of Table 1).

The global stiffness of the combined system is equal to  $K_c = 1,429.73$  Ton/m. From here,  $K_d = \alpha_o K_c = (0.28)(1,429.73) = 400.32$  Ton/m.

Taking this into account,  $K_E = 1,830.05$  Ton/m; the other parameters are:  $M_E = 34.075$  Ton  $s^2/m$ ,  $P_E = 1.63$  and  $T_E = 0.86s$ .

From the demand hazard curve ( $C_e$  -versus-  $v_F$ ) corresponding to  $\alpha_o = 0.28$ ,  $\gamma = \mu_a = 1$ ,  $v_{Fs} = 0.075$  and  $T_E = 0.86s$  a seismic design coefficient  $C_e = 0.36$  is obtained. Using Equation 14 the following displacement value is calculated:  $S_d = 0.066$  m.

**Table 1.** Calculation of the initial  $\alpha$  value

Story	Peak drift ( $\Delta_{\max,i}^s$ )	$K_{ci}$ (Ton/m)	$K_{di} = K_{ci} \frac{\Delta_{\max,i}^s - 0.004}{0.004}$	$\alpha_i = \frac{K_{di}}{K_{ci}}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
1	0.006160	13945.25	7530.4355	0.5400
2	0.007066	9778.10	7494.9138	0.7665
3	0.005844	9279.42	4277.8122	0.4610
4	0.005708	9012.54	3848.3533	0.4270
5	0.005535	8406.38	3225.9475	0.3838
6	0.004460	8103.95	931.9541	0.1150
7	0.004394	7075.80	696.9662	0.0985
8	0.003670	6598.67	0	0.00
9	0.003231	4647.52	0	0.00
10	0.001953	3423.50	0	0.00

$$\alpha_o = \Sigma \alpha_i / n = 2.79 / 10 \cong 0.28$$

The EDDs are supposed to be constituted by triangular TADAS plates (Tsai et al 1993). The following dimensions are proposed for those plates: thickness  $t = 0.05715$ m, height  $h = 0.5$ m and base  $b = 0.3$ m, (these are listed in columns 3, 4 and 5 of Table 2). The number ( $N_i$ ) of EDDs required in the  $i$ -th story (column 6 of Table 2) are calculated from (Tsai et al 1993):  $N = 6h^3 K_{di} / Ebt^3$ , where  $E$  is the Young's Modulus

and the other parameters were defined above. The lateral story stiffness given by the actual number of dissipating devices is presented in the last column of Table 2.

The corresponding peak roof drift hazard curve for the MDOF system was obtained using the number of EDDs shown in Table 2 (column 7). At the same time the drift hazard curve for the SDOF system was also calculated (see Figure 7). From those two curves the correction factor (for  $\nu_{Fs} = 0.075$ )  $CF_1 = 0.0052/0.0039 = 1.33$  was estimated. The peak story drift (using Equation 16) resulted equal to  $\Delta_{max}^s = 1.38x(1.63x0.066/30)x 1.33 = 0.0066 > 0.004$ .

Due to the fact that  $\Delta_{max}^s > \Delta_{tol}^s$  a new  $\alpha$  value is proposed:  $\alpha = 0.75$ . The distribution of EDDs along the height of the structure is calculated in Table 3. The first column on that table corresponds to the required EDD stiffness ( $K_{di}$ ) associated with  $\alpha = 0.75$  (it is noticed that the values on that first column are equal to those in the first column of Table 2 but multiplied by  $0.75/0.28 \approx 2.7$ )

The new parameters of the equivalent system are:  $M_E = 34.075$  Ton  $s^2/m$ ,  $K_E = 2,502.03$  Ton/m,  $P_E = 1.63$  and  $T_E = 0.73s$ . From a demand hazard curve associated with  $\alpha = 0.75$ ,  $\gamma = \mu_a = 1$ ,  $\nu_{Fs} = 0.075$  and  $T_E = 0.73s$  a seismic design coefficient  $C_e = 0.3$  is obtained. Using Equation 14 the following value is calculated:  $S_d = 0.04$  m. The new correction factor  $CF_1$  is equal to 1.4, and the peak story drift is equal to  $\Delta_{max}^s = 1.38x(1.63x0.04/30)x 1.4 = 0.004 = 0.004$ .

Figure 8 shows that the peak story drift in the MDOF combined structure corresponding to an annual rate of being exceeded equal to 0.075 is equal to 0.003, which is smaller than the target value  $\Delta_{tol}^s = 0.004$ . Therefore, it is concluded that the rehabilitated structure using  $\alpha = 0.75$  satisfies the serviceability limit performance requirement. The dimensions and number of EDDs (corresponding to  $\alpha = 0.75$ ) are shown in Table 3.

**Table 2.** First distribution of EDDs along the height of the structure.  $\alpha = 0.28$

Story	$K_{di}$ (Ton/m)	$t$ (m)	$h$ (m)	$b$ (m)	$N_i$	$N_i$ (Design)	$K_{di}$ (Actual) (Ton/m)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	7530.44	0.05715	0.5	0.3	4.80	5	7840
2	7494.91	0.05715	0.5	0.3	4.78	5	7840
3	4277.81	0.05715	0.5	0.3	2.73	3	4704
4	3848.35	0.05715	0.5	0.3	2.45	2	3136
5	3225.95	0.05715	0.5	0.3	2.06	2	3136
6	931.95	0.05715	0.5	0.3	0.59	1	1568
7	696.97	0.05715	0.5	0.3	0.44	0	0
8	0	0.05715	0.5	0.3	0	0	0
9	0	0.05715	0.5	0.3	0	0	0
10	0	0.05715	0.5	0.3	0	0	0

**Table 3.** Distribution of EDDs along the height of the structure.  $\alpha = 0.75$ 

Story	$K_{di}$ (Ton/m)	$\alpha_i$	$t$ (m)	$h$ (m)	$b$ (m)	$N_i$	$N_i$ (Design)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
1	20332.18	1.46	0.05715	0.5	0.3	12.967	13
2	20236.27	2.07	0.05715	0.5	0.3	12.906	13
3	11550.09	1.24	0.05715	0.5	0.3	7.366	7
4	10390.55	1.15	0.05715	0.5	0.3	6.627	7
5	8710.06	1.04	0.05715	0.5	0.3	5.555	6
6	2516.28	0.31	0.05715	0.5	0.3	1.605	2
7	1881.81	0.27	0.05715	0.5	0.3	1.200	1
8	0	0	0.05715	0.5	0.3	0	0
9	0	0	0.05715	0.5	0.3	0	0
10	0	0	0.05715	0.5	0.3	0	0

$$\alpha = \Sigma \alpha_i / n = 7.54 / 10 \cong 0.75$$

## 2. VERIFYING THE ULTIMATE STATE CONDITION (EXAMPLE)

Next, the acceptance conditions for the ultimate limit state are verified. In this example it was selected an annual rate  $\nu_{Fu} = 0.002$  of exceeding the following limit capacity values:

- i) a nominal global ductility capacity of the combined system equal to  $\mu_a = 6$ ,
- ii) a tolerable drift story of the combined system equal to  $\Delta_{tol}^u = 0.017$ , and
- iii) a nominal ductility capacity of the dissipating system equal to  $\mu_d = 8$ .

From Equation 17 (with  $\alpha = 0.75$ ,  $\mu_a = 6$  and  $\mu_d = 8$ ) a value of  $\gamma = 0.63$  is found. Based on the “push over” analysis result (see Figure 9) a global yield displacement  $D_y = 0.044$  m of the combined MDOF system is obtained.

From Equations 18 the following parameters corresponding to the combined SDOF equivalent system are found:  $M_{EQ} = 38.68$  Ton.s<sup>2</sup>/m,  $M_{EQ} = 2,491.6$  Ton/m,  $P_{EQ} = 1.44$  and  $T_{EQ} = 0.78$  s.

From the  $C_y$ -versus- $\nu_F$  curve (for  $\nu_{Fu} = 0.002$ ) associated with a SDOF combined system with  $\alpha = 0.75$ ,  $\gamma = 0.63$ ,  $T_o = 0.78$  and  $\mu_a = 6$  a value of  $C_y = 0.14$  is obtained.

The required yield displacement ( $d_{y,req}$ ) is calculated by means of Equation 19:  
 $d_{y,req} = 1.44 \times 9.81 \times (0.78/2\pi)^2 \times 0.14 = 0.03 < 0.044$ . Due to the fact that  $d_{y,req} < D_y$  a “new” ductility value  $\mu'$  associated with  $D_y$  should be calculated. Figure 10 shows that for  $\nu_{Fu} = 0.002$  and  $D_y = 0.044$ , the “new” ductility value obtained (by interpolation) is  $\mu' = 4.3$ .

The correction factor  $CF_2$  was found from the hazard curves corresponding to the peak drift of the SDOF system and the peak roof drift of the MDOF combined system.

The ratio of values (associated with  $\nu_F = 0.002$ ) are equal to  $0.005/0.0038 = 1.32$  (see Figure 11).

The peak story drift of the MDOF combined system is calculated from Equation 21 as follows:  $\Delta_{\max}^u = \beta_1(\mu^u D_y / H)CF_2 = 1.4 \times (4.3 \times 0.044/30) \times 1.32 = 0.012 < 0.017$ .

On the other hand, Figure 11 shows that the peak story drift of the second story of the MDOF combined structure corresponding to an annual rate of being exceeded equal to 0.002 is equal to 0.01, which is smaller than the target value  $\Delta_{tot}^u = 0.017$ . Based on that curve and on the yield displacement of the EDDs at that critical story ( $\delta_{yd} = 0.00527$  m), the peak ductility demand hazard curve of the EDDs was obtained. Figure 12 shows that the peak ductility demand of the EDDs located in the MDOF structure, corresponding to an annual rate of being exceeded equal to 0.002 is equal to 5.7 which is smaller than the target value  $\mu_{tot}^u = 8$ .

Therefore, it is concluded that the rehabilitated structure using  $\alpha = 0.75$  and  $\gamma = 0.63$  satisfies the ultimate limit performance requirements. The final distribution of EDDs is shown in last column in Table 3.

### CONCLUDING REMARKS

A dual-level design approach for buildings provided with EDDs was developed on the basis of UAFR spectra corresponding to SDOF combined systems. The steps of the dual-level design approach proposed here are easy to follow if the structural designer knows how to obtain (or has the tools to calculate) the UAFR spectra or the yield force coefficient hazard curves ( $C_y$ -versus- $\nu_F$  curves) associated with given values of  $\alpha = K_d / K_c$ ,  $\gamma = d_{yd} / d_{yc}$ ,  $\mu_a$  and  $T_{EQ}$ .

The numerical algorithm proposed here for obtaining yield force coefficient hazard curves ( $C_y$ -versus- $\nu_F$ ) and, from these, the UAFR spectra for SDOF systems with dissipating elements (combined SDOF system) has been systematized by the authors in a computer program which is easy to run. It may be applied by structural designers to obtain yield force coefficient hazard curves that correspond to SDOF combined systems (located at a specific site) with given values of  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\mu_a$  and  $T_{EQ}$ . The program can read the set of ground motions from computer files or, alternatively, may generate a set of artificial ground motions (Rivera 2006).

One decision that needs to be taken by the designer is to select the annual structural failure rates ( $\nu_F^s$ ,  $\nu_F^u$ , etc) of exceeding certain limit capacity values corresponding to different limit states. One way to estimate those failure rate values is from the analysis of a conventional building similar to that to be rehabilitated (see Montiel and Ruiz 2006); another way (which is more sophisticated) is by optimization analysis (Wen 2001).

The design approach proposed here takes into account uncertainties related to the transformation between the peak response of MDOF and of SDOF systems (by means of the correction factors  $CF_1$  and  $CF_2$ ). In the illustrative example presented here those factors were calculated specifically for the building under rehabilitation; however, it is

expected that in the future those factors will be available for different typical structures and locations (Esteva 2006).

## ACKNOWLEDGEMENTS

The present research was supported by DGAPA-UNAM (IN106205) and CONACyT.

## REFERENCES

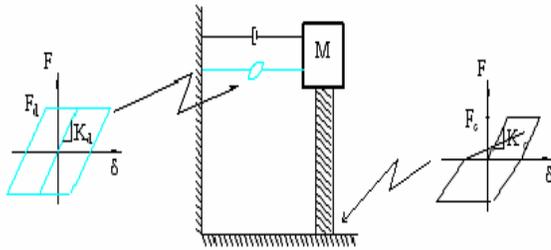
- Baber, T.T. and Wen, Y.K. 1981. Random Vibration of Hysteretic, Degrading System, *Journal of the Engineering Mechanics Division, Proceeding of the ASCE*, **107**, 1069-1087.
- Bertero, R. D., and Bertero, V. V., 1992. Tall reinforced concrete building conceptual earthquake-resistant design methodology. *Report. No. UCB/EERC-92/16*, University of California at Berkeley.
- Collins, K. R., Wen, Y. K., and Foutch, D. A., 1995. Investigation of alternative seismic design procedures for standard buildings. *Report. No. UILU-ENG-95-2003*, University of Illinois at Urbana-Champaign.
- Chopra, A. K., 2000. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall.
- Esteva, L., 2006. Personal communication.
- Esteva, L., and Ruiz, S. E., 1989. Seismic failure rates of multistory frames. *J. Struct.. Engrg.*, ASCE, **115**(2), 268-284.
- Esteva, L., Ruiz S. E., and Rivera, J. L., 2005. Reliability- and Performance-based design of structures with energy-dissipating devices. *9th World Seminar on Seismic isolation, Energy Dissipation and Active Vibration Control of Structures*, Kobe, Japan..
- Fajfar, P., and Krawinkler, H., Editors., 1992. Nonlinear seismic analysis and design of reinforced concrete buildings. *Workshop*, Bled, Slovenia, Elsevier Applied Science.
- Ghosh, S., and Collins, K. R., 2002. Application of uniform hazard energy spectra in reliability-based seismic design. *7<sup>th</sup> U. S.Nat. Conf. on Earthquake. Engrg.*
- Grigoriu, M., Ruiz, S. E., and Rosenblueth, E., 1988. Mexico earthquake of September 19, 1985 - nonstationary models of seismic ground acceleration. *Earthquake Spectra*, **4**(3), 551-568.
- Inoue, T., and Cornell, C. A., 1991. Seismic hazard analysis of MDOF structures. *Proceedings ICASP6*, Mexico City, 437-444.
- Mendoza, E., Díaz O., and Esteva, L., 1989. Consistent-reliability spectra for some nonlinear SDOF systems. *Proc. ICOSSAR 89, 5th Int. Conf. Struct. Safety Reliability*, 653-660.
- Montiel, M. A. and Ruiz, S. E., 2006. Seismic design method for reliability-based rehabilitation of buildings, *Earthquake Spectra*. **22**(1), 189-214.
- Nakashima, M., Saburi, K., and Tsuji, B., 1996. Energy input and dissipation behavior of structures with hysteretic dampers. *J. Earthquake Engrg. & Struct. Dynamics*, **25**(5), 483-496.
- Qi, X., and Moehle, J. P., 1991. "Displacement design approach for reinforced concrete structures subjected to earthquakes." *Rep. No. UCB/EERc-91/02*, University of California at Berkeley.
- Rivera, J. L., 2004. *Espectros de confiabilidad uniforme para sistemas estructurales con disipadores de energía*. PhD. Thesis, National University of Mexico, (in progress).
- Ruiz, S. E., and Badillo, H., 2001. Performance-Based design approach for seismic rehabilitation of buildings with displacement-dependent dissipators. *Earthquake Spectra*, **17**(3), 531-548.
- Sewell, R. T., and Cornell, C. A., 1987. Seismic hazard analysis based on limit state structural damage. *Proc.5<sup>th</sup>. ICASP*, University of British Columbia, Vancouver, Canada.
- Shome, N., and Cornell, C. A., 1999. *Probabilistic seismic demand analysis of nonlinear structures. Report No. RMS.35*, Department of Civil Engineering, Stanford University.

Torres, M. A., and Ruiz, S. E., 2004. Design algorithm based on probabilistic seismic demands for buildings rehabilitated with hysteretic ED devices, *Earthquake Spectra*, **20**(2), 503-521.

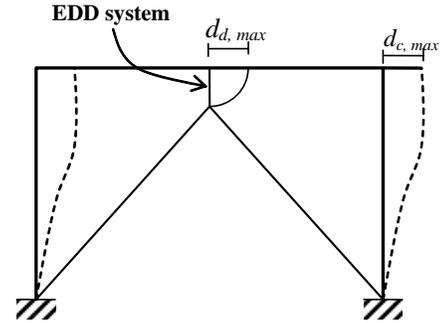
Tsai, K-Ch, Chen, H.-W., Hong, Ch.-P., and Su, Y.-F., 1993. Design of steel triangular plate energy absorbers for seismic-resistant construction, *Earthquake Spectra*, **9**(3), 505-528.

Wen, Y. K., 1995. Building Reliability and code calibration. *Earthquake Spectra*, **11**(2), 269-296.

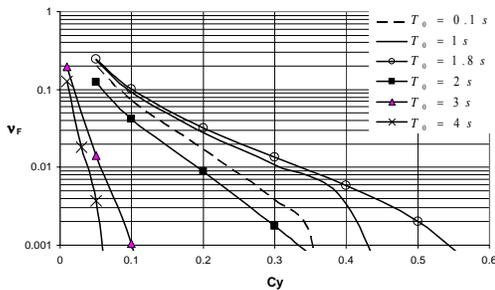
Wen, Y. K., 2001. Reliability and performance-based design. *Structural Safety*, **23**,407-428.



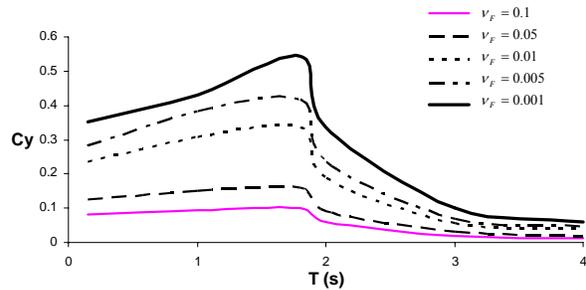
**Figure 1.** SDOF system with EDD



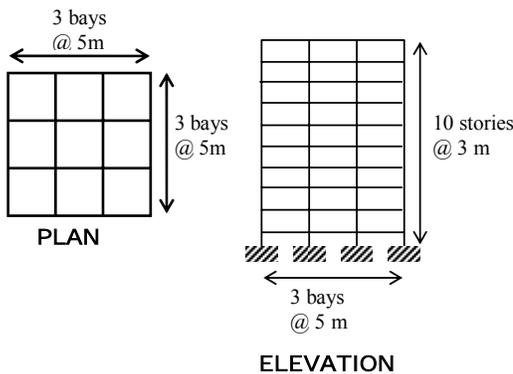
**Figure 2.** Displacement of the EDD and of the main system

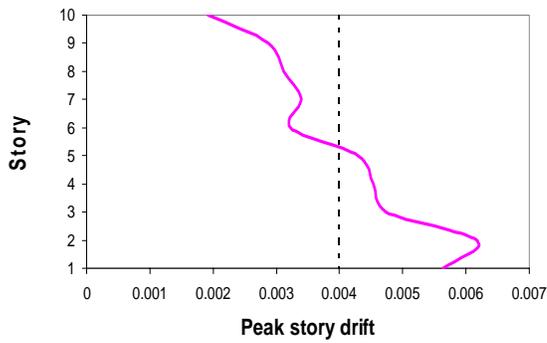


**Figure 3.** a) Yield force coefficient hazard curves combined



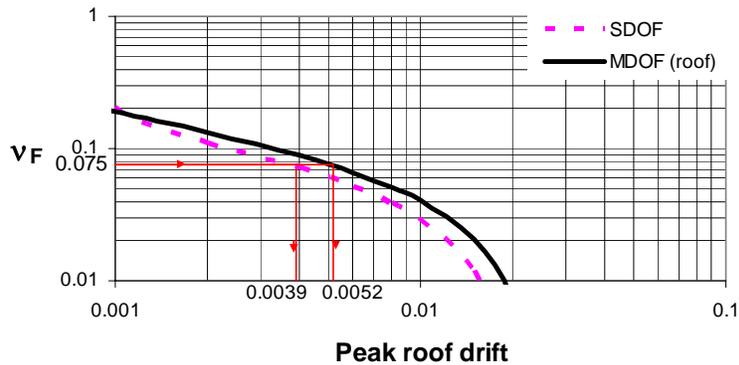
**Figure 4.** UAFR spectra of SDOF systems



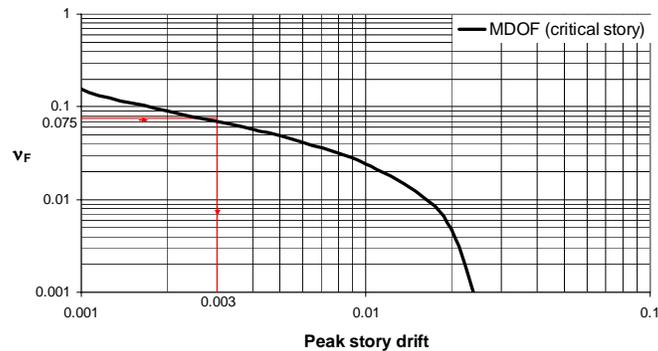


**Figure 5.** Plan and elevation of the building structure to be rehabilitated

**Figure 6.** Peak story drifts of the structure under UAFR spectrum.  $\nu_{Fs} = 0.075$



**Figure 7.** Demand hazard curves associated with the peak story drift of the combined MDOF system and to the peak drift of the SDOF combined system.  $\alpha=0.28$



**Figure 8.** Peak story drift hazard curve used to verify the serviceability condition.  $\alpha = 0.75$ .

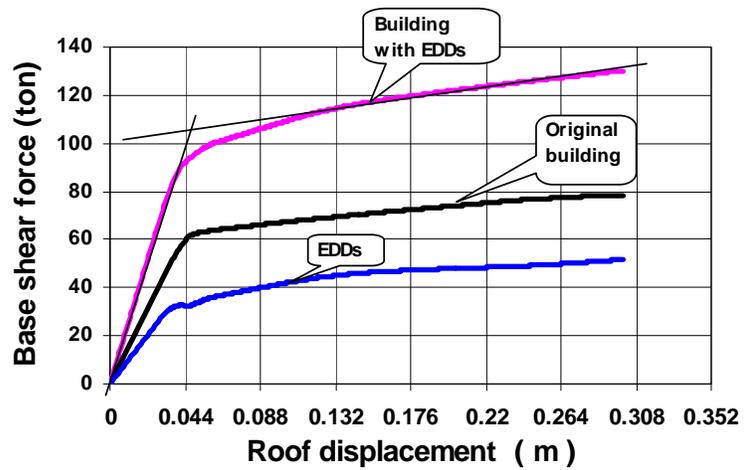


Figure 9. Results from “push-over” analyses

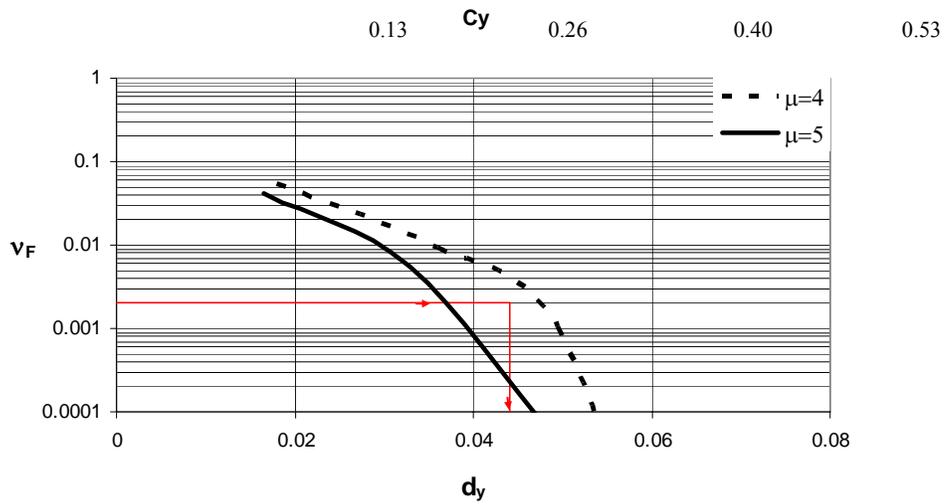


Figure 10. Demand hazard curves for different  $\mu$  values.  $\alpha = 0.75$ ,  $\gamma = 0.63$  and  $T_o = 0.78$ .

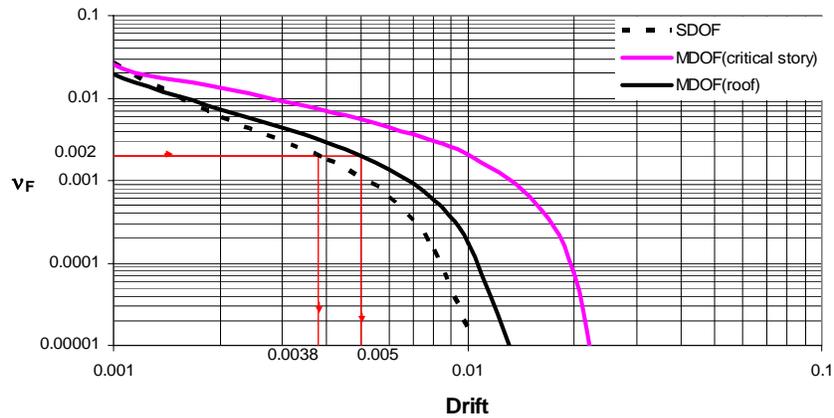
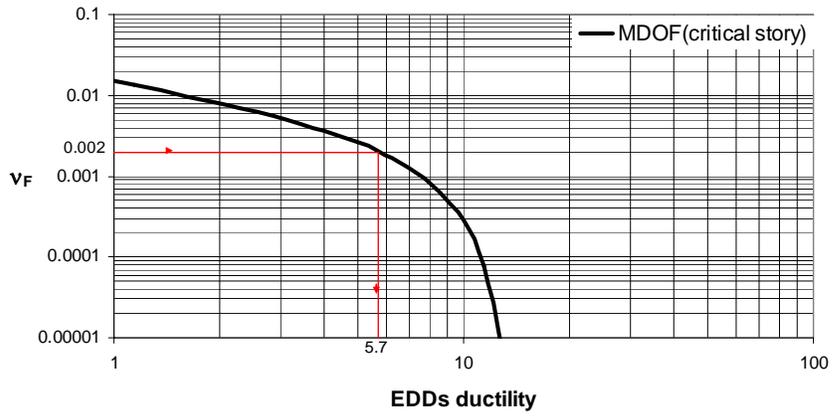


Figure 11. Calculation of the  $CF_2$  correction factor



**Figure 12.** EDD ductility hazard curve.

## *Bibliografía*

- Aguirre M. y Sánchez A. R. (1989), "Pruebas de elementos disipadores de energía sísmica", *Revista de Construcción y Tecnología IMCYC*, Vol. 1, No. 10, pp. 7-18.
- Alamilla J.L. (2001), "Criterios de diseño sísmico basados en confiabilidad para estructuras aporticadas", Tesis presentada en la DEPMI para obtener el grado de Doctor en Ingeniería, UNAM.
- Baber T.T. Y Wen Y.K. (1981), "Random vibration of hysteretic, degrading systems", *Journal of the Engineering Mechanics Division*, Vol. 107, no. EM6, pp. 1069-1087.
- Bertero R. D. y Bertero V. V. (1992), "Tall reinforced concrete buildings: conceptual earthquake-resistant design methodology;" Reporte No. UCB/EERC-92/16; Universidad de California en Berkeley
- Bouc R. (1967), "Forced vibration of mechanical system with hysteresis", *Proceedings 4<sup>th</sup> International Conference Nonlinear Oscillations*, Praga, Checoslovaquia.
- Bojórquez E., Ruiz S. E. y Terán-Gilmore A. (2006), "Evaluación de la energía histerética disipada en marcos de acero a partir de S1GL equivalentes", artículo para su posible publicación en el XV Congreso Nacional de Ingeniería Estructural
- Casciati F. y Faravelli L. (1991), "Fragility analysis of complex structural systems", *Research Studies Press*, Tauton, UK.
- Chan S. M., Ruiz S. E. y Montiel M. A. (2005), "Escalamiento de acelerogramas y número mínimo de registros requeridos para el análisis de estructuras", *Revista de Ingeniería Sísmica*, pp. 1-24.
- Chopra A. K. (2001), "Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering", Prentice Hall.
- Clough R.W. y Penzien J. (1975), "Dynamics of Structures", McGraw-Hill, New York.
- Collins K. R., Wen Y. K. y Foutch D. A. (1995), "Investigation of alternative seismic design procedures for standard buildings", Rep. No. UILU-ENG-95-2003, Universidad de Illinois en Urbana-Champaign.
- Cornell C. A. (1969), "A probability-based structural code". *Journal American Concrete Institute*, ACI, 66, pp. 974-985.

- Cosenza E., Manfredi G. y Ramasco R. (1993), "The use of damage functional in earthquake engineering: a comparison between different methods", *Journal. Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol. 22, pp. 855-868.
- Departamento del Distrito Federal (2004), "Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", *Diario Oficial de la federación*
- Departamento del Distrito Federal (1993), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", *Diario Oficial de la federación*
- Esteva L. (1969), "Bases para la formulación de decisiones de diseño sísmico". Reporte 182, Instituto de Ingeniería (UNAM), México
- Esteva L. (1976), "Seismicity", Capítulo 6, *Seismic risk and engineering decision*, Elsevier, pp. 179-224.
- Esteva L. y Ruiz S. E. (1989), "Seismic failure rates of multistory frames", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 115, no. 2, pp: 268-284.
- Esteva L., Ruiz S. E., y Rivera J. L. (2005), "Reliability- and performance-based seismic design of structures with energy-dissipating devices", 9<sup>th</sup> World Seminar on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Vibration Control of Structures, Kobe, Japan.
- Ghosh y Collins (2002), "Application of uniform hazard energy spectra in reliability-based seismic design", 7<sup>th</sup> U. S.Nat. Conf. on Earthquake. Engrg.
- Grigoriu M., Ruiz S.E. y Rosenblueth E. (1988), "Nonstationary models of seismic ground acceleration", *Earthquake Spectra*, Vol. 4, No. 3, pp. 551-568.
- Inoue T., y Cornell C. A. (1991), "Seismic hazard analysis of MDOF structures", *Proceedings ICASP6, Mexico*, pp. 437-444.
- Kurama Y. C. y Farrow K. T. (2003), "Ground motion scaling methods for different site conditions and structure characteristics", *Journal Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pp. 2425-2450.
- Meli R. y Mendoza C. J. (1991), "Reglas de verificación de concreto", *Revista de Ingeniería*, LXI, México.
- Mendoza E., Díaz O. y Esteva L. (1995), "Consistent-reliability spectra for some nonlinear SDOF systems", *Journal. Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, pp.417-422.
- Mirza S. A. y McGregor J. G.(1979), "Variations in dimensions of reinforced concrete members", *Journal of the Structural Division (ASCE)*, Vol. 105, pp. 751-766.
- Mirza S. A. y McGregor J. G.(1979), "Variability of mechanical properties of reinforcing bars", *Journal of the Structural Division (ASCE)*, Vol. 105, pp. 921-766.
- Montiel M. A. (2006), "Confiabilidad implícita en estructuras convencionales como base para establecer criterios para el diseño sísmico de estructuras reforzadas con disipadores de energía", Tesis presentada en la DEPMI para obtener el grado de Doctor en Ingeniería.

- Nakashima M., Saburi K. y Tsuji B. (1996). "Energy input and dissipation behavior of structures with hysteretic dampers" *J. Earthquake Engrg. & Struct. Dynamics*, 25(5), pp. 483-496.
- Ordaz M., Miranda E. y Avilés J. (2000), "Propuesta de espectros de diseño por sismo para el D. F.", VI Simposio Nacional de Ingeniería Sísmica.
- Park Y.J. y Ang A. H. (1985), "Mechanistic seismic damage model for reinforced concrete", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 111, No. 4, pp. 722-739
- Park Y.J., Ang A. H. y Wen (1986), "Damage-limiting aseismic design of buildings;" *Earthquake Spectra*, Vol. 3, No. 1, pp. 1-26
- Qi X. y Mohele J. P. (1991), "Displacement-based approaches to rational to limit states design of new structures", XI Congreso Europeo sobre Ingeniería Sísmica, Paris, Francia, pp.317-338
- Rivera J. L. (2001), "Respuesta sísmica probabilística de sistemas estructurales simples no lineales". Tesis de maestría, Instituto Politécnico Nacional (I.P.N), Mexico.
- Ruiz S. E. y Badillo H. (2001), "Performance-Based design approach for seismic rehabilitation of buildings with displacement-dependent dissipators", *Earthquake Spectra*, Vol. 17, No. 3, pp. 531-548.
- Ruiz, S. E. y Soriano A. (1997), "Design live loads for office building in Mexico and the United Status", *Journal of Structural Engineering*, Vol. 123, No. 6, pp. 722-739
- Sewell T. y Cornell C. A. (1987), "Prerequisites for the use of artificial accelerograms", 14<sup>th</sup> Regional Seminar on Earthquake Engineering, Australia.
- Shome N. y Cornell C. A. (1998), "Simulation of nonstationary random processes", *Journal of Engineering Mechanics ASCE*, Vol. 93, pp 11-40.
- Silva F. L. (1993), "Criterio para diseño sísmico de estructuras con dispositivos disipadores de energía", Tesis de licenciatura, UNAM
- Silva F. L., Rivera J. L., Ruiz S. E. y Hurtado J. E. (2001), "Influence of the mathematical modeling of the seismic input on the non-gaussian response of non-linear systems", ICOSSAR Conference Proceedings, Newport Beach, CA.
- Springel M. R. (1970), *Estadística*, McGraw-Hill, México.
- Teran-Gilmore A. (1996), "Performance-Based earthquake-resistant design of frame building using energy concepts", Tesis para obtener el grado de doctor, Universidad de California en Berkeley.
- Torres M. A. y Ruiz S. E. (2004), "Design algorithm based on probabilistic seismic demands for buildings rehabilitated with hysteretic energy-dissipating devices", *Earthquake Spectra*, Vol. 20, No. 2, pp. 503-521
- Tsai K-Ch., Chen H.-W., Hong Ch.-P. y Su Y.-F., 1993. "Design of steel triangular plate energy absorbers for seismic-resistant construction", *Earthquake Spectra*, 9(3), pp. 505-528.

- Uang C. M. y Bertero V. V. (1990), "Evaluation of seismic energy in structures", J. Earthquake Engrg. & Struct. Dynamics. Vol. 19, pp. 77-90.
- Villanueva J. y Meli R. (1984), "Análisis estadístico de la resistencia en compresión de concretos fabricados en el D.F.", Informe del Instituto de Ingeniería, UNAM, proyecto 4723.
- Whittaker A., Bertero V., Alonso J. y Thompson C. (1989), "Earthquake simulation testing of steel plate added damping and stiffness elements", Reporte UCB/EERC 89-02.
- Yeh, C. H. y Wen, Y. K. (1989), "Modeling of nonstationary earthquake ground motion and biaxial and torsional response of inelastic structures", Structural Research Series, no. 546, University of Illinois, Urbana, IL.