



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA**

**METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE PRUEBAS DE BOMBEO Y DISEÑO DE**  
**SISTEMAS DE POZOS DE EXTRACCIÓN**

TESIS QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:

MÓNICA MARTÍNEZ LÁZARO

TUTORA:

DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD DE MÉXICO

SEPTIEMBRE, 2018



## **JURADO ASIGNADO**

Presidente: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO

Secretario: DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD

1<sup>er</sup> Vocal: DRA. NORMA PATRICIA LÓPEZ ACOSTA

2<sup>do</sup> Vocal: M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA

3<sup>er</sup> Vocal: DR. JESÚS GRACIA SÁNCHEZ

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS:

Dra. Norma Patricia López Acosta

-----  
FIRMA



## AGRADECIMIENTOS

A **Abraham**, por ser mi mayor inspiración.

A **mis padres** y a **mi hermano Gustavo**, por siempre creer en mí e impulsarme a ser una mejor persona y profesionista.

A la **Universidad Nacional Autónoma de México** por brindarme la mejor educación y por otorgarme las herramientas para alcanzar un sueño más.

A la **Dra. Norma Patricia López Acosta** por confiar en mí, por su infinita paciencia y por mostrarme el camino que debía recorrer.

A mis sinodales **Dr. Gabriel Auvinet**, **Dr. Rigoberto Rivera**, **M.I. Agustín Deméneghi** y **Dr. Jesús Gracia** por su disposición, el tiempo dedicado a la revisión de esta tesis y sus valiosos comentarios.

Al **CONACYT** por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

Al **Instituto de Ingeniería, UNAM (IIUNAM)** por el apoyo recibido y las facilidades otorgadas durante la realización de esta tesis

Se reconoce al **Grupo Aeroportuario de la Ciudad de México (GACM)** por la oportunidad de participar en el proyecto NAIM a través del IIUNAM.

A mis amigos del IIUNAM: **José Alfredo**, **David**, **Eduardo**, **Liliana**, **Víctor** e **Ignacio**, por compartir sus conocimientos, por su gran apoyo, sus consejos y su grata compañía.



## RESUMEN

En diversas actividades y aplicaciones rutinarias de la ingeniería geotécnica, el diseño de sistemas de pozos de bombeo con frecuencia se lleva a cabo a partir de experiencias de campo, con escasa información de las propiedades hidráulicas del subsuelo y sin ejecutar en sitio pruebas de bombeo apropiadas. Estas prácticas empíricas son insuficientes cuando un sistema de pozos de extracción debe implementarse en grandes áreas de estudio y/o en contextos más complejos, donde no se cumplen las suposiciones de estratos horizontales y de espesor constante, o es necesario tomar en cuenta fronteras impermeables y fuentes de recarga, por mencionar algunos.

Los objetivos principales de esta tesis son (a) proponer una metodología para el análisis exhaustivo de pruebas de bombeo que permita determinar propiedades hidráulicas de un acuífero, y (b) de los resultados obtenidos y análisis complementarios de las pruebas de bombeo, proponer una metodología de diseño y evaluación de un sistema optimizado de pozos de extracción. Para lograrlo, se toma el caso de estudio del Nuevo Aeropuerto Internacional de México (el cual se encuentra actualmente en etapa de construcción) en el que se llevaron a cabo cuatro pruebas de bombeo para la caracterización de un estrato permeable y donde se identifica la necesidad de implementar un sistema de pozos de extracción superficiales.

La metodología de análisis propuesta en esta tesis incluye identificar el tipo de acuífero que se está estudiando (confinado, libre o semiconfinado), determinar la solución analítica que representa mejor al caso de estudio según el tipo de prueba de bombeo ejecutada (en condiciones de flujo establecido o transitorio), y complementar la evaluación con modelación numérica 3D utilizando el método de elemento finito (MEF). Los códigos especializados que se emplean son *AquiferTest* para la obtención de parámetros hidráulicos (con la solución analítica de *Theis con corrección de Jacob*), así como el código *SVFlux V2009* para la modelación numérica 3D. Los resultados que se obtienen al aplicar la metodología propuesta para la evaluación de pruebas de bombeo se verifican con mediciones de campo de las cuatro pruebas efectuadas en el sitio de estudio.

Posteriormente, se toman los resultados del análisis de pruebas de bombeo e información del contexto regional del caso de estudio para mostrar la aplicación de la metodología sugerida al diseño y evaluación de un sistema de pozos de extracción. La finalidad del sistema que se propone y evalúa es abatir de forma eficiente el nivel de agua superficial. Los procedimientos que se presentan se enfocan en la optimización de número de pozos y su ubicación en zonas críticas, estimaciones de gastos de operación, y evaluación del desempeño del sistema para abatir los niveles de agua una vez que se alcanza la condición de flujo establecido. Se hace énfasis en la importancia de la modelación 3D del sistema utilizando el método de elemento finito mediante el código especializado *SVFlux V2009* para plasmar la complejidad del contexto regional, en relación a la configuración de los estratos de interés y variaciones en los niveles iniciales de agua. Los resultados que se obtienen permiten identificar las zonas donde se logra la mayor eficiencia del sistema.

Finalmente, se presentan conclusiones y recomendaciones de los análisis realizados, así como otras posibles aplicaciones de la metodología propuesta en este trabajo.

## ABSTRACT

At different activities and on routine applications of geotechnical engineering, the design of pumping well systems often is performed from field experiences, with limited subsoil hydraulic properties information and without having carried out appropriated pumping tests *in situ*. Empirical practices are insufficient when a pumping system has to be implemented on large areas of study and/or under environments that are more complex, where common assumptions such as horizontal strata or constant thickness are not met, or where it is necessary to take into account impermeable frontiers and recharge sources.

The main objectives of this thesis are (a) to propose a methodology that let carry out exhaustive analysis of pumping tests for aquifers hydraulic properties determination, and (b) from the results obtained and complementary analysis of pumping tests, to propose a methodology for the design and evaluation of an optimized pumping-wells-system. To achieve them, the case study of the New International Airport of Mexico (currently in construction phase) is selected where has been performed four pumping tests for the characterization of a permeable stratum and where it has been identified the necessity to implement a superficial-pumping-wells-system.

The methodology of analysis proposed in this thesis include type of aquifer that is studied (confined, unconfined, and leaky-confined aquifer), the determination of analytical solution that better represents the case-study according to the type of pumping test (steady-state or non-equilibrium flow conditions), and the complementary evaluation with 3D numerical modeling using the finite element method (FEM). The specialized software *AquiferTest* is used to obtain hydraulic parameters (with the analytical solution of Theis with Jacob correction), and the software *SVFlux V2009* is used for 3D numerical modeling. The results obtained by applying the suggested methodology are verified with field measurements of the four pumping tests executed *in situ*.

Afterwards, the obtained results from pumping test analysis are taken, as well as information of regional environment from the case study, to show the application of the suggested methodology for design and evaluation of a pumping-wells-system. The purpose of the system that is proposed and evaluated is to drawdown the water table in an efficient way. The presented analysis procedures are focused on wells number optimization and their location on critic zones, pumping rates estimation, and performance evaluation of the system in order to drawdown the water table once steady-state conditions are achieved. Emphasis is placed on the importance on 3D numerical modeling of the system using FEM by the specialized software *SVFlux V2009* to capture regional context complexity, regarding to strata configuration and to initial water table variation. The obtained results let identify the zones where the highest efficiency of the system is achieved.

Finally, conclusions and recommendations are presented concerning to analysis developed, as well as other possible applications of the methodologies proposed in this work.

## SIMBOLOGÍA

$A$	área transversal por donde se da el flujo
$B$	factor de goteo
$D$	espesor de acuífero confinado o semiconfinado
$D'$	espesor del acuitardo
$e$	elemento diferencial
$\phi$	diámetro de pozo
$h$	carga hidráulica en un punto de análisis
$\Delta h$	diferencia de carga entre dos puntos de análisis
$\Delta t$	diferencia de tiempo entre dos momentos de análisis
$\Delta x, \Delta y$	distancia entre nodos en una malla de diferencias finitas
$h_0$	carga hidráulica en el pozo de bombeo
$H$	espesor de suelo saturado inicial en un acuífero libre, condición inicial de carga
$i$	gradiente hidráulico
$J_0$	función de Bessel de primera especie y orden cero
$k$	permeabilidad del acuífero (medio isótropo)
$K$	permeabilidad del acuitardo (medio isótropo)
$k_x, k_y, k_z$	permeabilidad en dirección x,y,z
$k_H$	permeabilidad horizontal
$k_V$	permeabilidad vertical
$K_0$	función de Bessel modificada de segunda especie y orden cero
$\omega$	tasa de goteo en acuíferos semiconfinados
$Q$	gasto o caudal de bombeo
$r$	distancia del eje del pozo de bombeo a un punto de observación
$r_c$	radio efectivo superficial del pozo
$r_o$	radio del pozo (infinitesimal)
$r_w$	radio de extracción en el acuífero
$R_w$	recarga (signo positivo) o bombeo (signo negativo) en el pozo
$R$	radio de abatimiento o de influencia del pozo de bombeo
$s$	abatimiento del nivel del agua respecto a la condición original
$s_0$	abatimiento del nivel del agua en el pozo de bombeo
$s_a$	abatimiento del nivel del agua en el punto de observación $a$ (análisis axisimétrico)
$s^*$	abatimiento corregido para acuíferos libres
$s_m$	abatimiento total alcanzado en cualquier punto de observación $m$ a partir del efecto de un sistema de pozos
$S$	coeficiente de almacenamiento del acuífero
$S'$	coeficiente de almacenamiento del acuitardo
$S_s$	coeficiente de almacenamiento específico del acuífero
$S_y$	coeficiente de rendimiento del acuífero libre
$t$	tiempo
$T$	transmisibilidad
$V_w$	volumen de extracción en el pozo de bombeo

$v_x, v_y, v_z$	gasto por unidad de área en dirección $x, y, z$
$W(u)$	función de pozo de Theis para acuíferos confinados
$W(u, \alpha, \rho)$	función de pozo de Papadopulos-Cooper para pozos de gran diámetro
$W(u, u_y, \Gamma)$	función de pozo de Neuman para acuíferos libres
$W(u, r/B)$	función de pozo de Hantush-Jacob para acuíferos semiconfinados

## CONTENIDO

	Pág.
RESUMEN.....	1
ABSTRACT.....	2
SIMBOLOGÍA .....	1
CONTENIDO .....	i
ÍNDICE DE FIGURAS .....	iii
ÍNDICE DE TABLAS .....	vii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. MARCO TEÓRICO.....	5
2.1 Teoría general de acuíferos y pruebas de bombeo.....	6
2.2 Soluciones analíticas y numéricas para la evaluación de pruebas de bombeo .....	10
2.2.1 Ecuaciones fundamentales de flujo.....	10
2.2.2 Soluciones analíticas en condición de flujo establecido.....	12
2.2.3 Soluciones analíticas en condición de flujo transitorio.....	14
2.2.4 Soluciones numéricas .....	15
2.3 Principio de superposición de pozos.....	18
3. ANTECEDENTES DEL CASO DE ESTUDIO .....	21
3.1 Localización del sitio de interés .....	21
3.2 Descripción de la problemática .....	22
4. METODOLOGÍA SUGERIDA PARA EL ANALISIS DE PRUEBAS DE BOMBEO .....	27
4.1 Descripción de la metodología .....	27
4.2 Consideraciones generales de las pruebas de bombeo.....	29
4.3 Esquemas simplificados de análisis .....	31
4.3 Evaluación de las pruebas de bombeo ejecutadas.....	32
4.3.1 Prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2.....	32
4.3.2 Pruebas de bombeo en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de la de la Pista 2.....	39

4.4 Resumen de resultados y comentarios.....	44
<b>5. APLICACIÓN AL DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UN SISTEMA DE POZOS DE EXTRACCIÓN.....</b>	<b>47</b>
5.1 Descripción de la metodología sugerida.....	48
5.2 Diseño de un sistema superficial de pozos de extracción a partir de un estrato permeable .....	49
5.2.1 Consideraciones generales .....	49
5.2.2 Propuesta de un sistema de pozos de extracción.....	52
5.2.3 Evaluación del sistema.....	53
5.3 Evaluación de un sistema de bombeo superficial activo a partir de drenes horizontales .....	58
5.3.1 Características generales del sistema.....	58
5.3.2 Funcionamiento del sistema.....	60
5.3.3 Evaluación del sistema con modelado numérico.....	61
5.4 Comentarios de la evaluación de sistemas de pozos de extracción.....	65
<b>6. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES .....</b>	<b>69</b>
<b>REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>73</b>
<b>ANEXOS .....</b>	<b>77</b>
<b>ANEXO A: Soluciones analíticas en condición de flujo establecido y transitorio.</b>	<b>79</b>
<b>ANEXO B: Soluciones numéricas en condición de flujo establecido y transitorio .....</b>	<b>101</b>
<b>ANEXO C: Teoría de pozos imagen .....</b>	<b>109</b>
<b>ANEXO D: Evaluación de desempeño de tres sistemas de pozos de extracción a partir de un estrato permeable .....</b>	<b>115</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
<b>Figura 2.1.</b> Clasificación de acuíferos y formaciones confinantes.....	7
<b>Figura 2.2.</b> Clasificación de acuíferos y formaciones confinantes desde el punto de vista hidráulico. ( <i>modificado de González-de-Vallejo et al., 2004</i> ).....	7
<b>Figura 2.3.</b> Elemento diferencial de un medio poroso donde se muestran las condiciones de continuidad de flujo ( <i>modificado de González-de-Vallejo et al., 2004</i> ). ....	11
<b>Figura 2.4.</b> Condiciones de continuidad de flujo y recarga en un elemento diferencial de un medio poroso.....	12
<b>Figura 2.5.</b> Representación del área de estudio de un acuífero mediante soluciones numéricas. ( <i>modificado de Wang y Anderson, 1982</i> ).....	16
<b>Figura 2.6.</b> Caída en el nivel piezométrico debido al bombeo de un sistema de pozos.....	19
<b>Figura 3.1.</b> Ubicación del caso de estudio: Pistas 2 y 3 del NAIM. ....	21
<b>Figura 3.2.</b> Esquema general de sistema precarga-sobrecarga-drenes empleado en el NAIM y hundimientos generados en el NTN. Cadenamiento 4+400 en Pista 2: .....	23
<b>Figura 3.3.</b> Mapa de isoelevaciones del NTN en las Pistas 2 y 3 del NAIM.....	24
<b>Figura 3.4.</b> Mapa de isoniveles de agua superficial (NAF) en las Pistas 2 y 3 del NAIM. ....	25
<b>Figura 4.1.</b> Descripción de la metodología sugerida para análisis de pruebas de bombeo (PB). .....	28
<b>Figura 4.2.</b> Ubicación de pruebas de bombeo en Mapa de isoelevaciones del NTN en las Pistas 2 y 3 del NAIM ( <i>periodo 1 al 15 de marzo de 2018</i> ). ....	29
<b>Figura 4.3.</b> Esquema de pozo de bombeo en la prueba realizada en el Cadenamiento 4+375 de la Pista <sup>o</sup> 2. ....	30
<b>Figura 4.4.</b> Esquema de pozos de bombeo en las pruebas realizadas en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de la Pista 2.....	30
<b>Figura 4.5.</b> Esquemas simplificados de las pruebas de bombeo ejecutadas en la Pista 2 .....	31
<b>Figura 4.6.</b> Ubicación de registros y pozos de observación en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2. ....	32
<b>Figura 4.7.</b> <i>Abatimiento Vs Distancia</i> en la prueba de bombeo del Cadenamiento 4+375 de Pista 2. ....	33
<b>Figura 4.8.</b> Gráfico <i>Abatimiento Vs Tiempo</i> de la prueba de bombeo en Cadenamiento 4+375, Pista 2. ....	36
<b>Figura 4.9.</b> Modelo numérico en 3D de la prueba de bombeo en Cadenamiento 4+375 de Pista 2 .....	37
<b>Figura 4.10.</b> Perfiles de abatimiento para diferentes permeabilidades del tezontle, obtenidos de la modelación numérica 3D en la prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de Pista 2... 38	38
<b>Figura 4.11.</b> Radio de influencia <i>R</i> de la prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de Pista 2, estimado con modelación numérica 3D bajo y con la formula empírica de <i>Sichardt</i> . ... 38	38
<b>Figura 4.12.</b> <i>Gasto Vs Permeabilidad</i> : gráfico comparativo de resultados de solución analítica (permeabilidad) y resultados de la modelación numérica 3D (gasto). ....	39
<b>Figura 4.13.</b> Ubicación de los pozos de bombeo y observación de las pruebas realizadas en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de Pista 2 .....	40

<b>Figura 4.14.</b> Gráfico <i>Abatimiento Vs Tiempo</i> de la prueba de bombeo en Cadenamiento 1+925, Pista 2. ....	43
<b>Figura 4.15.</b> Gráfico <i>Abatimiento Vs Tiempo</i> de la prueba de bombeo en Cadenamiento 3+065, Pista 2. ....	43
<b>Figura 4.16.</b> Gráfico <i>Abatimiento Vs Tiempo</i> de la prueba de bombeo en Cadenamiento 4+600, Pista 2. ....	44
<b>Figura 4.17.</b> Ubicación de pruebas de bombeo y resultados de propiedades hidráulicas del tezontle en Pista 2 del NAIM. ....	46
<b>Figura 5.1</b> Descripción de la metodología sugerida para el diseño de un sistema de pozos de extracción. ....	48
<b>Figura 5.2.</b> Mapa de isoelevaciones del NTN en la Pista 2 del NAIM (al período del 1 al 15 de marzo de 2018). ....	50
<b>Figura 5.3.</b> Mapa de isoniveles del NAF en la Pista 2 del NAIM (al período del 1 al 15 de marzo de 2018). ....	50
<b>Figura 5.4.</b> Condiciones iniciales en la Pista 2 para la modelación numérica 3D del sistema de pozos de bombeo. ....	51
<b>Figura 5.5.</b> Corte longitudinal de elevaciones del nivel del terreno natural, precarga, sobrecarga y variación del NAF en la Pista 2 (al período del 1 al 15 de marzo de 2018). ....	52
<b>Figura 5.6.</b> Ubicación en planta de pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM. ....	53
<b>Figura 5.7.</b> Sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM. ....	53
<b>Figura 5.8.</b> Malla de elementos finitos y condiciones de frontera del modelo 3D para evaluación de un sistema de pozos de extracción. ....	54
<b>Figura 5.9.</b> Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2. ....	55
<b>Figura 5.10.</b> Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 0+000 a 0+800. ....	55
<b>Figura 5.11.</b> Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 0+800 a 1+800. ....	56
<b>Figura 5.12.</b> Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 1+800 a 2+800. ....	56
<b>Figura 5.13.</b> Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 2+800 a 3+800. ....	57
<b>Figura 5.14.</b> Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 3+800 a 5+000. ....	57
<b>Figura 5.15.</b> Esquema de pozos colectores del sistema de bombeo superficial activo implementado en la Pista 3 del NAIM. ....	59
<b>Figura 5.16.</b> Primera fase de sistema de bombeo superficial activo implementado en la Pista 3 del NAIM, ubicación de drenes horizontales (D-00 a D-09) y pozos colectores (P-00 a P-19)..	59
<b>Figura 5.17.</b> Monitoreo de niveles de agua abatidos a partir del funcionamiento del sistema de bombeo activo en Pista 3, NAIM (período de análisis: 24 días, durante junio de 2018) .....	60
<b>Figura 5.18.</b> Mapa de isoelevaciones del NTN en la Pista 3 del NAIM (al período del 1 al 15 de junio de 2018). ....	61
<b>Figura 5.19.</b> Modelo numérico 3D para la evaluación del sistema de bombeo activo implementado en la Pista 3. ....	62
<b>Figura 5.20.</b> Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 0+000 a 0+300 en Pista 3 a partir del sistema de bombeo activo. ....	63
<b>Figura 5.21.</b> Corte transversal en Cadenamiento 0+020 en Pista 3: resultado del modelado numérico 3D del dren horizontal D-01. ....	63

<b>Figura 5.22.</b> Corte transversal en Cadenamiento 0+120 en Pista 3: resultado del modelado numérico 3D del dren horizontal D-02.....	64
<b>Figura 5.23.</b> Corte transversal en Cadenamiento 0+220 en Pista 3: resultado del modelado numérico 3D del dren horizontal D-03.....	64
<b>Figura 5.24.</b> Corte transversal en Cadenamiento 0+520 en Pista 3.....	65
<b>Figura A.1.</b> Acuífero confinado y variables de interés.....	79
<b>Figura A.2.</b> Recta <i>abatimiento-distancia</i> en escala semilogarítmica.....	80
<b>Figura A.3.</b> Acuífero libre y variables de interés.....	81
<b>Figura A.4.</b> Acuífero semiconfinado y variables de interés.....	82
<b>Figura A.5.</b> Función $K_0(r/B)$ para acuífero semiconfinado en régimen permanente.....	83
<b>Figura A.6.</b> Función de pozo Theis o gráfico patrón (escala doble logarítmica): .....	84
<b>Figura A.7.</b> Recta de Jacob ( <i>modificado de Villanueva e Iglesias, 1984</i> ). .....	86
<b>Figura A.8.</b> Esquema de análisis de pozo de gran diámetro.....	87
<b>Figura A.9.</b> Solución gráfica de la función $F(uw, \alpha)$ para $\alpha = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$ y $10^{-5}$ .....	88
<b>Figura A.10.</b> Curvas teóricas de Neuman que describen la condición de flujo transitorio para acuíferos libres ( <i>modificado de Cheng, 2000</i> ).....	91
<b>Figura A.11.</b> Curvas teóricas de Hantush-Jacob que describen la condición de flujo transitorio para acuíferos semiconfinados, considerando diferentes valores de $r/B = \beta$ ( <i>modificado de Cheng, 2000</i> ).....	93
<b>Figura B.1.</b> Fragmento de malla de diferencias finitas donde se indica la notación utilizada para referir un nodo cualquiera en el sistema. ( <i>modificado de Wang y Anderson, 1982</i> ).....	102
<b>Figura B.2.</b> Condiciones de frontera indicadas en problemas de flujo establecido a través de pozos.....	103
<b>Figura B.3.</b> Volumen infinitesimal de un acuífero libre donde la superficie superior representa la superficie libre del agua ( <i>modificado de Wang y Anderson, 1982</i> ).....	104
<b>Figura B.4.</b> Malla de elemento finito para un problema que cumple las condiciones de flujo establecido de Laplace. ( <i>modificado de Wang y Anderson, 1982</i> ) .....	107
<b>Figura B.5.</b> Nomenclatura de identificación de nodos en un elemento triangular cualquiera .	108
<b>Figura C.1.</b> Vista en sección de un pozo de bombeo en un acuífero semi-infinito delimitado por un arroyo de gran longitud, y su sistema hidráulico equivalente en un acuífero infinito ( <i>modificado de Ferris et al., 1962</i> ).....	110
<b>Figura C.2.</b> Vista en sección de un pozo de bombeo en un acuífero semi-infinito delimitado por una formación impermeable, y su sistema hidráulico equivalente en un acuífero infinito ( <i>modificado de Ferris et al., 1962</i> ).....	111
<b>Figura C.3.</b> Vista en planta de un acuífero limitado por dos fronteras que se intersectan a un ángulo de $90^\circ$ , y su sistema hidráulico equivalente en un acuífero infinito ( <i>modificado de Ferris et al., 1962</i> ). .....	112
<b>Figura C.4.</b> Geometría de localización de un punto en una frontera hidráulica, respecto a la ubicación de un pozo de bombeo y un pozo de observación cercano ( <i>modificado de Ferris et al., 1962</i> ). .....	113
<b>Figura D.1.</b> Ubicación en planta de pozos de bombeo con separación transversal de 200 m en la Pista 2 del NAIM.....	115
<b>Figura D.2.</b> Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 60 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM. ....	115

<b>Figura D.3.</b> Ubicación en planta de pozos de bombeo con separación transversal de 100 m en la Pista 2 del NAIM.....	116
<b>Figura D.4.</b> Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM. ....	116
<b>Figura D.5.</b> Ubicación en planta de pozos de bombeo con separación transversal de 50 m en la Pista 2 del NAIM.....	117
<b>Figura D.6.</b> Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 190 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM. ....	117
<b>Figura D.7.</b> Comparación de perfiles de abatimiento de tres propuestas de sistemas de pozos de extracción en la Pista 2 del NAIM. ....	119

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
<b>Tabla 2.1.</b> Clasificación de acuíferos desde el punto de vista hidrogeológico.....	6
<b>Tabla 2.2.</b> Clasificación de acuíferos desde el punto de vista hidráulico.....	6
<b>Tabla 2.3.</b> Tipos de pruebas de bombeo ( <i>modificado de Villanueva e Iglesias, 1984</i> ).....	8
<b>Tabla 2.4.</b> Métodos analíticos para evaluación de pruebas de bombeo en condiciones de flujo establecido .....	13
<b>Tabla 2.5.</b> Métodos analíticos para evaluación de pruebas de bombeo en condiciones de flujo transitorio.....	14
<b>Tabla 2.6.</b> Soluciones numéricas por el MDF para para la evaluación de pruebas de bombeo	17
<b>Tabla 4.1.</b> Propiedades hidráulicas del terreno natural (FAS) consideradas para el análisis....	31
<b>Tabla 4.2.</b> Resumen de mediciones de <i>abatimiento Vs tiempo</i> de la prueba de bombeo realizada en el.....	34
<b>Tabla 4.3.</b> Resultados de la evaluación de la prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2.....	36
<b>Tabla 4.4.</b> Mediciones de <i>abatimiento Vs tiempo</i> de la prueba de bombeo realizada en el.....	40
<b>Tabla 4.5.</b> Mediciones de <i>abatimiento Vs tiempo</i> de la prueba de bombeo realizada en el.....	41
<b>Tabla 4.6.</b> Mediciones de <i>abatimiento Vs tiempo</i> de la prueba de bombeo realizada en el.....	41
<b>Tabla 4.7.</b> Mediciones de <i>abatimiento Vs tiempo</i> de la prueba de bombeo realizada en el.....	42
<b>Tabla 4.8.</b> Resultados de las pruebas de bombeo en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 .....	43
<b>Tabla 4.9.</b> Resumen de pruebas de bombeo realizadas en la Pista 2 y parámetros hidráulicos obtenidos de su evaluación.....	45
<b>Tabla 5.1.</b> Propiedades hidráulicas de los estratos de interés para el diseño del sistema de pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM .....	50
<b>Tabla 5.2.</b> Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido. ....	54
<b>Tabla 5.3.</b> Condiciones de operación en los pozos colectores de la Pista 3 .....	60
<b>Tabla 5.4.</b> Comparación de mediciones de campo y resultados de la modelación numérica 3D de drenes horizontales D-01, D-02 y D-03 en la Pista 3 (periodo de análisis: 20 días, junio de 2018). ....	63
<b>Tabla A.1.</b> Valores de la función $K0(r/B)$ para acuífero semiconfinado en régimen permanente. ....	93
<b>Tabla A.2.</b> Valores de la función de pozo de Theis $W(u)$ para acuífero confinado en régimen transitorio.....	94
<b>Tabla A.3.</b> Valores de la función de pozo de Papadopulos-Cooper $F(uw, \alpha)$ para pozos de gran diámetro .....	95
<b>Tabla A.4.</b> Valores de la función de pozo de Neuman $W(u, uy, \Gamma)$ considerando $\sigma = 1 \times 10^{-4}$ para acuífero semiconfinado en régimen transitorio .....	96
<b>Tabla A.5.</b> Valores de la función de pozo de Hantush-Jacob $Wu, rB$ para acuífero libre en régimen transitorio.....	99
<b>Tabla D.1.</b> Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 60 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido. ....	116

**Tabla D.2.** Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido. .... 117

**Tabla D.3.** Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 190 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido. .... 118

## 1. INTRODUCCIÓN

La ingeniería geotécnica en México se encuentra en un proceso de intenso desarrollo y demanda la constante búsqueda de soluciones innovadoras a problemas cada vez más complejos, así como la documentación de procedimientos que permitan replicarlas a futuras aplicaciones.

En este sentido, un tema en el que se visualiza la oportunidad de realizar aportaciones técnicas es el estudio detallado de pruebas de bombeo para caracterización de acuíferos y su aplicación al diseño de sistemas de pozos de extracción. Tradicionalmente, la aplicación de estos sistemas a diferentes problemas prácticos de la ingeniería geotécnica se hace de forma empírica, sin estudiar a fondo conceptos básicos de la teoría de acuíferos, flujo de agua a través de estratos permeables, interpretación de pruebas de bombeo y, sobre todo, sin contar con análisis teóricos y numéricos rigurosos que permitan vincular la evaluación de pruebas de bombeo al diseño de sistemas de pozos de extracción.

Los fundamentos teóricos del estudio de flujo de agua a través de pozos en condición establecida para la evaluación de propiedades hidráulicas de acuíferos se establecen en el siglo XIX con los trabajos de Henry Darcy (1803-1858), Jules Dupuit (1804-1866), Adolph Thiem (1836-1908) y Phillipp Forchheimer (1852-1933). A principios del siglo XX, Charles V. Theis (1900-1987) desarrolla el primer modelo matemático para el estudio de flujo de agua bajo condiciones transitorias, sentando las bases de posteriores soluciones analíticas aplicadas a condiciones de flujo más complejas. Las aportaciones más destacadas en el ámbito de hidrogeología aplicada corresponden a Charles E. Jacob (1914 – 1970), Mahdi S. Hantush (1921 – 1984), Paul A. Whitherspoon (1919 – 2012) y Shlomo P. Neuman (1938 –). Adicionalmente al desarrollo de soluciones analíticas, en los años setenta surgen métodos numéricos, como el de diferencias finitas (MDF) y el de elementos finitos (MEF), que con el tiempo han superado las limitaciones y

alcances de las soluciones analíticas y han permitido generar modelos más complejos, y con ello, efectuar análisis realistas.

A pesar del extenso estudio sobre el tema, actualmente en México no se cuenta con una metodología que muestre la aplicación de soluciones teóricas y numéricas al análisis detallado de pruebas de bombeo para la obtención de parámetros hidráulicos del subsuelo, y su posterior integración al diseño de sistemas de pozos de extracción. La importancia de desarrollar un trabajo de investigación en esta área se fundamenta en los siguientes puntos:

- El análisis del flujo de agua aplicando la teoría de pozos no es una práctica común en el ámbito de la ingeniería aplicada.
- Se tienen limitaciones para realizar estudios detallados de flujo de agua en suelos y a través de pozos, ya que con frecuencia la información de propiedades hidráulicas y parámetros de evaluación es escasa o nula.
- Generalmente, en la ingeniería práctica se recurre al uso e implementación de sistemas de pozos de bombeo basados principalmente en experiencias de campo para aplicaciones rutinarias.
- Aquellos proyectos en los cuales se tiene conocimiento del uso de sistemas de pozos para diversas aplicaciones en ingeniería civil no documentan procedimientos de análisis para el diseño, implementación y evaluación del sistema.

Los objetivos principales de esta tesis son los siguientes:

- (a) Proponer una metodología integral para el análisis riguroso de pruebas de bombeo, con el propósito de determinar propiedades hidráulicas de un acuífero o estrato permeable.
- (b) De los resultados obtenidos y análisis complementarios de las pruebas de bombeo, proponer una metodología de diseño y evaluación de un sistema optimizado de pozos de extracción.

Para cumplir con los objetivos planteados en este trabajo, se expone un caso de estudio donde se han llevado a cabo ensayos de bombeo y donde se visualiza la necesidad de implementar un sistema de pozos de extracción para el abatimiento y control del nivel de agua superficial.

Las aplicaciones de esta metodología se pueden extender a diversas actividades y problemas de interés para la ingeniería geotécnica como son excavaciones profundas, estabilidad de taludes, técnicas de mejoramiento de suelo, y hundimiento regional.

Este trabajo se compone de seis capítulos:

*Capítulo 1: Introducción.* Se establece la importancia del tema de investigación y se define el objetivo general de la tesis.

*Capítulo 2: Marco teórico.* Se resumen los conceptos fundamentales para el estudio de acuíferos, análisis de flujo de agua a través de pozos y evaluación de pruebas de bombeo. Se indican las soluciones analíticas y numéricas más representativas para el estudio de problemas de flujo a través de pozos en condición establecida y transitoria, según el tipo de acuífero que se requiere

evaluar. En los Anexos A y B se presenta el desarrollo matemático de las soluciones analíticas y numéricas aplicables al caso de estudio.

*Capítulo 3: Antecedentes del caso de estudio.* A partir de un caso de estudio, se describe la problemática que sugiere la implementación de un sistema de pozos de extracción para el abatimiento del nivel de aguas superficiales y la necesidad de documentar una metodología de evaluación de pruebas de bombeo para su aplicación al diseño de dicho sistema.

*Capítulo 4: Metodología sugerida para el análisis de pruebas de bombeo.* Se describe la metodología sugerida para la evaluación de pruebas de bombeo con herramientas analíticas y numéricas para definir los parámetros hidráulicos de los estratos de interés, donde se desea abatir el nivel de agua superficial. Se presenta la aplicación de la metodología a cuatro pruebas de bombeo realizadas en el área de estudio y se validan los resultados obtenidos con mediciones de campo. Al final del capítulo, se presenta una discusión de los resultados obtenidos y recomendaciones para futuros ensayos de este tipo.

*Capítulo 5: Aplicación al diseño de un sistema de pozos de extracción.* A partir de los resultados obtenidos de la evaluación de pruebas de bombeo, se toma la información disponible del caso de estudio para mostrar la aplicación de la metodología para el diseño de una propuesta de sistema de pozos de extracción, que se enfoca en la optimización del número de pozos y su ubicación en zonas críticas, estimaciones de gastos de operación, y evaluación del abatimiento de los niveles de agua, mediante el uso de un código especializado de modelación numérica. Adicionalmente, del caso de estudio se presenta la evaluación de la primera fase de un sistema de bombeo activo superficial actualmente en funcionamiento para mostrar la aplicación de la metodología propuesta, comparándose los resultados del modelo numérico 3D con los registros de campo.

*Capítulo 6: Comentarios finales y conclusiones.* Se presentan comentarios finales de la metodología sugerida, de limitaciones y alcances de los análisis, y de los resultados obtenidos. Al final se dan recomendaciones para futuras aplicaciones.



## 2. MARCO TEÓRICO

La modelación y estudio de acuíferos y ensayos de bombeo debe ser abordado desde diferentes ángulos y apoyándose de diversas disciplinas, como son geología, hidrología, mecánica de suelos, e hidráulica, por mencionar las más importantes. La *hidrogeología* es el estudio de la interacción espacio-tiempo entre suelo y rocas con el agua subterránea dentro de un contexto geológico regional, mientras que la *geohidrología* se encarga de estudiar el flujo de agua a través del subsuelo, considerando también su comportamiento a través de pozos. Por otro lado, la mecánica de suelos y la hidráulica proporcionan los fundamentos para poder describir las características y propiedades de suelos y rocas que permiten el flujo de agua a través de sus poros.

En este capítulo se presentan los conceptos básicos de acuíferos y sus características, descripción de pruebas de bombeo, así como soluciones teóricas y numéricas para poder obtener parámetros hidráulicos del subsuelo a partir de dichas pruebas.

## 2.1 TEORÍA GENERAL DE ACUÍFEROS Y PRUEBAS DE BOMBEO

### Conceptos básicos

Acuífero: estrato de suelo o roca dentro de una formación, grupo de formaciones o parte de una formación que se encuentra saturado y es suficientemente permeable para almacenar y transmitir agua a pozos y manantiales (Fetter, 2014). Los acuíferos pueden clasificarse desde un punto de vista hidrogeológico e hidráulico, según se muestra en la Tabla 2.1, Tabla 2.2, Figura 2.1, y Figura 2.2.

**Tabla 2.1.** Clasificación de acuíferos desde el punto de vista hidrogeológico  
(modificado de González-de-Vallejo et al., 2004)

Formación geológica	Descripción	Capacidad almacenamiento	Capacidad drenaje	Capacidad transmisión	Litología característica
<b>Acuíferos</b>	Elementos que permiten alto grado de comunicación a grandes distancias.	Alta	Alta	Alta	<u>Permeable</u> gravas, arenas, calizas fracturadas
<b>Acuitardos</b>	Elementos transmisores del agua en recargas verticales a través de grandes superficies.	Alta	Media a baja	Baja	<u>Semipermeable</u> limos, arenas limosas, arenas arcillosas
<b>Acuícludos</b>	Elemento en el que el agua se encuentra encerrada en los poros de la formación y no puede ser liberada.	Alta	Baja a Nula	Baja a Nula	<u>Impermeable</u> arcillas, arcillas plásticas, limos arcillosos
<b>Acuífugos</b>	Formación impermeable ante la ausencia de fracturas.	Nula	Nula	Nula	<u>Impermeable</u> , rocas compactas, granitos, gneises, mármoles, calizas

**Tabla 2.2.** Clasificación de acuíferos desde el punto de vista hidráulico

Tipo de acuífero	Descripción	Condiciones de flujo
<b>Cautivo o confinado</b>	Acuífero confinado por formaciones de permeabilidad muy baja a nula. El nivel piezométrico equivalente está por encima de la superficie freática (NAF), indicando la presión en el acuífero.	Flujo radial, únicamente se tiene componente horizontal.
<b>Libre o no confinado</b>	Acuífero donde no se presentan estratos confinantes entre la zona saturada y la superficie libre del agua. En la superficie freática (NAF) la presión es igual a la atmosférica.	Flujo no radial, se tienen componentes horizontal y vertical.
<b>Semiconfinado</b>	Acuífero confinado en la parte superior por una formación de media a baja permeabilidad que permite goteo o recarga vertical.	Flujo radial a nivel del acuífero. Recarga vertical proveniente del acuitardo.

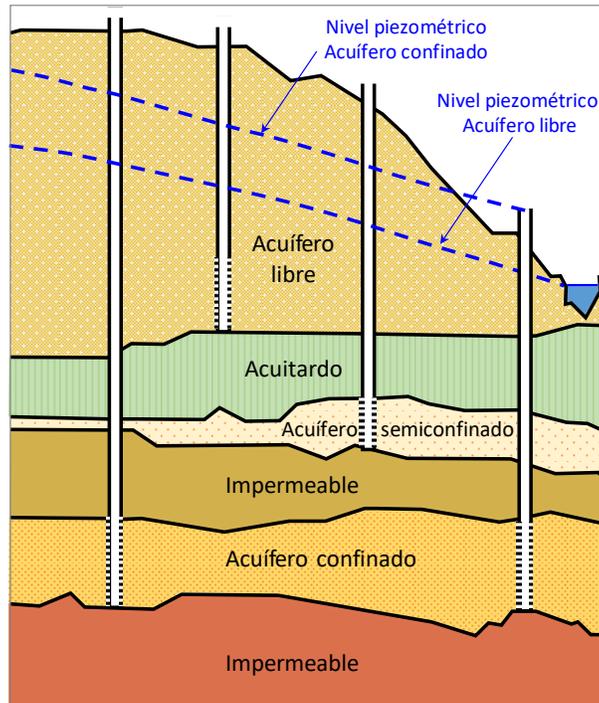


Figura 2.1. Clasificación de acuíferos y formaciones confinantes (modificado de González-de-Vallejo et al., 2004).

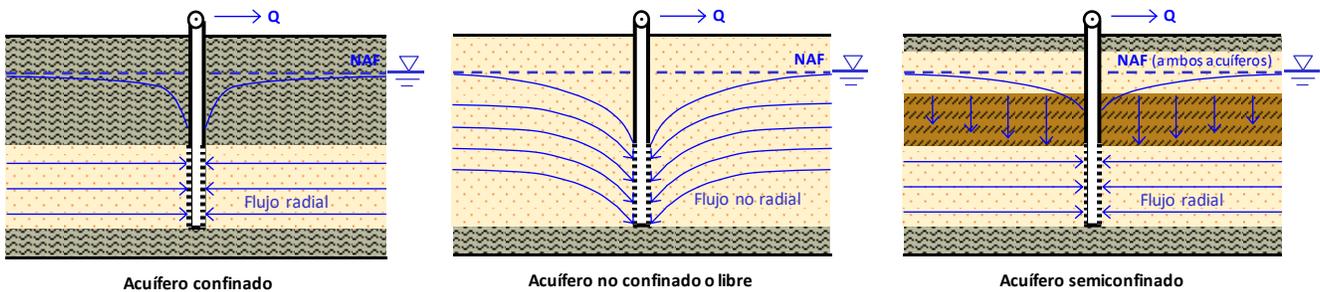


Figura 2.2. Clasificación de acuíferos y formaciones confinantes desde el punto de vista hidráulico. (modificado de González-de-Vallejo et al., 2004).

### Parámetros hidrogeológicos

- **Permeabilidad  $k$  [L/t]:** es el parámetro que describe la tasa a la que un fluido puede moverse a través de un medio poroso, bajo la influencia de un gradiente hidráulico.
- **Transmisibilidad  $T$  [L<sup>2</sup>/t]:** La transmisibilidad describe la capacidad del acuífero para ceder agua y está en función de las propiedades del fluido y del medio poroso. Se expresa como la permeabilidad  $k$  por el espesor del acuífero  $D$ .

- **Coefficiente de almacenamiento específico  $S_s$  [ $L^{-1}$ ]:** Parámetro que se define como el volumen de agua liberado por un prisma de base unitaria y de altura equivalente a la del acuífero, debido al descenso de un metro del nivel piezométrico.
- **Coefficiente de almacenamiento  $S$  [adimensional]:** Parámetro adimensional que se define como el volumen de agua que puede liberar una unidad horizontal de área del acuífero debido al descenso de un metro del nivel piezométrico. El coeficiente de almacenamiento  $S$  se expresa como el coeficiente de almacenamiento específico  $S_s$  por el espesor del acuífero  $D$ . El coeficiente de almacenamiento es dependiente de la conductividad hidráulica y de las condiciones de frontera, y se expresa en función del tiempo.

Pruebas de bombeo

Las pruebas de bombeo son el método más apropiado para obtener los parámetros hidrogeológicos de un acuífero. Las expresiones que se emplean para su evaluación consideran el régimen de flujo alcanzado durante el ensayo. En el caso de un régimen constante o establecido, los niveles de agua en el pozo de bombeo y los pozos de observación permanecen constantes después de cierto tiempo de bombeo, analizándose el descenso total alcanzado en cada uno de los puntos de observación. Por otro lado, en el régimen variable o transitorio se evalúa el comportamiento del descenso de los niveles de agua a lo largo del tiempo, incluso sin alcanzarse la estabilidad.

Los tipos de ensayos de bombeo más comunes se resumen en la Tabla 2.3.

**Tabla 2.3.** Tipos de pruebas de bombeo (*modificado de Villanueva e Iglesias, 1984*)

Tipo de prueba	Tipo de caudal	Condiciones de análisis	Descripción
<b>Bombeo</b>	<b>Gasto constante</b>	Régimen constante o establecido	Evaluación de descenso de niveles una vez que se mantienen constantes en el tiempo.
		Régimen variable o transitorio	Evaluación de variación de descenso de niveles en un periodo determinado.
	<b>Gasto Variable</b>	Bombeo a gasto crítico	Se mantiene constante un nivel de agua predeterminado, variando el bombeo durante el tiempo.
		Bombeo escalonado	Se mide la variación de nivel agua al modificar el gasto.
<b>Recuperación</b>	<b>Gasto nulo</b>	Régimen variable o transitorio	Evaluación de recuperación o ascenso de niveles, una vez detenido el bombeo, hasta alcanzar condiciones iniciales.

La información preliminar que debe conocerse antes de ejecutar un ensayo de bombeo, así como revisiones adicionales antes de iniciar la prueba, se indican a continuación:

- Estudios previos geológico e hidrológicos para conocer el tamaño de la cuenca y la mejor posición (distancia y orientación) de los pozos de bombeo y observación. Se

requiere conocer ubicación de arroyos, manantiales, lagunas, zonas pantanosas y cualquier cuerpo de agua de interés. De ser posible, identificar a partir de estos estudios el tipo de acuífero que se desea estudiar.

- Estudios de caracterización geotécnica y análisis de sondeos realizados en la zona de interés. Se requiere conocer niveles iniciales de agua, detalles de estratificación y propiedades generales de los suelos para poder definir la profundidad y tubería de captación del pozo de bombeo.
- Realizar pruebas de aforo que permitan definir el o los gastos de bombeo adecuados durante la ejecución de la prueba, según el equipo disponible y el tipo de prueba de se ejecute.
- Previo a la medición de variaciones de niveles de agua ante un gasto de extracción, se corrobora que el pozo se encuentre limpio (que no contenga recortes de perforación), que la calidad el agua se mantenga constante después de haber limpiado el pozo, y que no presente turbiedad ni cambios bruscos o intermitencias en el flujo.
- La duración de los ensayos está en función de la distancia entre el pozo de bombeo y los pozos de observación. A mayor distancia entre los pozos es necesaria una mayor duración de la prueba.

Durante la ejecución de la prueba, la frecuencia de medición de niveles de agua en todos los puntos de observación debe ser tal que se cuente con lecturas uniformemente espaciadas en una escala logarítmica. En las primeras tres horas, el intervalo de medición es de minutos, posteriormente, el espaciamiento puede ser de 30 minutos. Cuando han transcurrido varias horas, o un día, se pueden hacer lecturas en un espacio corto de tiempo y evaluar la evolución del descenso (Villanueva e Iglesias, 1984). Para poder determinar que se ha alcanzado una condición de flujo establecido, las mediciones de niveles de agua en los pozos de observación ya no varían en el tiempo, siempre que se mantenga un gasto constante en el pozo de bombeo.

En caso de contar con pruebas de bombeo previas realizadas en zonas vecinas o cercanas, se sugiere comparar los datos obtenidos de dichos estudios (niveles piezométricos, tiempo de estabilización del flujo, gastos de bombeo empleados, etc.) con las pruebas recientemente ejecutadas, a fin de identificar tendencias o comportamientos similares.

## 2.2 Soluciones analíticas y numéricas para la evaluación de pruebas de bombeo

### 2.2.1 Ecuaciones fundamentales de flujo

El estudio de flujo de agua en acuíferos y su comportamiento durante pruebas de bombeo o inyección se basa en las ecuaciones fundamentales que estudian el flujo de agua en medios porosos.

La Ley de Darcy establece la relación entre un caudal que atraviesa un medio poroso y las características de dicho medio:

$$Q = -kAi \quad (2.1)$$

Donde:

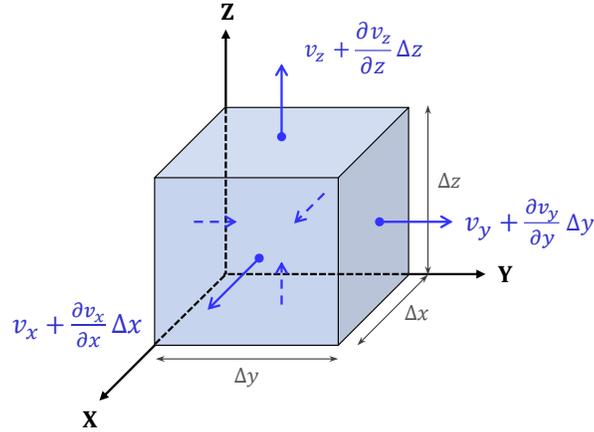
$Q$	gasto o caudal [ $L^3/t$ ]
$k'$	permeabilidad [ $L/t$ ]
$A$	área trasversal por donde se da el flujo [ $L^2$ ]
$i$	gradiente hidráulico [adimensional], que a su vez se define como pérdida de carga por unidad de longitud: $\Delta h/L$

La expresión (2.1) es válida para condiciones de flujo laminar, por lo que todos los problemas que se estudian de flujo de agua a través de acuíferos y pozos de bombeo o inyección se asumen que cumplen con esta condición.

La ecuación de continuidad de flujo estacionario establece, de forma general, que el agua que entra es igual al agua que sale en un elemento diferencial que sea representativo del medio poroso, manteniéndose constante la carga piezométrica en un punto de análisis, independientemente del tiempo:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (2.2)$$

Los términos  $v_x$ ,  $v_y$ , y  $v_z$  representan el gasto por unidad de área ( $Q/A$ ) que atraviesa cada una de las caras en dirección  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , mientras que  $v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x}$ ,  $v_y + \frac{\partial v_y}{\partial y}$ ,  $v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z}$  representan las salidas en las caras opuestas (Figura 2.3).



**Figura 2.3.** Elemento diferencial de un medio poroso donde se muestran las condiciones de continuidad de flujo (modificado de González-de-Vallejo et al., 2004).

La ecuación fundamental de Laplace representa las condiciones de flujo en régimen estacionario o permanente, considerando la ausencia de fuentes o cavernas, y se obtiene aplicando conjuntamente la Ley de Darcy (2.1) y la ecuación de continuidad de flujo (2.2):

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (2.3)$$

La ecuación de Poisson, a diferencia de la ecuación de Laplace, establece que la suma de entradas y salidas de agua debe ser igual a la aportación de bombeo o recarga, bajo condiciones de flujo estacionario. Para ello, se integra el término de recarga ( $R_w$ , valor positivo) o bombeo ( $R_w$ , valor negativo) y transmisibilidad  $T$  en la expresión:

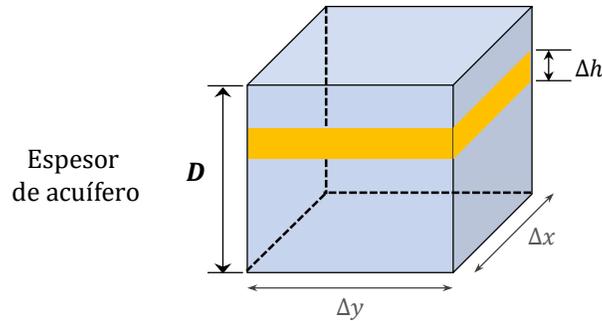
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{R_w}{T} = 0 \quad (2.4)$$

Donde  $R_w$  se define como el gasto  $Q$  que atraviesa una unidad de acuífero  $\Delta x \Delta y$  y la transmisibilidad  $T$  se define como la permeabilidad  $k$  multiplicada por el espesor del acuífero  $D$ .

La ecuación de flujo en régimen transitorio involucra el factor tiempo, al considerar que el volumen saliente del sistema  $\Delta V_w$  es igual al volumen de agua que entra menos el volumen aportado por el medio poroso, en un intervalo de tiempo:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} + \frac{R_w}{T} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.5)$$

En la ecuación (2.5)  $S$  es el coeficiente de almacenamiento, que se define como el volumen de agua  $\Delta V_w$  aportado por una unidad de suelo o roca  $\Delta x \cdot \Delta y$ , por unidad de carga  $\Delta h$ .



**Figura 2.4.** Condiciones de continuidad de flujo y recarga en un elemento diferencial de un medio poroso.

Finalmente, las ecuaciones (2.3), (2.4) y (2.5) suponen un medio homogéneo e isótropo, teniendo el mismo valor de permeabilidad en cualquier dirección  $k_x = k_y = k_z$ . De la misma forma, se considera que el agua tiene propiedades de densidad y viscosidad constantes.

Expresadas en coordenadas cilíndricas, las ecuaciones fundamentales de flujo se reescriben como sigue:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{R_w}{T} = 0 \quad (2.7)$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial h}{\partial r} + \frac{R_w}{T} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.8)$$

Al resolverse las ecuaciones fundamentales de flujo en medios porosos para diversas condiciones de frontera, se obtienen ecuaciones analíticas aplicables a problemas de flujo de agua a través de pozos (Fetter, 2014), tal como se describe en los siguientes apartados.

### 2.2.2 Soluciones analíticas en condición de flujo establecido

Las soluciones analíticas que se mencionan en este apartado surgieron como una primera evaluación de los problemas de flujo en pozos, resolviendo la ecuación de Poisson (2.7) para condiciones de flujo establecido. Las hipótesis que se aceptan respecto a las características de los acuíferos y de las condiciones hidráulicas del pozo de bombeo son las siguientes:

- El acuífero está limitado en la base por un estrato impermeable, el cual es seleccionado como datum o plano de referencia para las mediciones.
- Todos los estratos son horizontales y de extensión infinita.
- El acuífero es de espesor constante.

- El acuífero es homogéneo e isótropo. Sus propiedades hidráulicas no cambian con el tiempo ni en el área de estudio.
- La carga hidráulica inicial es uniforme y no presenta variaciones significativas antes de la prueba.
- Se tiene un único pozo de bombeo.
- El gasto de extracción  $Q$  es constante durante todo el periodo de análisis.
- El flujo se considera radial hacia el pozo de bombeo.
- Una vez alcanzada la condición de flujo establecido, se tiene un área de influencia debida al bombeo conocida como cono o radio de abatimiento  $R$ .
- Todo cambio en los niveles de agua ocurre dentro del radio de abatimiento y es debido al efecto de bombeo de un único pozo.
- Se desprecia el almacenamiento dentro del pozo, el cual se asume de radio infinitesimal ( $r_0 \rightarrow 0$ ).

En la Tabla 2.4 se muestra un resumen de los métodos analíticos para la evaluación de pruebas de bombeo y obtención de parámetros hidráulicos, según tipo de acuífero y penetración del pozo.

**Tabla 2.4.** Métodos analíticos para evaluación de pruebas de bombeo en condiciones de flujo establecido

Método analítico	Tipo Acuífero	Penetración pozos*	Condiciones de gasto	Observaciones
<b>Thiem (1906)</b>	Confinado	Total	Constante	
<b>Dupuit (1863)</b>	Libre	Total	Constante	Suposición de flujo hacia el pozo casi horizontal
<b>De Glee (1930)</b>	Semiconfinado	Total	Constante	Aplicación al Caso 1: la cima del acuitardo está en contacto con un acuífero de carga constante.
<b>De Glee (1930)</b>	Confinado y Libre	Parcial	Constante	Soluciones aplicables para análisis de descensos a distancias cercanas del pozo de bombeo ( $r \leq 2D, r \leq 2H$ ).

<sup>(\*)</sup> Penetración de pozos de bombeo y observación en el acuífero de interés.

Las soluciones anteriores, y las que se presentan más adelante en este capítulo, pueden abordarse desde dos perspectivas:

1. Estimar los descensos del nivel de agua en cualquier punto dentro del cono de abatimiento, teniendo como datos de entrada las propiedades hidráulicas ( $k, T, S$ ) y espesor del acuífero  $D$ , a partir de un pozo que bombee a gasto constante  $Q$  y con caudal conocido.
2. Obtener los parámetros hidráulicos de un acuífero ( $k, T, S$ ), tomando la información de descensos de dos o más pozos de observación durante una prueba a gasto constante  $Q$ .

**2.2.3 Soluciones analíticas en condición de flujo transitorio**

Bajo condiciones de flujo transitorio, las soluciones analíticas desarrolladas a partir de la ecuación fundamental de flujo (2.8) requieren uso de herramientas matemáticas más complejas, y en muchas ocasiones, no se llega a una solución cerrada, sino que se aproxima con métodos numéricos.

Se mantienen las hipótesis de características del acuífero y del pozo de bombeo mencionadas en el apartado 2.2.2. *Soluciones analíticas en condición de flujo establecido*, a excepción de que las mediciones durante la prueba de bombeo no requieren llegar a condiciones de estabilidad, pero si garantizar una cobertura de lecturas en tiempo suficiente que permita aplicar las expresiones aquí indicadas.

En las soluciones en condición de flujo transitorio aparece un parámetro hidrogeológico adicional, el coeficiente de almacenamiento  $S$ , el cual relaciona el volumen almacenado que libera el acuífero en función de las condiciones de frontera y del tiempo de ejecución de una prueba de bombeo.

Un resumen de los principales métodos analíticos que permiten obtener parámetros hidrogeológicos de acuíferos a partir de mediciones en ensayos de bombeo, en condiciones de flujo transitorio se presentan en la Tabla 2.5.

**Tabla 2.5.** Métodos analíticos para evaluación de pruebas de bombeo en condiciones de flujo transitorio.

Método analítico	Tipo Acuífero	Penetración pozos*	Condiciones de gasto	Observaciones
<b>Theis (1935)</b>	Confinado	Total	Constante	Solución basada en la función de pozo $W(u)$
<b>Cooper-Jacob (1946)</b>	Confinado	Total	Constante	Simplificación de ecuación de Theis: distancia corta y/o tiempos de análisis largos: $u < 0.03$
<b>Papadopulos-Cooper (1967)</b>	Confinado	Total	Constante	Solución basada en la función de pozo $W(u, \alpha, \rho)$ . Agujero de largo diámetro, no despreciable.
<b>Jacob-Lohman (1952)</b>	Confinado	Total	Variable	Nivel de agua (abatimiento) constante durante toda la prueba
<b>Theis con corrección Jacob (1944)</b>	Libre	Total	Constante	Corrección de abatimientos $s^*$ para poder aplicar la solución de Theis a acuíferos libres.
<b>Boulton (1963)</b>	Libre	Total, parcial	Constante	Parámetros de ajuste a tiempos cortos y largos. Considera permeabilidad horizontal y vertical.

**Tabla 2.5** Continuación de métodos analíticos para evaluación de pruebas de bombeo en condiciones de flujo transitorio

Método analítico	Tipo Acuífero	Penetración pozos*	Condiciones de gasto	Observaciones
<b>Neuman (1972)</b>	Libre	Total	Constante	Solución basada en la función de pozo $W(u, u_y, \Gamma)$ . Toma en cuenta la condición dinámica de la superficie libre y el rendimiento retardado del acuífero. Considera permeabilidad horizontal y vertical.
<b>Hantush-Jacob (1955)</b>	Semiconfinado	Total	Constante	Solución basada en la función de pozo $W(u, \beta)$ . Se desprecia el almacenamiento en el acuitardo ( $\beta < 0.01$ ). Caso 1: la cima del acuitardo está en contacto con un acuífero de carga constante.
<b>Hantush-Neuman (1968)</b>	Semiconfinado	Total	Constante	Se toma en cuenta el almacenamiento del acuitardo. Caso 1: la cima del acuitardo está en contacto con un acuífero de carga constante. Caso 2: la cima del acuitardo está limitado por un estrato impermeable.
<b>Recuperación de Theis</b>	Confinado, libre	Total	Nulo	Análisis de recuperación de nivel al finalizar la prueba de bombeo. Emplea la simplificación de Cooper-Jacob (1946), bajo las mismas suposiciones.

(\*) Penetración de pozos de bombeo y observación en el acuífero de interés.

Para fines de este trabajo, en el *Anexo A* se hace una descripción detallada de las soluciones analíticas en condición de flujo establecido y transitorio que son aplicables al caso de estudio.

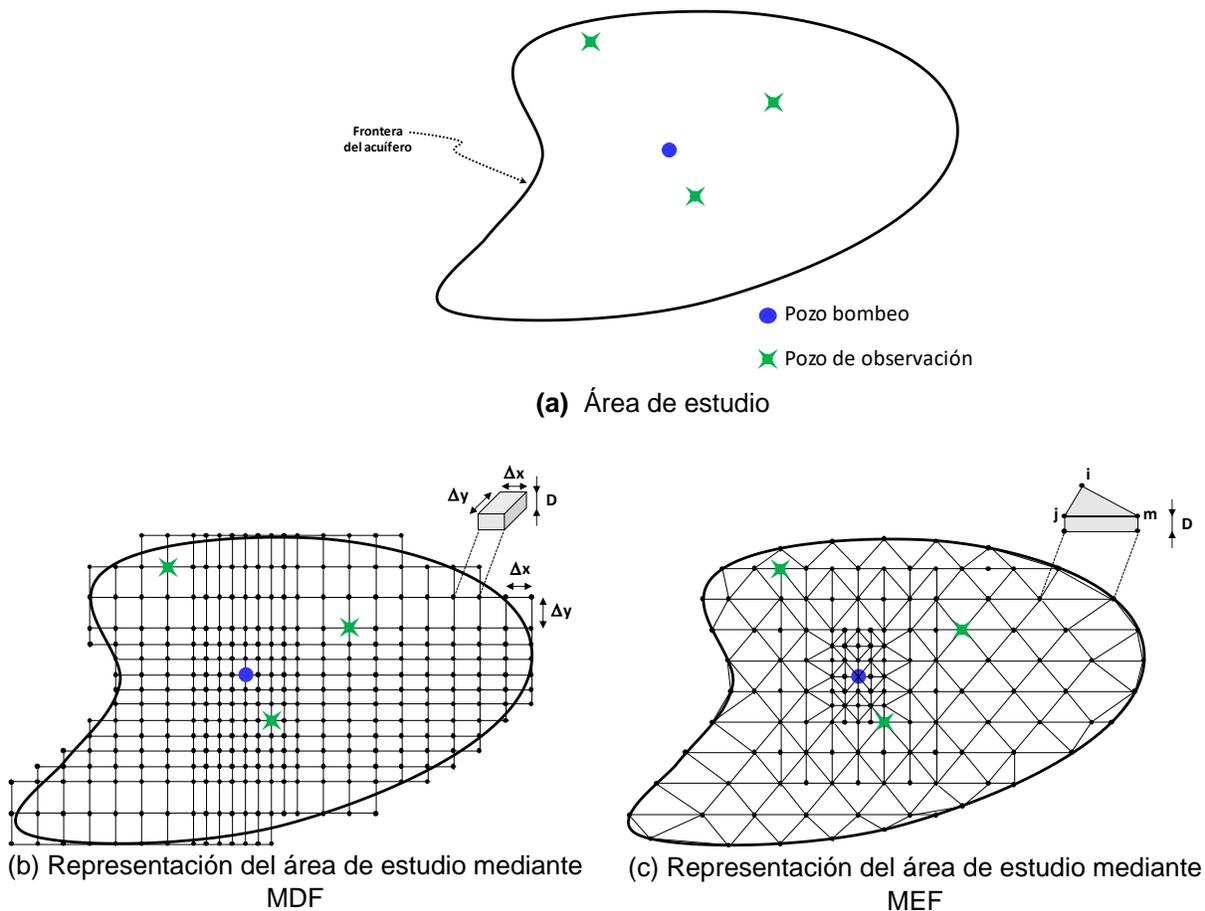
### 2.2.4 Soluciones numéricas

En el apartado anterior y en el *Anexo A* se hace referencia a soluciones analíticas para la evaluación de parámetros hidráulicos del subsuelo en condiciones de flujo establecido y transitorio considerando acuíferos confinados, libres y semiconfinados. De acuerdo con las hipótesis que plantean cada una de las expresiones analíticas, estas soluciones presentan limitaciones importantes, siendo aplicables únicamente en casos particulares e idealizados, mas no a la generalidad de los problemas de interés práctico.

Dada la necesidad de dar soluciones más precisas a problemas más complejos, como es el caso de suelos anisótropos, condiciones de frontera irregulares, o espesor de acuífero variable, es que en los años setenta se generaliza el uso de métodos numéricos que permiten la solución de

las ecuaciones fundamentales de flujo. Para su uso se plantea la necesidad de generar un modelo matemático, es decir, una representación simplificada de la condición real del subsuelo en el que se desea estudiar las condiciones de flujo y que estará conformada por un número finito de nodos o elementos (malla del modelo, Figura 2.5), según la solución numérica más adecuada al caso. La validez de dicho modelo dependerá de cuánto se asemejen las variables estimadas a las condiciones medidas en campo.

En este apartado se hace referencia a las dos principales herramientas numéricas para resolver las ecuaciones fundamentales de flujo a través de un pozo: (1) método de diferencias finitas (MDF), y (2) método de elementos finitos (MEF). En las soluciones numéricas, a diferencia de las soluciones analíticas, las propiedades hidráulicas del subsuelo son variables conocidas (permeabilidad  $k$ , transmisibilidad  $T$ , coeficiente de almacenamiento  $S$ ), así como las condiciones de recarga (gasto de bombeo o extracción), mientras que la variable a estimar es la carga hidráulica  $h$  en cada nodo o elemento del modelo que representa el caso de estudio. Las condiciones de frontera del modelo están en función de una carga hidráulica o nivel de agua inicial  $H$  conocido.

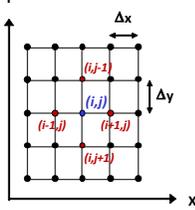


**Figura 2.5.** Representación del área de estudio de un acuífero mediante soluciones numéricas. (modificado de Wang y Anderson, 1982).

El método de diferencias finitas o MDF (Figura 2.5b) consiste en calcular de forma numérica cada una de las derivadas que componen las ecuaciones fundamentales de flujo. En cada uno de los nodos que conforman el área de estudio se estima el valor de la carga hidráulica  $h_{i,j}$  tomando los valores de los puntos vecinos.

En la Tabla 2.6 se muestra el resumen de las soluciones numéricas con el MDF de un análisis bidimensional (2D) a partir de las ecuaciones fundamentales de flujo. El desarrollo de cada una de las expresiones mostradas en la Tabla 2.6 se presenta en el Anexo B.

**Tabla 2.6.** Soluciones numéricas por el MDF para para la evaluación de pruebas de bombeo

Ecuación fundamental de flujo	Solución numérica con MDF <sup>(*)</sup>
<p>Ecuación de Laplace</p> $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0$	 $h_{i,j} = \frac{1}{4} (h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1})$
<p>Ecuación de Poisson</p> $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{R_w(x,y)}{T} = 0$	<p>Para acuífero confinado:</p> $h_{i,j} = \frac{1}{4} \left( h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1} + \frac{R_w(\Delta x)^2}{T} \right)$ <p>Para acuífero libre:</p> $v_{i,j} = \frac{1}{4} \left( v_{i-1,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j-1} + v_{i,j+1} + \frac{2R_w(\Delta x)^2}{k} \right)$ $h_{i,j} = \sqrt{v_{i,j}}$
<p>Ecuación de flujo transitorio</p> $\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{R_w(x,y,t)}{T} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t}$	<p>Para acuífero confinado:</p> $h^{n+1}_{i,j} = h^n_{i,j} \left[ 1 - \frac{4T\Delta t}{S(\Delta x)^2} \right] + \left[ \frac{4T\Delta t}{S(\Delta x)^2} \right] \left( \frac{h^n_{i-1,j} + h^n_{i+1,j} + h^n_{i,j-1} + h^n_{i,j+1}}{4} \right) + \frac{R_w^n_{i,j}\Delta t}{S}$ <p>Para acuífero libre:</p> $v^{n+1}_{i,j} = v^n_{i,j} \left[ 1 - \frac{4k\sqrt{v^n_{i,j}}\Delta t}{S(\Delta x)^2} \right] + \frac{4k\sqrt{v^n_{i,j}}\Delta t}{S(\Delta x)^2} \left( \frac{v^n_{i-1,j} + v^n_{i+1,j} + v^n_{i,j-1} + v^n_{i,j+1}}{4} \right) + \frac{2R_w^n_{i,j}\sqrt{v^n_{i,j}}\Delta t}{S}$ $h^{n+1}_{i,j} = \sqrt{v^{n+1}_{i,j}}$

<sup>(\*)</sup> Para un nodo interior.

El método de elementos finitos o MEF (Figura 2.5c) es una herramienta muy poderosa y versátil, ya que utiliza elementos que se pueden adaptar a fronteras de geometría compleja y que pueden variar sus dimensiones en función de un mayor o menor refinamiento de la malla, sin necesidad de mantener una distancia constante entre nodos ni tener una malla regular.

Para la solución de problemas de flujo de agua a través de pozos, nuevamente se establecen las condiciones de frontera para estimar la carga hidráulica  $\hat{h}^e(x, y)$  en cada uno de los elementos del sistema. La principal diferencia entre el MEF y el MDF es que el valor que se estima en cada elemento  $e$  está determinado por una función de interpolación que considera los valores de carga hidráulica  $h_i$ ,  $h_j$  y  $h_m$  en los nodos que delimitan a un elemento triangular, así como el área de cada elemento (proporción o tamaño).

### 2.3 Principio de superposición de pozos

En el apartado 2.2 *Soluciones analíticas y numéricas para la evaluación de pruebas de bombeo* se presentaron diversas soluciones para la evaluación de pruebas de bombeo y condiciones de flujo en un acuífero a través de un único pozo. Estos fundamentos matemáticos pueden ampliarse a un conjunto de pozos, con la finalidad de analizar el efecto que producen diversas fuentes de extracción o de recarga a distintos gastos y a diferentes distancias de un punto de observación.

El principio de superposición de pozos establece que el cambio que se ocasiona en el nivel de agua freática o en la presión de un acuífero por el bombeo (o inyección) de un sistema de pozos en un punto específico del área de estudio es el mismo que la suma de todos los efectos que ocasiona cada pozo de forma individual.

Para ejemplificar el principio de superposición de pozos, se considera un acuífero confinado, homogéneo e isotropo, en el cual se tienen dos pozos de bombeo que han alcanzado una condición de flujo establecido, y se desea conocer el efecto del sistema en un punto de análisis  $m$  (Figura 2.6).

De acuerdo con el principio de superposición, el abatimiento  $s$  alcanzado en cualquier punto de observación  $m$  es la suma de los efectos individuales (Zeevaert, 1983):

$$s_m = s_{m1} + s_{m2} + \dots + s_{mi} \quad (2.9)$$

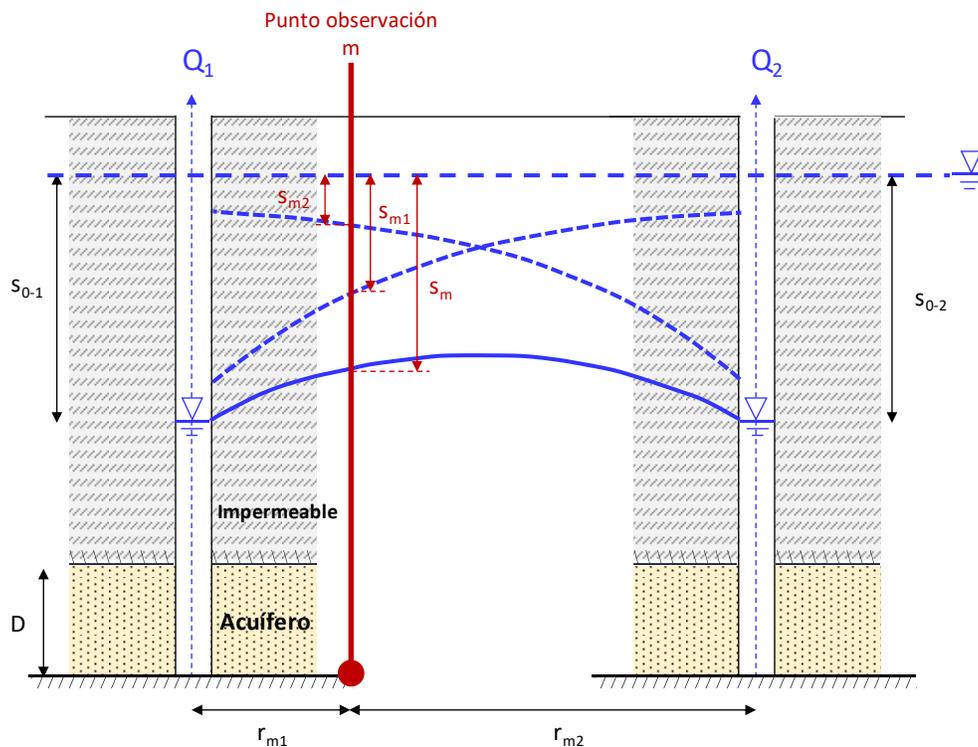
Tomando la ecuación de Thiem (Anexo A, ecuación A.1) para acuíferos confinados en condición de flujo establecido, la ecuación (2.9) se puede desarrollar de la siguiente forma:

$$s_m = \frac{Q_1}{2\pi T} \ln\left(\frac{R_1}{r_{m1}}\right) + \frac{Q_2}{2\pi T} \ln\left(\frac{R_2}{r_{m2}}\right) + \dots + \frac{Q_i}{2\pi T} \ln\left(\frac{R_i}{r_{mi}}\right) \quad (2.10)$$

$$s_m = \frac{1}{2\pi T} \sum_1^n Q_i \ln\left(\frac{R_i}{r_{mi}}\right) \quad (2.11)$$

Donde:

- $T$  transmisibilidad del acuífero  
 $Q_i$  gasto de bombeo de cada pozo del sistema  
 $R_i$  cono de abatimiento ocasionado por el bombeo a través de un pozo a gasto constante  $Q_i$  en condiciones de flujo establecido.  
 $r_{mi}$  distancia del punto de observación  $m$  al pozo de bombeo  $i$ .



**Figura 2.6.** Caída en el nivel piezométrico debido al bombeo de un sistema de pozos.  
(modificado de Zeevaert, 1983).

La aplicación de este principio es particularmente útil para el análisis de perfiles de abatimiento de pozos de bombeo que se encuentran limitados por una frontera impermeable o una fuente de recarga, la cual puede ser representada por un arreglo geométrico simple de pozos ficticios, conocido como el método de las imágenes. En el Anexo C se presenta una breve explicación de la *Teoría de pozos imagen*, así como su uso en algunos problemas prácticos.



### 3. ANTECEDENTES DEL CASO DE ESTUDIO

#### 3.1 Localización del sitio de interés

La construcción del Nuevo Aeropuerto Internacional de México (NAIM), ubicado al Noreste del Valle de México en el ex Lago de Texcoco (Figura 3.1), representa una obra de gran impacto para la ingeniería civil mexicana debido a las características del subsuelo y con ello, los desafíos técnicos para su construcción.

En este trabajo se aprovecha la oportunidad de evaluar técnicas novedosas que se han llevado a cabo y de documentar los procedimientos de análisis. Tal es el caso de la necesidad que se tiene de implementar un sistema peculiar de pozos de extracción superficiales en las zonas de las Pistas 2 y 3 del NAIM como medida de control del nivel de agua freática, donde es posible proponer metodologías de evaluación de pruebas de bombeo realizadas en el área de interés y la integración de los resultados obtenidos al diseño de sistemas de pozos de bombeo.

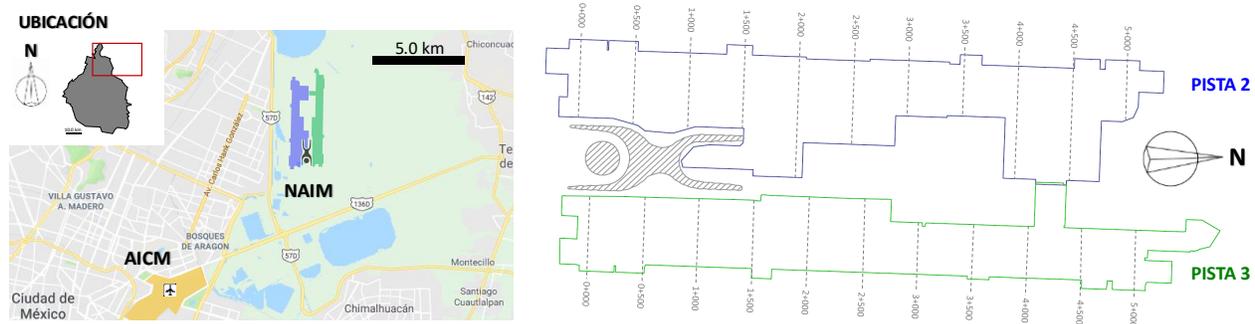


Figura 3.1. Ubicación del caso de estudio: Pistas 2 y 3 del NAIM.

### 3.2 Descripción de la problemática

En los suelos de alta compresibilidad y de baja resistencia al esfuerzo cortante, como el subsuelo del ex Lago de Texcoco, resulta necesario estabilizarlos o mejorarlos antes de la construcción de cualquier estructura para prevenir hundimientos diferenciales excesivos durante su vida útil. Con la finalidad de mejorar el subsuelo del sitio, para la construcción de las Pistas 2 y 3 del NAIM se implementó la técnica a base de precarga más sobrecarga complementada con drenes verticales prefabricados (PVDs). Este sistema consiste en la aplicación de una carga igual o mayor a la carga final que soportará el suelo una vez concluida una obra, con el objetivo de acelerar el proceso de consolidación. Es posible que parte de la carga colocada se integre a la estructura del inmueble y quede de forma permanente (precarga), mientras que el resto de la carga es temporal (sobrecarga) y se retira una vez que se alcancen los asentamientos deseados y se garantice un comportamiento adecuado del suelo (Auvinet y Rodríguez, 2003).

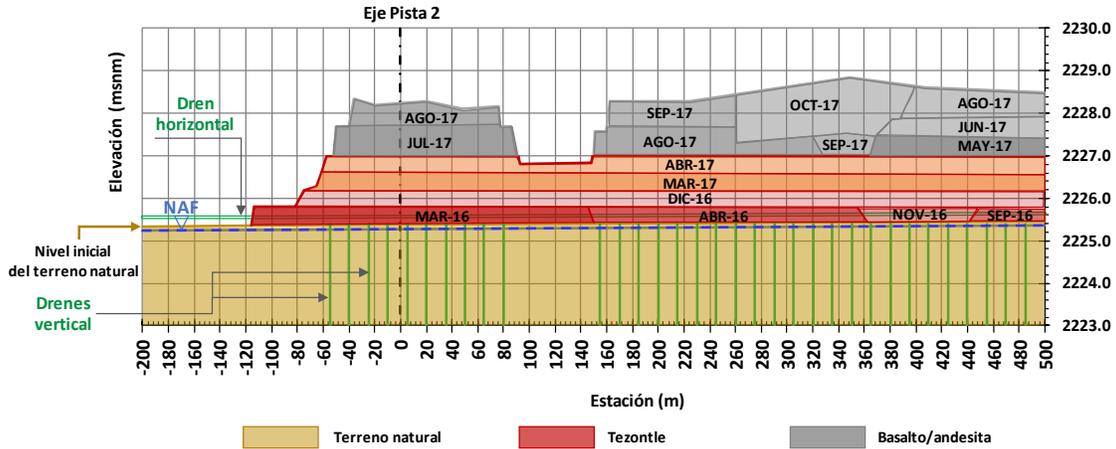
A grandes rasgos, en el área de estudio, el sistema de mejoramiento de suelo consiste de un espesor de aproximadamente 2 m de tezontle (precarga), 2 m de basalto o andesita (sobrecarga), un sistema de drenes verticales (PVDs), y un sistema de drenes horizontales colocados a 20 cm de la base del material de tezontle (Figura 3.2a).

Los asentamientos del nivel del terreno natural (NTN), conformado por la costra superficial (CS) y la formación arcillosa superior (FAS), propiciados por la técnica precarga-sobrecarga-drenes (Figura 3.3) también han ocasionado el hundimiento de las capas del sistema (tezontle y basalto o andesita). Debido a que el nivel de aguas freáticas (NAF) en sitio se encuentra a poca profundidad (menor a un 1 m), se observa a partir de mediciones instrumentadas en el área que parte del sistema, así como la costra superficial, han quedado sumergidos por debajo del NAF (Figuras 3.2b, 3.2c y 3.4), reduciendo la eficiencia de la técnica de mejoramiento y de los drenes horizontales colocados arriba de la base del tezontle (II-UNAM, 2018).

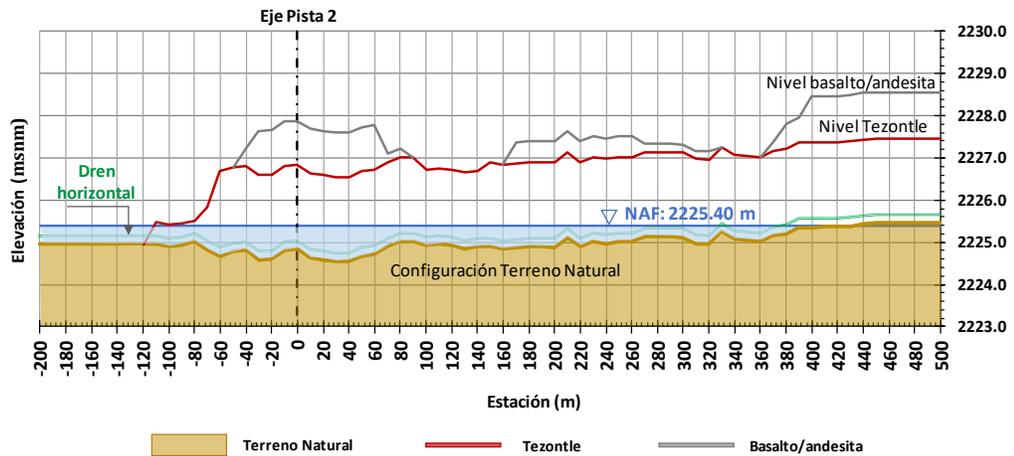
Como parte de una técnica de precarga alternativa propuesta para las pistas del NAIM, se previó complementar la técnica de mejoramiento de suelo con un sistema de bombeo, a fin de aumentar la carga efectiva sobre el terreno natural (II-UNAM, 2016). El bombeo dentro de materiales permeables que conforman la base de un terraplén sumergido (como es el caso del sistema precarga-sobrecarga) permite aumentar la eficiencia del sistema de mejoramiento en cuanto a tiempo y magnitud de los asentamientos inducidos. Terminada la etapa de precarga, se deja recuperar el NAF con una condición de suelo preconsolidado para continuar con futuras actividades de construcción en el área, sin que se presenten deformaciones importantes a corto y largo plazo (Auvinet, 1979, Auvinet y Pérez Ángeles, 2016).

Con estos antecedentes, se decidió implementar un sistema de pozos superficiales de extracción para abatir el nivel de agua superficial (NAF) que mantiene al material sumergido. Para la evaluación del sistema anterior se propone:

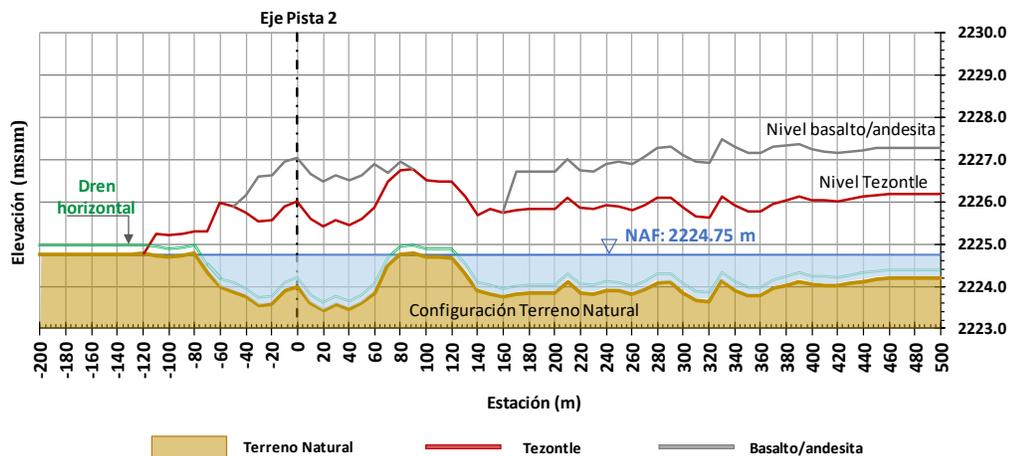
METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE PRUEBAS DE BOMBEO  
Y DISEÑO DE SISTEMAS DE POZOS DE EXTRACCIÓN



(a) Corte transversal de la colocación del sistema precarga-sobrecarga-drenes

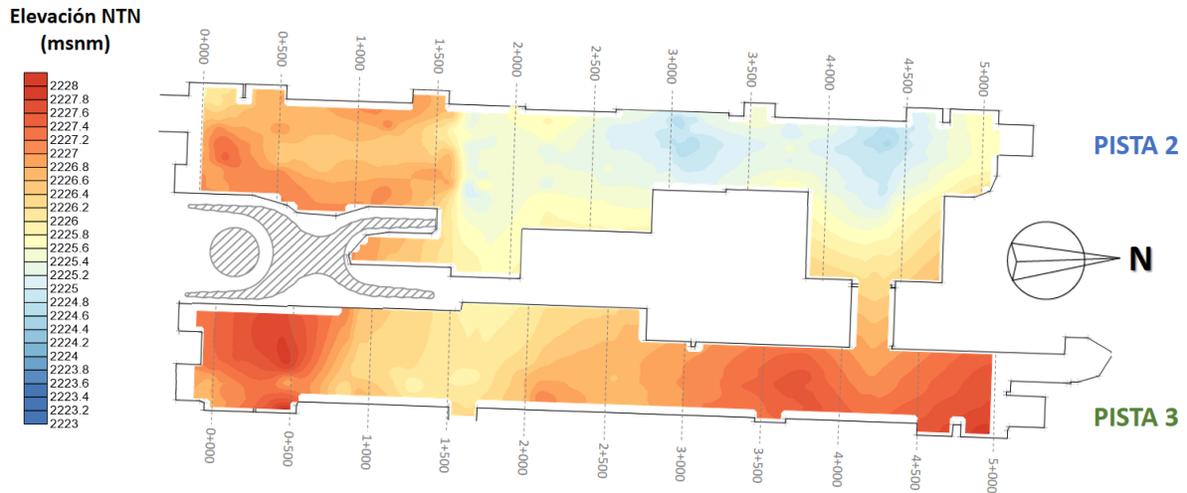


(b) Configuración del NTN y NAF al periodo 1 al 15 de agosto de 2017

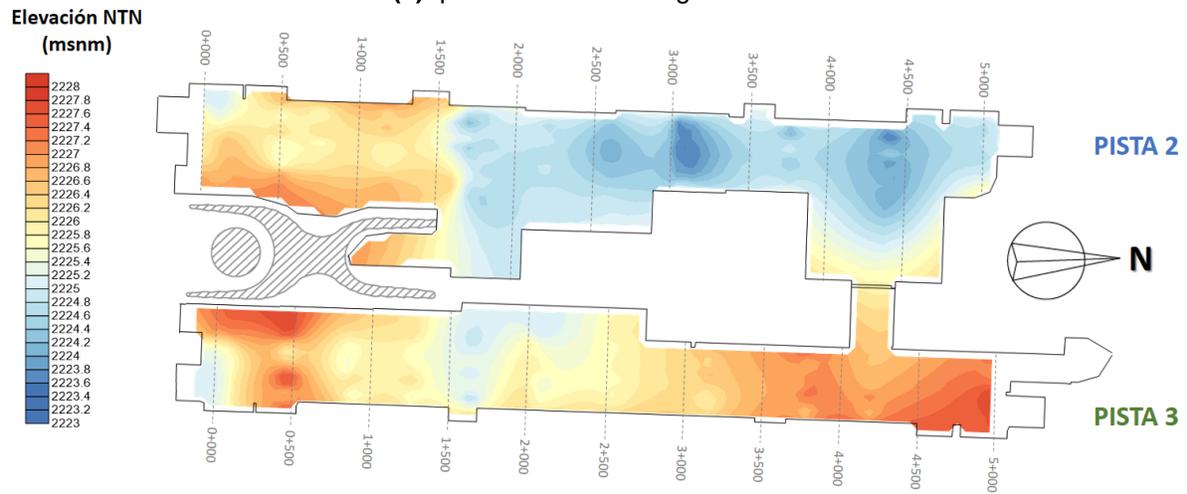


(c) Configuración del NTN y NAF al periodo 1 al 15 de marzo de 2018

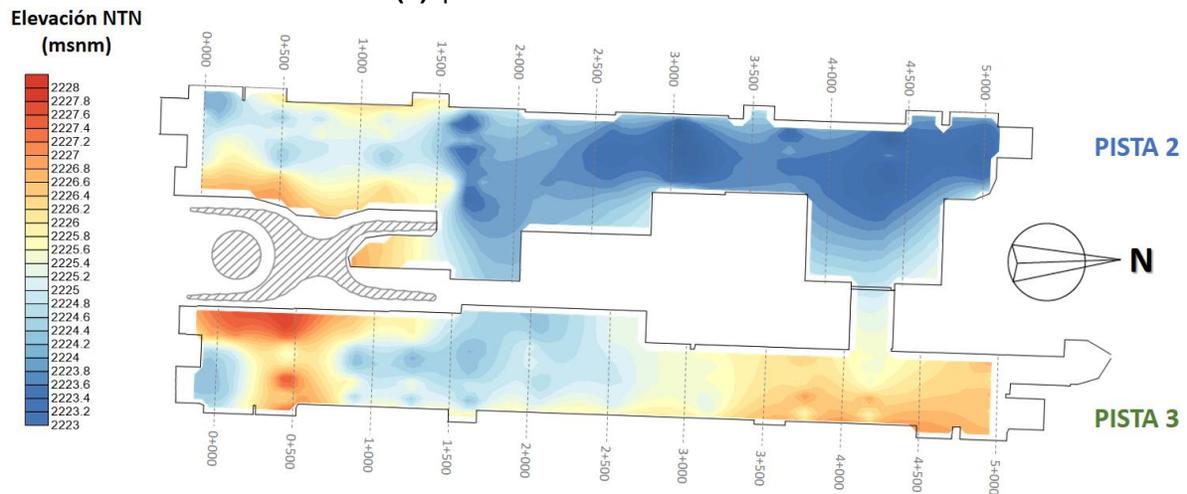
**Figura 3.2.** Esquema general de sistema precarga-sobrecarga-drenes empleado en el NAIM y hundimientos generados en el NTN. Cadenamiento 4+400 en Pista 2:



(a) período 1 al 15 de agosto de 2017

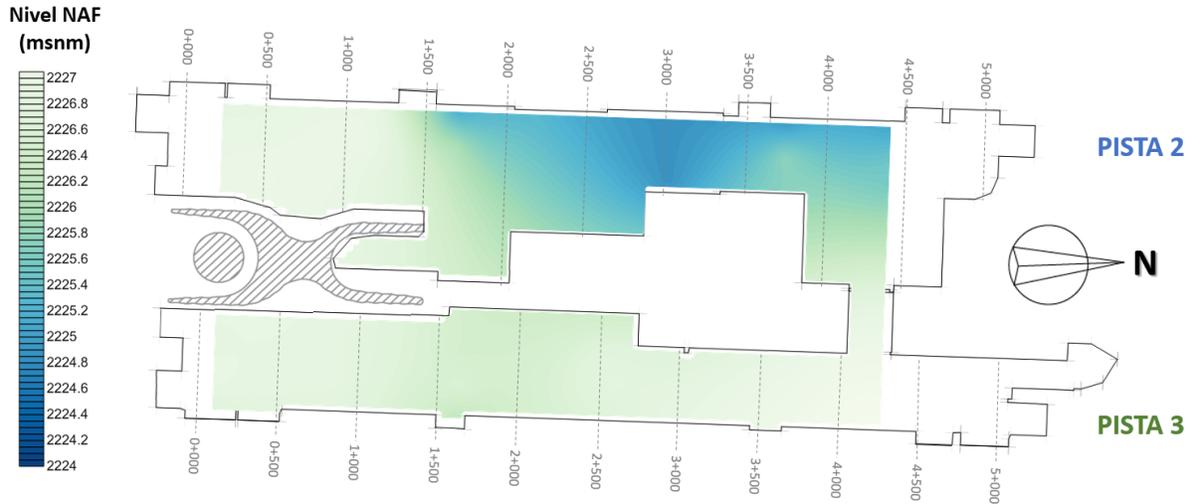


(b) período 1 al 15 de marzo de 2018

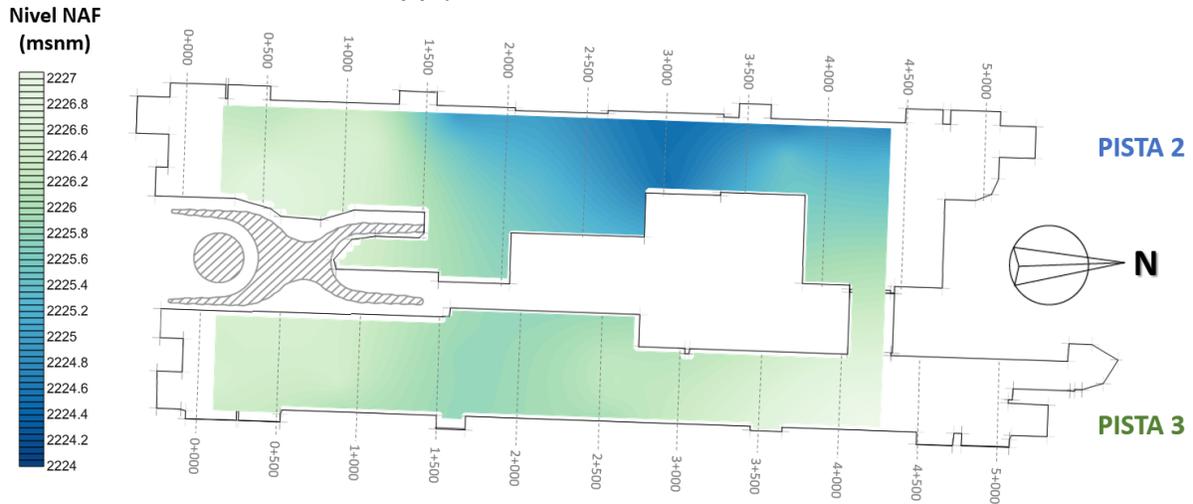


(c) período 1 al 15 de junio de 2018

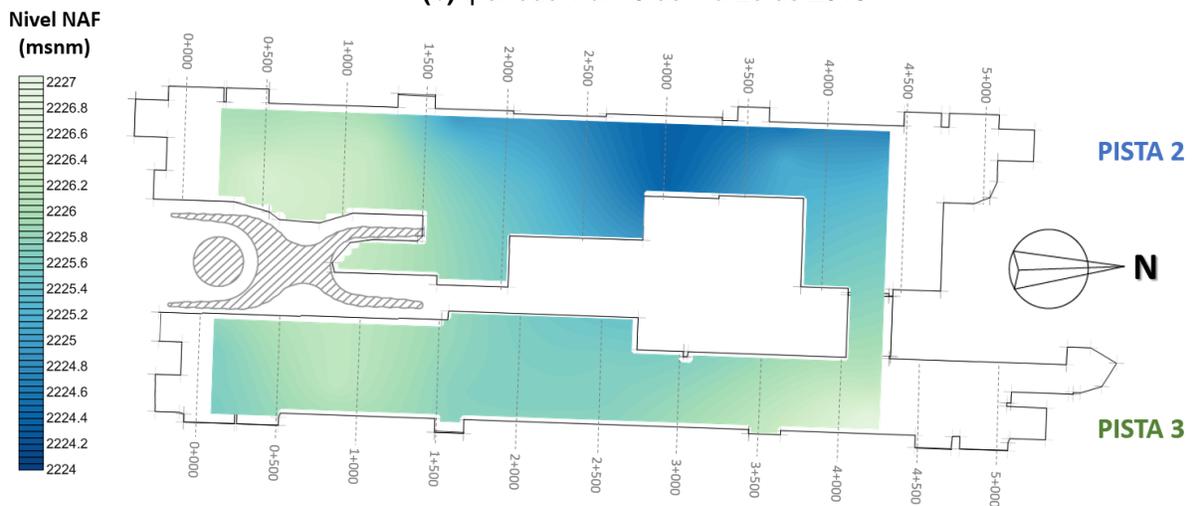
Figura 3.3. Mapa de isoelevaciones del NTN en las Pistas 2 y 3 del NAIM



(a) período 1 al 15 de noviembre de 2017



(b) período 1 al 15 de marzo de 2018



(c) período 1 al 15 de junio de 2018

Figura 3.4. Mapa de isoniveles de agua superficial (NAF) en las Pistas 2 y 3 del NAIM.

- Análisis detallado de las condiciones de configuración del terreno natural y de los estratos que conforman el sistema de precarga-sobrecarga, así como su integración a la evaluación que se deba realizar para el diseño de un sistema de pozos de extracción eficiente.
- Una metodología de evaluación de ensayos de bombeo que permitan estimar de forma apropiada las propiedades hidráulicas de los estratos de interés.
- Una metodología rigurosa de diseño de sistemas de pozos de extracción, enfocada en la optimización del número de pozos y su ubicación en zonas críticas, así como en la cuantificación de gastos de operación y la evaluación de su desempeño.

Atendiendo los objetivos principales de esta tesis, en los siguientes capítulos se presentan las metodologías sugeridas para llevar a cabo el análisis detallado de las pruebas de bombeo ejecutadas en la Pista 2 del NAIM, así como el diseño y evaluación de sistemas de pozos de extracción de agua superficial.

## 4. METODOLOGÍA SUGERIDA PARA EL ANÁLISIS DE PRUEBAS DE BOMBEO

Una prueba de bombeo se utiliza para caracterizar un acuífero, evaluándolo a partir de condiciones de bombeo controladas y midiendo su respuesta (descenso del nivel de agua) en pozos de observación que se encuentran dentro del área de influencia de la prueba.

En este capítulo se describe la metodología sugerida para la evaluación de pruebas de bombeo utilizando soluciones analíticas y numéricas para obtener los parámetros hidráulicos de un acuífero o estrato permeable de interés. El análisis de las pruebas se realiza considerando el contexto regional, es decir, integrando la configuración o topografía del nivel del terreno natural y de los estratos permeables, así como el nivel de agua superficial en el área de estudio.

En el desarrollo de la metodología se aplica al caso de estudio que se describe en el *Capítulo 3*, tomando en cuenta la información de cuatro pruebas de bombeo realizadas en la Pista 2 del Nuevo Aeropuerto Internacional de México (NAIM).

### 4.1 Descripción de la metodología

En términos generales, los pasos sugeridos para la evaluación de pruebas de bombeo se describen a continuación (Figura 4.1):

1. Consideraciones generales del área de estudio

En este paso se recaba y revisa toda la información disponible del área de interés para realizar la evaluación de las pruebas de bombeo (PB). De acuerdo a la cobertura de la información se delimitan los alcances del estudio y las incertidumbres asociadas al análisis.

La información que se desea obtener incluye descripción detallada de las pruebas de bombeo realizadas (ubicación, tiempo de ejecución, gasto empleado, registros de variación de niveles de agua, etc.), características generales de los pozos de bombeo (diámetro y profundidad de pozo, intervalos de tubería ranurada y tubería ciega), sondeos y estudios de caracterización geotécnica en sitio.

2. Elaboración de un esquema simplificado de análisis

Se definen las propiedades hidráulicas y características geotécnicas de los estratos a evaluar, se determina el nivel inicial de agua (NAF), se identifica el tipo de acuífero, y se determina la penetración del pozo de bombeo (parcial o total en el acuífero) y se identifican las condiciones de flujo a través del pozo. De ser posible, el esquema que se elabore debe complementarse con información geológica y estudios hidrogeológicos del sitio.

El objetivo principal del esquema simplificado es describir el contexto en el que se realizaron las pruebas de bombeo y poder seleccionar las soluciones analíticas y numéricas que representan mejor al caso de estudio.

3. Análisis de pruebas de bombeo con soluciones analíticas

Este paso consiste en aplicar las soluciones analíticas de acuerdo con el tipo de acuífero identificado y obtener la(s) curva(s) teórica(s) que mejor se ajusta(n) a las mediciones de las pruebas de bombeo. De este análisis se obtienen propiedades las hidráulicas preliminares del acuífero: transmisibilidad  $T$ , permeabilidad  $k$  y coeficiente de almacenamiento  $S$ .

4. Análisis de pruebas de bombeo con soluciones numéricas

El análisis con modelación numérica busca representar de forma más realista las condiciones de ejecución de la prueba de bombeo, como son presencia de barreras impermeables, fuentes de recarga, configuración real de los estratos, variación del nivel de agua en las fronteras, y cualquier otra condición que se no tome en cuenta en las soluciones analíticas (las cuales se basan en distintas hipótesis simplificadoras que limitan la representatividad de una prueba).

Para el análisis numérico se considera como dato de entrada las propiedades hidráulicas preliminares obtenidas con soluciones analíticas, y se obtienen perfiles modelados de variación del nivel de agua (abatimiento  $s$ ), gastos de operación  $Q$  y volúmenes de extracción  $V$ , los cuales se comparan posteriormente con mediciones de campo para verificar la validez del modelo y de las propiedades hidráulicas.

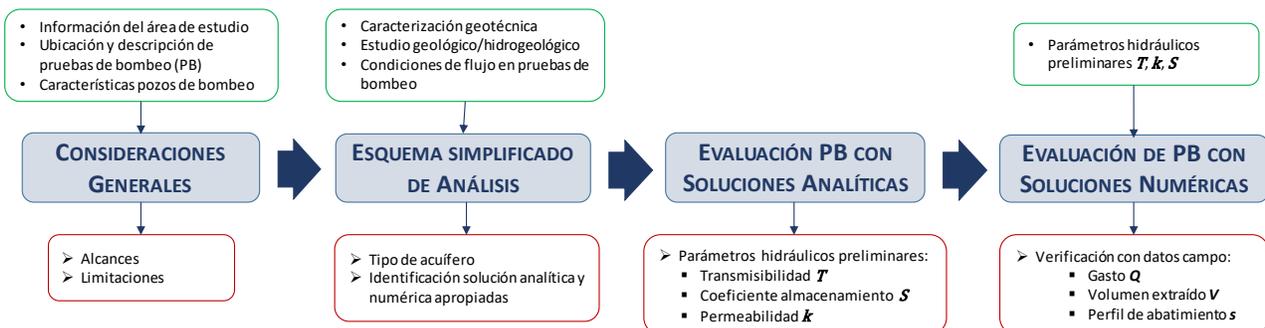


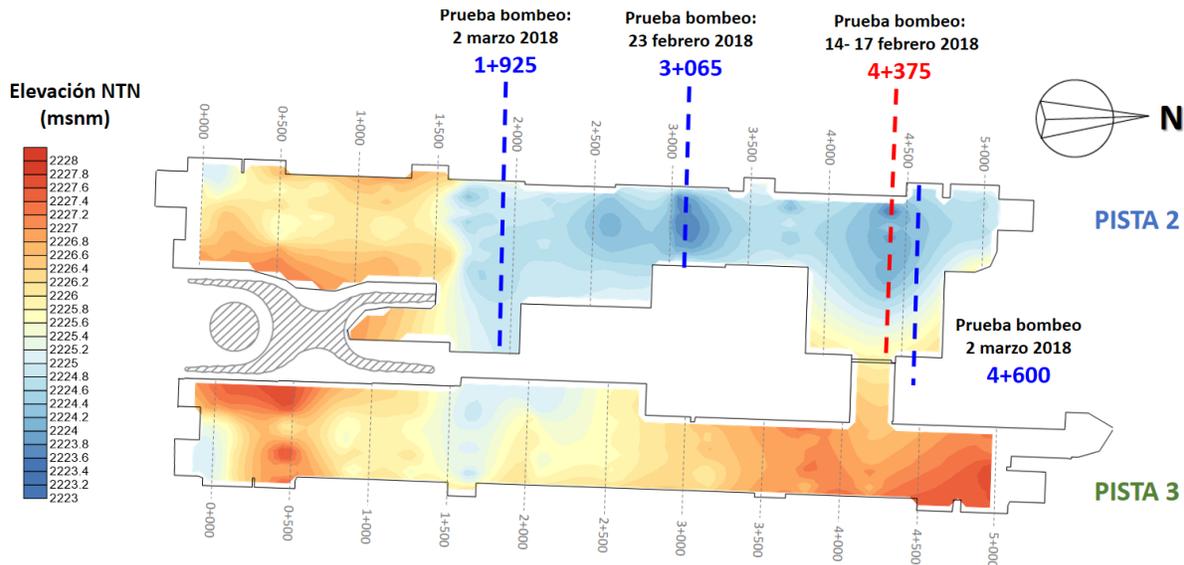
Figura 4.1. Descripción de la metodología sugerida para análisis de pruebas de bombeo (PB).

## 4.2 Consideraciones generales de las pruebas de bombeo

Las cuatro pruebas de bombeo que se evalúan en este capítulo se indican a continuación (Figura 4.2):

- a) *Pista 2, Cadenamiento 4+375*, realizada en el periodo 14 a 17 de febrero de 2018
- b) *Pista 2, Cadenamiento 1+925*, realizada el 2 de marzo de 2018
- c) *Pista 2, Cadenamiento 3+065*, realizada el 23 de febrero de 2018
- d) *Pista 2, Cadenamiento 4+600*, realizada el 2 de marzo de 2018

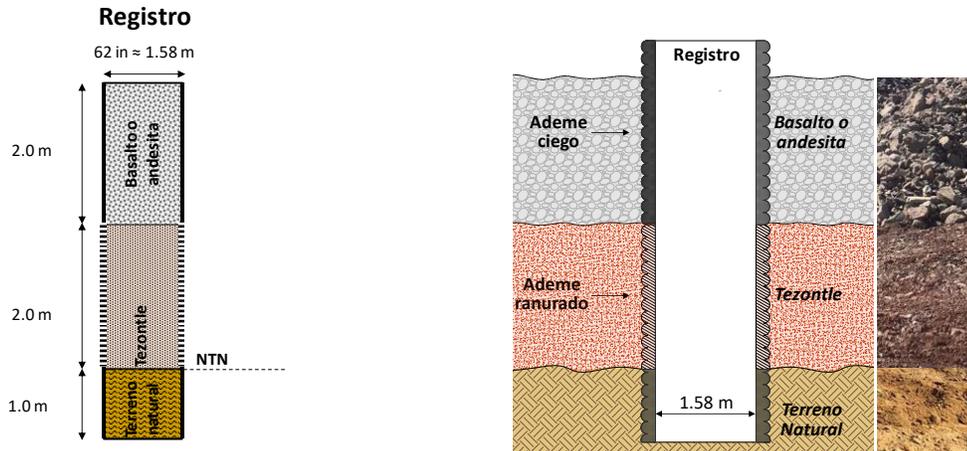
Los cadenamientos en los que se realizaron las cuatro pruebas de bombeo en la Pista 2 corresponden a las zonas de mayor hundimiento provocado por el sistema de mejoramiento de suelo *precarga-sobrecarga-drenes* (Figura 4.2). Adicionalmente, es en estas zonas donde se observa el mayor tirante de agua por arriba del nivel del terreno natural (NTN).



**Figura 4.2.** Ubicación de pruebas de bombeo en Mapa de isoelevaciones del NTN en las Pistas 2 y 3 del NAIM (período 1 al 15 de marzo de 2018).

En la prueba realizada en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2 se utilizaron como pozos de bombeo los registros previamente instalados para el monitoreo de la instrumentación en la zona de pistas (1.58 m de diámetro). La profundidad del registro es de aproximadamente 5 m, considerando 2 m de espesor en la andesita o basalto que actúa como sobrecarga, 2 m de espesor en el tezontle que actúa como precarga, y penetrando 1 m en el terreno natural (Figura 4.3). Respecto a las pruebas realizadas en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600, los pozos de bombeo (36 cm de diámetro) y de observación (25 cm de diámetro) también se instalaron a una profundidad de 5 m, bajo las mismas consideraciones de espesor de basalto o andesita, tezontle, y penetración en el terreno natural (Figura 4.4).

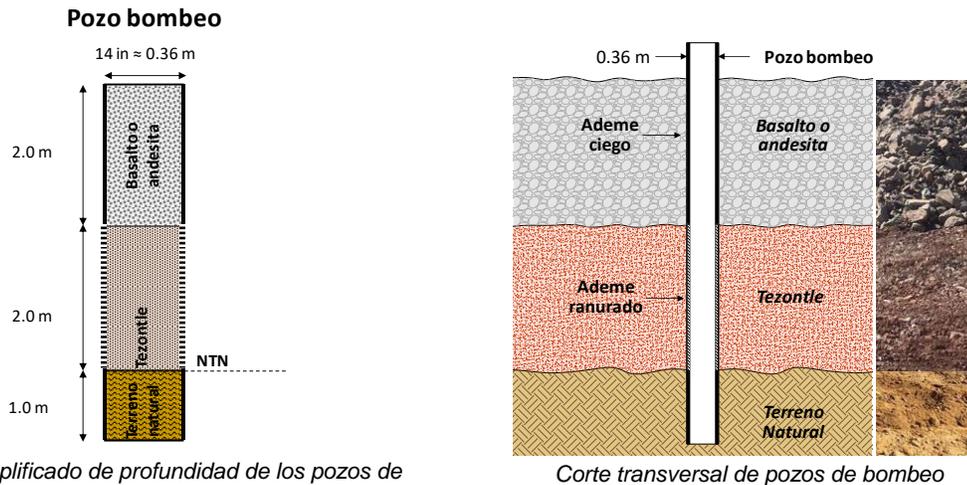
En todos los casos, se consideró una tubería ranurada de 2m en al espesor de la capa de tezontle.



Esquema simplificado de profundidad de los pozos de bombeo y estratigrafía de sitio

Corte transversal de registros adaptados como pozos de bombeo

**Figura 4.3.** Esquema de pozo de bombeo en la prueba realizada en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2.



Esquema simplificado de profundidad de los pozos de bombeo y estratigrafía de sitio

Corte transversal de pozos de bombeo

**Figura 4.4.** Esquema de pozos de bombeo en las pruebas realizadas en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de la Pista 2.

La estratigrafía que atraviesan los pozos instalados para realizar las pruebas de bombeo se describe a continuación:

- **Estrato I. Basalto o andesita.** Este material está constituido principalmente por gravas y arena de grano grueso.
- **Estrato II. Tezontle.** Arena limosa color rojizo bien graduada con 7 a 9 % de contenido de gravas y de 0 a 7% de contenido de finos (clasificación SUCS: SW-SM), de acuerdo con información de la evaluación granulométrica de bancos de materiales.
- **Estrato III. Terreno natural.** Este estrato se puede subdividir a su vez en dos capas. La capa superficial, conocida como costra seca (CS), está constituida principalmente por un material limo arenoso de espesor aproximado de 0.8 m. Se considera un material permeable, asociado al agrietamiento natural del terreno in situ. La segunda capa se identifica como la formación arcillosa superior (FAS), característica del Lago de Texcoco. Se trata de un

material lacustre muy blando, de alta compresibilidad, con intercalaciones de material volcánico (clasificación SUCS: *CH*).

A partir de la descripción de los estratos que atraviesa el pozo y del esquema de los pozos de bombeo que se muestran en las Figuras 4.3 y 4.4, se sabe que el flujo de agua a través del pozo únicamente ocurre en el estrato de tezontle, por lo que las pruebas de bombeo permiten obtener las propiedades hidráulicas de este material.

Respecto a las propiedades hidráulicas del terreno natural (FAS), se consideran aquéllas que se obtienen del análisis de la campaña de sondeos geotécnicos tipo CPTu llevados a cabo para la construcción del NAIM (López-Acosta *et al.*, 2018) (Tabla 4.1).

**Tabla 4.1.** Propiedades hidráulicas del terreno natural (FAS) consideradas para el análisis

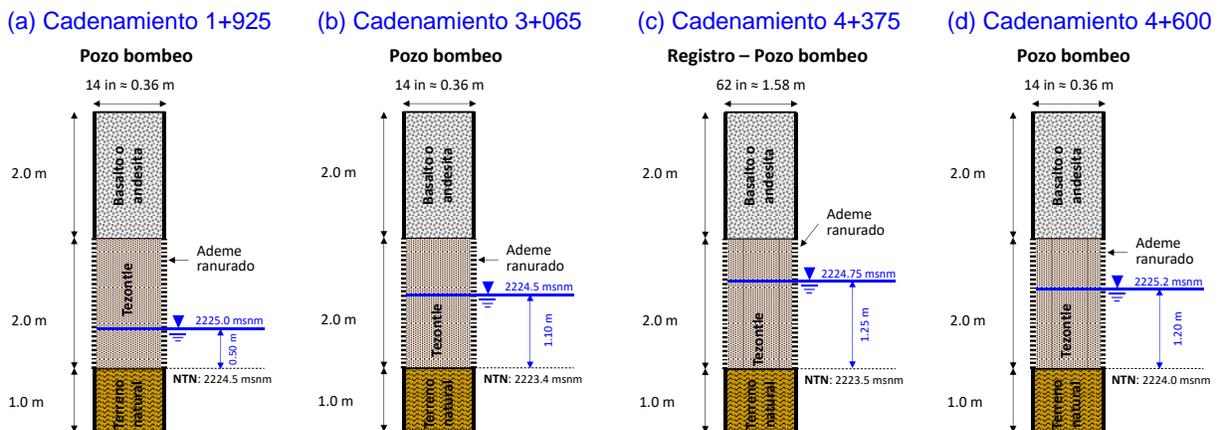
Estrato	Transmisibilidad <sup>(1)</sup> <i>T</i>		Permeabilidad <i>k</i>		Coeficiente Almacenamiento <sup>(2)</sup> <i>S</i> (adimensional)
	(m <sup>2</sup> /s)	(m <sup>2</sup> /día)	(m/s)	(m/día)	
Costra Seca (CS)	1.34×10 <sup>-5</sup>	1.16	1.34×10 <sup>-5</sup>	1.16	---
Formación arcillosa superior (FAS)	3.88×10 <sup>-9</sup>	3.35×10 <sup>-4</sup>	3.88×10 <sup>-9</sup>	3.35×10 <sup>-4</sup>	1.82

<sup>(1)</sup> Transmisibilidad asociada a un espesor saturado de 1 m de espesor saturado en cada estrato descrito

<sup>(2)</sup> Propiedades geohidrológicas del Proyecto Texcoco (Herrera *et al.*, 1974)

### 4.3 Esquemas simplificados de análisis

Para poder generar un perfil simplificado en cada una de las secciones de interés se revisa la información de los perfiles de asentamiento debidos a la precarga-sobrecarga-drenes y los niveles de agua superficial en los pozos de observación a la fecha de ejecución de las pruebas, con la finalidad definir el nivel medio del terreno natural (NTN) y los niveles de agua superficial (NAF) inicial antes de efectuar las pruebas de bombeo. Dichos esquemas se muestran en la Figura 4.5.



**Figura 4.5.** Esquemas simplificados de las pruebas de bombeo ejecutadas en la Pista 2

Cabe destacar que el nivel del terreno natural presenta variaciones importantes a lo largo de una misma sección o cadenamiento, como se indicó en el *Capítulo 3* (Figura 3.2), por lo que los esquemas de la Figura 4.5 buscan representar de forma simplificada las condiciones de las pruebas de bombeo para poder realizar una primera evaluación con soluciones analíticas.

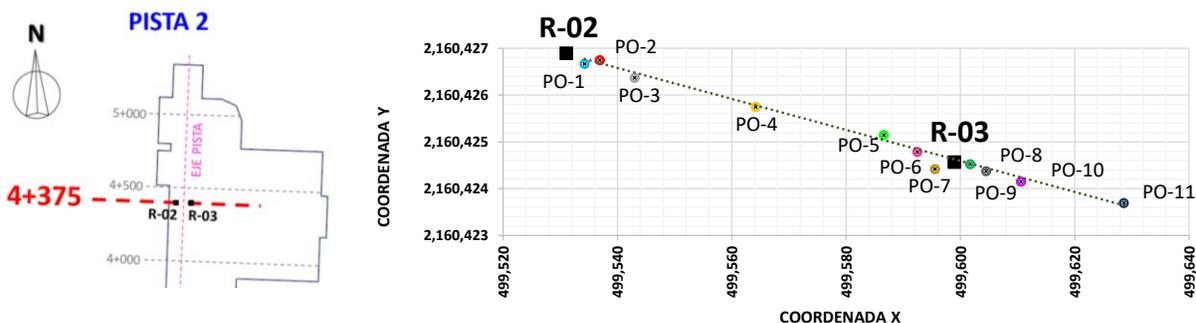
De acuerdo con la información analizada, las características de los estratos observados, y los esquemas simplificados generados, se determina que el acuífero que se evalúa es libre o no confinado. Este tipo de acuífero se caracteriza por la ausencia de un estrato confinante (o capa impermeable) entre la zona saturada y la superficie libre del agua (NAF), y por estar esta última a presión atmosférica. Con esta información se seleccionan las soluciones analíticas y numéricas aplicables a acuíferos libres para la evaluación de cada una de las pruebas.

### 4.3 Evaluación de las pruebas de bombeo ejecutadas

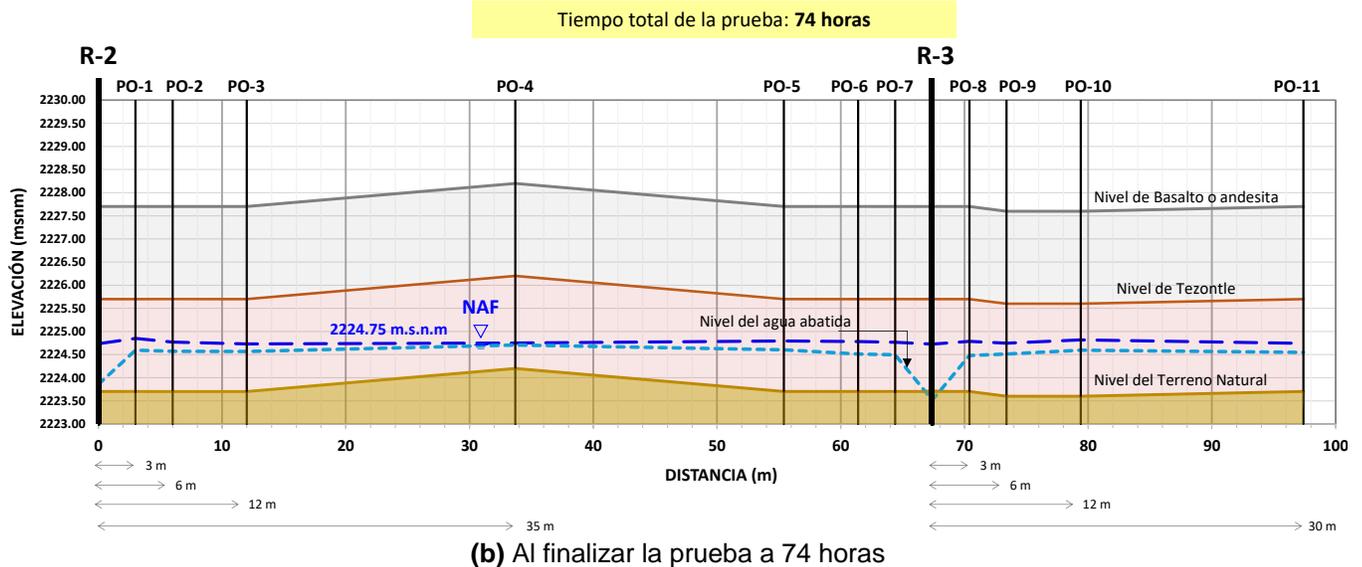
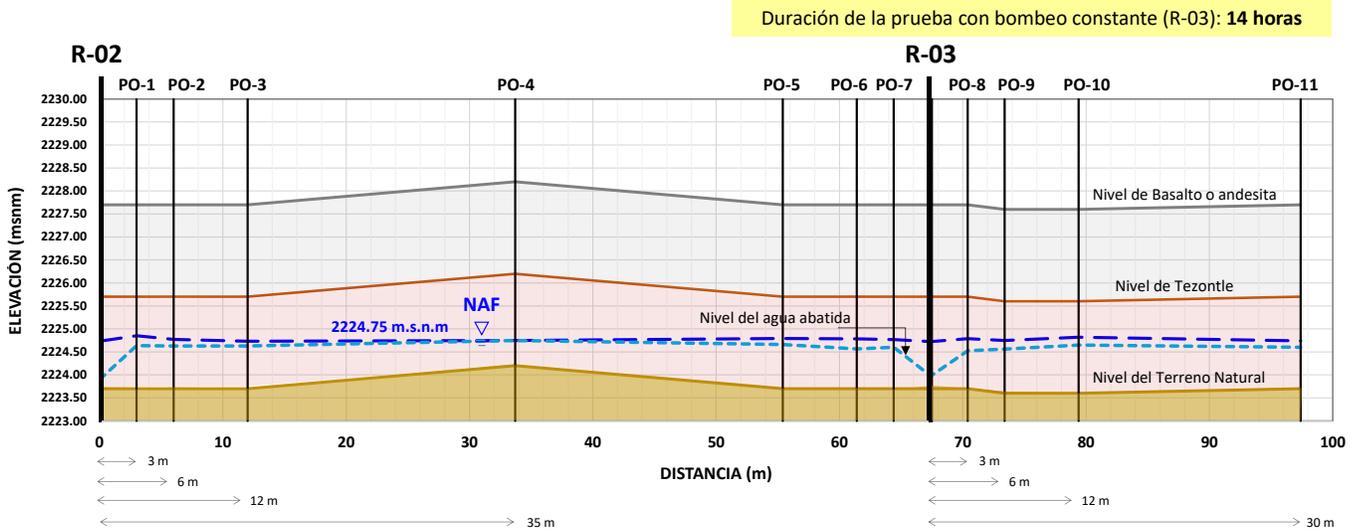
#### 4.3.1 Prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2

Del 14 al 17 de febrero de 2018 se llevó a cabo una prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2, que se describe a continuación:

- I. La prueba tuvo una duración total de 74 horas, bombeando agua simultáneamente de los registros R-03 y R-02. Se midieron los abatimientos en los pozos de observación PO-01, PO-02, PO-03, PO-05, PO-06, PO-08, PO-09, PO-10, y PO-11, con una frecuencia de medición de 1 minuto (Figura 4.6).
- II. Las distancias aproximadas de los pozos de observación al eje de los registros R-02 y R-03, son 3, 6, 12, 30 y 35 m (Figura 4.6).
- III. El aforo de las bombas de diámetro  $\phi = 2"$  empleadas en la prueba de bombeo fue de 6.01 a 6.57 l/s, mientras que el aforo de las bombas de diámetro  $\phi = 3"$  fue de 8.35 a 12.51 l/s.
- IV. El bombeo realizado en el R-02 fue intermitente durante toda la prueba. Al transcurrir las 74 horas se alcanzó un abatimiento máximo de 0.79 m en este pozo (Figura 4.7).
- V. En el registro R-03 durante las primeras 14 horas de la prueba se realizó bombeo a gasto constante con una bomba de  $\phi = 2"$  (abatimiento alcanzado: 0.8764 m). Al finalizar la prueba, se alcanzó un abatimiento de 1.20 m en el tezontle (Figura 4.7).



**Figura 4.6.** Ubicación de registros y pozos de observación en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2.



**Figura 4.7.** Abatimiento Vs Distancia en la prueba de bombeo del Cadenamiento 4+375 de Pista 2.

Las consideraciones de la evaluación con soluciones analíticas y modelación numérica son las siguientes:

- Según el esquema simplificado de análisis y lo mostrado en la Figura 4.7, se observa que la capa de tezontle es el único estrato saturado en el que ocurre el flujo de agua a través del pozo (espesor saturado medio: 1.25 m), por lo que las propiedades hidráulicas que se obtienen solo son representativas únicamente de este material.
- Las mediciones de *abatimiento Vs tiempo* del registro R-02 no se incluyen en el análisis por tratarse de bombeo intermitente durante toda la prueba.
- Las mediciones de los pozos de observación PO-01 a PO-07 no se toman en cuenta para el análisis.

- Para el análisis de propiedades hidráulicas del tezontle, únicamente se toma la medición de *abatimiento Vs tiempo* del registro R-03 y de los pozos de observación PO-08, PO-09, PO-10 y PO-11 durante las primeras 14 horas, por tratarse de mediciones asociadas a una condición de extracción a gasto constante ( $Q = 6.0 - 6.5 \text{ l/s}$ ) (Tabla 4.2).
- La evaluación de la información descrita en el punto anterior se realiza bajo las hipótesis de un problema en condición de flujo transitorio, al no observarse estabilización de los niveles de agua durante el periodo de bombeo a gasto constante.

**Tabla 4.2.** Resumen de mediciones de *abatimiento Vs tiempo* de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 4+375, en Pista 2

Tiempo $t$		Abatimiento del nivel de agua $s$				
		R-03	PO-08	PO-09	PO-10	PO-11
(h)	(s)	(m)	(m)	(m)	(m)	(m)
2.8	10,080	0.3444	0.1476	0.0765	0.0579	0.0334
3.0	10,800	0.3801	0.1594	0.086	0.0668	0.0405
3.5	12,600	0.4523	0.1825	0.1068	0.0873	0.0586
4.0	14,400	0.4741	0.1954	0.1204	0.1025	0.0736
4.5	16,200	0.5163	0.2102	0.1345	0.1168	0.0875
5.0	18,000	0.5109	0.2184	0.1439	0.1274	0.0984
5.5	19,800	0.5705	0.2307	0.1546	0.1374	0.1079
6.0	21,600	0.5252	0.2358	0.1624	0.1467	0.1177
6.5	23,400	0.5458	0.242	0.1683	0.1528	0.1233
7.0	25,200	0.6754	0.2557	0.179	0.1617	0.1309
7.5	27,000	0.6166	0.2563	0.1817	0.1656	0.1353
8.0	28,800	0.6369	0.2589	0.1841	0.168	0.1376
8.5	30,600	0.6275	0.2598	0.1856	0.1698	0.1397
9.0	32,400	0.6356	0.2612	0.1873	0.1715	0.1415
9.5	34,200	0.6645	0.2595	0.1852	0.1696	0.1395
10.0	36,000	0.7490	0.2611	0.1858	0.1696	0.1390
11.0	39,600	0.7767	0.2572	0.1826	0.1668	0.1364
12.0	43,200	0.8132	0.2527	0.1784	0.1626	0.1320
13.0	46,800	0.8232	0.2505	0.1764	0.1608	0.1302
14.0	50,400	0.8764	0.2490	0.1751	0.1596	0.1290

Las soluciones analíticas que son apropiadas para la evaluación de las mediciones de abatimiento en condiciones de flujo transitorio para acuíferos libres son (a) *Theis con corrección de Jacob* y (b) *Neuman*. Ambas soluciones se aplican a acuíferos no confinados de configuración horizontal, espesor constante y extensión infinita, en el cual se lleva a cabo una prueba de bombeo a caudal constante.

Lo que se busca al aplicar las soluciones analíticas es obtener la curva teórica (o curva patrón) que mejor ajuste presenta con las mediciones de campo en cada uno de los pozos de observación. Para obtenerla, se emplea el programa *AquiferTest* (Waterloo Hydrogeologic, 2017), el cual facilita el ajuste de la curva teórica al minimizar la diferencia entre el valor

observado y el estimado con el modelo analítico. El método aplicado por el programa es el *downhill simplex*, usado principalmente para minimizar la suma de errores al cuadrado en funciones no lineales.

De las soluciones analíticas mencionadas, la de *Theis con corrección de Jacob* (ecuación 4.1) es la que presenta la mejor correlación con los datos de campo:

$$s^* = \frac{Q}{4\pi T} \cdot W(u) \quad (4.1)$$

Donde:

$$s^* = s - \frac{s^2}{2H} \quad (4.2)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (4.3)$$

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} + \dots \quad (4.4)$$

$$T = kH \quad (4.5)$$

Donde:

$s^*$	corrección de los abatimientos observados aplicable a acuíferos libres
$s$	abatimiento medido
$Q$	gasto de bombeo
$T$	transmisibilidad del acuífero
$S$	coeficiente de almacenamiento
$r$	distancia del punto de medición al pozo de bombeo
$t$	tiempo
$k$	permeabilidad del acuífero
$H$	espesor de suelo saturado inicial

A partir del ajuste de la curva patrón con las mediciones en campo es posible estimar los parámetros hidráulicos preliminares de la capa de tezontle, según se indica en la Tabla 4.3.

Por tratarse de un pozo de gran diámetro (1.58 m), con la ecuación de *Papadopoulos-Cooper* (ecuación 4.6) se estima el tiempo en el cual el efecto del almacenamiento del pozo, de radio  $r_c$ , puede despreciarse y las mediciones de abatimiento son representativas del acuífero:

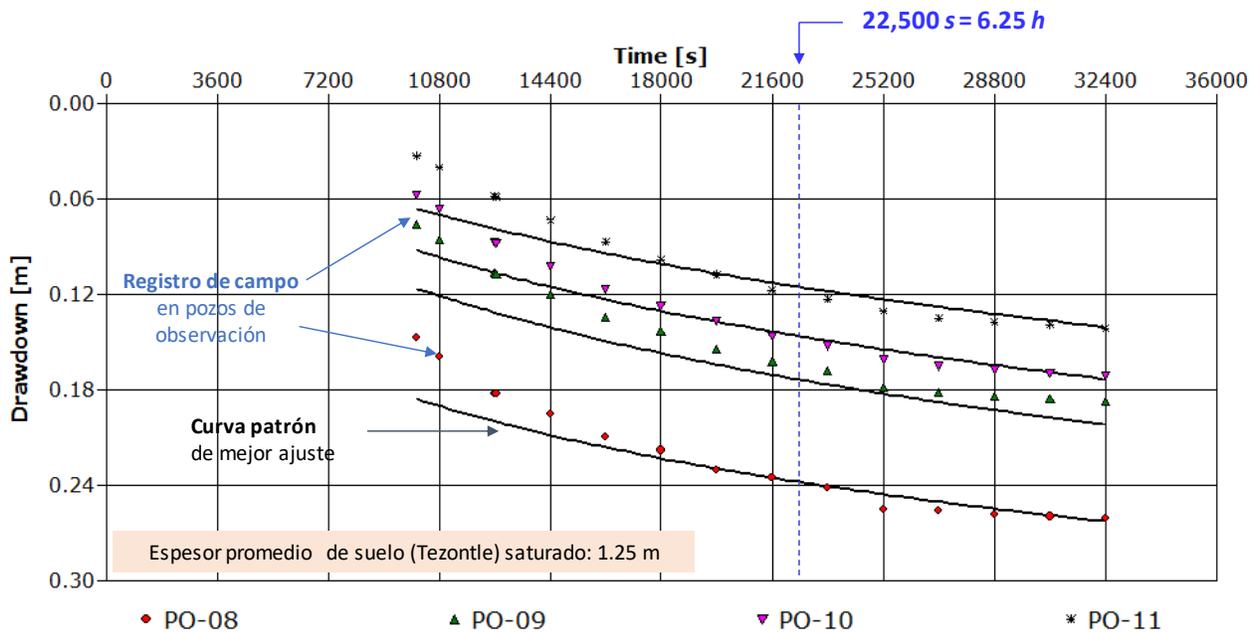
$$t = \frac{250 r_c^2}{T} \quad (4.6)$$

$$t = \frac{250 (1.58/2 \text{ m})^2}{(6.89 \times 10^{-3} \text{ s})} = 22,500 \text{ s} = 6.25 \text{ h} \quad (4.7)$$

De esta forma, la curva patrón se ajusta principalmente a las mediciones correspondientes a tiempos largos (Figura 4.8), posterior a 6.25 horas de iniciada la prueba.

**Tabla 4.3.** Resultados de la evaluación de la prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2

Cadenamiento	Espesor $H$	Transmisibilidad $T_T$		Permeabilidad $k_T$		Coefficiente almacenamiento $S_T$
	(m)	(m <sup>2</sup> /s)	(m <sup>2</sup> /día)	(m/s)	(m/día)	(adimensional)
4+375	1.25	$6.89 \times 10^{-3}$	595	$5.51 \times 10^{-3}$	476	0.089 – 0.990



**Figura 4.8.** Gráfico *Abatimiento Vs Tiempo* de la prueba de bombeo en Cadenamiento 4+375, Pista 2.

Una vez obtenidos los parámetros hidráulicos preliminares con la solución analítica, se complementa la evaluación de la prueba de bombeo con modelación numérica 3D. Se selecciona el método de elementos finitos (MEF) por la ventaja que ofrece de plasmar de forma detallada la configuración irregular de terreno natural, y de los estratos de tezontle y andesita o basalto. Para la modelación numérica 3D se emplea el código especializado *SVFlux V2009*, el cual permite la evaluación de flujo de agua subterránea con el MEF (Thode y Fredlund, 2013). Las consideraciones para el modelo numérico 3D son las siguientes:

- En el caso particular de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 4+375, se cuenta con información de asentamientos del terreno natural debido al sistema precarga-sobrecarga-drenes en esta misma sección, la cual se integra al modelo numérico 3D, permitiendo un análisis más apegado a las condiciones reales de la prueba.



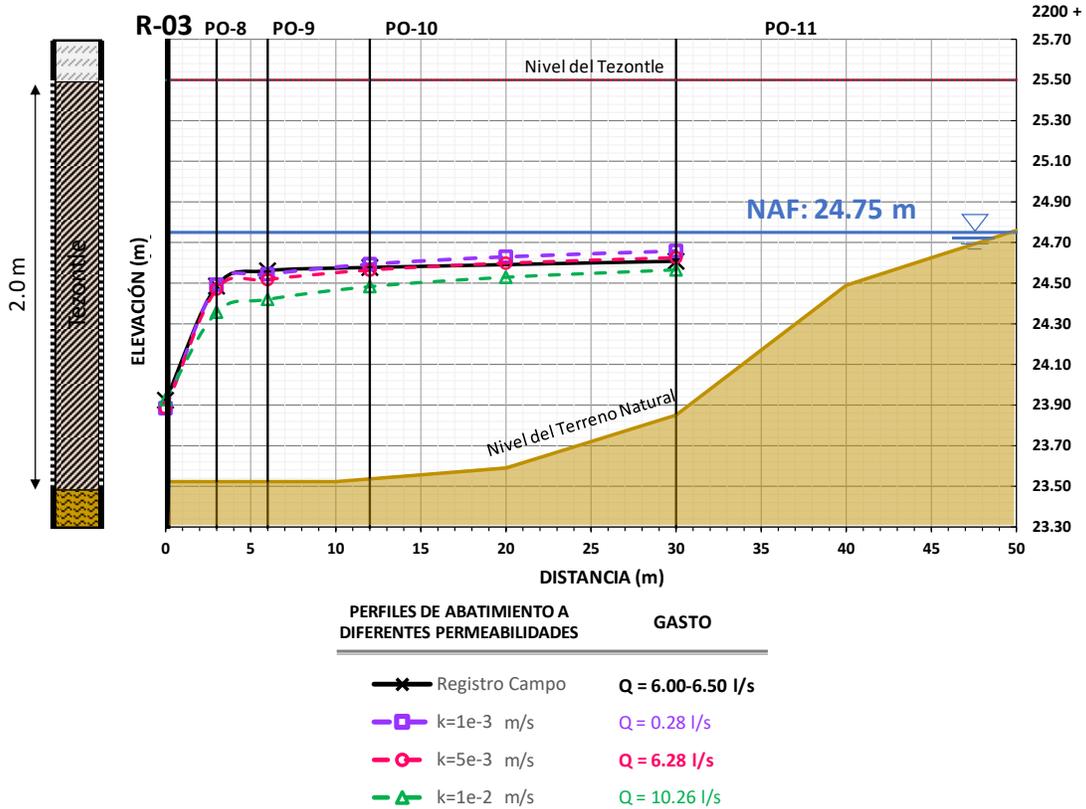
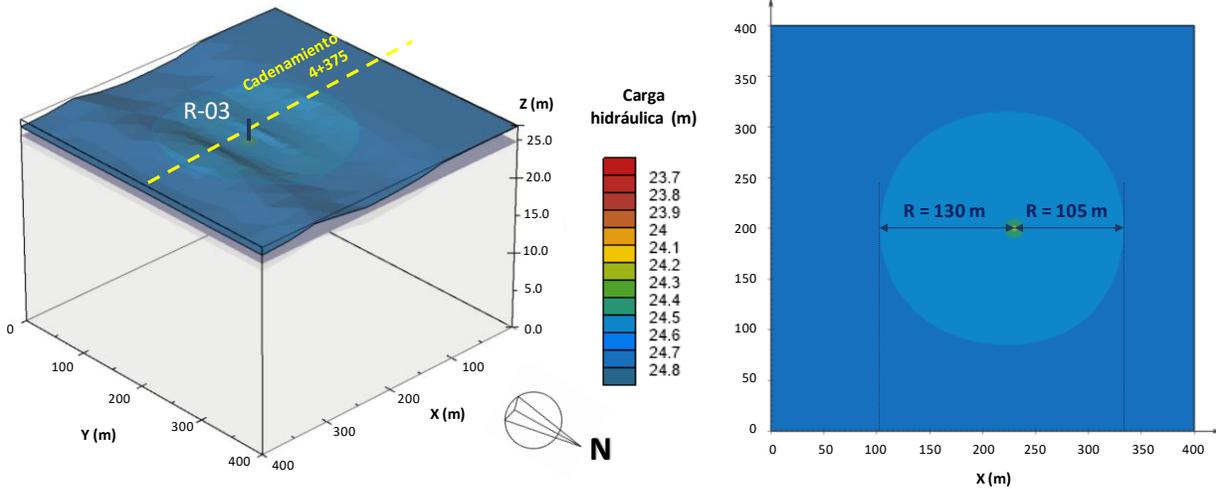


Figura 4.10. Perfiles de abatimiento para diferentes permeabilidades del tezontle, obtenidos de la modelación numérica 3D en la prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de Pista 2.

➤ Estimación con modelación numérica 3D:



➤ Estimación con fórmula empírica de Sichardt:

$$R = 2000 \cdot s_0 \cdot \sqrt{k}$$

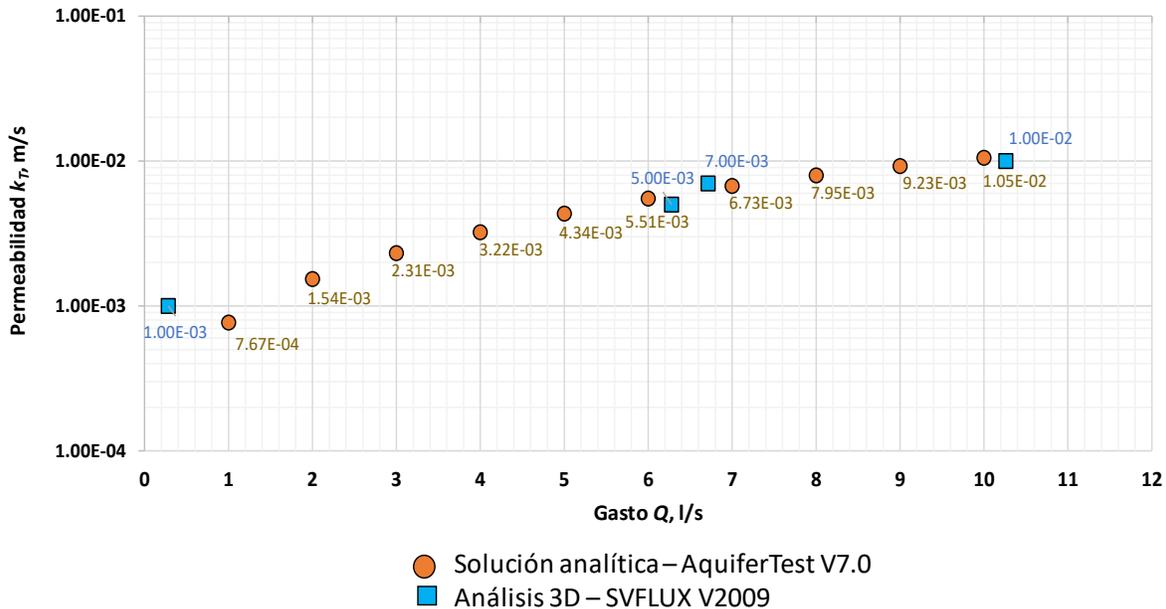
$$R = 2000 (1 \text{ m}) \sqrt{5.0 \times 10^{-3} \text{ m/s}}$$

$$R = 141 \text{ m}$$

Figura 4.11. Radio de influencia  $R$  de la prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de Pista 2, estimado con modelación numérica 3D bajo y con la fórmula empírica de *Sichardt*.

De forma complementaria a los análisis mostrados, se presenta un ejercicio de corroboración entre resultados obtenidos con la solución analítica y la modelación numérica 3D. Se toma el perfil de *abatimiento Vs tiempo* medido en la prueba de bombeo del Cadenamiento 4+375 y se varía el gasto teórico de la prueba para obtener las propiedades hidráulicas de la capa de tezontle. La comparación con la solución numérica se hace considerando los valores de permeabilidad de la capa de tezontle y gasto estimado mostrados en la Figura 4.10.

En la Figura 4.12 se muestra la buena correlación que existe entre los resultados obtenidos con la solución analítica (círculo naranja) y la modelación numérica 3D (cuadro azul), evaluando las condiciones de bombeo a diferentes gastos ( $Q$ : 1.0 a 10 l/s) y permeabilidades ( $k_T$ :  $1.0 \times 10^{-3}$  a  $1.0 \times 10^{-2}$  m/s). A partir de esta comparación, se considera que la solución analítica de *Theis con corrección de Jacob* aplicable a acuíferos libres proporciona valores apropiados de propiedades hidráulicas del tezontle para las condiciones de la prueba.



**Figura 4.12.** Gasto Vs Permeabilidad: gráfico comparativo de resultados de solución analítica (permeabilidad) y resultados de la modelación numérica 3D (gasto).

#### 4.3.2 Pruebas de bombeo en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de la de la Pista 2

Las pruebas de bombeo realizadas del 23 de febrero al 2 de marzo de 2018 en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de la Pista 2 se describen a continuación:

- I. La prueba de bombeo en el Cadenamiento 1+925 tuvo una duración de 8 horas, bombeándose del pozo de bombeo PB-01 a un gasto promedio de 2.59 l/s, registrándose los descensos del nivel de agua en los pozos de observación PO-02 y PO-03 (Figura 4.13a y Tabla 4.4). El abatimiento máximo en el pozo de bombeo fue 0.34 m.
- II. La prueba de bombeo en el Cadenamiento 3+065 tuvo una duración de 13 horas, bombeándose del pozo de bombeo PB-03 a un gasto promedio de 5.14 l/s, registrándose

los descensos del nivel de agua en los pozos de observación PO-01 y PO-02 (Figura 4.13b y Tabla 4.5). El abatimiento máximo en el pozo de bombeo fue 0.37 m.

- III. En el Cadenamiento 4+600 se llevaron a cabo 2 pruebas de bombeo. La primera prueba tuvo una duración de 22 horas bombeando del pozo de bombeo PB-01 a un gasto promedio de 4.95 l/s, alcanzando un abatimiento máximo de 0.14 m (Figura 4.13c y Tabla 4.6). La segunda prueba se llevó a cabo en 3 horas 43 minutos bombeando del pozo de bombeo PB-03, con gasto constante de 7.83 l/s y abatimiento máximo de 0.29 m (Figura 4.13c y Tabla 4.7).

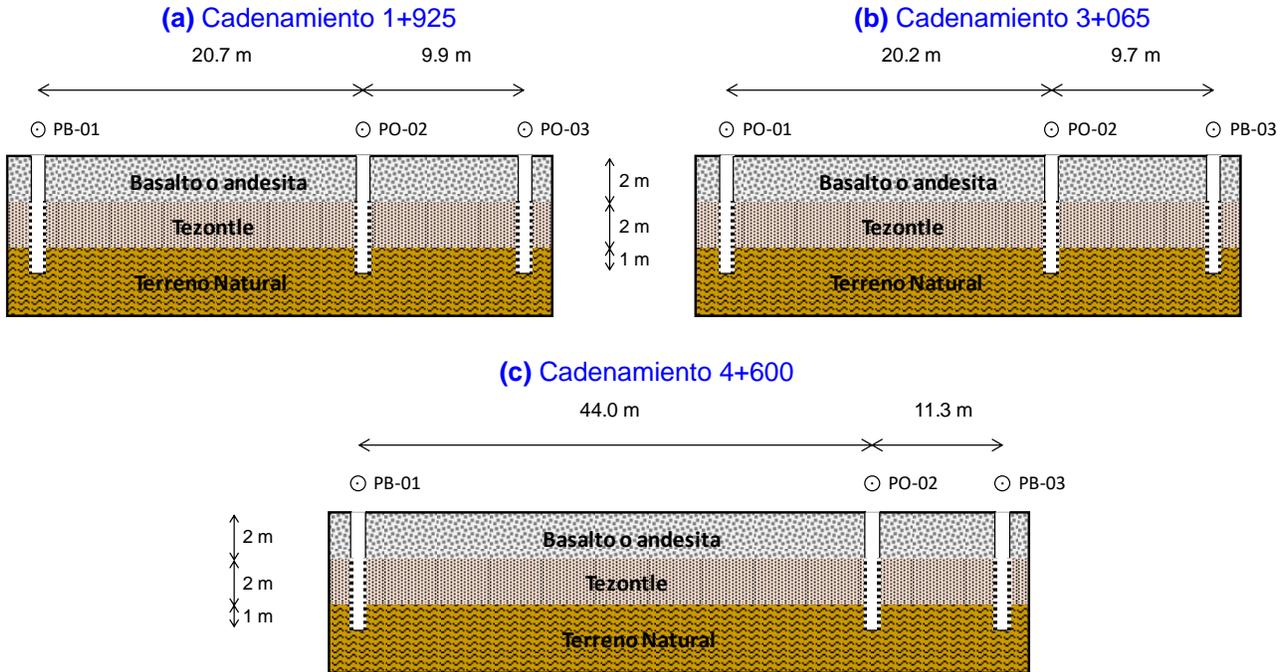


Figura 4.13. Ubicación de los pozos de bombeo y observación de las pruebas realizadas en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de Pista 2

Tabla 4.4. Mediciones de *abatimiento* Vs *tiempo* de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 1+925, en la Pista 2

Tiempo $t$		Abatimiento del nivel de agua $s$		
		PB-01	PO-02	PO-03
(h)	(s)	(m)	(m)	(m)
0.5	1,800	0.13	0.00	0.02
1.0	3,600	0.18	0.00	0.00
1.5	5,400	0.23	0.01	0.00
2.0	7,200	0.22	0.00	0.02
3.0	10,800	0.27	0.01	0.01
4.0	14,400	0.30	0.02	0.00
5.0	18,000	0.31	0.02	0.01
6.0	21,600	0.32	0.01	0.01
7.0	25,200	0.32	0.01	0.01
8.0	28,800	0.34	0.02	0.01

**Tabla 4.5.** Mediciones de *abatimiento Vs tiempo* de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 3+065, en la Pista 2

Tiempo $t$		Abatimiento del nivel de agua $s$		
		PO-01	PO-02	PB-03
(h)	(s)	(m)	(m)	(m)
0.5	1,800	0.00	0.07	0.28
1.0	3,600	0.01	0.09	0.30
1.5	5,400	0.01	0.10	0.30
2.0	7,200	0.01	0.10	0.33
3.0	10,800	0.03	0.11	0.34
4.0	14,400	0.02	0.12	0.34
5.0	18,000	0.04	0.12	0.34
6.0	21,600	0.04	0.12	0.34
7.0	25,200	0.03	0.12	0.35
8.0	28,800	0.04	0.12	0.35
9.0	32,400	0.04	0.13	0.35
10.0	36,000	0.04	0.13	0.36
11.0	39,600	0.04	0.13	0.36
12.0	43,200	0.06	0.14	0.37
13.0	46,800	0.05	0.14	0.37

**Tabla 4.6.** Mediciones de *abatimiento Vs tiempo* de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 4+600 (PB-01), en Pista 2

Tiempo $t$		Abatimiento del nivel de agua $s$		
		PB-01	PO-02	PO-03
(h)	(s)	(m)	(m)	(m)
0.5	1,800	0.09	0.00	0.01
1.0	3,600	0.11	0.00	0.01
1.5	5,400	0.10	0.00	0.01
2.0	7,200	0.11	0.01	0.01
3.0	10,800	0.10	0.01	0.01
4.0	14,400	0.12	0.00	0.02
5.0	18,000	0.12	0.01	0.01
6.0	21,600	0.12	0.01	0.01
7.0	25,200	0.12	0.02	0.01
8.0	28,800	0.13	0.02	0.02
9.0	32,400	0.13	0.02	0.03
10.0	36,000	0.13	0.02	0.02
11.0	39,600	0.14	0.02	0.02
12.0	43,200	0.13	0.02	0.02
13.0	46,800	0.12	0.02	0.02
14.0	50,400	0.12	0.03	0.03
15.0	54,000	0.13	0.02	0.02
16.0	57,600	0.12	0.03	0.03
17.0	61,200	0.13	0.03	0.03
18.0	64,800	0.14	0.03	0.03
19.0	68,400	0.14	0.04	0.03
20.0	72,000	0.13	0.04	0.03
21.0	75,600	0.14	0.04	0.03
22.0	79,200	0.15	0.04	0.04

**Tabla 4.7.** Mediciones de *abatimiento Vs tiempo* de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 4+600 (PB-03), en Pista 2

Tiempo $t$		Abatimiento del nivel de agua $s$		
		PO-01	PO-02	PB-03
(h)	(s)	(m)	(m)	(m)
0.25	900	0.01	0.02	0.22
0.50	1,800	0.01	0.04	0.24
0.75	2,700	0.01	0.04	0.25
1.00	3,600	0.02	0.05	0.26
1.50	5,400	0.03	0.06	0.27
2.00	7,200	0.02	0.06	0.28
3.00	10,800	0.02	0.07	0.29
3.72	13,380	0.03	0.08	0.29

Durante el tiempo de ejecución de las pruebas no se observa que los niveles de agua abatidos se mantengan constantes en el tiempo, por lo que las pruebas de bombeo se evaluaron bajo condiciones de flujo transitorio. La solución analítica que presenta el mejor ajuste con los datos de campo es la de *Theis con corrección de Jacob* (Figuras 4.14, 4.15 y 4.16). Los parámetros hidráulicos obtenidos se indican en la Tabla 4.8.

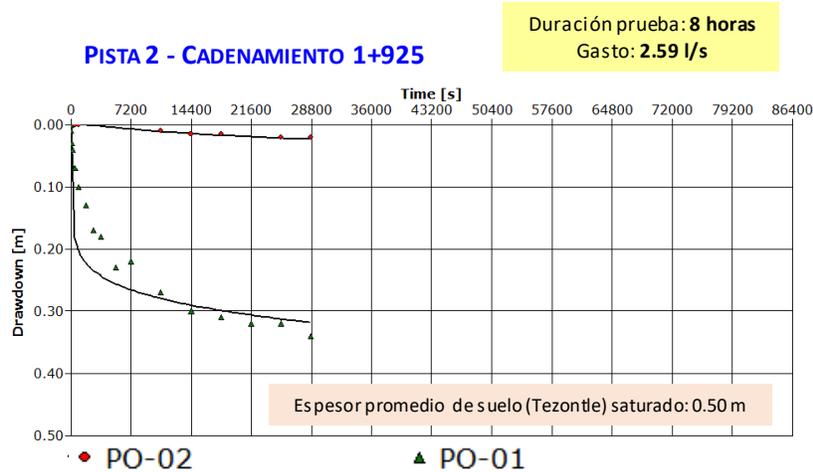
Particularmente, en las pruebas de bombeo descritas en este apartado se observan algunas desventajas:

- En todos los casos, la precisión de las mediciones de variación del nivel de agua (precisión de 0.01 m) no es la apropiada para el orden de abatimientos alcanzados en los pozos de observación durante las pruebas (abatimientos máximos: 0.02 a 0.14 m). Este detalle se distingue en registros con un mismo valor de abatimiento en intervalos de 3 a 4 horas (Tablas 4.4, 4.5, y 4.6).
- La prueba ejecutada en el Cadenamiento 1+925 presenta el efecto combinado de bajo caudal de bombeo (2.59 l/s), corta duración de la prueba (8 horas), y pozos de observación a más de 20 m de distancia. Los valores que se obtienen del análisis de esta prueba se toman con cautela para futuros análisis.
- La prueba realizada en el Cadenamiento 4+600 bombeando del pozo PB-01, a pesar de ser la prueba de mayor duración, presenta la desventaja de que los pozos de observación se encuentran a más de 40 m de distancia, registrando abatimientos menores o iguales a 0.04 m. (Tabla 4.6)
- La prueba realizada en el Cadenamiento 4+600 bombeando del pozo PB-03 tuvo un tiempo de duración de 3 horas 43 minutos, el cual se considera insuficiente para la apropiada determinación de propiedades hidráulicas.

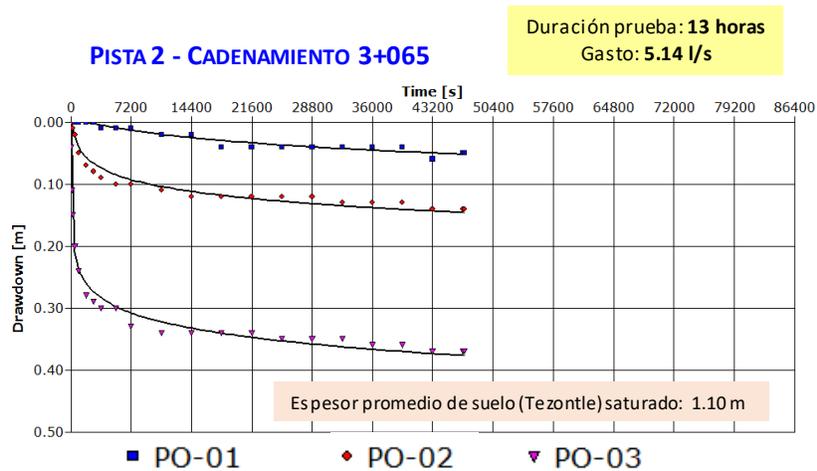
Con la finalidad de complementar el análisis de estas pruebas, en todos los casos se incluye el ajuste de la curva teórica con las mediciones de abatimiento de los pozos de bombeo.

**Tabla 4.8.** Resultados de las pruebas de bombeo en los Cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 de la Pista 2

Cadenamiento	Esesor $H$	Transmisibilidad $T_T$		Permeabilidad $k_T$		Coefficiente almacenamiento $S_T$
	(m)	(m <sup>2</sup> /s)	(m <sup>2</sup> /día)	(m/s)	(m/día)	(adimensional)
1+925	0.50	$1.30 \times 10^{-2}$	1119	$2.59 \times 10^{-2}$	2238	0.011 – 0.561
3+065	1.10	$1.60 \times 10^{-2}$	1382	$1.45 \times 10^{-2}$	1256	0.081 – 0.278
4+600 (PB-01)	1.20	$2.02 \times 10^{-2}$	1741	$1.68 \times 10^{-2}$	1451	0.340
4+600 (PB-03)	1.20	$2.51 \times 10^{-2}$	2164	$2.09 \times 10^{-2}$	1803	0.080 – 0.261



**Figura 4.14.** Gráfico *Abatimiento Vs Tiempo* de la prueba de bombeo en Cadenamiento 1+925, Pista 2.



**Figura 4.15.** Gráfico *Abatimiento Vs Tiempo* de la prueba de bombeo en Cadenamiento 3+065, Pista 2.



distancia del pozo de extracción. Las condiciones de ejecución de la prueba (duración y gasto empleado) permitieron obtener de forma satisfactoria los parámetros hidráulicos del tezontle que sobreyace al terreno natural mediante soluciones analíticas y numéricas.

En todas las pruebas de bombeo analizadas se observó que la solución teórica de *Theis con corrección de Jacob* para acuíferos libres fue la que presentó el mejor ajuste con los datos de campo, obteniéndose los parámetros hidráulicos de transmisibilidad  $T$ , permeabilidad  $k$  y coeficiente de almacenamiento  $S$  para la capa de tezontle. Adicionalmente, con la información disponible de la prueba realizada en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2 se pudo observar la consistencia de resultados entre la solución analítica y la solución numérica para el rango de gastos y permeabilidades aplicables al caso de estudio.

Las pruebas de bombeo ejecutadas en los cadenamientos 1+925, 3+065 y 4+600 presentaron algunas desventajas para su evaluación con soluciones analíticas, entre ellas la precisión de las mediciones, el tiempo de duración de las pruebas, el gasto empleado, y la distancia de los pozos de observación respecto al pozo de extracción. Para prevenir las desventajas observadas y mejorar la aproximación de los resultados obtenidos, es recomendable optimizar la ubicación y distancia de los pozos de observación (por ejemplo, a 5, 10 y 15 m) y programar tiempos de duración de las pruebas más extensos. Adicionalmente, es conveniente instrumentar las mediciones de variaciones de niveles agua para mejorar la precisión de los datos, y evitar errores de registro por parte del observador.

Finalmente, el resumen de pruebas de bombeo realizadas en la Pista 2 y los parámetros hidráulicos obtenidos de su evaluación se muestran en la Tabla 4.9 y Figura 4.17.

**Tabla 4.9.** Resumen de pruebas de bombeo realizadas en la Pista 2 y parámetros hidráulicos obtenidos de su evaluación

Cadenamiento	Duración	Gasto	Espesor $H$	Transmisibilidad $T_T$	Permeabilidad $k_r$	Coficiente almacenamiento $S_T$
	(h)	(Q)	(m)	(m <sup>2</sup> /s)	(m/s)	(adimensional)
<b>1+925</b>	8	2.59	0.50	$1.30 \times 10^{-2}$	$2.59 \times 10^{-2}$	0.011 – 0.561
<b>3+065</b>	13	5.14	1.10	$1.60 \times 10^{-2}$	$1.45 \times 10^{-2}$	0.081 – 0.278
<b>4+375</b>	*14	6.00 – 6.50	1.25	$6.89 \times 10^{-3}$	$5.51 \times 10^{-3}$	0.089 – 0.990
<b>4+600 (PB-01)</b>	24	4.95	1.20	$2.02 \times 10^{-2}$	$1.68 \times 10^{-2}$	0.340
<b>4+600 (PB-03)</b>	3.75	7.83	1.20	$2.51 \times 10^{-2}$	$2.09 \times 10^{-2}$	0.080 – 0.261

\*Duración de la prueba a gasto constante

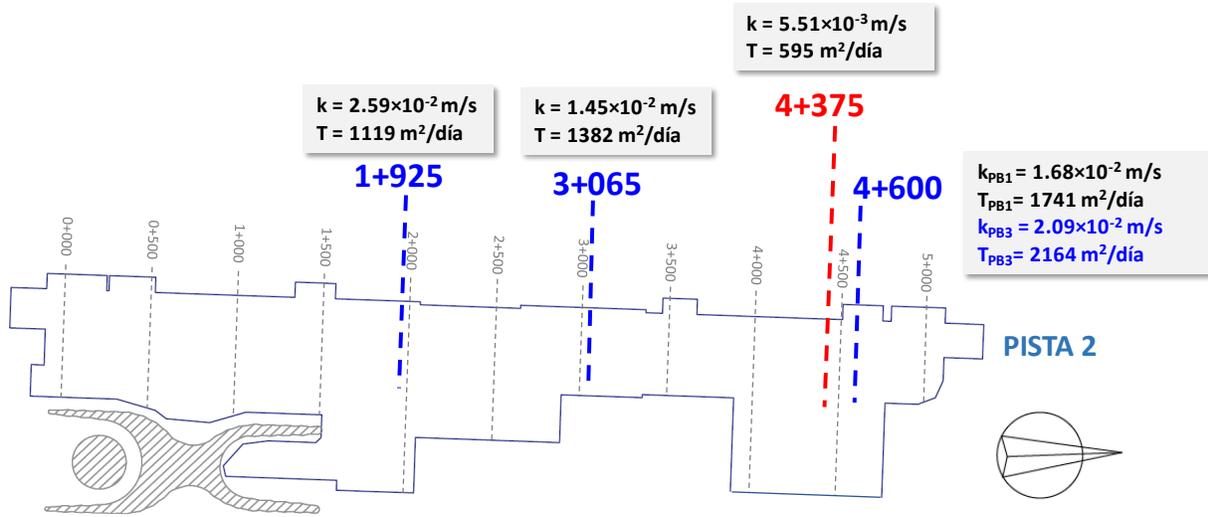


Figura 4.17. Ubicación de pruebas de bombeo y resultados de propiedades hidráulicas del tezontle en Pista 2 del NAIM.

## **5. APLICACIÓN AL DISEÑO Y EVALUACIÓN DE UN SISTEMA DE POZOS DE EXTRACCIÓN**

El objetivo de este capítulo es presentar una metodología de diseño y evaluación de un sistema de pozos de extracción, cuya finalidad principal es el abatimiento de nivel de agua superficial. La aplicación de esta metodología se hace a partir de la información recabada del caso de estudio y de la evaluación de pruebas de bombeo realizadas en el área de interés.

Este capítulo se divide en tres apartados principales:

- I. El primer apartado describe la metodología sugerida para el diseño y evaluación de sistemas de pozos de bombeo.
- II. El segundo apartado describe el diseño de una propuesta de sistema de pozos de extracción en la Pista 2 del NAIM a partir de un estrato permeable (capa de tezontle), con la finalidad principal de ejemplificar la metodología propuesta en esta tesis. Se presentan los criterios y consideraciones tomadas para la definición de número de pozos y ubicación, estimación de gastos de operación y evaluación de los niveles de agua que se pueden abatir. En este apartado se hace énfasis en la integración de los resultados de pruebas de bombeo y análisis complementarios al diseño del sistema de pozos de extracción.
- III. El tercer apartado del capítulo presenta la evaluación y modelación de la primera fase del sistema de bombeo activo superficial actualmente en funcionamiento en la Pista 3 del NAIM, el cual busca la extracción del agua superficial a partir de los drenes horizontales previamente instalados en el área de estudio. Se toma en cuenta la información disponible del monitoreo de pozos colectores a partir de la fecha de inicio de extracción de agua hasta la fecha de estabilización de niveles de agua abatidos.

## 5.1 Descripción de la metodología sugerida

### 1. Evaluación de pruebas de bombeo (PB)

En este paso se retoman resultados obtenidos de parámetros hidráulicos (transmisibilidad  $T$ , permeabilidad  $k$ , coeficiente de almacenamiento  $S$ ) estimados a partir de pruebas de bombeo en el área de interés. De ser posible, se complementan parámetros hidráulicos del subsuelo con estudios previos realizados en el área.

### 2. Consideraciones generales del área de estudio

Las consideraciones generales para el diseño de sistemas de pozos involucran la integración de información referente a propiedades hidráulicas y geotécnicas del subsuelo, configuración de los estratos de interés (variación de espesores, presencia de fronteras impermeables y/o fuentes de recarga), variaciones del nivel de agua superficial y/o niveles piezométricos, y características generales de los pozos y equipo de bombeo.

### 3. Diseño de un sistema de pozos de extracción

Este paso consiste en proponer la separación y ubicación de pozos de bombeo, integrando análisis complementarios de pruebas de bombeo, así como criterios y especificaciones propios del proyecto que se trate.

### 4. Evaluación de desempeño con modelado numérico

Mediante el uso de herramientas de modelado numérico en un software especializado, se plasma la información recabada de la zona de estudio y se evalúan los resultados del sistema de pozos de extracción propuesto, verificando que los requerimientos técnicos y económicos se cumplan satisfactoriamente. Es posible que se deseen evaluar diversos escenarios para seleccionar la mejor propuesta de sistema de pozos de extracción.



Figura 5.1 Descripción de la metodología sugerida para el diseño de un sistema de pozos de extracción

## 5.2 Diseño de un sistema superficial de pozos de extracción a partir de un estrato permeable

El diseño consiste en un sistema superficial de pozos de bombeo instalados hasta la superficie del terreno natural, penetrando la sobrecarga de 2 m (basalto o andesita) y la precarga (tezontle), y que se encuentran ranurados únicamente en el espesor de tezontle.

### 5.2.1 Consideraciones generales

a) *Parámetros hidráulicos de los estratos de interés*

Para la costra seca (CS) y la formación arcillosa superior (FAS) se toman los parámetros hidráulicos empleados en el análisis de pruebas de bombeo del *Capítulo 4*. Respecto al tezontle, se consideran sólo los parámetros hidráulicos obtenidos de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2, por tratarse del ensayo con mayor cobertura de información y de mejor precisión de los resultados obtenidos. Finalmente, los parámetros del estrato de basalto o andesita se obtienen de referencias bibliográficas y son representativos únicamente de suelos de grano grueso y gravas. Lo anterior se resume en la Tabla 5.1.

b) *Asentamiento del nivel del terreno natural (NTN) debido a la precarga-sobrecarga-drenes*  
Se toma en cuenta la información de 18 secciones instrumentadas de la Pista 2 para generar la configuración del terreno natural e identificar las zonas de mayor hundimiento. Esta información se procesa para generar un mapa de isoelevaciones del NTN en Pista 2, al período del 1 al 15 de marzo de 2018 (Figura 5.2).

c) *Nivel de agua freática (NAF)*

El nivel del agua freática se determina a partir de las mediciones de 19 pozos de observación ubicados en 7 secciones de la Pista 2. Junto con la información de elevación del nivel del terreno natural se identifican aquellas zonas que requieren mayor atención para el diseño del sistema. El mapa generado de isoniveles de agua superficial en Pista 2, al período del 1 al 15 de marzo de 2018, se presenta en la Figura 5.3.

d) *Condiciones generales de los pozos y equipo de bombeo*

El diseño del sistema de extracción se basa en pozos instalados hasta la superficie del terreno natural, penetrando únicamente la capa de basalto o andesita y de tezontle (aproximadamente de 2 m de espesor cada una). Asimismo, los pozos se consideran ranurados en el espesor de la capa de tezontle.

Respecto al equipo de bombeo, se toma como referencia el empleado en la prueba del Cadenamiento 4+375 de la Pista 2, con capacidad de extracción mayor a 6 l/s y requerimiento de 20 cm de tirante mínimo de agua para un adecuado funcionamiento

e) *Simplificaciones asumidas para la modelación numérica 3D*

El área de estudio de la Pista 2 se delimitó a un ancho de 700 m y a un largo de 5,600 m (Figura 5.4a). A partir de la información de perfiles de asentamiento del nivel del terreno natural y de los niveles de agua superficial a lo largo de la Pista 2, en el código especializado *SVFlux V2009* se genera la configuración 3D del terreno mediante una malla

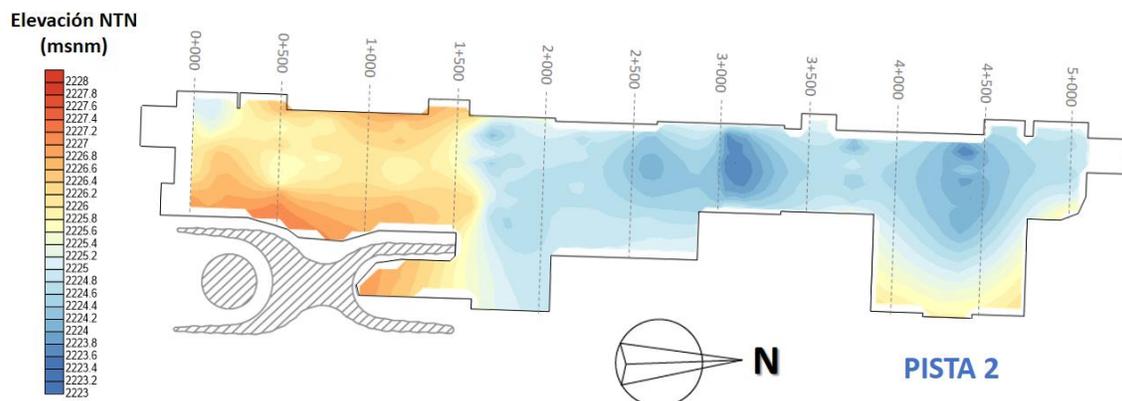
compuesta por elementos finitos triangulares (Figura 5.4b y 5.5) y se establece el nivel de agua promedio (Figura 5.4c y 5.5). Para efectos de simplificación del modelo, se considera en toda el área de análisis un espesor constante de 2m de la capa de basalto o andesita y 2m de la capa de tezontle por encima del terreno natural.

**Tabla 5.1.** Propiedades hidráulicas de los estratos de interés para el diseño del sistema de pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM

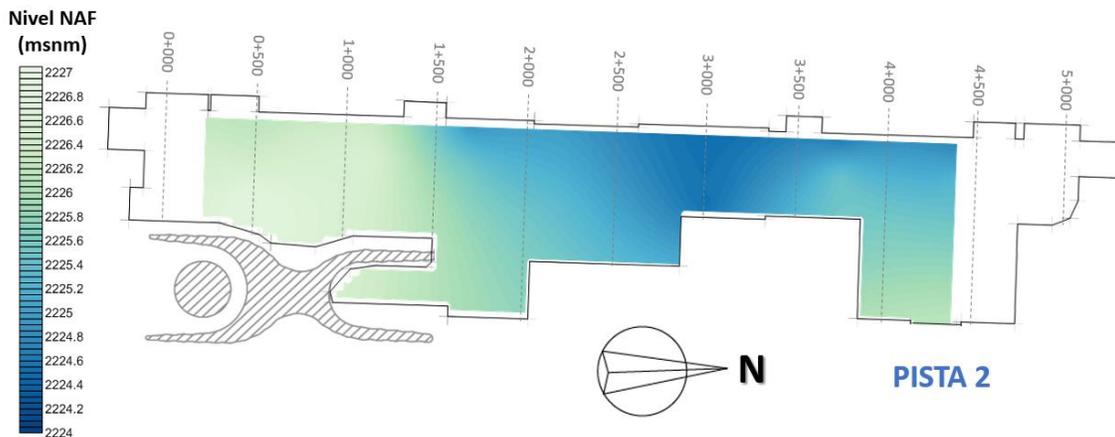
Estrato	Transmisibilidad <sup>(2)</sup> $T$		Permeabilidad $k$		Coeficiente almacenamiento $S$ (adimensional)
	(m <sup>2</sup> /s)	(m <sup>2</sup> /día)	(m/s)	(m/día)	
Basalto/andesita <sup>(1)</sup>	$1 \times 10^{-2}$	864	$1 \times 10^{-2}$	864	0.200 – 0.990
Tezontle	$5.51 \times 10^{-3}$	476	$5.51 \times 10^{-3}$	476	0.089 – 0.990
Costra seca (CS)	$1.34 \times 10^{-5}$	1.16	$1.34 \times 10^{-5}$	1.16	---
Formación arcillosa superior (FAS)	$3.88 \times 10^{-9}$	$3.35 \times 10^{-4}$	$3.88 \times 10^{-9}$	$3.35 \times 10^{-4}$	1.82

<sup>(1)</sup> Valores de propiedades hidráulicas tomadas de Cheng, 2000

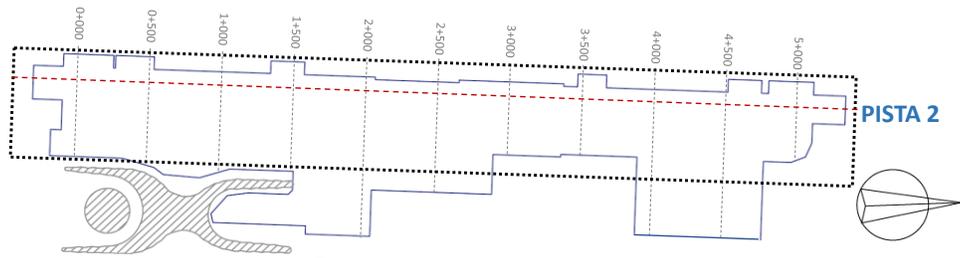
<sup>(2)</sup> Transmisibilidad asociada a 1 m de espesor de suelo saturado en cada estrato descrito



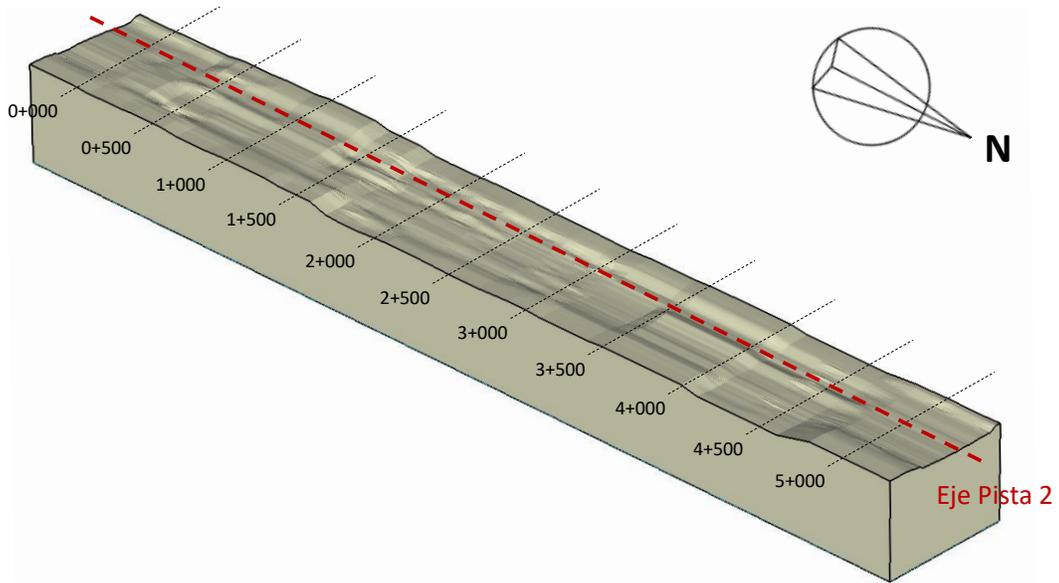
**Figura 5.2.** Mapa de isoelevaciones del NTN en la Pista 2 del NAIM (al período del 1 al 15 de marzo de 2018).



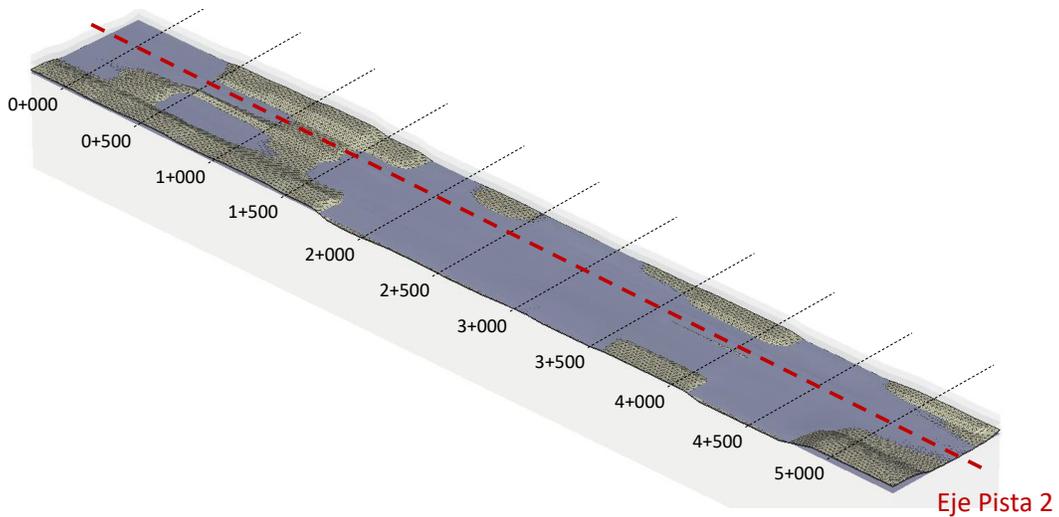
**Figura 5.3.** Mapa de isoniveles del NAF en la Pista 2 del NAIM (al período del 1 al 15 de marzo de 2018).



(a) Área de análisis para la evaluación del sistema de pozos de bombeo en la Pista 2

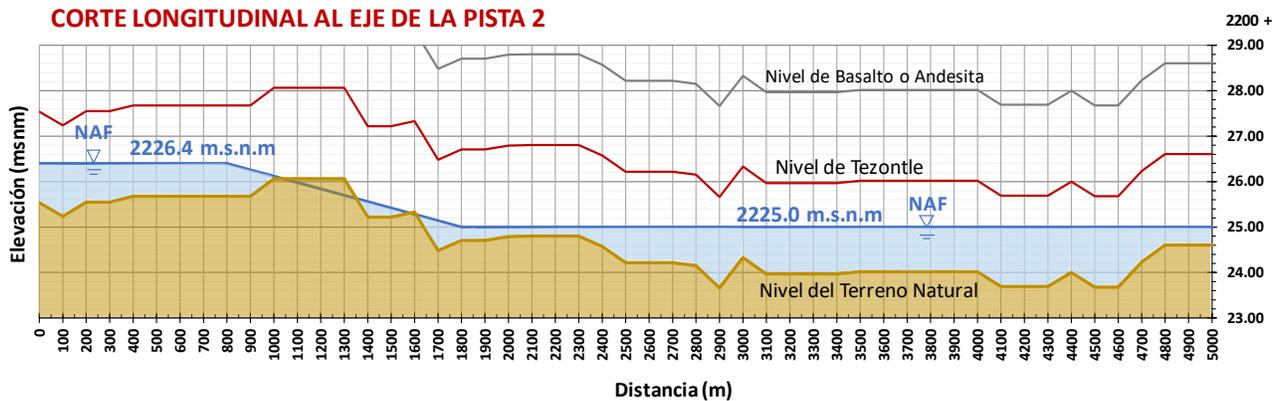


(b) Configuración del terreno natural en la Pista 2 (al período del 1 al 15 de marzo de 2018)



(c) Nivel del agua sobre el terreno natural en la Pista 2 (al período del 1 al 15 de marzo de 2018)

**Figura 5.4.** Condiciones iniciales en la Pista 2 para la modelación numérica 3D del sistema de pozos de bombeo.



**Figura 5.5.** Corte longitudinal de elevaciones del nivel del terreno natural, precarga, sobrecarga y variación del NAF en la Pista 2 (al período del 1 al 15 de marzo de 2018).

### 5.2.2 Propuesta de un sistema de pozos de extracción

Tomando en cuenta las consideraciones para el diseño de un sistema de pozos de bombeo, el número de pozos propuestos y su distribución a lo largo de la Pista 2 es el siguiente:

- Separación de pozos según análisis preliminares.** Se toman como referencia los resultados del análisis numérico de la prueba de bombeo del Cadenamiento 4+375 de la Pista 2 cuando se alcanza una condición de flujo establecido (Figura 4.11). El análisis anterior señala que el radio de influencia es de 105 a 130 m en un pozo de bombeo a gasto constante de 6.0 a 6.5 l/s, con una carga hidráulica neta por abatir en el pozo de  $h_0 = 1.0 \text{ m}$ . Estas condiciones de carga hidráulica y gasto requerido se asocian principalmente a las zonas de mayor hundimiento. Tomando esta información, se propone un sistema de pozos que cuente con una separación transversal de 100 m, de manera que los pozos queden alineados a los cadenamientos 0+000, 0+100, 0+200, etc., como se ilustra en la Figura 5.6.
- Ajuste de separación de pozos de bombeo considerando la tendencia de mayor asentamiento del terreno natural.** En la franja donde se presentan los mayores asentamientos, al extremo Oeste de la Pista 2, se consideran dos líneas de pozos paralelas al eje de la pista, separadas entre sí una distancia de 70 m, aproximadamente (Líneas L1 y L2, Figura 5.6). Por otro lado, se agregan 2 líneas de pozos de bombeo adicionales con la finalidad de abatir el agua acumulada en la zona Este de la Pista 2 (Líneas L3 y L4, separadas entre sí una distancia de 120 m, Figura 5.6).
- Colocación de pozos de bombeo donde existe un tirante de agua mayor a 30 cm a lo largo de las líneas L1, L2, L3 y L4,** de manera que se cumplan los 20 cm de tirante mínimo requerido por el equipo de bombeo. Con este arreglo, se observan zonas donde no se requiere colocar pozos de extracción, como las comprendidas entre los Cadenamientos 1+000 a 1+300 y 4+800 a 5+000. Por otro lado, las zonas con mayor cantidad de pozos son las comprendidas entre los Cadenamientos 2+400 a 3+400 y 4+100 a 4+700.

Con base en lo anterior, el sistema propuesto contempla un total de 120 pozos (Figuras 5.6 y 5.7).

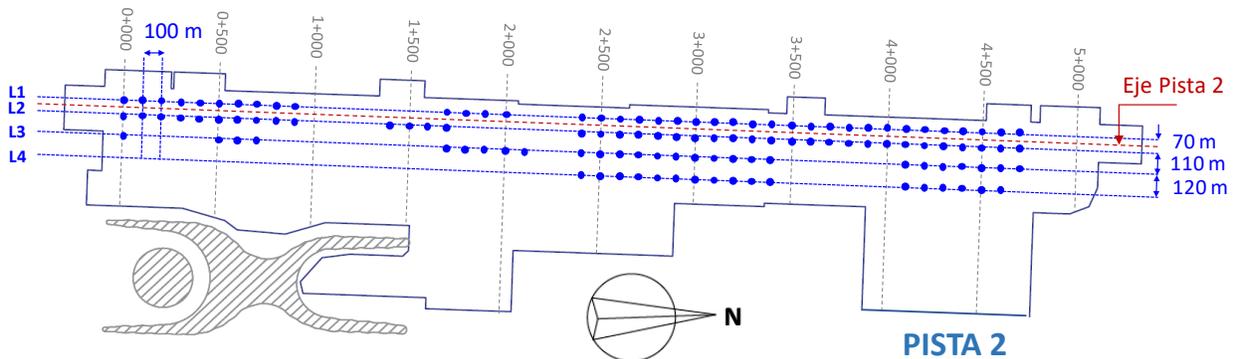


Figura 5.6. Ubicación en planta de pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM.

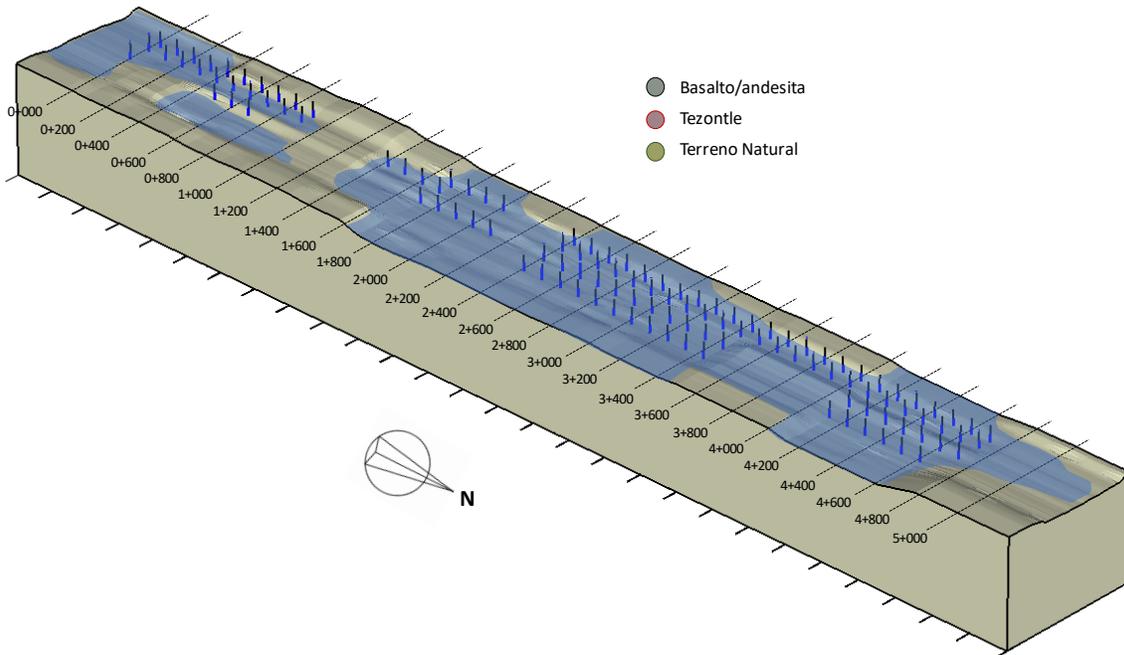


Figura 5.7. Sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM.

### 5.2.3 Evaluación del sistema

La evaluación del abatimiento alcanzado bajo condición de flujo establecido y el gasto constante promedio requerido en el sistema de bombeo se llevó a cabo utilizando el método de elemento finito mediante el código especializado *SVFlux V2009* (Thode y Fredlund, 2013).

La malla de elementos finitos triangulares y las condiciones de frontera del modelo se establecieron según las simplificaciones mostradas en las Figuras 5.4 y 5.5. En la Figura 5.8 se indica el número de nodos y de elementos triangulares del modelo base. Estos valores se incrementan considerablemente al incluir el número de pozos propuesto y generar el refinamiento de la malla para evaluar el abatimiento ocasionado por el bombeo en cada uno de ellos.

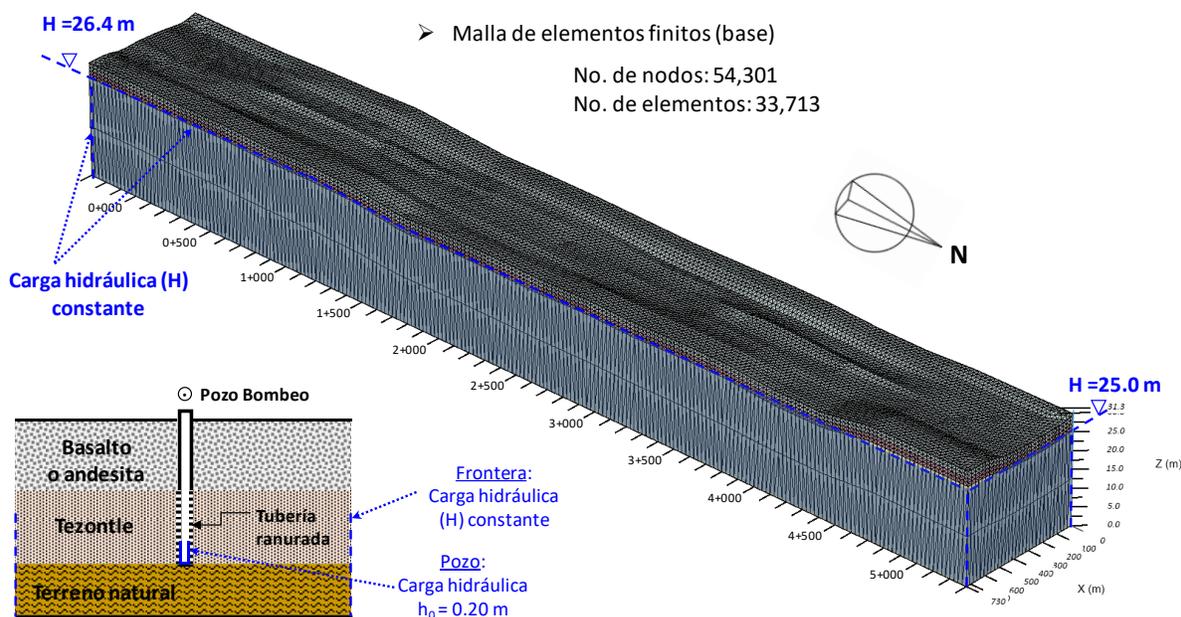


Figura 5.8. Malla de elementos finitos y condiciones de frontera del modelo 3D para evaluación de un sistema de pozos de extracción.

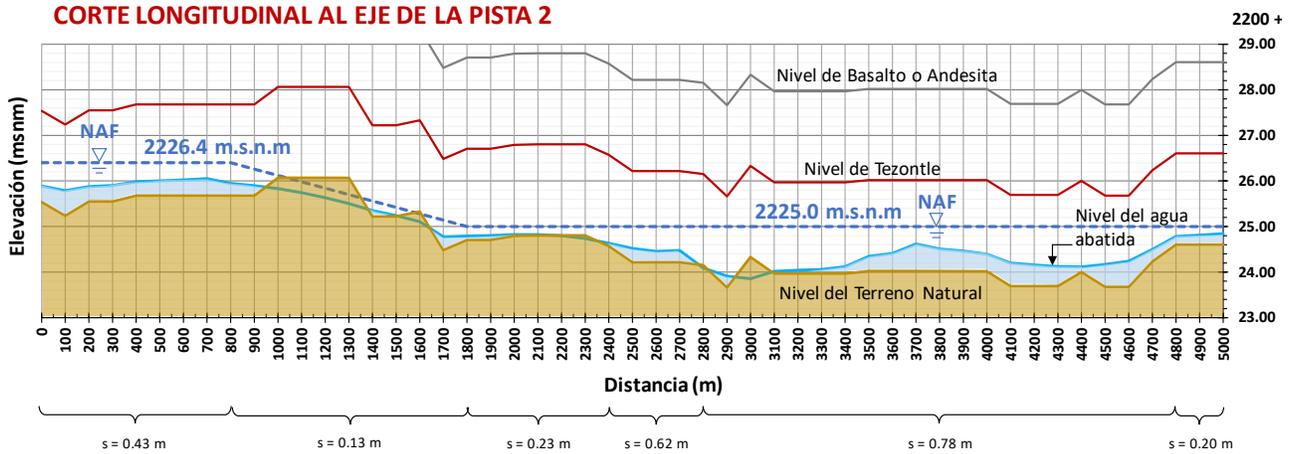
Para optimizar los tiempos de cálculo se subdividió la Pista 2 en cinco tramos de análisis: (a) 0+000 a 0+800, (b) 0+800 a 1+800, (c) 1+800 a 2+800, (d) 2+800 a 3+800, y (e) 3+800 a 5+000.

La Tabla 5.2 presenta el resumen de los resultados de la evaluación del sistema de bombeo antes descrito, de acuerdo con la variación de la elevación del terreno debido a la precarga-sobrecarga-drenes en el periodo del 1 al 15 de marzo de 2018 (Figura 5.9).

Aquellas áreas donde se presenta el mayor hundimiento, y en consecuencia el mayor espesor de suelo saturado  $H$ , son las zonas donde se puede bombear a mayor gasto, haciendo más eficiente el sistema. Lo anterior se puede apreciar claramente en la sección comprendida entre los Cadenamientos 2+400 a 4+800 (Tabla 5.2 y Figura 5.8). El gasto medio en el sistema se estima de 2.15 l/s por pozo, y valores máximos de hasta 8.80 l/s por pozo en las zonas de mayor hundimiento, lográndose un abatimiento medio de 0.49 m y máximo de 0.78 m, respectivamente. Estos resultados son representativos una vez que se alcanza la condición de flujo establecido en toda el área.

Tabla 5.2. Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido.

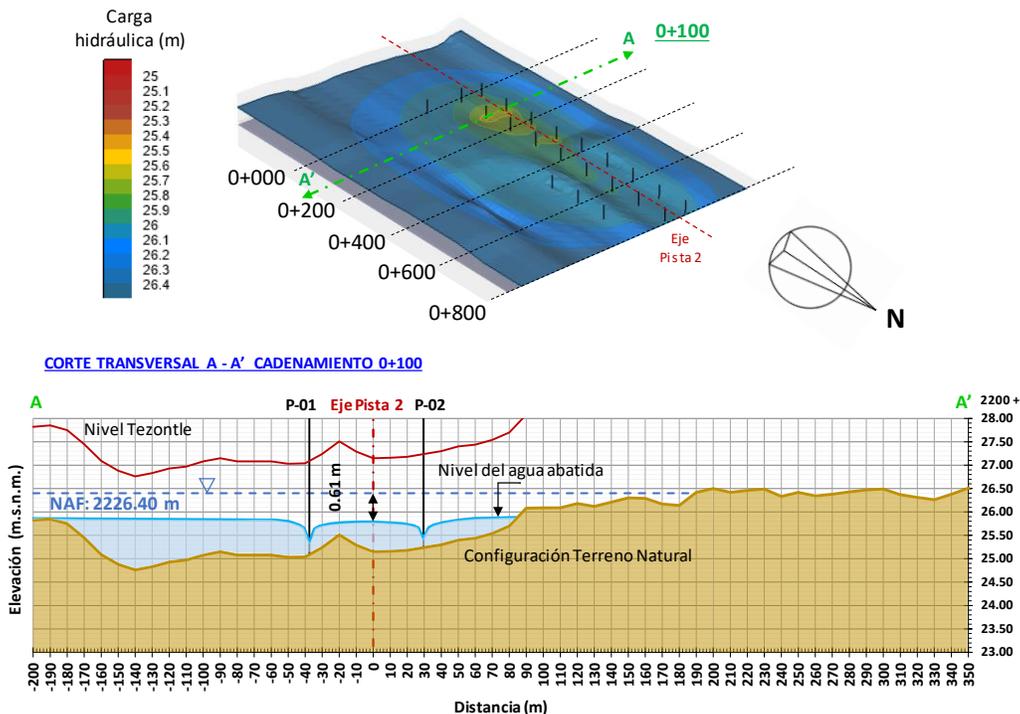
Cadenamiento	Espesor suelo saturado $H$ (m)		Abatimiento $s$ (m)		Gasto de operación $Q$ (l/s)		No. pozos	% Abatimiento
	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo		
0+000 a 0+800	0.82	1.16	0.43	0.61	1.90	6.30	22	52 – 53
0+800 a 1+800	0.41	0.66	0.13	0.23	1.50	2.40	10	32 – 35
1+800 a 2+400	0.25	0.43	0.23	0.37	1.00	2.20	9	86 – 92
2+400 a 2+800	0.80	0.85	0.62	0.70	1.80	7.80	16	77 – 82
2+800 a 4+800	1.07	1.34	0.78	1.14	2.70	8.80	63	73 – 85
4+800 a 5+000	0.30	0.40	0.20	0.22	---	---	0	---



**Figura 5.9.** Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2.

La propuesta y evaluación del sistema de 120 pozos de extracción descrito en los apartados 5.2.2 y 5.2.3 representa la opción de mejor desempeño en función del número de pozos sugeridos, los gastos empleados y el abatimiento del nivel de agua alcanzado. En el *Anexo D* se muestra la comparación de tres sistemas de pozos de extracción, en los que se varía la separación transversal (50 m, 100 m y 200 m) y el número de pozos (60, 120 y 190).

Las Figuras 5.10 a 5.14 muestran el efecto del sistema de 120 pozos de bombeo en los distintos tramos analizados: (a) 0+000 a 0+800, (b) 0+800 a 1+800, (c) 1+800 a 2+800, (d) 2+800 a 3+800, y (e) 3+800 a 5+000.



**Figura 5.10.** Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 0+000 a 0+800.

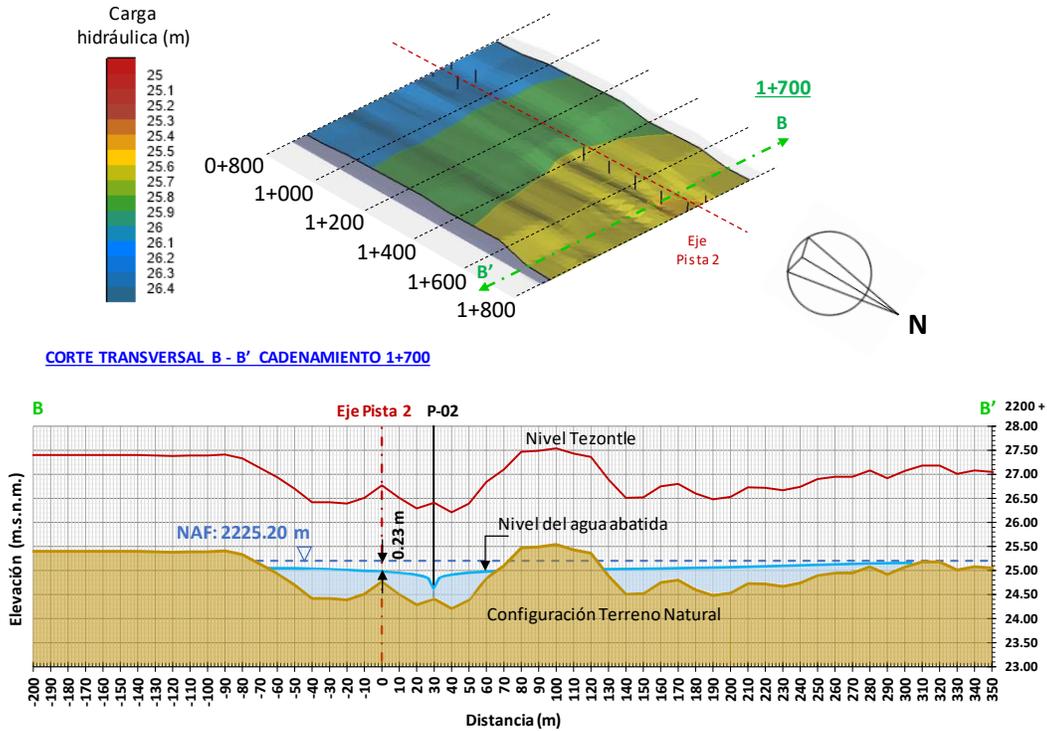


Figura 5.11. Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 0+800 a 1+800.

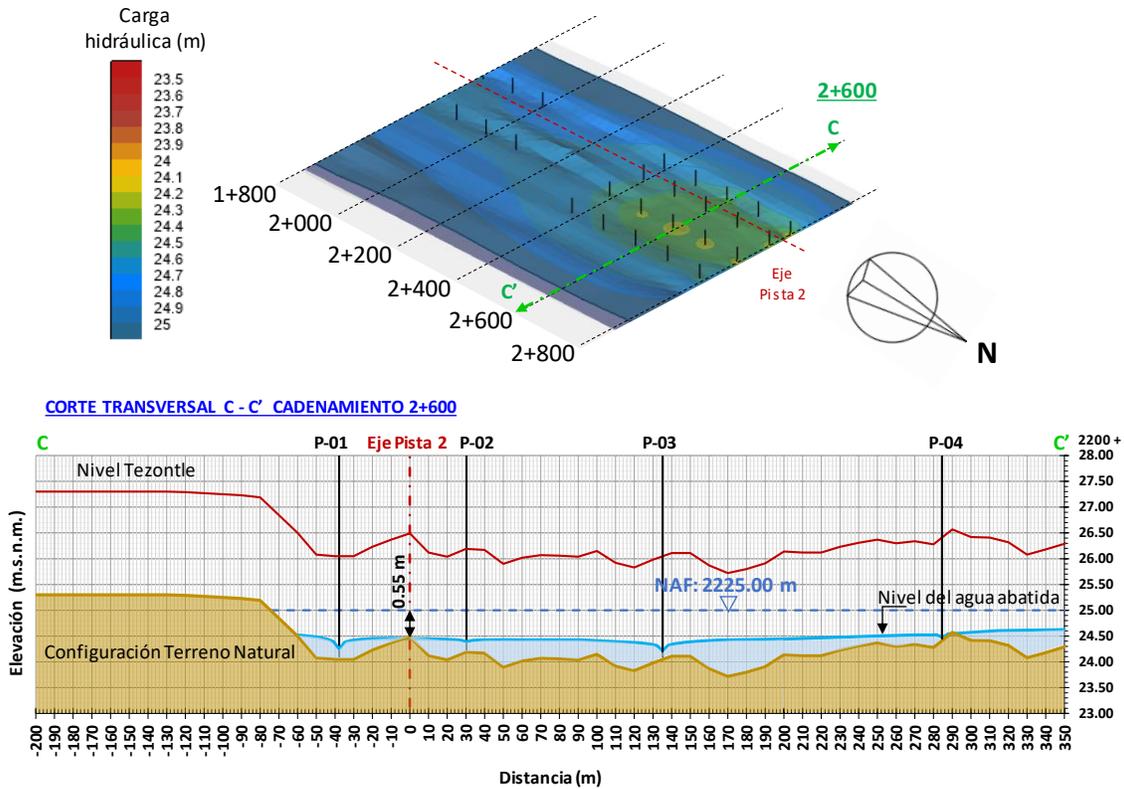


Figura 5.12. Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 1+800 a 2+800.

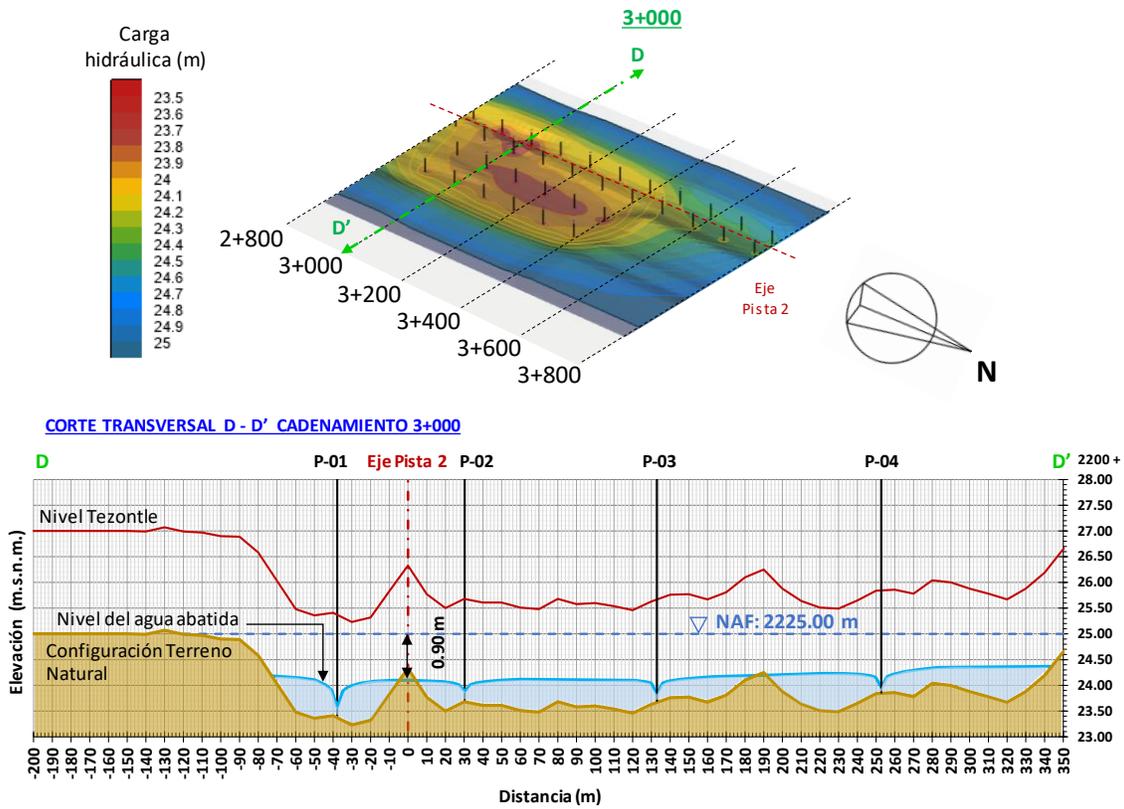


Figura 5.13. Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 2+800 a 3+800.

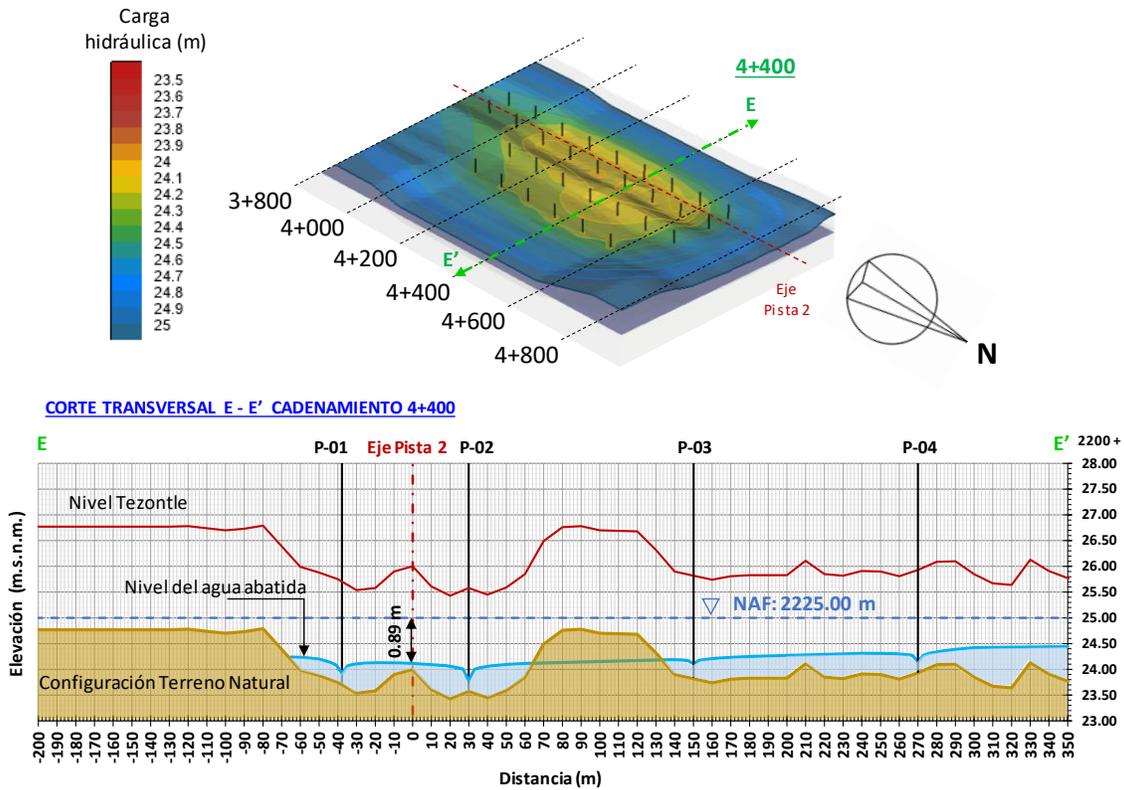


Figura 5.14. Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 3+800 a 5+000.

### 5.3 Evaluación de un sistema de bombeo superficial activo a partir de drenes horizontales

En esta parte se evalúa la primera fase de un sistema de bombeo superficial que se implementó en las Pistas 2 y 3 del NAIM, para abatir el nivel de agua que mantenía sumergida una parte importante del sistema de precarga-sobrecarga (tezontle-basalto o andesita). Su principal característica es que los tubos que constituyen los pozos colectores no están ranurados en el espesor de tezontle, sino que se conectan directamente a los drenes horizontales (ranurados) colocados originalmente como parte del drenaje de la técnica de mejoramiento de suelo. El bombeo en los pozos colectores tiene la función de extraer el agua captada precisamente de esos drenes horizontales.

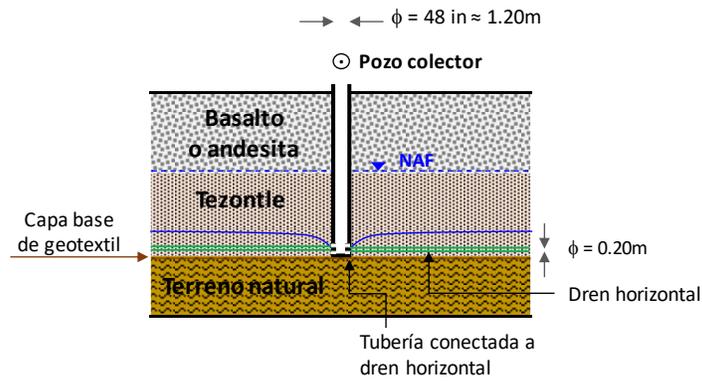
La primera fase del sistema de bombeo activo inició en junio de 2018, instalándose 20 pozos de extracción en la Pista 3 del NAIM entre los cadenamientos 0+000 y 0+900.

Este tercer apartado del *Capítulo 5* tiene como objetivo retomar la metodología sugerida para el para el diseño de un sistema de pozos de extracción expuesta en el inciso 5.1, y adaptarla para el análisis y evaluación de un sistema de bombeo en funcionamiento (activo). Para cumplir este objetivo se toma en cuenta datos de campo como gasto de operación de cada pozo, cuantificación del volumen de agua extraída y abatimiento del nivel de agua alcanzado.

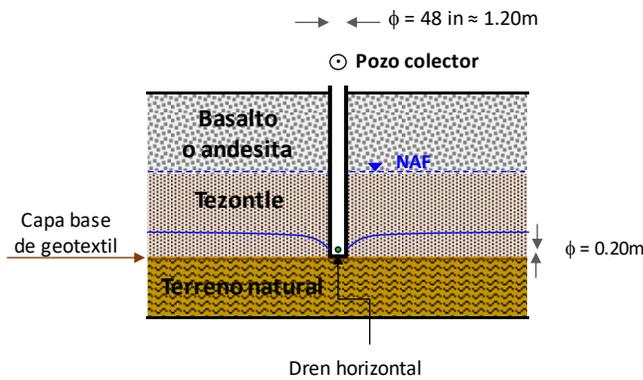
#### 5.3.1 Características generales del sistema

Las principales características del sistema de bombeo superficial activo implementado en la Pista 3 son las siguientes:

- Los pozos colectores se instalan hasta la base de la capa de tezontle, sin penetrar el geotextil ni el nivel del terreno natural (NTN). Estos pozos únicamente penetran en la capa de basalto o andesita (2 m) y en la capa de tezontle (2 m).
- Los pozos de bombeo o pozos colectores se conectan al sistema de drenes horizontales que fueron previamente instalados dentro del tezontle (como parte del sistema precarga-sobrecarga). El esquema de los pozos colectores instalados en la Pista 3 (diámetro  $\phi = 48 \text{ in} \approx 1.20 \text{ m}$ ) se muestra en la Figura 5.15.
- Los pozos colectores únicamente captan el agua proveniente de los drenes horizontales. Es decir, los pozos colectores no están ranurados para captar agua de la capa de tezontle o de ningún otro estrato.
- Las bombas consideradas para la extracción de agua ubicadas en los pozos colectores son de tipo sumergible. Para su correcto funcionamiento es necesario mantener un tirante mínimo de 0.20 m a partir de la base del tezontle.
- La distribución de los pozos y su separación en sentido longitudinal, según se muestra en la Figura 5.16, corresponde a la distancia que existe entre los drenes horizontales (D-00 a D-09) colocados previamente en la Pista 3, de aproximadamente 100 m. Adicionalmente, la separación de los pozos en sentido transversal es de 190 m.
- Se cuenta con información de gastos de extracción, volumen de agua extraído y abatimiento de niveles de agua alcanzados en los pozos colectores en un periodo de 20 días durante el mes de junio de 2018.



(a) Corte longitudinal (a lo largo de un dren horizontal)



(b) Corte transversal

Figura 5.15. Esquema de pozos colectores del sistema de bombeo superficial activo implementado en la Pista 3 del NAIM.

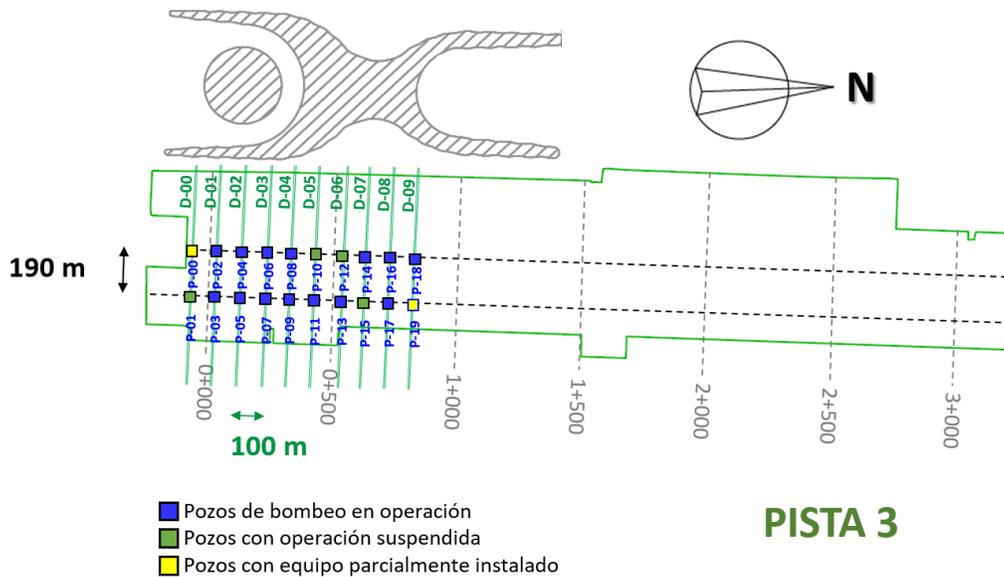


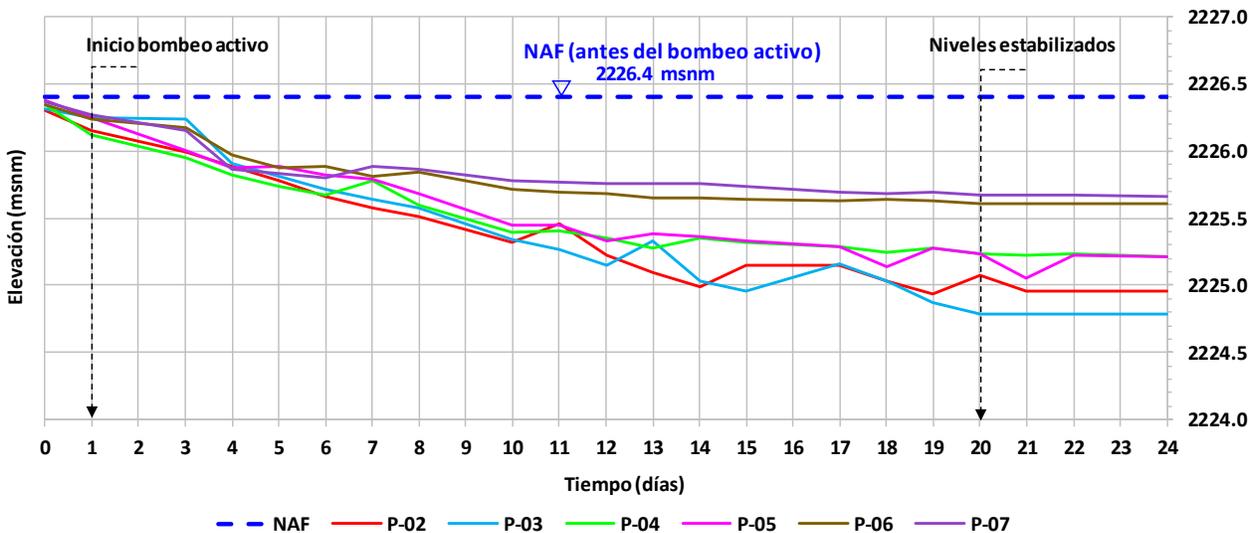
Figura 5.16. Primera fase de sistema de bombeo superficial activo implementado en la Pista 3 del NAIM, ubicación de drenes horizontales (D-00 a D-09) y pozos colectores (P-00 a P-19).

**5.3.2 Funcionamiento del sistema**

El estado de los pozos colectores instalados en la Pista 3 durante la primera fase de bombeo activo se muestra en la Figura 5.16. Se observa que 14 de los 20 pozos instalados entre los cadenamientos 0+000 y 0+900 registran operaciones de bombeo durante el periodo de 20 días de análisis. En la Tabla 5.3 se presentan volúmenes de agua extraídos, así como niveles de agua inicial y abatido de dichos pozos. De estos datos se distingue que en varios pozos el volumen de agua extraído es muy pequeño, mientras que en otros pozos no se cuenta con el registro de los niveles de agua.

**Tabla 5.3.** Condiciones de operación en los pozos colectores de la Pista 3 (periodo de análisis: 20 días, durante junio de 2018)

No.	Pozo bombeo	Dren horizontal	Volumen extraído $V$	Nivel inicial $H$	Nivel medio abatido $h_0$	Abatimiento medido en pozo $s$
			( $m^3$ )	(msnm)	(msnm)	(m)
1	P-02	D-01	27,000	2226.40	2225.00	1.40
2	P-03		23,000	2226.40	2224.80	1.60
3	P-04	D-02	11,900	2226.40	2225.20	1.20
4	P-05		6,000	2226.40	2225.20	1.20
5	P-06	D-03	3,400	2226.40	2225.60	0.80
6	P-07		2,000	2226.40	2225.65	0.75
7	P-08	D-04	1,200	---	---	
8	P-09		4,300	---	---	
9	P-11	D-05	800	---	---	
10	P-13	D-06	---	---	---	
11	P-14	D-07	3,300	---	---	
12	P-16	D-08	4,800	---	---	
13	P-17		3,100	---	---	
14	P-18	D-09	4,300	---	---	



**Figura 5.17.** Monitoreo de niveles de agua abatidos a partir del funcionamiento del sistema de bombeo activo en Pista 3, NAIM (periodo de análisis: 24 días, durante junio de 2018)

De las mediciones realizadas en campo, se observa que los niveles de agua abatidos permanecen constantes a partir del día 20 para los pozos P-02, P-03, P-04, P-05 y P-06, lo cual indica que ya se ha alcanzado la condición de flujo establecido (Figura 5.17).

### 5.3.3 Evaluación del sistema con modelado numérico

El objetivo de la evaluación numérica del sistema de bombeo activo es comprender su funcionamiento y proponer mejoras al sistema, en caso necesario, buscando su eficiencia para futuras etapas de implementación.

Retomando la metodología de diseño y evaluación de sistema de pozos de extracción propuesta en el inciso 5.1 de este capítulo, se genera el mapa de isoelevaciones del nivel del terreno natural (NTN) de la Pista 3 a partir de 16 secciones instrumentadas, al periodo 1 al 15 de junio de 2018. En este mapa también se ubican los pozos que conforman la primera fase del bombeo activo (Figura 5.18). Respecto al nivel de agua, al mismo periodo de análisis, se puede considerar un valor medio de 2226.40 msnm en la región de estudio, según datos de 6 pozos de observación y mediciones iniciales en los pozos colectores.

Del análisis de la información disponible, se observa que aquellos pozos de bombeo que se encuentran en las zonas más bajas del NTN (debido al hundimiento propiciado por el sistema precarga-sobrecarga) son los que alcanzan abatimientos más efectivos y mayores volúmenes de extracción. Este es el caso de los pozos P-02 a P-05, localizados entre los cadenamamientos 0+000 a 0+300 (Figura 5.18). Por otro lado, los pozos que se encuentran en las zonas más altas del NTN (pozos P-10 a P-13,), registran volúmenes de extracción muy bajos o no se tiene medición.

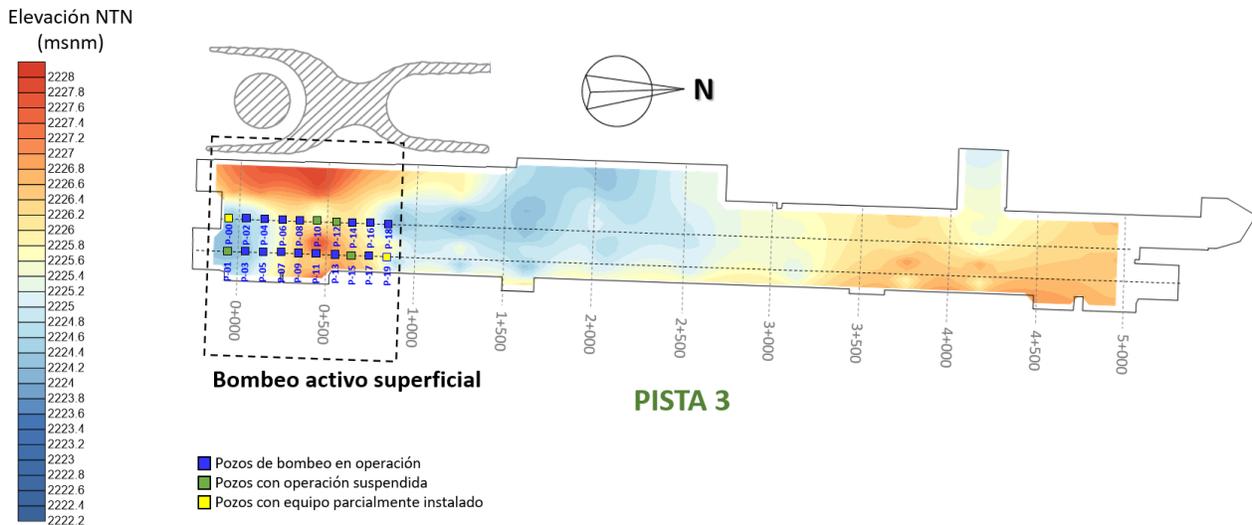
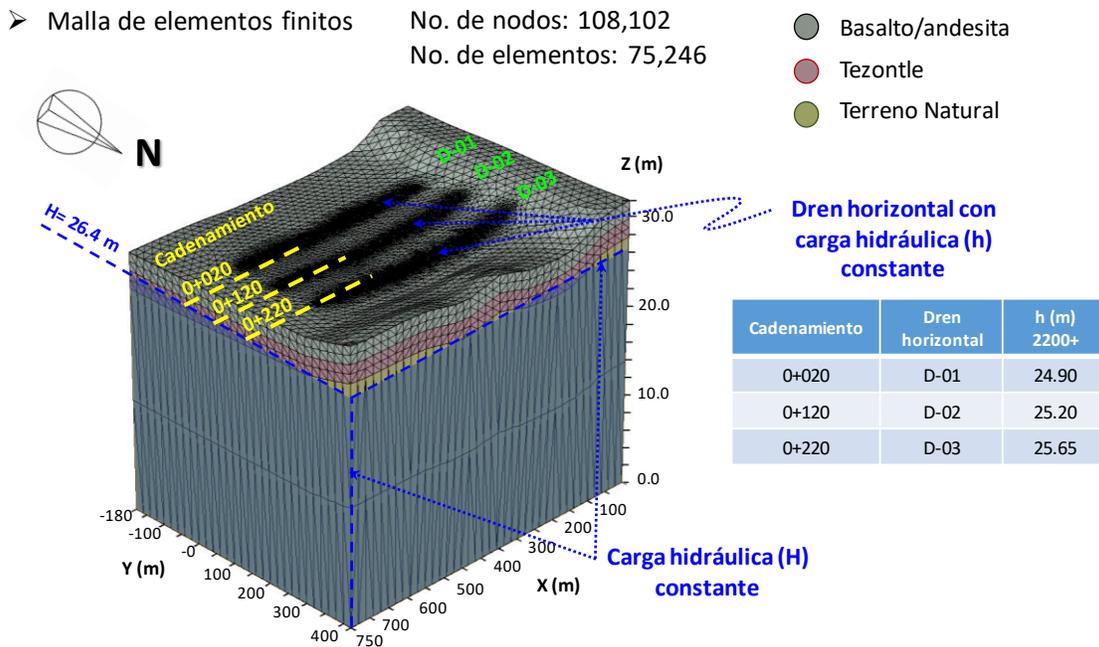


Figura 5.18. Mapa de isoelevaciones del NTN en la Pista 3 del NAIM (al período del 1 al 15 de junio de 2018).

Para la modelación numérica 3D con el método de elemento finito en el programa *SVFlux V2009* (Thode y Fredlund, 2013), se sigue la misma metodología descrita en el apartado 5.2, generando la configuración del terreno natural y revisando el nivel medio inicial de agua superficial previo a la fecha de operación de los pozos. Se selecciona un área de estudio de 600x750 m, que comprende los cadenamientos 0+000 a 0+300 para evaluar el sistema de bombeo activo en condiciones de flujo establecido (Figura 5.19). Las propiedades hidráulicas del estrato de basalto o andesita, tezontle y terreno natural se toman de la Tabla 5.1. Se considera un espesor constante de 2 m de basalto o andesita y 2 m de tezontle.

El modelo numérico en 3D se conforma de 108,102 nodos, 75,246 elementos triangulares y contempla la extracción simultánea de los drenes horizontales D-01, D-02 y D-03, los cuales se representan como elementos de volumen que trabajan bajo una condición de descarga libre, encontrándose a presión atmosférica. Los drenes horizontales se representan en el modelo en 3D siguiendo la configuración deformada del nivel del terreno natural por efecto del sistema precarga-sobrecarga, se asumen en óptimas condiciones (sin aplastamiento, sin roturas, ni obstrucción por finos) y con capacidad suficiente para desalojar el volumen de agua captado. Las condiciones de carga hidráulica asignadas a cada dren se obtienen de los datos de campo indicados en la Tabla 5.3 (Figura 5.19).

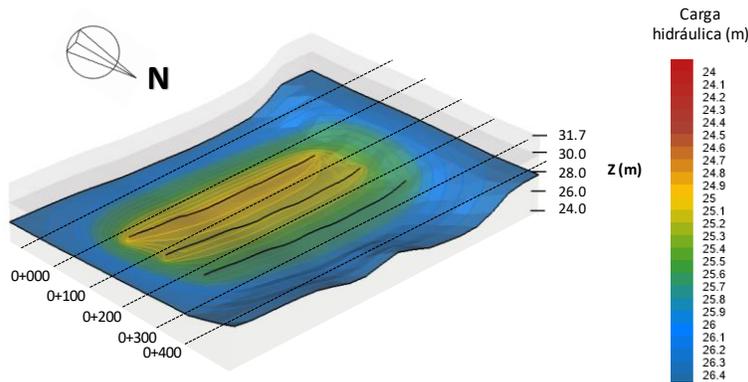


**Figura 5.19.** Modelo numérico 3D para la evaluación del sistema de bombeo activo implementado en la Pista 3.

Los resultados de la modelación numérica se muestran en la Tabla 5.4 y en la Figura 5.20. Cabe aclarar que el gasto y volumen de extracción estimado en cada elemento no considera pérdidas de carga, y se obtiene bajo la suposición de bombeo constante y sin interrupciones durante el periodo de análisis. Estas condiciones pueden no presentarse fielmente en campo y ser la razón de las ligeras diferencias entre los volúmenes estimados y los medidos.

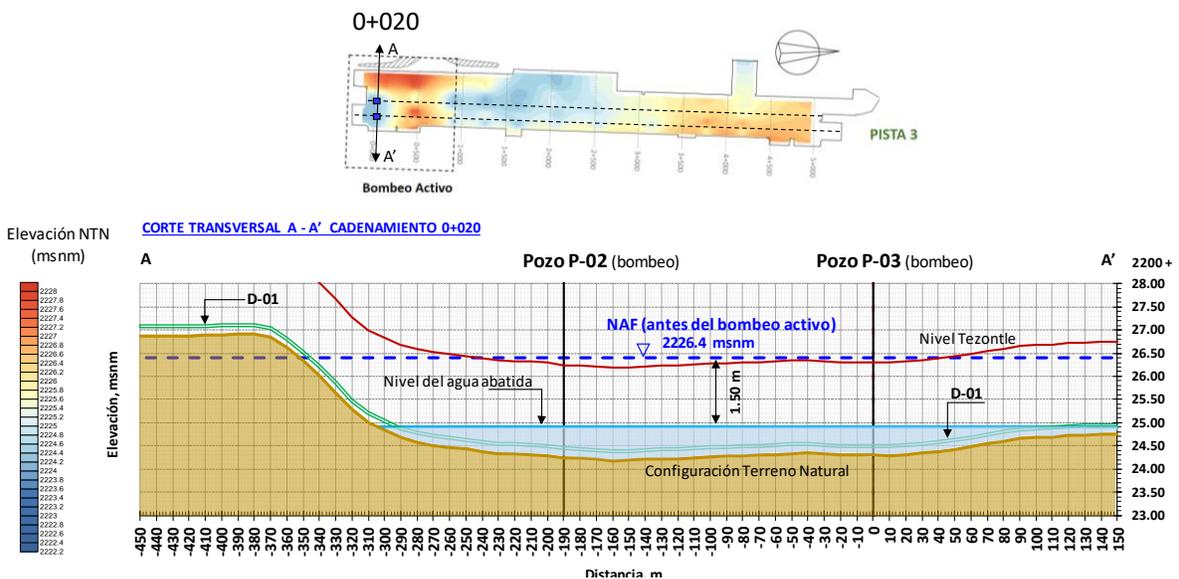
**Tabla 5.4.** Comparación de mediciones de campo y resultados de la modelación numérica 3D de drenes horizontales D-01, D-02 y D-03 en la Pista 3 (periodo de análisis: 20 días, junio de 2018).

Dren horizontal	Datos de campo		Modelado numérico 3D		
	Abatimiento medido en pozos $s$ (m)	Volumen extraído total $V$ (m <sup>3</sup> )	Abatimiento modelado en dren $s$ (m)	Gasto constante $Q$ (l/s)	Volumen extraído estimado $V$ (m <sup>3</sup> )
D-01	1.40 – 1.60	50,000	1.50	32.8	56,678
D-02	1.20	17,900	1.20	11.2	19,354
D-03	0.75 – 0.80	5,400	0.75	3.9	6,740



**Figura 5.20.** Nivel de agua abatido en el tramo del Cadenamiento 0+000 a 0+300 en Pista 3 a partir del sistema de bombeo activo.

De cada sección donde están colocados los drenes horizontales D-01, D-02 y D-03 se extrae el perfil del terreno natural y se evalúa el desempeño del bombeo (Figuras 5.21, 5.22 y 5.23). Nuevamente se corrobora que aquellos pozos colectores que se colocan en las zonas de mayor asentamiento y mayor espesor de suelo saturado son los que logran los mayores abatimientos.



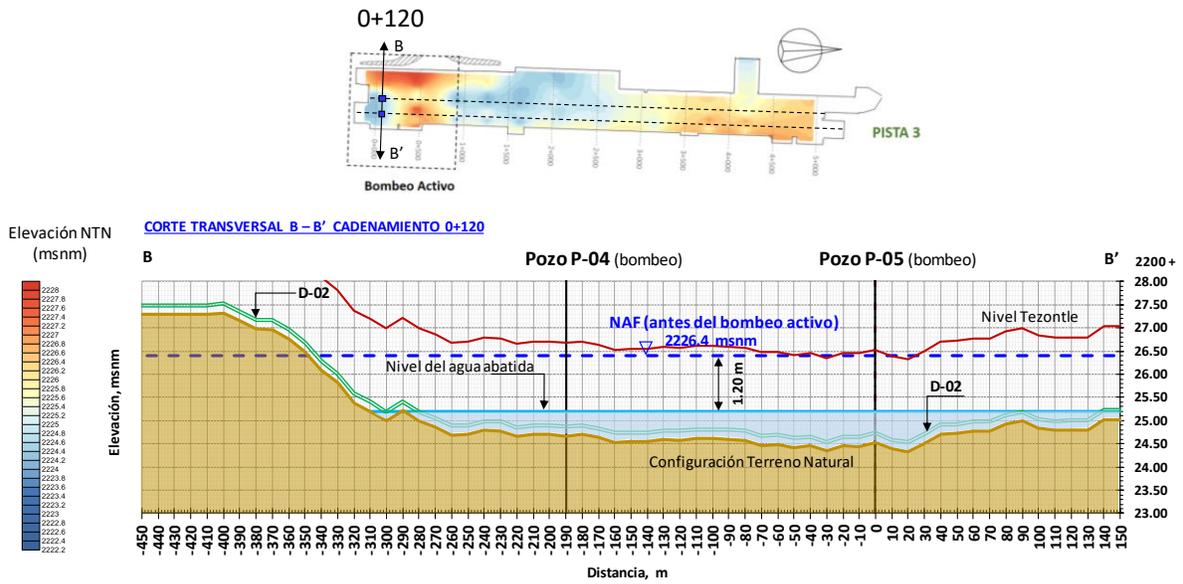


Figura 5.22. Corte transversal en Cadenamiento 0+120 en Pista 3: resultado del modelado numérico 3D del dren horizontal D-02.

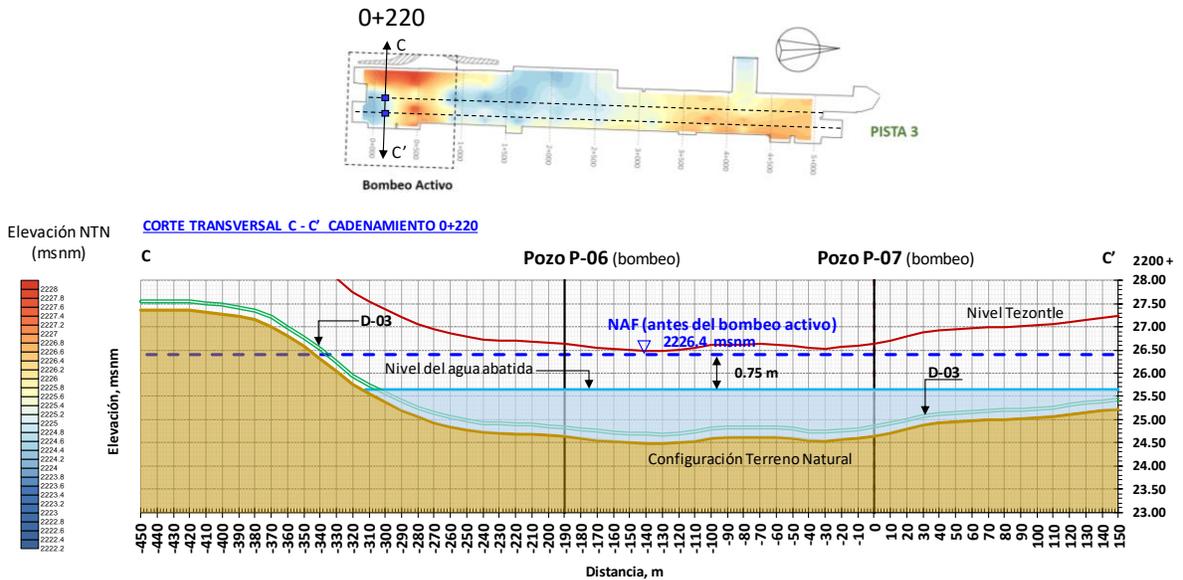
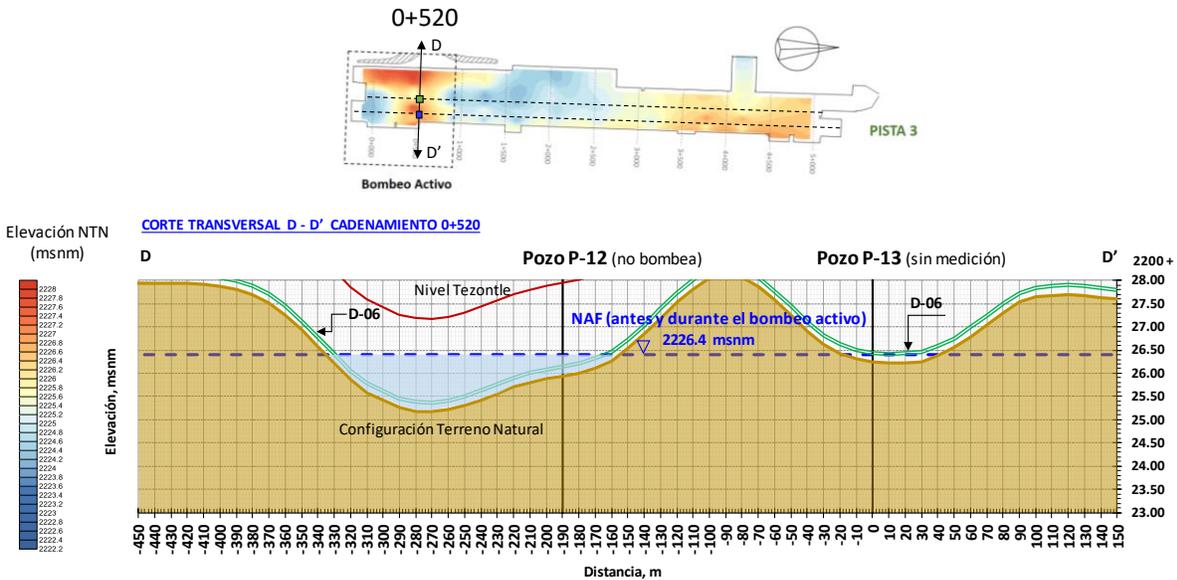


Figura 5.23. Corte transversal en Cadenamiento 0+220 en Pista 3: resultado del modelado numérico 3D del dren horizontal D-03.

Para visualizar el efecto de la elevación del nivel del terreno natural en el desempeño de un pozo de bombeo, en la Figura 5.23, se presenta el corte transversal del Cadenamiento 0+520 de la Pista 3 (dren horizontal D-06), donde se observa que el NAF (nivel medio 2226.4 msnm) es casi coincidente con la elevación del terreno natural. En otras palabras, el tirante de agua es muy pequeño (igual o menor a 50 cm) para poder llevar a cabo el bombeo del pozo P-12 (con operación suspendida) y del P-13 (pozo sin medición de volumen extraído).



**Figura 5.24.** Corte transversal en Cadenamiento 0+520 en Pista 3.

#### 5.4 Comentarios de la evaluación de sistemas de pozos de extracción

➤ *Del diseño de un sistema de pozos de extracción a partir de un estrato permeable*

En el inciso 5.2 de este capítulo se estudió una propuesta de sistema de pozos de bombeo, con el objetivo principal del abatimiento del nivel de agua superficial a partir del bombeo de un estrato permeable (tezontle). El sistema propuesto para el caso de estudio tuvo las siguientes características:

- Se plasmaron en el modelo numérico 3D los perfiles de asentamiento del nivel del terreno natural (NTN) en la Pista 2 debidos al efecto del sistema de mejoramiento de suelo (precarga-sobrecarga), así como los niveles de agua superficial (NAF) medidos en pozos de observación, al período del 1 al 15 de marzo de 2018.
- El esquema de los pozos de bombeo consideró que penetraban hasta la base de la capa de tezontle ya deformada y que la tubería de revestimiento se encontraba ranurada en los 2 m de espesor del tezontle. En los análisis realizados únicamente se consideró la extracción de agua a través de este estrato permeable.
- Se integró el análisis y los resultados de los parámetros hidráulicos obtenidos de la prueba de bombeo realizada en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2.
- Al poder modelar la configuración del NTN y la variación de los niveles del NAF en un código especializado, fue posible definir con mayor precisión la carga hidráulica máxima que cada pozo podía abatir, y determinar las condiciones de operación de cada uno de ellos.
- De acuerdo a las consideraciones de diseño, el mayor número de pozos se concentró en las zonas donde se presenta el mayor hundimiento del nivel del terreno natural, y se

identificaron las zonas más altas (de menor hundimiento) donde no es necesario colocar pozos, optimizando de esta forma costos y recursos.

- Para el caso particular de la Pista 2, dada la longitud del área de estudio, fue necesario subdividirla en 5 regiones de análisis. En todos los casos se verificó que en las zonas de traslape entre cada subregión se presentaran las mismas condiciones de operación de los pozos y abatimientos alcanzados, garantizando continuidad en la evaluación.
- Los resultados obtenidos consideraron el efecto de abatimiento combinado de todos los pozos del sistema en cada sección de análisis. Se observó que en las zonas de mayor hundimiento del terreno natural el abatimiento del tirante de agua por efecto del sistema de bombeo propuesto fue del orden del 73 a 85%, mientras que en zonas de menor hundimiento el abatimiento del tirante de agua fue del orden del 32 a 35%.

Es importante mencionar que los resultados mostrados en el apartado 5.2 pueden presentar modificaciones en el número de pozos, gastos de operación y abatimientos alcanzados en función de la actualización de los hundimientos del terreno y niveles de agua superficial debido al efecto del sistema precarga-sobrecarga-drenes. Los resultados reportados son aplicables únicamente para las condiciones representadas en el modelo numérico 3D, correspondientes al periodo del 1 al 15 de marzo de 2018.

➤ *De la evaluación de sistema de bombeo superficial activo a partir de drenes horizontales*

Finalmente, en la tercera parte de este capítulo se evaluó la eficiencia de un sistema de 20 pozos de bombeo activo actualmente en funcionamiento en la Pista 3, entre los cadenamientos 0+000 y 0+900, cuyo objetivo principal es el abatimiento del nivel de agua superficial a partir de la extracción del sistema de drenes horizontales previamente instalados en las Pistas 2 y 3 del NAIM. La evaluación del sistema consideró los siguientes aspectos:

- Se plasmaron en el modelo numérico 3D los perfiles de asentamiento del nivel del terreno natural (NTN) y los niveles de agua superficial (NAF) medidos en pozos de observación al período del 1 al 15 de junio de 2018, correspondiente con la información analizada de datos de campo.
- Análisis preliminares de propiedades hidráulicas de los estratos de interés fueron integrados en la evaluación.
- La modelación numérica 3D de las condiciones del sistema de bombeo activo consideró la representación más realista posible de los drenes horizontales, los cuales se asumieron que seguían la configuración deformada del terreno natural y que se encontraban en óptimas condiciones.
- Se corroboró con modelación numérica 3D que aquellos pozos colectores que se ubican en las zonas de mayor hundimiento y donde se presenta el mayor espesor de suelo saturado son los que logran los mejores resultados.
- Los parámetros de calibración del modelo numérico 3D de la primera fase del sistema de bombeo activo, así como la integración de la configuración del terreno natural deformado y las variaciones del nivel de agua permiten la réplica del modelo a nuevas áreas donde se desee implementar el sistema. De esta forma es posible retomar las mejoras identificadas y optimizar recursos, identificando zonas donde no se requiere la colocación de pozos.

- Los resultados obtenidos de la modelación numérica 3D con el método de elemento finito (MEF) se asociaron a la capacidad de bombeo o gasto de aportación de un dren horizontal. Teniendo este dato como referencia, el diseñador debe evaluar las capacidades de bombeo de los equipos de forma individual, de manera que se eficiente el número de pozos colectores que se conectan a cada dren horizontal.



## 6. COMENTARIOS FINALES Y CONCLUSIONES

Los objetivos principales de esta tesis fueron (a) proponer una metodología integral para el análisis riguroso de pruebas de bombeo, con el propósito de determinar propiedades hidráulicas de un acuífero o estrato permeable, y (b) de los resultados obtenidos y análisis complementarios de las pruebas de bombeo, proponer una metodología de diseño y evaluación de un sistema optimizado de pozos de extracción. Con la finalidad de mostrar la aplicación de las metodologías sugeridas, se presentó el caso de estudio de las zonas de precarga-sobrecarga-drenes en las Pistas 2 y 3 del NAIM, donde se efectuaron cuatro pruebas de bombeo para la caracterización de un estrato permeable y donde se identificó la necesidad de abatir el nivel de agua freática mediante un sistema de pozos de extracción superficial.

En el *Capítulo 2. Marco teórico* se estudiaron los conceptos básicos de la teoría de acuíferos, análisis de flujo de agua a través de pozos, tipos de pruebas de bombeo, así como las soluciones analíticas más representativas para la caracterización de acuíferos y los métodos numéricos de mayor uso para el estudio de pruebas de bombeo.

A partir de la descripción que se hace del caso de estudio, en el *Capítulo 3. Antecedentes del caso de estudio* se hizo énfasis en la necesidad de proponer metodologías de evaluación de pruebas de bombeo y de diseño de un sistema de pozos de extracción que tomaran en cuenta la complejidad del contexto regional, analizando las condiciones de configuración de los estratos de interés (nivel del terreno natural, capa de tezontle y capa de basalto o andesita) y la variación de los niveles de agua freática inicial.

Con la realización de cuatro pruebas de bombeo en el área de estudio, en el *Capítulo 4. Metodología sugerida para el análisis de pruebas de bombeo* se mostró la importancia de generar esquemas simplificados que permitieran identificar el tipo de acuífero que se deseaba estudiar, y así poder seleccionar las soluciones analíticas y numéricas apropiadas para la evaluación de las pruebas. Se expuso la utilidad de emplear herramientas analíticas y numéricas de forma complementaria para la determinación de propiedades hidráulicas de un estrato permeable, tomando en cuenta que cada solución arrojaba resultados diferentes que podían corroborarse con diversas mediciones de campo.

Para el caso particular de la prueba de bombeo analizada en el inciso *4.3.1. Prueba de bombeo en el Cadenamiento 4+375 de la Pista 2*, la cobertura de información permitió realizar un análisis detallado en condiciones de flujo transitorio y establecido, que posteriormente se aplicó al diseño de sistemas de pozos de bombeo. Mediante un análisis de sensibilidad, se observó que tanto la solución analítica de *Theis con corrección de Jacob* para acuíferos libres y la modelación numérica 3D con el método de elementos finitos (MEF) proporcionaban resultados consistentes, corroborando la utilidad del uso de ambas herramientas para la evaluación de problemas complejos, como es el caso de la configuración deformada del terreno natural y de las capas de tezontle y basalto o andesita.

Por otro lado, en el análisis de las pruebas de bombeo descritas en el apartado *4.3.2 Pruebas de bombeo en los Cadenamientos 1+925,3+065 y 4+600 de la Pista 2* se observaron algunas desventajas y se indicaron algunos aspectos para mejorar la aproximación de los resultados obtenidos, relacionados principalmente con la precisión de las mediciones, la distancia de los pozos de observación respecto al pozo de bombeo y el tiempo de duración de las pruebas.

En el *Capítulo 5. Aplicación al diseño y evaluación de un sistema de pozos de extracción* se evaluaron dos casos de aplicación. El primer caso consistió en el diseño de un sistema propuesto de pozos de extracción a partir de un estrato permeable, que en el caso de estudio se trató de la capa de tezontle que conforma el sistema de precarga en la Pista 2. Se presentaron los análisis realizados para la definición de número de pozos y su ubicación en zonas críticas, así como la evaluación de la eficiencia del sistema propuesto una vez que se alcanza la condición de flujo establecido. En términos generales, se observó que el mayor abatimiento de agua y los mejores resultados se obtienen cuando los pozos de bombeo se localizan en las zonas de mayor hundimiento y donde el tirante de agua inicial  $H$  es mayor. También se identificaron zonas en las que no se consideraba necesario colocar pozos, mostrando de esta forma la optimización de recursos.

El segundo caso consistió en el análisis de la primera fase de un sistema de bombeo superficial activo ya en funcionamiento en la Pista 3, cuya principal característica es la extracción de agua a partir de drenes horizontales previamente instalados en la zona de estudio. Se aplicó la metodología presentada en el inciso *5.1* para realizar la modelación numérica 3D y la calibración de parámetros, así como la evaluación de la eficiencia del sistema usando un código especializado. A partir de los resultados obtenidos se presentaron sugerencias de ubicación de pozos colectores en zonas estratégicas, y se establecieron criterios generales de diseño en futuras zonas de implementación del sistema.

La importancia del uso de un código especializado, como fue el caso de *SVFlux V2009*, que utiliza el método de elementos finitos (MEF) para la evaluación de pruebas de bombeo y de desempeño de un sistema de pozos de extracción radicó en lo siguiente:

- Se superaron las limitaciones de las soluciones analíticas, donde se establecen hipótesis simplificadoras como estratos horizontales de espesor constante y de extensión infinita, que no reflejan la realidad del caso de estudio.
- Fue posible asignar condiciones de frontera variables del nivel del agua superficial (NAF).
- Fue posible tomar en cuenta condiciones de heterogeneidad en el análisis, al modelar un sistema estratificado donde ocurre el flujo de agua a través de pozos.
- Fue posible realizar análisis en condiciones de flujo establecido y transitorio, y al mismo tiempo considerar la complejidad del contexto regional.

Los procedimientos aquí mostrados pueden extenderse a diversos problemas de interés práctico en la ingeniería geotécnica, como son el abatimiento del nivel de agua freática en excavaciones profundas y estabilidad de taludes. Adicionalmente, esta metodología puede ser integrada a análisis acoplados más complejos como son la evaluación de técnicas de mejoramiento y consolidación de suelo a partir de la extracción de agua del subsuelo, y el análisis de hundimiento regional.

Finalmente, este trabajo de investigación busca resaltar la importancia de llevar a cabo análisis exhaustivos para la caracterización hidráulica del subsuelo haciendo uso de todas las herramientas analíticas y numéricas disponibles hoy en día, con la finalidad de realizar diseños de sistemas de pozos de bombeo que cumplan con las expectativas y necesidades de los proyectos de ingeniería, al reflejar la realidad de las condiciones del subsuelo.



## REFERENCIAS Y BIBLIOGRAFÍA

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A (1972). *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, Inc. Nueva York, EUA.
- Auvinet, G. (1979). Precarga en arcillas del Valle de México. *Memorias de Simposio sobre Mejoramiento Masivo de Suelos*. Sociedad Mexicana de Suelos. México, pp. 100-102.
- Auvinet, G. (2009). Hundimiento de la Ciudad de México. Ingeniería geotécnica en zonas urbanas afectadas por hundimiento regional. *Memorias de la XVII Conferencia de la ISSMGE*, Alejandría, Egipto.
- Auvinet, G. & Rodríguez, J.F. (2003). *Manual de construcción geotécnica* (Tema: Precarga). Vol. II. Editado por la Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, AC. (SMMS). México. pp. 517-542.
- Auvinet, G. & Pérez-Ángeles, M. (2016). Terraplenes y bordos sobre suelos blandos. *Memorias de la XXVIII Reunión Nacional de la Ingeniería Geotécnica, SMIG* (23-26 noviembre 2016) Mérida, Yucatán, México.
- Birsoy, Y.K. & Summers, W.K. (1980). Determination of Aquifer Parameters from Step Tests and Intermittent Pumping Data. *Ground Water*, Vol. 18. pp. 137-146.
- Chandrupatla, T.R. & Belegundu, A.D. (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*. 2da. Edición. Prentice Hall, México.
- Cheng, A.H. (2000). *Multilayered Aquifer Systems. Fundamentals and Applications*. Marcel Dekker, Inc. Nueva York, EUA.
- Comisión Nacional del Agua (2007). *Manual de Agua Potable, alcantarillado y Saneamiento*. Diseño, Construcción, operación y mantenimiento de pozos de observación para el control de la calidad de los acuíferos. Editado por Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. México. pp. 36-96.
- Driscoll F. (1989). *Groundwater and Wells*. Jonhson Filtration Systems Inc., EUA.
- Espinosa-Santiago, A.L. (2016). Metodología para el análisis y diseño de sistemas de precarga con drenes verticales para obras en suelos blandos. Tesis de maestría en ingeniería (Geotecnia). División de estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Ferris, J.G., Knowles, D.B., Brown, R.H, & Stallman, R.W. (1962). *Theory of Aquifer Tests*. Ground-Water Hydraulics, Geological Survey Water-Supply paper 1536-E. EUA.
- Fetter, C.W (2014). *Applied Hydrology*. 4ta. Edición, Pearson. EUA.
- Flores, R. (1999). *Flujo de agua a través de suelos*. Avances en hidráulica 4, Asociación Mexicana de Hidráulica e Instituto Mexicano de Tecnología de Agua, México.
- García-Flores, C. (2103). *Control local del hundimiento regional mediante inyección de agua en el subsuelo del Valle de México*. Tesis de maestría en ingeniería (Geotecnia). División de estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- González-de-Vallejo L., Ferrer M., Ortuño A. & Oteo C. (2010). *Ingeniería Geológica*. Pearson Prentice Hall, Madrid, España.
- II-UNAM (2016). Nota Técnica G-35: *Técnica de precarga alternativa para las pistas del NAICM*. Marzo 2016, elaboradas para GACM, CDMX, México.
- II-UNAM (2018). Nota Técnica G-85: *Evaluación de las pruebas de bombeo realizadas en las zonas de precarga de las Pistas 2 y 3 del NAIM*, y Nota Técnica: G-86 *Sistema de pozos de bombeo para abatimiento del nivel de agua en el tezontle de las zonas de precarga de la Pista 2 del NAIM*. Junio 2018, elaboradas para GACM, CDMX, México.

- Hantush, M.S & Jacob, C.E. (1955). Non-steady Radial Flow in an Infinite Leaky Aquifer. *Transactions, American Geophysical Union*, Vol. 36. pp 95-100.
- Herrera I., Alberro J., León J. L., & Chen B. (1974). *Análisis de asentamientos para la construcción de los lagos del plan de Texcoco*. Universidad Nacional Autónoma de México, Series del Instituto de Ingeniería, SID 340.
- Jacob, C.E. (1944). Notes on Determining Permeability by Pumping Test under Water Table Conditions. *U.S. Geological Survey Mimeo Rep.*
- Jacob, C.E. (1946). Radial Flow in a Leaky Artesian Aquifer. *Transactions, American Geophysical Union*, Vol. 27. pp 198-208.
- Juárez-Badillo E. & Rico-Rodríguez, A (1974). *Mecánica de Suelos, Tomo III: Flujo de agua en suelos*. Limusa, México.
- Kruseman, G. P. & De Rider, N.A. (1994). *Analysis and Evaluation of Pumping Test Data*. 2da. Edición. International Institute for Land Reclamation and Improvement. Wageningen, Países Bajos
- Lezama-Campos, J.L (2016). *Contribución a la modelación del hundimiento de la Ciudad de México*. Tesis de maestría en Ciencias de la Tierra. División de estudios de posgrado en Ciencias de la Tierra, Instituto de Geofísica, UNAM, México.
- López-Acosta, N.P., Espinosa-Santiago, A.L. & Zuluaga-Betancur, D. (2016). Sobre la permeabilidad del subsuelo en la zona del ex Lago de Texcoco. *Memorias de la XXVIII Reunión Nacional de la Ingeniería Geotécnica, SMIG (23-26 noviembre 2016)* Mérida, Yucatán, México.
- López-Acosta, N.P. & Mendoza-Promotor, J.A. (2016). *Flujo de agua en suelos parcialmente saturados y su aplicación a la ingeniería geotécnica*. Serie de Investigación y Desarrollo (SID) No. 698. Instituto de Ingeniería, UNAM. México.
- López-Acosta, N.P. (2017). Flujo de agua en suelos (Cap. B.2.9). Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Nacional de Electricidad (CFE). Sección B. Geotecnia. Tema 2. Mecánica de Suelos. Capítulo 5. Flujo de agua en pozos. Comisión Federal de Electricidad (CFE). Ciudad de México, México. pp. 159-185.
- López-Acosta, N.P., Barba-Galdámez, D.F., Espinosa-Santiago, A.L. & Choque-Mamani, P.I. (2018). *Data on horizontal hydraulic conductivity of fine-grained soils of the former Lake Texcoco (Mexico)*. Data in Brief Journal, 19 (2018), pp. 1670 – 1682. ISSN: 2352-3409. <https://doi.org/10.1016/j.dib.2018.06.013>
- Lucero-Rivera, J.R. (2018). *Caracterización de la permeabilidad del subsuelo del ex Lago de Texcoco mediante pruebas de laboratorio*. Tesina de especialidad en ingeniería (Geotecnia). División de estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México
- Maliva, R.G. (2016). *Aquifer Characterization Techniques*. Schlumberger Water Services. Springer International Publishing. EUA.
- Marsal R.J. & Mazari M. (1959). *El subsuelo de la Ciudad de México*. Editado por la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Neuman, S.P. (1972). Theory of Flow in Unconfined Aquifers Considering Delayed Response of the Water Table. *Water Resources Research*. Vol. 8, pp. 1031-1045.
- Neuman, S.P. & Witherspoon, P.A. (1969). Applicability of Current Theories of Flow in Leaky Aquifers. *Water Resources Research*. Vol. 5, pp. 817-829.
- Neuman, S.P. & Witherspoon, P.A. (1971). Analysis of Nonsteady Flow with a Free Surface Using the Finite Element Method. *Water Resources Research*. Vol. 7, pp. 611-623.

- Neuman, S.P. (1975). Analysis of Pumping Test Data From Anisotropic Unconfined Aquifers Considering Delayed Gravity Response. *Water Resources Research*. Vol. 11, pp. 329-342.
- Papadopoulos, I.S. & Cooper, H.H. (1967), Drawdown in a Well of Large Diameter. *Water Resources Research*, Vol. 3, pp. 241-244.
- Pliego L., Vargas R. (2009). Experiencias sobre el control de hundimientos diferenciales en un conjunto de edificios en la zona lacustre de la Ciudad de México. Ingeniería geotécnica en zonas urbanas afectadas por hundimiento regional. *Memorias de la XVII Conferencia de la ISSMGE*. Alejandría, Egipto.
- Prodanoff, Mansur, Mascarenhas (2006). Numerical evaluation of Theis and Hantush-Jacob well functions. *ELSEVIER, Journal of Hydrology* 318, pp. 173-183.
- Thode, R. & Fredlund M. (2013). SVFlux 2D / 3D Seepage Modeling Software Version 2009. Tutorial Manual. SoilVision Systems Ltd. Saskatoon, Saskatchewan, Canadá.
- Villanueva M. & Iglesias, A. (1984). *Pozos y Acuíferos: Técnicas de evaluación mediante ensayos de bombeo*. Instituto geológico y minero de España, Madrid, España.
- Waterloo Hydrogeologic (2017). AquiferTest Version 7.0. User's Manual. Nova Metrix. Canadá.
- Wang, H.F. & Anderson, M.P (1982). *Introduction to Groundwater Modeling. Finite Difference and Finite Element Methods*. Academic Press Inc. EUA.
- Zeevaert, L. (1983). *Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions*. Van Nostrand Reinhold Company Inc, Nueva York, EUA.



## **ANEXOS**



## ANEXO A: Soluciones analíticas en condición de flujo establecido y transitorio

### A.1 Solución de Thiem para acuíferos confinados

A. Thiem, en 1906, fue el primero en proponer expresiones que relacionaban el descenso en los niveles de agua con propiedades hidráulicas del medio permeable, a partir del bombeo constante de un pozo, además de introducir el término de radio o cono de influencia  $R$ .

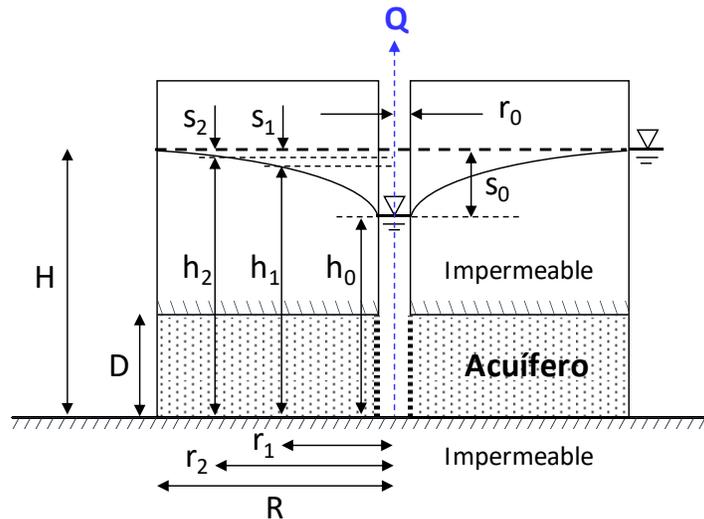
La solución de Thiem tiene fundamento matemático en la ecuación de flujo de Poisson (2.7). Por tratarse de un acuífero confinado, limitado en el estrato inferior y superior por formaciones impermeables, se cumple la hipótesis de flujo radial hacia el pozo de bombeo totalmente penetrante en el acuífero. La información que se requiere conocer es el nivel de columna de agua inicial  $H$ , las elevaciones de agua  $h$  y los abatimientos  $s$  en los pozos de observación, así como la distancia al pozo de bombeo  $r$  (Figura A.1).

$$s = \frac{Q}{2\pi T} \text{Ln} \left( \frac{R}{r} \right) \quad (\text{A.1})$$

Donde:

$$s = H - h \quad (\text{A.2})$$

$$T = kD \quad (\text{A.3})$$



**Figura A.1.** Acuífero confinado y variables de interés.

Si la prueba se realiza tomando lecturas de dos pozos de observación, las expresiones que se emplean son

$$h_2 - h_1 = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (\text{A.4})$$

$$s_1 - s_2 = \frac{Q}{2\pi T} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (\text{A.5})$$

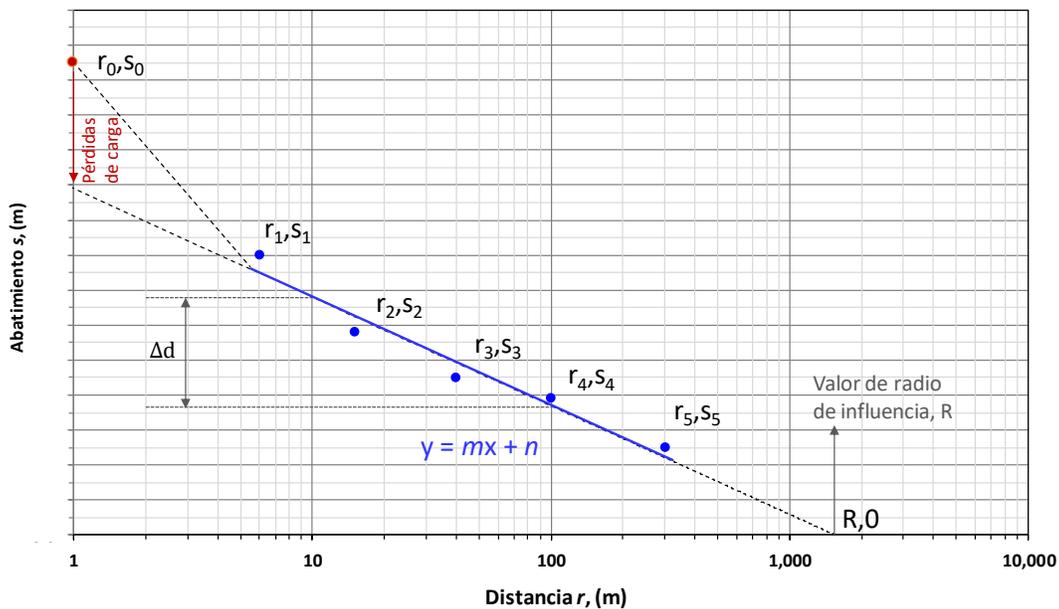
Cuando se cuentan con mayor número de pozos de bombeo, es posible calcular el valor de transmisibilidad  $T$  y el radio de influencia  $R$  de forma gráfica, colocando en el eje de las abscisas la distancia de los pozos de observación (escala semilogarítmica) y en el eje de las ordenadas el abatimiento. En la Figura A.2, la pendiente de la recta  $m$  que representa el mejor ajuste de los datos permite obtener el parámetro  $T$ , mientras que el cruce de la recta con el eje de las abscisas representa el valor de  $R$ .

Expresado en términos de logaritmo base 10, la ecuación (A.15) queda:

$$s_1 - s_2 = 0.3665 \frac{Q}{T} \text{Log}\left(\frac{r_2}{r_1}\right) \quad (\text{A.6})$$

y la pendiente de la curva  $m$ , en la Figura A.2 es

$$m = -0.3665 \frac{Q}{T} \quad (\text{A.7})$$



**Figura A.2.** Recta abatimiento-distancia en escala semilogarítmica. (modificado de Villanueva e Iglesias, 1984).

*A.2 Solución de Dupuit para acuíferos libres*

En referencia a los acuíferos libres conforme el flujo se aproxima al pozo de bombeo las líneas se distorsionan (Figura 2.2), teniendo componente vertical y horizontal. Para poder aplicar las ecuaciones propuestas por Thiem, se realiza una corrección de los descensos o depresiones observados, conocida como *Corrección de Dupuit*.

$$s^* = s - \frac{s^2}{2H} \tag{A.8}$$

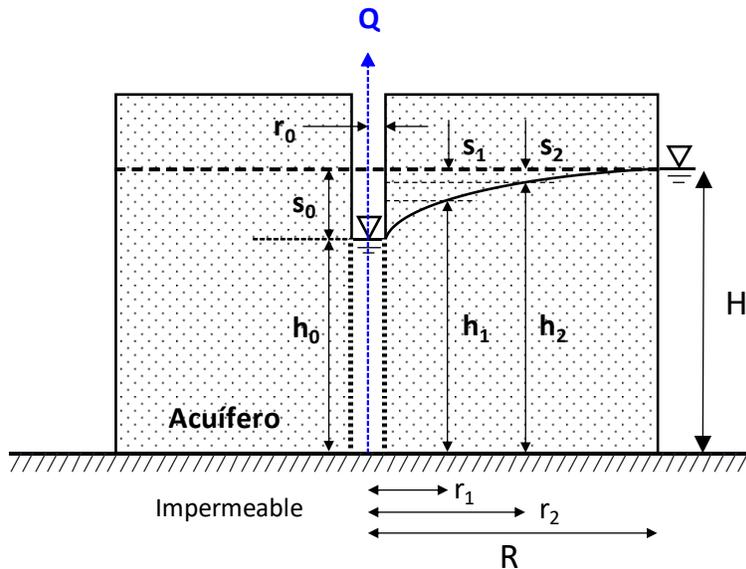
A medida que la distancia  $r$  del pozo de observación incrementa, las lecturas de abatimiento tienden a ser menores, llevando a correcciones de menor magnitud. Dichas correcciones pueden omitirse cuando el valor de abatimiento real medido en campo cumpla con la relación  $s \leq H/10$ .

Con esta corrección, es posible emplear las expresiones de Thiem y el método gráfico. Reemplazando la ecuación (A.8) en (A.1), se tiene:

$$s^* = \frac{Q}{2\pi T} \text{Ln} \left( \frac{R}{r} \right) \tag{A.9}$$

Expresada en términos de elevaciones y considerando dos pozos de observación, la ecuación se puede escribir como:

$$h_2^2 - h_1^2 = \frac{Q}{\pi k} \text{Ln} \left( \frac{r_2}{r_1} \right) \tag{A.10}$$



**Figura A.3.** Acuífero libre y variables de interés

### A.3 Solución De Glee para acuíferos semiconfinados

Las expresiones que permiten la evaluación de un acuífero semiconfinado, al igual que la ecuación de Thiem, parten de la ecuación fundamental de flujo de Poisson (2.7). La complejidad en este caso radica en que el fenómeno de recarga vertical a través del material semipermeable ( $\omega$ ) sí se presenta.

La solución que propone De Glee únicamente considera el caso de un acuífero inferior semiconfinado en el que el acuitardo está en contacto con un acuífero superior bien alimentado, cuya carga hidráulica inicial se mantiene constante durante la prueba de bombeo y hasta alcanzar la condición de flujo establecido. Adicionalmente, se asume que la superficie piezométrica del acuífero superior y del inferior, antes de iniciar la prueba de bombeo, es la misma en ambos casos.

Según se indica en la Figura A.4, los parámetros de interés para la evaluación de pruebas de bombeo en acuíferos semiconfinados son los siguientes:

$k'$	permeabilidad vertical del acuitardo
$D'$	espesor del acuitardo del acuitardo
$T$	transmisibilidad del acuífero
$D$	espesor del acuífero del acuífero
$r$	distancia al pozo de observación

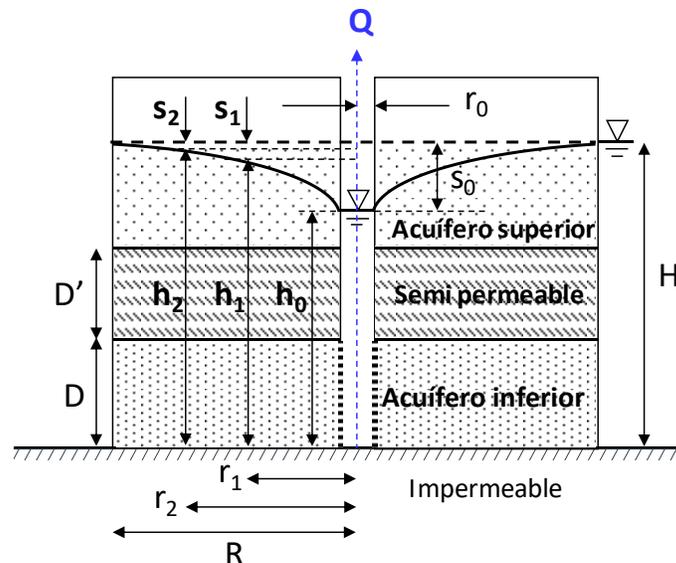


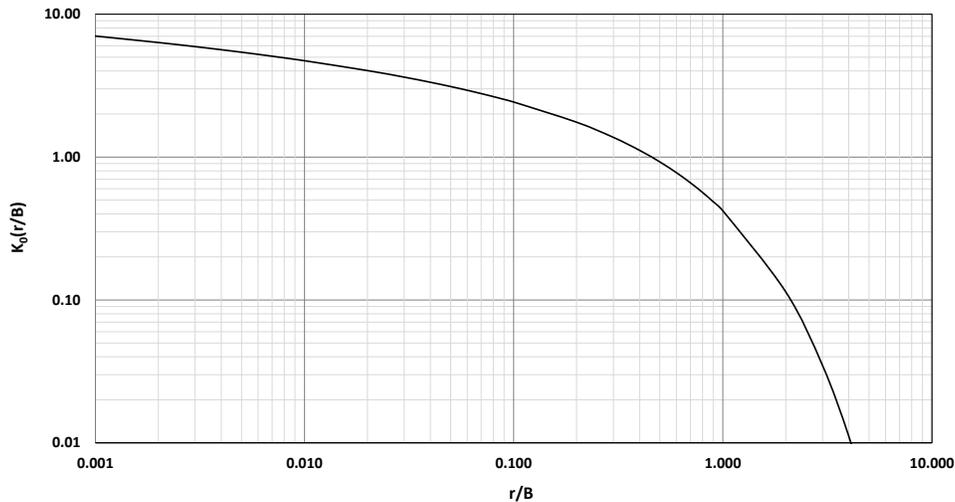
Figura A.4. Acuífero semiconfinado y variables de interés.

Al bombear del acuífero inferior, se genera un gradiente que obliga al acuífero superior a recargarlo a través de la formación semipermeable (Villanueva e Iglesias, 1984). El abatimiento del nivel piezométrico en el acuífero inferior se estima con la siguiente expresión:

$$s = \frac{Q}{2\pi T} K_0 \left( \frac{r}{B} \right) \quad (\text{A.11})$$

Donde  $K_0$  es la función de Bessel modificada de segunda especie de orden cero (Figura A.5, Tabla A.1), mientras que  $B$  es el factor de goteo:

$$B = \sqrt{\frac{T \cdot D'}{k'}} \quad (\text{A.12})$$



**Figura A.5.** Función  $K_0(r/B)$  para acuífero semiconfinado en régimen permanente.

#### A.4 Solución de Theis para acuíferos confinados

Charles V. Theis (1935) fue el primer hidrogeólogo en desarrollar un modelo matemático riguroso de un pozo de bombeo bajo condiciones de flujo transitorio, al aplicar la analogía de conceptos entre flujo de calor en sólidos y flujo de agua en medios porosos, sentando las bases para posteriores soluciones numéricas que evalúan condiciones de flujo más complejas.

A partir del desarrollo matemático de la ecuación fundamental de flujo transitorio (2.8), aplicando condiciones de frontera para un acuífero confinado sin fuentes de recarga y considerando bombeo a gasto constante, la ecuación de Theis se expresa como:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (\text{A.13})$$

El segundo término de la ecuación (A.13) tiene la forma de una *integral exponencial*  $E_1(\xi)$  que, a su vez, es la expresión matemática de la *Función de pozo de Theis*,  $W(u)$ :

$$E_1(\xi) = \int_{\xi}^{\infty} \frac{e^{-x}}{x} dx \quad (\text{A.14})$$

$$W(u) = \int_u^{\infty} \frac{e^{-u}}{u} du \quad (\text{A.15})$$

La solución de la ecuación (A.15) se presenta como una serie de Taylor:

$$W(u) = -0.5772 - \ln(u) + u - \frac{u^2}{2 \cdot 2!} + \frac{u^3}{3 \cdot 3!} - \frac{u^4}{4 \cdot 4!} + \dots \quad (\text{A.16})$$

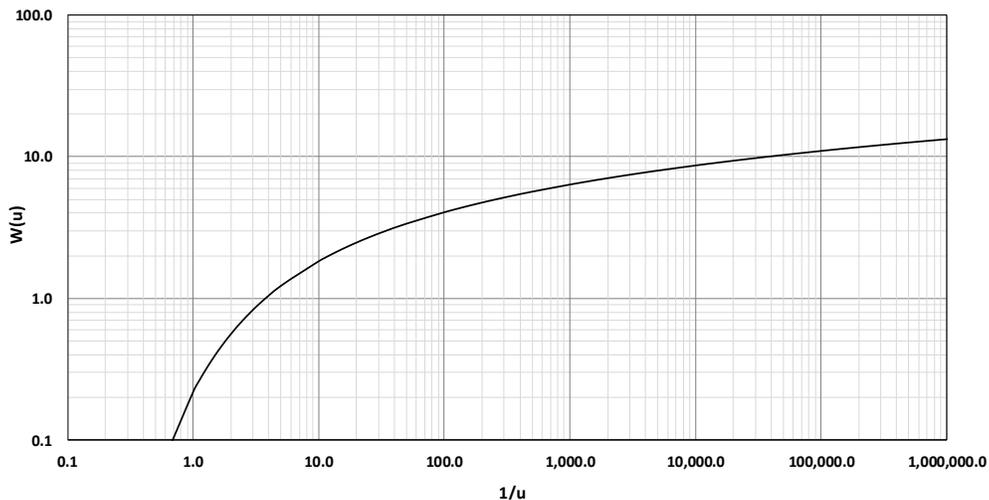
Donde la función auxiliar  $u$  está conformada por los parámetros hidrogeológicos de transmisibilidad  $T$  y coeficiente de almacenamiento  $S$ , para un tiempo de análisis  $t$  a partir del comienzo del bombeo, a una distancia de observación  $r$ .

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (\text{A.17})$$

Finalmente, la ecuación de Theis tiene la siguiente forma simplificada:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u) \quad (\text{A.18})$$

En la Figura A.6 (Tabla A.2) se muestra el gráfico o curva patrón de Theis: en el eje de las abscisas se representa el tiempo ( $1/u$ ) y en el eje de las ordenadas los descensos o abatimientos del nivel de agua  $W(u)$ .



**Figura A.6.** Función de pozo Theis o gráfico patrón (escala doble logarítmica): tiempo ( $1/u$ ) Vs abatimiento  $W(u)$ .

Bajo la condición de flujo en régimen transitorio, el valor del radio de influencia  $R$  no es constante, sino que varía con el tiempo y depende de los parámetros hidrogeológicos del acuífero. De acuerdo con Cheng (2000), es posible encontrar un porcentaje del volumen de agua extraída del acuífero dentro de un radio  $R$  al integrar el cono de abatimiento formado hasta ese momento.

$$V(R, t) = S \int_0^R s \cdot 2\pi r \, dr \quad (\text{A.19})$$

$$V(R, t) = Qt[1 - e^{-u_R} + u_R \cdot W(u_R)] \quad (\text{A.20})$$

$$u_R = \frac{R^2 S}{4Tt} \quad (\text{A.21})$$

Donde el volumen total extraído en cualquier tiempo es  $V_T = Q \cdot t$

A partir de la solución de Theis, el radio de abatimiento  $R$  se estima con la expresión indicada en la ecuación (A.22). Para un 95% de volumen extraído  $V_T$  en un tiempo  $t$ , la constante  $C_a$  vale 2.670, mientras que para un 99% de volumen extraído, la constante  $C_a$  es 3.493.

$$R = C_a \sqrt{\frac{Tt}{S}} \quad (\text{A.22})$$

Adicionalmente, se presenta la *fórmula empírica de Sichardt* para estimar el radio de abatimiento  $R$  a partir del abatimiento dinámico dentro del pozo  $s_0$  en m (Zeevaert, 1983):

$$R = C_s \cdot s_0 \cdot \sqrt{k} \quad (\text{A.23})$$

Donde  $k$  es la permeabilidad en m/s y  $C_s$  es una constante de ajuste en  $(\text{s/m})^{1/2}$  que vale 3000 para pozos y 2000 para excavaciones, trincheras y líneas de pozos.

#### A.5 Simplificación de Cooper-Jacob para acuíferos confinados

La simplificación de Cooper-Jacob (1946) corresponde a un caso particular de la ecuación de Theis, cuando la distancia del punto de observación  $r$  es corta y/o el tiempo de análisis es muy largo, de manera que se cumple

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \leq 0.03 \quad (\text{A.24})$$

Cuando se tiene esta condición, la ecuación (A.16) puede reducirse a los dos primeros términos de la serie:

$$W(u) \approx -0.5772 - \ln(u) \tag{A.25}$$

Según diversos autores (Villanueva e Iglesias, 1984; Cheng, 2000; Fetter, 2014), el error al omitir el resto de los términos en la serie de Taylor es despreciable, del orden de 1%. De esta forma, la ecuación para estimar el abatimiento queda

$$s = \frac{Q}{4\pi T} \text{Ln} \left( \frac{2.25 Tt}{r^2 S} \right) \tag{A.26}$$

A partir de la simplificación de Cooper-Jacob, es posible obtener únicamente el parámetro de transmisibilidad a partir de dos pozos de observación, si se tienen mediciones de abatimiento en un mismo tiempo  $t$ :

$$T = \frac{Q \cdot \text{Ln} \left( \frac{r_2}{r_1} \right)}{2\pi (s_1 - s_2)} \tag{A.27}$$

O bien, a partir de un único pozo de observación, teniendo dos mediciones de abatimiento en diferentes tiempos:

$$T = \frac{Q \cdot \text{Ln} \left( \frac{t_1}{t_2} \right)}{4\pi (s_1 - s_2)} \tag{A.28}$$

Sin embargo, las ecuaciones (A.27) y (A.28) han de manejarse con cautela, ya que la transmisibilidad debe obtenerse utilizando todos los puntos de mediciones de abatimiento en el tiempo y ajustando una tendencia lineal con el mínimo error, en escala semilogarítmica (Figura A.7).

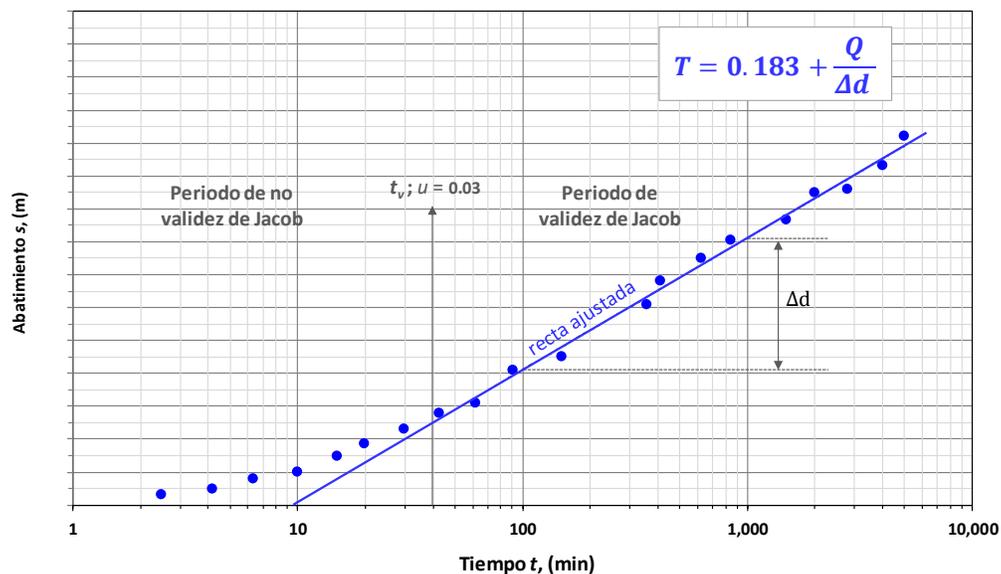


Figura A.7. Recta de Jacob (modificado de Villanueva e Iglesias, 1984).

*A.6 Solución de Papadopulos-Cooper para pozos de gran diámetro*

En el caso de pozos de gran diámetro o excavaciones de grandes dimensiones es necesario considerar que el gasto de bombeo proviene, al inicio del proceso de extracción, del volumen de agua almacenado en el pozo y posteriormente de la aportación del acuífero.

Papadopulos y Cooper (1967) analizaron este problema proponiendo que el abatimiento del nivel de agua  $s$  no depende únicamente de la función de pozo  $u$  definida por Theis para obtener los parámetros hidrogeológicos del acuífero  $S$  y  $T$ , sino también de la relación entre radio efectivo superficial  $r_c$  y radio de extracción en el acuífero  $r_w$  (Figura A.8).

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, \alpha, \rho) \quad (\text{A.29})$$

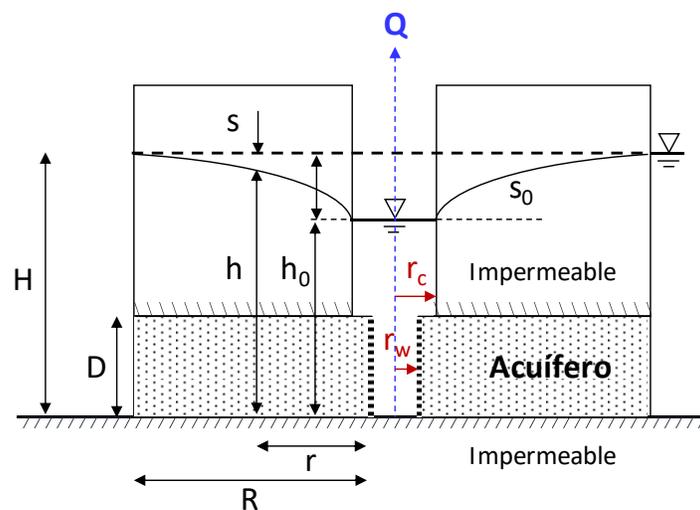
Donde:

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (\text{A.30})$$

$$u_w = \frac{r_w^2 S}{4Tt} \quad (\text{A.31})$$

$$\alpha = \frac{r_w^2 S}{r_c^2} \quad (\text{A.32})$$

$$\rho = \frac{r}{r_w} \quad (\text{A.33})$$



**Figura A.8.** Esquema de análisis de pozo de gran diámetro (modificado de Papadopulos y Cooper, 1967).

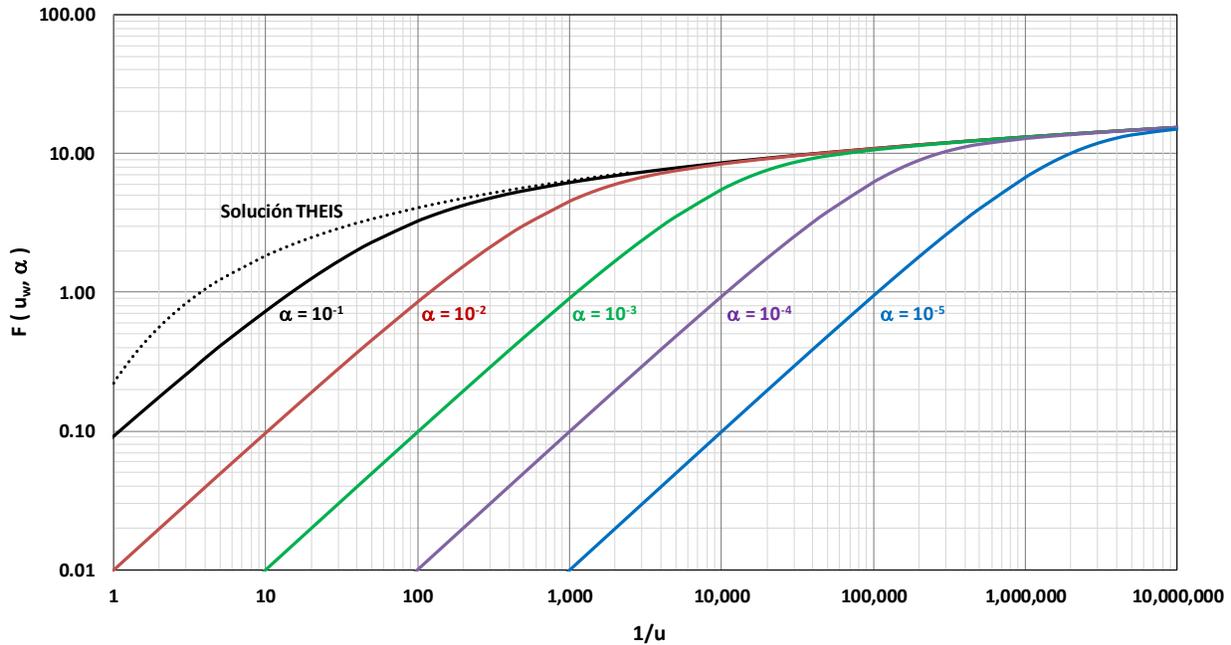
Para el caso particular en el que  $r_c = r_w$ , el parámetro  $\alpha$  se iguala al coeficiente de almacenamiento  $S$ , y si además se propone que el punto de análisis sea el radio del pozo  $r_w = r$ , la función  $W(u, \alpha, \rho)$  puede simplificarse a una función  $F(u_w, \alpha)$ . De esta forma, el desarrollo de la expresión matemática queda (Papadopoulos y Cooper, 1967) como sigue:

$$s = \frac{Q}{4\pi T} F(u_w, \alpha) \quad (A.34)$$

$$F(u_w, \alpha) = \frac{32\alpha^2}{\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{1 - \exp\left(-\frac{\beta^2}{4u_w}\right)}{\beta^3 \cdot \Delta(\beta)} d\beta \quad (A.35)$$

$$\Delta(\beta) = [\beta J_0(\beta) - 2\alpha J_1(\beta)]^2 + [\beta Y_0(\beta) - 2\alpha Y_1(\beta)]^2 \quad (A.36)$$

Donde  $\beta$  es la constante de integración,  $J_0$  y  $J_1$  son las funciones de Bessel de primera especie de orden cero y uno, respectivamente, y  $Y_0$  y  $Y_1$  son las funciones de Bessel de segunda especie de orden cero y uno, respectivamente.



**Figura A.9.** Solución gráfica de la función  $F(u_w, \alpha)$  para  $\alpha = 10^{-1}, 10^{-2}, 10^{-3}, 10^{-4}$  y  $10^{-5}$ .  
(modificado de Cheng, 2000)

A medida que transcurre el tiempo, el efecto del almacenamiento del pozo llega a ser despreciable. El momento en el que esto ocurre se puede calcular de la siguiente forma:

$$t = \frac{250 r_c^2}{T} \quad (A.37)$$

Posterior a este tiempo, lo estimado con la solución analítica de Papadopulos-Cooper (A.34) y la curva teórica de Theis (A.18) son coincidentes, tal como se observa en la Figura A.9 (Tabla A.3). Aquellos datos de campo que coincidan con la tendencia lineal (en escala doble logaritmo) para un valor específico de  $\alpha$  no podrán ser considerados valores representativos de propiedades del acuífero.

#### A.7 Ecuación de Theis con corrección de Jacob para acuíferos libres

Tal como se indicó en el apartado A.2, es posible emplear las ecuaciones propuestas para acuíferos confinados en la evaluación de acuíferos libres mediante una corrección de los abatimientos registrados. Para problemas en condiciones de flujo transitorio, Jacob (1944) planteó los fundamentos teóricos de la aplicación de la corrección de Dupuit (A.8) al análisis de acuíferos libres con la solución analítica de Theis:

$$s^* = \frac{Q}{4\pi T} \cdot W(u) \quad (\text{A.38})$$

Las mismas hipótesis se aceptan en el estudio de problemas transitorios, es decir, a medida que la distancia de observación incrementa, las lecturas de abatimiento son menores y la corrección tiende a ser mínima.

#### A.8 Solución de Neuman para acuíferos libres

Las pruebas de bombeo en acuíferos libres, a diferencia de pruebas en otros tipos de acuíferos, muestran respuestas diferentes para tiempos cortos y tiempos largos, siendo el coeficiente de almacenamiento el parámetro que cambia significativamente en ambos casos.

Para comprender mejor lo anterior, es necesario puntualizar los diferentes mecanismos de liberación del agua según el tipo de acuífero. Durante el bombeo en acuíferos confinados, el agua almacenada se libera por un efecto elástico, es decir, por expansión del fluido a medida que la presión se reduce y el acuífero se comprime. Por otro lado, en los acuíferos libres o no confinados, el agua es cedida a partir de los poros debido al descenso de la columna de agua por la acción de la gravedad.

En 1972, Neuman propuso un modelo que tomara en cuenta la condición dinámica de la superficie libre del agua en acuíferos libres, identificando tres etapas en la curva de *tiempo Vs abatimiento*:

- (1) El primer segmento, abatimiento en tiempos cortos o inmediatos al inicio del bombeo, es controlado por la transmisibilidad  $T$  y el coeficiente de almacenamiento  $S$ , análogo al comportamiento de un acuífero confinado.
- (2) El segmento intermedio o de transición, es controlado por la conductividad vertical  $k_v$ .

- (3) El tercer segmento, de tiempos largos, es función de la transmisibilidad  $T$  y el coeficiente de rendimiento  $S_y$ , el cual es equivalente a la porosidad drenable del medio.

La solución de Neuman se expresa de la siguiente forma (Cheng, 2000):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, u_y, \Gamma) \quad (\text{A.39})$$

$$W(u, u_y, \Gamma) = \int_0^{\infty} 4yJ_0(y\Gamma^{1/2}) \sum_{n=0}^{\infty} a_n(y) dy \quad (\text{A.40})$$

Donde:

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (\text{A.41})$$

$$\Gamma = \frac{r^2 k_V}{H^2 k_H} \quad (\text{A.42})$$

$$a_0 = \frac{\left\{1 - \exp\left[-\frac{\Gamma(y^2 - \gamma_0^2)}{4u}\right]\right\} \tanh \gamma_0}{\left[y^2 + (1 + \sigma)\gamma_0^2 - \frac{(y^2 - \gamma_0^2)^2}{\sigma}\right] \gamma_0} \quad (\text{A.43})$$

$$a_n = \frac{\left\{1 - \exp\left[-\frac{\Gamma(y^2 + \gamma_n^2)}{4u}\right]\right\} \tan \gamma_n}{\left[y^2 - (1 + \sigma)\gamma_n^2 - \frac{(y^2 + \gamma_n^2)^2}{\sigma}\right] \gamma_n} ; \quad n \geq 1 \quad (\text{A.44})$$

$$\sigma = \frac{S}{S_y} \quad (\text{A.45})$$

$$\sigma \gamma_0 \sinh \gamma_0 - (y^2 - \gamma_0^2) \cosh \gamma_0 = 0 \quad (\text{A.46})$$

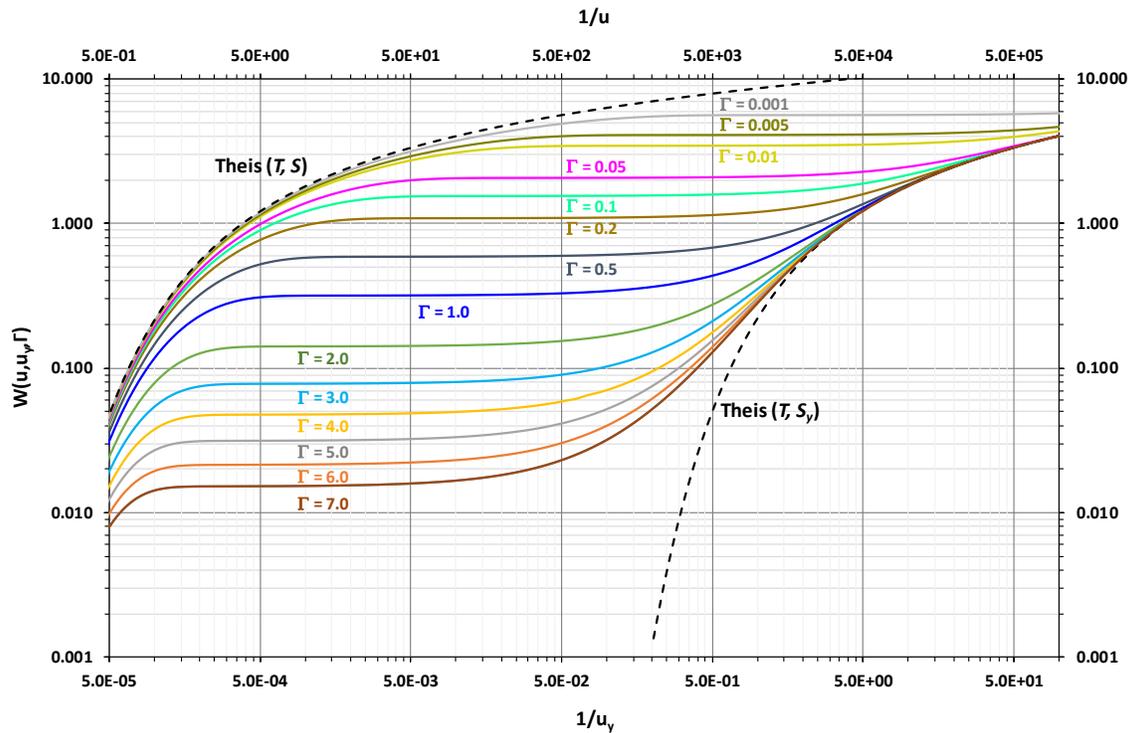
$$\sigma \gamma_n \sin \gamma_n + (y^2 + \gamma_n^2) \cos \gamma_n = 0 \quad (\text{A.47})$$

Donde:

$H$	Nivel inicial de suelo saturado en un acuífero libre
$S$	coeficiente de almacenamiento, cuyos valores se encuentran en el rango $10^{-6}$ a $10^{-3}$
$S_y$	coeficiente de rendimiento, cuyos valores se encuentran en el rango $10^{-2}$ a 0.3
$k_V$	permeabilidad vertical del acuífero libre

$k_H$	permeabilidad horizontal del acuífero libre
$J_0$	función de Bessel de primera especie de orden cero
$\gamma_0, \gamma_n$	raíces de las ecuaciones características (A.46) y (A.47)
$y$	constante de integración
$\sigma$	relación entre coeficiente de almacenamiento y coeficiente de rendimiento

Las Figura A.10 (Tabla A.4) muestra las curvas teóricas de Neuman en condición de flujo transitorio para acuíferos libres con una relación  $\sigma = S/S_y = 1 \times 10^{-4}$ . En la imagen, las curvas discontinuas en color negro representan las soluciones de Theis que ajustan con mediciones en tiempos cortos (dependiente de  $S$ ), y con mediciones en tiempos largos (dependiente de  $S_y$ ).



**Figura A.10.** Curvas teóricas de Neuman que describen la condición de flujo transitorio para acuíferos libres (*modificado de Cheng, 2000*).

### A.9 Solución de Hantush-Jacob para acuíferos semiconfinados

A partir de las aportaciones de Theis, Hantush, M.S & Jacob, C.E. (1955) ampliaron los estudios y modelos matemáticos de flujo de agua en condiciones transitorias en aquellos acuíferos que no se encuentran completamente aislados, como en gran parte de los casos, y en los cuales es necesario considerar el efecto de la recarga vertical ( $\omega$ ), conocidos como acuíferos semiconfinados.

De forma semejante a lo mostrado en el apartado A.3, las hipótesis que se aceptan en la solución analítica de Hantush-Jacob son las siguientes (Figura A.4):

- i) Se tiene un acuífero (inferior) confinado por una formación impermeable, y en el estrato superior por un acuitardo, o formación semipermeable.
- ii) El estrato que sobreyace al acuitardo es un acuífero libre (superior) de alta permeabilidad y constante suministro de agua, que permite mantener la carga constante.
- iii) El nivel inicial del agua es el mismo en ambos acuíferos. Durante el bombeo, el nivel del agua del acuífero superior y del acuitardo permanecen constantes, mientras que el abatimiento del nivel de agua únicamente se registra en el acuífero inferior.
- iv) Se asume que el flujo en el acuitardo es vertical, mientras que el flujo en el acuífero inferior es radial, únicamente con componente horizontal.
- v) El acuífero inferior es compresible. El agua es drenada de forma instantánea por el efecto de bombeo.
- vi) El acuitardo es incompresible, por lo que el agua almacenada en esta formación no se libera por efecto de bombeo.
- vii) El almacenamiento en el acuitardo es despreciable.

La ecuación fundamental de Hantush-Jacob para acuíferos confinados se escribe a continuación (Cheng, 2000):

$$s = \frac{Q}{4\pi T} W(u, r/B) \quad (\text{A.48})$$

$$W(u, r/B) = \int_u^{\infty} \frac{1}{u} \exp \left[ -u - \frac{(r/B)^2}{4u} \right] du \quad (\text{A.49})$$

Donde:

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt} \quad (\text{A.50})$$

$$B = \sqrt{\frac{T \cdot D'}{k'}} \quad (\text{A.51})$$

Adicionalmente, otros términos se definen a continuación:

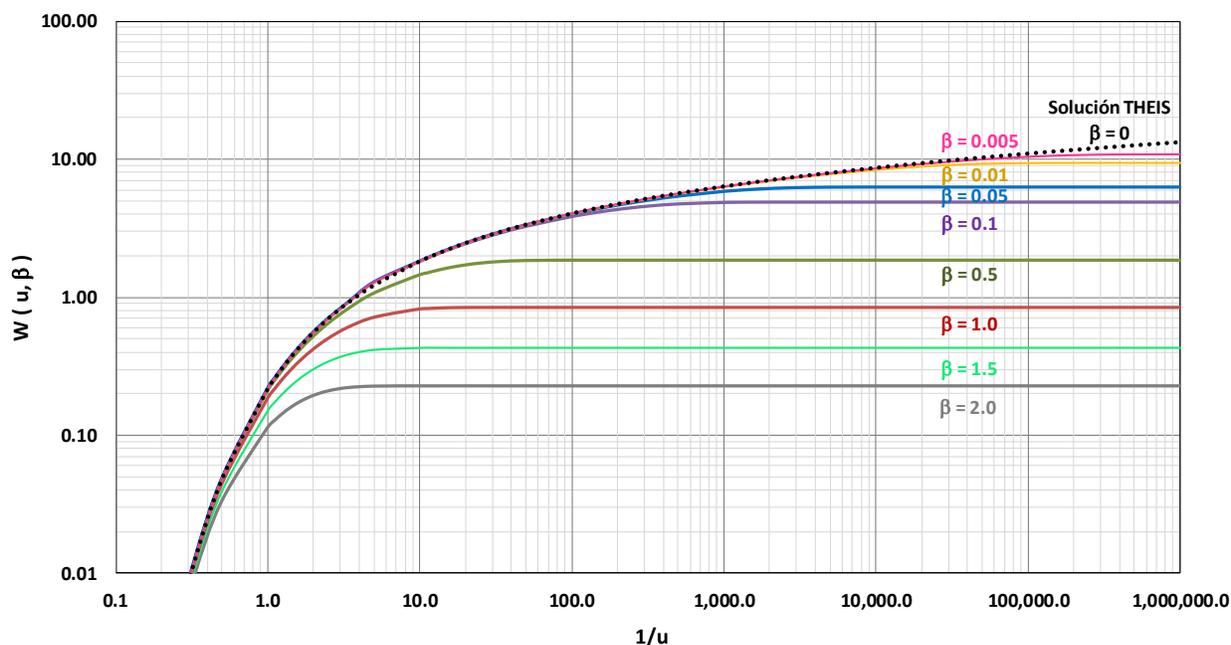
$\omega$  recarga vertical o tasa de goteo, que se puede estimar como

$$\omega = \frac{k' s}{D'} \quad (\text{A.52})$$

$\frac{k'}{D'}$  coeficiente de goteo

$\frac{D'}{k'}$       resistencia hidráulica

La Figura A.11 (Tabla A.5) muestra las curvas patrón de Hantush-Jacob para diferentes relaciones  $r/B = \beta$ . La curva de Theis para acuífero confinados es un caso particular de la ecuación (A.48), donde  $\beta = 0$ .



**Figura A.11.** Curvas teóricas de Hantush-Jacob que describen la condición de flujo transitorio para acuíferos semiconfinados, considerando diferentes valores de  $r/B = \beta$  (modificado de Cheng, 2000).

**Tabla A.1.** Valores de la función  $K_0(r/B)$  para acuífero semiconfinado en régimen permanente.

$r/B$	$K_0(r/B)$	$r/B$	$K_0(r/B)$	$r/B$	$K_0(r/B)$
0.0001	9.3263	0.0080	4.9443	0.6000	0.7775
0.0002	8.6331	0.0090	4.8266	0.7000	0.6605
0.0003	8.2277	0.0100	4.7212	0.8000	0.5653
0.0004	7.9400	0.0200	4.0285	0.9000	0.4867
0.0005	7.7168	0.0300	3.6235	1.0000	0.4210
0.0006	7.5345	0.0400	3.3365	2.0000	0.1139
0.0007	7.3804	0.0500	3.1142	3.0000	0.0347
0.0008	7.2468	0.0600	2.9329	4.0000	0.0112
0.0009	7.1290	0.0700	2.7798	5.0000	0.0037
0.0010	7.0237	0.0800	2.6475	6.0000	0.0012
0.0020	6.3305	0.0900	2.5310	7.0000	0.0004
0.0030	5.9251	0.1000	2.4271	8.0000	0.0001
0.0040	5.6374	0.2000	1.7527	9.0000	0.0001
0.0050	5.4143	0.3000	1.3725	10.0000	0.0000
0.0060	5.2320	0.4000	1.1145		
0.0070	5.0779	0.5000	0.9244		

**Tabla A.2.** Valores de la función de pozo de Theis  $W(u)$  para acuífero confinado en régimen transitorio.

$u$	$1/u$	$W(u)$
5.0000	0.2000	0.0011
4.0000	0.2500	0.0038
3.0000	0.3333	0.0130
2.0000	0.5000	0.0489
1.0000	1.0000	0.2194
0.9000	1.1111	0.2602
0.8000	1.2500	0.3106
0.7000	1.4286	0.3738
0.6000	1.6667	0.4544
0.5000	2.0000	0.5598
0.4000	2.5000	0.7024
0.3000	3.3333	0.9057
0.2000	5.0000	1.2227
0.1000	10.0000	1.8229
0.0900	11.1111	1.9187
0.0800	12.5000	2.0269
0.0700	14.2857	2.1508
0.0600	16.6667	2.2953
0.0500	20.0000	2.4679
0.0400	25.0000	2.6813
0.0300	33.3333	2.9591
0.0200	50.0000	3.3547
0.0100	100.0000	4.0379
0.0090	111.1111	4.1423
0.0080	125.0000	4.2591
0.0070	142.8571	4.3916
0.0060	166.6667	4.5448
0.0050	200.0000	4.7261
0.0040	250.0000	4.9482
0.0030	333.3333	5.2349
0.0020	500.0000	5.6394
0.0010	1000.0000	6.3315
0.0009	1111.1111	6.4368
0.0008	1250.0000	6.5545
0.0007	1428.5714	6.6879
0.0006	1666.6667	6.8420
0.0005	2000.0000	7.0242
0.0004	2500.0000	7.2472
0.0003	3333.3333	7.5348
0.0002	5000.0000	7.9402
1.00E-04	1.00E+04	8.6332
1.00E-05	1.00E+05	10.9357
1.00E-06	1.00E+06	13.2383
1.00E-07	1.00E+07	15.5409
1.00E-08	1.00E+08	17.8435
1.00E-09	1.00E+09	20.1460
1.00E-10	1.00E+10	22.4486
1.00E-15	1.00E+15	33.9616

**Tabla A.3.** Valores de la función de pozo de Papadopoulos-Cooper  $F(u_w, \alpha)$  para pozos de gran diámetro

$u$	$1/u$	$F(u_w, \alpha)$				
		$\alpha = 10^{-1}$	$\alpha = 10^{-2}$	$\alpha = 10^{-3}$	$\alpha = 10^{-4}$	$\alpha = 10^{-5}$
5.0000	0.2000	0.0193	0.0020	0.0002	0.0000	0.0000
4.0000	0.2500	0.0240	0.0025	0.0002	0.0000	0.0000
3.0000	0.3333	0.0318	0.0033	0.0003	0.0000	0.0000
2.0000	0.5000	0.0472	0.0050	0.0005	0.0000	0.0000
1.0000	1.0000	0.0919	0.0099	0.0010	0.0001	0.0000
0.9000	1.1111	0.1016	0.0110	0.0011	0.0001	0.0000
0.8000	1.2500	0.1136	0.0124	0.0012	0.0001	0.0000
0.7000	1.4286	0.1289	0.0141	0.0014	0.0001	0.0000
0.6000	1.6667	0.1490	0.0165	0.0017	0.0002	0.0000
0.5000	2.0000	0.1767	0.0197	0.0020	0.0002	0.0000
0.4000	2.5000	0.2173	0.0246	0.0025	0.0002	0.0000
0.3000	3.3333	0.2827	0.0328	0.0033	0.0003	0.0000
0.2000	5.0000	0.4109	0.0490	0.0050	0.0005	0.0000
0.1000	10.0000	0.7335	0.0966	0.0100	0.0010	0.0001
0.0900	11.1111	0.7993	0.1071	0.0111	0.0011	0.0001
0.0800	12.5000	0.8786	0.1202	0.0125	0.0012	0.0001
0.0700	14.2857	0.9761	0.1369	0.0142	0.0014	0.0001
0.0600	16.6667	1.0991	0.1589	0.0166	0.0017	0.0002
0.0500	20.0000	1.2595	0.1896	0.0199	0.0020	0.0002
0.0400	25.0000	1.4781	0.2350	0.0248	0.0025	0.0002
0.0300	33.3333	1.7954	0.3092	0.0331	0.0033	0.0003
0.0200	50.0000	2.3033	0.4529	0.0495	0.0050	0.0005
0.0100	100.0000	3.2753	0.8520	0.0983	0.0100	0.0010
0.0090	111.1111	3.4270	0.9351	0.1091	0.0111	0.0011
0.0080	125.0000	3.5962	1.0364	0.1226	0.0125	0.0012
0.0070	142.8571	3.7865	1.1627	0.1398	0.0143	0.0014
0.0060	166.6667	4.0033	1.3247	0.1626	0.0166	0.0017
0.0050	200.0000	4.2549	1.5401	0.1945	0.0199	0.0020
0.0040	250.0000	4.5540	1.8411	0.2418	0.0249	0.0025
0.0030	333.3333	4.9248	2.2919	0.3198	0.0332	0.0033
0.0020	500.0000	5.4207	3.0429	0.4725	0.0497	0.0050
0.0010	1000.0000	6.2124	4.5444	0.9069	0.0990	0.0100
0.0009	1111.1111	6.3282	4.7806	0.9991	0.1099	0.0111
0.0008	1250.0000	6.4566	5.0424	1.1123	0.1235	0.0125
0.0007	1428.5714	6.6009	5.3342	1.2547	0.1410	0.0143
0.0006	1666.6667	6.7660	5.6613	1.4392	0.1642	0.0166
0.0005	2000.0000	6.9595	6.0309	1.6878	0.1965	0.0200
0.0004	2500.0000	7.1941	6.4535	2.0413	0.2447	0.0249
0.0003	3333.3333	7.4936	6.9475	2.5839	0.3245	0.0332
0.0002	5000.0000	7.9114	7.5573	3.5228	0.4814	0.0498
1.00E-04	1.00E+04	8.6177	8.4433	5.5259	0.9340	0.0993
1.00E-05	1.00E+05	10.9338	10.9138	10.6801	6.2451	0.9492
1.00E-06	1.00E+06	13.2381	13.2357	13.2114	12.9099	6.7777
1.00E-07	1.00E+07	15.5409	15.5406	15.5378	15.5091	15.1268
1.00E-08	1.00E+08	17.8435	17.8434	17.8431	17.8399	17.8069
1.00E-09	1.00E+09	20.1460	20.1460	20.1460	20.1456	20.1420
1.00E-10	1.00E+10	22.4486	22.4486	22.4486	22.4486	22.4482
1.00E-15	1.00E+15	33.9616	33.9616	33.9616	33.9616	33.9616

**Tabla A.4.** Valores de la función de pozo de Neuman  $W(u, u_y, \Gamma)$  considerando  $\sigma = 1 \times 10^{-4}$  para acuífero semiconfinado en régimen transitorio

1/u	1/u <sub>y</sub>	W(u)	W(u <sub>y</sub> )	W(u, u <sub>y</sub> , Γ) ; σ = 1x10 <sup>-4</sup>		
				Γ = 7	Γ = 6	Γ = 5
0.4000	0.0000	0.0249	0.0000	0.0053	0.0063	0.0077
0.5371	0.0001	0.0593	0.0000	0.0090	0.0112	0.0142
0.7211	0.0001	0.1186	0.0000	0.0122	0.0160	0.0212
0.9681	0.0001	0.2077	0.0000	0.0142	0.0192	0.0266
1.2999	0.0001	0.3284	0.0000	0.0150	0.0208	0.0297
1.7452	0.0002	0.4800	0.0000	0.0152	0.0213	0.0310
2.3432	0.0002	0.6595	0.0000	0.0152	0.0214	0.0313
3.1461	0.0003	0.8632	0.0000	0.0152	0.0214	0.0313
4.2241	0.0004	1.0870	0.0000	0.0152	0.0215	0.0314
5.6714	0.0006	1.3271	0.0000	0.0153	0.0215	0.0314
7.6146	0.0008	1.5800	0.0000	0.0153	0.0215	0.0314
10.2240	0.0010	1.8430	0.0000	0.0153	0.0216	0.0315
13.7270	0.0014	2.1137	0.0000	0.0154	0.0216	0.0316
18.4300	0.0018	2.3903	0.0000	0.0155	0.0217	0.0317
24.7450	0.0025	2.6714	0.0000	0.0156	0.0218	0.0318
33.2230	0.0033	2.9559	0.0000	0.0157	0.0220	0.0319
44.6070	0.0045	3.2430	0.0000	0.0159	0.0222	0.0322
59.8910	0.0060	3.5319	0.0000	0.0161	0.0224	0.0325
80.4120	0.0080	3.8223	0.0000	0.0164	0.0228	0.0329
107.9600	0.0108	4.1138	0.0000	0.0168	0.0233	0.0334
144.9600	0.0145	4.4061	0.0000	0.0174	0.0239	0.0341
194.6200	0.0195	4.6990	0.0000	0.0182	0.0248	0.0351
261.3100	0.0261	4.9923	0.0000	0.0192	0.0260	0.0365
350.8400	0.0351	5.2860	0.0000	0.0207	0.0276	0.0383
471.0500	0.0471	5.5799	0.0000	0.0227	0.0298	0.0408
632.4600	0.0632	5.8740	0.0000	0.0254	0.0329	0.0442
849.1600	0.0849	6.1682	0.0000	0.0293	0.0371	0.0488
1140.1000	0.1140	6.4625	0.0000	0.0347	0.0430	0.0553
1530.8000	0.1531	6.7570	0.0002	0.0425	0.0514	0.0642
2055.3000	0.2055	7.0514	0.0013	0.0536	0.0632	0.0767
2759.5000	0.2760	7.3459	0.0060	0.0699	0.0801	0.0944
3705.0000	0.3705	7.6405	0.0192	0.0937	0.1046	0.1195
4974.4000	0.4974	7.9350	0.0482	0.1287	0.1398	0.1550
6678.8000	0.6679	8.2296	0.1004	0.1793	0.1903	0.2053
8967.2000	0.8967	8.5242	0.1815	0.2512	0.2614	0.2752
1.20E+04	1.2040	8.8188	0.2940	0.3495	0.3582	0.3701
1.62E+04	1.6165	9.1135	0.4378	0.4781	0.4848	0.4941
2.17E+04	2.1704	9.4081	0.6104	0.6374	0.6420	0.6487
2.91E+04	2.9140	9.7027	0.8082	0.8252	0.8282	0.8326
3.91E+04	3.9125	9.9973	1.0271	1.0374	1.0392	1.0420
5.25E+04	5.2531	10.2920	1.2633	1.2693	1.2704	1.2720
7.05E+04	7.0529	10.5870	1.5131	1.5166	1.5172	1.5181
9.47E+04	9.4696	10.8810	1.7737	1.7757	1.7760	1.7765
1.27E+05	12.7140	11.1760	2.0426	2.0437	2.0438	2.0442
1.71E+05	17.0710	11.4700	2.3179	2.3184	2.3185	2.3187
2.29E+05	22.9200	11.7650	2.5979	2.5982	2.5982	2.5983
3.08E+05	30.7730	12.0600	2.8816	2.8817	2.8817	2.8818
4.13E+05	41.3170	12.3540	3.1681	3.1681	3.1681	3.1681
5.55E+05	55.4730	12.6490	3.4566	3.4566	3.4565	3.4566
7.45E+05	74.4800	12.9440	3.7467	3.7466	3.7466	3.7466
1.00E+06	100.0000	13.2380	4.0379	4.0378	4.0378	4.0378

METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS DE PRUEBAS DE BOMBEO  
Y DISEÑO DE SISTEMAS DE POZOS DE EXTRACCIÓN

1/u	1/u <sub>y</sub>	W(u, u <sub>y</sub> , Γ) ; σ = 1x10 <sup>-4</sup>				
		Γ = 4	Γ = 3	Γ = 2	Γ = 1	Γ = 0.5
0.4000	0.0000	0.0093	0.0113	0.0137	0.0170	0.0193
0.5371	0.0001	0.0180	0.0229	0.0293	0.0381	0.0442
0.7211	0.0001	0.0282	0.0379	0.0514	0.0708	0.0847
0.9681	0.0001	0.0373	0.0532	0.0769	0.1138	0.1412
1.2999	0.0001	0.0435	0.0654	0.1013	0.1626	0.2107
1.7452	0.0002	0.0465	0.0730	0.1204	0.2109	0.2879
2.3432	0.0002	0.0476	0.0765	0.1325	0.2525	0.3657
3.1461	0.0003	0.0478	0.0777	0.1384	0.2835	0.4370
4.2241	0.0004	0.0479	0.0780	0.1406	0.3027	0.4958
5.6714	0.0006	0.0479	0.0780	0.1411	0.3124	0.5389
7.6146	0.0008	0.0479	0.0781	0.1412	0.3162	0.5661
10.2240	0.0010	0.0480	0.0782	0.1413	0.3173	0.5803
13.7270	0.0014	0.0481	0.0782	0.1414	0.3175	0.5863
18.4300	0.0018	0.0482	0.0784	0.1415	0.3176	0.5881
24.7450	0.0025	0.0483	0.0785	0.1417	0.3178	0.5886
33.2230	0.0033	0.0485	0.0787	0.1419	0.3180	0.5888
44.6070	0.0045	0.0488	0.0790	0.1422	0.3183	0.5890
59.8910	0.0060	0.0491	0.0794	0.1426	0.3186	0.5893
80.4120	0.0080	0.0496	0.0799	0.1431	0.3191	0.5897
107.9600	0.0108	0.0502	0.0806	0.1438	0.3198	0.5902
144.9600	0.0145	0.0510	0.0815	0.1448	0.3207	0.5909
194.6200	0.0195	0.0521	0.0827	0.1461	0.3219	0.5918
261.3100	0.0261	0.0536	0.0843	0.1478	0.3235	0.5931
350.8400	0.0351	0.0556	0.0866	0.1502	0.3256	0.5948
471.0500	0.0471	0.0583	0.0896	0.1533	0.3285	0.5970
632.4600	0.0632	0.0619	0.0936	0.1576	0.3324	0.6001
849.1600	0.0849	0.0675	0.0991	0.1632	0.3376	0.6041
1140.1000	0.1140	0.0743	0.1066	0.1709	0.3445	0.6096
1530.8000	0.1531	0.0838	0.1167	0.1813	0.3539	0.6169
2055.3000	0.2055	0.0970	0.1306	0.1953	0.3664	0.6267
2759.5000	0.2760	0.1154	0.1495	0.2145	0.3832	0.6397
3705.0000	0.3705	0.1410	0.1755	0.2398	0.4057	0.6572
4974.4000	0.4974	0.1768	0.2111	0.2744	0.4357	0.6805
6678.8000	0.6679	0.2266	0.2600	0.3209	0.4756	0.7114
8967.2000	0.8967	0.2951	0.3263	0.3833	0.5285	0.7524
1.20E+04	1.2040	0.3874	0.4149	0.4659	0.5980	0.8063
1.62E+04	1.6165	0.5079	0.5304	0.5732	0.6883	0.8768
2.17E+04	2.1704	0.6588	0.6756	0.7083	0.8036	0.9676
2.91E+04	2.9140	0.8393	0.8508	0.8747	0.9470	1.0828
3.91E+04	3.9125	1.0462	1.0534	1.0690	1.1202	1.2257
5.25E+04	5.2531	1.2745	1.2788	1.2883	1.3217	1.3981
7.05E+04	7.0529	1.5196	1.5221	1.5275	1.5479	1.5990
9.47E+04	9.4696	1.7774	1.7788	1.7818	1.7936	1.8254
1.27E+05	12.7140	2.0446	2.0454	2.0471	2.0537	2.0722
1.71E+05	17.0710	2.3190	2.3194	2.3203	2.3239	2.3342
2.29E+05	22.9200	2.5985	2.5987	2.5992	2.6012	2.6068
3.08E+05	30.7730	2.8819	2.8820	2.8823	2.8834	2.8863
4.13E+05	41.3170	3.1682	3.1683	3.1684	3.1690	3.1706
5.55E+05	55.4730	3.4566	3.4567	3.4567	3.4571	3.4579
7.45E+05	74.4800	3.7467	3.7467	3.7467	3.7469	3.7473
1.00E+06	100.0000	4.0378	4.0378	4.0378	4.0380	4.0382

ANEXO A: SOLUCIONES ANALÍTICAS EN CONDICIÓN DE FLUJO ESTABLECIDO Y TRANSITORIO

1/u	1/u <sub>y</sub>	W(u, u <sub>y</sub> , Γ) ; σ = 1x10 <sup>-4</sup>				
		Γ = 0.2	Γ = 0.1	Γ = 0.05	Γ = 0.01	Γ = 0.005
0.4000	0.0000	0.0214	0.0224	0.0231	0.0239	0.0242
0.5371	0.0001	0.0498	0.0526	0.0545	0.0569	0.0576
0.7211	0.0001	0.0972	0.1034	0.1079	0.1136	0.1151
0.9681	0.0001	0.1657	0.1779	0.1866	0.1981	0.2009
1.2999	0.0001	0.2540	0.2758	0.2912	0.3116	0.3166
1.7452	0.0002	0.3585	0.3941	0.4192	0.4526	0.4607
2.3432	0.0002	0.4734	0.5279	0.5665	0.6177	0.6300
3.1461	0.0003	0.5923	0.6716	0.7277	0.8024	0.8203
4.2241	0.0004	0.7081	0.8190	0.8975	1.0021	1.0270
5.6714	0.0006	0.8144	0.9642	1.0704	1.2121	1.2458
7.6146	0.0008	0.9055	1.1013	1.2414	1.4284	1.4728
10.2240	0.0010	0.9772	1.2250	1.4058	1.6472	1.7046
13.7270	0.0014	1.0282	1.3306	1.5588	1.8653	1.9381
18.4300	0.0018	1.0600	1.4147	1.6963	2.0796	2.1707
24.7450	0.0025	1.0766	1.4758	1.8142	2.2874	2.3999
33.2230	0.0033	1.0836	1.5154	1.9094	2.4859	2.6236
44.6070	0.0045	1.0859	1.5373	1.9805	2.6723	2.8395
59.8910	0.0060	1.0865	1.5473	2.0282	2.8440	3.0455
80.4120	0.0080	1.0868	1.5509	2.0562	2.9979	3.2393
107.9600	0.0108	1.0872	1.5520	2.0700	3.1309	3.4185
144.9600	0.0145	1.0876	1.5524	2.0753	3.2404	3.5803
194.6200	0.0195	1.0882	1.5527	2.0770	3.3247	3.7219
261.3100	0.0261	1.0889	1.5532	2.0776	3.3841	3.8404
350.8400	0.0351	1.0900	1.5539	2.0780	3.4212	3.9340
471.0500	0.0471	1.0913	1.5548	2.0786	3.4410	4.0022
632.4600	0.0632	1.0932	1.5560	2.0793	3.4497	4.0468
849.1600	0.0849	1.0958	1.5576	2.0803	3.4527	4.0721
1140.1000	0.1140	1.0991	1.5598	2.0816	3.4537	4.0839
1530.8000	0.1531	1.1037	1.5627	2.0834	3.4543	4.0885
2055.3000	0.2055	1.1097	1.5666	2.0858	3.4550	4.0900
2759.5000	0.2760	1.1178	1.5718	2.0890	3.4559	4.0907
3705.0000	0.3705	1.1286	1.5788	2.0933	3.4571	4.0914
4974.4000	0.4974	1.1431	1.5881	2.0991	3.4588	4.0923
6678.8000	0.6679	1.1624	1.6006	2.1068	3.4610	4.0936
8967.2000	0.8967	1.1880	1.6173	2.1171	3.4640	4.0953
1.20E+04	1.2040	1.2220	1.6394	2.1308	3.4680	4.0975
1.62E+04	1.6165	1.2668	1.6687	2.1491	3.4734	4.1006
2.17E+04	2.1704	1.3253	1.7075	2.1734	3.4806	4.1047
2.91E+04	2.9140	1.4012	1.7583	2.2055	3.4901	4.1101
3.91E+04	3.9125	1.4983	1.8243	2.2477	3.5029	4.1174
5.25E+04	5.2531	1.6203	1.9092	2.3028	3.5198	4.1272
7.05E+04	7.0529	1.7700	2.0166	2.3740	3.5423	4.1401
9.47E+04	9.4696	1.9486	2.1496	2.4647	3.5719	4.1573
1.27E+05	12.7140	2.1551	2.3104	2.5783	3.6106	4.1800
1.71E+05	17.0710	2.3863	2.4993	2.7175	3.6609	4.2098
2.29E+05	22.9200	2.6375	2.7146	2.8836	3.7255	4.2486
3.08E+05	30.7730	2.9036	2.9527	3.0766	3.8071	4.2988
4.13E+05	41.3170	3.1799	3.2093	3.2947	3.9085	4.3628
5.55E+05	55.4730	3.4628	3.4794	3.5346	4.0321	4.4432
7.45E+05	74.4800	3.7500	3.7589	3.7923	4.1794	4.5424
1.00E+06	100.0000	4.0396	4.0443	4.0634	4.3513	4.6626

**Tabla A.5.** Valores de la función de pozo de Hantush-Jacob  $W(u, r/B)$  para acuífero libre en régimen transitorio

$u$	$1/u$	$W(u, r/B)$			
		$r/B = 2.0$	$r/B = 1.5$	$r/B = 1.0$	$r/B = 0.5$
5	0.200	0.0010	0.0009	0.0011	0.0011
4	0.250	0.0031	0.0032	0.0036	0.0037
3	0.333	0.0100	0.0112	0.0122	0.0128
2	0.500	0.0334	0.0396	0.0445	0.0478
1	1.000	0.1139	0.1510	0.1855	0.2103
0.9	1.111	0.1281	0.1735	0.2168	0.2485
0.8	1.250	0.1436	0.1994	0.2543	0.2953
0.7	1.429	0.1602	0.2291	0.2995	0.3534
0.6	1.667	0.1774	0.2628	0.3543	0.4266
0.5	2.000	0.1944	0.3004	0.4210	0.5206
0.4	2.500	0.2096	0.3409	0.5024	0.6446
0.3	3.333	0.2211	0.3810	0.6010	0.8143
0.2	5.000	0.2268	0.4135	0.7142	1.0677
0.1	10.000	0.2278	0.4268	0.8214	1.4510
0.09	11.111	0.2278	0.4283	0.8260	1.4918
0.08	12.500	0.2278	0.4278	0.8317	1.5436
0.07	14.286	0.2278	0.4277	0.8361	1.5973
0.06	16.667	0.2278	0.4276	0.8392	1.6524
0.05	20.000	0.2278	0.4275	0.8410	1.7075
0.04	25.000	0.2278	0.4275	0.8418	1.7603
0.03	33.333	0.2278	0.4276	0.8420	1.8062
0.02	50.000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8379
0.01	100.000	0.2278	0.4276	0.8421	1.8486
0.009	111.111	0.2278	0.4276	0.8421	1.8487
0.008	125.000	0.2278	0.4276	0.8421	1.8488
0.007	142.857	0.2278	0.4276	0.8421	1.8488
0.006	166.667	0.2278	0.4276	0.8421	1.8488
0.005	200.000	0.2278	0.4276	0.8421	1.8488
0.004	250.000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.003	333.333	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.002	500.000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.001	1000.000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0009	1111.1111	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0008	1250.0000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0007	1428.5714	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0006	1666.6667	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0005	2000.0000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0004	2500.0000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0003	3333.3333	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
0.0002	5000.0000	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-04	1.00E+04	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-05	1.00E+05	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-06	1.00E+06	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-07	1.00E+07	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-08	1.00E+08	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-09	1.00E+09	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-10	1.00E+10	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488
1.00E-15	1.00E+15	0.2278	0.4276	0.8420	1.8488

ANEXO A: SOLUCIONES ANALÍTICAS EN CONDICIÓN DE FLUJO ESTABLECIDO Y TRANSITORIO

$u$	$1/u$	$W(u, r/B)$			
		$r/B = 0.10$	$r/B = 0.05$	$r/B = 0.01$	$r/B = 0.005$
5	0.200	0.0011	0.0011	0.0011	0.0011
4	0.250	0.0038	0.0038	0.0038	0.0038
3	0.333	0.0130	0.0131	0.0131	0.0131
2	0.500	0.0489	0.0489	0.0489	0.0489
1	1.000	0.2190	0.2193	0.2194	0.2194
0.9	1.111	0.2597	0.2601	0.2602	0.2602
0.8	1.250	0.3100	0.3104	0.3106	0.3106
0.7	1.429	0.3729	0.3736	0.3738	0.3738
0.6	1.667	0.4532	0.4541	0.4544	0.4544
0.5	2.000	0.5581	0.5594	0.5598	0.5598
0.4	2.500	0.6999	0.7017	0.7023	0.7023
0.3	3.333	0.9028	0.9057	0.9067	0.9067
0.2	5.000	1.2785	1.2830	1.2844	1.2845
0.1	10.000	1.8050	1.8184	1.8227	1.8228
0.09	11.111	1.8983	1.9136	1.9185	1.9187
0.08	12.500	2.0034	2.0210	2.0267	2.0269
0.07	14.286	2.1232	2.1439	2.1506	2.1508
0.06	16.667	2.2622	2.2870	2.2950	2.2952
0.05	20.000	2.4271	2.4576	2.4675	2.4678
0.04	25.000	2.6288	2.6680	2.6807	2.6811
0.03	33.333	2.8873	2.9409	2.9584	2.9589
0.02	50.000	3.2442	3.3264	3.3536	3.3544
0.01	100.000	3.8150	3.9795	4.0356	4.0373
0.009	111.111	3.8952	4.0772	4.1396	4.1416
0.008	125.000	3.9822	4.1857	4.2561	4.2583
0.007	142.857	4.0770	4.3076	4.3882	4.3908
0.006	166.667	4.1812	4.4467	4.5407	4.5438
0.005	200.000	4.2960	4.6084	4.7212	4.7249
0.004	250.000	4.4229	4.8016	4.9421	4.9467
0.003	333.333	4.5622	5.0408	5.2268	5.2329
0.002	500.000	4.7079	5.3538	5.6271	5.6363
0.001	1000.000	4.8292	5.7965	6.3069	6.3253
0.0009	1111.1111	4.8368	5.8509	6.4094	6.4299
0.0008	1250.0000	4.8430	5.9073	6.5237	6.5467
0.0007	1428.5714	4.8478	5.9652	6.6527	6.6791
0.0006	1666.6667	4.8511	6.0239	6.8009	6.8316
0.0005	2000.0000	4.8530	6.0821	6.9750	7.0118
0.0004	2500.0000	4.8539	6.1373	7.1859	7.2317
0.0003	3333.3333	4.8541	6.1849	7.4534	7.5141
0.0002	5000.0000	4.8541	6.2173	7.8192	7.9092
1.00E-04	1.00E+04	4.8541	6.2282	8.3983	8.5717
1.00E-05	1.00E+05	4.8541	6.2285	9.4176	10.3963
1.00E-06	1.00E+06	4.8541	6.2285	9.4425	10.8283
1.00E-07	1.00E+07	4.8541	6.2285	9.4425	10.8286
1.00E-08	1.00E+08	4.8541	6.2285	9.4425	10.8286
1.00E-09	1.00E+09	4.8541	6.2285	9.4425	10.8286
1.00E-10	1.00E+10	4.8541	6.2285	9.4425	10.8286
1.00E-15	1.00E+15	4.8541	6.2285	9.4425	10.8286

## ANEXO B: Soluciones numéricas en condición de flujo establecido y transitorio

### B.1 Método de diferencias finitas en condición de flujo establecido sin recarga

Para resolver la ecuación fundamental de flujo de Laplace por el MDF (B.1), cada derivada parcial de la variable de carga hidráulica  $h$  se aproxima a partir de las diferencias de carga estimadas en los nodos inmediatos, según la dirección que corresponda. Para simplificar el desarrollo matemático, se considera la solución de un caso bidimensional (2D), en el que la distancia entre los nodos es la misma en ambas direcciones:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = 0 \quad (\text{B.1})$$

donde

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \approx \frac{\frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{\Delta x} - \frac{h_{i,j} - h_{i-1,j}}{\Delta x}}{\Delta x} \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \approx \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \approx \frac{h_{i,j-1} - 2h_{i,j} + h_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} \quad (\text{B.4})$$

Como  $\Delta x = \Delta y$ , la ecuación de Laplace se puede expresar como sigue:

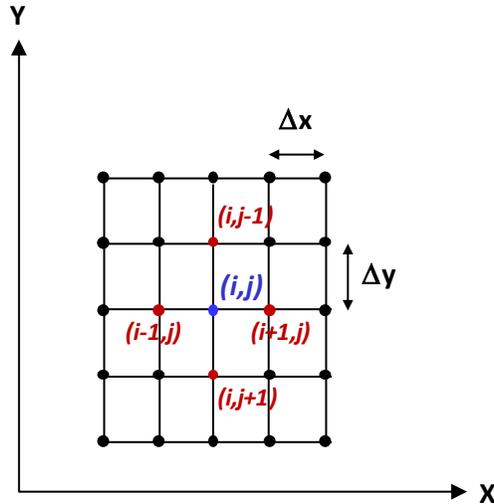
$$\frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{h_{i,j-1} - 2h_{i,j} + h_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} = 0 \quad (\text{B.5})$$

$$h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1} - 4h_{i,j} = 0 \quad (\text{B.6})$$

De esta forma, el valor de la carga hidráulica en cualquier punto del modelo  $h_{i,j}$  se estima según se indica en la ecuación (B.7).

$$h_{i,j} = \frac{1}{4}(h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1}) \quad (\text{B.7})$$

Mientras más refinada sea la malla, menor será la distancia  $\Delta x$  entre los nodos, y mejor será la aproximación de la solución numérica (Figura B.1).



**Figura B.1.** Fragmento de malla de diferencias finitas donde se indica la notación utilizada para referir un nodo cualquiera en el sistema. (modificado de Wang y Anderson, 1982).

### B.2 Método de diferencias finitas en condición de flujo establecido con una fuente de recarga o extracción

La ecuación fundamental de flujo de Poisson (B.8) para condición de flujo establecido toma en cuenta el efecto de una fuente de recarga o extracción  $R_w$  por efecto de un pozo totalmente penetrante en el acuífero ubicado en  $(x_0, y_0)$ , el cual bombea o inyecta a un gasto constante  $Q$ .

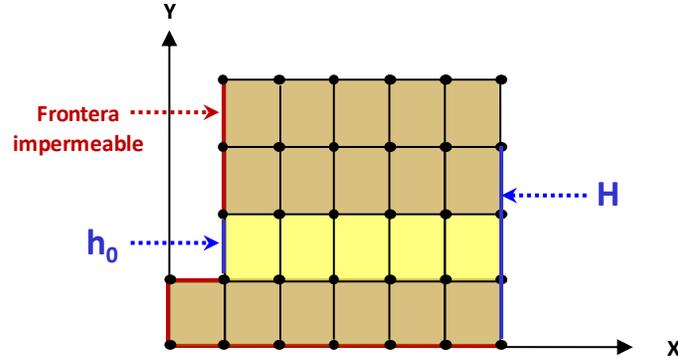
$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{R_w(x, y)}{T} = 0 \quad (\text{B.8})$$

Donde el valor de la recarga por unidad de acuífero a través del pozo es

$$R_w(x_0, y_0) = \frac{-Q}{\Delta x \Delta y} \quad (\text{B.9})$$

Por convención, el gasto  $Q$  será positivo cuando se trate de extracción, y negativo cuando se refiera a inyección o aporte hacia el acuífero.

Las condiciones de frontera en el pozo  $h(x_0, y_0)$  alcanzadas por efecto de bombeo o inyección se establecen bajo la suposición que no existe variación de dicha carga mientras se mantiene el gasto constante (Figura B.2).



**Figura B.2.** Condiciones de frontera indicadas en problemas de flujo establecido a través de pozos.

El desarrollo de las soluciones numéricas se hace de forma análoga al indicado en la ecuación de Laplace y considera el caso particular de un material homogéneo e isótropo ( $T = T_x = T_y$  y  $k = k_x = k_y$ ). En un acuífero confinado, donde el flujo es únicamente horizontal, la solución de la ecuación de Poisson es la siguiente:

$$h_{i,j} = \frac{1}{4} \left( h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1} + \frac{R_w(\Delta x)^2}{T} \right) \quad (\text{B.10})$$

De acuerdo con Wang y Anderson (1982), la ecuación fundamental de Poisson para acuíferos libres se resuelve tomando las suposiciones de Dupuit y las condiciones de continuidad de flujo (Figura B.3), y se expresa de la siguiente forma:

$$\frac{k}{2} \left( \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} \right) + R_w = 0 \quad (\text{B.11})$$

$$\left[ \frac{h_{i-1,j} - 2h_{i,j} + h_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} \right]^2 + \left[ \frac{h_{i,j-1} - 2h_{i,j} + h_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} \right]^2 + \frac{2R_w}{k} = 0 \quad (\text{B.12})$$

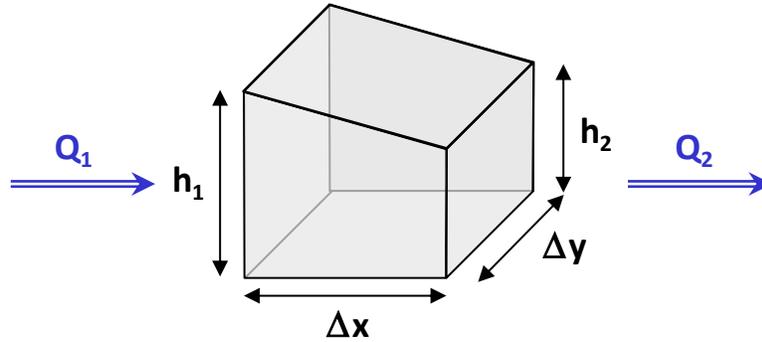
Si se lleva a cabo un cambio de variable  $h^2 = v$  y se sustituyen términos, la solución numérica para acuíferos libres se muestra en las ecuaciones (B.15) y (B.16):

$$\left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + \frac{2R_w}{k} = 0 \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{v_{i-1,j} - 2v_{i,j} + v_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{v_{i,j-1} - 2v_{i,j} + v_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} + \frac{2R_w}{k} = 0 \quad (\text{B.14})$$

$$v_{i,j} = \frac{1}{4} \left( v_{i-1,j} + v_{i+1,j} + v_{i,j-1} + v_{i,j+1} + \frac{2R_w(\Delta x)^2}{k} \right) \quad (\text{B.15})$$

$$h_{i,j} = \sqrt{v_{i,j}} \quad (\text{B.16})$$



**Figura B.3.** Volumen infinitesimal de un acuífero libre donde la superficie superior representa la superficie libre del agua (modificado de Wang y Anderson, 1982)

### B.3 Método de diferencias finitas en condición de flujo transitorio

En los problemas de flujo en condición transitoria la variable desconocida  $h_{i,j}$  se vuelve dependiente del tiempo. De la misma forma que el área de estudio se evalúa en puntos discretos y finitos, el dominio del tiempo se subdivide en  $n + 1$  periodos de análisis. El problema se resuelve calculando las cargas hidráulicas en cada uno de los nodos del sistema para todos los subperiodos.

En las condiciones de frontera no sólo se especifican las cargas hidráulicas en las fronteras, también se requieren establecer para el tiempo inicial  $t = 0$ , el tiempo final  $t = t_{n+1}$  y, de ser posible, en tiempos intermedios de análisis.

De la misma forma que las soluciones analíticas, nuevamente aparece el término de coeficiente de almacenamiento  $S$ , el cual involucra el volumen de agua liberada o desalmacenada  $\Delta V_w$  en un elemento diferencial de acuífero  $\Delta x \Delta y$  al disminuir una unidad de carga hidráulica  $h$  (en el caso de bombeo a través del pozo).

El desarrollo de la solución numérica en 2D de la ecuación fundamental de flujo transitorio (B.17) se presenta a continuación.

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{R_w(x, y, t)}{T} = \frac{S}{T} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{B.17})$$

Donde:

$$\frac{\partial h}{\partial t} \approx \frac{h^{n+1}_{ij} - h^n_{ij}}{\Delta t} \quad (\text{B.18})$$

$$S = \frac{-\Delta V_w}{\Delta x \Delta y \Delta h} \quad (\text{B.19})$$

Expresada en función de diferencias finitas para acuíferos confinados, la ecuación (B.17) queda como sigue (Wang y Anderson, 1982):

$$\frac{h^n_{i-1,j} - 2h^n_{i,j} + h^n_{i+1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{h^n_{i,j-1} - 2h^n_{i,j} + h^n_{i,j+1}}{(\Delta y)^2} + \frac{R_w^n}{T} = \frac{S}{T} \left( \frac{h^{n+1}_{i,j} - h^n_{i,j}}{\Delta t} \right) \quad (\text{B.20})$$

$$h^{n+1}_{i,j} = h^n_{i,j} \left[ 1 - \frac{4T\Delta t}{S(\Delta x)^2} \right] + \left[ \frac{4T\Delta t}{S(\Delta x)^2} \right] \left( \frac{h^n_{i-1,j} + h^n_{i+1,j} + h^n_{i,j-1} + h^n_{i,j+1}}{4} \right) + \frac{R_w^n \Delta t}{S} \quad (\text{B.21})$$

Para acuíferos no confinados, la ecuación fundamental de flujo es la siguiente:

$$\frac{k}{2} \left( \frac{\partial^2 h^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h^2}{\partial y^2} \right) + R_w = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{B.22})$$

$$\frac{k}{2} \left( \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + R_w = \frac{S}{2\sqrt{v}} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (\text{B.23})$$

El desarrollo de la ecuación (B.23) en términos de  $v^{n+1}_{i,j}$  es

$$v^{n+1}_{i,j} = v^n_{i,j} \left[ 1 - \frac{4k\sqrt{v^n_{i,j}}\Delta t}{S(\Delta x)^2} \right] + \frac{4k\sqrt{v^n_{i,j}}\Delta t}{S(\Delta x)^2} \left( \frac{v^n_{i-1,j} + v^n_{i+1,j} + v^n_{i,j-1} + v^n_{i,j+1}}{4} \right) + \frac{2R_w^n \sqrt{v^n_{i,j}}\Delta t}{S} \quad (\text{B.24})$$

$$h^{n+1}_{i,j} = \sqrt{v^{n+1}_{i,j}} \quad (\text{B.25})$$

Cuando las cargas hidráulicas en todos los nodos ya no varían en conforme se incrementa el tiempo de análisis, se dice entonces que el sistema ha alcanzado una condición de flujo establecido.

#### B.4 Método de elementos finitos

Para la solución de problemas de flujo de agua a través de pozos con el método de elementos finitos (MEF), nuevamente se establecen las condiciones de frontera para estimar la carga hidráulica en los elementos del sistema. La principal diferencia del MEF con el MDF es que el valor que se estima en cada elemento está determinado por una función de interpolación que considera los valores de carga en los nodos que delimitan al elemento.

La solución de la variable desconocida necesita satisfacer la ecuación fundamental o gobernante (según sea la condición de flujo) en cada punto del sistema. Al definir una solución aproximada, se introduce un error o residuo, el cual se desea minimizar o iguala a cero mediante el uso de métodos de residuos pesados o ponderados (Chandrupatla y Belegundu, 1999). Para este propósito, el método de Galerkin es ampliamente utilizado en problemas de flujo de agua en suelos.

De acuerdo con Wang y Anderson (1982), la aplicación del método de Galerkin a un problema cualquiera que puede resolverse empleando las ecuaciones fundamentales de flujo y cuya región se divide en elementos triangulares finitos (Figura B.4), se describe a continuación:

1. Cada triángulo está delimitado por 3 nodos. El punto fundamental del MEF es definir la función base  $N_L(x, y)$ , donde  $L$  es el número de nodo al que se hace referencia. En la Figura B.4, el número de cada elemento del sistema está indicado con un círculo  $\odot$ .
2. Para cada elemento triangular  $e$  se asigna una nomenclatura  $i, j, m$  a los nodos que lo limitan, siguiendo un orden en sentido contrario a las manecillas del reloj (Figura B.5).
3. Se definen las variables desconocidas, que en este caso son las cargas hidráulicas en cada nodo del elemento:  $h_i = h(x_i, y_i)$ ,  $h_j = h(x_j, y_j)$  y  $h_m = h(x_m, y_m)$ .
4. La solución de la variable desconocida  $\hat{h}^e(x, y)$  en cada elemento triangular  $e$  se hace mediante interpolación lineal de los valores estimados en cada nodo  $h_i, h_j$  y  $h_m$ :

$$\hat{h}^e(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y \quad (\text{B.26})$$

Donde  $a_0, a_1$  y  $a_2$  son coeficientes que son determinados mediante un sistema de ecuaciones lineales:

$$h_i = a_0 + a_1x_i + a_2y_i \quad (\text{B.27})$$

$$h_j = a_0 + a_1x_j + a_2y_j \quad (\text{B.28})$$

$$h_m = a_0 + a_1x_m + a_2y_m \quad (\text{B.29})$$

5. Si las ecuaciones (B.27), (B.28) y (B.29) son resueltas para obtener los coeficientes  $a_0, a_1$  y  $a_2$ , entonces se puede reescribir la ecuación (B.26) en términos de las cargas hidráulicas de cada nodo y del área del elemento triangular  $A^e$ :

$$\hat{h}^e(x, y) = N_i^e(x, y)h_i + N_j^e(x, y)h_j + N_m^e(x, y)h_m \quad (\text{B.30})$$

Donde:

$$N_i^e(x, y) = \frac{1}{2A^e} [(x_jy_m - x_my_j) + (y_j - y_m)x + (x_m - x_j)y] \quad (\text{B.31})$$

$$N_j^e(x, y) = \frac{1}{2A^e} [(x_my_i - x_iy_m) + (y_m - y_i)x + (x_i - x_m)y] \quad (\text{B.32})$$

$$N_m^e(x, y) = \frac{1}{2A^e} [(x_iy_j - x_jy_i) + (y_i - y_j)x + (x_j - x_i)y] \quad (\text{B.33})$$

$$2A^e = (x_i y_j - x_j y_i) + (x_m y_i - x_i y_m) + (x_j y_m - x_m y_j) \quad (\text{B.34})$$

$N_i^e(x, y)$ ,  $N_j^e(x, y)$  y  $N_m^e(x, y)$  son los parámetros de interpolación de cada nodo que componen la función base  $N_L(x, y)$ . A su vez, estos parámetros definen el valor de carga hidráulica  $\hat{h}(x, y)$  en el elemento triangular  $e$ .

6. Finalmente, el método de Galerkin establece que en todos los nodos que componen el sistema se debe cumplir la condición de que los residuos de la función que aproxima la ecuación fundamental de flujo integrados en todo el dominio del problema  $D$  sean cero.

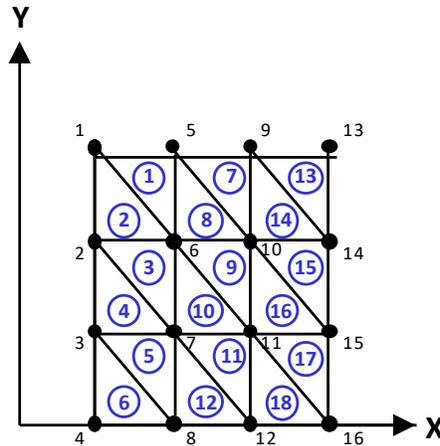
Para el caso particular de la ecuación fundamental de flujo de Laplace:

$$\iint_D \left( \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial y^2} \right) N_L(x, y) dx dy = 0 \quad (\text{B.35})$$

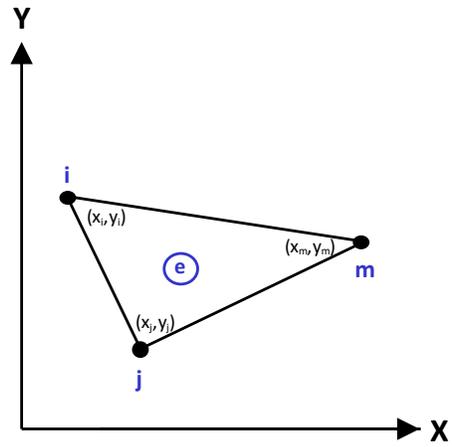
De forma análoga, para las ecuaciones fundamentales de Poisson y de flujo transitorio, el método de Galerkin se expresa de la siguiente forma:

$$\iint_D \left( \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial y^2} + \frac{R}{T} \right) N_L(x, y) dx dy = 0 \quad (\text{B.36})$$

$$\iint_D \left( \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \hat{h}}{\partial y^2} + \frac{R}{T} - \frac{S}{T} \frac{\partial \hat{h}}{\partial t} \right) N_L(x, y) dx dy = 0 \quad (\text{B.37})$$



**Figura B.4.** Malla de elemento finito para un problema que cumple las condiciones de flujo establecido de Laplace. (modificado de Wang y Anderson, 1982)



**Figura B.5.** Nomenclatura de identificación de nodos en un elemento triangular cualquiera (modificado de Wang y Anderson, 1982).

## ANEXO C: Teoría de pozos imagen

En muchos casos de estudio prácticos, las hipótesis aceptadas respecto a las características de los acuíferos y las condiciones de flujo de agua a través de pozos no son representativas del problema que se desea analizar. Una situación particular en la que no se cumplen dichas hipótesis es cuando se presentan fuentes de recarga o barreras impermeables dentro del área de influencia del pozo o sistema de pozos que se está analizando.

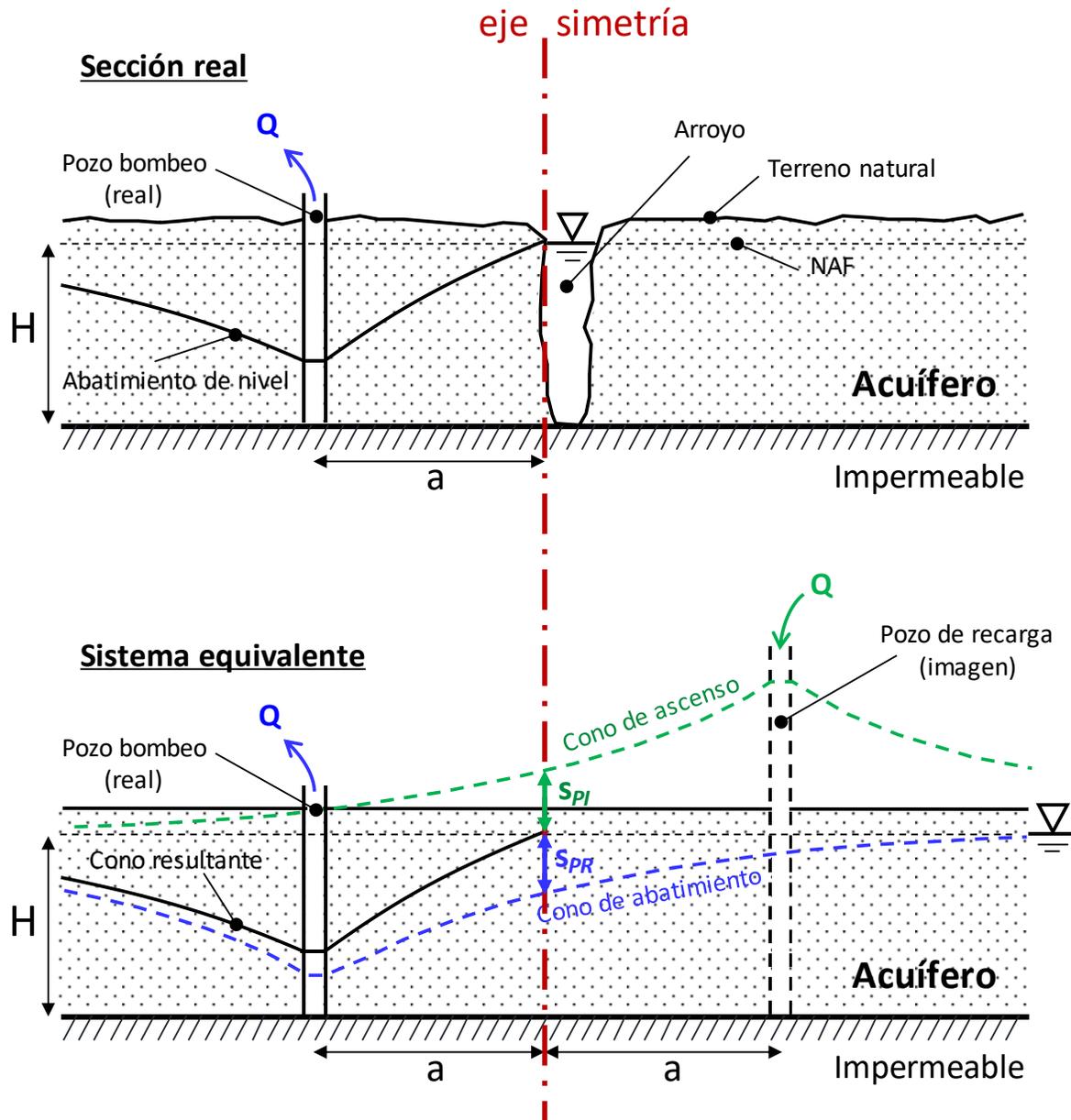
Para problemas donde existen fuentes de recarga (arroyos, canales, lagos, estanques) o barreras impermeables (fronteras de cuerpos de roca o suelo impermeable, diques) de geometría simple es posible aplicar el principio de superposición de pozos, y sustituir el efecto de las fuentes o barreras con pozos imagen o pozos espejo. Lo anterior es conocido como el método de las imágenes.

El método de las imágenes consiste en considerar pozos ficticios que pueden ser usados de forma estratégica para representar efectos hidráulicos en el régimen de flujo causado por una barrera física conocida. En otras palabras, el uso de los pozos imagen equivale a remover una entidad física y sustituirla por una identidad hidráulica (Ferris *et al.*, 1962).

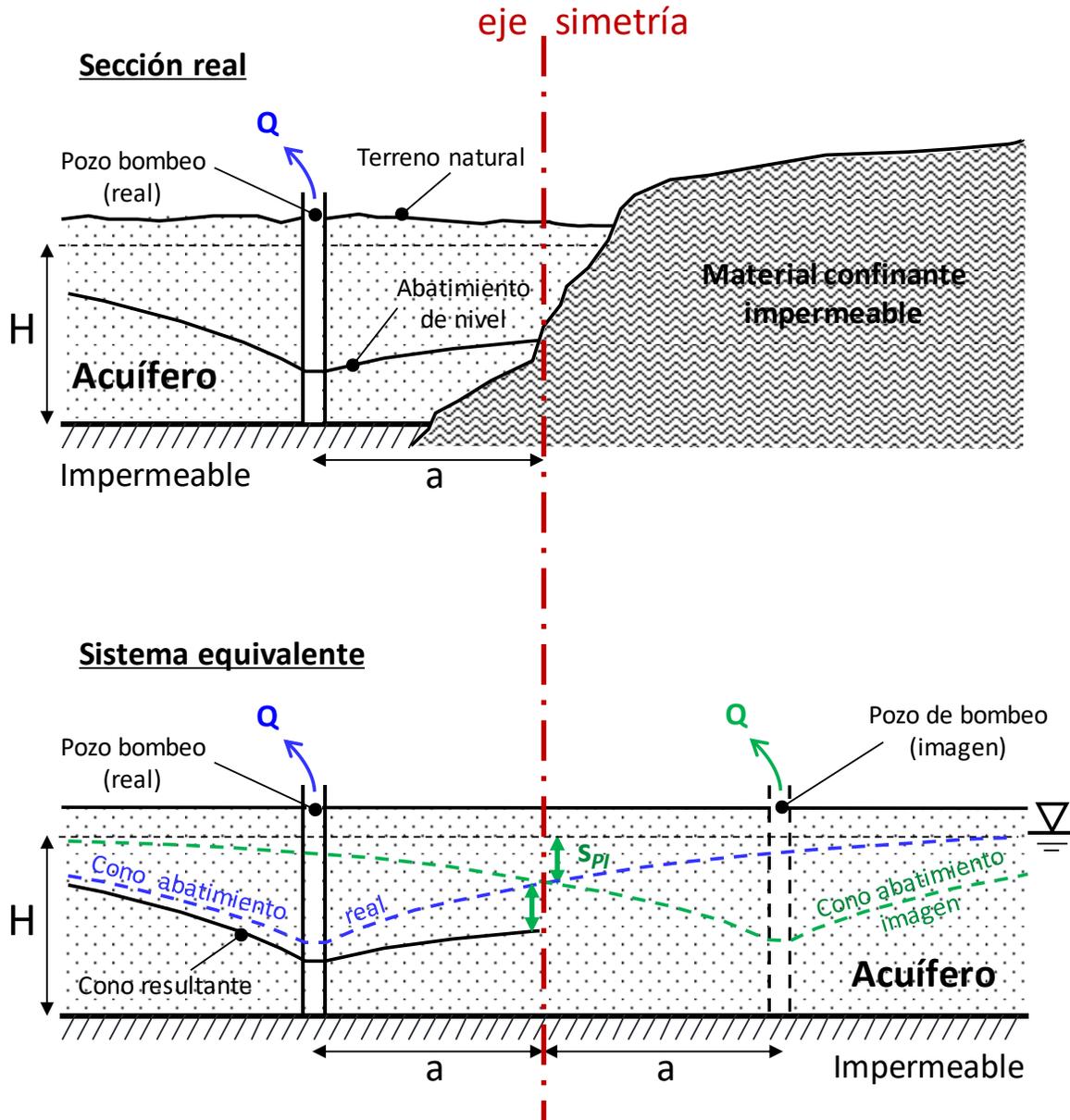
Para ejemplificar la aplicación del método, en las Figuras C.1 y C.2 se presentan dos casos de estudio: (1) un pozo de bombeo en un acuífero semi-infinito limitado por un arroyo de gran longitud, y (2) un pozo de bombeo en un acuífero semi-infinito limitado por una formación impermeable:

- I. El primer paso del método es tomar como eje de referencia la posición de la fuente de recarga o barrera y situar el pozo imaginario a la misma distancia que existe entre el pozo real y entidad física, pero en la dirección opuesta.
- II. El pozo imagen se define como pozo de bombeo cuando la frontera es una barrera impermeable, o bien, se trata de un pozo de inyección cuando la frontera es una fuente de recarga.
- III. El pozo imagen (PI) opera de forma simultánea al pozo real (PR) y con el mismo gasto.
- IV. El abatimiento resultante del cono de abatimiento en cualquier punto en la región de estudio es la suma del abatimiento o ascenso causado por el pozo real más el abatimiento o ascenso producido por el pozo imagen.
- V. Al aplicar el principio de superposición de pozos, este método permite el uso de soluciones analíticas para condiciones de flujo establecido y transitorio.

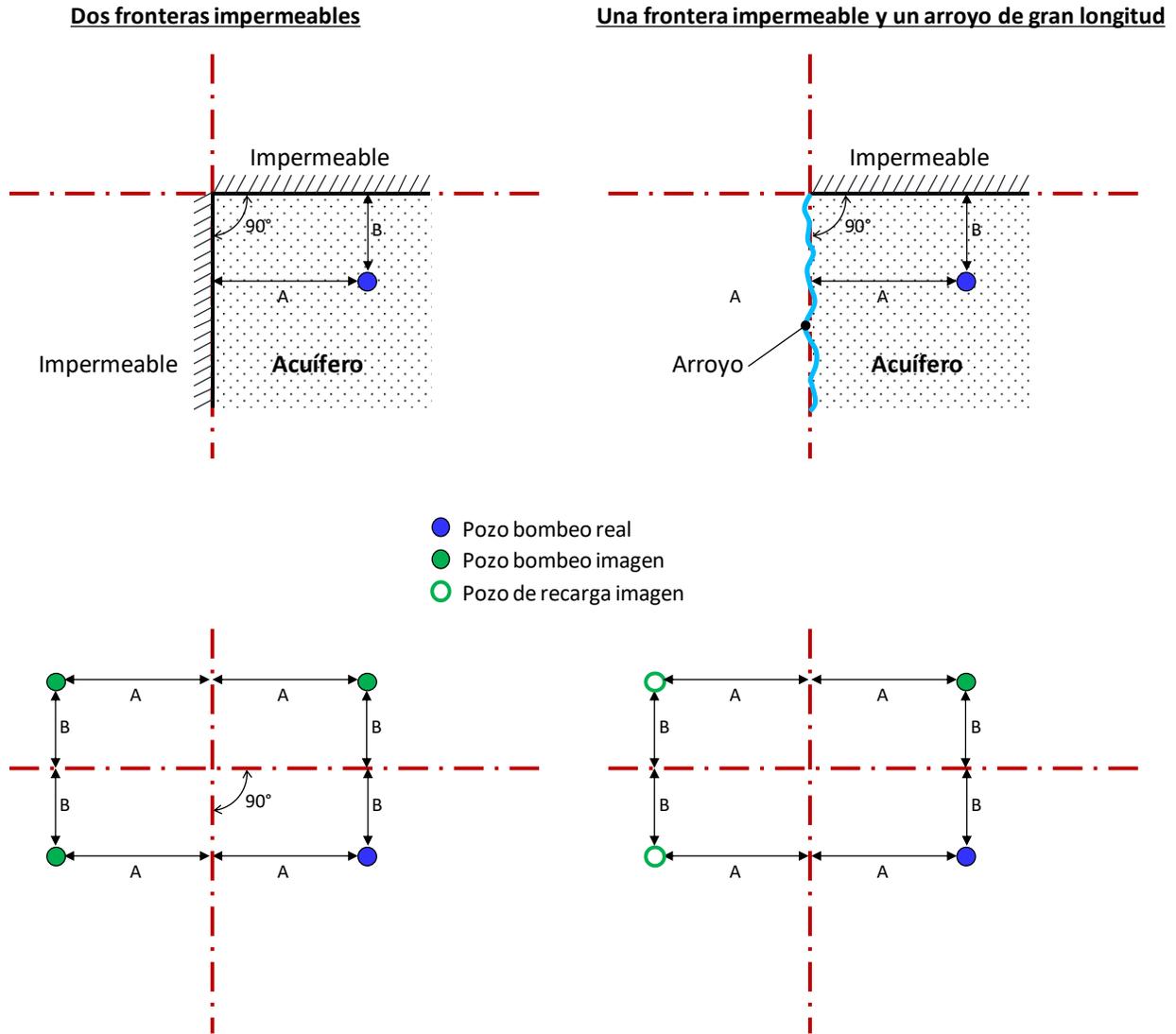
Otros casos de aplicación práctica, donde se presentan fuentes de recarga o barreras de geometría simple se indican en las Figuras C.3 y C.4.



**Figura C.1.** Vista en sección de un pozo de bombeo en un acuífero semi-infinito delimitado por un arroyo de gran longitud, y su sistema hidráulico equivalente en un acuífero infinito (modificado de Ferris et al., 1962).

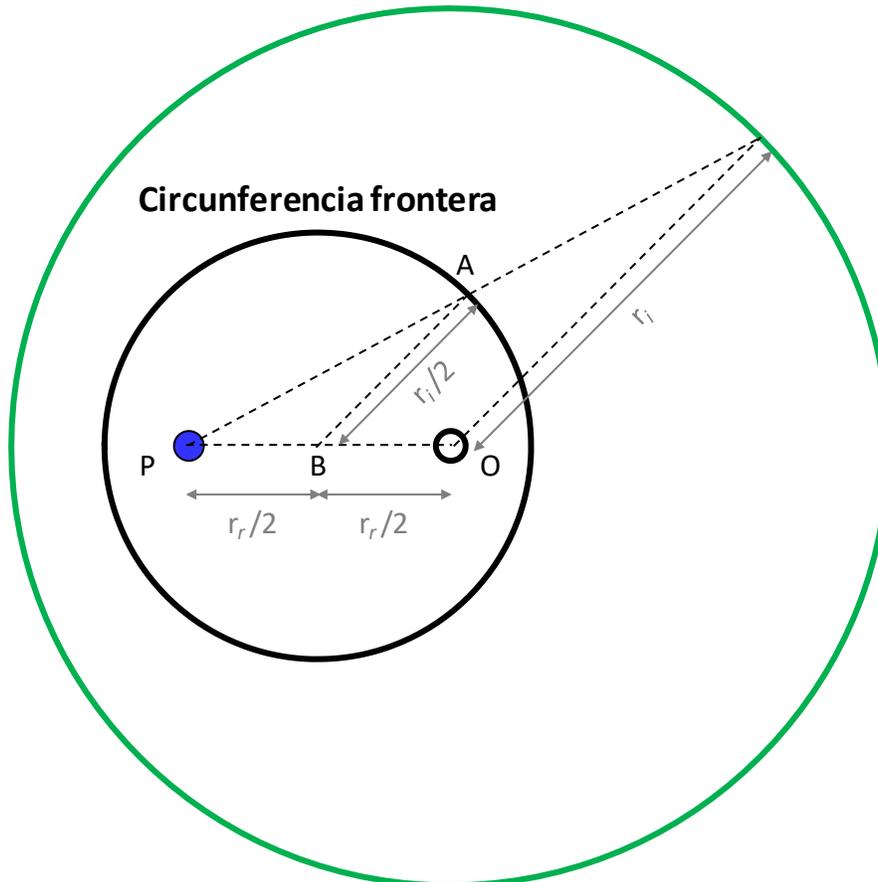


**Figura C.2.** Vista en sección de un pozo de bombeo en un acuífero semi-infinito delimitado por una formación impermeable, y su sistema hidráulico equivalente en un acuífero infinito (modificado de Ferris et al., 1962).



**Figura C.3.** Vista en planta de un acuífero limitado por dos fronteras que se intersectan a un ángulo de 90°, y su sistema hidráulico equivalente en un acuífero infinito (*modificado de Ferris et al., 1962*).

Circunferencia de ubicación de los  
posibles pozos imagen



- Pozo bombeo real
- Pozo observación real

**Figura C.4.** Geometría de localización de un punto en una frontera hidráulica, respecto a la ubicación de un pozo de bombeo y un pozo de observación cercano (*modificado de Ferris et al., 1962*).



## ANEXO D: Evaluación de desempeño de tres sistemas de pozos de extracción a partir de un estrato permeable

Con la finalidad de mostrar a detalle la aplicación de la metodología de evaluación de un sistema de pozos de extracción que represente la opción más eficiente, en términos del abatimiento alcanzado con el número óptimo de pozos, a continuación, se muestra el análisis de tres sistemas de extracción propuestos, en donde se varía la separación transversal de los pozos de bombeo colocados a lo largo de la Pista 2 del NAIM. En todos los casos se sigue la metodología propuesta en el *Capítulo 5* de esta tesis, y se parte de las consideraciones generales indicadas en el apartado 5.2.1, así como de las simplificaciones mostradas en las Figuras 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5.

### D.1 Sistema de pozos de extracción con separación transversal de 200 m

Considerando un criterio de separación transversal de 200 m, el sistema de extracción se compone de **60 pozos** (Figura D.1) con un **gasto total del sistema de 188 l/s**. El gasto medio por pozo se estima de 3.13 l/s (máximo: 8.85 l/s), lográndose un abatimiento medio de 0.37 m (máximo: 0.61 m), una vez alcanzada la condición de flujo establecido. En la Figura D.2 y la Tabla D.1 se muestra el resumen de resultados.

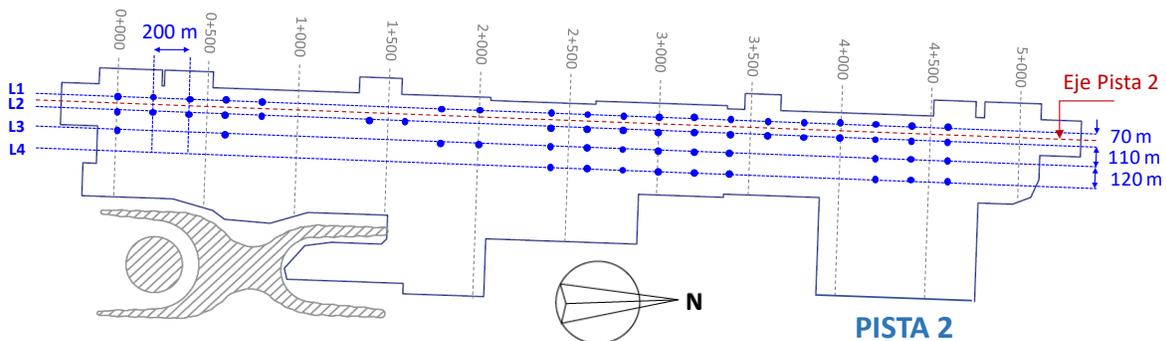


Figura D.1. Ubicación en planta de pozos de bombeo con separación transversal de 200 m en la Pista 2 del NAIM.

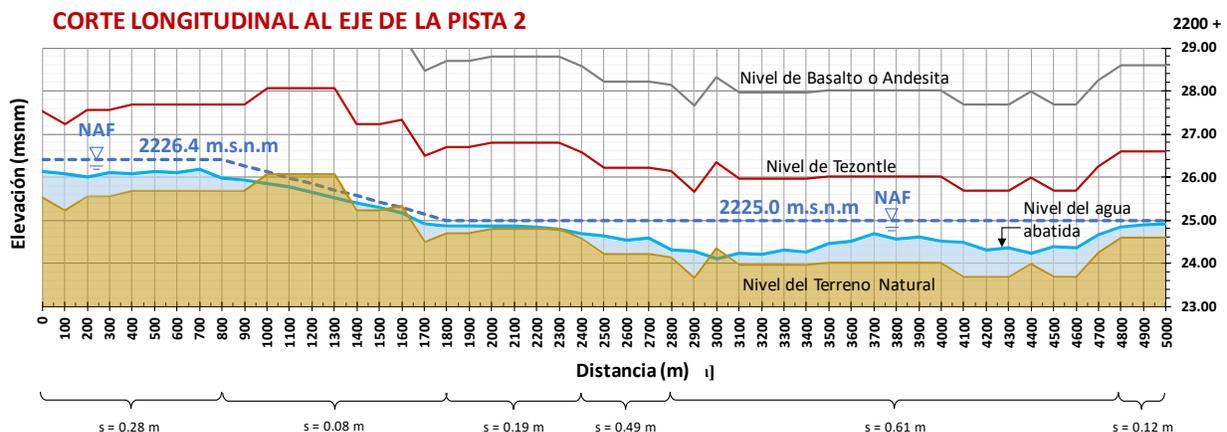


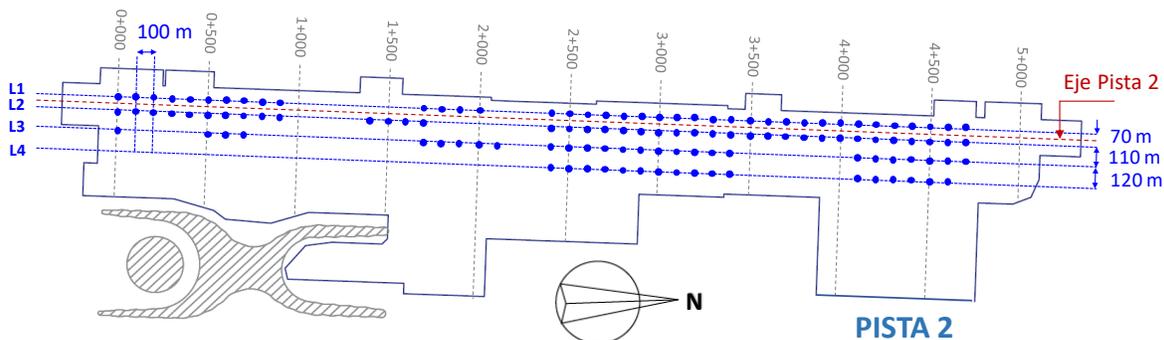
Figura D.2. Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 60 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM.

**Tabla D.1.** Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 60 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido.

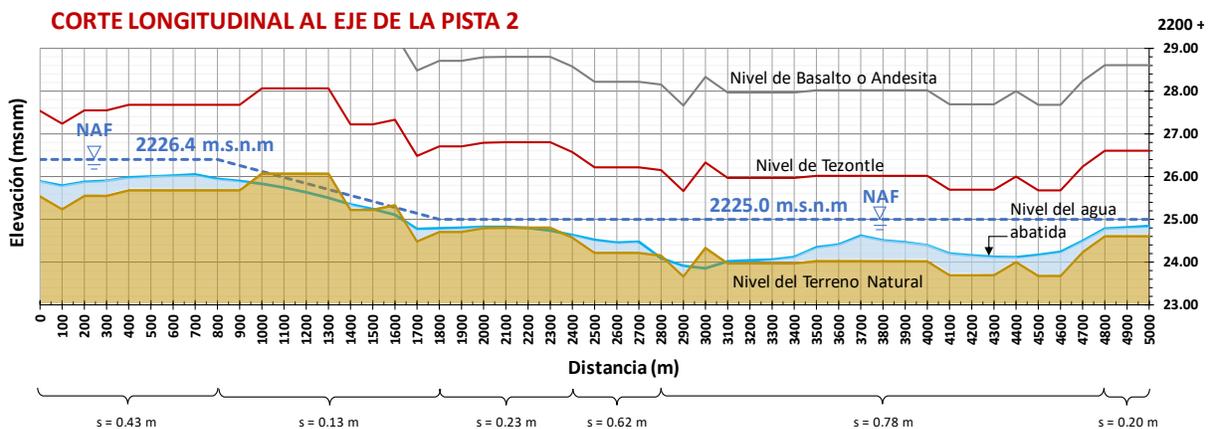
Cadenamiento	Espesor suelo saturado $H$ (m)		Abatimiento $s$ (m)		Gasto de operación $Q$ (l/s)		No. pozos	% Abatimiento
	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo		
0+000 a 0+800	0.82	1.16	0.28	0.41	2.40	5.70	12	34 – 35
0+800 a 1+800	0.41	0.66	0.08	0.13	1.80	2.40	4	19 – 20
1+800 a 2+400	0.25	0.43	0.19	0.32	1.40	3.20	6	74 – 76
2+400 a 2+800	0.80	0.85	0.49	0.70	3.20	6.00	8	61 – 82
2+800 a 4+800	1.07	1.34	0.61	0.90	3.90	8.85	30	57 – 67
4+800 a 5+000	0.30	0.40	0.12	0.15	---	---	0	---

*D.2 Sistema de pozos de extracción con separación transversal de 100 m*

Con una separación transversal de 100 m, el sistema de extracción se compone de **120 pozos** (Figura D.3) con un **gasto total del sistema de 258 l/s**. El gasto medio por pozo se estima de 2.15 l/s (máximo: 8.80 l/s), lográndose un abatimiento medio de 0.49 m (máximo: 0.78 m) una vez alcanzada la condición de flujo establecido. En la Figura D.4 y la Tabla D.2 se muestra el resumen de resultados.



**Figura D.3.** Ubicación en planta de pozos de bombeo con separación transversal de 100 m en la Pista 2 del NAIM.



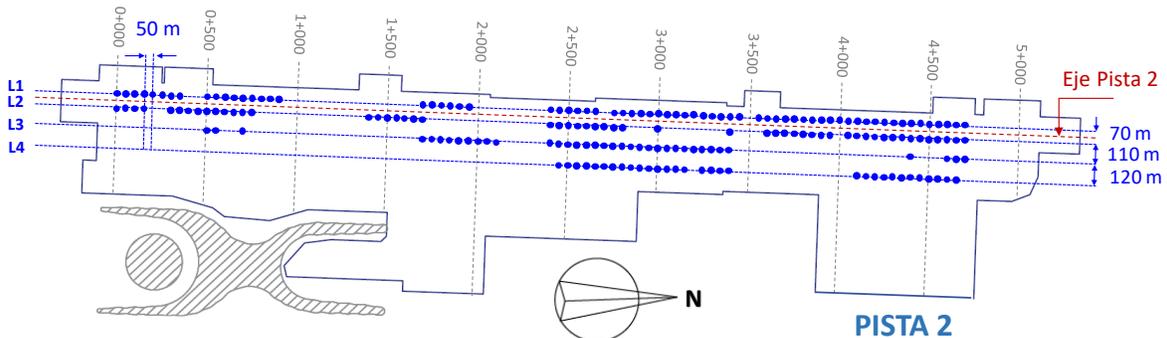
**Figura D.4.** Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM.

**Tabla D.2.** Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 120 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido.

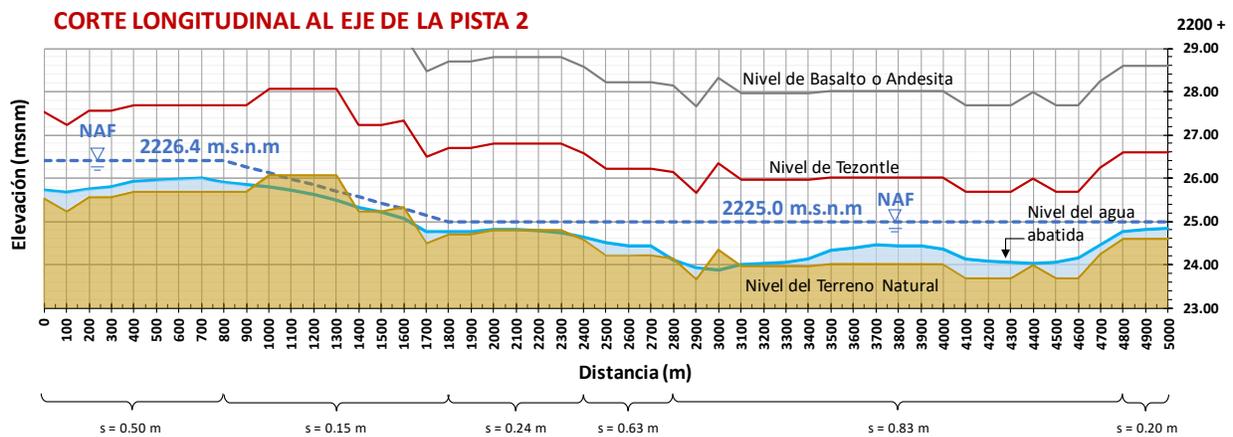
Cadenamiento	Espesor suelo saturado $H$ (m)		Abatimiento $s$ (m)		Gasto de operación $Q$ (l/s)		No. pozos	% Abatimiento
	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo		
0+000 a 0+800	0.82	1.16	0.43	0.61	1.90	6.30	22	52 – 53
0+800 a 1+800	0.41	0.66	0.13	0.23	1.50	2.40	10	32 – 35
1+800 a 2+400	0.25	0.43	0.23	0.37	1.00	2.20	9	86 – 92
2+400 a 2+800	0.80	0.85	0.62	0.70	1.80	7.80	16	77 – 82
2+800 a 4+800	1.07	1.34	0.78	1.14	2.70	8.80	63	73 – 85
4+800 a 5+000	0.30	0.40	0.20	0.22	---	---	0	---

*D.3 Sistema de pozos de extracción con separación transversal de 50 m*

En el tercer caso se establece una separación transversal de 50 m, donde el sistema de extracción se compone de **190 pozos** (Figura D.5) con un **gasto total del sistema de 293 l/s**. El gasto medio por pozo se estima de 1.54 l/s (máximo: 6.40 l/s), lográndose un abatimiento medio de 0.53 m (máximo: 0.83 m) una vez alcanzada la condición de flujo establecido. En la Figura D.6 y la Tabla D.3 se muestra el resumen de resultados.



**Figura D.5.** Ubicación en planta de pozos de bombeo con separación transversal de 50 m en la Pista 2 del NAIM.



**Figura D.6.** Corte longitudinal del abatimiento del nivel de agua obtenido con un sistema de 190 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM.

**Tabla D.3.** Resumen de resultados de la evaluación de un sistema de 190 pozos de bombeo en la Pista 2 del NAIM bajo una condición de flujo establecido.

Cadenamiento	Espesor suelo saturado $H$ (m)		Abatimiento $s$ (m)		Gasto de operación $Q$ (l/s)		No. pozos	% Abatimiento
	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo	Promedio	Máximo		
<b>0+000 a 0+800</b>	0.82	1.16	0.50	0.72	1.60	5.00	32	61 – 62
<b>0+800 a 1+800</b>	0.41	0.66	0.16	0.25	1.00	1.90	15	39 – 38
<b>1+800 a 2+400</b>	0.25	0.43	0.24	0.38	0.60	1.20	12	88 – 96
<b>2+400 a 2+800</b>	0.80	0.85	0.63	0.75	1.10	4.80	31	78 – 88
<b>2+800 a 4+800</b>	1.07	1.34	0.83	1.12	1.80	6.40	100	78 – 84
<b>4+800 a 5+000</b>	0.30	0.40	0.20	0.22	---	---	0	---

Finalmente, de la comparación de los resultados obtenidos en los tres casos, se tienen los siguientes comentarios (Figura D.7):

- Se observa que el sistema de pozos de extracción que alcanza menor abatimiento del nivel de agua es el que corresponde a **60 pozos** (separación transversal de 200 m), con un porcentaje de abatimiento de 34 a 82 % en las zonas de mayor espesor de suelo saturado (Cadenamientos 0+000 a 0+800 y 2+400 a 4+800).
- El segundo caso evaluado, un sistema de pozos de extracción con **120 pozos** (separación transversal de 100 m) logra un porcentaje de abatimiento de 52 a 92 %, en las zonas de mayor espesor de suelo saturado. Esto significa que alcanza a abatir más de la mitad del agua que mantiene sumergido al sistema de precarga-sobrecarga-drenes en las zonas de mayor hundimiento del terreno natural.
- Por último, el tercer caso evaluado, un sistema de pozos de extracción con **190 pozos** (separación transversal de 50 m) incrementa ligeramente el porcentaje de abatimiento respecto al caso anterior, logrando de 61 a 96 % en las mismas zonas. Adicionalmente, en este caso, el gasto total del sistema se incrementa considerablemente respecto a los dos anteriores.

De lo anterior se concluye que el sistema que presenta el mejor desempeño en función del número de pozos sugeridos, los gastos empleados y el abatimiento del nivel de agua alcanzado es el correspondiente a 120 pozos.

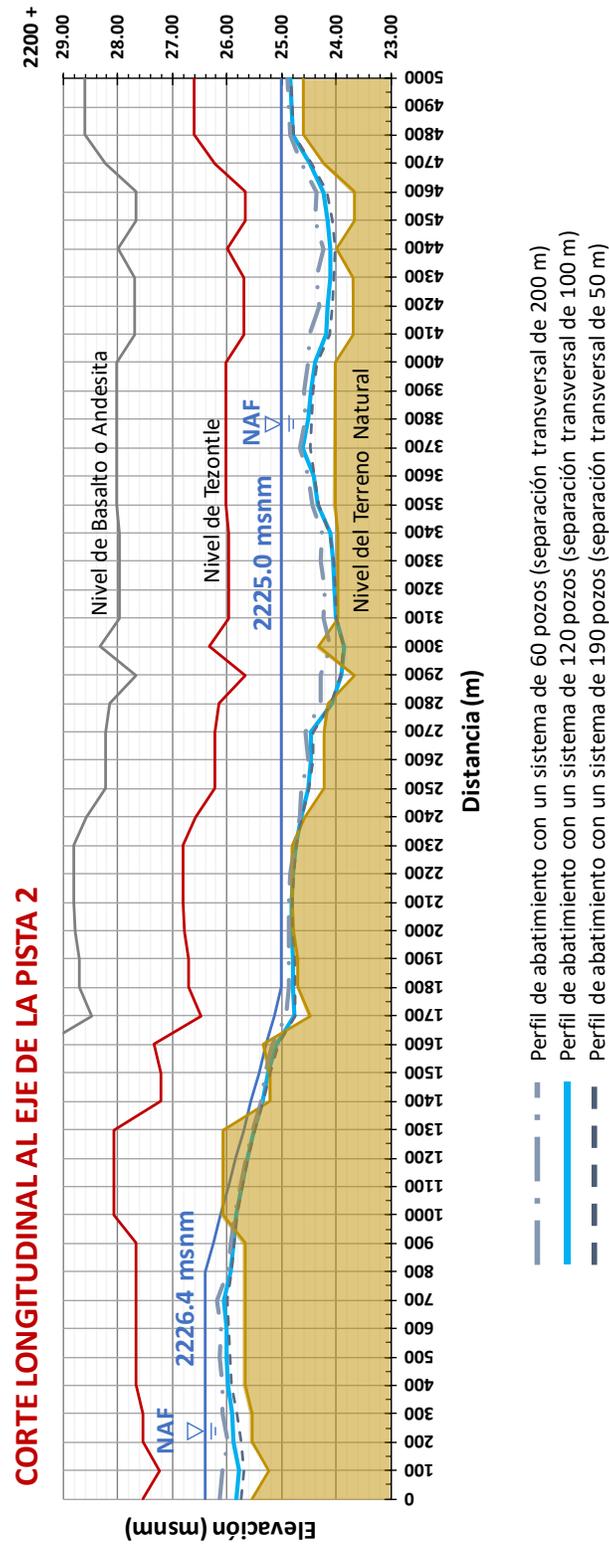


Figura D.7. Comparación de perfiles de abatimiento de tres propuestas de sistemas de pozos de extracción en la Pista 2 del NAIM.