



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**EFFECTOS DE INTERACCIÓN DINÁMICA  
SUELO-ESTRUCTURA EN EDIFICIOS CON PRIMER  
PISO BLANDO**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA CIVIL – ESTRUCTURAS  
P R E S E N T A :

**LUCIANO ROBERTO FERNÁNDEZ SOLA**

TUTOR:  
Dr. Javier Avilés López

2007



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. FRANCISCO SÁNCHEZ-SESMA  
Secretario: DR. DAVID MURIÀ VILA  
Vocal: DR. JAVIER AVILÉS LÓPEZ  
1er. Suplente: DR. ROBERTO GÓMEZ MARTÍNEZ  
2do. Suplente: DR. MARTHA SUÁREZ LÓPEZ

Lugar donde se realizó la tesis:

UNAM.

TUTOR DE TESIS:

---

Dr. JAVIER AVILÉS LÓPEZ

A Coral, por enseñarme el valor de la perseverancia y la decisión.

A Belarmino, por inculcarme el amor por el conocimiento.

A Julián, por estar conmigo siempre y ser una invaluable fuente de apoyo.

## **Agradecimientos**

Al Dr. Javier Avilés López, por toda la paciencia, confianza y ayuda que me ha dedicado a lo largo de estos dos últimos años.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por permitirme seguir creciendo y aprendiendo.

A mis sinodales: Dra. Martha Suárez López, Dr. Francisco José Sánchez Sesma, Dr. David Murià Vila y Dr. Roberto Gómez Martínez, por sus valiosos comentarios y continua orientación en el campo de la investigación.

A los que con orgullo puedo llamar mis hermanos, aunque no compartamos la sangre: Nicolás Pérez-Arce, Jerome Rozat; Romulo Pardo, David Pradillo, Fernando Tapia y Asael Elvira. Gracias por crecer conmigo.

A mis colegas: Mauricio Zenteno, Iván León, Daniel Aldama y Cesar Arredondo. Gracias por el apoyo incondicional que me han brindado y sus valiosos comentarios. Sin ustedes este trabajo no hubiera sido posible.

A mis amigos, que me han acompañado en esta etapa tan importante de mi vida: Celia Lazcano, Juliana Mosquera, Manuel Antonio Taveras, Juan Carlos Moreno, Miguel Ángel Gasca, Joel de la Rosa, Javier Ferretis, y Juan Carlos Santiago.

A mis profesores: Ing. Carlos Magdaleno Dominguez, M. en I. Alfredo Páez, Dr. Mario Ordáz, Dr. Roberto Meli, Dr. Abraham Díaz y Dr. Oscar López, por su dedicación e invaluable enseñanzas.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por financiar mis estudios de maestría.



## CONTENIDO

### 1. INTRODUCCIÓN 2

- 1.1 Planta baja flexible 2
- 1.2 Influencia de la ISE sobre el efecto de piso blando 4
- 1.3 Objetivo 4
- 1.4 Alcances 4

### 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA 5

- 2.1 Efectos de sitio 5
- 2.2 Efectos ISE 5
  - 2.2.1 Interacción inercial 6
  - Rigideces estáticas 7
  - Coefficientes de rigidez y amortiguamiento 7
  - 2.2.2 Interacción cinemática 7
- 2.3 Modelación del sistema completo 8
- 2.4 Implementación numérica 9
- 2.5 Validación del modelo 10

### 3. INFLUENCIA DEL AMORTIGUAMIENTO INDEPENDIENTE DE LA FRECUENCIA EN LOS MODELOS CON ISE 12

- 3.1 Modelos matemáticos para considerar el amortiguamiento en estructuras de varios grados de libertad 12
  - 3.1.1 Amortiguamiento histerético 12
  - 3.1.2 Amortiguamiento de Rayleigh 13
  - 3.1.3 Superposición de las matrices de amortiguamiento modal 14
- 3.2 Amortiguamiento en sistemas suelo-estructura 14

### 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS NUMÉRICOS 16

- 4.1 Edificios modelados. 16
- 4.2 Descripción general de las pruebas 17
- 4.3 Función de transferencia 18
- 4.4 Cortante basal y distorsión de entrepiso 21
- 4.5 Frecuencias antirresonantes 24

### 5. CONCLUSIONES 26

### REFERENCIAS 28

## RESUMEN

Las estructuras con planta baja flexible son muy vulnerables a la acción de sismos. Esto es debido, principalmente, a la falta de rigidez y resistencia en el piso blando. Las normas técnicas complementarias del RCDF – 2004 tratan el problema como una condición de irregularidad estructural, limitándose a reducir el factor de comportamiento sísmico que controla las resistencias de diseño y el nivel de ductilidad. De esta forma se aumenta la capacidad de rigidez y resistencia de toda la estructura, pero no se resuelve la deficiencia principal que es el contraste de ellos entre el piso blando y el resto de los entrepisos.

En este trabajo se desarrolló un modelo numérico para estimar demandas de desplazamiento lateral en estructuras con planta baja flexible desplantadas sobre suelo blando. El modelo es elástico y tiene en cuenta el alargamiento del periodo estructural debido a la flexibilidad del suelo, así como el incremento en el amortiguamiento debido a la disipación de energía por radiación de ondas en el suelo. Considerando que el amortiguamiento está distribuido a lo largo del edificio, se construye una matriz de amortiguamiento clásico para la estructura usando amortiguamiento modal. Para el suelo se considera amortiguamiento elemental en lugar de amortiguamiento modal, haciendo uso de amortiguadores puntuales para los distintos modos de vibrar de la cimentación. Debido a que el sistema acoplado suelo-estructura carece de modos naturales clásicos de vibración, la respuesta estructural se obtiene con el método de la respuesta compleja en la frecuencia.

## ABSTRACT

First soft-story structures are very vulnerable under the action of seismic forces. This is due to the lack of stiffness and strength in the soft-story. Mexican building code (Normas Técnicas Complementarias del RCDF – 2004) handles this problem as a structural irregularity, just by reducing the displacement capacity and ductility of the structure. By doing this, lateral stiffness and strength of the entire structure is increased, but the stiffness and strength difference between the soft-story and the rest of the structure is not reduced, so the main problem is not solved.

This work has developed a numerical model to estimate lateral displacement demands in first soft-story structures on soft soil. The model is elastic and takes into account the structural period increase due to the soil flexibility, as well as the damping increase because of the energy dissipation by wave radiation into the soil. Considering that structural damping is distributed along the building, a classical damping matrix is assembled by using modal damping. On the other hand, elemental soil damping is considered by using viscous dashpots for each of the foundation vibration modes. Because of the lack of natural classic modes in a soil-structure system, the structural response has to be obtained by the complex frequency-response method.

## 1. INTRODUCCIÓN

En el diseño y desempeño sísmico de estructuras, los parámetros como el periodo natural de vibrar, las formas modales y el amortiguamiento asociado a la estructura son determinantes. El comportamiento ante grandes deformaciones y no linealidades en los materiales también definen de manera importante el nivel de seguridad estructural.

El estudio de fenómenos asociados con la variación de la carga en función del tiempo (fenómenos dinámicos), ha adquirido una gran relevancia en países sujetos continuamente a movimiento de la corteza terrestre, como es el caso de México, Japón y Chile entre otros.

Una condición fundamental para asegurar el correcto trabajo de las edificaciones, es mantener cierta regularidad del sistema estructural tanto en planta como en elevación. Problemas tales como el colapso total debido a la falla de uno de los entresijos, concentración de esfuerzos en elementos perimetrales, deficiente desempeño de columnas debido a la presencia de efectos de segundo orden ( $P-\Delta$ ), entre otros, son producto de la irregularidad estructural.

Uno de los problemas estructurales más comunes y peligrosos es el llamado primer piso flexible. Este problema se presenta cuando el primer entresijo de un edificio cuenta con una rigidez considerablemente menor en relación con el siguiente nivel.

Por otro lado, en un lugar como el valle de México, en el cual el subsuelo está compuesto por arcillas blandas de alta compresibilidad, los efectos de interacción dinámica suelo estructura (ISE) tienen una gran importancia en la respuesta dinámica de las edificaciones. Estos efectos se pueden calcular considerando a la estructura como un oscilador sobre base flexible, lo que significa tomar en cuenta que el movimiento de la cimentación es distinto al movimiento del terreno, generándose cabeceos de la estructura, filtrado de frecuencias altas, diferencias en el amortiguamiento y periodo fundamental, entre muchos otros fenómenos.

La ISE consiste en un conjunto de efectos cinemáticos e inerciales producidos en la estructura y el suelo como resultado de la flexibilidad de éste ante excitación sísmica. La interacción modifica las propiedades dinámicas relevantes de la estructura así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación.

Se presenta cuando la rigidez del terreno es baja en relación a la de la estructura, lo que produce que la condición de apoyo del edificio se aleje de la hipótesis de base empotrada. La diferencia principal entre el análisis de un sistema con estas características y un sistema convencional con base infinitamente rígida, es la consideración de que la cimentación presenta movimientos distintos a los del terreno, lo que produce un cambio en las propiedades dinámicas de la estructura y en el movimiento de entrada, que representan a un sistema más flexible.

En el diseño sísmico de estructuras con planta baja flexible desplantadas sobre suelo blando, la ISE adquiere relevancia significativa debido a la presencia de efectos P-delta. En edificios con primer piso flexible estos efectos son muy dañinos, producto de la concentración de la deformación de toda la estructura en el primer nivel donde las cargas verticales sobre las columnas son muy altas. Los efectos de interacción, al introducir cabeceo, hacen más drásticos los efectos P-delta.

### 1.1 Planta baja flexible

Cuando se cuenta con un entresijo cuya rigidez es considerablemente menor a la de los niveles subyacente y adyacente, los modos de vibrar de la estructura, así como la respuesta general, en comparación con una estructura regular en altura, son diferentes. El caso que se presenta más a menudo en la realidad, es el de baja rigidez en el primer nivel, lo que se conoce como "primer piso flexible" o "primer piso blando".

El piso flexible o blando puede presentarse en cualquier nivel del edificio. Esta configuración estructural se refiere a la existencia de un entresijo con rigidez mucho menor a la de los entresijos superior e inferior. Esta disminución de rigidez es debida a la ausencia de elementos resistentes tales como muros existentes en otros niveles (figura 1.1).

Utilizar este piso flexible en el primer nivel es una práctica muy común entre los arquitectos, debido a la necesidad de espacios amplios, que puedan ser utilizados como estacionamientos, locales comerciales, recepciones, etc. La posibilidad de tener lugares que puedan ser dispuestos de manera fácil y efectiva es muy atractiva para ellos.

Como ejemplo, una solución arquitectónica que produce un primer piso flexible es la llamada "pilotis", debido a la ausencia de muros en el primer nivel. Esta fue establecida por el gran arquitecto francés Le Corbusier como uno de los cinco puntos fun-



Figura 1.1 Edificios con piso flexible.

damentales de su arquitectura, expresados en su obra "Vers une architecture" en 1923 y puede ser considerada como un hito de la arquitectura moderna.

Pero el primer piso flexible es una configuración estructural muy peligrosa desde el punto de vista sísmico, debido a que en términos generales la edificación se comporta como cuerpo rígido y sólo el primer nivel sufre deformaciones laterales. Este comportamiento lateral requiere de la formación de articulaciones plásticas en los extremos superior e inferior de las columnas de este entrepiso, por lo que las deformaciones de todo el sistema se concentran en estos pocos elementos estructurales que son sujetos a rotaciones muy grandes, que rebasan su capacidad.

En el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal, el problema del primer piso flexible se considera como una condición de irregularidad, teniendo como resultado la reducción en el factor de comportamiento sísmico. Es más, se castiga de la misma manera que la variación drástica de la masa a lo largo de la altura, aunque existe evidencia de que la influencia en la variación de rigidez es más importante (Miranda 2002).

Considerar la influencia del piso blando solamente en la disminución de la capacidad de deformación de la estructura es razonable, porque al concentrar todas las deformaciones del

edificio en un solo nivel es necesaria una ductilidad local mucho mayor en los elementos de este entrepiso para conseguir una misma ductilidad a nivel global. Pero al tomar un factor de comportamiento sísmico menor, y bajo la metodología de diseño del reglamento, solamente se diseña para fuerzas más grandes, lo que produce elementos estructurales de mayores dimensiones, pero mantiene el contraste de rigideces entre los niveles. El problema en este caso es que la amplificación dinámica del movimiento, y por lo tanto la distorsión de entrepiso a la que estará sujeto este nivel, no se disminuye a medida que se aumenta su rigidez cuando se analiza considerando únicamente el comportamiento elástico.

En la fig. 1.2 se muestran las funciones de transferencia para el primer nivel de dos estructuras de cinco grados de libertad supuestas con base rígida. La línea punteada corresponde al caso en que todas las rigideces de entrepiso son iguales ( $k = 5000 \text{ t/m}$  en la de la izquierda y  $25000 \text{ t/m}$  en la de la derecha). Las líneas sólidas denotan que la rigidez del primer nivel es el 20% de las rigideces de los demás niveles. La línea gris representa a estructuras con piso flexible cuyas rigideces de entrepiso son iguales a cinco veces las de las estructuras representadas por la línea negra. Se muestra que la amplificación dinámica del movimiento en el entrepiso no está definida por

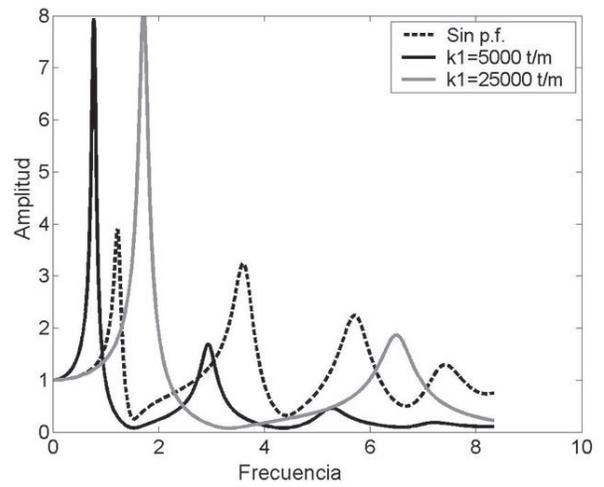
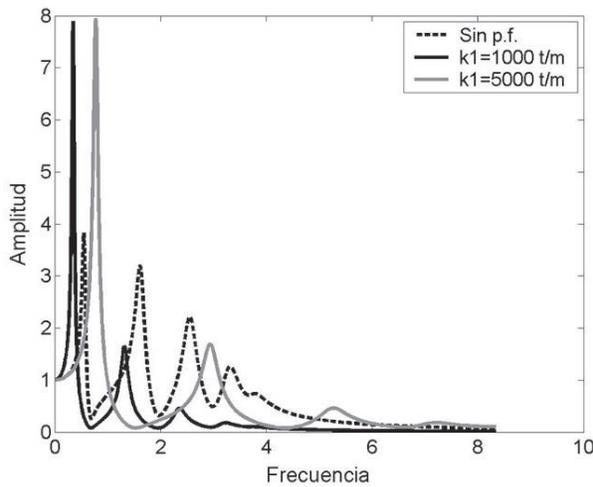


Figura 1.2 Funciones de transferencia del primer entrepiso de estructuras con y sin piso flexible.



Figura 1.3 Estructuras que colapsaron debido a la presencia del primer piso blando.

su rigidez, sino por el contraste de rigideces existentes entre el piso flexible y los demás niveles. En los dos casos la amplificación del movimiento oscila alrededor de 4 para las estructuras con regularidad en altura y alrededor de 8 para estructuras con piso flexible.

El no considerar esta irregularidad en altura, puede llevar a problemas estructurales y colapsos totales, como los que se muestran en la fig. 1.3.

Es por esto que el fenómeno del piso flexible debe estudiarse con mayor cuidado, para establecer lineamientos reglamentarios que consideren el efecto de manera más adecuada.

### 1.2 Influencia de la ISE sobre el efecto de piso blando

Debido a que los efectos ISE afectan la respuesta dinámica de las estructuras, no sólo en su magnitud sino también en su forma, es de esperarse que tengan una influencia significativa en estructuras con primeros pisos blandos.

Desde el punto de vista de la dinámica del sistema, tanto el primer piso flexible como los efectos ISE, se reflejan en un cambio de la rigidez, lo que lleva a pensar que ambos fenómenos podrían tener características similares.

Si se hace una analogía entre ambos efectos (ISE y piso blando o flexible), se antoja lógico considerar la presencia de un primer piso flexible como un segundo estrato blando en el cuál esta desplantada una estructura equivalente a los niveles superiores, en otras palabras, un caso de base flexible, igual al de los efectos ISE.

De esta manera, se puede ver que la diferencia principal desde el punto de vista estructural entre ambos efectos, es la menor capacidad de deformación que tiene el sistema estructural de un entrepiso antes de colapsar, en comparación a las deformaciones que puede sufrir el suelo sin fallar.

En la ciudad de México, la ISE es muy importante debido a la baja rigidez que presentan las arcillas de origen lacustre sobre las que se desplantan las edificaciones.

Los efectos principales que produce la ISE son la flexibilización del sistema (que alarga el periodo de la estructura), el cambio del amortiguamiento (generalmente un incremento) y la modificación del movimiento alrededor de la cimentación.

En este trabajo se analizan los efectos ISE en edificios con primeros pisos flexibles y se explora el comportamiento de frecuencias antirresonantes comparado con el caso de base rígida.

### 1.3 Objetivo

Se analizará la variación de las funciones de transferencia y las respuestas de estructuras con primer piso blando, debido a la presencia de base flexible. El modelo que se utiliza es el de viga de cortante, suponiendo que las masas correspondientes a los niveles del edificio solamente tienen un grado de libertad en traslación lateral, agregando dos grados de libertad en la cimentación (traslación y cabeceo). Las rigideces de entrepiso se representan por medio de resortes individuales que conectan masas consecutivas. El análisis que se lleva a cabo con este modelo es puramente elástico.

Para el análisis de los efectos ISE sobre este tipo de edificios se han diseñado pruebas numéricas de seis modelos con distintas alturas y configuraciones estructurales. Se supone que los edificios son regulares y simétricos en planta, para poder ser representados por medio del modelo de viga de cortante.

Se analizan los modelos desplantados sobre roca y sobre arcillas representativas del valle de México, con diferentes periodos dominantes del sitio (1, 2 y 4 s).

Se evaluará la diferencia en la respuesta entre edificios de configuración regular en elevación y estos mismos edificios reduciendo la rigidez del primer entrepiso a un 20% de la del segundo nivel. Se calcularán las funciones de transferencia entre la azotea y el movimiento de campo libre, el primer nivel y el movimiento de campo libre, así como el cortante basal máximo y la distorsión máxima del primer nivel. Se utilizará como movimiento de control el registro de CU-1985, amplificado por los efectos de sitio de cada situación en particular.

### 1.4 Alcances

La finalidad de este trabajo es identificar y caracterizar los principales efectos que causa tanto la presencia del primer piso blando como la consideración de la base flexible, así como la combinación de ambos fenómenos.

Debido a que no existen muchos estudios acerca de la interrelación de estos efectos, se hará un análisis de la influencia que cada uno tiene sobre la respuesta estructural y de la contribución de éstos al interactuar.

Establecer si la ISE hace más o menos crítica la presencia del piso flexible y si se pueden establecer criterios generales en términos de respuestas máximas tales como cortantes basales y distorsiones de entrepiso, son objetivos primordiales de esta investigación.

Dentro de las limitaciones de este trabajo, la más importante es que se trata con un modelo elástico lineal. Como se ha comentado, el fenómeno de piso flexible adquiere mayor importancia en el rango de comportamiento inelástico de las estructuras, aunque un primer acercamiento sin la presencia de no linealidades permite establecer criterios iniciales para definir las características del fenómeno.

Otra restricción es que únicamente se analizarán las respuestas estructurales máximas bajo la acción de un sólo movimiento de control. Además, se trata de un análisis plano, con lo que se omiten los efectos de torsión.

## 2. MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL PROBLEMA

Los fenómenos que se presentan cuando se toma en cuenta la flexibilidad del suelo en el análisis de las estructuras ante movimientos sísmicos pueden ser divididos en dos grandes grupos: efectos de sitio y efectos ISE.

A todas las modificaciones que sufre el movimiento sísmico debido a la configuración y características geotécnicas de los depósitos de suelo superficiales se les conoce como efectos de sitio. Estos efectos son de suma importancia dentro de los análisis de peligro sísmico en una zona específica. Con base en este concepto se han desarrollado dentro de la normatividad los conceptos de espectros de sitio y microzonación de áreas urbanas.

Los efectos de sitio han sido estudiados ampliamente por geofísicos, ingenieros sísmicos y geotecnistas, ya que su influencia sobre el movimiento en la superficie del terreno es determinante. Al considerar la flexibilidad del suelo, generalmente los efectos de sitio tienen repercusiones más significativas que los efectos ISE.

Los efectos ISE no dependen precisamente de la flexibilidad del suelo, sino del contraste de rigidez entre el suelo y la estructura, así como de la interrelación entre las características del sistema y de la excitación sísmica. Específicamente, debido al alargamiento del periodo de la estructura, pueden ser favorables o desfavorables, dependiendo de la posición del pico resonante del espectro de respuesta que, para suelo blando, casi coincide con el periodo dominante del sitio.

### 2.1 Efectos de sitio

Básicamente los efectos de sitio responden a un fenómeno de propagación de ondas por medios estratificados. Se pueden desarrollar modelos tan complejos como son los de elementos finitos o de frontera para la propagación tridimensional de ondas a través de depósitos de suelo irregulares, o tan sencillos como soluciones basadas en la teoría unidimensional de propagación de ondas a lo largo de un estrato homogéneo.

Debido a la gran extensión del valle de México y al alto contraste entre las velocidades de ondas de corte de las arcillas superficiales y la roca, se ha encontrado una aceptable representación de los efectos de sitio mediante un modelo sencillo de propagación unidimensional de ondas de cortante. Esta es una de las razones por las cuales en este trabajo se considera el modelo de la fig. 2.1 para representar los efectos de sitio.

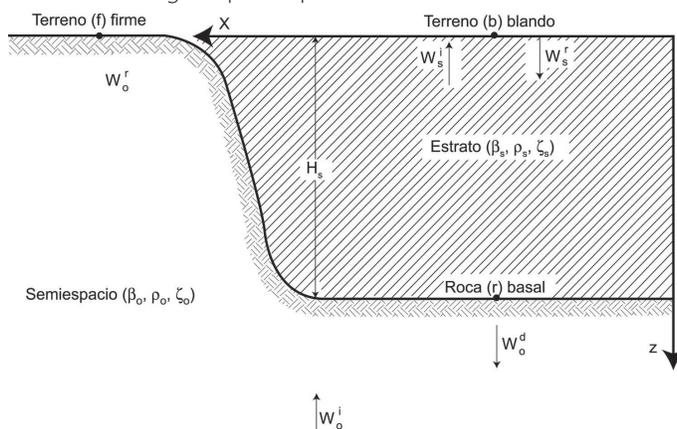


Figura 2.1. Modelo unidimensional de propagación de ondas para representar los efectos de sitio.

Específicamente, mediante el concepto de función de transferencia se determinan las modificaciones que sufrirá el movimiento de terreno firme debido a la presencia de estratos blandos. La función de transferencia es el cociente en frecuencia entre dos movimientos en puntos distintos de un sistema, bajo la misma excitación. En otras palabras, es una cantidad que permite estimar cuáles son las modificaciones que sufrirá el movimiento que se introduzca en un punto  $f$  (terreno firme) en su trayecto hasta otro punto  $b$  (superficie libre). De esta manera es posible expresar la respuesta de campo libre mediante la expresión:

$$w_b = H(\omega)w_f \quad (2.1)$$

donde  $w_f$  representa el movimiento de entrada en el punto  $f$ ,  $w_b$  el movimiento de salida en el punto  $b$  y  $H(\omega)$  la función de transferencia definida para un estrato homogéneo por Wolf (1985) de la manera siguiente:

$$H(\omega) = \frac{e^{i\omega H_s}}{\cos(k_s H_s) + ip \operatorname{sen}(k_s H_s)} \quad (2.2)$$

donde  $k_s = \omega/\beta_s$  y  $k_o = \omega/\beta_o$  son los números de onda del estrato y la roca basal que dependen de la frecuencia de excitación  $\omega$  y las velocidades de onda de corte en el estrato,  $\beta_s$ , y la roca basal,  $\beta_o$ , respectivamente,  $H_s$  el espesor del estrato y  $p = \rho_s \beta_s / \rho_o \beta_o$  la relación de impedancias entre el estrato y la roca basal.

El amortiguamiento material de tipo histerético se introduce de manera aproximada afectando a las velocidades de propagación del estrato y la roca basal por un factor  $\sqrt{1 + i2\xi_{s,o}}$ , donde  $\xi_{s,o}$  es el amortiguamiento del estrato (subíndice  $s$ ) y de la roca basal (subíndice  $o$ ).

Para utilizar el modelo unidimensional de propagación de ondas, es necesario establecer propiedades promedio de toda la configuración estratigráfica que se vaya a considerar. Las propiedades de los materiales que se requieren para el análisis son: la velocidad de ondas de corte  $\beta$ , la densidad o masa específica  $\rho$ , la fracción de amortiguamiento crítico  $\xi$  y la relación de Poisson  $\nu$ . En este trabajo se consideró un estrato homogéneo con propiedades constantes.

### 2.2 Efectos ISE

Es posible descomponer el efecto ISE en dos fenómenos (Whitman y Bielak, 1980); El primero se refiere a la respuesta de la estructura ante el movimiento que se presentaría en el terreno en ausencia de la misma, pero considerando la flexibilidad del apoyo. En este caso la diferencia entre la respuesta de la estructura con base flexible y la de la estructura con base rígida, proviene principalmente de la inercia y la flexibilidad del sistema completo. A este efecto se le conoce como *interacción inercial* y está controlado por la relación de rigideces entre la estructura y el suelo; por otro lado se tiene la modificación que presenta el movimiento al cuál se sujeta la estructura. La variación en el movimiento está dada principalmente por la alta rigidez de la cimentación en comparación con la del terreno, lo cual evita que los elementos que componen la cimentación se deformen de la misma manera que el terreno. Esto genera la

difracción y refracción de ondas por la cimentación. Este efecto es conocido como *interacción cinemática*.

En general es conservador efectuar sólo el análisis de interacción inercial, siempre que los efectos de sitio sean considerados en la determinación del movimiento de campo libre empleado como movimiento de entrada para la cimentación. Aunque esta excitación no tiene componentes de rotación, generalmente es más desfavorable que la excitación efectiva en la base obtenida de un análisis de interacción cinemática, la cual tiene componentes de traslación (atenuados por el filtrado de las frecuencias altas) y rotación (Avilés y Pérez-Rocha 2004).

Es sabido que el periodo fundamental de la estructura interactuando con el suelo se incrementa, porque el sistema acoplado tiene una flexibilidad mayor que la de la estructura supuesta con base rígida (Jennings y Bielak, 1973; Veletsos y Meek, 1974). El amortiguamiento del sistema en la mayoría de los casos también aumenta. En particular, si se considera amortiguamiento estructural independiente de la frecuencia, el amortiguamiento del sistema siempre será mayor o igual al de base rígida (Avilés y Pérez-Rocha .1996).

### 2.2.1 Interacción inercial

El alargamiento del periodo fundamental, la modificación del amortiguamiento y la reducción de la ductilidad, con respecto a los valores que tendría la estructura supuesta sobre base rígida, son producto de la *interacción inercial* (Avilés y Pérez-Rocha, 2002). En la normatividad actual, la importancia de la interacción inercial se mide con el parámetro de interacción  $\gamma$ , definido como:

$$\gamma = \frac{T_e H_s}{T_s H_e} \quad (2.3)$$

donde  $T_e, H_e, T_s$  y  $H_s$  son los periodos fundamentales ( $T$ ) y las alturas ( $H$ ) de la estructura ( $e$ ) y el suelo ( $s$ ).

Este parámetro representa la relación entre la velocidad de las ondas de cortante del estrato y la velocidad efectiva de ondas de cortante que tendría la estructura si esta se considerara como un cuerpo homogéneo. Como es sabido, la velocidad de ondas de corte en un medio es directamente proporcional a su rigidez.

La interacción inercial se modela por medio de las funciones de impedancia del suelo (rigideces y amortiguamientos del conjunto suelo-cimentación dependientes de la frecuencia) y mediante el análisis del sistema suelo estructura completo con matrices de rigidez, amortiguamiento y masa que contienen todos los elementos del sistema.

Las funciones de impedancia del suelo o rigideces dinámicas de la cimentación (figura 2.2) se definen como la relación en estado estacionario entre la fuerza (momento) excitadora y el desplazamiento (rotación) resultante en la dirección de la fuerza, para una cimentación rígida carente de masa y excitada armónicamente.

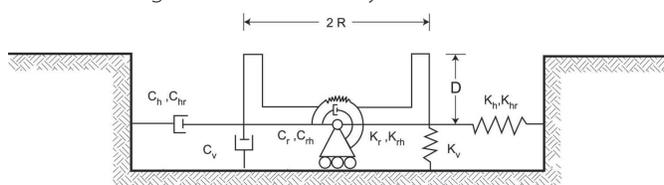


Figura 2.2 Resortes y amortiguadores equivalentes del suelo.

Los significados matemático y físico de las rigideces dinámicas se pueden ilustrar empleando la analogía con un oscilador elemental, cuya ecuación de movimiento es:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = p(t) \quad (2.4)$$

donde  $M$ ,  $C$  y  $K$  son respectivamente la masa, el amortiguamiento y la rigidez del oscilador,  $p(t)$  es la fuerza excitadora y  $x(t)$  el desplazamiento. Para una excitación armónica  $p(t) = Pe^{i\omega t}$ , en estado estacionario se tiene una respuesta  $x(t) = Xe^{i\omega t}$ . En estas condiciones, la ecuación 2.4 se reduce a:

$$(K + i\omega C - \omega^2 M)X = P \quad (2.5)$$

Por definición, la rigidez dinámica del oscilador es la relación en estado estacionario entre la fuerza excitadora y el desplazamiento resultante, es decir:

$$K(\omega) = \frac{P}{X} = (K - \omega^2 M) + i\omega C \quad (2.6)$$

Esta expresión muestra que la rigidez dinámica del oscilador es una función compleja dependiente de la frecuencia de excitación. La parte real expresa la rigidez e inercia del oscilador y la parte imaginaria la energía disipada a través de su amortiguamiento.

Es costumbre expresar a la función de impedancia en términos de la rigidez estática y de los coeficientes de impedancia dependientes de la frecuencia de excitación, de la forma:

$$\tilde{K}(\omega) = K(k + i\omega c) \quad (2.7)$$

donde  $k = 1 - \omega^2/\omega_0^2$  y  $c = 2\xi_0/\omega_0$ , siendo  $\omega_0$  la frecuencia natural del oscilador y  $\xi_0$  el porcentaje de amortiguamiento viscoso con respecto al crítico del oscilador. Los parámetros  $k$  y  $c$  se conocen como coeficientes de rigidez y amortiguamiento, respectivamente. Para el oscilador,  $k$  decrece con la frecuencia y se hace nula para la frecuencia natural, en tanto que  $c$  permanece constante. La ecuación 2.7 implica que la rigidez dinámica  $\tilde{K}(\omega)$  se puede expresar como el producto de la rigidez estática  $K$  por un factor dinámico complejo  $(k + i\omega c)$  que considera las características de inercia y amortiguamiento del oscilador. Para la frecuencia cero, el factor dinámico se reduce a la unidad y por tanto la rigidez dinámica coincide con la estática.

Con base en la analogía con el oscilador elemental, la rigidez dinámica de la cimentación para cualquier modo de vibración se acostumbra expresar mediante una función compleja dependiente de la frecuencia de excitación, de la forma (Gazetas, 1983)

$$\tilde{K}_m(\eta_m) = K_m^0 [k_m(\eta_m) + i\eta_m c_m(\eta_m)] (1 + i2\xi_s) \quad (2.8)$$

donde  $m$  indica traslación horizontal ( $m=h$ ), traslación vertical ( $m=v$ ), cabeceo ( $m=r$ ) o acoplamiento ( $m=hr$ ). El factor complejo  $(1 + i2\xi_s)$  intenta aislar el efecto del amortiguamiento (material) del suelo  $\xi_s$  en los coeficientes de rigidez y amortiguamiento. Por su parte,  $K_m^0$  es la rigidez estática mientras que  $k_m$  y  $c_m$  son respectivamente los coeficientes de

rigidez y amortiguamiento (geométrico) del suelo dependientes de la frecuencia normalizada  $\eta_m$ , definida como

$$\eta_m = \frac{\omega R_m}{\beta_s} \quad (2.9)$$

donde  $\beta_s$  es la velocidad de ondas de cortante del suelo y  $R_m$  el radio de un círculo equivalente a la superficie de desplante de la cimentación, con igual área o igual momento de inercia que dicha superficie, esto es:

$$R_h = R_{hr} = \left(\frac{A}{\pi}\right)^{1/2} \quad (2.10)$$

$$R_r = \left(\frac{4I}{\pi}\right)^{1/4} \quad (2.11)$$

donde  $A$  es el área de la superficie neta de cimentación e  $I$  el momento de inercia de dicha superficie con respecto a su eje centroidal de rotación, perpendicular a la dirección de análisis.

Las funciones de impedancia están restringidas a modelos elástico-lineales. No obstante, una forma práctica de tener en cuenta aproximadamente el comportamiento no lineal del suelo consiste en estimar valores equivalentes de sus propiedades mecánicas que sean compatibles con las deformaciones causadas por el movimiento de campo libre. Las no linealidades adicionales debidas a las deformaciones producidas por el movimiento de la estructura pueden despreciarse, ya que para temblores intensos la mayor parte del comportamiento inelástico del suelo se debe a la excitación sísmica y no a la ISE (Roesset y Scaletti, 1979).

### Rigideces estáticas

Las rigideces estáticas para los modos de traslación horizontal, cabeceo y acoplamiento de cimentaciones circulares enterradas en un estrato uniforme con base rígida, se pueden aproximar mediante las siguientes expresiones (Gazetas, 1991; Sieffert y Cevaer, 1992):

$$K_h^0 = \frac{8G_s R_h}{2-\nu_s} \left(1 + \frac{R_h}{2H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R_h}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right) \quad (2.12)$$

$$K_r^0 = \frac{8G_s R_r^3}{3(1-\nu_s)} \left(1 + \frac{R_r}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_r}\right) \left(1 + \frac{0.71D}{H_s}\right) \quad (2.13)$$

$$K_{hr}^0 = K_h^0 R_h \left(\frac{2D}{5R_h} - 0.03\right) \quad (2.14)$$

donde  $H_s$  es el espesor del estrato,  $G_s = \beta_s^2 \rho_s$  el módulo de rigidez,  $\rho_s$  la densidad y  $\nu_s$  la relación de Poisson, en tanto que  $D$  es el enterramiento de la cimentación.

### Coefficientes de rigidez y amortiguamiento

Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal, cabeceo y acoplamiento de cimentaciones circulares enterradas en un estrato uniforme con base rígida pueden aproximarse por medio de las fórmulas que se presentan a continuación (Gazetas, 1991; Sieffert y Cevaer, 1992).

Modo de traslación horizontal:

$$k_h = 1 \quad (2.15)$$

$$c_h = \begin{cases} \frac{0.65 \xi_s \eta_{hs}}{1 - (1 - 2\xi_s) \eta_{hs}^2} & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h / \eta_s \leq 1 \\ 0.576 & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h / \eta_s > 1 \end{cases} \quad (2.16)$$

Modo de cabeceo:

$$k_r = \begin{cases} 1 - 0.2\eta_r & \text{si } \eta_r \leq 2.5 \\ 0.5 & \text{si } \eta_r > 2.5, \nu_s \leq 1/3 \\ 1 - 0.2\eta_r & \text{si } \eta_r > 2.5, \nu_s \geq 0.45 \end{cases} \quad (2.17)$$

$$c_r = \begin{cases} \frac{0.5 \xi_s \eta_{rp}}{1 - (1 - 2\xi_s) \eta_{rp}^2} & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r / \eta_p \leq 1 \\ \frac{0.3 \eta_r^2}{1 + \eta_r^2} & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r / \eta_p > 1 \end{cases} \quad (2.18)$$

Modo de acoplamiento:

$$k_{hr} = k_h \quad (2.19)$$

$$c_{hr} = c_h \quad (2.20)$$

donde  $\eta_s$  y  $\eta_p$  representan las frecuencias fundamentales adimensionales del estrato en vibración lateral y vertical, respectivamente, las cuales están dadas por:

$$\eta_s = \frac{\pi R_h}{2H_s} \quad (2.21)$$

$$\eta_p = \frac{\pi R_r \alpha_s}{2H_s \beta_s} \quad (2.22)$$

siendo

$$\frac{\alpha_s}{\beta_s} = \left(\frac{2(1-\nu_s)}{1-2\nu_s}\right)^{1/2} \quad (2.23)$$

la relación de velocidades de ondas de compresión y cortante del suelo. Cabe hacer notar que en la ecuación 2.17 procede usar interpolación lineal para el intervalo  $1/3 < \nu_s < 0.45$ .

### 2.2.2 Interacción cinemática

La interacción cinemática se refiere a la diferencia entre el movimiento de campo libre y la excitación efectiva de la base, y es especialmente importante para cimentaciones enterradas. Este efecto se origina porque la rigidez de la cimentación le impide ajustarse a las deformaciones del suelo causadas por el movimiento de campo libre, generándose un fenómeno de difracción de ondas que modifica el movimiento del suelo en la proximidad del cimient. La superposición de las ondas inci-

dentes y reflejadas por la superficie del terreno con las ondas difractadas es la razón principal de este efecto. Depende de la geometría de la cimentación, la estratigrafía del subsuelo y la naturaleza de la excitación sísmica.

Si el cimientto es suficientemente rígido, la interacción cinemática se manifiesta en una reducción de los movimientos de traslación de la cimentación, fenómeno conocido como filtrado de la excitación sísmica, así como en la generación de cabeceo y torsión de la cimentación (Luco y Wong, 1987), todo ello debido a su efecto promediador. Mientras más grande sea la cimentación, la frecuencia a partir de la cuál se presenta el efecto de filtrado será menor, ya que la longitud de onda que es necesaria para mover el cimientto será mayor.

Para la mayoría de las estructuras convencionales resulta conservador efectuar sólo el análisis de interacción inercial. No obstante, para aquellas estructuras que sean muy rígidas, poco esbeltas y de grandes dimensiones en planta se requiere incluir el análisis de interacción cinemática, con el fin de predecir la respuesta estructural confiablemente.

La interacción cinemática consiste esencialmente en determinar la excitación efectiva de la cimentación provocada por el movimiento sísmico. Tal excitación representa el movimiento de entrada que resulta de superponer el campo libre con el campo difractado por la cimentación supuesta carente de masa y perfectamente rígida. Este es en realidad un movimiento ficticio, puesto que se obtiene ignorando la presencia de la estructura. Para calcularlo es necesario resolver un problema de difracción de ondas que depende de las características de la cimentación y el subsuelo, así como del ángulo de incidencia y el tipo de ondas sísmicas.

Como resultado de la interacción cinemática se modifica el movimiento de campo libre, dando lugar a una excitación efectiva de la cimentación compuesta tanto de traslaciones como de rotaciones. En general, las traslaciones sufren reducciones debido a que la variación espacial del movimiento del terreno alrededor de la cimentación es promediada como consecuencia de su gran rigidez. Las rotaciones aparecen por la misma razón, puesto que la cimentación no puede deformarse para seguir los desplazamientos diferenciales del suelo circundante y por tanto tiende a girar. Únicamente para cimentaciones apoyadas sobre la superficie del terreno y sujetas a ondas planas que se propagan verticalmente no ocurre la difracción, por lo que la excitación efectiva resulta ser igual al movimiento de campo libre.

Para considerar la interacción cinemática en este trabajo se optó por utilizar una solución aproximada desarrollada por Kausel et al (1978). Usando el método de elementos finitos, estos autores estudiaron la respuesta de una cimentación circular enterrada en un estrato elástico con base rígida, ante la incidencia vertical de ondas de cortante. Realizaron un análisis paramétrico donde variaron el enterramiento de la cimentación y el espesor del estrato en un amplio intervalo de interés práctico. Analizando los resultados encontraron que la traslación de la cimentación es similar a la traslación de campo libre al nivel de la subrasante, excepto que la variación de aquella con la frecuencia es más suave. Asimismo, descubrieron que la rotación de la cimentación guarda semejanza con la seudorrotación debida al movimiento de campo libre, es decir, la diferencia de desplazamientos entre la superficie libre y la subrasante dividida entre la profundidad de enterramiento.

Considerando que el movimiento de control tiene lugar en la superficie libre, una buena aproximación de las funciones de transferencia para la traslación y rotación efectivas está dada por las siguientes expresiones:

$$Q_h = \begin{cases} \cos\left(\frac{\pi \omega}{2\omega_e}\right) & \text{si } \omega \leq 0.7 \omega_e \\ 0.453 & \text{si } \omega > 0.7 \omega_e \end{cases} \quad (2.23)$$

$$Q_r = \begin{cases} 0.257\left(1 - \cos\left(\frac{\pi \omega}{2\omega_e}\right)\right) & \text{si } \omega \leq 0.7 \omega_e \\ 0.257 & \text{si } \omega > 0.7 \omega_e \end{cases} \quad (2.24)$$

donde  $\omega_e = \pi\beta_s/2D$  es la frecuencia fundamental de la región de enterramiento. Si  $D=0$ , se tiene que  $\omega_e = \infty$  y por consiguiente  $Q_h = 1$  y  $Q_r = 0$ , lo que significa la ausencia de interacción cinemática.

### 2.3 Modelación del sistema completo

La estructura se modela como una viga de cortante con  $N$  grados de libertad en traslación lateral. Si consideramos los grados de libertad que corresponden a la traslación y el cabeceo de la base se establece un sistema de  $N+2$  grados de libertad, como se muestra en la fig. 2.3. Debido a que las funciones de impedancia (resortes y amortiguadores de apoyo) dependen de la frecuencia de excitación y de que no existen modos naturales clásicos de vibración. Para determinar la respuesta del sistema es conveniente utilizar el método de la respuesta compleja en la frecuencia en conjunto con la síntesis de Fourier (Chopra, 1995).

Los grados de libertad del sistema completo son:  $\{U_e\}$ , el vector de desplazamientos de la estructura relativos a su base;  $U_c$ , el desplazamiento de la base relativo al movimiento efectivo  $U_0$  de traslación; y  $\Phi_c$  la rotación de la base relativa al movimiento efectivo  $\Phi_0$  de rotación. De acuerdo con lo anterior, el vector de desplazamientos de la estructura es  $(U_0 + U_c)\{I\} + (\Phi_0 + \Phi_c)\{H\} + \{U_e\}$ , siendo  $\{I\} = \{1, 1, \dots, 1\}^T$  y  $\{H\} = \{(h_1 + D), (h_2 + D), \dots, (h_N + D)\}^T$ . Las ecuaciones de movimiento del sistema completo pueden obtenerse a partir del equilibrio dinámico de fuerzas en la estructura y del equilibrio dinámico de fuerzas y momentos en la cimentación, esto es:

$$[M_c]\{\ddot{U}_c\{I\} + \ddot{\Phi}_c\{H\} + \{\ddot{U}_e\}\} + [C_c]\{\dot{U}_c\} + [K_c]\{U_c\} = -[M_c]\{\ddot{U}_0\{I\} + \ddot{\Phi}_0\{H\}\} \quad (2.25)$$

$$M_c(\ddot{U}_c + E\ddot{\Phi}_c) + C_{hr}\dot{U}_c + C_{hr}\dot{\Phi}_c + K_{hr}U_c + K_{hr}\Phi_c - V_0 = -M_c(\ddot{U}_0 + E\ddot{\Phi}_0) \quad (2.26)$$

$$J_c\ddot{\Phi}_c + C_{hr}\dot{\Phi}_c + C_{hr}\dot{U}_c + K_{hr}\Phi_c + K_{hr}U_c + M_cE(\ddot{U}_c + E\ddot{\Phi}_c) - M_0 = -J_c\ddot{\Phi}_0 - M_cE(\ddot{U}_0 + E\ddot{\Phi}_0) \quad (2.27)$$

donde  $[M_c]$ ,  $[C_c]$  y  $[K_c]$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez de la estructura con base rígida;  $J_c = J_c - M_c E^2$  es el momento de inercia con respecto al centroide de la cimentación. Además,  $V_0 = \{I\}^T\{[C_c]\{\dot{U}_c\} + [K_c]\{U_c\}\}$  es el cortante en la base de la estructura y  $M_0 = \{H\}^T\{[C_c]\{\dot{U}_c\} + [K_c]\{U_c\}\}$  el momento de volteo en la base de la cimentación.

Las matrices de masa y rigidez de la estructura tienen la siguiente forma:

$$[M_e] = \begin{bmatrix} M_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & M_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & M_N \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

$$[K_e] = \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & \dots & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & K_N \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

donde  $M_1, M_2, \dots, M_N$  son las masas concentradas y  $K_1, K_2, \dots, K_N$  las rigideces de entrepiso. A diferencia de la matriz de rigidez, la matriz de amortiguamiento de la estructura no puede construirse a partir de los amortiguamientos de entrepiso, ya que estas cantidades no están bien establecidas. En la sección 3.1.3 se indica la manera de construirla.

Si el cortante y momento de volteo basales se expresan en términos de la ecuación. 2.25 y sustituyen en las ecuaciones 2.26 y 2.27, respectivamente, se encuentra que las ecuaciones de movimiento del sistema completo tienen la siguiente forma matricial:

$$[M_s]\{\ddot{U}_s\} + [C_s]\{\dot{U}_s\} + [K_s]\{U_s\} = -\ddot{U}_0\{M_0\} - \ddot{\Phi}_0\{J_0\} \quad (2.30)$$

donde  $\{U_s\} = \{U_e\}^T, U_c, \Phi_c\}^T$  es el vector de desplazamientos del sistema, de orden  $N+2$ . Además,  $\{M_0\}$  y  $\{J_0\}$  son vectores de carga definidos como

$$\{M_0\} = \begin{Bmatrix} [M_e]\{I\} \\ \{I\}^T [M_e]\{I\} + M_c \\ \{H\}^T [M_e]\{I\} + M_c E \end{Bmatrix} \quad (2.31)$$

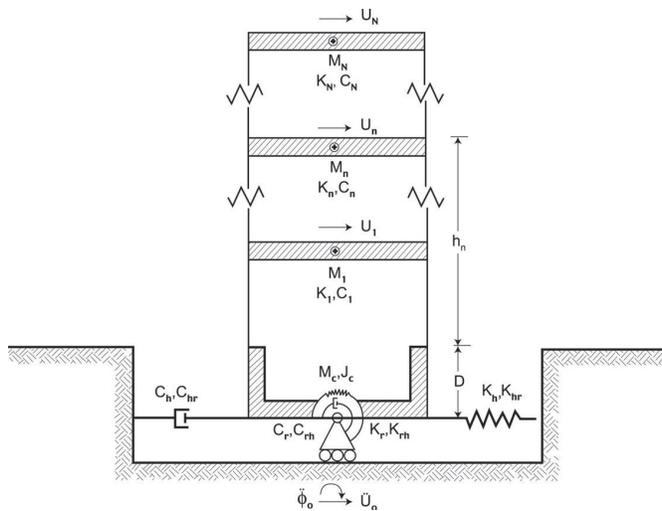


Figura 2.3 Sistema suelo-estructura completo

$$\{J_0\} = \begin{Bmatrix} [M_e]\{H\} \\ \{I\}^T [M_e]\{H\} + M_c E \\ \{H\}^T [M_e]\{H\} + J_c \end{Bmatrix} \quad (2.32)$$

mientras que  $[M_s]$ ,  $[C_s]$  y  $[K_s]$  son las matrices de masa, amortiguamiento y rigidez del sistema, estructuradas de las siguientes formas:

$$[M_s] = \begin{bmatrix} [M_e] & [M_e]\{I\} & [M_e]\{I\} \\ \{I\}^T [M_e] & \{I\}^T [M_e]\{I\} + M_c & \{I\}^T [M_e]\{H\} + M_c E \\ \{H\}^T [M_e] & \{H\}^T [M_e]\{I\} + M_c E & \{H\}^T [M_e]\{H\} + J_c \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

$$[C_s] = \begin{bmatrix} [C_e] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & C_h & C_{hr} \\ \{0\}^T & C_{hr} & C_r \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

$$[K_s] = \begin{bmatrix} [K_e] & \{0\} & \{0\} \\ \{0\}^T & K_h & K_{hr} \\ \{0\}^T & K_{hr} & K_r \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Los términos  $C_m, K_m$  para  $m=h$  para traslación,  $m=r$  para cabeceo y  $m=hr$  para los términos de acoplamiento, serán los valores de las funciones de impedancia definidos en la sección 2.2.1.

Aplicando transformada de Fourier en ambos miembros de la ecuación 2.30, la ecuación matricial de movimiento del sistema se reduce a:

$$[[K_s] + i\omega[C_s] - \omega^2[M_s]]\{U_s(\omega)\}^* = \omega^2 U_g^*(\omega)\{Q_h(\omega)\{M_0\} + Q_r(\omega)\{J_0\}\} \quad (2.36)$$

donde  $\{U_s(\omega)\}^*$  y  $U_g^*(\omega)$  representan respectivamente las transformadas de Fourier de la respuesta  $\{U_s(t)\}$  y la excitación  $U_g(t)$  del sistema. Al multiplicar el término de la derecha por  $\omega^2$  se considera que la respuesta  $\{U_s(\omega)\}^*$  esta dada en aceleración.

Resolviendo la ecuación 2.36 se obtiene la respuesta en la frecuencia del sistema. Los renglones del vector  $\{U_s(\omega)\}^*$  corresponden a la aceleración para cada uno de los grados de libertad del sistema. Para encontrar la respuesta en términos de desplazamiento, se utiliza la siguiente expresión que es la relación general que existe entre desplazamiento y aceleración para la respuesta en frecuencia

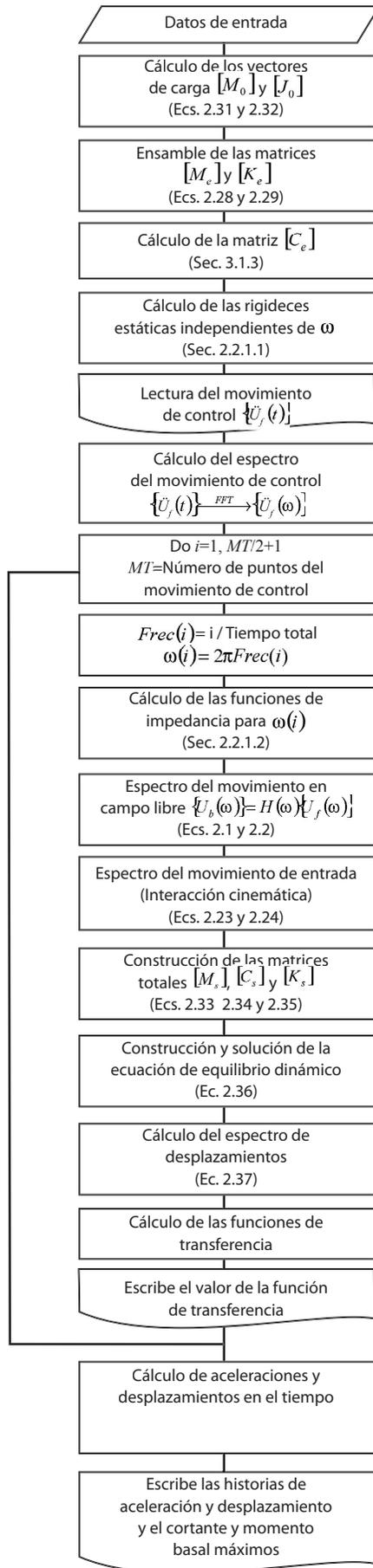
$$Sa(\omega) = \omega^2 Sd(\omega) \quad (2.37)$$

donde  $Sa(\omega)$  es la aceleración y  $Sd(\omega)$  el desplazamiento.

Una vez establecidas las respuestas tanto de aceleración como de desplazamiento en la frecuencia es posible determinar la correspondiente respuesta en el tiempo utilizando la antitransformada de Fourier. Para ello suele recurrirse al algoritmo de la transformada rápida de Fourier (Paz, 1980).

## 2.4 Implementación numérica

El modelo numérico se implantó en un programa de cómputo escrito en lenguaje Fortran90. A continuación se presenta el diagrama de flujo del programa:



## 2.5 Validación del modelo

Para validar el modelo matemático y su implantación numérica se analizaron tres grupos de pruebas, con cuatro estructuras cada grupo. Todas corresponden a osciladores de un grado de libertad con propiedades reportadas en la tabla 2.1.

Para cada grupo se fijaron los parámetros adimensionales reportados en la tabla 2.2 que controlan la respuesta de un oscilador sobre base flexible.

Para validar el modelo se graficó la función de transferencia de cada una de las pruebas en grupos (Figuras 2.4). Las respuestas de osciladores con distintas propiedades pero parámetros adimensionales iguales es la misma lo cual valida el modelo matemático.

### 3. INFLUENCIA DEL AMORTIGUAMIENTO INDEPENDIENTE DE LA FRECUENCIA EN LOS MODELOS CON ISE

Los modelos matemáticos utilizados para considerar el amortiguamiento en la respuesta dinámica de estructuras son dos: el amortiguamiento viscoso que es proporcional a la velocidad y el amortiguamiento independiente de la frecuencia de excitación (figura 3.1). La manera de representar el amortiguamiento viscoso es a través del parámetro  $\zeta$  que se refiere a una fracción del amortiguamiento necesario para que, ante una perturbación, el sistema vuelva a la posición de equilibrio sin oscilar (amortiguamiento crítico). La variación de la energía disipada por amortiguamiento viscoso con la frecuencia es lineal, con una pendiente positiva. Así, al crecer la frecuencia aumenta la energía disipada, para un mismo valor de  $\zeta$ . En general se ha adoptado un valor convencional de  $\zeta=5\%$  para estructuras comunes.

En el cálculo de la respuesta dinámica de estructuras de varios grados de libertad, generalmente se utiliza el amortiguamiento de tipo viscoso, ya que el manejo matemático del problema considerando este modelo es más sencillo. Cuando el análisis modal clásico no es aplicable, es necesaria la construcción de una matriz de amortiguamiento para el cálculo de la respuesta. Tal es el caso de estructuras con amortiguamiento no clásico, como el modelo de ISE, incluso en la respuesta lineal.

La matriz de amortiguamiento para estructuras no debe ser calculada a partir de la estructura misma, ni de las dimensiones de sus elementos, ni de los amortiguamientos de los materiales utilizados. Parece lógico pensar que la matriz de amortiguamiento de la estructura se debe determinar con base en las características de amortiguamiento de los elementos individuales, al igual que la matriz de rigideces. Sin embargo esto es impráctico ya que a diferencia del módulo de elasticidad, que define la matriz de rigidez, las propiedades de amortiguamiento de los materiales no están claramente definidas. Incluso, aunque estas propiedades fueran conocidas, la matriz de amortiguamiento resultante no estaría tomando en cuenta una parte significativa de la energía disipada mediante la fricción tanto de las conexiones de acero, como en la apertura de microgrietas en el concreto, entre otros mecanismos similares.

Por esta razón, la matriz de amortiguamiento de una estructura debe ser determinada a partir de las fracciones de amortiguamiento modales, que toman en cuenta todos los me-

canismos de disipación de energía presentes. La manera más eficiente de estimar el amortiguamiento en las estructuras, es mediante pruebas experimentales tales como el análisis sísmico o la vibración ambiental.

#### 3.1 Modelos matemáticos para considerar el amortiguamiento en estructuras de varios grados de libertad

Matemáticamente hablando existen dos tipos de matrices de amortiguamiento para las estructuras convencionales: matriz clásica de amortiguamiento y no clásica. La forma clásica es una idealización apropiada si se presentan mecanismos de disipación similares distribuidos uniformemente en la estructura, como sería un edificio de varios niveles con una estructuración y materiales de construcción semejantes en su altura.

Pero si en el sistema se presentan dos o más subsistemas con niveles de amortiguamiento significativamente distintos, asumir la matriz de amortiguamiento de manera clásica pierde sentido. Un ejemplo claro son los sistemas suelo-estructura. La fracción de amortiguamiento que se tiene en el suelo será por lo regular muy distinta a la que se tiene en la estructura, siendo del orden de 15% a 20% en el suelo comparado con un 3% a 5% en la estructura. Aunque la consideración de una matriz clásica de amortiguamiento en un sistema suelo-estructura no sería adecuada, esta consideración es razonable si se analizan el suelo y la estructura por separados, como sucede en los métodos que descomponen el sistema en sub-estructuras (método de los tres pasos p.e.). Sin embargo cuando los sistemas suelo-estructura son analizados con métodos estándar, que requieren una matriz de amortiguamiento para la estructura completa, es probable que la matriz presente una forma no clásica.

A continuación se presentan distintos modelos matemáticos para considerar el amortiguamiento en estructuras de varios grados de libertad.

##### 3.1.1 Amortiguamiento histerético

El amortiguamiento histerético está asociado con la histéresis estática debida a las deformaciones inelásticas. El modelo más simple que puede ser utilizado para representar el amortiguamiento histerético lineal es asumir que la fuerza de amortiguamiento es proporcional a la velocidad e inversamente proporcional a la frecuencia:

$$f_D = \frac{\eta k}{\omega} \dot{u} \quad (3.1)$$

donde  $k$  es la rigidez de la estructura y  $\zeta$  es el coeficiente de amortiguamiento. La energía disipada por este tipo de amortiguamiento en un ciclo de vibración en la frecuencia  $\zeta$  es independiente de ésta.

En el caso de amortiguamiento viscoso la energía disipada por el sistema en función del amortiguamiento está dada por:

$$E_D = \int (f_D du) = \int_0^{2\pi/\omega} (c\dot{u})\dot{u}dt = c \int_0^{2\pi/\omega} [\omega u_0 \cos(\omega t - \phi)]^2 dt = \pi c \omega u_0^2 = 2\pi \zeta (\omega/\omega_n) k u_0^2 \quad (3.2)$$

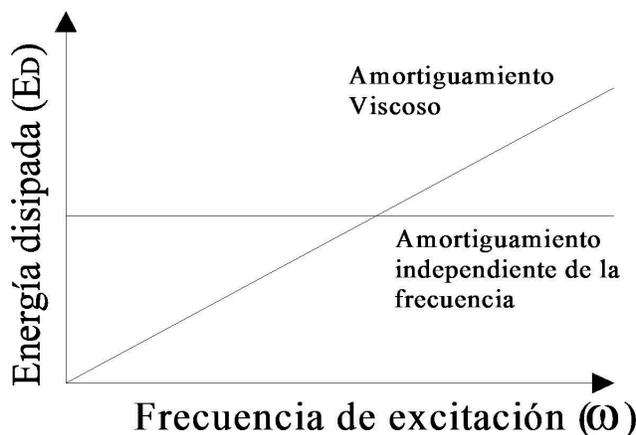


Figura 3.1. Comparación de los amortiguamientos viscoso e independiente de la frecuencia.

dónde  $c$  es el amortiguamiento de la estructura,  $u_0$  el desplazamiento del oscilador,  $t$  es el tiempo y  $\phi$  el ángulo de fase entre el movimiento y la respuesta del oscilador.

Si se sustituye  $\eta k/\omega$  en lugar de  $c$  en la ecuación 3.2 se tiene:

$$E_D = \pi \eta k u^2 = 2\pi \eta E_{S0} \quad (3.3)$$

Donde  $E_{S0}$  es la energía máxima de deformación y  $u_0$  el desplazamiento máximo.

Para implementarlo en el dominio de la frecuencia:

$$u = i\omega e^{i\omega t} \quad F_D = \frac{\eta k}{\omega} i\omega e^{i\omega t} = i\eta k e^{i\omega t} \quad (3.4)$$

Eliminando el término  $e^{i\omega t}$  resulta

$$F_D = i\eta k \quad (3.5)$$

de donde podemos establecer que los términos de la matriz de amortiguamiento son:

$$C_{(i,i)} = i\eta(k_{(i)} + k_{(i+1)}) \quad \text{y} \quad C_{(i,i+1)} = -i\eta k_{(i+1)} \quad (3.6)$$

Se observa que la energía disipada por este modelo es independiente de la frecuencia. Este tipo de amortiguamiento es fácilmente descrito si la excitación es armónica y si se está interesado sólo en el estado estacionario de la respuesta del sistema. Al utilizarlo en el dominio del tiempo se presentan algunas dificultades.

### 3.1.2 Amortiguamiento de Rayleigh

En este caso el amortiguamiento se considera proporcional a la masa y a la rigidez de la siguiente manera:

$$[c] = a_0 [m] \quad \text{y} \quad [c] = a_1 [k] \quad (3.7)$$

donde las constantes  $a_0$  y  $a_1$  tienen unidades de  $s^{-1}$  y  $s$ , respectivamente, para mantener el amortiguamiento independiente de la frecuencia. Para ambas matrices  $[c]$ , la matriz normalizada dada por  $[C] = [\Phi]^T [c] [\Phi]$  es diagonal debido a la ortogonalidad de los modos, por lo que serán matrices de amortiguamiento clásicas.

Si se relaciona la fracción de amortiguamiento modal con el coeficiente  $a_0$ , para un sistema que sea proporcional a la masa, el amortiguamiento generalizado para el  $n$ -ésimo modo ( $C_n$ ) y la fracción de amortiguamiento crítico asociada a este ( $\xi_n$ ) serán:

$$C_n = a_0 M_n \quad \xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} \quad (3.8)$$

La fracción de amortiguamiento crítico es inversamente proporcional a la frecuencia natural como se muestra en la figura 3.2. Fijando el valor de la fracción de amortiguamiento crítico para algún modo se determina un coeficiente  $a_0$  mediante la expresión:

$$a_0 = 2\xi_i \omega_i \quad (3.9)$$

Conocido  $a_0$ , la matriz de amortiguamiento y la fracción de amortiguamiento crítico en cualquier otro modo estarán dadas por la ecuación 3.8. De manera similar, gracias a la relación entre las matrices de masa y de rigidez, la fracción de amortiguamiento crítico para un sistema en donde el amortiguamiento es proporcional a la rigidez puede ser relacionado por el coeficiente  $a_1$  de la siguiente forma:

$$C_n = a_1 \omega^2 M_n \quad \xi_n = \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (3.10)$$

La fracción del amortiguamiento crítico crece linealmente con la frecuencia natural como se ve en la figura 3.2. El coeficiente  $a_1$  puede ser escogido para obtener un valor determinado de la fracción de amortiguamiento crítico para un modo determinado:

$$a_1 = \frac{2\xi_j}{\omega_j} \quad (3.11)$$

Con  $a_1$  conocido, la matriz de amortiguamiento y la fracción de amortiguamiento crítico en cualquier otro modo están dadas por la ecuación 3.10. Ninguna de las matrices definidas previamente es adecuada para el análisis de sistemas de varios grados de libertad. Las variaciones de las fracciones de amortiguamiento crítico con la frecuencia natural que representan (ver figura 3.2) no son consistentes con las pruebas experimentales que, como ya se mencionó anteriormente, demuestran que el amortiguamiento es casi el mismo para varios de los modos.

En busca de una matriz de amortiguamiento clásico consistente con las pruebas experimentales, Rayleigh formuló la siguiente matriz (ver figura 3.3):

$$[c] = a_0 [m] + a_1 [k] \quad (3.12)$$

La fracción de amortiguamiento crítico en cualquier modo esta determinado por:

$$\xi_n = \frac{a_0}{2\omega_n} + \frac{a_1}{2} \omega_n \quad (3.13)$$

Los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$  se pueden determinar para fracciones dadas de amortiguamiento crítico en dos modos. Si se define que el amortiguamiento para ambos modos es igual, entonces los coeficientes quedarán definidos por:

$$a_0 = \xi \frac{2\omega_i \omega_j}{\omega_i + \omega_j} \quad \text{y} \quad a_1 = \xi \frac{2}{\omega_i + \omega_j} \quad (3.14)$$

donde  $\xi$  = amortiguamiento en los modos  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo, y  $\omega_i$  y  $\omega_j$  = frecuencias naturales de los modos  $i$ -ésimo y  $j$ -ésimo.

Debido a que la respuesta de las estructuras que corresponden a edificios está gobernada en un gran porcentaje por el primer modo, es de esperarse que los primeros tres modos

sean más que suficientes para poder representarlas de manera adecuada, por lo que se propone utilizar los modos primero y tercero de las estructuras sobre base rígida para calcular los coeficientes  $a_0$  y  $a_1$ .

### 3.1.3 Superposición de las matrices de amortiguamiento modal

Un procedimiento alternativo para determinar una matriz clásica de amortiguamiento modal se puede establecer empezando con:

$$[\Phi]^T [c] [\Phi] = [C] \quad (3.15)$$

donde  $[C]$  es la matriz diagonal definida por:

$$[C] = \begin{bmatrix} 2\omega_1 \zeta_1 & 0 & 0 \\ \vdots & 2\omega_2 \zeta_2 & 0 \\ \langle sym \rangle & \dots & 2\omega_n \zeta_n \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

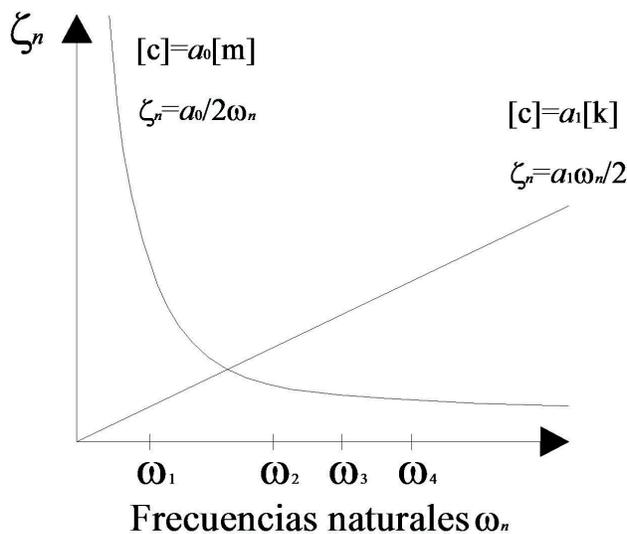


Figura 3.2. Variación de la fracción de amortiguamiento crítico con la frecuencia.

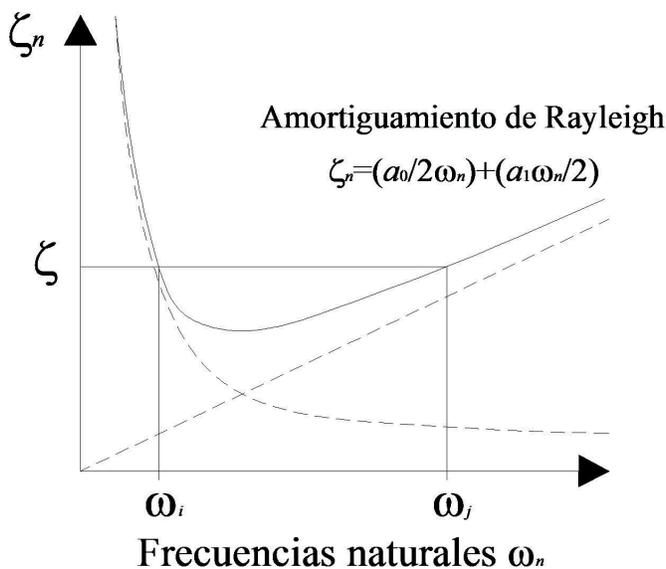


Figura 3.3. Amortiguamiento de Rayleigh

y  $[\Phi]$  es la matriz de modos normalizados respecto al procedimiento descrito en Chopra (1995).

Con las fracciones de amortiguamiento crítico definidas para cada uno de los modos, la matriz  $[C]$  es conocida y se puede definir  $[c]$  mediante:

$$[c] = ([\Phi]^T)^{-1} [C] [\Phi]^{-1} \quad (3.17)$$

Esta modelación del amortiguamiento en la estructura permite establecer el mismo nivel de amortiguamiento para todos los modos, solamente introduciendo un valor constante para todos los  $\zeta_n$ .

### 3.2 Amortiguamiento en sistemas suelo-estructura

La matriz de amortiguamiento para el sistema suelo estructura completo es construida por la superposición directa de las matrices de amortiguamiento de la estructura y el suelo, de manera enteramente similar a como se ensamblan tanto la matriz de masas como la de rigideces. Los términos correspondientes a los grados de libertad que comparten ambos sistemas en la interfaz ( $I$ ) incluyen la contribución de ambos subsistemas como se muestra en la figura 3.4.

Cómo calcular los términos correspondientes al amortiguamiento del suelo ha sido discutido previamente en el capítulo 2, por lo que en esta sección se pondrá interés solamente en la construcción de la matriz del sistema completo.

De acuerdo con diversos estudios se ha demostrado que la cantidad de energía disipada por los materiales mediante el comportamiento histerético es mucho mayor que aquella energía disipada por medio de un comportamiento viscoso.

En osciladores de un grado de libertad, la diferencia entre utilizar amortiguamiento de manera viscosa o con un sistema histerético no es importante, siempre y cuando se establezca de manera correcta la relación entre los valores equivalentes de ambos amortiguamientos.

Por otro lado, cuando se analiza una estructura de varios grados de libertad la equivalencia entre el amortiguamiento viscoso y el histerético pierde validez, ya que al presentarse más de un modo de vibrar, ya no es suficiente establecer igualdad de amortiguamientos en una sola frecuencia, así que al ser uno de los modelos dependiente de la frecuencia (el viscoso) y el otro independiente, no es posible mantener el mismo nivel de amortiguamiento para todos los modos.

Además, en el fenómeno de ISE la dependencia del amortiguamiento con la frecuencia tiene un efecto adicional. Generalmente se busca tener la equivalencia de ambos amortiguamientos en la frecuencia resonante del sistema, ya que este es el punto en donde el amortiguamiento tiene una mayor influencia en la respuesta de la estructura. Si se igualan tanto el amortiguamiento viscoso como el histerético en la frecuencia natural de la estructura sobre base rígida ( $\omega_{br}$ ), que es como generalmente se hace, al momento de considerar la flexibilidad de la base se tiene una frecuencia natural de la estructura menor ( $\omega_{bf}$ ). Con un modelo viscoso se tendrá un amortiguamiento menor al histerético, por lo que la correcta consideración del valor del amortiguamiento se vuelve inconsistente, como se ejemplifica en la figura 3.5. La equivalencia se fija en

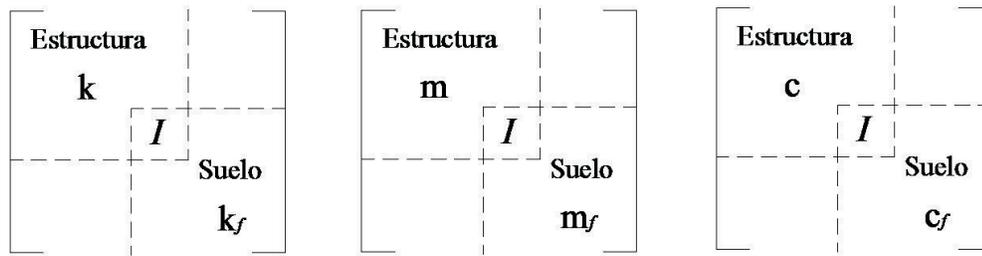


Figura 3.4. Ensamble de las matrices de rigidez, masa y amortiguamiento.

la frecuencia resonante sobre base rígida y no en la de base flexible debido a que en el análisis de ISE la rigidez del sistema completo depende de la frecuencia, así que al resolver el sistema de valores característicos se tienen modos no clásicos, lo cual complica la resolución numérica del problema.

También se sabe que el amortiguamiento del sistema se incrementa cuando se considera la flexibilidad del terreno, porque existe una disipación adicional de energía producto de los amortiguamientos material y geométrico del suelo (Jennings y Bielak, 1973; Veletsos y Meek, 1974). En vista de que la ISE reduce la efectividad del amortiguamiento de tipo viscoso, es posible que el amortiguamiento del sistema llegue a ser menor que el amortiguamiento de la estructura sola, a menos que esta reducción sea compensada por el incremento debido al amortiguamiento del suelo. No obstante, esta posibilidad no ocurre para amortiguamiento de tipo histerético (Avilés y Pérez-Rocha, 1996).

Es por estas razones, que se ha decidido utilizar un esquema de amortiguamiento que sea capaz de representar de manera adecuada el comportamiento de las estructuras.

De los modelos anteriormente descritos, ya se ha mencionado que el amortiguamiento histerético presenta problemas al tener que ser definido para excitaciones no-armónicas, como sería el caso de un sismo, además, su uso en estructuras de varios grados de libertad es complejo y en algunas ocasiones pierde validez.

El amortiguamiento de Rayleigh es un modelo adecuado y fácil de utilizar para un análisis tanto en el dominio del tiempo como en el de la frecuencia. Presenta bondades tales como la constancia del amortiguamiento a través del rango de frecuencias y da como resultado una matriz de amortiguamiento clásica que permite un análisis sencillo del sistema.

Decidir cuales serán los modos en los que hay que definir el nivel de amortiguamiento se convierte en una desventaja, ya que esta valoración dependerá en gran medida del número de grados de libertad que se presenten y la contribución al movimiento de cada uno de los modos. Esto hace que el método pierda generalidad, ya que si esta consideración se hace de manera imprecisa es probable que se fijen amortiguamientos muy diferentes al de los modos que se definen.

Por ejemplo, en la figura 3.3 es claro que en las frecuencias que se encuentran entre los dos modos que se han escogido para definir el amortiguamiento, el valor de  $\zeta$  es menor al deseado. Así que si se consideran frecuencias muy lejanas la una de la otra, se tomará para un gran rango de frecuencias amortiguamientos menores, entrando la posibilidad de sobreestimar la respuesta del sistema de manera importante. Por otro lado, si se consideran una pareja de frecuencias muy cercanas entre si,

el nivel de amortiguamiento que le sea introducido al sistema será sensiblemente mayor al nivel deseado, pudiendo subestimar la respuesta de la estructura ante una carga dinámica establecida.

Debido a que el tercer esquema establecido en este capítulo, mantiene un nivel de amortiguamiento constante a lo largo de todo el rango de frecuencias, si es que así se decide, independientemente del número de modos que sean significativos en la respuesta de la estructura, parece ser el más adecuado.

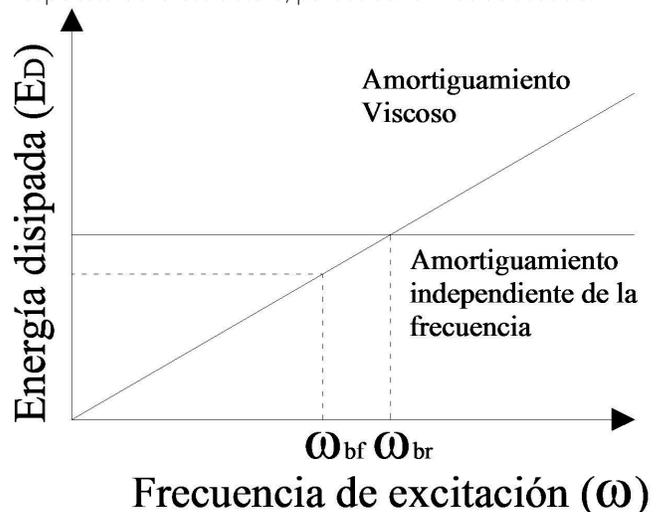


Figura 3.5. Diferencia entre el amortiguamiento con y sin ISE.

#### 4. ANÁLISIS Y RESULTADOS NUMÉRICOS

En este trabajo se busca identificar la influencia de la flexibilidad del terreno en la respuesta dinámica de estructuras con primer piso flexible. Para este fin se analizaron tres diferentes modelos que representan edificios de características comunes y estructuración regular en altura a los que llamaremos modelos originales. Los modelos con piso flexible están basados en los modelos originales pero con una rigidez del primer entrecapso de sólo el 20% de la rigidez del segundo nivel. Este contraste de rigidez tan alto es difícil de encontrar en un caso real, pero se ha decidido hacer de esta manera para que los fenómenos relacionados con la presencia de piso flexible sean más evidentes. En cuanto al terreno de desplante, se utilizaron propiedades representativas del subsuelo del valle de México, con periodos dominantes del sitio que son comunes en la zona blanda de la ciudad.

Los análisis se llevaron a cabo en el dominio de la frecuencia. Los resultados se presentan en términos de funciones de transferencia entre la azotea y el movimiento de campo libre, así como funciones de transferencia entre el primer nivel y el movimiento de campo libre. También se realizó un análisis paramétrico para conocer los valores de los cortantes basales máximos y las distorsiones máximas del primer entrecapso de los modelos desplantados sobre distintas condiciones de terreno. Los resultados muestran la influencia que tiene la presencia de un piso flexible, principalmente en el periodo fundamental, al comparar una estructura con esta condición con una estructura de las mismas características pero que no tenga piso flexible, así como la influencia en la respuesta dinámica cuando se comparan dos estructuras iguales desplantadas una sobre terreno firme y la otra sobre suelo blando.

##### 4.1 Edificios modelados.

Se analizó la respuesta de edificios con 5, 10 y 15 niveles. Para ello se utilizaron seis modelos distintos, tres con regularidad estructural en altura (M5reg, M10reg y M15reg) y tres con primer piso flexible (M5pf, M10pf y M15pf). Como modelo base se tomó el edificio descrito en la sección de análisis de ISE del Manual de Diseño por Sismo de la CFE (CFE, 1993). Todos los edificios se propusieron estructurados a base de marcos caracterizados por su rigidez de entrecapso y conectados por medio de un sistema de piso rígido (diafragma rígido).

Para el modelo M5reg, las rigideces de los marcos individuales se presentan en la figura 4.2. El peso de cada entrecapso se propuso igual a 81 t. La relación de esbeltez se mantuvo casi constante para todos los modelos, alrededor de un valor de 1.5.

Las rigideces de entrecapso se calcularon mediante la suma de las rigideces de cada uno de los marcos que conforman cada entrecapso. La cimentación es a base de un cajón desplantado a 2.5 m bajo el nivel de terreno natural como se muestra en la figura 4.1.

El modelo M10reg es un edificio de 10 niveles que se muestra en la figura 4.3. Las rigideces individuales de cada marco se presentan en la figura 4.4. El peso de cada uno de los entrecapso es de 324 t. La cimentación es a base de un cajón desplantado a 5 m bajo el nivel de terreno natural.

Por lo que respecta al modelo M15reg, se utilizó como base el edificio de 15 niveles mostrado en la figura 4.5. Las rigideces individuales de los marcos de cada entrecapso se presentan en

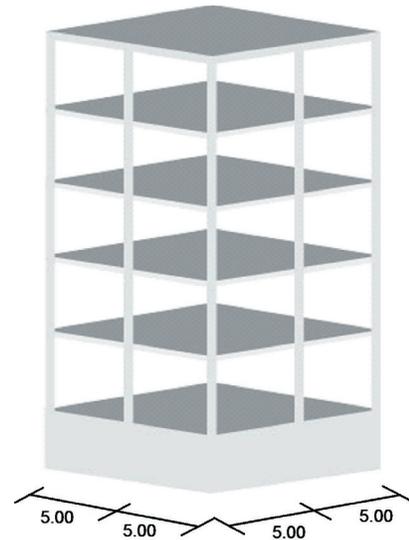


Figura 4.1. Vista isométrica del edificio base para el modelo M5reg.

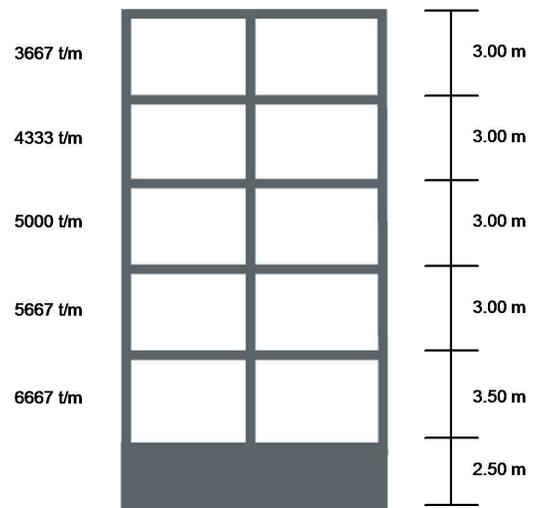


Figura 4.2. Fachada frontal del edificio base para el modelo M5reg.

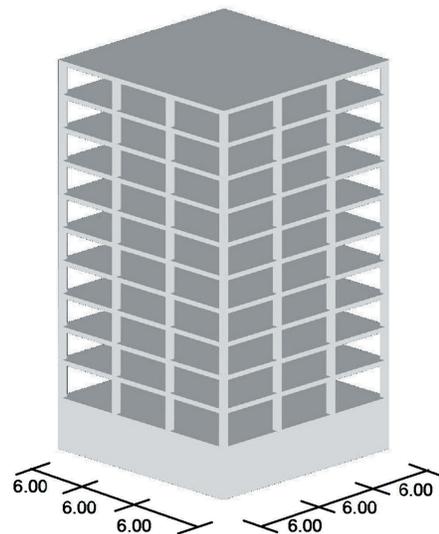


Figura 4.3. Vista isométrica del edificio base para el modelo M10reg.

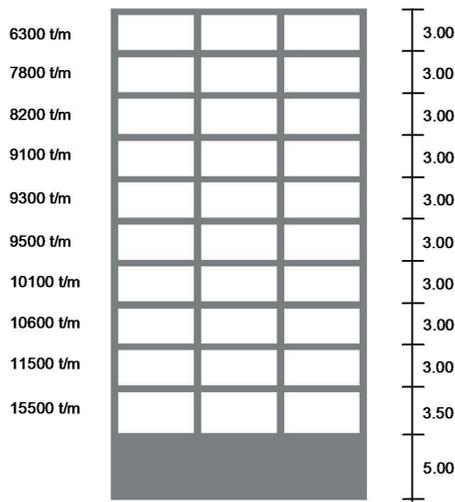


Figura 4.4. Fachada frontal del edificio base para el modelo M10reg.

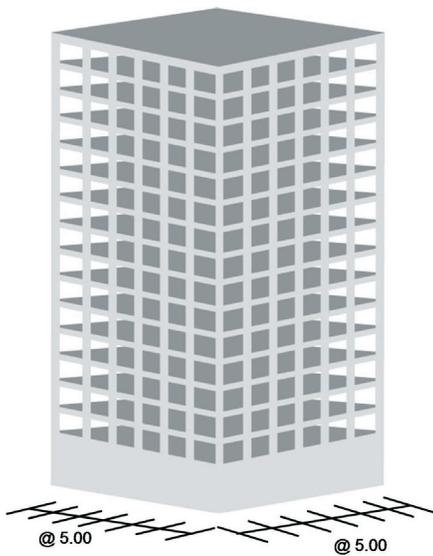


Figura 4.5. Vista isométrica del edificio base para el modelo M15reg.

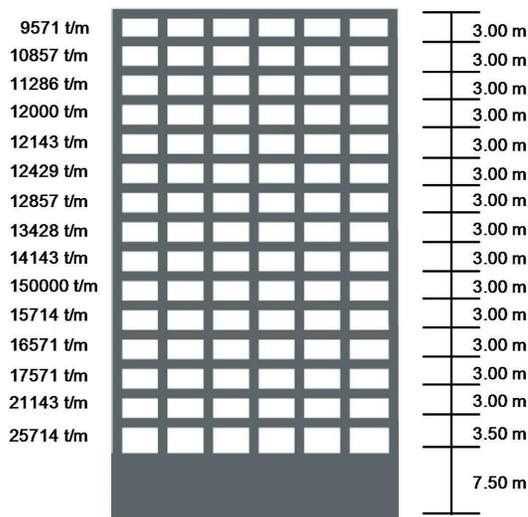


Figura 4.6. Fachada frontal del edificio base para el modelo M15reg.

la figura 4.6. El peso de cada entrepiso es de 729 t. El desplante del cajón es a 7.5 m.

Los modelos M5pf, M10pf y M15pf son similares a los modelos M5reg, M10reg y M15reg, pero con la rigidez del primer entrepiso igual al 20% de la rigidez del entrepiso superior, quedando valores de rigidez para los marcos de los primeros entrepisos de cada modelo de  $k_1 = 1167, 2250$  y  $4290$  t/m, respectivamente. Los periodos fundamentales para cada modelo se reportan en la tabla 4.1.

Para el cálculo de las propiedades de la cimentación de cada uno de los modelos, tales como la profundidad de desplante ( $D$ ), el momento polar de inercia ( $J_c$ ) y la masa de la cimentación ( $M_c$ ), se buscó mantener constantes los parámetros adimensionales que influyen directamente en la respuesta dinámica de estructuras sobre base flexible que se encuentran en la tabla 4.2.

Como el modelo estudiado en este trabajo considera un sólo estrato homogéneo, se estableció una velocidad de propagación de ondas de corte de  $\beta_s = 75$  m/s, como un valor representativo de las velocidades que se presentan en los suelos del valle de México que oscilan entre los 50 y los 100 m/s.

Tabla 4.1. Periodos y frecuencias fundamentales de los modelos.

Nombre	Te	$\omega_e$
M5reg	0.49	12.74
M5pf	0.78	8.08
M10reg	1.16	5.40
M10pf	1.57	4.00
M15reg	1.59	3.94
M15pf	1.89	3.32

## 4.2 Descripción general de las pruebas

Para identificar los efectos principales de la combinación de efectos ISE y el primer piso flexible se diseñaron dos grupos de pruebas.

En el primer grupo se analizó la respuesta de los seis modelos desplantados sobre distintas condiciones de terreno. Para tener un resultado de referencia, se diseñaron pruebas considerando los edificios desplantados en terreno firme, sin efectos ISE ni de sitio, con la velocidad de las ondas de corte del estrato igual a la de la roca basal ( $\beta_s = 1000$  m/s).

Posteriormente se realizaron pruebas de los modelos desplantados sobre estratos con la velocidad de ondas de corte  $\beta_s = 75$  m/s, con distintas profundidades, lo que llevó a tener terrenos con periodos dominantes distintos.

Los cálculos se llevaron a cabo considerando tres periodos característicos del suelo:  $T_s = 1, 2.5$  y  $4$  s. El periodo de  $T_s = 1$  s se escogió porque corresponde a la frontera entre el terreno de transición y la zona de lago de la zonificación del valle de México. En cuanto al periodo de  $T_s = 2.5$  s, se buscó analizar una condición de suelo blando representativa de una gran parte del valle, donde se presentan las mayores amplificaciones del movimiento del terreno por efectos de sitio. Como límite superior se decidió establecer un valor de  $T_s = 4$  s, aunque se sabe que existen periodos dominantes del terreno mayores.

En este grupo de pruebas los resultados se encontraron en términos de las funciones de transferencia. Se obtuvieron funciones de transferencia entre el movimiento relativo con respecto a la base, tanto de la azotea como del primer piso, y el componente traslacional del movimiento en el campo libre. Las funciones de transferencia están expresadas en función de la frecuencia. Con estos resultados se busca observar la influ-

Tabla 4.2. Propiedades generales de los modelos propuestos.

Nombre	Me	We	Mc/Me	Wc	Mc	R	He	D	Me(He+D) <sup>2</sup>	Jc/Me(He+D) <sup>2</sup>	Jc	Jc(t·m2)	D/R	He/R
M5reg	41.28	405.00	0.2408	97.52	9.94	5.64	15.50	2.50	13376.15	0.0017	2.32	22.74	0.4433	2.75
M5pf	41.28	405.00	0.2408	97.52	9.94	5.64	15.50	2.50	13376.15	0.0017	2.32	22.74	0.4433	2.75
M10reg	330.28	3240.00	0.2408	780.22	79.53	11.28	30.50	5.00	416229.36	0.0017	715.80	7021.98	0.4433	2.70
M10pf	330.28	3240.00	0.2408	780.22	79.53	11.28	30.50	5.00	416229.36	0.0017	715.80	7021.98	0.4433	2.70
M15reg	1114.68	10935.00	0.2408	2633.15	268.41	16.50	45.50	7.50	3131133.03	0.0017	542.60	5322.93	0.4545	2.76
M15pf	1114.68	10935.00	0.2408	2633.15	268.41	16.50	45.50	7.50	3131133.03	0.0017	542.60	5322.93	0.4545	2.76

Tabla 4.3. Parámetros de interacción de las pruebas diseñadas.

Terreno firme						
Nombre	R/βs	βs	Ts	Hs	Hs/R	HsTe/HeTs
M5reg	0.0056	1000	1.00	250.00	44.33	7.9546
M5pf	0.0056	1000	1.00	250.00	44.33	12.5423
M10reg	0.0113	1000	1.00	250.00	22.16	9.5373
M10pf	0.0113	1000	1.00	250.00	22.16	12.8754
M15reg	0.0165	1000	1.00	250.00	15.15	8.7622
M15pf	0.0165	1000	1.00	250.00	15.15	10.3985
Ts=1.0 seg						
Nombre	R/βs	βs	Ts	Hs	Hs/R	HsTe/HeTs
M5reg	0.0752	75	1.00	18.75	3.32	0.5966
M5pf	0.0752	75	1.00	18.75	3.32	0.9407
M10reg	0.1504	75	1.00	18.75	1.66	0.7153
M10pf	0.1504	75	1.00	18.75	1.66	0.9657
M15reg	0.2200	75	1.00	18.75	1.14	0.6572
M15pf	0.2200	75	1.00	18.75	1.14	0.7799
Ts=2.5 seg						
Nombre	R/βs	βs	Ts	Hs	Hs/R	HsTe/HeTs
M5reg	0.0752	75	2.50	46.88	8.31	0.5966
M5pf	0.0752	75	2.50	46.88	8.31	0.9407
M10reg	0.1504	75	2.50	46.88	4.16	0.7153
M10pf	0.1504	75	2.50	46.88	4.16	0.9657
M15reg	0.2200	75	2.50	46.88	2.84	0.6572
M15pf	0.2200	75	2.50	46.88	2.84	0.7799
Ts=4.0 seg						
Nombre	R/βs	βs	Ts	Hs	Hs/R	HsTe/HeTs
M5reg	0.0752	75	4.00	75.00	13.30	0.5966
M5pf	0.0752	75	4.00	75.00	13.30	0.9407
M10reg	0.1504	75	4.00	75.00	6.65	0.7153
M10pf	0.1504	75	4.00	75.00	6.65	0.9657
M15reg	0.2200	75	4.00	75.00	4.55	0.6572
M15pf	0.2200	75	4.00	75.00	4.55	0.7799

encia que tienen los efectos estudiados tanto en las ampli- ficaciones del movimiento como en los parámetros dinámicos principales de la estructura, tales como frecuencias naturales y amortiguamiento, eliminando la influencia de los efectos de sitio. En la tabla 4.3 se presentan los parámetros que definen el fenómeno de interacción dependiendo de la rigidez del terreno y el periodo dominante del sitio utilizados en el análisis.

El segundo grupo consistió en encontrar las respuestas máximas (cortante basal y distorsión del primer entrepiso) de las estructuras consideradas ante un sismo específico, modificando el periodo del sitio en que se desplantan desde 1 hasta 5 s. En este caso se estudiaron terrenos con rigideces distintas y por lo tanto velocidad de propagación de ondas de cortante diferentes ( $\beta_s = 50, 75, 100$  y  $150$  m/s). Para el cálculo de las distorsiones de entrepiso se utilizaron los desplazamientos horizontales relativos sin considerar la contribución del movimiento de cuerpo rígido.

Como resultados se presentan gráficas de la variación de las respuestas máximas en función del periodo dominante del sitio. Por otro lado, también se calcularon los cocientes entre las respuestas máximas de las estructuras con y sin efectos de interacción, así como los cocientes entre las respuestas máximas de las estructuras con y sin primer piso flexible, para poder apreciar en qué condiciones aumentan o disminuyen las respuestas.

### 4.3 Función de transferencia

Aquí se presentan resultados representativos del primer grupo de pruebas, poniendo énfasis en aquellos que permiten observar los fenómenos que se estudian en este trabajo.

En la figura 4.7 se exhiben las funciones de transferencia entre la azotea y el movimiento de campo libre para los modelos M10reg y M10pf sobre base rígida, y los modelos M10reg y M10pf sobre base flexible en un terreno blando con periodo igual a 2.5 s.

En esta gráfica se pueden destacar algunos efectos interesantes. En primer lugar, se manifiesta la influencia tanto del primer piso flexible como de la ISE sobre la frecuencia fundamental del sistema. En ambos casos la frecuencia fundamental disminuye respecto a la del modelo M10reg sobre base rígida debido al aumento en la flexibilidad del modelo. Esta reducción es de aproximadamente el 37% para la combinación de los dos efectos. En cuanto a modos superiores, es claro que el primer piso flexible influye en el valor de sus frecuencias. La ISE solamente influye en el valor de la frecuencia fundamental.

La relación entre la frecuencia característica del primer modo y la de modos superiores, en los casos de los modelos M10reg y M10pf sobre base rígida, se aproxima a la estimada para estructuras de cortante ( $f_1, f_2=3f_1, f_3=5f_1, f_4=7f_1$ ), lo que muestra que la presencia del primer piso blando influye de manera similar en la variación del valor de las frecuencias de todos los modos. Cuando se consideran estos mismos modelos (M10reg y M10pf) sobre base flexible, la relación entre frecuencias varía ( $f_1, f_2=4f_1, f_3=6f_1, f_4=8f_1$ ) lo que muestra como la ISE influye de manera mucho más importante en el primer modo.

Otro aspecto a destacar es la reducción en la amplificación del movimiento con respecto al modelo M10reg sobre base rígida. En el caso de base flexible este fenómeno era de esperarse debido al amortiguamiento adicional por radiación. Por

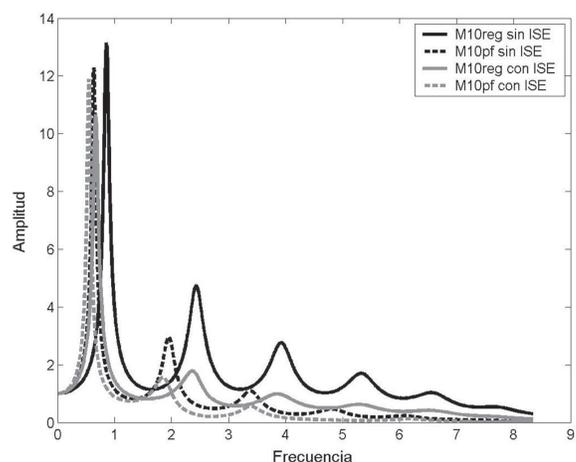


Figura 4.7. Funciones de transferencia de azotea de los modelos M10reg y M10pf con y sin ISE.

otra parte, se puede apreciar que, al considerar la base flexible y la presencia de un primer piso blando, el primer modo resulta ser relativamente más importante que los modos superiores.

Se corrobora que los efectos ISE modifican de manera importante únicamente el valor de la frecuencia del primer modo, manteniendo las frecuencias de modos superiores invariables, mientras que la presencia del piso flexible modifica todas las frecuencias asociadas a los modos de respuesta, aunque sea ligeramente. Por otro lado se aprecian las reducciones en las amplificaciones del movimiento en modos superiores, debidas a la interacción cinemática.

La amplificación del movimiento en la azotea del edificio es menor cuando se presenta una discontinuidad de rigidez en el sistema. Observando por separado los efectos ISE y la influencia del primer piso flexible, se nota claramente como los valores del cociente espectral entre el movimiento en la azotea y el movimiento de campo libre son menores que para el caso de regularidad en altura. Esta reducción se debe al amortiguamiento extra que introduce la base flexible, amortiguamiento originado por la radiación de ondas identificado previamente en los fenómenos de interacción (Roësset, 2006). Se produce gracias a la capacidad de la cimentación de liberar energía en forma de ondas que viajan al interior del estrato de desplante, y crece a medida que el estrato de suelo tiene un espesor mayor hasta un valor límite a partir del cual se puede considerar al estrato como un semiespacio infinito. La presencia del primer piso flexible no influye en este fenómeno.

Tanto los efectos ISE como el contar con un primer piso flexible producen que la participación del modo fundamental del sistema sea mayor, pero en magnitudes distintas. La influencia de los efectos ISE en este fenómeno se puede atribuir al movimiento de cuerpo rígido de la estructura. El modo fundamental de una estructura de varios grados de libertad corresponde casi siempre a una configuración dinámica en la cual todas las masas del sistema se están desplazando hacia la misma dirección. Cuando una estructura desplantada sobre terreno blando es sometida a una carga dinámica, presenta efectos de cabeceo y traslación como de cuerpo rígido. Esta flexibilidad de la base, genera que los modos superiores tengan una menor participación.

Al considerar cada uno de los fenómenos (ISE y primer piso flexible) por separado en el análisis de las amplitudes de los primeros modos en la función de transferencia, se muestra que no siempre existirá una reducción a medida que el sistema sea más flexible, como sucede para la frecuencia fundamental, aunque al introducir ambos fenómenos la amplificación del movimiento es más pequeña que la de las condiciones regulares sobre base rígida, al menos para los modelos aquí analizados.

En la figura 4.8 se presentan las funciones de transferencia entre la traslación del primer nivel y el movimiento en campo libre, considerando los mismos modelos y características utilizadas para el cálculo de la figura 4.7.

Algunos fenómenos distintos se observan cuando se examina la amplificación del primer nivel. Debido a que las frecuencias naturales del sistema deben ser las mismas independientemente del nivel que se esté analizando, las variaciones en la frecuencia son iguales.

Con respecto a las amplificaciones de la respuesta estructural,

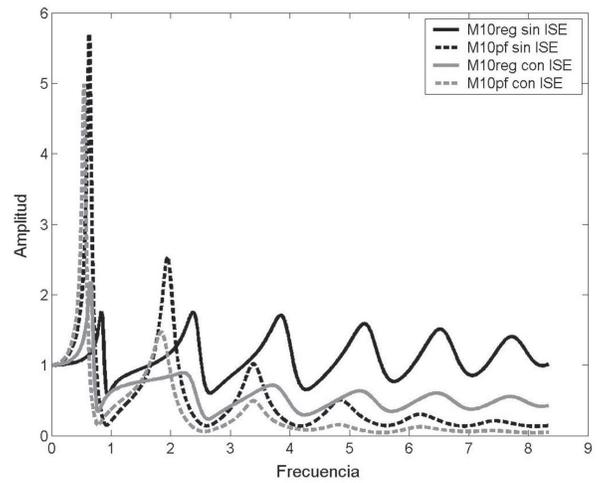


Figura 4.8. Funciones de transferencia del primer nivel de los modelos M10reg y M10pf con y sin ISE.

al, los efectos difieren. Como era de esperarse, las amplificaciones del modelo M10pf son considerablemente mayores que las del modelo M10reg, debido al contraste de rigideces entre el primer y segundo entresijos; este punto se discutió previamente en el capítulo 1.

Un fenómeno no anticipado es el aumento en la amplificación de la respuesta cuando se introduce la flexibilidad del suelo, sobre todo en el primer modo. Aquí se observa claramente como, cuando se trata de una estructura regular, la consideración de los efectos ISE aumenta la amplificación de la respuesta, mientras que si se tiene un contraste de rigideces importante en los primeros niveles, el efecto de interacción disminuye la amplitud de la función de transferencia.

La presencia del piso flexible puede aumentar de manera considerable la amplificación del movimiento en el primer nivel, pero además, los efectos ISE también pueden contribuir al aumento de la amplificación del movimiento en este entresijo, cuando se trata de estructuras con regularidad en altura, ya que la introducción del cabeceo produce que el primer modo se lleve una participación mayor que los modos superiores.

Nuevamente, y de una manera mucho más clara, se puede percibir como los efectos ISE y la presencia del primer piso flexible propician una mayor contribución del primer modo en la respuesta global de la estructura. En los modelos de 5 y 15 niveles, estos fenómenos son consistentes.

En el siguiente juego de gráficas se ilustra la influencia del periodo dominante del sitio en la función de transferencia del sistema. En la figura 4.9 se comparan las funciones de transferencia del modelo M10reg desplantado sobre sitios con periodo dominante igual a  $T_s = 1, 2.5$  y  $4$  s.

Debido a que la variación del periodo dominante del terreno está controlada por el espesor del estrato, ya que la velocidad de propagación de las ondas de cortante es constante para los tres casos, el único efecto que se observa es la atenuación de la respuesta al crecer el periodo del sitio. Esto es debido a que el efecto del amortiguamiento material es mayor cuando aumenta el espesor del estrato. Al tratarse de suelos con la misma rigidez para todos los casos, las frecuencias naturales del sistema no cambian, son independientes de la profundidad del estrato. Como puede observarse en la figura 4.10, este efecto es similar en los sistemas con primer piso

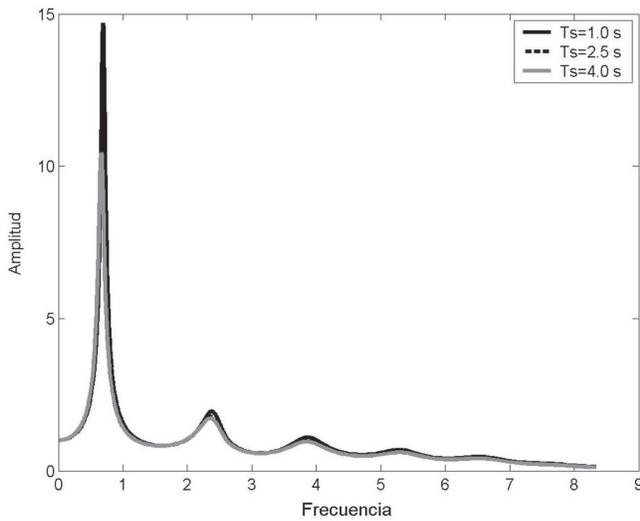


Figura 4.9. Funciones de transferencia de la azotea del modelo M10reg para sitios con  $T_s=1$  s,  $T_s=2.5$  s y  $T_s=4$  s.

flexible, aunque menos acentuado.

Es importante considerar que el impacto de la variación del periodo dominante del sitio se refleja en la amplificación de la respuesta del suelo, en otras palabras, en los efectos de sitio.

En las figuras 4.11 a 4.13 se comparan las funciones de trans-

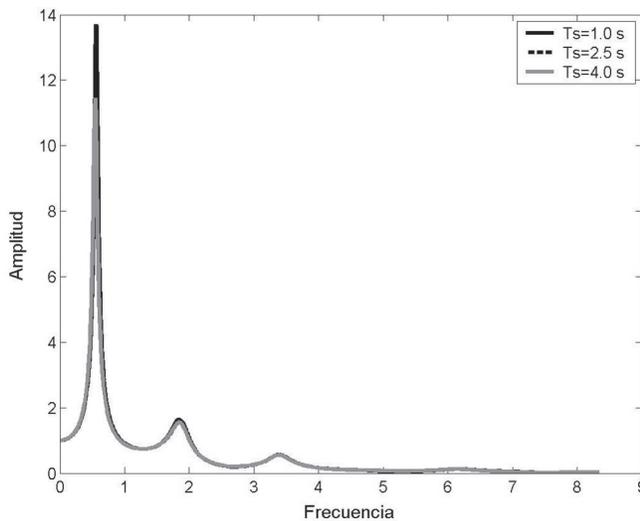


Figura 4.10. Funciones de transferencia de la azotea del modelo M10pf para sitios con  $T_s=1$  s,  $T_s=2.5$  s y  $T_s=4$  s.

ferencia de los sistemas con regularidad en elevación (M5reg, M10reg y M15reg) sobre base rígida con las de los sistemas con piso flexible (M5pf, M10pf y M15pf), desplantados sobre un suelo con periodo dominante de  $T_s=4$  s. La amplificación de las funciones de transferencia para los tres casos con regularidad en elevación sobre base rígida es cercana a trece. Esta igualdad es conveniente, ya que permite comparar directamente cómo influyen los efectos ISE y piso flexible en la amplificación del movimiento para estructuras de distintos niveles. Es claro que la reducción de la frecuencia fundamental es mayor para el caso de 5 niveles, y va disminuyendo a medida que crece la altura de la estructura.

Por otro lado, en todos los casos es apreciable la atenuación de las funciones de transferencia cuando se introducen los efectos ISE y el primer piso flexible. Además, se puede observar como es mayor el impacto de la reducción de rigidez del piso blando, a

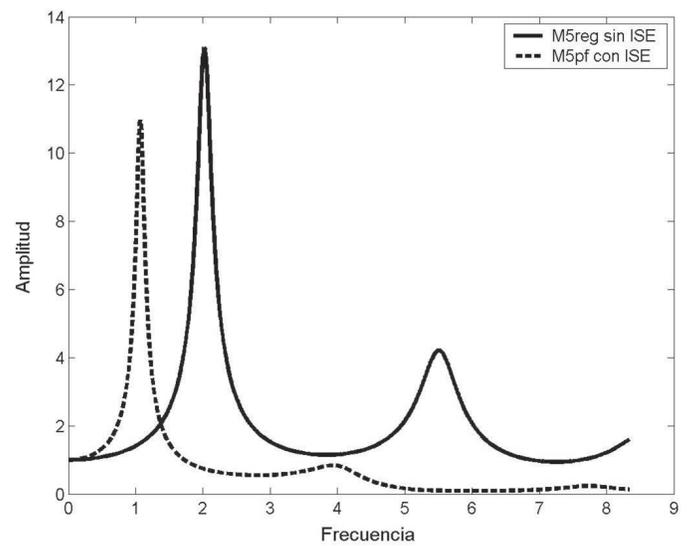


Figura 4.11. Comparación de los modelos M5reg sobre base rígida y M5pf sobre base flexible.

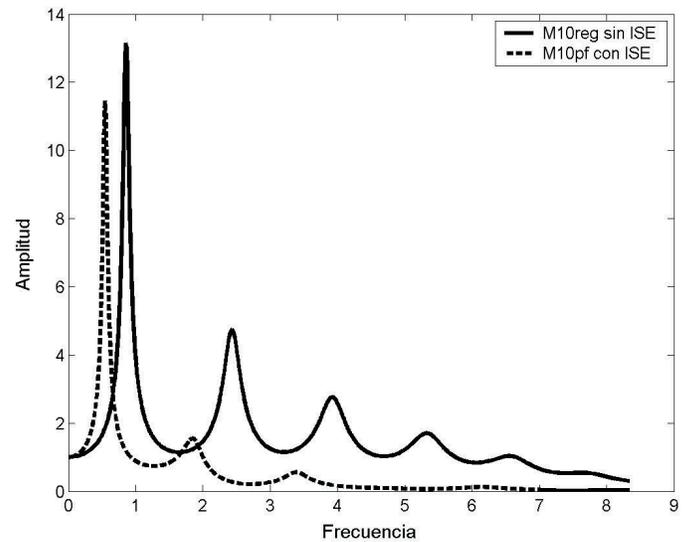


Figura 4.12. Comparación de los modelos M10reg sobre base rígida y M10pf sobre base flexible.

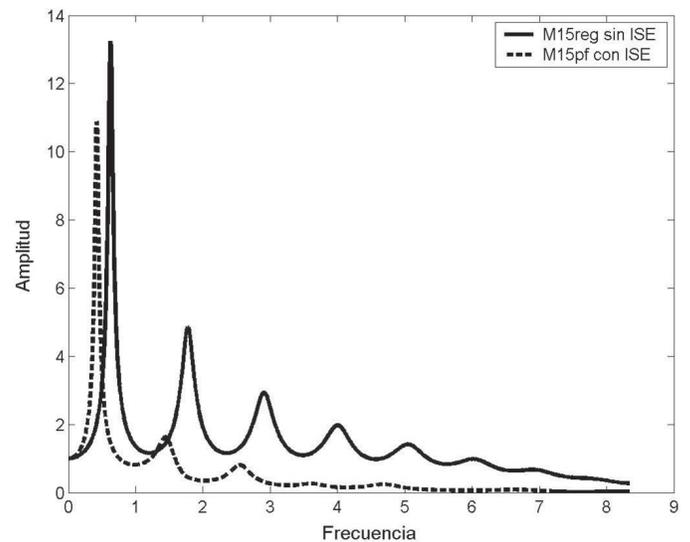


Figura 4.13. Comparación de los modelos M15reg sobre base rígida y M15pf sobre base flexible.

Tabla 4.4. Variación de frecuencias

Caso base	Caso modificado	Te caso modificado	% de variación de la frecuencia
M5reg base rígida	M5pf base rígida	0.78	37.2
M10reg base rígida	M10pf base rígida	1.57	26.1
M15reg base rígida	M15pf base rígida	1.89	15.9
M5reg base rígida	M5reg base flexible	0.69	29.0
M10reg base rígida	M10reg base flexible	1.52	23.7
M15reg base rígida	M15reg base flexible	2.13	25.4
M5reg base rígida	M5pf base flexible	0.94	47.9
M10reg base rígida	M10pf base flexible	1.85	37.3
M15reg base rígida	M15pf base flexible	2.38	33.2

medida que el modelo tiene menor número de niveles.

La reducción de la frecuencia fundamental de cada uno de los sistemas se reporta en la tabla 4.4, tomando como referencia siempre el sistema con regularidad en altura desplantado sobre base rígida.

Con estos resultados se puede apreciar que a medida que el parámetro de interacción y reportado en la tabla 4.3 tiene valores más pequeños, la influencia de los efectos ISE es mayor.

Como ya se mencionó, en los resultados presentados hasta el momento sólo se ha analizado la influencia de los efectos ISE y el primer piso flexible en las propiedades dinámicas de los sistemas. Este es un análisis valioso, ya que permite ver cómo se afectan estas propiedades, pero no es suficiente para determinar en casos específicos si los efectos son benéficos o dañinos.

Es por esta razón que se diseñó otro grupo de pruebas, en las cuales se determina la influencia de los efectos aquí descritos en parámetros que inciden directamente en el comportamiento de la estructura, como son el cortante basal máximo y la distorsión máxima del primer entrepiso.

#### 4.4 Cortante basal y distorsión de entrepiso

Para estas pruebas se utilizó como movimiento de control el sismo del 19 de septiembre de 1985 registrado en CU, con un periodo dominante del orden de 2 s, cuyo espectro de amplitudes de Fourier se muestra en la figura 4.14.

En la figura 4.15 se presenta la variación del cortante basal máximo en función del periodo fundamental del sitio. Se utilizaron los modelos M10reg y M10pf, cada uno considerando base rígida y base flexible. En todos los casos se consideraron los efectos de sitio, suponiendo un suelo con velocidad de propagación de ondas de corte de  $\beta_s = 50$  m/s.

Se puede observar que el cortante basal resonante se presenta para periodos de sitio cercanos a los periodos de cada uno de los sistemas (ver tabla 4.1). Claramente se observa que el periodo del sistema se alarga más por interacción que por piso flexible.

En este caso, el sistema que presenta el mayor cortante basal máximo es el que corresponde al modelo M10pf sobre base flexible debido a un fenómeno de doble resonancia. En primera instancia, el suelo con periodo cercano a los 2 s entra en resonancia con el movimiento de control cuyo periodo dominante es del mismo orden, y a su vez, el modelo M10pf sobre base flexible entra en resonancia con el movimiento de entrada.

Para los otros tres sistemas, se presenta un aumento en el valor del cortante basal a medida que la rigidez del sistema es mayor. Con excepción de los sistemas cuyo periodo fundamental se encuentra alrededor de los 2 s, es clara la tendencia del cortante basal máximo a crecer a medida que el sistema tiene

una mayor rigidez. Esto es lógico que suceda en presencia del primer piso flexible, ya que a mayor rigidez el sistema toma mayor fuerza. Para los efectos ISE, la disminución en el valor del cortante se puede atribuir al mayor nivel de amortiguamiento que tiene el sistema

En función del periodo dominante del sitio, se calcularon los cocientes entre los cortantes basales máximos de los modelos M10pf y M10reg, para las condiciones de base rígida y flexible. Estos resultados se muestran en la figura 4.16. Cuando se realiza el análisis sin considerar los efectos de interacción se pueden definir claramente tres zonas. La primera entre 1 y 1.5 s en donde la presencia del piso flexible reduce el valor del cortante basal. Obviamente esta reducción obedece a la modificación del periodo de la estructura, ya que el modelo M10reg con base rígida presenta un periodo natural de 1.16 s. En la segunda zona ubicada entre 1.5 y 2.5 s sucede un efecto contrario al pre-

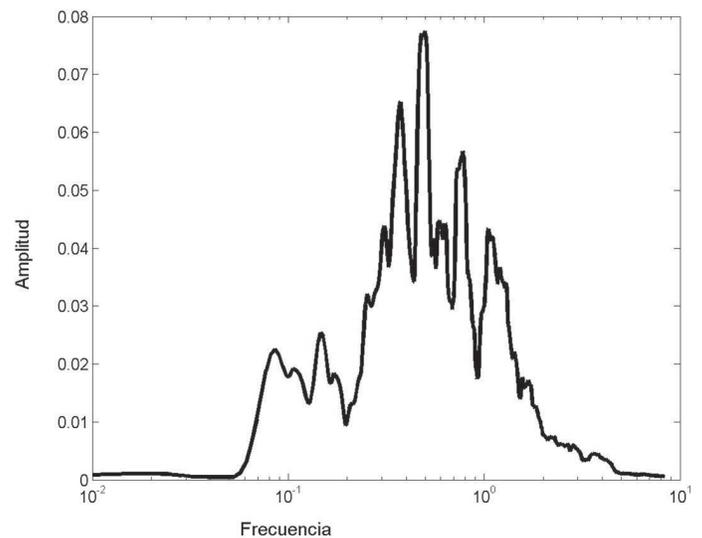


Figura 4.14. Espectro de amplitudes de Fourier del sismo utilizado.

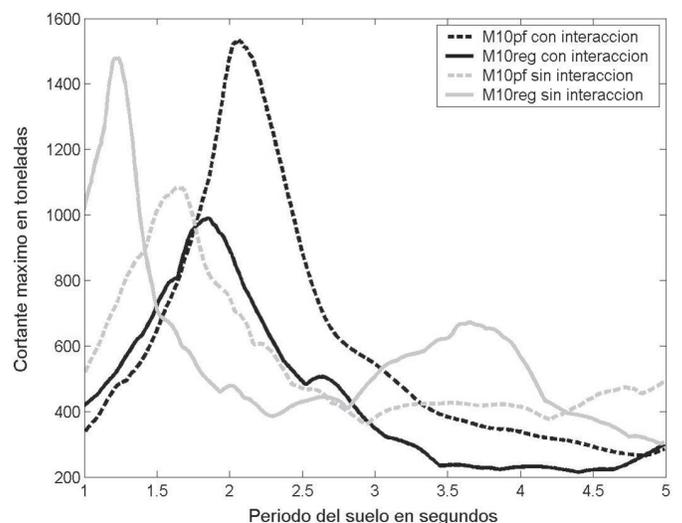


Figura 4.15. Variación del cortante basal máximo.

sentarse la resonancia del sistema M10pf, por lo que el valor del cortante basal para este modelo será mayor. En la tercera zona comprendida entre 2.5 y 4 s nuevamente el valor del cociente es menor a uno.

Al momento de introducir los efectos ISE los resultados cambian considerablemente. Solamente se delimitan dos zonas, una comprendida entre 1 y 1.8 s en donde el cortante basal para el modelo M10reg es mayor. A partir de 1.8 s y hasta 5 s, el cortante basal es mayor para el caso de la estructura con piso flexible. En el análisis no hay que perder de vista que el periodo dominante del movimiento de control es 2 s, lo que produce amplificaciones muy importantes en los sitios con periodo natural cercano a este valor.

En la figura 4.17 se presenta un análisis similar para un edificio de 5 niveles.

En este caso es difícil realizar un análisis claro, ya que debido a la alta rigidez de los modelos M5reg y M5pf, los periodos fundamentales de los sistemas compuestos con estos modelos sobre base rígida y base flexible son muy cortos por lo que no es posible ponerlos en resonancia con los periodos del suelo aquí considerados.

El único sistema en que se observa una clara resonancia muy

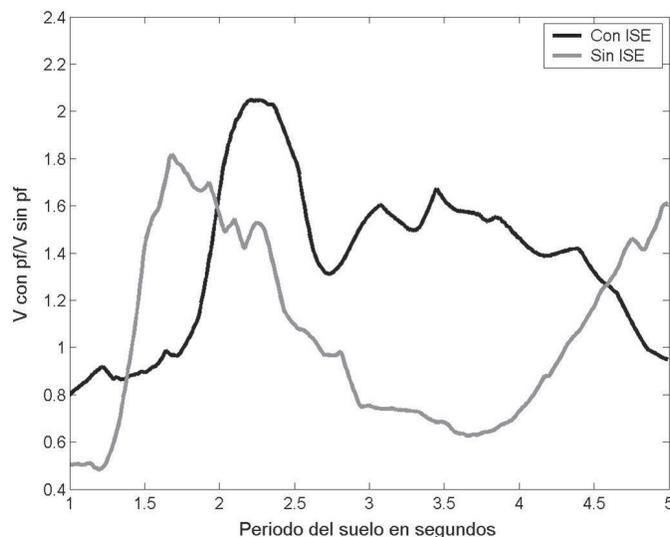


Figura 4.16. Cocientes entre los cortantes basales máximos de los modelos M10pf y M10reg, con y sin efectos ISE.

cerca de 1 s es aquel compuesto por el modelo M5pf sobre base flexible. Con todo y estas limitaciones es posible observar como a medida que el sistema tiene una mayor rigidez los valores de cortante basal son más altos.

Se calcularon los mismos cocientes para los modelos M5pf y M5reg que los que se calcularon para los modelos M10pf y M10reg. En este caso, se observa que el valor del cortante basal para el modelo M5reg con ISE es mayor que el del modelo M5reg sin ISE. Esto se debe al valor tan bajo de periodo del modelo M5reg. En el caso del modelo M5pf la gráfica se asemeja más a las de la figura 4.16.

Para destacar la influencia de los efectos ISE, se compararon las respuestas de cada uno de los modelos (M10reg y M10pf) sobre base flexible con respecto a las respuestas de estos mismos modelos considerando base rígida. Los resultados se

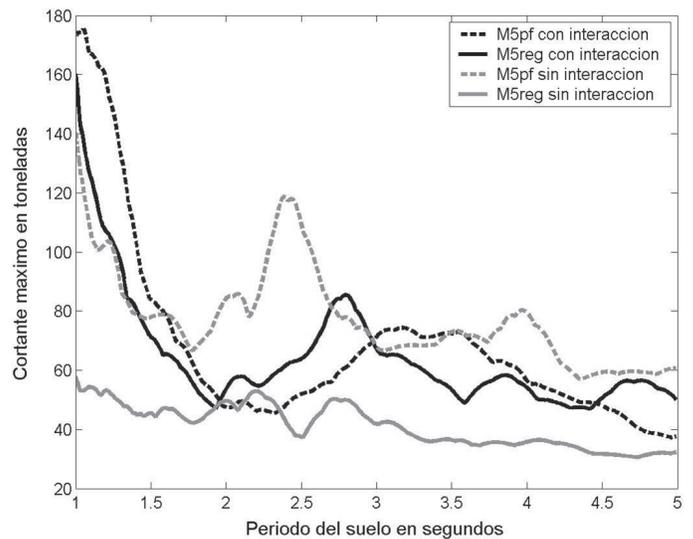


Figura 4.17. Variación de los cortantes basales máximos.

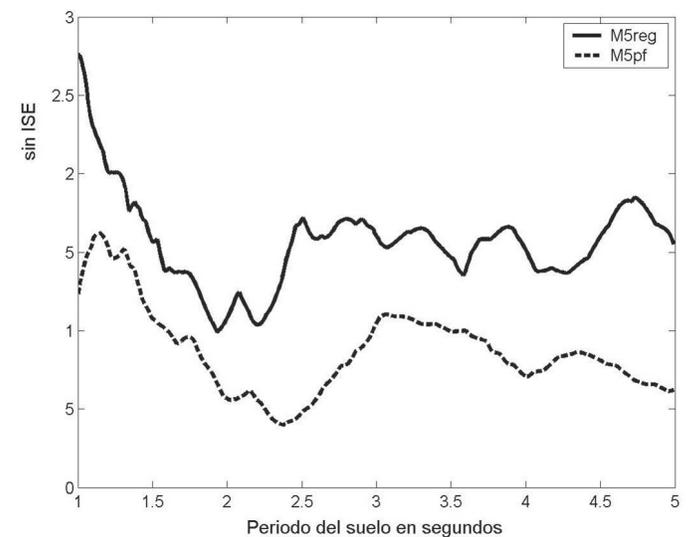


Figura 4.18. Cocientes entre los cortantes basales máximos de los modelos M5pf y M5reg, con y sin efectos ISE.

muestran en la figura 4.19.

La forma de ambos cocientes en función del periodo del sitio es similar. Salvo en las zonas claras de resonancia de los sistemas sobre base flexible, cuando se considera la ISE, el valor de los cortantes basales máximos es menor. Esta tendencia se repite para las estructuras de 5 y 15 niveles.

Como es bien sabido, las fuerzas a las que estarán sujetas las estructuras no son el único parámetro que interesa para establecer el daño que presentarán. Una medida importante para conocer esto es la distorsión máxima de entrepiso. En este caso se ha decidido estudiar el comportamiento del primer entrepiso.

El análisis en términos de distorsiones de entrepiso es enteramente similar al análisis que se realizó en términos de cortantes basales. En la figura 4.19 se presentan los resultados de los modelos M10reg y M10pf desplantados sobre un suelo blando ( $\beta_s = 50$  m/s) y sobre base rígida.

En esta gráfica se nota claramente que las distorsiones del primer entrepiso en los sistemas con piso flexible son mucho mayores que las de los sistemas regulares. Es interesante observar que aunque los cortantes producidos en los modelos

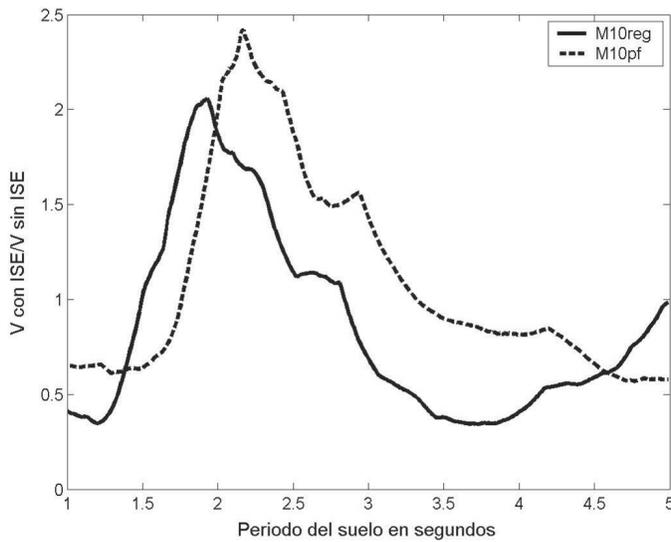


Figura 4.19. Cocientes entre los cortantes basales máximos con y sin efectos ISE de los modelos M10reg y M10pf.

M10reg con ISE y M10pf sin ISE (figura 4.15) son comparables, las distorsiones que experimenta el primer entrepiso de cada modelo son muy distintas.

Los cocientes entre las distorsiones máximas del primer entrepiso calculadas para los modelos M10pf y M10reg, ya sea con y sin efectos ISE se presentan en la figura 4.21.

Aunque los valores del modelo M10pf son mayores que los del modelo M10reg, para todos los casos, se observa que la forma de los cocientes es idéntica a la forma de los cocientes de cortantes basales máximos, lo que manifiesta la posibilidad de que la presencia de una discontinuidad importante en rigidez dentro del sistema, afecte de igual manera, aunque a distinta escala, tanto las fuerzas a las que esta sujeta la estructura como las distorsiones que sufrirá. Este factor de escala esta dado por la relación de las rigideces del primer entrepiso de los modelo M10reg y M10pf. Para este caso el factor es igual a 7.4.

Posteriormente se realizó el análisis de los cocientes entre las distorsiones máximas del primer entrepiso calculadas para los sistemas con y sin ISE mostrados en la figura 4.22. Los cálculos se efectuaron tanto para la estructura regular como para la irregular en altura.

Nuevamente los valores de estos cocientes de respuestas máximas son exactamente los mismos, ya sea que se encuentren en términos de cortante o distorsiones del primer entrepiso. En otras palabras, los efectos ISE afectan por igual a los cortantes que a las distorsiones en el caso de comportamiento elástico.

Analizando el valor de las distorsiones máximas de entrepiso se puede concluir lo siguiente. Según la física del problema, los sistemas con menor rigidez deberán presentar distorsiones mayores. Este hecho se observa claramente en la inclusión del primer piso flexible, ya que las distorsiones del primer entrepiso para estos modelos son mucho mayores que las distorsiones para los modelos con regularidad en altura debido a su menor rigidez. Además, como ya se mencionó anteriormente, el simple hecho de tener un contraste de rigidez tan alto entre un nivel y otro, genera amplificaciones importantes del movimiento a nivel local.

En el caso de la flexibilización del sistema debida a la consideración de los efectos ISE, no siempre se presentan distorsiones mayores en comparación a los sistemas sobre base rígida. Este fenómeno puede tener dos explicaciones, la primera es

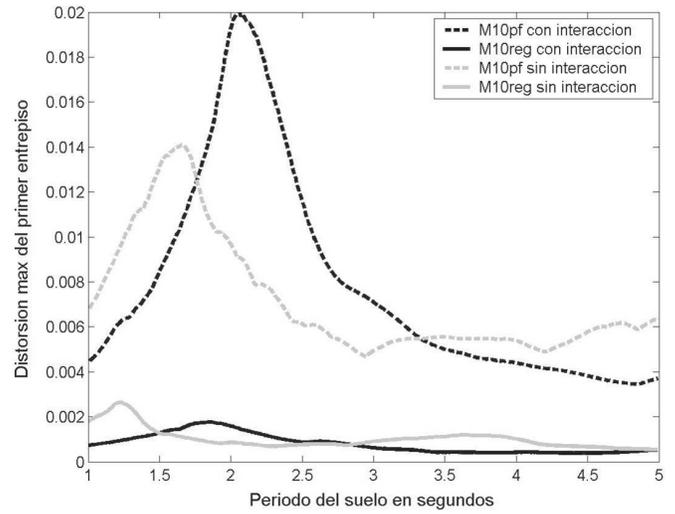


Figura 4.20. Variación de las distorsiones máximas del primer entrepiso.

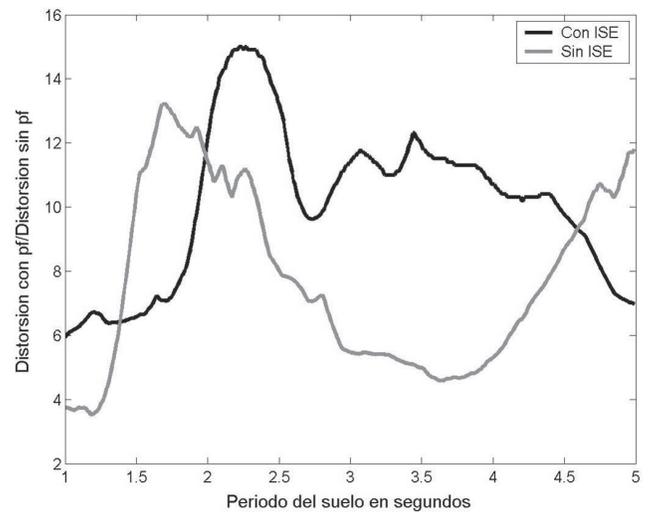


Figura 4.21. Cocientes entre las distorsiones máximas del primer entrepiso de los modelos M10pf y M10reg, con y sin efectos ISE.

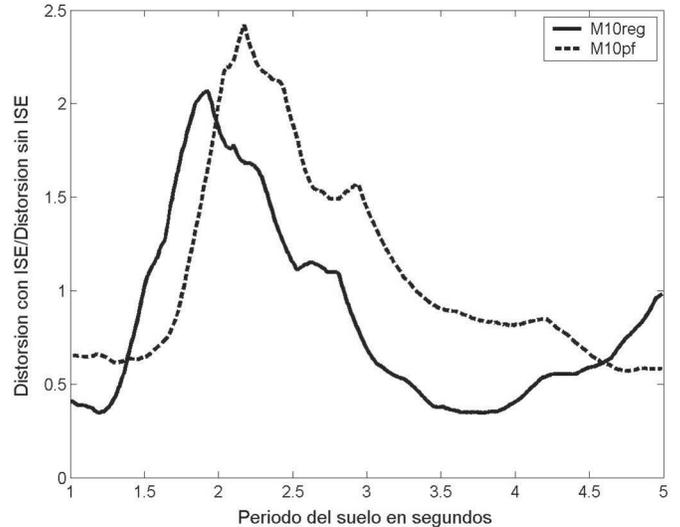


Figura 4.22. Cocientes entre las distorsiones máximas del primer entrepiso con y sin efectos ISE de los modelos M10reg y M10pf.

que la reducción en las distorsiones se deba a la inclusión de amortiguamiento por radiación discutido previamente, y un segundo enfoque en el cual la distorsión máxima de entrepiso

se reduzca debido a que la estructura tiene un movimiento de cuerpo rígido importante, lo que produce que, aunque existan desplazamientos considerables en todos los niveles, la distorsión de entrepiso sea pequeña.

De aquí se puede inferir que, aunque los efectos de ISE y la presencia del primer piso flexible tengan repercusiones similares a nivel de función de transferencia, en términos de las respuestas máximas los efectos son distintos.

Los cocientes entre las respuestas máximas de uno u otro sistema permiten observar para qué casos los efectos son benéficos o perjudiciales, en términos de la respuesta estructural del edificio.

En primera instancia se puede mostrar que los cocientes antes mencionados para todos los casos presentan valores mayores a uno en las zonas en donde entran en resonancia los sistemas. Esta observación demuestra que los efectos ISE tendrán una contribución favorable o desfavorable dependiendo de la zona espectral en que se encuentre. En el caso del primer piso flexible, obviamente siempre tendrá un efecto adverso en términos de la distorsión máxima del primer entrepiso, aún cuando el cambio de rigidez debida a este fenómeno aleje a la estructura de la zona de resonancia.

En la figura 4.23 se presentan las gráficas de los cocientes entre los cortantes de los modelos M5pf y M5reg con base flexible

y los correspondientes a los mismos modelos con base rígida, para distintas rigideces del terreno.

A medida que el terreno va siendo más rígido, los valores de los cortantes con y sin efectos ISE se van pareciendo, generando que el cociente entre ellos oscile cada vez más cerca de la unidad. Esto muestra que los efectos ISE, como es bien sabido, disminuyen a medida que la rigidez del terreno aumenta.

Como los efectos ISE son un fenómeno que aumenta a medida que el contraste de rigideces entre el suelo y la estructura es mayor, al existir una estructura más flexible (el modelo M5pf) se necesitará una rigidez del suelo menor para poder despreocuparlos. Esto queda de manifiesto en la figura 4.23 al observar que la línea punteada comienza a oscilar en valores cercanos a uno con una rigidez del suelo menor que el caso de regularidad en altura.

Fenómenos similares suceden en las estructuras de 10 y 15 niveles.

#### 4.5 Frecuencias antirresonantes

En las funciones de transferencia de los primeros niveles se aprecia claramente la presencia de frecuencias en las que la amplitud de dichas funciones tiene valores menores que uno, intercaladas con las frecuencias correspondientes a los modos naturales del sistema como se muestra en la figura 4.24. A es-

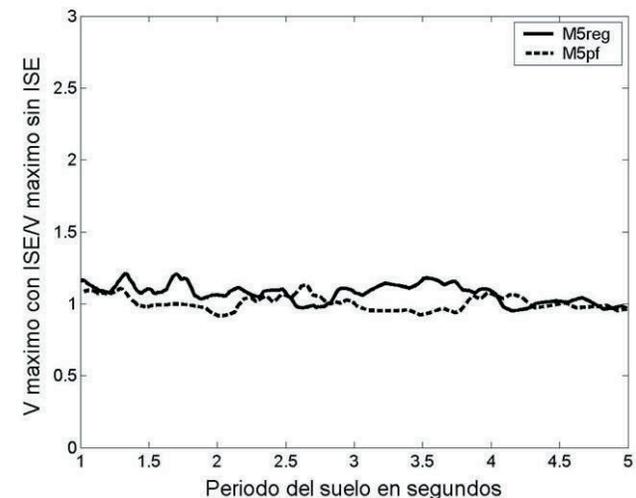
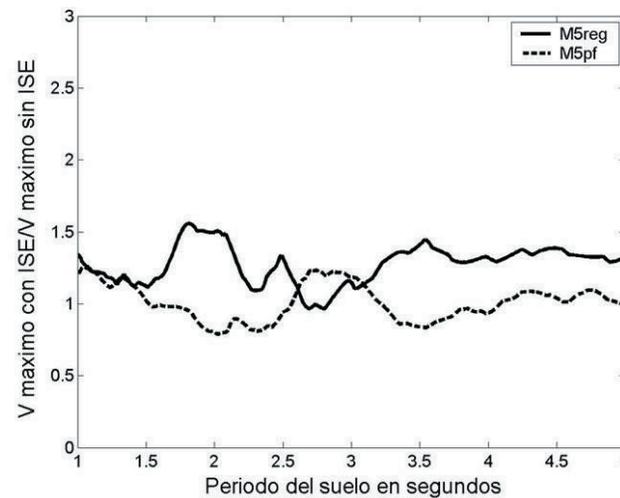
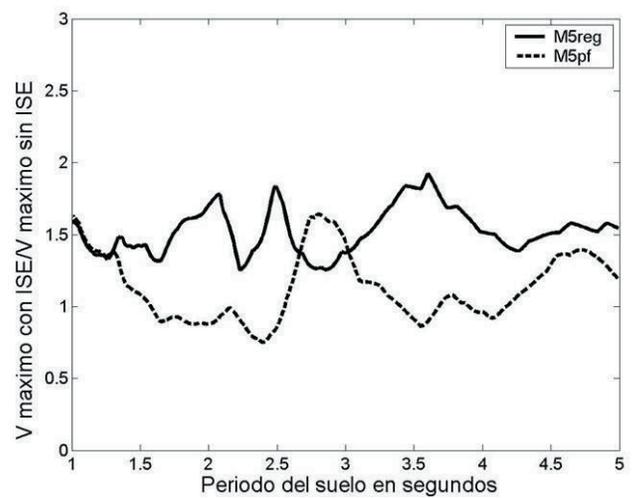
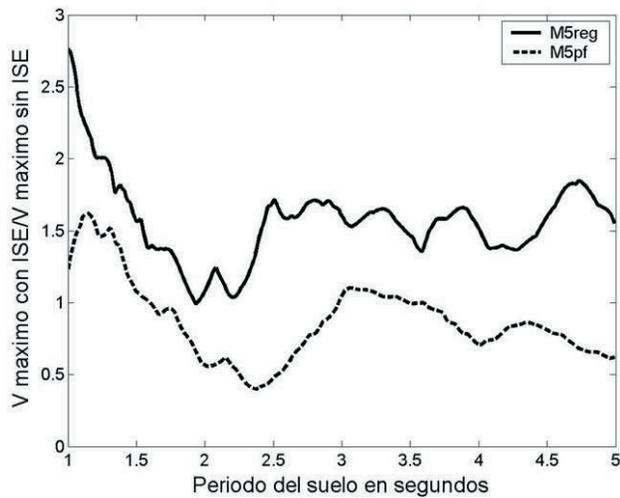


Figura 4.23. Diferentes condiciones de apoyo. ( $\beta_s = 50, 75, 100$  y  $150$  m/s)

tas frecuencias se les conoce como frecuencias antirresonantes (Yao y Lien, 2001).

La presencia de estas frecuencias significa que, si se logra igualar el valor de la frecuencia antirresonante del edificio al valor del periodo dominante de la excitación, el movimiento dentro de la estructura tendrá reducciones importantes.

Este fenómeno se presenta en estructuras de varios grados de libertad, sobre todo en los niveles inferiores. Cuando se comparan las funciones de transferencia de una estructura con regularidad en altura sobre base rígida y la misma estructura considerando los efectos ISE, el valor de la primera frecuencia antirresonante del segundo sistema se aproxima al valor de la frecuencia fundamental de la estructura sobre base rígida como se ve en la figura 4.25.

Además, los efectos ISE hacen más grande la reducción del movimiento en la frecuencia antirresonante. Por esta razón, si no se toma en cuenta la flexibilidad del suelo se podría sobreestimar los efectos del sismo en la estructura, ya que al presentarse un movimiento con periodo igual al de la estructura sobre base rígida se consideraría que la estructura está en resonancia, cuando en realidad el fenómeno sería exactamente el opuesto.

No obstante, la presencia de un primer piso flexible cambia influencia de los efectos ISE sobre las frecuencias antirresonantes. En las figuras 4.26 y 4.27 se ilustra este cambio.

En primer lugar, al introducir una irregularidad en altura, atenuación del movimiento en la frecuencia antirresonante mayor, por ejemplo, en este caso para el modelo M10reg sobre base rígida el valor de la amplificación en la frecuencia antirresonante es de un poco más de 0.5 mientras que en el modelo M10pf el valor para la primera frecuencia antirresonante claramente menor de 0.5.

Por otro lado, cuando se introducen los efectos ISE, la primera frecuencia antirresonante ya no se acerca a la frecuencia natural del sistema sobre base rígida; además la reducción en la amplitud de la función de transferencia ya no se presenta.

La variación de las frecuencias antirresonantes con los efectos ISE y las irregularidades en altura se presentan para los modelos de 5 y 15 niveles de manera similar.

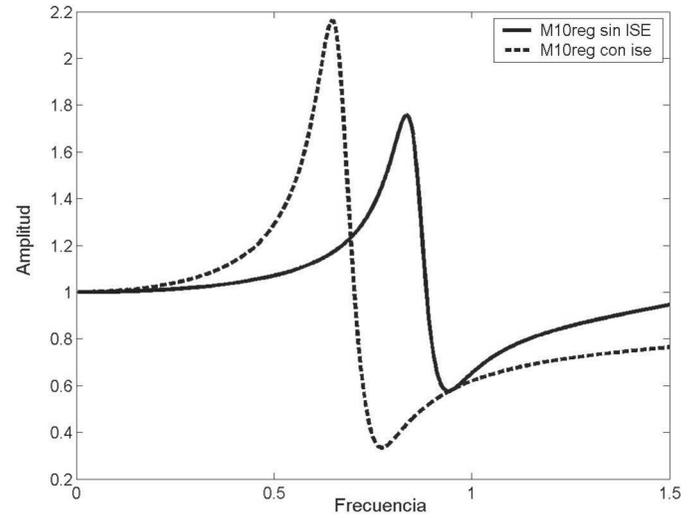


Figura 4.25. Cambio de la frecuencia antirresonante al momento de introducir los efectos ISE

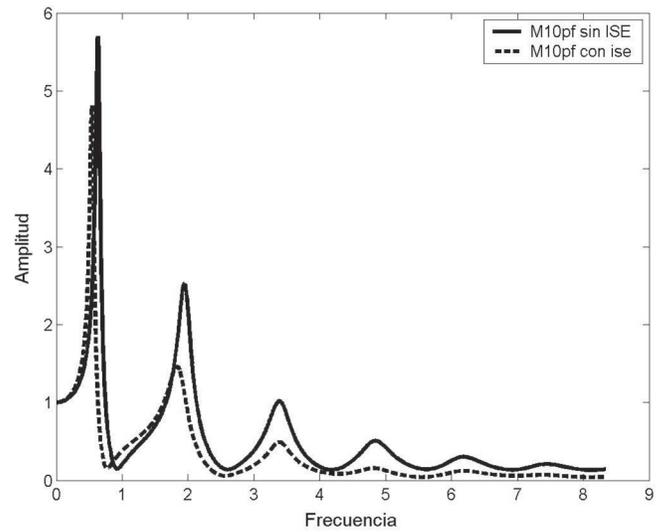


Figura 4.26. Frecuencias antirresonantes en un sistema con irregularidad en altura.

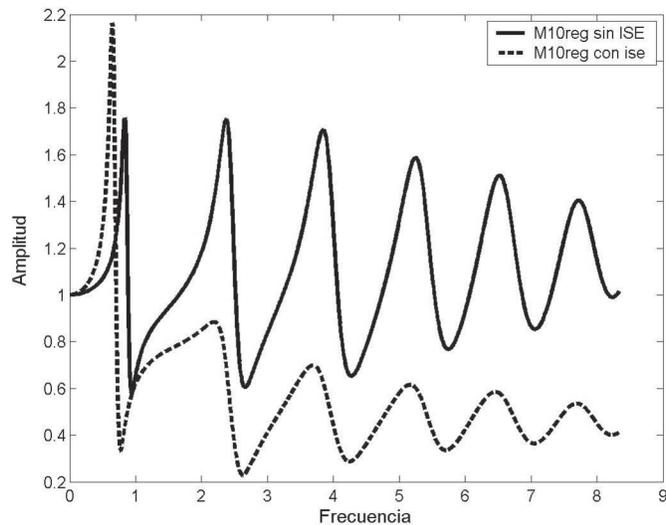


Figura 4.24. Frecuencias antirresonantes en un sistema con regularidad en altura.

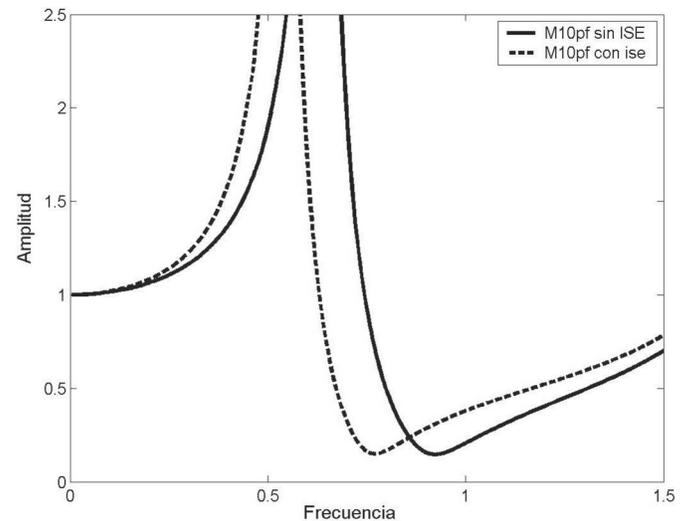


Figura 4.27. Cambio de la frecuencia antirresonante al momento de introducir los efectos ISE.

## 5. CONCLUSIONES

De los resultados presentados en este trabajo se aprecia claramente que la presencia del primer piso flexible influye en la reducción de todas las frecuencias naturales de la estructura, mientras que los efectos ISE solamente influyen de manera importante en el valor de la frecuencia fundamental del sistema. Así que en un sistema con piso flexible sobre un estrato blando, la reducción en la frecuencia de modos superiores está controlada casi en su totalidad por el contraste de rigideces entre el primer piso flexible y el nivel adyacente.

Al superponer los dos efectos, la flexibilización del sistema no es igual a la suma de las flexibilizaciones que produce cada uno de ellos por separado, sino que es menor. En otras palabras, parece que el impacto que tiene incluir un piso flexible en una estructura sobre un terreno blando, es menor en términos de rigidez que el impacto que tendrá este mismo fenómeno sobre base rígida. Esto es debido a que al introducir base flexible, el movimiento de la estructura como cuerpo rígido (cabeceo y traslación) adquiere una aportación importante en el desplazamiento total de los entrepisos, lo que aminora la importancia de las rigideces de los entrepisos.

Por otra parte, el impacto del primer piso flexible en la rigidez total del sistema disminuye al aumentar el número de entrepisos. En el caso de piso flexible esta tendencia puede responder a que al tener menor número de niveles, la reducción de rigidez en uno de ellos impacta de una manera más importante a la respuesta del sistema. Con respecto al efecto ISE, el impacto en la rigidez del sistema depende del valor del factor  $\gamma$ , que asocia las rigideces del suelo y la estructura. Esto se traduce en que en una estructura más flexible que otra con una misma rigidez del suelo la condición de apoyo se aproxima más a un empotramiento.

La reducción en la amplificación del movimiento a nivel global debida a la presencia de el primer piso flexible, se puede deber principalmente a un efecto de "aislamiento" que genera la baja rigidez del primer nivel, parecido al efecto que se desea producir al incluir aisladores de base en algunas estructuras. El problema en este caso es la gran amplificación local que se produce en el primer entrepiso.

Cuando se analiza la presencia de ambos efectos, es interesante observar que la amplitud de la función de transferencia para los efectos combinados es menor que el valor de la función de transferencia cuando se tiene primer piso flexible solamente, pero mayor que cuando se tiene una estructura regular sobre base flexible.

Para estructuras desplantadas sobre suelos blandos, aquellas que tienen el primer piso flexible presentan una amplificación menor en el primer modo debido probablemente que el efecto de "aislamiento" que se presenta para base rígida, este efecto no se conserva al introducir la interacción. De hecho se pueden producir amplificaciones mayores debidas a la presencia del primer piso flexible, ya que el primer modo toma una participación mayor.

Los efectos ISE y la presencia del primer piso flexible siempre reducen la amplificación del movimiento en modos superiores, debido a que por su naturaleza, hacen que el modo fundamental del sistema tenga una mayor participación.

Aunque la presencia del primer piso flexible pueda parecer benéfica a nivel global, la gran demanda de desplazamientos en

este entrepiso puede hacer fallar a la estructura. Los efectos ISE pueden contribuir a hacer menos drásticos los efectos producidos por una irregularidad en altura.

Cuando se tienen sistemas con primer piso flexible, al existir una rigidez mucho más baja en el primer nivel, el comportamiento global de la estructura es semejante al de un oscilador de un grado de libertad representado solo por el primer entrepiso. Es interesante comparar como el valor del movimiento en la azotea en el primer modo llega a ser hasta 7 veces mayor que el del primer entrepiso para estructuras regulares de 10 niveles, mientras que para estas estructuras con el primer piso flexible, es de sólo 2 veces. Este resultado pone de manifiesto que la respuesta global de la estructura esta influida en gran medida por la respuesta del primer nivel, lo que refuerza el hecho de la predominancia del primer modo en estructuras con piso flexible que hace que su comportamiento se asemeje al de un oscilador de un grado de libertad.

Para los casos analizados en este trabajo, en todos los resultados se muestra consistentemente que las estructuras con periodos cercanos a los 2 s presentan las respuestas máximas cuando se desplantan en terrenos con periodo similar, ya que el movimiento de control presenta en su espectro un claro pico en los periodos cercanos a los 2 s.

Se pone de manifiesto que, en el caso elástico, la influencia de los efectos ISE es la misma tanto en cortantes basales máximos como en distorsiones máximas, mientras que la influencia del primer piso blando es igual en forma pero de diferente magnitud.

Las frecuencias antirresonantes aparecen en sistemas de varios grados de libertad, principalmente en los niveles inferiores. Estas frecuencias podrían ser de gran ayuda en el diseño si se utilizarán sintonizándolas con la frecuencia característica del movimiento. Por supuesto que esta sería una metodología de diseño sumamente aventurada y peligrosa, ya que las frecuencias antirresonantes se presentan muy cerca de las frecuencias correspondientes a los modos naturales de las estructuras, lo cual hace que el menor error en el cálculo de estas frecuencias, o en la consideración de las características de la fuerza excitadora, sea fatal. Pero aunque esta filosofía de diseño no sea recomendable aplicar con las herramientas actuales, es una línea de investigación que debe explorarse más a fondo para encontrar un uso práctico.

En el caso de estructuras con regularidad en planta, al introducir los efectos de base flexible se muestra que el valor de la primera frecuencia antirresonante corresponde al valor del modo fundamental de la misma estructura desplantada sobre base rígida. Este resultado reafirma la importancia de considerar los efectos ISE, ya que al diseñar una estructura sobre base rígida pero que se desplanta sobre base flexible, se puede esperar un fenómeno de resonancia en el análisis, cuando en realidad se presenta lo contrario. Además los efectos ISE hacen que la reducción del movimiento en esta frecuencia sea mayor que en el caso de base rígida.

La presencia del primer piso flexible produce un efecto similar al de los efectos ISE en cuanto a la reducción del movimiento en la primera frecuencia antiresonante, pero esta reducción es aún mayor. En el caso del valor de la frecuencia, se puede ver que no cambia en relación con la de la estructura regular, por lo

que el valor de la frecuencia antirresonante está controlado por la dinámica de los niveles superiores. Cuando se introducen los efectos ISE en el modelo con piso flexible, las variaciones tanto en el valor de la frecuencia como en la reducción del movimiento ya son muy pequeñas, lo que indica que al superponer ambos efectos, el fenómeno de la frecuencia antirresonante está controlado en mayor parte por el primer piso flexible.

Los efectos ISE y la presencia del primer piso flexible generan cambios en la rigidez de los sistemas. Esto produce que la influencia de ambos efectos sobre la respuesta dinámica de las estructuras sea similar.

En términos de las funciones de transferencia a nivel global, los efectos son casi iguales para ambas condiciones, mientras que en las respuestas dinámicas máximas, su influencia depende mucho de la zona espectral en la que se encuentren.

La amplificación dinámica en el primer entrepiso y las distorsiones siempre se ven afectadas por el contraste de rigideces entre este nivel y el nivel superior. La presencia de base flexible hace menos crítico este efecto.

Ambos efectos producen una mayor participación del modo fundamental en relación con modos superiores y además flexibilizan el sistema. La influencia de los efectos ISE se presenta casi únicamente en este primer modo, mientras que el primer piso flexible modifica también las frecuencias de modos superiores.

Todas las conclusiones reportadas en este trabajo están basadas en resultados en el rango de comportamiento elástico.

## REFERENCIAS

- Avilés J y Pérez-Rocha L E (1996), **Evaluation of Interaction Effects on the System Period and the System Damping due to Foundation Embedment and Layer Depth**, Soil Dynamics Earthquake Engineering, Vol. 15, pp. 11-27.
- Avilés J y Pérez-Rocha L E (1998), **Effects of foundation embedment during building-soil interaction**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 27, pp. 1523-1540.
- Avilés J y Pérez-Rocha L E (2003), **Soil-structure interaction in yielding systems**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 32, pp. 1749-1771.
- Avilés J y Pérez-Rocha L E (2004), **Bases para las Nuevas Disposiciones Reglamentarias sobre Interacción Dinámica Suelo-Estructura**, Revista de Ingeniería Sísmica, No. 71, pp. 1-36.
- Chopra A (1995), **Dynamics of Structures**, Ed. Prentice Hall, Nueva Jersey.
- Crouse C.B. y McGuire J (2001), **Energy Dissipation in Soil-Structure Interaction**, Earthquake Spectra, Vol. 17, No. 2, pp 235-258.
- Gazetas G (1983), **Analysis of machine foundation vibrations: state of the art**, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 2, pp. 2-42.
- Gazetas G (1991), **Foundation vibrations, Foundation Engineering Handbook**, Ed. H Y Fang, Van Nostrand Reinhold, Nueva York.
- Gazetas G, Fan K, Kaynia A y Kausel E (1991), **Dynamic interaction factors for floating pile groups**, Journal of Geotechnical Engineering, ASCE, Vol. 117, pp. 1531-1548.
- Jennings P C y Bielak J (1973), **Dynamics of building-soil interaction**, Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 63, pp. 9-48.
- Kausel E, Whitman R V, Morray J P y Elsabee F (1978), **The spring method for embedded foundations**, Nuclear Engineering and Design, Vol. 48, pp. 377-392.
- MDS-CFE (1993), **Manual de diseño de obras civiles: diseño por sismo**, Comisión Federal de Electricidad e Instituto de Investigaciones Eléctricas.
- Mezzi M, Parducci A y Verducci P (2004), **Architectural and Structural Configurations of Buildings with Innovative Aseismic Systems**, 13 Conferencia Mundial de Ingeniería Sísmica, Vancouver, Canada.
- Mezzi M (2005), **Enhancing the Seismic Performance of Existing "Pilotis" Configurations**, Universidad de Perugia, Perugia, Italia.
- Miranda E y Reyes C (2002), **Approximate Lateral Drift Demands in Multistory Buildings with Nonuniform Stiffness**, Journal of Structural Engineering, Vol 128 No 7, Julio 2002, pp. 840 – 849.
- NTCDS-RCDF (2004), **Normas técnicas complementarias para diseño por sismo**, Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal.
- Paz M (1980), **Structural Dynamics: Theory and Computation**, Van Nostrand Reinhold, Nueva York.
- Roësset J M y Scaletti H (1979), **Nonlinear effects in dynamic soil-structure interaction**, Tercera Conferencia Internacional de Métodos Numéricos en Geomecánica, Aachen.
- Roësset J M (2006), **Curso Interacción Suelo-Estructura**, Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, México D.F.
- Sieffert J-G y Cevaer F (1992), **Handbook of Impedance Functions**, Ouest Editions, France.
- Veletsos A S y Meek J W (1974), **Dynamic behaviour of building-foundation systems**, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 3, pp. 121-138.
- Whitman R V y Bielak J (1980), **Design Earthquake Resistant Structures: Foundations**, Ed. E Rosenblueth, Pentech Press, Inglaterra.
- Wolf J P (1985), **Dynamic Soil-Structure Interaction**, Prentice-Hall, Nueva Jersey.
- Wong H L y Luco J E (1985), **Tables of impedance functions for square foundations on layered media**, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Vol. 4, pp. 64-81.
- Yao C.G. y Lien N (2001), **Soil-Structure Interaction Effect on Anti-Resonance Frequency**, Journal of the Chinese Institute of Engineers, Vol 24, No 1, pp. 45-54.