



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

CONTROL PID TOLERANTE A FALLAS PARA UNA
TURBINA DE GAS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE
DOCTOR EN INGENIERÍA

ÁREA: ELÉCTRICA CAMPO: CONTROL

P R E S E N T A:

MARINO SÁNCHEZ PARRA

DIRECTORA DE TESIS:

DRA. MARÍA CRISTINA VERDE RODARTE



2010

JURADO ASIGNADO

Presidente: Dr. Luis A. Alvarez Icaza Longoria

Secretario: Dr. Efraín Alcorta García

Vocal: Dra. María Cristina Verde Rodarte

1er. Suplente: Dr. Dionisio A. Suárez Cerda

2do. Suplente: Dr. Héctor Benitez Pérez

Lugar donde se realizó la tesis:

INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM

DIRECTORA DE TESIS:

Dra. María Cristina Verde Rodarte

**Este trabajo culmina un enorme esfuerzo que fue posible realizar gracias al cariño,
apoyo y comprensión recibidos de mi familia**

Mi esposa Irma

Mis hijos:

José Marino

Carlos Domingo

Marisol

Mis nietos: Elizabeth Mackena y Ehécatl Marino

Mi nuera Bethany

A mis padres, Marino y Asunción: con agradecimiento por haberme dado la vida

AGRADECIMIENTOS

Al Instituto de Investigaciones Eléctricas por el apoyo recibido para realizar este trabajo.

Al Instituto de Ingeniería de la UNAM por brindarme la oportunidad de realizar estos estudios.

A la Dra. Cristina Verde Rodarte, por la calidad de la dirección y guía constante durante la realización de este trabajo y por su calidad humana.

Al Dr. Dionisio Suárez Cerda, por su valioso apoyo y colaboración en el desarrollo de este trabajo y por la amistad iniciada.

Al Dr. Miguel Ángel Delgadillo Valencia, por abrirme la puerta del IIE en 1988, año del primer reto, cuando me invitó a colaborar en el desarrollo del primer sistema de control distribuido digital realizado para la CFE.

Al Dr. Salvador González Castro y al Ing. Rafael Chávez Trujillo, por su apoyo y confianza más allá de las palabras.

Al Dr. Jesus Darío Mina Antonio, joven amigo, por su apoyo para la realización de este trabajo.

A quienes me apoyaron en El Principio de mi desarrollo profesional brindándome un hogar: Sra. Socorro Ramírez Vda. de Abúndez, a la memoria del Sr. Mariano Abúndez Lozano y la Srta. Paz Ortega Rendón.

Resumen

Se describe un esquema de control tolerante a fallas con PID's aplicado al caso de fallas mecánicas en la turbina de gas de una Central de generación de Ciclo Combinado. El esquema está basado en un sistema de diagnóstico de fallas, familias de PID's estabilizantes para un sistema lineal y condiciones de estabilidad para un sistema conmutado lineal. El esquema propuesto permite ajustar el PID fuera de línea hasta lograr el desempeño transitorio deseado que garantiza operación confiable y segura de la turbina de gas, sometida a fallas de diversas intensidades que pueden producirse por fricción en el rotor del turbogenerador.

Previo al diseño del sistema de diagnóstico se presenta un estudio enfocado a la información redundante del modelo de la turbina. El estudio permite determinar las capacidades de monitoreo y detección con sensores convencionales. Con este análisis es posible concluir la existencia de un subsistema no detectable a fallas mecánicas, y con el propósito de eliminar tal subsistema se propone añadir la medición de la potencia del motor de arranque.

Considerando el nuevo conjunto de variables conocidas y usando el análisis estructural se obtuvieron once relaciones de redundancia analítica de la turbina de gas. A partir de estas relaciones, el análisis de detectabilidad y aislabilidad de fallas mostró que las fallas de todos los sensores y parámetros de la estructura son detectables, mientras que el aislamiento de fallas mostró la aislabilidad general de todos los sensores y parámetros, con excepción de dos sensores y tres parámetros no aislables entre sí, respectivamente. De esta forma es posible diseñar un sistema de diagnóstico integrando los generadores de residuos y una lógica de detección y aislamiento de fallas.

Con respecto al sistema de control, se usan familias de PID's estabilizantes de alto desempeño ajustados fuera de línea, basados en modelos lineales invariantes en tiempo de la planta nominal y plantas falladas los cuales son conmutados de acuerdo a las fallas. Los controladores son tolerantes a fallas porque están interconectados con el sistema de diagnóstico, que determina cuando ocurre una falla.

La determinación de una familia de PID's como superficie de parámetros para cada condición de falla (es decir $C_i \rightarrow P_{fi}$) es una técnica particular del estado del arte basada en el análisis de respuesta en frecuencia. Las familias de controladores permiten buscar superficies traslapadas de PID's a partir de las cuales es posible obtener una familia específica de PID's para el control de la turbina de gas. Con el objetivo de lograr el desempeño final deseado se realiza un ajuste fino, para lo cual se evalúan algunos PID's de la familia seleccionada usando ceros múltiples con k_p , k_i y k_d . Finalmente el PID seleccionado muestra una excelente respuesta transitoria, lineal y no lineal,

caracterizada por no tener sobretiro ni oscilaciones, con un tiempo de levantamiento pequeño.

Debido a que las condiciones de falla son consideradas como plantas conmutadas por fallas de diferentes intensidades, de P_0 a P_i , $i = 1, 2, 3, 4$, la estabilidad de los sistemas retroalimentados debe ser evaluada para lo que se utilizan herramientas de matlab del Toolbox de LMI y sistemas lineales politópicos.

Finalmente se realizan pruebas en simulación de dos diferentes conmutaciones del CTF con PID. Una basada en dos PIDs conmutados, de la planta nominal a un nuevo PID diseñado, y la segunda basada en un único PID que trabaja en todo el rango de operación de la turbina, que muestra mejores resultados.

Abstract

This thesis presents a fault tolerant control switching scheme with embedded fault detection and isolation system for the gas turbine of a combined cycle power plant. Mechanical faults of the turbogenerator are considered as case study. Previous to the control design, the detection and isolation capabilities of the gas turbine are studied by applying structural analysis to a first principles based gas turbine model. As a result, a new sensor was suggested to improve the detectability and isolability with respect to mechanical faults and sensors faults. Furthermore, the active fault tolerant control developed is based on stabilizing families of PID controllers which are tuned off-line and the plant switching scheme preserves the stability of the whole closed loop system, thanks to a careful selection of controller according to fault conditions. Simulation results with non-linear model show the potentiality of the procedure.

Índice general

Índice de figuras	III
1. Introducción	1
2. Caso de Estudio	7
2.1. Modelo de la turbina de gas	7
2.1.1. Compresor	8
2.1.2. Cámara de combustión	10
2.1.3. Turbina	11
2.1.4. Generador eléctrico	12
2.1.5. Recuperador de calor	12
2.2. Condición normal de operación	14
2.2.1. Control con controladores PI	15
2.3. Deterioro en la operación de la turbina	18
2.3.1. Problemas detectables	18
2.3.2. Degradación funcional	18
2.3.3. Falla crítica	19
3. Sistema de Diagnóstico de Fallas para la TG	21
3.1. Motivación	21
3.2. Redundancia	23
3.3. Detectabilidad y aislabilidad de fallas	25
3.4. Análisis de la estructura	26
3.4.1. Modelo estructural	26
3.4.2. Descomposición canónica	29
3.4.3. Búsqueda de Redundancia vía Aparejamiento Perfecto	30
3.4.4. Grafo redundante	31
3.4.5. Ciclos en el grafo	32
3.5. Estudio de la Estructura de la TG	33
3.5.1. Modelo estructural	33
3.5.2. Búsqueda de redundancia	34
3.5.3. Subsistema no detectable	43
3.5.4. Mejora de la redundancia	45
3.6. Análisis de resultados	47
3.6.1. Análisis de detectabilidad y aislabilidad.	47
3.7. Conclusión	48

4. Controlador PID Tolerante a Fallas	51
4.1. Introducción	51
4.2. Esquema pasivo tolerante a Fallas	52
4.3. Esquema de control activo tolerante a fallas	53
4.3.1. Formulación del problema de control	55
4.3.2. Estructura del sistema de control	56
4.3.3. Justificación del control PID	57
4.3.4. Viabilidad del controlador PID	57
4.4. Metodología	58
4.4.1. Ajuste del PID	58
4.4.2. Familia de controladores	66
4.4.3. Estabilidad conmutada	67
4.4.4. Desempeño satisfactorio ante fallas	68
4.5. Caso de estudio	69
4.5.1. Viabilidad del controlador PID para la TG	69
4.5.2. Resultados en Simulación	70
4.5.3. PID estabilizantes	70
4.5.4. Mejora del desempeño del PID estabilizante	74
4.5.5. Prueba de estabilidad del sistema conmutado	75
5. Conclusiones	79
6. Apéndices	81
6.1. Apéndice A - Lista de Acrónimos	81
6.2. Apéndice B - Variables del modelo de Turbina de Gas	82
6.3. Apéndice C - Modelo Estructural de Turbina de Gas	83
6.4. Apéndice D - Residuo r_{11} para fallas mecánicas	84
6.5. Apéndice E - Funciones de transferencia de TG	85
6.6. Apéndice F - Análisis lineal de modelos SISO de TG	86
Bibliografía	87

Índice de figuras

1.1. Esquema del sistema de control tolerante a fallas	5
2.1. Descripción de la Turbina de Gas con variables descritas en Apéndice B	9
2.2. Arquitectura de las componentes principales de la turbina de gas y variables compartidas	14
2.3. Esquema de control convencional de la Turbina de Gas	15
2.4. Variables controladas de la TG en rango completo de operación	16
3.1. Esquema generalizado de detección de fallas basado en redundancia	24
3.2. Descomposición canónica de matriz de incidencia en FDI	29
3.3. Matriz de incidencia MI del modelo estructural de turbina de gas	35
3.4. Matriz de incidencia de turbina de gas aparejada MI^* , algoritmo de aparejamiento por etapas	37
3.5. Matriz de incidencia aparejada triangularizada MI_T^* y relaciones auxiliares	38
3.6. Matriz de incidencia del modelo estructural de turbina de gas aparejada en forma triangular, con subsistemas $\mathcal{G}^0, \mathcal{G}^+$ y ecuaciones auxiliares	40
3.7. Grafo bipartita del modelo dinámico estructurado de turbina de gas	41
3.8. Descomposición canónica del modelo estructural de turbina de gas: $p = 37, q = 27, n = 30, m = 20, p - n = q - m = 7$	42
3.9. Sistema sobre restringido de turbina de gas con aparejamiento perfecto sin causalidad integral	44
3.10. Grafo redundante del sistema \mathcal{G}^0	45
3.11. Matriz de firma de fallas de sensores k_j	46
3.12. Matriz de firma de fallas de parámetros θ_j	46
3.13. Matriz de aislamiento de fallas de sensores k_j , casos de 10 y 11 RRA	49
3.14. Matriz de aislamiento de fallas de parámetros θ_j , caso de 10 RRA	49
3.15. Matriz de aislamiento de fallas de parámetros θ_j , caso de 11 RRA	50
3.16. Detección de falla por fricción del residuo r_{11} (ARR_{11}) en 5000s	50
4.1. Arquitectura del sistema pasivo de conmutación y sintonización con N modelos y controladores (Narendra, 1995).	53
4.2. Esquema activo de control tolerante a fallas.	54
4.3. Sistema lineal con retroalimentación unitaria y controlador PID	63
4.4. Intersección de dos familias de $PIDs$ con k_p constante	67
4.5. Diagramas de Bode del modelo lineal de TG para la planta nominal P_0 y plantas falladas $P_{f1}, P_{f2}, P_{f3}, P_{f4}$	71
4.6. Resultados en simulación con el PI nominal: comportamiento ante la falla por fricción con cuatro intensidades	71

4.7. Superficie estabilizante del PID con $k_p = 0.02$ e índices de desempeño $GM = 5db$, $PM = 20^\circ$ y $t_r = 200s$	72
4.8. Respuesta a escalón de la variable controlada k_{13} con $\Delta_{11} = 2$ y C_1^a	73
4.9. Potencia eléctrica generada con modelo no lineal y PID nominal hasta el instante de conmutación por falla $t_f = 5000s$ con PID C_1^a	74
4.10. Respuesta transitoria de k_{13} con 4 acciones derivativas para la falla P_{f1}	75
4.11. Respuesta con modelo lineal P_{f1} y C_{p1}^*	76
4.12. Respuestas del modelo no-lineal ante fallas de diferentes intensidades.	76
6.1. Implementación de RRA_{11} para detectar fallas mecánicas con residuo r_{11}	84
6.2. Resultados del análisis lineal de modelos SISO de TG para la falla por fricción del rotor	86

Capítulo 1

Introducción

Durante la primera década del Siglo XXI la producción de energía eléctrica se ha caracterizado por requerimientos de grandes eficiencias y reducciones significativas de emisiones contaminantes. En el mismo período se han consolidado las tecnologías que usan combustibles fósiles, principalmente el gas natural. En este contexto, un caso relevante es el proceso de Ciclo Combinado, llamado así por la combinación de dos ciclos termodinámicos. En el primero, llamado ciclo Joule (Giampaolo, 2003), se transforma la energía calorífica obtenida a partir de la combustión del gas natural a energía mecánica y finalmente a energía eléctrica, mientras que el segundo ciclo termodinámico llamado ciclo Rankine utiliza los gases de escape del primero, con alto contenido energético en forma de calor, para la generación de vapor produciendo energía mecánica y finalmente energía eléctrica.

En el proceso de ciclo combinado una Turbina de Gas (TG) impulsa al generador eléctrico y al compresor, descargando los gases de escape en un recuperador de calor, el cual es el enlace físico con el generador de vapor, de calidad suficiente para ser usado por una Turbina de Vapor (TV), que conduce un generador eléctrico adicional (Uram, 1977).

Con la finalidad de mejorar la eficiencia de este proceso termodinámico haciéndolo más rentable, durante el período de expansión de esta tecnología, a partir de los años noventa del siglo pasado se establecieron objetivos claros para el desarrollo de las turbinas de gas, buscando obtener mayor eficiencia, a fin de lograr más de 65 % del ciclo combinado y más de 35 % en el ciclo simple. Lo anterior se ha logrado en el periodo mencionado, manteniendo niveles bajos de contaminantes (del orden de 20 ppm) y más de 90 % de disponibilidad con 95 % de confiabilidad (Kellsag y Trogger, 2004). Los factores principales que impulsaron el enorme incremento en el uso del proceso de ciclo combinado basado en turbinas de gas operadas con gas natural fueron: menores costos de instalación y menor consumo de agua, mayor rentabilidad en la operación y reducción de gases

contaminantes con bajo perfil de emisiones (sin derivados de azufre y contenido mínimo de óxidos de nitrógeno NO_x), además de alta eficiencia (Owen y Harrison, 1999) y (Chia-Chin y Deng, 2005).

La componente clave de un ciclo combinado es la TG. Entonces la operación adecuada de la TG debe garantizar estabilidad, proporcionando desempeño satisfactorio y operación confiable del proceso completo. Consecuentemente, la interrupción del funcionamiento de la TG debida a fallas puede causar la interrupción del funcionamiento de todas las unidades del ciclo combinado. Además, los cambios en condiciones ambientales modifican el modo de operación de la TG y su eficiencia, determinados principalmente por coeficientes específicos de empuje, masa y consumo de combustible (Krutko, 2008). Considerando que la TG opera a muy altas velocidades y temperaturas, su operación rentable y segura depende principalmente del sistema de control. Fallas de actuadores, lecturas erróneas de sensores y los efectos de uso, que incluyen desgaste mecánico y térmico en sus componentes a lo largo del tiempo, afectan el desempeño rentable del proceso, incrementando los riesgos de fallas graves y los niveles de emisiones contaminantes. Estos hechos y la necesidad de evitar suspender la operación por fallas del proceso, imponen requerimientos estrictos al diseño del sistema de control tradicional para lograr la operación segura y confiable.

Como complemento a lo anterior, considérese un escenario ocasionalmente presente en turbinas de gas, donde el valor de algunas variables del proceso exceden los límites tolerados, causando la activación de:

- Múltiples alarmas, creando confusión en vez de diagnóstico preciso del problema. De ser posible la detección inmediata de la variable afectada, es poco frecuente el diagnóstico preciso.
- Simultáneamente con las alarmas se lleva a cabo una acción de protección automática jerarquizada: la cual puede ser una acción de retroceso (en el Inglés *runback*), disminución programada de una señal de referencia del control, o bien una señal de paro. Con frecuencia no se ataca el problema de origen, por lo que el retroceso no siempre resulta ser útil, mientras que el paro, aunque indeseable, resulta ser seguro.
- Personal experto a cargo de la operación y supervisión de la TG que por iniciativa propia, ejecuta acciones de retroalimentación. Lo anterior significa que el personal a cargo de la operación cierra el lazo de control al manipular en forma directa el elemento final adecuado.

El análisis de situaciones como las descritas anteriormente conduce a la reflexión que los sistemas tradicionales de alarmas de TG no son suficientemente seguros. No están dotados de inteligencia, lo que resulta crítico y además extremadamente peligroso, especialmente en procesos con dinámicas rápidas.

Además, es importante señalar algunos problemas técnicos capaces de activar alarmas críticas, los cuales se originan en:

- Sensores: promedios calculados carentes de criterios funcionales (termopares), selectores de valor mal configurados/ calibrados (sensores de presión o nivel).
- Actuadores: elementos finales mal calibrados (válvulas de control de combustible y posicionadores).
- En consecuencia es posible tener funcionamiento inadecuado de la TG, manifestado en forma de oscilaciones de presión en cámaras de combustión y/o oscilaciones de promedios de temperatura en empaletados de turbinas, etc., los cuales son casos críticos debidos a la operación en condiciones extremas que afectan la vida útil de la unidad.

Las fallas ocasionadas por acciones tardías también ocasionan interrupción del servicio, correcciones y sustitución de componentes, incluyendo hasta el daño irreparable de sistemas. En escenarios susceptibles de fallas como los descritos, las mejores alternativas de solución, hasta el momento actual, radican en las acciones del personal experto a cargo de la operación y supervisión de unidades. Lo anterior significa que existe un gran problema en la detección precisa y oportuna de fallas en TGs, debido principalmente a la carencia de métodos analíticos precisos capaces de ser automatizados. Este es uno de los motivos principales considerados para la realización del presente trabajo.

En este contexto, el objetivo de un sistema FDI es mejorar la tolerancia a fallas de los sistemas de control a fin de evitar estados críticos del proceso y situaciones catastróficas de gran costo económico y social. Entendiéndose por falla todo cambio en el comportamiento de alguno de los componentes del sistema (desviación no permitida de alguna de sus propiedades o parámetros característicos) de manera que éste ya no puede satisfacer plenamente la función para la cual ha sido diseñado (Blanke *et al.*, 2000). En el presente trabajo se designa como "falla crítica" la que provoca un desempeño inaceptable y como "falla grave" ó "falla total", aquella que evoluciona hasta alcanzar un grado en el que es necesario detener el funcionamiento del proceso, para evitar un daño irreparable o destrucción del mismo.

En consecuencia, se ha incrementado la demanda de supervisión del proceso con capacidades de detección de fallas y en los últimos años han sido desarrolladas diversas herramientas útiles para detectar e identificar fallas exitosamente, como son los Sistemas de Diagnóstico de Fallas (SDF), conocidos internacionalmente por FDI (de las iniciales en Inglés: *Fault Detection and Isolation systems*), por lo que de la comunidad internacional de control han surgido sistemas FDI basados en modelos (Gertler, 1998), (Patton *et al.*, 2000), (Isermann, 2006), (Ding, 2008), que utilizan modelos

matemáticos de la planta monitoreada. Sin embargo, la incertidumbre del FDI aún se considera un problema abierto a la investigación.

Asociado al tema de diagnóstico, se requiere que el sistema de control mantenga el proceso en un estado tolerable de falla, obtenido mediante esquemas pasivos o activos (Staroswiecki y Comtet-Varga, 2001). Como área de investigación emergente y activa en control automático, el Control Tolerante a Fallas (CTF) recientemente ha atraído mayor atención (Zhang y Jiang, 2008). De esta forma el diseño de sistemas de control tolerante a fallas es un área de desarrollo crucial del control automático moderno en el que se combinan varias disciplinas incluyendo la teoría de sistemas, para obtener un sistema en el cual la seguridad es la meta principal (Blanke *et al.*, 2003). Inicialmente, el CTF fue aplicado usando estrategias pasivas con redundancia de *hardware* y posteriormente se diseñaron estrategias de control en forma robusta para tolerar fallas de algún grado. Tomando en cuenta que la demanda de confiabilidad, seguridad y tolerancia a fallas de los procesos físicos es alta, es necesario diseñar sistemas de control activos capaces de tolerar fallas de los procesos físicos a fin de mejorar la confiabilidad y disponibilidad y a la vez proporcionar el desempeño deseado. Los sistemas de control con tales características son conocidos como Sistemas de Control Tolerantes a Fallas (SCTF), poseen la habilidad de acomodar automáticamente componentes falladas, siendo capaces de mantener la estabilidad del sistema completo y un desempeño aceptable ante la ocurrencia de fallas. Además, los esquemas de CTF activos incluyen el sistema FDI en la estrategia de control buscando obtener la detección, aislamiento e identificación oportuna de fallas (Kettunen *et al.*, 2008), considerando que en algunas circunstancias es posible aceptar un desempeño reducido (Zhang y Jiang, 2006).

Las tendencias recientes en la investigación y desarrollo de SCTF confirman la importancia de incluir sistemas FDI como componentes, como se muestra en trabajos realizados por (Theilliol *et al.*, 2008), (Niemann y Poulsen, 2009) y (Sánchez-Parra *et al.*, 2010). En este contexto también se ubica el trabajo realizado por (Staroswiecki *et al.*, 2007) que considera la importancia de mejorar el comportamiento del sistema durante el retardo de acomodamiento de la falla, con la finalidad de reducir la pérdida de desempeño. Paralelamente evoluciona la búsqueda de soluciones formales aplicables a sistemas no lineales con múltiples entradas y múltiples salidas conocidos como sistemas MIMO (acrónimo en Inglés de: *Multiple Inputs Multiple Outputs*) (Zhang *et al.*, 2008). En lo que respecta a la relevancia de algunos procesos físicos, como el considerado en este trabajo de tesis, la búsqueda de soluciones basadas en tecnologías emergentes continúa como lo muestran (Simani y Patton, 2008) que consideran el caso de una TG, sugiriendo un sistema supervisorio de CTF que usa métodos de identificación.

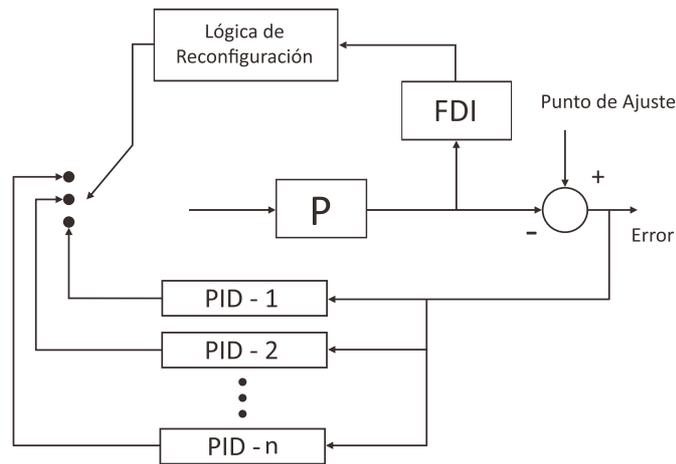


Figura 1.1: Esquema del sistema de control tolerante a fallas

La contribución de este tabajo de tesis doctoral es el desarrollo de un CTF que consiste en un sistema conmutable basado en familias de controladores de tipo Proporcional Integral Derivativo (PID), que contiene un sistema FDI formado a su vez por subsistemas de detección y aislamiento de fallas del proceso, seguido de un sistema para la reconfiguración del control. En la Figura 1.1, se muestra un diagrama de bloques del esquema de CTF (donde P es el proceso).

Se adopta como caso de estudio la TG de una Central de Generación de Ciclo Combinado (CGCC) en presencia de fallas mecánicas debidas al incremento en la fricción del rotor. Para desarrollar el sistema FDI primero se efectúa el análisis de monitoreabilidad y detectabilidad de la estructura del sistema (modelo dinámico de la TG) usando herramientas de grafos, con el objetivo de determinar el nivel de redundancia existente, útil en el diseño del sistema de diagnóstico y para la aplicación de mecanismos de tolerancia a fallas. El resultado del análisis muestra la necesidad de modificar la instrumentación de la TG para lograr la monitoreabilidad completa del proceso, haciendo posible la detección y aislamiento de fallas mecánicas en la sección turbina-generator del rotor, mediante la implementación de un generador de residuos.

Las familias de controladores PID están formadas por conjuntos de PID estabilizantes, sintonizados con la metodología propuesta en (Keel y Bhattacharyya, 2008) que utiliza modelos lineales invariantes en tiempo, conocidos como modelos LTI (acrónimo en Inglés de: *Linear Time Invariant*). Al aplicar este método a las plantas lineales correspondientes a la falla descrita con diferentes intensidades, se obtiene respuesta oscilatoria para cada caso. Por lo que se propone una técnica adicional para realizar el ajuste fino del controlador que satisface requerimientos de desempeño. La verificación se hace primero con herramientas LTI y después evaluando mediante simulación

realizada con el modelo de comportamiento. Finalmente se lleva a cabo un análisis de estabilidad de plantas con falla, en el contexto de plantas conmutadas según (Liberzon y Morse, 1999) considerándose como sistemas politópicos y mostrándose que la conmutación entre las plantas es estable.

Capítulo 2

Caso de Estudio

Una gran cantidad de sistemas físicos en los que se fundamentan los procesos industriales se encuentran formados por un conjunto de componentes interconectadas, además de sensores que proporcionan un conjunto de observaciones necesarias para lograr el control del proceso. Por lo que los modelos de comportamiento de los sistemas físicos consisten de conjuntos de expresiones formales (ecuaciones) relacionadas por medio de variables, y la deducción de las ecuaciones del modelo depende del tipo de conocimiento utilizado, como principios físicos, gráficas, tablas de datos, etc. Consecuentemente, el análisis basado en principios físicos permite obtener conjuntos de ecuaciones para cada componente del sistema, por lo que al incluir los límites operativos de las variables del sistema físico y las características limitativas de sus componentes esenciales, representadas por medio de parámetros, hace posible considerar a las ecuaciones como restricciones. Basado en los conceptos anteriores, en la sección 2.1 del capítulo se describen las componentes principales de la turbina de gas y los principios físicos y consideraciones específicas empleados para la deducción de las restricciones del modelo. Enseguida en la sección 2.2 se describe el sistema de control convencional empleado y las condiciones normales de operación que satisfacen la producción requerida de energía eléctrica en el punto de equilibrio de carga base. En la sección 2.3 se describen las causas principales que causan deterioro de la operación normal de las turbinas de gas, provocando una degradación funcional. Finalmente se describe la falla crítica de la turbina de gas considerada en este trabajo.

2.1. Modelo de la turbina de gas

El ciclo termodinámico de una turbina de gas (TG) es conocido como Ciclo Brayton o Ciclo Joule (Giampaolo, 2003), su funcionalidad depende de los equipos, o componentes principales,

mostrados en el diagrama simplificado de la TG de la Figura 2.1 y en el diagrama de bloques de la Figura 2.2: compresor (C), cámara de combustión (CC), turbina (T) y generador eléctrico (GE) además del recuperador de calor (REC) por ser un proceso de ciclo combinado. Adicionalmente, el sistema cuenta con dos válvulas de control de combustible de gas natural (una a la CC y la otra para los quemadores posteriores del recuperador de calor), una válvula de extracción de aire del compresor (o válvula de sangrado) y los álabes guía para controlar el flujo de aire al compresor llamados IGVs (acrónimo en Inglés de: *Inlet Guide Vanes*). La TG considerada corresponde a una de dos unidades turbogas, que junto con dos recuperadores de calor y una turbina de vapor forman un conjunto de generación de ciclo combinado Westinghouse PACE260 propiedad de la Comisión Federal de Electricidad (CFE). El modelo matemático que se describe originalmente fue realizado por Delgadillo en el año 1990 para evaluar un nuevo sistema de control realizado para la CFE y la versión empleada en este trabajo fue mejorada posteriormente por (Delgadillo y Fuentes, 1996). Se trata de un modelo dinámico no lineal de parámetros concentrados invariantes en tiempo. Las ecuaciones planteadas están basadas en los principios de termodinámica, de conservación de masa y conservación de energía, flujo de fluidos y transferencia de calor. Las consideraciones adoptadas para el desarrollo del modelo fueron: comportamiento de gases ideales, compresión isentrópica y característica de flujo lineal para todas las válvulas de control (Delgadillo y Fuentes, 1996). Con la finalidad de facilitar la descripción del modelo para el análisis posterior de su estructura, necesario para el desarrollo del esquema de control tolerante a fallas, se utilizan dos tipos de variables: las llamadas *conocidas* (medidas, sensadas) representadas por k_i en la Figura 2.1 y las *desconocidas* (no medidas, calculadas, entradas ajenas al control) representadas por x_j en la Figura 2.1, los *parámetros* del modelo se asumen de valor constante y se representan por θ_k . En el Apéndice B se incluye la descripción de las variables estructurales y su equivalencia con el modelo termodinámico, como se describe en (Sánchez-Parra *et al.*, 2010).

2.1.1. Compresor

En aplicaciones de ciclos de potencia el aire puede ser tratado como un gas ideal (Giampaolo, 2003). Entonces, aplicando la ley de gases ideales, la presión de descarga del compresor ó de entrada a la cámara de combustión k_1 en (c1) se puede expresar en función de la densidad de gases en la cámara de combustión x_1 y la temperatura de gases en la misma cámara x_6 . En (c2) se calcula el flujo de aire al compresor x_3 , aproximando la curva carga vs. flujo del compresor a una trayectoria parabólica, considerando que el flujo de aire depende de la posición de los IGVs k_5 , además de la presión en la descarga del compresor (o presión en CC k_1), la velocidad del rotor de la turbina k_2

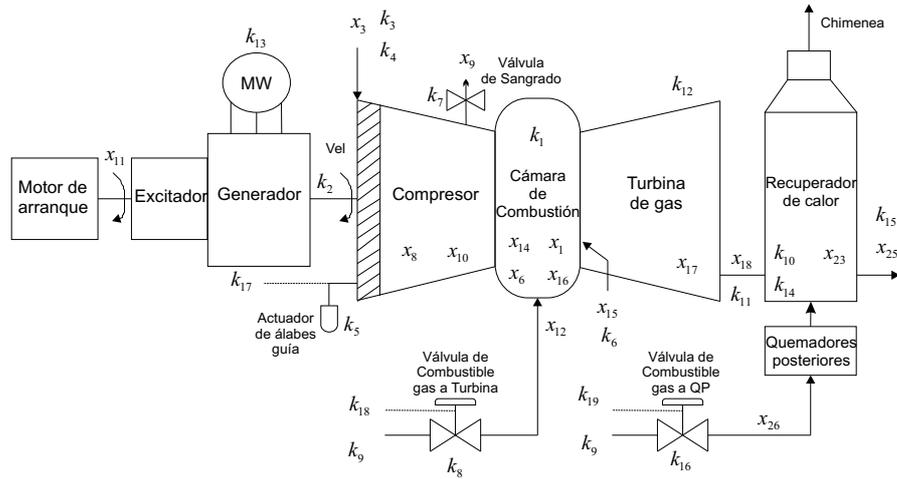


Figura 2.1: Descripción de la Turbina de Gas con variables descritas en Apéndice B

(considerada igual a la velocidad del compresor y del generador eléctrico) y la presión atmosférica k_3 . En forma similar se calcula la energía del compresor x_8 en (c3). Luego se efectúa un balance de flujo másico en (c6), donde se calcula el flujo de aire de salida del compresor x_{10} , basado en x_3 y el flujo de aire extraído del compresor x_9 , también llamado aire de sangrado x_9 . La temperatura del aire de salida del compresor k_6 se describe en (c4) como función de k_1, k_3 y la temperatura exterior k_4 ; x_9 en (c5) se modela como función de las variables sensadas k_1, k_3, k_6 y la posición de la válvula de sangrado del compresor k_7 . Finalmente, la rapidez de cambio de la posición de IGVs x_5 es función de la señal de control de IGVs k_{17} y la posición k_5 .

$$k_1 = \theta_0 x_6 x_1 \quad (c1)$$

$$x_3 = (\sqrt{\theta_1 k_2 + \theta_2 (k_1 - k_3)} + \theta_3) k_5 \quad (c2)$$

$$x_8 = \frac{k_3 x_3}{\theta_4 \theta_5} \left[\left(\frac{k_1}{k_3} \right)^{\theta_5} - 1 \right] \quad (c3)$$

$$k_6 = k_4 (k_1 / k_3)^{\theta_5} \quad (c4)$$

$$x_9 = k_7 \theta_6 \sqrt{(k_1^2 - k_3^2) / k_6} \quad (c5)$$

$$x_{10} = x_3 - x_9 \quad (c6)$$

$$\frac{dk_5}{dt} = \frac{k_{17} - k_5}{\theta_{25}} \quad (c7)$$

$$x_5 = \frac{dk_5}{dt} \quad (d1)$$

2.1.2. Cámara de combustión

El flujo de combustible a la cámara de combustión x_{12} in (c8) es función de la presión k_1 y la presión de entrada a las válvulas de control de gas k_9 , además de la temperatura de gases en CC x_6 y la posición del actuador de la válvula de gas de la TG k_8 . La ecuación (c8) se ajusta con un coeficiente de flujo el cual a su vez depende de la apertura y del tipo de válvula. De esta manera, para el cálculo del flujo de gas por la válvula de característica lineal, se tiene el coeficiente de flujo θ_7 mostrado. Aplicando el principio de balance másico, en (c9) se obtiene el flujo de gases a la CC x_{14} . Además del flujo de gases de salida de la CC x_{15} in (c10), que es función no lineal del rango de velocidad de la TG. En (c11) y (d2) se describe la rapidez de cambio de la densidad de gases x_2 , mientras que (c12) y (d3) corresponden a la rapidez de cambio de la temperatura de gases x_7 . Finalmente en (c13) y (d4) se calcula la rapidez de cambio de posición del actuador de la válvula de gas x_{13} .

$$x_{12} = k_8 \theta_7 \sqrt{(k_9^2 - k_1^2) / x_6} \quad (c8)$$

donde:

$$\theta_7 = 0.347162 \times \begin{cases} 0.5k_8 & \text{if } k_8 < 0.4 \\ k_8 - 0.2 & \text{if } 0.4 \leq k_8 \leq 0.8 \\ 2k_8 - 1.0 & \text{if } k_8 > 0.8 \end{cases}$$

$$x_{14} = x_{10} + x_{12} \quad (c9)$$

$$x_{15} = \begin{cases} \theta_8 \sqrt{\frac{k_1^2 - k_{10}^2}{k_{11}}} & \text{if } k_2 < 50rps \\ \theta_{21} \frac{k_1}{\sqrt{x_6}} & \text{if } k_2 > 50rps \end{cases} \quad (c10)$$

$$\frac{dx_1}{dt} = \frac{x_{14} - x_{15}}{\theta_{17}} \quad (c11)$$

$$x_2 = \frac{dx_1}{dt} \quad (d2)$$

$$\frac{dx_6}{dt} = \frac{1}{x_1 \theta_{17}} \left[\frac{x_{10} \theta_8 (k_6 - \theta_{18}) + x_{12} \theta_9}{\theta_{19}} - (x_6 - \theta_{18}) x_{14} \right] \quad (c12)$$

$$x_7 = \frac{dx_6}{dt} \quad (d3)$$

$$\frac{dk_8}{dt} = \frac{k_{18} - k_8}{\theta_{26}} \quad (c13)$$

$$x_{13} = \frac{dk_8}{dt} \quad (d4)$$

2.1.3. Turbina

La entalpía de gases x_{16} calculada en (c14) corresponde a la energía calorífica producida en la CC que es entregada a la turbina. Luego, para los gases de escape de la turbina se considera expansión isentrópica, por lo que la densidad de gases de escape de la turbina x_{17} calculada en (c15), depende de la presión k_1 y la presión del recuperador de calor k_{10} . Enseguida se calcula la entalpía de gases de escape x_{18} en (c16). Con la finalidad de simplificar el cálculo, en (c17) se calcula la temperatura del empaquetado de la última rueda de álabes de la turbina k_{12} , que es aproximada usando un promedio ponderado entre la medición de la temperatura de gases de escape (TGE) k_{11} y la temperatura de gases en CC x_6 . Enseguida es posible calcular k_{11} en (c18) y también la energía usada por fricción en el rotor de la TG x_{19} en (c19), mientras que la aceleración de la TG x_4 , definida en (d5) se calcula en (c20) por medio del balance entre la energía calorífica producida en el proceso de combustión y las pérdidas de energía debidas al generador eléctrico k_{13} , la fricción mecánica x_{19} y la energía requerida por el compresor x_8 .

$$x_{16} = \frac{x_{10}\theta_8(k_6 - \theta_{18}) + x_{12}\theta_9}{x_{10} + x_{12}} \quad (c14)$$

$$x_{17} = x_1 (k_{10}/k_1)^{1/\theta_{10}} \quad (c15)$$

$$x_{18} = x_{16} - \frac{1}{x_1(\theta_{10} - 1)} \left[k_1\theta_{10}(1 - (\frac{x_{17}}{x_1})^{\theta_{10}-1}) \right] \quad (c16)$$

$$k_{12} = \frac{5x_6 + 9k_{11}}{14} \quad (c17)$$

$$k_{11} = x_6 \left(\frac{k_{10}}{k_1} \right)^{\frac{\theta_{10}-1}{\theta_{10}}} \quad (c18)$$

$$x_{19} = \theta_{11}k_2 \quad (c19)$$

$$x_4 = \frac{dk_2}{dt} \quad (d5)$$

$$\frac{dk_2}{dt} = \frac{x_{15}(x_{16} - x_{18}) + x_{11} - k_{13} - x_{19} - x_8}{\theta_{20}k_2 2\pi} \quad (c20)$$

2.1.4. Generador eléctrico

De acuerdo a la descripción en (Elgerd, 1971) la energía eléctrica producida por el generador, o potencia eléctrica generada (PEG) k_{13} es función del voltaje Vol en las terminales del generador y del ángulo de defasamiento entre el rotor y el estator en el generador eléctrico, llamado ángulo de defasamiento o ángulo de potencia x_{20} , como se muestra en (c21). Como el propósito de este trabajo no es el estudio profundo de la dinámica eléctrica, el voltaje Vol se aproxima considerando la primera derivada y el valor absoluto de la primera derivada de x_{20} . Además, la rapidez de cambio del ángulo de potencia depende de la diferencia entre la frecuencia del generador y la frecuencia de referencia en (c22).

$$k_{13} = Vol \times \theta_{12} \sin x_{20} \quad (c21)$$

donde el voltaje Vol en las terminales del generador es calculado de acuerdo a:

$$Vol = \theta_{13} + \theta_{14} \frac{dx_{20}}{dt} + \theta_{15} \frac{dx_{20}}{dt} \left| \frac{dx_{20}}{dt} \right|$$

$$\frac{dx_{20}}{dt} = (k_2 - \theta_{22}) 2\pi \quad (c22)$$

$$x_{21} = \frac{dx_{20}}{dt} \quad (d6)$$

2.1.5. Recuperador de calor

Considerando los gases de escape de combustión como gases ideales, en (c23) es posible obtener la presión de gases en el hogar del REC k_{10} , que a su vez es función de la densidad de gases x_{23} y la temperatura de gases k_{14} en el REC. Mientras que el flujo de gases de salida del REC x_{25} en (c24) es función de la presión atmosférica k_3 y k_{10} , además de la temperatura de gases de escape del REC k_{15} . A su vez el flujo de combustible gas a quemadores posteriores (QP) x_{26} en (c25) depende de la presión de gas entrando a la válvula k_9 y de k_{10} , además de la temperatura de gases en el hogar del REC k_{14} y la apertura de la válvula de gas k_{16} . Enseguida se tienen dos ecuaciones de estado, la primera es la rapidez de cambio de la densidad de gases en REC x_{24} , que es función del balance

másico entre x_{26} , x_{15} y x_{25} por unidad de volumen. Otra ecuación de estado describe la rapidez de cambio de la temperatura de gases del REC x_{22} . Finalmente en (c28) se calcula la rapidez de cambio de posición de la válvula de gas a quemadores.

$$k_{10} = \theta_0 k_{14} x_{23} \quad (c23)$$

$$x_{25} = \theta_{23} \sqrt{(k_{10}^2 - k_3^2) / k_{15}} \quad (c24)$$

$$x_{26} = k_{16} \theta_{24} \sqrt{(k_9^2 - k_{10}^2) / k_{14}} \quad (c25)$$

$$\frac{dx_{23}}{dt} = \frac{x_{26} + x_{15} - x_{25}}{\theta_{16}} \quad (c26)$$

$$x_{24} = \frac{dx_{23}}{dt} \quad (d7)$$

$$\frac{dk_{14}}{dt} = \frac{1}{\theta_{16} x_{23}} \left[x_{15} (k_{11} - \theta_{18}) + \frac{x_{26} \theta_9}{\theta_{19}} - (k_{14} - \theta_{18}) (x_{26} + x_{15}) \right] \quad (c27)$$

$$\frac{dk_{16}}{dt} = \frac{k_{19} - k_{16}}{\theta_{27}} \quad (c28)$$

$$x_{22} = \frac{dk_{14}}{dt} \quad (d8)$$

$$x_{27} = \frac{dk_{16}}{dt} \quad (d9)$$

Resumiendo, el modelo analítico de la TG consiste de 28 ecuaciones: 19 estáticas-algebraicas y 9 de espacio de estado. En las cuales se tienen 27 variables no medibles, o variables desconocidas x_i y 19 variables conocidas k_i , conceptualmente consideradas variables independientes y variables dependientes, respectivamente. Además 28 parámetros θ_j de valor constante. En la Figura 2.2 se muestra el diagrama de bloques de arquitectura que relaciona las componentes principales de la turbina de gas y variables compartidas.

Conceptualmente el modelo analítico presentado está formado por dos tipos de componentes:

El primero describe la operación de la planta, incluyendo los actuadores y la dinámica del proceso. Expresa la forma en la cual los controles son transformados en estados y dependen de algunos parámetros. En los modelos dinámicos las trayectorias de estado dependen del estado

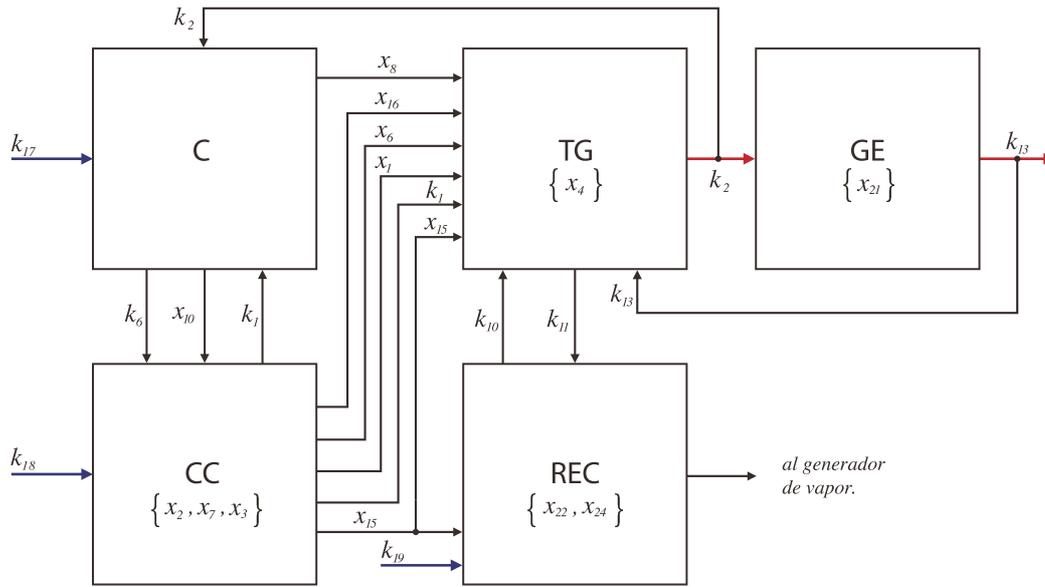


Figura 2.2: Arquitectura de las componentes principales de la turbina de gas y variables compartidas

inicial. Mientras el segundo describe las mediciones disponibles. Expresa la forma en la cual los sensores transforman el estado del proceso en señales de salida que pueden ser usadas para control o propósitos de FDI.

2.2. Condición normal de operación

La TG del ciclo combinado considerado funciona en ciclo abierto (con el generador de vapor fuera de servicio) ó en ciclo combinado (con el generador de vapor funcionando). En ciclo abierto los gases de escape de la TG son expulsados a la atmósfera pasando a través del recuperador de calor sin encender los quemadores posteriores al no requerirse la producción de vapor, mientras que en ciclo combinado, los QP son encendidos para incrementar la temperatura de los gases de escape y por medio del generador de vapor producir vapor sobrecalentado para la turbina de vapor. Por razones de seguridad y eficiencia, el arranque y aceleración de la unidad hasta alcanzar la velocidad de régimen de 60 rps, incluyendo la sincronización con la red eléctrica, se realiza en forma automática. De esta forma se obtiene rápidamente una carga mínima de aproximadamente 4 MW. En este punto el operador decide el esquema de control automático a usar para incrementar la PEG por el generador eléctrico. La operación automática de la TG para modificar el valor de la PEG se puede realizar en alguno de dos modos: (1) control por MW ó (2) control por temperatura. En el modo (1) el valor de carga deseado es seleccionado por el operador usando una Interfase-humano-máquina. En el modo (2) de control por temperatura la unidad genera toda la energía

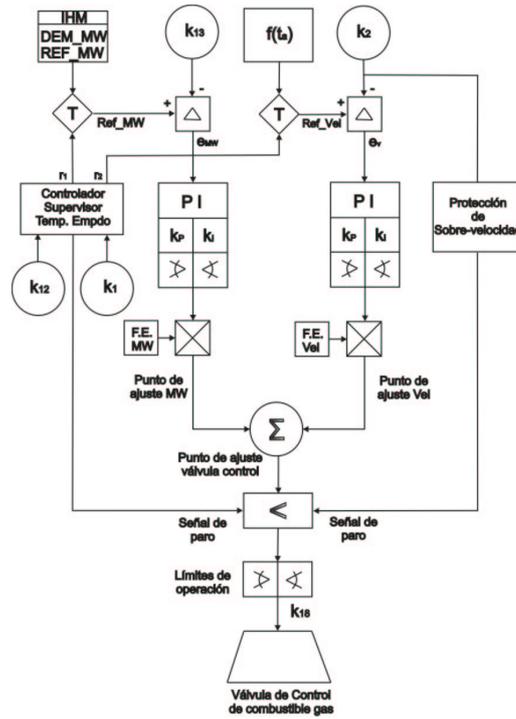


Figura 2.3: Esquema de control convencional de la Turbina de Gas

que es capaz de producir, dentro del margen de seguridad indicado por el sistema supervisor de control por temperatura. En ambos casos se alcanza el punto de equilibrio en estado estacionario caracterizado por la carga base, sin exceder la temperatura permitida. Adicionalmente, para cuidar la conservación de los equipos reduciendo los esfuerzos mecánicos y térmicos producidos durante los paros de la unidad, el sistema también cuenta con la función de paro automático (Garduno y Sánchez-Parra, 1995).

2.2.1. Control con controladores PI

La estrategia de control utilizada para la TG de la CGCC está basada en controladores clásicos proporcional e integral PI. En la Figura 2.3 se muestra el controlador básico, formado por un circuito de control dual de velocidad/carga(PEG), para la regulación del flujo de combustible. El objetivo de control de la TG consiste en mantener los valores nominales de velocidad $k_2 = 60$ rps y PEG $k_{13} = 47$ MW en el punto de equilibrio de carga-base, con restricción de la temperatura del empaletado de la turbina. Para esto se regula el flujo de combustible gas a la CC x_{12} y el flujo de aire al compresor x_3 , con las señales de control $u_1 = k_{18}$ and $u_2 = k_{17}$, respectivamente. Cuando la TG opera en modo de ciclo combinado, también se regula el flujo de combustible gas a los quemadores

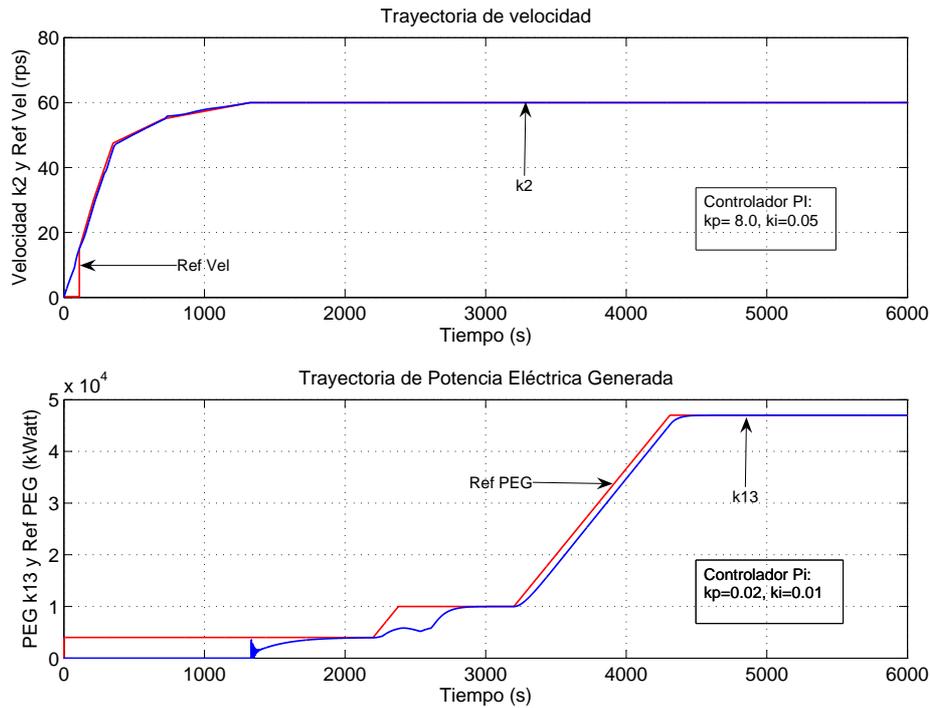


Figura 2.4: Variables controladas de la TG en rango completo de operación

del REC x_{26} con la señal de control $u_3 = k_{19}$. Mientras que para fijar la posición de IGVs se utiliza un circuito de control en lazo abierto. En este trabajo la TG se considera operando en ciclo abierto y el control de generación en modo automático de control por MW, con retroalimentación de k_{13} . En la Figura 2.4 se muestran las trayectorias de velocidad y PEG obtenidas con los controladores PI descritos anteriormente.

En el punto de equilibrio de carga-base, la estrategia de control muestra algunas debilidades cuando la PEG cambia de valor repentinamente $\pm \Delta k_{13}$. Si la PEG aumenta $+\Delta k_{13}$, también aumenta el valor de la temperatura del empaquetado de la turbina k_{12} , que al alcanzar un valor límite, activa una protección de regulación adaptable llamada retroceso (en Inglés *runback*). El resultado es regresar el valor de la variable controlada a su valor de carga-base, basado en una referencia de MW rápida. Cuando esta acción no es suficiente, el sistema de protección activa una señal de paro quedando la unidad TG fuera de servicio por alta temperatura del empaquetado de la turbina. Un escenario diferente es creado cuando la PEG disminuye súbitamente $-\Delta k_{13}$ debido a una falla mecánica, afectando la eficiencia de la TG. Lo anterior es debido a que no todos los controladores PI aseguran un buen desempeño en condiciones anormales.

Control velocidad/carga. El circuito de control mostrado en la Figura 2.3 tiene dos trayectorias complementarias de operación para generar la señal de control al actuador de la válvula de gas k_{18} . Durante el arranque y aceleración solo está activada la trayectoria de velocidad, que genera el punto de ajuste de velocidad a partir de un algoritmo de posición PI que actúa sobre la desviación de velocidad siguiendo una trayectoria previamente especificada de referencia de velocidad (Ref_Vel). Una vez efectuada la sincronización con el generador eléctrico, la velocidad se mantiene constante, activándose la trayectoria de MW del algoritmo. Entonces la señal de control es obtenida usando la retroalimentación de MW con la referencia de MW (Ref_MW) incrementándose linealmente hasta alcanzar el valor final demandado. La suma del punto de ajuste de velocidad (constante) y el punto de ajuste de MW genera el valor del punto de ajuste de la válvula de control, que en condición normal se asigna a k_{18} .

Control de posición de álabes guía. La demanda de posición al actuador de IGVs k_{17} , mostrada en Figura 2.1, se genera mediante un circuito de control de lazo abierto en función de la condición actual de la turbina y el estado del generador de vapor. Durante la etapa de arranque k_{17} se calcula en función de la referencia de velocidad a fin de prevenir el fenómeno de inestabilidades de flujo de aire en el compresor (llamado *surge*). Después de la sincronización, el cálculo de k_{17} depende de la PEG k_{13} y el estado del generador de vapor: fuera de servicio o en servicio. Como la primera condición es la que aplica en este estudio, el valor de k_{17} se modifica del valor mínimo de 30 % al ser sincronizada la unidad hasta el valor máximo de 100 % para $k_{13} > 6$ MW, siguiendo una referencia programada en función de k_{13} (Sánchez-Parra y Rudecino-Mendoza, 2003). En conclusión, en el punto de equilibrio del modo estacionario de carga-base, como la señal de control al actuador de IGVs k_{17} es constante, para propósito de análisis es posible omitir la dinámica del actuador de IGVs y consecuentemente reducir el orden del modelo linealizado.

Control de combustión de quemadores posteriores. En el escenario de operación considerado, la válvula de control de quemadores posteriores permanece sin funcionar, es decir $k_{19} = 0$. Esta consideración también permite reducir el orden del modelo linealizado al tomarse constante la entrada, omitiendo la dinámica del actuador de QP.

La conclusión relacionada con el orden del modelo linealizado es seleccionar como única entrada la señal k_{18} , mientras que las salidas controladas son la PEG k_{13} y la velocidad del rotor k_2 , pendientes de analizar. Lo anterior indica que se requiere de un estudio dedicado al diseño del controlador tolerante a fallas que garantice la estabilidad y el desempeño adecuado de la TG.

2.3. Deterioro en la operación de la turbina

De acuerdo a (Walsh y Fletcher, 2004) el desempeño es la característica final que muestra cualquier TG. Por lo que se describe como en base al flujo de combustible suministrado, la calidad del combustible y el estado de vida útil de la turbina, es posible lograr que el empuje liberado en la flecha de potencia del rotor de la turbina garantice operación estable y segura, bajo todas las condiciones de estado estacionario y transitorio. Particularmente, en la industria de generación de potencia eléctrica, como las turbinas de gas operan en condiciones extremas de velocidad, (entre 3600 RPM y 5100 RPM en el rotor) y altas temperaturas (de 800°K a 1300°K en los empaletados de la turbina) además de estar sometidas a enormes esfuerzos mecánicos, para lograr el correcto desempeño es necesario conocer las causas principales que afectan su funcionamiento.

2.3.1. Problemas detectables

Según (Giampaolo, 2003), los problemas de funcionamiento en las TGs se pueden detectar concentrándose en cuatro áreas generales:

1. La trayectoria termodinámica de gases (también conocida como *gas path*, del Inglés), formada por compresor, cámara de combustión y turbina.
2. Zonas de vibraciones: correspondientes a cojinetes, rotores, sellos y chumaceras.
3. Lubricación de rodamientos.
4. Control: controladores de temperatura de empaletados de turbina, velocidad del rotor, potencia eléctrica generada y *surge* (inestabilidades de flujo de aire en el compresor).

Algunos problemas, a menudo los más serios, pueden ser detectados solamente a través del análisis de la trayectoria de gases, lo que no resulta fácil ya que un cambio en cualquier variable dependiente (medida) no necesariamente indica la falla de una variable independiente (desconocida), lo que reduce la credibilidad de algunas alarmas. Además, el cambio de algún parámetro físico del sistema (considerado constante) provocado por una falla también puede ocasionar un funcionamiento inadecuado y producir un cambio de una variable dependiente, lo que en numerosas ocasiones produce una larga trayectoria de análisis basada en relaciones causa-efecto.

2.3.2. Degradación funcional

Con el uso, todo impulsor principal sufre desgaste y deterioro afectando la eficiencia terminal. Entonces el problema de predecir la afectación del desempeño de cualquier turbina de gas oca-

sionado por desgaste y deterioro es materia de discusión y análisis. Las causas principales que provocan degradación de TGs son: incrustaciones, corrosión, alta temperatura, oxidación, erosión, daño (avería) y desgaste. Algunos de estos efectos se pueden reducir con trabajos de mantenimiento, mientras que otros requieren ajustes o reparaciones (R. Kurz y Brun, 2000).

Pérdida de eficiencia por falla mecánica. El ensuciamiento y la erosión producen superficies recubiertas por irregularidades que incrementan la fricción. Cuando las superficies entre rodamientos (baleros, chumaceras, etc.) están sometidas a fricción, se requiere producir más energía para moverlas, provocando pérdida de energía por calor. En esta situación la TG no funciona eficientemente y las partes se desgastan con el tiempo hasta ser inservibles. Para estudio y análisis es factible emular los efectos provocados por la fricción mediante el cambio de valor de un parámetro de la estructura de parámetros del sistema físico, provocando de esta forma el cambio de valor de la variable dependiente PEG k_{13} .

Pérdida de eficiencia por degradación del combustible. Debido a que la eficiencia terminal se evalúa en función de la PEG, también puede verse afectada por la disminución (o degradación) del poder calorífico del gas natural ocasionado por contaminación en su entorno. Este cambio afecta la calidad de la combustión de las turbinas de gas y se propaga hasta reducir abruptamente el valor de la PEG k_{13} . En este caso también es factible emular la situación mediante el cambio de valor de un parámetro de la estructura de parámetros del sistema físico.

Problema de aislamiento. Las anteriores consideraciones conducen a dos escenarios de pérdida de eficiencia, uno debido a la degradación por causas mecánicas y el otro debido a la degradación del combustible utilizado. La pérdida de eficiencia es detectable por el cambio (reducción) de la PEG, sin embargo de inmediato no se sabe que la originó: un problema mecánico ó la calidad del combustible. En consecuencia se tiene presente un problema de aislamiento de la falla, que es considerado parte esencial del problema de diagnóstico, abordado en el Capítulo 3.

2.3.3. Falla crítica

En este trabajo se considera como falla crítica la falla mecánica en el acoplamiento rotor- generador, que incrementa la fricción y reduce el valor de k_{13} . Siendo posible emular la falla en el acoplamiento mecánico mediante la variación del parámetro de *coeficiente de fricción del rotor* del turbogenerador $\theta_{11} \in \Theta$ (restricción c19). De esta manera es posible caracterizar un valor de falla haciendo $\theta_{11}^f = \theta_{11} \times \Delta_{11}$ donde Δ_{11} es un factor de intensidad, de manera que $\Delta_{11} = 1$ corresponde

al valor nominal, $\Delta_{11} > 1$ es un caso anormal y θ_{11}^f es el nuevo valor del parámetro.

Al aumentar la energía por fricción en la turbina Δx_{19} en c19, se produce un transitorio de la velocidad Δk_2 en c20, afectando al valor del ángulo de potencia del generador Δx_{20} en c22; y la potencia eléctrica producida por el generador eléctrico Δk_{13} en c21. La velocidad del rotor se mantiene inalterable a 60 *RPS* ya que la TG se encuentra acoplada a la red eléctrica. Para fines de análisis, en el estudio se consideran como casos representativos los valores $\Delta_{11} = 2, 5, 8, 10$, con los que es posible mostrar los efectos sobre la salida k_{13} y el esfuerzo de control necesario para corregir la desviación dinámica. Por lo que de acuerdo a la descripción previa, en el escenario de falla por fricción del rotor, el valor de la potencia eléctrica k_{13} cambia a un nuevo valor menor al valor nominal. Si el nuevo valor activa el sistema de protección de la TG por carga mínima, se producirá el paro de la unidad TG, en caso contrario, el sistema de control tolerante a fallas debe ser capaz de detectar e identificar la falla y actuar teniendo por objetivo mantener a la unidad en condición estable y segura.

Capítulo 3

Sistema de Diagnóstico de Fallas para la TG

La estructura del capítulo es la siguiente: en la sección 3.1 de motivación se presenta el enfoque de diagnóstico de fallas basado en modelos, que permite realizar la detección basada en la redundancia analítica y residuos. La sección 3.2 corresponde a la redundancia. La sección 3.3 trata sobre la detectabilidad y aislabilidad de fallas. En la sección 3.4 se describe la forma en que se lleva a cabo el análisis de la estructura de un sistema físico a partir del modelo estructural, introduciendo la descomposición canónica, la búsqueda de redundancia, presentando el grafo redundante y describiendo los ciclos en el grafo de la estructura. La sección 3.5 corresponde al estudio de la estructura de la TG, empezando por su modelo estructural, luego la búsqueda de redundancia usando 4 técnicas que conducen a resultados similares, además del hallazgo de un subsistema no detectable ante fallas y la mejora de la redundancia mediante la modificación de la estructura del sistema físico. En la sección 3.6 se presenta el análisis de resultados y finalmente, la sección 3.7 es la conclusión, enfocada a la descripción de beneficios y ventajas del sistema FDI desarrollado.

3.1. Motivación

Como consecuencia del desarrollo de la tecnología electrónica a partir de la segunda mitad del siglo XX, el fortalecimiento de las herramientas empleadas para la simulación de procesos dinámicos y la ejecución de técnicas formales en plataformas de cómputo, motivaron que, desde la perspectiva del control automático, diversos grupos consideraran que la esencia de la metodología del diagnóstico de fallas es el enfoque basado en modelo, en el que se utilizan modelos cualitativos o cuantitativos combinados con métodos analíticos o heurísticos. Es por ello que durante los últimos 30 años, me-

diante un esfuerzo continuado se ha enriquecido el desarrollo de sistemas FDI usando modelos analíticos, como se describe en algunos artículos que han explorado formalmente el desarrollo del estado del arte, como el realizado por (Willisky, 1976). El avance logrado también generó interés por la posibilidad de realizar sistemas tolerantes a fallas basados en modelos múltiples (Narendra *et al.*, 1995), caracterizados por la redundancia analítica, como se describe en diversos trabajos entre los cuales resaltan los realizados por (Frank, 1996), (Isermann, 1997), (Isermann, 2004), (Puig *et al.*, 2004a) y (Zhang y Jiang, 2006). En el último se contabilizan y clasifican diferentes técnicas para lograr la integración de sistemas FDI con el control tolerante a fallas (CTF). Entendiéndose por tolerancia a fallas (TF) la capacidad del sistema de control para mantener los objetivos de control a pesar de la aparición de una falla, admitiéndose una cierta degradación en su desempeño.

El desarrollo de sistemas FDI usando redundancia analítica fue formulado en trabajos como los realizados por (Willisky, 1976) y (Staroswiecki y Declerck, 1989). Consecuentemente se han propuesto varios enfoques, entre los que destacan (Isermann, 1984), (Frank, 1990) y (Frank *et al.*, 1999), que coinciden en considerar tres etapas principales:

- En la primera etapa se detectan fallas generándose señales llamadas *residuos* usando el modelo operativo y la información disponible (entradas y salidas del sistema). Los residuos son variables cuyo valor es cero en un proceso bajo circunstancias ideales, es decir carente de fallas, sin ruido, sin entradas desconocidas y sin desviación de parámetros.
- Consecuentemente, en la segunda etapa se aplica a los residuos un procedimiento de decisión. Este procedimiento ayuda a discriminar los valores diferentes de cero que son resultado de errores de modelado, entradas desconocidas, mediciones con ruido y aquellas que reflejan un comportamiento anormal en la planta (actuadores, sensores y componentes del proceso).
- En base a estos resultados, la tercera etapa proporcionará una falla o inferencia de falla, y aísla la parte de la planta más adecuada de acuerdo a los síntomas presentados.

Sin embargo, como la generación de residuos depende de la redundancia del sistema, lo anterior tiene el inconveniente de que no se sabe a priori si el sistema tiene o no redundancia. Por lo que para iniciar el diseño del sistema de diagnóstico FDI conociendo el modelo completo del sistema, se agrega una etapa inicial de análisis, o análisis previo, sin valores numéricos, a fin de saber si existe redundancia.

En este contexto el diseño del sistema FDI se inicia con el análisis estructural (AE), que toma en cuenta las variables medidas y las fallas posibles de identificar, ya que se tienen modelos aproximados de las componentes principales del proceso físico (como los descritos en el capítulo 2). En el caso

de que no se puedan diagnosticar todas las fallas que se deseen, entonces se deberá modificar la estructura disponible hasta conseguirlo. El sistema FDI no solo deberá detectar y aislar las fallas, sino también estimar su tamaño (cuantificación).

Para analizar las condiciones bajo las cuales un tópico de FDI puede tener solución, resulta crucial conocer la interconexión de componentes del proceso con sus mediciones y principales variables de interés, para establecer la estructura del sistema y definir los residuos necesarios para la detección. Además, se sabe que en el contexto de la investigación las comunidades de Inteligencia Artificial y Control han desarrollado métodos para generar residuos, bajo la premisa que estos reflejan discrepancias entre el comportamiento esperado y el comportamiento real del proceso (Bitwas *et al.*, 2004). Entonces, motivado por el interés de mejorar en forma integral el sistema de control de un proceso complejo, en este trabajo se adopta la herramienta de análisis estructural para identificar la redundancia a partir de las variables medidas del proceso. Por lo que a continuación se presentan los fundamentos del análisis estructural para el diagnóstico de fallas, incluyendo aportaciones recientes, las que se aplican de manera original al caso de estudio de la turbina de gas.

3.2. Redundancia

Los sistemas FDI de sistemas industriales complejos de gran escala se basan en la inconsistencia entre el comportamiento real de la planta y el comportamiento esperado. La inconsistencia se puede mostrar en señales llamadas síntomas de fallas o *residuos* que son identificadas mediante el procesamiento de las señales medidas de entrada y salida de la planta (o sus componentes), junto con variables monitoreadas del sistema.

En un punto de operación nominal de la planta, en ausencia de fallas los residuos son cero. Cuando ocurre una falla, los residuos asociados al subsistema fallado se desvían de cero. En base a tal concepto, considérese la Figura 3.1, donde el generador de residuos es un módulo de detección de cambios que genera síntomas de fallas y el evaluador de residuos tiene por objetivo determinar cuales residuos difieren de cero lo suficiente para indicar las componentes falladas. Es decir que tiene funciones de detección ya que debe verificar en línea el valor real de los residuos, utilizando solamente variables conocidas a partir del instante en que ocurre la falla t_f .

En (Isermann, 1984) se destaca que para diseñar el generador de residuos han sido propuestos tres enfoques principales: estimación de parámetros, estimación del estado y modelos entrada-salida. En un amplio análisis realizado sobre las técnicas para detección y aislamiento de fallas en "sistemas tecnológicos complejos", (Gertler, 1988) señala como los principales componentes de tales técnicas: la generación de residuos usando modelos, generación de firmas por métodos estadísticos,

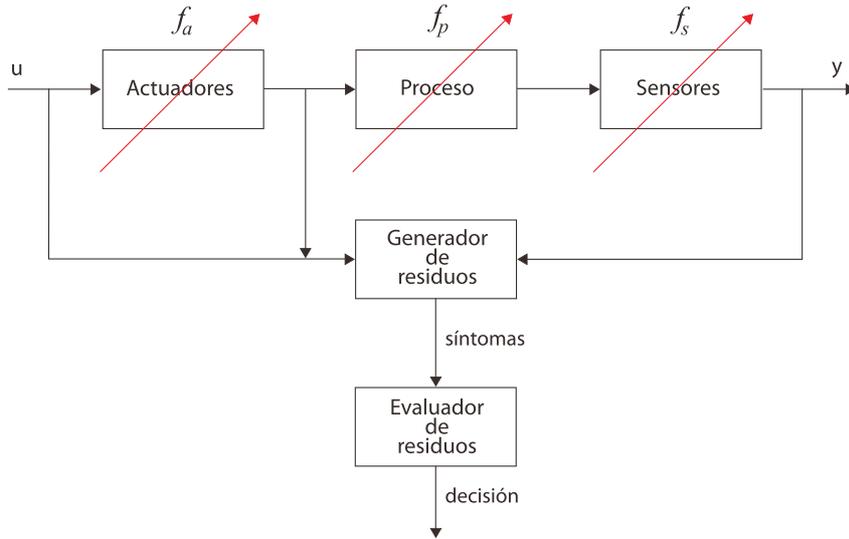


Figura 3.1: Esquema generalizado de detección de fallas basado en redundancia

y análisis de firmas; todos basados en la redundancia analítica para el cómputo de residuos. En (Frank, 1990) se añade que para los tres enfoques es indispensable la existencia de redundancia en las mediciones para poder diseñar los residuos. Lo anterior reforzó el interés en la búsqueda de información redundante en un proceso.

Entonces, si se tiene un modelo se deben buscar Relaciones Redundantes a partir de todas las mediciones disponibles. Tal es el caso de este trabajo de tesis, en el que se parte de un modelo dinámico generalizado, no lineal de dimensión n que incluye restricciones estáticas, expresado:

$$\begin{aligned}
 \dot{x} &= f_m(x, x^s, u, \theta, f, \bar{f}), & x &\in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^q \\
 y &= h(x, x^s, u, \theta, f, \bar{f}), & y &\in \mathbb{R}^m \\
 0_p &= m(x, x^s, u, \theta, f, \bar{f}), & x^s &\in \mathbb{R}^s, 0_p \in \mathbb{R}^p
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Con u y y vectores conocidos, vector de parámetros θ , $f \in \mathbb{R}^f$ y $\bar{f} \in \mathbb{R}^d$ donde el vector de fallas f se selecciona de acuerdo a las fallas de interés $\mathcal{F} = \{f_1, \dots, f_f\}$, y el vector \bar{f} se asocia a fallas no importantes o perturbaciones $\bar{\mathcal{F}} = \{\bar{f}_1, \dots, \bar{f}_d\}$. Este modelo generalizado (3.1) proporciona una formulación explícita del comportamiento de un proceso y a partir de este es posible determinar la redundancia expresada por un conjunto de relaciones redundantes analíticas. Por lo que de acuerdo con (Blanke *et al.*, 2003), una relación del tipo

$$RRA(k_i, \dot{k}_i, \ddot{k}_i, \dots, k_i^l) = 0 \tag{3.2}$$

deducida del comportamiento del sistema (3.1) donde k_i es un vector de variables conocidas $k_i \in \mathcal{K}$,

$\mathcal{K} = u \cup y$, es llamada una relación de redundancia (*RRA*) para un conjunto de fallas detectables \mathcal{F} :

- Si en un proceso carente de fallas y sin ruido su evaluación es cero.
- Si ocurre una falla $f_i \in \mathcal{F}$, la *RRA* es inconsistente o equivalentemente su cálculo es diferente de cero al menos en un intervalo de tiempo de falla $t_f \in [t_0, t]$ y puede usarse para generar una señal de síntoma para fallas en \mathcal{F} .

Existen distintos enfoques para determinar las relaciones redundantes y la evaluación de ellas se denota como generador de residuos. En el caso lineal una *RRA* se denota ecuación de paridad.

3.3. Detectabilidad y aislabilidad de fallas

Para el aislamiento de fallas se requieren relaciones *RRA* con diferentes comportamientos. Entonces dos conjuntos de fallas \mathcal{F} y \mathcal{F}^* son aislables para un vector de variables conocidas k si existe al menos una pareja de *RRA* con diferentes inconsistencias para el mismo conjunto de fallas. Lo anterior significa

$$RRA_k|_{\mathcal{F}} \neq RRA_k|_{\mathcal{F}^*}, \quad \text{con } \mathcal{F} \cap \mathcal{F}^* = \emptyset \quad (3.3)$$

Para compactar las inconsistencias de *RRA* para el conjunto \mathcal{F} es común describirlas en forma matricial.

Tomando en cuenta que un residuo r_i es estructuralmente sensible a una falla f_i si esta falla produce la inconsistencia de la RRA_i que lo genera, es posible agrupar de esta manera matrices de fallas que son sensibles a cada residuo, donde las fallas son columnas y las *RRA* filas. Cada columna de dicha matriz representa la firma de la falla correspondiente. Este concepto está formalizado en las siguientes definiciones propuestas por (Dustegor *et al.*, 2006).

Definición 1 *La matriz de firma de fallas MF_F de dimensión $l \times f$. describe todas las posibles firmas de fallas de un conjunto $\mathcal{F} = \{f_1, f_2, \dots, f_f\}$. Cada línea corresponde a una *RRA* y cada columna a una falla f_j . Un 1 en la posición (i, j) indica que la falla j es detectada por la RRA_i . Cuando dos firmas son idénticas se dice que las fallas correspondientes no son aislables (o no son distinguibles entre sí).*

Esta tabla muestra las propiedades de detectabilidad estructural y aislabilidad de fallas. Entonces una falla es detectable si existe al menos una entrada no-nula en su firma. Mientras que dos fallas son estructuralmente aislables si sus firmas son diferentes.

Con la finalidad de visualizar fácilmente la propiedad de aislabilidad de fallas se construye la *matriz de aislamiento* MAF definida de la siguiente manera:

Definición 2 *La matriz de aislamiento de fallas MAF es una matriz cuadrada en la que cada fila y cada columna corresponden a una falla, de manera que un 1 en la posición (i, j) significa que la falla i no es aislable de la falla j y viceversa.*

Así se puede decir que la capacidad de diagnóstico del sistema ante las fallas se caracteriza por las matrices MPF y MAF . Estas matrices dependen de las RRA generadas las cuales a su vez dependen de su estructura y las mediciones del sistema.

Existen diversos procedimientos para obtener la RRA (De-Persis y Isidori, 2001), (Blanke *et al.*, 2003), (Gentil *et al.*, 2004). En este trabajo se utiliza el AE basado en herramientas de grafos, porque para un sistema físico como el presentado en (3.1):

- Permite realizar la detección y aislamiento de fallas en sensores, actuadores y señales de control; además de fallas en el proceso emuladas con el cambio de valor de algún parámetro del sistema que modifica la dinámica del mismo.
- Hace posible determinar los sensores que se requieren para obtener la completa monitoreabilidad del sistema, tomando en cuenta las restricciones que relacionan a las variables conocidas y desconocidas, sin cálculos numéricos adicionales.

3.4. Análisis de la estructura

Según (Staroswieki, Cassar y Declerck) en (Patton *et al.*, 2000), el enfoque estructural originalmente fué utilizado en el diseño de sistemas FDI como un recurso para el análisis de residuos, a fin de lograr buenas inferencias de fallas. Añadiendo que el llamado enfoque estructural constituye un marco de referencia general para el desarrollo de sistemas de diagnóstico, porque permite generar, calcular, evaluar e implementar los procedimientos de FDI basados en residuos.

3.4.1. Modelo estructural

En el contexto general del AE, se considera el modelo de un sistema como un conjunto de restricciones que utilizan un conjunto de variables, con un subconjunto de valores conocidos (Patton *et al.*, 2000). De acuerdo con (Blanke *et al.*, 2003), el análisis estructural (AE) investiga las propiedades estructurales de sistemas dinámicos mediante el análisis de su modelo, considerando que las propiedades estructurales de los modelos son propiedades independientes de los valores actuales de las variables.

El modelo estructural de un sistema es una abstracción de su modelo de comportamiento, en el sentido que solamente se considera la estructura de las restricciones, es decir la existencia de factores de conexión entre variables y parámetros, y no de las restricciones persé. Añadiendo que el modelo de comportamiento de un sistema tecnológico complejo (en lo sucesivo llamado simplemente *sistema*) con requerimientos de eficiencia, seguridad y disponibilidad es recomendable que sea del tipo mostrado en (3.1). Entonces el conjunto de restricciones está dado por modelos de los "bloques" que forman el sistema y el término "restricciones" significa que las ecuaciones del modelo de un proceso físico establecen relaciones entre los valores de las variables del sistema, de forma tal que estas no pueden tomar cualquier valor posible en el espacio de variables, sino solamente los valores compatibles con las leyes físicas propias del proceso considerado. El conjunto de variables es seleccionado para describir la evolución del proceso. Además los sensores presentes en el sistema obviamente proporcionan, junto con las variables de control, el subconjunto de las variables con valores conocidos.

Representación del modelo estructural como grafo. El modelo estructural de un sistema se puede representar por medio de un grafo bipartido (Cordier *et al.*, 1991) o por una matriz de incidencia (Staroswiecki y Declerck, 1989), en ambos casos se representan los factores de conexión entre un conjunto de variables y un conjunto de restricciones que describen el comportamiento. El grafo es una abstracción del modelo de comportamiento porque únicamente describe las conexiones unívocas entre variables y restricciones, sin importar la forma de las restricciones, permitiendo el análisis de la estructura. En particular se considera un grafo bipartido, aquel en el que sus vértices pueden estar separados en dos conjuntos \mathcal{C} y \mathcal{Z} que no tengan elementos en común, de manera que toda arista tenga un punto terminal en \mathcal{C} y el otro extremo en \mathcal{Z} . Considérense las siguientes definiciones en (Cordier *et al.*, 1991), adecuadas al presente trabajo:

Definición 3 *El grafo bipartido del sistema (3.1) está formado por dos conjuntos separados de vértices \mathcal{C} y \mathcal{Z} , y aristas definidas por la siguiente regla: Existe un arco entre el vértice $c_i \in \mathcal{C}$ y $z_j \in \mathcal{Z}$ si y solo si la variable z_j realmente aparece en la restricción c_i (sin importar si se trata de una restricción diferencial o algebraica).*

En este trabajo se adopta preferentemente el uso de la matriz de incidencia porque facilita la manipulación de datos, al procesar solamente datos binarios. Permite el manejo sencillo de sistemas de gran escala utilizando métodos matriciales y proporciona herramientas para realizar varias etapas interesantes en el diseño de sistemas FDI, como el análisis de la estructura de los residuos, obtención de *RRA* para evaluar la detectabilidad y aislabilidad de fallas, y para la implementación

de algoritmos de FDI.

Por lo que la estructura del modelo es un grafo bipartido, cuya matriz de incidencia representa los factores de conexión entre las variables (conocidas y desconocidas) y las restricciones. Además, en (Patton *et al.*, 2000) también se indica que es posible representar la estructura de sistemas estáticos y dinámicos, admitiendo la posibilidad de representar las derivadas en forma explícita. Adoptando lo anterior, en (Blanke *et al.*, 2003) se incluyen las derivadas al modelo estructural. Entonces considérese:

- \mathcal{C} es el conjunto de restricciones c_i asociado al sistema (3.1) más un conjunto adicional de restricciones para cada variable de estado x_i (etiquetadas como di) de la forma

$$\dot{x}_i = \frac{d}{dt}x_i \quad (3.4)$$

entonces $|\mathcal{C}| = 2n + p + m$.

- $\mathcal{Z} = \mathcal{X} \cup \mathcal{K}$ es el conjunto de variables z_j del grafo con cardinalidad $|\mathcal{Z}| = n_z$, siendo \mathcal{X} el conjunto de variables desconocidas, definido por

$$\mathcal{X} = \mathcal{X}^s \cup \mathcal{X}^d \cup \dot{\mathcal{X}} \quad (3.5)$$

donde: \mathcal{X}^s es el conjunto de variables calculadas en restricciones estáticas, \mathcal{X}^d es el conjunto de estados desconocidos (no sensados), y $\dot{\mathcal{X}}$ es el conjunto de variables definidas por las di .

Entonces la cardinalidad es $|\mathcal{X}| = |\mathcal{X}^s| + |\mathcal{X}^d| + |\dot{\mathcal{X}}|$.

\mathcal{K} es el conjunto de variables conocidas asociado a los vectores exógeno \mathcal{Y} , endógeno \mathcal{U} y parámetros θ del sistema respectivamente, definido por

$$\mathcal{K} = \mathcal{Y} \cup \mathcal{U} \cup \theta \quad (3.6)$$

donde $\mathcal{Y} = \mathcal{Y}_s \cup \mathcal{Y}_a$ es el conjunto de variables de sensores y actuadores,

siendo $\mathcal{U} = \mathcal{U}_e \cup \mathcal{U}_c$ el conjunto de variables físicas externas y señales de control

Entonces la cardinalidad es $|\mathcal{K}| = |\mathcal{Y}| + |\mathcal{U}| + |\theta|$.

- $\mathcal{E} \subset \mathcal{C} \times \mathcal{Z}$ es el conjunto de aristas definido como $e_{i,j} = (c_i, z_j)$.

Matriz de incidencia De acuerdo con (Staroswiecki y Declerck, 1989), la estructura del modelo se puede representar mediante el grafo bipartido $\mathcal{G} = \{\mathcal{C}, \mathcal{Z}, \mathcal{E}\}$ que asocia vértices de \mathcal{Z} con vértices de \mathcal{C} y el conjunto de aristas \mathcal{E} representa interconexiones entre los vértices. En forma equivalente,

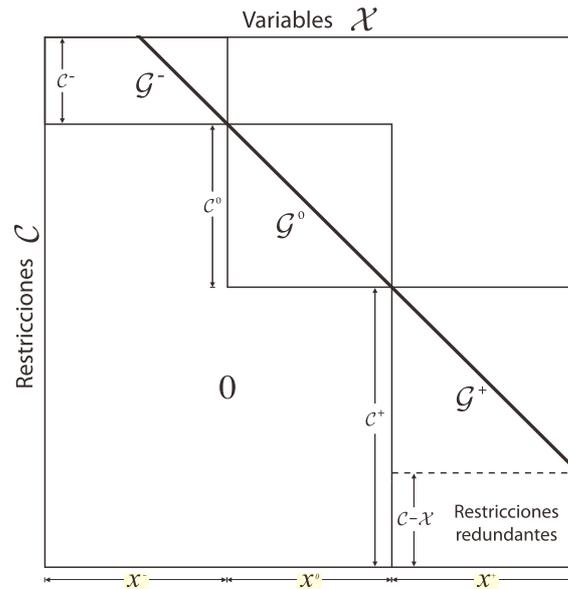


Figura 3.2: Descomposición canónica de matriz de incidencia en FDI

un grafo bipartido \mathcal{G} también se puede describir por una matriz denominada Matriz Estructural ó Matriz de Incidencia MI , donde las filas están asociadas a las restricciones c_i y d_j ; las columnas se asocian a las variables z_j y cada arista (c_i, z_j) es indicada por un símbolo binario $e_{i,j}$. Cada uno de los elementos de la matriz MI es $e_{i,j}$, siendo $e_{i,j} = 1$ cuando z_j aparece en c_i , $e_{i,j} = 0$ en caso contrario.

3.4.2. Descomposición canónica

La descomposición canónica de un grafo bipartido fue lograda por (Dulmage y Mendelsohn, 1958). Posteriormente (Pothén y Fan, 1990) resolvieron el problema de permutar filas y columnas de matrices esparcidas con dimensiones arbitrarias de filas y columnas para obtener su reagrupamiento en forma de bloque triangular mejorando la eficiencia computacional. Consiste en la descomposición del grafo estructural en tres subsistemas, mostrados en la Figura 3.2:

1. Sobre-restringido \mathcal{G}^+ , con más restricciones que variables desconocidas $|\mathcal{C}^+| > |\mathcal{X}^+|$.
2. Justo-restringido \mathcal{G}^0 , con el mismo número de restricciones y variables desconocidas $|\mathcal{C}^0| = |\mathcal{X}^0|$.
3. Sub-restringido \mathcal{G}^- , con menos restricciones que variables desconocidas $|\mathcal{C}^-| < |\mathcal{X}^-|$.

En el desarrollo de sistemas de diagnóstico se utiliza la descomposición canónica para determinar la redundancia en un sistema y extraer la parte que contiene la información redundante. La existencia de $RRAs$ en el contexto de AE implica que el grafo tiene mas restricciones que variables

desconocidas y el máximo número de relaciones redundantes está dado por $|\mathcal{C}| - |\mathcal{X}|$ (Krysander *et al.*, 2008). De esta forma, el punto de partida del análisis estructural es la descomposición canónica del grafo. Además las fallas que afectan las restricciones contenidas en \mathcal{G}^0 y \mathcal{G}^- no son detectables. Una vez realizado el aparejamiento en \mathcal{G}^+ , las restricciones implicadas conteniendo variables conocidas, se pueden utilizar como operadores de otras restricciones siguiendo los grafos orientados.

La utilidad de la descomposición Dulmage-Mendelsohn en los sistemas FDI resulta al considerar que si la redundancia describe información extra en un sistema, y esta se presenta cuando el número de restricciones es mayor que el número de variables desconocidas, entonces un sistema con redundancia debe ser un subsistema sobre-restringido. Con el algoritmo de (Pothen y Fan, 1990) se desarrolló una importante herramienta computacional en Matlab[®] a partir de la cual es posible sistematizar la obtención de \mathcal{G}^0 , \mathcal{G}^- y \mathcal{G}^+ partiendo de la matriz de incidencia MI de un sistema.

3.4.3. Búsqueda de Redundancia vía Aparejamiento Perfecto

El aparejamiento es una asignación causal que relaciona algunas de las variables desconocidas del sistema con las restricciones, entonces es posible que las variables desconocidas puedan ser calculadas usando las variables conocidas. Es decir que con el aparejamiento es posible saber cuales restricciones de un sistema son necesarias para encontrar una solución para sus variables. Las variables que no forman parte del aparejamiento no pueden ser calculadas. Además las variables que pueden ser calculadas de diversas maneras presentan redundancia, la cual será de utilidad en la detección de fallas y en la realización de mecanismos de tolerancia.

Definición 4 *El aparejamiento \mathcal{A} en un sistema es un conjunto de parejas (c_i, x_j) de $\mathcal{C} \times \mathcal{X}$ pertenecientes a la estructura tales que cada relación c_i y cada variable desconocida x_j aparece solo una vez en el grafo.*

Definición 5 *Un aparejamiento en el que el conjunto de todas las variables desconocidas del sistema están aparejadas se conoce como aparejamiento completo (AC) del subsistema. Si el aparejamiento \mathcal{A} abarca el conjunto completo de relaciones del subsistema, entonces el subsistema está exactamente determinado.*

La propiedad anterior significa que el sistema tiene el mismo número de funciones que variables desconocidas. Además, un sistema en el cual el AC solo cubre parte del conjunto de restricciones se conoce como sistema sobre determinado. esta propiedad significa que el sistema tiene más restricciones que variables desconocidas.

Un *aparejamiento perfecto* (AP) consiste en determinar la secuencia de evaluación de las variables desconocidas $x_i \in \mathcal{X}$ con las restricciones $c_j \in C$, mediante un grafo bipartido $\mathcal{G}^+ = \{C^+, \mathcal{X}^+, \mathcal{E}\}$, siendo \mathcal{E} el conjunto de arcos orientados entre variables y restricciones y en donde la dirección del arco determina la secuencia de cálculo.

En general no existe una solución única para el AP. Algunos de los resultados relevantes para el desarrollo de sistemas FDI basados en el grafo bipartido se encuentran en (Cassar y Staroswiecki, 1997) e (Izadi-Zamanabadi y Blanke, 2002). Con el objetivo de sistematizar el AP, en (Blanke *et al.*, 2003) se describe un algoritmo de aparejamiento por etapas basado en la propagación de restricciones, cuyo objetivo es encontrar el aparejamiento máximo en una *MI*, para asegurar que no existe otro aparejamiento que pueda considerar más variables y restricciones. Este algoritmo permite establecer el orden en el que se aparejan las variables con las restricciones. En (Sánchez-Parra y Verde, 2006) se triangulariza la matriz de incidencia aparejada del modelo estructural *MI**, mostrándose el orden de cálculo de las variables desconocidas. Esta estructura de datos facilita generar un conjunto de relaciones redundantes expresadas en función de variables conocidas \mathcal{K} y parámetros del modelo θ . Otra contribución útil es el programa SaTool, una herramienta de software para el análisis estructural de sistemas automatizados, realizado por (Lorentzen y Blanke, 2004). Con el que es posible mostrar el grafo estructural del sistema. Además el programa realiza el aparejamiento completo, diagnostica la calculabilidad, es decir si todas las variables desconocidas pueden ser calculadas usando variables conocidas; también concluye sobre la controlabilidad significando que todas las variables desconocidas pueden ser afectadas por las variables de entrada del sistema; y por último describe las ecuaciones de paridad en la forma $c_i(k_n, k_m, c_j(k_p, \dots), \dots) = 0$.

3.4.4. Grafo redundante

El proceso básico para obtener la estructura del modelo \mathcal{G} es el aparejamiento, basado en la propiedad de calculabilidad y asocia variables con restricciones a partir de las cuales es posible eliminar las variables desconocidas. Una vez obtenido el aparejamiento, las restricciones involucradas se pueden interpretar como operadores de un conjunto de variables a otro conjunto, siguiendo trayectorias que enlazan variables siguiendo el grafo orientado.

En (Mina *et al.*, 2008) se establece que, debido a la propiedad bidireccional del grafo, es posible redefinir a una variable endógena como exógena, a la que se llama pseudo-exógena. De esta manera, en forma similar a la ecuación(3.2) para una *RRA*, es posible definir un *grafo redundante*, como sigue:

Definición 6 Sea $\mathcal{K}_i = \mathcal{U}_{si} \cup y_i$ un subconjunto de variables conocidas perfectamente aparejadas

mediante subconjuntos de restricciones C_i , entonces $\mathcal{GR}_i(C_i, \mathcal{U}_{si}, y_i)$ es un grafo redundante el cual establece, por medio de C_i , una consistencia entre el subconjunto pseudo-exógeno $\mathcal{U}_{si} \subset \mathcal{K} \setminus y_i$ y la variable objetivo y_i .

En el análisis de la estructura de un sistema como la TG, se mostrará la utilidad de la aplicación de la definición del grafo redundante. Además se debe considerar que una relación redundante (RR) es una relación basada en una restricción del modelo del sistema que no fué involucrada en el AP (Puig *et al.*, 2004b). Como se conoce el número de restricciones que forman el AP , también se conoce la dimensión del grafo de las relaciones redundantes, o sea el número de relaciones redundantes RRs del sistema. Además es posible identificar la restricción (c_i ó d_j) correspondiente a cada RR .

La forma de obtener cualquier RRA consiste en expresar cada RR en función de las variables no conocidas x_i involucradas en ella; después cada x_i del AP debe ser reemplazada por las restricciones c_i que le correspondan (de acuerdo al AP) y éstas a su vez pueden ser expresadas en función de las variables conocidas k . Para esto es conveniente seguir la secuencia de cómputo indicada en la matriz triangular del AP , llamada anteriormente *matriz de incidencia aparejada triangular* MI_T^* . Un ejemplo de la aplicación de la técnica descrita es mostrado en (Lorentzen *et al.*, 2003). En general se tiene para cada RRA :

$$RRA_i = c_i(k_n, k_m, c_j(k_p, \dots), \dots) = 0 \quad (3.7)$$

Existen diversas formas de implementar el procedimiento anterior a partir del grafo del modelo estructural. Una consiste en usar matrices, partiendo de la MI del sistema. Otra forma es usando una herramienta computacional realizada para el análisis estructural, una tercera consiste en la aplicación del algoritmo computacional que ejecuta la transformación canónica y finalmente una cuarta alternativa que garantiza la no existencia de ciclos diferenciales en el AP , aportada en este trabajo.

3.4.5. Ciclos en el grafo

Algunos aparejamientos conducen a ciclos en el grafo orientado. Existen dos tipos de ciclos: algebraicos y diferenciales. El primer tipo contiene solamente restricciones algebraicas, por lo que es posible resolver el sistema de ecuaciones que representa. El segundo tipo representa un sistema de ecuaciones algebraicas y ecuaciones diferenciales, por lo que es importante incluir las derivadas en el modelo estructural. Si la restricción con derivadas se representa como

$$d : x_{i+1} = \frac{d}{dt} x_i \quad (3.8)$$

cuando en d se conoce la trayectoria de x_i es posible calcular su derivada en cualquier momento, es decir que la restricción d se puede aparejar con x_{i+1} para calcular su valor a partir de x_i . Esto se conoce como *causalidad derivativa*.

Si se conoce valor de x_{i+1} , para aparejar la restricción d con x_i se debe calcular

$$x_i = \int x_{i+1} + x_i(0) \quad (3.9)$$

lo que no determina x_i a menos que se conozcan las condiciones iniciales $x_i(0)$ (Blanke *et al.*, 2003), que generalmente no es posible. Entonces se presenta una *causalidad integral*, que no es deseable en las restricciones diferenciales. Finalmente considérese que un aparejamiento causal es aquel que induce un grafo orientado sin ciclos diferenciales (Dustegor *et al.*, 2006), (Verde *et al.*, 2006).

Para obtener la descomposición canónica se forma la matriz $C \times RRA$ y se identifican las restricciones $c_i, d_j \in C_a^-$, siendo:

$$C_a^- = \{C^- \cup C^0 : c_i, d_j \notin RRAs\} \quad (3.10)$$

el conjunto de restricciones del sistema (3.1) no empleadas en el cálculo de *RRAs*. Estas restricciones forman el subsistema $\mathcal{G}^- \cup \mathcal{G}^0$, mientras que el resto de las restricciones pertenecen al subsistema sobre-restringido \mathcal{G}^+ .

3.5. Estudio de la Estructura de la TG

3.5.1. Modelo estructural

A partir del modelo de TG descrito en el Cap. 2 del Caso de Estudio es posible identificar los siguientes conjuntos para su descripción en el contexto de grafos (Sánchez-Parra y Verde, 2006):

- Conjunto \mathcal{C} formado por 19 restricciones estáticas más 9 restricciones de estado, renombradas por c_i , que requieren 9 restricciones adicionales d_i . Por lo que la cardinalidad \mathcal{C} es 37.

$$\mathcal{C} = \{c1, c2, \dots, c28\} \cup \{d1, d2, \dots, d9\}$$

- Conjunto de variables desconocidas \mathcal{X} :

$$\mathcal{X} = \mathcal{X}^s \cup \mathcal{X}^d \cup \dot{\mathcal{X}}$$

donde $\mathcal{X}^s = \{x_3, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{14}, x_{15}, x_{16}, x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{25}, x_{26}\}$ con $|\mathcal{X}^s| = 14$; $\mathcal{X}^d = \{x_1, x_6, x_{20}, x_{23}\}$ con $|\mathcal{X}^d| = 4$ y $\dot{\mathcal{X}} = \{x_5, x_2, x_7, x_{13}, x_4, x_{21}, x_{24}, x_{22}, x_{27}\}$ con $|\dot{\mathcal{X}}| = 9$. Por lo que la cardinalidad del conjunto es 27.

- Conjunto de variables conocidas \mathcal{K} formado por subconjuntos de variables exógenas \mathcal{Y} , variables endógenas \mathcal{U} y el conjunto de parámetros Θ , definido por

$$\mathcal{K} = \mathcal{Y} \cup \mathcal{U} \cup \Theta = (\mathcal{Y}_s \cup \mathcal{Y}_a) \cup (\mathcal{U}_e \cup \mathcal{U}_c) \cup \Theta$$

donde el conjunto \mathcal{Y} está formado por los sensores \mathcal{Y}_s y los transductores de posición de los actuadores \mathcal{Y}_a . Siendo $\mathcal{Y}_s = \{k_1, k_2, k_6, k_{10}, k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{14}, k_{15}\}$ con $|\mathcal{Y}_s| = 9$ y $\mathcal{Y}_a = \{k_5, k_7, k_8, k_{16}\}$ con $|\mathcal{Y}_a| = 4$. Mientras que el conjunto \mathcal{U} de variables de entrada se forma a su vez con dos conjuntos, uno de variables físicas externas $\mathcal{U}_e = \{k_3, k_4, k_9\}$, por lo que $|\mathcal{U}_e| = 3$; y el otro de señales de control $\mathcal{U}_c = \{k_{17}, k_{18}, k_{19}\}$ con $|\mathcal{U}_c| = 3$. Por lo que la cardinalidad \mathcal{K} es 19.

- También son conocidos 28 parámetros físicos θ_i de valor constante en condiciones normales.
- Con las restricciones y conjuntos de variables del modelo estructurado, se construyó la matriz de incidencia MI de la turbina de gas, de dimensión 37×27 , mostrada en la Figura 3.3. Como las variables conocidas $k_i \in \mathcal{K}$ y los parámetros $\theta_j \in \Theta$ no son utilizados en el proceso de aparejamiento, no es necesario representarlas en forma booleana.

3.5.2. Búsqueda de redundancia

Con base en los fundamentos del AE se llevó a cabo un estudio de las propiedades estructurales del modelo de TG para determinar la redundancia analítica y por tanto concluir sobre la monitorabilidad y la detección de fallas. Por lo que se usaron los siguientes cuatro procesos de aparejamiento descritos a continuación.

Aparejamiento por etapas

Paso 1 Para obtener la matriz de incidencia aparejada MI^* se utilizó el algoritmo de aparejamiento descrito en (Blanke *et al.*, 2003), cuyo objetivo es encontrar el aparejamiento máximo a fin de asegurar que no existe otro aparejamiento que pueda considerar mas variables y restricciones. Se basa en el índice de propagación R para indicar la secuencia de cálculo de las variables desconocidas a partir de las variables conocidas y establecer el orden en el que se aparejan las variables con las restricciones. De acuerdo a:

- 1) Colocar las variables conocidas en el extremo derecho de la MI e iniciar con $R=i=0$.
- 2) Identificar restricciones con *una* (o ninguna) variable desconocida y marcar su intersección con el símbolo \oplus , haciendo $R=0$.

		Variables desconocidas X																									Entradas	Salidas	Parámetros			
No.	C	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	K_u	K_y	Θ	
1	c_1	1				1																								-	k_1	θ_0
2	c_2			1																										k_3	$k_{1,2,5}$	$\theta_{1,2,8}$
3	c_3			1	1																									k_3	k_1	$\theta_{4,5}$
4	c_4																												$k_{3,4}$	$k_{1,6}$	θ_5	
5	c_5									1																			k_3	$k_{4,6,7}$	θ_6	
6	c_6			1						1	1																		-	-	-	
7	c_7					1																							k_{17}	k_5	θ_{25}	
8	d_1					1																							-	k_5	-	
9	c_8									1				1															k_9	$k_{1,8}$	θ_7	
10	c_9										1		1		1														-	-	-	
11	c_{10}																												-	k_1	θ_{21}	
12	c_{11}	1	1																										-	-	θ_{17}	
13	d_2	1	1																										-	-	-	
14	c_{12}	1																											-	k_6	$\theta_{8,9,17,18,19}$	
15	d_3																												-	-	-	
16	c_{13}																												k_{18}	k_8	θ_{26}	
17	d_4																												-	k_8	-	
18	c_{14}																												-	k_6	$\theta_{8,9,18}$	
19	c_{15}	1																											-	$k_{1,10}$	θ_{10}	
20	c_{16}	1																											-	k_1	θ_{10}	
21	c_{17}																												-	$k_{11,12}$	-	
22	c_{18}																												-	$k_{1,10,11}$	θ_{10}	
23	c_{19}																												-	k_2	θ_{11}	
24	c_{20}																												-	$k_{2,13}$	θ_{20}	
25	d_5																												-	k_2	-	
26	c_{21}																												-	k_{13}	$\theta_{12,13,14,15}$	
27	c_{22}																												-	k_2	θ_{22}	
28	d_6																												-	-	-	
29	c_{23}																												-	$k_{10,14}$	θ_8	
30	c_{24}																												-	k_3	$k_{10,15}$	θ_{23}
31	c_{25}																												-	k_9	$k_{10,14,16}$	θ_{24}
32	c_{26}																												-	-	-	θ_{16}
33	d_7																												-	-	-	-
34	c_{27}																												-	$k_{11,14}$	$\theta_{9,16,18,19}$	
35	d_8																												-	k_{14}	-	
36	c_{28}																												-	k_{19}	k_{16}	θ_{27}
37	d_9																												-	-	k_{16}	-

Figura 3.3: Matriz de incidencia MI del modelo estructural de turbina de gas

- 3) Si existen restricciones no marcadas con todas sus variables marcadas, asociar R con i . Incrementar el índice $i = i + 1$.
- 4) Si aún hay variables o restricciones sin marcar, continuar en 2).

Este paso generó la matriz mostrada en la Figura 3.4. Considerese que el símbolo \oplus denota el apareamiento e indica que la restricción c_i calcula a la variable x_j .

Paso 2 El siguiente paso consiste en generar la matriz de incidencia aparejada mostrando sus elementos en forma triangular inferior. Para lograrlo se realizó el reacomodo de filas y columnas de MI^* , colocando las restricciones que no se emparejaron en la parte inferior. Estas son llamadas restricciones auxiliares (RA), útiles para obtener las relaciones de redundancia analítica RRA . Con esto se visualiza la secuencia de cómputo de las variables desconocidas \mathcal{X} de acuerdo al índice R y se identifican rápidamente las RA .

De acuerdo con la Tabla de la Figura 3.5 el conjunto de restricciones aparejadas es:

$$C_a = \{c_7^0, c_{28}^0, c_2^0, c_{13}^0, c_{17}^0, d_5^0, c_5^0, c_{19}^0, d_8^0, c_{22}^0, c_{23}^0, c_{24}^0, c_{25}^0; \\ d_3^1, c_1^1, c_3^1, c_6^1, c_8^1, c_{21}^1, c_{10}^1, c_{26}^1; c_9^2, d_2^2, c_{14}^2, c_{15}^2; c_{16}^3, c_{20}^4\} \quad (3.11)$$

Mientras que el conjunto de relaciones no utilizadas en el proceso, que se denotan auxiliares, es:

$$RA = \{c_4^0, c_{18}^0, d_1^0, d_4^0, d_9^0, c_{27}^1, c_{11}^1, c_{12}^1, d_6^1, d_7^1\} \quad (3.12)$$

Donde el exponente corresponde al índice i de la columna R que indica el orden de evaluación y el símbolo Δ significa que la variable no debe ser aparejada a fin de evitar la causalidad integral.

Paso 3 Obtener las Relaciones de redundancia analítica de la TG realizando la sustitución hacia atrás como se muestra en (Lorentzen *et al.*, 2003). Basándose en la redundancia obtenida, se selecciona una ea_i del conjunto RA y se expresa como función de las k_i existentes en la misma fila. Enseguida se expresa la x_i seleccionada usando la sección aparejada. Considerando que ambas expresiones son iguales, se obtiene la correspondiente RRA_i .

Ejemplo 1 Considérese ea_2 en el Cuadro de la Figura 3.5, entonces: $c_{18}(k_1, k_{10}, k_{11}, \theta_{10}) = c_{17}(k_{11}, k_{12}) \rightarrow RRA_2 = f(c_{17}, c_{18}, k_1, k_{10}, k_{11}, k_{12}, \theta_{10}) = 0$

Para estudiar el grado de detectabilidad usando las RRA s obtenidas, considerese que si una restricción aparejada es parte de una RRA , entonces las variables conocidas k 's y parámetros θ 's

TG		Variables desconocidas X																										Entradas	Salidas		
R	C	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	K_u	K_y	
1	c_1	⊕				1																								-	k_1
0	c_2		⊕																											k_3	$k_{1,2,5}$
1	c_3		1					⊕																						k_3	k_1
0	c_4																													$k_{3,4}$	$k_{1,6}$
0	c_5								⊕																					k_3	$k_{1,6,7}$
1	c_6		1						1	⊕																				-	-
0	c_7					⊕																								k_{17}	k_5
0	d_1				1																									-	k_5
1	c_8					1						⊕																		k_9	$k_{1,8}$
2	c_9									1	1		⊕																	-	-
1	c_{10}					1																		⊕						-	k_1
1	c_{11}	1	1												1	1														-	-
2	d_2	1	⊕																											-	-
2	c_{12}	1				1	1			1	1																			-	k_6
1	d_3					1	⊕																							-	-
0	c_{13}												⊕																	k_{18}	k_8
0	d_4												1																	-	k_8
2	c_{14}									1	1												⊕							-	k_6
2	c_{15}	1																						⊕						-	$k_{1,10}$
3	c_{16}	1																					1	1	⊕					-	k_1
0	c_{17}						⊕																							-	$k_{11,12}$
0	c_{18}					1																								-	$k_{1,10,11}$
0	c_{19}																													-	k_2
4	c_{20}			1			1			⊕					1	1							1	1						-	$k_{2,13}$
0	d_5			⊕																										-	k_2
1	c_{21}																							⊕	1					-	k_{13}
0	c_{22}																							⊕						-	k_2
1	d_6																							1	1					-	-
0	c_{23}																								⊕					-	$k_{10,14}$
0	c_{24}																										⊕			k_3	$k_{10,15}$
0	c_{25}																											⊕		k_9	$k_{10,14,16}$
1	c_{26}														1									1	⊕	1	1			-	-
1	d_7																							1	1					-	-
1	c_{27}														1									1	1			1		-	$k_{11,14}$
0	d_8																							⊕						-	k_{14}
0	c_{28}																											⊕		k_{19}	k_{16}
0	d_9																											1		-	k_{16}
R	C	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}	x_{20}	x_{21}	x_{22}	x_{23}	x_{24}	x_{25}	x_{26}	x_{27}	K_u	K_y	

Figura 3.4: Matriz de incidencia de turbina de gas aparejada MI^* , algoritmo de aparejamiento por etapas

TG		Variables desconocidas X																			Entradas	Salidas								
R	C	x_5	x_{27}	x_3	x_{13}	x_6	x_4	x_9	x_{19}	x_{22}	x_{21}	x_{23}	x_{25}	x_{26}	x_7	x_1	x_8	x_{10}	x_{12}	x_{20}	x_{15}	x_{24}	x_{14}	x_2	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{11}	K_u	K_y
0	c_7	⊕																											k_{17}	k_5
0	c_{28}		⊕																										k_{19}	k_{16}
0	c_2			⊕																									k_3	$k_{1,2,5}$
0	c_{13}				⊕																								k_{18}	k_8
0	c_{17}					⊕																							-	$k_{11,12}$
0	d_5						⊕																						-	k_2
0	c_5							⊕																					k_3	$k_{1,6,7}$
0	c_{19}								⊕																				-	k_2
0	d_8									⊕																			-	k_{14}
0	c_{22}										⊕																		-	k_2
0	c_{23}											⊕																	-	$k_{10,14}$
0	c_{24}												⊕																k_3	$k_{10,15}$
0	c_{25}													⊕															k_9	$k_{10,14,16}$
1	d_3														⊕														-	-
1	c_1															⊕													-	k_1
1	c_3																⊕												k_3	k_1
1	c_6																	⊕											-	-
1	c_8																		⊕										k_9	$k_{1,8}$
1	c_{21}																			⊕									-	k_{13}
1	c_{10}																				⊕								-	k_1
1	c_{26}																					⊕							-	-
2	c_9																												-	-
2	d_2																												-	-
2	c_{14}																												-	k_6
2	c_{15}																												-	$k_{1,10}$
3	c_{16}																												-	k_1
4	c_{20}																												-	$k_{2,13}$
ea_1	0	c_4																											$k_{3,4}$	$k_{1,6}$
ea_2	0	c_{18}																											-	$k_{1,10,11}$
ea_3	0	d_1																											-	k_5
ea_4	0	d_4																											-	k_8
ea_5	0	d_9																											-	k_{16}
ea_6	1	c_{27}																											-	$k_{11,14}$
ea_7	1	c_{11}																											-	-
ea_8	1	c_{12}																											-	k_6
ea_9	1	d_6																											-	-
ea_{10}	1	d_7																											-	-

Figura 3.5: Matriz de incidencia aparejada triangularizada MI_T^* y relaciones auxiliares

de dicha restricción son útiles para la detección de fallas. La parte no-detectable del sistema está formada por las restricciones que no son usadas por el conjunto de RRA , ec (3.10). Entonces a fin de precisar las restricciones del subsistema no detectable de la turbina de gas (si existe), se forma una matriz de detectabilidad M_d de dimensión 37x10:

$$M_d = C \times RRA \quad (3.13)$$

Mediante la inspección de la matriz M_d es posible identificar las restricciones $c_i, d_j \in C_a^-$ del subsistema no detectable, obteniéndose el conjunto $C_a^- = \{c_3, c_{14}, c_{15}, c_{16}, c_{19}, c_{20}, d_5\}$, que corresponde a un sistema justo-restringido \mathcal{G}^0 de 7×7 . Con el resultado anterior se realizan permutaciones de filas y columnas de la matriz MT_T^* , para formar los sub sistemas \mathcal{G}^0 y \mathcal{G}^+ , mostrados en la Figura 3.6. Un hallazgo importante obtenido con el procedimiento descrito es el haber encontrado un sistema \mathcal{G}^0 sin redundancia y por tanto no detectable.

Se observó la existencia de ciclos diferenciales en las trayectorias de cómputo de variables aparejadas. También fue sistemáticamente confirmada la existencia de 10 RRA s, sin embargo aun no es posible asegurar que esta sea la dimensión de la redundancia del sistema TG. Sobre todo considerando el alto numero de combinaciones posibles, de 30 restricciones con 20 variables aparejadas.

Aparejamiento usando herramienta computacional Con el programa SaTool descrito en (Lorentzen y Blanke, 2004) se obtuvo el grafo del sistema mostrado en la Figura 3.7. Además de informes sobre: 1) calculabilidad (reachability) respecto del conjunto \mathcal{X} , siendo 27 variables calculables y 0 variables no-calculables, 2) controlabilidad, reportándose 3 variables controlables (x_5, x_{13}, x_{27}) y 24 variables no controlables, 3) detectabilidad, informándose de 30 restricciones detectables y 7 no-detectables, además de 10 relaciones de paridad, ec.(3.14), donde cada una es expresada en función de otras restricciones y las respectivas variables conocidas $k_i \in \mathcal{K}$. Las RRA s encontradas con este procedimiento son iguales a las obtenidas en el caso 1.

$$C_{RRA} = \{c_4, c_7, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{13}, c_{17}, c_{21}, c_{26}, c_{28}\} \quad (3.14)$$

Aparejamiento vía descomposición de \mathcal{G} Usando el programa *dmperm* de Matlab se calculó la descomposición canónica del modelo estructural obteniéndose sistemas sub-restringido $\mathcal{G}^- = \emptyset$, justo- restringido $\mathcal{G}^0 \in \mathbb{R}^{7 \times 7}$ y sobre-restringido $\mathcal{G}^+ \in \mathbb{R}^{30 \times 20}$ con 10 RRA s, esquematizada en la Figura 3.8. Efectuando la sustitución hacia atrás se obtuvo nuevamente un conjunto de 10 RRA s, mostradas en el Cuadro 3.1 y por tanto el sistema completo resultó ser monitoreable. También se confirmó la existencia del subsistema \mathcal{G}^0 sin redundancia y por tanto no detectable ante fallas, es

TG		Variables desconocidas X																				Entradas	Salidas										
R	C	x_4	x_{19}	x_{17}	x_{16}	x_{18}	x_8	x_{11}	x_5	x_{27}	x_3	x_{13}	x_6	x_9	x_{22}	x_{21}	x_{23}	x_{25}	x_{26}	x_7	x_1	x_{10}	x_{12}	x_{20}	x_{15}	x_{24}	x_{14}	x_2	K_u	K_y			
\mathcal{G}^0	0	d_5	\oplus																											-	k_2		
	0	c_{19}	\oplus																											-	k_2		
	2	c_{15}		\oplus																			1							-	$k_{1,10}$		
	2	c_{14}			\oplus																			1	1					-	k_6		
	3	c_{16}				1	1	\oplus																1						-	k_1		
	1	c_3														1														-	k_3	k_1	
4	c_{20}	1	1			1	1	1	\oplus																	1			-	$k_{2,13}$			
\mathcal{G}^+	0	c_7																													k_{17}	k_6	
	0	c_{28}																													k_{19}	k_{16}	
	0	c_2																													k_3	$k_{1,2,5}$	
	0	c_{13}																													k_{18}	k_8	
	0	c_{17}																													-	$k_{11,12}$	
	0	c_5																													k_5	$k_{1,6,7}$	
	0	d_8																													-	k_{14}	
	0	c_{22}																														-	k_2
	0	c_{23}																														-	$k_{10,14}$
	0	c_{24}						\emptyset																								k_3	$k_{10,15}$
	0	c_{25}																														k_9	$k_{10,14,16}$
	1	d_3																														-	-
	1	c_1																														-	k_1
	1	c_6																														-	-
	1	c_8																														k_9	$k_{1,8}$
	1	c_{21}																														-	k_{13}
	1	c_{10}																														-	k_1
1	c_{26}																														-	-	
2	c_9																															-	-
2	d_2																															-	-
Auxiliares	ea_1	0	c_4																												$k_{3,4}$	$k_{1,6}$	
	ea_2	0	c_{18}																												-	$k_{1,10,11}$	
	ea_3	0	d_1																												-	k_5	
	ea_4	0	d_4																												-	k_8	
	ea_5	0	d_9																												-	k_{16}	
	ea_6	1	c_{27}																													-	$k_{11,14}$
	ea_7	1	c_{11}																													-	-
	ea_8	1	c_{12}																													-	k_6
	ea_9	1	d_6																													-	-
	ea_{10}	1	d_7																													-	-
R	C	x_4	x_{19}	x_{17}	x_{16}	x_{18}	x_8	x_{11}	x_5	x_{27}	x_3	x_{13}	x_6	x_9	x_{22}	x_{21}	x_{23}	x_{25}	x_{26}	x_7	x_1	x_{10}	x_{12}	x_{20}	x_{15}	x_{24}	x_{14}	x_2	K_u	K_y			

Figura 3.6: Matriz de incidencia del modelo estructural de turbina de gas aparejada en forma triangular, con subsistemas $\mathcal{G}^0, \mathcal{G}^+$ y ecuaciones auxiliares

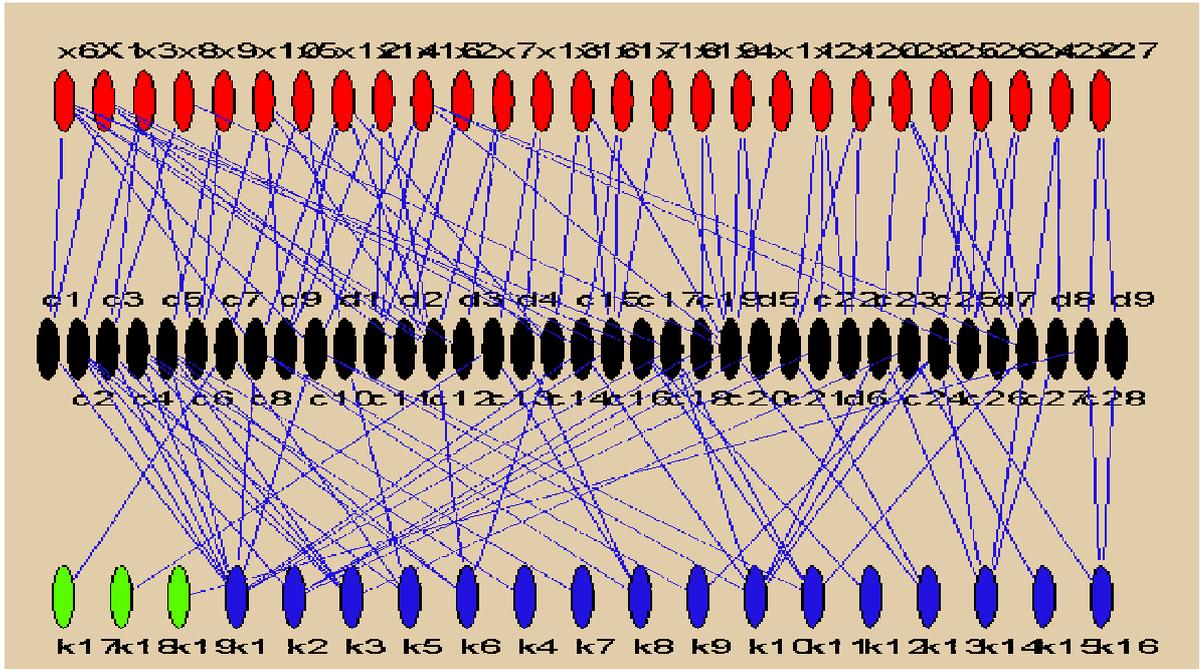


Figura 3.7: Grafo bipartita del modelo dinámico estructurado de turbina de gas

decir que las componentes del sistema físico asociadas con el modelo de comportamiento contenido en \mathcal{G}^0 no permite la detección de fallas asociadas a las restricciones involucradas.

Aparejamiento sin causalidad integral Con el propósito de eliminar conflictos de causalidad en todos los aparejamientos completos del sistema sobre-restringido, se desarrolló el siguiente algoritmo, el cual está fundamentado en la teoría de grafos.

Algoritmo para obtener estructura redundante sin ciclos diferenciales en subsistemas sobre-restringidos

Cuadro 3.1: Relaciones Redundantes del sistema \mathcal{G}^+

RRA_s	Restricciones C	Variables conocidas K	P	arámetros Θ
RRA_1	c_4	$k_{1,3,4,6}$		θ_5
RRA_2	c_{17}, c_{18}	$k_{1,10,11,12}$		θ_{10}
RRA_3	d_1, c_7	$k_{5,17}$		θ_{25}
RRA_4	d_4, c_{13}	$k_{8,18}$		θ_{26}
RRA_5	d_9, c_{28}	k_{16}		θ_{27}
RRA_6	$d_8, c_{10}, c_{17}, c_{23}, c_{25}, c_{27}$	$k_{1,9,10,11,12,14,16,19}$		$\theta_{0,9,16,18,19,21,24}$
RRA_7	$d_2, c_1, c_2, c_5, c_6, c_8, c_9, c_{10}, c_{11}, c_{17}$	$k_{1,2,3,5,6,7,8,9,11,12}$		$\theta_{0,1,2,3,6,7,17,21}$
RRA_8	$d_3, c_1, c_2, c_5, c_6, c_8, c_9, c_{12}, c_{17}$	$k_{1,2,3,5,6,7,8,9,11,12}$		$\theta_{0,1,2,3,6,7,8,9,17,18,19}$
RRA_9	d_6, c_{21}, c_{22}	$k_{2,13}$		$\theta_{12,13,14,15,22}$
RRA_{10}	$d_7, c_{10}, c_{17}, c_{23}, c_{24}, c_{25}, c_{26}$	$k_{1,3,9,10,11,12,14,15,16}$		$\theta_{0,16,21,23,24}$

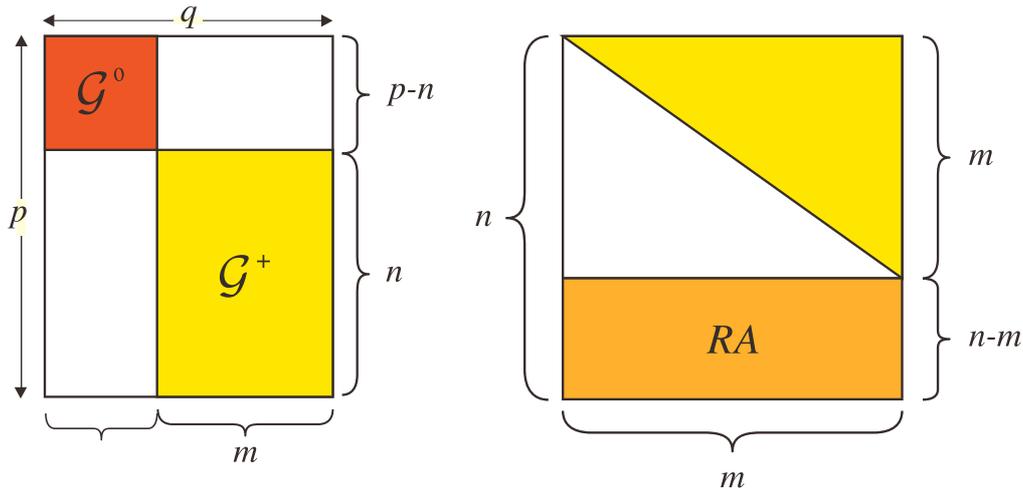


Figura 3.8: Descomposición canónica del modelo estructural de turbina de gas: $p = 37$, $q = 27$, $n = 30$, $m = 20$, $p - n = q - m = 7$

1. Calcular la descomposición DM de MI de $p \times q$
2. Identificar el sistema sobre-restringido \mathcal{G}^+ de $n \times m$ ($n > m$)
3. Calcular todos los apareamientos completos en \mathcal{G}^+ . Considerar:
 - a) Combinaciones de n (restricciones) con m (variables)
 - b) Seleccionar los casos de rango estructural completo o bloques de König-Hall (BKH).
4. Clasificar BKH de RE completo de acuerdo al contenido de ciclos diferenciales, por medio de las siguientes propiedades: p_1 : derivadas con 2 variables desconocidas p_2 : derivadas con 1 variable desconocida $p_3 = p_1 \text{ and } p_2$, se cumplen p_1 y p_2 $p_4 = \bar{p}_1 \text{ and } \bar{p}_2$, no se cumplen: ni p_1 ni p_2
5. Con el resultado de p_4 se calcula la MI_T^* y las RRs del sistema.
6. Determinar las $RRAs$ del sistema.
7. Hallar expresiones analíticas de los residuos.

Resultados obtenidos con el algoritmo:

- Existen 30,045,015 combinaciones posibles de 30 restricciones con 20 variables.
- 65,496 combinaciones cumplen la condición de ser BKH.

- Se hallaron 2 combinaciones sin causalidad interal en el aparejamiento de variables.
- Obteniéndose 10 RRs y las respectivas $RRAs$ de cada combinación.

Basados en el subgrafo \mathcal{G}^+ , el numero máximo de RRs está dado por $|\mathcal{C}^+| - |\mathcal{X}^+| = 10$ siendo posible seleccionar diferentes aparejamientos para obtenerlas. Dado que cualquier procedimiento de aparejamiento permite generar las relaciones redundantes básicas, en este trabajo se utilizó el proceso de aparejamiento causal sugerido en (Blanke *et al.*, 2003). Posteriormente se obtienen las 10 RAA 's, mostradas en el Cuadro 3.1, que son iguales a las obtenidas en casos anteriormente descritos. Además, usando las restricciones relacionadas en las $RRAs$ fue posible determinar expresiones analíticas para los residuos.

3.5.3. Subsistema no detectable

El subsistema no-detectable \mathcal{G}^0 agrupa variables utilizadas para el cálculo de eficiencias en la *trayectoria de gases* de la TG (Giampaolo, 2003). Su importancia radica principalmente en que las restricciones que lo forman se usan para calcular la eficiencia de la turbina de gas, indicativa de un estado normal de operación, por tanto hace posible realizar alguna acción preventiva en presencia de un funcionamiento anormal. Consecuentemente, ante la pérdida o ausencia de uno ó varios sensores pertenecientes a este sistema irremediamente se pierde la monitorabilidad de la turbina.

En el Cuadro 3.2 se describe el subsistema \mathcal{G}^0 sin redundancia que involucra a la restricción (c20) y en la Figura3.10 se muestra su grafo redundante. El subsistema sin redundancia \mathcal{G}^0 se ubica en la trayectoria de gases de la TG, que incluye las variables no sensadas: energía del compresor x_8 , pérdida de potencia por fricción del rotor x_{19} ; entalpia de gases de escape x_{18} , entalpia de gases en cámara de combustión x_{16} , densidad de gases de escape x_{17} , aceleracion del rotor x_4 y la potencia del motor de arranque x_{11} . Del grafo se puede apreciar que es imposible detectar una falla en el turbo-generador usando la instrumentación disponible. Además, como en este trabajo es de particular interés la falla crítica de fricción del rotor de la turbina (descrita en la sección 2.2.2) ,que provoca pérdida de potencia eléctrica k_{13} , el siguiente objetivo consiste en seleccionar las mediciones necesarios en \mathcal{G}^0 para que la restricción (c20) aparezca en alguna RAA .

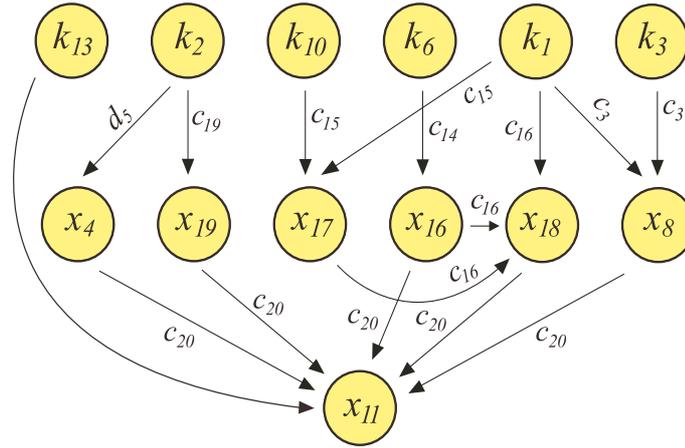
A partir de las firmas de fallas de sensores, actuadores y señales de control se sabe que la TG es completamente monitoreable según se puede apreciar en el Cuadro de la Figura 3.11. La capacidad de detección es completa respecto a todas las variables conocidas k_i , más no lo es respecto de todos los parámetros θ_j . En el Cuadro mostrado en la Figura 3.12 es posible ver que los parámetros $\theta_4, \theta_{11}, \theta_{20}$ no son detectables con la estructura original de 10 RAA .

TG	Variables desconocidas X																	Entradas	Salidas					
C	x_{27}	x_{22}	x_{24}	x_{26}	x_{25}	x_{23}	x_{20}	x_{21}	x_{13}	x_5	x_7	x_2	x_{14}	x_{10}	x_9	x_{15}	x_{12}	x_1	x_6	x_3	K_u	K_y		
c_{28}	\oplus																				k_{19}	k_{16}		
c_{27}		\oplus																				-	$k_{11,14}$	
c_{26}			\oplus																			-	-	
c_{25}				\oplus																		k_9	$k_{10,14,16}$	
c_{24}					\oplus																	k_3	$k_{10,15}$	
c_{23}						\oplus																-	$k_{10,14}$	
c_{21}							\oplus															-	k_{13}	
c_{22}								\oplus														-	k_2	
c_{13}									\oplus													k_{18}	k_8	
c_7										\oplus												k_{17}	k_5	
c_{12}											\oplus											-	k_6	
c_{11}												\oplus										-	-	
c_9													\oplus									-	-	
c_6														\oplus								-	-	
c_5															\oplus							k_3	$k_{1,6,7}$	
c_{10}																\oplus						-	k_1	
c_8																	\oplus					k_9	$k_{1,8}$	
c_1																		\oplus				-	k_1	
c_{18}																						-	$k_{1,10,11}$	
c_2																							k_3	$k_{1,2,5}$
ea_1	d_9	1																				-	k_{16}	
ea_2	d_8		1																			-	k_{14}	
ea_3	d_4																					-	k_8	
ea_4	c_{17}																					-	$k_{1,1,12}$	
ea_5	d_6																					-	-	
ea_6	d_7																					-	-	
ea_7	d_3																					-	-	
ea_8	c_1																					$k_{3,4}$	$k_{1,6}$	
ea_9	d_1																					-	k_5	
ea_{10}	d_2																					-	-	
C	x_{27}	x_{22}	x_{24}	x_{26}	x_{25}	x_{23}	x_{20}	x_{21}	x_{13}	x_5	x_7	x_2	x_{14}	x_{10}	x_9	x_{15}	x_{12}	x_1	x_6	x_3	K_u	K_y		

Figura 3.9: Sistema sobre restringido de turbina de gas con aparejamiento perfecto sin causalidad integral

Cuadro 3.2: Subsistema \mathcal{G}^0 sin información redundante

\mathcal{C}	x_4	x_{19}	x_{17}	x_{16}	x_{18}	x_8	x_{11}	\mathcal{K}^+	Θ	X^+
d_5	•							k_2	-	-
c_{19}		•						k_2	θ_{11}	-
c_{15}			•					$k_{1,10}$	θ_{10}	x_1
c_{14}				•				k_6	$\theta_{8,9,18}$	x_{10}, x_{12}
c_{16}			•	•	•			k_1	θ_{10}	x_1
c_3						•		$k_{1,3}$	$\theta_{4,5}$	x_3
c_{20}	•	•		•	•	•	•	$k_{2,13}$	θ_{20}	x_{15}

Figura 3.10: Grafo redundante del sistema \mathcal{G}^0

Lo anterior significa que no es posible lograr la detección de la falla utilizando el parámetro θ_{11} mientras que el efecto de la misma se ve en la variación de k_{13} . Un comentario adicional es que la estructura obtenida también afecta la detección de los parámetros θ_4 *densidad del aire* y θ_{20} *inercia del turbogenerador*. Este último asociado a la falla mecánica de sobre-velocidad de la turbina.

3.5.4. Mejora de la redundancia

La Figura 3.10 muestra el grafo redundante del subsistema \mathcal{G}^0 para análisis, en donde los nodos corresponden a las variables y las flechas indican las restricciones usadas para evaluar una variable. En la figura se aprecia que la restricción c_{20} está ligada al nodo x_{11} , y que este no puede ser saltado por ninguna trayectoria. Se ve que sensando la variable x_{11} , lo cual es posible físicamente por tratarse de una variable de potencia eléctrica, es posible añadir un nuevo sensor a la instrumentación de la TG, por lo que x_{11} se convierte en la variable conocida k_{20} , modificando la estructura de la TG, reduciéndose el número de variables desconocidas a 26 y aumentando a 20 el número de variables sensadas. Al descomponer canónicamente el nuevo sistema se obtiene el subsistema sobre-restringido $\mathcal{G}^+ \in \mathbb{R}^{37 \times 26}$, y $\mathcal{G}^- = \mathcal{G}^0 = \emptyset$. Entonces, se puede generar RRA_{11} dada por

$$RRA_{11}(\mathcal{C}^*, \mathcal{K}^*)$$

$$\mathcal{C}^* = \{c_1, c_2, c_3, c_5, c_6, c_8, c_{10}, c_{14}, c_{15}, c_{16}, c_{17}, c_{19}, d_5, c_{20}\}$$

$$\mathcal{K}^* \doteq \{k_1, k_2, k_3, k_5, k_6, k_7, k_8, k_9, k_{10}, k_{11}, k_{12}, k_{13}, k_{20}; \theta_4, \theta_{11}, \theta_{20}\}$$

3.6. Análisis de resultados

3.6.1. Análisis de detectabilidad y aislabilidad.

A partir de las RRA del Cuadro 3.1 y la RRA_{11} en ec(3.5.4), se obtienen las matrices de firma de fallas de sensores y parámetros del proceso (Figura 3.11 y 3.12), que describen los efectos de las fallas en el conjunto de datos \mathcal{K}^* . En caso de tener alguna columna llena de ceros, significa que la variable sensada o parámetro no es detectable. Si al menos existe un 1 en la columna significa que la RRA muestra un síntoma de falla. En la Figura 3.11. se concluye para las estructuras de 10 y 11 RRA todos los sensores son detectables, sin embargo, la Figura 3.12 muestra que para la estructura de 10 RRA existen 3 parámetros no detectables $\theta_4, \theta_{11}, \theta_{20}$ mientras que con la estructura modificada, todos los parámetros θ_j son detectables.

En el caso de parámetros del proceso, nótese que la única relación sensible a la desviación por fricción es RRA_{11} , entonces la implementación de la ec(3.5.4) genera la señal de alarma o residuo activado por fallas en \mathcal{C}^* y \mathcal{K}^* . La evolución del residuo se muestra en la Figura 3.16 para un cambio $\Delta_{11} = 2$ en el modelo no lineal. La firma de fallas de la Figura 3.12 completa se ha verificado mediante la implementación de otras RRA .

Aislamiento de fallas. En la Figura 3.11 se muestra que las filas asociadas a los sensores k_{11} y k_{12} tienen la misma firma de RRA , lo que significa que las fallas de estos sensores no son aislables entre sí, como se muestra en la matriz de aislamiento de la Figura 3.13. En lo que respecta a parámetros, la matriz de aislamiento de la Figura 3.14 de la estructura de 10 RRA confirma la no aislabilidad de las fallas de $\theta_4, \theta_{11}, \theta_{20}$, ya que no son detectables. Mientras que la matriz de aislamiento de la Figura 3.15 de la estructura de 11 RRA s muestra que las mismas fallas son aislables del resto pero no son aislables entre sí. Una alternativa para lograr la aislabilidad completa de las fallas $\theta_4, \theta_{11}, \theta_{20}$, consiste en incluir síntomas de falla, como la variación Δk_{13} .

Implementación de relaciones redundantes. Correspondiente a las fallas mecánicas, es suficiente con generar una señal de alarma con RRA_{11} que debe ser diferente de cero en condición de falla. De esta forma la implementación de RRA_{11} genera un residuo que detecta fallas en las componentes de \mathcal{C}^* (que incluye c_{20}), en los sensores \mathcal{K}^* y el parámetro θ_{11} . En la Figura 6.2 del Apéndice B se muestra el diagrama a bloques en Simulink con el que se genera el residuo. Mientras que la evaluación de RRA_{11} llamada señal r_{11} es mostrada en la Figura 3.16 para la intensidad de falla $\Delta_{11} = 2$ simulando la TG con un modelo numérico no lineal basado en la arquitectura de la TG mostrada en la Figura 2.2. En forma similar es posible implementar el resto de los residuos y

su comportamiento para cualquiera de las fallas consideradas de sensores y parámetros.

3.7. Conclusión

Beneficios

El diseño basado en análisis estructural hace posible:

1. Identificar el subsistema no detectable \mathcal{G}^0 , y por tanto los sensores fallados que ocasionan pérdida de monitoreabilidad, haciendo no detectables fallas en el subsistema afectado.
2. Especificar sensores adicionales que aseguren la monitoreabilidad, permitiendo esto calcular en forma segura los valores de las variables no sensadas, necesarias para la determinación de eficiencias.
3. Describir la característica de aislabilidad de fallas de sensores y parámetros asegurando la distinguibilidad de fallas.
4. Realizar un sistema FDI dedicado a la detección y diagnóstico de fallas críticas.

El sistema FDI desarrollado es componente esencial del control tolerante a fallas de este trabajo.

Ventajas

1. Simplicidad: el modelo requerido para el análisis de redundancia no requiere ser extremadamente complejo.
2. Versatilidad: es posible utilizar el modelo para realizar estudios de monitoreabilidad en sistemas similares.
3. Eficiencia: con la detección y diagnóstico de fallas se beneficia la continuidad de la operación y la disponibilidad del sistema, contribuyendo a la reducción de gastos por trabajos de mantenimiento imprevistos.
4. Mejora global de la rentabilidad.

TG	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}	f_{17}	f_{18}	f_{19}	f_{20}	
f_1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_2	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_3	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_4	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_6	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_7	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_8	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_9	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_{10}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_{11}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_{12}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
f_{13}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
f_{14}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
f_{15}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
f_{16}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
f_{17}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
f_{18}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
f_{19}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
f_{20}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

Figura 3.13: Matriz de aislamiento de fallas de sensores k_j , casos de 10 y 11 RRA

TG	f_0	f_1	f_2	f_3	f_4	f_5	f_6	f_7	f_8	f_9	f_{10}	f_{11}	f_{12}	f_{13}	f_{14}	f_{15}	f_{16}	f_{17}	f_{18}	f_{19}	f_{20}	f_{21}	f_{22}	f_{23}	f_{24}	f_{25}	f_{26}	f_{27}	
f_0	1																												
f_{17}		1	1	1	1	1	1																						
f_7			1	1	1	1	1	1																					
f_6				1	1	1	1	1	1																				
f_3					1	1	1	1	1	1																			
f_2						1	1	1	1	1	1																		
f_1							1	1	1	1	1	1																	
f_4								0																					
f_5									1																				
f_8										1																			
f_{19}											1	1	1																
f_{18}												1	1	1															
f_9													1	1	1														
f_{10}															1														
f_{11}																0													
f_{22}																		1	1	1	1	1							
f_{15}																			1	1	1	1	1						
f_{14}																				1	1	1	1	1					
f_{13}																					1	1	1	1	1				
f_{12}																						1	1	1	1	1			
f_{24}																										1	1		
f_{16}																											1	1	
f_{20}																												0	
f_{21}																													1
f_{23}																													1
f_{25}																													1
f_{26}																													1
f_{27}																													1

Figura 3.14: Matriz de aislamiento de fallas de parámetros θ_j , caso de 10 RRA

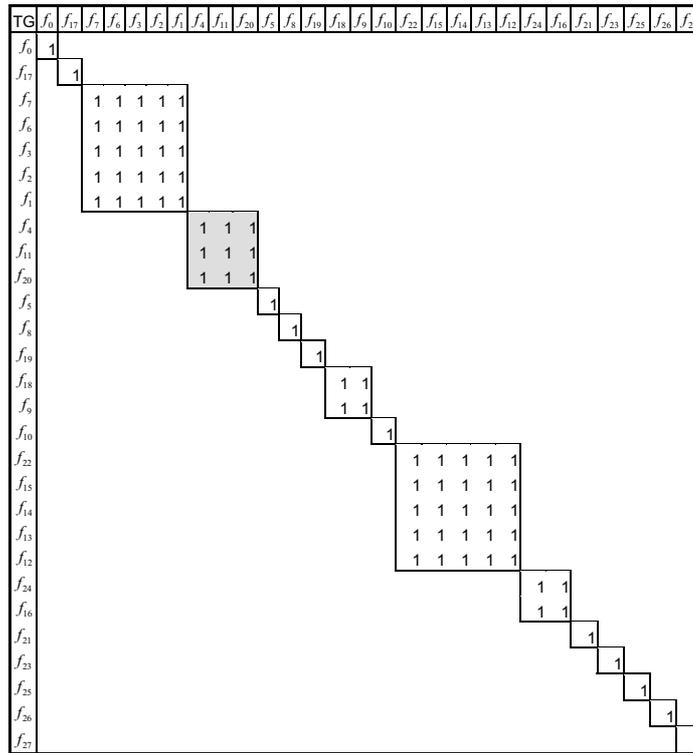


Figura 3.15: Matriz de aislamiento de fallas de parámetros θ_j , caso de 11 RRA

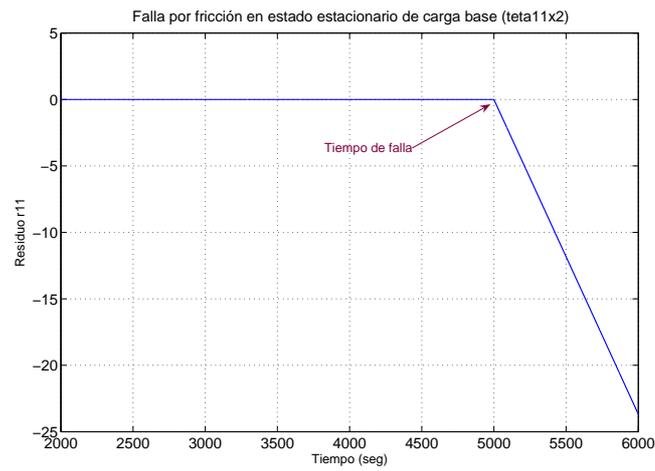


Figura 3.16: Detección de falla por fricción del residuo r_{11} (ARR_{11}) en 5000s

Capítulo 4

Controlador PID Tolerante a Fallas

4.1. Introducción

De acuerdo con (Bhattacharyya, 1986) y (Datta *et al.*, 2000) para que un sistema de control sea robusto, debe realizar el seguimiento de referencias y rechazo a determinadas clases de perturbaciones en presencia de varias clases de incertidumbres y cambios en las características dinámicas de la planta, llamándole *estabilidad robusta*. Además, para lograr que el sistema sea tolerante a fallas estas deberán ser detectadas e identificadas con precisión y oportunidad (Blanke *et al.*, 2003), (Isermann, 2006), siendo necesario activar un mecanismo de reconfiguración capaz de actualizar referencias y sintonizar al controlador, como lo señalan (Zhang y Jiang, 2006).

Por los resultados de las pruebas en simulación para la obtención del punto de operación, se sabe que el seguimiento de referencias es satisfactorio, sin embargo ante perturbaciones de tipo mecánico como la descrita $\Delta\theta_{11}$, se provoca una falla significativa que desvía a la variable controlada de su valor nominal. Entonces es posible afirmar que el control de la TG ni es robusto ni tolerante a fallas. Además, como cada tipo de falla estructural puede tener diferentes intensidades es posible obtener múltiples modelos de plantas falladas ó familia de fallas.

Considerando los conceptos anteriores, el objetivo del trabajo expuesto en este Capítulo de la tesis es: desarrollar un sistema de control tolerante a fallas para turbinas de gas, basado en técnicas del estado del arte de FDI y CTF, capaz de reducir efectos transitorios ocasionados en las variables de proceso controladas, y de modificar la referencia de control considerando el problema de la seguridad de la turbina. Para lograr dicho objetivo se propone efectuar el diagnóstico de la falla significativa usando las relaciones de redundancia analítica obtenidas en el Cap. 3 e integrarlo con un control industrial del tipo PID, sintonizado siguiendo la técnica presentada en (Keel y Bhattacharyya, 2008).

El contenido del capítulo es el siguiente: en la sección 2 se describe el esquema de control pasivo tolerante a fallas atribuido a Narendra y Rauch (1995); en la sección 3 se presenta la propuesta principal del trabajo de tesis, el esquema de control activo tolerante a fallas; la descripción de la metodología empleada corresponde a la sección 4; finalmente, la sección 5 corresponde al caso de estudio en donde se muestran y describen los resultados obtenidos en simulación.

4.2. Esquema pasivo tolerante a Fallas

Como antecedente se consideran los trabajos realizados por (Narendra *et al.*, 1995) y (Rauch, 1995). En el primero se describe un método para diseñar sistemas adaptables con capacidades de aprendizaje para operar eficientemente en ambientes dinámicos con alto grado de incertidumbre. En la Fig. 4.1 se muestra el esquema propuesto, que emplea múltiples modelos de plantas falladas para describir fallas de intensidades distintas. Además de múltiples modelos de controladores con esquemas de conmutación y sintonización, garantizando estabilidad y desempeño. Se menciona que el estudio de sistemas lineales proporciona los fundamentos teóricos para desarrollar este enfoque y considera la manera en la que estos conceptos son aplicables al control de sistemas no lineales.

En esta propuesta, la estructura de un sistema generalizado, capaz de funcionar apropiadamente en el ambiente en el que ocurre una falla, considera N modelos de plantas falladas denotadas por $\{I_i\}_{i=1}^N$ y sus correspondientes salidas $\{y_i\}_{i=1}^N$. Para cada instante se tiene una medida del error $e_i \triangleq y_i - y$, denotado por $J_i(t)$, $i = 1, 2, \dots, N$, y se selecciona el modelo correspondiente al mínimo expresado por: $\min_i \{J_i(t)\}$, con la correspondiente entrada de control a la planta en dicho instante. Los autores de esta aproximación sistematizada del control han mostrado que "si el control adaptable de cada planta fallada es estable, entonces el control que involucra el cambio de una planta a otra sigue siendo estable".

El trabajo realizado por (Rauch, 1995) complementa al anterior planteando un sistema autónomo de *control reconfigurable* relacionado con el acomodamiento de fallas y sistemas de aprendizaje. Considera un sistema basado en múltiples modelos para representar características de sistemas poco seguros. En el artículo se emplea una definición amplia de control reconfigurable, por ser aplicada a tres situaciones diferentes: (i) establecimiento del régimen operativo del sistema, (ii) mejoramiento del desempeño durante la operación y (iii) la reconfiguración del control como parte del acomodamiento de una falla. Se asume un conocimiento inicial del sistema que incluye el control. También asume que el sistema puede cambiar con el tiempo, lentamente debido a efectos ambientales o rápidamente debido a fallas. Entonces conforme el sistema cambia es necesario actualizar el modelo y también el control. Un método directo de control adaptable modifica directamente la ley

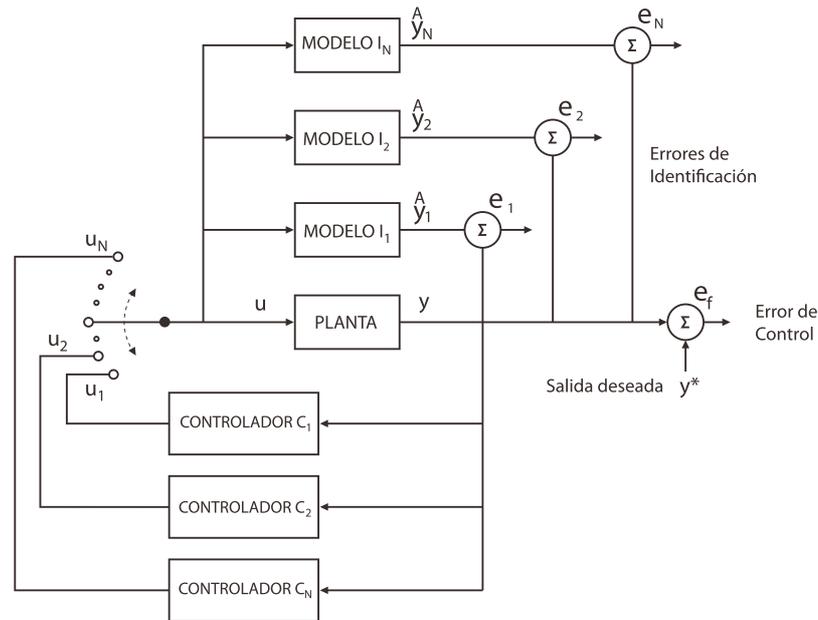


Figura 4.1: Arquitectura del sistema pasivo de conmutación y sintonización con N modelos y controladores (Narendra, 1995).

de control para mejorar el desempeño, mientras que el método indirecto modifica el modelo del sistema y luego rediseña el control basado en el nuevo modelo.

En ambos trabajos se menciona que el tratamiento formal de plantas múltiples requiere lo usual de un problema de control de sistemas lineales: que el sistema sea controlable y observable para todos los valores de los parámetros considerados. Además el enfoque basado en múltiples modelos, conmutación y sintonización puede ser extendido al caso no lineal, similar al caso experimental citado en (Narendra *et al.*, 1995).

4.3. Esquema de control activo tolerante a fallas

En relación a los conceptos anteriores, esta propuesta modifica a la formulada por Narendra & Rauch, proponiendo el esquema mostrado en la Fig. 4.2, en el que se asume que las plantas falladas son descritas por modelos lineales y la existencia de fallas parametrizadas en estos. Además pretende lograr la autonomía del control haciendo que el sistema de diagnóstico de fallas FDI sea el que comande la selección del controlador adecuado a la falla, mediante un esquema de reconfiguración y conmutación selectiva. En este sentido el CTF propuesto también modifica al formulado por (Zhang y Jiang, 2006), ya que tendrá la capacidad de seleccionar un controlador de tipo industrial a partir de un conjunto de controladores sintonizados fuera de línea garantizando estabilidad, además de

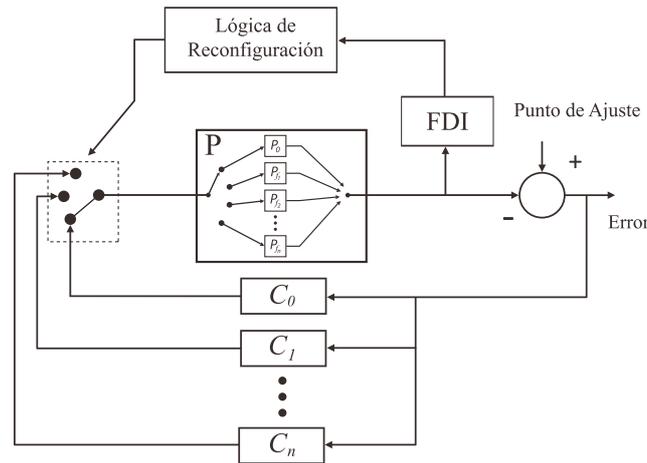


Figura 4.2: Esquema activo de control tolerante a fallas.

ser conmutado en escenarios de fallas distintas.

El enfoque de "plantas múltiples" puede ser utilizado en el diagnóstico de fallas basado en modelo, donde un modelo representa el estado sin falla y se establece otro modelo para cada falla particular. Cuando el elemento de decisión del sistema FDI reconoce que ha ocurrido una falla particular, entonces la lógica de reconfiguración debe activar el cambio del control seleccionando el controlador adecuado a la falla y tomando en cuenta la intensidad de la misma. En este esquema el controlador debe ser sintonizado previamente, fuera de línea, debiendo considerar la magnitud del efecto de la falla. Lo anterior corresponde a un sistema integrado por *plantas falladas conmutadas*, es decir la transición de una planta del estado operativo normal (planta nominal P_0) a un estado diferente ocasionado por una falla (planta fallada P_{fi}) bajo un esquema de conmutación. Entonces el esquema propuesto se compone de una familia de $n + 1$ plantas: en donde la planta 1 corresponde al caso nominal (sin falla) y n plantas restantes son los casos de falla, cada una con diferentes intensidades. También se debe considerar que el modelo contiene un cierto número de parámetros considerados constantes θ_j los cuales definen el estado de equilibrio de la planta nominal y que al cambiar algún parámetro esto origina un cambio brusco (en tiempo mínimo) del estado del sistema, tal que modifique la dinámica y ésta permute a un nuevo estado. LLamándole falla al agente de este cambio. En este sentido considérese que de acuerdo con (Bhattacharyya, 1986) se trata con fallas estructuradas.

En forma correspondiente al concepto de plantas múltiples también ha sido propuesta la realización de controladores múltiples que estabilizan una planta, como la formulada en (Datta *et al.*, 2000), posteriormente desarrollada en (Keel y Bhattacharyya, 2008), en donde se describe un

procedimiento para obtener la sintonización de controladores estables robustos de tres términos. Además se considera que la reconfiguración del control se basará en leyes de control hechas a la medida para cada falla anticipada tomando en cuenta el concepto de límite de estabilidad, en el que se establece que “si la falla es reconocida entonces el tiempo transcurrido para que el control sea reconfigurado debe ser suficiente”, por lo que la sintonización de cada controlador debe ser realizada fuera de línea, antes de que la planta salga de la región de estabilidad.

En la propuesta formulada se modifica el modelo del sistema y se plantean los diferentes escenarios de actuación del control, los cuales son:

- Establecimiento del régimen de operación (obtención del punto de operación).
- Diagnóstico y reconfiguración del control como parte del acomodamiento de la falla.
- Aseguramiento de la estabilidad y mejoramiento del desempeño transitorio.

Entonces con base en el análisis presentado se propone una metodología para diseñar sistemas de CTF con capacidades de aprendizaje fuera de línea, para operar con seguridad y eficiencia en ambientes reales estrictos, con alto grado de fallas significativas.

4.3.1. Formulación del problema de control

1. Asumir que el sistema está descrito por un conjunto de ecuaciones algebraicas y diferenciales, como el sistema (1) del Cap. 3.
2. Considerar un ambiente único, sin cambios exteriores, expresado por el vector de parámetros del modelo no lineal, en el punto de equilibrio. Las fallas del sistema, producidas mediante el cambio de valor del parámetro seleccionado definirán el nuevo ambiente (planta fallada).
3. Generar modelos matemáticos linealizados en el punto de equilibrio de valor nominal y conmutado para cada falla considerada. Para cada tipo de falla se aplicarán diferentes intensidades de falla dando origen a conjuntos (o familias) de plantas falladas, obteniéndose múltiples modelos de plantas falladas $P_{f_i}, i = 1, 2, \dots, m$.
4. Parametrización de Modelos y Controladores: a fin de obtener una definición precisa del problema de control, se asume que para diferentes intensidades de falla es posible parametrizar de la misma forma los modelos de la planta nominal y la planta fallada.
5. Se considera $\theta \in S$, donde S es un conjunto cerrado y acotado en un espacio de parámetros de dimensión finita Θ . De esta forma el vector de parámetros θ puede tener un número N

de componentes, de las que se seleccionan m fallas críticas, con el objetivo de mejorar el desempeño a partir de m familias de modelos de falla.

6. El vector de parámetros $\theta \in S$ genera un vector de seguimiento (entre la salida de la planta y la salida deseada) el cual, de acuerdo a un criterio funcional J_c , debe ser menor a una constante ϵ .
7. Mediante la sintonización del controlador es posible reducir el criterio funcional J_c buscando cumplir el objetivo de determinar un controlador C_i tal que el error de seguimiento sea menor que una constante muy pequeña e_1 . De acuerdo a lo anterior e_2 se puede considerar como el máximo error transitorio y e_1 como el máximo error de estado estacionario.
8. Se incluye mejorar el desempeño, bajo la observancia y análisis de la respuesta transitoria, la que debe satisfacer el requerimiento de tiempo mínimo de acuerdo al sistema considerado.
9. Como el vector de parámetros θ es conocido, es posible en base al cambio de valor del parámetro $\Delta\theta$, predecir la magnitud de cambio de la variable controlada y_c y determinar el controlador C_i que debe usarse a partir del instante en que ocurre la falla t_f .
10. Se deberá evaluar la estabilidad del sistema conmutado en el contexto de dos plantas LTI.

4.3.2. Estructura del sistema de control

Considerando la metodología propuesta, la estructura de un sistema capaz de determinar la falla ocurrida obteniendo la mejor respuesta corresponde a la mostrada en la Fig. 4.2, donde el sistema de diagnóstico FDI lleva a cabo la detección e identificación de la falla, debiendo activar la lógica de reconfiguración para seleccionar el controlador adecuado. En este sentido se espera disponer de un controlador tolerante a fallas de tipo $\Delta\theta_i$ en un proceso como la turbina de gas, caracterizado por tiempos de respuesta rápidos, usualmente del orden de 100 ms, con requerimientos estrictos de regulación y limitación de magnitudes físicas, capaz de reducir efectos transitorios en las variables de proceso controladas y obteniendo un desempeño adecuado, además de modificar la referencia de control asignando prioridad a la seguridad de la planta. Consecuentemente para lograr dicho objetivo se propone efectuar el diagnóstico de las fallas significativas usando las relaciones de redundancia analítica mostradas en la Tabla 1 Cap. 3 e integrarlo con un control industrial de tipo PID.

4.3.3. Justificación del control PID

En relación al tipo de control (Knospe, 2006) cita que "se sabe que el control proporcional-integral-derivativo (PID) es la estrategia de control más utilizada hasta la fecha", mencionando también que los tres términos del PID son suficientes para parametrizar una estructura que permite el control exitoso de muchos procesos industriales. Se ha estimado que más del 90% de lazos de control emplean control PID, los que a menudo tienen la ganancia derivativa en cero (O'Dwyer, 2003). También se señala que a partir de la segunda mitad del Siglo XX, una gran cantidad de esfuerzo académico e industrial ha sido enfocado en mejorar el control PID, principalmente en áreas de reglas de sintonización, esquemas de identificación y técnicas adaptables. Sin embargo, esta importancia es ensombrecida por la falta de desempeño en algunas aplicaciones. Además se menciona que un porcentaje significativo de los PIDs instalados son operados en modo manual y que el 65% de lazos operando en modo automático generan mayor variancia al operar en lazo cerrado que en lazo abierto.

Adicionalmente otros expertos en el tema de control PID como (Li *et al.*, 2006) y (Quevedo y Eds., 2000) opinan que la funcionalidad de tres términos del control PID permite manejar adecuadamente comportamientos transitorios y en estado estacionario, proporcionando solución eficiente a problemas prácticos. También es necesario considerar que, a pesar de existir numerosos procedimientos para ajustar controladores industriales (Knospe, 2006), "se ha identificado la carencia de una técnica de ajuste de controladores PID en el contexto de tolerancia a fallas". Este hecho abre una oportunidad para desarrollar mecanismos de ajuste de los PIDs con capacidad de sintonía ante fallas. En particular dado que en condiciones de falla la seguridad es la especificación de mayor prioridad, el punto de partida debe ser el diseño de controladores robustos que garanticen la estabilidad ante fallas del proceso. Por lo que se considera oportuno considerar el estado del arte y también los nuevos desarrollos del control PID.

4.3.4. Viabilidad del controlador PID

Tomando en cuenta que la viabilidad de usar PIDs en un lazo de control es función del proceso y no del método de ajuste, como trabajo previo al desarrollo de la metodología se requiere llevar a cabo un análisis del modelo dinámico de la TG en condiciones nominales y de fallas para poder así identificar el tipo de configuraciones y lazos de control a usarse. Además, tomando en cuenta que el caso de estudio es un sistema complejo se considera necesario iniciar el análisis de la viabilidad del control de la turbina a partir de un análisis local de su comportamiento mediante un modelo linealizado en condiciones nominales y de falla. Para lo cual se requiere implementar

un simulador del sistema no lineal completo y a partir de este generar el modelo linealizado en el punto de operación nominal en carga base (3600 rpm y 47 MW de potencia) y la familia de modelos linealizados con la falla de diferentes magnitudes.

4.4. Metodología

Debido a que el requerimiento mínimo de un control tolerante a fallas es la estabilidad del lazo, para la sintonización se seleccionó el enfoque robusto de familias de controladores que estabilizan familias de plantas (Datta *et al.*, 2000). En esta línea de investigación, (Keel y Bhattacharyya, 2005), (Keel y Bhattacharyya, 2008) determinaron toda la familia de controladores PIDs que estabilizan un proceso con base en la respuesta frecuencial para el caso SISO e incluyeron el cumplimiento de especificaciones de desempeño en una aplicación de diseño de control asistido por computadora que se ejecuta en el ambiente de LabView, que permite generar la familia de controladores PIDs para procesos lineales invariantes en tiempo (LTI en Inglés).

Tomando en cuenta que cada PID debe ser sintonizado fuera de línea siguiendo la técnica seleccionada, los N modelos de la planta fallada deben corresponder a diferentes intensidades de falla, por lo que el desarrollo requiere de modelos SISO (uno para cada intensidad de la planta fallada) y el controlador PID adecuado. Finalmente, si el transitorio de la respuesta obtenida de la variable controlada no resulta satisfactorio (sobrepaso y tiempo de establecimiento), es posible realizar un ajuste fino de las ganancias del controlador y obtener la respuesta transitoria deseada.

Estabilidad. La estabilidad del sistema conmutado puede ser evaluada en el contexto de dos plantas LTI: la primera nominal en el punto de equilibrio seleccionado y la segunda planta fallada en el nuevo punto de equilibrio, posterior a la falla. De acuerdo con (Liberzon, 2003) es posible evaluar la estabilidad global asintótica del sistema conmutado usando la función cuadrática de Lyapunov, por lo que se aplica el enfoque de sistemas lineales politópicos, por ser el que mejor se aproxima al sistema real.

4.4.1. Ajuste del PID

Uno de los resultados más útiles en el desarrollo de la teoría de control es el concerniente al problema de comprobar la estabilidad de un sistema lineal invariante en tiempo (LTI de las iniciales en Inglés), que se reduce a determinar las condiciones bajo las cuales todas las raíces de un polinomio real dado se localicen en el semiplano izquierdo del plano complejo. El polinomio que satisface esta condición se dice que es Hurwitz. Durante largo tiempo el problema de estabilidad de

sistemas LTI ha motivado a los investigadores para obtener controladores útiles para ser usados en la industria (los cuales deben ser de orden bajo), por lo que actualmente existen varias condiciones equivalentes para comprobar la estabilidad Hurwitz. Entre ellas, el Teorema de Valor Límite (o Teorema Boundary Value) y el también Teorema clásico de intercalamiento (o Teorema de Hermite-Biehler), que han sido utilizados en el estudio de la *estabilidad paramétrica robusta*, es decir el problema de garantizar que las raíces de un polinomio Hurwitz dado continúen en el semiplano izquierdo ante perturbaciones de coeficientes reales (S. P. Bhattacharyya y Keel, 1995).

Preliminares. En la línea de investigación señalada, en (Datta *et al.*, 2000) se establece que el Teorema de Hermite-Biehler proporciona condiciones necesarias y suficientes para la estabilidad Hurwitz de un polinomio real dado. Entonces con el propósito de describir el procedimiento de ajuste de PIDs estabilizantes es conveniente establecer la siguiente notación.

Definición 7 Sea $\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \dots + \delta_n s^n$ un polinomio real de grado n , representado por

$$\delta(s) = \delta_e(s^2) + s\delta_0(s^2) \quad (4.1)$$

donde $\delta_e(s^2)$, $s\delta_0(s^2)$ son las componentes de $\delta(s)$ correspondientes a las potencias pares e impares de s respectivamente. Para toda frecuencia $\omega \in \mathcal{R}$, se denota

$$\delta(j\omega) = p(\omega) + jq(\omega) \quad (4.2)$$

donde $p(\omega) = \delta_e(-\omega^2)$, $q(\omega) = \omega\delta_0(-\omega^2)$. Sean $\omega_{e_1}, \omega_{e_2}, \dots$ los ceros reales no-negativos de $\delta_e(-\omega^2)$ y $\omega_{0_1}, \omega_{0_2}, \dots$ los ceros reales no-negativos de $\delta_0(-\omega^2)$, ambos arreglados en orden ascendente de magnitud.

Teorema 1 (Teorema de Hermite-Biehler): Sea $\delta(s) = \delta_0 + \delta_1 s + \dots + \delta_n s^n$ un polinomio real de grado n . Entonces $\delta(s)$ es estable Hurwitz si y solamente si

- 1) Todos los ceros de $\delta_e(-\omega^2)$, $\delta_0(-\omega^2)$ son reales y distintos,
- 2) Los dos coeficientes de mayor orden de $\delta(s)$: δ_n y δ_{n-1} son del mismo signo, y
- 3) Los ceros reales no negativos satisfacen la siguiente propiedad de intercalamiento:

$$0 < \omega_{e_1} < \omega_{0_1} < \omega_{e_2} < \omega_{0_2} < \dots \quad (4.3)$$

De acuerdo con (S. P. Bhattacharyya y Keel, 1995), como un polinomio Hurwitz tiene la *propiedad monotónica de fase*, es decir que la fase de $\delta(j\omega)$ se incrementa monotónicamente conforme ω crece de $-\infty$ a $+\infty$, usando esta propiedad es posible mostrar que la gráfica de

$\delta(j\omega) = p(\omega) + jq(\omega)$ debe moverse estrictamente contra reloj a través de n cuadrantes cuando la frecuencia ω se incrementa de 0 a ∞ . Esta propiedad y la extensión al caso de funciones racionales es el fundamento del trabajo posterior realizado por (Keel y Bhattacharyya, 2008) dado que considera se conoce solamente el comportamiento frecuencial de la planta.

Considérese la función real racional

$$R(s) = \frac{N(s)}{D(s)} \quad (4.4)$$

donde $N(s)$ y $D(s)$ son polinomios con coeficientes reales de orden m y n respectivamente, sin ceros en el eje $j\omega$. Sean z_R^+, p_R^+ (z_R^-, p_R^-) las cantidades de ceros y polos de $R(s)$ en el semiplano derecho (SPD) y semiplano izquierdo (SPI), respectivamente. Entonces es posible demostrar que el número neto de cambios en fase de $R(j\omega)$ cuando la frecuencia es barrida de 0 hasta ∞ está dado por

$$\Delta_0^\infty \angle R(j\omega) = \frac{\pi}{2} [z_R^- - z_R^+ - (p_R^- - p_R^+)] \quad (4.5)$$

Este incremento en fase se puede expresar en términos de lo que se conoce como la firma Hurwitz de $R(s)$

$$\sigma(R) = \frac{\pi}{2} [z_R^- - z_R^+ - (p_R^- - p_R^+)] \quad (4.6)$$

Considérese también

$$R(j\omega) = R_r(\omega) + jR_i(\omega) \quad (4.7)$$

donde $R_r(\omega)$ y $R_i(\omega)$ son funciones racionales en ω con coeficientes reales. Es fácil comprobar que $R_r(\omega)$ y $R_i(\omega)$ no tienen polos reales para $\omega \in (-\infty, +\infty)$ ya que $R(s)$ no tiene polos sobre el eje imaginario. Adicionalmente se ha demostrado que la firma $\sigma(R)$ puede expresarse en términos en términos de la parte real e imaginaria de $R(j\omega) = R_r(\omega) + jR_i(\omega)$ en un conjunto de frecuencias $\Omega = \{0, \omega_1, \omega_2, \dots, \infty\}$, sin conocer la ubicación de los polos y ceros de $R(s)$. Nótese que $\omega_0 = 0$ siempre es un cero de $R_i(\omega)$ ya que $R(s)$ es real. Entonces las relaciones resultantes se reducen a

$$\sigma(R) = \left(\operatorname{sgn}[R_r(\omega_0)] + 2 \sum_{k=1}^{l-1} (-1)^k \operatorname{sgn}[R_r(\omega_k)] + (-1)^l \operatorname{sgn}[R_r(\omega_l)] \right) (-1)^{l-1} \operatorname{sgn}[R_i(\omega_l)] \quad (4.8)$$

para $n - m$ par y

$$\sigma(R) = \left(\operatorname{sgn}[R_r(\omega_0)] + 2 \sum_{k=1}^{l-1} (-1)^k \operatorname{sgn}[R_r(\omega_k)] \right) (-1)^{l-1} \operatorname{sgn}[R_i(\omega_l)] \quad (4.9)$$

para $n - m$ impar, donde la serie de frecuencias

$$0 = \omega_0 < \omega_1 < \omega_2 < \cdots < \omega_l = \infty^- \quad (4.10)$$

corresponden a los ceros reales finitos no negativos de multiplicidad impar de $R_i(\omega) = 0$ (Datta *et al.*, 2000).

Caracterización de PIDs estabilizantes. Con base en los resultados anteriores, el objetivo de esta sección es determinar las condiciones que debe cumplir la función racional asociada al sistema con un PID en lazo cerrado para garantizar la estabilidad usando la firma Hurwitz de un racional.

El esquema considerado se muestra en la Fig. PID-LTI, donde $P(s)$ representa la función de transferencia de la planta sin polos y ceros en el eje $j\omega$ con *grado relativo* $r = n_P - m_P$, cuyos ceros y polos en el lado derecho del plano complejo se denotan por $[z_P^+, p_P^+]$ mientras que en el izquierdo son $[z_P^-, p_P^-]$ respectivamente. De acuerdo a lo anterior la firma de la planta está dada por

$$\sigma(P) = (z_P^- - z_P^+) - (p_P^- - p_P^+) = -r - 2(z_P^+ - p_P^+) \quad (4.11)$$

de manera que cuando P es estable, la firma se reduce a $\sigma(P) = -r - 2z_P^+$. Entonces, cuando se tiene la respuesta en frecuencia de la planta

$$P(j\omega) = P_r(\omega) + jP_i(\omega) \quad (4.12)$$

es posible obtener el grado relativo de esta a partir de: (i) la pendiente de la magnitud de $P(s)$ en altas frecuencias, (ii) la firma de la planta a partir del defasamiento neto de $\omega = 0$ hasta ∞ , (iii) determinar el número de ceros inestables de $P(s)$ a pesar de no conocer la función de transferencia.

Como el método se basa en considerar una planta LTI $P(s)$ en la que se conoce la respuesta en frecuencia mediante la gráfica de Bode, se considera la estructura general del controlador PID

$$C(s) = \frac{k_i + k_p s + k_d s^2}{s(1 + sT)}, \quad T > 0 \quad (4.13)$$

en el que se agrega un polo a la acción derivativa para que $C(s)$ sea una función propia (Güendes y Ösgüler, 2007), asumiendo que T es fija y pequeña. Dado que la planta del caso considerado es estable en cada caso ($p^+ = 0$), de acuerdo con (Keel y Bhattacharyya, 2008) es posible calcular el conjunto de ganancias estabilizantes PID usando los siguientes resultados:

$$F(s) := s(1 + sT) + (k_i + k_p s + k_d s^2)P(s) \quad (4.14)$$

Donde $F(s)$ es el polinomio característico de la planta $P(s)$ con controlador PID $C(s)$. En términos de la firma de Hurwitz la condición de estabilidad de la familia de PID estabilizantes se reduce a

$$\sigma(F) = (z_F^- - z_F^+) - (p_F^- - p_F^+) \quad (4.15)$$

considérese $p_F^- = p_P^-$; $p_F^+ = p_P^+$; $z_F^+ = 0$; $z_F^- = n + 2$, por lo que $\sigma(F) = n + 2 - (p_P^- - p_P^+)$.

Con objeto de simplificar la búsqueda de intervalos de los parámetros de los PID estabilizantes se busca separar el ajuste de la parte proporcional k_p de las partes integral k_i y derivativa k_d ; para lo que se propone la función auxiliar

$$\bar{F}(s) = F(s)P(-s) \quad (4.16)$$

Entonces la condición de estabilidad del lazo retroalimentado con el PID es equivalente a que la firma Hurwitz de la función auxiliar $\bar{F}(s)$ sea

$$\sigma(\bar{F}(s)) = n - m + 2z^+ + 2 \quad (4.17)$$

En estas condiciones se puede demostrar que la parte real de $\bar{F}(j\omega)$, tomando valores reales de ω , depende de los parámetros asociados a las partes integral y derivativa. Por el contrario la parte imaginaria solamente depende de la ganancia proporcional. Es decir:

$$\bar{F}(j\omega) = (k_i - k_d\omega^2) |P(j\omega)|^2 - \omega^2 T P_r(\omega) + \omega P_i(\omega) + j\omega \left(k_p |P(j\omega)|^2 + P_r(\omega) + \omega T P_i(\omega) \right)$$

$$\bar{F}(j\omega) = \bar{F}_r(\omega, k_i, k_d) + j\bar{F}_i(\omega, k_p) \quad (4.18)$$

Como las condiciones de estabilidad se han reducido a la firma de $\sigma(\bar{F})$, el cálculo se puede hacer separando los valores de frecuencia $\omega_1 < \omega_2 < \dots$ que satisfacen la condición

$$\bar{F}_i(\omega, k_p) = 0 \quad (4.19)$$

y requiriendo que

$$F_r(\omega, k_i, k_d) \neq 0 \quad (4.20)$$

para el mismo conjunto de frecuencias $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots < \infty$. Resumiendo: se debe buscar el conjunto de frecuencias reales Ω para cada k_p que simultáneamente satisfacen la firma (4.17) y la condición (4.19).

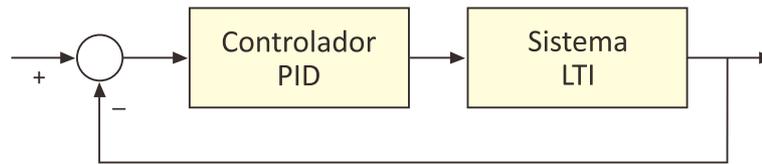


Figura 4.3: Sistema lineal con retroalimentación unitaria y controlador PID

Para la verificación del valor de la firma $\sigma(\bar{F}(s))$ se consideran dos casos posibles para $n - m$: el primero par (4.21) y el segundo impar (4.22)

$$[i_0 - 2i_1 + 2i_2 + \dots + (-1)^{l-1}2i_{l-1} + (-1)^l i_l](-1)^{l-1}j = n - m + 2z^+ + 2 \quad (4.21)$$

$$[i_0 - 2i_1 + 2i_2 + \dots + (-1)^{l-1}2i_{l-1}](-1)^{l-1}j = n - m + 2z^+ + 2 \quad (4.22)$$

ambos casos demostrados en (Datta *et al.*, 2000) para un valor fijo de $k_p = k_p^*$. Siendo $j := \text{sgn}[F_i(k_p^*)]$ una función para determinar cadenas de enteros $I = [i_0, i_1, i_2, \dots, i_l]$, con $i_t \in \{+1, -1\}$.

Algoritmo. En el contexto del método de diseño realizado por (Keel y Bhattacharyya, 2008) para calcular el conjunto completo de ganancias de la familia de PID que estabilizan la planta $P(s)$, considere la Fig. 4.3, suponiendo que no contiene ni polos ni ceros en el eje imaginario, en (Verde *et al.*, 2008) se estructura dicho método en forma de algoritmo, para realizar una herramienta de diseño asistido por computadora. Por lo que se presenta a continuación.

1.1 Para sistemas estables: Los datos disponibles son la respuesta en frecuencia de la planta $P(j\omega)$, es decir $|P(j\omega)|$ y $\angle P(\omega)$.

(a) Con la pendiente de alta frecuencia de la gráfica de magnitud de Bode de $P(j\omega)$ determine el grado relativo r_P de la planta

$$r_p = n - m = -\frac{1}{20} \cdot \frac{dP_{dB}(\omega)}{d(\log_{10} \omega)} \Big|_{\omega \rightarrow \infty} \quad (4.23)$$

donde $P_{dB}(\omega) \triangleq 20 \log_{10} |P(j\omega)|$.

(b) Con $\Delta_0^\infty \angle \phi(\omega)$ denotar el cambio neto en fase de $P(j\omega)$ para $\omega \in [0, \infty)$. Determinar el número de ceros de la planta en el semiplano derecho z^+ a partir de

$$\Delta_0^\infty \angle \phi(\omega) = -[(n - m) + 2z^+] \frac{\pi}{2} \quad (4.24)$$

expresión obtenida a partir de la firma Hurwitz de la planta,

$$\sigma(P) = -(n - m) - 2(z^+ - p^+) \quad (4.25)$$

con $p^+ = 0$ polos de la planta en el SPD.

(c) Ir al paso 2

1.2 Para sistemas inestables: Los datos disponibles son la función de transferencia de un controlador estabilizante $D(s)$ y la respuesta en frecuencia correspondiente del sistema en lazo cerrado $G(j\omega)$.

(a) Calcular las gráficas de magnitud y fase de Bode de la planta ($|P(j\omega)|$, $\angle P(j\omega)$) con

$$P(j\omega) = \frac{G(j\omega)}{D(j\omega)(1 - G(j\omega))} \quad (4.26)$$

(b) Determine el grado relativo de la planta r_P a partir de la pendiente de alta frecuencia de la gráfica de magnitud de Bode de $P(j\omega)$ ec.(4.23).

(c) Determine los ceros en el SPD (z_D^+) y el grado relativo r_D de $D(s)$.

(d) Calcule la firma $G(s)$ con

$$\sigma(G) = \frac{\pi}{2} \Delta_0^\infty \angle G(j\omega) \quad (4.27)$$

(e) Calcule z^+ usando

$$z^+ = \frac{1}{2}[-r_P - r_D - 2z_D^+ - \sigma(G)] \quad (4.28)$$

(f) Ir al paso 2

2. Calcule $g(j\omega)$ usando

$$g(j\omega) \triangleq -\frac{\cos \phi(\omega) + \omega T \operatorname{sen} \phi(\omega)}{|P(j\omega)|} \quad (4.29)$$

con la información del inciso (1) donde $\phi(\omega) = \angle P(j\omega)$.

3. Para $k_p = g(j\omega)$, fije $k_p = k_p^*$ y resuelva

$$k_p^* = -\frac{\cos \phi(\omega) + \omega T \operatorname{sen} \phi(\omega)}{|P(j\omega)|} \quad (4.30)$$

defina las distintas frecuencias $\omega_1 < \omega_2 < \dots < \omega_{l-1}$ con multiplicidades impar que son soluciones de la ecuación anterior.

4. Elija $\omega_0 = 0$, $\omega_l = \infty$ y $j \triangleq \text{sgn}[\bar{F}_i(\infty^-, k_p^*)]$.
5. Determine todas las series de enteros $i_t \in \{+1, -1\}$ tales que
- (a) para $n - m$ par:

$$[i_0 - 2i_1 + 2i_2 + \dots + (-1)^{l-1}2i_{l-1} + (-1)^l i_l](-1)^{l-1}j = n - m + 2z^+ + 2 \quad (4.31)$$

- (b) para $n - m$ impar:

$$[i_0 - 2i_1 + 2i_2 + \dots + (-1)^{l-1}2i_{l-1}](-1)^{l-1}j = n - m + 2z^+ + 2 \quad (4.32)$$

6. Entonces para el valor fijo $k_p = k_p^*$ los valores de (k_i, k_d) para lograr estabilidad en lazo cerrado están dados por:

$$\left[\frac{\omega_t \text{sen} \phi(\omega_t) - \omega_t^2 T \cos \phi(\omega_t)}{|P(j\omega_t)|} - k_d \omega_t^2 + k_i \right] i_t > 0 \quad (4.33)$$

para $t = 0, 1, \dots, l$.

Repita los pasos previos variando k_p . El rango en el cual k_p puede tomar valores queda determinado por los requerimientos en que (4.31) o (4.32) se satisface para al menos una serie de enteros, como se establece en el paso 3, que genera el siguiente rango: $k_p \in (k_p^{\min}, k_p^{\max})$, donde:

$$k_p^{\min} \triangleq \min_{\omega \in \underline{\omega}} [g(\omega)], \quad k_p^{\max} \triangleq \max_{\omega \in \underline{\omega}} [g(\omega)] \quad (4.34)$$

y $\underline{\omega} = (\omega_1, \omega_{l-1})$.

Aplicación al caso de estudio.

Considérese que los controladores PID empleados en el sistema turbina de gas corresponden al caso particular de la estructura presentada en (4.13) haciendo $T = 0$. Por lo que es correcto seguir el desarrollo del método realizado por (Keel y Bhattacharyya, 2008) tomando en cuenta que los resultados mostrados en (4.30) y (4.33) en esta condición son

$$g(j\omega) \triangleq -\frac{\cos \phi(\omega)}{|P(j\omega)|} \quad (4.35)$$

$$\left[\frac{\omega_t \text{sen} \phi(\omega_t)}{|P(j\omega_t)|} - k_d \omega_t^2 + k_i \right] i_t > 0 \quad (4.36)$$

Haciendo el cálculo computacional más sencillo.

4.4.2. Familia de controladores

Diseño de PIDs

Se utilizan los resultados mostrados en la sección anterior para determinar fuera de línea todos los controladores PID que estabilizan una planta descrita por sistemas lineales invariantes de tipo SISO (del Inglés *single input-single output*) para diferentes intensidades de falla.

En este marco de referencia considerese que ambos, el controlador PID y la planta, están caracterizados por conjuntos de funciones de transferencia. Sea \mathcal{P} un conjunto de m plantas con fallas invariantes en tiempo

$$\mathcal{P} = \{P_{f1}, P_{f2}, \dots, P_{fm}\} \quad (4.37)$$

donde $P_{fi} = P(s, f_i), i = 1, \dots, m$ denota una función de transferencia de la planta con falla f_i , y la planta nominal es denotada por P_0 . Sean

$$\mathcal{C}_i := PID_i(k_p, k_i, k_d) = k_p + k_i/s + k_d s \quad (4.38)$$

funciones de transferencia de la familia de controladores estabilizantes PID para la planta P_{fi} donde k_p corresponde al intervalo de ganancia proporcional, k_i es el intervalo de la ganancia integral y k_d es el intervalo de la ganancia derivativa.

Este marco de referencia permite asociar (aparejar) una familia de controladores estabilizantes \mathcal{C}_i con cada planta fallada P_{fi}

$$\mathcal{C}_1 \rightarrow P_{f1} \quad \mathcal{C}_2 \rightarrow P_{f2} \quad \dots, \quad \mathcal{C}_m \rightarrow P_{fm}$$

Con este aparejamiento es posible seleccionar fuera de línea el controlador \mathcal{C}_i^* de la familia \mathcal{C}_i de acuerdo al desempeño específico para cada P_{fi} . Como esta asociación de plantas y PIDs genera un gran número de controladores para múltiples fallas, se buscará reducir el número de PIDs.

Además, dado que cada familia \mathcal{C}_i define una región en el espacio de parámetros \mathfrak{R}^3 , la intersección de regiones es equivalente a tener un conjunto de controladores capaces de estabilizar mas de una planta fallada. Así, si

$$\mathcal{C}_i \cap \mathcal{C}_j \neq \emptyset \exists \mathcal{C}_{ij} \quad (4.39)$$

donde \mathcal{C}_{ij} es una familia traslapada de PIDs que estabilizan a P_{fi} y P_{fj} simultaneamente, entonces la selección de cualquier controlador $\mathcal{C}_i^a = \mathcal{C}_j^a$ dentro de la familia traslapada garantiza la estabilidad de ambas plantas. Esta condición se muestra en la Fig. 4.4 para el caso ficticio de dos controladores con una región traslapada de parámetros \mathcal{C}_{ij} y k_p constante.

El uso recursivo de la condición de traslape (4.39) hace posible la reducir el número de controladores en el esquema de CTF. El caso límite, si existe, es una región traslapada por el conjunto

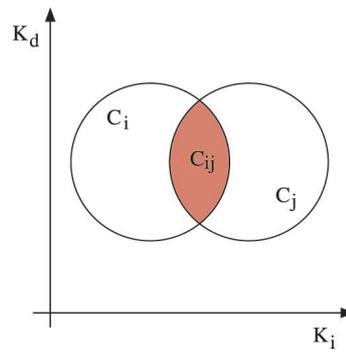


Figura 4.4: Intersección de dos familias de $PIDs$ con k_p constante

de parámetros PID para todo el conjunto de plantas \mathcal{P} ; esto significa que existe una familia estabilizante de PIDs para todos los elementos de (4.37).

Usando la condición (4.39) es posible determinar la familia PID denotada por $\mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_i}$ que estabiliza simultáneamente todo el subconjunto de plantas falladas

$$\hat{\mathcal{P}}_i = \{P_{fi}, P_{fj}, \dots\} \subset \mathcal{P} \quad (4.40)$$

Entonces el conjunto $\{\mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_1}, \mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_2}, \dots, \mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_k}\}$ caracteriza el número mínimo de controladores k que estabilizan toda \mathcal{P} . Por lo que es posible seleccionar cualquier $\mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_i}^a \subset \mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_i}$ sin ninguna condición adicional de estabilidad para el conjunto de plantas $\hat{\mathcal{P}}_i$.

4.4.3. Estabilidad conmutada

La función de la lógica de reconfiguración consiste en seleccionar el controlador particular $\mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_i}^*$ acorde al conjunto de plantas falladas $\hat{\mathcal{P}}_i$, partiendo del caso nominal y sosteniendo la estabilidad interna del sistema de lazo cerrado durante el transitorio de la acción de conmutación. Esto significa que el sistema de lazo cerrado conmutado de la pareja (\mathcal{C}_0^*, P_0) a otra pareja $(\mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_i}^*, P_{fk})$ para toda planta $P_{fk} \in \hat{\mathcal{P}}_i$ y cualquier i debe ser estable. Como los controladores del conjunto $\{\mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_1}, \mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_2}, \dots, \mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_k}\}$ son conocidos con anterioridad, la prueba de estabilidad se puede hacer fuera de línea. Además para probar la estabilidad al cabo de la conmutación se puede utilizar el siguiente resultado tomado de (Liberzon y Morse, 1999):

Condición 1 *Dada cualquier matriz A_i y A_j asociadas a la descripción de espacio de estado de sistemas lineales (A_k, B_k, C_k, D_k) , con $k = i, j$, el sistema es asintóticamente estable para la conmutación de A_i a A_j o viceversa, si todos los auto-valores $\lambda(A_k)$ tienen parte real estrictamente*

negativa, y si la desigualdad matricial lineal

$$A_k^T P_L + P_L A_k < 0 \quad (4.41)$$

se satisface para $k = i, j$, donde P_L es una matriz común simétrica positiva definida.

Esta condición puede ser verificada fácilmente asumiendo la estabilidad interna del sistema retro-alimentado del esquema de CTF y generando las matrices A_i y A_j a partir de las funciones de transferencia de los conjuntos de sistemas de lazo cerrado.

$$T_i = \frac{C_{\hat{P}_i}^* P_{fk}}{1 + C_{\hat{P}_i}^* P_{fk}} \quad \text{para cada } P_{fk} \in \hat{P}_i \quad \text{y}$$

$$T_j = \frac{C_{\hat{P}_j}^* P_{fk}}{1 + C_{\hat{P}_j}^* P_{fk}} \quad \text{para cada } P_{fk} \in \hat{P}_j$$

y generando la desigualdad (4.41) con el Toolbox (MATLAB R2008, 2008) de Matlab. Además es posible probar fácilmente la estabilidad interna con las condiciones de detección y estabilidad de los sistemas retro-alimentados. Debe notarse que esta condición no garantiza que la estabilidad de la acción conmutada se sostenga para las plantas no lineales asociadas a los casos lineales.

4.4.4. Desempeño satisfactorio ante fallas

Si el controlador seleccionado $C_{\hat{P}_i}^a$ tiene un desempeño pobre de alguno de sus miembros \hat{P}_i , entonces se requiere un ajuste del controlador $C_{\hat{P}_i}^a$. Como el diseño adoptado de PID's estabilizantes para una planta lineal invariante en tiempo dimensionalmente finita se realiza a partir de los datos de respuesta en frecuencia, se recomienda primero usar los márgenes de ganancia y de fase (MG) (MF) como parámetros de desempeño iniciales. Entonces la región traslapada con estas especificaciones es denotada por

$$S^{MG, MF}(k_i, k_d)|_{kp} \subset S(k_i, k_d)|_{kp} \quad (4.42)$$

para alguna k_p dada. Segundo, el conjunto $\{Mp, tr, ts\}$, donde Mp significa sobrepaso, tr tiempo de levantamiento, y ts tiempo de asentamiento, determina la calidad del sistema de lazo cerrado con el par $(C_{\hat{P}_i}^a, P_{fj})$ para cada $P_{fj} \in \hat{P}_i$. Sobre la base de estos índices se proponen las siguientes etapas de ajuste para obtener un controlador $C_{\hat{P}_i}^*$ con respuesta satisfactoria para cada conjunto de plantas \hat{P}_i . En particular, para minimizar el intervalo de frecuencia en el cual el controlador tiene baja ganancia, se selecciona una función de transferencia PID con múltiples ceros ajustándola

hasta obtener el tiempo de asentamiento ts . El paquete de software (MATLAB R2008, 2008) puede ser utilizado como herramienta gráfica de diseño.

Etapas de ajuste:

1. Seleccionar las ganancias del controlador $\{k_p, k_i, k_d\}$ dentro de las regiones PID estabilizantes para el conjunto de plantas $\hat{\mathcal{P}}_i$ tales que:

$$C_{\hat{\mathcal{P}}_i} = \frac{k_d}{s} \left(s^2 + \frac{k_p}{k_d} s + \frac{k_i}{k_d} \right) = k_d \frac{s^2 + 2zs + z^2}{s} \quad (4.43)$$

se satisfaga con un valor arbitrario de cero múltiple z .

2. Con la pareja $(C_{\hat{\mathcal{P}}_i}^a, P_{fj})$ generar la respuesta a escalón en lazo cerrado usando el modelo lineal y el no lineal de la planta para cada $P_{fj} \in \hat{\mathcal{P}}_i$. Entonces, si los índices (tr, ts) son satisfactorios para todo el conjunto de plantas, ir a la etapa 3, en caso contrario ajustar el valor del cero z tomando en cuenta las regiones de estabilidad traslapadas de $\mathcal{C}_{\hat{\mathcal{P}}_i}$ y que los valores altos de z reducen el tiempo de respuesta para una k_d fija. En esta etapa el controlador se encuentra caracterizado por los parámetros $k = k_d$ y $\alpha = z$:

$$C_{\hat{\mathcal{P}}_i}|_{etapa2} = k \frac{(s + \alpha)^2}{s} \quad (4.44)$$

3. Ajustar la ganancia derivativa k de $C_{\hat{\mathcal{P}}_i}|_{step2}$ manteniendo el valor α de los ceros para reducir el sobrepaso de la respuesta a escalón en los casos lineal y no lineal. En esta etapa, si la respuesta satisface el desempeño deseado, el controlador PID es asignado a $C_{\hat{\mathcal{P}}_i}^*$ para todas las plantas de $\hat{\mathcal{P}}_i$ resultando la ganancia de lazo abierto $C_{\hat{\mathcal{P}}_i}^* P_{fj}$ para cada $P_{fj} \in \hat{\mathcal{P}}_i$. En caso contrario, reajustar el PID mediante una pequeña desviación de valores de $\{k, \alpha\}$ y retornando a la etapa 2.

Este procedimiento puede ser aplicado para todos los subconjuntos $\hat{\mathcal{P}}_i$ sin desempeño satisfactorio.

4.5. Caso de estudio

4.5.1. Viabilidad del controlador PID para la TG

El análisis de la viabilidad del control del proceso se inició a partir del análisis local del comportamiento de la turbina en un modelo linealizado: primero en condiciones nominales y después en condiciones de falla, para poder así identificar el tipo de configuraciones y lazos de control a usarse. A partir del análisis de resultados de las pruebas en simulación del modelo dinámico de

TG con el esquema de automatización descrito en la Sec. 2.2, mostrados en la Figura 2.4, se sabe que el seguimiento de referencias es satisfactorio (Sánchez-Parra y Rudecino-Mendoza, 2003). Sin embargo, ante perturbaciones críticas, que provocan fallas significativas como la falla mecánica por fricción que desvía la PEG de su valor nominal, descrita en la Sec. 2.3, es posible afirmar que el control de TG ni es robusto ni tolerante a fallas. Además, como cada tipo de falla puede tener diferentes intensidades, es posible obtener múltiples modelos de plantas falladas ó familia de fallas. En este sentido es conveniente lograr la autonomía del control tolerante para que sea el sistema de diagnóstico de fallas el que comande la selección del controlador adecuado a la falla como lo han recomendado (Rauch, 1995) y (Narendra *et al.*, 1995). Para lograr lo anterior se implementó un simulador del sistema no lineal descrito en el Cap. 2 en Simulink considerando como única entrada la señal k_{18} mientras que las salidas controladas son la PEG $y_1 = k_{13}$ y la velocidad del rotor $y_2 = k_2$, pendientes de analizar en el escenario de la falla mecánica. Luego se generó el modelo nominal linealizado en el punto de equilibrio considerado (operación en carga base, es decir 60 rps y 47000 kW de potencia) y enseguida la familia de modelos linealizados con la falla de diferentes magnitudes.

4.5.2. Resultados en Simulación

Considerando el modelo de la TG en carga base con los valores reportados en (Sánchez-Parra y Rudecino-Mendoza, 2003) y las condiciones de falla descritas en la Sec. 2.3, en el punto de operación seleccionado es posible reducir el orden del modelo lineal de nueve a siete variables de estado y considerar la planta de una entrada y una salida. Estas condiciones permiten el ajuste del PID en el marco de un sistema SISO con salida $y = k_{13}$, en vez de un sistema distribuido MIMO (Güendes y Ösgüler, 2007). Las funciones de transferencia se muestran en el apéndice E, mientras que los resultados del estudio de análisis lineal para cada caso considerado: el nominal y cuatro intensidades de falla, se muestran en el Apéndice F, confirmando la viabilidad del control. En la Fig. 4.5 se muestra la respuesta en frecuencia de la planta lineal nominal $Po(s)$ de la TG y las plantas con falla $P(s, f_i)$ para $i = 1, 2, 3, 4$. Estas respuestas son el punto de partida del esquema de control tolerante a fallas. Adicionalmente, con el simulador del sistema no lineal se emularon las mismas intensidades de falla y las respuestas de la PEG ante las fallas se muestran en la Figura 4.6.

4.5.3. PID estabilizantes

De acuerdo con la sección 4.4.2 es posible determinar cuatro familias de PIDs, una familia para cada caso de falla. Entonces, usando el programa implementado en plataforma Lab View NI

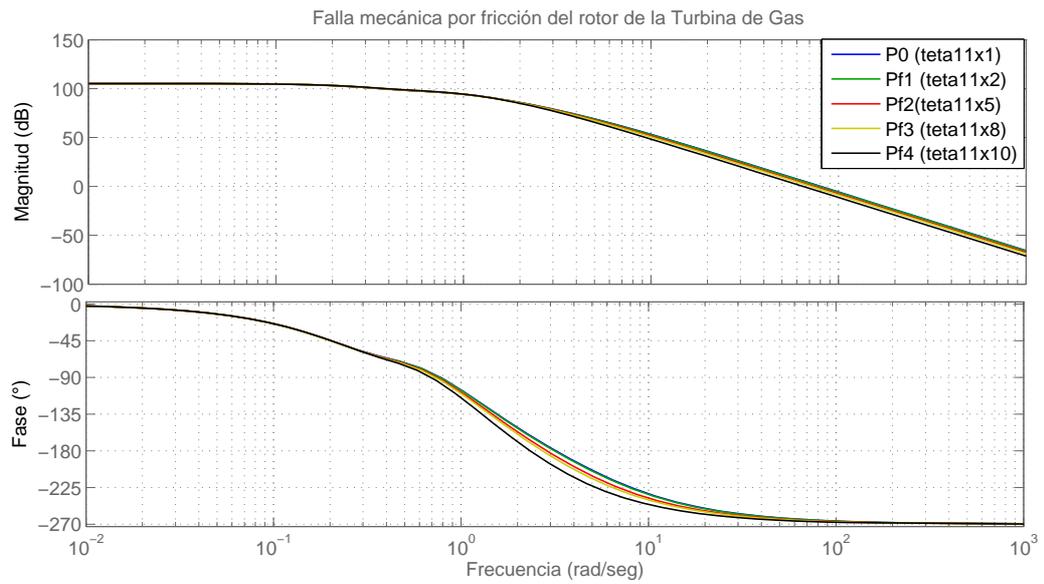


Figura 4.5: Diagramas de Bode del modelo lineal de TG para la planta nominal P_0 y plantas falladas P_{f1} , P_{f2} , P_{f3} , P_{f4}

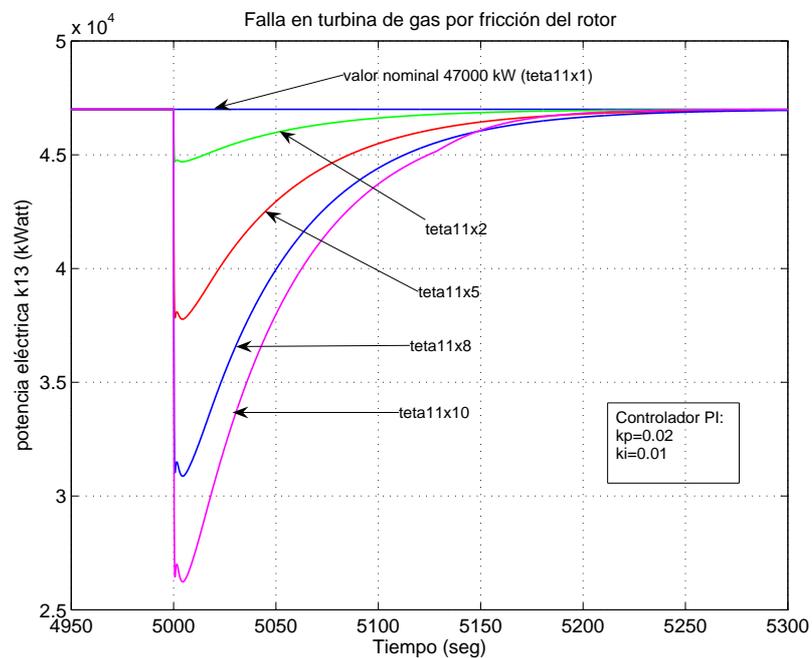


Figura 4.6: Resultados en simulación con el PI nominal: comportamiento ante la falla por fricción con cuatro intensidades

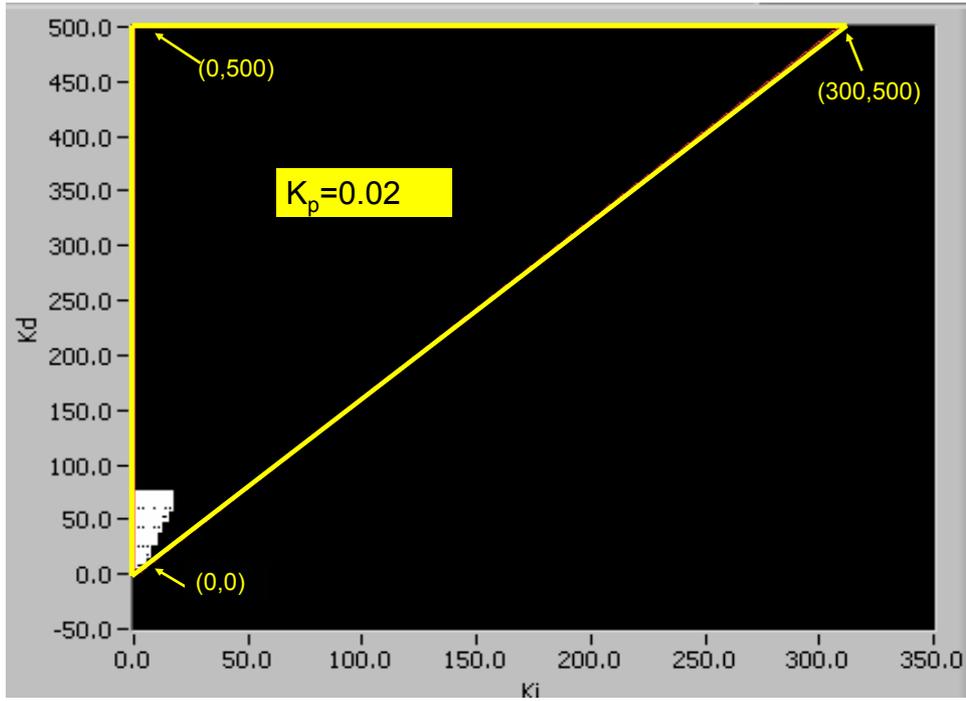


Figura 4.7: Superficie estabilizante del PID con $k_p = 0.02$ e índices de desempeño $GM = 5db$, $PM = 20^\circ$ y $t_r = 200s$

por la Universidad de Texas A&M basado en el trabajo de (Keel y Bhattacharyya, 2008), dados los coeficientes de la función de transferencia de la planta P_{fi} y un valor del rango de ganancia proporcional $k_p = c$, en cada uno de los cuatro casos de falla, es posible obtener gráficamente la familia de PID's para cada ganancia. Esta familia corresponde a una superficie en \mathfrak{R}^2 denotada $S(k_i, k_d)|_{k_p=c}$.

Luego, para la TG con el modelo nominal P_0 y el conjunto de modelos \mathcal{P} , la familia de PID's estabilizantes con ganancia $k_p = 0.02$, está dada para todos los casos por un triángulo rectángulo sobre la superficie (k_i, k_d) definido por los vertices $(0, 0)$, $(0, 300)$ y $(300, 500)$. Esto significa que la familia de PID's para todas las condiciones de falla consideradas está sobrepuesta y es posible usar cualquier conjunto de parámetros sobre la superficie.

Primera aproximación. Si los valores $MG = 5db$, $MF = 20^\circ$ y $t_r = 200s$ son especificados para la planta P_{f1} con la ganancia proporcional del PI nominal $k_p = 0.02$, entonces se obtiene la superficie pequeña, de forma trapezoidal, mostrada en la Figura 4.7. Nótese que esta superficie, definida incluyendo requerimientos de desempeño, está contenida dentro del triángulo de estabilidad anterior, es decir

$$S^{MG, MF, t_r}(k_i, k_d)|_{k_p=0.02} \subset S(k_i, k_d)|_{k_p=0.02}$$

Entonces todos los PID's dentro de la región estabilizan la familia completa $\hat{\mathcal{P}}_i$ para el caso lineal.

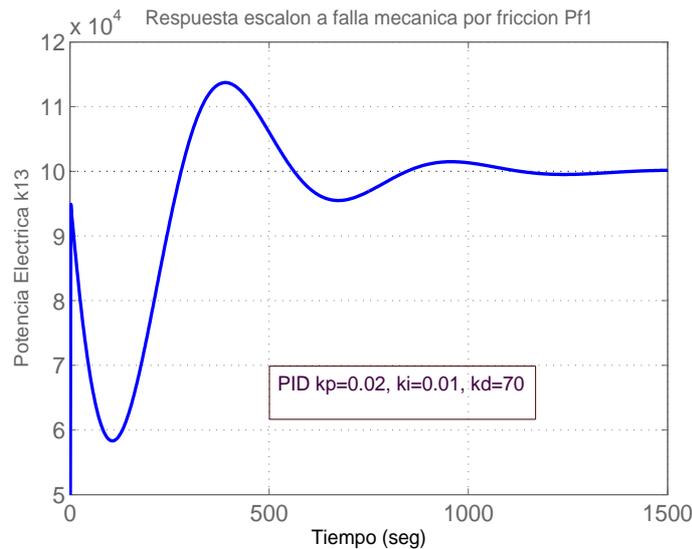


Figura 4.8: Respuesta a escalón de la variable controlada k_{13} con $\Delta_{11} = 2$ y C_1^a .

Para evaluar un PID en el interior de la superficie trapezoidal de la Figura 4.7 se toma un controlador arbitrario, por ejemplo uno con el conjunto de parámetros

$$C_1^a : \quad k_p = 0.02, k_i = 0.01, k_d = 70$$

Evaluación con modelo lineal. Como la estabilidad se encuentra garantizada con el modelo lineal, para confirmarlo se simula la respuesta a escalón del sistema de lazo cerrado con el modelo lineal de TG P_{f1} correspondiente a $\Delta_{11} = 2$, descubriendo que la respuesta es oscilatoria como se muestra en la Fig. 4.8.

Evaluación con modelo no lineal. A continuación, con la variable controlada k_{13} se da seguimiento a la evolución del modelo no lineal de la TG a partir del instante que se inicia la generación de potencia eléctrica pasando por el instante en que ocurre la falla $t_f = 5000s$ y continuando hasta $6000s$. Tomando en cuenta que hasta el instante de ocurrencia de la falla el control radica en el PID nominal, con: $k_p = 0.02$, $k_i = 0.01$, $k_d = 0$, siendo conmutado al PID estabilizante C_1^a en el instante t_f , el resultado es que k_{13} oscila, como se muestra en la Fig. 4.9. Es obvio que este desempeño oscilatorio tampoco es satisfactorio.

Segunda aproximación. Otros resultados en simulación con PIDs pertenecientes a la superficie trapezoidal mostrada en la Fig. 4.7 y la familia $\hat{P}i$ muestran desempeños oscilatorios similares. Por lo que el siguiente paso buscando mejorar el desempeño de PIDs en el caso de la falla f_1 se plantea usando diferentes valores de k_d tomados de la superficie $S^{MG,MF,tr}(k_i, k_d)|_{k_p=0.02}$, por lo que en el Cuadro 4.1 se proponen cuatro controladores con diferentes valores de la ganancia k_d .

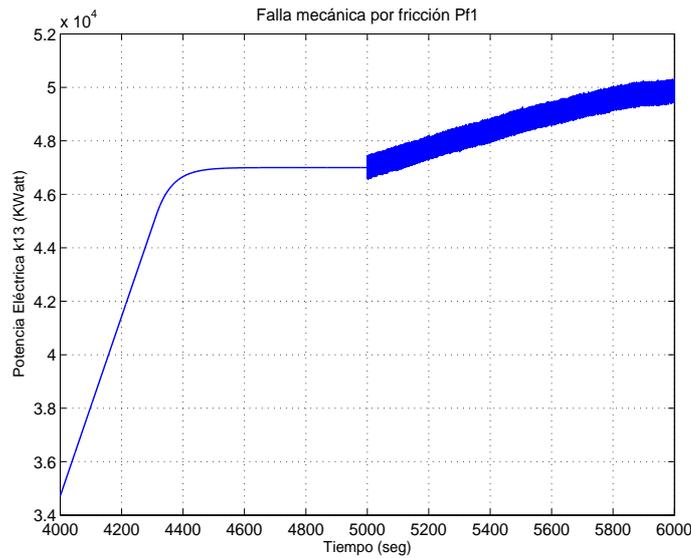


Figura 4.9: Potencia eléctrica generada con modelo no lineal y PID nominal hasta el instante de conmutación por falla $t_f = 5000s$ con PID C_1^a .

Cuadro 4.1: Conjunto de controladores PID estabilizantes.

PID	C_0	C_1	C_2	C_3
k_p	0.02	0.02	0.02	0.02
k_i	0.01	0.01	0.01	0.01
k_d	0	10	25	40

Evaluación con modelo no lineal. La Fig. 4.10 muestra la evolución de k_{13} en simulación cuando ocurre la falla f_1 usando los controladores C_i para $i = 0, 1, 2, 3$ actuando con un comando de conmutación. En este caso la evolución de la variable controlada k_{13} depende del valor seleccionado de la ganancia derivativa k_d . Se aprecia que para $k_d > 0$ se reduce el sobrepaso y aumenta el tiempo de asentamiento. La mejor respuesta se obtiene con el controlador C_1 , que reduce el sobrepaso; sin embargo, el tiempo de asentamiento se incrementa a $300s$, deteriorando el desempeño deseado.

4.5.4. Mejora del desempeño del PID estabilizante

De acuerdo con la sección 4.4.4, donde se describe como lograr el desempeño satisfactorio ante fallas, el desempeño de un PID puede ser mejorado usando ceros reales negativos múltiples y un valor seleccionado para k_d . En el caso de la TG se realizaron los siguientes pasos:

1. Se evaluó un PID con diferentes valores de z , haciendo $z = 0.5, 1, 2$ y $k_d = 1$. Entonces se generó el conjunto de respuestas a escalón del sistema de lazo cerrado para cada caso con P_{f1} . Comparando los resultados la mejor respuesta correspondió a $z = 2$.

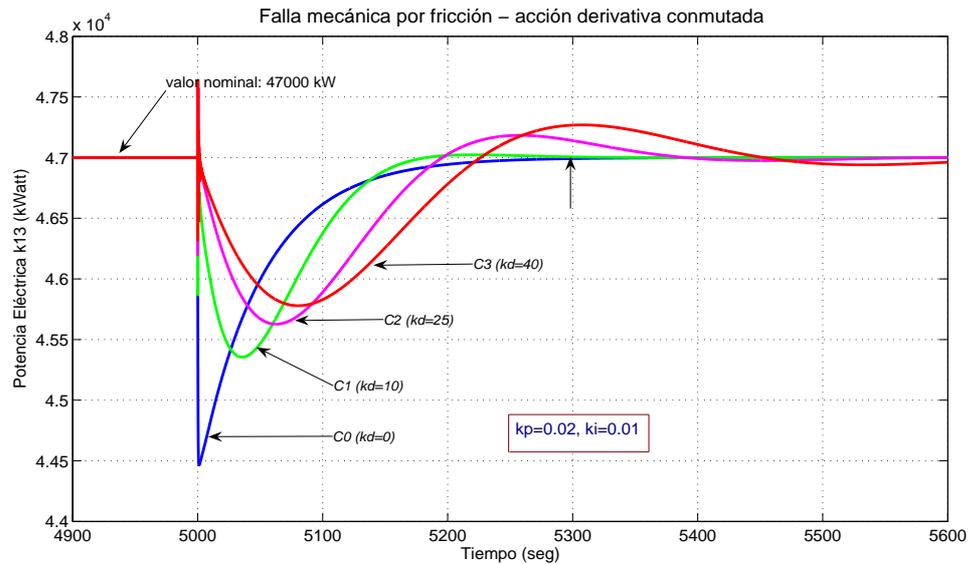


Figura 4.10: Respuesta transitoria de k_{13} con 4 acciones derivativas para la falla P_{f1} .

2. La ganancia derivativa fue ajustada en el intervalo $0 < k_d < 1$, sosteniendo los ceros en -2 y evaluando para cada caso la respuesta a escalón del sistema de lazo cerrado.

Después de una fuerte reducción de k_d , se obtuvo la respuesta del modelo lineal en lazo cerrado con el mejor tiempo de asentamiento, mostrada en la Figura 4.11, correspondiente al conjunto de parámetros: $k_p^* = 0.0714$, $k_i^* = 0.0714$, $k_d^* = 0.01785$. Por lo que la función de transferencia del PID es

$$C_{p1}^* = \frac{0.01785(s + 2)^2}{s}$$

En la Figura 4.12 se muestran las respuestas no lineales de las plantas con fallas P_{f1} , P_{f2} , P_{f3} y P_{f4} con el PID C_{p1}^* conmutado en el instante de falla t_f . También se aprecia para P_{f1} que el tiempo de respuesta t_r es casi igual al tiempo de asentamiento t_s ($20s$) y sin sobrepaso. Los otros casos, con fallas de mayor intensidad se caracterizan por sobrepasos menores a 1% y tiempo de asentamiento cercano a $30s$, mostrando un desempeño aceptable.

4.5.5. Prueba de estabilidad del sistema conmutado

La estabilidad del sistema de lazo cerrado con fallas se prueba evaluando la estabilidad del sistema conmutado de la planta nominal P_0 a plantas falladas P_{fi} , $i = 1, 2, 3, 4$, con el PID seleccionado C_{p1}^* . El procedimiento de prueba está basado en un algoritmo de doble propósito, para evaluar:

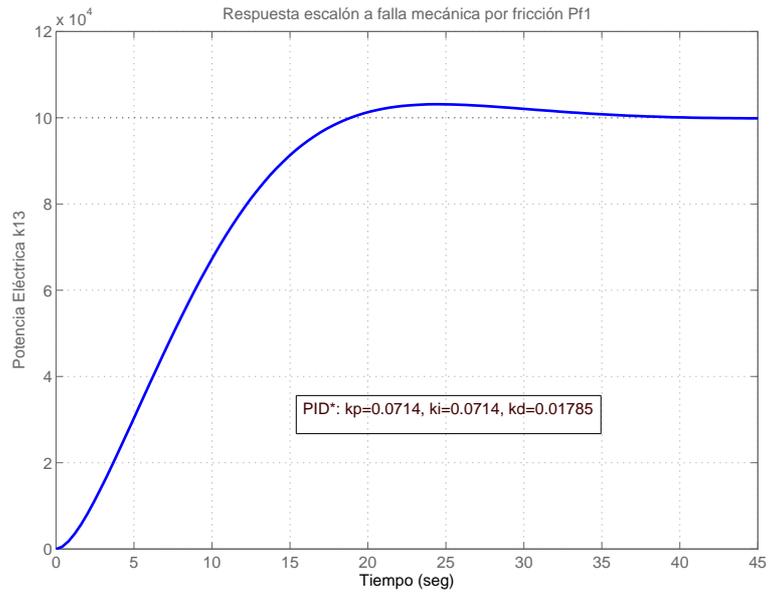


Figura 4.11: Resposta com modelo linear P_{f1} y C_{p1}^* .

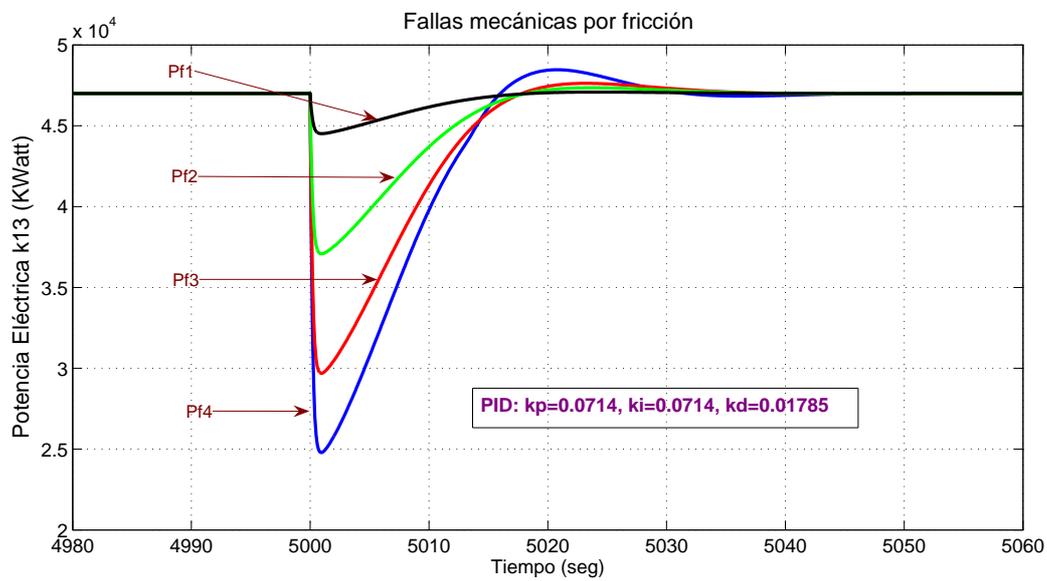


Figura 4.12: Respostas del modelo no-linear ante fallas de diferentes intensidades.

- La estabilidad asintótica de una pareja $(0, i)$ de sistemas LTI de lazo cerrado con un PID estabilizante cada uno, y
- La existencia de una función de Lyapunov con $P_{L_{0i}}$ una matriz simétrica positiva-definida, común a los sistemas de lazo cerrado con matrices dinámicas A_0 y A_{f_i} en la desigualdad matricial lineal (4.41).

De acuerdo a las etapas mencionadas, en esta sección se presentan los resultados numéricos correspondientes a la pareja de plantas (P_0, P_{f1}) .

1. Dado que los polos de las respectivas funciones de transferencia T_0 y T_{f1} :

$$\text{Polos}(T_0) = [-4.998 \quad -0.939 \pm 0.1155i \quad -0.529 \pm 0.3001i \quad -0.1367 \pm 0.1352i \quad -0.1227]$$

$$\text{Polos}(T_{f1}) = [-4.804 \quad -0.939 \pm 0.1141i \quad -0.529 \pm 0.3006i \quad -0.1369 \pm 0.1355i \quad -0.1284]$$

tienen parte real estrictamente negativa, se verifica la estabilidad asintótica de los sistemas de lazo cerrado con modelos P_0 y P_{f1} .

2. Usando la pareja de plantas LTI conmutadas formando un polisistema $\{A_0, A_{f1}\}$, y utilizando el Toolbox LMI-PLM de Matlab, se obtiene solución de la matriz simétrica $P_{L_{01}}$ en (4.41).

Como los valores propios

$$\Lambda(P_{L_{01}}) = [0.69039 \quad 3.4499e^{-3} \quad 4.2335e^{-4} \quad 3.1345e^{-6} \quad 2.3245e^{-5} \quad 2.23155e^{-5} \quad 5.4232e^{-5} \quad 4.5980e^{-5}]$$

son todos positivos, significa que se tiene una matriz positiva definida. Además la condición dada por la desigualdad común de Lyapunov

$$Q_0 = A_0^T P_{L_{01}} + P_{L_{01}} A_0 < 0$$

Se satisface, porque la parte real de los valores-propios de Q_0

$$\text{Real}\{\Lambda(Q_0)\} = [-0.1338 \quad -5.960e^{-3} \quad -1.450e^{-4} \quad -8.140e^{-5} \quad -3.822e^{-5} \quad -2.192e^{-5} \\ -7.193e^{-6} \quad -1.291e^{-7}]$$

son todos negativos. Simultáneamente la condición de falla $f1$

$$Q_{f1} = A_{f1}^T P_{L_{01}} + P_{L_{01}} A_{f1} < 0$$

también se cumple, porque la parte real de los valores propios de Q_{f1}

$$\text{Real}\{\Lambda(Q_{f1})\} = [-9.410e^{-2} \quad -8.741e^{-3} \quad -1.604e^{-4} \quad -8.171e^{-5} \quad 3.825e^{-5} \quad -2.112e^{-5} \\ -7.334e^{-6} \quad -1.294e^{-7}]$$

son todos negativos. Entonces las desigualdades matriciales con $P_{L_{01}}$ se satisfacen para A_0 y A_{f1} .

Resultados similares fueron encontrados para los otros casos de conmutación, es decir de P_0 a P_{fk} , $k = 2, 3, 4$. Por lo que el esquema es asintóticamente estable con el PID diseñado para la TG en todas las condiciones de conmutación

Capítulo 5

Conclusiones

Se propuso una solución al problema de diagnosticar fallas en un proceso dinámico no-lineal, incluyendo el diseño de un novedoso esquema de control basado en controladores clásicos PID, para cumplir el objetivo de convivir con una falla garantizando la estabilidad del sistema y obteniendo el desempeño deseado. El paradigma adoptado es lograr la seguridad del proceso, además de estabilidad con desempeño satisfactorio.

Para mostrar la validez de los resultados obtenidos se tomó como caso de estudio la turbina de gas de un proceso de generación eléctrica de ciclo combinado. En el Capítulo 1 de Introducción se presenta una amplia justificación de la importancia de este tipo de unidades de generación eléctrica en el plano mundial. En el contexto de la investigación y desarrollo tecnológico, el esquema de control tolerante a fallas propuesto sin duda podrá ser utilizado adaptándolo a diferentes modelos de turbinas de gas e incluso a diferentes tipos de unidades de generación, como turbinas de vapor y generadores de vapor, por mencionar algunos relevantes. Los beneficios aportados por esta tecnología van desde impulsar y promover una cultura de prevención y tratamiento a las inevitables fallas en los procesos físicos, hasta mejorar la continuidad de la operación y la eficiencia de los procesos.

El trabajo no se caracteriza por tener innumerables logros, sino por ser solamente algunos, cuya utilidad y relevancia puede ser evaluada de acuerdo a la siguiente descripción, por haber mostrado:

1. La aplicación del Análisis Estructural al estudio de redundancia del modelo dinámico de la TG. El descubrimiento de subsistemas no detectables ante fallas y la posibilidad de remediar lo anterior utilizando la herramienta de grafos para identificar la instrumentación que es necesario añadir. En estas condiciones es posible lograr la completa detectabilidad y aislabilidad de las fallas de interés usando la técnica mostrada en el Sistema de Diagnóstico de Fallas para la TG. Mientras que el análisis de monitoreabilidad también hace posible el cálculo de las variables desconocidas, vistas como *sensores virtuales*.

2. Se estableció un método para resolver el problema de estabilidad paramétrica robusta. El esquema de control tolerante a fallas con PIDs describe la técnica para sintonizar los PIDs fuera de línea a partir del conocimiento de la respuesta en frecuencia de la planta LTI. El conocimiento de superficies estabilizantes definidas por los tres parámetros del controlador PID proporciona un enorme conjunto de alternativas para lograr la estabilidad, lo que no implica obtener la respuesta deseada en la variable controlada. Esta circunstancia originó la idea de proponer una técnica complementaria para mejorar el desempeño final, mediante la incorporación de ceros múltiples a la función de transferencia de lazo cerrado. Paso a paso, pero con evaluaciones rápidas en el entorno de la herramienta computacional de Matlab.

3. La estabilidad de los sistemas conmutados por fallas es un tema abordado en el trabajo. Bajo el enfoque de los sistemas politópicos se adoptó un teorema de estabilidad basado en la función de Lyapunov y se implementó el algoritmo de prueba usando herramientas de sistemas LTI de Matlab.

4. La metodología de prueba adoptada emplea la técnica de análisis lineal y la simulación con el modelo no-lineal. De esta forma es posible apreciar resultados equivalentes mostrando tendencias similares. Vista como herramienta de desarrollo resulta ser útil ya que posibilita realizar pruebas fuera de línea de un nuevo sistema de control previo a las pruebas reales, permitiendo una muy buena aproximación.

Un aspecto importante del trabajo es que la reconstrucción de fallas no fue tratada, por lo que se considera incompleta la solución del problema de diagnóstico.

Entonces, como trabajos adicionales derivados de esta investigación se consideran:

- 1) El problema de reconstrucción de fallas.
- 2) también se considera el problema formal de estabilidad del sistema no-lineal

Capítulo 6

Apéndices

6.1. Apéndice A - Lista de Acrónimos

<i>AE</i>	Análisis Estructural	<i>PI</i>	Proporcional Integral
<i>AP</i>	Aparejamiento Perfecto	<i>PID</i>	Proporcional Integral Derivativo
<i>BKH</i>	Bloques de König Hall	<i>PEG</i>	Potencia Eléctrica Generada
<i>C</i>	Compresor	<i>QP</i>	Quemadores Posteriores
<i>CC</i>	Cámara de Combustión	<i>REC</i>	Recuperador de Calor
<i>CGCC</i>	Central de Generación de Ciclo Combinado	<i>RA</i>	Relaciones Auxiliares
<i>CTF</i>	Control Tolerante a Fallas	<i>RR</i>	Relación de Redundancia
<i>DDM</i>	Descomposición Dulmage Mendelsohn	<i>RRA</i>	Relación de Redundancia Analítica
<i>FDI</i>	<i>Fault Detection and Isolation</i>	<i>SCTF</i>	Sistema de Control Tolerante a Fallas
<i>GE</i>	Generador Eléctrico	<i>SISO</i>	<i>Single Input Single Output</i>
<i>IGV</i>	<i>Inlet Guide Vanes</i>	<i>SPD</i>	Semi Plano Derecho
<i>LTI</i>	<i>Linear Time Invariant</i>	<i>SPI</i>	Semi Plano Izquierdo
<i>MIMO</i>	<i>Multiple Inputs Multiple Outputs</i>	<i>T</i>	Turbina
<i>MFF</i>	Matriz de Firma de Fallas	<i>TG</i>	Turbina de Gas
<i>MAF</i>	Matriz de Aislamiento de Fallas	<i>TV</i>	Turbina de Vapor
<i>MI</i>	Matriz de Incidencia	--	-----

6.2. Apéndice B - Variables del modelo de Turbina de Gas

k_1	Presión aire en descarga compresor	x_5	Derivada posición IGVs compresor
k_2	Velocidad rotor de turbogenerador	x_6	Temperatura de gases en CC
k_3	Presión atmosférica	x_7	Derivada temperatura de gases CC
k_4	Temperatura exterior	x_8	Energía del compresor
k_5	Posición IGVs del compresor	x_9	Flujo aire de sangrado compresor
k_6	Temperatura aire descarga compresor	x_{10}	Flujo aire en salida compresor
k_7	Posición válvula sangrado compresor	x_{11}	Potencia motor arranque
k_8	Posición válvula combustible gas TG	x_{12}	Flujo combustible gas a CC
k_9	Presión entrada válvulas comb gas	x_{13}	Derivada pos válvula combustible gas TG
k_{10}	Presión en hogar REC	x_{14}	Flujo gases entrada a CC
k_{11}	Temperatura gases escape TG	x_{15}	Flujo gases salida de CC
k_{12}	Temperatura empaetado TG	x_{16}	Entalpía de gases en CC
k_{13}	Potencia eléctrica generada	x_{17}	Densidad gases escape de turbina
k_{14}	Temperatura gases hogar REC	x_{18}	Entalpía gases escape de turbina
k_{15}	Temperatura gases salida hogar REC	x_{19}	Pérdida de potencia por fricción TG
k_{16}	Posición válvula de gas a QP	x_{20}	Ángulo de potencia GE
k_{17}	Señal control actuador IGVs	x_{21}	Derivada ángulo de potencia GE
k_{18}	Señal control actuador válvula gas TG	x_{22}	Derivada temperatura gases en hogar del REC
k_{19}	Señal control actuador válvula gas QP	x_{23}	Densidad gases en hogar REC
k_{20}	Potencia motor arranque	x_{24}	Derivada densidad gases en hogar REC
x_1	Densidad gases en CC	x_{25}	Flujo gases salida de REC
x_2	Derivada densidad gases en CC	x_{26}	Flujo combustible gas a QP
x_3	Flujo aire entrada a compresor	x_{27}	Derivada flujo combustible gas a QP
x_4	Aceleración rotor turbogenerador	θ_{11}	Parámetro de fricción rotor TG

6.3. Apéndice C - Modelo Estructural de Turbina de Gas

Compresor, C	Cámara de Combustión, CC
c1: $0 = f(x_1, x_6, k_1, \theta_0)$ c2: $0 = f(x_3, k_1, k_2, k_3, k_5, \theta_1, \theta_2, \theta_3)$ c3: $0 = f(x_3, x_8, k_1, k_3, \theta_4, \theta_5)$ c4: $0 = f(k_1, k_3, k_4, k_6, \theta_5)$ c5: $0 = f(x_9, k_1, k_3, k_6, k_7, \theta_6)$ c6: $0 = f(x_3, x_9, x_{10})$ c7: $0 = f(x_5, k_5, k_{17}, \theta_{25})$ d1: $0 = x_5 - \frac{dk_5}{dt}$	c8: $0 = f(x_6, x_{12}, k_1, k_8, k_9, \theta_7)$ c9: $0 = f(x_{10}, x_{12}, x_{14})$ c10: $0 = f(x_6, x_{15}, k_1, \theta_{21})$ c11: $0 = f(x_1, x_2, x_{14}, x_{15}, \theta_{17})$ d2: $0 = x_2 - \frac{dx_1}{dt}$ c12: $0 = f(x_1, x_6, x_7, x_{10}, x_{12}, x_{14}, k_6, \theta_8, \theta_9, \theta_{17}, \theta_{18}, \theta_{19})$ d3: $0 = x_7 - \frac{dx_6}{dt}$ c13: $0 = f(x_{13}, k_8, k_{18}, \theta_{26})$ d4: $0 = x_{13} - \frac{dk_8}{dt}$
Turbina de Gas, TG	Recuperador de Calor, REC
c14: $0 = f(x_{10}, x_{12}, x_{16}, k_6, \theta_8, \theta_9, \theta_{18})$ c15: $0 = f(x_1, x_{17}, k_1, k_{10}, \theta_{10})$ c16: $0 = f(x_1, x_{16}, x_{17}, x_{18}, k_1, \theta_{10})$ c17: $0 = f(x_6, k_{11}, k_{12})$ c18: $0 = f(x_6, k_1, k_{10}, k_{11}, \theta_{10})$ c19: $0 = f(x_{19}, k_2, \theta_{11})$ d5: $0 = x_4 - \frac{dk_2}{dt}$ c20: $0 = f(x_4, x_8, x_{11}, x_{15}, x_{16}, x_{18}, x_{19}, k_2, k_{13}, \theta_{20})$	c23: $0 = f(x_{23}, k_{10}, k_{14}, \theta_0)$ c24: $0 = f(x_{25}, k_3, k_{10}, k_{15}, \theta_{23})$ c25: $0 = f(x_{26}, k_9, k_{10}, k_{14}, k_{16}, \theta_{24})$ c26: $0 = f(x_{15}, x_{23}, x_{24}, x_{25}, x_{26}, \theta_{16})$ d7: $0 = x_{24} - \frac{dx_{23}}{dt}$ c27: $0 = f(x_{15}, x_{22}, x_{23}, x_{26}, k_{11}, k_{14}, \theta_9, \theta_{16}, \theta_{18}, \theta_{19})$ c28: $0 = f(x_{27}, k_{16}, k_{19}, \theta_{27})$ d8: $0 = x_{22} - \frac{dk_{14}}{dt}$ d9: $0 = x_{27} - \frac{dk_{16}}{dt}$
Generador Eléctrico, GE	
c21: $0 = f(x_{20}, x_{21}, k_{13}, \theta_{12}, \theta_{13}, \theta_{14}, \theta_{15})$ c22: $0 = f(x_{20}, x_{21}, k_2, \theta_{22})$ d6: $0 = x_{21} - \frac{dx_{20}}{dt}$	

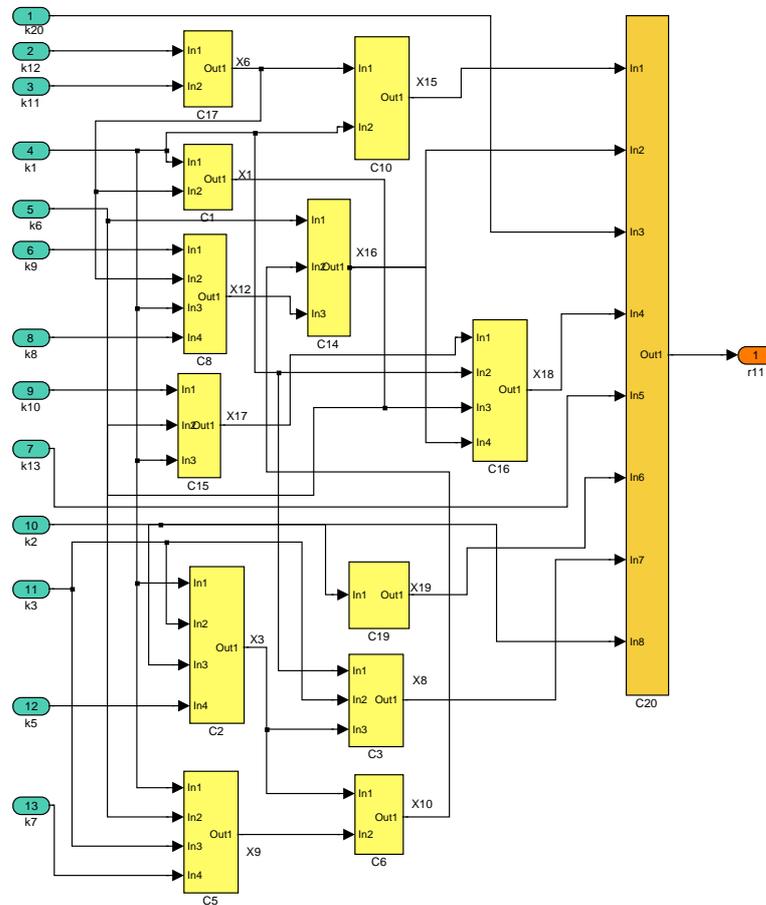
6.4. Apéndice D - Residuo r_{11} para fallas mecánicas

Figura 6.1: Implementación de RRA_{11} para detectar fallas mecánicas con residuo r_{11}

6.5. Apéndice E - Funciones de transferencia de TG

TG	Modelo SISO linealizado
Nominal $\theta_{11} \times 1$	$P_0 = \frac{5.168 \times 10^5 s^4 + 7.537 \times 10^5 s^3 + 4.293 \times 10^5 s^2 + 1.266 \times 10^5 s + 0.1052 \times 10^5}{s^7 + 8.331 s^6 + 21.05 s^5 + 25.06 s^4 + 15.95 s^3 + 5.516 s^2 + 0.9408 s + 0.05764}$
Falla 1 $\theta_{11} \times 2$	$P_1 = \frac{4.979 \times 10^5 s^4 + 7.291 \times 10^5 s^3 + 4.176 \times 10^5 s^2 + 1.24 \times 10^5 s + 0.1063 \times 10^5}{s^7 + 8.143 s^6 + 20.46 s^5 + 24.33 s^4 + 15.51 s^3 + 5.391 s^2 + 0.9289 s + 0.05823}$
Falla 2 $\theta_{11} \times 5$	$P_2 = \frac{4.12 \times 10^5 s^4 + 6.202 \times 10^5 s^3 + 3.681 \times 10^5 s^2 + 1.138 \times 10^5 s + 0.1152 \times 10^5}{s^7 + 7.289 s^6 + 17.79 s^5 + 21.09 s^4 + 13.64 s^3 + 4.888 s^2 + 0.894 s + 0.06311}$
Falla 3 $\theta_{11} \times 8$	$P_3 = \frac{3.668 \times 10^5 s^4 + 5.56 \times 10^5 s^3 + 3.328 \times 10^5 s^2 + 1.038 \times 10^5 s + 0.1088 \times 10^5}{s^7 + 6.84 s^6 + 16.31 s^5 + 19.17 s^4 + 12.38 s^3 + 4.455 s^2 + 0.8243 s + 0.05956}$
Falla 4 $\theta_{11} \times 10$	$P_4 = \frac{2.173 \times 10^5 s^4 + 4.396 \times 10^5 s^3 + 2.839 \times 10^5 s^2 + 9.555 \times 10^5 s + 0.1261 \times 10^5}{s^7 + 5.892 s^6 + 13.39 s^5 + 15.72 s^4 + 10.47 s^3 + 4.009 s^2 + 0.8197 s + 0.06905}$

6.6. Apéndice F - Análisis lineal de modelos SISO de TG

Casos:	Nominal	$\Theta_{11 \times 2}$	$\Theta_{11 \times 5}$	$\Theta_{11 \times 8}$	$\Theta_{11 \times 10}$
$G_1 = k_{13}/k_{18}$ Autovalores (polos)	{ -5.0084, -0.12946, -0.9507 + 0.1853i, -0.9507 - 0.1853i, -0.4791 + 0.2338i, -0.4791 - 0.2338i, -0.3333 }	{-4.8138, -0.13615, -0.95067 + 0.18503i, -0.95067 - 0.18503i, -0.47906 + 0.23378i, -0.47906 - 0.23378i, -0.33333}	{-3.9151, -0.95066 + 0.1847i, -0.95066 - 0.1847i, -0.18141, -0.47907 + 0.2339i, -0.47907 - 0.2339i, -0.33333}	{-3.4536, -0.95065 + 0.18445i, -0.95065 - 0.18445i, -0.19408, -0.47908 + 0.23395i, -0.47908 - 0.23395i, -0.33333}	{-2.3708, -0.95062 + 0.18284i, -0.95062 - 0.18284i, -0.32762, -0.47927 + 0.23434i, -0.47927 - 0.23434i, -0.33333}
Ceros de transmisión del sistema MV: Z_i	{-0.72537, -0.3033 + 0.3610i -0.3033 - 0.3610i}	{-0.72532, -0.30333 + 0.36101i, -0.30333 - 0.36101i}	{-0.72533, -0.30334 + .36102i, -0.30334 - .36102i}	{-0.72533, -0.30334 + 0.36103i, -0.30334 - 0.36103i}	{-0.72533, -0.30334 + 0.36102i, -0.30334 - 0.36102i}
Ceros	$Z_i + \{-0.12622\}$	$Z_i + \{-0.13244\}$	$Z_i + \{-0.17344\}$	$Z_i + \{-0.18384\}$	$Z_i + \{-0.28821\}$
Rangos:					
co	7	7	7	7	7
ob	7	7	7	7	7
Gco	7	7	7	7	7
Gob	7	7	7	7	7
Indices singlrld					
co	6.1136e+05 1.6357e-06	6.2159e+05 1.6088e-06	7.2012e+05 1.3887e-06	7.5605e+05 1.3227e-06	1.2415e+06 8.0546e-07
ob	2.4976e+11 4.0039e-12	1.9868e+11 5.0332e-12	6.6244e+10 1.5096e-11	3.121e+10 3.2041e-11	1.135e+10 8.8103e-11
Gco	6.217e+11 1.6085e-12	5.5218e+11 1.811e-12	3.2075e+11 3.1177e-12	2.4015e+11 4.164e-12	1.9636e+11 5.0926e-12
Gob	1.8247e+12 5.4803e-13	1.8445e+12 5.4216e-13	2.0632e+12 4.8468e-013	2.0301e+12 4.926e-013	5.4597e+12 1.8316e-13
Representación balanceada:	Menor $g_i =$ $g_7(\omega)$ $g_7 = 2.781$	Menor $g_i =$ $g_7(\omega)$ $g_7 = 2.6438$	Menor $g_i =$ $g_7(\omega)$ $g_7 = 1.9293$	Menor $g_i =$ $g_7(\omega)$ $g_7 = 1.6924$	Menor $g_i =$ $g_7(\omega)$ $g_7 = 0.89412$
Modos en función de estados	$A_2 =$ (.268414e - 3) x_7 $TB_2 = 0$	$A_2 =$ (.268446e - 3) x_7 $TB_2 = 0$	$A_2 =$ (.26862e - 3) x_7 $TB_2 = 0$	$A_2 =$ (.268652e - 3) x_7 $TB_2 = 0$	$A_2 =$ (.66018e - 4) x_7 $TB_2 = 0$
VdeE quasi controlable:	Velocidad: $x_7 = k_2(\omega)$	Velocidad: $x_7 = k_2(\omega)$	Velocidad: $x_7 = k_2(\omega)$	Velocidad: $x_7 = k_2(\omega)$	Velocidad: $x_7 = k_2(\omega)$

Abreviaturas empleadas:

co. . .matriz de controlabilidad

Gco. . .matriz gramiana de controlabilidad

Singrld . . . singularidad

ob. . . matriz de observabilidad

Gob. . .matriz gramiana de observabilidad

Figura 6.2: Resultados del análisis lineal de modelos SISO de TG para la falla por fricción del rotor

Bibliografía

- Bhattacharyya, S. P. (1986). *Robust Stabilization Against Structured Perturbations*. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer-Verlag. New York.
- Bitwas, G., M.O. Cordier, J. Lunze, L. Travé-Massuyès y M. Staroswiecki (2004). Diagnosis of complex systems: Bridging the methodologies of the fdi and dx communities. *IEEE-Trans on systems man and cybernetics* **34**(5), 2559–2562.
- Blanke, M., C. Frei, F. Kraus, R. Patton y M. Staroswiecki (2000). What is fault tolerant control?. En: *IFAC Symp. SAFEPROCESS'00*. pp. 41–52.
- Blanke, M., M. Kinnaert, J. Lunze y M. Staroswiecki (2003). *Diagnosis and Fault Tolerant Control*. Springer. Berlin.
- Cassar, J. P. y M. Staroswiecki (1997). A structural approach for the design of failure detection and identification systems. En: *IFAC-IFIO-IMACS 97*. Belfont, France. pp. 329–334.
- Chia-Chin, Ch. y S. Deng (2005). Performance effects of combined cycle power plant with variable condenser pressure and loading. *Energy* **30**(10), 1793–1801.
- Cordier, B., C.T. Huynh, J.P. Cassar, M. Staroswiecki y E. Herbault (1991). Supervision system design for a petroleum production application. En: *IFAC Symp. SAFEPROCESS'91*. Vol. 2. pp. 535–540.
- Datta, A., M. Ho y S. Bhattacharyya (2000). *Advances in Industrial Control Structures and Synthesis of PID Controller*. Springer. New York.
- De-Persis, C. y A. Isidori (2001). A geometric approach to nonlinear fault detection and isolation. *IEEE Trans Aut. Control* **46-6**, 853–866.
- Delgadillo, M. A. y J. E. Fuentes (1996). Modelo dinámico de la turbina de gas de una central de generación de ciclo combinado. Proyecto núm. 5117. Instituto de Investigaciones Eléctricas, México.

- Ding, S. (2008). *Model-Based Fault Diagnosis Techniques*. Springer. Berlin.
- Dulmage, A.L. y N.S. Mendelsohn (1958). Coverings of bipartite graphs. *Canadian Journal of Mathematics* **10**, 517–534.
- Dustegor, D., E. Frisk, V. Cocquempot, M. Krysander y M. Staroswiecki (2006). Structural analysis of fault isolability in the DAMADICS benchmark. *Control Engineering Practice* **14**(6), 597–608.
- Elgerd, O. I. (1971). *Electric Energy Systems Theory*. McGraw-Hill, Inc.. USA.
- Frank, P. (1990). Fault diagnosis in dynamic systems using analytical and knowledge-based redundancy. *Automatica* **26**(2), 459–474.
- Frank, P., G. Schreier y E. Alcorta-Garcia (1999). *Nonlinear Observers for Fault Detection and Isolation*. pp. 399–466. Vol. Lecture Notes in Control and Information Science 244. Springer. Berlin.
- Frank, P. M. (1996). Analysis and qualitative model-based fault diagnosis - a survey. *European Journal of Control* **2**(1), 6–28.
- Garduno, R. y M. Sánchez-Parra (1995). Control system modernization: turbogas unit case study. En: *IFAC Symposium on Control of Power Plants and Power Systems, Cancun, Mexico*. Vol. 2. pp. 245–250.
- Gentil, S., J. Montmain y C. Combastel (2004). Combining FDI and AI approaches within causal model based diagnosis. *IEEE Trans on Systems Man and Cybernetics* **34**(5), 2207–2221.
- Gertler, J. (1988). Survey of model-based failure detection and isolation in complex plants. *IEEE Control Systems Magazine* **8**(6), 3–11.
- Gertler, J. (1998). *Fault Detection and diagnosis in engineering systems*. Marker-Dekker. Inc.. New York, USA.
- Giampaolo, T. (2003). *The gas turbine handbook: principles and practice*. The Fairmont Press.
- Güendes, A.Ñ. y A. B. Ösgüler (2007). PID stabilization of mimo plants. *IEEE- Trans. Automatic Control* **526**-(8), 1502–1508.
- Isermann, R. (1984). Process fault detection based on modeling and estimation methods-A survey. *Automatica* **20**(4), 387–404.

- Isermann, R. (1997). Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods: an introduction. *Contr. Eng. Practice* **5(5)**, 639–652.
- Isermann, R. (2004). Model-based fault detection and diagnosis-status and applications. *Control Engineering Practice*.
- Isermann, R. (2006). *Fault Diagnosis System*. Springer. Berlin.
- Izadi-Zamanabadi, R. y M. Blanke (2002). Structural analysis for diagnosis the matching problem. En: *Proc. IFAC 15th Triennial World Congress, Barcelona, Spain*.
- Keel, L. H. y S. P. Bhattacharyya (2005). PID controller synthesis free of analytical models. En: *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*. Seoul, Korea. pp.–.
- Keel, L. H. y S. P. Bhattacharyya (2008). Controller synthesis free of analytical models: Three term controllers. *IEEE Trans Aut. Control* **53(6)**, 1341–1352.
- Kellsag, G. y C. Trogger (2004). Prediction and control of combustion instabilities in industrial gas turbines. *Applied Thermal Engineering* **24**, 1571–1582.
- Kettunen, M., P. Zhang y S.L. Jamsa-Jounela (2008). An embedded fault detection, isolation and accomodation system in a model predictive controller for an industrial benchmark process. *Computers and Chemical Engineering* **32**, 2966–2985.
- Knospe, C. (2006). PID control. *IEEE Control Systems Magazine* **26(1)**, 30–31.
- Krutko, P.D. (2008). Automation gas turbine engine control using algorithms for non-traditional structure. *Machinery Manufacture and Reliability* **37(2)**, 166–175.
- Krysander, M., J. Åslund y M. Nyberg (2008). An efficient algorithm for finding minimal over-constrained sub-systems for model based diagnosis. *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Humans* **38(1)**, 197–206.
- Li, Y., K.H. Ang y G. Chong (2006). PID control systems analysis and design. *IEEE Control Systems Magazine* **26(1)**, 32–41.
- Liberzon, D. (2003). *Switching in systems and control*. Birkhauser.
- Liberzon, D. y A.S. Morse (1999). Basic problems in stability and design of switched systems. *Control Systems Magazine, IEEE* **19(5)**, 59–70.

- Lorentzen, T., M. Blanke y H. Niemann (2003). Structural analysis. a case study of the romer satellite. En: *IFAC Symp. SAFEPROCESS'03*. pp. 187–192.
- Lorentzen, T. y M. Blanke (2004). Industrial use of structural analysis: a rapid prototyping tool in the public domain. En: *IAR Annual Meeting, Karlsruhe, Germany*.
- MATLAB R2008 (2008). *Toolbox Control Systems*. Math-Works, Inc.. Natick, Massachusetts.
- Mina, J., C. Verde, M. Sánchez-Parra y F. Ortega (2008). Fault isolation with principal components structural models for a gas turbine. En: *American Control Conference-08*. Seattle.
- Narendra, K. S., J. Balakrishnan y M. Kemal (1995). Adaptation and learning using multiple models, switching and tuning. *IEEE Control Systems Magazine* **15**(3), 37–51.
- Niemann, H. y N. Poulsen (2009). Fault-tolerant control - a residual based set-up. En: *48th IEEE Conference on Decision and Control*. Shanghai, China. pp. 8470–5.
- O'Dwyer, A. (2003). *Handbook of PI and PID controller tuning rules*. Imperial College Press. London.
- Owen, F.C. y W.H. Harrison (1999). Combined cycle reference plant for today merchant market. En: *Proc. International Joint Power Generation Conference, ASME-Power Division*. pp. 43–48.
- Patton, R., P. M. Frank y R. Clark (Eds.) (2000). *Issues of Fault Diagnosis for Dynamic Systems*. Cap. A structural Framework for the design of FDI systems in large scale industrial plants, pp. 245–283. Springer, London.
- Pothen, A. y C. Fan (1990). Computing the block triangular form of a sparse matrix. *ACM Transactions on Mathematical Software* **16**(4), 303–324.
- Puig, V., J. Quevedo, T. Escobet, B. Morcego y C. Ocampo (2004a). Control tolerante a fallos (parte i): Fundamentos y diagnóstico de fallos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* **1**(1), 15–31.
- Puig, V., J. Quevedo, T. Escobet, B. Morcego y C. Ocampo (2004b). Control tolerante a fallos (parte ii): Mecanismos de tolerancia y sistema supervisor. *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial* **1**(2), 5–25.
- Quevedo, J. y T. Escobet Eds. (2000). Digital control: Past, present and future of pid control. En: *Proc. IFAC Workshop*.

- R. Kurz, R. y K. Brun (2000). Degradation in gas turbine systems. En: *International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition, ASME*. Munich Germany.
- Rauch, H. E. (1995). Autonomous control reconfiguration. *IEEE Control Systems Magazine* **15**(6), 37–48.
- S. P. Bhattacharyya, H. Chapellat y L. H. Keel (1995). *Robust Control: The Parametric Approach*. Prentice Hall. New York.
- Sánchez-Parra, M., C. Verde y D. A. Suarez (2010). PID based fault tolerant control for a gas turbine. *ASME Transactions, Journal of Engineering for Gas Turbines and Power* **132**(10), 11.
- Sánchez-Parra, M. y C. Verde (2006). Analytical redundancy for a gas turbine of a combined cycle power plant. En: *American Control Conference-06*. Minneapolis.
- Sánchez-Parra, M. y Y. Rudecino-Mendoza (2003). Control and dynamic simulation for a combined cycle power plant. En: *Proc. IFAC Symp. of Power Plants and Power Systems, Seoul, Korea*. pp. 774–779.
- Simani, S. y R. J. Patton (2008). Fault diagnosis of an industrial gas turbine prototype using a system identification approach. *Control Engineering Practice* **16**, 769–786.
- Staroswiecki, M., H. Yang y B. Jiang (2007). Progressive accommodation of parametric faults in linear quadratic control. *Automatica* **43-2**, 2070–2076.
- Staroswiecki, M. y G. Comtet-Varga (2001). Analytical redundancy relations of fault detection and isolation in algebraic dynamic systems. *Automatica* **37**, 687–699.
- Staroswiecki, M. y P. Declerck (1989). Analytical redundancy in nonlinear interconnected systems by means of structural analysis. En: *IFAC Congress AIPAC'89 Symposium on Advanced Information Processing in Automatic Control*. Vol. 2. Nantes, France. pp. 23–27.
- Theilliol, D., C. Jon y Y. Zhang (2008). Actuator fault-tolerant control design based on a reconfigurable reference input. En: *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science*. Vol. 18. pp. 553–9.
- Uram, R. (1977). Computer control in a combined cycle power plant, part i: the process and the computer. En: *Proc. IEEE PES Winter Meeting, New York, NY*.
- Verde, C., y M. Sánchez-Parra (2006). Monitoreability analysis for a gas turbine using structural analysis. En: *IFAC Symp. SAFEPROCESS'06*. pp. 721–726.

- Verde, C., R. Carrera y S. Bhattacharyya (2008). Diseño asistido por computadora de controladores pid estabilizantes. En: *AMCA-08, Mexico, D.F.*
- Walsh, P. P. y P. Fletcher (2004). *Gas Turbine Performance*. Blackwell Science, Ltd.. UK.
- Willsky, A. S. (1976). A survey of design methods for failure detection in dynamics systems. *Automatica* **12**, 601–611.
- Zhang, X., M. Polycarpou y T. Parisini (2008). Adaptive fault-tolerant control of a class of nonlinear MIMO systems. En: *47th IEEE Conference on Decision and Control*. Cancún, México. pp. 398–403.
- Zhang, Y. y J. Jiang (2006). Issues on integration of fault diagnosis and reconfigurable control in active fault tolerant control systems. En: *IFAC Symp. SAFEPROCESS'06*. pp. 1513–1524.
- Zhang, Y. y J. Jiang (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. En: *Annual Reviews in Control*. Vol. 32. pp. 229–52.