



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

NUEVO REÓMETRO DE ORIFICIO

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERÍA

MECÁNICA - TERMOFLUIDOS

P R E S E N T A :

ENRIQUE MUÑOZ DÍAZ

DIRECTOR:

DR. GABRIEL ASCANIO GASCA

CO-DIRECTOR:

DR. FRANCISCO JAVIER SOLORIO ORDAZ

2012



JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. JAIME CERVANTES DE GORTARI
Secretario: DR. FRANCISCO JAVIER SOLORIO ORDAZ
Vocal: DR. GABRIEL ASCANIO GASCA
1er. Suplente: DR. FEDERICO MENDEZ LAVIELLE
2do. Suplente: DR. MARTÍN SALINAS VÁZQUEZ

Lugar donde se realizó la tesis:

CENTRO DE CIENCIAS APLICADAS Y DESARROLLO TECNOLÓGICO,
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, CIUDAD UNIVERSITARIA,
MEXICO D. F., MEXICO.

TUTOR DE TESIS:
DR. GABRIEL ASCANIO GASCA



FIRMA

A Sofía

Por ser el apoyo que necesito todos los días. Por la energía que me transmites. Y por ser la compañera de mi vida en todos estos años y todos los que nos faltan.

A Vicky, Regi y Sofi

Por ser la luz que ilumina mi existencia. Ustedes, mi motivo y mi mayor orgullo, mi felicidad y razón de ser.

A mis Padres

Graciela y Angel, por seguir guiando a nuestra familia con dedicación y amor.

A mis hermanos

Rosa María, Miguel Angel, Oswaldo y Oscar, porque seguimos tan unidos como desde el principio, enfrentando las adversidades juntos y compartiendo los buenos ratos.

A mis amigos

Juan José García, Hugo Elizalde, Eugenio Aguilar, por su apoyo sin condiciones.

AGRADECIMIENTOS

...como un sueño. Se fue generando esta idea primero y todo un proyecto de vida después. Fue muy largo y sinuoso el camino, pero por fin se ve la luz. Inicio como una leve inquietud y se fue consolidando gracias al esfuerzo, a la comunicación y la tenacidad.

Agradezco a Dios porque, a pesar de lo que pudiera suceder y por más situaciones extrañas que pudieran pasar, me ha guiado en el camino para ser una mejor persona cada día.

De la vida he recibido muchas bendiciones y el agradecimiento por ello es lo menos que puedo sentir. Haber terminado esta etapa de mi proyecto de vida me llena de felicidad y orgullo, pero no hubiera podido ser sin el apoyo de muchas personas. Especialmente de Sofía y las niñas, por sus enojos fundados en mi desatención y continua ausencia por largo tiempo, pero mucho mejor que eso, sus definitivas muestras de apoyo, amor y comprensión. Ellas son mi mayor tesoro.

Al Dr. Gabriel Ascanio, quien me dio su confianza, tiempo y experiencia. El Dr. Francisco Solorio, quien me brindo observaciones muy acertadas. Gracias por todo su apoyo.

Agradezco enormemente todo el apoyo técnico brindado en los talleres del CCADET para el desarrollo de la parte práctica de esta investigación, especialmente a Jonathan Arenas y al Dr. Javier Naranjo.

Hago constar mi agradecimiento a la Coordinación de Estudios de Posgrado de la UNAM por su apoyo y confianza para realizar y concluir este trabajo de doctorado.

Gracias a los sinodales de esta investigación, quienes dedicaron su tiempo para la revisión y retroalimentación constante de este trabajo, para llegar a tener lo mejor posible de este esfuerzo.

Dentro del ITESM CCM, mi institución de trabajo, también hubo gente sin cuyo apoyo este proyecto se habría alargado irremediablemente; agradezco especialmente al Dr. Ricardo Ramírez y al Dr. Hugo Elizalde por su confianza en este proyecto y su compromiso por la educación de nuestro país.

Contenido

Resumen	XIII
Abstract	XVI
Nomenclatura	XVIII
1. Introducción	1
2. Principio de funcionamiento de un Reómetro de Orificio	7
2.1 Fluidos newtonianos y no newtonianos	7
2.2 Flujos extensionales y viscosidad extensional	11
2.3 Reómetros y su clasificación	12
2.4 Reómetro de orificio	13
2.5 Utilidad de los reómetros	18
3. Metodología	21
3.1 Dinámica de Fluidos Computacional	21
3.2 Metodología de análisis	25
3.3 Solución de ecuaciones	26
3.3.1 Conservación de la masa	
3.3.2 Conservación del momentum	
3.3.3 Conservación de la energía	
3.4 Flujos extensionales puros y contracciones semihiperbólicas	29
3.5 Determinación de la viscosidad extensional con un perfil semihiperbólico	35
3.6 Definición de las geometrías y dominios	39
3.6.1 Contracción abrupta experimental	
3.6.2 Generación de malla para la contracción abrupta	
3.6.3 Establecimiento de las consideraciones, condiciones de frontera y fluido de trabajo para la contracción abrupta	
4. Resultados	45
4.1 Contracción abrupta	45
4.2 Nuevo reómetro propuesto y resultados numéricos	53
4.2.1 Esquema del perfil semhiperbólico	
4.2.2 Modelo computacional	
4.2.3 Consideraciones y condiciones de frontera	

4.2.4	Características de los fluidos de trabajo	
4.2.5	Resultados de la simulación con el nuevo reómetro	
4.3	Descripción del modelo experimental y resultados obtenidos	64
4.4	Validación de los resultados numéricos	69
5. Conclusiones y trabajo a futuro		73
Apéndices		79
Apéndice A. Campos de flujo obtenidos de la simulación numérica		79
Apéndice B. Descripción de los sensores de presión utilizados		95
Anexos		
Anexo 1. Artículo de investigación: <i>A numerical Study of an Orifice Flowmeter</i>		99
Referencias		109

Figuras

Figura 2.1	Clasificación general de los fluidos no newtonianos
Figura 2.2	Comportamiento de un fluido que se adelgaza con el cortante (shear thinning)/engrosa con el cortante (shear thickening).
Figura 2.3	Tipos principales de flujos extensionales.
Figura 2.4	Clasificación general de los Reómetros.
Figura 2.5	Esquema de un flujo de entrada. Las líneas de corriente convergen hacia el orificio.
Figura 2.6	Contracción uniaxial. Flujo de entrada.
Figura 2.7	Esquema de una contracción para el análisis de Binding.
Figura 3.1	Las diferentes disciplinas que componen la CFD.
Figura 3.2	Los 3 elementos principales del análisis con CFD.
Figura 3.3	Procedimiento de solución de las ecuaciones de conservación mediante volúmenes finitos.

- Figura 3.4 Los dos tipos de enmallado de un problema de flujo de fluidos (NASA, 2008)
- Figura 3.5 Flujo en un tubo y su contracción.
- Figura 3.6 Reómetro de orificio experimental, (Ascanio et al, 2002)
- Figura 3.7 Esquema del reómetro de orificio para la simulación, acotaciones en mm.
- Figura 3.8 Malla del modelo computacional para la contracción abrupta.
- Figura 4.1 Curva de calibración de los resultados experimentales y numéricos, contracción abrupta.
- Figura 4.2 Curva de calibración de los resultados experimentales y numéricos, contracción abrupta.
- Figura 4.3 Líneas de trayectoria y velocidad para $Re = 1.53$ ($\Delta P = 569$ Pa), contracción abrupta.
- Figura 4.4 Líneas de trayectoria y velocidad para $Re = 4.82$ ($\Delta P = 1,598$ Pa), contracción abrupta.
- Figura 4.5 Líneas de trayectoria y velocidad para $Re = 11.82$ ($\Delta P = 4,575$ Pa), contracción abrupta.
- Figura 4.6 Deformación por cortante para $Re = 1.53$ ($\Delta P = 569$ Pa), contracción abrupta.
- Figura 4.7 Deformación por cortante para $Re = 4.82$ ($\Delta P = 1,598$ Pa), contracción abrupta.
- Figura 4.8 Deformación por cortante para $Re = 11.82$ ($\Delta P = 4,575$ Pa), contracción abrupta.
- Figura 4.9 Nuevo reómetro con perfil semihiperbólico (dimensiones en mm)
- Figura 4.10 Modelo computacional del nuevo reómetro con perfil semihiperbólico.
- Figura 4.11 Reograma del fluido newtoniano empleado en el nuevo reómetro con perfil semihiperbólico.
- Figura 4.12 Reograma del fluido no newtoniano empleado en el nuevo reómetro con perfil semihiperbólico.
- Figura 4.13 Velocidad de deformación extensional, semihiperbólico, fluido newtoniano.

- Figura 4.14 Gráfica de resultados numéricos, nuevo reómetro.
- Figura 4.15 Líneas de trayectoria y velocidad ($\Delta P = 243.9$ Pa). Fluido newtoniano (PEG60+AGUA40)
- Figura 4.16 Líneas de trayectoria y velocidad ($\Delta P = 201.2$ Pa). Fluido no newtoniano (PEG59+CMC1+AGUA40)
- Figura 4.17 Perfil semihiperbólico experimental montado en sistema hidráulico-eléctrico.
- Figura 4.18 Esquema del montaje del nuevo reómetro experimental.
- Figura 4.19 Montaje final del nuevo reómetro experimental.
- Figura 4.20 Gráfica de resultados experimentales, nuevo reómetro.
- Figura 4.21 Comparación de la viscosidad extensional. Fluido newtoniano (PEG60+ AGUA40)
- Figura 4.22 Comparación de la viscosidad extensional. Fluido no newtoniano (PEG59+CMC1+AGUA40)

Tablas

- Tabla 4.1 Resultados experimentales para diferentes caídas de presión, contracción abrupta.
- Tabla 4.2 Resultados de la simulación numérica para diferentes caídas de presión, contracción abrupta.
- Tabla 4.3 Resultados de la simulación numérica para diferentes caídas de presión, flujo laminar y turbulento, contracción abrupta.
- Tabla 4.4 Fluidos utilizados en el nuevo reómetro y sus propiedades. Porcentaje en peso.
- Tabla 4.5 Resultados numéricos del nuevo reómetro. Fluido newtoniano (PEG60%+AGUA40%)
- Tabla 4.6 Resultados numéricos del nuevo reómetro. Fluido no newtoniano (PEG59%+CMC1%+AGUA 40%)

Tabla 4.7 Resultados experimentales del nuevo reómetro. Fluido newtoniano
(PEG60%+AGUA40%)

Tabla 4.8 Resultados experimentales del nuevo reómetro. Fluido no newtoniano
(PEG59%+CMC1%+AGUA 40%)

Resumen

Las propiedades de un fluido son importantes para poder conocer su comportamiento en los diversos procesos industriales que los utilizan, por ejemplo su densidad, conductividad y viscosidad, pero también, en muchas aplicaciones, sus propiedades *extensionales*. En este trabajo de investigación se trata con cierto grado de profundidad las características que un fluido tiene cuando se estira, es decir, sus propiedades extensionales, siendo la *viscosidad extensional* la más importante de ellas. Las aplicaciones de los fluidos en estas condiciones son variadas, incluyendo el moldeo por soplado, pintura y revestimiento de papel, procesos de barnizado, muchos flujos de alimentos y casi todos los flujos biológicos.

Este trabajo inicia con una revisión de los conceptos correspondientes a los fluidos newtonianos y no newtonianos, las leyes que describen estos flujos, así como modelos que predicen algunas de sus propiedades. Se mencionan los principales métodos para medir las propiedades extensionales y se hace énfasis en método de la *caída de presión* por ser uno de los más utilizados y el que se emplea en este trabajo. Ya que la simulación numérica es parte esencial de esta investigación, se abordan también los conceptos importantes acerca de este campo y cómo se maneja la información, las restricciones, las leyes de conservación y su solución, además de la mención de los diversos tipos de resultados que se pueden obtener.

Se ha empleado el *Fluent*® como *software* de simulación y *Gambit*® como *software* de generación del modelo computacional y de la malla para la simulación. De la gama de posibilidades para los resultados se ha trabajado con distribuciones de velocidad, líneas de corriente y velocidades de deformación extensional.

Inicialmente se realiza una simulación numérica considerando los resultados experimentales obtenidos previamente por Ascanio et al (2002) para un fluido newtoniano utilizando un medidor de contracción *abrupta*. La comparación de los resultados numéricos y experimentales proporciona una buena concordancia, mostrando la simulación varias deficiencias energéticas del flujo en estas condiciones. Esta validación proporciona también un buen punto de partida para mejorar el perfil de la contracción. Se utiliza la teoría del flujo a través de una *contracción semihiperbólica*, que tiene la particularidad (al menos teóricamente) de proporcionar un flujo extensional puro, con lo que se puede obtener la viscosidad extensional solo en términos de la caída de presión, de la velocidad de deformación extensional y de la deformación de Hencky, que es una característica geométrica.

Con base en esta teoría se ha diseñado una geometría semihiperbólica y se ha simulado numéricamente con dos fluidos, uno newtoniano (solución acuosa con polietilenglicol al 40% en peso) y uno no newtoniano pseudoplástico (solución acuosa con 59% Polietilenglicol, 1% Carboximetilcelulosa y 40% Agua, todo en peso), obteniendo campos de velocidad, líneas de corriente y viscosidad extensional para varios casos de caída de presión.

Posteriormente, se ha construido físicamente el mismo medidor trabajado en la simulación numérica y se ha realizado un análisis experimental con los mismos fluidos, obteniendo también la viscosidad extensional para los mismos casos simulados numéricamente. Tanto la construcción del medidor como la preparación de los fluidos, el montaje del experimento

y la toma de mediciones han sido realizadas en los laboratorios del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnológico (CCADET) de la UNAM.

La comparación entre los resultados numéricos y experimentales proporciona la base para establecer la validez, el alcance y las limitaciones del modelo semihiperbólico utilizado.

Así pues, el objetivo general de la presente investigación es analizar numéricamente el comportamiento del flujo de un reómetro de orificio reportado por otros autores (Della Valle et al, 2000 y Ascanio et al 2002) que consiste en una contracción abrupta con una placa de orificio. Los resultados obtenidos y la teoría de flujo extensional en contracciones perfiladas se utilizan para proponer una nueva geometría de la contracción que permite mejorar el desempeño del reómetro, posteriormente realizar el análisis numérico del mismo y validar los resultados experimentalmente, tanto para fluidos newtonianos, como para fluidos no newtonianos pseudoplásticos.

Abstract

Fluid properties such as density, conductivity and viscosity, among others, allow knowing its behavior in several industrial processes. This work deals with the characteristics exhibited by a fluid subjected to elongational stresses, being the extensional viscosity the most important one. Such a material property is found in many applications like blow molding, painting, paper coating, food and in many biological flows.

This work begins with a general overview of the basic concepts of both Newtonian and non-Newtonian fluids, as well as the models used for predicting its behavior. The methods used for measuring extensional properties are described by emphasizing the one based on entrance pressure, which is used in the present work. Because of simulation is a fundamental part of the present work, basic concepts in this field and restrictions and how the conservative laws are used and their solutions are all described.

Fluent® and *Gambit*® have been used as simulation and mesh generation software, respectively. Among the results that can be obtained, the focus is on the velocity field, streamlines and strain distribution. The good agreement between the numerical results and the experimental data reported elsewhere is a key tool for observing the flow energetic inefficiencies under certain conditions. This information is then used to improve the shape of contraction. The theory of semihyperbolic contraction is used to establish a pure extensional flow, which allows determining the extensional viscosity in terms of the pressure drop, the strain rate and Hencky strain, being the latter a geometrical characteristic.

Based on this theory, a new hyperbolic shape geometry has been designed, which has been simulated with both Newtonian and non-Newtonian fluids by obtaining velocity fields, streamlines and extensional viscosity a function of the pressure drop. Afterwards, the contractions has been physically built and tested with the same fluids used in the numerical study. The construction of such contraction, the fluid makedown, the experimental setup and the measurements have been all carried out in the laboratories of the Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo Tecnologico of UNAM.

The comparison of the numerical data with the experimental results is the basis to validate the proposed contraction design by establishing its reach and limits.

The main objective of the present research is to numerically analyze the flow behavior of an orifice rheometer reported elsewhere (Della Valle et al, 2000; Ascanio et al, 2002), in which an abrupt contraction was used. The corresponding results and the theory of profiled contractions are the base for proposing a new geometry with the aim of improving the rheometer performance after performing numerical and experimental tests with both Newtonian and shear-thinning fluids.

Nomenclatura

Letra	Definición
A	Área (\mathbf{m}^2)
CMC	Carboximetil celulosa
\mathbf{D}	Tensor Velocidad de deformación (\mathbf{Pa})
E	Energía total (\mathbf{J})
\mathbf{Eu}	Número de Euler
ϕ	Ángulo de la contracción ($^\circ$, \mathbf{rad})
F	Fuerza (\mathbf{N})
f	Coefficiente de fricción
ΔH	Cambio de entalpía (\mathbf{J})
k	Índice de consistencia en corte ($\mathbf{Pa}\cdot\mathbf{s}^n$)
l	Índice de consistencia extensional
λ	Parámetro del fluido para la ecuación de Carreau (\mathbf{s})
L	Tensor Gradiente de Velocidad (\mathbf{s}^{-1}) Longitud contracción reómetro (\mathbf{m}).
n	Índice de comportamiento reológico en corte.
P	Presión (\mathbf{Pa})
P_1	Presión en la entrada del reómetro (\mathbf{Pa})
P_2	Presión en la garganta de la contracción (\mathbf{Pa})
Q	Flujo volumétrico (\mathbf{m}^3/\mathbf{s})
R	Radio (\mathbf{m})
R_e	Radio de la contracción (\mathbf{m})
\mathbf{Re}	Número de Reynolds
R_0	Radio del tubo (\mathbf{m})
r	Coordenada radial (\mathbf{m})
θ	Coordenada angular ($^\circ$, \mathbf{rad})
t	Índice de comportamiento reológico extensional.
\mathbf{Tr}	Relación de Trouton
u	Velocidad en dirección x (\mathbf{m}/\mathbf{s})
v	Velocidad en dirección y (\mathbf{m}/\mathbf{s})
w	Velocidad en dirección z (\mathbf{m}/\mathbf{s})
V_{med}	Velocidad media (\mathbf{m}/\mathbf{s})
V_{max}	Velocidad máxima (\mathbf{m}/\mathbf{s})
\bar{V}	Vector velocidad (\mathbf{m}/\mathbf{s})
$\bar{\mathbf{u}}$	Vector velocidad (\mathbf{m}/\mathbf{s})
v_r	Velocidad en dirección radial (\mathbf{m}/\mathbf{s})
v_θ	Velocidad en dirección tangencial (\mathbf{m}/\mathbf{s})
v_x	Velocidad en dirección x (\mathbf{m}/\mathbf{s})
v_y	Velocidad en dirección y (\mathbf{m}/\mathbf{s})
v_z	Velocidad en dirección z (\mathbf{m}/\mathbf{s})
\mathbf{W}	Tensor de Vorticidad (\mathbf{s}^{-1})
x	Coordenada en dirección x (\mathbf{m})

y	Coordenada en dirección y (m)
z	Coordenada en dirección z , dirección principal del flujo (m)
α	Inverso de la razón de contracción
$\dot{\gamma}$	Tasa de deformación de corte (s^{-1})
PEG	Polietilén glicol
ΔP_{en}	Caída de presión a la entrada (Pa)
ΔP_E	Caída de presión debido a efectos extensionales (Pa)
ΔP_K	Caída de presión debido a efectos inerciales (Pa)
ΔP_S	Caída de presión debido a efectos cortantes (Pa)
ΔP_0	Caída de presión entrada del réometro a la garganta de la contracción (Pa)
ε	Tasa de deformación extensional (s^{-1})
ε_h	Deformación de Hencky
η	Viscosidad de corte (Pa·s)
η_∞	Viscosidad de corte a esfuerzos altos (Pa·s)
η_0	Viscosidad de corte a esfuerzos bajos (Pa·s)
η_E	Viscosidad extensional (Pa·s)
η_{ap}	Viscosidad aparente de corte (Pa·s)
ρ	Densidad (kg/m^3)
σ	Tensor de esfuerzo (Pa)
σ_E	Esfuerzo extensional (Pa)
$\bar{\tau}$	Tensor de esfuerzos viscosos (Pa)
τ_{rr}	Componente de esfuerzo en dirección radial (Pa)
τ_{rz}	Componente de esfuerzo en dirección cortante rz (Pa)
τ_{zz}	Componente de esfuerzo en dirección de flujo (Pa)
ω	Velocidad angular (rad/s)

INTRODUCCIÓN

En un fluido en movimiento se tienen deformaciones debidas a esfuerzos de *corte*, mismos que están directamente relacionados con la *viscosidad* como una propiedad del mismo. Estos fluidos son en su gran mayoría conocidos como *newtonianos* y se utilizan o intervienen en gran cantidad de procesos industriales. Sin embargo, en muchas otras aplicaciones industriales tales como moldes de fundición, rodillos de pintura, recubrimientos de papel, uso de emulsiones y soluciones, por mencionar algunas, las deformaciones *extensionales* del fluido juegan un papel muy importante para su caracterización y mejor manejo en los procesos industriales. Entonces, el fluido no solo se deforma por corte, sino también se deforma por estiramiento o extensión. Se acude entonces a la *Reología*, como la ciencia que estudia la respuesta de un fluido que se somete a ciertos esfuerzos y sus respectivas deformaciones, incluyendo todo lo relacionado con el comportamiento del fluido en sus aplicaciones. Adicionalmente, en los procesos industriales mencionados se tiene el flujo de fluidos *no newtonianos* cuyas propiedades deben ser bien conocidas para calcular las correspondientes velocidades, presiones, flujos, geometrías, etc.

En términos generales, un fluido que se desplaza a lo largo de un flujo experimenta dos principales tipos de deformaciones, las que se deben al rozamiento del fluido consigo mismo y con las paredes que lo rodean, o *deformaciones por corte*; y las que se deben al estiramiento del fluido, o *deformaciones extensionales*. Por las aplicaciones mencionadas anteriormente, son de especial interés los efectos extensionales en un flujo a través de geometrías convergentes o divergentes. Sin embargo, en la actualidad se tiene poca información relacionada con las propiedades extensionales de fluidos complejos, debido a la dificultad de lograr deformación puramente extensional sobre el flujo.

El primer trabajo que reporto mediciones de viscosidad extensional fue desarrollado por Trouton (1906) con materiales muy viscosos (brea, alquitrán, cera de zapateros) experimentados a bajas velocidades de deformación. El resultado fundamental de este trabajo fue que la viscosidad extensional es tres veces mayor que la viscosidad de corte (Relación de Trouton):

$$\eta_E = 3\mu \quad (1.1)$$

donde η_E es la viscosidad extensional y μ la viscosidad de corte. Dicha relación se aplica sólo en fluidos *newtonianos*. Para fluidos reológicamente complejos, tales como suspensiones y fluidos viscoelásticos, la relación de Trouton puede ser mucho más grande que 3 (Macosko, 1994).

En desarrollos posteriores se han propuesto técnicas para analizar flujos extensionalmente estables. Algunas de ellas han sido adaptadas a partir de métodos utilizados para pruebas de muestras sólidas y otras han sido desarrolladas específicamente para líquidos de baja viscosidad. La mayoría de los métodos comunes para este tipo de líquidos son *flujos de estancamiento* y *flujos de entrada*. Fuller et al (1987) propusieron un dispositivo de tobera invertida, en el cual el fluido es succionado o expulsado; entonces, se mide la fuerza requerida para mantener la tobera a una cierta distancia y con esta se puede determinar la viscosidad extensional como una función del flujo.

Cohu y Magnin (1995) usaron el mismo principio para investigar las propiedades extensionales de pinturas y comparar la resistencia al flujo extensional de algunos polímeros. Esta técnica permite operar con fluidos de baja viscosidad sobre un amplio rango de velocidades de deformación. Sin embargo, se deben considerar efectos de pared e inestabilidad del flujo para interpretar correctamente los resultados. El dispositivo de estiramiento de filamento desarrollado por Tirtaatmadja y Sridhar (1993) es un reómetro muy usado para medir la viscosidad extensional de fluidos viscoelásticos cuyos valores de viscosidad son de bajos a moderados. Sin embargo, queda restringido a fluidos rotacionales con velocidades extensionales bajas.

No obstante, la técnica más simple para determinar propiedades extensionales de líquidos de baja viscosidad y suspensiones es el método de caída de presión, en el cual el flujo pasa de una sección transversal grande a una pequeña. Esta reducción de área de la sección transversal disipa cierta cantidad de energía debida a la caída de presión ΔP . La presencia de un flujo extensional es debido a la presencia de paredes a lo largo de la contracción.

En la literatura pueden encontrarse análisis aproximados para determinar la viscosidad extensional a partir de mediciones de ΔP . Por ejemplo, Cogswell (1972) analizó flujos convergentes en términos de sus componentes para calcular la relación entre la velocidad de flujo volumétrico y ΔP asumiendo que el modelo de Ley de Potencia puede describir la viscosidad de corte, se calcula entonces la viscosidad *extensional aparente* a partir de ΔP y mediciones de la velocidad de flujo. Por otro lado, Padmanabham y Macosko (1997) usaron una técnica de elongación transitoria con un reómetro de capilaridad comercial para pruebas de fundición de polietileno de baja densidad y encontraron un buen acuerdo con el análisis de Cogswell. Adicionalmente, Binding (1988) presentó un análisis aproximado con principios de energía para la obtención de propiedades reológicas en un flujo a través de contracciones planas y axisimétricas, despreciando la componente radial o transversal de la velocidad. Binding y Walters (1988) estimaron la viscosidad extensional de disoluciones de polímeros usando este análisis. Della Valle et al (2000) usaron también el análisis de Binding para medir las propiedades extensionales de un fluido de Boger y encontraron que ambas viscosidades (extensional aparente y de corte) fueron aproximadamente independientes de la velocidad de deformación, pero la viscosidad extensional fue cerca de 45 veces el valor de la de corte. Resultados similares fueron encontrados por Ascanio et al (2002) usando un instrumento de medición de flujo de orificio con diversos fluidos como colores para recubrimiento de papel, encontrando que la viscosidad extensional fue 80 veces superior a la viscosidad de corte a una velocidad de deformación del orden de 10^4 s^{-1} .

Existe una dificultad en los flujos de contracción y convergentes para la medición de una viscosidad extensional verdadera, esto se debe en parte a que las contracciones abruptas del flujo pueden inducir la formación de zonas de recirculación cercanas al orificio, también conocidas como flujos secundarios, “eddies” o vórtices, las cuales pueden ser disminuidas incrementando la presión del fluido antes de entrar al orificio. Como consecuencia, la caída de presión del fluido que pasa a través del orificio puede ser considerada como *aparente*.

Como se puede apreciar, existe mucho trabajo experimental para obtener las propiedades extensionales de fluidos. Por otro lado, actualmente existe poco trabajo relacionado con

el análisis numérico de las aplicaciones mencionadas. Entre estos se encuentra el trabajo presentado por Ryssel and Brunn (1999), quienes realizaron simulaciones con fluidos viscoelásticos en contracciones, empleando distintos modelos computacionales y obteniendo una viscosidad extensional para fluidos que se adelgazan por corte (*shear-thinning*), a partir de ciertos parámetros seleccionados.

Por otro lado, Della Valle et al (2000) obtuvieron resultados usando un reómetro de orificio construido para investigar el comportamiento extensional de fluidos complejos a altas tasas de deformación efectivas (mayores que 10^4 s^{-1}), en condiciones similares a aquellas empleadas en las aplicaciones industriales. En su trabajo, emplearon Dinámica de Fluidos Computacional (CFD por sus siglas en inglés) con análisis de elemento finito, para resolver el conjunto de ecuaciones derivadas de la modelación matemática del fenómeno, trabajando con fluidos newtonianos.

Otro trabajo es el realizado por Feigl et al (2003), quienes utilizaron un modelo teórico para una contracción con un perfil semihiperbólico que teóricamente proporciona un flujo *puramente extensional*, con la facilidad de calcular la viscosidad extensional tan solo con la medición de la caída de presión (ΔP), la velocidad de deformación extensional (ε) y un parámetro geométrico conocido como *Deformación de Hencky* (ε_H). Ellos aplicaron el modelo tanto teórico como computacional al análisis de fluidos viscoelásticos obteniendo resultados de viscosidad extensional y tiempos de relajación, entre otros.

Tomando como punto de partida toda la información anterior, en el presente trabajo se analiza el desempeño de un reómetro de orificio empleando técnicas de Dinámica de Fluidos Computacional. Los resultados numéricos obtenidos son validados con resultados experimentales reportados en la literatura y a partir de ellos y con apoyo de la teoría de flujos a través de perfiles semihiperbólicos, se propone un nuevo reómetro de orificio más eficiente, que también se ha analizado numéricamente y se ha validado experimentalmente utilizando fluidos newtonianos y no newtonianos del tipo pseudoplástico.

En la simulación numérica se han realizado algunas suposiciones que en la práctica no son completamente satisfechas, por ejemplo, el deslizamiento completo entre el fluido y

la pared del medidor en la zona de la contracción. Las observaciones correspondientes a estas suposiciones son suficientemente comentadas y justificadas, indicando además las consecuencias de dichas suposiciones.

Con todo esto, la virtud de este trabajo consiste en haber realizado un desarrollo más claro de la teoría de perfiles semihiperbólicos y aplicado computacionalmente a fluidos tanto newtonianos, como no newtonianos pseudoplásticos. Posteriormente, se ha fabricado y experimentado un medidor específico con este perfil para ser comparado con los resultados numéricos anteriores, habiendo obtenido una buena concordancia.

CAPÍTULO 2. PRINCIPIO DE OPERACIÓN DE UN REÓMETRO DE ORIFICIO

En términos generales, un *reómetro* es un instrumento que mide el histórico tanto del esfuerzo como de la deformación de un material del que no se conoce su ecuación constitutiva. Físicamente es como *una máquina*, que puede ejercer un esfuerzo de torsión/fuerza sobre un material y que mide con exactitud su respuesta con el tiempo, o bien, se puede imponer una tensión y medirse las deformaciones resultantes. Los resultados que se obtienen normalmente son usados para determinar funciones materiales y relaciones constitutivas que tienen varios usos en la práctica, dependiendo del objetivo del estudio de cada tipo de material. Sin embargo, se distinguen dos objetivos principales (Barnes, 1989):

1. Predecir el comportamiento macroscópico del fluido bajo condiciones de proceso.
2. Estudiar de manera indirecta la microestructura del fluido y evaluar el efecto de varios factores sobre dicha microestructura.

Los fluidos que son del interés de la reología presentan una gama de comportamientos que van desde el viscoso Newtoniano hasta el sólido elástico de Hooke. Dentro de esta categoría pueden considerarse una gran cantidad de materiales tales como el yogurt, la mayonesa, la sangre, las pinturas, las grasas y muchos más.

2.1 Fluidos newtonianos y no newtonianos

Antes de comentar algunos principios de operación de los reómetros, recordemos algunas características de los fluidos *newtonianos* y *no newtonianos*. Un fluido newtoniano es aquel que cumple la siguiente relación entre la velocidad de deformación y el esfuerzo cortante (*Ley de la viscosidad de Newton*), también conocida como relación constitutiva o función material:

$$\tau = \mu \frac{dv_x}{dy} = \mu \dot{\gamma} \quad (2.1)$$

donde μ es la *viscosidad dinámica* o *viscosidad de corte* del fluido (que es prácticamente constante) y $\dot{\gamma}$ es la *velocidad de deformación por corte*, cuya definición en términos del *gradiente de la velocidad* (v) es la siguiente:

$$\dot{\gamma} = \nabla v + (\nabla v)^T \quad (2.2)$$

Todos los fluidos que no cumplen con la ecuación (2.1) se conocen como *no newtonianos*. Existe una gran variedad de ellos, sin embargo, una clasificación general es la siguiente (Bird, 2002):

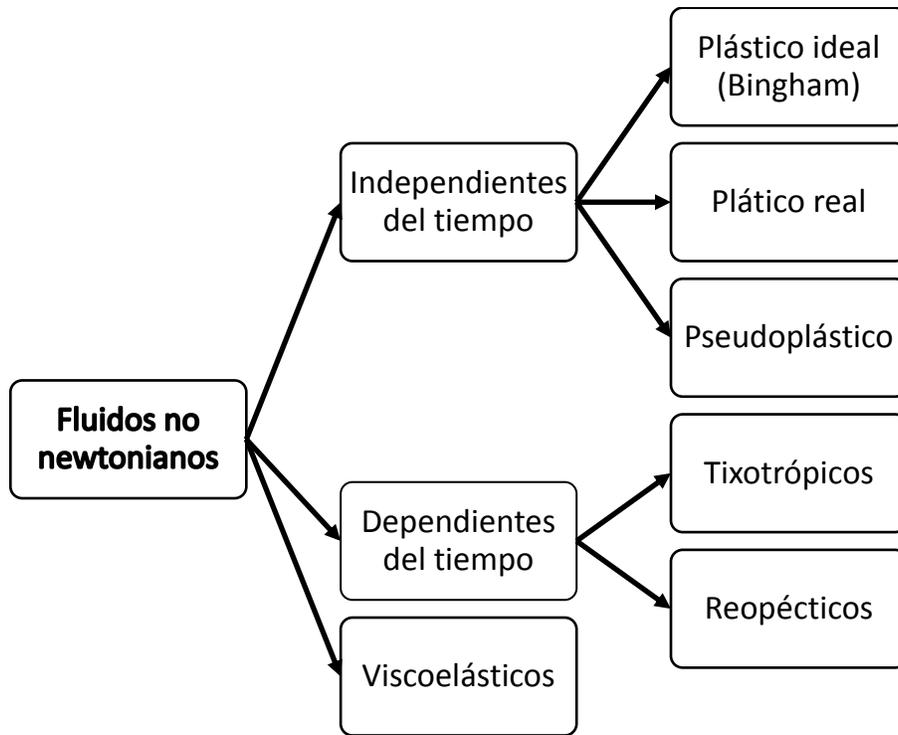


Figura 2.1 Clasificación general de los fluidos no-newtonianos.

En los fluidos no newtonianos independientes del tiempo los esfuerzos cortantes dependen básicamente de la velocidad de deformación por corte ($\dot{\gamma}$). En los no newtonianos que dependen del tiempo, los esfuerzos cortantes son también una función de la velocidad de deformación por corte ($\dot{\gamma}$), pero también del tiempo (t) y de la *historia*. En los fluidos no newtonianos viscoelásticos, la energía de la deformación

puede ser disipada totalmente y luego volverse a recuperar, los esfuerzos cortantes dependen entonces de la viscosidad y de la elasticidad del fluido.

Interesan en este trabajo los fluidos no newtonianos del tipo *pseudoplásticos* por ser los que fueron considerados para las simulaciones numéricas y para los experimentos. En estos la viscosidad depende de la velocidad de deformación por corte ($\dot{\gamma}$). Se escribe entonces:

$$\begin{aligned} \tau &= \eta \dot{\gamma} \\ \eta &= f(\dot{\gamma}) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Para la variable η existen diversas relaciones empíricas, sin embargo, muchos de los fluidos no newtonianos pseudoplásticos se comportan conforme a la siguiente gráfica (Ancy, 2005):

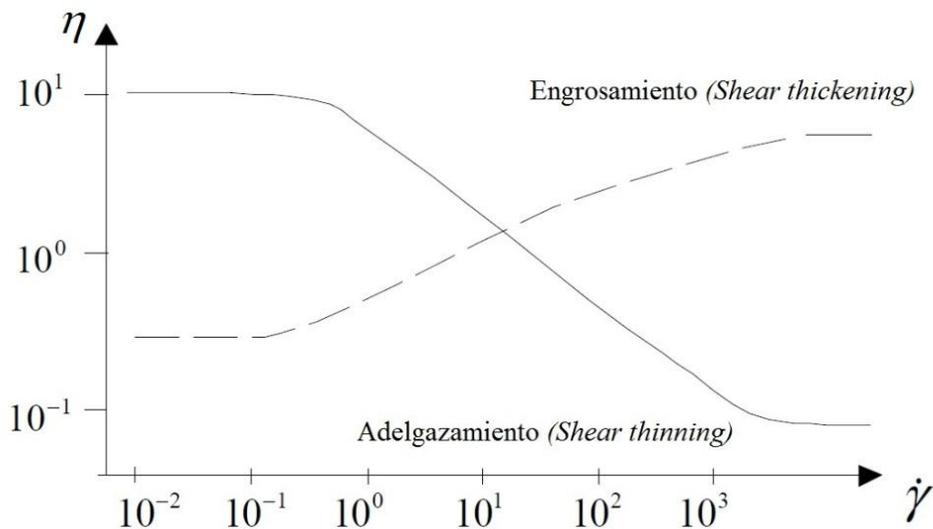


Figura 2.2 Comportamiento de un fluido que se adelgaza con el cortante (*shear thinning*)/engrosa con el cortante (*shear thickening*).

A bajas velocidades de corte, la viscosidad es aproximadamente constante y se podría decir que el fluido es básicamente newtoniano. Conforme se incrementa la velocidad de corte, la viscosidad tiene un comportamiento de caída lineal en una gráfica *log-log*, cumpliendo aproximadamente una función potencial de la forma:

$$f(\dot{\gamma}) = k\dot{\gamma}^n \quad (2.4)$$

que se conoce como *Modelo de Ley de Potencias*, donde k es el índice de consistencia y n es el índice de potencia. Para la mayoría de los fluidos el comportamiento es de adelgazamiento con el cortante, para los cuales $n < 1$. Algunos modelos utilizados de la ecuación (2.4) son los siguientes:

Ley de Potencias de dos parámetros (Bird, 2002):

$$\eta = k\dot{\gamma}^{n-1} \quad (2.5)$$

Ecuación de Carreau de cuatro parámetros (Bird, 2002):

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \left[1 + (\lambda\dot{\gamma}^2) \right]^{\frac{n-1}{2}} \quad (2.6)$$

Ecuación de Cross (Aucey, 2005):

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \frac{1}{1 + k\dot{\gamma}^n} \quad (2.7)$$

donde:

η_{∞} = Viscosidad a velocidad de corte muy grande

η_0 = Viscosidad a velocidad corte muy pequeño

λ = Parámetro del fluido con unidades de *tiempo*.

En este trabajo se ha considerado que el fluido no newtonianos pseudoplástico que se ha probado tanto numérica como experimentalmente cumple con este comportamiento y por lo tanto se ha hecho la suposición de que cumple con el modelo de Ley de Potencias de dos parámetros.

En los fluidos no newtonianos pseudoplásticos en los que la viscosidad se incrementa linealmente en una gráfica log-log, se dice que sufren engrosamiento por cortante (*shear thickening*) y son menos usuales que los que se adelgazan por cortante (*shear thinning*).

2.2 Flujos extensionales y viscosidad extensional

Como ya se ha mencionado, un flujo extensional es aquél en el que las deformaciones extensionales del fluido son las únicas que existen o son las más importantes. Se tienen básicamente tres tipos de flujos extensionales: los *uniaxiales*, los *planares* y los *biaxiales*. En los extensionales uniaxiales el fluido es *estirado* en una de las direcciones mientras que sus dimensiones se reducen en las demás direcciones. En los flujos extensionales planares el fluido se *estira* en una de las direcciones, disminuye sus dimensiones en otra de las direcciones y se mantiene constante en la dirección restante. En los flujos extensionales biaxiales ocurre prácticamente lo mismo que en los uniaxiales, pero es una compresión en la que se considera que se producen esfuerzos de tensión radial. La siguiente figura muestra esquemáticamente estos tres tipos de flujos extensionales (Steffe, 1996).

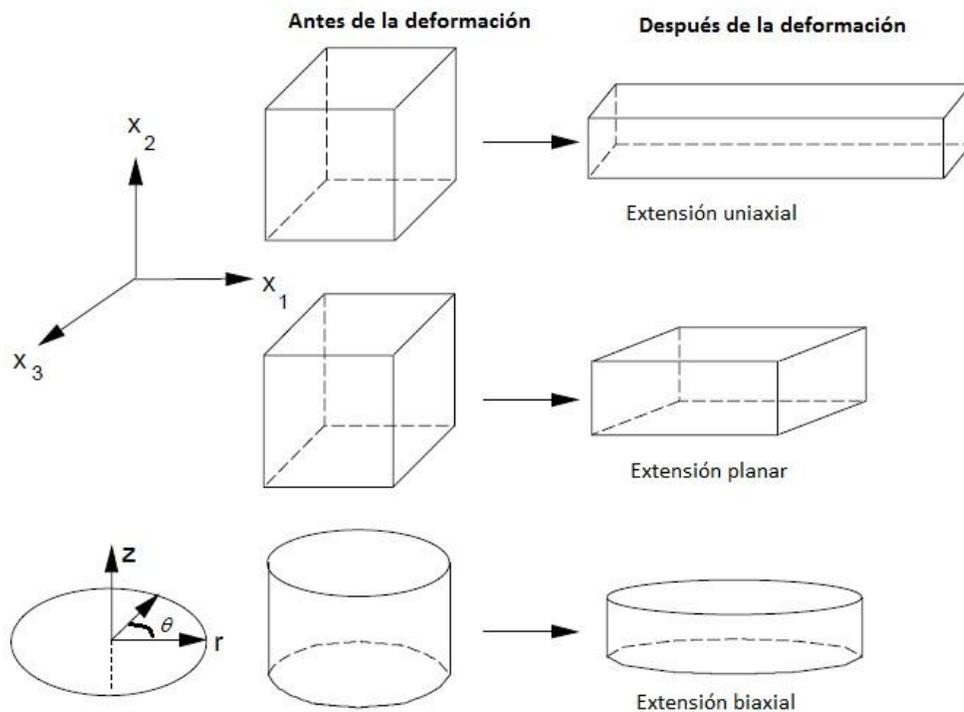


Figura 2.3 Tipos principales de flujos extensionales.

De la misma forma que en un flujo cortante existen esfuerzos y deformaciones cortantes, en los extensionales se tienen esfuerzos axiales o extensionales, τ_E , y deformaciones

extensionales, ε . La relación entre el esfuerzo y la velocidad de deformación extensionales es la *Viscosidad extensional*:

$$\eta_E = \frac{\tau_E}{\dot{\varepsilon}} \quad (2.8)$$

Matemáticamente hablando, el tensor *velocidad de deformación*, D , de un flujo cualquiera es el siguiente:

$$D = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) & \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) & \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \\ \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) & \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) & \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right) \\ \left(\frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) & \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) & \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

para un flujo extensional, la velocidad sólo cambia en las direcciones axiales, por lo que:

$$D = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial y} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \left(\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\varepsilon}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\varepsilon}_{33} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Donde $\dot{\varepsilon}_{ii}$ es la *velocidad de deformación extensional* en cada una de las direcciones axiales.

En términos generales, la forma detallada de obtener la viscosidad extensional depende del tipo de flujo. En el siguiente capítulo se detallará el caso de aplicación de este trabajo de investigación que es un flujo extensional uniaxial.

2.3 Reómetros y su clasificación

Existe una extensa gama de posibilidades geométricas para la medición de la deformación de un fluido en un reómetro, desde algo muy general como un medidor

cónico o extensional, hasta un medidor para algún tipo de deformación muy específica. Resulta útil clasificar a los reómetros tomando como base el tipo de funciones materiales que pueden medir. Bajo este criterio, existen los siguientes (Macosko, 1994):

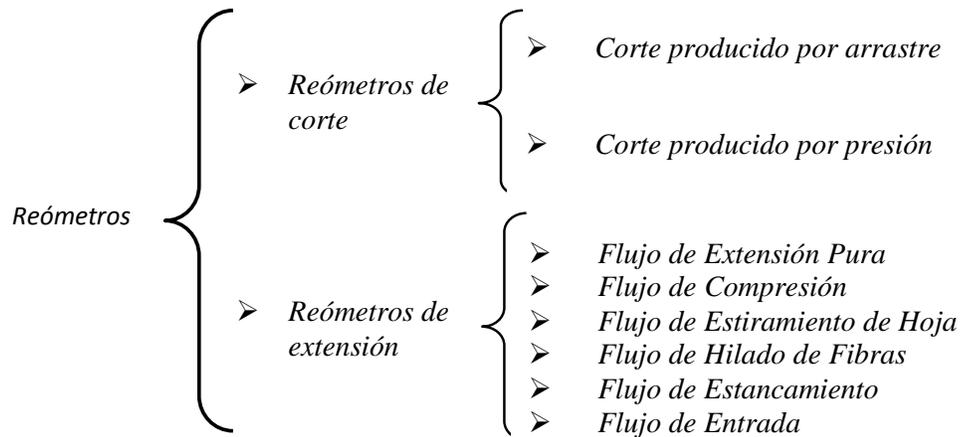


Figura 2.4 Clasificación general de los Reómetros.

2.4 Reómetro de orificio

En la clasificación anterior, el *Reómetro de Orificio* se encuentra dentro de los *Reómetros de extensión* de tipo *Flujo de Entrada*. En estos el fluido se desplaza desde una sección transversal mayor hasta una sección más pequeña y mientras esto ocurre, las líneas de corriente convergen.

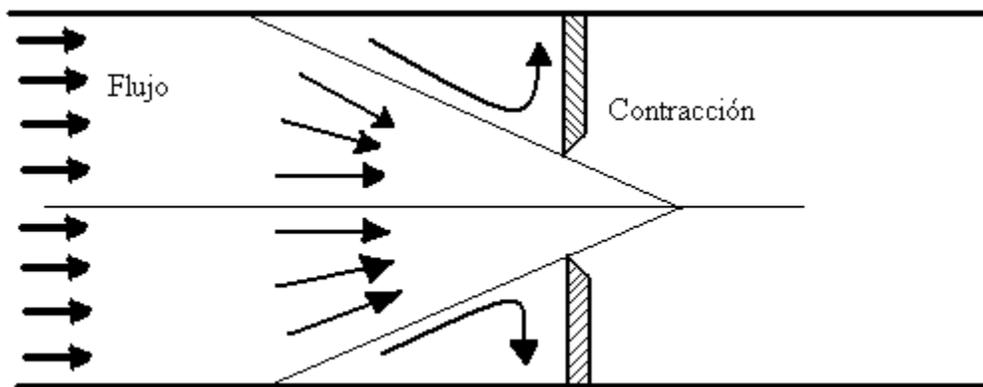


Figura 2.5 Esquema de un flujo de entrada. Las líneas de corriente convergen hacia el orificio.

Para vencer esta reducción de área y poder continuar el flujo, el fluido disipa energía extra, misma que se manifiesta como una caída de presión entre la sección mayor y la

menor (ΔP_{en}). Las líneas de corriente que convergen indican la presencia de un flujo *extensional*. Sin embargo, la presencia de las paredes alrededor del flujo proporciona también una componente cortante en el flujo. No obstante, la principal ventaja del *Flujo de Entrada* es que es la forma más fácil de generar y medir un flujo extensional, ya que principalmente consiste en forzar el fluido a través de un orificio y medir la caída de presión correspondiente.

Para los reómetros de orificio existen varios tipos de análisis que permiten obtener la viscosidad extensional (η_E) como una función de la caída de presión (ΔP_{en}) y del flujo a través de la contracción (Q). Tres de ellos son los presentados por: Metzner y Metzner (1970), Cogswell (1972) y Binding (1988). A continuación se comentan brevemente cada uno de ellos.

Tomando como referencia la Figura 2.6. Metzner y Metzner asumen un flujo extensional puro.

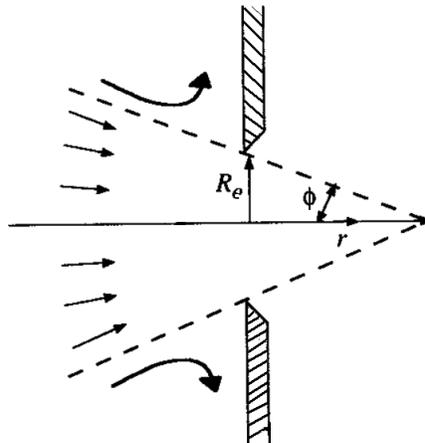


Figura 2.6 Contracción uniaxial. Flujo de entrada.

Considerando que el flujo se realiza en la dirección “ r ” y tomando en cuenta sólo los efectos extensionales, se tiene que la *Viscosidad Extensional Aparente* es (Makosco, 1994):

$$\eta_{E,ap} = \frac{\tau_{11} - \tau_{22}}{\dot{\epsilon}} \quad (2.11)$$

donde:

$$\tau_{11} - \tau_{22} \approx \Delta P_{en} \quad (\text{Caída de presión de la entrada a la contracción})$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{dv_r}{dr} \quad (\text{Cambio de la velocidad en la dirección del flujo})$$

Y considerando las leyes de conservación y la geometría de la contracción:

$$\dot{\epsilon} = \frac{Q \sin^3 \phi}{\pi R_e^3 (1 - \cos \phi)}$$

Se dice que la viscosidad obtenida con (2.1) es *aparente* porque en realidad existe la componente de corte, aunque en este desarrollo de Metzner se ha despreciado. La expresión para $\dot{\epsilon}$ se obtiene a partir de la conservación de masa:

$$v_r = \frac{Q}{A} \quad (2.12)$$

observando que el área transversal A es una función del radio r y del ángulo de la contracción ϕ .

El mayor problema en este análisis es obtener el ángulo de la contracción ϕ , pero mediante visualización de flujo se ha encontrado que un valor de 15° es más o menos apropiado (Macosko, 1994). Entonces, el cálculo de la viscosidad extensional aparente se reduce a la obtención del flujo volumétrico Q y al radio de la contracción R_e .

El análisis de Cogswell considera flujo con extensión y corte, pero desprecia efectos cinéticos. Separa la caída de presión en dos componentes, la debida al corte y la debida a la extensión. Mediante un análisis en un flujo uniaxial propone la siguiente expresión para la viscosidad extensional (Macosko, 1994):

$$\eta_E = \frac{\tau_{11} - \tau_{22}}{\dot{\epsilon}} \quad (2.13)$$

donde:

$$\tau_{11} - \tau_{22} \approx \frac{3}{8}(n+1)\Delta P_{en}$$

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\tau_w \dot{\gamma}_a}{2(\tau_{11} - \tau_{22})}$$

$$\tau_w = \text{Esfuerzo cortante en la pared} = \eta \dot{\gamma}_a$$

$$\dot{\gamma}_a = \text{Velocidad de deformación debida al corte}$$

$$n = \text{Indice de potencia}$$

$$\eta = \text{Viscosidad por corte}$$

Sustituyendo en la ecuación (2.13) se obtiene:

$$\eta_E = \frac{2(\tau_{11} - \tau_{22})^2}{\tau_w \dot{\gamma}_a} = \frac{\frac{9}{32}(n+1)^2 (\Delta P_{en})^2}{\eta \dot{\gamma}_a^2} \quad (2.14)$$

Este modelo requiere conocer información de la viscosidad por corte (η), además de la caída de presión a lo largo de la contracción (ΔP_{en}). Tiene el problema de que utiliza como aproximación el modelo de fluido newtoniano para el corte, lo cual puede llevar a errores considerables.

El análisis de Binding (1988) consiste en extender el análisis de Cogswell adicionando al análisis la caída de presión debida a efectos inerciales:

$$\Delta P = \Delta P_S + \Delta P_E + \Delta P_K \quad (2.15)$$

donde ΔP_S es la caída por efectos cortantes, ΔP_E la caída por efectos extensionales y ΔP_K la caída por efectos inerciales. Asume que tanto la viscosidad cortante como la extensional siguen la *Ley de Potencias*:

$$\begin{aligned} \eta &= k \dot{\gamma}^{n-1} \\ \eta_E &= l \dot{\varepsilon}^{t-1} \end{aligned} \quad (2.16)$$

donde $\dot{\gamma}$ es la velocidad de deformación por corte, $\dot{\varepsilon}$ es la velocidad de deformación extensional, k y l son los índices de consistencia por corte y extensión, respectivamente; y n y t son los índices de potencia de corte y extensión, respectivamente.

El análisis de Binding incluye un concepto importante, la formación de vórtices al inicio de la contracción como una fuerte relación con la viscosidad extensional. Es por ello que considera la contribución cinemática además de la del cortante y extensional. Así pues, tomando como referencia la siguiente figura:

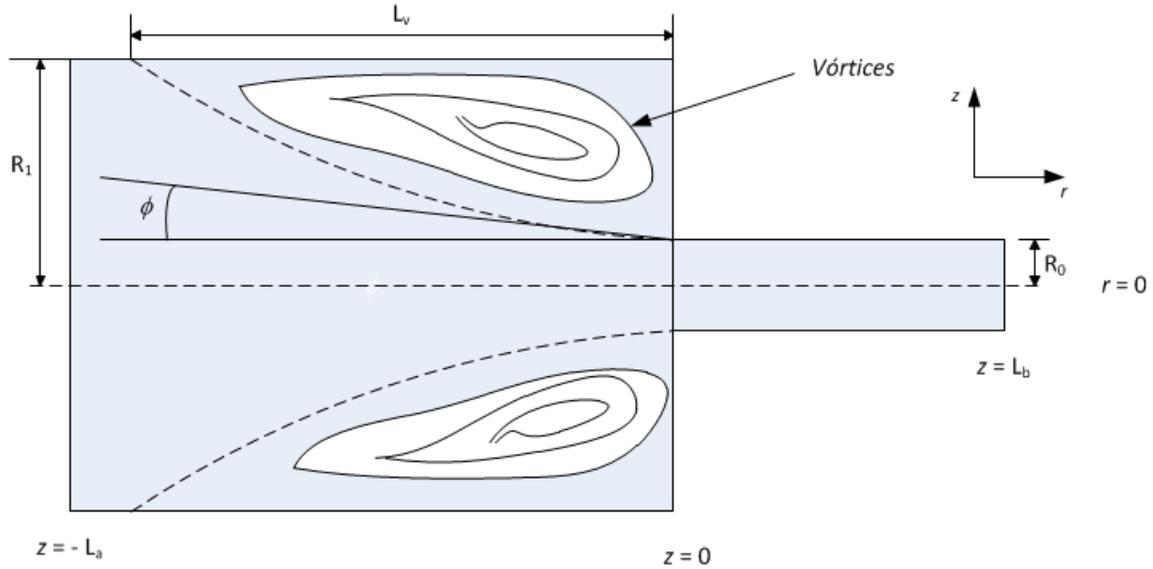


Figura 2.7 Esquema de una contracción para el análisis de Binding.

luego de un intenso desarrollo en el que se considera la energía que se requiere para la formación y permanencia de dichos vórtices, obtiene una expresión para calcular la velocidad de deformación por corte máxima en el campo de flujo, dada por la siguiente expresión:

$$|\dot{\epsilon}|_{\max} = (n+1) \left\{ \frac{k}{lt(3n+1)n^t I_{nt}} \right\}^{\frac{1}{1+t}} \dot{\gamma}_{R_0}^{(n+1)/(t+1)} \quad (2.17)$$

donde:

$$I_{nt} = \int_0^1 \left\{ \text{abs} \left(2 - \frac{3n+1}{n} \phi^{1+\frac{1}{n}} \right) \right\}^{1+t} \phi d\phi \quad (2.18)$$

Obsérvese que ϕ es el ángulo del vórtice. Además:

$$\dot{\gamma}_{R_0} = \frac{(3n+1)Q}{n\pi R_0^3} \quad (2.19)$$

La forma de obtener la viscosidad extensional es con la expresión (2.16), con ayuda de las expresiones (2.17) a (2.19).

Este último procedimiento desarrollado por Binding es de los más completos por considerar tanto los efectos extensionales como los cortantes y cinéticos, haciendo sus resultados más precisos. Sin embargo, en este trabajo se ha desarrollado un perfil en el que no son importantes los efectos cortantes y las velocidades de trabajo son lo suficientemente pequeñas como para no considerar los efectos dinámicos.

2.5 Utilidad de los reómetros

Una pregunta en la que se puede insistir es, ¿por qué contar con buenos medidores de propiedades reológicas? Entre otras muchas razones, porque las deformaciones extensionales juegan un papel importante en varias de las operaciones de los procesos. Por ejemplo, hilado de fibras, termoformado, soplado de película, y producción de Foam son todos esencialmente deformaciones extensionales. Flujos en regiones convergentes o divergentes o en dados y moldes tanto como el flujo en el llenado del molde puede tener grandes componentes extensionales. Para modelar dichos flujos, son necesarios datos extensionales del comportamiento del material (funciones materiales). Además, debido a que los flujos extensionales orientan fuertemente a las moléculas del polímero y a las partículas axisimétricas, las regiones del flujo extensional en un proceso particular pueden tener un fuerte efecto en las propiedades finales del producto.

A pesar de que la reología pudiera cubrir todo lo que tiene que ver con los comportamientos de flujo en áreas como la aeronáutica, la mecánica de fluidos e inclusive la mecánica de sólidos, el objetivo de la reología está restringido a la observación del comportamiento de materiales sometidos a deformaciones muy sencillas. Por medio de la observación y del conocimiento del campo de deformación aplicada, el reólogo puede en muchos casos desarrollar una relación constitutiva o modelo matemático que permite obtener, en principio, las funciones materiales o propiedades que caracterizan el material.

Con todo esto, no hay mucha información disponible de estos flujos debido a la dificultad de generar flujos extensionales puros, especialmente para líquidos de baja viscosidad. El problema principal es que el fluido cerca de las paredes de una frontera estacionaria resulta en un flujo cortante, pero sin tales fronteras es difícil mantener dicho flujo.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA

En este capítulo se describe el proceso llevado a cabo para la modelación, simulación y obtención de resultados de los flujos en contracciones tanto abruptas como perfiladas. Se inicia con una descripción de la forma de operación de un sistema de simulación numérico; enseguida, se describe el procedimiento completo que se ha llevado a cabo en este trabajo; se hace una descripción de las ecuaciones empleadas para la simulación numérica; se hace un desarrollo para mostrar que teóricamente un flujo extensional puro se logra en un reómetro con una contracción con un perfil semihiperbólico; y finalmente se detalla el modelo computacional empleado para la simulaciones numérica de la contracción abrupta, incluyendo la descripción y análisis de las condiciones de frontera empleadas. La descripción del nuevo reómetro y la parte experimental del mismo se deja para el siguiente capítulo.

3.1 Dinámica de Fluidos Computacional

La *Dinámica de Fluidos Computacional* (CFD por sus siglas en inglés) proporciona en la actualidad una metodología muy amplia y poderosa para la resolución de problemas complejos en muchos campos de la ingeniería moderna. CFD es una combinación entre la Dinámica de Fluidos, las Matemáticas y las Ciencias Computacionales, como se muestra en la siguiente figura (Morrison, 2000):

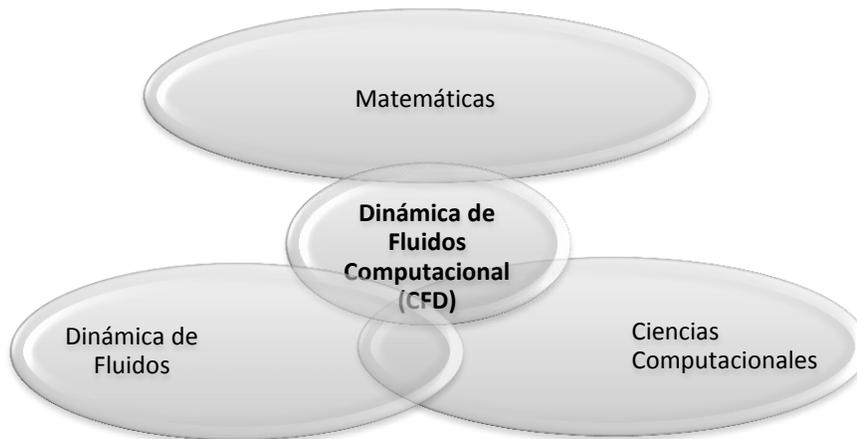
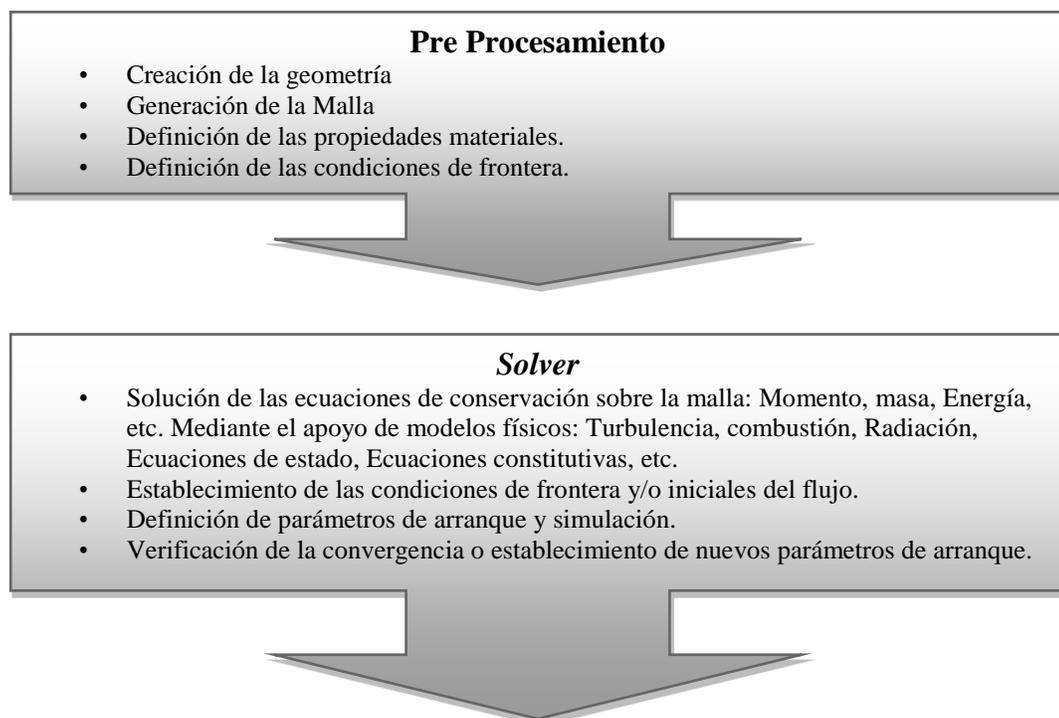


Figura 3.1 Las diferentes disciplinas que componen la CFD

La Dinámica de fluidos estudia los fluidos tanto en reposo como en movimiento, particularmente estableciendo ecuaciones de conservación para las partículas que lo componen, mismas que son básicamente ecuaciones matemáticas diferenciales en derivadas parciales, que para ser resueltas requieren de poderosos algoritmos computacionales. Entonces, CFD comprende el estudio del flujo de fluidos por medio de simulaciones numéricas, que involucran programas de computadora o paquetes de *software* desarrollados en computadoras de alta velocidad, para obtener las soluciones numéricas. CFD tiene varias ventajas, entre las cuales destacan: a) que cada vez se obtienen algoritmos más rápidos y precisos para la solución de las ecuaciones de conservación, dando esto la posibilidad de resolver problemas cada vez más complejos; b) es el complemento de los desarrollos experimentales y analíticos, proporcionando una alternativa de resolución de problemas complejos con una buena aproximación y una buena relación costo/beneficio; c) se pueden obtener soluciones aproximadas a problemas que no se pueden abordar mediante la experimentación y menos aun pueden ser resueltos analíticamente, por ejemplo, en la áreas de la biología, accidentes nucleares, desastres naturales, etc.; d) ofrece una gran variedad de posibilidades de análisis del campo de flujo, tales como campos de velocidad, contornos de presión, líneas de flujo, etc.

Prácticamente cualquier plataforma computacional de análisis con CFD comprende los siguientes elementos, (Morrison, 2000):



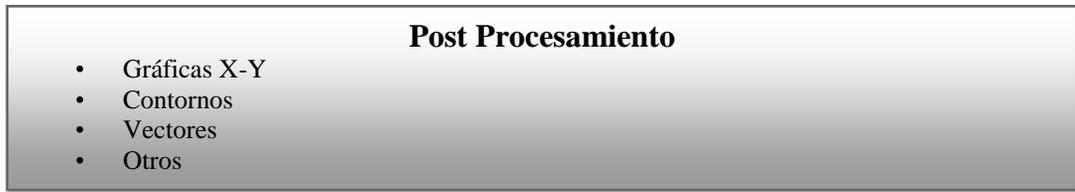


Figura 3.2 Los 3 elementos principales del análisis con CFD.

Como se indica en la secuencia anterior, la etapa de *Pre-Procesamiento* implica la preparación del modelo computacional que ha de ser sometido a simulación mediante el *Solver* y la posterior presentación de los resultados obtenidos o *Post-Procesamiento* para el análisis. Con respecto al *Solver*, se tiene que prácticamente todos ellos adoptan en sus códigos el *Método de Elementos Finitos* o el *Método de Volúmenes Finitos*, siendo el primero más adecuado para geometrías complejas, pero con mayor demanda de recursos computacionales. En cambio el de volúmenes finitos consume menores recursos y puede resolver una gran cantidad de geometrías. La siguiente figura muestra el procedimiento computacional que se realiza para resolver las ecuaciones de conservación (*Solver*) mediante volúmenes finitos, (Morrison, 2000):

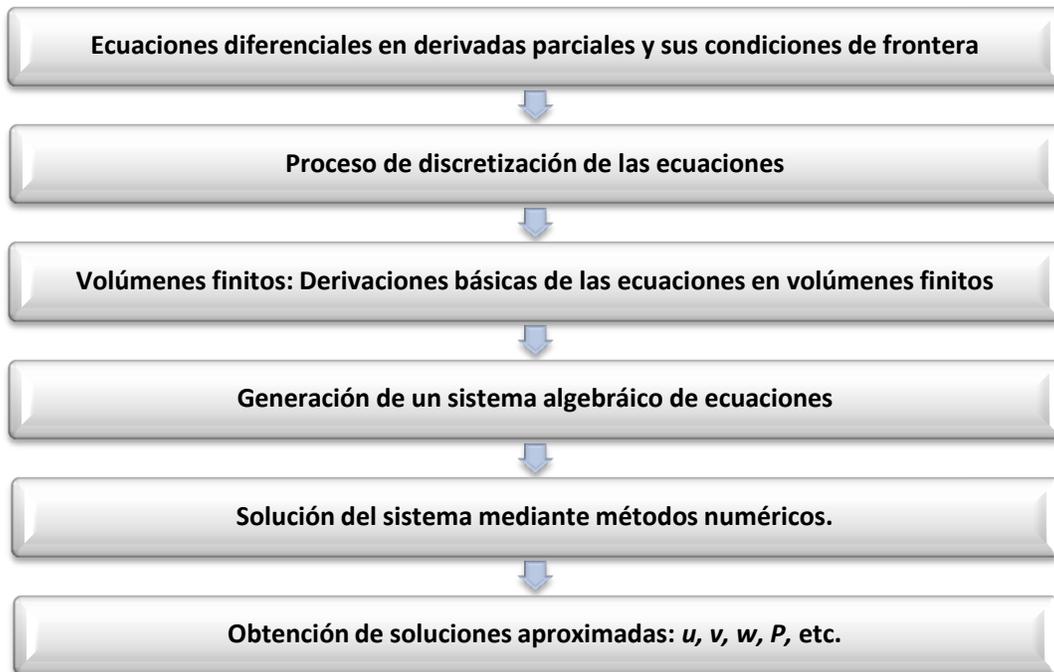
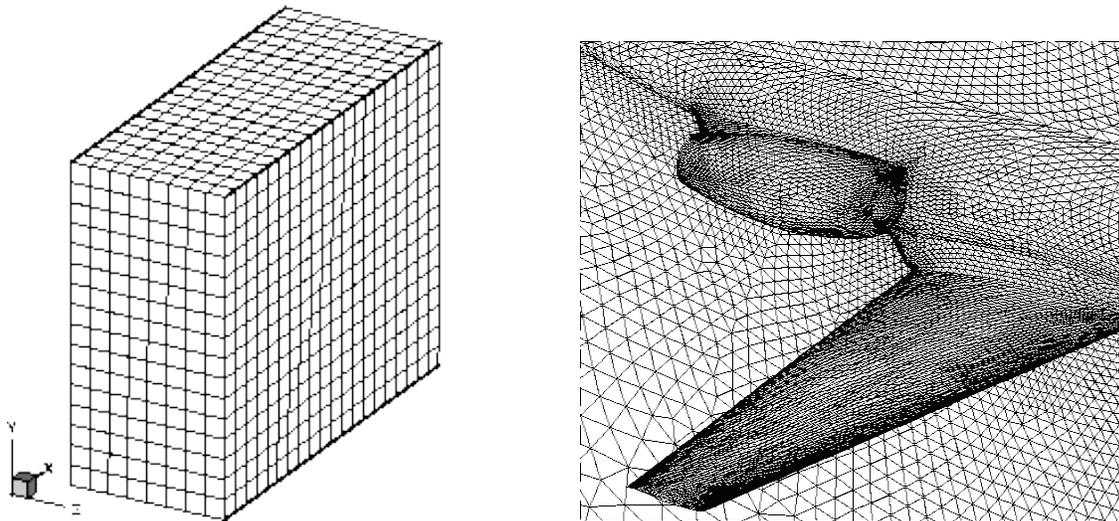


Figura 3.3 Procedimiento de solución de las ecuaciones de conservación mediante volúmenes finitos.

Los sistemas de CFD no resuelven analíticamente las ecuaciones de conservación, lo que hacen es generar una solución aproximada por medio de la discretización del dominio en pequeños elementos (elementos finitos o volúmenes finitos, como se menciono anteriormente).

El *software* empleado en este trabajo es el FUEENT[®], en el cual el dominio computacional se divide en un número finito de volúmenes contiguos en los que se deben cumplir las leyes de conservación, suponiendo que el centro de cada volumen representa la variable en cuestión. Una vez que se evalúan las leyes de conservación en cada volumen, se genera una ecuación algebraica por cada una y al final un sistema de ecuaciones algebraico simultaneo que deberá resolverse por algún método adecuado.

Al conjunto de volúmenes finitos se le conoce como *mallado* del sistema. Cuando los volúmenes son rectangulares en casos bidimensionales o tetraédricos en casos tridimensionales, se conoce como una *malla estructurada*. Si se tienen volúmenes triangulares o una combinación de éstos con los rectangulares (o tetraédricos y/o hexaédricos en tres dimensiones) en casos bidimensionales, se conoce como *malla no estructurada*.



a) Estructurada

b) No estructurada

Figura 3.4 Los dos tipos de enmallado de un problema de flujo de fluidos (NASA, 2008)

Una malla estructurada cuenta con la ventaja de tener una convergencia más acelerada y con resultados más precisos, pero no se puede adoptar con cualquier geometría. Una malla no estructurada se puede establecer prácticamente en cualquier geometría, pero puede tener problemas de convergencia y de precisión en los resultados.

La calidad de un mallado incide directamente en la precisión y estabilidad de la solución numérica y depende no solo de la distribución de los nodos, sino también de la suavidad (*smoothness* en inglés) y oblicuidad (*skewness* en inglés) del mismo.

Cabe mencionar que también es importante el análisis de los resultados proporcionados por el *Post-procesamiento*. Dicho análisis es facilitado por las múltiples posibilidades de resultados para el campo de flujo, como pueden ser: perfiles de velocidad, líneas de corriente, contornos de presión, contornos de deformaciones, etc.

3.2 Metodología de Análisis

La metodología que se ha seguido con detalle en este trabajo se describe a continuación:

1. A partir de resultados experimentales obtenidos trabajando con un fluido newtoniano en un reómetro de orificio de contracción abrupta (Ascanio, et al 2002), se ha realizado una primera simulación y se han obtenido los resultados numéricos correspondientes.
2. Se ha realizado una comparación y validación de los resultados del análisis numérico con los resultados experimentales de la contracción abrupta.
3. A partir de las comparaciones anteriores y con apoyo de la teoría de flujo extensional puro a través de contracciones semihiperbólicas, se ha diseñado un nuevo perfil de la contracción, con el objetivo de facilitar el cálculo de la viscosidad extensional como una variable reológica importante de los fluidos.
4. Se ha realizado la simulación y se han obtenido resultados numéricos con el nuevo perfil semihiperbólico, trabajando con un fluido newtoniano y uno no newtoniano pseudoplástico.

5. Se ha construido físicamente el nuevo perfil semihiperbólico y se ha experimentado con los mismos fluidos newtoniano y no newtoniano de la simulación numérica.
6. Para el perfil semihiperbólico, se ha realizado la comparación entre los resultados numéricos y los experimentales con el objeto de validación de los primeros.
7. Se ha realizado un análisis general de los resultados y el establecimiento las ventajas obtenidas y del trabajo futuro.

Se podrá apreciar la enorme ventaja que ofrece la simulación computacional en los procesos mencionados; sin embargo, no se pierde de vista que los resultados obtenidos siempre tiene que ser validados por algún otro medio, por ejemplo, el experimental, para tener mejor certeza de los resultados.

3.3 Solución de ecuaciones

El comportamiento de cualquier sistema en la naturaleza está controlado por leyes físicas universales de las cuales, algunas importantes son la *conservación de la masa*, las *leyes del movimiento* y la *primera y segunda leyes de la termodinámica*. Se pueden establecer estas leyes, comenzando con sus formas más básicas y mostrando cómo éstas pueden convertirse en formas aplicables a volúmenes de control, hasta llegar a la forma diferencial de las mismas. Las siguientes son las ecuaciones que el *software* Fluent[®], basado en volúmenes finitos, resuelve de una forma aproximada.

3.3.1 Conservación de la masa

Esta ecuación de conservación puede escribirse en forma vectorial como sigue:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.1)$$

Misma que es válida tanto para fluidos compresibles como incompresibles, para tres dimensiones o menos. En coordenadas cilíndricas se expresa como sigue:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \rho v_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z) = 0 \quad (3.2)$$

donde ρ es la densidad del fluido y v_r , v_θ y v_z son las componentes de la velocidad en las direcciones r , θ y z , respectivamente. Estas ecuaciones son aplicables a fluidos newtonianos o no newtonianos.

3.3.2 Conservación del Momentum

La conservación del momentum (*Ecuación de Cauchy*) en forma vectorial, para un sistema de referencia inercial se describe como:

$$\rho \bar{g} - \nabla P + \nabla \cdot (\bar{\tau}) = \rho \frac{\partial \bar{V}}{\partial t} + \rho \bar{V} \nabla \bar{V} \quad (3.3)$$

donde P es la presión estática, $\bar{\tau}$ es el tensor de esfuerzos viscosos, y $\rho \bar{g}$ es la fuerza debida a la gravedad.

El tensor de esfuerzos viscosos $\bar{\tau}$ está definido como:

$$\bar{\tau} = \mu \left[(\nabla V + \nabla V^T) - \frac{2}{3} \nabla \cdot V \right] \quad (3.4)$$

y en coordenadas cilíndricas:

$$\bar{\tau} = \begin{bmatrix} \tau_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{r\theta} & \tau_{\theta\theta} & \tau_{z\theta} \\ \tau_{rz} & \tau_{\theta z} & \tau_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Para un sistema de tres dimensiones en coordenadas cilíndricas r , θ y z la ecuación de conservación del momentum se escribe como:

$$\begin{aligned} \rho g_r - \frac{\partial P}{\partial r} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\tau_{\theta r}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} + \frac{\partial\tau_{zr}}{\partial z} \right) &= \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \\ \rho g_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{r\theta})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\tau_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\tau_{r\theta}}{r} + \frac{\partial\tau_{z\theta}}{\partial z} \right) &= \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) \\ \rho g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial(r\tau_{rz})}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial\tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial\tau_{zz}}{\partial z} \right) &= \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Ahora bien, para un fluido newtoniano se tienen las siguientes relaciones para el tensor de esfuerzos viscosos:

$$\begin{aligned}
\tau_{rr} &= 2\mu \frac{\partial v_r}{\partial r} \\
\tau_{\theta\theta} &= \frac{2\mu}{r} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_r \right) \\
\tau_{zz} &= 2\mu \frac{\partial v_z}{\partial z} \\
\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} &= \mu \left(r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{v_\theta}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right) \\
\tau_{rz} = \tau_{zr} &= \mu \left(\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) \\
\tau_{\theta z} = \tau_{z\theta} &= \mu \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

Mismas que al ser sustituidas en las anteriores ecuaciones y desarrollar, se llega a las ecuaciones de *Navier-Stokes* para un fluido newtoniano e incompresible:

$$\begin{aligned}
\rho g_r - \frac{\partial p}{\partial r} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \right) &= \rho \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\theta^2}{r} \right) \\
\rho g_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_\theta)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2} \right) &= \rho \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{v_\theta v_r}{r} \right) \\
\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial (rv_z)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) &= \rho \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right)
\end{aligned} \tag{3.8}$$

donde μ es la *viscosidad dinámica (cortante)* del fluido.

Para un fluido no newtoniano, se deben establecer ecuaciones constitutivas que proporcionen la relación entre el esfuerzo y la deformación en el fluido, tal y como fue descrito en la sección 2.1.

3.3.3 Conservación de la Energía

La ecuación de la Energía para un sistema de flujo másico se puede escribir en forma vectorial como sigue (Currie, 1993):

$$\frac{DH}{Dt} = -\nabla \cdot \bar{q} + \bar{\tau} : \nabla \bar{u} + \frac{DP}{Dt} \quad (3.9)$$

donde:

H = Entalpía total

\bar{q} = Calor transferido

\bar{u} = Vector velocidad

$\bar{\tau}$ = Tensor de esfuerzos

P = Presión estática

$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{u} \cdot \nabla$ = Derivada material

$\nabla \bar{u}$ = Gradiente de la velocidad

$\bar{\tau} : \nabla \bar{u}$ = Producto interno del tensor de esfuerzos con el gradiente de la velocidad

Esta ecuación será utilizada en el apartado 3.4, en donde se darán más detalles de la misma.

3.4 Flujos extensionales puros y contracciones *semihiperbólicas*

Varios autores han establecido que en una contracción abrupta se tiene la presencia de esfuerzos cortantes, además de los extensionales, siendo Binding (1988) quien mejor ha aproximado la obtención de las propiedades de un fluido, considerando ambos efectos, además de los efectos dinámicos debidos a la velocidad del fluido en la contracción. El análisis de Binding es muy completo, pero complejo y aun así obtiene sólo una aproximación de las propiedades. Existe una propuesta de Collier (1998) que establece que un flujo que se desarrolla en una contracción semihiperbólica es esencialmente un flujo extensional o con efectos cortantes despreciables; sin embargo, su propuesta para

obtener la viscosidad extensional también es muy compleja porque requiere el manejo de la entalpía del fluido. Posteriormente, Feigl y coautores (2003) retoman el trabajo de Collier y desarrollan un modelo para la obtención de la viscosidad extensional que no requiere el uso de la entalpía del fluido, y aplica el modelo obtenido a fluidos no newtonianos viscoelásticos. Tanto en el trabajo de Collier como en el Feigl no es muy clara la relación entre el flujo extensional y las contracciones semihiperbólicas. En este trabajo de investigación, se retoma el trabajo de Feigl, se clarifica la relación entre flujos extensionales y contracciones semihierbólicas y se aplican los modelos obtenidos a un fluido newtoniano y uno no newtoniano pseudoplástico que obedecen la Ley de potencias.

Así pues, como ya fue mencionado, las contracciones abruptas, como una placa de orificio, implican componentes cortantes y extensionales que inducen estructuras del flujo tales como vórtices y regiones de estancamiento, que disminuyen el buen desempeño del reómetro. Estos vórtices se incrementan con el aumento del número de Reynolds. Como resultado, se requiere un exceso de presión para eliminar tales estructuras del flujo.

Consideremos un flujo dentro de un tubo que sufre una cierta contracción. Se considera que el flujo es irrotacional, incompresible y con velocidad nula en la dirección angular:

$$v_{\theta} = 0 \tag{3.10}$$

La siguiente figura muestra el esquema del flujo en coordenadas cilíndricas:

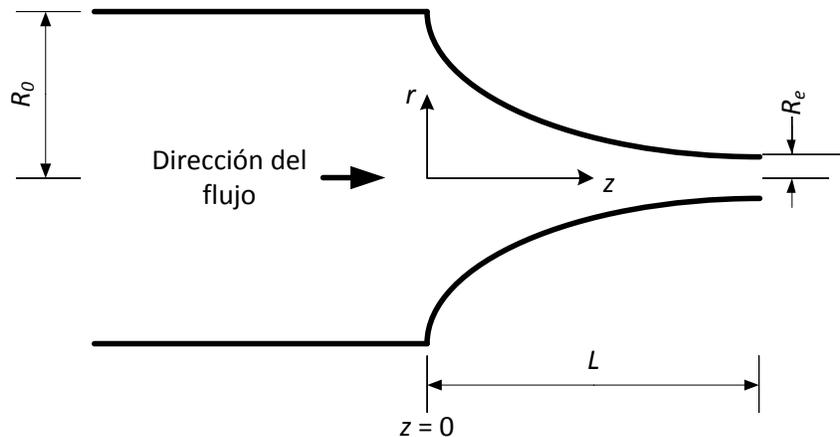


Figura 3.5 Flujo en un tubo y su contracción.

Por definición, la *velocidad de deformación extensional* es:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\partial v_z}{\partial z} \quad (3.11)$$

Si se manejan contracciones con dimensiones pequeñas, entonces se puede suponer que $\dot{\varepsilon}$ es constante, por lo que v_z puede ser obtenida separando variables e integrando, obteniendo como constante de dicha integración una función de r :

$$v_z = \dot{\varepsilon} z + f(r) \quad (3.12)$$

Por otro lado, la ecuación de continuidad en coordenadas cilíndricas es:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (3.13)$$

y para $v_\theta = 0$:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Sustituyendo la ecuación (3.11)

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rv_r)}{\partial r} + \dot{\varepsilon} = 0$$

Separando variables e integrando:

$$rv_r = -\frac{1}{2} r^2 \dot{\varepsilon} + g(z)$$

Despejando v_r :

$$v_r = -\frac{1}{2} r \dot{\varepsilon} + \frac{1}{r} g(z) \quad (3.14)$$

Adicionalmente, debido a que el flujo se ha supuesto *irrotacional*, se debe cumplir que:

$\nabla \times \mathbf{u} = 0$, desarrollando:

$$\nabla \times \mathbf{u} = \begin{vmatrix} \hat{e}_r & \hat{e}_\theta & \hat{e}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_r & rv_\theta & v_z \end{vmatrix} = \left[\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial(rv_\theta)}{\partial z} \right] \hat{e}_r + \left[\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right] \hat{e}_\theta + \left[\frac{\partial(rv_\theta)}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \right] \hat{e}_z = 0$$

Simplificando (dado que $v_\theta = 0$):

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta}\right) \hat{e}_r + \left(\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r}\right) \hat{e}_\theta - \frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \hat{e}_z = 0$$

Igualando componentes:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} = 0 \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} = 0 \quad (3.16)$$

$$-\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} \hat{e}_z = 0 \quad (3.17)$$

Derivando (3.12) y (3.14) con respecto a r y z , respectivamente:

$$\frac{\partial v_z}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} [\dot{\epsilon} z + f(r)] = \frac{\partial f(r)}{\partial r} \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left[-\frac{1}{2} r \dot{\epsilon} + \frac{1}{r} g(z) \right] = \frac{1}{r} \frac{\partial g(z)}{\partial z} \quad (3.19)$$

Sustituyendo (3.18) y (3.19) en (3.16):

$$\frac{1}{r} \frac{\partial g(z)}{\partial z} - \frac{\partial f(r)}{\partial r} = 0$$

Separando variables:

$$\frac{\partial g(z)}{\partial z} = \frac{r \partial f(r)}{\partial r} \quad (3.20)$$

Dado que cada lado de la ecuación es sólo función de una sola variable, las derivadas parciales se convierten en derivadas totales; además, (3.20) se cumple si y solo si cada lado de la ecuación es igual a la misma constante C :

$$\frac{dg(z)}{dz} = C \quad (3.21)$$

$$r \frac{df(r)}{dr} = C \quad (3.22)$$

Resolviendo (3.21) y (3.22) por separado:

$$g(z) = Cz + A \quad (3.23)$$

$$f(r) = C \ln r + B \quad (3.24)$$

Siendo A y B constantes de la integración. Sustituyendo (3.24) en (3.12) y (3.23) en (3.14):

$$v_z = \dot{\epsilon} z + C \ln r + B \quad (3.25)$$

$$v_r = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} r + \frac{1}{r} (Cz + A) \quad (3.26)$$

Las condiciones de frontera son tales que, cuando r se acerca a 0, v_r también tiende a cero, para lo cual C y A deben ser cero. Así pues:

$$v_z = \dot{\epsilon} z + B \quad (3.27)$$

$$v_r = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} r \quad (3.28)$$

donde B es una constante que representa la velocidad axial inicial. Ahora veamos a qué se reduce el tensor de deformación con estas componentes de la velocidad. Recordando que el *tensor de deformación* se define como (Macosko, 1994):

$$\dot{\gamma} = \nabla \bar{\mathbf{u}} + (\nabla \bar{\mathbf{u}})^T \quad (3.29)$$

Donde, el *gradiente de la velocidad* en coordenadas cilíndricas es:

$$\nabla \bar{\mathbf{u}} = \begin{vmatrix} \frac{\partial v_r}{\partial r} & \frac{\partial v_\theta}{\partial r} & \frac{\partial v_z}{\partial r} \\ \left(\frac{1}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta}{r} \right) & \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r}{r} & \frac{1}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \\ \frac{\partial v_r}{\partial z} & \frac{\partial v_\theta}{\partial z} & \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{vmatrix}$$

Sustituyendo (3.10) y los valores de v_r y v_z de (3.27) y (3.28) en (3.29):

$$\nabla \bar{u} = \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{1}{2} \dot{\epsilon} r \right) & 0 & 0 \\ (0-0) & 0 - \frac{1}{2} \frac{\dot{\epsilon} r}{r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} (\dot{\epsilon} z + B) \end{vmatrix}$$

Resolviendo y simplificando, se obtiene el *gradiente de la velocidad* en un flujo extensional:

$$\nabla \bar{u} = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{vmatrix} \quad (3.30)$$

Sustituyendo en (3.20):

$$\dot{\gamma} = \nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{vmatrix}$$

Resolviendo se obtiene:

$$\dot{\gamma} = \nabla \bar{u} + (\nabla \bar{u})^T = \begin{vmatrix} -\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & 2\dot{\epsilon} \end{vmatrix} \quad (3.31)$$

Este resultado indica que, para las velocidades definidas por las ecuaciones (3.27) y (3.28) y la suposición de que $v_\theta = 0$, el flujo es únicamente extensional. Ahora veremos cual es el perfil de la contracción que satisface estas mismas ecuaciones. Se utilizará un desarrollo partiendo de la definición de *línea de corriente*. Por ser un flujo estacionario, las líneas de corriente proporcionan la forma de la contracción. Para el campo bidimensional r - z :

$$\frac{dr}{v_r} = \frac{dz}{v_z} \quad (3.32)$$

Sustituyendo las ecuaciones (3.18) y (3.19) en (3.23) y reacomodando:

$$\frac{dr}{dz} = \frac{v_r}{v_z} = \frac{-\frac{1}{2}\dot{\epsilon}r}{\dot{\epsilon}z + B} = -\frac{r}{2(z + B/\dot{\epsilon})} \quad (3.33)$$

Dado que $(B/\dot{\epsilon})$ es una constante, podemos hacer un cambio de variable:

$$N = \frac{B}{\dot{\epsilon}} \quad (3.34)$$

Sustituyendo en (3.24) y separando variables:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{dz}{2(z + N)}$$

Integrando:

$$\ln r = -\frac{1}{2}\ln(z + N) + \ln(M^2)$$

Siendo $\ln(M^2)$ la constante de la integración. Ahora, nos conviene despejar “ r^2 ”:

$$\ln r = -\ln(z + N)^{1/2} + \ln(M^2)$$

$$\ln r = \ln\left(\frac{M^2}{(z + N)^{1/2}}\right)$$

$$r^2 = \frac{M}{z + N} \quad (3.35)$$

Que es un perfil semihiperbólico cuyo radio r es una función de la variable axial z .

Las constantes M y N pueden ser determinadas con los valores geométricos de la Figura 3.5 para los radios de la contracción: R_0 en $z = 0$ y R_e en $z = L$.

$$R(0) = R_0 \quad \rightarrow \quad R_0^2 = \frac{M}{N}$$

$$R(L) = R_e \quad \rightarrow \quad R_e^2 = \frac{M}{L + N}$$

Resolviendo para M y N se obtiene:

$$M = \frac{LR_0^2 R_e^2}{R_0^2 - R_e^2} \quad (3.36)$$

$$N = \frac{LR_e^2}{R_0^2 - R_e^2} \quad (3.37)$$

Este desarrollo coincide con el propuesto por Collier et al (1998), quien también obtiene una contracción semihiperbólica que cumple con la condición de flujo libre de cortantes y por lo tanto, es un flujo *extensional puro*.

Con las ecuaciones (3.35), (3.36) y (3.37) se genera el perfil semihiperbólico que ha sido empleado para proponer el nuevo reómetro que será detallado en el siguiente capítulo.

3.5 Determinación de la viscosidad extensional con el perfil semihiperbólico

Ya que se ha determinado teóricamente el perfil y la distribución de velocidades que proporcionan un flujo extensional puro, la *viscosidad extensional* definida previamente con la ecuación (2.8) se puede ahora obtener con la siguiente expresión (Macosko, 1994):

$$\eta_E = \frac{\tau_{zz} - \tau_{rr}}{\dot{\epsilon}} \quad (3.38)$$

donde τ_{zz} es el esfuerzo en la dirección del flujo, τ_{rr} es el esfuerzo *transversal* al flujo y $\dot{\epsilon}$ es la *velocidad de deformación extensional*. El cálculo de η_E se puede simplificar enormemente dado que $\dot{\epsilon}$ se ha supuesto constante a lo largo de la zona de interés, que en este caso es la contracción. El problema ahora es determinar cómo se puede obtener la diferencia de esfuerzos axial y transversal.

Partimos de la ecuación de la energía en forma vectorial definida en el apartado 3.3:

$$\frac{DH}{Dt} = -\nabla \cdot \bar{q} + \bar{\tau} : \nabla \bar{u} + \frac{DP}{Dt}$$

Además de las consideraciones ya mencionadas al inicio de este apartado, se tienen las siguientes:

1. Flujo en régimen permanente, lo que implica que no hay cambio de propiedades con el tiempo.

2. Flujo incompresible e isotérmico, lo que implica que se desprecia la transferencia de calor ($\bar{q} = 0$) y que la entalpía (H) se mantiene constante.
3. Considerando que el diámetro del orificio es muy pequeño, los esfuerzos en las direcciones radial y angular se consideran iguales: $\tau_{rr} = \tau_{\theta\theta}$
4. Debido también al tamaño de la contracción, se considera que no hay cambio de la presión en las direcciones radial y angular: $\frac{\partial P}{\partial r} = \frac{\partial P}{\partial \theta} = 0$

Entonces, la ecuación de conservación de la energía se reduce a:

$$-\bar{u} \cdot \nabla P = \bar{\tau} : \nabla \bar{u} \quad (3.39)$$

Desarrollando el lado izquierdo de la ecuación (3.39):

$$\bar{u} \cdot \nabla P = (v_r \hat{e}_r + v_\theta \hat{e}_\theta + v_z \hat{e}_z) \cdot \left(\frac{\partial P}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{\partial P}{\partial z} \hat{e}_z \right) = v_z \frac{\partial P}{\partial z} \quad (3.40)$$

Desarrollando el lado derecho de la ecuación (3.39):

$$\bar{\tau} : \nabla \bar{u} = \begin{vmatrix} \tau_{rr} & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \tau_{\theta\theta} & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \tau_{zz} \end{vmatrix} : \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{vmatrix} = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} \tau_{rr} - \frac{1}{2} \dot{\epsilon} \tau_{\theta\theta} + \dot{\epsilon} \tau_{zz} \quad (3.41)$$

Considerando que la traza del tensor de esfuerzos debe ser cero, se tiene que:

$$\tau_{rr} + \tau_{\theta\theta} + \tau_{zz} = 2\tau_{rr} + \tau_{zz} = 0$$

de donde:

$$\tau_{rr} = -\frac{1}{2} \tau_{zz} \quad (3.42)$$

Sustituyendo en (3.41):

$$\bar{\tau} : \nabla \bar{u} = -\dot{\epsilon} \tau_{rr} + \dot{\epsilon} \tau_{zz} = -\dot{\epsilon} \left(-\frac{1}{2} \tau_{zz} \right) + \dot{\epsilon} \tau_{zz} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz} \quad (3.43)$$

Sustituyendo (3.40) y (3.43) en (3.39):

$$-v_z \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz} \quad (3.44)$$

Sustituyendo (3.27) en (3.44), separando variables e integrando:

$$-\Delta P = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \int_{z_0}^{z_e} \left(\frac{\tau_{zz}}{\dot{\epsilon}z + B} \right) dz \quad (3.45)$$

Ahora bien, obsérvese que:

$$v_z = \frac{dz}{dt} = \dot{\epsilon}z + B$$

Por lo que:

$$dz = (\dot{\epsilon}z + B)dt$$

Sustituyendo en (3.45):

$$-\Delta P = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \int_{t_0}^{t_e} \tau_{zz} dt \quad (3.46)$$

τ_{zz} es constante en la contracción, al menos para un fluido *pseudoplástico* que es un fluido no newtoniano independiente del tiempo; entonces:

$$-\Delta P = \frac{3}{2} \dot{\epsilon} \tau_{zz} (t_e - t_0) \quad (3.47)$$

Se define *Deformación de Hencky*, ϵ_h , como (Macosko, 1994):

$$\epsilon_h = \dot{\epsilon}(t_e - t_0) = \ln \left(\frac{A_0}{A_e} \right) = \ln \left(\frac{R_0^2}{R_e^2} \right) \quad (3.48)$$

Sustituyendo en (3.47) y despejando τ_{zz} :

$$\tau_{zz} = -\frac{2}{3} \frac{\Delta P}{\epsilon_h} \quad (3.49)$$

Finalmente, sustituyendo (3.42) y (3.49) en (3.38) se obtiene:

$$\eta_E = \frac{\tau_{zz} + \frac{1}{2}\tau_{zz}}{\dot{\epsilon}} = \frac{3\tau_{zz}}{2\dot{\epsilon}} = -\frac{3}{2\dot{\epsilon}} \left(\frac{2}{3} \frac{\Delta P}{\epsilon_h} \right)$$

Simplificando:

$$\eta_E = -\frac{\Delta P}{\dot{\epsilon}\epsilon_h} \quad (3.50)$$

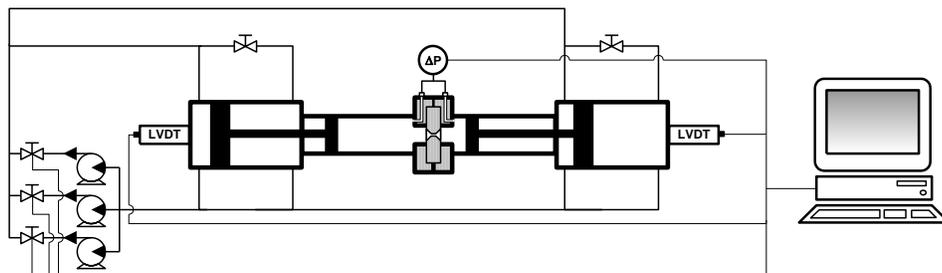
Esta ecuación sugiere que la viscosidad extensional puede determinarse por medio de la medición de la caída de presión entre la entrada y la salida de la contracción ΔP , la velocidad de deformación extensional $\dot{\epsilon}$ y la deformación de Hencky ϵ_h . Todo este desarrollo es válido si la velocidad de deformación extensional es constante. El signo negativo contrarresta el signo de la caída de presión, que también es negativo.

La suposición de que la velocidad de deformación extensional sea constante está directamente relacionado con que entre las paredes que rodean al fluido y el mismo debe haber *deslizamiento completo* o al menos *esfuerzo cortante despreciable*. Esto en la práctica se puede lograr razonablemente con alguno de los siguientes casos (Collier, 1998): manteniendo la superficie lubricada, si la capa límite que se establece es lo suficientemente delgada (o aun más delgada que lo normal) o bien si las fuerzas de cuerpo son lo suficientemente grandes comparadas con las de corte. En este trabajo de investigación, para la parte computacional simplemente se ha establecido la condición de deslizamiento en las condiciones de frontera, mientras que en la parte experimental se ha supuesto que la capa límite es muy delgada.

3.6 Definición de las geometrías y dominios

3.6.1 Contracción abrupta experimental

Se toma como base la información experimental previamente obtenida por Della Valle et al (2000) y Ascanio et al (2002), quienes utilizaron un reómetro de orificio que consiste en un tubo de 76 mm de diámetro D (3 plg) con el orificio de 2.434 mm de diámetro d (0.17 plg) en un arreglo como se muestra en la siguiente figura:



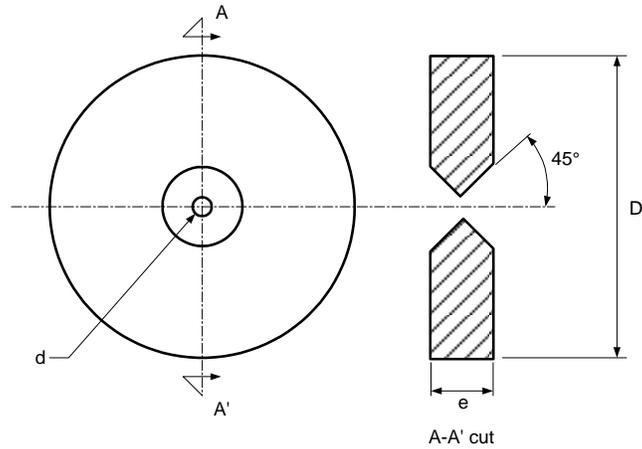


Figura 3.6 Reómetro de orificio experimental, (Ascanio et al, 2002)

En términos generales, el sistema completo trabaja como sigue: mediante un mecanismo accionado por un subsistema hidráulico y un pistón se establece el flujo a través de la contracción, se mide este flujo volumétrico (con la medición de la velocidad del pistón) y la diferencia de presión entre la entrada y la contracción (con sensores de presión ubicados en las posiciones correspondientes) y con ello se obtiene la viscosidad extensional aparente, para lo cual emplearon el desarrollo de Metzner & Metzner descrito en el apartado 2.4.

Para la simulación del reómetro del sistema anterior, se ha considerado un modelo computacional en 3D cuya geometría y dimensiones se muestran en la siguiente figura:

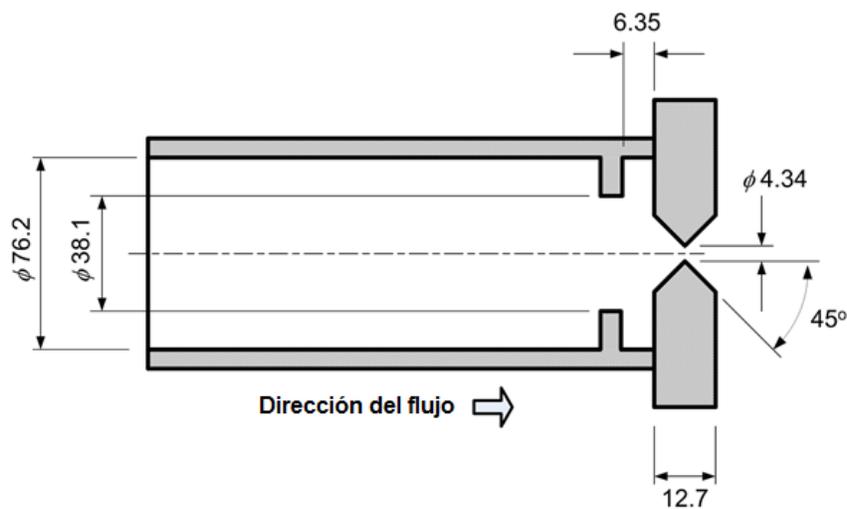


Figura 3.7 Esquema del reómetro de orificio para la simulación, acotaciones en mm.

Se ha considerado la mitad del sistema por tenerse las condiciones de frontera (presión) antes de iniciar la contracción y justo en la garganta de la contracción.

3.6.2 Generación de malla para la contracción abrupta

Para simular numéricamente la contracción abrupta de orificio se ha empleado *software* de pre-procesamiento y se ha obtenido un modelo computacional enmallado como se muestra en la siguiente figura:

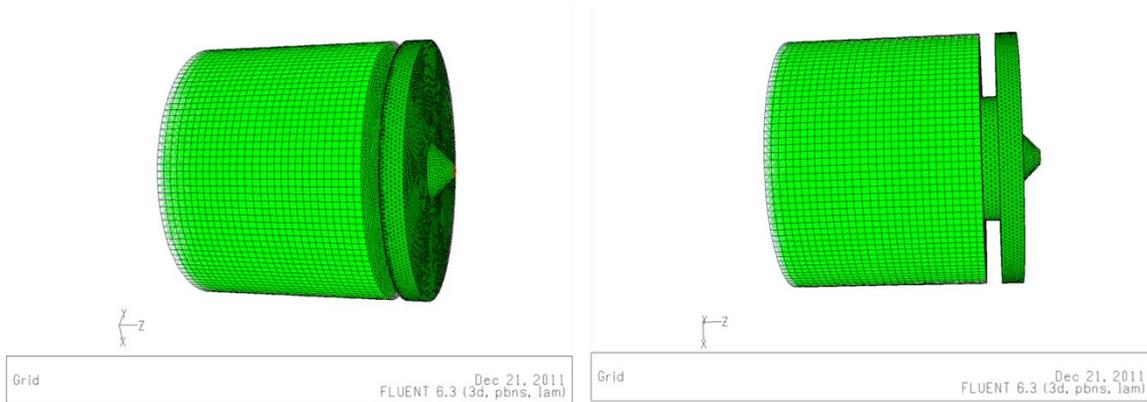


Figura 3.8 Malla del modelo computacional para la contracción abrupta.

Aun cuando el *software* empleado para la generación del enmallado proporciona una opción de números de nodos por *default* para las dimensiones de la geometría, se realizó un análisis de sensibilidad de malla y se ha utilizado la que ha proporcionado los resultados más precisos. Adicionalmente, debido a la geometría de la contracción se ha seleccionado una malla no estructurada que se va haciendo más estrecha (mayor densidad de nodos) conforme se acerca a la contracción y en la contracción misma, por ser una región de mayor interés.

Tomando como base la Figura 3.8 se tienen las siguientes densidades de nodos:

- Circunferencia de entrada: 0.3 nodos/mm^2
- Cilindro envolvente principal: 0.25 nodos/mm^2
- Cilindro envolvente después de los topes: 0.82 nodos/mm^2
- Cono de la contracción: 0.87 nodos/mm^2
- Circunferencia de la salida: 2.23 nodos/mm^2
- Todo el volumen del fluido: 0.16 nodos/mm^3

Cabe mencionar que la densidad volumétrica es una densidad promedio, ya que en realidad va aumentando conforme se va acercando a la contracción.

3.6.3 Establecimiento de las consideraciones, condiciones de frontera y fluido de trabajo para la contracción abrupta

El modelo computacional tiene tres zonas importantes establecidas como fronteras: la entrada, la salida y las paredes que rodean al fluido. A continuación se describen consideraciones y condiciones de frontera utilizados en la simulación numérica:

1. Flujo permanente o estacionario, lo que implica que ninguna de las propiedades varía con el tiempo.
2. Flujo incompresible, lo cual implica que la densidad permanece prácticamente constante y la transferencia de calor es despreciable.
3. Fluido newtoniano, lo cual implica que su viscosidad dinámica (cortante) es aproximadamente constante.
4. Flujo completamente desarrollado, para lo cual se ha establecido una longitud de un diámetro desde la entrada hasta la garganta de la contracción.
5. Flujo irrotacional, lo cual implica que las partículas de fluido no rotan, sólo se desplazan. Esto implica también que la velocidad en la dirección angular es nula y no existe vorticidad.
6. La pared rodea completamente al fluido y a lo largo de toda ella se cumple la condición de no deslizamiento entre la pared y el fluido.
7. Los gradientes de la presión en las direcciones angular y radial son despreciables. Esto permite que a la entrada, que corresponde al diámetro de la tubería a la distancia de 1 diámetro antes del orificio, se pueda establecer una presión uniforme en toda la sección transversal.
8. En la salida, que corresponde al diámetro de la contracción, se ha considerado también una presión uniforme en toda la sección transversal, como consecuencia de la consideración anterior.

Por otro lado, el fluido de trabajo utilizado por Ascanio et al (2002) en sus experimentos es una solución acuosa con jarabe de maíz, considerado como un fluido newtoniano con las siguientes propiedades:

- Viscosidad dinámica (de corte): $\mu = 0.56 \text{ Pa}\cdot\text{s}$
- Densidad: $\rho = 1,038 \text{ kg/m}^3$.

Estas propiedades fueron las que se consideraron también en la simulación numérica de la contracción abrupta.

CAPÍTULO 4. RESULTADOS

En este capítulo se presentan y analizan todos los resultados obtenidos de la simulación numérica con el reómetro de orificio (contracción abrupta y fluido newtoniano) y los del nuevo reómetro (semihiperbólico), tanto para el fluido newtoniano como para el no newtoniano pseudoplástico. Inicialmente se ha realizado un análisis de validación entre los resultados numéricos y los experimentales para el caso de la contracción abrupta con el fluido newtoniano. Esta validación proporciona mayor certidumbre de que, mediante los resultados numéricos, se puede diseñar un mejor medidor, con mayor precisión y que pueda analizarse en mucho menor tiempo. También se describe el nuevo reómetro que fue diseñado y construido para ser experimentado con fluidos newtoniano y no newtoniano, se presentan los resultados de la simulación numérica, los resultados experimentales y se realiza la validación correspondiente. De las múltiples opciones de resultados que ofrece el *software*, se ha decidido presentar el *campo de velocidades*, el de la *velocidad de deformación axial* y las *líneas de trayectoria* para cada caso de caída de presión. Esto se debe a que con el campo de velocidades se puede apreciar si existen zonas de pérdida de presión, estancamiento o recirculación. La velocidad de deformación extensional debe ser constante y las líneas de corriente o trayectoria del flujo confirman lo anterior de manera visual.

4.1 Contracción abrupta

La Tabla 4.1 muestra resultados experimentales reportados por Ascanio et al (2002). Las caídas de presión (ΔP_0) corresponden a la entrada y a la garganta, según se muestra en la Figura 3.7. El flujo volumétrico (Q) fue medido directamente en el sistema con la velocidad del pistón y el área del cilindro, mientras que la velocidad media (V_{med}) corresponde a la garganta y fue calculada con el flujo volumétrico (Q) y su área transversal. Los números de *Reynolds* y *Euler* están definidos como sigue:

$$Eu = \frac{\Delta P_0}{\frac{1}{2} \rho V_{med}^2} \quad (4.1)$$

$$Re = \frac{\rho V_{med} D_0}{\mu} \quad (4.2)$$

CASO	ΔP_0 (Pa)	Q m ³ /S	V _{med} (m/s)	Re	Eu
1	568.8929	0.000002557	0.17277	1.389848265	36.72201378
2	775.6439	0.000003458	0.233649	1.879589381	27.37582212
3	1028.102	0.000004533	0.306284	2.463901638	21.1164168
4	1597.167	0.000007405	0.500338	4.024969041	12.29294657
5	2129.453	0.00000947	0.639865	5.147393993	10.02129832
6	3271.892	0.000014256	0.963243	7.748808314	6.794537169
7	4575.238	0.000019563	1.321824	10.63341317	5.045440243
8	7225.498	0.000028322	1.913649	15.39434938	3.801682658

Tabla 4.1 Resultados **experimentales** para diferentes caídas de presión, contracción abrupta.

Para la simulación numérica de la contracción, considerando todas las condiciones mencionadas en el apartado (3.6.3), se han obtenido los resultados que se muestran en la Tabla 4.2.

CASO	ΔP_0 (Pa)	m (kg/s)	V _{med} (m/s)	Re	Eu
1	569	0.002923583	0.191	1.5364995	30.05233173
2	776	0.004255267	0.278	2.236371	19.3466053
3	1028	0.005326737	0.348	2.799486	16.35562968
4	1598	0.009168722	0.599	4.8186555	8.581353099
5	2129	0.011311662	0.739	5.9448855	7.511374696
6	3271	0.015260795	0.997	8.0203665	6.340490697
7	4575	0.022500871	1.47	11.825415	4.079332177
8	7226	0.030001161	1.96	15.76722	3.624252579

Tabla 4.2 Resultados de la **simulación** numérica para diferentes caídas de presión, contracción abrupta.

La velocidad media (V_{med}) en los resultados numéricos corresponde a la garganta del reómetro y se ha obtenido con la ecuación de continuidad:

$$V_{med} = \frac{\dot{m}}{\rho \pi R_e^2} \quad (4.3)$$

donde:

R_e = Radio de la contracción

\dot{m} = Flujo másico

Para comparar los resultados numéricos con los experimentales, se ha obtenido la curva de flujo en términos de los números de *Reynolds* y *Euler*, misma que se muestra en la Figura 4.1:

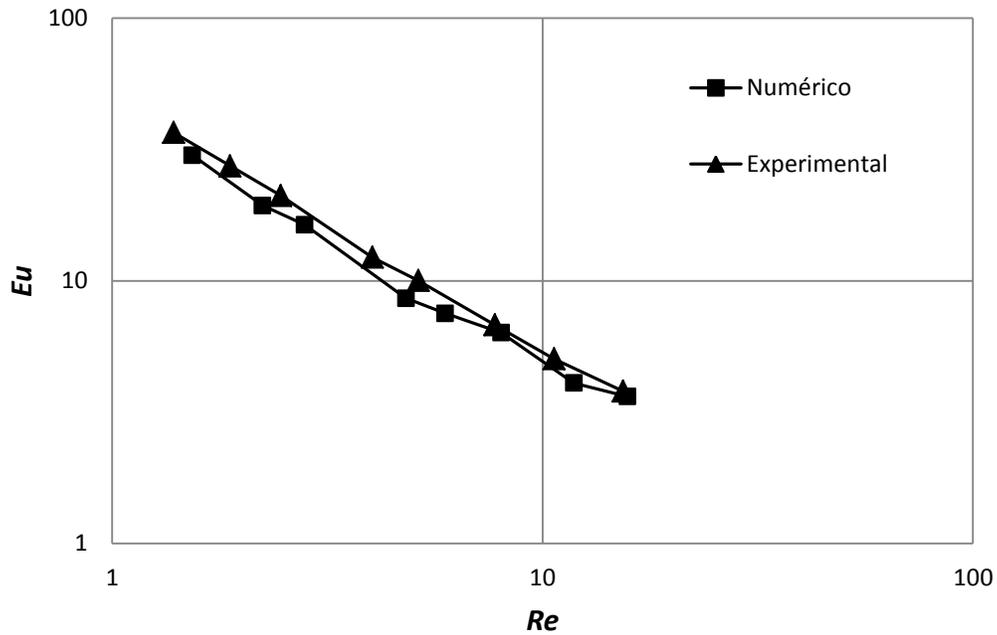


Figura 4.1 Curva de calibración de los resultados experimentales y numéricos, contracción abrupta.

Se puede observar una muy buena concordancia entre los resultados numéricos y experimentales. En todos estos casos el número de Reynolds es laminar ($Re < 30$). Aprovechando las ventajas de la simulación numérica, se han obtenido varios casos más de caída de presión para ver el comportamiento del flujo en el régimen turbulento. La Tabla 4.3 muestra estos resultados completos y la Figura 4.2 muestra el comportamiento en una gráfica *Re vs Eu*.

CASO	ΔP_0 (Pa)	m (kg/s)	V_{med} (m/s)	Re	Eu	Regimen
1	569	0.0029	0.1910	1.536500	30.052332	Laminar
2	776	0.0043	0.2780	2.236371	19.346605	Laminar
3	1028	0.0053	0.3480	2.799486	16.355630	Laminar
4	1598	0.0092	0.5990	4.818656	8.581353	Laminar
5	2129	0.0113	0.7390	5.944886	7.511375	Laminar
6	3271	0.0153	0.9970	8.020367	6.340491	Laminar
7	4575	0.0225	1.4700	11.825415	4.079332	Laminar
8	7226	0.0300	1.9600	15.767220	3.624253	Laminar
9	8000	0.0372	2.4200	19.468027	2.631945	Laminar
10	9000	0.0400	2.6057	20.961626	2.554014	Laminar
11	10000	0.0427	2.7828	22.386009	2.488155	Laminar
12	12500	0.0490	3.1911	25.671137	2.365106	Laminar
13	15000	0.0560	3.6469	29.337323	2.173107	Turbulento
14	20000	0.0650	4.2330	34.052250	2.150647	Turbulento
15	25000	0.0730	4.7540	38.243296	2.131376	Turbulento
16	30000	0.0800	5.2098	41.910461	2.129645	Turbulento
17	35000	0.0870	5.6657	45.577626	2.100852	Turbulento
18	40000	0.0940	6.1215	49.244792	2.056696	Turbulento
19	50000	0.1050	6.8379	55.007480	2.060427	Turbulento
20	60000	0.1150	7.4891	60.246288	2.061206	Turbulento
21	80000	0.1340	8.7265	70.200022	2.024167	Turbulento
22	90000	0.1430	9.3126	74.914949	1.999568	Turbulento

Tabla 4.3 Resultados de la simulación numérica para diferentes caídas de presión, flujo laminar y turbulento, contracción abrupta.

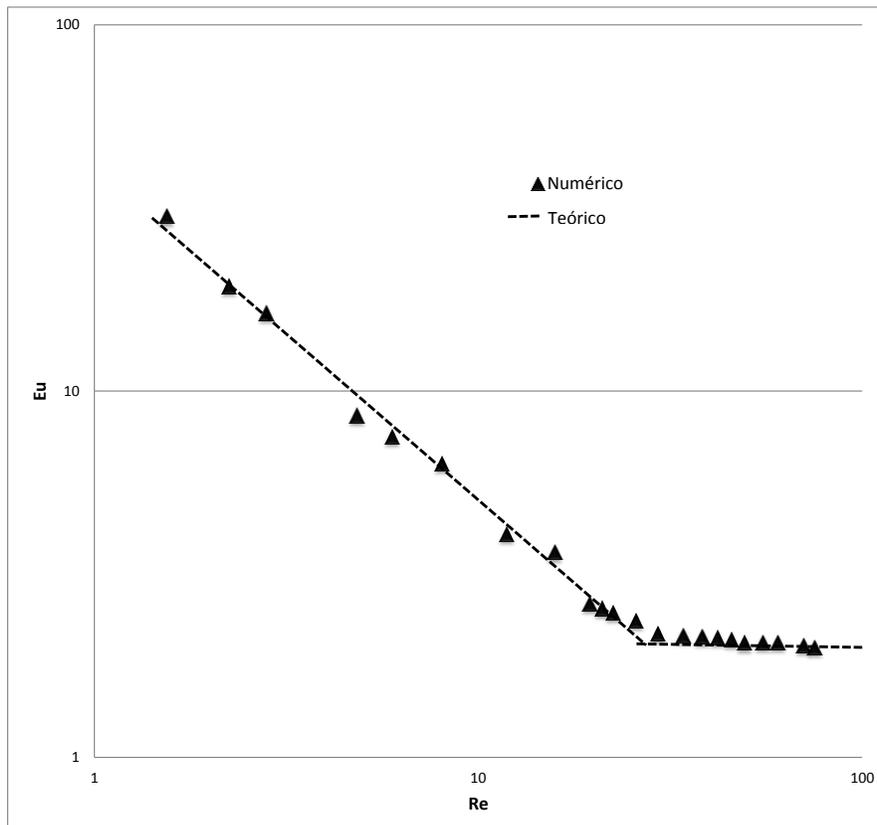


Figura 4.2 Curva de calibración de los resultados experimentales y numéricos, contracción abrupta.

Recordando que el número de Euler relaciona la caída de presión en un flujo con respecto al cambio de la energía cinética por unidad de volumen, y que el número de Reynolds es la relación entre las fuerzas viscosas y las inerciales del flujo, se observa de esta última gráfica que mientras el flujo es laminar, las fuerzas viscosas son dominantes, pero cuando hay transición y tenemos flujo turbulento, los efectos inerciales son los más importantes.

Por otro lado, las siguientes figuras representan la trayectoria de las partículas a través del medidor de contracción abrupta y los colores representan la velocidad de cada partícula en el campo de flujo. Se muestran las gráficas para tres números de Reynolds diferentes.

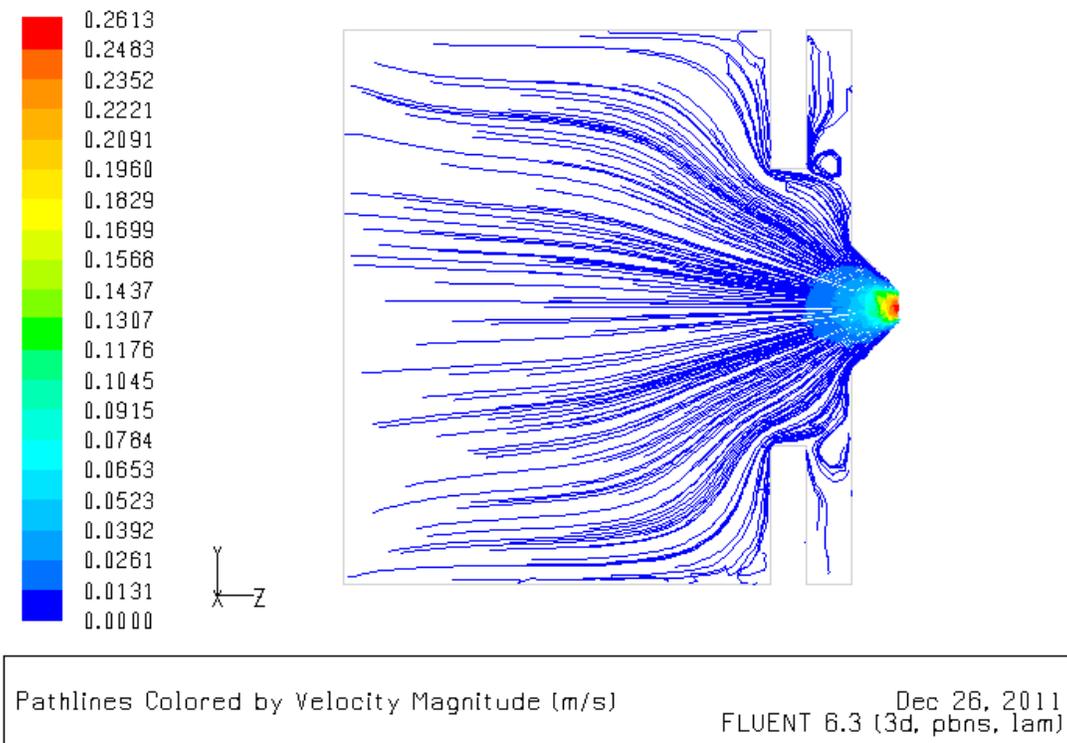


Figura 4.3 Líneas de trayectoria y velocidad para $Re = 1.53$ ($\Delta P = 569$ Pa), contracción abrupta.

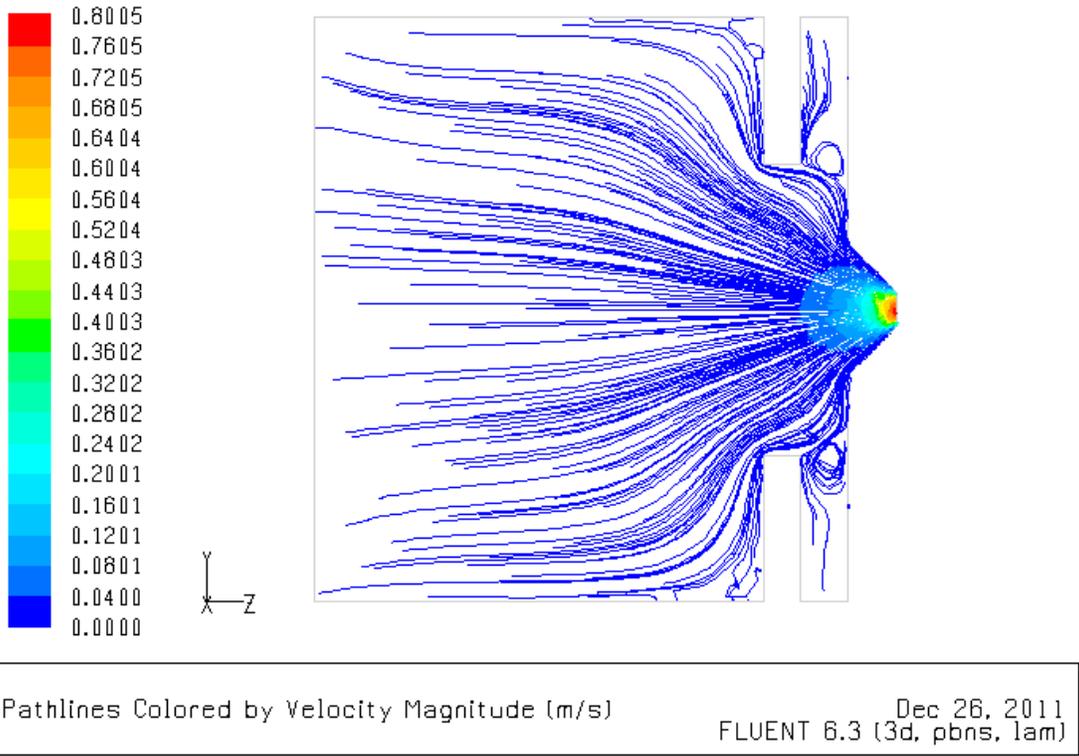


Figura 4.4 Líneas de trayectoria y velocidad para $Re = 4.82$ ($\Delta P = 1,598$ Pa), contracción abrupta.

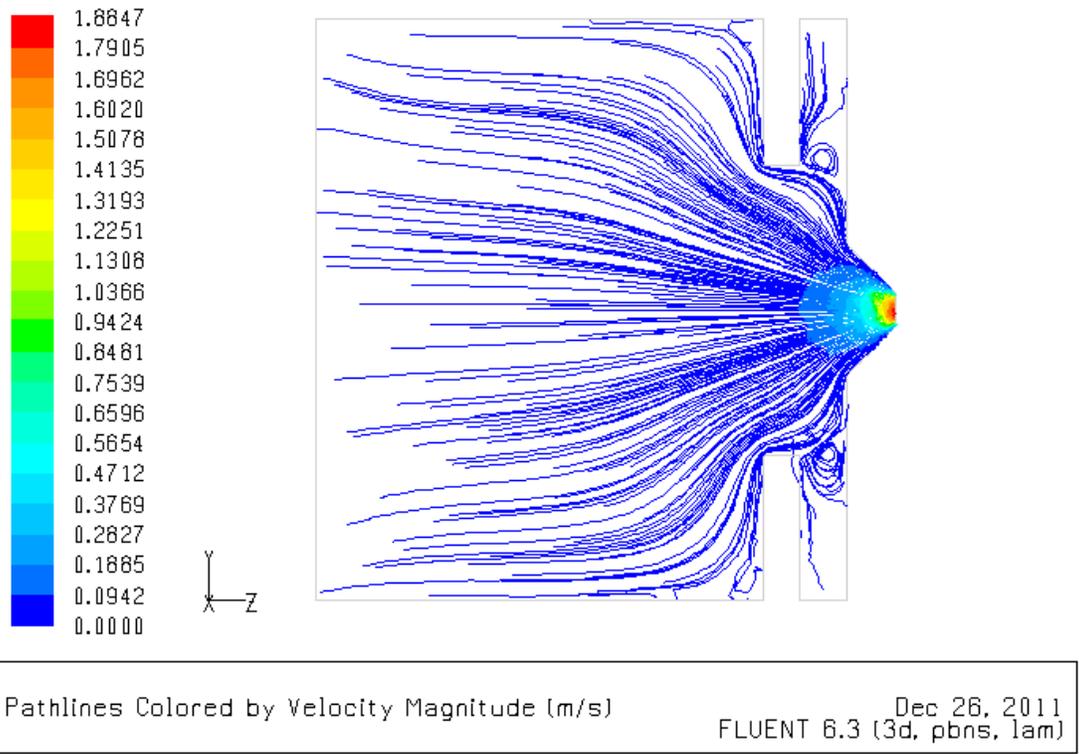


Figura 4.5 Líneas de trayectoria y velocidad para $Re = 11.82$ ($\Delta P = 4,575$ Pa), contracción abrupta.

Analizando las gráficas, inicialmente, se puede apreciar que los perfiles son muy parecidos cualitativamente para los diversos números de Reynolds. También se puede apreciar que el flujo converge hacia el orificio de forma ordenada pero existen zonas del flujo con velocidad casi nula, o *zonas de estancamiento*, que se pueden considerar como *zonas críticas*, mismas que ocurren en las esquinas y entre los topes y la contracción. La aparición de estas zonas críticas sugiere que es necesario un exceso de presión para mantener el flujo y vencer la resistencia adicional. A medida que aumenta el número de Reynolds, disminuye esta tendencia pero de cualquier forma estas zonas se mantienen.

A continuación se verán gráficas de la velocidad de deformación por cortante $\dot{\gamma}$ (*strain rate* en inglés) para las diferentes caídas de presión seleccionadas.

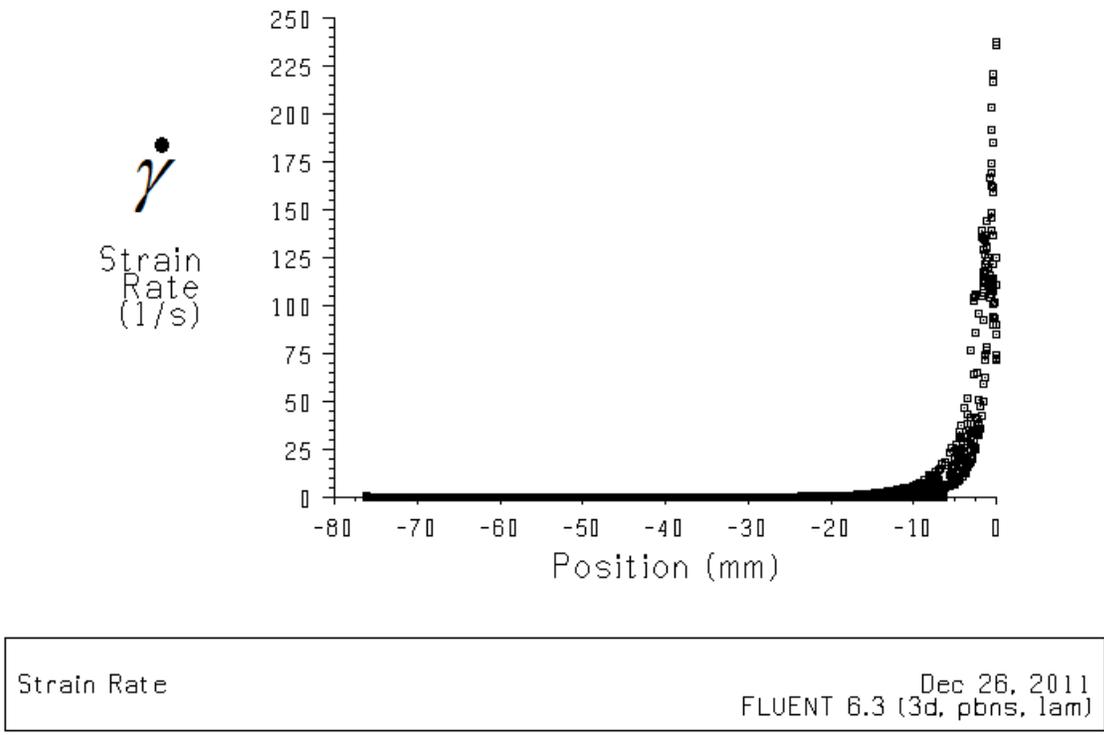
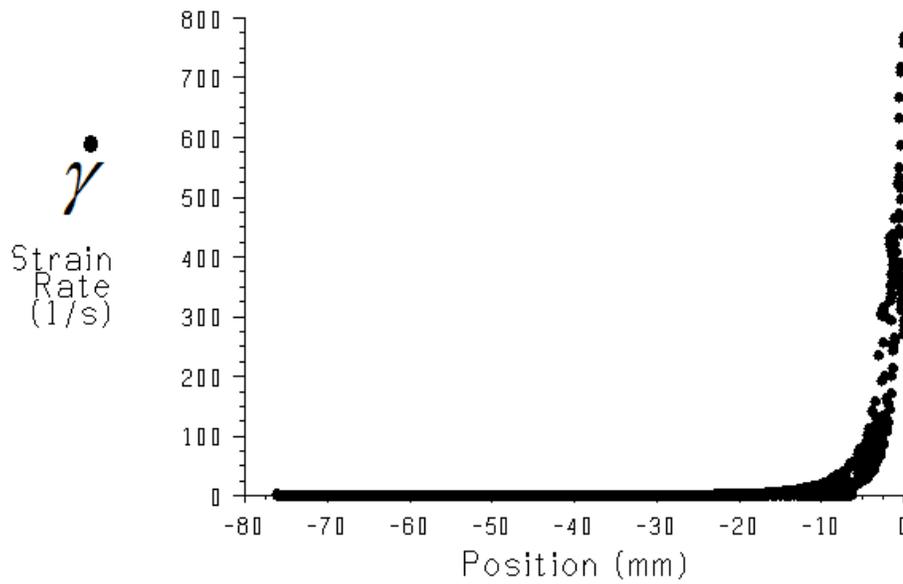
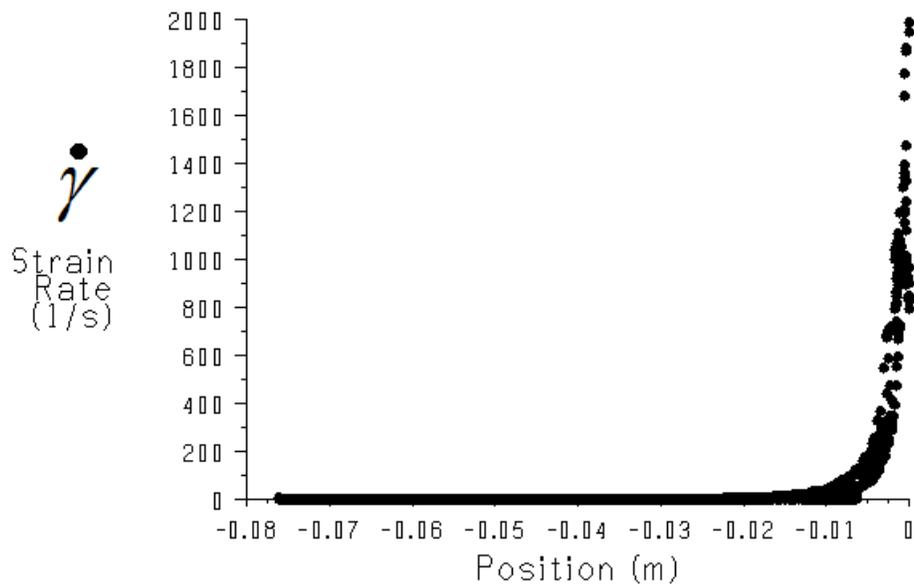


Figura 4.6 Deformación por cortante para $Re = 1.53$ ($\Delta P = 569$ Pa), contracción abrupta.



Strain Rate Dec 26, 2011
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

Figura 4.7 Deformación por cortante para $Re = 4.82$ ($\Delta P = 1,598$ Pa), contracción abrupta.



Strain Rate Dec 26, 2011
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

Figura 4.8 Deformación por cortante para $Re = 11.82$ ($\Delta P = 4,575$ Pa), contracción abrupta.

En estas gráficas se puede observar la influencia del esfuerzo cortante en el campo del flujo, antes de la contracción muy pequeña (de 0.08 a 0.01 m) pero sobre todo en la zona de la contracción (de 0.01 a 0 m). Esto se debe a que se tiene una distribución de velocidades en la dirección radial, pero también se debe a la forma de la contracción.

Se percibe que la energía con que ingresa el fluido (debida a su presión y energía cinética) se invierte en establecer el flujo, pero también en vencer el rozamiento y en mantener las zonas críticas mencionadas anteriormente.

Las observaciones anteriores sugieren que es conveniente cambiar la geometría de contracción abrupta por otra en la que el aprovechamiento de la energía sea mejor, es decir, una geometría en la que el flujo converja completamente hacia el orificio, también en forma ordenada, pero empleando la mayor parte de dicha energía para obtener una deformación extensional, sin presencia de corte o con sus efectos mínimos. Esta geometría es la que se propone en este trabajo y se describe a continuación.

4.2 Nuevo reómetro propuesto y resultados numéricos

4.2.1 Esquema del perfil semihiperbólico

El reómetro que se ha diseñado a partir de las ecuaciones (3.35), (3.36) y (3.37), consiste en una contracción simétrica en la dirección del flujo, con perfil *semihiperbólico* que tiene un diámetro del tubo de 38 mm, un diámetro de la contracción de 4.75 mm y una longitud total de 152.4 mm, lo que implica una razón de contracción-expansión de 8:1:8. La Figura 4.9 muestra el esquema de la geometría resultante.

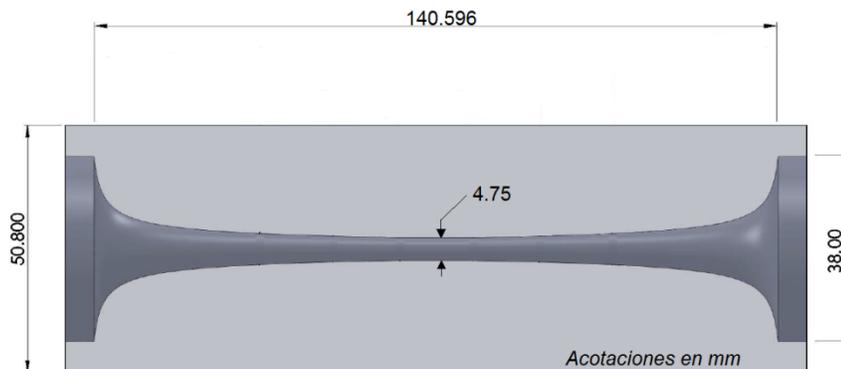


Figura 4.9. Nuevo reómetro con perfil semihiperbólico (dimensiones en mm).

4.2.2 Modelo computacional

Para los fines de la simulación, se ha construido un modelo computacional que considera, debido a la geometría en la dirección del flujo, sólo la mitad del reómetro. La siguiente figura muestra el enmallado correspondiente.

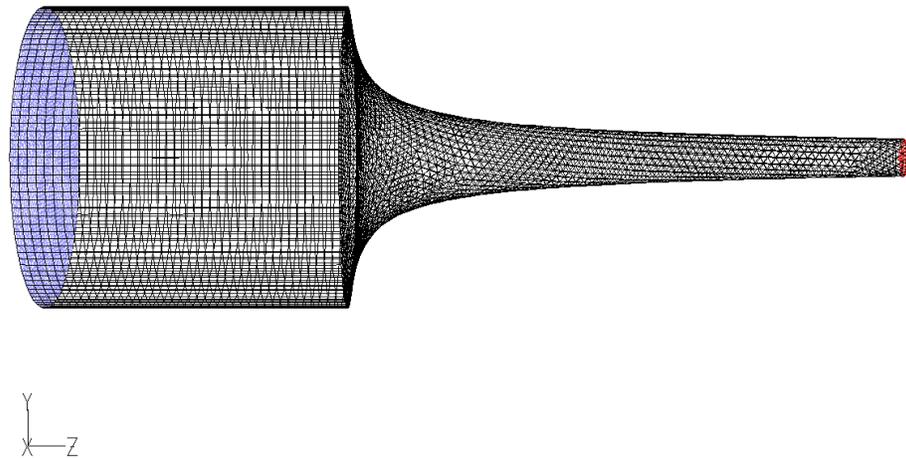


Figura 4.10 Modelo computacional del nuevo reómetro con perfil semihiperbólico.

Al igual que en el caso del modelo para la simulación de la contracción abrupta, se han realizado pruebas de sensibilidad de malla para tener la mejor relación entre tiempo y precisión. Debido a la geometría, se ha seleccionado una malla no estructurada con mayor densidad nodal en la contracción.

4.2.3 Consideraciones y condiciones de frontera

Tomando como base la Figura 4.10 se tienen 4 zonas y en ellas se tiene la siguiente densidad de nodos:

- Circunferencia de entrada: 1.194 nodos/mm².
- Cilindro envolvente: 1.031 nodos/mm².

- Contracción semihiperbólica: 1.33 nodos/mm².
- Circunferencia de salida: 1.92 nodos/mm².
- Volumen del fluido: 0.93 nodos/mm³.

Es importante observar que tanto en la contracción semihiperbólica como en el volumen de fluido, la densidad de la malla no es constante, se va haciendo más densa conforme se acerca a la contracción.

El modelo computacional tiene tres zonas importantes establecidas como fronteras: la entrada, la salida y las paredes que rodean al fluido. A continuación se describen las consideraciones y condiciones de frontera utilizados en la simulación numérica:

1. Flujo permanente o estacionario, lo que implica que ninguna de las propiedades varía con el tiempo.
2. Flujo incompresible, lo cual implica que la densidad permanece aproximadamente constante, el flujo de calor se puede despreciar y la entalpía es aproximadamente constante.
3. El flujo es laminar.
4. Para el caso del fluido newtoniano, se considera por consecuencia que la viscosidad dinámica (cortante) se mantiene constante.
5. Para el caso del fluido no newtoniano, se considera que es un fluido *pseudoplástico* que se adelgaza por cortante (*shear-thinning*) y que obedece a la *Ley de Potencias*.
6. Flujo completamente desarrollado, para lo cual se ha establecido una longitud de entrada de un diámetro desde la entrada hasta la garganta de la contracción.
7. Flujo irrotacional, lo cual implica que las partículas de fluido no rotan, sólo se desplazan. Esto implica también que la velocidad en la dirección angular es nula y no existe vorticidad.
8. La pared rodea completamente al fluido y a lo largo de toda ella se ha establecido la condición de deslizamiento completo entre fluido y pared.

9. Se ha considerado que la velocidad de deformación extensional $\dot{\epsilon}$ es constante en toda la contracción semihiperbólica. Los detalles de la justificación ya se han discutido en el capítulo anterior.
10. Debido a las dimensiones del medidor, se considera que los gradientes de la presión en las direcciones angular y radial son despreciables. Esto permite que a la entrada, que corresponde al diámetro de la tubería a la distancia de 1 diámetro antes del orificio, se pueda establecer una presión uniforme en toda la sección transversal.
11. En la salida, que corresponde al diámetro de la contracción, se ha considerado también una presión uniforme en toda la sección transversal, como consecuencia de la consideración anterior.

4.2.4 Características de los fluidos de trabajo

Las simulaciones numéricas con el perfil semihiperbólico se desarrollaron con 2 fluidos uno newtoniano y otro no newtoniano considerado como pseudoplastico. Sus características son las siguientes:

Fluido	Tipo	Densidad ρ (kg/m ³)	Indice de consistencia k (Pa·s ⁿ)	Indice de potencia n
PEG 60% + agua 40% Solución acuosa con Polietilén glicol al 60%	newtoniano	1113.586	10.1	1
PEG59% + CMC1% + AGUA40% Solución con 59% de Polietilén glicol Carboximetilcelulosa (CMC) 1% Agua 40%	no newtoniano	1071.93	3.74	0.888

Tabla 4.4 Fluidos utilizados en el nuevo reómetro y sus propiedades. Porcentaje en peso.

Estos fluidos fueron caracterizados en el laboratorio de Metrología del CCADET de la UNAM haciendo uso de un reómetro Anton Paar MCR 301 con geometría de placas paralelas. Los reogramas correspondientes se muestran en las siguientes figuras:

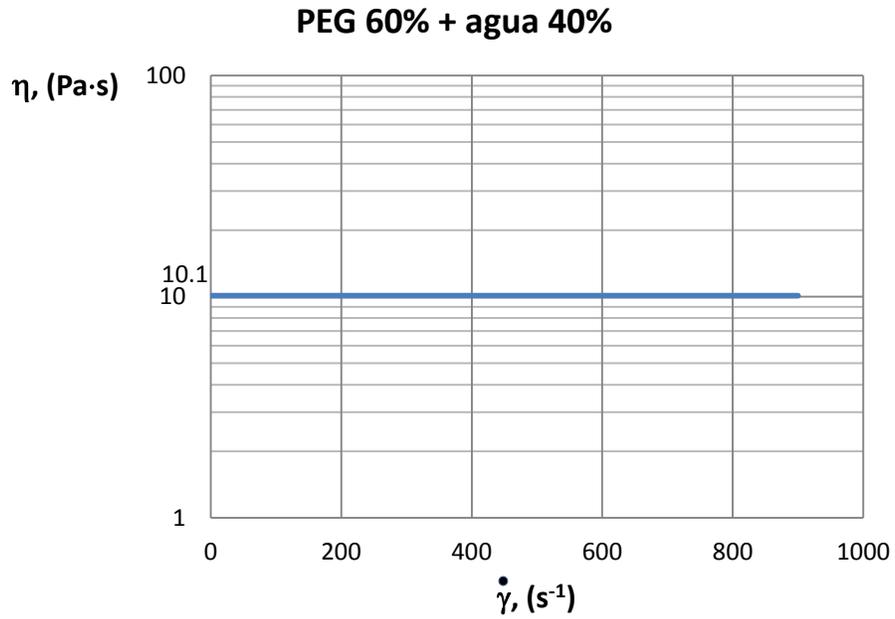


Figura 4.11 Reograma del fluido **newtoniano** empleado en el nuevo reómetro con perfil semihiperbólico.

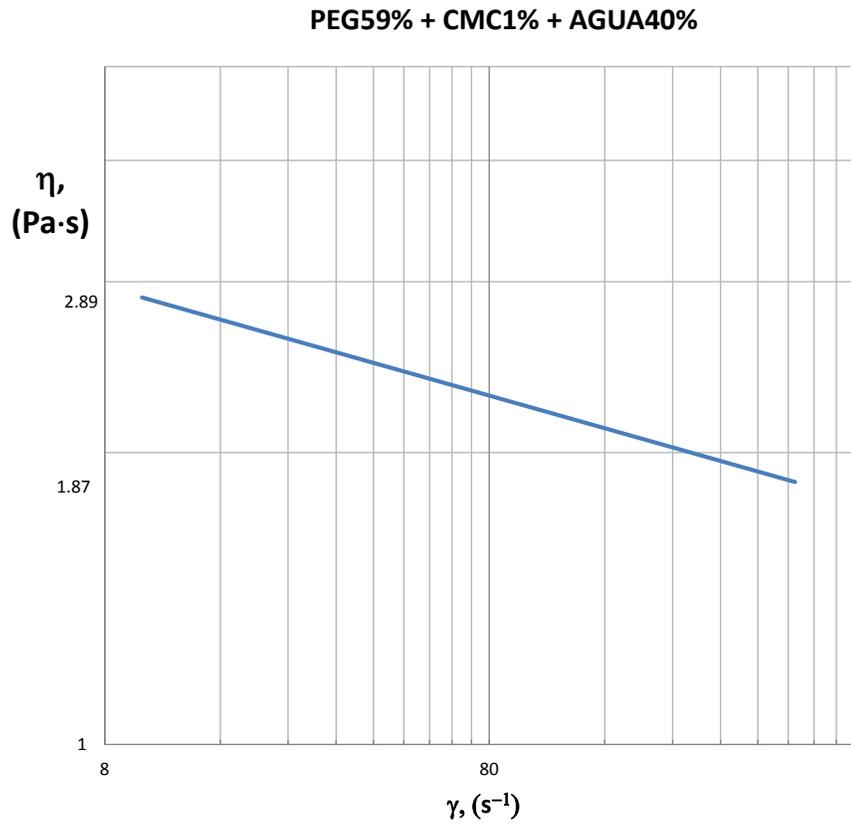


Figura 4.12 Reograma del fluido no newtoniano empleado en el nuevo reómetro con perfil semihiperbólico.

4.2.5 Resultados de la simulación con el nuevo reómetro

Se han realizado simulaciones para diferentes caídas de la presión entre la entrada y la garganta de la contracción, tanto para el fluido newtoniano, como para el no newtoniano. Los resultados obtenidos de la simulación numérica se muestran en las Tablas 4.5 y 4.6.

CASO	P ₁ (Pa)	P ₂ (Pa)	ΔP (Pa)	m (kg/s)	V _{med} (m/s)	Re	ε = dv _z /dz (s ⁻¹)	η _E = ΔP / ε ε _h (Pa·s)
1	499.3598	255.4542	243.9056	0.002742103	0.138958	0.072774	1.7	34.49817503
2	739.2138	292.0535	447.1602	0.005027168	0.254755	0.133419	3.14	34.24181916
3	989.99	380.226	609.764	0.006855226	0.347393	0.181935	4.27	34.33659107
4	1282.176	496.2583	785.918	0.008835638	0.447752	0.234495	5.52	34.2343001
5	1636.241	683.2025	953.0385	0.010714497	0.542964	0.284359	6.65	34.45974765
6	1769.693	676.6346	1093.058	0.012288626	0.622734	0.326136	7.55	34.81125633
7	1990.972	830.1618	1160.81	0.01305034	0.661334	0.346351	8.24	33.8732755
8	2364.405	1004.858	1359.548	0.015284643	0.774559	0.405649	9.53	34.30242929
9	2851.638	1334.003	1517.635	0.017061908	0.864623	0.452817	10.6	34.42585181
10	3082.641	1393.369	1689.272	0.018991532	0.962408	0.504029	11.8	34.42237866
11	3466.129	1650.387	1815.742	0.020413358	1.03446	0.541763	12.8	34.1088727

Tabla 4.5 Resultados numéricos del nuevo reómetro. Fluido **newtoniano** (PEG60%+AGUA40%)

CASO	P ₁ (Pa)	P ₂ (Pa)	ΔP (Pa)	ṁ (kg/s)	V _{med} (m/s)	ε = dv _z /dz (s ⁻¹)	η _E = ΔP / ε ε _h (Pa·s)
1	217.8509	16.6194	201.2	0.00263952	0.138957	1.72	28.13137203
2	274.2653	17.76061	256.5	0.003910404	0.205863	2.4	25.69847085
3	302.5171	12.74042	289.7	0.004790247	0.252182	3.05	22.84477585
4	352.7559	10.93746	341.8	0.006061121	0.319087	4.02	20.44526306
5	405.3431	16.75134	388.6	0.00742976	0.391139	5.03	18.57585767
6	475.354	16.72548	458.6	0.009287205	0.488924	6.27	17.58801249
7	612.4056	64.70142	547.7	0.011584572	0.609869	7.52	17.51263384
8	706.3721	90.27107	616.1	0.013539754	0.712799	9.04	16.38727828
9	754.8094	99.15232	655.6	0.01485952	0.782278	9.88	15.95670007
10	914.3745	164.33	750	0.017156897	0.903224	11.53	15.64159416
11	1047.388	239.185	808.2	0.018916557	0.995861	11.96	16.24846398
12	1132.28	277.8672	854.4	0.020089669	1.057619	13.39	15.34300253

Tabla 4.6 Resultados numéricos del nuevo reómetro. Fluido **no newtoniano** (PEG59%+CMC1%+AGUA 40%)

La velocidad media fue obtenida con la ecuación de continuidad (4.3):

$$V_{med} = \frac{\dot{m}}{\rho \pi R_e^2}$$

Para el cálculo de la velocidad de deformación extensional, se hizo uso directo de la definición, ecuación (3.11):

$$\dot{\varepsilon} = \frac{dv_z}{dz}$$

Esta velocidad de deformación extensional se ha obtenido para cada caso de caída de presión y tipo de fluido considerando el valor medio de la gráfica (dv_z/dz) vs (*posición*), que es una de las gráficas que proporciona el *software* de simulación. La gráfica siguiente muestra los resultados para el caso de caída de presión $\Delta P = 243.9$ kPa y en ella se aprecia un valor aproximadamente constante a lo largo de la contracción.

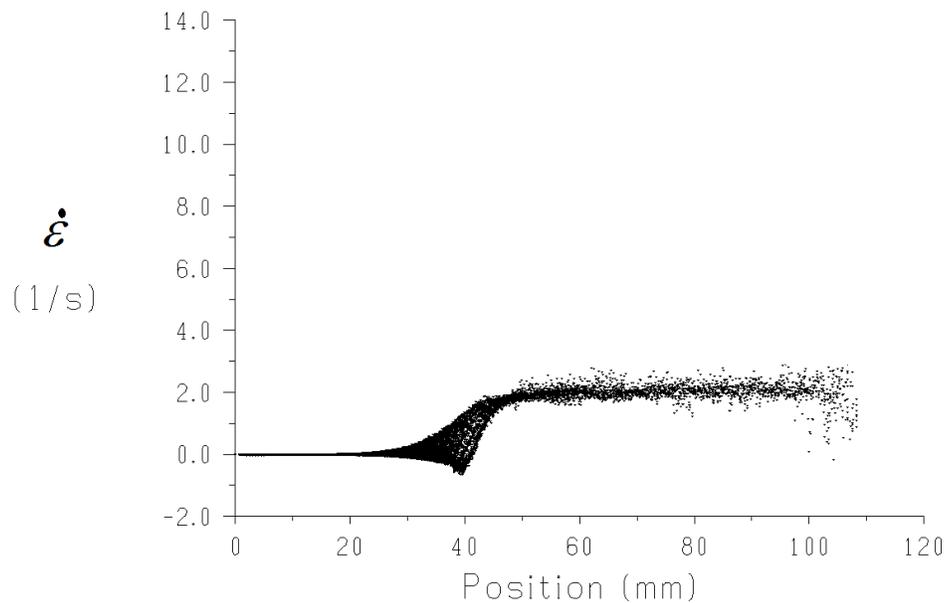


Figura 4.13 Velocidad de deformación extensional, $\Delta P=243.7$ Pa, semihiperbólico, fluido newtoniano.

La deformación de Hencky (ε_h) es la misma para todos los casos y se obtiene con la ecuación (3.48):

$$\varepsilon_h = \ln\left(\frac{A_0}{A_e}\right) = \ln\left(\frac{R_0^2}{R_e^2}\right) = \ln\left(\frac{19.05^2}{2.375^2}\right) = 4.158$$

Y finalmente la viscosidad extensional para cada caso se obtiene con la expresión (3.50):

$$\eta_E = -\frac{\Delta P}{\dot{\epsilon}\mathcal{E}_h}$$

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la viscosidad extensional η_E con la velocidad de deformación extensional $\dot{\epsilon}$ para ambos fluidos (newtoniano y no newtoniano) en el caso de la simulación numérica.

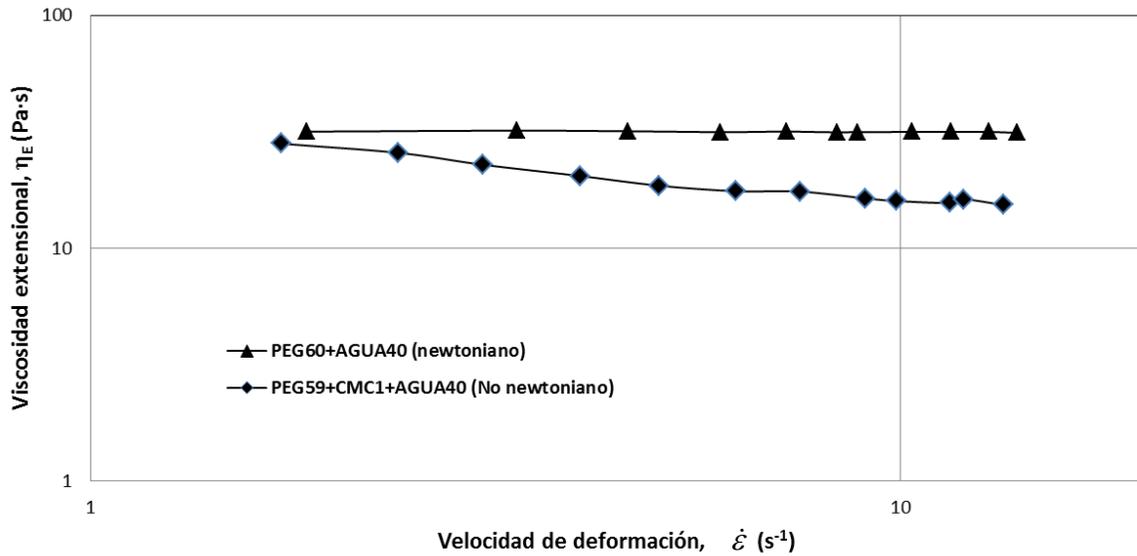
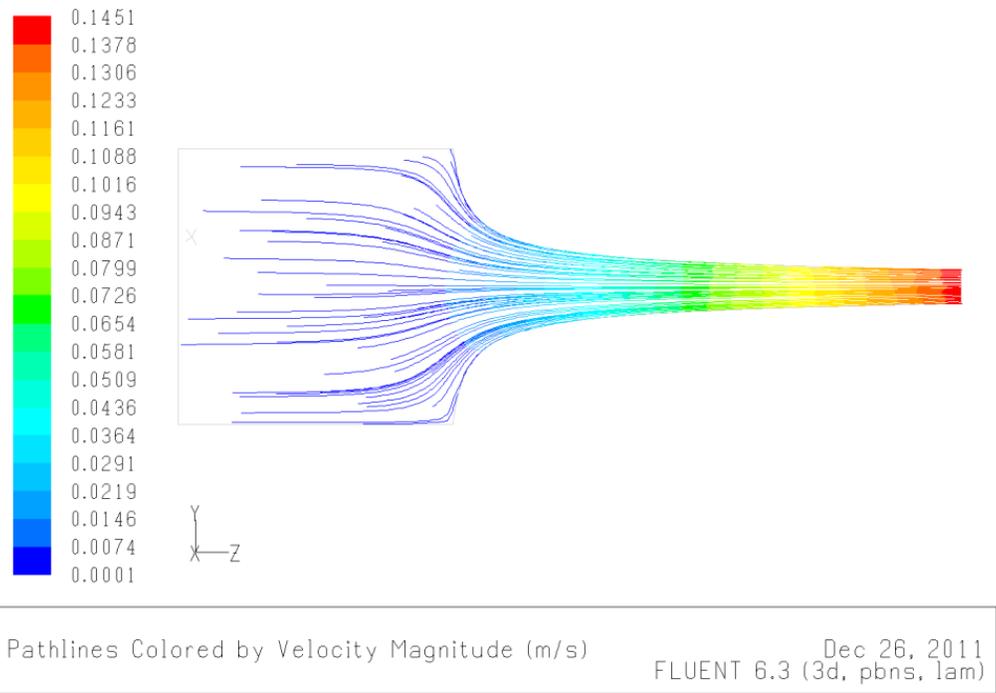


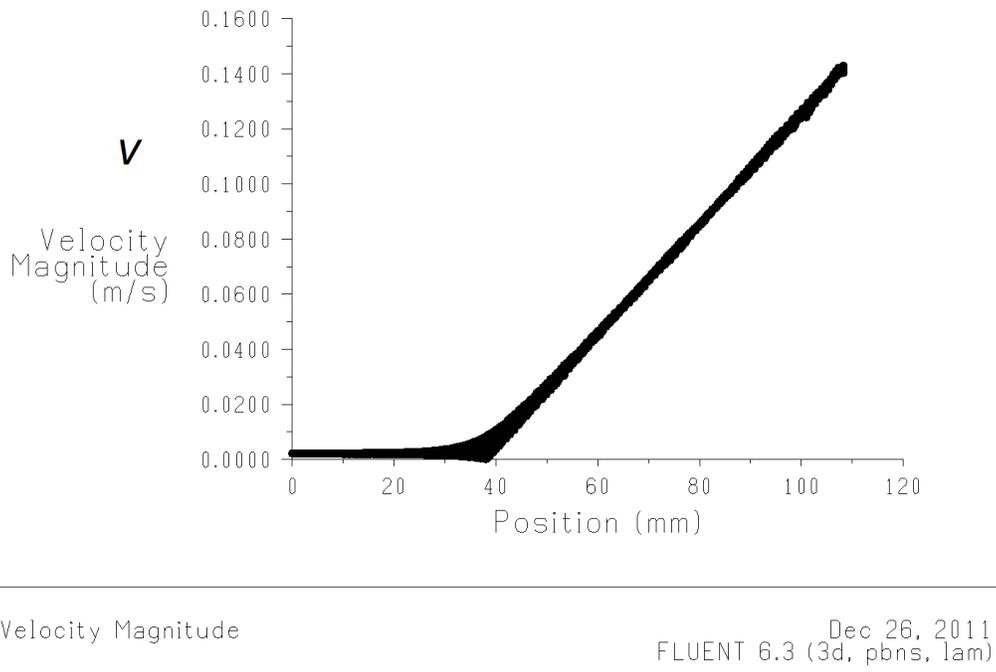
Figura 4.14. Gráfica de resultados numéricos, nuevo reómetro.

De esta gráfica se observa un valor constante de la viscosidad extensional en el caso del fluido newtoniano (PEG60+AGUA40), de aproximadamente 34 Pa·s. Mientras que para el caso del fluido no newtoniano (PEG59+CMC1+AGUA40) tiene un decremento de forma aproximadamente lineal de 28.13 Pa·s hasta 15.34 Pa·s en una rango de la velocidad de deformación de 1.72 s⁻¹ a 13.39 s⁻¹.

Para observar el comportamiento del flujo a lo largo de la contracción semihierbólica, se muestran las líneas de trayectoria con las velocidades en el campo de flujo y la velocidad a lo largo del flujo. A continuación se presentan las variables mencionadas, tanto para el fluido newtoniano como para el no newtoniano.

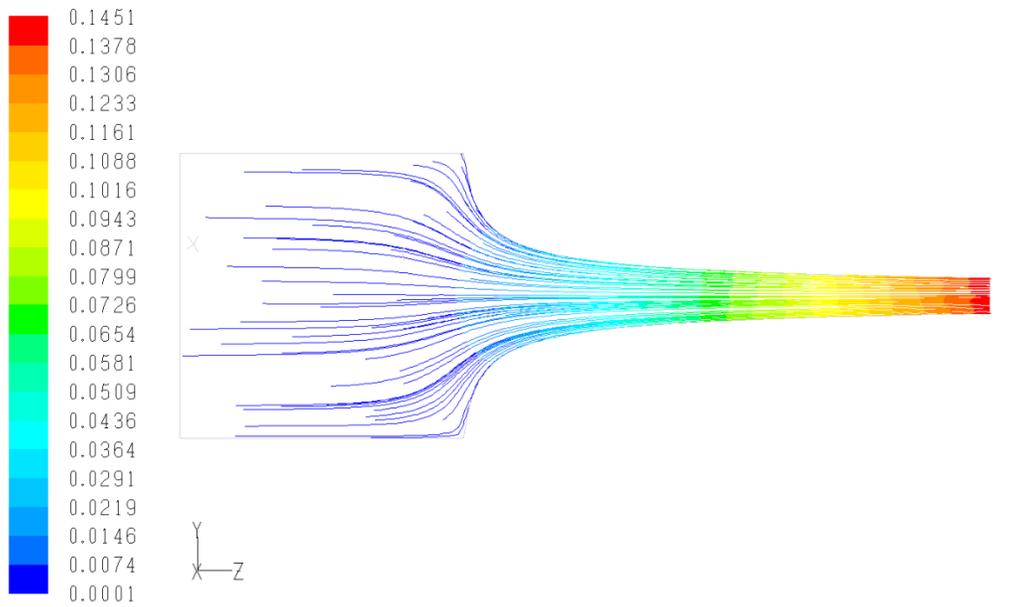


a) Líneas de trayectoria y velocidad en el campo de flujo, (m/s)



b) Velocidad en la dirección del flujo, m/s

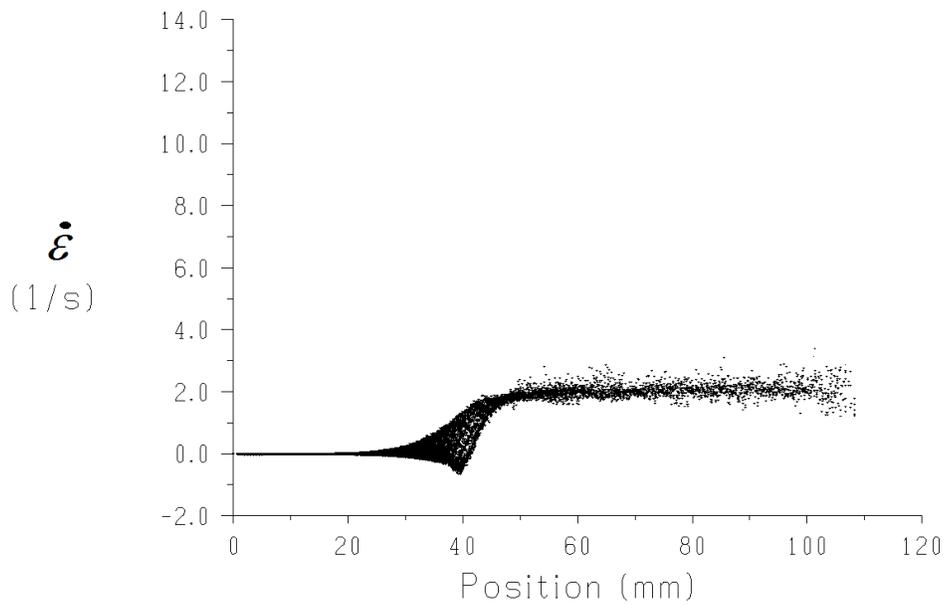
Figura 4.15. Líneas de trayectoria y velocidad ($\Delta P = 243.9$ Pa). Fluido **newtoniano** (PEG60+AGUA40)



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s)

Dec 26, 2011
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

a) Líneas de trayectoria y velocidad en el campo de flujo, (m/s)



$\frac{dZ}{dz}$ -Velocity/dz

Dec 26, 2011
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Velocidad de deformación extensional, (s^{-1})

4.3 Descripción del modelo experimental y resultados obtenidos

Para la validación de los resultados numéricos obtenidos se fabricó el correspondiente modelo experimental. La Figura 4.17 muestra el reómetro con perfil semihiperbólico fabricado por medio de control numérico (CNC) en los talleres del Centro de Ciencias Aplicadas y Desarrollo tecnológico (CCADET) de la UNAM. El material empleado es una mezcla de plástico ABS y policarbonato.

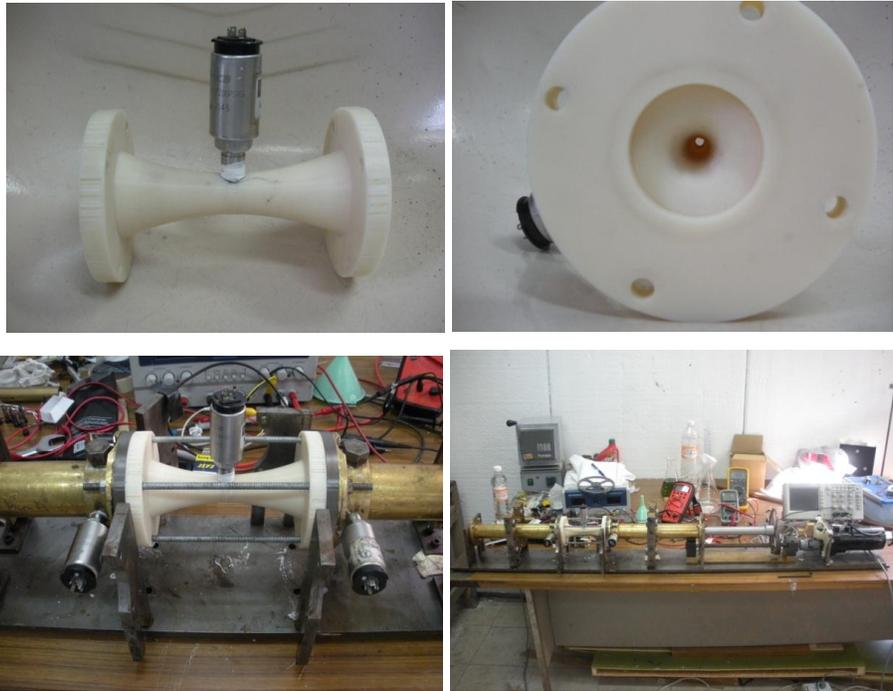
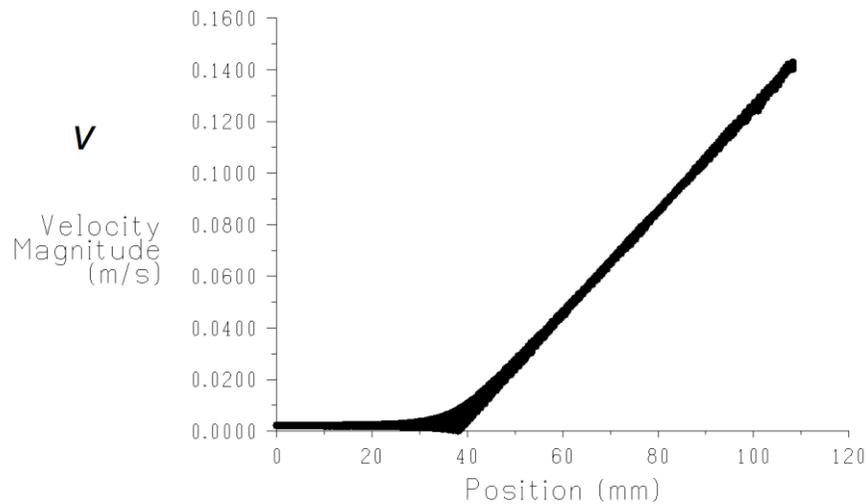


Figura 4.17. Perfil semihiperbólico experimental montado en sistema hidráulico-eléctrico.

El reómetro fue montado en un sistema de accionamiento de flujo que fue diseñado y construido también en el CCADET de la UNAM para la prueba de otros medidores de propiedades reológicas (Naranjo, 2010).

A continuación se describe el funcionamiento. El medidor de contracción semihiperbólica se acopla con bridas a un cilindro por cada lado, mismos que tienen una capacidad de 0.34 litros con las siguientes dimensiones: 38.1 mm de diámetro interior y 300 mm de longitud. Cerca de las bridas se tienen dos barrenos, uno para el alojamiento de un sensor de presión y el otro para el llenado del cilindro con el fluido de trabajo.



Velocity Magnitude Dec 26, 2011
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

c) Velocidad en la dirección del flujo, m/s.

Figura 4.16. Líneas de trayectoria y velocidad ($\Delta P = 201.2$ Pa). Fluido **no newtoniano** (PEG59+CMC1+AGUA40)

Es importante observar que con estas imágenes se comprueban las suposiciones que se establecieron en el capítulo 3 con respecto al comportamiento de la velocidad; recordemos que el gradiente de velocidad en el campo de flujo es esencialmente constante en la dirección axial teniendo como consecuencia que la velocidad de deformación extensional sea también constante. Asimismo, analizando las líneas de corriente para cada caída de presión se observa que el flujo no se estanca en ninguna zona, de modo que toda la energía se emplea para hacer converger el flujo a través de la contracción, estableciendo con esto un flujo prácticamente extensional puro o con componentes cortantes muy pequeñas.

En el Apéndice A se muestran los campos de flujo, velocidad de deformación extensional y líneas de corriente de todos los casos simulados numéricamente, tanto para el **fluido newtoniano**, como para el **fluido no newtoniano**, para los diversos casos de caída de presión.

En el interior de cada cilindro se desliza un pistón de acero inoxidable y tienen un par de alojamientos para sellos hidráulicos en el extremo de los mismos. El diámetro exterior de los pistones en la zona de los alojamientos es de 37 mm asegurando que no exista contacto entre el pistón y el cilindro. La longitud total de los cilindros es de 230 mm y 270 mm. Al ser uno de ellos más largo que el otro se asegura la sincronía entre los mismos y por lo tanto no existe la posibilidad de que alguno salga del cilindro cuando el instrumento se encuentre en funcionamiento. La carrera total de los pistones garantiza un flujo completamente desarrollado aguas arriba dentro del instrumento.

Los pistones son guiados axialmente por una estructura que desliza sobre rodamientos lineales. Esta estructura consiste en un disco concéntricamente acoplado en cada pistón, unidos con cuatro barras rectificadas igualmente espaciadas. Los discos son de acero comercial con un diámetro de 150 mm y espesor de $\frac{1}{4}$ de pulgada. Las barras son de acero inoxidable y tienen 1.015 m de longitud. La conexión entre discos asegura la sincronización del movimiento de los pistones durante toda su carrera. La distancia entre los rodamientos lineales y por tanto su número fueron calculados para que la flexión de las barras debido a su propio peso, el peso de la estructura y los pistones sea la mínima posible para evitar atascamiento o influencia en el movimiento de los pistones. La estructura está conectada a una tuerca ACME, acoplada a un tornillo de potencia ACME, mediante un elemento de unión de diseño especial. El diámetro del tornillo es de 16 mm y 300 mm de longitud entre rodamientos y posee un paso de 4 mm. Para evitar la fricción y suavizar el movimiento de la tuerca y el tornillo se utiliza lubricante sintético (ATF), bajando la constante de fricción aproximadamente a un valor de 0.01.

Finalmente el tornillo ACME esta acoplado a un motorreductor de corriente directa de $\frac{1}{4}$ hp de potencia y una relación de reducción de 5:1. El acoplamiento utilizado entre el tornillo y el motorreductor es flexible asegurando la alineación entre la flecha del motor y el tornillo ACME obteniendo un movimiento suave del instrumento. Cabe mencionar que el movimiento suave de los pistones garantiza una mejor lectura de las mediciones que son básicamente la caída de presión y el flujo volumétrico. Las Figuras 4.18 y 4.19 muestran el ensamble final del reómetro semihiperbólico tal y como fue utilizado para los experimentos con el fluido newtoniano y no newtoniano.

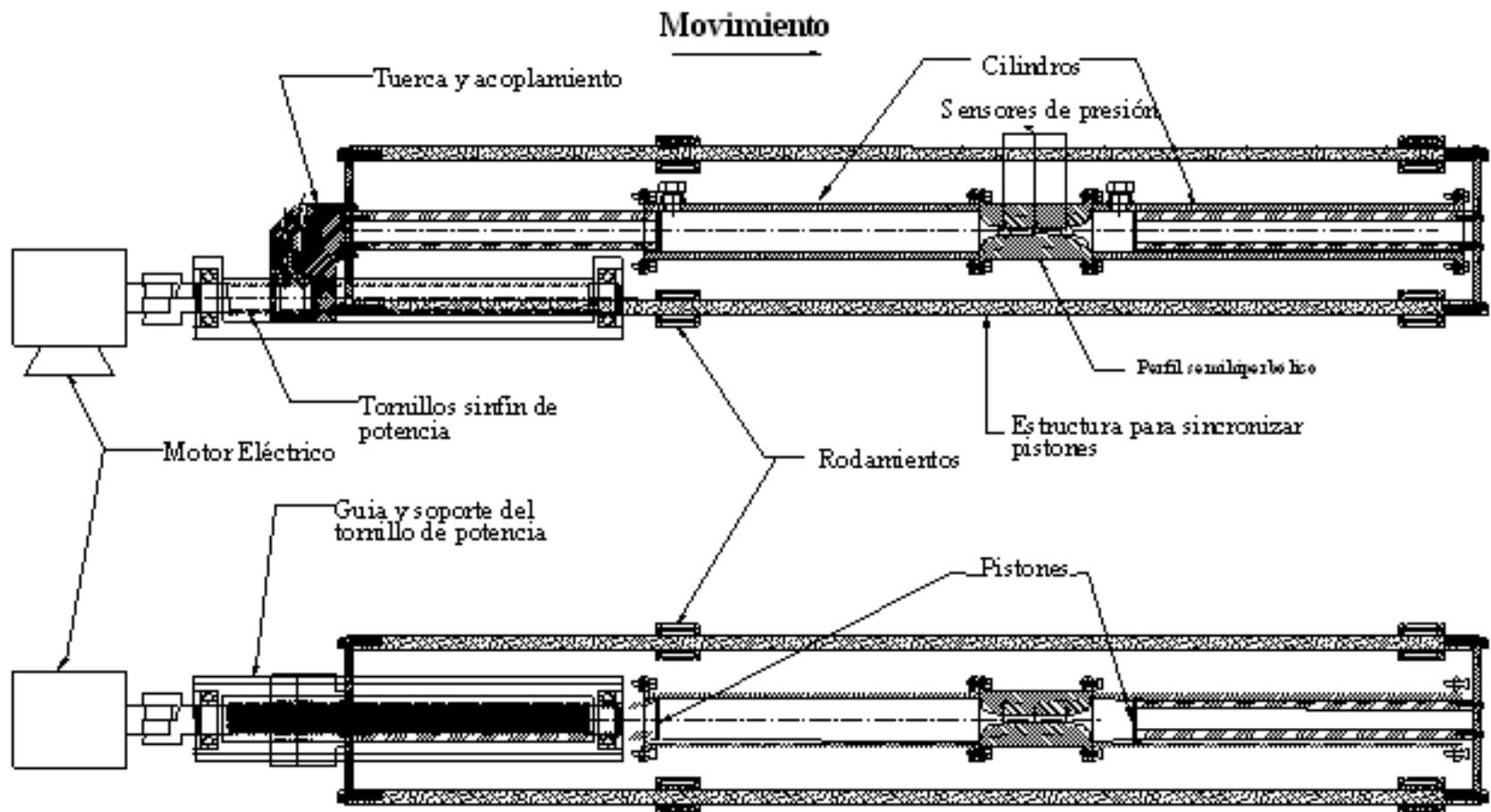


Figura 4.18. Esquema del montaje del nuevo reómetro experimental.

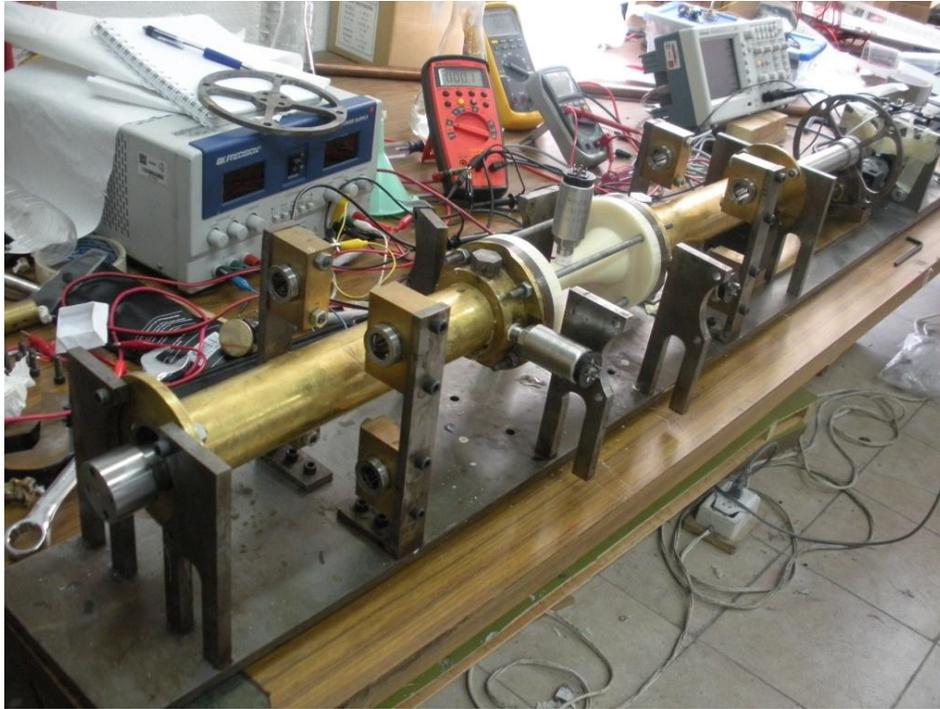


Figura 4.19. Montaje final del nuevo reómetro experimental.

Para la adquisición de datos, se utilizó un sensor de presión en cada cilindro cerca de la brida de acoplamiento a la contracción, y un tercer sensor de presión localizado en el centro de la contracción. Los sensores de presión tiene un rango de medición de 0-200 lb/plg² (psi) con una resolución de 0.25% y una señal de salida eléctrica de 0-5 V y fueron alimentados con una señal eléctrica de 12-35V. Las lecturas de los sensores fueron tomadas según la dirección del flujo y se obtuvo la diferencia de voltaje para encontrar la presión de entrada.

Por último, un codificador de velocidad fue acoplado a la flecha secundaria del motor con el fin de controlar la velocidad rotacional del mismo. Con la velocidad del motor y el paso del tornillo ACME se obtuvo la velocidad lineal de los pistones y por tanto el flujo volumétrico a través de la contracción. El sistema de adquisición de datos permitió recopilar los voltajes de los sensores de presión (que era la presión en una sección dada) y la velocidad del motor (que era el flujo volumétrico). Estos datos fueron procesados con el fin de obtener la velocidad de deformación extensional ($\dot{\epsilon}$) y la viscosidad extensional (η_E). Los detalles de la conversión del voltaje medido a presión y de la velocidad del

motor a flujo volumétrico, así como las especificaciones de los sensores utilizados se proporcionan en el Apéndice B.

Una vez montado e instrumentado el sistema, se desarrollaron las pruebas con los 2 fluidos ya descritos. Una vez que se tiene la presión de entrada al reómetro (P_1), la de la garganta (P_2), y el flujo volumétrico (Q), se calculó la velocidad de deformación extensional con la siguiente expresión válida para una contracción semihiperbólica (Feigl et al, 2003).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{Q}{\pi R_0^2 L} (e^{\varepsilon_h} - 1) \quad (4.4)$$

Conforme a la expresión (3.48), la deformación de Hencky (ε_h) se obtiene como sigue:

$$\varepsilon_h = \ln\left(\frac{A_0}{A_e}\right) = \ln\left(\frac{R_0^2}{R_e^2}\right) = \ln\left(\frac{19.05^2}{2.375^2}\right) = 4.158$$

Y finalmente la viscosidad extensional se obtiene con la expresión (3.50):

$$\eta_E = -\frac{\Delta P}{\dot{\varepsilon} \varepsilon_h}$$

Los resultados experimentales y los cálculos correspondientes de viscosidad extensional para cada fluido de trabajo se muestran en las tablas 4.7 y 4.8.

CASO	Q (m ³ /s)	P ₁ (Pa)	P ₂ (Pa)	ΔP (Pa)	$\dot{\varepsilon}$ (1/s)	η _E (Pa·s)
1	2.46E-06	499.3598	255.4542	243.9055901	1.93544	30.3
2	4.51E-06	739.2138	292.0535	447.1602484	3.548306	30.3
3	6.16E-06	989.99	380.226	609.7639752	4.8386	30.3
4	7.93E-06	1282.176	496.2583	785.9180124	6.236417	30.3
5	9.62E-06	1636.241	683.2025	953.0385093	7.562552	30.3
6	1.1E-05	1769.693	676.6346	1093.058385	8.673638	30.3
7	1.17E-05	1990.972	830.1618	1160.809938	9.21126	30.3
8	1.37E-05	2364.405	1004.858	1359.547826	10.78829	30.3
9	1.53E-05	2851.638	1334.003	1517.634783	12.04274	30.3
10	1.71E-05	3082.641	1393.369	1689.27205	13.40471	30.3
11	1.83E-05	3466.129	1650.387	1815.741615	14.40827	30.3

Tabla 4.7 Resultados experimentales del nuevo reómetro. Fluido **newtoniano** (PEG60%+AGUA40%)

CASO	Q (m ³ /s)	P ₁ (Pa)	P ₂ (Pa)	ΔP (Pa)	$\dot{\epsilon}$ (1/s)	η_E (Pa·s)
1	2.46E-06	217.8509	16.6194	201.2315501	1.93544	24.9986725
2	3.65E-06	274.2653	17.76061	256.5046456	2.867318	21.50898331
3	4.47E-06	302.5171	12.74042	289.7766931	3.512465	19.83590459
4	5.65E-06	352.7559	10.93746	341.8184239	4.444343	18.49219296
5	6.93E-06	405.3431	16.75134	388.5917456	5.447905	17.15001948
6	8.66E-06	475.354	16.72548	458.6284773	6.809881	16.1928037
7	1.08E-05	612.4056	64.70142	547.7041345	8.494431	15.50287722
8	1.26E-05	706.3721	90.27107	616.1010806	9.92809	14.92061883
9	1.39E-05	754.8094	99.15232	655.6570539	10.89581	14.46830944
10	1.6E-05	914.3745	164.33	750.044502	12.58036	14.33489611
11	1.76E-05	1047.388	239.185	808.2025252	13.87065	14.0095399
12	1.87E-05	1132.28	277.8672	854.4126013	14.73085	13.94570446

Tabla 4.8 Resultados experimentales del nuevo reómetro. Fluido **no newtoniano**
(PEG59%+CMC1%+AGUA 40%)

La siguiente gráfica muestra el comportamiento de la viscosidad extensional en función de la velocidad de deformación extensional para ambos fluidos en la experimentación.

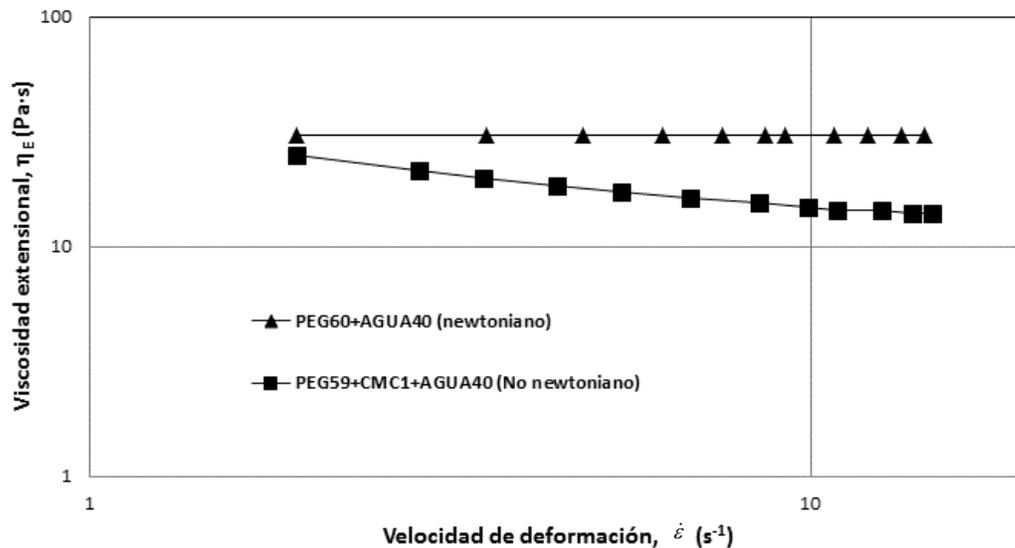


Figura 4.20. Gráfica de resultados experimentales, nuevo reómetro.

4.4 Validación de los resultados numéricos

Con base en los resultados numéricos y experimentales mostrados anteriormente para los fluidos newtoniano y no newtoniano, se han construido gráficas de comparación, mismas que se muestran en las figuras 4.21 y 4.22.

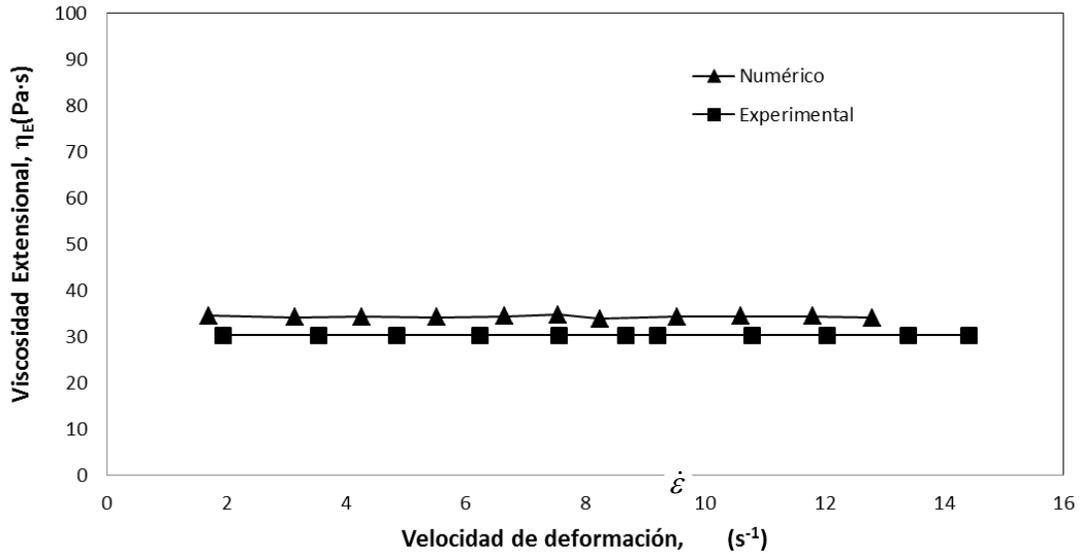


Figura 4.21. Comparación de la viscosidad extensional. Fluido **newtoniano** (PEG60+ AGUA40)

Se puede observar para el caso del fluido newtoniano una buena concordancia en la tendencia de los resultados experimentales y numéricos, dado que en ambos se comprueba la ley de Truton, es decir, que la viscosidad extensional es aproximadamente el triple de la viscosidad de corte. Sin embargo, se aprecia una pequeña diferencia en el valor promedio (30.3 en el caso experimental y 31.6 en el caso numérico) que representa apenas el 4.11%. Esta diferencia en el caso numérico se debe esencialmente a la suposición de deslizamiento completo del fluido en las paredes del reómetro, lo cual tiene como consecuencia que la deformación extensional para cada caso sea un poco menor a la real y que la viscosidad extensional un poco mayor. En el caso experimental, la mayor fuente de diferencia es el error en la toma de datos, ya que no se tuvo un sistema completamente automático para las mediciones, sino que se hicieron mediante observación directa y toma directa.

La siguiente gráfica muestra la comparación de los resultados numéricos y experimentales para el fluido no newtoniano.

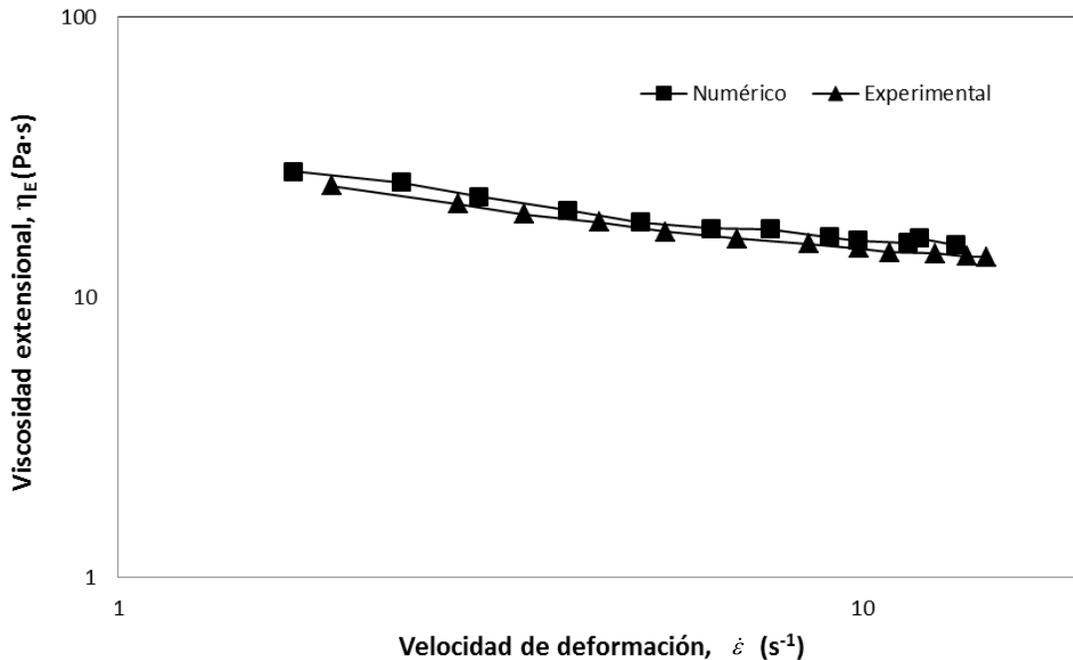


Figura 4.22. Comparación de la viscosidad extensional. Fluido **no newtoniano** (PEG59+CMC1+AGUA40)

Para el fluido no newtoniano, se observa en el caso experimental una disminución rápida de la viscosidad extensional entre las velocidades de deformación extensional de 2.5 y 9 s⁻¹; para luego permanecer aproximadamente constante desde 8 hasta 16. El mismo comportamiento exhibe la curva con los resultados numéricos, aunque de nuevo los valores de la velocidad de deformación extensional llegan hasta 13 s⁻¹ y no hasta 16 s⁻¹ como en el caso experimental. Como ya se menciona, esta diferencia se debe a la suposición para el caso numérico de deslizamiento completo del fluido en las paredes del reómetro.

Con estos resultados se puede apreciar la ventaja de poder simular numéricamente varias situaciones de flujo extensional, sin la necesidad de las correspondientes construcciones de cada caso y experimentaciones respectivas. Aunque se debe reconocer, como siempre, que un resultado numérico debe ser validado por un experimento, tal y como se ha realizado en este trabajo.

CONCLUSIONES

En esta investigación se ha empleado la simulación numérica para el análisis y obtención de propiedades reológicas de fluidos que se someten a través de una contracción abrupta y perfilada. Inicialmente, se ha simulado numéricamente el flujo en un reómetro de orificio con una contracción abrupta y topes físicos, mismo que fue previamente probado experimentalmente para obtener propiedades reológicas de algunos fluidos newtonianos. Se han comparado los resultados numéricos con los experimentales mediante una curva de calibración en término de los número adimensionales Re vs Eu , encontrando muy buena concordancia entre ambos, incluso se ha podido extrapolar con los resultados numéricos el comportamiento turbulento del flujo, obteniéndose también resultados razonables de acuerdo con la teoría, esto es, flujo dominado por las fuerzas viscosas a bajos números de Reynolds y dominado por las fuerzas inerciales a altos números de Reynolds. Adicionalmente, con la simulación numérica de la contracción abrupta se han encontrado patrones de flujo que permitieron observar el aprovechamiento ineficiente de la energía de entrada del flujo, debido a zonas de recirculación y estancamiento ubicadas en ciertas zonas críticas del medidor con contracción abrupta (tales como las esquinas, zonas estrechas, etc) y que ocasiona una demanda adicional de presión para establecer y mantener el flujo. Este efecto ocasiona además que las mediciones de propiedades extensionales sólo se puedan considerar como *aparentes*.

Tomando como base los resultados anteriores y la teoría desarrollada para flujo extensional puro a través de una contracción perfilada, se ha propuesto un reómetro con una contracción de perfil semihiperbólico que permite establecer un flujo extensional puro, en el que el valor de la viscosidad extensional real se obtiene a partir de la caída de presión entre la entrada y la contracción, la velocidad de deformación extensional y la deformación de Hencky, que es un parámetro geométrico del medidor, despreciándose las contribuciones entálpicas por considerarse un flujo sin cambio de temperatura. Se ha construido un modelo computacional para la simulación numérica del nuevo reómetro y se han obtenido los resultados correspondientes para distintos casos de caída de presión, tanto para un fluido newtoniano como para uno no newtoniano considerado como pseudoplástico, todo en condiciones de temperatura constante.

Posteriormente, el reómetro con perfil semihiperbólico se ha fabricado y se han experimentado los mismos fluidos empleados para la simulación numérica y las mismas caídas de presión. El equipo empleado para el montaje de este reómetro semihiperbólico ha sido previamente diseñado y construido por Naranjo (2010) como parte de su tesis doctoral. Una comparación detallada de los resultados numéricos y experimentales muestra una buena concordancia entre ambos, enfatizando con esto las ventajas de utilizar la simulación numérica como herramienta de apoyo para la obtención de propiedades reológicas de los fluidos, sin la necesidad de fabricar y experimentar todos los casos.

Entonces, en virtud de que el perfil semihiperbólico proporciona un flujo extensional puro, la viscosidad obtenida es una viscosidad extensional real. Para los fluidos no newtonianos trabajados, tanto la simulación como la experimentación abarcaron velocidades de deformación extensional por debajo de los 20 s^{-1} que pueden ser consideradas como pequeñas. Las viscosidades extensionales correspondientes están en el orden de los 10 a 30 Pa·s. A mayor velocidad de deformación, menor viscosidad, siendo este comportamiento similar al de un fluido que se adelgaza por corte (*shear-thinning*). Queda pendiente como trabajo futuro probar con mayores velocidades de deformación extensional, para cubrir mayores áreas de aplicación industriales.

Es importante mencionar el impacto que tiene en los resultados de la simulación numérica y experimental la condición de deslizamiento completo en la pared. El deslizamiento en las paredes es una condición documentada en la literatura. Por ejemplo, Collier et al (1998) explican la validez de esta suposición en flujos lubricados o sin lubricar pero con capas límite muy delgadas. La teoría que proporciona el perfil semihiperbólico como aquel que permite un flujo extensional puro exige esta condición. En este trabajo se ha supuesto esta condición y se asume que se ha cumplido razonablemente en virtud de los resultados obtenidos.

En el caso experimental se ha podido corroborar que tan solo por la forma del perfil (semihiperbólico) se obtiene una velocidad de deformación extensional prácticamente constante en la contracción y por lo tanto, un flujo esencialmente extensional.

Las ventajas que ofrece la simulación numérica, además de la economía y el tiempo para la obtención de resultados, es que proporciona información que puede ser de gran utilidad para el análisis de la situación en estudio. Por ejemplo, se puede contar con campos de flujo muy detallados en los que se puede ver velocidad, deformación, gradientes, líneas de corriente, presión, etc. O bien establecer un cierto plano de análisis dentro del modelo, como fue realizado en la presentación de los resultados numéricos de este trabajo. De todas las opciones de resultados numéricos, se tomaron como base el campo de presiones, velocidades, gradiente de velocidad axial en dirección del flujo y líneas de corriente, para determinar las mejores condiciones del flujo.

No obstante, la simulación numérica también presenta complicaciones; una de ellas consiste en elegir una malla adecuada para el modelo computacional, para lo cual es muy recomendable realizar análisis de sensibilidad de malla, es decir, realizar simulaciones con modelos computacionales de distintas densidades de malla, analizar los resultados y, aplicando el sentido común, seleccionar la más adecuada. Otra complicación es que los resultados pueden ser muy sensibles a las condiciones de frontera establecidas, tal fue el caso en esta investigación. Una pequeña variación en la presión de entrada o salida del sistema podía proporcionar resultados muy distintos. Siempre es importante observar los residuales de las iteraciones, los cuales, por definición de convergencia de métodos numéricos, deben ir disminuyendo en cada iteración. Sin embargo, existen situaciones en las que dichos residuales entran en una oscilación cuya franja va disminuyendo hasta llegar a la convergencia, esto también es válido pero emplea mucho más tiempo. El número de iteraciones hasta la convergencia y por tanto el tiempo de la simulación, es algo que también se debe cuidar, sobre todo si se van a correr varios casos.

Se considera que la mayor contribución de este trabajo es que se ha establecido una metodología para la obtención numérica de la viscosidad extensional en contracciones perfiladas, habiéndola aplicado en particular a una contracción semihiperbólica. Este nuevo instrumento está actualmente en trámite de patente y con posibilidad a mediano plazo de ser comercializado, siendo esta otra aportación del trabajo, contribuyendo además con las necesidades de generación de tecnología que el país necesita.

TRABAJO FUTURO

Se han detectado las siguientes posibilidades para trabajo a futuro:

1. Emplear capacidades adicionales de post-procesamiento del *software* tales como videos de los flujos, análisis de gradientes de velocidad en varias direcciones, entre otros.
2. En las condiciones de frontera, el *software* permite establecer esfuerzos cortantes en la pared que no necesariamente son cero (como fue utilizado en esta investigación), es decir, un deslizamiento *parcial* en la pared, lo cual podría proporcionar resultados más reales.
3. Como posible consecuencia del punto anterior, introducir en el modelo computacional el análisis de la capa límite a lo largo de la contracción para conocer la magnitud e influencia de la suposición de deslizamiento en las paredes.
4. Establecer condiciones de frontera en la entrada y salida que consideren una cierta distribución de presión (en vez de una presión uniforme en toda la sección, como fue considerado en este trabajo) en la sección, lo cual también podría arrojar resultados más reales. Aunque esto dependería de las dimensiones del medidor, a mayor área transversal, mayor posibilidad de variación de la presión en la misma.
5. Trabajar con modelos más sofisticados para los fluidos no newtonianos que el *software* permite y por tanto, fluidos no newtonianos complejos. En este trabajo el PEG60+CMC1+AGUA40 fue modelado como una ley de potencias simple, lo cual corresponde a fluidos no newtonianos pseudoplásticos no elásticos.
6. Incrementar la gama de presiones ΔP , con el propósito de aumentar la velocidad de deformación extensional $\dot{\epsilon}$, hasta alcanzar valores de los más altos que se dan en la industria, mismos que están en el orden de los 550 s^{-1} .
7. Implementar el análisis de los flujos extensionales con cambio de temperatura para poder extender aun más la gama de posibilidades que se dan en la industria.

Para la parte experimental que se ha reportado en esta investigación, es importante comentar una serie de mejoras que se pueden hacer:

1. Seleccionar las dimensiones más adecuadas del reómetro a construir. El análisis dimensional permite establecer que los resultados no dependerán de las

dimensiones del medidor (siempre y cuando se respeten las relaciones dimensionales). Sin embargo, en la práctica es importante encontrar dimensiones que permitan el acoplamiento adecuado de los medidores y las facilidades de fabricación, entre otras variables.

2. Trabajar con los materiales más adecuados que permitan el acoplamiento de sensores y demás elementos de la adquisición de datos de tal forma que los experimentos se puedan realizar una y otra vez sin que se pierda confiabilidad y repetitividad.
3. Diseñar e implementar un sistema automático para la adquisición de los datos. En la parte experimental de esta investigación los datos fueron recopilados directamente de los medidores (sensores de presión y velocidad del pistón) para cada caso, lo cual está sujeto a los errores estadísticos típicos de cualquier serie de mediciones (errores aleatorios, sistemáticos, etc). Se esperaba que con un sistema automatizado estos errores serían disminuidos notablemente. Aun así, se debe comentar que los datos experimentales de este trabajo fueron cuidadosamente registrados y vueltos a tomar cuando fue necesario, con el objeto de tener un error aceptable, pero esto llevo mucho más tiempo del esperado.
4. Diseñar e implementar un sistema de procesamiento de información al sistema automático de adquisición de datos, de tal forma que la salida de todo el sistema sea directamente las propiedades que se desean obtener de la experimentación.

Finalmente, cabe mencionar que todos los puntos mencionados ya están siendo considerados como parte de desarrollos futuros en los centros de investigación relacionados con la elaboración de este trabajo y forman parte de investigaciones posteriores.

Apéndices

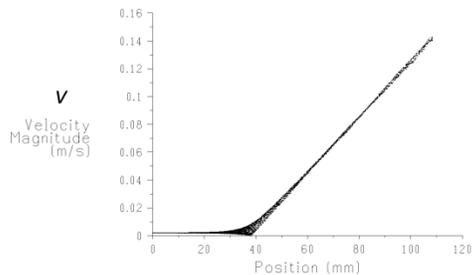
Apéndice A. Campos de flujo obtenidos del análisis numérico con el reómetro semihiperbólico.

A continuación se presenta una selección de gráficos de los campos de flujo resultado del análisis numérico del reómetro semihiperbólico. Inicialmente para el fluido newtoniano y posteriormente para el fluido no newtoniano. En cada caso se presentan algunas caídas de presión representativas.

1. FLUIDO NEWTONIANO: PEG60+AGUA40

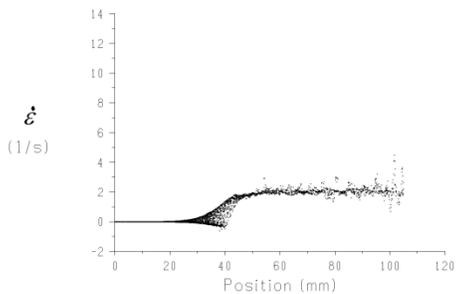
Caso 1. $\Delta P = 243.9 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



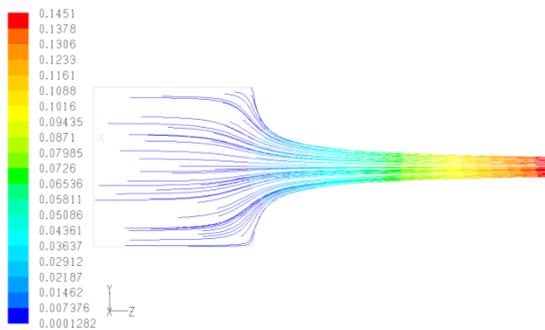
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

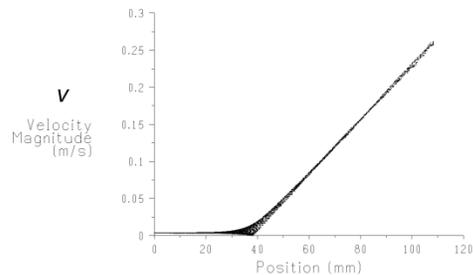
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

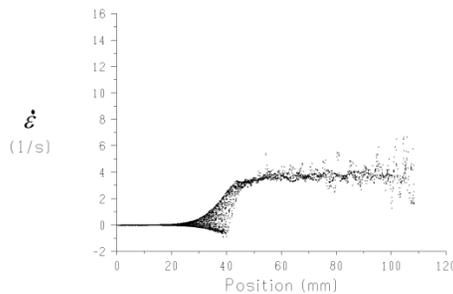
Caso 2. $\Delta P = 447.16 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



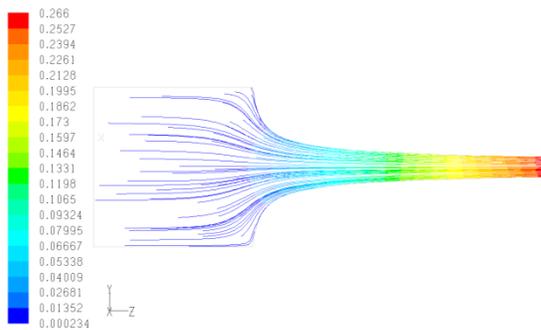
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

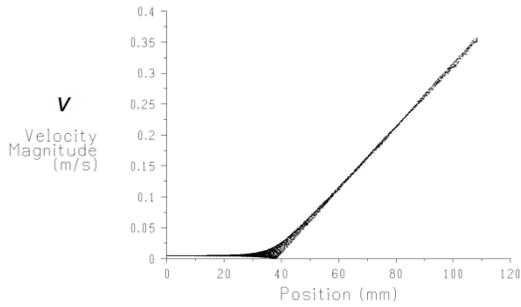
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

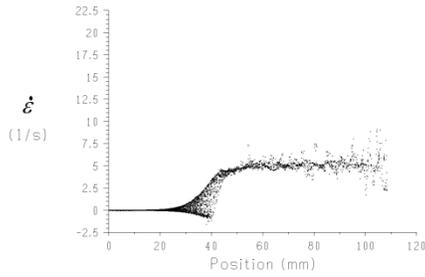
Caso 3. $\Delta P = 609.76 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



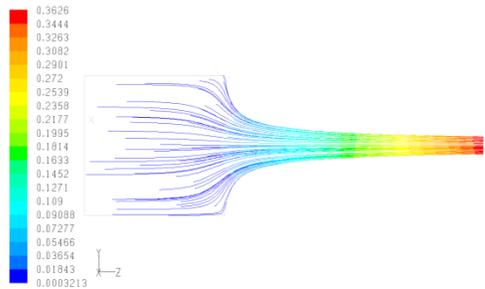
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

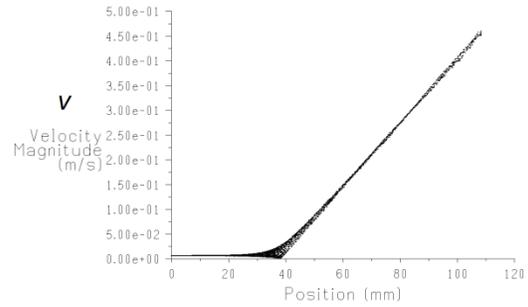
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

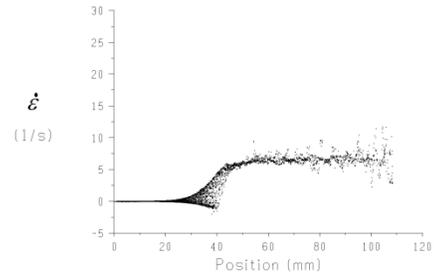
Caso 4. $\Delta P = 785.92 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



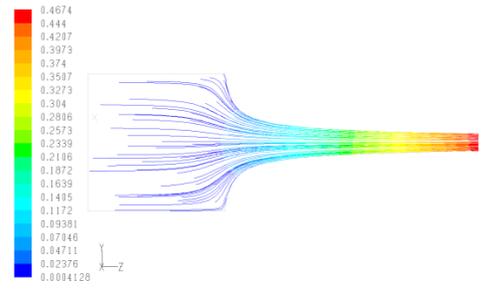
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

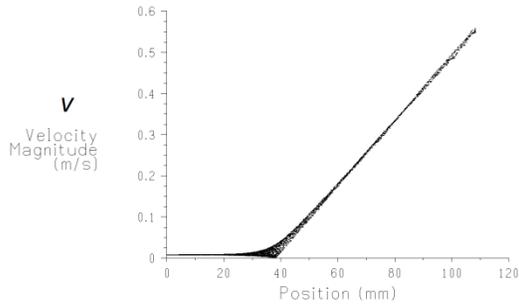
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

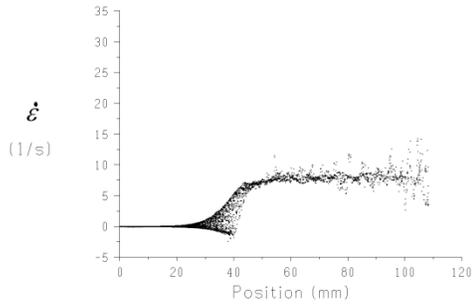
Caso 5. $\Delta P = 953.04 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



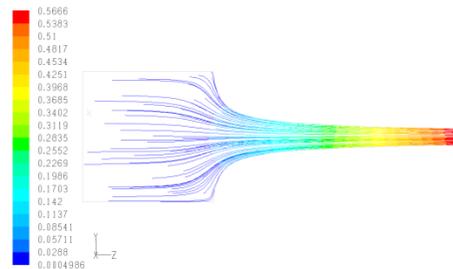
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

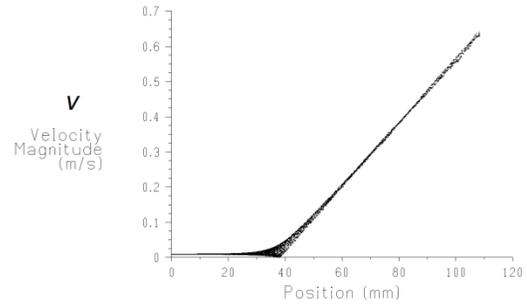
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

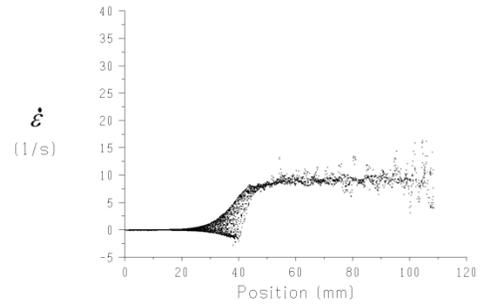
Caso 6. $\Delta P = 1093.06 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



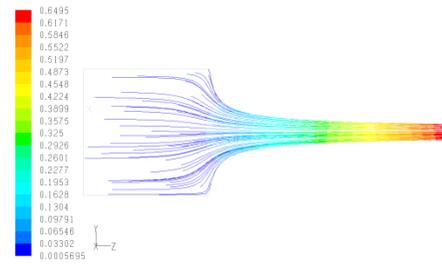
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

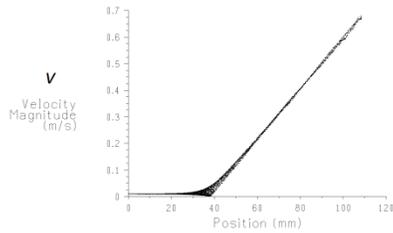
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

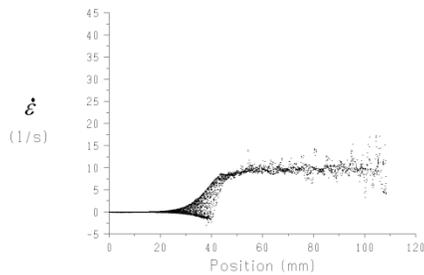
Caso 7. $\Delta P = 1160.8 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



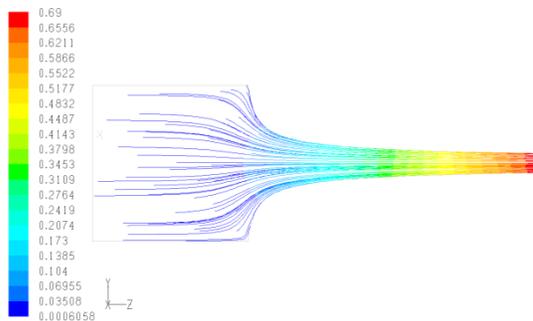
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



$dZ = \text{Velocity}/dz$ May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

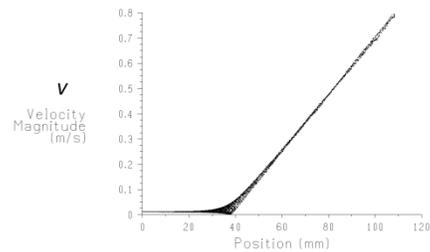
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

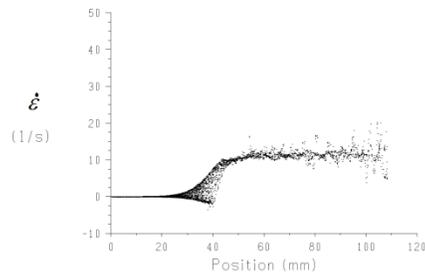
Caso 8. $\Delta P = 1359.55 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



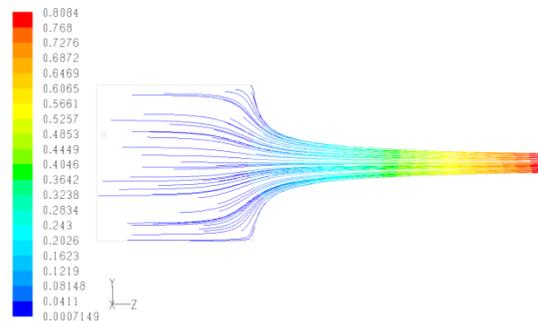
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



$dZ = \text{Velocity}/dz$ May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

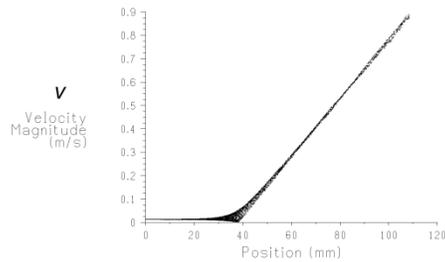
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

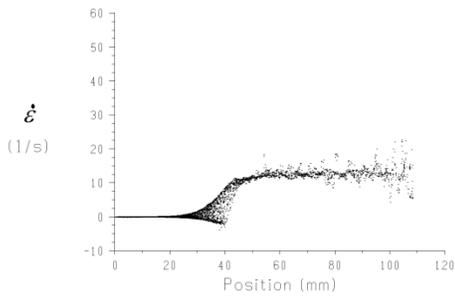
Caso 9. $\Delta P = 1517.6 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



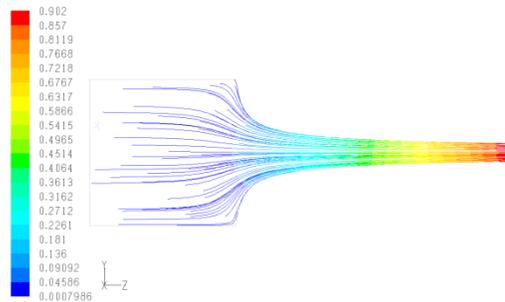
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

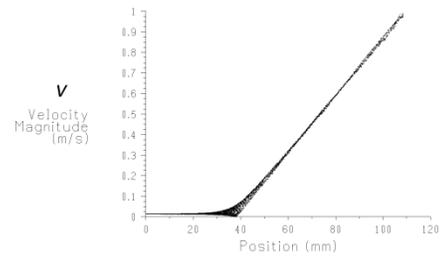
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

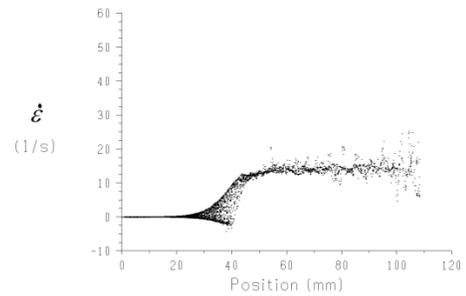
Caso 10. $\Delta P = 1689.27 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



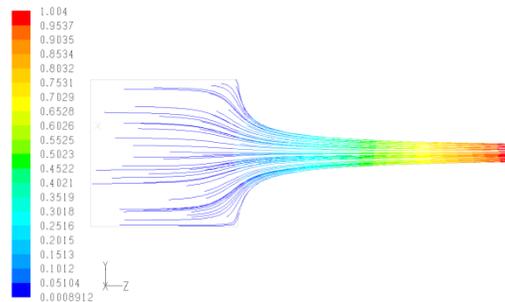
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

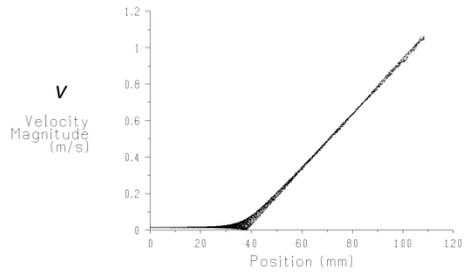
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

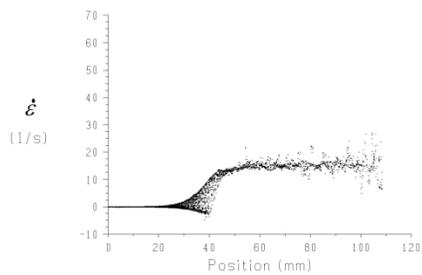
Caso 11. $\Delta P = 1815.74$ Pa

a) Campo de velocidad en la contracción



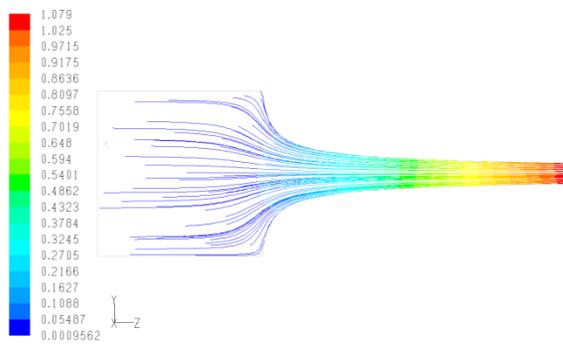
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad

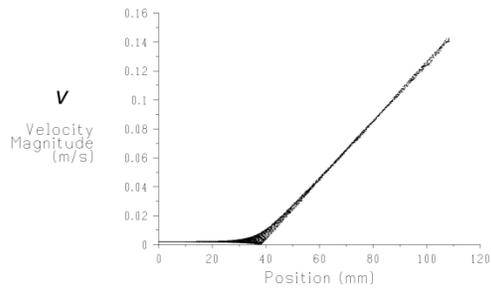


Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

2. FLUIDO NO NEWTONIANO: PEG59+CMC1+AGUA40

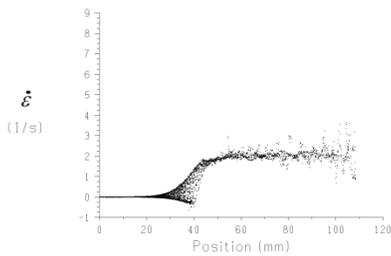
Caso 1. $\Delta P = 201.23 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



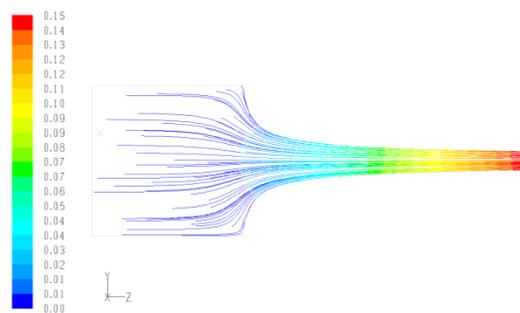
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

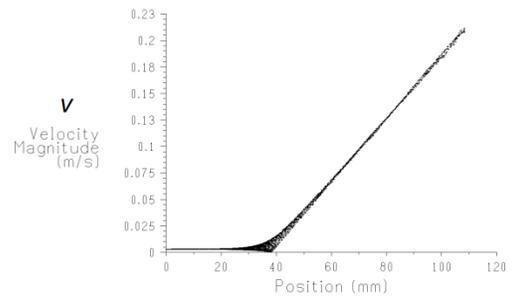
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

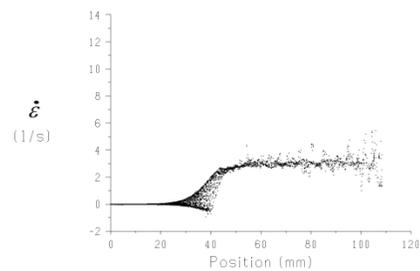
Caso 2. $\Delta P = 256.5 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



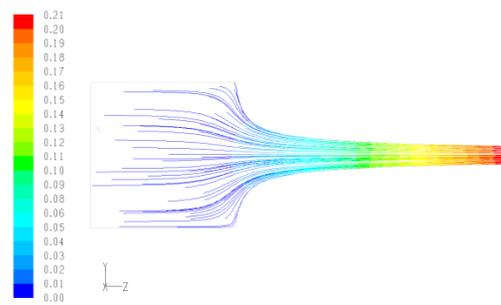
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

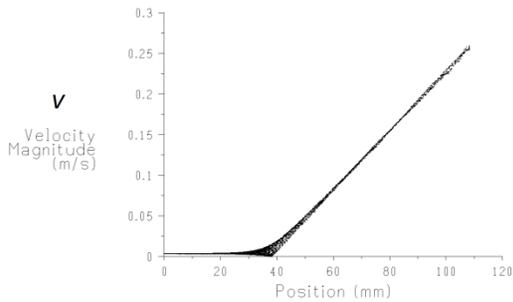
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

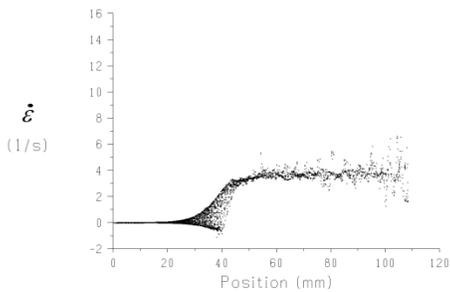
Caso 3. $\Delta P = 289.77 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



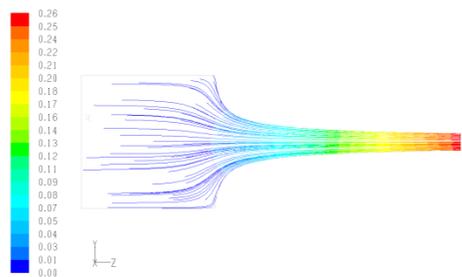
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

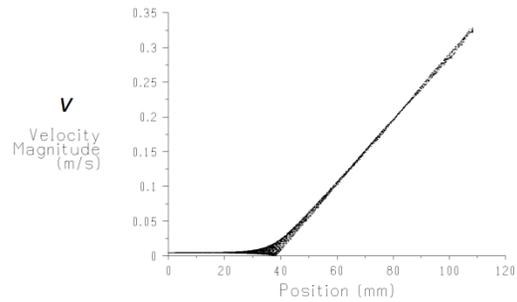
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

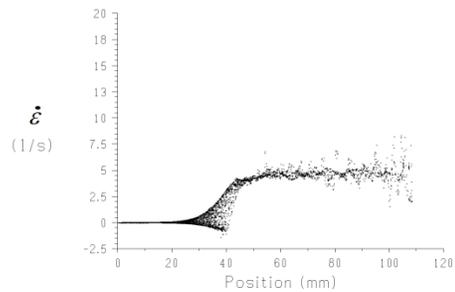
Caso 4. $\Delta P = 341.8 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



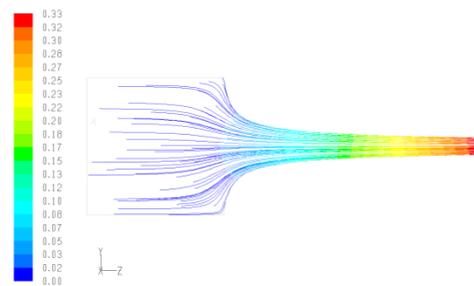
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

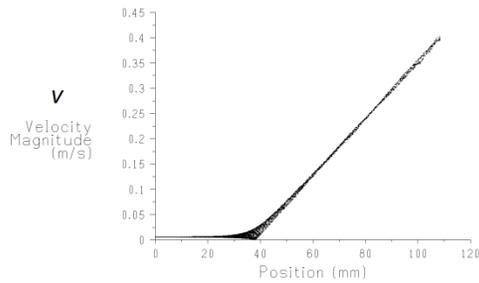
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

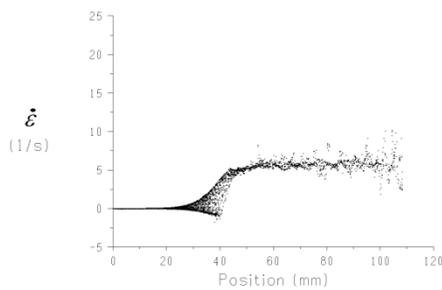
Caso 5. $\Delta P = 388.6 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



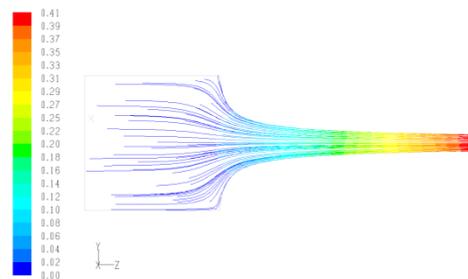
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

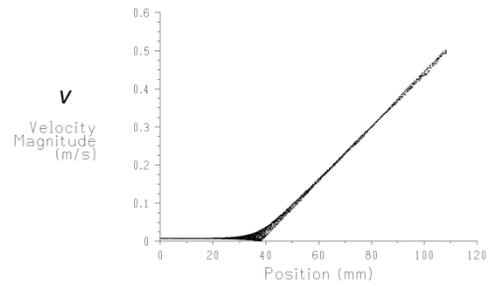
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

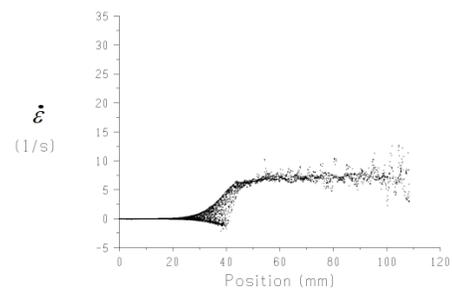
Caso 6. $\Delta P = 458.6 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



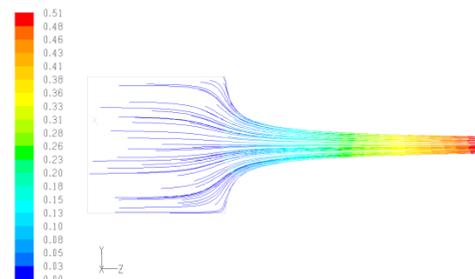
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

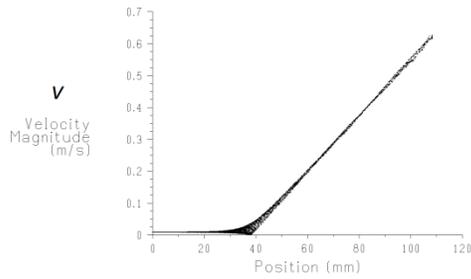
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

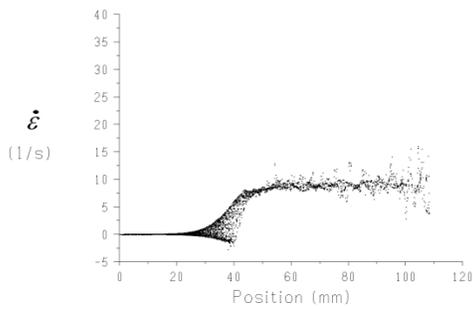
Caso 7. $\Delta P = 547.7 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



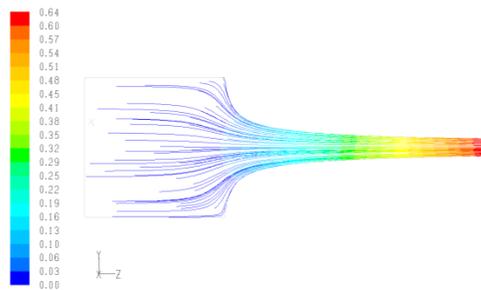
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

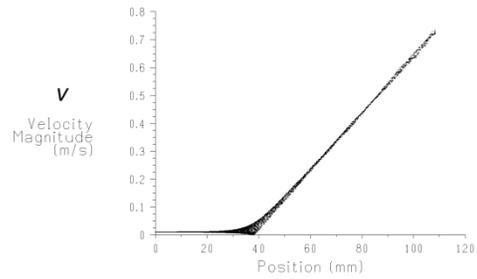
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

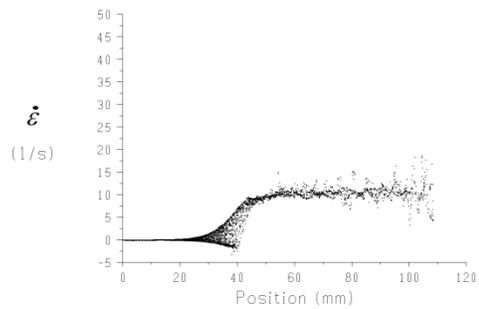
Caso 8. $\Delta P = 616.1 \text{ Pa}$

a) Campo de velocidad en la contracción



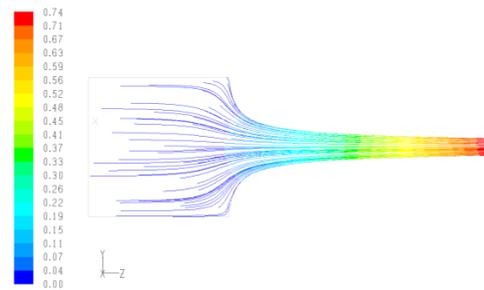
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

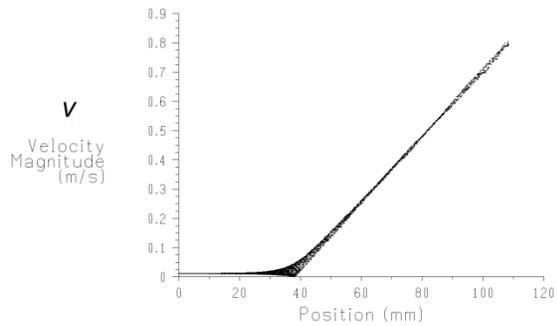
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

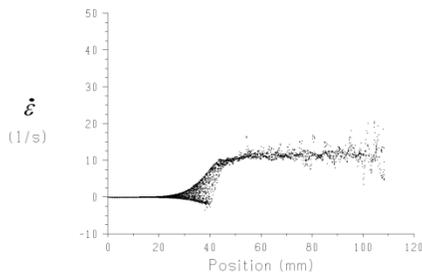
Caso 9. $\Delta P = 655.56 Pa$

a) Campo de velocidad en la contracción



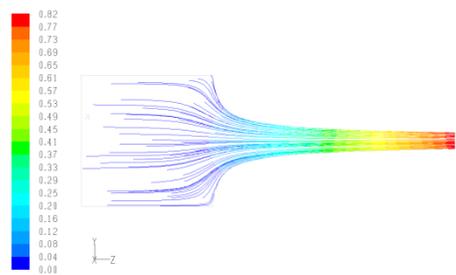
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

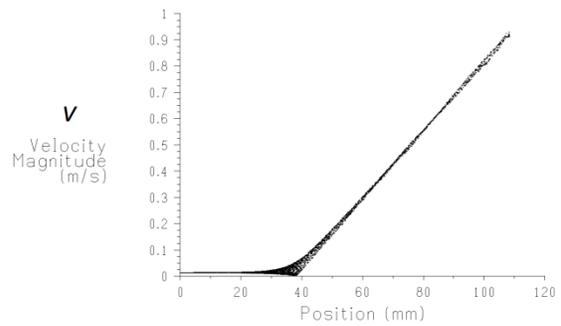
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

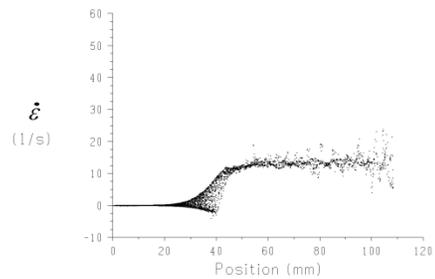
Caso 10. $\Delta P = 750 Pa$

a) Campo de velocidad en la contracción



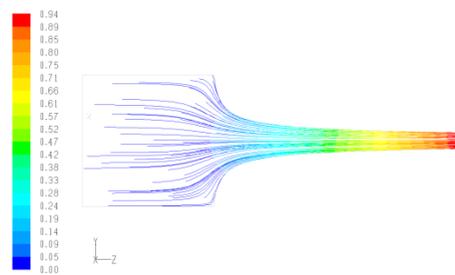
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

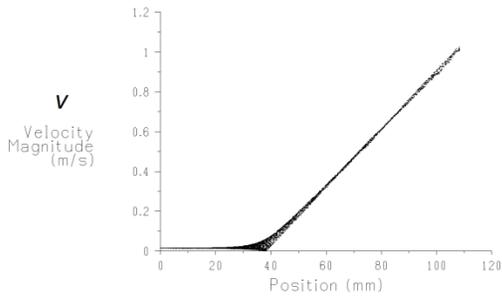
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

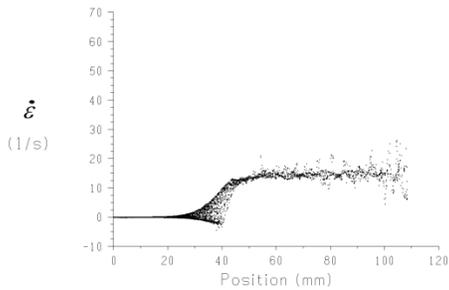
Caso 11. $\Delta P = 808.2 Pa$

a) Campo de velocidad en la contracción



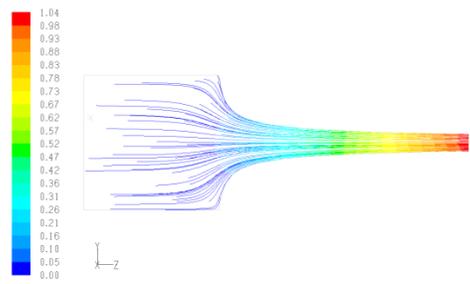
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

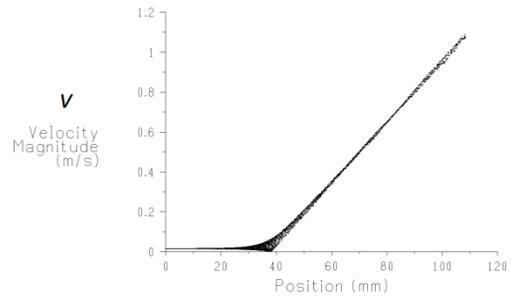
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

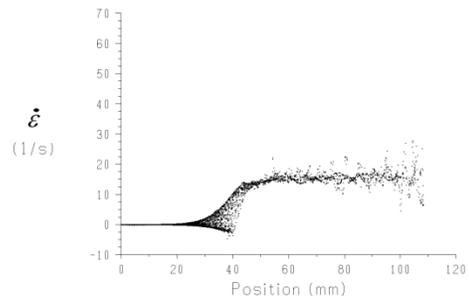
Caso 12. $\Delta P = 854.4 Pa$

a) Campo de velocidad en la contracción



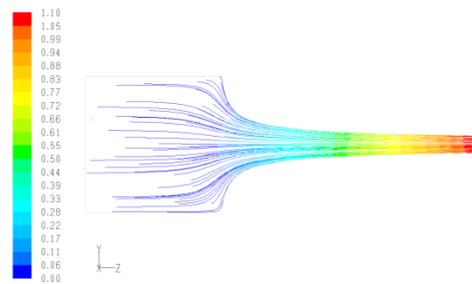
Velocity Magnitude May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

b) Tasa de deformación en la contracción



dZ-Velocity/dz May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

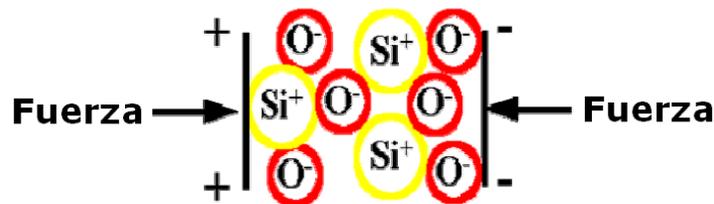
c) Líneas de corriente coloreadas por velocidad



Pathlines Colored by Velocity Magnitude (m/s) May 12, 2012
FLUENT 6.3 (3d, pbns, lam)

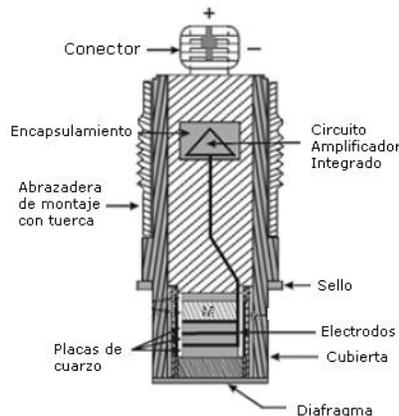
Apéndice B. Teoría básica de los sensores de presión y especificaciones de los sensores utilizados.

La mayoría de los sensores de presión se basan en el efecto *piezoeléctrico* ("Piezo" es un término griego que significa "apretar"). Cuando un material piezoeléctrico es comprimido por una fuerza externa, se acumula carga eléctrica en las superficies opuestas del mismo. La siguiente figura ilustra el desplazamiento de la carga eléctrica debido a la deflexión de la red dentro de un cristal de cuarzo natural como material piezoeléctrico.

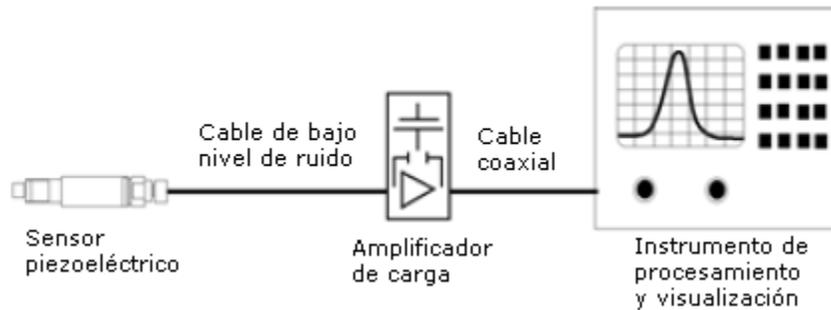


Los círculos más grandes representan los átomos de silicio, mientras que los más pequeños representan átomos de oxígeno. El cuarzo cristalino, ya sea en su estado natural o procesado, es uno de los materiales piezoeléctricos más sensibles y estables de que se dispone.

Los sensores piezoeléctricos de presión están disponibles en varias formas y configuraciones de rosca para permitir el montaje adecuado de distintas aplicaciones. La siguiente figura ilustra la sección transversal de un sensor de presión de cuarzo típico.



Cuando el cristal se oprime se genera una carga eléctrica de alta impedancia. Esta señal de alta impedancia debe ser conducida a través de un cable especial de bajo nivel de ruido hacia un amplificador convertidor de impedancia cuya función principal es convertir la salida de alta impedancia a un voltaje de baja impedancia que sea útil para ser posteriormente manejado y procesado en un instrumento de visualización de información. El siguiente esquema muestra la conexión típica de un sensor de presión hasta un instrumento para visualizar la información.



Las especificaciones de los sensores utilizados en las mediciones experimentales son las siguientes:



Model 1501A02EZ200PSIG

Product Type: Pressure Transducer, Pressure Sensor
PRESSURE TRANSDUCER

[View Spec Sheet \(PDF\)](#)

View [photo](#) and [drawing](#) .

PERFORMANCE	ENGLISH	SI
Measurement Range	0 to 200 psi g	0 to 200 psi g [3]
Output	0-5 VDC	0-5 VDC
Accuracy	≤ 0.5 % FS	≤ 0.5 % FS [4]
Linearity	≤ 0.1 % FS	≤ 0.1 % FS
Sensitivity(± 2 %)	25 mV/psi	25 mV/psi
Full Scale Output Tolerance	± 1 % FS	± 1 % FS
Zero Output Tolerance	± 1.0 % FS	± 1.0 % FS
Resolution	≤ 0.01 % FS	≤ 0.01 % FS
Response Time	≤ 1 mS	≤ 1 mS
ENVIRONMENTAL		
Proof Pressure	4 x FS	4 x FS
Burst Pressure	>20 x FS	>20 x FS
Temperature Range(Operating)	-40 to +260 °F	-40 to +125 °C
Temperature Range(Compensated)	-5 to +180 °F	-20 to +80 °C
Thermal Error(Operating Temp. Range)	≤ 2.0 % FS	≤ 2.0 % FS
Thermal Error(Compensated Temp. Range)	≤ 1.5 % FS	≤ 1.5 % FS
Acceleration Sensitivity(Maximum)(any direction)	± 0.03 %FS/g	± 0.003 % FS / (m/s ²)
Mechanical Shock Survivability Rating	IEC 60068-2-32-1	IEC 60068-2-32-1
Vibration Survivability(5 to 2000 Hz)	35 g pk	343 m/s ² pk
Enclosure Rating	IP65	IP65 [2]
Fatigue Life	10 ⁸ FS cycles	10 ⁸ FS cycles
ELECTRICAL		
Supply Voltage	6.5 to 30 VDC	6.5 to 30 VDC [1]
Supply Voltage Sensitivity	± 0.01 % FS / VDC	± 0.01 % FS / VDC
Load Resistance(Minimum)	2.5 kohm	2.5 kohm
Current Consumption	6 mA	6 mA
Output Impedance	<1000 ohm	<1000 ohm
PHYSICAL		
Sensing Element	Thin Film	Thin Film
Pressure Port	1/4-18 NPT	1/4-18 NPT
Thread	External	External
Dead Volume	0.077 in ³	1260 mm ³
Wetted Parts Material	17-4 PH Stainless Steel	17-4 PH Stainless Steel
Housing Material	316/316L Stainless Steel	316/316L Stainless Steel
Electrical Connector	Solder Tabs	Solder Tabs
Electrical Connections(Tab 1)	Pos (+) Power	Pos (+) Power
Electrical Connections(Tab 2)	Common	Common
Electrical Connections(Tab 3)	Pos (+) Output	Pos (+) Output
Electrical Connections(Tab 4)	Earth Ground	Earth Ground
Weight	3.2 oz	90.7 gm

Fotodiodo Modelo: BGL-10A-001-S49

Anexos

Anexo 1. Artículo de investigación

Accepted Manuscript

A numerical study of an orifice flowmeter

Enrique Muñoz-Díaz, Francisco J. Solorio-Ordaz, Gabriel Ascanio

PII: S0955-5986(12)00029-5

DOI: [10.1016/j.flowmeasinst.2012.03.012](https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2012.03.012)

Reference: JFMI 756

To appear in: Flow Measurement and Instrumentation

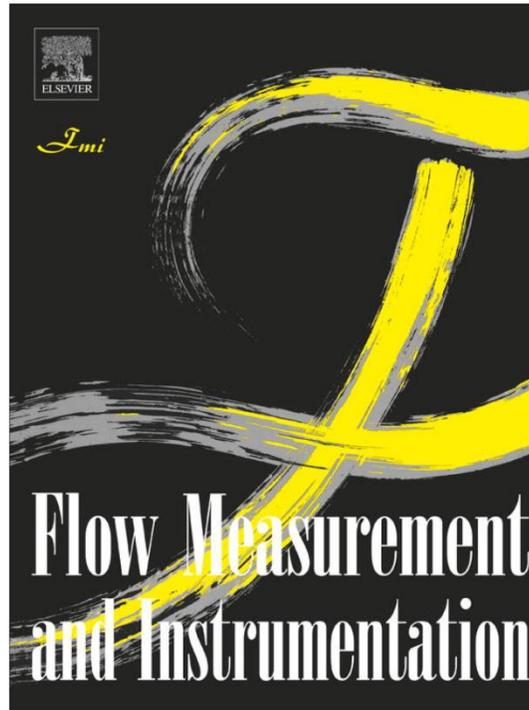
Received date: 22 October 2010

Revised date: 6 February 2012

Accepted date: 3 March 2012

Please cite this article as: Muñoz-Díaz E, Solorio-Ordaz FJ, Ascanio G. A numerical study of an orifice flowmeter. Flow Measurement and Instrumentation (2012), doi:10.1016/j.flowmeasinst.2012.03.012

Provided for non-commercial research and education use.
Not for reproduction, distribution or commercial use.



(This is a sample cover image for this issue. The actual cover is not yet available at this time.)

This article appeared in a journal published by Elsevier. The attached copy is furnished to the author for internal non-commercial research and education use, including for instruction at the authors institution and sharing with colleagues.

Other uses, including reproduction and distribution, or selling or licensing copies, or posting to personal, institutional or third party websites are prohibited.

In most cases authors are permitted to post their version of the article (e.g. in Word or Tex form) to their personal website or institutional repository. Authors requiring further information regarding Elsevier's archiving and manuscript policies are encouraged to visit:

<http://www.elsevier.com/copyright>



Contents lists available at SciVerse ScienceDirect

Flow Measurement and Instrumentation

journal homepage: www.elsevier.com/locate/flowmeasinst

A numerical study of an orifice flowmeter

Enrique Muñoz-Díaz^{a,b}, Francisco J. Solorio-Ordaz^c, Gabriel Ascanio^{d,*}^a Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, 04510, DF, Mexico^b DIA, Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, Tlalpan, 14380, DF, Mexico^c Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, 04510, DF, Mexico^d CCADET, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Exterior, Ciudad Universitaria, 04510, DF, Mexico

ARTICLE INFO

Article history:
Received 22 October 2010
Received in revised form
6 February 2012
Accepted 3 March 2012

Keywords:
Orifice flowmeter
Extensional flow
Semihyperbolic profile

ABSTRACT

An orifice flowmeter used for the measurement of the extensional viscosity has been numerically analyzed by means of the finite volume method. A good agreement with experimental data reported previously in the literature was found. Flow fields, in particular the streamline maps, showed that an excess of pressure is required for removing or minimizing the effect of the flow structures generated downstream the orifice such as vortices and dead zones when using abrupt contractions (8:1). For that reason, a new die geometry based on a semihyperbolic profile was proposed and successfully tested with Newtonian and non-Newtonian fluids resulting in a better performance orifice flowmeter.

© 2012 Elsevier Ltd. All rights reserved.

1. Introduction

Extensional properties play a key role in many industrial processes such as blow molding, painting and paper coating, among others. Trouton [1] conducted the first work reporting measurements of extensional viscosity with very viscous materials (pitch, tar and shoemaker's wax) at very low strain rates, of the order of 1/10 inverse seconds. By comparing the extensional viscosity to the shear viscosity he determined a ratio of three between them, which stands for Newtonian fluids only. However, it is well known that non-Newtonian fluids behave differently from Newtonian fluids as they are subjected to extensional stresses. In the case of rheologically complex fluids such as concentrated suspensions and viscoelastic liquids, the Trouton ratio can be much greater than 3; for example, working with several non-pigmented fluids and paper coating colors containing calcium carbonate as pigment, Ascanio et al. [2] found that the extensional viscosity can be 80 times larger than the shear viscosity for strain rates of the order of 10⁴ inverse seconds, which is believed to be the result of the interactions between the different ingredients. Similar results were also reported by O'Brien and Mackay [3] with concentrated slurries.

A number of experimental works reporting shear properties of fluids exhibiting different rheological properties have been published in the literature, however, little attention has been paid

to the rheological properties of materials subjected to extensional stresses. Several techniques have been developed for obtaining the material properties of fluids subjected to steady extensional deformations. Macosko [4] reviewed the techniques developed for fluid flows under elongational stresses including simple extension, lubricated compression, sheet stretching (multi-axial extension), fiber spinning, collapsed bubble, stagnation flows and entrance flows. One of the most useful methods is based on stagnation flows, in which the fluid flows through a converging die. A material element near the symmetry line of the flow will experience much higher strain than the one further out. Thus, only the steady extensional material functions can readily be measured in these flows, and it may take considerable strain to reach the steady state. Despite this limitation, there is a strong interest on stagnation flows, mainly because the extensional strain becomes infinite at the stagnation point. On the other hand, in some cases entrance flows offer the possibility of analyzing the flow behavior under extension combined with shear deformations. Perhaps the first study reporting flows under such conditions was conducted by Cogswell [5], who proposed an analytical solution for the flow of polymers in a conical-cylindrical die. The apparent extensional viscosity was obtained by considering the extensional and the shear components of the flow and measuring the pressure drop. Later, Binding [6] used a similar energy balance minimization method, however, the kinetic energy changes were also considered in the pressure drop, resulting in a more realistic analysis. In a more recent analysis, James and Chandler [7] considered the flow through a nozzle geometry, in which both a constant extensional rate and shear free bulk flow confining the shear viscous effects at the walls were considered. Based on the analysis made by

* Corresponding author. Tel.: +52 55 5622 8635; fax: +52 55 5550 0654.
E-mail address: gabriel.ascanio@ccadet.unam.mx (G. Ascanio).

Cogswell and Binding, Tremblay [8] modeled the flow of low density polyethylene (LDPE) and mixtures of LDPE and linear low density polyethylene (LLDPE) through sudden contractions and calculated the elongational viscosity by means of entrance angle of the converging stream for large vortices (small entrance angle) and for small vortices. Ascanio et al. [9] described an orifice flowmeter used to measure extensional properties of rheologically complex fluids at high strain rates. They found that the Trouton ratios of such fluids can reach values much larger than 3 confirming the results previously reported by O'Brien and Mackay [3]. Mongruel [10] performed an experimental study of semi-dilute solutions of xanthan gum flowing through an axisymmetric die, in which the pressure drop through the orifice and the size of the secondary vortex upstream of the orifice were measured simultaneously as a function of the flow rate. Della Valle et al. [11] investigated numerically and experimentally the hydrodynamics of an orifice flow meter used to determine the rheological properties of fluids flowing through an abrupt contraction, in which they are subjected to both shear and extensional deformations in ranges close to the ones encountered in industrial applications. Ryssel and Brunn [12] performed a numerical study of fluids exhibiting viscoelastic properties flowing through contractions, which was modeled by using the Oldroyd-B model. They found that the quasi-Newtonian fluid model qualitatively predicts the essential features of the flow in the vicinity of the contraction, including the velocity and the shear stress profiles. Most of the numerical studies reported in the literature have been done with sudden contractions and few works reporting the flow behavior through profiled contractions, namely: conical, parabolic or semihyperbolic have been found. Feigl et al. [13] generalized and evaluated a method for measuring the elongational viscosity, in which a material flows through a cylindrical converging die, whose semihyperbolic shape leads to shear-free flow within the die when assuming wall slip. The aim of the present work is to numerically analyze the flow behavior of an orifice flowmeter reported elsewhere [2,11] consisting of a sudden contraction having a straight profile. Results are used to propose a new geometry die allowing the performance of the flowmeter to be improved. It is important to point out that the precedent works were done by using the approach proposed by Binding [6], which consider a converging flow subjected to shear and elongation. For the new geometry die, shear-free flow conditions were considered.

2. Computational model

The behavior of material systems is controlled by universal physical laws. Perhaps the most important of these laws are the mass conservation, the laws of motion and the first and second laws of thermodynamics. It can state these four laws, starting with their most basic forms, and show how they can be expressed in forms that apply to control volumes. However, the Computational Fluid Dynamics (CFD) uses the differential analysis of the conservation laws to obtain approximations for the flux field variables. These conservation equations are: mass, momentum and constitutive relationships for Newtonian and non-Newtonian fluids.

2.1. Mesh

Because of the impossibility of solving analytically the conservation equations, Fluent®, which is a commercial code based on the volume element method, was used in the present work for solving the equations of mass and momentum. Fig. 1 shows the geometry used by Della Valle et al. [11] and Ascanio et al. [2] to determine the extensional properties of Newtonian and complex rheology fluids. The same geometry is here considered, so that the

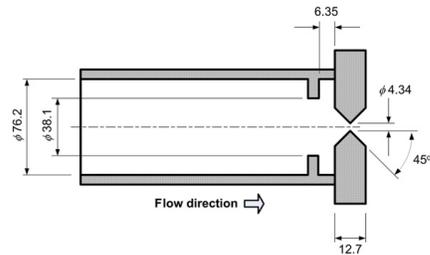


Fig. 1. Geometry of the orifice flowmeter (dimensions in mm).

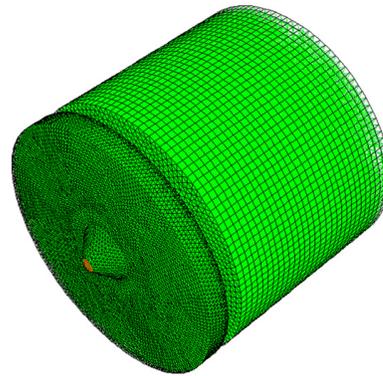


Fig. 2. Abrupt contraction mesh.

numerical results can be validated with experimental data previously reported.

For Newtonian fluids, the flow through the orifice is governed by the classical Navier–Stokes equations. A three-dimensional mesh was generated to obtain the flow fields under the same experimental conditions reported elsewhere (see Fig. 2).

The mesh consists of 47,666 nodes and 238,796 elements for fluid; 1,362 nodes and 1,301 elements for entrance; 13,214 nodes and 21,270 elements for walls; and 33 nodes and 25 elements for exit. In order to obtain more accurate results in the contraction region, the density of the mesh surrounding such a region was increased. Even though, the mesh generator provides a default mesh density, a series of density trials were done in order to analyze the sensibility in terms of the convergence and the accuracy of results.

2.2. Boundary conditions and fluid

Three different boundary conditions were considered in the analysis:

- (1) *The wall* is the entire perimeter surrounding the fluid. Along the wall, the *no-slip* condition was considered between the fluid and the wall.
- (2) *The entrance* is the section of the fluid in the inlet of the domain. In this section, no variations of pressure were considered in the cross section of the entrance.
- (3) *The exit* is the section of the contraction. In order to validate the numerical results with experimental data reported elsewhere, the pressure boundary condition was here imposed.

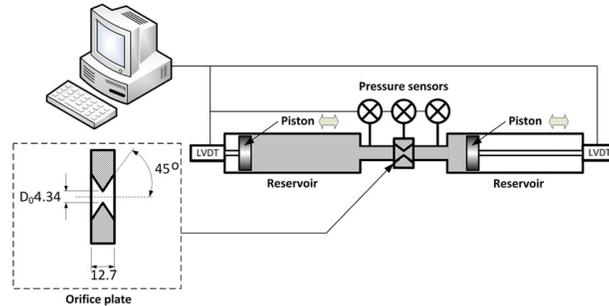


Fig. 3. Experimental setup for validating numerical results with the abrupt contraction (dimensions in mm).

A Newtonian fluid having a dynamic viscosity of 0.56 Pa s and density of 1038 kg/m³ was used as working fluid in all simulations. It should be noted that the same fluid was used by Ascanio et al. [2] allowing the orifice flowmeter to be calibrated in the laminar regime. Fully developed flow was considered for all cases.

3. Experimental study

The computational model for the abrupt contraction here reported was experimentally validated in terms of the calibration curve. For that purpose, an orifice flowmeter consisting of two identical reservoirs and an orifice plate located between them was used. Fig. 3 shows the experimental setup used for the experimental validation of the numerical results obtained with the abrupt contraction. The volume of each reservoir is 4 l, while orifice plate is a disc of 12.7 mm thickness with converging and diverging sections with an orifice diameter of 4.34 mm.

The fluid under test is pumped from one reservoir to the other one by means of a hydraulic system coupled of a piston displacing along each reservoir. The pistons move simultaneously and their position is continuously recorded by means of a linear variable differential transformer transducer (LVDT) and the pressure is measured downstream and in the orifice via small holes around the orifice. As the fluid flows through the converging die both the pressure drop and the flow rate are measured, so that the extensional viscosity is obtained from the pressure drop data. The reader is referred to [2,11] for a full description of the instrument and its operating principle. Aqueous solutions of corn syrup having a constant viscosity of 0.56 Pa s and density of 1038 kg/m³ were used as Newtonian fluids for validating the numerical results. The volume was measured at room temperature with a stress controlled rheometer model AR-2000 from TA Instruments, using a Couette configuration with a cup of 30 mm and a bob of 28 mm.

4. Results and discussion

4.1. Calibration curves

Fig. 4 shows the pressure drop-flow rate results for Newtonian fluids in terms of the Euler number as a function of the Reynolds number, which are defined as follows:

$$Re = \frac{\rho V_0 D_0}{\mu} \quad (1)$$

$$Eu = \frac{\Delta P_0}{\frac{1}{2} \rho V_0^2} \quad (2)$$

where D_0 is the orifice diameter, ρ and μ are the fluid density and the dynamic viscosity, respectively, ΔP_0 is the pressure drop

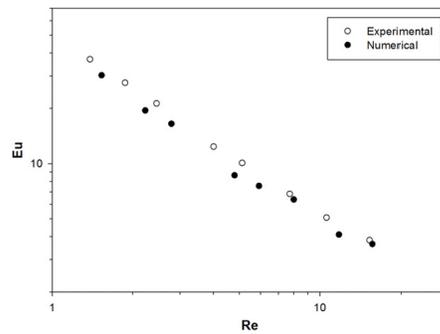


Fig. 4. Euler number as a function of Reynolds number for Newtonian fluids.

between entrance and the orifice, and V_0 is the mean velocity at the orifice. From the numerical data provided by the software, the mean velocity at the orifice was obtained by analyzing the velocity distribution in the contraction.

In general terms, a good agreement between the numerical and experimental results was found in the low Reynolds number region. From the numerical standpoint, the small differences between the calibration curves can be mainly attributed to the assumptions made in the simulation such as the no-slip condition, negligible pipe roughness, uniform pressure at entrance and exit as boundary conditions, etc.

4.2. Flow fields

Figs. 5 and 6 show the flow fields in terms of the velocity maps and the streamlines for different Reynolds number.

As Fig. 5 shows, the fluid converges to the orifice but motionless regions and vortexing appear in the corners between the stops and the orifice, which is mainly due to the geometry. As the Reynolds number increases ($1.5 < Re < 15.7$), dead zones become smaller and vortical regions tend to decrease, which is in good agreement with the findings reported elsewhere [8]. However, although the velocity increases by orders of magnitude, there is no a significant difference in terms of the streamlines; dead zones surrounding the orifice remain even though the pressure drop increases. In both cases, an excess of pressure is needed for removing such flow structures (vortexes and stagnant regions). For that reason, it is very convenient to propose a new die geometry with the aim of providing a flow mainly extensional, in which the shear effects can be neglected or minimized.

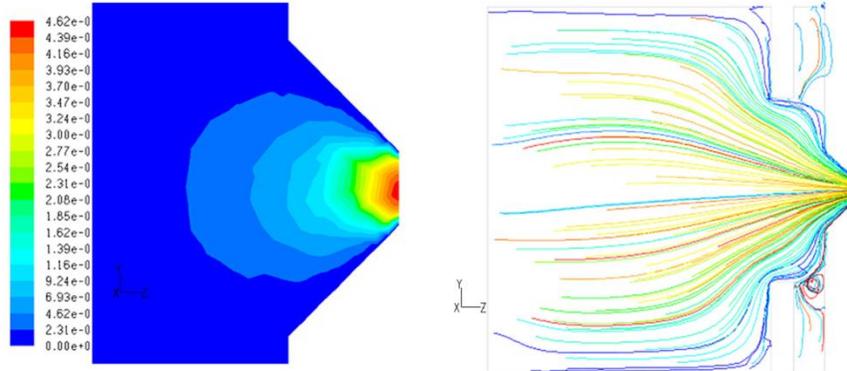


Fig. 5. Newtonian flow fields at a Reynolds number $Re = 2.7$: (a) Velocity profile; (b) Streamlines.

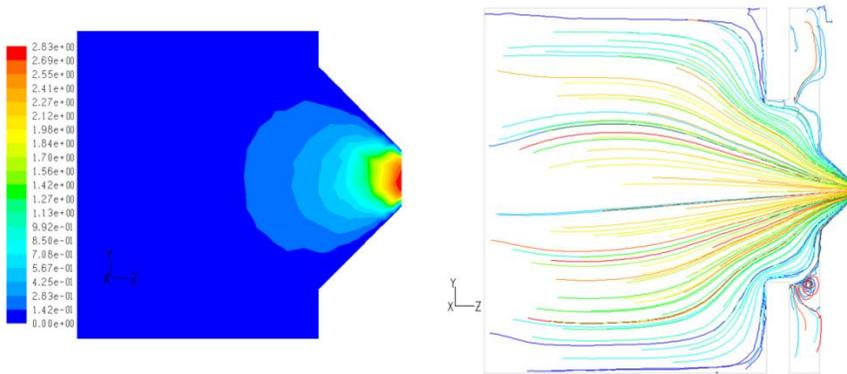


Fig. 6. Newtonian flow fields at a Reynolds number $Re = 15.7$: (a) Velocity profile; (b) Streamlines.

5. New die geometry

5.1. Shear-free flows

From the precedent figures, it is observed that straight abrupt contractions induce flow structures such as eddies (vortexing) and stagnant regions, which decrease the performance of the orifice flowmeter from a hydrodynamic standpoint. Although, vortices decrease in size as the pressure drop is increased, they persist even at higher Reynolds number. As result, an excess of pressure is required to eliminate such flow structures. It has been demonstrated that contractions with profiled geometries reduce the effect of swirling and stagnant regions; therefore a new die geometry was proposed with aim of improving the flowmeter performance. Among other advantages, the shear effects are minimized as the fluid flows through a profiled contraction, then the shear free-elongational viscosity can be defined by

$$\eta_e = \frac{\tau_{11} - \tau_{22}}{\dot{\epsilon}}, \quad (3)$$

where τ_{11} and τ_{22} are the normal and transversal stress to the flow, respectively, and $\dot{\epsilon}$ is the strain rate (elongational rate). The calculus of η_e can be simplified if $\dot{\epsilon}$ is constant along the contraction.

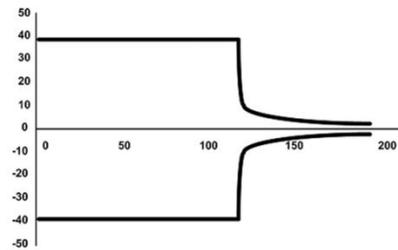


Fig. 7. Semihyperbolic contraction geometry (dimensions in mm).

Fig. 7 shows a geometry capable of providing an axisymmetric flow with a smooth contraction, which is the basis to define the new geometry of the orifice flowmeter. In such a figure, R_0 is the radius of pipe and R_c and L is the radius and length of the contraction.

Feigl et al. [13] and Kamerkar and Edwards [14] demonstrated that a semihyperbolic profile die fulfills the shear-free flow condition, with the radius of the contraction as a function of the axial position. Another way to obtain the semihyperbolic profile is as follows:

Because the flow is steady, streamlines allow tracing the profile shape. By definition of streamline along the flux field

$$\frac{dr}{v_r} = \frac{dz}{v_z}. \quad (4)$$

Assuming an irrotational, steady, incompressible and tubular flow with $v_\theta = 0$, the extensional rate defined as:

$$\dot{\epsilon} = \frac{\partial v_z}{\partial z}. \quad (5)$$

Feigl et al. [13] and Kamerkar et al. [14] determined that the velocity components of the flux for this kind of contraction are

$$v_z = \dot{\epsilon} z \quad (6)$$

$$v_r = -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} r. \quad (7)$$

Such components satisfy the condition of irrotational flow as follows

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \bar{u} &= \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial r} \left(-\frac{1}{2} \dot{\epsilon} r \right) & \frac{1}{2} (0+0) & \frac{1}{2} (0) \\ \frac{1}{2} (0+0) & \frac{1}{r} (0) - \frac{1}{2} \frac{\dot{\epsilon} r}{r} & \frac{1}{2} (0+0) \\ \frac{1}{2} (0) & \frac{1}{2} (0+0) & \frac{\partial}{\partial z} (\dot{\epsilon} z + B) \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{vmatrix} \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \nabla \cdot \bar{u} + (\nabla \cdot \bar{u})^T = \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{vmatrix} \\ &+ \begin{vmatrix} -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{2} \dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & \dot{\epsilon} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -\dot{\epsilon} & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{\epsilon} & 0 \\ 0 & 0 & 2\dot{\epsilon} \end{vmatrix}. \end{aligned}$$

This result indicates that the flow is extensional only.

Substituting Eqs. (6) and (7) rearranging:

$$\frac{dr}{dz} = \frac{v_r}{v_z} = \frac{-\frac{1}{2} \dot{\epsilon} r}{\dot{\epsilon} z} = -\frac{r}{2z}.$$

Separating variables and integrating:

$$\frac{dr}{r} = -\frac{dz}{2z}$$

$$\ln r = -\frac{1}{2} \ln z + c_1$$

$$\ln r = \ln \frac{1}{\sqrt{z}} + c_1$$

$$\ln r = \ln \frac{c_1}{\sqrt{z}}$$

$$r = \frac{c_1}{\sqrt{z}}$$

$$r^2 = \frac{c_1^2}{z}$$

or:

$$r^2 = \frac{C}{z}.$$

That is the searched semihyperbolic profile, whose radius is a function of the axial variable z . Now, the contraction radius as a function of the z position can be written as:

$$R^2(z) = \frac{M}{z + N}, \quad (8)$$

where the constants M and N can be determined from inlet radius (R_0 at $z = 0$) and the outlet radius (R_e at $z = L$)

$$R(0) = R_0 \rightarrow R_0^2 = \frac{M}{N}$$

$$R(L) = R_e \rightarrow R_e^2 = \frac{M}{L + N}.$$

Solving for M and N :

$$M = \frac{LR_0^2 R_e^2}{R_0^2 - R_e^2} \quad (9)$$

$$N = \frac{LR_e^2}{R_0^2 - R_e^2}. \quad (10)$$

Thus, a steady, incompressible, irrotational flow through a semihyperbolic converging die defined by (8) has a velocity field given by (6) and (7) with a constant elongational rate, $\dot{\epsilon}$.

5.2. Determination of elongational viscosity

Feigl et al. [13] considered the following assumptions for developing the expressions to determine the extensional viscosity:

1. Steady flow
2. Incompressible flow
3. Irrotational flow
4. Isothermal flow
5. Shear-free flow
6. Negligible inertial terms
7. $\tau_{rr} = \tau_{\theta\theta}$
8. $\tau_{rr} = -\tau_{zz}/2$.

Then, the extensional viscosity is given by

$$\eta_e = \frac{\tau_{zz} - \tau_{zz}/2}{\dot{\epsilon}} = \frac{3}{2} \frac{\tau_{zz}}{\dot{\epsilon}} = \frac{\Delta H - \Delta P}{\dot{\epsilon} \varepsilon_h},$$

where ΔP is the pressure drop, ΔH is enthalpy change between the inlet and the outlet, $\dot{\epsilon}$ is the strain rate previously defined and ε_h is the Hencky strain, which is defined by:

$$\varepsilon_h = \ln \left(\frac{A_0}{A_e} \right) = \ln \left(\frac{R_0^2}{R_e^2} \right).$$

If the energy variations, ΔH , are neglected the effective extensional viscosity is given by:

$$\eta_e \approx \eta_{ef} = -\frac{\Delta P}{\dot{\epsilon} \varepsilon_h}, \quad (11)$$

where the extensional rate, $\dot{\epsilon}$, is calculated from Eq. (5):

$$\dot{\epsilon} \approx \frac{dv_z}{dz}.$$

Eq. (11) suggests that the extensional viscosity can be determined by measuring the pressure drop and the extensional rate through the contraction. As stated by Feigl et al. [13], this analysis is valid if the extensional rate is constant. The validity of the assumptions considered will be corroborated by means of 3D simulations with Newtonian and non-Newtonian fluids.

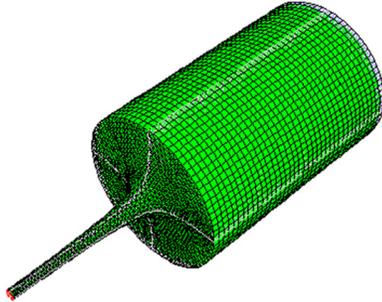


Fig. 8. New die mesh.

5.3. New die mesh and boundary conditions

Eq. (8) was used to obtain the new geometry having the same outer and inner radii than the previous flowmeter, and then the new mesh was generated. Fig. 8 shows the mesh of the semihyperbolic die. The mesh consists of 20,780 nodes and 105,714 elements for fluid; 633 nodes and 1,184 elements for entrance; 4,520 nodes and 5,946 elements for walls; and 27 nodes and 38 elements for exit. Following the same procedure used in the abrupt contraction case, the mesh density in the contraction region was increased. In the orifice as well as in the region close to the orifice a high density unstructured mesh was generated with small triangular elements; in the rest of the domain the grid was generated with a structured mesh using large quadrangular elements. Also, the mesh sensitivity of the new die geometry was tested looking for obtaining the mesh with the density providing the best results in terms of the accuracy versus the computing time.

As in the precedent simulation, the pressure boundary conditions at the entrance and exit were considered known and uniform

in the radial direction, which is an adequate assumption by considering the radius of the pipe and the orifice. However, in the present case the wall condition was considered for simulation as complete slip between fluid and wall, so that no wall shear stresses were considered. This assumption is necessary to yield a constant v_z along the radius, and thus constant ε . In practice, this boundary condition is a good approximation for flow having a very thin boundary layer along the die, so that the flow can be considered as shear-free.

The new die geometry was tested with the same Newtonian fluid used in the precedent case ($\mu = 0.56 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, $\rho = 1038 \text{ kg}/\text{m}^3$), while an aqueous solution of carboxymethyl cellulose (CMC) obeying the power-law was used as non-Newtonian fluid. As reported by Ascanio et al [9], this fluid exhibits shear-thinning only without any other rheological properties such as elasticity, thixotropy, etc., so that the fluid can be considered as “single” non-Newtonian with a consistency index k of $5.34 \text{ Pa}\cdot\text{s}^n$ and the flow behavior index n of 0.569. Because of the low CMC concentration, the thermal properties of water were considered for simulation purposes.

5.4. Flow fields with Newtonian fluids

Figs. 9 and 10 show the flow fields at different Reynolds number. Big differences are observed with respect to the results obtained with the abrupt contraction. Now the flux streamlines are uniform, without stagnant zones, which is better observed in Fig. 8(a), where the velocity field along the flow direction is almost constant for all radius and increases uniformly through the semihyperbolically contraction, which is denoted by the change in colors. This is consistent with the assumptions made in Section 4, in which the extensional deformation rate, ε , was considered constant in the axial direction. Fig. 8(b) shows that the drop pressure is enough to establish and maintain the flux and consequently the extensional viscosity, η_{te} , can be obtained with a good approximation by using Eq. (11).

As the Reynolds number (Fig. 9) increases the velocity increases at least one order or magnitude. The flow converges fully to the

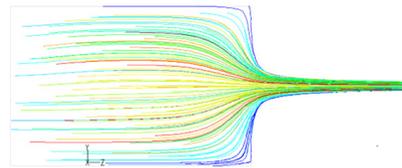
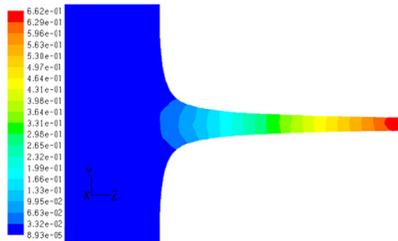


Fig. 9. Newtonian flow fields with the new die at Reynolds number $Re = 5$: (a) Velocity profile (bar scale in m/s); (b) Streamlines.

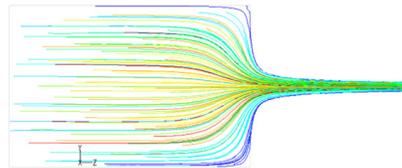
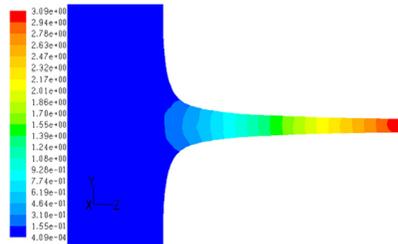


Fig. 10. Newtonian low fields with the new die at Reynolds number $Re = 24$: (a) Velocity profile (bar scale in m/s); (b) Streamlines.

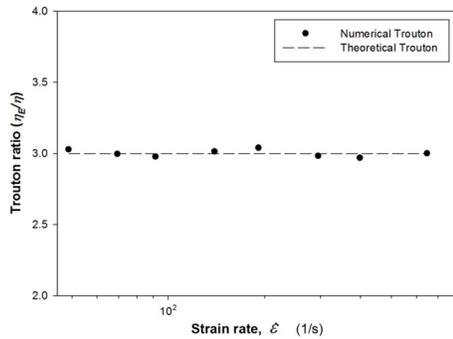


Fig. 11. Trouton ratio as a function of the strain rate for a Newtonian fluid.

orifice, so that neither stagnant zones nor vortexing are observed. It is important to recall the *fully slip* condition along the walls (shear-free or negligible between fluid and walls), which was a very important assumption for the results obtained. An essentially shear-flow field results if the significant shear effects are restricted to a thin boundary layer along the wall, for example, if the Reynolds number is large enough. The pressure drop-flow data are now used for calculating the extensional viscosity with Eq. (11). Fig. 11 shows the Trouton ratio (ratio of extensional viscosity to shear viscosity) as a function of the strain rate for a Newtonian fluid.

It is observed that the Trouton ratio is fairly constant around an average value of 3 irrespective of the strain rate range investigated, which stands for Newtonian fluids and it is in good agreement with the findings reported by Trouton [1].

5.5. Flow fields with non-Newtonian fluids

As it was mentioned before, an aqueous solution of carboxymethyl cellulose was used as non-Newtonian fluid. In order to show the potential use of the orifice flowmeter having a converging profiled die, the non-Newtonian fluid obeys the power-law relation. It is important to point out that the investigated fluids were chosen in such a way that they did not exhibit complex rheology or elastic properties. Figs. 12 and 13 show the velocity profile along the flow direction from the pipe to the contraction and the corresponding streamlines when using a non-Newtonian fluid, at different extensional rates.

Under the same experimental conditions used with Newtonian fluids, a similar trend is observed in the case of non-Newtonian fluids. As Fig. 11(a) shows, the velocity distribution along the flow direction uniformly increases when reaching the contraction region, which is confirmed by the streamlines shown in Fig. 11(b). This result shows the constant value for elongational strain, ϵ . In the present, the flow also converges fully to the orifice, so that no excess of pressure is required. Similar results are observed in Fig. 12 if the extensional rate is increased. These results confirm the fact that no excess of pressure is required to create a full motion of fluid from the pipe to the contraction, so that the flow can be considered as shear-free.

Following the same approach, the pressure drop-flow data were also used to determine the extensional viscosity as a function of the strain rate, which is shown in Fig. 13. It should be noted that the non-Newtonian fluid used exhibits a pseudoplastic behavior, or in other words, the viscosity decreases with increasing the shear rate. However, if this fluid is subjected to elongational stresses, strain-thickening is observed (Fig. 14). Although, no other rheological effects were considered for the working fluid (elasticity, thixotropy, etc.), it is believed that this behavior could

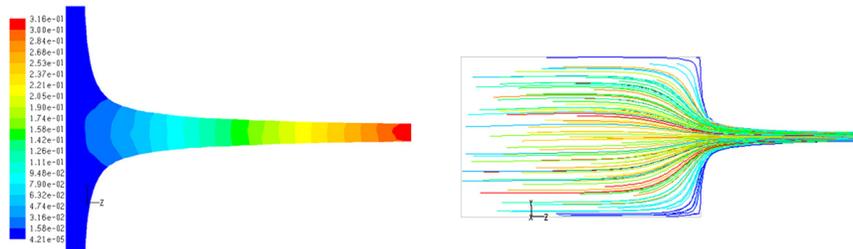


Fig. 12. Non-Newtonian flow fields with the new die at an extensional rate $\dot{\epsilon} = 36 \text{ s}^{-1}$: (a) Velocity profile (bar scale in m/s); (b) Streamlines.

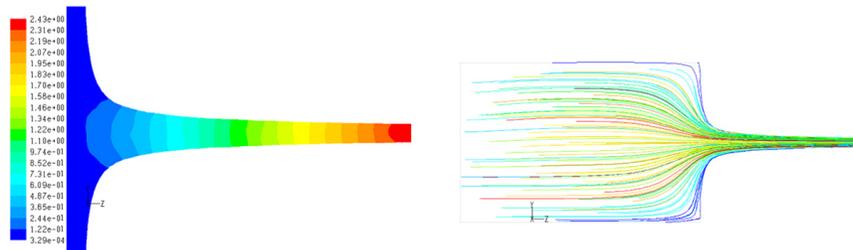


Fig. 13. Non-Newtonian flow fields with the new die at a extensional rate $\dot{\epsilon} = 343 \text{ s}^{-1}$: (a) Velocity profile (bar scale in m/s); (b) Streamlines.

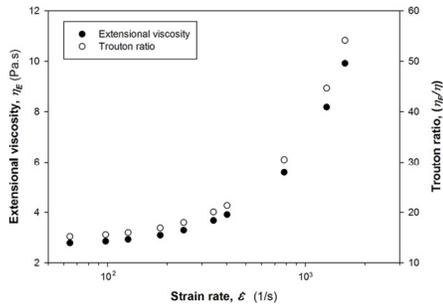


Fig. 14. Extensional viscosity and Trouton ratio as a function of the strain rate for a non-Newtonian fluid.

be attributed to other phenomena, such as the deformation of polymer chains.

Conclusions

An orifice flowmeter having an abrupt contraction has been numerically analyzed. It was demonstrated that an excess of pressure is required for removing or minimizing the effects of the flow structures generated with such contraction. This leads to think that the orifice flowmeter performance can be improved by proposing some modifications. A new die geometry based on a semihyperbolic profile has been proposed and tested with both Newtonian and non-Newtonian. Results with Newtonian fluids are consistent with the findings reported in the literature, confirming that the extensional viscosity is three times the shear viscosity irrespective of the strain rate. The numerical model was also tested with non-Newtonian fluids. In both cases, it was observed that the fluid velocity changes in the axial direction without negligible

variation in the radial and azimuthal directions, so that the flow can be considered as shear-free.

Acknowledgments

The financial support of DGAPA through grant IN-119908 is highly appreciated. The support with time and workplace provided by ITESM-CCM is also acknowledged.

References

- [1] Trouton FT. On the coefficient of viscous traction and its relation to that of viscosity. Proc R Soc 1906;77:426–40.
- [2] Arzate A, Ascanio G, Carreau PJ, Tanguy PA. Extensional viscosity of coating colors and its relation with jet coating performance. Appl Rheol 2004;14: 240–50.
- [3] O'Brien VT, Mackay ME. Shear and elongation flow properties of kaolin suspensions. J Rheol 2002;46:557–72.
- [4] Macosko CW. Rheology, principle, measurements and applications. 1st ed. New York: VCH Publishers; 1994.
- [5] Cogswell FN. Converging flow of polymer melts in extrusion dies. Polym Eng Sci 1972;12:64–73.
- [6] Binding DM. An approximate analysis for contraction and converging flows. J Non-Newtonian Fluid Mech 1988;27:173–89.
- [7] James DF, Chandler GM. J Non-Newtonian Fluid Mech 1990;35:421–43.
- [8] Tremblay B. Estimation of the elongational viscosity of polyethylene blends at high deformation rates. J Non-Newtonian Fluid Mech 1989;33:137–64.
- [9] Ascanio G, Carreau PJ, Brito-de la Fuente E, Tanguy PA. Orifice flowmeter for measuring extensional rheological properties. Can. J. Chem. Eng. 2002;80: 1189–96.
- [10] Mongruel A, Cloitre M. Axisymmetric orifice flow for measuring the elongational viscosity of semi-rigid polymer solutions. J Non-Newtonian Fluid Mech 2003;110:27–43.
- [11] Della Valle D, Tanguy PA, Carreau PJ. Characterization of the extensional properties of complex fluids using an orifice flowmeter. J Non-Newtonian Fluid Mech 2000;94:1–13.
- [12] Ryssel E, Brunn PO. Comparison of a quasi-Newtonian fluid with a viscoelastic fluid in planar contraction flow. J Non-Newtonian Fluid Mech 1999;86: 309–35.
- [13] Feigl K, Tanner FX, Edwards BJ, Collier JR. A numerical study of the measurement of elongational viscosity of polymeric fluids in a semihyperbolically converging die. J Non-Newtonian Fluid Mech 2003;115:191–215.
- [14] Kamerkar P, Edwards BJ. An experimental study of slip flow in capillaries and semihyperbolically converging dies. Polym Eng Sci 2007;47:159–67.

REFERENCIAS

1. Aboubacar, M.; Matallah, H; Tamaddon-Jahromi, H. R.; Webster, M. F. "Numerical Prediction of Extensional Flows in Contraction Geometries: Hybrid Finite Volume/Element Method", *J. Non-Newtonian Fluid Mech* (2002), 104, pp.125-164.
2. Alves M.A., Olivera P.J., Pinho F.T., "On the effect of contraction ratio in viscoelastic flow through abrupt contractions". *J. Non-Newtonian Fluid Mech* (2004). 122. 117-130.
3. Ancy, Christophe. Introduction to fluid rheology. École Polytechnique Fédérale de Lausanne. (2005).
4. Arzate A, Ascanio G, Carreau PJ, Tanguy PA. "Extensional viscosity of coating colors and its relation with jet coating performance". *Appl. Rheol* (2004); 14: 240-50.
5. Ascanio G, Carreau, PJ, Brito-de la Fuente E, Tanguy PA. "Orifice Flowmeter for Measuring Extensional Rheological Properties". *Can. J. Chem. Eng.* (2002); 80: 1189-96.
6. Barnes, H.A.; Hutton, J.F.; Walters, K. *An Introduction to Rheology*. Elsevier, Amsterdam, (1989).
7. Barnes H.A., "Thixotropy-a Review". *J Non-Newtonian Fluid Mech.* (1997); 70: 1-33.
8. Barnes H.A. *A Handbook of elementary Rheology*. Institute of Non-Newtonian Fluid Mechanics (2000). Caps. 1-12. University of Wales.
9. Binding, D.M. and Walters, K., "On the Use of Flow through a Contraction in Estimating the Extensional Viscosity of Mobile Polymer Solutions", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (1988), 30, pp.291-298.

10. Binding, D.M. "An Approximate Analysis for Contraction and Converging Flows", *J. Non-Newtonian Fluid Mech*, (1988), 27, pp.173-189.
11. Binding, D.M., "Further Considerations of Axisymmetric Contraction Flows", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (1991), 41, pp.27-42.
12. Binding, D.M. and Jones, D. M., "On the Interpretation of Data from Converging Flow Rheometers", *Rheol. Acta* (1989), 28, pp.215-222.
13. Binding, D. M.; Phillips, P. M.; Phillips, T. N. "Contraction/Expansion Flows: The Pressure Drop and Related Issues"; *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (2006); 137, pp.31-38.
14. Bird R. Byron, Stewart W.E., Lighfoot E.N. *Transport Phenomena*. 2nd Edition. Wiley (2002). USA ISBN 0-471-410077-2
15. Boger, D.V. and Binnington, R.J. "Circular Entry Flows of Fluid M1", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (1990), 35, pp.339-360.
16. Carreau, P. J.; De Kee, D. C. R.; Chhabra, R. P., "Rheology of Polymeric Systems", Hanser/ Gardner Publications (1997), Inc. Cincinnati, USA.
17. Cogswell FN. "Converging Flow of Polymer Melts in Extrusion Dies". *Polym. Eng. Sci.* (1972); 12: 64-73.
18. Cohu, O. and Magnin, A., "Rheometry of Paints with Regard to Roll Coating Process", *J. Rheol* (1995). 39, pp.767-785.
19. Collier, J.R., Romanoschi, O., Petrovan, S. "Elongational Rheology of Polymer Melts and Solutions". *J. Applied Polymer Science* (1998). 69, 2357–2367.
20. Currie, I.G. *Fundamental Mechanics of Fluids*. 2nd edition, McGraw-Hill, United States; (1993). ISBN 0-07-015000-1

21. Della Valle D., Tanguy P.A., Carreau P.J. "Characterization of the extensional properties of complex fluids using an orifice flowmeter". *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (2000); 94: 1-13.
22. Ettinger H.J., Pittman J.F.T, Sienz J. "Converging flow inline rheometry for engineering extensional viscosity of uPVC". *Plastics, Rubber and Composites* (2009). 38. 27-32.
23. Feigl K, Tanner FX. "A numerical study of the measurement of elongational viscosity of polymeric fluids in a semihyperbolically converging die". *J. Non-Newton. Fluid Mech.* (2003); 115: 191-215.
24. Fluent Tutorial 6.2.3. Fluent Inc. 2007
25. Fuller, G.G.; Cathey, C.A.; Hubbard, B. and Zebrowski, B.E. "Extensional Measurements for Low-viscosity Fluids", *J. Rheol.* (1987), 31, pp.235-249.
26. Gambit tutorial 3.2.2. Fluent Inc. 2007
27. http://www.grc.nasa.gov/WWW/cgns/CGNS_docs_rel25/user/started.html
28. <http://geolab.larc.nasa.gov/GridTool/Training/VGRID/>
29. James D.F., Chandler, J. "A Converging Channel Rheometer for the Measurement of Extensional Viscosity" *Non-Newtonian Fluid Mech.* (1990); 35: 421-443
30. Kamerkar, P.A.; Edwards B.J., "An Experimental Study of Slip Flow in Capillaries and Semihyperbolically Converging Dies". *Polymer Engineering and Science* (2007). 10. 159-67.

31. Lubasnkyy, A.S.; Boger, D.V.; Servais, C.; Burbidge, A. S. and Cooper-White, J. J., "An Approximate solution to flow through a contraction for high Trouton ratio fluids", *J. Non-Newtonian Fluid Mech*, (2007). 144, pp.87-97.
32. Makosco, C.W. *Rheology, Principle, Measurements and Applications*. 1st edition, VCH Publishers, New York; (1994). ISBN 0-471-18575-2.
33. Meissner, J., "Rheometry of Polymer Melts", *Ann. Rev. Fluid Mech.* (1985), 17, pp.45–64.
34. Metzner, A.B. and Metzner, A.P., "Stress Levels in Rapid Extensional Flows of Polymeric Fluids", *Rheol. Acta*, (1970). 9, pp.174-181.
35. Metzner, A.B. "Rheology of suspensions in polymeric liquids". *J. Rheol.* (1985); 29: 739-76.
36. Mitsoulis, E. "Numerical simulation of entry flow of the IUPAC-LDPE melt". *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (2001). 97. 13-30.
37. Mogruel, A., Cloitre, M. "Axisymmetric orifice flow for measuring the elongational viscosity of semi-rigid polymer solutions", *J. Non-Newt. Fluid Mech.* (2002); 110: 27-43.
38. Morrison, F.A. *Understanding Rheology*. Oxford University Press (2000). ISBN 0-19-514166-0
39. Naranjo, J. "Desarrollo y construcción de un reómetro de orificio para determinar propiedades extensionales". (2010). Tesis doctoral. Universidad Nacional Autónoma de México. México
40. O'Brien, V.T., Mackay, M.E. "Shear and elongation flow properties of kaolin suspensions", *J. Rheol.* (2002); 46: 557-572.

41. Ozalp, C., Pinarbasi, A., Fakilar, M.S., Sahin, B. "PIV measurements of flow through a sudden contraction". Flow Measurement and Instrumentation (2007). 18. 121-128.
42. Padmanabham, M. Macosko, C.W. "Extensional viscosity from entrance pressure drop measurements". J. Rheol. (1997). 36. 144-151.
43. Petrie, C. "One Hundred Years of Extensional Flow", J. Non-Newtonian Fluid Mech. (2006), 137, pp.1-14.
44. Petrie, C. J. S. "Three-Dimensional Presentation of Extensional Flow Data", J. Non-Newtonian Fluid Mech. (1997), 70, pp. 205-218.
45. Phillips, T.N., Williams, A.J., "A semi-Lagrangian finite volume method for Newtonian contraction flows", SIAM Journal of Scientific Computing (2001). 22. 2152-77.
46. Ryssel, E., and Brunn P.O. "Comparison of a quasi-Newtonian fluid with a viscoelastic fluid in planar contraction flow". J. Non-Newtonian Fluid Mech. (1999), 86, 309-335.
47. Sarkar, D. and Gupta, M. "Further investigation of the effect of elongational viscosity on entrance flow". Journal of Reinforced plastic and composites (2001). Vol. 20. No. 17. 1473-84.
48. Stading, M. "Determination of Extensional Rheological Properties by Hyperbolic Contraction Flow". American Institute of Physics (2008). 978-0-7354-0549-3/08/.
49. Steffe, J.F., Rheological methods in food process engineering. 2nd. Edition. Freeman Press. USA, (1996).

50. Tirtaatmadja, V., Sridhar, T. "A filament stretching device for measurement of extensional viscosity", *J. Rheol* (1993). 37. 1081-1102.
51. Tremblay, B. "Estimation of the elongational viscosity of polyethylene blends at high deformation rates", *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (1989); 33: 137-64.
52. Trouton, FT. "On the Coefficient of Viscous Traction and its Relation to that of Viscosity". *Proc. R. Soc.* (1906); 77: 426-40
53. Tu J., Yeoh, G.H., Liu C., *Computational Fluid Dynamics. A Practical Approach.* Elsevier (2008). USA Caps 1-5.
54. Wachs, A., Clermont, J.R., Khalife, A. "Computations of non-isothermal viscous and viscoelastic flows in abrupt contractions using a finite volume method". *Engineering Computations* (2002). 19. 874-901.
55. Zatloukal, M.; Vlcek, J.; Tzoganakis, C.; Sába, P. "Improvement in Techniques for the Determination of Extensional Rheological Data from Entrance Flows: Computational and Experimental Analysis"; *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* (2002), 107, pp.13-37.