



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE
MEXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO EN
INGENIERIA

**“MODELOS M-VARCH APLICADOS A
PORTAFOLIOS DE INDICES
FINANCIEROS DE LOS MERCADOS
DEL TLCAN (2000-2007)”**

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

DOCTOR EN INGENIERIA

EN EL CAMPO DE CONOCIMIENTO
DE INGENIERIA DE SISTEMAS
(INVESTIGACION DE OPERACIONES)

P R E S E N T A :

FRANCISCO JAVIER REYES ZARATE



Tutor:

DR. EDGAR ORTIZ CALISTO

2012

JURADO ASIGNADO:

Presidente: **Dr. Jesús Hugo Meza Puesto**

Secretario: **Dr. Guillermo Sierra Juárez**

Vocal: **Dr. Edgar Ortiz Calisto**

1er. Suplente: **Dra. María Alejandra Cabello Rosales**

2do. Suplente: **Dr. Armando Sánchez Vargas**

Ciudad Universitaria, México, Distrito Federal

TUTOR DE TESIS:

DR. EDGAR ORTIZ CALISTO

FIRMA

Agradecimientos

- Al **Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM** (mi *Alma Mater*) por su gran apoyo durante todo el periodo de tiempo en la cual se gestó la presente tesis.
- A mi tutor, el **Doctor Edgar Ortiz Calisto**, por sus conocimientos y crítica constructiva pero, sobretodo, por su tiempo, su ayuda, su guía y su gran paciencia, sin las cuales no hubiera sido posible la conclusión de este trabajo.
- A la **Dra. Alejandra Cabello R.**, al **Dr. Armando Sánchez V.**, al **Dr. Guillermo Sierra J.** y al **Dr. Hugo Meza P.**, por su entera disposición e interés en este trabajo y aceptar ser parte de mi jurado. Agradezco profundamente su profesionalismo y gran apoyo, teniendo siempre presente que me ayudaron, como el Dr. Ortiz, a seguir el camino de la investigación y la docencia.
- A **Jayet**, mi compañera y eterna cómplice de desveladas y sacrificios, por impulsarme con sus palabras, aliento y carácter en los momentos necesarios; tu amor me sigue enseñando día con día el camino hacia la felicidad: profundo deseo compartido desde lo más preciado de nuestras almas. **Siempre estás en mi mente y en mi corazón.**
- A **Francisco** y **Raquel**, mis padres, por su apoyo, su aliento y las fuerzas titánicas y recónditas para enseñarme una vez más que el cariño y la voluntad, entre otras cosas, se sobreponen siempre a cualquier circunstancia, como lo es la misma vida real. Gracias a también a **Dalia**, mi hermana, por tenerme fe y cariño para salir siempre adelante.
- A **Benjamín** y **Leticia**, quienes han transformado mi vida gracias a su incondicional apoyo, pero en especial, con su cariño, su paciencia y sus apreciables enseñanzas.
- A mis seres queridos (†) que lamentablemente no se encuentran aquí físicamente, pero que siempre estarán en mi corazón. Estoy completamente seguro que, dondequiera que estén, son testigos natos de este momento, y a ellos dirijo especialmente este agradecimiento con mucho amor y respeto.
- A mi **familia** y **amigos** que, aunque reducidos, conforman el núcleo de mi vida y a los cuales siempre les tendré mucho amor, cariño y respeto. Especialmente agradezco a **Ludo** y su familia, por todos estos años de apoyo y momentos de amistad inolvidables; su ejemplo de trabajo constante y sacrificio son un importante factor motivante.
- Finalmente, al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (**CONACYT**), cuyo apoyo me permitió realizar la presente investigación.

RESUMEN

La presente tesis propone la metodología M-VARCH (modelos *Value at Risk* y modelos *GARCH* multivariados), la cual presupone un mayor conservadurismo y precisión en la estimación de pérdidas potenciales de portafolios de inversión. La inversión regional de los mercados accionarios bajo el contexto de la globalización es trascendental por que se presentan oportunidades para que los inversionistas obtengan beneficios rentables en función de las asimetrías presentadas por cada economía que conforma un bloque regional dado su diferente grado de desarrollo y estabilidad, siendo muy importante una eficiente administración de riesgos. El estudio es aplicado a los tres principales índices accionarios de los países miembros del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN): *Dow Jones Industrial Average*, de Estados Unidos; *Toronto Stock Exchange*, de Canadá; y el Índice de Precios y Cotizaciones, de México, con 2,086 datos diarios para el periodo del 2000-03-01 al 2007-12-31.

Clasificación JEL: C16, C32, G15.

Palabras clave: Valor en Riesgo, EWMA, GARCH, TARCH, GARCH Multivariado, Administración de riesgos, TLCAN, Back testing.

ABSTRACT

This work presents the M-VARCH Methodology (Value-at-Risk Model and Multivariate GARCH models), that assumes a major conservatism and precision on estimating potential losses over investment portfolios. The regional investment on assessment markets is transcendental in the global context, because the strategic diversification allows to present even greater benefits for the local and foreign investor taking advantage of development and stability level that conforms a regional block, where the risk administration is a fundamental core for this purpose. The study is applied to the North America Trade Free Agreement (NAFTA) member's countries on their principal assessment indexes: Dow Jones Industrial Average (USA), Toronto Stock Exchange (Canada), and Price and Quotation Index (Mexico), with 2,086 daily dates from 2000-03-01 to 2007-12-31.

JEL Classification: C16, C32, G15.

Keywords: Value at Risk, EWMA, GARCH, TARCH, Multivariate GARCH, Risk Managment, TLCAN, Back testing.

Índice General

Índice de Cuadros

Índice de Gráficas

Esquemas y Diagramas

Introducción

Pág.

CAPÍTULO PRIMERO: Globalización y Riesgos Financieros

1.1	Características y Alcances de la Globalización Financiera	
1.1.1	Concepto y Enfoque de la Globalización.....	1
1.1.2	Genealogía de la Globalización Financiera	
1.1.2.1	Características e Importancia de los Sistemas Financieros.....	3
1.1.2.2	Ventajas y Desventajas de la Globalización Financiera.....	5
1.2	Crisis y Rupturas de la Economía Mundial y su Globalización	
	Causas y Raíces de la Globalización	
1.2.1	De <i>Bretton Woods</i> al Actual Régimen Dólar- <i>Wall Street</i>	7
1.2.2	La Globalización en México y en las Economías Latinoamericanas.....	9
1.3	Globalización e Integración Económica y Financiera.....	12
1.4	Tendencias Recientes de la Globalización Financiera	
1.4.1	¿Hacia un Nuevo Orden Mundial?: La Desglobalización Económica y Financiera.....	13
1.5	Características y Consecuencias del Riesgo en los Mercados de Valores del Mundo.....	14
1.6	El Contexto de la Globalización Financiera y el Riesgo en el Bloque del TLCAN	
1.6.1	Asimetrías Económicas.....	16
1.6.2	Asimetrías Bursátiles.....	19
1.7	Comentarios Finales.....	29

CAPÍTULO SEGUNDO: Modelos GARCH univariados y multivariados

2.1 Alcances de la Econometría en la Administración Financiera Contemporánea.....	31
2.2 La Familia de Modelos GARCH Univariados.....	33
2.2.1 El Modelo GARCH (p,q)	40
2.2.2 El Modelo TARCH (<i>Threshold</i> –GARCH).....	45
2.3 Familia de Modelos Multivariados GARCH.....	50
2.3.1 El Modelo VECH Diagonal (D-VECH).....	56
2.3.2 El Modelo BEKK Diagonal (D-BEKK).....	62
2.3.3 El Modelo de Correlación Condicional Constante (CCC).....	63
2.3.4 Ventajas y Desventajas de los modelos MGARCH.....	65
2.4 Comentarios Finales: El Método M-VARCH.....	66

CAPÍTULO TERCERO: Marco Teórico de la Metodología M-VARCH

3.1 La importancia de la metodología M-VARCH.....	69
3.1.2 Revisión de Literatura.....	71
3.2 El Modelo EWMA.....	74
3.3 Portafolios de Inversión: Principios y Metodologías	
3.3.1 Metodología Naïve y Optimación de Markowitz.....	78
3.3.2 Perspectiva Teórica de los Portafolios Internacionales de Inversión.....	80
3.3.3 Modelos de Portafolio	
3.3.3.1 Principios de la Diversificación de Markowitz.....	82
3.3.3.2 <i>Capital Asset Pricing Model</i> (CAPM).....	83
3.3.3.3 Supuestos de los Modelos de Markowitz y CAPM.....	85
3.3.4 El modelo del Portafolio de Inversión y Análisis de los Rendimientos de los Activos Financieros.....	89
3.4 Modelos VaR para Portafolios de Inversión.....	93
3.4.1 Definición del enfoque VaR.....	95
3.4.2 Modelo Delta-Normal.....	98
3.4.3 Desventajas del modelo.....	100
3.4.4 Modelo de Simulación Histórica.....	102
3.4.5 Desventajas del modelo.....	103

3.5 Modelo CVaR (<i>Conditional Value at Risk</i>)	105
3.6 Pruebas <i>Backtesting</i>	109
3.6.1 Test de Proporción de Fallas de Kupiec.....	110
3.7 Comentarios Finales Sobre el Método M-VARCH	112

CAPÍTULO CUARTO: Pérdidas Potenciales de Portafolios Óptimos Trinacionales del Bloque del TLCAN: Análisis M-VARCH

4.1 Introducción	115
4.2 Volatilidad y Administración de Riesgos: principales aspectos de la diversificación de portafolios Internacionales	116
4.3 Hechos estilizados y Características Probabilísticas Sobre la Volatilidad en las Series de Tiempo Financieras	118
4.3.1 Dependencia de Segundo Orden.....	120
4.3.2 Comportamiento Estadístico de las Colas.....	122
4.4 Evidencia Empírica de la Metodología M-VARCH: Aplicación sobre Portafolios de inversión Trinacionales	
4.4.1 Integración, Conformación y Análisis Estadístico de las Variables.....	125
4.4.1.1 Análisis Estadístico Descriptivo e Inferencial.....	130
4.4.1.2 Análisis de Correlación y de Componentes Principales.....	133
4.4.1.3 Ajuste Distribucional.....	138
4.4.2 Modelos Alternativos para la Estimación de la Volatilidad.....	142
4.4.3 Conformación, Validez y Modelado de los Portafolios de Inversión.....	143
4.5 Comentarios Finales	152

CAPÍTULO QUINTO. Pérdidas de Portafolios Óptimos Trinacionales: Análisis M-VARCH y *Backtesting*

5.1 Introducción	154
5.2 Medidas VaR y CVaR (VARCH) Aplicadas a Portafolios de Índices Financieros del Bloque del TLCAN	155
5.3 Análisis Retrospectivo de los Modelos (<i>Backtesting</i>)	160
5.4 Comentarios Finales	167
6. Conclusiones	171
Bibliografía	
Anexos	

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro	Título	Pág.
1.1	Teoría descriptiva y funciones económicas de los sistemas financieros.....	4
1.2	Indicadores Económicos seleccionados para los países del bloque del TLCAN (2000-2007).....	17
2.1	Resumen de modelos GARCH Multivariados.....	55
3.1	Número de observaciones históricas utilizadas por el modelo EWMA.....	78
3.2	Utilidad del VaR para la administración de riesgos.....	98
4.1	Base de datos utilizada para los portafolios de inversión y modelos M-VARCH (datos del 3/enero/2000 al 31/dic/2007).....	127
4.2	Estadística descriptiva de los rendimientos diarios de 3 índices accionarios de los mercados del TLCAN en diferente moneda.....	132
4.3	Matrices de correlación de rendimientos anuales de índices financieros de los países miembros del TLCAN (2000-2007)	135
4.4	Matriz de correlación de rendimientos de índices financieros de los países miembros del TLCAN (2000-2007)	135
4.5	Comunalidades entre los rendimientos de índices financieros de EE.UU., Canadá y México (datos diarios, 2000-2007).....	136
4.6	Prueba KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) y esfericidad de Bartlett.....	137
4.7	Varianza total explicada y matriz de componentes de los rendimientos de índices financieros de EE.UU., Canadá y México (datos diarios, 2000-2007)	137
4.8	Ajuste de distribuciones de la serie de rendimientos de índices financieros TSX, DJIA e IPyC homologados a cada divisa del TLCAN.....	139
4.9	Supuestos básicos asumidos para la aplicación de portafolios de inversión y modelos M-VARCH.....	144
4.10	Optimización de los portafolios de inversión en los países del TLCAN (modelos M-VARCH). Porcentaje diario.....	145
4.11	Ponderaciones de los portafolios de inversión optimizados por el método lagrange (modelos M-VARCH). Porcentaje diario.....	149-150
4.12	Número de parámetros estimados en los modelos GARCH multivariados (caso para tres variables)	153
5.1	Estimación máxima de pérdidas bajo los enfoques VARCH univariados y multivariados en países del bloque del TLCAN (método paramétrico Normal-GARCH).....	157
5.2	Estimación máxima de pérdidas bajo los enfoques VARCH Univariados y multivariados ⁱ . Métodos no paramétricos de Simulación Histórica.....	158
5.3	Las tres zonas propuestas por el Comité de Basilea.....	163
5.4	Prueba de proporción de fallas (<i>Backtesting</i>). Método de Kupiec. Aplicación a portafolios VaR (delta-garch) del TLCAN.....	145
5.1	Modelos de riesgo de mercado utilizados por instituciones financieras en México.....	154

ÍNDICE DE GRÁFICAS

Gráfica	Título	Pág.
1.1	M2/PIB: Profundidad financiera en los mercados TLCAN (2000-2006).....	22
1.2	Volúmen negociado en los mercados bursátiles: Canadá, Estados Unidos y México (1992 a 2007). Valor total (% PIB).....	23
1.3	Capitalización de mercado de empresas listadas en las bolsas de valores de los países miembros del TLCAN (2000-2007), como porcentaje del PIB.....	24
1.4	Empresas nacionales que cotizan en las bolsas de valores (Canadá, Estados Unidos y México (1992-200).....	23
1.5	Principales índices financieros representativos de las bolsas de valores en el TLCAN (2000-2007).....	25
1.6	Inversiones de portafolios, capital (balanza de pagos). Miles de millones de pesos a precios actuales.....	27
3.1	Ejemplo de la curva de un portafolio de inversión.....	80
3.2	Modelo de equilibrio de mercado de Lintner y Sharpe.....	87
3.3	El Valor en Riesgo de X al nivel 1-q.....	97
3.4	Distribución de pérdidas con modelos VaR y CVaR.....	107
4.1	Comportamiento diario de los índices financieros y rendimientos de los principales índices bursátiles en moneda local de Estados Unidos, Canadá y México (2000-2007).....	120
4.2	Varianzas condicionales con modelos GARCH multivariados en los mercados del TLCAN.....	124
4.3	Niveles de precios de los principales índices financieros (TSX-Canadá, DJIA-Estados Unidos e IPyC-México)	129
4.4	Sedimentación de los rendimientos de índices financieros de EE.UU., Canadá y México (datos diarios, 2000-2007).....	137
5.1	Comparativo de modelos VaR y CVaR en portafolios de inversión trinacionales optimizados.....	162
5.2	<i>Backtesting</i> de portafolio óptimos de inversión trinacional del bloque TLCAN.....	168

ESQUEMAS

Esquema	Título	Pág.
3.1	Descripción de la metodología M-VARCH.....	111

DIAGRAMAS

Diagrama	Título	Pág.
5.1	Definición de la ventana temporal.....	164

INTRODUCCIÓN

Producto de la globalización financiera, inducida por la liberalización y desregulación de los mercados, los términos volatilidad, riesgo, especulación, entre otros importantes conceptos, han tomado especial relevancia debido a su constante y penetrante presencia en las bolsas de valores internacionales, tanto de países desarrollados como de economías emergentes. Es así que desde las tres últimas décadas del siglo pasado al presente han tenido lugar varias crisis financieras. De ahí que la administración de riesgos sea actualmente el área de mayor preocupación en la práctica e investigación financieras. Numerosas herramientas que permiten cuantificar la exposición al riesgo han sido desarrolladas; igualmente, se han propuesto nuevos instrumentos financieros para la cobertura de riesgos con resultados alentadores. Por otro lado, un importante referente para el manejo del riesgo son los desequilibrios de los fundamentos micro y macroeconómicos, que pueden contemplarse como factores exógenos que afectan a los mercados financieros y que provocan cambios repentinos en los activos financieros, lo que se refleja en los índices accionarios bursátiles. Debe sin embargo reconocerse que turbulencias financieras pueden originarse en los mismos mercados financieros y a su vez transmitirse a otros sectores de una economía, o más grave aún, a otras economías. En este respecto, las turbulencias financieras han provocado graves desenlaces debido a pérdidas millonarias que afectan sensiblemente a los inversionistas y, a nivel macro y microeconómico, a la economía en su conjunto (cierre de industrias por quiebras, descenso en el nivel de vida debido al desempleo, bajo consumo por la disminución en el nivel de ingresos, etc.).



La importancia del modelo ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model*) propuesto por Engle (1982) y sus innovadoras extensiones, han encontrado respuesta positiva en el estudio de las finanzas contemporáneas; dicha importancia proviene de la correlación directa entre el riesgo y los novedosos y rigurosos modelos para cuantificar la varianza, así como del *trade off* que existe entre el rendimiento y el riesgo de los activos financieros, esto es, el mayor rendimiento que se debe otorgar a mayores niveles de riesgo, una prima cada vez mayor sobre inversiones libre de riesgo. Ahí radica la importancia del modelo de Markowitz (1952, 1959), la determinación de portafolios óptimos en los cuales se minimice el riesgo y se maximice el rendimiento, reconociendo sus posibles limitaciones debido a su supuesto sobre la normalidad de los rendimientos. Por ello, en la presente tesis se aplica el modelo Markowitz, tanto en su forma original como con una ampliación mediante el empleo de la distribución logística. El propósito es determinar portafolios óptimos compuestos por índices bursátiles de los socios del TLCAN; se supone que un inversionista de cada uno de los países miembros del TLCAN invierte en ETFs (*Exchange Traded Funds*), portafolios de acciones que simulan el comportamiento de índices bursátiles y que por su fácil adquisición, y análisis constituyen importantes y favoritos activos de los inversionistas internacionales.¹ Sin embargo, como cualquier otro activo, los portafolios óptimos también están sujetos al riesgo de mercado. Esta es la preocupación principal de esta tesis. Así, para calcular las pérdidas potenciales de los portafolios trinacionales, se aplica la metodología VaR/CVaR paramétrica (*delta-garch*) y no paramétrica (simulación histórica). Los índices representativos que componen los portafolios trinacionales son el Dow Jones Industrial Average (DJIA) de Estados, el S&P TSX de Canadá y el índice de precios y cotizaciones (IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores. El rendimiento de

¹ Los EFTs, comúnmente conocidos como *Tracs*, son títulos referenciados a acciones y son certificados de participación que representan el patrimonio de fideicomisos de inversión. Su posicionamiento corresponde a canastas de acciones cotizadas en los mercados de capitales; el subyacente más común y cuyo comportamiento el portafolio trata de replicar es un índice bursátil.



dichos portafolios se mide en la moneda local de cada país. El periodo de análisis abarca del 03/enero/2000 al 31/diciembre/2007, con un total de 2,086 observaciones diarias.

Se ha elegido la distribución logística por su mejor ajuste al comportamiento de los rendimientos de los índices señalados lo que permite comparar la evidencia así obtenida con la aplicación de modelos GARCH univariados y multivariados lo cuales suponen la distribución normal. Esto es, se examina la volatilidad de los portafolios trinacionales aplicando la distribución normal, la distribución logística y los modelos GARCH univariados GARCH(1,1) y TARCH(1,1) asimismo como su versión multivariada D-VECH (Diagonal VECH), D-BEKK (Diagonal BEKK) y CCC (correlación condicional constante). Dichos análisis son utilizados para realizar el análisis de pérdidas potenciales aplicando el enfoque VaR (Valor en Riesgo) y CVaR (VaR Condicional) y M-CVARCH (VaR condicional multivariado). Finalmente, la robustez de los análisis realizados se complementa empleando la metodología paramétrica del *test* de Kupiec (1995) llamada *Backtesting* (análisis retrospectivo); lo anterior, a fin de evaluar los portafolios VaR bajo diferentes niveles de confianza para demostrar el desempeño obtenido en la evaluación de riesgos para cada modelo de portafolios de inversión trinacional.

Sobre el análisis de riesgo implementado en la presente tesis cabe resaltar que literatura reciente de la economía financiera ha demostrado que la familia de modelos ARCH univariados y multivariados capturan eficientemente las características empíricas vinculadas a la volatilidad de los rendimientos de activos financieros, por ejemplo: varianza no constante en el tiempo, leptocurtosis, persistencia, asimetrías en la volatilidad (diferente grado de respuesta de la volatilidad frente a cambios radicales en el precio de los activos), efecto *clustering*



(agrupamiento de rendimientos: periodos de alta volatilidad seguidos de periodos de baja volatilidad) y efecto *leverage* (apalancamiento: correlaciones negativas o positivas de los rendimientos y cambios en la volatilidad de los futura), entre otras.

Una parte fundamental de los cambios en la situación actual de los mercados financieros tiene que ver con el grado de integración de éstos debido a la globalización financiera, la cual ha generado un proceso de interdependencia gradual cada vez más fuerte que ha provocado, entre otras cosas, que la presencia de correlaciones negativas o bajas sean cada vez más escasas a lo deseable; las teorías de portafolios de inversión, en el pasado, identificaban mayores beneficios mediante la asociación negativa de los activos; por el contrario: actualmente la correlaciones entre los mercados generalmente son positivas y en muchos casos tendientes a la unidad positiva, lo que disminuye las posibilidades de diversificación internacional.

Por lo anterior, es de gran importancia para los inversionistas, las instituciones financieras y los administradores de riesgos, comprender el vínculo dinámico que existe entre el mercado financiero y el riesgo; esto es posible a través de sus principales índices financieros, ya que estos explican su comportamiento, incluyendo su dependencia temporal de segundo orden, a través de la volatilidad. Además de lo destacado anteriormente sobre las inversiones internacionales, cabe destacar que debido a la complejidad de analizar y construir portafolios con títulos patrimoniales de múltiples mercados, los índices financieros son utilizados en investigaciones que versan sobre la aplicación, propuesta y desarrollo de herramientas cuantitativas en los mercados financieros internacionales, aunado a su particular importancia explicativa del comportamiento de los activos financieros que componen el mercado respectivo.



Una aplicación importante sobre las inversiones internacionales se refiere a la composición de portafolios regionales, un hecho que también facilita el análisis y construcción de portafolios puesto que los lazos económicos y financieros que mantienen los respectivos países son fundamentos que afectan el comportamiento individual y conjunto de estos mercados debido a la asociación que existe entre los países de manera formal o informal.

Dado lo anterior, la integración regional es un argumento válido para el análisis en el contexto multivariado en el área de las finanzas, debido a que la volatilidad financiera se encuentra asociada a los mercados financieros que se mueven conjuntamente en el tiempo. El estudio de carácter multivariado permite incorporar en estudios como la presente tesis los efectos de contagio de volatilidad (*spillover effects*), impacto de las noticias (*shocks*), eficiencia en la determinación de precios y otras relaciones que se han encontrado en los mercados financieros de economías tanto industrializadas como emergentes y que el análisis univariado deja de lado. Existen además razones teóricas para la aplicación de modelos GARCH multivariados, por ejemplo, este tipo de especificaciones permiten estimar eficientemente las correlaciones cruzadas dinámicas que pudieran existir entre los rendimientos de un conjunto de activos, factor primordial para determinar los beneficios obtenidos a través de la diversificación de portafolios internacionales de inversión (Gallón y Gómez, 2007). En términos de la presente tesis, el análisis multivariado permite medir las pérdidas potenciales de los portafolios trinacionales cuyas economías están fuertemente enlazadas de manera histórica, y desde 1994 vinculadas formalmente mediante el TLCAN.

Dentro de los procesos de integración regional financiera ahora en proceso, es importante comentar que la mayoría de estudios realizados resaltan las relaciones entre mercados



financieros de economías industrializadas y existe poca literatura dedicada a estudios en mercados emergentes. Aún más: es escasa la literatura que refleje el comportamiento de modelos aplicados a portafolios de inversión cuya composición de activos contemple activos de mercados financieros industrializados y emergentes. En este respecto, es oportuno y relevante analizar los mercados financieros de economías que sostienen acuerdos de libre comercio, como es el caso particular de los mercados accionarios de las economías que conforman el Tratado de Libre Comercio (TLCAN), esto es, Canadá, Estados Unidos y México. Cabe destacar que solo muy pocos estudios de frontera abordan este tema a pesar de que el comportamiento disímil de las economías que conforman este bloque regional podría ser fuente de múltiples oportunidades para los inversionistas en cuanto a diversificación internacional, sobre todo bajo una eficiente administración integral de riesgos.

Afines a la presente tesis, cabe resaltar algunas investigaciones doctorales a nivel nacional e internacional. Gento (2001) utiliza modelos VaR existentes para explicar sus limitantes en sus supuestos y en la práctica real de los mercados financieros para evaluar portafolios VaR en instrumentos de renta fija. A su vez, Níguez (2004) aplica modelos econométricos GARCH para obtener la varianza condicional para predecir la volatilidad con distribuciones t-student y gaussiana en cinco índices financieros internacionales; su propósito es modelar y predecir el riesgo de mercado a través de modelos VaR.

Por su parte, Yip (2007) aplica dos extensiones de modelos GARCH multivariados para estimar la volatilidad y la correlación dinámica con correlaciones condicionales variantes en el tiempo a fin de capturar la media, la volatilidad y las asimetrías en correlaciones en series de rendimientos; asimismo, se explora el agrupamiento de las series de rendimientos financieros



para explicar de mejor forma la interdependencia y se aplican también métodos bayesianos para la estimación de parámetros a fin de realizar un comparativo sobre los modelos aplicados. Por otro lado, Davison y Donato (2009) aplican un modelo econométrico de pronóstico del índice financiero norteamericano Dow Jones para predecir su comportamiento frente a shocks o perturbaciones de indicadores del calendario económico norteamericano; se trata de encontrar las variables que más impactan este calendario mediante un método cuantitativo y, por último, pronosticar su tendencia mediante la modelación econométrica. Finalmente, de Jesús (2008) en su tesis doctoral aplica la teoría de los valores extremos para analizar el valor en riesgo de las bolsas de Brasil y México.

Aunque no relacionadas directamente con el tema abordado en esta tesis, cabe mencionar las tesis doctorales de Gálvez (2005) y López Herrera (2006). Por un lado, Gálvez propone una metodología, basada en la aplicación del enfoque fractal, que permita anticipar las crisis en movimiento del mercado de valores mexicano; su fin es aplicar metodologías que permitan comprobar la exactitud de sus predicciones utilizando datos de alta frecuencia. Por su parte, López realiza en su tesis doctoral un análisis de cointegración aplicado a los países que conforman el bloque del TLCAN.

Considerando la literatura sobre modelos GARCH univariados, aplicados a modelos VaR, cabe destacar los estudios de Engle (2001b), Gómez y Beltrán (2003), Angelidis *et al.* (2004), McAleer y Da Veiga (2008); para el caso de America Latina, destacan los trabajos de Ortiz y Arjona (2001), Andrew (2001), Tagliafichi (2001 y 2003), Alonso y Arcos (2005), Vergara y Maya (2007), y Ramírez y Ramírez (2007). En estudios correspondientes a la aplicación de métodos multivariados GARCH sobre modelos de riesgo en portafolios de inversión en los



mercados financieros, la literatura es aún insuficiente; resaltan algunos trabajos tales como Ledoit, *et al.* (2002), Chong (2004), Skintzi y Xanthopoulos (2007); Pereira y Pereira (2007) confrontan los métodos multivariados a su estudio temático de cópulas. Por otra parte, Gallón y Gómez (2007) presentan un estudio sobre diferentes tipos de cambio para el caso colombiano; en el caso de México, Ludlow y Mota (2006) presentan un breve estudio en donde se comparan las volatilidades entre los índices IPC, Nasdaq y S&P500 exclusivamente. Finalmente, López *et al.* (2009) realizan estudios sobre el comportamiento de los rendimientos de los mercados accionarios del TLCAN para determinar las formas en las cuales se transmite la volatilidad y el grado creciente de integración que conlleva a una significativa influencia de un mercado grande (Estados Unidos) sobre los demás. En resumen, el problema de riesgo-rendimiento es una cuestión surgida de la abundante fragilidad financiera mundial; actualmente ha conllevado a investigar el fenómeno de la volatilidad mediante modelos econométricos-financieros cada vez más sofisticados que permitan obtener resultados más precisos en apoyo a la toma de decisiones de inversión.

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, la presente tesis contempla tres objetivos. El primer objetivo de esta tesis se centra en el estudio de la volatilidad de series financieras empleando el análisis estadístico descriptivo y multivariado aplicado a series de rendimientos diarios de índices accionarios de las economías que conforman el bloque regional del Tratado de Libre Comercio de América del Norte o *TLCAN* (Canadá, Estados Unidos y México) durante el periodo 2000-2007; lo anterior, a fin de describir el comportamiento de las series mencionadas en base a la evidencia empírica presentada.



El segundo objetivo consiste en la propuesta de la metodología **M-VARCH**, la cual consiste en la construcción de portafolios óptimos de Markowitz, cuyos parámetros de media y varianza son obtenidos, en el caso del primer parámetro, de supuestos distributivos de normalidad y mejor ajuste, en tanto que para el segundo parámetro, son obtenidos de la aplicación modelos univariados y multivariados **GARCH** (modelos autoregresivos heteroscedásticos generalizados) utilizando el método de máxima verosimilitud bajo el enfoque **VaR/CVaR** (Valor en Riesgo y VaR Condicional); los portafolios optimizados serán sometidos a pruebas de análisis retrospectivo (*backtesting*) para su evaluación.

Como ya se ha mencionado, en la literatura financiera no existen estudios que apliquen el modelo de Markowitz y la metodología M-VARCH para los mercados accionarios que conforman el bloque del TLCAN, por tanto, la evidencia empírica disponible sobre la metodología propuesta en este bloque regional conlleva al tercer objetivo, el cual tiene a la vez dos vertientes: por un lado, tiene el fin el contribuir en la propuesta de herramientas que permitan mejorar la administración del riesgo financiero; por otro lado, permite sugerir a los inversionistas nacionales y extranjeros como una propuesta viable –y atractiva- para que inviertan en portafolios regionales diversificados con índices accionarios del bloque del TLCAN.

A fin de alcanzar los objetivos precedentes, la presente tesis se propone validar la siguiente hipótesis para el caso de medidas VaR para portafolios de inversión trinacionales del bloque TLCAN:²

² Propiamente, en términos metodológicos, ésta es una hipótesis de trabajo. Las diferentes pruebas estadísticas constituyen el marco científico de comprobaciones.



“La implementación de la metodología VARCH (modelos VaR/CVAR con enfoques GARCH) permite obtener las mejores estimaciones aplicadas a la modelación de portafolios óptimos de inversión evaluados con las metodologías de valor en riesgo paramétricas (*delta-garch*) y no paramétricas (simulación histórica), ya que presuponen mayor conservadurismo y precisión. Específicamente, los modelos GARCH multivariados capturan las interacciones de las volatilidades dinámicas entre los mercados, logrando estimaciones más eficientes y confiables”.

La evidencia más importante y aportaciones de la tesis pueden resumirse como sigue:

- 1) los resultados empíricos muestran que los modelos multivariados CCC y, en menor medida, D-VECH, presentan los mejores estimadores de la varianza condicional cuyas matrices de varianzas y covarianzas capturan de manera más eficiente las interacciones de las volatilidades entre los tres mercados;
- 2) la diversificación de los portafolios en activos conjuntos de Estados Unidos, Canadá y México presentan mayores beneficios en moneda local y a la vez permiten cierta cobertura contra los riesgos ocasionados por *shocks* internacionales;
- 3) el inversionista mexicano es quién puede verse mayormente beneficiado (que sus pares de Canadá y Estados Unidos) en cuanto a su apetito de riesgo-rendimiento debido a que con la inclusión de activos de los mercados de Canadá y Estados Unidos le es posible buscar soluciones óptimas de diversificación; y
- 4) el *backtesting* realizado a los modelos VaR confirman que los modelos multivariados aplicados a los portafolios de inversión en moneda local para cada uno de los portafolios trinacionales representan un método confiable para la estimación de la varianza de los rendimientos y subsecuente estimación del valor en riesgo de portafolios trinacionales bajo análisis y correspondientes a inversionistas del bloque del TLCAN.



La tesis se ha estructurado en cinco capítulos. En el capítulo primero se analiza el fenómeno de la globalización, sus implicaciones con respecto al riesgo y su presencia en los mercados de valores mundiales; se realiza un análisis para el caso del bloque regional del TLCAN, sus asimetrías económicas y bursátiles, así como de los riesgos financieros a los que se encuentran expuestos.

En los capítulos segundo y tercero se presentan los modelos que conforman la metodología M-GARCH. En el segundo capítulo se presenta el marco teórico de los modelos univariados GARCH, resumiendo modelos tanto simétricos como asimétricos, tal y como son los casos GARCH y TARARCH seguido de los modelos multivariados de la misma familia (ambos tipos de modelos representan la columna vertebral de la metodología propuesta). El tercer capítulo presenta el principio de diversificación de portafolios de Markowitz (ampliado con la distribución logística), los modelos VaR/CVaR y las pruebas de *backtesting*. Todos, como bases fundamentales de la metodología M-VARCH y el marco teórico de las principales metodologías que la sustentan.

En el capítulo cuarto se construyen portafolios óptimos M-L trinacionales empleando el modelo de Markowitz en su concepción original y modificándolo con el empleo de la distribución logística; posteriormente se determina la volatilidad de los índices accionarios del TLCAN mediante el análisis del primer y segundo momento estadísticos (media y desviación estándar), el modelo de promedios móviles exponencialmente ponderados (EWMA), así como los modelos univariados (GARCH y TGARCH) y multivariados (D.VECH, D-BEKK y CCC). La relevancia de los resultados será analizada y vinculada con el capítulo quinto de la presente tesis.



En el capítulo quinto se aplica la metodología M-VARCH realizando tanto el reporte como el análisis de la evidencia empírica obtenida así como sus implicaciones. Los parámetros y las matrices resultantes de los portafolios basados en diferentes modelos media-varianza son introducidos en los modelos VaR-CVaR mediante las metodología *delta-garch* y de simulación histórica (crecimientos absolutos, crecimientos logarítmicos y crecimientos relativos). La evidencia del análisis de valor en riesgo se examina empleando tres diferentes niveles de confianza y la solidez de los resultados se verifica con el análisis introspectivo o *backtesting*.

Finalmente, en las conclusiones se resumen los resultados empíricos, resaltando soluciones factibles a los principales problemas de la administración de riesgos internacional, subrayando los principales problemas que presenta la metodología propuesta, y sugiriendo nuevas fronteras de investigación para el futuro.

Para concluir, cabe resaltar que los resultados obtenidos no solamente cumplen con propósitos académicos de investigación, sino que también permiten obtener una valoración de los modelos empleados en la práctica y abren importantes perspectivas a considerarse sobre los beneficios de una diversificación internacional en los tres mercados financieros del TLCAN, apoyándose en una eficiente administración de riesgos financieros.

CAPÍTULO PRIMERO:

Globalización y Riesgos Financieros

1.1 Características y Alcances de la Globalización Financiera

1.1.1 Concepto y Enfoque de la Globalización

El fenómeno de la globalización (o *mundialización*, como se denomina en varios países) se caracteriza por una serie de interacciones que abarcan los planos económico, financiero, político, social y cultural. Se observan serias diferencias en el esquema de la globalización al vincular irónicamente el notable grado de avance del desarrollo tecnológico con el incremento de la pobreza extrema (ambas a nivel mundial), como una de sus características principales. El enfoque manejado por muchos autores para matizar el significado de la globalización en sus obras se da en el contexto de las circunstancias ocurridas en cada una de las economías que han adoptado este sistema en su proceso de desarrollo, dependiendo tanto de la problemática que representó la implementación y aplicación de este esquema así como de la transformación de sus sistemas financieros y económicos.

Ortiz (2008) y Jalife (2008) coinciden en que la globalización es un proceso actual en el cual los negocios, la toma de decisiones económicas a nivel micro y macroeconómico han configurado un papel diferente al capitalismo de mediados del siglo pasado; el libre mercado y la competencia han dado lugar al nacimiento de nuevas instituciones. La globalización en sí, debe asimilarse con tres etapas básicas que la conciben: a) la internacionalización vinculada al flujos de comercio exterior; b) la transnacionalización unida al flujo de inversiones e implantaciones



en el exterior mediante el *outsourcing* y del *downsizing*¹; y c) la globalización *per se*, correspondiente a la instalación de redes mundiales tanto de producción como de información.

En el plano financiero, la globalización ha permitido la desregulación de los mercados financieros y un creciente avance hacia la diversificación internacional, que permiten mejoras para las oportunidades de inversión global. Lo anterior se debe principalmente a dos causas: 1) la internacionalización, y 2) la integración de los mercados. La globalización financiera implica, al menos en teoría, el establecimiento de condiciones para la homologación de precios y el establecimiento de (mejores) condiciones financieras, lo cual implicaría que existiera un mayor enlace entre los mercados financieros y un incremento significativo en las inversiones bilaterales o multilaterales, lo cual eliminaría las barreras entre los mercados.

La integración financiera conlleva además a que los mercados locales muestren una mayor apertura con respecto a las instituciones financieras de otras economías, estableciendo así una interdependencia la cual tendría como elementos comunes, participativos y constantes tanto el riesgo sistémico como los precios de los rendimientos y tasas de interés. Estos elementos deberían ser similares en cuanto a su valoración y riesgo y, bajo este nuevo orden, ser fijados de manera eficiente. Lo anterior implicaría que no existieran mercados segmentados y en cambio la mayoría de los mercados deberían trabajar en conjunto, como uno solo (Ortiz, 2008).

En la actualidad existe un mayor enlace con los mercados financieros internacionales así como una mayor participación de éstos gracias al incremento progresivo del libre flujo de activos

¹ “Deslocalización” y la “flexibilidad laboral”, respectivamente.



financieros que traspasan las fronteras a través de varios canales que se encuentran bajo un efecto integrador en el mundo entero; esta medida de integración financiera ha sido efectivamente constante en los últimos treinta años iniciando así una nueva fase de globalización (Das, 2010). Sin embargo, no hay que dejar de lado que esto no ha beneficiado directamente a los mercados financieros de las economías emergentes ya que, si bien es cierto que estas economías han incrementado sus exportaciones y captación de recursos externos que benefician a empresas y gobiernos en los mercados financieros locales y externos, siguen vigentes graves deficiencias y segmentaciones en comparación con las economías desarrolladas, como se verá más adelante. De hecho, la internacionalización es el camino obligado para aprovechar las desigualdades existentes entre las economías y de esta manera alcanzar mayores niveles de competitividad aprovechando ventajas comparativas como el costo de mano de obra, costos en el capital, insumos y, sobretodo, aprovechando la diversificación de portafolios de inversión en los mercados financieros para obtener mayores beneficios y menores riesgos.

Con respecto al último punto del párrafo anterior, valdría la pena mencionar al menos dos observaciones. La primera es con referencia a la inversión de portafolios en los mercados emergentes, en donde existen condiciones tanto institucionales como financieras (como parte de la competencia internacional) que implican ventajas para obtener mayores rendimientos. La segunda observación se relaciona con las ventajas que se presentan al diversificar internacionalmente, es decir, invertir en activos de diferentes economías en un mismo portafolio, lo cual debería representar mayores ventajas en comparación con invertir un portafolio con activos diversificados en un solo país.



1.1.2 Genealogía de la Globalización Financiera

1.1.2.1 Características e Importancia de los Sistemas Financieros

Los sistemas financieros han sido la razón de ser para el crecimiento de muchas economías; por ende, el sistema financiero globalizado no es la excepción. Para conocer su funcionamiento, es necesario identificar los fundamentos de un sistema financiero en general.

El cuadro 1.1 destaca dos perspectivas al respecto.

Cuadro 1.1. Teoría descriptiva y funciones económicas de los sistemas financieros

A) Teoría descriptiva de los sistemas financieros	B) Funciones económicas de los sistemas financieros
<ol style="list-style-type: none"> 1. ¿Cuáles son las funciones económicas que deben llenar los sistemas financieros? 2. ¿Cómo se establecen los precios de equilibrio de los activos financieros sobre los mercados financieros? 3. ¿Por qué existen los intermediarios financieros? 4. ¿Cuáles son las interacciones entre los intermediarios y los mercados financieros? 5. ¿Qué relación existe entre la economía real y los sistemas financieros? 6. ¿Cómo se desarrollan los sistemas financieros? 7. ¿Qué factores explican su inestabilidad y su propensión a las crisis? 	<ol style="list-style-type: none"> 1. Proporcionan un sistema de pagos y de reglamentos; 2. Proporcionan un sistema de recolección de ahorros; 3. Proporcionan un sistema de transferencias de recursos económicos a través del tiempo, del espacio y de las empresas; 4. Desarrollan los mecanismos de la administración de riesgos; 5. Producen información sobre los precios, lo que permite el funcionamiento de una economía descentralizada; y 6. Proporcionan los medios para controlar los problemas de iniciación ligadas a las asimetrías de información y a las situaciones bancarias.

Por una parte, existe la perspectiva de Jean Roy (2003) sobre la estructura teórica de los sistemas financieros (columna A) considerando que la vinculación de estos cuestionamientos deja entrever los inusuales ciclos que se presentan en un sistema financiero: nacimiento, crecimiento, inversión, desarrollo, periodos constantes de alzas y bajas (de manera moderada o extremadamente severa), así como su caída o refinanciamiento en función de los **riesgos** existentes en los mercados internos o externos. Por otra parte, Crane *et. al* (1995) desarrollan una descomposición importante sobre las funciones económicas de los sistemas financieros (columna B).



Es importante destacar que la existencia de una fuerte estructura de pagos en el sistema bancario es una condición fuertemente indispensable para un buen proceso del sistema financiero de cualquier país. Por otra parte, las bolsas de valores son el puente que establece la relación entre el sector económico real y el sector financiero a fin de permitir el desarrollo económico mediante la participación de las industrias. La transferencia de recursos monetarios (liquidez) que se deriva de este importante lazo es un factor preponderante para el financiamiento en el sector de la economía real (industrias, comercios, etc.). En opinión de Arenas (1999) y Ortiz, *et. al.* (2007), además de que el sector financiero influye positivamente en el desarrollo económico de un país (profundización financiera), la importancia de un sistema financiero global reside en su grado de respuesta frente a los cambios en el tamaño (volumen de recursos financieros), complejidad y rapidez de los mercados de capital internacional.

1.1.2.2 Ventajas y Desventajas de la Globalización Financiera

Uno de los hechos más sobresalientes que permite la defensa de la globalización financiera es la innovación financiera, impulsada gracias a la introducción de instrumentos financieros que han permitido la diversificación de riesgos y su distribución de manera más eficiente entre los participantes del mercado financiero.² Sin embargo, la globalización también ha dado lugar a: 1) incrementos en la volatilidad del tipo de interés, tipos de cambio, tasas de inflación y precios de activos financieros; 2) avances en la aplicación de la informática y las telecomunicaciones; 3) la competencia entre los intermediarios financieros; y 4) incentivos para sortear la normatividad legal y fiscal existentes.

² Las innovaciones que surgieron en los mercados financieros durante la década de los ochenta se establecieron mediante innovaciones en la transferencia precio-riesgo, instrumentos de transferencia crédito-riesgo, innovaciones generadoras de liquidez, instrumentos generadores de crédito, e instrumentos generadores de acciones. Para mayores detalles, consúltese González y Mascareñas (1999).



La ingeniería financiera es una parte de la innovación financiera que permite revolucionar el sistema financiero global y surge como una respuesta a la falta de estabilidad en los mercados financieros; se encarga principalmente de la construcción y elaboración de productos financieros. Su auge se produce, hasta la fecha, debido a la aparición de un conjunto de instrumentos financieros (día a día más numeroso) y porque los bancos e intermediarios financieros se volvieron mucho más activos a fin de hacer más atractiva su oferta hacia el núcleo de clientes ávidos de invertir en estos mercados, es decir, se ha tornado una dura competencia entre los mismos, en donde la revolución tecnológica mediante la interconexión de los mercados ha hecho que desaparezca la distinción entre el corto y largo plazo asimismo como los títulos, préstamos, fondos de deuda y, posteriormente, los derivados (1972),³ dando oportunidades para el *arbitraje* y para la *especulación* sobre los constantes movimientos que se observaban en los tipos de cambios, asimismo como la gran demanda por parte de los participantes del mercado por operaciones de apalancamiento (endeudamiento en grandes proporciones).

Ante los inminentes impactos que trae consigo la globalización económica en lo relacionado con pérdidas financieras, cuyas graves consecuencias han repercutido en las finanzas contemporáneas debido a la creciente volatilidad y movimientos impredecibles de variables económicas y financieras principalmente, la administración de riesgos surgió en la última década del siglo pasado como una herramienta que ha permitido en los últimos años una mejor gestión sobre los ingresos a fin de brindar condiciones de estabilidad financiera en los agentes económicos que participan cotidianamente en todos los mercados financieros mundiales.

³ En 1973 fueron introducidos los *futuros* y posteriormente en 1981 se introdujeron los trueques sobre divisas (*swaps*); en 1982 surgieron nuevos instrumentos de cobertura como las *opciones* en moneda extranjera. Actualmente estos instrumentos no solamente funcionan en la administración de riesgos, sino que también son utilizados para otros tales como el arbitraje y la especulación.



Básicamente la administración de riesgos se enfoca en la creación de nuevas técnicas que permitan la minimización del riesgo y la maximización de rendimientos; asimismo, también participa en crear instrumentos de cobertura contra resultados inesperados o no deseables (por ello se le vincula con la *ingeniería de los derivados*).

1.2 Crisis y Rupturas de la Economía Mundial y su Globalización

Causas y Raíces de la Globalización

1.2.1 De Bretton Woods al Actual Régimen Dólar- Wall Street

Con el fin de promover el crecimiento y la estabilidad económica al fin de la Segunda Guerra Mundial con el Acuerdo de Bretton Woods se estableció en 1944 el patrón de cambios oro-dólar norteamericano formando un puente entre las demás monedas que se vincularían al dólar por medio de su tasa cambiaria, y fluctuando exclusivamente entre una banda de flotación de ± 1 por ciento. El Fondo Monetario Internacional (FMI) sería la institución reguladora que se encargaría de supervisar el funcionamiento de este sistema en el mundo. Desafortunadamente a esta institución reguladora no se le dotó de cantidades monetarias suficientes y por tanto no tenía la capacidad de generar liquidez.⁴ Como consecuencia, la “época dorada” del capitalismo ocurre debido al ciclo expansivo ocurrido durante esta época (1950-1970). La expansión del comercio internacional fue considerable; la demanda reprimida por bienes de consumo de las economías europeas y japonesa quedó resuelta gracias a la capacidad de inversión y la conversión de la industria de armamentos a industrias productoras de consumo duradero, dando vida así a un fuerte patrón de consumo que, hasta 1950, era de exclusividad

⁴ Bajo estas severas condiciones de crisis económica en Europa, el Congreso de los Estados Unidos avalaría en 1948 (era de la posguerra) el **Plan Marshall** con un doble fin: 1) la reconstrucción de Europa Occidental tras la Segunda Guerra Mundial, al inyectar liquidez a las economías que estimuló intensamente su renta, empleo y su capacidad productiva (dada la devaluación de sus monedas en 1949 en relación al dólar); y 2) luchar contra la naciente amenaza al sistema capitalista contemporáneo, es decir, el *comunismo* y su influencia en las propias economías capitalistas (ascensión política de partidos y movimientos sociales de izquierda en Europa –en incluso los Estados Unidos– y la simpatía por la *exURSS* dado su desempeño en la Segunda Guerra Mundial). Iniciaban así dos sucesos históricos: la “guerra fría” y la época dorada del capitalismo.



norteamericana. Otro factor preponderante para los objetivos del pleno empleo fue la adopción del modelo económico keynesiano bajo la hegemonía de los Estados Unidos en el mundo occidental, que daba poder al Estado para llevar a cabo políticas a favor del desarrollo económico.

A finales de los sesenta la balanza de pagos norteamericana era deficitaria y comenzaba a trastornar la economía mundial al notarse la desconfianza de las economías dependientes del dólar debido al gasto excesivo de Estados Unidos en ayuda extranjera e inversión privada.⁵ La década de los setenta del siglo pasado fue recordada por el agotamiento del esquema keynesiano y por la escasa capacidad de los países industrializados para crear un nuevo orden económico mundial.

La economía norteamericana dejó de ser el abastecedor de la demanda efectiva mundial capitalista pudiendo ejercer, aún así, su poder hegemónico a través de su poderío en los aspectos político, militar, financiero e industrial. La expansión del crédito desembocó en una crisis importante que perduró hasta la década de los ochenta cuando los tipos de interés internacionales subieron y gran parte de las economías emergentes no pudieron hacer frente al pago de sus obligaciones con la banca internacional.

De ahí que posteriormente, como Martínez (2003) menciona, durante los años noventa los centros de poder mundial observaron un reordenamiento bajo la formación de tres grandes bloques de intereses regionales mediante alianzas o uniones en referencia a su área geográfica,

⁵ Japón y Europa, una vez recuperados de los efectos devastadores de la guerra, poseían en sus bancos centrales dólares acumulados en sus arcas los cuales no podían ser respaldados por el oro de la Reserva Federal. El presidente norteamericano Richard M. Nixon, en una decisión unilateral, rompió en agosto de 1971 con este sistema quebrando con el pacto establecido en Bretton Woods. La consecuencia principal fue el retiro del oro del sistema monetario internacional, eliminando la desconfianza y permitiendo el tiempo necesario para implantar una política de recuperación de la economía norteamericana, cuya gran recesión al inicio de esta década era la principal premisa a resolver.



han establecido las políticas de la estructura del mercado mundial actual: i) Estados Unidos y sus socios, ii) la Unión Europea, y iii) Japón y los países del sureste asiático. Sin embargo, cabe destacar el nuevo orden hexapolar mencionado por Jalife (2007) y Ortiz (2008), esto es, el bloque denominado BRIC conformado por Brasil, Rusia, India y China. Esta asociación de países ha conformado un fuerte bloque influyente basado en perspectivas de crecimiento económico constante y con fuerte presencia geopolítica. Por último, China ha demostrado ser la economía que está destinada a ser la próxima potencia mundial debido a la naciente hegemonía basada en su gran avance económico, lo cual no será comentado debido al contexto de la presente tesis.

La nueva era establecida por la desregulación financiera permitió un incremento notable en la movilidad internacional de capitales, promoviendo una mejor aplicación de los recursos, la diversificación de riesgos y un incentivo al crecimiento de las economías.⁶ Es notable que la inestabilidad de los mercados de capitales provocara una mayor fragilidad bajo este proceso.⁷

1.2.2 La Globalización en México y en las Economías Latinoamericanas

Desde la época de la colonización, América Latina (AL) se ha visto integrada a un proceso de globalización. En los últimos años destacan factores importantes como las crisis financieras recurrentes en la región, cambios en los mercados financieros, entrada y salida de grandes flujos de capitales, reformas estructurales en años recientes, cambios en el perfil de la inversión extranjera directa, aumento en las reservas nacionales debido al flujo migratorio,

⁶ La desregulación también ha permitido que los bancos realicen actividades relativas a la banca de inversión permitiéndoles obtener ganancias sustanciales gracias a las comisiones e ingresos comerciales.

⁷ Swary y Topf (1993) mencionan que los sistemas bancarios se han visto afectados en diferentes grados, de tal manera que las manifestaciones pueden ir desde la liberalización de las tasas de interés (que conduce a una caída en los ingresos por intereses debido a la competencia nacional y extranjera) hasta la eliminación de las restricciones presupuestales a las actividades no bancarias, y las reducciones tanto a los requerimientos de las reservas como a las restricciones a la competencia extranjera.



endeudamiento externo de la región y cambios en su entorno económico. Lo anterior pone de manifiesto que AL se encuentra integrada bajo un concepto diferente de globalización.

Durante la década de los setenta del siglo pasado las economías de AL vivían un proceso de reformas a sus economías y de liberalización de sus sistemas financieros. Debido a la crisis del tercer mundo durante esa época, los países con altos niveles de deuda carecían del acceso a fuentes internacionales de financiamiento para la promoción de su desarrollo (López, 2006^a y 2006b), por lo cual su única salida a este problema era la apertura al comercio internacional y a las inversiones extranjeras de portafolio para atraer capitales externos, motivo por el cual comenzaron a impulsar reformas a sus economía y la liberalización de sus sistemas financieros. La intensidad de la crisis de la deuda hizo que se llevaran a cabo los planes Brady y Baker como paliativos para evitar una moratoria generalizada de graves consecuencias. Cuevas (2006) destaca como detonantes fundamentales durante el final de la década de los ochenta y principios de los noventa del siglo anterior, la aparición de nuevas compañías financieras no reguladas, un control de las tasas de interés en manos de los banqueros, la existencia de numerosos intermediarios financieros, una serie de productos y servicios escasamente regulados, la vulnerabilidad por la ampliación de márgenes financieros, tendencia de las empresas a endeudarse excesivamente con relación a su capital, tasas de interés variables y el uso sin restricciones de tarjetas tanto de crédito como débito. Bajo el proceso de globalización, muchos mercados financieros latinoamericanos resultaron de gran atractivo al capital extranjero provocando modificaciones en la recepción y orientación del capital (es sorprendente la penetración de los bancos extranjeros durante los últimos 18 años: *Citibank*, Banco de Boston, Banco *Santander*, Banco *BBVA*, *HSBC*, *Dutsche Bank*, etc.). Durante la última década del siglo pasado, el financiamiento volvió a los países latinoamericanos,



desafortunadamente la volatilidad hizo también su aparición tomando como primera víctima a México en 1994 con el “efecto tequila” siguiendo contagios similares derivados de las crisis de Brasil y Argentina en 1998 con el “efecto samba” en 2000 con el “efecto tango” respectivamente.

En el caso particular de México, las oportunidades de desarrollo fundamentalmente tecnológico y económico que traía consigo la globalización requerían en el ámbito financiero mundial de esquemas normativos flexibles que facilitaran el libre flujo de capitales. Estos esquemas formaron los cimientos de la estrategia modernizadora de la economía en el periodo salinista (1988-1994) dando paso a una serie de reformas en el ámbito financiero logrando un doble efecto: por un lado, la liberación de actividades financieras y, por otro, una importante reforma institucional (Huerta, 1994); lo anterior perseguía el doble propósito de incrementar la competitividad de los intermediarios financieros y de reducir la marcada polaridad en el sistema financiero nacional.⁸

La primera etapa del proceso consistía en una estrategia de reprivatización bancaria y la liberalización de operaciones financieras; una segunda etapa incluía la internacionalización de las actividades bancarias y bursátiles; y finalmente una tercera etapa estaba vinculada con la creación de nuevos intermediarios, figuras e instrumentos bancarios. Después de varios años de haber dado inicio a todos los procesos de desregulación y modernización del sistema financiero mexicano, los resultados al momento han dejado claro que existen una marcada centralización de capital entre los agentes participantes de los negocios financieros y una

⁸ Las reformas a partir del marco jurídico se adecuaron en función del proceso de modernización y desregulación. Destacan principalmente la reprivatización bancaria, la modificación a la Ley del Mercado de Valores, el establecimiento del Programa Nacional del financiamiento para el Desarrollo (1990-1994), el paquete de reformas financieras (1993), la Ley de Inversiones Extranjeras (1993) y el Apartado correspondiente a la Prestación de Servicios Financieros en el marco del Tratado de Libre Comercio de América del Norte. Las etapas que abarcó este proceso fueron fundamentales para el curso modernizador y desregularizador.



tendencia del mercado financiero a la especulación, dejando de lado uno de los objetivos que se perseguían: alentar una política de desarrollo industrial. Según Zamorano (1999), frente al TLCAN, la desregulación ha quedado rezagada frente al proceso de apertura y con ello la competencia existente tiene serias desventajas. Aceptando el análisis de Martínez (2003), son evidentes las limitaciones del Estado como ente autorregulador en interacción con organismos internacionales, lo cual se confirma en la observación del comportamiento del ya caduco sistema monetario vigente y en la debilidad institucional para el logro de avances importantes en los sistemas financieros latinos con respecto del sistema internacional.

1.3 Globalización e Integración Económica y Financiera

A partir de la década de los cincuenta numerosas economías iniciaron un proceso de apertura en lo relativo a la integración económica que ha sido mayormente constante en países desarrollados que en economías emergentes.⁹ A fines de los sesenta la gran mayoría de los países mantenían barreras de entrada a los flujos de capital mediante mecanismos de control directo o, por ejemplo, restringiendo las actividades de establecimientos financieros. Sin embargo, en este periodo también comienza el proceso de “mundialización” de los mercados de capitales, los cuales tenían la urgencia de la liberación de la circulación de capitales asimismo como la prestación de servicios financieros.

La integración parcial en el plano de la globalización puede ser vista como un proceso de integración que presenta periodos de altas y bajas para los mercados que forman parte de la

⁹ Nota: resulta hasta cierto punto irónico escuchar nuevas definiciones para la clasificación de los países según su desarrollo económico. Los anteriormente llamados *países o economías de primer mundo* son llamados ahora *países desarrollados* (Estados Unidos y Canadá como claro ejemplo en el continente americano) y las economías antes llamadas del tercer mundo (como México) pasaron de ser llamadas *“economías de despegue”* a ser llamadas ahora como *“economías o mercados emergentes”*. No olvidar que a razón de la caída del muro de Berlín y de la ex-Unión Soviética las transformaciones sufridas por las economías involucradas mostraron cambios que el mapa económico internacional que las ubicaron en el orden de escala decreciente nombrándolas como economías en transición (Ortiz, 2008). En el caso de Rusia, se mostrará más adelante como ha visto fortalecida su economía tras su espectacular derrumbe.



economía mundial, o bien, puede ser vista también como una diferencia entre el sistema de tendencias y mecanismos que podría conllevar a la exclusión o segmentación de estos mercados; por ello las economías podrían encontrarse en desventaja frente a sus principales socios comerciales. De esta manera, son vastas las manifestaciones de este proceso impulsado por las tendencias del esquema de la globalización. Errunza (2000) y López (2006b) destacan que las políticas económicas deficientes, la frágil protección a los inversionistas y la falta de transparencia provocan una severa deficiencia en los mercados de capitales internos, y que su mal funcionamiento provocan que los inversionistas extranjeros busquen mejores oportunidades de valuación liquidez en otros mercados, por ejemplo, de mercados financieros más desarrollados como los de Estados Unidos o Canadá, para el caso del bloque del TLCAN. Para que exista una integración total de los mercados es necesario que el Estado establezca estrategias encaminadas a comprender las características del proceso de integración del mercado de capital nacional respecto de los internacionales así como establecer mejoras en la regulación relativa a la preservación de los derechos de los inversionistas y de la transparencia del mercado, más allá de las reformas económicas. La segmentación parcial podría ser combatida si los cambios estructurales son llevados a la práctica a fin de evitar los factores de riesgo sistemático.

1.4 Tendencias Recientes de la Globalización Financiera

1.4.1 ¿Hacia un Nuevo Orden Mundial?: La Desglobalización Económica y Financiera

Importantes cambios trascendentales están alterando el orden económico y financiero mundial. Jalife (2007) destaca como ejemplos claros: 1) la inevitable caída del dólar y la consecuente pérdida de la hegemonía mundial norteamericana debido al fracaso militar tras la lucha por la posesión del petróleo en el medio oriente (Irak), provocando también el surgimiento de un



nuevo orden “multipolar”; 2) el surgimiento de China como una potencia geopolítica y geoeconómica a escala mundial y cuyas posibles alianzas estratégicas darán mayor poder a esta economía oriental (Rusia es un claro ejemplo de ello); 3) el mismo proceso de desglobalización está eliminando a su propio proceso financiero; y 4) el surgimiento del bloque BRIC cuyo potencial es fiel reflejo del reordenamiento económico cuyo potencial de desarrollo e inversión estará en función de las estrategias comerciales y la explotación inteligente tanto de la tecnología como de sus recursos naturales.

Un cuarto punto a destacar es la inminente caída del actual sistema monetario basado en los acuerdos de Bretton Woods. Entre los elevados riesgos que actualmente amenazan la estabilidad financiera se encuentran el deterioro en la calidad del crédito, la disminución de las valoraciones de los productos de crédito estructurado y la falta de liquidez en el mercado que acompaña a un desapalancamiento generalizado en el sistema financiero. Los mercados se colapsan con mayor continuidad mostrando la expansión de la crisis financiera, la cual pone en evidencia la fragilidad de su sistema como consecuencia del uso irrestricto de diversos instrumentos y activos por parte de sus principales actores (bancos, autoridades monetarias, inversionistas institucionales, *hedge funds*, entre otros). Véase Girón y Chapoy (2009) para más detalles.

1.5 Características y Consecuencias del Riesgo en los Mercados de Valores del Mundo

El vocablo riesgo ha pasado a convertirse en una palabra que, lejos de modismos, se usa como fuente de parámetros cuantificables y objeto de estudio para la ciencia en auge. Proveniente de latín *risicare*, indica el tomar la alternativa de aventurarse a pasar por caminos o sendas



peligrosas; se trata de una acción que implica peligro, daño, siniestro o pérdida (De Lara, 2002). Asumir riesgos hoy en día es fijar una distinción muy importante de la distancia que se tiene con la palabra incertidumbre. La diferencia que existe entre las dos palabras es solamente que el riesgo contempla el carácter de la *probabilidad* y la *volatilidad*,¹⁰ y eso lo hace cuantificable con respecto de la incertidumbre, que solamente tiene un carácter conceptual. Existen muchas definiciones sobre el riesgo, particularmente en este trabajo se tendrá presente que lo anterior implica **asumir una posición probabilística para tomar algún tipo riesgo¹¹ y evitar pérdidas potenciales en las posiciones financieras del inversionista dadas las expectativas de volatilidad en los mercados financieros en un lapso de tiempo dado.**

A partir del nuevo esquema de funcionamiento del sistema financiero internacional se ha pasado de un periodo de estabilidad financiera a un periodo en cual la mayor característica es la incertidumbre sobre los flujos financieros, la tasa de interés y el tipo de cambio. El reconocimiento del riesgo financiero en cada una de las economías constituidas en bloques permite dimensionar la magnitud de los cambios para el crecimiento de los activos financieros a escala mundial.

¹⁰ La definición de probabilidad como una rama de la estadística puede complicarse debido al concepto que tanto la escuela clásica como la escuela frecuentista le asignan bajo los supuestos fundamentales. Por ahora, sólo basta asumir que es la medida numérica de la posibilidad de que ocurra un evento A al realizarse un experimento aleatorio y se dice que es la probabilidad de que suceda el evento A y representado por P(A). Por otra parte, la volatilidad es una parte del riesgo financiero que surge por cambios en la rentabilidad de los activos financieros (acciones, bonos, índices financieros, etc.) debido al grado de sensibilidad en factores trascendentales como informes derivados de la política económica, monetaria y/fiscal, rumores, etc. Existen dos tipos de volatilidad: *histórica*, que es una medida estadística de movimientos pasados de los precios; la volatilidad *implícita* se basa en cálculos actuales en primas negociadas sobre las opciones.

¹¹ Existen diferentes tipos de riesgo que se han ido expandiendo conforme un autor expanda la especialidad de un tema al respecto. Ortiz (2008), De Jesús (2008) y Reyes (2002) mencionan diferentes tipos de riesgo, entre los cuales destacan los riesgos: operacional, legal, de liquidez, crediticio, de mercado y otros que conllevan a un nivel de medidas precautorias para no asumirlos como el de país, de ejecución, cambiario, tecnológicos, de modelo, neutral, soberano, de pago, prepago, gamma, de base y regulatorio.



Recordemos algunos eventos destacados que por su impacto, han llevado a la quiebra a grandes consorcios o, mucho peor, han sacudido los mercados mundiales (ambos casos representan cuantiosas pérdidas millonarias): el colapso de *Wall Street*, 1987; la caída del Banco Barings, Londres 1995; las crisis de los mercados emergentes (México, 1994-1995; Sudeste Asiático, 1997-1999; Rusia, 1998; Brasil, 1998-1999; y Argentina, 2001); la desaceleración de la economía norteamericana y los hechos acontecidos el 11 de septiembre, 2001; el fraude del corporativo Enron, EE.UU., en 2002; Guerra de EE.UU. contra Irak, en 2003; y por último, los eventos relacionados al nuevo crack bursátil mundial debido a la volatilidad dada principalmente en los precios del petróleo, energéticos y alimentos agrícolas que dieron comienzo a mediados de 2007 y que culminaron con las repercusiones económicas debido a los fraudes hipotecarios detectados en los Estados Unidos. La conclusión sin dudas es evidente: todos son casos de graves pérdidas financieras no solamente a nivel nacional, sino también a escala mundial. Lo anterior permite aclarar que uno de los signos definitivos de la globalización financiera es la volatilidad en los mercados financieros, la inestabilidad que representan grandes masas de capital moviéndose en forma errática, sin regulación efectiva y con esa increíble capacidad para destruir economías en instantes.

1.6 El Contexto de la Globalización Financiera y el Riesgo en el Bloque del TLCAN

1.6.1 Asimetrías Económicas

A fin de tener un mayor panorama de la situación, es importante conocer el contexto económico y financiero de las economías que son analizadas en esta tesis, por lo cual es conveniente realizar un comparativo con respecto a las asimetrías entre las tres economías que conforman el bloque del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (**TLCAN** en



español; **NAFTA**, por sus siglas en inglés: *North America Free Trade Agreement*; o **ALÉNA**, por sus siglas en francés: *Accord de Libre-Échange Nord-Américain*). Resalta la evidencia de que el concepto “igualdad” sobre la cual se maneja el tratado es sesgado. El cuadro 1.2 muestra los principales indicadores económicos que revelan la situación de cambios bajo el tratado en boga; se analiza el periodo 2000 a 2007.

Cuadro 1.2. Indicadores Económicos seleccionados para los países del bloque del TLC ((2000-2007)

	País/año	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	Promedio
Producto Interno Bruto, PIB (a precios constantes) ^{1,3}	Canadá	1,020.49	1,038.70	1,069.28	1,088.77	1,124.69	1,157.71	1,189.54	1,218.20	1,113.42
	México	1,605.13	1,604.60	1,616.99	1,640.26	1,708.80	1,757.40	1,841.31	1,903.92	1,709.80
	EE.UU.	9,816.95	9,890.65	10,048.85	10,301.10	10,703.50	11,048.63	11,413.63	11,663.24	10,610.82
Crecimiento PIB (porcentaje anual) ^{2,4}	Canadá	5.2	1.8	2.9	1.8	3.3	2.9	2.7	2.4	2.8
	México	6.6	0.0	0.8	1.4	4.2	2.8	4.8	3.4	3.0
	EE.UU.	3.7	0.8	1.6	2.5	3.9	3.2	3.3	2.2	2.6
PIB per cápita (a precios corrientes)	Canadá	23,658.83	23,103.94	23,457.94	27,455.06	31,111.04	35,105.45	38,951.46	38,382.06	30,153.22
	México	5,928.50	6,257.56	6,433.63	6,244.40	6,697.57	7,446.86	8,066.25	8,529.63	6,950.55
	EE.UU.	34,770.98	35,491.27	36,311.11	37,640.71	39,841.40	41,959.68	44,190.49	45,490.02	39,461.96
Inflación (precios al consumidor) ⁵	Canadá	2.7	2.5	2.3	2.7	1.8	2.2	2.0	1.7	2.4
	México	9.5	6.4	5.0	4.5	4.7	4.0	3.6	3.9	5.2
	EE.UU.	3.4	2.8	1.6	2.3	2.7	3.4	3.2	1.9	2.6
Tasa de desempleo ⁶	Canadá	6.8	7.2	7.6	7.6	7.2	6.8	6.3	6.2	6.9
	México	1.6	1.8	2.0	2.4	2.7	3.6	3.6	n.d.	2.2
	EE.UU.	4	4.7	5.8	6	5.5	5.1	4.6	4.8	5.0
Población (miles de millones de personas)	Canadá	30,651	30,974	31,323	31,633	31,947	32,258	32,581	32,995	31,795.25
	México	97,966	99,377	100,819	102,291	102,05	103,089	104,139	105,2	101,280.17
	EE.UU.	282,332	285,365	288,331	291,194	293,978	296,852	299,715	302,711	292,559.75

Notas: e. Cifras esperadas; 1. Expresado en billones de US dólares; 2. Basado en el PIB a precios constantes; 3. Dólares de Estados Unidos; 4. El año base es determinado por el país específico; 5. Los datos son obtenidos del promedio anual, no del final del periodo; 6. Porcentaje del total de la fuerza laboral; 7. El año 2006 fue obtenido del INEGI.

Fuente: elaboración propia basada en datos del Fondo Monetario Internacional (FMI), 2007, sitio WEB en <http://www.imf.org> y del Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Información (INEGI), sitio WEB en <http://www.inegi.gob.mx>.

Apoyados en el recuento de Peñaloza y Garrido (1994) para el año 1990, resulta interesante analizar el tamaño y situación de las tres economías. En primer lugar, considerando el tamaño poblacional de cada país, Estados Unidos ocupa el primer lugar (68 por ciento), México el segundo (23.66 por ciento) y Canadá el tercero (7.52 por ciento) durante todo el periodo estudiado.



Tener un buen nivel de producto interno bruto (PIB) como implica que el nivel de ahorro interno se incremente, a razón de que la intermediación financiera y el crédito destaquen en volumen y amplitud, lo cual implica un mejor desarrollo del sector financiero y bancario para una economía.

El nivel de crecimiento del PIB presenta cifras reveladoras. Durante el periodo de estudio (2000-2007) las cifras revelan que Canadá mostró un crecimiento promedio de 23 por ciento con respecto al crecimiento de los Estados Unidos y 22 por ciento con respecto a México. Sin embargo, para el caso de México se muestra el caso contrario, es decir, se presenta una caída del 2.5 por ciento con relación a Estados Unidos y de 3 por ciento con respecto a Canadá. Si se mide por el tamaño del PIB *per cápita*, también se muestran tendencias similares en las tres economías. El bajo nivel de ingreso per cápita mexicano (promedio comparativo de aproximación de 18 por ciento con respecto a los EE.UU. durante este periodo) muestra una tendencia al alza, pero no es comparable con el grado de avance de Canadá (nivel promedio de 76 por ciento con respecto a EE.UU.) y los Estados Unidos.

La perspectiva del estudio mostrado anteriormente se vincula con dos variables más: inflación y desempleo. Para Canadá, la inflación y el desempleo resultan ser factores contrastantes debido a que presenta un promedio en los siete años de 2.24 por ciento y de 6.9 por ciento respectivamente, siendo la inflación la más altas de las tres economías. Los Estados Unidos mostraron una tasa de inflación de 5.2 por ciento y una tasa de desempleo de 2.21 por ciento, mostrando moderación y tendencias al baja. Para el caso de México se presenta la inflación más alta, con un promedio de 5.2 por ciento, pero una cifra de desempleo promedio de 2.21 por ciento; el problema que se refleja trascendentalmente es el nivel de tasa de desempleo que



permanece constante (lo cual conllevaría a cuestionar la metodología utilizada para el cálculo de estas cifras por parte del INEGI), aunque cabe destacar que es la más baja en comparativo con sus socios comerciales. La perspectiva del desempleo en los tres países conlleva a plantearse la pregunta sobre si realmente el TLC ha afectado en gran cantidad los niveles de desempleo que -según muchos políticos y estudiosos adversos y renuentes a este tratado (y de las tres economías)- se temía se incrementarían explosivamente.¹²

Son evidentes los resultados que, en resumen, destacan que solo se trata de impactar de forma paulatina y de manera positiva a cada mercado por el lado de la política comercial y no se trasciende más allá de esta frontera, a pesar de que un tratado implique la integración social y política, como en la Unión Europea, de la cual se podrían destacar muchos puntos como ejemplo, aunque no es el propósito de este trabajo.

1.6.2 Asimetrías Bursátiles

Un rubro también importante para analizar tiene que ver con las asimetrías bursátiles. El cuadro 1.3 presenta la capitalización y el valor negociado entre las tres bolsas de valores más representativas de las economías del bloque del TLCAN. La importancia que tiene el análisis de los tres mercados financieros en su conjunto es determinar la existencia de ventajas y desventajas que se presentan entre México y sus socios comerciales en función de las posibles consecuencias causadas por *shocks* de mercado que profundizarían la segmentación de este

¹² Audley (*et. al*, 2003) comenta que los gobiernos norteamericano y mexicano confiaban en que, con la puesta en marcha del TLCAN, aumentaría el número de puestos de trabajo en México y por ende se reduciría la inmigración ilegal hacia Estados Unidos, lo cual actualmente está muy lejos del objetivo; al contrario: el aumento de remesas año con año ha tenido un boom explosivo que demuestra que este punto al menos tiene muchos pendientes y por ello se adoptan las medidas que implican el endurecimiento de la política antiinmigratoria de los Estados Unidos y el debate sobre la construcción del “muro maldito”, que es tema *ad hoc* en los círculos políticos, sociales, económicos y académicos, principalmente.



mercado emergente debido al efecto contagio, o viceversa. A partir del 2000, se relaciona la capitalización de los tres mercados bursátiles.

Cuadro 1.3. Capitalización y valor negociado en las 3 bolsas de valores representativas del bloque TLCAN (2000-2007)

Capitalización /1

Año		2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007
Estados Unidos	NYSE	11,534.61	11,026.59	9,015.27	11,328.95	12,707.58	13,310.59	15,421.17	15,650.83
Canadá	TSX	766.2	611.49	570.22	888.68	1,177.52	3,603.98	3,865.00	4,013.65
México	BMV	125.2	126.26	103.94	122.53	171.4	239.13	348.35	397.72

Valor negociado /1

Estados Unidos	NYSE	11,060.05	10,489.32	10,311.16	9,691.34	11,618.15	14,125.29	21,790.60	29,909.99
Canadá	TSX	636.54	459.63	408.16	471.54	8,767.12	10,086.74	11,807.49	15,320.13
México	BMV	45.77	69.66	32.29	25.87	45.39	56.68	96.44	144.75

Capitalización/PIB (Porcentajes)

Estados Unidos	NYSE	115.91%	107.20%	84.71%	101.68%	107.08%	105.32%	115.09%	111.30%
Canadá	TSX	105.70%	85.47%	77.62%	102.63%	118.67%	317.88%	302.28%	281.84%
México	BMV	19.91%	18.77%	14.81%	17.50%	22.56%	28.17%	36.57%	38.78%

Número de empresas

Estados Unidos	NYSE	2,429	1,939	1,894	1,842	1,834	1,818	1,829	1,852
Canadá	TSX	1,379	1,261	1,252	3,561	2,889	2,832	2,812	2,762
México	BMV	173	167	163	158	151	150	132	125

Nota: /1 Miles de millones de dólares americanos.

Fuentes: 1) *World Federation Exchange, Annual Report*; 2) FMI, años 2000 a 2007.

Como es de esperarse, se evidencia el escaso nivel de capitalización de la bolsa de valores de México con respecto a las de Estados Unidos y de Canadá. Su nivel de capitalización promedio durante el periodo 2000 a 2007 fue de 1.2 por ciento. Aunque para el año 2000 el nivel de alcanzaba un porcentaje de participación de 1.01 por ciento y para el año 2007 su cifra fue de 1.7 por ciento (tasa de crecimiento de 43.2 por ciento), este repunte sigue siendo muy pobre con respecto al nivel de evolución de la bolsa canadiense, el cual incrementó su nivel de capitalización de 6.1 por ciento a 10.5 por ciento (su capitalización promedio fue de 10.5 por



ciento); los Estados Unidos acaparan este rubro al tratarse del país con mayor volumen de capitalización, a pesar de haber disminuido sus rubros en este periodo (del 92.8 por ciento al 78.5 por ciento). Su capitalización promedio fue de 88.2 por ciento.

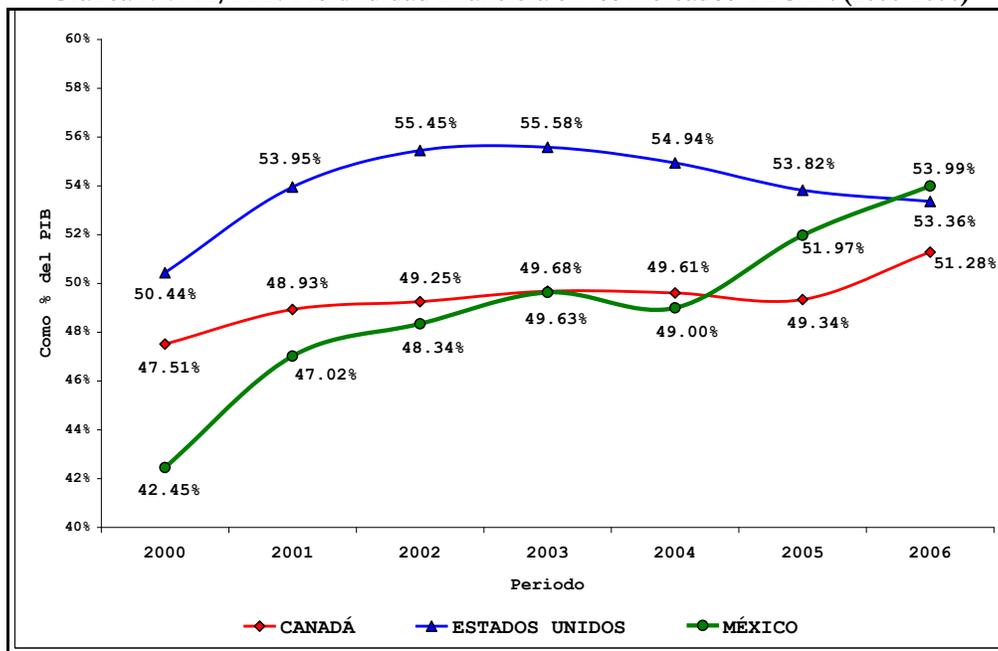
El rubro de valor negociado indica el nivel de los ingresos que perciben las bolsas anualmente y son correspondientes al volumen de acciones que se negocian. Se puede apreciar a simple vista que los mercados más desarrollados de Canadá y EE.UU. observaron un periodo de tendencia a la baja durante los años 2001 y 2002; sin embargo su recuperación a partir de 2003 fue muy satisfactoria al mostrar amplios niveles de crecimiento, no así el mercado mexicano, el cual creció, pero en ninguna manera de la misma magnitud (principio de la segmentación del mercado). A pesar de que, comparativamente, el mercado mexicano mostró una mayor tasa de crecimiento (68.38 por ciento) con respecto a los Estados Unidos (63.02 por ciento), el nivel promedio del valor negociado expone la realidad. El promedio sostenido durante el periodo de análisis (2000-2007) es para EE.UU de 14,874.49 mmd; para Canadá el promedio fue de 5,994.67 mmd; para México la cifra fue solamente de 64.61 mmd. Lo anterior significa, en forma resumida, que el mercado norteamericano obtuvo en promedio 230 veces mayores ingresos en comparación con el mercado bursátil mexicano por este rubro. Canadá obtuvo 92.78 veces mayores ingresos que México.

A pesar de la desregulación que comenzó en la última década del siglo pasado en una economía emergente como México, la gran concentración de empresas en pocas manos (monopolios), los bajos niveles de ingreso y la escasa cultura financiera, entre otros factores, ha determinado las fuertes y constantes asimetrías así como la escasa profundización del mercado financiero con respecto a las dos economías desarrolladas que conforman la vecindad y un tratado comercial trilateral.



Por otra parte, la gráfica 1.1 destaca una medida de profundidad financiera, la cual tiene como fin apreciar el desarrollo relativo que tiene el conjunto del sistema financiero de un país observando la penetración de las operaciones de captación y financiamiento con relación a la economía doméstica, y para ello se realiza la aplicación de algún operador con respecto al PIB. La hipótesis general que se sostiene para este comparativo radica en que una mayor participación relativa de la oferta y el financiamiento en relación al PIB es un indicador positivo de desarrollo económico ya que muestra una mayor capacidad del sistema financiero para contribuir en el crecimiento de la economía. En este caso se mide el agregado monetario M2, la cual representa los pasivos cuasimonetarios o de corto plazo del sistema.

Gráfica 1.1. M2/PIB: Profundidad financiera en los mercados TLCAN (2000-2006)



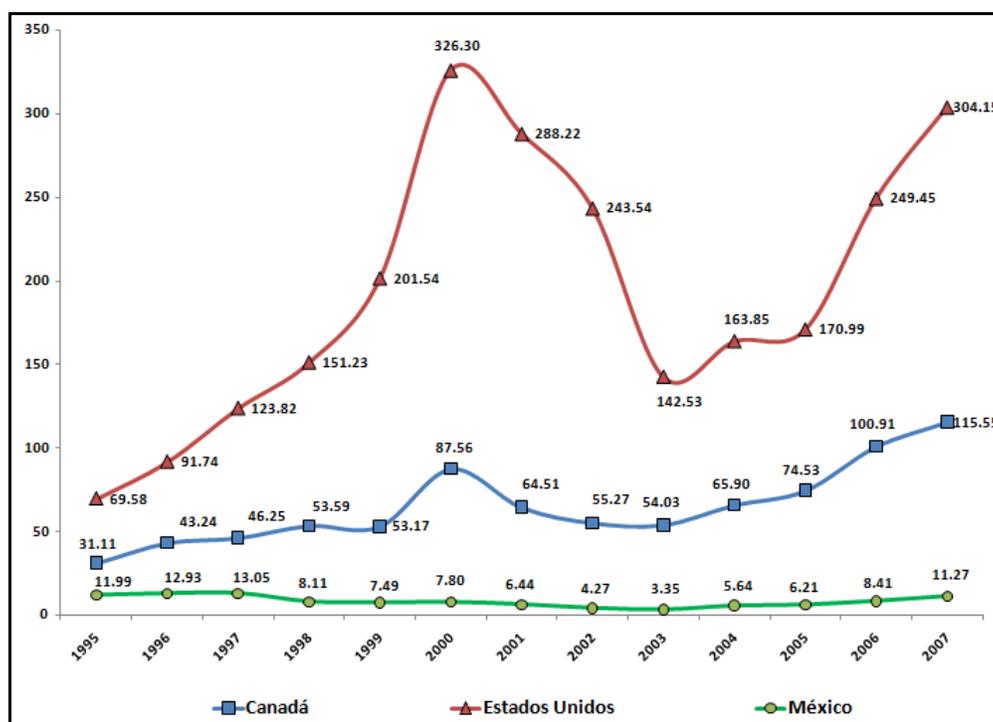
Fuente: Elaboración propia en base a estadísticas del FMI: *International Financial Statistics*, 2007. Nota: M2: billetes, monedas, cuentas de cheques y depósitos a plazos con vencimientos menores a un año.

La gráfica 1.2 muestra el valor de acciones negociado como porcentaje del PIB en en las respectivas bolsas de valores de los países del TLCAN durante el periodo de 1995 a 2007.



Estados Unidos mostró una tasa de crecimiento durante este periodo de 2.71 (destacando una burbuja con promedio en su volumen de 69.11 por ciento de 2000 a 2002 de y de 97 por ciento de 2005 a 2007). Canadá observó en este mismo periodo una tasa de crecimiento de 3.37. Finalmente México fue la única economía que observó una tasa negativa de crecimiento de -0.06, a pesar de que muestra a finales de 2007 una recuperación.

Gráfica 1.2. Valor negociado en los mercados bursátiles: Canadá, Estados Unidos y México (1995-2007). Valor Total (por ciento) PIB.



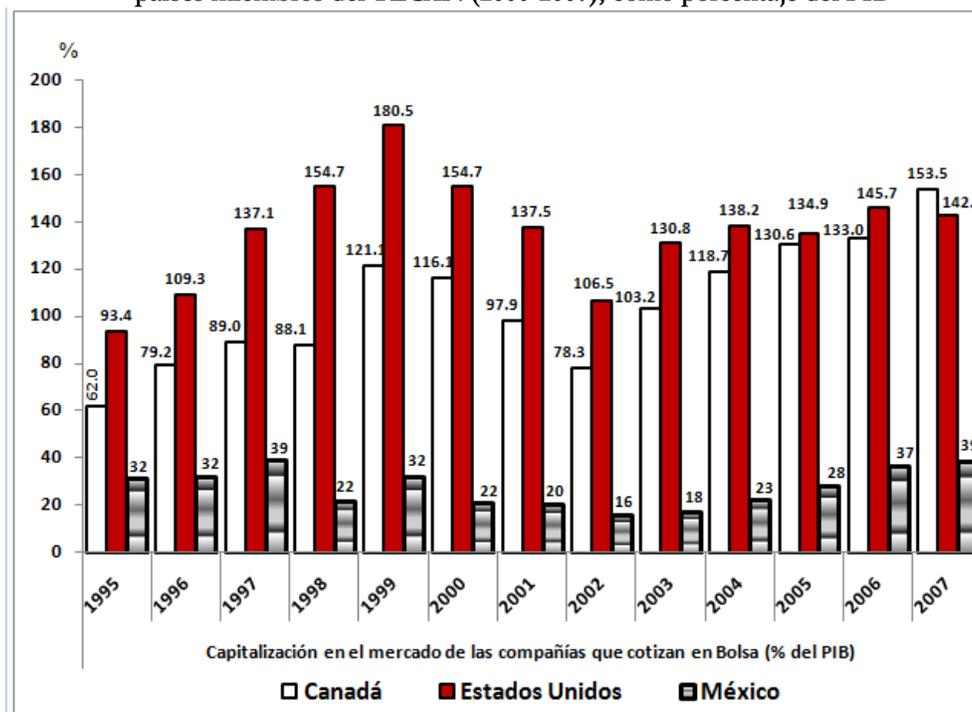
Fuente: World Databank (<http://databank.worldbank.org>)

La gráfica 1.3 muestra la representatividad de la capitalización del mercado de las empresas más importantes listadas en cada una de las bolsas de valores y su importancia en conjunto como proporción del PIB de cada país. Durante el periodo de 1995 a 2007 el grado de capitalización promedio para Estados Unidos y Canadá sobrepasado el 100 por ciento, indicativo del gran volumen de ganancias y transacciones que se derivan de la participación constante en ambos



mercados durante el periodo 1995-2007. Ambos países observaron un crecimiento promedio: Canadá observó mayor crecimiento con 68.11por ciento y en los Estados Unidos fue de 40por ciento. El mercado mexicano muestra un incremento promedio de 28por ciento durante este periodo. Del análisis anterior es posible concluir que, a pesar de que se ha incrementado notablemente su grado de capitalización, a México le falta aún más desarrollo y participación financiera internacional para llegar a mostrar un grado de competitividad con respecto de sus socios comerciales.

Gráfica 1.3. Capitalización de mercado de empresas listadas en las bolsas de valores de los países miembros del TLCAN (2000-2007), como porcentaje del PIB



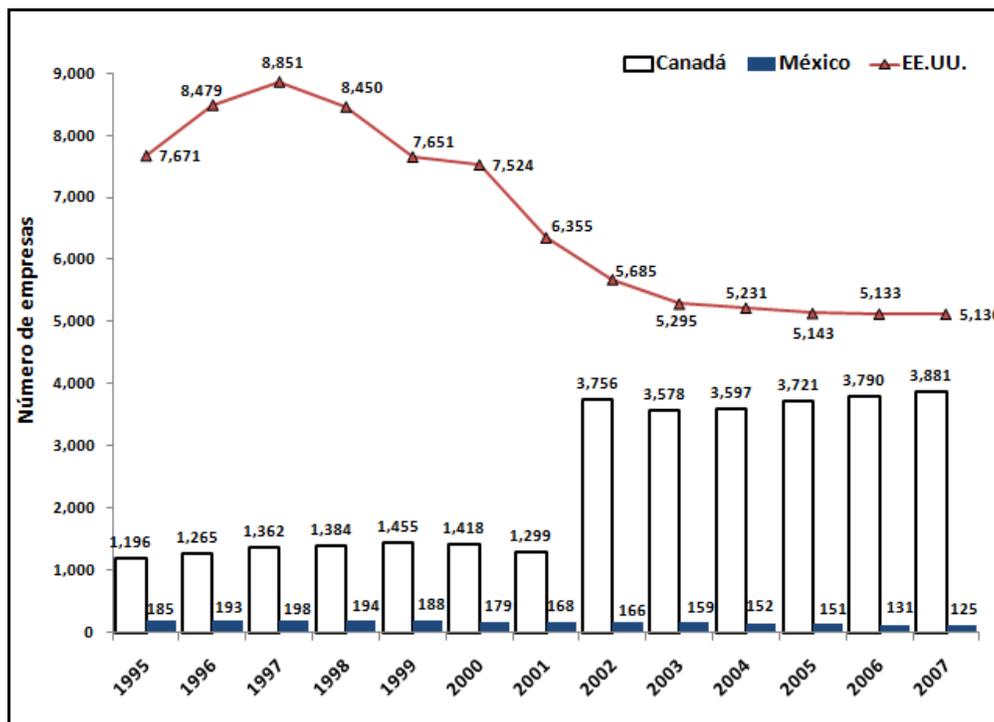
Fuente: Elaboración propia con datos de *World Development Indicators*, 2008, USA. Página WEB en <http://web.worldbank.org>.

La gráfica 1.4 describe el número de empresas que cotizan en las bolsas de valores de cada economía. Para analizar con más detalle esta gráfica, se comparará el penúltimo año de estudio (2000) con uno de los años en el que se observó un mayor auge de entrada de empresas cotizadas



en los tres países (1997). Resulta notable el número de empresas que entran y salen del mercado de Estados Unidos quien, a pesar de observar una disminución del 40.9por ciento en este periodo de tiempo, sigue siendo la economía en la que cotizan más empresas de forma constante; Canadá, por el contrario, a partir de 2002 muestra un gran avance al incrementar en un 164.10por ciento el número de empresas que cotizan en su bolsa de valores pasando de 1,262 a 3,597, y manteniendo constante su nivel de volumen negociado, como se analizó anteriormente. Una vez más México muestra una incipiente participación de empresas que cotizan en la Bolsa Mexicana de Valores, en donde se observa una disminución del 23.23por ciento en este periodo pasando de 198 empresas en 1997 a un total de 151 en 2007.

Gráfica 1.4. Empresas nacionales que cotizan en las bolsas de valores (Canadá, Estados Unidos y México (1992-2007)

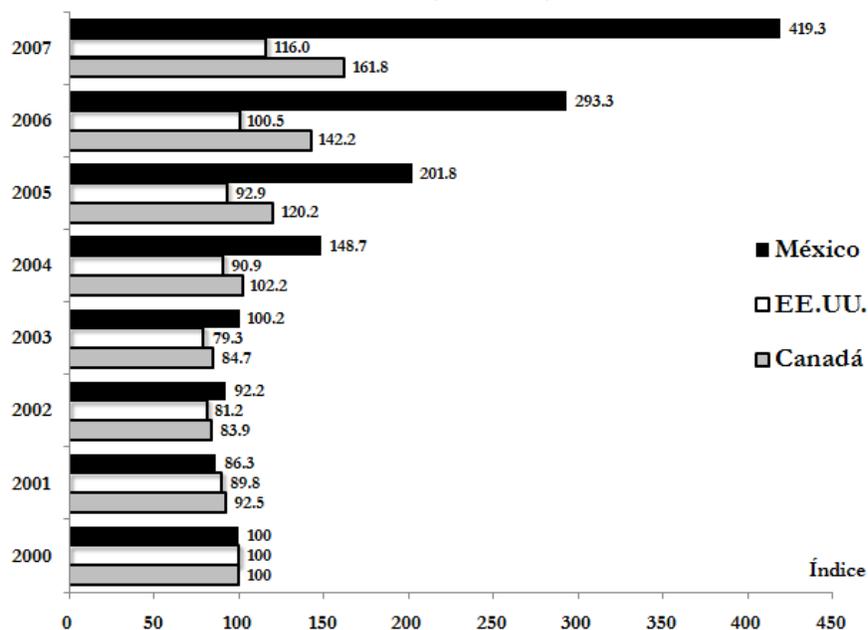


Fuente: Banco Mundial con datos de Standard & Poor's, Emerging Stock Markets Factbook..



Es importante mencionar que el total de las empresas que cotizan en la bolsa mexicana representa solamente un 2.9 por ciento del total de empresas que cotizan en las bolsas de valores de Estados Unidos y un 4.2 por ciento con respecto a la participación de empresas en las bolsas de valores de Canadá. Lo anterior representa uno de los fenómenos que marcan la falta de profundización financiera en el mercado mexicano, tal como lo menciona López *et. al.* (2009), debido, entre otros factores, a la falta de interés de las empresas mexicanas por participar en el mercado accionario (evitando así la ampliación del capital social, y de esta manera preservando el control y administración solamente en unas cuantas manos: el nivel de concentración de poder y control es muy elevado en México). A pesar de los logros que ha tenido la desregulación financiera, la falta de profundización tiene que ver también con los bajos ingresos de la población, *i.e.*, una distribución desigual del ingreso no permite que exista capacidad para ahorrar, lo anterior, aunado a la falta de cultura bursátil (y financiera en general) entre los mexicanos.

Gráfica 1.5 Principales índices financieros representativos de las bolsas de valores en el TLCAN (2000-2007)



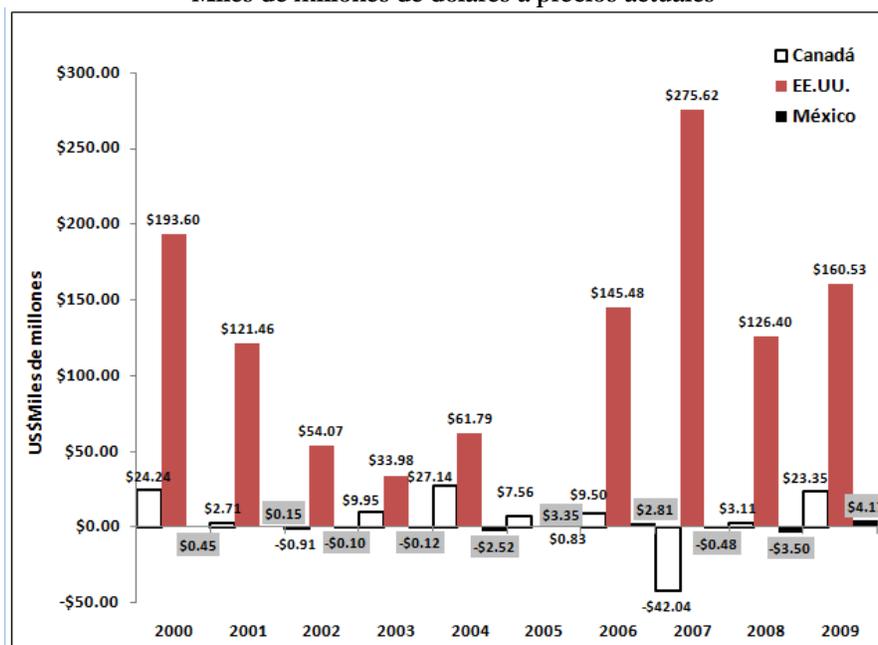
Fuente: Elaboración propia



La gráfica 1.5 muestra el nivel anual que han alcanzado los índices financieros representativos de las bolsas de valores de Canadá (Toronto Stock Exchange, TSX), Estados Unidos (Dow Jones Industrial Average, DJIA) y México (Índice de Precios y cotizaciones, IPC) durante el periodo 2000-2007.

Es impresionante observar el crecimiento explosivo para el año 2007 del Índice de Precios y Cotizaciones (IPC) para el caso mexicano. Para esta economía emergente lo anterior puede ser explicado por razones como las buenas noticias en el terreno de estabilidad tanto financiera como macroeconómica (mejor calificación de riesgo internacional), además del constante aumento en los precios del crudo mexicano, entre otras causas. Ante este escenario es evidente que se brindaron mejores expectativas de crecimiento y rendimiento para el inversionista extranjero.

Gráfica 1.6 Inversiones de portafolio, capital (balanza de pagos)
Miles de millones de dólares a precios actuales



Fuente: Elaboración propia con datos del FMI, *International Monetary Fund: International Financial Statistics*, 2007, sitio WEB en <http://www.imf.org>.



En la gráfica 1.6 se muestra el número de inversiones de portafolio durante el periodo 2001-2007. Los valores del portafolio incluyen la entrada neta de renta variable, que no sean registrados como inversiones directas e incluyen acciones, valores, recibos de depósito (de EE.UU o mundiales) y compras directas de acciones en los mercados. Es importante comentar los resultados de esta gráfica. En primer lugar, se presenta una diferencia abismal que explica en gran medida la segmentación de un mercado emergente como México con respecto a sus socios comerciales desarrollados Canadá y EE.UU. El promedio total de inversiones durante el periodo 2000-2007 de portafolio de EE.UU. rebasa contundentemente tanto a Canadá como México llegando a un monto promedio de US \$110,853,000 en comparación con US\$4,769,148.41 de Canadá y US\$440,575 de México.

Es preciso señalar que en cuanto al grado de su población y producto, el proceso mexicano para salir del contexto de economía emergente, implicará que rebase el tope de potencia intermedia, fase en la cual apenas comienza a entrar. Como se ha podido observar en este punto, las manifestaciones de riesgo que pudiesen suscitar dudas sobre el interés de un inversionista respecto de los tres países –*en especial México, por su grado de potencial desarrollo*- no provocan incertidumbre, pero tampoco implican un grado de confianza entera: los avances en materia de integración financiera y bancaria y las medidas de regulación adoptadas no han sido del mismo grado y las diferencias que tienen Canadá y México ante Estados Unidos aún son lamentablemente grandes. En cuanto al grado de integración financiera de los mercados, parece que no existe una reacción de integración y flexibilidad para que México y Canadá establezcan aquellos vínculos promocionados por el TLC desde hace trece años, al menos no en esta materia, por el momento y dentro de los años venideros.



1.7 Comentarios Finales

La integración económica por bloques o regiones es un fenómeno creciente a partir de las últimas décadas del siglo pasado y ha ido vinculando poco a poco a las economías regionales a un punto en el cual, entre mayor sea la integración de un mercado con respecto de otro, se crea un efecto de codependencia y al corto plazo implica que los eventos de uno de ellos se transmitan hacia el otro mercado. Su derivación financiera ha permitido un mayor avance en las economías desarrolladas, pero a la vez su dinámica compleja ha impedido que las economías emergentes puedan aprovechar las oportunidades de crecimiento ya que existen muchos factores externos que las segmentan y pueden repercutir negativamente debido a los fenómenos que desestabilizan y transmiten crisis, entre las consecuencias más graves.

En el caso de los países que integran el TLCAN, se observa que existe una estrecha relación comercial y financiera fincada en una dependencia a gran escala tanto de Canadá como de México con respecto a los Estados Unidos. Para México, el nivel de competitividad y desarrollo de sus socios comerciales contrasta en la mayoría de los casos, motivo por el cual la profundización financiera no ha tenido el impacto esperado a partir de la firma de este tratado. A lo anterior, se suma la constante en la cual la volatilidad financiera de Estados Unidos, como el mercado más grande, impacta directamente en las volatilidades de Canadá y sobretodo de México, destacando *ex ante* un proceso denominado *segmentación parcial*. A pesar de lo anterior, se sigue confiando en que el nivel de interdependencia mostrado permita mantener un desarrollo debido a que la entrada de barreras de inversión ha disminuido y porque se ha dado un proceso de regulación financiera que ofrezca mayor certidumbre a los inversionistas; vinculado con ello, la rapidez de la información y el desarrollo de las tecnologías de



información y comunicaciones están permitiendo una mayor dinámica en los tres mercados de tal manera que se generen señales positivas a fin de que las expectativas de inversión de largo plazo en los tres mercados sea constante sobre el tiempo y permita finalmente una integración plena y consistente con la demanda actual entre estos tres mercados. Las desventajas mostradas para el mercado mexicano con respecto a sus socios comerciales del norte finalmente pueden rendir frutos si los inversionistas externos aprovechan las ventajas comparativas y competitivas que ofrece el mercado financiero mexicano al diversificar su portafolio internacionalmente y obtener así mayores ganancias basadas en la teoría de la optimación de los portafolios de inversión (esto es, maximización de rendimientos y minimización de riesgos), parte de la cual tratará esta tesis más adelante.

CAPÍTULO SEGUNDO:

Modelos GARCH Univariados y Multivariados

2.1 Alcances de la Econometría en la Administración Financiera Contemporánea

El desarrollo, la innovación y el avance de las teorías modernas, así como los modelos e instrumentos de la economía financiera, han permitido enriquecer notablemente el campo de la administración financiera¹³, cuyo fin primordial es identificar el comportamiento de los mercados e instituciones financieras y su impacto sobre los agentes económicos, *i.e.*, familias, empresas y gobierno en su conjunto, como entes fundamentales de la economía a nivel microeconómico y macroeconómico. En específico, la ingeniería financiera es un campo de crecimiento constante, cuyas contribuciones han permitido revolucionar las metodologías mediante estudios y modelos que aportan una mejor perspectiva para la administración de riesgos en las finanzas. Ortiz (2008) se refiere a la ingeniería financiera como:

*“[...] la aplicación de conocimiento teórico e institucional de las finanzas modernas a la innovación, perfeccionamiento o utilización de modelos, técnicas e instrumentos financieros tanto para la creación de alternativas óptimas para la inversión y el financiamiento, como para la estructuración o reestructuración financiera de las empresas, instituciones, países, o finanzas personales”.*¹⁴

¹³ La economía financiera se ocupa del estudio del comportamiento de los mercados e instituciones financieras y su impacto en la optimización de las inversiones reales y financieras; sus principales campos son: 1) la cartera de inversiones; 2) la ingeniería financiera; 3) la administración de los mercados e instituciones financieras; y 5) el financiamiento de desarrollo. Para mayores detalles, consúltese Ortiz (2008).

¹⁴ *Ibíd.*, cap. 5. Ortiz también define la evolución de la ingeniería financiera en cuatro importantes áreas: i) control del riesgo gracias a la innovación en productos financieros (sobretudo en los derivados) y su administración; ii) control del riesgo gracias a la ingeniería de sistemas; iii) la estructuración y la reestructuración del perfil financiero de las empresas, las instituciones, las finanzas gubernamentales, y las finanzas individuales; y iv) el desarrollo de la ingeniería de sistemas computacionales para las finanzas.



En forma reciente también, el campo de la econometría ha tenido avances notables desarrollando un carácter individual cuyas herramientas estadísticas han sido (re)inventadas de forma innovadora para analizar nuevos horizontes. Quizás una de las contribuciones más importantes en el campo de la econometría es la aplicación en el campo de las finanzas. La contribución de Robert F. Engle, Premio Nobel de Economía (2003) en este campo ha sido valiosa y extensa. Su análisis sobre el desarrollo de modelos de varianza condicional para explicar y predecir el comportamiento sobre el fenómeno de la volatilidad ha sido aplicado frecuentemente en las series de tiempo financieras. Engle (2001) define a la econometría financiera como la simple aplicación de las herramientas econométricas al campo de series financieras.

El paso acelerado de la innovación en las tecnologías de la comunicación (el desarrollo de nuevos sistemas en la computación, la Internet, las videoconferencias, etc.) ha permitido el fuerte vínculo de las finanzas con la economía, la ingeniería y la econometría, entre otras importantes disciplinas, para dar pie al gran avance alcanzado hoy en día en la administración financiera moderna.

El presente capítulo muestra a detalle el marco teórico de los modelos que se aplicarán en los capítulos cuarto y quinto basados en la metodología multivariada $VARCH$ ($M-VARCH$), en donde, para obtener portafolios de inversión con rendimientos máximos y riesgos mínimos, se hace uso de modelos GARCH univariados y multivariados para encontrar los mejores estimadores óptimos de volatilidad, además de aplicar modelos VaR/CVaR ($VARCH$) y someter a cada portafolio al *backtesting* (desempeño o *performance*) para la prueba y calibración de los modelos que participan en la creación de éstos, si aplica.



2.2 La Familia de Modelos GARCH Univariados

El comportamiento del individuo racional ante las oportunidades que ofrecen los mercados financieros ha sido objeto de estudio por mucho tiempo. El paradigma central de las finanzas está basado en asumir ciertos riesgos con el fin de obtener beneficios, por que el balance de ambos –riesgos y beneficios- debe permitir obtener una recompensa, *i.e.*, se optimiza las decisiones del individuo de tal manera que su portafolio de inversión *minimice* riesgos y *maximice* beneficios. Los modelos tradicionales asumen: 1) función de utilidad cuadrática – individuos racionales, aversión al riesgo; y 2) normalidad, bajo el análisis $\mu\text{-}\sigma^2$ (beneficio-riesgo). Los profesionales aplicaban (y aplican hasta la fecha) sus estrategias financieras mediante la estimación de las varianzas mediante, *v.gr.*, métodos de volatilidad histórica, en la cual ésta es estimada mediante la desviación estándar muestral de los rendimientos sobre un lapso de tiempo corto. La duda que surgía entonces se relacionaba con el periodo de tiempo a utilizar debido a la relevancia de los datos para cuantificar el riesgo, o bien, si se generaba mucho ruido (Engle, 2004)¹⁵, ya que este método no ofrecía solución a estos problemas. De esta manera, se consideró que el periodo futuro de la volatilidad se debería tomar en cuenta como una medida de riesgo. Es de esta manera como el pronóstico sobre la volatilidad se convirtió en un elemento complementario a la cuantificación de la volatilidad actual adquiriendo un nuevo sentido de análisis para el campo de la econometría financiera.

Durante muchos años las técnicas de mínimos cuadrados eran la herramienta de pronóstico y prueba de los mercados financieros, e incluso modelos como el CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) y APT (*Arbitrage Pricing Theory*) fueron implementados con estas técnicas en grupos de

¹⁵ Es decir, si los periodos de tiempo son largos o cortos, respectivamente.



datos manipulados ingeniosamente (Engle, 2001), lo cual generaba peligrosos resultados al combinarse con el uso de la desviación estándar en los portafolios de inversión (Bird y Tippett, 1986). Otras alternativas en los estudios sobre modelos de volatilidad incluían la metodología Box-Jenkins (1976), la cual incursionaba en el campo econométrico mediante estructuras cuadráticas. Posteriormente, las primeras aplicaciones de modelos lineales (autoregresivos, *AR*, autoregresivos de medias móviles; *ARMA*, autoregresivos integrados de medias móviles *ARIMA*; series autoregresivas, *SARIMA*, etc.) en las finanzas eran el preámbulo a los modelos heteroscedáticos ARCH. Hoy en día, los modelos lineales proporcionan un primer acercamiento que ha sido un auxiliar para la estimación de algunos parámetros, sin embargo, los modelos de series de tiempo asociados a la rentabilidad de las acciones debe comenzar por evaluar si el comportamiento de la serie sigue un patrón lineal o no lineal.

Los escenarios anteriores eran la antesala para un estudio más profundo en el desarrollo de la teoría de volatilidades dinámicas, papel que asumirían los modelos ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Models*, o modelos condicionales heteroscedásticos autorregresivos) y sus diferentes versiones. Estos modelos permiten describir la predicción de la varianza tomando como datos las variables actuales. El modelo propone el uso de medias ponderadas del cuadrado de los errores de la predicción del pasado, *i.e.*, una especie de varianzas ponderadas, las cuales otorgan mayor peso a la información presente y menor peso a las del pasado lejano.¹⁶

En las finanzas, los efectos de la relación riesgo- rendimiento adquieren una esencia fundamental ya que se dispone de datos diarios (e incluso intra-diarios). Es por este importante

¹⁶ Es evidente que el modelo ARCH era una generalización simple de la varianza muestral.



factor que el surgimiento del campo de la econometría financiera fructificó al verse favorecido con la riqueza y variedad de esta clase de modelos para predecir la volatilidad con mayor precisión; de esta manera, el *leit motif* de este campo fue el estudio y la aplicación de la familia de modelos ARCH sobre las series de tiempo financieras. La justificación a esta aseveración está relacionada con al menos cuatro características fundamentales que se presentan siempre en las series de rendimientos financieros de los activos con riesgo¹⁷ (sujetas a revisión en el próximo capítulo): a) *random walk* (o caminata aleatoria), b) colas pesadas, c) volatilidad agrupada no constante, y d) distribución agregada. Las características comentadas permiten estudiar un fenómeno común en el mercado financiero (acciones, índices de mercado, opciones y productos derivados), en donde existen ciclos en las series de datos que indican que periodos de volatilidad alta van seguidos de periodos con volatilidad baja.

Los modelos de volatilidad llamaron la atención en el campo de las finanzas debido a que el inversionista tratará siempre de anticipar los movimientos en el riesgo y rendimiento de un instrumento de corto plazo observando la curva de portafolios eficientes de largo plazo, entonces decide vender y/o comprar ciertos activos para conformar aquel portafolio que cumpla con su plan de inversión. El interés por analizar la media y la varianza no condicional de una serie de rendimientos responde a la acción de anticipar el comportamiento de uno o varios instrumentos del mercado financiero; tal comportamiento está en función de los movimientos diarios de las bolsas bursátiles del mundo. Los modelos a analizar tienen su fundamento en la idea de que los modelos se realizan con la media y varianza condicional simultáneamente, *i.e.*, se propone un modelo autoregresivo (media condicional) y además se propone un mecanismo que controle la evolución de los errores (varianza condicional);

¹⁷ Consúltese Engle (2004), De Arce (2004), así como Sánchez y Reyes (2006), para mayores detalles.



finalmente, se busca incorporar los supuestos de que la volatilidad muestra altas y bajas en un periodo dado de tiempo (cuantificada por la desviación estándar condicional).

La definición que separa al término condicional y el término no condicional, reside en que el primer término no se modifica el conjunto de información; en el segundo término, la expectativa condicional se refiere hacia una expectativa a futuro, pero sujeta a la información acumulada al tiempo t.

Sea Ω el conjunto de información disponible sobre un proceso $\{x_t\}$. La expectativa condicional es la esperanza matemática restringida al espacio que genera el conjunto

$$\Omega_t = \{ \{x_s\}, s \leq t \},$$

(Conforme pasa el tiempo, se acumula mayor información hasta llegar al total):

$$\Omega_t \subseteq \Omega_{t+1} \subseteq \Omega_{t+2} \subseteq \dots \subseteq \Omega,$$

entonces,

$$\Omega_t = \{ \{x_s\}, s < \infty \}.$$

El modelo a estimar, por ejemplo, es un modelo autoregresivo de primer orden, AR(1), bajo la combinación lineal $y_t = r_0 + r_1 y_{t-1} + a_t$, donde el término a_t es un proceso $N(0, \sigma^2)$, r_0 es la constante, ($|r_1| < 1$), y la variable y_{t-1} es la variable dependiente rezagada un periodo. A continuación se presentan las siguientes definiciones.

Definición 1. Media no condicional, o posición de largo plazo:

$$E[y_t] = r_0 + r_1 E[y_t] + E[a_t]$$

como la esperanza

$$\dots = E[y_{t-1}] = E[y_t] = E[y_{t+1}] = \dots$$

es constante, se despeja y se obtiene la media incondicional,



$$E[y_t] = \frac{r_0}{(1-r_1)}; E[a_t] = 0.$$

Definición 2. Media condicional (al tiempo t) y su posición de corto plazo:

$$E[y_{t+1} | \Omega_t] = r_0 + r_1 E[y_t | \Omega_t] = r_0 + r_1 y_t$$

(Nótese que $y_t \in \Omega_t$, ya es parte del conjunto de información).

Definición 3. Varianza no condicional constante, dada por:

$$\begin{aligned} \text{Var}[y_t] &= \text{Var}[r_0 + r_1 y_{t-1} + a_t] \\ &= r_1^2 \text{Var}[y_{t-1}] + \text{Var}[a_t] = \\ &= r_1^2 \text{Var}[y_t] + \sigma^2 \end{aligned}$$

Despejando para la varianza se tiene:

$$\text{Var}[y_t] = \frac{\sigma^2}{(1-r_1^2)}.$$

Definición 4. Varianza condicional, observando la variación de y_t sobre la media condicional:

$$\begin{aligned} &\text{Var}[y_t - E[y_t | \Omega_{t-1}]] \\ &= \text{Var}[y_t - (r_0 + r_1 y_{t-1})] \\ &= \text{Var}[a_t] = \sigma^2 \end{aligned}$$

Cabe destacar la importancia que tanto la media como la varianza condicional ofrecen en cuanto a la información relevante. En el tema de las finanzas, el inversionista busca anticipar el rendimiento y riesgo del instrumento sobre un periodo de tiempo corto, analiza el riesgo que acepta a cambio de un rendimiento a recibir. Por otra parte, el emisor del título desea saber la posición que tiene este instrumento a lo largo de toda la vida del papel, ya que es este último quien tiene que ser consciente de la posición que guarda el instrumento que coloca en el mercado. El inversionista mira la curva de portafolios eficientes en el corto plazo, por lo que al



momento que se modifica esta curva, éste ingresa al mercado mediante oferta y demanda (compra/vende) y obtiene el portafolio que cumple con su plan de inversión. El emisor no puede manipular la manera en la cual el mercado sitúa al instrumento que ofrece, por lo que la curva de portafolios eficientes de largo plazo indica la línea de referencia para revisar el instrumento enviado al mercado.

Se considera que la curva de los portafolios eficientes de corto plazo se mueve alrededor de la curva de largo plazo. En realidad cada portafolio tiene una posición (de largo plazo) y los movimientos cotidianos del mercado originan perturbaciones dando lugar a los ajustes de corto plazo.¹⁸ Hay actualmente una discrepancia importante entre dos posiciones: La noción de que los movimientos erráticos se deben sólo al azar, por lo que son modificaciones sin aplicación; mientras que en la noción de predicción se abren ventanas durante las cuales las desviaciones son significativas y es posible obtener resultados a partir de un cuidadoso análisis de riesgo. Es por esta razón que el inversionista tiene interés en analizar media y varianza condicional y el emisor es quien considera, además, la media y varianza no condicional.

Todos los enfoques a analizar se basan en la idea de que se modela tanto en la media condicional como en la varianza condicional de forma simultánea. En otras palabras, el analista propone un modelo de regresión (media condicional) pero además propone un mecanismo que controla la evolución de los errores (varianza condicional), y se busca incorporar el hecho de que la volatilidad tiene altas y bajas (medida por la desviación estándar condicional).

¹⁸ El banco central al realizar una subasta de los títulos libres de riesgo modifica la posición de esta curva, generando expectativas de títulos que tendrán que bajar su precio (y se manifiestan por ventas) y otros habrán de subir los cuales todo mundo los quiere comprar de inmediato.



La diferencia entre la expectativa condicional y la expectativa no condicional estriba en que la primera se refiere a una expectativa hacia el futuro pero sujeta a la información acumulada hasta el tiempo t . La expectativa no condicional no modifica el conjunto de información.

De esta forma, la varianza condicional es más pequeña, por lo que el riesgo del inversionista es menor, esto es, $\frac{\sigma^2}{(1-r_1^2)} > \sigma^2$.

Existen las circunstancias adecuadas para pronosticar la media y varianza condicionales cuando, a fin de mostrar la evolución de la volatilidad $\sigma^2(t)$, se propone un modelo similar a un modelo autoregresivo de promedios móviles (o ARMA).

Nuevos métodos econométricos han sido introducidos a fin de estimar las varianzas condicionales de los precios y rendimientos de datos financieros. Los modelos pioneros fueron el ARCH (Engle, 1982), el modelo GARCH (Bollerslev, 1986) y los modelos de volatilidad estocástica (Taylor, 1986 y Harvey, 1994). Después surgirían los métodos GARCH multivariados desarrollados por Bollerslev *et. al.* (1988), Bollerslev (1990), y por Engle y Kroner (1995). Para responder a las necesidades de la industria financiera y su administración de riesgos por medio de modelo del Valor en Riesgo, han surgido nuevas metodologías cuyo diseño permite examinar las colas de distribución. Aún no queda claro si las colas tienen la misma conducta dinámica que el resto de la distribución como podría asumirse en los modelos GARCH (Engle, 2001). Complementan la familia de modelos GARCH sucesivos métodos tales como **IGARCH**, **TGARCH**, **EGARCH**, **PARCH**, **CGARCH**, **FIGARCH**, **FIEGARCH**, **SWARCH**, **GJR-GARCH**, **NAGARCH** y **AGARCH**, entre los principales (para mayor información, consúltese el Apéndice 1).



Cabe resaltar otras investigaciones han propuestos otras generalizaciones tales como **AARCH**, **APARCH**, **STARCH**, **MARCH**, **NARCH**, **SNPARCH**, **SQGARCH**, **CESGARCH**, **ARCH** con componentes asimétricos, Taylor-Schwert, Normal-GARCH, Stable-GARCH, MixN GARCH (Normal Mixture GARCH), MixStab-GARCH (*n-component mixed stable GARCH(t,s)*), ARCH con distribución T de Student, GED-ARCH, y **HYGARCH**, entre otros.

En cuanto a modelos aplicados recientemente en el área de riesgos financieros, se incluyen, entre otros, el concepto de *híbridos* (Boudoukh, et. al., 1988), modelos CAViaR (Engle y Manganelli, 1999), y estimaciones de la **teoría de valores extremos**, de Embretchs *et. al.* (1997) y Mc Neil y Frey (2000).

2.2.1 El Modelo GARCH (p,q)

La explicación sobre la similitud existente en la dinámica de la volatilidad en todos los mercados financieros globales fue el pase de acceso del modelo **GARCH (p,q)** dentro de la teoría de las finanzas modernas y de gran utilidad en la aplicación de nuevos instrumentos de innovación proporcionados por la ingeniería financiera.¹⁹ En general, se puede tener cualquier número de términos **ARCH (p)** y cualquier número de términos **GARCH (q)**.

¹⁹ La teoría del modelo GARCH (p,q) debió fundamentar para su desarrollo el cambio de los precios en los activos. Dado que al comprar y vender se espera una recompensa futura, existe también incertidumbre debido a desarrollos desconocidos en el futuro, por lo que la fijación de un precio dependerá en gran medida de predicciones que permitan obtener mejor información a la disponible en el presente. Por tanto, básicamente el nivel de información es el elemento que permitirá establecer la conducta de la volatilidad y su agrupamiento, i.e., su agrupamiento surge a medida de que el flujo de información sea mayor en un periodo dado de tiempo.



El modelo GARCH (p,q) es de fácil interpretación y su predicción sobre la varianza es un promedio ponderado de tres predicciones diferentes de la varianza:

- i. predicción de la varianza constante correspondiente al promedio de largo plazo,
- ii. predicción realizada en el periodo anterior, y
- iii. predicción que corresponde a la nueva información no disponible en el momento de realizar la predicción anterior (se puede considerar como una predicción de la varianza basada en un único periodo de información).

Las ponderaciones anteriores determinan la rapidez del cambio de la varianza cuando se introduce información nueva y la rapidez con la que se inserta en el promedio de largo plazo.

Supóngase que $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots$ es *ruido blanco gaussiano* con varianza unitaria, esto indica que es un proceso independiente $N(0,1)$. Entonces

$$\mathbf{E}(\epsilon_t | \epsilon_{t-1}, \dots) = 0$$

y

$$\mathbf{Var}(\epsilon_t | \epsilon_{t-1}, \dots) = 1 \tag{2.1}$$

La propiedad (2.1) es la llamada **homocedasticidad condicional**.

El proceso \mathbf{a}_t es un proceso ARCH(1) si

$$\mathbf{a}_t = \epsilon_t \sqrt{\alpha_0 + \alpha_1 \mathbf{a}_{t-1}^2} \tag{2.2}$$

con (la constante) $\alpha_0 \geq 0$ y $\alpha_1 \geq 0$ dado que la desviación estándar no puede ser negativa.

También es necesario que $\alpha_1 < 1$ en orden de que \mathbf{a}_t sea estacionaria con una varianza finita. Si

$\alpha_1 = 1$ entonces \mathbf{a}_t es estacionaria pero su varianza es infinita. La ecuación (2.2) se sustituye por



$$a_t^2 = (\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2) \epsilon_t^2 \quad (2.3)$$

Definiendo $\sigma_t^2 = \text{Var}(a_t | a_{t-1}, \dots)$ como la varianza condicional de \mathbf{a}_t dados los valores del pasado. Dado que ϵ_t es independiente de \mathbf{a}_{t-1} , y $E(\epsilon_t^2) = \text{Var}(\epsilon_t) = 1$, entonces

$$E(a_t | a_{t-1}, \dots) = 0 \quad (2.4)$$

y

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= E\left\{(\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2) \epsilon_t^2 | \alpha_{t-1} \alpha_{t-2} \dots\right\} \\ &= (\alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2) E\left\{\epsilon_t^2 | \alpha_{t-1} \alpha_{t-2} \dots\right\} \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 \end{aligned} \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5) es de suma importancia para comprender como funciona el proceso GARCH. La ecuación muestra que si \mathbf{a}_{t-1} tiene una gran desviación inusual a partir de la expectativa de cero y a_{t-1}^2 es grande, entonces la varianza condicional de \mathbf{a}_t es más grande que lo usual. Así, a_{t-1}^2 es también la esperanza de tener una gran desviación inusual que implica que \mathbf{a}_{t+1}^2 tienda a ser grande y así sucesivamente.²⁰ A partir de esta conducta, la volatilidad inusual en \mathbf{a}_t tiende a ser persistente, aunque no por siempre. La varianza condicional tiende a revertir la varianza no condicional provista para $\alpha_1 < 1$, así que el proceso es estacionario con una varianza finita.

La varianza no condicional (o *marginal*) de \mathbf{a}_t denotada por $\xi_a(0)$ es obtenida para tomar las esperanzas en (2.4), la cual proporciona:

²⁰ De forma similar, si \mathbf{a}_{t-1}^2 es inusualmente pequeña, entonces σ_t^2 es pequeña, y se espera que \mathbf{a}_t^2 sea pequeña.



$$\xi_a(0) = \alpha_0 + \alpha_1 \xi_a(0) \quad (2.6)$$

Esta ecuación tiene una solución positiva siempre y cuando $\alpha_1 < 1$:

$$\xi_a(0) = \frac{\alpha_0}{(1 - \alpha_1)}$$

Si $\alpha_1 > 1$, entonces $\xi_a(0)$ es finita. Esto da como resultado, sin embargo, que \mathbf{a}_t sea estacionaria.²¹ De esta forma, a partir de los cálculos utilizando (2.8) se muestra que la FAC de \mathbf{a}_t es $\rho_a(h) = 0$, si $h \neq 0$.

De hecho, cualquier proceso tal que la esperanza condicional de la observación presente que se ha dado en el pasado sea constante, es un proceso no correlacionado (es bien sabido que la correlación implica cero dependencia). Un proceso, tal como el GARCH, que implica que la media condicional es constante pero no así su varianza condicional, es un buen ejemplo de un proceso que no está correlacionado y que tampoco es independiente. La dependencia de la varianza condicional sobre el pasado es la razón de que el proceso no sea independiente. La independencia de la varianza condicional sobre el pasado es la razón de que el proceso no esté correlacionado.

Aunque \mathbf{a}_t no esté correlacionada tal como el proceso *ruido blanco* ϵ_t , el proceso a_t^2 tiene una función de autocorrelación (FAC) más interesante: si $\alpha_1 < 1$, entonces $\rho_{a^2}(h) = \alpha_1^{|h|}$, $\forall h$. Si $\alpha_1 \geq 1$, entonces a_t^2 es no estacionaria, de hecho no se tiene una FAC.

²¹ Es por ello que el modelo GARCH Integrado (I-GARCH) tenga $\alpha=1$, como se verá en otro apartado.



En 1986 Bollerslev generalizó el modelo ARCH(p)²² al modelo **GARCH(p,q)**, dado por

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha \varepsilon_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^q \beta h_{t-i} \quad (2.7)$$

En el caso de que $p=1$, $\omega > 0$, $\alpha_1 > 0$, $\beta_1 \geq 0$; son condiciones suficientes para asegurar una varianza condicional positiva, $h_t > 0$. El efecto ARCH (o bien, α_1) captura la persistencia de shocks al corto plazo, y el efecto GARCH (o β_1) indica la contribución de shocks para la persistencia de largo plazo ($\alpha_1 + \beta_1$).

De esta manera, la formulación para la varianza condicional para un modelo **GARCH (1,1)** está representada por

$$h_t = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta h_{t-1} \quad (2.8)$$

Jorion (1997) menciona que la belleza del modelo radica en que la parsimonia y los pocos parámetros utilizados se justan de forma exitosa, logrando convertirse en un apoyo bastante importante de la industria financiera.

El inconveniente del modelo GARCH es que no es lineal, y por ello sus parámetros deben estimarse por máxima verosimilitud, implicando así que se desarrolle la optimización

²² Engle (1982) propuso el modelo autoregresivo condicional heteroscedástico de orden p, o modelo ARCH(p) dado por

$$h_t = \omega + \sum_{j=1}^p \alpha \varepsilon_{t-j}^2$$

Si $p=1$, $\omega > 0$, $\alpha > 0$; son condiciones suficientes para asegurar una varianza condicional estrictamente positiva, $h_t > 0$. El efecto ARCH (o bien, α_1) captura la persistencia de shocks al corto plazo.



numérica.²³ Para hacer frente a este problema, se desarrollaron nuevas metodologías que permitieron innovar a los modelos GARCH en el campo de modelos no paramétricos, como se señala a continuación.

2.2.2 El modelo TGARCH (*Threshold-GARCH*)

Este modelo fue desarrollado por Zaköian (1994), y es una modificación a los modelos ARCH clásicos introducidos por Engle en 1982. Se argumenta que los modelos de volatilidad variable en el tiempo (*time-varying volatility*) han sido desarrollados para describir series históricas a lo largo del tiempo, mejor conocidas como *series de tiempo*. Históricamente la heteroscedasticidad (cambios en la varianza a través del tiempo) ha sido especificada como una función de variables exógenas observables. Sin embargo, tales formulaciones demuestran demasiadas restricciones y fue necesario introducir una dinámica exógena en la especificación de las variabilidades. La progresión llevó a los modelos ARCH introducidos por Engle (1982) y a sus extensiones GARCH (Bollerslev, 1986) y modelos ARCH-M (Engle, Lilien y Robins, 1985). Estas formulaciones explícitamente evidenciaron los modelos de las varianzas condicionales sobre el tiempo para relacionarlas con variables conocidas para periodos previos. En la clásica formulación, el modelo de regresión GARCH es obtenido asumiendo una ecuación de promedio-móvil autoregresiva sobre una variable observable Y, la varianza condicional, siendo expresada como una función lineal de las innovaciones al cuadrado del pasado y de sus valores pasados,

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \dots + \beta_p \sigma_{t-p}^2 \quad (2.9)$$

²³ En los modelos ARCH y GARCH, los parámetros son típicamente estimados por medio del método máxima verosimilitud (MMV, o bien, *Maximum Likelihood Estimation*, MLE, por sus siglas en inglés) .



donde $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \beta_1, \dots, \beta_p$ son no negativos. En el contexto financiero, los modelos ARCH proveen una muy buena descripción de dos importantes características de las series: volatilidad variante en el tiempo y leptocurtosis. Desde un punto de vista técnico, la especificación cuadrática usada para la varianza condicional tiene muchas propiedades convenientes. En primer lugar, las restricciones implícitas de los parámetros para la positividad de la varianza son bastante simples. En suma, se provee una representación ARMA para los procesos ε^2 y además un modelo muy tratable.

Sin embargo, la especificación de la varianza condicional como una función de las innovaciones cuadradas del pasado tiene un límite muy importante. La misma trayectoria de tiempo de los procesos ARCH son muy bien conocidos, con periodos de alta volatilidad (correspondiente a valores altos del pasado del ruido, de cualquier signo) y periodos de baja volatilidad. Por tanto sólo un módulo de efectos de los valores pasados de ε han sido tomados en cuenta en la especificación cuadrática. En otras palabras, cuando un shock en el día $t-k$ es positivo o negativo, tiene el mismo efecto sobre la volatilidad presente. Sin embargo una cierta asimetría en la correlación entre la volatilidad presente y los valores pasados de la serie han sido señalados por muchos autores como otra propiedad característica de las series de rendimientos de activos. Nelson (1991), por ejemplo, notó que cuando los precios del activo están subiendo, la volatilidad tiende a ser más baja y viceversa.

Una interesante modelación de la volatilidad corresponde al enfoque GARCH cuadrático (*Quadratic GARCH*) propuesto por Santana (1990), el cual permite cualquier forma cuadrática definida positiva para las innovaciones del pasado. Este modelo, el cual rodea el GARCH, provee asimetrías en la volatilidad. Sin embargo, parece menos tratable que las formulaciones



clásicas ya que las restricciones positivas pueden ser difíciles de checar y dado que el modelo ARMA en ε^2 es reemplazado por uno no lineal.

Para contar las asimetrías en la varianza condicional de forma más directa, Nelson (1991) propone la siguiente especificación:

$$\ln \sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln \sigma_{t-j}^2 + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k \left[\theta Z_{t-k} + \gamma (|Z_{t-k}| - E|Z_{t-k}|) \right]; \quad \varepsilon_t = \sigma_t Z_t \quad (2.10)$$

donde (Z_t) es un proceso i.i.d. La principal ventaja de esta formulación sobre el GARCH estándar es el hecho de que éste permite shocks positivos y negativos de igual tamaño para tener diferentes impactos sobre la volatilidad. Además, la modelación positiva de volatilidad no implica restricciones positivas sobre los parámetros. Una diferencia importante con el GARCH es que las innovaciones son divididas por sus desviaciones estándar condicionales [utilizando ε en (2) ciertamente podría hacer intratable al modelo] Como una consecuencia, la persistencia en la volatilidad solo depende de los parámetros β_j . Por tanto, el efecto sobre la volatilidad de un shock ε sobre la variable observable parece más difícil de interpretar.

El principal objetivo de Zaköian en su trabajo es proponer una nueva especificación de la volatilidad, siguiendo la metodología GARCH permitiendo la asimetría. Se utiliza una estructura de rezago (*lag*) más flexible en la volatilidad, basada sobre partes positiva y negativas del proceso de innovación. El proceso es nombrado umbral ARCH (*Threshold ARCH*), a describirse a continuación.

Un mecanismo natural para la introducción de asimetrías en la volatilidad es hacerla una función de partes positivas y negativas de los procesos de las innovaciones. Glosten,



Jagannathan y Runkle (1989) estimaron una extensión del GARCH, en la cual la varianza condicional es escrita como una función lineal de las partes del ruido positiva y negativa al cuadrado. Se adopta un enfoque un tanto diferente, basado en el trabajo de Davidian y Carroll (1987) sobre la función de estimación de la varianza. Uno de los resultados más interesantes que ellos obtuvieron (aunque se permite que la varianza dependa directamente de variables observables) es que en el caso de distribuciones no normales, los residuales absolutos producen estimadores de la varianza más eficientes que los residuales cuadrados. Por tanto, él no usa el cuadrado de las partes positivas y negativas del ruido, y especifica la desviación estándar condicional en lugar de la varianza condicional. Para formalizarlo, se denota a ε como el proceso de tiempo real discreto valuado, $\varepsilon_{\underline{t-1}} = (\varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \dots)$ el conjunto de información (campo σ) de toda la información a través del tiempo, $\varepsilon_t^+ = \max(\varepsilon_t, 0)$ y $\varepsilon_t^- = \min(\varepsilon_t, 0)$ las partes positiva y negativas de ε_t . El proceso TGARCH (p,q) está dado por

$$\varepsilon_t = \sigma_t Z_t \tag{2.11}$$

$$\sigma_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i^+ \varepsilon_{t-i}^+ - \alpha_i^- \varepsilon_{t-i}^- + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j} \tag{2.12}$$

$$\mathbf{Z}_t \rightarrow \text{i.i.d.}; \mathbf{E}\mathbf{Z}_t = \mathbf{0}; \mathbf{V}\mathbf{Z}_t = \mathbf{1} \tag{2.13}$$

\mathbf{Z}_t independiente de $\varepsilon_{\underline{t-1}} \forall t$, donde $(\alpha_i^+)_{i=1,q}$ y $(\beta_j)_{j=1}$ son secuencias escalares lineales.

El enfoque está cercanamente relacionado al desarrollado por Tong (1990) relativo a la modelación de la media condicional. La desviación estándar condicional en (2.12) es manejada por combinaciones lineales de las variables del pasado ε y σ , el régimen en el tiempo t dependiendo de las posiciones en las innovaciones del pasado sobre el eje real.



Otra ventaja de la modelación es la variable de escala σ_t en lugar de la varianza condicional de que las restricciones no positiva son necesarias en la definición de las diferentes variables: la varianza condicional σ_t^2 es no negativa para la construcción; por lo tanto hay una gran simplificación en los procedimientos de inferencia numérica. Sin embargo, tan lejos como las propiedades probabilísticas estén relacionadas, el estudio es mucho más complicado cuando σ_t no es asumida como positiva. A continuación se complementa el modelo con restricciones positivas:

$$\alpha > 0, \alpha_i^+ \geq 0, \alpha_i^- \geq 0, \beta_i \geq 0 \quad \forall i \quad (2.14)$$

Entre las especificaciones TGARCH, una subclase es muy similar a las formulaciones usuales.

Para $\alpha_i^+ = \alpha_i^- = \alpha_i \quad \forall i$, la desviación estándar condicional es

$$\sigma = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i |\varepsilon_{t-i}| + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}, \quad (2.15)$$

El cual provee trayectorias muy cercanas a aquellas obtenidas con el GARCH estándar. En este caso, la volatilidad es solo una función de la magnitud de las perturbaciones.

La característica central del modelo es la de permitir diferentes reacciones de la volatilidad corriente al signo de las innovaciones del pasado. El efecto del shock ε_{t-k} sobre σ_t es una función tanto de su magnitud como de su signo. Por ejemplo, tomado el umbral ARCH(1) con un supuesto de distribución simétrica de (Z_t) y suponiendo que los momentos de segundo orden de (ε_t) existen.



Los hechos estilizados muestran que el modelo TGARCH logra capturar lo que el modelo GARCH no puede, esto es, los hechos observados empíricamente demuestran que los shocks negativos en el tiempo $t-1$ tienen un impacto más profundo en la varianza en el tiempo t que los shocks positivos. Esta asimetría es llamada efecto apalancamiento porque se cree que el aumento del riesgo viene del incremento del apalancamiento inducido por un shock negativo pero actualmente se sabe que este canal es demasiado estrecho.

2.3 Familia de Modelos Multivariados GARCH

El propósito del presente apartado es analizar la estructura que conforma el bloque de modelos GARCH multivariados (*M-GARCH*) y su desarrollo constante a través del tiempo, destacando que los nuevos modelos que emergen son propuestas para mejorar su sistema estructural y capturar de una manera más exacta el fenómeno de la volatilidad condicional, esto, en lo referente al tema de variables financieras, tema del que trata el presente trabajo. El fin primordial es realizar una descripción de tres modelos econométricos recientes pertenecientes a la familia GARCH. Los modelos sujetos a discusión son el modelo *VECH diagonal* (*Diagonal Vector H, D-VECH*), el modelo *BEKK* (*Diagonal-Baba-Engle-Kraft-Kroner, D-BEKK*) y el modelo de *Correlación Condicional Constante* (*Constant Conditional Correlation, CCC*). El gran logro de estos modelos es el de permitir capturar regularidades empíricas como la dependencia de segundo orden (*volatilidad clustering*) y las colas pesadas (*fat tails*), que es característico de las series de rendimientos financieros.

La comprensión y pronóstico de la dependencia temporal en los momentos de segundo orden en los rendimientos de activos es muy importante en muchas cuestiones de la econometría financiera. Actualmente es aceptado que la volatilidad en general muestra un movimiento



conjunto en el tiempo con los activos y los mercados. El reconocimiento de esta característica impone la relevancia a través del marco de modelos multivariados mediante su estudio empírico en comparación con los modelos univariados. Desde la perspectiva financiera, esto implica que el desarrollo de estas nuevas herramientas contribuye en una mejor toma de decisiones en varias áreas, tales como el precio de activos, selección de portafolios, precio de opciones, cobertura y administración de riesgos. Por ende, muchas instituciones financieras a nivel global han desarrollado las destrezas necesarias para utilizar la econometría financiera en sus operaciones cotidianas.

Dada la estimación de un modelo GARCH univariado sobre una serie de rendimientos, se conoce su distribución condicional y se puede pronosticar un modelo de Valor en Riesgo (VaR) de una posición corta o larga.²⁴ Cuando se considera un portafolio de activos, los rendimientos del portafolio pueden ser computados de los activos compartidos y los rendimientos. Un modelo GARCH puede ser ajustado a los rendimientos del portafolio para ponderaciones dadas. Si el vector de ponderaciones cambia, el modelo debe ser estimado de nuevo. Por el contrario, si el modelo multivariado es ajustado, la distribución multivariada de los rendimientos puede ser usada directamente para computar la distribución implícita de cualquier portafolio. No es necesario reestimar el modelo para diferentes vectores de ponderación.

Los modelos M-GARCH fueron desarrollados inicialmente a finales de la década de los ochenta y a principios de los años noventa del siglo pasado y, después de un periodo donde no hubieron muchas aportaciones a los estudios de estos modelos entre 1995 y 2000, esta área ha

²⁴ (Bauwens, *et al.*, *ibíd.* 2006).



vuelto a experimentar un fuerte interés y desarrollo. Destacan, entre otros trabajos aplicados a las finanzas, las investigaciones de Engle y Sheppard (2001), cuyo modelo propuesto (*Dynamic Conditional Correlation*, o modelo de correlación condicional dinámica) permite resumir un gran número de rendimientos de activos aplicándose a la varianza condicional de 100 series de rendimientos de activos que componen los índices S&P 500 y DJIA. Tse y Tsui (2001) proponen un nuevo modelo multivariado con correlaciones variantes en el tiempo (*time-varying correlations*) asumiendo una estructura vech diagonal imponiendo restricciones adecuadas para asegurar que la matriz de correlación condicional sea definida positiva sobre la optimización; la aplicación se da sobre el tipo de cambio del marco alemán y el yen japonés en relación al dólar norteamericano asimismo como los precios de activos de mercados de Singapur y Hong Kong. Por su parte Ledoit y Wolf (2002) proponen una alternativa al modelo Vech diagonal general debido a que una de sus restricciones es no ser factible numéricamente a dimensiones $n > 5$; su propuesta produce matrices de covarianza condicional semi-definidas sin imponer restricciones poco realistas aplicando así su metodología en siete mercados financieros internacionales desarrollados. Hafner y Hans (2003) presentan una generalización extendida del modelo DCC resumiendo un gran número de rendimientos de activos del mercado financiero alemán DAX y del mercado anglosajón FTSE, encontrando evidencia fuerte de que su modelo mejora los modelos multivariantes DCC y CCC. Bonato (2006, 2008) propone en primer lugar un modelo multivariado estable para la distribución de los rendimientos de activos de un portafolio introducido en la matriz de covarianza de vectores Gaussianos contrastándose con el modelo BEKK y comparándose sus resultados por medio de modelos de riesgo VaR en series de rendimientos de activos norteamericanos; en segundo lugar, se propone otro modelo multivariado que combina las propiedades atractivas de la distribución estable Paretiana para modelar colas pesadas y utilizar el GARCH para capturar la volatilidad agrupada aplicándose



también en series de rendimientos diarios de activos norteamericanos y contrastando su modelo contra una distribución t-Student mediante un modelo VaR. Por su parte, Asai *et al.* (2006) revisan la literatura sobre modelos de volatilidad estocástica multivariada (MVS, por sus siglas en inglés).

Nuevos e interesantes estudios han desarrollado metodologías en modelos GARCH multivariados no paramétricos (por ejemplo, mediante la *factorización de Choleski* y la estimación *Nadaraya-Watson*) aplicados a los mercados financieros y del tipo de cambio, entre los cuales destacan Long y Ullah (2005), Audrino (2005), Giannopoulos (2007), y Gallón y Gómez (2007), entre otros.

En la vasta cantidad de variaciones de modelos GARCH que ha sido analizada, la naturaleza de los modelos univariados asume que los movimientos de los rendimientos sobre el tiempo son independientes uno de otro. La extensión de un modelo univariado GARCH a un modelo n-variado requiere que se permita que la matriz n-dimensional de varianza-covarianza condicional de las variables aleatorias con media cero ϵ_t dependa de los elementos del grupo de información (Engle y Kroner, 1993). Sea \mathbf{H}_t cuantificable con respecto a \mathcal{F}_{t-1} , de esta manera, el modelo GARCH multivarido puede escribirse como

$$\epsilon_t | \mathcal{F}_{t-1} \sim N(0, \mathbf{H}_t)$$

La parametrización de la matriz \mathbf{H}_t como una función del grupo de información seleccionado \mathcal{F}_{t-1} permite que cada elemento de \mathbf{H}_t dependa de los valores rezagados q de las raíces y productos cruzados de ϵ_t así también como los p valores rezagados de los elementos de \mathbf{H}_t , y



de un vector $J \times 1$ de variables exógenas débiles, \mathbf{x}_t . De esta forma, los elementos de la matriz de covarianza siguen un vector de procesos ARMAX en las raíces y productos cruzados de los residuales. Se asumirá que \mathbf{x}_t contiene solamente variables exógenas rezagadas. Definiendo

$$\begin{aligned} h_t &= \text{vec}H_t \\ \tilde{\mathbf{x}}_t &= \text{vec}(\mathbf{x}_t \mathbf{x}_t') \\ \boldsymbol{\eta}_t &= \text{vec}(\boldsymbol{\epsilon}_t \boldsymbol{\epsilon}_t') \end{aligned}$$

donde $\text{vec}(\bullet)$ es el vector operador, el cual apila las columnas de la matriz. Una parametrización se escribe como

$$h = C_0 + C_1 \tilde{\mathbf{x}}_t + A_1 \boldsymbol{\eta}_{t-1} + \dots + A_q \boldsymbol{\eta}_{t-q} + G_1 h_{t-1} + \dots + G_p h_{t-p}$$

con C_0 como un vector parámetro $n^2 \times 1$, C_1 es una matriz de parámetro $n^2 \times J^2$, y tanto A_i como G_i son matrices de parámetro $n^2 \times n^2$.

En notación matricial, se tiene:

$$\begin{aligned} &= Fz_t \\ &= (z_t' \otimes I) \text{vec}F \\ &= Z_t \alpha \end{aligned}$$

donde

$$\begin{aligned} z &= (1, \tilde{\mathbf{x}}_t', \boldsymbol{\eta}'_{t-1}, \dots, \boldsymbol{\eta}'_{t-q}, h'_{t-1}, \dots, h'_{t-p}) \\ F &= [C_0 : C_1 : A_1 : \dots : A_q : G_1 : \dots : G_p] \\ \alpha &= \text{vec}F \\ Z &= (z_t' \otimes I) \end{aligned} \tag{2.16}$$

La ecuación **2.16** define la representación VECH, a discutir más adelante.



Cuadro 2.1. Resumen de modelos GARCH Multivariados

	h_t	Número de parámetros para $N=2,3,4$
VECH(1,1)	$h = c + \sum_{j=1}^q A_j n_{t-j} + \sum_{j=1}^p G_j h_{t-1}$	$\frac{N(N+1)(N(N+1)+1)}{2}$ 21,78,210
DVECH	$h_t = \Omega + A \bullet \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}' + B \bullet h_{t-1}$	$\frac{N(N+5)}{2}$
BEKK(1,1,K)	$H_t = C' C + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^q A' \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}' A_{jk} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^p G_{jk}' H_{t-j} G_{jk}$	$\frac{N(5N+1)}{2}$ 11,24,42
CCC	$h_{ijt} = \left(\rho_{ij} \sqrt{h_{iit} h_{jjt}} \right)$	$\frac{N(N+5)}{2}$ 7,12,18

Fuente: De Wet (2005) *apud* Bauwens, *et. al.* (2003).

La estimación ARCH utiliza el logaritmo de máxima verisimilitud (*lgmxvs*) para estimar conjuntamente los parámetros de las ecuaciones de la media y la varianza. Asumiendo normalidad multivariada, las contribuciones del *lgmxvs* para los modelos GARCH son dados por

$$l_t = -\frac{1}{2} m \log(2\pi) - \frac{1}{2} \log(|H_t|) - \frac{1}{2} \epsilon_t' H_t^{-1} \epsilon_t \quad (2.17)$$

en donde m es el número de ecuaciones de la media, y ϵ_t es el vector m de ecuaciones de la media de los residuales. La máxima verosimilitud estimada es asintóticamente normal, y de esta manera son aplicables los procedimientos para la estadística inferencial tradicional. Aunque en esencia los principios son esencialmente los mismos, la complejidad adicional y los parámetros extras involucrados en un modelo multivariado, en comparación con los modelos univariados, hacen una estimación computacionalmente más compleja.



Los modelos M-GARCH se clasifican en tres extensos tipos de modelos. El primer grupo abarca los modelos VECH y BEKK. El modelo VECH es muy general en su especificación, pero requiere muchos parámetros para su estimación. El modelo BEKK restringe el número de parámetros a expensas de la generalidad. Un segundo grupo de parámetros lo componen los modelos GARCH factoriales y los modelos GARCH ortogonales, los cuales permiten la introducción de muchas variables sin incrementar el número de parámetros a ser estimados en demasía. El tercer grupo lo conforman los modelos de correlación condicional, los cuales aplican un procedimiento de dos etapas para la estimación de parámetros; el procedimiento permite una especificación de la matriz de covarianza condicional. El cuadro 2.1 presenta un resumen de algunos de los modelos mencionados.

A continuación se realizará un análisis de los modelos D-VECH CCC, D-BEKK y. En cada caso, se asumirá por simplicidad que existen dos activos, cuyas varianzas y covarianzas de sus rendimientos serán modeladas. Es necesario sustentar cada uno de estos tres modelos pues constituyen las bases sobre las cuales se realizarán las estimaciones de los métodos del capítulo tercero.

2.3.1 El Modelo VECH Diagonal (D-VECH)

Una especificación común del modelo VECH, debido inicialmente a Bollerslev, Engle y Wooldridge (1988), es

$$h = c + \sum_{j=1}^q A_j n_{t-j} + \sum_{j=1}^p G_j h_{t-1} \quad (2.18)$$



Con \mathbf{h}_t como una matriz de varianza-covarianza condicional de 2×2 ($\mathbf{h}_t = \text{VECH}(H_t)$), $\boldsymbol{\eta}_{t-j}$ es un vector de innovación (ruido) de 2×1 ($\boldsymbol{\eta}_t = \text{VECH}(\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t')$); A y G son los parámetros de las matrices cuadradas de orden $(N+1)N/2$. El modelo requiere la estimación de 21 parámetros (c tiene 3 elementos, A y B tiene 9 elementos cada uno). Para tener un mejor entendimiento de cómo trabaja el modelo VECH, se definen los elementos

$$\mathbf{h}_t = \begin{bmatrix} h_{11t} & h_{12t} \\ h_{21t} & h_{22t} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Xi} = \begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ c_{31} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{bmatrix}$$

El operador VECH toma la “parte triangular superior” de una matriz, y apila cada elemento dentro de un vector con una sola columna. Por ejemplo, en caso de un vector $\text{VECH}(h_t)$, se tiene

$$\text{VECH}(h_t) = \begin{bmatrix} h_{11t} \\ h_{22t} \\ h_{12t} \end{bmatrix}$$

Donde h_{iit} representa las varianzas condicionales en el tiempo t de las series de rendimiento de dos activos ($i=1,2$) usados en el modelo, y h_{ijt} ($i \neq j$) representa las varianzas condicionales entre los rendimientos de los activos. En el caso de VECH ($\boldsymbol{\eta}_{t-j}$),

$$\text{VECH}(\boldsymbol{\eta}_{t-j}) = \text{VECH}(\boldsymbol{\varepsilon}_t \boldsymbol{\varepsilon}_t')$$



$$\begin{aligned}
 &= \text{VECH} \left(\begin{bmatrix} u_{1t} \\ u_{2t} \end{bmatrix} (u_{1t} \quad u_{2t}) \right) \\
 &= \text{VECH} \begin{pmatrix} u_{1t}^2 & u_{1t}u_{2t} \\ u_{1t}u_{2t} & u_{2t}^2 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} u_{1t}^2 \\ u_{2t}^2 \\ u_{1t}u_{2t} \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

El modelo completo VECH está dado por:

$$h_{11t} = c_{11} + a_{11}u_{1t-1}^2 + a_{12}u_{2t-1}^2 + a_{13}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{11}h_{11t-1} + b_{12}h_{22t-1} + b_{13}h_{12t-1} \quad (2.19)$$

$$h_{22t} = c_{21} + a_{21}u_{1t-1}^2 + a_{22}u_{2t-1}^2 + a_{23}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{21}h_{11t-1} + b_{22}h_{22t-1} + b_{23}h_{12t-1} \quad (2.20)$$

$$h_{12t} = c_{31} + a_{31}u_{1t-1}^2 + a_{32}u_{2t-1}^2 + a_{33}u_{1t-1}u_{2t-1} + b_{31}h_{11t-1} + b_{32}h_{22t-1} + b_{33}h_{12t-1} \quad (2.21)$$

De esta manera, está claro que las varianzas y covarianzas condicionales dependen tanto de sus valores rezagados entre sí, de los rendimientos de los activos en las series, así como el rezago cuadrado de los errores y el error de los productos cruzados. La estimación de tal modelo requiere de la ayuda tecnológica del cómputo debido a que la amplitud de los parámetros comienza a complicar el cálculo del modelo.

Según Sheppard (2003), este es el modelo más simple, y fue propuesto para forzar solamente los efectos de los rezagos propios y los productos cruzados. La especificación diagonal requiere de la estimación de $O(k^2)$ parámetros, nombrados $3k(k+1)/2$, necesarios para estimar el modelo (1,1).

La especificación diagonal permite una relativa interpretación sencilla, tal como cada serie de la familia GARCH estándar.



Bollerslev, *et. al* (1988) introduce una versión restringida del modelo general multivariado VECH de la covarianza condicional con la formulación siguiente:

$$H_t = \Omega + A \bullet \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}' + B \bullet H_{t-1} \quad (2.22)$$

Donde los coeficientes de las matrices A , B , y Ω son matrices simétricas $N \times N$, y el operador " \bullet " es el producto del elemento por elemento (llamado producto Hadamard)²⁵. Los coeficientes de las matrices deben ser parametrizados de diferentes maneras. La forma más general es permitir la variación de los parámetros en las matrices sin restricción alguna. Esto es, parametrizarlos como matrices indefinidas. En tal caso el debe ser escrito con una ecuación de forma simple:

$$(H_t)_{ij} = (\Omega)_{ij} + (A)_{ij} \epsilon_{jt-1} \epsilon_{it-1} + (B)_{ij} (H_{t-1})_{ij} \quad (2.23)$$

En donde, por ejemplo, $(H_t)_{ij}$ es la i -ésima fila y la j -ésima columna de la matriz H_t . Cada matriz contiene $N(N+1)/2$ parámetros. Este modelo es la versión con menos restricciones del modelo D -VECH. Al mismo tiempo, no asegura que la matriz de varianza condicional sea *positiva semidefinida* (PSD). Ding y Engle (2001) comentan que existen muchos enfoques para la especificación del coeficiente de las matrices que restrinjan a que H sea *PSD*, posiblemente por la reducción del número de parámetros. Un ejemplo es:

$$H_t = \bar{\Omega} \Omega' + \bar{A} A' \bullet \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}' + \bar{B} B' \otimes H_{t-1} \quad (2.24)$$

²⁵Suponiendo dos matrices con las mismas dimensiones, se tiene el producto Hadamard, generalizado para la resolución tanto de matrices como de operadores. El producto Hadamard de dos matrices A y $B \mid_{N \times N}$, denotada como $A \bullet B$ es la matriz $N \times N$ dada $A \bullet B \mid_{N \times N} = a_{ij} b_{ij}$:

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (ae) & (bf) \\ (cg) & (dh) \end{bmatrix}$$

Nótese que el producto Hadamard es una *submatriz* del producto de Kronecker, en el cual, el resultado de las transformaciones lineales no multiplicativas, $A \otimes B$, es el producto tensorial $V_1 \rightarrow W_1$ and $V_2 \rightarrow W_2$.



donde las matrices $\bar{\mathbf{A}}$, $\bar{\mathbf{B}}$ y $\bar{\mathbf{\Omega}}$ son de cualquier tipo hasta el rango N. Por ejemplo, se debe utilizar la matriz factorizada de Cholesky del rango N del coeficiente de la matriz. Este método es etiquetado como la matriz de rango completo (*Full Rank Matrix*) en la selección del coeficiente de restricción del sistema ARCH diagonal. Mientras este método contiene el mismo número de parámetros como versión indefinida, asegura que la varianza condicional es **PSD**.

Ledoit (2003) parte del método multivariado GARCH considerado como:

$$E[x_{i,t} | \Omega_{t-1} = 0,] \tag{2.25}$$

$$\begin{aligned} Cov[x_{i,t}, x_{j,t} | \Omega_{t-1}] &= h_{ij,t} \\ &= c_{ij} + a_{ij} x_{i,t-1} x_{j,t-1} + b_{ij} h_{ij,t-1} \end{aligned} \tag{2.26}$$

donde Ω_{t-1} denota el grupo de información condicionada disponible en el tiempo t-1, y $\mathbf{x}_{i,t}$ denota la realización de la i-ésima variable ($i=1, \dots, N$) en el tiempo t. Los valores de los parámetros satisfacen $\mathbf{a}_{ij}, \mathbf{b}_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j=1, \dots, N$, y $\mathbf{c}_{ij} > 0 \quad \forall i, j=1, \dots, N$. La ecuación (2.24) es conocida como el modelo D-Vech. Este modelo asume que que la varianza condicional de las variables x_i y x_j depende de su valor rezagado y de las realizaciones sobre el pasado del producto $\mathbf{x}_i \mathbf{x}_j$ solamente (Bollerslev, *et. al.*, 1988). También la ecuación (2.24) resume que las variables tienen media condicional cero, lo cual puede ser justificado siempre tomándolas como residuales de un modelo de regresión, e implican el involucramiento de demasiados parámetros para ser considerados de interés práctico. La forma más natural de estimar la matriz de covarianza condicional es computar la (cuasi) máxima verosimilitud de los parámetros \mathbf{c}_{ij} , \mathbf{a}_{ij} , y \mathbf{b}_{ij} para las observaciones de todas las variables en el vector \mathbf{x} .

Existe un *trade-off* entre la aplicación los modelos generales y los modelos parsimoniosos, es decir, los modelos presentan ventajas y desventajas, a comentarse a continuación.



Algunos modelos son difíciles de aplicar si el número de series de tiempo incluidas en el modelo es demasiado extensa (usualmente mayor a 4). El modelo GARCH multivariado de esta manera diferirá del número de parámetros cuando se estima en θ . Un segundo problema que se presenta es cuando \mathbf{H}_t es positiva definida. Muchos modelos aseguran esta condición bajo supuestos muy inexactos. Por tanto, la intención, propuesta y uso del modelos M-GARCH difiere y a razón de ello es complicado definir a uno de ellos como el “mejor” modelo (De Wet, 2005). La clasificación del modelo M-GARCH dependerá entonces del problema específico en el uso y aplicación del modelo.

Por otra parte, los modelos M-GARCH permiten la estimación simultánea de volatilidades variantes en el tiempo de diferentes variables. La volatilidad variante en el tiempo permite una mejor estimación de medidas de riesgo y de esta forma la asignación/distribución de los activos. El gran inconveniente en la práctica de estos modelos es que el número de parámetros a ser estimados se incrementa dramáticamente en tanto aumente también el número de variables. En muchos casos, más de cuatro variables en los modelos provocan que el número de parámetros sea demasiado para ser estimado. Para superar este problema diferentes tipos de modelos, variaciones del M-GARCH, han sido desarrollados. En función del problema existente, el investigador debe aplicar un modelo M-GARCH diferente y a la vez relevante. Con las variantes, el *trade-off* entre la generalidad (es decir, incluyendo mucha información sobre muchas variables como sea posible) y el número de parámetros a ser estimado.

Para entender y pronosticar los movimientos de diferentes volatilidades de activos a través del tiempo, es necesario reconocer que existe esta dependencia, la cual es capturada por los



modelos M-GARCH. Bajo este precepto, el modelo M-GARCH ofrece una herramienta para una mejor toma de decisiones en el análisis financiero.

2.3.2 El Modelo BEKK (Baba-Engle-Kraft-Kroner)

En 1995 Engle y Kroner²⁶ postularon una variante de los modelos pertenecientes a la familia GARCH Multivariados que asegura producir matrices de covarianza condicional positiva definida. Esta generalidad cubre por completo el correspondiente modelo GARCH (1,1) incluyendo todos los modelos D-VECH positivos definidos, pero adolece debido a la intratabilidad para dimensiones superiores (Ledoit *et al*, 2002) El modelo comúnmente utilizado en la práctica es el D-Bekk(1,1,K) está dado por

$$H_t = C'C + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^q A' \epsilon_{t-1} \epsilon_{t-1}' A_{jk} + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^p G_{jk}' H_{t-j} G_{jk} \quad (2.27)$$

Donde C, A y G son matrices (NxN), pero C es triangular superior.

La suma del límite K determina la generalidad del proceso. Los parámetros de este modelo no representan de forma directa el impacto de los diferentes términos rezagados sobre los elementos de **H_t**, como en el modelo Vech. De hecho, este modelo es un caso especial. Engle y Kroner (1995) presentan proposiciones y pruebas para ambos modelos.²⁷

²⁶ El modelo debe su nombre a Baba, Engle, Kraft y Kroner (BEKK). Baba, Kraft y Kroner eran en ese entonces estudiantes de doctorado de la Universidad de Arizona, quienes presentaban sus disertaciones en varios aspectos del modelo.

²⁷ Por ejemplo, para evitar estructuras equivalentes observables, ellos proveen suficientes condiciones para identificar modelos BEKK con K=1. Estas condiciones son aquellas en donde $A_{k,11}^*, G_{k,11}^*$ y los elementos diagonales de C* se restringen como positivas.



El número de parámetros en el modelo BEKK (1,1,1) es $N(5N+1)/2$. Para reducir este número, y consecuentemente reducir la generalidad, se puede imponer un modelo BEKK diagonal, esto es, A_k^* y G_k^* en (2.27) son matrices diagonales. Este modelo es también un modelo D-Vech, pero es menos general, aunque se garantiza que BEKK es positivo definido mientras que D-Vech no lo es. Lo anterior puede ser constatado fácilmente: El modelo D-Vech contiene nueve parámetros mientras que el BEKK contiene solamente siete. Esto sucede porque los parámetros que gobiernan la dinámica de la ecuación de la covarianza en el modelo BEKK son los productos de los parámetros correspondientes de las dos ecuaciones de la varianza en el mismo modelo. Otra manera de reducir el número de parámetros es utilizar un modelo BEKK escalar, esto es, A_k^* y G_k^* son iguales para los tiempos escalares de una matriz de unos.

2.3.3 El Modelo de Correlación Condicional Constante (CCC)

Propuesto por Tim Bollerslev en 1990²⁸, sugiere un modelo multivariado GARCH (1,1) en donde las correlaciones condicionales son constantes sobre el tiempo. Específicamente, cada varianza condicional $h_{ii,t}$ es modelada por separado mediante un modelo GARCH(1,1) con parámetros c_{ii} , a_{ii} y b_{ii} , respectivamente, y la covarianza condicional entre las variables x_i y x_j en el tiempo t es dada por $h_{ij,t} = \rho_{ij} \sqrt{h_{ii} h_{jj}}$. Por tanto, existen un total de $N(N+5)/2$ parámetros libres. Este modelo proporciona matrices de covarianza condicional estacionarias y definidas siempre que ρ_{ij} compense una bien definida matriz de correlación que los parámetros c_{ii} , a_{ii} y b_{ii} sean no negativos y satisfagan $a_{ii} + b_{ii} < 1$, $\forall i=1, \dots, N$. Se realiza la estimación para la

²⁸ Bollerslev, Tim, "Modelling *the Coherent in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model*", The Review of Economics and Statistics, núm. 72, pp. 498-505.



maximización de cuasi-máxima verosimilitud, asumiendo normalidad condicional. Un problema que presenta este modelo es el de asumir correlación condicional constante, a la cual comprensiblemente el modelo no está sujeto (Ledoit *et al*, 2002).

Según Sheppard (2003), en la especificación GARCH multivariada propuesta por Engle, CCC, la matriz de correlación puede ser estimada separadamente por formulaciones GARCH univariadas usadas para cada serie utilizando un estimador de máxima verosimilitud normal multivariado sobre los residuales estandarizados. El supuesto de correlación constante permite estimar un gran modelo factible y asegura un estimador positivo definido, lo cual es difícil de alcanzar utilizando la formulación VECH. Sin embargo, el estimador de correlación constante, tal como se ha propuesto, no describe cómo construir errores estándar consistentes utilizando el proceso de estimación separada. Bollerslev encuentra que la noción de correlación constante es plausible. En trabajos recientes, Tsui y Yu (1999) encontraron que la correlación constante puede rechazarse para ciertos activos, Bera y Tse (2000) desarrollaron pruebas para la correlación constante, los primeros comenzaron un test univariado mientras los últimos realizaron un test LM más general.

Bollerslev (1990) especifica los elementos de la matriz de covarianza condicional de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} h_{iit} &= c_i + a_i \epsilon_{it-1}^2 + d_i I_{it-1}^- \epsilon_{it-1}^2 + b_i h_{iit-1} \\ h_{ijt} &= \rho_{ij} \sqrt{h_{iit} h_{jjt}} \end{aligned} \quad (2.28)$$



Las restricciones deben ser impuestas sobre el término constante utilizando la varianza objetivo, entonces:

$$c_i = \sigma_0^2(1 - a_i - b_i) \quad (2.29)$$

con σ_0^2 como la varianza incondicional.

Cuando las variables exógenas son reducidas en la especificación de la varianza, se deberá elegir entre coeficientes comunes y coeficientes individuales. Para los primeros, se asume que las variables exógenas tienen la misma pendiente, ν , para cada ecuación. En cuanto a los segundos, éstos permiten que el efecto e_i difiera para cada variable exógena a través de las ecuaciones:

$$h_{iit} = c_i + a_i \epsilon_{i,t-1}^2 + d_i I_{i,t-1}^- \epsilon_{i,t-1}^2 + b_i h_{iit-1} + e_i x_{1t} + \nu x_{2t} \quad (2.30)$$

2.3.4 Ventajas y desventajas de los modelos M-GARCH

En general, MGARCH es un modelo muy importante tanto en la teoría como en la práctica debido a que, además de cuantificar la volatilidad y la co-volatilidad de múltiples activos financieros, es de gran utilidad en la cobertura y asignación de precios de activos asimismo como en la administración de riesgos. Además, como una medida de dependencia lineal, la matriz de covarianza condicional es vital para los modelos APT y CAPM. La diversificación de portafolios basada en la teoría de la inversión media-varianza estándar no podría funcionar si se desconoce tanto la correlación como la varianza.

Por otra parte, en los modelos MGARCH paramétricos se presentan algunas deficiencias. Long y Ullah (2005) encuentran que existen al menos dos desventajas. La primera se presenta cuando se asume, por simplicidad, que la innovación multivariada e_t sigue un proceso



gaussiano multivariado, lo cual es rechazado en otros estudios, tales como Fama y French (1993), Richardson y Smith (1993), Longin y Solnik (2001) y Ang y Chen (2002), solo por mencionar algunos. En segundo lugar, las formas funcionales de la matriz de varianza condicional y la matriz de correlación condicional son lineales. Estas dinámicas lineales excluyen las posibles condiciones de no linealidad.

Si el modelo multivariado paramétrico está correctamente especificado tanto en la función de densidad conjunta y la forma funcional, su estimador podría ser consistente y eficiente. Sin embargo, algún error sobre cualquier supuesto de la densidad y/o de su forma funcional podría llevar a un modelo paramétrico ineficiente o inconsistente. Es por ello que los nuevos estudios incluyen nuevas perspectivas de investigación en el desarrollo de modelos multivariados GARCH no paramétricos ya mencionados anteriormente.

2.4 Comentarios Finales: el Método M-VARCH

De acuerdo con Sánchez y Reyes (2006), existe en la actualidad una gran apertura para la investigación en el estudio de la volatilidad en el ámbito financiero y económico dado que la gama de modelos existentes no son contundentes en lo referente a parsimonia y supuestos distributivos. Debido a lo anterior, la aplicación de modelos GARCH presenta mayores ventajas frente a otros modelos tales como los promedios móviles y promedios ponderados exponencialmente, por ejemplo, en lo referente al estudio de la volatilidad condicional. Los resultados empíricos indican que la familia de modelos GARCH captan en mayor medida la evolución de la dinámica de la volatilidad a través del tiempo, a pesar de que parecen tener problemas en seguir el paso de la volatilidad “realizada”.



Particularmente, el conocimiento y predicción de la dependencia temporal en momentos de segundo orden sobre los rendimientos de los activos es una cuestión muy importante para muchos de los aspectos abarcados por la econometría financiera. En la actualidad es completamente aceptado que la volatilidad en los activos financieros se mueve en conjunto a través del tiempo en los mercados mundiales. Reconocer esta característica por conducto de del marco de los modelos multivariados conlleva a obtener modelos empíricos relevantes en comparación a trabajar con modelos univariados por separado.

Desde la perspectiva financiera, lo anterior implica una mayor apertura hacia mejores herramientas para la toma de decisiones en muchas áreas tales como precios de activos, selección de portafolios, precios de opciones, cobertura y administración de riesgos. No se olvida que a principio de la última década del siglo pasado hubo un amplio desarrollo en las estrategias necesarias para utilizar la teoría econométrica en la perspectiva financiera.

Bajo el análisis planteado en el presente capítulo, se deduce que los modelos GARCH estudiados permiten obtener mejores estimadores óptimos de las varianzas sobre las series de tiempo de mercados financieros; lo anterior, debido a que capturan adecuadamente el fenómeno de la volatilidad (cuyas regularidades probabilísticas serán analizadas en el siguiente capítulo). Asimismo, se permite pensar que estimaciones más precisas en los modelos VaR de portafolios de inversión contribuirán con mayores resultados sobre los márgenes de ganancia sujetos a la calibración (*backtesting*) y pruebas comparativas (*benchmark*) debido a que la optimización en cada portafolio es mucho mayor y permitiría la elección de los mejores escenarios que lograrían reducir el riesgo y maximizar los beneficios de los mismos.



La aseveración anterior permite afirmar que las metodologías de modelos econométricos GARCH univariados y multivariados pueden ser aplicados para portafolios de inversión, los cuales serán determinantes para cuantificar los modelos *de Valor en Riesgo* necesarios para el análisis de pérdidas potenciales, y que pueden sujetarse finalmente al análisis *backtesting* para su validación. A esta metodología propuesta se le ha denominado **M-VARCH** (***Multivariate GARCH Models Applied to Value at Risk***, o bien, **Metodología de Modelos Multivariados GARCH Aplicados al Valor en Riesgo**), el marco teórico que complementa esta metodología se expone en el siguiente capítulo.

Así es como de esta manera ha sido expuesta la literatura del uso de modelos M-GARCH y, a razón de ello, se puede justificar el uso y aplicación de los modelos D-VECH, CCC y D-BEKK sobre los índices financieros analizados en este trabajo.

CAPÍTULO TERCERO:

Marco Teórico de la Metodología VARCH Multivariada (M-VARCH)

3.1 La importancia de la metodología M-VARCH

El análisis de los riesgos financieros cuenta hoy en día con numerosas herramientas y métodos que permiten una evaluación más profunda sobre diferentes instrumentos o productos financieros, ya sea individual o dentro de un portafolio de inversión. En muchas investigaciones el análisis de diferentes metodologías aplicables a portafolios de inversión con activos financieros nacionales e internacionales son modelados y simulados bajo diferentes escenarios; asimismo, son sujetos a la potencia de pruebas con diversos enfoques (VaR, CVaR, etc.) con el propósito de demostrar su aplicación en la realidad.

En las últimas dos décadas el desarrollo de la administración de riesgos ha sido fundamental para muchas instituciones financieras públicas y privadas, dado que sus objetivos se centran en evitar cuantiosas pérdidas económicas y mejorar el desempeño financiero de las mismas. La primera etapa de los modelos de riesgo se enfocó en la medición de riesgos de mercado sobre los portafolios de inversión. Desde entonces, estas instituciones se dieron a la tarea de disminuir los requerimientos de capitalización que exigían las autoridades regulatorias así también como buscar nuevas metodologías para la cobertura de riesgos de mercado, consúltese Ramírez y Ramírez (2007).



El desarrollo de métodos para medir el riesgo en función de modelos analíticos a partir de los inicios de la década de los noventa del siglo pasado fue prevaeciente. Un modelo pionero en la cobertura de riesgos fue el desarrollado por JP Morgan (1996) y fue llamado Valor en Riesgo (VaR por sus siglas en inglés, *Value-at-Risk*). El VaR se ha convertido en una de las herramientas fundamentales en la cuantificación de riesgos debido a la sencillez tanto de su estructura como de su concepto. Varios autores, entre ellos Jorion (1997), Alonso y Arcos (2005) y de Lara (2002), definen concretamente la metodología VaR como la máxima pérdida esperada, bajo un horizonte de tiempo y un nivel de confianza dado.

Por otra parte, a través del tiempo la econometría aplicada en el campo de las finanzas ha desarrollado nuevas y mejoradas técnicas que ha aportado valiosas herramientas estadísticas con resultados satisfactorios. A partir del trabajo seminal de Engle (1982), quien desarrolló el modelo autoregresivo de heteroscedasticidad condicional (*ARCH*), se ha dado pie al desarrollo de propuestas alternativas que contribuyen en la innovación de modelos y pronósticos de la volatilidad asociada a series de tiempo.

Sin lugar a dudas, la familia de modelos *ARCH* ha demostrado que captura muchos de los comportamientos atípicos empíricos asociados a la volatilidad de rendimientos de los activos financieros; entre ellos destacan las distribuciones leptocúrticas, volatilidad agrupada —o *clúster*—, varianzas cambiantes en el tiempo, efectos *leverage* (correlación entre los rendimientos de un activo y cambios en su volatilidad futura), persistencia, asimetrías en la volatilidad debido a grandes incrementos o caídas en el precio de un activo, entre muchas otras. Véase, por ejemplo, Mandelbrot (1963), Fama y French (1993), Sánchez y Reyes (2006) y Mc Neil *et. al.* (2006).



Los modelos multivariados GARCH poseen ventajas comparativas respecto de los modelos univariados en las finanzas, ya que es posible obtener estimadores óptimos para la construcción de las matrices de varianzas-covarianzas aplicables a los portafolios de inversión VaR y permiten dimensionar también la movilidad conjunta de capitales así como la interrelación existente de la volatilidad en los mercados financieros.

La importancia relativa de la integración de los mercados financieros ha permitido que los agentes participantes (inversionistas institucionales y privados) se vean beneficiados a largo plazo debido al efecto de la diversificación internacional. Sin embargo, a pesar de los notables avances en el desarrollo e implementación de técnicas para una evaluación más profunda de los modelos VaR y GARCH multivariados, la literatura se ha enfocado en el estudio de mercados financieros desarrollados, motivo por el cual los estudios para los mercados emergentes son escasos no obstante la necesidad e interés de las autoridades reguladoras por llevar a cabo un control adecuado sobre el desempeño de las instituciones financieras.

3.1.2 Revisión de Literatura

Resaltan algunos casos de análisis y aplicación de diferentes metodologías VaR con diferentes criterios de comparación. Tagliafichi (2003) presenta la estimación de modelos VaR y la estimación de modelos GARCH (heteroscedasticidad condicional autoregresiva generalizada, o bien *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*, por sus siglas en inglés) para los índices accionarios de Brasil, Argentina y Estados Unidos, entre otros. Tanto Fernández *et al.* (2002) como Vergara y Maya (2007) presentan evidencia empírica y aplicación de metodologías GARCH paramétricas y no paramétricas para los rendimientos accionarios del mercado de Chile. Gallón y Gómez (2007) presentan aplicaciones de modelos VaR y GARCH



multivariados aplicados al tipo de cambio del peso colombiano con respecto a monedas duras tales como el dólar americano, el euro, la libra esterlina y el yen japonés; ellos concluyen que la modelación de la distribución condicional para los rendimientos de la tasa de cambio validan la estimación de estos modelos sobre la matriz de covarianza condicional en la determinación de las ganancias obtenidas. Para el caso de México y su relación con otras economías, De Jesús (2008) utiliza la teoría de valores extremos aplicados a los índices accionarios de los mercados de Brasil y México; en tanto, Ramírez y Ramírez (2007) enfocan su estudio al análisis de metodologías VaR aplicado a las acciones mexicanas; López (2006) presenta un análisis econométrico para el estudio de la prima de riesgo para el mercado mexicano y su relación de segmentación parcial con respecto al Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN); por su parte, Ludlow y Mota (2006) presentan una comparación de volatilidades con los índices Nasdaq y Standard and Poor's 500 (S&P 500, Estados Unidos), y el índice de Precios y Cotizaciones (IPC, México) mediante una estimación simultánea utilizando modelos GARCH multivariados; por último, Ortiz, *et al.* (2007b y 2009) analiza tanto el proceso de integración de los mercados de capitales de las economías que conforman el bloque regional del TLCAN mediante un modelo econométrico de cointegración, así como también las interrelaciones de la volatilidad y sus rendimiento entre los mercados bursátiles mencionados mediante modelos GARCH multivariados.

La integración de las bolsas es muy importante para la teoría de diversificación internacional de portafolios, dadas las características estocásticas cotidianas, los mercados muestran la tendencia de movimiento conjunto a lo largo del tiempo de tal manera que al largo plazo los beneficios aportados por la diversificación internacional son eliminados si los mercados permanecen segmentados (Ortiz, *et al.*, 2007a y 2007b). Bajo esta perspectiva de integración cabe distinguir



tres importantes características según Soares (2006): (i) integración perfecta, (ii) integración imperfecta (o segmentación parcial), y (iii) segmentación perfecta. De lo anterior se desprende que, conforme los mercados se integren cada vez más, los efectos de posibles sucesos a corto plazo en un mercado se transmitirán casi instantáneamente a los otros de tal manera que al largo plazo compartirán tendencias comunes.

La presente tesis muestra, mediante la metodología M-VARCH, una evaluación del comportamiento de modelos paramétricos multivariados GARCH-VaR estimados para portafolios trinacionales representativos de los países miembros del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN), compuesto por los tres índices accionarios representativos de los países de México, Canadá y Estados Unidos. El interés en analizar este mercado es debido a las características heterogéneas de las economías de cada país y sus mercados financieros, lo cual representa claras oportunidades para la diversificación simultánea en los tres países y la obtención de mayores beneficios con niveles moderados de riesgo. A razón de lo anterior, se manejarán supuestos en los que intervienen tres inversionistas representativos de cada país del TLCAN y cada uno está interesado en optimizar sus portafolios con rendimientos cuantificados en su propia moneda, por lo que se deben considerar los respectivos tipos de cambio (dólar norteamericano, dólar canadiense y peso mexicano). A continuación se realizará una explicación más profunda de las metodologías que son sugeridas para conformar la metodología M-VARCH.



3.2 El Modelo EWMA

La volatilidad es el principal indicador de los mercados financieros para la cuantificación de los riesgos y es por ello el factor preponderante (materia prima) para su estimación. Como se observará en el capítulo siguiente, la mayoría de los rendimientos recaen alrededor de un punto –por lo general su promedio- y de forma paulatina se va dispersando hacia los extremos de una curva de distribución asumida como normal (estos extremos son llamados colas de distribución), *i.e.*, con promedio cero y varianza uno o constante, $N \sim (0,1)$.

El modelo EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*, suavizamiento exponencial simple) se presenta como una de las soluciones a las alternativas de cuantificación de la volatilidad en los mercados financieros. La particularidad que ofrece este método es el de asignar pesos cuya ponderación será mayor en datos estadísticos (observaciones) recientes respecto de datos con mayor antigüedad. La justificación a este ajuste es debido a que los acontecimientos acumulados en un conjunto de información reciente impactarán de manera más profunda en el pronóstico de la volatilidad futura en comparación con los datos del pasado. Representa una ventaja sobre la volatilidad histórica dado que ésta última no capta de forma rápida las variaciones fuertes sobre los precios de los activos, es decir, con el modelo EWMA la construcción de estimaciones mejores y con mayor precisión se permite en épocas de alta volatilidad debido a fallas en los mercados financieros (debido, entre otras cosas, a ataques especulativos, fraudes, etc., *i.e.*, todo lo relacionado a la información imperfecta que conlleva a noticias de diversos grados entre los inversionistas).



El modelo EWMA es un caso particular de los modelos GARCH ya vistos. Se parte de la formulación siguiente:

$$\frac{r_{t-1} + \lambda r_{t-2} + \lambda r_{t-3} + \dots + \lambda^{n-1} r_{t-n}}{1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-1}}; \text{ con } 0 < \lambda < 1 \quad (3.1)$$

El factor lambda λ es un parámetro constante del suavizamiento de la serie (a mayor grado de λ , mayor peso tienen las observaciones más recientes).

Cuando el orden del promedio móvil tiende a infinito ($1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-1}$), esto es

igual a $\frac{1}{1 - \lambda}$, entonces EWMA se reescribe como:

$$r_t = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i} \quad (3.2)$$

El denominador es igual a

$$1 + \lambda + \lambda^2 + \dots + \lambda^{n-1} = \frac{1}{(1 - \lambda)} = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda^i \quad (3.3)$$

La demostración de que $\frac{1}{(1 - \lambda)} = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda^i$ consiste en considerar que un promedio móvil se

estima bajo el supuesto de que el $n_{\rightarrow \infty} = k$, donde n es el número de datos y k es un número

arbitrario esto indica que $\sum_{i=0}^{\infty} \lambda^i = k$. Multiplicando por el factor de decaimiento lambda λ

(*Decay Factor*), se tiene $\sum_{i=1}^{\infty} \lambda^i = \lambda k$.



Al restar las dos ecuaciones anteriores y despejando k , se cumple con la demostración:

$$k = \frac{1}{(1 - \lambda)} = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda^i$$

Considerando las ecuaciones 2.36 y 2.38, y suponiendo $n \rightarrow \infty$, el EWMA de la variable r es

$(1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}$. De esta manera, al usar EWMA la estimación de la varianza es:

$$\sigma_t^2 = (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2$$

Utilizando algebra, se tiene:

$$\begin{aligned} \sigma_t^2 &= (1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2 \\ &= (1 - \lambda) [r_{t-1}^2 + \lambda r_{t-2}^2 + \lambda^2 r_{t-3}^2 + \dots] \\ &= (1 - \lambda) r_{t-1}^2 + \lambda [(1 - \lambda) (r_{t-2}^2 + \lambda r_{t-3}^2 + \dots)] \\ &= (1 - \lambda) r_{t-1}^2 + \lambda [(1 - \lambda) \sum_{i=1}^{\infty} \lambda^{i-1} r_{t-i}^2] \\ \sigma_t^2 &= (1 - \lambda) r_{t-1}^2 + \lambda \sigma_{t-2}^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

J.P. Morgan en su documento *Riskmetrics* utiliza esta aproximación para el cálculo de los riesgos de mercado. De esta manera, para pronosticar la volatilidad, reordenando (3.4), se tiene:

$$\hat{\sigma}_t^2 = \lambda \hat{\sigma}_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2 \quad (3.5)$$

Por último, el modelo puede considerarse como un caso especial del proceso GARCH (ecuación 2.7), con $\alpha_0 = 0$ y $\alpha_1 + \beta_1 = 1$. Este modelo considera, entonces, la persistencia.



El modelo es de sencilla implementación debido a que tiene solamente un parámetro (λ), esto significa que es más robusto para el error de estimación en comparación con otros modelos; además, al igual que el GARCH, su estimador es recursivo implicando que un pronóstico esté basado en el pronóstico previo y en la última innovación resumiendo todo su historial en h_{t-1} .

La misma debilidad del modelo reside en el factor de caída λ ($0 < \lambda < 1$). Teóricamente debería maximizar la función verosimilitud, sin embargo, como menciona Jorion (1997), operacionalmente no es factible la realización de esta labor para una base de datos con más de 450 series. Otra desventaja es que, no obstante que el factor de caída (o decaimiento) λ puede variar entre las series, también puede hacerlo con el tiempo, perdiendo así consistencia entre los diferentes periodos. También, diferentes valores de λ hacen incompatibles los términos de covarianza y pueden provocar coeficientes de correlación mayores a la unidad. Por ello, para datos diarios en Riskmetrics se utiliza en la práctica un factor de caída $\lambda = 0.94$, aunque J. P. Morgan recomienda utilizar un factor de caída $\lambda = 0.97$ como factor de caída óptimo. Lo anterior, porque el parámetro de persistencia es la unidad implicando así que no exista reversión a la media, entonces la volatilidad mensual debería ser la misma que la volatilidad diaria. Pero la realidad indica que la estimación es igual a (3.5), y ésta define las innovaciones como la varianza para un número de 25 días. De esta manera, los datos diarios y mensuales son mutuamente inconsistentes, aunque existe la facilidad de su uso y tienen un comportamiento bastante próximo a los datos reales y son lo suficiente robustos para la subespecificación.

Por último, según Riskmetrics, las observaciones históricas que recoge el modelo se muestran a continuación en el cuadro 3.1.



Cuadro 3.1. Número de observaciones históricas utilizadas por el modelo EWMA

λ	0.001 por ciento	0.01 por ciento	0.1 por ciento	1 por ciento
0.90	109	87	66	44
0.94	186	149	112	74
0.96	282	226	169	113
0.97	378	302	227	151
0.98	570	456	342	228

El cuadro 3.1 muestra los diferentes factores de caída que se recomienda utilizar para los niveles de confianza del 99.9999 por ciento, 99.99 por ciento, 99.90 por ciento y 99 por ciento. Dentro del cuadro se presenta el máximo histórico de días para mantener un nivel de tolerancia. Por ejemplo, bajo el nivel de tolerancia de 1 por ciento y el factor de caída 0.97, se observa que el EWMA utiliza aproximadamente 151 días para pronosticar la correlación/volatilidad futuras. Para mayores detalles, se recomienda consultar el documento Riskmetrics de JP Morgan (1996).

3.3 Portafolios de Inversión: Principios y Metodologías

3.3.1 Metodologías Naïve y Optimación de Markovitz

A partir del trabajo seminal de Harry Markovitz (1952) muchos autores han centrado su investigación en las medidas para diversificar de una manera más eficiente los activos componentes de los portafolios de inversión, es decir, a partir del concepto media-varianza se trata de definir el enfoque de decisión para el inversionista respecto a la dualidad riesgo-rendimiento. Así pues, el problema de la diversificación se basa en identificar las participaciones de cada activo que proporcionen el mayor rendimiento del portafolio con el nivel mínimo de riesgo. La teoría moderna del portafolio actualmente alude a la importancia de la volatilidad y sus efectos en el comportamiento de los inversionistas en los mercados



financieros globales debido a sus constantes –e inevitables- cambios (De Jesús, 2008), lo cual ha llevado al desarrollo de los productos derivados y a la cuantificación del riesgo bajo diferentes estudios teórico-empíricos basados en las herramientas matemáticas y estadísticas en boga; el objetivo será siempre el de cuantificar la exposición al riesgo. Como ejemplo, cabe destacar estudios como el de Ledoit y Wolf (2003), quienes desarrollan estimaciones de la matriz de covarianza a fin de obtener promedios ponderados óptimos (denominado método *shrinkage*) en portafolios de inversión. Por los motivos anteriores la volatilidad será siempre objeto de análisis para su análisis y predicción a fin de permitir una inversión más racional en los mercados financieros.

La diversificación naïve (portafolios ponderados en igual proporción en función del número de activos) ha sido ampliamente utilizada para la diversificación eficiente de portafolios. Por ejemplo, Lessard (1973) encuentra que los resultados de la diversificación naïve *ex ante* demostró en su estudio que los inversionistas empleaban estrategias simples que ganaron por su diversificación internacional de portafolios en activos sudamericanos (Colombia, Chile, Argentina y Brasil). También menciona que *ex post* los portafolios naïve representan las combinaciones eficientes de riesgo-rendimiento dando conocimiento de la interpretación de activos individuales. Posteriores estudios para obtener la mejor ponderación de un grupo de activos que optimizara eficientemente un portafolio de inversión estarían por llegar.

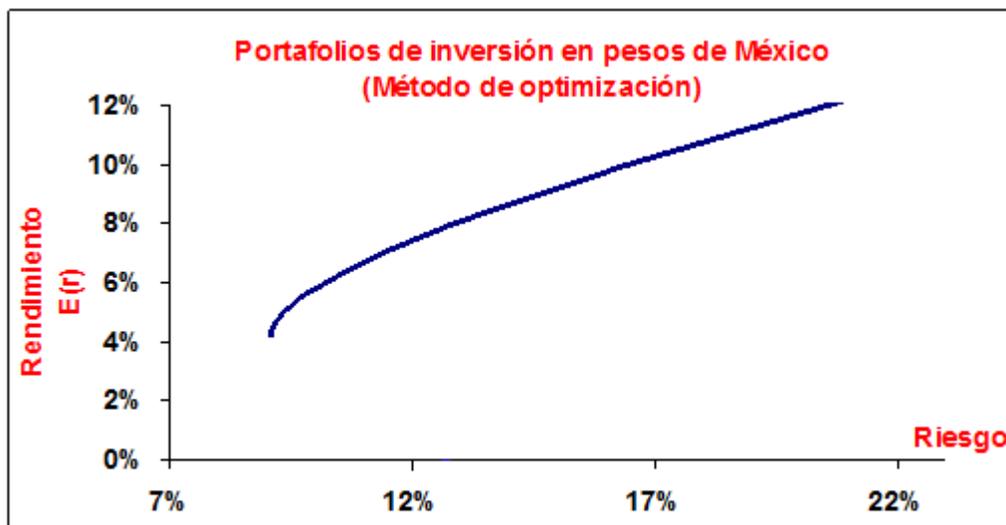
La teoría de portafolios de Markowitz plantea la construcción de inversiones factibles representadas gráficamente mediante su frontera eficiente, como se resume en la gráfica 3.1, donde cada punto representa un portafolio que en conjunción permiten obtener una adecuada combinación de la dualidad rentabilidad-riesgo. Bajo esta premisa el inversionista evalúa la



máxima rentabilidad bajo un nivel de riesgo determinado, o bien, el menor riesgo con un nivel dado de rendimiento.

Para la obtención de un portafolio de inversión, se requiere de una serie de cálculos estadísticos y matemáticos que permitirán tanto la construcción del portafolio así como su frontera eficiente.

Grafica 3.1. Ejemplo de la curva de un portafolio de inversión



3.3.2 Perspectiva teórica de los portafolios internacionales de inversión

Es preciso realizar un breve análisis los efectos que genera la interdependencia de los mercados financieros internacionales. Una de las causa por las cuales resulta atractivo poseer activos extranjeros en un portafolio de inversión se da porque las fluctuaciones de sus rendimientos se sujetan a dos importantes influencias que no es común encontrar en muchos activos que tiene en particular el país donde pertenece el inversionista (y puede invertir) o bien, los activos de otro país con los cuales se desea crear su portafolio de inversión diversificado. En primer lugar, los rendimientos de activos internos y externos están influenciados por los



riesgos, los ciclos en los negocios, catástrofes y políticas gubernamentales, etc., cuyos efectos son resentidos fuertemente por la economía que los padece. En segundo lugar, los cambios en el valor del capital de los activos se deben a variaciones en el tipo de cambio influenciando la varianza de los rendimientos de los activos externos. En un mundo donde el comercio internacional y los factores de movimiento tienden a equiparar las tasas promedio de los rendimientos para todos los países, los beneficios de la diversificación internacional probablemente son acumulados de forma primaria para la reducción de la varianza de los rendimientos esperados de un portfolio debido a los dos factores comentados.

Los modelos teóricos de portafolios desarrollados por Markovitz y Tobin explican detalladamente las reglas que rigen las normas sobre la diversificación de activos riesgosos, pero el grado en el cual la diversificación puede reducir el riesgo depende de la correlación entre el rendimiento de sus valores. Lo anterior indica que si los rendimientos no se correlacionan, la diversificación podría eliminar el riesgo. La existencia de un relativo alto grado de correlación positiva en una economía sugiere la posibilidad de que una reducción del riesgo podría verse facilitada si existe una diversificación de portafolios internacional (Levy y Sarnat, 1970).

La teoría de selección de portafolios se refiere popularmente al análisis de portafolio media-varianza o simplemente análisis media-varianza, una teoría normativa. Una teoría normativa es aquella que describe un estándar o norma de conducta que el inversionista podría perseguir en la construcción de su portafolio (Fabozzi y Markowitz, 2002). De esta manera, junto con la teoría de precios de activos (*Asset Pricing Theory*, **APT**), la teoría del portafolio proveen los cimientos de la administración de portafolios. La meta de la selección de portafolios es la



construcción de portafolios que maximiza los rendimientos esperados consistentes con los niveles individualmente aceptables de riesgo. Utilizando tanto datos históricos como expectativas de inversión de rendimientos futuros, la selección de portafolios utiliza técnicas de modelación para cuantificar “rendimientos esperados de portafolios” y “niveles aceptables de riesgo de portafolios”, y provee métodos para seleccionar un portafolio óptimo. De esta forma, la teoría de selección de portafolios y la APT conforman el marco para especificar y medir el riesgo de inversiones y para desarrollar relaciones entre el rendimiento esperado del activo y su riesgo (y por consiguiente entre el riesgo y el rendimiento requerido sobre una inversión). Sin embargo, es crucialmente importante entender que la selección de portafolio es una teoría que es independiente de cualquier otra teoría acerca de precios de activos. La validez de la teoría de selección de portafolios no descansa sobre la validez de la APT.

3.3.3 Modelos de Portafolio

3.3.3.1 Principios de la diversificación de Markowitz

Markovitz (1959) demostró que la estructura de un portafolio de inversión requiere de conocer el valor esperado y la desviación estándar de los rendimientos del portafolio; estos parámetros, bajo el contexto del portafolio, muestran las características siguientes: i) el rendimiento del portafolio es igual al rendimiento promedio ponderado de cada uno de los activos que integran un portafolios de inversión; ii) sin embargo, el riesgo (desviación estándar) del portafolio no es equivalente a la desviación estándar ponderada de cada activo, porque la desviación estándar de dos variables aleatorias es definida como:

$$\sigma_p = \left[g\sigma^2(r) + f\sigma^2(s) + 2gf \text{cov}(r,s) \right]^{1/2} \quad (3.6)$$



donde σ_p , es el riesgo (desviación estándar) del portafolios de inversión; $\sigma(r,s)$, es la covarianza²⁹ de los rendimientos; y g, f son la participación de los activos “r” y “s” en el portafolios.

Markowitz encuentra también dos resultados que es importante señalar: i) el riesgo de un portafolio de inversión tiene dos componentes: riesgo sujeto a diversificación y riesgo no sujeto a diversificación; y ii) Cuando el portafolio de inversión se conforma de “N” activos, con la misma participación en el portafolio, cada uno con riesgo σ y rendimientos no correlacionados, el riesgo del portafolio se define por $\sigma_p = \sigma / \sqrt{N}$, es decir, a medida que aumenta “N”, el riesgo del portafolio disminuye. El riesgo que no se puede eliminar, pese el incremento de activos al infinito, es conocido como riesgo no sujeto a diversificación, o sistemático (Sánchez, 2001).

3.3.3.2 Capital Asset Pricing Model (CAPM)

El modelo CAPM (Sharpe, 1964 y Linter, 1965) se define como

$$E(R_j) = R_f + \beta_j [E(R_M) - R_f] \tag{3.7}$$

Con $E(R_j)$ como el rendimiento esperado del activo j ; R_f = rendimiento del activo libre de riesgo; y $E(R_M)$ es el rendimiento esperado ponderado de todos los activos que conforman el portafolio.

$$\beta_f = \frac{\text{cov}(R_j, R_M)}{\text{Var}(R_M)} \tag{3.8}$$

²⁹ La covarianza cuantifica el grado de asociación lineal entre dos variables. Estadísticamente es definida como $(r - E(r)) - (s - E(s)) * P(s, y)$, donde el último término señala la probabilidad conjunta de ocurrencia de las variables r y s .



El modelo supone que las expectativas de los inversionistas son homogéneas y que los agentes económicos son racionales, lo cual indica que, dada la información disponible, seleccionan el mismo portafolio de inversión. El modelo es normativo, dado que es utilizado para determinar el precio de los activos financieros.

Para validar empíricamente el CAPM respecto a (3.7) se reescribe la ecuación en términos de los rendimientos excedentes con respecto al rendimiento del activo libre de riesgo, esto es:

$$R_{j,t} - R_{f,t} = \alpha_t + \beta_j [I_{m,t} - (R_{f,t})] + \varepsilon_{j,t} \quad (3.9)$$

Donde $R_{j,t}$ es el rendimiento del activo j en el periodo t ; α_t es el rendimiento no relacionado con el mercado; $I_{m,t}$ es el rendimiento del índice del mercado; y $\varepsilon_{j,t}$ es el rendimiento residual del activo j . En esta forma, el CAPM indica que el rendimiento de un activo puede separarse en un componente sistemático (de mercado) y en uno residual. Así, el CAPM es un modelo de rendimientos, no de riesgos.³⁰ La lógica detrás de este modelo es que el inversionista será compensado por los riesgos necesarios que toma (riesgo no sujetos a diversificación) y no por los riesgos innecesarios. De esta forma un inversionista cuyo portafolio sea diferente al del mercado, no significará que por tomar más riesgo obtendría un mayor rendimiento. De hecho, la relación entre los rendimientos esperados de un activo y su respectiva β_j debe ser lineal, cuya línea será llamada “línea del mercado de activos”.

³⁰ El parámetro β_j indica el riesgo del activo “ j ” con respecto al riesgo del portafolio: 1) si $\beta_j = 1$, el riesgo del activo “ j ” es igual al riesgo de mercado significando que su contribución marginal al riesgo del portafolio perfectamente diversificado es cero; 2) si $\beta_j > 1$, el riesgo del activo “ j ” es mayor que el riesgo promedio ponderado de los activos que conforman el mercado por lo que el rendimiento esperado de este activo sería mayor también (premio al riesgo); y 3) por el contrario, si $\beta_j < 1$, el riesgo relativo del activo “ j ” con respecto al mercado es menor.



3.3.3.3. Supuestos de los Modelos de Markowitz y CAPM

La diversificación que sugiere Markowitz lleva a la construcción de portafolios que tienen el rendimiento esperado mayor a un nivel de riesgo dado. Tales portafolios son llamados eficientes. En orden de construir portafolios eficientes, la teoría abarca algunos supuestos acerca de la conducta de selección de activos que asumen las entidades financieras:

- Supuesto 1.** Los únicos dos parámetros que afectan la decisión de un inversionista son la varianza y el rendimiento esperado (esto es, el inversionista toma decisiones utilizando los dos parámetros del modelo formulado por Markowitz).
- Supuesto 2.** Los inversionistas son adversos al riesgo (esto es, cuando se enfrentan a dos inversiones con el mismo nivel de rendimiento pero diferente tipo de riesgo, los inversionistas preferirán aquella con el riesgo más bajo).
- Supuesto 3.** Todos los inversionistas buscan obtener el rendimiento esperado más alto para un nivel dado de riesgo.
- Supuesto 4.** Todos los inversionistas tienen las mismas expectativas observando los rendimientos esperados, la varianzas y las covarianzas para todos los activos riesgosos (esto es referido como el supuesto de expectativas homogéneas).
- Supuesto 5.** Todos los inversionistas tienen en común un horizonte de inversión de un periodo.

El modelo de precios de activos de capital (*Asset Pricing Capital Model*, **CAPM**) es una abstracción de los mercados de capital del mundo real, y como tal, está basado en algunos supuestos. Estos supuestos simplifican muchos problemas, e incluso algunos de ellos llegan a ser poco realistas (Markovitz, *op cit.*). Sin embargo, estos supuestos permiten al CAPM ser más manejable desde un punto de vista matemático. Los supuestos del modelo son los siguientes:

- Supuesto 1.** Los inversionistas toman decisiones de inversión basados en el rendimiento esperado y la varianza del rendimiento.
- Supuesto 2.** Los inversionistas son racionales y adversos al riesgo.

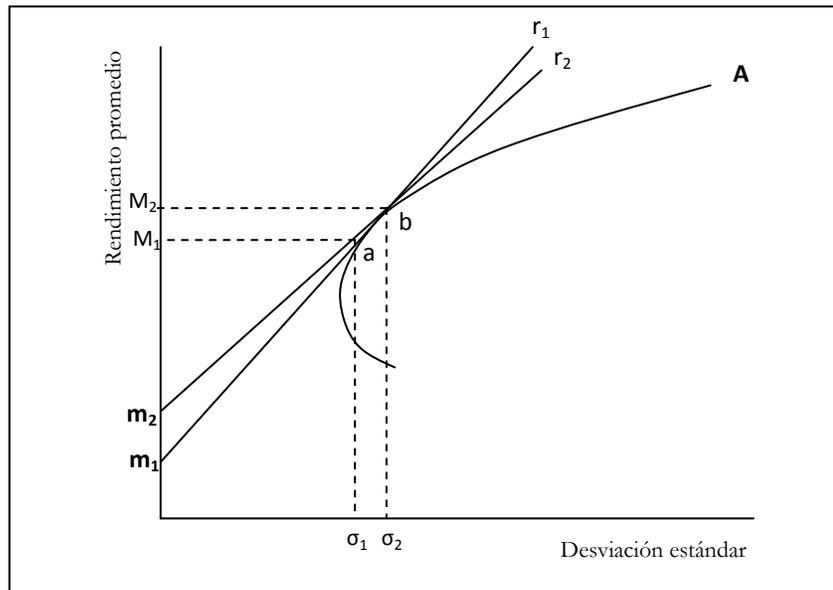


- Supuesto 3.** Los inversionistas se suscriben al método de Markowitz de diversificación de portafolio.
- Supuesto 4.** Todos los inversionistas invierten para el mismo periodo de tiempo.
- Supuesto 5.** Los inversionistas tienen las mismas expectativas sobre los rendimientos esperada
- Supuesto 6.** Existe un activo libre de riesgo y los inversionistas pueden prestar y pedir prestado a cualquier tasa de interés libre de riesgo.
- Supuesto 7.** Los mercados de capital son totalmente competitivos y friccionales.

La frontera eficiente, esto es, el *locus* de un portafolio eficiente, como se verá más adelante, es mostrada en la gráfica 3.2. La curva **A** resume las combinaciones del riesgo-rendimiento eficiente que son asequibles para un inversionista que tiene la oportunidad de construir un portafolio internacional diversificado de activos comunes. Para centrar la atención sobre la ponderación sobre cada activo de diferente país se debe establecer un método que permita reducir el punto de eficiencia a un punto particular (portafolio). En esencia esto indica que, dado un particular grupo de condiciones iniciales, se podría obtener el portafolio óptimo internacional utilizando el modelo de equilibrio de mercado desarrollado por Lintner y Sharpe. En el caso de los índices accionarios del TLCAN a tratar en esta tesis, esto puede ser aplicable correctamente. El método de ponderación para cada matriz basada en los rendimientos de los tres activos (índices) se aplica mediante los métodos de *naïve* y de optimización de lagrange utilizado por Markowitz, en un principio para observar el mejor desempeño de los rendimientos y riesgos optimizados posteriormente bajo diferentes enfoques.



Gráfica 3.2 Modelo de equilibrio de mercado de Lintner y Sharpe



La pendiente de la línea de oportunidad del mercado mide la relación entre el rendimiento esperado y el riesgo para todos los inversionistas, independientemente de sus preferencias, y determinar únicamente de esta manera el portafolio óptimo desapalancado (*unlevered portfolio*) compartido para todos los inversionistas y mostrado por la tasa de interés relevante. La línea de oportunidad del mercado, r_b , incrementa el porcentaje del intercepto sobre el eje Y reflejando el supuesto del tipo de interés o préstamo libre de riesgo a un nivel m_1 . De manera similar, la línea de oportunidad del mercado, r_2 , refleja el caso en donde el préstamo o tipo de interés puede incrementarse a un nivel m_2 (las líneas de oportunidad de los dos mercados pueden utilizarse también para el caso de un mercado imperfecto de capitales en el cual el préstamo difiere del tipo de interés). El desapalancamiento óptimo del portafolio para una tasa de interés particular está dado por el punto en el cual la línea de oportunidad del mercado apropiada es tangente al punto del portafolio eficiente, en este caso, los puntos a y b.



Para la construcción de líneas de oportunidad de mercado similares, se puede establecer la correspondencia uno a uno entre la tasa de interés que enfrenta el inversionista contra el punto óptimo del punto de eficiencia. La gráfica 3.2 propone las líneas de oportunidad del mercado y los puntos de tangencia para las tasas de interés m_1 y m_2 . Resulta claro, a partir de la pendiente del punto de eficiencia, que entre mayor sea la tasa de interés (esto es, entre mayor sea el intercepto de la línea de oportunidad del mercado sobre el eje Y), mayor será el punto de tangencia a lo largo de la curva de eficiencia. Se concluye, además, que los inversionistas preferirán un portafolio de inversión que contenga tanto un alto contenido de riesgo como un promedio de rendimientos alto a la elección de un inversionista que se enfrenta a una tasa de interés relativamente baja. La preferencia por portafolios más riesgosos donde las altas tasas de interés son prevaletentes no puede ser intuitivamente obvia, pero puede explicarse de forma sencilla. Una tasa de interés alta es equivalente a establecer un precio bajo por una unidad de riesgo (esto es, la pendiente m_2 de la línea de oportunidad del mercado, r_2 , es más plana (más baja) que la pendiente m_1 . Y, como lo anterior es verdadero para cualquier producto o mercancía cuyo precio es bajo, se consume más. Resumiendo lo anterior, dada una tasa de interés alta, el inversionista puede agregar riesgo a su portafolio en términos más ventajosos y, de esta manera, él estará preparado para absorber mayor varianza para adquirir incrementos adicionales del rendimiento.

La composición de portafolios óptimos incrementa también cuestiones fundamentales que permiten observar el grado de imperfección en el mercado internacional de capitales. Bajo los actuales supuestos de nulidad en las barreras de entrada, se podría esperar un portafolio óptimo con diversos instrumentos de varios países; pero si un país no contemplado en el portafolio sufre de alguno de los efectos que implican algún tipo de riesgo (mencionados



anteriormente), entonces el portafolio puede verse afectado severamente bajo circunstancias inesperadas.

3.3.4 El modelo del portafolio de inversión y análisis de los rendimientos de los activos financieros

El primer elemento a considerar consiste en la base de datos a aplicar. Una base de datos correctamente especificada (datos diarios, semanales, mensuales, anuales, etc.). Existen algunos métodos que estiman los rendimientos de forma similar Los rendimientos entre t y $t+1$ para cada activo ($i= 1, \dots, n,$) se obtiene a partir de aplicar la aproximación logarítmica.³¹ En el siguiente capítulo por simplicidad se presentará una modificación a esta ecuación

$$R'_t = \ln \left(\frac{R_{t+1}}{R_t} \right) \cdot 100 \tag{3.10}$$

Rendimiento promedio para activos financieros

El rendimiento se obtiene de la manera la siguiente:

$$E(R_i) = \frac{\sum_{t=1}^T R_i}{t} \tag{3.11}$$

con: R_i como el rendimiento del activo i en un periodo dado t y T .

Riesgo de los activos financieros

Se cuantifica mediante la desviación estándar y es definida como la volatilidad; se su ecuación es:

³¹ Otros métodos utilizados para obtener los rendimientos de series que integran un portafolios son: 1) $r_i(t) = [P_i(t) - P_i(t-1)] / P_i(t-1)$; o bien 2) $[(P_t / P_{t-1}) - 1$. Lo anterior, en función de la tendencia del tiempo (periodos).



$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \mu)^2}{n - 1}} \quad (3.12)$$

con:

σ : desviación estándar

R_i : el rendimiento del activo i

μ : promedio del activo i

Varianza

Es mostrada como el valor promedio de los cuadrados de las desviaciones de cada observación con respecto a la media μ y se expresa por medio de la ecuación:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (xi - \mu)^2}{N} \quad (3.13)$$

con:

σ^2 : varianza de la población

X_i : valor de la observación i enésima

μ : promedio de la población

N : número total de observaciones en la población

Covarianza

Es definida como una medida de asociación lineal entre los diferentes activos la cual describe el tipo de tendencia o movimiento conjunto de éstos. Pueden ser los rendimientos de un portafolio.

Si la $Cov_{ij} > 0$, (positiva) es indicativo que al aumentar un activo sube otro también; si sucede lo contrario (asociación lineal negativa), y si por el contrario la covarianza es negativa, implica que cuando aumenta el activo A el activo B disminuye o viceversa. Si además la covarianza es próxima a cero significa que los dos activos son independientes y se obtiene mediante la siguiente fórmula:



$$\text{cov}(R_i, R_j) = \sum_{j=1} p_i [R_i - E^2(R_i)] [R_j - E(F_j)] \quad (3.14)$$

en donde:

- R_i : rentabilidad del activo financiero A
- R_j : rentabilidad del activo financiero B
- p_i : probabilidad de ocurrencia
- $E(R_i)$: rendimiento promedio del activo A
- $E(R_j)$: rendimiento promedio del activo B

Correlación

El coeficiente de correlación no es más que la raíz cuadrada del coeficiente de determinación, conocido como coeficiente de correlación, p . Es definida como define como la covarianza entre la variable dependiente y la variable independiente dividida entre el producto de sus desviaciones estándar.

$$P_{x,y} = \frac{COV(x, y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (3.15)$$

Rendimiento esperado de un portafolio

Obsérvese la siguiente ecuación:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n W_i E(R_i) \quad (3.16)$$

en donde:

- R_i : rendimiento de cada activo p
- E_i : peso de cada activo en el portafolio
- N : número de activos que participan en el portafolio
- $E(R_p)$: rendimiento esperado del portafolio.

Así, el riesgo de un Portafolio P_f con múltiples alternativas de inversión se logra mediante el cálculo de su desviación estándar:

$$\sigma_{P_f} = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j COV_{ij} \right)^{1/2} \quad (3.17)$$

Con σ_p como el riesgo del portafolio.



Determinación de una frontera eficiente

Una frontera eficiente define los portafolios factibles que permitan optimizar el riesgo o la rentabilidad, de tal forma que a cada nivel de rentabilidad se tenga el menor riesgo posible, el conjunto de carteras eficientes puede calcularse resolviendo el siguiente programa cuadrático paramétrico:

$$\text{Min } \sigma^2(R_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i * X_j \sigma_{ij}$$

Sujeto a:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^n X_i * e(R_i) = V * \quad (3.18)$$

$$X_i \geq 0 \quad (i = 1, \dots, n)$$

con:

X_i : proporción del presupuesto del inversor destinado al activo financiero
 V : incógnita del programa
 $\sigma^2(R_p)$: varianza del portafolio
 ρ , y σ_{ij} : covarianza entre los rendimientos de los valores i y j .

Así, $E(R_p)$, es la rentabilidad o rendimiento esperado de la cartera p , de tal forma que al variar el parámetro V^* obtendremos en cada caso, al resolver el programa, el conjunto de proporciones X_i que minimizan el riesgo de la cartera, así como su valor correspondiente.

La dualidad rentabilidad-riesgo de pares $[E(R_p), \sigma^2(R_p)]$, o combinaciones de todas las carteras eficientes se denomina “frontera eficiente”. Se deben cumplir simultáneamente dos condiciones: 1) los portafolios o combinaciones de activos deben mostrar mínima varianza dentro de todas las combinaciones que tienen una tasa de rendimiento dada; y 2) deben tener la tasa de rendimientos más alta en todas las posibles combinaciones que tienen una varianza dada.



Existen también otros estudios que se han enfocado a implementar otros métodos para optimizar los portafolios de inversión que, de manera innovadora, contribuyen en el área de la administración de riesgos. Por ejemplo Quah y Srinivasan (1999) aplican redes neuronales artificiales para analizar predicción de quiebra, evaluación de deuda-riesgo y aplicaciones en el mercado de *securities*. En Martínez *et. al.* (2003) se propone una metodología basada en la simulación, la optimización bajo incertidumbre y métodos como la búsqueda tabú con el objetivo de tener una mejor conformación de un portafolio de activos financieros en la selección al corto plazo (aplicados a los mercados financieros de EE.UU. y Colombia), a fin de obtener mejor rentabilidad y optimizar indicadores de riesgo.

3.4 Modelos VaR para Portafolios de Inversión

A partir de la última década del milenio anterior las finanzas internacionales han adquirido un desarrollo muy importante en cuanto al desempeño de la administración de riesgos. En un principio los modelos de riesgo tenían como fin cuantificar el riesgo de mercado de los portafolios de inversión de las instituciones financieras, las cuales se han encargado de promover el marco metodológico de la administración de riesgos, a fin de determinar el mínimo capital (en función del riesgo), que las autoridades reguladores imponen a toda institución financiera.

En los últimos tiempos las pérdidas potenciales que han experimentado las entidades financieras debido al mantenimiento de posiciones en los mercados han despertado el interés de las mismas y de los organismos supervisores competentes para administrar los riesgos de



mercado. Los riesgos a los cuales se hace referencia están relacionados con la volatilidad que existe en los términos de precios, tipo de cambio, tasas de interés, etc.

El uso de los modelos VaR se expandió rápidamente. Las instituciones financieras con gran número de operaciones y volúmenes de inversión en un principio emplearon la metodología VaR en su administración de riesgos. Fera y Oliver (2006) destacan algunos usos potenciales del enfoque VaR:

1. El VaR permite comparar varias posiciones de riesgo y permite fijar límites al riesgo que asumen los operadores a fin de que sea posible la aplicación de medidas para corregir si los límites son sobrepasados.
2. El VaR es una medida muy importante para la determinación de capital económico de las unidades estratégicas de cada negocio, cuyo esquema es revisado por las instituciones reguladoras y supervisoras. Los requerimientos de capital son calculados a partir de la estimación de ciertos parámetros, a describir más adelante.
3. El VaR es un medio de información potencial para quien está destinado, ya que la información contenida en reportes VaR, por ejemplo, resume la exposición al riesgo de un portafolio de inversión, expresada en unidades monetarias, proporcionando resultados comprensibles a fin de mejorar la toma de decisiones.

Al considerar que los parámetros del VaR son estandarizados por las entidades supervisoras correspondientes, las instituciones financieras no quedan obligadas a utilizar un modelo específico de VaR y, por el contrario, pueden seleccionar el tipo de enfoque que aplicarán. Lo anterior es una de las características que hizo famoso al VaR ya que, no existe hasta el momento un determinado enfoque VaR que supere a los otros existentes.



3.4.1 Definición del enfoque VaR

El VaR puede ser definido como la máxima pérdida esperada que un activo o portafolio puede tener estableciendo previamente: 1) un horizonte de tiempo, 2) un nivel porcentual de confianza (generalmente el 95 por ciento ó 99 por ciento), y 3) una cierta cantidad monetaria.

Estadísticamente, el VaR es una medida de las pérdidas potenciales de un portafolio de instrumentos financieros, por lo que generalmente se define como un intervalo de confianza de una de las colas de pérdidas del portafolio. De esta manera, expresando el valor del portafolio como $P(X)$ en función de los factores de mercado expresado por la variable aleatoria X , se define el cambio en el valor del mercado del portafolio para el periodo considerado como $\Delta P(\Delta X)$. El VaR se define como:

$$\Pr [\Delta P(\Delta X) < -VaR] = 1 - p \quad (3.19)$$

Interpretando esta definición, es que si se tiene un gran número de periodos de negociación, el descenso en el valor del portafolio no superará al VaR en un porcentaje p de los periodos, i.e., si por ejemplo un intervalo de confianza seleccionado es del 90 por ciento, se espera que la pérdida del portafolio supere al VaR estimado únicamente 5 periodos de cada 100 (o bien, durante 1 periodo de 20).

De manera formal, siguiendo el esquema de Venegas (2006), el VaR es presentado de la manera siguiente. Suponga un portafolio con dos activos que combina dos activos con riesgo. Considerando un intervalo de tiempo $[t, T]$, el valor inicial de un portafolio (t) que se conforma de ω_1 unidades del activo A_{1t} y ω_2 del activo A_{2t} , está dado por

$$Y_t = \omega_1 A_{1t} + \omega_2 A_{2t} \quad (3.20)$$



El cambio existente entre el valor del portafolio, entre las fechas t y T , *ceteris paribus* ω_1 y ω_2 , se puede reescribir como:

$$X := Y_T - Y_t = \omega_1 (A_{1T} - A_{1t}) + \omega_2 (A_{2T} - A_{2t}) \quad (3.21)$$

Si $A_{1T} : \Omega_1 \rightarrow \mathbb{R}$ y $A_{2T} : \Omega_2 \rightarrow \mathbb{R}$ son variables aleatorias definidas sobre dos espacios muestrales, Ω_1 y Ω_2 , entonces $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$, con $\Omega = \Omega_1 \cdot \Omega_2$, es una variable aleatoria vinculada al cambio del valor en el portafolio. De igual forma se supone que X está definida sobre un espacio de probabilidad fijo $(\Omega, \mathfrak{F}, \Pi_\theta)$, con θ como un vector de parámetros asociados con la distribución de X . Si se desea que X represente el cambio en valor de un solo activo, se considera entonces que $\omega_1 = 1$ y que $\omega_2 = 0$. El esquema anterior puede generalizarse al caso de tres o más activos.

Entonces el VaR de X al nivel de confianza $1-q$, expresado también como $-VaR_{1-q}^X$, es definido como el peor valor del portafolio, en un periodo de tiempo dado, $[t, T]$, dado un intervalo de $(1-q)100$ por ciento. Precizando lo anterior

$$\Pi_\theta \{-VaR_{1-q}^X \leq X\} = 1 - q \quad (3.22)$$

Evidentemente la cantidad $-VaR_{1-q}^X$ satisface también

$$\Pi_\theta \{X \leq -VaR_{1-q}^X\} = q \quad (3.23)$$

Esto significa que,

$$\begin{aligned} -VaR_{1-q}^X &= -\inf \{x \in \mathbb{R} \mid \Pi_\theta \{X \leq x\} \geq q\} \\ &= -\sup \{x \in \mathbb{R} \mid \Pi_\theta \{X \leq x\} \leq q\} \end{aligned} \quad (3.24)$$

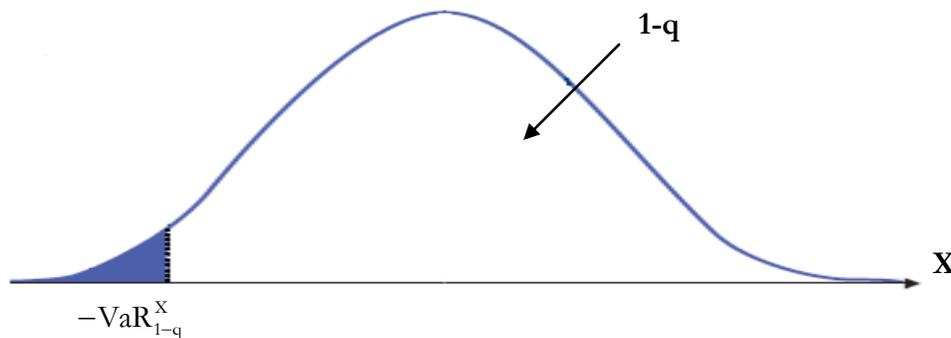


La definición se puede aplicar tanto a variables aleatorias continuas como discretas. De lo anterior, se deriva que:

$$-VaR_{1-q}^X = -\inf \{x \in \mathbb{R} \mid \mathbb{P}_\theta \{X > x\} \leq 1 - q\} \tag{3.25}$$

De esta manera, el número VaR_{1-q}^X es una medida estadística que expresa el peor valor de X con un cierto nivel de confianza en un intervalo de tiempo dado, como se expresó anteriormente. La gráfica 3.3 muestra este concepto.

Gráfica 3.3. El Valor en Riesgo de X al nivel 1-q



Ejemplificando lo anterior mediante un caso sencillo, supóngase que un inversionista mexicano compra 5,000 acciones de la compañía XYZ en la Bolsa Mexicana de Valores; el precio de la acción es de MX\$50/acción y la volatilidad es del 25 por ciento anual. considerando un nivel de confianza del 95 por ciento, el VaR paramétrico individual *diario* es:

$$VaR = 1.65 \cdot \$250,000 \cdot 0.25 \cdot \sqrt{\frac{1}{252}} = \$6,496.26 .$$

El VaR, de esta manera, debe ser considerado solamente como un procedimiento necesario (aunque no suficiente) del control de riesgos financieros. Más adelante se analizará la ecuación correspondiente al VaR ejemplificado.



El cuadro 3.2 permite apreciar la utilidad del VaR en la administración de riesgos dirigido a las instituciones financieras y los inversionistas interesados:

Cuadro 3.2. Utilidad del Var para la administración de riesgos

Utilidad	Propósito
1. Presentación de información	La alta dirección puede evaluar riesgos que pueden sufrir las operaciones de mercado y de inversión. También el VaR reporta los riesgos financieros a los accionistas en terminología no técnica.
2. Asignación de recursos	El VaR es utilizado para delimitar límites de posición a los operadores y así decidir la asignación de recursos limitados de capital. ³²
3. Benchmarking	El VaR es utilizado para ajustar el desempeño por riesgo. Los cargos de capital de riesgo basados en medidas de VaR brindan incentivos corregidos a los operadores.
4. Regulación	La regulación prudencial de las instituciones financieras necesita mantener niveles mínimos de capital que cumplan como reservas para la protección del riesgo financiero. El Comité de Basilea para la Supervisión Bancaria, el Banco de la Reserva Federal de los Estados Unidos y los reguladores de la Unión Europea coinciden en aceptar el VaR como una medida permitida del riesgo.

Fuente: Soñez & Carnevale (2005)

La cuantificación del VaR puede ser estimada mediante métodos paramétricos y no paramétricos. En este trabajo se realizarán dos metodologías comparativas destacando el método de simulación histórica (no paramétrica), y la segunda implica el uso de la metodología paramétrica que abarca el cálculo de la matriz de varianza-covarianza (delta normal).

3.4.2 Modelo Delta-Normal

Los modelos paramétricos realizan el cálculo del VaR con ecuaciones que especifican parámetros como la volatilidad y la correlación, e implican también supuestos sobre una determinada función de distribución.

El cálculo del VaR utiliza técnicas estadísticas para portafolios de activos:

$$\Sigma = [\sigma][C][\sigma] \tag{3.26}$$

³² La ventaja del VaR es la de crear un común denominador para el comparativo de actividades riesgosas en diversos mercados. Aunado a ello, el riesgo total de la empresa puede descomponerse en VaR's incrementales mediante los cuales los usuarios pueden verificar las posiciones que participan más en el riesgo total.



Con Σ como la matriz de varianza-covarianza, la cual incluye las correlaciones entre los factores que afectan el valor del portafolio ($n \times n$); σ es la matriz diagonal de volatilidades de los cambios porcentuales de los factores de riesgo; y C es la matriz de correlaciones.

De esta manera, la volatilidad del cambio porcentual del valor del portafolios está dado por:

$$\sigma_p = \sqrt{[W^T] [\Sigma] [W]} \quad (3.27)$$

Con σ_p como la volatilidad del cambio porcentual del valor del portafolio (1×1); W^T es la matriz traspuesta de los pesos de las posiciones (o ponderaciones) del portafolio ($1 \times n$); y W es la matriz de los pesos de las posiciones (o ponderaciones) del portafolio ($n \times 1$).

El algoritmo para calcular el VaR parte de la definición de la matriz de varianzas y covarianzas con la base histórica de rendimientos o la valoración de estimadores de volatilidad implícita de los activos que conforman el portafolio. Una vez aplicada la metodología de optimación³³, se obtiene la volatilidad del cambio porcentual del portafolio, el VaR es simplemente una constante dependiente del nivel de confianza α , multiplicada por la matriz del portafolio:

$$VaR \equiv \alpha \cdot \sqrt{[W^T] [\Sigma] [W]} \cdot \sqrt{\Delta t} \quad (3.28)$$

El factor de agregación/desagregación del tiempo $\sqrt{\Delta t}$, se calcula sobre un periodo de tiempo establecido en términos de horas, días o semanas. Jorion (1997) menciona que los administradores determinan este factor en función del tiempo de observación necesario para detectar a los operadores que toman posiciones que exceden sus límites. La agregación del

³³ El método de optimación puede aplicarse mediante el procedimiento de Lagrange, por ejemplo. En este trabajo los portafolios de inversión fueron optimizados mediante la opción de **Solver** en Excel, bajo las alternativas que se explicarán en el capítulo cuarto.



tiempo es una transformación (o traducción) muy frecuentada en la econometría que se utiliza en esta metodología para comparar los riesgos a través de los horizontes temporales.

En general, se parte de algunos supuestos: a) el supuesto en el que, entre más información se tenga (datos diarios, por ejemplo), su frecuencia será más eficiente; y b) los rendimientos no se correlacionan en intervalos sucesivos de tiempo³⁴, por lo cual el término cruzado, esto es, la covarianza entre X_1 y X_2 es igual a cero. De esta manera, tanto los rendimientos esperados como su varianza se incrementan linealmente con el tiempo, pero la volatilidad, en contraste, crece con la raíz cuadrada del tiempo. Resumiendo lo anterior:

$$\text{i) } \mu = \mu_{\text{anual}} T$$

$$\text{ii) } \sigma = \sigma_{\text{anual}} \sqrt{T}$$

en donde T representa el número de años (1/12 para medir en términos mensuales, o 1/252, en términos diarios –como es el caso de este trabajo–, considerando que el número de días de operaciones al año es de 252). De esta manera, los ajustes de la volatilidad sobre diferentes horizontes se pueden basar en la raíz del factor tiempo cuando se tienen posiciones constantes.

3.4.3 Desventajas del modelo

No cabe duda que el modelo VaR representa una medida viable para el control de riesgos financieros mediante el monitoreo cotidiano, sin embargo se deben tomar en cuenta las limitantes que esta metodología encierra y se concentra en una posible sucesión de riesgos en los cuales puede incurrirse al estimar el VaR. En primer lugar, se deben considerar los riesgos

³⁴ El supuesto coincide con la teoría de mercados eficientes, en donde el precio actual debe incluir toda la información de un activo en específico. De ser esto así, los cambios en el precio se originan de noticias que, por definición, no se pueden anticipar, y por ende no se correlacionan a través del tiempo, lo cual es un indicativo de que se sigue una caminata aleatoria, o *random walk*.



de estabilidad y de eventos, dado que los modelos que están basados en datos históricos asumen que el pasado reciente permite una mejor proyección de eventos aleatorios en el futuro; entonces no hay garantía de que en el futuro existan sucesos desafortunados no acontecidos en el pasado, los cuales pueden asumir dos formas: o que ocurran una vez o que sufran cambios estructurales (cuando los patrones históricos cambian de forma inesperada o abrupta, ocasionan graves problemas en modelos con datos históricos).

En segundo lugar se debe considerar el riesgo de sembrar datos, lo cual ocurre cuando se busca a través de varios modelos y solamente es reportado aquél que ofrece los mejores resultados. Particularmente sucede con modelos no lineales, que implica buscar entre diferentes formas funcionales y no sólo entre los valores de los parámetros.

Otro problema es el sesgo de sobrevivencia, que surge cuando un proceso de inversión solo toma en cuenta series, mercados, acciones, bonos o contratos aún existentes. El problema se ubica cuando no se analizan los datos que han presentado un mal desempeño, entonces el análisis basado en datos actuales tendrá una proyección demasiado optimista o tenderá a mostrar ciertas características.

Existen riesgos inmersos únicamente al utilizar la metodología *Riskmetrics* o VaR con distribución normal (Soñez & Carnevale, 2005):

- El riesgo de forma funcional como la forma más pura del riesgo modelo, *i.e.*, que los errores de valuación pueden surgir si la función particular seleccionada para la valuación de activos se hace de forma inconveniente (al utilizar la metodología *Riskmetrics* únicamente).



- Puede surgir el riesgo de parámetro o de estimación, derivado de la imprecisión al cuantificar los parámetros. Alternativamente se sugiere tomar muestras en diferentes intervalos. Si las medidas de riesgo parecen ser sensibles a la selección particular del periodo muestral, por lo cual el riesgo de estimación puede ser muy serio. Este tipo de riesgo se incrementa conforme aumente el número de parámetros estimados.

Bajo las desventajas que se presentan en estos modelos, es recomendable tomar en consideración algunos puntos importantes: a) evitar sensaciones de seguridad; b) hacer una revisión de datos sucios utilizando diferentes niveles de significancia para revisar los rendimientos atípicos; c) que el VaR se utilice en compañía de otros métodos, por ejemplo, pruebas de *stress*; y d) se deben realizar pruebas de retroalimentación con datos reales, o bien, *backtesting*.

3.4.4 Modelo de Simulación Histórica

Una forma de explicar fácilmente este método de simulación histórica es considerar que este consiste en regresar el tiempo en un determinado número de días, y aplicar pesos actuales a una serie de tiempo de los rendimientos geométricos (históricos) del activo que se puedan representar estadísticamente mediante un histograma; el fin es generar una secuencia de valoración histórica para definir una cierta distribución de probabilidades para el cálculo del VaR.

La secuencia de rendimientos se obtiene de multiplicar los pesos actuales W con los rendimientos históricos de cada momento, ζ :

$$R_{\zeta} = W^T \cdot R_{i_{\zeta}} \quad (3.29)$$



Al obtener la desviación estándar sobre las distintas valoraciones del portafolio (σ_{pt}), es posible realizar el cálculo del VaR mediante la formulación estándar ($VaR_{SH} = -\alpha \cdot \sigma_{pF} \cdot \sqrt{\Delta t} \cdot W$), tomando un nivel de significancia α preestablecido. Sin embargo, los métodos de simulación no paramétrica se diferencian en la forma en la cual miden el crecimiento de los rendimientos y obtener variaciones sobre los niveles de precios simulados, como se verá en el siguiente capítulo.

Cabe destacar algunas de las ventajas del VaR con simulación histórica: 1) fácil de entender por parte de no expertos en conceptos estadísticos; 2) es realista, dado que está fundamentado en series de tiempo de datos reales; 3) no se apoya en supuestos de correlaciones y volatilidades que no se pueden cumplir en situaciones de eventos extremos en los mercados; 4) en la medida que el portafolio se reevalúa con diferentes niveles de cada factor de riesgo, el modelo puede incorporar la característica no lineal de instrumentos de innovación financiera (como las opciones); y 5) si se cuenta con suficiente información se pueden construir varias trayectorias muestrales, las cuales pueden incrementarse si, en lugar de asignar el mismo peso a todas las observaciones, se asignan diferentes ponderaciones dando más peso a los datos más recientes, por ejemplo.

3.4.5 Desventajas del modelo

Se pueden mencionar, sin embargo algunas desventajas del modelo VaR basado en la simulación histórica. En primer término, no se cumplen las condiciones de normalidad e independencia de los residuales, por lo cual es imposible proceder con la desagregación del tiempo a fin de escalar el VaR sobre diferentes horizontes de inversión.



Un segundo caso es que bajo la existencia de portafolios muy grandes o con estructuras complicadas, el modelo se vuelve impráctico o computacionalmente caro, por lo que se tendría que estimar el VaR en subportafolios, o por áreas de negocio. Es recomendable contar con un número mínimo de 250 datos (un año). En la práctica, las entidades utilizan 500 datos (dos años) para obtener resultados más consistentes en estos modelos.

La estimación del VaR eficientemente en esta metodología requiere de disciplina, ya que los administradores de riesgos, inversionistas e instituciones financieras y supervisores deben poner mucha atención en los puntos siguientes (Sánchez, 2001):

- Cuando la estimación del VaR puede cambiar de forma radical con observaciones con la misma ponderación cuando una observación ha sido excluida de la base histórica;
- Cuando la distribución de probabilidad de los cambios en los factores de riesgo presenta vacíos importantes al tomar solamente valores determinados;
- Se pueden tener eventos extremos muy altos si la serie es demasiado larga y pueden poner difícil el panorama en el momento de cuantificar el VaR de forma periódica, ya que en varios días el modelo podría seguir siendo el mismo y cambiar sólo de manera eventual –incluso drásticamente– aunque sea por el solo hecho de que un evento extremo desaparezca de la muestra; y
- No existen indicadores estadísticos que estimen de forma óptima cuántas sean las observaciones que deben incluirse en la estimación del VaR. Entre mayor sea el intervalo seleccionado, la calidad de la estimación será mejor en principio; aunque existe el riesgo de introducir datos que posteriormente no permitan capturar los cambios estructurales en los mercados.



3.5 Modelo CVaR (*Conditonal Value at Risk*)

En la actualidad ha surgido la necesidad por parte de las instituciones financieras de medir sus niveles de reservas a fin de cubrir los riesgos de solvencia y de contraparte de sus operaciones. El avance en las investigaciones por parte de las mismas instituciones y la academia han permitido obtener medidas que permitan la administración eficiente de los riesgos entre los que se pueden ver relacionados. Una de estas medidas de reciente aparición ha sido el Valor en Riesgo Condicional (*CVaR*, o *Conditonal Value-at-Risk*, por sus siglas en inglés).

Implicado como una medida de riesgo, El *VaR* muestra inestabilidad y dificultad para trabajar de forma numérica si no existe una distribución normal de la pérdidas, como lo exhibe la evidencia empírica, en donde en la realidad se demuestra que las distribuciones presentan colas más anchas (curtosis). De esta manera la coherencia está únicamente basada en la desviación estándar de distribuciones normales sobre los rendimientos de los activos, ya que bajo los supuestos de la distribución normal el *VaR* es proporcional a la desviación estándar de los rendimientos de los instrumentos. Cabe destacar la notable y variada literatura para demostrar la poca eficiencia del *VaR* como instrumento de administración de riesgos en la captura de los efectos de diversificación para disminuir el riesgo de un portafolio de inversión. El enfoque *CVaR* se implementa a fin de intentar resolver los vacíos que la metodología *VaR* no puede cubrir.

¿Cuál es el problema que presentan los modelos *Var*? La falta de subaditividad. Esto quiere decir que cuando los rendimientos no se asumen como normales, la falta de *subaditividad* produce que el *VaR* asociado a un portafolio que combina dos instrumentos sea mayor que la suma de los riesgos *VaR* de los portafolios individuales. Los estudios de Artzner, Delbaen,



Eber y Heath (1997, 1999) prestan atención al destacar que el VaR no era una medida de riesgo coherente y su trabajo se ha expandido hacia estudios sobre este tipo de medidas de riesgo. Las contribuciones demuestran que el VaR posee características matemáticas no deseables (subaditividad y convexidad)³⁵. Estas características se resumen brevemente:

- a) **Carencia de subaditividad.** Una medida del riesgo ρ es subaditiva cuando el riesgo agregado de un portafolio es menor o igual que la suma de los riesgos de los activos individuales, X e Y, del cual está compuesto. Matemáticamente, se expresa como:

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

- a) **No hay convexidad.** La cuantificación del VaR muestra dificultades de optimización al calcularse a partir de escenarios. La única manera en la que es posible obtener una solución óptima que minimice el riesgo se da cuando las superficies de riesgo son convexas.

Respuestas a esta problemática fueron tratados en las contribuciones de Acerbi y Tasche(2002) con el *Expected Shortfall*, asimismo como Uryasev y Rockafellar (2002) con el *Conditional Value at Risk*. Los estudios anteriores permitieron eliminar las deficiencias mencionadas además de mostrar grandes ventajas respecto a la optimización de portafolios de inversión (Uryasev , Palmquist, y Krokmal, 2002).

Bajo el concepto estadístico, la metodología CVaR, cuya base es una distribución continua dados los cambios en el valor del portafolio, es definida como la esperanza matemática condicional de las pérdidas que han excedido el nivel del VaR, i.e.,

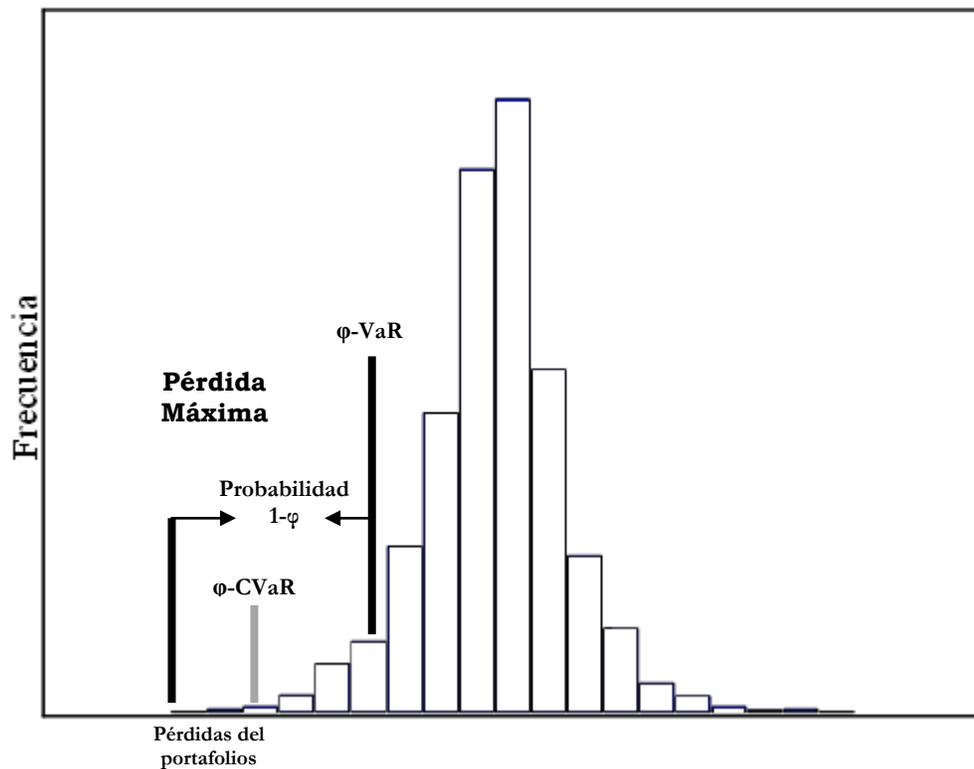
³⁵ De Martín (2005) menciona un ejemplo en el cual el VaR de la combinación de dos portafolios puede ser más grande que la suma de los riesgos del portafolio cuantificados individualmente.



$$CVaR_{\varphi}(X) = -E \left[X \mid X \leq VaR_{\varphi}(X) \right] \quad (3.30)$$

En la gráfica 3.4 se parte de la distribución de pérdidas de un portafolio en donde, para un nivel de probabilidad φ , el VaR, o dicho de otra forma, el φ -VaR, es definido como una cantidad φ , tal que la pérdida no excederá dicha cantidad, con ese probabilidad φ . Por otro lado, el φ -CVaR es el valor esperado de las pérdidas condicionadas sobre el límite φ . Se puede verificar en la figura que también el CVaR será siempre mayor o igual al VaR ($CVaR \geq VaR$).

Gráfica 3.4. Distribución de pérdidas con modelos VaR y CVaR



Fuente: Gráfica basada en Uryasev (2000), Fera y Oliver (2006)



De forma particular, cuando la distribución de pérdidas y ganancias se asume como una distribución normal, el CVaR se cuantifica de la manera siguiente:

$$\begin{aligned}
 \text{CVaR}_\phi(X) &= E[-X | -X \geq \text{VaR}_\phi(X)] = \\
 &= \frac{E[-X \cdot I_{\{X \leq -\text{VaR}_\phi(X)\}}]}{\phi} = \\
 &= -\frac{1}{\phi\sigma_X\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-\text{VaR}_\phi(X)} t \cdot e^{-\frac{t^2}{2\sigma_X^2}} \cdot dt = \\
 &= -\frac{1}{\phi\sigma_X\sqrt{2\pi}} \left[-\sigma_X^2 e^{-\frac{t^2}{2\sigma_X^2}} \right]_{-\infty}^{-\text{VaR}_\phi(X)} = \\
 &= \frac{\sigma_X}{\phi\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\text{VaR}_\phi(X)^2}{2\sigma_X^2}} = \frac{\sigma_X}{\phi\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{q_\phi^2\sigma_X^2}{2\sigma_X^2}} \\
 &= \frac{e^{-\frac{q_\phi^2}{2}}}{\phi\sqrt{2\pi}} \tag{3.31}
 \end{aligned}$$

Con $I_{\{A\}}$ como función indicador con valor 1 cuando se cumple A, y con valor 0 cuando A no se cumple; q_α es el 100α percentil de la distribución normal estándar.

Esta medida es conocida también como *Mean Excess Loss*, *Expected Shortfall* o *Tail VaR*. Sin embargo, para distribuciones discretas, el CVaR puede ser distinto. Por definición, para distribuciones continuas, el α -CVaR es la pérdida esperada que excede al α -VaR, en otras palabras, es el valor medio de las pérdidas peores a $(1-\alpha) \cdot 100\%$. Para un $\alpha=0.99$, el CVaR será al el promedio sobre el 1 por ciento de las peores pérdidas. En general para funciones de distribuciones de pérdidas (incluyendo distribuciones discretas) el CVaR se define como el promedio ponderado del VaR condicionado a las pérdidas que exceden a esta medida.



Recientes estudios (ver Rachev, et. al, 2005) han desarrollado el poder del modelo CVaR, un ejemplo de ello es el modelo **Power Conditional Value at Risk**, que es una medida CVaR del momento parcial inferior del rendimiento. Depende de un índice de poder (*power index*) que varía con respecto al grado de aversión al riesgo de un inversionista. Definido como el concepto generalizado del CVaR, el PCVaR es definido como

$$CVaR_{q,1-\alpha}(r_p) = E \left(\max(-r_p, 0)^q \mid -r_p \geq VaR_{1-\alpha}(r_p) \right) \quad (3.32)$$

El objetivo de esta investigación es encontrar portafolios óptimos con activos basados en índices bursátiles de los países de América del Norte, los cuales deben contar con la característica deseable de mínimo riesgo asociado (*VaR*); para lograr este fin se utiliza la medida CVaR. Los datos serán tratados estadísticamente a modo de obtener las series de tiempo de las rentabilidades de las diferentes acciones que compondrán los portafolios de inversión y, mediante diferentes metodologías, realizar diferentes escenarios que se utilizarán en el problema general de optimización de los portafolios de inversión a analizar.

3.6 Pruebas *Backtesting*

La evaluación de los modelos de riesgo mediante su verificación y calibración es la parte final que permite dar mayor credibilidad a los modelos planteados. A este proceso se le conoce como *backtesting* y es muy importante para las instituciones y autoridades regulatorias para verificar que el modelo cuantifique el riesgo adecuadamente de manera periódica (De Lara, 2001). El ajuste y calibración del modelo son necesarios solamente si se verifica que el modelo VaR es adecuado; lo anterior, como medida precautoria recomendada por el grupo de los



treinta (G-30) y el Comité de Basilea. De esta manera, al haberse realizado el cálculo de las máximas pérdidas potenciales mediante la evaluación de modelos de riesgo (VaR), el análisis de una submuestra histórica representativa se lleva a cabo bajo diferentes niveles de confianza.

3.6.1 Test de Proporción de Fallas de Kupiec (1995)

Esta prueba tiene como finalidad medir si el nivel de significancia propuesto por el VaR es consistente con la proporción de fallas que el modelo presenta. Se trata de verificar si el modelo es adecuado contando las veces que las pérdidas/ganancias exceden al VaR durante un periodo. La decisión práctica que se necesita tomar consiste en determinar si la relación de excesos de pérdidas y/o ganancias contra las observaciones totales, 1.5 por ciento, 6 por ciento, 16 por ciento, etc., es estadísticamente diferente a la probabilidad que se utiliza para el cálculo del Valor en Riesgo, es decir, 1 por ciento, 5 por ciento, 10 por ciento, etc. En resumen, la hipótesis nula sostiene H_0 : "La proporción de fallas es similar a la significancia estadística del modelo". La probabilidad de que el número de fracasos sea igual a "x" sobre una muestra "n" se determina a partir de la distribución binomial:

$$P(x; n; p^*) = \binom{n}{x} (p^*)^x (1 - p^*)^{n-x} \quad (3.33)$$

La probabilidad de fracaso (p^*) de los modelos VaR se estima en la práctica a partir de un proceso de máxima verosimilitud (*Likelihood Ratio* o LR, por sus sigla en inglés). La estimación consiste en tomar logaritmos a la distribución binomial y maximizar esta función con respecto a la probabilidad estimada (\tilde{p}). De esta manera la función a maximizar será la siguiente:

$$\text{Log}(P) = \text{Ln} \binom{n}{x} + x \text{Ln}(\tilde{p}) + (n - x) \text{Ln}(1 - \tilde{p}) \quad (3.34)$$



La condición de primer orden de la maximización es:

$$\frac{\partial \ln(P)}{\partial \tilde{p}} = x \left(\frac{1}{\tilde{p}} \right) + (n - x) \left(\frac{1}{1 - \tilde{p}} \right) = 0 \quad (3.35)$$

Al simplificar la condición de primer orden, se observa que la probabilidad de fracaso del modelo VaR es equivalente con la proporción de fallas del modelo (i.e., el porcentaje de veces que el VaR no predice las máximas pérdidas potenciales):

$$\tilde{p} = \frac{x}{n} \quad (3.36)$$

Al obtenerse el estimador LR se debe establecer un comparativo estadístico entre las probabilidades teórica y estimada (p^* y \tilde{p} , respectivamente). Para la evaluación de la significancia se usa la razón de máxima verosimilitud, obtenido a partir del logaritmo de la distribución de probabilidad aplicada para cada una de estas probabilidades la razón de verosimilitud se define como:

$$LRUC = 2 \left[\frac{(p^*)^x (1 - p^*)^{n-x}}{\tilde{p}^x (1 - \tilde{p})^{n-x}} \right] \quad (3.37)$$

En esta razón no se toma en cuenta la combinatoria ya que se simplifica al considerarse en el numerador y el denominador. La prueba LR representa una distribución Chi- cuadrado con 1 grado de libertad.

Basilea II en su marco regulatorio indica la necesidad de detectar con mayor precisión las fallas que el modelo VaR que se pudiesen presentar, de esta manera en el tema del análisis retrospectivo, han surgido nuevas metodologías que intentan establecer mejores ajustes y



resultados que beneficien la toma de decisiones en la valoración de riesgos de las instituciones financieras.³⁶

3.6 Comentarios Finales Sobre el Método M-VARCH

Bajo el análisis realizado en el presente capítulo, se deduce que los modelos GARCH estudiados permiten obtener mejores estimadores óptimos de las varianzas sobre las series de tiempo de mercados financieros, lo anterior, debido a que capturan adecuadamente el fenómeno de la volatilidad (cuyas regularidades probabilísticas serán analizadas en el siguiente capítulo). Asimismo, se permite pensar que estimaciones más precisas en los modelos VaR de portafolios de inversión contribuirán con mayores resultados sobre los márgenes de ganancia sujetos a la calibración (*backtesting*) debido a que la optimización en cada portafolio es mucho mayor y permitiría la elección de los mejores escenarios que lograrían reducir el riesgo y maximizar los beneficios de los mismos.

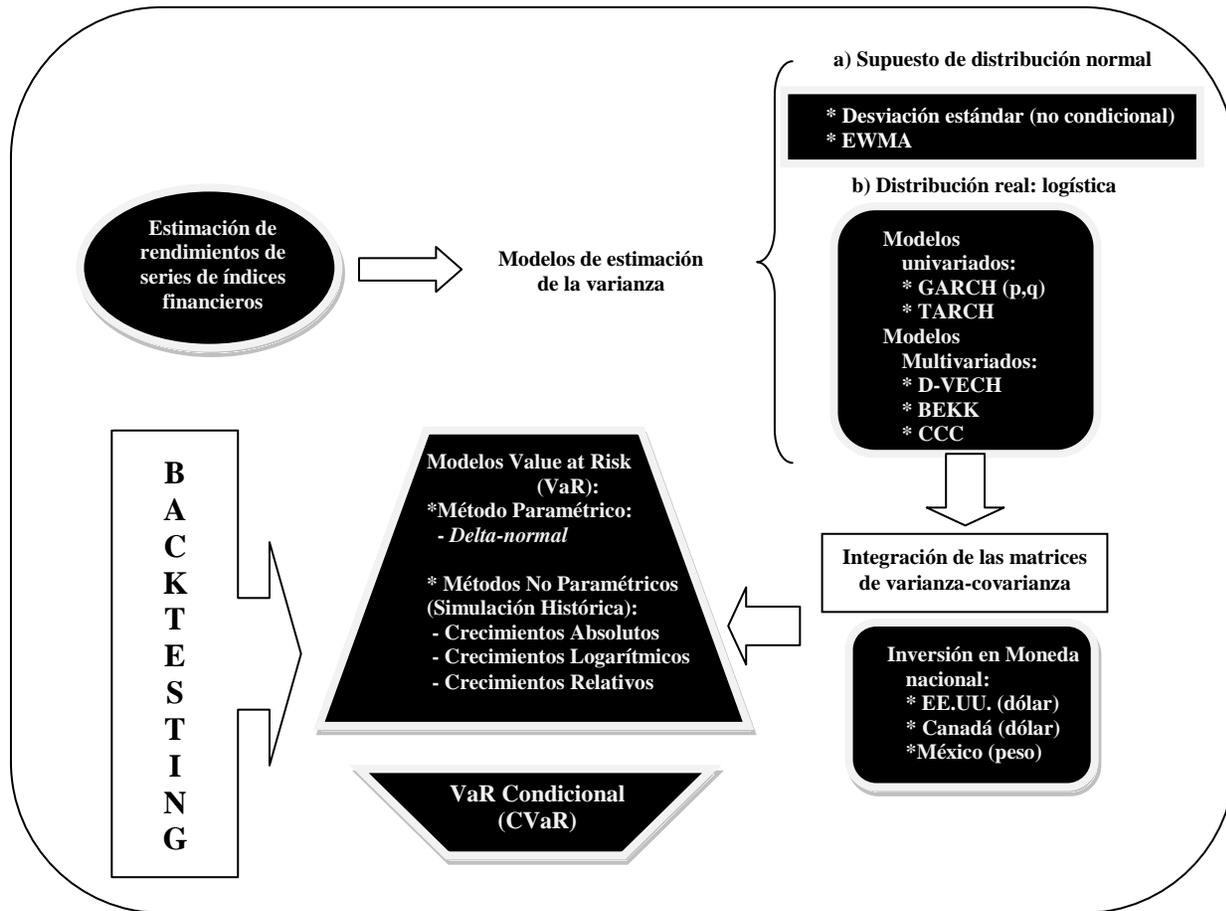
La aseveración anterior permite afirmar que las metodologías de modelos econométricos GARCH univariados y multivariados puede ser introducida en un portafolio de inversión, el cual será determinante para cuantificar los modelos *Value at Risk* necesarios para el análisis de riesgo y que puede sujetarse finalmente al *backtesting* y al *benchmark* para su validación. A esta metodología propuesta se le ha denominado **M-VARCH (*Multivariate GARCH Models Applied to the Value at Risk*)**, o bien, **Metodología de Modelos Multivariados GARCH Aplicados al Valor en Riesgo**.

³⁶ En México, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) es la autoridad reguladora (establecida como un órgano desconcentrado de la Secretaría de Hacienda y Crédito Público, SHCP) encargada de supervisar que las entidades financieras se apeguen a las normas establecidas a nivel nacional (mediante la Ley de la CVBV) e internacional (*Basle Committee on Banking Supervisory*) a fin de evitar, entre otras posibles causas, desastres financieros como el acontecido a finales de 1994. La circular 1475 menciona los criterios para valuación de documentos e instrumentos financieros.



Los pasos que conforman la metodología se muestran a continuación (El esquema 3.1 ilustra descriptivamente la metodología):

Esquema 3.1. Descripción de la metodología M-VARCH



El esquema 3.1 presenta la estrategia de análisis a seguir:

Paso 1. Obtención de los parámetros de cada uno de los tres índices propuestos ajustados a su distribución estadística. Después se realiza el análisis de los modelos univariados por *desviación estándar*, *distribución logística*, *GARCH* y *TARCH*, asumiendo normalidad en el primer y segundo caso (para propósitos comparativos); en tanto que de los restantes modelos se extraerán los resultados de su propia varianza condicional (volatilidad) para contrastar los portafolios de inversión de tres inversionistas de diferente nacionalidad (pertenecientes al área *TLCAN*).



- Paso 2.** Bajo el mismo criterio anterior, se realizará también el análisis de modelos multivariados *VECH* diagonal, *D-BEKK* y Correlación Condicional Constante, es decir, se obtendrán tanto las matrices de correlación dinámica como los parámetros estimados de varianza condicional constante para insertarse en los portafolios internacionales de inversión.
- Paso 3.** Una vez obtenidos los parámetros correspondientes se procede a la construcción de portafolios de inversión utilizando el enfoque de optimización de *Markovitz* para obtener las ponderaciones de los activos del portafolio de inversión. Se asumen diferentes escenarios en función de las varianzas resultantes de los modelos.
- Paso 4.** Aún observando un portafolios de inversión diversificado, balanceado y con resultados optimizados, el riesgo financiero prevalece. Es por ello importante aplicar tanto las metodologías *Value at Risk* (estimaciones paramétricas y no paramétricas) como el VaR Condicional comparando los escenarios que brindan los diferentes niveles de volatilidad proporcionados por cada modelo analizado.
- Paso 5.** Realizar el *backtesting* (verificación y calibración de modelos de riesgo) para definir cuál(es) son mejor(es) modelo(s) que proporcionen mejores estimadores que permitan reducir las posibles pérdidas económicas potenciales en un portafolio internacional de inversiones justificando así la aplicación de la metodología M-VARCH propuesta.

Para validar el análisis anterior y evaluar la metodología M-VARCH propuesta en este trabajo, el siguiente capítulo estudia la evidencia empírica en los tres mercados financieros internacionales de los países miembros del **TLCAN**.

CAPÍTULO CUARTO:

Portafolios Óptimos (M-L) y Medición de su Volatilidad: Modelos GARCH Univariados y Multivariados

4.1 Introducción

Actualmente el estudio de la volatilidad representa un medio fundamental para mejorar la administración del riesgo financiero ya que se constituye como un asunto de especial atención en la toma de decisiones de inversión para la creación de portafolios óptimos y el análisis y minimización de sus pérdidas potenciales. El rendimiento y la volatilidad de los activos en los mercados financieros son las variables que tanto las instituciones financieras como los inversionistas consideran cuidadosamente para la constitución de sus portafolios de inversión. Es en este sentido que adquiere creciente relevancia la propuesta de métodos cada vez más sofisticados para la construcción de portafolios y la cuantificación de pérdidas potenciales. Los portafolios óptimos no garantizan el rendimiento y riesgo esperados, como cualquier activo, estos portafolios construidos *ex-ante* están sujetos a los movimientos impredecibles de los mercados y están sujetos por tanto a pérdidas inesperadas.

Para abordar estos problemas, conforme el objetivo e hipótesis planteados en la Introducción de la presente tesis, este capítulo aborda en primer lugar la construcción de portafolios óptimos aplicando el modelo de Markowitz de media-varianza cuyos parámetros son obtenidos de dos supuestos distributivos, esto es, bajo el comportamiento de la distribución normal y, su comparativo, bajo el comportamiento del mejor ajuste de las series de rendimientos analizadas con la distribución logística. Se ha elegido la distribución logística por su mejor ajuste al



comportamiento de los rendimientos de los índices bursátiles DJIA de Estados Unidos, TSX de Canadá e IPC de la Bolsa Mexicana de Valores del bloque del TLCAN. Adicionalmente, este permite comparar los resultados de los portafolios óptimos obtenidos asumiendo la distribución logística y aquellos obtenidos con la distribución normal empleada en los modelos econométricos GARCH univariados y multivariados. En segundo lugar, se examina la volatilidad de los portafolios trinacionales aplicando los modelos GARCH univariados GARCH(1,1) y TGARCH(1,1) asimismo como su versión multivariada D-VECH (Diagonal VECH), D-BEKK (Diagonal BEKK) y CCC (Correlación Condicional Constante).

4.2 Volatilidad y Administración de Riesgos Internacionales

Los fundamentos del análisis y administración del riesgo se encuentran en el siglo XIX con las investigaciones de Brown (1827), destacando así el *movimiento aleatorio browniano*. Lo anterior muestra una continuidad en el siglo XX con los trabajos de Bachelier (1900), Cowles (1933), Working (1934) y Cowles y Jones (1937) sobre el comportamiento aleatorio y nula predicción de los rendimientos. Los procesos de Wiener (1949), o bien, el movimiento geométrico browniano aplicado a cualquier tipo de fenómeno aleatorio fue utilizado en el modelado de los movimientos de precios bursátiles. Posteriormente Kendall (1953), Samuelson (1965) y Mandelbrot (1963) amplían los estudios referentes a sesgo y curtosis de algunas series financieras. Otro claro ejemplo es la hipótesis de Fama (1965) sobre los mercados eficientes. Las investigaciones anteriores fortalecieron los supuestos de caminata aleatoria o *random walk* sobre los precios financieros, cuyas tasas de crecimiento son dadas como eventos independientes.³⁷

³⁷ La tesis justifica que no es posible la predicción de rendimientos de los activos financieros sosteniendo que el proceso estocástico subyacente sobre los rendimientos podría ser una martingala, una supermartingala o una submartingala.



Es así que el fenómeno de la volatilidad ha despertado en las últimas dos décadas la atención de los investigadores quienes han desarrollado modelos cada vez más sofisticados para pronosticar la volatilidad y, a partir de ahí, simular portafolios de inversión bajo diferentes enfoques. Engle (2001) comenta que la aportación de numerosos estudios respecto de la volatilidad ha permitido abrir el espacio para el uso de metodologías GARCH en el ámbito de la econometría financiera. French *et al.* (1987), Engle y Ng (1991), Glosten (1993) y Andersen *et al.* (2005) han realizado aportaciones valiosas en sus estudios sobre la volatilidad y el *trade off* que existe entre los activos financieros y el riesgo inmerso como premio. Cabe destacar la aplicación de las diferentes metodologías GARCH en cada uno de sus trabajos. Los efectos de la volatilidad y la importancia de su modelación para su análisis y pronóstico en mercados financieros internacionales son sujetos de este estudio para el caso particular de los países de América del Norte.

Es importante mencionar que la teoría convencional de la cartera de Markovitz, proponía la diversificación óptima gracias a la axiomática presencia de correlaciones negativas (de hecho altas) entre los activos de un mercado. Por otro lado, el modelo de Markowitz parte del supuesto de normalidad de los rendimientos financieros. El modelo originalmente aplicado para los mercados domésticos, pero sus principios pronto fueron extendidos a la diversificación internacional a fin de maximizar rendimientos y minimizar riesgos más allá del alcance de la diversificación doméstica puesto que muchos mercados extranjeros se caracterizaban por sus altos rendimientos y alta volatilidad, pero con las consabidas correlaciones negativas debido a la segmentación de los mercados. En la actualidad esto ha cambiado radicalmente, debido principalmente a los efectos de la globalización económica y



liberalización de los mercados³⁸; las correlaciones entre los activos financieros internacionales son tendientes a cero –nulas- e inclusive positivas, en tanto que, debido a su volatilidad, los rendimientos no siguen una distribución normal. No obstante, los principios del modelo de Markowitz son aún válidos realizando ajustes como los que se proponen en la presente tesis: la construcción de portafolios a partir de la distribución logística y la medición de la volatilidad aplicando modelos GARCH que toman en cuenta la heteroscedasticidad de las series de rendimientos bursátiles. En suma, con las adaptaciones indicadas, es posible integrar portafolios internacionales óptimos y su composición puede estar también conformada tanto por activos financieros de mercados de valores desarrollados como emergentes. Así, la diversificación internacional es todavía una buena alternativa para obtener mejores niveles de ganancia con un nivel de riesgo razonable.

4.3. Hechos Estilizados y Características Probabilísticas Sobre la Volatilidad en las Series de Tiempo Financieras

La gráfica 4.1 resume el comportamiento de las series diarias y los rendimientos de los tres principales índices financieros correspondientes a los mercados financieros bursátiles del TLCAN: Estados Unidos (*Dow Jones Industrial Average, DJIA*), Canadá (*S&P Toronto Stock Exchange, TSX*) y México (*Índice de Precios y Cotizaciones, IPC*). Las series son variaciones diarias correspondientes al periodo 2000:1 a 2007:12. Se observa un claro ejemplo tanto del

³⁸ La teoría financiera ha establecido que existirán mayores ganancias en un portafolio internacional si los rendimientos pertenecientes a diferentes mercados financieros internacionales no están correlacionados perfectamente y la estructura de su correlación es estable (Chen, *et. al*, 2002). Especialistas en la materia y economistas se han dado a la tarea de investigar de cerca este fenómeno y los resultados obtenidos hasta el momento ha sido escasa, y sus resultados no han sido consistentes. El avance tecnológico, la innovación de herramientas ofrecidas por la ingeniería financiera así como el proceso de desregulación financiera internacional ha inducido a masivos movimientos de capital y a su vez una mayor interdependencia dinámica entre los mercados financieros sobre los cuales destaca actualmente la integración de mercados financieros desarrollados con economías emergentes.



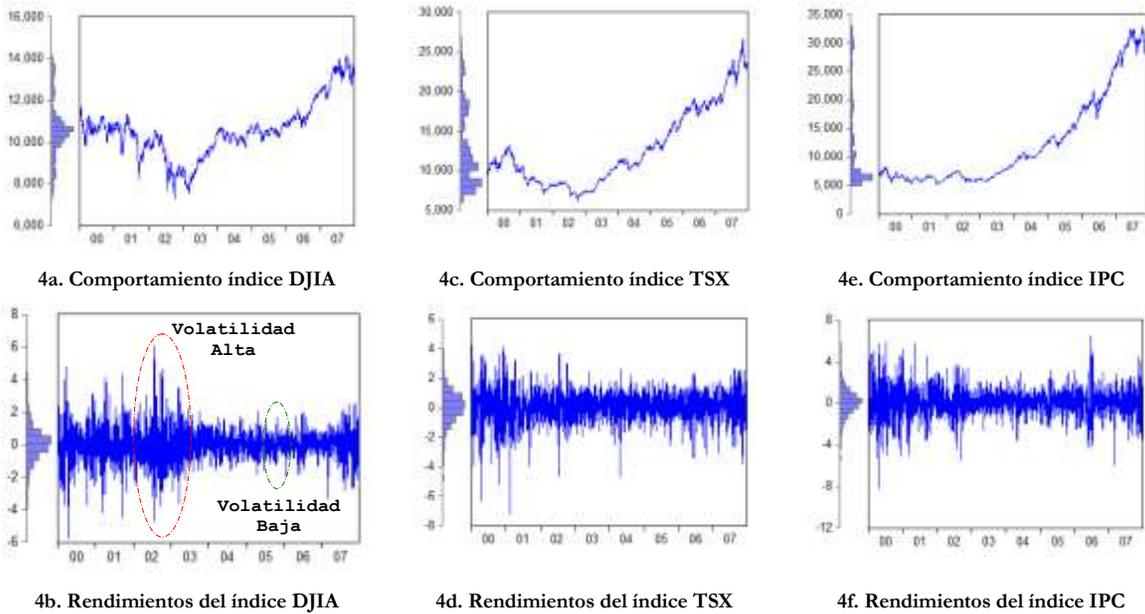
efecto *clustering* como de la heteroscedasticidad de las series de rendimientos, esto es, el agrupamiento de datos indica que periodos de alta volatilidad van seguidos de periodos de baja volatilidad y la varianza desigual a través del tiempo, respectivamente. Se puede apreciar que los rendimientos de los índices financieros de los tres países no son estables, lo cual es un indicativo de que existe mayor efecto de heteroscedasticidad.

En Estados Unidos es clara la presencia de la volatilidad en el índice DJIA durante el año 2002 y parte del 2003, debido a los dramáticos acontecimientos de los ataques aéreos terroristas acontecidos el 11 de septiembre de 2001, lo cual afectó también a Canadá y México, pero en menor intensidad. El caso de Canadá presenta una tendencia a la estabilidad, dado que después de este hecho su mercado comienza a ir al alza y sus rendimientos son más estables. En el caso de México se observa un periodo de volatilidad alta después del inicio del presente siglo (debido a los efectos de las crisis financieras en Europa y América Latina ya mencionados en el capítulo primero), seguido de un lento incremento entre 2002-2005 y finalmente entre 2006 y 2007 se presenta un *boom* impresionante con récords de alzas constantes, a pesar de una ligera caída durante 2006, atribuible a los tiempos políticos electorales, que trajeron consigo algunos problemas especulativos en el mercado financiero mexicano debido al cuadro de inestabilidad a consecuencia de las elecciones presidenciales.

El comportamiento de los tres mercados del TLCAN es lo que permite sugerir que los inversionistas y las entidades financieras cuenten con mejores fundamentos para desarrollar estrategias idóneas para la construcción de portafolios y análisis de sus pérdidas potenciales, en particular, considerando el caso de México y su inserción en el bloque del TLCAN. De hecho, la continua consolidación de este bloque ha conllevado a una creciente importancia de portafolios de inversión trinacionales.



Gráfica 4.1 Comportamiento diario de los índices financieros y rendimientos de los principales índices bursátiles en moneda local de índices de Estados Unidos, Canadá y México (2000-2007)



Fuente: Elaboración propia.

4.3.1 Dependencia de Segundo Orden (Volatility Clustering)

Para evidenciar los hechos estilizados, se ilustró en la gráfica 4.1 el comportamiento de los rendimientos de los tres índices financieros que constituyen los activos de los portafolios a construirse. Al respecto, es importante reconocer que los rendimientos de los activos financieros se comportan, en general, como una caminata aleatoria o *random walk*, siendo independiente el precio de una acción con respecto al precio de la misma en días anteriores, por lo cual no existe memoria ni predicción en los mercados (De Lara, 2001). Sobre esta base, en el presente capítulo se asume el supuesto de normalidad en la especificación de ϵ_t (la distribución de los errores) para llevar a cabo la explicación de cualquier algoritmo de los modelos univariados y multivariados GARCH. Dado que el supuesto de normalidad no siempre ha sido válido para la evidencia empírica, y que es consistente con la presencia de



agrupamientos de volatilidad en los índices de los mercados accionarios del TLCAN, para la construcción de portafolios óptimos se aplica el modelo de Markowitz de media-varianza, pero modificado con el uso de la distribución logística, distribución que ajusta mejor al comportamiento de los rendimientos de los índices mencionados.

Sin embargo, pese al análisis de la volatilidad y de pérdidas potenciales, se asume la distribución normal dado que en la literatura financiera este es el recurso metodológico común porque la media, asumiendo normalidad, es un estimador con características de insesgadez, consistencia y eficiencia que en algunos casos de la práctica financiera es utilizada como el mejor estimador posible del rendimiento para el futuro. Aún más, Manganelli y Engle (2001) destacan que los supuestos de normalidad no son tan restrictivos como es de pensarse; ellos demostraron que la maximización de la verosimilitud GARCH normal es capaz de entregar estimadores consistentes, siempre que la ecuación de la varianza sea especificada correctamente, incluso si los residuales estandarizados no están normalmente distribuidos (esto dio paso a su conocida propuesta de modelos de cuasi-máxima verosimilitud).

Finalmente cabe resaltar que la estrategia metodológica del presente capítulo permite consolidar este supuesto para la primera parte de la aplicación de la metodología M-VARCH para los portafolios valuados con la desviación estándar y el modelo EWMA. Posteriormente los modelos univariados y multivariados GARCH asumirán el supuesto de distribución gaussiana (normal) en los errores conformando otros parámetros para la obtención de los estimadores óptimos de la volatilidad. La simple simulación de los datos independientes e idénticamente distribuidos (*iid*) bajo una distribución normal es:



$$N(\mu, \sigma^2); \quad \text{con } \mu = \bar{X} = 1/N \sum_{i=1}^n X_i; \quad \text{y } \sigma^2 = 1/n \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{X})^2 \quad (4.1)$$

Como definición, la *dependencia de segundo orden* es la tendencia que los rendimientos extremos siguen de otros rendimientos extremos, aunque no necesariamente con el mismo signo.

4.3.2 Comportamiento Estadístico de las Colas

Los rendimientos de los datos financieros diarios tienen la particularidad de tener una curtosis mucho más alta en relación con la distribución normal; en este caso, la distribución que se muestra observa *leptocurtosis*, lo cual significa que es más estrecha en el centro pero con colas más pesadas que la distribución normal. El ajuste distribucional de las series contempla las características de la función de densidad logística, como se verá más adelante en este capítulo.

Análisis empíricos mayormente sustentados sugieren con frecuencia que las distribuciones de rendimientos de datos financieros diarios o de intervalos cortos muestran colas que decaen suavemente de acuerdo a la ley de potencia, lo cual indica que se tiende a observar valores mucho más extremos que los esperados en tales series de datos. En sus estudios, Kendall (1953) evidenció que las distribuciones de probabilidad de los rendimientos sobre ciertas series financieras son simétricas, pero con colas más gruesas o pesadas y que son leptocúrticas, *i.e.*, muy diferentes a la distribución normal; también él comprobó que en el comportamiento de estas series no se sigue el supuesto de distribución idéntica debido a que su varianza no es constante a lo largo del tiempo. Por último, Kendall también verificó la existencia de correlación serial para estas series. A los hechos anteriores, se suman tres más:



- a) Mandelbrot (1963) descubrió que la estimación del segundo momento de forma recursiva no converge a hacia un valor específico. Lo anterior está vinculado a que la varianza es heterogénea y a su fuerte asociación con los sucesos de la dependencia de segundo orden y las colas pesadas.
- b) Existe la evidencia bajo co-movimientos de las volatilidades de diferentes activos, *i.e.*, si las volatilidades de un precio se mueven en una dirección, las volatilidades de otros activos se mueven en la misma dirección.
- c) Existe una correlación negativa entre los rendimientos y las variaciones de su volatilidad.

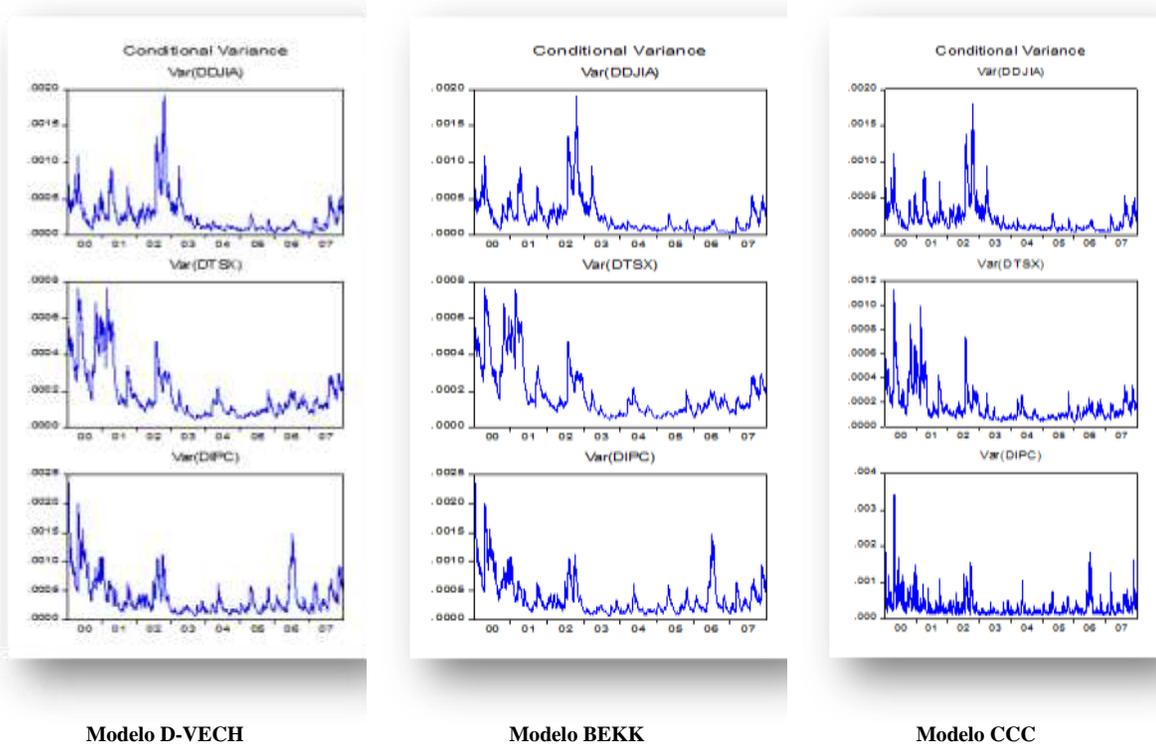
De los tres hechos mencionados, el último hecho parece romperse al no ajustarse a los resultados encontrados en las series financieras analizadas, cuyas correlaciones son positivas, como se comentará más adelante. Por otro lado, Engle (2004) señala que un modelo dinámico explícito para medir la volatilidad presenta muchas ventajas, ya que los parámetros óptimos se pueden estimar por máxima verosimilitud y se pueden aplicar contrastes de adecuación y precisión del modelo de volatilidad para comprobar la validez del procedimiento; sobre la base de los parámetros estimados, es posible obtener predicciones desde un periodo en adelante. Además, las distribuciones no condicionadas pueden expresarse en un lenguaje matemático y son, por lo general, realistas.

Las razones anteriores han sido de suma importancia para las posiciones asumidas con respecto a los supuestos distributivos normales en las series de tiempo financieras e implican el desarrollo de modelos econométricos M-VARCH aplicados a series de rendimientos de índices accionarios de un bloque comercial específico (TLCAN). Por un lado, se ha elaborado un análisis con los modelos GARCH univariados como el GARCH (1,1) y el TARCH (1,1). El interés de seleccionar estos modelos se realiza con base a las características que presenta cada modelo y su respuesta con respecto a los trabajos de otros autores, quienes en su mayoría



utilizan ambos modelos y cumplen con los requisitos para aplicarse en la metodología propuesta para su comparativo (ver capítulo 2, secc. 2.2.1 y 2.2.3; y capítulo 3, secc. 3.1). El desarrollo a lo largo del tiempo de estos modelos ha permitido avanzar en la introducción de nuevos modelos: los modelos multivariados GARCH son una prueba latente de ello; de aquí se deriva la aplicación de la metodología propuesta en esta tesis. En este particular caso, en las aplicaciones financieras existen miles de activos que requieren no solamente de la modelación de sus volatilidades sino también de sus correlaciones. Resulta entonces atractivo analizar los resultados para resaltar la ventaja comparativa de los modelos multivariantes sobre otras metodologías univariantes aplicados a tres índices financieros de los mercados financieros que componen el bloque del TLCAN.

Grafica 4.2. Varianzas condicionales con modelos GARCH multivariados en los mercados del TLCAN.



Fuente: elaboración propia



En la gráfica 4.2 se muestran las varianzas condicionales de los enfoques multivariados GARCH que se han sometido a estudio, es decir, los modelos D-VECH, D-BEKK y CCC aplicados a los tres mercados (Canadá, Estados Unidos y México). Es importante observar que, preliminarmente, el mercado canadiense presenta varianzas condicionales más estables, seguidas por los Estados Unidos y por último, México, que representa en todos los casos volatilidad condicional más alta (a excepción del modelo CCC, el cual demostrará – *y justificará*– su fortaleza sobre las series multivariadas aplicadas a los portafolios de inversión trinacionales a lo largo del presente capítulo). En el siguiente apartado se observará la manera en cómo este comportamiento es aprovechado en los modelos univariados –*pero sobretudo en los modelos multivariados*– porque capturan las interacciones diarias de las volatilidades entre los tres mercados para mostrar parámetros más consistentes y portafolios optimizados; lo anterior es reflejado en el correspondiente análisis VaR-CVaR-backtesting para cada modelo a contrastar en cada una de las tres economías, como se detalla en la evidencia empírica presentada en esta tesis y a fundamentarse en el capítulo quinto.

4.4 Evidencia Empírica de la Metodología M-VARCH: Aplicación Sobre Portafolios de Inversión Trinacionales (TLCAN)

4.4.1 Integración, Conformación y Análisis Estadístico de las Variables

El estudio de los datos sobre índices accionarios es muy importante debido a las características particulares que manifiestan en cada uno de los portafolios trinacionales que se analizan en el presente capítulo, donde se parte del hecho de que los inversionistas deciden arriesgar su capital para obtener mayores dividendos o ganancias en cualquiera de los tres mercados financieros que conforman las economías del bloque del TLCAN con niveles de riesgo bajo.



La aplicación de la metodología y su análisis correspondiente se realiza utilizando como activos para la diversificación los principales índices financieros de las bolsas de valores del área. El empleo de los índices financieros obedece a su frecuente uso en la investigación financiera, en gran medida porque los inversionistas diversifican sus portafolios ya sea invirtiendo en índices bursátiles financieros, si se negocian como activos, o en valores que replican su comportamiento; un ejemplo de este último caso son los instrumentos denominados ETF's (*Exchange Traded Funds*) o *tracks*, que son títulos referenciados en acciones que simulan el comportamiento de los índices bursátiles y que por su fácil adquisición, y análisis constituyen importantes y favoritos activos de los inversionistas internacionales. Por otro lado, aunque la inversión en acciones es aún posible, existen inconsistencias y deficiencias en los bancos de datos disponibles, lo cual limita así la aplicación de modelos basados en la diversificación con acciones.

Un aspecto de importancia a tomar en consideración es la relación en la cual, al existir una mayor integración de los mercados financieros, existirá a su vez una menor probabilidad de que la diversificación brinde mayores beneficios como se sostenía antaño, en donde los activos que integraban un portafolio mostraban una correlación negativa, tendiente a la unidad; hoy en día es cada vez más complicado alcanzar esta premisa teórica, y así, un portafolio optimizado (i.e., mínimo riesgo y máximos rendimientos). Lo anterior sustentaría el hecho encontrado sobre el cual la segmentación de los mercados causa un efecto sobre la diversificación, de tal manera que entre menos segmentación haya, el potencial para la diversificación será menor. Entonces, dada esta restricción, un inversionista deberá establecer diferentes tipos de estrategias.



Cabe destacar, por otra parte, que a nivel internacional las investigaciones con relación a portafolios de inversión internacionales utilizan para su estudio índices financieros³⁹; esto, debido a que la inversión en portafolios diversificados con activos internacionales está tratando de *mimetizar* el comportamiento de cada país del cual pertenece cada uno de los activos a invertir. Una segunda causa está vinculada con el papel que juega el índice bursátil en el mercado financiero en cuestión, por que independientemente de la metodología con la cual se conforme cada índice, éstos son representativos de la conducta cotidiana de los principales valores capitalizables que participan en cada una de las bolsas de valores nacionales.

Cuadro 4.1. Base de datos utilizada para los portafolios de inversión y modelos M-VARCH (datos del 3/enero/2000 al 31/dic/2007)

Núm.	Nombre de la serie	Símbolo	País	Origen de las Estadísticas/ ¹	Total de datos
1	<i>Dow Jones Industrial Average Index</i> ²	<i>^DJA</i>	E.U.	Estados Unidos	2,086
2	<i>S&P/TSX Composite Index</i> ³	<i>^GSPTSE</i>	Canadá	Canadá	2,086
3	<i>Índice de Precios y Cotizaciones (IPC)</i> ²	<i>^MXX</i>	México	México	2,086
4	<i>Dólar canadiense</i> ^{3, /4}	<i>Dolcan</i>	Canadá	Estados Unidos	2,086
5	<i>Peso mexicano</i> ^{3 /4}	<i>Peso</i>	México	Estados Unidos	2,086
6.	<i>Dólar norteamericano</i> ³	<i>USD</i>	EE.UU.	Estados Unidos	2,086

Notas: /1. Se refiere al país que aportó la base de datos; /2. Datos obtenidos del sitio WEB en <http://finance.yahoo.com>; /3. Datos obtenidos del sitio WEB en <http://www.federalreserve.gov>; y /4. Con relación al dólar de Estados Unidos.

El periodo que abarca la muestra es del 3 de enero de 2000 al 31 de diciembre de 2007, contando con un total de 2,086 datos diarios para cada índice propuesto. Se considera este rango de datos suficiente para mostrar la relevancia de los modelos en la cuantificación del riesgo y que no muestre ruido en las pruebas de los mismos. La metodología M-VARCH a desarrollarse se realizará conforme a los pasos descritos en el capítulo tercero (pp. 113-114). El

³⁹ En la literatura existente, pueden mencionarse varios estudios que identifican la dinámica y comportamiento en los mercados financieros internacionales utilizando diferentes modelos, metodologías y herramientas para este fin. En la sección siguiente se hará una revisión de esta literatura.



cuadro 4.1 permite observar las diferentes series utilizadas, país de procedencia y la fuente de donde fueron obtenidas.⁴⁰

Los datos permiten realizar un estudio a detalle sobre el rendimiento y la varianza a través del comportamiento de la volatilidad y la optimación de los diferentes portafolios de inversión para cada economía asimismo como el cálculo de los modelos VaR y CVaR bajo la metodología M-VARCH para la conformación de escenarios y su posterior análisis histórico mediante el *backtestig*.

Es importante aclarar que el análisis comparativo de las series debe ser consistente entre los tres índices financieros de cada mercado financiero estudiado debido a las diferencias cuantitativas presentado en cada una de ellas. La conformación y desarrollo de los diferentes portafolios de inversión llevados a cabo bajo la metodología de optimización de Markovitz, con distribuciones comparativas logística y normal, requirieron que los índices sean homologados indizando cada serie en base 100⁴¹, i.e., tomando el primer dato de la muestra igual a 100 y ejerciendo la ecuación para el rango de periodo de cada serie $t-n+...+t$, esto es,

$$P_{t100} = \left(\frac{P_{t+1}}{P_{tbase}} \right) \bullet 100 \quad (4.2)$$

Donde:

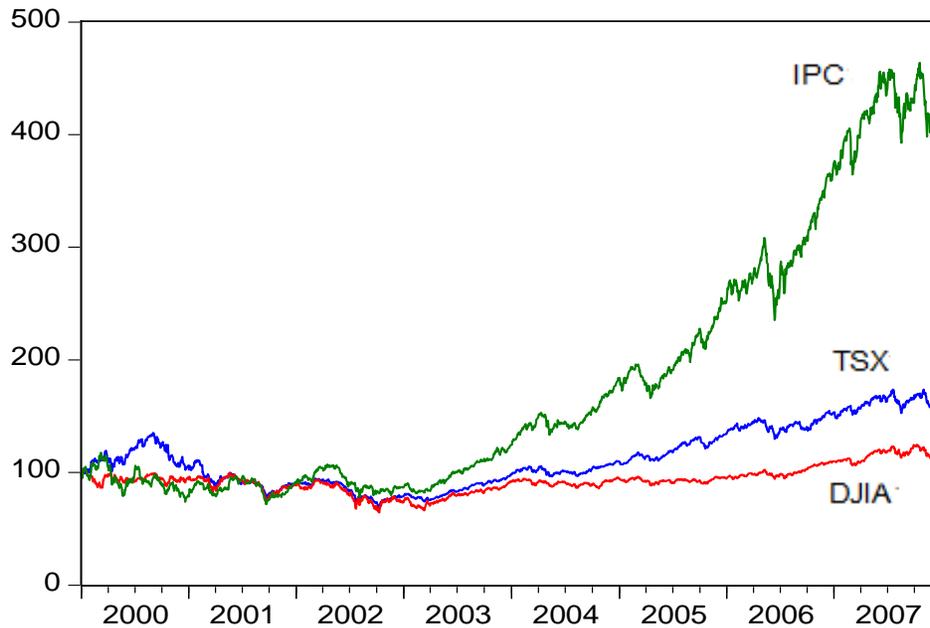
$P_{tbase100}$	=	Precio indizado a base 100
P_{t+1}	=	Precio del día t+1
P_{tbase}	=	Precio del índice financiero Tomado como base=100

⁴⁰ Cabe señalar que el tratamiento dado a las bases de datos consistió en la selección y captura de precios de cierre diarios de los índices financieros y de los tipos de cambio (lunes a viernes). Posteriormente los precios se empataron conforme las fechas oficiales establecidas (2,086 días); los huecos existentes dado los días festivos en cada país fueron cubiertos a través del método de ofrecido por la opción *Missing Values* (Valores perdidos), método de interpolación lineal ofrecido por el paquete SPSS.

⁴¹ El índice base 100 se elabora con el fin de homologar los índices accionarios consigo mismos y con los respectivos tipos de cambio de las demás economías participantes a manera de obtener resultados coherentes en los resultados de los portafolios de inversiones y los modelos estadísticos/ econométricos aplicados para la metodología propuesta.



Gráfica 4.3 Niveles de precios de los principales índices financieros (TSX-Canadá, DJIA-Estados Unidos e IPyC-México)



Fuente: elaboración propia con datos de Yahoo! Finance, sitio WEB en <http://mx.finance.yahoo.com>.

La gráfica 4.3 muestra el comportamiento de los índices de precios de los mercados accionarios de las economías canadiense, estadounidense y mexicana por niveles (índizadas a base 2000=100). Los resultados encontrados muestran un crecimiento de los tres índices a lo largo del tiempo, especialmente en el caso de México en donde, en comparación con los puntos base de enero de 2000, se observó un crecimiento exponencial que, en términos porcentuales, significa un aumento del 121.22 por ciento.⁴²

⁴² Lo anterior puede ser explicado principalmente por: 1) el incremento de los precios petroleros a escala internacional, 2) el crecimiento real en las utilidades operativas (Ebitda) ponderadas de las empresas con mayor peso en la medición del IPyC, y 3) una importante reducción en el riesgo-país de México (menor a 80 puntos base) debido al crecimiento mostrado hasta ese entonces. Otro aspecto a considerar también es la reacción positiva de los inversionistas después de los avances en las reformas estructurales tales como las leyes del IMSS e ISSSTE. Fuente: Banco IXE, mayo 23 de 2007, sitio WEB ubicado en <http://www.ixe.com.mx/>



La tasa diaria de rendimiento (o rendimientos diarios geométricos) que permitirá el análisis de las principales características de los precios de los índices accionarios se puede definir en base al logaritmo de la razón del rendimiento de la manera siguiente:

$$R_i = \ln \left(P_t \cdot \frac{1}{P_{t-1}} \right) \quad (4.3)$$

donde:

R_i = tasa de rendimiento

\ln = logaritmo natural

P_t, P_{t-1} = precio de cierre en los días $t, t-1$

t = intervalo de tiempo

Según Forero (2011), “La utilización de los retornos logarítmicos tiene un doble fin. En primer lugar, permite la aditividad simple en vez de la utilización forzada de procesos multiplicativos. En segundo lugar, permite suponer que los precios se distribuyen lognormalmente y, por tanto, los rendimientos, como función logarítmica de los precios, deben distribuirse normalmente. Esto facilita el diseño de modelos de valoración de activos y de gestión de riesgos”.

Con el importante propósito de hacer un análisis más serio y más preciso sobre el comportamiento tanto individual como en agrupamiento de las series financieras sujetas a estudio a continuación se realizará una inspección estadística simple mediante el análisis descriptivo y se va más allá con el análisis de correlación y de los componentes principales, como parte importante del análisis estadístico multivariante.

4.4.1.1 Análisis Estadístico Descriptivo e Inferencial

El cuadro 4.2 muestra la estadística descriptiva de los resultados sobre las tasas de rendimientos para cada índice financiero de precios. Los resultados muestran diferencias en los promedios de los rendimientos y las desviaciones estándar de los tres índices pertenecientes a



cada mercado, lo cual confirma los hechos estilizados relacionados a colas pesadas y valores extremos con datos de frecuencia alta. Además, se puede apreciar que la inversión en el índice DJIA en Estados Unidos y México – *a excepción del TSX en Canadá*- presenta el riesgo más bajo (menor volatilidad, cuantificada por su desviación estándar), pero sus rendimientos (cuantificados por su media simple) también son los más bajos en cualquiera de los tres países en donde se desee realizar la inversión. Incluso, en Canadá este índice llega a ser negativo, lo cual podría explicarse por el bajo atractivo que representó el comportamiento conservador del índice norteamericano (*vid.* gráfica 4.3) en comparación con otros índices de mercados internacionales, por lo cual el inversionista financiero canadiense podría haberse optado por invertir en otros activos más atractivos. La apuesta por la inversión en el IPC mexicano en pesos o su transformación en dólares americanos o canadienses, en cambio, presentan la tasa de rendimiento más alta al igual que la volatilidad. Durante esta etapa es posible que el inversionista asuma una posición agresiva y pueda obtener mayores ganancias desde el punto de vista especulativo. El promedio tan alto a favor del mercado mexicano se debe al *boom* de los últimos dos años, producto de los récords constantes que mostró la Bolsa Mexicana de Valores.⁴³ Así, es posible observar que cada índice en su propio país muestra la curtosis más alta (para el mercado norteamericano: DJIA con 6.17; para el mercado canadiense: TSX con 6.66; y para el mercado mexicano: el IPC con 5.80).

⁴³ Los resultados anteriores difieren de muchos estudios que se han realizado sobre este índice a lo largo del tiempo. Por ejemplo, De Jesús muestra en su estudio que el rendimiento promedio del IPyC de 1970 a 2004 fue de 13% (evidentemente existe la tendencia a reducir de manera considerable el promedio de la serie conforme se extiende el peso del periodo de tiempo, pero debe tomarse en cuenta también que éste aumentaría si se agregan datos hasta diciembre de 2007); Ludlow y Mota (2006) muestran también el crecimiento del índice mexicano con un amplio despegue a partir de 2005.



Cuadro 4.2. Estadística descriptiva de los rendimientos diarios de 3 índices accionarios de los mercados del TLCAN en diferente moneda*

Moneda	Variable	Media	Desv. est.	Mediana	Máximo	Mínimo	Sesgo	Curtosis	Jarque-Bera
Rdtos. Dólares (EE.UU.)	TSX_EU	0.00040	0.01089	0.00118	0.04265	-0.07223	-0.55326	5.87947	826.68
	DJIA_EU	0.00009	0.01038	0.00040	0.06155	-0.05822	0.05983	6.17276	875.76
	IPC_EU	0.00061	0.01518	0.00117	0.08933	-0.09347	-0.10673	6.03147	802.33
Rdtos. Dólares (Canadá)	TSX_CN	0.00022	0.00958	0.00051	0.04082	-0.06616	-0.48353	6.66347	1,247.19
	DJIA_CN	-0.00009	0.01122	0.00000	0.06066	-0.05102	0.08004	5.12758	395.47
	IPC_CN	0.00043	0.01538	0.00100	0.08899	-0.08626	-0.07211	5.67153	621.84
Rdtos. Pesos (México)	TSX_MX	0.00047	0.01071	0.00079	0.04840	-0.06985	-0.43613	5.58406	646.19
	DJIA_MX	0.00017	0.01061	0.00026	0.07107	-0.04742	0.05816	5.62949	601.85
	IPC_MX	0.00069	0.01351	0.00112	0.06510	-0.08267	-0.13445	5.80984	692.17

* Datos del 03-ene-2000 al 31-dic-2007. Total= 2,085 obs. Elaboración propia.

La curtosis en los tres casos son mayores a tres mostrando una altura mayor al supuesto de normalidad en los rendimientos de los índices financieros; asimismo los valores negativos del sesgo indican que se presenta sesgo hacia la izquierda y los valores positivos indican sesgo hacia la derecha de la distribución. Particularmente, el comportamiento asimétrico de los mercados explicado por este sesgo (*skewness*), permite demostrar que los índices IPC y TSX observan comportamientos similares en las colas de distribución mostrando un sesgo negativo, a diferencia del índice DJIA el cual muestra sesgo positivo en las tres economías. La prueba Jarque-Bera en todos los casos rechaza la hipótesis nula de normalidad, indicando que ninguna de las tres series se sujeta a los principios de una distribución normal.

En resumen, el análisis anterior muestra que ninguno de los mercados se sujetaría a los supuestos de normalidad establecidos para series de tiempo financieras, ya que en su comportamiento muestra generalmente *clusters* de volatilidad. Para sobreponerse de las limitaciones de la normalidad, en la presente tesis se realiza un ajuste distribucional identificando a la distribución logística como idónea para caracterizar a los rendimientos de los



mercados del TLCAN. Sin embargo, este ajuste distribucional se aplica solamente para los portafolios eficientes de cada inversión en los tres países. Esto es, la determinación de los porcentajes de inversión en cada uno de los índices y en cada una de las divisas se realiza aplicando el modelo de Markovitz modificado con la medición de la media y la varianza según la distribución logística (modelo **L-M** de aquí en adelante). En cuanto a las pruebas VaR, se asume que las series de errores siguen una distribución normal, ajustándose con la aplicación de los modelos univariados y multivariados de la familia GARCH; el supuesto de normalidad de los errores de las series es una práctica común en la literatura internacional en el análisis VaR con aplicaciones de la familia ARCH (Fallon, 1996; Burns, 2002; Martínez *et al.*, 2005; Morimoto y Kawasaki, 2008).⁴⁴

4.4.1.2 Análisis de Correlación y de Componentes Principales

Análisis de Correlación

Acera de las correlaciones entre activos financieros internacionales cabe reconocer que aún existen matrices de correlaciones cuya combinación y contenido de activos financieros muestran correlaciones negativas; sin embargo, existe cada vez más evidencia que presentan varios autores en la literatura financiera con respecto a la persistencia en la tendencia hacia las correlaciones positivas crecientes de acuerdo a las matrices de correlación de activos financieros internacionales, cuyo comportamiento es directamente proporcional al comportamiento de los mercados estudiados. Por un lado, Hooper (1998) provee evidencia empírica sobre la relación entre la volatilidad y la “apertura” de los mercados accionarios

⁴⁴ El supuesto de normalidad de los errores ha sido fundamentado con varios preceptos, entre otros: a) las características propias de los mercados (Milanesi *et al.*, 2010); b) las estimaciones propuestas para realizar *tesis* a fin de calcular sus parámetros (Vavra y Psaradakis, 2011); o bien, c) en función del comparativo sobre la valuación del tiempo, del análisis de características del comportamiento de las series financieras, o el análisis de escenarios (Centeno y Calvo, 2005).



emergentes a través del análisis estadístico factorial, donde se destaca el potencial de los mercados emergentes para mejorar la eficiencia media-varianza de las estrategias de inversión de portafolios del mercado accionario ha sido enfocado desde la perspectiva del inversionista internacional. En Baig y Goldfajn (1998) se estudian los principales mercados asiáticos⁴⁵ durante los años 1997 y 1998, años en donde se registran periodos de alta volatilidad internacional; ellos realizan análisis de correlaciones y modelos VAR enfocando su estudio en la relación positiva existente entre los mercados a causa del efecto de contagio, y concluyen que durante los periodos de inestabilidad los mercados asiáticos en estudio se mueven conjuntamente. Por otro lado, Chen *et. al.* (2002) investigan la interdependencia dinámica de los principales mercados financieros de América Latina durante el periodo 1995-2000; se revela que las economías han adoptado severas desregulaciones y planes de privatización que, en varios casos, han establecido tratados comerciales que llevan a la integración (Mercosur y TLCAN, entre las más importantes). Finalmente, Rashid (2002) discute las formas de vinculación que existen entre los mercados mundiales, y señala que lo que extendió el incremento en las últimas décadas de los factores de interacción fueron los significativos cambios durante la última década del siglo pasado que vienen de introducir reglas de regulación liberales, incrementando el comercio extranjero y también el número de compañías listadas cruzadas y flujos de portafolios accionarios; concluye, entre otras cosas, que existe clara evidencia de que los mercados de valores se están moviendo hacia la globalización asimismo como la marcada tendencia de un fuerte incremento en: i) las correlaciones positivas entre las acciones de los mercados accionarios desarrollados; ii) entre los mercados financieros emergentes; y iii) entre los mercados financieros desarrollados y emergentes.

⁴⁵ Ellos denominan al grupo como “Asia 5”: Tailandia, Malasia, Indonesia, Filipinas y Corea del Sur.



En cuanto a los mercados accionarios del bloque TLCAN el cuadro 4.3 presenta el resultado de las matrices de correlación de los índices financieros de forma anual de 2000 a 2007. En todos los casos se presenta correlación positiva entre las tres economías, y ésta es cada vez mayor conforme pasa el tiempo.

Cuadro 4.3. Matrices de correlación de rendimientos anuales de índices financieros de los países miembros del TLCAN (2000-2007)

	2000			2001			2002			2003		
	DJIA**	TSX**	IPC**									
DJIA	1			1			1			1		
TSX	0.459	1		0.667	1		0.718	1		0.684	1	
IPC	0.513	0.526	1	0.555	0.545	1	0.652	0.537	1	0.499	0.445	1

**En todos los casos la correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

	2004			2005			2006			2007		
	DJIA**	TSX**	IPC**									
DJIA	1			1			1			1		
TSX	0.564	1		0.493	1		0.484	1		0.706	1	
IPC	0.600	0.543	1	0.476	0.411	1	0.632	0.471	1	0.697	0.719	1

**En todos los casos la correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

Cuadro 4.4. Matriz de correlación de rendimientos de índices financieros de los países miembros del TLCAN (2000-2007)

	DJIA	TSX	IPC
DJIA	1		
TSX	.582**	1	
IPC	.553**	.533**	1

**La correlación es significativa al nivel 0,01 (bilateral).

El cuadro 4.4 resume la matriz de correlación conformada por los tres activos, pero abarcando el promedio total los siete años del periodo de estudio. Nuevamente es posible observar la correlación positiva generalizada entre los tres mercados en el rango del 50-60 por ciento. Lo anterior representa una dependencia alta entre los mercados durante el periodo de estudio, principalmente de Canadá y México hacia los Estados Unidos. Los cuadros anteriores, en resumen, empatan las tendencias recientes mencionadas anteriormente, *i. e.*, que el



acercamiento debido a las características globales de la economía financiera mundial ha reducen el potencial para la diversificación de los portafolios de inversión, al ser los rendimientos de los activos internacionales cada vez más positivamente correlacionados entre sí. No obstante a pesar de la fuerte correlación positiva entre los mercados del TLCAN es posible, con la aplicación de los modelos propuestos en la presente tesis construir portafolios óptimos trinacionales que mejoren para los inversionistas su *trade-off* entre riesgo e inversión.

Análisis de Componentes Principales

El cuadro 4.5 confirma el análisis de correlación al verificar la proporción de la varianza de cada una de las tres variables (mercados) que explica el modelo a desarrollar más adelante. En los tres casos el factor de extracción es alto, incluso para el IPC, que resultó el más bajo con un 68.2 por ciento de explicación.

Cuadro 4.5. Comunalidades entre los rendimientos de índices financieros de EE.UU., Canadá y México (datos diarios, 2000-2007)

	Inicial	Extracción
DJIA	1.000	.723
TSX	1.000	.707
IPC	1.000	.682

Método de extracción: Análisis de Componentes principales.

El cuadro 4.6 confrima con mayor robustez el resultado anterior mediante la aplicación de la prueba KMO (*Kaiser-Meyer-Olkin*) cuyo estimado de 0.705 sugiere una mayor intercorrelación entre las variables y por tanto se puede seguir realizando el análisis factorial, ya que es adecuado para explicar los datos.



Cuadro 4.6 Prueba KMO (Kaiser-Meyer-Olkin) y esfericidad de Bartlett

Medida de adecuación muestral de Kaiser-Meyer-Olkin.	0.705
Prueba de esfericidad de Bartlett	Chi-cuadrado aproximado
	gl
	Sig.
	1831.968
	3
	0.000

Cuadro 4.7. Varianza total explicada y matriz de componentes de los rendimientos de índices financieros de EE.UU., Canadá y México (datos diarios, 2000-2007)

Varianza total explicada

Componente	Autovalores iniciales			Sumas de las saturaciones al cuadrado de la extracción			Matriz de componentes 1*	
	Total	% de la varianza	1	Total	% de la varianza	% acumulado		
1	2.112	70.387	70.387	2.112	70.387	70.387	DJIA	0.850
2	.473	15.754	86.141				TSX	0.841
3	.416	13.859	100.000				IPC	0.826

Método de extracción: Análisis de Componentes principales. * 1 componentes extraído.

Finalmente, el cuadro 4.7, señala que los autovalores explican la cantidad de la varianza total explicada por cada factor; en particular, en el cuadro es posible observar que un solo componente explica poco más del 70 por ciento de la varianza. El cuadro muestra también las correlaciones entre las variables originales y (o saturaciones) y cada uno de los factores.

Gráfica 4.4 Sedimentación de los rendimientos de índices financieros de EE.UU., Canadá y México (datos diarios, 2000-2007)





La gráfica de sedimentación tiene la función de determinar el número óptimo de factores; consiste únicamente en una representación gráfica del tamaño de los autovalores. La gráfica 4.4 exhibe la segunda columna del cuadro 4.7 (total de autovalores) y se muestra la sedimentación y el principio del primer componente. Como puede observarse, solo es posible elegir un solo factor óptimo en función del primer autovalor inicial (2.11, el cual explica el 70.38% de la varianza total).

4.4.1.3 Ajuste Distribucional

El análisis de datos obtenido para el estudio de variables aleatorias, y cuyo patrón se desconoce en un principio, urge a identificar su distribución de probabilidad. Lo anterior es conocido como ajuste de datos mediante una distribución teórica continua conocida. La posibilidad de ajustar los datos a alguna familia de distribuciones estadísticas continuas permite utilizar sus características para realizar análisis más robustos y compararlos con aquellos de distribuciones generalmente supuestas como válidas. En la presente tesis, los parámetros media-varianza del ajuste de distribución conforman el punto de partida para comparar los resultados obtenidos bajo el supuesto distributivo logístico contra los resultados obtenidos en los modelos GARCH univariados y multivariados y la subsecuente valoración de los portafolios de inversión y modelos VaR/CVaR sujetos al supuesto distributivo normal. El objetivo es analizar el comportamiento de los portafolios óptimos y la modelación VaR bajo los supuestos distributivos de normalidad y logística observando su desempeño funcional (parámetros media-varianza y matriz de covarianzas).



Cuadro 4.8. Ajuste de distribución de las series de rendimientos de índices financieros TSX, DJIA e IPyC homologados a cada divisa del TLCAN

Panel A. Ajuste distribucional de rendimientos de las series en dólares (EE.UU.)

Nombre de la Variable*	TSX_EU	Nombre de la Variable*	DJIA_EU	Nombre de la Variable*	IPC_EU
Mejor Supuesto Ajustado	0.00040	Mejor Supuesto Ajustado	0.00009	Mejor Supuesto Ajustado	0.00061
Distribución Ajustada	Normal	Distribución Ajustada	Logística	Distribución Ajustada	Normal
α	0.00063	α	0.00028	α	0.00067
β	0.00967	β	0.00508	β	0.01244
Estadístico K-S	0.02436	Estadístico K-S	0.02084	Estadístico K-S	0.03237
<i>P-Value</i>	0.16598	<i>P-Value</i>	0.32262	<i>P-Value</i>	0.02471
	<i>Real</i>	<i>Teórica</i>		<i>Real</i>	<i>Teórica</i>
Media	0.00040	0.00063	Media	0.00009	0.00028
Desv. est.	0.01089	0.00967	Desv. est.	0.01038	0.00922
Asimetría	-0.55366	0.00000	Asimetría	0.05988	0.00000
Curtosis	2.88927	0.00000	Curtosis	3.18326	1.20000

Panel B. Ajuste distribucional de rendimientos de las series en dólares (Canadá)

Nombre de la Variable*	TSX_CN	Nombre de la Variable*	DJIA_CN	Nombre de la Variable*	IPC_CN
Mejor Supuesto Ajustado	0.00022	Mejor Supuesto Ajustado	-0.00009	Mejor Supuesto Ajustado	0.00043
Distribución Ajustada	Logística	Distribución Ajustada	Logística	Distribución Ajustada	Logística
α	0.00031	α	-0.00009	α	0.00045
β	0.00463	β	0.00595	β	0.00749
Estadístico K-S	0.02441	Estadístico K-S	0.02520	Estadístico K-S	0.02520
<i>P-Value</i>	0.16450	<i>P-Value</i>	0.13954	<i>P-Value</i>	0.13954
	<i>Real</i>	<i>Teórica</i>		<i>Real</i>	<i>Teórica</i>
Media	0.00022	0.00031	Media	-0.00009	-0.00009
Desv. est.	0.00958	0.00840	Desv. est.	0.01122	0.01079
Asimetría	-0.48388	0.00000	Asimetría	0.08010	0.00000
Curtosis	3.67515	1.20000	Curtosis	2.13557	1.20000

Panel C. Ajuste distribucional de rendimientos de las series en pesos (México)

Nombre de la Variable*	TSX_MX	Nombre de la Variable*	DJIA_MX	Nombre de la Variable*	IPC_MX
Mejor Supuesto Ajustado	0.00047	Mejor Supuesto Ajustado	0.00017	Mejor Supuesto Ajustado	0.00069
Distribución Ajustada	Logística	Distribución Ajustada	Logística	Distribución Ajustada	Logística
α	0.00071	α	0.00014	α	0.00061
β	0.00559	β	0.00528	β	0.00633
Estadístico K-S	0.01721	Estadístico K-S	0.01997	Estadístico K-S	0.02705
<i>P-Value</i>	0.56378	<i>P-Value</i>	0.37305	<i>P-Value</i>	0.09303
	<i>Real</i>	<i>Teórica</i>		<i>Real</i>	<i>Teórica</i>
Media	0.00047	0.00071	Media	0.00017	0.00014
Desv. est.	0.01070	0.01015	Desv. est.	0.01061	0.00957
Asimetría	-0.43644	0.00000	Asimetría	0.05820	0.00000
Curtosis	2.59315	1.20000	Curtosis	2.63868	1.20000

*Notas: Nomenclaturas de los diferentes rendimientos expresados en moneda local: **A) TSX_EU** (índice canadiense), **DJIA_EU** (índice americano), y **IPC_EU** (índice mexicano); **B) TSX_CN** (índice canadiense), **DJIA_CN** (índice americano), y **IPC_CN** (índice mexicano); **C) TSX_CN** (índice canadiense), **DJIA_MX** (índice americano), y **RIPC_MX** (índice mexicano). Los valores de el inciso a) se expresan en dólares americanos, los del inciso b) en dólares canadienses y los del inciso c) en pesos mexicanos. Fuente: elaboración propia. Mediante el uso de RiskSimulator.



Una de las principales características de la distribución logística es la de ser una función real de una variable real y se asemeja mucho a la distribución normal, aunque las colas y el centro están un poco más elevados (colas pesadas, y por tanto también con una curtosis un poco mayor).⁴⁶ Adicionalmente, la prueba no paramétrica Kolmogorov-Smirnov (K-S) es una prueba específica utilizada para comprobar el ajuste de un conjunto de datos a diferentes distribuciones. Consiste en determinar la bondad de ajuste de la distribución teórica de probabilidad específica mediante la hipótesis nula consistente en probar si el conjunto de observaciones se ajusta a una X distribución. Si se trata de probar la normalidad, por ejemplo, el p -value es mayor que alfa no rechaza H_0 , aceptándose la hipótesis nula de normalidad; en caso contrario, se rechaza H_0 y no se puede asegurar normalidad en la frecuencia de rendimientos.

El cuadro 4.8 muestra a detalle el tipo de ajuste de distribución para cada una de las nueve series. Como se puede apreciar, las series de rendimientos de los índices financieros objetos de estudio presentan una característica particular: a excepción de las series de rendimientos de los índices TSX e IPC en dólares americanos, cuyo ajuste distributivo permanece como normal, las demás series ajustan como una distribución logística. Las condiciones del promedio de rendimientos y su varianza son ajustados obteniendo los parámetros más ajustados para los nueve índices de tal manera que se pueden apreciar mejores resultados. Por un lado, el ajuste teórico implica un incremento en el promedio de los rendimientos en comparación con la distribución real (que asume normalidad); esto quiere decir que promedio del rendimiento del índice canadiense alcanza el resultado mejor ajustado (de 0.009 a 0.028 por ciento diario), el

⁴⁶ Las principales especificaciones de esta distribución son las siguientes: a) parámetros: (α, β) ; dominio en: $x \in (-\infty, +\infty)$; función de densidad (pdf): $\left[\frac{e^{-(x-\alpha)/\beta}}{\beta(1+e^{-(x-\alpha)/\beta})} \right]$; y función de distribución (cdf): $\left[\frac{1}{1+e^{-(x-\alpha)/\beta}} \right]$; su media y varianza son, respectivamente: $E[X]=\mu$ y $Var[X]=\left[\frac{\pi\beta^2}{3} \right]$, este último parámetro, es equivalente a σ^2 .



índice norteamericano muestra un incremento moderado (de 0.022 a 0.031 por ciento), pero el índice mexicano muestra una pequeña contracción (de 0.069 a 0.061 por ciento). Por otro lado, la volatilidad se ve reducida para los rendimientos de índices financieros de los mercados desarrollados de Canadá (de 1.03 a 0.92 por ciento) y EE. UU. (de 0.95 a 0.84 por ciento), en tanto que existe el mismo efecto para el caso del mercado emergente mexicano (de 1.35 a 1.14 por ciento).

Como observación final sobre estos resultados debe señalarse que México es el país con mejores oportunidades de inversión en los mercados del TLCAN (analizando sus índices financieros), en cuanto a rendimientos se refiere; sin embargo, destaca también que la volatilidad de este último mercado la mayor en comparación con los otros dos mercados. Este hecho confirma los posibles beneficios de conformar portafolios trinacionales con valores de los tres países, práctica seguida por muchos inversionistas de la región.

En conclusión, siete de las nueve series presentan las características de la distribución logística en tanto que las restantes dos distribuciones se ajustan correctamente a la normal, destacando el gran parecido (y por ende, en sus resultados) de la distribución logística con la distribución normal. Finalmente, cabe señalar la importancia de determinar previamente el verdadero comportamiento de las series para obtener los parámetros estadísticos correspondientes y realizar un comparativo con respecto a la modelación de la volatilidad mediante los enfoques GARCH (univariados y multivariados), y su inserción en los portafolios de inversión para el análisis de valuación de riesgos.



4.4.2 Modelos Alternativos para la Estimación de la Volatilidad

Una de las críticas realizadas al modelo clásico de portafolios de inversión de Markovitz es que considera la volatilidad de una serie financiera suponiendo la homocedasticidad, esto es, varianza constante en diferentes periodos.⁴⁷ En caso de no serlo para series cuya varianza cambia a través del tiempo deben aplicarse los modelos GARCH, i.e., mediante la aplicación de modelos heteroscedásticos que miden la denominada volatilidad condicional. En este respecto, los métodos comparativos sujetos al análisis de la presente tesis para el cálculo del riesgo (volatilidad) de los portafolios son:

	Modelos utilizados	Supuestos
Modelos Univariados	1) <i>Desviación estándar</i> 2) EWMA	Las series se comportan como una distribución normal.
	3) GARCH (1,1) 4) TARCH(1,1) ⁴⁸	La distribución de sus errores es <i>gausiana</i> (normal), $\varepsilon \sim \text{iid}(1,0)$.
	5) Distribución logística	Los parámetros resultantes, μ, σ , se sujetan al comportamiento de distribución logística de las series.
	6) <i>Diagonal VECH (D-VECH)</i> 7) <i>Diagonal BEKK (D-BEKK)</i> 8) <i>Correlación Condicional Constante (CCC)</i>	La distribución de sus errores es <i>gausiana</i> normal multivariada, $\varepsilon \sim \text{iid}(1,0)$.

Estos modelos son indispensables para la implementación de cualquier algoritmo GARCH, lo que requiere especificar la distribución de los errores (ε) como normal estándar; solo así es posible emplear la función de verosimilitud para obtener los parámetros desconocidos (Manganelli y Engle, 2001), como ya se comentó anteriormente. En igual sentido, el propósito de asumir en principio los comportamientos normal y logístico es con fines exclusivamente

⁴⁷ La estimación de la varianza ha cambiado a través del tiempo. En esta tesis se parte de la volatilidad histórica (estimación de la volatilidad, vinculada al supuesto de normalidad, mediante la desviación estándar de la muestra) en las series de rendimientos logarítmicas regulares y en el método EWMA, con propósitos exclusivamente comparativos (pues estos son dos métodos simples de asociación de riesgo y que en la actualidad son ampliamente utilizados en la práctica) con los métodos heterocedásticos.

⁴⁸ Se seleccionaron los modelos univariados GARCH(1,1) y TARCH(1,1) debido a que fueron los mejores con respecto al comparativo de pruebas específicas como el *logaritmo de máxima verosimilitud*, y los criterios de *Akaike* y de *Schwarz*, fundamentalmente. Consúltese el Apéndice 2 para mayores detalles.



comparativos, ya que se pretende obtener una mejor evaluación del desempeño de los modelos, así como una mayor diversidad en los supuestos a los cuales se está sometiendo la base de datos, objeto de la presente investigación. Todos los métodos están aplicados a los rendimientos de cada serie que conforman los escenarios de cada portafolio de inversión. Por su parte, la justificación de contrastar los tres modelos multivariados contra los modelos univariados es porque se requiere comparar la precisión en la estimación de la volatilidad condicional bajo diferentes supuestos distributivos y demostrar que sus características proporcionan mayores ventajas y comprensión al identificar la dependencia de segundo orden en los rendimientos de activos financieros y adicionalmente no tener que reestimar los vectores de ponderación de los modelos (a diferencia de los modelos univariados), lo cual facilita el cálculo de portafolios VaR.

4.4.3 Conformación, Validez y Modelado de los Portafolios de Inversión

Un portafolio de inversión está conformado con aquellos activos que motivan al inversionista a adoptar diferentes estrategias que van desde la más conservadora hasta la más agresiva en función del comportamiento de los mercados, los instrumentos seleccionados (diversificación) y su ponderación. En el estudio empírico de la presente tesis se construyen y analizan portafolios hipotéticos, pertenecientes a inversionistas de Canadá, Estados Unidos y México; cada inversionista realizará la inversión en su país de origen en un portafolio regional compuesto por los índices accionarios de las otras economías del bloque TLCAN: DJIA (EE.UU), TSX (Canadá) e IPC (México), ya identificados anteriormente. La inversión inicial así como sus ganancias (o pérdidas, si aplica) están reflejadas en moneda local: dólar norteamericano, dólar canadiense y peso mexicano. El cuadro 4.9 resume dos supuestos para la



construcción de los portafolios trinacionales los cuales cimientan las bases fundamentales de los análisis subsecuentes:

Cuadro 4.9. Supuestos básicos asumidos para la aplicación de portafolios de inversión y modelos M-VARCH

<p>1er Supuesto restrictivo</p>	<p>Existen tres economías asociadas “A”, “B” y “C” que conforman un bloque comercial. El inversionista “A”, nativo de la economía “A”, tiene tres opciones para conformar un portafolio compuesto exclusivamente por tres activos.* De esta manera, el primer activo será local; el segundo activo corresponderá a su primer socio, la economía “B”; el último activo corresponderá a la economía “C”. Lo mismo se aplicará tanto para el inversionista “B”, nativo de la economía “B” (inversión local, en “A” y en “C”) como para el inversionista “C”, proveniente de la economía “C” (inversión local, en “A” y en “B”), con respecto de sus contrapartes complementarias.</p>
<p>2do Supuesto restrictivo</p>	<p>El monto de inversión total de los portafolios se aplica en base a la moneda del país donde se invierte. Lo mismo aplica para los rendimientos o pérdidas que se obtengan. El monto en dólares americanos será inicialmente de un millón de dólares americanos, convertibles en cada economía a su respectiva moneda nacional.</p>

* Nota: los activos asumidos en este caso serán índices financieros.

Por otra parte, el cuadro 4.10 resume importantes hallazgos. En primer lugar, se presentan dos grupos de modelos analizados y distribuidos en tres paneles; el panel A y el panel B conforman el grupo de modelos univariados, en donde el primer panel contiene los modelos de portafolios calculados en moneda local mediante el supuesto de normalidad, en tanto que el segundo panel contiene los portafolios cuantificados bajo el supuesto de distribución logística. Finalmente, el tercer panel representa a su vez los portafolios cuantificados mediante el enfoque normal multivariado GARCH. La primera columna del cuadro describe los coeficientes de optimización media-varianza de los diferentes modelos para portafolios de inversión en dólares de Estados Unidos. En relación a esta columna vale la pena comentar que el portafolio multivariado CCC presenta las características deseables para el inversionista que invierte en esta moneda, es decir, el rendimiento más alto y el riesgo más bajo (0.070-1.083 por ciento respectivamente); su relación riesgo-rendimiento (RRR) es también alta (6.46 por ciento). El modelo univariado GARCH(1,1) también demuestra un nivel de optimización atractivo al igual que su RRR (5.68 por ciento).



Cuadro 4.10. Optimización de los portafolios de inversión en los países del TLCAN (modelos M-VARCH). Método de Lagrange. Porcentaje diario.

I. MODELOS UNIVARIADOS

Portafolio Optimizado (Markovitz)/ Modelos:	Parámetro (rendimiento-riesgo) / ²	Portafolio 1 US dólares (%)	Portafolio 2 CAN dólares (%)	Portafolio 3 MEX pesos (%)
---	---	--------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------------------

Panel A. Supuesto de distribución normal (real)

<i>Desvest</i>	μ	0.075	0.040	0.068
	σ	1.467	1.301	1.331
	RRR/ ¹	5.11%	3.07%	5.09%
<i>EWMA</i>	μ	0.060	0.080	0.038
	σ	1.485	1.996	0.907
	RRR/ ¹	4.04%	4.01%	4.22%

Supuesto de distribución normal en la distribución de los errores ε_t

<i>GARCH(1,1)</i> ³	μ	0.067	0.050	0.069
	σ	1.180	1.210	1.011
	RRR/ ¹	5.68%	4.13%	6.82%
<i>TGARCH(1,1)</i> ³	μ	0.067	0.047	0.068
	σ	1.369	1.230	1.0102
	RRR/ ¹	4.89%	3.82 %	6.79%

Panel B. Supuesto de distribución logística (teórica)

Logística	μ	0.060	0.040	0.070
	σ	1.203	1.210	1.032
	RRR/ ¹	4.99%	3.31%	6.78%

II. MODELOS MULTIVARIADOS

Panel C. Supuesto de distribución normal en la distribución de los errores ε_t

<i>D-VECH</i> ³	μ	0.065	0.065	0.060
	σ	1.451	1.413	0.936
	RRR/ ¹	4.50%	4.60%	6.41%
<i>D-BEKK</i> ³	μ	0.040	0.040	0.040
	σ	1.347	1.609	1.125
	RRR/ ¹	2.97%	2.49%	3.56%
<i>CCC</i> ³	μ	0.070	0.060	0.064
	σ	1.083	0.893	0.890
	RRR/ ¹	6.46%	6.72%	7.19%

Notas: /1 RRR: relación riesgo-rendimiento. /2 Símbolos media-varianza (μ - σ), respectivamente. /3 Modelos obtenidos por el método de máxima verosimilitud, así como los criterios de Akaike y Schwarz.

El caso del portafolio M-L solamente presenta mejores coeficientes en relación con el portafolios cuantificado por el enfoque TGARCH (y mejor RRR), pero no parece ser tan



atractivo que los modelos GARCH (1,1) y CCC, además de ser superado por el modelo Desvest. Cabe destacar dos observaciones que se desprenden de este análisis: por un lado, el modelo CCC no presenta el mejor coeficiente μ (rendimiento), sin embargo su coeficiente σ (riesgo) resulta ser el más bajo de todos los modelos de la columna analizada, es decir, la proporción RRR es alta no necesariamente por que se tiene riesgo de nivel bajo y rendimiento alto (nótese que, por ejemplo, el rendimiento del modelo de desviación estándar -Desvest- fue el más alto, i.e, 0.075 por ciento); por otro lado, los modelos restantes no parecen ser tan atractivos, es decir, el modelo univariado EWMA, y los multivariados D-BEKK, pero sobretodo el D-BEKK, presentan cifras menos atractivas comenzando con la proporción RRR (4.04, 4.50 y 2.97 por ciento, respectivamente), relegándolos para ser considerados en la selección de portafolios óptimos de un inversionista que invierte en los Estados Unidos.

La segunda columna muestra los coeficientes de optimación media-varianza de los diferentes modelos para portafolios de inversión en dólares canadienses. Coincidiendo con el portafolio anterior, a pesar de no tener el rendimiento más alto (que corresponde al modelo D-BEKK (0.065 por ciento), el modelo multivariado CCC representa la RRR más alta (6.72 por ciento), contrastando con el modelo más pobre en cuanto a esta relación se tiene, es decir, el modelo D-BEKK multivariado (sólo 2.49 por ciento es decir, una diferencia proporcional casi 40 por ciento menor). El modelo L-M continua siendo poco atractivo para una inversión dado que los parámetros rendimiento-riesgo y RRR (0.04-1.21 y 3.31 por ciento, respectivamente) no son mejores que los abordados por modelos como el GARCH y TGARCH, cuya RRR son más altas (4.13 y 3.82 por ciento, respectivamente). Cabe señalar que el modelo con la peor relación RRR es el multivariado D-BEKK, el cual presenta datos poco atractivos debido a dos posibles causas; por un lado, el rendimiento es bajo al igual que el de Estados Unidos (0.04 por ciento),



y no ayuda mucho en la proporción a pesar de que su riesgo no es el más alto (1.609) en comparación con otros riesgos en la misma columna, por ejemplo, EWMA, con 1.996 por ciento y Desvest con 1.301 por ciento; en segundo lugar, presumiblemente el número de parámetros estimados por el modelo multivariado (25 en total, ver cuadro 4.12 más adelante) parecería incidir en la dinámica de la matriz de covarianzas afectando las condiciones de la optimalidad de los parámetros del portafolio en cuestión. El caso de estos dos últimos modelos (desvest y EWMA) no representan mayor ventaja que los modelos anteriores, incluso el modelo EWMA presenta la mayor inconsistencia al mostrar los resultados de optimización rendimiento-riesgo más altos (0.08-1.996 por ciento, respectivamente) y una relación RRR competitiva de 4.01 por ciento, lo cual puede resultar algo engañoso a primera vista al sobreestimarse los parámetros del portafolios. El caso del modelo EWMA podría explicarse porque esta metodología asigna un mayor peso solamente a los últimos datos de cada serie, señal de que no se contempla la serie en su totalidad, lo que posiblemente implicaría resultados engañosos por no registrar toda la información disponible.

Por último, la última columna del cuadro está dedicada al portafolio de inversión valorada en pesos mexicanos. Revisando esta columna, nuevamente el mejor modelo que muestra la proporción RRR (7.19 por ciento) es el CCC asimismo como el riesgo más bajo (0.89 por ciento). La consistencia de este modelo a través de los tres portafolios deja ver la opción del *second best*: independientemente del nivel de rendimiento del portafolio mexicano CCC (que no es el más alto: 0.064 por ciento comparado, por ejemplo con los modelos GARCH y TGARCH, cuyos parámetros de media son 0.069 y 0.068 por ciento, respectivamente), éste modelo ofrece mayor atractivo al inversionista ya que la combinación de sus parámetros y de la relación RRR permite expectativas de ganancias atractivas con un nivel de riesgo moderado.



Los modelo univariados GARCH resultaron ser también atractivos en su proporción RRR (6.82 y 6.79 por ciento respectivamente, seguido del portafolios L-M, el cual resultó solamente un poco mejor en esta columna (6.78 por ciento) que los propios modelos univariados D-VECH (6.41 por ciento) y D-BEKK (3.56 por ciento), este último, adoleciendo de los posibles problemas planteados ya mencionados.

En resumen, a excepción del modelo multivariado D-BEKK, el comportamiento general de los portafolios univariados y multivariados GARCH presentan los mejores resultados en el análisis media-varianza, destacando los puntos siguientes: 1) en general son los portafolios mejor optimizados en media-varianza para el caso de los tres portafolios en moneda americana, moneda canadiense, y moneda mexicana; 2) el modelo de correlación condicional constante resulta en general el mejor de todos los modelos aplicados a los portafolios trinacionales; 3) los portafolios valuados mediante los parámetros tradicionales (media y desviación estándar) indicaron que algunos modelos, como el EWMA, no resultan ser tan eficientes; y 4) de la misma forma, el caso de los portafolios M-L no resultan tan eficientes en la optimización de sus parámetros (a excepción del caso del valor de la media en el portafolio en divisa mexicana, única excepción). Para complementar el análisis anterior, solo resta comentar el aspecto comparativo de los portafolios optimizados mediante la metodología VARCH con otra metodología existente. Se desprende, en forma general, que los rendimientos y el riesgo de los portafolios ajustados por el método propuesto muestran mejores parámetros de rendimiento-riesgo que los portafolios equiponderados o ponderados discrecionalmente, por ejemplo, al comprarse contra el método *naïve*.⁴⁹

⁴⁹ Se realizó un estudio tanto para portafolios por el método de optimación M-VARCH como por el método naïve (ponderación arbitraria de 33.33% para cada uno de los tres activos que componen cada portafolio). Ambos análisis son expresados en un comparativo (con propósitos exclusivamente académicos) a fin de revisar cual es el



Cuadro 4.11. Ponderaciones de los portafolios de inversión optimizados por el método de Lagrange. Porcentaje diario.

MODELOS UNIVARIADOS

Panel A. Supuesto de distribución normal (real)

Modelo	Índice	Portafolio 1 (US dólares)	Portafolio 2 (CAN dólares)	Portafolio 3 (MEX pesos)
DESVEST	TSX	4.26%	14.48%	1.00%
	DJIA	1.00%	72.66%	1.00%
	IPC	94.74%	12.86%	98.00%
	Suma	100%	100%	100%
EWMA	TSX	20.50%	16.58%	11.00%
	DJIA	15.00%	72.42%	78.00%
	IPC	64.50%	11.00%	11.00%
	Suma	100%	100%	100%

Supuesto de distribución normal en la distribución de los errores ε_t^*

GARCH (1,1)	TSX	2.00%	33.49%	94.00%
	DJIA	2.00%	1.00%	3.00%
	IPC	96.00%	65.51%	3.00%
	Suma	100%	100%	100%
TGARCH (1,1)	TSX	1.00%	21.76%	90.00%
	DJIA	1.00%	4.00%	5.00%
	IPC	98.00%	74.24%	5.00%
	Suma	100%	100%	100%

Panel B. Supuesto de distribución logística (teórica)

LOGÍSTICA	TSX	18.00%	33.49%	91.24%
	DJIA	18.00%	1.00%	1.00%
	IPC	64.00%	65.51%	7.76%
	Suma	100%	100%	100%

mejor punto de eficiencia entre el riesgo y el rendimiento para las diferentes aproximaciones estudiadas así como sus respectivos porcentajes con respecto a la relación riesgo-rendimiento. El resultado muestra que el enfoque media-varianza M-VARCH registra el mejor comportamiento óptimo y, por ende, representa portafolios de inversión más diversificados, mayores beneficios y niveles de riesgos moderados. Debido a la naturaleza y relevancia que representan los datos arrojados por los diferentes portafolios M-VARCH, se deja de lado la consideración de los portafolios establecidos mediante la asignación equiponderada a cada uno de ellos asumido como naïve. De esta manera los resultados para estos portafolios equiponderados se presentan en el Apéndice 3.



Cuadro 4.11. Ponderaciones de los portafolios de inversión optimizados por el método de Lagrange. Porcentaje diario. (continuación)

MODELOS MULTIVARIADOS

Panel C. Supuesto de distribución normal en la distribución de los errores ε_t^*

D-VECH	TSX	5.00%	5.00%	59.03%
	DJIA	5.00%	5.00%	17.90%
	IPC	90.00%	90.00%	23.07%
	<i>Suma</i>	<i>100%</i>	<i>100%</i>	<i>100%</i>
D-BEKK	TSX	17.85%	2.50%	21.76%
	DJIA	5.00%	8.93%	4.00%
	IPC	77.15%	88.57%	74.24%
	<i>Suma</i>	<i>100%</i>	<i>100%</i>	<i>100%</i>
CCC	TSX	94.56%	96.20%	38.28%
	DJIA	1.70%	1.90%	44.78%
	IPC	3.74%	1.90%	16.94%
	<i>Suma</i>	<i>100%</i>	<i>100%</i>	<i>100%</i>

Fuente: estimación propia. *Modelos obtenidos por el Método de Máxima Verosimilitud, así como los criterios de Akaike y Schwarz.

El cuadro 4.11 muestra las ponderaciones o pesos (en porcentaje) asignados a cada uno de los tres índices financieros que conforman cada uno de los portafolios de inversión bajo cada una de las metodologías aplicadas y expresadas en moneda local. Sorprendentemente en el caso de las ponderaciones para la inversión en dólares americanos (EE.UU.) se observa que los pesos ponderados en los diferentes portafolios no asignan importancia pero asignan, además, pesos mayores al 90 por ciento al índice IPC (modelos Desvest: 94.7 por ciento, EWMA: 64.5 por ciento, GARCH: 96 por ciento, TGARCH: 98 por ciento DVECH: 90 por ciento y D-BEKK: 77.1 por ciento); únicamente el modelo multivariado CCC muestra el peso del 94.5 por ciento para el índice TSX.

Una situación similar presentan los portafolios en moneda canadiense, es decir, no existe algún portafolio balanceado y, en el caso de las ponderaciones para el rendimiento del índice IPC, también presenta una mayor asignación de pesos, aunque en menor proporción (GARCH: 65.5



por ciento, TARCH: 74.2 por ciento, M-L: 65.5 por ciento, D-VECH: 90 por ciento, D-BEKK: 88.57 por ciento y CCC: 96.2 por ciento). Al igual que los casos anteriores, los portafolios en moneda mexicana tampoco presentan balances entre sus activos; cuando se ponderan bajo los modelos univariados, siendo el índice TSX el que mayor ponderación muestra (GARCH: 98 por ciento y TGARCH: 90 por ciento); la excepción se da para el modelo CCC cuya ponderación presenta el mejor balanceo de todos los demás portafolios (TSX: 38.2 por ciento, DJIA: 44.7 por ciento e IPC: 16.9 por ciento).

En cuanto a la relación rendimiento/riesgo (RRR, la cual describe un *trade off* entre ambos parámetros a favor de seleccionar el portafolio que otorgue el mayor beneficio al inversionista) ésta demuestra que, en promedio, México es el mercado que ofrece la mejor proporción RRR (7.19 por ciento), y detrás se encuentra Canadá (6.72 por ciento) y por último los Estados Unidos (6.46 por ciento). Esta tendencia en las cifras mexicanas podría explicarse por los constantes *records* históricos que tuvo la Bolsa Mexicana de Valores durante los años 2005, 2006 y 2007 ya observados gráficamente. Esto significa que el inversionista extranjero que invirtió en México (pesos) durante este periodo pudo obtener una ganancia diaria 1.25 veces mayor que invertir su dinero en los Estados Unidos (dólares americanos) y 1.49 veces mayor que la inversión en Canadá (dólares canadienses).



4.5 Comentarios Finales

La evidencia empírica bajo los eventos anteriores permitirían presentar en primera instancia a los modelos GARCH univariados y multivariados como los modelos de estimación de los parámetros de riesgo y rendimiento que generalmente presentan resultados más consistentes en la optimización de los portafolios de inversión en las tres diferentes monedas. Asimismo, es importante observar que los resultados que estos modelos presentan en lo general con respecto a la volatilidad (representada por el parámetro σ del riesgo en el cuadro 4.10) son ajustados principalmente por que los modelos GARCH registran los eventos raros en la distribución de sus rendimientos en comparación con los métodos contrastados. Esencialmente el modelo CCC muestra, en lo general, los mejores resultados y el que mejor ajuste de bondad asume en los parámetros de media-varianza en comparación a todos los modelos analizados; lo anterior coincide con otros estudios como se demuestra en Tse y Tsui (2001), Morimoto y Kawasaki (2008), y Ortas *et al.* (2010) en donde el modelo CCC es el modelo que mejor comportamiento y parsimonia demuestra sobre otros modelos aplicados a activos financieros internacionales. En este particular, cabe señalar que las restricciones impuestas por este modelo multivariado permite, entre otros beneficios: i) reducir el número de parámetros a estudiar y asegurar que las varianzas condicionales estimadas sean positivas; ii) considerar los efectos de la volatilidad y de los choques de los otros mercados sobre la volatilidad condicionada de un mercado; iii) permite también que la matriz de correlaciones pueda variar sobre el tiempo; y iv) permite capturar los efectos de la influencia de las varianzas rezagadas de los otros mercados del sistema. Como prueba de ello, el modelo CCC parece modelar la varianza condicional de una manera más eficiente, lo cual podría deberse a que la correlación de la volatilidad se asume como una constante descriptivamente estimada obteniendo resultados más consistentes mediante la mejor bondad de ajuste, según los criterios a los que se someten las pruebas



realizadas en casa modelo en cuanto a criterios de máxima verosimilitud (MV), *Akaike* (AIC) y *Schwarz* (SIC) y con lo cual, como consecuencia, se obtendría un resultado de volatilidad condicional mejor optimizada. El cuadro 4.12 muestra el número de parámetros estimados arrojados por cada modelo multivariado en el presente estudio para el caso de los modelos GARCH.

Cuadro 4.12. Número de parámetros estimados en los modelos GARCH multivariados (caso para tres variables)

	D-VECH	D-BEKK	CCC
Número de parámetros en las matrices	$(3N/2)N(N+1)$	$N(3N+1)/2$	$N(N+5)/2$
Número de parámetros totales del modelo	21	25	15

Cabe resaltar que el resultado de los parámetros mostrados en este cuadro fue el mismo para cada modelo multivariado analizado para los tres mercados financieros en estudio, es decir, en dólares canadienses, dólares americanos y pesos mexicanos. En el caso del modelo D-BEKK, es importante observar que presenta más parámetros que los modelos D-VECH y CCC. Esto no garantizaría que la matriz de covarianza condicional no sea positiva definida; en cambio, a pesar de que el segundo modelo garantiza que la matriz sí sea positiva definida –conforme a la teoría revisada anteriormente–, complica la estimación del modelo cada vez que se van introduciendo más variables (lo que probablemente afectó los parámetros de optimación en los tres portafolios analizados, ver cuadro 4.10). En el último caso, el tercer modelo CCC asume que la matriz de correlaciones es constante (además de garantizar también ser positiva definida) y representa el menor número de parámetros a estimarse en el modelo multivariado GARCH; de ahí su éxito en la modelación y ajuste tanto en las matrices de covarianzas como en los parámetros de los portafolios analizados. En resumen, las principales diferencias entre estos modelos residen en el comportamiento de las correlaciones en el tiempo; de tal forma que este modelo sobresaldría por considerar el impacto de las noticias en el tiempo $i-1$ sobre la covarianza implícita en el tiempo i en los modelos M-GARCH.

CAPÍTULO QUINTO:

Pérdidas Potenciales de Portafolios Óptimos Trinacionales: Análisis *M-VARCH* y *Backtesting*

5.1 Introducción

La conformación adecuada de los portafolios de inversión bajo los diferentes métodos de volatilidad y rendimientos obtenidos mediante el ajuste distribucional y la modelación debe ser sujeta a prueba y analizar sus resultados. Dichos análisis son utilizados para revisar las pérdidas potenciales aplicando el enfoque VaR (Valor en Riesgo) y CVaR (VaR Condicional) bajo el método paramétrico aquí denominado *delta-garch* asimismo como métodos no paramétricos o simulación histórica. También en este capítulo se evalúan los resultados de los parámetros media-varianza de los portafolios construidos bajo el supuesto de distribución logística y se comparan contra los resultados obtenidos en los parámetros media-varianza de los modelos GARCH univariados y multivariados bajo el supuesto de que la serie de los errores siguen una distribución normal. Finalmente, la robustez de los análisis M-VARCH se complementa realizando la metodología paramétrica del *test* de Kupiec (1995) llamada *Backtesting* (análisis retrospectivo); lo anterior, a fin de evaluar los portafolios VaR bajo diferentes escenarios para demostrar el desempeño obtenido en la evaluación de riesgos para cada modelo de portafolios de inversión trinacional.

Sin lugar a dudas, a pesar de que se tienen los mejores portafolios por la eficiencia de los estimadores óptimos obtenidos, el riesgo de pérdidas potenciales sigue presente y es menester calcularlo con información diaria, en el caso de esta tesis. Posteriormente se realiza el análisis condicional del modelo (CVaR, o VaR Condicional), el cual, al rechazarse los supuestos distributivos de normalidad,



implica una medida coherente de riesgo muy importante que intenta contrarrestar las debilidades del cuantil VaR como son las carencias de subaditividad y convexidad, como se comentó en el capítulo anterior. Los enfoques VaR-CVaR se aplican utilizando tanto los parámetros de rendimiento y riesgo de los portafolios trinacionales asimismo como las matrices condicionales de varianza-covarianza obtenidos de los modelos VaR-GARCH (llamados en adelante modelos **VARCH**), los cuales son comparados sobre las bases de las frecuencias sobre las cuales el VARCH excede los datos observados. Para culminar el análisis, una prueba de proporción de verosimilitud (Kupiec, 1995) es estimada con respecto a la tasa de rendimientos de los índices que componen cada portafolios.

5.2 Medidas VaR y CVaR (VARCH) para Portafolios de Índices Financieros del bloque del TLCAN

Complementariamente al enfoque VaR *delta-normal* explicado en la sección 3.4.2 del capítulo anterior, vale la pena resaltar el enfoque VaR *normal-GARCH*, en el cual la única diferencia con el primer modelo es el valor de Σ , matriz de covarianzas utilizada en el cálculo del intervalo de confianza. El cuadro 5.1 permite observar los escenarios VaR y CVaR para portafolios trinacionales optimizados aplicables en los Estados Unidos (panel A), establecido en dólares americanos; Canadá (panel B), establecido en dólares canadienses; y México (panel C) establecido en pesos. Estos portafolios presentan un nivel potencial de pérdidas de forma moderada. A continuación se revisan los portafolios cuyos resultados se enfocan primero en los portafolios más conservadores, como es de esperarse, para cada nivel de significancia establecido. Por ejemplo, tomando como referencia el 99 por ciento de nivel significativo, para el caso del portafolio en dólares americanos, los modelos univariados GARCH y TARARCH estiman las mayores pérdidas potenciales (3.4 por ciento y CVaR de 3.9 por ciento sobre el total de inversión, en ambos casos). Para el caso del portafolio en dólares



canadienses, los modelos multivariados D-VECH y D-BEKK son los que reflejan mayor pérdida potencial (3.7 por ciento y CVaR de 4.2 por ciento, en ambos casos). En tanto, para México el modelo D-BEKK es el modelo que mayores pérdidas potenciales diarias presenta (2.6 por ciento y CVaR de 2.9 por ciento). Similares casos se presentan para los restantes niveles significativos, esto es, a los niveles significativos de confianza del 95 y 90 por ciento, en donde se verifica la misma cuestión: a nivel general, los modelos basados en la desviación estándar simple y el modelo EWMA presentan los resultados con mínima pérdida potencial en los modelos VaR-CVaR tanto en las monedas norteamericana, canadiense y mexicana. También es de llamar la atención cómo los modelos multivariados resultan ser, en general, los modelos cuyos resultados proporcionan los resultados más conservadores al registrar las mayores pérdidas potenciales del total de medidas de riesgo paramétricas estudiadas en los diferentes niveles de significancia. Específicamente, los modelos multivariados D-VECH (para el portafolio en moneda canadiense) y D-BEKK (en moneda mexicana) sobresalen en sus resultados con los niveles de pérdidas mayores (más conservadores). En el caso del los portafolios en moneda norteamericana, también representan pérdidas cuyas máximas pérdidas parecen ser mejor capturadas por los modelos univariados GARCH y TARCH, pero una segunda opción la representan las máximas pérdidas registradas mediante la modelación multivariada GARCH, la cual no es tan distante del nivel máximo de pérdidas potenciales (a excepción del modelo CCC). Finalmente, es preciso detallar la manera en la cual tanto la modelación mediante la desviación estándar y el modelo EWMA representan el grado más bajo de pérdidas resultando en estimaciones menos conservadoras para el análisis del riesgo financiero para el caso de todos los portafolios examinados en diferente moneda y nivel de significancia. Una vez obtenidos los resultados del modelo VARCH paramétrico, es posible contrastar su eficiencia mediante el enfoque VARCH no paramétrico. El método VaR por simulación histórica fue realizado según la metodología propuesta por Soñez y Carnevale (2005).



Cuadro 5.1. Estimación máxima de pérdidas bajo los enfoques VARCH univariados y multivariados en países del bloque TLCAN. (Método paramétrico Delta-Normal-GARCH). Portafolios optimizados.

Panel A. Portafolios en dólares (EE.UU.)

Enfoque	Univariados				Multivariados		
	Desv. Est.	EWMA	GARCH(1,1)	TARCH(1,1)	D-VECH	D-BEKK	CCC
VaR 99%	0.020492	0.020442779	0.034430	0.034849	0.033755	0.031336	0.025194
CVaR 99%	0.023476	0.023420567	0.039445	0.039925	0.038672	0.035900	0.028864
VaR 95%	0.014489	0.014454149	0.024344	0.024640	0.023867	0.022156	0.017814
CVaR 95%	0.018169	0.018126086	0.030528	0.030899	0.029930	0.027785	0.022339
VaR 90%	0.011288	0.011261633	0.018967	0.019198	0.018595	0.017262	0.013879
CVaR 90%	0.015459	0.015421914	0.025974	0.026290	0.025465	0.023640	0.019006

Panel B. Portafolios en dólares (Canadá)

Enfoque	Univariados				Multivariados		
	Desv. Est.	EWMA	GARCH(1,1)	TARCH(1,1)	D-VECH	D-BEKK	CCC
VaR 99%	0.020721	0.020660	0.028754	0.029987	0.037524	0.037431	0.020774
CVaR 99%	0.023740	0.023669	0.032942	0.034355	0.042990	0.042883	0.023800
VaR 95%	0.014651	0.014607	0.020330	0.021202	0.026531	0.026466	0.014689
CVaR 95%	0.018373	0.018318	0.025495	0.026588	0.033272	0.033189	0.018420
VaR 90%	0.011415	0.011381	0.015840	0.016519	0.020671	0.020620	0.011444
CVaR 90%	0.015632	0.015586	0.021692	0.022622	0.028308	0.028238	0.015672

Panel C. Portafolios en pesos (México)

Enfoque	Univariados				Multivariados		
	Desv. Est.	EWMA	GARCH(1,1)	TARCH(1,1)	D-VECH	D-BEKK	CCC
VaR 99%	0.020721	0.020659658	0.024217	0.023799	0.021775	0.026171	0.020635
CVaR 99%	0.023740	0.023669037	0.027745	0.027265	0.024946	0.029984	0.023640
VaR 95%	0.014651	0.014607494	0.017123	0.016827	0.015396	0.018505	0.014590
CVaR 95%	0.018373	0.018318387	0.021473	0.021102	0.019307	0.023206	0.018296
VaR 90%	0.011415	0.011381108	0.013341	0.013110	0.011995	0.014417	0.011367
CVaR 90%	0.015632	0.015585526	0.018269	0.017953	0.016427	0.019744	0.015567

Fuente: estimación propia.



Cuadro 5.2. Estimación máxima de pérdidas bajo los enfoques VARCH Univariados y multivariadosⁱ. Métodos no paramétricos de Simulación Histórica. Ajuste por la metodología GARCH.

Panel A. Portafolios en dólares (EE.UU.)

Método*	Modelos Univariados												Modelos Multivariados								
	Desv. Est.			EWMA			GARCH			TARCH			D-VECH			D-BEKK			CCC		
	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR
99%	0.019	0.026	0.027	0.019	0.026	0.027	0.053	0.029	0.029	0.053	0.029	0.029	0.017	0.024	0.024	0.017	0.024	0.024	0.017	0.024	0.024
95%	0.007	0.014	0.014	0.007	0.014	0.014	0.040	0.017	0.017	0.040	0.017	0.017	0.007	0.013	0.013	0.007	0.013	0.013	0.007	0.013	0.013
90%	0.003	0.010	0.010	0.003	0.010	0.010	0.035	0.012	0.012	0.035	0.012	0.012	0.003	0.010	0.010	0.003	0.010	0.010	0.003	0.010	0.010

Panel B. Portafolios en dólares (Canadá)

Método*	Modelos Univariados												Modelos Multivariados								
	Desv. Est.			EWMA			GARCH			TGARCH			D-VECH			BEKK			CCC		
	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR
99%	0.019	0.026	0.027	0.019	0.026	0.027	0.053	0.030	0.030	0.053	0.030	0.030	0.018	0.023	0.024	0.018	0.023	0.024	0.018	0.023	0.024
95%	0.007	0.014	0.014	0.007	0.014	0.014	0.039	0.016	0.016	0.039	0.016	0.016	0.008	0.013	0.013	0.008	0.013	0.013	0.008	0.013	0.013
90%	0.003	0.010	0.010	0.003	0.010	0.010	0.034	0.011	0.011	0.034	0.011	0.011	0.004	0.010	0.010	0.004	0.010	0.010	0.004	0.010	0.010

Panel C. Portafolios en pesos (México)

Método*	Modelos Univariados												Modelos Multivariados								
	Desv. Est.			EWMA			GARCH			TGARCH			D-VECH			BEKK			CCC		
	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR	CA	CL	CR
99%	0.019	0.026	0.027	0.019	0.026	0.027	0.051	0.028	0.028	0.051	0.028	0.028	0.018	0.023	0.024	0.018	0.023	0.024	0.018	0.026	0.027
95%	0.007	0.014	0.014	0.007	0.014	0.014	0.039	0.016	0.016	0.039	0.016	0.016	0.008	0.013	0.013	0.008	0.013	0.013	0.008	0.014	0.014
90%	0.003	0.010	0.010	0.003	0.010	0.010	0.034	0.011	0.011	0.034	0.011	0.011	0.004	0.010	0.010	0.004	0.010	0.010	0.004	0.010	0.010

* Notas: i) periodo 2000-2007 (2,086 datos diarios). ii) (CA): Método de crecimientos absolutos; 2. (CL): Método de crecimientos logarítmicos; y 3. (CR): Método de crecimientos relativos.

Fuente: cálculos propios.



Los paneles A, B y C del cuadro 5.2 presentan la estimación del Valor en Riesgo mediante tres métodos no paramétricos (conocidos como simulación histórica).⁵⁰ El panel A muestra el método de simulación histórica en dólares americanos; el panel B muestra los resultados del portafolio en dólares canadienses; por último, el panel C muestra el portafolio en pesos mexicanos. En los tres paneles es posible apreciar que la máxima pérdida potencial estimada bajo el método de crecimientos absolutos generalmente resultó con mayor pérdida potencial, sobretodo en el caso de los modelos GARCH. Los resultados mostrados con respecto a los casos de máxima pérdida potencial son incluso mayores que el cálculo representado por la metodología paramétrica del cuadro 5.1., lo cual podría representar, en su caso, un error. Esta aseveración se fundamenta en base a que los métodos no paramétricos pueden mostrar resultados fuera del rango en cada uno de los modelos con respecto a la proporción presentada por las estimaciones cuantificadas de forma paramétrica, es decir, los métodos no paramétricos subestiman o sobreestiman el nivel de máxima pérdida esperada para el periodo de tiempo establecido.

Para explicar lo anterior, se ejemplifica el caso del método de simulación histórica por crecimientos absolutos (CA), en su valuación GARCH y TARCH, cuyos resultado son de 5.2 por ciento para ambos casos al nivel del 99 por ciento significativo, contra el 2.8 por ciento de las técnicas (CL) y (CR) CCC multivariado, es decir, casi doblemente mayor a los resultados mostrados tanto en la tabla 5.1 como en la tabla 5.2. Resultados similares se encuentran a través del análisis de los demás portafolios de inversión estimados con ambas metodologías VaR. Lo anterior evidencia que la

⁵⁰ El cálculo se establece de la manera siguiente: 1) Método de Crecimientos Absolutos, $R_t = (P_t^* - P_0) / P_0$; 2) Método de Crecimientos Logarítmicos, $P_t^* = P_0(1 + \text{rend})$, con $\ln(P_t / P_{t-1})$; y 3) Método de Crecimientos Relativos, $P_t^* = P_0(1 + \text{rend})$, con $\ln(P_t - P_{t-1} / P_{t-1})$. De esta manera, P_t^* es precio simulado, con $P_t^* = P_t - \Delta P$, con t como día actual y ΔP son las ponderaciones del portafolio; P_0 es la inversión diaria del portafolio y rend es el rendimiento diario; y P_t es el precio del rendimiento al día t. Consúltese De Lara (2001) para mayores detalles.



precisión de la estimación de los métodos VaR paramétricos resultan una mejor opción para el cálculo de máximas pérdidas potenciales con mayor precisión.

La gráfica 5.1, la cual ejemplifica el resultado obtenido para el caso de los dólares americanos, dólares canadienses y pesos mexicanos explica la evolución de los modelos VaR y CVaR aplicados a los diferentes modelos univariados y multivariados GARCH durante el periodo de tiempo de estudio. Bajo el presente escenario, en el cual se delimita un horizonte de tiempo diario al 99% de significancia, los modelos paramétricos empleados muestran que la máxima pérdida esperada del modelo VaR, así como la máxima pérdida condicional esperada del modelo CVaR (como medida coherente de riesgo y auxiliar del enfoque VaR), consiguen obtener un porcentaje mejor ajustado – *mayor pérdida potencial*– para el caso de los tres modelos multivariados, ya que se evidenció que no subestiman ni sobreestiman las posibles pérdidas monetarias en los portafolios de inversión trinacionales. Lo anterior coincide con algunas investigaciones que aluden a la literatura sobre el tema, por ejemplo, véase Andersen *et al.* (2004), Pesaran y Zaffaroni (2006), McAleer y Da Veiga (2008), y Bonato (2009), entre otros. Los estudios anteriores respaldan los resultados encontrados en esta tesis, cuya evidencia encontrada indica que los modelos M-GARCH y sus adaptaciones propuestas presentan un tipo de ajuste más parsimonioso sobre la dinámica de las matrices de varianzas y covarianzas, lo que a su vez permite reestructurar el enfoque VaR-CVaR paramétrico (*delta-normal*), de tal forma que se podrían presentar resultados más consistentes en la valoración esperada al cuantificar el factor de máxima pérdida en un intervalo de tiempo dado.

5.3 Análisis Retrospectivo de los Modelos (*Backtesting*)

Una vez que los tres portafolios de inversión propuestos han sido evaluados, surge la necesidad de reevaluar y calibrar los modelos de medición de riesgos VaR y CVaR aplicados. El procedimiento



para llevar a cabo la prueba de análisis retrospectivo se realiza mediante el contraste *backtesting*, el cual es importante para garantizar la credibilidad y la confianza bajo diferentes escenarios para cada portafolio analizado por inversionistas, autoridades, instituciones regulatorias, y analistas de riesgos, los cuales evalúan y monitorean periódicamente que estos modelos cuantifiquen de forma apropiada el riesgo. De acuerdo con lo anterior, un sistema integral de riesgos debe reconocer las limitaciones de los modelos de valor en riesgo (de mercado, de crédito y operativo), especialmente cuando existen eventos extremos. Lo anterior no es una tarea sencilla, debido a que las estimaciones de valor en riesgo no se pueden derivar de forma directa de modelos de regresión u otro tipo de modelos en donde se cuentan con estadísticos, por ejemplo, que cuantifican su bondad de ajuste (Sánchez, 2001).

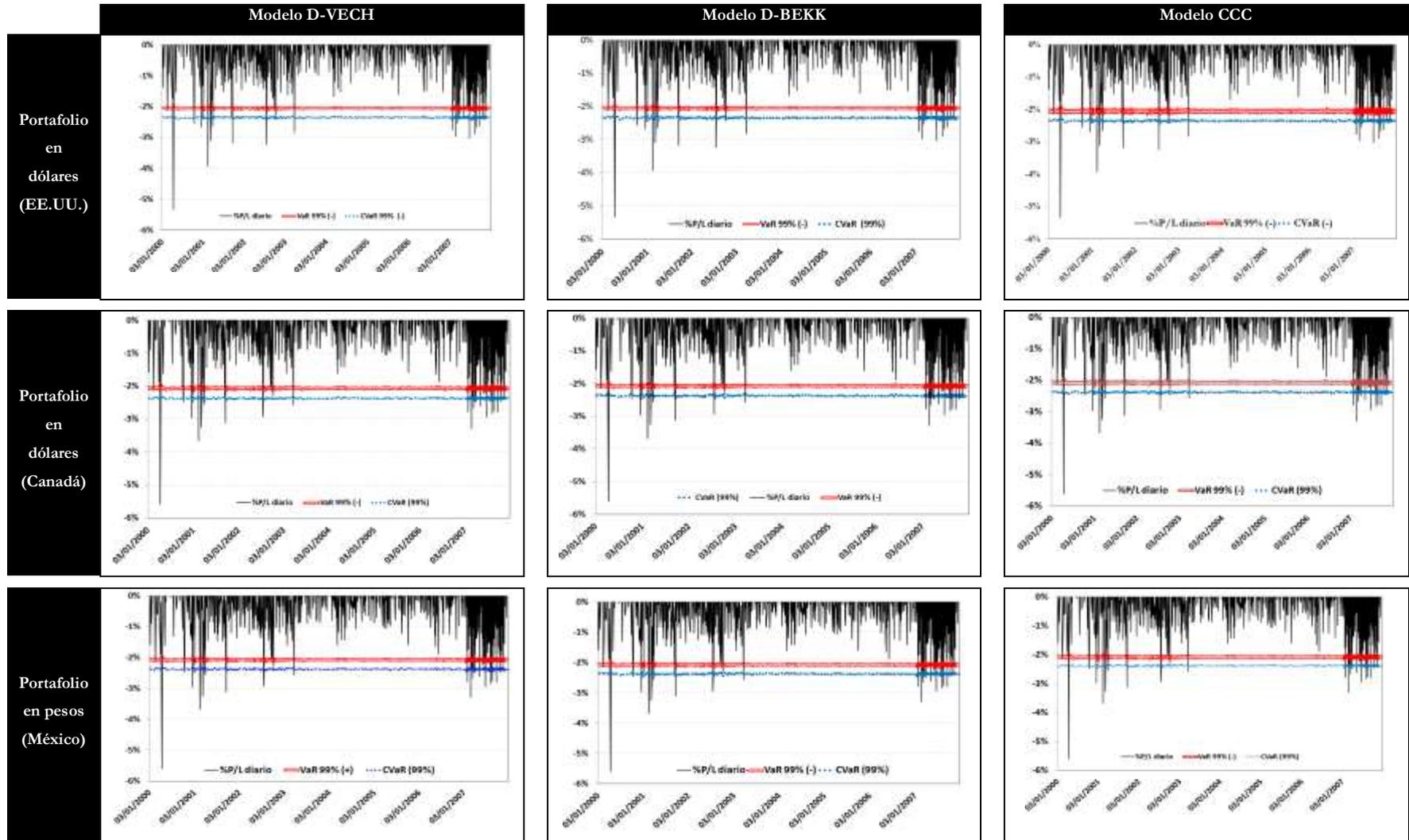
En esta inteligencia, ante aquellos eventos no contemplados que podrían causar errores múltiples⁵¹ sobre los modelos VaR (y CVaR por lo tanto), debe utilizarse un método que permita su calibración cotidiana, por lo que la herramienta del *backtesting* es un auxiliar recomendable para este caso (a menos que la institución esté dispuesta a solicitar mayores requerimientos de capital, o bien, que el inversionista esté dispuesto a asumir mayores riesgos de modelo por falta de ajuste al mismo, lo cual no sería muy recomendable para ninguno de los dos participantes del mercado financiero). Dos conclusiones deben extraerse al llevarse a cabo el *backtesting*. En primer lugar, se debería demostrar que la metodología planteada es válida, o bien, que no puede ser sujeto de rechazo dado su implementación, esto es, los valores resultantes de esta prueba son coherentes⁵².

⁵¹ Por ejemplo, se pueden presentar las categorías siguientes: riesgos de modelo, riesgos de error aleatorio, riesgos de muestreo o riesgos de error de redondeo numérico, por citar algunos.

⁵² Se conoce el resultado a obtener, dado que se espera que una proporción del número de ocasiones que el VaR es superado sea igual al nivel de confianza p , mediante el cual se realiza el cálculo el promedio.



Gráfica 5.1 Comparativo de modelos VaR y CVaR en portafolios de inversión trinacionales optimizados*



* Notas: Series diarias. Del 03/ene/2000 al 31/dic/2007. Nivel de significancia del 99%. Horizonte de tiempo: diario.



En segundo lugar, suponiendo verdadero el punto anterior para el caso de datos de índices financieros tradicionales de los países que integran el TLCAN, se debe encontrar que entre los enfoques VaR utilizados, existe aquél que mejor refleje el riesgo de mercado en portafolios de inversión.

La metodología para el cálculo del *backtesting* en los modelos VaR para portafolios óptimos de inversión seleccionados se llevó a cabo siguiendo el procedimiento de Soñez y Carnevale (2005). El cuadro 5.3 muestra las región de no rechazo para un número determinado de observaciones fuera del VaR que el Comité de Basilea ha propuesto para el análisis retrospectivo aplicado a los modelos de riesgo.

Cuadro 5.3. Método de Kupiec. Región de no rechazo para el número de observaciones (N) fuera del VaR

Nivel de probabilidad, p		T=255 días	T=510 días	T=1,000 días
0.001	0.1%	N<7	1<N<11	4<N<17
0.025	2.5%	2<N<12	6<N<21	15<N<36
0.05	5%	6<N<21	16<N<36	37<N<65
0.075	7.5%	11<N<28	27<N<51	59<N<92
0.10	10%	16<N<28	38<N<65	81<N<120

Fuente: De Lara (2001).

La obtención de resultados para el *backtesting* tiene un fuerte vínculo tanto con los niveles de volatilidad asignados por cada modelo asimismo como el número y la ponderación de activos que componen cada portafolio de tal manera que el efecto de la diversificación permitirá mejores resultados en la efectividad del modelo simple de análisis. En otros términos, mientras más equilibrado esté el portafolio, menor número de excepciones existirán al compararse contra el valor



de riesgo asignado diariamente. Esto podría tomarse como una notable desventaja en caso de que un portafolio cuente con pocos activos⁵⁵.

A fin de cuantificar el desempeño de los modelos propuestos en este trabajo, surge la necesidad de implementar las pruebas de análisis retrospectivo, ejercicio de autocomprobación o *backtesting*.

El test de proporción de fallas de Kupiec (1995) es una prueba estadística que mide, en términos prácticos, si el nivel de significativo propuesto por el VaR es consistente con la proporción de fallas que presenta el modelo (Lama, 2002). La probabilidad de que el número de fracasos sea igual a “**x**” sobre una muestra “**n**” se determina a partir de la distribución binomial:

$$P(x; n; p^*) = \binom{n}{x} (p^*)^x (1 - p^*)^{n-x} \quad (4.4)$$

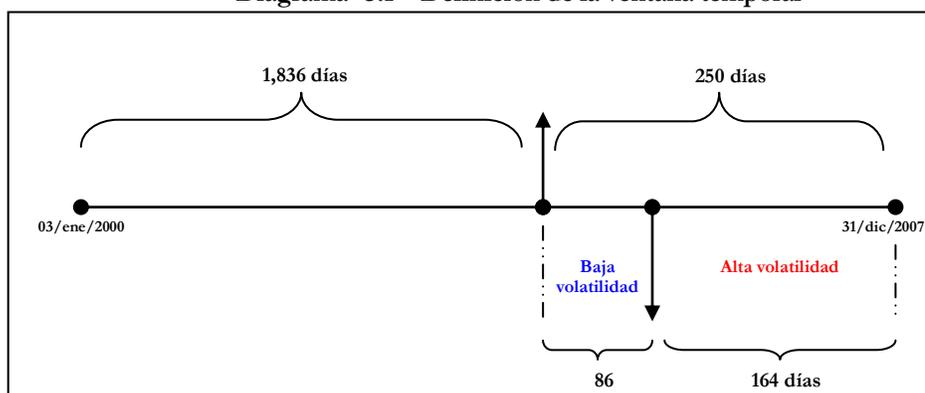
La probabilidad de fracaso (p^*) de los modelos VaR se estima en la práctica a partir de un proceso de máxima verosimilitud (*Likelihood Ratio* o LR, por sus sigla en inglés). Para la evaluación de la significancia se usa la razón de máxima verosimilitud, obtenido a partir del logaritmo de la distribución de probabilidad aplicada para cada una de estas probabilidades la razón de verosimilitud se define como:

$$LR_{UC} = 2 \left[\frac{(p^*)^x (1 - p^*)^{n-x}}{\tilde{p}^x (1 - \tilde{p})^{n-x}} \right] \quad (4.5)$$

⁵⁵Aunque no existe un número fijo de activos mínimos para contemplar en un portafolio de inversiones, existen estudios en donde se corrobora que la matriz de varianzas-covarianzas se enriquece al incorporar un número mayor a diez activos. Para mayores referencias consúltese a Lessard, D. (1973), *International Portfolio Diversification: A Multivariate Analysis for a Group of Latin American Countries*, The Journal of Finance, vol. 28, núm. 3, pp. 619-633.



Diagrama 5.1 Definición de la ventana temporal



Se ha seleccionado este método dado que los resultados permiten comprobar si las medidas de los portafolios M-VARCH implementadas se encuentran subestimadas o sobreestimadas mediante una distribución binomial, y para la evaluación de la significancia se emplea la prueba de la razón de máxima verosimilitud obtenido a partir del logaritmo de las distribuciones de probabilidad aplicada a cada una de las probabilidades teórica y estimada, como se señaló en el capítulo tercero del presente trabajo. Para tal efecto este análisis se realiza con una muestra de 250 datos (recomendado por el Comité de Basilea). El periodo de muestra abarca del 16/ene/2007 al 31/dic/2007.

En el cuadro 5.4 es posible comparar el desempeño de los modelos VaR de los diferentes modelos de volatilidad aplicados a los portafolios M-VARCH en las tres monedas locales.⁵⁶ En el panel A se presentan los modelos univariados y el panel B los modelos multivariados GARCH. Es notable el hecho de que en cualquiera de los tres niveles de confianza se presentan problemas en el desempeño de los modelos Desv. Est., EWMA y GARCH (1,1), lo cual sugeriría un ajuste a un nivel significativo menor para la re-calibración de los modelos. Los modelos multivariados D-VECH, D-BEKK y CCC, a un nivel de significancia del 99 por ciento, pasaron la prueba (sin fallas o excesos, para los dos primeros, y un caso extremo fuera del VaR, en el tercer modelo). Para los niveles de significancia del

⁵⁶ El resultado presentado en el cuadro 5.4 coincide en resultados para los tres portafolios analizados, es decir, cualquiera que sea su denominación monetaria.



95 por ciento y 90 por ciento los modelos multivariados pasan también las pruebas sin problema alguno. En general, el desempeño mostrado por los modelos multivariados permite realizar una mejor estimación en los modelos VaR y obtener portafolios de inversión confiables en cualquiera de los tres países en donde se desee invertir en moneda local.

**Cuadro 5.4. Prueba de proporción de fallas (*Backtesting*). Método de Kupiec¹
Aplicación a Portafolios VaR (*delta-garch*) del TLCAN².**

Panel A. Modelos univariados GARCH

Modelo de volatilidad	VaR (%)	X ⁽³⁾	Proporción de fallas (%)	Chi-cuadrado	Significancia %
Desv. Est.	99	12	.0480	19.02	0.0006
EWMA	99	12	.0560	15.3688	0.0005
GARCH(1,1)	99	10	4.036	12.9554	0.0003
TARCH(1,1)	99	2	0.402	0.1084	0.7419
Desv. Est.	95	29	11.6	19.02	0.0059
EWMA	95	27	10.3	13.69	0.0063
GARCH(1,1)	95	24	9.6	8.8776	0.0028
TARCH(1,1)	95	11	0.38	0.1971	0.6571
Desv. Est.	90	41	16.34	9.7300	0.1800
EWMA	90	41	16.00	8.9700	0.0486
GARCH(1,1)	90	40	16.00	8.6232	0.0033
TARCH(1,1)	90	17	0.36	3.1686	0.0751

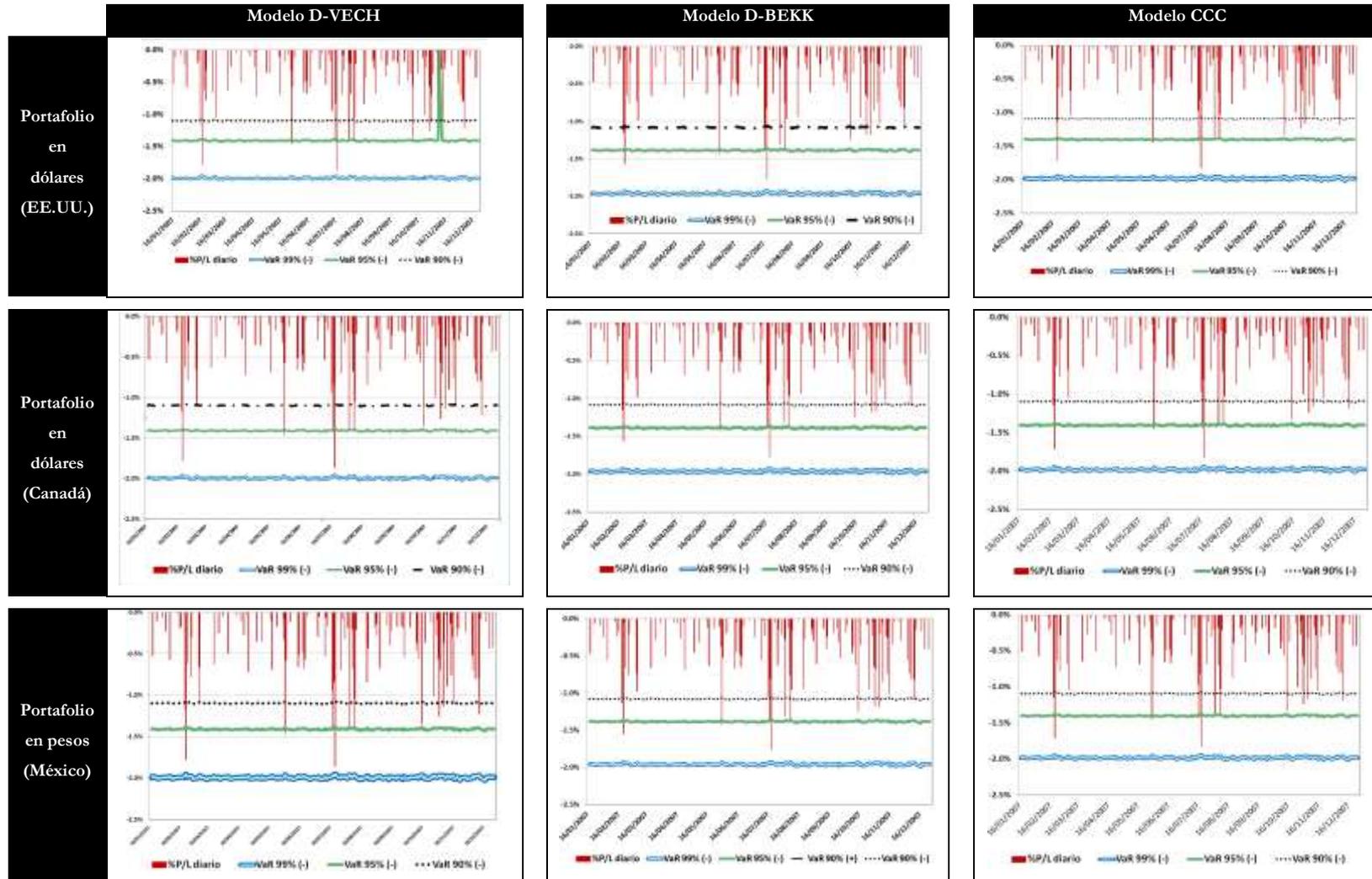
Panel B. Modelos multivariados GARCH

Modelo de volatilidad	VaR (%)	X ⁽³⁾	Proporción de fallas (%)	Chi-cuadrado	Significancia
D-VECH	99	0	N.A.	N.A.	N.A.
D-BEKK	99	0	N.A.	N.A.	N.A.
CCC	99	1	0.4000	1.1765	0.2781
D-VECH	95	7	0.3809	3.0456	0.0828
D-BEKK	95	7	0.3801	3.0323	0.0828
CCC	95	7	0.3803	3.0080	0.0828
D-VECH	90	21	0.3636	0.7479	0.3872
D-BEKK	90	20	0.3687	1.1846	0.2764
CCC	90	21	0.3656	0.7479	0.3872

Nota: 1) **H₀**: La proporción de fallas es similar a la significancia estadística propuesta en el modelo (<0.05). **N.A.**: No aplicable. 2) Enero-diciembre de 2007. Ventana de 250 datos. 3) Probabilidad de fracasos.



Gráfica 5.2. *Backtesting* de portafolio óptimos de Inversión trinacional del bloque TLCAN



* Notas: Series diarias. Del 03/ene/2000 al 31/dic/2007. Nivel de significancia del 99%. Horizonte de tiempo: diario.



Por último, se presenta en el gráfica 5.2 la prueba *backtesting* aplicada a los diferentes modelos M-VARCH analizados bajo tres niveles de confianza (99, 95 y 90 por ciento, respectivamente) para los portafolios de inversión trinacionales del bloque TLCAN. Se cuentan las veces en que las pérdidas/ganancias (P/L, abreviación en inglés de *Profit/Loss*) de los portafolios hipotéticos rebasaron el VaR a los niveles de confianza del 99, 95 y 90 por ciento. En todos los casos se observa la manera en la cual, a medida que el nivel de significancia se aproxima al cien por ciento, existe mayor posibilidad de que los excesos sean menores al conservarse en la banda de confianza. Evidentemente los portafolios deben ser reevaluados diariamente para mantener las expectativas P/L con baja probabilidad de errores.

5.4 Comentarios Finales

En el presente capítulo, y en complementación al capítulo cuarto, las principales conclusiones que se infirieren, pueden ser resumidas de la manera siguiente:

1. Los modelos GARCH multivariados se podrían reafirmar como los modelos más destacados en cuanto a la obtención de parámetros óptimos. Estos modelos, debido a las características particulares que sustentan, permitieron capturar las volatilidades condicionales y las innovaciones de los rendimientos de forma consistente en comparación con los demás modelos, los cuales fueron analizados bajo supuestos de normalidad (desviación estándar y EWMA), y de manera univariada (en el caso de los modelos GARCH(1,1) y TARCH(1,1)). El sustento de mantener los supuestos de normalidad en las series fue llevado a lo largo del estudio y se comprobó el éxito de los modelos multivariados bajo este supuesto sobre las extensiones del enfoque de portafolios de Markowitz, cuya composición de activos es más refinada y, bajo los modelos VaR-CVaR (VARCH), resultan ser en general las mejores comportadas. Todo lo anterior es sujeto a prueba tras la evidencia empírica presentada, en donde la metodología M-VARCH (VARCH multivariada) propuesta es aplicada a la series de rendimientos trinacionales para el caso de los países del bloque del TLCAN en el periodo



comprendido de estudio. Finalmente se coincide con la apreciación de Manganeli y Engle (2001) en cuanto a que la distribución normal, después de todo, no es tan restrictiva.

2. El caso del modelo basado en los parámetros de distribución logística, del cual se esperaban resultados más alentadores, resultó ser poco competitivo y sus resultados se contrastaron a la par de los demás modelos, en donde su varianza fue una de las menores, pero su media resultó muy similar (y en algunos casos, menor) a los modelos GARCH en general. Es posible que la debilidad de sus modelos sea debido a que los modelos no capturan el dinamismo de las series en grupo(a diferencia de los modelos multivariados), y por ello las matrices de varianzas y covarianzas así como los parámetros de media-varianza presenten estimaciones insuficientes e inconsistentes.
3. Las inferencias acerca de la magnitud y las innovaciones de los rendimientos de los portafolios de inversión en los tres países estudiados y caracterizados por lo modelos multivariados muestran que existe una clara correlación positiva que representaría la existencia de interdependencia regional, de tal manera que podría concluirse que los *shocks* de volatilidad influyen sistemáticamente en el comportamiento de los mercados en estudio a través del efecto de contagio (ver López *et. al.*, 2009 y López, 2006b). Sin embargo, el grado de integración que se presenta marca una pauta posible para aprovechar las oportunidades para invertir como una posible solución, esto, a fin de que los portafolios se diversifiquen y se beneficien incluyendo activos financieros provenientes de estas tres economías. La principal desventaja que se presenta es cuando la economía eje (Estados Unidos) presenta problemas económicos y/o financieros, ya que daría señales de posibles efectos de repercusión que impactan de forma directa y grave a las economías satélite (Canadá y México).
4. En el caso particular de la economía mexicana, el efecto de la diversificación muestra un favorecimiento, ya que los resultados obtenidos apuntan a México como una opción atractiva para invertir en su mercado. Esto indicaría que los rendimientos del mercado mexicano, si no son los mayores, sí podrían ser considerados como competitivos, lo cual permitiría que sus portafolios pudiesen ser seleccionados bajo la premisa del *second best*, como una buena opción para los inversionistas nacionales y extranjeros que desean beneficiarse al obtener ventajas en los rendimientos a niveles bajos de riesgo; esto, debido a que los tres mercados muestran tendencias



comunes y correlaciones positivas (y cada vez más lejos de la teoría del portafolios en cuanto a que una diversificación negativa llevará a portafolios más eficientes).

La literatura del uso de modelos M-GARCH ha sido expuesta en el capítulo anterior y además un factor preponderante que contribuye a esta aseveración es la evidencia empírica observada en este capítulo. Gracias a lo anterior, se puede justificar plenamente el uso y aplicación de los modelos multivariados analizados en el presente trabajo sobre los índices financieros analizados en este trabajo. Lo anterior es resumido mediante dos comparativos:

- i) Cuando se estima un modelo GARCH univariado para una serie de rendimientos de un activo, se conoce su distribución condicional y es posible la estimación y pronóstico de un modelo VaR para una posición larga o corta; cuando se considera un portafolios de activos, los rendimientos del portafolio pueden ser computados directamente para los rendimientos y activos compartidos. Finalmente, un modelo GARCH debe ser ajustado para los rendimientos de un portafolio dadas sus ponderaciones específicas: si el vector de ponderaciones cambia, el modelo debe reestimarse nuevamente.
- ii) En cambio, si se ajusta un modelo M-GARCH, la distribución multivariada de los retornos puede ser utilizada directamente para computar la distribución implícita de cualquier portafolio. Por tanto, no es necesario la reestimación del modelo para diferentes vectores de ponderación.

Para concluir este capítulo, la propuesta metodológica muestra resultados consistentes en la aplicación de índices internacionales de mercados financieros de economías regionales pese a la interrelación que presenta el efecto de codependencia entre las economías (principalmente con su socio más fuerte, EE.UU.) y los altos niveles de correlación cuyas ventajas y desventajas se presentan en balance. Bajo el precepto del estado del arte, es factible la simplificación del uso del enfoque univariado si existen muchos activos, aunque la conjetura sobre el uso y aplicación del enfoque multivariado (sobretudo, el modelo de correlación condicional constante) es una alternativa posible. Es tema de debate abierto la cuestión sobre si el enfoque univariado “repetido” es mucho más adecuado que el enfoque multivariado.

Conclusiones

El principal objetivo de la presente tesis ha sido aportar una metodología econométrica que presupone mayor conservadurismo y precisión en la estimación de pérdidas y ganancias de portafolios diversificados internacionalmente, cuya inversión regional permite obtener mayores beneficios debido a las diferencias que presentan las economías en estudio, en este caso, aquellas que integran el Tratado de Libre Comercio de América del Norte. De esta manera, la hipótesis de esta investigación señalaba que mediante la aplicación de esta metodología es posible obtener resultados parsimoniosos y optimizados en los portafolios de inversión diversificados regionalmente sujetos al análisis.

Para tal efecto, en la tesis se ha propuesto la metodología **M-VARCH** (Valor en riesgo y modelos GARCH's Multivariados) en la cual se permite comparar técnicas econométricas multivariadas enfocadas al análisis y estudio de la varianza condicional con el objetivo de obtener los mejores estimadores que permitan determinar el nivel de riesgo de cada serie de índices financieros, y cuantificar así la capacidad de predicción de estos modelos mediante su contrastación con modelos *Value at Risk* y el *performance* mediante la prueba paramétrica del *backtesting* sobre portafolios constituidos por rendimientos de índices accionarios de los países cuyos mercados conforman el bloque del Tratado de Libre Comercio de América del Norte (TLCAN), es decir, Estados Unidos, Canadá y México. El proceso de optimación para



portafolios de inversión es de gran importancia para la administración del riesgo y la toma de decisiones tanto para el inversionista nacional y extranjero como para las instituciones financieras que lo simulen.

Por otra parte, se han integrado diferentes portafolios de inversión en donde se cuantificó el riesgo de mercado en la selección óptima de un portafolio con activos financieros internacionales. La ventaja de modelar estos portafolios con diferentes niveles de volatilidad condicional permitió probar la validez empírica del mecanismo de los modelos M-VARCH en los modelos de Valor en Riesgo con base en los métodos de simulación histórica y delta-normal bajo diferentes niveles de confianza y con un horizonte tiempo establecido. Posteriormente las pruebas de *backtesting* sobre los diferentes modelos VaR validaron la potencia de los modelos multivariados GARCH y, en segundo término, los modelos GARCH univariados, lo anterior, descartando previamente los modelos más débiles y cuyos resultados de estimación mostraron parámetros de optimación que favorecieron en menor medida a los portafolios de inversión extranjeros en comparación con los otros modelos sujetos a análisis.

La descomposición de la matriz de varianzas y covarianzas de los portafolios óptimos presentados en este trabajo intentan capturar los movimientos más recientes de los precios de los activos financieros por medio de la volatilidad mediante la desviación estándar simple de los rendimientos, la metodología EWMA y los modelos GARCH univariados y multivarados (los dos primeros suponiendo normalidad y los últimos ajustando sus parámetros en media, es decir, la distribución logística). Con la metodología propuesta se aplicaron diferentes enfoques estratégicamente interrelacionadas en etapas sucesivas a fin de que se reflejara el comportamiento del mercado en función de la volatilidades condicionales obtenidas y observar



su poder de reacción ante variaciones producidas en los precios, de tal manera que fue posible la estructuración de los portafolios cuyos beneficios óptimos cumplieron, para el caso multivariado, con la premisa fundamental de obtener rendimientos máximos y riesgos mínimos. Uno de los fines primordiales es que bajo este dinamismo, y con la ayuda de la metodología M-VARCH, exista una corrección sobre la infravaloración que se presenta en las medidas VaR habituales cuando el mercado se encuentra en fases de calma relativa y repentinamente sufre de periodos de fuerte turbulencia.

La eficiencia de los modelos multivariados CCC y, en menor medida, el modelo D-VECH ha quedado en evidencia. Para el primer caso, sus resultados derivaron de un número reducido de observaciones (a diferencia, por ejemplo, del caso de modelos como los valores extremos, donde la evidencia empírica sostiene que se necesita de un gran número de observaciones, véase De Jesús, 2008). Los resultados validan la importancia de realizar análisis de series econométricas multivariadas con mayor profundidad sobre los rendimientos de activos dado que con este tipo de especificaciones para la matriz de covarianza condicional se pueden estimar correlaciones cruzadas dinámicas alentando de esta manera la asociación de los mercados financieros involucrados entre sí, provocando la determinación de ganancias obtenidas a partir de la diversificación de portafolios conformados en tres diferente tipos de moneda extranjera. La dinámica de los activos a corto y largo plazo es ampliamente aceptada por su naturaleza heteroscedástica, de tal manera que los modelos multivariados adquieren fuerza especial dado el hecho de que la volatilidad asociada a los mercados se mueve conjuntamente a través del tiempo mediante diferentes activos y mercados.



Coincidiendo con Gallón (2007) y con López *et al.* (2009), la estructura multivariada, por tanto, permite contrastar la existencia de efectos *spillover* (o de contagio de volatilidad), el impacto de las noticias (*shocks*), la eficiencia en la determinación de precios y otras relaciones a presentarse en los diferentes mercados financieros. La especificación permite en lo general la estimación eficiente de las correlaciones cruzadas dinámicas que pudieran existir entre los rendimientos de un grupo de activos, esto determina las ganancias obtenidas gracias a la diversificación de un portafolio internacional, agregando el hecho de que las correlaciones han cambiado de rumbo bajo lo demostrado por la evidencia empírica, sobre la cual es cada vez más difícil encontrar correlaciones negativas entre los rendimientos, debido a los efectos de la regionalización económica y financiera entre los países. Dado que los rendimientos negativos cada vez son más cercanos a cero en lugar de la unidad negativa, no existe actual certeza de que exista verdaderamente la correlación negativa, sin embargo, se podría afirmar que la respuesta por parte de las instituciones financieras y los inversionistas, cuando los mercados están “a la baja” y se apunta por la liquidez, se trate de buscar instrumentos más defensivos, como los bonos gubernamentales, por ejemplo.

Las respuestas del porqué se presentan correlaciones positivas tan altas entre los activos financieros -en este caso índices financieros del mercado regional TLCAN se debe a una mayor integración de sus mercados. Así, mediante la combinación internacional de los activos financieros de estos mercados, se logra una reducción en la dispersión total de riesgos y rendimientos (independientemente de si esta reducción sea grande o pequeña). La construcción del mejor portafolio ante este panorama se obtiene al saber cómo se comportan las correlaciones de los rendimientos de los mercados financieros internos y externos, sobre lo cual se destaca aquel principio relacionado con que los portafolios deberían absorber las



volatilidades diarias de aquellos stocks con altos niveles de riesgo, a lo cual no es posible llegar si no existe una diversificación suficiente cuando los movimientos del mercado se disparan y el incremento de la volatilidad sucede.

Por otra parte, debido a las inconveniencias del modelo VaR, es necesaria la aplicación de la metodología CVaR que apoye los resultados sobre máximas pérdidas potenciales que se pueden esperar sobre un monto de inversión establecido para portafolios VaR delta-normal. Los resultados cubren perfectamente las desventajas del VaR como la subaditividad y responden en conjunto con el CVaR aplicado a los portafolios de inversión trinacionales como evidencia empírica para el bloque del TLCAN. Asimismo, el *backtesting* demostró que el desempeño de los modelos VaR obtenidos en general cumple con la proporción de fallas aceptables para el nivel de riesgos establecidos como norma estándar exigido por las autoridades reguladoras internacionales sobre el riesgo para diversos activos que componen los portafolios de inversión. En todos los casos el modelo multivariado CCC resulta ser el que mejor comportamiento muestra a lo largo del estudio seguido en menor medida del modelo D-VECH; sus características permiten capturar la volatilidad condicional y las innovaciones de los rendimientos en forma consistente bajo el supuesto de normalidad en la distribución de sus errores, en contraste con el supuesto de normalidad en las series de rendimientos que se asumió para algunos modelos (desviación estándar y EWMA).

Las desventajas de la metodología M-VARCH se sujetan a las siguientes restricciones. En primer lugar, a pesar de que los modelos GARCH multivariados son herramientas potencialmente utilizadas en el caso de pronósticos en los mercados financieros para capturar la volatilidad y presentar mejores desempeños en la correlación y matrices de varianzas y



covarianzas, la estimación del VaR puede estar sobreestimada debido a los resultados óptimos de la volatilidad condicional y, por lo tanto, pueden existir problemas en cuanto a las predicciones de modelos de riesgo y requerimientos de capital exigidos. También pueden surgir algunos problemas al subestimar el riesgo si los periodos de inestabilidad financiera o turbulencia son consecuentes en una escala corta del tiempo. De esta manera pueden existir resultados alentadores que impliquen graves pérdidas económicas si no se cuentan con restricciones básicas fundamentales en la implementación de modelos de riesgos llevados a la práctica financiera en la administración de riesgos. A fin de cuentas, no existe aún un modelo que capture todas las variaciones de la volatilidad y, por ende, se recurre a las herramientas de innovación financiera que permitan una administración más eficiente del riesgo ya que, como dice la máxima de la administración de riesgos: “*el riesgo no se elimina, solo se administra*”.

El efecto de la diversificación en los portafolios analizados para los índices financieros DJIA, TSX e IPC contiene elementos importantes para el análisis contemporáneo. Por una parte, se ha visto que difiere con respecto a la diversificación internacional de portafolios cuyos estudios (entre otros, Levy, 1970 y Garay, *et. al.*, 2005) se basaban en demostrar que las correlaciones bajas y el nivel de beneficios de la diversificación internacional mejoran las ganancias de los rendimientos y la disminución del riesgo en función del tipo de cambio y el nivel de volatilidad. Sin embargo, el efecto mediático de la globalización elimina barreras de integración regional y los portafolios muestran tendencias cada vez más correlacionadas positivamente entre las economías que son codependientes pero aún presentan una segmentación moderada, en este caso, las economías del bloque del TLCAN presentando tanto ventajas como desventajas sujetas al balance del periodo de estudio, cuyo resultado en este trabajo resultó positivo. De



ahí que en el caso de los mercados de capital del TLCAN es posible todavía implementar estrategias de diversificación internacional. En resumen, existe evidencia de que la integración de las economías en los mercados financieros regionales puede presentar algunas limitantes en las decisiones de los inversionistas nacionales y extranjeros al observar una reducción en las ganancias de los portafolios internacionales dado el señalado efecto de la correlación positiva entre los activos financieros que los conforman; pero, por otro lado, esto contribuye a la reducción del riesgo debido a que la diversificación internacional contribuye a una mejor administración del riesgo debido a que no se depende tanto del riesgo sistemático.

Existen, sin embargo, algunos elementos que permiten establecer cuestionamientos acerca de los posibles problemas realizar un estudio sobre la metodología VARCH-M en el caso de portafolios de inversión para activos de índices financieros en Canadá, México y los Estados Unidos. En particular, cabe resaltar que es necesario identificar al menos los aspectos siguientes: ¿Cuál es el papel que han jugado las irregularidades empíricas de las series financieras en el desarrollo de nuevos y modelos más complejos de volatilidad? En segundo término cabe cuestionar sobre la aproximación y efectividad de la aplicación de modelos GARCH multivariados a modelos de valoración de riesgos en portafolios internacionales de inversión debido a las regularidades probabilísticas que presentaron los diferentes índices de precios de cada una de las economías que fueron sujeto de estudio.

Las contribuciones de la presente tesis son relevantes en el sentido de que no solamente se mostraron resultados que contribuyen a un mejor conocimiento del bloque del TLCAN estudiado, sino que además se proporcionó evidencia empírica sobre los beneficios de utilizar el estudios de modelos multivariados GARCH en portafolios de inversión establecidos en



diferentes monedas locales de los países involucrados durante periodos de auge o crisis financieras. El estudio mostró el riesgo potencial que representan el fenómeno de la volatilidad persistente y los diferentes métodos existentes para su análisis y predicción a fin de evitar cuantiosas pérdidas millonarias en el momento de seleccionar portafolios de inversión trinacionales como el caso de los países miembros del TLCAN, objeto de este trabajo.

El estudio puede contribuir a una mejor toma de decisiones para los inversionistas y administradores de riesgos de las entidades financieras que operan en los diferentes mercados bursátiles, casas de bolsa, bancos, etc., ya que la metodología propuesta pretende proporcionar herramientas más sólidas para el análisis cotidiano de riesgos financieros bajo las normas de regulación establecidas por las autoridades a nivel nacional e internacional, promoviendo de esta manera una supervisión que sea capaz de cumplir eficientemente con la medición, seguimiento y control manteniendo la seguridad en los sistemas financieros y, en particular, en el mercado mexicano, como la única economía emergente en contraposición con sus dos socios comerciales. Cabe resaltar que en los últimos años la prudencia en el riesgo financiero mexicano ha permitido amortiguar algunos episodios de carácter financiero y económico que antes hubieran impactado de forma hasta cierto punto catastrófico. Lo anterior gracias a que la administración de riesgos ha conseguido realizarse bajo la supervisión y regulación de las instituciones gubernamentales mexicanas destinadas para este fin, siguiendo los mecanismos y normas tanto bancarias como financieras internacionales. Lo anterior debe dimensionarse en la escala de la realidad al ser tanto México como Canadá países altamente dependientes del comercio con los Estados Unidos, de tal manera que los efectos recesivos, inflacionarios o de cualquier otra índole macroeconómico que ponga en riesgo su crecimiento económico, provocaría efectos en diferentes escalas a sus vecinos y socios comerciales, principalmente a



México, por ser la economía más frágil –emergente- a comparación de la propia economía norteamericana y la canadiense, por lo cual, a pesar de gozar México con un grado respetable de administración de riesgos financieros, esto se vería fuertemente afectado si los Estados Unidos muestran los síntomas ya mencionados. Por otro lado, la situación de la economía mexicana podría verse beneficiada como una buena opción tanto para los inversionistas nacionales como extranjeros que desean beneficiarse al obtener ventajas en los rendimientos a niveles bajos de riesgo, aprovechando las tendencias comunes y las correlaciones positivas asimismo como seleccionar aquel portafolio que represente el menor riesgo con un nivel de ganancia atractivo, esto es, aunque no el más elevado de todos los portafolios, representa buenos dividendos.

Como comentario final, vale la pena destacar el hecho de que el presente estudio permitiría aportar nuevos avances en la aplicación de esta metodología en la industria financiera, sobretodo en el mercado bursátil mexicano, en donde la literatura en el tema es escasa, por ejemplo, los estudios de frontera para la metodología VaR es aún incipiente a tal grado que el mercado se basa solamente en los requerimientos mínimos solicitados por las autoridades reguladoras basado en el estándar internacional (Comité de Basilea). Para fundamentar lo anterior, se presenta en la tabla 5.1 los modelos de administración de riesgos que algunas de las principales empresas mexicanas y transnacionales presentan para cumplir con los requisitos exigidos por ley:

En la tabla 5.1 se puede constatar la metodología empleada por las empresas bancarias y financieras mexicanas para el cálculo del riesgo. Como se puede apreciar, la gran mayoría aplica el método VaR diario con simulación histórica no paramétrica y en segundo término se aplica



el método paramétrico delta-normal al 95% y 99% de confianza. En ninguno de estos casos se presenta una metodología más avanzada para el cálculo de volatilidad.

Tabla 5.1. Modelos de riesgo de mercado utilizados por instituciones financieras en México. Varios años.

Núm.	FIRMA	AÑO	MODELO DE RIESGO ^{/1}	Fuente
1	ING Bank (México), S.A.	2006	VaR Delta Normal al 99% de confianza. <i>Backtesting</i> .	Notas a los Edos. Financieros. Cap. 23. Admón. de Riesgos.
2	American Express Bank (México), S.A.	2003/2004	VaR Delta Normal y Simulación Histórica al 95% de confianza. <i>Backtesting</i> .	EFC/2.Cap. 19. Admón Integral de Riesgos
3	Agro Asemex, S.A.	2006	VaR Método Paramétrico. <i>Backtesting</i> , <i>Stress Testing</i> .	Informe de Notas de Revelación a los Edos. Financieros, N.R. 12, disp. 28va.: Medidas adoptadas para la medición y admón. de riesgos.
4	Banco Autofin México (BAM), S.A.	2006	VaR Método Simulación Histórica al 99% de confianza diario (252 días). <i>Backtesting</i> , <i>Stress Testing</i> . Ponderación de escenarios equiprobable.	Informe [...] en relación a la Admón. Integral de Riesgos. Principios de la Admón. Integral de Riesgos en Banco Autofin México.
5	Casa de Bolsa Banorte, S.A. de C.V.	2007	Var método Simulación Histórica no paramétrica al 99% de confianza a dos colas. <i>Backtesting</i> , <i>Stress Testing</i> .	EFC/2.Cap. 19. Admón Integral de Riesgos. Riesgo de Mercado.
6	Banregio Grupo Financiero, S.A. de C.V.	2003-2005	CreditRisk+, Método VaR de Simulación Montecarlo al 95% de confianza (1 día), con 1,300 escenarios. Se utiliza el modelo de volatilidad con ponderación exponencial. <i>Backtesting</i> .	Estados Financieros Dictaminados Consolidados con Subsidiarias.
7	Bansefi, S.N.C.	2004-2005	Simulación histórica no paramétrica con la matriz varianza-covarianza para estimar el parámetro de la volatilidad. VaR al 95% diario y 10 días. <i>Backtesting</i> . Sistema "Marco Integrated" de Sungard.	Notas a los Edos. Financieros.
8	Cardif México Seguros Generales, S.A. de C.V.	2006	VaR diario al 95% de confianza. <i>Backtesting</i> (paramétrico o histórico). <i>Stress-testing</i> .	Informes de Notas a los Estados Financieros.
9	Compartamos Banco	2007	VaR por Simulación Histórica al 99% de confianza diario (252 observaciones).	Reporte de Fitch Ratings.
10	Deutsche Bank México, S.A. de C.V.	2004-2005	VaR mediante el método de Simulación de Montecarlo generando 99% de confianza. <i>Backtesting</i> . <i>Stress-testing</i> .	Estados Financieros
11	Banco Azteca, S.A.	2005-2006	VaR mediante método de Simulación Histórica con 97.5% de confianza diario (253 días).	Estados Financieros Consolidados.
12	Bank of América (México)	2007	VaR mediante método de Simulación Histórica con 99% de confianza diario(3 años). <i>Backtesting</i> .	Reporte vía WEB.



Conclusiones



13	Banco Inbursa, S.A. (Gpo. Fin. Inbursa y Subsidiarias, S.A.)	2003-2007	VaR Delta-Normal con 95% de confianza (252 días). Análisis de sensibilidad. Stress- Testing bajo condiciones extremas. Backtesting mediante el método de Kupiec (li-cuadrada).	Estados Financieros Consolidados.
14	Grupo financiero Interacciones, S.A. de C.V. (Interacciones Casa de Bolsa, S.A. de C.V.)	2004-2005	VaR y Simulación Histórica al 95% de confianza. Backtesting.	Reporte Anual, Estados Financieros Consolidados.
15	Grupo Financiero Mifel, S.A. de C.V.	2005-2006	VaR mediante método de Simulación Histórica con 99% de confianza diario(175 días). Backtesting. Stress-Testing.	Dictamen y Estados Financieros Consolidados.
16	Pensiones Banorte Generali, S.A. de C.V. (G.F. Banorte, S.A. de C.V.)	2003-2004	VaR mediante método de Simulación Histórica con 97.5% de confianza diario(500 días). Backtesting.	Estados Financieros Dictaminados.
17	Prudential Grupo Financiero, S.A. de C.V.	2007	VaR mediante método de Simulación Histórica con 99% de confianza diario(380 días) suponiendo distribución normal y realizando el cálculo a partir de la serie de pérdidas y ganancias simuladas considerando funciones de peso exponenciales para las observaciones. Backtesting.	Estados Financieros Consolidados.
18	Scotia Inverlat Casa de Bolsa, S.A. de C.V.	2000-2001	(2000): VaR mediante método de Simulación Histórica al 99% de confianza (con 300 días de horizonte), matriz de varianza-covarianza (propuesta por Riskmetrics) y Simulación Montecarlo (con 10,000 escenarios aleatorios), dependiendo del instrumento. Backtesting. (2009): VaR por Simulación Histórica al 95% de confianza y un horizonte de 7 días con 250 escenarios.	Estados Financieros (2000-2001); 2do. Informe Trimestral (2009).
19	Vitamédica, S.A. de C.V.	2006	VaR paramétrico y VaR al horizonte.	Estados Financieros e Informe de Notas de Revelación.

Fuente: Elaboración propia basada en los datos proporcionados por las empresas en sus correspondientes sitios WEB.

/1. Nota: se respeta la descripción del modelo VaR descrito por cada firma.

/2. Abreviaturas. EFC: Estados Financieros Consolidados.

De esta manera, se puede reflexionar seriamente en las ventajas e inconvenientes de la aplicación del mercado de nuevas metodologías para mejorar el resultado del VaR y evitar de esta forma posibles pérdidas millonarias. Por una parte, la aplicación de nuevas metodologías permitiría nuevos patrones en la conducta de empresas que evitarían, al corto plazo, ignorar su verdadero nivel de riesgo y contar así con mayores opciones para determinar criterios en la toma de decisiones para asumir sus riesgos de mercado. Los principales inconvenientes que se presentan estriban en los costos operativos que tendrían asumir las empresas financieras tanto en inversión de personal con el conocimiento científico y capacitado en el manejo de estos modelos asimismo como los costos por la compra y/o uso de paquetería especializada para tal fin. Por otro lado, es importante hacer hincapié en que ningún modelo garantiza finalmente



resultados exactos, por lo cual se debe tener mucho cuidado con el análisis y conclusiones que pudiesen desprender de los mismos, además de contemplar de la misma forma otras cuestiones como las fallas humanas (riesgo operativo), y cualquier otra situación no contemplada (fallas del mercado, riesgo político, etc.).

Finalmente, la tesis permite la apertura de nuevos horizontes bajo las líneas de investigación futuras:

1. Sugerir variaciones para los modelos multivariados GARCH que permitan obtener parámetros optimizados a fin de observar el comportamiento de la dinámica de las matrices de varianzas y covarianzas en el pronóstico de los portafolios de inversión. Asimismo, mediante el análisis de otras distribuciones no normales, es necesario implementar en el modelo otras metodologías GARCH multivariadas tales como B-GARCH, DCC, GOF-GARCH, entre otras.
2. Contrastar los modelos en estudio con respecto a otros enfoques, por ejemplo, a partir de medidas VaR con distribuciones de colas pesadas con la teoría de valores extremos, cópulas, u otros modelos con optimaciones heurísticas.
3. Cuantificar las estimaciones de media y varianza condicionales en una escala multivariada cuando se presentan cambios en otros mercados importantes del mundo, dada la evidencia empírica encontrada en el transcurso del presente estudio.
4. Realizar estudios regionales comparativos sobre los mercados financieros de Asia, Europa y América Latina a fin de analizar las fortalezas y debilidades que trae consigo el caso de la integración global.

Por último, debido a que los mercados financieros internacionales han incursionado en la compra/venta de nuevos instrumentos financieros, sería importante aplicar los estudios en este tipo de activos financieros sofisticados, a fin de observar su comportamiento y respuestas ante la implementación de los enfoques propuestos anteriormente.

Referencias Bibliográficas

A B C D E F G H I J K L M
N Ñ O P R S T V W Y Z Web sites



- Acerbi, C, Nordio C. and Sirtori C. (2001), *Expected Shortfall as a Tool for Financial Risk Management*, Working paper, Abaxbank, sitio WEB en <http://www.gloriamundi.org/>.
 - Alfie C., Miriam (2006), **Los desafíos para América del Norte**, Revista Mexicana de Estudios Canadienses, vol. 1, núm. 12, diciembre, AMEC, RedALyC.
 - Alonso C., Julio C. (2005), **Introducción al cálculo del Valor en Riesgo**, Apuntes de Economía, núm. 7, julio, Colombia, sitio WEB en <http://ideas.repec.org/>.
 - Alonso Julio C., Arcos, Mauricio A. (2005), **Valor en Riesgo: evaluación del desempeño de diferentes metodologías para 7 países latinoamericanos**, Universidad ICESI, colombia, sitio WEB en <http://www.icesi.edu.co/>.
 - Andrew J., Christian (2001), **Métodos de evaluación del riesgo para portafolios de inversión**, Banco Central de Chile, Documentos de trabajo, núm. 67.
 - Andrew J., Christian (2002), **Value at risk: teoría y aplicaciones**, Banco Central de Chile, Documentos de trabajo, núm. 136.
 - Angelidis, Timotheos, Benos, Alexandros, Degiannakis, Stavros (2004), *The Use of GARCH Models in VaR Estimation*, sitio Web en <http://stat-athens.aueb.gr/>.
 - Angelidis, Timotheos, Degiannakis, Stavros (2006), *VaR and Intra-Day Volatility Forecasting: The Case of the Athens Stock Exchange*, Managerial Finance, sitio Web en <http://papers.ssrn.com/>.
 - Andersen, Torben G., Bollerslev, Tim, Christoffersen, Peter F., Diebold, Francis X. (2006), **Volatility and Correlation Forecasting**, Handbook of Economic Forecasting, volume 1, Elsevier B.V., sitio WEB en www.ssc.upenn.edu/.
 - Ang, A., Chen, J. (2002), *Asymmetric Correlations of Equity Portfolios*, Journal of Financial Economics, núm. 63, vol. 3, pp. 443-494.
 - Antoniou, Antonios, Pescetto, Giola, Violaris, Antonis (2003), **Modelling International Price Relationships and Interdependencies Between the Stock Index and Stock Index Futures Markets of the Three EU Countries: A Multivariate Analysis**, Journal of Business Finance & Accounting, 30(5) & (6), junio/julio.
 - Arenas R., René (1999), **Cambios financieros globales y su impacto sobre el sistema monetario internacional**, REDALyC, Revista Convergencia, mayo-agosto, año 6, núm. 19, UAEM, FCPyAP, México, pp. 111-132.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1997), *Thinking Coherently*, Risk, núm. 10, pp. 68-71.
- Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J.M., Heath, D. (1999), *Coherent Measures of Risk*, Mathematical Finance, núm. 3, pp. 203-228.
- Asai, Manabu, McAleer, Michael, Yu, Jun (2006), *Multivariate Stochastic Volatility: A Review*, Econometric Reviews, núm. 25 (2-3), pp. 145-175.
- Audrino, Francesco, Barone-A., Giovanni (2004), *Average Conditional Correlation and Tree Structures for Multivariate GARCH Models*, sitio Web en <http://papers.ssrn.com/>.
- Audrino, Francesco (2005), *The Impact of General Non-Parametric Volatility Functions in Multivariate GARCH Models*, Institute of Finance, University of Lugano. Sitio WEB en <http://www.sciencedirect.com/>.

B

- Bachelier, Louis (1900), *Théorie de la spéculation*, Annales Scientifiques de l'É.N.S., 3e. série, tome 17, p. 21-86., página WEB en http://archive.numdam.org/ARCHIVE/ASENS/ASENS_1900_3_17_/ASENS_1900_3_17__21_0/ASENS_1900_3_17__21_0.pdf.
 - Baig, T. y Goldfajn (1998), *Financial Market Contagion in the Asian Crisis*, *IMF Staff Papers*, vol. 46, no. 2, sitio WEB en <http://pascal.iseg.utl.pt/~aafonso/eif/pdf/baig.pdf>.
 - Balaban, Ercan, Bayar, Asli, Faff, Robert (2003), *Forecasting Stock Market Volatility: Evidence for Fourteen Countries*, University of Edimburg, Center for Financial Markets Research, Working Paper 02.04, sitio WEB en <http://papers.ssrn.com/>.
 - Bauwens, L., Laurent, S., Rombouts, J. V. K. (2006), *Multivariate GARCH Models: A Survey*, Journal of Applied Econometrics, núm. 21, pp. 79-109.
 - Bera, Anil K., Higgins, M. L. (1993), *ARCH models: Properties, estimation and Testing*, Journal of Economic Surveys, núm. 7, pp. 305-362.
 - Bera, Anil K., Sangwhan, Kim, (2002), *Testing Constancy of Correlation and Other Specifications of the BGARCH Model with an Application to International Equity Returns*, Journal of Empirical Finance, núm. 9, pp. 171-195.
 - Black, F., Scholes, M. (1973), *The Pricing of Options and Corporate Liabilities*, Journal of Political Economy, pp. 637-654.
 - Bollerslev, T. (1986), *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*, Journal of Econometrics, núm. 31, pp. 307, 327.
 - Bollerslev, Tim, Engle, Robert, F., Wooldridge (1988), *A Capital Asset Pricing Model with Time-Varying Covariances*, Journal of Political Economy, vol.. 96, núm. 1, pp. 116-131.
 - Bollerslev, T. (1990), *Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized ARCH Model*, Review of Economics and Statistics, núm. 72, pp.498-505.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Bollerslev, T., Chou, y Kroner, K. (1992), *ARCH Modelling in Finance: A Review of Theory and Empirical Literature*, Journal of Econometrics, núm. 52, pp. 5-59.
- Bollerslev, T. y Wooldridge, J. M. (1992), *Quasi-Maximum Likelihood Estimation and Inference in Dynamic Models with Time Varying Covariances*, Econometric Reviews no, 11, pp. 143-172.
- Bonato, Matteo (2006), *A Multivariate Stable Model for the Distribution of Portfolio Returns*, mimeo.
- Bonato, Matteo (2009), *Modeling Fat Tails in Stock Returns: a Multivariate Stable-GARCH Approach*, en <http://papers.ssrn.com/>.
- Box, Pierce (1970), *Distribution of Residual Autocorrelations in Autoregressive and Moving Averages Time Series Models*, Journal of the American Statistical Association, núm. 65, pp. 1509-1526.
- Brooks, Chris (2008), *Introductory Econometrics for Finance*, Cambridge University Press, segunda edición, New York.
- Brown, R. (1828), *A Brief Account on the Particles Contained in the Pollen of Plants; and on the General Existence of Active Molecules in Organic Bodies*, Edinburg New Philosophical Journal, julio-septiembre, pp. 358-371.
- Bustelo, Pablo (1999), **Globalización financiera y riesgo sistémico: algunas implicaciones de las crisis asiáticas**, Reunión de Economía Mundial, Huelva, sitio WEB en <http://www.asiayargentina.com/>.
- Bustelo, Pablo (2000), **La construcción de una nueva arquitectura financiera internacional: progresos y propuestas**, Boletín Económico de Información Comercial Española, núm. 2,642, pp. 25-33, sitio WEB en <http://bustelo.homepage.com/>.



- Cabello, Alejandra (1999), **Globalización y liberación financieras y la Bolsa Mexicana de Valores. Del auge a la crisis**, Plaza y Valdés ed., México.
 - Caporin, M. (2002), **Evaluating Value-at-Risk Measures in Presence of Long Memory Conditional Volatility**, Greta, Italia.
 - Cassidy, C., Gizycky, M. (1997), *Measuring Traded Market Risk: Value-at-Risk and Backtesting Techniques*, Research Discussion Paper, núm. 9708, Reserve Bank of Australia, sitio WEB en <http://www.rba.gov.au/>.
 - Cea, Ma. Ángeles (2004), **Análisis multivariable. Teoría y práctica en la investigación social**, ed. Síntesis, España.
 - Christoffersen, P., Hann, J., Inoue, A. (2001), *Testing and Comparing Value-at-Risk Measures*, Journal of empirical Finance, pp. 325-342.
 - Chonchol, Jacques (1998), **Impacto de la globalización en las sociedades latinoamericanas: ¿qué hacer frente a ello?**, Revista Estudios Avanzados, vol. 12, núm. 34, Brasil, pp. 163-186, sitio WEB localizado en <http://www.scielo.br/>.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Chong, James (2004), *Value at Risk from Econometric Models and Implied from Currency Options*, Journal of Forecasting, núm. 23, pp. 603-620.
- Cobo Q., Álvaro J. (2003), **La importancia de la volatilidad e la selección óptima de portafolios**, ARFBD, Colombia.
- Comisión Nacional Bancaria y de Valores (1995), **Ley de la Comisión Nacional Bancaria y de Valores**, Diario Oficial de la Federación, México.
- Comisión Nacional Bancaria y de Valores (2000), **Valuación de Valores, documentos e instrumentos financieros**, Circular No. 1475, CNBV, México.
- Comité de Basilea (1996), *Supervisory Framework for the Use of Back Testing in Conjunction with the Internal Models Approach to Market Risk Capital Requirements*, sitio WEB en <http://www.bis.org/>.
- Correa, Eugenia, Girón, Alicia, Chapoy, Alma, *coord.*, (2005), **Consecuencias financieras de la globalización**, ed. Porrúa, México.
- Crane D. B., Merton R.C. (1995), et. al., *The Global Financial System: A Functional Perspective*, Harvard Business School Press, E.U.
- Cuevas, Daris (2006), **Los mercados financieros en tiempo de crisis y globalización: caso América Latina**, conferencia PUCMM, Rep. Dominicana, sitio WEB en <http://www.supbanco.gov.do/>.

D

- Das, Dilip (2010), *Financial Globalization, Growth, Integration, Innovation and Crisis*, Palgrave MacMillan, Uk.
 - Davison G., John P. y Donato R., Carlos A. (2009), **Respuesta del Dow Jones Industrial Average frente a datos de calendario económico: DGO,ISM, ICL, PCE**, Colombia, PUJ, página WEB en <http://www.javeriana.edu.co/biblos/tesis/economia/tesis222.pdf>.
 - De Arce B., Rafael (2004), **20 años de modelos ARCH: una visión de conjunto de las distintas variantes de la familia**, Estudios de Economía Aplicada, abril, año/vol. 22, núm. 001, Madrid, sitio WEB en <http://redalyc.uaemex.mx/>.
 - De Jesús G., Raúl (2008), **Riesgo y volatilidad en los mercados accionarios emergentes: medición del VaR y CVaR aplicando la Teoría del Valor Extremo**, tesis de doctorado, UNAM, México.
 - De Jesús, R., Ortiz, E. (2012), *Risk in Emerging Stock Markets from Brazil and Mexico: Extreme Value Theory and Alternative Value at Risk Models*, Frontiers in Finance and Economics, vol. 8, Núm. 2, pp. 49-88, sitio WEB en http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=2012495.
 - De Lara H., Alfonso (2001), **Medición y control de riesgos financieros**, Limusa, México.
 - Diebold X., Francis (2001), **Elementos de pronósticos**, Thompson Learning Ed., México.
 - Ding, Zhuanxin, Engle, Robert F. (1994), *Large Scale Conditional Covariance Matrix Modelling, Estimation and Testing*, University of California, mimeo, Estados Unidos.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Ding, Zhuanxin, Granger, Clive W. J. (1996), *Modeling Volatility Persistence of Speculative Returns: A New Approach*, Journal of Econometrics, núm. 73, pp.185-215.
- Dowd, Kevin (2005), *Measuring Market Risk*, 2a. ed., John Wiley & Sons, LTD, UK.
- Dowd, Kevin (2002), *An Introduction to Market Risk Measurement*, John Wiley & Sons, LTD, UK.

- E -

- Enders, Walter (1995), *Applied Econometric Time Series*, John Wiley & Sons, Inc, UK.
 - Engle, Robert (1982), *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of UK Inflation*, Econometrica, núm. 50, pp. 987-1008.
 - Engle, Robert, Kroner, K. (1995), *Multivariate Simultaneous Generalized ARCH*, Econometric Theory, vol. II, núm. 1, pp. 122-150.
 - Engle, Robert (1995), *Financial Econometrics – A New Discipline with a New Methods*, Journal of Econometrics 100, pp. 53-56, sitio WEB en <http://pages.stern.nyu.edu/>.
 - Engle, R., Kroner, K. (1995), *GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in applied Econometrics*, Journal of Economic Perspectives, vol. 15, Núm. 4, pp. 157-168.
 - Engle, Robert F.(2001a), *Financial Econometrics – A New Discipline with New Methods*, Journal of Econometrics, núm. 100, pp. 53-56.
 - Engle, Robert F.(2001b), *GARCH 101: The Use of ARCH/GARCH Models in applied Econometrics*, Journal of Economic Perspectives, vo. 15, núm. 4, pp. 157-168.
 - Engle, Robert F., Sheppard, Kevin (2001), *Theoretical and Empirical Properties of Dynamic Conditional Correlation Multivariate GARCH*, NBER Working Paper Series, núm. 8554.
 - Engle, R., Kroner, K. (2004), *Riesgo y volatilidad: modelos econométricos y práctica financiera*, Revista Asturiana de Economía, No. 31, España, sitio WEB en <http://www.revistaasturianadeeconomia.org/>.
 - Errunza, Vihang R., Miller, Darius P. (2000), *Market Segmentation and the cost of Capital in International Equity Markets*, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*,35 (4).
 - Estay R., Jaime (2000), *La globalización financiera. Una revisión de sus contenidos e impactos*, UAP, México, sitio WEB localizado en <http://www.redem.buap.mx/>.
 - **EIEWS 6 User's Guide**, vols. I –II (2007), Quantitative Micro Software, USA.
-
-

Referencias Bibliográficas

F

- Fabozzi, Frank, Markowitz, Harry (2002), **The Theory and Practice of Investment Management**, Wiley ed., USA.
- Fallon, W. (1996), **Calculating Value-at-Risk**, Wharton Financial Institutions Center, Universidad de Pensilvania.
- Fama, E., K. French (1993), **Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds**, Journal of Financial Economics 33, pp. 3—56.
- Ffrench Davis, Ricardo (1997), **Alcances económicos de la globalización**, Nueva Sociedad, núm. 147, enero-febrero, pp. 27-33.
- Ffrench Davis, Ricardo, Ocampo, José A.(2001), **Globalización de la volatilidad financiera: desafíos para las economías emergentes**, sitio WEB localizado en <http://www.un.org/esa/desa/ousg/articles/pdf/capitulo1.pdf>.
- Félix, David (1998), **La globalización del capital financiero**, Revista CEPAL, octubre, pp. 139-134, sitio WEB localizado en <http://www.cepal.org/>.
- Feria D., José M., Oliver A., Ma. Dolores (2007), **Más allá del valor en riesgo (VeR): el VeR Condicional**, Revista Europea de Dirección y Economía de la Empresa, vol. 16.núm. 2, pp. 61-70
- Feria D., José M., Oliver A., Ma. Dolores (2006), **Valor en Riesgo (VeR): concepto, parámetros y utilidad**, Universia Bussiness Review, núm. 010, Madrid, pp. 66-79.
- Fernández I., Ángeles, Aragón M., Vicent (2002), **Transmisión de la volatilidad entre los mercados bursátiles desde la perspectiva española**, Universidad Jaume I, España, sitio WEB en www.revecap.com/.
- Fondo Monetario Internacional (2008), **Informe sobre la estabilidad financiera mundial**, sitio WEB en <http://www.imf.org/>.
- Forero L., Germán (2011), **Contrastación de Paradigmas de las finanzas: normalidad e hipótesis del mercado eficiente**, revista Odeón, no. 5, Universidad Externado de Colombia, pp. 167-227.

G

- Gallón G., Santiago Gómez P., Karoll (2007), **Distribución condicional de los retornos de la tasa de cambio colombiana: un ejercicio empírico a partir de modelos GARCH multivariados**, Revista de Economía del Rosario, núm. 10 (2):127, Bogotá, Colombia.
 - Gálvez M., Ernesto T. (2005), **Análisis Fractal del mercado de valores de México (1978-2004)**, tesis doctoral, IPN, México.
 - Garay, Urbi, Morales, **Adali, Pileggi, Paola (2005), Análisis de los beneficios de la diversificación internacional en mercados europeos**, Estudio IESA, núm. 22, Venezuela.
 - García E., Álvaro (1998), **La globalización de la economía y el sistema monetario internacional**, REDALyC, Estudios Gerenciales, octubre-diciembre, núm. 069,
-
-

Referencias Bibliográficas

- Universidad ICESI, Colombia, pp. 29-36, sitio WEB ubicado en <http://redalyc.uaemex.mx/>.
- Gento M., Pedro (2001), **Evaluación de modelos VaR alternativos. Propuesta de un modelo para carteras de renta fija**, tesis doctoral, Universidad de Castilla, España.
 - Girón, A., Correa, E. (1999), **Mercados financieros globales, desregulación y crisis financieras**, Universidad de Barcelona, España, página WEB en <http://www.ub.es/>.
 - Girón, A., Correa, E., Chapoy, Alma (2009), **El derrumbe del Sistema Financiero Internacional**, IIEc-UNAM, México.
 - Gómez, J. R., Beltrán, F. (2003), **Control de riesgo en portafolios mediante el uso de opciones sobre modelos de volatilidad estocástica**, mimeo, Universidad de los Andes, Colombia.
 - González, Sara, Mascareñas, Juan (1999), **La globalización de los mercados financieros**, Noticias de la Unión Europea, núm. 172, pp. 15-35, sitio WEB en <http://www.ucm.es/>.
 - Gowan, Peter (1999), **The Global Gamble**, Verso, EUA.
 - Grubel, Herbert G. (2001), **El amero. Una moneda común para América del Norte**, ediciones Cal y Arena, México.
 - Guerrero M., Victor (1991), **Análisis estadístico de series de tiempo económicas**, UAM, México.
 - Guo, Hui, Neely, Christopher J. (2006), **Investigating the Temporal Risk-Return Relation in International Stock Markets with the Component GARCH Model**, Federal Working Papers Series, Researc Division, sitio WEB en <http://research.stlouisfed.org/>.

H

- Hafner, Christian M., Hans F., Philip, **A Generalized Dynamic Conditional Correlation Model for Many Asset Returns**, Econometric Institute Report, sitio WEB en <http://www.eur.nl/>.
 - Harvey A., Ruiz E., Shephard N., **Multivariate Stochastic Models**, Review of Financial Studies, núm. 61, pp. 247-264.
 - Hass, Marcus (2001), **New Methods in Backtesting**, Research Center Caesar, University of Munich, WEB en <http://www.gloriamundi.org/>.
 - Hidalgo C.,Antonio L. (2000), **Una disección del fenómeno de la globalización**, Actas de la VII Jornada de Economía Crítica, Universidad de Castilla, España, sitio WEB localizado en <http://www.uhu.es/>.
 - Huerta M., Ma. Guadalupe (1994), **La apertura del sistema financiero mexicano en el contexto de la desregulación financiera mundial**, Revista Gestión y estrategia, julio-diciembre, núm., 6, UAM, México, sitio WEB localizado en <http://www.azc.uam.mx/>.
 - Hull, Jonh C. (2003), **Options, Futures and Other Derivatives**, Prentice Hall, EE.UU.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Hsieh, D. (1993), *Implications of Nonlinear Dynamics for Financial Risk Management*, Journal of Financial and Quantitative Analysis, 28, 1, pp. 41-64.



- Ibarra, David (1998), **Globalización, moneda y finanzas**, CEPAL, México, pp. 111-123, sitio WEB localizado en <http://www.cepal.org/>.



- Jalife-R., Alfredo (2007), **El fin de una Era. Turbulencias en la globalización**, ed. Del Zorzal, Argentina.
- Johnson, Christian A. (2000), *Métodos de evaluación del riesgo para portafolios de inversión*, Documentos de Trabajo, núm. 67, Banco Central de Chile.
- Johnson, Christian A. (2002), *Value at Risk: teoría y aplicaciones*, Documentos de Trabajo, núm. 136, Banco Central de Chile.
- J. P. Morgan/ Reuters (1996), “*RiskMetrics Technical Document*”, 4a ed., New York, E.U.: Morgan Bank.
- Jorion, Philippe (1997), **Valor en Riesgo, el Nuevo paradigma para el control de riesgos con derivados**, Limusa, México.



- Karolyi, G. Andrew (1995), *A Multivariate GARCH Model of International Transmissions of Stock Returns and Volatility: The Case of Unites States and Canada*, Journal of Business & Economic Statistics, vol. 13, núm. 1, pp. 11-25.
 - Kawaller Ira G., Koch, Paul D., Koch, Timothy W. (1987), *The temporal Price Relation Between S&P 500 Futures and the S&P 500 Index*, The Journal of Finance, vol.42, No. 5, diciembre, pp. 1309-1329.
 - Keynes, J. M. (1992), **Teoría general de la ocupación, el interés y el dinero**, Fondo de Cultura Económica, México.
 - Kostas, Giannopoulos (2007), *Nonparametric, conditional pricing of higher order multivariate contingent claims*, The British University, Dubai, sitio WEB en <http://www.sciencedirect.com/>.
 - Kupiec, Paul (1995), *Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models*, Finance and Economics Discussion Series, Federal Reserve Board, EE.UU., pp. 95-124.
-
-

L

- Lama, Ruy C. (2002), **Administración del riesgo cambiario en el sistema bancario peruano**, Estudios Económicos, vol. 8, núm. 6, Banco Central de Reserva, Perú.
 - Lasa, A. J. (2006), **Construcción de una “frontera eficiente” de activos financieros en México**, revista Denarius, UAM, México. sitio WEB en <http://www.ajlasa.com/articulos/front-efic>.
 - Ledoit, Olivier, Santa-Clara, Pedro, Wolf, Michael (2002), **Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International Stock Markets**, The Review of Economics and Statistics, vol. 85, No. 3, pp. 735-747.
 - Ledoit, Olivier, Wolf, Michael (2003), **Improved estimation of the covariance matrix of stock returns with an application to portfolio selection**, Journal of Empirical Finance, núm. 10, pp. 603-621.
 - León R., Armando (2000), **Mercados financieros internacionales: globalización financiera y fusiones bancarias**, Seminario de Actividad Bancaria, Universidad de los Andes, Cátedra de Economía y Política Económica, Argentina, sitio WEB en <http://iies.faces.ula.ve/>
 - Lessard, Donald R. (1973), **International Portfolio Diversification: A Multivariate Analysis for A Group of Latin American Countries**, The Journal of Finance, vol. 28, no. 3, junio, pp. 619-633.
 - Levy, Haim, Sarnat, Marshall (1970), **International Diversification of Investment Portfolios**, The American Economic Review, vol. 60, Núm. 4, pp.668-675.
 - Linter, J. (1965), **The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risk Investments in Stock Portfolio and Capital Budgets**, Review of Economics and Statistics, no. 47. Pp. 13-37.
 - Long, Xiangdong, Ullah, Aman (2005), **Nonparametric and Semiparametric Multivariate GARCH Model**, sitio WEB en <http://www.fma.org/>
 - Longin, F. and B. Solnik (2001), **Extreme Correlation of International Equity Market**, Journal of Finance 56, pp. 649-679.
 - López H., Francisco (2004), **Modelado de la volatilidad y pronóstico del Índice de Precios y Cotizaciones de la Bolsa Mexicana de Valores**, Contaduría y Administración, no. 213, UNAM, México, sitio WEB en www.ejournal.unam.mx/
 - López H., Francisco (2006a), **Factores macroeconómicos y riesgo sistemático: modelos multifactoriales de los mercados de capitales del TLCAN**, tesis doctoral, Facultad de Economía, UNAM, México.
 - López H., Francisco (2006b), **Riesgo sistemático en el mercado mexicano de capitales: un caso de segmentación parcial**, revista Contaduría y Administración. Núm. 219, UNAM, México.
 - López H., Francisco, Ortiz C., Edgar, Cabello, Alejandra (2009), **Las interrelaciones de volatilidad y rendimientos entre los mercados de valores del TLCAN**, Investigación Económica, vol. LXVIII, núm. 267, enero-marzo, pp. 83-114.
 - Lopez, J.A. (1998), **Methods for Evaluating Value-at-Risk Estimates**, Federal Reserve Bank of New York, EE.UU.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Lora, Eduardo, Panizza, Ugo (2002), **Globalización y reformas estructurales en América Latina: lo que funcionó y no**, Revista Asturiana de Economía, núm. 24, Banco Interamericano de Desarrollo, pp.7-29.
- Ludlow, Jorge, Mota, Beatriz (2006), **Volatilidad del IPC, Nasdaq y S&P 500: un modelo GARCH multivariado**, revista Análisis Económico, núm. 48, vol. XXI, UAM, México.



- Maddison, A. (2005), **Growth and Interaction in the World Economy: the Roots of Modernity**, AEL Press, sitio Web <http://www.ggdc.net/>.
 - Maheu, John M (2002), **Can GARCH Models Capture the Long-Range Dependence in Financial Market Volatility?**, University of Toronto, sitio WEB en <http://www.chass.utoronto.ca/>.
 - Makidrakis S., Wheelwright S., McGee V. (1983), **Forecasting: Methods and Applications**. John. Wiley & Sons, second edition, Estados Unidos.
 - Manchón C., L. Federico (1999), **Globalización económica y finanzas internacionales**, Red de Estudios de la Economía Mundial (REDEM, sitio web localizado en <http://www.redem.buap.mx/>).
 - Mandelbrot, B. (1963), **The Variation on Certain Speculative Prices**, Journal of Business, núm. 36, pp. 394-419.
 - Manganelli, S. y Engle, R. (2001), **Value at Risk Model in Finance**, Working Paper no. 75, European Central Bank.
 - Markowitz, Harry (1952), **Portfolio Selection**, The Journal of Finance, vol. 7, núm. 1, marzo, pp. 77-91.
 - Markowitz, Harry (1959), **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment**, Cowles Foundation, Monograph no. 16.
 - Martín M., Miguel A. (2005), **El condicional Value at Risk en la gestión de carteras latinoamericanas**, Journal of Financial Issues, Vol. II, núm. 2, WEB en <http://www.sbs.gob.pe/>.
 - Martín M., José L., Fera D., José M. (2004), **Análisis complementario a las metodologías VeR: el Backtesting**, Conocimiento y Competitividad, Congreso ACEDE (14), Num. 14, Murcia, España.
 - Martínez B., J., Bouza H., C., Allende A., S., y Chen, D. (2005), **Modelos paramétricos y no paramétricos, para la revisión de la volatilidad. Su aplicación al cálculo del Valor en Riesgo**, XIII Jornadas ASEPUMA, Universidad de la Coruña, España.
 - Martínez F., Carlos E. (2003), **La globalización y la gestión financiera internacional**, en INNOVAR, revista de ciencias administrativas y sociales, Núm. 21, enero-junio, Colombia.
 - Martínez T., Claudia L., Restrepo M., Jorge A., Velázquez H. Juan D. (2003), **Selección de Portafolios usando simulación y optimación bajo incertidumbre**, Dyna, año 71, núm. 141, Colombia, pp. 35-57.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Mata M., Luis (2005), **La dinámica financiera contemporánea**, REDALyC, Revista venezolana de análisis de coyuntura, enero-junio, año/Vol. IX, núm. 001, Universidad Central de Venezuela, pp. 87-118, sitio WEB localizado en <http://www2.scielo.org.ve/>.
- Mateus, Julián R., William B., David (2002), **La globalización: sus efectos y bondades**, Revista Economía y Desarrollo, marzo, Vol. 1, núm. 1, pp. 67-77.
- Mattos, Fernando A. (2000), **Retrospectiva histórica del proceso de globalización financiera**, revista Investigación Económica, Vol. LX: 233, julio-septiembre, UNAM, México, pp. 113-147.
- McAleer, Michael, Da Veiga, Bernardo (2008), **Forecasting Value-at-Risk with a parsimonious Portfolios Spillover GARCH (PS-GARCH) Model**, Journal of Forecasting, núm. 27, pp. 1-19.
- McAleer, Michael, Da Veiga, Bernardo (2008), **Single-Index and Portfolio Models for Forecasting Value-at-Risk Thresholds**, Journal of Forecasting, núm. 27, pp. 217-235.
- McMillan, David, y Speight, Alan E. H. (2004), **Daily Volatility Forecasts: Reassessing the Performance of GARCH Models**, Journal of Forecasting, núm. 23, pp. 449-460.
- Mc Neil, Alexander, Frey, Rüdiger, y Embrechts, Paul (2006), **Quantitative Risk Management, Concepts, Techniques, Tools**, Princeton Series in Finance, Inglaterra.
- Mills, Terence C. (1993), **The Econometric Modelling of Financial Time Series**, Cambridge University Press, Inglaterra.
- Morimoto, T. y Kawasaki, Y. (2008), Empirical Comparison of Multivariate GARCH Models for Estimation of Intraday Value at Risk, sitio WEB en http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1090807.
- Mundell, Robert A. (2001), **Una revisión del siglo XX**, Tribuna de Economía, agosto-septiembre, núm. 793, pp. 107-122, sitio WEB localizado en <http://cde.usal.es/>.

N

- Nelson, Daniel B. (1991), **Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach**, Econometrica, vol. 59, núm. 2, marzo, pp. 347-370.

Ñ

- Níguez G., Trino (2004), **Forecasting Asset Portfolio Market Risk**, tesis doctoral, Universidad de Alicante, España.
-
-

Referencias Bibliográficas

O

- Ortas E., Moneva J., y Salvador M. (2010), ***Conditional volatility in sustainable and traditional stock exchange indexes: analysis of the Spanish market***, DOI 10.3232/2010.V4.N2.07, GCG-Georgetown University, pp. 104-129, sitio WEB en http://gcg.universia.net/pdfs_revistas/articulo_162_1280488705746.pdf.
- Ortiz C., Edgar (1994), **Despegue al desarrollo, etapas de desarrollo financiero y el financiamiento accionario. Un marco teórico para el cambio de los sistemas y las instituciones financieras**, en Gutiérrez P., Antonio, Garrido N. (coord.), *Transiciones financieras y TLC*, Canadá, México y EEUU, Ariel Economía, México.
- Ortiz C., Edgar, Arjona, Enrique (2001), ***Heterokedastic behavior of the Latin American Emerging Stock Markets***, *International Review of Financial Analysis*, vol. 10, núm. 3, pp. 287-305.
- Ortiz, Edgar, Cabello, Alejandra, López H., Francisco (2007), **Mercados de capital emergentes y desarrollo e integración**, en publicación: *Del Sur hacia el Norte: Economía política del orden económico internacional emergente*, Girón, Alicia, Correa, Eugenia, CLACSO, Consejo Latinoamericano de Ciencias Sociales, Buenos Aires.
- Ortiz C., Edgar (2008), **Finanzas y productos derivados. Contratos adelantados, futuros, opciones, swaps**, *mimeo*, UNAM, México.

P

- Pan, Ming-Shiun, Hsueh, Paul (1998), ***Transmissions of Stock Returns and Volatility Between the U.S. and Japan: Evidence from the Stock Index Future Markets***, *Asia-Pacific Markets* 5: 211-225, pp. 211-225.
 - Patev, Plamen, Kanaryan, Nigokhos (2005), ***Modelling and Forecasting the Volatility of the Central European Stock Market***, sitio WEB en <http://www.gloriamundi.org/>.
 - Pesaran, M. H., y Zaffaroni, P. (2006), ***Model Averaging and Value-at-Risk based Evaluation of Large Multi-Asset Volatility Models for Risk Management***, sitio WEB en http://www.usc.edu/dept/LAS/economics/IEPR/Working%20Papers/IEPR_04.3_%5BPesaran,Zaffroni%5D.pdf.
 - Pindyck, Robert S. (2000), *Econometría, modelos y pronósticos*, Mc Graw Hill, 4ª ed., México.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Poon, Ser-Huang, Granger, Clive W. J. (2003), *Forecasting Volatility in Financial Markets: A Review*, Journal of Economic Literature, vol. XLI, junio, pp. 478-539.
- Pramor, Marcus, Tamirisa (2006), Natalia, Common *Volatility Trends in the Central and Eastern European Currencies and the Euro*, IMF Working Paper, sitio Web en <http://papers.ssrn.com/>.

R

- Racine, Marie D., Ackert, Lucy F. (1998), *Time-Varying Volatility in Canadian and U.S. Stock Index and Index Futures Markets : A Multivariate Analysis*, Federal Reserve Bank of Atlanta, Working Paper 98-14, Estados Unidos, sitio WEB en <http://www.frbatlanta.org/frbatlanta/filelegacydocs/wp9814.pdf>.
 - Rachev, Svetlozar, Jasic, Teo, Biglova, Almira, Fabozzi, Frank J., *Risk and Return in Momentum Strategies: Profitability from Portfolios based on Risk-Adjusted Stock Ranking Criteria*, Technical Report, Universidad de Karlsruhe, Alemania, sitio WEB en <http://www.statistik.unikarlsruhe.de/>.
 - Ramírez, Elías, Ramírez, Pedro A. (2007), **Valor en Riesgo: modelos econométricos contra metodologías tradicionales**, Análisis Económico, núm. 51, vol. XXII, UAM, México.
 - Reyes Z., Francisco J. (2002a), **Administración de riesgos en instrumentos de renta fija en México : 1996-2001**, tesis de maestría, Posgrado de la Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
 - Reyes Z., Francisco J. (2002b), **Consideraciones acerca de la administración de riesgos en México**, revista Economía Informa, núm. 305, Facultad de Economía, UNAM, México, pp. 49-52.
 - Richardson, M.P., T. Smith (1993), *A Test of Multivariate Normality of Stock Returns*, Journal of Business April 1993, pp. 295-321.
 - Rockafellar, R. Tyrrell, Uryasev, Stanislav (2002), *Conditional Value-at-Risk for General Loss Distributions*, Journal of Banking & Finance, núm. 26, pp. 1443-1471.
 - Roy, Jean (2003), *Vers une théorie des systèmes financiers*, HEC-Montreal, Canadá, página WEB en <http://neumann.hec.ca/>.
 - Ruppert, David (2004), *Statistics and Finance, An Introduction*, Springer-Verlag, Estados Unidos.
-
-



- Samuelson, Paul A. (1965), ***Proof That Properly Anticipated Prices Fluctuate Randomly***, Industrial Management Review, 6:2 (Spring), pp.41-49.
 - Sánchez Cerón, Carlos (2001), **Valor en riesgo y otras aproximaciones**, VAR, S.C., México.
 - Sánchez V., Armando, Reyes M., Orlando (2006), **Regularidades probabilísticas de las series financieras y la familia de modelos GARCH**, revista *Ciencia Ergo Sum*, julio-octubre, año/vol. 13, núm. 002, AUEM, México, pp. 149-156.
 - Savva S., Christos, Osborn, Dense R. Gill. Len (2005), ***Spillovers and Correlations between US and Major European Stock Markets: The Role of the Euro***, Centre for Growth and Business Cycle Research, Economic Studies, University of Manchester, Inglaterra, sitio WEB en <http://www.ses.man.uk/>
 - Sharpe, W. (1964), ***Capital Asset Pricing. A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk***, *Journal of Finance*, vol. 19, no. 3, pp. 425-442.
 - Sheppard, Kevin (2003), ***Multi-Step Estimation of Multivariate GARCH Models***, Universidad de California. E. U., sitio WEB en <http://www.kevinshppard.com/>.
 - Sierra Lara, Y. (2006), **La Transición al socialismo en las condiciones del capitalismo subdesarrollado contemporáneo. Un análisis de los escenarios keynesiano y neoliberal**, Eumed.net, página Web ubicada en <http://www.eumed.net/libros/>.
 - Silvennoinen, Annastiina (2009), ***Multivariate GARCH Models***, en Andersen, T.G., Davis, R.A., Kreiss, J.-P. ; Mikosch, T., ***Handbook of Financial Time Series***, Springer, New York. Sitio Web en <http://swopec.hhs.se/>.
 - Skintzi, Vasiliki D., Xanthopoulos, Sisinis (2007), ***Evaluation of Correlations Forecasting Models for Risk Managment***, *Journal of Forecasting*, núm. 26, pp. 497-526.
 - Solnik, Bruno (1983), ***International Arbitrage Price Theory***, *The Journal of Finance*, vol. 38, núm. 2, pp.449-457.
 - Soñez, Iván M., Carnevale, Juan M. (2005), **Comparación de Metodologías VaR para el Mercado Accionario Argentino**, tesina de maestría, UCEMA, Argentina.
 - Statman, Meir (1987), ***How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?***, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 22, núm. 3, pp. 353-363.
 - Stiglitz, Joseph E.(2004), **Globalización, organismos financieros internacionales y las economías latinoamericanas**, en *La democracia en América Latina. Hacia una democracia de ciudadanas y ciudadanos*, *Contribuciones para el debate*, PNUD, Argentina.
 - Stoll, Hans R., Whaley, Robert E. (1990), ***The Dynamics of Stock Index and Stock Index Futures Returns***, *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, vol. 25, no. 4, diciembre, pp. 441-468.
 - Swary, Itzhak, Topf (1992), Barry, **La desregulación financiera global. La banca comercial en la encrucijada**, Fondo de Cultura Económica, México.
-
-

Referencias Bibliográficas

T

- Tagliafichi, Ricardo A. (2001), *The GARCH Model and their Application to the VaR*, sitio WEB en <http://www.cema.edu.ar/>.
- Tagliafichi, Ricardo A. (2003), *La estimación del VaR de mercado con modelos GARCH y las distribuciones de colas pesadas*, sitio WEB en <http://www.actuaries.org/>.
- Tagliafichi, Ricardo A. (2007), *¿Es posible tener un cálculo de VaR de mercado apropiados?*, sitio WEB en <http://www.palermo.edu/>.
- Taylor, S. J. (1986), *Modeling Financial Time Series*, Wiley, EE.UU.
- Tse, Y.K., Tsui, Albert, K. C. (2001), *A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations*, Econometric Society World Congress 2000, sitio WEB en <http://econpapers.repec.org/>.

V

- Varela P., Félix (1968), El oro en el sistema de Breton Woods, Revista de Economía Política, no. 50, pp.85-113, sitio WEB localizado en <http://www.cepc.es/>.
- Varela P., Félix (2004), *Sistemas cambiarios: una visión desde la actualidad*, REDALyC, Revista Análisis Económico, tercer cuatrimestre, año/vol. XIX, núm. 042, UAM-A, México, pp. 5-18, sitio WEB en <http://www.analiseconomico.com.mx/>.
- Venegas M., Francisco (2006), *Riesgos financieros y económicos, productos derivados y decisiones económicas bajo incertidumbre*, Thomson ed., México.
- Vergara C., María A., Maya O., Cecilia (2007), *El método Monte Carlo Estructurado para medición del riesgo de mercado en Colombia*, mimeo.
- Villegas H., Eduardo, Ortega O., Rosa Ma. (2002), *El sistema financiero mexicano*, Mc Graw Hill, México.

W

- Wen C., Chin, Hassan S. M. N., Abu, Isa, Zaidi (2007), *Asymmetry and Long-Memory Volatility: Some Empirical Evidence Using GARCH*, Physica A: Statistical and Theoretical Physics, Vol. 373, enero, pp. 651-664
 - Williams, Jonathan, Liao Angel, Integration, *Price Discovery and Volatility Transmisión: Evidence from FX and Stock Markets in the BRICs*, Bangor University, Sitio WEB en <http://www.bbs.bangor.ac.uk/>.
 - Wiener, Norbert (1949), *Extrapolation, Interpolation and Smoothing of Stationary Time Series with Engineering Applications*, MIT Press, Cambridge, Wiley and Sons, New York, Chapman & Hall, London.
-
-

Referencias Bibliográficas

- Wooldridge, Jeffrey M. (2002), *Introductory Econometrics: A Modern Approach*, Michigan: South Western College Publishings.

Y

- Yip, Iris Wing Han (2007), *Multivariate GARCH modeling with applications to financial markets*, Thesis (Ph.D.), Hong Kong University of Science and Technology.

Z

- Zakoian, Jean-M. (1994), *Thresold Heteroskedastic Models*, Journal of Economic Dynamic and Control, núm. 18, pp.931-955.
- Zamorano G., Enrique (1999), *Globalización: caso México*, Instituto Mexicano de Contadores Públicos, Seminario CILEA, México.

Principales WEB Sites

- 1) Yahoo! Financiero <http://mx.finance.yahoo.com/>
 - 2) Federal Reserve (EE.UU.) <http://www.federalreserve.gov/>
 - 3) New York Stock Exchange <http://www.nyse.com/>
 - 4) Toronto Stock Exchange <http://www.tsx.com/>
 - 5) Bolsa Mexicana de Valores <http://www.bmv.com.mx/>
 - 6) Temas especializados en *Value at Risk* <http://gloriamundi.org/>
-
-

APÉNDICE 1. RESUMEN DE LOS PRINCIPALES MODELOS GARCH UNIVARIADOS

Modelo	Ecuación
GARCH Integrado (IGARCH)	$\sigma_t^2 = \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2$ <p style="text-align: center;"><i>tal que</i> $\sum_{j=1}^q \beta_j + \sum_{i=1}^p \alpha_i = 1$</p>
<i>Observaciones</i>	Engle y Bollerslev (1986).
Modelo	Ecuación
Treshold GARCH (TGARCH)	$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{k=1}^r \gamma_k \epsilon_{t-k}^2 I_{t-k}^-$ <p style="text-align: center;">donde la variable dummy $I_t^- = 1$ si $\hat{\epsilon}_t < 0$, 0 de lo contrario</p>
<i>Características</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Las buenas noticias $\epsilon_t > 0$ y las malas noticias $\epsilon_t < 0$ tienen efectos sobre la varianza condicional. - Las buenas noticias tienen un impacto de α_i, mientras las malas noticias tienen un impacto de $\alpha_i + \gamma_i$. Si $\gamma_i > 0$, las malas noticias incrementan la volatilidad, y se dice que hay un efecto apalancamiento para el i-ésimo orden. Si $\gamma_i \neq 0$, el impacto de las noticias es asimétrico.
<i>Observaciones</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Zakoïan (1994), Glosten, Jagannathan y Runkle (199). - Nótese que el GARCH es un caso especial del modelo TARARCH donde el término de umbral (<i>threshold</i>) es cero. Para estimar un modelo TARARCH, se especifica el modelo GARCH con orden ARCH y GARCH y después se cambia el orden del umbral para el valor deseado.
GARCH Exponencial (EGARCH)	$\log(\sigma_t^2) = \omega + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2) + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left[\frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} - E\left(\frac{\epsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}}\right) \right] + \sum_{k=1}^r \gamma_k \frac{\epsilon_{t-k}}{\sigma_{t-k}}$
<i>Características</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Asume que ϵ_t una distribución de error generalizada (DEG). - La especificación de Nelson para 2), el log de la varianza condicional es una versión con restricción.
<i>Observaciones</i>	<ul style="list-style-type: none"> - Nelson (1991). - Nótese la parte izquierda de la ecuación contiene el <i>log</i> de la varianza condicional, lo cual implica que el efecto apalancamiento es exponencial en lugar de cuadrático, y que se garantice que los pronósticos de la varianza condicional sean no negativos.

Power ARCH (PARCH)	$\sigma_t^\delta = \omega + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta + \sum_{i=1}^p \alpha_i (\epsilon_{t-i} - \gamma_i \epsilon_{t-i})^\delta$ <p>donde $\delta > 0$, $\gamma_i \leq 1$ para i, \dots, r, $\gamma_i = 0 \quad \forall i > r$, y $r \leq p$.</p>
Características	<p>-Es la desviación estándar del modelo GARCH, donde ésta es modelada en lugar de la varianza.</p> <p>-La potencia del parámetro de la desviación estándar δ puede ser estimada en lugar de la impuesta, y se agregan los parámetros opcionales γ para capturar la asimetría hasta el orden r.</p>
Modelo	Ecuación
Observaciones	<p>- Taylor (1986) y Schwert (1989), generalizada por Ding <i>et al.</i> (1993) con la especificación de potencia.</p> <p>- El modelo simétrico agrupa $\gamma_i = 0$ para toda i. Nótese que si $\delta = 2$ y si $\gamma_i = 0$ para toda i, el modelo PARCH es simplemente una especificación GARCH estándar. Como en los demás modelos, los efectos de la asimetría se presentan si $\gamma \neq 0$.</p>
Componente GARCH (CGARCH)	$\sigma = (1 - \alpha - \beta)(1 - \rho)\omega + (\alpha + \phi)\epsilon_{t-1}^2 -$ $(\alpha\rho + (\alpha + \beta)\phi)\epsilon_{t-2}^2 + (\beta - \phi)\sigma_{t-1}^2 -$ $(\beta\rho - (\alpha + \beta)\phi)\sigma_{t-2}^2$
Características	La ecuación muestra que el modelo del componente es un modelo restringido (no lineal) GARCH(2,2).
Observaciones	Engle y Lee (1999), Ding y Granger (1996).
GARCH Fraccionalmente Integrado (FIGARCH)	$\sigma = \omega + \beta(L)\sigma_t^2 + (1 - \beta(L) - (1 - \phi(L))$ $(1 - L)^d)\epsilon_t^2;$ <p>con $\beta(L) = \beta_1 L + \dots + \beta_p L^p$, $\phi(L) =$ $\phi_1 L + \dots + \phi_q L^q$</p>
Características	<p>-L es el operador de rezago, y $0 \leq d \leq 1$ es el parámetro de integración fraccional.</p> <p>-Se asume que las raíces de $(1 - \beta(L))$ y $(1 - \phi(L))$ se extiende fuera del círculo unitario.</p> <p>-La ventaja de la estructura FIGARCH (1,d,1) es que desacopla parsimoniosamente los movimientos de corto y largo plazo de la volatilidad agregando un parámetro adicional al modelo GARCH (1,1). El componente de largo plazo es capturado por el parámetro de diferenciación fraccional y el componente de corto plazo para los rezagos polinomiales.</p>
Observaciones	Ding, Granger y Engle (1993), Baillie, Bollerslev y Mikkelsen (1996).
GARCH Exponencial Fraccionalmente Integrado (FIEGARCH)	$y_t = \sigma_t \epsilon_t,$ $(1 - \phi(L))(1 - L)^d \log \sigma_t^2 = \omega + g(\epsilon_{t-1})$ <p>con $g(\epsilon_{t-1}) = \alpha \left(\epsilon_t - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right) + \gamma \epsilon_t$</p>

<i>Características</i>	-Es la forma más simple del modelo FIEGARCH(1,d,0). ϵ_t es ruido blanco gaussiano. - γ mide el efecto apalancamiento y d es el parámetro de larga memoria. -Cuando $d=0$, se obtiene el modelo EGARCH.
Modelo	Ecuación
<i>Observaciones</i>	Bollerslev y Nikkelsen (1996).
Switching ARCH (SWARCH)	$\frac{h_t}{\gamma_{s_t}} = \beta_0 + \sum_{i=1}^q \beta_i \frac{\epsilon_{t-i}^2}{\gamma_{s_{t-i}}}$ con $i=1, 2, \dots, q$ y $s_t=1, 2, \dots, k$
<i>Características</i>	Q proporciona el orden del modelo ARCH, k es el número de regímenes y los γ 's son parámetros de escala que capturan el cambio en el régimen. Uno de los γ 's es indefinido y por lo tanto γ_1 es arbitrariamente normalizado a 1 para el régimen con la volatilidad más baja.
<i>Observaciones</i>	Bruner (1991), Cai (1994), Hamilton y Susmel (1994).
Glosten-Jaganathan-Runkle GARCH (GJR-GARCH)	$h_t = \omega + \beta h_{t-1} + \alpha \epsilon_{t-1}^2 + \theta D_{t-1}^+ \epsilon_{t-1}^2$
<i>Características</i>	-con $D_{t-1}^+ = 1$ si $\epsilon_{t-1} > 0$, $D_{t-1}^+ = 0$, en caso contrario.
<i>Observaciones</i>	Glosten, Jaganathan y Runkle (1993).
GARCH asimétrico no lineal (NAGARCH)	$h = \omega + \beta h_{t-1} + \alpha (\epsilon_{t-1} + \theta \sqrt{h_{t-1}})^2$
Observaciones	Engle y NGg(1993).
GARCH Asimétrico (AGARCH)	$h = \omega + \beta h_{t-1} + \alpha (\epsilon_{t-1} + \theta)^2$
<i>Observaciones</i>	Engle (1990).

Fuente: Elaboración propia.

Nota: Para los modelos asimétricos *AGARCH*, *NAGARCH*, *EGARCH* y *GJR-GARCH*, la obtención de un valor para el parámetro $\theta \neq 0$, indicará que existe respuesta asimétrica de la volatilidad al impacto de innovaciones positivas o negativas. Específicamente, para $\theta > 0$, las innovaciones positivas impactan de mayor forma en la volatilidad que las innovaciones negativas de la misma magnitud.

APÉNDICE 2

Modelos univariados GARCH de índices accionarios de las economías del bloque TLCAN

EN DÓLARES NORTEAMERICANOS						
	ÍNDICE DJIA		ÍNDICE TSX		INDICE IPC	
	GARCH	TARCH	GARCH	TARCH	GARCH	TARCH
ϕ_1	0.0753 (0.0241)	0.0570 (0.0240)				
ϕ_2	0.1047 (0.0229)	0.1036 (0.0233)	-0.0460 (0.0226)	-0.0309 (0.0222)	0.1234 (0.0232)	0.1315 (0.0221)
α_1	0.0164 (0.0035)	0.0300 (0.0055)	0.0104 (0.0017)	0.0093 (0.0013)	0.0357 (0.0075)	0.0470 (0.0070)
α_2	0.0528 (0.0061)	0.0127 (0.0120)	0.0709 (0.0083)	-0.0089 (0.0062)	0.0546 (0.0063)	-0.0025 (0.0065)
β_1	0.9325 (0.0061)	0.0788 (0.0155)	0.9189 (0.0089)	0.1228 (0.0124)	0.9291 (0.0073)	0.1093 (0.0126)
γ_1		0.9171 (0.0105)		0.9379 (0.0077)		0.9281 (0.0074)
<i>Observaciones</i>	2085	2085	2085	2085	2085	2085
<i>Log. verosim.</i>	-2980.7	-2970.9	-2739.3	-2700.2	-3669.4	-3637.6
<i>Crit. Akaike</i>	2.8641	2.8556	2.6327	2.5962	3.5237	3.4942
<i>Crit. Schwarz</i>	2.8776	2.8718	2.6436	2.6097	3.5345	3.5077
<i>ARCH-LM(1)</i>	0.0813	0.1487	0.6718	0.7008	0.1280	0.0248

EN DÓLARES CANADIENSES						
	ÍNDICE DJIA		ÍNDICE TSX		INDICE IPC	
	GARCH	TARCH	GARCH	TARCH	GARCH	TARCH
ϕ_1	0.0548 (0.0170)	0.0395 (0.0176)	-0.0856 (0.0231)	-0.0882 (0.0215)		
ϕ_2			-0.0602 (0.0228)	-0.0534 (0.0219)	0.0686 (0.0235)	0.0746 (0.0227)
α_1	0.0066 (0.0016)	0.0102 (0.0017)	0.0175 (0.0042)	0.0079 (0.0021)	0.0361 (0.0084)	0.0370 (0.0069)
α_2	0.0552 (0.0059)	0.0144 (0.0088)	0.0627 (0.9232)	-0.0140 (0.0056)	0.0451 (0.0060)	-0.0025 (0.0054)
β_1	0.9374 (0.0054)	0.0652 (0.0117)	0.9232 (0.0112)	0.0881 (0.0099)	0.9389 (0.0074)	0.0864 (0.0108)
γ_1		0.9372 (0.0064)		0.9616 (0.0070)		0.9434 (0.0069)
<i>Observaciones</i>	2085	2085	2085	2085	2085	2085
<i>Log. verosim.</i>	-2621.9	-2611.7	-3022.5	-2995.4	-3739.8	-3712.1
<i>Crit. Akaike</i>	2.5176	2.5088	2.9055	2.8804	3.5912	3.5656
<i>Crit. Schwarz</i>	2.5285	2.5223	2.9190	2.8967	3.6020	3.5792
<i>ARCH-LM(1)</i>	0.1203	0.0454	3.3490	0.4425	0.0647	0.1121

Modelos univariados GARCH de índices accionarios de las economías del bloque TLCAN (continuación)

EN PESOS MEXICANOS						
	ÍNDICE DJIA		ÍNDICE TSX		ÍNDICE IPC	
	GARCH	TARCH	GARCH	TARCH	GARCH	TARCH
ϕ_1					0.1318 (0.0287)	0.0870 (0.0271)
ϕ_2	-0.0294 (0.0218)	-0.0250 (0.0216)	-0.0680 (0.0222)	-0.0684 (0.0219)	0.1090 (0.0247)	0.1104 (0.0236)
α_1	0.0283 (0.0072)	0.0143 (0.0028)	0.0107 (0.0026)	0.0114 (0.0022)	0.0414 (0.0080)	0.0528 (0.0082)
α_2	0.0529 (0.0084)	-0.0102 (0.0063)	0.0650 (0.0084)	-0.0017 (0.0089)	0.0801 (0.0104)	0.0077 (0.0100)
β_1	0.9254 (0.0114)	0.0617 (0.0100)	0.9252 (0.0095)	0.1119 (0.0157)	0.8962 (0.0125)	0.1504 (0.0174)
γ_1		0.9660 (0.0052)		0.9357 (0.0093)	0.0125	0.8854 (0.0138)
<i>Observaciones</i>	2085	2085	2085	2085	2085	2085
<i>Log. verosim.</i>	-3204.6	-3189.2	-2848.3	-2821.4	-3384.8	-3350.6
<i>Crit. Akaike</i>	3.0823	3.0685	2.7361	2.7112	3.2517	3.2198
<i>Crit. Schwarz</i>	3.0931	3.0820	2.7469	2.7247	3.2652	3.2361
<i>ARCH-LM(1)</i>	0.0675	2.4802	0.0752	0.0121	0.0225	0.3172

Matriz de varianzas-covarianzas para la elaboración de 3 portafolios de inversión en Estados Unidos, Canadá y México

Portafolios 1: inversión en E.U.			
	DJIA*1	TSX/CANUS	IPC/PESOUS
DJIA*1	0.0113	0.0058	0.0084
TSX/CANUS	0.0058	0.0118	0.0085
IPC/PESOUS	0.0084	0.0085	0.0228

Portafolio 2: inversión en Canadá			
	DJIA/USCAN	TSX*1	IPC/PESCAN
DJIA/USCAN	0.0126	0.0055	0.0097
TSX*1	0.0055	0.0091	0.0075
IPC/PESCAN	0.0097	0.0075	0.0235

Portafolio 3: inversión en México			
	DJIA/USPESO	TSX/CANPES	IPC*1
DJIA/USPESO	0.0112	0.0059	0.0063
TSX/CANPES	0.0059	0.0114	0.0059
IPC*1	0.0063	0.0059	0.0181

APÉNDICE 3

Optimización de los portafolios de inversión en los países del TLCAN (modelos M-VARCH). Método naïve*. Porcentaje diario.

I. MODELOS UNIVARIADOS

Portafolio Optimizado (Markovitz)/ Modelos:	Parámetro (rendimiento-riesgo) / ²	Portafolio 1 US dólares (%)	Portafolio 2 CAN dólares (%)	Portafolio 3 MEX pesos (%)
---	---	--------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------------------

Panel A. Supuesto de distribución normal (real)

<i>Desvest</i>	μ	0.037	0.037	0.044
	σ	1.010	1.005	0.928
	RRR/ ¹	3.66	3.68	4.76
<i>EWMA</i>	μ	0.041	0.041	0.041
	σ	0.933	0.933	0.933
	RRR/ ¹	4.45	4.45	4.45

Supuesto de distribución normal en la distribución de los errores ε_t

<i>GARCH(1,1)</i> ³	μ	0.053	0.022	0.049
	σ	1.009	1.005	0.928
	RRR/ ¹	5.25	2.24	5.25
<i>TGARCH(1,1)</i> ³	μ	0.053	0.022	0.049
	σ	1.009	1.005	0.928
	RRR/ ¹	5.25	2.24	5.25

Panel B. Supuesto de distribución logística (teórica)

Logística	μ	0.053	0.022	0.049
	σ	1.010	1.005	0.928
	RRR/ ¹	5.25	2.24	5.25

II. MODELOS MULTIVARIADOS

Panel C. Supuesto de distribución normal en la distribución de los errores ε_t

<i>D-VECH</i> ³	μ	0.053	0.053	0.053
	σ	1.061	1.034	0.913
	RRR/ ¹	5.00	5.12	5.81
<i>D-BEKK</i> ³	μ	0.022	0.022	0.022
	σ	1.061	1.154	0.920
	RRR/ ¹	2.12	1.95	2.44
<i>CCC</i> ³	μ	0.049	0.049	0.049
	σ	1.008	1.042	0.909
	RRR/ ¹	4.83	4.67	5.36

Notas: /1 RRR: relación riesgo-rendimiento. /2 Símbolos media-varianza (μ - σ), respectivamente.

/3 Modelos obtenidos por el método de máxima verosimilitud, así como los criterios de *Akaike* y *Schwarz*.

*Ponderación al 33.33% para cada uno de los tres activos que componen cada portafolio de inversión.