

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Vniver4dad Nacional AvFn9ma de Mexico

DIVISIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MODELACIÓN NUMÉRICA DE LA HIDRODINÁMICA DE LA EROSIÓN EN PILAS DE PUENTES CON ESVIAJE EMPLEANDO LA DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL CFD

TESIS

COMO REQUISITO PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRO EN INGENIERÍA

(HIDRÁULICA)

PRESENTA

CLAUDIA PATRICIA PÉREZ LUNA

DIRECTOR DE TESIS DR. JESÚS GRACIA SÁNCHEZ



MÉXICO D.F.

SEPTIEMBRE DE 2012

Para Andrés y Nicolás....

Agradecimientos

A México por abrirme sus puertas.

A Luis y Raquel. Ustedes siempre están conmigo.

Al Doctor Jesús Gracia Sánchez, por animarme a concluir este trabajo.

Al Ingeniero José Antonio Maza, por el entusiasmo que compartió conmigo en la ingeniería de ríos.

A mi Maestro y amigo Víctor Franco, por su amistad y apoyo incondicional.

A los Doctores Carlos Escalante y Oscar Fuentes, por las oportunidades que me brindaron desde el ingreso al posgrado.

Alejandro, gracias por creer siempre en mí.

Al Instituto de Ingeniería por todo el apoyo profesional.

ÍNDICE

	INTRODUCCIÓN	
		Pág
1.	ANTECEDENTES 1.1. Descripción del fenómeno 1.2 Experimentación de la socavación local en pilas de	3 3
	puente	9
	puente	14
2.	MODELO DE SIMULACIÓN PHOENICS	19
	2.1. Método del volumen finito	20
	2.1.1. Diusion indimensional en estado permanente 2.1.2. Caso general	20 22
	2.1.3. Cálculo del campo de velocidades y campo de presiones	23
	2.1.4. Cálculo del esfuerzo cortante	23
	2.2. Ecuaciones generales de conservación 2.2.1 Ecuación de conservación de masa	24 24
	2.2.2. Ecuación de conservación de cantidad de movimiento	24
	2.3. Ecuación general de transporte	25
	2.3.1. Forma integral de la écuación general de transporte	25
3.	SIMULACIÓN DE LA SOCAVACIÓN LOCAL	27
	3.1. Planteamiento del problema	27
	3.1.1. Caso 3. Plia rectangular alineada con el liujo 3.1.2. Casos 4 y 5. Pila rectangular con ángulo de	20
	3.2. Cálculo del esfuerzo cortante	29 29
	3.3. Simulaciones de la socavación	31
4.	ANÁLISIS DE RESULTADOS	33

5.	MEDIDAS DE PROTECCIÓN	38
	5.1. Introducción	38
	 5.2. Factores que pueden afectar la corriente 5.2.1. Cambios morfológicos 5.2.2. Cambios por contracción 5.2.3. Acorazamiento 5.2.4. Agradación y degradación 5.2.5. Socavación local 5.2.6. Escombros o acarreos 	39 39 39 39 39 40 40
	 5.3. Consideraciones para seleccionar la medida de protección 5.3.1. Proteciones hidráulicas 5.3.1.1. Estructuras que guían el flujo 5.3.1.2. Estructuras acorazadas 5.3.2. Protecciones estructurales 5.3.2.1. El reforzamiento de la cimentación. 5.3.2.2. Modificaciones a la geometría de la pila. 5.3.3. Supervisión 5.3.3.1. Instrumentación fija 5.3.3.2. Instrumentación portátil 5.3.3.3. Inspección visual 	45 46 46 47 47 47 47 47 48 48 48
	 5.4. Medidas de protección para socavación local en pilas 5.4.1. <i>Riprap</i> o enrocado 5.4.2. Gabiones y matrices Reno 5.4.3. Dispositivos que alteran el flujo 5.4.4. Uso de colchones articulados de tela 5.4.5. Estribos, <i>groynes</i>, diques y venas 5.4.6. Unidades de concreto 5.4.7. Reforzamiento de la cimentación 5.4.8. Bancos guía 	49 49 50 50 51 51 51 52
	5.5. Aplicaciones del modelo desarrollado	52
СС	ONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	53
RE	EFERENCIAS	54
AF	PÉNDICES	60

TABLA DE FIGURAS

Pág

Figura 1.1. Representación esquemática del patrón de flujo en una pila cilíndrica, Breusers y Raudkivi (1991) 5 Figura 1.2. Esquema del patrón de flujo alrededor de una pila circular, Hoffmans y Verhei (1997) 6 Figura 1.3. Estimación del diámetro del vórtice primario, 6 Kothyari et al (1992) Figura 1.4. Comportamiento de la profundidad máxima con respecto a la velocidad media, Shen et al. (1969) 8 Figura 1.5. Relación entre la erosión relativa y la profundidad relativa, Laursen y Toch (1956) 10 Figura 1.6. Coeficiente de corrección cuando existe un ángulo de incidencia entre el eje de la pila y la corriente, Laursen y 11 Toch (1956) Figura 1.7. Socavación alrededor de un cilindro. Dev y Bose 13 (1994)Figura 1.8. Proceso de la socavación en la base de una pila circular, Dey y Bose (1994) 13 Figura 1.9. Distribución de velocidades en el fondo y vectores de velocidad a lo largo del eje longitudinal de simetría y pared de un cilindro, Olsen y Melaaen (1993) 15 Figura 1.10. Distribución de esfuerzos cortantes (a) y presiones (b) alrededor de un cilindro, Richardson et al. (1995) 16 Figura 1.11. Distribución de velocidades y esfuerzos cortantes para fondo rígido plano, Alí et al. (1997). 17 Figura 1.12. Simulación numérica del campo tridimensional del flujo, Dou, Jones y Wang (1997). 17 Figura 1.13. Elevación del fondo, en centímetros, después de 200 seg.(izq.), 3600 seg.(centro) y 11000 seg.(der.), Olsen y Kjellesvig (1998). 18 Figura 1.14. Elevación del fondo, en metros, al final de la socavación, Olsen y Kjellesvig (1998). 18

Figura 2.1. Esquema bidimensional de una malla computacional.	20
Figura 3.1. Comparación del mallado para el cálculo computacional y las observaciones experimentales de	
Maza(1966) del foso de socavación, visto de planta.	32
Figura 4.1. Formación del vórtice herradura	33
Figura 4.2. Caso de esviaje de 15°.	34
Figura 4.3. Caso de esviaje de 30°.	35
Figura 4.4. Caso de esviaje de 30°.	36
Figura 5.1. Ejemplo de falla en un puente por soca vación.	38
Figura 5.2. Socavación local e pilas de puentes, Gary L. Lewis (2004)	41
Figura 5.3. Socavación en pilas de puentes, Gary L. Lewis (2004)	41
Figura 5.4. Socavación en pilas de puentes, Gary L. Lewis (2004)	41
Figura 5.5. Socavación en estribos, Gary L. Lewis (2004)	42
Figura 5.6. Socaación por movimiento lateral del cauce, Gary L. Lewis (2004)	42
Figura 5.7. Socavación por degradación, Gary L. Lewis (2004)	42
Figura 5.8. Socavación por expansión del flujo, Gary L.Lewis (2004)	43
Figura 5.9. Socavación en pilas por ángulo de incidencia adverso, Gary L.Lewis (2004)	43
Figura 5.10. Socavación por migración lateral, Gary L.Lewis (2004)	43
Figura 5.11. Socavación por degradación del fondo, Gary L.Lewis (2004)	44
Figura 5.12 Socavación por migración lateral, Gary L.Lewis (2004)	44
Figura 5.13. Rip rap para protección de pilas, Washington State Department of Transportation (2006)	49

Figura 5.14. Instalación de gaviones como protección de pilas.	49
Figura 5.15. Instalación de deflectores en "V".	50
Figura 5.16. Colchones articulados de tela.	50
Figura 5.17. Instalación de Groynes y Venas.	51
Figura 5.18. Colocación de unidades de concreto en pilas de puente.	51
Figura 5.19. Refuerzo de una pila.	52

INTRODUCCIÓN

La socavación es un fenómeno natural producido por la corriente de los ríos, como resultado de la acción erosiva del agua al remover y acarrear el material del fondo y los taludes de un cauce.

Los canales en ríos naturales están sujetos a continuos cambios en su geometría debido a la interacción entre el flujo y las fronteras erosionables, presentándose mayor alteración cuando se construyen estructuras dentro de éstos que originan cambios en los procesos de transporte y depósito de sedimento.

La socavación general está asociada con las variaciones naturales del flujo y ocurre independientemente de la presencia de una estructura. La socavación por reducción resulta de incrementos generales en la velocidad donde se reduce el área de sección del flujo y se caracteriza por una disminución en la elevación local del fondo. Por el contrario, la socavación local se debe a cambios en los patrones locales del flujo en una estructura, generalmente está asociada con flujos tridimensionales y sistemas de vórtices y se caracteriza por la formación de huecos en la base de su fundación.

La causa más común de falla en puentes se debe a que las avenidas, que generan la sobre elevación del nivel de la superficie libre del agua por encima del nivel normal, hacen de la socavación en la base de las pilas el daño más frecuente. Por éste motivo al presentarse un incremento del valor del esfuerzo cortante requerido para el arrastre de sedimento, la aceleración del flujo alrededor de las pilas y la estructura del vórtice de herradura. Melville (1975) y Ettema (1980).

La socavación local al pie de las pilas de puentes es un problema que por su importancia económica y social con las que se encuentra involucrada, ha motivado al desarrollo de innumerables investigaciones en un afán por definir métodos que permitan estimar la profundidad de socavación y explicar el fenómeno a partir de la evaluación de aquellos factores que la originan, como una forma de contribuir a la construcción de estructuras más seguras, disminuir los riesgos de falla que pueden resultar más costosos que la misma construcción de las obras y garantizar el funcionamiento adecuado para el cual fueron construidas.

En el primer capítulo del presente trabajo se presenta de manera general, estudios realizados en modelos de laboratorio a escala en los cuales se ha observado la evolución de la socavación en pilas y estribos de puentes, por lo que se cuenta con un amplio número de mediciones experimentales que han permitido entender el problema de la socavación y dar soluciones. También se presentan algunos modelos numéricos y sus resultados computacionales, que han servido como métodos de comparación para precisar las mediciones experimentales y las observaciones efectuadas del fenómeno, además de representar económicamente una herramienta viable para brindar soluciones a problemas de este tipo.

En el segundo capítulo se describe el modelo computacional PHOENICS, las principales ecuaciones que emplea y la metodología en que se basa para resolver un problema. El modelo considera el componente hidrodinámico que resuelve las ecuaciones generales de conservación de cantidad de movimiento y de continuidad así como las ecuaciones de conservación de la energía cinemática turbulenta y de su tasa de disipación para modelar la turbulencia.

Posteriormente, y como objetivo principal del desarrollo de este trabajo, en el capítulo tercero se lleva a cabo una aplicación para conocer los efectos del ángulo de incidencia del flujo sobre la socavación y evaluar cualitativamente el proceso transitorio con el inicio de la socavación en las esquinas y parte frontal de la pila. Para ello se ha hecho uso de la valiosa contribución realizada sobre el tema de Maza y Sánchez (1964) y Maza (1966). Basados en el método de Laursen y Toch y a partir de numerosas pruebas experimentales llevadas a cabo en cauces formados con arena y grava, propusieron un método para determinar la socavación local como una función de la relación entre el ancho de la pila y el tirante del agua y el número de *Froude* de la corriente, utilizando varias geometrías de sección transversal de pila.

Con la disponibilidad de los datos experimentales recopilados de los estudios de Maza, se llevaron a cabo las simulaciones numéricas con el modelo PHOENICS propuesto, con el fin de terminar las características de la socavación en torno a una pila, con base en los efectos hidrodinámicos tridimensionales que se generan alrededor de ésta cuando el flujo incide oblicuamente.

Finalmente se hacen los comentarios y análisis respectivos de los resultados obtenidos de las simulaciones, así como los alcances que se espera se hayan podido lograr con el desarrollo del presente trabajo y los objetivos futuros que puedan surgir.

CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES

1.1 DESCRIPCION DEL FENOMENO

La descripción del comportamiento del flujo que pasa por un obstáculo resulta un problema muy complejo, más aún cuando la presencia del obstáculo genera socavación en su base. El movimiento del material sólido en corrientes aluviales es un fenómeno que depende de diversos factores como la configuración geológica y topográfica del cauce, las características del material de arrastre y las características hidráulicas de la corriente. Para ciertas condiciones dadas de estos factores, un cauce estará en capacidad de transportar, por unidad de tiempo, una cierta cantidad de material de arrastre al que se denomina gasto sólido; si el gasto sólido se mantiene constante a lo largo del cauce, todas las secciones transversales del mismo permanecerán sin alterarse.

Cuando se coloca un obstáculo dentro de la corriente, se modifican localmente las condiciones hidráulicas de escurrimiento, y en consecuencia se modifica la capacidad de arrastre de la zona cercana a la obstrucción. Si esta capacidad es mayor que la proporción con que la corriente alimenta a la zona con material sólido se producirá entonces socavación; en caso contrario, se producirá depósito. En el caso de un puente construido en una corriente, se pueden considerar cuatro factores, relacionados entre sí, que causan cambio en la elevación del fondo bajo el puente y que dificultan el encontrar un solo criterio para determinar la socavación máxima, Shen, Schneider, y Karaki (1969):

- 1. Degradación o gradación progresiva o temporal del fondo, asociadas con los cambios en los regímenes del río y que pueden cambiar la elevación completa del fondo.
- 2. La presencia de dunas en el fondo o desplazamiento de la profundidad del canal, que hacen que la elevación del fondo de un río sea por lo general irregular en dirección transversal.
- 3. Las pilas de un puente que reducen el área neta del flujo, aumentan su velocidad bajo el puente y su capacidad de socavación.

4. La socavación local, debida a las perturbaciones del flujo que producen las pilas, origina disminución de la elevación del fondo junto a la pila.

La socavación en un puente está directamente asociada con las avenidas; inicia con el aumento de la corriente cuando las velocidades alcanzan el rango crítico y se moviliza el material del fondo, proceso que continúa tanto como dure la avenida. La socavación cambia mientras la avenida se desvanece haciendo que el sedimento se deposite en el fondo ya erosionado. Cuando el flujo pasa alrededor de la pila de un puente, experimenta una separación tridimensional y estas capas cortantes se enrollan para formar un sistema de vórtice que es arrastrado aguas abajo por el flujo, Kothyari, Ranga Raju y Garde (1992). La formación del vórtice herradura en la nariz de la pila resulta del incremento del esfuerzo cortante y por tanto de un incremento local en la capacidad de transporte de sedimento. Esto da paso al desarrollo de un foso alrededor de la pila que cambia los patrones del flujo y del esfuerzo cortante.

De acuerdo con los estudios de Shen (1971), dependiendo del tipo de pila y las condiciones del flujo libre, la estructura vorticosa puede tener el comportamiento de todos o uno de los tres sistemas básicos siguientes: sistema del vórtice herradura (*horseshoe vortex*), sistema del vórtice de estela (*wake vortex*) o el sistema *trailing-vortex*. Este último se presenta solamente en pilas completamente sumergidas. Los sistemas de vórtices son una parte integral de la estructura del flujo y afectan fuertemente la componente vertical de la velocidad en la vecindad de la pila.

Si el campo de presiones originado por la pila es lo suficientemente fuerte, causa una separación tridimensional de la capa límite, la cual envuelve la cabeza de la pila para formar el sistema del vórtice herradura. Este vórtice herradura no es uniforme o regular para todas las condiciones del flujo estudiado y su magnitud es una función del número de Reynolds y de la profundidad de equilibrio. Para algunos números de Reynolds el vórtice se emite periódicamente, lo que se observa durante el proceso erosivo como puñados de sedimento que se expulsan alrededor de la pila.

Aguas abajo los vórtices de estela se generan por la presencia misma de la pila. Para bajos números de Reynolds (3 a 5 < Re < 40 a 50), Shen et al. (1969), estos vórtices son estables y forman un sistema estacionario aguas abajo cerca de la pila. Para números de Reynolds de interés práctico el sistema es inestable y los vórtices se esparcen alternativamente desde la pila hasta converger aguas abajo.

Adicionalmente, existen otros patrones del flujo que influyen o son producto del mecanismo básico de la socavación local, Melville (1975) y Melville y Raidkivi (1977). En una pila circular, por ejemplo, el flujo adopta una forma espiral alrededor de ésta y se expande en su base haciendo que el flujo descienda enfrente de la pila (fenómeno denominado *do wnflow*) y se produzca una fuerte circulación del flujo en torno de su eje de simetría que disminuye a medida que rodea la pila, como lo presentan Breusers y Raudkivi (1991), figura 1.1. El

máximo valor del esfuerzo cortante en este caso se localiza entonces en los extremos aguas arriba de la pila donde da inicio la socavación.



Figura 1.1. Representación esquemática del patrón de flujo en una pila cilíndrica, Breusers y Raudkivi (1991)

Durante el desarrollo de la socavación, en el fondo del foso se forma un anillo concéntrico a la pila circular debido al efecto que produce el choque del flujo descendente, *downflow*, con el vórtice herradura. La socavación ocurre por debajo del borde de este anillo, al presentarse avalanchas irregulares del material el fondo que obligan al material a subir la pendiente del foso erosionado y entrar al flujo. El material erosionado es llevado por el flujo hacia aguas abajo dentro de la región del vórtice de estela. En la figura 1.2. presentada por Hoffmans y Verheij (1997) pueden apreciarse estos patrones.

Los vórtices de estela que se forman aguas abajo de la pilas son el resultado de la separación del flujo en ambos lados de la pila. Denominados vórtices *cast-off* por Raudkivi (1991), tienen eje vertical y se disipan a medida que se desplazan hacia aguas abajo, su magnitud varía dependiendo de la forma de la pila y la velocidad del fluido, Shen et al. (1969). Melville (1975) escribió: "cada concentración de vórtices actúa con su centro de baja presión como una aspiradora", levantando el material del fondo y luego transportándolo hacia aguas abajo.



Figura 1.2. Esquema del patrón de flujo alrededor de una pila circular, Hoffmans y Verhei (1997)

El vórtice herradura se ha considerado como el principal agente que causa la socavación, pero otros estudios indican que es una consecuencia y no la causa de ésta, Shen et al. (1969). Sea o no la razón por la cual se produce, es importante estudiar sus efectos. Se puede considerar que propiedades como la tasa de socavación y profundidad puedan determinarse a partir de las propiedades de dicho vórtice, como lo presentan Kothyari et al. (1992) al realizar experimentos con pilas circulares para tratar de determinar el diámetro del vórtice midiendo el espesor de la capa límite aguas arriba de la pila y luego usarlo como índice del tamaño de un vórtice primario, figura 1.3.

Antes de iniciar la socavación el vórtice es de forma circular, luego se extiende hacia aguas abajo pasando por los lados del cilindro para, a unos pocos diámetros de pila, volverse parte de la turbulencia general. Sus observaciones se centraron principalmente en las características geométricas y hidráulicas del vórtice, logrando una relación para estimar su diámetro con base en datos experimentales. El aumento del tamaño del vórtice de herradura está acompañado por una disminución del esfuerzo cortante del fondo.



Figura 1.3. Estimación del diámetro del vórtice primario, Kothyari et al (1992)

La socavación local se puede clasificar en *clear-water* o *live-bed*, de acuerdo con la capacidad que tenga el flujo para transportar el material del fondo. La primera ocurre cuando el flujo no mueve el sedimento, mientras que la segunda ocurre cuando el flujo genera movimiento y transporte del material del fondo. En el caso *clear-water*, la socavación inicia antes de que la velocidad sea lo suficientemente fuerte para iniciar el transporte de sedimentos; el sedimento se remueve desde el fondo del foso pero sin ser remplazado por el flujo; la profundidad de equilibrio se alcanza cuando el flujo ya no es capaz de remover el sedimento del fondo del foso y el valor del esfuerzo cortante está por debajo del valor crítico. En sedimento uniforme, la profundidad de socavación aumenta casi linealmente con el aumento de la velocidad hasta alcanzar una velocidad crítica máxima equivalente a más o menos 2.3 veces el diámetro de la pila.

En el caso *live-bed* este efecto no es muy claro; la mayoría de las investigaciones exponen que para una profundidad del flujo, la profundidad de socavación aumenta indefinidamente, a una tasa creciente o decreciente, con el aumento de la velocidad, Melville y Chiew (1987). El flujo alimenta continuamente con sedimento al foso; la profundidad de equilibrio se obtiene, para un período de tiempo, cuando la cantidad promedio de sedimento transportado dentro del foso es igual a la cantidad de sedimento que se remueve fuera de éste debido a la acción erosiva local, haciendo que la profundidad local fluctúe periódicamente con respecto a un valor medio. Melville (1984).

Laursen encontró experimentalmente que al ser continuo el movimiento de sedimento, la profundidad de socavación resulta ser función de la profundidad del flujo y geometría de la pila pero es independiente de la velocidad del flujo. Más tarde propuso un análisis para la socavación en *clear-water* y verificó la importancia de la velocidad y el diámetro de la pila. En experimentos realizados para una pila cilíndrica y tamaño de arena, encontró que la profundidad máxima disminuye ligeramente con la velocidad media después de alcanzar sus condiciones iniciales máximas y luego permanece constante. Shen et al. (1969) adicionalmente concluyeron que la relación entre la profundidad de equilibrio d_{se} y la velocidad media del flujo U_o es como se muestra en la figura 1.4.

La gradación del sedimento tiene una fuerte influencia en la profundidad de equilibrio en socavación en *clear-water*. En el caso de socavación en *live-bed* el efecto es considerablemente más complejo. Si las condiciones del flujo permanecen durante un tiempo a la velocidad cortante crítica y no hay transporte de sedimento, la profundidad de socavación local alcanza su valor máximo para la condición *clear-water*. Al pasar el esfuerzo cortante crítico, τ_{ca} , la capa superficial se deteriora y se incrementa rápidamente la tasa de transporte de sedimento, provocando reducción en la profundidad de socavación local. Después de la reducción inicial, la profundidad de socavación aumenta de nuevo con el incremento del esfuerzo cortante hasta alcanzar la condición de transición a fondo plano.



Figura1.4. Comportamiento de la profundidad máxima con respecto a la velocidad media, Shen et al. (1969)

El proceso de socavación puede representarse por medio de la relación (1.1), donde pueden presentarse los casos: (1) no hay socavación, (2) ocurre socavación en *clear-water*, (3) hay socavación con continuo movimiento de sedimento. Solo los casos 2 y 3 causan un cambio considerable en la elevación del fondo cerca de la pila. Shen et al. (1969).

$$\frac{dQ_s}{dt} = q_{s1} - q_{s2} \qquad (1.1)$$

donde q_{s1} es la capacidad del flujo de transportar sedimento fuera del foso, en volumen por unidad de tiempo; q_{s2} es la tasa a la cual se suministra sedimento al foso, en volumen por unidad de tiempo; dQ_s/dt es la tasa de socavación local, en volumen por unidad de tiempo.

En condición de equilibrio, los esfuerzos cortantes son generalmente más pequeños que aquellos que se presentan durante el desarrollo de la socavación o a nivel del fondo. Esto indica que la condición de equilibrio se mantiene por el efecto combinado entre el esfuerzo cortante medio temporal, la componente del peso y la agitación turbulenta que se suman a la condición local de entrada del transporte de sedimento. Al comparar el esfuerzo cortante y la intensidad de turbulencia se observa que son inversamente proporcionales, es decir, que el esfuerzo cortante tiende a ser mayor cuando la intensidad de turbulencia es menor y viceversa. El transporte de sedimento inicia cuando el esfuerzo cortante en el fondo excede el valor crítico.

La profundidad del flujo y el tamaño de sedimento son independientes del estado de movimiento en que se encuentren las partículas del fondo y de la velocidad del flujo en condición *live-bed*. Melville y Chiew (1987). La profundidad de socavación aumenta con el aumento de la relación tirante/diámetro, y₀/D, hasta un cierto valor límite después del cual la

profundidad no depende de dicha relación. La profundidad de socavación local no permanece constante pero fluctúa con respecto al movimiento de las formas de fondo que pasan por el foso. La profundidad de equilibrio puede disminuir por la presencia de formas de fondo o por cambios en la distribución de velocidad debido a que causan un cambio en la capacidad de socavación del foso. La profundidad de equilibrio también depende del tamaño del sedimento de fondo.

Se considera que la profundidad de equilibrio en condición *clear-water* es siempre menor que 2.3 veces el diámetro de la pila mientras que la profundidad de equilibrio en condición *live-bed* es siempre menor que 2.0 veces el diámetro de la pila. Sin embargo, en condiciones *live-bed* la contribución de las formas de fondo a la profundidad puede ser significante, especialmente cuando el tamaño de las formas de fondo es grande.

Para formas de pila diferentes a la cilíndrica, la profundidad de la socavación depende del alineamiento de la pila con el flujo. La socavación local está relacionada con el ancho proyectado de la pila, y este ancho aumenta rápidamente con el ángulo de ataque del flujo. Con el incremento del ángulo de ataque la ubicación de la profundidad máxima de socavación se mueve a lo largo del lado expuesto de la pila desde el frente hasta la parte posterior. El flujo descendente, sobre el lado expuesto se combina con la velocidad dentro de una fuerte corriente espiral y excava un profundo foso cerca del final de la pila. Por esta razón, los ángulos de ataque superiores a los 5-10° deben evitarse, de no ser posible se recurre a construir una fila de columnas cilíndricas para que se produzcan socavaciones menos profundas. Laursen y Toch realizaron una gráfica, muy utilizada hoy en día, donde se determinan factores de multiplicación para calcular la profundidad de socavación local en función del ángulo de ataque del flujo y la relación longitud/espesor de la pila.

Se requiere entonces estimar la profundidad de socavación en una pila de puente en un cauce aluvial para el diseño seguro y económico tanto de la pila como del mismo puente y su fundación. La mayoría de los estudios se han llevado a cabo para condición *clear-water*, mientras que para el caso de *live-bed* han sido pocos. También se han desarrollado para el diseño algunas relaciones para determinar la profundidad máxima de socavación en flujo permanente; sin embargo, el flujo de un río durante una avenida es no permanente y los cambios en la descarga pueden ser muy rápidos. Para el diseño se debe considerar colocar la estructura de manera que el cauce esté libre de estrechamientos que puedan impedir el paso de la avenida, y proteger las pilas de la erosión general y local.

1.2. EXPERIMENTACIÓN DE LA SOCAVACIÓN LOCAL EN PILAS DE PUENTES

Son considerables los trabajos realizados para la estimación de la socavación local alrededor de pilas de puente. Durante los últimos 30 años, se han definido muchas formulaciones para estudiar los diferentes aspectos del flujo tanto teórica como con la ayuda de datos de laboratorio y experimentos a escala. A

causa de la complejidad del problema se toman en cuenta diversos factores que afectan la profundidad máxima de la socavación local y para ello se han realizado numerosos trabajos experimentales y observaciones en ellos, que han servido para establecer métodos de diseño para determinar la profundidad máxima de socavación local en pilas de puente. La mayoría se apoyan en los estudios desarrollados por Laursen y Toch (1956), quienes observaron que la socavación enfrente de la pila no progresa si se mantienen las condiciones de tirante constante y se aumenta de manera considerable la velocidad del flujo. En el caso en que la corriente incida en forma paralela al eje de la pila la socavación dependerá únicamente del tirante y de la forma de la pila, sin tomar en cuenta la velocidad y el diámetro del material del fondo. Para el caso en que la corriente incida oblicuamente formando un ángulo con el eje de la pila, la socavación no dependerá de la forma de la pila.

Para el primer caso donde la corriente incide con el eje de la pila, la socavación se determina con la expresión:

$$S_0 = K_1 K_2 b$$
 (1.2)

donde S_o es la profundidad máxima de socavación en la nariz de la pila, a partir del fondo; K_1 es un coeficiente que depende de la relación H/b, H es el tirante de la corriente y b el ancho de pila, en metros; K_2 , coeficiente de Scheneible, es un coeficiente que depende de la forma de la nariz de la pila. Si la corriente incide de manera que forme un ángulo ϕ con el eje de la pila, la socavación se determina con la expresión:

$$S_{\phi} = S_1 S_3 b \quad (1.3)$$

donde S_{ϕ} equivale a la profundidad máxima de socavación en la nariz de la pila, a partir del fondo, y K₃ es el coeficiente que depende del ángulo de incidencia ϕ de la corriente y de la relación a/b, con a: largo de pila. K₁ se determina de la figura 1.5, K₂ y K₃ se determinan de acuerdo con la tabla 1 y figura 1.6, respectivamente.



Figura 1.5. Relación entre la erosión relativa y la profundidad relativa, Laursen y Toch (1956)



Figura 1.6. Coeficiente de corrección cuando existe un ángulo de incidencia entre el eje de la pila y la corriente, Laursen y Toch (1956)

FORMA DE LA NARIZ	COEFICIENTE K2 DE SCHENEIBLE
RECTANGULAR	1.00
	0.90
	0.81
$\frac{P}{r} = \frac{3}{1}$	0.75
$\frac{P}{r} = \frac{2}{1}$	0.81
$\frac{P}{r} = \frac{3}{1}$	0.69
FORMA DE LA NARIZ	SEGUN TISON
BISELADA o/b = 4	0.78
HIDRODINAMICO	0.75

Tabla 1. Coeficiente de corrección que depende de la forma de la pila. Aplicable a pilas orientadas con la corriente. Laursen y Toch (1956)

Adoptando el método anterior, Maza y Sánchez (1964), presentaron un criterio para determinar la profundidad de la socavación local basado en un número considerable de estudios experimentales, empleando varias formas de pilas y condiciones de flujo, y en resultados presentados por otros investigadores. El método es útil para fondos formados por arenas y gravas. Con los datos recopilados y realizando comparaciones, obtuvieron una serie de gráficas que permiten determinar el valor de la profundidad de la socavación, a partir de parámetros adimensionales.

Las gráficas se construyeron para pila con sección rectangular, pila rectangular con extremos redondeados y pila cilíndrica, y se pueden utilizar tanto para pilas alineadas con el flujo como para pilas no alineadas. En el caso de las pilas no alineadas, se debe afectar el número de *Froude* del flujo por un factor para mantener las condiciones obtenidas para pilas alineadas, de acuerdo con el ángulo de alineación. En el Apéndice A se pueden consultar las gráficas para determinar la profundidad de la socavación, Maza (1966) y Maza y García (1989) y un esquema de las diferentes etapas del proceso erosivo.

De las observaciones de cómo evoluciona la profundidad de socavación, se ha establecido que para una pila cilíndrica equivale al 90% de la profundidad de socavación que se presenta en una pila rectangular, medida a partir del nivel original del fondo. De acuerdo con Melville y Sutherland (1988) se puede determinar la profundidad de la socavación local estimando la máxima profundidad de socavación que se presenta enfrente de una pila cilíndrica, y que según los autores equivale a 2.4D, donde D representa el diámetro de la pila. Con el método se busca reducir el valor de la profundidad de socavación al aplicar factores de multiplicación, siempre y cuando las condiciones sean de *clear-water*, la profundidad del flujo sea relativamente pequeña y el tamaño del sedimento relativamente grueso. Aún para pilas no rectangulares también pueden estimarse dichos factores en función de la forma y alineación de la pila.

En condición *live-bed* del flujo y sedimento no uniforme, está sujeta a dos fuertes procesos, que dependen de las características del sedimento y la pendiente del canal: las condiciones críticas o incipientes del flujo, de acuerdo con las características de la velocidad media Uc, y las condiciones del flujo para las cuales no se presenta acorazamiento del fondo, de acuerdo con la velocidad media U_{ca} .

También se ha analizado la variación de la socavación con respecto al tiempo, por lo que Yammaz y Altmbilek (1991) desarrollaron un método semi-empírico basado en la aplicación de la ecuación de continuidad del sedimento para determinar la profundidad de socavación en condiciones *clear-water* del flujo alrededor de pilas cilíndricas y rectangulares. Para el método emplearon pequeñas socavaciones obtenidas experimentalmente que compararon con profundidades de socavación obtenidas para condición de equilibrio. Así, la tasa de transporte de sedimento es inversamente proporcional a la profundidad de socavación, es decir que si la profundidad de socavación aumenta, la tasa de sedimento que sale del foso disminuye; y si la profundidad de socavación alcanza un valor de equilibrio, la tasa de transporte de partículas tiende a cero.

Otros factores como la uniformidad del sedimento, la estratificación y la inestabilidad del flujo han sido objeto de estudio y han resultado igualmente importantes para determinar la profundidad de socavación. Si se tienen fondos con sedimento uniforme, no uniforme y fondos estratificados, en condición del flujo *clear-water*, para el momento antes de dar inicio la socavación el esfuerzo cortante en la nariz de la pila es $4\tau_u$, donde τ_u es el esfuerzo cortante del flujo, pues la socavación en la nariz de la pila, independiente de su tamaño, inicia cuando u_{*}/u_{*c ϵ} 0.5, siendo u_{*} la velocidad cortante del flujo y u_{*c} la velocidad cortante del flujo correspondiente al inicio del movimiento del sedimento,

determinada del diagrama de Shields para tamaño medio del sedimento. La socavación en la nariz de la pila tiende a cesar cuando el esfuerzo cortante del fondo frente a la nariz de la pila en el tiempo t, tiende al valor del esfuerzo cortante crítico del material, τ_c .

Con los trabajos experimentales también se han podido observar otros factores que dominan la socavación. Tal es el caso de Dey y Bose (1994), Dey et al. (1995) y Dey (1996). Sus trabajos se han centrado en la reproducción de factores como el *downflow* frente al cilindro, el vórtice de herradura, el vórtice de estela (*wake vortex*) y el *bow wave*, figura 1.7, y los efectos que generan en el proceso de la socavación local. Estos investigadores han explicado de una manera muy particular la variación de la socavación, separando gráficamente el efecto de los factores anteriores para explicar la secuencia de cálculo con la que se puede determinar tal variación. El flujo alrededor de una pila circular está unido a la compleja separación tridimensional del flujo aguas arriba y a la emisión periódica de vórtices aguas abajo. Una vez se alcanza el estado de equilibrio, la socavación forma un ángulo ϕ_x con la horizontal y una región plana δ desde donde las partículas de sedimento se remueven por la acción erosiva del vórtice de herradura, figura 1.8. El valor de ϕ_x se estima aproximado en un 10-20% superior al ángulo de reposo del material.



Figura 1.7. Socavación alrededor de un cilindro, Dey y Bose (1994)





Dentro de las observaciones importantes de esta investigación se encuentra que al inicio de la socavación el vórtice de herradura es de tamaño pequeño debido el reducido tamaño del foso y las partículas de sedimento se remueven

por efecto del esfuerzo cortante del fondo; al aumentar el tamaño del foso, aumenta el tamaño del vórtice y el esfuerzo cortante del foso disminuye. Al principio del proceso erosivo la tasa de sedimento que se remueve es muy alta, pero después de determinado tiempo t disminuye hasta volverse constante.

Por otro lado, el conocimiento del mecanismo de la socavación local en pilas estudiado por Melville ha ayudado establecer relaciones que muestran cómo la profundidad de la socavación varía con parámetros como la intensidad del flujo, U/U_c , tamaño y gradación del sedimento, y profundidad del flujo y. Melville (1975), (1992), (1997), Melville y Raudkivi (1977). Adicionalmente, Ettema et al (1998) presentaron un análisis del factor de esviaje K $_{\alpha}$ para demostrar la influencia de parámetros adicionales a los comúnmente relacionados ángulo de esviaje α y relación de aspecto L/b, longitud entre ancho de pila. La profundidad de socavación de equilibrio está influenciada por la pila, el flujo, y factores del fondo aluvial de acuerdo con la expresión (1.4), sin tener en cuenta la viscosidad del fluio debido a que este se considera totalmente rugoso. Los parámetros de (1.4) pueden variar con la orientación de la pila, tal vez con excepción de la relación de densidades y el ángulo de reposo del material, de manera que el factor K_{α} puede expresarse como se indica en la ecuación (1.5). El factor K_{α} no depende solamente del ángulo de esviaje α y relación *L/b*, sino también de otros parámetros adicionales que definen el campo local del flujo y determinan la profundidad y forma de la socavación teniendo en cuenta otros aspectos:

$$\frac{d_{se}}{b} = f_1\left(\alpha, \frac{L}{b}, forma, \frac{U}{\sqrt{gb}}, \frac{Y}{b}, \frac{d}{b}, \sigma_g, \frac{\rho_s}{\rho}, \phi\right) \quad (1.4)$$
$$k_\alpha = \frac{d_{se}(\alpha)}{b(0^\circ)} = f_2\left(\alpha, \frac{L}{b}, forma, \frac{U}{\sqrt{gb}}, \frac{Y}{b}, \frac{d}{b}, \sigma_g\right) \quad (1.5)$$

Se ha querido mostrar las aportaciones anteriores debido a que son los estudios más completos que se ha encontrado en cuanto a trabajos de experimentación. Las formulaciones, tablas y resultados obtenidos han sido valorados por un gran número de pruebas y aportaciones que sin lugar a dudas siguen siendo apoyo para posteriores investigaciones.

1.3. MODELACIÓN NUMÉRICA DE LA SOCAVACIÓN EN PILAS DE PUENTE

Los métodos computacionales que se encontraron en la literatura se desarrollaron para mostrar que es posible a partir de simulaciones numéricas lograr representar el comportamiento del flujo alrededor de un obstáculo. La mayoría de estos métodos se basan en mediciones experimentales obtenidas de investigaciones logrando resultados muy satisfactorios. Se pueden encontrar muchos modelos numéricos para simular el campo de flujo, y aunque en menor cantidad son aquellos que han involucrado el movimiento de partículas de sedimento, se hizo énfasis en aquellos que reportan el análisis y estudio de la socavación local.

El objetivo principal del estudio de Olsen y Melaaen (1993) fue mostrar que los modelos numéricos tridimensionales representan una herramienta disponible para calcular la socavación alrededor de un obstáculo, al presentar los resultados obtenidos de la simulación del flujo alrededor de un obstáculo de forma cilíndrica utilizando un modelo numérico basado en el método de volumen finito. Como la geometría de la socavación depende de muchas variables como: el tamaño del sedimento, aporte de sedimentos, distribución de tamaños, velocidad del río, geometría de la estructura y del fondo alrededor de la estructura, hicieron la observación que muchos estudios experimentales de este tipo se han realizado en condiciones ideales, dificultando la adaptación a un prototipo por la complejidad de la geometría del un río.

Determinaron de manera continua los cambios en la elevación del fondo una vez obtenido un nuevo campo de flujo y concentración del sedimento. La secuencia fue repetitiva hasta que la profundidad de socavación calculada resultaba igual a la profundidad de socavación del modelo físico estudiado. También compararon otras características como aspectos geométricos del foso erosionado y del flujo para los cuales también obtuvieron resultados aceptables como las distribuciones de velocidad mostradas en la figura 1.9.



Figura 1.9. Distribución de velocidades en el fondo y vectores de velocidad a lo largo del eje longitudinal de simetría y pared de un cilindro, Olsen y Melaaen (1993)

Haciendo referencia al modelo presentado por Olsen y Melaaen, Richardson *et al* (1995) introdujeron una nueva metodología con el fin de minimizar los errores asociados con la hidráulica y buscar mejor representación numérica del campo tridimensional del flujo, por lo que lograron reproducir los casos de fondo plano y socavación con el apoyo de los reportes de Melville y Raudkivi (1977). Con la ayuda del modelo hidrodinámico FLOW-3D y el método FAVOR modelaron la socavación en pilas circulares. Aunque no introdujeron la condición de transporte de sedimento, la representación de los esfuerzos cortantes resultó muy aproximada a los resultados de Melville y Raudkivi donde el esfuerzo cortante mínimo tuvo lugar donde se produce la separación del flujo enfrente de

la pila y en la zona de estela detrás del cilindro, como se muestra en la figura 1.10.



Figura 1.10. Distribución de esfuerzos cortantes (a) y presiones (b) alrededor de un cilindro, Richardson et al. (1995)

Con el modelo FLUENT Ali *et al* (1997) realizaron modelaciones con las que obtuvieron la distribución de esfuerzos cortantes para cilindros de varios tamaños. En la figura 1.11 se puede apreciar que los resultados obtenidos concuerdan con los resultados experimentales al lograr representar aspectos teóricos de la dinámica del flujo así como el vórtice herradura. Constataron que las regiones de mayor esfuerzo cortante del fondo corresponden a las de mayor velocidad en el piso y que al aumentar la socavación y el tamaño del foso los esfuerzos cortantes disminuyen.

En el mismo año Dou, Jones y Wang (1997) simularon el campo de flujo alrededor de una estructura utilizando el modelo numérico CCHE3D desarrollado en la Universidad de Mississippi, e introduciendo términos turbulentos y estadísticos para simular el flujo secundario y la socavación local alrededor de una pila. Los resultados obtenidos fueron satisfactorios de acuerdo con la figura 1.12, donde se observó los movimientos secundarios del flujo inducidos por la presencia de la pila y las fuertes corrientes que descienden antes y después de la formación del foso de socavación, efectos que demuestran la utilidad de las simulaciones muy favorables computacionales como una alternativa para lograr representar el fenómeno de la socavación.



Figura 1.11. Distribución de velocidades y esfuerzos cortantes para fondo rígido plano, Alí et al. (1997).



Figura 1.12. Simulación numérica del campo tridimensional del flujo, Dou, Jones y Wang (1997).

Las ecuaciones de Van Rijn (1987), (1.6), y de Brooks (1963), (1.7), se utilizan para calcular la concentración de sedimento en estado de equilibrio cerca del fondo y tener en cuenta el efecto de la pendiente del fondo en el proceso de sedimentación:

$$c_{fondo} = 0.015 \frac{d_{50}^{0.7}}{a} \frac{\left[\frac{\tau_0 - \tau_{critico}}{\tau_{critico}}\right]^{1.5}}{\left[\frac{(\rho_S - \rho_W)g}{\rho_W v^2}\right]^{0.4}} \quad (1.6)$$
$$K = -\frac{\sin\phi\sin\alpha}{\tan\theta} + \sqrt{\left(\frac{\sin\phi\sin\alpha}{\tan\theta}\right)^2 + \cos^2\phi \left[1 - \left(\frac{\tan\phi}{\tan\theta}\right)^2\right]} \quad (1.7)$$

donde α es el ángulo entre la dirección del flujo y una línea perpendicular a la dirección de la pendiente, ϕ es el ángulo de la pendiente y θ es un parámetro de la pendiente. Es de notar que el ángulo de reposo de los sedimentos afecta

significativamente el foso erosionado, este puede controlarse en laboratorio pero, sin embargo, en prototipo pueden existir fuerzas cohesivas en el material que puedan alterar el ángulo efectivo de reposo.

Con las ecuaciones (1.6) y (1.7), y la simulación numérica tridimensional del flujo, Olsen y Kjellesvig (1998) presentaron los cálculos que obtuvieron para un cilindro circular colocado verticalmente en un canal, entre ellos los esfuerzos cortantes del fondo y los cambios en los niveles cercanos al fondo. De forma cualitativa e observó el comportamiento de la socavación, figura 1.13; en forma cuantitativa calcularon los niveles de profundidad máxima socavada, figura 1.14.



Figura 1.13. Elevación del fondo, en centímetros, después de 200 seg.(izq.), 3600 seg.(centro) y 11000 seg.(der.), Olsen y Kjellesvig (1998).



Figura 1.14. Elevaciones del fondo, en metros, al final de la socavación, Olsen y Kjellesvig (1998).

CAPÍTULO 2. MODELO DE SIMULACIÓN PHOENICS

Las simulaciones se llevaron a cabo implantando la ecuación general de transporte al código numérico PHOENICS, cuyo principio de operación se basa en el método de volumen finito para discretizar el dominio computacional y convertir las ecuaciones de transporte en ecuaciones algebraicas que se resuelven en forma iterativa. Como el fenómeno es complejo por existir zonas de recirculación, las ecuaciones diferenciales parciales son de tipo elíptico y se especifican para los tres componentes de velocidad, la presión y las variables que representan el efecto de la turbulencia. El código numérico PHOENICS cuyo nombre es un acrónimo para *Parabolic, Hyperbolic Or Elliptic Numerical Integration Code Series*, hace uso de métodos iterativos para resolver dichas ecuaciones de transporte.

El método SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations), propuesto por Patankar y Spalding (1972), permite encontrar el campo de velocidades y de presiones a través de la ecuación de continuidad. El método SIMPLE está basado en una serie de ciclos iterativos en los que se suponen ciertos valores y después son corregidos para obtener el campo de presión y de velocidad correctas. Las componentes de la velocidad se calculan en un primer paso a partir de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento utilizando un campo de presiones estimado p^* . Los componentes de la velocidad y el campo de presión son después corregidos de manera que se cumpla la ecuación de continuidad. El proceso continúa hasta que la solución converja.

Se puede describir el método SIMPLE en los siguientes pasos:

- 5. Se propone un campo de presiones estimado p^* .
- 6. Se resuelven las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento para obtener los componentes estimadas de la velocidad u^* , v^* , w^* , utilizando el campo de presiones estimado p^* .
- 7. Se resuelve la ecuación para el campo de corrección de presiones p'.
- 8. Se calcula el campo de presiones correcto p y el campo de velocidades correcto a partir del campo de corrección de presiones p'.

9. Se regresa al paso 2 considerando como nuevo campo de presiones estimado *p** al campo de presiones correcto *p* obtenido del paso 4. El proceso se repite hasta que la solución converja.

2.1. MÉTODO DEL VOLUMEN FINITO

El método del volumen finito se basa en la forma integral de la ecuación general de transporte, (2.16). Debido a la complejidad del método, para ilustrarlo se hace una breve explicación empleando un ejemplo de difusión en estado permanente y luego algunos aspectos sobre un caso general y el cálculo del campo de velocidades. A partir de ésta aplicación del método a problemas de difusión se puede entender el tratamiento que se realiza para problemas más generales de la mecánica de fluidos. Patankar, S.V. (1980) y Versteeg y Malalasekera (1995).

2.1.1. Difusión tridimensional en estado permanente

La ecuación de difusión para la variable general φ en estado permanente es:

$$div\left(\Gamma\nabla\phi\right) + S_{\phi} = 0 \quad (2.1)$$

Donde Γ es el coeficiente de difusión y ϕ es la variable general del flujo. Y como el método de volumen finito se basa en la forma integral de la ecuación de transporte, entonces para este caso la forma integral de la ecuación puede escribirse:

$$\int_{SC} \left((\Gamma \nabla \phi) \cdot n \right) dA + \int_{VC} S_{\phi} dV = 0 \quad (2.2)$$

La forma integral se evalúa sobre cada volumen de control formado por la malla computacional:



En la figura 2.1 se presenta un esquema bidimensional de una malla computacional. Las fronteras de los volúmenes de control, *i.e.* las celdas de la malla, se muestran con la línea punteada. La celda sombreada indica un volumen de control cualquiera dentro de la malla y se denomina volumen genérico o celda genérica. Cada celda tiene un nodo interior en el centro de la misma, el cual se denomina **P**. Los nodos vecinos se denominan **N**, **S**, **E**, **W**, por las palabras *North, South, East, West*, respectivamente. De igual forma, las fronteras de la celda se nombran con las letras minúsculas **n**, **s**, **e**, **w**. El Norte **N**, es hacia la dirección *y* positiva y el este **E** es en la dirección *x* positiva.

Las acotaciones indican los incrementos en *x* y *y*, de manera que la longitud en *y* de la celda genérica es δy_{sn} . Los subíndices indican los límites sobre los cuales se evalúa el incremento, en este caso la distancia se evalúa desde la cara sur hasta la cara norte de la celda genérica. Igualmente, δx_{PE} es la longitud entre el nodo **P** y el nodo **E**, como lo indica la figura 2.1.

Para el caso de una malla tridimensional se tendrán celdas en la dirección z. Al nodo vecino sobre la celda genérica se le denomina H y al nodo vecino por debajo de la celda genérica se le denomina L, iniciales que provienen de las palabras *High* y *Low*. Las caras de la celda genérica en dirección z se denominan con las letras minúsculas h y I. Los incrementos siguen la convención explicada para el caso bidimensional. La dirección alto, H, es la dirección z positiva. En este caso tridimensional, la primera integral de la ecuación (2.2) se convierte en seis integrales sobre las seis caras de la celda genérica, que será el volumen de control a considerar. Se puede escribir entonces:

$$\int_{SC} \Gamma \nabla \phi \cdot n dA = \int_{S_{\varepsilon}} \Gamma \nabla \phi \cdot n_{\varepsilon} \, dA + \int_{S_{w}} \Gamma \nabla \phi \cdot n_{w} \, dA + \int_{S_{n}} \Gamma \nabla \phi \cdot n_{n} \, dA + \int_{S_{\varepsilon}} \Gamma \nabla \phi \cdot n_{t} \, dA + \int_{S_{h}} \Gamma \nabla \phi \cdot n_{h} \, dA + \int_{S_{l}} \Gamma \nabla \phi \cdot n_{l} \, dA$$
(2.3)

Evaluando la integral sobre cada frontera, **n**,**s**,**w** y **e**, del volumen de control y considerando los vectores normales unitarios n_i correspondientes, ver Apéndice B.1., la integral queda:

$$\int_{SC} \Gamma \nabla \phi \cdot n dA = \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{\varepsilon} - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{w} + \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{n} - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_{s} + \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{h} - \left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{l}$$

$$(2.4)$$

Se evalúa cada uno de los términos en las caras del volumen de control. El coeficiente de difusión Γ se evalúa en la frontera por lo que se promedian los valores conocidos en los nodos centrales. Para determinar las derivadas se

considera que la variación de φ entre nodos es lineal. El resto de los parámetros se obtienen a partir de las características geométricas de la malla computacional. La evaluación de los términos se puede encontrar en el Apéndice B.2.

Para la segunda integral de la ecuación (2.2) se considera que el término fuente depende del valor de ϕ en el nodo **P** de manera lineal, de modo que:

$$S_{\phi} = S_u + S_p \phi_p \qquad (2.5)$$

Y si se considera que el integrando tiene el mismo valor sobre todo el dominio de integración, es decir sobre todo el volumen de control, la integral del término fuente sobre el volumen de control queda:

$$\int_{VC} S_{\phi} dV = \int_{VC} \left(S_u + S_p \phi_p \right) dV = \left(S_u + S_p \phi_p \right) \delta x_{we} \delta y_{sn} \delta z_{lh}$$
(2.6)

Finalmente, al sustituir los términos evaluados en Apéndice B.2. y la ecuación (2.6) en la ecuación (2.2) se obtiene la ecuación algebraica de la forma:

$$a_{p}\phi_{p} = a_{N}\phi_{N} + a_{S}\phi_{S} + a_{E}\phi_{E} + a_{W}\phi_{W} + a_{H}\phi_{H} + a_{L}\phi_{L} + b \quad (2.7)$$

$$b = S_{u}\delta x_{we}\delta y_{sn}\delta z_{lh} \quad (2.8)$$

$$a_{p} = a_{N} + a_{S} + a_{E} + a_{W} + a_{H} + a_{L} + S_{p}\delta x_{we}\delta y_{sn}\delta z_{lh} \quad (2.9)$$

La ecuación (2.7) es la ecuación algebraica discretizada de la ecuación (2.2) sobre el volumen de control genérico. Al obtener la ecuación discretizada para el volumen de control de la malla computacional se obtiene un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son el valor de la variable ϕ en cada nodo central.

Las condiciones de frontera se introducen como términos fuente en la ecuación de transporte para las celdas adyacentes a la frontera y quedan incluidas en las ecuaciones discretizadas para esas celdas. Finalmente, el sistema de ecuaciones se resuelve para encontrar el valor de ϕ en cada nodo central de toda la malla del dominio computacional.

2.1.2. Caso general

Para el caso en que la ecuación o ecuaciones diferenciales que definen el problema presenten efectos de convección y dependencia del tiempo, se tendrán en cuenta todos los términos de la ecuación (2.20). Para problemas de convección se utilizan métodos como los descritos en las referencias de Patankar S.V. (1980) y Versteeg y Melalasekera (1995). Para evaluar la integral en el intervalo de tiempo se pueden aplicar los esquemas explícitos o totalmente implícitos, como los descritos en textos de métodos numéricos. En el caso general, se obtiene una ecuación algebraica de la forma (2.9) para cada

variable a resolver y para cada celda computacional. Para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas se utilizan regularmente métodos iterativos.

2.1.3. Cálculo del campo de velocidades y campo de presiones

Para el campo de velocidad, la ecuación de conservación de cantidad de movimiento se resuelve a través de las tres ecuaciones escalares en cada una de las direcciones del sistema coordenado. Cada una de estas ecuaciones es un caso particular de la ecuación general de transporte, siendo φ el componente de la velocidad en cada dirección. En general, el campo de velocidad no es conocido y surge como parte de un proceso de solución junto con otras variables del flujo. Podrían resolverse de manera iterativa las ecuaciones de cantidad de movimiento, partiendo de un campo de velocidades supuesto hasta llegar a una solución para los componentes de la velocidad. El campo de velocidad debe además satisfacer la ecuación de continuidad.

Pero el verdadero problema se encuentra en la determinación del campo desconocido de presiones. El gradiente de presiones forma parte del término fuente de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento y obtener una ecuación para la presión no es tan evidente. Por ejemplo, de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento para la componente en dirección z, para un fluido incompresible:

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + div(\rho wv) = div(\mu \nabla w) + \left(-\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_z\right) \quad (2.10)$$

para este caso $\phi = w$ y el término fuente es:

$$S_w = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho f_z$$
 (2.11)

De esta manera, si se calcula un campo de presiones correcto y se sustituye en las ecuaciones de cantidad de movimiento, el campo de velocidades resultante satisfacerá la ecuación de continuidad. Estos problemas asociados con el campo de presiones y la velocidad pueden resolverse aplicando métodos de solución iterativa tales como el SIMPLE o SIMPLER.

2.1.4. Cálculo del esfuerzo cortante

Con el código numérico PHOENICS se calcula el esfuerzo cortante en el piso del canal. PHOENICS realiza el cálculo del esfuerzo cortante en la pared por medio de la ley logarítmica que se describe a continuación.

Por definición la "velocidad" de cortante es (por tener dicha variable la misma dimensión que la velocidad):

$$u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.12)$$

$$\frac{u}{u^*} = 2.44 ln \left(\frac{yu^*}{v}\right) + 5$$
 (2.13)

donde:

 $\begin{array}{l} \tau_w = esfuerzo \ cortante \ en \ la \ pared\\ \rho = densidad \ del \ fluido\\ \upsilon = viscosidad \ cinemática\\ u^* = "velocidad \ de \ cortante"\\ u = velocidad \ media \ del \ flujo\\ \tau_c = esfuerzo \ cortante \ crítico \end{array}$

Con base en el cálculo del campo de velocidad, se tiene el valor de *u* para la celda más cercana a la pared. Entonces con la distancia perpendicular de la pared al centro de dicha celda y con la ecuacion 2.13 se calcula τ_w iterando.

Calculado el valor del esfuerzo cortante en la pared, se calculó la variable adimensional *COCI*, que se define de la siguiente forma:

 $COCI = \frac{STRS}{\frac{\tau_c}{\rho}} = \frac{\tau_w}{\tau_c}$ donde $STRS = \frac{\tau_w}{\rho}/\rho$

2.2. ECUACIONES GENERALES DE CONSERVACIÓN

2.2.1. Ecuación de conservación de masa

En forma vectorial, la forma diferencial de la ecuación de continuidad se representa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + div(\rho v) = 0 \qquad (2.14)$$

donde **v** es el campo vectorial de velocidad y ρ es la masa por unidad de volumen del elemento fluido . Puesto que la mayoría de los fluidos líquidos pueden considerarse fluidos incompresibles (ρ = constante), la ecuación de continuidad se puede expresar:

$$div(v) = 0 \quad (2.15)$$

2.2.2. Ecuación de conservación de cantidad de movimiento

El principio de conservación de la cantidad de movimiento resulta de la aplicación de la segunda ley de Newton a un elemento diferencial del fluido. De la segunda ley de Newton se tiene entonces:

$$\frac{d(mv)}{dt} = \sum F \qquad (2.16)$$

donde el producto (mv) es llamado cantidad de movimiento y F representa las fuerzas externas que actúan sobre la masa de fluido. Entre estas fuerzas externas pueden considerarse las fuerzas de cuerpo, tales como las fuerzas gravitacionales o electromagnéticas, y las fuerzas de superficie, tales como las fuerzas de presión y de cortante por los esfuerzos viscosos. A partir de la ecuación (2.16) se obtiene la ecuación de Cauchy, válida para un sistema inercial, también conocida como la ecuación de conservación de cantidad de movimiento:

$$\rho \cdot \left[\frac{\partial v}{\partial t} + v \left(\nabla \cdot v\right)\right] = div(T) + \rho f \qquad (2.17)$$

donde *T* es el vector superficie que representa la resultante de las fuerzas de superficie por unidad de área, *f* es el vector de las fuerzas de cuerpo por unidad de masa. El lado izquierdo en la ecuación (2.17) representa la tasa de cambio de movimiento por unidad de volumen del fluido. El primer término representa la aceleración temporal que tiene en cuenta las aceleraciones locales; y el segundo término, no lineal, representa la aceleración. El primer término es debido al gradiente de las fuerzas que causan aceleración. El primer término representa las fuerzas de cuerpo que actúan sobre la masa de fluido. Para los distintos fluidos, la ecuación de cantidad de movimiento para un caso particular se obtendrá sustituyendo el término *T* por la ecuación constitutiva correspondiente en la ecuación (2.17).

2.3. ECUACIÓN GENERAL DE TRANSPORTE

En resumen, los problemas de dinámica de fluidos computacional consisten en resolver un sistema de ecuaciones diferenciales que definen junto con las condiciones de frontera el problema. Dichas ecuaciones diferenciales son las ecuaciones de conservación de masa, conservación de cantidad de movimiento y conservación de la energía. Todas estas ecuaciones diferenciales tienen una forma similar y debido a esta semejanza se pueden considerar como casos particulares de una ecuación general de transporte para una variable general del flujo φ . Dicha ecuación general del transporte se escribe:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} + div(\rho\phi v) = div(\Gamma\nabla\phi) + S_{\phi} \quad (2.18)$$

donde ϕ es la variable general del flujo, Γ es el coeficiente de difusión, **v** es el campo de velocidades y S_{ϕ} se le conoce como término fuente de ϕ , el cual incluye todos aquellos términos que no son comunes entre las ecuaciones. Dependiendo de los valores que tomen ϕ , Γ y S_{ϕ} la ecuación general de transporte se convertirá en alguna ecuación particular.

2.3.1. Forma integral de la ecuación general de transporte.

El método de volumen finito hace uso de la forma integral de la ecuación general de transporte, la cual se aplica sobre pequeños volúmenes de control o celdas que forman la malla computacional en el dominio del problema.

La forma integral se obtiene integrando la ecuación general de transporte sobre un volumen de control de la forma:

$$\int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{VC} div(\rho\phi v) dV = \int_{VC} \operatorname{div}(\Gamma \nabla \phi) dV + \int_{VC} S_{\phi} dV \quad (2.19)$$

Aplicando el teorema de la divergencia de Gauss para un campo vectorial **g** cualquiera:

$$\int_{VC} div(g) dV = \int_{SC} (g \cdot n) dA \qquad (2.20)$$

donde n es el campo vectorial de vectores unitarios normales a la superficie de control (SC), $\mathbf{g} \cdot \mathbf{n}$ es el producto interno vectorial entre \mathbf{g} y \mathbf{n} , se obtiene entonces:

$$\int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV + \int_{SC} \left((\rho\phi v) \cdot n \right) dA = \int_{SC} \left((\Gamma \nabla \phi) \cdot n \right) dA + \int_{VC} S_{\phi} dV \quad (2.21)$$

y finalmente integrando sobre un intervalo de tiempo Δt :

$$\int_{\Delta t} \int_{VC} \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} dV dt + \int_{\Delta t} \int_{SC} ((\rho\phi v) \cdot n) dA dt = \int_{\Delta t} \int_{SC} ((\Gamma \nabla \phi) \cdot n) dA dt + \int_{\Delta t} \int_{VC} S_{\phi} dV dt$$
(2.22)

La ecuación (2.22) es la forma integral de la ecuación general de transporte y es la que se discretiza al aplicar el método de volumen finito. Con este método se obtiene una ecuación algebraica para cada variable de flujo y para cada celda en el dominio computacional. Finalmente, el sistema de ecuaciones algebraicas se resuelve para obtener una solución numérica de las ecuaciones diferenciales que definen el problema.

CAPITULO 3. SIMULACIÓN DE LA SOCAVACIÓN LOCAL

En el primer capítulo se han expuesto estudios experimentales de la socavación alrededor de pilas de puente a manera de entender el comportamiento del flujo y la manera como da inicio la socavación. Así mismo, se han observado los principales parámetros que intervienen durante la formación del foso de socavación y para determinar su profundidad máxima. La complejidad del proceso radica en la forma en que actúa el vórtice herradura sobre el fondo del canal haciendo que los esfuerzos cortantes sean mayores al soportado por el material del fondo y por lo tanto se levante y transporte hacia otros lugares.

Con el propósito de analizar el efecto de dicho vórtice de herradura en el fenómeno de socavación, y su interacción con el suelo y la estructura de la pila, se realizaron simulaciones numéricas de la hidrodinámica instantánea del flujo con formas predeterminadas del foso de socavación, considerando que la escala de tiempo del arrastre de sólidos es mayor a la de la variación hidrodinámica. Las simulaciones son entonces en estado cuasi-permanente.

Para realizar las simulaciones se tuvieron en cuenta tres casos:

- 1. Pila con fondo plano,
- 2. Pila con socavación en fase intermedia, y
- 3. Pila con socavación máxima.

Para cada uno de los casos anteriores se tomaron condiciones establecidas de velocidad del flujo, tirante y socavación. Determinado lo anterior, las simulaciones se realizaron con el fin de obtener las velocidades y los esfuerzos cortantes mayores al valor crítico para los que se produce el movimiento de las partículas del fondo y de esta manera observar los efectos hidrodinámicos tridimensionales en cada uno de los casos planteados. Posteriormente se realizó el mismo procedimiento para el caso en que el flujo incide oblicuamente en una pila. Es importante enfatizar que no se simuló el efecto del transporte de partículas como tal, sino que se definió una geometría del fondo y profundidad de socavación para obtener las características requeridas. Esto es, determinar los esfuerzos cortantes sobre el suelo y comparar con el esfuerzo cortante crítico definido por Shields (Hoffmans y Verheij (1997)).

3.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Como se ha hecho mención, Maza (1966) realizó un trabajo muy completo de investigación y experimentación sobre la socavación en pilas de puente, y de los resultados que obtuvo presentó un nuevo criterio para determinar la socavación local en pilas. Su criterio está fundado en una gran recopilación de ensayos realizados en dos diferentes canales construidos a escala en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, empleando pilas de varias dimensiones y formas, y arena de tres diámetros diferentes como material del fondo. Además, para el planteamiento del criterio también se basó en el análisis de los métodos, que son ampliamente aceptados, de Laursen y Toch (1956) y Yaroslavtziev (Maza (1966)). Apéndice C.

Al poder contar con las mediciones experimentales registradas en el trabajo del Ingeniero Maza, se propuso que sería de gran interés realizar simulaciones numéricas del flujo alrededor de las pilas de los ensayos y establecer comparaciones con lo reportado en el trabajo de Maza. El modelo empleado para las simulaciones numéricas de la hidrodinámica fue el modelo computacional PHOENICS, descrito en el capítulo anterior.

Los casos que se tomaron en cuenta fueron para pila rectangular de 14.4 x 48.0 cm., y diámetro medio del fondo (suelo arenoso) d_{50} igual a 0.56 mm. Para cada uno de los casos, previamente se determinó las condiciones de tirante y velocidad del flujo de los ensayos, así como su correspondiente socavación medida. Los datos se escogieron para los casos de ángulo de

Pila rectangular de ancho 14.4 cm. y largo 48 cm.								
	Tirante H (cm)	Velocidad V (cm/seg)	Socavación S ₀ (cm)	Angulo de esviaje (en °)				
Caso 3	45	38.6	15	0				
Caso 4	25	59.5	27.5	15				
Caso 5	63	29.1	19.5	30				

esviaje de 0°, 15°, y 30°, de acuerdo con los datos reportados por Maza.

Tabla 2. Resultados experimentales obtenidos por Maza (1966)


3.1.2. Casos 4 y 5. Pila rectangular con ángulo de esviaje de 15° y 30°.



3.2. CÁLCULO DEL ESFUERZO CORTANTE

Para cada uno de los casos anteriores se calculó el esfuerzo cortante crítico del fondo, o parámetro crítico de movilidad, determinado con base en el diagrama de Shields (Hoffmans y Verheij (1997)), el cual se comparó con el calculado de la simulación (la variable adimensional *COCI* descrita en el capítulo 2, sección 2.1.4) para establecer así el potencial de arrastre de las partículas.

Para sedimento no cohesivo, el esfuerzo cortante crítico del fondo definido con la expresión de Hoffmans y Verheij (1997) resulta:

$$\tau_c = \rho u_{*c}^2 \qquad (3.1)$$

donde: τ : esfuerzo cortante crítico del fondo, (kg / m-s²),

 ρ : densidad del fluido, (kg/m³),

 u_{*c} : velocidad cortante crítica del fondo, (m/s).

De Shields, se tiene como parámetro crítico de movilidad:

$$\Psi_c = \frac{u_{\star c}^2}{\gamma g d} \qquad (3.2)$$

donde: Ψ : parámetro crítico de movilidad,

- γ : densidad relativa del fluido, ($\rho_s / \rho 1$),
- ρ : densidad del sedimento, (2650 Kg./m³),
- ρ : densidad del fluido, (1000 Kg./m³),
- g: aceleración de la gravedad, (9.81 m/s²),
- d: diámetro de la partícula, (equivale al tamaño medio de grano d_{50}), (m).

Para determinar Ψ Van Rijn (1984), propuso unas ecuaciones empíricas que establecen relación con el parámetro de Shields a partir del diámetro del sedimento D_* :

$$D_* = d \left(\frac{\gamma g}{\nu^2}\right)^{\frac{1}{8}} \quad \text{con} \quad \nu = \frac{40 \times 10^{-6}}{20 + \theta} \quad (3.3)$$

donde: ν : viscosidad cinemática, (m²/s), θ : temperatura, (°C).

Para las condiciones escogidas para las simulaciones, donde d_{50} = 0.56 mm y tomando una temperatura del agua de 20° (que determina la viscosidad), se tiene que:

 $D_* = 14.1657$, y de las relaciones empíricas para Ψ_{-} , como 10< $D_* \leq 20$, entonces:

 $\Psi_c = 0.04 D_*^{-1.10} = 0.03069$

Luego, retomando la ecuación (3.2), se tiene que el valor de la velocidad cortante crítica es:

$$u_{*c}^2 = V_c \gamma d = 1.03069 \times .65 \times 1.81 \times 00056$$

 $u_{*c}^2 = 1.000278m^2 / seg^2$

Donde el esfuerzo cortante resulta:

$$\tau_{\perp} = \rho_{k_c}^2 = 000 \frac{Kg}{m^3} * 0.000278 \frac{m^2}{seg^2} = 1.278 \frac{Kg}{m - eg^2}$$

 $\tau = 0.278 Pa$

3.3. SIMULACIONES DE LA SOCAVACIÓN

Con los datos de la tabla 2 y el valor del esfuerzo cortante crítico $\tau = 0.278Pa$ calculado se efectuaron las simulaciones.

Aunque se realizó la simulación numérica para los casos presentados en la tabla 2, de 0°, 15° y 30°, se presentan los resultados y análisis para los casos cuando el esviaje de la columna es de 15° y 30°. El caso de pila sin esviaje sirvió principalmente para observar el efecto del vórtice herradura. La geometría y las condiciones de frontera del flujo, se tomaron de la tesis de maestría de Maza (1966). Por medio de programas de CAD, se capturó la geometría de la superficie socavada y se solidificó para poder importarla desde el código PHOENICS.

Por medio del código PHOENICS, se realizó el cálculo del esfuerzo cortante en el piso del canal. PHOENICS calcula el esfuerzo en la pared por medio de la ley logarítmica, que se describe de la siguiente forma:

$$u^* = \left(\frac{\tau_w}{\rho}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \mathbf{y} \qquad \frac{u}{u^*} = 2.44 \ln\left(\frac{yu^*}{v}\right) + 5$$

donde:

 τ ,= esfuerzo cortante en la pared

 ρ = densidad del fluido

v = viscosidad cinemática

 u^* = "velocidad de fricción"

Con el valor del esfuerzo cortante en la pared, se calculó la variable STRD, que se define de la siguiente forma:

$$STRC = \frac{STRS}{\tau_{v}/\rho} = \frac{\tau_{v}}{\tau_{v}} + \frac{\sigma_{v}}{\sigma_{v}} + \frac{$$

Simulación de la socavación alrededor de una pila con esviaje de 15°

Se simuló un canal de 3.5m de largo con 2m de ancho, donde x es el eje longitudinal y y es el eje transversal. El dominio se dividió con una malla computacional tridimensional, donde en el eje x está dividida en 7 zonas y tiene un 135 celdas en total. El eje y, está dividido en 7 zonas con 89 celdas en total. Y el eje vertical z se dividió en 2 zonas, una para la región socavada con 30 celdas y otra para el cauce original con 10 celdas. El dominio se dividió en 480600 celdas. La simulación se realizó con 750 iteraciones, con un tiempo de cálculo de 4545 segundos, con un ordenador Pentium D a 2.8GHz.

En la siguiente figura se muestra la malla computacional que se generó con base en los datos experimentales obtenidos por Maza (1966), considerando la máxima socavación medida en la esquina C inferior izquierda, e interpolando las líneas de profundidad para obtener el foso experimental. Con base en ello, se generaron las 30 celdas en dirección vertical para esta región socavada.



Figura 3.1. Comparación del mallado para el cálculo computacional y las observaciones experimentales de Maza (1966) del foso de socavación, visto de planta.

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS DE RESULTADOS

Los resultados cuantitativos de esfuerzo cortante sobre el fondo arrojaron valores por debajo del crítico dentro del foso de la socavación para todos los casos simulados, lo cual valida el método de solución numérica. Fuera del contorno de socavación los esfuerzos cortantes son mayores al crítico, lo cual es una aproximación de los casos experimentales de *live-bed* para condiciones de equil



Figura 4.1. Formación del vórtice herradura. En la figura superior se muestra el corte en la nariz de la pila; y en la figura inferior para el plano transversal al flujo se tiene simetría respecto al eje de la pila.

En la Figura 4.1. se muestran los planos en elevación para las secciones longitudinal (plano x-z) y transversal (plano y-z) al flujo, y se aprecia la definición de los vórtices que constituyen el vórtice herradura para el caso sin esviaje de la pila respecto al flujo. De hecho, se observa en el plano transversal

la formación de un vórtice adicional de menor magnitud cerca del borde de la socavación con el plano horizontal.





Figura 4.2. Caso de esviaje de 15°. En secuencia antihoraria se aprecia el "barrido" de las líneas de corriente sobre el fondo para formar un vórtice claramente definido en la cara posterior de la pila rectangular. Ahí se tiene una zona de baja presión que "aspira" las partículas que ingresan a la parte de mayor profundidad.

En la Figura 4.2 se muestran los resultados para el caso con 15° de esviaje de la pila rectangular. La secuencia de las figuras se aprecia mejor en el sentido antihorario al describir las líneas de corriente un barrido de izquierda a derecha con respecto a la dirección que incide el flujo sobre la pila. Las vistas son del lado posterior para visualizar la vorticidad que se desarrolla aguas abajo de la pila.

En la primera se nota el "barrido" de las líneas de corriente sobre la superficie del foso, lo cual genera el arrastre de partículas que ingresan a la socavación y serían expulsadas por la vorticidad que se genera en la parte de mayor profundidad. Al "sembrar" las líneas de corriente ligeramente a la derecha respecto al flujo, se nota en la segunda imagen cómo convergen dichas líneas en un vórtice perfectamente definido en la cara posterior de la pila después del recorrido del lado izquierdo, sobre el fondo y elevarse a partir de la esquina de mayor profundidad. Las líneas de corriente del lado derecho también se integran a dicho vórtice por ser una zona de baja presión. Esto último se observa mejor en la tercera imagen de las líneas de corriente que inciden sobre el lado derecho de la pila donde parte de ellas barren el fondo de la parte frontal del foso para egresar inmediatamente, y otra parte egresa de la nariz de la pila y se transporta a la parte superior del vórtice antes descrito.



Figura 4.3. Caso de esviaje de 30°. En secuencia antihoraria se aprecia la persistencia del vórtice herradura en la parte de la nariz de la pila rectangular, y la formación de vorticidad tanto vertical como horizontal en la parte posterior.

En la Figura 4.3 se muestra la hidrodinámica para el caso de esviaje de 30° respecto al flujo. De igual manera en secuencia antihoraria, se aprecia en la primera imagen la persistencia del vórtice herradura con las líneas de corriente próximas al suelo. El "barrido" sobre el fondo del foso es mayor. En la segunda imagen con líneas de corriente sembradas en plano vertical se nota que son únicamente las próximas al fondo las que participan en la evacuación de partículas que ingresan al foso. Las que están lejos del fondo son ligeramente

desviadas por la baja presión del vórtice aguas abajo. En la tercera imagen se nota claramente la formación de una vorticidad de eje vertical que tiende a aspirar cualquier partícula de la parte posterior.





Figura 4.4. Caso de esviaje de 30°. En secuencia antihoraria se aprecia la formación del vórtice en la cara lateral de la pila rectangular. Esta zona de baja presión explica la parcial ausencia de socavación en la base de dicha cara que da forma al contorno tipo "frijol".

Finalmente, en la Figura 4.4 se muestra, en secuencia antihoraria, también para el caso de 30° de esviaje la definición del vórtice que ahora se "pega" a la parte lateral de la pila. Las líneas de corriente marcan el ingreso al foso de la socavación, "barren" el entorno inmediato a la base de la pila, y se incorporan a dicho vórtice. Esta zona de baja presión explica la ausencia de socavación en una parte estrecha de la cara lateral. En la tercera imagen se aprecia cómo de la parte de mayor profundidad las partículas son arrastradas hacia el vórtice posterior.

Cabe señalar que sólo se han presentado las estructuras vorticosas que mejor representan lo que ocurre con las líneas de corriente que ingresan al foso de la

socavación. También cabe hacer notar que se supone que la intensidad de la turbulencia es significativa para neutralizar el peso de las partículas, aunque dicho mecanismo no se simula en el presente trabajo.

En resumen, con base en los datos experimentales obtenidos por Maza (1966), se ha desarrollado un modelo que representa la hidrodinámica de las estructuras vorticosas que se generan con el foso de socavación. La forma y ubicación de los vórtices en pilas con esviaje, que reemplazan el vórtice herradura que se presenta en una pila sin esviaje, explican la forma de la socavación y la zona de mayor profundidad observada en los ensayos experimentales.

Se puede observar por medio del modelo numérico, los puntos principales donde se produce la socavación, esto es en las paredes no expuestas directamente al flujo, en el caso de las pilas con esviaje, donde hay mayor concentración de vorticidad.

El modelo de turbulencia llamado k- ε permite generar las estructuras vorticosas que se han reportado en trabajos previos y observado en experimentos de laboratorio. Los esfuerzos cortantes sobre el fondo del foso de la socavación son inferiores al valor crítico para los casos de equilibrio simulados para *livebed* de los ensayos experimentales.

Con el modelo desarrollado se podrán investigar formas de alteración de las líneas de corriente cercanas al fondo para atenuar el efecto de la vorticidad que genera el arrastre, incorporando también el balance de fuerzas entre las partículas y la intensidad de turbulencia generada.

CAPÍTULO 5. MEDIDAS DE PROTECCIÓN

5.1. INTRODUCCIÓN



Figura 5.1. Ejemplo de falla en un puente por socavación en pilas.

La variación del gasto de una corriente comúnmente se presenta en ríos. Muchas vías de transporte se localizan junto o atraviesan los ríos, y tal variación puede originar erosión del banco del cauce y cambio en el ángulo de la dirección del flujo hacia las pilas del puente que lo cruzan causando problemas de socavación local.

Los puentes a los que se les ha clasificado como susceptible o crítico debido a la socavación, deben evaluarse tanto en los aspectos hidrológicos como hidráulicos con el fin de que sean lo suficientemente detallados para que satisfagan el rediseño y las obras de protección que se propongan.

Las medidas de protección contra la socavación se definen como las medidas que se toman para monitorear, controlar, cambiar, retrasar o minimizar los problemas de inestabilidad de una corriente y socavación del fondo. Es importante considerar el monitoreo de las estructuras durante y después de un evento importante como una avenida, así como de las obras que se hagan para estabilizar el río aguas arriba y aguas abajo de sitio del puente, que forman parte integral del sistema de la vía, como por ejemplo en las zonas de inundación las cuales ayudan a aliviar la socavación por contracción del flujo al llegar al canal principal; el tratar de colocar las pilas y estribos del puente orientados con la dirección del flujo; y reducir el número de pilas también reduce la socavación local.

Estas protecciones pueden colocarse al momento de la construcción del puente o en puentes ya construidos para mejorar su estabilidad.

5.2. FACTORES QUE PUEDEN AFECTAR LA CORRIENTE

5.2.1. Cambios morfológicos

Son los cambios producidos por migración o movimiento de los meandros o ensanchamiento de las orillas del cauce. El movimiento lateral de los meandros puede poner en peligro las proximidades del puente así como aumentar la socavación debido a los cambios de los patrones del flujo. El ensanchamiento de las orillas del cauce puede ocasionar cambios significativos en la distribución del flujo y por tanto la relación por contracción.

5.2.2. Cambios por contracción

La socavación por contracción es el resultado de la restricción del canal, el cual puede ser causado por las pilas del puente o por otras obras como la construcción de autopistas y canales.

5.2.3. Acorazamiento

Si una corriente o río no está en capacidad de mover el material más grueso, el fondo o material subyacente se podrá acorazar de manera natural. Inicialmente puede presentarse socavación para después ser interrumpida por el acorazamiento antes de que alcance su máxima magnitud. Cuando ocurre acorazamiento, el material más grueso tiende a permanecer en su sitio o depositarse rápidamente hasta formar una capa como enrocado (riprap) en el fondo de la corriente o dentro del foso socavado limitando así que la socavación sea mayor para una descarga en particular.

Este efecto puede disminuir la profundidad del foso de socavación que se calculó en el diseño inicial con alguna fórmula para arenas u otro material fino para una avenida específica; así, cuando ocurre una avenida mayor con la que se estimó una profundidad de socavación, ésta probablemente será más profunda y superior al acorazamiento inicial hasta volver a acorazarse.

El acorazamiento también puede originar ensanchamiento del cauce. Este ensanchamiento promueve a ríos o corrientes ser más inestables. Tales inestabilidades pueden causar serios problemas y dificultar evaluar un plan de acción.

5.2.4. Agradación y degradación

La agradación se puede definir como el depósito del material del fondo debido a la disminución en el gradiente de energía. Los ríos de montaña generalmente desembocan con muy poca distancia sobre el río principal. El sedimento que transporte se depositará a velocidades muy bajas en la zona de confluencia, zona más plana de la unión, ocasionando agradación. En la unión del río principal con un tributario, el flujo es fuerte y puede ocasionar que el agua se regrese hacia el tributario generando también agradación. La continua agradación limita el libre paso de desechos y del arrastre, causando daños al puente.

Por otro lado la corriente puede presentar degradación, que se puede definir como la socavación del material del fondo debido al aumento de la capacidad de transporte de la corriente como resultado del aumento del gradiente de energía. Muchos puentes se construyen con grandes cimientos y se refuerzan solo en una pequeña profundidad, de manera que al pasar los años las cimentaciones quedan expuestas o socavadas debido a la degradación.

5.2.5. Socavación local

Producida por la presencia de las pilas y estribos que alteran el flujo. El aumento en el ancho de una pila o dique no contemplado en el diseño o la acumulación de desechos o escombros en la corriente pueden aumentar la socavación local. Para el caso de estribos, la socavación se acentúa por desechos de construcciones o por la inestabilidad de la corriente que hacen que se mueva hacia uno de los estribos o cambie su ángulo de ataque.

5.2.6. Escombros o acarreos

Pueden reducir el cauce ocasionando socavación por contracción del canal; pueden aumentar el área de obstrucción de una pila o estribo y por tanto el aumento en la socavación local; pueden desviar el flujo, cambiando su ángulo de ataque, y aumentar así la socavación local o desplazar el canal alrededor del puente; el movimiento del agua contra los escombros puede hacer localizar una fuerza lateral sustancial sobre el puente.



Figura 5.2. Socavación local en pilas de puentes. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.3. Socavación en pilas de puente. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.4. Socavación en pilas de puentes. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.5. Socavación en estribos. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.6. Socavación por movimiento lateral del cauce. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.7. Socavación por degradación. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.8. Socavación por expansión del flujo Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.9. Socavación en pilas por ángulo de incidencia adverso. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.10. Socavación por migración lateral. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.11. Socavación por degradación del fondo. Gary L. Lewis (2004).



Figura 5.12. Socavación por migración lateral. Gary L. Lewis (2004).

Los puentes que cruzan ríos requieren de una evaluación de la socavación. Esta evaluación se realiza para identificar la susceptibilidad del material del fondo de la corriente contra la erosión y el grado de estabilidad de la cimentación. Debe incluir detalles de la construcción de la cimentación, condición de la corriente, perfil transversal del fondo de la corriente y tasas de transporte. Estas evaluaciones son específicas y puede requerir de información adicional para realizar el análisis.

Un puente se puede considerar de socavación crítica cuando:

- 1. ha fallado y se ha cerrado para el tránsito,
- por observación del sitio se indica es inminente la falla de la(s) pila(s) o estribo(s) y el puente se ha cerrado al tránsito,
- por observación del sitio se indica que la socavación es extensa y ha llegado a las fundaciones del puente. Se requiere de acción inmediata para determinar medidas de protección,
- 4. si las fundaciones del puente se determinan como inestables una vez se calcule la profundidad de socavación.

Se puede entonces establecer siete tipos de socavación:

- 1. socavación en pilas.
- 2. socavación en estribos,
- 3. socavación por contracción,
- 4. socavación por migración o movimiento lateral,
- 5. degradación del fondo,
- 6. socavación por expansión del flujo,
- 7. socavación por canalización.

Considerando las causas de socavación en puentes se ha observado que:

- a. debido a la presencia del puente (ocurre un 48% de las fallas): se consideran la socavación en pilas y estribos, la socavación por contracción, por expansión del flujo y por canalización.
- b. debido a la inestabilidad del río (ocurre un 52% de las fallas): comprende la socavación por movimiento lateral y por degradación del fondo.

5.3. CONSIDERACIONES PARA SELECCIONAR LA MEDIDA DE PROTECCIÓN

Para determinar las medidas de protección apropiadas es importante reconocer qué tipo o causa de socavación afecta la corriente, si se asegura el puente o el río, si se requiere de trabajo exterior. Así, tener en cuenta los siguientes aspectos:

1. Mejoras al cauce

Se puede disponer de una variedad de medidas para estabilizar y controlar el flujo. Estas se enlistan a continuación,

- a. medidas contra agradación de la corriente: la contracción aguas arriba del cauce y en el paso del puente causan socavación. Construir presas aguas arriba del cauce para crear depósitos de sedimento, limpiar periódicamente el canal, y llevar a cabo el levantamiento del nivel del puente y accesos,
- b. medidas contra degradación de la corriente, incluye la construcción de umbrales y el refuerzo de las fundaciones,
- c. medidas para controlar el movimiento lateral de la corriente debido a meandros, incluye la colocación de diques o espolones a lo largo de la orilla del cauce para direccionar el flujo hacia el puente de manera que se minimice el ángulo de ataque con el que llega el flujo hacia la fundación del puente.
- 2. Medidas estructurales contra la socavación

Algunas pueden ser costosas, pero por lo general proporcionan buena protección contra la socavación, como los ripraps. Las medidas de protección para controlar la socavación local en pilas se pueden agrupar en dos categorías generales: dispositivos de acorazamiento, entre los que se encuentran los enrocados (ripraps) y otras estructuras como bloques unidos por cables, tetrápodos y collares; y dispositivos que alteran el flujo, entre las cuales se pueden mencionar las pilas de sacrificio, colocadas aguas arriba de las pilas del puente; plato de protección y deflectores de flujo.

3. Construcción de umbrales o saltos

Se utilizan para estabilizar el fondo de la corriente y contrarrestar los efectos de degradación.

4. Construcción de puentes de relevo o tramos extras en el puente principal

Proporcionar cauces adicionales para rebajar las condiciones del flujo. En algunas partes muy inestables colocar tramos adicionales para estabilizar los bancos del canal en la vecindad del puente.

Se agrupan de la siguiente manera:

5.3.1. Protecciones hidráulicas

Son aquellas principalmente diseñadas para modificar el flujo o resistir las fuerzas erosivas causadas por el flujo. Están organizadas en dos subgrupos: estructuras que guían el flujo y protecciones acorazadas.

5.3.1.1. Estructuras que guían el flujo

Son aquellas en las cuales se modifica el flujo. Son estructuras que alteran la hidráulica del flujo al reducir las condiciones no deseables de erosión o depósito en un lugar en particular o tramo del río. Se pueden construir en varios tipos de material y se distinguen por su colocación respecto a la orientación del flujo, las cuales pueden ser transversales, longitudinales o de superficie.

Las estructuras transversales se proyectan dentro del campo del flujo en ángulo o perpendicular a la dirección del flujo. Las estructuras longitudinales se colocan paralelas a la dirección del flujo o a lo largo de la orilla o margen del río. Por el contrario, las estructuras de superficie no se pueden describir como transversales o longitudinales cuando actúan como un sistema, por ejemplo canalizaciones, desfogue de flujo y retención del sedimento.

5.3.1.2. Estructuras acorazadas

Son estructuras que resisten las fuerzas erosivas causadas por las condiciones hidráulicas. No necesariamente alteran la hidráulica de un tramo, sino que actúa como una capa resistente a los esfuerzos cortantes proporcionando protección al material más erosionable. El tipo de material con el que se construyen varía, pero no la función para la que se construyen.

Estas estructuras se clasifican en revestimientos y acorazamiento del fondo o acorazamiento local. El revestimiento y acorazamiento del fondo se usan para proteger la margen o el fondo del canal de las fuerzas erosivas y fuerzas hidráulicas. Estas protecciones pueden ser rígidas o flexibles/articuladas. Los revestimientos rígidos y acorazados del fondo son impermeables y no tienen la habilidad para ajustarse a los cambios de la superficie que los soporta. Estas protecciones poco fallan por socavación. Los revestimientos flexibles y articulados y el acorazamiento del fondo pueden ajustarse a los cambios de la superficie que los soporta. Estas protecciones poco fallan por socavación. Los revestimientos flexibles y articulados y el acorazamiento del fondo pueden ajustarse a los cambios de la superficie que los soporta y ajustarse a los asentamientos. Estas protecciones poco fallan por remoción o desplazamiento del material.

El acorazamiento contra la socavación local es usado específicamente para proteger elementos de la infraestructura contra la socavación local. Generalmente se hacen del mismo material que los revestimientos y acorazamientos del fondo, pero estas protecciones se diseñan y colocan para resistir vórtices locales generados por obstrucciones al flujo.

5.3.2. Protecciones estructurales

Son aquellas que implican modificación de la estructura (en la fundación) para prevenir la falla contra la socavación. Aumentan la estabilidad del puente después que ha ocurrido la socavación o cuando se califica de socavación o crítica. Estas modificaciones comprenden reforzamiento de la fundación o modificaciones en la geometría de la pila.

5.3.2.1. El reforzamiento de la cimentación

Incluye adiciones a la estructura original con las cuales se reforzará o extenderá las fundaciones del puente. Estas protecciones se diseñan para prevenir la falla cuando el fondo del canal es inferior al nivel de socavación esperado o para restaurar la integridad estructural después que ha ocurrido la socavación.

5.3.2.2. Modificaciones a la geometría de la pila

Se usan para reducir la socavación local en pilas o para transferir la socavación a otro lugar.

5.3.3. Supervisión

Con la supervisión se describen actividades que se llevan a cabo para facilitar la identificación de los problemas de socavación. También puede servir como estudio continuo del progreso de la socavación alrededor de las fundaciones del puente. Permite tomar las medidas de seguridad necesarias para evitar la falla. El monitoreo puede acompañarse de instrumentación, con instrumentos fijos e instrumentos portátiles, o inspección visual.

5.3.3.1. Instrumentación fija

Son los dispositivos de monitoreo que se unen a la estructura del puente para detectar la socavación en un lugar en particular. Por lo general, los monitores se ubican en pilas y estribos. Se debe definir el número y localización de las pilas a ser instrumentadas. Instrumentos como el monitor sonar se pueden usar para proporcionar la variación de la socavación, mientras que los collares corredizos magnéticos sólo se pueden usar para monitorear la profundidad máxima de socavación. Los datos obtenidos con estos instrumentos se pueden bajar manualmente en el sitio a ser medidos y luego enviados por telemetría a otro lugar.

5.3.3.2. Instrumentación portátil

Son los dispositivos de monitoreo que se pueden trasportar manualmente, se recopilan datos a lo largo de un puente y luego se lleva a otros para recaudar más información. Son más costosos que los fijos y no ofrecen una observación continua de la estructura.

5.3.3.3. Inspección visual

Abarca las prácticas de monitoreo estándar para inspeccionar un puente a intervalos regulares y el esfuerzo por aumentar el monitoreo durante las avenidas. Los puentes se inspeccionan de manera que se puedan registrar las elevaciones del nivel del fondo en cada pila, y hacer una comparación histórica de las secciones transversales para identificar los cambios debido a la socavación. También se pueden registrar las elevaciones del fondo durante y después de una avenida. Si las mediciones no se pueden tomar de forma segura, se debe determinar el riesgo del puente y si es necesario cerrarlo al tránsito. También puede ser útil el inspeccionar el fondo bajo el agua después de una avenida.

Un programa de supervisión* bien diseñado puede resultar muy costoso. Un plan de acción contra la socavación en puentes debe incluir: la instalación de prevenciones temporales contra la socavación, como monitoreo o ripraps con monitoreo; el desarrollo de programas con monitoreo que incluyan medidas de protección contra la socavación e instrucciones detalladas del cierre del puente, si es necesario; un programa del tiempo de diseño y construcción de protecciones temporales contra la socavación o el reemplazo inmediato del puente dependiendo del grado de riesgo en que se encuentre.

La supervisión puede llegar a ser una medida segura para elevar la seguridad de las personas. En la mayoría de los casos, las medidas de protección no curan la inestabilidad o el problema de la socavación, por lo que se requiere realizar continuo mantenimiento.

5.4. MEDIDAS DE PROTECCIÓN PARA SOCAVACIÓN LOCAL EN PILAS

5.4.1. Riprap o enrocado

Es una de las medidas de protección más comunes contra la socavación local en pilas; es un método relativamente bajo en costo, no necesita mucho equipo especial para su construcción y abunda en el medio, aunque necesita ser diseñado y estudiar el lugar de ubicación. Cuando se diseña se debe considerar un mantenimiento adecuado. Muchas veces el colocarlo en lugares inadecuados reduce el área de paso del cauce y por tanto origina problemas por contracción. Su uso en pilas intermedias se considera solo una solución temporal, pues podría aumentar la acción de las fuerzas de socavación local.



Figura 5.13. Rip rap para protección de pilas. Washington State Department of Transportation (2006).

5.4.2. Gaviones y matrices Reno



Figura 5.14. Instalación de gaviones como protección de pilas.

5.4.3. Dispositivos que alteran el flujo

Se emplean para disminuir la posibilidad de que se forme el *downflow*, o flujo descendente frente a una pila, y así debilitar la acción del vórtice herradura. Entre estas obras se encuentran las pilas de sacrificio que se colocan aguas arriba de la pila del puente; álabes o aletas, colocados a través de la pila; deflectores unidos a la pila, como collares, que han resultado muy efectivos para reducir la socavación local en pilas. Estos últimos han sido objeto de mucha investigación, pues han mostrado que previenen en forma directa la acción del *downflow* sobre el fondo del río, reducen la profundidad de socavación y en consecuencia la tasa de socavación, además que previenen el riesgo a que la pila falle cuando ocurra una avenida, aunque su estudio se ha limitado a condiciones del flujo en *clear-water*.



Figura 5.15. Instalación de deflectores en "V".

5.4.4. Uso de colchones articulados de tela

Como protección permanente en pilas. También se emplea para proteger estribos de puentes, como medida de protección de bermas y zona de avenidas. Son resistentes al desplazamiento, fácil de instalar y de bajo costo.



Figura 5.16. Colchones articulados de tela.

5.4.5. Estribos, *groynes*, diques y venas

Son otras medidas de protección que se emplean sobretodo para proteger los bordes de los ríos contra la erosión o depósito. Sirven para corregir la dirección del cauce buscando que pase de forma más deseable bajo el puente.



Figura 5.17. Instalación de Groynes y Venas.

5.4.6. Unidades de concreto

Consiste en colocar alrededor de las pilas piezas de concreto como tetrápodos, tetraedros, bloques de concreto.



Figura 5.18. Colocación de unidades de concreto en pilas de puente.

5.4.7. Reforzamiento de la cimentación

Consiste en profundizar la cimentación por debajo del nivel de degradación; proveer de retenciones adicionales a pilas y estribo(s) de pared vertical si la socavación ha provocado pérdida del apoyo, o instalar nuevas estructuras con cimentaciones más profundas.



Figura 5.19. Refuerzo de una pila.

5.4.8. Bancos guía

Su propósito es proporcionar al flujo una transición más suave al llegar a la corriente o río principal. Hace mover el punto de máxima socavación hacia aguas arriba, lejos del estribo, haciendo que el flujo pase a través del puente de forma más alineada. Esta opción debe considerarse como protección en estribos, sin embargo una significativa cantidad del flujo de la zona de inundación regresa hacia el canal principal y pasa bajo el puente.

5.5 APLICACIONES DEL MODELO DESARROLLADO

Una de las ventajas de la simulación numérica de la hidrodinámica en el entorno de una pila de puente es la visualización de la vorticidad que se genera, lo que permite cuantificar los esfuerzos cortantes a nivel de piso, y explicar cómo corrientes ascendentes arrastran y sustentan las partículas arenosas. Esta visión de las estructuras turbulentas da lugar al diseño de otras estructuras con el propósito de mitigar o atenuar la socavación que estas provocan.

Por ejemplo, la implantación de collares sobre las pilas, o bien anteponer pilas de "sacrificio" (alternativamente, placas deflectoras) aguas arriba, han demostrado en la práctica cierta efectividad en la atenuación de la socavación en pilas de puente. El presente modelo permite entonces "ver" el efecto de estas estructuras sobre el desarrollo e intensidad del *vórtice herradura* (y el *downflow*) que se ha inferido es el mecanismo incipiente del desarrollo de la socavación.

Se debe enfatizar que cualquier diseño o modificación propuesta debe ser verificado a través de una metodología experimental; y en su caso, realizar calibraciones al modelo numérico para llegar sucesivamente a una optimización de las medidas propuestas.

Para concluir, es importante en el momento de diseño de un puente evaluar las condiciones de la corriente o río principal con el objetivo de definir adecuadamente qué tipo de problema se puede presentar y cuál sería la medida de protección más adecuada para utilizar. Con frecuencia es necesario realizar un adecuado mantenimiento de las obras de protección que se definan construir, de manera que se pueda prolongar su eficiente trabajo.

CONCLUSIONES

Ha sido posible la modelación numérica de la hidrodinámica en el entorno de una pila rectangular con esviaje respecto a la corriente con socavación local mediante el modelo computacional PHOENICS, tomando como referencia la experimentación basada en pruebas en un modelo físico. Lo anterior permite validar las bondades del modelo computacional para visualizar la interacción fluido-estructura.

Con base en los datos experimentales obtenidos por Maza (1966), se ha desarrollado un modelo que representa la hidrodinámica de las estructuras vorticosas que se generan con el foso de socavación.

La forma y ubicación de los vórtices en pilas con esviaje, que reemplazan el vórtice herradura que se presenta en una pila sin esviaje, explican la forma de la socavación y la zona de mayor profundidad observada en los ensayos experimentales.

Se puede observar de los resultados del modelo numérico, que los puntos principales donde se produce la socavación, esto es en las paredes no expuestas directamente al flujo, en el caso de las pilas con esviaje, donde hay mayor concentración de vorticidad.

El modelo de turbulencia llamado k-ɛ permitió generar las estructuras vorticosas que se han reportado en trabajos previos y observado en experimentos de laboratorio. Los esfuerzos cortantes sobre el fondo del foso de la socavación son inferiores al valor crítico para los casos de equilibrio simulados para *live-bed* de los ensayos experimentales.

Con el modelo desarrollado se podrán investigar formas de alteración de las líneas de corriente cercanas al fondo para atenuar el efecto de la vorticidad que genera el arrastre, incorporando también el balance de fuerzas entre las partículas y la intensidad de turbulencia generada.

El tener conocimiento de varias formas de protección en pilas en puentes, y de las condiciones de la corriente, permite responder a las siguientes preguntas: ¿para qué tipo de problemas es aplicable una medida de protección?, ¿en qué tipo de río o cauce es más aceptable o no una medida de protección?, ¿qué recursos se necesitará destinar para el mantenimiento de las medidas de protección?

REFERENCIAS

Ahmed, Ferdous y Rajaratman, Nallamuthu, 1997, THE THREE-DIMENSIONAL TURBULENT BOUNDARY LAYER FLOW AROUND BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol. 35, No. 2, pág. 209-224.

Ahmed, Ferdous y Rajaratman, Nallamuthu, 1998, FLOW AROUND BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 124, No. 3, Marzo, pág. 288-300.

Ali, Kamil H. M., Karim, Othman A., y O'connor, Brian A., 1997, FLOW PATTERNS AROUND BRIDGE PIERS AND OFFSHORE STRUCTURES. Proceedings of Water for Changing Global Community, Managing Water: Coping with Scarcity and Abundance, The 27th Congress of the International Association for Hydraulic Research, I.A.H.R, San Francisco, California, pág. 208.

Annandale, George W., 2006, SCOURING TECHNOLOGY, Mechanics and Engineering Practice. McGraw-Hill, U.S.A.

Breusers, H. N. C., Nicollet, G. Y Shen, H. W., 1977, LOCAL SCOUR AROUND CYLINDRICAL PIERS. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol. 15, No. 3, pág. 211-252.

Breusers, H.N.C. and Raudkivi, A.J., 1991, SCOURING. IAHR, Hydraulic Design Considerations, Hydraulic Stuctures, Design Manual 2, Balkema, Rotterdam, The Netherlands.

Brooks, N. H., 1963, discussion of BOUNDARY SHEAR STRESSES IN CURVED TRAPEZOIDAL CHANNELS. By A. T. Ippen and P. A. Drinker, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 89, No. HY3, pág. 327-333.

Currie, I. G., 1974, FUNDAMENTAL MECHANICS OF FLUIDS. McGraw-Hill, Inc, U.S.A.

Chiew, Y.M., and Melville, B.W., 1987, LOCAL SCOUR AROUND BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.25, N° 1, pág. 15-26.

Dargahi, Bijan, 1990, CONTROLLING MECHANISM OF LOCAL SCOURING. Journal of Hydraulic Engineering, ACSE, vol. 116, No. 10, October, pág. 1197.

Dey, Subhasish and Bose, Sujit K., 1994, BED SHEAR IN EQUILIBRIUM SCOUR AROUND A CIRCULAR CYLINDER EMBEDDED IN A LOOSE BED. Applied Mathematical Modelling, vol.18, N° 5, May, pág. 265-273.

Dey, Subhasish, Bose, Sujit K., and Sastry, Ghandikota L.N., 1995, CLEAR WATER SCOUR AT CIRCULAR PIERS: A MODEL. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.121, N° 12, December, pág. 869-876.

Dey, Subhasish, 1996, SEDIMENT PICK-UP FOR ENVOLVING SCOUR NEAR CIRCULAR CYLINDERS. Applied Mathematical Modelling, vol.20, July, pág. 534-539.

Dou, Xibing, Jones, J. Sterling, y Wang, Sam S. Y., 1997, STOCHASTIC TURBULENCE MODEL AND ITS APPLICATION TO PIER LOCAL SCOUR SIMULATION. Proceedings of the Conference on Management of Landscapes Disturbed by Channel Incision, The University of Mississippi, U.S.A., pág. 917.

Engel, John J., Hotchkiss, Rollin H., Ph.D., P.E., y Hall, Brad R., 1995, THREE-DIMENSIONAL SEDIMENT TRANSPORT MODELLING USING CH3D COMPUTER MODEL. Proceedings of the First International Conference, Water Resources Engineering, ASCE, vol.1, San Antonio, Texas, pág. 628.

Ettema, R., Mostafa, E.A., Melville, B.W., and Yassin, A.A., 1998, LOCAL SCOUR AT SKEWED PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.124, N°7, July, pág. 756-759.

Field, W. G., y Hinchey, R. J., 1977, DEVELOPMENT OF SCOUR NEAR BRIDGE PIERS AND ABUTMENTS. 6th Australasian Hydraulics and Fluid Mechanics Conference, December, Adelaide, Australia, pág. 249.

Gosselin, Mark S. y Sheppard, D. Max, 1995, TIME RATE OF LOCAL SCOUR, Proceedings of the First International Conference, Water Resources Engineering, ASCE, vol.1, San Antonio, Texas, pág. 775.

Graf, W. H., y Yulistiyanto, B., 1997, EXPERIMENTS ON FLOW UPSTREAM OF A CYLINDER. Proceedings of Water for Changing Global Community, Managing Water: Coping with Scarcity and Abundance, The 27th Congress of the International Association for Hydraulic Research, I.A.H.R, San Francisco, California, pág. 238.

Grass, A. J., 1971, STRUCTURAL FEATURES OF TURBULENT FLOW OVER SMOOTH AND ROUGH BOUNDARIES. Journal of Fluid Mechanic, vol. 50, part 2, pág. 233-255.

Hoffmans, G.J.C.M. y Verheij, H.J., 1997, SCOUR MANUAL. A.A. Balkema, Rotterdam, Brookfield, The Netherlands.

Kandasamy, J.K., and Melville, B.W., 1998, MAXIMUM LOCAL SCOUR DEPTH AT BRIDGE PIERS AND ABUTMENTS. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.36, N°2, pág. 183-198.

Kobayashi, T., Aibara, T., y Harada, H., 1997, VORTICITY DISTRIBUTION OF HORSESHOE VORTEX ON SCOURED BED. Proceedings of Water for Changing Global Community, Managing Water: Coping with Scarcity and Abundance, The 27th Congress of the International Association for Hydraulic Research, I.A.H.R, San Francisco, California, pág. 202.

Kothyari, Umesh C., Garde, RamChandra J., y Ranga Raju, K. G., 1992, TEMPORAL VARIATION OF SCOUR AROUND CIRCULAR BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 118, No. 8, August, pág. 1091.

Kothyari, U. C., Ranga Raju, K. G., and Garde, R. J., 1992, LIVE-BED SCOUR AROUND CYLINDRICAL BRIDGE PIERS, Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol. 30, No. 5, pág. 701-715.

Levi, Enzo y Luna, Humberto, PROTECCIÓN CONTRA LA SOCAVACIÓN PRODUCIDA AL PIE DE LAS PILAS DE PUENTE. Revista de Ingeniería, pág. 1-12.

Lewis, Gary L., SCOUR AT RAIL ROAD-FIX THE BRIDGE OR FIX THE RIVER?. Arema 2004, September 21, 204.

Lysne, Dagfinn K., 1969, MOVEMENT OF SAND IN TUNNELS. Journal of Hydraulic Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, vol. 95, No. HY6, Noviembre, pág. 1835-1846.

Mashahir, M.B. y Zarrati, A. R., EFFECT OF COLLAR TIME DEVELOPMENT OF SCOURING AROUND RECTANGULAR BRIDGE PIERS. Amir Kabir University of Technology, Tehran, 2002.

Maza Alvarez, J. A., y Sánchez Bribiesca, J. L., 1964, CONTRIBUCIÓN AL ESTUDIO DE LA SOCAVACIÓN LOCAL EN PILAS DE PUENTE. Revista de Ingeniería, volumen XXXIV, Nº1, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM, México, pág. 43.

Maza Alvarez, José Antonio, 1966, SOCAVACIÓN TOTAL EN LAS PILAS DE LOS PUENTES. Trabajo de Tesis presentado para obtener el grado de Maestro en Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM, México D.F., México.

Maza Alvarez, J. A., y García Flores, M., 1989, EROSION EN RIOS Y OBRAS DE PROTECCION. capítulo 13, Manual de Ingeniería de Ríos, Comisión Nacional del Agua, México D.F.

Melville, B.W., 1975, LOCAL SCOUR AT BRIDGE SITES. School of Engineering, Report No. 117, University of Auckland, New Zealand.

Melville, B.W. y Raudkivi, A.J., 1977, FLOW CHARACTERISTICS IN LOCAL SCOUR AT BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Research, vol.15, No. 4, pág. 373.

Melville, B. W., 1984, LIVE-BED SCOUR AT BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 110, No. 9, September, pág. 1234-1247.

Melville, B.W., y Sutherland, A. J., 1988, DESIGN METHOD FOR LOCAL SCOUR AT BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 114, No. 10, October, pág. 1210.

Melville, Bruce, 1992, LOCAL SCOUR AT BRIDGE ABUTMENTS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.118, N°4,pág. 615-631.

Melville, B. W., y Kwan, R. T. F., 1994, LOCAL SCOUR AND FLOW MEASUREMENTS AT BRIDGE ABUTMENTS. Journal of Hydraulic Research, vol. 32, No. 5, pág. 661.

Melville, B. W., 1997, PIER AND ABUTMENT SCOUR: INTEGRATED APPROACH. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 123, No. 2, Febrero, pág. 125-136.

Mellville, B. W. y Chiew, Yee-Meng, 1999, TIME SCALE FOR LOCAL SCOUR AT BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 125, No. 1, Enero, pág. 59-65.

Melville, B. W. y Coleman, Stephen E., 2000, BRIDGE SCOUR. Water Resources publications, LLC., Highlands Ranch, Colorado, U.S.A.

Murillo, J. A., 1987, THE SCOURGE OF SCOUR. Civil Engineering, Vol. 57, No. 7, pág. 66-69.

Nakagawa, Hiroji y Suzuki, Koichi, AN APLICATION OF STOCHASTIC MODEL OF SEDIMENT MOTION TO LOCAL SCOUR AROUND A BRIDGE PIER. International Association for Hydraulic Research, pág. 228-235.

Olsen, Nils R. B., y Melaaen, Morten C., 1993, THREE-DIMENSIONAL CALCULATION OF SCOUR AROUND CYLINDERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 119, No. 9, September, pág. 1048.

Olsen, Nils R.B., and Stokseth, Siri, 1995, THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL MODELLING OF WATER FLOW IN A RIVER WITH LARGE BED ROUGHNESS, Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol.33, N° 4, pág. 571-581.

Olsen, Nils R. B. and Kjellesvig, Hilde M., 1998, THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL FLOW MODELLING FOR ESTIMATION OF MAXIMUM LOCAL SCOUR DEPTH. Journal of Hydraulic Research, IAHR, vol. 36, No. 4, pág. 579-589.

Parola, A. C., Mahavadi, S. K., Brown, B. M., y El Khoury, A., 1996, EFFECTS OF RECTANGULAR FOUNDATION GEOMETRY ON LOCAL PIER SCOUR, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 122, No. 1, Enero, pág. 35-40.

Patankar, S.V., 1980, NUMERICAL HEAT TRANSFER AND FLUID FLOW. Series in Computational and Physical Process in Mechanics and Thermal Sciences, Hemisphere Publishing Corporation, U.S.A.

Raudkivi, A. J. and Ettema, R., 1977, EFFECT OF SEDIMENT GRADATION ON CLEAR-WATER SCOUR. Journal of Hydraulic Division, ASCE, vol.103, Nº10, pág.1209-1212.

Raudkivi, Arved J., 1986, FUNCTIONAL TRENDS OF SCOUR AT BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.112, N° 1, May, pág. 1-13.

Richardson, John E., Panchang, Vijay G., y Kent, Edward, 1995, THREE-DIMENSIONAL NUMERICAL SIMULATION OF FLOW AROUND BRIDGE SUB-STRUCTURES. Proceedings of the First International Conference, Water Resources Engineering, ASCE, vol.2, San Antonio, Texas, pág. 1298.

Salinas Vázquez, Martín, 1996, MODELO NUMÉRICO DEL TRANSPORTE DE SEDIMENTO. Trabajo de tesis presentado para obtener el grado de Maestro en Ingeniería (Mecánica), Universidad Nacional Autónoma de México, UNAM, México D.F., México.

Shen, H.W., Schneider, V.R., and Karaki, S., 1969, LOCAL SCOUR AROUND BRIDGE PIERS. Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of American Society of Civil Engineers, vol.95, N° HY6, November, pág. 1919-1940.

Shen, H. W., 1971, SCOUR NEAR PIERS. River Mechanics, vol. II, cap. 23, Colorado State University, U.S.A.

Smith, S. P., Annandale, G. W., Johnson, P. A., Jones, J. S., y Umbrell, E. R., 1997, PIER SCOUR IN RESISTANT MATERIAL: CURRENT RESEARCH ON EROSIVE POWER. Proceedings of Water for Changing Global Community, Managing Water: Coping with Scarcity and Abundance, The 27th Congress of the International Association for Hydraulic Research, I.A.H.R, San Francisco, California, pág. 160.

Stevens, Michael A., Gasser, Mohamed M., and Saad, Mohamed B.A.M., 1991, WAKE VORTEX SCOUR AT BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol.117, N°7, July, pág. 891-904.

U.S. Department os Transportation, Federal Highway Administration, 1995, EVALUATING SCOUR AT BRIDGES. Third Edition, Hydraulic Engineering Circular Nº18, Washington, D.C.

Van Rijn, L.C., 1984, SEDIMENT TRANSPORT, PART 1: BED LOAD TRANSPORT. Journal of Hydraulic Engineering, Vol.110, N°10, pág. 1431-1456; PART 2: SUSPENDED LOAD TRANSPORT, Vol.110, N°11, pág. 1613-1641; PART 3: BED FORMS AND ALLUVIAL ROUGHNESS, Vol.110, N°12, pág. 1733-1754.

Van Rijn, L.C., 1987, MATHEMATICAL MODELLING OF MORPHOLOGICAL PROCESSES IN THE CASE OF SUSPENDED SEDIMENT TRANSPORT. Thesis, Department of Fluid Mechanics, Delft University of Thecnology, Delft, The Netherlands.

Van Rijn, L.C., 1993, PRINCIPLES OF SEDIMENT TRANSPORT IN RIVERS, ESTUARIES AND COASTAL SEAS. University of Utrecht, Department of Physical Geography, Delft Hydraulics, Aqua Publications, The Netherlands.

Versteeg, H. K., and Malasekera, 1995, AN INTRODUCTION TO COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS. THE FINITE VOLUME METHOD. Longman Scientific and Technical, Longman Group, England.

Yanmaz, A. Melih, y Altmbilek, H. Dogan., 1991, STUDY OF TIME-DEPENDENT LOCAL SCOUR AROUND BRIDGE PIERS. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, vol. 117, No. 10, October, pág. 1247.

Yulistiyanto, B., Zech, Y., and Graf, W. H., 1998, FLOW AROUND A CYLINDER: SHALLOW-WATER MODELLING WITH DIFUSSION-DISPERSION. Journal of Hidraulic Engineering, ASCE, vol. 124, No. 4, Abril, pág. 419-429.

APÉNDICE A

A.1. Diferentes etapas del proceso erosivo. Maza y Sánchez (1964)



zona de posible depósito



A.2. Erosión en pilas rectangulares. Maza y Sánchez (1964)





A.3. Erosión en pilas circulares. Maza y Sánchez (1964)



A.4. Erosión en pilas con extremos redondeados. Maza y Sánchez (1964)

APÉNDICE B

B.1. Al evaluar la ecuación integral (2.3) sobre la frontera este, e, del volumen de control y considerando el vector normal unitario n_e = (1,0,0) se obtiene:

$$\nabla \varphi = \begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial s} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial y} \\ \frac{\partial \Phi}{\partial z} \end{cases}$$
(B.1.1)

Quedando la integral sobre la cara este:

$$\int_{S_{\varepsilon}} \Gamma \,\nabla \phi \cdot n_{\varepsilon} dA = \int_{S_{\varepsilon}} \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{\varepsilon} dA \qquad (B.1.2)$$

Y como se considera el término integrando constante sobre toda la cara del volumen de control, la integral queda:

$$\int_{S_{\varepsilon}} \Gamma \nabla \phi \cdot n_{\varepsilon} dA = \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_{\varepsilon} A_{\varepsilon} \qquad (B.1.3)$$

El mismo procedimiento se sigue para los demás términos de la ecuación (2.3) y se obtiene la ecuación integral (2.4).

B.2. Obtenida la ecuación (2.4), se pueden considerar los términos del lado derecho de la forma:

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{e} = \Gamma_{e} (\delta y_{sn} \delta z_{lh}) \left(\frac{\phi_{E} - \phi_{P}}{\delta x_{EP}}\right) = a_{E} (\phi_{E} - \phi_{P}) \qquad (B.2.1)$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial x}\right)_{W} = \Gamma_{W}(\delta y_{sn} \delta z_{lh}) \left(\frac{\phi_{P} - \phi_{W}}{\delta x_{PW}}\right) = a_{W}(\phi_{P} - \phi_{W}) \quad (B.2.2)$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{n} = \Gamma_{n}(\delta x_{we} \delta z_{lh}) \left(\frac{\phi_{N} - \phi_{P}}{\delta y_{NP}}\right) = a_{N}(\phi_{N} - \phi_{P}) \qquad (B.2.3)$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial y}\right)_{s} = \Gamma_{s} \left(\delta x_{we} \delta z_{lh}\right) \left(\frac{\phi_{P} - \phi_{S}}{\delta y_{PS}}\right) = a_{s} \left(\phi_{P} - \phi_{S}\right) \tag{B.2.4}$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_{h} = \Gamma_{h} \left(\delta x_{we} \delta y_{sn}\right) \left(\frac{\phi_{H} - \phi_{P}}{\delta z_{HP}}\right) = a_{H} \left(\phi_{H} - \phi_{P}\right) \qquad (B.2.5)$$

$$\left(\Gamma A \frac{\partial \phi}{\partial z}\right)_{l} = \Gamma_{l}(\delta x_{we} \delta y_{sn}) \left(\frac{\phi_{P} - \phi_{L}}{\delta z_{PL}}\right) = a_{L}(\phi_{P} - \phi_{L}) \qquad (B.2.6)$$
APENDICE C

CÁLCULO DE LA PROFUNDIDAD DE SOCAVACIÓN

Calculando la profundidad de socavación de acuerdo a los métodos de Laursen y Toch y Yaroslavtziev, referenciados por Maza (1966) se obtuvo:

C.1. El método de Laursen y Toch es un método sencillo en el que la profundidad de socavación depende del tirante y del tamaño de la pila, (capítulo 1, sección 1.2); pero no toma en cuenta la velocidad del flujo ni el tamaño de grano promedio del material del fondo y se calcula de la forma:

Para pilas alineadas con la corriente (sin esviaje):

$$S_0 = K_1 K_2 b \qquad (C.1)$$

Para pilas que forman un ángulo ϕ con la corriente, (con esviaje):

$$S_{\phi} = K_1 K_3 b \quad (C.2)$$

De la Figura 1.5 (capítulo 1, sección 1.2), la Tabla 1 y con los datos $K_1=S_0b$ y H/b se obtiene el valor de la socavación para los casos estudiados.

Así, para la pila circular de diámetro D=13.3 cm y la pila rectangular de ancho y 48 cm. de largo en las Tabla 3.1 y 3.2 se resumen los valores de K₁, K₂, K₃, S₀ y S_{ϕ}; en la tabla 4 se resumen los resultados calculados con el método propuesto por Maza (1966).

Pila circular de 13.3cm de diámetro, b=13.3 cm.								
H(cm.)K1K2K3 S_{ϕ} (cm.) S_{ϕ} (cm.) ϕ								
Caso 1	33	2.0	0.90	-	23.94	-	0°	
Caso 2	14.5	1.55	0.90	-	18.55	-	0°	

Columna rectangular de 48x14.4cm, a=48 cm., b= 14.4 cm.									
	$\begin{array}{ c c c c c c c c c c c c c c c c c c c$								
Caso 3	45	2.2	1	1	-	31.68	0°		
Caso 4	25	1.78	1	1.35	-	34.60	15°		
Caso 5	63	2.37	1	1.70	-	58.02	30°		

C.2. El método de Yaroslavtziev también se basa en una serie de gráficas, Maza (1966). Aquí solo se resumen los resultados calculados y la ecuación empleada para obtener la profundidad de socavación.

Para suelos no cohesivos, según Yaroslavtziev:

$$S_0 = K_f K_V (e + K_H) \frac{v^2}{g} - 30d$$
 (C.3.)

Donde:

S₀: profundidad de socavación, en m.

 K_f : coeficiente que depende de la forma de la pila y del ángulo de incidencia del flujo con la misma. (Maza (1966)).

K_V: coeficiente que se obtiene de la expresión:

$$\log K_V = -0.28^{0.3} \frac{V^2}{g b_1}$$

K_H: coeficiente que toma en cuenta la profundidad de la corriente, se obtiene:

$$log K_H = 0.17 - 0.35 \frac{H}{b_1}$$
 (C.4.)

V: velocidad media de la corriente aguas arriba de la pila, en m/seg.

e: coeficiente de corrección de acuerdo con el sitio donde estén colocadas las pilas. (0.6 si están colocadas en cauce principal. 1.0 si están colocadas en el cauce de avenidas).

H: tirante de la corriente en frente de la pila, en m.

 b_1 : proyección en el plano perpendicular a la corriente, del ancho y largo de la pila. Cuando el ángulo de incidencia es 0°, su valor es igual al ancho b de la pila,en m.

d: diámetro de las partículas gruesas del fondo, representado

aproximadamente por el d85 de la curva granulométrica, en cm.

g: 9.81 m/s².

Pila circular de 13.3 cm de diámetro, b=13.3 cm.									
$\begin{array}{ c c c c c c c c } \hline H(cm) & V(cm/s) & b_1 & Kf & Kv & K_H & S_{\phi \ (cm.)} & \phi \end{array}$									
Caso 1	33	50	13.3	10	0.7	0.22	14.63	0°	
Caso 2	14.5	24	13.3	10	0.8	0.65	5.87	0°	

Columna rectangular de 48x14.4 cm, a=48 cm., b=14.4 cm.										
$\begin{array}{ c c c c c c c } \hline H(cm) & V(cm/s) & b_1 & Kf & Kv & K_H & S_{\phi \ (cm.)} & \phi \end{array}$										
Caso3	45	38.6	14.4	12.4	0.75	0.15	10.59	0°		
Caso4	25	59.5	26.33	12.4	0.72	0.38	31.58	15°		
Caso5	63	29.1	36.47	12.4	0.89	0.8	13.34	30°		

Tabla 4. Resultados del método propuesto por Maza

Pila circular de 13.3cm de diámetro , b=13.3 cm.									
H(cm.) $V(cm./se g.)$ (H+S ₀)/b F^2 $S_{\phi (cm.)}$ ϕ									
Caso 1	33	50	3.95	0.07722	19.5	-	0°		
Caso 2	14.5	24	1.84	0.0405	10	-	0°		

Columna rectangular de 48*14.4cm, a=48 cm., b= 14.4 cm.									
	$\begin{array}{ c c c c c c c c } H(cm.) & V(cm./se & (H+S_0)/b & F^2 & f_c & S_{\phi \ (cm.)} & \phi \end{array}$								
Caso 3	45	38.6	4.17	0.03375	1	15	0°		
Caso 4	25	59.5	3.65	0.14435	1.25	27.50	15°		
Caso 5	63	29.1	5.73	0.0137	1.4	19.50	30°		