centro de educación continua
división de estudios superiores
facultad de ingeniería, unam

CURSOS DE SUPERACION ACADEMICA

DIVISION DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA

CURSO: ANALISIS DE LA RESPUESTA DE MAQUINAS DE C.D. EN ESTADO ESTABLE

PROF. ING. VICTOR PEREZ AMADOR BARRON.

Marzo de 1980.

Palacio de Minería Calle de Tacuba 5, primer piso México 1, D. F. Tel.: 521-40-20 5 Líneas

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA
DIVISION DE ING. MEC. Y ELECT.
DEPTO. DE INGENIERIA ELECTRICA

CURSO INTERSEMESTRAL DE SUPERACION ACADEMICA

Programa AP7-Equilibrio de Máquinas de C.D.

CONTENIDO:

Análisis de la respuesta de máquinas de C.D. en estado estable.

- Generalidades.
- Magnetización de la máquina de C.D.
- Función de aproximación de Froelich.
- Curva de Saturación en vacío.
- Consideraciones generales sobre el equilibrio de las máquinas.
- Estado estable de la máquina con excitación independiente.
- Estado estable de la máquina con excitación en derivación.
- Ejemplos de aplicación.

Este curso se llevará a cabo en el Laboratorio de Máquinas Eléctricas y constará de 12 Horas en total; las sesiones serán los días: 8, 10, 15 y 17 de abril, de las 18:30 a las 21:30 Hrs.

El profesor del curso: Ing. Víctor Pérez Amador Barrón.

ANALISIS DE LA RESPUESTA DE MAQUINAS DE C.D. EN ESTADO ESTABLE

1. ANTECEDENTES

Supongamos un circuito magnético como el que se muestra en la figura 1 (a). Este circuito consta de:

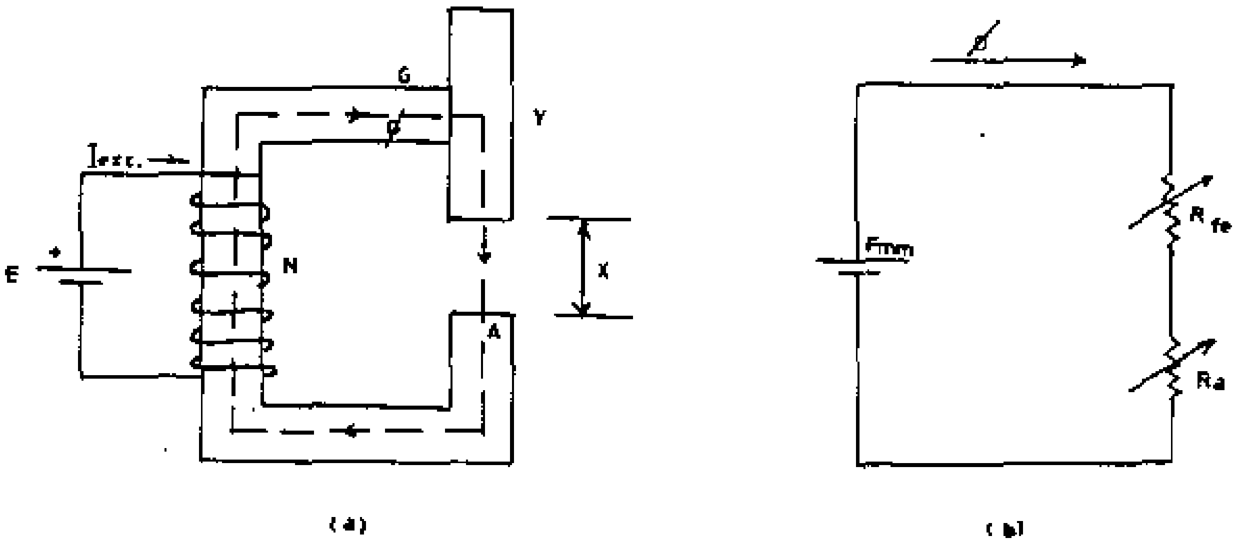


FIGURA 1

- Una bobina de excitación de N vueltas, por la cual circula la corriente de excitación I_{exc}.
- Un núcleo de material ferromagnético G cuya forma se asemeja a la letra con la que lo hemos identificado y se sección transversal A es constante.
- Un yugo móvil Y del mismo material y sección transversal que el núcleo.
- Un entrehierro cuya longitud X se puede variar a voluntad, según la posición del yugo.

Cuando se conecta la bobina de excitación a una fuente de fuerza electromotriz (E) circula la corriente de excitación (I_{exc}) cuyo valor depende de la fem. y de la resistencia del circuito eléctrico, de acuerdo con la ley de Ohm.

La corriente de excitación a su vez, produce el flujo magnético (ϕ) en el interior de la bobina, el cual sigue la trayectoria marcada con línea punteada en la figura 1(a). Su magnitud obedece a la ley

$$\phi = \frac{Fmm}{R} \qquad (1.1)$$

que por su similitud con la ley de Ohm para un circuito eléctrico, se le llama Ley de Ohm magnética.

En la fórmula (1.1):

ϕ es el flujo a través del circuito magnético, equivalente a la corriente de un circuito eléctrico.

fmm es la fuerza magnetomotriz cuyo valor es igual al producto NI_{exc} y es equivalente a la fuerza electromotriz del circuito eléctrico.

R es la reluctancia del circuito magnético, equivalente a la resistencia del circuito eléctrico

La reluctancia se calcula de acuerdo con

$$R = \frac{1}{\mu}\frac{L}{A}$$

en donde:

μ es la permeabilidad del medio que constituye el circuito magnético.

L es la longitud del circuito.

A es la sección transversal del mismo.

En el caso de la figura 1(a), observamos que el flujo atraviesa por dos medios notablemente distintos como son fierro y aire, y que dada su posición relativa constituyen un circuito de dos reluctancias en serie, cuyos valores serían:

Reluctancia del fierro $$R_{fe} = \frac{1}{\mu_{fe}}\frac{L}{A} \qquad (1.2)$$

Reluctancia del aire $$R_a = \frac{1}{\mu_o}\frac{X}{A} \qquad (1.3)$$

en donde:

μ_{fe} es la permeabilidad del fierro

μ_o es la permeabilidad del vacío (prácticamente igual a la del aire)

L es la longitud media de las líneas de flujo dentro del elemento de fierro.

X es la longitud del entrehierro

A es el área de la sección transversal del circuito magnético[1].

Teniendo en cuenta lo anteriormente expuesto, el circuito magnético de la figura 1 (a) puede reprensentarse por el circuito eléctrico de la figura 1 (b), cuyo comportamiento estaría dado por:

$$\phi = \frac{fmm}{R_{fe}+R_a} \qquad (1.4)$$

[1] En el caso de la fórmula (1.3) la sección transversal es algo mayor que la del núcleo, debido a los efectos de borde, sin embargo en este estudio la consideraremos igual en cualquier parte del circuito para mayor simplicidad.

Analizando el denominador de la ecuación (1.4), de acuerdo con (1.2) y (1.3) tenemos:

$$R_{fe} + R_a = \frac{1}{\mu_{fe}} \frac{L}{A} + \frac{1}{\mu_o} \frac{X}{A} \qquad (1.5)$$

en donde el primer término del segundo miembro de la ecuación (1.5) contiene la permeabilidad del fierro μ_{fe} que es una cantidad variable de acuerdo al nivel de excitación. Su comportamiento lo podemos apreciar en la figura 2

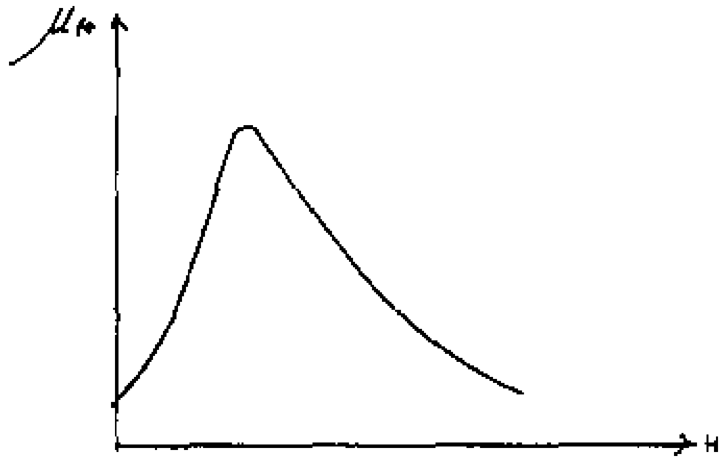


FIGURA 2

Para una excitación débil, observamos que la permeabilidad es pequeña; no obstante, comparándola con la permeabilidad del aire resulta alrededor de 400 veces más elevada. En una región de excitación moderada, la permeabilidad alcanza su valor máximo, que es aproximadamente 5,400 veces la del aire, y cuando la excitación es intensa, el núcleo no puede aumentar la cantidad de flujo confinado (condición de saturación) por lo cual su permeabilidad cae nuevamente a un valor muy bajo.

La longitud media de las líneas de flujo contenidas dentro del fierro (L) es también una cantidad que presenta ligeras variaciones de acuerdo a las variaciones en la longitud del entrehierro (X).

El segundo término del segundo miembro de la ecuación (1.5) a diferencia del primer término, contiene la permeabilidad del vacío (μ_o) que es una cantidad constante y como ya hemos comentado de un valor muy inferior a la permeabilidad del núcleo. La única variable en este término es la longitud del entrehierro (X).

Teniendo en cuenta la ecuación (1.5) y la definición de fmm en la (1.4), tenemos ahora la expresión:

$$\phi = \frac{\mu_{fe}\mu_o \, AN}{\mu_o L + \mu_{fe} X} \, I_{exc} \qquad (1.6)$$

Para un elemento construído con dimensiones específicas, el área de la sección transversal (A) y la longitud media del circuito (L+X) son constantes, de modo que las variables que graficaremos para la ecuación (1.6) son el flujo y la corriente de excitación, como se muestra en la figura 3.

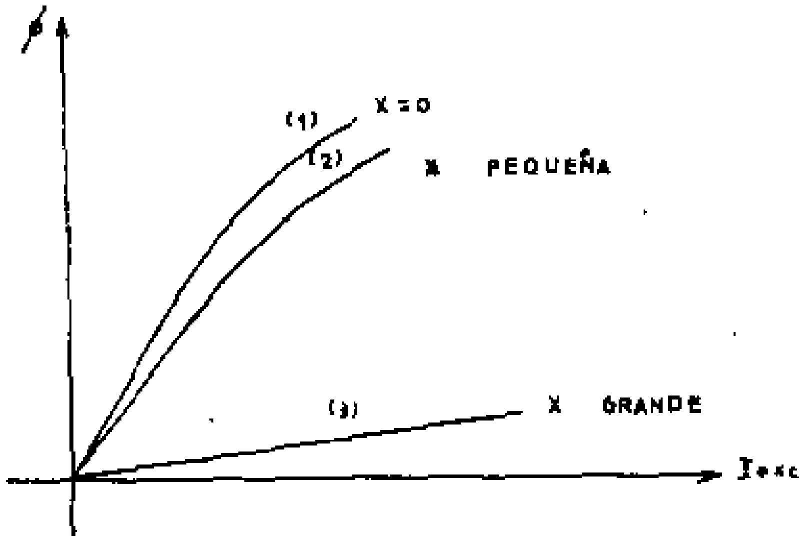


FIGURA 3

Consideremos primeramente el caso de X=0 (sin entrehierro; circuito magnético totalmente de fierro). La ecuación (1.6) quedaría:

$$\phi = \frac{\mu_{fe}\, AN}{L}\, I_{exc}$$

El quebrado representa la pendiente de la gráfica (1) en la figura 3, la cual se ve afectada por la permeabilidad del fierro ($_{fe}$), que de acuerdo con la figura 2, comienza con un valor pequeño, tomando a continuación su valor máximo y por último, decreciendo con tendencia hacia la horizontal.

Veamos ahora el caso de un entrehierro de longitud (X) muy pequeña comparada con su sección transversal (A). El denominador en la ecuación (1.6) tendría dos términos igualmente significativos, lo cual redunda en una gráfica similar a la (1) de la figura 3, pero de menor pendiente en cada una de sus respectivas regiones , dando por resultado una gráfica similar a la (2) de la misma figura.

Por último tendremos un entrehierro de dimensiones considerables, lo cual motiva que el segundo término del denominador de la ecuación (1.6) resulte considerablemente más grande que el primero, pudiendo despreciarse este último, con lo que la ecuación (1.6) quedaría:

$$\phi = \frac{\mu_o AN}{X} I_{exc}$$

en donde el quebrado representa la pendiente de la gráfica, de valor constante y además muy pequeño. La gráfica para estas condiciones será una recta semejante a la (3) de la figura 3.

2. MAGNETIZACION DE LA MAQUINA DE C.D.

Teniendo en cuenta que el circuito magnético de la máquina de C.D. incluy piezas ferromagnéticas y entrehierro, podríamos compararlo con el circuito de la figura 1. Si además recordamos que los entrehierros se presentan entre las zapatas polares y el núcleo de la armadura, la longitud de estos entrehierros es muy pequeña comparada con el área de las zapatas polares, de manera que el comportameitno de este circuito magnético se asemeja a la gráfica (2) de la figura 3.

Sin embargo, analizando con más detalle el circuito real - de una máquina, encontramos algunas diferencias importantes con respecto al circuito ideal de la figura 1 y su correspondiente respuesta en la figura 3. Estas diferencias serían:

a) La sección transversal del circuito magnético no es constante, presentando grandes variaciones en donde las áreas más robustas son el núcleo de armadura, la coraza y el cuerpo de las piezas polares, y las más débiles son los dientes de la armadura y los filos de las zapatas polares, lo que motiva que algunas partes del circuito tengan mayor grado de saturación que otras.

b) El entrehierro no es de longitud uniforme, presentando un valor máximo frente a las ranuras y un valor mínimo frente a los dientes de armadura, lo cual contribuye a la mayor saturación de estos.

c) Las piezas polares se construyen de imán permanente, además del flujo que proporciona la bobina de excitación, lo que motiva que la curva de magnetización no se inicie en el origen, si no en el valor del flujo remanente.

La figura 4 nos de una idea de las condiciones físicas de este circuito. Las partes más obscuras corresponden a las regiones más débiles y que por consiguiente presentan mayor grado de saturación.

El comportamiento magnético del circuito de la máquina lo podemos apreciar en la figura 5, en la que cada elemento contribuye a una pérdida de pendiente respecto a la curva de comportamiento de un núcleo de geometría regular y totalmente de fierro. Las líneas punteadas de la figura 5 corresponden a los elementos identificados en la figura 4 según el siguiente orden:

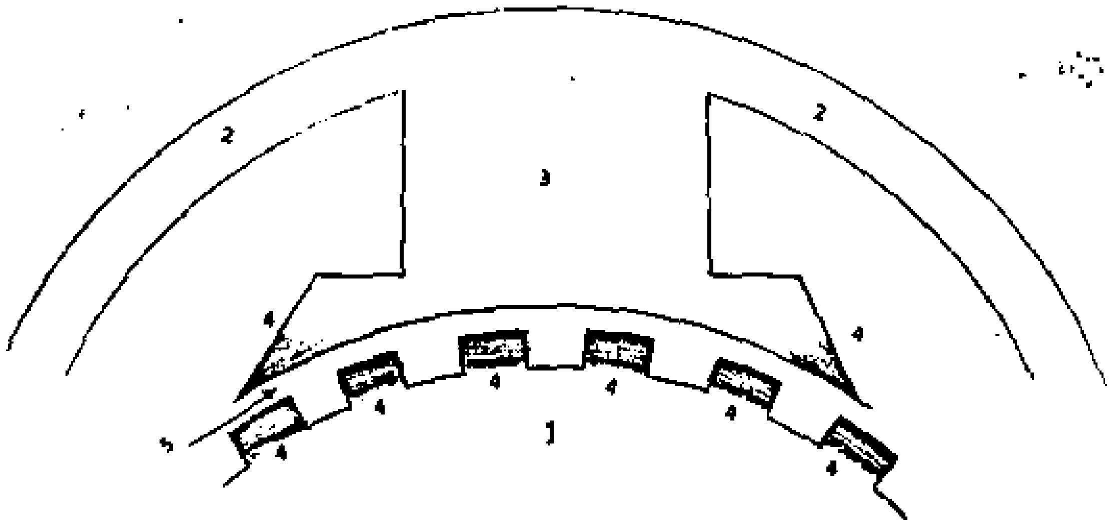


FIGURA 4

1. Núcleo de la armadura
2. Coraza
3. Núcleo de las piezas polares
4. Dientes y arístas de las zapatas polares.
5. Entrehierro.

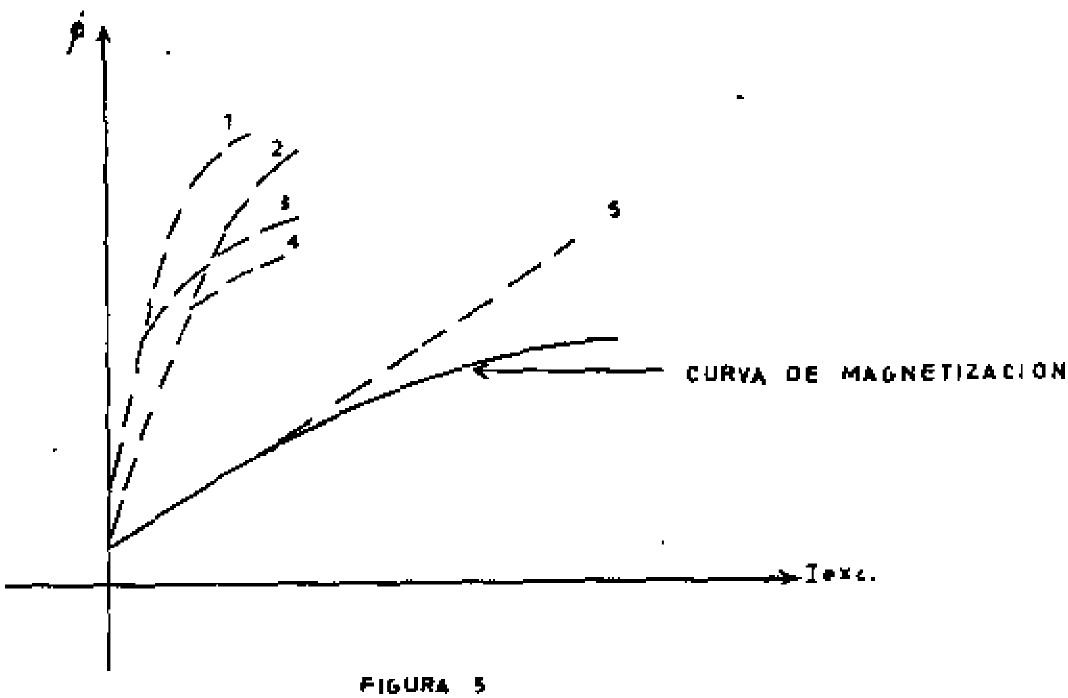


FIGURA 5

El resultado de la influencia de las partes del circuito lo vemos en la figura 5 con el nombre de CURVA DE MAGNETIZACION, que presenta el comportamiento de una máquina real, en donde se puede apreciar el grado de saturación a medida que aumenta la corriente de excitación.

3. FUNCION DE APROXIMACION DE FROELICH

A fin de poder efectuar el análisis de equilibrio de las máquinas de C.D. utilizando funciones que reproduzcan el comportamiento real de las mismas de la maera más fiel posible, es necesario conocer la ecuación de la curva de magnetizacón que hemos expuesto en la figura 5.

Una ecuación rigorista de esta curva resulta bastante complicada, además de que adoptaría una forma particular para cada máquina real, de acuerdo a las dimensiones relativas de los elementos descritos en las figuras 4 y 5.

Froelich propone una función relativamente sencilla, cuya aproximación a la curva real es aceptable y que se expresa mediante la ecuación:

$$\phi = \frac{a^1 I_{exc}}{b+I_{exc}} + P' \tag{3.1}$$

en donde a^1 y b son constantes y P' es el valor del flujo remanente. A manera de ejemplo de esta aproximación podemos observar la figura 6.

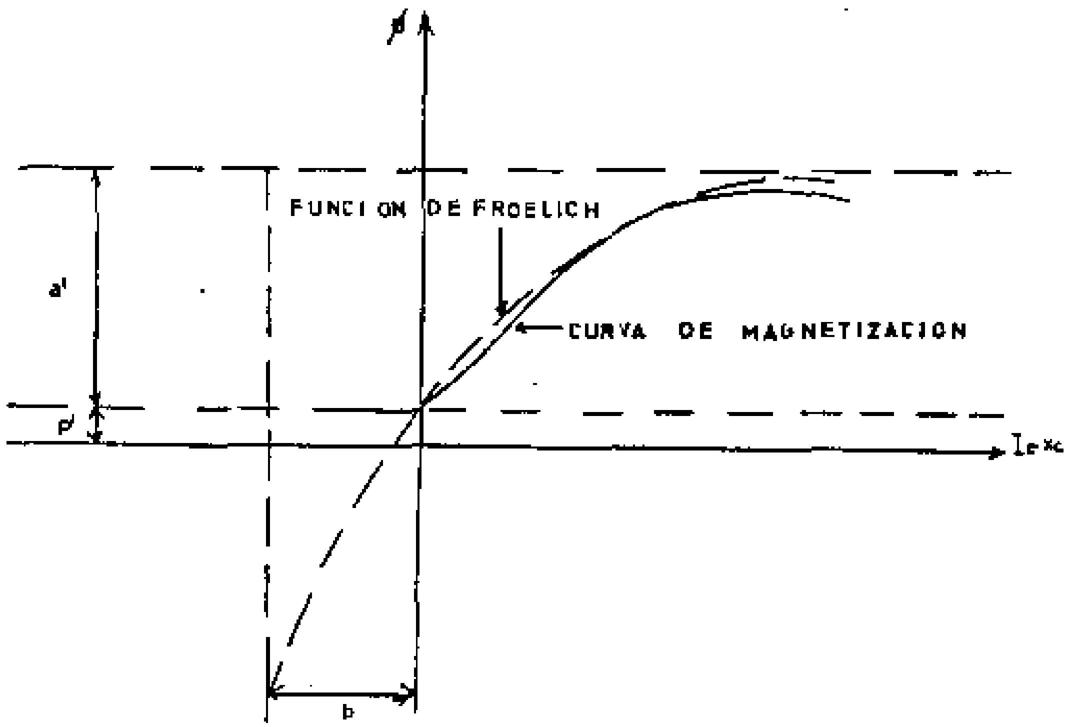


FIGURA 6

La gráfica de la función (3.1) representada en la figura 6 presenta dos asíntotas, una vertical en $I_{exc} = -b$ y otra vertical en $\phi = P'+a^1$. Para la aplicación de esta función, solamente es -

significativa la región correspondiente al primer cuadrante.

El caso más frecuente es que las máquinas operen alrededor de sus especificaciones nominales, las cuales se presentan en la región de saturación, o sea en donde la curva ya ha perdido su pendiente inicial. Cuando el caso en estudio corresponde a estas condiciones, no tiene objeto un análisis con corrientes de excitación pequeñas y aún menos con el magnetismo remanente, lo que nos permite simplificar la función de Froelich de la manera siguiente:

$$\phi = \frac{a^1 I_{exc}}{b + I_{exc}} \tag{3.2}$$

La gráfica correspondiente a la ecuación (3.2) la podemos observar en la figura 7. Esta curva pasa por el orígen, suponiendo un magnetismo remanente nulo y sus asíntotas están en $I_{exc}=-\overline{b}$ y $\phi = a^1$. La asíntota horizontal supone el valor al cual el núcleo presenta su saturación total, para una corriente de excitación muy grande (teóricamente infita) en una región en que nunca opera la máquina en la realidad. La región de operación alrededor de los valores nominales presenta un grado de aproximación lo suficientemente aceptable para utilizar la función (3.2) en el análisis de equilibrio.

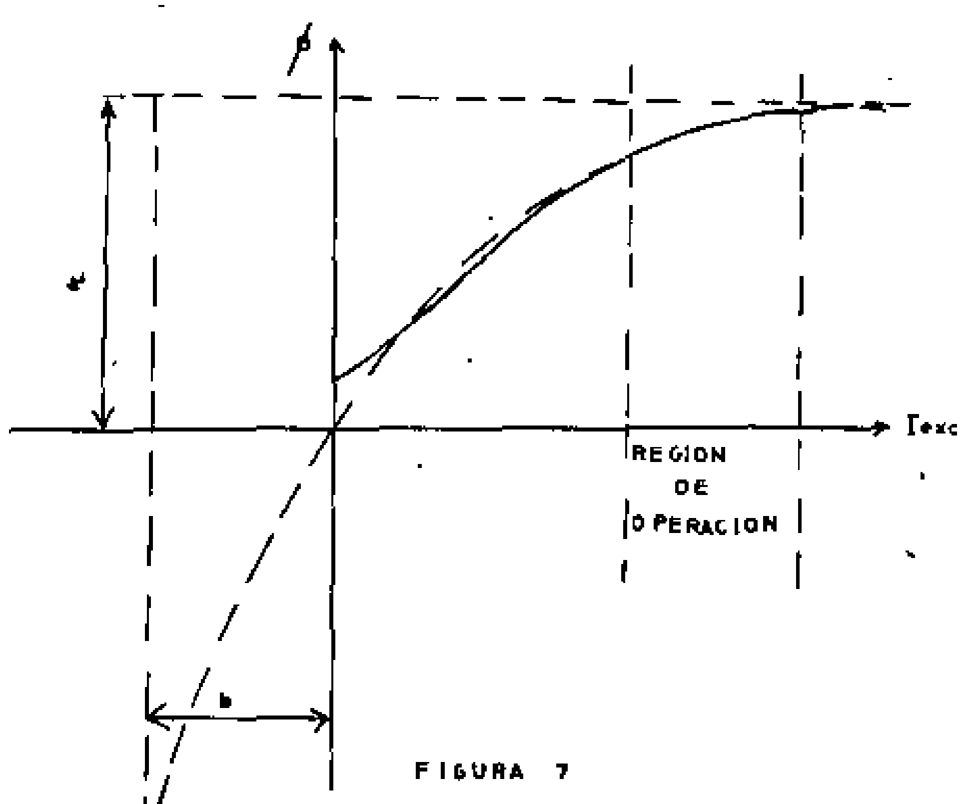


FIGURA 7

4. CURVA DE SATURACION EN VACIO

La fem. inducida en una máquina está dado por las ecuaciones:

$$E = \frac{P\phi ZN}{60\ A} \qquad \text{sistema convencional} \qquad (4.1)$$

$$E = \frac{P\phi Z\ \omega}{2\pi A} \qquad \text{sistema MKS} \qquad (4.2)$$

en donde

- P es el número de polos de la máquina
- ϕ es el flujo por polo
- Z es el número total de conductores en las ranuras del núcleo de armadura
- N es la velocidad en RPM
- ω es la velocidad en radianes por segundo.
- A es el número de circuitos en paralelo en el embobinado de armadura.

En estas ecuaciones el flujo y la velocidad constituyen las variables independientes, siendo la fem. la variable dependiente y el resto de las cantidades constituyen las constantes de la máquina. La ecuación (4.1) utiliza el flujo en unidades MKS y la velocidad en unidades convencionales o prácticas (RPM), resultando poco conveniente en algunas aplicaciones para el estudio del equilibrio, particularmente cuando intervienen las expresiones del par desarrollado en donde nos resulta mucho más congruente utilizar todas las unidades del sistema MKS, por lo cual utilizaremos de preferencia la ecuación (4.2).

Si agrupamos todas las constantes en una sola denominación

$$K' = \frac{PZ}{2\pi A}$$

la ecuación (4.2) queda:

$$E = K'\ \omega\ \phi \qquad (4.3)$$

que es la forma más simple en que podemos expresar el voltaje inducido en la máquina. Sin embargo, en la práctica no es igualmente simple, puesto que la medición del flujo resulta algo laboriosa, por lo cual preferimos expresar la ecuación (4.3) en función de la corriente de excitación, en vez del flujo. Esto se logra sustituyendo el flujo de la (4.3) por su expresión según Froelich, que puede ser la forma más precisa dada por la ecuación (3.1), o la forma aproximada dada por (3.2).

Cuando se requiere un análisis de comportamiento incluyendo todos los valores posibles de voltaje inducido (también el debido al magnetismo remanente), sustituimos la (3.1) en la (4.3), - con lo que queda:

$$E = \frac{K'a'\omega I_{exc}}{b + I_{exc}} + K'P'\omega$$

Si agrupamos constantes bajo una misma denominación:

$$K'a' = a$$

$$K'P' = P$$

con lo que la ecuación de la curva de saturación quedaría:

$$E = \frac{a\omega I_{exc}}{b+I_{exc}} + P\omega \qquad (4.4)$$

En cambio, si el análisis de equilibrio se efectuara únicamente alrededor del voltaje nominal, convendría utilizar la forma simplificada, lo que facilita muchas operaciones. Sustituyendo la (3.2) en la (4.3) queda:

$$E = \frac{K'a'\omega I_{exc}}{b + I_{exc}}$$

Si $K'a' = a$, entonces

$$E = \frac{a}{b + I_{exc}} \omega I_{exc} \qquad (4.5)$$

que es de la forma

$$E = K \omega I_{exc}$$

la cual, a primera vista resulta tan simple como la (4.3), pero en este caso debemos tener en cuenta que K no es una constante, si no una función de la corriente de excitación

$$K = \frac{a}{b+I_{exc}}$$

La gráfica de las ecuaciones (4.4) y (4.5) se muestra en la figura 8, en donde se puede apreciar su aproximación con una curva real, obtenida en una prueba de laboratorio.

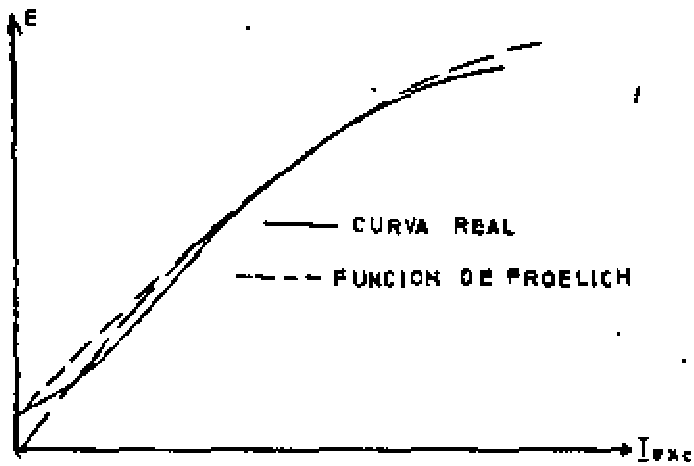


FIGURA 8

Graficando la ecuación (4.4) para diferentes velocidades de la máquina, de tal manera que $\omega_3 > \omega_2 > \omega_1$, obtendríamos las curvas mostradas en la figura 9.

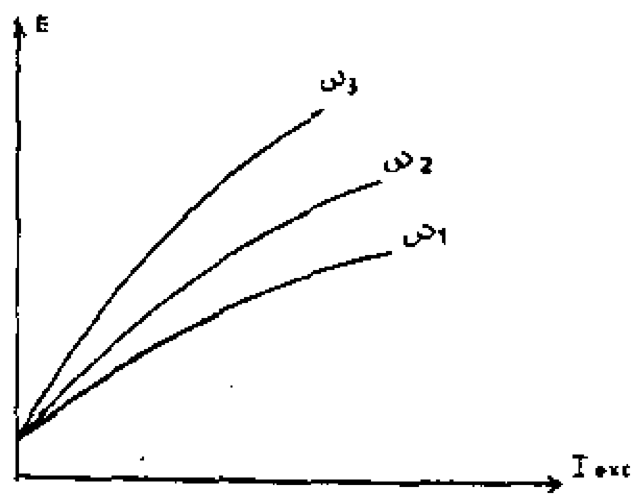


FIGURA 9

Las gráficas mostradas en las figuras 8 y 9 se conocen con el nombre de CURVAS DE SATURACION EN VACIO.

5. CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE EL EQUILIBRIO DE LAS MAQUINAS

5.1 DETERMINACION DE LA CURVA DE SATURACION

En los diversos análisis para el equilibrio de la máquina de C.D. juega un papel importante la ecuación de la curva de saturación en vacío, de manera que el primer paso sería determinar esta función de manera que represente lo más fielmente posible el comportamiento de una máquina real.

Para efectuar esta prueba, se acopla la máquina a un motor adeucado, de manera que pueda operar como generador con excitación independiente, a un velocidad uniforme, de preferencia la nominal La fuente para excitar independientemente el campo debe suministrar el voltaje adecuado para producir una corriente de excitación desde un valor mínimo hasta un 150% aproximadamente del valor normal, si la máquina en prueba es normalmente de excitación en derivación, o bien debe ser una fuente de corriente capaz de exceder un 20% la corriente nominal de la máquina en prueba, si su excitación normalmente es en serie.

La figura 10 nos muestra el diagrama de conexiones y la figura 11 es un ejemplo de la tabla de lecturas y la curva de saturación en vacío obtenida. Las lecturas deben ser siempre en orden ascendente para evitar errores debidos a la histéresis.

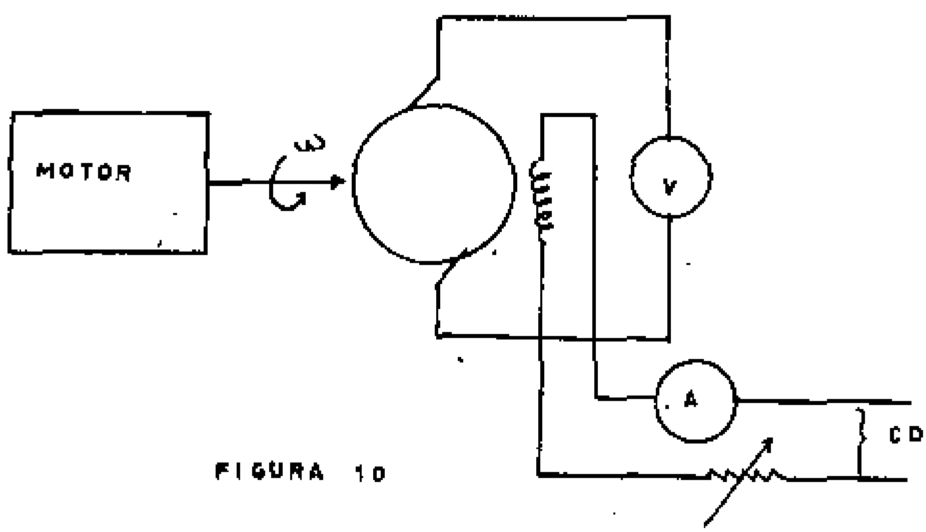


FIGURA 10

I_{exc} AMP	E VOLTS	VEL. RPM
0	E_0	N
I_1	E_1	CTE
I_i	E_i	
I_j	E_j	

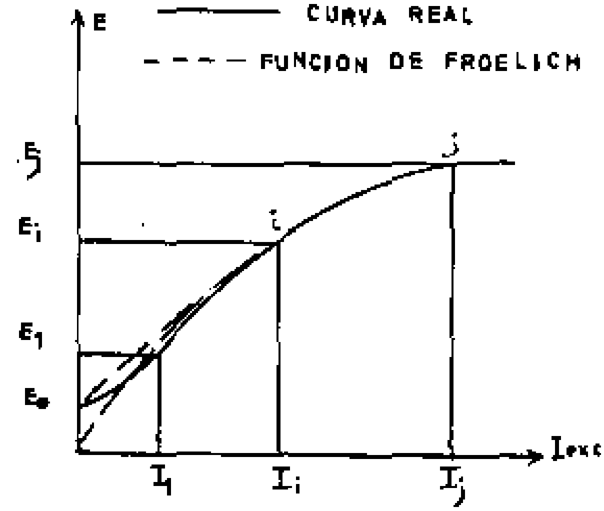


FIGURA 11

La expresión algebraica para el voltaje inducido mostrado en la gráfica de la figura 11 se puede obtener aplicando la ecuación (4.4) o la (4.5) a dos puntos de la curva obtenida en el experimento, como los i, j.

Según la (4.4):

$$\boxed{\begin{aligned} E_i &= \frac{(a\omega)\, I_i}{(b)+I_i} + (P\omega) \\ E_j &= \frac{(a\omega)\, I_j}{(b)+I_j} + (P\omega) \\ E_0 &= (P\omega) \end{aligned}} \qquad (5.1)$$

que consituyen un sistema de tres ecuaciones simultáneas en donde las incógnitas serían las cantidades encerradas en paréntesis. Si estas cantidades se dividen entre la velocidad angular de prueba (ω, en rad/seg), se obtienen los parámetros a,b y P.

Según la (4.5):

$$\boxed{\begin{aligned} E_i &= \frac{(a\omega)\, I_i}{(b)+I_i} \\ E_j &= \frac{(a\omega)\, I_j}{(b)+I_j} \end{aligned}} \qquad (5.2)$$

que constituyen un sistema de dos ecuaciones simultáneas con dos incógnitas, que serían las cantidades encerradas en paréntesis.

Dividiéndolas entre la velocidad angular de prueba, se obtienen los parámetros a y b.

NOTA.- Frecuentemente se obtienen funciones muy alejadas de la realidad, de manera que para aproximar lo más posible, es necesario aplicar el sistema (5.1) o el (5.2) a varios pares de puntos en distintas regiones de la curva y promediar los valores de parámetros obtenidos, hasta conseguir una aproximación como la que muestra la figura 11.

5.2 VOLTAJE TERMINAL DEL GENERADOR CON CARGA.

El generador de C.D. como toda fuente real de energía eléctrica, tiene una resistencia interna en la cual se presenta una pérdida de voltaje cuya magnitud depende del régimen de carga.

Los elementos operativos del generador con carga los podemos apreciar esquemáticamente en la figura 12.

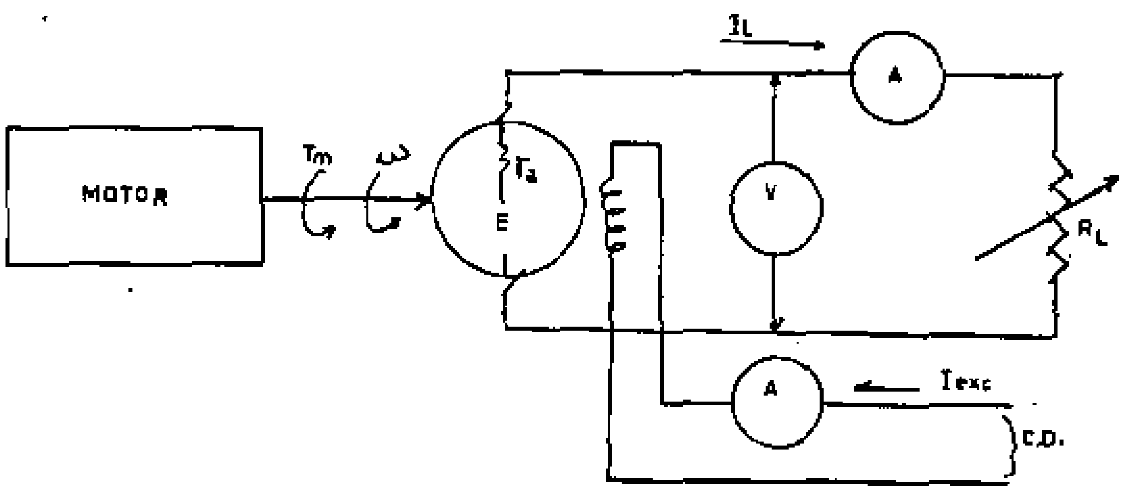


FIGURA 12

Cuando circula una corriente de línea (I_L) por el circuito de armadura del generador, el voltaje en las terminales de la máquina es menor que la fem. E, debido a que aparecen pérdidas en:

- Resistencia interna de la armadura
- Resistencia de las delgas del conmutador
- Resistencia de la superficie de contacto conmutador-escobillas
- Resistencia de las escobillas.
- Resistencia del embobinado de interpolos y/o embobinados compensadores.

Para efectos de análisis del comportamiento externo del generador, entenderemos por resistencia del circuito de armandura (r_a), la suma de todas las resistencias mencionadas, puesto que cada una contribuye a la pérdida de voltaje.

De acuerdo con lo anterior, el voltaje en las terminales de la máquina es:

$$V = E - r_a I_L \qquad (5.3)$$

que es la ecuación de una recta, como lo muestra la figura 13.

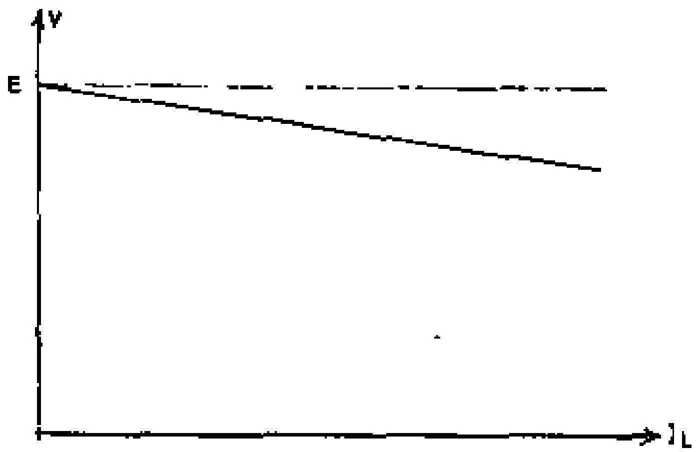


FIGURA 13

El comportamiento del voltaje terminal que muestran la ecuación (5.3) y la figura 13 corresponden a un generador excitado en forma independiente, como es el que se muestra en la figura 12, en donde la corriente de excitación permanece constante y la fem. no se distorsiona por efecto de la reacción de armandura. Esta condición se cumple en forma bastante cercana a lo deseable cuando la máquina tiene una compensación bien equilibrada de la reacción de armadura, por medio de los interpolos y/o los devanados compensadores.

Cálculo de la resistencia del circuito de armadura.- Averiguar el valor de esta resistencia es un trabajo que presenta algunos problemas, fundamentalmente porque interviene la resistencia de la superficie de contacto conmutador-escobillas, la cual muy frecuentemente varía de las condiciones de reposo a las velocidades en que normalmente opera la máquina. Esto hace que no sea válida una medición de la resistencia con la máquina en reposo.

El valor más exacto lo podríamos calcular con el generador operando a velocidades cercanas a la nominal, y por medio de un arreglo como el que ilustra la figura 12, tomar una serie de pares de lecturas que nos permitan construir la gráfica de la figura 13. Es de importancia fundamental que esta prueba se efectúe -

con velocidad y corriente de excitación estrictamente constantes.

Si la gráfica obtenida es recta, podemos confiar en una buena compensación de la reacción de armadura. Entonces la resistencia del circuito de armadura (r_a) la podemos calcular para una determinada corriente de línea, como:

$$r_a = \frac{V_{vacío} - V_{con\ carga}}{I_L} \tag{5.4}$$

Para mayor precisión se recomienda calcular esta resistencia para diferentes pares de valores leídos, y promediar los resultados.

5.3 FUERZA ELECTROMOTRIZ DEL MOTOR CON CARGA

Cuando la máquina trabaja como motor, se induce en la armadura una fem (llamada frecuentemente fuerza contra electromotriz), de manera que los elementos operativos de la máquina los podemos apreciar en la figura 14.

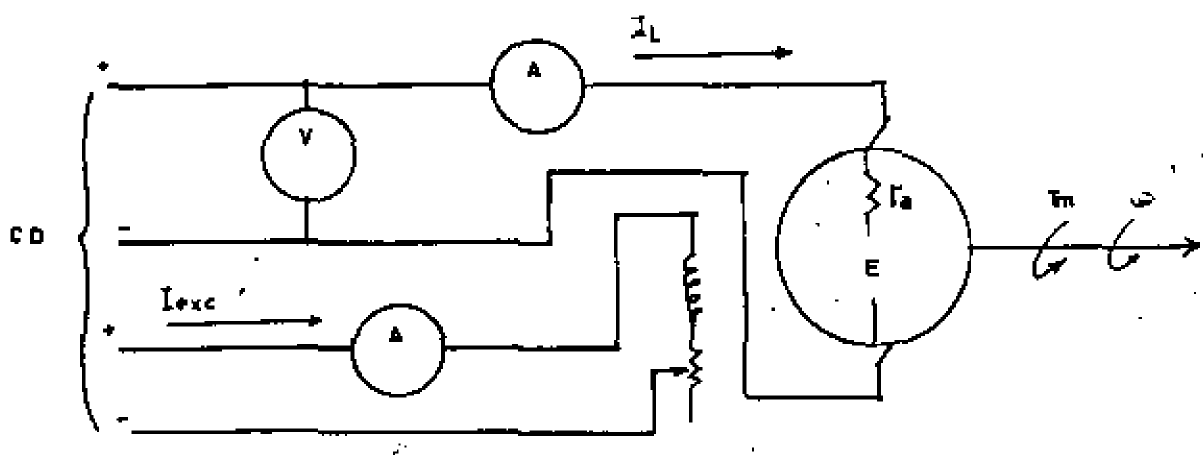


FIGURA 14

En el caso del motor, la fem. es menor que el voltaje externo (voltaje aplicado) del circuito de armadura, de manera que:

$$V = E + r_a\ I_L \tag{5.5}$$

en donde solamente el signo en el segundo miembro es lo que diferencía el comportamiento de motor del de generador.

5.4 PAR ELECTROMAGNETICO

Cuando existen simultáneamente el flujo inductor (debido a la corriente de excitación) y una reacción de armadura (debida a la corriente de línea), la interacción entre estos dos campos produce un par mecánico de orígen electromagnético.

Si la máquina trabaja como generador, este par es de sentido opuesto a la velocidad, motivando que el primotor reaccione entregando el par necesario para mantener la velocidad. De esta manera el generador absorbe la potencia mecánica necesaria para convertirla en potencia eléctrica.

Si la máquina opera como motor,el par es del mismo sentido que la velocidad, entregando así la potencia mecánica que ha convertido a partir de potencia eléctrica.

Una forma sencilla de evaluar el par electromagnético es - mediante el esquema de balance de potencia que ilustra la figura 15.

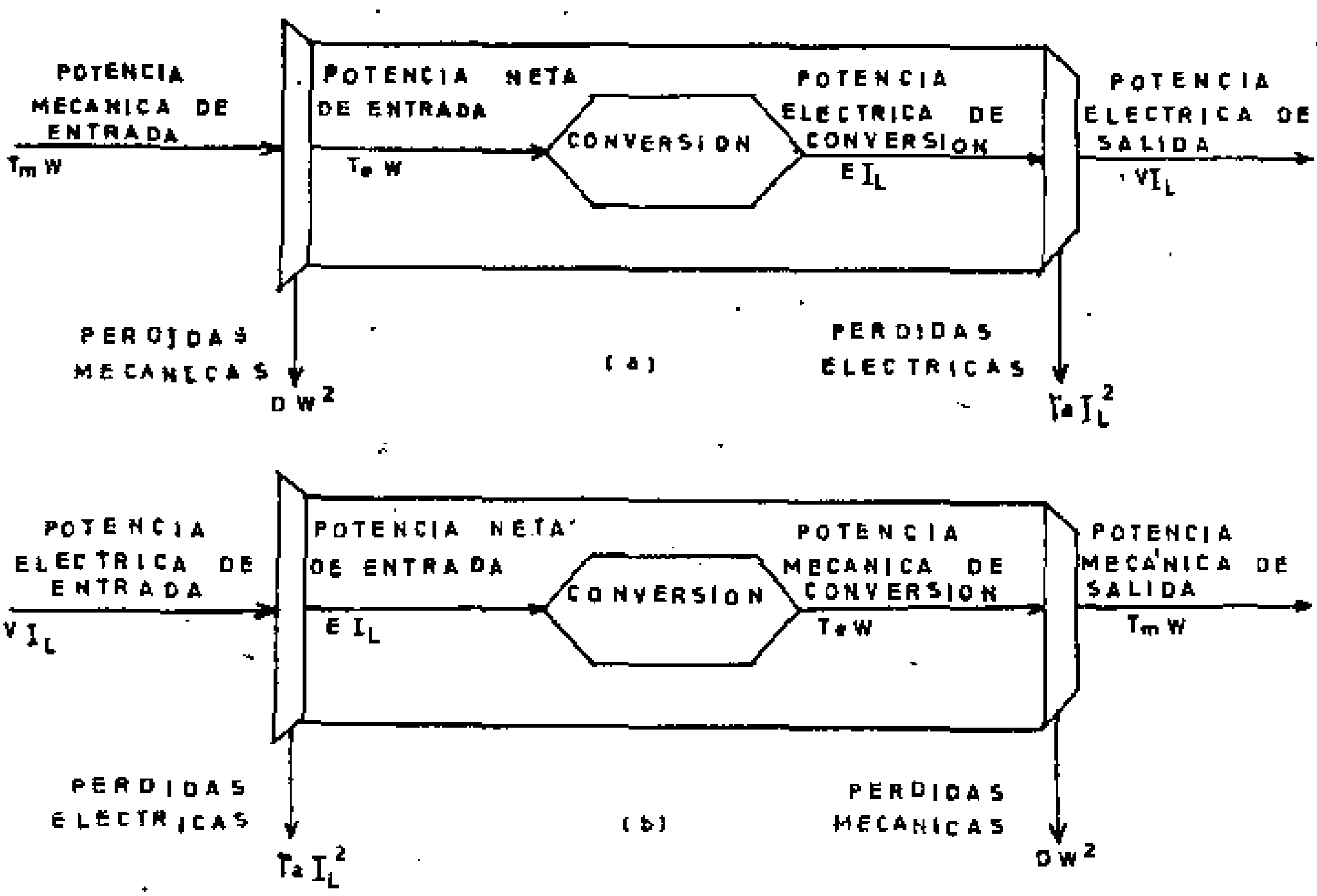


FIGURA 15

La potencia mecánica en la felcha de la máquina consta de un par mecánico (T_m) y la velocidad angular (ω).

La fricción viscosa (D) ocasiona pérdidas mecánicas, motivando que el par en la armadura sea diferente del par mecánico[1]. El par en la armadura es el que hemos llamado par electromagnético (T_e).

En la parte eléctrica, la potencia que maneja la armadura ($E\ I_L$) también difiere de la potencia en las terminales de la máquina ($V\ I_L$) debido a las pérdidas eléctricas en el circuito de armadura.

En el fenómeno de conversión que se lleva a cabo en la armadura, una potencia mecánica ($T_e\omega$) se transforma en potencia eléctrica ($E\ I_L$) en el caso del generador (figura 15-a) y a la inversa en el caso del motor (figura 15-b), de manera que independientemente de como opere la máquina, podemos establecer que:

$$T_e\ \omega = E\ I_L$$

de donde el par electromagnético será:

$$T_e = \frac{E\ I_L}{\omega} \qquad (5.6)$$

El valor de E en la ecuación (5.6) puede obtenerse de la (4.4) o de la (4.5).

6. ESTADO ESTABLE DE LA MAQUINA CON EXCITACION INDEPENDIENTE.

6.1 GENERADOR CON EXCITACION INDEPENDIENTE.

El planteamiento para el análisis de equilibrio del generador con excitación independiente es prácticamente el mismo que se ha hecho en el párrafo 5, de manera que solamente nos concretaremos a reunir en una forma resumida esta información.

a) Voltaje del generador en vacío.- Al no haber corriente circulante en el circuito de armadura, el voltaje es igual a la fem. Esta, además puede controlarse desde el valor inducido por el magnetismo remanente hasta el voltaje nominal de la máquina, siendo estable en cualquier nivel, ya que la corriente de excitación se suministra en forma independiente. La ecuación (4.4) forma parte del cuadro de ecuaciones de equilibrio que presentaremos más adelante.

[1] En un balance más rigorista se incluyen en el mismo campo de acción de las pérdidas mecánicas, las pérdidas magnéticas por histéresis y corrientes parásitas en el núcleo de la armadura.

b) Voltaje del generador con carga.- Si se mantienen constantes la velocidad y la corriente de excitación, el voltaje de la máquina está dado por la (5.3).

c) Par absorbido por el generador.- Observando la figura 15-a, podemos darnos cuenta que el par mecánico absorbido por el generador es igual al par electromagnético más el par de pérdidas mecánicas. Esta consideración, agregada a la ecuación (5.6) nos da el equilibrio mecánico de la máquina.

Por tanto, las consideraciones de equilibrio quedan reunidas en el siguiente cuadro:

(a) Voltaje en vacío:	$E = \dfrac{a\,\omega\,I_{exc}}{b+I_{exc}} + P\omega$	
(b) Voltaje con carga:	$V = E - r_a\,I_L$	(6.1)
(c) Par mecánico absorbido:	$T_m = D\,\omega + T_e$	
(d) Par electromagnético:	$T_e = \dfrac{E\,I_L}{\omega}$	

que constituyen un sistema de ecuaciones inter-relacionadas, ya que el cálculo de algunas variables puede estar especificado en otra de las ecuaciones. La figura 16 reúne la respuesta de la máquina según este cuadro de ecuaciones

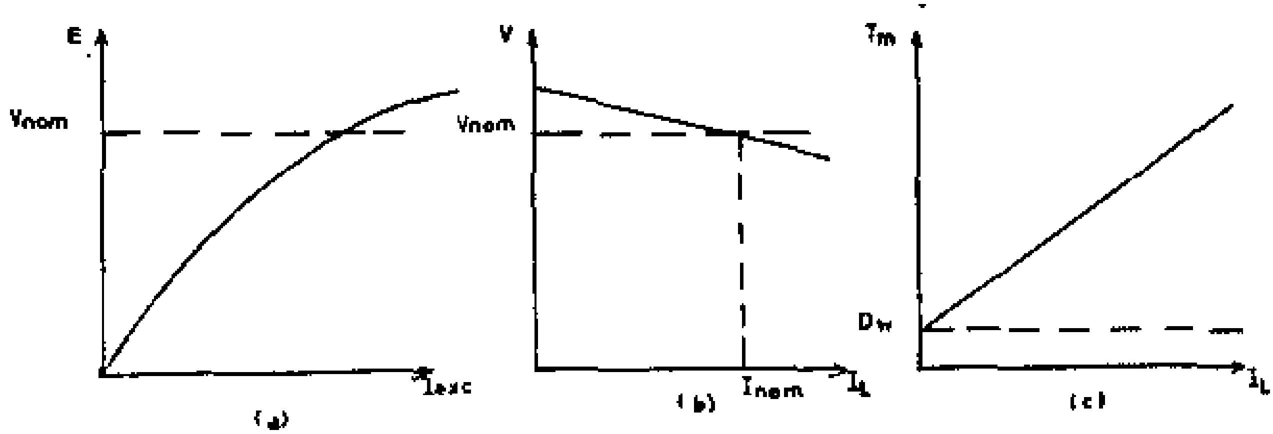


FIGURA 16

Regulación de voltaje.- En la figura 16-b observamos que la máquina se ha ajustado de tal manera que cuando esté suministrando a la línea el valor de corriente nominal, el voltaje terminal sea también al valor nominal.

El voltaje en vacío, por supuesto, debe exceder al valor nominal en una cantidad igual a la caída de tensión que aparece en el circuito de armadura a plena carga.

Definimos como "Regulación de voltaje", la caída de tensión en las terminales desde la condición de vacío hasta la de plena carga, expresada en por ciento.

$$\text{Reg.} = \frac{V_V - V_{PC}}{V_{nom}} \times 100 \qquad (6.2)$$

en donde:

V_V = voltaje terminal en vacío

V_{PC}= voltaje terminal a plena carga

V_{nom}=voltaje nominal de la máquina

Para una máquina ajustada a la respuesta que muestra la figura 16-b:

$$V_{PC} = V_{nom}.$$

6.2 MOTOR CON EXCITACION INDEPENDIENTE

Aparentemente resulta poco práctico un motor de C.D. con excitación independiente,ya que esto requeriría dos fuentes de alimentación, una para la armadura y otra para el campo, como lo ilustra la figura 17, sin embargo, del análisis que haremos a continuación veremos que presenta grandes ventajas, particularmente en lo que se refiere al control de velocidad.

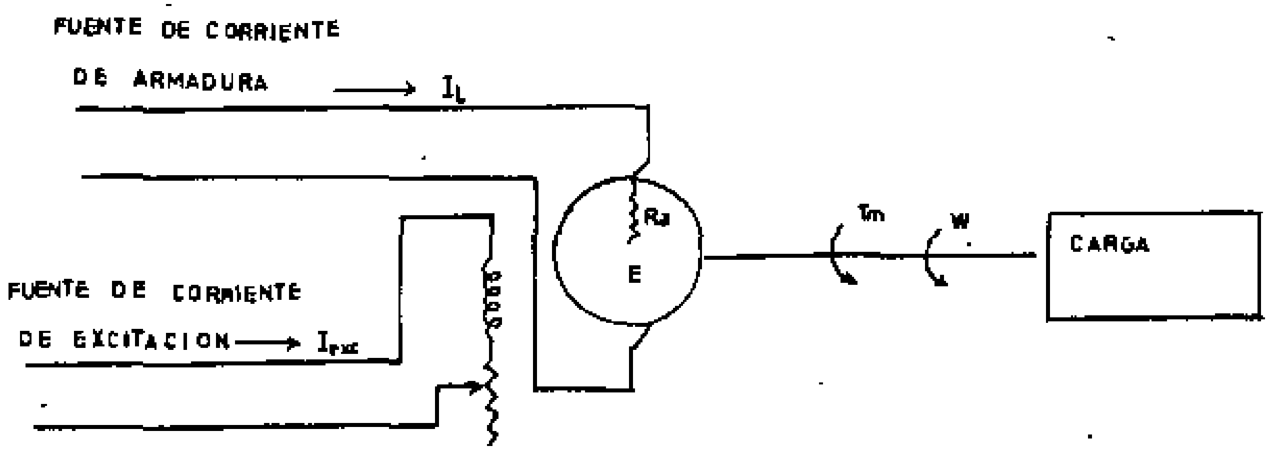


FIGURA 17

Normalmente un arreglo como el de la figura 17 se opera con una corriente de excitación constante, cuyo valor se ajusta alrededor de aquel que induce la fem. nominal a velocidad nominal, lo que nos permite hacer uso de la función de Froelich simplificada:

$$E = \frac{a}{b+I_{exc}} \quad \omega \ I_{exc} \qquad (4.5)$$

en la cual si tenemos en cuenta la condición que acabamos de describir:

$$\frac{a \ I_{exc}}{b+I_{exc}} = K_e$$

por lo cual

$$E = K_e \ \omega \qquad (6.3)$$

El comportamiento del circuito de armandura es como lo hemos expuesto en la ecuación (5.5):

$$V = E + r_a \ I_L \qquad (5.5)$$

Sustituyendo (6.3) en (5.5) tenemos

$$V = K_e \ \omega \ + r_a \ I_L$$

de donde

$$\omega = \frac{V- \ r_a \ I_L}{K_e} \qquad (6.4)$$

Para el equilibrio mecánico, de la figura 15-b podemos deducir que:

$$T_m = T_e - D\omega \qquad (6.5)$$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (5.6) y (6.3) en la (6.5):

$$T_m = K_e \ I_L - D\omega$$

de donde

$$I_L = \frac{T_m + D\omega}{K_e} \qquad (6.6)$$

La ecuación (6.6) nos muestra que la corriente I_L nunca puede ser nula, pues aún en el caso de que el motor trabajara en vacío

$T_m=0$), las pérdidas por fricción estarían motivando un pequeño valor de I_L.

Sustituyendo la (6.6) en la (6.4) tenemos:

$$\omega = \frac{K_eV - r_aT_m}{K_e^2 - r_aD} \qquad (6.7)$$

a) Velocidad del motor con voltaje de armadura constante y carga (par) variable.- La ecuación (6.7) representa una recta cuya pendiente es $-r_a/K_e^2-r_aD$ y cuya ordenada al orígen es $K_eV/K_e^2-r_aD$.

b) Velocidad del motor con par de carga constante y voltaje variable.- La ecuación (6.7) representa una recta cuya pendiente es $K_e/K_e^2-r_aD$ y cuya ordenada al orígen es $-r_aT_m/K_e^2-r_aD$

c) Voltaje necesario para mantener velocidad constante con carga variable.- Despejando el voltaje de la ecuación (6.7) tenemos:

$$V = \frac{\omega(K_e^2-r_aD)+r_aT_m}{K_e}$$

que corresponde a una recta cuya pendiente es r_a/K_e y cuya ordenada al orígen es $\omega(K_e^2-r_aD)/K_e$.

Las condiciones anteriores las podemos apreciar en forma más objetiva si ordenamos las ecuaciones bajo la estructura y=mx+b como las presentamos en el siguiente cuadro.

a) Velocidad a voltaje constante	$\omega=-\frac{r_a}{K_e^2-r_aD}T_m+\frac{K_eV}{K_e^2-r_aD}$
b) Velocidad con par constante	$\omega = \frac{K_e}{K_e^2-r_aD}V - \frac{r_aT_m}{K_e^2-r_aD}$
c) Voltaje necesario a velocidad constante	$V=\frac{r_a}{K_e}T+\frac{\omega(K_e^2-r_aD)}{K_e}$ (6.8)
Par mecánico	$T_m= T_e- D\omega$
Constante de excitación	$K_e=\frac{aI_{exc}}{b+I_{exc}} = \frac{E}{\omega}$

Las gráficas correspondientes a las ecuaciones (6.8) las ilustramos a continuación en la figura 18.

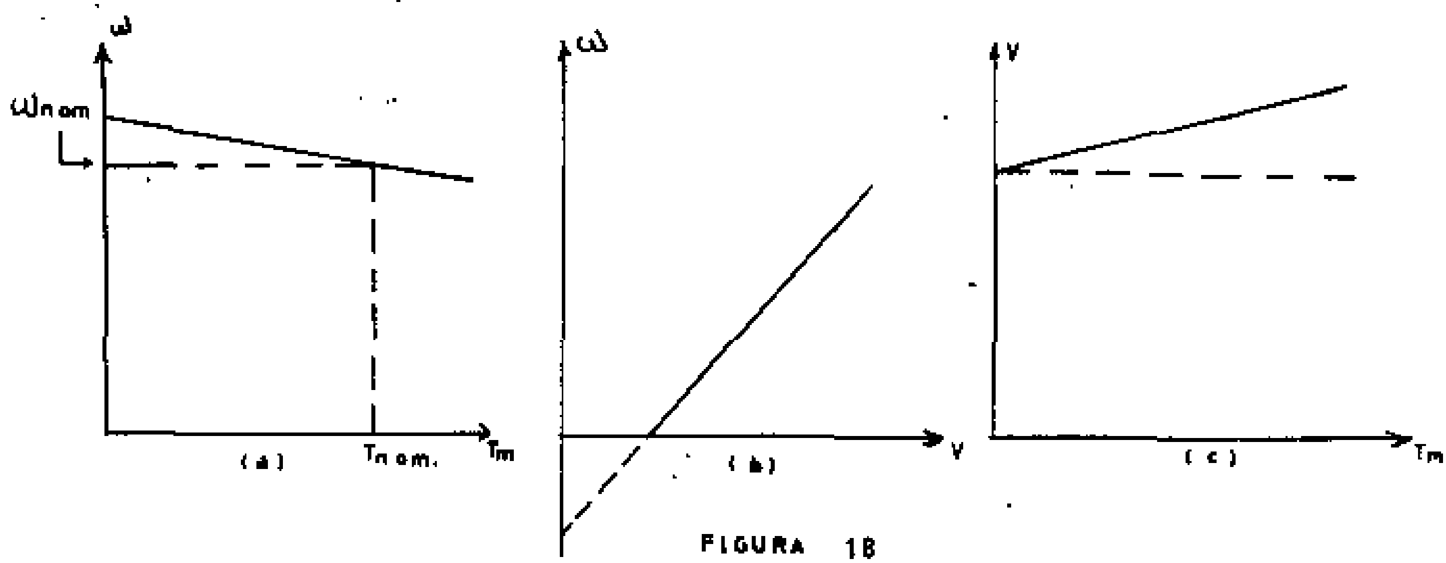


FIGURA 18

El caso (a) de las ecuaciones (6.8) y de la figura 18 es interesante para conocer el tipo de respuesta que da este motor, en cambio los casos (b) y (c) representan aspectos fundamentales para el diseño de control del motor de C.D., puesto que definen las características de la fuente de alimentación que requieren.

Regulación de velocidad.- Para condiciones de alimentación del motor constantes (voltaje de armandura y corriente de excitación), definimos como "Regulación de velocidad", la pérdida de velocidad desde la condición de vacío hasta la de plena carga, expresada en por ciento.

$$Reg = \frac{\omega_V - \omega_{PC}}{\omega_{nom.}} \times 100 \qquad (6.9)$$

en donde:

ω_V = velocidad del motor en vacío

ω_{PC} = velocidad del motor a plena carga

ω_{nom} = velocidad nominal del motor

Si el motor se ajusta a una respuesta como la que muestra la figura 18-a, entonces

$$\omega_{PC} = \omega_{nom}$$

7. ESTADO ESTABLE DE LA MAQUINA CON EXCITACION EN DERIVACION.

7.1 GENERADOR CON EXCITACION EN DERIVACION.

Conectar la excitación del generador en derivación significa ponerlo en paralelo con la armadura y con la carga, de manera que para excitar la máquina se utiliza la energía generada en la propia armadura, por lo cual se dice que se trata de un generador autoexcitado.

La autoexcitación es factible gracias a ciertas características, como son:

- El magnetismo remanente, el cual permite la generación de un pequeño voltaje, suficiente para inciar la corriente de excitación.
- La energía necesaria para la excitación es apenas del 2 al 5% de la capacidad de la armadura, por lo cual el generador prácticamente sigue siendo capaz de suministrar a la carga su potencia nomianl.
- La saturación del circuito magnético permite un punto de equilibrio con la excitación, con lo que se consigue un voltaje estable.

El diagrama del generador en derivación lo podemos apreciar en la figura 19.

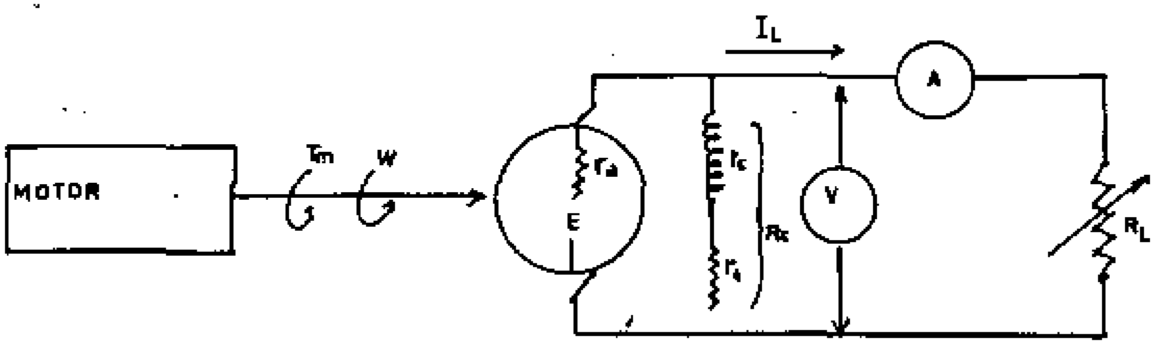


FIGURA 19

Además de los elementos estudiados en diagramas anteriores, tenemos ahora en la figura 19, la resistencia del embobinado del campo inductor (r_c), la resistencia del reóstato de campo (r_r) y la resistencia del circuito de campo, $R_c = r_c + r_r$, cuyos valores intervendran en las ecuaciones de equilibrio.

a) Voltaje del generador en vacío.- Supongamos en la figura 19, una condición inicial con $R_L = \infty$, o sea $I_L = 0$ que es la condición de "generador en vacío"

El voltaje generado se localizará en algún punto de la curva de saturación, lo que nos permite usar la función de Froelich simplificada, que transcribimos a continuación:

$$E = \frac{a}{b+I_{exc}} \quad \omega I_{exc} \tag{4.5}$$

La única corriente circulante en estas condiciones es por la malla que forman la armadura y el circuito de campo, que ilustramos en la figura 20. Su valor sería:

$$I_{exc.} = \frac{E}{r_a+R_c} \tag{7.1}$$

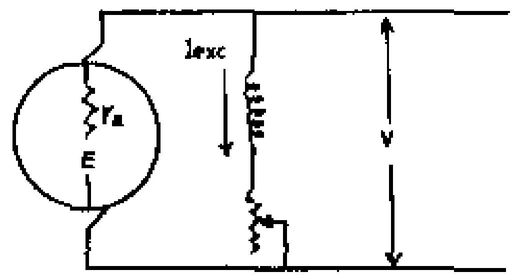


FIGURA 20

Teniendo en cuenta que la corriente de excitación es muy pequeña comparada con la corriente nominal de la máquina, y además, la resistencia del circuito de armadura (r_a) es también muy pequeña, la caída de voltaje en la armadura podemos despreciarla sin cometer error perceptible, de manera que el voltaje aplicado al circuito de campo es prácticamente igual a la fem (E). La ecuación (7.1) quedaría por tanto:

$$I_{exc} = \frac{E}{R_c} = \frac{V}{R_c} \tag{7.1)b}$$

Esta ecuación está especificada en las mismas coordenadas que la (4.5), de manera que se puede expresar gráficamente como una recta cuya pendiente es R_c, simultáneamente con la curva de saturación en vacío, como aparece en la figura 21.

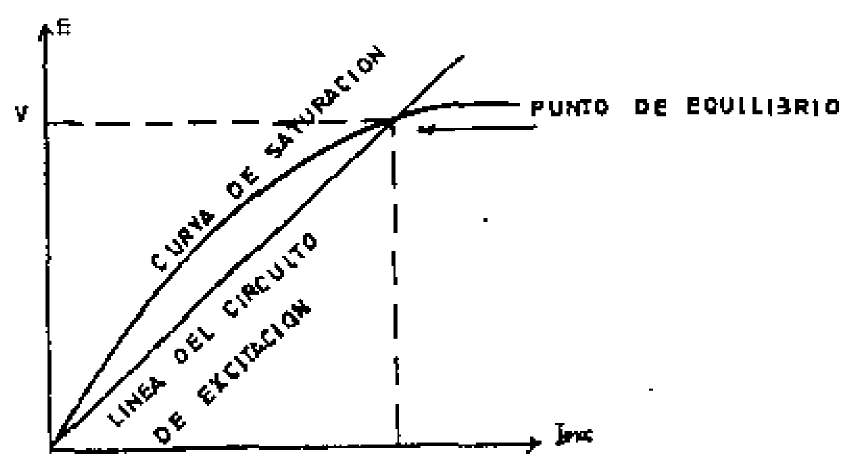


FIGURA 21

La intersección entre las dos gráficas de la figura 21 constituye el punto de equilibrio en el cual el generador induce un voltaje estable.

El sistema de ecuaciones simultáneas que nos permite analizar las condiciones de la figura 21 es:

$$\boxed{\begin{aligned} E &= \frac{a}{b+I_{exc}} \quad \omega\, I_{exc} \\ I_{exc} &= \frac{E}{R_c} \end{aligned}} \qquad (7.2)$$

Si recordamos que en el circuito de excitación se ha incluído un reóstato, la resistencia de este circuito puede variar dentro de cietos límites, lo que se manifiesta en la figura 21 con un cambio en la pendiente de la línea recta, motivando que el punto de equilibrio puede desplazarse a lo largo de gran parte de la curva de saturación.

La máxima resistencia admisible es cuando la recta de excitación se hace tangente a la curva de saturación, no existiendo entonces intersección entre las dos gráficas, y por tanto no hay estabilidad en el voltaje de la máquina.

La mínima resistencia es cuando se ha eliminado el reóstato, y queda únicamente la resistencia del embobinado de excitación. En estas condiciones es el máximo voltaje que se puede obtener del generador.

Las diversas opciones descritas anteriormente para un voltaje estable del generador se muestran en la figura 22.

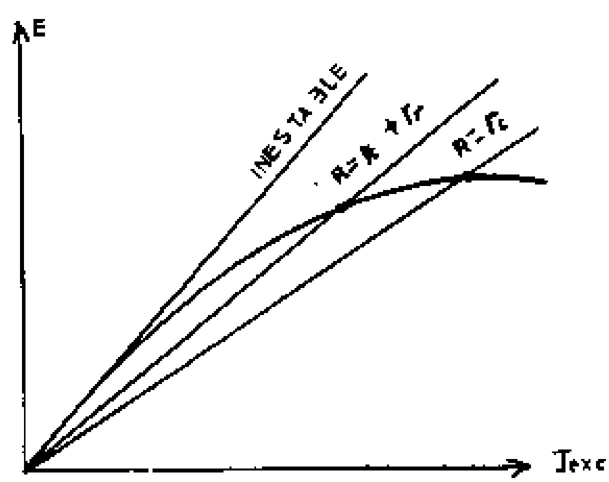


FIGURA 22

b) Variación del voltaje terminal del generador con carga.- Regresando ahora a la figura 19, supongamos un valor de (R_L) tal que haga circular una corriente en la línea de carga (I_L), de un valor apreciable, de manera que la caída en la resistencia del circuito de armadura (r_a) ocasiona una diferencia entre la fem. y el voltaje terminal.

A la vez, como el voltaje terminal es el que alimenta al campo inductor; este también se debilita, ocasionando una disminución de la fem., por lo tanto:

$$E \text{ con carga} < E \text{ en vacío}$$

Un generador en derivación, consecuentemente sufre una pérdida de voltaje apreciablemente mayor que uno con excitación independiente cuando pasan de la condición de vacío a la plena carga.

Para efectos de análisis, continuaremos considerando que la corriente de excitación es muy pequeña, por lo que la corriente en la armadura prácticamente está definida por el valor de la corriente de línea (I_L), lo que no nos conduce a un error apreciable.

El comporamiento del generador bajo las circunstancias descritas, estará dado por un sistema de tres ecuaciones simultáneas:

$$\boxed{\begin{aligned} V &= E - r_a I_L \\ E &= \frac{a}{b+I_{exc}} \omega I_{exc} \\ I_{exc} &= \frac{V}{R_C} \end{aligned}} \qquad (7.3)$$

Sustituyendo en la primera de las ecuaciones (7.3), las otras dos, obtenemos:

$$V = \frac{a\omega V}{bR_C+V} - r_a I_L \qquad (7.4)$$

que es una ecuación de segundo grado en coordenadas (I_L, V) cuya gráfica es la de forma presentada en la figura 23.

Regulación de voltaje.- El concepto de regulación de voltaje dado en la ecuación (6.2) se aplica también en este caso, de manera que:

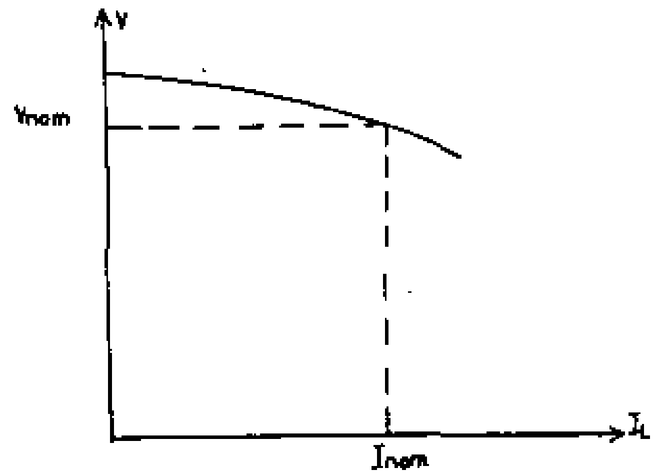


FIGURA 23

$$Reg= \frac{V_V - V_{PC}}{V\ nom} \quad x\ 100$$

Si la máquina se ajusta para la respuesta mostrada en la figura 23, entonces:

$$V_{PC} = V_{nom}$$

El valor de regulación para una misma máquina, es mayor cuando se excita en derivación que cuando se excita en forma independiente.

c) Curva emp1eta de la respuesta de voltaje del generador con carga.- Las especificaciones nominales de una máquina se refieren a los valores a los cuales puede trabajar continuamente sin dañarse por elevación de temperatura.

Sin embargo, teniendo en cuenta que la máquina es un disposisitivo conversor de enrgía, es posible exceder estas limitaciones por tiempo corto, de manera que se puede investigar en que forma continúa decreciendo el voltaje mostrado en la figura 23, al sobrepasar considerablemente su corriente nominal. No obstante, prolongar este estado de sobrecarga, se refleja en calentamiento de los conductores de los embobinados, con la consecuente degradación de los aislamientos.

Graficando la ecuación (7.4) en toda la extensión del primer cuadrante de coordenadas, nos da una curva similar a la (7.4) de la figura 24. Esta gráfica, como podemos observar entra en al dominio de voltajes muy pequeños, y aún sin corriente de excitación

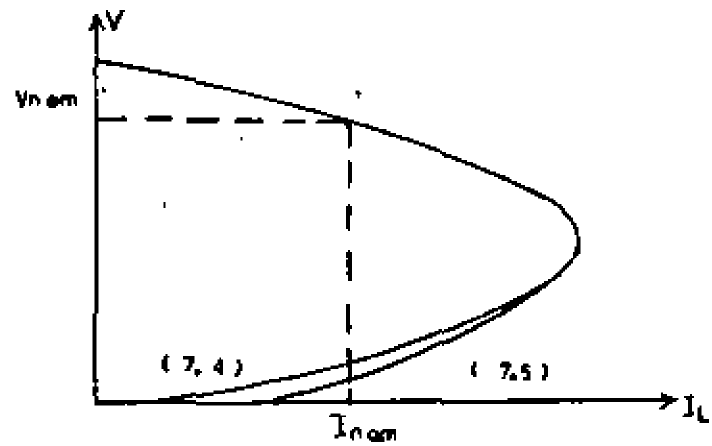


FIGURA 24

el flujo remanente induce una pequeña fem., que provoca circulación de corriente de línea, aún cuando el voltaje externo de la máquina fuera nulo.

La curva (7.4) de la figura 24 por lo tanto, no es totalmente representativa del comportamiento de la máquina, por lo que este análisis lo efectuaremos a partir de la ecuación (4.4) que es más exacta.

$$E = \frac{a\omega I_{exc}}{b+I_{exc}} + P\omega \tag{4.4}$$

Si tenemos en cuenta esta ecuación en vez de la segunda que aparece en el cuadro (7.3), al hacer la correspondiente sustitución, quedaría:

$$V = \frac{a\ \omega\ V}{bR_e+V} + P\ \omega - r_a\ I_L \tag{7.5}$$

en donde el término $P\omega$ introduce el comportamiento del generador con su magnetismo remanente.

La gráfica correspondiente a la ecuación (7.5) la observamos en la misma figura 24, la cual es mucho más aproximada a la respuesta real de la máquina.

No obstante que la corriente de línea tiene un límite, ésta puede alcanzar fácilmente valores de 4 a 8 veces la corriente nominal, por lo que obtener esta curva en una prueba de laboratorio sería destructivo para la máquina.

Sin embargo, la obtención de las características particulares del generador mediante pruebas no destructivas en el laboratorio y la aplicación de las ecuaciones de análisis, nos conduce a resultados bastante aceptables para estimar la respueta de la máquina.

d) Par mecánico absorbido por el generador.- De acuerdo con la figura 15-a y la ecuación (5.6), el par mecánico que absorbe el generador está dado por:

$$T_m = D\,\omega + \frac{EI_L}{\omega} \tag{7.6}$$

en donde E e I_L son dos cantidades que varían simultáneamente según acabamos de analizar en el párrafo anterior, de manera que para cada condición de carga habría necesidad de calcular estas cantidades a fin de poder hacer una tabulación. Si deseamos conocer la curva de par mecánico en toda la extensión de la respuesta mostrada en la figura 24, es necesario aplicar la función de Froelich más precisa, de manera que la ecuación (7.6) formará un sistema simultáneo con la (4.4) y la (7.5).

Para el caso del generador en derivación, la curva más sencilla de graficar e interpretar el par mecánico es con respecto al voltaje terminal de la máquina, que nos da un resultado semejante al mostrado en la figura 25.

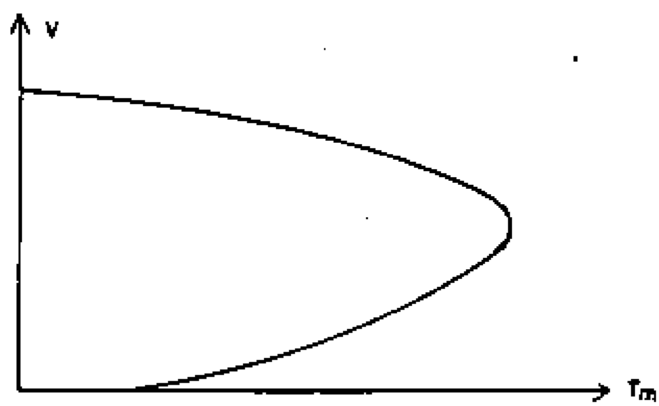


FIGURA 25

Reuniendo ahora en un cuadro las ecuaciones de equilibrio del generador en derivación, tenemos:

$$\boxed{\begin{aligned} &E = \frac{a}{b+I_{exc}}\,\omega\, I_{exc} \quad ó \quad E = \frac{a\,\omega\, I_{exc}}{b+I_{exc}} + P\omega \\ &I_{exc} = \frac{V}{R_c} \\ &V = E - r_a\, I_L \\ &T_m = D\,\omega + \frac{EI_L}{\omega} \end{aligned}} \tag{7.7}$$

7.2 MOTOR CON EXCITACION EN DERIVACION

Al conectar el motor con excitación en derivación, una misma fuente de energía alimenta a la armadura y al campo inductor, como muesta la figura 26. Generalmente en los diagramas de motores de C. D. se acostumbra incluir una resistencia variable en serie con la armadura, a efecto de limitar la corriente transitoria de arranque, pero en vista de que en este estudio nos avocaremos al estado estable, no la incluimos en la figura 26.

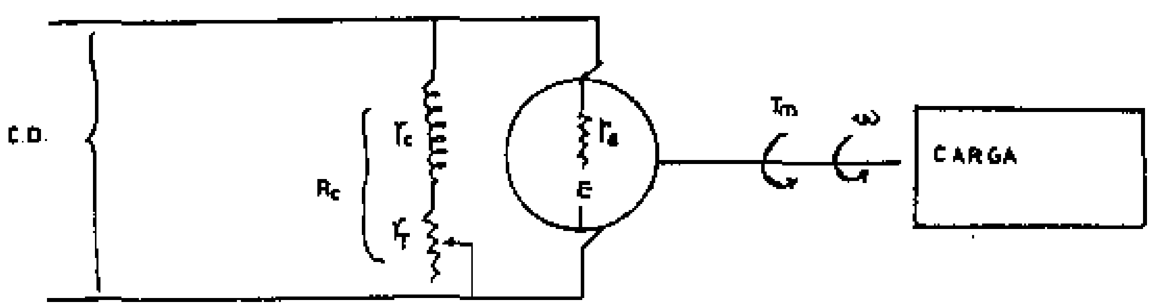


FIGURA 26

Las condiciones de operación del motor bajo este tipo de excitación pueden compararse (con ciertas limitaciones) con el motor excitado independientemente.

En vista de que la excitación normalmente trabajará muy por arriba del magnetismo remanente, la ecuación (4.5) nos puede servir de punto de partida.

$$E = \frac{a}{b+I_{exc}} \omega I_{exc} \qquad (4.5)$$

a) Variación de la velocidad con excitación constante y carga variable.- El comportamiento del motor en estas condiciones es idéntico al del motor independiente con corriente de excitación y voltaje de armadura constantes. Tomando la ecuación correspondiente del cuadro (6.8) tenemos:

$$\omega = -\frac{r_a}{K_e^2+r_aD} T_m + \frac{K_eV}{K_e^2+r_aD} \qquad (7.8)$$

que representa una línea recta cuya pendiente es $-r_a/K^2-r_aD$ y cuya ordenada al orígen es KV/K^2-r_aD, como se muestra en la figura 27-a.

b) Variación de la velocidad con carga constante y corriente de excitación variable.-. El reóstato en el circuito de campo permite ciertos ajustes en la velocidad de la máquina pero de ninguna manera en un rango tan amplio como el caso del control de voltaje en un motor excitado independientemente.

Las ecuaciones (4.5) y (5.6) nos sirven ahora de punto de partida para analizar la respuesta de la máquina en las condiciones planteadas:

$$E = \frac{a}{b+I_{exc}}\,\omega\, I_{exc} \tag{4.5}$$

$$T_e = \frac{E\, I_L}{\omega} \tag{5.6}$$

Sustituyendo (4.5) en (5.6) se obtiene:

$$T_e = \frac{a}{b+I_{exc}}\, I_{exc}\, I_L$$

y de acuerdo con la figura 15-b

$$T_m = \frac{a}{b+I_{exc}}\, I_{exc}\, I_L - D\omega \tag{7.9}$$

Según hemos establecido el par mecánico (T_m) permanecerá constante, lo cual motiva que al variar la corriente de excitación (que produce a la vez variación de la velocidad), varía también la corriente de línea (I_L).

Despejando la corriente de línea de (7.9), obtenemos:

$$I_L = \frac{(T_m+D\omega)(b+I_{exc})}{a\, I_{exc}} \tag{7.10}$$

La ecuación (5.5) nos da el comportamiento del circuito de armadura con carga.

$$V = E + r_a\, I_L \tag{5.5}$$

Sustituyendo las ecuaciones (4.5) y (7.10) en la (5.5) y despejando la velocidad se tiene:

$$\omega = \frac{(aV-r_aT_m)I_{exc}^2+(abV-2br_aT_m)I_{exc}-b^2r_aT_m}{a^2I_{exc}^2+r_a\,D\,(b+I_{exc})^2} \tag{7.11}$$

que es una curva de la forma que muestra la figura 27-b. En este tipo de control, el rango de velocidades que se obtiene es muy pequeño, pues está sujeto a las limitaciones que describimos a continuación:

- Límite superior.- Dado que para aumentar la velocidad es necesario disminuir la corriente de excitación, la corriente de línea aumenta, según podemos observar en la ecuación de par:

$$T_m = \frac{a}{b+I_{exc}} I_{exc} I_L - D\omega \qquad (7.12)$$

Como la máquina estará trabajando a par constante, la mínima corriente de excitación admisible es aquella con la que no se excede la corriente de línea nominal, por tanto despejando I_{exc} de la (7.12) tenemos:

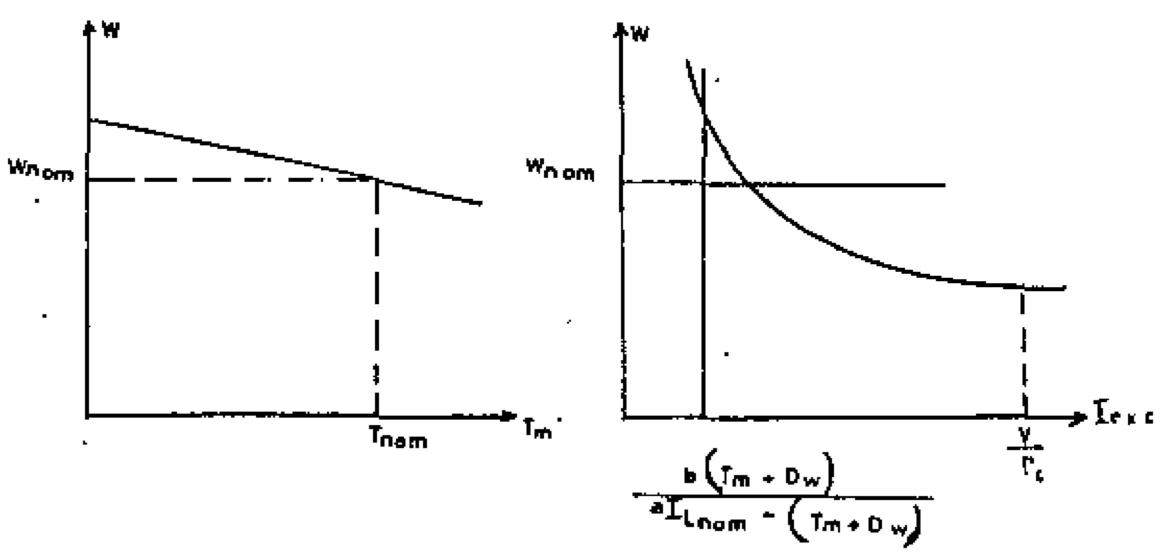
$$I_{exc} \text{ (mínima)} = \frac{b(T_m + D\omega)}{aI_{L-nom} - (T_m + D\omega)} \qquad (7.13)$$

La corriente de excitación puede bajar hasta su valor mínimo dado en (7.13), siempre y cuando este valor no se exceda en forma peligrosa la velocidad nominal de la máquina.

- Límite inferior.- Para disminuir la velocidad es necesario aumentar la corriente de excitación, reduciendo la resistencia del reóstato (r_r). Cuando se ha eliminado totalmente esta resistencia, solamente queda incluida en el circuito de excitación la resistencia del embobinado (r_c) y la corriente de excitación:

$$I_{exc} = \frac{V}{r_c}$$

es la máxima que se puede obtener.



(a) FIGURA 27 (b)

En la figura 27-b observamos que para grandes variaciones cerca del límite superior de la corriente de excitación, las correspondientes variaciones en la velocidad resultan pequeñas, ya que la máquina está en una región de alta saturación. Por el otro extremo, la curva de velocidad es asintótica con el eje vertical, de manera que una excitación débil tiende a aumantar rápidamente la velocidad.

Razonando sobre ésta última observación, nos podemos dar cuenta del peligro que corre un motor al debilitarse (o interrumpirse, en el caso extremo) la corriente de excitación.

Regulación de velocidad.- El concepto de regulación de velocidad para la figura 27-a es exactamente bajo las mismas condiciones que se especifican para la ecuación (6.9)

$$Reg = \frac{\omega_V - \omega_{PC}}{\omega_{nom}} \times 100$$

8. ESTADO ESTABLE DE LA MAQUINA CON EXCITACION EN SERIE

La máquina con excitación en serie presenta ciertas características particulares, que como veremos limitan las aplicaciones en calidad de generador, y en cambio, como motor presenta una respuesta que lo pone en ventaja con respecto a otros tipos de motores principalmente en lo que se refiere a sistemas de tracción.

El embobinado de excitación al estar en serie con la armadura lo consideraremos como parte del circuito de la misma, lo cual motiva que:

- La resistencia (r_a) que para los estudios anteriores incluye las resistencias del embobinado de armadura, conmutador, contacto conmutador-escobillas, escobillas y devanados de interpolos y/o compensadores, incluye ahora también la resistencia del devanado de campo en serie. Su valor es aproximadamente del mismo orden del que presenta el resto del circuito de armadura.
- La corriente de excitación es la misma corriente de línea, por lo cual en el análisis de este tipo de máquina utilizaremos la nomenclatura única (I_L).

La curva de saturación en vacío se puede obtener como experimento de laboratorio, pero en la práctica no es posible ajustar cualquier valor de voltaje dado por esta curva, en condiciones de vacío, ya que la excitación la da la corriente de carga.

8.1 GENERADOR CON EXCITACION EN SERIE

a) Variación del voltaje terminal del generador con carga.- En -

la figura 28 presentamos el diagrama de un generador con excitación en serie.

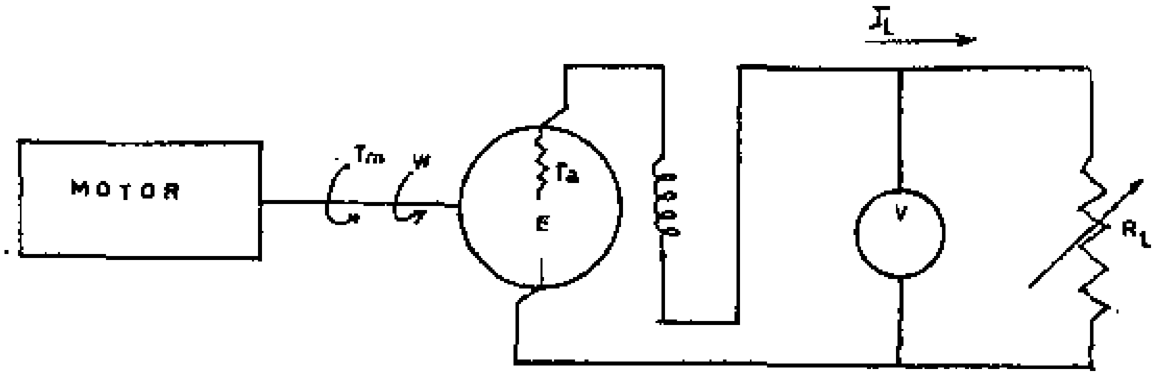


FIGURA 28

La resistencia de carga (R_L) puede variar desde un valor infinito (circuito abierto) hasta un valor pequeño, tal que haga circular la corriente nominal de la máquina. Por tanto la corriente de excitación (I_L) puede variar desde cero hasta el valor nominal, lo cual nos lleva a iniciar muestro análisis a partir de la ecuación de Froelich (4.4).

$$E = \frac{a\omega I_L}{b+I_L} + P\omega \tag{4.4}$$

El comportamiento del circuito de armadura está dado por la (5.3)

$$V = E - r_a\, I_L \tag{5.3}$$

Sustituyendo (4.4) en (5.3) obtenemos:

$$V = \left(\frac{a\omega}{b+I_L} - r_a\right) I_L + P\omega \tag{8.1}$$

La ecuación (8.1) representa una curva de forma análoga a la de saturación en vacío, que se inicia en el mismo punto correspondiente al voltaje inducido por el magnetismo remanente, pero que pierde su pendiente en forma más rápida que ésta. En la figura 29-a podemos comparar la forma de estas dos curvas.

b) Par absorbido por el generador.- Hemos visto del análisis de la figura 15-a que:

$$T_m = T_e + D\omega$$

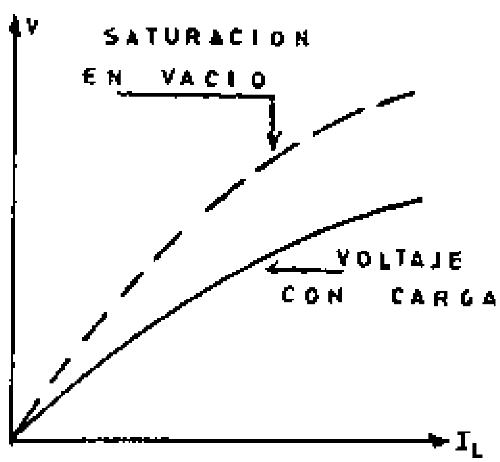
y por la ecuación (5.6):

$$T_e = \frac{EI_L}{\omega} \qquad (5.6)$$

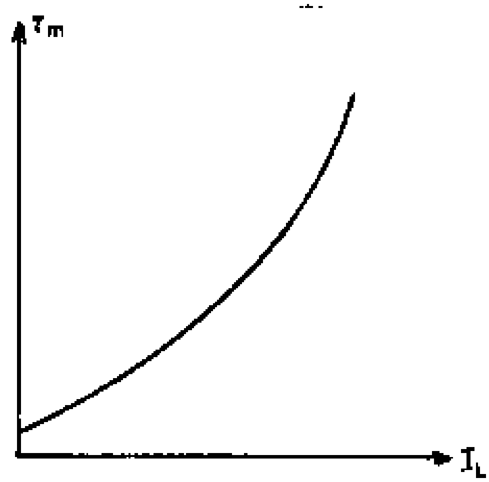
De manera que teniendo en cuenta (4.4) y (5.6) en la ecuación del par mecánico, obtenemos:

$$T_m = \frac{aI_L^{\,2}}{b+I_L} + P\ I_L + D\omega \qquad (8.2)$$

El primer término del segundo miembro de la (8.2) es el más significativo, por lo que podemos afirmar que el par absorbido por el generador (T_m), es proporcional al cuadrado de la corriente de carga (I_L). Su representación de tipo parabólico la podemos apreciar en la figura 29-b.



(A)



(b)

FIGURA 29

El concepto de regulación de voltaje no queda definido para este tipo de máquina, puesto que un valor "E" sobre la curva de saturación no es posible obtenerlo con la máquina en vacío.

8.2 MOTOR CON EXCITACION EN SERIE.

La figura 30 nos muestra el diagrama de la máquina con excitación en serie, trabajando como motor.

El comportamiento en el circuito de armadura para las condiciones de motor, nos lo da la ecuación (5.5)

$$V = E + r_a\ I_L \qquad (5.5)$$

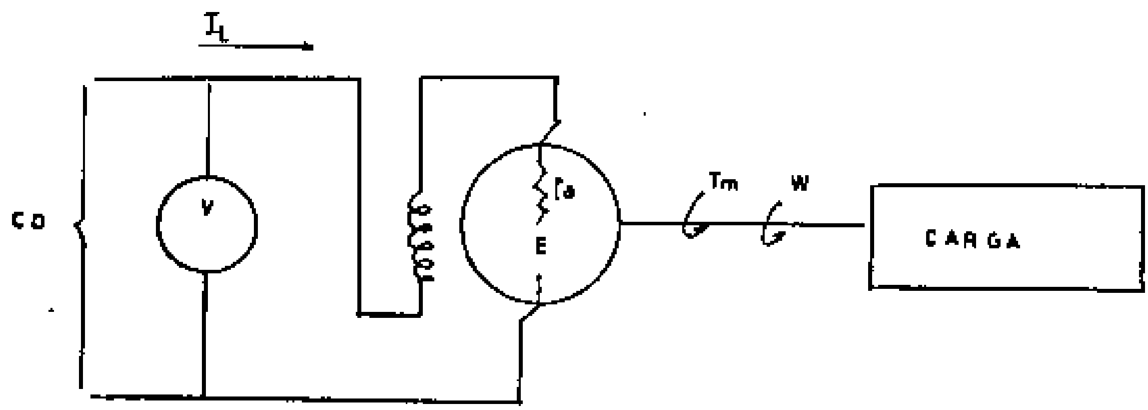


FIGURA 30

y de la figura 15-b tenemos el valor del par mecánico:

$$T_m = T_e - D\omega$$

a) Velocidad de la máquina con voltaje constante y carga variable.- La eucación de equilibrio mecánico

$$T_m = \frac{aI_L^2}{b+I_L} + P\ I_L - D\omega$$

nos muestra una relación entre el par de carga y la corriente de línea. Esto nos permite buscar una función que relacione la velocidad de la máquina con la corriente de línea, que resulta más sencilla que la que establece la relación con el par mecánico, como lo hemos hecho en otras ocasiones.

Sustituyendo la (4.4) en la (5.5) y despejando la velocidad obtenemos:

$$\omega = \frac{Vb+(V-r_a b)\ I_L - r_a I_L^2}{pb+(a+P)\,I_L} \qquad (5.6)$$

que nos da una gráfica como la que muestra la figura 31-a. En esta gráfica podemos apreciar que a medida que baja la velocidad, la corriente se eleva rápidamente, y observando la figura 31-b (que deduciremos enseguida), podemos darnos cuenta que el aumento de corriente produce una rápida elevación del par.

Analizando la velocidad en sentido creciente, observamos que la máquina arrranca con un par muy elevado y este tiende a un valor normal a medida que se acerca a su velocidad nominal. Es el motor de mayor par de arranque que se conoce, lo que permite clasificarlo como el motor típico para sistemas de tracción.

b) Variación de la corriente de línea con voltaje constante y par mecánico variable.- Al sustituir la (4.4) en la (5.6) y ésta en la expresión de par mecánico, obtenemos:

$$T_m = \frac{aI_L^{\,2}}{b+I_L} + PI_L - D\omega \tag{5.7}$$

La ecuación (5.7) tiene dos variables independientes, que son la corriente de línea (I_L) y la velocidad (ω), por lo que para tabularla es conveniente seguir los mismos valores tabulados, en la ecuación (5.6), con lo que se obtiene una gráfica de la forma que ilustra la figura 31-b. En esta gráfica observamos que para valores elevados de par, las variaciones en este producen pequeñas variaciones de corriente, y sucede a la inversa en valores de par pequeños.

De aquí deducimos también el peligro que corren estas máquinas cuando se quedan sin carga, pues la velocidad en estas condiciones se eleva considerablemente. La fricción en la máquina evita que se anule la corriente de línea, por lo que la velocidad sin carga tiene un límite, pero este suele estar muy por encima de la velocidad nominal, lo que provoca el estallamiento de la armadura por fuerzas centrífugas.

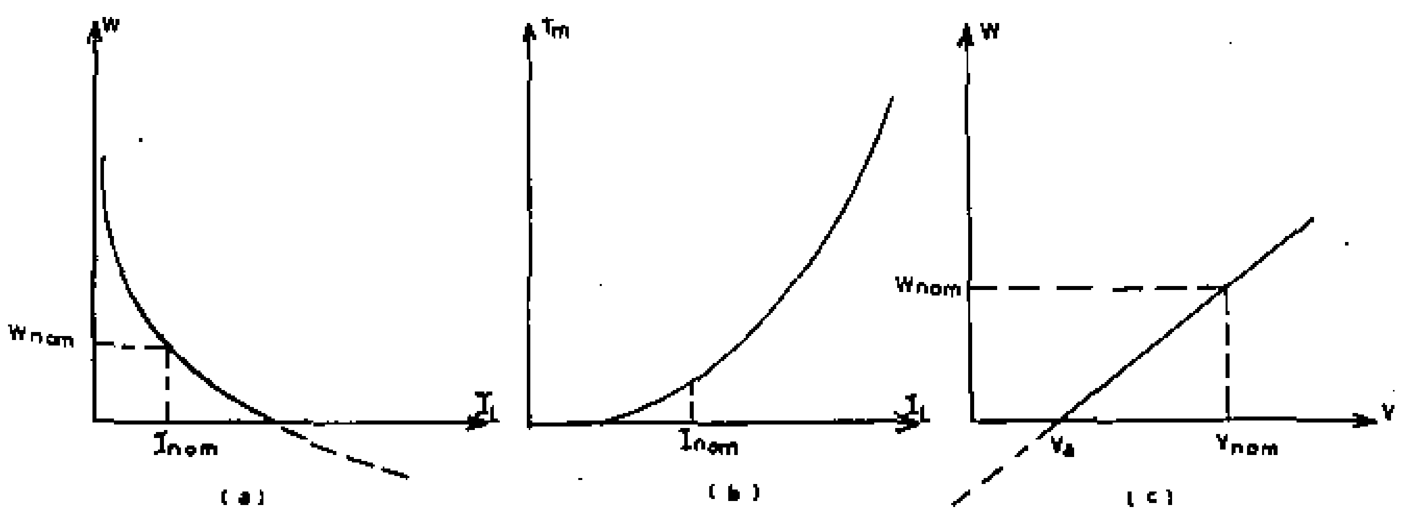


FIGURA 31

c) Voltaje necesario para variar la velocidad con par constante.- De las figuras 31- a y b, podemos apreciar que la máquina es capaz de suministrar un par mecánico de valor muy elevado, pero a la vez haciendo circular una corriente que puede llegar a ser mayor que diez veces la nominal, por lo que en caso de buscar un control adecuado, éste sería el voltaje de alimentación.

Si analizamos, la ecuación (5.7), deducimos que en un par mecánico (T_m) constante a diferentes velocidades, corresponde muy aproximadamente a una corriente de línea (I_L) constante, ya que el término de pérdidas por fricción es pequeño.

Reagrupando los términos de la ecuación (5.6) para mostrar la corriente de línea (I_L) entre las constantes, y el voltaje (V) como variable independiente, tenemos:

$$\omega = \frac{(b+I_L)\ V - (r_a I_L{}^2 + r_a\ b\ I_L)}{aI_L + (b+I_L)\ P} \qquad (5.8)$$

que es la ecuación de una recta cuya pendiente es $b+I_L/aI_L+(b+I_L)P$ y cuya ordenada al orígen es $-(r_aI_L^2+r_abI_L)/aI_L+(b+I_L)P$ como muestra la figura 31-c.

A fin de no sobrepasar los valores de corriente permisible en la máquina, es necesario un voltaje de arranque (V_a), y esté tendrá que incrementarse en forma lineal a media que la máquina adquiere velocidad.

Puesto que este motor tiene su principal aplicación en la tracción de vehículos, puede considerarse que arranca a plena carga (par mecánico nominal) por lo que para obtener la máxima aceleración sin exceder las corrientes permisibles es necesario aplicar el voltaje de arranque (V_a) que muestra la figura 31-c.

Un voltaje menor que (V_a) hace circular corriente de menor valor, lo que se traduce en un par débil y por tanto, aceleración deficiente.

Un voltaje mayor que (V_a), por el contrario redunda en un par elevado y en una mejor aceleración, pero las sobrecorrientes tenderán al calentamiento de la máquina, sobre todo teniendo en cuenta que en la tracción de vehículos se presentan arranques frecuentes.

Ejemplo de aplicación

La máquina de C.D. del grupo MGII tiene las siguientes características nominales:

Trabajando como motor	Trabajando como generador
7.5 H.P	5 KW
115 Volts.	125 Volts
57 Amp.	40 Amp.
1000 R.P.M.	1000 R.P.M.

se le hicieron las siguientes pruebas de laboratorio:

Saturación en vacío:

Iexc.	E
0.0	4
0.25	21
0.36	30
0.48	40
0.60	51
0.72	61
0.82	70
0.98	82.5
1.09	91
1.21	101
1.32	110
1.508	121
1.69	130
1.9	140
2.2	151
2.5	160
2.79	170
3.49	180

Voltaje terminal con carga:

V_L	I_L
125	0.0
124.5	4.8
123.5	9.9
123.0	14.9
122.0	20.0
121.5	24.4
120.5	29.8
120.0	34.6

con excitación independiente Iexc= 1.58

Velocidad de prueba para saturación y voltaje terminal. 1200 R.P.M.

como motor en vacío:

V_L	I_L
115	5.3

Velocidad de prueba: 1000 R.P.M. Excitación independiente.

Medición de la resistencia de campo en derivación: $r_c = 40$ ohm.

a) Obtener el valor de los parámetros a, b, P, r_a y D.

b) Calcular cuál debe ser el voltaje en vacío para que a plena carga pueda suministrar sus valores nominales, trajando como generador en derivación. (Incluir el cálculo de las características del reóstato).

c) Trazar la curva completa de variación de voltaje con carga y obtener la máxima corriente y potencia que es capaz de suministrar, y la regulación de voltaje.

d) Trazar la curva completa de variación de par con respecto al voltaje.

e) Calcular la corriente de excitación para que suministre la velocidad nominal en condiciones de plena carga, cuando se le aplica al circuito de armadura el voltaje nominal, trabajando como motor.

f) Trazar la curva de variación de velocidad con respecto a la carga, con voltaje de armadura y corriente de excitación constantes.

g) Trazar la gráfica del voltaje de armadura necesario para mantener la velocidad nominal constante con carga variable (excitación independiente y constante)

h) Trazar la gráfica de voltaje necesario para control de velocidad con carga constante (par mecánica constante)

S O L U C I O N

a) Con el fin de tener valores comparativos que nos puedan mostrar la aproximación de la ecuación de Froelich, repetimos a continuación la tabla para la curva de saturación en vacío y otras dos columnas para tabular las funciones que obtengamos.

REFERENCIA.	SATURACION EN VACIO		FUNCION DE FROELICH Func.1.	Func.2.
	Iexc	E	E_1	E_2
1	0.0	4	4	0
2	0.25	21	31	28
3	0.36	30	41	40
4	0.48	40	52	51
5	0.60	51	62	61
6	0.72	61	72	71
7	0.82	70	79	78
8	0.98	82.5	90	89
9	1.09	91	97	96
10	1.21	101	104	104
11	1.32	110	110	110
12	1.508	121	120	120
13	1.69	130	129	129
14	1.9	140	138	138
15	2.2	151	150	150
16	2.5	160	160	160
17	2.79	170	170	169
18	3.49	180	188	187

con las columnas Iexc. y E, trazamos la curva de saturación en vacío que muestra la figura Ej.1.1.

Para la función exacta, elegimos los puntos 18 y 14 con lo que obtenemos el sistema:

$$180 = \frac{3.49\ a\omega}{3.49+b} + 4 \qquad 140 = \frac{1.9\ a\omega}{1.9\ +b} + 4$$

de donde $a\omega = 271.38$, $b = 1.89$

Tomando ahora los puntos 15 y 10 obtenemos:

$$151 = \frac{2.2\ a\omega}{2.2+b} \qquad 101 = \frac{1.21\ a\omega}{1.21+a} + 4$$

de donde $a\omega = 397.3$, $b = 3.75$

Promediando estos valores obtenemos:

$a\omega = 333$, $b = 2.81$

Como la velocidad de prueba fué 1200 RPM = 125.6 rad/seg.

$$a = \frac{333}{125.6} = 2.65 \qquad P = \frac{4}{125.4} = 0.0318$$

Por lo que la función de Froelich queda:

$$\boxed{\text{Función 1: } \frac{2.65\ \omega\ I_{exc}}{2.81\ +\ I_{exc}} + 0.0318\omega}$$

Para la función aproximada, tomando los mismos puntos tenemos:

$$180 = \frac{3.49\ a\omega}{3.49+b} \qquad 140 = \frac{1.9\ a\omega}{1.9+b}$$

de donde $a\omega = 2.73.31$, $b = 1.8$

$$151 = \frac{2.2\ a\omega}{2.2+b} \qquad 101 = \frac{1.21\ a\omega}{1.21+b}$$

de donde $a\omega = 382.34$, $b = 3.37$

Promediando los valores obtenidos:

$a\omega = 327$ $b = 2.589$

Dividiendo a entre la velocidad de prueba:

$$a = \frac{327}{125.6} = 2.6$$

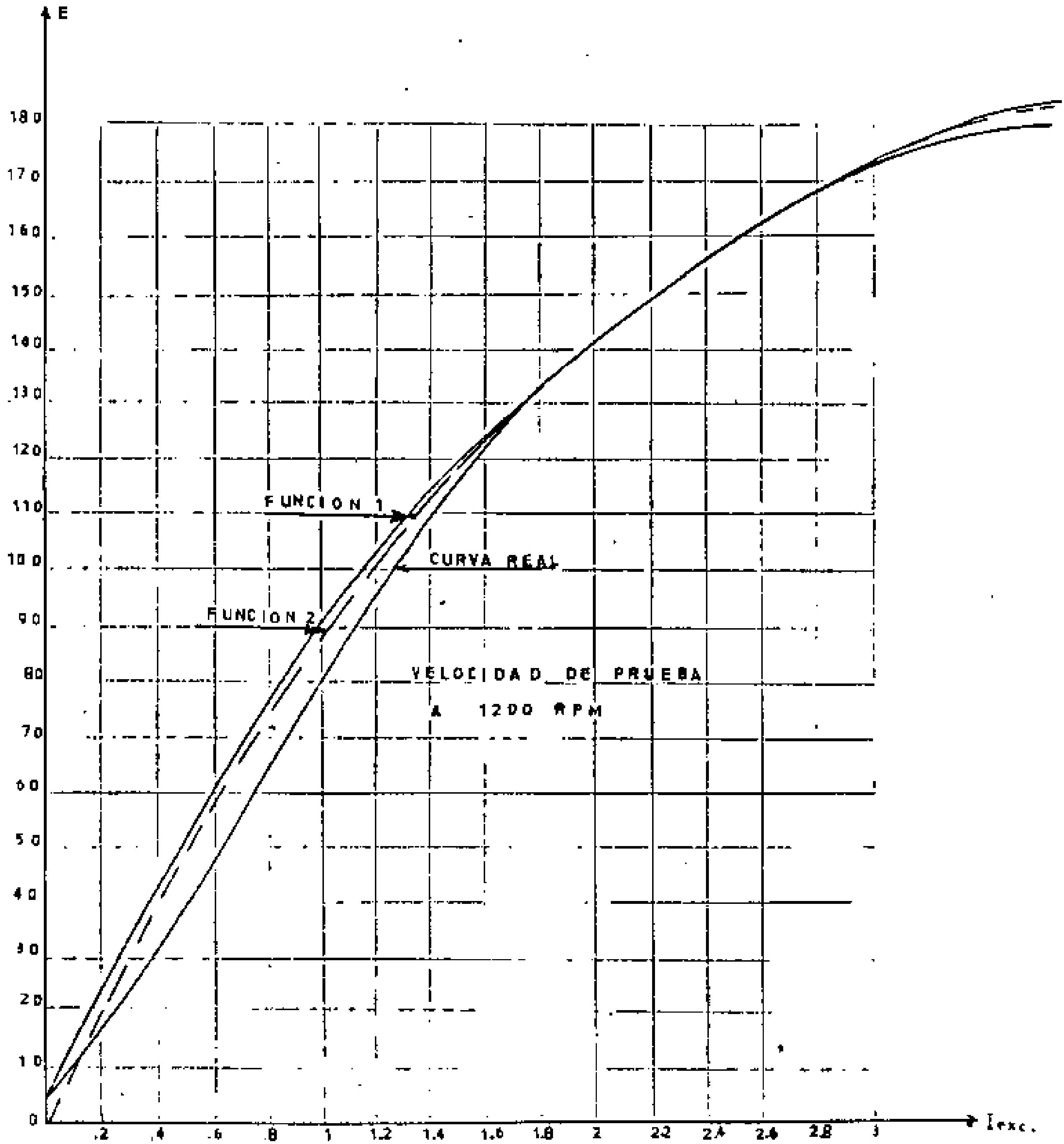

E
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
.2
.4
.6
.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2
2.2
2.4
2.6
2.8
3
Iexc.
FUNCION 1
CURVA REAL
FUNCION 2
VELOCIDAD DE PRUEBA
A 1200 RPM

FIG. EJEM. 1.1

de donde obtenemos la función aproximada de Froelich:

$$\boxed{\text{Función 2: } E_2 = \frac{2.6}{2.589 + \text{Iexc}}\ \omega\ \text{Iexc}}$$

Tabulando las funciones 1 y 2 vemos los valores junto con la tabla de la curva de saturación en vacío que aparecen anteriormente. Las curvas respectivas las observamos en la misma figura Ej.1.1.

De los datos de placa observamos que el voltaje nominal es de 125 volts a 1000 RPM. Como la prueba se efectuó a 1200 RPM, consideraremos como voltaje normal 150 volts. Como las curvas prácticamente coinciden entre 130 y 170 volts, podemos aceptar como válidas las funciones.

Nota.- En caso de desear mayor aproximación, de ser esto factible, se podría experimentar con nuevas funciones cuyos parámetros ajustaríamos desplazando las asíntotas de las curvas según fuera necesario.

Para obtener la resistencia del circuito de armadura es conveniente verificar si la prueba de voltaje (V_C) con corriente de carga (I_C) resulta en línea recta. Con los datos de prueba hacemos la gráfica de la figura Ej. 1.2.

Después de trazar la gráfica observamos que efectivamente sale una recta, lo que nos indica que la respuesta de la máquina no se ve deformada por la reacción de armadura.

De acuerdo a la ecuación:

$$V = E = r_a\ I_C$$

$$r_a = \frac{E-V}{I_L}$$

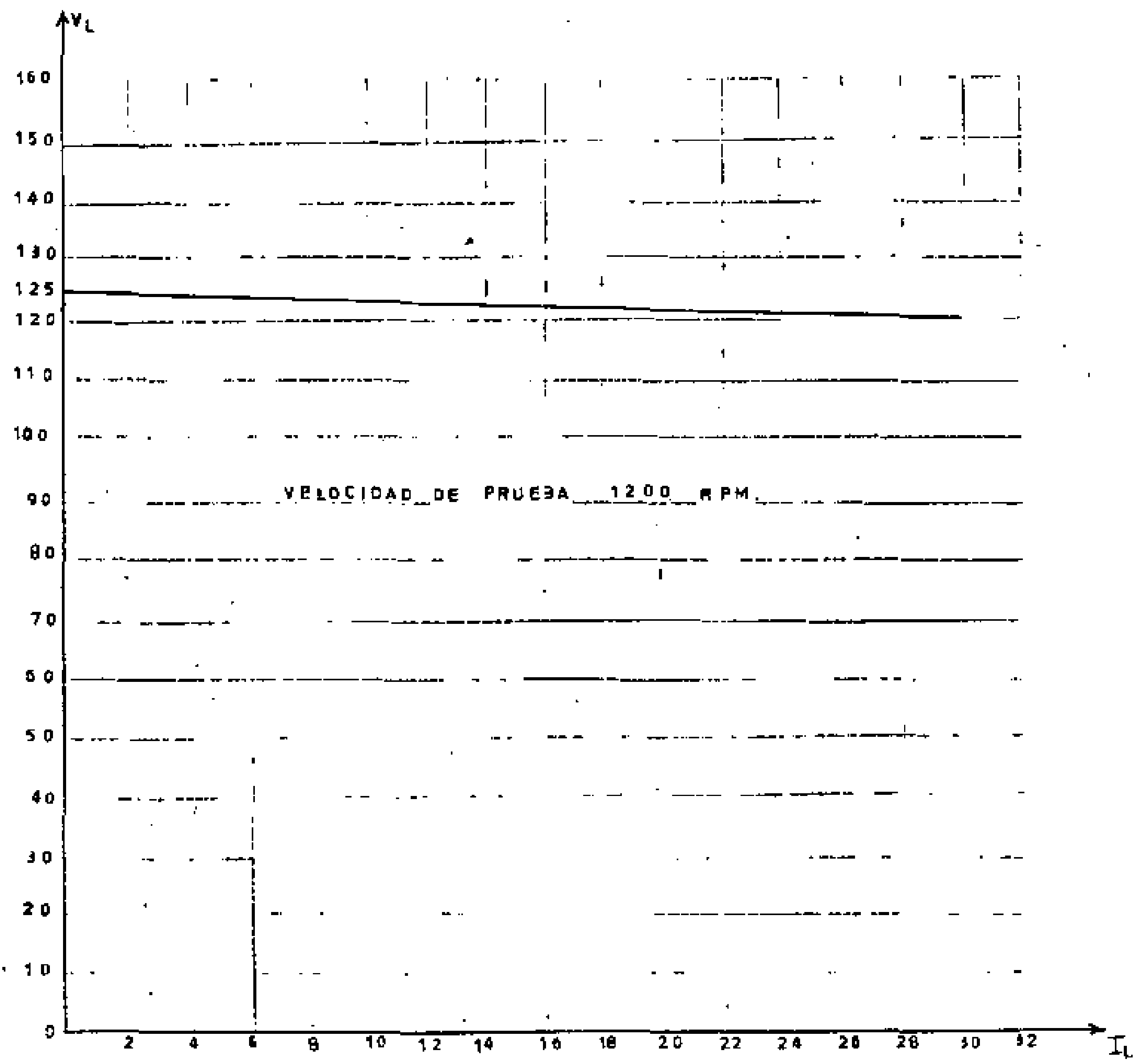
en donde E es el voltaje en vacío (125 V) y a cada V corresponde una I_L de acuerdo a la tabla de datos:

El valor más exacto seguramente es el promedio de los valores obtenidos aplicando la ecuación a cada punto.

$$r_a = \frac{\frac{125-124.5}{4.8} + \frac{125-123.5}{9.9} + \frac{125-123}{14.9} + \frac{125-122}{20} + \frac{125-121.5}{24.4} + \frac{125-120.5}{29.8} + \frac{125-120}{34.6}}{7}$$

de donde $\boxed{r_a = 0.147 \text{ ohms}}$

El coeficiente de fricción lo obtenemos trabajando la máquina como motor en vacío, ya que en estas condiciones el par eléctrico es igual al par de pérdidas, o sea, haciendo T_m=0 en la ecuación de equilibrio mecánico:



V_L
160
150
140
130
125
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
VELOCIDAD DE PRUEBA 1200 RPM.
2
4
6
8
10
12
14
16
18
20
22
24
26
28
30
32
I_L

FIG. Ej. 1.2

$$0 = T_e - D\omega \quad \text{en donde } T_e = \frac{EI_L}{\omega}$$

por tanto:

$$D = \frac{EI_L}{\omega^2} = \frac{(V - r_a I_c) I_L}{\omega^2} = \frac{VI_L - r_a I_L}{\omega^2}$$

$$D = \frac{(115 \times 5.3) - (0.147 \times 5.3^2)}{104.7^2}$$

$$D = 0.0552$$

En vista de que la máquina está permanentemente acoplada, este resultado incluye la fricción tanto de la máquina de C.D. como de la de C.A.

Teniendo en cuenta que la máquina de C.D. tiene mayor fricción que la de C.A, estimaremos su coeficiente como los 2/3 del total.

$$\boxed{D = 0.037 \ \frac{\text{new-m-seg}}{\text{rad.}}}$$

Respuestas del inciso a):

Función exacta	a= 2.65	b= 2.81	P= 0.0318
Función aproximada	a=2.6	b= 2.589	
Resistencia del circ.de arm.		r_a= 0.147 ohm.	
Coeficiente de fricción		D= 0.037 $\frac{\text{new-m-seg}}{\text{rad.}}$	

Teniendo en cuenta que la velocidad nominal de la máquina es de 1000 RPM (104.72 rad./seg.) las funciones de Froelich para estas condiciones serán:

$$E_1 = \frac{277.5 \ Iexc}{2.81 x Iexc} + 3.33$$ con magnetismo remanente

$$E_2 = \frac{2.72.27 \ Iexc}{2.589 + Iexc}$$ despreciando el magnetismo remanente.

Tabulando estas ecuaciones obtenemos las gráficas que mostramos en la figura Ej.1.3.

b) La ecuación característica del generador con carga es:

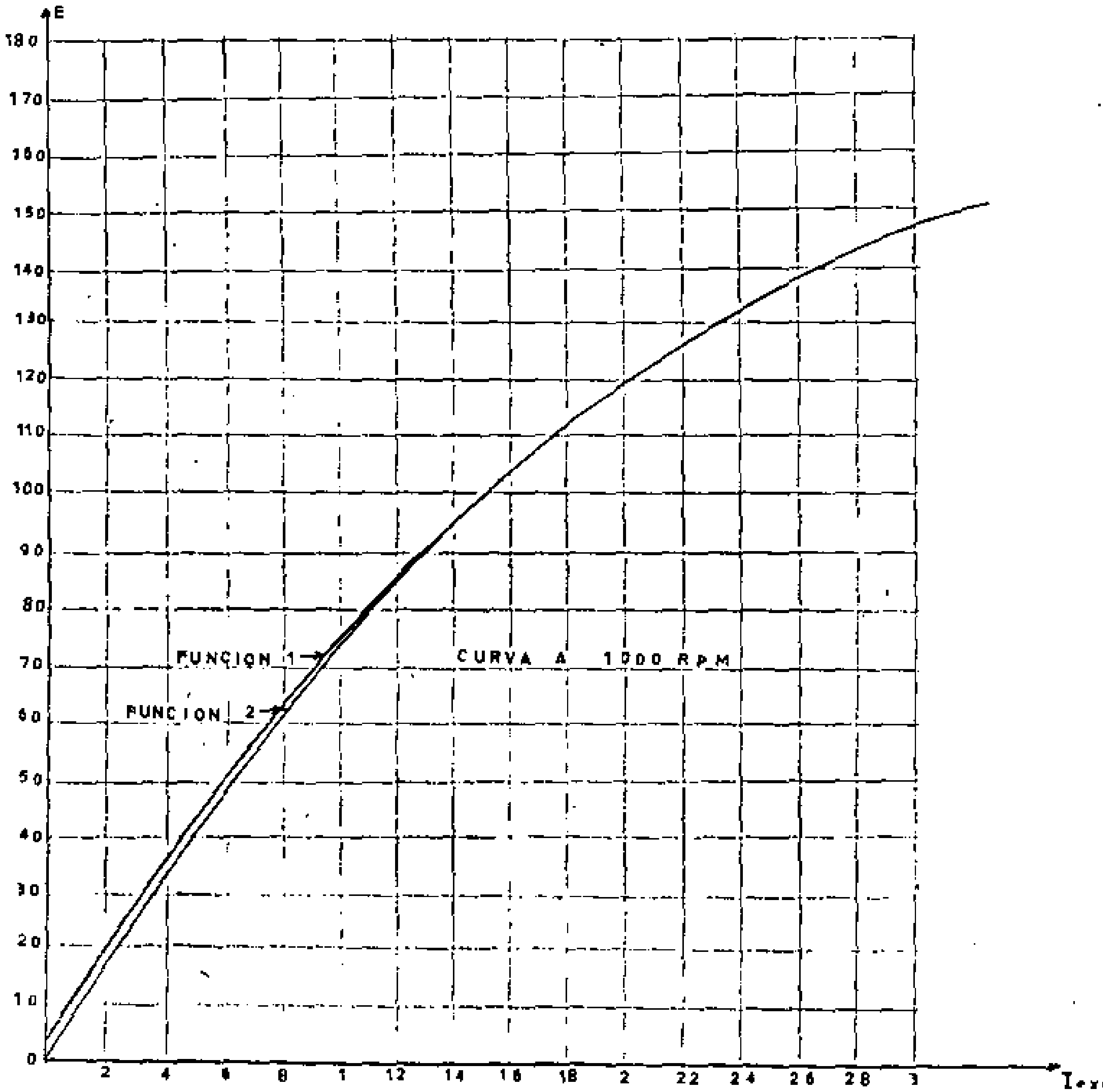

E
180
170
160
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
2
4
6
8
1
12
14
16
18
2
22
24
26
28
3
Iexc
FUNCION 1
FUNCION 2
CURVA A 1000 RPM

FIG. Ej. 1.3

$$V = E - r_a\ I_L$$

en donde $E = \frac{a\ \omega Iexc}{b+Iexc} + P\omega$

de modo que:

$$V = \frac{a\omega\ Iexc}{b+\ Iexc} + P\ \omega - r_a\ I_L$$

Las características nominales de la máquina son:

$V =\ 125$ Volts
$I_L =\ 40$ Amp.
$N = 1000$ RPM

Sustituyendo estos valores y los de los parámetros obtenemos:

$$125 = \frac{277.5\ Iexc}{2.81+Iexc} + 3.33 - 5.88$$

Teniendo en cuenta además que la corriente de excitación se obtiene del voltaje externo de la máquina:

$$Iexc = \frac{V}{R_c} = \frac{125}{R_c}$$

por tanto

$$125 = \frac{34687.5}{2.81R_c+125} + 3.33 - 5.88$$

de donde $R_c = 52.296$

y la corriente de excitación

$$Iexc = \frac{125}{52.296} = 2.39 \text{ Amp.}$$

Si se quita carga a la máquina, el voltaje externo aumenta hasta igualarse con la fem., pero esto a la vez motiva un aumento de la corriente de excitación. Lo que permanece constante es la resistencia del circuito de campo (R_c). Por lo tanto:

$$E = \frac{277.5\ Iexc}{2.81xIexc} + 3.33$$

en donde

$$Iexc = \frac{E}{52.296}$$

Sustituyendo obtenemos:

$$E = \frac{277.5\ E}{146.95 + E} + 3.333$$

que es una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son:

$$E = 137.44 \qquad E = -3.56$$

La solución válida es la primera, por tanto:

$$\boxed{E_{vacío} = 137.44 \text{ Volts}}$$

En estas condiciones se obtiene la máxima corriente de excitación siendo su valor:

$$Iexc = \frac{137.44}{52.296} = 2.6 \text{ Amp.}$$

Teniendo en cuenta además que la resistencia del circuito de campo (total) está entre 50 y 60 ohms, y la resistencia del embobinado es de 40 ohms, el restante corresponde al reóstato.

Características recomendables del reóstato	
Resistencia	0-30 ohms.
Capacidad de corriente 3 Amp. mínimo	

c) Para el trazo de la curva de variación de voltaje con carga, usamos las ecuaciones:

$$V = E - r_a\ I_L$$

$$E = \frac{a\omega Iexc}{b + Iexc} + P\omega$$

$$Iexc = \frac{V}{R_c}$$

Sustituyendo la tercera en la segunda y esta en la primera obtenemos:

$$V = \frac{a\omega V}{bR_c+U} + P \quad - r_a I_L$$

sustituyendo valores:

$$V = \frac{277.5 \cdot V}{146.95 + V} + 3.33 - 0.147 \; I_L$$

En donde lo más sencillo es considerar V como variable independiente, o sea:

$$\boxed{I_L = \frac{3328.8 + 910.75 \; V - 6.8 \; V^2}{146.95 + V}}$$

Para encontrar el valor máximo de I_L, igualamos a cero la primera derivada de esta función:

$$\frac{(146.95+V)(910.75-13.6V)-(3328.8+910.75V-6.8V^2)}{(146.95 + V)^2} = 0$$

que es una ecuación de segundo grado cuyas soluciones son

$$V = 55, \qquad V = 348.9$$

La solución válida es la primera, para la cual corresponde una corriente de línea $I_L = 162.66$.

Tabulando la función de corriente de línea obtenemos:

Referencia	V	I_L	Referencia	V	I_c
1	0	22.65	9	70	155.43
2	10	74.86	10	80	143.75
3	20	119.93	11	90	127.31
4	30	138.53	12	100	106.69
5	40	154.35	13	110	82.39
6	50	161.65	14	120	54.81
7	55	162.66	15	130	24.31
8	60	161.68	16	137.44	0.083

La gráfica aparece en la figura Ej. 1.4.

Para la potencia máxima que puede entregar el generador multiplicamos la ecuación

$$I_c = \frac{3328.8 + 910.75 \; V - 6.8 \; V}{146.95 + V}$$

Por V, con lo que el primer miembro equivale a P.

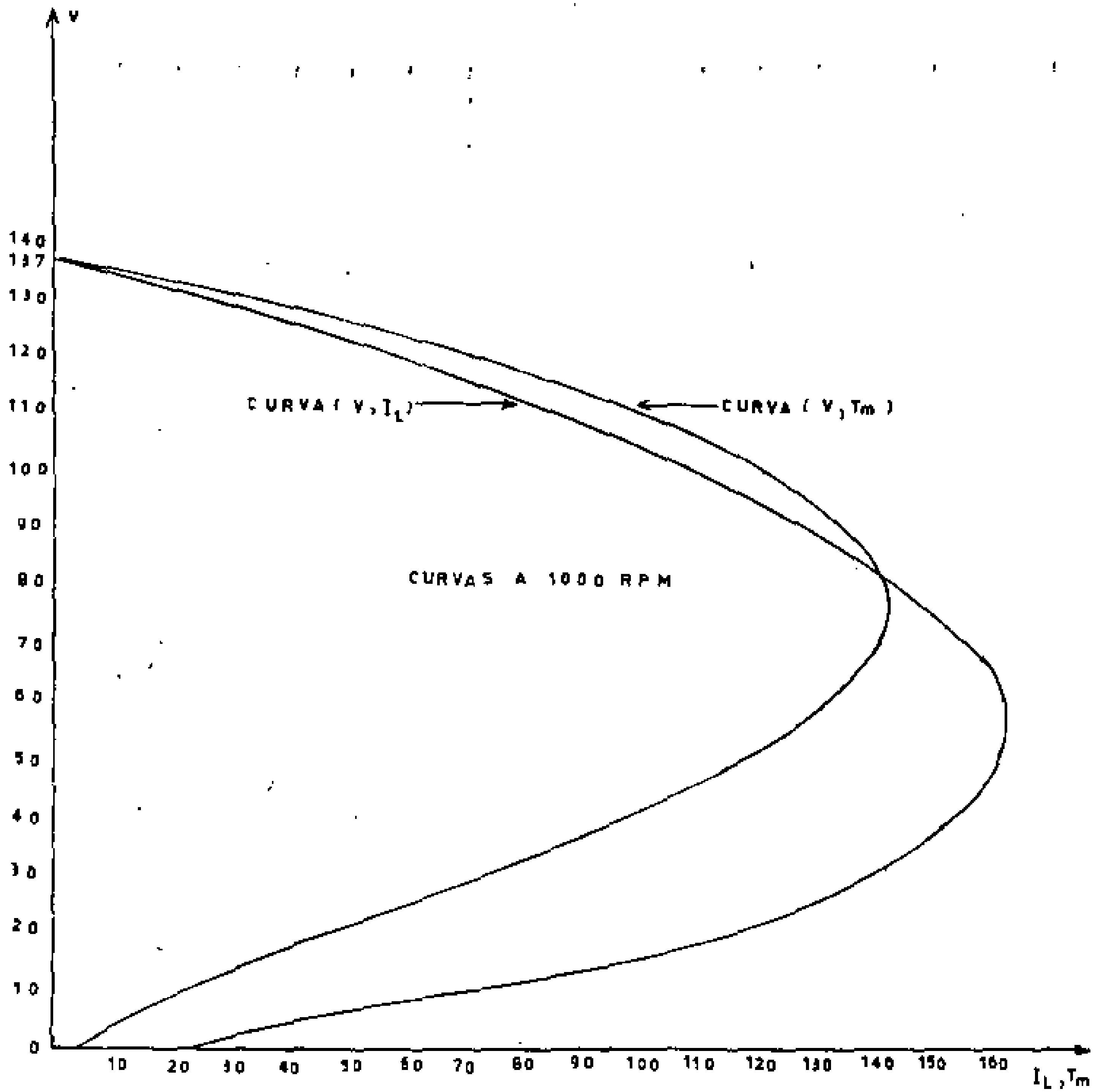

V
140
137
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
CURVA (V, I_L)
CURVA (V, Tm)
CURVAS A 1000 RPM
10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 150 160
I_L, Tm

FIG. Ej. 1.4

$$P = \frac{3328.8\ V + 910.75\ V^2 - 6.8\ V^3}{146.95 + V}$$

Igualando la primera derivada a cero:

$$\frac{(146.95+V)(3328.8+1821.5V-20.4V^2) - (3328.8V+910.75V^2-6.8\ V^3)}{(146.95 + V)^2} = 0$$

que es una ecuación de tercer grado. La raíz comprendida entre en rango de voltajes de la máquina es:

$$V = 84.5$$

para el cual corresponde una corriente:

$$I_L = 137.1$$

Por lo que la potencia máxima será:

$$P = V\ I_L = 84.5 \times 137.1$$

$$P_{max} = 11585.5 \text{ watts.}$$

La regulación de voltaje corresponde a los valores de vacío y plena carga, o sea $I_L=0$ e $I_L= 40$

$$\text{Reg.} = \frac{137.44-125}{125} \times 100$$

$$\text{Reg} = 9.9\ \%$$

d) El par mecánico que absorbe el generador está dado por:

$$T_m = \frac{E\ I_L}{\omega} + D$$

en donde $E = V + r_a\ I_L = V + 0.147\ I_L$

Para tabular esta ecuación lo más sencillo es hacer uso de la tabla de resultados del inciso (c).

Ref.	V	I_L	E	$\frac{E\ I_L}{\omega}$	T_m
1	0	22.65	3.329	0.720	4.593
2	10	74.86	21.004	15.017	19.043
3	20	119.93	37.629	43.102	46.97
4	30	138.53	50.363	66.636	70.50
5	40	154.35	62.689	92.41	96.28
6	50	161.65	73.762	113.88	117.75
7	55	162.66	78.911	122.59	126.46
8	60	161.68	83.767	129.35	133.22
9	70	155.43	92.84	137.82	141.69
10	80	143.75	101.131	138.84	142.71
11	90	127.31	108.71	132.18	136.05
12	100	106.69	115.68	117.87	121.74
13	110	82.39	122.111	96.09	99.96
14	120	54.81	128.05	67.037	70.90
15	130	24.31	133.573	31.01	34.88
16	137.44	0.083	137.452	0.1091	3.98

La gráfica correspondiente la observamos en la figura Ej, 1.4

El par máximo debe presentarse al valor en que el generador entrega su máxima potencia. Para 84.5 volts:

$$I_L = 137.1 \qquad E = 104.6 \qquad T_e = 139 \qquad T_m = 142.8$$

y la potencia mecánica necesaria para mover el generador en estas condiciones es:

$$P = T_{m\omega} = 14958.8 \text{ Watts} = 20 \text{ H.P.}$$

e) La ecuación de equilibrio mecánico para las condiciones de motor es:

$$T_m = \frac{E\ I_L}{\omega} - D\omega$$

Al multiplicar esta ecuación por la velocidad (ω), en el primer miembro nos queda la ptencia mecánica

$$P = E\ I_L - D\omega^2$$

$$7.5 \times 746 = E\ I_L - 0.037 \times 104.7^2$$

$$E\ I_L = 6000 \text{ Watts}$$

La ecuación de equilibrio eléctrico para las condiciones de motor es:

$$V = E + r_a\ I_L$$

Multiplicando esta ecuación por I_L tenemos:

$$V\ I_L = E\ I_L + r_a\ I_L$$

$$115\ I_L = 6000 + 0.147\ I_L$$

que es una ecuación de segundo grado cuyas raíces son

$$I_L = 56.2 \text{ Amp.} \qquad I_L = 726 \text{ Amp.}$$

El primer valor es el que tiene una interpretación real. LLevando este valor a la ecuación de equilibrio eléctrico:

$$V = E + r_a\ I_L$$

$$115 = E + 0.147 \times 56.2$$

$$E = 106.74 \text{ Volts}$$

Trabajando como motor, la operación de la máquina está lejos del magnetismo remanente, por lo que podemos aplicar la ecuación aproximada de Froelich:

$$E = \frac{2.6}{2.589 + I\ exc}\ \omega\ Iexc$$

de donde:

$$Iexc = \frac{2.589\ E}{2.6\ -E}$$

$$Iexc = \frac{2.589 \times 106.74}{(2.6 \times 104.7) - 106.74}$$

$$\boxed{Iexc = 1.67 \text{ Amp.}}$$

Para todo análisis en el que se mantenga constante este valor de la corriente de excitación, la constante de excitación será:

$$K_e = \frac{2.6 \times 1.67}{2.589+1.67}$$

$$K_e = 1.019$$

De manera que

$$E = 1.019\omega$$

Manteniemdo el voltaje aplicado y la corriente de excitación sin variación, la corriente de línea en vacío será:

$$0 = \frac{E\ I_L}{\omega} \quad D\omega$$

$$0 = 1.019\ I_L - (0.037 \times 104.7)$$

$$I_L = 3.8 \text{ Amp.}$$

y la velocidad en vacío la obtenemos de la ecuación de equilibrio eléctrico:

$$V = E + r_a\ I_L$$

$$115 = 1.019 \quad + (0.147 \times 2.8)$$

$$= 113.45 \text{ rad/seg.}$$

y por lo tanto, la regulación de velocidad será:

$$Reg = \frac{113.45 - 104.7}{104.7} \times 100$$

$$Reg = 8.3\ \%$$

f) La gráfica de variación de velocidad con respecto a la carga (par), nos interesa solamente dentro del rango comprendido entre vacío y carga nominal.

El par nominal es:

$$T_m = \frac{P_{nom}}{nom} = \frac{7.5 \times 746}{104.7}$$

$$T_m = 53.44 \text{ New- m}$$

Para el trazo de la gráfica, la ecuación correspondiente es la (7.8) de los apuntes

$$\omega = \frac{r_a}{K_e - r_a D} T_m + \frac{K_e V}{K_e - r_a D}$$

$$\omega = - \frac{0.147}{1.019 - (0.147 \times 0.037)} T_m + \frac{1.019 \times 115}{1.019 - (0.147 \times 0.037)}$$

$$\boxed{\omega = - 0.1422\ T_m + 113.45}$$

la cual graficaremos entre los valores $T_m = 0$ y $T_m = 60$ (considerando una pequeña sobrecarga) La gráfica la podemos observar en la figura Ej. 1.5.

g) Si se establece un control de velocidad podemos comensar con la velocidad nominal en vacío, ya que ésta se mantendra hasta las condiciones de plena carga pro la acción del control.

Para obtener el voltaje y corriente nominales en las condiciones de plena carga, es factible abatir el voltaje aplicado en vacío a fin de mantener la velocidad constante, por lo que podemos utilizar los valores de parámetros encontrados anteriormente para aplicar la ecuación (6.8)-c.

$$V = \frac{r_a}{K_e} T + \frac{\omega (K_e^2 - r_a D)}{K_e}$$

$$\boxed{V = 0.145\ T + 106.2}$$

que graficaremos entre T = 0 y T - 60 New-m para la figura Ej. 1.6.

h) La gráfica de control de velocidad a par constante también aprovecha los valores de parámetros que ya tenemos, para aplicar la ecuación (6.8)-b

Ahora vamos a suponer distintas condiciones de carga, como por ejemplo, 0.25 T_{nom}, 0.50 T_{nom}, 0.75 T_{nom} y T_{nom}, lo que nos dará una familia de curvas

$$\omega = \frac{K_e}{K_e^2 - r_a D} F - \frac{r_a T_m}{K_e^2 - r_a D}$$

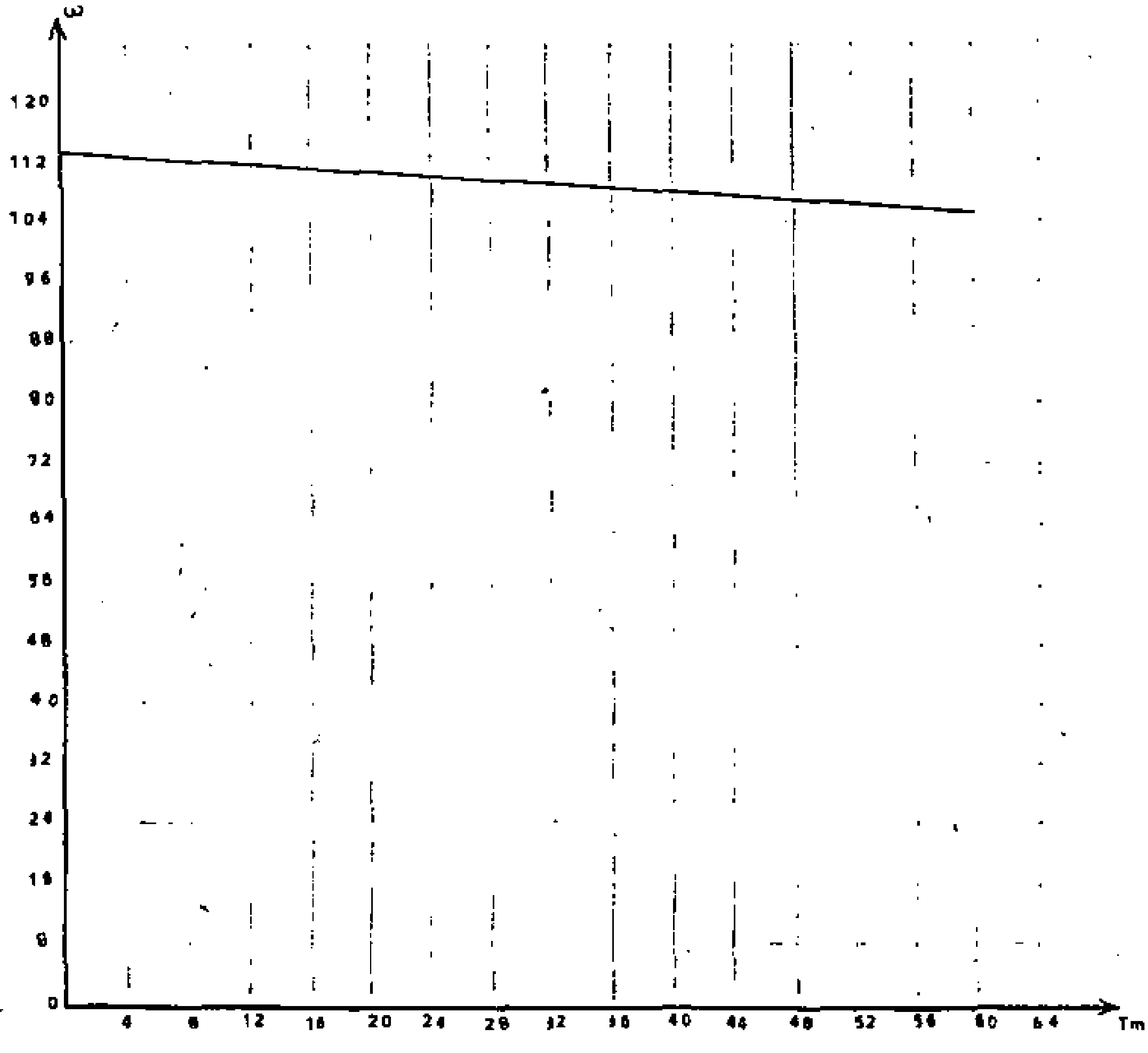

ω
120
112
104
96
88
80
72
64
56
48
40
32
24
16
8
0
4
8
12
16
20
24
28
32
36
40
44
48
52
56
60
64
Tm

FIG. Ej.1.5

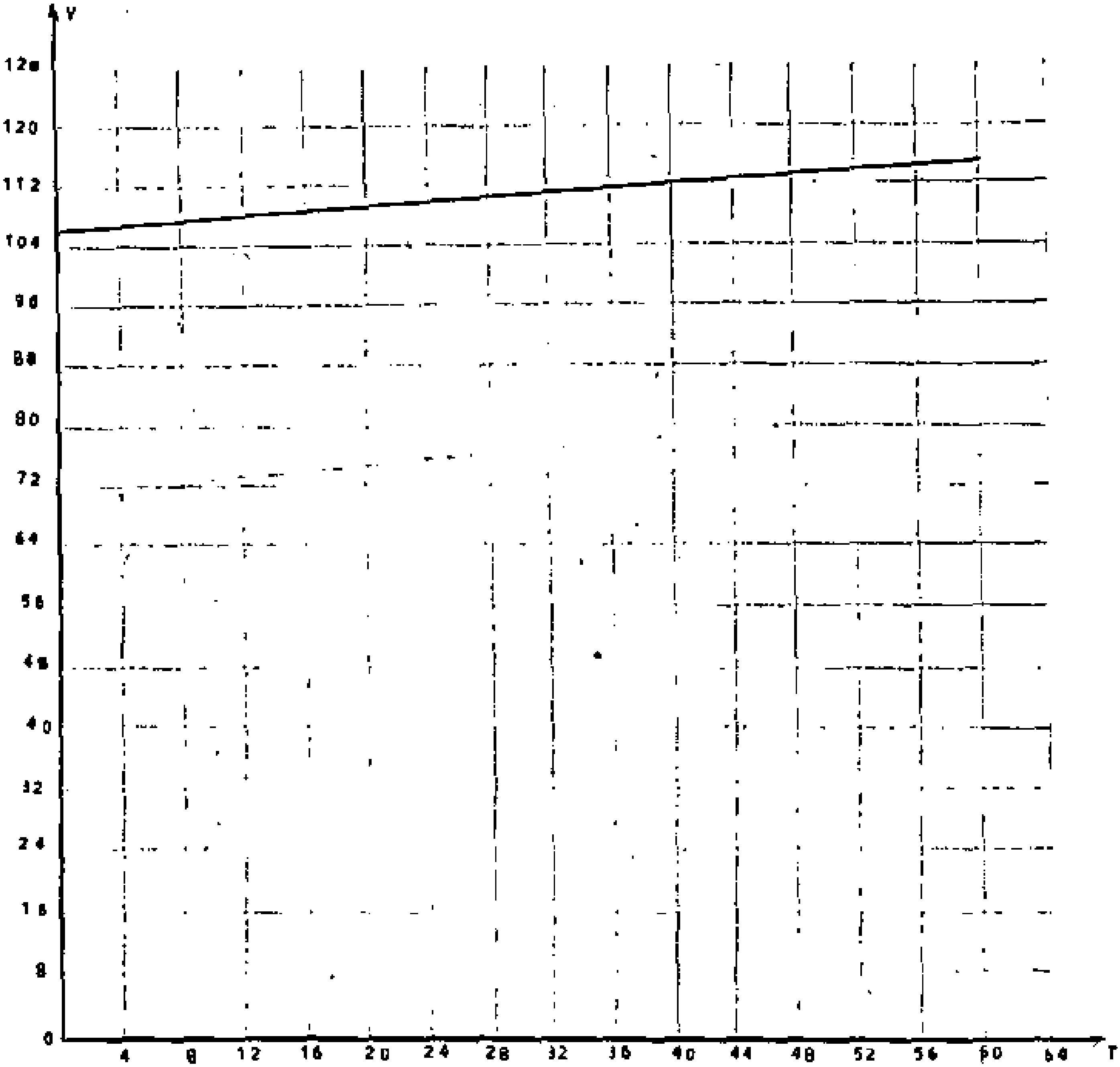


FIG. Ej. 1.6

$$\boxed{\omega = V - 0.15\ T_m}$$

que graficaremos entre $V = 0$ y $V = 115$ para $T_m = 14$, $T_m = 28$, $T_m = 42$ y $T_m = 56$ en la figura Ej. 1.7.

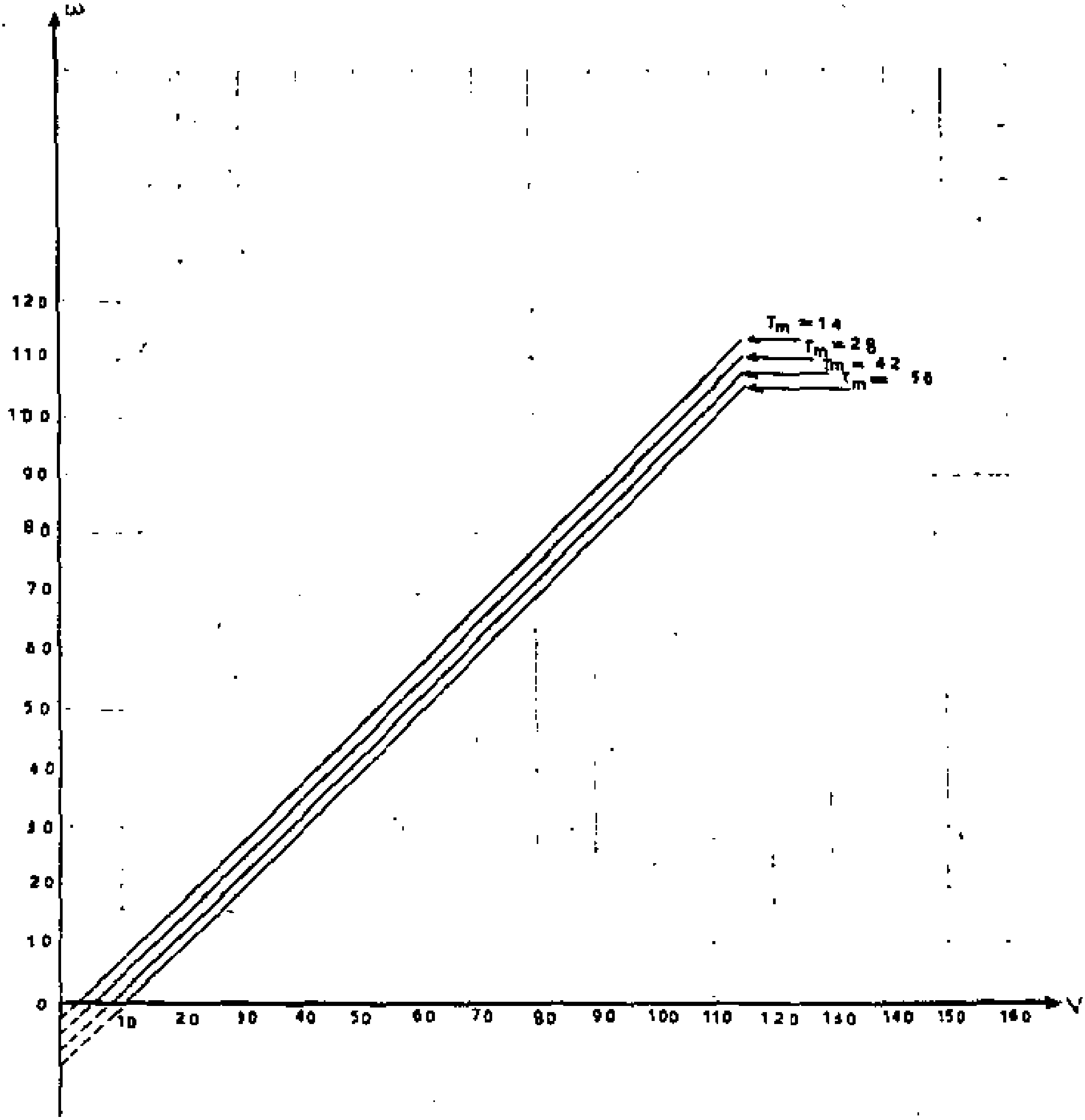

ω
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
110
120
130
140
150
160
V
$T_m = 14$
$T_m = 28$
$T_m = 42$
$T_m = 56$

FIG. Ej. 1.7

BIBLIOGRAFIA

Meisel J.- Principios de Conversión de Energía Electromecánica
Mc Graw Hill México 1975.

Langsdorf A.S.- Principios de Máquinas de Corriente Continua.
Mc Graw Hill México 1977.

Matsch L.W.- Máquinas Electromagnéticas y Electromecánicas
Representaciones y Servicios de Ingeniería México 1974.

Thaler G.J. y Wilcox M.L.- Máquinas Eléctricas
Limusa México 1974.