



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA PETROLERA Y DE GAS NATURAL – YACIMIENTOS

DESARROLLO DE UN MODELO MATEMÁTICO PARA CARACTERIZAR E  
IDENTIFICAR EL TIPO DE DAÑO A LA FORMACIÓN CAUSADO POR LA  
DEPOSITACIÓN DE ASFALTENOS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
VÍCTOR MATÍAS PÉREZ

TUTOR  
SIMÓN LÓPEZ RAMÍREZ, FACULTAD DE QUÍMICA

MÉXICO, D. F. 2013

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. SAMANIEGO VERDUZCO FERNANDO  
Secretario: DR. HERRERA GOMEZ RAFAEL  
Vocal: DR. LÓPEZ RAMÍREZ SIMÓN  
1<sup>er</sup>. Suplente: DR. GONZALEZ GUEVARA JOSE ANTONIO  
2<sup>do</sup>. Suplente: M.I. VASQUEZ CRUZ MARIO ALBERTO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, INSTITUTO MEXICANO DEL PETRÓLEO.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. LOPEZ RAMIREZ SIMON

-----  
**FIRMA**

*(Segunda hoja)*

## ÍNDICE

<b>Glosario de Símbolos</b>	<b>I</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>IV</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>V</b>
<b>CAPÍTULO 1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1.1 Precipitación de Asfaltenos</b>	<b>1</b>
<b>1.2 Depósitacion de Asfaltenos</b>	<b>2</b>
<b>CAPÍTULO 2. Conceptos Básicos</b>	<b>3</b>
<b>2.1 El medio Poroso</b>	<b>3</b>
<b>2.1.1 Flujo de Fluidos en Medios Porosos: una Sola Fase</b>	<b>3</b>
<b>2.1.2 Ley de Darcy</b>	<b>4</b>
<b>2.1.3 Restricciones de la Ley de Darcy</b>	<b>6</b>
<b>2.1.4 Número de Reynolds</b>	<b>7</b>
<b>2.1.5 Aplicación de la Ley de Darcy en la Ingeniería de Yacimientos</b>	<b>10</b>
<b>2.2 Fluidos del Yacimiento</b>	<b>10</b>

2.2.1	El Petróleo	11
2.2.2	Asfaltenos	12
2.3	Daño a la Formación	13
2.4	Propiedades Petrofísicas de la Roca del Yacimiento	14
2.4.1	Porosidad	14
2.4.2	Efecto de la Compactación de la Porosidad	15
2.4.3	Permeabilidad Absoluta	15
2.4.4	Determinación de la Permeabilidad Absoluta	15
2.4.5	Efecto Klinkenberg	16
2.4.6	Permeabilidades Efectiva, $k_{ef}$ , y Relativa, $k_{ri}$	17
2.4.7	Permeabilidades Relativas en Procesos de Drene para Flujo en Dos Fases	18
<b>CAPÍTULO 3. Precipitación y Depósito de Asfaltenos</b>		<b>22</b>
3.1	Modelos Termodinámicos para la Precipitación de Asfaltenos	22
3.1.1	Modelo de Solubilidad	22
3.1.2	Modelo Coloidal	23
3.1.3	Modelo Termodinámico de Micelización	23
3.1.4	Modelo de Partículas Sólidas	23
3.2	Dinámica del Depósito de Asfaltenos en el Medio Poroso	23

3.2.1	<b>Modelos para la Adsorción y Entrampamiento Mecánico</b>	<b>24</b>
3.2.2	<b>Reducción de la Permeabilidad y su Modelamiento</b>	<b>27</b>
<b>CAPÍTULO 4.</b>	<b>Modelo Propuesto y Mecanismos Principales de Depósito de Asfaltenos</b>	<b>31</b>
<b>4.1</b>	<b>Modelo de Adsorción y Entrampamiento de Asfaltenos en el Medio Poroso</b>	<b>32</b>
4.1.1	<b>Modelo Adsorción de Asfaltenos</b>	<b>33</b>
4.1.2	<b>Modelo Entrampamiento Mecánico de Asfaltenos</b>	<b>35</b>
4.1.3.	<b>Modelo Acoplado</b>	<b>36</b>
<b>4.2</b>	<b>Comparación de Resultados Experimentales con el Modelo Propuesto</b>	<b>37</b>
4.2.1	<b>Adsorción de Asfalteno en las Paredes del Poro</b>	<b>39</b>
4.2.2	<b>Entrampamiento Mecánico</b>	<b>41</b>
4.2.3	<b>Comparación de los Modelos de Adsorción y Entrampamiento</b>	<b>45</b>
4.2.4	<b>Modelo Acoplado (Adsorción Seguida de Entrampamiento Mecánico)</b>	<b>46</b>
	<b>Conclusiones</b>	<b>50</b>
	<b>Referencias</b>	<b>51</b>
	<b>Apéndice A</b>	<b>55</b>
	<b>Apéndice B</b>	<b>60</b>

## Glosario de Símbolos

Símbolo	Significado
$a$	= parámetro de ajuste en la ecuación de Gruesback y Collins (1982), parámetro de ajuste en Forchheimer
$A$	= parámetro de ajuste adimensionalizado
$b$	= parámetro de ajuste en la ecuación de Gruesback y Collins (1982)
$B$	= parámetro de ajuste adimensionalizado
$C_0$	= parámetro de ajuste
$C_1$	= parámetro de ajuste
$C_i$	= concentración volumétrica del elemento $i$
$c_f$	= compresibilidad de la formación
$C_s$	= concentración volumétrica de sólidos
$C_s^*$	= concentración volumétrica inicial de sólidos
$C_{SD}$	= concentración adimensional de sólidos o partículas
$C_{sf}$	= masa de los asfaltenos precipitados por masa de la fase aceite
$C_{vsf}$	= fracción volumétrica del asfalteno en la fase aceite
$d_p$	= diámetro de partícula
$d'$	= longitud característica
$D'$	= constante de difusión
$E_A$	= fracción volumétrica de asfalteno depositado por volumen total
$f$	= fuerza de arrastre
$f_i$	= distribución de tamaño del elemento $i$
$f_p$	= factor de Fricción de Dullien
$f_p$	= parámetro de efecto válvula en la ecuación de Ali e Islam (1998)
$f_{pD}$	= distribución de poro adimensionalizada
$F_{pD}(r_{pD})$	= fracción de poros de tamaño que van de 0 a $r_{pD}$
$h$	= altura manométrica
$I(r_{pD})$	= gasto volumétrico a través del intervalo de gargantas de poro que tienen radios que van de cero a $r_{pD}$
$I(\infty)$	= gasto total a través de los poros
$k$	= permeabilidad absoluta
$k_{ef}$	= permeabilidad efectiva
$k_{nwt}$	= permeabilidad efectiva a la fase no mojante
$k_{nwt@S^*wt}$	= permeabilidades relativa extrema
$k_{nwt} / S^*wt = 0$	= permeabilidad efectiva a la fase no mojante a condiciones de saturación irreductible de fluido mojante
$k_{ri}$	= permeabilidad relativa
$k_{wt} / S^*wt = 1$	= permeabilidad efectiva a la fase mojante a condiciones de saturación del 100%
$k_0$	= permeabilidad inicial
$k_{01}$	= permeabilidad inicial de canales que se bloquean completamente por asfalteno
$k_{02}$	= permeabilidad inicial de canales que se bloquean parcialmente por

	=	asfalteno
$K_a$	=	cociente de tasas a la que el asfalteno es adsorbido y des-adsorbido del mineral
$l_p$	=	longitud promedio del poro
$L$	=	longitud del medio poroso
$L$	=	transformada de Laplace
$N'$	=	factor de proporcionalidad adimensional que está relacionado con la forma del medio poroso
$N_p$	=	concentración volumétrica de poros
$N_p^*$	=	concentración volumétrica inicial de poros
$N_{pD}$	=	concentración adimensional de poros
$p$	=	presión absoluta
$P_c$	=	presión capilar
$P_e$	=	presión de admisión
$q$	=	velocidad de flujo, gasto volumétrico
$Q$	=	gasto volumétrico
$r_p$	=	radio de poro
$r_p^*$	=	radio de inicial de poro
$r_{pD}$	=	radio adimensional de poro
$r_s$	=	radio de partícula
$r_s^*$	=	radio inicial de partícula
$r_{sD}$	=	radio adimensional de partícula
$R$	=	constante universal de los gases
$Re$	=	número de Reynolds
$Re_p$	=	número de Reynolds en función del diámetro de poro
$Re_{part}$	=	número de Reynolds en función del diámetro de partícula
$S_{wt}$	=	saturación de la fase mojante
$S_{wt}^*$	=	saturación efectiva de la fase mojante
$S_{wtr}$	=	saturación irreductible de la fase mojante
$t$	=	tiempo
$t_c$	=	tiempo crítico
$t_D$	=	tiempo adimensional, volumen de poro
$T$	=	temperatura
$u$	=	velocidad superficial
$u_R$	=	velocidad intersticial en Levich (1962) y Sharma y Yortsos (1987)
$u_{RD}$	=	velocidad intersticial adimensionalizada
$v_o$	=	velocidad intersticial
$v_{ocr}$	=	velocidad intersticial crítica
$V$	=	volumen
$V_a$	=	volumen molar del asfalteno
$V_L$	=	volumen molar del aceite desasfaltado
$W_{sa}$	=	masa del asfalteno adsorbido por masa de roca
$x$	=	distancia afectada por asfalteno en el medio poroso
$x_D$	=	distancia adimensional
$z$	=	variable que correlaciona la distancia y tiempo

$\alpha$	=	tasa de depósito superficial de asfalto
$\alpha_0$	=	parámetro empírico de la ecuación de Gruesback y Collins (1982)
$\alpha_1$	=	parámetro empírico de la ecuación de Gruesback y Collins (1982)
$\beta$	=	tasa de entrapamiento de asfalto, parámetro de Frochheimer
$\gamma_i$	=	coeficiente de bloqueo de gargantas de poro
$\delta_A$	=	parámetro de solubilidad del asfalto
$\delta_L$	=	parámetro de solubilidad de la fase líquida
$\Delta p$	=	caída de presión a través del medio poroso
$\Delta U_{\text{vaporización}}$	=	energía de vaporización
$\varepsilon$	=	cociente entre la longitud de poro y longitud total
$\zeta$	=	índice de distribución de tamaño de poro
$\eta$	=	volumen de asfalto depositado por volumen inicial de poro
$\lambda$	=	parámetro de ajuste
$\mu$	=	viscosidad del fluido
$\rho$	=	densidad del fluido
$\sigma$	=	coeficiente de eficiencia de agregación de asfalto
$\varphi_a$	=	fracción volumétrica de asfalto disuelto en el aceite
$\phi$	=	porosidad efectiva
$\phi_0$	=	porosidad inicial

## Lista de Figuras

Figura	Leyenda	Página
2.1	Diagrama esquemático del aparato experimental utilizado por Darcy (Hubbert, 1956).	4
2.2	Resultados experimentales obtenidos por Darcy en sus experimentos de octubre 29 a Noviembre 2 de 1855 (Hubbert, 1956)	5
2.3	Clasificación esquemática del flujo a través de medios porosos (Bear, 1972).	8
2.4	Relación entre el factor de fricción de Fancher y el número de Reynolds para el flujo a través de medios porosos granulares.	9
2.5	Gráfica de la permeabilidad al aire contra el recíproco de la presión	17
2.6	Representación esquemática de las saturaciones	19
2.7	Curvas de Drene de Permeabilidades Efectivas	19
2.8	Permeabilidades relativas vs.Saturación efectiva de la fase mojante normalizadas de acuerdo con Ecs. (2.20) a (2.22)	20
2.9	Proceso de Drene	21
3.1	Isotermas de Langmuir para la adsorción de asfaltenos en diferentes tipos de roca (Dubey y Waxman, 1991)	24
3.2	Esquematzación del entrapamiento mecánico propuesto por Gruesback y Collins (1982)	25
3.3	Reducción de la permeabilidad al aceite en función de volumen de poro inyectado (Minssieux, 1998)	29
3.4	Influencia de la concentración de asfaltenos en las curvas de permeabilidad relativa (Shedid, 2001)	30
4.1	Sistema considerado y partículas de interés	32
4.2	Comparación entre resultados experimentales HMD_26 (Minssieux, 1998) y obtenido con el modelo. $C_0 = 0.00125$ , $\lambda = 4$	39
4.3	Comparación entre resultados experimentales GF 1 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo. $C_0 = 0.0125$ , $\lambda = 10$	40
4.4	Comparación entre resultados experimentales GV 5 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo. $C_1 = 0.13$	41
4.5	Comparación entre resultados experimentales núcleo 2 (Shedid, 2001) y obtenidos con el modelo. $C_1 = 0.12$	42
4.6	Comparación entre resultados experimentales núcleo 1 (Shedid, 2001) y obtenidos con el modelo. $C_1 = 0.035$	42
4.7	Comparación entre resultados experimentales Ali e Islam (1998) y obtenidos con el modelo. $C_1 = 0.26$	43
4.8	Comparación entre resultados experimentales Papadimitriou y cols (2007) y obtenidos con el modelo. $C_1 = 3.70$	43
4.9	Comparación entre resultados experimentales Rezaian y cols (2010) y obtenidos con el modelo. $C_1 = 0.65$	44
4.10	Comparación entre resultados experimentales GF 3 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo. $C_0 = 0.07$ , $C_1 = 0.032$ , $\lambda = 50$ , $t_c = 8$	47

4.11	Comparación entre resultados experimentales GV 10 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo. $C_0 = 0.07$ , $C_1 = 0.17$ , $\lambda = 50$ , $t_c = 8$	47
4.12	Comparación entre resultados experimentales GP 9 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo. $C_0 = 0.07$ , $C_1 = 0.028$ , $\lambda = 50$ , $t_c = 8$	48
4.13	Comparación entre resultados experimentales (Argüelles, 2006) y obtenidos con el modelo. $C_0 = 0.04$ , $C_1 = 0.014$ , $\lambda = 50$ , $t_c = 8$	49

## Lista de Tablas

<b>Tabla</b>	<b>Leyenda</b>	<b>Página</b>
2.1	Análisis elemental de una muestra de aceite crudo típico	11
4.1	Propiedades petrofísicas de la roca y del aceite	38

# CAPÍTULO 1

## 1. Introducción

La precipitación y deposición de asfaltenos tiene un efecto importante en el flujo de petróleo a través del medio poroso. Es un problema serio debido a que puede causar taponamiento en la formación o en tuberías y por ende disminuir la capacidad de producción en los pozos.

La precipitación y depósito de asfaltenos, a nivel de laboratorio, se ha estudiado teórica y experimentalmente pero hasta la fecha no se tiene un lineamiento o metodología general que permita conocer a detalle los mecanismos bajo los cuales se rigen cada uno de estos fenómenos y cómo influyen con precisión en propiedades petrofísicas de importancia como lo son la permeabilidad y la porosidad.

Este trabajo presenta un modelo matemático que permita entender la forma en que afecta el depósito de asfaltenos el flujo a través del medio poroso, particularmente se estudia la permeabilidad absoluta y su evaluación conforme fluye aceite conteniendo asfaltenos.

Se presentan también algunas consideraciones para entender la problemática de los asfaltenos y su influencia durante las distintas etapas de explotación de petróleo.

### 1.1 Precipitación de asfaltenos

De acuerdo a Nghiem (1999) el término precipitación se refiere a la formación de asfalteno como resultado del cambio del equilibrio termodinámico entre éste y el medio que le rodea. Por supuesto, el asfalteno precipitado tiene la capacidad de formar estructuras más complicadas y de mayor tamaño con moléculas de estructura molecular similar (con otras moléculas de asfalteno).

Los yacimientos que experimentan precipitación de asfaltenos y que tienen problemas de producción debido a ello suelen tener las características siguientes (de Boer y cols., 1995):

- El aceite es ligero y tiene una concentración pequeña de asfaltenos.
- La presión inicial del yacimiento es mucho más grande que la presión de saturación o de burbuja.
- La máxima precipitación ocurre alrededor de la presión de burbuja.

Los crudos que se consideran pesados y que contienen una cantidad considerable de asfaltenos tienen pocos o nulos problemas debidos a la precipitación. Leontaritis y Mansoori (1988) han recopilado casos de campo que presentaron problemas de precipitación de asfaltenos durante la explotación primaria. Un caso extremo es el de un aceite Boscan de Venezuela que, con una concentración másica de 17 % de asfalteno, no presenta problemas de

precipitación, mientras que el aceite Hassi Messaoud de Argelia con apenas 0.062 % de concentración másica de asfalteno, ha presentado serios problemas durante la producción.

## **1.2 Depósito de asfaltenos**

La depositación o depósito de asfaltenos se refiere a aquel asfalteno precipitado que se asienta en la superficie del medio poroso.

Una vez en el yacimiento y después de que la precipitación ha comenzado, el asfalteno precipitado puede permanecer en suspensión y fluir junto con la fase aceite, o bien puede depositarse en la superficie de la roca. Se cree que los mecanismos principales de depósito son la adsorción y el entrapamiento mecánico. Mediante la adsorción el asfalteno puede modificar propiedades como la mojabilidad, o bloquear poros y alterar la permeabilidad. El entrapamiento mecánico suele considerarse un mecanismo más agresivo para disminuir la permeabilidad y se considera que éste ocurre una vez las partículas precipitadas de asfalteno tienen el tamaño suficiente para bloquear las gargantas de poro.

## CAPÍTULO 2

### 2. Conceptos Básicos

#### 2.1 El medio poroso

Un medio poroso consiste de una matriz con gran cantidad de poros y gargantas de poros microscópicas que en algunos modelos pueden suponerse como tubos estrechos por los cuales un fluido puede fluir (Ortega, 2003). De acuerdo a Bear (1972) es posible definir un medio poroso de la manera siguiente:

- a) Una porción del espacio ocupada por materia heterogénea o de múltiples fases. Por lo menos una de las fases que conforman esta materia no es sólida; pueden ser fases sólidas o líquidas. La fase sólida es llamada matriz sólida; ese espacio dentro del campo del medio poroso que nos es parte de la matriz sólida es llamado espacio vacío (o espacio de poro).
- b) La fase sólida debe estar distribuida a través del medio poroso dentro del campo ocupado por el medio; esta fase tiene que estar presente dentro de cada elemento de volumen representativo. Otra característica básica de un medio poroso es que los diversos huecos que componen el espacio vacío son relativamente estrechos.
- c) Al menos algunos de los poros que conforman el espacio poroso deben estar interconectados. El espacio de poro interconectado es llamado espacio de poro efectivo.

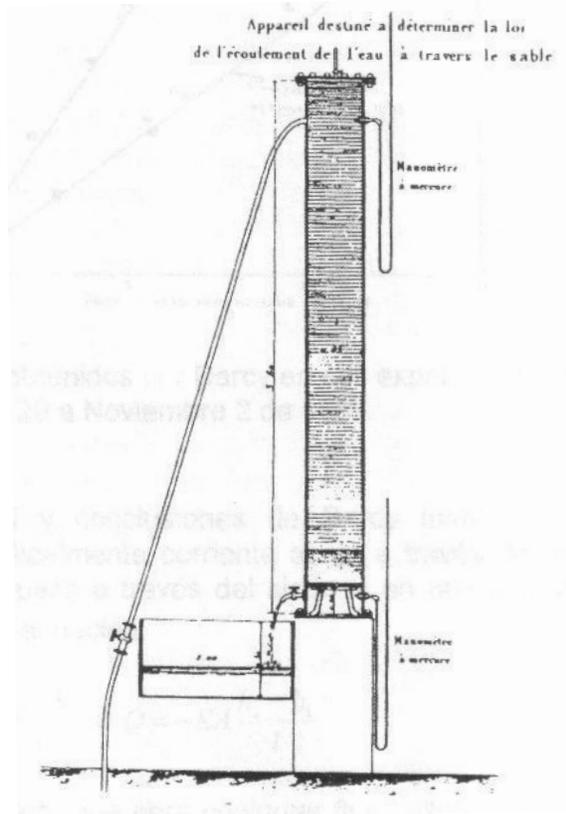
Es importante mencionar que es complicado establecer una definición exacta que sea lo suficientemente general para ser aplicada a la amplia variedad de medios porosos existentes. A algunas de las características del medio poroso se les pueden asignar valores numéricos, a otras, principalmente las relacionadas con la geometría de la superficie del sólido no se les pueden asignar tales valores (Bear, 1972)

##### 2.1.1 Flujo de fluidos en medios porosos: una sola fase

Las características del flujo de cualquier medio poroso se representan por su permeabilidad ( $k$ ), su porosidad ( $\phi$ ) y su tortuosidad (Wang, 1996). Las leyes empíricas de flujo a través de medios porosos tienen varios aspectos de importancia práctica; son importantes, por ejemplo, en los cálculos de desplazamiento del agua bajo tierra, del petróleo y del gas natural a través de rocas porosas. La descripción del flujo en medios porosos se considera complicada debido a la usual complejidad del medio. Por ejemplo, aunque el flujo en un tubo capilar es descrito por ecuaciones simples, el flujo a través de redes de tubos también capilares es imposible de conocerlo a detalle (Ortega, 2003).

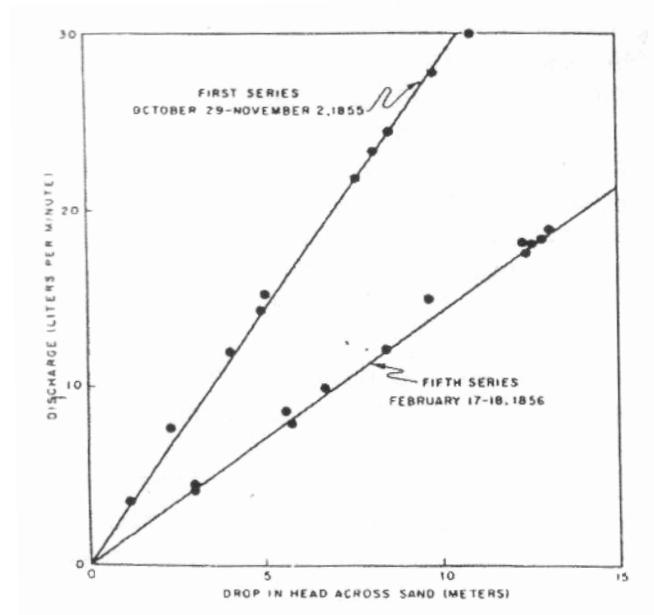
### 2.1.2 Ley de Darcy

El pionero en el estudio del flujo de fluidos a través de medios porosos fue el ingeniero francés Henry Darcy. En 1856, Darcy escribió en un apéndice de su libro, *Les Fontaine Publiques de la Ville de Dijon*, una serie de experimentos del flujo vertical corriente abajo del agua a través de un empaque de arena (Hubbert, 1956).



**Fig. 2.1** Diagrama esquemático del aparato experimental utilizado por Darcy (Hubbert, 1956).

El equipo usado por los experimentos consistió de un cilindro de acero de 0.35 metros de diámetro y 3.5 metros de longitud (la Fig. 2.1 presenta 3.5 metros, pero el texto dice 2.5 metros) que contenía un empaque de arena no consolidada de aproximadamente un metro de longitud. En ambos extremos del empaque se colocó un cendal (tela de seda o lino muy delgada y transparente) permeable y un manómetro de mercurio para medir la presión en estos puntos. La unidad de presión usada fue el metro de agua y los datos obtenidos se expresaron directamente en términos de alturas de columnas de agua de manómetros de agua equivalentes (con base en un plano de referencia estándar). Para cada serie de experimentos, el sistema se cargó con diferentes muestras de arena, las cuales estaban completamente saturadas con agua. Mediante el ajuste de las válvulas, que estaban colocadas en los extremos del empaque, de entrada y de salida de agua se podían obtener diferentes flujos volumétricos. La Fig. 2.2 muestra los resultados experimentales obtenidos.



**Fig. 2.2** Resultados experimentales obtenidos por Darcy en sus experimentos de octubre 29 a Noviembre 2 de 1855 (Hubbert, 1956)

Las observaciones y conclusiones de Darcy fueron las siguientes: cuando el agua fluye verticalmente corriente abajo a través de la arena, el volumen de agua  $Q$  que pasa a través del sistema en una unidad de tiempo está dado por la ecuación siguiente:

$$Q = KA \frac{h_1 - h_2}{l}. \quad (2.1)$$

Dicho de otra manera, para cualquier flujo volumétrico, la velocidad de flujo es directamente proporcional a la diferencia de alturas manométricas, es decir,

$$q = \frac{Q}{A} = -K \frac{h_2 - h_1}{l}, \quad (2.2)$$

donde  $K$  es un factor de proporcionalidad,  $A$  es el área de la sección transversal de la arena,  $l$  es el grosor de la arena y las variables  $h_1$  y  $h_2$  son las alturas manométricas. Darcy estableció que el factor  $K$  es un coeficiente que depende principalmente de la permeabilidad de la arena.

Escribiendo la ecuación (2.2) en forma diferencial se tiene,

$$q = -\frac{dh}{dl}. \quad (2.3)$$

Poco tiempo después de la publicación del trabajo de Darcy, las relaciones expresadas por las Ecs. (2.1) a (2.3) se conocieron como la Ley de Darcy. Experimentos posteriores demostraron que fuese cual fuese la orientación del empaque de arena, la diferencia de las alturas manométricas era siempre la misma para una velocidad de flujo dada, es decir, que la Ley de Darcy es invariante con respecto a la dirección de flujo en el campo gravitacional de la Tierra. También se encontró que cuando se cambian las propiedades del fluido, ya sea la viscosidad o la densidad del fluido, o las propiedades geométricas de la arena, la ley de Darcy sigue siendo válida, pero el valor de  $K$  cambia (Hubbert, 1956).

Considerando que  $K$  depende únicamente de la permeabilidad de la arena y que en años posteriores a sus experimentos se llegó a la conclusión de que la permeabilidad debería ser una constante del sólido, independientemente del fluido inmerso en el medio poroso, Hubbert (1956) estableció que la única propiedad del sólido que afecta la velocidad de flujo es el factor geométrico:

$$k \equiv N' d'^2 . \quad (2.4)$$

Esta expresión se define como la permeabilidad del medio poroso, en donde  $N'$  es un factor de proporcionalidad adimensional que está relacionado con la forma del medio poroso y  $d'$  es una longitud, el diámetro medio del grano. Las dimensiones de la permeabilidad son  $[L^2]$ .

Hubbert (1956), además de proponer tres formas diferentes de expresar la Ley de Darcy obtenida de resultados experimentales, fue más allá al demostrar que la Ley de Darcy se puede obtener a partir de la ecuación fundamental de Navier-Stokes que describe el movimiento de un fluido viscoso.

En trabajos recientes se ha publicado la Ley de Darcy deducida a partir de otras ecuaciones; por ejemplo, Teng y Zhao (2000) obtuvieron una ecuación que puede considerarse como una forma generalizada de la Ley de Darcy, la cual aplica tanto para flujo Stokes como para flujo no Stokes en medios porosos.

La expresión es la siguiente,

$$\rho \left( \frac{\partial u}{\partial t} + u \cdot \nabla u \right) + \frac{1 + Re_p}{K} \mu \cdot u = -\nabla p + f \quad , \quad (2.5)$$

donde  $u$  es la velocidad superficial,  $Re$  es el número de Reynolds y  $f$  es una fuerza de arrastre.

### 2.1.3 Restricciones de la Ley de Darcy

La Ley de Darcy requiere que las fuerzas de fricción entre el medio poroso y el fluido predominen sobre las fuerzas inerciales del fluido. La invalidez de la Ley de Darcy resulta cuando la distorsión en las líneas de flujo es lo bastante grande como para considerar efectos

inerciales significativos. La Ley de Darcy puede aplicarse solamente en los casos donde el flujo a través de los poros de un medio poroso pueda representarse como flujo de Stokes.

#### 2.1.4 Número de Reynolds

Para que la Ley de Darcy sea válida, debe usarse en un intervalo determinado por el número de Reynolds para un medio poroso (Bear, 1972). El número de Reynolds se representa para medios porosos en función del diámetro de poro del medio ( $Re_p$ ),

$$Re_p = \frac{u_p d_p \rho}{\mu} ; \quad (2.6)$$

o en función del diámetro de la partícula del medio, modelado como partículas esféricas u otra forma geométrica (Seguin et al. 1998),

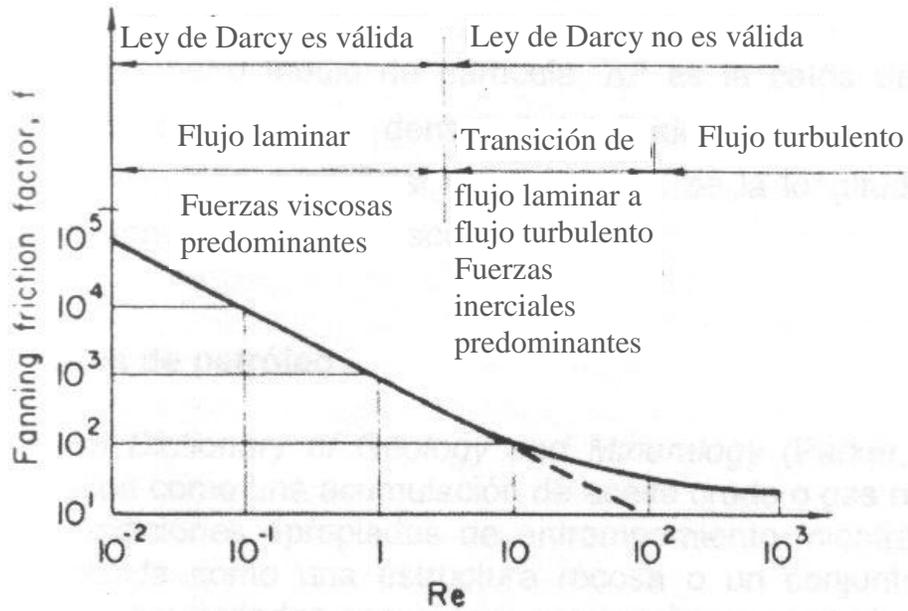
$$Re_{part} = \frac{u_p d_{part} \rho}{\mu} , \quad (2.7)$$

donde  $u_p$  es la velocidad a nivel de poro,  $u$  es la velocidad superficial del fluido,  $d_p$  es el diámetro de poro,  $d_p$  es el diámetro de la partícula,  $\rho$  es la densidad del fluido y  $\mu$  es la viscosidad del fluido.

Bear (1972) distinguió tres regiones para el flujo de fluidos a través de medios porosos, las cuales se basan en el número de Reynolds del poro ( $Re_p$ ) o el número de Reynolds de partícula ( $Re_{part}$ ):

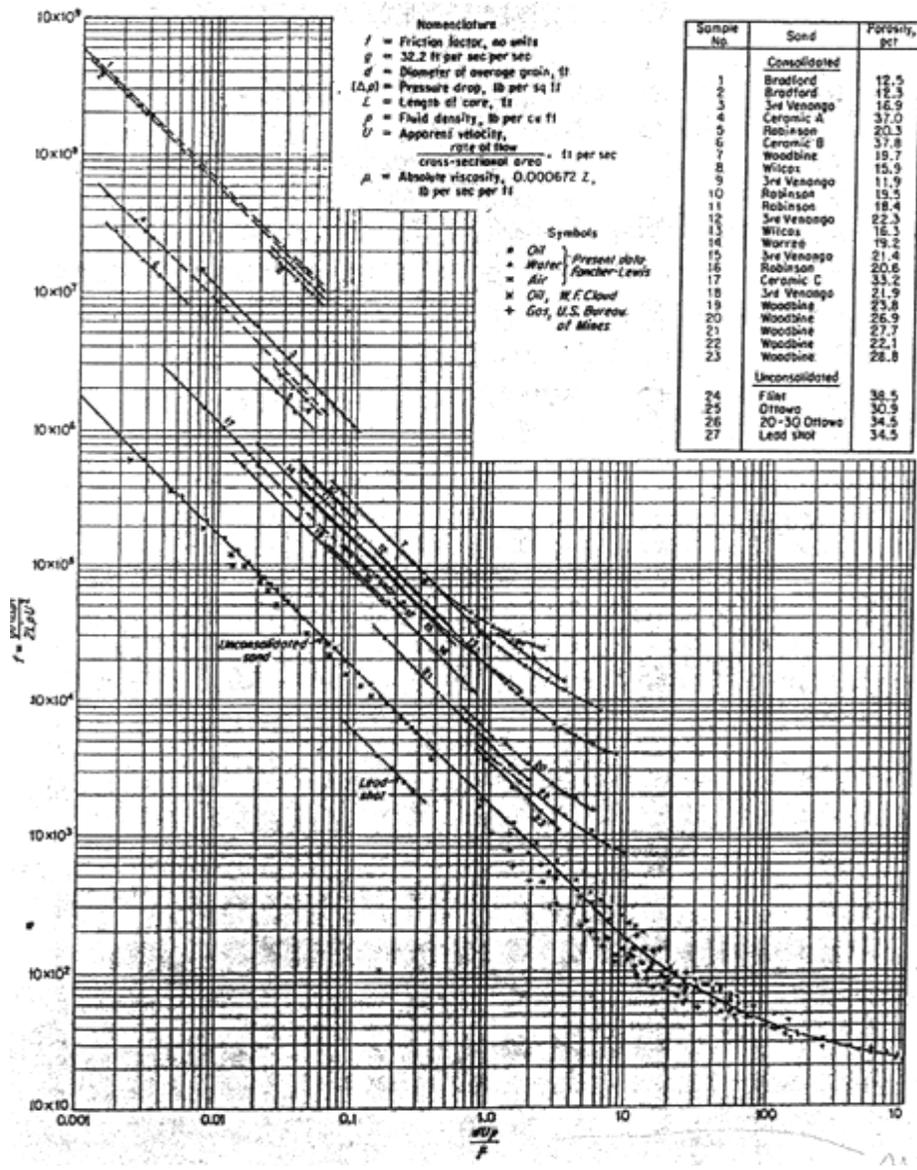
1. En números de Reynolds bajos se tiene una región donde el flujo es laminar, las fuerzas viscosas son predominantes y la Ley de Darcy lineal es válida. El límite superior de este intervalo se encuentra en un valor del número de Reynolds entre 1 y 10.
2. A medida que el número de Reynolds se incrementa, se observa una zona de transición. En el límite más bajo de esta zona se tiene el paso de un régimen laminar en donde las fuerzas viscosas son predominantes a otro régimen en donde las fuerzas inerciales controlan el flujo. En el límite superior de esta zona de transición se presenta un paso gradual a flujo turbulento. Algunos autores sugieren que con  $Re = 100$  todavía se tienen condiciones de flujo laminar, mientras otros sugieren  $Re = 10$  y otros más  $Re = 1$ .
3. A valores altos del número de Reynolds se tiene flujo turbulento.

Para Bear (1972) la Ley de Darcy es válida solamente en la región 1 (Fig. 2.3).



**Fig. 2.3** Clasificación esquemática del flujo a través de medios porosos (Bear, 1972).

En las Figs. 2.3 y 2.4 se muestran gráficamente un factor de fricción contra el número de Reynolds, formándose una recta con pendiente negativa en el régimen marciano, por lo que si se obtienen números de Reynolds experimentales verdaderos, en el régimen darciano deben de formar una línea recta con pendiente negativa.



**Fig. 2.4** Relación entre el factor de fricción de Fancher y el número de Reynolds para el flujo a través de medios porosos granulares (Fancher y cols., 1933).

Debe considerarse también el factor de fricción  $f_p$  dado por Dullien (1992):

$$f_p = \frac{d_{part} \Delta p}{\rho u^2 L}, \quad (2.8)$$

donde  $d_{part}$  es el diámetro medio de la partícula,  $\Delta p$  es la caída de presión a través del medio poroso,  $\rho$  es la densidad del fluido que fluye en el medio poroso,  $u$  es la velocidad superficial del fluido y  $L$  es la longitud del medio poroso en la dirección del flujo macroscópico.

### 2.1.5 Aplicación de la Ley de Darcy en la Ingeniería de Yacimientos

La Ley de Darcy es una base para modelar el transporte de fluidos en medios porosos. Suponiendo que la velocidad del fluido o fluidos es baja, la Ley de Darcy describe satisfactoriamente el transporte de fluidos en medios porosos. En el estudio de tapones de núcleo (sintéticos y de rocas de yacimientos) para una amplia variedad de líquidos, la Ley de Darcy puede expresarse en términos macroscópicos como:

$$u = -\frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{L}, \quad (2.9)$$

donde  $u$  es la velocidad del flujo,  $k$  es la permeabilidad absoluta del medio poroso,  $\Delta p$  es la caída de presión en el medio poroso,  $\mu$  es la viscosidad del fluido y  $L$  es la longitud del tapón del núcleo a analizar.

La ecuación (2.9) es válida para flujos bajos y no es aplicable para ciertas condiciones observables en flujo de gases reales debido a la aparición del efecto Klinkenberg.

Por otro lado, cuando en los yacimientos se presentan velocidades altas de flujo, además de las fuerzas viscosas representadas por la ecuación de Darcy, aparecen también las fuerzas inerciales. Forchheimer (Teng y Zhao, 1999) sugirió incluir el término  $\rho u^2$ , que representa la energía cinética del fluido (o fuerzas inerciales), produciendo la siguiente expresión:

$$-\frac{dp}{ds} = \frac{\mu}{K} u + a \rho u^2, \quad (2.10)$$

que para flujo radial en ingeniería de yacimientos se representa como,

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\mu}{k} u + \beta \rho u^2, \quad (2.11)$$

donde  $a$  y  $\beta$  representan el parámetro de Forchheimer, también llamado coeficiente de resistencia inercial, cuya dimensión es el inverso de la longitud (Dake, 1978).

## 2.2 Fluidos del Yacimiento

Los fluidos del yacimiento consisten de mezclas altamente complejas de moléculas de hidrocarburos, desde el más ligero ( $C_1$ , metano) a naftenos y policíclicos con pesos moleculares muy altos (mayores a 1000). El agua está siempre presente en mayor o menor grado en el espacio de poro debido a que las rocas de yacimiento se encuentran originalmente como sedimentos en un ambiente acuoso y la subsiguiente migración de hidrocarburos no consigue desplazar completamente el agua (Chierichi, 1994).

### 2.2.1 El Petróleo

El petróleo está compuesto principalmente de hidrocarburos que existen en estado líquido o gaseoso en su yacimiento. La palabra petróleo proviene del latín *petra* (roca) y *oleum* (aceite). En el uso común, se le llama petróleo a cualquier mezcla que pueda ser producida a través de una tubería de perforación. Las principales formas del petróleo son: a) gas natural, b) gas y condensado y c) el aceite crudo, la fase líquida del petróleo.

El aceite crudo cubre una amplia variedad de materiales que están compuestos de mezclas de hidrocarburos y otros compuestos que contienen cantidades variables de azufre, nitrógeno y oxígeno, por lo que pueden variar ampliamente en su volatilidad, gravedad específica y viscosidad; el color del aceite también puede variar de incoloro a negro.

A partir de los datos disponibles en la literatura parece que las proporciones de los elementos constituyentes del petróleo varían sobre límites bastante estrechos a pesar de la amplia variación en las propiedades físicas de los aceites crudos más ligeros y movibles en un extremo, y de los aceites crudos más pesados en el otro. La Tabla 1.1 presenta el análisis elemental de un aceite crudo típico (Speight, 1999):

Tabla 2.1 Análisis elemental de una muestra de aceite crudo típico	
Elemento	Porcentaje, %
Carbono	83.0 – 87.0
Hidrógeno	10.0 – 14.0
Nitrógeno	0.1 – 2.0
Oxígeno	0.05 – 1.5
Azufre	0.05 – 6.0
Metales (níquel y vanadio)	0.05 – 6.0

Los fluidos que los yacimientos petroleros están constituidos por diferentes tipos de componentes, siendo los hidrocarburos los principales y perteneciendo a una de las siguientes clases (McCain , 1990):

- **Parafinas** (o alcanos). Consisten de cadenas de hidrocarburos conectadas por enlaces covalente sencillos. El metano ( $\text{CH}_4$ ) es el más simple y común componente en los fluidos de yacimientos de petróleo.
- **Naftenos** (o cicloalcanos). Son hidrocarburos similares a las parafinas, la diferencia radica en que contienen estructuras cíclicas.
- **Aromáticos**. Que contienen una o más estructuras anulares similares al benceno ( $\text{C}_6\text{H}_6$ ). Los átomos están conectados por enlaces covalentes dobles.
- **Resinas y Asfaltenos**. Son moléculas grandes formadas de hidrógeno y carbón, con uno o tres átomos de azufre, oxígeno o nitrógeno por molécula. La estructura básica

está compuesta por anillos, principalmente de aromáticos, con tres o más anillos por molécula.

Además de hidrocarburos, también están presentes componentes no hidrocarburos, tales como el nitrógeno ( $N_2$ ), ácido sulfhídrico ( $H_2S$ ) y bióxido de carbono ( $CO_2$ ).

### **2.2.2 Asfaltenos**

Los asfaltenos no se encuentran disueltos en el petróleo si no que están dispersos en forma de coloides (Nghiem,1999). Micelas de asfalteno (agregados) se mantienen en solución por resinas que se localizan en su superficie. Cambios en la presión, temperatura o composición pueden alterar la relación entre los asfaltenos y las resinas y por tanto causar precipitación.

Los asfaltenos y su proceso de precipitación y depositación están considerados como uno de los problemas más difíciles de controlar durante el proceso de explotación de los yacimientos petroleros. La precipitación de los asfaltenos puede tener efectos de consideración en la producción de aceite durante los procesos de inyección miscible al pozo, recuperación de aceite pesado, transporte de aceite, estimulación de pozos y comúnmente en los procesos de producción primaria (Ali e Islam, 1998).

En general, los asfaltenos se definen como la fracción del aceite crudo que es soluble en tolueno e insoluble en n-pentano o n-heptano en una relación de disolución de 40 volúmenes de solvente por volumen de muestra de petróleo (Speight y cols., 1984). Las partículas de asfaltenos permanecen en suspensión en el aceite por las resinas en condiciones normales. La asociación de los asfaltenos con las resinas puede ser alterada mediante el cambio de las condiciones de temperatura y presión prevaleciente en el yacimiento así como en la composición del aceite (Hirschberg y cols., 1984). Es bien conocido que los problemas de producción relacionados a la precipitación y depositación de los asfaltenos se presentan primeramente en el campo petrolero, en las instalaciones de superficie (especialmente en los separadores) durante el proceso de decaimiento de la presión de un yacimiento petrolero (Leontaritis y cols., 1994). Otra zona de consideración en la línea de producción del petróleo es en las tuberías de producción, donde los asfaltenos se forman a ciertas profundidades del pozo que corresponden a la presión de burbuja del petróleo producido (Takhar, 1995). Conforme se produce aceite, la presión en el sistema yacimiento-pozo se reduce, promoviendo la depositación de asfaltenos inicialmente en el pozo y posteriormente en la formación productora. Se ha demostrado que la presencia de los asfaltenos en un aceite crudo afecta las propiedades de la roca y que la mayoría de estos efectos resultan de los procesos de adsorción y precipitación de los asfaltenos sobre la superficie de la roca (Clementz, 1982).

### **2.3 Daño a la formación**

El daño a la formación, definido como la obstrucción parcial o total y natural o inducido, que se presenta en el sistema roca-fluidos de una formación productora de petróleo (aceite y gas), es un problema tanto a nivel operacional como económico, que puede ocurrir en las diferentes etapas del proceso de explotación de hidrocarburos de los yacimientos del subsuelo, dando como resultado una alteración en las propiedades petrofísicas importantes de la roca como lo son la porosidad y la permeabilidad; el daño a la formación puede ser natural o inducido por los fluidos utilizados en las operaciones de los pozos, tales como la perforación, terminaciones y reparaciones, o estimulaciones (Civan, 2000).

El daño a la formación puede ser causado por la migración de finos, la acumulación de incrustaciones, la acumulación de parafinas, asfaltenos u otros materiales orgánicos, o la acumulación combinada de material orgánico e inorgánico. También puede ser producido por el taponamiento ocasionado por la presencia de partículas extrañas en los fluidos inyectados, cambios en la mojabilidad de la roca, hinchamiento de las arcillas, emulsiones, precipitados o barros que resultan de las reacciones ácidas o por la actividad bacteriana. Estos mecanismos o factores que dan lugar al daño en la formación productora incluyen interacciones físicas, químicas, hidrodinámicas y térmicas que se presentan entre la roca y el flujo de fluidos de la formación hacia el pozo o viceversa; por lo que es evidente que son muchos los fenómenos involucrados que originan el daño, y por tanto la complejidad para proporcionar alternativas de solución para resolver o aminorar esta problemática que cada vez es punto de atención en los diferentes campos de pozos petroleros en el mundo. Para eliminar o remediar el daño en la región cercana al pozo se pueden utilizar tratamientos de limpieza de pozos, estimulaciones a la matriz o fracturamientos hidráulicos con ácido.

Se ha establecido que los principales parámetros de daño a la formación son: a) el deterioro o reducción de la permeabilidad, b) el factor de daño y c) la disminución de productividad del pozo; de éstos, el primero realmente representa una propiedad física de la formación productora que puede ser medida y analizada en un laboratorio de análisis de núcleos. De allí que, el daño a la formación también pueda definirse como cualquier proceso que cause una disminución en la permeabilidad natural inherente de una formación productora (Civan, 1996 y 2000; Roque y cols., 1995).

El daño a la formación es un proceso considerado como irreversible (Porter, 1989); por lo que para resolver la problemática se suele considerar conveniente evitar dentro de lo posible el daño a la formación que tratar de restaurar la permeabilidad de la formación mediante métodos y tecnologías de muy alto costo económico aún cuando se logre mejorar la productividad de la formación productora. A partir de estudios experimentales y teóricos se han tratado de comprender los diferentes factores y mecanismos que inducen daño a la formación; no obstante que se ha avanzado en la solución, hasta ahora todavía no existe una teoría y metodología unificada para cada unos de estos mecanismos (Civan, 2000).

En particular, la precipitación y depositación de asfaltenos tiene un efecto importante en el flujo de petróleo a través del medio poroso, así como en la permeabilidad tanto en areniscas

como en carbonatos (Shedid, 2001; Kamath y cols., 1993; de Pedroza y cols., 1995; Minssieux, 1997; Ali e Islam, 1998). En general, el daño a la formación causado por la precipitación se presenta primeramente en la cercanía del pozo; así que es esencial el entendimiento apropiado del carácter de la roca en un yacimiento y la interacción de ésta con el fluido y los sólidos contenidos en el medio.

## 2.4 Propiedades Petrofísicas de la Roca del Yacimiento

Las propiedades más importantes de la roca de un yacimiento son: porosidad y permeabilidad.

Las propiedades petrofísicas e hidrodinámicas son aquellas que controlan tanto a la distribución como el movimiento de los hidrocarburos en las rocas del yacimiento y son de importancia fundamental para el entendimiento del yacimiento mismo y de los fluidos que contiene. Estas propiedades se pueden determinar mediante el estudio conjugado de: 1) tapones o núcleos íntegros de rocas de yacimiento y 2) registros geofísicos. Algunas de las propiedades de la roca son las siguientes: a) estáticas: porosidad, compresibilidad, mojabilidad y capilaridad y b) dinámicas: permeabilidad.

### 2.4.1 Porosidad

La porosidad es una medida de la capacidad de la roca para almacenar fluidos (gas, aceite, agua) en un yacimiento y se define como la relación del volumen de poro al volumen total. Generalmente, la porosidad puede ser expresada ya sea como una fracción o un porcentaje. La porosidad es expresado como

$$\phi = \frac{\text{volumen de poro}}{\text{volumen total}} = \frac{\text{volumen total} - \text{volumen de grano}}{\text{volumen total}}, \quad (2.12)$$

Se pueden determinar dos tipos de porosidad, la porosidad absoluta y la porosidad efectiva. La porosidad absoluta es la relación de todos los espacios de poro en una roca al volumen total de la misma roca, mientras que la porosidad efectiva es la relación de los espacios porosos interconectados al volumen total de la roca. De manera que la porosidad efectiva es representativa del contenido de fluidos que pueden ser extraídos o producidos a partir de las formaciones productoras. Para materiales granulares, como arenas no consolidadas, la porosidad efectiva suele ser considerada igual a la porosidad total; sin embargo, para rocas altamente cementadas como las calizas, puede existir una amplia variación entre la porosidad efectiva y la porosidad total.

La porosidad se puede clasificar de acuerdo a su origen, ya sea como porosidad primaria o secundaria. La porosidad primaria es aquella que se desarrolló durante la depositación del sedimento. La porosidad secundaria es aquella causada por algunos procesos geológicos subsecuentes a la formación del depósito. Estos cambios en los espacios de poro original podrían ser ocasionados a través de las tensiones subterráneas, movimiento del agua, etc. A menudo, la formación de fracturas o cavidades incrementa la porosidad original de la roca.

La porosidad depende:

- 1) de la distribución de tamaño de grano
- 2) del arreglo mismo de los granos
- 3) de la cantidad de materiales que se consolidan

#### 2.4.2 Efecto de la Compactación de la Porosidad

La compactación es el proceso de reducir el volumen debido a una presión aplicada externamente. Para presiones que ocasionan compactación extrema, todos los materiales muestran algún cambio irreversible en la porosidad. Esto se debe a la distorsión y al aplastamiento del grano, o elemento de la matriz de los materiales, y en algunos casos por recristalización. La variación en la porosidad por el cambio de la presión se puede representar por:

$$\phi_2 = \phi_1 e^{c_f(p_2 - p_1)} \quad , \quad (2.13)$$

donde  $\phi_1$  y  $\phi_2$  son las porosidades a las presiones  $p_1$  y  $p_2$  respectivamente, y  $c_f$  es la compresibilidad de la formación. La compresibilidad de la formación se define como la suma de la compresibilidad del grano y la compresibilidad del poro. Para la mayoría de los yacimientos petroleros, la compresibilidad del grano se considera despreciable. La compresibilidad de la formación se puede expresar:

$$c_f = \frac{1}{V_p} \frac{dV_p}{dP} \quad . \quad (2.14)$$

#### 2.4.3 Permeabilidad Absoluta

La permeabilidad es una propiedad del medio poroso y representa una medida de la capacidad del medio para dejar fluir fluidos. La permeabilidad en su forma más general se suele representar como un tensor que es función a su vez de la presión. Normalmente, la dependencia con la presión se desprecia en los cálculos del yacimiento, pero la dependencia con la posición puede ser pronunciada. La permeabilidad varía en diferentes puntos del yacimiento y tal heterogeneidad influirá en cualquier proceso de recuperación de aceite.

#### 2.4.4 Determinación de la Permeabilidad Absoluta

La permeabilidad se mide haciendo pasar un fluido de viscosidad conocida a través de una muestra de núcleo de determinadas dimensiones y posteriormente, midiendo el gasto volumétrico y la caída de presión en el medio poroso. Como se mencionó anteriormente, la permeabilidad con líquidos (fluidos incompresibles) se determina con la siguiente expresión:

$$u = -\frac{k \Delta p}{\mu L} \quad (2.9)$$

Generalmente se utiliza un gas inerte (helio o nitrógeno) para la obtención de la permeabilidad debido a que tiene las siguientes ventajas:

- a) alcanza un estado estable rápidamente
- b) los gases inertes no alteran los minerales de la roca
- c) se obtiene fácilmente la saturación al 100 %

La forma de la Ley de Darcy cambia para gases (fluidos compresibles) a la siguiente expresión:

$$k = \frac{q}{A} \left( \frac{\mu L}{p_{in}^2 - p_{out}^2} \right) (2p_{out}) \quad (2.15)$$

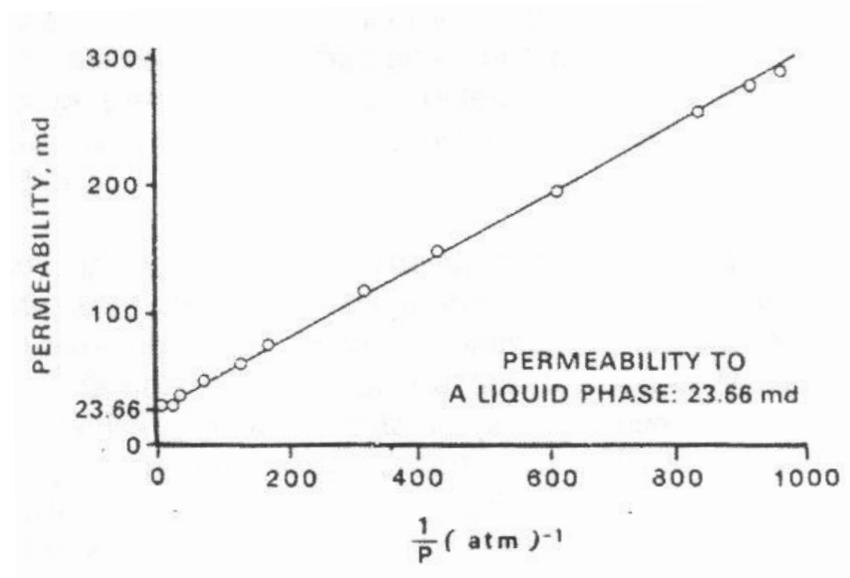
donde  $k$  es la permeabilidad absoluta del tapón de núcleo,  $q$  es el flujo volumétrico que fluye por área transversal del tapón de núcleo,  $A$  es el área transversal del tapón del núcleo,  $\mu$  es la viscosidad del gas a una temperatura dada,  $L$  es la longitud del tapón del núcleo, y  $p_{in}$  y  $p_{out}$  representan las presiones a la entrada y salida del tapón del núcleo, respectivamente.

#### 2.4.5 Efecto Klinkenberg

Varios autores reportan que la permeabilidad a un gas es mayor que la permeabilidad a los líquidos en el mismo medio poroso. Es bien conocido que cuando el diámetro de un tubo capilar se aproxima a la trayectoria libre media de las moléculas, los gases fluirán a través de él más rápidamente que lo que predice la Ley de Poiseuille. La misma situación se cumple para el flujo de un gas a baja presión a través de un medio poroso; esto es, el flujo es mayor a lo que predeciría la Ley de Darcy; donde se supone una velocidad igual a cero del fluido en la pared sólida y un esfuerzo cortante máximo. A presiones bajas no existe un contacto tan estrecho de las moléculas del fluido con la pared del sólido y la velocidad en la interfase sólido no necesariamente es cero. De ahí que en el momento en que la trayectoria libre media de las moléculas de un gas se aproxime a la dimensión del conducto de flujo, el movimiento de las moléculas contribuirá con un flujo adicional; este flujo es llamado fenómeno de resbalamiento o efecto Klinkenberg.

Debido a que la trayectoria libre media de las moléculas de un gas decrece con el incremento de la presión, el efecto Klinkenberg no es de consideración a presiones altas en un tapón de núcleo. El efecto Klinkenberg no se presenta en la permeabilidad a los líquidos por lo que se considera la permeabilidad real o verdadera. Generalmente, el efecto Klinkenberg se corrige midiendo la permeabilidad absoluta al gas a diferentes presiones medias. Para obtener mediciones precisas se requieren valores de permeabilidad a cuatro velocidades de flujo cada

una a tres diferentes de presión media,  $p_m = p = (p_{in} + p_{out})/2$ , (Amyx y cols. 1960). Los datos son graficados contra el término  $1/p$  como se muestra en la Fig. 2.5 obteniendo una línea recta que es extrapolada en el punto donde  $1/p = 0$  (correspondiente a  $p = \infty$ ) para obtener el valor verdadero de  $k$  (Chierici, 1994).



**Fig. 2.5** Gráfica de la permeabilidad al aire contra el recíproco de la presión

#### 2.4.6 Permeabilidades Efectiva, $k_{ef}$ , y Relativa, $k_{ri}$

Con excepción de gases a bajas presiones y como se ha mencionado anteriormente, la permeabilidad de un medio poroso a un fluido homogéneo e incompresible que lo satura totalmente, es una propiedad exclusiva del medio y no del fluido. Esto es válido siempre y cuando no haya algún tipo de reacción química entre la roca y el fluido. A esta permeabilidad del medio poroso a un fluido que lo satura totalmente, se le conoce como permeabilidad absoluta.

Si el medio está saturado por más de un fluido, se tendrá un intervalo de saturación para el cual se presenta flujo considerado como multifásico (agua-aceite-gas), en donde el concepto de permeabilidad puede ser extendido para cada una de las fases. Cuando se toman en cuenta las otras fases que también saturan en mayor o menor medida al medio poroso se habla de una permeabilidad efectiva. La definición formal es permeabilidad del medio poroso a un fluido parcialmente saturante.

Las permeabilidades relativas para cada fase, se definen como:

$$k_{ro} = \frac{k_o(S_o, S_w)}{k} \quad (2.16)$$

$$k_{rg} = \frac{k_g(S_o, S_w)}{k} \quad (2.17)$$

$$k_{rw} = \frac{k_w(S_o, S_w)}{k} \quad (2.18)$$

por supuesto, se debe de cumplir que

$$S_o + S_w + S_g = 1 \quad (2.19)$$

#### 2.4.7 Permeabilidades Relativas en Procesos de Drenaje para Flujo en Dos Fases

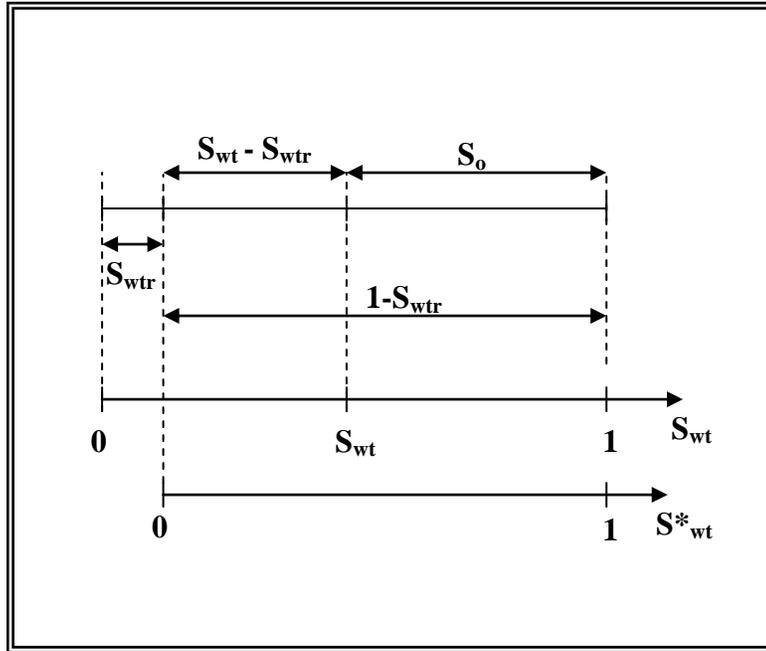
Cuando las  $k_{ef}$  se normalizan respecto a la  $k$ , las  $k_r$  no son dependientes del tamaño del poro. Cuando las  $k_r$  se expresan como función de la saturación, son fuertemente dependientes de la distribución del tamaño del poro. La mojabilidad y la historia del cambio en saturaciones son factores también de mucha importancia.

La saturación efectiva de la fase mojante y las  $k_r$  se definirán de la siguiente forma:

$$S_{wt}^* = \frac{S_{wt} - S_{wtr}}{1 - S_{wtr}} \quad (2.20)$$

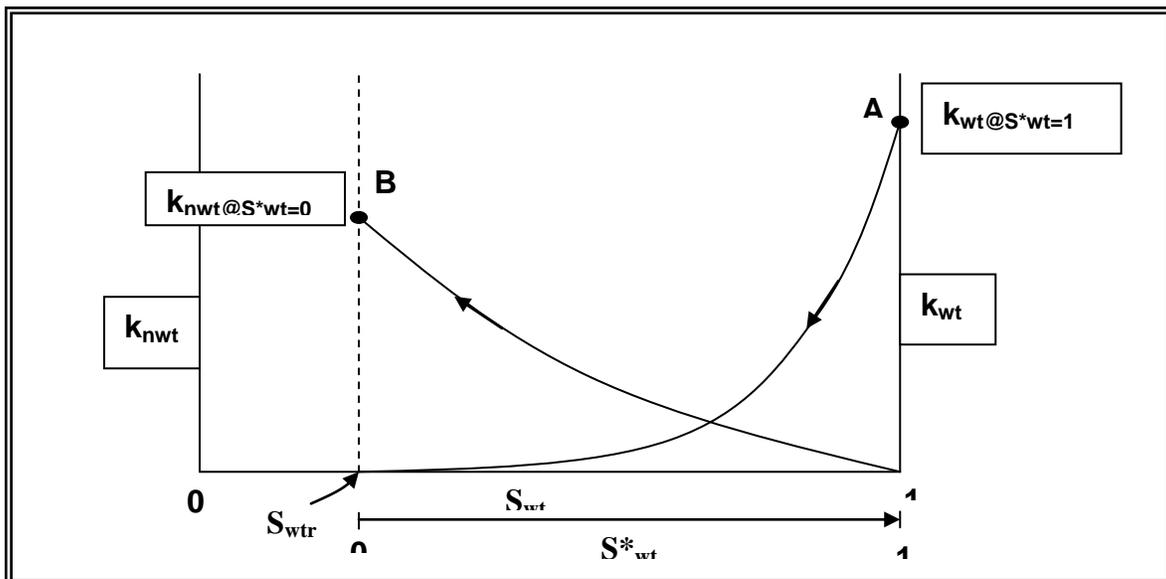
$$k_{rwt} = \frac{k_{wt}}{k_{wt} |_{S_{wt}^*=1}} \quad (2.21)$$

$$k_{rnwt} = \frac{k_{nwt}}{k_{nwt} |_{S_{wt}^*=0}} \quad (2.22)$$



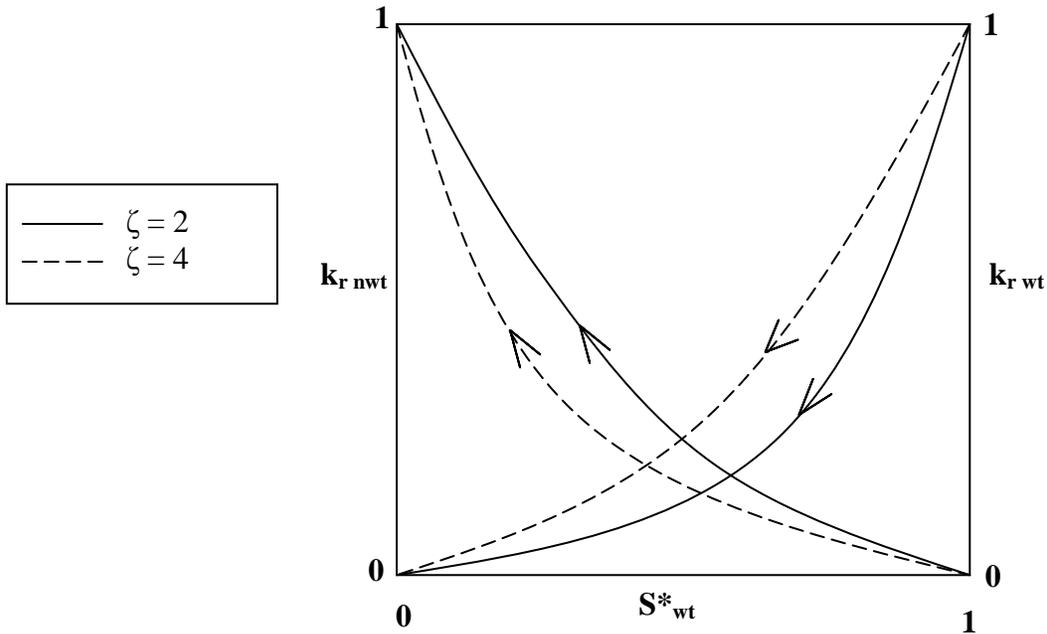
**Fig. 2.6** Representación esquemática de las saturaciones

donde  $S_{wt}$  es la saturación de la fase mojada;  $S_{wtr}$  es la saturación irreductible (residual) de la fase mojada;  $S^*_{wt}$  es la saturación efectiva de la fase mojada;  $k_{wt}$  es la permeabilidad efectiva a la fase mojada;  $k_{nwt}$  es la permeabilidad efectiva a la fase no mojada;  $k_{wt} |_{S^*_{wt}=1}$  es la permeabilidad efectiva a la fase mojada a condiciones de  $S_{wt} = 100\%$  (punto A en la Fig. 2.7) y  $k_{nwt} |_{S^*_{wt}=0}$  es la permeabilidad efectiva a la fase no mojada a condiciones de saturación irreductible de fluido mojado (punto B en la Fig. 2.7)



**Fig. 2.7** Curvas de Drene de Permeabilidades Efectivas

Es importante hacer notar que  $k_{nwt@S^*_{wt}=0}$  y  $k_{wt@S^*_{wt}=1}$  representan las “Permeabilidades Relativas Extremas” (End point relative permeabilities), de acuerdo con la normalización definida por las Ecs. (2.11) y (2.12). Al hacer esta normalización, las curvas quedarían de la siguiente forma:



**Fig. 2.8** Permeabilidades relativas vs. Saturación efectiva de la fase mojante normalizadas de acuerdo con Ecs. (2.20) a (2.22).

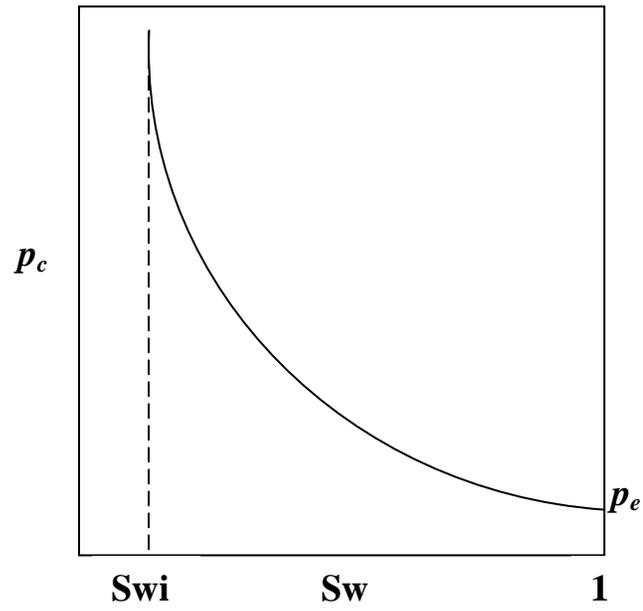
En la Fig. 2.8 se muestra el efecto de la distribución del tamaño del poro, donde  $\zeta$  es el índice de distribución de tamaño de poro. Por ejemplo,  $\zeta = 2$  representa una distribución de tamaño de poro muy amplia;  $\zeta = 4$  representa una distribución de tamaño de poro intermedia y  $\zeta = \infty$  representa una distribución de tamaño uniforme de poro.

Areniscas y calizas en la naturaleza pueden representarse mediante índices de distribución de tamaño de poro entre 0.5 y 4.

Brooks y Corey han demostrado, con base en un gran número de datos experimentales, que  $\zeta$  puede determinarse a partir de la forma de una curva de  $p_c$  vs.  $S_w$ , o para un grupo de curvas, a partir de la función J. Ellos demostraron que existe la siguiente relación:

$$S^*_{wt} = \left( \frac{p_c}{p_e} \right)^{-\lambda} \quad (2.23)$$

donde  $p_e$  es lo que se conoce como presión de admisión



**Fig. 2.4** Proceso de Drene

## CAPÍTULO 3

### 3. Precipitación y Depósito de Asfaltenos

#### 3.1 Modelos Termodinámicos para la Precipitación de Asfaltenos

A continuación se mencionan algunos de los modelos más importantes que se encuentran en la literatura y que describen el comportamiento de la precipitación de asfaltenos.

##### 3.1.1 Modelo de Solubilidad

Como el asfalteno puede ser precipitado por la adición de solventes al aceite, se pueden adaptar modelos de solubilidad para describir su comportamiento. Hirschberg (1984) presentó una aproximación que se basa en el modelo de solubilidad de Flory-Huggins (Prausnitz y cols., 1986). Se llevan a cabo cálculos con la ecuación de estado de Soave-Redlich-Kwong para conocer la evolución de la fase vapor y la fase líquida. La fase líquida a su vez se divide en dos componentes: una componente que corresponde al asfalteno y una componente que representa al aceite desasfaltado. Quizá una de las suposiciones más importantes es que el proceso de precipitación no afecta el equilibrio existente entre la fase vapor y la fase líquida.

En este modelo, la fracción volumétrica,  $\varphi_a$ , del asfalteno disuelto en el aceite sigue la ecuación:

$$\varphi_a = \exp \left[ \frac{V_A}{V_L} - 1 - \frac{V_L}{RT} (\delta_A - \delta_L)^2 \right], \quad (3.1)$$

donde,  $V_a$  es el volumen molar de asfalteno, que se supone es constante,  $V_L$  es el volumen molar de la fase líquida (aceite desasfaltado),  $R$  es la constante universal de los gases y  $T$  es la temperatura absoluta,  $\delta_A$  es el parámetro de solubilidad del asfalteno, dado por:

$$\delta_A = 20.04 \cdot (1 - hT), \quad (3.2)$$

donde  $h$  es una constante específica para cada aceite y  $\delta_L$  es el parámetro de solubilidad de la fase líquida definida por (Wang y Civan, 2001):

$$\delta_L = \left( \frac{\Delta U_{\text{vaporización}}}{V_L} \right)^{1/2}; \quad (3.3)$$

$\Delta U_{\text{vaporización}}$  es el cambio en la energía interna durante la vaporización de un mol de líquido.

### **3.1.2 Modelo Coloidal**

Leontaritis y Mansoori (1987) propusieron un modelo basado en la suposición de que los asfaltenos existen en el aceite como partículas sólidas en suspensión coloidal, estabilizados por resinas localizadas sobre su superficie. Al igual que Hirschberg (1984) primero calcularon el equilibrio vapor-líquido con una ecuación de estado para establecer una fase líquida de la cual el asfalteno pueda precipitarse. De acuerdo a mediciones experimentales de las condiciones para las cuales el asfalteno se precipita (envolvente de precipitación), determinan un potencial químico crítico para las resinas. Este potencial se usa después para predecir la cantidad de asfalteno precipitado conforme se varía la presión y la temperatura.

### **3.1.3 Modelo Termodinámico de Micelización**

Pan y Firoozabadi (1998) desarrollaron un modelo que minimiza la energía de Gibbs para describir la cantidad de agregados y de precipitados en aceites. El modelo tiene ventajas en cuanto a que es capaz de describir con bastante precisión los datos observados en laboratorio pero tiene la desventaja de que requiere de una gran cantidad de tiempo de cómputo.

### **3.1.4 Modelo de Partículas Sólidas**

El modelo más sencillo, por el enfoque que se le da, es quizá el de partículas sólidas tratado por Nghiem (1999). El asfalteno precipitado es representado como un sólido puro mientras que el aceite y el gas son modelados con ecuaciones de estado cúbicas (Peng-Robinson o Soave-Redlich-Kwong). El modelo funciona para representar el comportamiento de la concentración de asfaltenos en función de la presión, además de que el tiempo de cómputo es inferior si se compara con el modelo termodinámico de micelización; la desventaja es que requiere una gran cantidad de parámetros empíricos para poder ajustar los resultados experimentales.

## **3.2 Dinámica del Depósito de Asfaltenos en el Medio Poroso**

El depósito de asfaltenos y la problemática que ello conlleva cuando se le analiza desde un punto de vista dinámico ha sido tema de investigación reciente. Son varios los modelos termodinámicos que se han presentado para comprender la manera en la que se precipitan los asfaltenos, pero muy pocos trabajos teóricos y experimentales se han llevado a cabo para entender la forma en la que esos asfaltenos precipitados afectan las propiedades petrofísicas (permeabilidad, por ejemplo) de la roca.

En esta sección se revisarán algunos de los trabajos más importantes en el análisis de la dinámica de asfaltenos a través de muestras de roca, así como de las teorías más sobresalientes para poder predecir el impacto que tienen cuando se depositan en el medio poroso.

### 3.2.1 Modelos para la Adsorción y Entrampamiento Mecánico

Una vez que los asfaltenos se han precipitado tienen la posibilidad de depositarse sobre la superficie de la roca y pueden causar “bloqueo” de poros o alteración de la mojabilidad. Minssieux (1997) sugiere, por ejemplo, que el depósito se debe en primera instancia a una adsorción del asfaltano en la roca seguido por un entrampamiento mecánico.

La adsorción de asfaltano en diferentes tipos de rocas ha sido extensivamente estudiada en los laboratorios. Collins y Melrose (1983), Dubey y Waxman (1991) y González y Travalloni-Louvisse (1993) muestran que la adsorción en diferentes tipos de minerales puede ser modelada con isotermas de Langmuir de primer tipo. La ecuación de una isoterma de Langmuir de primer tipo tiene la forma:

$$W_{sa} = \frac{W_{sa,max} K_a C_{sf}}{K_a C_{sf} + 1} \quad (3.4)$$

donde  $C_{sf}$  es la masa de los asfaltenos precipitados por masa de la fase aceite,  $W_{sa}$  es la masa del asfaltano adsorbido por masa de roca,  $W_{sa,max}$  es la fracción máxima que puede adsorber la roca y  $K_a$  es una constante (cociente de tasas a la que el asfaltano es adsorbido y des-adsorbido del mineral).

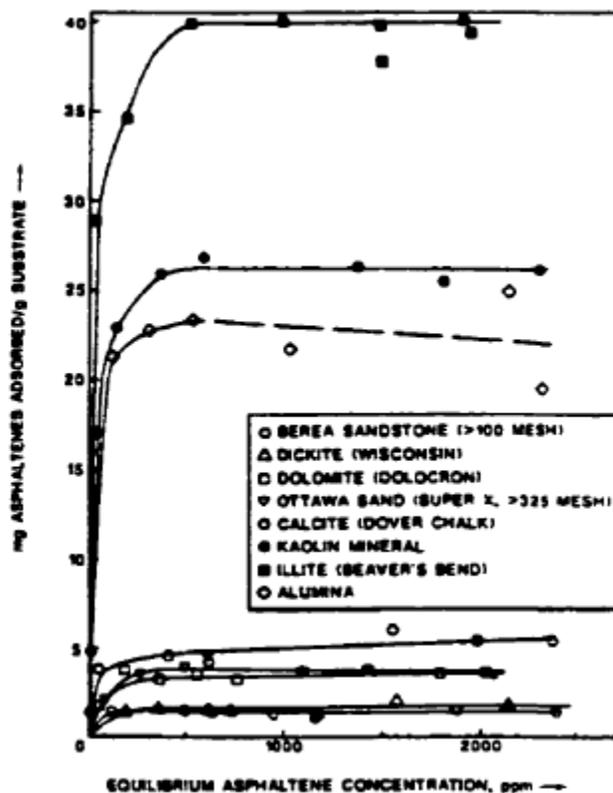


Fig. 3.1 Isotermas de Langmuir para la adsorción de asfaltenos en diferentes tipos de roca (Dubey y Waxman, 1991)

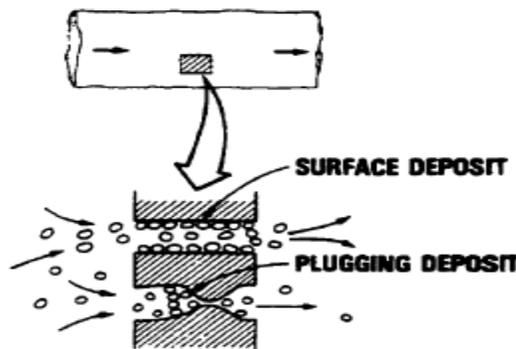
Usualmente se considera que la cantidad adsorbida no afecta significativamente el volumen de poro. Se debe subrayar además que la isoterma de tipo uno se ajusta muy bien, para diferentes minerales, mientras las concentraciones de asfalteno se encuentren en un intervalo de 0 a 3000 ppm. A concentraciones mayores la isoterma tipo Langmuir no representa adecuadamente la cantidad de masa que es adsorbida por masa de roca y se debe recurrir a otro tipo de isothermas (Marczewski y Szymula, 2002); por tanto, es muy probable que, para estos casos, la cantidad adsorbida comience a afectar de manera importante la capacidad de flujo.

Por otra parte, los asfaltenos precipitados son partículas finas que tienen la capacidad para formar agregados, éstos agregados son partículas más grandes (comparables incluso al tamaño de algunas gargantas de poro) y pueden por tanto “bloquear” los poros y cambiar la permeabilidad de la roca (Minssieux, 1997; Piro y cols., 1996; Ali e Islam, 1998; Wang y Civan, 2001; Leontaritis, 1998).

Se han propuesto varios modelos para describir el bloqueo del medio poroso por asfaltenos. Algunos toman como punto de partida el modelo desarrollado para migración y depósito de finos en medios porosos por Gruesbeck y Collins (1982). En este modelo se proponen dos tipos de canales por los que el fluido fluye, un canal está conformado por los poros más pequeños en donde las partículas que se depositan son capaces de obstruir o bloquear el flujo completamente; en el otro canal el depósito también ocurre, pero las gargantas de poro son lo suficientemente grandes para no ser obstruidas en su totalidad. La distribución de los canales que no son obstruidos y de los que sí lo son depende de la distribución de tamaño de partícula (en este caso asfalteno) y de tamaño de garganta de poro. La depositación es descrita por la ecuación diferencial:

$$\frac{d\eta}{dt} = (\alpha_0 + \alpha_1 \eta) |u| C_{vsf} \quad , \quad (3.5)$$

donde  $C_{vsf}$  es la fracción volumétrica del asfalteno en la fase aceite,  $u$  es la velocidad tomada de la ecuación de Darcy,  $\alpha_0$  y  $\alpha_1$  son parámetros empíricos y  $\eta$  es el volumen de asfalteno depositado por volumen inicial de poro.



**Fig. 3.2** Esquematación del entrapamiento mecánico propuesto por Gruesbeck y Collins (1982)

Tanto Ali e Islam (1998) como Wang y Civan (2001) partieron de la teoría desarrollada por Gruesback y Collins (1982) e implementaron un modelo que considera entrapamiento, depósito en la superficie del poro y bloqueo de garganta de poro. Ambos modelos usan tres parámetros fundamentales (en realidad son siete parámetros empíricos para el modelo de Wang y Civan (2001) y nueve parámetros para el modelo de Ali e Islam (1998), pero se consideran a tres los fundamentales porque éstos son los principales para describir el depósito total). La ecuación diferencial es de la forma:

$$\frac{dE_A}{dt} = \alpha C_{vsf} \phi - \beta E_A (v_o - v_{ocr}) + \gamma_i (1 + \sigma E_A) u C_{vsf} \quad , \quad (3.6)$$

el primer término a la derecha de la igualdad representa el depósito sobre la superficie, el segundo término el entrapamiento y el tercero el bloqueo en las gargantas de poro. En la ecuación (3.6)  $E_A$  es la fracción volumétrica de asfalto depositado por volumen total;  $\alpha$  es la tasa de depósito superficial (considerado como parámetro constante);  $C_{vsf}$  es la concentración de asfalto en la fase aceite;  $u$  es la velocidad de Darcy para la fase aceite;  $v_o$  y  $v_{ocr}$  son las velocidades intersticial e intersticial crítica respectivamente, necesarias para que ocurra el entrapamiento;  $\beta$  es la tasa de entrapamiento (considerado como parámetro de valor constante y diferente de cero siempre y cuando  $v_o > v_{ocr}$ );  $\gamma_i$  es el coeficiente del bloqueo que sufren las gargantas de poro (considerado también como constante, es cero cuando el diámetro de la garganta de poro es más grande que un diámetro crítico) y  $\sigma$  es un parámetro que introduce en la ecuación un efecto de “bola de nieve” para los asfaltos que tienen la capacidad de agregarse.

La diferencia entre el modelo de Wang y Civan (2001) y Ali e Islam (1998) se encuentra en la forma en que proponen la ecuación de balance de materia para los asfaltos y la dependencia de la concentración de estos con la presión, así como la interpretación de la manera en que los asfaltos se van depositando en la superficie de la roca. La gran cantidad de parámetros empíricos que se requieren para ajustar los resultados experimentales y las ecuaciones empíricas que utilizan para predecir el cambio en la permeabilidad absoluta siguen siendo los puntos débiles de estos modelos, aunque demuestran un avance significativo para comprender los mecanismos que afectan el flujo de fluidos en el medio poroso en la presencia de asfaltos.

Leontaritis (1998) presenta otro modelo para el daño a la formación debido al entrapamiento en los poros. El modelo considera sólo bloqueo en las gargantas de poro pero tiene la ventaja de que presenta la manera en que se puede predecir a través de la distribución de tamaño de partícula de los asfaltos.

Almehaideb (2004) y Garrouch y cols. (2005) han presentado trabajos hipotéticos de lo que pasaría a la producción si la permeabilidad absoluta se ve afectada por asfaltos alrededor de un pozo. Almehaideb en particular considera y parte de las ecuaciones desarrolladas por Wang y Civan (2001) y Ali e Islam (1998) e incorpora datos experimentales de la variación de la concentración de asfaltos en el fluido con la presión y por ende el tiempo. El modelo de Garrouch y colaboradores por otra parte es más sencillo, propone discretizar la zona

alrededor del pozo en anillos concéntricos, cada uno de estos anillos cuenta con un área efectiva a los fluidos y si la concentración de asfaltenos cambia con la presión y esta a su vez con la posición se tiene entonces una variación del área efectiva a los fluidos conforme ocurre el depósito. Interesante resulta el modelo propuesto por Garrouch debido a que es aplicado a datos de campo y el ajuste con estos es excelente.

### 3.2.2 Reducción de la permeabilidad y su modelamiento

La reducción en la permeabilidad se relaciona frecuentemente con la reducción en la porosidad.

Kumar y Todd (1988) propusieron la siguiente aproximación

$$k = \frac{\phi^3}{C(1-\phi)^2} \quad , \quad (3.7)$$

que es una ecuación del tipo Kozeny-Carman, donde  $C$  es una constante,  $k$  es la permeabilidad y  $\phi$  es la porosidad. Si la porosidad cambia, efecto del depósito en superficie, entrampamiento y bloqueo de gargantas de poro, entonces también lo hace la permeabilidad. De la ecuación (3.8) la permeabilidad  $k$  se relaciona a la permeabilidad inicial  $k_0$  y a la porosidad inicial  $\phi_0$  mediante:

$$\frac{k}{k_0} = \left( \frac{\phi}{\phi_0} \right)^3 \left( \frac{1-\phi_0}{1-\phi} \right)^2 \quad , \quad (3.8)$$

Wang y Civan (2001) proponen que la porosidad instantánea es:

$$\phi = \phi_0 - E_A \quad , \quad (3.9)$$

y la permeabilidad instantánea se relaciona de nuevo con una ecuación tipo Kozeny-Carman:

$$k = f_p k_0 \left( \frac{\phi}{\phi_0} \right)^3 \quad , \quad (3.10)$$

donde  $E_A$  es la fracción volumétrica de asfalto depositado por volumen total,  $\phi$  es la porosidad instantánea,  $\phi_0$  es la porosidad inicial,  $k_0$  es la permeabilidad inicial y  $f_p$  es un parámetro que introduce un efecto de válvula (Civan, 2000).

Ali e Islam (1998) al igual que Gruesbeck y Collins (1982) y a diferencia de los modelos que relacionan porosidad con permeabilidad proponen dos modelos empíricos. Asignan a los canales que son completamente bloqueados una permeabilidad:

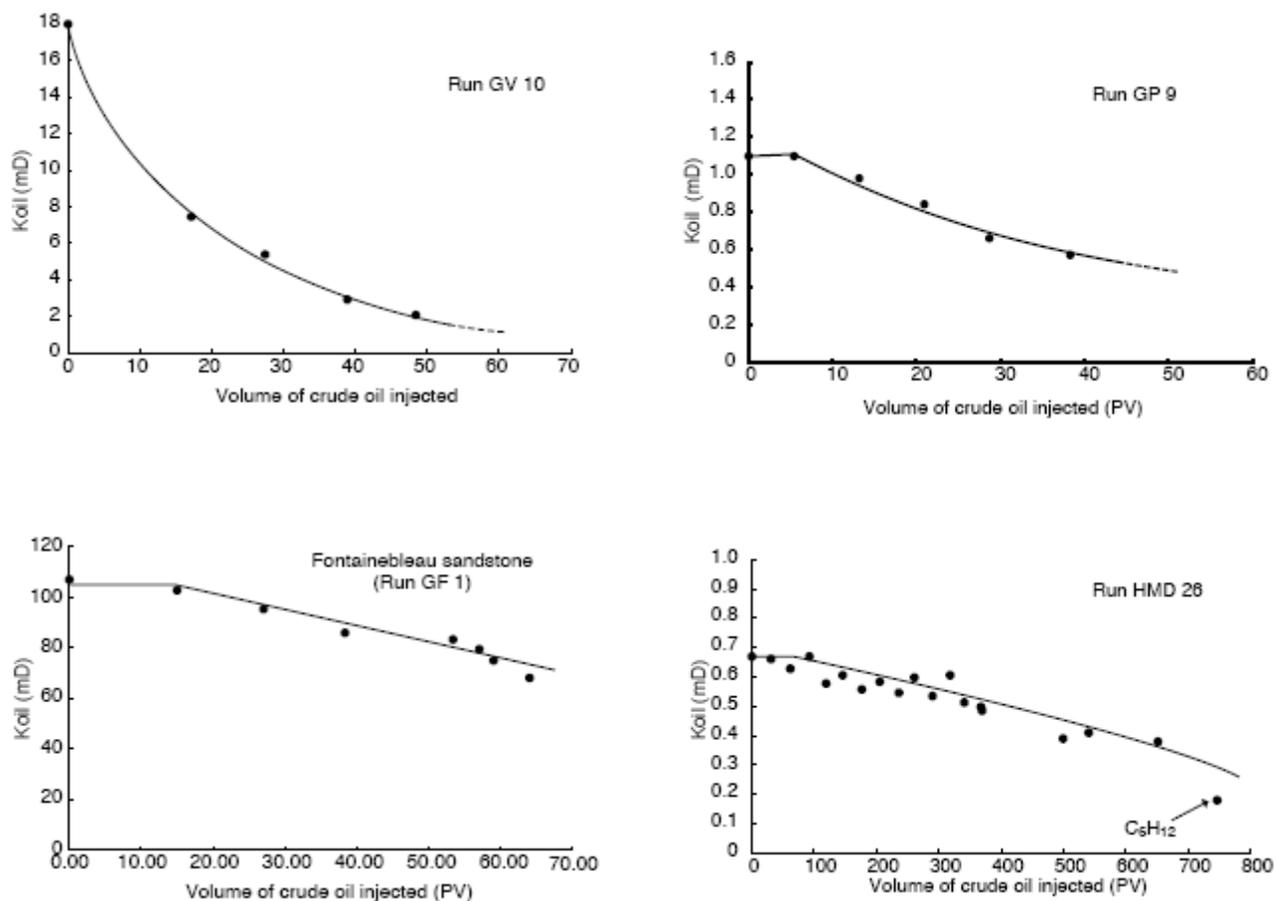
$$k_1 = k_{01}e^{-aE_A^d} \quad , \quad (3.11)$$

mientras que a los canales que son parcialmente bloqueados se les asigna una permeabilidad:

$$k_2 = \frac{k_{02}}{1 + bE_A} \quad , \quad (3.12)$$

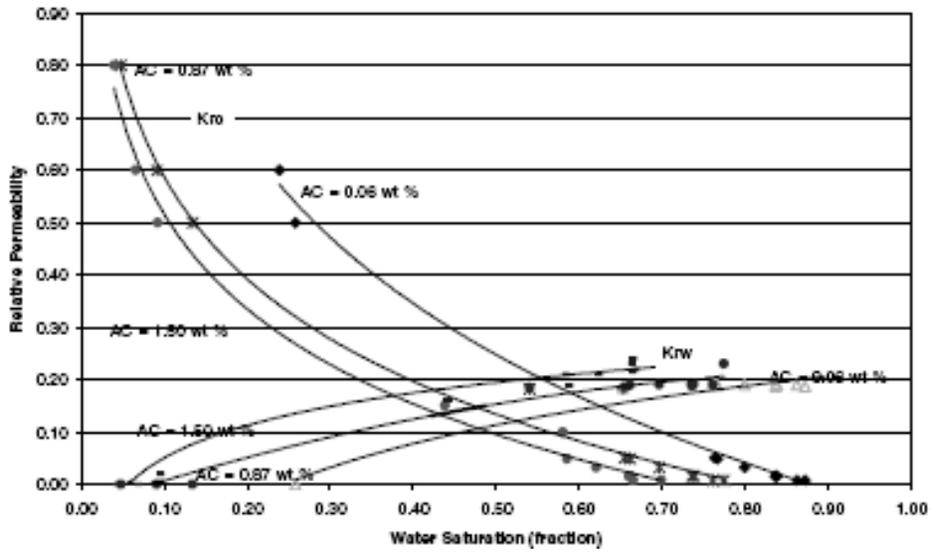
$k_{01}$  y  $k_{02}$  son las permeabilidades iniciales de los canales que se bloquean completamente y de los que lo hacen parcialmente, respectivamente;  $E_A$  es el volumen de asfalto depositado;  $a$  y  $b$  son parámetros de ajuste.

Minssieux (1998) también presenta un modelo para describir el cambio de la permeabilidad con el depósito de asfaltos en núcleos, el modelo toma la teoría que se ha desarrollado para predecir el cambio en la permeabilidad debido a la migración de finos y es interesante aunque no profundiza en el significado físico de las ecuaciones que se proponen. Sin embargo, el estudio experimental ha tenido un impacto importante. De hecho, es uno de los pocos trabajos experimentales que se han realizado bajo condiciones de yacimiento, si bien es cierto con aceite obtenido de tanque en superficie. Algunos resultados de este trabajo se presentan a continuación y se muestran gráficas de la permeabilidad como función del volumen de poro inyectado.



**Fig. 3.3** Reducción de la permeabilidad al aceite en función de volumen de poro inyectado (Minssieux, 1998)

Shedid (2001) también ha presentado un estudio experimental que, bajo condiciones de yacimiento, demuestra el daño que ocasiona el depósito de asfaltenos en la permeabilidad. El trabajo es también interesante porque es uno de los pocos, quizá el único, que indaga lo que pasa en las permeabilidades relativas cuando el aceite transporta concentraciones específicas de asfalteno. Sin embargo, no especifica si se utiliza aceite vivo o muerto o cómo es que se puede controlar la concentración de asfaltenos disueltos o agregados en un nivel constante a lo largo de las corridas experimentales. Se encuentra que la permeabilidad relativa al aceite es menor conforme la concentración de asfaltenos aumenta (Fig. 3.3) contrario a lo reportado por Kamath y colaboradores (1993).



**Fig. 3.4** Influencia de la concentración de asfaltenos en las curvas de permeabilidad relativa (Shedid, 2001)

## CAPÍTULO 4

### 4. Modelos propuestos y mecanismos principales de depósito de asfalteno

Los modelos propuestos por Civan (2001) y Ali e Islam (1998) consideran una ecuación diferencial de balance de materia que incorpora la velocidad de entrapamiento y de adsorción en la superficie de la roca, estos dos fenómenos ocurriendo al mismo tiempo. Minssieux (1998), sin embargo, sugiere que estos dos mecanismos ocurren a tiempos diferentes, es decir, primero una reducción gradual en el tamaño promedio de poro seguido por un entrapamiento debido al tamaño comparable entre de las partículas (asfaltenos) y el radio promedio de las gargantas de poro. En este trabajo se tratará de asfaltenos como partículas sólidas más que como coloides, esta suposición se basa en el modelo termodinámico para la agregación de asfaltenos propuesta por Nghiem (1999).

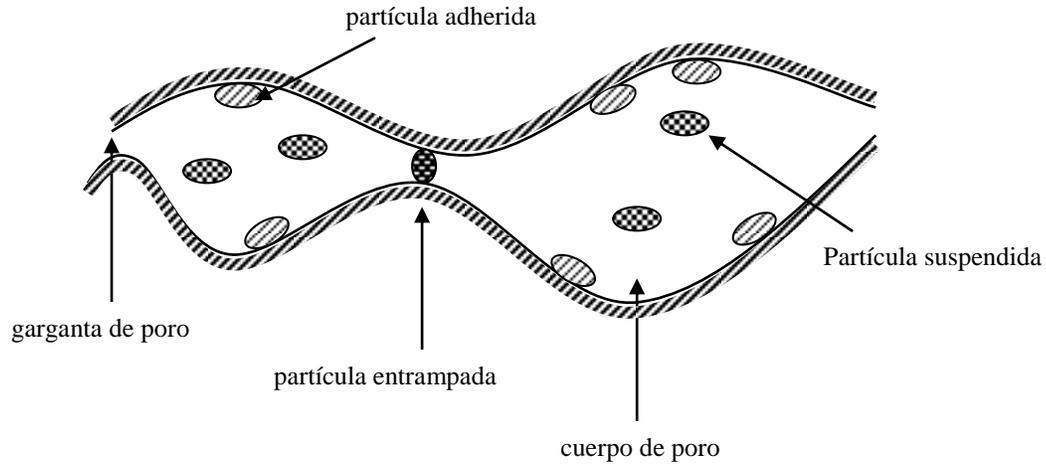
Al igual que Larson (1978) y Khilar y Fogler (1983), el medio poroso se representará como una red de cuerpos de poro conectados por las gargantas de poro (Fig. 4.1). Se tiene por tanto que cuerpos de poro adyacentes que están conectados mediante las gargantas de poro; el número de gargantas de poro que emergen de un cuerpo de poro está representado por un número  $Z$  característico al que se ha llamado número de coordinación. De acuerdo a Sharma y Yortsos (1987), el intervalo de  $Z$  para un medio consolidado típico se encuentra entre 6 y 14. Las gargantas de poro se suponen como despreciables en volumen si se les compara con el volumen del cuerpo de poro, así que su contribución no se considera significativa a la porosidad total del medio. La reducción en la permeabilidad se supondrá ocurre a través de dos mecanismos:

- a) Asfaltenos que se adhieren a las paredes del cuerpo del poro así como las que se adhieren a los cuellos de garganta reduciendo de esta manera el radio del poro. El tamaño de las partículas para este caso se suelen considerar muy pequeñas por lo que se espera que la permeabilidad sea gradual y muy lenta si se compara con el entrapamiento.
- b) Asfaltenos de tamaño comparable al radio de las gargantas de poro. En este caso la permeabilidad se ve afectada por lo que se ha llamado entrapamiento mecánico y que tiene que ver con la posibilidad de que el tamaño de las partículas que se mueven junto con el fluido sea mayor al radio de las gargantas de poro.

Se observará que se tienen, por tanto, los siguientes grupos de partículas:

- a) Partículas suspendidas (S)
- b) Partículas adheridas (A)
- c) Partículas entrapadas (AA)
- d) Gargantas de poro (P)

Cada grupo (i) se caracteriza por una concentración volumétrica  $C_i$  y una distribución de tamaño de partícula  $f_i$ , mientras que las gargantas de poro se caracterizan por una concentración también volumétrica  $N_p$  y una distribución de tamaño de garganta de poro  $f_p$  (Fig. 4.1).



**Fig. 4.1** Sistema considerado y partículas de interés

De acuerdo a Sharma y Yortsos (1987) la ecuación de balance de las partículas suspendidas quedaría como:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(qC_s f_s)}{\partial x} + \frac{\partial(\phi C_s f_s)}{\partial t} = & \text{(vel. de depósito o desprendimiento} \\ & \text{debido a fuerzas superficiales)} \\ & + \text{(vel. de atrapamiento mecánico)} \\ & + \text{(vel. de generación debido coagulación),} \end{aligned} \quad (4.1)$$

y de igual manera para las gargantas de poro se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_p f_p}{\partial t} = & \text{(vel. de depósito por adhesión gradual en las paredes de poro)} \\ & - \text{(vel. debido a atrapamiento mecánico),} \end{aligned} \quad (4.2)$$

donde  $q$  es la velocidad superficial y  $\phi$  es la porosidad del medio.

#### 4.1 Modelo de adsorción y atrapamiento de asfaltenos en el medio poroso

En este trabajo se proponen entonces dos modelos, por separado, para describir el depósito de asfaltenos en el medio poroso.

Se proponen por separado precisamente siguiendo las observaciones hechas por Minssieux (1998) y que tienen que ver con la hipótesis de que el depósito presenta dos vertientes: 1) adhesión de asfaltenos y 2) atrapamiento mecánico ocurriendo en tiempos diferentes. Por tanto, se retoma la hipótesis en donde inicialmente se presenta adsorción continua de partículas a lo largo de todo el medio poroso y posteriormente el atrapamiento de partículas en las gargantas de poro, ambos modelos han sido parcialmente descritos en el trabajo de Sharma y Yortsos (1987) y se describen a continuación.

#### 4.1.1 Modelo Adsorción de Asfaltenos

Cuando el diámetro de las partículas es más pequeño que el diámetro de las gargantas de poro no se suelen considerar efectos en la permeabilidad debido al atrapamiento, más bien se considera que es el depósito por adhesión sobre la superficie de las paredes del poro el único mecanismo que actúa e influye en la disminución de ésta.

En el caso en el que la transferencia de masa (asfaltenos) se da por difusión a través del líquido hacia las paredes del poro y considerando flujo tipo Poiseuille, Levich (1962) demostró que la velocidad a la que disminuye el radio del poro  $r_p$  es:

$$\frac{dr_p}{dt} = -C_S V_S \left( \frac{2u_R D'^2}{r_p l_p} \right)^{1/3}, \quad (4.3)$$

donde  $V_S$  es el volumen de las partículas depositadas,  $u_R$  es la velocidad intersticial,  $l_p$  la longitud promedio del poro y  $D'$  la constante de difusión.

Si en el medio se toman en cuenta todos los poros, su respectiva distribución de tamaño de poro y que el tamaño de las partículas es aproximadamente constante entonces se puede escribir a las ecuaciones (4.1), (4.2) y (4.3) respectivamente como:

$$\frac{\partial C_{SD}}{\partial t_D} + \frac{\partial C_{SD}}{\partial x_D} = -\lambda C_{SD}, \quad (4.4)$$

$$\frac{\partial N_{pD} f_{pD}}{\partial t_D} = C_0 N_{pD} C_{SD} \frac{\partial}{\partial r_{pD}} \left[ f_p \left( \frac{u_R}{r_{pD}} \right)^{1/3} \right], \quad (4.5)$$

donde el subíndice  $D$  indica que las variables están adimensionalizadas y  $\lambda$  y  $C_0$  son constantes que ayudan a este propósito.

Las definiciones de las variables adimensionales son las siguientes:

$$C_{SD} = \frac{C_S}{C_S^*}, \quad (4.6)$$

$$N_{pD} = \frac{N_p}{N_p^*}, \quad (4.7)$$

$$x_D = \frac{x}{L}, \quad (4.8)$$

$$t_D = \frac{qt}{\phi L}, \quad (4.9)$$

$$r_{pD} = \frac{r_p}{r_p^*}, \quad (4.10)$$

$$r_{SD} = \frac{r_S}{r_S^*}, \quad (4.11)$$

donde  $C_S^*$  y  $N_p^*$  son concentraciones características que bien pueden ser las concentraciones iniciales,  $L$  es la longitud total del medio en el que se da el flujo, y  $r_s^*$  y  $r_p^*$  son los radios promedios de partícula y de poro respectivamente.

Nótese que para la ecuación (4.4) se ha sugerido que los cambios temporales y espaciales que puedan existir en el número de partículas son proporcionales al número de partículas, mientras que en la ecuación (4.5) se incorporó la derivada de la ecuación (4.3) con respecto del radio de poro  $r_p$  para tener la tasa de cambio temporal única y exclusivamente.

Ahora bien, si consideramos una distribución de tamaño de poro unimodal en (4.5), esto es,

$$f_{pD} = \delta(r_{pD} - r_m) \quad (4.12)$$

de tal forma que corresponda precisamente al radio promedio de poro (con el objetivo de estudiar el efecto del depósito a grosso modo) se puede demostrar que la permeabilidad se puede predecir con la siguiente expresión analítica:

$$k_D(t_D) = \frac{1}{\int_0^1 \frac{dx_D}{[1 - C_0(t_D - x_D)e^{-\lambda x_D}]^2}}. \quad (4.13)$$

En el apéndice A se muestra la deducción de la ecuación (4.13).

### 4.1.2 Modelo Entrampamiento Mecánico de Asfaltenos

Este proceso es diferente al que se discutió con anterioridad, ya que el principal mecanismo de retención de partículas se debe a que éstas se quedan atrapadas en las gargantas de los poros, así que se da en los casos en los que el diámetro de la partícula es comparable al diámetro de las gargantas de poro.

Si se consideran de nuevo partículas de igual tamaño las ecuaciones de balance de materia que describen esta situación física son las siguientes:

$$\frac{\partial C_{SD}}{\partial t_D} + \frac{\partial C_{SD}}{\partial x_D} = -\frac{1}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)}, \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial N_{pD} F_{pD}}{\partial t_D} = \begin{cases} -\frac{B}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(r_{pD})}{I(\infty)}, & r_{pD} A < 1 \\ -\frac{B}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)}, & r_{pD} A > 1 \end{cases}, \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial N_{pD}}{\partial t_D} = -\frac{B}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)}, \quad (4.16)$$

Las variables  $C_{SD}$ ,  $N_{pD}$ ,  $x_D$ ,  $t_D$ ,  $r_{SD}$  y  $r_{pD}$  siguen siendo como se definieron en las ecuaciones (4.6) a (4.11) de la sección anterior; sin embargo, en el planteamiento del problema de entrapamiento de partículas (asfaltenos) se tienen nuevas variables y funciones que son definidas como:

$$A = \frac{r_p^*}{r_s^*}, \quad (4.17)$$

$$B = \frac{\phi C_S^*}{N_p^*}, \quad (4.18)$$

$$\varepsilon = \frac{l_p}{L}, \quad (4.19)$$

$$F_{pD}(r_{pD}) = \int_0^{r_{pD}} f_{pD} dr'_{pD}, \quad (4.20)$$

$$I(r_{pD}) = \int_0^{r_{pD}} u_{RD} r_{pD}^2 f_{pD} dr'_{pD} , \quad (4.21)$$

$A$ ,  $B$  y  $\mu$  son parámetros que adimensionalizan las ecuaciones,  $F_{pD}$  es la integral de la distribución de tamaño de poro y  $I(r_{pD})$  representa el gasto volumétrico a través del intervalo de gargantas de poro que tienen radios que van de cero a  $r_{pD}$ . Nótese que el cociente  $I(r_{pD})/I(\infty)$  proporciona la fracción de gasto fluyendo en el intervalo de gargantas de poro que tienen un radio que va de cero a  $r_{pD}$  con respecto al total de gasto que se tiene a lo largo de todo el volumen.

Al igualar la ecuaciones (4.14) y (4.16), proponiendo un cambio de variable tal que

$$z = x_D - vt_D , \quad (4.22)$$

con  $v$  una constante por determinar y con las condiciones de frontera adecuadas (ver apéndice B), se puede obtener como solución para la permeabilidad:

$$k_D = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_1} - 1\right)vt_D + 1} , \quad (4.23)$$

con  $k_1$  la permeabilidad dejada detrás de lo que se considera como frente de depósito de asfalto.

#### 4.1.3 Modelo Acoplado (adsorción seguida de entrapamiento mecánico)

De acuerdo a lo visto en las secciones 4.1.1 y 4.1.2 se tienen dos ecuaciones básicas que describen el mecanismo de depósito de asfaltos a lo largo del medio poroso, es decir, la ecuación (4.13) que describe el depósito de asfaltos debido a adhesión en las paredes de las gargantas de poro y por otra parte la ecuación (4.23) que describe el entrapamiento mecánico. Minssieux (1998) en su trabajo sugiere que, al menos en pruebas realizadas con núcleos de arenisca y caliza, se establecen los mecanismos en tiempos diferentes: primero una reducción gradual y lenta en todo el núcleo debido a adhesión y después un entrapamiento en las gargantas de poro. Se espera entonces que la ecuación (4.13) describa la reducción en permeabilidad en los primeros instantes de inyección de crudo con asfalto y posteriormente se tendría un comportamiento en la permeabilidad que describiría la ecuación (4.23) correspondiente a entrapamiento.

Finalmente, cabe decir que los parámetros importantes son:  $\lambda$  y  $C_0$  para la ecuación (4.13) y estos se determinaron para todos los casos mediante prueba y error. Además, la ecuación (4.23) se modificó a fin de que se adecuara al tiempo en el que comienza el entrapamiento, a este tiempo se le denominó  $t_c$  y se determinó de igual forma mediante prueba y error. La ecuación (4.23) se estableció finalmente como

$$k_D = \frac{1}{C_1(t_D - t_c) + 1} , \quad (4.24)$$

con  $C_1$  igual a

$$C_1 = \left( \frac{1}{k_1} - 1 \right) v . \quad (4.25)$$

Se tienen así cuatro parámetros básicos que describen junto con las ecuaciones ya mencionadas el cambio de la permeabilidad en el tiempo. El modelo se compara con los experimentos realizados por Minssieux (1998), Ali e Islam (1998), y Shedid (2001). Mención aparte merece el experimento realizado por Arguelles (2006) como parte de su trabajo de tesis y que es el único que se ha realizado con aceite vivo a condiciones de yacimiento en roca caliza.

## 4.2 Comparación de resultados experimentales con el modelo propuesto

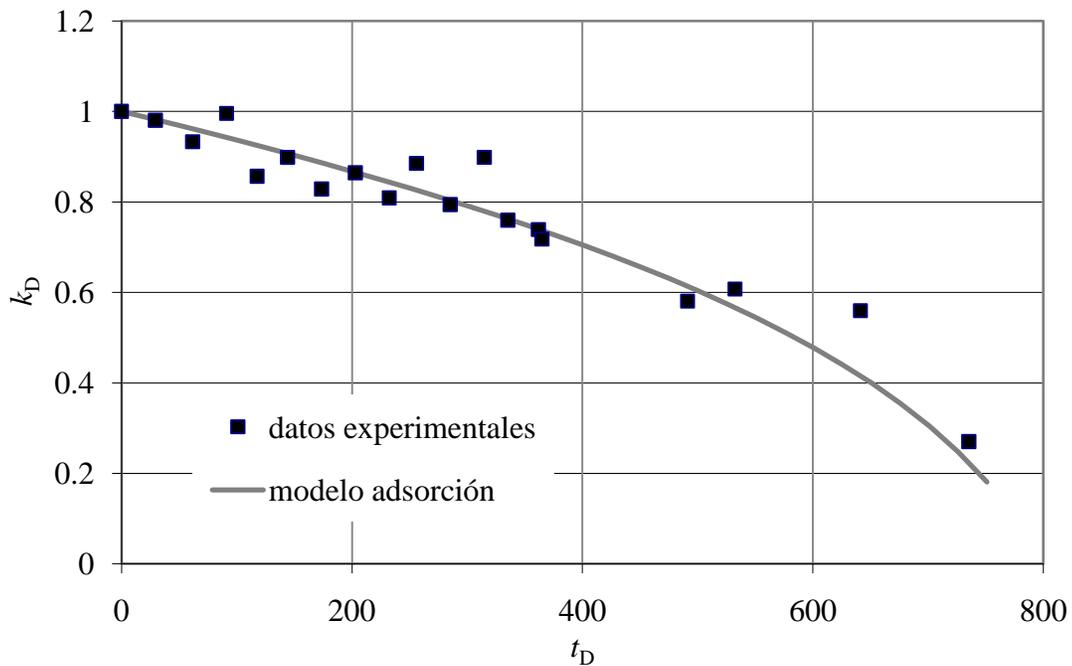
A continuación se presentan algunas propiedades petrofísicas de la roca y características a las que se realizaron los experimentos de los trabajos encontrados en la literatura más importantes. Posteriormente se presentan las gráficas que tienen los datos experimentales así como los generados por el modelo propuesto con respectivos parámetros. En todos los casos  $k_D$  representa el cociente entre la permeabilidad instantánea y la permeabilidad inicial y  $t_D$  el volumen de poro inyectado. Se han separado por tipo de mecanismo imperante: adsorción de asfalteno en las paredes del poro, entrapamiento de asfalteno en las gargantas de poro y por último la combinación de ambos mecanismos.

**Tabla 4.1** Propiedades petrofísicas de la roca y del aceite

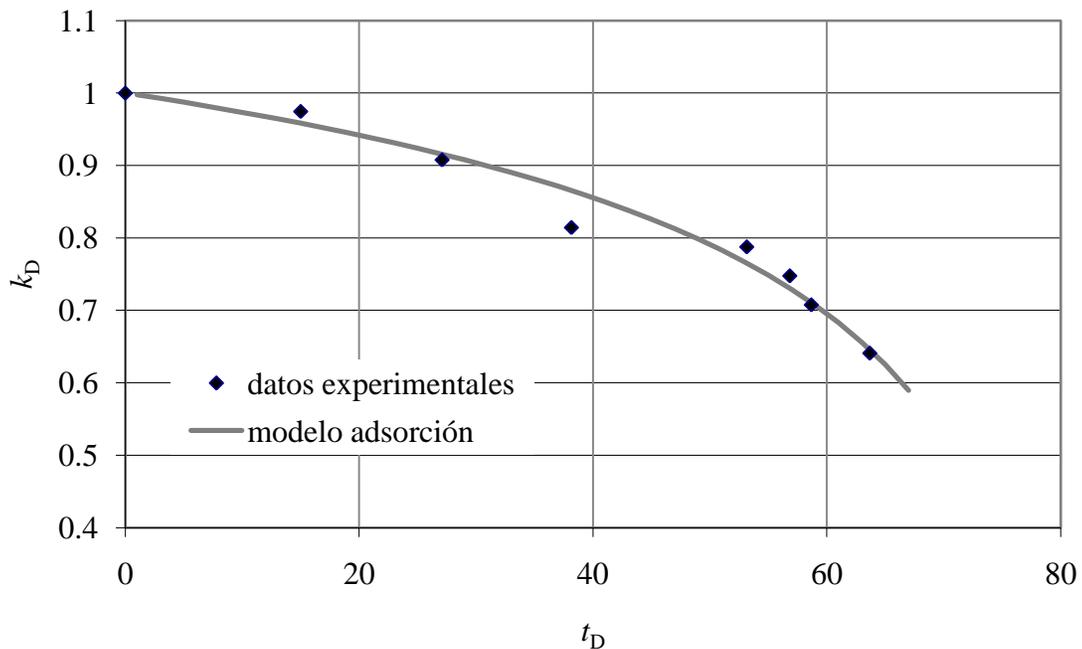
Trabajo	experimento	Contenido de asfalteno, % peso	Porosidad inicial, %	Permeabilidad inicial (md)	Temperatura (°C)	Gasto (cm <sup>3</sup> /hr)
Minssieux (1998)	GV 10	5.3	24.3	12.2	50	10
	GV 5	5.3	24.7	29	50	10
	GF 1	5.3	13.1	107	50	50
	GF 3	5.3	13.7	77.4	50	50
	GP 9	0.15	22.6	1.1	80	80
	HMD 26	0.15	7.1	0.67	80	8
Shedid (2001)	1	0.06	15.32	4.67	65.5	60
	2	0.87	16.30	6.32	65.5	60
	3	1.50	17.18	8.48	65.5	60
Ali e Islam (1998)	-	3	35	11.3	-	30
Argüelles (2006)	-	2.9	15.2	18.89	140.7	4
Papadimitriou y cols (2007)	-	1	18-23	100	90	356
Rezaian y cols (2010)	-	0.0035	22.0	40	-	24

#### 4.2.1 Adsorción de asfalto en las paredes de poro

Para validar el modelo de adsorción de asfalto, la ecuación (4.13) se aplicó a datos experimentales (reducción de permeabilidad vs. volumen de poro inyectado) reportados por Minssieux (1998) y se compararon con los datos generados por el modelo. En las Figs. 4.2 y 4.3 se observa que el modelo de adhesión propuesto ajusta apropiadamente los datos experimentales de Minssieux (1998). En esta prueba de desplazamiento en núcleo, Minssieux (1998) usó un aceite crudo muerto con bajo contenido de asfalto (0.15% masa), viscosidad de 1.5 cP a 80°C, densidad API de 43 y fue desplazado con un gasto volumétrico de 8 mL/h. El medio poroso seleccionado para la prueba de desplazamiento fue una muestra de tapón de núcleo de HMD como representativo de la roca de yacimiento con una porosidad efectiva inicial de 7.1% y una permeabilidad inicial de 0.67 mD. Esta roca de yacimiento está constituida por kaolinita como el principal mineral de arcilla. En este tipo de roca, la reducción de la permeabilidad inició con una importante adsorción de asfalto en arcillas de área específica alta; luego, fue seguida por una retención hidrodinámica de agregados de asfaltos en las gargantas de poro, como puede observarse en la Fig. 4.3.



**Fig. 4.2** Comparación entre resultados experimentales HMD\_26 (Minssieux, 1998) y obtenido con el modelo.  $C_0 = 0.00125$ ,  $\lambda=4$



**Fig. 4.3** Comparación entre resultados experimentales GF 1 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo.  $C_0 = 0.0125$ ,  $\lambda = 10$

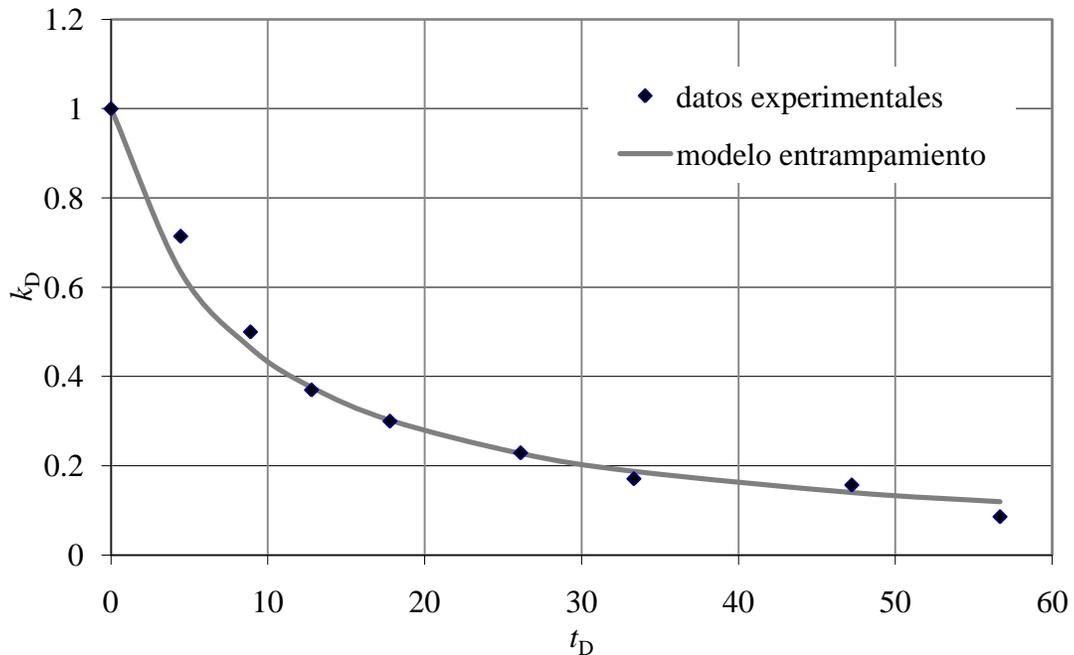
Para el caso de los datos experimentales reportados por Minssieux (1998) en las pruebas de desplazamiento del tapón de núcleo GF1, el aceite crudo muerto contiene 5.3% masa de asfaltenos, una viscosidad de 13 cP a 20°C y densidad API de 29°, y fue desplazado a través del medio poroso a un gasto de inyección de 50 mL/h. Este tipo de roca fue seleccionada como un modelo homogéneo de medio poroso con un grano de tamaño y morfología regular (sílica pura sin arcilla presente). Como se puede ver en la Fig. 4.3, el proceso de daño en el núcleo se desarrolló según un proceso más o menos lento mostrando la evolución de la permeabilidad absoluta como una función de los volúmenes de poro del aceite crudo muerto. El modelo de adsorción de asfalteno desarrollado predice satisfactoriamente los datos experimentales reportados.

Nótese que tanto los datos reportados en el experimento HMD\_26 como en GF 1, requieren de una gran cantidad de volúmenes de poro inyectados para observar una disminución significativa en la permeabilidad. Suponemos que esta es una de las características del fenómeno de adhesión de asfalteno en el medio poroso.

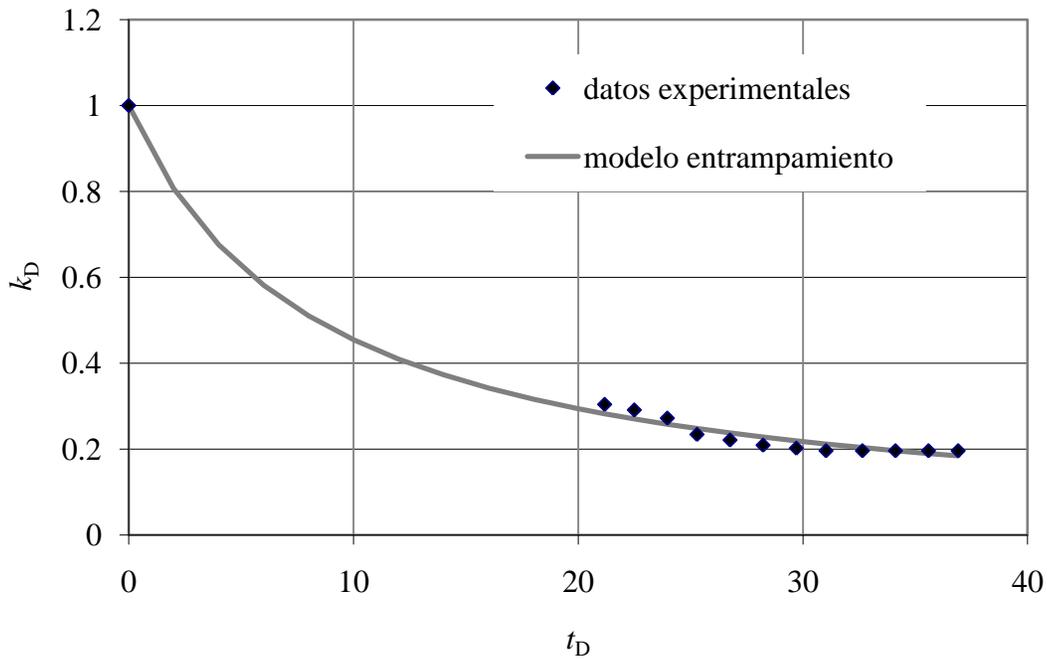
### 4.2.2 Entrampamiento mecánico

Este proceso es completamente diferente al discutido previamente. El mecanismo de retención de partículas de asfalto se debe al entrampamiento en las gargantas de poros. Como resultado, este mecanismo ocurre cuando el diámetro de las partículas de asfalto es comparable al diámetro de la garganta de poro causando una reducción drástica de la permeabilidad absoluta. La dinámica de este proceso se describe por las ecuaciones de balance de masa desarrolladas previamente (sección 4.1).

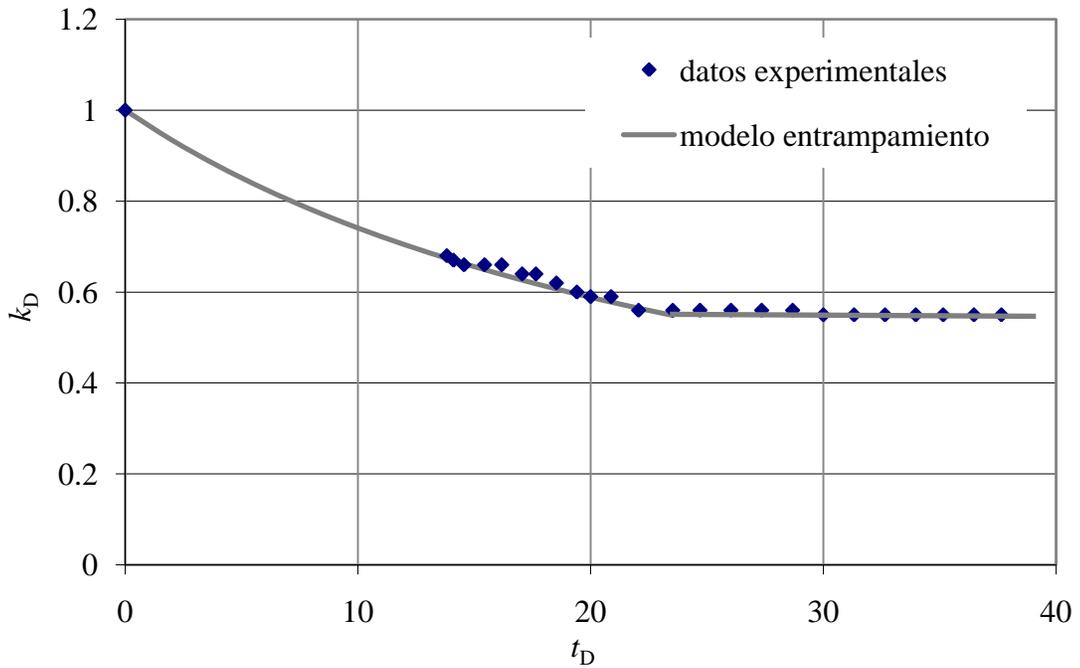
En este trabajo se utilizaron datos experimentales de pruebas de desplazamiento en núcleo reportados por Minssieux (1997), Shedid (2001), Ali e Islam (1997), Papadimitriou y cols (2007) y Rezaian y cols (2010). para validar el modelo matemático desarrollado para representar el proceso de entrampamiento de asfaltos precipitados en un medio poroso. Las Figs. 4.4 a 4.9 muestran los datos experimentales reportados en la literatura y los obtenidos por la ecuación (4.23).



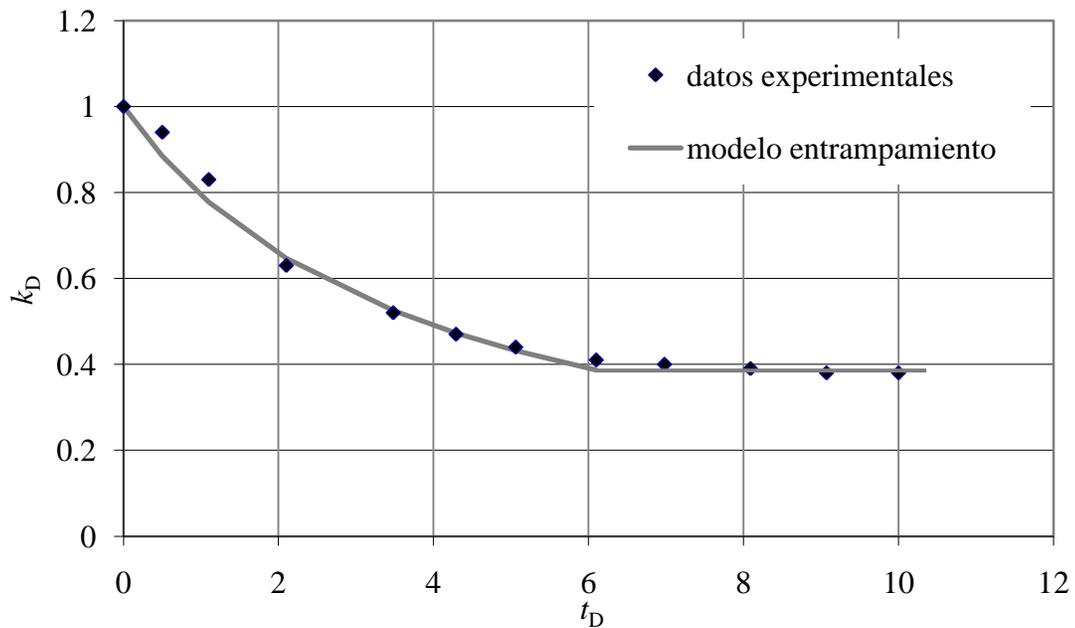
**Fig. 4.4** Comparación entre resultados experimentales GV 5 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo.  $C_1 = 0.13$



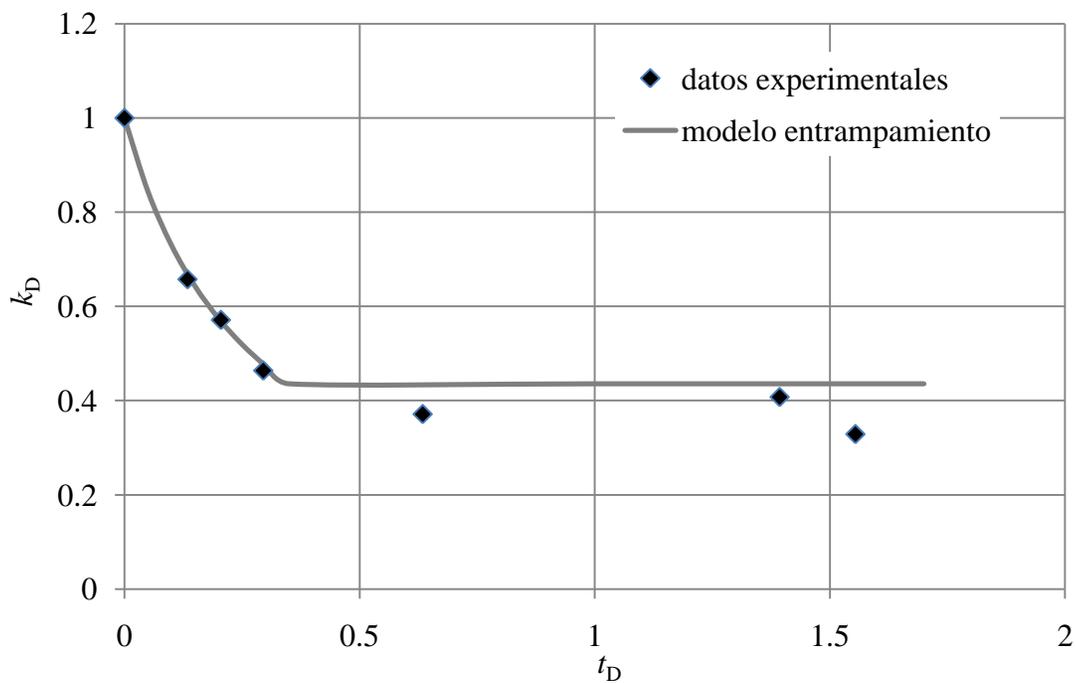
**Fig. 4.5** Comparación entre resultados experimentales núcleo 2 (Shedid, 2001) y obtenidos con el modelo.  $C_1 = 0.12$



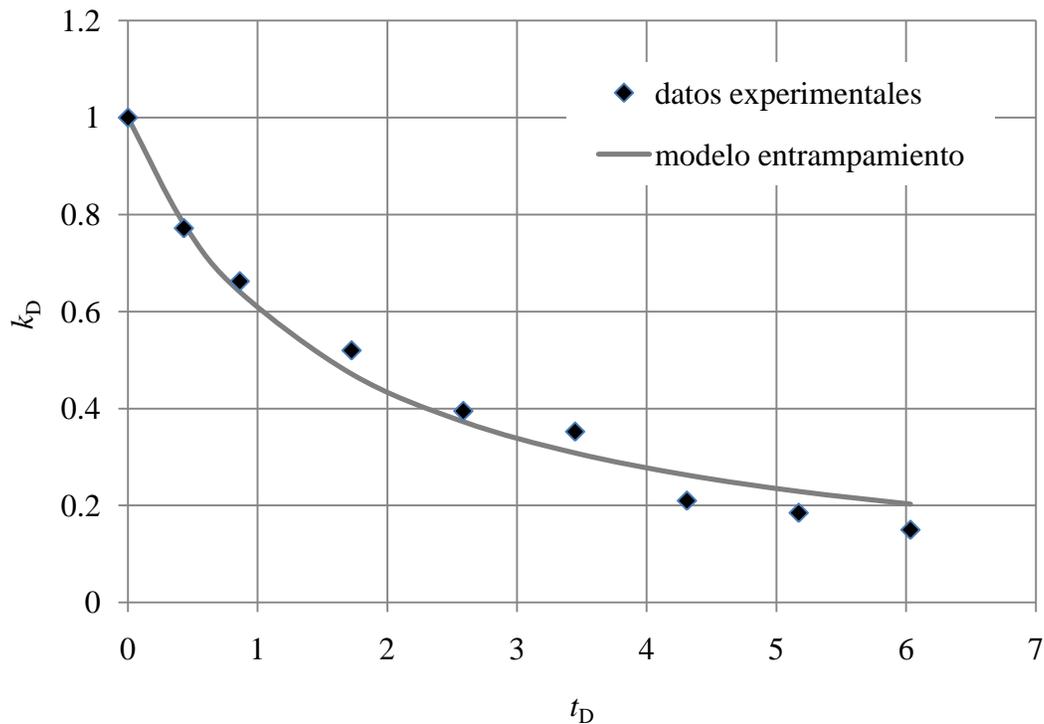
**Fig. 4.6** Comparación entre resultados experimentales núcleo 1 (Shedid, 2001) y obtenidos con el modelo.  $C_1 = 0.035$



**Fig. 4.7** Comparación entre resultados experimentales Ali e Islam (1998) y obtenidos con el modelo.  $C_1 = 0.26$



**Fig. 4.8** Comparación entre resultados experimentales Papadimitriou y cols (2007) y obtenidos con el modelo.  $C_1 = 3.70$



**Fig. 4.9** Comparación entre resultados experimentales Rezaian y cols (2010) y obtenidos con el modelo.  $C_1 = 0.65$

El modelo matemático propuesto representa satisfactoriamente los datos experimentales de las pruebas de desplazamiento en núcleo. En el caso de los datos experimentales de la Fig. 4.4, Minssieux (1998) llevó a cabo una prueba de desplazamiento (GV5) en un tapón de arenisca arcillosa con un aceite crudo de Weyburn con contenido de asfaltenos de 5.3% masa (viscosidad de 13 cP a 20°C, densidad API de 29°, gasto de inyección de 10 mL/h) como un ejemplo de mecanismo de taponamiento drástico causado por una acumulación in situ o puenteo de las partículas de asfalto atrapadas o agregados de asfalto suspendidos en el aceite crudo. Por su parte, Shedid (2001) realizó una serie de pruebas de desplazamiento en núcleo con el objetivo de estudiar la influencia de la precipitación de asfaltenos en rocas de yacimientos carbonatados. Los resultados (Fig. 4.5 y 4.6) indicaron que la precipitación de asfaltenos reduce la permeabilidad absoluta y la porosidad efectiva para diferentes contenidos de asfaltenos (0.06-1.50% masa) del aceite crudo fluyendo a través de taponamientos de núcleo carbonatados. Específicamente, el modelo matemático propuesto en este trabajo fue comparado con los datos experimentales del sistema aceite crudo (0.06% masa de asfaltenos) y taponamientos de núcleo carbonatados (permeabilidad absoluta inicial de 6.67 mD y porosidad efectiva inicial de 16.34%, gasto de inyección de 1 mL/min).

Nótese que en este tipo de mecanismo el daño a la formación suele ser drástico, de tal manera que se requieren de pocos volúmenes porosos para causar una rápida disminución de la permeabilidad. El ejemplo más drástico es el Papadimitriou y cols. (2007), que en menos de un volumen poroso de inyección logra una caída rápida de la permeabilidad.

### 4.2.3 Comparación de los modelos de adsorción y entrapamiento

Se considera que el mecanismo de adsorción reduce la permeabilidad del tapón de núcleo no tan drásticamente como si fuera causado por el mecanismo de entrapamiento. Además, es bien sabido que la contribución de la adsorción a la cantidad total de depositación de asfaltenos es típicamente pequeña y que el entrapamiento físico/mecánico parece ser dominante (Leontaritis, 1998).

Para aplicar el modelo de adsorción a los datos experimentales de las Figs. 4.2 y 4.3, se consideraron dos formas principales que son características del mecanismo de adsorción en los taponos de núcleo analizados, esto es:

- 1) La tendencia del comportamiento de la permeabilidad como función del volumen del poro (forma de la curva: ángulo convexo)
- 2) Se requieren varios volúmenes de poro para reducir la permeabilidad absoluta a un grado considerable.

A partir de las Figs. 4.2 y 4.3, se observó que los volúmenes de poro requeridos para reducir la permeabilidad fueron mayores a 500 y 60, respectivamente. Tomando en cuenta la Fig. 4.4, se observa que la reducción de la permeabilidad es severa, esto es menor a 0.1 de su valor inicial, cuando se han inyectado 60 volúmenes de poro, mientras que para un valor similar de volúmenes de poro inyectados (alrededor de 60) en la Fig. 4.3, la permeabilidad no se redujo tan drásticamente (apenas a 0.7 de su valor inicial) como en el caso en donde se consideró el entrapamiento en las gargantas de poro como el mecanismo predominante.

De manera similar, para aplicar el modelo de entrapamiento a los datos experimentales de las Figs. 4.4 a 4.9, se consideraron dos formas principales que son características del mecanismo en los taponos de núcleo analizados, esto es:

- 1) La tendencia del comportamiento de la permeabilidad como función del volumen del poro (forma de la curva: ángulo cóncavo).
- 2) Se requieren pocos volúmenes de poro para reducir la permeabilidad absoluta a un grado considerable.

Con base en estas observaciones, parece ser que para cada mecanismo considerado como daño a la formación, la forma de la curva es distinta dependiendo del modelo aplicado. De allí que, los dos modelos matemáticos desarrollados fueron usados para sustentar la interpretación de los efectos de adsorción y taponamiento relacionados al proceso de depositación in situ de asfaltenos en el poro medio.

#### 4.2.4 Modelo acoplado (adsorción seguida de entrapamiento mecánico)

Se considera que primero ocurre una reducción gradual y lenta de la permeabilidad en las muestras de roca analizadas debido al proceso de adsorción, y posteriormente se desarrolla un proceso de taponamiento en las gargantas de poro. Así que la ecuación (4.13) describiría la reducción de la permeabilidad en los primeros instantes durante la inyección del aceite crudo con las partículas de asfaltenos, y posteriormente, el comportamiento de la permeabilidad descrito por la ecuación (4.23) correspondería al proceso de entrapamiento de las partículas. En ambos modelos matemáticos se considera que las partículas de asfaltenos tienen en promedio el mismo tamaño. Esta hipótesis puede ser una condición no realista; sin embargo, Leontaritis (2005) demostró que la distribución de las partículas de asfalteno (por lo menos en aceite crudo muerto), se aproxima a una distribución gamma, y para propósitos prácticos se puede considerar unimodal.

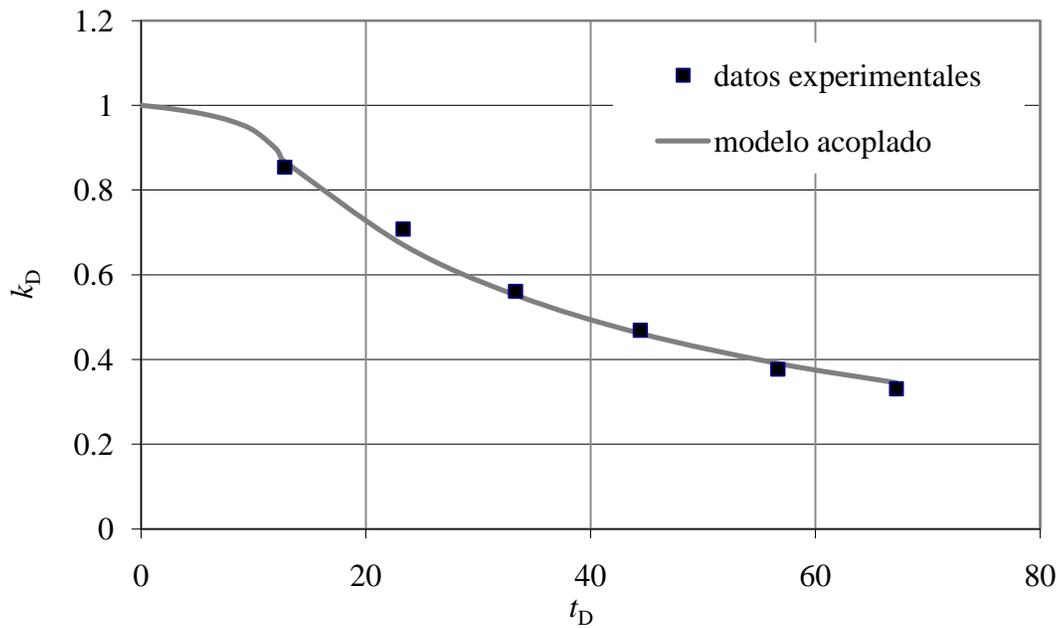
La ecuación (4.23) se modificó para ajustar el tiempo en el cual comienza el proceso de entrapamiento. Este tiempo fue establecido como  $t_c$  y también fue obtenido por ensaye y error. Finalmente, la ecuación (4.23) se estableció como:

$$k_D = \frac{1}{C_1(t_D - t_c) + 1} \quad , \quad (4.24)$$

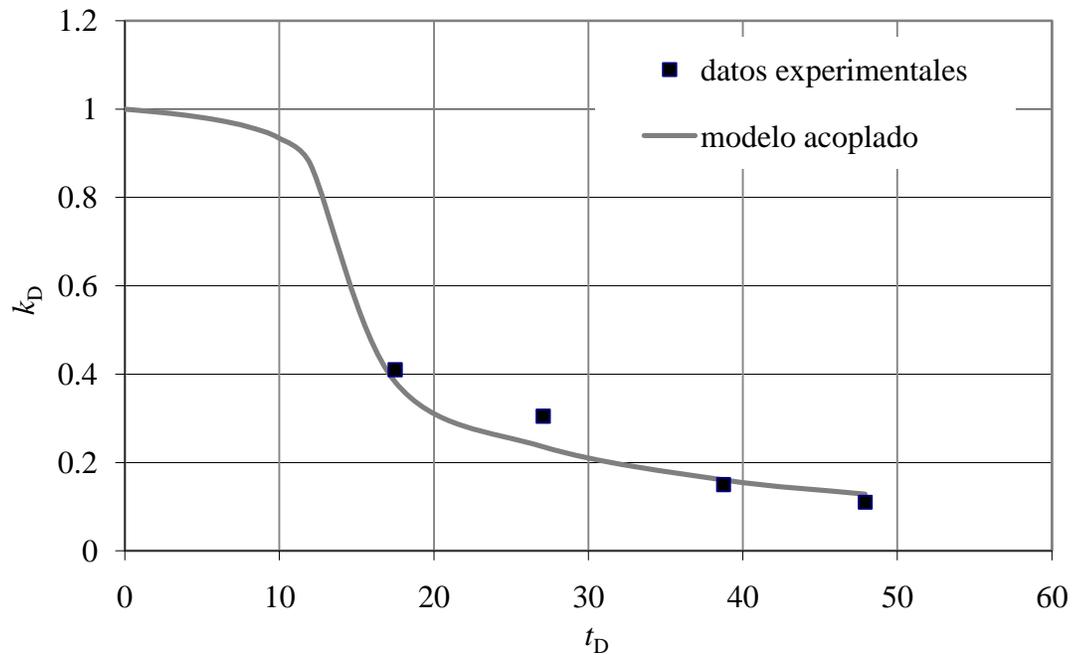
donde es igual a,

$$C_1 = \left( \frac{1}{k_1} - 1 \right) v_D \quad . \quad (4.25)$$

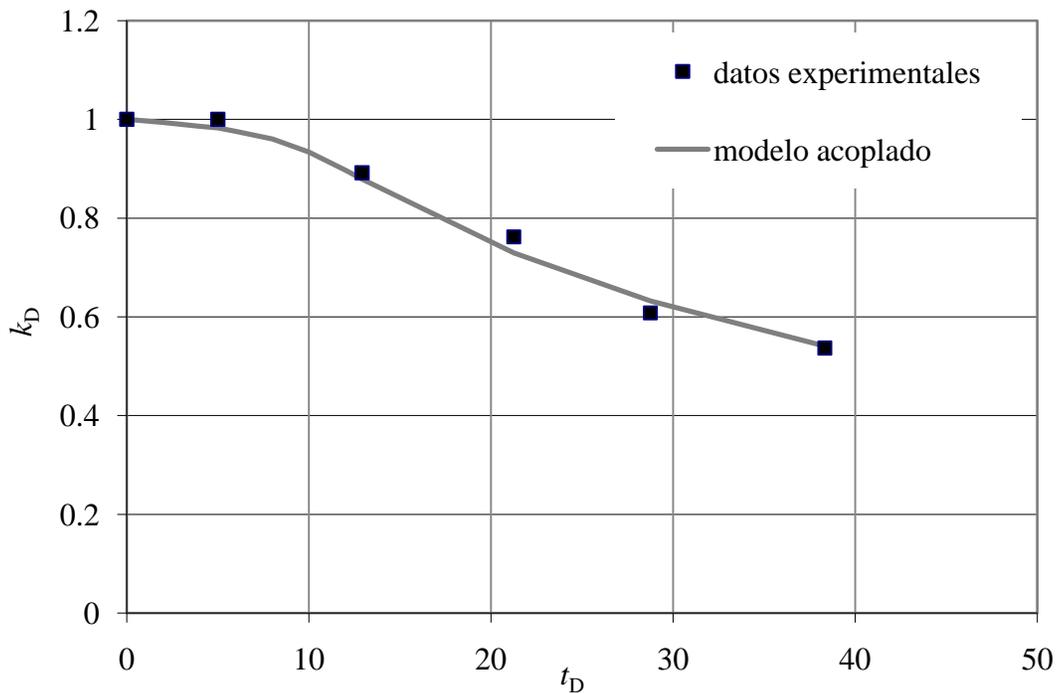
A partir de esta aproximación, existen 4 parámetros básicos ( $C_0$ ,  $C_1$ ,  $\lambda$  y  $t_c$ ) para los dos modelos matemáticos desarrollados para la representación del daño a la permeabilidad del medio poroso causado por la depositación y precipitación in situ de asfaltenos causado por el agotamiento natural de un pozo/yacimiento petrolero. Así que, en este trabajo se propone acoplar la adsorción de asfaltenos con el taponamiento físico/mecánico durante el proceso de la depositación. Este modelo fue aplicado a los datos experimentales reportados por Minssieux (1998) y Argüelles (2006) en pruebas de desplazamiento en muestras (pequeñas) de núcleo considerando ambos mecanismos; en las Figs. 4.10 a 4.13 es posible observar que la reducción de la permeabilidad absoluta durante el proceso de agotamiento de la presión en un medio poroso, puede predecir satisfactoriamente el comportamiento usando este modelo matemático.



**Fig. 4.10** Comparación entre resultados experimentales GF 3 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo.  $C_0 = 0.07$ ,  $C_1 = 0.032$ ,  $\lambda = 50$ ,  $t_c = 8$

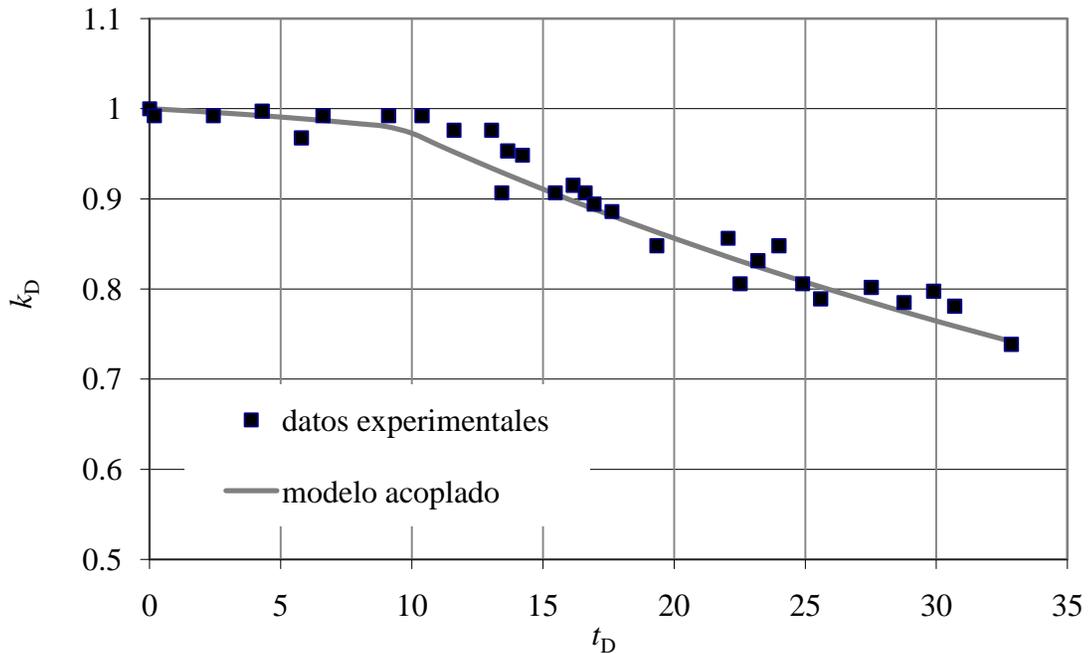


**Fig. 4.11** Comparación entre resultados experimentales GV 10 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo.  $C_0 = 0.07$ ,  $C_1 = 0.17$ ,  $\lambda = 50$ ,  $t_c = 8$



**Fig. 4.12** Comparación entre resultados experimentales GP 9 (Minssieux, 1998) y obtenidos con el modelo.  $C_0 = 0.07$ ,  $C_1 = 0.028$ ,  $\lambda = 50$ ,  $t_c = 8$

Cabe mencionar que el procedimiento experimental llevado a cabo por Argüelles (2006) a condiciones de yacimiento, usando aceite crudo vivo (Fig. 4.13) es similar al que se utiliza con aceite crudo muerto (Figs. 4.10 a 4.12). Se supone que los procesos involucrados que afectan la permeabilidad absoluta del medio poroso son básicamente la adsorción y el entrapamiento del asfalteno. A partir de las Figs. 4.10 a 4.13, se observa que la reducción de la permeabilidad muestra una tendencia similar con el daño a la formación causado por la migración de sólidos finos (Minssieux, 1998).



**Fig. 4.13** Comparación entre resultados experimentales (Argüelles, 2006) y obtenidos con el modelo.  $C_0 = 0.04$ ,  $C_1 = 0.014$ ,  $\lambda = 50$ ,  $t_c = 8$

De los datos experimentales obtenidos de pruebas de desplazamiento en núcleo analizados en esta tesis, se observó que existe una diferencia en la reducción de la permeabilidad absoluta del núcleo cuando (i) la precipitación del asfalto se induce por un agente precipitante (n-pentano, h-heptano, etc.) usando aceite crudo muerto (Ali e Islam, 1997; Minssieux, 1998; de Pedroza et al., 1995), o utilizando aceites crudos con diferente contenido de asfaltos (Minssieux, 1998), y (ii) la precipitación del asfalto se produce por la disminución de la presión usando aceite recombinado o aceite crudo vivo (Argüelles, 2006). Los resultados obtenidos por Argüelles (Fig. 4.13), demuestran que el estado de existencia o comportamiento del asfalto en el aceite crudo es diferente en los disolventes, como la mayoría de los estudios que se realizan (a nivel de laboratorio), que implican algunos aspectos de la precipitación y depositación de asfaltos en los yacimientos durante la etapa de producción primaria del petróleo. Observando y analizando con el modelo aquí propuesto los resultados obtenidos por Argüelles-Vivas (2006), se deduce que la reducción de la permeabilidad absoluta del medio poroso por el proceso de entrapamiento es más lento o gradual cuando se usa aceite crudo vivo (Fig. 4.13). De cualquier forma, parece conservarse el hecho de que primero ocurre un proceso lento de adsorción de asfalto en las paredes del poro, y tiempo después comienza a entraparse en las gargantas de poro.

## Conclusiones

- Se desarrollaron tres modelos matemáticos que ayudan a identificar y caracterizar el tipo de daño a la formación, debido a la depositación de asfaltenos a partir de datos experimentales.
- El modelo de adsorción aquí propuesto describe adecuadamente el comportamiento en la reducción en la permeabilidad debido al flujo de aceite con presencia de asfaltenos.
- El modelo de entrapamiento presentado es adecuado para describir el comportamiento en la reducción de la permeabilidad debido al flujo de aceite con presencia de asfaltenos.
- El modelo de adsorción propuesto requiere, en comparación con otros modelos reportados en la literatura, de solamente dos parámetros para describir adecuadamente el comportamiento en la reducción de la permeabilidad.
- El modelo de entrapamiento propuesto en este trabajo requiere de solamente un parámetro para describir adecuadamente el comportamiento en la reducción de la permeabilidad. Este parámetro puede ser deducido de datos experimentales, siempre y cuando existan suficientes datos.
- El mecanismo de reducción en la permeabilidad por adsorción de asfalteno es un proceso lento y requiere de varios volúmenes de poro.
- El proceso de entrapamiento en las gargantas de poro se presenta como una reducción rápida de la permeabilidad.
- Es probable que el proceso de adsorción se presente con una curvatura de tipo convexo cuando se grafica permeabilidad contra volúmenes de poro inyectado.
- Es probable que el proceso de entrapamiento mecánico se presente con una curvatura de tipo cóncavo cuando se grafica permeabilidad contra volúmenes de poro inyectado.
- La reducción en la permeabilidad debido a la presencia de asfalteno en aceite vivo es un proceso significativamente más lento comparado con el asfalteno que se induce en aceite muerto con disolventes como el heptano.
- Es probable que en campo la reducción de la permeabilidad por el flujo de aceite con la presencia de asfalteno sea un proceso lento y poco significativo en los primeros años de explotación puesto que el proceso de adsorción pareciera ser un proceso lento. Sin embargo, el agotamiento natural, así como la presencia de otros fluidos en el yacimiento puede acelerar el proceso de entrapamiento y por tanto una rápida reducción en la permeabilidad.

## Referencias

1. Ali, M.A. e Islam, M.R. 1998. The Effect of Asphaltene Precipitation on Carbonate-Rock Permeability: An Experimental and Numerical Approach. *SPE Prod & Fac* **13** (3): 178-183. SPE-50963-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/50963-PA>.
2. Almehaideb, R. 2004. Asphaltene Precipitation and Deposition in the Near Wellbore Region: A Modeling Approach. *J. Pet. Sci. Eng.* **42** (2-4): 157-170. <http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2003.12.008>.
3. Argüelles, F. 2006. Efecto de la Depositación de Asfaltenos en el Flujo de Fluidos en Medios Porosos. Tesis de Licenciatura, Universidad Autónoma Metropolitana, México, D.F.
4. Amyx, J.W., Bass Jr., D.M. y Whiting, R.L. 1960. *Petroleum Reservoir Engineering*. New York: McGraw-Hill Book Co.
5. Bear, J. 1972. *Dynamic of Fluids in Porous Media*. New York: American Elsevier.
6. Brooks, R.H., y Corey, A.T. 1964. Hydraulic properties of porous media: Hydrology Papers. Colorado State University.
7. Chierici, G.L. 1994. *Principles of Petroleum Reservoir Engineering*, vol 1. Berlin: Springer-Verlag.
8. Civan, F. 1996. A Multi-Purpose Formation Damage Model. Artículo SPE 31101, presentado en SPE Formation Damage Control Symposium, Lafayette, Louisiana, EUA, febrero 14-15.
9. Civan, F. 2000. *Reservoir Formation Damage: Fundamentals, Modeling, Assessment and Migration*. Houston, Texas: Gulf Publishing Company.
10. Clementz, M. 1982. Alteration of Rock Properties by Adsorption of Petroleum Heavy Ends: Implications for Enhanced Oil Recovery. Artículo SPE 10683, presentado en SPE Enhanced Oil Recovery Symposium, Tulsa, Oklahoma, abril 4-7. <http://dx.doi.org/10.2118/10683-MS>.
11. Collins, S.H. y Melrose, J.C. 1983. Adsorption of Asphaltenes and Water on Reservoir Rock Minerals. Artículo SPE 11800, presentado en SPE Oilfield and Geothermal Chemistry Symposium, Denver, Colorado, EUA, junio 1-3. <http://dx.doi.org/10.2118/11800-MS>.
12. Dake, L.P. 1978. *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam: Elsevier Scientific.
13. De Boer, R.B., Leerlooyer, K., Eigner, M.R.P. y van Bergen, A.R.D. 1995. Screening of Crude Oils for Asphalt Precipitation: Theory, Practice, and the Selection of Inhibitors. *SPE Prod & Fac* **10** (1): 55-61. SPE-24987-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/24987-PA>.
14. De Pedroza, T.M., Calderon, G. y Rico, A. 1995. Impact of Asphaltene Presence in Some Rock Properties. *SPE Advanced Technology Series* **4** (1): 185-191. SPE-27069-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/27069-PA>.
15. Dubey, S.T. y Waxman, M.H. 1991. Asphaltene Adsorption and Desorption from Mineral Surfaces. *SPE Res Eng* **6** (3): 389-395. SPE-18462-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/18462-PA>.
16. Dullien, F. 1992. *Porous Media: Fluid Transport and Pore Structure*, second edition, New York: Academic Press.

17. Fancher, G.H., Lewis, J.A., y Barnes, K.B. 1933. Some Physical Characteristics of Oil Sands. Pennsylvania State College, Minerals Industries Experiment Station. *Bull.* 12, 141.
18. Garrouch, A.A. y Al-Ruhaimani, F.A. 2005. Modeling Permeability Reduction Caused by Asphaltene Deposition. Artículo SPE 96697, presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Dallas, Texas, EUA, octubre 9-12. <http://dx.doi.org/10.2118/96697-MS>.
19. González, G. y Travalloni-Louvisse, M. A. 1993. Adsorption of Asphaltenes and its Effect on Oil Production. *SPE Prod & Fac* 8 (2): 91-96. SPE-21039-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/21039-PA>.
20. Gruesbeck, C. y Collins, R.E. 1982. Entrainment and Deposition on Fine Particles in Porous Media. *SPE J.* 22 (6) 847-856. SPE-8430-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/8430-PA>.
21. Hirschberg, A., deJong, L.N.J., Schipper, B.A. y Meijer, J.G. 1984. Influence of Temperature and Pressure on Asphaltene Flocculation. *SPE J.* 24 (3): 283-293. SPE-11202-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/11202-PA>.
22. Hubbert, M.K. 1956. Darcy's Law and the Field Equations of the Flow of Underground Fluids. En *Transactions of the Society of Petroleum Engineers*, Vol. 207, 222-239. Richardson, Texas: Society of Petroleum Engineers.
23. Kamath, V.A., Yang, J. y Sharma, G.D. 1993. Effect of Asphaltenes Deposition on Dynamic Displacements of Oil by Water. Artículo SPE 26046, presentado en SPE Western Regional Meeting, Anchorage, Alaska, EUA, mayo 26-28. <http://dx.doi.org/10.2118/26046-MS>.
24. Khilar, K.C. y Fogler, H.S. 1983. Water Sensitivity of Sandstones. *SPE J.* 23 (1): 55-64. SPE-10103-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/10103-PA>.
25. Kumar, T. y Todd, A.C. 1988. A New Approach for Mathematical Modeling of Formation Damage Due to Invasion of Solid Suspensions. Artículo SPE 18203, presentado en SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, Texas, EUA, octubre 2-5. <http://dx.doi.org/10.2118/18203-MS>.
26. Larson, R.G. 1978. Percolation in Porous Media with Application to Enhanced Oil Recovery. MS thesis, The University of Minnesota, Minneapolis, Minnesota.
27. Leontaritis, K.J. 1996. The Asphaltene and Wax Deposition Envelopes. *Fuel Sci. Tech.* 14 (1-2): 13-39. <http://dx.doi.org/10.1080/08843759608947560>.
28. Leontaritis, K.J., Amaefule, J.O. y Charles, R.E. 1994. A Systematic Approach for the Prevention and Treatment of Formation Damage Caused by Asphaltene Deposition. *SPE Prod & Fac* 9 (3): 157-164. SPE-23810-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/23810-PA>.
29. Leontaritis, K.J. y Mansoori, G.A. 1987. Asphaltene Flocculation During Oil Production and Processing: A Thermodynamic Colloidal Model. Artículo SPE 16258, presentado en International Symposium on Oilfield Chemistry, San Antonio, Texas, Febrero 4-6. <http://dx.doi.org/10.2118/16258-MS>.
30. Leontaritis, K.J. y Mansoori, G.A. 1988. Asphaltene Deposition: A Survey of Field Experiences and Research Approaches. *J. Pet. Sci. Eng.* 1 (3): 229-239. [http://dx.doi.org/10.1016/0920-4105\(88\)90013-7](http://dx.doi.org/10.1016/0920-4105(88)90013-7).
31. Levich, V.G. 1962. *Physicochemical Hydrodynamics*, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.

32. McCain, W.D. Jr. 1990. *The Properties of Petroleum Fluids*, second edition. Tulsa, Oklahoma: PennWell Publishing Company.
33. Marczewski, A.W. y Szymula, M. 2002. Adsorption of Asphaltenes from Toluene on Mineral Surface. *Colloids Surf., A* **208** (1-3): 259-266. [http://dx.doi.org/10.1016/S0927-7757\(02\)00152-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0927-7757(02)00152-8).
34. Minssieux, L. 1997. Core Damage from Crude Asphaltene Deposition. Artículo SPE 37250, presentado en International Symposium on Oilfield Chemistry, Houston, Texas, febrero 18-21. <http://dx.doi.org/10.2118/37250-MS>.
35. Minssieux, L., Nabzar, L., Chauveteau, G., et al. 1998. Permeability Damage Due to Asphaltene Deposition: Experimental and Modeling Aspects. *Oil & Gas Science and Technology - Rev. IFP* **53** (3), 313-327. <http://dx.doi.org/10.2516/ogst:1998027>.
36. Nghiem, L.X. 1999. Phase Behaviour Modelling and Compositional Simulation of Asphaltene Deposition in Reservoirs. PhD thesis, University of Alberta, Edmonton, Alberta.
37. Ortega Vivas, C.A. 2003. A Fundamental Approach to Flow Porous Media. PhD thesis, The University of Sheffield.
38. Papadimitrou, N.I., Romanos, G.E., Charalambopoulou, G.Ch., et al. 2007. Experimental Investigation of Asphaltene Deposition Mechanism During Oil Flow in Core Samples. *J. Pet. Sci. Eng.* **57** (3-4): 281-293. <http://dx.doi.org/10.1016/j.petrol.2006.10.007>.
39. Pan, H. y Firoozabadi, A. 1998 A Thermodynamic Micellization Model for Asphaltene Precipitation: Part I: Micellar Size and Growth. *SPE Prod & Fac* **13** (2): 118-127. SPE-36741-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/36741-PA>.
40. Piro, G., Canonico, L.B., Galbariggi, G., Bertero, L. y Carniani, C. 1996. Asphaltene Adsorption Onto Formation Rock: An Approach to Asphaltene Formation Damage Prevention. *SPE Prod & Fac* **11** (3): 156-160. SPE-30109-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/30109-PA>.
41. Porter, K.E. 1989. An Overview of Formation Damage. *J. Pet Tech* **41** (8): 780-786. <http://dx.doi.org/10.2118/19894-PA>.
42. Prausnitz, J.M., Lichtenthaler, R.N. y Azevedo, E.G. de. 1986. *Molecular Thermodynamics of Fluid-Phase Equilibria*, second edition. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
43. Rezaian, A., Kordestani, A., Jamialahmadi, M., y Moghadasi, J. 2010. Modeling Formation Damage due to Flocculated Asphaltene Deposition through Dynamic Displacement. Artículo SPE 129583, presentado en International Oil and Gas Conference and Exhibition, Pekín, China, junio 8-10. <http://dx.doi.org/10.2118/129583-MS>.
44. Roque, C., Chauveteau, G., Renard, M., Thibault, G., Bouteca, M., Rochon, J. 1995. Mechanisms of Formation Damage by Retention of Particles Suspended in Injection Water. Artículo SPE 30110, presentado en SPE European Formation Damage Conference, The Hague, Netherlands, mayo 1995. <http://dx.doi.org/10.2118/30110-MS>.
45. Seguin, D., Montillet A., y Comiti, J. 1998. Experimental Characterization of Flow Regimes in Various Porous Media—I: Limit of Laminar Flow Regime. *Chem. Eng. Sci.* **53** (21): 3751-3761. [http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509\(98\)00175-4](http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509(98)00175-4).

46. Sharma, M.M. y Yortsos, Y.C. 1987. Transport of Particulate Suspensions in Porous Media: Model Formulation. *AICHE J.* **33** (10): 1636-1643. <http://dx.doi.org/10.1002/aic.690331007>.
47. Shedid, A.S. 2001. Influences of Asphaltene Precipitation on Capillary Pressure and Pore Size Distribution on Carbonate Reservoirs. *Pet. Sci. Technol.* **19** (5-6): 503-519. <http://dx.doi.org/10.1081/LFT-100105270>.
48. Speight, J.G. 1999. *The Chemistry and Technology of Petroleum*, third edition revised and expanded. New York: Marcel Dekker, Inc.
49. Speight, J.G., Long, R.B., y Trowbridge, T.D. 1984. Factors Influencing the Separation of Asphaltenes from Heavy Petroleum Feedstocks. *Fuel* **63** (5): 616-620. [http://dx.doi.org/10.1016/0016-2361\(84\)90156-X](http://dx.doi.org/10.1016/0016-2361(84)90156-X).
50. Takhar, S., Ravenscroft, P.D. y Nicoll, D.C.A. 1995. Prediction of Asphaltene Deposition During Production - Model Description and Experimental Details. Artículo SPE 30108, presentado en SPE European Formation Damage, La Haya, Holanda, mayo 15-16. <http://dx.doi.org/10.2118/30108-MS>.
51. Teng, H. y Zhao, T.S. 2000. An Extension of Darcy's Law to Non-Stokes Flow in Porous Media. *Chem. Eng. Sci.* **55** (14): 2727-2735. [http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509\(99\)00546-1](http://dx.doi.org/10.1016/S0009-2509(99)00546-1).
52. Wang, C.B. 1996. Non-Newtonian Fluid Flow through Porous Filter Media. Society of Plastics Engineers, Annual Technical Conference - ANTEC, Conf. Proc., Indianapolis, Indiana, EUA, Vol. 1, 1164-1169.
53. Wang, S. y Civan, F. 2001. Productivity Decline of Vertical and Horizontal Wells by Asphaltene Deposition in Petroleum Reservoirs. Artículo SPE 64991, presentado en SPE International Symposium on Oilfield Chemistry, Houston, Texas, EUA, febrero 13-16. <http://dx.doi.org/10.2118/64991-MS>.

## Apéndice A

Primero se debe determinar la concentración como función del tiempo y el espacio, esto es, se parte de la ecuación de balance:

$$\frac{\partial C_{SD}}{\partial t_D} + \frac{\partial C_{SD}}{\partial x_D} = -\lambda C_{SD} \quad . \quad (4.4)$$

Nótese que para resolver la ecuación (4.5) es necesario conocer  $C_{SD}(x_D, t_D)$  de la ecuación (4.4). De allí que, aplicando la Transformada de Laplace a la ecuación (4.4) y considerando las siguientes condiciones inicial y de frontera:

$$C_{SD}(x_D, t_D = 0) = 0 \quad , \quad (A1)$$

$$C_{SD}(x_D = 0, t_D) = 1 \quad . \quad (A2)$$

Entonces,

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{\partial C_{SD}(x_D, t_D)}{\partial t_D} + \frac{\partial C_{SD}(x_D, t_D)}{\partial x_D} \right\} = \mathcal{L} \{ -\lambda C_{SD}(x_D, t_D) \} \quad , \quad (A3)$$

$$\mathcal{L} \left\{ \frac{\partial C_{SD}(x_D, t_D)}{\partial t_D} \right\} + \mathcal{L} \left\{ \frac{\partial C_{SD}(x_D, t_D)}{\partial x_D} \right\} = -\lambda \mathcal{L} \{ C_{SD}(x_D, t_D) \} \quad , \quad (A4)$$

$$s \mathcal{L} \{ C_{SD}(x_D, t_D) \} - C_{SD}(x_D, t_D = 0) + \frac{\partial}{\partial x_D} C_{SD}(x_D, s) = -\lambda C_{SD}(x_D, s) \quad , \quad (A5)$$

$$s C_{SD}(x_D, s) + \frac{\partial}{\partial x_D} C_{SD}(x_D, s) = -\lambda C_{SD}(x_D, s) \quad . \quad (A6)$$

De allí que,

$$\frac{\partial}{\partial x_D} C_{SD}(x_D, s) = -(\lambda + s) C_{SD}(x_D, s) \quad . \quad (A7)$$

Aplicando el método de separación de variables con respecto a  $x_D$ :

$$\frac{dC_{SD}(x_D, s)}{C_{SD}(x_D, s)} = -(\lambda + s) dx_D \quad . \quad (A8)$$

Lo cual implica que,

$$\frac{dC_{SD}(x'_D, s)}{C_{SD}(x'_D, s)} = -(\lambda + s)dx'_D \quad . \quad (\text{A9})$$

Integrando desde  $0 \leq x'_D \leq x_D$ :

$$\int_{C_{SD}(x_D=0, s)}^{C_{SD}(x_D, s)} \frac{dC_{SD}(x'_D, s)}{C_{SD}(x'_D, s)} = -(\lambda + s) \int_{x'_D=0}^{x_D} dx'_D \quad , \quad (\text{A10})$$

$$\ln C_{SD}(x_D, s) \Big|_{x_D=0}^{x_D} = -(\lambda + s)x_D \Big|_{x_D=0} \quad , \quad (\text{A11})$$

$$\ln C_{SD}(x_D, s) - \ln C_{SD}(x_D = 0, s) = -(\lambda + s)[x_D - 0] \quad , \quad (\text{A12})$$

$$\ln \frac{C_{SD}(x_D, s)}{C_{SD}(x_D = 0, s)} = -(\lambda + s)x_D \quad . \quad (\text{A13})$$

Aplicando la función inversa del logaritmo natural,

$$e^{\ln \frac{C_{SD}(x_D, s)}{C_{SD}(x_D=0, s)}} = e^{-(\lambda+s)x_D} \quad . \quad (\text{A14})$$

Entonces,

$$C_{SD}(x_D, s) = C_{SD}(x_D = 0, s)e^{-(\lambda+s)x_D} \quad . \quad (\text{A15})$$

Considerando la condición frontera y aplicando la Transformada de Laplace, se tiene que,

$$\mathcal{L}\{C_{SD}(x_D = 0, t_D)\} = \mathcal{L}\{1\} \quad . \quad (\text{A16})$$

Entonces,

$$C_{SD}(x_D = 0, s) = \frac{1}{s} \quad . \quad (\text{A17})$$

Sustituyendo la ecuación. (A17) en la ecuación (A15) se tiene que,

$$C_{SD}(x_D, s) = \frac{e^{-(\lambda+s)x_D}}{s} \quad . \quad (\text{A18})$$

Aplicando a esta expresión la Transformada inversa de Laplace,

$$L^{-1}\{C_{SD}(x_D, s)\} = L^{-1}\left\{\frac{e^{-\lambda x_D - sx_D}}{s}\right\}, \quad (A19)$$

$$C_{SD}(x_D, t_D) = e^{-\lambda x_D} L^{-1}\left\{\frac{e^{-sx_D}}{s}\right\}. \quad (A20)$$

Entonces se tiene que,

$$C_{SD}(x_D, t_D) = e^{-\lambda x_D} H(t_D - x_D), \quad (A21)$$

donde  $H(t_D - x_D)$  es la función escalón unitario o función de Heaviside, esto es,

$$H(t_D - x_D) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t_D < x_D \\ 1 & t_D \geq x_D \end{cases}. \quad (A22)$$

Tomando en cuenta las ecuaciones

$$\frac{\partial N_{pD} f_{pD}}{\partial t_D} = C_0 N_{pD} C_{SD} \frac{\partial}{\partial r_{pD}} \left[ f_p \left( \frac{u_R}{r_{pD}} \right)^{1/3} \right], \quad (4.5)$$

y

$$f_{pD} = \delta(r_{pD} - r_m), \quad (4.12)$$

y que de acuerdo a Sharma y Yortsos (1987)  $u_R$  se puede escribir como

$$u_R = \frac{r_{pD}^2}{8k_D} \left( 1 + \frac{r_m^4 - r_{pD}^4}{r_{pD}^4 + \alpha r_m^4} \right), \quad (A23)$$

con la permeabilidad local expresada como

$$k = \frac{r_m^4}{r_{mo}^4}, \quad (A24)$$

siendo  $r_m$  el radio efectivo del poro y  $r_{mo}$  el radio inicial.

Sustituyendo (4.24), (A23) y (A12) en (4.5):

$$\frac{\partial N_{pD} \delta(r_{pD} - r_m)}{\partial t_D} = C_0 N_{pD} C_{SD} \frac{\partial}{\partial r_{pD}} \left[ \frac{\delta(r_{pD} - r_m)}{r_{pD}^{1/3}} \left\{ \frac{r_{pD}^2}{8 \left( \frac{r_m^4}{r_{mo}^4} \right)} \left( 1 + \frac{r_m^4 - r_{pD}^4}{r_{pD}^4 + \alpha r_m^4} \right) \right\}^{1/3} \right] . \quad (A25)$$

Considerando que el depósito de asfaltenos no afecta el número de poros por unidad de volumen  $N_{pD}$  y que este se mantiene constante con el tiempo se tiene que

$$\frac{\partial \delta(r_{pD} - r_m)}{\partial t_D} = C_0 C_{SD} \frac{\partial}{\partial r_{pD}} \left[ \frac{\delta(r_{pD} - r_m)}{r_{pD}^{1/3}} \left\{ \frac{r_{pD}^2}{8 \left( \frac{r_m^4}{r_{mo}^4} \right)} \left( 1 + \frac{r_m^4 - r_{pD}^4}{r_{pD}^4 + \alpha r_m^4} \right) \right\}^{1/3} \right] . \quad (A26)$$

Multiplicando por  $r_{pD}$  e integrando en todos los posibles tamaños de poro

$$\frac{\partial \int_0^\infty r_{pD} \delta(r_{pD} - r_m)}{\partial t_D} = C_0 C_{SD} r_{pD} \frac{\partial}{\partial r_{pD}} \left[ \int_0^\infty \frac{\delta(r_{pD} - r_m)}{r_{pD}^{1/3}} \left\{ \frac{r_{pD}^2}{8 \left( \frac{r_m^4}{r_{mo}^4} \right)} \left( 1 + \frac{r_m^4 - r_{pD}^4}{r_{pD}^4 + \alpha r_m^4} \right) \right\}^{1/3} \right] . \quad (A27)$$

Tomando en cuenta la siguiente propiedad de la delta de Dirac,

$$f(u_0) = \int_0^\infty f(u) \delta(u - u_0) , \quad (A28)$$

y que las variaciones del radio de poro  $r_{pD}$  son iguales a las variaciones en el radio efectivo del poro  $r_m$  se tiene

$$\frac{\partial r_m}{\partial t_D} = \frac{1}{2} C_0 C_{SD} r_m r_{mo}^{4/3} \frac{\partial}{\partial r_m} \left( \frac{1}{r_m} \right) . \quad (A29)$$

Derivando y aplicando separación de variables,

$$r_m \partial r_m = -\frac{1}{2} C_0 C_{SD} r_{mo}^{4/3} \partial t_D . \quad (A30)$$

Sustituyendo el valor de  $C_{SD}$  ecuación

$$r_m \partial r_m = -\frac{1}{2} C_0 r_{mo}^{4/3} e^{-\lambda x_D} H(t_D - x_D) \partial t_D \quad . \quad (\text{A31})$$

Integrando desde  $r_{mo}$  hasta  $r_m$  y de  $x_D$  hasta  $t_D$

$$\int_{r_{mo}}^{r_m} r'_m \partial r'_m = -\frac{1}{2} C_0 r_{mo}^{4/3} \int_{x_D}^{t_D} e^{-\lambda x_D} H(t_D - x_D) \partial t_D \quad . \quad (\text{A32})$$

Se tiene

$$r_m^2 - r_{mo}^2 = -C_0 r_{mo}^{4/3} e^{-\lambda x_D} (t_D - x_D) \quad , \quad (\text{A33})$$

por tanto, la permeabilidad local queda expresada como

$$k = \frac{r_m^4}{r_{mo}^4} = \left[ 1 - C_0 r_{mo}^{4/3} e^{-\lambda x_D} (t_D - x_D) \right]^2 \quad . \quad (\text{A34})$$

De ahí que la permeabilidad global dependiente del tiempo  $t_D$  se puede tomar como el promedio armónico

$$k_D(t_D) = \frac{1}{\int_0^1 \frac{dx_D}{\left( \frac{r_m^4}{r_{mo}^4} \right)}} = \frac{1}{\int_0^1 \frac{dx_D}{\left[ 1 - C_0 (t_D - x_D) e^{-\lambda x_D} \right]^2}} \quad , \quad (\text{A35})$$

donde redefinimos por simplicidad el parámetro adimensional  $C_0$  que agrupa a  $C_0 r_{mo}^{2/3}$ , esto es,

$$C_0 = C_0 r_{mo}^{2/3} \quad , \quad (\text{A36})$$

y así

$$k_D(t_D) = \frac{1}{\int_0^1 \frac{dx_D}{\left[ 1 - C_0 (t_D - x_D) e^{-\lambda x_D} \right]^2}} \quad . \quad (\text{A37})$$

## Apéndice B

Las ecuaciones básicas son las siguientes:

$$\frac{\partial C_{SD}}{\partial t_D} + \frac{\partial C_{SD}}{\partial x_D} = -\frac{1}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)} , \quad (4.14)$$

$$\frac{\partial N_{pD} F_{pD}}{\partial t_D} = \begin{cases} -\frac{B}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(r_{pD})}{I(\infty)} , & r_{pD} A < 1 \\ -\frac{B}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)} , & r_{pD} A > 1 \end{cases} \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial N_{pD}}{\partial t_D} = -\frac{B}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)} , \quad (4.16)$$

Se propone el cambio de variable

$$z = x_D - vt_D , \quad (4.22)$$

se tiene entonces que

$$\frac{\partial C_{SD}}{\partial t_D} = \frac{\partial C_{SD}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t_D} = \frac{\partial C_{SD}}{\partial z} \cdot (-v) , \quad (B.1)$$

$$\frac{\partial C_{SD}}{\partial x_D} = \frac{\partial C_{SD}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial x_D} = \frac{\partial C_{SD}}{\partial z} , \quad (B.2)$$

$$\frac{\partial N_{pD}}{\partial t_D} = \frac{\partial N_{pD}}{\partial z} \cdot \frac{\partial z}{\partial t_D} = \frac{\partial N_{pD}}{\partial z} \cdot (-v) ; \quad (B.3)$$

sustituyendo las Ecs. (B.1) y (B.2) en (4.14)

$$\frac{\partial C_{SD}}{\partial t_D} + \frac{\partial C_{SD}}{\partial x_D} = (1-v) \frac{\partial C_{SD}}{\partial z} = -\frac{1}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)} , \quad (B.4)$$

sustituyendo (B.3) en (B.16)

$$-v \frac{\partial N_{pD}}{\partial z_D} = -\frac{B}{\varepsilon} C_{SD} \frac{I(1/A)}{I(\infty)} , \quad (\text{B.5})$$

combinando (A.4) y (A.5) se tiene que

$$(1-v) \frac{\partial C_{SD}}{\partial z} = -\frac{v}{B} \cdot \frac{\partial N_{pD}}{\partial z} , \quad (\text{B.6})$$

Integrando esta última ecuación

$$(1-v)C_{SD} = -\frac{v}{B}N_{pD} + C_0 , \quad (\text{B.7})$$

con  $C_0$  una constante de integración que puede ser hallada si observamos que para  $C_{SD} = 0$ ,  $N_{pD} = 1$  y de ahí que si se sustituye en (B.7) se obtiene finalmente que

$$C_{SD} = \frac{v}{B} \cdot \frac{(1-N_{pD})}{(1-v)} , \quad (\text{B.8})$$

Por otra parte, si observamos que para  $C_{SD} = 1$ ,  $N_{pD} = a$  (con  $a = 1-F_{pD0}(1/A)$ ) y si se sustituye en (B.8)

$$v = \frac{B}{B+1-a} , \quad (\text{B.9})$$

que es una constante que depende de B (es decir de la porosidad, de la concentración inicial de asfaltenos y de la concentración inicial de poros) y de  $a$  (que representa la fracción de poros que son susceptibles a ser bloqueados por los asfaltenos).

Finalmente, el segmento de roca que se estudia presenta primordialmente dos zonas: una zona dañada por entrapamiento de asfaltenos y cuyo frente avanza con velocidad constante  $v$  y otra zona que no presenta un daño significativo. Si se tienen básicamente dos zonas entonces la permeabilidad total se puede calcular con un promedio armónico, es decir,

$$\frac{1}{k_D(t_D)} = \int_0^{v t_D} \frac{1}{k_1} dx + \int_{v t_D}^1 dx , \quad (\text{B.10})$$

y así

$$k_D = \frac{1}{\left(\frac{1}{k_1} - 1\right)^{vt_D} + 1}$$

B.11

donde  $k_1$  es la permeabilidad dejada atrás por el frente de depósito de asfaltenos.