



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

**“TRANSFERENCIA DE CALOR EN POZOS  
PRODUCTORES DE HIDROCARBUROS”**

TESIS PROFESIONAL

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO PETROLERO**

**E**

**INGENIERA PETROLERA**

P R E S E N T A N :

**GONZÁLEZ MAYA CARLOS ALBERTO**

**GONZÁLEZ MAYA YULIANA LOURDES**

DIRECTOR DE TESIS:

**M.I. JOSÉ ÁNGEL GÓMEZ CABRERA**



Cd. Universitaria, México, D.F.

Enero de 2013





UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN  
CIENCIAS DE LA TIERRA  
OFICIO/FING/DICT/2011/2012

SR. CARLOS ALBERTO GONZÁLEZ MAYA

Presente

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento que la opción de titulación: **POR TESIS**, así como el tema y contenido propuestos por el M.I. **José A. Gómez Cabrera**, en calidad de **Director de Tesis**, han sido aprobados por el comité de titulación de la carrera de **Ingeniería Petrolera** y se muestran a continuación

**TRANSFERENCIA DE CALOR EN POZOS PRODUCTORES DE HIDROCARBUROS**

- I TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN
- II TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN
- III TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL POZO
- IV PERFIL DE TEMPERATURA EN POZOS CON DIFERENTE TERMINACIÓN
- V PREVENCIÓN DE LA DEPOSITACIÓN DE ORGÁNICOS EN EL POZO

Por otra parte, le comunico que le ha sido asignado el siguiente jurado que tendrá como función básica, avalar su trabajo escrito y autorizar la réplica oral requerida para la obtención del título profesional, de acuerdo al Reglamento de Opciones de Titulación vigente.

**PRESIDENTE:** ING. MANUEL VILLAMAR VIGUERAS  
**VOCAL:** M.I. JOSÉ A. GÓMEZ CABRERA  
**SECRETARIO:** M.I. SAÚL BAUTISTA FRAGOSO  
**1ER. SUPLENTE:** ING. MIGUEL ÁLVAREZ CABALLERO  
**2DO. SUPLENTE:** ING. GERARDO VELÁZQUEZ CARMONA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de Administración Escolar, en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar del trabajo escrito, el título de este.

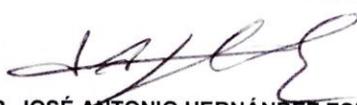
Asimismo, le recuerdo que para optar por el título profesional, es necesario haber acreditado el 100% de los créditos establecidos en el plan de estudios, haber realizado el Servicio Social de acuerdo con la Legislación Universitaria y haber aprobado el examen de comprensión de lectura de un idioma extranjero, en términos de lo dispuesto por el Consejo Técnico.

Atentamente

**"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"**

CD. Universitaria, D. F. a 26 de Noviembre de 2012.

El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería Petrolera

  
**DR. JOSÉ ANTONIO HERNÁNDEZ ESPRIÚ**

ccp Coordinador de la Carrera  
ccp Interesado







UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA  
DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN  
CIENCIAS DE LA TIERRA  
OFICIO/FING/DICT/2010/2012

**SRITA. YULIANA LOURDES GONZÁLEZ MAYA**

**Presente**

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento que la opción de titulación: **POR TESIS**, así como el tema y contenido propuestos por el M.I. **José A. Gómez Cabrera**, en calidad de **Director de Tesis**, han sido aprobados por el comité de titulación de la carrera de **Ingeniería Petrolera** y se muestran a continuación

**TRANSFERENCIA DE CALOR EN POZOS PRODUCTORES DE HIDROCARBUROS**

- I TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN
- II TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN
- III TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL POZO
- IV PERFIL DE TEMPERATURA EN POZOS CON DIFERENTE TERMINACIÓN
- V PREVENCIÓN DE LA DEPOSITACIÓN DE ORGÁNICOS EN EL POZO

Por otra parte, le comunico que le ha sido asignado el siguiente jurado que tendrá como función básica, avalar su trabajo escrito y autorizar la réplica oral requerida para la obtención del título profesional, de acuerdo al Reglamento de Opciones de Titulación vigente.

**PRESIDENTE:** ING. MANUEL VILLAMAR VIGUERAS  
**VOCAL:** M.I. JOSÉ A. GÓMEZ CABRERA  
**SECRETARIO:** M.I. SAÚL BAUTISTA FRAGOSO  
**1ER. SUPLENTE:** ING. MIGUEL ÁLVAREZ CABALLERO  
**2DO. SUPLENTE:** ING. GERARDO VELÁZQUEZ CARMONA

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de Administración Escolar, en el sentido que se imprima en lugar visible de cada ejemplar del trabajo escrito, el título de este.

Asimismo, le recuerdo que para optar por el título profesional, es necesario haber acreditado el 100% de los créditos establecidos en el plan de estudios, haber realizado el Servicio Social de acuerdo con la Legislación Universitaria y haber aprobado el examen de comprensión de lectura de un idioma extranjero, en términos de lo dispuesto por el Consejo Técnico.

Atentamente

**"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"**

CD. Universitaria, D. F. a 26 de Noviembre de 2012.

El Presidente del Comité de Titulación de Ingeniería Petrolera

**DR. JOSÉ ANTONIO HERNÁNDEZ ESPRIÚ**

ccp Coordinador de la Carrera  
ccp Interesado



## ***AGRADECIMIENTOS***

**Al M.I. José Ángel Gómez Cabrera.** Gracias maestro por sus conocimientos, apoyo, paciencia, comprensión y tolerancia. Por habernos ayudado a cumplir una de las metas más importantes de nuestra vida, el ser Ingenieros Petroleros.

**Al Dr. Yuri Fairuzov Valerievich.** Por compartir sus conocimientos y experiencias.

**A nuestros sinodales.** Por dedicar parte de su tiempo en la revisión de este trabajo.

**A nuestros profesores.** Por transmitirnos todos sus conocimientos y experiencias para que lográramos ser profesionistas.

**A la UNAM.** Por darnos la oportunidad de pertenecer a mejor universidad y por respaldar con tu nombre nuestra profesión, nos sentimos orgullosos por decir que somos universitarios.

**A la Facultad de Ingeniería.** Gracias por dar las herramientas en tus aulas para desarrollarnos profesionalmente.



## *Agradecimientos*

---

**A Dios.** Gracias padre mío por enseñarme el milagro más grande del universo, el poder ver tu creación, además de guiarme en este largo camino para conseguir todas las metas que me he propuesto, como es terminar una licenciatura y por estar conmigo en los momentos más difíciles.

**A mi madre Lilia Fidelina Maya Figueroa.** A ti te agradezco tanto por quererme demasiado, por darme todo tu apoyo y todo tu amor incondicional, por ser madre y padre a la vez, por cuidarme y aliviarme en mis enfermedades, porque me diste la vida, por haberme dado una profesión para ser alguien en la vida, por estar siempre cuando te necesito, por ponerte a jugar todavía conmigo y sobretodo porque sacaste a cuatro profesionistas tu solita y sin ayuda de nadie. **¡Te amo muchísimo mamita linda!**

**A mi padre Ing. Héctor González Martínez.** En donde quiera que te encuentres te agradezco por casarte con mi madre, ser su esposo, el haberme concebido y darme tu apellido. Te dedicamos este trabajo. **¡Descansa en Paz! †**

**A mi hermana Ing. Lilia Simona.** A ti hermanita por el cariño que siempre me das, cuando necesito de algún consejo estas ahí para dármelo, por darme tu fuerza tu convicción por aliviarme cuando estoy preocupado te quiero mucho muñequita tu eres mi segunda mamá.

**A mi hermano M.F. Héctor.** A ti hermanito por darme tu sabiduría, por enseñarme las cosas que no sé y ayudarme a tomar las decisiones más difíciles que he tenido, tranquilizar mi corazón cuando me siento triste. Te quiero mucho hermanito, tú eres mi papá.

**A mi hermana Ing. Yuliana Lourdes.** Te agradezco hermanita porque siempre has estado conmigo, eres mi mejor amiga, mi compañera de escuela y mi profesora desde que íbamos a la primaria hasta la universidad, siempre me resuelves todas mis dudas. Te doy las gracias por realizar entre los dos este trabajo, y sobre todo por quererme tanto yuyita. Te quiero mucho.

**A mi hermana Sandra Lorena.** Por demostrarme como hay que enfrentarse a la vida.

**A mis compañeros y amigos.** Gracias por compartir sus conocimientos y experiencias.

***Carlos Alberto González Maya***



## *Agradecimientos*

---

**A Dios.** Te agradezco por haber iluminado mi camino para salir adelante junto con mi familia, por encontrar la mejor solución en los momentos difíciles, por darme salud, por haber ayudado a lograr varias metas y sé que me apoyarás en las que siguen. Gracias te doy por lograr ser Ingeniero en Computación, Ingeniero Petrolero y Maestra en Ingeniería Petrolera y de Gas Natural.

**A mi madre Lilia Fidelina Maya Figueroa.** Eres mi mejor amiga, me has apoyado en todo el trayecto de mi vida, me has dado los mejores consejos para tomar las mejores decisiones, te debo todo lo que soy y todo lo que he logrado. Siempre has estado en mis alegrías, tristezas, angustias y enfermedades. En todos los momentos difíciles has estado conmigo reconfortándome con tus sabias palabras. Te agradezco mucho porque has dado tu esfuerzo, trabajo y juventud a todos tus hijos quienes han terminado una o más carreras gracias a ti. ¡Te quiero mucho mami!

**A mi padre Ing. Héctor González Martínez.** Te agradezco el haberme inspirado a estudiar Ingeniería Petrolera. Dedico a tu memoria este trabajo. Descansa en paz †.

**A mi hermana Ing. Lilia Simona González Maya.** Hermana hermosa, agradezco los consejos que has dado en la escuela y en la vida. De apoyarme con tus palabras cuando lo necesito. Eres una persona buena pero que no se deja de nadie. Mas que una hermana has sido como una mamá hermanita para mí. Te quiero mucho Simoncita.

**A mi hermano M.F. Héctor González Maya.** Gracias hermanito por cuidarme en todo momento, protegerme y defenderme siempre que lo necesito. Por darme consejos cuando te los pido, escucharme cuando hablo contigo. Y sobre todo, por quererme y demostrarlo todos los días. Gracias por ser noble pero de carácter fuerte. Eres mi papá hermanito y te quiero mucho.

**A mi hermano Carlos Alberto González Maya.** Mi hermanito más pequeño pero el más grandote de todos. Has sido mi compañero de juegos desde la infancia y aún seguimos compartiendo muchas cosas como el desarrollo de esta tesis. Gracias por apoyarme con tus valiosos consejos y por confortarme cuando me siento triste o angustiada. Por tranquilizarme cuando estoy desesperada. Gracias hermanito porque de ti he aprendido varias cosas. Te quiero mucho hermanito.

## *Agradecimientos*

---

**A mi hermana Sandra Lorena González Maya.** Gracias por ser mi hermana, por haber sido mi amiga de niñas. Por enseñarme que eres una persona que se enfrenta a la vida con entereza y carácter, por no darte por vencida frente a las situaciones que has vivido. Te quiero hermana mía.

**A mi abuelita Reynalda Ortega Jarquín.** Por cuidar y querer mucho a mi mamá, por darle una educación honrada y honesta cuyos valores fueron transmitidos e inculcados en nosotros a través de ella. Gracias a las enseñanzas que le diste a mi mamá, todos tus nietos han terminado carrera. Abuelita, donde quiera que estés, descansa en paz †.

*Yuliana Lourdes González Maya*

# ÍNDICE

	Pag.
<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
<b>CAPITULO 1. TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONDUCCIÓN</b> .....	<b>3</b>
1.1 CONCEPTOS FUNDAMENTALES DE TRANSFERENCIA DE CALOR .....	4
1.2 CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN ESTACIONARIO.....	5
1.2.1 Ecuación de conducción con y sin generación de energía interna de calor .....	5
1.2.2 Solución por resistencia térmica en una dimensión .....	8
1.2.3 Sistemas compuestos cilíndricos.....	13
1.2.4 Solución mediante el principio de superposición.....	16
1.2.5 Método de diferencias finitas para problemas de conducción de calor.....	19
1.3 CONDUCCIÓN DE CALOR EN RÉGIMEN TRANSITORIO .....	23
1.3.1 Solución por el método de parámetros concentrados.....	23
1.3.2 Solución exacta por serie de Fourier para diferentes configuraciones.....	27
<b>CAPITULO 2. TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN</b> .....	<b>33</b>
2.1 CONCEPTOS BÁSICOS .....	34
2.2 TEORÍA DE CAPA LÍMITE HIDRODINÁMICA Y TÉRMICA.....	38
2.2.1 Capa límite hidrodinámica.....	39
2.2.2 Capa límite térmica .....	39
2.2.3 Características generales de la capa límite .....	40
2.3 CONVECCIÓN FORZADA .....	41
2.3.1 Flujo completamente desarrollado en tuberías cerradas.....	41
2.3.2 Longitud de entrada hidrodinámica (LEH).....	42
2.3.3 Longitud de entrada térmica (LET).....	43
2.4 CORRELACIONES EMPÍRICAS PARA EL CÁLCULO DEL NÚMERO DE NUSSELT.....	44
2.4.1 Para ductos que transportan hidrocarburos .....	44
2.4.2 Para diferentes configuraciones con fluido externo o interno .....	44
<b>CAPITULO 3. TRANSFERENCIA DE CALOR EN EL POZO</b> .....	<b>53</b>
3.1 ESTADO DEL ARTE DE LA TRANSFERENCIA DE CALOR EN POZOS PETROLEROS .....	54
3.2 DISTRIBUCIÓN DE TEMPERATURA EN LA FORMACIÓN .....	59
3.2.1 Ecuación de difusividad .....	59
3.2.2 Solución de la ecuación de difusión .....	60
3.3 BALANCE DE ENERGÍA PARA EL FLUIDO DEL POZO .....	62
3.3.1 Coeficiente general de transferencia de calor para pozos ( $U_{to}$ ).....	63
3.3.2 Transferencia de calor por radiación en el espacio anular ( $e_a$ ).....	66
3.3.3 Transferencia de calor por convección en el espacio anular ( $h_a$ ) .....	66
3.3.4 Pérdidas de calor en la formación .....	68

# Índice

3.3.5 Parámetro de relajación $L_R$ (1/A).....	68
3.3.6 Transferencia de calor en el riser.....	69
3.4 TEMPERATURA DEL FLUIDO DEL POZO.....	71
3.4.1 Temperatura del fluido de producción monofásico y multifásico.....	71
3.4.2 Cálculo de la temperatura en pozos de inyección.....	75
3.4.3 Gradiente geotérmico variable.....	75
<b>CAPITULO 4. PERFIL DE TEMPERATURA EN POZOS CON DIFERENTE TERMINACIÓN.....</b>	<b>79</b>
4.1 POZO CON TERMINACIÓN VERTICAL SENCILLA.....	80
4.1.1 Predicción de la temperatura.....	83
4.2 POZO CON TERMINACIÓN VERTICAL DOBLE.....	90
4.2.1 Modelo matemático.....	90
4.3 POZO CON BOMBEO NEUMÁTICO.....	94
4.3.1 Modelo matemático.....	94
4.3.2 Factores que afectan el perfil de temperatura.....	96
<b>CAPITULO 5. PREVENCIÓN DE LA DEPOSITACIÓN DE ORGÁNICOS EN EL POZO.....</b>	<b>101</b>
5.1 COMPORTAMIENTO TERMODINÁMICO DEL SISTEMA FLUIDO-SÓLIDO.....	102
5.1.1 Parafinas.....	103
5.1.2 Asfaltenos.....	104
5.2 MODELO DEL FLUIDO DE CIRCULACIÓN.....	106
5.2.1 Fluido en la TP.....	106
5.2.2 Fluido de circulación.....	108
5.2.3 Fluido anular.....	108
5.2.4 Solución numérica de las ecuaciones diferenciales para la temperatura de los fluidos en los tres conductos (TP, tubería de circulación y espacio anular).....	110
5.3 MODELO PARA LA INYECCIÓN DE SOLVENTE.....	112
5.4 APLICACIÓN DE LOS MODELOS.....	115
5.4.1 Control de parafinas utilizando fluidos de circulación.....	115
5.4.2 Control de asfaltenos utilizando fluidos de inyección.....	118
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....</b>	<b>121</b>
<b>APÉNDICE A. CÁLCULO DEL COEFICIENTE GENERAL DE TRANSFERENCIA DE CALOR Y DEL FLUJO DE CALOR DE UN POZO CON BOMBEO NEUMÁTICO.....</b>	<b>127</b>
<b>APÉNDICE B. CONSTANTES DE LA SOLUCIÓN EXACTA DE SERIE DE FOURIER PARA CALCULAR EL PERFIL DE TEMPERATURA (PLACA PLANA, CILINDRO Y ESFERA).....</b>	<b>139</b>
<b>APÉNDICE C. PROPIEDADES TERMOFÍSICAS DEL AIRE, AGUA Y ACEITE DE MOTOR.....</b>	<b>145</b>
<b>APÉNDICE D. ÍNDICE DE FIGURAS Y TABLAS.....</b>	<b>147</b>
<b>APÉNDICE E. FACTORES DE CONVERSIÓN.....</b>	<b>153</b>
<b>APÉNDICE F. NOMENCLATURA.....</b>	<b>155</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>169</b>

# INTRODUCCIÓN

---

La industria petrolera se ha esforzado para cumplir con la alta demanda de productos de aceite crudo realizando operaciones de exploración y producción. Durante estas operaciones, los fluidos se mueven a través del pozo, involucrando un factor importante llamado **transferencia de calor**, el cual implica un intercambio de calor entre el flujo de fluidos y sus alrededores.

La transferencia de calor impacta seriamente todos los aspectos de las operaciones en los pozos, por ejemplo, en la perforación, muestreo, terminación, registros, producción e inyección, así como también en las propiedades de los fluidos. El conocimiento detallado de la distribución de temperaturas, y la determinación de una predicción más exacta de las pérdidas de calor en las líneas de producción de aceite y gas, puede ser de vital importancia para el correcto trabajo de diseño de proyectos de operación de pozos.

Con la transferencia de calor se pueden predecir las temperaturas del fluido en el pozo, como una función de profundidad y del tiempo, lo cual es necesario para determinar las propiedades físicas del fluido y calcular los gradientes de presión.

En el caso de pozos que producen crudos cerosos, la transferencia de calor controla el proceso de precipitación y depositación de ceras. Con el correcto análisis de las pérdidas de calor del fluido a lo largo de la tubería, se puede sospechar en dónde empieza a depositarse dicha cera, así como la conveniencia de aislar las líneas para prevenir el bloqueo de éstas como el resultado de la solidificación de las parafinas.

La transferencia de calor también influye en el comportamiento de fase de los condensados y, por lo tanto, en el comportamiento de la producción de los mismos. Esto es esencial para predecir la calidad del vapor como una función de la posición

## *Introducción*

---

en la inyección del mismo, así como la producción de este en pozos geotérmicos. La calidad del vapor, puede ser una variable para determinar la viabilidad económica en la eficiencia de la inyección, y en las operaciones de producción.

Para estimar el flujo de calor a través de uno o varios medios, se obtiene el coeficiente de transferencia de calor total ( $U$ ), el cual puede ser una combinación de varios coeficientes individuales, que dependen de: el método para calcularlo, el modo en que se transfiere (conducción, convección y radiación) y de la configuración del pozo (estado mecánico).

El sistema en estudio, puede tener una complejidad grande, dependiendo de las condiciones que lo componen, esto se debe a la variedad de materiales y fluidos a través de los cuales el flujo de calor se transfiere. Por ejemplo, para un riser, la transferencia de calor total estará formada por la transferencia de calor debido a la convección que existe del fluido dentro de la línea hacia la pared interna de la misma, seguida de una transferencia de calor por conducción a través del espesor de dicha línea y de cualquier otro aislante o material de revestimiento, y por último, se tendrá una transferencia de calor por convección, desde la pared externa del aislante o material de revestimiento, hacia el ambiente (aire o agua) que rodea a la línea. Otro ejemplo es cuando se tiene un pozo entubado que puede estar lleno de aceite y/o gas, y el espacio anular está cementado, por lo que el coeficiente de transferencia de calor total, es el recíproco de las sumas de las resistencias individuales de transferencia de calor de cada componente que forma el sistema (fluido, espesor de la tubería, cemento y formación).

Una gran cantidad de trabajos se han hecho con respecto a las características de la transferencia de calor y la hidrodinámica del flujo de fluidos, sin embargo su comprensión es difícil. Por lo antes mencionado, el presente trabajo tiene como objetivo proporcionar en forma clara y sencilla, los conocimientos necesarios para entender los fundamentos de la transferencia de calor, y así determinar la temperatura de flujo de fluidos (hidrocarburos, agua y vapor) a lo largo del pozo bajo diferentes condiciones.

# CAPÍTULO 1

## Transferencia de calor por conducción

---

La transferencia de calor es aquella ciencia que busca predecir la transferencia de energía que puede ocurrir entre cuerpos materiales, como resultado de una diferencia de temperatura. La termodinámica enseña que esta transferencia de energía se define como calor. La ciencia de la transferencia de calor no sólo trata de explicar cómo puede ser transferida la energía calorífica, sino también trata de predecir la rapidez a la que se realizará este intercambio bajo ciertas condiciones especificadas. El hecho de que un régimen de transferencia de calor sea el objetivo deseado de un análisis, señala la diferencia entre la transferencia de calor y la termodinámica. La termodinámica se ocupa de sistemas en equilibrio; se puede utilizar para predecir la cantidad de energía requerida para pasar un sistema de un estado de equilibrio a otro. Sin embargo no puede usarse para predecir qué tan rápido se realizará un cambio, ya que el sistema no se encuentra en equilibrio durante el proceso. La transferencia de calor completa al primer y segundo principio de la termodinámica, al proporcionar reglas experimentales adicionales que se pueden utilizar para establecer la rapidez de transferencia de energía. Tal como en la ciencia de la termodinámica, las reglas experimentales utilizadas como base del tema de transferencia de energía son muy simples y se les puede ampliar con facilidad para diversas situaciones prácticas.

El enfriamiento de los fluidos a través de una tubería que está sumergida en el fondo del mar, es un ejemplo de los diferentes tipos de problemas que son tratados por la termodinámica y la transferencia de calor. La termodinámica puede usarse para predecir la temperatura de equilibrio final de la combinación del flujo de fluidos, la tubería y el agua, pero no nos dirá cuánto tardará en alcanzar esta condición de equilibrio o cuál será la temperatura de los fluidos después de pasado un cierto tiempo antes que se alcance la condición de equilibrio. La transferencia de calor puede usarse para predecir la temperatura tanto de dichos fluidos, del espesor de la tubería así como del agua que esta alrededor de este último, en función del tiempo.

## 1.1 Conceptos fundamentales de transferencia de calor

**Calor:** cantidad de energía, la cual expresa el movimiento de las moléculas que componen un cuerpo. Cuando el calor entra en un cuerpo se produce calentamiento y cuando sale, enfriamiento. Incluso los objetos más fríos poseen algo de calor porque sus átomos se están moviendo.

**Temperatura:** es la medida de la energía interna del sistema.

**Energía interna:** es la suma de todas las energías de interacción de moléculas del sistema (energía cinética interna + energía potencial cinética). Esta energía puede ser transferida de un cuerpo a otro de forma espontánea ya sea como calor o trabajo.

**Transferencia de calor:** es una rama de la termodinámica, y se define como el análisis de la velocidad a la cual el calor es transferido al cruzar las fronteras de un sistema cuando éste está sujeto a un diferencial de temperatura. No solo trata de explicar cómo la energía térmica puede ser transferida, sino también de predecir la rapidez con la que, bajo ciertas condiciones específicas, tendrá lugar esa transferencia.

**Elementos que describen la transferencia de calor:**

- 1)  $T = f(x, y, z, t) \rightarrow$  Campo de temperaturas: Es la dependencia de la temperatura con las coordenadas espaciales y el tiempo.
- 2)  $q = g(x, y, z, t) \rightarrow$  Flujo de calor: Es la rapidez con la que se da la transferencia de calor.

**Leyes en la que se basa la transferencia de calor**

**1) Primera ley de la termodinámica:** ley de la conservación de la energía “la energía no se crea ni se destruye solo se transforma”, matemáticamente se expresa como:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{dW}{dt} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{dE}{dt} : \text{Incremento de la energía total;} \\ \frac{dQ}{dt} : \text{Calor transferido;} \\ \frac{dW}{dt} : \text{Trabajo recibido, es despreciable en conducción para sólidos} \end{array} \right.$$

**2) Segunda ley de la termodinámica:** la dirección de la transferencia de flujo es de la más alta hacia la más baja temperatura.

**3) Leyes fenomenológicas:** describen los tres modos de la transferencia de calor. La dirección del flujo del calor inicia desde la región de mayor a menor temperatura.

<sup>i</sup>La definición de las variables vistas en esta tesis, se encuentran en el apéndice E

# Transferencia de calor por conducción

I. **Conducción:** transferencia de energía interna a nivel molecular de una sustancia debido a que tiene un diferencial de temperatura.

- Ocurre en sólidos y fluidos (líquidos y gases)
- Ley fundamental: Ley de conducción de calor de Fourier que expresa la tasa de transferencia de calor en una dirección, la cual es proporcional al área normal a la dirección del flujo de calor y al gradiente de temperatura en esa dirección:

$$Q_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x}; \quad q_x = \frac{Q_x}{A} = -k \frac{\partial T}{\partial x}$$

II. **Convección:** transferencia de energía interna relacionada con el movimiento del fluido.

- Ocurre solo en fluidos (líquidos y gases).
- Ley fundamental: Ley de enfriamiento de la pared de Newton que expresa el efecto de la transferencia de calor por convección con la diferencia global de temperaturas entre la pared y el fluido en un área de superficie.

III. **Radiación:** propagación del calor mediante ondas electromagnéticas

- Ocurre a temperaturas mayores de 500 °C en el espacio anular entre la TP y la TR cuando esta lleno con un fluido empacador (gas).

## 1.2 Conducción de calor en régimen estacionario

### 1.2.1 Ecuación de conducción con y sin generación de energía interna de calor

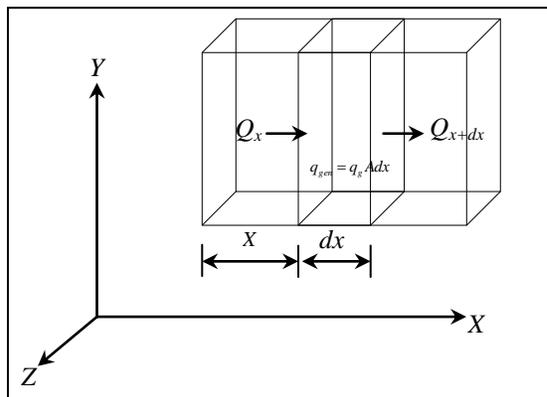


Figura 1.1 Volumen elemental para el análisis de la conducción de calor <sup>1,ii</sup>

Ecuación de balance de energía de la Figura 1.1:  $Q_x + q_{gen} = dE + Q_{x+dx} \dots (1.1)$

<sup>ii</sup>Todas las referencias se encuentran en el apartado Bibliografía

## Transferencia de calor por conducción

Donde:  $Q_x = -kA \frac{\partial T}{\partial x}$ ;  $q_{gen} = q_g A dx$ ;  $dE = \rho c_p A \frac{\partial T}{\partial t} dx$ ;

$$Q_{x+dx} = -kA \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x+dx} = -A \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right]$$

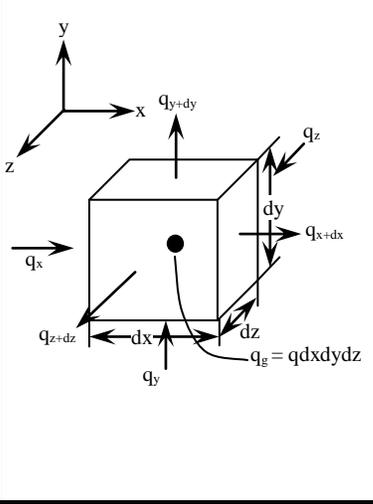
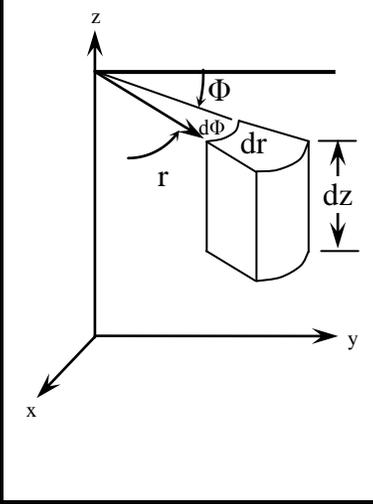
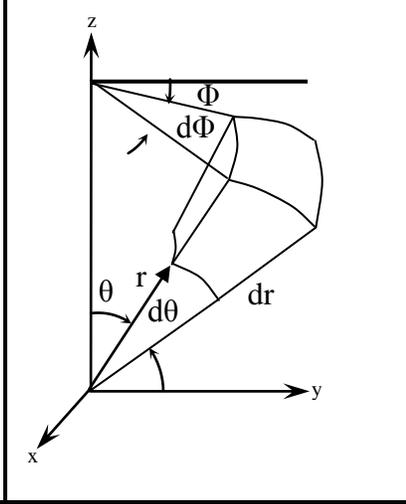
Sustituyendo las ecuaciones anteriores en ec.1.1 y eliminando términos iguales se obtiene:

$$-kA \frac{\partial T}{\partial x} + q_g A dx = \rho c_p A \frac{\partial T}{\partial t} dx - A \left[ k \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) dx \right] \Rightarrow \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + q_g = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t}$$

Por lo tanto, la ecuación de transferencia de calor puede quedar de las siguientes formas:

- $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{q_g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$ : Considerando régimen variable en una sola dirección, donde:  $\alpha = \frac{k}{\rho c_p}$
- $\frac{d^2 T}{dx^2} = -\left(\frac{q_g}{k}\right)$ : Considerando régimen permanente:  $\frac{dT}{dt} = 0$
- $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$ : Considerando régimen variable y las 3 direcciones (x, y, z).

La Figura 1.2 muestra la ecuación general de TC en diferentes coordenadas:

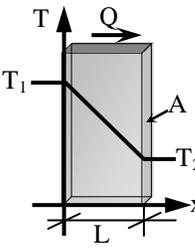
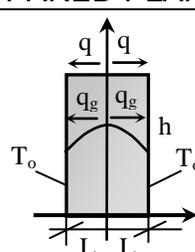
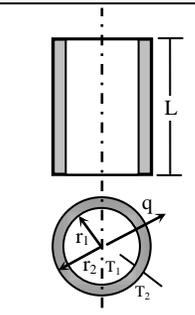
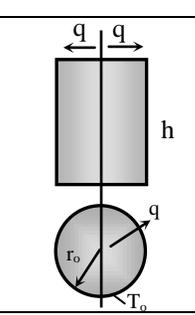
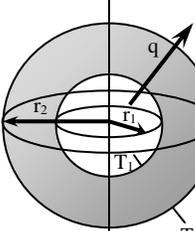
Coordenadas cartesianas	Coordenadas radiales	Coordenadas esféricas
		
$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$	$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \Phi^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{q_g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 T}{\partial \Phi^2} + \frac{q_g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial t}$

**Figura 1.2 Ecuación general de transferencia de calor en diferentes planos coordenados <sup>1</sup>**

A partir de la ecuación general de conducción de la Figura 1.2 y de la ley de Fourier, se proporcionan en la Tabla 1.1 el perfil de temperaturas, el flujo de calor y las resistencias conductivas para diferentes configuraciones y condiciones.

# Transferencia de calor por conducción

**Tabla 1.1 Ecuaciones de calor para diferentes configuraciones y condiciones**

PARED PLANA (SIN GENERACIÓN DE ENERGÍA INTERNA)					
	<b>HIPOTESIS</b>		<b>CONDICIONES</b>		
	Régimen permanente, transferencia de calor unidireccional (eje X), sin fuente interna.		$\frac{\partial T}{\partial t} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0; q_g = 0$		
	<b>DATOS CONOCIDOS</b>	<b>ECUACIÓN DIFERENCIAL</b>	<b>PERFIL DE TEMPERATURA</b>	<b>FLUJO DE CALOR</b>	<b>RESISTENCIA TERMICA</b>
$T_1, T_2$ y $L, A$	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0$	$T(x) = \left(\frac{T_2 - T_1}{L}\right)x + T_1$	$Q = qA = k \frac{T_1 - T_2}{L} \cdot A$	$R = \frac{L}{kA}$	
PARED PLANA (CON GENERACIÓN DE ENERGÍA INTERNA)					
	<b>HIPOTESIS</b>		<b>CONDICIONES</b>		
	Régimen permanente, transferencia de calor unidireccional (eje X), con fuente interna generación de energía en el centro, en dirección del eje x.		$\frac{\partial T}{\partial t} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$		
	<b>DATOS CONOCIDOS</b>	<b>ECUACIÓN DIFERENCIAL</b>	<b>PERFIL DE TEMPERATURA</b>	<b>FLUJO DE CALOR</b>	<b>RESISTENCIA TERMICA</b>
$T_o, L$ y $q_g, A$	$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -\frac{q_g}{k}$	$T(x) = -\frac{q_g}{2k}x^2 + \frac{q_g L}{2k}x + T_o$	$Q = qA = q_g x \cdot A$	No tiene	
PARED CILÍNDRICA (SIN GENERACIÓN DE ENERGÍA INTERNA)					
	<b>HIPOTESIS</b>		<b>CONDICIONES</b>		
	Régimen permanente, transferencia de calor unidireccional (dirección radial), sin fuente interna.		$\frac{\partial T}{\partial t} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0; q_g = 0$		
	<b>DATOS CONOCIDOS</b>	<b>ECUACIÓN DIFERENCIAL</b>	<b>PERFIL DE TEMPERATURA</b>	<b>FLUJO DE CALOR</b>	<b>RESISTENCIA TERMICA</b>
$L, r_1,$ $r_2, T_1$ y $T_2$ $A = 2\pi rL$	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = 0$	$T(r) = \frac{T_1 - T_2}{\ln\left(\frac{r_1}{r_2}\right)} \ln\left(\frac{r}{r_1}\right) + T_1$	$Q = qA = k \left( \frac{T_1 - T_2}{\ln(r_2/r_1)} \right) \frac{1}{r} \cdot 2\pi rL$	$R = \left( \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi kL} \right)$	
PARED CILÍNDRICA (CON GENERACIÓN DE ENERGÍA INTERNA)					
	<b>HIPOTESIS</b>		<b>CONDICIONES</b>		
	Régimen permanente, transferencia de calor unidireccional (dirección radial) con fuente interna generación de energía en el centro, en dirección del eje longitudinal del cilindro.		$\frac{\partial T}{\partial t} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0$		
	<b>DATOS CONOCIDOS</b>	<b>ECUACIÓN DIFERENCIAL</b>	<b>PERFIL DE TEMPERATURA</b>	<b>FLUJO DE CALOR</b>	<b>RESISTENCIA TERMICA</b>
$L, r_o, T_o$ y $q_g$ $A = 2\pi rL$	$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \frac{dT}{dr} \right) = -\frac{q_g}{k}$	$T(r) = -\frac{q_g}{4k}r^2 + \frac{q_g r_o^2}{4k} + \frac{q_g r_o}{2h} + T_o$	$Q = qA = -\frac{q_g}{2} rA$	No tiene	
PARED ESFÉRICA SIN GENERACIÓN DE ENERGÍA INTERNA					
	<b>HIPOTESIS</b>		<b>CONDICIONES</b>		
	Régimen permanente, transferencia de calor unidireccional (dirección radial), sin fuente interna.		$\frac{\partial T}{\partial t} = 0; \frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} = 0; \frac{\partial T}{\partial \theta} = 0; q_g = 0$		
	<b>DATOS CONOCIDOS</b>	<b>ECUACIÓN DIFERENCIAL</b>	<b>PERFIL DE TEMPERATURA</b>	<b>FLUJO DE CALOR</b>	<b>RESISTENCIA TERMICA</b>
$r_1, r_2,$ $T_1$ y $T_2$ $A = 4\pi r^2$	$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dT}{dr} \right) = 0$	$T(r) = \left( \frac{r - r_1}{r_2 - r_1} \right) \left( \frac{r_2}{r} \right) (T_2 - T_1) + T_1$	$Q = qA = k \frac{T_1 - T_2}{\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}} \cdot 4r^2 \pi$	$R = \frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2 4\pi k}$	

**1.2.2 Solución por resistencia térmica en una dimensión.** Son muy comunes en la práctica de la ingeniería situaciones en la que el flujo de calor se presenta en sistemas compuestos de diferentes materiales con diferentes espesores. Por ejemplo, las paredes de un horno donde posiblemente se tenga una capa interior de material refractario para soportar las altas temperaturas que allí se presentan, seguida de una capa de ladrillos de alta resistencia mecánica para sostener toda la estructura del horno y finalmente, una capa exterior de material aislante con el objeto de eliminar en lo posible las pérdidas de calor. De la misma manera, una tubería que transporta algún fluido a temperatura elevada generalmente requiere de una capa de aislante térmico que recubra su superficie exterior, constituyendo, por lo tanto, un sistema compuesto. Se analizará enseguida esta clase de sistemas unidimensionales utilizando el concepto de resistencia térmica, que resulta muy útil al establecer un paralelismo entre dichos sistemas y los circuitos eléctricos más sencillos.

El flujo de calor a través de una pared plana sin generación interna de calor quedó expresado (al integrar la ecuación general de la conducción) mediante la ecuación:

$$q = k \frac{T_0 - T_L}{L}$$

O bien, introduciendo el área transversal al flujo de calor:  $Q = kA \frac{T_0 - T_L}{L} \dots (1.2)$

Esta ecuación se puede escribir también como:  $Q = \frac{T_0 - T_L}{R} \dots (1.3)$

Donde  $R = \frac{L}{kA}$ , que se puede interpretar como la *resistencia térmica* que ofrece el sistema al flujo de calor Q cuando se le sujeta a una diferencia de temperaturas  $T_0 - T_L$  (ver Figura 1.3). Obsérvese la analogía que ofrecen las expresiones anteriores con respecto a la ley de Ohm aplicada a un circuito eléctrico simple, que consistente en una resistencia sujeta a un voltaje entre sus extremos:

Con *resistencia eléctrica*:  $i = \frac{\Delta Volt}{R}$  (ec. 1.3a).

Con *resistencia térmica*:  $Q = \frac{\Delta T}{R}$  (ec. 1.3b)

## Transferencia de calor por conducción

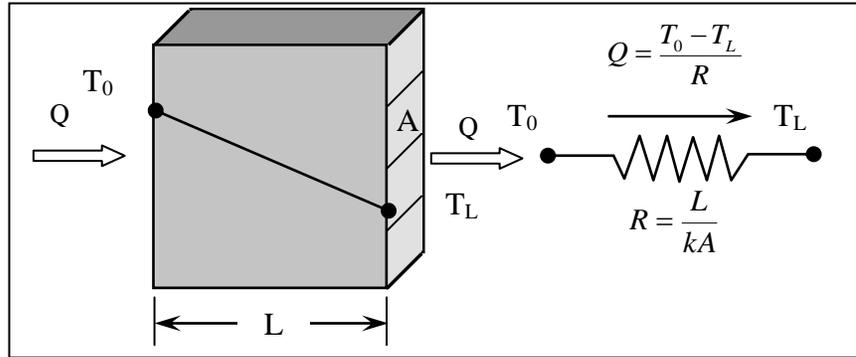


Figura 1.3 Concepto de resistencia térmica <sup>2</sup>

El concepto de resistencia térmica y la analogía con los circuitos eléctricos se puede extender a los sistemas compuestos. En efecto, considérese el sistema mostrado en la Figura 1.4. Se trata de una pared plana compuesta de tres capas de diferentes materiales y posiblemente con diferentes espesores, sujeta a una diferencia de temperaturas  $T_0 - T_L$  entre sus caras externas. Aplicando la ecuación 1.2, a cada una de las capas que forman de la pared se tiene para el flujo de calor  $Q$  (el cual debe ser el mismo a través del todo el sistema):

$$Q = k_1 A \frac{T_0 - T_1}{L_1} = k_2 A \frac{T_1 - T_2}{L_2} = k_3 A \frac{T_2 - T_L}{L_3}$$

Las tres igualdades expresadas en la ecuación anterior se pueden resolver simultáneamente eliminándose  $T_1$  y  $T_2$ . Por lo que el flujo de calor queda como sigue:

$$Q = \frac{T_0 - T_L}{\frac{L_1}{k_1 A} + \frac{L_2}{k_2 A} + \frac{L_3}{k_3 A}}$$

Donde cada uno de los sumandos en el denominador representa la resistencia térmica equivalente ( $R_{eq}$ ) a las tres resistencias en *serie* que constituyen las tres capas de la pared.

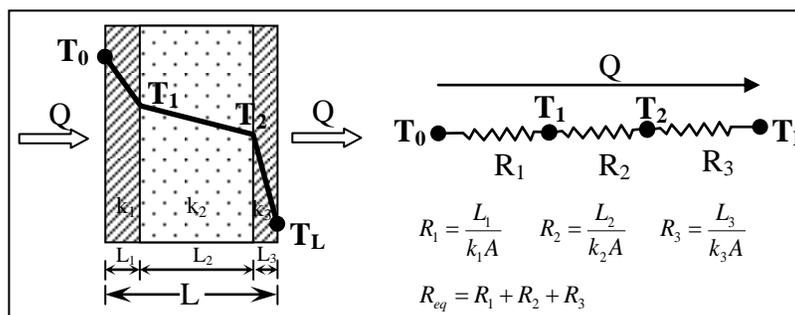


Figura 1.4 Resistencia térmica en serie <sup>2</sup>

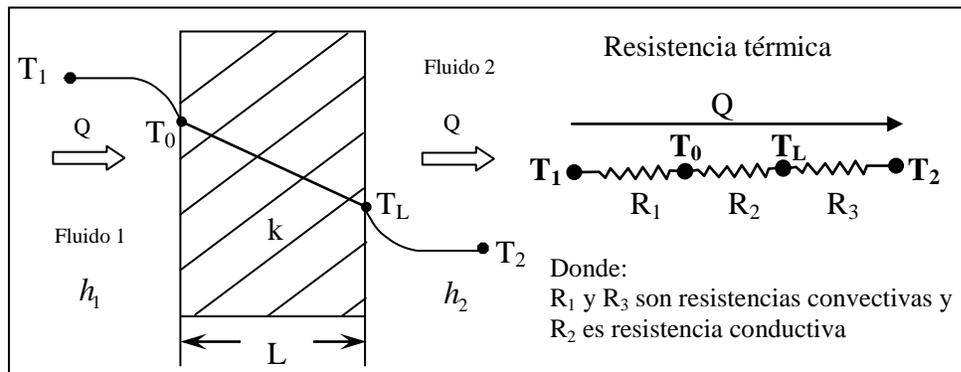
## Transferencia de calor por conducción

Se puede extender aún más con la analogía de circuitos eléctricos y escribir el flujo de calor y la resistencia equivalente para el sistema compuesto de la Figura 1.6 como sigue:

$$Q = \frac{T_0 - T_L}{R_{eq}} \dots \dots \dots (1.4); \quad \text{Donde: } R_{eq} = R_1 + R_2 + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} + R_5 + R_6 \dots \dots \dots (1.5)$$

Es decir, se trata de una combinación de serie-paralelo. Se puede entonces utilizar la analogía para combinaciones que incluyan diversos arreglos geométricos con diferentes materiales. Las únicas restricciones que deberían observarse para esta aplicación son: que el sistema se pueda considerar como unidimensional (flujo de calor en una sola dirección) y que los materiales sean homogéneos e isótropos, ya que de otra manera no se podría aplicar la ecuación 1.2.

El concepto de resistencia térmica también puede ser aplicado a los sistemas conductivos-convectivos (generalmente sólidos sujetos a diferencias de temperatura en contacto con algún medio fluido). Esta situación, se esquematiza en la Figura 1.5, es muy común en la práctica y es necesario, por lo tanto, incluirla de algún modo en el análisis basado en la analogía eléctrica.



**Figura 1.5 Sistema conductivo-convectivo<sup>2</sup>**

Aplicando la definición del coeficiente de convección (ec. 1.2) a la Figura 1.5, se tiene que el flujo de calor para la cara en contacto con el fluido 1 es:  $Q = h_1 A (T_1 - T_0)$ , y para la cara en contacto con el fluido 2 es:  $Q = h_2 A (T_L - T_2)$

Se tiene además, que para la pared interna:  $Q = kA \frac{T_0 - T_L}{L}$

## Transferencia de calor por conducción

Combinando las tres ecuaciones anteriores, resulta: 
$$Q = \frac{T_1 - T_2}{\frac{1}{h_1 A} + \frac{L}{kA} + \frac{1}{h_2 A}}$$

De donde se deduce que las resistencias térmicas por convección ocasionadas por la capa de contacto entre el sólido y los fluidos son, respectivamente

$$R_1 = \frac{1}{h_1 A} \quad \text{y} \quad R_2 = \frac{1}{h_2 A}$$

**Ejemplo 1.1.** Considere que el sistema de la Figura 1.6 representa el muro de un horno industrial. La capa de Longitud  $L_1 = 3$  cm está hecha de ladrillo refractario ( $k_{\text{ladrillo}} = 1$  W/m °C), la capa intermedia de longitud  $L_2 = 5$  cm está formada con el mismo material refractario reforzada con acero ( $k_{\text{acero}} = 50$  W/m °C), el material refractario tiene un 30% del área total y el acero un 70%. Considere, además que la tercera capa con longitud  $L_3 = 2$  cm está hecha de asbesto ( $k_{\text{asbesto}} = 0.15$  W/m °C). Si los gases de combustión en el interior del horno están  $1500$  °C con un coeficiente promedio de convección ( $h = 50$  W/m<sup>2</sup> °C) y la temperatura del medio ambiente es de  $20$  °C con un coeficiente promedio de convección para las paredes externas del horno  $h = 10$  W/m<sup>2</sup> °C. Calcular el flujo de calor y la temperatura de cada cara de la pared la cual tiene un área igual a  $1$  m<sup>2</sup>.

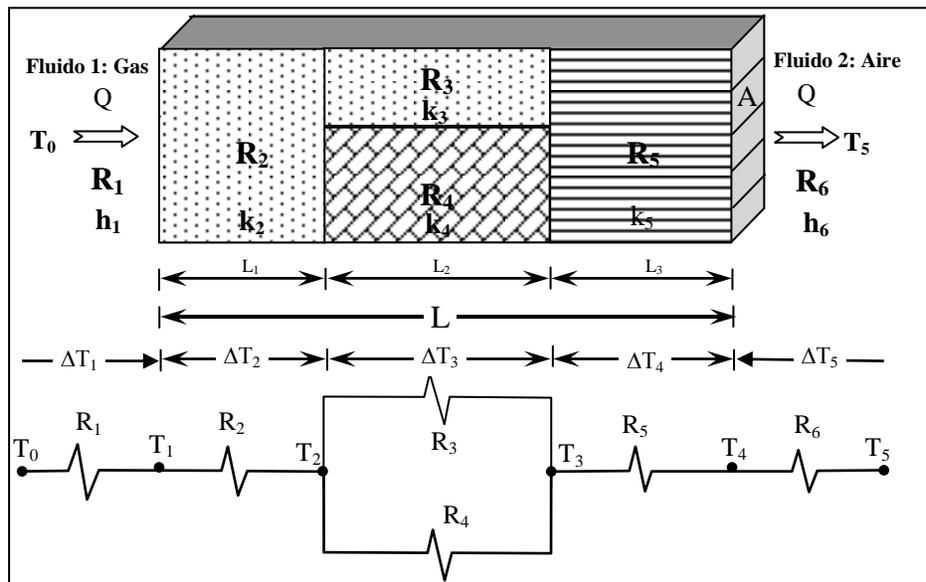


Figura 1.6 Combinación serie – paralelo de resistencias térmicas <sup>2</sup>

## Transferencia de calor por conducción

**Solución.** Se trata de aplicar la ecuación 1.4 para tomar en cuenta las temperaturas de los fluidos que están en contacto con cada una de las caras de la pared. Para la resistencia equivalente de la combinación serie-paralelo, se aplica la ecuación 1.5. A continuación se procede a calcular cada una de las resistencias:

$$\text{Resistencias convectivas: } R_1 = \frac{1}{h_i A} = \frac{1}{50 \frac{W}{m^2 \cdot ^\circ C}} = 0.02 \frac{^\circ C}{W}; \quad R_6 = \frac{1}{h_o A} = \frac{1}{10} = 0.1 \frac{^\circ C}{W}$$

Resistencias conductivas:

$$R_2 = \frac{L_1}{k_2 A} = \frac{0.03m}{1 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \times 1m^2} = 0.03 \frac{^\circ C}{W}; \quad R_3 = \frac{L_2}{k_3 b_1 A} = \frac{0.05m}{50 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \times 0.3 \times 1m^2} = 0.003 \frac{^\circ C}{W}$$

$$R_4 = \frac{L_2}{k_4 b_2 A} = \frac{0.05m}{1.0 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \times 0.7 \times 1m^2} = 0.07 \frac{^\circ C}{W}; \quad R_5 = \frac{L_3}{k_5 A} = \frac{0.02m}{0.15 \frac{W}{m \cdot ^\circ C} \times 1m^2} = 0.13 \frac{^\circ C}{W}$$

$$\text{Resistencia equivalente de } R_3 \text{ y } R_4: R_{eq3,4} = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4} = \frac{\left(0.003 \frac{^\circ C}{W}\right) \left(0.07 \frac{^\circ C}{W}\right)}{\left(0.003 \frac{^\circ C}{W}\right) + \left(0.07 \frac{^\circ C}{W}\right)} = 0.0031 \frac{^\circ C}{W}$$

Resistencia equivalente total:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_{eq3,4} + R_5 + R_6 = 0.02 + 0.03 + 0.0031 + 0.13 + 0.1 = 0.2865 \frac{^\circ C}{W}$$

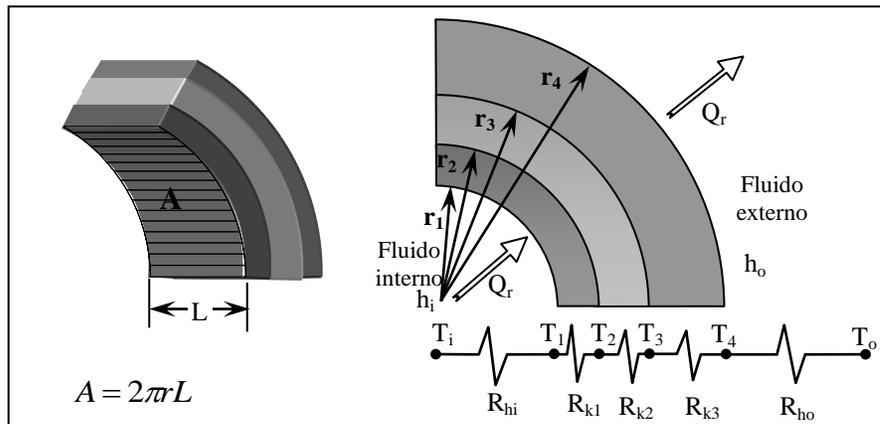
$$\text{El flujo de calor es: } Q = \frac{T_0 - T_L}{R_{eq}} = \frac{1500^\circ C - 20^\circ C}{0.2865 \frac{^\circ C}{W}} = 5165.41W$$

Para calcular la temperatura en la cara de cada pared, primero se debe obtener el  $\Delta T$  de cada resistencia, y después despejar la temperatura desconocida:

$$\begin{aligned} \Delta T_1 = QR_1 &= 5165.41 \times 50^{-1} = 103.3082^\circ C & T_1 = T_0 - \Delta T_1 &= 1500 - 103.3082 = 1396.7^\circ C \\ \Delta T_2 = QR_2 &= 5165.41 \times 33.33^{-1} = 154.978^\circ C & T_2 = T_1 - \Delta T_2 &= 1396.7 - 154.978 = 1241.722^\circ C \\ \Delta T_3 = QR_3 &= 5165.41 \times 314^{-1} = 16.45^\circ C & T_3 = T_2 - \Delta T_3 &= 1241.722 - 16.45 = 1225.27^\circ C \\ \Delta T_4 = QR_4 &= 5165.41 \times 7.5^{-1} = 688.72^\circ C & T_4 = T_3 - \Delta T_4 &= 1225.27 - 688.72 = 536.55^\circ C \\ \Delta T_5 = QR_5 &= 5165.41 \times 10^{-1} = 516.54^\circ C & T_5 = T_4 - \Delta T_5 &= 536.55 - 516.54 = 20.01^\circ C \end{aligned}$$

## Transferencia de calor por conducción

**1.2.3 Sistemas compuestos cilíndricos.** Los conceptos y resultados examinados con la relación a los sistemas compuestos planos se pueden extender a los sistemas compuestos de forma cilíndrica. En la Figura 1.7 se muestra un cilindro con tres capas, para el cual se tiene convección tanto en la superficie externa como interna, las temperaturas del fluido interno y externo son  $T_i$  y  $T_o$  respectivamente. También se muestra un circuito térmico cuando se aplica la caída total de temperaturas.



**Figura 1.7 Configuración de la resistencia térmica de un cilindro <sup>3</sup>**

La ecuación de flujo de calor en dirección radial que describe este sistema es:

$$Q_r = \frac{\Delta T}{\Sigma R} \dots \dots \dots (1.6)$$

Es decir,

$$Q_r = \frac{T_i - T_o}{R_{hi} + R_{k1} + R_{k2} + R_{k3} + R_{ho}}$$

Donde el subíndice  $h$  denota la convectividad de la sustancia. Las siguientes ecuaciones muestran la resistencia para los fluidos.

$$R_{hi} = \frac{1}{h_1 A_1}, \quad A = 2\pi r_1 L; \qquad R_{ho} = \frac{1}{h_o A_4}, \quad A = 2\pi r_4 L$$

El subíndice  $k$  denota la conductividad de las diferentes resistencias para cada capa cilíndrica en particular:

$$R_{k1} = \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi L k_1}; \qquad R_{k2} = \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi L k_2}; \qquad R_{k3} = \frac{\ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi L k_3}$$

## Transferencia de calor por conducción

Una vez calculada  $Q_r$ , se puede obtener la temperatura en cada cara mediante los cambios de temperatura parcial en el punto deseado. Por ejemplo, si se desea calcular la temperatura  $T_3$ , se aplica la ecuación 1.6 desde  $T_i$  hasta  $T_3$ :

$$Q_r = \frac{T_i - T_3}{R_{hi} + R_{k1} + R_{k2}}$$

Alternativamente se puede obtener una ruta más corta desde  $T_o$  a  $T_3$ :

$$Q_r = \frac{T_3 - T_o}{R_{k3} - R_{ho}}$$

Con cualquiera de estas dos relaciones podemos obtener el resultado de  $T_3$ .

**Ejemplo 1.2.** Una tubería que transporta aceite tiene un diámetro interno de 1" y se compone de 0.22" de tubo de acero cubierto por 1.0" de aislante de fibra de vidrio y de 0.008" de aluminio. La temperatura del aceite es  $T_i = 65$  °C y la temperatura ambiente es  $T_o = 25$  °C (aire), los coeficientes de transferencia de calor por convección son  $h_i = 0.87$  W/m<sup>2</sup> °C y  $h_o = 68.139$  W/m<sup>2</sup> °C respectivamente. Si la longitud de la tubería es de 9 m, calcular el flujo de calor así como la temperatura entre cada material.

**Solución.** La Tabla 1.2 muestra los radios y la capacidad térmica de cada material, el coeficiente de conductividad (k) se obtiene de tablas (Apéndice B)

Tabla 1.2 Radio y capacidad térmica de los diferentes materiales del ejemplo 1.2

Fluido o material	Radio [pg]	Radio [m]	Capacidad térmica: h [W/m <sup>2</sup> K] y k [W/mK]
Aceite	$r_1 = 1$	$r_1 = 0.0254$	$h_i = 0.87$
Acero	$r_2 = 1.22$	$r_2 = 0.03098$	$k_1 = 143$
Fibra de vidrio	$r_3 = 2.22$	$r_3 = 0.05638$	$k_2 = 0.035$
Aluminio	$r_4 = 2.228$	$r_4 = 0.05659$	$k_3 = 307$
Aire			$h_o = 68.139$

Con los datos anteriores se puede calcular cada una de las resistencias, las cuales se suman por ser un sistema en serie:

## Transferencia de calor por conducción

Para el aceite:  $R_{hi} = \frac{1}{h_i A_i}$ ,  $A_i = 2\pi r_1 L$ ;  $R_{hi} = \frac{1}{0.87 \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.0254m \cdot 9m} = 0.80025 \frac{K}{W}$

Para el acero:  $R_{k1} = \frac{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{2\pi L k_1} = \frac{\ln\left(\frac{0.03099m}{0.0254m}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 9m \cdot 143 \frac{W}{m \cdot K}} = 0.000025 \frac{K}{W}$

Para la fibra de vidrio:  $R_{k2} = \frac{\ln\left(\frac{r_3}{r_2}\right)}{2\pi L k_2} = \frac{\ln\left(\frac{0.05639m}{0.03099m}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 9m \cdot 0.035 \frac{W}{m \cdot K}} = 0.302473 \frac{K}{W}$

Para el papel aluminio:  $R_{k3} = \frac{\ln\left(\frac{r_4}{r_3}\right)}{2\pi L k_3} = \frac{\ln\left(\frac{0.05659m}{0.05639m}\right)}{2 \cdot \pi \cdot 9m \cdot 307 \frac{W}{m \cdot K}} = 2.072 \times 10^{-7} \frac{K}{W}$

Para el aire:  $R_{ho} = \frac{1}{h_o A_o}$ ,  $A_o = 2\pi r_4 L$ ;  $R_{ho} = \frac{1}{68.139 \frac{W}{m^2 \cdot K} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 0.05659m \cdot 9m} = 0.004586 \frac{K}{W}$

Al sumar todas las resistencias se obtiene:  $\Sigma R = 1.107332 \frac{K}{W}$ .

El flujo de calor se obtiene aplicando la ecuación 6 que es similar a la ec. 4:

$$Q_r = \frac{\Delta T}{\Sigma R} = \frac{T_i - T_o}{\Sigma R} = \frac{338.15K - 293.15K}{1.107332 \frac{K}{W}} = 36.123W.$$

Una vez calculado el flujo de calor que atraviesa a cada material y con la temperatura del aceite o del medio ambiente (aire) conocidos, se utiliza la ecuación 1.6 para estimar la temperatura entre cada cara del sistema como sigue:

$$Q_r = \frac{T_i - T_1}{R_{hi}} \rightarrow T_1 = T_i - Q_r R_{hi} = 338.15K - 36.123W \cdot 0.80025 \frac{K}{W} = 309.243K = 36.093^\circ C$$

$$Q_r = \frac{T_1 - T_2}{R_{k1}} \rightarrow T_2 = T_1 - Q_r R_{k1} = 309.243K - 36.123W \cdot 0.000025 \frac{K}{W} = 309.242K = 36.092^\circ C$$

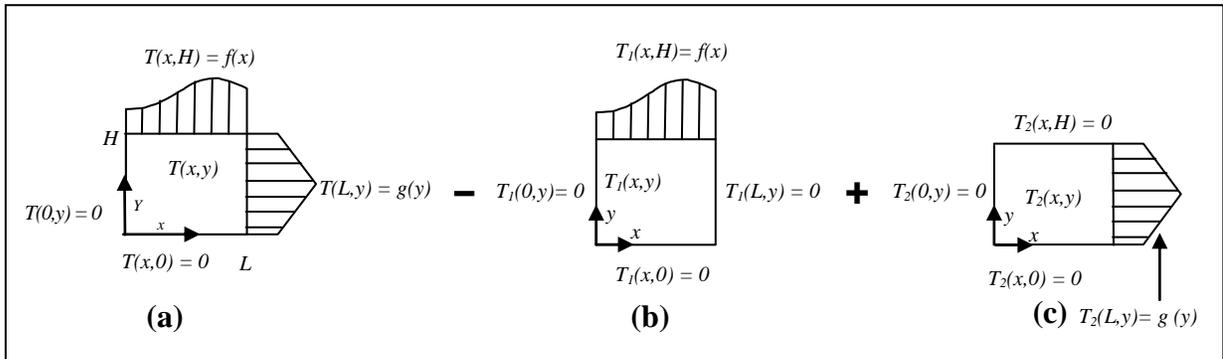
$$Q_r = \frac{T_2 - T_3}{R_{k2}} \rightarrow T_3 = T_2 - Q_r R_{k2} = 309.242K - 36.123W \cdot 0.302473 \frac{K}{W} = 298.31567K = 25.16567^\circ C$$

$$Q_r = \frac{T_3 - T_4}{R_{k3}} \rightarrow T_4 = T_3 - Q_r R_{k3} = 298.31567K - 36.123W \cdot 2.072 \times 10^{-7} \frac{K}{W} = 298.31566K = 25.16566^\circ C$$

$$Q_r = \frac{T_4 - T_o}{R_{ho}} \rightarrow T_o = T_4 - Q_r R_{ho} = 298.31566K - 36.123W \cdot 0.004586 \frac{K}{W} = 298.15K = 25^\circ C$$

## Transferencia de calor por conducción

**1.2.4 Solución mediante el principio de superposición.** Consiste en representar la solución de un problema complejo como la suma de dos o más soluciones sencillas (ver Figura 1.8). Este principio es aplicable solamente a casos de sistemas lineales, por lo tanto, para aplicarlo a la ecuación de difusión de calor, ésta se debe linealizar primero.



**Figura 1.8 Representación del principio de superposición<sup>3</sup>**

Para la figura 1.8 (a), se debe generar una función  $T(x, y)$  que satisfaga las cuatro condiciones de frontera de la Tabla 1.3 (dos de las cuales son diferente de cero). Sin embargo, al aplicar el principio de superposición, se obtienen dos soluciones separadas (b) y (c) que son más fáciles de generar porque el problema se reduce a tener una frontera diferente de cero.

**Tabla 1.3 Condiciones de frontera\* de la Figura 1.8**

$x, y$	Para (a)	Para (b)	Para (c)	Solución aplicando el principio de superposición
$y = H \forall x$	$T(x, H) = f(x)$	$T_1(x, H) = f(x)$	$T_2(x, H) = 0$	$T(x, H) = T_1(x, H) + T_2(x, H)$
$x = L \forall y$	$T(L, y) = g(x)$	$T_1(L, y) = 0$	$T_2(L, y) = g(x)$	$T(L, y) = T_1(L, y) + T_2(L, y)$
$y = 0 \forall x$	$T(x, 0) = 0$	$T_1(x, 0) = 0$	$T_2(x, 0) = 0$	$T(x, 0) = T_1(x, 0) + T_2(x, 0)$
$x = 0 \forall y$	$T(0, y) = 0$	$T_1(0, y) = 0$	$T_2(0, y) = 0$	$T(0, y) = T_1(0, y) + T_2(0, y)$

Nota\*: Las condiciones de frontera deben ser lineales o de lo contrario la técnica falla

En la Figura 1.9 se muestra la aplicación del principio de superposición a un sistema con cuatro fronteras diferentes de cero, tres de éstas tienen la misma temperatura  $T_0$  (inciso a). El resultado es una placa con temperatura  $T_0$  uniforme en todo punto  $(x, y)$

## Transferencia de calor por conducción

(inciso b) en conjunto con otra placa que tienen una frontera igual a  $f(x)$  y las otras tres igual a cero, (inciso c), la cual es sencilla de resolver con la solución exacta de Fourier para placa plana con temperatura en una sola frontera:

$$T_1(x, y) = \frac{4f(x)}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sinh\left(\frac{n\pi y}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi H}{L}\right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \dots \dots \dots (7)$$

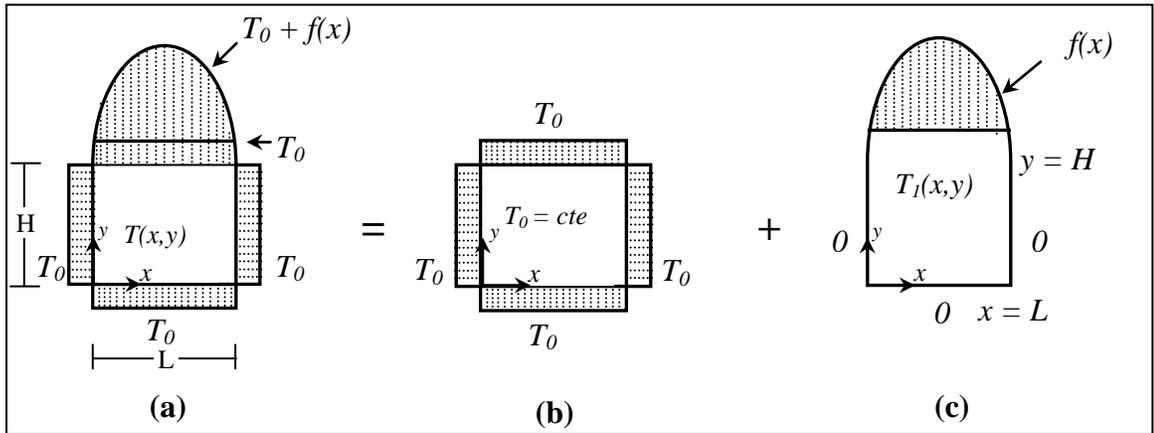


Figura 1.9 Principio de superposición para el caso de cuatro fronteras de diferente temperatura <sup>3</sup>

**Ejemplo 1.3.** Encontrar el perfil de temperatura  $T(x, y)$  para la placa plana mostrada en la Figura 1.10 (a) cuya fronteras son diferentes entre sí.

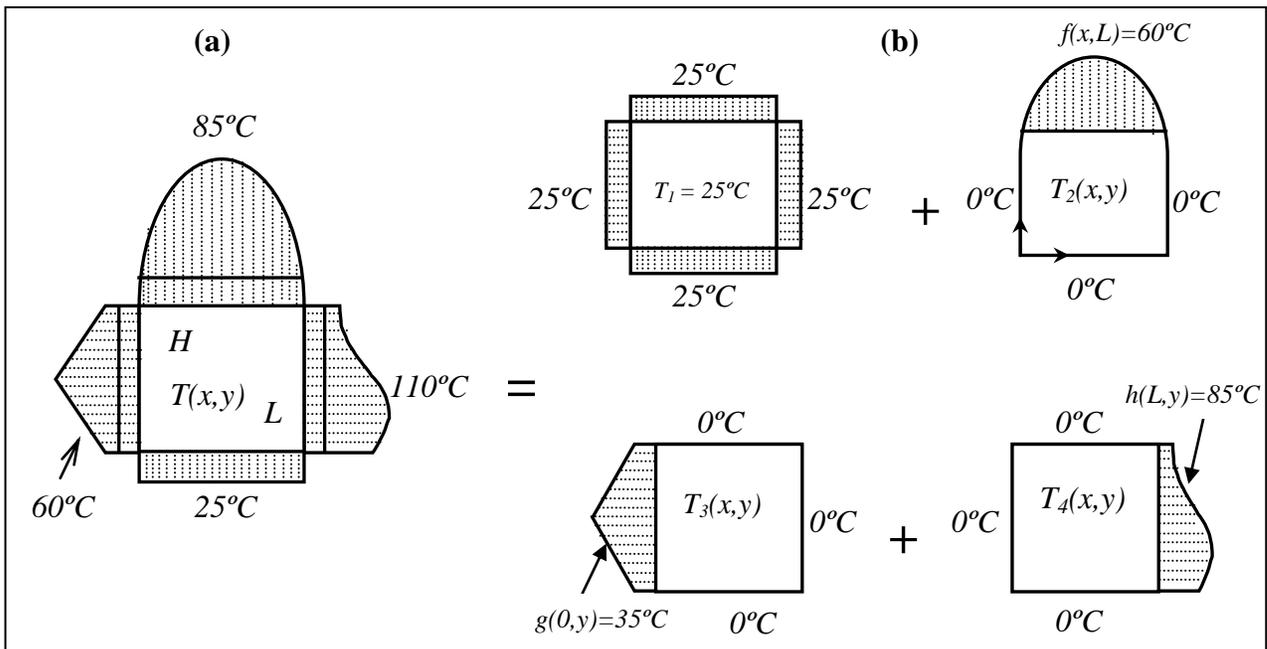


Figura 1.10 Solución por el principio de superposición para placa plana con temperatura diferente en cada frontera

## Transferencia de calor por conducción

**Solución.** Para resolver este problema, se resta la temperatura más pequeña a las tres fronteras de mayor valor. Esto genera cuatro placas, una de ellas con temperatura uniforme (constante)  $T_1$  en todo punto  $(x, y)$  igual a la de menor temperatura, y las otras tres placas con una frontera diferente de cero (ver Figura 1.10b). Para encontrar el perfil de temperatura  $T_2(x,y)$ ,  $T_3(x,y)$  y  $T_4(x,y)$ , se aplica la solución de Fourier (ec. 1.7) para placa plana con una sola frontera diferente de cero, sin embargo, se hace un cambio de coordenadas a dicha solución para resolver las configuraciones descritas por  $T_3$  y  $T_4$  (ecs. 1.7b y 1.7c.). La solución total queda como sigue:

$$T(x, y) = T_1(x, y) + T_2(x, y) + T_3(x, y) + T_4(x, y)$$

Donde:  $T_1(x, y) = 25^\circ\text{C}$

$$T_2(x, y) = \frac{4f(x)}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sinh\left(\frac{n\pi y}{L}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi H}{L}\right)} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \dots \dots (1.7a)$$

$$T_3(x, y) = \frac{4g(x)}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sinh\left(\frac{n\pi(L-x)}{H}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi L}{H}\right)} \sin\left(\frac{n\pi y}{H}\right) \dots \dots (1.7b)$$

$$T_4(x, y) = \frac{4p(x)}{\pi} \sum_{n=1,3,5,\dots}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sinh\left(\frac{n\pi x}{H}\right)}{\sinh\left(\frac{n\pi L}{H}\right)} \sin\left(\frac{n\pi(H-y)}{H}\right) \dots \dots (1.7c)$$

La Tabla 1.4 muestra la temperatura en diferentes puntos  $(x,y)$  obtenidos con la solución anterior mientras que en la Figura 1.11 se observan las isotermas respectivas a cada elemento de la superposición.

**Tabla 1.4 Perfil de temperaturas de cada elemento del principio de superposición del ejemplo 1.3**

X	Y	T <sub>1</sub> (x,y)	T <sub>2</sub> (x,y)	T <sub>3</sub> (x,y)	T <sub>4</sub> (x,y)	T(x,y)
15	7.5	25	9.9	6.6	0.7	42.2
30	7.5	25	12.7	1.4	3.3	42.4
45	7.5	25	9.9	0.3	16.1	51.3
15	15	25	21.8	9.1	0.9	56.9
30	15	25	26.7	1.9	4.7	58.3
45	15	25	21.8	0.4	22.2	69.4
15	22.5	25	38.2	6.7	0.7	70.5
30	22.5	25	42.6	1.4	3.3	72.3
45	22.5	25	38.2	0.3	16.1	79.6

## Transferencia de calor por conducción

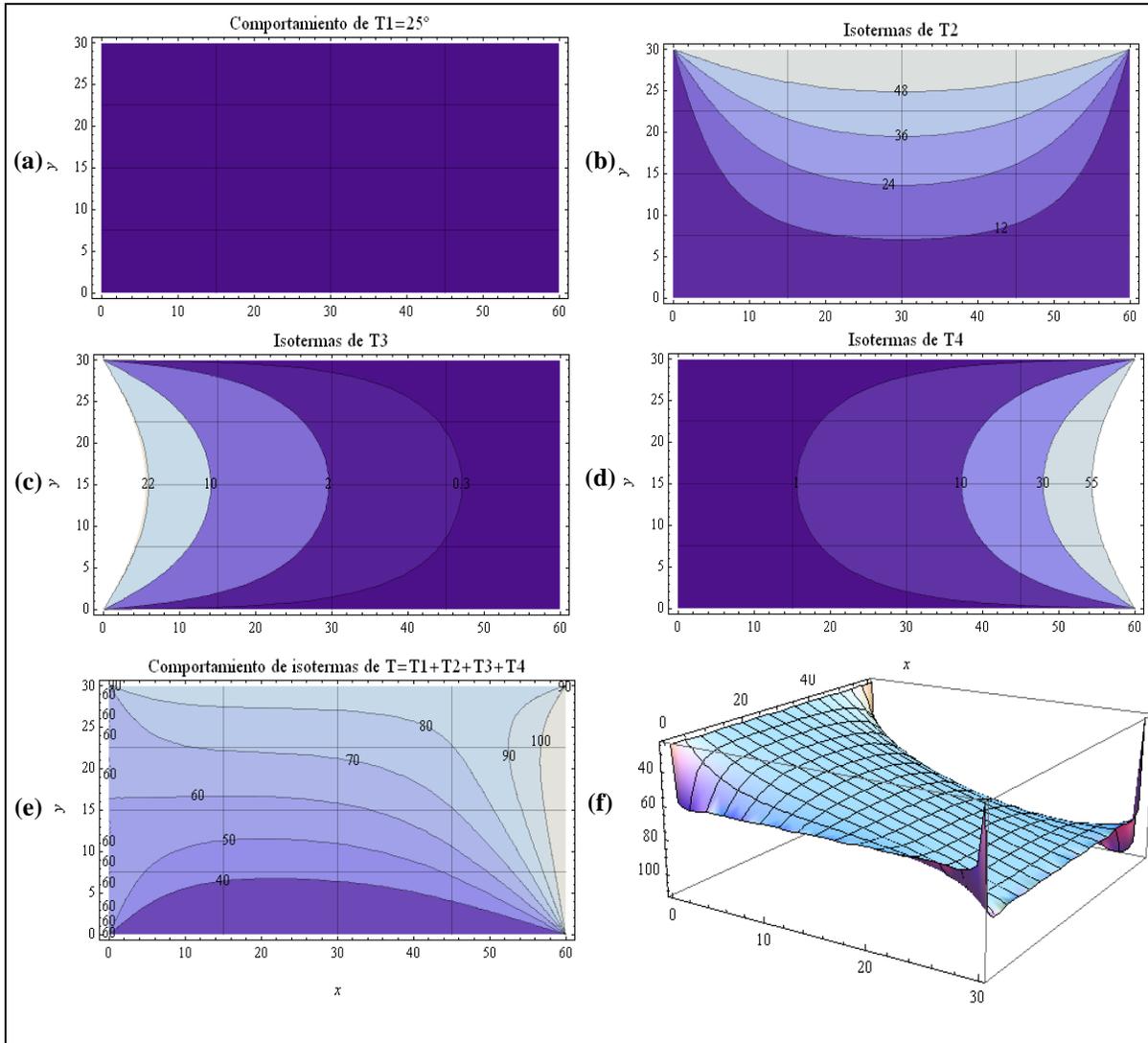


Figura 1.11 Los incisos (a), (b), (c) y (e) muestran las isothermas de  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$ ,  $T_4$  y  $T$  respectivamente, donde  $T_1$  es constante y  $T$  es la suma de las anteriores, (f) muestra el perfil de temperaturas de  $T(x,y)$ <sup>iii</sup>

**1.2.5 Método de diferencias finitas para problemas de conducción de calor.** Es un método numérico, que se utiliza para dar una solución aproximada a una ecuación diferencial cuando esta no tiene una solución analítica exacta. Para aplicar este método, se realiza el siguiente procedimiento:

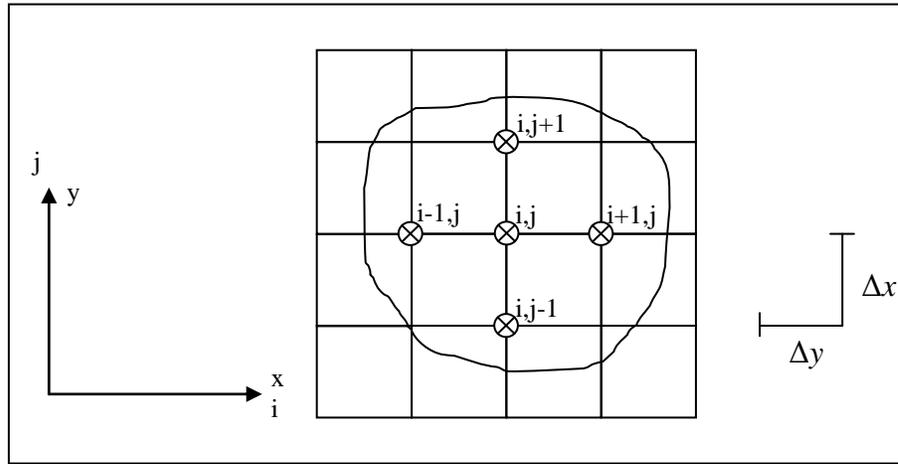
1. Se discretiza el dominio del espacio utilizando un cierto número de nodos (ver Figura 1.12).
2. A cada nodo se le aplica la serie de diferencias finitas. La configuración de la Figura 1.12, tiene la siguiente solución en diferencias finitas para cada nodo.

<sup>iii</sup> Simulación realizada en Wolfram Mathematica 8.0

## Transferencia de calor por conducción

$$\frac{\partial T}{\partial x_{i+\frac{1}{2},j}} \approx \frac{T_{i+1,j} - T_{i,j}}{\Delta x}; \quad \frac{\partial T}{\partial x_{i-\frac{1}{2},j}} \approx \frac{T_{i,j} - T_{i-1,j}}{\Delta x}; \quad \frac{\partial^2 T}{\partial x_{i,j}^2} \approx \frac{\frac{\partial T}{\partial x_{i+\frac{1}{2},j}} - \frac{\partial T}{\partial x_{i-\frac{1}{2},j}}}{\Delta x} \approx \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2}$$

Aplicando al eje y: 
$$\frac{\partial^2 T}{\partial y_{i,j}^2} \approx \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2}$$



**Figura 1.12** Malla donde se muestra la definición de diferencias finitas

- Se reescribe la ecuación de diferencial de transferencia de calor en diferencias finitas para convertirla en una ecuación lineal.

Si la ecuación de conducción de calor es  $\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$ ;

en forma de diferencias finitas queda: 
$$\frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{\Delta x^2} + \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{\Delta y^2} = 0$$

- Se obtiene el valor de la temperatura en cada nodo interno. Si  $\Delta x = \Delta y$  y despejamos  $T_{i,j}$ . Se tiene: 
$$T_{i,j} = \frac{1}{4}(T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j+1} + T_{i,j-1})$$

**Notas:**

- La solución no es exacta, es una aproximación, pero en la práctica no se necesita que el resultado sea tan exacto.
- Existen problemas de estabilidad si la celda es muy grande.
- Cuando no se tiene el valor de la frontera, se obtiene una ecuación adicional de balance de materia para obtener los valores en dicha frontera

## Transferencia de calor por conducción

**Ejemplo 1.4.** Resolver el ejemplo 1.3 con el método de diferencias finitas

**Solución.** Para encontrar las temperaturas en diferentes puntos del dominio del problema anterior, se debe resolver la siguiente ecuación para el cual se propone un  $\Delta x = 15$  unidades y un  $\Delta y = 7.5$  unidades.

$$\Delta y^2 (T_{i+1} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}) + \Delta x^2 (T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}) = 0$$

Sí se toma el arreglo de la Figura 1.13. La ecuación anterior queda como sigue:

$$aT_{i,j} + bT_{i+1,j} + cT_{i,j+1} + dT_{i-1,j} + eT_{i,j-1} = 0$$

Donde:  $a = -2(\Delta x^2 + \Delta y^2)$ ;  $b = \Delta y^2$ ;  $d = \Delta y^2$ ;  $c = \Delta x^2$   $e = \Delta x^2$

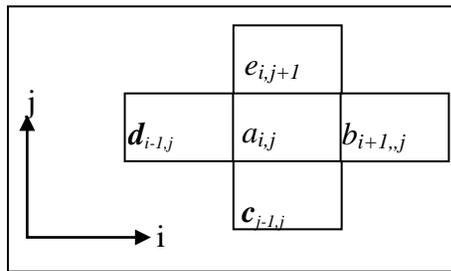


Figura 1.13 Arreglo de los coeficientes alrededor de un nodo

El dominio del problema discretizado a resolver se muestra en la Figura 1.14:

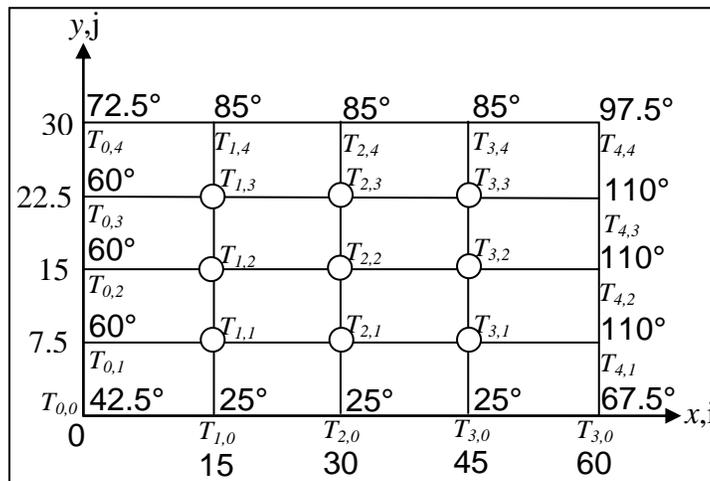


Figura 1.14 Discretización del dominio del problema, en nueve nodos desconocidos y 16 nodos conocidos

Pasando los nodos a un arreglo como se muestra en la Figura 1.15 (a), se puede obtener la matriz de coeficientes del nodo central mostrada en la Figura 1.15 (b):

## Transferencia de calor por conducción

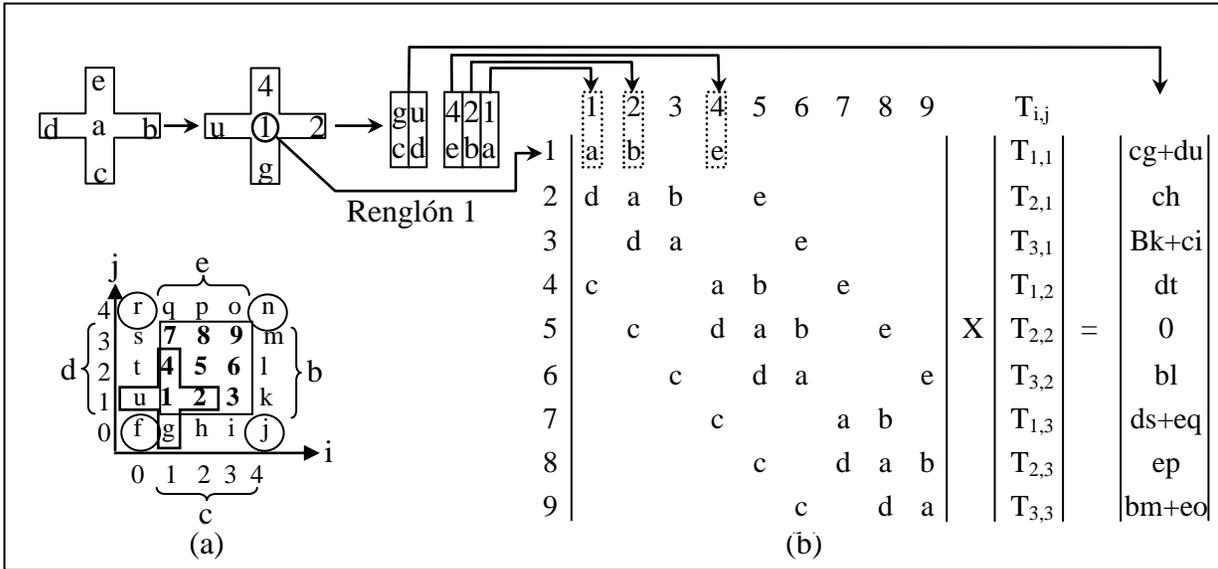


Figura 1.15 El inciso (a) muestra el arreglo del nodo central y el inciso (b) muestra el arreglo de la matriz de dicho nodo. Los valores de las constantes f–u de la fig. 1.15a son las fronteras y están dadas como:

$$\begin{aligned}
 f = T_{0,0} &= \frac{(T_{1,0} + T_{1,1})}{2} & j = T_{4,0} &= \frac{(T_{3,0} + T_{4,1})}{2} & n = T_{4,4} &= \frac{(T_{4,3} + T_{3,4})}{2} & r = T_{0,4} &= \frac{(T_{1,4} + T_{0,3})}{2} \\
 \left. \begin{aligned} g &= T_{1,0} \\ h &= T_{2,0} \\ i &= T_{3,0} \end{aligned} \right\} & \text{Frontera Inferior} & \left. \begin{aligned} k &= T_{4,1} \\ l &= T_{4,2} \\ m &= T_{4,3} \end{aligned} \right\} & \text{Frontera Derecha} & \left. \begin{aligned} o &= T_{3,4} \\ p &= T_{2,4} \\ q &= T_{1,4} \end{aligned} \right\} & \text{Frontera Superior} & \left. \begin{aligned} s &= T_{0,3} \\ t &= T_{0,2} \\ u &= T_{0,1} \end{aligned} \right\} & \text{Frontera Izquierda}
 \end{aligned}$$

Al resolver la matriz de la Figura 1.15b se obtienen las siguientes temperaturas:

$$\begin{aligned}
 T_{1,1} &= 43.26 & T_{2,1} &= 43.38 & T_{3,1} &= 53.56 \\
 T_{1,2} &= 57.31 & T_{2,2} &= 59.24 & T_{3,2} &= 70.54 \\
 T_{1,3} &= 70.02 & T_{2,3} &= 72.77 & T_{3,3} &= 80.49
 \end{aligned}$$

Cuyo perfil de isoterma se muestra en la Figura 1.16:

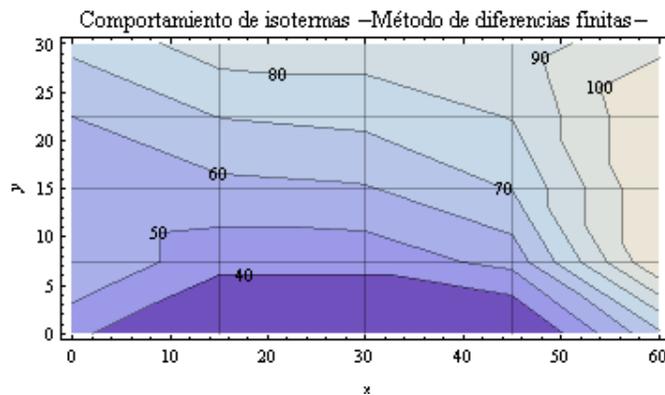


Figura 1.16 Comportamiento de isoterma utilizando el método de diferencias finitas<sup>iv</sup>

<sup>iv</sup> Simulación realizada en Wolfram Mathematica 8.0

### **1.3 Conducción de calor en régimen transitorio**

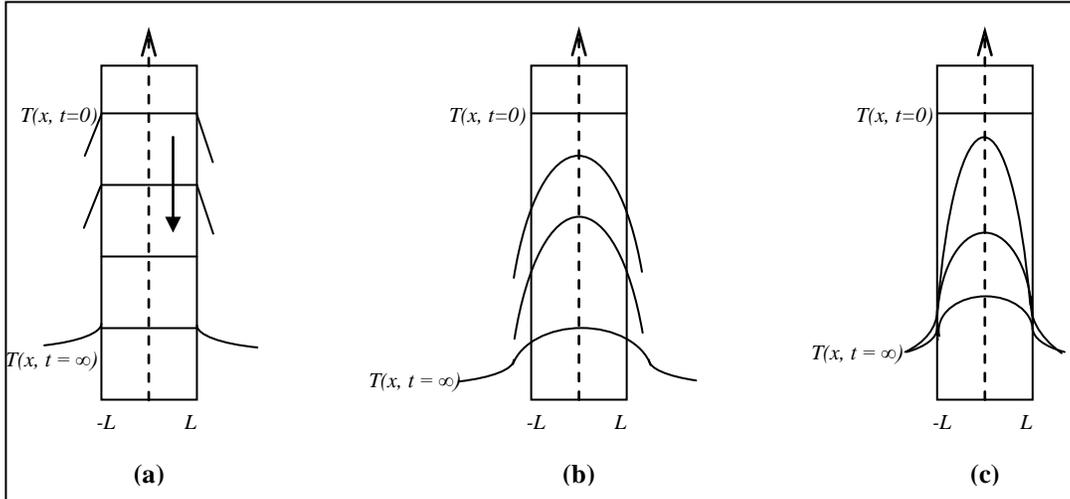
Un aspecto de suma importancia que se debe considerar en la industria, es el cambio de la temperatura en los sistemas a través del tiempo. Debido a la existencia de problemas más complejos que se presentan, la variable “tiempo” toma un papel fundamental. Por ejemplo, en una operación de paro de bomba por una falla, se debe de considerar el tiempo que se tiene para realizar el arranque de la misma en un ducto que transporta aceite ceroso, ya que en un momento dado se comenzarán a precipitar las ceras debido a la pérdida de temperatura y la posible depositación provocando una disminución en la capacidad de transporte de dicho ducto. Es decir, con el conocimiento de la envolvente de precipitación de la parafina, se puede saber a qué temperatura comenzará a flocular dicha cera, en función de este valor, se estima el tiempo adecuado para realizar las intervenciones pertinentes en la solución del problema presentado, antes de que se genere el proceso de la precipitación o depositación. Un método sencillo para estimar el tiempo en el que un sistema dado alcanza cierta temperatura es el método de parámetros concentrados.

**1.3.1 Solución por el método de parámetros concentrados.** Es necesario reconocer que no existen sistemas que posean una conductividad térmica ( $k$ ) infinitamente grande; sin embargo, numerosos sistemas pueden considerarse en la práctica como si tuvieran una resistencia térmica a la conducción despreciable y aceptar, por lo tanto, que la temperatura en *todos* los puntos del sistema es esencialmente *uniforme* en un instante dado. Lo anterior constituye, por supuesto, una idealización sumamente útil, para transmitir calor por conducción hacia o desde el sistema siempre que se necesita un gradiente de temperatura. La simplificación permite la obtención de resultados muy cercanos a la realidad en aquellos casos en que la resistencia térmica del sistema es muy pequeña, comparada con la resistencia externa que ofrece el medio ambiente en inmediato contacto con la superficie exterior del sistema bajo estudio. Esto generalmente resulta cierto cuando se cumplen las siguientes condiciones:

- a) El sistema es de pequeñas dimensiones

## Transferencia de calor por conducción

- b) La **capacidad calorífica** ( $C$ ) del sistema es baja
- c) La **conductividad térmica** ( $k$ ) del sistema es alta
- d) El coeficiente de convección entre el sistema y el medio externo es baja.



**Figura 1.17** Respuesta transitoria de la temperatura de una pared plana para diferentes números de Biot: (a)  $Bi \ll 1$ ; (b)  $Bi = 1$ ; (c)  $Bi > 1$

Un criterio más preciso para la idealización anterior, está constituido por el número de *Biot*, parámetro adimensional que se puede interpretar como el cociente de la resistencia térmica interna del sistema entre su resistencia térmica externa. Por ejemplo, la pared plana de la Figura 1.17 a, donde se indican varios perfiles de temperatura correspondientes a otras tantas condiciones de comportamiento del sistema, con diferentes valores relativos de las resistencias internas y externas. Para las temperaturas indicadas en la Figura 1.17 a se puede expresar de manera aproximada el balance de energía en la superficie exterior de la pared, en forma tal que:

$$\frac{kA}{L}(T_1 - T_2) = hA(T_2 - T_1)$$

Mientras que se puede escribir el cociente de la resistencia térmica a la conducción entre la resistencia a la convección, como:

$$\frac{R_{cond}}{R_{conv}} = \frac{L/kA}{1/hA}$$

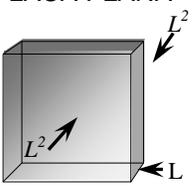
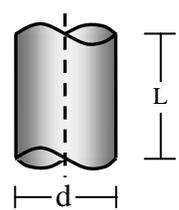
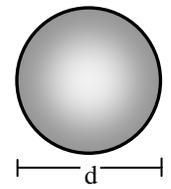
Relación que sirve para definir al número de *Biot*:

$$Bi = \frac{hL_c}{k}$$

## Transferencia de calor por conducción

El número de *Biot* constituye una medida de la caída de temperatura dentro del sólido por efecto de la conducción, con respecto a la diferencia de temperaturas entre la superficie exterior del sólido y del fluido. De esta manera, cuando dicho parámetro adimensional es muy pequeño, como si indica en la Figura 1.17a, la distribución de temperaturas dentro del sólido es prácticamente *uniforme* para cada instante, resultando posible suponer, en este caso, que dicha temperatura es función únicamente del tiempo. Por el contrario, cuando el número de *Biot* es de orden uno (Figura 1.17 b) o mayor que este (Figura 1.17 c), la resistencia térmica no se puede despreciar, siendo necesario un análisis que tome en cuenta las variaciones espaciales de la temperatura. Para el caso de un sistema de forma cualquiera, diferente al de la pared plana, la longitud característica  $L_c$  se puede tomar como la relación entre el volumen y el área externa (área total de transferencia de calor del sistema). De esta manera, en aquellos sistemas o cuya forma se parezca a la de un cubo, un cilindro, una esfera, etc. se sabe que el error en que se incurre con la hipótesis aducida, es menor del 5% si el número de *Biot* toma valores menores iguales a 0.1. La Tabla 1.5 muestra el número de *Biot* para diferentes configuraciones.

**Tabla 1.5 Número de Biot para diferentes configuraciones**

<b>PLACA PLANA</b> 	Área Total de transferencia de calor		$A_t = 2L^2$
	Volumen	Longitud característica	Número de <i>Biot</i>
	$V = L^3$	$L_c = \frac{V}{A} = \frac{L^3}{2L^2} = \frac{L}{2}$	$Bi = \frac{hL}{2k}$
<b>CILINDRO</b> 	Área Total de transferencia de calor		$A_t = \pi dL$
	Volumen	Longitud característica	Número de <i>Biot</i>
	$V = \frac{\pi d^2}{4} L$	$L_c = \frac{V}{A} = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{L}{\pi dL} = \frac{d}{4}$	$Bi = \frac{h d}{k 4}$
<b>ESFERA</b> 	Área Total de transferencia de calor		$A_t = \pi d^2$
	Volumen	Longitud característica	Número de <i>Biot</i>
	$V = \frac{\pi}{6} d^3$	$L_c = \frac{6^{-1} \pi d^3}{\pi d} = \frac{d}{6}$	$Bi = \frac{h}{k} \cdot \frac{d}{6}$



## *Transferencia de calor por conducción*

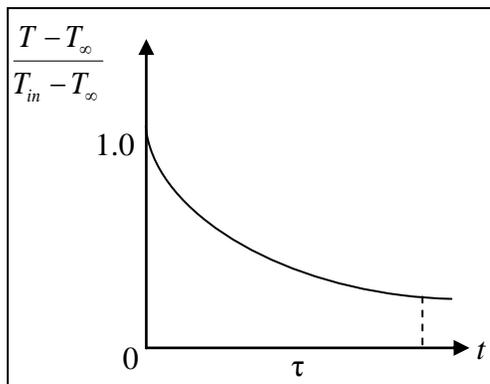
---

La ecuación 1.11 constituye el método de parámetros concentrados, el cual es simple y sencillo ya que sin resolver ecuaciones diferenciales se puede saber que tan rápido o que tan lento se enfría un equipo (bomba, compresora), pero desafortunadamente es aplicable para un número de *Biot* menor a 0.1. Ejemplos de esto se verán más adelante.

La ecuación 1.11 se muestra gráficamente en la Figura 1.19, en donde se puede interpretar al sistema como un sistema *dinámico lineal de primer orden* sujeto a una función externa (o estímulo), conocido como “función escalón”. En tales casos, un parámetro de gran interés es la *constante de tiempo*, el cual está definido como:

$$\tau = \frac{c_p V \rho}{hA} \dots \dots \dots (1.12)$$

Donde la ecuación 1.12 indica la rapidez con la que el sistema “responde” al estímulo en forma de escalón. La constante de tiempo resulta mayor cuanto más grande es la capacidad calorífica *C* y el tamaño del sistema, o bien, cuando el valor de *h* es pequeño.



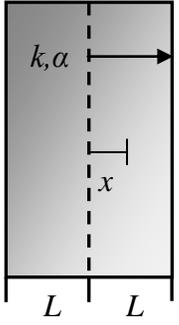
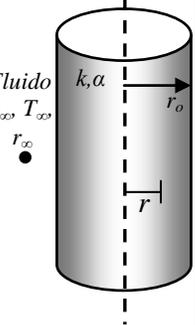
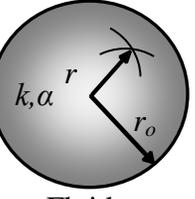
**Figura 1.19** Respuesta de un sistema de parámetros concentrados a un cambio súbito de temperatura <sup>2</sup>

### **1.3.2 Solución exacta por serie de Fourier para diferentes configuraciones.**

Todas la figuras tienen una Temperatura (*T<sub>in</sub>*) uniforme, en esta sección solo se va a describir la conducción transitoria para placa plana, cilindro y esfera mostradas en la Tabla 1.6 para conocer el perfil de temperatura se despeja *T* de la solución dada por Fourier.

## Transferencia de calor por conducción

**Tabla 1.6 Conducción transitoria para placa plana, cilindro y esfera**

PLACA PLANA	Ecuación Diferencial	Condición inicial	Condición de frontera
	$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$ <p>Donde: <math>\alpha = \frac{k}{\rho c_p}</math></p>	$T(x, t=0) = T_{in}$	convección uniforme en ambas superficies $x = \pm L; -k \frac{\partial T}{\partial x} = \pm h_{\infty} (T - T_{\infty})$
	Solución exacta dada con la serie de Fourier		
	Para cualquier distancia x: $\theta_r = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} = \sum_{i=1}^{\infty} C_i e^{-\frac{\beta_i^2 \alpha t}{L^2}} \cos\left(\frac{\beta_i x}{L}\right); \text{ Donde: } C_i = \frac{4 \sin \beta_i}{2\beta_i + \sin(2\beta_i)}$ <p>En el centro <math>\theta_{r_c} = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} = C_1 e^{-\beta_1^2 t^*}; \text{ Donde: } t^* = \frac{\alpha t}{L_c^2}</math></p>		
CILINDRO	Ecuación Diferencial	Condición inicial	Condición de frontera
	$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right)$	$T(r, t=0) = T_{in}$	convección en superficie $\text{En } r = r_o; -k \frac{\partial T}{\partial r} = h_{\infty} (T - T_{\infty})$
	Solución exacta dada con la serie de Fourier		
	$\theta_r = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} = \sum_{i=1}^{\infty} C_i e^{-\frac{\beta_i^2 \alpha t}{r_o^2}} J_0\left(\frac{\beta_i r}{r_o}\right) \text{ Donde: } C_i = \frac{2 J_1 \beta_i}{\beta_i J_0^2(\beta_i) + J_1^2(\beta_i)}$ <p><math>\frac{\beta_i J_1(\beta_i)}{J_0(\beta_i)} = Bi = \frac{h_{\infty} r_o}{k}; \text{ En el centro } \theta_{r_c} = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} = C_1 e^{-\beta_1^2 t^*}; \text{ Donde } t^* = \frac{\alpha t}{r_o^2}</math></p>		
ESFERA	Ecuación Diferencial	Condición inicial	Condición de frontera
	$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right)$	$T(r, t=0) = T_{in}$	convección en superficie (en r) $\text{En } r = r_o; -k \frac{\partial T}{\partial r} = h_{\infty} (T - T_{\infty})$
	La solución exacta con la serie de Fourier		
	$\theta_r = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} = \sum_{i=1}^{\infty} C_i \frac{r_o}{r \beta_i} e^{-\frac{\beta_i^2 \alpha t}{r_o^2}} \sin\left(\frac{\beta_i r}{r_o}\right) \text{ Donde: } C_i = \frac{4(\sin \beta_i - \beta_i \cos \beta_i)}{2\beta_i - \sin(2\beta_i)}$ <p>En el centro <math>\theta_{r_c} = \frac{T - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} = C_1 e^{-\beta_1^2 t^*}; \text{ Donde } t^* = \frac{\alpha t}{r_o^2}</math></p>		

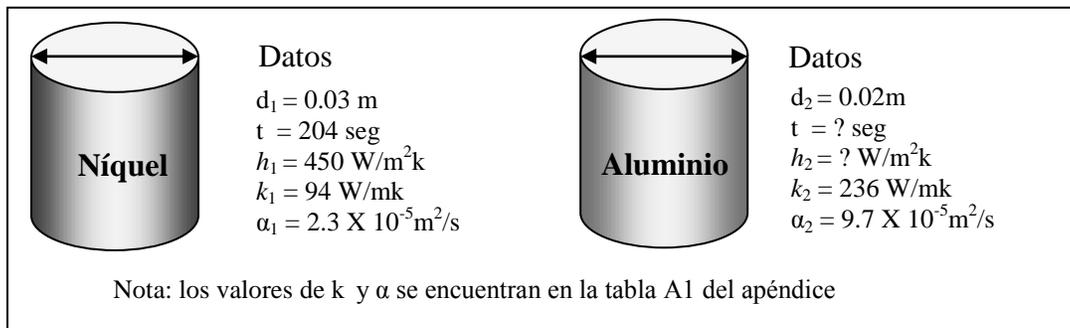
Nota: Para placa plana, los valores de las constantes  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  y  $\beta_4$ , (es decir desde  $i = 1$  hasta 4) para un número de Biot equivalente a  $\beta_i(\tan \beta_i) = Bi = \frac{hL_c}{k}$  esta dada en la Tabla A.1 del apéndice. Para cilindro, las funciones de Bessel  $J_0$  y

## Transferencia de calor por conducción

$J_1$  para un número de Biot equivalente a  $\frac{\beta_i J_1(\beta_i)}{J_0(\beta_i)} = Bi = \frac{h_\infty r_o}{k}$  esta dada en la Tabla

A.2. Para esfera, la constante  $\beta_i$  para un número de Biot equivalente a  $1 - \beta_i \cot(\beta_i) = Bi = \frac{h_\infty r_o}{k}$  están dadas en la Tabla A.3 del mismo apéndice.

**Ejemplo 1.5.** Un cilindro de Níquel con diámetro igual a 3 cm, se enfría en 204 segundos cuando es inmerso en un fluido que tiene  $h_1 = 450 \text{ W/m}^2 \text{ K}$ , ¿Qué valor de  $h_2$  podría causar el mismo número de Biot para un cilindro de aluminio con longitud igual a 2 cm, y que tan rápido podría enfriarse?



**Figura 1.20** Características físicas del níquel y del aluminio

**Solución.** La Tabla 1.5 muestra el número de *Biot* para cilindro cuyo valor es:

$$Bi = \frac{h_1 d_1}{k_1} = \frac{450 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}} \cdot 0.03 \text{ m}}{94 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} = 0.0354.$$

Para este caso se puede utilizar el método de parámetros concentrados (ec. 1.11) porque  $Bi$  es menor a 0.1. Para dos cuerpos de geometría común se tiene el mismo número de *Biot* por lo que se cumple:

$$\frac{t_2}{t_1} = \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^2 \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right) \quad \text{y} \quad Bi_1 = Bi_2;$$

Aplicando lo anterior para saber en cuanto tiempo se enfría el cilindro de aluminio:

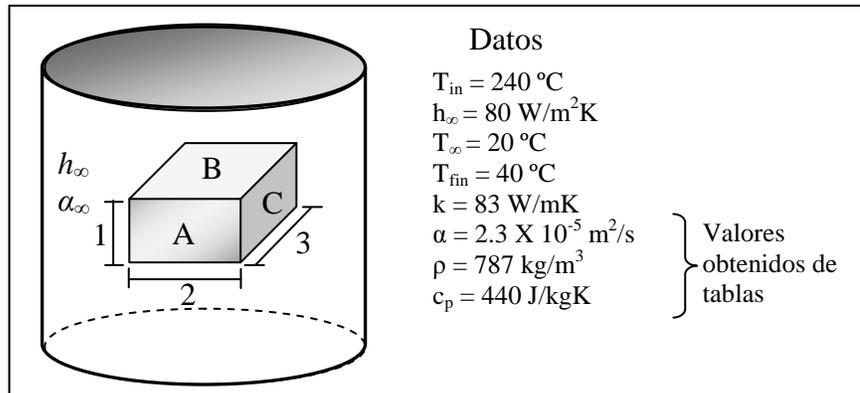
$$Bi_1 = 0.0359; \quad Bi_2 = h_2 \frac{d_2}{k_2} = 0.0359; \quad h_2 = \frac{0.0359 \times 236 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \times 4}{0.02} = 1694.48 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}$$

$$t_2 = \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^2 \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_2} \right) = 204 \text{ s} \left( \frac{0.02 \text{ m}}{0.03 \text{ m}} \right)^2 \left( \frac{2.3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{9.7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \right) = 21.5 \text{ s}$$

## Transferencia de calor por conducción

$$\frac{t_2}{t_1} = \frac{21.5}{204} = 0.105: \text{ nueve veces más rápido se enfría el aluminio que el níquel.}$$

**Ejemplo 1.6.** Un bloque de hierro de 1 cm X 2 cm X 3 cm esta a 240 °C, cuando es inmerso en un fluido con  $h_\infty = 80 \text{ W/m}^2\text{K}$  y  $T_\infty = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Estimar el tiempo requerido para que el bloque se enfríe a  $T_{\text{fin}} 40 \text{ }^\circ\text{C}$ .



**Figura 1.21** Características físicas de un bloque de hierro sumergido en un fluido

$$L_c = \frac{V}{A_t} \text{ Donde: } V = 1 \times 2 \times 3 \times 10^{-6} = 6 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$A_t = 2(A + B + C) = 2(1 \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times 3) = 22 \times 10^{-4} \text{ m}^2$$

$$L_c = \frac{6 \times 10^{-6}}{22 \times 10^{-4}} = 2.73 \times 10^{-3} \text{ m}; \quad Bi = \frac{h_\infty \cdot L_c}{k} = \frac{80}{83} \cdot \frac{6 \times 10^{-6}}{22 \times 10^{-4}} = 2.62 \times 10^{-3}$$

Como  $Bi < 0.1$  se puede aplicar el método de parámetros concentrados (ec 1.11):

$$\theta_{Tc} = \frac{T_{\text{fin}} - T_\infty}{T_{\text{in}} - T_\infty} = e^{-\frac{t}{\tau}} : \text{ Donde } \tau = \frac{\rho c_p \cdot V}{h_\infty \cdot A_t} = \frac{787 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 440 \frac{\text{J}}{\text{kgK}} \times 6 \times 10^{-6} \text{ m}^3}{80 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \times 2.2 \times 10^{-3} \text{ m}^2} = 11.805 \text{ s}$$

Resolviendo la igualdad anterior y despejando el tiempo  $t$  se tiene:

$$e^{\frac{-t}{11.805}} = \frac{40 - 20}{240 - 20} = 0.091; \quad t = -11.805 \text{ s} \times \ln(0.091) = 28.29 \text{ s}.$$

Que es el tiempo en que tarda el bloque para que se enfríe de 240 °C a 40 °C

Como se mencionó anteriormente, sin resolver ecuaciones diferenciales podemos utilizar el método de parámetros concentrados para saber que tan rápido o que tan lento se enfría un equipo, pero solo puede ser aplicado para  $Bi < 0.1$ .

Nota: Watt = J/seg

## Transferencia de calor por conducción

**Ejemplo 1.7.** Una placa de carne de 35 mm de espesor total ( $L_c$ ) con las propiedades del agua es sacada de un congelador a  $T_{in} = -18\text{ }^\circ\text{C}$  y templada por exposición al aire en ambos lados a  $T_\infty = 20\text{ }^\circ\text{C}$ , donde el  $h_\infty = 15\text{ W/m}^2\text{K}$ , se considera cocinarla cuando su centro alcance  $10\text{ }^\circ\text{C}$ . Calcular el tiempo que alcanza dicha temperatura con los siguientes datos.

$T_{fin} = 10\text{ }^\circ\text{C}$	$h_\infty = 15\text{ W/m}^2\text{K}$	$c_p = 4217\text{ J/kgK}$
$T_{in} = -18\text{ }^\circ\text{C}$	$k = 659 \times 10^{-3}\text{ W/mK}$	$\rho = 1000\text{ kg/m}^3$
$T_\infty = 20\text{ }^\circ\text{C}$	$\alpha = k/\rho c_p$	

**Solución.** la longitud característica y número de *Biot* para placa plana (ver Tabla 1.5) es:

$$L_c = \frac{1}{2} \frac{35 \times 10^{-3}\text{ m}}{2} = 17.5 \times 10^{-3}\text{ m}; \quad Bi = \frac{h_\infty \cdot L_c}{k} = \frac{15 \times 17.5 \times 10^{-3}}{659 \times 10^{-3}} = 0.398 > 0.1$$

Debido a que el número de *Biot* es mayor que 0.1, no se puede utilizar el método de parámetros concentrados. Por lo tanto, se aplica la solución exacta en el centro por serie de Fourier para placa plana mostrado en la Tabla 1.6:

$$\theta_{T_c} = C_1 e^{-\beta_1^2 t^*} \dots \dots (1.13)$$

Donde: 
$$\theta_{T_c} = \frac{T_{fin} - T_\infty}{T_{in} - T_\infty} = \frac{10^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}}{-18^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}} = 0.263; \quad t^* = \frac{\alpha t}{L_c^2} \dots \dots (1.14)$$

Despejando  $t^*$  de la ec. 1.13 cuyo valor de  $\beta_1$  y  $C_1$  es 0.5932 y 1.0580 respectivamente, que se obtienen con el número de Biot de la Tabla A.4 del apéndice.

$$t^* = -\frac{1}{\beta_1^2} \ln\left(\frac{\theta_{T_c}}{C_1}\right) = -\frac{1}{0.59322^2} \ln\left(\frac{0.263}{1.0580}\right) = 3.956$$

Los valores de  $\alpha$  y  $L_c$  son:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} = \frac{659 \times 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{mK}}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \times 4217 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}} = 1.56 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}; \quad L_c = \frac{L}{2} = 17.5 \times 10^{-3}\text{ m}$$

Despejando  $t$  de la ecuación 1.14 y sustituyendo los valores anteriores se obtiene:

$$t = \frac{t^* L_c^2}{\alpha} = \frac{3.956 \times (17.5 \times 10^{-3}\text{ m})^2}{1.56 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 7765.73\text{ seg}.$$

Se tarda 2.15 hrs. para que el trozo de carne alcance  $10\text{ }^\circ\text{C}$ .

## Transferencia de calor por conducción

**Ejemplo 1.8.** Estimar el tiempo de cocción de un trozo de carne de 5 lbm a una  $T_{\infty} = 325$  °F y temperatura inicial de 60 °F, la temperatura deseada en el centro es de 160 °F, asumir una forma de esférica con  $h_{\infty} = 5$  Btu/hr·pie, las propiedades físicas de la carne son iguales a la del agua.

$T_{in} = 60$ °F = 15.56 °C	$h_{\infty} = 5$ Btu/hr pie <sup>2</sup> °F = 28.4 W/m <sup>2</sup> K	$\alpha = k/\rho c_p$
$T_{fin} = 160$ °F = 71.11 °C	$m = 5$ lbm = 2.27 kg	$c_p = 4217$ J/kgK
$T_{\infty} = 325$ °F = 162.8 °C	$k = 659 \times 10^{-3}$ W/mK	$\rho = 1000$ kg/m <sup>3</sup>

**Solución:**

$$Bi = \frac{h_{\infty} \cdot L_c}{k}; \quad L_c = \frac{V}{A} = \frac{r}{3}; \quad \rho = \frac{m}{V}; \quad V = \frac{m}{\rho} = \frac{2.27 \text{ kg}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}} = 2.27 \times 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_{esf} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rightarrow r = \left( \frac{3}{4} \pi V \right)^{\frac{1}{3}}; \quad r = \left( \frac{3}{4} \pi \times 2.27 \times 10^{-3} \text{ m}^3 \right)^{\frac{1}{3}} = 0.17489 \text{ m}$$

$$Bi = \frac{28.4 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}}}{659 \times 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \left( \frac{0.17489}{3} \right) = 2.5123 \quad Bi > 0.1, \text{ por lo tanto, no se puede utilizar el método de parámetros concentrados}$$

Se aplica la solución exacta en el centro mediante la serie de Fourier para cilindro (ver Tabla 1.6)

$$\theta_{T_c} = C_1 e^{-\beta_1^2 t^*}$$

Donde: 
$$\theta_{T_c} = \frac{T_{fin} - T_{\infty}}{T_{in} - T_{\infty}} = \frac{71.11^{\circ}\text{C} - 162.8^{\circ}\text{C}}{15.56^{\circ}\text{C} - 162.8^{\circ}\text{C}} = 0.623; \quad t^* = -\frac{1}{\beta_1^2} \ln \left( \frac{\theta_{T_c}}{C_1} \right); \quad L = r$$

Con el número de Biot se obtienen los valores de  $\beta_1$  y  $C_1$  de la Tabla A.4 los cuales son 2.1588 y 1.551 respectivamente. El valor de  $t^*$ ,  $\alpha$  y  $t$  son:

$$t^* = -\frac{1}{\beta_1^2} \ln \left( \frac{\theta_{T_c}}{C_1} \right) = -\frac{1}{2.1588^2} \ln \left( \frac{0.623}{1.551} \right) = 0.1957; \quad \alpha = \frac{659 \times 10^{-3} \frac{\text{W}}{\text{mK}}}{1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 4217 \frac{\text{J}}{\text{kgK}}} = 1.56 \times 10^{-7} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$t = \frac{t^* L_0^2}{\alpha} = \frac{0.1957 \times 0.0583^2 \text{ m}^2}{1.56 \times 10^{-7} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}} = 4263 \text{ seg} = 71 \text{ min}$$

# CAPÍTULO 2

## Transferencia de calor por convección

---

La convección es más difícil de modelar que la conducción porque se requiere resolver simultáneamente funciones que representen las distribuciones de velocidad y de temperatura, ésta última es requerida para la estimación de la densidad y la viscosidad del fluido. Para flujo laminar y geometrías simples como placa plana o circular, existen soluciones analíticas para modelar la transferencia de calor por convección. Sin embargo, debido a que el flujo turbulento es un problema complejo de representar con alguna ecuación analítica, se desarrollaron correlaciones empíricas con base a datos medidos para estimar el número de Nusselt, y en función de éste, estimar la transferencia de calor con la ley de pared de enfriamiento de Newton.

El objetivo de este capítulo será predecir el flujo de calor y el perfil de temperatura para geometrías como placa plana, cilindro y esfera, para flujo laminar pero especialmente para flujo turbulento. Cuyo problema básico a resolver será obtener el valor del coeficiente de convección ( $h$ ) para poder calcular la transferencia de calor por este medio. Para ello se debe de realizar el siguiente procedimiento:

- 1) Analizar las condiciones a las que se da la convección en el sistema para seleccionar la correlación de  $Nu$  más adecuada:
  - a. Tipo de geometría (placa plana, cilindro o esfera).
  - b. Tipo de convección (libre o forzada).
  - c. Tipo de flujo (turbulento o laminar).
- 2) Calcular el Número de Nusselt con la correlación del punto anterior.
- 3) Calcular el coeficiente de convección:  $h = Nu k / L_c$ .
- 4) Calcular el flujo de calor con la ley de pared de enfriamiento de Newton:  
 $q = h\Delta T$ .

### **2.1 Conceptos básicos**

**Convección:** modo de transferencia de calor asociado con el movimiento del fluido dentro del cual hay un gradiente de temperaturas. Cuando hay movimiento de fluido, siempre hay transporte de masa (a nivel macro) la cual tiene energía almacenada. Solo esto ocurre en fluidos (gases y líquidos).

**Convección natural o libre:** se presenta cuando el movimiento de fluidos ocurre solamente por dos factores:

- 1) Existencia de un diferencial de temperaturas.
- 2) Existencia de un campo de una fuerza másica o volumétrica .

**Fuerza másica:** fuerzas que actúan distribuidas por el interior de todo el cuerpo como la fuerza electromagnética y la fuerza gravitacional.

**Fuerza volumétrica:** es una fuerza que se ejerce a distancia sobre una sustancia que ocupa un volumen en el espacio.

Por ejemplo, en una taza de café caliente, el líquido se mueve por la diferencia de temperatura que existe en éste y por la fuerza de gravedad que actúa sobre el fluido. En el caso de una nave en el espacio exterior, no hay convección pues no existe fuerza de gravedad aunque haya una diferencia de temperaturas.

**Convección forzada:** es cuando el movimiento de fluidos es provocado por un dispositivo externo como por ejemplo: ventilador, viento, bomba, compresora, etc.

Existen dos tipos de convección forzada:

- 1) Convección forzada interna: Conductos cerrado como ductos o canales.
- 2) Convección forzada externa: Placas o cilindros sumergidos en un fluido externo.

#### **Características del modelado de la TC por convección**

- 1) Es un mecanismo más difícil de modelar que la conducción.
- 2) Se resuelve simultáneamente las ecuaciones que representan la distribución de velocidades y el campo de temperaturas.
- 3) El modelado se basa en las leyes fundamentales de:

## Transferencia de calor por convección

a. Continuidad:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$$

b. Conservación de momento (ecuación de Navier-Stokes que gobierna el movimiento de un fluido):

$$\text{En dirección x: } \rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} \right]$$

$$\text{En dirección y: } \rho v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left[ \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} \right]$$

c. Conservación de energía:

$$\rho c_p v_x \frac{\partial T}{\partial x} + \rho c_p v_y \frac{\partial T}{\partial y} - k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right] = \mu \left[ 2 \left( \frac{\partial v_x}{\partial x} \right)^2 + 2 \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right)^2 \right]$$

Estas leyes se simplifican con la aplicación del concepto de capa límite.

- 4) Para flujo laminar y geometrías simples (placa plana, circular), hay soluciones analíticas para representar la temperatura.
- 5) Para flujo turbulento, hay correlaciones para representar la temperatura ya que este flujo es más difícil de modelar.

**Flujo laminar y flujo turbulento.** Los términos de flujo laminar y el flujo viscoso generalmente se usan de manera indistinta para dar a entender el movimiento de un fluido en láminas o capas más o menos paralelas, a diferencia de un flujo turbulento, en el cual las partículas de fluido se mueven de una manera desordenada e irregular, mezclándose unas con otras e intercambiando cantidades grandes de momento y de energía. Sin embargo, si un flujo turbulento se observara a escalas de tiempo o de espacios muy reducidos, el resultado será un movimiento con todas las características de flujo viscoso. En realidad, tanto las características dinámicas como las geométricas del **escurrimiento**, son las que determinan si se trata de un flujo laminar o turbulento. De manera más específica, es la relación entre las fuerzas debidas a la viscosidad y las fuerzas debidas al movimiento o de inercia, expresada a través del conocido número de Reynolds, la que resume el comportamiento del fluido como laminar o turbulento. Se puede mencionar, de paso, que ambos tipos de flujo

## Transferencia de calor por convección

se presentan en la práctica; sin embargo, el flujo turbulento parece ser el más natural, el más común y, posiblemente, el más importante desde el punto de vista del diseño.

**Números adimensionales.** En el análisis de la convección, es práctica común quitar las dimensiones a las expresiones físico-matemáticas que modelan el mecanismo y agrupar las variables, dando lugar a los **números adimensionales**. En convección se emplean los siguientes números adimensionales:

1. **Número de Nusselt ( $Nu$ ):** representa la relación que existe entre el calor transferido por convección a través del fluido y el que se transferiría si solo existiese conducción. Si se considera una capa de fluido de espesor  $L$  con sus superficies a diferentes temperaturas  $T_2$  y  $T_1$ ,  $T_1 > T_2$ ,  $\Delta T = T_1 - T_2$ , como se muestra en la Figura 2.1:

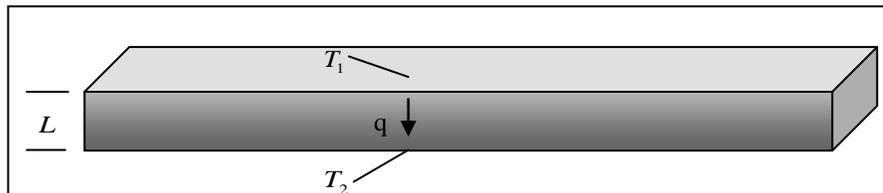


Figura 2.1 Flujo de calor a través de una capa de fluido <sup>3</sup>

El flujo de calor debido a la convección es:  $q_{conv} = h\Delta T$

Mientras que el flujo de calor si sólo existiera conducción sería:  $q_{cond} = k\left(\frac{\Delta T}{L}\right)$

Dividiendo ambas expresiones:  $\frac{q_{conv}}{q_{cond}} = \frac{h\Delta T}{k\frac{\Delta T}{L}} = \frac{hL}{k} = Nu$

Obteniendo la ecuación general:  $Nu = \frac{hL_c}{k} = \frac{\text{transferencia de calor por convección}}{\text{transferencia de calor por conducción}}$

Para tubo circular:  $Nu = \frac{hd}{k}$ , para tubo no circular:  $Nu = \frac{hd_{hid}}{k}$ , donde  $d_{hid} = \frac{4A_c}{P}$

- Cuanto mayor sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección.
- Si el número de Nusselt es igual a uno para una capa de fluido, entonces la transferencia de calor a través de ésta es por **conducción pura**.
- El número de Nusselt se emplea tanto en convección forzada como natural.

## Transferencia de calor por convección

2. **Número de Prandtl (Pr):** representa la relación que existe entre la difusividad molecular de la cantidad de movimiento y la difusividad molecular del calor. También equivale a decir que, es la relación existente entre el espesor de la capa límite hidrodinámica ( $\delta_h$ ) y el espesor de la capa límite térmica ( $\delta_t$ ) (ambos conceptos de capa límite se definen más adelante):

$$\text{Pr} = \frac{\text{Difusividad molecular de la cantidad de movimiento}}{\text{difusividad molecular del calor}} = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c_p}{k} = \frac{\delta_h}{\delta_t}$$

$$\text{Donde } \nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{k}{\rho c_p}$$

El número de Prandtl va desde 0.01 para los metales líquidos hasta más de 100,000 para los aceites pesados. El agua tiene un número de Prandtl del orden de 10. Los valores del número de Prandtl para los gases son alrededor de 1, lo que indica que tanto la cantidad de movimiento como de calor se difunden por el fluido a una velocidad similar. El calor se difunde con mucha rapidez en los metales líquidos ( $\text{Pr} \ll 1$  porque  $\delta_t \gg \delta_h$ ) y con mucha lentitud en los aceites ( $\text{Pr} \gg 1$  porque  $\delta_t \ll \delta_h$ ) en relación con la cantidad de movimiento. En relación con la capa límite de velocidad, cuanto más gruesa sea la capa límite térmica, con mayor rapidez se difundirá el calor en los fluidos. El número de Prandtl se emplea en convección forzada y natural.

3. **Número de Reynolds (Re):** representa la relación que existe entre las fuerzas de inercia y las fuerzas viscosas que actúan sobre un elemento de volumen de fluido. Es un indicativo del tipo de flujo de fluido, laminar o turbulento.

$$\text{Re} = \frac{\text{Fuerzas de inercia}}{\text{Fuerzas viscosas}} = \frac{vd}{\nu} = \frac{\rho vd}{\mu}$$

- Un valor grande del número de Reynolds indica régimen turbulento mientras que para un valor pequeño indica régimen laminar.
- El valor del número de Reynolds para el cual el flujo se vuelve turbulento es el número crítico de Reynolds. Este valor crítico es diferente para las diferentes configuraciones geométricas, por ejemplo, para placa plana equivale a  $5 \times 10^5$ .
- Para tubos: si  $\text{Re} < 2300$  el flujo es laminar, si  $2300 < \text{Re} < 3100$  el flujo es de transición, si  $\text{Re} > 3100$  es el flujo turbulento.
- El número de Reynolds sólo se utiliza en convección forzada.

4. **Número de Grashof (Gr):** representa la relación que existe entre las fuerzas de empuje y las fuerzas viscosas que actúan sobre el fluido. Es un indicativo del régimen de flujo en convección natural, equivalente al número de Reynolds en convección forzada. El número de Grashof sólo se utiliza en convección natural

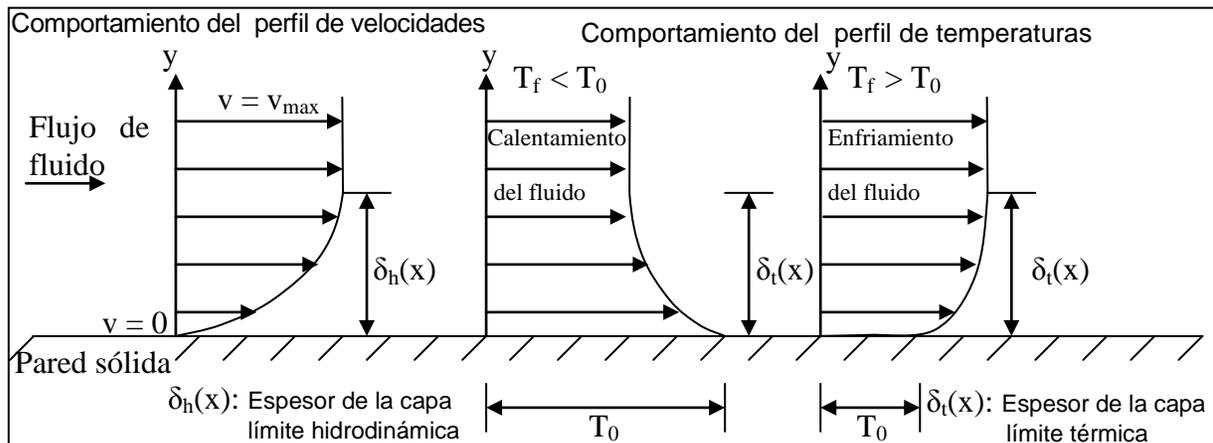
$$Gr = \frac{g\beta(T_w - T_\infty)}{\nu^2}, \text{ donde } \beta = \frac{1}{T_p}, T_p = \frac{(T_w + T_\infty)}{2}$$

5. **Número de Rayleigh (Ra):** es función del número de Grashof y del número de Prandtl. Su valor es el número de Grashof multiplicado por el número de Prandtl. El número de Rayleigh sólo se utiliza en convección natural.

$$Ra = GrPr$$

## 2.2 Teoría de capa límite hidrodinámica y térmica

Para número de Reynolds grandes, existe una región delgada adyacente a la pared donde la viscosidad y la conductividad actúan de manera importante, teniéndose gradientes de velocidad y de temperatura en dirección paralela a la pared, relativamente grandes en una distancia muy corta ( $\delta$ ), la velocidad y la temperatura alcanzan valores correspondientes al flujo libre no perturbado. Fuera de esta región, el fluido se comporta prácticamente como si no tuviera viscosidad y como si no condujera calor. La Figura 2.2 muestra los perfiles de velocidades ( $v$ ) y de temperaturas ( $T$ ) dentro de dicha región, cerca de la pared sólida, paralelamente a la cual se mueve un fluido.



**Figura 2.2 Comportamiento de la capa límite hidrodinámica y térmica <sup>2</sup>**

**2.2.1 Capa límite hidrodinámica.** La capa límite establece que para un fluido en movimiento, todas las pérdidas por fricción se tienen en una delgada capa adyacente al contorno del sólido, y el flujo exterior a dicha capa se le considera carente o de muy baja viscosidad en la que se desprecia el esfuerzo cortante y solo se aprecia donde hay aumento en el gradiente de velocidad. Como se puede observar en la Figura 2.2, la velocidad aumenta desde el valor cero (o bien, desde el valor que tenga la velocidad de la pared si ésta se mueve) hasta el valor  $v_{max}$ , una distancia de la pared indicada con  $\delta$ . A partir de esta distancia, la velocidad del fluido ya no cambia y la presión de la pared deja de “sentirse” en el resto del fluido. El efecto de la pared, debido a la viscosidad del fluido, es un frenado que disminuye gradualmente conforme crece la distancia desde la pared, hasta llegar al valor de  $\delta$  donde el efecto desaparece. La delgada región que se forma a lo largo de toda la pared – desde su punto de inicio ( $x = 0$  en la Figura), con un espesor creciente  $\delta$  y donde se manifiesta el fenómeno viscoso descrito – recibe el nombre de **capa límite hidrodinámica**. El espesor  $\delta$  de la capa límite es muy delgado, constituyendo la región una especie de película que en cierto modo “aisla” al fluido no perturbado con respecto a la pared.

**2.2.2 Capa límite térmica.** Cuando la temperatura de una pared y la del fluido que se mueve sobre ella son diferentes, se desarrolla una delgada región que recibe el nombre de **capa límite térmica** donde se manifiestan los efectos difusivos de calor al presentarse en dicha región, los gradientes de temperatura significativos en dirección perpendicular a la pared. Tales gradientes de temperatura están presentes en el flujo, los cuales son el resultado de un proceso de intercambio de calor entre el fluido y la pared. La capa límite térmica de espesor  $\delta_t$  es muy importante para el estudio de los fenómenos de convección pues a través de ella se presenta la transmisión de calor entre una superficie sólida y un fluido a temperaturas diferentes. En la pared misma el flujo de calor se realiza por acciones intermoleculares entre el sólido y el fluido, pudiéndose utilizar la ley de Fourier y la de ley de pared de enfriamiento de Newton para obtener el número de Nusselt  $Nu=hL/k$ . La capa límite térmica está determinada por el movimiento del fluido por lo que sus características dependen del

## *Transferencia de calor por convección*

régimen de flujo. Así, el perfil de temperaturas, y por lo tanto el coeficiente de convección  $h$  que está dictado por el valor del gradiente en la pared, es diferente si se tiene flujo laminar o turbulento.

### 2.2.3 Características generales de la capa límite

- a) El concepto de capa límite fue inventada por Prandtl para resolver problemas de fluidos dinámicos bidimensionales (2 componentes) y así facilitar el modelado de la convección ya que la ecuación de Navier y Stokes es demasiado complicado de resolver excepto en casos muy simplificados.
- b) Fuera de la capa límite se pueden despreciar los efectos de la viscosidad obteniéndose ecuaciones matemáticas más sencillas para fluidos no viscosos en cualquier régimen de flujo (ver Tabla 1.1).
- c) Dentro de la capa límite, las ecuaciones de Navier-Stokes, junto con la ecuación de continuidad para un flujo permanente y bidimensional, pueden simplificarse al despreciar aquéllos de sus términos que sean pequeños comparados con los demás términos. obteniéndose ecuaciones que describen en forma aproximada el movimiento y transmisión de calor (ver Tabla 1.1).
- d) Las componentes en dirección normal a la pared son mucho más pequeñas que en la dirección longitudinal.
- e) Se considera régimen estacionario y bidimensional en dirección X y Y.

**Tabla 2.1 Ecuaciones fundamentales simplificadas que describen la ley de continuidad, de conservación de energía y de movimiento dentro y fuera de la capa límite**

	Continuidad	Conservación de movimiento (Navier-Stokes)	Conservación de energía
Fuera de la capa límite	$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$	Dirección x: $\rho v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = \rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x}$ Dirección y: $\rho v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + \rho v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} = \rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y}$	$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{\alpha} \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right]$ Donde $\alpha = \frac{\rho c_p}{k}$
Dentro de la capa límite	$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0$	Solo en dirección x es importante $v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2}$	$v_x \frac{\partial T}{\partial x} + v_y \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{\text{Pr Re}} \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = \frac{Ec}{\text{Re}} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2$ Donde $Ec = \frac{v_0^2}{c_p (T_f - T_0)}$

### 2.3 Convección forzada

Las ecuaciones fundamentales no pueden resolverse con un procedimiento general aplicado a cualquier régimen de flujo. Las soluciones que se han podido obtener son esencialmente de dos tipos:

1. Soluciones exactas para algunos casos de geometría sencilla, es decir, se simplifican las ecuaciones diferenciales al eliminar términos debido a las características del problema por lo que no se requiere hacer aproximaciones.
2. Soluciones aproximadas que se obtienen ya sea porque algunos términos de la ecuación diferencial se suponen despreciables comparados con otros (como el caso de la capa límite), o bien, porque el procedimiento de solución implica el empleo de métodos numéricos.

Por otra parte, en numerosos casos de flujo turbulento, es necesario recurrir a los métodos experimentales para lograr fórmulas útiles a la ingeniería y a la industria petrolera como son las correlaciones empíricas. Por tal razón, se le dará más énfasis a estas soluciones. A continuación se describen algunos conceptos importantes.

**2.3.1 Flujo completamente desarrollado en tuberías cerradas.** La expresión *completamente desarrollado* indica que el flujo a través de la tubería ha alcanzado una región suficientemente alejada de la entrada del conducto, donde el espesor de la capa límite (hidrodinámica y/o térmica) es constante, es decir, con forme se mueve el fluido, el espesor  $\delta_h$  y/o  $\delta_t$  va aumentando hasta llegar a un punto que deje de hacerlo, por lo tanto, los efectos de aceleración correspondientes han desaparecido por completo. A esta región se le llama flujo hidrodinámicamente desarrollado (FHD) o flujo térmicamente desarrollado (FTD) respectivamente. Para cada caso se tiene una longitud de entrada para el cual el fluido no está completamente desarrollado, ambas longitudes pueden ser iguales o diferentes y dependen del régimen de flujo.

**2.3.2 Longitud de entrada hidrodinámica (LEH).** Una vez que el espesor de la capa límite hidrodinámica permanece constante, se tiene flujo completamente desarrollado en el que la velocidad respectiva a cada subcapa del fluido ya no cambia definiéndose un perfil de velocidades que se mantendrá constante a lo largo del ducto. En este punto el fluido se comporta como flujo laminar completamente desarrollado independientemente de que haya iniciado como flujo turbulento. La longitud donde el flujo no está completamente desarrollado se le llama *longitud de entrada hidrodinámica o mecánica* (ver Figura 2.3)

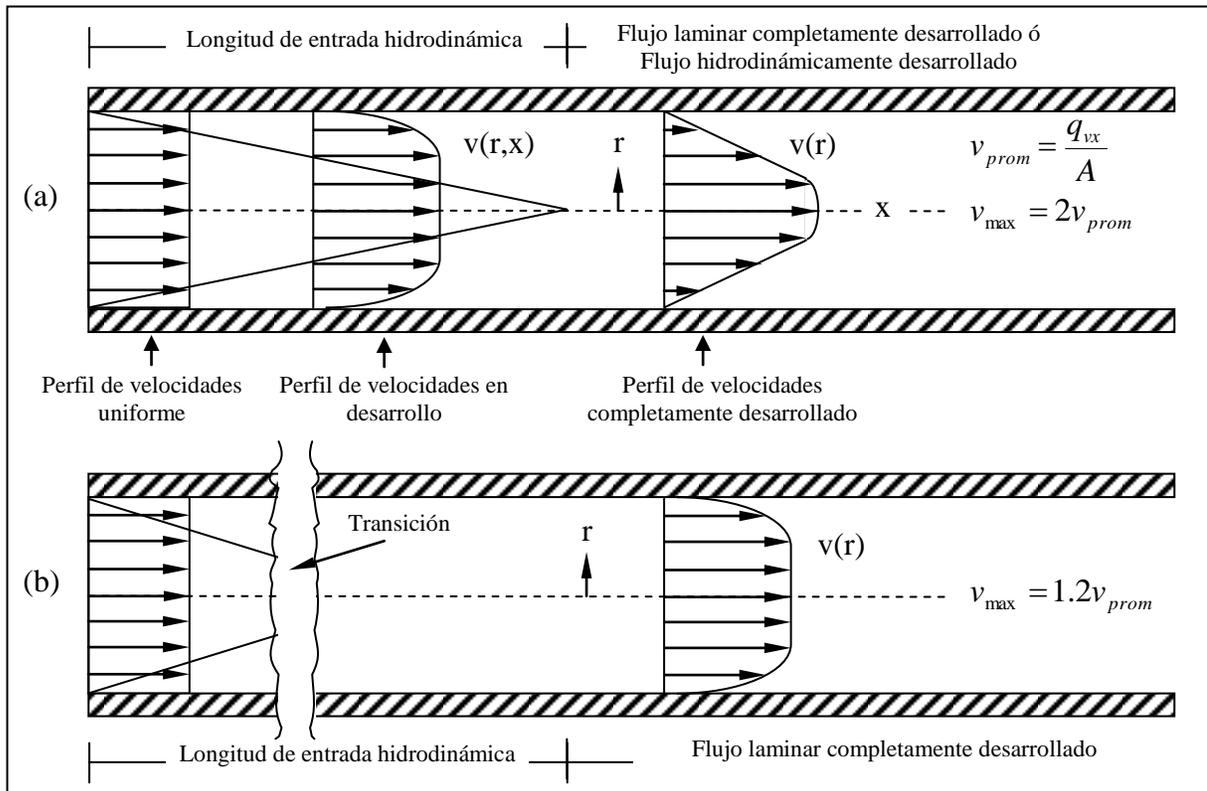


Figura 2.3 Región de entrada mecánica y perfil de velocidades completamente desarrollado en una tubería cerrada: (a) flujo laminar, (b) flujo turbulento <sup>2</sup>

Para la industria petrolera, es necesario conocer el valor de la longitud de entrada hidrodinámica porque después de ésta, conviene colocar medidores (como la placa de orificio que calcula un  $\Delta p$  para estimar el gasto) debido a que no hay variaciones en el perfil de velocidades del fluido, por el contrario, si se coloca el medidor dentro dicha longitud, se tendrá un error del 20% de medición. Experimentalmente se han encontrado las siguientes correlaciones para calcular la longitud de entrada hidrodinámica:

Para flujo laminar:  $LEH = 0.06d Re$ ;      Para flujo turbulento:  $LEH = 4.4d Re^{1/6}$

**2.3.3 Longitud de entrada térmica (LET).** Es la región en la que está en desarrollo la capa límite térmica y el perfil de temperaturas. A partir de dicha longitud se entra a la región de flujo térmico completamente desarrollado en el que el perfil de temperaturas no cambia de una sección transversal del tubo a otra (ver Figura 2.4). Lo antes mencionado está dictado por la condición de frontera en la pared existiendo dos posibilidades:

- el flujo de calor ( $Q$ ) es constante a lo largo del tubo, para el cual hay un enfriamiento o calentamiento a través de la pared del mismo (diferencia entre la temperatura de la pared interna y el fluido) ó
- la temperatura en la pared es constante a lo largo del tubo.

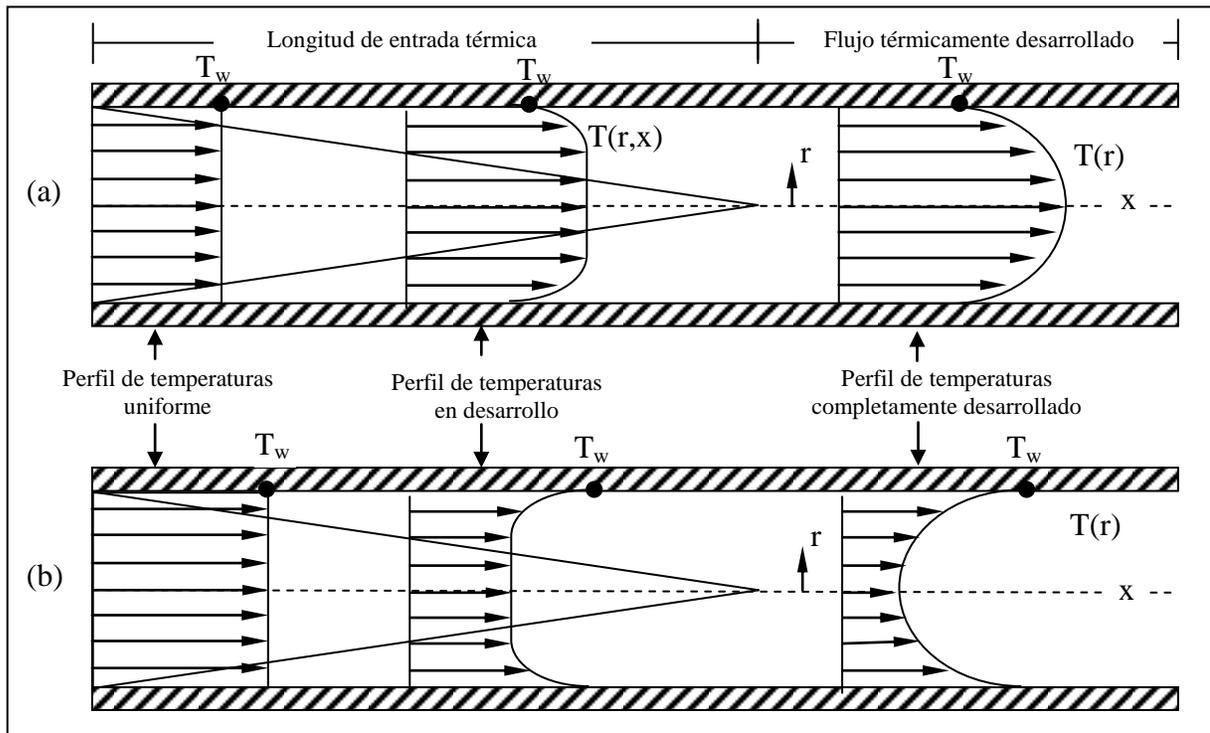


Figura 2.4 Región de entrada térmica y perfil de temperaturas completamente desarrollado en una tubería cerrada en flujo laminar: (a) calentamiento, (b) enfriamiento <sup>2</sup>

La región de flujo completamente desarrollado comienza después de la longitud de entrada térmica. Para obtener estimaciones confiables, se debe de calcular el perfil de temperaturas en dicha región con las correlaciones respectivas a las condiciones presentadas en el sistema. Experimentalmente se ha encontrado la siguiente correlación para calcular la longitud de entrada térmica.

$$\text{Para flujo laminar: } LET = 0.05d \text{ Re Pr}$$

## 2.4 Correlaciones empíricas para el cálculo del número de Nusselt

**2.4.1 Para ductos que transportan hidrocarburos.** Se recomienda utilizar las siguientes correlaciones para calcular el número de Nusselt en líneas con flujo completamente desarrollado dentro de la tubería y modo de transferencia de calor por convección forzada:

**Para flujo laminar:** el valor de Nu es constante.

$$\text{Si } Q = \text{cte} \rightarrow \text{Nu} = 4.36$$

$$\text{Si } T_w = \text{cte} \rightarrow \text{Nu} = 3.66$$

**Para flujo turbulento:** se requieren correlaciones empíricas:

a) Dittus – Boelter: para flujo turbulento completamente desarrollado en tubos lisos, para fluidos con diferencias moderadas entre la temperatura de la pared ( $T_w$ ) y del fluido ( $T_f$ ), y para líquidos altamente viscosos donde los fluidos cambian sus propiedades con la temperatura, la correlación de Nu es:

$$\text{Nu} = 0.023 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^n \quad \text{Para} \quad 0.6 < \text{Pr} < 100$$

$n = 0.4$  para calentar el fluido y  $n = 0.3$  para enfriar el fluido

b) Seider y Tate: para fluidos cuya viscosidad cinemática cambia marcadamente con la temperatura y para fluidos completamente desarrollados en tubos:

$$\text{Nu} = 0.027 \text{Re}^{0.8} \text{Pr}^{1/3} \left( \frac{\mu_p}{\mu_w} \right)^{0.14} \quad \text{Para} \quad 0.7 < \text{Pr} < 16,700; \text{Re} > 10,000 \text{ y } \frac{L}{d} > 60$$

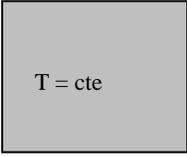
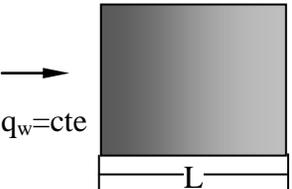
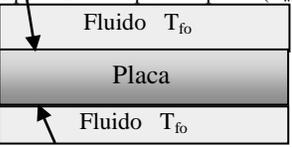
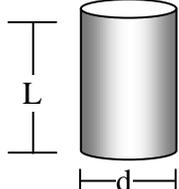
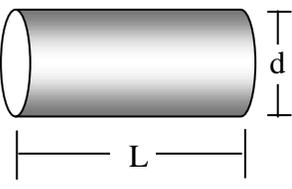
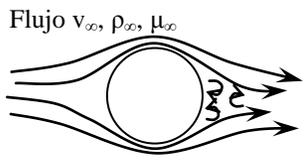
Donde :  $\mu_w$ : viscosidad en la pared

$$\mu_p: \text{viscosidad a la temperatura de la película: } T_p = \frac{T_w + T_f}{2}$$

**2.4.2 Para diferentes configuraciones con fluido externo o interno.** Las Tablas 2.2 y 2.3 muestran las correlaciones para la estimación del número de Nusselt así como para el perfil de temperatura y flujo de calor de diferentes configuraciones respectivamente. Cabe mencionar que en la Tabla 2.2, el flujo de fluidos es externo a las geometrías mostradas, mientras que la Tabla 2.3 es flujo de fluidos interno a través de conductos cerrados entre las que destaca la estimación de  $h_a$  para el espacio anular de un pozo.

## Transferencia de calor por convección

**Tabla 2.2 Correlaciones para calcular el número de Nusselt de diferentes geometrías sumergidas en un fluido externo**

<b>a) Geometría: Placa plana vertical con temperatura uniforme en superficie</b>		<b>Tipo de convección: Libre</b>																		
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>																			
	$Nu_p = C(Gr_p \cdot Pr_p)^n$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Flujo</th> <th>GrPr</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Laminar</td> <td><math>10^4 - 10^9</math></td> <td>0.59</td> <td>1/4</td> </tr> <tr> <td>Turbulento</td> <td><math>10^9 - 10^{13}</math></td> <td>0.1</td> <td>1/3</td> </tr> </tbody> </table>			Flujo	GrPr	C	n	Laminar	$10^4 - 10^9$	0.59	1/4	Turbulento	$10^9 - 10^{13}$	0.1	1/3					
Flujo	GrPr	C	n																	
Laminar	$10^4 - 10^9$	0.59	1/4																	
Turbulento	$10^9 - 10^{13}$	0.1	1/3																	
<b>b) Geometría: Placa plana vertical con flujo de calor uniforme en superficie <math>q_w = cte</math></b>		<b>Tipo de convección: Libre</b>																		
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>																			
	<p>Laminar <math>Nu_x = 0.6(Gr_x^* Pr_p)^{0.2} \quad 10^5 &lt; Gr_x^* Pr_p &lt; 10^{11}</math></p> <p>Turbulento <math>Nu_x = 0.568(Gr_x^* Pr_p)^{0.22} \quad 2 \times 10^{11} &lt; Gr_x^* Pr_p &lt; 10^{16}</math></p> <p style="text-align: center;">Dónde <math>Gr_x^* = \frac{g\beta q_w L^4}{k\nu^2}</math> y <math>\beta = T_p^{-1}</math></p> <p style="text-align: center;">Nota: Estas correlaciones son aplicables a cilindro vertical con <math>q_w = cte</math> si:  <math>(d/L) \geq 35/(Gr)^{0.25}</math></p>																			
<b>c) Geometría: Placa plana horizontal</b>		<b>Tipo de convección: Libre</b>																		
<p style="font-size: small;">Temperatura de la pared superior (<math>T_{ws}</math>)</p>  <p style="font-size: small;">Temperatura de la pared inferior (<math>T_{wi}</math>)</p>	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>																			
	<p style="text-align: center;">Si <math>T_{ws} &gt; T_{fo}</math> ó si <math>T_{si} &lt; T_{fo}</math></p> <p>Laminar: <math>Nu_m = 0.54(GrPr)^{0.25} \quad 10^5 \leq GrPr \leq 10^7</math></p> <p>Turbulento: <math>Nu_m = 0.15(GrPr)^{1/3} \quad 10^7 \leq GrPr \leq 10^{10}</math></p> <p style="text-align: center;"><math>Nu_m = 0.26(GrPr)^{0.25} \quad 10^5 \leq GrPr \leq 10^{10}</math></p>																			
<b>d) Geometría: Cilindro vertical con temperatura uniforme en la pared</b>		<b>Tipo de convección: Libre</b>																		
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>																			
	<p style="text-align: center;">Para <math>\frac{d}{L} \geq \frac{35}{(Gr)^{0.25}}</math>, <math>Nu_m = C(Gr Pr)^n</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Flujo</th> <th>GrPr</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Laminar</td> <td><math>10^4 - 10^9</math></td> <td>0.59</td> <td>1/4</td> </tr> <tr> <td>Turbulento</td> <td><math>10^9 - 10^{13}</math></td> <td>0.1</td> <td>1/3</td> </tr> </tbody> </table>			Flujo	GrPr	C	n	Laminar	$10^4 - 10^9$	0.59	1/4	Turbulento	$10^9 - 10^{13}$	0.1	1/3					
Flujo	GrPr	C	n																	
Laminar	$10^4 - 10^9$	0.59	1/4																	
Turbulento	$10^9 - 10^{13}$	0.1	1/3																	
<b>e) Geometría: Cilindro horizontal con temperatura uniforme en la pared</b>		<b>Tipo de convección: Libre</b>																		
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>																			
	<p style="text-align: center;"><math>Nu_m = C(Gr_d Pr)^n</math>, <math>Gr_d = \frac{g\beta(T_w - T_f)d^3}{\nu^2}</math> ó <math>Nu_m = \frac{h_m d}{k}</math>,</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Flujo</th> <th><math>Gr_d Pr</math></th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Laminar</td> <td><math>10^4 - 10^9</math></td> <td>0.53</td> <td>1/4</td> </tr> <tr> <td>Turbulento</td> <td><math>10^9 - 10^{12}</math></td> <td>0.13</td> <td>1/3</td> </tr> </tbody> </table> <p style="text-align: center;"><math>\beta = \frac{1}{T_p}</math>, <math>T_p = \frac{(T_w + T_f)}{2}</math></p>			Flujo	$Gr_d Pr$	C	n	Laminar	$10^4 - 10^9$	0.53	1/4	Turbulento	$10^9 - 10^{12}$	0.13	1/3					
Flujo	$Gr_d Pr$	C	n																	
Laminar	$10^4 - 10^9$	0.53	1/4																	
Turbulento	$10^9 - 10^{12}$	0.13	1/3																	
<b>f) Geometría: Flujo de fluido perpendicular a cilindro</b>		<b>Tipo de convección: Forzada</b>																		
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>																			
	<p style="text-align: center;"><math>Nu_m = \frac{h_m d_o}{k_p} = C Re_p^n Pr_p^{1/5} \quad Re = \frac{v_\infty d_o}{\nu_p}</math></p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <thead> <tr> <th>Re</th> <th>C</th> <th>n</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 - 4</td> <td>0.989</td> <td>0.33</td> </tr> <tr> <td>4 - 40</td> <td>0.911</td> <td>0.385</td> </tr> <tr> <td>40 - 400</td> <td>0.683</td> <td>0.466</td> </tr> <tr> <td>400 - 40,000</td> <td>0.193</td> <td>0.618</td> </tr> <tr> <td>40,000 - 250,000</td> <td>0.0266</td> <td>0.805</td> </tr> </tbody> </table>			Re	C	n	1 - 4	0.989	0.33	4 - 40	0.911	0.385	40 - 400	0.683	0.466	400 - 40,000	0.193	0.618	40,000 - 250,000	0.0266
Re	C	n																		
1 - 4	0.989	0.33																		
4 - 40	0.911	0.385																		
40 - 400	0.683	0.466																		
400 - 40,000	0.193	0.618																		
40,000 - 250,000	0.0266	0.805																		

# Transferencia de calor por convección

<b>g) Geometría: Placa plana sumergido en un fluido paralelo</b>	<b>Tipo de convección: Forzada</b>
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>
	<p>Nusselt local: <math>Nu_x = \frac{h(x)X}{k} = 0.332 Pr^{1/2} Re^{1/2}</math></p> <p>Nusselt medio: <math>Nu_m = \frac{h_m L}{k} = 0.664 Pr^{1/2} Re^{1/2}</math></p> <p><math>h(x) = \frac{3k}{2\delta_t}</math>, <math>h_m = 2h(x) _{x=L} = \frac{3k}{\delta_t}</math>, <math>\delta_t(x) = \frac{4.51x}{Re^{1/2} \cdot Pr^{1/2}}</math></p> <p><math>\frac{T(x, y) - T_w}{T_\infty - T_w} = \frac{3}{2} \left( \frac{y}{\delta_t} \right) - \frac{1}{2} \left( \frac{y}{\delta_t} \right)^3</math></p>

**Tabla 2.3 Correlaciones para calcular el perfil de temperatura y flujo de calor de diferentes geometrías con flujo interno**

<b>a) Geometría: Tubos lisos</b>	<b>Tipo de convección: Forzada</b>
	<p>Laminar: <math>Nu = 4.36</math> si <math>q_w = cte</math>  <math>Nu = 3.66</math> si <math>T_w = cte</math></p> <p>Turbulento:</p> <p>Correlación de Dittus – Boelter</p> <p><math>Nu = 0.023 Re^{0.8} Pr^n</math> Para <math>0.6 &lt; Pr &lt; 100</math></p> <p><math>n = 0.4</math> para calentar el fluido y  <math>n = 0.3</math> para enfriar el fluido</p> <p>Correlación de Seider y Tate</p> <p><math>Nu = 0.027 Re_p^{0.8} Pr_p^{1/2} \left( \frac{\mu_p}{\mu_w} \right)^{0.14}</math></p> <p>Para <math>0.7 &lt; Pr &lt; 16,700</math>; <math>Re &gt; 10,000</math> y <math>(L/d) &gt; 60</math></p>
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>
	<p><math>Q_L = \frac{2k_{ef}(T_i - T_o)}{\ln(r_o / r_i)}</math>, <math>\frac{k_{ef}}{k} = 0.386 \left[ \frac{Pr^2}{0.861 + Pr} \right]^{-0.25} Gr^{*0.25}</math></p> <p><math>Gr^* = \frac{[\ln(d_o / d_i)]^4 Gr}{L[d_i^{-3/5} + d_o^{-3/5}]^5}</math> para <math>10^2 \leq GrPr \leq 10^7</math></p> <p><math>k_{ef}</math> es el coeficiente de conductividad térmica efectiva que tendría el fluido en reposo para transmitir la misma cantidad de calor que transmite cuando se encuentra en movimiento</p>
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>
<b>c) Geometría: Espacio anular en el pozo</b>	<b>Tipo de convección: Libre</b>
	<p><math>q = 2\pi\Delta L r_{ci} h_a (T_{to} - T_{ci})</math></p> <p><math>h_a = \frac{0.049(GrPr)^{0.33} Pr^{0.074} k_a}{r_{to} \ln(r_{ci} / r_{to})}</math></p> <p><math>Gr_a = \frac{(r_{ci} - r_{to})^3 g \rho_a^2 \beta (T_{to} - T_{ci})}{\mu_a^2}</math> <math>Pr_a = \frac{\mu_a c_{pa}}{k_a}</math></p> <p><math>\beta = \frac{1}{T_{prom}}</math>, <math>T_{prom} = \frac{(T_{to} + T_{ci})}{2}</math></p>
	<b>Correlación y tipo de flujo:</b>

## Transferencia de calor por convección

**Ejemplo 2.1.** Calcular el valor del coeficiente de transferencia por convección ( $h_{\infty}$ ) de agua salada alrededor un riser nuevo de diámetro externo de 24 [pg] (fig. 2.5), la temperatura de la pared externa ( $T_{wo}$ ) es 20°C mientras que la del agua ( $T_{\infty}$ ) es 16°C, su densidad ( $\rho_{\infty}$ ) es 1030 [kg/m<sup>3</sup>] y la corriente marina tiene una velocidad ( $v_{\infty}$ ) de 0.2 [m/s]. Suponer que las propiedades en la película son las siguientes: viscosidad ( $\mu_p$ ) de 1.79x10<sup>-3</sup> [kg/m-s], conductividad térmica ( $k_p$ ) de 0.564 [W/mK] y número de Prandtl ( $Pr_p$ ) igual a 7.91.

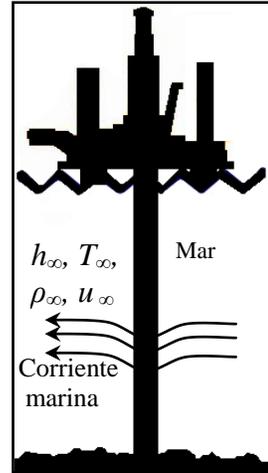


Fig. 2.5 Plataforma marina

**Solución.** El tipo de geometría es flujo de fluido externo perpendicular al cilindro con convección forzada debido a la corriente marina. La correlación adecuada dada por la Tabla 2.2 f es:

$$Nu = \frac{h_{\infty} d}{k_p} = C Re_p^n Pr_p^{1/3}$$

En la cual, todas las propiedades del agua salada se deben calcular a condiciones de la temperatura de la película que equivale a:

$$T_p = \frac{T_{wo} + T_{\infty}}{2} = \frac{20 + 16}{2} = 18^{\circ}C$$

En este ejemplo se proporcionan los valores de las propiedades por lo que se procede a calcular directamente el número de Reynolds para determinar el tipo de régimen de flujo y el valor de las constantes  $C$  y  $n$  de la correlación anterior:

$$Re_p = \frac{\rho v_{\infty} d}{\mu_p} = \frac{1030 \frac{kg}{m^3} \times 0.2 \frac{m}{s} \times 0.0254 \frac{m}{pg} \times 24 pg}{1.79 \times 10^{-3} \frac{kg}{m \cdot s}} = 70155; \text{ Régimen de flujo turbulento}$$

Para  $Re=70155$ ;  $C = 0.0266$  y  $n = 0.805$  (Tabla 2.2 f). Se sustituye estos valores en la correlación de  $Nu$  y se despeja  $h_{\infty}$ :

$$Nu_m = C Re^n \cdot Pr^{1/3} = 0.0266 \times 70,155^{0.805} \times 7.91^{1/3} = 422$$

$$h_{\infty} = \frac{Nu \cdot k}{d} = \frac{422 \times 0.564}{24 \times 0.0254} = 390.5 \frac{W}{m^2 k}$$

## Transferencia de calor por convección

**Ejemplo 2.2.** Calcular el coeficiente de transferencia de calor por convección ( $h_f$ ) de aceite pesado transportado a una velocidad ( $v_f$ ) de 0.52 [m/s] dentro del riser del ejemplo anterior cuyo diámetro interno es 23 [pg], la densidad del fluido es 13 °API, su viscosidad cinemática es 500 [cSt]. Asumir que la conductividad térmica del aceite ( $k_f$ ) es 0.14 [W/m·K] y que la temperatura en la pared interna del riser ( $T_{wi}$ ) es constante. El SAP utilizado es BEC.

**Solución.** El transporte de aceite es dentro de un conducto cerrado, la transferencia de calor es por convección forzada debido al bombeo generado por el SAP, por lo tanto, se selecciona alguna de las correlaciones recomendadas para el transporte de hidrocarburos para tubos lisos (ver Tabla 2.3 a) a partir del  $Re$ :

$$Re = \frac{v_f d}{\nu_f} = \frac{0.52 \times 23 \times 0.0254}{500 \times 10^{-6}} = 608. \text{ El flujo es laminar, por lo tanto, } Nu = 3.66 \text{ para } T_w = \text{cte}$$

Se despeja  $h_f$  de la expresión dada por el número de Nusselt:

$$h_f = \frac{Nu \times k}{d} = \frac{3.66 \times 0.14}{23 \times 0.0254} = 0.877 \frac{W}{m^2 K}$$

**Ejemplo 2.3.** Repetir el ejemplo 2.2 para un aceite de 40 °API, con viscosidad cinemática de 5 [cSt] y número de Prandtl igual a 98. Asumir que el flujo de calor ( $q_r$ ) es constante a través del aceite, del espesor de la pared del riser y del mar. La conductividad térmica del acero ( $k$ ) es 80 [W/m·K]. Determinar la temperatura del aceite.

**Solución.** La Figura 2.6 muestra la configuración de resistencias térmicas del sistema.

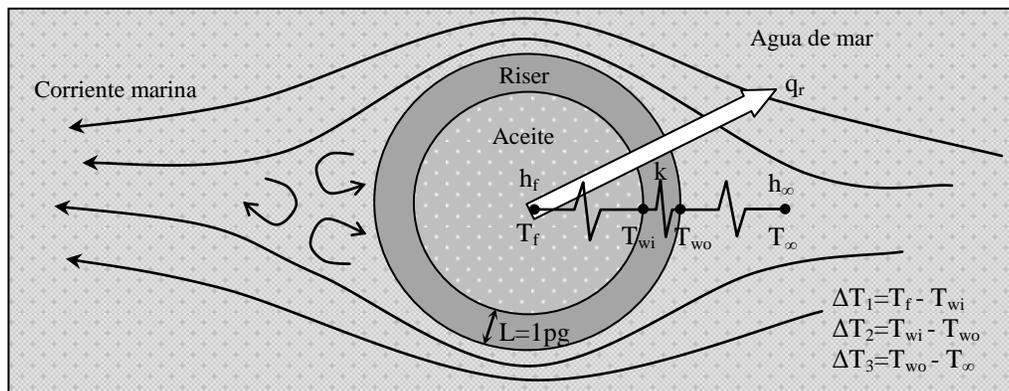


Figura 2.6 Corte transversal y configuración de resistencias térmicas del sistema aceite-riser-mar

## Transferencia de calor por convección

---

Se calcula el número de Reynolds:  $Re = \frac{v_f d}{\nu_f} = \frac{0.52 \times 23 \times 0.0254}{5 \times 10^{-6}} = 60,757$

Como el flujo es turbulento dentro de una tubería con convección forzada, se aplica la correlación de Dittus-Boelter (Tabla 2.3 a) para calcular el número de Nusselt:

$$Nu_f = \frac{h_f d}{k_f} = C Re^n Pr^{1/4} = 0.023 \cdot 60757^{0.8} \cdot 98^{0.3} = 611$$

Despejando  $h_f$  de la expresión anterior:  $h_f = \frac{Nu_f k_f}{d} = \frac{611 \times 0.14}{24 \times 0.0254} = 140 \frac{W}{m^2 K}$

Se calcula el flujo de calor con datos conocidos:  $q_r = h_{\infty} \Delta T_3 = 390.5 \frac{W}{m^2 \cdot K} \times 4K = 1562 \frac{W}{m^2}$

Se despeja  $\Delta T_2$  de la ley de conducción de calor de Fourier:  $\Delta T_2 = \frac{q_r L}{k} = \frac{1562 \times 0.0254}{80} = 0.5K$

Se despeja  $\Delta T_1$  de la ley de enfriamiento de pared de Newton:  $\Delta T_1 = \frac{q_r}{h_f} = \frac{1562}{140} = 11K = 11^{\circ}C$

Se calcula la temperatura de la pared interna del riser para obtener la del aceite:

$$T_{wi} = T_{wo} + \Delta T_2 = 20 + 0.5 = 20.5^{\circ}C \quad \rightarrow \quad T_f = T_{wi} + \Delta T_1 = 20.5 + 11 = 31.5^{\circ}C$$

**Nota:** En este ejemplo se observa que el mar tiene un mayor coeficiente de calor por convección ( $h$ ) que el aceite, ocasionando que la  $\Delta T$  entre la pared externa del riser y del mar sea más pequeño que la  $\Delta T$  entre la pared interna y el aceite. Esto significa que hay mayor pérdida de calor dentro del riser que afuera de éste:

$$q_r = \uparrow h_{mar} \times \downarrow \Delta T_3 = \downarrow h_{aceite} \times \uparrow \Delta T_1 \quad \rightarrow \quad \text{Si } \uparrow h_{mar} \text{ entonces } \downarrow \Delta T_3. \text{ Si } \downarrow h_{aceite} \text{ entonces } \uparrow \Delta T_1$$

**Ejemplo 2.4.** Calcular el coeficiente de transferencia por convección ( $h_{\infty}$ ) del aire fuera de un cilindro horizontal de 36 [pg] de diámetro externo con una temperatura en la pared ( $T_{wo}$ ) igual a 60 °C, la temperatura del aire ( $T_{\infty}$ ) es 22 °C. Asumir que no hay viento.

**Solución.** Para este caso, se aplica la correlación de “cilindro horizontal con temperatura uniforme en la pared” con “convección libre” porque no hay viento (ver Tabla 2.2 e). Las propiedades del aire se calculan a la temperatura de la película:

$$T_p = \frac{T_{wo} + T_{\infty}}{2} = \frac{60 + 22}{2} = 82^{\circ}C \qquad B = \frac{1}{T_p} = 0.0244^{\circ}C^{-1}$$

## Transferencia de calor por convección

Interpolando a  $T_p$  los valores de conductividad, viscosidad y  $Pr$  de la Tabla 2.4:  $k_p=0.0271$  [W/m·K],  $\nu_p=1.707 \times 10^{-5}$  [m<sup>2</sup>/s], y  $Pr_p=0.71$ . Calculando el número de Grashof:

$$Gr_p = \frac{g\beta(T_{wo} - T_\infty)d^3}{\nu_p^2} = \frac{9.81 \times 0.0244 \times (60 - 22) \times (36 \times 0.0254)^3}{(1.707 \times 10^{-5})^2} = 2.387 \times 10^{10}$$

Para  $Gr_p Pr_p = 2.387 \times 10^{10} \times 0.71 = 1.695 \times 10^{10}$ ;  $C = 0.13$  y  $n = 0.333$ . Calculando  $Nu$  y  $h_\infty$ :

$$Nu = 0.13(Gr_p Pr_p)^{1/5} = 0.13 \times (1.695 \times 10^{10})^{1/5} = 333.92$$

$$h_\infty = \frac{Nu \cdot k}{d} = \frac{333.92 \times 0.0271}{36 \times 0.0254} = 10 \frac{W}{m^2 K}$$

**Nota:** Al comparar este valor con el del mar (ej. 2.1:  $h=390.5$  W/m<sup>2</sup>·K), se observa que el coeficiente de convección es mayor para convección forzada que para libre. Esto se debe a que la convección libre es un fenómeno muy lento porque no hay una corriente que aumente la velocidad del fluido para incrementar la velocidad de transferencia de calor.

**Ejemplo 2.5.** Calcular el flujo de calor por convección dentro de un tubo en el que se bombea aceite de 30 °API, la velocidad del fluido es de 2 m/s y el diámetro interno del tubo es de 12[pg], la temperatura del aceite es 70 °C y en la pared ( $T_{wi}$ ) es 50 °C. Asumir que  $T_{wi}$  es constante. Hacer el mismo ejercicio para un aceite de 13 °API con viscosidad de 500 [cSt].

**Solución.** Como existe una diferencia significativa entre las propiedades físicas del aceite calculadas a condiciones de  $T_f$  y  $T_{wi}$ , se debe estimar tales propiedades a condiciones de la temperatura de la película:

$$T_p = \frac{T_{wi} + T_f}{2} = \frac{50 + 70}{2} = 60^\circ C$$

Los valores interpolados de las propiedades para aceite de motor (Tabla 2.5) a la temperatura de la película  $T_p$  son:  $k_p=0.14$ [W/m·K],  $\nu_p=83.9 \times 10^{-6}$  [m<sup>2</sup>/s],  $\mu_p=72.5 \times 10^{-3}$  [kg/m·s] y  $Pr_p=1050$ , mientras que  $\mu_{wi}=142.25 \times 10^{-3}$  [kg/m·s] a  $T_{wi}$ . El valor de  $Re$  es:

$$Re_p = \frac{v_p d}{\nu_p} = \frac{2 \times 12 \times 0.0254}{83.9 \times 10^{-6}} = 7266$$

## Transferencia de calor por convección

Dentro de la tubería hay flujo turbulento, convección forzada debido al bombeo del aceite y una diferencia significativa de temperatura entre la pared y el fluido, por lo tanto, se aplica la correlación de Seider-Tate (Tabla 2.3 a) para la estimación de Nu:

$$Nu = 0.027 Re_p^{0.8} Pr_p^{1/4} \left( \frac{\mu_p}{\mu_{wi}} \right)^{0.14} = 0.027 \times 7266^{0.8} \times 1050^{1/4} \left( \frac{72.5 \times 10^{-3}}{142.5 \times 10^{-3}} \right)^{0.14} = 306$$

El valor del coeficiente de transferencia de calor por convección es:

$$h_f = \frac{Nu \times k}{d} = \frac{306 \times 0.14}{12 \times 0.0254} = 141 \frac{W}{m^2 \cdot K}$$

El flujo de calor transferido en el aceite es:  $q_r = h_f \Delta T = 141 \frac{W}{m^2 \cdot K} \times 20K = 2820 \frac{W}{m^2}$

Considerando ahora que el aceite es de 13 °API con viscosidad de 500 [cSt], se calcula el número de Reynolds para seleccionar la correlación de la Tabla 2.3 a:

$$Re = \frac{v \times d}{\nu} = \frac{2 \times 12 \times 0.0254}{500 \times 10^{-5}} = 1219; \text{ El flujo es laminar, por lo tanto, } Nu = 3.66 \text{ para } T_w = \text{cte}$$

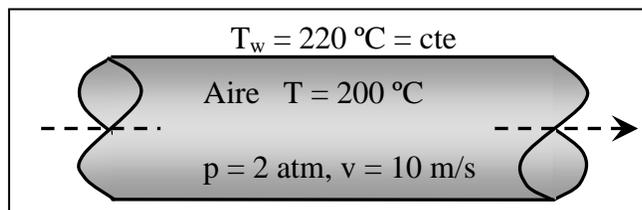
El valor del coeficiente de transferencia de calor por convección es:

$$h_f = \frac{Nu \times k}{d} = \frac{3.66 \times 0.14}{12 \times 0.0254} = 1.7 \frac{W}{m^2 \cdot s}$$

El flujo de calor transferido es:  $q_r = h_f \Delta T = 1.7 \frac{W}{m^2 \cdot K} \times 20K = 34 \frac{W}{m^2}$

**Nota:** Se observa que la velocidad del fluido y el coeficiente de transferencia de calor son mayores en régimen turbulento que en régimen laminar para dos aceites diferentes.

**Ejemplo 2.6.** Se calienta aire a 2 atm y 200 °C a medida que fluye a través de un tubo de 1pg de diámetro a una velocidad de 10 [m/s] (Figura 2.7). La temperatura en la pared ( $T_w$ ) es 20 °C mayor que la temperatura del aire a lo largo del tubo. Calcular la transferencia de calor por unidad de longitud del tubo si el flujo de calor ( $q_w$ ) es constante en la pared. ¿Cuánto aumentara la temperatura del aire en una longitud de 3m del tubo?



**Figura 2.7 Flujo de aire a través de un tubo**

## Transferencia de calor por convección

**Solución.** Se debe estimar el número de Reynolds para determinar si es flujo laminar o turbulento y después se selecciona la correlación adecuada para el calor transferido. Como las propiedades físicas del aire no varían significativamente a condiciones de  $T_w$  y  $T_f$ , se pueden calcular a la temperatura global de 200 °C:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{2 \times 1.0132 \times 10^5}{287 \times 473} = 1.493 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

De la Tabla 2.4 se obtiene que  $Pr = 0.681$ ,  $\mu = 2.57 \times 10^{-5} \text{ kg/m}\cdot\text{s}$ ,  $k = 0.0386 \text{ W/m }^\circ\text{C}$  y  $c_p = 1025 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$ . Calculando el número de Reynolds se tiene:

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{1.493 \times 10 \times 1 \times 0.0254}{2.57 \times 10^{-5}} = 14,756$$

de modo que el flujo es turbulento por lo que se aplica la correlación de Dittus y Boelter para calcular el coeficiente de transferencia de calor

$$Nu = \frac{hd}{k} = 0.023 Re^{0.8} Pr^{0.4} = 0.023 \times 14.756^{0.8} \times 0.681^{0.4} = 42.67$$

$$h = \frac{k}{d} = Nu = \frac{0.0386 \times 42.67}{0.0254} = 64.85 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}}$$

Calculando el flujo de calor por unidad de longitud:

$$q = hA(T_w - T_f), \text{ donde } A = \pi dL$$

$$\frac{q}{L} = h\pi d(T_w - T_f) = 64.85 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot ^\circ\text{C}} \times \pi \times 0.0254 \text{ m} \times 20^\circ\text{C} = 103.5 \frac{\text{W}}{\text{m}}$$

Calculando el incremento de la temperatura en 3 m de longitud:

$$q = wc_p \Delta T = L \left( \frac{q}{L} \right) \dots \text{ec. a)}$$

$$\text{Donde } w = q_v \rho, \quad q_v = v \times A \quad \text{y} \quad A = \frac{\pi d^2}{4}$$

Obteniendo el valor del flujo másico de aire:

$$w = v \frac{\pi d^2}{4} \rho = 10 \times \frac{\pi \times 0.0254^2}{4} \times 1.493 = 7.56 \times 10^{-3} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

Despejando  $\Delta T$  de ec. a) y sustituyendo la longitud de 3 m se tiene finalmente:

$$\Delta T = L \times \left( \frac{q}{L} \right) \times \left( \frac{1}{wc_p} \right) = \frac{3 \times 103.5}{7.56 \times 10^{-3} \times 1025} = 40^\circ\text{C},$$

# CAPÍTULO 3

## Transferencia de calor en el pozo

---

La producción de hidrocarburos o la inyección de fluidos implican inevitablemente cambios significantes de calor entre los fluidos del pozo y sus alrededores. En costa afuera, la presencia de agua de mar y aire en el raiser añaden mayor complejidad en el proceso de transferencia de calor. Durante la producción, los fluidos con alta temperatura tienen una pérdida continua de calor al ascender debido a que sus alrededores se enfrían conforme disminuye la profundidad. En contraste, el fluido que es inyectado como agua fría puede ganar calor o el agua caliente y vapor pueden perder calor en el descenso.

La transferencia de calor es un proceso que describe los efectos y propiedades de los fluidos y, a su vez, la dinámica de flujo de fluidos. Consecuentemente, la unión natural del balance de momento (movimiento) y de energía puede requerir de soluciones simultáneas de ambos procesos. El modelado de flujo de calor en estado estacionario es adecuado para el diseño de sartas de tuberías con el objetivo de optimizar la producción, sin embargo, las pruebas de presión pueden requerir un riguroso procedimiento para unir el momento, el flujo de fluidos y el flujo de calor en régimen transitorio. Un procedimiento similar puede ser requerido cuando se cierra el pozo para correr registros de producción.

Cuando el gasto de aceite producido es pequeño, su temperatura frente a la cara de la formación es casi igual a ésta. Sin embargo, cuando ambas temperaturas tienen una diferencia significativa, estas se pueden estimar con el conocimiento de la temperatura de la formación y del coeficiente del efecto de Joule-Thompson. La diferencia de temperatura entre los fluidos del pozo y la formación causan una transferencia de calor desde los fluidos hacia las vecindades del pozo. La Figura 3.1 muestra que la diferencia temperatura incrementa con forme la profundidad disminuye, el proceso de transferencia

## Transferencia de calor en el pozo

de calor es mayor y por lo tanto baja la temperatura de los fluidos que ascienden por el pozo. A cualquier profundidad, la temperatura de la formación variará con la distancia radial del pozo. La temperatura de la formación cerca del pozo también varía con el tiempo de producción o de inyección, por lo tanto, la pérdida de calor a partir de la producción de los fluidos disminuye con el tiempo. La Figura 3.1 también muestra el incremento de la temperatura del fluido inyectado con respecto a la profundidad del pozo así como los perfiles de temperatura estáticos del aceite y de la formación.

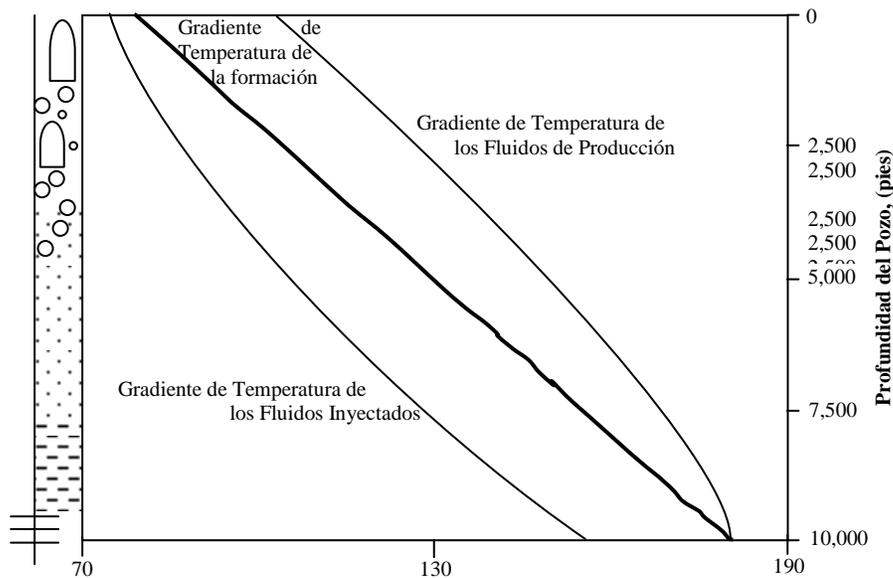


Figura 3.1 Temperatura de los fluidos y la formación [°F] <sup>4</sup>

### 3.1 Estado del arte de la transferencia de calor en pozos petroleros

Muchos investigadores han estudiado varios aspectos de la transferencia de calor entre los fluidos del pozo y sus alrededores. A partir de 1937 Schlumberger et al. <sup>6</sup> señalo la utilidad de medir la temperatura del fluido. A principios de 1950 Novak <sup>7</sup> y Bird<sup>8</sup> propusieron utilizar la interpretación de registros de temperatura para estimar los perfiles de inyección del agua y gas. Así mismo, en 1959 Kickpatrick <sup>9</sup> presento una gráfica del gradiente de temperatura de un pozo fluyente que solía ser utilizado para predecir la temperatura de la válvula del bombeo neumático a cualquier profundidad de inyección. Sin embargo, esta gráfica carece de generalidad y exactitud. La inexactitud del método de Kickpatrick<sup>9</sup> y la tensión de ruptura térmica

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

de la TR en pozos de inyección de vapor, enfatizó la importancia del entendimiento apropiado de la transferencia de calor en el pozo y la estimación exacta de la temperatura de flujo de fluidos.

Lesem et al.<sup>10</sup> en 1957 y Moss-White<sup>11</sup> en 1959, sugirieron distintos procedimientos para la estimación de la temperatura del fluido en el pozo. Sin embargo, en 1962 Ramey<sup>12</sup> y Edwarson et al.<sup>13</sup> fueron los primeros en presentar un modelo teórico para estimar la temperatura del fluido en una sola fase, en función de la profundidad del pozo y el tiempo de producción o inyección utilizando la solución de línea fuente. El método de Ramey<sup>12</sup> junta al mecanismo de transferencia de calor en el pozo y el comportamiento térmico transitorio de la formación. Las ecuaciones de temperatura fueron derivadas para inyección de líquidos calientes incompresibles en una sola fase así como para flujo de gas también en una sola fase. El trabajo de Ramey<sup>12</sup> ha generado una serie de aplicaciones como la estimación de la pérdida de calor en pozos geotérmicos, en la inyección de vapor, en la estimación de la temperatura del fluido de circulación y en la temperatura estática de la formación. Aunque el método de Ramey<sup>12</sup> da el impulso necesario para un mayor desarrollo, tiene algunas limitaciones, por ejemplo, no considera los efectos de la energía cinética y de fricción, y sólo es aplicable para flujo en una sola fase. El método de Edwarson et al.<sup>13</sup> para el cálculo de la temperatura del fluido de circulación también presenta estas limitaciones. El método propuesto por Satter<sup>14</sup> en 1965 mejoró el trabajo de Ramey<sup>12</sup> al incorporar los efectos del cambio de fase para pozos con inyección de vapor.

En 1967 tanto Ramey<sup>12</sup> como Willhite<sup>15</sup> presentaron excelentes tratados sobre varias resistencias en la transferencia de calor entre el fluido del pozo y la formación, y dieron expresiones generales para el coeficiente de transferencia de calor total para pozos.

En 1979 Coulter-Bardon<sup>16</sup> desarrollaron una ecuación para determinar la temperatura del gas a lo largo de una línea de flujo, en el que desprecian la energía

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

cinética y potencial, y asumen que el calor específico a presión constante y el coeficiente de Joule-Thomson, son constantes a lo largo de la línea.

En 1980 Shiu-Beggs<sup>17</sup> utilizaron el método de Ramey<sup>12</sup> para pozos productores de aceite donde la temperatura del fluido en el fondo del pozo es conocida, y propusieron una correlación empírica alternativa para la estimación del parámetro de relajación (A) definida por Ramey<sup>12</sup>. Esta correlación la desarrollaron a partir de un amplio conjunto de estudios de flujo-temperatura y es independiente del tiempo pero dependiente de las propiedades físicas del aceite y gas como:  $^{\circ}API$ ,  $\gamma_g$ ,  $\rho_L$ , así como de la profundidad y presión.

Debido a que el modelo de Ramey<sup>12</sup> está restringido para flujo en una sola fase y radios de pozo pequeños, otros métodos se han propuestos para manejar flujo en dos fases como Sagar et al<sup>18</sup>, Alves et al.<sup>19</sup>, Hasan y Kabir<sup>20</sup>. Sagar et al<sup>18</sup>, extendió en 1991, el método de Ramey<sup>12</sup> para pozos con flujo multifásico que toman en cuenta los efectos de energía cinética y la expansión de Joule-Thompson.

Alves et al.<sup>19</sup> presento en 1992 una solución analítica aproximada para flujo tanto en pozos como en líneas con cualquier grado de inclinación en una sola fase y dos fases. Su solución se simplifica a las ecuaciones presentadas por Ramey<sup>12</sup> para el caso de inyección en pozos, y por Coulter-Bardon<sup>16</sup> para el caso de líneas totalmente horizontales. Dado que el método de Alves<sup>19</sup> requiere de menos suposiciones, debería generar predicciones más precisas, sin embargo, numerosas publicaciones que están relacionadas principalmente con la inyección de vapor o producción de pozos, son modificaciones del método de Ramey<sup>12</sup> para el cálculo de los coeficientes de transferencia de calor.

Otro trabajo que considera dos fases es el de Hasan y Kabir<sup>20</sup> presentado en 1994 que muestra: el modelo de la distribución de temperatura en la formación, el balance de energía para los fluidos en el pozo y el intercambio de calor entre los fluidos y sus alrededores. Obtuvieron una expresión simplificada de la distribución

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

de la temperatura de formación como una nueva solución transitoria en función del tiempo de producción. Su método permite el cálculo sencillo de las pérdidas de calor en el pozo y de la temperatura del flujo de fluidos en estado estacionario y en dos fases.

En 2001 Manabe<sup>21</sup> desarrollo un modelo mecanístico para la transferencia de calor para flujo de gas-liquido con patrón de flujo burbuja, intermitente y anular en tuberías verticales. Este modelo es capaz de predecir primero el patrón de flujo y posteriormente la transferencia de calor así como la hidrodinámica del fluido basado en el patrón de flujo. Este modelo lo comparó con datos experimentales, y encontraron que el coeficiente de transferencia de calor predicho para el flujo en dos fases tiene un error de  $\pm 26\%$  para todos los patrones de flujo, mostrando que tiene el mejor comportamiento que las correlaciones existentes. Sin embargo, se necesitan revisar algunas inconsistencias en el modelo hidrodinámico y en las formulaciones de la transferencia de calor para flujo estratificado (anular) y flujo bache.

En 2002 Hasan y Kabir<sup>22</sup> presentaron aproximaciones preventivas para mitigar la depositación de parafinas y asfaltenos en la tubería de producción. La primera aproximación implica un fluido de circulación que permite la alteración de la traza p-T del fluido producido, para evitar la intersección con la envolvente de presipitación de la parafina. Mientras que la segunda aproximación, implica la inyección de solvente dentro de la TP para que las condiciones del fluido producido no interseque la envolvente de floculación del asfalteno.

En 2004 Zhang et al.<sup>23</sup> desarrollaron un modelo de transferencia de calor unificado para tuberías con flujo de gas-liquido junto con un modelo hidrodinámico unificado, este último puede predecir las transiciones del patrón de flujo para burbuja, disperso, estratificado, anular y bache, el colgamiento de líquido, el gradiente de presión y las características del flujo gas-liquido en cualquier inclinación desde  $-90^\circ$  a  $+90^\circ$  con respecto a la horizontal. El modelo de transferencia de calor está

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

basado en las ecuaciones de balance de energía y del análisis de las diferencias de temperatura y sus variaciones en la película del líquido de la burbuja de gas de Taylor y del cuerpo del bache. Verificaron su modelo al compararlo con los resultados experimentales de Manabe<sup>21</sup> concluyendo que tuvieron una buena coincidencia.

En 2004 Boyun et al.<sup>24</sup> presento tres soluciones analíticas de transferencia de calor para predecir los perfiles de temperatura y pérdidas de calor en conductos de flujo con aislante térmico, es decir, en líneas de inyección térmica bajo varias condiciones de operación. Las tres soluciones consisten en una solución de flujo en estado estacionario y dos soluciones en flujo transitorio. El cálculo de perfil de temperatura de sus modelos es también utilizado para predecir e identificar el intervalo posible de depositación de asfaltenos y parafinas en pozos y líneas que producen aceite. El modelo matemático de transferencia de calor también puede ser utilizado para predecir la distribución de temperatura de líneas en costa afuera.

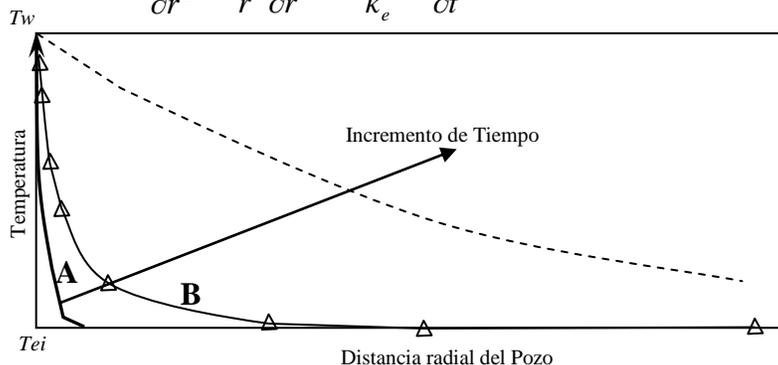
En 2007 Xiaodan Zhao , Jiuping Xu<sup>25</sup> establecieron un modelo numérico de la distribución de la temperatura y presión para pozos de gas basados en las leyes de conservación de energía, masa y momento así como la relación de la presión y temperatura de flujo. El modelo concuerda con la situación actual de pozos de gas tomando en cuenta: ángulos pronunciados, la estructura del pozo, la sarta de producción, la transferencia de calor radial del pozo, los diferentes medios de transferencia de calor en espacio anular y las características físicas del estrato. Durante los cálculos de este modelo, se divide el pozo en varios intervalos en los que la temperatura y presión son desconocidas para cada uno de ellos, por lo que se encuentran sus valores respectivos a partir de un procedimiento iterativo. Los resultados que obtuvieron del modelo propuesto proveen una técnica confiable para: el diseño de procesos de prueba de pozos de gas con alta temperatura y presión, el diseño de la sarta de producción, así como la predicción de la formación de hidratos.

### 3.2 Distribución de temperatura en la formación

**3.2.1 Ecuación de difusividad.** Durante la producción, los fluidos del pozo proporcionan una fuente de calor a la formación mientras que, en la operación de inyección de fluidos, el pozo actúa como un disipador de calor. Para modelar el flujo de calor y la distribución de la temperatura resultante de tales sistemas, se va a tratar a la formación como un sólido homogéneo. Asumiendo simetría alrededor del pozo se simplifica las tres dimensiones (3D) en un problema de dos dimensiones (2D). Además, la difusión de calor en la dirección vertical se puede despreciar, debido a los pequeños gradientes de temperatura. Al no incluir el flujo de calor vertical se reduce el sistema a una sola dimensión (1D), por lo tanto la solución del problema de difusión de calor es más simple. Este enfoque, adaptado por Hasan-Kabir<sup>4</sup> y otros, introduce un error muy pequeño y permite una solución analítica para el problema. Se suele escoger el enfoque analítico en vez de la solución numérica, ya que el procedimiento es tedioso y lento en éste último.

La ecuación 3.1 representa el balance de energía en la formación la cual es una ecuación diferencial parcial en coordenadas radiales. Esto es debido a que existe una variación en la temperatura de la formación con respecto a la distancia radial del pozo en el momento en que este está produciendo. La ecuación de difusión térmica es similar a la utilizada en la difusión de presión en régimen transitorio.  $T_e$  es la temperatura de la formación a una profundidad arbitraria, a un tiempo (t) y a una distancia, r, medido desde el centro del pozo.

$$\frac{\partial^2 T_e}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_e}{\partial r} = \frac{c_{pe} \rho_e}{k_e} \frac{\partial T_e}{\partial t} \dots \dots \dots (3.1)$$



**Figura 3.2 Perfil de temperatura de la formación alrededor del pozo, a una profundidad dada <sup>4</sup>**

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

Las tres condiciones necesarias para la solución de la ecuación 3.1 se puede obtener a partir de un análisis físico del sistema. La Figura 3.2 esquematiza la distribución de temperatura de la formación que rodea a un pozo productor a una determinada profundidad. En los primeros momentos, la temperatura de la formación mantiene su valor inicial ( $T_{ei}$ ), excepto cerca del pozo como se observa en la curva (A). Por lo tanto, inicialmente ( $t = 0$ ), se supone que  $T_e$  es igual  $T_{ei}$  a lo largo del radio de la formación. A medida que incrementa el tiempo, el calor transferido desde los fluidos del pozo, alcanzara la temperatura de la formación en su vecindad. El perfil de temperaturas de la formación a un tiempo dado se verá como la curva (B) de la Figura 3.2. Sin embargo, en la frontera externa ( $r = \infty$ ), la temperatura de la formación no cambia con respecto a la distancia radial, es decir, la pendiente es igual a cero, o  $\partial T / \partial r = 0$ . Finalmente, el flujo de calor en la interface pozo–formación se rige por la ley de conducción de calor de Fourier. Por lo tanto se pueden escribir las tres condiciones de frontera:

$$\lim_{t \rightarrow 0} T_e = T_{ei} \dots\dots(3.2) \quad Q = 2\pi k_e \left. \frac{r \partial T_e}{\partial r} \right|_{r=r_w} \dots\dots(3.3) \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{\partial T_e}{\partial r} = 0 \dots\dots(3.4)$$

En la ecuación 3.3, Q es el gasto de flujo de calor desde la formación hacia el pozo por unidad de longitud (del pozo) y  $r_w$  es el radio del pozo.

Como la producción continúa, la transferencia de calor desde el pozo causa un aumento gradual en la temperatura de la formación vecina a este, que a su vez, provoca una lenta disminución en el flujo de calor. Ameen<sup>26</sup> utilizo el principio de superposición para tomar en cuenta el cambio de flujo de calor utilizando una aproximación numérica. Su solución muestra que la suposición de flujo de calor constante tiene una imprecisión muy pequeña.

**3.2.2 Solución de la ecuación de difusión.** La ecuación 3.1 generalmente tiene una solución en términos de variables adimensionales  $r_D$  (distancia radial adimensional =  $r / r_w$ ), y  $t_D$  (tiempo adimensional  $k_e t / \rho_e c_{pe} r_w^2$ ). Hasan y Kabir resolvieron la ecuación resultante por medio de la transformada de Laplace (siguiendo el enfoque propuesto por Everding-Hurst<sup>27</sup> para un conjunto similar de ecuaciones en términos de presión transitoria), y presentaron la expresión de temperatura de la formación en función de la distancia radial y del tiempo. Para

## Transferencia de calor en el pozo

estimar la temperatura del flujo de fluidos, se debe de conocer la temperatura de formación y su derivada espacial en la interfaz pozo-formación ( $r_D=1$ ). La expresión de la temperatura en la interface pozo-formación es:

$$T_w = T_{ei} + \frac{Q}{\pi^2 k_e} I \dots (3.5) \quad \text{Donde} \quad I = \int_0^\infty \frac{1 - e^{-u^2 t_D}}{u^2} \frac{Y_1(u)J_0(u) - J_1(u)Y_0(u)}{J_1^2(u) + Y_1^2(u)} du \dots (3.6)$$

Análogamente a la presión adimensional  $p_D$  (que se utiliza en el análisis transitorio de presión), la temperatura adimensional  $T_D$  se define como:

$$T_D \equiv -\frac{2\pi k_e}{Q}(T_w - T_{ei}) \dots (3.7)$$

Por lo tanto  $T_D = -2I/\pi$ . Notar que  $T_D$  siempre es positivo y representa el flujo de calor desde la formación hacia el pozo. Para la mayoría de los casos de producción de fluidos,  $T_w$  es mayor que  $T_{ei}$ , provocando que el valor calculado de  $Q$  sea negativo, lo que significa que el fluido del pozo pierde calor hacia el entorno.

Al utilizar las ecuaciones 3.5 a 3.7 los cálculos requieren una evaluación tediosa de una integral que implica las funciones de Bessel modificada de orden cero y de primer orden en los límites de cero e infinito. Así que Hasan-Kabir<sup>4</sup> establecieron las siguientes expresiones algebraicas para la temperatura adimensional,  $T_D$ , en términos del tiempo adimensional,  $t_D$ , para representar las soluciones con bastante precisión.

$$\text{Si } t_D > 1.5 \quad T_D = \left[ 0.4063 + \frac{1}{2} \ln(t_D) \right] \left[ 1 + \frac{0.6}{t_D} \right], \dots (3.8)$$

$$\text{Si } t_D < 1.5 \quad T_D = 1.1281 \sqrt{t_D} (1 - 0.3 \sqrt{t_D}), \dots (3.9)$$

$$\text{Donde} \quad t_D = \frac{\alpha t_p}{r_w^2} \quad \text{y} \quad \alpha = \frac{k_e}{\rho_e c_{pe}}$$

Las expresiones anteriores para  $T_D$  son discontinuas en  $t_D = 1.5$ . Así que la expresión continua de  $T_D$  más adecuada en algunas aplicaciones es:

$$T_D = \ln \left[ e^{-0.2t_D} + (1.5 - 0.3719e^{-t_D}) \sqrt{t_D} \right] \dots (3.10)$$

Para tiempos largos, la ecuación 3.8 y 3.10 se reducen a la siguiente expresión:

$$T_D = 0.4063 + \frac{1}{2} \ln(t_D) \dots (3.11)$$

## Transferencia de calor en el pozo

La representación lineal-logarítmica de  $T_D$ , dada por la ecuación 3.11, fue utilizada por primera vez por Ramey<sup>12</sup> y Edwards et al.<sup>13</sup> y es válida para pozos con diámetros pequeños. Por lo tanto, las expresiones propuestas por Hasan-Kabir<sup>4</sup> y Ramey<sup>12</sup> son equivalentes para periodos largos de tiempo de producción ( $t_p > 2$  semanas), sin embargo, para tiempos cortos ( $t_p < 1$  semana) pueden tener una diferencia significativa.

La ecuación 3.7 es una expresión conveniente que se relaciona con el flujo de calor y la diferencia de temperaturas,  $(T_w - T_{ei})$ , y permite calcular la transferencia de calor con las ecuaciones 3.8 a 3.11. Sin embargo, la temperatura de la interfaz del pozo-formación,  $T_w$ , es desconocida y puede ser remplazada por la temperatura del fluido del pozo. Esta sustitución de  $T_w$  por  $T_f$  se lleva a cabo al utilizar el concepto de balance de energía para el fluido dentro del pozo.

### 3.3 Balance de energía para el fluido del pozo

La diferencia de temperatura que existe entre el fluido del pozo y la formación resulta en un cambio de energía. Ramey<sup>12</sup> hizo el balance de energía para el fluido suponiendo flujo monofásico. A continuación se presenta el balance de energía general tanto para flujo en una sola fase como en dos fases. La Figura 3.3 muestra un sistema de producción simple en donde se usa un tubo inclinado a un cierto ángulo,  $\theta$ , con respecto a la horizontal. Considerar un volumen de control con una longitud  $dz$  a una profundidad  $z$  (positiva) desde la cabeza del pozo. La cantidad de calor  $(wH|_{z+dz})$  que entra al elemento en  $(z+dz)$  es debido a la convección, mientras que la conducción en la formación añade calor  $Q$  al elemento.

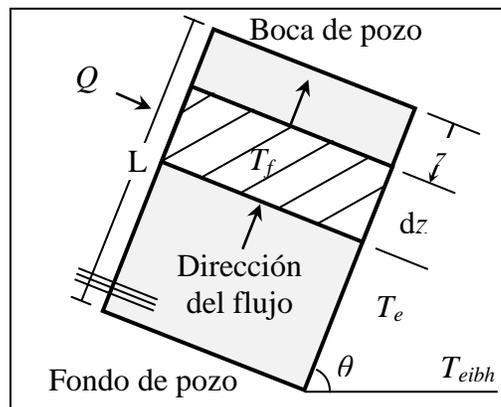


Figura 3.3 Balance de energía para los fluidos del pozo<sup>4</sup>

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

Del mismo modo, la cantidad de calor ( $wH|_z$ ) sale del elemento en  $z$  por convección. Adicionando energía cinética y potencial a la energía térmica del fluido, y se obtiene:

$$wH|_{z+dz} + \frac{(z+dz)wg \sin \theta}{Jg_c} + \frac{wv^2|_{z+dz}}{2Jg_c} + Qdz = wH|_z + \frac{zwg \sin \alpha}{Jg_c} + \frac{wv^2|_z}{2Jg_c} \dots \dots \dots (3.12)$$

Durante la inyección, todos los términos excepto  $Q$  en la ecuación 3.12 cambian de signo. La ecuación general de balance de energía tanto para un sistema de producción como de inyección queda de la siguiente forma:

$$\frac{dH}{dz} + \frac{g \sin \theta}{Jg_c} + \frac{v}{Jg_c} \frac{dv}{dz} = \pm \frac{Q}{w} \dots \dots \dots (3.13)$$

El signo negativo (lado derecho de ec. 3.13) implica que el pozo es productor y el signo positivo significa que el pozo es inyector.  $g_c$  y  $J$  representan factores de conversión. Para un fluido que no está sometido a cambio de fase, es decir, cuando no existen efectos evaporación–condensación debido al calor, la solución y la mezcla son insignificantes; la entalpia es función de la presión y la temperatura y está dada por:

$$dH = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp = c_p dT - C_J c_p dp \dots \dots \dots (3.14)$$

Nota: debido a los efectos significantes de evaporación–condensación durante la inyección de vapor, la ecuación 3.14 no es aplicable, pero al reescribirla para estimar la temperatura del fluido dentro del pozo en función de la profundidad, queda como:

$$\frac{dT_f}{dz} = C_J \frac{dp}{dz} + \frac{1}{c_p} \left[ \pm \frac{Q}{w} - \frac{g \sin \theta}{Jg_c} - \frac{v}{Jg_c} \frac{dv}{dz} \right] \dots \dots \dots 3.15$$

La combinación de la ecuación 3.15 con las ecuaciones 3.7 y 3.10, se puede llegar a una expresión en para  $T_f$ . Sin embargo, para eliminar  $T_w$  de la expresión resultante, se debe utilizar el coeficiente general de transferencia de calor para el pozo.

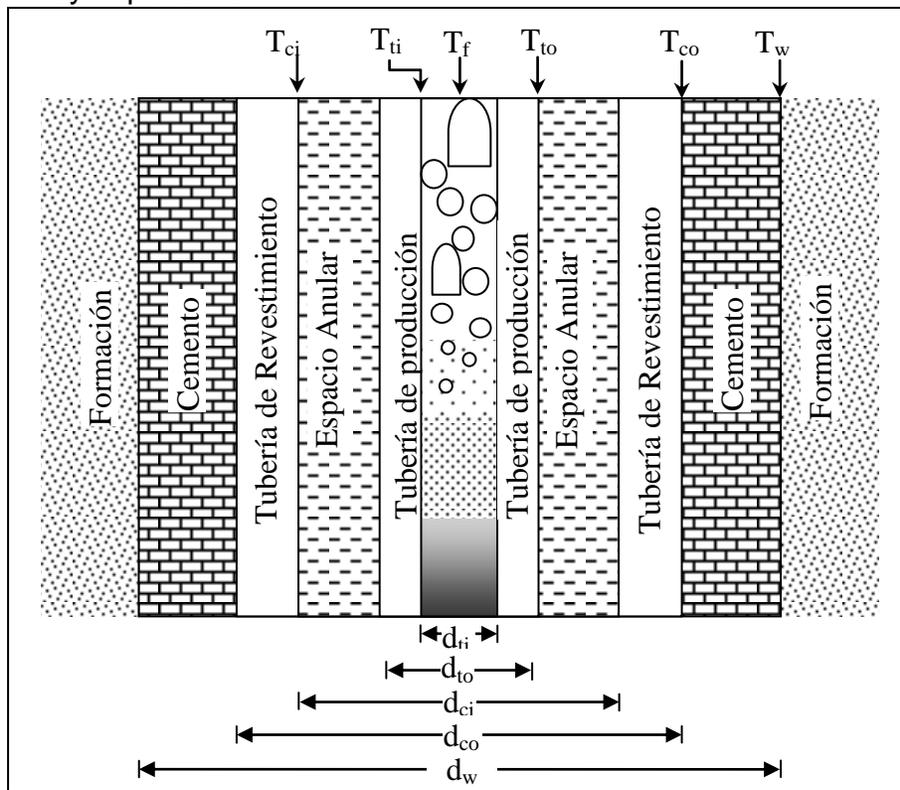
**3.3.1 Coeficiente general de transferencia de calor para pozos ( $U_{to}$ ).** Como la transferencia de calor en forma radial ocurre entre el fluido del pozo y la formación, existen elementos que oponen resistencia como son: la pared de la TP, el aislante de la TP, el espacio anular, la pared de la TR y el cemento (Figura 3.4). Estas resistencias están en serie, y el mecanismo de transporte de energía es la

## *Transferencia de calor en el pozo*

transferencia de calor por conducción a excepción del espacio anular que es por convección. En régimen de estado estacionario, el flujo de calor por unidad de longitud del pozo,  $Q$ , puede ser expresado como:

$$Q = -2\pi r_{to} U_{to} (T_f - T_w) \dots \dots \dots (3.16)$$

En la ecuación 3.16,  $U_{to}$  se define como el coeficiente general de transferencia de calor, basado en el área de la superficie externa de la TP,  $2\pi r_{to}$ , y la diferencia de temperatura entre el fluido dentro de la TP y la interfaz del pozo-formación,  $(T_f - T_w)$ . Por lo tanto el coeficiente general de transferencia de calor para un pozo dado es un parámetro muy importante.



**Figura 3.4 Resistencias al flujo de calor en el pozo <sup>4</sup>**

Cuando ocurre la transferencia de calor en estado estacionario, se hace la suposición que el calor que fluye a través de cada uno de los elementos de la Figura 3.4, es el mismo. Esto permite escribir el flujo de calor transferido de cada elemento en términos de la diferencia de temperatura del elemento respectivo y la resistencia ofrecida por éste. Así que el flujo de calor transferido entre el fluido de la TP y la pared interna de la misma por unidad de longitud del pozo es:

$$Q = -2\pi r_{ii} h_f (T_f - T_{ii}) \dots \dots \dots (3.17)$$

## Transferencia de calor en el pozo

Al expresar la ecuación anterior en términos de la caída de temperatura se tiene:

$$T_f - T_{ii} = -\frac{Q}{2\pi r_{ii} h_f} \dots \dots \dots (3.18)$$

Observar que la suma de las caídas de temperatura de cada elemento, es igual a la diferencia de temperatura entre el fluido de la TP y la interface pozo-formación, es decir:

$$T_f - T_w = -\frac{Q}{2\pi} \left[ \frac{1}{r_{ii} h_f} + \frac{\ln(r_{to}/r_{ii})}{k_t} + \frac{\ln(r_{ins}/r_{to})}{k_{ins}} + \frac{1}{r_{ins}(h_a + e_a)} + \frac{\ln(r_{co}/r_{ci})}{k_c} + \frac{\ln(r_w/r_{co})}{k_{cem}} \right] \dots (3.19)$$

Que equivale a:

$$T_f - T_w = -\frac{Q}{2\pi r_{to} U_{to}} \dots \dots \dots (3.20)$$

Donde el coeficiente general de transferencia de calor  $U_{to}$  se expresa como:

$$\frac{1}{U_{to}} = \frac{r_{to}}{r_{ii} h_f} + \frac{r_{to} \ln(r_{to}/r_{ii})}{k_t} + \frac{r_{to} \ln(r_{ins}/r_{to})}{k_{ins}} + \frac{r_{to}}{r_{ins}(h_a + e_a)} + \frac{r_{to} \ln(r_{co}/r_{ci})}{k_c} + \frac{r_{to} \ln(r_w/r_{co})}{k_{cem}} \dots (3.21)$$

La mayoría de los términos de la ecuación 3.21 se calculan fácilmente. Sin embargo, la resistencia que ofrece el espacio anular a la transferencia de calor (representado por el cuarto término) es difícil estimar en algunos casos. En el caso de la inyección de vapor o de producción de energía geotérmica, la gran diferencia de temperatura entre la tubería y los fluidos anulares puede causar radiación y convección natural. Algunos de los componentes de la Figura 3.4 no están presentes en todas las configuraciones de los pozos, incluso algunos elementos ofrecen una resistencia despreciable al flujo de calor. Para un pozo típico, la TP no tiene aislante y por consiguiente, puede ser eliminado el término que toma en cuenta  $k_{ins}$  de la ecuación 3.21. También se puede asumir que el coeficiente de transferencia de calor del fluido ( $h_f$ ) es tan alto que  $T_f - T_{ii}$  es igual a cero en la ec.3.18 haciendo que  $T_f$  sea igual a  $T_{ii}$ . La alta conductividad de los metales junto con la relativa delgadez del espesor de la TP y TR, permite suponer que la caída de temperatura a través de las paredes de ambas tuberías es despreciable; esto es,  $T_{ii} = T_{to}$  y  $T_{ci} = T_{co}$ . Por lo tanto, el  $U_{to}$  para un pozo típico puede ser calculado como:

$$\frac{1}{U_{to}} = \frac{1}{(h_a + e_a)} + \frac{r_{to} \ln(r_w/r_{co})}{k_{cem}} \dots \dots \dots (3.22)$$

La resistencia a la transferencia de calor que ofrece el fluido anular, representado por el primer término de la ecuación 3.22, implica los mecanismos de transferencia de calor por radiación y convección natural. A continuación se explica cómo calcular  $h_a$  y  $e_a$ .

**3.3.2 Transferencia de calor por radiación en el espacio anular (e<sub>a</sub>)**

$$e_a = \frac{\sigma(T_{ins}^{*2} + T_{ci}^{*2})(T_{ins}^* + T_{ci}^*)}{\frac{1}{\epsilon_{ins}} + \frac{r_{ins}}{r_{ci}} \left( \frac{1}{\epsilon_{ci}} - 1 \right)} \dots \dots \dots (3.23)$$

Donde el asterisco denota temperatura absoluta,  $\sigma$  representa la constante de Stefan-Boltzman que es igual a  $1.713 \times 10^{-9} \text{ BTU/pie}^2 \text{ hr}^\circ \text{R}^4$ , mientras que  $\epsilon_{ins}$  y  $\epsilon_{ci}$  son la **emisividad** de la superficie externa de la capa del aislante y de la superficie interna de la TR. Es difícil obtener el valor de la emisividad el cual depende del acabado de la superficie entre otras variables. Además es necesario un procedimiento iterativo debido a que  $T_{ci}$  y la temperatura fuera del aislante son necesarias. En la mayoría de los casos de producción de petróleo, la diferencia de temperatura en el espacio anular es muy pequeña y por consiguiente,  $e_a$  también lo es.

**3.3.3 Transferencia de calor por convección en el espacio anular (h<sub>a</sub>).**

Cuando un fluido a cierta temperatura está en contacto con una superficie de diferente temperatura, la transferencia de calor no solo se debe a la conducción, sino a la convección natural principalmente porque la densidad del fluido depende de la temperatura, por lo que la diferencia de temperatura entre el volumen del fluido y la delgada capa de éste sobre la superficie, causa que circule el fluido y a su vez mejora la transferencia de calor. Desafortunadamente, hay pocos trabajos sobre convección natural en geometría anular vertical en la literatura. Willhite<sup>15</sup> y Hasan-Kabir<sup>20</sup> adaptaron la correlación propuesta por Dropkin-Sommerscales<sup>28</sup> para el coeficiente de transferencia de calor por convección natural para fluidos entre dos platos verticales. La correlación adaptada de  $h_a$  para geometría cilíndrica es:

$$h_a = \frac{0.049(Gr Pr)^{0.333} Pr^{0.074} k_a}{r_{ins} \ln(r_{ci} / r_{ins})} \dots \dots \dots (3.24)$$

Donde el número de Grashof es:

$$Gr = (r_{ci} - r_{ins})^3 g \rho_a^2 \beta (T_{ins} - T_{ci}) / \mu_a^2 \dots \dots \dots (3.25)$$

que refleja el grado de movimiento del fluido anular debido a la convección natural. La densidad del fluido contiguo de la capa de aislante es menor al del fluido contiguo a la pared interna de la TR, creando la fuerza de flotabilidad. La fuerza de viscosidad

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

trabaja en contra de la de flotabilidad, generando un movimiento circular del fluido anular. El número de Prandtl  $Pr$ , definido como  $c_{pa}\mu_a/k_a$ , es una medida de la interacción entre el límite de la capa hidrodinámica y el límite de la capa térmica. Para gases,  $Pr$  es cercano a 1.0 (1.06 para vapor y 0.69 para aire), mientras que para líquido, el valor típico es de 1 a 10.

Fishenden-Saunders<sup>29</sup> desarrollaron una correlación más apropiada para el cálculo del número de Nusselt en espacio anular, está en términos de  $Gr$  y  $Pr$  así como de la relación de diámetros en espacio anular ( $d_{ci}/d_{to}$ ). Esta correlación es la siguiente:

$$Nu \equiv \frac{hd}{k} = 0.10 \left( \frac{d_{ci}}{d_{to}} \right)^{0.15} (GrPr)^{0.3} \dots \dots \dots (3.26)$$

Donde  $Pr$  está definido como anteriormente, sin embargo,  $Nu$  y  $Gr$  están definidos en términos del diámetro interno de la tubería,  $d_{to}$ . La correlación de  $h_a$  está dada por:

$$h_a = 0.10 \left( \frac{d_{ci}}{d_{to}} \right)^{0.15} \left( \frac{g\rho_a^2\beta(T_{ins} - T_{ci})}{\mu_a^2} \right)^{0.3} k_a d_{to}^{-0.1} Pr^{0.3} \dots \dots \dots (3.27)$$

La ecuación 3.27 muestra una ligera dependencia de  $h_a$  sobre el diámetro interno de la tubería, mientras que la ecuación 3.24 no lo es. Así mismo, la ecuación 3.27 produce valores de  $h_a$  mucho más pequeños que la ecuación 3.24. La aplicación directa de cualquiera de las ecuaciones 3.27 o 3.24 (desarrolladas para tubos cortos en el laboratorio) a pozos con órdenes de magnitud altos, es dudosa. Esto se debe a que la convección natural establecida en el espacio anular es probablemente suprimida por el peso del fluido en grandes columnas. Adicionalmente, se ha intentado incorporar la relación  $L/d$  en la correlación de transferencia de calor en espacio anular:

$$Nu = aGr^b Pr(L/d)^{-n} \dots \dots \dots (3.28)$$

Sheriff<sup>30</sup> propone el valor de  $n=1/4$  para espacio anular vertical de corta longitud ocupado por bióxido de carbono. Desafortunadamente, esta aproximación no es aplicable a pozos con alta relación ( $L/d$ ). La experiencia indica que el valor de  $h_a$ , calculado ya sea con la ecuación 3.27 o 3.24, subestima la temperatura del fluido en el pozo. Se ha encontrado que el 25% de  $h_a$ , calculado con la ecuación 3.27 representa bastante bien los datos medidos. Por lo que se recomienda usar  $0.25 h_a$ .

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

Para transferencia de calor por convección forzada, flujo turbulento en tuberías y pozos, se recomienda la correlación empírica de Sieder-Tate.

$$Nu \equiv \frac{hd}{k} = 0.023 Re_p^{0.8} Pr_p^{0.33} \left( \frac{\mu_p}{\mu_{co}} \right)^{0.14} \dots \dots \dots (3.29)$$

$Re_p$  y  $Pr_p$  se calculan a condiciones de  $T_p = (T_{ins} + T_{ci}) / 2$ . La corrección representada por el último término es a menudo despreciable sin embargo llega a ser importante para altas viscosidades de los fluidos.

**3.3.4 Pérdidas de calor en la formación.** Se puede describir la expresión para  $T_D$  de la ecuación 3.7 para la transferencia de calor desde la formación hacia la interfaz pozo-formación como:

$$Q \equiv -\frac{2\pi k_e}{T_D} (T_w - T_{ei}) \dots \dots \dots (3.30)$$

Combinando las ecuaciones 3.16 y 3.30, y eliminando  $T_w$ , se obtiene

$$Q \equiv -L_R w_f c_{pf} (T_f - T_{ei}) = -\frac{w_f c_{pf}}{A} (T_f - T_{ei}) \dots \dots \dots (3.31)$$

Donde  $L_R$  es el parámetro de relajación longitudinal y está definido como:

$$L_R \equiv \frac{2\pi}{c_{pf} w_f} \left[ \frac{r_{to} U_{to} k_e}{k_e + (r_{to} U_{to} T_D)} \right] \dots \dots \dots (3.32)$$

Nota: el parámetro  $L_R$ , es inverso al parámetro  $A$ , y es definido por Ramey<sup>12</sup> como:

$$A \equiv \frac{c_{pf} w_f}{2\pi} \left[ \frac{k_e + (r_{to} U_{to} T_D)}{r_{to} U_{to} k_e} \right] \dots \dots \dots (3.33)$$

**3.3.5 Parámetro de relajación  $L_R$  (1/A).** La ecuación 3.31 muestra que la pérdida de calor (o ganancia) por el fluido en el pozo a la formación es directamente proporcional a  $(T_f - T_{ei})$  y al parámetro  $L_R$ . Así,  $L_R$  puede ser visto como un tipo de coeficiente general de transferencia de calor para el sistema formación-pozo, y sus unidades son 1/longitud ( $pie^{-1}$  o  $m^{-1}$ ). Nota se debe tomar en cuenta que  $L_R$  contiene propiedades térmicas tanto de la formación como del pozo. También incluye la función de la temperatura adimensional  $T_D$ , la cual varía con el tiempo. Sin embargo.  $T_D$  es una función débil del tiempo, especialmente en tiempos de producción grandes. Por lo tanto, como  $L_R$  tiene una mejor aproximación, es más utilizado en la práctica.

El coeficiente general de transferencia de calor puede variar con la profundidad debido a los cambios que existen en la configuración del pozo y por los distintos estratos que existen a lo largo de la formación, además, como la ecuación 3.21 sugiere convección natural en el espacio anular, esto puede contribuir significativamente en el valor de U. La conducción por convección natural, también varía con respecto a la profundidad del pozo, por lo que  $L_R$  es una función de la profundidad. Sin embargo, la variación del parámetro  $L_R$  suele ser pequeño y generalmente despreciable debido a que  $U_{to}$  aparece tanto en el numerador como en el denominador de la ecuación 3.32. La suposición de que  $L_R$  es constante tiene consecuencias importantes para la solución de la ecuación diferencial que representa la temperatura del fluido en el pozo, lo cual se discutirá en el tema 3.3.

**3.3.6 Transferencia de calor en el riser.** El cálculo de la temperatura del fluido de un pozo que está en un entorno marino es tarea difícil porque se debe tomar en cuenta el transporte de energía a través del agua y del aire hacia el riser. Dependiendo de la longitud del riser y de la temperatura del agua, la temperatura de los fluidos del pozo podría verse afectada de manera significativa. Para el caso de la producción a través del agua de mar, se asume que la configuración de la tubería de producción y la tubería de revestimiento no están cementadas. Por lo tanto, el flujo de calor Q, a través sucesivas capas de resistencias cilíndricas, está dada por:

$$Q = -2\pi r_{to} U_{t\infty} (T_f - T_{\infty i}) \dots \dots \dots (3.34)$$

Donde  $T_{\infty i}$  representa la temperatura estática del agua de mar lejos del pozo a una cierta profundidad. La variación en la temperatura del agua con respecto a la profundidad es necesaria para utilizar la ecuación 3.34. En la mayoría de los casos, la temperatura del agua decrementa con respecto a la profundidad, pero de una manera no lineal. La Figura 3.5 muestra los perfiles medidos de la corriente marina y de la temperatura del agua con respecto a la profundidad.

El coeficiente general de transferencia de calor  $U_{t\infty}$  en el área superficial externa de la TP está dada por:

$$\frac{1}{U_{t\infty}} = \frac{r_{to}}{r_{ii} h_f} + \frac{r_{to} \ln(r_{to} / r_{ii})}{k_t} + \frac{1}{h_a} + \frac{r_{to} \ln(r_{co} / r_{ci})}{k_c} + \frac{r_{to}}{r_{co} h_{\infty}} \dots \dots \dots (3.35)$$

## Transferencia de calor en el pozo

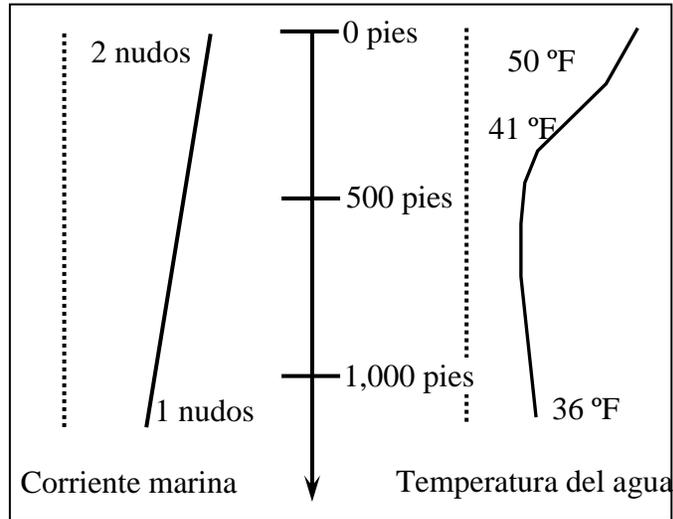


Figura 3.5 Perfiles de velocidad y temperatura del agua de mar <sup>4</sup>

La ecuación 3.34 puede ser reformulada de la misma forma que la ecuación 3.33. Comparando estas dos ecuaciones para el caso de operaciones de producción/inyección en tuberías sumergidas, se deriva la expresión para el parámetro de relajación  $L_{Rc}$  como:

$$L_{Rc} = \frac{2\pi r_{to} U_{t\infty}}{c_{pf} W_f} \dots \dots \dots (3.36)$$

Durante la producción a través del mar, la transferencia de calor predominante es por convección forzada debido a las corrientes marinas, especialmente en la interface aire/agua. Por lo que Fishenden-Saunders<sup>29</sup> recomiendan utilizar la siguiente correlación para flujo a través de tubería vertical:

$$Nu = 0.26(Re)^{0.6}(Pr)^{0.3} \dots \dots \dots (3.37)$$

Donde:  $Nu = \frac{h_{\infty} d}{k_{\infty}}$ ,  $Pr = \frac{c_{p\infty} \mu_{\infty}}{k_{\infty}}$

Gebhart<sup>31</sup> presenta otra correlación con una pequeña diferencia:

$$Nu = [0.35 + 0.56(Re)^{0.52}] (Pr)^{0.3} \dots \dots \dots (3.38)$$

Nota: Los valores obtenidos con las ecuaciones 3.37 y 3.38 son muy similares. Estas expresiones también son aplicables para pozos expuestos a corrientes de aire.

### 3.4 Temperatura del fluido del pozo

Al relacionar el gradiente de temperatura del fluido (ec. 3.15) con la expresión de pérdida de calor hacia la formación Q (ec. 3.31) se obtiene la siguiente ecuación.

$$\frac{dT_f}{dz} = \pm(T_f - T_{ei})L_R - \frac{g \sin \theta}{c_{pf} J g_c} - \frac{v}{c_{pf} J g_c} \frac{dv}{dz} + C_J \frac{dp}{dz} \dots \dots \dots (3.39)$$

Donde el signo (+) aplica a la producción y el signo (-) a la inyección. Se asume que no existen perturbaciones en la temperatura de la formación  $T_{ei}$ , por lo que esta varía linealmente con la profundidad. Por lo tanto, se puede escribir la expresión para  $T_{ei}$  para pozos desviados con longitud L como:

$$T_{ei} = T_{eibh} - (L - z)g_G \sin \theta \dots \dots \dots (3.40)$$

Donde  $g_G$  representa el gradiente geotérmico en términos de la profundidad vertical, y  $T_{eibh}$  es la temperatura estática de la formación en el fondo del pozo (z es positivo en dirección descendente). Incluso cuando la temperatura de la tierra no es lineal con respecto a la profundidad, esta puede ser representada con pocas ecuaciones lineales. La ecuación 3.39 se puede escribir como:

$$\frac{dT_f}{dz} = \pm L_R (T_f - T_{ei}) - \frac{g \sin \theta}{c_{pf} J g_c} + \phi \dots \dots \dots (3.41)$$

Donde:

$$\phi = - \frac{v}{c_{pf} J g_c} \frac{dv}{dz} + C_J \frac{dp}{dz} \dots \dots \dots (3.42)$$

La ecuación 3.41 muestra que el cambio en la temperatura del fluido con respecto a la profundidad depende de la diferencia de temperaturas entre el fluido del pozo y la vecindad de la formación. Durante la producción, cuando  $T_f > T_{ei}$ , la temperatura del fluido disminuye a medida que va ascendiendo ( $\Delta z$  es negativo).

#### 3.4.1 Temperatura del fluido de producción monofásico y multifásico

**Flujo en una sola fase (líquido).** Como los líquidos esencialmente son incomprensibles, es posible simplificar la ecuación 3.41 para flujo monofásico (aceite o agua). Por ejemplo, al cambiar la velocidad del fluido con respecto a la profundidad ( $dv/dz$ ), esta se vuelve despreciable, además, la variación de la densidad con respecto a la presión es muy pequeña, por lo que se puede escribir:

## Transferencia de calor en el pozo

---

$$dH = dE + d(pV) = c_{pf}dT + Vdp \dots\dots\dots (3.43)$$

$$y C_J \equiv \frac{1}{c_{pf}} \left[ \frac{\partial H}{\partial p} \right]_T = \frac{V}{c_{pf}} = \frac{1}{\rho c_{pf}} \dots\dots\dots (3.44)$$

Por lo tanto, para fase líquida:

$$\phi \equiv -\frac{v}{c_{pf} J g_c} \frac{dv}{dz} + C_J \frac{dp}{dz} = \frac{1}{\rho c_{pf}} \frac{dp}{dz} \dots\dots\dots (3.45)$$

Sin embargo, para flujo en una sola fase líquida, la pérdida de presión en la cabeza es casi igual al gradiente de presión total. En otras palabras:  $dp/dz \approx \rho(g/g_c)\sin\theta$ , por lo tanto, la ecuación 3.41 se reduce a:

$$\frac{dT_f}{dz} = L_R(T_f - T_{ei}) = L_R T_f - T_{eih} + (L-z)g_g \sin\theta \dots\dots\dots (3.46)$$

También se puede llegar a la ecuación 3.46, debido a que para los líquidos, el balance de energía (Eq. 3.13) puede ser simplificado a:

$$c_{pf} \frac{dT}{dz} = -\frac{Q}{w_f} = (T_f - T_{ei})L_R$$

Si se asume que el parámetro de relajación  $L_R$  no varía con respecto a la profundidad del pozo, la ecuación 3.46 se convierte en una ecuación diferencial lineal de primer orden, por lo tanto al integrar la ecuación 3.46 que da como:

$$T_f = T_{ei} + \left( \frac{g_G \sin\theta}{L_R} \right) + ICe^{(z-L)L_R} \dots\dots\dots (3.47)$$

Donde  $IC$ , representa la constante de integración. En el fondo del pozo ( $z=L$ ), la temperatura del fluido es igual a la temperatura de la formación ( $T_f = T_{eih}$ ). Por lo tanto:

$$T_f = T_{ei} + \frac{g_G \sin\theta(1 - e^{(z-L)L_R})}{L_R} = T_{eih} - g_G \sin\theta \left[ (L-z) - \frac{(1 - e^{(z-L)L_R})}{L_R} \right] \dots\dots\dots (3.48)$$

La ecuación 3.48 indica que la temperatura del fluido decremente exponencialmente desde el fondo del pozo ( $z=L$ ) hasta la cabeza del mismo, también muestra que la temperatura del fluido y de la formación, es la misma en el fondo. Sin embargo, la temperatura del fluido en cualquier otra parte del pozo es mayor que la temperatura de la formación. La diferencia entre la temperatura del fluido del pozo y la formación, gradualmente aumenta a medida que el fluido asciende por el pozo. Para pozos

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

profundos,  $(z-L)L_R$  podría convertirse en un número negativo grande, el cual conduce a la expresión de diferencia de temperaturas entre el fluido del pozo y la formación, la cual se escribe como:

$$T_f - T_{ei} = \frac{g_G \sin \theta}{L_R} \dots \dots \dots (3.49)$$

Las ecuaciones 3.48 y 3.49 muestran que para pozos muy profundos, la diferencia de temperaturas  $(T_f - T_{ei})$  podría asintóticamente aproximarse a un valor constante. La magnitud de esta diferencia de temperaturas depende del valor del parámetro de relajación  $L_R$ , por lo tanto, si la aproximación asintótica se mantiene, los registros de temperatura se pueden utilizar para estimar el valor de  $L_R$ . Cuando están disponibles las propiedades térmicas necesarias para el cálculo de  $L_R$  (Ec. 3.33), se pueden utilizar los registros de temperatura para calcular el flujo en las diferentes zonas productoras, como fue propuesto por Curtis y Witterholt<sup>32</sup>. Esta estimación es posible porque  $L_R$  es inversamente proporcional al gasto másico. Sin embargo, diversas hipótesis, inherentes a este enfoque, a menudo hacen estimaciones muy aproximadas.

**Flujo en una sola fase (gas).** Los pozos de gas son un poco más complicados que los de aceite, porque la presión estática en la cabeza no se puede cancelar en el término  $\Phi$ . Sin embargo, para gases que están sometidos a bajas presiones,  $\Phi$  es usualmente pequeño y por lo tanto se considera despreciable. En este caso, con el procedimiento utilizado para resolver la ecuación 3.46, se puede obtener la siguiente expresión a partir de la ecuación 3.41.

$$T_f = T_{ei} + \frac{1 - e^{(z-L)L_R}}{L_R} \left[ g_G \sin \theta - \frac{g \sin \theta}{c_{pf} J g_c} \right] \dots \dots \dots (3.50)$$

Cuando los gases están sometidos a altas presiones, la densidad de los mismos es comparable con la densidad de los líquidos, por lo tanto, la ecuación 3.49 es más apropiada que la ecuación 3.50.

**Flujo multifásico (gas - Líquido).** Para pozos que producen flujo multifásico y para algunos pozos de gas, la ecuación 3.41 debe ser resuelta por completo. Si se asume que  $\Phi$  y  $L_R$  son independientes con respecto a la profundidad del pozo, la ecuación

## Transferencia de calor en el pozo

---

3.41 se convierte en una ecuación diferencial lineal de primer orden. La solución de la ec. 3.41 con  $T_f = T_{eibh}$  en el fondo del pozo es:

$$T_f = T_{ei} + \frac{1 - e^{(z-L)L_R}}{L_R} \left[ g_G \sin \theta + \phi - \frac{g \sin \theta}{c_{pf} J g_c} \right] \dots \dots \dots (3.51)$$

Nota: la ecuación 3.51 es general por lo que se puede aplicar para flujo en una sola fase ya sea gas o líquido y a flujo en dos fases. Para el flujo de líquido en una sola fase,  $\Phi$  es igual a la presión hidrostática ( $\Phi = g \sin \theta / J g_c$ ) por lo que la ecuación 3.51 se reduce a la ecuación 3.48, mientras que para flujo de gas en una sola fase  $\Phi$  es despreciable y se reduce a la ecuación 3.50.

Para utilizar la ecuación 3.51, es necesario obtener el valor del parámetro  $\Phi$  el cual depende de muchas variables, tales como el gasto de flujo másico, la relación gas-líquido y la presión del pozo. Hazan-Kabir<sup>20</sup> utilizaron una expresión empírica para encontrar el valor de  $\Phi$ , la cual fue desarrollado por Sagar<sup>18</sup>, y es válida para gastos másicos menores a 5 lbm/seg:

$$\begin{aligned} \phi = & -0.002978 + 1.006 \times 10^{-6} p_{wh} + 1.906 \times 10^{-4} w_f - 1.047 \times 10^{-6} GLR \\ & + 3.229 \times 10^{-5} API + 0.004009 \gamma_g - 0.3551 g_G \end{aligned} \dots \dots \dots (3.52)$$

Para gastos mayores a 5 lbm/seg, Sagar establece que  $\Phi = 0$ . Una alternativa a esta aproximación empírica es el uso del coeficiente de Joule-Thompson para flujo de fluidos en dos fases, el cual se deriva del primer principio de Alves et al.<sup>19</sup> y está dado por:

$$C_J \equiv \frac{1}{c_{pf}} \left[ \frac{X_g}{\rho_g} \left( -\frac{T}{z} \left( \frac{\partial z}{\partial T} \right)_p \right) + \frac{1 - X_g}{\rho_L} \right] \dots \dots \dots (3.53)$$

Donde  $x$  es la fracción másica de la fase vapor. Se recomienda usar la ecuación 3.53 porque es más general. El parámetro  $\Phi$ , se calcula a partir de  $C_J$  variará un poco con la profundidad del pozo ya sea para flujo de gas o flujo multifásico. El uso de un valor promedio, evaluado en el punto medio del pozo, ofrece una precisión suficiente en la mayoría de los casos.

**3.4.2 Cálculo de la temperatura en pozos de inyección.** Los pozos de inyección son comunes en las operaciones petroleras. A veces parte del agua o gas producidos son inyectados de nuevo a la formación para el mantenimiento de presión. Las operaciones de recuperación secundaria o terciaria también demandan la inyección de fluidos. La inyección directa de vapor dentro de la formación aumenta la temperatura del fluido del yacimiento con la finalidad de disminuir su viscosidad. En estas y otras aplicaciones, uno debe de ser capaz de calcular la temperatura y el gasto del fluido inyectado.

La ecuación 3.41 describe la temperatura del fluido en el pozo donde el signo negativo es válido para pozos con inyección sin efecto de evaporación-condensación. Al integrar dicha ecuación para un pozo inyector con temperatura del fluido en la cabeza del pozo  $T_{fwh}$  y temperatura de la superficie de la formación  $T_{es}$  como condiciones de frontera conocidas, se obtiene:

$$T_f = T_{ei} - \frac{1 - e^{(z-L)L_R}}{L_R} \left[ g_G \sin \theta + \phi - \frac{g \sin \theta}{c_{pf} J g_c} \right] + e^{-zL_R} (T_{fwh} - T_{es}) \dots \dots \dots (3.54)$$

**3.4.3 Gradiente Geotérmico Variable.** En ocasiones se pueden encontrar formaciones geológicas con diferentes características de transferencia de calor, ocasionando que exista un gradiente geotérmico variable. En tales casos, la ecuación 3.41 puede ser integrada mediante la división del pozo en un cierto número de intervalos, en los cuales, el gradiente geotérmico es constante. La temperatura calculada del fluido al final de un intervalo, se utiliza como valor conocido de temperatura al inicio del siguiente intervalo. Por lo tanto, la producción de una formación con dos valores de gradiente geotérmico  $g_{G1}$  y  $g_{G2}$ , la expresión para la temperatura del fluido del intervalo inferior del pozo está dado por la ecuación 3.51, mientras que para el intervalo superior, está dada por:

$$T_f = T_{ei} + \frac{1 - e^{(z-L)L_R}}{L_R} \left[ g_{G2} \sin \theta + \phi - \frac{g \sin \theta}{c_{pf} J g_c} \right] + e^{(z-L)L_R} (T_{f1} - T_{ei1}) \dots \dots \dots (3.55)$$

Donde  $T_{f1}$  y  $T_{ei1}$  representan la temperatura del fluido y de la formación en la interface de los dos intervalos. El procedimiento, se puede extender a un número infinito de intervalos.

## *Transferencia de calor en el pozo*

**Ejemplo 3.1.** Datos reportados por Sagar et al.<sup>18</sup> de un pozo vertical fluyente se utiliza para mostrar el procedimiento del cálculo de la temperatura del fluido de un pozo productor. Los gastos y dimensiones del pozo se dan a continuación.

$q_{vo} = 59$ (bbl/D)	$d_{ti} = 2.875$ (pg)	$T_{ewh} = 76$ (°F)
$q_{vw} = 542$ (bbl/D)	$d_{to} = 3.00$ (pg)	$T_{eibh} = T_{fbh} = 108$ (°F)
$q_{vg} = 41$ (MMpc/D)	$d_w = 9.00$ (pg)	Profundidad
$\gamma_o = 34.3$ °API	$d_{ci} = 6.46$ (pg)	$L = 5,355$ (pies)
$\gamma_g = 1.01$	$d_{co} = 7.00$ (pg)	Tiempo de producción:
$\gamma_w = 1.04$	$\rho_{wh} = 113$ (psig)	$t_p = 158$ (hr)

Los siguientes valores son comunes para las propiedades térmicas de los materiales que son usados en el pozo:

$k_e = 1.40$ Btu/(hr-pie-°F)	$k_f = 0.1$ Btu/(hr-pie-°F)	$\mu_f = 1.1$ cp
$k_{cem} = 4.021$ Btu/(hr-pie-°F)	$c_{pf} = 0.947$ Btu/(lbm-°F)	$\alpha_f = 0.04$ pie/seg <sup>2</sup>
$k_a = 0.383$ Btu/(hr-pie-°F)	$\mu_a = 1.5$ cp	

Para calcular el coeficiente general de transferencia de calor con la ecuación 3.21, se debe estimar  $h_a$  en el espacio anular con la ecuación 3.24. Este paso requiere de la evaluación del número de Grashof dado por la ecuación 3.25, el cual requiere de la diferencia de temperaturas que existe en el fluido dentro del espacio anular ( $T_{ins} - T_{ci}$ ), a su vez  $T_{ins} - T_{ci}$  requiere de la estimación de  $U_{to}$ , por lo que se necesita iterar para encontrar dichos valores en cada profundidad del pozo. Como se señaló anteriormente, el uso del valor total de  $h_a$  calculado con la ecuación 3.24, generalmente resulta en una temperatura del fluido en el pozo, ligeramente menor a la que debería de tener. Por lo tanto, para el cálculo de  $U_{to}$  se utilizó solamente el 25% del valor de  $h_a$  calculado con la correlación de Dropkin-Sommerscales<sup>28</sup> ( $h_a^*$ ) debido a que esta correlación sobreestima significativamente el coeficiente de transferencia de calor por convección natural en el espacio anular. A condiciones en la cabeza del pozo se obtuvieron los siguientes cálculos:

$Gr = 92,040$	$U_{to} = 8.91$ Btu/(hr pie <sup>2</sup> °F)
$h_a = 38.51$ Btu/(hr pie <sup>2</sup> °F)	$L_R = 2.9 \times 10^{-4}$ pie <sup>-1</sup> ( $A = 3,449$ pies)
$h_a^* = h_a/4 = 9.63$ Btu/(hr pie <sup>2</sup> °F)	

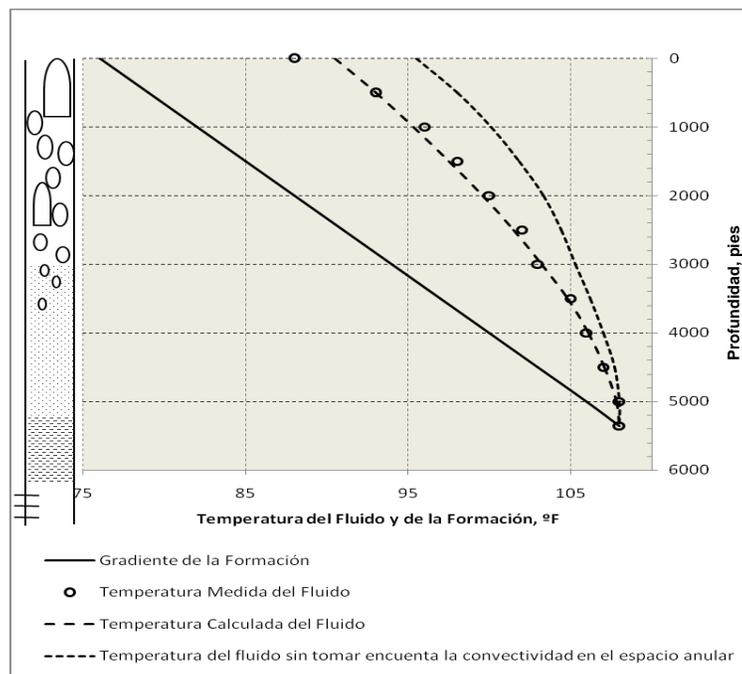
Tomar en cuenta que los valores de  $U$  y  $A$  ( $=1/L_R$ ) difieren considerablemente de los valores calculados por Sagar et al. [ $4.57$  Btu/(hr pie<sup>2</sup> °F) y  $5000$  pies

## Transferencia de calor en el pozo

respectivamente] debido a que ellos no tomaron en cuenta la transferencia de calor por convección en el espacio anular. En este ejemplo, se utilizó la correlación de Sagar (ecuación 3.52) para evaluar  $\Phi$ . En este sistema, donde  $w$  vale 2.41 lbm/seg, se obtuvo un valor de 0.00074 para  $\Phi$ . La ecuación 3.51 da como resultado 90.5 °F de temperatura en la cabeza del pozo, comparado con el valor medido de 88 °F. La Tabla 3.1 muestra la comparación entre los resultados obtenidos y los datos medidos del fluido del pozo fluyente a diferentes profundidades. La Figura 3.6 esquematiza el perfil de temperaturas tanto medido como el estimado.

**Tabla 3.1 Temperatura medida y calculada del fluido en el pozo (Ej. 3.1)**

Profundidad [pies]	$h_a$ [Btu/(hr pie <sup>2</sup> °F)]	$U_o$ [Btu/(hr pie <sup>2</sup> °F)]	A [= (1/L <sub>R</sub> )pie]	Temperatura de la formación (T <sub>e</sub> ) [°F]	Temperatura calculada del Fluido (T <sub>f</sub> ) [°F]	Temperatura medida del Fluido [°F]
0	38.51	29.2	3449	76	90.5	88
500	37.89	29	3468	79	93	93
1000	37.57	28.6	3478	82	95.3	96
1500	36.92	28.2	3499	85	97.5	98
2000	36.12	27.7	3525	88	99.6	100
2500	35.17	27.2	3559	91	101.5	102
3000	34.04	26.4	3601	94	103.2	103
3500	32.39	25.5	3667	97	104.8	105
4000	30.24	24.1	3765	100	106.1	106
4500	27.12	22.2	3934	103	107.1	107
5000	21.69	18.6	4343	106	107.8	108
5355	3.57	3.5	14592	108	108	108



**Figura 3.6 Perfil de temperatura del fluido (Ej. 3.1) <sup>4</sup>**

## *Transferencia de calor en el pozo*

---

De acuerdo al cálculo de la temperatura del fluido (curva punteada) con los valores medidos (círculos abiertos) parece bastante bueno. La experiencia muestra que con estos y otros datos de campo solo es necesario utilizar en la práctica la cuarta parte del valor de  $h_a$  estimada con la ecuación 3.50. Los cálculos sugieren que un valor mayor para  $k_e$  cerca de la cabeza del pozo en comparación con el resto de la formación, ofrece una mejor aproximación. La curva superior de la Figura 3.6 muestra que la temperatura del fluido fluyendo podría ser calculado si la convección en el espacio anular es ignorada.

La Tabla 3.1, muestra que el coeficiente general de transferencia de calor,  $U_{to}$ , es mucho más pequeño en el fondo del pozo que en la cabeza del mismo. La marcada variación en los valores de  $U_{to}$  con respecto a la profundidad del pozo es el resultado directo de la transferencia de calor por convección natural que existe en el espacio anular. Debido a que existen pequeñas diferencias de temperatura entre el fluido de la tubería y la formación cerca del fondo del pozo, también existe una pequeña diferencia de temperaturas en el espacio anular ( $T_{ins} - T_{ci}$ ), y por consiguiente en  $h_a$ . Este valor bajo de  $h_a$  conduce a un valor más pequeño para  $U_{to}$ . En la cabeza del pozo, sucede lo contrario, resultando en un coeficiente general de transferencia de calor mucho mayor. Como se sabe, el espacio anular no está totalmente lleno de líquido hasta la cabeza del pozo, sino que el gas es el que ocupa la mayoría del espacio anular. En tales casos, los cálculos deben hacerse en segmentos ya que esto permite que  $h_a$  sea variable con respecto a la profundidad del pozo, estimando así la composición del fluido en el espacio anular.

# CAPÍTULO 4

## **Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación**

---

La producción de hidrocarburos a menudo implica más que el escenario de una sarta individual. La necesidad económica ha obligado a que no solo la tubería de producción debe transportar los fluidos del yacimiento a la superficie, sino a la vez utilizar el espacio anular para aumentar la producción en forma independiente, así como también recurrir al uso sistemas artificiales de producción como el bombeo neumático para hacer que los pozos sean fluyentes. La transferencia de calor se complica cuando la producción es a través de un entorno marino (costa afuera) debido al agua de mar y el aire (ver Capítulo 3). Estos y otras configuraciones complejas demandan el conocimiento de los perfiles de temperatura y presión para poder optimizar la producción.

Las soluciones de la mayoría de los problemas de flujo de calor, que se han planteado y resuelto para sistemas sencillos como los mostrados en el Capítulo 2, pueden ser aplicadas a un pozo de geometría cualquiera y con varias condiciones como: flujo de fluidos en la TP y/o espacio anular, operaciones de inyección de gas de BN, colocación de las TR`s de diferente diámetro y espesor, distintas litologías en la formación que rodea al pozo, entre otros. Lo que aumenta la complejidad de la solución de los problemas de transferencia de calor en el pozo y conlleva a su vez, a distintas soluciones para predecir el perfil de la temperatura de los fluidos.

En este capítulo se mostrará el planteamiento y la solución de la transferencia de calor en pozos con terminación sencilla, terminación doble y con un sistema artificial de producción (bombeo neumático).

### 4.1 Pozo con terminación vertical sencilla

La terminación sencilla generalmente contempla la selección de un solo horizonte productor para que fluya el petróleo del yacimiento hacia el pozo (ver Figura 4.1a). Como se vio en el capítulo anterior, cuando los fluidos del yacimiento (que se encuentran a una alta temperatura) entran al pozo y comienzan a fluir hacia la superficie, inmediatamente empiezan perder calor hacia la formación porque es más fría. La roca circundante gradualmente aumentará su temperatura reduciendo la diferencia de temperaturas así como la transferencia de calor entre los fluidos y la formación. Eventualmente, para un flujo constante de masa, el material que rodea el pozo alcanza una distribución de temperatura en estado estacionario. La predicción de la temperatura del fluido en el pozo en función de la profundidad y del tiempo, es necesaria para determinar las propiedades físicas de los fluidos y los gradientes de presión. Debido a que la conductividad térmica es alta y la distancia radial entre el flujo de fluidos y la pared del pozo es relativamente pequeña, la transferencia de calor en esta región se puede considerar en estado estacionario. La Figura 4.1b muestra una sección axial de un pozo típico donde se describen la transferencia de calor en estado estacionario, el cual podría ser modificado para configuraciones de terminación diferentes como se verán en los siguientes temas. En esta figura, la transferencia de calor dentro de la TP y el espacio anular es principalmente por convección debido a que están llenos de fluidos, mientras que para el espesor de la TP y TR así como el cemento y la formación, la transferencia de calor es por conducción.

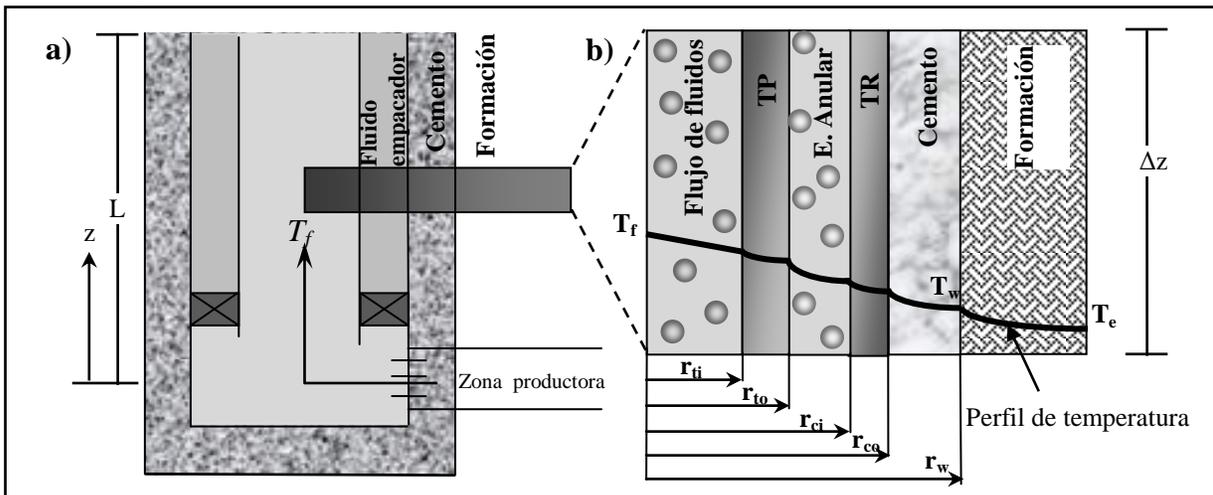


Figura 4.1 a) Terminación sencilla b) Sección transversal del pozo con perfil de temperatura desde el fluido en TP hacia la formación <sup>5</sup>

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

La transferencia de calor por conducción es descrita con la ecuación de Fourier en coordenadas radiales:

$$Q = -2\pi r \Delta z k \frac{\partial T}{\partial r} \dots \dots \dots (4.1)$$

Integrando la ecuación anterior:  $T_2 - T_1 = \frac{Q}{2\pi \Delta z} \frac{\ln(r_1 / r_2)}{k_{1-2}} \dots \dots \dots (4.2)$

La transferencia de calor resultante para convección radial puede ser descrita como:

$$Q = 2\pi r \Delta z h \Delta T \dots \dots \dots (4.3)$$

Si la transferencia de calor en estado estacionario ocurre en el pozo, Q es constante. En la Tabla 4.1 se muestran las expresiones para el cambio de temperatura a través del pozo de la Figura 4.1 desarrolladas a partir de las ecuaciones 4.2 y 4.3:

**Tabla 4.1 Expresiones del cambio de temperatura en cada elemento del pozo de la figura 2.1b**

Convección en el fluido de producción	Conducción en el espesor de la TP	Convección en el espacio anular
$T_f - T_{ii} = \frac{Q}{2\pi \Delta z} \frac{1}{r_{ii} h_f} \dots (4.4)$	$T_{ii} - T_{to} = \frac{Q}{2\pi \Delta z} \frac{\ln(r_{to} / r_{ii})}{k_t} \dots 4.5$	$T_{to} - T_{ci} = \frac{Q}{2\pi \Delta z} \frac{1}{r_{ci} h_a} \dots (4.6)$
Conducción en el espesor de la TR	Conducción en el cemento	Conducción y proceso transitorio en la formación
$T_{ci} - T_{co} = \frac{Q}{2\pi \Delta z} \frac{\ln(r_{co} / r_{ci})}{k_c} \dots (4.7)$	$T_{co} - T_w = \frac{Q}{2\pi \Delta z} \frac{\ln(r_w / r_{co})}{k_{cem}} \dots (4.8)$	$T_w - T_e = \frac{Q}{2\pi \Delta z} \frac{T_D}{k_e} \dots (4.9)$

La transferencia de calor en la formación que rodea al pozo, es por conducción térmica y se considera un proceso transitorio  $T_D(t)$ . Éste se calcula con la siguiente expresión (para tiempos de producción  $t_p$  mayores a una semana):

Si  $x = (4t_D)^{-1} < 0.0025$ :  $T_D = -0.5[\ln(x) + 0.5772] = 0.405 + 0.5 \ln(t_D) \dots (4.10)$

Dónde  $t_D = \frac{\alpha_e t_p}{r_w^2}$  y  $\alpha_e = \frac{k_e}{\rho_e c_{pe}}$

Hasan y Kabir mostraron que para un yacimiento típico, la ec. 4.10 puede causar significantes errores para tiempos menores a 250 horas. Así que definieron las siguientes ecuaciones para cualquier tiempo de producción:

Si  $t_D \leq 1.5$ :  $T_D = 1.1281 \sqrt{t_D} (1 - 0.3 \sqrt{t_D}) \dots \dots \dots (4.11)$

Si  $t_D > 1.5$ ,  $T_D = [0.4063 + 0.5 \ln(t_D)] \left( 1 + \frac{0.6}{t_D} \right) \dots \dots \dots (4.12)$

## *Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación*

Hasan-Kabir<sup>20</sup> también afirmaron que, en la mayoría de los casos de producción de aceite, la diferencia de temperatura que cruza el espacio anular es relativamente pequeña y la transferencia de calor por convección natural llega a ser importante. Como en la literatura no se reporta ningún trabajo de la transferencia de calor por convección natural en geometrías de espacio anular vertical, ellos recomiendan usar:

$$h_a = \frac{0.049(GrPr)^{1/3} Pr^{0.074} k_a}{r_{io} \ln(r_{ci} / r_{io})} \dots \dots \dots (4.13)$$

Donde el  $Gr$  refleja el grado del movimiento del fluido en el espacio anular como resultado de una convección natural:

$$Gr = \frac{(r_{ci} - r_{io})^3 g \rho_a^2 \beta (T_{io} - T_{ci})}{\mu_a^2} \dots \dots \dots (4.14)$$

La densidad del fluido anular calentado a lado de la pared de la TP es menor que el fluido a lado de la TR, creando una fuerza debido a la flotación. El producto de  $\beta$  (coeficiente de expansión térmica) y la diferencia de temperatura, es una medida de la diferencia de la densidad. Las fuerzas viscosas trabajan en contra de las fuerzas de flotación, generando un movimiento circular del fluido en el espacio anular. El número de Prandtl es una medida de interacción entre la capa límite hidrodinámica y la capa límite térmica y está definido como:

$$Pr = \frac{\mu_a c_{pa}}{k_a} \dots \dots \dots (4.15)$$

Combinando las ecuaciones 4.4 a 4.9 y observando la Figura 4.1b, se puede determinar el cambio de temperatura total entre los fluidos dentro de la TP y la temperatura geotérmica de la formación alrededor del pozo:

$$T_f - T_e = \frac{Q}{2\pi\Delta z} \left[ \frac{1}{r_{ii} h_f} + \frac{\ln(r_{io} / r_{ii})}{k_t} + \frac{1}{r_{ci} h_a} + \frac{\ln(r_{co} / r_{ci})}{k_c} + \frac{\ln(r_w / r_{co})}{k_{cem}} + \frac{T_D}{k_e} \right] \dots \dots \dots (4.16)$$

Una expresión simple para la pérdida de calor total de los fluidos en la tubería puede ser estimada con la ley de enfriamiento de Newton.

$$Q = 2\pi r_{io} \Delta z U \Delta T \dots \dots \dots (4.17)$$

Donde  $U$  es el coeficiente general de transferencia de calor. Comparando las ecs. 4.16 y 4.17,  $(r_{io} U)^{-1}$  es el término entre corchetes de la ecuación 4.16.

**4.1.1 Predicción de la temperatura.** La predicción de la temperatura en los pozos requiere de los principios de la conservación de masa, movimiento y energía. Esto puede lograrse mediante el acoplamiento del gradiente de presión y el gradiente de entalpia los cuales están dados por las ecuaciones 4.18 y 4.19.

$$\frac{dp}{dz} = -\tau \frac{\pi d}{A} - \rho g \sin \theta - \rho v \frac{dv}{dz} \dots \dots (4.18)$$

$$\frac{dH}{dz} = -q \frac{\pi d}{w} - \frac{v}{g_c J} \frac{dv}{dz} - \frac{g \sin \theta}{g_c J} \dots \dots (4.19)$$

Donde A en ec. 4.18 es el área transversal del ducto. La complejidad de estas ecuaciones requiere de una solución analítica muy rigurosa. Sin embargo Sagar<sup>18</sup>, Alves<sup>19</sup>, Hasan-Kabir<sup>20</sup> presentaron una solución analítica aproximada. La formulación de Alves<sup>18</sup> es para flujo en tuberías con cualquier grado de inclinación. Su solución se simplifica a las ecuaciones presentadas por Ramey<sup>12</sup> para el caso de inyección en pozos, y por Coulter-Bardon<sup>16</sup> para el caso de líneas totalmente horizontales (ver Tabla 4.2). Dado que el método de Alves<sup>18</sup> requiere de menos suposiciones, debería generar predicciones más precisas, sin embargo, numerosas publicaciones que están relacionadas principalmente con la inyección de vapor o producción de pozos, son modificaciones del método de Ramey<sup>12</sup> para el cálculo de los coeficientes de transferencia de calor. A continuación se muestra un resumen de la solución de Alves<sup>19</sup>.

**Solución de Alves<sup>18</sup>.** Debido a que la entalpia es una propiedad de estado,  $H = H(\rho, T)$ , un cambio en la entalpia puede calcularse teniendo en cuenta los efectos de temperatura y presión por separado, así que:

$$dH = \left( \frac{\partial H}{\partial T} \right)_p dT + \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp = c_p dT + \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp \dots \dots (4.20)$$

Considerando un proceso isoentálpico:

$$dH = 0 = c_p dT + \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right)_T dp \quad \text{ó} \quad \left( \frac{\partial H}{\partial p} \right)_T = -c_p \left( \frac{dT}{dp} \right)_H = -c_p C_J \dots \dots (4.21)$$

Donde  $C_J$  es el coeficiente de Joule-Thompson y representa enfriamiento o calentamiento isoentálpico por expansión. Combinando las ecs. 4.20 y 4.21 se obtiene:

$$dH = c_p dT - c_p C_J dp \dots \dots (4.22)$$

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

Al combinar las ecuaciones 4.22 y 4.19 encontramos:

$$c_p \frac{dT_f}{dz} - c_p C_j \frac{dp}{dz} = -\frac{g \sin \theta}{g_c J} - \frac{v}{g_c J} \frac{dv}{dz} - \frac{U \pi d}{w} (T_f - T_e) \dots \dots \dots (4.23)$$

La ecuación diferencial 4.23 puede ser simplificada:

$$\frac{dT_f}{dz} + \frac{T_f}{A} = \frac{T_e}{A} + \frac{1}{J \rho c_p} \frac{dp}{dz} \phi \dots \dots \dots (4.24)$$

Donde  $A = \frac{c_p w}{U \pi d} \dots \dots \dots (4.25)$

y  $\phi = \left( \frac{J \rho C_j c_p (dp/dz) - \rho g \sin \theta / g_c - (\rho v / g_c)(dv/dz)}{(dp/dz)} \right) \dots \dots \dots (4.26)$

El valor de A en la ec. 4.25 es independiente de las propiedades físicas de los fluidos mientras que en la ec. 4.37, depende de estas. Si la temperatura de la roca que rodea al pozo ( $T_e$ ) varía linealmente con la profundidad, se tiene:

$$T_e = T_{ei} - g_G z \sin \theta \dots \dots \dots (4.27)$$

Donde  $T_{ei}$  Es la temperatura en la entrada de la TP y suele tomarse como la temperatura del yacimiento. El gradiente geotérmico,  $g_G$ , varía aproximadamente de 1 a 2 °F/100 pies de profundidad vertical, dependiendo del espesor de la formación, de la presencia de actividad volcánica y/o de otros muchos factores. Al combinar las ecuaciones 4.24 y 4.27 se produce una ecuación diferencial generalizada que incorpora tanto a la entalpia como al gradiente de presión:

$$\frac{dT_f}{dz} = \frac{T_f}{A} = \frac{T_{ei}}{A} - \frac{g_G z \sin \theta}{A} + \frac{1}{J \rho c_p} \frac{dp}{dz} \phi \dots \dots \dots (4.28)$$

La ecuación 4.28 puede ser integrada al suponer como valores constantes U,  $c_p$ ,  $C_j$ ,  $g_G$ ,  $\theta$ ,  $v$ ,  $dv/dz$ , y  $dp/dz$ . Su solución es:

$$T_f = (T_{ei} - g_G z \sin \theta) + (T_i - T_{ei}) e^{-z/A} + g_G \sin \theta A (1 - e^{-z/A}) + \frac{1}{J \rho c_p} \frac{dp}{dz} \phi A (1 - e^{-z/A}) \dots \dots \dots (4.29)$$

La ecuación 4.29 es la solución de Alves<sup>19</sup> y genera todas las expresiones analíticas aproximadas para predecir la temperatura del flujo de fluidos en tuberías bajo diferentes condiciones como se muestra en la Tabla 4.2. La ecuación 4.29 se recomienda cuando se calcula los cambios de temperatura en pozos con flujo multifásico. Para ello es necesario definir varias propiedades físicas en términos de la mezcla.

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

**Tabla 4.2 Solución de Alves<sup>19</sup> bajo diferentes condiciones**

Caso	Solución aproximada para predecir la temperatura del flujo de fluidos
<b>Flujo horizontal</b> Condiciones: $\theta = 0^\circ$ Efectos de aceleración despreciables	$\phi = J\rho C_j c_p \dots \dots \dots (4.30)$ $T_f = T_{ei} + (T_i - T_{ei})e^{-z/A} + C_j \frac{dp}{dz} A(1 - e^{-z/A}) \dots \dots \dots (4.31)$ T <sub>f</sub> es equivalente a la ecuación de Coulter y Bardon para tuberías horizontales
<b>Gas ideal</b> Condiciones: $C_j = 0$ Efectos de aceleración despreciables	$\phi = \left( \frac{-\rho g \sin \theta / g_c}{dp/dz} \right) \dots \dots \dots (4.32)$ $T_f = (T_{ei} - g_G z \sin \theta) + (T_i - T_{ei})e^{-z/A} + g_G \sin \theta A(1 - e^{-z/A}) - \frac{g \sin \theta}{Jg_c c_p} A(1 - e^{-z/A})$ (4.33). T <sub>f</sub> es equivalente a la ecuación de Ramey para un gas ideal
<b>Líquido incompresible</b> Condición: $C_j = -\frac{1}{Jc_p \rho} \dots \dots$ (4.34)	$\phi = \left( \frac{-(dp/dz) - (\rho g \sin \theta / g_c) - (\rho v / g_c)(dv/dz)}{(dp/dz)} \right) = \left( \frac{\tau \pi d / A}{(dp/dz)} \right) \dots \dots \dots (4.35)$ Despreciando la fricción, $\Phi = 0$ $T_f = (T_{ei} - g_G z \sin \theta) + (T_i - T_{ei})e^{-z/A} + g_G \sin \theta A(1 - e^{-z/A}) \dots \dots \dots (4.36)$ T <sub>f</sub> es equivalente a la expresión de Ramey para flujo de líquidos incompresibles

Al comparar la ecuación 4.29 y 4.36 se observa que la solución de Alves<sup>19</sup>, en realidad es la misma que la solución de Ramey<sup>12</sup> para fluido en una sola fase, más un término de corrección. El término de corrección está en función del gradiente de presión total y del parámetro adimensional  $\Phi$ . El análisis de este coeficiente adimensional muestra que el término de corrección llega a ser importante.

El cálculo del flujo de temperatura como una función de la profundidad y del tiempo, puede ser muy tedioso debido a la complejidad del coeficiente general de transferencia de calor en la ecuación 4.17. Shiu-Beggs<sup>17</sup> propusieron una correlación empírica para la estimación de A, la cual fue desarrollada a partir de un amplio conjunto de estudios de flujo-temperatura. La ecuación resultante es independiente del tiempo pero las propiedades físicas  $API$ ,  $\gamma_g$ ,  $\rho_L$  cambian con respecto a la profundidad y presión:

$$A = 0.0149(w)^{-0.5253}(d_{ti})^{-0.2904}(API)^{0.2608}(\gamma_g)^{4.4146}(\rho_L)^{2.9303} \dots \dots \dots (4.37)$$

Donde  $w$  = libras por segundo,  $d_{ti}$  = pg y  $\rho_L$  = lb/pc.

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

**Ejemplo 4.1. Comparación de las predicciones de temperatura.** Un flujo de aceite monofásico es transportado por TP la cual esta cementada desde la superficie hasta el fondo del pozo como se muestra en la Figura 4.2. Los datos del pozo están en la Tabla 4.3. Utilizar la ecuación 4.36 y la correlación de Shiu-Beggs para estimar A. Calcular la temperatura en la cabeza del pozo después de que este ha fluido durante 2 semanas.

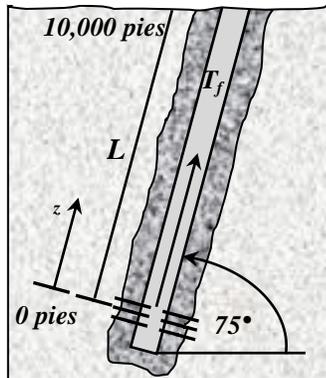


Figura 4.2 Pozo inclinado con flujo monofásico de aceite

Tabla 4.3 Datos del pozo inclinado

$k_{cem} = 0.42 \text{ Btu/hr pie } ^\circ\text{F}$	$r_{to} = 2.750 \text{ pg}$
$k_t = 25 \text{ Btu/hr pie } ^\circ\text{F}$	$r_{ti} = 2.446 \text{ pg}$
$k_e = 1.4 \text{ Btu/hr pie } ^\circ\text{F}$	$r_w = 4.0 \text{ pg}$
$k_o = 0.08 \text{ Btu/hr pie } ^\circ\text{F}$	$\gamma_g = 0.8$
$c_{po} = 0.65 \text{ Btu/lbm}^\circ\text{F}$	$g_G = 0.015 \text{ }^\circ\text{F/pie}$
$\alpha_e = 0.04 \text{ pie}^2/\text{hr}$	API = 30°
$q_{vo} = 5,000 \text{ bbl/D}$	$L = 10,000 \text{ pies}$
$T_{bh} = T_{ei} = 200 \text{ }^\circ\text{F}$	$\theta = 75^\circ$
$\mu_o = 1.0 \text{ cp} = 6.72 \times 10^{-4} \text{ lbm/pie}\cdot\text{s}$	$t_p = 2 \text{ semanas}$

### Solución.

Paso 1: se calcula el valor  $h_f$  partiendo de la correlación de Dittus-Boelter para estimar Nu para flujo turbulento en la TP cuando el enfriamiento toma lugar:

$$Nu = 0.023 R_e^{0.8} Pr^{0.3}$$

$$v = \frac{(5,000 \text{ bl / día})(5,615 \text{ pies}^3 / \text{bl})}{(86,400 \text{ seg / día})\pi \left( \frac{2.446 \text{ pg}}{12 \text{ pg / pies}} \right)} = 2.489 \frac{\text{pies}}{\text{seg}}$$

$$\gamma_o = \frac{141.5}{131.5 + 30} = 0.876$$

$$\rho_o = (0.876) \left( 62.4 \frac{\text{lbm}}{\text{pies}^3} \right) = 54.7 \frac{\text{lbm}}{\text{pies}^3}$$

$$Re = \frac{\rho v d}{\mu} = \frac{(54.7)(2.489)(4.892/12)}{6.72 \times 10^{-4}} = 8.259 \times 10^4 \quad Re > 2000, \text{ es flujo turbulento}$$

$$Pr = \frac{\mu_o c_{po}}{k_o} = \frac{(6.72 \times 10^{-4})(3,600)(0.65)}{0.08} = 19.66$$

$$Nu = \frac{h_f d_{ti}}{k_o} = (0.023)(8.259 \times 10^4)^{0.8} (19.66)^{0.3} = 482.3$$

$$h_f = \frac{(482.3)(0.08)}{(4.892/12)} = 94.6 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{pies}^2 \cdot ^\circ\text{F}}$$

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

Paso 2: se determina  $T_D$  con la ec. 4.10.

$$t_D = \frac{\alpha_e t_p}{r_w^2} = \frac{(0.04 \text{ pies}^2 / \text{hr})(2 \text{ semanas})(168 \text{ hr} / \text{semana})}{(4/12)^2} = 120.96$$

$$x = \frac{1}{4t_D} = \frac{1}{4(120.96)} = 0.0021$$

Debido a que  $x < 0.0025$ ,  $T_D$  es:

$$T_D = -\frac{1}{2}[\ln(0.0021) + 0.5772] = 2.794$$

Paso 3: se estima el coeficiente de transferencia de calor con la ecuación 4.16.

$$(r_{io}U)^{-1} = \frac{1}{r_{ii}h_f} + \frac{\ln(r_{io}/r_{ii})}{k_t} + \frac{\ln(r_w/r_{io})}{k_{cem}} + \frac{T_D}{k_e} = \frac{12}{(2.446)(94.6)} + \frac{\ln(2.75/2.446)}{25.0} + \frac{\ln(4/2.75)}{0.42} + \frac{2.794}{1.4}$$

$$(r_{io}U)^{-1} = 2.9444 \frac{\text{hr} \cdot \text{pie} \cdot ^\circ F}{\text{Btu}}$$

Paso 4: se calcula el valor de  $A$  con la ec. 102 y con correlación de Shiu-Beggs.

$$w = \rho v A_p = (54.7)(2.489)\pi \left(\frac{2.446}{12}\right)^2 = 17.77 \frac{\text{lbm}}{\text{seg}} = 6.398 \times 10^4 \frac{\text{lbm}}{\text{hr}}$$

$$U = (2.9444 r_{io})^{-1} = \left(2.9444 \frac{\text{hr} \cdot \text{pies} \cdot ^\circ F}{\text{Btu}} \times 2.75 \frac{\text{pg}}{12 \text{ pg} / \text{pies}}\right)^{-1} = 1.482 \frac{\text{Btu}}{\text{hr} \cdot \text{pies}^2 \cdot ^\circ F}$$

$$d = 2r_{io} = 2 \times 2.75 \frac{\text{pg}}{12 \text{ pg} / \text{pies}} = 0.458333 \text{ pies}$$

$$A = \frac{(0.65 \text{ Btu} / \text{lbm} \cdot ^\circ F)(6.398 \times 10^4 \text{ lbm} / \text{hr})}{1.482 \frac{\text{hr} \cdot \text{pies}^2 \cdot ^\circ F}{\text{Btu}} \times \pi \times 0.458333 \text{ pies}} = 19,488 \text{ pies}$$

Correlación de Shiu-Beggs.

$$A = (0.0149)(17.77)^{0.5253}(4.892)^{-0.2904}(30)^{0.2608}(0.8)^{4.4146}(54.7)^{2.9303} = 4,783 \text{ pies}$$

Paso 5: se estima el valor de  $T_{wh}$  con el primer valor de  $A$  (ec. 4.36).

$$T_{wh} = [200 - (0.015)(10,000)\sin 75^\circ] + 0 + (0.015)\sin 75^\circ(19,448)\left(1 - e^{-10,000/9,488}\right) = 168.4^\circ F$$

Con el segundo valor de  $A$  (correlación de Shiu-Beggs).

$$T_{wh} = [200 - (0.015)(10,000)\sin 75^\circ] + 0 + (0.015)\sin 75^\circ(4,783)\left(1 - e^{-10,000/4,783}\right) = 115.8^\circ F$$

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

**Ejemplo 4.2.** Obtener el perfil de temperatura del fluido del ejemplo 4.1 para los tiempos de producción: 7 días, 2 semanas, 1 mes, 6 meses, 1 año y 2 años.

**Solución.** Se repite el procedimiento del ejemplo 4.1 para calcular cada variable.

**Paso 1.** Del ejemplo anterior se conocen los siguientes datos calculados:

$$\begin{array}{lll}
 v = 2.489 \text{ [pies/seg]} & Re = 8.259 \times 10^4 & (r_{ii} h_f)^{-1} = 0.0519 \\
 \gamma_o = 0.876 & Pr = 19.66 & \ln(r_{to} / r_{ii}) k_t^{-1} = 0.0047 \\
 \rho_o = 54.7 \text{ [lb/pies}^3\text{]} & Nu = 482.3 & \ln(r_w / r_{to}) k_{cem}^{-1} = 0.8921 \\
 w = 6.398 \times 10^4 \text{ [lbm/hr]} & h_f = 94.6 \text{ [Btu/hr pie}^2 \text{ }^\circ\text{F]} & 
 \end{array}$$

Los resultados para cada tiempo de producción se muestran en las Tablas 4.4 y 4.5:

**Tabla 4.4** Valor de  $T_D$ ,  $(r_{to}U)^{-1}$  y **A** para cada tiempo de producción

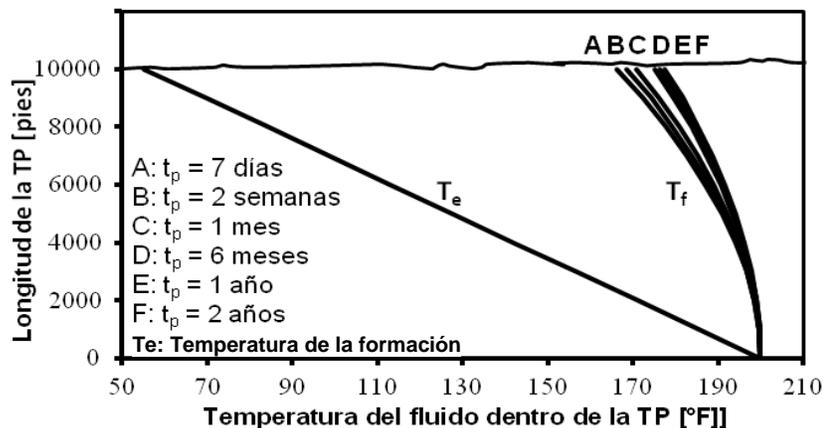
Variable	( $t_p=7$ días)	( $t_p=2$ sem)	( $t_p=1$ mes)	( $t_p=6$ meses)	( $t_p=1$ año)	( $t_p=2$ años)
<b>Paso 2:</b> $t_p$ [hr]	168	336	720	4,320	8,640	17,280
$t_D$	60	121	259	1,555	3,110	6,221
$T_D$	2.48	2.81	3.19	4.08	4.43	4.78
<b>Paso 3:</b> $T_D/k_e$	1.77	2.01	2.28	2.92	3.16	3.41
$(r_{to}U)^{-1}$	2.72	2.96	3.23	3.87	4.11	4.36
<b>Paso 4:</b> <b>A</b> [pie]	18,008	19,597	21,367	25,574	27,209	28,845

**Paso 5.** Se estima  $T_e$  con ec. 4.27 y  $T_f$  con ec. 4.36 en diferentes longitudes de TP

**Tabla 4.5** Temperatura del fluido en diferentes longitudes de la TP para cada tiempo de producción

z[pies]	$T_e$ [°F]	Temperatura $T_f$ [°F]					
		( $t_p=7$ días)	( $t_p=2$ sem)	( $t_p=1$ mes)	( $t_p=6$ meses)	( $t_p=1$ año)	( $t_p=2$ años)
0	200	200	200	200	200	200	200
2,000	171	198.449	198.570	198.685	198.896	198.961	199.018
4,000	142	194.015	194.468	194.899	195.695	195.941	196.161
6,000	113	187.001	187.952	188.861	190.555	191.082	191.554
8,000	84	177.678	179.257	180.774	183.622	184.514	185.315
10,000	55	166.289	168.594	170.820	175.031	176.358	177.552

La Figura 4.3 muestra el perfil de temperatura del aceite para cada  $t_p$ .



**Figura 4.3** Perfil de temperatura del aceite después de haber fluido en diferentes lapsos de tiempo <sup>4</sup>

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

**Ejemplo 4.3.** Explicar el procedimiento para obtener  $U$  de la Figura 4.4.

**Solución.** En los ejemplos 4.1 y 4.2 se estima un solo valor del coeficiente general de transferencia de calor, porque la geometría del pozo se mantiene igual a lo largo del mismo así como las propiedades físicas de la roca que lo rodea. Sin embargo, la configuración de los pozos en campo puede involucrar varias TR's de diferente diámetro y espesor, y distintas litologías en la formación (lutita, limolita, arenisca, carbonato, caliza, etc.) que a su vez tienen diferentes propiedades físicas ( $\rho$ ,  $c_p$ ,  $k$ ,  $\alpha$ ). Este aspecto se debe tomar en cuenta al calcular el perfil de temperatura del fluido producido porque se tienen distintos valores de  $U$ . Para determinarlos, se divide el pozo en secciones que contengan los mismos elementos y se estima  $U$  en cada sección como se observa en la Figura 4.4. La Figura 4.5 muestra el análisis de la sección 7 para obtener  $U_7$ . De la misma forma se analizan las demás secciones.

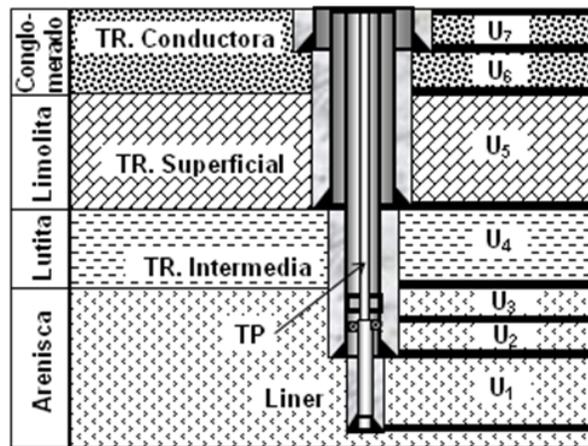


Figura 4.4 Formación y estado mecánico de un pozo productor

Modo de TC	Convec.	Conduc.	Convec.	Conduc.	Convec.	Conduc.	Convec.	Conduc.	Conduc.	Conduc.
Elemento	Fluido	TP	E. Anular 1	TR 1 (interm)	E. Anular 2	TR 2 (Superf)	E. Anular 3	TR 3 (Conduc)	Cemento	Conglomerado
Radio	$r_{ii}$	$r_{to}$	$r_{ci1}$	$r_{co1}$	$r_{ci2}$	$r_{co2}$	$r_{ci3}$	$r_{co3}$	$r_w$	$r_w$
$\frac{1}{U_7} = r_{to} \times$	$\left[ \frac{1}{r_{ii} h_f} + \frac{\ln(r_{to}/r_{ii})}{k_t} + \frac{1}{r_{ci1} h_{a1}} + \frac{\ln(r_{co1}/r_{ci1})}{k_{c1}} + \frac{1}{r_{ci2} h_{a2}} + \frac{\ln(r_{co2}/r_{ci2})}{k_{c2}} + \frac{1}{r_{ci3} h_{a3}} + \frac{\ln(r_{co3}/r_{ci3})}{k_{c3}} + \frac{\ln(r_w/r_{co3})}{k_{cem}} + \frac{T_D}{k_{congl}} \right]$									

Figura 4.5 Análisis para obtener  $U$  de la sección 7 a partir de la figura 4.4

## 4.2 Pozo con terminación vertical doble

Cuando es necesario producir independientemente dos horizontes del yacimiento por un mismo pozo, se recurre a la terminación doble (Figura 4.6). Generalmente el intervalo superior produce a través del espacio anular creado por la TR y la TP, mientras que el intervalo inferior produce solo por la TP. El empacador se hinca entre los dos intervalos productores.

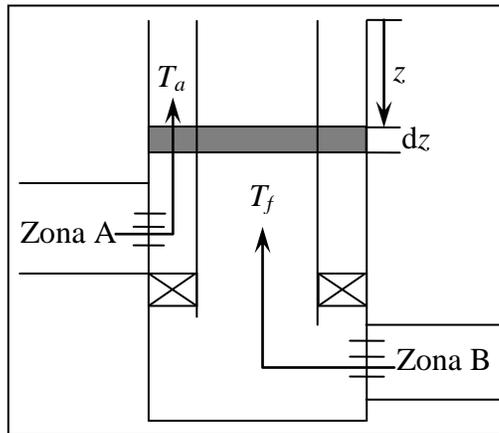


Figura 4.6 Producción a través de la TP y del espacio anular<sup>4</sup>

**4.2.1 Modelo matemático.** El balance de energía para un elemento diferencial de fluido en el espacio anular consiste en:

1. la transferencia de calor desde la formación pasando por el fluido anular,  $Q_{ea} [= c_{pa}W_a(T_{ei} - T_a)L_R; \text{ Ec. 3.31}]$ ,
2. la transferencia de calor desde el fluido anular hacia el fluido que está en la tubería de producción,  $Q_{af}$ ,
3. del cambio de entalpía del fluido anular, y
4. de la relación de la energías estática y dinámica del fluido anular.

Por lo tanto, el balance de energía sobre una unidad de flujo del fluido anular contenido en un elemento diferencial,  $dz$ , está dado por:

$$H_a(z) + \frac{zg \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a^2(z)}{g_c J} + \frac{Q_{af}}{w_a} dz = H_a(z + dz) + \frac{(z + dz)g \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a^2(z + dz)}{g_c J} + \frac{Q_{ea}}{w_a} dz$$

Reordenando se tiene: 
$$\frac{Q_{af} - Q_{ea}}{w_a} = \frac{dH_a}{dz} + \frac{g \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a}{g_c J} \frac{dv_a}{dz} \dots \dots \dots (4.38)$$

## *Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación*

El calor transferido desde el fluido anular hacia el fluido de la tubería de producción por unidad de longitud es:

$$Q_{af} = 2\pi r_{to} U_{af} (T_a - T_f) = \frac{w_a c_{pa}}{B_a} (T_a - T_f) \dots \dots \dots (4.39)$$

Donde:  $B_a = \frac{w_a c_{pa}}{2\pi r_{to} U_{af}} \dots \dots \dots (4.40)$

Combinando las ecuaciones 4.38, 4.39 y 3.31, y expresando el cambio de entalpía en términos de cambio de temperatura y presión,  $dH = c_p dT - C_j c_p dp$  (ec. 3.14), se obtiene:

$$c_{pa} \frac{dT_a}{dz} - \frac{C_j c_{pa}}{J} \frac{dp_a}{dz} + \frac{g \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a}{g_c J} \frac{dv_a}{dz} = -L_R c_{pa} (T_{ei} - T_a) + \frac{c_{pa}}{B_a} (T_f - T_a)$$

$$c_{pa} \frac{dT_a}{dz} + D_a = -L_R c_{pa} (T_{ei} - T_a) + \frac{c_{pa}}{B_a} (T_f - T_a) \dots \dots \dots (4.41)$$

Donde  $D_a = -\frac{C_j c_{pa}}{J} \frac{dp_a}{dz} + \frac{g \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a}{g_c J} \frac{dv_a}{dz} \dots \dots \dots (4.42)$

$D_a$  es la combinación de aquellos términos cuya contribución total en la ecuación 4.41 es pequeña y cuyo valor permanece relativamente constante a lo largo de la longitud del pozo. El balance de energía para el fluido en la TP puede ser similarmente escrito como:

$$c_{pf} \frac{dT_f}{dz} + D_f = \frac{w_a c_{pa}}{w_f B_a} (T_f - T_a) \dots \dots \dots (4.43)$$

Donde  $D_f = -\frac{C_j c_{pf}}{J} \frac{dp_f}{dz} + \frac{g \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_f}{g_c J} \frac{dv_f}{dz} \dots \dots \dots (4.44)$

$D_f$  es el termino análogo a  $D_a$  para el fluido en la TP. La ecuación 4.43 puede ser usada para escribir  $T_a$  en términos de  $T_f$  para sustituirlo en la ecuación 4.41 como:

$$T_a = T_f - B' \frac{dT_f}{dz} - B' \frac{D_f}{c_{pf}} \dots \dots \dots (4.45)$$

Donde  $B' = \frac{w_f c_{pf}}{2\pi r_{to} U_{af}} \dots \dots \dots (4.46)$

Combinando las ecuaciones 4.41 y 4.45, se deriva la ecuación diferencial que gobierna la temperatura del fluido:

$$-\frac{B'}{L_R} \frac{d^2 T_f}{dz^2} + B'' \frac{dT_f}{dz} - T_f + T_{es} + g_G z \sin \theta + D' = 0 \dots \dots \dots (4.47)$$

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

Donde 
$$B'' = B' + \frac{B'}{B_a L_R} + \frac{1}{L_R} \dots (4.48)$$

y 
$$D' = B' \frac{D_f}{c_{pf}} + B' \frac{D_f}{c_{pf}} \frac{1}{B_a L_R} - \frac{D_a}{L_R c_{pa}} \dots (4.49)$$

La ec. 4.47 es una ecuación lineal de segundo orden cuya solución es similar al problema de bombeo neumático que se verá en el siguiente tema. Esta solución permite que las expresiones para la temperatura del fluido anular y del fluido en la TP por encima de la zona A sean:

$$T_f = \Psi e^{\lambda_1 z} + \Omega e^{\lambda_2 z} + g_G z \sin \theta + B'' g_G \sin \theta + T_{es} + D' \dots (4.50)$$

$$T_a = (1 - \lambda_1 B') \Psi e^{\lambda_1 z} + (1 - \lambda_2 B') \Omega e^{\lambda_2 z} + g_G \sin \theta (B'' - B') + g_G z \sin \theta + T_{es} + D' \dots (4.51)$$

Donde:

$$\lambda_1 = \frac{L_R B''}{2B'} - \frac{L_R B''}{2B'} \sqrt{1 - \frac{4B'}{L_R B''^2}} \dots (4.52)$$

$$\lambda_2 = \frac{L_R B''}{2B'} + \frac{L_R B''}{2B'} \sqrt{1 - \frac{4B'}{L_R B''^2}} \dots (4.53)$$

$$\Psi = \frac{(1 - \lambda_2 B')(T_{fbh} - T_{es} - g_G L_{ss} \sin \theta - B'' g_G \sin \theta)}{B'(\lambda_1 - \lambda_2) \exp(\lambda_1 L_{ss})} - \frac{T_{abh} - T_{es} - g_G L_{ss} \sin \theta - (B'' - B') g_G \sin \theta}{B'(\lambda_1 - \lambda_2) \exp(\lambda_1 L_{ss})} \dots (4.54)$$

$$\Omega = - \frac{(1 - \lambda_1 B')(T_{fbh} - T_{es} - g_G L_{ss} \sin \theta - B'' g_G \sin \theta)}{B'(\lambda_1 - \lambda_2) \exp(\lambda_2 L_{ss})} + \frac{T_{abh} - T_{es} - g_G L_{ss} \sin \theta - (B'' - B') g_G \sin \theta}{B'(\lambda_1 - \lambda_2) \exp(\lambda_2 L_{ss})} \dots (4.55)$$

$$L_R \equiv \frac{2\pi}{c_{pa} w_a} \left[ \frac{r_{co} U_{wa} k_e}{k_e + (r_{co} U_{wa} T_D)} \right] \dots (4.56)$$

$$\frac{1}{U_{wa}} \equiv r_{co} \left[ \frac{1}{r_{ci} h_a} + \frac{\ln(r_{co}/r_{ci})}{k_c} + \frac{\ln(r_w/r_{co})}{k_{cem}} \right] \dots (4.57)$$

$$\frac{1}{U_{af}} \equiv r_{to} \left[ \frac{1}{r_{fi} h_f} + \frac{\ln(r_{to}/r_{fi})}{k_t} + \frac{1}{r_{ci} h_a} \right] \dots (4.58)$$

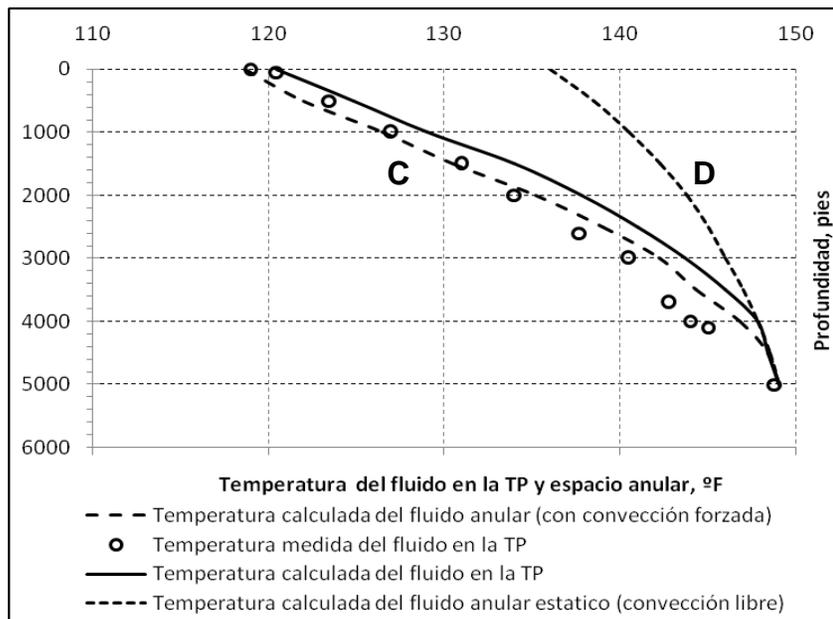
**Nota:** Para el cálculo de  $U_{wa}$  y  $U_{af}$ , se multiplica el término en corchetes por el radio externo de la tubería más interna de los elementos que toma en cuenta  $U_{wa}$  y  $U_{af}$  respectivamente (fluido producido, TP, fluido anular, TR, cemento, formación). La temperatura del fluido en la TP debajo de la zona A puede ser estimada con la ecuación 3.51

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

**Ejemplo 4.4.** El pozo A-28 produce aceite tanto en TP como en espacio anular. Las mediciones fueron hechas dentro de la sarta de producción a condiciones de flujo en diferentes profundidades llamadas secciones. En cada sección se esperó 15 minutos para que ocurriera el equilibrio térmico entre la sonda de temperatura y los fluidos a su alrededor. Los datos del sistema se muestran a continuación:

$q_{voa} = 4,088$ bl/dia	TP: $r_{ti} = 3.0$ pg, $r_{to} = 3.217$ pg	$\rho_e = 135.0$ lbm/pc
$q_{vof} = 352$ bl/dia	TR: $r_{ci} = 5$ pg, $r_{co} = 5.625$ pg	$c_{pe} = 0.625$ Btu / (hr pies °F)
$RGA_a$ y $RGA_f = 489$ pc/bl	Cemento: $r_w = 8$ pg	$g_G = 0.012$ °F/pies
$\rho_{oa}$ y $\rho_{of} = 54$ lbm/pc	$k_t = 30$ Btu / (hr pies °F)	$\epsilon = 0.000018$ pies
$\gamma_{oa}$ y $\gamma_{of} = 0.85$	$k_c = 0.07$ Btu / (hr pies °F)	$p_y = 2,011$ psi
$L_{ls} = 5,194$ pies	$k_{cem} = 0.38$ Btu / (hr pies °F)	
$L_{ss} = 4,984$ pies	$k_e = 3.33$ Btu / (hr pies °F)	

**Resultado.** La Figura 4.7 muestra que la ecuación 4.50, representada por la línea sólida, reproduce con buena aproximación los datos medidos de la temperatura del fluido en la TP. La diferencia de temperatura entre la TP y el espacio anular es pequeña porque el flujo en ambos conductos fomenta la transferencia de calor. La producción del fluido anular causa una alta disipación de calor debido a la convección forzada (línea C), mientras que la línea D muestra lo contrario porque se considera estático el fluido anular, es decir, presenta convección libre.



**Figura 4.7** Comparación de los datos medidos con los calculados para la producción por TP y espacio anular del pozo A-28<sup>4</sup>

### 4.3 Pozo con bombeo neumático

El bombeo neumático de tipo intermitente y continuo se usa desde hace mucho tiempo. El BN de inyección continua ofrece mayor ventaja para hacer producir pozos que mantengan una presión razonable de fondo que sostenga un índice de productividad mayor de 1.45 bl/día. La selección de uno u otro tipo depende de la presión de fondo, de la disponibilidad del volumen y presión de gas requerido, así como de las características y condiciones del yacimiento. El diseño y la instalación del sistema dependen de la selección de los elementos que van en el pozo: tipo, espaciamiento y profundidad de colocación de válvulas en la sarta, características de las tuberías de revestimiento y de producción. A continuación se presenta el modelo matemático para estimar la temperatura de los fluidos producidos desde la profundidad de la válvula operante hacia la superficie

**4.3.1 Modelo matemático.** Durante la operación de bombeo neumático continuo, el gas es inyectado en el espacio anular para disminuir la densidad del líquido y este sea producido a través de la TP. La Figura 4.8 muestra esta situación física, que es muy similar al caso de producción a través de TP y espacio anular del tema anterior, sin embargo en esta ocasión se está inyectando fluido por el espacio anular en vez de producirlo.

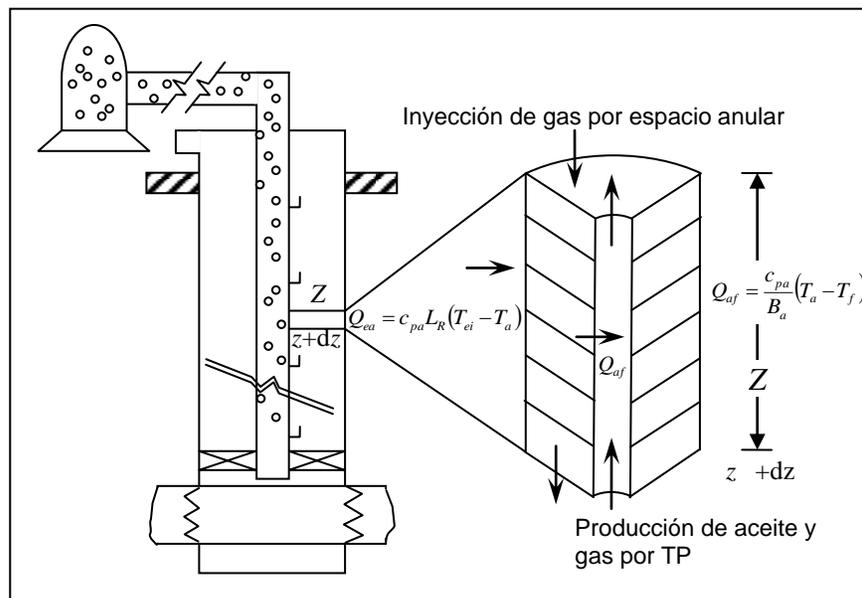


Figura 4.8 Balance de calor entre TP, espacio anular y formación para un pozo con bombeo neumático <sup>4</sup>

## *Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación*

El balance de energía para el gas anular contenido en un elemento diferencial,  $dz$ , se puede escribir en términos: del calor transferido desde la formación hacia el fluido anular,  $Q_{ea}$ ; del calor transferido desde el fluido anular hacia el fluido de la TP,  $Q_{af}$ , de la entalpía del fluido,  $H$ , y de su energía potencial y cinética. Se expresa como:

$$H_a(z) + \frac{zg \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a^2(z)}{g_c J} + \frac{Q_{ea}}{w_a} dz = H_a(z+dz) + \frac{(z+dz)g \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a^2(z+dz)}{g_c J} + \frac{Q_{af}}{w_a} dz \dots (4.59)$$

Reescribiendo la ecuación 4.59: 
$$\frac{Q_{ea} - Q_{af}}{w_a} = \frac{dH_a}{dz} + \frac{g \sin \theta}{g_c J} + \frac{v_a}{g_c J} \frac{dv_a}{dz} \dots \dots \dots (4.60)$$

La expresión 4.60 es muy similar a la ecuación 4.38, lo único que difiere es en el signo de los términos  $Q_{ea}$  y  $Q_{af}$  debido a que hay inyección de fluido en el espacio anular en vez de producción. Como la solución de la ecuación 4.60 sigue el mismo procedimiento dado en el tema anterior para la ecuación 4.38, se omitirán estos pasos. La solución de la ec. 4.60, está dada por las ecuaciones. 4.61 y 4.62, las cuales, son las mismas expresiones de temperatura del fluido anular y del fluido en TP para el caso de producción por ambos conductos (ecs. 4.50 y 4.51). Sin embargo, en bombeo neumático, el fluido anular fluye en dirección opuesta del fluido de la TP, por lo tanto, los parámetros  $\Psi$ ,  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  y  $\Omega$  son diferentes a los dados por las expresiones 4.52 a 4.55, mientras que  $B_a$ ,  $D_a$ ,  $D_f$ ,  $B'$ ,  $D'$ ,  $L_R$ ,  $U_{wa}$  y  $U_{af}$  están dados por las ecuaciones 4.40, 4.42, 4.44, 4.46, 4.49, 4.56, 4.57 y 4.58 respectivamente.

$$T_f = \Psi e^{\lambda_1 z} + \Omega e^{\lambda_2 z} + g_G z \sin \theta + B'' g_G \sin \theta + T_{es} + D' \dots \dots \dots (4.61)$$

$$T_a = (1 - \lambda_1 B') \Psi e^{\lambda_1 z} + (1 - \lambda_2 B') \Omega e^{\lambda_2 z} + g_G \sin \theta (B'' - B') + g_G z \sin \theta + T_{es} + D' \dots \dots \dots (4.62)$$

Donde: 
$$B'' = B' + \frac{B'}{B_a L_R} - \frac{1}{L_R} \dots \dots (4.63)$$

$$\lambda_1 = -\frac{L_R B''}{2B'} + \frac{L_R B''}{2B'} \sqrt{1 + \frac{4B'}{L_R B''^2}} \dots \dots \dots (4.64)$$

$$\lambda_2 = -\frac{L_R B''}{2B'} - \frac{L_R B''}{2B'} \sqrt{1 + \frac{4B'}{L_R B''^2}} \dots \dots \dots (4.65)$$

$$T_{fbh} = \frac{w_f - w_a}{w_f} c_{pf} T_{ebh} + \frac{w_a}{w_f} c_{pa} T_{abh} \dots \dots \dots (4.66)$$

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

$$\Psi = \frac{T_{fbh} - T_{es} - D' - \Omega e^{\lambda_2 L_j \sin \theta} - g_G \sin \theta L_j - B'' g_G \sin \theta}{e^{\lambda_1 L_j}} \dots (4.67)$$

$$\Omega = \frac{\left( T_{ai} - T_{es} - D' + \frac{B'D_f}{c_{pf}} \right) e^{\lambda_1 L_j} + (1 - \lambda_1 B') (g_G L_j \sin \theta + B'' g_G \sin \theta + T_{es} + D' - T_{fbh})}{e^{\lambda_1 L_j} (1 - \lambda_2 B') - e^{\lambda_2 L_j} (1 - \lambda_1 B')} \dots (4.68)$$

$$- \frac{g_G \sin \theta e^{\lambda_1 L_j} (B'' - B')}{e^{\lambda_1 L_j} (1 - \lambda_2 B') - e^{\lambda_2 L_j} (1 - \lambda_1 B')}$$

El término  $D'$ , comprendido por  $D_a$ ,  $D_f$  y otros términos, es bastante pequeño por lo que puede ser despreciable. Por ejemplo, el término  $(dp/dz)$  del gas anular en  $D_a$ , es muy pequeño en todos los casos. El término de energía cinética resulta negativo en presión anular alta y tiende a equilibrarse con el término de energía potencial. Por otro lado, para la inyección de metano a condiciones superficiales de 100 °F y 1,000 psi, la suma de los términos de energía cinética y potencial alcanzan 0.001496 Btu/lbm-pie. Por el contrario, el término  $(c_{pa}dT_a/dz)$  para el gas (observar ec. 4.41) tiene un valor de 0.221 Btu/lbm-pie.

**4.3.2 Factores que afectan el perfil de temperatura.** En esta parte, se analiza qué tanto influye el coeficiente general de transferencia de calor, así como los gastos de producción-inyección sobre los perfiles de temperatura durante el bombeo neumático continuo en pozo vertical.

### **Coeficiente de transferencia de calor**

**Ejemplo 4.5.** Se tiene un pozo vertical que produce 9,286 bl/día de aceite. Los datos del mismo se muestran a continuación.

**Tabla 4.6 Datos de un pozo vertical con bombeo neumático**

$L_j = 15,000$ pies	$\rho_e = 165$ lbm/pie <sup>3</sup>	$c_{pg} = 0.25$ Btu/lbm·°F	$g_G = 0.0127$ °F/pie
$d_c = 0.35$ pies	$c_{pe} = 0.20$ Btu/lbm·°F	$U_f = 10$ Btu/(hr·°F·pie <sup>2</sup> )	$T_{ebh} = 250$ °F
$d_t = 0.23$ pies	$t_p = 44$ hr	$U_a = 4$ Btu/hr·°F·pie <sup>2</sup>	$T_{es} = 59.5$ °F
$X_{gf} = 0.10$	$c_{po} = 0.40$ Btu/lbm·°F	$k_e = 1.30$ Btu / (hr pies °F)	$T_{ai} = 75$ °F

## *Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación*

Suponga los casos de la siguiente tabla:

**Tabla 4.7 Valores de  $w_{giny}$ ,  $U_a$  y  $U_f$  para diferentes casos**

Variable	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$q_{vo}$ [bl/día]	9,286	9,286	9,286	9,286
$w_{giny}$	10% de $w_{ft}$	10% de $w_{ft}$	10% de $w_{ft}$	5% de $w_{ft}$
$(U_a)$ Btu/hr·ft <sup>2</sup> ·°F	4	2	4	4
$(U_f)$ Btu/hr·ft <sup>2</sup> ·°F	10	5	20	10

El perfil de temperatura calculado con los datos del pozo y del caso 1 se muestra en la Figura 4.9, en esta se observa que la temperatura del fluido dentro de la TP ( $T_{f1}$ ), permanece alta a lo largo de la tubería porque el gas anular reduce el coeficiente general de transferencia de calor, permitiendo que la mezcla de fluido producido mantenga su entalpía alta. Como consecuencia de una entalpía alta y un bajo coeficiente general de transferencia de calor, el gas anular también presenta una temperatura alta excepto en el área cercana a la cabeza del pozo.

El perfil de temperatura considerando el segundo caso se muestra también en la Figura 4.9, para el cual, tanto  $U_a$  como  $U_f$  son reducidos al 50%. Al compararlo con el primer caso, se observa el efecto que tiene la disminución del coeficiente de transferencia de calor en el espacio anular y en la TP. Como se esperaba, la temperatura del fluido en TP ( $T_{f2}$ ) y la temperatura del gas anular ( $T_{a2}$ ) son un poco más altas que  $T_{f1}$  y  $T_{a1}$ , así mismo,  $\Delta T_2 = T_{f2} - T_{a2}$  es mayor  $\Delta T_1 = T_{f1} - T_{a1}$  del caso 1 (línea 1, 2 y 3 de la Figura 4.12). Esto se debe al valor de  $U_{f2}$  que influye en el aumento de dicha diferencia de temperaturas. La Figura 4.10 reproduce el perfil de temperatura con las condiciones del tercer caso, se observa que el incremento de  $U_{f3}$  causa que  $T_{a3}$  se aproxime a  $T_{f3}$  (línea 4 de la Figura 4.12).

La Figura 4.11 muestra el impacto que tiene un gasto de inyección más bajo sobre el perfil de temperatura (caso 4). En esta figura, los perfiles son similares a los de la Figura 4.9, sin embargo,  $T_{f4}$  y  $T_{a4}$  son ligeramente más altos que  $T_{f1}$  y  $T_{a1}$  (línea 5 de la Figura 4.12). En la Figura 4.11,  $T_a$  es más cercano a  $T_f$  debido al bajo gasto másico en el espacio anular permitiendo una forma puntiaguda cerca de la cabeza del pozo debido al incremento de la transferencia de calor desde el fluido en la TP.

## Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación

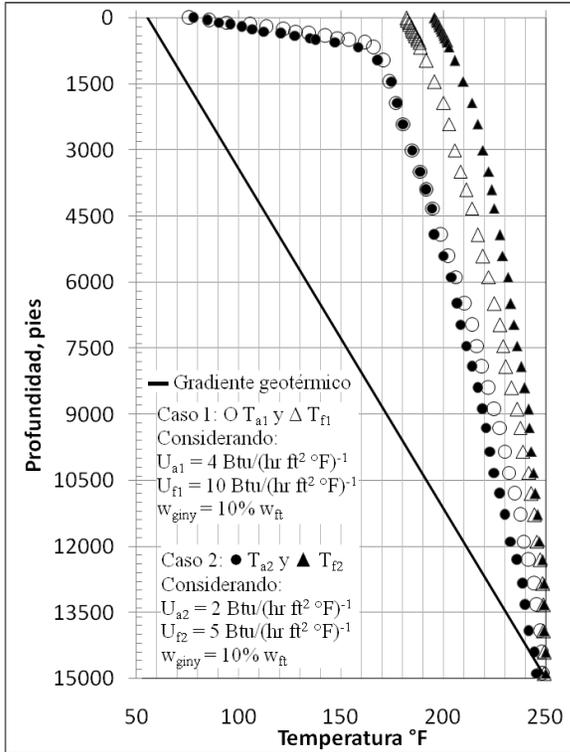


Figura 4.9 Comparación del perfil de temperatura entre el caso 1 y caso 2<sup>4</sup>

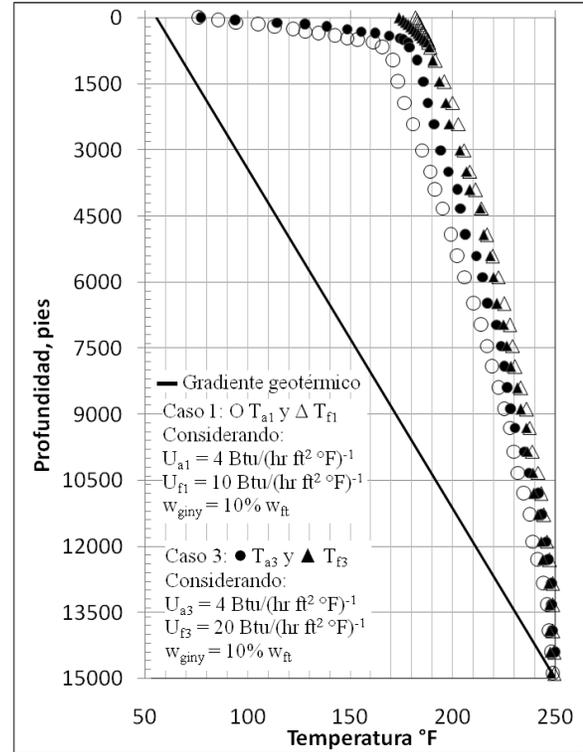


Figura 4.10 Comparación del perfil de temperatura entre el caso 1 y caso 3<sup>4</sup>

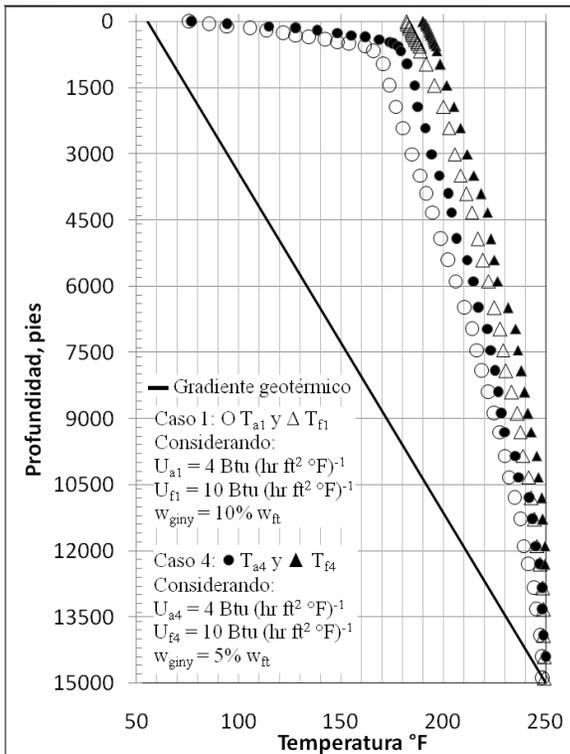


Figura 4.11 Comparación del perfil de temperatura entre el caso 1 y caso 4<sup>4</sup>

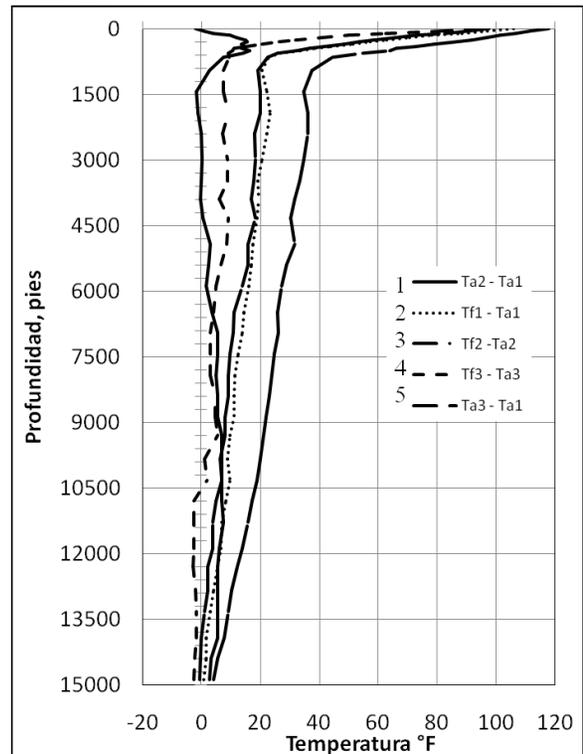


Figura 4.12 Diferencia de  $T_a$  y  $T_f$  entre los distintos casos de la Tabla 4.7

## *Perfil de temperatura en pozos con diferente terminación*

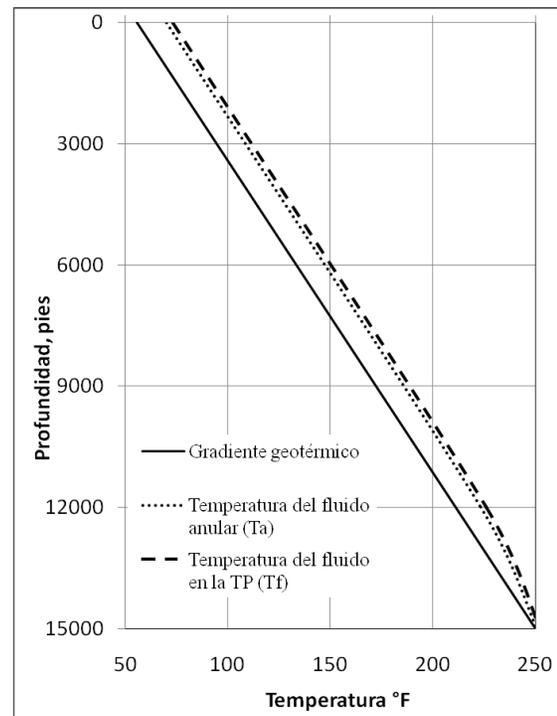
**Gasto de flujo.** La temperatura del fluido a través del espacio anular y TP dados por las ecuaciones 4.61 y 4.62, son influenciados por el gasto de flujo debido a que los parámetros  $L_R$ ,  $B$ ,  $B'$ ,  $B''$ ,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  usadas en estas expresiones, están en función del gasto. La influencia del gasto de flujo es evidente en la Figura 4.13, el cual muestra que un decremento en el gasto de inyección anular resulta en un incremento paralelo tanto en  $T_a$  como en  $T_f$  con respecto al gradiente geotérmico ( $g_G$ ). En particular, los valores de  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  (ecs. 4.64, 4.65) son mucho más pequeños a bajos gastos que en altos gastos. Debido a que  $e^{\lambda z}$  puede ser expresado como  $1 + \lambda z$  para bajos valores de  $\lambda z$ , las expresiones de temperatura para el fluido en TP y en espacio anular puede ser simplificado a la siguiente forma:

$$T_f = \Psi + B''g_G \sin \theta + T_{es} + (\Psi\lambda_1 + g_G)z \sin \theta \dots \dots (4.69)$$

$$T_a = (1 - \lambda_1 B')\Psi + (B'' - B')g_G \sin \theta + T_{es} + [(1 - \lambda_1 B')\Psi\lambda_1 + g_G]z \sin \theta \dots \dots (4.70)$$

De este modo  $T_f$  y  $T_a$  llegan a ser lineales con respecto a  $z$ , los términos entre paréntesis de las ecs. 4.69 y 4.70 representan las pendientes. Debido a que  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son pequeños, los valores de estas pendientes son muy cercanos a  $g_G$ , y por lo tanto,  $T_f$  y  $T_a$  son paralelos al gradiente geotérmico.

**Ejemplo 4.6.** La Figura 4.13 muestra el perfil de temperatura para un pozo con bombeo neumático con producción de aceite de 431 bl/día, el gasto de gas de inyección es el 10% de la masa total producida. La Tabla 4.6 presenta los parámetros pertinentes. Tanto los perfiles  $T_f$  y  $T_a$  son paralelas a la temperatura geotérmica a lo largo del pozo excepto en el fondo. Los valores pequeños de  $\Psi$ ,  $\Omega$ ,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  causan que las pendientes de estas líneas sean aproximadamente igual al gradiente geotérmico y que los perfiles de  $T_f$  y  $T_a$  sean muy cercanos entre ellos.



**Figura 4.13** Influencia del gasto bajo del fluido de producción e inyección, sobre los perfiles de temperatura <sup>4</sup>

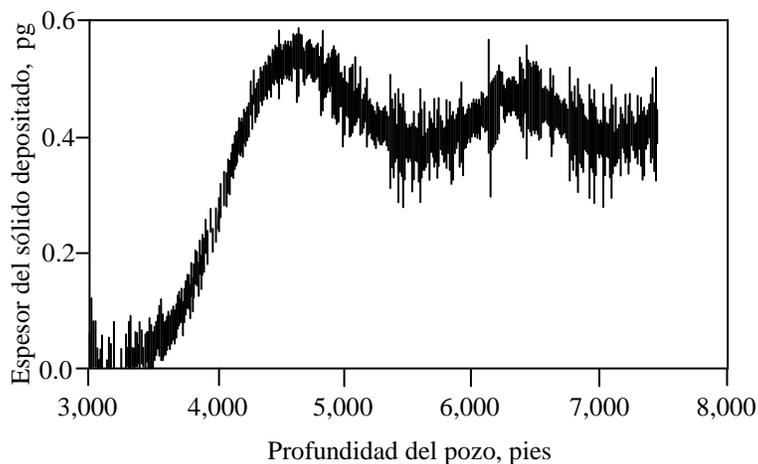


# CAPÍTULO 5

## Prevencción de la depositación de orgánicos en el pozo

---

Frecuentemente en las operaciones de campos de aceite, ocurren restricciones indeseables durante la producción de fluidos. Las causas potenciales para el desarrollo de estas restricciones son numerosas entre las que destacan fallas mecánicas y bloqueos de vapor. Sin embargo, el mayor daño es causado por la formación de compuestos que se adhieren a las paredes de la tubería de producción como la depositación de asfaltenos y parafinas. Esto le cuesta millones de dólares a la industria petrolera por pérdida de producción y operaciones de limpieza. La Figura 5.1 muestra el ejemplo de un pozo con depositación de asfaltenos en la pared interna de la tubería de producción de diámetro 2.992 pg ( $d_{ti}$ ). La productividad declina con el incremento del espesor de la depositación. Para estos casos, la determinación del factor de fricción es una tarea difícil.



**Figura 5.1** Depositación de asfaltenos en la pared de un pozo productor <sup>4</sup>

Algunos trabajos recientes muestran nuevos caminos para localizar y caracterizar los bloqueos en el pozo<sup>33, 34</sup>. Desafortunadamente, el tratamiento de la depositación de parafinas, asfaltenos aun depende del bombeo de solventes aromáticos en la TP a la profundidad en que se sospecha el bloqueo. Generalmente los asfáltenos

son tratados con solventes aromáticos, tales como el tolueno o xileno, o aceite desasfaltado (aceite desprovisto de asfalteno para actuar como un potente solvente). Por otro lado, las medidas correctivas para parafinas implican tratamiento de aceite caliente, raspadores mecánicos, inyección de inhibidores químicos y microbios. Independientemente del método utilizado, estas medidas son caras y usualmente correctivas después de que el problema se ha presentado. Por tales razones, este capítulo se enfocará en medidas preventivas mediante el análisis del comportamiento de fase así como de las características de flujo de calor y de fluidos en la TP. En otras palabras se examinará la viabilidad de medidas, tales como el diseño del pozo y la alteración de las características de flujo a partir de la exploración física fundamental.

### 5.1 Comportamiento termodinámico del sistema fluido-sólido

La comprensión del comportamiento termodinámico de los fluidos forma las bases de la mayoría de las medidas correctivas. Muchos de los investigadores se enfocaron en estudios separados de cada componente sólido; esto es, asfalteno, cera o parafina. Sin embargo en varios aceites, todos estos sólidos pueden ocurrir potencialmente y presentar problemas dependiendo de la presión y la temperatura del fluido en la TP. Jamaluddin et al.<sup>35</sup> presentaron la Figura 5.2 como una aproximación modificada de las envolventes de los sólidos en conjunto para prevenir su precipitación y/o depositación durante el cambio de  $p$  y  $T$  que sufre el aceite producido.

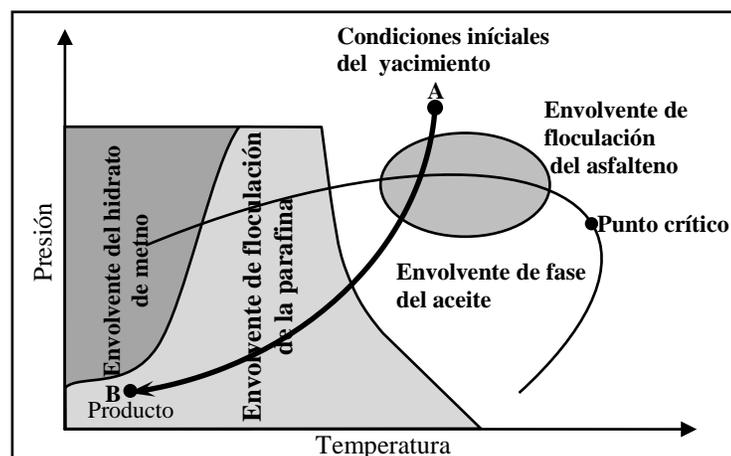


Figura 5.2 Comportamiento de fase del fluido y envolventes de los sólidos <sup>4</sup>

## *Prevención de la deposición de orgánicos en el pozo*

---

A continuación se da la definición y comportamiento de estos sólidos durante la producción de un pozo para comprenderlos mejor y así proponer métodos preventivos y/o correctivos para evitar la precipitación y deposición de los mismos.

**5.1.1 Parafinas.** Las parafinas o ceras son de alto peso molecular y alto número de carbonos (30 al 75). La n-parafina puede presentar cambios significativos cuando son transportados desde condiciones de yacimiento a cualquier otra condición. La cera se cristaliza a alta temperatura comparada con la temperatura de su deposición. La temperatura de cristalización de la parafina (TCP) es también conocido como el punto nube (cloudpoint). La comparación de extensivas mediciones de laboratorio con datos de campo mostró que el valor de TCP obtenido de aceites muertos, concuerda bien con los medidos en pozos fluyentes. Investigadores suponen que el flujo laminar o transicional probablemente conduce a la cristalización de la cera y su subsecuente deposición.

Pruebas de modelos termodinámicos para estimar la temperatura en el punto nube y su deposición, tienen un éxito moderado en el modelamiento de la deposición de ceras. Sin embargo, durante años, progresos significativos se han hecho para la comprensión de la deposición cinética de la parafina a diferencia de los asfáltenos. En particular, Singh et al.<sup>36</sup> hicieron gran aportación con respecto al mecanismo de deposición de ceras y su subsecuente crecimiento con el tiempo. Ellos mostraron que el crecimiento de la deposición es resultado de un límite de difusividad donde las moléculas de cera se difunden dentro de la deposición mientras que las moléculas de aceite lo hacen afuera.

La Figura 5.3 muestra la envolvente de floculación de la parafina (EFP) y el esquema de un pozo. Conforme el fluido asciende desde el fondo del pozo (X) hasta la superficie en la cabeza del pozo (Z), el aceite se va expandiendo y va experimentando una declinación en la presión y temperatura, como se observa en la Figura 5.3, el líquido (L) comienza a liberar gas y entonces pasa a la región líquido-gas (L+G), un poco antes de cruzar la región de la envolvente de sólidos (L+S+G), se

dispara la floculación de parafinas. El tratamiento propuesto implica la circulación de un fluido caliente en el espacio anular y/o aislar la TP. Hablando termodinámicamente, las parafinas son fuertemente dependientes de la temperatura; consecuentemente son candidatas a un tratamiento térmico.

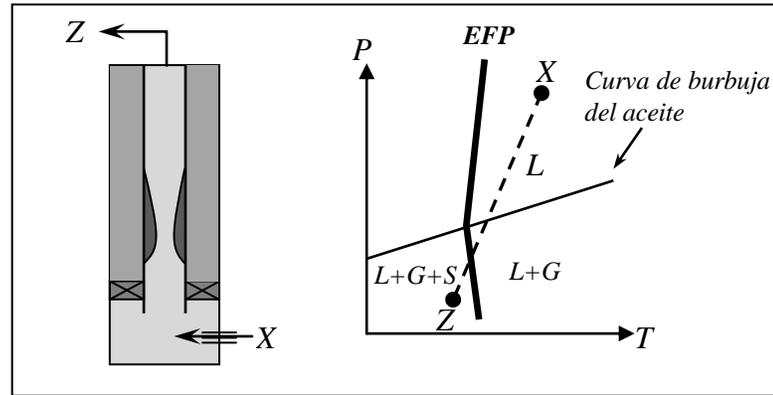


Figura 5.3 Comportamiento del aceite producido de un pozo y envolvente de floculación de la parafina <sup>4</sup>

**5.1.2 Asfaltenos.** Definido como la fracción n-pentano insoluble del aceite crudo, son moléculas polares. Se presume que se encuentran en suspensión coloidal en el petróleo, dispersas en una fase continua rodeada de resinas y que se difunden en el crudo con un movimiento aleatorio (Figura 5.4 a). Las resinas mantienen separados a los asfaltenos ocasionando que el sistema esté en equilibrio, hasta que una perturbación fisicoquímica hace que la concentración de moléculas de resina cambie, provocando una interacción mutua entre asfaltenos (Figura 5.4 b). Este fenómeno se le conoce como agregación molecular. El crecimiento de la agregación es limitada por la presencia de resinas en solución.

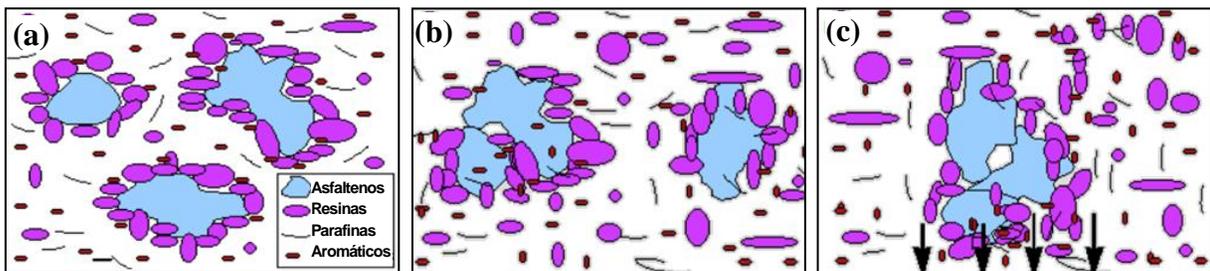


Figura 5.4 (a) Asfaltenos en equilibrio, (b) Interacción mutua de varios asfaltenos, (c) Precipitación del asfalteno <sup>4</sup>

Bajo condiciones de yacimiento, los asfaltenos, resinas y el medio (aceite), se encuentran en equilibrio termodinámico. Cuando cambian las condiciones de  $p$ ,  $T$  o

## Prevención de la depositación de orgánicos en el pozo

composición (o actúan fuerzas mecánicas o químicas) este equilibrio se interrumpe, originando que las partículas y agregados asfálticos tiendan a precipitarse hacia al fondo y a depositarse en las paredes dando lugar a la formación de un material insoluble en el crudo líquido (Figura 5.4 c). En general los asfaltenos dependen de la presión y temperatura existente a cualquier profundidad del pozo. Los asfaltenos en condiciones iniciales de yacimiento no implica la depositación en la pared. A diferencia de las parafinas, la depositación cinética para los asfaltenos no está bien comprendida. Sin embargo la variación de la composición del aceite en el pozo requiere que la envolvente de floculación del asfalto (EFA) sea establecida para un aceite dado.

La Figura 5.5 muestra el diagrama de la EFA y el esquema de un pozo. A diferencia de la Figura 5.3, el líquido, L, pasa a la región líquida-sólida (L+S) por lo tanto se dispara la floculación de asfaltenos. Por debajo de la línea de saturación (línea continua), se libera gas cerca de la cabeza del pozo o en la línea superficial de flujo. A muy baja presión y temperatura, es decir, fuera de la EFA los asfaltenos se re-solubilizan en el líquido. Debido a la carencia del entendimiento sobre la cinética de depositación; se supondrá que esto ocurre cuando el aceite está a condiciones dentro de la envolvente de fase.

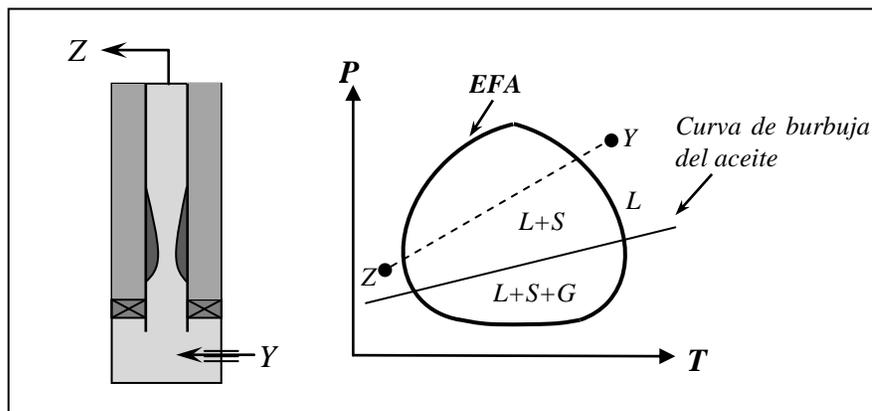


Figura 5.5 Comportamiento del aceite producido de un pozo y envolvente de floculación del asfalto <sup>4</sup>

La solución para mitigar el problema de depositación del asfalto es inyectar solvente directamente a la profundidad en la que se sospecha la depositación.

## 5.2 Modelo del fluido de circulación

La Figura 5.6 muestra un esquema del modelo físico, en el cual tanto para una sola fase de aceite como la mezcla de dos fases aceite y gas, son producidas por TP. La tubería de circulación transporta un fluido caliente que es inyectado dentro del espacio anular a la profundidad  $L_j$ . Esta tubería puede tener aislante para minimizar el cambio de energía previo a la actual inyección.

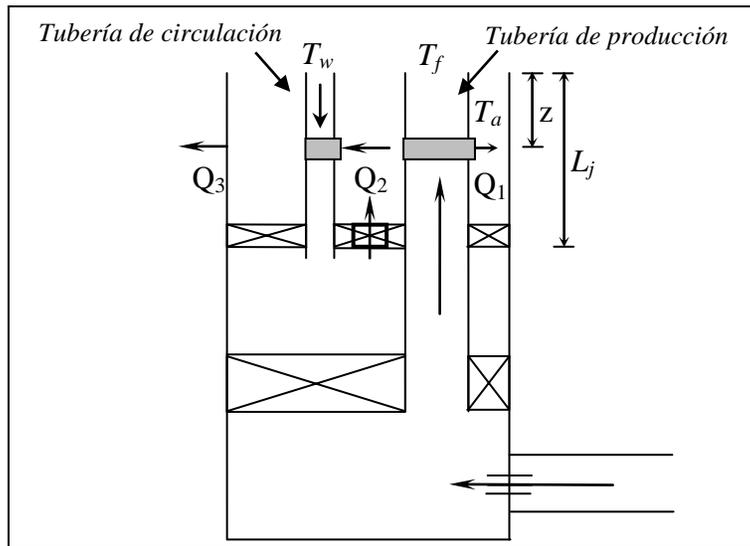


Figura 5.6 Representación esquemática del sistema del fluido de circulación <sup>4</sup>

El desarrollo de las expresiones para la temperatura del fluido en TP ( $T_f$ ), espacio anular ( $T_a$ ) y la tubería de circulación ( $T_w$ ), requiere de un balance de transferencia de calor entre estos fluidos como se observa en la Figura 5.6. La coordenada  $z$  representa la longitud del pozo, no la profundidad, y es positiva en dirección descendente. A continuación se presenta el desarrollo matemático para la obtención de las ecuaciones diferenciales para el fluido en la tubería de producción, espacio anular y de circulación.

**5.2.1 Fluido en la TP.** Durante flujo en estado estacionario, el fluido disminuye su entalpía, su energía cinética y su energía potencial debido a la pérdida de energía que sufre hacia el fluido anular. Esto puede ser expresado como:

$$Q_1 = w_f \left[ \frac{dH_f}{dz} + v_f \frac{dv_f}{dz} + g \sin \theta \right] \dots \dots (5.1)$$

## *Prevención de la depositación de orgánicos en el pozo*

Donde  $w_f$  es el gasto de flujo másico del fluido;  $H_f$  es la entalpia;  $v_f$  es la velocidad del fluido; y  $\theta$  es el ángulo de inclinación del pozo con respecto a la horizontal. La entalpia puede ser expresada como una función de la presión y la temperatura:

$$\frac{dH_f}{dz} = c_{pf} \frac{dT_f}{dz} - C_J c_{pf} \frac{dp}{dz} \dots \dots \dots (5.2)$$

Donde  $c_{pf}$  es la capacidad de calor a presión constante, y  $C_J \{ = (-1/c_f)(\partial H / \partial p)_T \}$  es el coeficiente de Joule-Thompson del fluido en la TP. Combinando la ecuación 5.1 y 5.2, se obtiene:

$$Q_1 = w_f \left[ c_{pf} \frac{dT_f}{dz} - C_J c_{pf} \frac{dp}{dz} + v_f \frac{dv_f}{dz} + g \sin \theta \right] \dots \dots \dots (5.3)$$

La pérdida o ganancia de calor en el espacio anular por unidad de longitud de la tubería,  $Q_1$ , puede ser expresada en términos del coeficiente general de transferencia de calor,  $U_1$ , y la diferencia de temperatura,  $T_f - T_a$ , como:

$$Q_1 = U_1 (2\pi r_{io}) (T_f - T_a) \dots \dots \dots (5.4)$$

El coeficiente general de transferencia de calor,  $U_1$ , depende del coeficiente de transferencia de calor por convección,  $h_f$ , del fluido de la TP y de la conductividad térmica de la pared de la tubería,  $k_t$ , la cual está dada por:

$$\frac{1}{U_1} = \frac{r_{io} \ln(r_{io} / r_{ii})}{k_t} + \frac{r_{io}}{r_{ii} h_f} + \frac{1}{h_a} \dots \dots \dots (5.5)$$

Al definir el parámetro de relajación,  $L_{R1}$ , en términos de  $U_1$ , queda como:

$$L_{R1} = U_1 \frac{2\pi r_{io}}{w_f c_{pf}} \dots \dots \dots (5.6)$$

Al combinar la ecuación 5.6 con la ecuación 5.3 y simplificando, se obtiene una expresión para el cálculo de la temperatura en la TP y en el espacio anular, la cual se escribe como:

$$\frac{dT_f}{dz} = L_{R1} (T_f - T_a) + \phi_f \dots \dots \dots (5.7)$$

Donde:

$$\phi_f = C_J \frac{dp_f}{dz} - \frac{v_f}{c_{pf}} \frac{dv_f}{dz} - \frac{g \sin \theta}{c_{pf}} \dots \dots \dots (5.8)$$

## *Prevención de la depositación de orgánicos en el pozo*

Para flujo líquido monofásico, el coeficiente de Joule-Thompson es despreciable así como es el cambio en la energía cinética. Por lo tanto, el parámetro,  $\Phi_f$ , para flujo de líquido es igual a  $-g \sin \theta / c_{pf}$ .

**5.2.2 Fluido de circulación.** La ecuación diferencial que gobierna la temperatura del fluido (agua) en la tubería de circulación,  $T_w$ , es derivada de manera similar a la mostrada para el fluido dentro de la TP. El calor transferido desde el fluido del espacio anular al fluido de circulación,  $Q_2$ , esta dado por expresiones similares a las ecuaciones 5.3 y 5.4. Así que la temperatura del agua en la sarta de circulación con flujo en dirección descendente, es gobernada por:

$$\frac{dT_w}{dz} = \frac{(2\pi r_{jo} U_2)(T_a - T_w)}{w_w c_{pw}} + \phi_w \dots \dots \dots (5.9)$$

Donde: 
$$\frac{1}{U_2} = \frac{r_{jo} \ln(r_{jo}/r_{ji})}{k_j} + \frac{r_{jo}}{r_{ji} h_w} + \frac{1}{h_a} \dots \dots \dots (5.10)$$

Usando el parámetro de relajación,  $L_{R2} = (U_2)(2\pi r_{jo})/(w_w c_{pw})$ , se obtiene:

$$\frac{dT_w}{dz} = L_{R2}(T_a - T_w) + \phi_w \dots \dots \dots (5.11)$$

En la ecuación 5.11, los parámetros  $\Phi_w$  y  $L_{R2}$  son:

$$\phi_w = C_J \frac{dp_w}{dz} - \frac{v_w}{c_{pw}} \frac{dv_w}{dz} - \frac{g \sin \theta}{c_{pw}} \dots \dots \dots (5.12)$$

$$L_{R2} = \frac{2\pi r_{jo}}{w_w c_{pw} \left( \frac{r_{jo} \ln(r_{jo}/r_{ji})}{k_j} + \frac{r_{jo}}{r_{ji} h_w} + \frac{1}{h_a} \right)} \dots \dots \dots (5.13)$$

**5.2.3 Fluido Anular.** El fluido que se encuentra en el espacio anular se mueve de forma ascendente y existe intercambio de energía con el fluido que fluye dentro de la TP. A demás hay intercambio de energía del fluido anular con la formación circundante. Por lo tanto, se puede escribir la ecuación de balance de energía como:

$$Q_1 - Q_2 - Q_3 = -w_a \left[ \frac{dH_a}{dz} + v_a \frac{dv_a}{dz} + g \sin \theta \right] \dots \dots \dots (5.14)$$

## *Prevención de la depositación de orgánicos en el pozo*

La expresión para la pérdida de calor para el fluido anular hacia la formación, por unidad de longitud del pozo, es:

$$Q_3 = c_{pa} w_a L_{R3} (T_a - T_{ei}) \dots \dots \dots (5.15)$$

Donde  $L_{R3}$  es:

$$L_{R3} = \frac{2\pi r_{to} U_{to} k_e}{c_{pa} w_a (k_e + r_{to} U_{to} T_D)} \dots \dots \dots (5.16)$$

$T_D$  es la función de distribución de la temperatura y el coeficiente general de transferencia de calor,  $U_{to}$ , esta dado por:

$$\frac{1}{U_{to}} = \frac{r_{to} \ln(r_{co}/r_{ci})}{k_c} + \frac{r_{to}}{r_{ci} h_a} + \frac{r_{to} \ln(r_w/r_{co})}{k_{cem}} \dots \dots \dots (5.17)$$

Donde  $h_a$  es el coeficiente de transferencia de calor por convección forzada para el fluido anular. En costa afuera, la TR está expuesta al agua de mar fría, por lo que la expresión para  $L_{R3}$  cambia a:

$$L_{R3} = \frac{2\pi r_{to} U_{c\infty}}{c_{pa} w_a} \dots \dots \dots (5.18)$$

En la ecuación 5.18, el coeficiente general de transferencia de calor toma en cuenta los efectos de la temperatura del agua de mar. Donde  $U_{c\infty}$  está dado por:

$$\frac{1}{U_{c\infty}} = \frac{r_{to} \ln(r_{co}/r_{ci})}{k_c} + \frac{r_{to}}{r_{ci} h_a} + \frac{r_{to}}{r_{co} h_\infty} \dots \dots \dots (5.19)$$

La corriente natural del océano hará que la convección forzada sea el modo más probable de transferencia de calor en altamar. Se sugiere el uso de la correlación de Fishenden-Saunders<sup>29</sup> para flujo de calor perpendicular a tuberías verticales, el cual es:

$$h_\infty = 0.26(k_\infty/d_{co}) (d_{co} v_\infty \rho_\infty / \mu_\infty)^{0.6} (c_{p\infty} \mu_\infty / k_\infty)^{0.3} \dots \dots \dots (5.20)$$

El subíndice  $\infty$  en la ecuación 5.20, indica las propiedades para el agua de mar. Similarmente a las ecuaciones 5.7 y 5.11, la ecuación diferencial que gobierna el fluido en el espacio anular se escribe como:

$$\frac{dT_a}{dz} = -L_{R1} (T_f - T_a) \frac{c_{pf}}{c_{pa}} + L_{R2} (T_a - T_w) \frac{c_{pw}}{c_{pa}} + L_{R3} (T_a - T_{ei}) + \phi_a \dots \dots \dots (5.21)$$

Donde:

$$\phi_a = C_j \frac{dp_a}{dz} - \frac{v_a}{c_{pa}} \frac{dv_a}{dz} - \frac{g \sin \theta}{c_{pa}} \dots \dots \dots (5.22)$$

Finalmente, las ecuaciones diferenciales para la temperatura de los fluidos en TP, en la tubería de circulación y en espacio anular son respectivamente:

$$\frac{dT_f}{dz} = L_{R1}(T_f - T_a) + \phi_f \dots \dots \dots (5.23)$$

$$\frac{dT_w}{dz} = L_{R2}(T_a - T_w) + \phi_w \dots \dots \dots (5.24)$$

$$\frac{dT_a}{dz} = L_{R1}(T_f - T_a) \frac{c_{pf}}{c_{pa}} - L_{R2}(T_a - T_w) \frac{c_{pw}}{c_{pa}} - L_{R3}(T_a - T_{ei}) + \phi_a \dots \dots \dots (5.25)$$

La combinación de estas tres ecuaciones resulta en una ecuación diferencial de tercer orden, la cual no tiene tratamiento analítico por lo que se ofrece la siguiente solución numérica considerando la discretización del espacio en nodos ( $j$  y  $j+1$ ):

**5.2.4 Solución numérica de las ecuaciones diferenciales para la temperatura de los fluidos en los tres conductos (TP, tubería de circulación y espacio anular).**

La primera condición de frontera conocida es la temperatura del fluido de circulación en la cabeza del pozo. La segunda condición de frontera es en el punto de inyección donde la temperatura del fluido anular es la misma que la temperatura del fluido de circulación; es decir,  $T_{a(j)} = T_{w(j)}$ . La temperatura del fluido en la TP en  $z = L_j$  puede ser estimada a partir de la temperatura conocida en el fondo del pozo, usando el método mostrado en el capítulo 3. Se introduce un parámetro fraccional,  $\xi$ , para escribir las ecuaciones diferenciales en términos del valor de la variable (temperatura) para el nodo  $j$  y el nodo ( $j+1$ ). La ecuación diferencial para la temperatura del fluido en la TP se obtiene a partir de la ecuación 5.25 y está dada por:

$$\frac{T_{f(j+1)} - T_{f(j)}}{\Delta z} = L_{R1} \left[ \xi(T_{f(j)} - T_{a(j)}) + (1 - \xi)(T_{f(j+1)} - T_{a(j+1)}) \right] + \phi_{f(j)} \dots \dots \dots (5.26)$$

Similarmente, para el fluido de circulación, se obtiene:

$$\frac{T_{w(j+1)} - T_{w(j)}}{\Delta z} = L_{R2} \left[ \xi(T_{a(j)} - T_{w(j)}) + (1 - \xi)(T_{a(j+1)} - T_{w(j+1)}) \right] + \phi_{w(j)} \dots \dots \dots (5.27)$$

y, para el fluido anular:

$$\begin{aligned} \frac{T_{a(j+1)} - T_{a(j)}}{\Delta z} = & - \frac{L_{R1} c_{pf}}{A_1 c_{pa}} \left\{ \xi(T_{f(j)} - T_{a(j)}) + (1 - \xi)(T_{f(j+1)} - T_{a(j+1)}) \right\} \\ & + \frac{L_{R2} c_{pw}}{A_2 c_{pa}} \left\{ \xi(T_{a(j)} - T_{w(j)}) + (1 - \xi)(T_{a(j+1)} - T_{w(j+1)}) \right\} + L_{R3} \left\{ \xi T_{a(j)} + (1 - \xi) T_{a(j+1)} - T_{ei(j)} \right\} + \phi_{a(j)} \end{aligned} \dots \dots \dots (5.28)$$

## Prevencción de la depositación de orgánicos en el pozo

Reordenando las tres ecuaciones anteriores se obtienen las siguientes expresiones:

$$b_1 T_{f(j+1)} + b_2 T_{a(j+1)} = b_3 \dots \dots \dots (5.29)$$

$$C_1 T_{a(j+1)} + C_2 T_{w(j+1)} = C_3 \dots \dots \dots (5.30)$$

$$d_1 T_{f(j+1)} + d_2 T_{a(j+1)} + d_3 T_{w(j+1)} = d_4 \dots \dots \dots (5.31)$$

Se despejan las variables  $T_{f(j+1)}$ ,  $T_{a(j+1)}$  y  $T_{w(j+1)}$  para que queden en términos de los parámetros  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$  y  $d_4$ . Las temperaturas de los fluidos para los tres conductos en el nodo  $j$ , se encuentran expresadas en los parámetros  $b_3$ ,  $C_3$  y  $d_4$ .

$$T_{f(j+1)} = \frac{b_3 C_1 d_3 + b_2 C_2 d_4 - C_2 d_2 b_3 - b_2 C_3 d_3}{b_1 C_1 d_3 + b_2 C_2 d_1 - C_2 d_2 b_1} \dots \dots \dots (5.32)$$

$$T_{a(j+1)} = \frac{b_1 C_3 d_3 + b_3 C_2 d_1 - C_2 d_4 b_1}{b_1 C_1 d_3 + b_2 C_2 d_1 - C_2 d_2 b_1} \dots \dots \dots (5.33)$$

$$T_{w(j+1)} = \frac{b_1 C_1 d_4 + b_2 C_3 d_1 - b_3 C_1 d_1 - b_1 C_3 d_2}{b_1 C_1 d_3 + b_2 C_2 d_1 - C_2 d_2 b_1} \dots \dots \dots (5.34)$$

Los parámetros  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$ ,  $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ,  $d_4$  están dados por:

$$b_1 = 1 - L_{R1} \Delta z (1 - \xi) \dots \dots \dots (5.35)$$

$$b_2 = L_{R1} \Delta z (1 - \xi) \dots \dots \dots (5.36)$$

$$b_3 = L_{R1} \Delta z \xi (T_{f(j)} - T_{a(j)}) + T_{f(j)} + \phi_{f(j)} \dots \dots \dots (5.37)$$

$$C_1 = -L_{R2} \Delta z (1 - \xi) \dots \dots \dots (5.38)$$

$$C_2 = 1 + L_{R2} \Delta z (1 - \xi) \dots \dots \dots (5.39)$$

$$C_3 = L_{R2} \Delta z \xi (T_{a(j)} - T_{w(j)}) + T_{w(j)} \dots \dots \dots (5.40)$$

$$d_1 = \frac{L_{R1} \Delta z c_{pf}}{c_{pa}} (1 - \xi) \dots \dots \dots (5.41)$$

$$d_2 = \left\{ 1 - \frac{L_{R1} \Delta z c_{pf}}{c_{pa}} (1 - \xi) - \frac{L_{R2} \Delta z c_{pw}}{c_{pa}} (1 - \xi) - L_{R3} \Delta z (1 - \xi) \right\} \dots \dots (5.42)$$

$$d_3 = \frac{L_{R2} \Delta z c_{pw}}{c_{pa}} (1 - \xi) \dots \dots \dots (5.43)$$

$$d_4 = L_{R2} \Delta z \frac{c_{pw} \xi}{c_{pa}} (T_{a(j)} - T_{w(j)}) + L_{R1} \Delta z \frac{c_{pf} \xi}{c_{pa}} (T_{f(j)} - T_{a(j)}) + L_{R3} \Delta z \xi T_{a(j)} - L_{R3} \Delta z T_{ei(j)} + T_{a(j)} + \phi_{a(j)} \Delta z \dots \dots \dots (5.44)$$

### 5.3 Modelo para la inyección de solvente

La Figura 5.7 presenta el modelo esquemático de la inyección directa de un solvente dentro de la TP a una distancia  $L_j$  desde la superficie, después de haber sido transportado a través de una línea de inyección química. Para este caso, se desea determinar los perfiles de temperatura en los tres conductos tal que la potencia del solvente a una presión y temperaturas dadas, pueda ser alineada con el depósito de asfaltenos o parafinas. El conocimiento de estos perfiles de temperatura a condiciones del pozo, permite hacer el diseño óptimo de la línea de inyección.

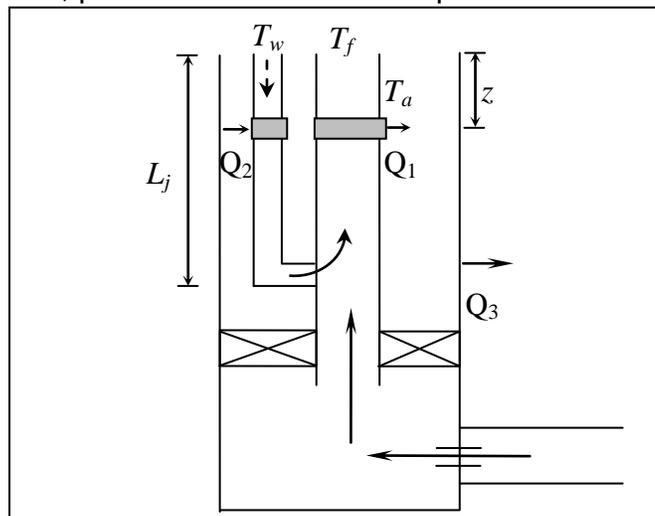


Figura 5.7 Representación esquemática del sistema de inyección de solvente <sup>4</sup>

El balance de energía para los fluidos en los tres conductos para este modelo es muy similar al del fluido de circulación en espacio anular. Tanto para el fluido producido como inyectado, las ecuaciones 5.23 y 5.24 pueden ser aplicados aquí. Sin embargo, la inyección directa incrementa el gasto del fluido en la TP por encima del punto de inyección, por lo tanto, el parámetro de relajación  $L_{R1}$  tiene una ligera modificación mientras que  $L_{R2}$  y  $L_{R3}$  son las mismas que las expresadas por las ecs. 5.13 y 5.16.

$$L_{R1} = \frac{2\pi r_{io} U_1}{c_{pw} W_w + c_{pf} W_f} \dots \dots \dots (5.45)$$

Otra diferencia en este caso, es que el fluido anular no está sujeto a convección forzada. Para el espacio anular, el calor ganado desde el fluido de la TP es igual al calor perdido hacia la tubería de inyección y a la formación. En otras palabras:

$$L_{R1} (T_f - T_a) (w_f c_{pf}) = L_{R2} (T_a - T_w) (w_w c_{pw}) + L_{R3} (T_a - T_{ei}) (w_a c_{pa}) \dots \dots \dots (5.46)$$

## *Prevención de la depositación de orgánicos en el pozo*

El coeficiente general de transferencia de calor  $U_{to}$ , necesario para calcular  $L_{R3}$  Ecuación 5.16, es ligeramente diferente en este caso debido a la carencia de convección forzada en espacio anular.  $U_{to}$  debe ser calculado con la expresión:

$$\frac{1}{U_{to}} = \frac{r_{to} \ln(r_{co} / r_{ci})}{k_c} + \frac{r_{to}}{r_{ci} h_a} + \frac{r_{to} \ln(r_w / r_{co})}{k_{cem}} \dots \dots \dots (5.47)$$

El fluido anular puede experimentar transferencia de calor por convección natural debido a la diferencia de temperatura entre la pared interna y externa del espacio anular. El coeficiente de transferencia de calor para el fluido anular,  $h_a$ , puede ser estimado utilizando el procedimiento presentado en el subtema “Transferencia de calor por convección en espacio anular” del Capítulo 3. En éste capítulo se proporciona un modelo suficientemente robusto para aplicarlo en ambientes costa afuera como en un riser, en el cual, ocurre transferencia de calor directa entre la TP y el agua de mar que lo rodea. La expresión de  $U_{to}$  es modificada para tomar en cuenta este escenario de transferencia de calor alterado.

Las ecuaciones 5.23, 5.24 y 5.46 pueden ser combinadas para formar una ecuación diferencial lineal de segundo orden, el cual puede ser resuelta analíticamente para conocer la temperatura en la línea de producción  $T_f$ , en la línea de inyección  $T_w$  y espacio anular  $T_a$ , las cuales son:

$$T_f = \alpha_1 e^{\lambda_1 z} + \alpha_2 e^{\lambda_2 z} + (\beta_4 / \beta_3) z + (\beta_5 / \beta_3) - (\beta_2 \beta_4 / \beta_3^2) \dots \dots \dots (5.48)$$

$$T_a = \omega_1 \alpha_1 e^{\lambda_1 z} (1 - A_2 \lambda_1) + \omega_2 \alpha_2 e^{\lambda_2 z} (1 - A_2 \lambda_2) + \omega_3 z + \omega_4 - A_2 (\phi_w + \omega_3) \dots \dots \dots (5.49)$$

$$T_w = \omega_1 \alpha_1 e^{\lambda_1 z} + \omega_2 \alpha_2 e^{\lambda_2 z} + \omega_3 z + \omega_4 \dots \dots \dots (5.50)$$

En las ecuaciones 5.48 a 5.50,  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son constantes de integración y requieren dos condiciones de frontera: la temperatura del fluido de circulación en la cabeza del pozo,  $T_{ww}$ , y la temperatura del fluido en el punto de inyección,  $T_{ff}$ . Sustituyendo  $T_w = T_{ww}$  en la cabeza del pozo y  $T_f = T_{ff}$  en  $L_j$  en la ecuación 5.50, se obtiene:

$$T_{ff} = \alpha_1 e^{\lambda_1 L_j} + \alpha_2 e^{\lambda_2 L_j} + \frac{\beta_4}{\beta_3} L_j + \frac{\beta_3 \beta_5 - \beta_2 \beta_4}{\beta_3^2} \dots \dots \dots (5.51)$$

$$T_{ww} = \omega_1 \alpha_1 + \omega_2 \alpha_2 + \omega_4 \dots \dots \dots (5.52)$$

Por lo tanto  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  están dados por:

## Prevencción de la depositación de orgánicos en el pozo

$$\alpha_1 = \frac{e^{\lambda_2 L_j} (T_{ww} - \omega_4) - \omega_2 \left[ T_{ff} - \frac{\beta_4}{\beta_3} L_j - \frac{\beta_3 \beta_5 - \beta_2 \beta_4}{\beta_3^2} \right]}{\omega_1 e^{\lambda_2 L_j} - \omega_2 e^{\lambda_1 L_j}} \dots \dots \dots (5.53)$$

$$\alpha_2 = \frac{\omega_1 \left[ T_{ff} - \frac{\beta_4}{\beta_3} L_j - \frac{\beta_3 \beta_5 - \beta_2 \beta_4}{\beta_3^2} \right] - e^{\lambda_1 L_j} (T_{ww} - \omega_4)}{\omega_1 e^{\lambda_2 L_j} - \omega_2 e^{\lambda_1 L_j}} \dots \dots \dots (5.54)$$

Los parámetros  $\beta_i$  para  $i = 1, 2, \dots, 5$  están definidos por las siguientes expresiones:

$$\beta_1 = 2\pi r_{io} U_1 + 2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_{pa} \dots \dots \dots (5.55)$$

$$\beta_2 = \left( 4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_1 U_2 \left( \frac{1}{w_w c_{pw}} - \frac{1}{w_f c_{pf}} \right) - L_{R3} 2\pi w_a c_{pa} \left( \frac{r_{io} U_1}{w_f c_{pf}} - \frac{r_{jo} U_2}{w_w c_{pw}} \right) \right) \dots \dots \dots (5.56)$$

$$\beta_3 = \frac{4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_2 U_1 w_a c_{pa} L_{R3}}{w_f w_w c_{pf} c_{pw}} \dots \dots \dots (5.57)$$

$$\beta_4 = - \frac{4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_1 U_2 w_a c_{pa} L_{R3} g_G \sin \theta}{w_f w_w c_{pf} c_{pw}} \dots \dots \dots (5.58)$$

$$\beta_5 = \frac{2\pi r_{jo} U_2 \phi_f}{w_w c_{pw}} (2\pi r_{io} U_1 + L_{R3} w_a c_{pa}) - \frac{2\pi r_{io} U_1}{w_f c_{pf}} (2\pi r_{jo} U_2 \phi_w + w_a c_{pa} L_{R3} g_G \sin \theta) - \frac{2\pi r_{io} U_1}{w_f c_{pf}} \left( \frac{2\pi r_{jo} U_2 w_a c_{pa} (T_{bh} - L g_G \sin \theta) L_{R3}}{w_w c_{pw}} \right) \dots \dots (5.59)$$

$\lambda_1$  y  $\lambda_2$  están dadas por:

$$\lambda_1 = \frac{-\beta_2 + \sqrt{\beta_2^2 - 4\beta_1 \beta_3}}{2\beta_1} \dots \dots \dots (5.60)$$

$$\lambda_2 = \frac{-\beta_2 - \sqrt{\beta_2^2 - 4\beta_1 \beta_3}}{2\beta_1} \dots \dots \dots (5.61)$$

Los parámetros de  $\omega_i$  para  $i=1$  a 4 son:

$$\omega_1 = - \frac{(2\pi r_{io} U_1 + 2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_{pa}) w_f c_{pf} \lambda_1}{4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_1 U_2} + \frac{2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_{pa}}{2\pi r_{jo} U_2} \dots \dots \dots (5.62)$$

$$\omega_2 = - \frac{(2\pi r_{io} U_1 + 2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_{pa}) w_f c_{pf} \lambda_2}{4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_1 U_2} + \frac{2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_{pa}}{2\pi r_{jo} U_2} \dots \dots \dots (5.63)$$

$$\omega_3 = \frac{2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_a}{2\pi r_{jo} U_2} \frac{\beta_4}{\beta_3} - \frac{L_{R3} g_G \sin \theta w_a c_a}{2\pi r_{jo} U_2} \dots \dots \dots (5.64)$$

$$\omega_4 = - \frac{2\pi r_{io} U_1 + 2\pi r_{jo} U_2 + L_{R2} w_a c_{pa}}{4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_1 U_2} \frac{w_f c_{pf} \beta_4}{\beta_3} - \frac{2\pi r_{jo} U_1 T_{bh} L_{R3} w_a c_{pa}}{4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_1 U_2} - \frac{L g_G \sin \theta L_{R3} w_a c_{pa}}{2\pi r_{jo} U_2} + \frac{w_f c_{pf} \lambda_1 (2\pi r_{io} U_1 + 2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_{pa})}{4\pi^2 r_{io} r_{jo} U_1 U_2} + \frac{2\pi r_{jo} U_2 + L_{R3} w_a c_{pa}}{2\pi r_{jo} U_2} \frac{\beta_3 \beta_5 - \beta_2 \beta_4}{\beta_3^2} \dots \dots \dots (5.65)$$

## 5.4 Aplicación de los modelos

**5.4.1 Control de parafinas utilizando fluidos de circulación.** Como se mencionó anteriormente, el taponamiento por parafinas puede ocurrir en pozos o en líneas de flujo. La Figura 5.8 muestra un taponamiento significativo en una línea. El tratamiento de aceite caliente es el camino más recurrido para el tratamiento de parafinas en el pozo, a pesar de su potencial daño en la formación. En aguas profundas la intervención a pozos está prohibida y el enfriamiento de fluidos en el riser simplemente agranda el problema de la depositación.

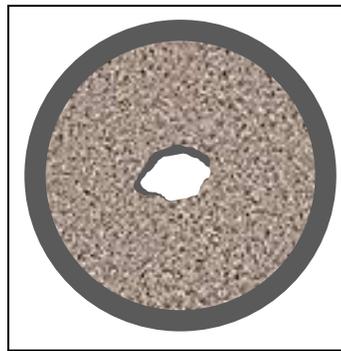


Figura 5.8 Taponamiento de parafina en una línea de flujo <sup>4</sup>

La Figura 5.9 muestra que la temperatura más alta en la cabeza del pozo está ligada al gasto más alto. La razón fundamental de esto es porque los fluidos retendrán mayor energía a mayores gastos. En adición, el tiempo que reside el fluido dentro del riser disminuye a mayor gasto, por lo tanto aumenta la conservación de energía. La producción a gastos altos solo es en aguas profundas. La Figura 5.9 muestra que el gasto debe ser mantenido por encima de 5000 bl/día para evitar una potencial precipitación de cera a 190 °F.

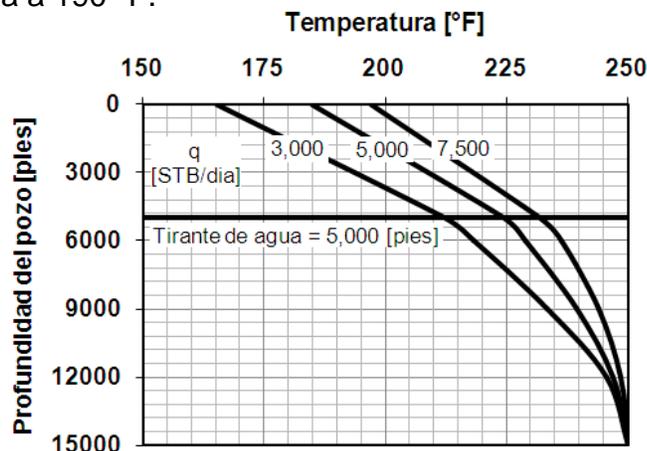


Figura 5.9 El gasto más alto conserva la temperatura más alta en la cabeza del pozo <sup>4</sup>

## Prevencción de la depositación de orgánicos en el pozo

Cuando el fluido circula descendentemente hacia el lecho marino por el riser, la conservación de energía del fluido es reforzada solamente en presencia de un aislante. Como se muestra en la Figura 5.10, un incremento en el gasto del fluido de circulación a 1000 bl/día, ayuda a que la conservación de energía se incremente en presencia de un aislante.

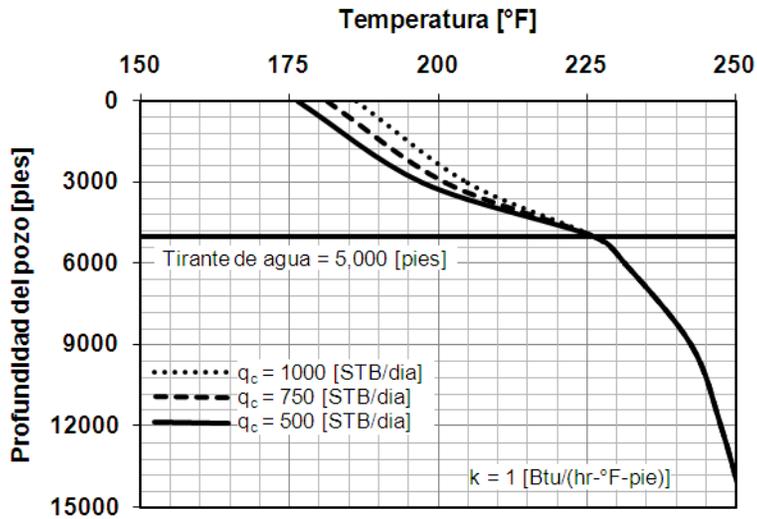


Figura 5.10 El incremento del gasto de circulación ayuda a retener la energía de los fluidos <sup>4</sup>

La Figura 5.11 sugiere que la retención de calor es bastante eficiente cuando el fluido (preferiblemente en la producción de aceite) es circulado descendentemente hacia el lecho marino para aumentar la conservación de energía. En usencia de un aislante y/o del fluido de circulación el calor transferido es dominado por el gradiente de temperatura del agua de mar.

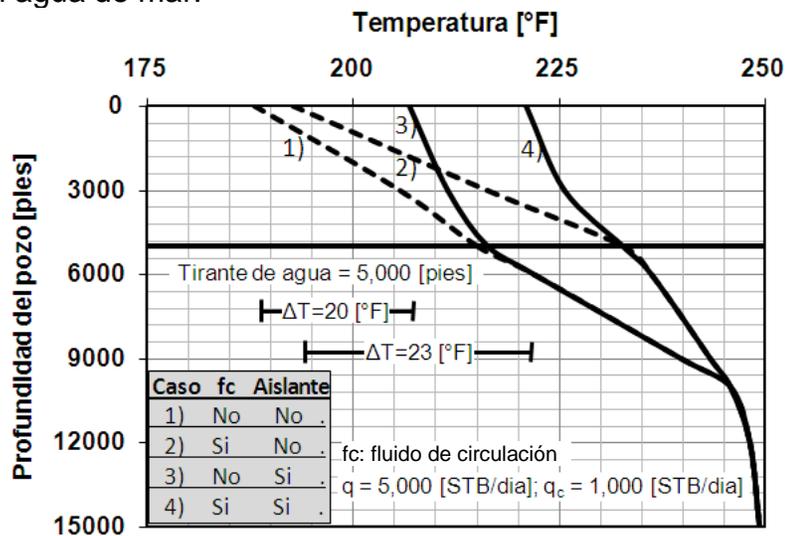


Figura 5.11 Tanto el fluido de circulación como el aislante en la TP, mantienen una alta temperatura en la cabeza del pozo <sup>4</sup>

## Prevención de la depositación de orgánicos en el pozo

Como se muestra en la Figura 5.12, la excesiva pérdida de calor en un riser generará la depositación de sólidos debido a una baja significativa de temperatura en el fluido.

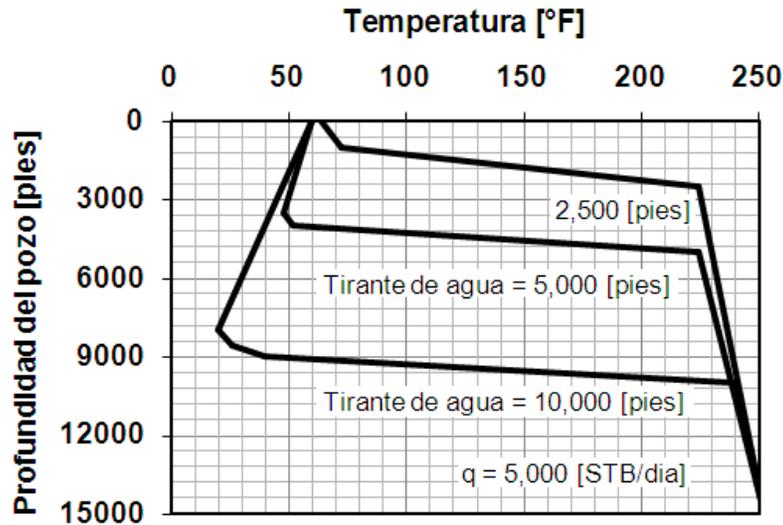


Figura 5.12 Disipación de energía a lo largo de la línea de producción <sup>4</sup>

La Figura 5.13 muestra el tiempo en que decae la temperatura de la cabeza del pozo con y sin aislante en la TP. El aislante ayuda en aguas someras a una profundidad de 2500 pies, sin embargo, en aguas profundas a 10000 pies, el aislante no funciona debido a que el agua actúa como un potente disipador de calor. Tanto la Figura 5.11 y 5.12, sugieren la idea que el procesamiento de los fluidos en lecho marino deben considerar calentamiento de las líneas para el aseguramiento de flujo.

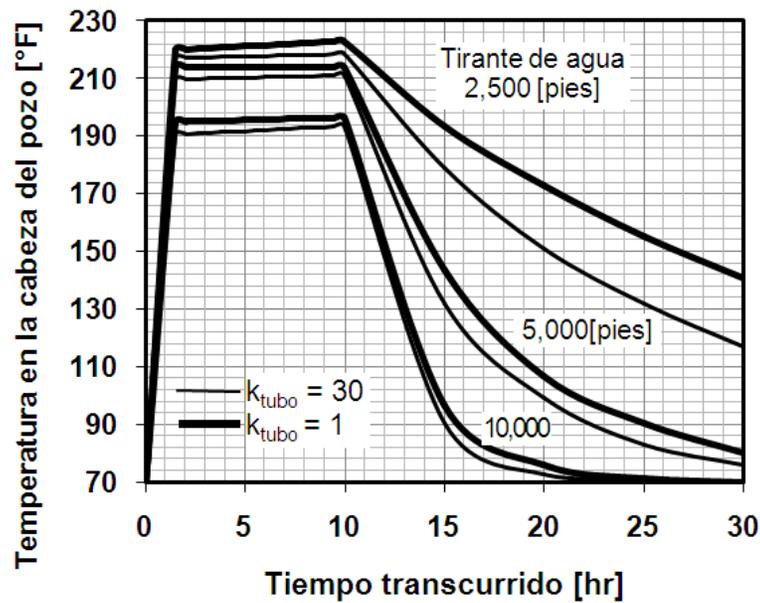
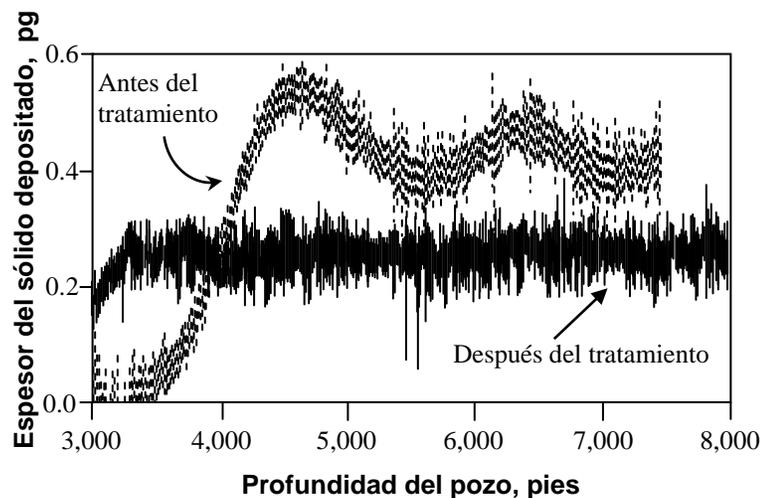


Figura 5.13 El efecto del aislante disminuye con el incremento del tirante de agua <sup>4</sup>

**5.4.2 Control de asfaltenos utilizando fluidos de inyección.** Como se planteó anteriormente, un gran número de solventes aromáticos pueden ser inyectados dentro de la TP para remover los tapones de asfalto. Generalmente, se inyectan baches de solvente separados por baches de fluidos como diesel y, son bombeados directamente a la TP ocasionando que se desplace el fluido producido hacia la formación. Este tipo de desplazamiento es conocido como bull heading. Un problema con este tipo de tratamiento es la intervención al pozo lo que implica pérdida de producción. Como se ilustra en la Figura 5.14, la utilización de aceite desasfaltado (DAO) mitiga la depositación de asfaltenos. Cabe resaltar que transcurrieron varios meses entre las dos mediciones antes y después de utilizar el aceite desasfaltado, y que después del tratamiento hay mayor espesor del asfalto en la TP a profundidades menores a 4000 pies debido a la depositación que se tuvo con el tiempo. El interés de utilizar aceite desasfaltado es porque es menos caro que otros solventes y no es dañino al medio ambiente a diferencia de aquellos utilizados rutinariamente.



**Figura 5.14** Las mediciones del caliper muestran la efectividad del tratamiento con aceite desasfaltado (DAO) <sup>4</sup>

La principal finalidad del modelo es tener la capacidad de calcular la traza p-T y observar cómo el solvente puede ayudar a mitigar el problema de la depositación de asfaltenos, así también, asegurar un tratamiento eficiente para que el gasto de flujo pueda ser reducido significativamente. Para mostrar el resultado de la aproximación anterior, se aplicó este modelo en la inyección de aceite desasfaltado o de un solvente adecuado dentro de la TP a través de una línea de inyección química como

## Prevencción de la depositación de orgánicos en el pozo

se observa en la Figura 5.7. Los datos del pozo y de las propiedades del fluido son los mostrados en la Tabla 5.1.

**Tabla 5.1 Datos del pozo y propiedades del fluido**

Diámetro interno de la TP, pg	2.75	Conductividad térmica del cemento, BTU/pie-°F-hr	0.38
Diámetro externo de la TP, pg	3.25	Diámetro externo del cemento a 500 pies de profundidad, pg	30
Conductividad térmica de la TP, BTU/pie-°F-hr	30	Diámetro externo del cemento a partir de 500 pies hasta el fondo del pozo, pg	24
Gasto del fluido de producción, STB/d	2000	Conductividad térmica de la formación, BTU/pie-°F-hr	3.33
Diámetro interno de la TW, pg	2.75	Densidad de la formación, lbm/pc	135
Diámetro externo de la TW, pg	3.25	Capacidad térmica de la formación, BTU/lbm-°F	0.625
Conductividad térmica de la TW con aislante, BTU/pie-°F-hr	0.1	Permeabilidad de la formación, md	25
Gasto del fluido de circulación (agua), STB/d	200	Espesor de la formación, pies	50
Temperatura interna del fluido de circulación en la cabeza del pozo, °F	70	Porosidad de la formación, adim	0.293
Diámetro interno de la TR, pg	10	Temperatura del fondo del pozo, °F	225
Diámetro externo de la TR, pg	11.5	Profundidad del pozo, pies	10,000
Conductividad térmica de la TR, BTU/pie-°F-hr	30	Rugosidad, pg	$1.8 \times 10^{-5}$
Conductividad térmica del fluido anular, BTU/pie-°F-hr	0.3	Gradiente geotérmico, °F/pie	0.0155

La Figura 5.15 presenta los resultados de este modelo en el que se observa una gráfica de presión contra temperatura de la inyección directa de 200 bl/día de aceite desasfaltado dentro de una TP que está produciendo 5000 STB/día de aceite. El solvente es transportado a una profundidad de 8000 pies desde la cabeza del pozo utilizando una tubería de circulación de 0.5 pg ( $d_{ji}$ ) y 0.75 pg ( $d_{jo}$ ). Esta figura muestra que la temperatura del solvente se aproxima rápidamente a la del fluido producido. Así mismo, la adición del solvente reduce un poco la temperatura del fluido.

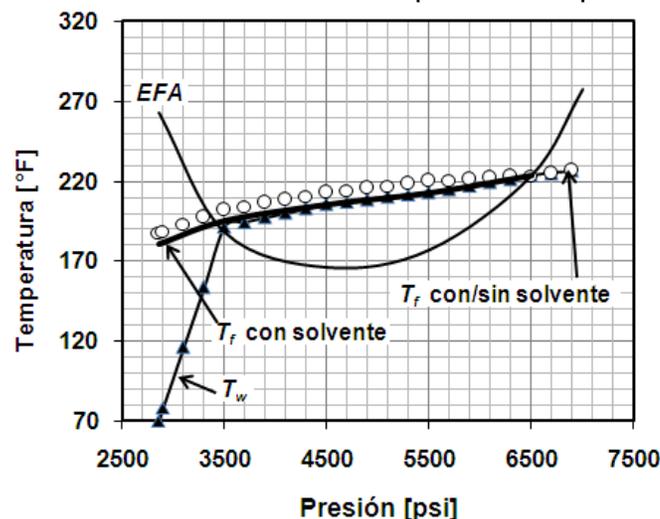


Figura 5.15 Perfiles de temperatura del fluido con o sin inyección de solvente <sup>4</sup>



## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

---

- El propósito de esta tesis ha sido proporcionar un material que contenga de manera concreta, ordenada y sencilla los conceptos fundamentales de la transferencia de calor, y su aplicación en las operaciones de producción e inyección de fluidos en pozos costa afuera y costa adentro.
- Se dan las bases a partir de ejemplos sencillos para predecir el perfil de la temperatura de los fluidos en pozos con cualquier geometría, bajo diferentes condiciones como: flujo de fluidos en la TP y/o espacio anular, operaciones de inyección de gas de BN, colocación de varias TR de diferente diámetro y espesor, distintas litologías en la formación que rodean al pozo, entre otros.
- El concepto de resistencia térmica (análogo con los circuitos eléctricos), se puede aplicar a los sistemas conductivos-convectivos, para escribir el flujo de calor y la resistencia equivalente de dicho sistema. Las únicas restricciones para esta aplicación son: que el sistema se pueda considerar como unidimensional (flujo de calor en una sola dirección) y que los materiales sean homogéneos e isotrópicos.
- Para resolver la ecuación diferencial de transferencia de calor, se puede utilizar el método de diferencias finitas o la solución analítica de la serie de Fourier para las geometrías: placa plana, cilindro y esfera. Sin embargo, cuando las condiciones de frontera complican la obtención de dicha solución, se recurre al principio de superposición para dividir el sistema en problemas más sencillos de resolver y aplicarle a estos, la solución de Fourier. El método de diferencias finitas es una aproximación, pero en la práctica no se necesita que el resultado sea tan exacto.
- Para conocer el tiempo que tarda el aceite en alcanzar cierta temperatura cuando se hace un paro de bomba, y evitar que aumente su viscosidad y/o comience la

## *Conclusiones y Recomendaciones*

---

precipitación de sólidos por la disminución de la temperatura, existen soluciones sencillas y complejas como: el método de parámetros concentrados, la solución analítica de Fourier en estado transitorio y, el análisis del sistema que tome en cuenta la variación espacial y temporal de la temperatura. Para decidir entre una y otra solución, se recurre al número de Biot.

- Es más difícil modelar la convección que la conducción porque se requiere resolver simultáneamente funciones que representen las distribuciones de velocidad y de temperatura. Para flujo laminar y geometrías simples existen soluciones analíticas, mientras que para flujo turbulento, se utilizan correlaciones empíricas para estimar el número de Nusselt, ya que es un problema complejo de representar con alguna ecuación analítica.
- Para obtener el valor del coeficiente de convección ( $h$ ), se debe seleccionar la correlación de Nusselt más adecuada de acuerdo con las condiciones que presenta el sistema como son: tipo de geometría (placa plana, cilindro o esfera), tipo de convección (libre o forzada) y tipo de flujo (turbulento o laminar)
- Las correlaciones que se recomiendan para el cálculo del número de Nusselt, en tuberías que transportan hidrocarburos con flujo turbulento completamente desarrollado, y modo de transferencia de calor por convección forzada son: Ditus-Boelter y Seider-Tate.
- En el análisis de la convección, se quitan las dimensiones a las expresiones físico-matemáticas que modelan este mecanismo y se agrupan las variables, dando lugar a los números adimensionales como:  $Nu$ ,  $Pr$ ,  $Re$ ,  $Gr$ ,  $Ra$ .
- Para la industria petrolera, es necesario conocer el valor de la longitud de entrada hidrodinámica porque después de ésta, conviene colocar medidores (como la placa de orificio que calcula un  $\Delta p$  para estimar el gasto) debido a que no hay variaciones en el perfil de velocidades del fluido, por el contrario, si se coloca el medidor dentro dicha longitud, se tendrá un error del 20% de medición.

## *Conclusiones y Recomendaciones*

---

- El coeficiente de convectividad es mayor para convección forzada que para libre. Esto se debe a que la convección libre es un fenómeno muy lento, porque no hay un dispositivo externo que aumente la velocidad o el movimiento del fluido.
- Para pozos costa afuera, el mar tiene mayor coeficiente de convección que el aceite, ocasionando que el diferencial de temperatura entre la pared externa del riser y del mar sea más pequeño que el diferencial de temperatura entre la pared interna y el aceite. Esto significa que hay mayor pérdida de calor dentro del riser que afuera de este.
- Debido a que existen pocos trabajos en la literatura sobre convección natural en geometría anular vertical, no se toma en cuenta la influencia de ésta sobre la temperatura de los fluidos en la TP, el cual difiere significativamente de datos medidos. Por lo tanto, se recomienda utilizar la formulación propuesta por Hasan-Kabir para el cálculo del coeficiente de convección libre en espacio anular.
- La solución de la ecuación diferencial de flujo de calor en estado estacionario es adecuado para el diseño de sartas de tuberías con el objetivo de optimizar la producción. Mientras que en estado transitorio, es aplicable a pruebas de presión o al cierre del pozo para correr registros de producción, porque existe variación de  $p$  y  $T$  con respecto al tiempo.
- El modelo teórico de Ramey estima la temperatura del fluido monofásico, en función de la profundidad del pozo y el tiempo de producción o inyección. Mientras que Hasan y Kabir proponen un modelo para flujo de fluidos en dos fases, que muestra la distribución de temperatura en la formación, el balance de energía para los fluidos en el pozo y el intercambio de calor entre los fluidos y sus alrededores.
- Para estimar el flujo de calor a través de uno o varios medios, se obtiene el coeficiente de transferencia de calor total ( $U$ ), el cual puede ser una combinación de varios coeficientes individuales que dependen del modo en que se transfiere

## *Conclusiones y Recomendaciones*

---

(conducción, convección y radiación) y de la configuración del pozo (estado mecánico).

- La transferencia de calor desde el fluido en la TP hacia la formación es de forma radial, por lo tanto, el coeficiente general de transferencia de calor para pozos ( $U$ ), comprende los elementos que oponen resistencia al flujo de calor (fluido y espesor de la TP, fluido anular, pared de la TR, cemento y formación). Estas resistencias están en serie, cuyo transporte de energía es la transferencia de calor por conducción a excepción del fluido anular y el producido que es por convección.
- El coeficiente general de transferencia de calor,  $U$ , es mucho más pequeño en el fondo del pozo que en la cabeza del mismo debido a la convección natural del espacio anular ya que no está totalmente lleno de líquido hasta la cabeza, sino que el gas ocupa la mayoría del espacio. En la cabeza,  $h_a$  es grande lo que conduce que tanto  $U$  como el  $\Delta T$  entre la formación y los fluidos, también sean grandes. Mientras que en el fondo sucede lo contrario. Se recomienda hacer los cálculos en segmentos porque  $h_a$  es variable con respecto a la profundidad.
- La transferencia de calor entre el flujo de fluidos y la pared del pozo se considera estado estacionario porque la conductividad térmica es alta en esta región así como su distancia radial es relativamente pequeña. Sin embargo, en la formación se considera un proceso transitorio.
- La predicción de la temperatura en los pozos utiliza los principios de la conservación de masa, movimiento, y energía. La complejidad de estas ecuaciones requiere de una solución analítica muy rigurosa. Sin embargo Sagar<sup>18</sup>, Alves<sup>19</sup> y Hasan-Kabir<sup>20</sup> presentan una solución analítica aproximada a partir del acoplamiento del gradiente de presión y el gradiente de entalpia.
- La formulación de Alves<sup>19</sup> es para flujo en tuberías con cualquier grado de inclinación. Su solución se simplifica al modelo de Coulter-Bardon<sup>16</sup> para el caso

## Conclusiones y Recomendaciones

---

de líneas totalmente horizontales y a las ecuaciones presentadas por Ramey<sup>12</sup> para: gas ideal, flujo de líquido incompresible e inyección en pozos.

- La configuración de los pozos en campo involucran varias TR's de diferente diámetro y espesor, y distintas litologías en la formación (lutita, limolita, arenisca, carbonato, caliza, etc.) que a su vez tienen diferentes propiedades físicas ( $\rho$ ,  $c_p$ ,  $k$ ,  $\alpha$ ). Este aspecto se debe tomar en cuenta al calcular el perfil de temperatura del fluido producido porque se tienen distintos valores de  $U$ . Por lo tanto, se debe dividir el pozo en secciones que contengan los mismos elementos.
- La transferencia de calor se debe de utilizar como una herramienta para predecir en función del tiempo, la temperatura de los fluidos transportados en ductos sobre el lecho marino, con el objetivo de evitar la formación de parafinas y asfaltenos.
- Las causas potenciales para el desarrollo de restricciones en pozos de aceite son numerosas, entre las que destacan fallas mecánicas y bloqueos de vapor. Sin embargo, el mayor daño es causado por la formación de compuestos que se adhieren a las paredes de la tubería de producción como la depositación de asfaltenos, parafinas.
- Desafortunadamente, el tratamiento de la depositación de parafinas y asfaltenos aun depende del bombeo de solventes aromáticos en la TP a la profundidad en que se sospecha el bloqueo. Por otro lado, las medidas correctivas para parafinas implican tratamiento de aceite caliente, raspadores mecánicos, inyección de inhibidores químicos y microbios. Independientemente del método utilizado, estas medidas son caras y usualmente correctivas después de que el problema se ha presentado.
- La industria se debe enfocar en métodos preventivos mediante el análisis del comportamiento de la envolvente de fase de las parafinas y asfaltenos así como de las características de flujo de calor y de fluidos en la TP.

## *Conclusiones y Recomendaciones*

---

- Se recomienda estudiar en conjunto los componentes sólidos como asfalteno, parafina e hidrato porque todos pueden ocurrir potencialmente en varios aceites y presentar problemas dependiendo de la presión y temperatura del fluido en TP.
- Las parafinas son fuertemente dependientes de la temperatura, consecuentemente son candidatas a un tratamiento térmico. El método propuesto implica la circulación de un fluido caliente en el espacio anular y/o aislar la TP.
- A diferencia de las parafinas, la depositación cinética para los asfaltenos no está bien comprendida. Sin embargo la variación de la composición del aceite en el pozo requiere que la envolvente de floculación del asfalteno (EFA) sea establecida para un aceite dado. La solución para mitigar el problema de depositación de asfalteno es inyectar solvente directamente a la profundidad en la que se sospecha la depositación.
- La corriente natural del océano hace que la convección forzada sea el modo más probable de transferencia de calor en altamar. Se sugiere el uso de la correlación de Fishenden-Saunders<sup>29</sup> para el número de Nusselt bajo las condiciones de flujo de calor perpendicular a tuberías verticales.
- Los fluidos retienen mayor energía a mayores gastos de producción porque no se les da tiempo suficiente para que se equilibre térmicamente con sus alrededores y por consiguiente, el gradiente de temperatura de los fluidos es pequeño.
- El aislante en el riser, ayuda en aguas someras hasta una profundidad de 2,500 pies, después de ésta comienza a disminuir su eficiencia. A la profundidad de 10,000 pies, no funciona debido a que el agua actúa como un potente disipador de calor.

# APÉNDICE A

## Cálculo del coeficiente general de transferencia de calor y del flujo de calor de un pozo con Bombeo Neumático

---

Para la estimación de U y el flujo de calor a una profundidad dada por arriba del punto de inyección, se llevó a cabo el siguiente procedimiento.

1. Estimación, selección y ajuste de la correlación más adecuada de las propiedades de  $R_s$ ,  $B_o$ ,  $\mu_{om}$ ,  $\mu_{ov}$  a los datos medidos de laboratorio obtenidos del análisis PVT (ver Tabla A.3), en el punto de presión y temperatura de interés (arriba del punto de inyección) obteniéndose los siguientes factores de ajuste.

Tabla A.1 Correlaciones seleccionadas para diferentes propiedades PVT y sus factores de ajuste

Propiedad	Correlación seleccionada	Factor de ajuste
$R_s$	Lasater	1.9445
$B_o$	Oinstein	$-2 \times 10^{-3}$
$\mu_{om}$	Beggs et al.	4.6501
$\mu_{ov}$	Chew y Conally	-0.0147

2. Estimación de las siguientes propiedades físicas en función de las propiedades ajustadas:

Propiedades restantes del aceite:  $\rho_o$ ,  $\sigma_{go}$

Propiedades del gas liberado:  $\gamma_{gd}$ ,  $\gamma_{gf}$ ,  $Z_{gf}$ ,  $B_{gf}$ ,  $\mu_{gf}$ ,  $\rho_{gf}$

Propiedades del gas de BN:  $\gamma_{gBN}$ ,  $Z_{gBN}$ ,  $B_{gBN}$ ,  $\mu_{gBN}$ ,  $\rho_{gBN}$

Propiedades del agua<sup>v</sup>:  $\mu_w$ ,  $\rho_w$

3. Estimación de los gastos volumétricos de los fluidos dentro de la TP a condiciones de flujo, [pc/hr].

---

<sup>v</sup> En este caso práctico de campo, no hay producción de agua, pero se toma en cuenta en los cálculos para ejemplificar como se hace la estimación cuando el pozo produce agua.

## Apéndice A

$$Q_{VoPT} = \frac{Q_o B_o 5.614 v_i}{24}$$

$$Q_{VwPT} = \frac{Q_w B_w 5.614}{24}$$

$$Q_{VgfPT} = \frac{(Q_o(R - R_s) - Q_w R_{sw}) B_{gf}}{24}$$

$$Q_{VgBNPT} = \frac{Q_{VgBN} B_{VgBN}}{24}$$

$$Q_{VLPT} = Q_{VoPT} + Q_{VwPT}$$

$$Q_{VgPT} = Q_{VgfPT} + Q_{VgBNPT}$$

4. Estimación de las fracciones de aceite, agua, gas liberado, gas de BN en la fase líquida y gaseosa a condiciones de flujo.

$$F_o = \frac{Q_{VoPT}}{Q_{VLPT}}$$

$$F_w = 1 - F_o$$

$$F_{gf} = \frac{Q_{VgfPT}}{Q_{VgPT}}$$

$$F_{gBN} = 1 - F_{gf}$$

5. Calculo de la velocidad superficial del líquido y del gas, velocidad de la mezcla [pie/hr] y colgamiento del líquido sin resbalamiento.

$$A = \pi \cdot \frac{d_{ti}^2}{4}$$

$$V_{sL} = \frac{Q_{VLPT}}{AP}$$

$$V_{sg} = \frac{Q_{VgPT}}{AP}$$

$$V_m = V_{sL} + V_{sg}$$

$$H_{LNS} = \frac{V_{sL}}{V_m}$$

6. Estimación de la viscosidad en [lbm/pie-hr] y densidad en [lbm/pc] de la fase líquida, gaseosa y de la mezcla

$$\mu_L = F_o \mu_o + F_w \mu_w$$

$$\rho_L = F_o \rho_o + F_w \rho_w$$

$$\mu_g = F_{gf} \mu_{gf} + F_{gBN} \mu_{gBN}$$

$$\rho_g = F_{gf} \rho_{gf} + F_{gBN} \rho_{gBN}$$

$$\rho_m = \rho_L H_{LNS} + \rho_g (1 - H_{LNS})$$

$$\mu_m = \mu_L H_{LNS} + \mu_g (1 - H_{LNS})$$

7. Calculo de los flujos máscicos a condiciones de flujo, [lb<sub>m</sub>/s].

$$W_o = \rho_o Q_{VoPT}$$

$$W_w = \rho_w Q_{VwPT}$$

$$W_{gf} = \rho_{gf} Q_{VgfPT}$$

$$W_{gBN} = \rho_{gBN} Q_{VgBNPT}$$

$$W_m = W_o + W_w + W_{gf} + W_{gen}$$

<sup>vi</sup> Las variables utilizadas en este apéndice están definidas al final del mismo

## Apéndice A

8. Estimación de los calores específicos de los fluido a condiciones de flujo, [BTU/lb<sub>m</sub>-°F].

$$\gamma_o = \frac{141.5}{\text{API} + 131.5}$$

$$c_{po} = \frac{0.388 + 0.00045 \cdot T}{\gamma_o^{0.5}}$$

$$c_{pgf} = c_{pgi} + \left( \frac{2.53R(p-14.7)}{p_{pc}T_r^3} \right) = 0.8 \text{ Es un valor típico para el gas libre}$$

$$c_{pgBN} = 0.4248 + 4.038 \times 10^{-4} \times p + 4.91 \times 10^{-8} \times p^2 - 3.57 \times 10^{-11} \times p^3 \\ + T(1.0016 \times 10^{-3} - 3.6787 \times 10^{-6} \times p - 3.10 \times 10^{-10} \times p^2 + 3.4893 \times 10^{-13} \times p^3) \\ + T^2(-2.7674 \times 10^{-6} + 1.18 \times 10^{-8} \times p + 2.5566 \times 10^{-12} \times p^2 - 1.6099 \times 10^{-15} \times p^3) \\ + T^3(4.5 \times 10^{-9} - 1.32522 \times 10^{-11} \times p - 4.7895 \times 10^{-15} \times p^2 + 2.3605 \times 10^{-18} \times p^3)$$

$$c_{pw} = 1.0504 - T \times 6.05 \times 10^{-4} + T^2 \times 1.79 \times 10^{-6}$$

$$c_{pm} = \frac{c_{po}W_o + c_{pw}W_w + c_{pgf}W_{gf} + c_{pgen}W_{gen}}{W_m}$$

9. Estimación de las conductividades térmicas de los fluidos, [BTU/pie-°F-hr].

$$\text{Para el aceite: } k_o = \frac{1.62[1 - 3(T - 32)10^{-4}]}{24 \times \gamma_o}$$

Para el gas de BN se requiere conocer las propiedades críticas y reducidas  $p_{cgBN}$  y  $T_{cgBN}$ , si no se conocen se pueden obtener las pseudocríticas que son valores aproximados. El valor de  $p_c$  y  $T_c$  de cada componente del gas de inyección se obtienen de tablas.

$$P'_{pc} = \sum_{i=1}^n y_i P'_c$$

$$T'_{pc} = \sum_{i=1}^n y_i T'_c$$

En la obtención de k para gases a alta presión, se ocupa el método grafico donde se considera a la mezcla del gas como un componente puro. Por lo tanto, las propiedades pseudocríticas y pseudoreducidas de la mezcla, se sustituyen en las propiedades críticas y reducidas de las siguientes ecuaciones.

$$p_r = \frac{P'}{P'_c}$$

$$k'_{cgBN} = \frac{0.0394 p'_c{}^{2/6}}{M^{1/3} T'_c{}^{1/5}}$$

$$T_r = \frac{T'}{T'_c}$$

$k_{rgBN}$ : se obtiene de la Figura A.1

$$k_{gBN} = \frac{k_{rgBN} k'_{cgBN}}{1.7307}$$

$$M_{gBN} = 28.96 \gamma_{gBN}$$

## Apéndice A

Para el gas liberado del aceite, se sigue el mismo procedimiento que el del gas de BN, lo único que cambia es la estimación de la temperatura y presión pseudocríticas:

$T_{pc}$  y  $p_{pc}$  considerando que no tiene contaminantes:

$$T_{pcgf} = 167 + 316.67\gamma_{gf}$$

$$p_{pcgf} = 702.5 - 50\gamma_{gf}$$

$k_{rgf}$ : se obtiene de la Figura A.1

$$k_{gf} = \frac{k_{rgf}k_{cgf}}{1.7307}$$

$k_w$ : se obtiene de la Figura A.2

$$k_m = \frac{k_o W_o + k_w W_w + k_{GF} W_{GF} + k_{GBN} W_{GBN}}{W_m}$$

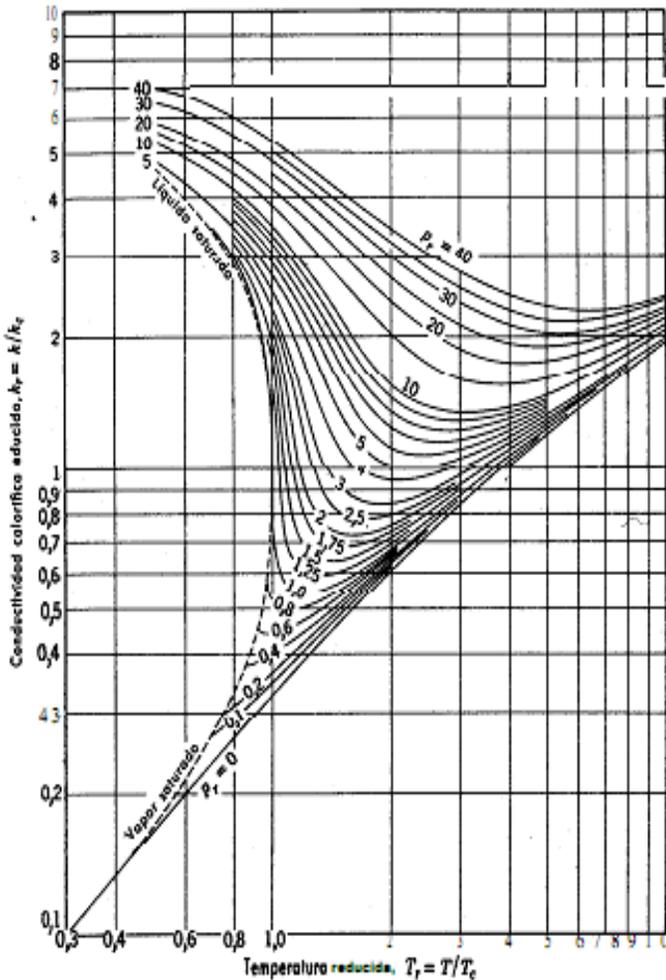


Figura A.1 Método gráfico para la estimación de la conductividad calorífica de las mezclas a altas presiones <sup>5</sup>

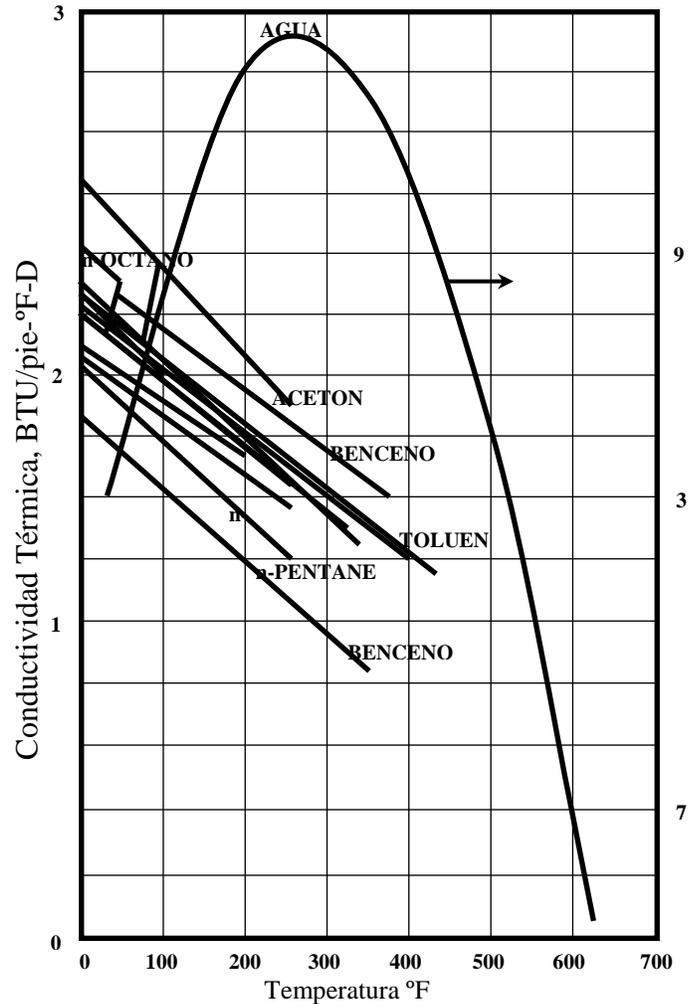


Figura A.2 Conductividad Térmica de líquidos saturados <sup>5</sup>

## Apéndice A

10. Cálculo del coeficiente de convectividad de la mezcla dentro de la TP, [BTU/hr-pie]

$$\text{Re}_m = \frac{\rho_m v_m d_{ii}}{\mu_m} \quad \text{Nu} = 0.023 \text{Re}_m^{0.8} \text{Pr}_m^{0.33}$$

$$\text{Pr}_m = \frac{\mu_m c_{pm}}{k_m} \quad h_m = \frac{\text{Nu}_m k_m}{d_{ii}}$$

11. Calculo de  $U_{fw}$  y del flujo de calor (Q). Para resolver el flujo de calor desde el fluido hasta la formación, se debe de dividir en tres expresiones<sup>vii</sup>:

Flujo de calor desde el fluido en TP hasta el radio del pozo (interfaz cemento-formación):	Flujo de calor desde el radio del pozo hacia la formación:	Flujo de calor desde la pared externa de la TR hacia el radio del pozo:
$Q_{fw} = 2\pi r_{to} U_{fw} (T_f - T_w) \Delta z$ <p>(A.1)</p>	$Q_{we} = \frac{2\pi k_e (T_w - T_e) \Delta z}{T_D}$ <p>(A.2)</p>	$Q_{cow} = \frac{2\pi k_{cem} (T_{co} - T_w) \Delta z}{\ln(r_w / r_{co})}$ <p>(A.3)</p>

Igualando ecs. A.2 y A.1, y despejando  $T_w$ :  $T_w = \frac{T_f T_D + (k_e T_e / r_{to} U_{fw})}{T_D + (k_e / r_{to} U_{fw})}$  ..(A.4)

Igualando ecs. A.3 y A.1, y despejando  $T_{co}$ :  $T_{co} = \frac{r_{to} U_{fw} (T_f - T_w) \ln(r_w / r_{co})}{k_{cem}} + T_w$  ..(A.5)

Donde:

$$T_e = T_{ei} - g_G z \sin \theta$$

$$\frac{1}{U_{fw}} = r_{to} \left[ \frac{1}{r_{ii} h_f} + \frac{\ln(r_{to} / r_{ii})}{k_t} + \frac{1}{r_{ci} h_a} + \frac{\ln(r_{co} / r_{ci})}{k_c} + \frac{\ln(r_w / r_{co})}{k_{cem}} \right] \quad \text{(A.6)}^{viii}$$

$$h_a = \frac{0.049 (Gr_a \text{Pr}_a)^{0.333} \text{Pr}_a^{0.074} k_a}{r_{to} \ln(r_{ci} / r_{to})} \quad Gr_a = \frac{(r_{ci} - r_{to})^3 g \rho_a^2 \beta (T_{to} - T_{ci})}{\mu_a^2}$$

$$\beta = \frac{1}{T_{prom}} \quad T_{prom} = \frac{(T_{to} + T_{ci})}{2}$$

Si  $t_D > 1.5$   $T_D = \left[ 0.4063 + \frac{1}{2} \ln(t_D) \right] \left[ 1 + \frac{0.6}{t_D} \right]$

Si  $t_D < 1.5$   $T_D = 1.1281 \sqrt{t_D} (1 - 0.3 \sqrt{t_D})$

$$t_D = \frac{\alpha_e t_p}{r_w^2} \quad \alpha_e = \frac{k_e}{c_{pe} \rho_e}$$

<sup>vii</sup> Donde  $Q_{fw} = Q_{we} = Q_{cow} = Q$

<sup>viii</sup> La ecuación A.6 calcula el coeficiente general de transferencia de calor para pozos ( $U_{to}$ ) dado también por la expresión 3.21. Debido a que la TP no tiene aislante y la radiación en el espacio anular se considera despreciable, no se toman en cuenta para el cálculo de  $U_{fw}$ .

## Apéndice A

---

Una vez teniendo las propiedades físicas de la mezcla dentro de la TP y del gas de BN dentro del espacio anular, se procede a estimar el valor de  $U_{fw}$  de forma iterativa:

- a) Calcular  $h_a$  suponiendo un valor de  $T_{ci}$  en el número de Grashof, puesto que  $T_{to} \approx T_f$  calcular  $U_{fw}$  con la ecuación A.6
- b) Una vez calculado  $U_{fw}$ , se calcula  $T_w$  con la ecuación A.4
- c) Teniendo  $T_w$  determinar  $T_{co}$  con la ecuación A.5 y por lo tanto se obtiene  $T_{ci}$  porque  $T_{co} \approx T_{ci}$
- d) Luego comparar  $T_{ci}$  del inciso c con la  $T_{ci}$  supuesta del inciso a cuya diferencia debe ser menor o igual a una tolerancia de 0.1. Si no se cumple esta condición, calcular otra vez el número de Grashof con el nuevo valor de  $T_{ci}$  y repetir los incisos a, b, c y d hasta que se cumpla la tolerancia.
- e) Una vez determinado el valor correcto de  $T_{ci}$ , se tendrá el valor correcto de  $T_w$  y de  $U_{fw}$ , y por lo tanto se puede calcular Q mediante la ecuación A.1, A.2 o A.3

A continuación se muestra un ejemplo para calcular  $U_{fw}$  y Q a la profundidad  $L = 7591.207$  [pies  $\nu$ ] (por arriba del punto de inyección) del pozo ZP-1 con bombeo neumático. Este pozo se encuentra produciendo aceite pesado de 10.22 °API, su estado mecánico se reporta en la Figura A.3. El gradiente de presión y temperatura del pozo fluyendo con gasto de inyección del gas de BN de 4MM pc/d se observan en la Tabla A.2 y Figura A.4. Las propiedades físicas de los fluidos obtenidos del reporte PVT a partir de la prueba diferencial y flash, se muestran en la Tabla A.3. Los datos que se requieren conocer para iniciar los cálculos se dan en la Tabla A.4. Los resultados al aplicar los pasos del procedimiento de estimación de  $U_{fw}$  y Q se muestran en la Tabla A.5.

# Apéndice A

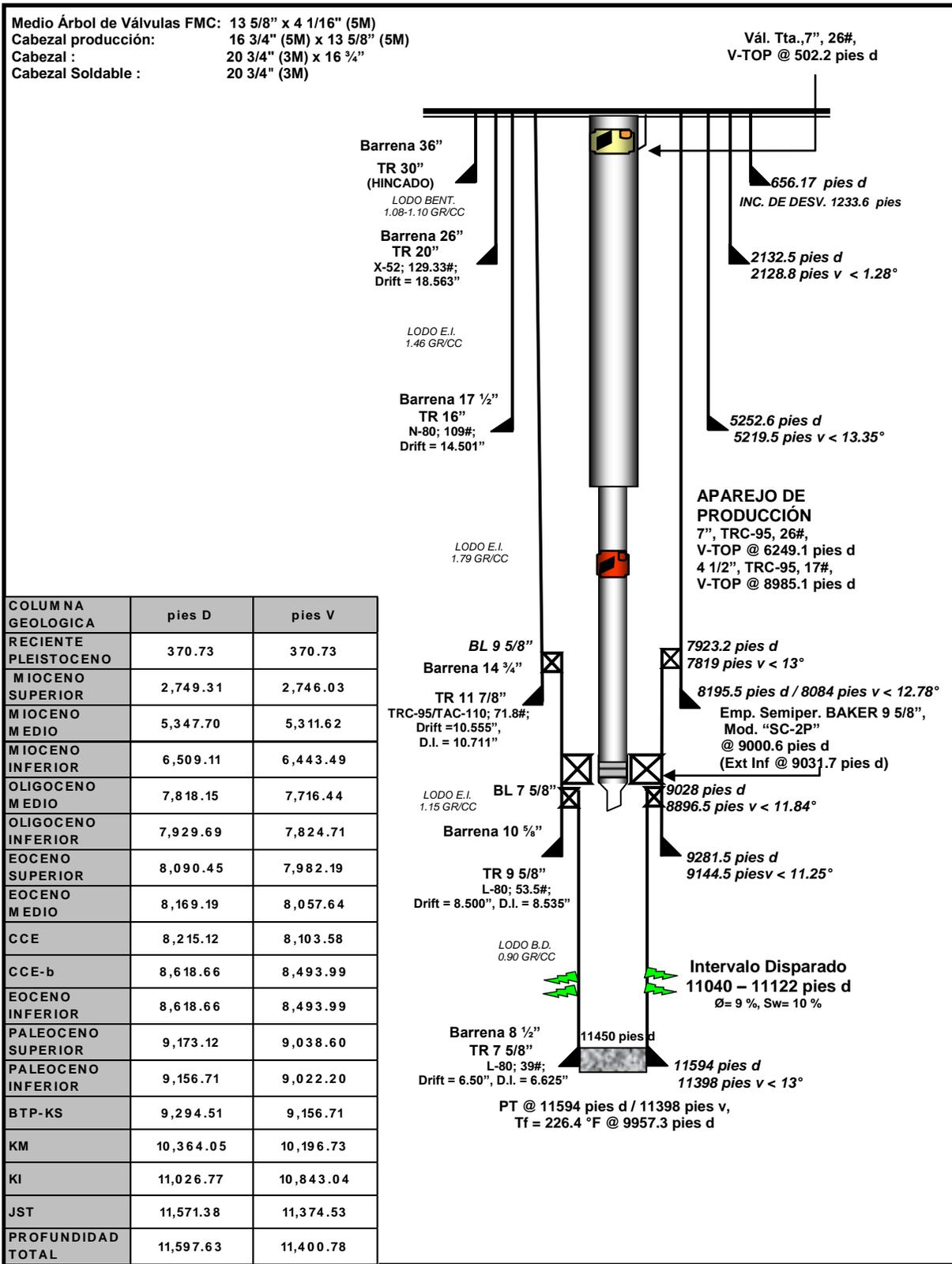
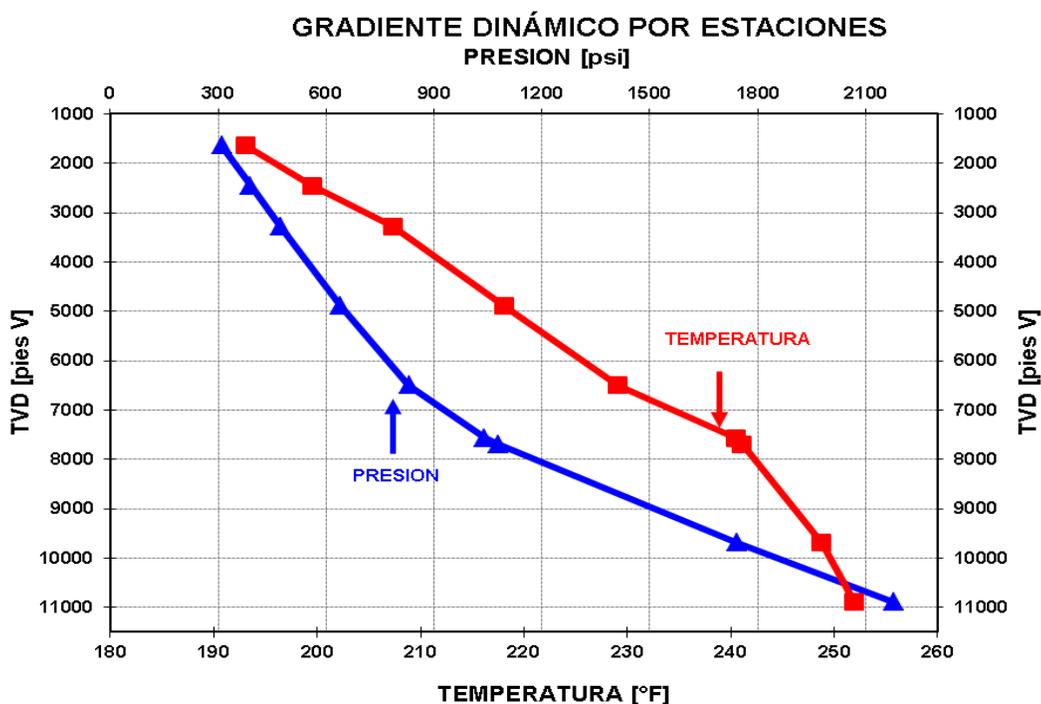


Figura A.3 Estado Mecánico del Pozo ZC-1

## Apéndice A

**Tabla A.2 Gradiente de presión por estaciones con pozo fluyendo con  $Q_{vGBN} = 4.0$  MMPCD**

PROF.		TVD		PRESION		GRADIENTE	TEMPERATURA		PRESION EN CABEZA	
Pies d	m d	Pies v	m v	psia	Kg/cm <sup>2</sup>	Kg/cm <sup>2</sup> /m	°F	°C	psia	Kg/cm <sup>2</sup>
1640.4	500	1637.119	499	309.551	21.764	0.0000	193.13	89.516	151.800	10.673
2460.6	750	2457.319	749	390.307	27.442	0.0227	199.53	93.072	136.320	9.584
3280.8	1000	3277.519	999	473.319	33.278	0.0233	207.31	97.396	163.480	11.494
4921.2	1500	4898.234	1493	640.195	45.011	0.0238	218.12	103.398	153.360	10.783
6561.6	2000	6495.984	1980	830.108	58.364	0.0274	229.11	109.506	153.310	10.779
7660.668	2335	7565.525	2306	1040.498	73.156	0.0454	240.47	115.818	160.600	11.292
7791.9	2375	7693.476	2345	1078.603	75.835	0.0687	241.10	116.167	148.360	10.431
9842.4	3000	9691.483	2954	1743.500	122.583	0.0768	248.80	120.444	176.960	12.442
11079.26	3377	10895.54	3321	2179.855	153.263	0.0836	251.95	122.192	154.010	10.828



**Figura A.4 Gradiente de presión y temperatura del pozo ZC-1**

**Tabla A.3 Datos extraídos del reporte PVT del pozo ZC-1**

Propiedad	Valor	Unidades
API	10.22	°API
Ty	249.8	°F
R	381.09005	pc/bl
Pb	1948.551	psi
Bob	1.2524	bl c.y/bl c.s
$\mu_{om}$	52.5	cp
Ps	72.54	psi
Ts	128.66	°F
$\gamma_{gp}$	0.8175055	adim

Presión [psi]	Rs [pc/bl]	Bo	Viscosidad [cp]
4266.900	381.09	1.2348	12.94
3555.750	381.09	1.2396	12.04
2844.600	381.09	1.2447	11.13
2489.025	381.09	1.2474	10.68
1948.551	381.09	1.2524	9.99
1706.760	345.27	1.2303	11.21
1422.300	306.69	1.2077	12.77
1066.725	253.57	1.1854	15.46
711.150	206.58	1.1600	18.51
355.575	141.16	1.1226	24.25
0	1	1.0363	52.5

## Apéndice A

Los resultados obtenidos del pozo ZC-1 en cada paso del procedimiento para calcular  $U_{fw}$  y  $Q$ , se muestran en la Tabla A.5. Los datos requeridos se muestran en la Tabla A.4.

**Tabla A.4 Datos conocidos del pozo ZC-1**

Del reporte PVT	Arriba del punto de Inyección	Propiedades de la formación
$P_s = 87.24$ [psia] $T_s = 128.66$ [°F] $P_b = 1963.251$ [psia] $B_{ob} = 1.252$ [bl/bl] $R' = 381.09$ [pc/bl] , $R = 67.882$ [pc/pc] $API = 10.22$ [API] $\gamma_{gp} = 0.818$ [adim]	$L = 7591.207$ [pies v] $P_{flujio} = 1050$ [psia] $T_{flujio} = 240.63$ [°F] $d_{ti} = 3.74$ [pg] $d_{to} = 4.5$ [pg] $d_{ci} = 10.711$ [pg] $d_{co} = 11.875$ [pg] $d_w = 14.75$ [pg]	Formación: Oligoceno Medio Roca: Esquisto $k_e = 1.272$ [BTU/pie-°F-hr] $c_{pe} = 0.239$ [BTU/lbm-°F] $\rho_e = 124.86$ [lbm/pc] $g_G = 0.015$ [°F/pie] $g = 4.171181E+08$ [pie/hr <sup>2</sup> ]
Gasto de los fluidos en superficie	Propiedades de gas de inyección	Conductividad Térmica de la TP,TR y cemento
$Q_{Vo} = 5979$ [bl/d] = $1398.588$ [pc/hr] $Q_{Vw} = 0$ $Q_{VgBN} = 4MM$ [pc/d] = $166666.7$ [pc/hr]	$M_{gBN} = 16.839$ [lb/lbmol] $P_{cgBN} = 760$ [psia] $T_{cgBN} = -104.12$ [°F]	$k_t = 27.174$ [BTU/pie-°F-hr] $k_c = 27.174$ [BTU/pie-°F-hr] $k_{cem} = 0.605$ [BTU/pie-°F-hr]

**Tabla A.5 Resultados obtenidos del pozo ZC-1 para la estimación de U y Q en  $L=7591.207$  [pies] con  $t_p=1hr$  y  $dz=1pie$**

<b>Paso 1</b>	$\mu_{gBN} = 0.038$ [lbm/pie-hr] $\rho_{gBN} = 2.473$ [lbm/pc] $\mu_w = 0$ $\rho_w = 0$	$A = 0.076$ [pie <sup>2</sup> ] $V_{sL} = 21619.46$ [pie/hr] $V_{sg} = 46086.68$ [pie/hr] $V_m = 67706.13$ [pie/hr] $H_{LNS} = 0.319$ [adim]	
<b>Paso 2</b>	$R_s' = 257.64$ [pc/bl] $R_s = 45.892$ [pc/pc] $B_o = 1.179$ [bl/bl] $\mu_{om} = 59.243$ [cp] = $143.315$ [lbm/pie-hr] $\mu_o = 16.94$ [cp] = $40.98$ [lbm/pie-hr]	<b>Paso 3</b>	<b>Paso 6</b>
<b>Paso 2</b>	$\rho_o = 55.289$ [lbm/pc] $\sigma_o = 15.72$ [dinas/cm <sup>2</sup> ] $\gamma_{gd} = 0.826$ [adim] $\gamma_{gf} = 0.801$ [adim] $Z_{gf} = 0.901$ [adim] $B_{gf} = 0.017$ [pc/pc] $\mu_{gf} = 0.036$ [lbm/pie-hr] $\rho_{gf} = 3.602$ [lbm/pc] $\gamma_{gBN} = 0.581$ [adim] $Z_{gBN} = 0.953$ [adim] $B_{gBN} = 0.018$ [pc/pc]	$Q_{VoPT} = 1649.36$ [pc/hr] $Q_{VwPT} = 0$ [pc/hr] $Q_{VgfPT} = 522.184$ [pc/hr] $Q_{VgBNPT} = 2993.792$ [pc/hr] $Q_{VLPT} = 1649.36$ [pc/hr] $Q_{VgPT} = 3515.977$ [pc/hr]	$\mu_L = 40.98$ [lbm/pie-hr] $\rho_L = 55.289$ [lbm/pc] $\mu_g = 0.037$ [lbm/pie-hr] $\rho_g = 2.641$ [lbm/pc] $\rho_m = 19.452$ [lbm/pc] $\mu_m = 13.111$ [lbm/pie-hr]
<b>Paso 4</b>	<b>Paso 4</b>	<b>Paso 7</b>	
<b>Paso 5</b>	$F_o = 1$ [adim] $F_w = 0$ [adim] $F_{gf} = 0.149$ [adim] $F_{gBN} = 0.851$ [adim]	$W_o = 91191.98$ [lbm/hr] $W_w = 0$ [lbm/hr] $W_{gf} = 1880.978$ [lbm/hr] $W_{gBN} = 7403.801$ [lbm/hr] $W_m = 100476.8$ [lbm/hr]	
<b>Paso 5</b>	<b>Paso 5</b>	<b>Paso 7</b>	

## Apéndice A

<b>Paso 8</b>	$M_{gf} = 23.184$ [lb/lbmol] $K_{c_{gf}} = 0.034$ [W/m-K] $P_{rgf} = 1.585$ [adim] $T_{rgf} = 0.796$ [adim] $k_{rgf} = 3$ [adim] $k_{gf} = 0.059$ [BTU/pie-°F-hr] $k_m = 0.06$ [BTU/pie-°F-hr]	$C_{pa} = 0.634$ [BTU/lbm-°F] $\rho_a = 2.473$ [lbm/pc] $\mu_a = 0.038$ [lbm/pie-hr] $Pr_a = 1.2$ [adim] $\alpha_e = 0.043$ [pie <sup>2</sup> /hr] $t_d = 0.113$ [adim] $T_D = 0.341$ [adim]	
<b>Paso 9</b>	$k_o = 0.063$ [BTU/pie-°F-hr] $P_{cgBN} = 760$ [psia] $T_{cgBN} = -104.12$ [°F] $M_{gBN} = 16.839$ [lb/lbmol] $k'_{cgBN} = 0.049$ [W/m-K] $P_{rgBN} = 1.382$ [adim] $T_{rgBN} = 1.97$ [adim] $k_{rgBN} = 0.7$ [adim] $k_{gBN} = 0.02$ [BTU/pie-°F-hr] $T_{pcgf} = 420.506$ [°F] $P_{pcgf} = 662.473$ [psia]	<b>Paso 10</b>	Iteración 5 $T_{ci} = 202.926$ [°F] $T_{prom} = 221.778$ [°F] $\beta = 0.005$ [°F <sup>-1</sup> ] $Gr_a = 5.30 \times 10^9$ [adim] $h_a = 12.615$ [BTU/pie <sup>2</sup> -°F-hr] $U_{fw} = 8.569$ [BTU/pie <sup>2</sup> -°F-hr] $T_w = 152.01$ [°F]
	<b>Paso 11</b>		$T_{co} = 203.003$ [°F] $T_{ci2} = 203.003$ [°F] $Abs(T_{ci2} - T_{ci}) = 0.08$ [°F] $Q_{fw} = 894.575$ [BTU/hr] $Q_{we} = 894.575$ [BTU/hr] $Q_{cow} = 894.575$ [BTU/hr]

Los resultados de la iteración para el cálculo de U se muestran en la Tabla A.6.

**Tabla A.6 Resultados obtenidos del procedimiento iterativo para estimar U**

Iteración	$T_{ci}$ [°F]	$T_{prom}$ [°F]	$\beta$ [°F <sup>-1</sup> ]	$Gr_a$ [adim]	$h_a$ [ $\frac{BTU}{pie^2 \cdot F \cdot hr}$ ]	$U_{fw}$ [ $\frac{BTU}{pie^2 \cdot F \cdot hr}$ ]	$T_w$ [°F]	$T_{co}$ [°F]	$T_{ci2}$ [°F]	$ T_{ci2} - T_{ci} $ [°F]
1	0	120.315	0.008	$6.24 \times 10^{10}$	28.668	10.198	156.807	214.212	214.212	214.212
2	214.212	227.421	0.004	$3.62 \times 10^9$	11.113	8.25	151.009	200.662	200.662	13.55
3	200.662	220.646	0.005	$5.65 \times 10^9$	12.885	8.62	152.17	203.376	203.376	2.715
4	203.376	222.003	0.005	$5.24 \times 10^9$	12.561	8.558	151.977	202.926	202.926	0.45
5	202.926	221.778	0.005	$5.30 \times 10^9$	12.615	8.569	152.01	203.003	203.003	0.08

Finalmente, se observa que cuando  $|T_{ci2} - T_{ci}|$  es menor a 0.1, se obtiene el valor de  $U_{fw}$  el cual es  $8.569$  [BTU/pie<sup>2</sup>-°F-hr], por lo tanto, se puede estimar el flujo de calor desde el fluido hacia la formación en  $L = 7591.207$  [pies] con cualquiera de las ecuaciones A.1, A.2, A.3., cuyo resultado debe ser el mismo:  $Q = 894.575$  [BTU/hr]

## Apéndice A

---

### Nomenclatura

$A_p$ :	área transversal al flujo de fluidos dentro de la tubería [pie <sup>2</sup> ]
API:	densidad del aceite [api]
B:	factor volumétrico del fluido [adim]
$c_p$ :	calor específico del fluido o del material [BTU/lbm-°F]
d:	diámetro [pie]
F:	fracción del fluido en la fase líquida o gaseosa
g:	gravedad [pie/hr <sup>2</sup> ]
$g_G$ :	gradiente geotérmico [°F/pie]
Gr:	número de Grashof
h:	coeficiente de convección del fluido [BTU/pie <sup>2</sup> -°F-hr]
$H_L$ :	colgamiento del líquido
K, K':	conductividad térmica del fluido o del material, [BTU/pie-°F-hr] , [W/m-K]
M:	masa molar [lb/lbmol]
Nu:	número de Nusselt
P, P':	presión [psia], [atm]
Pr:	Número de Prandtl
prof:	Profundidad del punto de Inyección del gas de BN
Q:	flujo de calor [BTU/hr]
$Q_v$ :	gasto volumétrico del fluido [pc/hr]
R, R':	Relación gas aceite instantánea [pc/pc], [pc/bl]
r:	Radio [pie]
Re:	número de Reynolds
Rs, Rs':	Relación gas aceite-disuelto [pc/pc], [pc/bl]
T, T':	Temperatura [°F], [K]
$T_D$ :	temperature adimensional
$t_d$ :	tiempo adimensional
$t_p$ :	tiempo de producción [hr]
U:	Coeficiente total de transferencia de calor [BTU/pie <sup>2</sup> -°F-hr]
V:	velocidad del fluido [pie/hr]
W:	flujo másico del fluido [lbm/hr]
z:	factor de compresibilidad del gas
$\alpha$ :	coeficiente de difusividad [pie <sup>2</sup> /hr]
$\beta$ :	coeficiente térmico de expansión [°F <sup>-1</sup> ]
$\gamma$ :	densidad relativa
$\mu$ :	viscosidad del fluido [lbm/pie-hr]
$\rho$ :	densidad del fluido [lbm/pc]
$\sigma$ :	Tensión interfacial fluido-gas [dinas/cm <sup>2</sup> ]

### Subíndice

a:	fluido dentro del espacio anular
b:	condiciones de burbuja
c:	condiciones críticas del fluido
ci:	pared interna de la TR
co:	pared externa de la TR
cow:	desde la pared externa de la TR hacia el radio del pozo
e:	formación
f:	fluido dentro de la TP
fw:	desde el fluido de la TP hacia el radio del pozo
g:	gas total (gas liberado + gas de BN)
gBN:	gas de inyección del Bombeo neumático
gd:	gas disuelto en aceite
gf:	gas libre
gp:	gas producido
L:	liquido
NS:	sin resbalamiento
m:	mezcla
o:	aceite
p:	producido
prom:	promedio
PT:	a condiciones de presión y temperatura de flujo
r:	condiciones reducidas del fluido
s:	a condiciones del separador
s:	superficial (velocidad)
ti:	pared interna de la TP
to:	pared externa de la TP
w:	agua
w:	en el radio del pozo
we:	desde el radio del pozo hacia la formación

# APÉNDICE B

## Constantes de la solución exacta de serie de Fourier para calcular el perfil de Temperatura (placa plana, cilindro y esfera)

Tabla B.1 Valores de  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  y  $\beta_4$  de la ecuación  $\beta_i \tan(\beta_i) = h_0 L / k$  para placa plana

$Bi = h_0 L / k$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
0	0	3.1416	6.2832	9.4248
0.001	0.0316	3.1419	6.2833	9.4249
0.002	0.0447	3.1422	6.2835	9.425
0.004	0.0632	3.1429	6.2838	9.4252
0.006	0.0774	3.1435	6.2841	9.4254
0.008	0.0893	3.1414	6.2845	9.4256
0.01	0.0998	3.1448	6.2848	9.4258
0.02	0.141	3.1479	6.2864	9.4269
0.04	0.1987	3.1543	6.2895	9.429
0.06	0.2425	3.1606	6.2927	9.4311
0.08	0.2791	3.1668	6.2959	9.4333
0.1	0.3111	3.1731	6.2991	9.4354
0.2	0.4328	3.2039	6.3148	9.4459
0.3	0.5218	3.2341	6.3305	9.4565
0.4	0.5932	3.2636	6.3461	9.467
0.5	0.6533	3.2923	6.316	9.4775
0.6	0.7051	3.3204	6.377	9.4879
0.7	0.7506	3.3477	6.3923	9.4983
0.8	0.791	3.3744	6.4074	9.5087
0.9	0.8274	3.4003	6.4224	9.519

$Bi = h_0 L / k$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
1	0.8603	3.4256	6.4373	9.5293
1.5	0.9882	3.5422	6.5097	9.5801
2	1.0769	3.6436	6.5783	9.6296
3	1.0925	3.8088	6.704	9.724
4	1.2646	3.9352	6.814	9.8119
5	1.3138	4.0336	6.9096	9.8928
6	1.3496	4.1116	6.9924	9.9667
7	1.3766	4.1746	7.064	10.0339
8	1.3978	4.2264	7.1263	10.0949
9	1.4149	4.2694	7.1806	10.1502
10	1.4289	4.3058	7.2281	10.2003
15	1.4729	4.4255	7.3959	10.3898
20	1.4961	4.4915	7.4954	10.5117
30	1.5202	4.5615	7.6057	10.6543
40	1.5325	4.5979	7.6647	10.7334
50	1.54	4.6202	7.7012	10.7832
60	1.5451	4.6353	7.7259	10.8172
80	1.5514	4.6543	7.7573	10.8606
100	1.5552	4.6658	7.7764	10.8871
$\infty$	1.5708	4.7124	7.854	10.9956

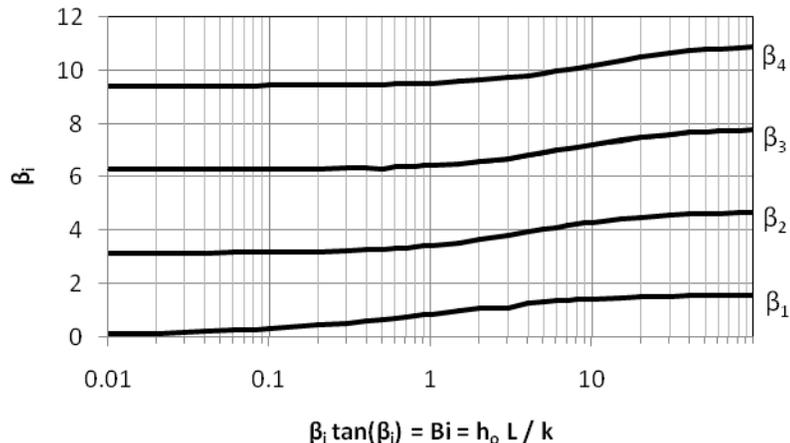


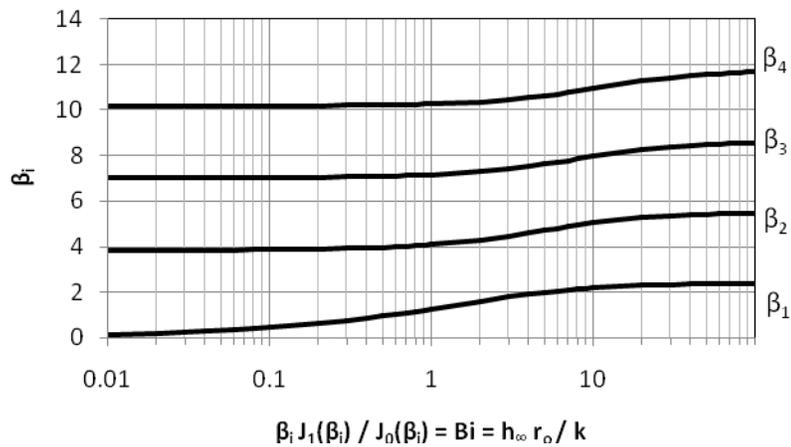
Figura B.1 Representación grafica los valores  $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$  con respecto a  $Bi$  para placa plana

## Apéndice B

**Tabla B.2** Valores de  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  y  $\beta_4$  de la ecuación  $\beta_i J_1(\beta_i) / J_0(\beta_i) = h_0 L / k$  para cilindro

$Bi = h_\infty r / k$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
0.01	0.1412	3.8343	7.0170	10.1745
0.02	0.1995	3.8369	7.0184	10.1754
0.04	0.2814	3.8421	7.0213	10.1774
0.06	0.3438	3.8473	7.0241	10.1794
0.08	0.3960	3.8525	7.0270	10.1813
0.1	0.4417	3.8577	7.0298	10.1833
0.2	0.6170	3.8835	7.0440	10.1931
0.3	0.7465	3.9091	7.0582	10.2029
0.4	0.8516	3.9344	7.0723	10.2127
0.5	0.9408	3.9594	7.0864	10.2225
0.6	1.0184	3.9841	7.1004	10.2322
0.7	1.0873	4.0085	7.1143	10.2419
0.8	1.1490	4.0325	7.1282	10.2516
0.9	1.2048	4.0562	7.1421	10.2613
1	1.2558	4.0795	7.1558	10.2710
2	1.5994	4.2910	7.2884	10.3658
3	1.7886	4.4634	7.4103	10.4566

$Bi = h_\infty r / k$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
4	1.9081	4.6018	7.5201	10.5423
5	1.9898	4.7131	7.6177	10.6223
6	2.0490	4.8033	7.7039	10.6964
7	2.0937	4.8772	7.7797	10.7646
8	2.1286	4.9384	7.8464	10.8271
9	2.1566	4.9897	7.9051	10.8842
10	2.1795	5.0332	7.9569	10.9363
20	2.2881	5.2568	8.2534	11.2677
30	2.3261	5.3410	8.3771	11.4221
40	2.3455	5.3846	8.4431	11.5080
50	2.3572	5.4112	8.4840	11.5621
60	2.3651	5.4290	8.5116	11.5990
70	2.3707	5.4419	8.5316	11.6258
80	2.3750	5.4516	8.5466	11.6461
90	2.3783	5.4592	8.5584	11.6619
100	2.3809	5.4652	8.5678	11.6747
$\infty$	2.4048	5.5200	8.6537	11.7915

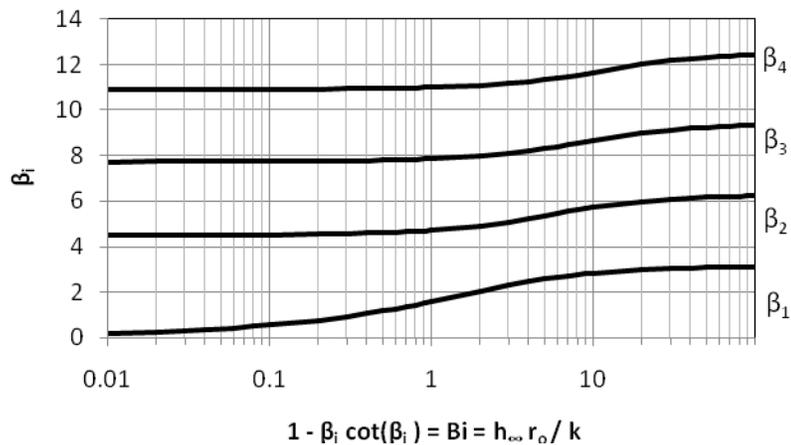


**Figura B.2** Representación gráfica de los valores  $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$  con respecto a  $Bi$  para cilindro

## Apéndice B

**Tabla B.3** Valores de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  y  $\beta_4$  de la ecuación  $1 - \beta_i \cot(\beta_i) = h_\infty r_o / k$  para esfera

$Bi = h_\infty r_o / k$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
0.01	0.1730	4.4956	7.7265	10.9050
0.02	0.2444	4.4979	7.7278	10.9060
0.04	0.3450	4.5023	7.7304	10.9078
0.06	0.4217	4.5068	7.7330	10.9096
0.08	0.4860	4.5112	7.7356	10.9115
0.1	0.5423	4.5157	7.7382	10.9133
0.2	0.7593	4.5379	7.7511	10.9225
0.3	0.9208	4.5601	7.7641	10.9316
0.4	1.0528	4.5822	7.7770	10.9408
0.5	1.1656	4.6042	7.7899	10.9499
0.6	1.2644	4.6261	7.8028	10.9591
0.7	1.3525	4.6479	7.8156	10.9682
0.8	1.4320	4.6696	7.8284	10.9774
0.9	1.5044	4.6911	7.8412	10.9865
1	1.5708	4.7124	7.8540	10.9956
2	2.0288	4.9132	7.9787	11.0855
3	2.2889	5.0870	8.0962	11.1727
$Bi = h_\infty r_o / k$	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
4	2.4556	5.2329	8.2045	11.2560
5	2.5704	5.3540	8.3029	11.3348
6	2.6537	5.4543	8.3913	11.4086
7	2.7164	5.5378	8.4703	11.4773
8	2.7653	5.6078	8.5406	11.5408
9	2.8044	5.6669	8.6031	11.5993
10	2.8363	5.7172	8.6587	11.6532
20	2.9857	5.9783	8.9831	12.0029
30	3.0372	6.0766	9.1201	12.1691
40	3.0632	6.1273	9.1933	12.2617
50	3.0788	6.1582	9.2384	12.3200
60	3.0893	6.1788	9.2689	12.3598
70	3.0967	6.1936	9.2909	12.3887
80	3.1023	6.2048	9.3075	12.4105
90	3.1067	6.2135	9.3204	12.4276
100	3.1102	6.2204	9.3308	12.4413
$\infty$	3.1415	6.2831	9.4247	12.5663

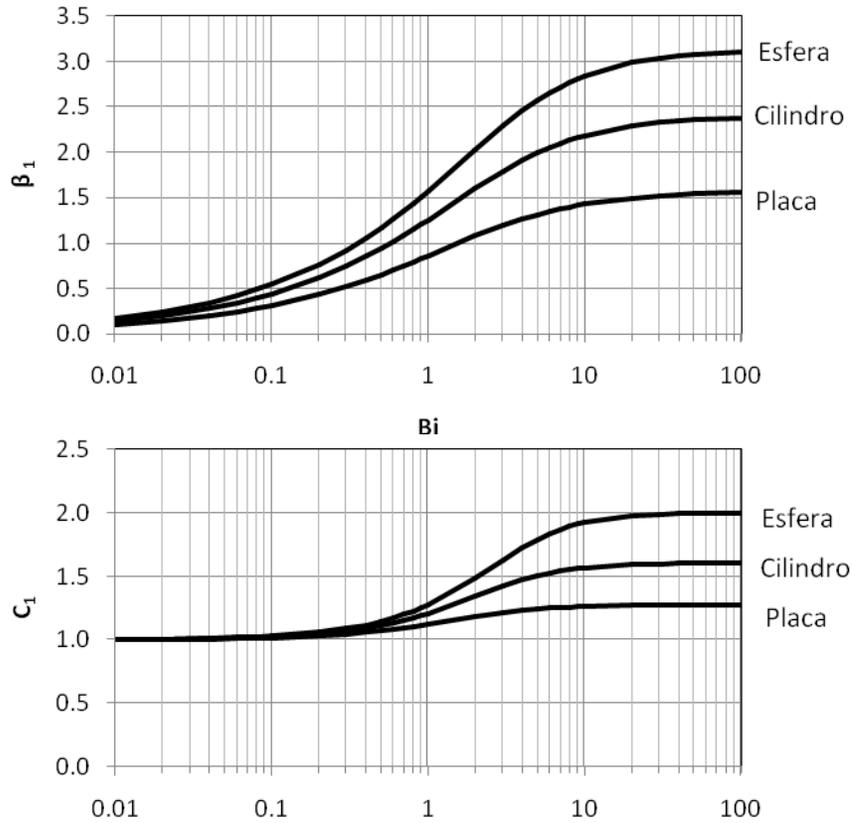


**Figura B.3** Representación gráfica de los valores  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\beta_4$  con respecto a  $Bi$  para esfera

## Apéndice B

**Tabla B.4** Valores de  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  y  $\beta_4$  de la ecuación 1 -  $\beta_i \cot(\beta_i) = h_\infty r_o / k$  para placa plana, cilindro y esfera

Bi	Placa plana		Cilindro		Esfera	
	$\beta_1$	$C_1$	$\beta_1$	$C_1$	$\beta_1$	$C_1$
0.01	0.0998	1.0017	0.1412	1.0025	0.1730	1.0030
0.02	0.1410	1.0033	0.1995	1.0050	0.2445	1.0060
0.04	0.1987	1.0066	0.2814	1.0099	0.3450	1.0120
0.06	0.2425	1.0098	0.3438	1.0148	0.4217	1.0179
0.08	0.2791	1.0130	0.3960	1.0197	0.4860	1.0239
0.1	0.3111	1.0161	0.4417	1.0246	0.5423	1.0298
0.2	0.4328	1.0311	0.6170	1.0483	0.7593	1.0592
0.3	0.5218	1.0451	0.7465	1.0712	0.9208	1.0880
0.4	0.5932	1.0580	0.8516	1.0931	1.0528	1.1164
0.5	0.6533	1.0701	0.9408	1.1143	1.1656	1.1441
0.6	0.7051	1.0814	1.0185	1.1345	1.2644	1.1713
0.7	0.7506	1.0919	1.0873	1.1539	1.3525	1.1978
0.8	0.7910	1.1016	1.1490	1.1724	1.4320	1.2236
0.9	0.8274	1.1107	1.2048	1.1902	1.5044	1.2488
1	0.8603	1.1191	1.2558	1.2071	1.5708	1.2732
2	1.0769	1.1785	1.5995	1.3384	2.0288	1.4793
3	1.1925	1.2102	1.7887	1.4191	2.2889	1.6227
4	1.2646	1.2287	1.9081	1.4698	2.4556	1.7202
5	1.3138	1.2403	1.9898	1.5029	2.5704	1.7870
6	1.3496	1.2479	2.0490	1.5253	2.6537	1.8338
7	1.3766	1.2532	2.0937	1.5411	2.7165	1.8674
8	1.3978	1.2570	2.1286	1.5526	2.7654	1.8920
9	1.4149	1.2598	2.1566	1.5611	2.8044	1.9106
10	1.4289	1.2620	2.1795	1.5677	2.8363	1.9249
20	1.4961	1.2699	2.2881	1.5919	2.9857	1.9781
30	1.5202	1.2717	2.3261	1.5973	3.0372	1.9898
40	1.5325	1.2723	2.3455	1.5993	3.0632	1.9942
50	1.5400	1.2727	2.3572	1.6002	3.0788	1.9962
100	1.5552	1.2731	2.3809	1.6015	3.1102	1.9990
$\infty$	1.5708	1.2732	2.4048	1.6021	3.1416	2



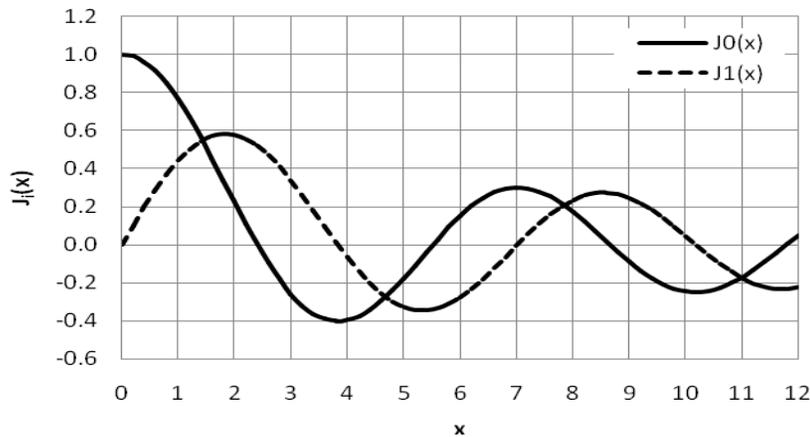
**Figura B.4** Variación de la formula de Heisler para los coeficientes de  $\beta_1$  y  $C_1$  con respecto al número de Biot

## Apéndice B

**Tabla B.5 Funciones de Bessel**

$x$	$J_0(x)$	$J_1(x)$
0	1	0
0.2	0.99002	0.09950
0.4	0.96040	0.19603
0.6	0.91200	0.28670
0.8	0.84629	0.36884
1	0.76520	0.44005
1.2	0.67113	0.49829
1.4	0.56686	0.54195
1.6	0.45540	0.56990
1.8	0.33999	0.58152
2	0.22389	0.57672
2.2	0.11036	0.55596
2.4	0.00251	0.52019
2.6	-0.09680	0.47082
2.8	-0.18504	0.40971
3	-0.26005	0.33906
3.2	-0.32019	0.26134
3.4	-0.36430	0.17923
3.6	-0.39177	0.09547
3.8	-0.40256	0.01282
4	-0.39715	-0.06604
4.2	-0.37656	-0.13865
4.4	-0.34226	-0.20278
4.6	-0.29614	-0.25655
4.8	-0.24043	-0.29850
5	-0.17760	-0.32758
5.2	-0.11029	-0.34322
5.4	-0.04121	-0.34534
5.6	0.02697	-0.33433
5.8	0.09170	-0.31103

$x$	$J_0(x)$	$J_1(x)$
6	0.15065	-0.27668
6.2	0.20175	-0.23292
6.4	0.24331	-0.18164
6.6	0.27404	-0.12498
6.8	0.29310	-0.06522
7	0.30008	-0.00468
7.2	0.29507	0.05433
7.4	0.27860	0.10963
7.6	0.25160	0.15921
7.8	0.21541	0.20136
8	0.17165	0.23463
8.2	0.12222	0.25799
8.4	0.06916	0.27078
8.6	0.01462	0.27275
8.8	-0.03923	0.26407
9	-0.09033	0.24531
9.2	-0.13675	0.21741
9.4	-0.17677	0.18163
9.6	-0.20898	0.13952
9.8	-0.23228	0.09284
10	-0.24594	0.04347
10.2	-0.24962	-0.00662
10.4	-0.24337	-0.05547
10.6	-0.22764	-0.10123
10.8	-0.20320	-0.14217
11	-0.17119	-0.17678
11.2	-0.13299	-0.20385
11.4	-0.09021	-0.22245
11.6	-0.04462	-0.23200
11.8	0.00197	-0.23228



**Figura B.5 Comportamiento de la función de Bessel**



# APÉNDICE C

## Propiedades termofísicas del aire, agua y aceite de motor

Tabla C.1 Propiedades físicas del aire

T [°K]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c_p$ [J/kg·K]	k [W/m·K]	$\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]	$\mu$ [kg/m·s]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	Pr	$g\beta/\nu$ [m <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
200	1.766	1003	0.0181	$1.02 \times 10^{-5}$	$1.340 \times 10^{-5}$	$0.76 \times 10^{-5}$	0.74	$85700 \times 10^4$
250	1.413	1003	0.0223	$1.57 \times 10^{-5}$	$1.610 \times 10^{-5}$	$1.14 \times 10^{-5}$	0.72	$30200 \times 10^4$
300	1.177	1005	0.0261	$2.21 \times 10^{-5}$	$1.850 \times 10^{-5}$	$1.57 \times 10^{-5}$	0.71	$13300 \times 10^4$
350	1.009	1008	0.0297	$2.92 \times 10^{-5}$	$2.080 \times 10^{-5}$	$2.06 \times 10^{-5}$	0.71	$6600 \times 10^4$
400	0.883	1013	0.0331	$3.7 \times 10^{-5}$	$2.290 \times 10^{-5}$	$2.6 \times 10^{-5}$	0.70	$3630 \times 10^4$
450	0.785	1020	0.0363	$4.54 \times 10^{-5}$	$2.490 \times 10^{-5}$	$3.18 \times 10^{-5}$	0.70	$2160 \times 10^4$
500	0.706	1029	0.0395	$5.44 \times 10^{-5}$	$2.680 \times 10^{-5}$	$3.8 \times 10^{-5}$	0.70	$1360 \times 10^4$

Tabla C.2 Propiedades físicas del agua

T [°K]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c_p$ [J/kg·K]	k [W/m·K]	$\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]	$\mu$ [kg/m·s]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	Pr	$g\beta/\nu$ [m <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
273	1000	4205	0.564	$1.34 \times 10^{-7}$	$1.790 \times 10^{-3}$	$1.79 \times 10^{-6}$	13.40	$-21 \times 10^7$
280	1000	4197	0.582	$1.39 \times 10^{-7}$	$1.440 \times 10^{-3}$	$1.44 \times 10^{-6}$	10.40	$22 \times 10^7$
300	997	4177	0.608	$1.46 \times 10^{-7}$	$0.857 \times 10^{-3}$	$0.86 \times 10^{-6}$	5.88	$366 \times 10^7$
320	989	4176	0.637	$1.54 \times 10^{-7}$	$0.579 \times 10^{-3}$	$0.59 \times 10^{-6}$	3.79	$1250 \times 10^7$
340	980	4187	0.659	$1.61 \times 10^{-7}$	$0.423 \times 10^{-3}$	$0.43 \times 10^{-6}$	2.69	$2980 \times 10^7$
360	967	4204	0.674	$1.66 \times 10^{-7}$	$0.320 \times 10^{-3}$	$0.33 \times 10^{-6}$	2.00	$6250 \times 10^7$
373	958	4220	0.681	$1.68 \times 10^{-7}$	$0.282 \times 10^{-3}$	$0.29 \times 10^{-6}$	1.75	$8500 \times 10^7$
400	937	4241	0.686	$1.73 \times 10^{-7}$	$0.219 \times 10^{-3}$	$0.23 \times 10^{-6}$	1.35	$16100 \times 10^7$

Tabla C.3 Propiedades físicas del aceite de motor

T [°C]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c_p$ [J/kg·K]	k [W/m·K]	$\alpha$ [m <sup>2</sup> /s]	$\mu$ [kg/m·s]	$\nu$ [m <sup>2</sup> /s]	Pr	$g\beta/\nu$ [m <sup>-3</sup> K <sup>-1</sup> ]
0	899	1796	0.147	$9.11 \times 10^{-8}$	$3850 \times 10^{-3}$	$4280 \times 10^{-6}$	47100	$0.00035 \times 10^6$
20	888	1880	0.145	$8.72 \times 10^{-8}$	$800 \times 10^{-3}$	$901 \times 10^{-6}$	10400	$0.0079 \times 10^6$
40	876	1964	0.144	$8.34 \times 10^{-8}$	$212 \times 10^{-3}$	$242 \times 10^{-6}$	2870	$0.111 \times 10^6$
60	864	2047	0.14	$8 \times 10^{-8}$	$73 \times 10^{-3}$	$83.9 \times 10^{-6}$	1050	$0.939 \times 10^6$
80	852	2131	0.138	$7.69 \times 10^{-8}$	$32 \times 10^{-3}$	$37.5 \times 10^{-6}$	490	$4.77 \times 10^6$
100	840	2219	0.137	$7.38 \times 10^{-8}$	$17.1 \times 10^{-3}$	$20.3 \times 10^{-6}$	276	$16.5 \times 10^6$
120	829	2307	0.135	$7.1 \times 10^{-8}$	$10.2 \times 10^{-3}$	$12.4 \times 10^{-6}$	175	$44.8 \times 10^6$
140	817	2395	0.133	$6.86 \times 10^{-8}$	$6.53 \times 10^{-3}$	$8 \times 10^{-6}$	116	$109 \times 10^6$
160	806	2483	0.132	$6.63 \times 10^{-8}$	$4.49 \times 10^{-3}$	$5.6 \times 10^{-6}$	84	$226 \times 10^6$



# APÉNDICE D

## Índice de Figuras y Tablas

---

Figura 1.1 Volumen elemental para el análisis de la conducción de calor <sup>1, ii</sup> unidimensional.....	5
Figura 1.2 Ecuación general de transferencia de calor en diferentes planos coordenados <sup>1</sup> .....	6
Figura 1.3 Concepto de resistencia térmica <sup>2</sup> .....	9
Figura 1.4 Resistencia térmica en serie <sup>2</sup> .....	9
Figura 1.5 Sistema conductivo–convectivo <sup>2</sup> .....	10
Figura 1.6 Combinación serie – paralelo de resistencias térmicas <sup>2</sup> .....	11
Figura 1.7 Configuración de la resistencia térmica de un cilindro <sup>3</sup> .....	13
Figura 1.8 Representación del principio de superposición <sup>3</sup> .....	16
Figura 1.9 Principio de superposición para el caso de cuatro fronteras de diferente temperatura <sup>3</sup> .....	17
Figura 1.10 Solución por el principio de superposición para placa plana con temperatura diferente en cada frontera .....	17
Figura 1.11 Los incisos (a), (b), (c) y (e) muestran las isoterms de $T_1$ , $T_2$ , $T_3$ , $T_4$ y $T$ respectivamente, donde $T_1$ es constante y $T$ es la suma de las anteriores, (f) muestra el perfil de temperaturas de $T_{(x,y)}$ <sup>iii</sup> .....	19
Figura 1.12 Malla donde se muestra la definición de diferencias finitas.....	20
Figura 1.13 Arreglo de los coeficientes alrededor de un nodo .....	21
Figura 1.14 Discretización del dominio del problema, en nueve nodos desconocidos y 16 nodos conocidos.....	21
Figura 1.15 El inciso (a) muestra el arreglo del nodo central y el inciso (b) muestra el arreglo de la matriz de dicho nodo .....	22
Figura 1.16 Comportamiento de isoterms utilizando el método de diferencias finitas <sup>iv</sup> .....	22

## Apéndice D

---

Figura 1.17 Respuesta transitoria de la temperatura de una pared plana para diferentes números de Biot: (a) $Bi \ll 1$ ; (b) $Bi = 1$ ; (c) $Bi > 1$ <sup>2</sup> .....	24
Figura 1.18 Sistema de parámetros concentrados sujeto a un cambio brusco de temperatura <sup>2</sup> .....	26
Figura 1.19 Respuesta de un sistema de parámetros concentrados a un cambio súbito de temperatura <sup>2</sup> .....	27
Figura 1.20 Características físicas del níquel y del aluminio.....	29
Figura 1.21 Características físicas de un bloque de hierro sumergido en un fluido ..	30
Figura 2.1 Flujo de calor a través de una capa de fluido <sup>3</sup> .....	36
Figura 2.2 Comportamiento de la capa límite hidrodinámica y térmica <sup>2</sup> .....	38
Figura 2.3 Región de entrada mecánica y perfil de velocidades completamente desarrollado en una tubería cerrada: (a) flujo laminar, (b) flujo turbulento <sup>2</sup> .....	42
Figura 2.4 Región de entrada térmica y perfil de temperaturas completamente desarrollado en una tubería cerrada en flujo laminar: (a) calentamiento, (b) enfriamiento <sup>2</sup> .....	43
Figura 2.5 Plataforma marina.....	47
Figura 2.6 Corte transversal y configuración de resistencias térmicas del sistema aceite-riser-mar.....	48
Figura 2.7 Flujo de aire a través de un tubo.....	51
Figura 3.1 Temperatura de los fluidos y la formación [°F] <sup>4</sup> .....	54
Figura 3.2 Perfil de temperatura de la formación alrededor del pozo, a una profundidad dada <sup>4</sup> .....	59
Figura 3.3 Balance de energía para los fluidos del pozo <sup>4</sup> .....	62
Figura 3.4 Resistencias al flujo de calor en el pozo <sup>4</sup> .....	64
Figura 3.5 Perfiles de velocidad y temperatura del agua de mar <sup>4</sup> .....	70
Figura 3.6 Perfil de temperatura del fluido (Ej. 3.1) <sup>4</sup> .....	77
Figura 4.1 a) Terminación sencilla b) Sección transversal del pozo con perfil de temperatura desde el fluido en TP hacia la formación <sup>5</sup> .....	80
Figura 4.2 Pozo inclinado con flujo monofásico de aceite.....	86

## Apéndice D

---

Figura 4.3 Perfil de temperatura del aceite después de haber fluido en diferentes lapsos de tiempo <sup>4</sup> .....	88
Figura 4.4 Formación y estado mecánico de un pozo productor.....	89
Figura 4.5 Análisis para obtener U de la sección 7 a partir de la figura 4.4 .....	89
Figura 4.6 Producción a través de la TP y del espacio anular <sup>4</sup> .....	90
Figura 4.7 Comparación de los datos medidos con los calculados para la producción por TP y espacio anular del pozo A-28 <sup>4</sup> .....	93
Figura 4.8 Balance de calor entre TP, espacio anular y formación para un pozo con bombeo neumático <sup>4</sup> .....	94
Figura 4.9 Comparación del perfil de temperatura entre el caso 1 y caso 2 <sup>4</sup> .....	98
Figura 4.10 Comparación del perfil de temperatura entre el caso 1 y caso 3 <sup>4</sup> .....	98
Figura 4.11 Comparación del perfil de temperatura entre el caso 1 y caso 4 <sup>4</sup> .....	98
Figura 4.12 Diferencia de $T_a$ y $T_f$ entre los distintos casos de la Tabla 4.7 .....	98
Figura 4.13 Influencia del gasto bajo del fluido de producción e inyección, sobre los perfiles de temperatura <sup>4</sup> .....	99
Figura 5.1 Depositación de asfaltenos en la pared de un pozo productor <sup>4</sup> .....	101
Figura 5.2 Comportamiento de fase del fluido y envolventes de los sólidos <sup>4</sup> .....	102
Figura 5.3 Comportamiento del aceite producido de un pozo y envolvente de floculación de la parafina <sup>4</sup> .....	104
Figura 5.4 (a) Asfaltenos en equilibrio, (b) Interacción mutua de varios asfaltenos, (c) Precipitación del asfalteno <sup>4</sup> .....	104
Figura 5.5 Comportamiento del aceite producido de un pozo y envolvente de floculación del asfalteno <sup>4</sup> .....	105
Figura 5.6 Representación esquemática del sistema del fluido de circulación <sup>4</sup> ....	106
Figura 5.7 Representación esquemática del sistema de inyección de solvente <sup>4</sup> ..	112
Figura 5.8 Taponamiento de parafina en una línea de flujo <sup>4</sup> .....	115
Figura 5.9 El gasto más alto conserva la temperatura más alta en la cabeza del pozo <sup>4</sup> .....	115
Figura 5.10 El incremento del gasto de circulación ayuda a retener la energía de los fluidos <sup>4</sup> .....	116

## Apéndice D

---

Figura 5.11 Tanto el fluido de circulación como el aislante en la TP, mantienen una alta temperatura en la cabeza del pozo <sup>4</sup> .....	116
Figura 5.12 Disipación de energía a lo largo de la línea de producción <sup>4</sup> .....	117
Figura 5.13 El efecto del aislante disminuye con el incremento del tirante de agua <sup>4</sup> .....	117
Figura 5.14 Las mediciones del caliper muestran la efectividad del tratamiento con aceite desasfaltado (DAO) <sup>4</sup> .....	118
Figura 5.15 Perfiles de temperatura del fluido con o sin inyección de solvente <sup>4</sup> ...	119
Figura A.1 Método gráfico para la estimación de la conductividad calorífica de las mezclas a altas presiones <sup>5</sup> .....	130
Figura A.2 Conductividad Térmica de líquidos saturados <sup>5</sup> .....	130
Figura A.3 Estado Mecánico del Pozo ZC-1.....	133
Figura A.4 Gradiente de presión y temperatura del pozo ZC-1 .....	134
Figura B.1 Representación grafica los valores $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$ con respecto a Bi para placa plana.....	139
Figura B.2 Representación grafica de los valores $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$ con respecto a Bi para cilindro .....	140
Figura B.3 Representación grafica de los valores $\beta_1 \beta_2 \beta_3 \beta_4$ con respecto a Bi para esfera .....	141
Figura B.4 Variación de la formula de Heisler para los coeficientes de $\beta_1$ y $C_1$ con respecto al número de Biot.....	142
Figura B.5 Comportamiento de la función de Bessel .....	143
Tabla 1.1 Ecuaciones de calor para diferentes configuraciones y condiciones.....	7
Tabla 1.2 Radio y capacidad térmica de los diferentes materiales del ejemplo 1.2 ..	14
Tabla 1.3 Condiciones de frontera* de la Figura 1.8 .....	16
Tabla 1.4 Perfil de temperaturas de cada elemento del principio de superposición del ejemplo 1.3.....	18
Tabla 1.5 Número de Biot para diferentes configuraciones.....	25
Tabla 1.6 Conducción transitoria para placa plana, cilindro y esfera .....	28

## Apéndice D

---

Tabla 2.1 Ecuaciones fundamentales simplificadas que describen la ley de continuidad, de conservación de energía y de movimiento dentro y fuera de la capa límite .....	40
Tabla 2.2 Correlaciones para calcular el número de Nusselt de diferentes geometrías sumergidas en un fluido externo.....	45
Tabla 2.3 Correlaciones para calcular el perfil de temperatura y flujo de calor de diferentes geometrías con flujo interno.....	46
Tabla 3.1 Temperatura medida y calculada del fluido en el pozo (Ej. 3.1) .....	77
Tabla 4.1 Expresiones del cambio de temperatura en cada elemento del pozo de la Figura 2.1b .....	81
Tabla 4.2 Solución de Alves <sup>19</sup> bajo diferentes condiciones .....	85
Tabla 4.3 Datos del pozo inclinado .....	86
Tabla 4.4 Valor de $T_D$ , $(r_{to}U)^{-1}$ y $A$ para cada tiempo de producción.....	88
Tabla 4.5 Temperatura del fluido en diferentes longitudes de la TP para cada tiempo de producción .....	88
Tabla 4.6 Datos de un pozo vertical con bombeo neumático .....	96
Tabla 4.7 Valores de $w_{giny}$ , $U_a$ y $U_f$ para diferentes casos .....	97
Tabla 5.1 Datos del pozo y propiedades del fluido .....	119
Tabla A.1 Correlaciones seleccionadas para diferentes propiedades PVT y sus factores de ajuste .....	127
Tabla A.2 Gradiente de presión por estaciones con pozo fluyendo con $Q_{VgBN} = 4.0$ MMPCD .....	134
Tabla A.3 Datos extraídos del reporte PVT del pozo ZC-1 .....	134
Tabla A.4 Datos conocidos del pozo ZC-1 .....	135
Tabla A.5 Resultados obtenidos del pozo ZC-1 para la estimación de $U$ y $Q$ en $L=7591.207$ [pies] con $t_p=1hr$ y $dz=1pie$ .....	135
Tabla A.6 Resultados obtenidos del procedimiento iterativo para estimar $U$ .....	136
Tabla B.1 Valores de $\beta_1$ , $\beta_2$ , $\beta_3$ y $\beta_4$ de la ecuación $\beta_i \tan(\beta_i) = h_0L / k$ para placa plana .....	139
Tabla B.2 Valores de $\beta_1$ , $\beta_2$ , $\beta_3$ y $\beta_4$ de la ecuación $\beta_i J_1(\beta_i) / J_0(\beta_i) = h_0L / k$ para cilindro .....	140

## Apéndice D

---

Tabla B.3 Valores de $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ y $\beta_4$ de la ecuación $1 - \beta_i \cot(\beta_i) = h_\infty r_o / k$ para esfera .....	141
Tabla B.4 Valores de $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ y $\beta_4$ de la ecuación $1 - \beta_i \cot(\beta_i) = h_\infty r_o / k$ para placa plana, cilindro y esfera.....	142
Tabla B.5 Funciones de Bessel.....	143
Tabla C.1 Propiedades físicas del aire.....	145
Tabla C.2 Propiedades físicas del agua.....	145
Tabla C.3 Propiedades físicas del aceite de motor .....	145

# APÉNDICE E

## Factores de conversión

---

Aceleración	$1 \text{ pie/s}^2 = 0.3048 \text{ m/s}^2$
Área	$1 \text{ pie}^2 = 0.92903 \text{ m}^2$
Calor específico	$1 \text{ Btu/lb}_m \cdot ^\circ\text{F} = 4186.8 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$
Coefficiente de transferencia de calor	$1 \text{ Btu/hr}\cdot\text{pie}^2\cdot^\circ\text{F} = 5.67826 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$
Conductividad térmica	$1 \text{ Btu/hr}\cdot\text{pie}\cdot^\circ\text{F} = 1.7307 \text{ W/m}\cdot\text{K}$
Densidad	$1 \text{ lb}_m/\text{pie}^3 = 16.0185 \text{ kg/m}^3$ $1 \text{ slug/ pie}^3 = 515.38 \text{ kg/m}^3$
Difusividad térmica	$1 \text{ pie}^2/\text{s} = 0.092903 \text{ m}^2/\text{s}$
Distancia	$1 \text{ pie} = 0.3048 \text{ m}$ $1 \text{ pg} = 2.54 \text{ cm}$ $1 \text{ mi} = 1609.344 \text{ m}$
Entalpia	$1 \text{ Btu/lb}_m = 2326.0 \text{ J/kg}$
Energía	$1 \text{ Btu} = 1055.056 \text{ J}$ $1 \text{ cal} = 4.1868 \text{ J}$ $1 \text{ pie lb}_f = 1.35582 \text{ J}$
Flujo de calor	$1 \text{ Btu/hr}\cdot\text{pie}^2 = 3.15459 \text{ W/m}^2$
Flujo másico	$1 \text{ lb}_m/\text{s} = 0.4535924 \text{ kg/s}$
Flujo de transferencia de calor	$1 \text{ Btu/hr} = 0.29307 \text{ W}$
Flujo volumétrico	$1 \text{ pie}^3/\text{s} = 0.028317 \text{ m}^3/\text{s}$ $1 \text{ gal/min} = 6.309 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$
Fuerza	$1 \text{ lb}_f = 4.448222 \text{ N}$
Generación de gasto de transferencia de calor	$1 \text{ Btu/hr}\cdot\text{pie}^3 = 10.3497 \text{ W/m}^3$
Masa	$1 \text{ lb}_m = 0.4535924 \text{ kg}$ $1 \text{ slug} = 14.5939 \text{ kg}$
Presión	$1 \text{ lb}_f/\text{pg}^2 = 68.94.76 \text{ N/m}^2$

## Apéndice E

---

	$1 \text{ lb}_f/\text{pie}^2 = 47.880 \text{ N/m}^2$
	$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$
	$1 \text{ atm} = 101,325 \text{ N/m}^2$
Potencia	$1 \text{ hp} = 745.7 \text{ W}$
	$1 \text{ pie}\cdot\text{lb}_f/\text{s} = 1.35582 \text{ W}$
	$1 \text{ Btu/hr} = 0.29307 \text{ W}$
Resistencia térmica	$1 \text{ hr}\cdot^\circ\text{F}/\text{Btu} = 1.8956 \text{ K/W}$
Temperatura	$1 \text{ }^\circ\text{R} = 1.8 \text{ K}$
	$1 \text{ }^\circ\text{F} = 1.8 \text{ }^\circ\text{C} + 32$
	$1 \text{ }^\circ\text{R} = \text{ }^\circ\text{F} + 459.67$
	$1 \text{ K} = \text{ }^\circ\text{C} + 273.15$
Velocidad	$1 \text{ pie/s} = 0.3048 \text{ m/s}$
Viscosidad cinemática	$1 \text{ pie}^2/\text{s} = 0.092903 \text{ m}^2/\text{s}$
Viscosidad dinámica	$1 \text{ lb}_m/\text{pie}\cdot\text{s} = 1.4882 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$
	$1 \text{ slug/pie}\cdot\text{s} = 47.88 \text{ kg/m}\cdot\text{s}$
Volumen	$1 \text{ pie}^3 = 0.028317 \text{ m}^3$
	$1 \text{ gal (U. S.)} = 0.0037854 \text{ m}^3$

# APÉNDICE F

## Nomenclatura

---

a:	coeficiente definido en el ejemplo 1.4	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
A:	área perpendicular a la dirección de flujo de calor (Cap. I)	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
A:	inverso del parámetro de relajación	[pie], [m]
A:	área de la sección transversal del ducto (Cap. IV)	[pie], [m]
A:	parámetro dado por las ecs. 4.25 y 4.37	[pie], [m]
A <sub>1</sub> :	área de la sección transversal de la TP	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
A <sub>2</sub> :	área de la sección transversal de la tubería de circulación	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
A <sub>c</sub> :	área de la sección transversal del conducto	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
A <sub>t</sub> :	área total de transferencia de calor	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
API:	densidad del aceite	[°API]
b:	coeficiente definido en el ejemplo 1.4	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
b <sub>1</sub> :	parte fraccional de un área (ejemplo 1.1)	[adim]
b <sub>1</sub> :	parámetro dado por la ec. 5.35	[adim]
b <sub>2</sub> :	parte fraccional de un área (ejemplo 1.1)	[adim]
b <sub>2</sub> :	parámetro dado por la ec. 5.36	[adim]
b <sub>3</sub> :	parámetro dado por la ec. 5.37	[adim]
B <sub>a</sub> :	parámetro dado por la ec. 4.40	[adim]
B'	parámetro dado por la ec. 4.46	[adim]
B'':	parámetro dado por las ecs. 4.48 y 4.63	[adim]
Bi:	número de Biot	[adim]
c:	coeficiente definido en el ejemplo 1.4	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
c <sub>p</sub> :	calor específico	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-°C], [J/kg-K]
c <sub>p∞</sub> :	calor específico del agua de mar	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-°C], [J/kg-K]
c <sub>pa</sub> :	calor específico del fluido anular	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-°C], [J/kg-K]
c <sub>pe</sub> :	calor específico de la formación	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-°C], [J/kg-K]

## Apéndice F

$c_{pf}$ :	calor específico del fluido dentro de la TP	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-°C], [J/kg-K]
$c_{pg}$ :	calor específico del gas de inyección	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-°C], [J/kg-K]
$c_{po}$ :	calor específico del aceite	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-°C], [J/kg-K]
$c_{pw}$ :	calor específico del agua	[Btu/lb <sub>m</sub> -°F], [J/kg-K], [J/kg-K]
C:	capacidad calorífica (Cap. I)	[Btu/°F], [J/kg]
C:	constante de integración (Cap. II)	[adim]
$C_1$ :	parámetro dado por la ec. 5.38	[adim]
$C_2$ :	parámetro dado por la ec. 5.39	[adim]
$C_3$ :	parámetro dado por la ec. 5.40	[adim]
$C_i$ :	constante dada por la Tabla 1.6	[adim]
$C_j$ :	coeficiente de Joule-Thompson	[°F/psi], [°C/kg]
d:	diámetro	[pg], [cm]
d:	coeficiente definido en el ejemplo 1.4	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
$d_1$ :	parámetro dado por la ec. 5.41	[adim]
$d_2$ :	parámetro dado por la ec. 5.42	[adim]
$d_3$ :	parámetro dado por la ec. 5.43	[adim]
$d_4$ :	parámetro dado por la ec. 5.44	[adim]
$d_c$ :	diámetro de la TR	[pg], [cm]
$d_{ci}$ :	diámetro interno de la TR	[pg], [cm]
$d_{co}$ :	diámetro externo de la TR	[pg], [cm]
$d_{hid}$ :	diámetro hidráulico	[pg], [cm]
$d_i$ :	diámetro interno	[pg], [cm]
$d_{ji}$ :	diámetro interno de la tubería de circulación	[pg], [cm]
$d_{jo}$ :	diámetro externo de la tubería de circulación	[pg], [cm]
$d_o$ :	diámetro externo	[pg], [cm]
$d_t$ :	diámetro de la TP	[pg], [cm]
$d_{ti}$ :	diámetro interno de la TP	[pg], [cm]
$d_{to}$ :	diámetro externo de la TP	[pg], [cm]
$d_w$ :	diámetro del pozo	[pg], [cm]
$D_a$ :	parámetro definido por la ec. 4.42	[adim]
$D_f$ :	parámetro definido por la ec. 4.44	[adim]

## Apéndice F

D':	parámetro definido por la ec. 4.44	[adim]
e:	coeficiente definido en el ejemplo 1.4	[pie <sup>2</sup> ], [m <sup>2</sup> ]
e <sub>a</sub> :	coeficiente de transferencia de calor por radiación en espacio anular	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ]
E:	energía interna	Cap. I: [Btu], [J]; Cap. III: [Btu/lb <sub>m</sub> ], [J/kg <sub>m</sub> ]
E <sub>c</sub> :	número de Eckert, relación entre la energía cinética del fluido y su entalpia	[adim]
g:	gravedad	[pie/s <sup>2</sup> ], [m/s <sup>2</sup> ]
g <sub>c</sub> :	factor de conversión	[= 32.174 (lb <sub>m</sub> pie)/(lb <sub>f</sub> s <sup>2</sup> )], [= 9.8067 (kg <sub>m</sub> m)/(kg <sub>f</sub> s <sup>2</sup> )]
g <sub>G</sub> :	gradiente geotérmico	[°F/pie], [°C/m]
g <sub>G1</sub> :	gradiente geotérmico en el intervalo 1	[°F/pie], [°C/m]
g <sub>G2</sub> :	gradiente geotérmico en el intervalo 2	[°F/pie], [°C/m]
Gr:	número de Grashof	[adim]
Gr <sup>*</sup> :	número de Grashof modificado	[adim]
Gr <sub>a</sub> :	número de Grashof en el espacio anular	[adim]
Gr <sub>d</sub> :	número de Grashof para cilindro	[adim]
Gr <sub>p</sub> :	número de Grashof en la película	[adim]
Gr <sub>x</sub> <sup>*</sup> :	número de Grashof modificado en x para placa plana	[adim]
h:	coeficiente de convección	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>1</sub> :	coeficiente de convección del fluido uno	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>2</sub> :	coeficiente de convección del fluido dos	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>∞</sub> :	coeficiente de convección del fluido externo, agua de mar (Cap. II)	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>a</sub> :	coeficiente de convección del fluido anular	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>a</sub> <sup>*</sup> :	coeficiente de convección igual a la cuarta parte de h <sub>a</sub>	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>f</sub> :	coeficiente de convección del fluido dentro de la TP	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>i</sub> :	coeficiente de convección del fluido interno	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>m</sub> :	coeficiente de convección medio	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
h <sub>o</sub> :	coeficiente de convección del fluido externo	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]

## Apéndice F

$h_w$ :	coeficiente de convección del fluido de circulación (agua)	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
H:	altura de la placa plana (Cap. I)	[pie], [m]
H:	entalpía del fluido	[Btu/lb <sub>m</sub> ], [J/kg]
H <sub>a</sub> :	entalpía del fluido anular	[Btu/lb <sub>m</sub> ], [J/kg]
H <sub>f</sub> :	entalpía del fluido	[Btu/lb <sub>m</sub> ], [J/kg]
i:	corriente eléctrica	[Amper], [J/kg]
I:	integral definida por la ec. 3.6	[adim]
IC:	constante de integración	[adim]
J:	factor de conversión de pie-lb <sub>f</sub> a Btu	[adim]
J <sub>0</sub> :	función de Bessel de primer tipo de orden cero (Tabla A.5)	[adim]
J <sub>1</sub> :	función de Bessel de primer tipo de orden uno (Tabla A.5)	[adim]
k:	conductividad térmica del material	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>1-2</sub> :	conductividad térmica entre r <sub>1</sub> y r <sub>2</sub>	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>∞</sub> :	conductividad térmica del agua de mar	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>a</sub> :	conductividad térmica del fluido anular	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>c</sub> :	conductividad térmica de la TR	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>cem</sub> :	conductividad térmica del cemento	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>e</sub> :	conductividad térmica de la formación	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>ef</sub> :	conductividad térmica efectiva del fluido	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>f</sub> :	conductividad térmica del fluido dentro del conducto o TP	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>t</sub> :	conductividad térmica de la TP	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>ins</sub> :	conductividad térmica del aislante	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>j</sub> :	conductividad térmica de la tubería de circulación	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>o</sub> :	conductividad térmica del aceite	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
k <sub>p</sub> :	conductividad térmica del fluido en la película	[Btu/hr-pie-°F], [W/m-°C ], [W/m-K]
L:	longitud (Cap. I y II)	[pie], [m]
L:	longitud total del pozo	[pie], [m]
L <sub>c</sub> :	longitud característica	[pie], [m]

## Apéndice F

$L_j$ :	longitud desde la superficie hasta la válvula operante (circulación o inyección)	[pie], [m]
$L_{IS}$ :	longitud medida desde la superficie hasta el nivel medio de los disparos del horizonte productor más profundo (zona B)	[pie], [m]
$L_R$ :	parámetro de relajación = $1/A$	[1/pie], [1/m]
$L_{R1}$ :	parámetro de relajación en términos de $U_1$ , ecs. 5.6 y 5.45	[1/pie], [1/m]
$L_{R2}$ :	parámetro de relajación en términos de $U_2$	[1/pie], [1/m]
$L_{R3}$ :	parámetro de relajación en términos de $U_{to}$	[1/pie], [1/m]
$L_{RC}$ :	parámetro de relajación para una tubería sumergida en agua	[1/pie], [1/m]
$L_{SS}$ :	longitud medida desde la superficie hasta el nivel medio de los disparos del horizonte productor menos profundo (zona A)	[pie], [m]
$L_t$ :	longitud total	[pie], [m]
$m$ :	masa	[lb <sub>m</sub> ], [kg <sub>m</sub> ]
$Nu$ :	número de Nusselt , $Nu = hd/k$	[adim]
$Nu_m$ :	número de Nusselt medio	[adim]
$Nu_p$ :	número de Nusselt en la película	[adim]
$Nu_x$ :	número de Nusselt local	[adim]
$p$ :	presión	[psi], [kg/cm <sup>2</sup> ]
$p_a$ :	presión del fluido anular	[psi], [kg/cm <sup>2</sup> ]
$p_D$ :	presión adimensional	[adim]
$p_f$ :	presión del fluido dentro de la TP	[psi], [kg/cm <sup>2</sup> ]
$p_{wh}$ :	presión en la cabeza del pozo	[psi], [kg/cm <sup>2</sup> ]
$p_y$ :	presión del yacimiento	[psi], [kg/cm <sup>2</sup> ]
$P$ :	perímetro mojado	[pie], [m]
$Pr$ :	número de Prandtl	[adim]
$Pr_p$ :	número de Prandtl en la película	[adim]
$q$ :	flujo de calor por unidad de área	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ], [W/m <sup>2</sup> ]
$q_{cond}$ :	flujo de calor por unidad de área debida a la conducción	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ], [W/m <sup>2</sup> ]
$q_{conv}$ :	flujo de calor por unidad de área debida a la convección	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ], [W/m <sup>2</sup> ]
$q_g$ :	fuentes interna	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ], [W/m <sup>2</sup> ]
$q_{gen}$ :	flujo de calor generado dentro de volumen de control	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ], [W/m <sup>2</sup> ]

## Apéndice F

$q_r$ :	flujo de calor radial por unidad de área	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ], [W/m <sup>2</sup> ]
$q_v$ :	gasto volumétrico del fluido dentro del conducto	[pie <sup>3</sup> /s], [m <sup>3</sup> /s]
$q_{vg}$ :	gasto volumétrico de gas	[pie <sup>3</sup> /s], [m <sup>3</sup> /s]
$q_{vo}$ :	gasto volumétrico de aceite	[bl <sub>o</sub> /dia], [m <sub>o</sub> <sup>3</sup> /dia]
$q_{voa}$ :	gasto volumétrico del aceite en el espacio anular @ c. y.	[bl <sub>o</sub> /dia], [m <sub>o</sub> <sup>3</sup> /dia]
$q_{vof}$ :	gasto volumétrico del aceite dentro de la TP @ c. y.	[bl <sub>o</sub> /dia], [m <sub>o</sub> <sup>3</sup> /dia]
$q_{vw}$ :	gasto volumétrico de agua	[bl <sub>w</sub> /dia], [m <sub>w</sub> <sup>3</sup> /dia]
$q_{vx}$ :	gasto volumétrico del fluido dentro del conducto en dirección x	[pie <sup>3</sup> /s], [m <sup>3</sup> /s]
$q_w$ :	flujo de calor por unidad de área en la pared	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ]
$q_x$ :	flujo de calor por unidad de área en dirección x	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> ]
$Q$ :	flujo de calor (Cap. I)	[Btu/hr], [W]
$Q_r$ :	flujo de calor en dirección radial (Cap. I)	[Btu/hr], [W]
$Q_x$ :	flujo de calor en dirección x (Cap. I)	[Btu/hr], [W]
$Q_{x+dx}$ :	flujo de calor que sale en el punto x + dx (Cap. I)	[Btu/hr], [W]
$Q$ :	flujo de calor radial por unidad de longitud (del pozo) (Cap. III, IV y V)	[Btu/hr-pie], [W/m]
$Q$ :	flujo de calor por unidad de longitud (del pozo) desde la formación hasta el radio del pozo (Cap. III)	[Btu/hr-pie], [W/m]
$Q_1$ :	flujo de calor por unidad de longitud (del pozo) desde el fluido dentro de TP hasta el espacio anular	[Btu/hr-pie], [W/m]
$Q_2$ :	flujo de calor por unidad de longitud (del pozo) desde el espacio anular hasta el radio del pozo	[Btu/hr-pie], [W/m]
$Q_3$ :	flujo de calor por unidad de longitud (del pozo) desde el espacio anular hasta la formación	[Btu/hr-pie], [W/m]
$Q_{af}$ :	flujo de calor por unidad de longitud (del pozo) desde el espacio anular hacia el fluido dentro de la TP	[Btu/hr-pie], [W/m]
$Q_{ea}$ :	flujo de calor por unidad de longitud (del pozo) desde la formación hasta el fluido anular	[Btu/hr-pie], [W/m]
$r$ :	radio	[pie], [m]
$r_1$ :	radio interno del cilindro	[pie], [m]

## Apéndice F

$r_2$ :	radio externo del cilindro	[pie], [m]
$r_\infty$ :	radio del fluido externo	[pie], [m]
$r_{ci}$ :	radio de la pared interna de la TR	[pie], [m]
$r_{co}$ :	radio de la pared externa de la TR	[pie], [m]
$r_D$ :	distancia radial adimensional $=r/r_w$	[adim]
$r_i$ :	radio interno	[pie], [m]
$r_{ins}$ :	radio del aislante	[pie], [m]
$r_{ji}$ :	radio de la pared interna de la tubería de circulación	[pie], [m]
$r_{jo}$ :	radio de la pared externa de la tubería de circulación	[pie], [m]
$r_o$ :	radio externo	[pie], [m]
$r_{ti}$ :	radio de la pared interna de la TP	[pie], [m]
$r_{to}$ :	radio de la pared externa de la TP	[pie], [m]
$r_w$ :	radio del pozo	[pie], [m]
R:	resistencia térmica	[hr-°F / Btu], [°C/W], [KW]
$R_{cond}$ :	resistencia térmica conductiva	[hr-°F / Btu], [°C/W], [KW]
$R_{conv}$ :	resistencia térmica convectiva	[hr-°F / Btu], [°C/W], [KW]
$R_{eq}$ :	resistencia térmica equivalente	[hr-°F / Btu], [°C/W], [KW]
$R_{hi}$ :	resistencia térmica interna debida a la convección	[hr-°F / Btu], [°C/W], [KW]
$R_{ho}$ :	resistencia térmica externa debida a la convección	[hr-°F / Btu], [°C/W], [KW]
Ra:	número de Rayleigh	[adim]
Re:	número de Reynolds	[adim]
$Re_p$ :	número de Reynolds a condiciones de la película	[adim]
$Re_x$ :	número de Reynolds local	[adim]
$RGA_a$ :	relación gas aceite dentro del espacio anular	[pie <sup>3</sup> /bl], [m <sub>g</sub> <sup>3</sup> /m <sub>o</sub> <sup>3</sup> ]
$RGA_f$ :	relación gas aceite dentro de la TP	[pie <sup>3</sup> /bl], [m <sub>g</sub> <sup>3</sup> /m <sub>o</sub> <sup>3</sup> ]
t:	tiempo	[hr], [s]
$t^*$ :	parámetro dado por la Tabla 1.6	[adim]
$t_D$ :	tiempo adimensional	[adim]
$t_p$ :	tiempo de producción	[hr]
T:	temperatura	[°F], [°C], [K]
$T_0$ :	temperatura en la frontera (pared) (Cap. I)	[°F], [°C], [K]

## Apéndice F

$T_0$ :	temperatura del fluido en la pared del conducto (Cap. II)	[°F], [°C], [K]
$T_1$ :	temperatura inicial (Cap. II)	[°F], [°C], [K]
$T_1$ :	temperatura en $r_1$ (Cap. IV)	[°F], [°C], [K]
$T_2$ :	temperatura final (Cap. II)	[°F], [°C], [K]
$T_2$ :	temperatura en $r_2$ (Cap. IV)	[°F], [°C], [K]
$T_\infty$ :	temperatura del fluido externo (aire, agua u otro)	[°F], [°C], [K]
$T_{\infty i}$ :	temperatura estática del agua de mar lejos del pozo a una profundidad dada	[°F], [°C], [K]
$T_a$ :	temperatura del fluido en espacio anular (aceite producido, gas inyectado, fluido de circulación o fluido empacador)	[°F], [°C], [K]
$T_{abh}$ :	temperatura del fluido anular en el fondo del pozo	[°F], [°C], [K]
$T_{ai}$ :	temperatura del gas inyectado en espacio anular a condición inicial ( $z=0$ )	[°F], [°C], [K]
$T_{bh}$ :	temperatura del fondo del pozo	[°F], [°C], [K]
$T_{ci}$ :	temperatura de la pared interna de la TR	[°F], [°C], [K]
$T_{ci}^*$ :	temperatura absoluta de la pared interna de la TR	[°F], [°C], [K]
$T_{co}$ :	temperatura de la pared externa de la TR	[°F], [°C], [K]
$T_D$ :	temperatura adimensional	[adim]
$T_e$ :	temperatura de la formación a cualquier distancia radial	[°F], [°C], [K]
$T_{e1}$ :	temperatura de la formación en la interface de dos intervalos	[°F], [°C], [K]
$T_{ebh}$ :	temperatura de la formación en el fondo del pozo	[°F], [°C], [K]
$T_{ei}$ :	temperatura de la formación a condición inicial ( $t=0$ )	[°F], [°C], [K]
$T_{eibh}$ :	temperatura estática de la formación en el fondo del pozo a condiciones iniciales ( $t=0$ )	[°F], [°C], [K]
$T_{es}$ :	temperatura de la formación en superficie	[°F], [°C], [K]
$T_{ewh}$ :	temperatura de la formación en la cabeza del pozo	[°F], [°C], [K]
$T_f$ :	temperatura del fluido en el centro del conducto (TP)	[°F], [°C], [K]
$T_{f1}$ :	temperatura del fluido en la interface de dos intervalos	[°F], [°C], [K]
$T_{fbh}$ :	temperatura del fluido dentro de la TP en el fondo del pozo	[°F], [°C], [K]
$T_{ff}$ :	temperatura del fluido dentro de la TP en el punto de inyección	[°F], [°C], [K]
$T_{fin}$ :	temperatura final	[°F], [°C], [K]

## Apéndice F

$T_{fo}$ :	temperatura del fluido externo	[°F], [°C], [K]
$T_{fwh}$ :	temperatura del fluido dentro de la TP en la cabeza del pozo	[°F], [°C], [K]
$T_i$ :	temperatura del fluido interno (Cap. I)	[°F], [°C], [K]
$T_i$ :	temperatura en la pared del cilindro interno (Cap. II)	[°F], [°C], [K]
$T_i$ :	temperatura inicial (Cap. IV)	[°F], [°C], [K]
$T_{i,j}$ :	temperatura en el nodo (i,j)	[°F], [°C], [K]
$T_{in}$ :	temperatura inicial (t=0)	[°F], [°C], [K]
$T_{ins}$ :	temperatura del aislante	[°F], [°C], [K]
$T_{ins}^*$ :	temperatura absoluta del aislante	[°F], [°C], [K]
$T_L$ :	temperatura en x=L	[°F], [°C], [K]
$T_o$ :	temperatura del fluido externo (Cap. I)	[°F], [°C], [K]
$T_o$ :	temperatura en la pared del cilindro externo (Cap. II)	[°F], [°C], [K]
$T_p$ :	temperatura de la película	[°F], [°C], [K]
$T_{ti}$ :	temperatura de la pared interna de la TP	[°F], [°C], [K]
$T_{to}$ :	temperatura de la pared externa de la TP	[°F], [°C], [K]
$T_w$ :	temperatura en la pared o en $r_w$ (interface pozo-formación)	[°F], [°C], [K]
$T_w$ :	temperatura del fluido de circulación (Cap. V)	[°F], [°C], [K]
$T_{wh}$ :	temperatura en la cabeza del pozo	[°F], [°C], [K]
$T_{wi}$ :	temperatura de la pared inferior	[°F], [°C], [K]
$T_{wo}$ :	temperatura de la pared externa	[°F], [°C], [K]
$T_{ws}$ :	temperatura de la pared superior	[°F], [°C], [K]
$T_{ww}$ :	temperatura del fluido de circulación en la cabeza del pozo	[°F], [°C], [K]
$U$ :	coeficiente general de transferencia de calor	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
$U$ :	coeficiente general de transferencia de calor desde el fluido dentro de la TP hacia la formación (Cap. IV)	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
$U_1$ :	coeficiente general de transferencia de calor desde el fluido dentro de la TP hacia el espacio anular	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
$U_2$ :	coeficiente general de transferencia de calor desde el espacio anular hasta el fluido de circulación	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
$U_a$ :	coeficiente general de transferencia de calor	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ],

## Apéndice F

	dentro del espacio anular	[W/m <sup>2</sup> -K]
U <sub>af</sub> :	coeficiente general de transferencia de calor desde el fluido anular hacia el fluido dentro de la TP	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
U <sub>c∞</sub> :	coeficiente general de transferencia de calor desde la TR hacia el agua de mar	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
U <sub>f</sub> :	coeficiente general de transferencia de calor dentro de la TP	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
U <sub>t∞</sub> :	coeficiente general de transferencia de calor en función del área superficial externa para el sistema riser	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
U <sub>to</sub> :	coeficiente general de transferencia de calor en función del área superficial externa de la TP (A=2πr <sub>to</sub> ) (Cap. III)	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
U <sub>to</sub> :	coeficiente general de transferencia de calor desde la TR hasta el cemento (Cap. V)	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
U <sub>wa</sub> :	coeficiente general de transferencia de calor desde rw hacia el fluido anular	[Btu/hr-pie <sup>2</sup> -°F], [W/m <sup>2</sup> -°C ], [W/m <sup>2</sup> -K]
v:	velocidad del fluido	[pie/s], [m/s]
v <sub>0</sub> :	velocidad del fluido cerca de la pared del conducto	[pie/s], [m/s]
v <sub>∞</sub> :	velocidad del fluido que rodea al conducto (aire o agua de mar)	[pie/s], [m/s]
v <sub>a</sub> :	velocidad del fluido anular	[pie/s], [m/s]
v <sub>f</sub> :	velocidad del fluido dentro del conducto o TP	[pie/s], [m/s]
v <sub>max</sub> :	velocidad máxima del fluido en el centro del conducto	[pie/s], [m/s]
v <sub>prom</sub> :	velocidad promedio del fluido dentro del conducto	[pie/s], [m/s]
V:	volumen	[pie <sup>3</sup> ], [pie <sup>3</sup> ]
V <sub>esf</sub> :	volumen de esfera	[pie <sup>3</sup> ], [pie <sup>3</sup> ]
w:	flujo másico del fluido	[lb <sub>m</sub> /hr], [kg <sub>m</sub> /hr]
w <sub>a</sub> :	flujo másico del fluido anular	[lb <sub>m</sub> /hr], [kg <sub>m</sub> /hr]
w <sub>f</sub> :	flujo másico del fluido dentro de la TP	[lb <sub>m</sub> /hr], [kg <sub>m</sub> /hr]
w <sub>ft</sub> :	flujo másico total del fluido dentro del TP	[lb <sub>m</sub> /hr], [kg <sub>m</sub> /hr]
w <sub>giny</sub> :	flujo másico del gas de inyección	[lb <sub>m</sub> /hr], [kg <sub>m</sub> /hr]
w <sub>w</sub> :	flujo másico del fluido de circulación	[lb <sub>m</sub> /hr], [kg <sub>m</sub> /hr]
W:	trabajo	[poundal], [J= N-m]

## Apéndice F

x:	parámetro definido en la ec. 4.10	[adim]
$X_g$ :	fracción masa de la fase vapor	[adim]
$X_{gf}$ :	fracción masa del gas dentro de la TP	[adim]
$Y_0$ :	función de Bessel de orden uno	[adim]
$Y_1$ :	función de Bessel de orden dos	[adim]
z:	longitud variable de la tubería o pozo desde la superficie	[pie], [m]
$\alpha$ :	difusividad térmica	[pie <sup>2</sup> /s], [m <sup>2</sup> /s]
$\alpha_e$ :	difusividad térmica de la formación	[pie <sup>2</sup> /hr], [m <sup>2</sup> /hr]
$\alpha_f$ :	difusividad térmica del fluido	[pie <sup>2</sup> /s], [m <sup>2</sup> /s]
$\alpha_1$ :	parámetro definido por la ec. 5.53	[adim]
$\alpha_2$ :	parámetro definido por la ec. 5.54	[adim]
$\beta$ :	coeficiente de expansión térmica	[°F <sup>-1</sup> ], [°C <sup>-1</sup> ], [K <sup>-1</sup> ]
$\beta$ :	coeficiente de expansión térmica del fluido anular (Cap. IV)	[°F <sup>-1</sup> ], [°C <sup>-1</sup> ], [K <sup>-1</sup> ]
$\beta_1$ :	parámetro definido por la ec. 5.55	[adim]
$\beta_2$ :	parámetro definido por la ec. 5.56	[adim]
$\beta_3$ :	parámetro definido por la ec. 5.57	[adim]
$\beta_4$ :	parámetro definido por la ec. 5.58	[adim]
$\beta_5$ :	parámetro definido por la ec. 5.59	[adim]
$\beta_i$ :	constantes dadas por las Tablas A.1, A.2, A.3 y A.4	[adim]
$\gamma_g$ :	densidad relativa del gas	[adim]
$\gamma_o$ :	densidad relativa del aceite	[adim]
$\gamma_{oa}$ :	densidad relativa del aceite en el espacio anular	[adim]
$\gamma_{of}$ :	densidad relativa del aceite dentro de la TP	[adim]
$\gamma_w$ :	densidad relativa del agua	[adim]
$\delta$ :	espesor de capa límite	[pie], [m]
$\delta_h$ :	espesor de capa límite hidrodinámica	[pie], [m]
$\delta_t$ :	espesor de capa límite térmica	[pie], [m]
$\Delta$ :	diferencia	[adim]
$\Delta T$ :	diferencia de temperatura	[°F], [°C], [K]

## Apéndice F

$\Delta$ volt:	diferencia de voltaje	[volt], [volt]
$\varepsilon$ :	rugosidad absoluta de la tubería (Cap. IV)	[pie], [m]
$\varepsilon_{ci}$ :	emisibilidad de la superficie interna de la TR	[adim]
$\varepsilon_{ins}$ :	emisibilidad de la superficie externa del aislante	[adim]
$\theta$ :	ángulo de apertura en el plano z-y (Cap. I)	[grados]
$\theta$ :	ángulo de inclinación del pozo con respecto a la horizontal	[grados]
$\theta_T$ :	relación de temperaturas	[adim]
$\theta_{Tc}$ :	relación de temperaturas en el centro	[adim]
$\lambda_1$ :	parámetro definido por las ecs. 4.52, 4.64 y 5.60	[adim]
$\lambda_2$ :	parámetro definido por las ecs. 4.53, 4.65 y 5.61	[adim]
$\mu$ :	viscosidad dinámica	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s]
$\mu_{\infty}$ :	viscosidad dinámica del fluido que rodea al conducto o del agua de mar	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s]
$\mu_a$ :	viscosidad dinámica del fluido anular	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s], [lb <sub>r</sub> s/ pie <sup>2</sup> ]
$\mu_{co}$ :	viscosidad dinámica del fluido anular a la temperatura de la pared interna de la TR	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s]
$\mu_f$ :	viscosidad dinámica del fluido dentro de la TP	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s]
$\mu_o$ :	viscosidad dinámica del aceite	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s]
$\mu_p$ :	viscosidad dinámica del fluido a condiciones de la película	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s]
$\mu_w$ :	viscosidad dinámica del fluido en la pared interna del conducto	[lb <sub>m</sub> / pie-s], [kg <sub>m</sub> / m-s]
$\nu$ :	viscosidad cinemática	[pie <sup>2</sup> /s], [m <sup>2</sup> /s]
$\nu_p$ :	viscosidad cinemática en la película	[pie <sup>2</sup> /s], [m <sup>2</sup> /s]
$\xi$ :	parámetro fraccional	[adim]
$\rho$ :	densidad	[lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> ], [kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup> ]
$\rho_{\infty}$ :	densidad del fluido externo que rodea al conducto, agua de mar	[lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> ], [kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup> ]
$\rho_a$ :	densidad del fluido anular	[lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> ], [kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup> ]
$\rho_e$ :	densidad de la formación	[lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> ], [kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup> ]
$\rho_g$ :	densidad del gas	[lb <sub>m</sub> /pie <sup>3</sup> ], [kg <sub>m</sub> /m <sup>3</sup> ]

## Apéndice F

---

$\rho_L$ :	densidad del líquido	$[\text{lb}_m/\text{pie}^3], [\text{kg}_m/\text{m}^3]$
$\rho_{oa}$ :	densidad del aceite en el espacio anular	$[\text{lb}_m/\text{pie}^3], [\text{kg}_m/\text{m}^3]$
$\rho_{of}$ :	densidad del aceite dentro de la TP	$[\text{lb}_m/\text{pie}^3], [\text{kg}_m/\text{m}^3]$
$\sigma$ :	constante de Stefan-Boltzmann	$[1.713 \times 10^{-9} \text{ Btu}/\text{pie}^2\text{-hr-}^\circ\text{R}^4], [5.67 \times 10^{-8} \text{ W}/\text{m}^2\text{-K}^4]$
$\tau$ :	esfuerzo cortante	$[\text{lb}_m/\text{pie-s}^2], [\text{N}/\text{m}^2]$
$\Phi$ :	ángulo de apertura en el plano x-y	[grados]
$\Phi$ :	parámetro definido por las ecs. 3.42 y 4.26	[adim]
$\Phi_a$ :	parámetro definido por la ec. 5.22	$[\text{°F}/\text{pie}], [\text{°C}/\text{m}]$
$\Phi_f$ :	parámetro definido por la ec. 5.8	$[\text{°F}/\text{pie}], [\text{°C}/\text{m}]$
$\Phi_w$ :	parámetro definido por la ec. 5.12	$[\text{°F}/\text{pie}], [\text{°C}/\text{m}]$
$\Psi$ :	parámetro definido por las ecs. 4.54 y 4.67	[adim]
$\omega_1$ :	parámetro definido por la ec. 5.62	[adim]
$\omega_2$ :	parámetro definido por la ec. 5.63	[adim]
$\omega_3$ :	parámetro definido por la ec. 5.64	[adim]
$\omega_4$ :	parámetro definido por la ec. 5.65	[adim]
$\Omega$ :	parámetro definido por las ecs. 4.55 y 4.68	[adim]



# BIBLIOGRAFÍA

---

## Referencias

1. J. P. Holman: **Transferencia de Calor**, Ed. Mc Graw Hill, Octava Edición, Año 1999.
2. Jaime Cervantes de Gortari: **Fundamentos de Transferencia de Calor**, México Distrito Federal, Ed. Universidad Nacional Autónoma de México, Fondo de Cultura Económica, Coedición: Ediciones Científicas Universitarias, Primera Edición, Año 1999.
3. Frank M. White: **Heat and Mass Transfer**, Ed. Addison Wesley, First Edition, 1988.
4. A.R. Hasan & C.S. Kabir: **Fluid Flow and Heat Transfer in Wellbores**, USA, Richardson Texas, Ed. Society of Petroleum Engineers, 2002.
5. James P. Brill & Hemanta Mukherjee: **Multiphase Flow in Wells**, USA, Richardson Texas, Ed. Society of Petroleum Engineers, 1999.
6. Schlumberger, M., Doll, H.G., y Perebinosoff, A.A.: **Temperature Measurements in Oil Wells**, J. Inst. Pet. Technologists, pp. 23-159, 1937.
7. Nowak, T.J.: **The Estimation of Water Injection Profiles from Temperature Surveys**, JPT, pp. 203, August 1953.
8. Bird, J.M.: **Interpretation of Temperature Logs in Water- and Gas-Injection Wells and Gas-Producing Wells**. Drill. & Prod. Prac., pp. 187. 1954.

## *Bibliografía*

---

9. Kirkpatrick, C.V.: **Advances in Gas-Lift Technology**. Drill. & Prod. Prac., pp. 24 March, 1959.
10. Lesem, I.B. et al.: **A Method of Calculating the Distribution of Temperature in Flowing Gas Wells**. Trans., AIME, pp. 210,169, 1957.
11. Moss, J.T. and White, P. D.: **How to Calculated Temperature Profiles In a Water-Injection Well**. Oil & Gas J., pp. 174, March 1959.
12. Ramey, H. J., Jr.: **Wellbore Heat Transmission**, JPT (April 1962) 845.
13. Edwardson, M. J. et al.: **Calculation of Formation Temperature Disturbances Caused by Mud Circulation**, JPT (april 1962) 416; Trans., AIME, 225.
14. Satter, A.: **Heat Losses During Flow of Steam Down a Wellbore**. JPT, pp. 845; Trans., AIME 234, July 1965.
15. Willhite, G. P.: **Overall Heat Transfer Coefficients in Steam and Hot Water Injection Wells**, JPT (May 1967) 607.
16. Coulter, D.M. y Bardon, M.F. **Revised Equation Improves Flowing Gas Temperature Prediction**. Oild & Gas J., pp. 107, February 1979.
17. Shiu, K.C. and Beggs, H.D.: **Predicting Temperatures in Flowing Oil Wells**. J. Energy Res. Tech., pp. 1, March 1980.
18. Sagar R.K., Doty, D.R., and Schmidt, Z.: **Predicting Temperature Profiles in a Flowing Well**. SPEPF, pp. 441, November 1991.
19. Alves. I. N., Alhanati, F. J. S. , and Shoham, O.: **A Unified Model for Predicting Flowing Temperature Distribution in Wellbores and Pipelines**, SPE (November 1992) 211.
20. Hasan, A. R. and Kabir, C. S.: **Aspects of Heat Transfer During Two-Phase Flow in Wellbores**., SPE, pp. 211, 1994.

## *Bibliografía*

---

21. Manabe, R.: **A Comprehensible Mechanistic Heat Transfer Model for Two-Phase Flow with High-Pressure Flow Patern Validation.**, Ph. D. Dissertation, U. Tulsa, 2001.
22. A.R. Hasan & C.S. Kabir: **Fluid Flow and Heat Transfer in Wellbores.**, SPE Section 9, pp. 131-134, 2002.
23. H.Q. Zhang., Q. Wang, C.Sarica y J.P. Brill. **Unified Model of Heat Transfer in Gas-Liquid Pipe Flow.**, SPE, Vol. 21, pp. 114-122, September 2004.
24. Boyun Guo, Shengkai Duan, Ali Ghalambor: **A Simple Model for Predicting Heat Loss and Temperature Profiles in Thermal Injection Lines and Wellbores With Insulations.** SPE, March 2004.
25. Xiaodan Zhao, Jiuping Xu. **Numerical simulation of temperature and pressure distribution in producing.** England s.n. World Journal of Modelling and Simulation, Vol. 4, pp. 94-103, July 2008.
26. Ameen, M.M.: **Unifield Model for Two-Phase Flow and Heat Transfer in Wellbores.** MS thesis, U. of North Dakota, Grnad Forks, North Dakota, 1992.
27. Van Everdigen, A. F. and Hurst, W.: **The Application of The Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoir.** Trans., AIME 186, 305, 1949.
28. Dropkin, D. and Sommerscales, E.: **Heat Transfer by Natural Convection in Liquids Confined by Two Parallet Plates Inclined at Various Angels With Respect to the Horizontal.** J. Heat Transfer, Trans, ASME, Series C (February 1965) 87, 77.
29. Fisheden, M. and Saunders, O. A.: **An Introduction to Heat Transfer.** First Edition, Oxford U. press, London (1950).

## *Bibliografía*

---

30. Sheriff, N.: **Experimental Investigation of Natural Convection in Single and Multiple Vertical Annuli With High Pressure Carbon Dioxide**, Proc., Third Intl. Heat Transfer Conference, Houston, Texas (1966) 2, 132.
31. Gebhart, B.: **Heat Transfer**, Second Edition, McGraw-Hill Book Co. Inc., Newyork city (1971) 272.
32. Curtis, M. R. and Witterholt, E. J.: **Use Of The Temperature Log For Determining Flow Rates In Producing Wells**, paper SPE 4637 present at the 1973 SPE Annual Fall Meeting, Nevada, 1-3 October.
33. Hasan A. R., Kouba, G. E., and Wang. X.: **Trasient Analysis To Locate And Characterize Plugs In Gas Wells**, paper SPE 36553 presented art the SPE Annual Technical Conference and Exhibition, Denver, 5-9 October 1996.
34. Massinon, R. V. J.: **A Real-Time Transient Hydraulic Model for Leak Detection and Batch Tracking on a Liquid Pipeline System**, paper 88-39-93 presented at the 1988. Annual Technical meeting of CIM, Calgary, AB, Canada, 12-16 June.
35. Jamaluddin, A. K. M. et al.: **A Systematic Approach in Deep Water Flow Assurance Fluid Characterization**, paper SPE 71546 present at the SPE 3 Octubre 2001 Annual Technical Conference and Exhibition, New Orleans, 30 September.
36. Singh, p. et al.: **Formation and Aging of Incipient Thin Film Wax-Oil Gels**, AIChE J, 46, No. 5, May 2000.

**Bibliografía**

J. P. Holman: **Transferencia de Calor**, Ed. Mc Graw Hill, Octava Edición, año1999.

Jaime Cervantes de Gortari: **Fundamentos de Transferencia de Calor**, México Distrito Federal, Ed. Universidad Nacional Autónoma de México, Fondo de Cultura Económica, Coedición: Ediciones Científicas Universitarias, primera edición, Año 1999.

Frank M. White: **Heat and Mass Transfer**, Ed. Addison Wesley, First Edition, 1988.

A.R. Hasan & C.S. Kabir: **Fluid Flow and Heat Transfer in Wellbores**, USA, Richardson Texas, Ed. Society of Petroleum Engineers, 2002.

James P. Brill & Hemanta Mukherjee: **Multiphase Flow in Wells**, USA, Richardson Texas, Ed. Society of Petroleum Engineers, 1999.