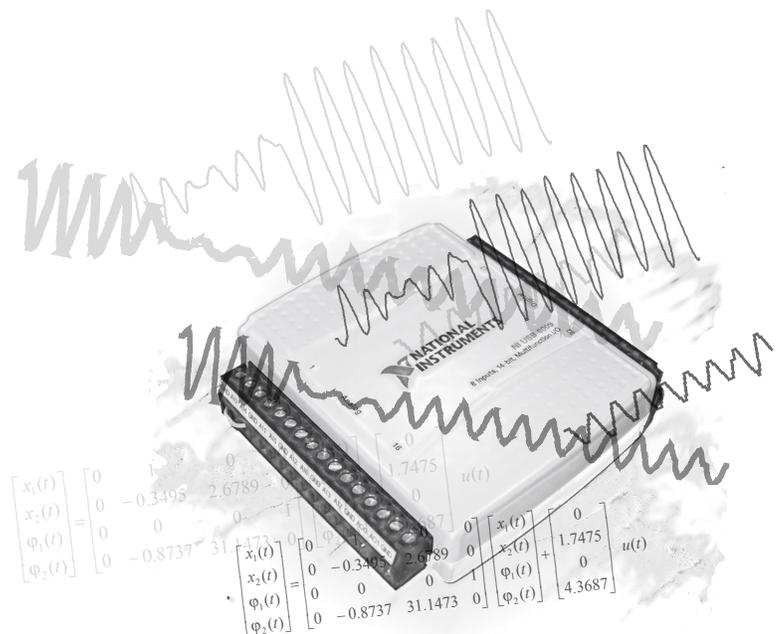


# CAPÍTULO 5

---

## EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

---



# EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

Este capítulo presenta la parte experimental de los métodos de control propuestos en los capítulos anteriores. La primera parte habla de los experimentos realizados con un esquema de control LQR y la segunda parte de la implementación y experimentación del control difuso tipo singleton, teniendo como objetivo principal el control y la estabilización del péndulo invertido que se encuentra sobre el carro.

## 5.1 Experimentos y resultados del control LQR

La primera técnica a implementar es el control LQR, cuya sintonización es efectuada mediante un proceso heurístico, donde se da mayor peso a la parte del control que estabiliza al péndulo invertido. Los resultados experimentales se muestran indicando tanto la entrada de control como los estados del sistema en forma experimental.

El modelo matemático empleado para calcular la matriz de ganancias de retroalimentación es el obtenido en el capítulo 3 (ecuación 3.58).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{\phi}_1(t) \\ \dot{\phi}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -0.3495 & 2.6789 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.8737 & 31.1473 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \phi_1(t) \\ \phi_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1.7475 \\ 0 \\ 4.3687 \end{bmatrix} u(t)$$

Para todos los experimentos la condición inicial de los estados del sistema (posición angular, velocidad angular y velocidad del carro) son muy cercanos a cero. En cuanto a la posición inicial del carro varía entre cada experimento, tomando en cuenta que no importa la posición del carro mientras el péndulo se mantenga lo más estable posible.

### 5.1.1 Tiempo de muestreo

Utilizando el módulo de adquisición de datos USB-6009, el tiempo de muestreo y de salida de la señal de control se realiza cada 2 milisegundos como tiempo mínimo. Por el diseño del programa el tiempo de operación está limitado a un número predeterminado de muestras al inicio. El tiempo que se muestra en las siguientes simulaciones tiene una duración entre 10 y 20 segundos.

## 5.1.2 Experimentos

### Experimento 1

Matrices de peso seleccionadas:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [1]$$

Matriz de ganancias de retroalimentación:  
 $k_1 = [-0.3162 \quad -1.1173 \quad 17.9768 \quad 3.3991]$

### Experimento 2

Matrices de peso:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [0.01]$$

Matriz de ganancias de retroalimentación:  
 $k_2 = [-1 \quad -4.4771 \quad 91.5006 \quad 13.6219]$

### Experimento 3

Matrices de peso:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 35 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [0.0225]$$

Matriz de ganancias de retroalimentación:  
 $k_3 = [-2.1082 \quad -5.3299 \quad 57.768 \quad 10.4913]$

### Experimento 4

Matrices de peso:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 35 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [0.022]$$

Matriz de ganancias de retroalimentación:  
 $k_4 = [-2.132 \quad -5.3864 \quad 58.3065 \quad 10.5887]$

El análisis de cada experimento y las simulaciones se muestra a continuación.

### 5.1.3 Resultados y análisis

#### Experimento 1

Los resultados del experimento se observan en la figura 5.2, cerrando el lazo de control con la matriz de ganancias  $k_1$ , esta matriz se obtuvo con las matrices  $Q$  y  $R$ .

$$\text{Matrices de peso: } Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [1]$$

Se puede observar, que la diagonal de la matriz  $Q$  contiene valores que le darán peso a las variables del sistema. Los valores de 0.01 del primer y segundo renglon corresponden al peso dado a la posición del carro y a la velocidad angular respectivamente. El valor de 1 es el peso otorgado al ángulo de desviación del péndulo invertido; y por último, el valor 0.1 corresponde a la variable de la velocidad angular. Esto significa que se le esta dando mayor peso al ángulo de desviación. Esto se nota en la matriz de ganancia de retroalimentación:

El ángulo de desviación es la variable de mayor peso, lo que produce que el control se enfoque mas en controlar la posición del péndulo invertido, y la de menor importancia en el diseño es la posición del carro.

Matriz de ganancias de retroalimentación:

$$k_1 = [-0.3162 \quad -1.1173 \quad 17.9768 \quad 3.3991]$$

↖	↖	↖	↖
Posición carro	Velocidad carro	Ángulo de desviación	Velocidad angular

Aplicando la entrada  $u = -k_1 x$  para cerrar el lazo de control, el polinomio característico del sistema realimentado es:

$$\det(\lambda I - (A - Bk_1)) = \lambda^4 + 13.2467\lambda^3 + 46.8357\lambda^2 + 39.1926\lambda + 13.51 = 0$$

Las raíces del polinomio se muestran en la figura 5.1.

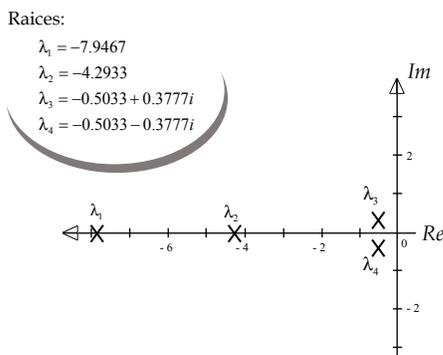


figura 5.1 Raíces del polinomio característico

El sistema en lazo cerrado es estable, pero no logra estabilizar al péndulo invertido, la acción de control es lenta y cuando aplica el mayor voltaje no tiene el torque suficiente para recuperar la posición vertical del péndulo, provocando que el carro choque contra la pared que limita al riel. Es necesaria una reacción mas rápida para intentar estabilizar la posición del péndulo invertido.

*Experimento 1*

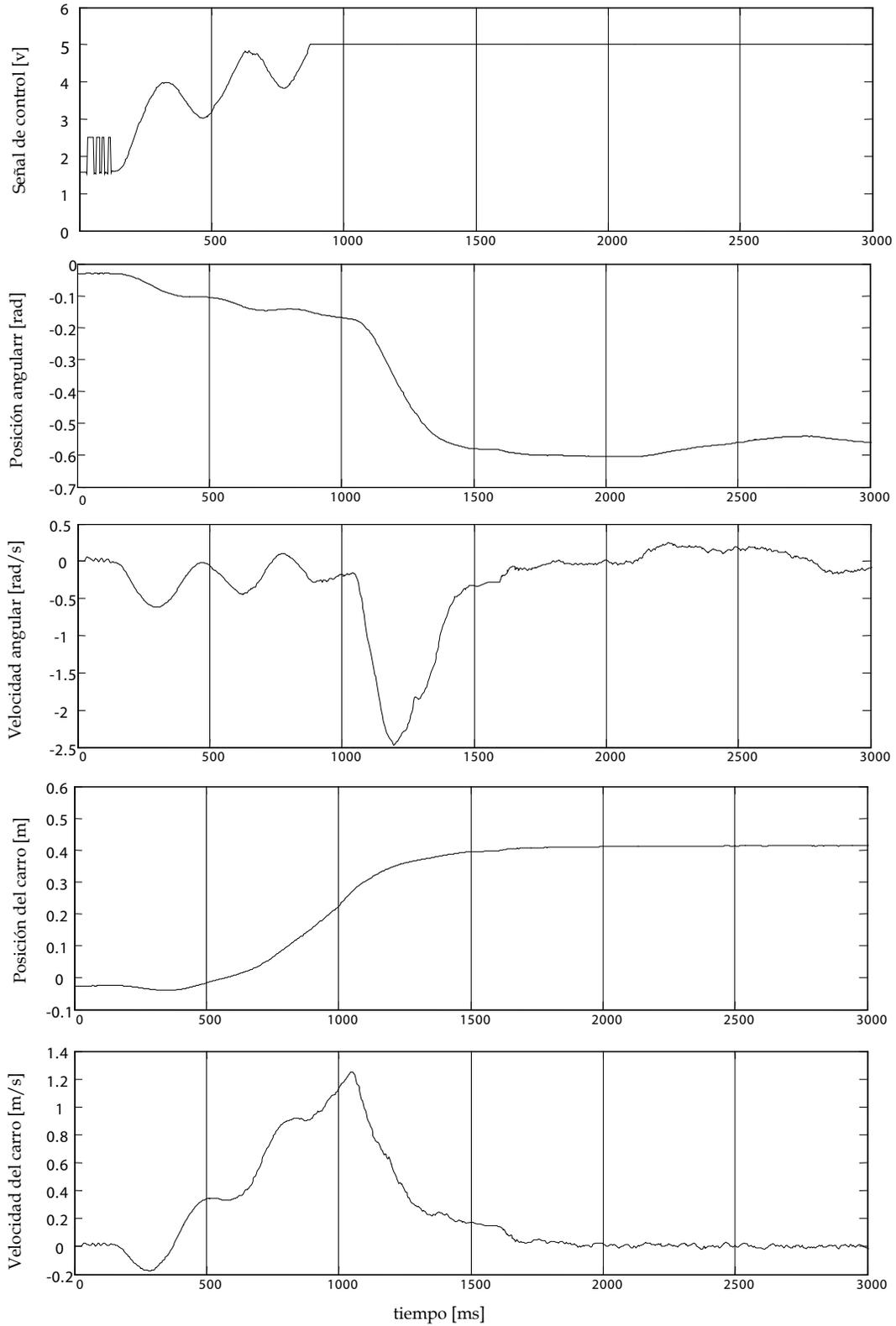


figura 5.2

Este diseño se realizó con un mayor peso en la posición angular y observar en que beneficiaba o perjudicaba en el control del péndulo (ya que los resultados anteriores no eran satisfactorios), además de aumentar la velocidad de la dinámica del sistema. Las matrices propuestas son:

$$\text{Matrices de peso: } Q = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [0.01]$$

Se puede comparar con el experimento anterior, en el cual la matriz  $Q$ , considera términos que afectan a la desviación angular y a la velocidad angular. Además, al disminuir la matriz  $R$ , se aumenta la energía en la dinámica del sistema, lo que provocará que tenga una respuesta más rápida nuestro control. La matriz de ganancias de retroalimentación obtenida es:

$$k_2 = [-1 \quad -4.4771 \quad 91.5006 \quad 13.6219]$$

La relación que existe entre los valores de la matriz a aumentado. Nuevamente, al aplicar la entrada  $u = -k_2 x$  para cerrar el lazo de control del sistema (ecuac. 3.58), obtenemos la nueva matriz del sistema:

$$A - Bk_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1.7475 & 7.4742 & -157.2173 & -23.8041 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 4.3687 & 18.6855 & -368.5932 & -59.5103 \end{bmatrix}$$

El polinomio característico de la matriz es:

$$\det(\lambda I - (A - Bk_2)) = \lambda^4 + 52.0361\lambda^3 + 366.8457\lambda^2 + 182.7437\lambda + 42.7261 = 0$$

Las raíces del polinomio se muestran en la figura 5.3.

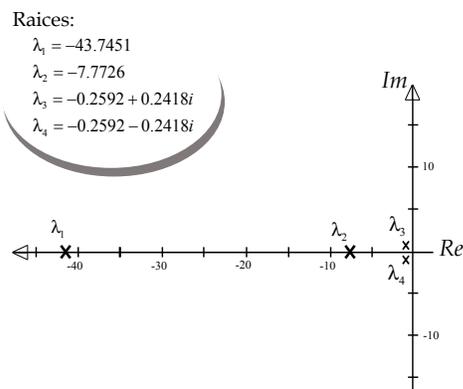


figura 5.3 Raíces del polinomio característico

Los resultados experimentales se muestran en la figura 5.4, donde se observa que el control es rápido y trata de estabilizar la posición del péndulo con un voltaje de salida muy grande, produciendo un torque en el motor excesivo. Esta fuerza es inadecuada para la estabilización del péndulo invertido, además, el exceso de fuerza produce un deslizamiento del engrane del actuador contra el riel. Aunque el control no es adecuado, se observa mejoría comparandolo con el experimento anterior.

*Experimento 2*

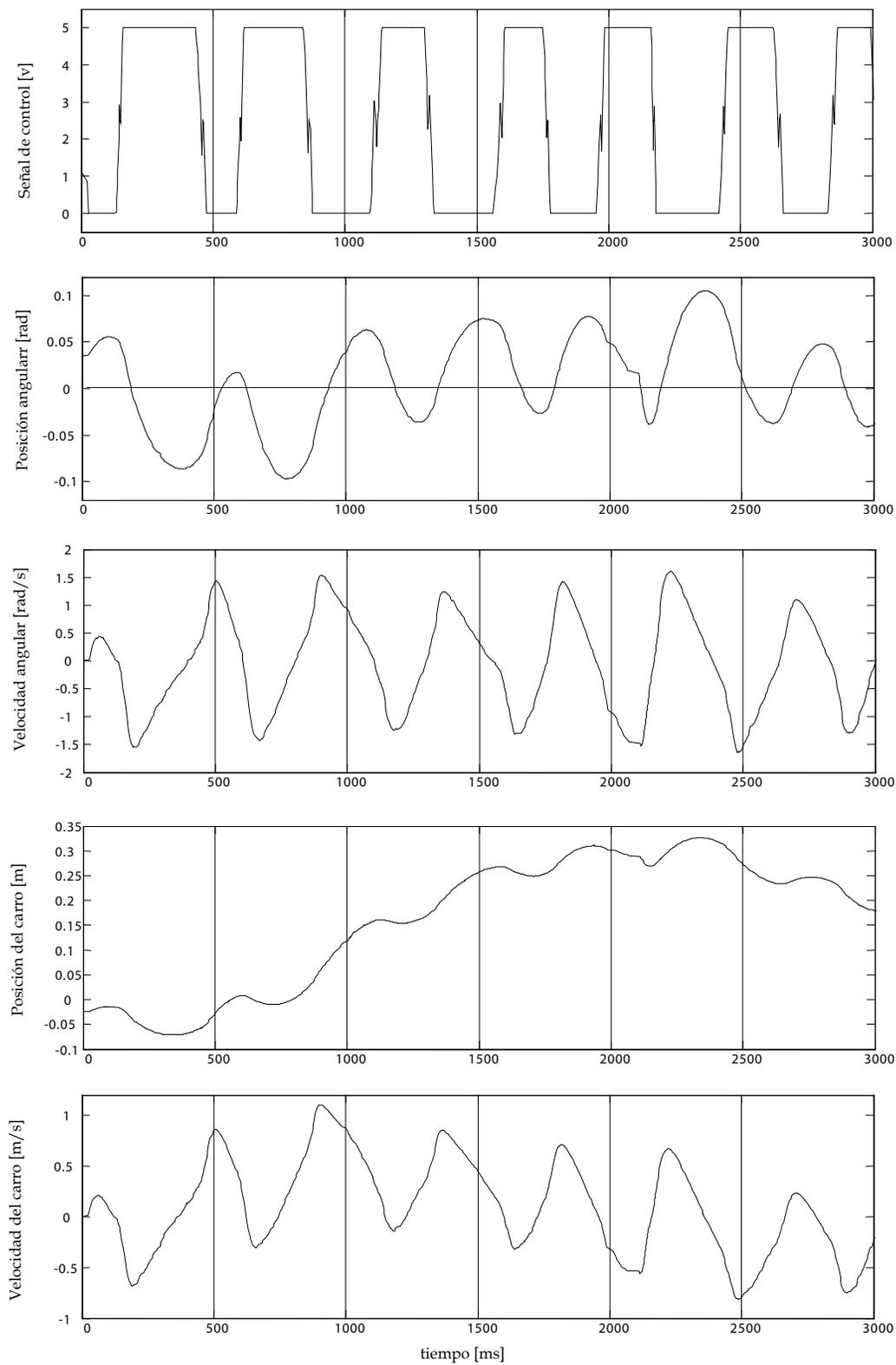


figura 5.4

Experimento 3

Los resultados experimentales se muestran en la figura 5.6, con la experiencia obtenida en los experimentos anteriores, se proponen las matrices  $Q$  y  $R$ , aumentando el peso en el control de la posición y la velocidad del carro, con el objetivo de evitar que el carro choque con los extremos del riel, además, de disminuir del peso en la variable del ángulo de desviación para evitar grandes sobrepasos al estabilizarlo, las matrices elegidas son:

$$\text{Matrices de peso: } Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 35 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [0.0225]$$

La matriz de ganancias de retroalimentación obtenida es:

$$k_3 = [-2.1082 \quad -5.3299 \quad 57.768 \quad 10.4913]$$

Comparando  $k_3$  con  $k_2$ , los dos primeros términos aumentaron, tratando de evitar choques del carro con los extremos del riel, y el tercer y cuarto término disminuyeron para tener un control más suave con respecto al error y velocidad angular. Cerrando el lazo de control con  $u = -k_3 x$  el polinomio característico del sistema es:

$$\det(\lambda I - (A - B k_3)) = \lambda^4 + 36.8691\lambda^3 + 217.5408\lambda^2 + 219.1805\lambda + 90.0751 = 0$$

Las raíces del polinomio característico se muestran en la figura 5.5.

Raíces:

$$\lambda_1 = -29.8162$$

$$\lambda_2 = -5.9133$$

$$\lambda_3 = -0.5698 + 0.4315 i$$

$$\lambda_4 = -0.5698 - 0.4315 i$$

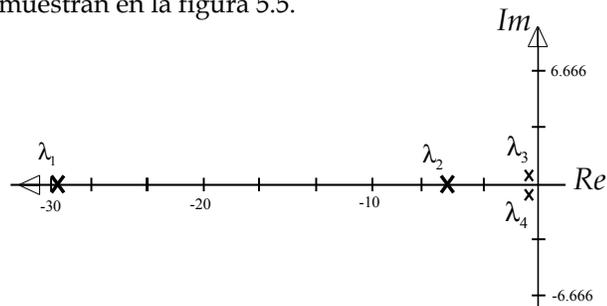
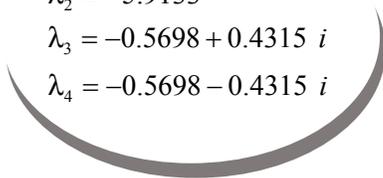


figura 5.5 Raíces del polinomio característico

Las raíces del sistema realimentado tienen la parte real negativa, por lo tanto, el sistema es estable.

La matriz de ganancias logra mantener al péndulo en una zona muy cercana al ángulo deseado, y el carro deja de chocar contra los extremos del riel. Sin embargo, con este control el péndulo presenta pequeñas oscilaciones con respecto al ángulo de referencia. Debemos recordar que el sistema no modela algunas dinámicas, como la fricción seca, lo que afecta el control del sistema, así como el ruido en las señales de los estados (aunque estas fueron filtradas no se puede eliminar el ruido completamente). A pesar de estos factores, el control presenta mejoras respecto al anterior.

*Experimento 3*

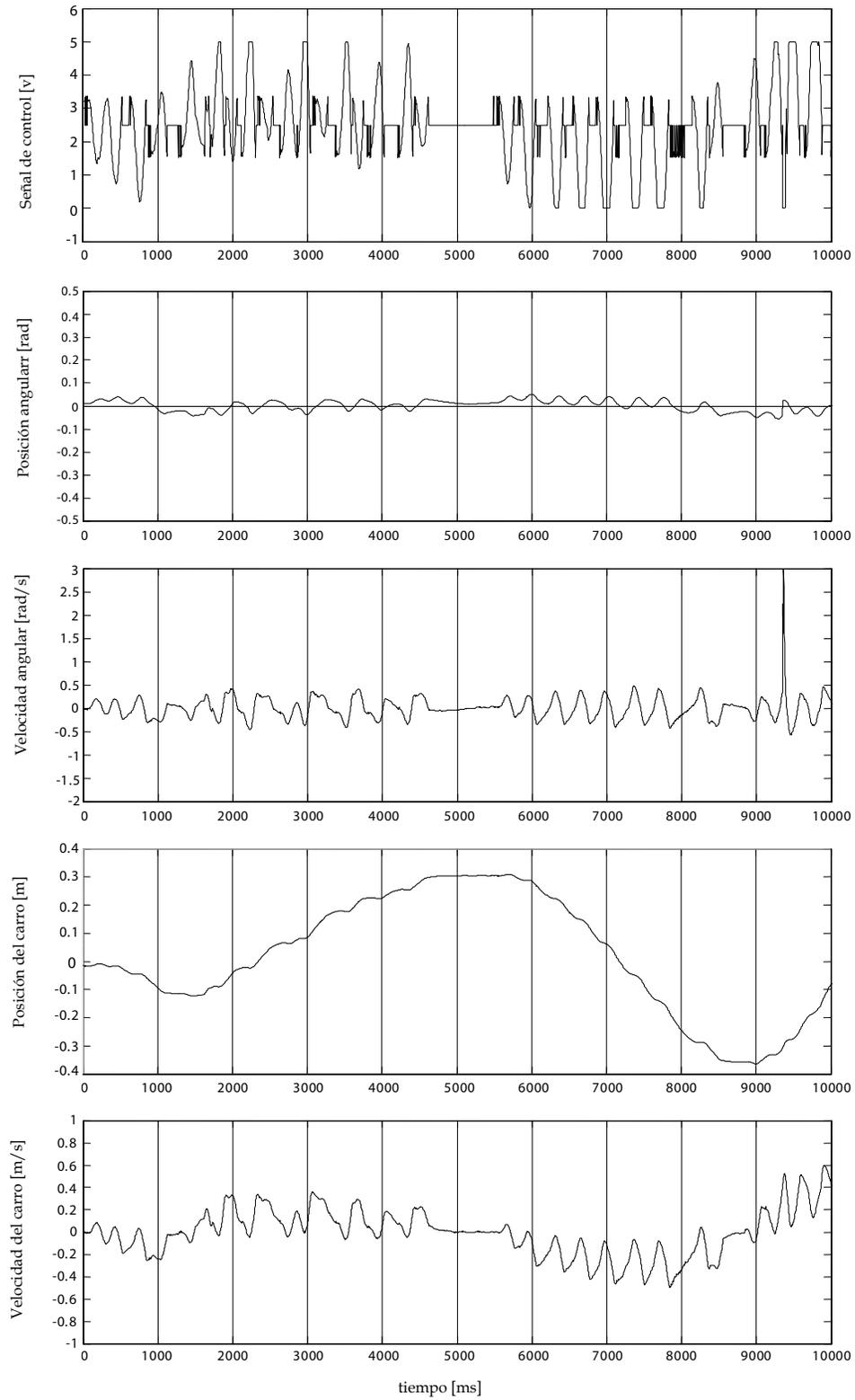


figura 5.6

Experimento 4

Los resultados del experimento 4 se muestran en la figura 5.8, para este experimento se realizó un cambio en la matriz  $R$  respecto a las matrices del experimento 3, lo que aumenta el peso en los valores de la matriz  $k_3$ , mejorando la acción de control. Las matrices de peso propuestas son:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 35 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad R = [0.022]$$

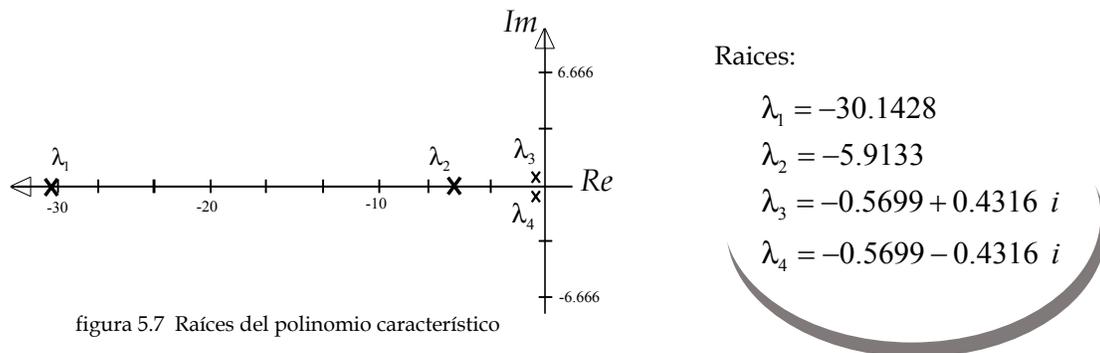
Con el cambio en la matriz  $R$ , la matriz de ganancias de retroalimentación obtenida se altera ligeramente:

$$k_4 = [-2.132 \quad -5.3864 \quad 58.3065 \quad 10.5887]$$

Cerrando el lazo de control con  $u = -k_4 x$ , el polinomio característico del sistema es:

$$\det(\lambda I - (A - B k_4)) = \lambda^4 + 37.1959\lambda^3 + 219.8518\lambda^2 + 221.5945\lambda + 91.092 = 0$$

Las raíces del polinomio característico se muestran en la figura 5.7.



Raíces:

$$\lambda_1 = -30.1428$$

$$\lambda_2 = -5.9133$$

$$\lambda_3 = -0.5699 + 0.4316 i$$

$$\lambda_4 = -0.5699 - 0.4316 i$$

En este último experimento, el control logra mantener al péndulo con un error pequeño respecto al ángulo de referencia y el carro ya no choca contra los extremos del riel, se siguen notando oscilaciones en el péndulo durante la etapa de control pero estas son menores que con otras matrices de ganancia probadas.

El control es más suave, con oscilaciones menos pronunciadas con respecto al punto de equilibrio inestable, pero con una mayor desviación en la posición del carro.

*Experimento 4*

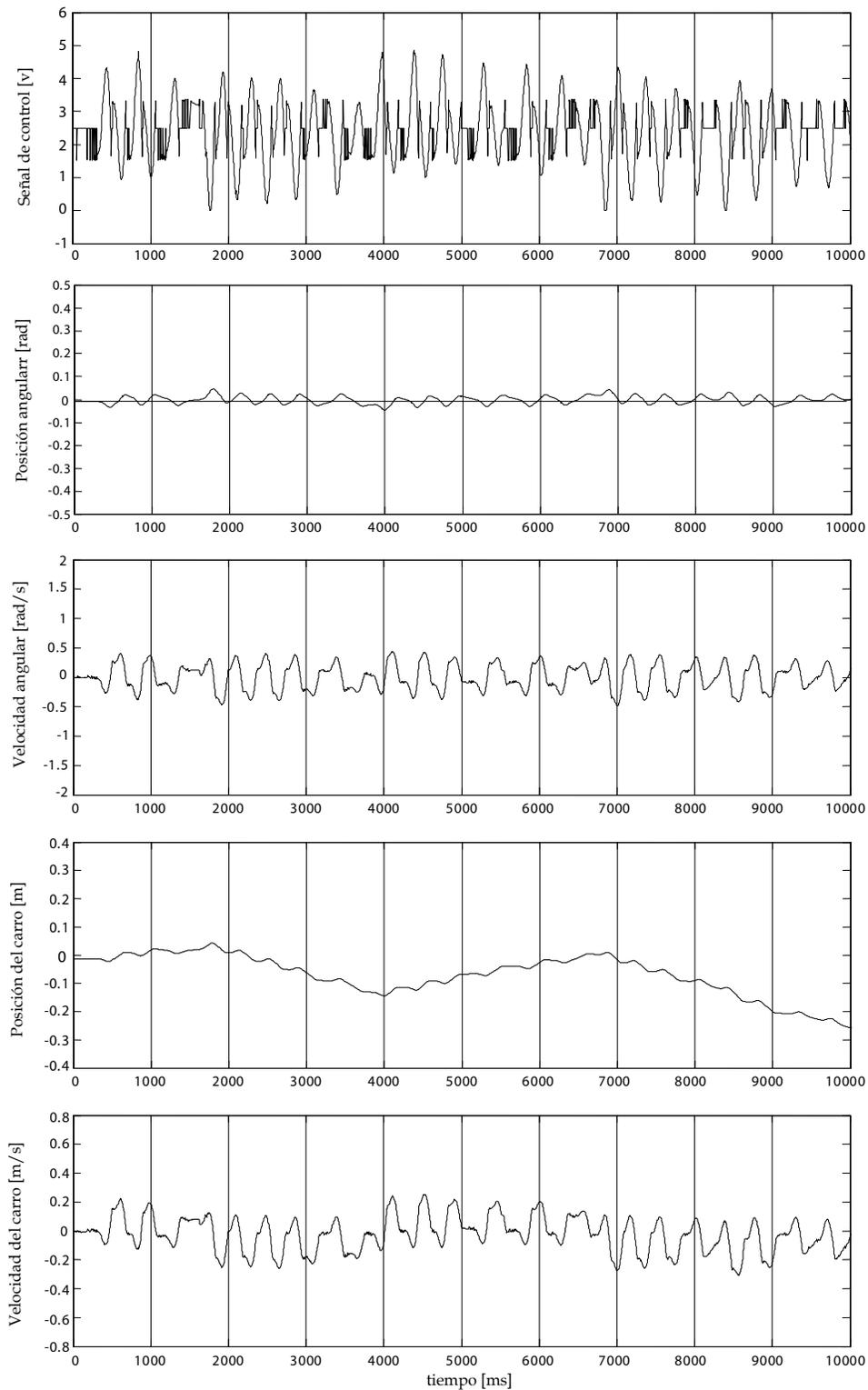


figura 5.8

## 5.2 Experimentos y resultados del control difuso

Como se comentó anteriormente, el control difuso no necesita del modelo matemático como ocurre con otros esquemas de control, dado que se basa en emular el conocimiento mediante reglas, y empleando el valor de las variables de manera difusa, se emulan los procesos de pensamiento y razonamiento humano al permitir que existan cambios suaves entre variables.

Para la implementación de este control se utilizarán los conjuntos difusos propuestos en el capítulo anterior:

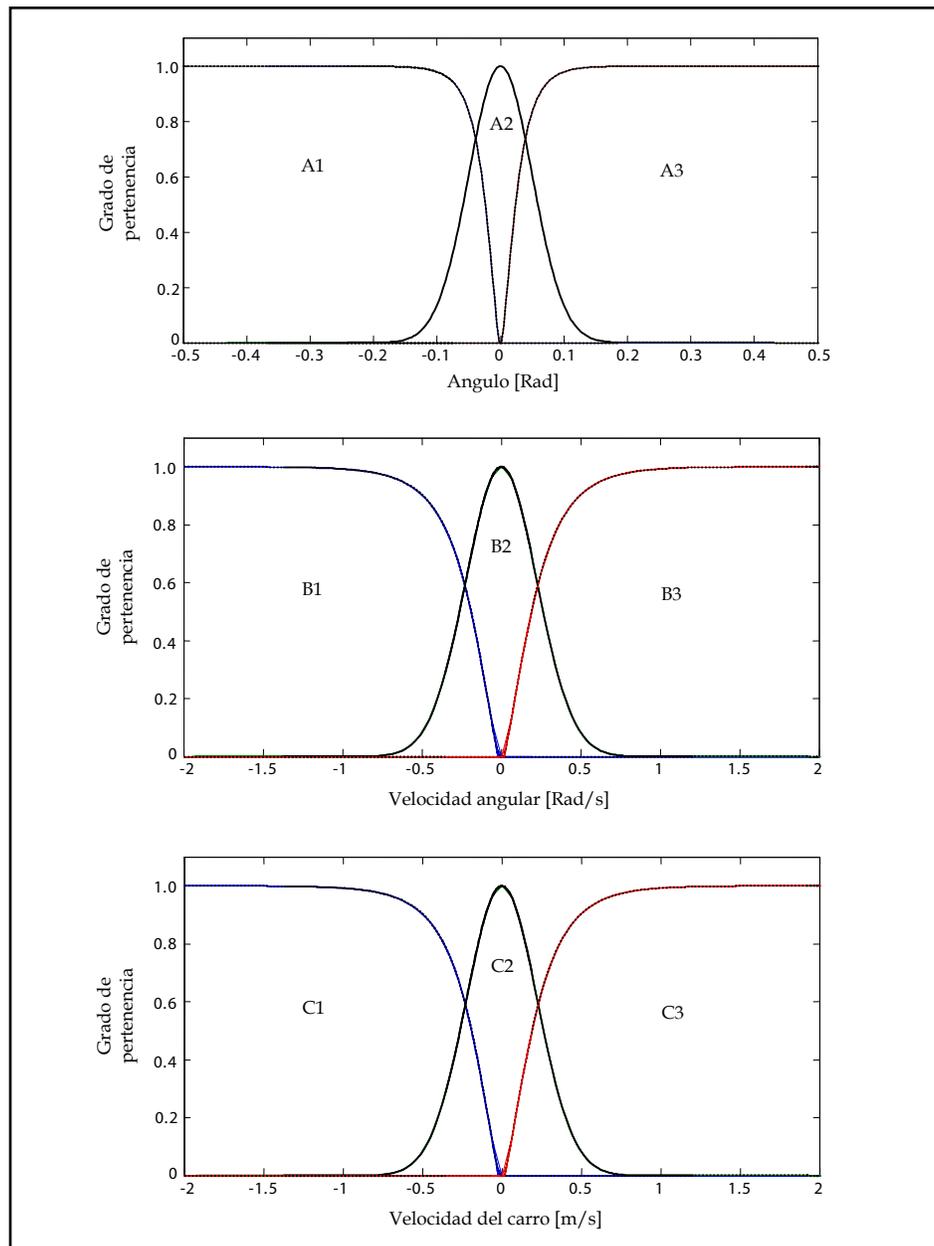


Figura 5.9 Conjuntos difusos de entrada

Y las reglas de conocimiento expresadas en su forma matemática son:

$$\begin{array}{lll}
 R_1 = A1 * B1 * C1 & R_{10} = A2 * B1 * C1 & R_{19} = A3 * B1 * C1 \\
 R_2 = A1 * B1 * C2 & R_{11} = A2 * B1 * C2 & R_{20} = A3 * B1 * C2 \\
 R_3 = A1 * B1 * C3 & R_{12} = A2 * B1 * C3 & R_{21} = A3 * B1 * C3 \\
 R_4 = A1 * B2 * C1 & R_{13} = A2 * B2 * C1 & R_{22} = A3 * B2 * C1 \\
 R_5 = A1 * B2 * C2 & R_{14} = A2 * B2 * C2 & R_{23} = A3 * B2 * C2 \\
 R_6 = A1 * B2 * C3 & R_{15} = A2 * B2 * C3 & R_{24} = A3 * B2 * C3 \\
 R_7 = A1 * B3 * C1 & R_{16} = A2 * B3 * C1 & R_{25} = A3 * B3 * C1 \\
 R_8 = A1 * B3 * C2 & R_{17} = A2 * B3 * C2 & R_{26} = A3 * B3 * C2 \\
 R_9 = A1 * B3 * C3 & R_{18} = A2 * B3 * C3 & R_{27} = A3 * B3 * C3
 \end{array}$$

Para sintonizar el control difuso se modifica la posición de los conjuntos *singleton* (conjuntos de salida) hasta obtener una salida que logre satisfacer el criterio de diseño, es decir, que exista estabilidad en el punto de equilibrio inestable del péndulo invertido.

En la siguiente tabla se muestran diversos valores determinados para sintonizar al control difuso:

<u>Experimento 1</u>	<u>Experimento 2</u>	<u>Experimento 3</u>
D1 = -2.168	D1 = -1.5	D1 = -2
D2 = -0.1	D2 = -0.25	D2 = -0.7
D3 = -0.03	D3 = -0.23	D3 = -0.13
D4 = 0.29	D4 = 0.19	D4 = 0.29
D5 = 0.87	D5 = 0.87	D5 = 0.87
D6 = 2.5	D6 = 2.5	D6 = 2.5
D7 = 4.13	D7 = 4.13	D7 = 4.13
D8 = 4.71	D8 = 4.81	D8 = 4.71
D9 = 5.03	D9 = 5.23	D9 = 5.13
D10 = 5.1	D10 = 5.25	D10 = 5.7
D11 = 7.168	D11 = 6.5	D11 = 7

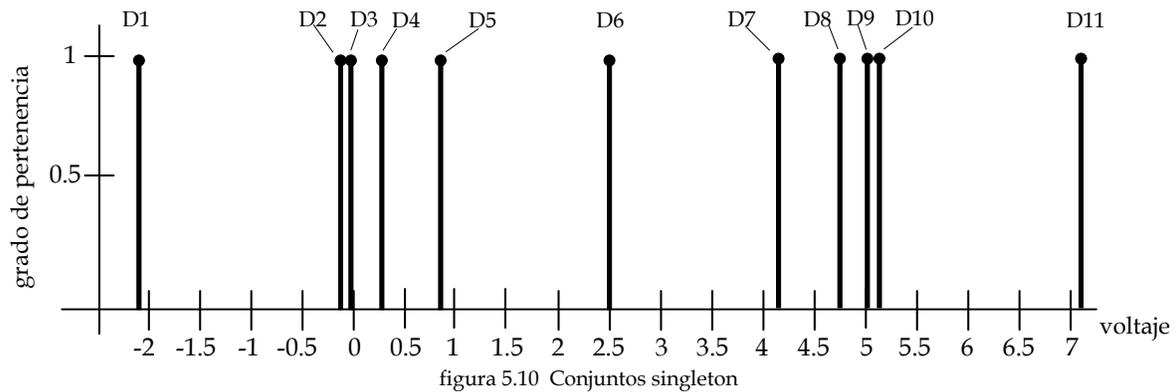
<u>Experimento 4</u>		<u>Experimento 5</u>	
D1 = -1.5	D7 = 4.64	D1 = -1.5	D7 = 4.611
D2 = -0.22	D8 = 4.91	D2 = -0.23	D8 = 4.9
D3 = -0.12	D9 = 5.12	D3 = -0.105	D9 = 5.105
D4 = 0.09	D10 = 5.22	D4 = 0.1	D10 = 5.23
D5 = 0.36	D11 = 6.5	D5 = 0.389	D11 = 6.5
D6 = 2.5		D6 = 2.5	

## Experimento 1

Los resultados experimentales se muestran en la figura 5.11, para todos los experimentos, se utilizaron los conjuntos difusos de entrada expuestos en el capítulo 4 y las reglas de conocimiento, tabla 5.1.

Conjuntos singleton:

D1 = -2.168	D5 = 0.87	D8 = 4.71
D2 = -0.1	D6 = 2.5	D9 = 5.03
D3 = -0.03	D7 = 4.13	D10 = 5.1
D4 = 0.29		D11 = 7.168



Regla	Si			Entonces
1	A1	B1	C1	D11
2	A1	B1	C2	D10
3	A1	B1	C3	D10
4	A1	B2	C1	D11
5	A1	B2	C2	D9
6	A1	B2	C3	D9
7	A1	B3	C1	D8
8	A1	B3	C2	D9
9	A1	B3	C3	D8
10	A2	B1	C1	D8
11	A2	B1	C2	D7
12	A2	B1	C3	D7
13	A2	B2	C1	D6
14	A2	B2	C2	D6
15	A2	B2	C3	D6
16	A2	B3	C1	D5
17	A2	B3	C2	D5
18	A2	B3	C3	D4
19	A3	B1	C1	D4
20	A3	B1	C2	D3
21	A3	B1	C3	D4
22	A3	B2	C1	D3
23	A3	B2	C2	D3
24	A3	B2	C3	D1
25	A3	B3	C1	D2
26	A3	B3	C2	D2
27	A3	B3	C3	D1

Tabla 5.1 Reglas de conocimiento

El control utiliza 3 variables, posición y velocidad angular y la velocidad del carro, aunque también se muestra en la figura 5.11 la gráfica de la posición del carro.

En primer lugar, se observa una señal de control mas con menos oscilaciones respecto las señales del control LQR. En esta prueba, en los primeros dos segundos el control logra estabilizar antes de desestabilizarse nuevamente.

La variable de posición del carro no logra estabilizarse y se sigue moviendo en una sola dirección hasta chocar con el final del riel, además, lo que se puede observar en la figura 5.11 es que la velocidad angular y del carro comienzan y divergir de la posición deseada.

Es necesario aumentar la fuerza del carro para estabilizar al péndulo invertido.

*Experimento 1*

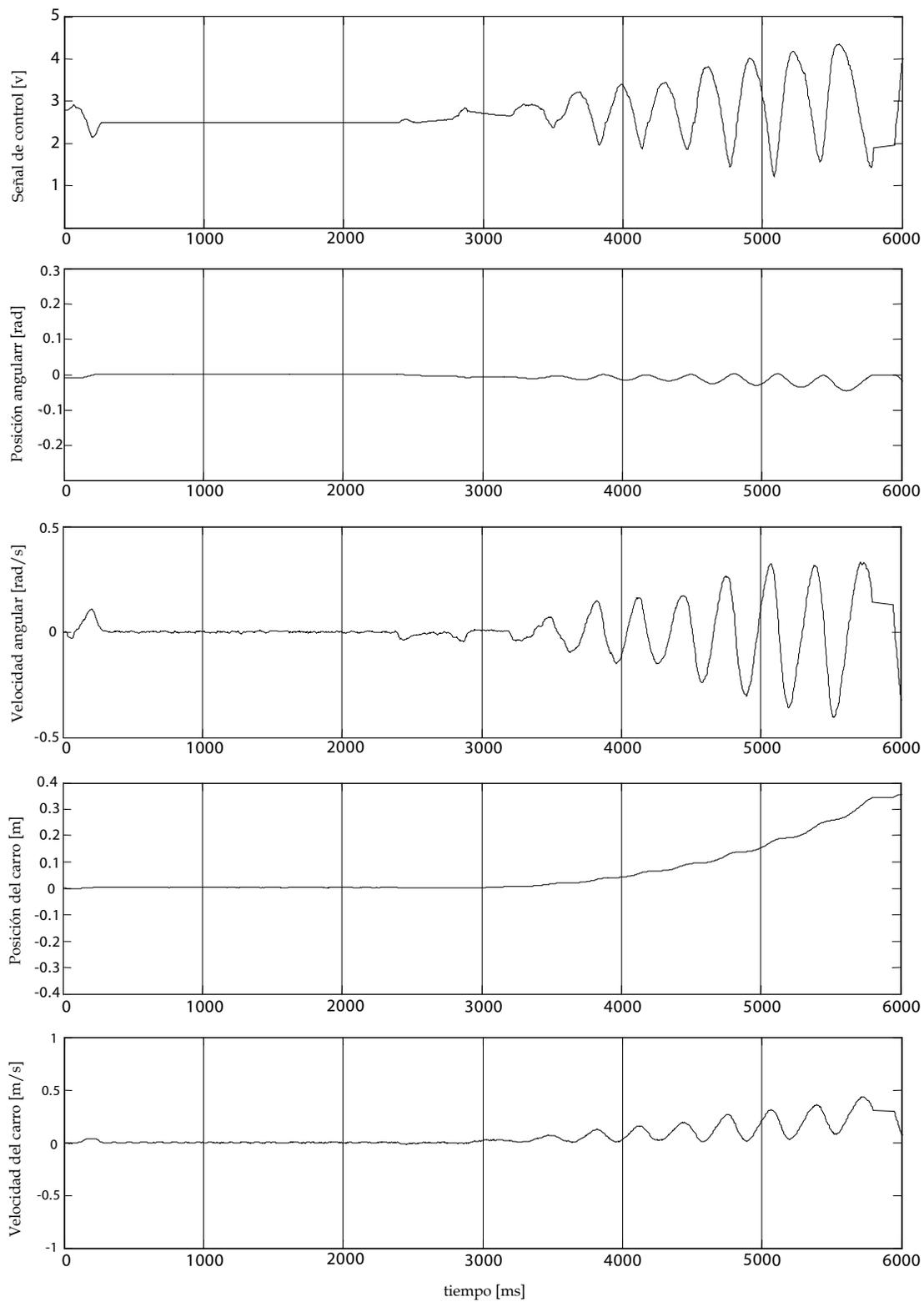


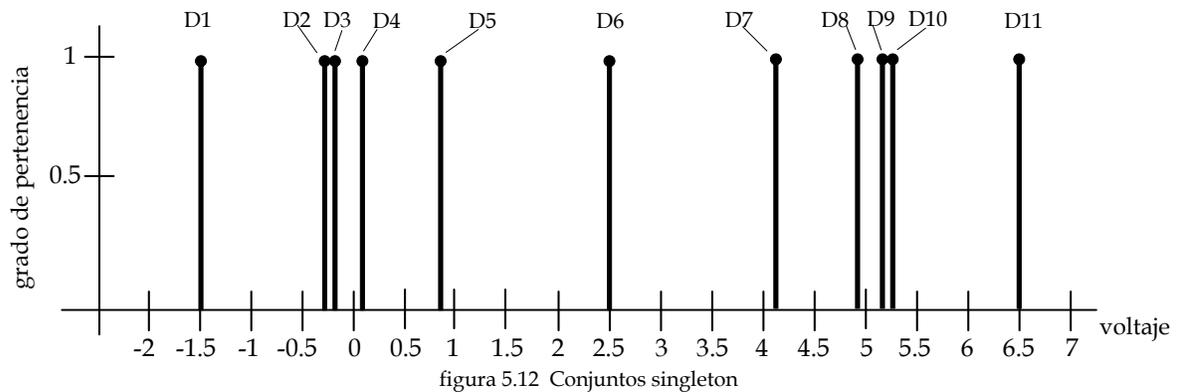
figura 5.11

## Experimento 2

Los resultados del experimento 2 se muestran en la figura 5.13, mientras que en la tabla 5.2 se muestran las reglas de conocimiento y los conjuntos *singleton* propuestos en este experimento se muestran en la figura 5.12.

Conjuntos singleton:

D1 = -1.5	D4 = 0.19	D8 = 4.81
D2 = -0.25	D5 = 0.87	D9 = 5.23
D3 = -0.23	D6 = 2.5	D10 = 5.25
	D7 = 4.13	D11 = 6.5



Regla	Si			Entonces
1	A1	B1	C1	D11
2	A1	B1	C2	D10
3	A1	B1	C3	D10
4	A1	B2	C1	D11
5	A1	B2	C2	D9
6	A1	B2	C3	D9
7	A1	B3	C1	D8
8	A1	B3	C2	D9
9	A1	B3	C3	D8
10	A2	B1	C1	D8
11	A2	B1	C2	D7
12	A2	B1	C3	D7
13	A2	B2	C1	D6
14	A2	B2	C2	D6
15	A2	B2	C3	D6
16	A2	B3	C1	D5
17	A2	B3	C2	D5
18	A2	B3	C3	D4
19	A3	B1	C1	D4
20	A3	B1	C2	D3
21	A3	B1	C3	D4
22	A3	B2	C1	D3
23	A3	B2	C2	D3
24	A3	B2	C3	D1
25	A3	B3	C1	D2
26	A3	B3	C2	D2
27	A3	B3	C3	D1

Tabla 5.2 Reglas de conocimiento

En este experimento se realizaron modificaciones en los conjuntos *singleton*, tanto D2, D3 y D4 se recorrieron a valores menores que en caso anterior, y para obtener un control simétrico los conjuntos D8, D9, D10 se recorrieron a valores mayores en forma simétrica, respecto a D6, con la finalidad de tener un voltaje de salida mayor, el cual produzca un torque que estabilice al péndulo.

En la figura 5.13 se observa que la posición angular presenta menores oscilaciones que el caso anterior. Sin embargo, es sensible ante perturbaciones y la fricción seca.

La señal de control trata de estabilizar la posición del péndulo, y la mantiene una posición muy cercana al ángulo deseado, pero la posición del carro nunca logra estabilizarse y choca con los extremos del riel.

Para mejorar estos resultados se puede aumentar el torque del motor con un mayor voltaje de salida de la señal de control.

*Experimento 2*

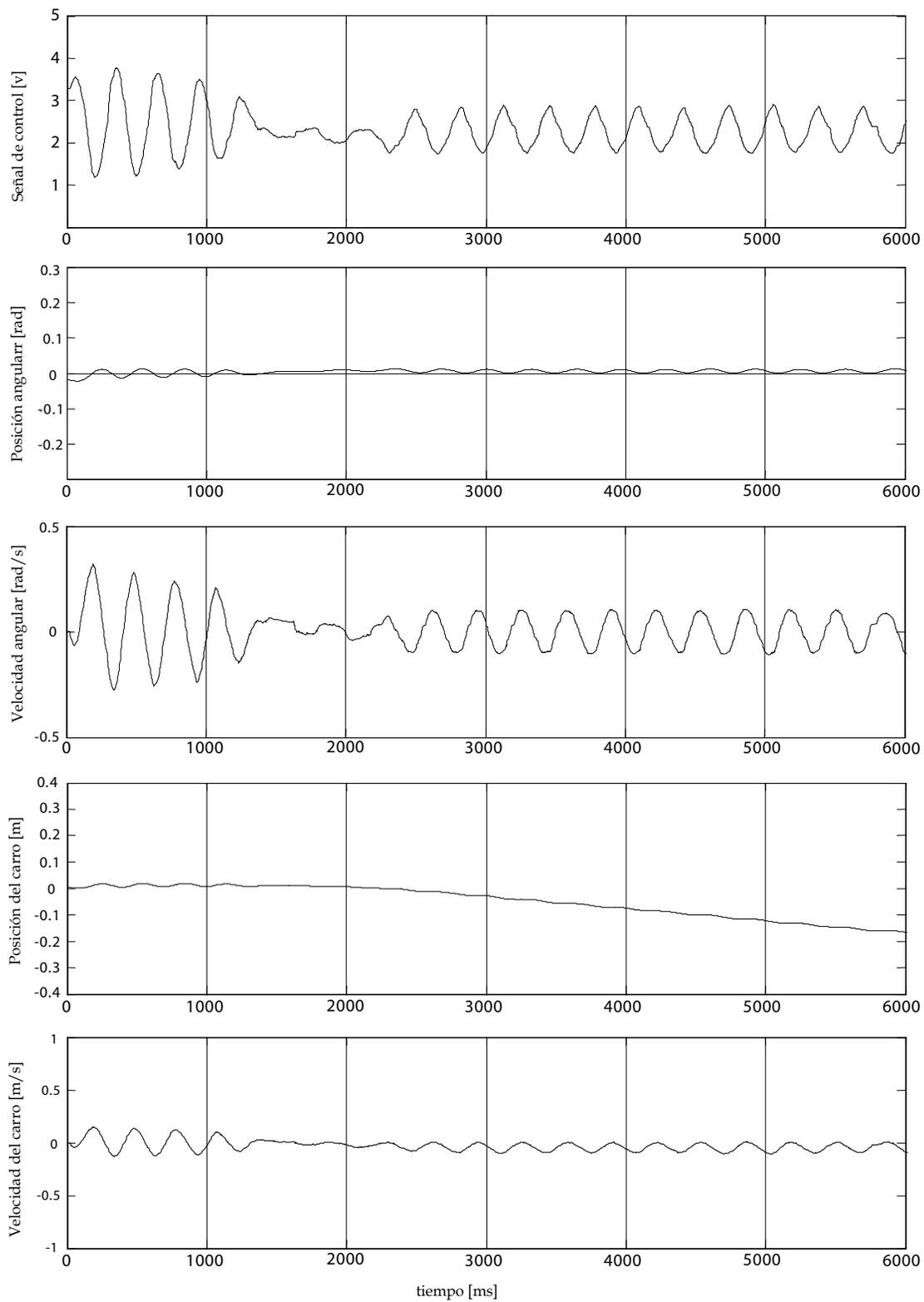


figura 5.13

### Experimento 3

Con base en el experimento anterior, se modificaron los conjuntos *singleton* para aumentar el torque del motor, con la finalidad de estabilizar el péndulo y evitar que el carro choque con los extremos del riel. Estos conjuntos se muestran en la figura 5.14. Para este y para el resto de los experimentos mostrados, las reglas de conocimiento son las mismas y se muestran en la tabla 5.2.

Conjuntos *singleton*:

D1 = -2	D4 = 0.29	D8 = 4.71
D2 = -0.7	D5 = 0.87	D9 = 5.13
D3 = -0.13	D6 = 2.5	D10 = 5.7
	D7 = 4.13	D11 = 7

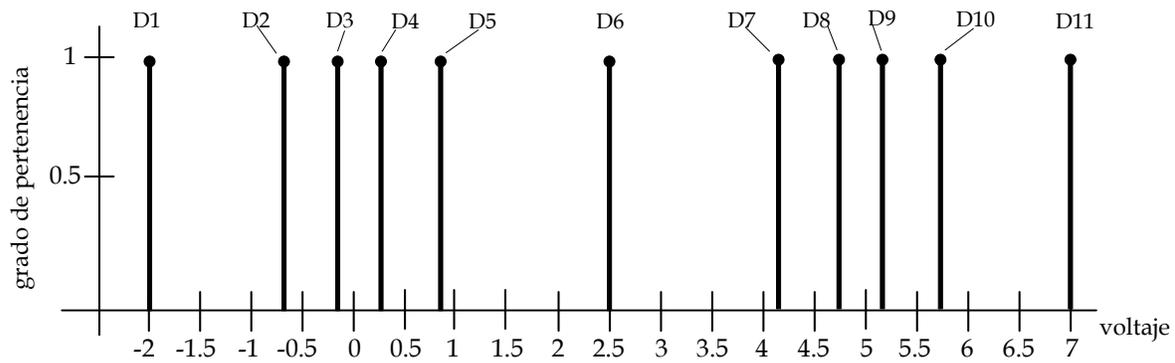


figura 5.14 Conjuntos singleton

Los cambios en los conjuntos *singleton* respecto al experimento anterior, son realizados para aumentar el torque del motor y estabilizar al péndulo con cambios pequeños en las variables del sistema.

En la figura 5.15 se muestra el resultado experimental. Se observa que el cambio de los conjuntos D1, D2, D10 y D11 diseñados para aumentar el voltaje de salida provoca que a que el péndulo se mantenga muy cercano al punto de equilibrio y que el carro tenga movimientos oscilantes y no se alcance los extremos del riel. Estas oscilaciones son provocadas por un exceso en el torque del motor. Comparando la gráfica de la señal de control en este experimento respecto a los anteriores, se observa un aumento en la amplitud de la señal, la cual provoca el aumento en la fuerza del motor y las continuas oscilaciones en la posición del carro, reflejándose en la posición del péndulo. Con las oscilaciones, la posición del péndulo no se estabiliza, por lo tanto, es necesario modificar los conjuntos de salida. A partir de los resultados mostrados, se infiere que el control difuso así diseñado permite estabilizar al péndulo en torno a su punto de equilibrio inestable.

*Experimento 3*

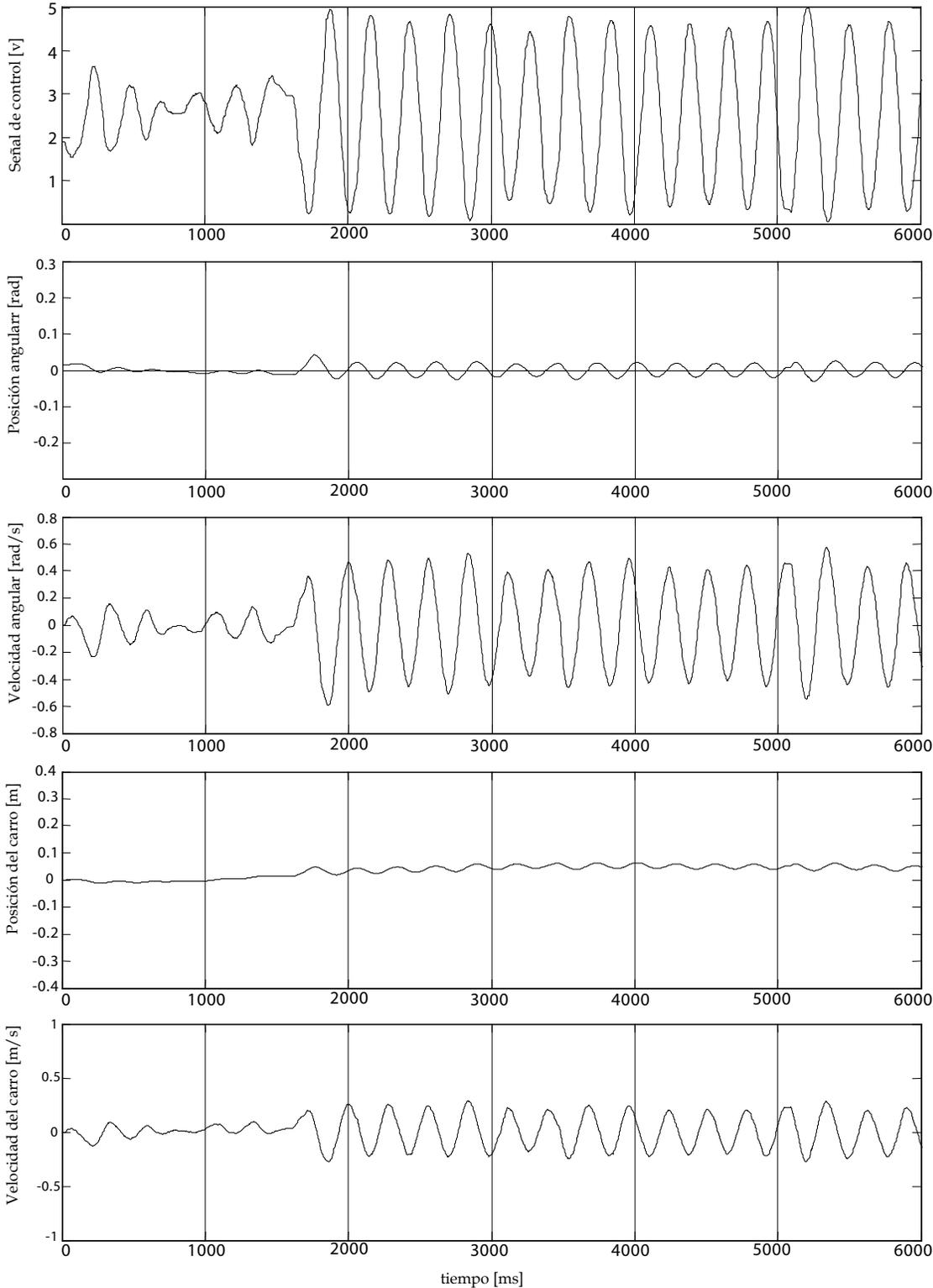


figura 5.15

## Experimento 4

En los experimentos anteriores, se observa que es posible generar una señal de control suave, que mantenga al péndulo en una posición muy cercana al punto de equilibrio inestable, pero también se puede generar una señal que establezca la posición del carro, a pesar de no ser una variable controlada. La figura 5.16 muestra el diseño de los conjuntos *singleton* que se utilizan en este experimento.

Conjuntos *singleton*:

D1 = -1.5	D4 = 0.09	D8 = 4.91
D2 = -0.22	D5 = 0.36	D9 = 5.12
D3 = -0.12	D6 = 2.5	D10 = 5.22
	D7 = 4.64	D11 = 6.5

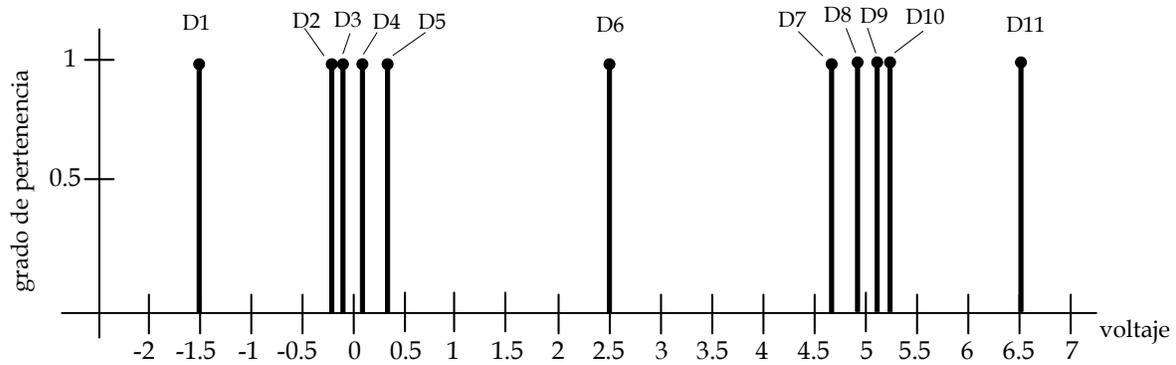


figura 5.16 Conjuntos singleton

Para evitar el exceso de fuerza del motor los conjuntos D1 y D2 se eligen mayores que en el experimento 3 y los conjuntos D11 y D10 se eligen menores, en forma simétrica respecto al conjunto D6. Para incrementar la velocidad de estabilización, se recorrieron los conjuntos D4 y D5 a la izquierda y los conjuntos D7 y D8 a la derecha simétricamente respecto al conjunto D6.

Los resultados experimentales se muestra en la figura 5.17, se observa un mejor control del ángulo, respecto a las pruebas anteriores, aunque la posición del carro no es estable, pero el error en la velocidad es menor. Por su parte, el control es suave y los movimientos del carro son más suaves. La velocidad del péndulo y del carro son mas estables comparadas con los experimentos anteriores. Esto da la posibilidad de controlar al sistema con tres variables de estado.

Los cambios en los conjuntos singleton ayudaron a mejorar el control del sistema, en la figura 5.16 se observa que varios conjuntos se encuentran muy cercanos (D2, D3, D4, D5 y D7, D8, D9, D10), lo que no afecta a la señal de control del sistema.

*Experimento 4*

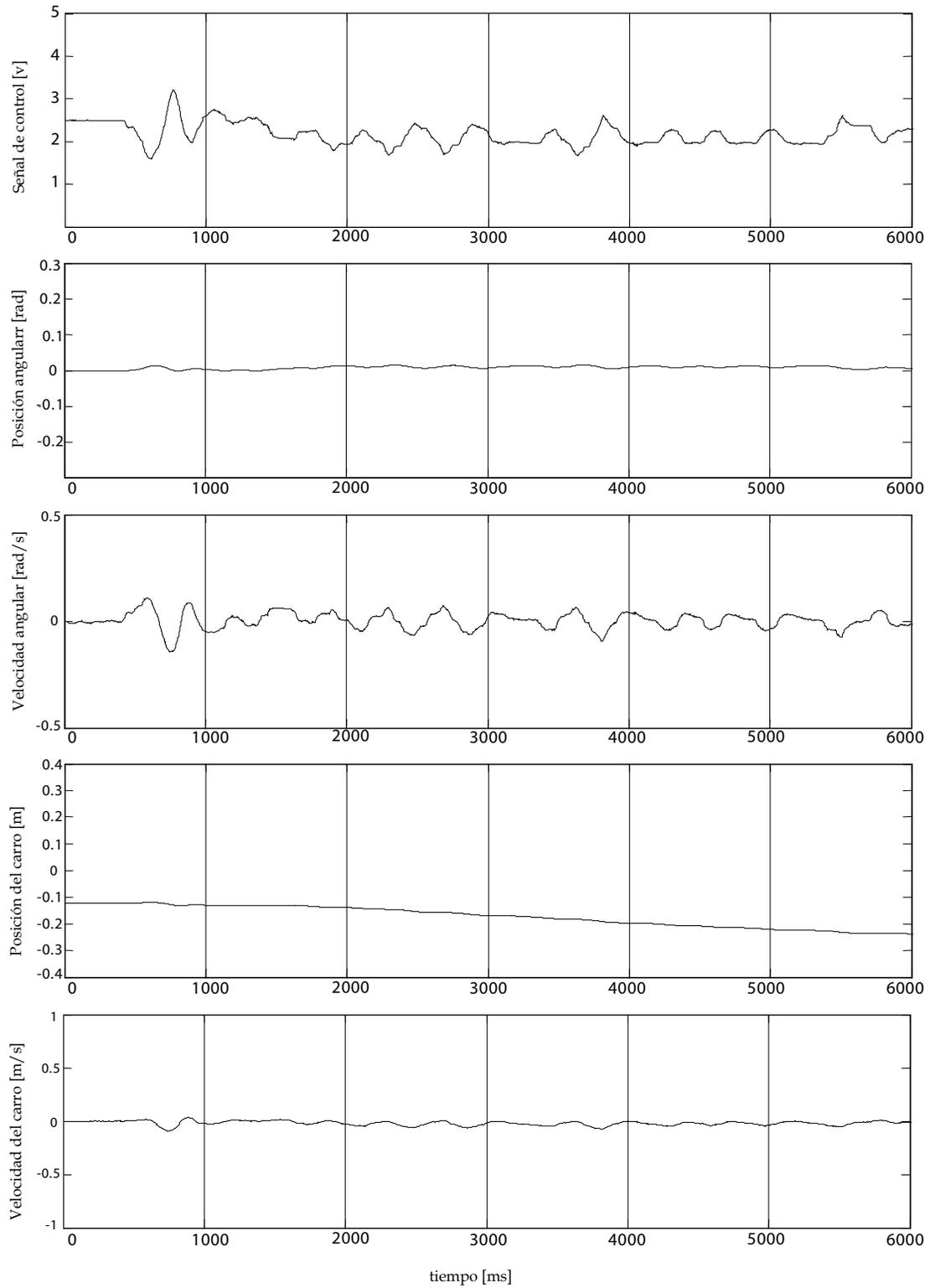


figura 5.17

## Experimento 5

Este es el último experimento del control difuso, los cambios en los conjuntos *singleton* respecto al experimento anterior son pequeños. La figura 5.18 muestra los 11 conjuntos propuestos para el experimento.

Conjuntos *singleton*:

D1 = -1.5	D4 = 0.1	D8 = 4.9
D2 = -0.23	D5 = 0.389	D9 = 5.105
D3 = -0.105	D6 = 2.5	D10 = 5.23
	D7 = 4.611	D11 = 6.5

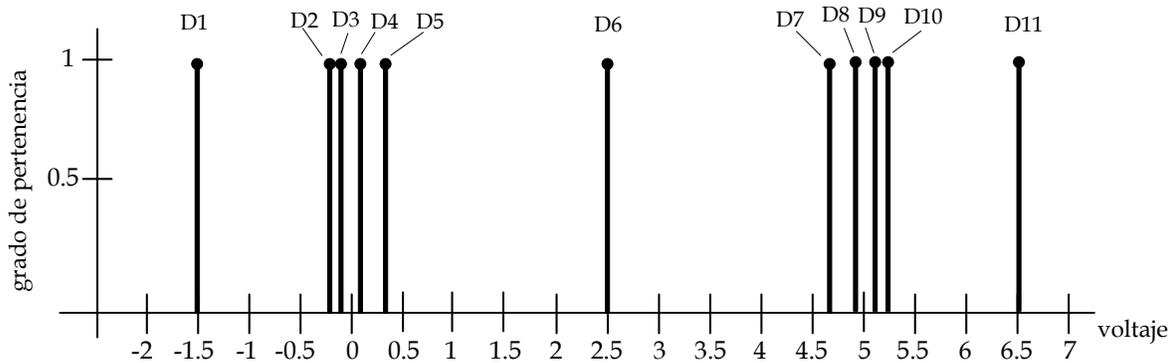


figura 5.18 Conjuntos singleton

En las figuras 5.9 y 5.10 se observan los resultados del experimento realizado. Se observa un comportamiento similar al experimento anterior, la señal de control es una señal más suave lo que beneficia al movimiento del carro, el péndulo invertido se mantiene en una posición cercana al punto de equilibrio inestable. la posición del carro no varía mucho de su estado inicial y pese a que no se controla esta variable, el control trata de estabilizar todos los estados dentro de cierto límite.

Utilizar la técnica no lineal del control difuso para controlar al sistema arroja resultados aceptables, y se puede corroborar que el sistema intenta estabilizar todos los estados. Con el control difuso podemos moldear cada aspecto del control.

*Experimento 5*

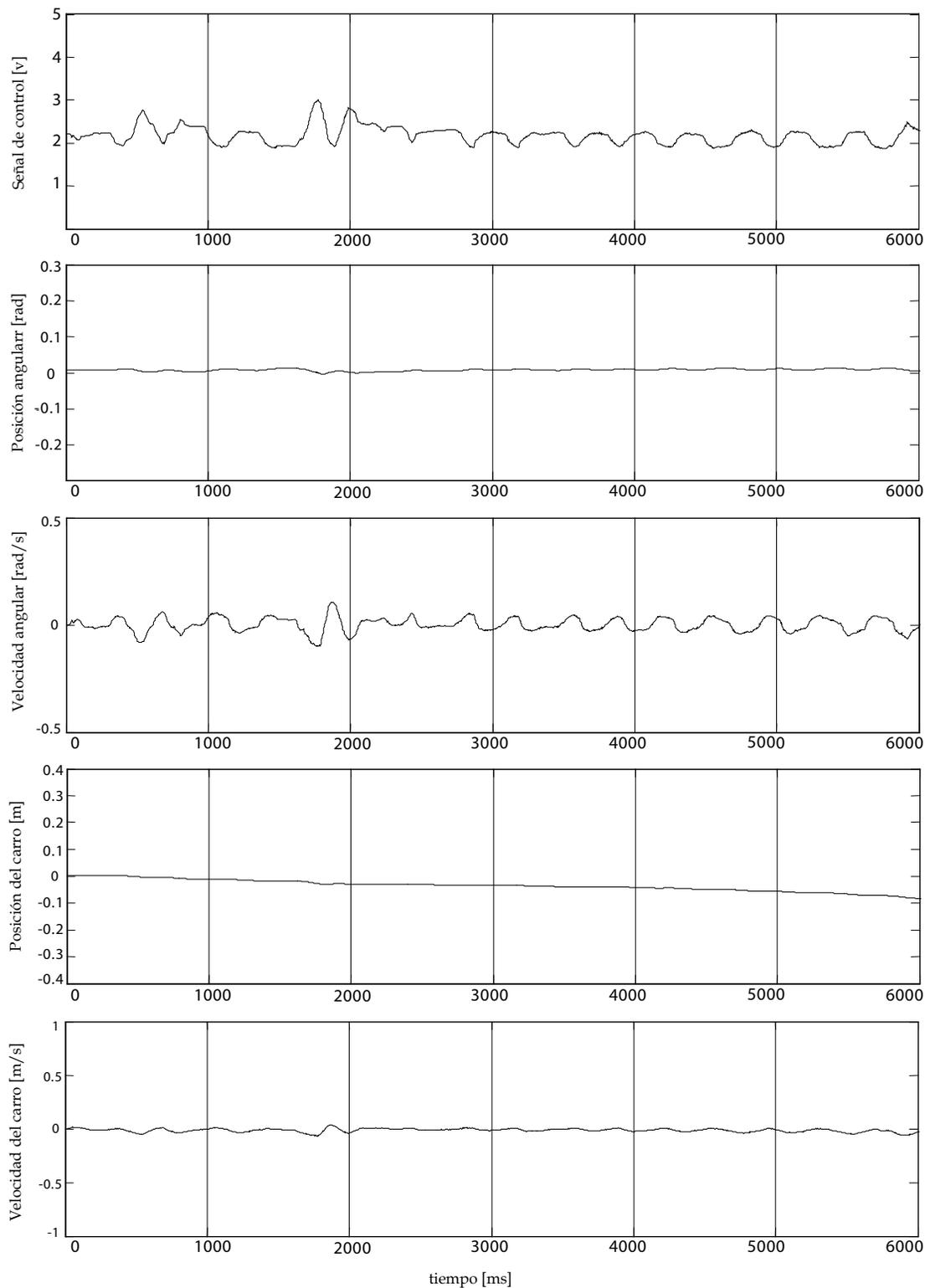


figura 5.19

*Experimento 5*

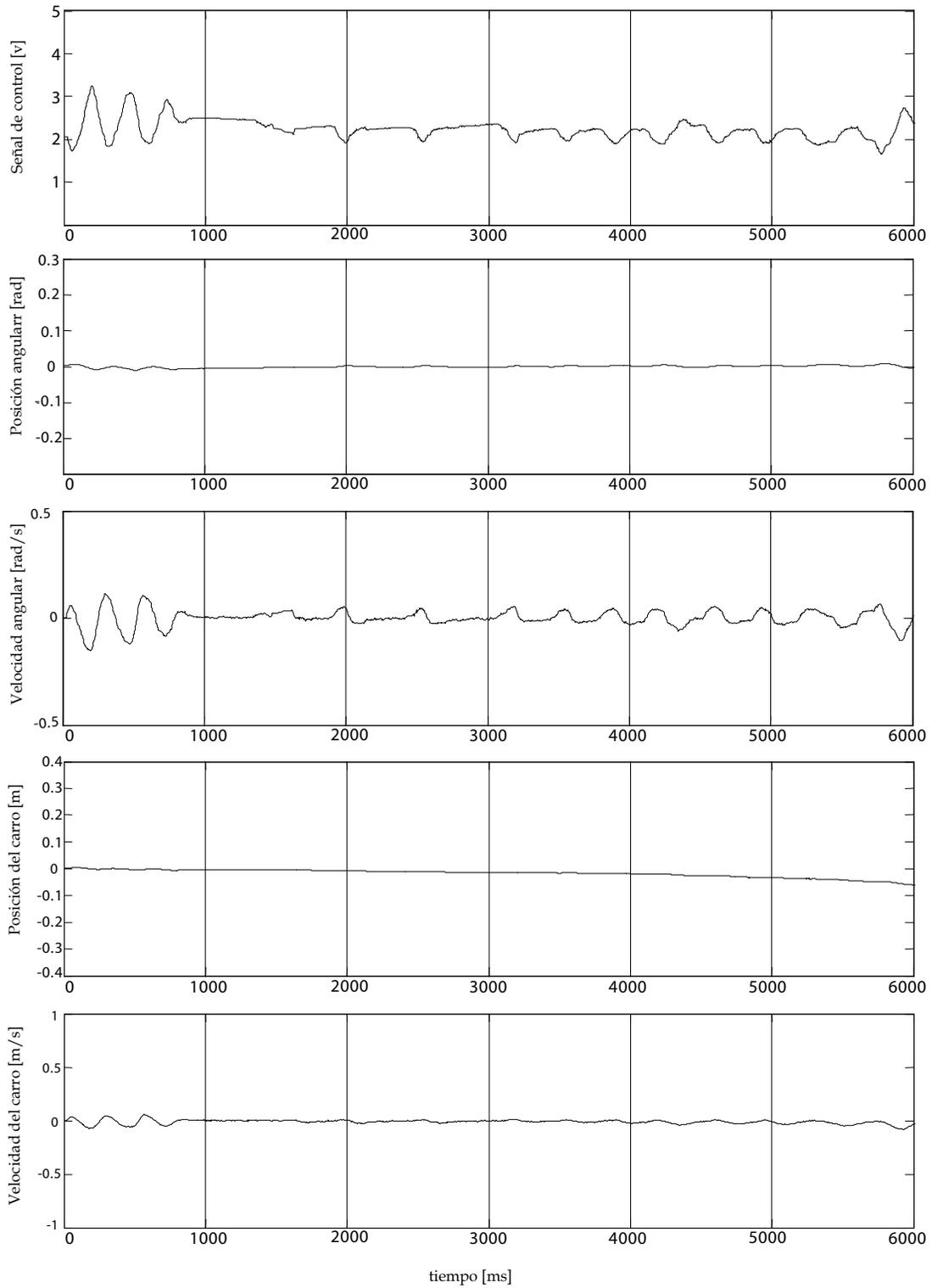


figura 5.20

Como se observa en los diferentes experimentos realizados en el control difuso, pequeñas variaciones en los conjuntos singleton presentan un gran impacto en la calidad de el control del sistema, pese a que su sintonización requiere de un mayor conocimiento del operador. Los resultados son mejores que en el caso LQR, ya que se puede atacar cada zona deseada de forma no lineal, produciendo un control mas suave.

### 5.3 Discusión

En la figura 5.21 se muestran las gráficas de la señal de control y de la posición angular del péndulo invertido para los dos esquemas de control, en el caso del control LQR se tomaron las gráficas del experimento 4 y para el control difuso las del experimento 5.

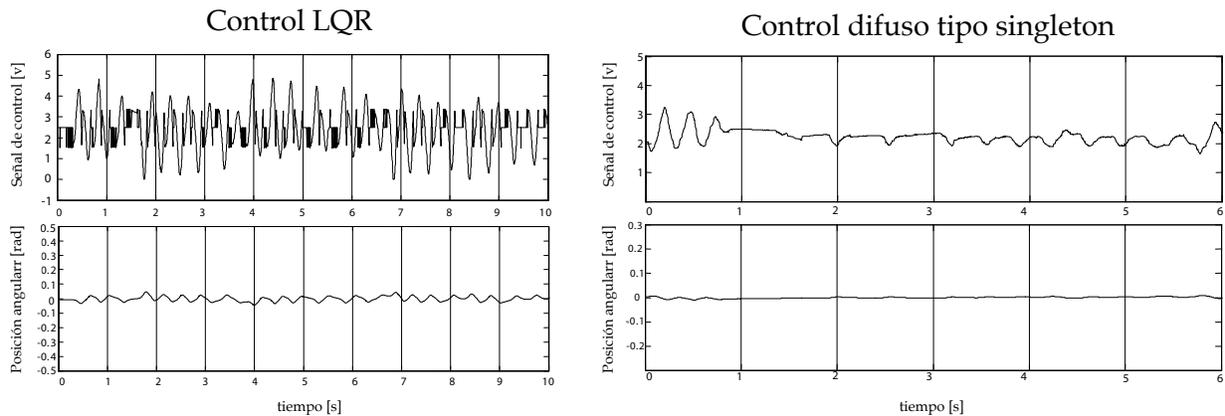


figura 5.21

Se tomaron en comparación estas gráficas ya que fueron los mejores resultados que se obtuvieron para cada controlador:

En primer lugar, el control óptimo cuadrático, al ser una técnica lineal que requiere de el modelo matemático del sistema en variables de estado. Es necesaria la realimentación de todos los estados del sistema, por lo tanto los sensores ocupados deben cubrir con esta necesidad. En caso contrario, se deben utilizar técnicas alternativas para obtener la mediciones de los estados no medidos, ya sea por observadores o como en el caso que se presento en esta tesis, mediante filtros derivativos.

Al ser una técnica lineal, este controlador puede tener algunas desventajas, ya que las variables de estado medidas son multiplicadas de forma matricial por la matriz de realimentación del sistema, produciendo una señal de control ruidosa como se puede observar en la figura 5.21 en la gráfica de

la señal de control LQR. El ruido en la señal de control puede afectar, produciendo resultados no deseados.

La sintonización de este controlador fue mucho más rápida que la técnica difusa, esto proporciona una ventaja considerable. Además, los fundamentos matemáticos de este esquema de control son sólidos y bien estudiados, proporcionando a la persona que intenta implementar y sintonizar esta técnica bases que le permiten intuir si se están tomando buenas decisiones.

Por su parte, el control difuso presenta la ventaja de no depender del modelo matemático. Al ser una técnica no lineal, basada en la emulación del conocimiento humano y su interpretación mediante un sistema matemático mediante reglas, las reglas pueden ser interpretadas con mayor facilidad, lo que hace a esta técnica más sencilla de comprender. Como podemos observar en la figura 6.1, la señal de control es más suave y logra mantener al péndulo invertido mucho más cercano al punto de equilibrio inestable comparado con el control LQR.

En el caso del control difuso tipo singleton, la desfusión y la obtención de la señal de control se realizan de forma sencilla, aunque en los modelos de Larsen, Mamdani o TSK, la programación se vuelve más compleja para encontrar la desfusión, aunque existen las descripciones analíticas (min, max) que son difíciles de tratar matemáticamente.

Sin embargo, cabe mencionar que la sintonización de un control difuso requiere de una técnica heurística más acentuada que en otros esquemas de control, lo que incluso complica el análisis de estabilidad del sistema realimentado.

A diferencia del control LQR, se realizó un control difuso con solo tres variables, con las cuales se logró mantener al péndulo en equilibrio con un ángulo de desviación muy pequeño respecto a la referencia como se muestra en la figura 6.1. El aumento de la variable de estado restante podría mejorar el control del sistema, aunque aumentarían el número de reglas y la complejidad de la sintonización.

La conveniencia de emplear una técnica basada en modelo de una que no lo requiere, depende claramente de pesar las ventajas y desventajas de ambas. Para cada sistema se debe tomar en cuenta el desempeño del controlador y las necesidades del diseñador. Un factor importante es el peso computacional que requiere cada técnica: el control difuso puede aumentar su peso computacional si se aumentan los conjuntos de entrada, la técnica de desfusión o el número de variables en el sistema, necesitando un mayor tiempo para obtener un voltaje de salida, mientras que el vector de ganancias requiere de pocos recursos.

En el siguiente capítulo finalizaremos con las conclusiones del trabajo.