



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE MÉXICO



FACULTAD DE INGENIERÍA

*“Visualización del comportamiento del sistema de potencia mediante el diagrama R-X”*

TESIS

PARA OPTAR POR EL GRADO DE  
INGENIERO ELÉCTRICO Y ELECTRÓNICO

PRESENTA

Christian Aníbal Salas Varona

TUTOR

Ing. Rafael Guerrero Cepeda

Ciudad Universitaria, México D. F.

Abril 2015

# ÍNDICE

Agradecimientos .....	5
Introducción .....	6
Capítulo I	
Relevadores de distancia	
Introducción .....	12
1.1 Definición y aplicaciones del diagrama R-X .....	14
1.2 Aporte teórico basado en la teoría de las componentes simétricas. ....	16
1.3 Características de operación de los relés de distancia puestas en el diagrama R-X .....	19
1.3.1 Elemento MHO (electromagnético) .....	22
1.3.1.2 Elemento MHO (electrónico) .....	25
1.3.2 Elemento de reactancia (electromagnético) .....	33
1.3.2.2 Elemento de reactancia (electrónico) .....	35
1.3.3 Elemento de impedancia (electromagnético) .....	36
1.3.3.2 Elemento de impedancia (electrónico) .....	37
1.4 Relevadores digitales .....	39
1.4.1 Elemento mho .....	40
1.4.2 Método de mapeo .....	40
1.4.3 Elemento de reactancia .....	41
1.4.4 Elemento direccional .....	42
Capítulo II	
Impedancia aparente “vista” por los relevadores de distancia.	
Introducción .....	43
2.1 Fallas asimétricas .....	44
2.2 Compensación para fallas bifásicas .....	49
2.3 Compensación para fallas monofásicas .....	51
2.4 Efectos de las condiciones de flujo de carga y de resistencia de falla sobre la medición de la impedancia aparente. ....	52
2.5 Método para estimar la resistencia de falla .....	53
2.6 Seguridad durante el flujo de carga. ....	54
2.7 Seguridad direccional .....	55
2.7.1 Elemento direccional compensado de secuencia negativa .....	55
2.8 Comportamiento de los relevadores en las fases no falladas .....	56
2.8.1 Impedancia vista por los relés de distancia durante una falla entre las fases B y C .....	56

2.8.2	Impedancia vista por los relés de distancia durante una falla monofásica. -----	58
2.8.2.1	Respuesta del relevador mho de fases ante una falla monofásica -----	61
2.8.2.2	Respuesta del relé de fases tipo reactancia ante una falla monofásica -----	61
2.9	Determinación del tipo de falla a partir del ángulo entre $I_{A0}$ e $I_{A2}$ -----	64

### Capítulo III

#### Aplicaciones del diagrama R-X en el análisis del comportamiento del sistema durante fenómenos transitorios

Introducción	-----	67
3.1	Introducción al problema de la estabilidad del sistema de potencia -----	68
3.1.1	Características de la máquina síncrona -----	68
3.1.1.1	Modelo clásico de la máquina síncrona -----	77
3.1.1.2	Procedimiento para calcular los valores iniciales -----	80
3.1.2	Ecuación de oscilación -----	81
3.1.3	Relación potencia – ángulo -----	83
3.1.4	El fenómeno de la estabilidad -----	85
3.2	Estabilidad de pequeña señal de una máquina conectada a un bus infinito -----	91
3.2.1	Representación del sistema por medio del espacio de estados -----	91
3.3	Estabilidad transitoria -----	98
3.3.1	Límites de estabilidad -----	101
3.3.2	El criterio de las áreas iguales -----	101
3.3.3	Estabilidad transitoria durante una falla trifásica -----	102
3.3.4	La regla trapezoidal -----	104
3.4	Protección de líneas -----	105
3.4.1	Impedancia vista por los relés durante las oscilaciones -----	108
3.4.2	Protección contra oscilaciones -----	111
3.5	Relevador para protección contra la pérdida de sincronismo -----	112
3.6	Protección contra la pérdida de excitación (40G) -----	116
3.7	Curvas de <i>capabilidad</i> del generador -----	119
3.8	El sistema de excitación y su efecto sobre la amortiguación de las oscilaciones de potencia -----	124
3.9	Simulación de una falla monofásica en un sistema de dos fuentes, usando el EMTP --	128

### Capítulo IV

#### Característica dinámica de la acción de memoria

Introducción	-----	138
4.1	Respuesta transitoria del relevador mho -----	139

4.1.1 Efecto del flujo de carga sobre la respuesta transitoria del relé -----	145
4.2 El relé de ultra alta velocidad -----	146
Conclusiones -----	150
Apéndice A	
Introducción al EMTP/ATP Draw -----	152
Referencias -----	159

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero expresar mis más sinceros agradecimientos a:

A la presencia de Dios que habita en mí, sin la cual yo no sería absolutamente nada.

A mi familia, cuyo apoyo me permitió desarrollarme profesionalmente hasta el punto en que me encuentro ahora.

Y al ingeniero Rafael Guerrero Cepeda, por su paciencia, comprensión, y ayuda en el desarrollo del presente trabajo; así como por ser una fuente de inspiración para mí, para poder llegar a ser el mejor ingeniero y ser humano en que me pueda convertir.

# INTRODUCCIÓN

## OBJETIVO

Analizar la respuesta de los relevadores de distancia, durante distintos fenómenos dinámicos que ocurren en el sistema eléctrico de potencia, utilizando el diagrama R – X para garantizar la confiabilidad del sistema.

## DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

El constante y continuo incremento de la demanda de energía eléctrica ha obligado el crecimiento de las redes en sus tres niveles: generación, transmisión y distribución, volviéndolas más complejas de gestionar para cumplir, satisfactoriamente, con los criterios de confiabilidad del mismo.

Dentro del tema de la confiabilidad, un aspecto importante es la estabilidad. Esta puede ser transitoria o de pequeña señal (estabilidad dinámica).

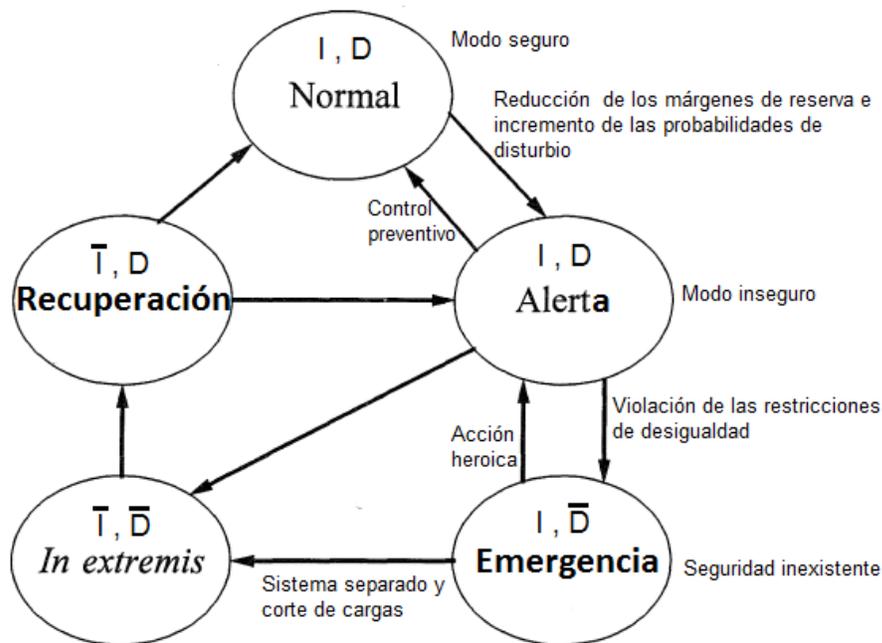
La estabilidad transitoria es la habilidad del sistema de mantener sincronismo cuando ocurre un disturbio grave, como lo es una falla, un rechazo de carga o una contingencia mayor. Para esto es esencial la rápida respuesta de los relevadores de protección que despejarán la sección fallada, evitando daños en el equipo e impidiendo que los generadores pierdan el sincronismo entre sí. Entre mejor sea la respuesta de las protecciones, los índices que califican la confiabilidad serán, cualitativa y cuantitativamente, mejor valorados.

La estabilidad de pequeña señal es la habilidad del sistema de mantener su estado normal de operación en presencia de disturbios pequeños; cito como ejemplo: las perturbaciones cuya corrección se lleva a cabo mediante el reajuste automático del sistema de excitación. En éste proceso la acción del regulador automático de voltaje y del control suplementario (PSS- *power system stabilizer*) juegan el papel fundamental y, por lo tanto, son considerados con detalle en este trabajo.

Para dar una descripción precisa del problema a resolver y del objetivo de la tesis, muestro a continuación el diagrama de Fink y Carlsen, en él se ilustran los cinco estados de operación, vías de ida y vuelta o sólo de ida, por los que puede transitar un sistema eléctrico de potencia.

En el estado **normal** de operación, se cumplen tanto las “restricciones de igualdad” como las “restricciones de desigualdad”. Esto significa que la generación y la demanda están en

un balance perfecto y ningún elemento del sistema está sobrecargado. Por lo que el sistema opera de manera segura.



**Diagrama de Fink y Carlsen.**

#### Estados de operación del sistema

Si como consecuencia de un disturbio el sistema entra en el estado de **alerta**, entonces los niveles de seguridad se habrán degradado, el sistema estará en condiciones precarias de operación y con probabilidades muy altas de no poder soportar una segunda contingencia. Dicho de otro modo, todas las variables del sistema permanecen en un rango aceptable, se satisfacen las restricciones de igualdad y de desigualdad. Sin embargo, el sistema es vulnerable a los disturbios, que si se dieran, resultarían en la violación de las restricciones de desigualdad; es decir, que algún elemento del sistema se verá sobrecargado, llevando al sistema al estado de **emergencia**. Dependiendo de la gravedad de la contingencia(s), el sistema podría pasar al estado **in extremis** (extrema emergencia) directamente desde el estado de alerta.

Si la red está en estado de alerta, el operador debe tomar acciones preventivas, tales como un incremento de la reserva, un desplazamiento de la generación, una reorientación de los flujos de carga, etcétera, todo lo que sea necesario para regresar al estado normal de operación.

Si la red entra en el estado de emergencia, se habrán violado las restricciones de desigualdad, por lo que el sistema ya no es seguro. Sin embargo, la red está aún intacta y, es posible recuperar el estado de alerta iniciando acciones de control de emergencia (medidas heroicas), tales como: libramiento rápido de las fallas, control de la excitación, disparo de generación, corte de carga, separación programada, etcétera.

Si estas medidas no se toman a tiempo, o si no son efectivas y si el disturbio inicial, o uno subsecuente, son suficientemente severos, el sistema empieza a desintegrarse entrando en el estado *in extremis*. En este estado se habrán violado las restricciones de igualdad y las de desigualdad (algunos elementos del sistema están sobre cargados, los niveles de tensión y de frecuencia no son aceptables, no hay suficiente generación para suplir a la carga, etcétera). La red, probablemente, deberá segregarse, se perderá una parte importante de la carga. Las acciones de control deben tener como finalidad, evitar las fallas del equipo y salvar, tantas partes del sistema como sea posible, de un colapso total.

En el estado de **recuperación**, las acciones de control deben tomarse para reconectar al sistema y recuperar la carga.

El objetivo de la tesis es, entonces, hacer un recorrido analítico por los diferentes estados de operación del sistema que sugiere el diagrama de Fink y Carlsen, aplicar el diagrama -- R-X para superponer los fenómenos ocurridos en la red con la visualización del comportamiento de los esquemas de protección. La operación adecuada de los relés de protección se puede describir de la siguiente manera: que manden la señal de disparo correcta al interruptor o interruptores asociados, evitando operaciones en falso cuando la naturaleza del fenómeno o la ubicación de la falla queden fuera de su filosofía o de su responsabilidad. Se trata, pues, de aumentar los índices de confiabilidad del sistema.

Básicamente el problema a resolver es el de asegurarnos de la correcta operación de los relevadores, es decir que *vean* las fallas sólo donde las tienen que *ver* (la impedancia presentada al relevador se modifica dependiendo del tipo de falla, la ubicación de la falla y las condiciones del sistema). Cada fenómeno, cada disturbio, requieren de un criterio exclusivo de protección. La intención de este documento será la de analizar, si no todas, el mayor número de posibilidades vía la aplicación del diagrama R-X.

Como valor agregado, en la tesis se pretende incluir la visualización de:

Las características dinámicas de los relevadores o *relés* de distancia. Esta característica se genera debido a la presencia del circuito de acción de memoria ubicado en el circuito de polarización.

Las oscilaciones de potencia causadas por pequeños disturbios (se propone un relevador que distinga entre una falla del sistema y una condición de oscilación).

Una falla ubicada en una línea compensada (la compensación de potencia reactiva ayuda a elevar el nivel de tensión, evitando así la inestabilidad del sistema debido a un colapso del voltaje).

## **ESTADO DEL ARTE**

Aunque los relevadores micro procesados tienen ya algunos años de haber salido al mercado, siguen siendo lo último en tecnología en cuanto al despeje del corto circuito. Tienen grandes ventajas con respecto a sus equivalentes electrónicos y electromagnéticos, entre ellas están:

- Son multifuncionales, es decir, se tiene disponible en un mismo relé, diferentes características de operación.
- Son programables, lo que permite ajustarlos según las necesidades del sistema.
- Insensibles a la componente de CD que se presenta durante la falla.
- Pueden almacenar la información perteneciente a un disturbio, para su posterior análisis.

Aún con todo esto, el lector verá que se ha dedicado gran parte del capítulo 1 al análisis del principio de funcionamiento de los relevadores electromagnéticos y electrónicos, esto así debido a fines didácticos.

Actualmente están de moda las “redes inteligentes”, que hacen uso de los esquemas de protección acelerados que se explican en el capítulo 3 (esquema permisivo y de comparación direccional). Sin embargo, los dispositivos que utilizan siguen siendo los mismos, lo único que está por cambiar, es la forma en la que estos se comunican. Pero eso está fuera del alcance de esta tesis porque el tema aquí, es el de visualizar el comportamiento del sistema a través del diagrama R-X, y mejorar la confiabilidad del mismo. Es oportuno mencionar al respecto que el diagrama R-X es y seguirá siendo una herramienta eficaz para el diseño del esquema de protección adecuado para el sistema.

Históricamente, las protecciones comenzaron con la descripción de las características de operación en estado estable de los relés por medio del diagrama R-X, lo que hacemos en el presente trabajo es extender su aplicación para visualizar otros fenómenos, tales como las oscilaciones de potencia (capítulo 3) y la característica dinámica del relevador (capítulo 4).

## **MÉTODO**

Para el logro del objetivo planteado, se hará uso extensivo del diagrama R-X, para visualizar simultáneamente las condiciones del sistema y las características de operación de los relevadores.

En el análisis de los límites de estabilidad del sistema, considerando el comportamiento de todos sus elementos, se han utilizado diferentes métodos a lo largo del tiempo:

El criterio de las áreas iguales, de aplicación didáctica más que práctica, se usará para adquirir la noción del tiempo límite en el que deben operar los relevadores para despejar la falla y evitar que la energía ganada durante el periodo de aceleración del rotor (cuando la potencia mecánica es mayor que la potencia eléctrica) sea mayor que la gastada durante el periodo de desaceleración.

Las curvas V–Q que indican el punto de operación crítico para mantener la estabilidad del voltaje.

El análisis de la respuesta en frecuencia del sistema de excitación, que permite llegar a una función de estabilización para el estabilizador.

Adicionalmente, ciertas condiciones del sistema, que corresponden al concepto de dinámica rápida, se simularán utilizando el programa de transitorios electromagnéticos EMTP, para graficar las oscilaciones de la impedancia que *vería* el relevador durante algún fenómeno transitorio supuesto. Esta impedancia, junto con la característica de operación del relevador, será superpuesta en un mismo diagrama R–X.

Esta elección está basada en el hecho de que el EMTP permite la representación matemática de los distintos elementos de la red.

## **RESULTADOS ESPERADOS**

Obtener diagramas R-X en los que se visualice el comportamiento de los elementos de protección tipo MHO, en presencia de un buen cúmulo de fenómenos que ocurren en la redes de potencia. Utilizar el EMTP (*Electro Magnetic Transient Program*) para simular algunos de estos fenómenos aprovechando su poder de resolución matemática y sus facultades de graficación.

## **DESCRIPCIÓN DE CAPÍTULOS**

En el **capítulo 1** se describen los principios de operación de los relevadores de distancia, que se utilizan para librar fallas en el sistema de transmisión, rápida y selectivamente, y de esta forma preservar la seguridad y la estabilidad del sistema eléctrico.

Además se define y utiliza el diagrama R – X, para visualizar las características de operación de dichos relevadores (o relés) de distancia en estado estable.

En el **capítulo 2** se analiza la respuesta de los relés de distancia a los cortos circuitos asimétricos; esto se logra superponiendo en un mismo diagrama R – X, las características de operación de los relés y la impedancia aparente que éstos miden durante tales fallas. Se pone especial interés en ver que la impedancia aparente medida por los relés, no entre en la característica de operación, cuando la falla tiene lugar en una línea adyacente o en la dirección de no disparo (atrás del relé).

En el **capítulo 3** se estudian diferentes fenómenos que tienen relación directa con la estabilidad del sistema, como son:

Las oscilaciones electromecánicas que ocurren entre los rotores de las máquinas durante pequeños disturbios, (como son los continuos cambios en la carga) para los cuales el sistema es capaz de ajustarse a través de su sistema de excitación (que también se estudia en este capítulo).

Se analiza una falla trifásica, para introducir el criterio de las áreas iguales y se usa el diagrama R – X para proponer un relevador que distinga entre una falla y entre una condición de oscilación.

También se propone un relevador cuya misión sea la de proteger al generador de la pérdida de sincronismo con el sistema, es decir, que ante circunstancias como la pérdida de excitación, o la ocurrencia de una falla, el generador no se desvíe mucho de su velocidad síncrona, de tal forma que éste produzca voltajes y corrientes a la frecuencia del sistema.

Continuando con el tema de las protecciones del generador, también se estudia un relevador que lo protege por pérdida de excitación, y que no dispare cuando intencionalmente se reduce esta, con el objetivo de suplir a una carga ligera, y que además esté coordinado con los límites de capacidad de operación del generador.

Por último se utiliza el programa EMTP (ver apéndice A) para simular una falla en un sistema de potencia real en México, y obtener las consecuentes oscilaciones en la impedancia aparente que verán los relés, que serán visualizadas en un diagrama R – X. Se analiza la efectividad del esquema de protección empleado, para garantizar la confiabilidad del sistema.

Todos los relevadores que tienen un circuito de acción de memoria, poseen además de la característica de operación en estado estable -vista en el capítulo 1-, una característica dinámica.

En el **capítulo 4** se estudia la característica de operación dinámica del relevador mho, ya que es necesaria cuando la falla tiene lugar justo en la ubicación del relé, en este caso, la característica en estado estable no es suficiente para proteger al sistema.

También se estudia el relevador ultra rápido, que permite mejorar la confiabilidad del sistema.

# CAPÍTULO I

## RELEVADORES DE DISTANCIA

### INTRODUCCIÓN

El sistema eléctrico de potencia está constituido por varios elementos importantes e interesantes:

**Generadores.** Encargados de convertir la energía mecánica proporcionada por la turbina, en energía eléctrica.

**Transformadores:** Tienen la función de elevar o disminuir el nivel de tensión, para transferir la energía de manera eficiente.

**Líneas de transmisión.** Transportan la energía eléctrica a un nivel de voltaje suficiente para alimentar a los principales centros de carga.

**Líneas de distribución.** Encargadas de llevar la energía a las áreas industriales.

**Líneas de distribución domésticas.** Llevan la energía a los usuarios en zonas rurales y urbanas.

**Compensadores estáticos de potencia reactiva.** Corrigen el factor de potencia debido a que inyectan potencia reactiva a la red, cuando demanda de la misma, por parte de la carga, es alta. Ayudan a mantener la estabilidad de voltaje (curva  $V - Q$ , ver capítulo 3 sección 3.1.4).

**Relevadores.** Son los dispositivos de protección, se encargan de detectar los disturbios que ocurren en el sistema y de mandar la señal de disparo a su **interruptor o interruptores** asociados para librar la falla.

El sistema eléctrico de potencia debe operar siempre de manera confiable. La continuidad en el servicio y la estabilidad del sistema son características importantes dentro del tema de la confiabilidad.

Los relevadores ayudan a elevar el nivel de confiabilidad del sistema, ya que permiten que éste continúe operando satisfactoriamente, incluso cuando una parte de él, esté sujeto a algún disturbio. Es por esto que es de gran importancia el análisis del comportamiento de los relevadores de distancia, y esto puede hacerse con el diagrama R-X.

Para que los relés de distancia detecten los disturbios, se les suministran dos señales eléctricas provenientes de los transformadores de instrumento (TP's y TC's): una señal de voltaje y una señal de corriente, cuya relación es la impedancia aparente, la cual, es directamente proporcional a la distancia que hay entre el punto de falla y el relé.

Dependiendo del nivel de tensión de la línea, pudiera ser suficiente utilizar una sola de éstas señales (la corriente) para efectuar las acciones de protección. Conforme aumenta el nivel de voltaje, la filosofía de protección se hace más sofisticada, haciéndose necesario ocupar todas las señales de voltaje y de corriente, la impedancia resultante puede ser visualizada por medio de un diagrama R-X.

El voltaje que recibe el relevador será diferente para cada tipo de falla, incluso para la misma falla pero bajo diversas condiciones del sistema. En el capítulo 2 se muestran algunos métodos de compensación, que se emplean para que la impedancia medida por los relevadores no se vea afectada por el tipo de falla, sino que ésta, sólo sea proporcional a la distancia a la que la falla tiene lugar.

De manera preliminar se vislumbra que la importancia del diagrama R-X radica en dos hechos:

1. Las características de los relevadores pueden mostrarse fácilmente, debido a que éstas pueden graficarse en términos de sólo dos variables: en coordenadas cartesianas (R y X), o en coordenadas polares (Z y  $\Theta$ ). En lugar de usar las tres variables: E, I y  $\theta$ .
2. Las condiciones del sistema que afectan la operación de los relés, pueden mostrarse en el mismo diagrama, y al hacerlo así, podemos saber cómo responderá el relevador y cómo darle los mejores ajustes.

## DEFINICIÓN Y APLICACIONES DEL DIAGRAMA R-X

El diagrama R-X es un plano complejo, en cuya abscisa se encuentra la resistencia y en la ordenada está la reactancia, de tal forma que cualquier punto sobre él, representa una impedancia.

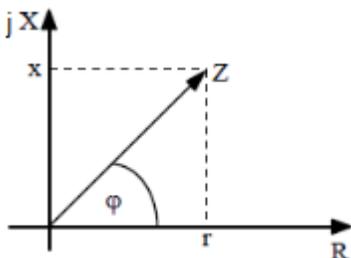


Figura 1.1

Diagrama R-X

Todo elemento del sistema tiene una impedancia asociada, de tal forma que ésta se puede visualizar en el diagrama R-X.

Así que el diagrama R-X es una herramienta para describir y analizar las condiciones en las que opera el sistema. Su principal ventaja radica en que se pueden superponer en una misma gráfica, las características de operación de los relevadores y las condiciones del sistema, y de esta forma diseñar un esquema de protección adecuado.

Veamos primero cómo se pueden visualizar las condiciones del sistema en el diagrama R-X (tema siguiente).

Y luego veremos las características de operación de los distintos relés de distancia.

## VISUALIZACIÓN DE LAS CONDICIONES DEL SISTEMA EN EL DIAGRAMA R-X

Para establecer un lenguaje común, considero oportuno construir un diagrama R-X elemental, y para ello utilizo el sistema radial con dos generadores equivalentes (A y B) que se muestra en la figura 1.2.

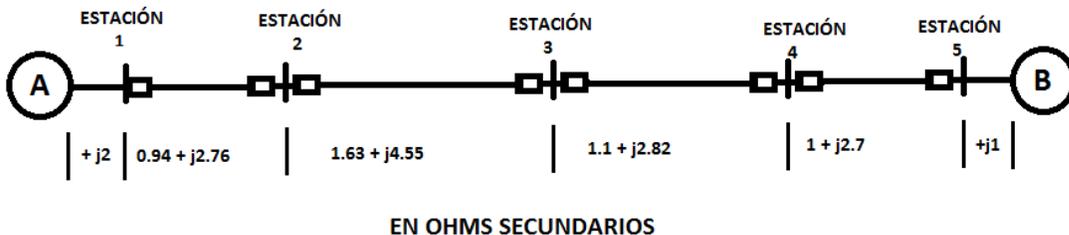
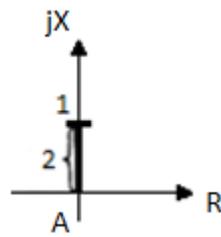


Figura 1.2 Diagrama unifilar del sistema ejemplo

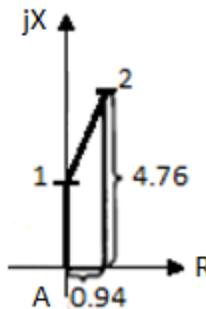
Las impedancias del sistema se expresan en ohms secundarios, es decir, que han sido referidas al secundario de los TC's y TP's. Lo que sigue consiste en graficar las cantidades en el diagrama R-X, para lo cual seguiremos los siguientes pasos:

Tomando como origen del sistema coordinado al generador A, la impedancia hasta la estación 1 (despreciando la resistencia) es de  $0 + j2 \Omega$ ; ésta se ha graficado en la figura 1.3.



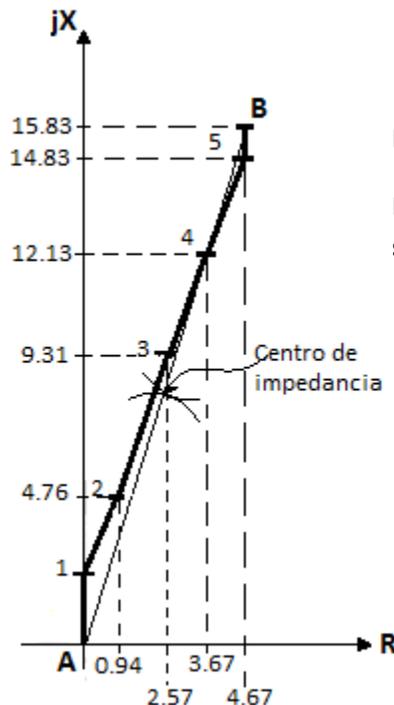
**Figura 1.3**  
Impedancia hasta la estación 1

La impedancia que tiene el sistema eléctrico (línea de impedancia) desde el generador A, hasta la estación 2 es:  $0 + j2 + 0.94 + j2.76 = 0.94 + j4.76 \Omega$  y está representada en el siguiente diagrama R - X.



**Figura 1.4**  
Impedancia desde el generador A hasta la estación 2

Podemos continuar de esta manera hasta llegar al final del sistema, donde la impedancia total es  $4.67 + j15.83 \Omega$  sec. El diagrama R-X resultante se muestra en la siguiente figura, en la que se puede apreciar la línea de impedancia y el centro de impedancia del sistema (punto medio de la recta trazada entre A y B).



**Figura 1.5**  
Diagrama R-X del sistema de la figura 1.2

## APORTE TEÓRICO BASADO EN LA TEORÍA DE LAS COMPONENTES SIMÉTRICAS

Antes de pasar a describir las características de operación de los relevadores, es conveniente presentar el tema de las componentes simétricas, pues su conocimiento resultará fundamental a lo largo de esta tesis; por ejemplo, será de utilidad en el capítulo 2, cuando se estudien las redes de secuencia y las fallas desbalanceadas.

En el año 1918 C. L. Fortescue presentó ante el Instituto Americano de Ingenieros Eléctricos un estudio sobre los circuitos polifásicos desequilibrados, en el que demostró que un sistema desequilibrado con  $n$  fasores relacionados entre sí, puede descomponerse en  $n$  sistemas de fasores balanceados, llamados *componentes simétricas* de los vectores originales.

Al aplicar este conocimiento al sistema eléctrico trifásico desbalanceado, sabemos que éste se puede representar por medio de sus componentes de secuencia: positiva, negativa, y cero.

*Componentes de secuencia positiva.* Sistema balanceado que consiste de tres fasores de igual magnitud, con diferencias de fase de  $120^\circ$  y con la misma secuencia de fase que los fasores desequilibrados originales. Representan el modo normal de operación balanceado.

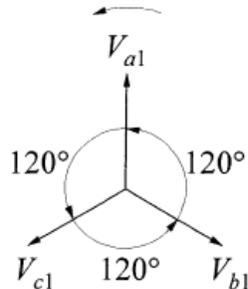


Figura 1.6

Componentes de secuencia positiva

*Componentes de secuencia negativa.* Sistema balanceado formado por tres fasores de igual magnitud, con diferencias de fase de  $120^\circ$  y con secuencia de fase opuesta a la de los fasores originales. Una corriente de este modelo que fluya por el estator de un motor puede crear un campo rotatorio de velocidad normal pero de rotación opuesta.

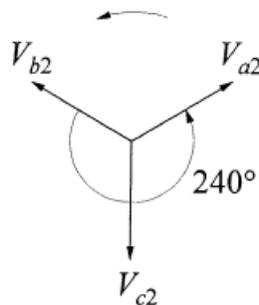
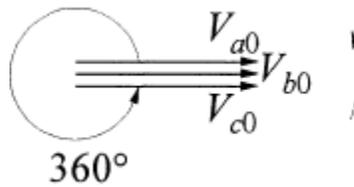


Figura 1.7

Componentes de secuencia negativa

*Componentes de secuencia cero.* Consiste de tres fasores iguales en magnitud y ángulo de fase.



**Figura 1.8**

**Componentes de secuencia cero**

Las componentes de secuencia positiva, como se aprecia en la figura 1.6, se designan con un subíndice 1, así que las tensiones de las fases a, b y c son respectivamente:  $V_{a1}$ ,  $V_{b1}$  y  $V_{c1}$ .

Las componentes de secuencia negativa (véase la figura 1.7), se designan con un subíndice 2, así que las tensiones de secuencia negativa para las fases a, b y c son respectivamente:  $V_{a2}$ ,  $V_{b2}$  y  $V_{c2}$ .

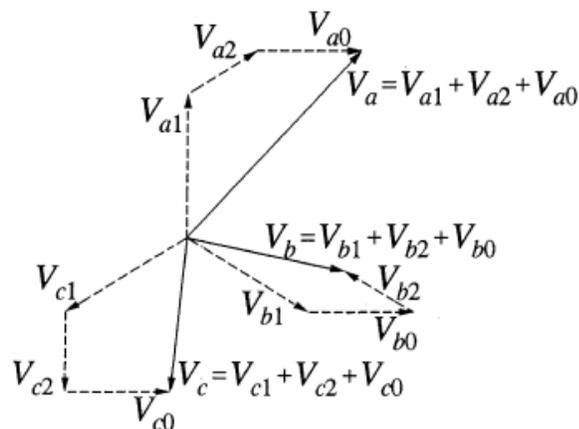
Las componentes de secuencia cero (figura 1.8), se designan con un subíndice cero, así que las tensiones de secuencia cero para las fases a, b y c son respectivamente:  $V_{a0}$ ,  $V_{b0}$  y  $V_{c0}$ .

Cada uno de los vectores desequilibrados (fases a, b y c) es igual a la suma de sus componentes simétricas, así que podemos representar a cada fasor de voltaje como:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0}$$



**Figura 1.9**

**Representación gráfica de tres tensiones desequilibradas por medio de sus componentes simétricas.**

*Operador a:* Se utiliza para hacer girar a un vector un ángulo de  $120^\circ$  sin modificar su magnitud.

$$a = 1 \angle 120^\circ = -0.5 + j0.866$$

Es posible expresar los voltajes desequilibrados de las fases A, B y C, usando sólo las componentes simétricas de la fase A por medio del operador “a” de la siguiente manera:

$$V_{b1} = a^2 V_{a1} \quad V_{c1} = a V_{a1} \quad V_{a0} = V_{b0} = V_{c0}$$

$$V_{b2} = a V_{a2} \quad V_{c2} = a^2 V_{a2}$$

Así que:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_b = V_{b1} + V_{b2} + V_{b0} = a^2 V_{a1} + a V_{a2} + V_{a0}$$

$$V_c = V_{c1} + V_{c2} + V_{c0} = a V_{a1} + a^2 V_{a2} + V_{a0}$$

En forma matricial:

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{pmatrix}$$

Donde

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \quad A^{-1} = 1/3 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix}$$

Por lo que la ecuación de transformación que se aplica para obtener las componentes simétricas a partir de los voltajes de fase es:

$$\begin{pmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{pmatrix} = 1/3 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix}$$

De estas ecuaciones es evidente que:

$$V_a - V_b = (1 - a^2) (V_{a1} - a V_{a2})$$

$$V_b - V_c = (a^2 - a) (V_{a1} - V_{a2})$$

$$V_c - V_a = (a - 1) (V_{a1} - a^2 V_{a2})$$

El análisis anterior es válido también para las señales de corriente, cuyas ecuaciones matriciales son:

$$\begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \begin{pmatrix} I_{a0} \\ I_{a1} \\ I_{a2} \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{pmatrix}$$

Cuando se analiza una falla desbalanceada a la luz de la teoría de las componentes simétricas, la corriente de falla es el resultado de una combinación de las distintas corrientes de secuencia (dependiendo del tipo de falla). Para ilustrar esto considere la figura 1.10.

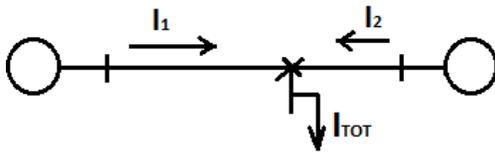


Figura 1.10

Sistema radial que ilustra el concepto de los factores de distribución

La contribución que hace la corriente de secuencia positiva a la corriente total de falla, se representa por medio del factor de distribución de corriente de secuencia positiva ( $C_1$ ). De la misma forma, el factor de distribución de corriente de secuencia negativa ( $C_2$ ) es la contribución de la corriente de secuencia negativa a la corriente de falla total:

$$C_1 = \frac{I_1}{I_{TOT}} \quad C_2 = \frac{I_2}{I_{TOT}}$$

Utilizando los factores de distribución para expresar las componentes simétricas de las señales de corriente para la fase A, tenemos:

$$I_{a1} = C_1 I_1, \quad I_{a2} = C_2 I_2 \quad \text{y} \quad I_{a0} = C_0 I_0$$

Así que:

$$I_a - I_b = (1 - a^2) (I_{a1} - a I_{a2}) = (1 - a^2) (C_1 I_1 - a C_2 I_2)$$

$$I_b - I_c = (a^2 - a) (I_{a1} - I_{a2}) = (a^2 - a) (C_1 I_1 - C_2 I_2)$$

$$I_c - I_a = (a - 1) (I_{a1} - a^2 I_{a2}) = (a - 1) (C_1 I_1 - a^2 C_2 I_2)$$

Estas últimas ecuaciones serán útiles en el capítulo 2.

## CARACTERÍSTICAS DE OPERACIÓN DE LOS RELÉS DE DISTANCIA PUESTAS EN EL DIAGRAMA R-X

Los relevadores de distancia tienen la responsabilidad de disparar el interruptor, lo más pronto posible ante fallas que ocurran dentro de la sección de línea que les corresponde proteger. Sin embargo, esta es la parte fácil, en comparación con su responsabilidad de NO disparar en condiciones normales de operación, aun cuando la red esté trabajando en condiciones de demanda máxima o cuando ocurran oscilaciones transitorias de potencia

para las cuales el sistema se pueda recuperar. Esta parte será analizada en detalle en los capítulos 3 y 4.

Todo relevador debe cumplir con las siguientes condiciones:

Debe mandar la señal de disparo al interruptor (para que éste abra sus contactos e interrumpa el flujo de corriente):

1. Cuando la falla ocurra en la sección de línea que le corresponde proteger, independientemente de los cambios en la generación, lo cual se verá reflejado en el desplazamiento de la impedancia aparente que mide el relé, que entrará en su zona de disparo.
2. Debe disparar lo más rápido posible ante una falla. En el caso de líneas de transmisión de alto voltaje la decisión debe tomarse en un tiempo de 20 a 40 [ms]. El tiempo que le toma al interruptor abrir es de otros 40 [ms], de tal forma que la falla debe ser despejada en 80 [ms] o menos (CFE libra fallas en 2.5 ciclos = 42 ms).

No debe disparar cuando:

1. Las fallas estén fuera de su zona de protección, excepto como respaldo de un relevador, que por alguna razón, no haya disparado (protección de asistencia).  
Es necesario aclarar este punto:  
La continuidad del servicio es parte importante de un sistema confiable, pues de no darle la importancia que se merece, las pérdidas económicas serían considerables, sin mencionar los efectos sociales que se tendrían si se dejara sin energía, por ejemplo, a una ciudad en la noche. Para mejorar la continuidad de servicio, el sistema se divide en zonas de protección (cada sección de línea dividida por los interruptores de la figura 1.11), de tal forma que cuando se tenga una falla, se desconecte el menor número posible de interruptores.  
Generalmente todo relevador de distancia protege con tres zonas de operación (como se observa en la figura 1.11), de tal forma que en su primera zona dispare instantáneamente (sin retraso intencional de tiempo), y las demás zonas servirán como respaldo del relevador vecino, el cual debe disparar en su zona primaria.  
La segunda y tercera zonas de protección tienen un *timer* para dar un tiempo de retardo coordinado, transcurrido el cual, se mandará el disparo al interruptor.
2. No debe disparar bajo condiciones de demanda máxima aun cuando la corriente que circule sea elevada. Este es un punto importante, ya que si el relevador no discrimina entre una condición de falla y una de carga, y manda la señal de disparo, el flujo de carga se repartirá por las otras líneas, lo que podría ocasionar que los otros relés también disparen, causando un apagón generalizado.
3. No debe disparar durante las oscilaciones de potencia para las cuales el sistema por sí solo, recupere la estabilidad. Este último punto se explicará en detalle en el capítulo 3, en los temas de protección contra oscilaciones y límites de estabilidad.

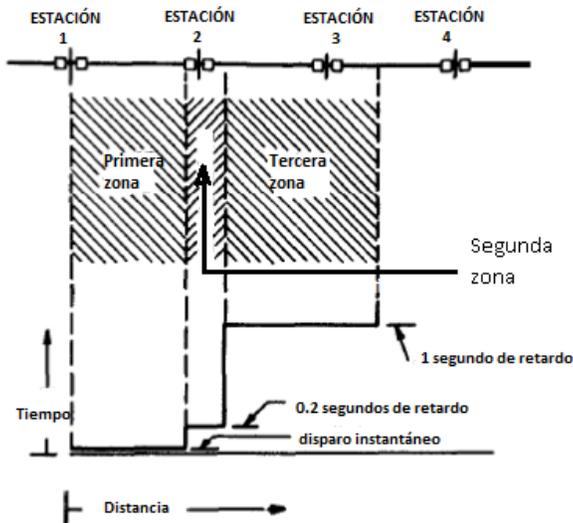


Figura 1.11

**Zonas de protección de un relevador de distancia**

En general todo relevador óhmico, sea éste electromagnético, electrónico o digital, responde a por lo menos tres de los cuatro tipos de pares que se producen:

1. Par proporcional al cuadrado del voltaje  $V^2$ .
2. Par proporcional al cuadrado de la corriente  $I^2$ .
3. Par proporcional al producto  $V \cdot I \cdot f(\phi)$
4. Par debido al resorte de control.

Entonces la ecuación general de todo elemento óhmico es:

$$\text{Par} = \pm k_1 V^2 \pm k_2 I^2 \pm k_3 V \cdot I \cdot f(\theta, \phi) \pm k_4$$

Donde:

- a) El sentido en el que actúa el par determina la operación del relevador: el par positivo hace que se cierren los contactos del relé, por lo que éste mandará la señal de disparo (par de operación), mientras que el par negativo hace que se abran sus contactos (par de retención).
- b)  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  son constantes independientes de diseño que pueden adoptar cualquier signo y variar en magnitud.
- c)  $k_4$  es la constante producida por el resorte que se utiliza para mantener los contactos en la posición de reposo, como es pequeña suele despreciarse en los análisis.
- d)  $\theta$  es el ángulo de diseño de par máximo, ángulo por el cual la corriente de restricción ( $i_R$ ) atrasa al voltaje de falla ( $V$ ).
- e)  $V$  e  $I$  son señales de voltaje y corriente respectivamente, provenientes del secundario de los transformadores de instrumento.  $\phi$  es ángulo por el cual  $I$  atrasa a  $V$ .

En los relés analógicos de inducción (o electromagnéticos), la forma constructiva más utilizada es el cilindro de inducción con núcleo magnético multipolar. Para obtener pares

proporcionales al cuadrado del voltaje o de la corriente, se colocan dos bobinas, a las cuales se les aplican las señales de voltaje y de corriente, como se verá más adelante.

Aunque es posible construir relevadores de distancia cuyo principio de operación se base en la ecuación general completa, la complejidad de su construcción, debido al número de bobinas necesarias en un mismo circuito magnético hace que sólo se utilicen dos de sus términos, dando lugar a distintos tipos de relevadores de distancia, los cuales se explican a continuación.

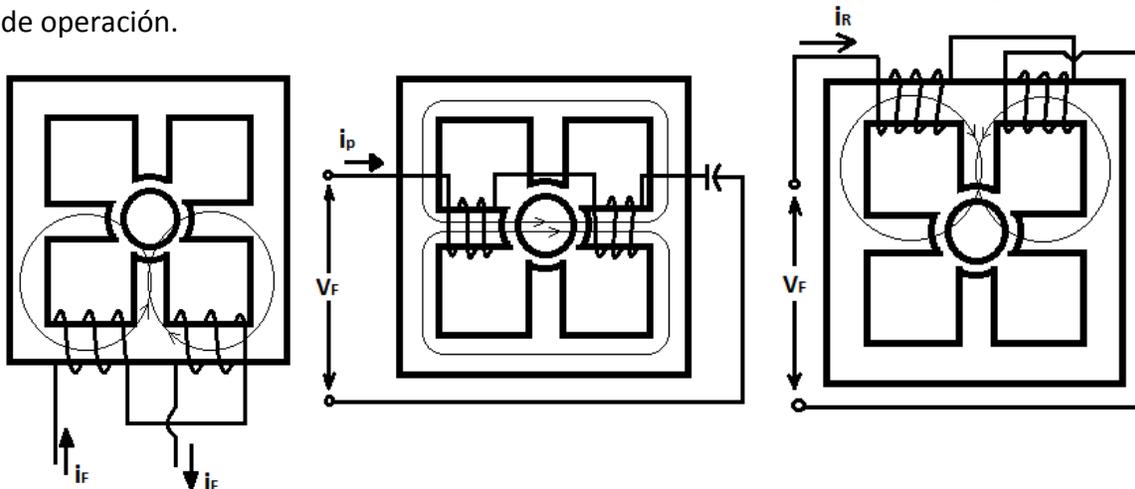
### ELEMENTO MHO (ELECTROMAGNÉTICO)

La figura 1.12 muestra el cilindro de inducción que se usa como estructura para construir el relé de admitancia o mho.

En la figura 1.12 (a) se observan dos bobinas, a las cuales se les aplica la corriente de falla " $i_F$ " (del secundario del TC) con el objetivo de producir el flujo magnético que creará el par de operación sobre la copa. Cuando ocurre una falla, la corriente  $i_F$  se eleva, ocasionando que el par de operación sea mayor que el de retención, y que la copa gire para cerrar sus contactos.

Las bobinas que se muestran en la figura 1.12 (b) son alimentadas por el voltaje de falla (proveniente del secundario del TP), y por ellas circula la corriente de polarización ( $i_p$ ); el capacitor que está conectado en serie a las bobinas, sirve como "acción de memoria" (ver capítulo 4) para que el relé "recuerde" el voltaje de pre falla por algunos ciclos.

Las bobinas de la figura 1.12 (c) también se alimentan con el voltaje de falla ( $V_F$ ), sólo que éstas se colocan de tal forma que el flujo magnético resultante cree un par que tienda a girar la copa a su posición de reposo (par de restricción), por esto es que a la corriente que fluye se le denomina corriente de restricción " $i_R$ ". Cuando la línea está sana, la señal de voltaje  $V_F$  es mucho mayor que cuando ocurre la falla, además de que la señal de corriente " $i_F$ " es mucho menor, por lo que el par de retención resulta ser mayor que el par de operación.



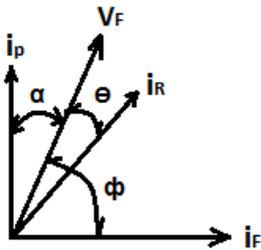
Figuras 1.12 (a)

1.12 (b)

1.12 (c)

Cilindro de inducción necesario para construir el relevador tipo mho.

Los fasores correspondientes a las señales eléctricas que maneja el relevador:  $V_F$ ,  $i_p$ ,  $i_F$  e  $i_R$ , se muestran en la figura 1.13, en la que se pueden ver los ángulos de fase:  $\alpha$ ,  $\Theta$  y  $\phi$ .



**Figura 1.13**

**Diagrama fasorial de las señales eléctricas con las que trabaja el relevador mho.**

El par de restricción es igual al producto de los flujos magnéticos que resultan de la corriente de polarización y de la corriente de restricción, respectivamente, multiplicado por el seno de la suma de los ángulos  $\alpha$  y  $\Theta$ :

$$T_R = -K_1 i_p i_R \text{ sen } (\alpha + \Theta) = -K_2 V_F^2$$

Mientras que el par de operación es igual al producto de los flujos magnéticos que se originan por la corriente de polarización y por la corriente de falla, respectivamente, multiplicado por el seno de la suma de los ángulos  $\alpha$  y  $\phi$ :

$$T_O = k_3 i_F i_p \text{ sen } (\alpha + \phi) = k_4 i_F V \text{ sen } (\alpha + \phi)$$

Si  $T_R = T_O$ :

$$K_2 V_F^2 - k_4 i_F V_F \text{ sen } (\alpha + \phi) = 0$$

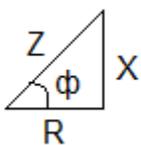
Dividiendo entre  $k_2$ :

$$V_F^2 - k i_F V_F \text{ sen } (\alpha + \phi) = 0$$

Dividiendo entre el cuadrado de la corriente de falla:

$$\frac{V_F^2}{i_F^2} - \frac{k i_F V_F}{i_F^2} \text{ sen } (\alpha + \phi) = Z^2 - k Z \text{ sen } (\alpha + \phi) = Z^2 - k Z [\text{sen } \alpha \text{ cos } \phi - \text{cos } \alpha \text{ sen } \phi] = 0$$

Del triángulo de impedancia de la figura 1.14 obtenemos las identidades trigonométricas:



**Figura 1.14**

$$\text{Sen } \phi = X / Z$$

$$\text{Cos } \phi = R / Z$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$$

Sustituyendo estas identidades en la ecuación anterior:

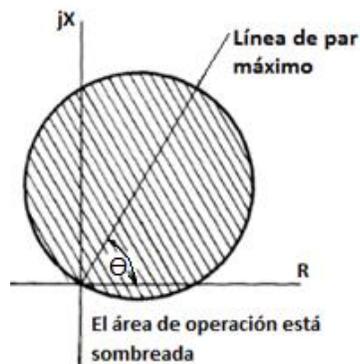
$$R^2 + X^2 - k R \text{ sen } \alpha - k X \text{ cos } \alpha = 0$$

Completando cuadrados:

$$R^2 - kR \sin \alpha + \frac{k^2 \sin^2 \alpha}{4} + X^2 - kX \cos \alpha + \frac{k^2 \cos^2 \alpha}{4} = \frac{k^2}{4} (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)$$

$$\left(R - \frac{k}{2} \sin \alpha\right)^2 + \left(X - \frac{k}{2} \cos \alpha\right)^2 = \frac{k^2}{4}$$

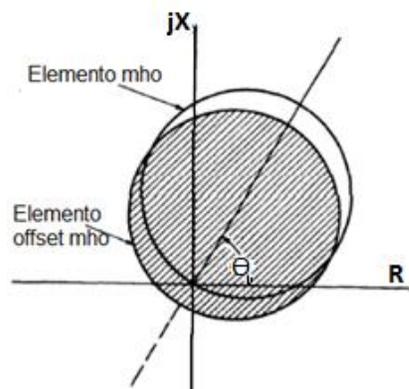
Esta ecuación define la característica de operación del relevador mho, y puede graficarse en el diagrama R-X como una circunferencia que pasa por el origen, con radio =  $k/2$  y con centro en  $[k/2 \sin \alpha, k/2 \cos \alpha]$  como se muestra en la figura 1.15, en la que se puede apreciar además, que el relevador mho es direccional, puesto que no tiene puntos de operación en la dirección de no disparo.



**Figura 1.15** Característica de operación del elemento mho.

El elemento offset mho, tiene la misma característica de operación que el relé mho convencional, pero es posible desplazarla, tal como se muestra en la figura 1.16.

El elemento offset mho se obtiene a partir del relé mho, simplemente agregando un transactor (un transformador de corriente con entrehierro), que es energizado con la señal  $i_F$ . Al secundario del transactor se le conecta una impedancia para obtener un voltaje proporcional a la corriente, misma que se agrega al voltaje de falla ( $V_F$ ) por medio de un sumador.



**Figura 1.16**  
Características de operación del elemento offset mho.

## ELEMENTO MHO (ELECTRÓNICO)

La versión electrónica del relevador mho, así como de los otros relés de distancia que se verán más adelante, es básicamente un comparador de amplitud o de fase, que usa circuitos diseñados para realizar funciones tales como: detección de nivel, medida del ángulo de fase, amplificación, generación de pulsos y de ondas cuadradas, temporización, etc.

La operación de un comparador de amplitud está gobernada por la magnitud relativa de sus señales de entrada:  $S_O$  (señal de operación) y  $S_R$  (señal de restricción). El relé opera cuando  $|S_O| > |S_R|$  independientemente de la relación angular que tengan estas señales.

En cambio la operación de un comparador de fase tiene que ver con la diferencia angular ( $\beta$ ) que tengan sus señales de entrada:  $S_1$  y  $S_2$ . Cuando  $S_1$  adelanta a  $S_2$ ,  $\beta$  es positivo. El relé opera cuando  $\beta > 90^\circ$  independientemente de la magnitud que tengan  $S_1$  y  $S_2$  siempre que excedan un valor mínimo.

La figura 1.17 es un diagrama de bloques que describe gráficamente, la condición de operación de ambos comparadores.

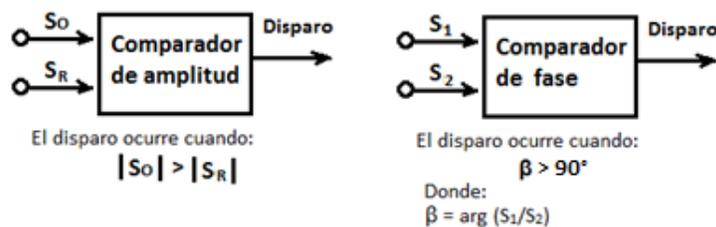


Figura 1.17

Diagrama de bloques que muestra la condición de operación del comparador de amplitud y de fase

Aunque es posible obtener las mismas características de operación usando ya sea comparadores de fase o de amplitud, a continuación veremos únicamente el principio de operación de los comparadores de fase. Si el lector desea conocer más sobre los comparadores de amplitud, consulte el capítulo 3 del libro: "Analysis of distance protection" de Vivian Cook.

La forma general de las señales de entrada al comparador, es:

$$S_1 = k_1 \angle \alpha_1 * V_r \angle 0^\circ + Z_{R1} \angle \theta_1 * I_r \angle -\phi_r$$

$$S_2 = k_2 \angle \alpha_2 * V_r \angle 0^\circ + Z_{R2} \angle \theta_2 * I_r \angle -\phi_r$$

Escogiendo valores adecuados para las constantes de diseño  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $Z_{R1}$  y  $Z_{R2}$  se puede tener un amplio rango de características del comparador.

La razón de las señales de entrada es:

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{k_1 \angle \alpha_1 * V_r \angle 0^\circ + Z_{R1} \angle \Theta_1 * I_r \angle -\Phi_r}{k_2 \angle \alpha_2 * V_r \angle 0^\circ + Z_{R2} \angle \Theta_2 * I_r \angle -\Phi_r} = \frac{k_1 \angle \alpha_1 * I_r \angle -\Phi_r (Z_r \angle \Phi_r + Z_{R1} \angle \Theta_1 / k_1 \angle \alpha_1)}{k_2 \angle \alpha_2 * I_r \angle -\Phi_r (Z_r \angle \Phi_r + Z_{R2} \angle \Theta_2 / k_2 \angle \alpha_2)}$$

Y es de la forma:

$$\frac{(Z_r - a)}{(Z_r - b)} = k$$

Donde a, b y k son constantes complejas.

Para obtener la característica de operación del comparador de fase (lugar geométrico de  $Z_r$ ) tomamos como constante el ángulo de k de la expresión anterior:

$$\beta = \arg(S_1/S_2) = \alpha_1 - \alpha_2 + \arg \frac{(Z_r \angle \Phi_r + Z_{R1} \angle \Theta_1 / k_1 \angle \alpha_1)}{(Z_r \angle \Phi_r + Z_{R2} \angle \Theta_2 / k_2 \angle \alpha_2)}$$

Las constantes de diseño necesarias para obtener la característica offset mho son:  $\alpha_1 = 180^\circ$  y  $\alpha_2 = 0$ .

Sustituyendo en la ecuación anterior:

$$\beta - 180^\circ = \arg \frac{(Z_r \angle \Phi_r - Z_{R1} \angle \Theta_1 / k_1)}{(Z_r \angle \Phi_r + Z_{R2} \angle \Theta_2 / k_2)}$$

Esta ecuación puede interpretarse geoméricamente como se ilustra en la figura 1.18 (a), expresándose ahora como:

$$\beta - 180^\circ = \arg \frac{(\vec{OP} - \vec{OK})}{(\vec{OP} + \vec{LO})} = \arg \frac{\vec{KP}}{\vec{LP}} = \text{ángulo LPK}$$

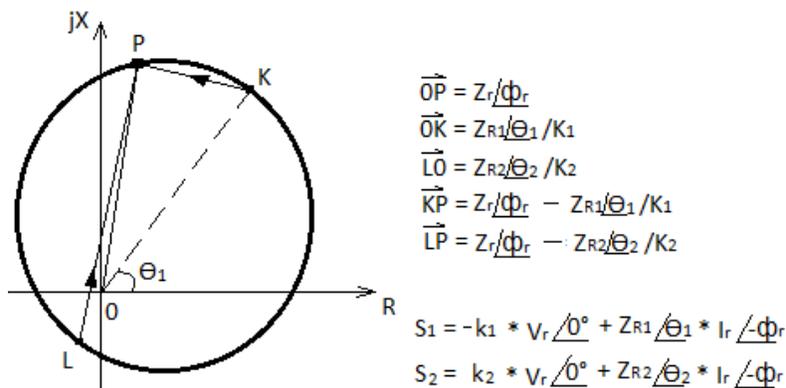
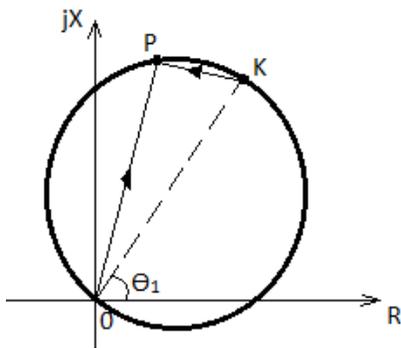


Figura 1.18 (a)

Característica offset mho usando un comparador de fases



$$\vec{OP} = Z_r / \phi_r$$

$$\vec{OK} = Z_{R1} / \theta_1 / K_1$$

$$\vec{KP} = Z_r / \phi_r - Z_{R1} / \theta_1 / K_1$$

$$S_1 = -k_1 * V_r / 0^\circ + Z_{R1} / \theta_1 * I_r / -\phi_r$$

$$S_2 = k_2 * V_r / 0^\circ$$

Figura 1.18 (b)

**Característica mho convencional usando un comparador de fases.**

La característica de operación del relé mho convencional, se obtiene haciendo  $Z_{R2} = 0$ , resultando en la ecuación:

$$\beta - 180^\circ = \arg \frac{(\vec{OP} - \vec{OK})}{\vec{OP}} = \text{ángulo OPK}$$

El diagrama R-X correspondiente se muestra en la figura 1.18 (b).

En las figuras anteriores  $\beta = 90^\circ$ , pues como se verá a continuación, este es el ángulo de coincidencia límite para que el comparador opere.

En el diagrama de bloques de la figura 1.19 se muestra el arreglo típico del comparador de fases. Las señales  $S_1$  y  $S_2$  entran al circuito de coincidencia, que mide el ángulo ( $\beta$ ) por el cual éstas coinciden, y produce un pulso positivo cuando ambas tienen la misma polaridad, y un pulso negativo cuando tienen polaridades opuestas. La salida del integrador lineal se incrementa linealmente cuando el pulso es positivo, y decrece a la misma tasa de velocidad cuando el pulso es negativo. El detector de nivel tiene un valor ajustado para que cuando la salida del integrador lineal supere este valor, se produzca la señal de disparo del relevador.

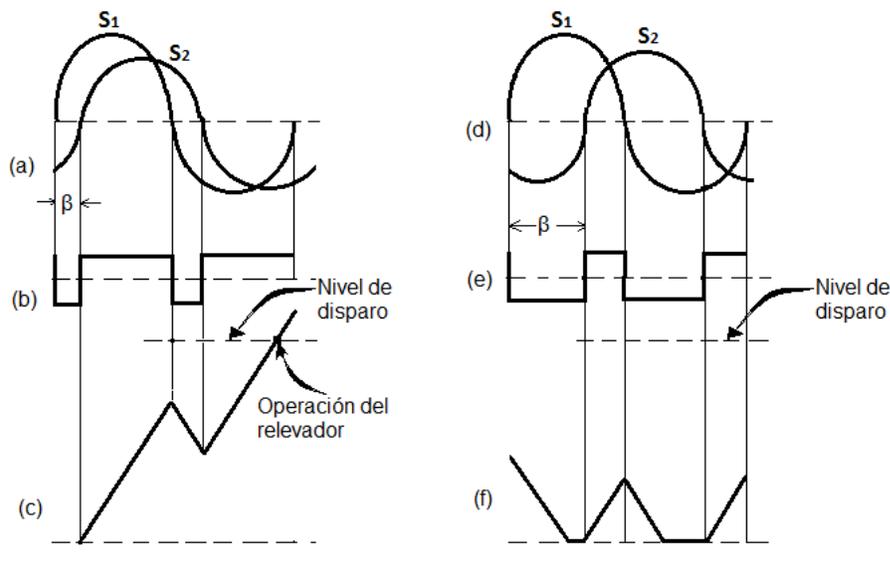


Figura 1.19

**Arreglo típico de un comparador de fases**

El proceso descrito se ilustra en la figura 1.20, donde las señales de entrada están desplazadas angularmente a:  $\beta < 90^\circ$  para el inciso a, y  $\beta > 90^\circ$  para el inciso d.

Como puede verse, el tiempo de respuesta del relevador depende del tiempo en que se alcance el nivel de disparo, el cual a su vez depende de la diferencia angular  $\beta$ . Cuando  $\beta < 90^\circ$  el relé opera, cuando  $\beta > 90^\circ$  el relé NO opera. La característica de operación se define para  $\beta = 90^\circ$  como se puede apreciar en el diagrama de voltajes de la figura 1.21.

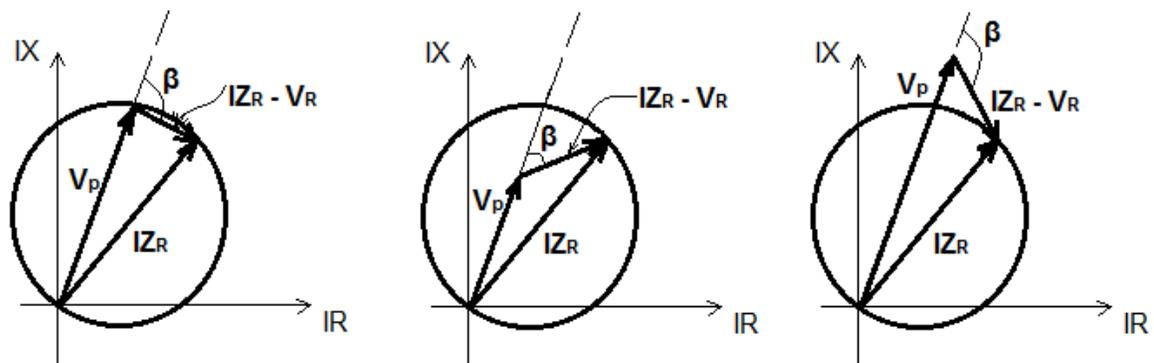


**Figura 1.20**

(a) y (d) son las señales de entrada al circuito de coincidencia.

(b) y (e) son los pulsos que salen del circuito de coincidencia.

(c) y (f) son las señales que salen del integrador.



**Figura 1.21**

Punto de balance  $\beta = 90^\circ$

Falla interna  $\beta < 90^\circ$

Falla externa  $\beta > 90^\circ$

La figura 1.22 aclara de dónde provienen las señales que se observan en la figura anterior:

$I$  es la corriente de falla vista por el relé.

$Z_R$  es la impedancia del relevador, que sirve para ajustar su alcance.

$V_P$  es el voltaje de polarización, es una de las señales de entrada al comparador, y es igual al producto de la corriente de falla por la impedancia del conductor fallado ( $I Z_L$ ).

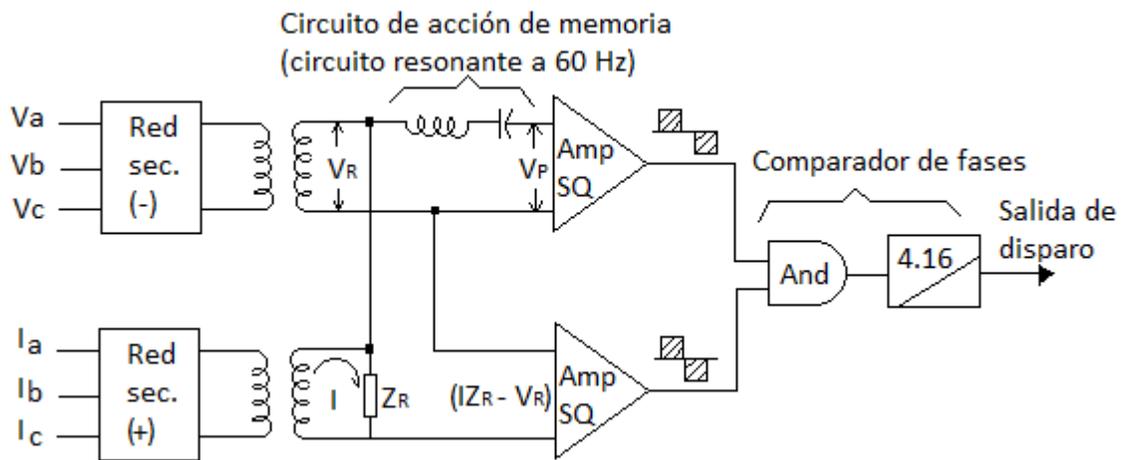
$$V_R = I Z_R$$

La otra señal de entrada al comparador es la diferencia:  $I Z_R - V_R$ . Si compara estas señales con las que se muestran en la figura 1.18 (b) verá que tienen la misma forma.

El circuito de acción de memoria le permite al relevador, mantener el voltaje de pre falla durante varios ciclos, dándole al relé una característica transitoria, misma que se estudia en detalle en el capítulo 4.

La comparación de las fases se realiza en la compuerta and.

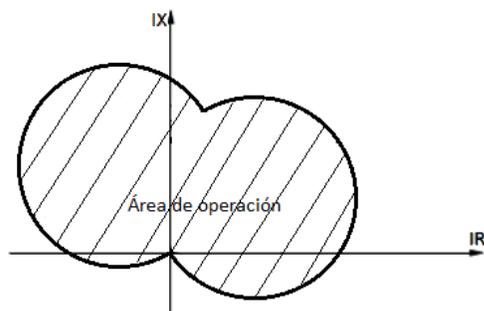
El temporizador está ajustado a 4.16 ms, que es el tiempo para el cual,  $\beta = 90^\circ$  (1/4 de ciclo).



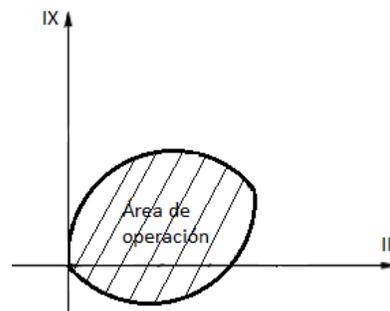
**Figura 1.22 Diagrama simplificado del relevador mho**

Pero si el temporizador se ajusta a un tiempo menor de 4.16 ms (por ejemplo a 3 ms), se requiere menor coincidencia entre las señales ( $\beta < 90^\circ$ ) para que el relé actúe, obteniéndose la característica de operación tipo tomate, que se muestra en la figura 1.23.

Por otro lado, si se aumenta el tiempo mínimo (por ejemplo a 5 ms), se necesita mayor coincidencia entre las señales ( $\beta > 90^\circ$ ) para que el relevador opere. En este caso se obtiene la característica tipo lente, que se muestra en la figura 1.24.



**Figura 1.23 Característica tipo tomate**



**Figura 1.24 Característica tipo lente**

La característica tipo lente se utiliza cuando se requiere restringir el área de disparo, por ejemplo, para proteger contra una condición de oscilación, como se verá en el capítulo 3 en el tema 3.5.

El circuito de coincidencia mostrado en la figura 1.19, que se emplea para determinar el ángulo  $\beta$ , se detalla en la figura 1.25. Para realizar la comparación, tiene que cambiar las señales sinusoidales en ondas cuadradas, con el objetivo de disminuir los problemas



Como el esquema de comparación bloque – espiga tiene tiempos de operación mucho más rápidos que el esquema bloque – bloque (0 - 8 ms. vs 4 - 12 ms.), suele utilizarse en las unidades de bloqueo, ya que es deseable enviar la señal de bloqueo tan pronto como sea posible, y en el caso de que la unidad opere para algunas espigas extrañas (transitorios en el sistema ocasionados por las descargas atmosféricas, por las operaciones de los interruptores y por las armónicas), el relé no se verá afectado.

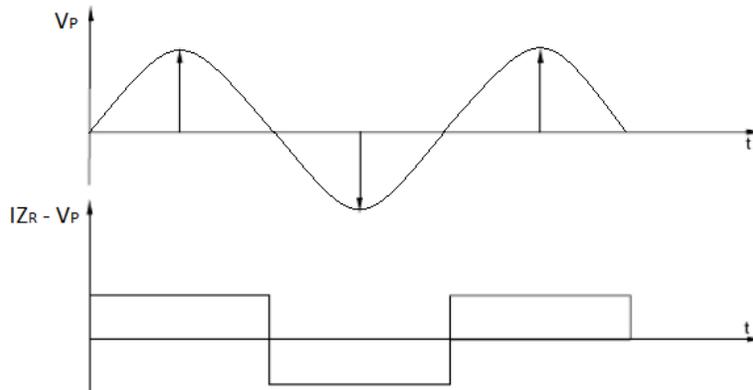


Figura 1.27

Esquema de comparación  
bloque – espiga para  
 $\beta = 180^\circ$

La figura 1.28 muestra el circuito desarrollado por general electric para medir el ángulo de coincidencia ( $\beta$ ) usando el esquema de comparación bloque – espiga.

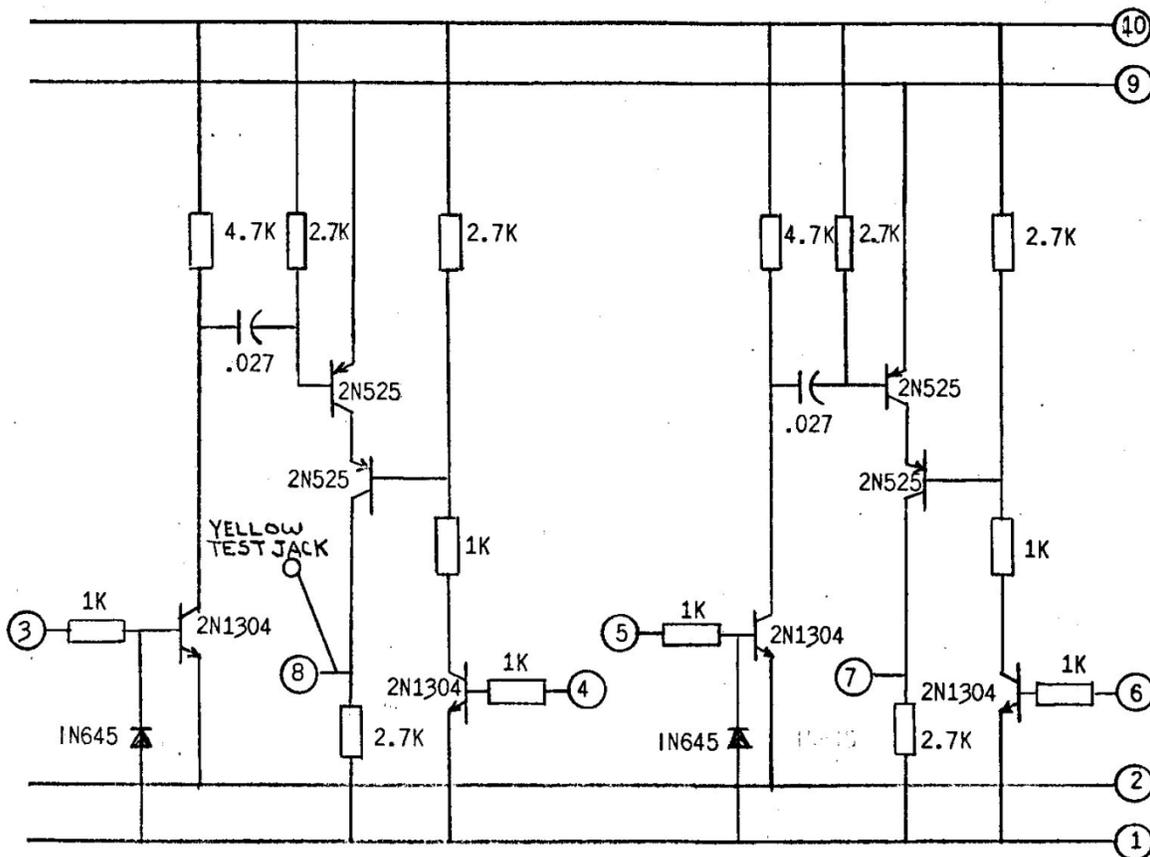


Figura 1.28 Circuito de coincidencia utilizando el esquema bloque – espiga.

Hay una diferencia de potencial de 16.8 V entre los bornes 1 y 10, y de 0.6 V entre 1 y 2. Las señales:  $(I_Z - V_p)$  y  $V_p$  entran en los pines 3 y 4 respectivamente. Cuando aparece una señal de cuando menos 0.3 V en el pin 4, el transistor NPN (2N1304) conduce hasta la saturación, entonces el voltaje del colector, cae desde +16.8 V hasta 0 V. Así es como se produce la señal necesaria en la base del transistor PNP inferior (2N525) para que este conduzca si es que hay corriente disponible en su emisor.

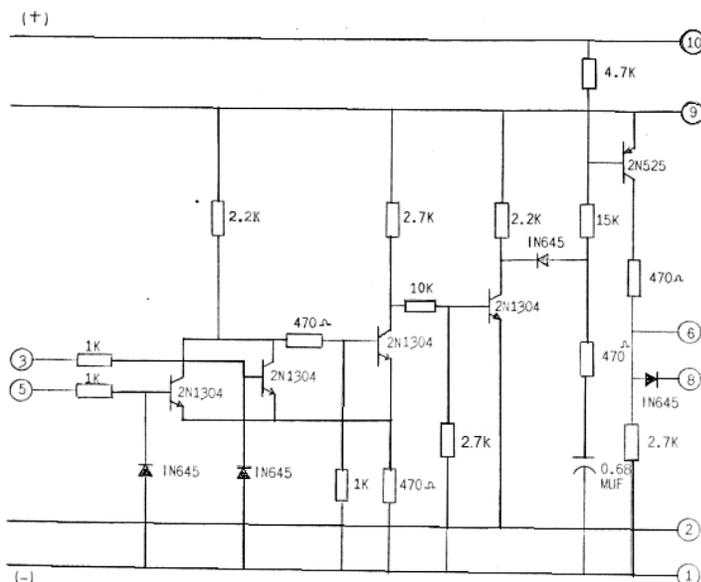
Si no hay señal aplicada en el pin 3, el capacitor de 0.027  $\mu$ F no se carga, porque sus dos terminales están a +16.8 V. Cuando aparece la señal en el pin 3 (de por lo menos 0.3 V), el transistor NPN (2N1304) conduce hasta la saturación, y el voltaje del colector va desde +16.8 V hasta cerca de 0.6 V. Esto causa que el capacitor cargue a través del resistor de 2.7k. Durante el proceso de carga del capacitor, se produce la señal necesaria en la base del transistor superior PNP (2N525) para que este conduzca, lo que da como resultado la circulación de corriente a través del transistor inferior, produciéndose la señal de salida por el borne 8.

Cuando desaparece la señal en el pin 3, el transistor NPN entra en corte, y el capacitor se descarga a través de las resistencias de 2.7k y 4.7k.

Los dos transistores PNP conducen y se produce la salida, sólo si se aplica la señal en el pin 3, mientras esté presente la señal del pin 4. De esta forma es como el circuito mide la coincidencia entre los voltajes de entrada.

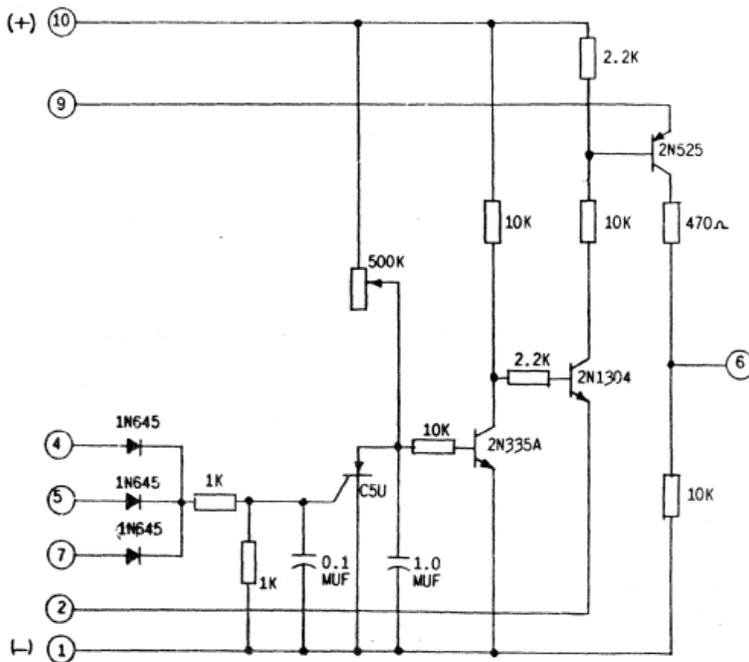
Los pines 5, 6 y 7 cumplen la misma función ya descrita, pero lo hace con el semiciclo negativo de las señales de entrada.

El detector de nivel que se ilustra en la figura 1.19, se detalla en la figura 1.29. También se trata de un diseño de general electric.



**Figura 1.29** Detector de nivel.

Por último, el temporizador usado en el esquema bloque – espiga (P/9), se detalla en la figura 1.30.

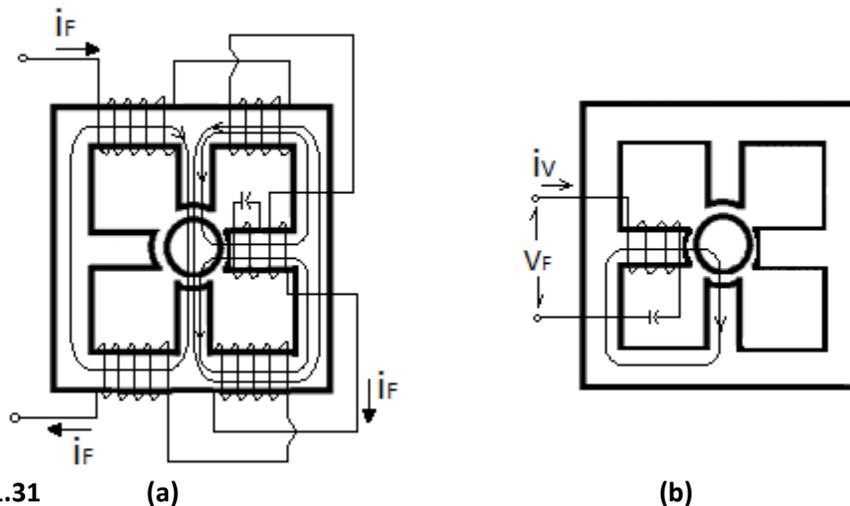


**Figura 1.30**  
**Temporizador P/9.**

### ELEMENTO DE REACTANCIA (ELECTROMAGNÉTICO)

La figura 1.31 muestra la estructura de inducción que se utiliza para obtener la característica de disparo del elemento de reactancia.

En la figura 1.31 (a) se puede ver la conexión de las bobinas que se energizan con la corriente de falla " $i_F$ ", necesaria para crear el par de operación. La figura 1.31 (b) muestra la bobina -energizada con el voltaje de falla " $V_F$ "- que se emplea para producir la corriente " $i_V$ ", que es responsable de generar el par de retención.



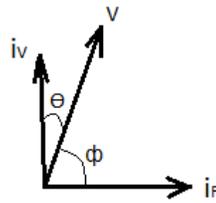
**Figura 1.31**

(a)

(b)

**Estructura de inducción para el elemento de reactancia.**

El diagrama fasorial correspondiente a las señales eléctricas que maneja el relevador de reactancia, se muestran en la figura 1.32.



**Figura 1.32**

**Diagrama fasorial de las señales eléctricas con las que trabaja el relé de reactancia**

El par de operación es igual a:

$$T_O = k_1 i_F^2$$

Mientras que el par de retención es:

$$T_R = -k_2 i_V V \text{ sen } (\phi + \theta)$$

Por lo que el par neto es:

$$T = k_3 I^2 - k_4 IV \text{ sen } (\phi + \theta)$$

La característica de operación del relé se obtiene al igualar el par de operación con el de retención, es decir:

$$k_3 I^2 - k_4 IV \text{ sen } (\phi + \theta) = 0$$

Dividiendo entre  $I^2$ :

$$k_3 - k_4 Z \text{ sen } (\phi + \theta) = 0$$

Reacomodando la ecuación:

$$Z \text{ sen } (\phi + \theta) = k = Z (\text{sen } \phi \text{ cos } \theta + \text{sen } \theta \text{ cos } \phi)$$

Pero como  $\text{Sen } \phi = X / Z$  y  $\text{Cos } \phi = R / Z$  la ecuación anterior queda como:

$$Z \frac{X}{Z} \text{ cos } \theta + Z \frac{R}{Z} \text{ sen } \theta = k$$

Dividiendo entre  $\text{cos } \theta$ :

$$X + R \tan \theta = \frac{k}{\text{cos } \theta}$$

Despejando X:

$$X = -R \tan \theta + \frac{k}{\text{cos } \theta}$$

Esta ecuación es de la forma  $y = mX + B$ .

Donde  $y = X$  (la reactancia),  $m = -\tan \theta$  y  $B = k/\cos \theta$ .

Esta ecuación define la característica de operación del elemento ohm, y puede graficarse en el diagrama R-X como una recta, tal como se muestra en la figura 1.33.

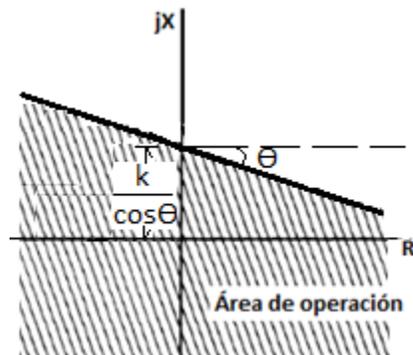


Figura 1.33

Característica de operación del elemento ohm

La característica de operación del elemento de reactancia se obtiene al hacer  $\theta = 0$ , resultando en la ecuación:

$$X = k$$

Cuyo diagrama R-X se muestra en la figura 1.34.

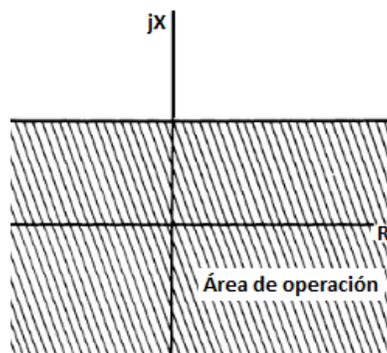


Figura 1.34

Característica de operación del elemento de reactancia.

El elemento de reactancia no es direccional, lo que significa que disparará ante fallas cuya impedancia se encuentre en cualquier cuadrante dentro del área de operación, pudiendo incluso operar en la dirección de no disparo. Por esta razón se suele combinar el elemento de reactancia con el relé mho.

### ELEMENTO DE REACTANCIA (ELECTRÓNICO)

La teoría desarrollada en la sección 1.3.1.2 se aplica también para obtener la versión electrónica de los relevadores de reactancia y de impedancia, puesto que ambos usan comparadores de fases.

Recordando que la forma general de las señales de entrada al comparador es:

$$S_1 = k_1 \angle \alpha_1 * V_r \angle 0^\circ + Z_{R1} \angle \theta_1 * I_r \angle -\phi_r$$

$$S_2 = k_2 \angle \alpha_2 * V_r \angle 0^\circ + Z_{R2} \angle \theta_2 * I_r \angle -\phi_r$$

Las constantes de diseño necesarias para obtener la característica ohm son:  $\alpha_1 = 180^\circ$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $k_1 = k$ ,  $k_2 = 0$ ,  $Z_{R1} = Z_{R2} = Z_R$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ .

Por lo que  $S_1$  y  $S_2$  son ahora:

$$S_1 = -k V_r \angle 0^\circ + Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r$$

$$S_2 = Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r$$

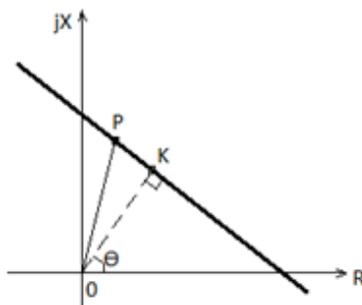
Tomando la razón de estas señales, y recordando que el ángulo debe ser constante:

$$\beta = \arg \frac{S_1}{S_2} = \arg \frac{-k V_r \angle 0^\circ + Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r}{Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r} = \arg \frac{Z_R \angle \theta / k - Z_r \angle \phi_r}{Z_R \angle \theta / k}$$

Donde  $Z_r = V_r / I_r$

Esta ecuación puede interpretarse geométricamente como se ilustra en la figura 1.35:

$$\beta = \arg \frac{\vec{OK} - \vec{OP}}{\vec{OK}} = 180^\circ + \arg \frac{\vec{OP} - \vec{OK}}{\vec{OK}} = 180^\circ + \arg \frac{\vec{KP}}{\vec{OK}}$$



$$\vec{OP} = Z_r \angle \phi_r$$

$$\vec{OK} = Z_R \angle \theta / k$$

Figura 1.35

Característica ohm usando un comparador de fases.

La característica del comparador de fases tipo reactancia se obtiene al hacer  $\theta = 90^\circ$ .

### ELEMENTO DE IMPEDANCIA (ELECTROMAGNÉTICO)

En la sección 1.3 obtuvimos la ecuación general del par:

$$T = \pm k_1 V^2 \pm k_2 I^2 \pm k_3 V^* I f(\theta, \phi) \pm k_4$$

Seleccionando  $k_1$  negativo,  $k_2$  positivo  $k_3 = k_4 = 0$ :

$$T = k_2 I^2 - k_1 V^2$$

Sustituyendo  $Z = V/I$  el resultado es:

$$T = k_2 I^2 - k_1 Z^2 I^2$$

Igualando el par de operación con el de retención:

$$k_2 I^2 = k_1 Z^2 I^2$$

Simplificando y despejando Z:

$$Z = \sqrt{(k_2/k_1)}$$

Esta ecuación, graficada en coordenadas polares en el diagrama R-X, es un círculo con centro en el origen y radio =  $\sqrt{(k_2/k_1)}$  como se muestra en la figura 1.36.

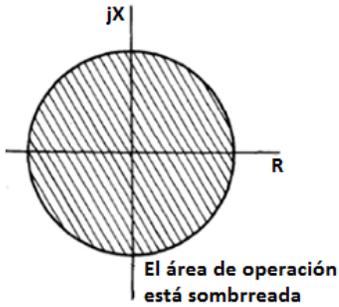


Figura 1.36

Característica de operación del elemento de impedancia.

El relevador de impedancia tampoco es direccional, detecta fallas en los cuatro cuadrantes, por lo que suele utilizarse un elemento direccional como supervisor, así, la característica de operación se reduce tal como se muestra en la figura 1.37.

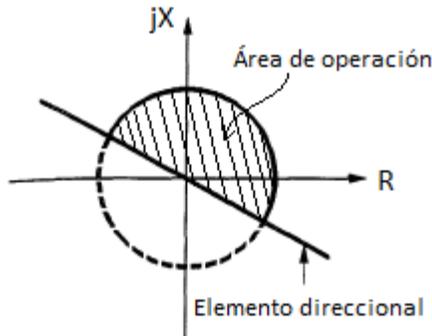


Figura 1.37

Característica de operación del relé de impedancia con un elemento direccional

### ELEMENTO DE IMPEDANCIA (ELECTRÓNICO)

Las constantes de diseño necesarias para obtener la característica de impedancia, usando comparadores de fase son:  $k_1 = k_2 = k$ ,  $Z_{R1} = Z_{R2} = Z_R$ ,  $\alpha_1 = 180^\circ$ ,  $\alpha_2 = 0$ ,  $\theta_1 = \theta_2 = \theta$ .

Por lo que las señales de entrada al comparador son:

$$S_1 = -k V_r + Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r$$

$$S_2 = k V_r + Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r$$

El ángulo de la relación de estas señales debe ser constante:

$$\beta = \arg \frac{S_1}{S_2} = \arg \frac{-k V_r + Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r}{k V_r + Z_R \angle \theta I_r \angle -\phi_r} = \arg \frac{Z_R \angle \theta / k - Z_r \angle \phi_r}{Z_R \angle \theta / k + Z_r \angle \phi_r}$$

Geoméricamente:

$$\beta = \frac{\vec{OK} - \vec{OP}}{\vec{OK} + \vec{OP}}$$

Tal como se muestra en la figura 1.38.

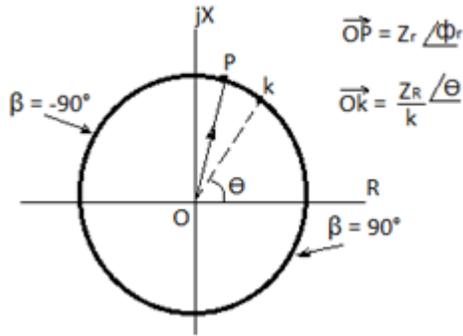


Figura 1.38

Característica de impedancia del comparador de fases.

Me parece oportuno mostrar brevemente la aplicación de los relevadores de distancia en la protección de las líneas de transmisión, tema que se verá en detalle en la sección 3.4.

En cada bus de la línea se tiene un grupo de relevadores, cada uno con tres zonas de alcance, como se muestra en la figura 1.39 (a).

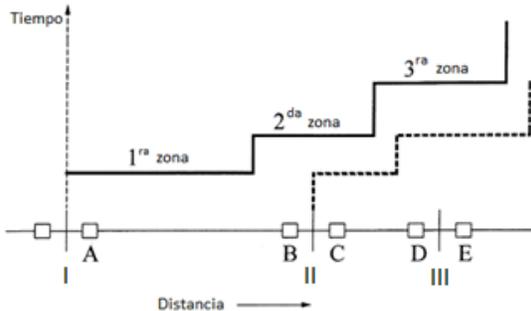
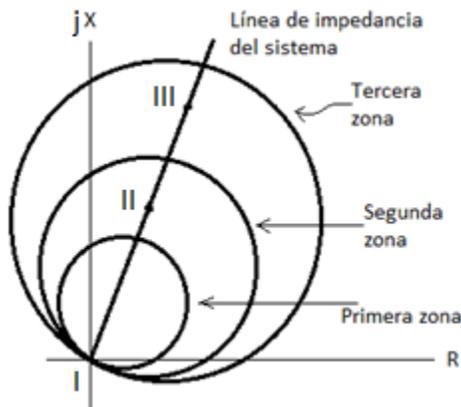


Figura 1.39

(a) Zonas de alcance de los relevadores ubicados en el bus "I".



b) Zonas de alcance del elemento mho ubicado en el bus "I" del sistema mostrado en (a)

En la figura 1.39 (b) se muestra la línea de impedancia del sistema, y el alcance que tiene cada zona del elemento mho, que es el más utilizado para la protección de líneas largas.

La primera zona de alcance provee protección principal para la sección de línea (AB), mientras que la segunda y tercera zona se emplea como protección de asistencia para la sección de la línea adyacente. Los esquemas de protección acelerados utilizan las tres zonas, y lo hacen usando configuraciones muy variadas.

La primera zona está ajustada para cubrir el 80% de la línea AB sin retardo intencional de tiempo.

La segunda zona está ajustada para cubrir el 120% de la línea AB, así que protege el 20% de la sección de línea que no es cubierta por la primera zona, y además resguarda una parte de la línea adyacente (CD), por lo que se le da un tiempo de retardo (de 0.3 a 0.5 s) para coordinarlo con la primera zona del relevador ubicado en el bus II (el "C"); de haber una falla en la línea CD, el relé "C" es quien debe disparar en su primera zona (instantáneamente), pero si no lo hace, entonces la falla debe ser librada por la zona 2 del relé "A".

La tercera zona de alcance está ajustada para cubrir más allá de la línea CD, se le da un tiempo de retardo de alrededor de 2 s, para coordinarla con la protección principal.

Un esquema de protección similar al del bus I se encuentra en el bus II (relevador B) pero está ajustado para que el alcance se dé en la dirección opuesta, así, cuando se tenga una falla en la línea, esta será despejada por la apertura de los interruptores en ambos extremos.

## RELEVADORES DIGITALES

Los relevadores digitales utilizan el método conocido como producto digital, que consiste en realizar una multiplicación entre una señal de entrada y el conjugado de la otra, tal como se ilustra a continuación.

Dados los fasores A y B, se tiene que:

$$\mathbf{S} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^* = (A_x + j \cdot A_y) \cdot (B_x - j \cdot B_y) = A_x B_x + A_y B_y + j \cdot (A_y B_x - A_x B_y).$$

Recuerde que en los relés electrónicos, el ángulo de coincidencia es el formado por la relación entre la señal de operación y la señal de polarización. Pues bien, el ángulo del producto:  $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}^*$  es el mismo que el de A/B.

Tomando a B como fasor de referencia y asumiendo que A adelanta a B por un ángulo  $\Theta$ , tenemos que:

$$B_x = |B| \quad B_y = 0 \quad A_x = |A| \cos \Theta \quad A_y = |A| \sin \Theta$$

$$S = P + j \cdot Q = (|A| \cdot |B| \cos \Theta) + j (|A| \cdot |B| \sin \Theta)$$

Tanto P como Q son comparadores de fase. El comparador P tiene par máximo cuando A y B están en fase, mientras que Q lo tiene cuando A y B están en cuadratura.

### ELEMENTO MHO

Para obtener la característica mho, los fasores A y B (señal de operación y de polarización respectivamente) son:  $\delta V = (rZI - V)$  y  $V_p$ .

Donde:

Z es la impedancia de réplica de la línea y r es el alcance en pu.

Cuando el ángulo entre  $\delta V$  y  $V_p$  es de  $90^\circ$ , la característica es circular, como ya hemos visto. Así que se requiere de un comparador de fase coseno (el punto de balance es a  $90^\circ$ ):

$$P = \text{Re} [\delta V \cdot V_p^*]$$

$P > 0$  representa el área fuera del círculo.

$P = 0$  representa el propio círculo.

$P < 0$  representa el área dentro del círculo.

### MÉTODO DE MAPEO

El número de relés requeridos para completar el esquema de protección suele ser bastante amplio. Por ejemplo, se requieren 24 comparadores para formar un relevador tipo mho de 4 zonas, esto es: 1 comparador para cada zona y 1 para cada tipo de falla (AG, BG, CG, AB, BC y CA). Es posible economizar recursos significativamente utilizando el método de mapeo, con el cual, los puntos de cualquier círculo mho de alcance  $r$ , pueden mapearse en un sólo punto de una línea numerada.

Recordando el comparador coseno visto anteriormente:

$$P = \text{Re} [\delta V \cdot V_p^*] = \text{Re} [(rZI - V) \cdot V_p^*]$$

Para cualquier combinación de  $V$ ,  $I$  y  $V_p$  sobre un círculo de alcance  $r$ ,  $P = 0$ :

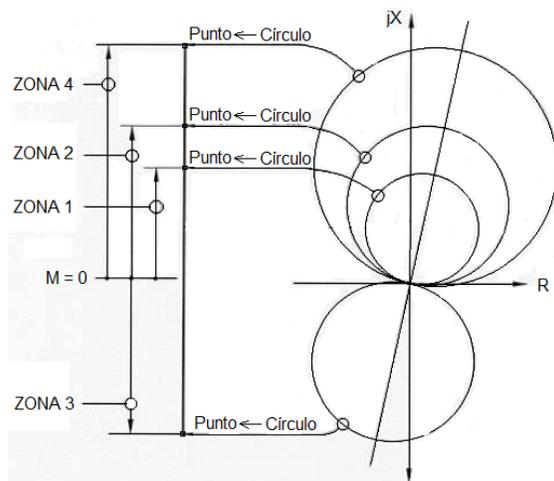
$$\text{Re} [(rZI - V) \cdot V_p^*] = 0$$

Resolviendo para  $r$ , que es el alcance de la característica mho en el punto de balance:

$$r = \frac{\text{Re}(V \cdot V_p^*)}{\text{Re}[Z I V_p^*]}$$

Con esta ecuación se realiza el mapeo de la característica mho sobre una línea numerada, tal como se ilustra en la figura 1.40, en la que se tiene un relé de 4 zonas; ya no será

necesario usar 4 comparadores, sólo se requiere realizar 4 pruebas del alcance calculado  $r$ . Por ejemplo, para la zona 1,  $r$  se prueba contra 0.85, que representa el 85% de la línea.



**Figura 1.40**

**Mapeo de la característica mho.**

Ya que  $V$  puede hacerse cero durante fallas cercanas al relé, no podemos valernos del signo de  $r$  para determinar la dirección de la falla. Afortunadamente, el denominador de la ecuación anterior, es un elemento direccional.

### ELEMENTO DE REACTANCIA

Para obtener la característica de operación del relevador digital de reactancia, se utiliza el producto digital, usando como señales de entrada:  $\delta V = rZI - V$  e  $I_p$ .

Donde:

$Z$  es la impedancia de réplica de la línea.

$r$  es el alcance en pu.

$I$  es la corriente de fase más la corriente residual compensada por el factor:  
 $k = (Z_0 - Z_1)/3Z_1$

$Z_0$  es la impedancia de réplica de secuencia cero.

$Z_1$  es la impedancia de réplica de secuencia positiva.

$I_p$  es la corriente de polarización.

El relé prueba el ángulo entre  $\delta V$  e  $I_p^*$ . Cuando éste ángulo es de  $0^\circ$ , es cuando se obtiene la característica de operación del relé de reactancia. Por lo tanto, es necesario utilizar un comparador de fase seno (el punto de balance es  $0^\circ$ ):  $Q = \text{Im} [\delta V \cdot I_p^*]$

$Q > 0$  Representa el área sobre la línea de reactancia.

$Q = 0$  Representa la línea en sí misma.

$Q < 0$  Representa el área bajo la recta.

Como no queremos que la característica de operación del relé se vea afectada por las condiciones de flujo de carga y de resistencia de arco (ver capítulo 2 sección 2.4), no debemos utilizar como corriente de polarización ( $I_p$ ) a la corriente de fase, en su lugar, deberemos usar la corriente residual o la de secuencia negativa.

### **ELEMENTO DIRECCIONAL**

Se ha visto que en ocasiones es necesario utilizar un elemento direccional para mejorar el esquema de protección, pues en esta sección se describe la forma de crear uno, usando un relé digital.

Las corrientes y voltajes de secuencia negativa y cero, son producidas principalmente por fallas, por lo tanto, éstas son buenas elecciones para usarlas como señales de polarización.

Considerando que:

$V_{sec}$  = voltaje de secuencia ( $V_2$  o  $V_0$ ).

$I_{sec}$  = corriente de secuencia ( $I_2$  o  $I_0$ ).

$Z$  = impedancia de la línea.

Cuando las señales:  $-V_{sec}$  y  $ZI_{sec}$  están en fase, el relé tiene par máximo, por eso se emplea un comparador de fase coseno:

$$P = \text{Re} [V_{sec} (ZI_{sec})^*]$$

$P > 0$  Indica que la falla es hacia adelante del relé.

$P = 0$  Representa la línea de par cero.

$P < 0$  Indica que la falla está en la dirección de no disparo.

## CAPÍTULO II

# IMPEDANCIA APARENTE “VISTA” POR LOS RELEVADORES DE DISTANCIA

### INTRODUCCIÓN

Cuando ocurre una falla en una línea de transmisión, es necesario despejar la sección fallada del resto del sistema, y así proteger a éste, de las elevadas corrientes de corto circuito.

Los relevadores de distancia miden la impedancia aparente del sistema, por medio de la relación que hay entre la señal de voltaje ( $V_r$ ) y de corriente ( $I_r$ ) que se les aplican:  $V_r/I_r = Z_r$  y que provienen del secundario de los transformadores de instrumento. Esta impedancia, en ausencia de la resistencia de falla, es directamente proporcional a la distancia que hay entre el lugar de la falla y el lugar del relevador.

En cada bus de la línea hay seis relés de distancia que monitorean las líneas de transmisión todo el tiempo, tres de ellos se utilizan para proteger contra fallas entre fases (AB, BC y CA), y los otros tres, contra fallas de fase a tierra (AG, BG y CG). En el momento de la falla, la impedancia “vista” por los relevadores se modifica y entra en la zona de operación, ocasionando la señal de disparo que se envía al interruptor correspondiente.

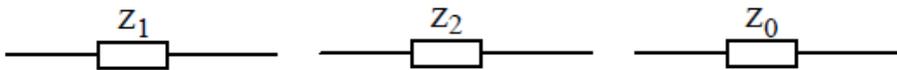
En este capítulo estudiaremos las fallas asimétricas (bifásica, bifásica a tierra y monofásica), y veremos cómo influyen éstas en el comportamiento de los relevadores de distancia; sobre todo nos ocuparemos de evitar que el relevador ubicado en la fase no fallada dispare en falso ante la ocurrencia de una falla en otra fase (seguridad direccional). Se revisa brevemente cómo se ve afectada la medición de la impedancia por las condiciones de flujo de carga y de resistencia de falla (resistencia de arco).

## FALLAS ASIMÉTRICAS

Las fallas de corto circuito pueden ser: trifásicas, trifásicas a tierra, monofásicas, entre fases y entre fases a tierra. Las fallas trifásicas son simétricas, lo que permite analizarlas en base a una representación monofásica utilizando únicamente la impedancia de secuencia positiva de los elementos involucrados. Los otros tipos de cortos circuitos mencionados, son fallas asimétricas, puesto que el sistema queda eléctricamente desbalanceado en el punto de falla, y es conveniente analizarlas utilizando el método de las componentes simétricas (visto en la sección 1.2).

Para entrar en detalle al estudio de las fallas asimétricas mediante la conexión de las redes de secuencia de los elementos que componen el sistema, es necesario conocer los circuitos equivalentes de secuencia positiva, negativa y cero de cada elemento de la red.

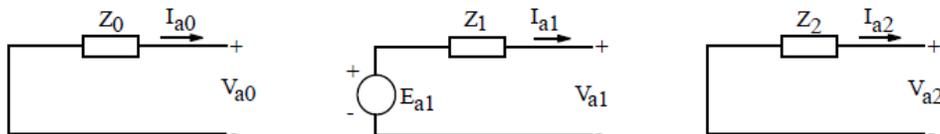
Las líneas de transmisión pueden representarse simplemente con una impedancia de secuencia, tal como se muestra en la figura 2.1.



**Figura 2.1 Representación de una línea en secuencia positiva, negativa y cero respectivamente.**

Generalmente  $Z_1 = Z_2 \neq Z_0$ , ya que en secuencia cero se debe considerar tanto el efecto de retorno por tierra como el de los conductores de guarda.

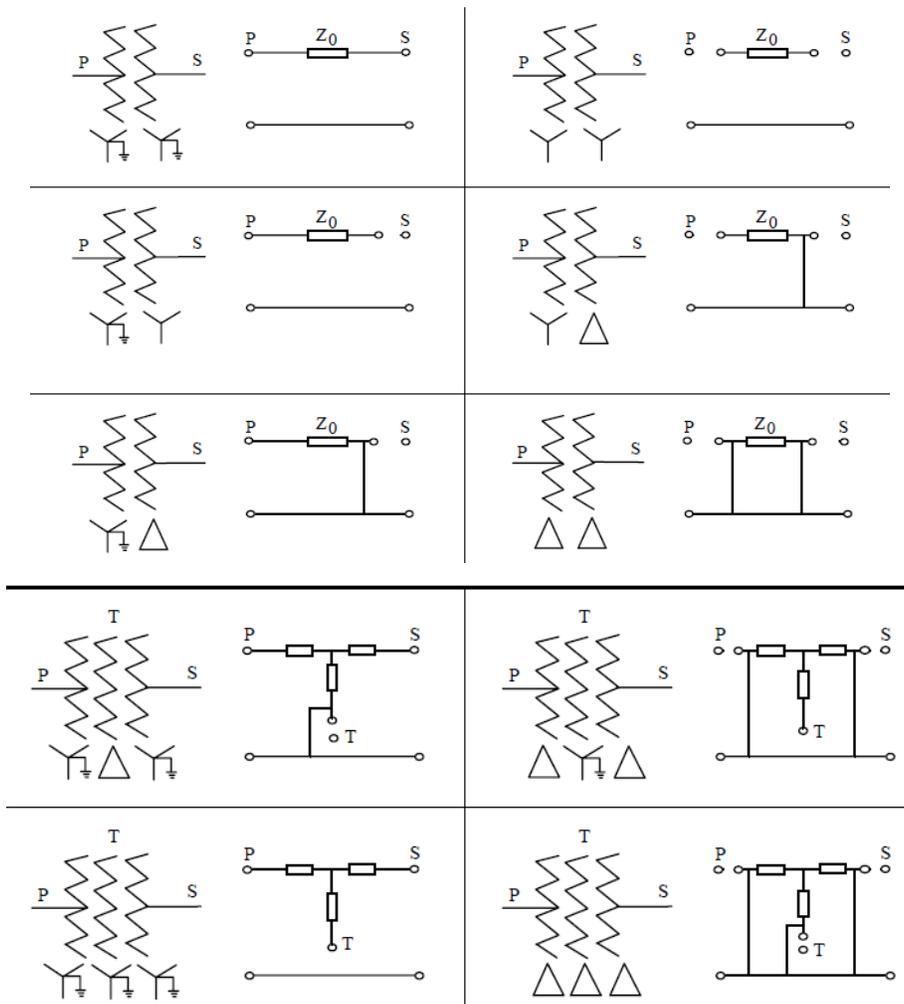
En el capítulo 3 se analiza detalladamente el circuito equivalente del generador síncrono en estado estable y transitorio, su representación de secuencia se muestra en la figura 2.2.



**Figura 2.2 Circuito equivalente de secuencia cero, positiva y negativa de un generador síncrono.**

Sólo existen fuentes de voltaje de secuencia positiva, por eso  $E_{a0} = E_{a2} = 0$ . Y sólo existirá corriente de secuencia cero si el generador está aterrizado.

El circuito de secuencia positiva es igual al de secuencia negativa para un transformador, y es como el de la línea de transmisión, sin embargo, para la secuencia cero depende de la conexión que tenga éste. La figura 2.3 muestra los distintos circuitos de secuencia cero que puede tener el transformador, con dos y tres devanados.



**Figura 2.3 Circuitos equivalentes de secuencia cero del transformador**

A continuación veremos la conexión de las redes de secuencia para cada falla asimétrica.

**Falla de fase a tierra**

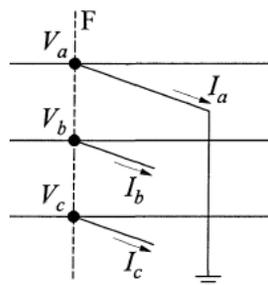
La figura 2.4 (a) muestra una falla de la fase "A" a tierra. De esta figura se puede ver que:

$$V_a = 0, I_b = I_c = 0$$

En términos de las componentes simétricas:

$$V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} = V_a = 0$$

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = I_a/3$$



**Figura 2.4 (a) Falla de la fase "A" a tierra**

La conexión de las redes de secuencia que satisfacen las ecuaciones anteriores se muestra en la figura 2.4 (b). Como puede verse, las tres redes de secuencia se conectan en serie.

De la figura 2.4 (b) se tiene:

$$I_{a1} = I_{a2} = I_{a0} = \frac{E_{a1}}{Z_1 + Z_2 + Z_0}$$

Como  $I_a = 3I_{a0}$

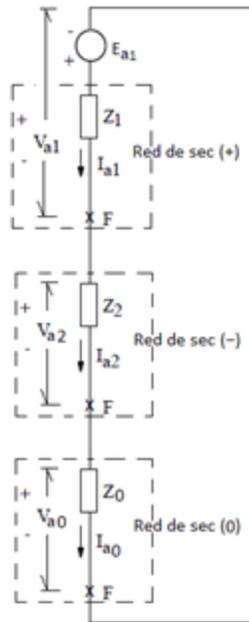
$$I_a = \frac{3 E_{a1}}{Z_1 + Z_2 + Z_0}$$

Los voltajes de secuencia son:

$$V_{a1} = E_{a1} - Z_1 I_{a1}$$

$$V_{a2} = -Z_2 I_{a2}$$

$$V_{a0} = -Z_0 I_{a0}$$



**Figura 2.4 (b)**  
Conexión de las redes de secuencia para simular la falla de fase a tierra.

De la ecuación matricial que permite obtener los voltajes de fase a partir de los voltajes de secuencia, que obtuvimos en la sección 1.2:

$$\begin{pmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_{a0} \\ V_{a1} \\ V_{a2} \end{pmatrix}$$

Sabemos que:

$$V_a = E_{a1} - Z_1 I_{a1} - Z_2 I_{a2} - Z_0 I_{a0} = E_{a1} - Z_1 I_{a1} - Z_2 I_{a1} - Z_0 I_{a1} = E_{a1} - I_{a1} (Z_1 + Z_2 + Z_0) = 0$$

$$V_b = a^2 (E_{a1} - Z_1 I_{a1}) - a Z_2 I_{a2} - Z_0 I_{a0} = a^2 E_{a1} - a^2 Z_1 I_{a1} - a Z_2 I_{a1} - Z_0 I_{a1} = a^2 E_{a1} - I_{a1} (a^2 Z_1 + a Z_2 + Z_0)$$

$$V_b = a^2 I_{a1} (Z_1 + Z_2 + Z_0) - I_{a1} (a^2 Z_1 + a Z_2 + Z_0) = a^2 I_{a1} Z_2 - a I_{a1} Z_2 + a^2 I_{a1} Z_0 - I_{a1} Z_0$$

$$V_b = I_{a1} Z_2 (a^2 - a) + I_{a1} Z_0 (a^2 - 1)$$

$$V_b = \frac{Z_2 (a^2 - a) + Z_0 (a^2 - 1)}{Z_1 + Z_2 + Z_0} E_{a1}$$

De manera similar:

$$V_c = \frac{Z_0 (a - 1) + Z_2 (a - a^2)}{Z_1 + Z_2 + Z_0} E_{a1}$$

### Falla bifásica

La figura 2.5 (a) ilustra este tipo de falla, de la que se puede ver que:

$$V_b = V_c, \quad I_a = 0, \quad I_b + I_c = 0$$

En términos de las componentes simétricas:

$$V_{a1} = V_{a2} \quad I_{a0} = 0 \quad I_{a1} + I_{a2} = 0$$

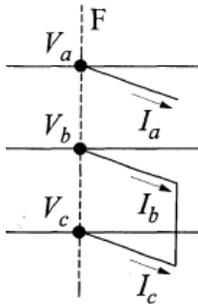


Figura 2.5 (a)  
Falla bifásica

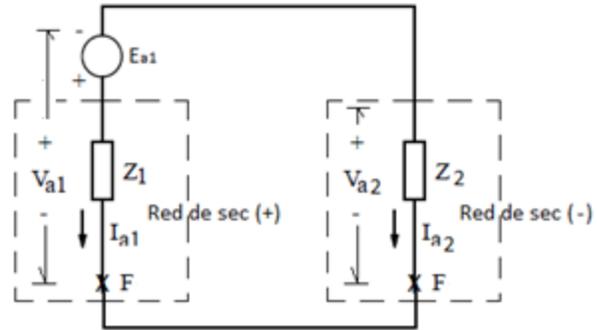


Figura 2.5 (b) Conexión de las redes de secuencia para una falla bifásica

Como la falla no es a tierra, la red de secuencia cero no aparece. La conexión de las redes de secuencia que satisfacen las ecuaciones anteriores se muestra en la figura 2.5 (b), de la que se puede ver:

$$I_{a1} = -I_{a2} = \frac{E_{a1}}{Z_1 + Z_2}$$

$$V_{a1} = E_{a1} - I_{a1}Z_1$$

$$I_b = a^2 I_{a1} + a I_{a2}$$

$$I_b = a^2 \frac{E_{a1}}{Z_1 + Z_2} - a \frac{E_{a1}}{Z_1 + Z_2} = \frac{E_{a1}}{Z_1 + Z_2} (a^2 - a)$$

$$I_c = a I_{a1} + a^2 I_{a2} = -I_b$$

Los fasores de voltaje son:

$$V_a = V_{a1} + V_{a2} = 2 V_{a1} = 2E_{a1} - 2Z_1 I_{a1} = 2E_{a1} - 2Z_1 \left[ \frac{E_{a1}}{Z_1 + Z_2} \right]$$

$$V_a = 2E_{a1} \left( 1 - \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)$$

$$V_b = V_c = a V_{a1} + a^2 V_{a2} = -V_{a1} = Z_1 I_{a1} - E_{a1} = Z_1 E_{a1} / (Z_1 + Z_2) - E_{a1}$$

$$V_b = E_{a1} \left( \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2} - 1 \right)$$

### Falla bifásica a tierra

La conexión de las redes de secuencia para analizar un corto circuito bifásico a tierra es similar al de la figura 2.5, pero además se conecta en paralelo la red de secuencia cero.

La figura 2.6 (a) ilustra este tipo de falla, de la que podemos ver que:

$$V_b = V_c = 0, \quad I_a = 0$$

En términos de las componentes simétricas:

$$V_{a1} = V_{a2} = V_{a0} = V_a/3, \quad I_{a1} + I_{a2} + I_{a0} = 0$$

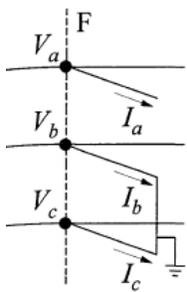


Figura 2.6 (a) Falla bifásica a tierra

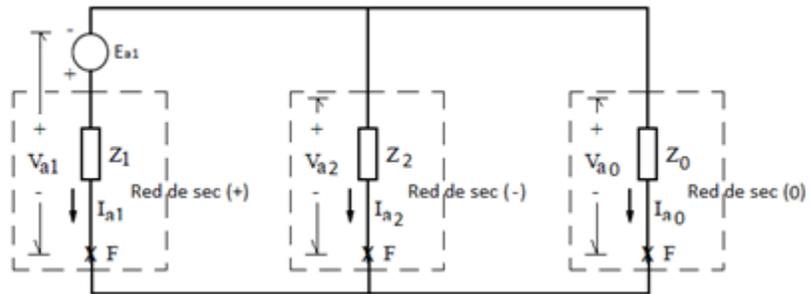


Figura 2.6 (b) Conexión de las redes de secuencia para simular la falla bifásica a tierra

La conexión de las redes de secuencia que satisface las ecuaciones anteriores se muestra en la figura 2.6 (b), de la que se puede ver que:

$$V_{a1} = E_{a1} - Z_1 I_{a1}$$

$$I_{a1} = \frac{E_{a1}}{Z_1 + \frac{Z_2 Z_0}{Z_2 + Z_0}}$$

$$I_{a2} = V_{a1}/Z_2 = (E_{a1} - Z_1 I_{a1})/Z_2$$

Desarrollando y simplificando:

$$I_{a2} = \frac{Z_0 E_{a1}}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0}$$

$$I_{a0} = -I_{a1} - I_{a2} = -\frac{E_{a1}(Z_2 + 2Z_0)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0}$$

$$I_b = I_{a0} + a^2 I_{a1} + a I_{a2} = \frac{Z_2 E_{a1}(a^2 - 1) + Z_0 E_{a1}(a^2 - 2 + a)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0}$$

$$I_c = I_{a0} + a I_{a1} + a^2 I_{a2} = \frac{Z_2 E_{a1}(a - 1) + Z_0 E_{a1}(a^2 - 2 + a)}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0}$$

Los fasores de voltaje son:  $V_a = 3V_{a1} = 3(E_{a1} - Z_1 I_{a1})$ ,  $V_b = V_c = 0$

## COMPENSACIÓN PARA FALLAS BIFÁSICAS

Como se vio en el tema anterior, los fasores de voltaje y de corriente son diferentes para cada tipo de corto circuito y, por lo tanto, la impedancia aparente que medirán los relés será distinta para cada tipo de falla, aun cuando ésta ocurra en el mismo lugar.

En un buen esquema de protección, los relés deben medir la impedancia que tiene el conductor desde la ubicación del relé hasta la falla independientemente del tipo de corto circuito ocurrido. Para asegurar esto, se les aplica alguna forma de compensación, como se verá a continuación.

Los tres relevadores que se utilizan para proveer protección entre fases se denotan (AB), (BC) y (CA), que son las fases a las que deben proteger, de estos relevadores se espera que operen ante cortos circuitos trifásicos, entre fases y entre fases y tierra.

Pensemos en un corto circuito bifásico (entre las fases B y C) ocurrido en el punto F del sistema de la figura 2.7. Donde la fuente de voltaje está representada por  $E_S$ , y  $Z_S$  es su impedancia;  $Z_L$  es la impedancia de la línea (completa), mientras que la impedancia del conductor que va desde el relevador hasta la falla está dada por  $mZ_L$ ;  $E_R$  es el voltaje en las terminales del motor y  $Z_R$  es su impedancia.

Las redes de secuencia correspondientes a esta falla se muestran en la figura 2.8.

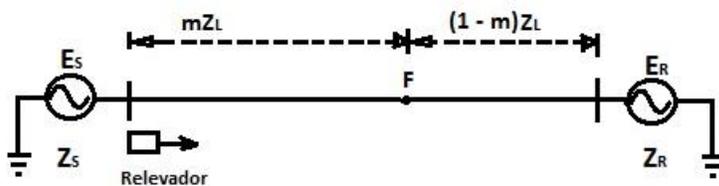


Figura 2.7

Diagrama unifilar del sistema.

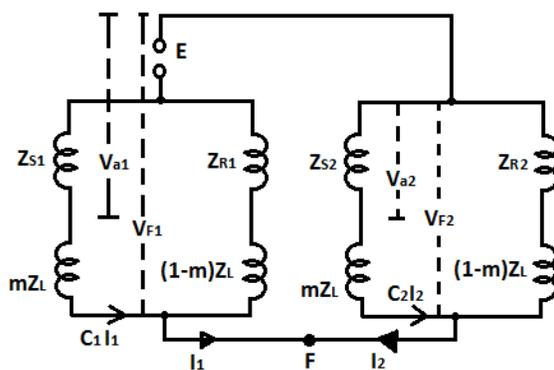


Figura 2.8

Conexión de las redes de secuencia para una falla bifásica ocurrida en el sistema de la figura 2.1

De la figura 2.8 podemos ver que los voltajes de secuencia positiva y negativa son:

$$V_{a1} = V_{F1} + I_{a1} mZ_L = V_{F1} + C_1 I_1 mZ_L$$

$$V_{a2} = V_{F2} + I_{a2} mZ_L = V_{F2} + C_2 I_2 mZ_L$$

Donde  $C_1$  y  $C_2$  son los factores de distribución de corriente de secuencia positiva y negativa respectivamente en el lugar del relevador (Ver el tema 1.2).

$$C_1 = \frac{(Z_{R1} + (1 - m) Z_L)}{(Z_{S1} + Z_{R1} + Z_L)} \quad C_2 = \frac{(Z_{R2} + (1 - m) Z_L)}{(Z_{S2} + Z_{R2} + Z_L)}$$

Despejemos ahora el término  $mZ_L$  de las ecuaciones de voltaje de secuencia positiva y negativa:

$$V_{a1} - V_{a2} = V_{F1} + C_1 I_1 mZ_L - V_{F2} - C_2 I_2 mZ_L$$

Como  $V_{F1} = V_{F2}$

$$V_{a1} - V_{a2} = mZ_L (C_1 I_1 - C_2 I_2)$$

Así que

$$mZ_L = \frac{V_{a1} - V_{a2}}{C_1 I_1 - C_2 I_2}$$

En el tema 1.2 obtuvimos las siguientes dos ecuaciones:

$$V_b - V_c = (a^2 - a) (V_{a1} - V_{a2})$$

$$I_b - I_c = (a^2 - a) (C_1 I_1 - C_2 I_2)$$

Es evidente por lo tanto que:

$$mZ_L = \frac{V_b - V_c}{I_b - I_c}$$

Podemos concluir que para que los relés de distancia encargados de proteger un par de fases vean la impedancia del conductor fallado ( $mZ_L$ ), deben polarizarse de tal forma que reciban como señal de voltaje, la diferencia de potencial entre las dos líneas, y como señal de corriente, la diferencia de las corrientes que circulan por estas dos líneas.

Por lo tanto, la impedancia que medirán estos relés será:

$$Z_{ab} = \frac{V_a - V_b}{I_a - I_b} \quad Z_{bc} = \frac{V_b - V_c}{I_b - I_c} \quad Z_{ca} = \frac{V_c - V_a}{I_c - I_a}$$

Para conocer el valor de esta impedancia para cualquier condición del sistema, es necesario obtener los valores de las señales eléctricas involucradas y realizar las operaciones indicadas en estas ecuaciones.

## COMPENSACIÓN PARA FALLAS MONOFÁSICAS

En la figura 2.9 se muestra la conexión de las redes de secuencia para una falla monofásica, ocurrida en el punto F del sistema de la figura 2.7.

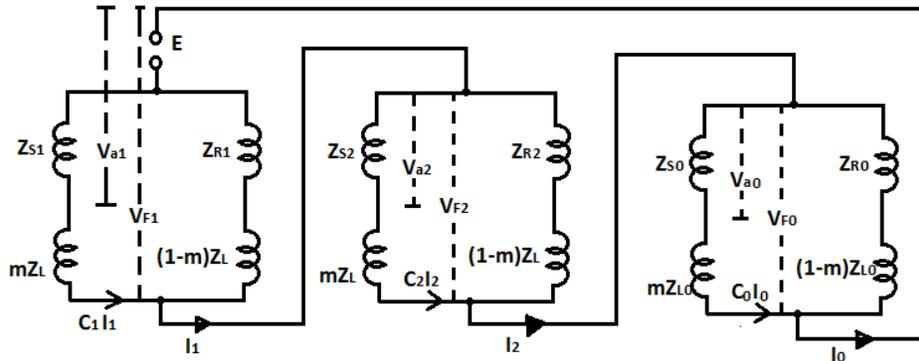


Figura 2.9 Conexión de las redes de secuencia para una falla de fase a tierra

De esta figura podemos ver que:

$$V_{F1} + V_{F2} + V_{F0} = 0$$

$$(V_{a1} - C_{1l1} mZ_L) + (V_{a2} - C_{2l2} mZ_L) + (V_{a0} - C_{0l0} mZ_{L0}) = 0$$

Reacomodando la ecuación:

$$V_{a1} + V_{a2} + V_{a0} = C_{1l1} mZ_L + C_{2l2} mZ_L + C_{0l0} mZ_{L0} = V_a$$

Agregando y sustrayendo el término  $C_{0l0} mZ_L$ :

$$V_a = C_{1l1} mZ_L + C_{2l2} mZ_L + C_{0l0} mZ_L + C_{0l0} (mZ_{L0} - mZ_L) = I_a mZ_L + C_{0l0} (mZ_{L0} - mZ_L) * (mZ_L/mZ_L)$$

$$V_a = I_a mZ_L + C_{0l0} mZ_L (Z_{L0}/Z_L - 1) = mZ_L (I_a + C_{0l0} (Z_{L0}/Z_L - 1))$$

La última ecuación muestra que si al relevador encargado de la protección para fallas de fase a tierra (AE), se le suministra como señal de voltaje “ $V_a$ ”, y como señal de corriente “ $I_a$ ”, la impedancia que medirá durante una falla de fase a tierra no será  $mZ_L$ .

Sin embargo, si se le agrega como compensación a “ $I_a$ ” la señal:  $C_{0l0} (Z_{L0}/Z_L - 1)$ ; entonces la impedancia vista por el relé, si será la del conductor fallado desde el relevador hasta la falla ( $mZ_L$ ):

$$Z_{AE} = \frac{V_a}{I_a + C_{0l0} (Z_{L0}/Z_L - 1)} = mZ_L$$

Así que las señales de voltaje y de corriente que se deben aplicar a los relés de fase a tierra para una correcta medición son:

$$Z_{AE} = \frac{V_{ae}}{I_a + I_{comp}} \quad Z_{BE} = \frac{V_{be}}{I_b + I_{comp}} \quad Z_{CE} = \frac{V_{ce}}{I_c + I_{comp}}$$

Donde  $I_{comp} = C_0 I_0 (Z_{L0}/Z_L - 1)$

Estos relevadores también pueden usarse para proteger contra fallas bifásicas a tierra, usando las mismas señales de voltaje y de corriente.

Este método de compensación es conocido como compensación residual, porque se utiliza una fracción de la corriente residual ( $I_{comp}$ ) para compensar la señal.

### EFFECTOS DE LAS CONDICIONES DE FLUJO DE CARGA Y DE RESISTENCIA DE FALLA, SOBRE LA MEDICIÓN DE LA IMPEDANCIA APARENTE

La figura 2.10 ilustra el desplazamiento de la impedancia que ve el relé, cuando ocurre una falla con resistencia a tierra, asumiendo un flujo de carga previo al disturbio, sobre un sistema configurado radialmente.

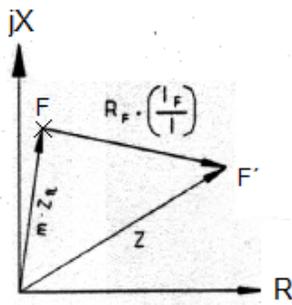


Figura 2.10

Impedancia aparente vista por el relé durante una falla con resistencia de arco y flujo de carga.

La impedancia se desplaza desde el punto F hasta F', de tal forma que el relé no ve la impedancia  $mZ_L$ , sino Z. El efecto que tiene la resistencia de falla, es el desplazamiento puramente resistivo. Mientras que el flujo de carga, es el responsable de la inclinación de la recta FF', debido a que las corrientes de falla ( $I_F$ ) y de carga (I) no están en fase, tal como se muestra en la figura 2.11.

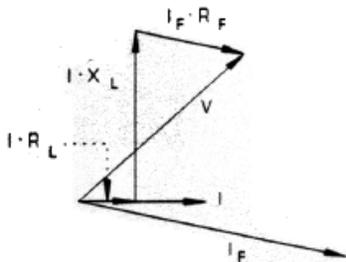


Figura 2.11

Fasores de voltaje y corriente.

Entre mayor sea la diferencia angular y la resistencia de falla, el desplazamiento será más pronunciado, pudiendo incluso salir de la característica de operación del relé, por lo que éste no vería la falla.

La figura 2.12 muestra la característica de operación del relevador mho, así como la impedancia aparente para diferentes condiciones de flujo de carga y de resistencia de falla.

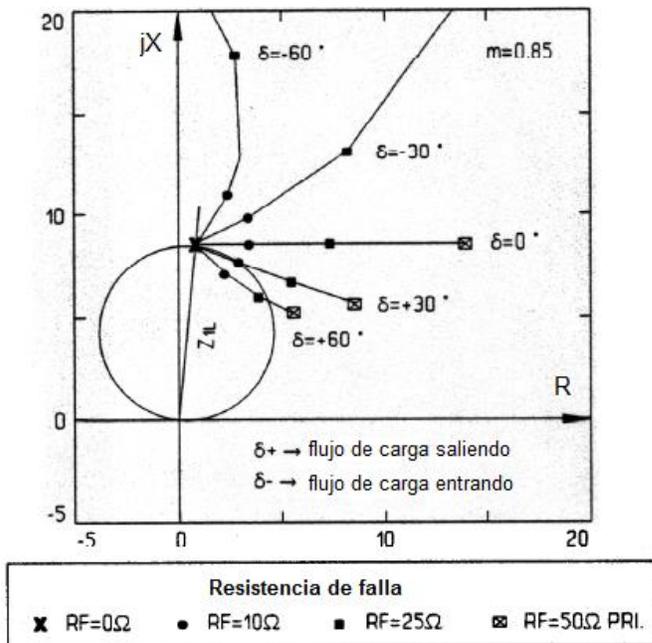


Figura 2.12

Comportamiento del relé mho durante una falla, considerando diferentes condiciones de flujo de carga y resistencia a tierra.

Como puede notarse, el relé tiene serios problemas de sub-alcance.

### MÉTODO PARA ESTIMAR LA RESISTENCIA DE FALLA

Considerando otra vez el sistema radial de la figura 2.7, el voltaje de la fase A en el bus S (donde está el relé) para una falla monofásica (AG) es:

$$V_A = mZ_{1L} (I_{AS} + k_0 I_{RS}) + R_{AF} I_F$$

Donde:

$R_{AF}$  es la resistencia de falla en la fase A.

$I_F$  es la corriente de falla.

$I_{AS}$  es la corriente en la fase A medida en el bus S.

$I_{RS}$  es la corriente residual medida en el bus S, compensada por el factor  $k_0$ .

Podemos extraer la resistencia de falla " $R_{AF}$ ", y para hacerlo debemos eliminar el término de voltaje:  $Z_{1L} (I_{AS} + k_0 I_{RS})$ , guardar las partes imaginarias y resolver para  $R_{AF}$ :

$$R_{AF} = \frac{\text{Im} [V_A (Z_{1L} (I_{AS} + k_0 I_{RS})^*)]}{\text{Im} [I_F (Z_{1L} (I_{AS} + k_0 I_{RS})^*)]}$$

Note que tanto el numerador como el denominador son comparadores de fase seno, por lo que pueden implementarse en un relevador numérico, usando el método del producto digital.

El denominador contiene el término  $I_F$ , el cual incluye tanto la corriente de falla como la de carga de ambos extremos de la línea. Sin embargo, sólo la corriente que fluye en el bus S está disponible para el relevador, por lo que debemos aproximar el valor de  $I_F$  usando sólo esta contribución.

Haciendo  $I_F = 3/2 (I_{2S} + I_{0S})$  tenemos:

$$R_{AF} = \frac{\text{Im}[V_A \cdot (Z_{1L} \cdot (I_{AS} + k_0 \cdot I_{RS}))^*]}{\text{Im}[3/2 \cdot (I_{2S} + I_{0S}) \cdot (Z_{1L} \cdot (I_{AS} + k_0 \cdot I_{RS}))^*]}$$

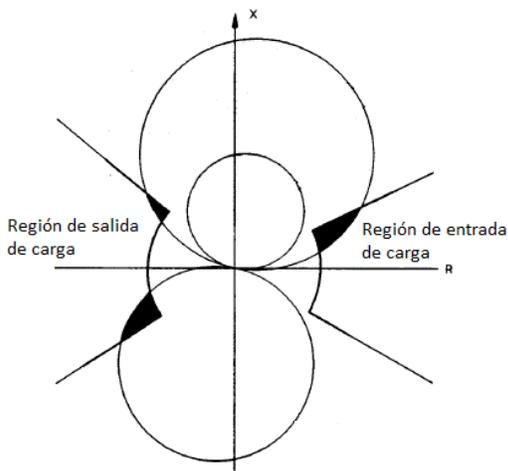
Donde  $I_{2S}$  e  $I_{0S}$  son las corrientes de secuencia negativa y cero respectivamente, en el bus S.

En la aproximación del término  $I_F$  se despreció la corriente de secuencia positiva debido a que ésta se ve fuertemente influida por el flujo de carga.

### SEGURIDAD DURANTE EL FLUJO DE CARGA

Como se vio en el tema anterior, la impedancia que mide el relé se modifica durante el flujo de carga, de hecho ésta puede ser incluso menor que la impedancia medida durante una falla, y entrar en la característica de operación del relé. A esto se le conoce en la literatura como: invasión de carga.

El relevador debe ser selectivo para distinguir entre una condición de flujo de carga y una de falla, para ilustrar la forma en la que se puede conseguir esto, considere la figura 2.13, en la que se muestran las características de invasión de carga y de operación de un relé tipo mho de 3 zonas, en un diagrama R-X.



**Figura 2.13**  
Característica de invasión de carga

Cuando la corriente de carga fluye en la dirección de disparo, la región de impedancia se localiza a la derecha del eje de reactancia, y cuando fluye en la dirección de no disparo, la región de impedancia se encuentra de lado izquierdo. El traslape que hay entre las regiones de carga y la característica de operación del relé (áreas sombreadas), representa la zona en la que podría ocurrir un disparo en falso.

Para resolver el problema de manera tradicional, se debe modificar la forma de la característica de operación del relé, con el fin de evitar que entre en ella, la impedancia que representa el valor de la carga. Una forma de hacer esto es utilizando el relevador mho tipo lente. Sin embargo, esto desensibiliza al relé para detectar fallas con resistencia a tierra.

Un método alternativo que puede emplearse, es el de establecer las regiones de carga en un diagrama R-X, y bloquear la operación del relé para cualquiera de estas zonas de impedancia. Este procedimiento sólo se aplica para fallas trifásicas, no es requerido ni deseado para fallas asimétricas.

### **SEGURIDAD DIRECCIONAL**

El relevador NO debe operar para fallas que ocurran detrás de su ubicación (en la dirección de no disparo). En la sección 3.4 se presentan los esquemas de protección: permisivo y de comparación direccional, con ellos es posible determinar la ubicación de la falla y operar los relevadores correctos. Sin embargo, también es posible emplear un elemento direccional de secuencia negativa como el que se describe a continuación.

#### **Elemento direccional compensado de secuencia negativa**

En el punto de falla, el voltaje de secuencia positiva cae a cero (en ausencia de resistencia de arco), y este se incrementa con la distancia. El voltaje de secuencia negativa tiene un comportamiento opuesto: en el punto de falla tiene valor máximo, y disminuye con la distancia.

Para prevenir del disparo al relevador, es conveniente usar un elemento direccional como el presentado en la sección 1.4.4. Pero tomando en cuenta lo que acabamos de decir, es necesario compensarlo por un factor:  $\alpha Z_{L2} I_2$ , que elevará la magnitud de  $V_2$ .

Por lo que el comparador que usa el producto digital queda como:

$$P = \text{Re} [(V_2 - \alpha Z_{L2} I_2) \cdot (Z_{L2} I_2)^*]$$

Una aplicación posible de este elemento, es la de evitar que un relevador de fases opere en falso ante un corto circuito bifásico ocurrido en la dirección de no disparo. Por ejemplo, en una falla entre las fases CA, la corriente de la fase C podría causar la operación del elemento BC, si no se emplea el relevador direccional explicado aquí.

## COMPORTAMIENTO DE LOS RELEVADORES EN LAS FASES NO FALLADAS

Los cortos circuitos asimétricos pueden ocasionar sobretensiones en las fases no falladas, que dependen de la relación entre  $X_0$  y  $X_1$  y de si hay o no impedancia de falla.

Durante una falla sólo deben operar los relevadores encargados de proteger las fases falladas, mientras que los otros relés, NO deben ver la falla. Para garantizar esto, es conveniente hacer un diagrama R-X que muestre las características de operación de los relés empleados (incluyendo aquellos que protegen las fases no falladas) y la impedancia aparente que éstos medirán durante la falla, para ver si la impedancia entra en la zona de disparo del relé, y conocer así su comportamiento. Esto se desarrollará en los siguientes temas.

## IMPEDANCIA VISTA POR LOS RELÉS DE DISTANCIA DURANTE UNA FALLA ENTRE LAS FASES B Y C

En el tema 2.2 (compensación para fallas entre fases) vimos que la impedancia medida por los relevadores encargados de proteger las fases a y b está dada por la ecuación:

$$Z_{ab} = \frac{V_a - V_b}{I_a - I_b}$$

Recordando las ecuaciones obtenidas en el tema 1.2:

$$V_a - V_b = (1 - a^2) (V_{a1} - a V_{a2})$$

$$I_a - I_b = (1 - a^2) (C_1 I_1 - a C_2 I_2)$$

Sustituyendo estas dos ecuaciones en la anterior, es evidente que la impedancia medida por el relevador encargado de proteger las fases a y b es:

$$Z_{AB} = \frac{V_{a1} - aV_{a2}}{C_1 I_1 - aC_2 I_2}$$

Se puede ver de la figura 2.8, que cuando se tiene una falla entre las fases B y C, los voltajes de secuencia positiva y negativa ( $V_{a1}$  y  $V_{a2}$ ) son:

$$V_{a1} = V_{F1} + I_{a1} mZ_L = V_{F1} + C_1 I_1 mZ_L$$

$$V_{a2} = -C_2 I_2 Z_{S2} = C_2 I_1 Z_{S2} \text{ (Ya que } I_1 = -I_2)$$

Del estudio de las redes de secuencia para una falla bifásica, que vimos en la sección 2.1, sabemos que  $V_{F1} = V_{F2}$ , y de la figura 2.8 vemos que:

$$V_{F2} = -C_2 I_2 (Z_{S2} + mZ_L) = C_2 I_1 (Z_{S2} + mZ_L)$$

Por lo tanto:

$$V_{a1} = C_1 I_1 m Z_L + C_2 I_1 (Z_{S2} + m Z_L)$$

$$V_{a1} - a V_{a2} = C_1 I_1 m Z_L + C_2 I_1 m Z_L + C_2 I_1 Z_{S2} - a C_2 I_1 Z_{S2}$$

Agregando y sustrayendo el término “a C<sub>2</sub>I<sub>1</sub> mZ<sub>L</sub>”:

$$V_{a1} - a V_{a2} = C_1 I_1 m Z_L + a C_2 I_1 m Z_L + C_2 I_1 m Z_L - a C_2 I_1 m Z_L + C_2 I_1 Z_{S2} - a C_2 I_1 Z_{S2}$$

$$V_{a1} - a V_{a2} = (C_1 + a C_2) I_1 m Z_L + (1 - a) C_2 I_1 (m Z_L + Z_{S2})$$

Por otro lado tenemos que:

$$C_1 I_1 - a C_2 I_2 = C_1 I_1 + a C_2 I_1 = (C_1 + a C_2) I_1$$

Sustituyendo estas dos últimas ecuaciones en  $Z_{AB} = \frac{V_{a1} - a V_{a2}}{C_1 I_1 - a C_2 I_2}$  tenemos:

$$Z_{AB} = m Z_L + \frac{C_2 (1 - a) (m Z_L + Z_{S2})}{C_1 + a C_2}$$

Si las máquinas síncronas de la figura 2.7 son unidades de rotor cilíndrico, entonces se puede considerar que:  $Z_{S1} = Z_{S2}$ ,  $Z_{R1} = Z_{R2}$ .

Recordando las ecuaciones que definen los factores de distribución de corriente, y aplicando esta última consideración:

$$C_1 = \frac{(Z_{R1} + (1 - m) Z_L)}{(Z_{S1} + Z_{R1} + Z_L)} \quad C_2 = \frac{(Z_{R2} + (1 - m) Z_L)}{(Z_{S2} + Z_{R2} + Z_L)}$$

Concluimos que  $C_1 = C_2$  así que:

$$Z_{AB} = m Z_L + \frac{C_1 (1 - a) (m Z_L + Z_{S2})}{C_1 (1 + a)} = m Z_L + \frac{(1.5 - j0.866)(m Z_L + Z_{S2})}{(0.5 + j0.866)}$$

$$Z_{AB} = m Z_L + \sqrt{3} (m Z_L + Z_{S2}) \angle 90^\circ$$

Haciendo un análisis similar, se puede saber la impedancia que medirá el relevador de las fases A y C:

$$Z_{CA} = m Z_L + \sqrt{3} (m Z_L + Z_{S2}) \angle 90^\circ$$

Como estamos considerando un corto circuito bifásico entre B y C, el relevador encargado de proteger estas fases, verá la impedancia de falla, que debe ser baja para que entre a la zona de operación del relé.

El relevador encargado de proteger la fase A, verá una impedancia infinita, porque en esa fase no hay ningún conductor fallado.

La impedancia aparente que medirán los otros relevadores que protegen contra fallas monofásicas, será:

$$Z_{BE} = mZ_L + \frac{mZ_L + Z_{S2}}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ$$

$$Z_{CE} = mZ_L + \frac{mZ_L + Z_{S2}}{\sqrt{3}} \angle 90^\circ$$

Con estas ecuaciones podemos hacer un diagrama R-X que muestre la impedancia que medirá cada relé (de fases y de fase a tierra) durante un corto circuito entre las fases B y C. Esto se ha hecho en la figura 2.14, en la cual, la recta que une los puntos: O y K, representa la línea de impedancia del sistema, el punto F indica el lugar de la falla, el vector OF es la impedancia  $mZ_L$ , la línea que va desde N hasta O, es la impedancia  $Z_{S2}$ ; se han trazado líneas punteadas a  $30^\circ$  y  $60^\circ$  a cada lado de la línea que va de N a F, para localizar los puntos: P, Q, L y M, que son los que indican la dirección en la que apuntan los vectores de impedancia:  $Z_{AB}$ ,  $Z_{BC}$ ,  $Z_{CA}$ ,  $Z_{BE}$  y  $Z_{CE}$ .

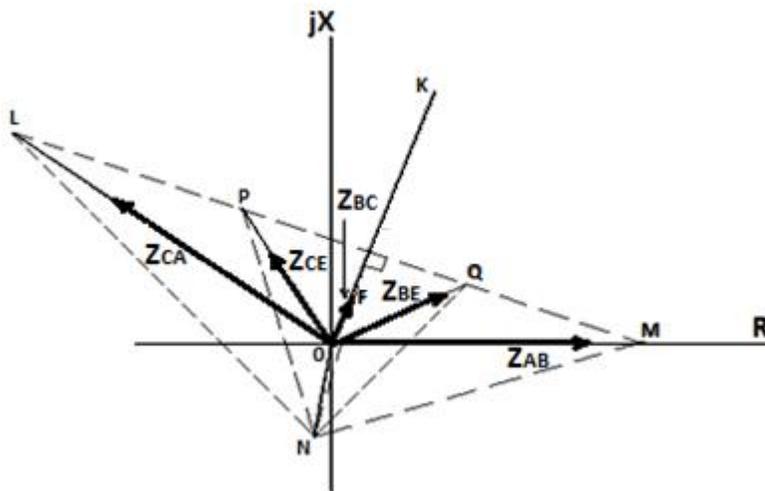


Figura 2.14

Impedancia medida por los relés de distancia durante un corto circuito entre las fases B y C.

### IMPEDANCIA VISTA POR LOS RELÉS DE DISTANCIA DURANTE UNA FALLA MONOFÁSICA

En presencia de una falla monofásica, las señales eléctricas que medirán los relevadores de fases serán:

$$I_a = \frac{2C_1 + C_0}{k}$$

$$I_b = \frac{C_0 - C_1}{k}$$

$$I_c = \frac{C_0 - C_1}{k}$$

$$V_{AB} = \frac{3C_1 mZ_L - \sqrt{3} Z_2 \angle 90^\circ - \sqrt{3} Z_0 \angle -150^\circ}{k}$$

$$V_{BC} = \frac{\sqrt{3} Z_0 \angle -90^\circ + 2\sqrt{3} Z_2 \angle 90^\circ}{k}$$

$$V_{CA} = \frac{-3C_1 mZ_L + \sqrt{3} Z_2 / 90^\circ + \sqrt{3} Z_0 / 150^\circ}{k}$$

$$k = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_0}{E}$$

Donde E representa el voltaje de fase a neutro del sistema y  $C_1 = C_2$ .

De estas ecuaciones es evidente que:

$$I_a - I_b = \frac{2C_1 + C_0 - C_0 + C_1}{k} = \frac{3C_1}{k}$$

$$I_b - I_c = \frac{C_0 - C_1 - C_0 + C_1}{k} = 0$$

$$I_c - I_a = \frac{C_0 - C_1 - 2C_1 - C_0}{k} = -\frac{3C_1}{k}$$

Recordando la ecuación que define la impedancia medida por los relevadores de las fases A y B que vimos en el tema 2.1:

$$Z_{ab} = \frac{V_a - V_b}{I_a - I_b}$$

Por lo que la impedancia que verá el relevador AB durante una falla de fase a tierra será:

$$Z_{AB} = \frac{V_{AB}}{I_a - I_b} = \frac{3C_1 mZ_L - \sqrt{3}Z_2 / 90^\circ - \sqrt{3}Z_0 / -150^\circ}{3C_1}$$

Como  $Z_1 = Z_2$ :

$$Z_{AB} = mZ_L + \frac{Z_1 / 90^\circ}{\sqrt{3} C_1} + \frac{Z_0 / 30^\circ}{\sqrt{3} C_1}$$

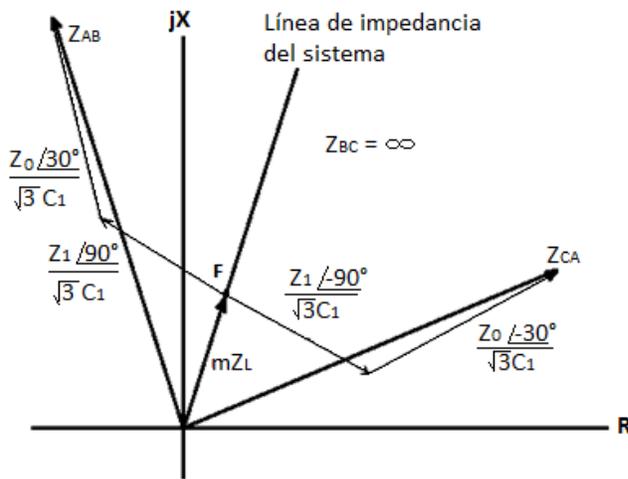
La impedancia aparente que medirán los otros relés de fases será:

$$Z_{BC} = \frac{V_{BC}}{I_b - I_c} = \frac{V_{BC}}{0} = \infty$$

$$Z_{CA} = \frac{V_{CA}}{I_c - I_a} = \frac{-3C_1 mZ_L + \sqrt{3}Z_2 / 90^\circ + \sqrt{3}Z_0 / 150^\circ}{-3C_1}$$

$$Z_{CA} = mZ_L + \frac{Z_1 / -90^\circ}{\sqrt{3} C_1} + \frac{Z_0 / -30^\circ}{\sqrt{3} C_1}$$

La figura 2.15 muestra en un diagrama R-X, la impedancia aparente (obtenida con las ecuaciones anteriores) que medirá cada relevador de fases, cuando se presenta un corto circuito monofásico.



**Figura 2.15**

**Visualización de la impedancia medida por los relés de las fases AB y CA durante una falla monofásica.**

En el análisis anterior, se ha considerado que la falla ocurrió en la dirección de disparo, pero si ésta hubiera tenido lugar justo atrás de los relevadores, las ecuaciones anteriores serían ahora:

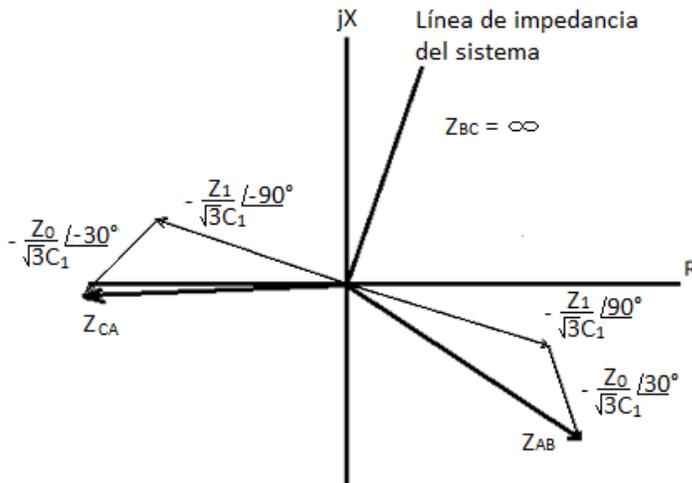
$$Z_{AB} = -\frac{Z_1 / 90^\circ}{\sqrt{3}C_1} - \frac{Z_0 / 30^\circ}{\sqrt{3}C_1}$$

$$Z_{BC} = \infty$$

$$Z_{CA} = -\frac{Z_1 / -90^\circ}{\sqrt{3}C_1} - \frac{Z_0 / -30^\circ}{\sqrt{3}C_1}$$

El término “mZ<sub>L</sub>” ha desaparecido, esto es porque la impedancia del conductor que va desde la falla al relevador es de cero en la dirección de no disparo.

El diagrama R-X correspondiente, se muestra en la figura 2.16.



**Figura 2.16**

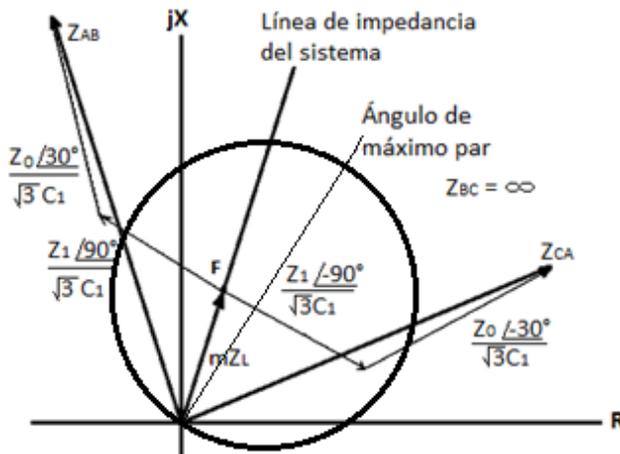
**Impedancia aparente vista por los relevadores de las fases AB y CA durante una falla de fase a tierra en la dirección de no disparo.**

Sin embargo, si la falla no tiene lugar justo detrás del relevador, sino más lejos, en la dirección de no disparo, los vectores de impedancia de la figura 2.16 no empezarán en el origen, ya que es aquí donde está el relevador, sino que estarán aún más abajo.

Para conocer cómo responderán los relés de fases ante un corto circuito monofásico, hace falta superponer en las figuras anteriores (2.15 y 2.16) las características de operación de los relés elegidos. Esto se hace en los temas siguientes.

### RESPUESTA DEL RELEVADOR MHO DE FASES ANTE UNA FALLA MONOFÁSICA

Si a la figura 2.15, que muestra la impedancia que mide cada relé durante una falla monofásica, le agregamos la característica de operación del elemento mho (vista en la sección 1.3.1) obtenemos el diagrama R-X mostrado en la figura 2.17; donde se ha ajustado la primera zona de alcance para que cubra el 90% de la línea de impedancia del sistema.



**Figura 2.17**

**Diagrama R-X que muestra el ajuste de la primera zona del relevador mho y la impedancia que miden los relevadores de fases AB y CA cuando ocurre un corto circuito de la fase "A" a tierra.**

Es evidente que los relés de fases NO verán la falla, puesto que las impedancias:  $Z_{AB}$  y  $Z_{CA}$  están fuera de la zona de operación del elemento mho, y esto cumple nuestras expectativas, porque no habrán disparos en falso.

Lo mismo sucede si la falla ocurre justo detrás de los relés (el peor caso en la dirección de no disparo deseable), simplemente compare la figura 2.16 con la 2.17, las impedancias  $Z_{AB}$  y  $Z_{CA}$  quedan fuera de la característica de operación de la unidad mho.

### RESPUESTA DEL RELÉ DE FASES TIPO REACTANCIA ANTE UNA FALLA MONOFÁSICA

Veamos ahora que pasaría si se eligiera como relevador de protección al elemento de reactancia (utilizado generalmente en líneas cortas).

En la figura 2.18 se han superpuesto, la impedancia aparente vista por cada elemento de reactancia (figura 2.15), y la característica de operación del relé, con el objetivo de conocer el comportamiento del relevador de las fases AB y CA durante la falla de la fase A.

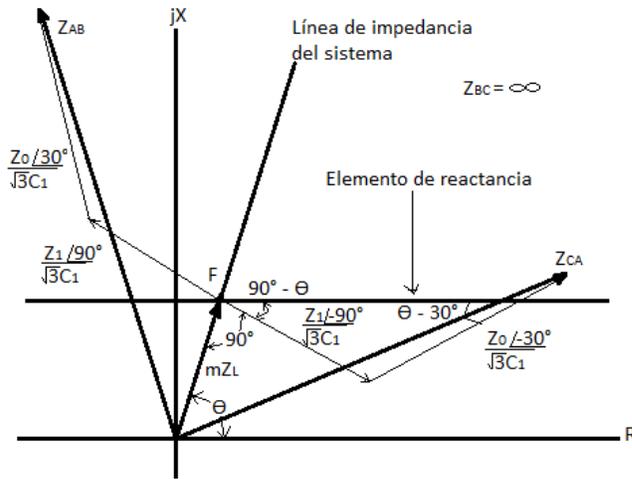


Figura 2.18

Diagrama R-X que muestra la respuesta del relé de reactancia ante una falla monofásica.

Es evidente que el relevador de las fases AB no operará debido a que la impedancia  $Z_{AB}$  siempre estará arriba de la característica del elemento de reactancia, sin embargo, si la relación de impedancias de secuencia positiva y secuencia cero ( $Z_1/Z_0$ ) es suficientemente grande, el relé de las fases CA disparará en falso. La razón:  $Z_1/Z_0$  depende del ángulo de la impedancia "mZ<sub>L</sub>" ( $\theta$ ).

A continuación se ofrece un método para saber si el relevador de reactancia de las fases CA operará o no ante la falla de la fase "A" a tierra.

La corriente de corto circuito trifásico es:

$$I_{3\phi} = \frac{E}{Z_1}$$

Mientras que la corriente de falla monofásica en el mismo lugar (F) es:

$$I_{\phi} = \frac{3E}{Z_1 + Z_2 + Z_0}$$

Así que la relación de corriente de falla trifásica a corriente de falla monofásica es:

$$\frac{I_{3\phi}}{I_{\phi}} = \frac{Z_1 + Z_2 + Z_0}{3Z_1}$$

Pero como  $Z_1 = Z_2$ :

$$\frac{I_{3\phi}}{I_{\phi}} = \frac{2}{3} + \frac{Z_0}{3Z_1}$$

Despejando la relación de impedancias de secuencia cero a secuencia positiva:

$$\frac{Z_0}{Z_1} = \frac{3I_{3\phi}}{I_{\phi}} - 2$$

De la figura 2.18 se sabe que para que la impedancia  $Z_{CA}$  esté por arriba de la característica de reactancia, es necesario que:

$$\frac{Z_1}{\sqrt{3}C_1} \text{sen}(90 - \theta) \geq \frac{Z_0}{\sqrt{3}C_1} \text{sen}(\theta - 30)$$

$$\frac{\text{sen}(90 - \theta)}{\text{sen}(\theta - 30)} \geq \frac{Z_0}{Z_1}$$

Por lo que:

$$\frac{\text{sen}(90 - \theta)}{\text{sen}(\theta - 30)} \geq \frac{3I_{3\phi}}{I_{\phi}} - 2$$

$$\frac{I_{3\phi}}{I_{\phi}} \leq \frac{2}{3} + \frac{\text{sen}(90 - \theta)}{3 \text{sen}(\theta - 30)}$$

La curva correspondiente a esta ecuación se muestra en la figura 2.19.

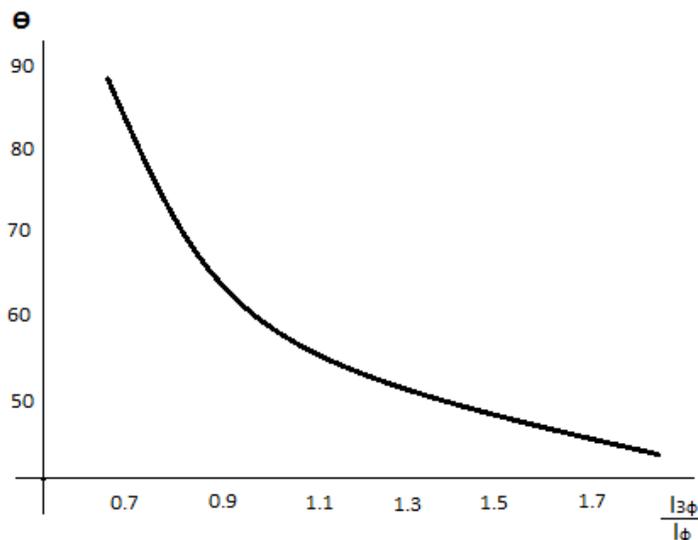
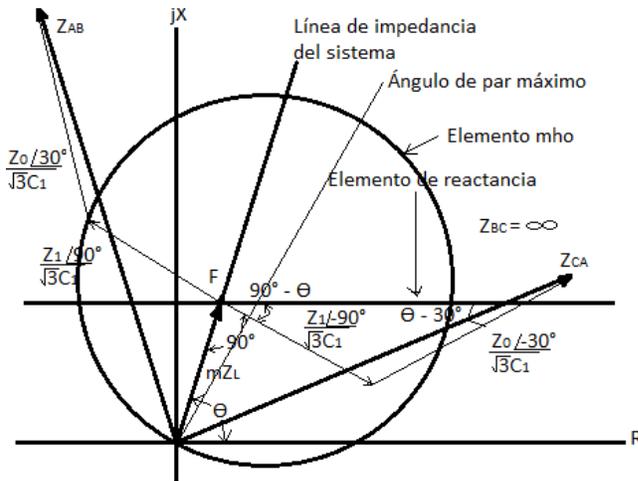


Figura 2.19

Para saber si el relevador de las fases CA operará o no durante una falla monofásica, es necesario calcular la relación de corrientes de corto circuito trifásico y monofásico ( $I_{3\phi}/I_{\phi}$ ), y utilizar esta razón en la curva de la figura 2.19 para conocer el correspondiente ángulo  $\theta$ . Después se debe comparar este ángulo, con el de la línea de impedancia del sistema; si el ángulo de la línea es mayor que el obtenido de la curva, entonces la impedancia  $Z_{CA}$  estará por arriba de la característica de operación del elemento de reactancia, por lo que el relevador no operará. Si por el contrario este ángulo es menor que el de la figura 2.19, entonces el elemento de reactancia verá la falla.

Si se combina el relevador de reactancia con la unidad mho, como se muestra en la figura 2.20, será necesario que ambos relés vean la falla para que el disparo se realice.

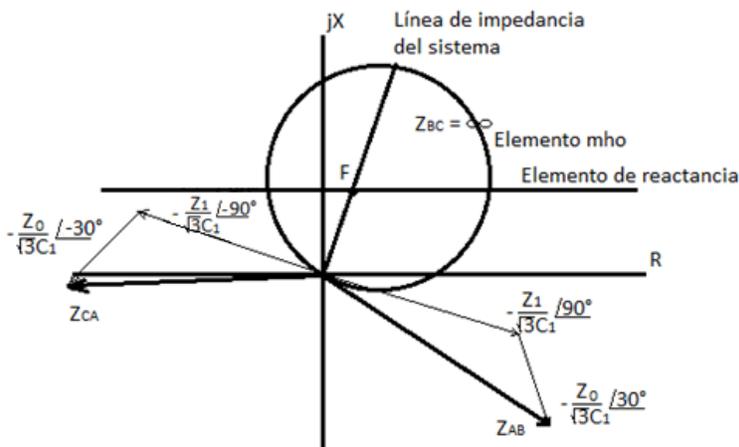


**Figura 2.20**

**Diagrama R-X que muestra la respuesta del relevador de reactancia ante una falla de la fase "A" a tierra.**

Si la impedancia  $Z_{CA}$  se encontrara dentro de la característica de operación del elemento mho, bastará con reducir el alcance de la primera zona de protección para evitar un disparo innecesario.

Cuando la falla se encuentra en la dirección de no disparo (justo detrás del relevador), el relé de reactancia no tiene problemas de disparos en falso si se combina con la unidad mho, tal como se muestra en la figura 2.21; en la que  $Z_0/Z_1 = 0.65$ .



**Figura 2.21**

**Respuesta del relevador de reactancia ante una falla de fase a tierra en la dirección de no disparo.**

### DETERMINACIÓN DEL TIPO DE FALLA A PARTIR DEL ÁNGULO ENTRE $I_0$ E $I_2$

Como se ha visto, los esquemas de protección funcionan bien, sin embargo, si queremos tener una protección adicional para evitar disparos no deseados durante las fallas asimétricas, podemos utilizar el ángulo entre la corriente de secuencia cero ( $I_0$ ) y la de secuencia negativa ( $I_2$ ), ya que es un factor muy confiable para determinar el tipo de falla; y una vez conocida esta, podemos bloquear el resto de relevadores.

Durante un corto circuito de la fase A, la corriente de secuencia cero ( $I_{A0}$ ) está en fase con la corriente de secuencia negativa ( $I_{A2}$ ). Lo mismo sucede cuando la falla es entre las fases B y C a tierra. En cambio, este ángulo es de  $-120^\circ$  ( $I_{A2}$  atrasa a  $I_{A0}$ ) para un corto circuito de

la fase B, y de  $+120^\circ$  ( $I_{A2}$  adelanta a  $I_{A0}$ ) para una falla de C a tierra. La figura 2.22 ilustra esto.

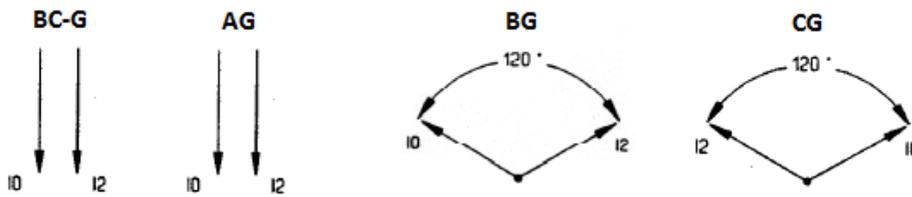


Figura 2.22

**Relación angular entre  $I_{A0}$  e  $I_{A2}$  para los cortos circuitos monofásicos y para la falla entre las fases B y C a tierra.**

Podemos concluir, que si el ángulo tiene un valor cercano a cero, entonces la falla puede ser de la fase "A" a tierra, o entre las fases B y C a tierra. Por lo tanto, sólo debemos habilitar estos relevadores (el de la fase A y el de las fases B y C).

Si el ángulo está alrededor de los  $-120^\circ$ , entonces la falla es de la fase B a tierra, o entre C y A a tierra. Habilitar sólo los elementos BG y CA-G.

De igual forma si el ángulo está alrededor de  $+120^\circ$ , concluimos que la falla es de la fase C a tierra, o entre A y B a tierra. Debemos habilitar únicamente los relés CG y AB-G.

Esta discusión es válida cuando no hay resistencia de arco, veamos ahora que pasa cuando ésta se encuentra presente. La figura 2.23 muestra la relación angular entre la corriente de secuencia cero y de secuencia negativa, para un corto circuito entre las fases B y C a tierra, para diferentes valores de resistencia de arco.

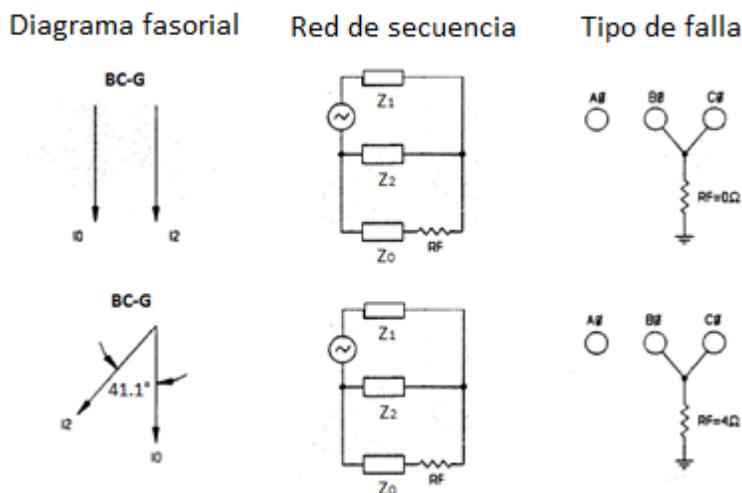
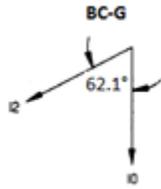


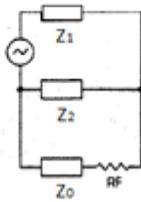
Figura 2.23

**Relación angular entre  $I_{A0}$  e  $I_{A2}$  para un corto circuito entre las fases B y C a tierra, con diferentes valores de resistencia de falla.**

Diagrama fasorial



Red de secuencia



Tipo de falla

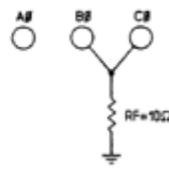


Figura 2.23

(Continuación)

Cuando la resistencia de falla es suficientemente alta puede haber confusión de si la falla es de AG/BC-G o de BG/CA-G. El ángulo deja de ser un factor conclusivo en la determinación del tipo de falla, cuando es  $30^\circ$  mayor que su valor esperado. En estos casos puede emplearse el método visto en la sección 2.5 para estimar la resistencia de falla tanto de fase a tierra como entre fases, y seleccionar el tipo de falla asociada con la resistencia mínima (Si la resistencia a tierra es menor que la resistencia entre fases, por ejemplo, se concluye que la falla es monofásica).

## CAPÍTULO III

# APLICACIONES DEL DIAGRAMA R-X EN EL ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DEL SISTEMA DURANTE FENÓMENOS TRANSITORIOS

## INTRODUCCIÓN

Hasta ahora se ha visto que el diagrama R-X es de gran ayuda en la visualización simultánea de las características de operación de los relés de distancia, y de la impedancia aparente que éstos medirán cuando se presente un corto circuito. Lo que nos permite saber cómo responderán ante tales fallas.

En este capítulo se analizan, con ayuda del diagrama R-X, distintos fenómenos transitorios que ocurren en el sistema, tales como: las oscilaciones de potencia (estabilidad de pequeña señal), así como el sistema de excitación que permite amortiguarlas y mantener la estabilidad, la pérdida de sincronismo entre el generador y el sistema, la pérdida de excitación del generador y los límites de operación de éste (curvas de *capacidad*). Se diseña un relé para proteger al generador de estas dos condiciones y se estudian algunos esquemas de protección, que se utilizan para mejorar la confiabilidad del sistema.

Debido a que todos estos fenómenos guardan relación directa con la estabilidad del sistema, inicio este capítulo con una introducción al problema de la estabilidad. Pero reconociendo el hecho de que este tema es muy extenso (y fascinante), trataré de ser breve con la teoría básica, y cubrir lo esencial para entrar en detalle al análisis de las condiciones transitorias por las que pasa el sistema (con ayuda del diagrama R-X), necesario para el correcto diseño de los esquemas de protección que se emplearán en el sistema.

## **INTRODUCCIÓN AL PROBLEMA DE LA ESTABILIDAD DEL SISTEMA DE POTENCIA**

La estabilidad del sistema de potencia puede definirse como: la propiedad del sistema que le permite operar en estado de equilibrio bajo condiciones normales de operación, y recuperar este estado después de que ha sido sujeto de un disturbio; en otras palabras, es la habilidad del sistema de mantener las condiciones de igualdad y de desigualdad del diagrama de Fink y Carlsen (ver la introducción).

Tradicionalmente el problema de la estabilidad ha sido el de mantener a todas las máquinas síncronas, en sincronismo, o coloquialmente hablando, “en paso”. Sin embargo la inestabilidad también puede aparecer sin pérdida de sincronismo, por ejemplo, puede ser el resultado de un colapso en el voltaje de la carga.

En la evaluación de la estabilidad, nos interesa conocer el comportamiento del sistema cuando está sujeto a un disturbio transitorio.

La estabilidad dinámica (o de pequeña señal) es aquella en la que los disturbios que se presentan son de pequeña magnitud, por ejemplo, los cambios en la carga, que se dan todo el tiempo, y para los que el sistema se ajusta a sí mismo para operar satisfactoriamente (por medio de su sistema de excitación).

La estabilidad transitoria es aquella en la que se presenta un disturbio mayor, por ejemplo: un corto circuito en una línea de transmisión, la pérdida de una cantidad importante de carga o de generación, o la desconexión de dos subsistemas.

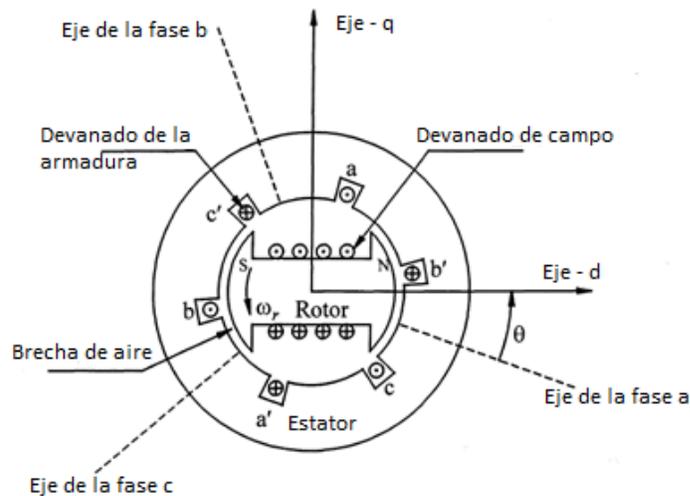
La respuesta del sistema a un disturbio involucra una gran cantidad de elementos de la red, por ejemplo: un corto circuito, seguido por el despeje del elemento fallado, causará variaciones en la potencia transferida, en la velocidad de los rotores de los generadores y en los niveles de tensión. Las variaciones de tensión propician la respuesta de los reguladores de voltaje: de los generadores y de los compensadores de VAR's de la línea de transmisión, mientras que las variaciones de velocidad tendrán un efecto sobre los gobernadores de las turbinas.

Como el generador es el elemento primordial del sistema, y el que participa directamente en el fenómeno de la estabilidad, se estudia a continuación.

## **CARACTERÍSTICAS DE LA MÁQUINA SÍNCRONA**

Una máquina síncrona tiene dos elementos esenciales: El devanado de campo y el de armadura; normalmente el devanado de campo está sobre el rotor y la armadura sobre el estator. Esto debido a que el devanado de la armadura opera a voltajes considerablemente más altos que el devanado de campo, además, está sujeto a altas corrientes transitorias, por lo que requiere más espacio para el aislante. El devanado de

campo es excitado por corriente directa; cuando el rotor es movido por la turbina, el campo magnético rotatorio del devanado de campo induce voltajes alternos en el devanado del estator, que son responsables de producir la corriente terminal del generador cuando se conecta la carga. La frecuencia de las cantidades eléctricas del estator (voltajes y corrientes) es así sincronizada con la velocidad mecánica del rotor, de aquí el nombre de máquina síncrona.



**Figura 3.1**

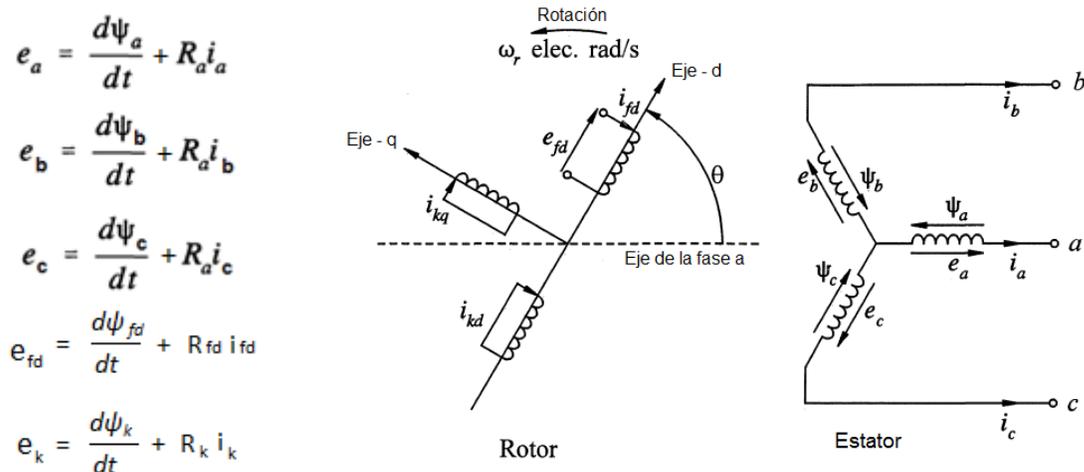
**Diagrama esquemático de la máquina síncrona**

De la figura 3.1 se puede ver que el eje – d (eje directo o polar), está magnéticamente centrado en el polo norte y que el eje – q (eje de cuadratura o interpolar), está 90° adelante del eje – d. La posición del rotor respecto al estator se mide por el ángulo que hay entre el eje – d y el eje de la fase a ( $\theta$ ). Los devanados trifásicos de la armadura están apartados 120° entre ellos, por lo que los voltajes y corrientes producidos en la armadura estarán desfasados a 120° eléctricos.

La figura 3.2 muestra los circuitos correspondientes al rotor y al estator de la máquina. Como se puede ver, el estator está formado por devanados trifásicos que transportan corriente alterna, mientras que el rotor está constituido por un devanado de campo alimentado por una fuente de voltaje de corriente directa ( $e_{fd}$  voltaje de campo) y dos devanados amortiguadores (cuya misión es la de amortiguar las oscilaciones en el ángulo del rotor que se presentarán durante los disturbios).

A continuación obtendremos el circuito equivalente para la máquina síncrona, considerando sólo un devanado amortiguador. Este modelo tendrá varios circuitos acoplados inductivamente, donde las inductancia propias y mutuas, variarán con la posición angular del rotor.

Volvamos a la figura 3.2 y pensemos en el circuito como si fuera estático, los voltajes inducidos en cada devanado se deben a la acción de un transformador, por lo que:



**Figura 3.2**

Donde: **Circuitos del estator y del rotor.**

$\psi_a, \psi_b, \psi_c, \psi_{fd}$  y  $\psi_k$  son los flujos magnéticos en las fases a, b y c, en el devanado de campo y en el amortiguador, respectivamente.

$i_a, i_b$  e  $i_c$  son las corrientes en las fases.

$i_{fd}$  e  $i_k$  son las corrientes que fluyen en el circuito de campo (*fd*, del inglés *field*) y en el devanado amortiguador respectivamente.

Generalizando, se puede decir que el voltaje inducido ( $d\psi/dt$ ) se debe además de la acción de transformador, al corte de líneas de flujo magnético por movimiento de rotación y al cambio en las propiedades magnéticas (saturación).

Si de momento excluimos el amortiguador, tenemos:

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{aa} & L_{ab} & L_{ac} & L_{af} \\ L_{ba} & L_{bb} & L_{bc} & L_{bf} \\ L_{ca} & L_{cb} & L_{cc} & L_{cf} \\ L_{fa} & L_{fb} & L_{fc} & L_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_{fd} \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones diferenciales que definen los voltajes del estator ( $e_a, e_b, e_c$ ) y del rotor ( $e_{fd}$ ) describen completamente el comportamiento eléctrico de una máquina síncrona. Sin embargo, estas ecuaciones contienen términos de inductancia (dentro de la variable  $\psi$ ) que varían con el ángulo  $\theta$ , el cual a su vez varía con el tiempo. Obtengamos la matriz de inductancia " $L = L(t)$ " (se tienen valores diferentes dependiendo de si el eje de la fase correspondiente coincide con el eje polar o con el interpolar) para saber qué tan complicado podría ser resolver dichas ecuaciones.

La inductancia propia es siempre positiva pero varía con la posición del rotor: tiene valor máximo cuando el eje magnético de esa fase coincide con el eje polar, y tiene valor mínimo cuando coincide con el eje interpolar. Puede expresarse como la suma de una componente constante ( $L_s$ ) y otra variable, así tenemos para la fase A:

$$L_{aa} = L_s + L_m \cos 2\theta$$

El  $2\theta$  se debe a que el eje polar, y la fase A coinciden 2 veces por revolución.

Es fácil concluir que para las otras fases se tiene:

$$L_{bb} = L_s + L_m \cos 2(\theta - 120^\circ) = L_s + L_m \cos (2\theta + 120^\circ)$$

$$L_{cc} = L_s + L_m \cos 2(\theta + 120^\circ) = L_s + L_m \cos (2\theta - 120^\circ)$$

La inductancia mutua siempre es negativa y varía con la posición del rotor; será de valor máximo cuando el eje  $-d$  se encuentre entre el eje de una fase y el eje reverso de otra. Las expresiones matemáticas correspondientes son:

$$L_{ab} = L_{ba} = - [M_s + L_m \cos 2(\theta + 30^\circ)] = - M_s + L_m \cos (2\theta - 120^\circ)$$

$$L_{bc} = L_{cb} = - [M_s + L_m \cos 2(\theta - 90^\circ)] = - M_s + L_m \cos 2\theta$$

$$L_{ca} = L_{ac} = - [M_s + L_m \cos 2(\theta + 150^\circ)] = - M_s + L_m \cos (2\theta + 120^\circ)$$

La inductancia mutua entre la fase A y el devanado de campo tiene valor máximo cuando el eje  $-d$  coincide con el eje de la fase A. Las ecuaciones correspondientes son:

$$L_{af} = L_{fa} = M_f \cos \theta$$

$$L_{bf} = L_{fb} = M_f \cos (\theta - 120^\circ)$$

$$L_{cf} = L_{fc} = M_f \cos (\theta + 120^\circ)$$

La inductancia propia del campo ( $L_{ff}$ ) es constante bajo la acción de cantidades de directa.

Estas expresiones pueden sustituirse en la ecuación matricial:  $[\psi] = [L] [i]$

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \\ \psi_{fd} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s + L_m \cos 2\theta & -M_s + L_m \cos (2\theta - 120^\circ) & -M_s + L_m \cos (2\theta + 120^\circ) & M_f \cos \theta \\ -M_s + L_m \cos (2\theta - 120^\circ) & L_s + L_m \cos (2\theta + 120^\circ) & -M_s + L_m \cos 2\theta & M_f \cos (\theta - 120^\circ) \\ -M_s + L_m \cos (2\theta + 120^\circ) & -M_s + L_m \cos 2\theta & L_s + L_m \cos (2\theta - 120^\circ) & M_f \cos (\theta + 120^\circ) \\ M_f \cos \theta & M_f \cos (\theta - 120^\circ) & M_f \cos (\theta + 120^\circ) & L_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \\ i_{fd} \end{bmatrix}$$

Para el voltaje de la fase A tenemos:

$$e_a = \frac{d\psi_a}{dt} + R_a i_a$$

$$e_a = [R_a - 2\omega L_m \sin 2(\omega t + \Theta_0)] i_a - [2\omega L_m \sin (2\omega t + 2\Theta_0 - 120^\circ)] i_b - [2\omega L_m \sin (2\omega t + 2\Theta_0 + 120^\circ)] i_c$$

$$- [\omega M_f \sin (\omega t + \Theta_0)] i_f + [L_s L_m \cos 2(\omega t + \Theta_0)] \frac{di_a}{dt} + [M_s + L_m \cos (2\omega t + 2\Theta_0 - 120^\circ)] \frac{di_b}{dt}$$

$$+ [M_s + L_m \cos (2\omega t + 2\Theta_0 + 120^\circ)] \frac{di_c}{dt} + [M_f \cos (\omega t + \Theta_0)] \frac{di_f}{dt}$$

El sistema de 4 ecuaciones que permite representar a la máquina síncrona ( $e_a$ ,  $e_b$ ,  $e_c$  y  $e_f$ ) es extraordinariamente complejo, prácticamente imposible de resolver. Para simplificar estas expresiones se utiliza lo que se conoce como “transformación de Park” (o transformación dq0), con la que se pueden referir (o proyectar vectorialmente) las variables de las fases a, b y c a los ejes d y q. La ecuación de transformación es:

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}$$

Convencionalmente se acepta que:

$i_d$  es positiva si magnetiza en dirección opuesta al campo.

$i_q$  es positiva si magnetiza delante de  $i_d$  positiva, tal como se observa en la figura 3.3

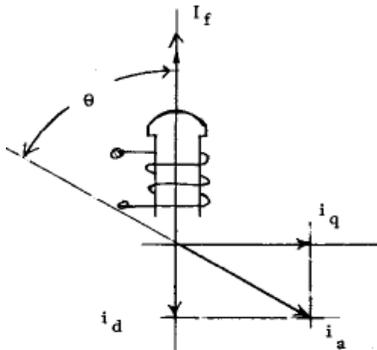


Figura 3.3

Dirección positiva de  $i_q$  e  $i_d$

Como puede verse de la figura anterior, es posible para cada cantidad eléctrica correspondiente a las fases a, b y c, obtener dos cantidades ortogonales. Además podemos incluir la componente de secuencia cero, y obtener un modo equivalente que facilita el análisis de la máquina síncrona.

Con respecto al campo, considerando que éste se aplica en eje directo (como se observa en la figura 3.3) se concluye que su proyección en eje - q es cero. Para el devanado amortiguador, aplicando el mismo concepto, se obtienen las componentes:  $i_{kd}$  e  $i_{kq}$ .

Para obtener los voltajes en componentes d, q, 0, es necesario expresar los flujos magnéticos en función de las corrientes:  $i_d$ ,  $i_q$  e  $i_0$ , así:

Los flujos en componentes d, q, 0 se obtienen aplicando la transformada de Park (P) a los flujos de fases:  $[\psi_{d,q,0}] = [P][\psi_{a,b,c}]$ .

Anteriormente obtuvimos la ecuación matricial para los flujos de las fases, en función de las corrientes de fases ( $[\psi_{a,b,c}] = [L][i]$ ). Al aplicar la transformación d, q, 0 tenemos:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s + M_s + \frac{3}{2}L_m & 0 & 0 & M_f \\ 0 & L_s + M_s - \frac{3}{2}L_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_s - 2M_s & 0 \\ \frac{3}{2}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix}$$

Si:

$$L_d = L_s + M_s + 3/2 L_m$$

$$L_q = L_s + M_s - 3/2 L_m$$

$$L_0 = L_s - 2M_s$$

La ecuación anterior queda como:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 & 0 & M_f \\ 0 & L_q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L_0 & 0 \\ \frac{3}{2}M_f & 0 & 0 & L_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \end{bmatrix}$$

Ahora podemos obtener los voltajes en cada devanado de la máquina en términos de las componentes d, q y 0, pues sabemos que:

$$[e_{d,q,0}] = [P] [e_{e,b,c}]$$

y que:

$$e_a = \frac{d\psi_a}{dt} + R_a i_a$$

$$e_b = \frac{d\psi_b}{dt} + R_a i_b$$

$$e_c = \frac{d\psi_c}{dt} + R_a i_c$$

Después de aplicar la transformación de Park tenemos:

$$e_d = \frac{d\psi_d}{dt} + R_a i_d - \omega \psi_q$$

$$e_q = \frac{d\psi_q}{dt} + R_a i_q + \omega \psi_d$$

$$e_0 = \frac{d\psi_0}{dt} + R_a i_0$$

Donde:

$i_d$ ,  $i_q$  e  $i_0$  se obtienen también con la transformación de Park:  $[i_{d,q,0}] = [P] [i_{a,b,c}]$

$$i_d = 2/3[i_a \cos \Theta + i_b \cos (\Theta - 120^\circ) + i_c \cos (\Theta + 120^\circ)]$$

$$i_q = -2/3[i_a \sin \Theta + i_b \sin (\Theta - 120^\circ) + i_c \sin (\Theta + 120^\circ)]$$

$$i_0 = \frac{1}{3}(i_a + i_b + i_c) = 0 \quad (\text{bajo condiciones balanceadas})$$

Para el rotor (1 sólo devanado amortiguador):

$$e_f = r_f i_f + p\psi_f$$

$$r_{kd1} i_{kd1} + p\psi_{kd1} = 0$$

$$r_{kq1} i_{kq1} + p\psi_{kq1} = 0$$

Donde  $p = d/dt$

Estas últimas ecuaciones se justifican por el hecho de que la excitación se aplica sólo en eje directo, y de que para los devanados amortiguadores el voltaje es cero, debido a la naturaleza del devanado (jaula de ardilla).

Note que las ecuaciones para  $e_d$ ,  $e_q$  y  $e_0$  son parecidas a las de un circuito estático (transformador), excepto que incluyen el voltaje que se produce como efecto de la velocidad angular del rotor ( $\omega = p\Theta$ ) a través de los términos:  $-\omega\psi_q$  y  $\omega\psi_d$ .

Por otra parte, las derivadas:  $P\psi_d$  y  $P\psi_q$  que aparecen en las ecuaciones de voltaje del estator, suelen despreciarse, sobre todo cuando se trata de sistemas muy grandes (de miles de buses y cientos de generadores). Esto debido a que al hacerlo, las cantidades eléctricas del estator durante un disturbio (como un corto circuito trifásico en las terminales de la máquina) sólo contienen componentes con frecuencia fundamental (los términos  $P\psi_d$  y  $P\psi_q$  producen transitorios en el estator). Además, al despreciar estos términos, las expresiones se convierten en simples ecuaciones algebraicas, lo que ahorra recursos computacionales.

Bajo un estado de operación estable, las corrientes  $i_d$  e  $i_q$  son constantes, en otras palabras: las corrientes alternas de las fases a, b y c, transferidas al marco de referencia d, q y 0 son de corriente directa (lo que va de acuerdo con la naturaleza de las corrientes que fluyen en el rotor).

Podemos ver a la transformación de Park como una manera de referir las cantidades eléctricas del estator al lado del rotor, tal como en un transformador es posible referir las cantidades eléctricas del primario al secundario.

Ahora vamos a incluir en el análisis, al devanado amortiguador  $k_1$ , de tal forma que la ecuación matricial para flujos queda como:

$$\begin{bmatrix} \psi_d \\ \psi_q \\ \psi_0 \\ \psi_f \\ \psi_{kd} \\ \psi_{kq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L_d & 0 & 0 & L_{afd} & L_{akd} & 0 \\ 0 & -L_q & 0 & 0 & 0 & L_{akq} \\ 0 & 0 & L_0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{3}{2} L_{afd} & 0 & 0 & L_{ffd} & L_{fkd} & 0 \\ -\frac{3}{2} L_{akd} & 0 & 0 & L_{fkd} & L_{kkd} & 0 \\ 0 & -\frac{3}{2} L_{akd} & 0 & 0 & 0 & L_{kkq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ i_0 \\ i_f \\ i_{kd} \\ i_{kq} \end{bmatrix}$$

Para tener una representación gráfica (circuito equivalente) de las ecuaciones que describen a la máquina síncrona, es necesario expresar estas ecuaciones en pu:

$$\frac{e_d}{e_{sBase}} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\psi_d}{\omega_{Base} \psi_{sBase}} \right) - \left( \frac{\psi_q}{\omega_{Base} \psi_{sBase}} \right) \frac{d\theta}{dt} - \frac{R_a i_d}{Z_{Base} i_{sBase}}$$

$$\bar{e}_d = \frac{d \bar{\psi}_d}{d(\omega_{Base} t)} - \bar{\psi}_q \frac{d\theta}{d(\omega_{Base} t)} - \bar{R}_a \bar{i}_d$$

O bien:

$$\bar{e}_d = \frac{d \bar{\psi}_d}{dt_{RAD}} - \bar{\psi}_q \frac{d\theta}{dt_{RAD}} - \bar{R}_a \bar{i}_d$$

Lo mismo para:

$$\bar{e}_q = \frac{d\bar{\psi}_q}{dt_{\text{TRAD}}} - \bar{\psi}_d \frac{d\Theta}{dt_{\text{TRAD}}} - \bar{R}_a \bar{i}_q$$

$$\bar{e}_0 = \frac{d\bar{\psi}_0}{dt_{\text{TRAD}}} - \bar{R}_a \bar{i}_0$$

Los voltajes en el rotor en pu son:

$$\frac{e_f}{E_{f\text{Base}}} = \frac{d}{dt} \left( \frac{\psi_f}{\omega_{\text{Base}} \psi_{f\text{Base}}} \right) + \frac{R_{fd} i_{fd}}{Z_{fd\text{Base}} i_{fd\text{Base}}}$$

$$\bar{e}_f = \frac{d\bar{\psi}_f}{dt_{\text{TRAD}}} + \bar{R}_{fd} \bar{i}_{fd}$$

$$0 = \frac{d\bar{\psi}_{kd}}{dt_{\text{TRAD}}} + \bar{R}_{kd} \bar{i}_{kd}$$

$$0 = \frac{d\bar{\psi}_{kq}}{dt_{\text{TRAD}}} + \bar{R}_{kq} \bar{i}_{kq}$$

Las ecuaciones en pu para los flujos son:

$$\bar{\psi}_d = -\bar{L}_d \bar{i}_d + \bar{L}_{afd} \bar{i}_{fd} + \bar{L}_{akd} \bar{i}_{kd}$$

Las inductancias  $L_d$  y  $L_q$  están asociadas al flujo total que eslabona (linkage), y pueden descomponerse en dos partes: el que eslabona una bobina ( $L_l$ ) y el que eslabona más de una bobina ( $L_{ad}$  o  $L_{aq}$ ):

$$L_d = L_l + L_{ad}$$

$$L_q = L_l + L_{aq}$$

Entonces las ecuaciones en pu para los flujos, se pueden expresar como:

$$\bar{\psi}_d = -(\bar{L}_l + \bar{L}_{ad}) \bar{i}_d + \bar{L}_{ad} \bar{i}_{fd} + \bar{L}_{akd} \bar{i}_{kd}$$

$$\bar{\psi}_q = -(\bar{L}_l + \bar{L}_{aq}) \bar{i}_q + \bar{L}_{aq} \bar{i}_{kq}$$

$$\bar{\psi}_0 = -\bar{L}_0 \bar{i}_0$$

$$\bar{\psi}_{fd} = -\bar{L}_{ad} \bar{i}_d + \bar{L}_{fd} \bar{i}_{fd} + \bar{L}_{fkd} \bar{i}_{kd}$$

$$\bar{\psi}_{kd} = -\bar{L}_{ad} \bar{i}_d + \bar{L}_{kd} \bar{i}_{fd} + \bar{L}_{kkd} \bar{i}_{kd}$$

$$\bar{\psi}_{kq} = -\bar{L}_{\alpha q} \bar{i}_q + \bar{L}_{kkq} \bar{i}_{kq}$$

En circuito abierto y estado estable:

$$i_a = i_b = i_c = i_d = i_q = 0$$

$$\bar{\psi}_d = \bar{L}_{\alpha d} \bar{i}_{fd}, \quad \bar{\psi}_q = 0, \quad \bar{\psi}_0 = 0$$

$$\bar{\psi}_{fd} = \bar{L}_{fd} \bar{i}_{fd}$$

$$\bar{e}_d = 0, \quad \bar{e}_q = \psi_d, \quad \bar{e}_0 = 0$$

$$\bar{e}_{fd} = \bar{i}_{fd} \bar{R}_{fd}$$

Las figuras 3.4 y 3.5 muestran los circuitos equivalentes de la máquina síncrona, en eje - d y en eje - q respectivamente.

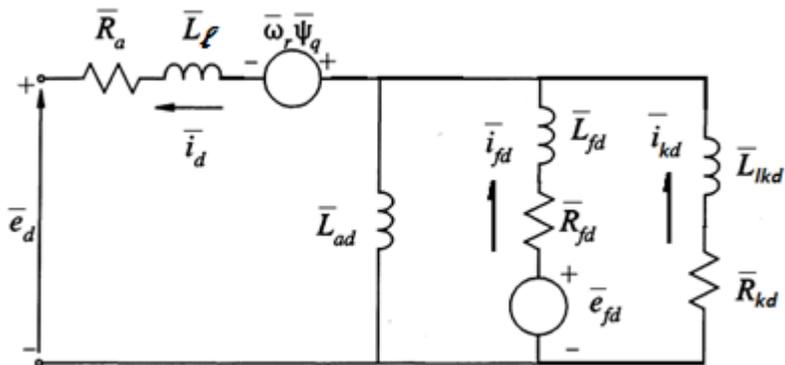


Figura 3.4

Circuito equivalente en eje - d

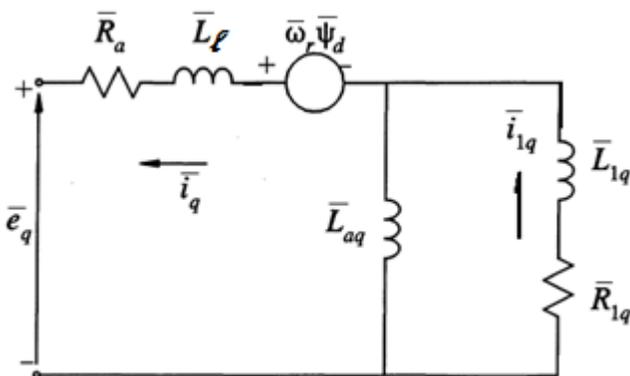


Figura 3.5

Circuito equivalente en eje - q

### Modelo clásico de la máquina síncrona

Las ecuaciones en eje - d y en eje - q obtenidas en la sección anterior, para voltajes y flujos, así como los circuitos equivalentes que se muestran en las figuras 3.4 y 3.5, describen completamente el comportamiento de la máquina síncrona. Sin embargo, a veces es deseado contar con un modelo simplificado del generador, como el que se describe a continuación.

Obtengamos primero el modelo clásico en estado estable del generador síncrono. Considerando que la máquina es de rotor cilíndrico, la reactancia en eje – d y en eje – q son iguales a la reactancia síncrona:

$$X_d = X_q = X_s$$

La relación entre el voltaje y la corriente terminal en componentes dq en estado estable es:

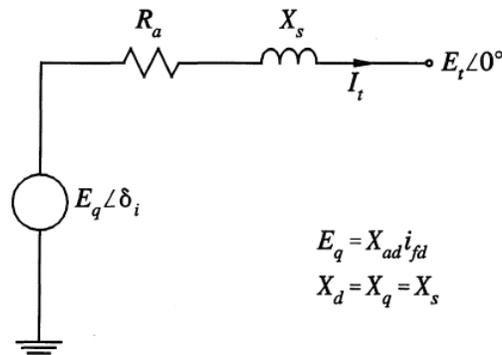
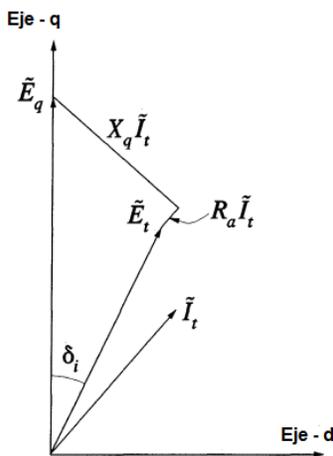
$$e_d = -\omega_r \psi_q - R_a i_d = \omega_r L_q i_q - R_a i_d = X_q i_q - R_a i_d$$

$$e_q = -\omega_r \psi_d - R_a i_q = -X_d i_d + X_{ad} i_{fd} - R_a i_q$$

La relación fasorial entre el voltaje en el eje – q “ $\bar{E}_q$ ” (voltaje interno de la máquina) y las características eléctricas en las terminales del generador (voltaje terminal  $\bar{E}_t$  y corriente terminal  $\bar{I}_t$ ) están dadas por la ecuación:

$$\tilde{E}_q = \tilde{E}_t + (R_a + jX_q)\tilde{I}_t = (e_d + je_q) + (R_a + jX_q)(i_d + ji_q)$$

Tal como se ilustra en la figura 3.6



**Figura 3.6 Diagrama fasorial de  $\bar{E}_q$     Figura 3.7 (a) Circuito equivalente en estado estable**

Si además consideramos que no hay flujo de carga ( $I_t = 0$ ), sabemos de la sección anterior que  $e_d = 0$ , por lo que el voltaje terminal es:

$$\tilde{E}_t = e_d + je_q = jX_{ad}i_{fd}$$

El circuito equivalente se muestra en la figura 3.7 (a), en la que se puede apreciar que el voltaje terminal es igual a  $E_q$  menos la caída de tensión producida por la corriente “ $I_t$ ” que fluye por la reactancia síncrona.

Ahora procederemos a obtener el modelo clásico en estado transitorio y sub transitorio de la máquina síncrona, para esto debemos despreciar los términos:  $P\Psi_d$  y  $P\Psi_q$ , ya que éstos representan transitorios en el estator, que decaen muy rápidamente. También es necesario omitir el efecto que tienen las variaciones de velocidad angular, sobre el voltaje del estator.

Las ecuaciones resultantes para el voltaje del estator son:

$$\bar{e}_d = -\bar{\psi}_q - R_a \bar{i}_d$$

$$\bar{e}_q = -\bar{\psi}_d - R_a \bar{i}_q$$

Si además despreciamos el efecto que tienen los amortiguadores, sobre los voltajes del rotor, las ecuaciones para el rotor se simplifican a:

$$\Psi_d = -L_d i_d + L_{ad} i_{fd}$$

$$\Psi_q = -L_q i_q$$

$$\Psi_{fd} = -L_{ad} i_d + L_{ffd} i_{fd}$$

$$e_{fd} = p\Psi_{fd} + R_{fd} i_{fd}$$

Desde el punto de vista de operación y coordinación de protecciones, los diagramas que se ilustran en las figuras 3.7 (b) y 3.7 (c) - modelo en estado transitorio y sub transitorio respectivamente -, se han aplicado históricamente. Como puede notarse, el modelo es parecido al de la figura 3.7 (a), sólo que en vez de utilizar la reactancia síncrona se emplea la reactancia transitoria ( $X'$ ) o sub transitoria ( $X''$ ) según el periodo de tiempo que nos interese analizar (dinámica rápida).  $E'_0$  es el voltaje interno transitorio y  $E''_0$  es el voltaje interno de pre falla.

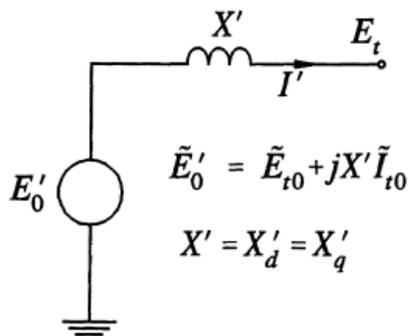


Figura 3.7 (b) Modelo transitorio

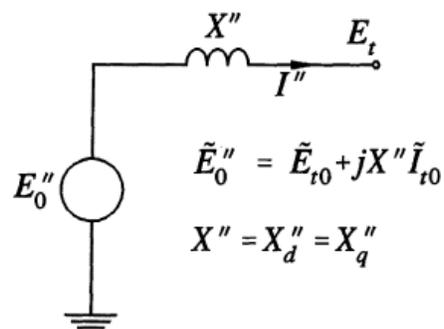


Figura 3.7 (c) Modelo sub transitorio

**Procedimiento para calcular los valores iniciales en estado estable**

En el análisis de la estabilidad es necesario encontrar los valores iniciales de las variables de la máquina. Los siguientes pasos resumen el procedimiento para calcular estos valores. Se asume que las cantidades están expresadas en por unidad.

- 1) Normalmente las variables conocidas son: la potencia terminal activa “ $P_t$ ”, la potencia terminal reactiva “ $Q_t$ ” y voltaje terminal “ $E_t$ ”. La corriente terminal y el ángulo del factor de potencia se determinan con las siguientes expresiones:

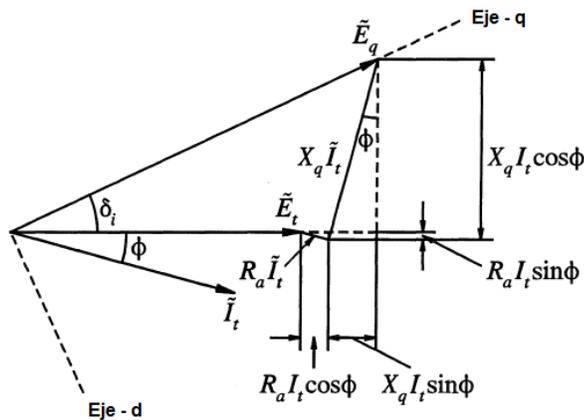
$$I_t = \frac{\sqrt{P_t^2 + Q_t^2}}{E_t}$$

$$\phi = \cos^{-1}\left(\frac{P_t}{E_t I_t}\right)$$

- 2) El siguiente paso es calcular el ángulo interno del rotor  $\delta_i$ . A partir de la figura 3.6 podemos obtener la ecuación para calcularlo:

$$\delta_i = \tan^{-1}\left(\frac{X_q I_t \cos\phi - R_a I_t \sin\phi}{E_t + R_a I_t \cos\phi + X_q I_t \sin\phi}\right)$$

La figura 3.8 muestra con más claridad cómo se llegó a este resultado



**Figura 3.8 Diagrama fasorial de  $\vec{E}_q$**

- 3) Una vez conocido  $\delta_i$ , las componentes “dq” del voltaje y de la corriente del estator se pueden calcular de la siguiente manera:

$$e_d = E_t \sin\delta_i$$

$$e_q = E_t \cos\delta_i$$

$$i_d = I_t \sin(\delta_i + \phi)$$

$$i_q = I_t \cos(\delta_i + \phi)$$

### **Ecuación de oscilación**

La ecuación de oscilación es de central importancia en el análisis de la estabilidad del sistema de potencia, ya que nos permite conocer las oscilaciones en el ángulo del rotor “ $\delta$ ” durante los disturbios.

Cuando hay un desbalance en los pares que actúan sobre el rotor (eléctrico y mecánico), el par neto que causa la aceleración (o desaceleración) es:

$$J \frac{d\omega_m}{dt} = T_a = T_m - T_e$$

Donde:  $T_a$  es el par de aceleración (en  $N \cdot m$ ),  $T_m$  es el par mecánico,  $T_e$  es el par electromagnético,  $J$  es el momento de inercia del generador y de la turbina ( $kg \cdot m^2$ ) y  $\omega_m$  es la velocidad angular del rotor (rad/s).

$T_m$  y  $T_e$  son positivos para un generador y negativos para un motor.

La ecuación anterior puede normalizarse utilizando la constante de inercia “ $H$ ”, definida como: la energía cinética en  $W \cdot s$  a velocidad nominal, dividida entre la base de potencia ( $VA_{base}$ ). Usando “ $\omega_{0m}$ ” para denotar la velocidad angular nominal, la constante de inercia es:

$$H = \frac{1}{2} \frac{J \omega_{0m}^2}{VA_{base}}$$

Por lo que el momento de inercia en términos de “ $H$ ” es:

$$J = \frac{2H}{\omega_{0m}^2} VA_{base}$$

Sustituyendo en la ecuación que define el par de aceleración:

$$\frac{2H}{\omega_{0m}^2} VA_{base} \frac{d\omega_m}{dt} = T_m - T_e$$

Reordenando la ecuación tenemos:

$$2H \frac{d\left(\frac{\omega_m}{\omega_{0m}}\right)}{dt} = \frac{T_m - T_e}{VA_{base} / \omega_{0m}}$$

Nótese que  $T_{base} = VA_{base} / \omega_{0m}$ , por lo que la ecuación anterior se puede expresar en por unidad:

$$2H \frac{d\bar{\omega}_r}{dt} = \bar{T}_m - \bar{T}_e$$

Donde “ $\omega_r$ ” es la velocidad angular del rotor.

Si  $\delta$  es la posición angular del rotor con respecto a su rotación síncrona y  $\delta_0$  es su valor en  $t = 0$ :

$$\delta = \omega_r t - \omega_0 t + \delta_0$$

Derivando respecto al tiempo tenemos:

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_r - \omega_0 = \Delta\omega_r$$

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{d(\Delta\omega_r)}{dt} = \omega_0 \frac{d\bar{\omega}_r}{dt} = \omega_0 \frac{d(\Delta\bar{\omega}_r)}{dt}$$

Sustituyendo  $d\bar{\omega}_r/dt$  en la ecuación de oscilación:

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{T}_m - \bar{T}_e$$

Con frecuencia es deseable incluir en la ecuación anterior un componente de par de amortiguación que es proporcional a la desviación de la velocidad angular del rotor:

$$\frac{2H}{\omega_0} \frac{d^2\delta}{dt^2} = \bar{T}_m - \bar{T}_e - K_D \Delta\bar{\omega}_r$$

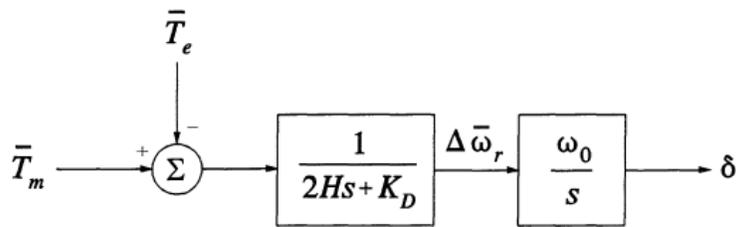
Esta es la ecuación de oscilación, en la que  $\Delta\bar{\omega}_r = \frac{\Delta\omega_r}{\omega_0} = \frac{1}{\omega_0} \frac{d\delta}{dt}$

Podemos expresarla como dos ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\frac{d\Delta\bar{\omega}_r}{dt} = \frac{1}{2H} (\bar{T}_m - \bar{T}_e - K_D \Delta\bar{\omega}_r)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \omega_0 \Delta\bar{\omega}_r$$

La representación en un diagrama de bloques se muestra en la figura 3.9. En la que “ $s$ ” es el operador de Laplace.



**Figura 3.9 Diagrama de bloques para la ecuación de oscilación**

Cuando dos o más máquinas síncronas se conectan, el voltaje y la corriente del estator de todas las máquinas deben estar a la misma frecuencia, por lo que los rotores de las máquinas conectadas deben estar en sincronismo.

Las corrientes alternas que fluyen en el estator, producen un campo magnético que, en estado de operación estable, rota a la misma velocidad que el rotor. El campo magnético del rotor y el del estator reaccionan uno con respecto al otro, produciendo pares electromagnéticos que tienden a alinearse a sí mismos. En un generador este par electromagnético se opone a la rotación del rotor, así que debe aplicarse un par mecánico (a través de la turbina) para sostener la rotación. Si se incrementa el par mecánico, el rotor adelantará a una nueva posición con respecto al campo magnético rotatorio del estator, por otro lado, si se disminuye, el resultado será que el rotor se atrasará una posición. Bajo un estado de operación estable, el campo magnético del rotor y el del estator giran a la misma velocidad, sin embargo, tienen una diferencia angular que depende del par eléctrico o potencia de salida del generador.

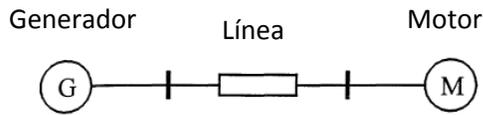
En un motor síncrono los roles del par eléctrico y mecánico son contrarios a los del generador. El par electromagnético sostiene la rotación, mientras la carga mecánica se opone a la rotación. El efecto de incrementar la carga mecánica es el de retrasar una posición al rotor con respecto al campo magnético rotatorio del estator.

La estabilidad del ángulo del rotor, es la habilidad de interconectar las máquinas síncronas del sistema y de mantenerlas en sincronismo. Un factor fundamental dentro ésta es el fenómeno de las oscilaciones electromecánicas, por las cuales la potencia eléctrica de salida de la máquina síncrona varía conforme a la oscilación de su rotor, esto quedará más claro con el siguiente sub tema.

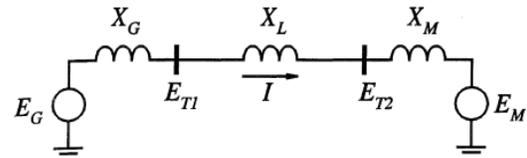
### **Relación potencia – ángulo**

Una característica importante en el estudio de la estabilidad del sistema de potencia es la relación entre el intercambio de potencia y la posición angular de los rotores de las máquinas síncronas. Esta relación es altamente no lineal. Para ilustrar esto considere el sistema simple mostrado en la figura 3.10 (a), que consiste de dos máquinas síncronas: un

generador y un motor, conectadas por medio de una línea de transmisión que tiene una reactancia inductiva “ $X_L$ ”, con resistencia y capacitancia despreciables.



**Figura 3.10 (a) Diagrama unifilar del sistema**

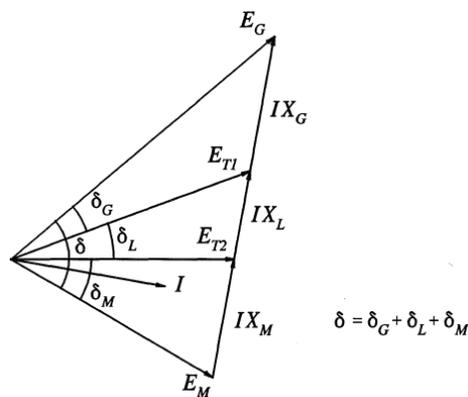


**Figura 3.10 (b) Modelo idealizado**

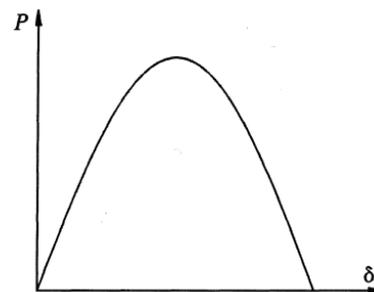
La potencia transferida del generador al motor es una función de la separación angular ( $\delta$ ) entre los rotores de las dos máquinas, la cual se compone de tres ángulos: el ángulo del voltaje interno del generador “ $\delta_G$ ” (ángulo por el cual el rotor del generador adelanta al campo rotatorio del estator), la diferencia angular entre el voltaje terminal del generador y del motor “ $\delta_L$ ”; y el ángulo del voltaje interno del motor “ $\delta_M$ ” (ángulo por el cual el rotor atrasa al campo rotatorio del estator).

La figura 3.10 (b) ilustra el circuito equivalente del sistema considerado, usando el modelo clásico de la máquina síncrona, con el que se puede determinar la relación potencia - ángulo (potencia transferida según el ángulo entre las máquinas). El valor de las reactancias usadas depende del propósito de estudio. Para analizar el comportamiento en estado estable, es conveniente usar la reactancia síncrona, e igualar el voltaje interno del generador con el voltaje de excitación.

La figura 3.10 (c) es un diagrama fasorial que muestra la relación entre el voltaje del generador y el del motor, y la diferencia angular entre estos dos elementos (los ángulos de los que hablábamos anteriormente).



**Figura 3.10 (c) Diagrama fasorial**



**Figura 3.10 (d) Curva potencia – ángulo**

La potencia transferida del generador al motor está determinada por la ecuación:

$$P = \frac{E_G E_M}{X_T} \sin \delta$$

Donde  $X_T = X_G + X_L + X_M$

La gráfica de esta ecuación se muestra en la figura 3.10 (d), cabe aclarar aquí, que se ha utilizado un modelo idealizado para representar las máquinas síncronas, y por eso el resultado fue una curva sinusoidal (lo que demuestra que a relación potencia – ángulo es altamente no lineal), sin embargo, si se utilizara un modelo más exacto, que muestre los efectos de los reguladores automáticos de voltaje, la curva resultante podría desviarse significativamente de la forma sinusoidal (aunque generalmente no es así). Si analizamos esta curva vemos que cuando  $\delta = 0$  no hay potencia transferida, conforme este ángulo aumenta, la potencia transferida se incrementa, hasta alcanzar su valor máximo a los  $90^\circ$ . Si se rebasa ese ángulo límite, el par sincronizante se torna negativo.

### ***El fenómeno de la estabilidad***

La estabilidad es una condición de equilibrio entre fuerzas opuestas. El mecanismo por el cual las máquinas síncronas interconectadas se mantienen en sincronismo es a través de un par sincronizante, que actúa siempre que haya fuerzas que tiendan a acelerar o desacelerar una o más máquinas con respecto a las otras. Bajo estado de operación estable, hay un equilibrio entre el par mecánico de entrada y el par eléctrico de salida de cada máquina (restricción de igualdad del diagrama de Fink y Carlsen), y la velocidad y frecuencia permanecen constantes (restricción de desigualdad). Cuando se presenta un disturbio, este equilibrio se rompe, resultando en la aceleración o desaceleración de los rotores de las máquinas. Si un generador corre temporalmente más rápido que otro, la posición angular de su rotor estará adelantada con respecto al rotor de la máquina más lenta. La diferencia angular resultante hará que se transfiera parte de la carga de la máquina más lenta a la más rápida (dependiendo de la relación potencia - ángulo), lo que reduce la diferencia de velocidad y por lo tanto la separación angular. Sin embargo, como la relación potencia - ángulo es altamente no lineal, más allá de ciertos límites, un incremento en la separación angular lleva a un decremento en la potencia transferida, lo que incrementa aún más la separación angular, llevando al sistema a la inestabilidad. Para cualquier situación dada, la estabilidad del sistema depende de si la desviación en la separación angular de los rotores de las máquinas, da como resultado un par sincronizante positivo.

Cuando una máquina pierde sincronismo (o se sale de paso) con el resto del sistema, su rotor corre más rápido o más lento que lo requerido para generar voltaje a la frecuencia del sistema. El deslizamiento entre el campo rotatorio del estator y el campo del rotor resulta en grandes fluctuaciones (oscilaciones) de la potencia de salida de la máquina, el voltaje y la corriente, que si resultan ser inestables deberán causar la operación de los relevadores de protección.

El cambio en el par eléctrico de una máquina síncrona ( $\Delta T_e$ ) debido a un disturbio está dado por la ecuación:

$$\Delta T_e = T_s \Delta \delta + T_D \Delta \omega$$

Donde:

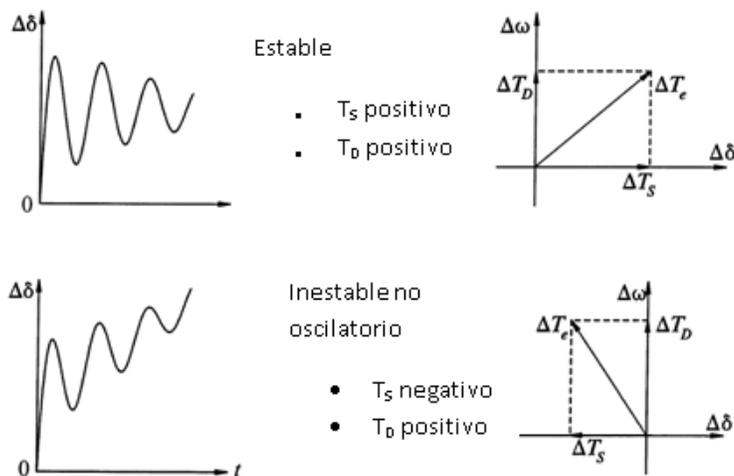
$T_s \Delta \delta$  es la componente del par que está en fase con el cambio en el ángulo del rotor " $\Delta \delta$ ", y se le conoce como *par de sincronización*.  $T_s$  es la constante del par de sincronización.

$T_D \Delta \omega$  es la componente del par que está en fase con el cambio en la velocidad " $\Delta \omega$ ", y se conoce como *par de amortiguación*.  $T_D$  es la constante del par de amortiguación.

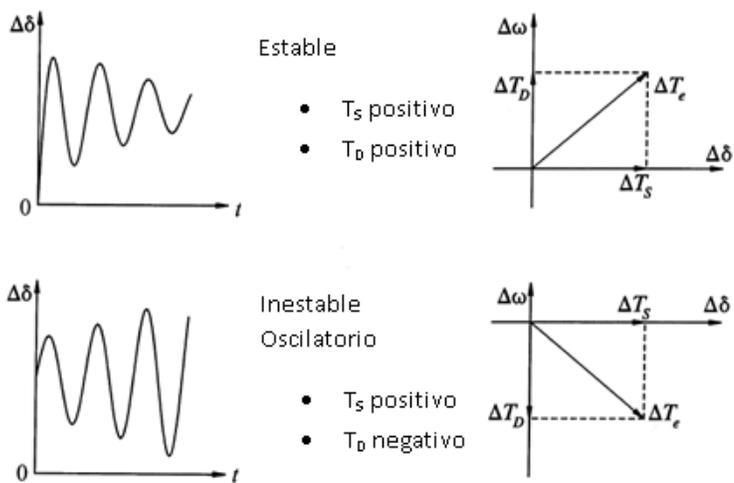
La estabilidad del sistema depende de la existencia de ambas componentes del par eléctrico en cada máquina síncrona. Un insuficiente par de sincronización lleva a la inestabilidad a través de una desviación aperiódica del ángulo del rotor. Por otro lado, cuando el par de amortiguación es insuficiente, la inestabilidad será oscilatoria.

Es usual clasificar la estabilidad del ángulo del rotor en las siguientes dos categorías:

- a) *Estabilidad de pequeña señal*: Es la habilidad del sistema de potencia de mantener sincronismo ante pequeños disturbios, tales como son, los cambios que ocurren continuamente en la carga y en la generación. La inestabilidad puede resultar de dos formas: (i) un incremento en el ángulo del rotor debido al insuficiente par de sincronización, u (ii), oscilaciones en el rotor con una amplitud que se va incrementando, debido a la insuficiencia de par de amortiguación. La respuesta del sistema a los pequeños disturbios depende de varios factores, entre ellos: la operación inicial, la resistencia óhmica de las líneas de transmisión y del tipo de controles en la excitación de los generadores. Para un generador equivalente conectado radialmente a un sistema de potencia de gran capacidad, en ausencia de reguladores automáticos de voltaje (con voltaje de campo constante), el problema se encuentra en la falta de par de sincronización, lo que da como resultado la inestabilidad a través de un modo no oscilatorio, como el mostrado en la figura 3.11 (a). Si se utilizan los reguladores automáticos de voltaje (RAV), el problema de la estabilidad de pequeña señal se resuelve porque el RAV y el control suplementario aseguran amortiguación suficiente, como se ilustra en la figura 3.11 (b).



**Figura 3.11 (a) Respuesta del generador a un pequeño disturbio con voltaje de campo constante**

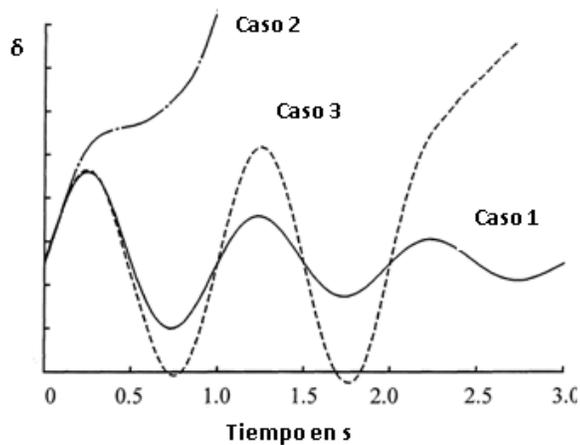


**Figura 3.11 (b) Respuesta del generador a un pequeño disturbio con control en la excitación**

b) *Estabilidad transitoria*. Es la habilidad del sistema de potencia de mantener sincronismo cuando está sujeto a disturbios transitorios graves. La estabilidad depende del estado inicial de operación, de la relación potencia - ángulo y de la gravedad del disturbio.

Los disturbios que se pueden presentar varían en gravedad y probabilidad de ocurrencia. Sin embargo, el sistema es diseñado y operado para que se mantenga estable ante un grupo seleccionado de disturbios; entre los que se encuentran los cortos circuitos balanceados y desbalanceados, ya sea que se presenten sobre las líneas de transmisión, en un bus o en un transformador.

La figura 3.12 muestra la respuesta del ángulo del rotor de la máquina síncrona para un caso estable (caso 1) y para dos casos inestables.



**Figura 3.12**  
**Respuesta del ángulo**  
**del rotor a disturbios**  
**transitorios**

En el caso estable, el ángulo del rotor se incrementa al máximo y luego decrece con oscilaciones hasta lograr estabilizarse. En el caso 2, el ángulo del rotor continúa incrementándose hasta que pierde sincronismo, esta forma de inestabilidad es referida como inestabilidad de primera oscilación y es causada por insuficiente par de sincronización. En el caso 3 el sistema es estable en la primera oscilación, pero comienza a ser inestable como resultado de un crecimiento en las oscilaciones.

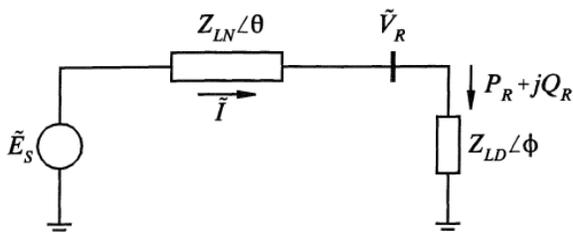
En el análisis de la estabilidad el periodo de tiempo que resulta de interés está usualmente limitado de 3 a 5 segundos después de la ocurrencia de la falla, aunque puede extenderse hasta unos 10 segundos para sistemas muy grandes.

### *Estabilidad del voltaje*

La estabilidad del sistema no sólo depende de la estabilidad del ángulo del rotor, sino también, del voltaje. La estabilidad del voltaje es la habilidad del sistema de mantener los voltajes a niveles aceptables en todos los buses, en condiciones de operación normal y después de que ha sido sujeto de un disturbio. El sistema entra en un estado de inestabilidad del voltaje cuando a causa de un disturbio, o de un incremento en la carga, o debido a cambios en las condiciones del sistema, se tiene una progresiva e incontrolable caída de voltaje. El principal factor que causa este tipo de inestabilidad es la incapacidad del sistema de suplir la demanda de potencia reactiva (de aquí la importancia de los CEV's).

Un criterio de estabilidad del voltaje para una condición de operación dada, es el siguiente: el sistema es estable si el voltaje en todos los buses se incrementa con la inyección de potencia reactiva, y es inestable si para al menos un bus, el voltaje disminuye. En otras palabras, el sistema es estable si la sensibilidad V-Q es positiva para todos los buses, y es inestable si ésta es negativa para al menos un bus.

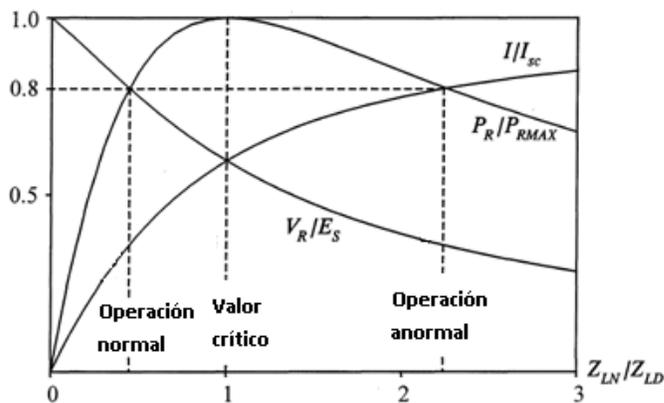
La figura 3.13 ilustra el fenómeno de la estabilidad del voltaje; consiste de una fuente de voltaje ( $E_S$ ) que alimenta a la carga ( $Z_{LD}$ ) a través de una línea de transmisión con impedancia " $Z_{LN}$ ".



**Figura 3.13**

**Sistema radial simple que ilustra el fenómeno de la estabilidad del voltaje**

La figura 3.14 es una gráfica de la corriente " $I$ ", la potencia activa " $P_R$ " y el voltaje en el bus de recepción " $V_R$ ", como función de la relación de impedancias:  $Z_{LN}/Z_{LD}$ , con un factor de potencia de 0.95 atrasado.



**Figura 3.14**

**Gráficas de  $I$ ,  $V$  y  $P_R$  como función de la carga**

En cuanto la carga se incrementa,  $Z_{LD}$  disminuye y  $P_R$  aumenta, rápidamente al principio, y después lo hace lentamente hasta alcanzar su valor máximo (cuando la caída de voltaje en la línea es igual en magnitud a  $V_R$ ). Mientras " $Z_{LD}$ " continúe disminuyendo, " $I$ " seguirá creciendo y el voltaje  $V_R$  continuará cayendo. La condición de operación crítica correspondiente a la máxima potencia transferida, y es el límite de operación satisfactoria.

En la estabilidad del voltaje es de interés la relación que hay entre la potencia " $P_R$ " y el voltaje en el bus de recepción " $V_R$ "; ésta se muestra en la figura 3.15 para un factor de potencia de 0.95 atrasado. Como el factor de potencia tiene un efecto significativo sobre la característica "potencia – voltaje", (ya que la caída de voltaje en la línea está en función de la potencia activa y reactiva transferida), en la figura 3.16 se ha graficado esta relación para diferentes valores de factor de potencia. Los puntos críticos de operación se muestran por la línea punteada, la condición de operación satisfactoria se encuentra arriba de estos puntos. Un cambio repentino en el factor de potencia (incremento en la potencia reactiva " $Q_R$ " demandada por la carga) puede llevar al sistema a la inestabilidad de voltaje (parte baja de la curva  $V - P$ ).

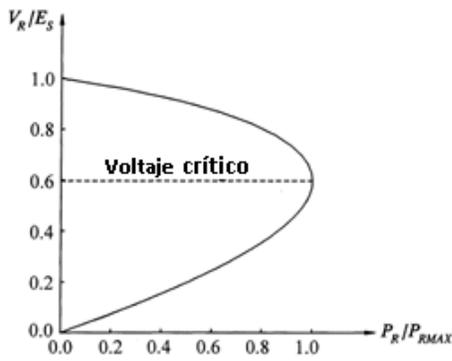


Figura 3.15

Característica potencia – voltaje

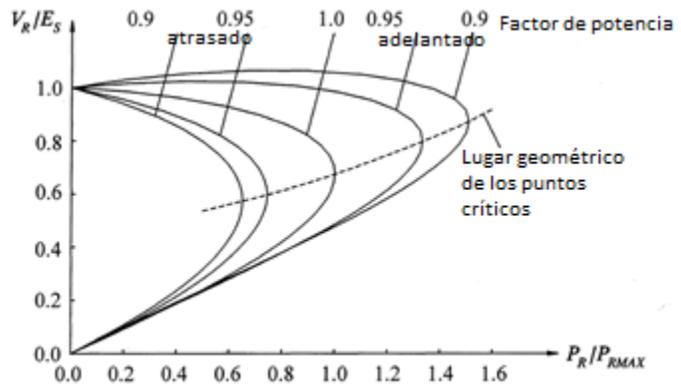


Figura 3.16

Característica  $P_R - V_R$  para diferentes factores de potencia

La influencia que tiene la potencia reactiva en el bus receptor sobre la estabilidad del sistema, es más evidente en la figura 3.17, la cual muestra una familia de curvas que representan la relación entre  $V_R$  y  $Q_R$  para valores fijos de  $P_R$ .

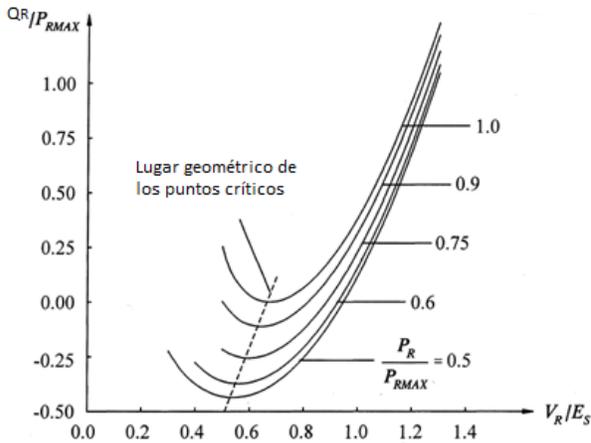


Figura 3.17

Característica  $V_R - Q_R$  con diferentes valores de la relación  $P_R/P_{RMAX}$

El sistema es estable en la región donde la derivada:  $dQ_R/dV_R$  es positiva, el límite de estabilidad de voltaje (punto crítico de operación) se alcanza cuando esta derivada es igual a cero. Por lo tanto, la región de operación estable se encuentra a la derecha del mínimo de cada curva  $Q - V$ .

El análisis de la estabilidad de voltaje que hemos realizado se limita a sistemas radiales, en sistemas complejos hay muchos factores que contribuyen al colapso del voltaje, como son: la resistencia del sistema de transmisión, el flujo de potencia, las características de la carga, los límites de capacidad de potencia reactiva del generador, y las características de los dispositivos de compensación de potencia reactiva.

La inestabilidad del voltaje no siempre ocurre en su forma pura, generalmente se presenta acompañado con la inestabilidad del ángulo del rotor. Una forma de inestabilidad lleva a la otra y su distinción puede no ser clara. Sin embargo, el estudio separado de estas dos formas de inestabilidad, ayuda en la comprensión de las causas del problema y en el desarrollo de diseños apropiados, y de procedimientos de operación.

### **ESTABILIDAD DE PEQUEÑA SEÑAL DE UNA MÁQUINA CONECTADA A UN BUS INFINITO**

En esta sección se estudia la estabilidad dinámica de un generador equivalente conectado a un sistema de gran capacidad a través de líneas de transmisión.

Pero primero, es necesario definir algunos conceptos relacionados con la representación del sistema por medio del espacio de estados:

#### ***Representación del sistema por medio del espacio de estados***

El comportamiento de un sistema dinámico, como lo es el sistema de potencia eléctrica, puede describirse por medio de un grupo de  $n$  ecuaciones diferenciales ordinarias no lineales de primer orden de la forma:

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n; u_1, u_2, \dots, u_r; t) \quad \text{Con } i= 1, 2 \dots n$$

Donde  $n$  es el orden del sistema y  $r$  es el número de señales de entrada.

Esta ecuación se puede expresar en forma matricial como:  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$

$$\text{Donde} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_r \end{bmatrix} \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}$$

$\mathbf{X}$  es el vector de estados, y sus entradas son las variables de estado;  $\mathbf{u}$  es el vector de entradas - señales externas que influyen en el comportamiento del sistema -. La derivada respecto al tiempo de la variable de estado " $\mathbf{x}$ " se denota:  $\dot{\mathbf{x}}$ .

Las salidas del sistema ( $\mathbf{y}$ ) pueden expresarse en términos de las variables de estado y de las señales de entrada:

$$\mathbf{y} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$$

$$\text{Donde:} \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_m \end{bmatrix} \quad \mathbf{g} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_m \end{bmatrix}$$

El estado de un sistema representa la mínima cantidad de información necesaria para determinar su comportamiento futuro.

Cualquier grupo de “ $n$ ” variables del sistema (linealmente independientes), puede usarse para describir su estado dinámico. Las variables de estado pueden ser cantidades físicas: el ángulo, la velocidad y el voltaje, o pueden ser variables matemáticas abstractas (ecuaciones diferenciales). La elección de las variables de estado no es única, pero el estado del sistema en un tiempo específico si lo es.

El estado del sistema puede representarse en un espacio euclidiano de  $n$  dimensiones llamado: “espacio de estados”.

Los puntos de equilibrio son aquellos en los que las derivadas de todas las variables de estado son simultáneamente cero, y por lo tanto, satisfacen la ecuación:

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}_0) = \mathbf{0}$$

Las ecuaciones necesarias para representar al sistema en el espacio de estados durante una perturbación, y conocer su comportamiento dinámico, pueden obtenerse al agregar desviaciones en las variables de estado ( $\Delta \mathbf{x}$ ) y en las entradas ( $\Delta \mathbf{u}$ ) de la ecuación que describe el estado del sistema:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x} \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u}$$

Donde:  $\mathbf{x}_0$  es el vector de estado inicial, y  $\mathbf{u}_0$  es el vector de entradas correspondiente al punto de equilibrio alrededor del cual, el comportamiento de pequeña señal se está investigando.

Por lo que la ecuación que describe el estado del sistema es ahora:

$$\dot{\mathbf{x}} = \dot{\mathbf{x}}_0 + \Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}), (\mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u})]$$

Como se asume que las perturbaciones son pequeñas, las funciones no lineales “ $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u})$ ” pueden expresarse en base a la serie de Taylor. Despreciando los términos que involucran las potencias de segundo orden en adelante de  $\Delta \mathbf{x}$  y de  $\Delta \mathbf{u}$ :

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \dot{x}_{i0} + \Delta \dot{x}_i = f_i[(\mathbf{x}_0 + \Delta \mathbf{x}), (\mathbf{u}_0 + \Delta \mathbf{u})] \\ &= f_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r \end{aligned}$$

$$\dot{x}_{i0} = f_i(\mathbf{x}_0, \mathbf{u}_0)$$

Ya que tenemos que:

$$\Delta \dot{x}_i = \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial f_i}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial u_r} \Delta u_r$$

De manera similar para las salidas:

$$\Delta y_j = \frac{\partial g_j}{\partial x_1} \Delta x_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial x_n} \Delta x_n + \frac{\partial g_j}{\partial u_1} \Delta u_1 + \dots + \frac{\partial g_j}{\partial u_r} \Delta u_r$$

Por lo tanto, en forma matricial tenemos:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}$$

$$\Delta \mathbf{y} = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}$$

Donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_m}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial u_r} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial g_m}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial g_m}{\partial u_r} \end{bmatrix}$$

Aplicando la transformada de Laplace para obtener las ecuaciones en el dominio de la frecuencia:

$$s\Delta \mathbf{x}(s) - \Delta \mathbf{x}(0) = \mathbf{A} \Delta \mathbf{x}(s) + \mathbf{B} \Delta \mathbf{u}(s)$$

$$\Delta \mathbf{y}(s) = \mathbf{C} \Delta \mathbf{x}(s) + \mathbf{D} \Delta \mathbf{u}(s)$$

A partir de estas ecuaciones podemos hacer un diagrama de bloques para representar al sistema en el espacio de estados, como el que se muestra en la figura 3.18.

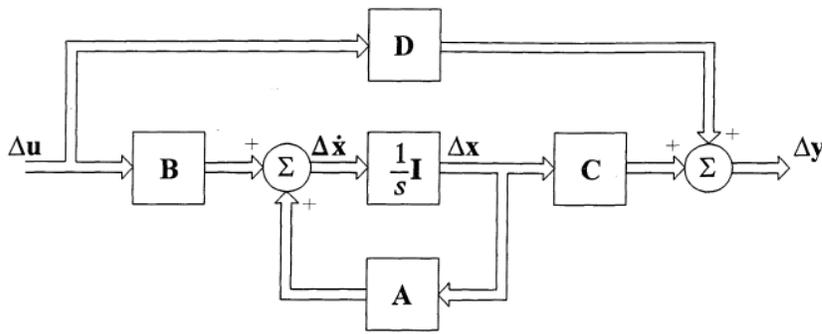


Figura 3.18

Diagrama de bloques que representa al sistema en el espacio de estados

Resolviendo para  $\Delta x(s)$  y evaluando en  $\Delta y(s)$ :

$$(s\mathbf{I}-\mathbf{A})\Delta\mathbf{x}(s) = \Delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s)$$

$$\Delta\mathbf{x}(s) = (s\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}[\Delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s)] = \frac{\text{adj}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})}{\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A})}[\Delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s)]$$

$$\Delta\mathbf{y}(s) = \mathbf{C} \frac{\text{adj}(s\mathbf{I}-\mathbf{A})}{\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A})}[\Delta\mathbf{x}(0) + \mathbf{B}\Delta\mathbf{u}(s)] + \mathbf{D}\Delta\mathbf{u}(s)$$

Como se puede ver, tanto  $\Delta x(s)$  como  $\Delta y(s)$  dependen de las condiciones iniciales y de las entradas.

Los polos de  $\Delta x(s)$  y de  $\Delta y(s)$  son las raíces de la ecuación:

$$\det(s\mathbf{I}-\mathbf{A}) = 0$$

Esta es la ecuación característica de la matriz A. Los valores de s que satisfacen esta ecuación se conocen como *eigenvalores* de la matriz A, que nos permiten tener un criterio de estabilidad de pequeña señal para sistemas no lineales, a través del primer método de Lyapunov, que dice que si los *eigenvalores* tienen parte real negativa, el sistema es asintóticamente estable (además de ser estable regresa al estado inicial) y cuando al menos un *eigenvalor* tiene parte real positiva, el sistema es inestable.

Regresemos ahora a la cuestión que nos ocupa: estudiar el comportamiento de pequeña señal de una máquina conectada a un sistema de gran capacidad, representado por medio de un bus infinito. La figura 3.19 (a) muestra una configuración general del sistema bajo consideración.

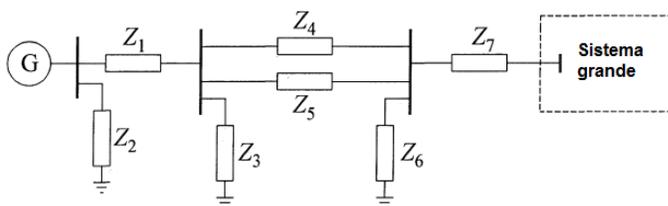
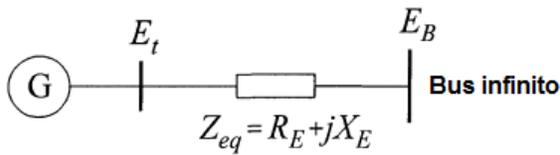


Figura 3.19 (a) Configuración general

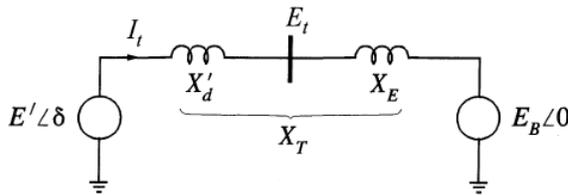


**Figura 3.19 (b) Sistema equivalente**

Usando el teorema de Thévenin se puede simplificar el sistema de la figura 3.19 (a), tal como se muestra en la figura 3.19 (b).

El bus infinito es una idealización de un sistema tan grande, que en ese bus se mantiene constante tanto el voltaje ( $E_B$ ) como la frecuencia. Puede pensarse en el bus infinito como una súper máquina que es el equivalente inercial y eléctrico de todos los generadores conectados a él.

Usando el modelo clásico del generador y despreciando todas las resistencias, el sistema puede representarse como se muestra en la figura 3.20.



**Figura 3.20**

**Representación del sistema con el modelo clásico del generador**

$$\begin{aligned} \tilde{E}' &= \tilde{E}_{t0} + jX'_d \tilde{I}_{t0} \\ X_T &= X'_d + X_E \end{aligned}$$

$E'$  es el voltaje interno del generador equivalente,  $X'_d$  es la reactancia transitoria y  $\delta$  es el ángulo por el cual  $E'$  adelanta al voltaje del bus infinito " $E_B$ ". Debido a que el rotor oscila durante el disturbio (como se explicó en la sección 3.1.4 "el fenómeno de la estabilidad")  $\delta$  cambia.

Con  $E'$  como fasor de referencia: 
$$\tilde{I}_t = \frac{E' \angle 0^\circ - E_B \angle -\delta}{jX_T} = \frac{E' - E_B(\cos\delta - j\sin\delta)}{jX_T}$$

La ecuación que define la potencia transferida es la misma que se mostró en la sección 3.1.3 (La relación potencia – ángulo), y es igual, en por unidad, al par de brecha de aire " $T_e$ ":

$$T_e = P = \frac{E' E_B}{X_T} \sin\delta$$

Linealizando alrededor de la condición de operación inicial " $\delta_0$ ":

$$\Delta T_e = \frac{\partial T_e}{\partial \delta} \Delta\delta = \frac{E' E_B}{X_T} \cos\delta_0 (\Delta\delta)$$

En la sección 3.1.2 obtuvimos la ecuación de oscilación y la expresamos como dos ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$p\Delta\omega_r = \frac{1}{2H}(T_m - T_e - K_D\Delta\omega_r)$$

$$p\delta = \omega_0\Delta\omega_r$$

Linealizando la primera de estas ecuaciones y sustituyendo  $\Delta T_e$ :

$$p\Delta\omega_r = \frac{1}{2H}[\Delta T_m - K_S\Delta\delta - K_D\Delta\omega_r]$$

Donde  $K_S$  es el coeficiente del par de sincronización (del que hablamos en la sección 3.1.4) y está dado por la expresión:

$$K_S = \left(\frac{E'E_B}{X_T}\right)\cos\delta_0$$

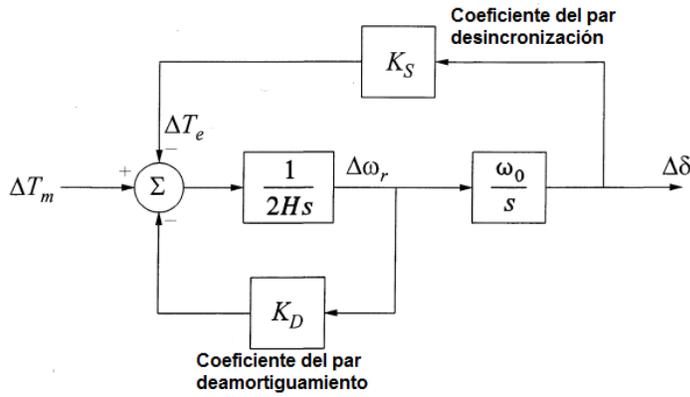
Linealizando la parte que faltaba de la ecuación de oscilación y expresando ésta en forma matricial:

$$p\Delta\delta = \omega_0\Delta\omega_r$$

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{K_D}{2H} & -\frac{K_S}{2H} \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\omega_r \\ \Delta\delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2H} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta T_m$$

Esta ecuación es de la forma:  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}$ . Los elementos de la matriz de estados "A" dependen de los parámetros del sistema:  $K_D$  (coeficiente del par de amortiguación),  $K_S$  (par de sincronización) y  $H$  (la inercia del rotor) y de las condiciones iniciales de operación ( $E'$  y  $\delta_0$ ).

La figura 3.21 es un diagrama de bloques que muestra el comportamiento de pequeña señal del sistema bajo consideración. En él que se puede ver que el par eléctrico ( $\Delta T_e$ ) puede descomponerse en: par de sincronización ( $\Delta T_S = k_S \Delta\delta$ ) y en par de amortiguación ( $\Delta T_D = k_D \Delta\omega_r$ ), tal como se explicó en la sección 3.14. El coeficiente del par de sincronización ( $K_S$ ) está en fase con la variación del ángulo del rotor ( $\Delta\delta$ ) y el coeficiente del par de amortiguación ( $k_D$ ) está en fase con la variación de la velocidad del rotor ( $\Delta\omega_r$ ).



**Figura 3.21**

**Diagrama de bloques que representa el comportamiento de pequeña señal del sistema**

Del diagrama de bloques podemos ver que:

$$\Delta\delta = \frac{\omega_0}{s} \left[ \frac{1}{2Hs} (-K_S \Delta\delta - K_D \Delta\omega_r + \Delta T_m) \right] = \frac{\omega_0}{s} \left[ \frac{1}{2Hs} \left( -K_S \Delta\delta - K_D s \frac{\Delta\delta}{\omega_0} + \Delta T_m \right) \right]$$

Reacomodando la ecuación y multiplicando en ambos miembros por el operador de Laplace “s”:

$$s^2(\Delta\delta) + \frac{K_D}{2H} s(\Delta\delta) + \frac{K_S}{2H} \omega_0(\Delta\delta) = \frac{\omega_0}{2H} \Delta T_m$$

Por lo que la ecuación característica es:

$$s^2 + \frac{K_D}{2H} s + \frac{K_S \omega_0}{2H} = 0$$

La forma canónica de los sistemas de segundo orden es:

$$s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

Por lo que la frecuencia natural no amortiguada del sistema es:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K_S \omega_0}{2H}} \quad \text{rad/s}$$

Y la razón de amortiguamiento (tasa a la cual decae la amplitud de las oscilaciones) es:

$$\zeta = \frac{1}{2} \frac{K_D}{2H \omega_n} = \frac{1}{2} \frac{K_D}{\sqrt{K_S 2H \omega_0}}$$

De estas últimas ecuaciones es evidente que si se incrementa la constante del par de sincronización “ $K_S$ ”, aumenta la frecuencia natural “ $\omega_n$ ” y disminuye la razón de amortiguamiento “ $\zeta$ ”. En la sección 3.8 se estudiará en detalle que el efecto del regulador

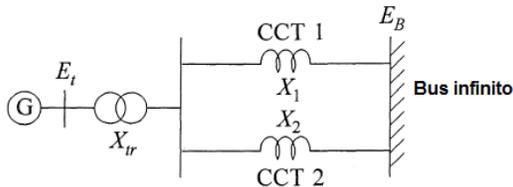
de voltaje es el de incrementar  $K_S$  y disminuir  $K_D$ , para garantizar un par de sincronización positivo (con el objetivo de que el ángulo del rotor no continúe incrementándose hasta perder estabilidad), y que para asegurar un par de amortiguación positivo se requiere de un estabilizador (control suplementario).

También, de las ecuaciones anteriores se ve que un incremento en la constante del par de amortiguación " $K_D$ " aumenta la razón de amortiguamiento, por lo que se atenuarán las oscilaciones del ángulo del rotor y se mantendrá la estabilidad del sistema (ver figura 3.11 "par de amortiguación positivo").

### ESTABILIDAD TRANSITORIA

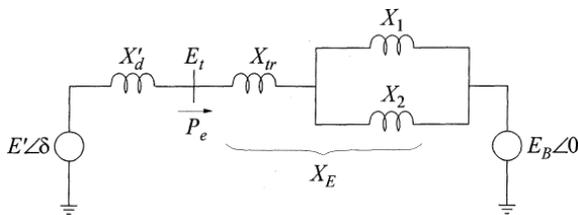
Como se mencionó en la sección 3.1.4, la estabilidad transitoria es la habilidad del sistema de mantener sincronismo cuando está sujeto a disturbios graves, tales como una falla en las líneas de transmisión, pérdida de generación o de una cantidad importante de carga.

En esta sección analizaremos otra vez un sistema conectado radialmente a un bus infinito, el cual se muestra en la figura 3.22. El circuito equivalente del sistema, usando el modelo clásico del generador, se muestra en la figura 3.23 (a), y puede reducirse al sistema mostrado en la figura 3.23 (b).



**Figura 3.22**

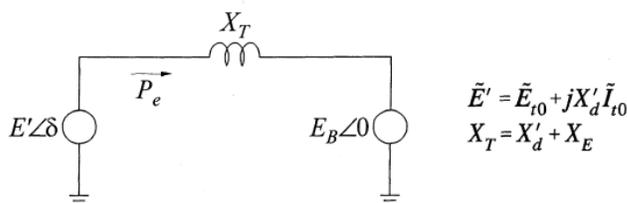
**Generador alimentando a un bus infinito**



**Figura 3.23 (a)**

**Circuito equivalente**

El voltaje interno del generador ( $E'$ ) es el que se encuentra detrás de la reactancia transitoria  $X'_d$ ,  $\delta$  es el ángulo por el cual  $E'$  adelanta a " $E_B$ ". La magnitud de  $E'$  permanece constante a su valor de pre falla y el cambio de  $\delta$  es directamente proporcional a la desviación de la velocidad del rotor " $\Delta\omega_r$ " de la velocidad síncrona  $\omega_0$ .



**Figura 3.23 (b)**

**Circuito equivalente reducido**

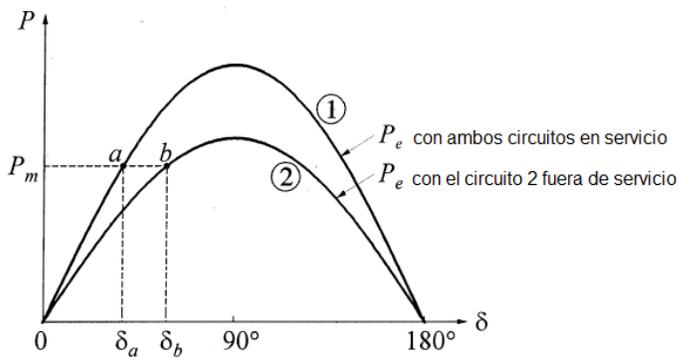
$$\begin{aligned} \tilde{E}' &= \tilde{E}_{t0} + jX'_d \tilde{I}_{t0} \\ X_T &= X'_d + X_E \end{aligned}$$

Como se puede ver de la figura 3.23 (b), el modelo es idéntico al que se vio en la sección pasada, por lo tanto:

$$P_e = \frac{E' E_B}{X_T} \sin \delta = P_{max} \sin \delta$$

La relación potencia – ángulo con ambos circuitos de transmisión en servicio se muestra en la curva 1 de la figura 3.24, donde el punto “a” representa la condición de operación en estado estable, en la que la potencia mecánica de entrada “ $P_m$ ” es igual a la potencia eléctrica de salida “ $P_e$ ”. El correspondiente ángulo del rotor es  $\delta_a$ .

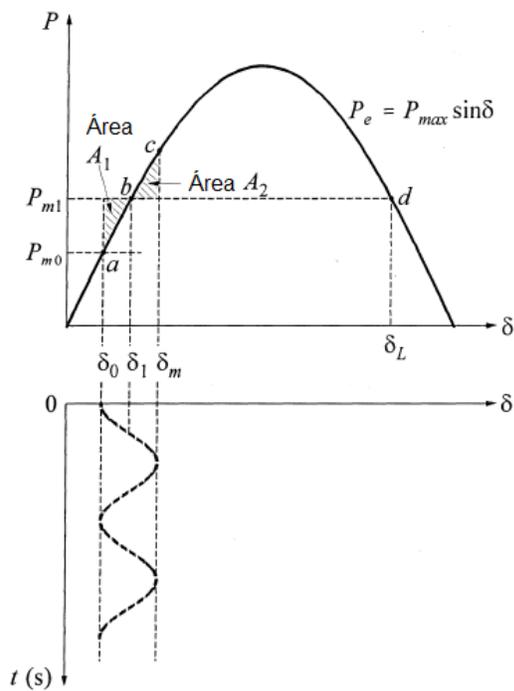
Si uno de los circuitos de transmisión se deja fuera de servicio, la reactancia total “ $X_T$ ” aumentará y el flujo de potencia activa transmitida disminuirá. La curva 2 de la figura 3.24 muestra la relación potencia – ángulo cuando se desconecta el circuito de transmisión 2; el punto “b” representa la nueva condición de operación en la que  $P_m = P_e$ , y  $\delta_b$  es el ángulo del rotor correspondiente; como se ve, al aumentar  $X_T$  el ángulo del rotor aumenta.



**Figura 3.24**

**Relación potencia – ángulo del sistema considerado**

Ahora examinemos el comportamiento transitorio del sistema con ambos circuitos en operación, considerando un incremento repentino en la potencia mecánica de entrada, desde un valor inicial “ $P_{m0}$ ” hasta “ $P_{m1}$ ” como se muestra en la figura 3.25 (a).



a) Relación potencia - ángulo

b) Respuesta del ángulo del rotor

**Figura 3.25 Relación potencia – ángulo durante un incremento repentino en la  $P_m$**

Debido a la inercia la máquina, el ángulo del rotor no puede cambiar instantáneamente desde  $\delta_0$  hasta  $\delta_1$ , ángulo correspondiente al nuevo punto de equilibrio (b) en el que  $P_e = P_{m1}$ . Iniciando en el punto “a” de la figura 3.25 y al incrementar la potencia mecánica desde  $P_{m0}$  a  $P_{m1}$ , ésta será mayor que la potencia eléctrica y por lo tanto el par de aceleración hará que el rotor se acelere. Cuando se alcanza el punto b, el par de aceleración es cero, pero como la velocidad angular del rotor es mayor que la velocidad síncrona “ $\omega_0$ ”, el ángulo del rotor continúa incrementándose. Para valores de  $\delta$  mayores a  $\delta_1$ , la  $P_e$  es mayor que la  $P_{m1}$  y, por lo tanto, el rotor comienza a desacelerar, hasta que  $\delta$  alcanza su valor máximo “ $\delta_m$ ” (en el punto c), que es cuando la velocidad del rotor recupera su velocidad síncrona “ $\omega_0$ ”, pero puesto que la  $P_e$  sigue siendo mayor que la  $P_{m1}$ , el rotor continúa desacelerándose (por debajo de  $\omega_0$ ) hasta que la condición de operación pasa del punto c al b y luego al a. El ángulo del rotor oscila indefinidamente alrededor del nuevo ángulo de equilibrio ( $\delta_1$ ) con una amplitud constante como se muestra en la figura 3.25 (b).

Como se han despreciado todas las resistencias y se ha usado el modelo clásico del generador (que no incluye el efecto de los amortiguadores), el ángulo del rotor continúa oscilando sin detenerse, pero en la realidad hay muchas fuentes de amortiguación positiva, por lo tanto, las oscilaciones del ángulo del rotor se amortiguan hasta alcanzar el valor de  $\delta_1$ .

### **Límites de estabilidad**

En la sección 3.1.4 vimos un criterio para determinar la estabilidad de voltaje del sistema. Mientras que en la sección 3.2.1 se dijo que del primer método de Lyapunov se puede saber si un sistema tiene estabilidad de pequeña señal, o si es inestable, al conocer los *eigenvalores* de la matriz de estados.

Para conocer cuál es el tiempo límite en el que los relés de distancia deben librar la falla para mantener la estabilidad, se utiliza el criterio de las áreas iguales, el cual se presenta a continuación.

### **Criterio de las áreas iguales**

De la ecuación de oscilación tenemos la relación entre el ángulo del rotor ( $\delta$ ) y la potencia de aceleración ( $P_m - P_e$ ):

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} = \frac{\omega_0}{2H}(P_m - P_e)$$

Multiplicando en ambos miembros de la ecuación por  $2 d\delta/dt$ :

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{d\delta}{dt} \right]^2 = \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{2H} \frac{d\delta}{dt}$$

Integrando tenemos:

$$\left[ \frac{d\delta}{dt} \right]^2 = \int \frac{\omega_0(P_m - P_e)}{2H} d\delta$$

La desviación de velocidad ( $d\delta/dt = \Delta\omega$ ) inicialmente es cero. Se presentará una desviación de velocidad como resultado de un disturbio. Para una operación estable, la desviación del ángulo  $\delta$  debe alcanzar un valor máximo (punto c de la figura 3.25) y luego cambiar de dirección (disminuir). Esto requiere que la desviación de velocidad  $d\delta/dt$  sea cero en algún momento después de iniciado el disturbio. Por lo tanto, como criterio de estabilidad tenemos:

$$\int_{\delta_0}^{\delta_m} \frac{\omega_0}{2H} (P_m - P_e) d\delta = 0$$

Donde:  $\delta_0$  y  $\delta_m$  es el valor inicial y máximo del ángulo del rotor respectivamente.

Esta ecuación se satisface cuando el área  $A_1$  es igual al área  $A_2$ .

La energía cinética ganada por la aceleración del rotor - cuando  $\delta$  cambia desde  $\delta_0$  hasta  $\delta_1$  - es:

$$E_1 = \int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_m - P_e) d\delta = A_1$$

La energía perdida durante la desaceleración del rotor, - cuando  $\delta$  cambia desde  $\delta_1$  hasta  $\delta_m$  - es:

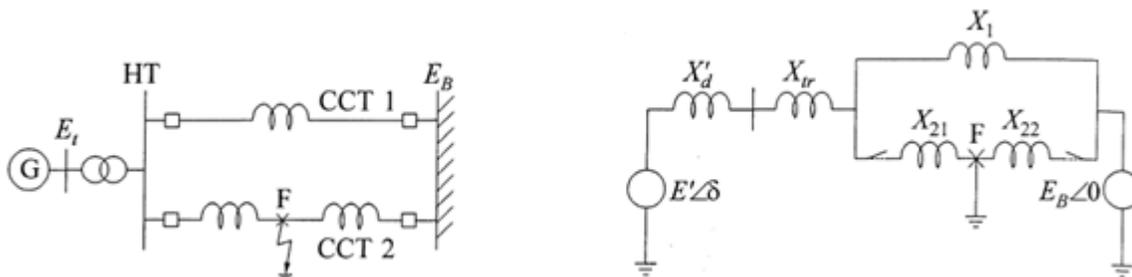
$$E_2 = \int_{\delta_1}^{\delta_m} (P_e - P_m) d\delta = A_2$$

Como no hemos considerado ninguna pérdida, la energía ganada en la aceleración del rotor ( $P_m > P_e$ ) es igual a la energía perdida en la desaceleración ( $P_m < P_e$ ), así que  $A_1 = A_2$ .

Este es el criterio de las áreas iguales, gracias al cual podemos determinar el máximo incremento de potencia mecánica permitido, y el tiempo límite para que el sistema "relé - interruptor" despeje la falla antes de que el generador pierda sincronismo. La estabilidad se mantiene si el área  $A_2$  es al menos igual al área  $A_1$ .

### **Estabilidad transitoria durante una falla trifásica**

Consideremos ahora la respuesta del sistema a una falla trifásica localizada en el punto F del circuito de transmisión 2 de la figura 3.26 (a). El circuito equivalente, usando el modelo clásico del generador, se muestra en la figura 3.26 (b).

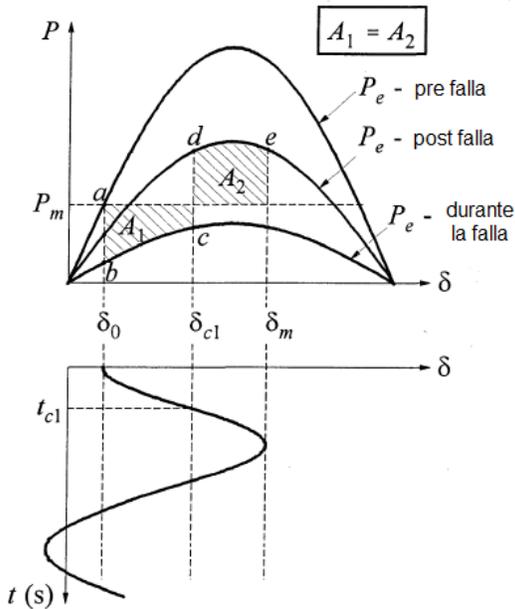


**Figura 3.26 (a) Diagrama unifilar del sistema      Figura 3.26 (b) Circuito equivalente**

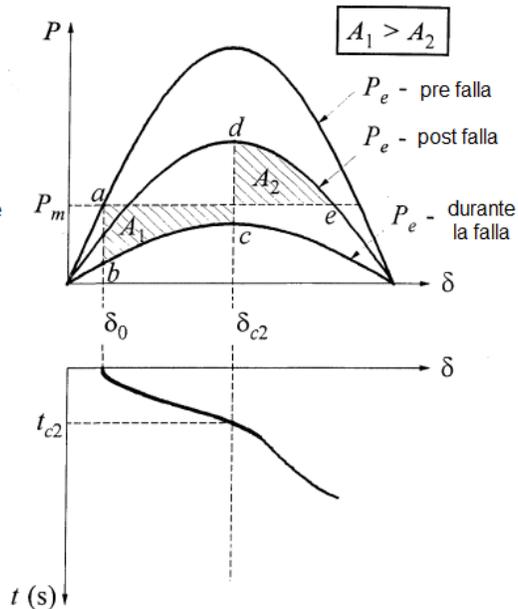
El corto circuito es despejado por la apertura de los interruptores en ambos lados del circuito fallado, como éste se encuentra a cierta distancia del lado de alta tensión del transformador, algo de potencia activa se envía al bus infinito durante el tiempo que dure el disturbio.

Las figuras 3.26 (c) y 3.26 (d) son gráficas de las tres condiciones de operación del sistema: pre falla (ambos circuitos en servicio), falla trifásica en el circuito 2 y post falla (circuito 2 fuera de servicio). La figura 3.26 (c) muestra un caso estable, debido al breve tiempo en que se aclaró la falla ( $t_c$ ), mientras que la figura 3.26 (d) ilustra un caso inestable,

ocasionado a que el tiempo de aclaración de la falla " $t_{c2}$ " fue mayor. En ambos casos se asume que la  $P_m$  es constante.



**Figura 3.26 (c) Caso estable**



**Figura 3.26 (d) Caso inestable**

Examinemos el caso estable, inicialmente el sistema opera con ambos circuitos en servicio, así que nos encontramos en el punto "a", donde  $P_m = P_e$  y el ángulo del rotor es  $\delta_0$ . Cuando ocurre la falla, el punto de operación cambia repentinamente a "b", pero debido a la inercia del rotor,  $\delta$  no puede cambiar instantáneamente; como ahora  $P_m > P_e$ , el rotor se acelera hasta alcanzar el punto de operación "c", en el que la falla es librada por el despeje del circuito 2 (tiempo  $t_{c1}$ ). Entonces la potencia activa que se transmite al bus infinito aumenta y el punto de operación cambia repentinamente a "d". Como ahora  $P_e > P_m$ , el rotor comienza a desacelerarse, pero puesto que la velocidad del rotor aún es mayor que la velocidad síncrona, el ángulo del rotor sigue aumentando hasta que la energía cinética ganada durante el periodo de aceleración (representada por el área  $A_1$ ) se transfiera completamente al sistema, entonces  $\delta$  alcanza su valor máximo " $\delta_m$ " y la velocidad del rotor alcanza la velocidad síncrona " $\omega_0$ " (punto de operación "e"). Como la  $P_e$  sigue siendo mayor que la  $P_m$ , el rotor sigue desacelerando (por debajo de  $\omega_0$ ), el ángulo del rotor comienza a disminuir y el punto de operación se desplaza de "e" a "d" y luego baja por la curva correspondiente a la operación post falla. En ausencia de fuentes de amortiguación, el ángulo del rotor continúa oscilando con amplitud constante.

Para el caso inestable tenemos que el tiempo de aclaración de la falla " $t_{c2}$ " es mayor y por lo tanto el área  $A_2$  es menor que el área  $A_1$ . Cuando se alcanza el punto de operación "e", la energía cinética ganada durante el periodo de aceleración no puede ser completamente gastada y consecuentemente la velocidad del rotor continúa siendo mayor que  $\omega_0$ . Más

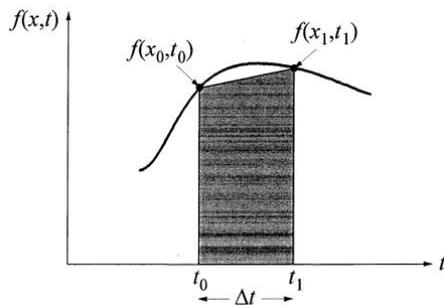
allá del punto “e”, la  $P_e$  es menor que la  $P_m$  por lo que el rotor sigue acelerándose, la velocidad y el ángulo del rotor continúan incrementándose llevando al generador a la pérdida de sincronismo (el generador se sale de paso y empieza a deslizar polos). Esto demuestra la importancia de librar la falla con alta velocidad. En el capítulo 4 se estudiará el relevador ultra rápido.

Un análisis exacto de la estabilidad transitoria requiere de modelos detallados de las unidades de generación y de otros dispositivos del sistema, así como de la carga; por lo que el método más práctico disponible es la simulación en el dominio del tiempo, en la cual, las ecuaciones diferenciales no lineales (como las estudiadas en la sección 3.2.1) se resuelven usando métodos numéricos de integración, tales como son: el método modificado de Euler, el método Runge – Kutta (R-K) y la regla trapezoidal.

A continuación se explica la regla trapezoidal, debido a que el EMTP (*Electromagnetic Transient Program*) hace uso de ella.

### **Regla trapezoidal**

En la figura 3.27 se observa que el área bajo la curva puede aproximarse por una suma de trapecios.



**Figura 3.27**

**Aproximación del área bajo la curva**

La solución de la ecuación diferencial:  $\frac{dx}{dt} = f(x, t)$  con  $x = x_0$  en  $t = t_0$  es:

$$x_1 = x_0 + \int_{t_0}^{t_1} f(x, \tau) d\tau$$

Aplicando la regla trapezoidal tenemos:

$$x_1 = x_0 + \frac{\Delta t}{2} [f(x_0, t_0) + f(x_1, t_1)]$$

Generalizando:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{2} [f(x_n, t_n) + f(x_{n+1}, t_{n+1})]$$

Las ecuaciones para cada unidad generadora y para otros dispositivos dinámicos se pueden expresar como:

$$\dot{\mathbf{x}}_d = \mathbf{f}_d(\mathbf{x}_d, \mathbf{V}_d)$$

$$\mathbf{I}_d = \mathbf{g}_d(\mathbf{x}_d, \mathbf{V}_d)$$

Donde:  $\mathbf{x}_d$  es el vector de estados del dispositivo,  $\mathbf{I}_d$  es la inyección de corriente del dispositivo a la red y  $\mathbf{V}_d$  es el voltaje del bus al que se conecta la unidad.

Estas ecuaciones, incluyendo la ecuación matricial de la red de transmisión:  $\tilde{\mathbf{I}} = \mathbf{Y}_N \tilde{\mathbf{V}}$  se pueden expresar como un grupo de ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{V})$$

Y como un grupo de ecuaciones algebraicas:  $\mathbf{I}(\mathbf{x}, \mathbf{V}) = \mathbf{Y}_N \mathbf{V}$

Con un conjunto de condiciones iniciales conocidas ( $\mathbf{x}_0, \mathbf{V}_0$ ), donde  $\mathbf{x}$  es el vector de estados del sistema,  $\mathbf{V}$  es el vector de voltajes en los buses e  $\mathbf{I}$  es el vector de inyección de corrientes.

En la sección 3.9 se utilizará el EMTP para simular un disturbio transitorio y observar en un diagrama R-X, las consecuentes oscilaciones de impedancia que verán los relés.

## PROTECCIÓN DE LÍNEAS

A lo largo de este trabajo ya se han estudiado en detalle varios aspectos relacionados con el tema de protección de líneas: en el capítulo 1 se presentaron las características de operación en estado estable de los relevadores de distancia, mientras que en el capítulo 2 se mostraron varios diagramas R-X para visualizar la impedancia aparente que medirán estos relés durante las fallas asimétricas; además se hizo un estudio sobre el elemento direccional de secuencia negativa para garantizar la seguridad direccional.

En esta sección se profundizará aún más en el tema, mostrando algunos esquemas de protección, que son necesarios para asegurar la correcta operación de los relevadores y mejorar la confiabilidad del sistema.

Los relevadores son elementos muy importantes para mantener la estabilidad del sistema (tal como vimos en la sección 3.3.3), estos deben ser selectivos, es decir, deben ser capaces de distinguir entre condiciones de falla (para las cuales debe disparar el interruptor con velocidad) y entre oscilaciones de potencia (para las que no debe enviar la señal de disparo).

Hay tres tipos básicos de esquemas para la protección de líneas: relevadores de sobre corriente, relevadores de distancia y relevadores piloto.

Los relevadores de sobre corriente son la forma más fácil y barata de protección, pueden ser instantáneos o de tiempo inverso; sin embargo, no pueden distinguir entre una corriente de carga y una de corto circuito, por lo que se aplican sólo cuando la corriente de falla mínima es mayor que la corriente de carga máxima (generalmente en líneas cortas), además de usarse como supervisor en otros esquemas de protección.

Los relevadores de distancia son los más usados para la protección de líneas de transmisión debido a que son fáciles de aplicar y de coordinar, son rápidos y se ven menos afectados por los cambios en las condiciones del sistema. Ya se han explicado en detalle en los capítulos 1 y 2.

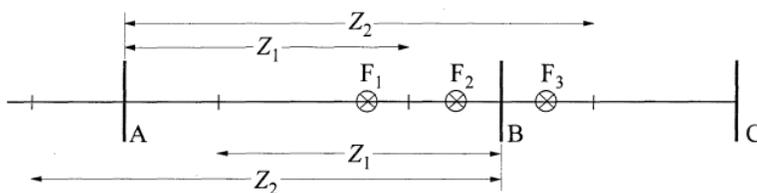
Los relevadores piloto utilizan canales de comunicación entre las terminales de la línea que protegen (a través del hilo de guarda), detectan si la falla es interna o externa a la línea, asegurando que el disparo tenga lugar sólo cuando la falla es interna.

El medio de comunicación usado para transmitir las señales entre las terminales de la línea puede ser fibra óptica, micro ondas o un cable metálico.

La señal transmitida puede ser usada para operaciones de bloqueo, desbloqueo y para transferir el disparo. En un sistema de bloqueo la señal transmitida bloquea la función de disparo de los relés locales. En un sistema de transferencia de disparo, la señal enviada por el relevador piloto en un extremo de la línea causa que el relevador del otro extremo de la línea dispare el interruptor. En un sistema de desbloqueo, la función de disparo de los relevadores locales normalmente está bloqueada, y la señal de desbloqueo se envía desde el extremo de la línea cuando el disparo es requerido.

La detección del lugar de la falla (si es interna o externa a la sección de línea que se está protegiendo) puede estar basada en el principio de comparación direccional o en principio de comparación de fase. En el principio de comparación direccional se utilizan relevadores de distancia y direccionales. En el principio de comparación de fase, el lugar de la falla se puede determinar por el desplazamiento de fase que hay entre la corriente que entra y la que sale de la línea bajo protección.

La figura 3.28 ilustra un esquema que resulta de la combinación de las categorías explicadas arriba, en ella se muestran tres fallas en diferentes lugares. Este esquema es llamado permisivo.



**Figura 3.28**  
**Esquema permisivo**

La falla  $F_1$  está dentro de la zona 1 tanto del relevador ubicado en el bus A como en el del bus B, por lo tanto, ambos dispararán instantáneamente. Para la falla  $F_2$ , el relevador del bus B detecta la falla en su zona 1 y dispara instantáneamente, pero como la falla se encuentra en la zona 2 del relevador ubicado en el bus A, éste disparará con un retardo de tiempo (de 0.3 a 0.5 s), sin embargo, para librar más rápido la falla (y mejorar la estabilidad del sistema) una señal que permite el disparo es enviada desde el bus B al relé del bus A (no tarda más de 20 ms). La falla  $F_3$  es externa a la sección de la línea protegida por los relevadores del bus A y del bus B (línea AB) y se encuentra dentro de la zona 2 de los relés ubicados en A, pero como los relevadores ubicados en B no detectan la falla (pues están ajustados para ver fallas en la dirección opuesta), no envían la señal que le permite a los relevadores de A disparar, así que el disparo se dará después de que transcurra el tiempo de retardo (si es que los relevadores encargados de proteger la sección de la línea BC no han librado la falla aún).

Otro esquema usado para detectar la ubicación de la falla, es el de comparación direccional, éste se ilustra en la figura 3.29, en ella se consideran 4 fallas (2 internas y 2 externas). Como se puede ver, las zonas 1 y 2 están ajustadas para cubrir la misma distancia que en el esquema pasado, pero la zona 3 está ajustada para detectar la falla en la dirección opuesta (se usa para ver fallas externas) y enviará una señal de bloqueo al extremo opuesto para prevenir el disparo.

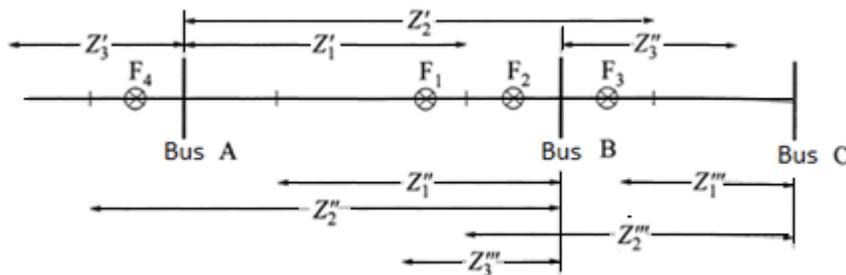


Figura 3.29 (a)

Esquema de comparación direccional

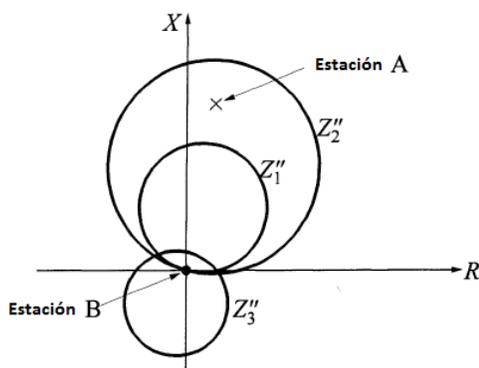


Figura 3.29 (b)

Característica de operación del relevador del bus B

Como la falla  $F_1$  se encuentra dentro de la zona 1 de los relevadores que hay en los buses A y B, el disparo necesario para librar la falla, será instantáneo en ambos extremos de la línea.

La falla  $F_2$  se encuentra en la zona 1 del relevador del bus B ( $Z''_1$ ), por lo que en este extremo de la línea el disparo será instantáneo, pero como  $F_2$  se encuentra en la zona 2 del relé ubicado en A ( $Z'_2$ ), y como éste no recibe la señal de bloqueo por parte de la zona 3 del relevador del bus B ( $Z''_3$ ), que recibiría en el caso de que la falla fuera externa, el relevador disparará después de un retardo de alrededor de 25 ms, que es el tiempo de coordinación con la zona 3 del relevador en B (tiempo que tardaría en recibir la señal de bloqueo), la zona 2 del relevador ubicado en C ( $Z''_2$ ) también detecta la falla  $F_2$  pero está prevenido de disparar porque ha recibido la señal de bloqueo por parte de la zona 3 del relevador ubicado en B ( $Z''_3$ ) y librará la falla sólo si ésta no se despeja por parte de los relés ubicados en el bus B.

La falla  $F_3$  es detectada por la zona 2 del relevador del bus A ( $Z'_2$ ), pero éste ha recibido la señal de bloqueo por parte de la zona 3 del relé ubicado en B ( $Z''_3$ ). La falla  $F_4$  es detectada por la zona 2 del relevador ubicado en B ( $Z''_2$ ), pero éste recibe la señal de bloqueo por parte de la zona 3 del relevador ubicado en A ( $Z'_3$ ).

### IMPEDANCIA VISTA POR LOS RELÉS DURANTE LAS OSCILACIONES

El comportamiento de los relevadores de protección durante las oscilaciones electromecánicas y condiciones de fuera de paso (ver la sección 3.3.3) puede analizarse para un sistema simple de dos máquinas, como el mostrado en la figura 3.30. Se asume que los voltajes internos de las máquinas son constantes.

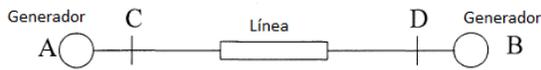


Figura 3.30 (a) Diagrama unifilar

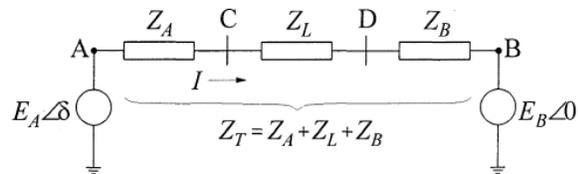


Figura 3.30 (b) Circuito equivalente

A continuación se determinará la impedancia que medirá el relevador localizado en el bus C ( $Z_C$ ) durante las oscilaciones electromecánicas, lo cual, es un paso previo para conocer su comportamiento en estas condiciones.

Se toma a  $E_B$  como el fasor de referencia,  $\delta$  es el ángulo por el cual  $E_A$  adelanta a  $E_B$ . La corriente " $I$ " es:

$$\tilde{I} = \frac{E_A \angle \delta - E_B \angle 0}{Z_T}$$

El voltaje en el bus C es:

$$\tilde{E}_C = \tilde{E}_A - Z_A \tilde{I}$$

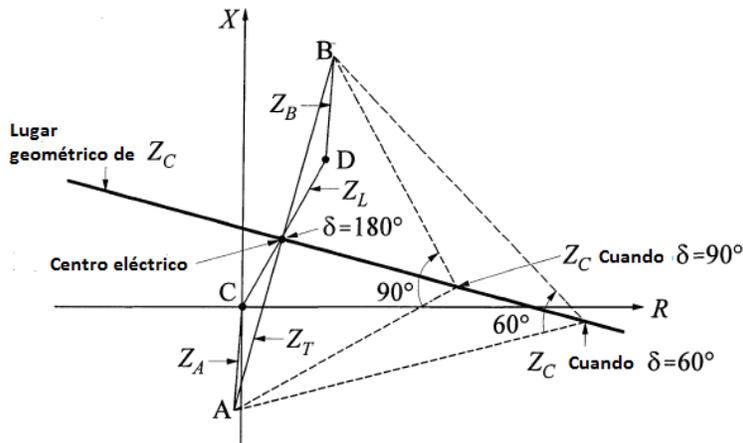
Así que la impedancia que medirá el relevador de distancia ubicado en el bus C es:

$$Z_C = \frac{\tilde{E}_C}{\tilde{I}} = \frac{\tilde{E}_A - Z_A \tilde{I}}{\tilde{I}} = -Z_A + Z_T \frac{E_A \angle \delta}{E_A \angle \delta - E_B \angle 0}$$

Si  $E_A = E_B = 1 \text{ pu}$ :

$$\begin{aligned} Z_C &= -Z_A + \frac{Z_T}{1 \angle 0 - 1 \angle -\delta} = -Z_A + Z_T \frac{1 \angle 0 + 1 \angle -\delta}{(1 \angle 0 - 1 \angle -\delta)(1 \angle 0 + 1 \angle -\delta)} = -Z_A + Z_T \frac{1 + \cos \delta + j \sin \delta}{2j \sin \delta} \\ &= -Z_A + Z_T \left[ \frac{1}{2} - j \left( \frac{1 + \cos \delta}{2 \sin \delta} \right) \right] = \left( \frac{Z_T}{2} - Z_A \right) - j \left( \frac{Z_T}{2} \cot \frac{\delta}{2} \right) \end{aligned}$$

Tenga presente que durante la oscilación de potencia, el ángulo  $\delta$  cambia. La figura 3.31 muestra el lugar geométrico de " $Z_C$ " como función de  $\delta$ , en un diagrama R- X, cuando  $E_A = E_B$ .

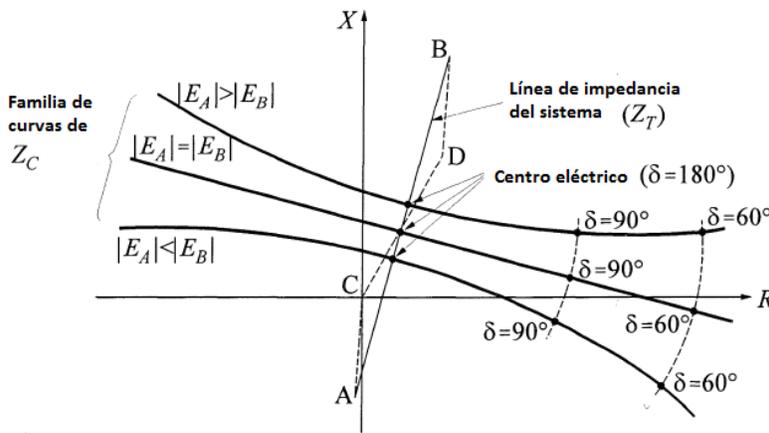


**Figura 3.31**

**Lugar geométrico de  $Z_C$  en función de  $\delta$ , con  $E_A = E_B$**

Se puede apreciar que  $Z_C$  es una línea recta, se trata del bisector perpendicular a la impedancia total del sistema entre A y B ( $Z_T$ ). El ángulo formado por las líneas punteadas desde A y B sobre cualquier punto de la línea  $Z_C$  es el correspondiente ángulo  $\delta$ .

Cuando:  $\delta = 0$ ,  $I = 0$  y la impedancia  $Z_C$  es infinita. Mientras que cuando  $\delta = 180^\circ$ , el voltaje en el centro eléctrico (punto medio de la impedancia total del sistema) es de cero y por lo tanto el relevador ubicado en el bus C verá una falla trifásica en el centro eléctrico. Si los voltajes internos de las máquinas no son iguales ( $E_A \neq E_B$ ), el lugar geométrico de la impedancia aparente  $Z_C$  sobre el diagrama R-X será una familia de círculos, cuyos centros se encuentran sobre una prolongación de la línea AB. Cuando  $|E_A| > |E_B|$  el centro del círculo está por arriba del centro eléctrico, y cuando  $|E_A| < |E_B|$  está por abajo, tal como se ilustra en la figura 3.32.



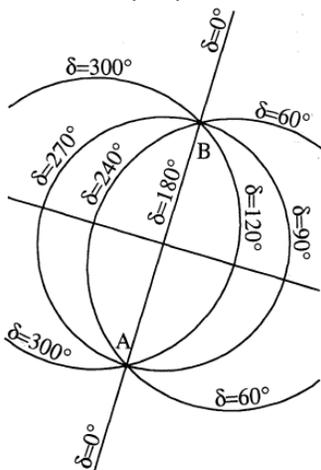
**Figura 3.32**

**Familia de curvas de  $Z_C$  para distintos valores de  $E_A/E_B$**

El voltaje caerá a cero cuando  $\delta = 180^\circ$ , si  $\delta$  sigue aumentando, la magnitud del voltaje aumentará hasta que  $\delta$  sea igual a  $360^\circ$ , que es cuando el generador habrá deslizado un polo. Cuando  $\delta$  alcance el valor que tenía en el momento en que la oscilación comenzó, un ciclo de deslizamiento se habrá completado. En el caso estable  $\delta$  aumenta rápidamente hasta que alcanza su valor pico, pero si el sistema es inestable, el ángulo seguirá aumentando y el generador seguirá deslizando polos en rápida sucesión. Los voltajes e impedancias aparentes en puntos cercanos al centro eléctrico oscilarán rápidamente durante el deslizamiento de polos.

La impedancia aparente que miden los relés de distancia durante las oscilaciones de baja frecuencia, es realmente más complicada que para el caso idealizado considerado aquí, depende de: la interacción entre todas las máquinas conectadas, las variaciones en los voltajes internos de éstas, las acciones de los gobernadores de velocidad, de los reguladores automáticos de voltaje y del control suplementario. Sin embargo, ésta se puede determinar usando un programa de estabilidad transitoria como el EMTP (ver sección 3.9).

Si el ángulo entre  $E_A$  y  $E_B$  ( $\delta$ ) se mantiene constante mientras la relación de voltajes  $E_A/E_B$  varía, la impedancia aparente  $Z_C$  trazará una porción de un círculo cuyo centro está sobre el bisector perpendicular a la línea AB, como se muestra en la figura 3.33.



**Figura 3.33**

**Familia de curvas de  $Z_C$  para diferentes valores de  $\delta$**

La línea AB es una porción del círculo (con radio infinito) que representa los ángulos  $0^\circ$  y  $180^\circ$ , también separa las porciones izquierda y derecha (que difieren por  $180^\circ$ ) de los demás círculos. Así, por ejemplo, la curva que en la parte derecha de la línea AB corresponde a un ángulo  $\delta = 60^\circ$ , en la parte izquierda es  $\delta = 240^\circ$ .

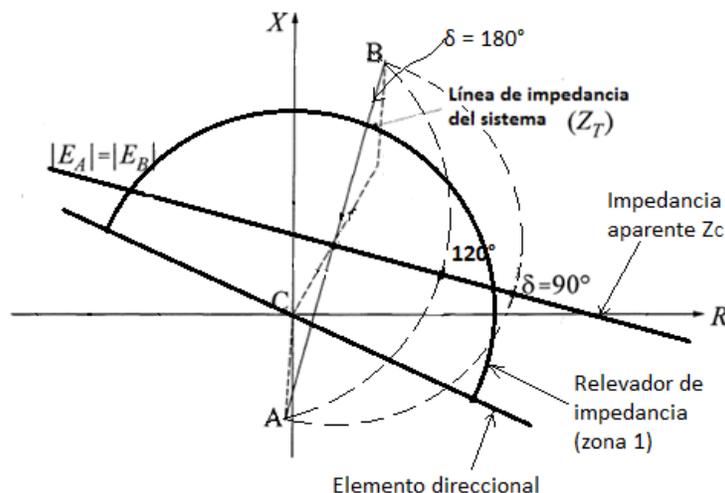
Las familias de curvas de las figuras 3.32 y 3.33 ayudan a analizar el comportamiento de los relevadores de distancia durante las oscilaciones electromecánicas, cuando tanto el ángulo del rotor, como la razón de voltajes internos entre las máquinas, son variables.

### PROTECCIÓN CONTRA OSCILACIONES

Queda claro de la sección anterior que la impedancia aparente " $Z_c$ " que medirá el relevador durante las oscilaciones de potencia, podría entrar en la característica de operación del relevador y, sin embargo, éste sólo debe disparar cuando el sistema es inestable.

El comportamiento que tendrán los relevadores durante las oscilaciones puede determinarse calculando la impedancia aparente que medirán, y graficándola en un diagrama R-X junto con sus características de operación.

Es preferible usar el relé tipo mho, debido a que su característica de operación es más reducida que la del elemento de impedancia. Esto se puede comprobar si se comparan las figuras 3.34 y 3.35, en las que muestra: la línea de impedancia del sistema considerado en la sección anterior, la familia de curvas de la figura 3.28 (sólo para  $\delta = 90^\circ, 120^\circ$  y  $180^\circ$ ), la impedancia aparente " $Z_c$ " para el caso donde  $E_A/E_B = 1$  (figura 3.32) y la característica de operación del relé correspondiente.



**Figura 3.34**  
**Relevador de impedancia**

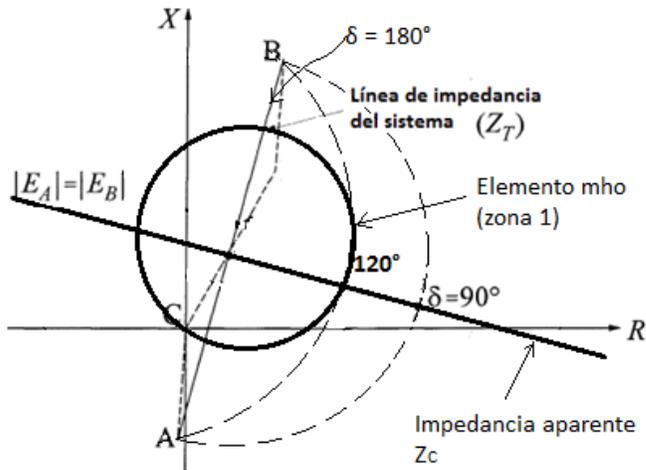


Figura 3.35  
 Relevador mho

Como puede verse, ambos relevadores están ajustados para cubrir la misma distancia, sin embargo, el relevador de impedancia disparará cuando el ángulo del rotor sea ligeramente mayor a  $90^\circ$ , lo cual, seguramente será un disparo en falso puesto que el límite de estabilidad del sistema (ver sección 3.3.2) aún no se ha alcanzado. En cambio el relevador mho disparará, bajo las mismas condiciones, cuando el ángulo del rotor sea de  $120^\circ$ . Si se permiten oscilaciones mayores a  $120^\circ$ , es posible reducir el rango angular cubierto por el relevador mho, por medio de dos unidades ohm (conocidos también como blinders) como se muestra en la figura 3.36.

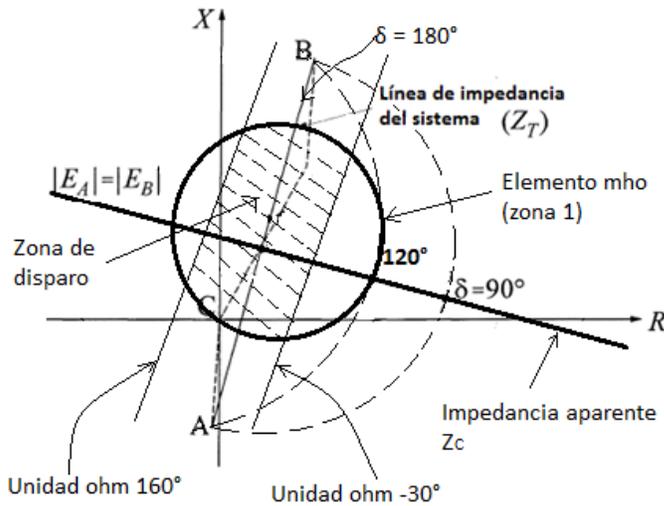


Figura 3.36  
 Reducción del rango angular del elemento mho

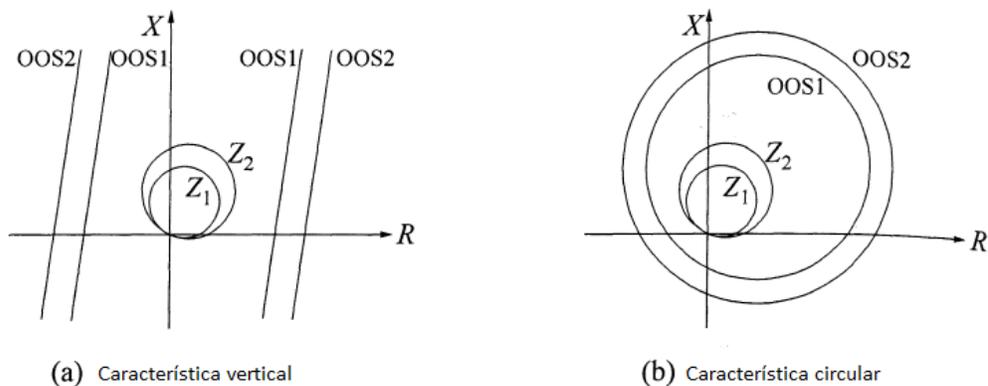
Alternativamente se puede utilizar el elemento tipo lente (ver sección 1.3).

### RELEVADOR PARA LA PROTECCIÓN CONTRA LA PÉRDIDA DE SINCRONISMO

Como vimos en la sección pasada, cuando el ángulo del rotor alcanza los  $180^\circ$ , la impedancia aparente que mide el relevador es la misma que la de una falla trifásica, por lo tanto el resultado será un disparo en falso, puesto que no es una falla y el sistema aún es estable. Para evitar esto se utiliza un relevador que distinga entre una falla y una

oscilación, y que dispare sólo cuando la oscilación es inestable (cuando el generador pierda sincronismo con el sistema).

En el momento de la falla, el cambio de impedancia que mide el relevador es instantáneo, mientras que durante la oscilación, el desplazamiento de ésta es lento en comparación. Se puede utilizar un elemento de bloqueo que prevenga del disparo a la primera y segunda zonas del relevador mho, el cual, puede tener característica vertical o circular como muestra la figura 3.37. Si el tiempo que requiere la impedancia aparente para cruzar las dos características del elemento de bloqueo (OOS2, OOS1) y entrar a la zona de disparo del relevador mho, excede un valor mínimo predeterminado, entonces el bloqueo se realizará. Por otro lado, si el cambio de impedancia es tan rápido que es detectado por ambos relés: el de bloqueo y el mho simultáneamente (lo que pasaría en una falla), el bloqueo no se llevará a cabo y el relevador disparará.



**Figura 3.37 Esquemas de relevador de fuera de paso**

Otro relevador usado con el objetivo de proteger al generador de la pérdida de sincronismo con el sistema, es el relé mho tipo lente, el cual se ilustra en la figura 3.38, en la que se puede observar que consta de dos características de operación: una de disparo (MT – Mho tripping-) y una de bloqueo (MB –Mho blocking-).

Cuando se presenta una oscilación de potencia, la impedancia vista por el relé es detectada primero por la característica de bloqueo. Para describir el principio de operación del relé, vamos a referirnos al diagrama lógico de la figura 3.39, la unidad MB energiza la entrada baja de la compuerta AND, mientras que la entrada alta es energizada por la compuerta NOT. Si la impedancia permanece en la región anular que hay entre las características MT y MB durante el tiempo de ajuste del temporizador “A/40” (2 a 4 ciclos), que es un tiempo característico de una oscilación de potencia, entonces, el temporizador producirá una señal de salida, que será enviada a la entrada alta de la compuerta AND1. Así que las salidas de la compuerta AND1 y del temporizador A/40 dependen completamente de la característica MB.

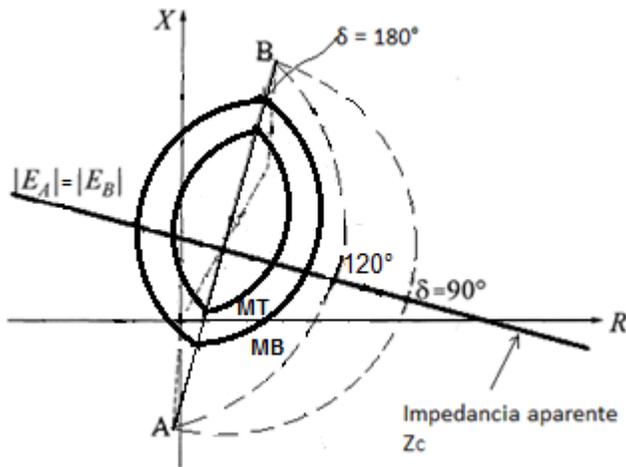


Figura 3.38

Relevador tipo lente usado como protección contra la pérdida de sincronismo.

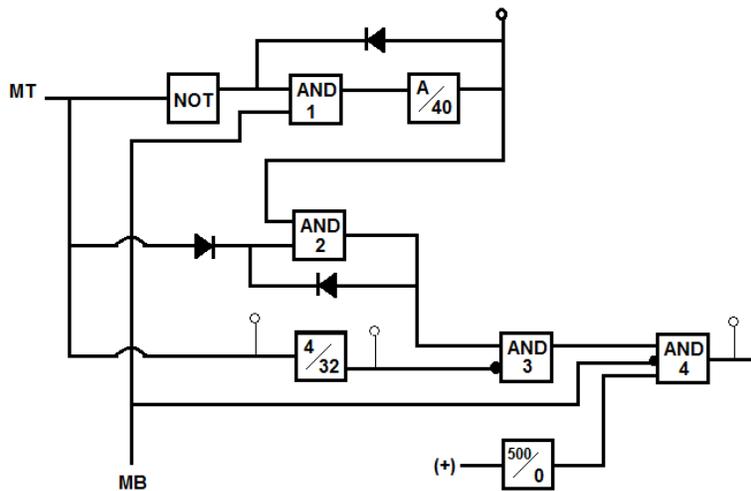


Figura 3.39

Esquema de disparo por oscilaciones.

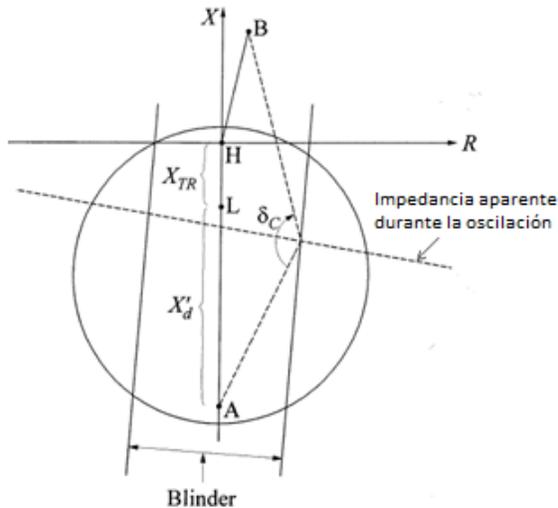
En cuanto el sistema comienza a salirse de paso, la impedancia aparente entra a la característica de disparo "MT", ésta energiza la entrada baja de la compuerta AND2 y puesto que la entrada alta es energizada por el temporizador A/40, ésta producirá una salida, la cual se reenvía a la entrada baja de la compuerta.

Después de que la oscilación de impedancia ha pasado por la característica MT, ésta se restablece, removiendo la entrada al temporizador 4/32, quien remueve su señal de salida después de un retardo de 32 ms. Si la característica MB no se restablece (lo que indicaría que se trata de una oscilación de potencia), la entrada alta de la compuerta AND3 también es energizada, produciéndose la señal de salida hacia AND4. Sin embargo, en el caso de una falla, ambas características: Mt y MB, se restablecen casi simultáneamente y el tiempo de retardo del temporizador prevendrá la salida del AND3.

El temporizador conectado a la entrada baja de la compuerta AND4 sirve para darle al relé un tiempo de retardo para que la oscilación de impedancia regrese a su valor original (para que se salga de la región anular), entonces la característica MB se restablecerá



Si queremos que el relevador sea más selectivo podemos usar *blindings*, como se ilustra en la figura 3.41. El generador es desconectado cuando la impedancia aparente entra en la característica  $mho$  y cruza ambos *blindings*, el tiempo que tarda la impedancia en cruzarlos, debe exceder a un valor predeterminado de alrededor de 0.15 s.



**Figura 3.41**

**Relevador para proteger al generador de la pérdida de sincronismo usando blindings**

Como se requiere de un tiempo considerable para detectar la condición de fuera de paso, resulta fácil coordinar este relevador con las protecciones de la línea, esto permite extender el alcance de protección a más allá de transformador.

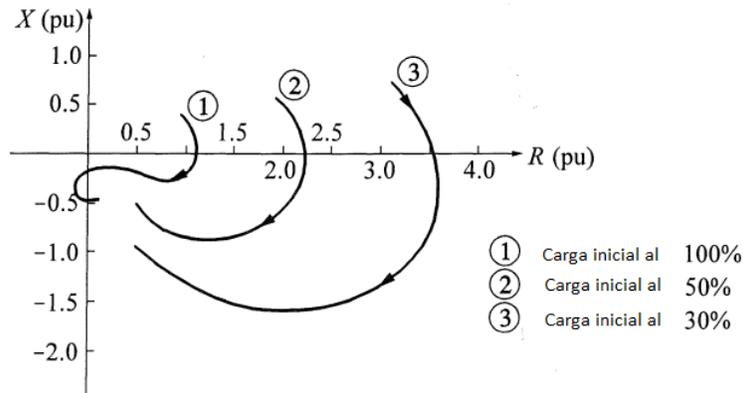
Como asumimos que el relevador está ubicado en el lado de alta tensión del transformador, en la figura 3.41, el origen del diagrama  $R - X$  está en el punto H, sin embargo, puede ser conveniente localizar al relé justo en las terminales del generador, en cuyo caso, tendríamos que desplazar el origen al punto L.

### **PROTECCIÓN CONTRA LA PÉRDIDA DE EXCITACIÓN**

La pérdida de excitación de una máquina síncrona puede ser causada por una amplia variedad de condiciones anormales del devanado de campo, que van desde un corto circuito en la bobina hasta un circuito abierto.

Cuando el generador pierde excitación, éste opera como una máquina de inducción rotando por encima de la velocidad síncrona; si se trabaja así de manera prolongada, podría ser perjudicial, debido al calentamiento del estator y del rotor (las corrientes del estator pueden ser de 2 a 3 veces más altas que la corriente nominal dependiendo del deslizamiento de polos). Además, como en estas condiciones la excitación es suplida por el sistema, (quien le entrega potencia reactiva al generador), se corre el riesgo de provocar inestabilidad de voltaje (ver sección 3.1.4).

Para evitar esta situación, es necesario proveer al generador de un relé que lo proteja contra la pérdida de excitación. Para entender los principios bajo los cuales debe actuar este relevador, es necesario conocer las características del generador durante la pérdida de excitación. La respuesta de la máquina depende de la condición de carga inicial. En el diagrama R-X de la figura 3.42 se muestra el desplazamiento de la impedancia aparente que mide el relevador (ubicado en las terminales del generador), durante la pérdida de excitación, para tres condiciones de carga inicial.



**Figura 3.42**

**Impedancia aparente durante la pérdida de excitación**

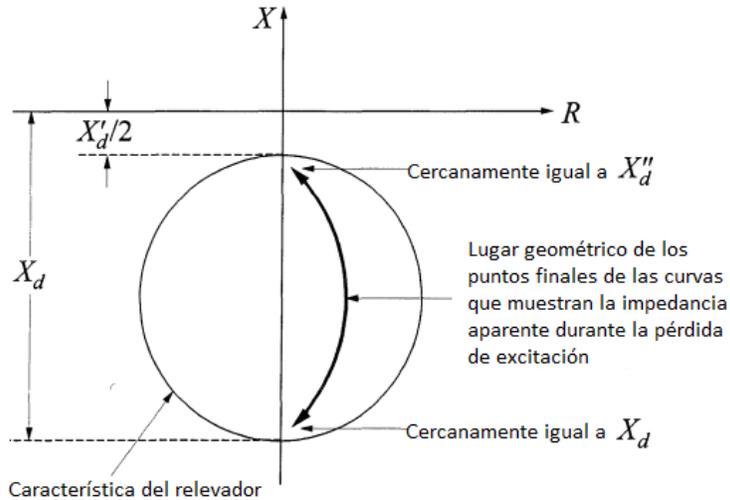
Cada curva de la figura 3.42 termina justo antes de que el ángulo del rotor “ $\delta$ ” alcance los  $180^\circ$ , porque después de este punto, el cambio de impedancia comienza a ser errático debido al deslizamiento de polos.

Cuando el generador pierde excitación, el flujo de campo y el voltaje interno ( $E_A$ ) se caen gradualmente, dependiendo de la constante de tiempo del circuito de campo, esto resulta en una reducción de la potencia reactiva y un aumento en el ángulo del rotor ( $\delta$ ). Las curvas 3.32 y 3.33 vistas en la sección 3.4.1, muestran el cambio en la impedancia aparente que mide el relevador ante diferentes valores del ángulo del rotor “ $\delta$ ” y de la razón entre los voltajes internos ( $E_A/E_B$ ) de las máquinas, por lo que se puede decir que la figura 3.42 es una combinación de estas dos curvas según lo descrito aquí: el voltaje de campo disminuye ( $E_A/E_B \rightarrow 0$ ) y  $\delta$  crece durante la pérdida de excitación.

Cuando la salida de potencia inicial es alta (curva 1 de la figura 3.42), el ángulo del rotor crece más rápidamente y el punto final de la curva se alcanza también más rápido (generalmente en alrededor de 10 s). El deslizamiento de polos también es alto, por lo que el punto final de la curva es el promedio de las reactancias sub transitorias de eje directo y de cuadratura:  $(X''_d + X''_q)/2$ .

Por otro lado si la salida de potencia inicial es baja, el ángulo del rotor crecerá lentamente y el punto final de la impedancia aparente será el promedio de las reactancias síncronas de eje directo y de cuadratura:  $(X_d + X_q)/2$ .

El lugar geométrico de los puntos finales de la impedancia aparente durante la pérdida de excitación está graficado en el diagrama R – X de la figura 3.43, en la que también se muestra la característica del relevador mho desplazado, que se utiliza para que el generador nunca alcance estos puntos (el relevador dispara antes de que el generador empiece a deslizar polos).



**Figura 3.43**

**Relevador que protege al generador de la pérdida de excitación**

El relevador propuesto en la figura anterior debe ser selectivo, es decir: sólo debe disparar en una condición de pérdida de excitación, no debe hacerlo para fallas en el sistema (para esto están los relevadores que protegen la línea), ni para una condición de pérdida de sincronismo del generador, ni para condiciones de carga ligeras (la excitación se disminuye voluntariamente para suplir las necesidades del sistema). Veamos a continuación si el relé propuesto cumple con estos requisitos.

La impedancia aparente que mide el relevador para cualquier tipo de falla, se encuentra por encima del origen del diagrama R – X de la figura anterior, por lo que el relé no detectará estas fallas.

Cuando el generador está conectado a un sistema muy grande, la impedancia externa es de cero y el centro eléctrico (intersección de la impedancia aparente que mide el relevador con la línea de impedancia del sistema) pasa a ser el centro de impedancia del generador ( $X'_d/2$ ), por eso es que en la figura 3.43, la característica de operación del relevador se ha desplazado desde el origen hasta la mitad de la reactancia transitoria, evitando así disparos en falso debidos a una condición de pérdida de sincronismo.

No sólo debemos asegurarnos de que el relevador propuesto no valla a disparar cuando intencionalmente se reduce la excitación (cuando se tienen cargas ligeras que alimentar), sino que además debemos garantizar que el relevador opere antes de que el generador llegue a su límite de capacidad de baja excitación, lo que nos lleva al siguiente tema.

## CURVAS DE CAPABILIDAD DE GENERADOR

La capacidad de potencia reactiva del generador está limitada por tres factores: el límite de corriente de armadura, el límite de corriente de campo y el límite de calentamiento de la región extrema.

### Límite de corriente de armadura

La pérdida de potencia debido a la resistencia de la armadura es:  $P = RI^2$ . La energía asociada con esta pérdida debe removerse para incrementar el límite de temperatura del conductor y de su entorno inmediato. Por lo tanto, una de las limitaciones del generador, es la máxima corriente que puede transportar la armadura sin exceder el límite de calentamiento.

La potencia compleja en por unidad es:

$$S = P + jQ = \tilde{E}_t \tilde{I}_t^* = |E_t| |I_t| (\cos\phi + j\sin\phi)$$

Donde  $\phi$  es el ángulo del factor de potencia.

Por lo tanto, el límite de corriente de armadura graficado en el plano P – Q, es un círculo con centro en el origen y radio igual a la potencia compleja en MVA; como se muestra en la figura 3.44.

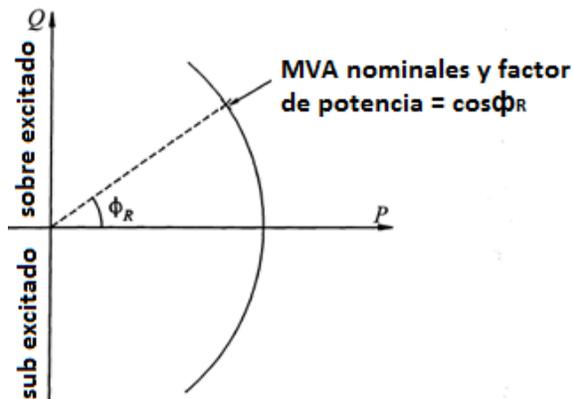


Figura 3.44

Límite de corriente de armadura

### Límite de corriente de campo

Debido a la pérdida de potencia en el devanado de campo ( $R_{fd} i_{fd}^2$ ), la corriente de campo impone un segundo límite sobre la operación del generador.

La figura 3.45 se obtiene a partir de la figura 3.6 (vista en la sección 3.1.1.1), al despreciar la resistencia de la armadura " $R_a$ ".

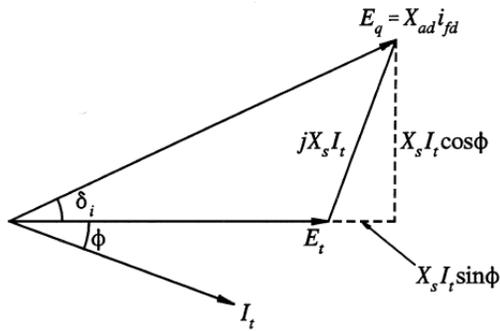


Figura 3.45

Diagrama fasorial de la máquina en estado estable

De esta figura podemos ver que:

$$I_t \cos \phi = \frac{X_{ad} i_{fd} \sin \delta_i}{X_s}$$

$$I_t \sin \phi = \frac{X_{ad} i_{fd} \cos \delta_i - E_t}{X_s}$$

Por lo tanto las potencias activa y reactiva están dadas por las ecuaciones:

$$P = E_t I_t \cos \phi = \frac{X_{ad}}{X_s} E_t i_{fd} \sin \delta_i \quad Q = E_t I_t \sin \phi = \frac{X_{ad}}{X_s} E_t i_{fd} \cos \delta_i - \frac{E_t^2}{X_s}$$

Como  $P^2 + Q^2 = S^2$ :

$$\left( \frac{X_{ad}}{X_s} E_t i_{fd} \sin \delta_i \right)^2 + \left( \frac{X_{ad}}{X_s} E_t i_{fd} \cos \delta_i - \frac{E_t^2}{X_s} \right)^2 = \left( \frac{X_{ad}}{X_s} E_t i_{fd} \right)^2$$

De la ecuación del círculo:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 + Dx + Ey + F = r^2$$

Donde  $D = -2a$ ,  $E = -2b$  y  $F = a^2 + b^2$

Tenemos que  $a = 0$ ,  $b = -E_t^2/X_s$ , y  $r = (X_{ad}/X_s) E_t i_{fd}$

Por lo que el límite de corriente de campo se puede graficar en el plano  $P - Q$ , como un círculo con centro en:  $-E_t^2/X_s$  y con radio igual a:  $(X_{ad}/X_s) E_t i_{fd}$ .

El efecto de la máxima corriente de campo sobre la capacidad del generador se muestra en la figura 3.46.

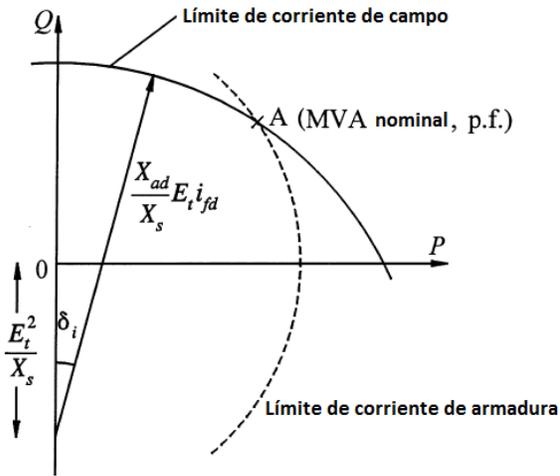


Figura 3.46

Límite de corriente de campo

### Límite de calentamiento de la región extrema

El calor localizado en la región extrema de la armadura impone un tercer límite a la operación del generador. Este límite afecta la capacidad de la máquina durante una condición de baja excitación.

La figura 3.47 muestra la región extrema del generador, el flujo magnético entra en dirección perpendicular a la laminación del estator, produciendo corrientes Eddy, que resultan en un calentamiento localizado.

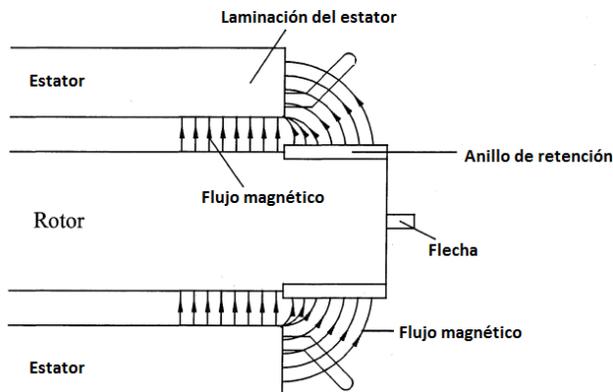


Figura 3.47

Vista seccional de la región extrema del generador

En una condición de baja excitación, la corriente de campo es baja, por lo que el anillo de retención no está saturado, lo que permite un aumento en el flujo magnético resultando en un calentamiento de la región extrema.

La figura 3.48 es una curva en el plano P – Q, que muestra el límite de calentamiento de la región extrema del generador.

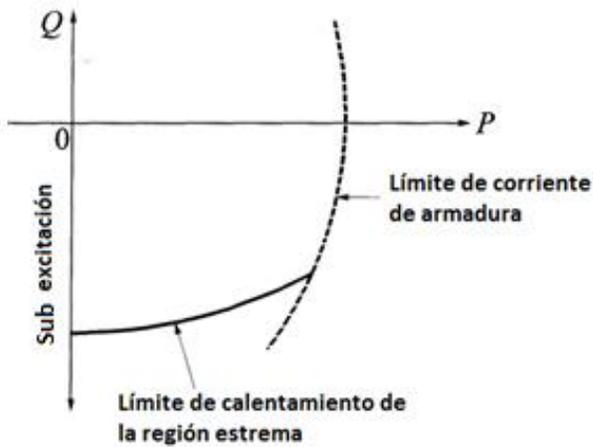


Figura 3.48

Límite de calentamiento por baja excitación

En la figura 3.49 se pueden ver las curvas de *capacidad* del generador, que definen sus límites de operación, el área sombreada sugiere una zona límite de baja excitación para ajustar el regulador de voltaje (ver sección 3.8).

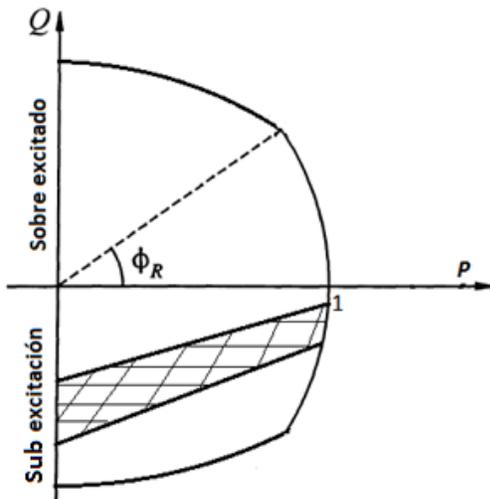


Figura 3.49 Curvas de *capacidad* del generador en plano P – Q

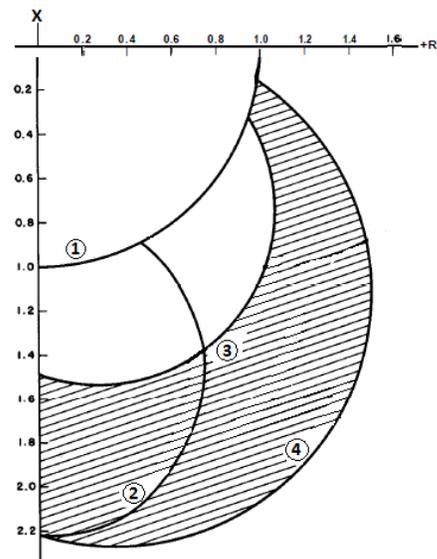


Figura 3.50 Curvas de *capacidad* del generador en diagrama R - X

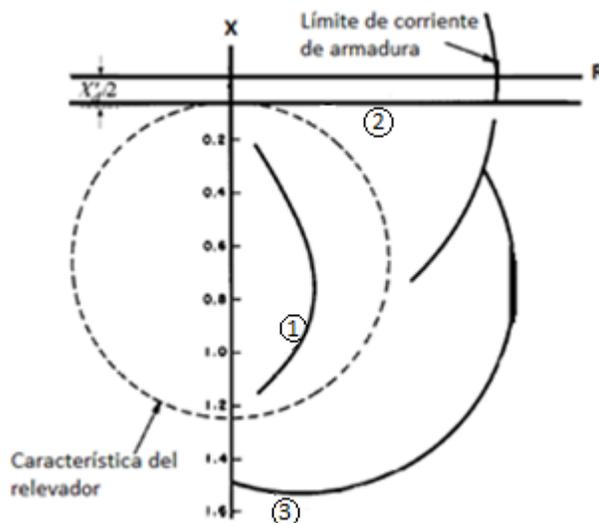
El análisis que se hizo en la sección anterior acerca del relé que protege al generador contra la pérdida de excitación, se realizó sobre el diagrama R – X, así que las curvas que se han obtenido en esta sección, para que nos sean de utilidad en el análisis del relé, tienen que estar graficadas también sobre el diagrama R – X. Para pasar las curvas del plano P – Q al diagrama R – X se utilizan las ecuaciones:

$$R = \frac{PV^2}{P^2 + Q^2} \quad X = \frac{QV^2}{P^2 + Q^2}$$

La figura 3.50 muestra las curvas de *capacidad* del generador en el diagrama R – X, donde: la curva 1 es el límite de corriente de armadura, la curva 2 es el límite de corriente de campo, y la sección sombreada, es el área sugerida para limitar al regulador de voltaje (límite de calentamiento en la región extrema del generador causada por la reducción de la excitación).

Ahora si podemos regresar al asunto que nos ocupa: asegurarnos de que el relevador encargado de proteger contra la pérdida de excitación, propuesto en la sección pasada, no vaya a disparar cuando intencionalmente se reduce la excitación, y que además proteja al generador de su límite de capacidad por baja excitación.

Si a la figura 3.43 le agregamos el límite de operación de baja excitación (curva 3 de la figura 3.50) podremos conocer el comportamiento del relevador elegido. Esto se muestra en el diagrama R – X de la figura 3.51.



**Figura 3.51**

**Relevador de protección contra la pérdida de excitación**

La curva 1 de la figura 3.51 representa el lugar geométrico de los puntos finales de la impedancia aparente que mide el relevador durante la pérdida de excitación (antes de que el rotor empiece a deslizar polos). La curva 2 muestra el desplazamiento de la característica de operación del relé, que es necesario para evitar disparos en falso debidos a la pérdida de sincronismo. La curva 3 es el límite de operación de baja excitación; el diámetro del círculo mho es igual a la reactancia síncrona menos el desplazamiento:  $X'_d/2$ .

Como puede verse, el relevador cumple con los requisitos de selectividad impuestos en la sección pasada.

En estos últimos temas se ha mencionado sobre el regulador de voltaje, pero no se ha cubierto el tema apropiadamente y, sin embargo, es necesario para comprender su impacto sobre el control de la estabilidad del sistema, por lo que será tema de la siguiente sección.

## EL SISTEMA DE EXCITACIÓN Y SU EFECTO SOBRE LA AMORTIGUACIÓN DE LAS OSCILACIONES DE POTENCIA

La función básica de un sistema de excitación, es la de proveer corriente directa al devanado de campo de la máquina síncrona, y de mantener constante el voltaje terminal del generador, ante la tendencia a la caída del mismo, como efecto de un incremento en la demanda de potencia reactiva; por lo que es una herramienta indispensable para mejorar la estabilidad del sistema (ver sección 3.1.4 estabilidad del voltaje). Además de que tiene funciones de protección que aseguran que no se excedan los límites de capacidad del generador (de los que hablamos en la sección pasada) como son: el limitador de baja excitación y el limitador de sobre excitación.

El limitador de baja excitación debe coordinarse con los límites de operación del generador, y con el relevador que lo protege contra la pérdida de excitación. La figura 3.52 muestra una forma de hacer esta coordinación usando un plano P-Q.

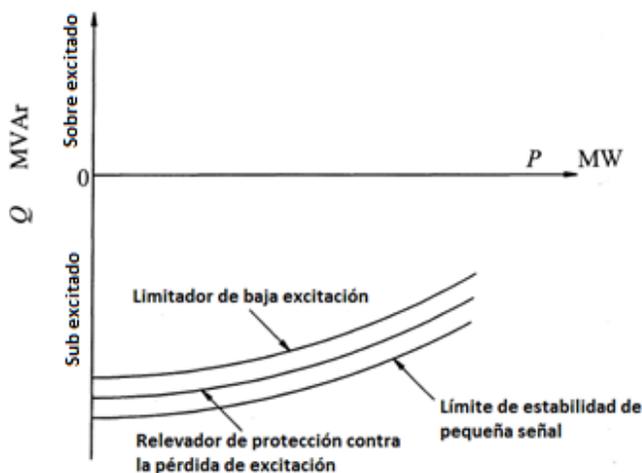
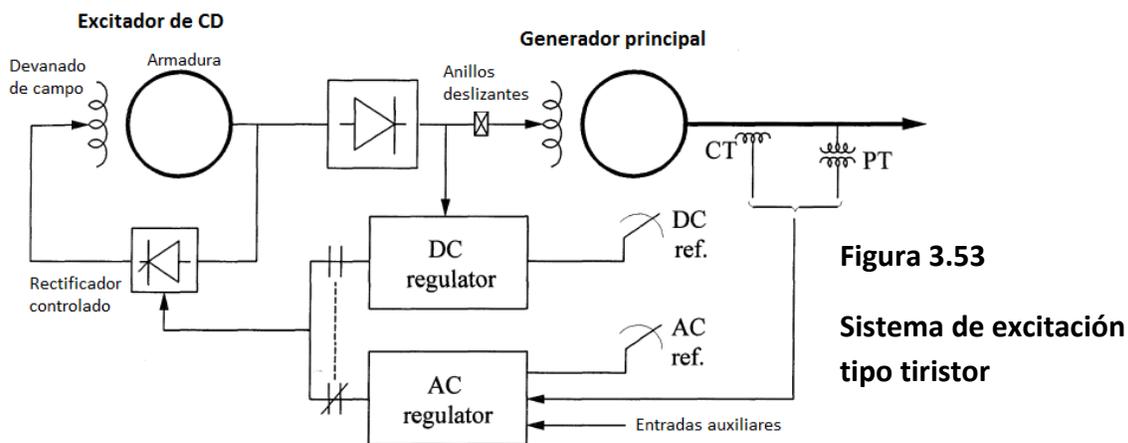


Figura 3.52

Coordinación entre el limitador de baja excitación, el relevador de protección contra la pérdida de excitación y el límite de estabilidad de pequeña señal

A lo largo del tiempo se han desarrollado muchos tipos de sistemas de excitación, pero el más usual es el de corriente alterna con rectificador controlado tipo tiristor, el cual tiene un control directo de la salida del excitador (elemento del sistema de excitación que provee potencia de corriente directa al devanado de campo del generador), por lo que su tiempo de respuesta es pequeño, de alrededor de 0.03 y 0.05 segundos, lo cual es muy bueno ya que el tiempo necesario para que el ángulo del rotor del generador llegue a su valor pico durante una condición de oscilación es de alrededor de 0.4 y 0.75 segundos. En la figura 3.53 se muestra un sistema de excitación de corriente alterna con rectificador controlado tipo tiristor, en la que se pueden observar dos tipos de reguladores de voltaje: uno de corriente alterna, que mantiene estable el voltaje terminal del generador principal, a un valor deseado correspondiente a la referencia; y uno de corriente directa, el cual mantiene constante el voltaje de campo. El regulador de dc entra en operación (modo de control manual) cuando falla el regulador de ac, o se deja fuera de servicio.

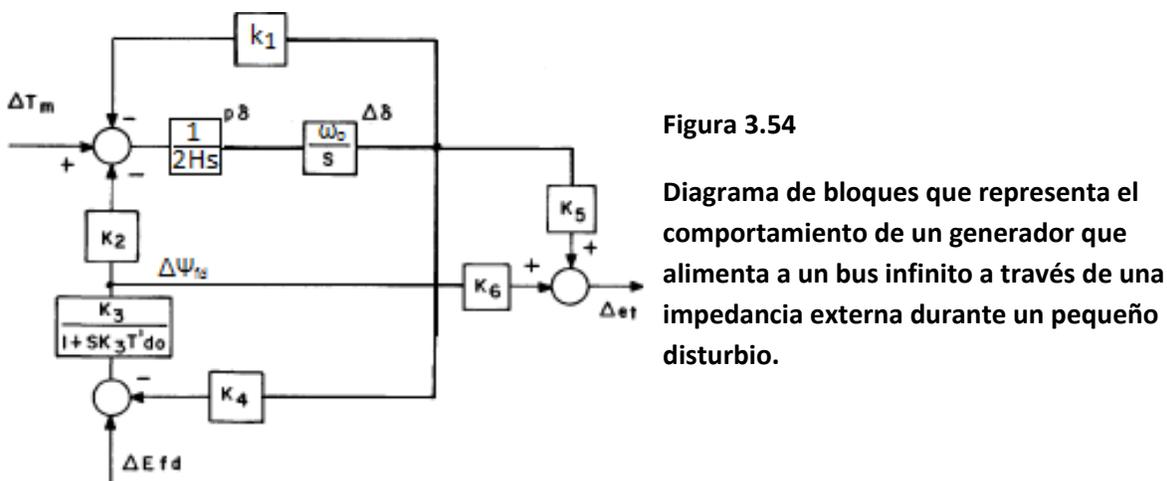


El sistema de excitación está compuesto por varios elementos, pero los que tienen una influencia directa sobre la estabilidad del sistema de potencia son el regulador automático de voltaje y el control suplementario o PSS (Power System Stabilizers).

Consideremos primero el efecto que tiene el RAV sobre la estabilidad de las oscilaciones de potencia.

Como se dijo en la sección 3.1.4, la estabilidad del sistema durante un pequeño disturbio (por ejemplo, un pequeño cambio en el par mecánico de entrada) depende de que tanto el par de sincronización como el de amortiguación sean positivos. Esto debido a que el par de sincronización positivo evita que el ángulo del rotor crezca hasta que la máquina empiece a deslizar polos y pierda sincronismo con el sistema, mientras que el par de amortiguación positivo es el responsable de amortiguar la magnitud de las oscilaciones del ángulo del rotor.

Un diagrama de bloques que representa el comportamiento del sistema de potencia durante un pequeño disturbio de forma más detallada que el de la figura 3.21 es el que se presenta en la 3.54.



Es fácil ver de la figura 3.54 que la variación del voltaje terminal está dada por la siguiente ecuación:

$$\Delta E_t = K_5 \Delta \delta + K_6 \Delta \psi_{fd}$$

El coeficiente  $K_6$  siempre es positivo, mientras que  $K_5$  puede tomar cualquier signo dependiendo de la condición de operación y de la impedancia externa de la red, esta constante tiene una influencia directa sobre el RAV.

Si  $K_5$  es positivo, el efecto del regulador automático de voltaje es el de introducir un par de sincronización negativo y un par de amortiguación positivo. Sin embargo, debido a  $K_1$  (ver figura 3.54) el par de sincronización neto es mayor a cero.

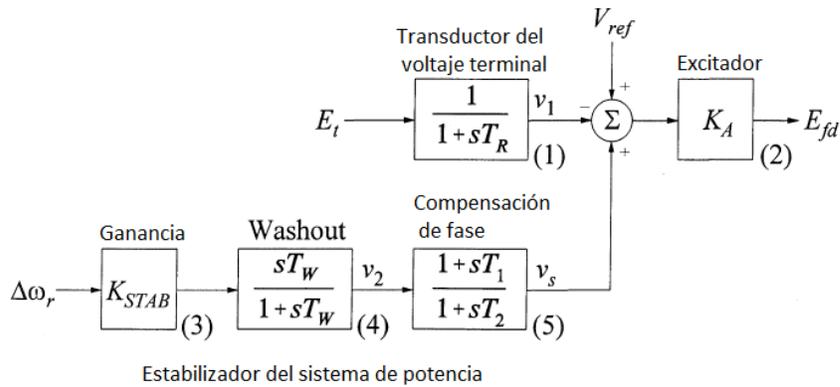
$K_5$  es positivo cuando la impedancia externa es pequeña y cuando la potencia de salida del generador es baja.

Si  $K_5$  es negativo, el regulador automático de voltaje introducirá un par de sincronización positivo y un componente de amortiguación negativo.  $K_5$  es negativo cuando la impedancia externa y la potencia de salida del generador, son altas.

Para que el par de amortiguación sea positivo también, se utiliza el PSS.

Para que el estabilizador provea amortiguación, éste debe producir una componente de par eléctrico que esté en fase con la variación de la velocidad del rotor ( $\Delta \omega_r$ ). La función de transferencia del estabilizador ( $G_{PSS}(s)$ ) debe tener un circuito de compensación de adelanto de fase para compensar del atraso de fase que hay entre la entrada del excitador y el par eléctrico del generador ( $\Delta T_e$ ). Si la red de adelanto de fase provee mayor compensación que dicho atraso de fase, el estabilizador introduce además del par de amortiguación positivo, un par de sincronización negativo. Sin embargo, si la compensación es menor que el atraso de fase, el estabilizador introduce solamente el par de sincronización positivo.

La estructura básica de un estabilizador empleado en un sistema de excitación de tipo tiristor, se ilustra en la figura 3.55; en la que se observa que el estabilizador está compuesto de tres bloques: un bloque de ganancia, un bloque de *washout* y un bloque de compensación de fase.



**Figura 3.55 Estructura del estabilizador del sistema de potencia**

La figura muestra un compensador de fase de primer orden, sin embargo, a veces se necesita un bloque de segundo orden para lograr la compensación deseada.

El bloque de *washout* se utiliza para evitar que el voltaje terminal se modifique debido a los cambios en la velocidad. La constante de tiempo “ $T_w$ ” está en el rango de 1 a 20 segundos.

La ganancia “ $K_{STAB}$ ” determina la cantidad de amortiguación que aportará el estabilizador.

En el documento publicado por la IEEE: “Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control” Francisco P. Demello y Charles Concordia, se hace un análisis de la respuesta en frecuencia del sistema de excitación (tipo tiristor como el considerado aquí) de una máquina supliendo a un bus infinito a través de una impedancia externa. A través de este estudio, los autores sugieren dos funciones para la señal de estabilización:

$$G_{PSS}(s) = \frac{\Delta e_{t \text{ ref}}}{p\delta} = \frac{60s(1 + s/8 + s^2/64)}{(1 + 3s)(1 + s/20 + s^2/400)}$$

$$G_{PSS}(s) = \frac{\Delta e_{t \text{ ref}}}{p\delta} = \frac{60s(1 + s/8)^2}{(1 + 3s)(1 + s/20)^2}$$

La figura 3.56 muestra la desviación en la velocidad de la máquina debido a un pequeño disturbio en el par mecánico, así como también, la atenuación en las oscilaciones debido a la acción del sistema de excitación, usando las funciones de transferencia anteriores como señal de estabilización.

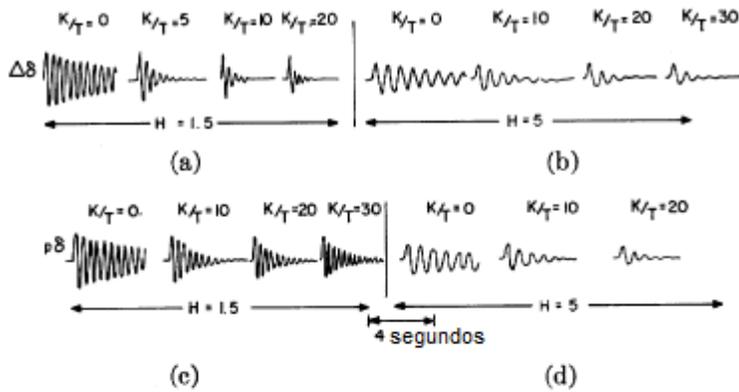


Figura 3.56

Efecto de la señal de estabilización sobre la estabilidad de pequeña señal del sistema: control de la variación en el ángulo y en la velocidad del rotor.

Para a y b se usa la función de estabilización:

$$\frac{ks(1 + s/8 + s^2/64)}{(1 + Ts)(1 + s/20 + s^2/400)}$$

Para c y d se usa:

$$\frac{ks(1 + s/8)^2}{(1 + Ts)(1 + s/20)^2}$$

Donde la reactancia externa, carga y constantes de diseño son:

$$X_e = 0.1, \quad P + jQ = 1.0 + j0.5,$$

$$K_1 = 1.01, \quad K_2 = 1.149, \quad K_3 = 2.78,$$

$$K_4 = 1.47, \quad K_5 = -0.097, \quad K_6 = 0.419.$$

Donde la ganancia del excitador es  $k_e = 25$  y la constante de tiempo es  $T_e = 0.05$  s

Como puede verse de la figura anterior, pueden obtenerse buenos resultados usando estas señales de estabilización.

## SIMULACIÓN DE UNA FALLA MONOFÁSICA EN UN SISTEMA DE DOS FUENTES, USANDO EL EMTP

En esta sección se muestran los resultados de la simulación de una falla monofásica, ocurrida en la línea de transmisión que va del bus 5 al bus 6 del sistema mostrado en la figura 3.57.

Esta será quizá la parte más interesante para el lector, porque aquí podrá ver gráficamente varios de los conceptos estudiados en este capítulo. La idea es demostrar que tanto el diagrama R-X como el EMTP, son poderosas herramientas para analizar el comportamiento transitorio del sistema y para diseñar el mejor esquema de protección.



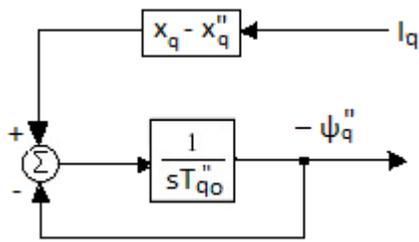


Figura 3.58 (b)

Modelo adecuado para la simulación de la máquina síncrona de polos salientes (eje q).

Los parámetros del generador 1 (bus 9) se listan en la tabla siguiente.

$T'_{do}$	10 s
$(x'_d - x''_d)/(x'_d - x_f)^2$	3.5714
$T''_{do}$	0.09 s
$x_d - x'_d$	0.47
$x'_d - x_f$	0.14
$(x''_d - x_f)/(x'_d - x_f)$	0.5
$(x'_d - x''_d)/(x'_d - x_f)$	0.5
$x_q - x''_q$	0.22
$T''_{q0}$	0.12 s
H	4.63
D	1.0
$x_d$	0.72
$x_q$	0.4
$x'_d$	0.25
$x''_d$	0.18
$x''_q$	0.18
$x_f$	0.11

Nota: H, D,  $x_d$ ,  $x_q$ ,  $x'_d$ ,  $x''_d$ ,  $x''_q$  y  $x_f$  están expresadas en pu., a la potencia nominal de la máquina, que es de:  $3000 \text{ MVA}_{\text{base}}$ . La potencia del sistema es de 0.006 pu.

Los parámetros del generador 2 (bus 10) son:

$\text{MVA}_{\text{base}}$ : 5780 MVA

$\text{MVA}_{\text{base}}$  del sistema: 100 MVA

H = 3.1

D = 1.0

El diagrama de bloques correspondiente al excitador utilizado se muestra en la figura 3.59, y sus parámetros se enlistan en la tabla siguiente.

Nota: Con el *switch* cerrado la salida del limitador se multiplica por el voltaje terminal  $V_T$ .

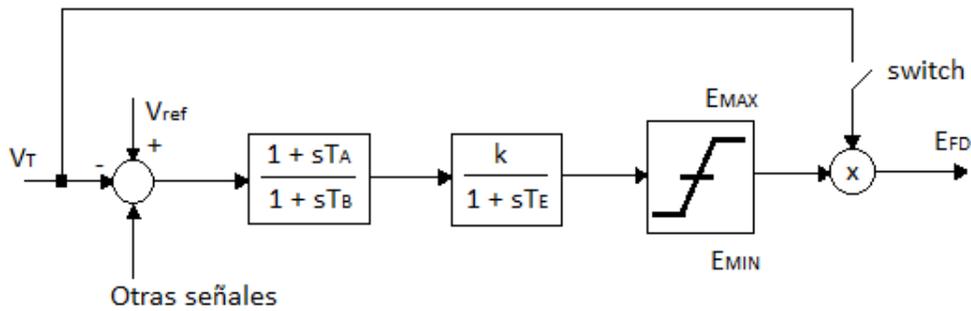


Figura 3.59

Excitador estático, alimentado del bus o sólidamente.

$T_A / T_B$	2.0
$T_B$	5.0 s
k	200.0
$T_E$	0.02
$E_{MIN}$ (pu. $E_{fd}$ base)	-4.8
$E_{MAX}$ (pu. $E_{fd}$ base)	6
Switch	1

La función de transferencia del estabilizador (PSS) es:

$$\frac{\Delta E_{ref}}{\Delta \omega} = \frac{k_s (1 + sT_1) (1 + sT_2)}{(1 + sT) (1 + sT_3) (1 + sT_4)}$$

Donde:

K / T	$30 \text{ s}^{-1}$
T	3.0 s
$T_1 / T_3$	3.0
$T_3$	0.05 s
$T_2 / T_4$	3.0
$T_4$	0.05 s
$H_{lim}$ y $L_{lim}$	0.1

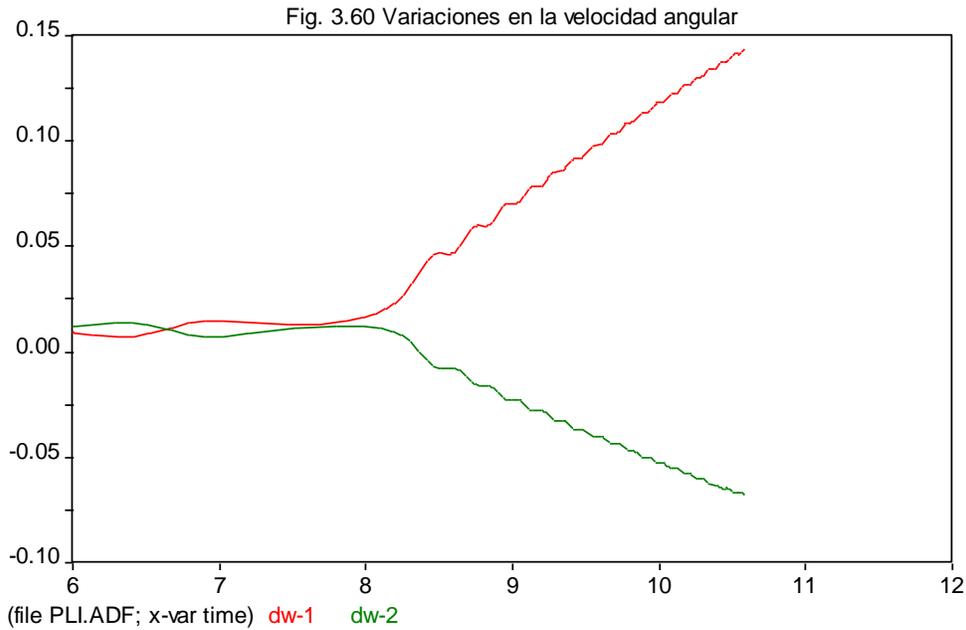
Nota:  $H_{lim}$  y  $L_{lim}$  corresponden al valor del limitador superior e inferior respectivamente.

Las figuras que siguen muestran los resultados de la simulación, en ellas podrá notar el efecto que tiene el estabilizador (PSS) sobre la amortiguación de las oscilaciones, y por lo tanto verá, que es un dispositivo indispensable para elevar el nivel de confiabilidad del sistema.

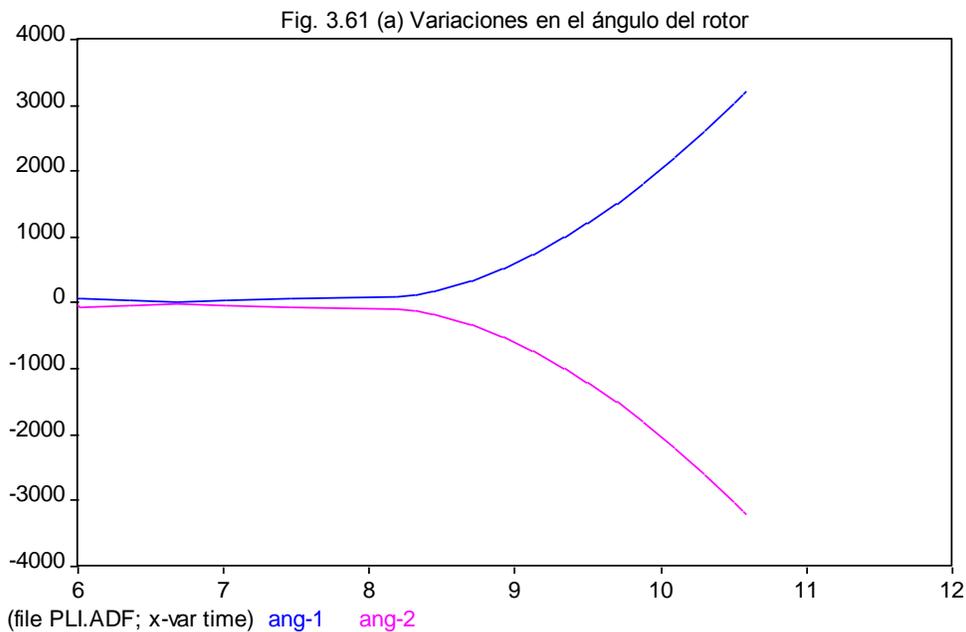
En la figura 3.60 se observan las variaciones en la velocidad angular (qué tanto se desvía ésta de su velocidad síncrona) del generador 1 (dw-1) y del generador 2 (dw-2).

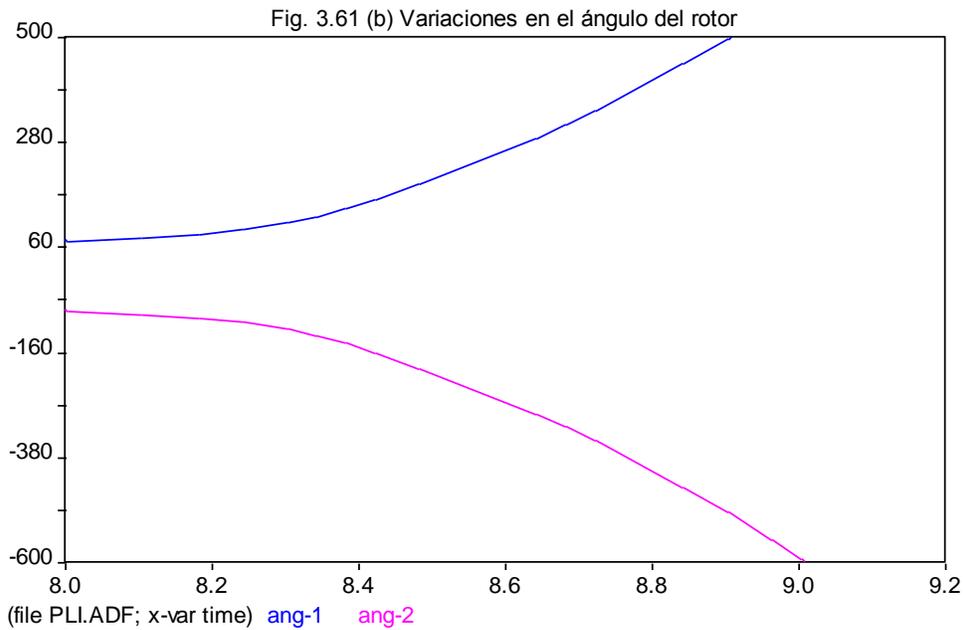
Note que las curvas son antagónicas, esto es debido a la transferencia de potencia de una máquina a la otra, según lo explicado en la sección 3.1.4. Lo mismo se puede decir de las curvas correspondientes a las variaciones en el ángulo del rotor.

Observe también que aunque en este caso no se emplea el estabilizador, las oscilaciones se vuelven inestables hasta después de los 8 segundos de iniciado el disturbio. Obviamente la falla ya habrá sido librada mucho antes de que eso ocurra.



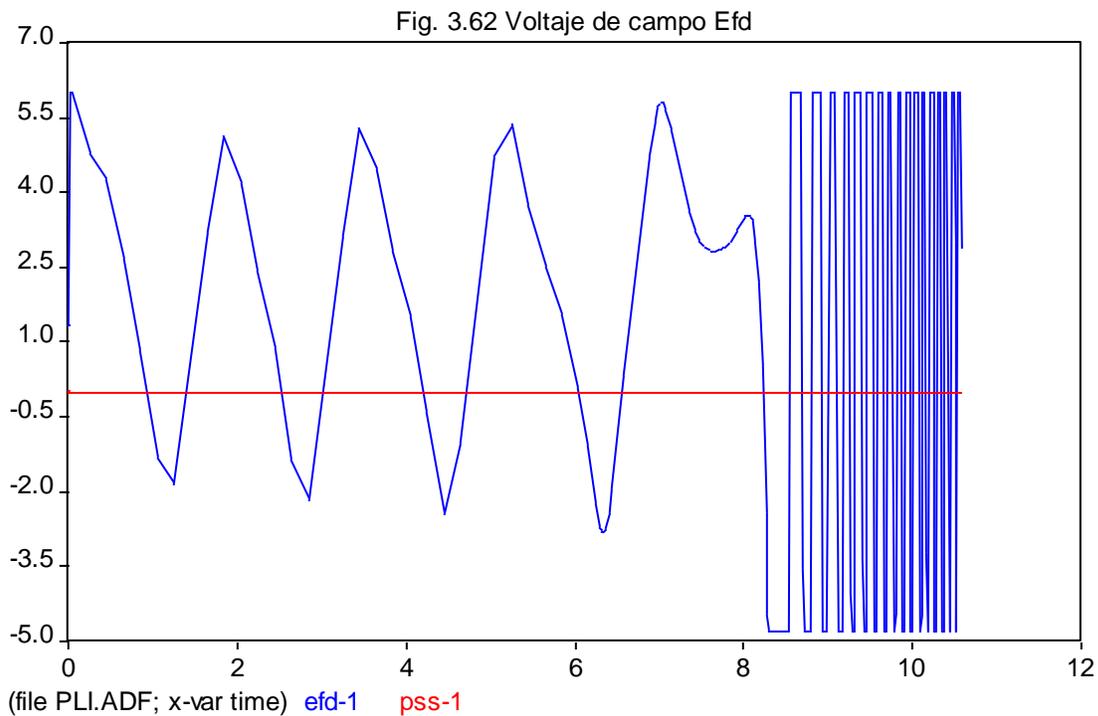
Las variaciones en el ángulo del rotor del generador 1 (curva: ang-1) y del generador 2 (curva: ang-2) se muestran en la figura 3.61 (en grados).



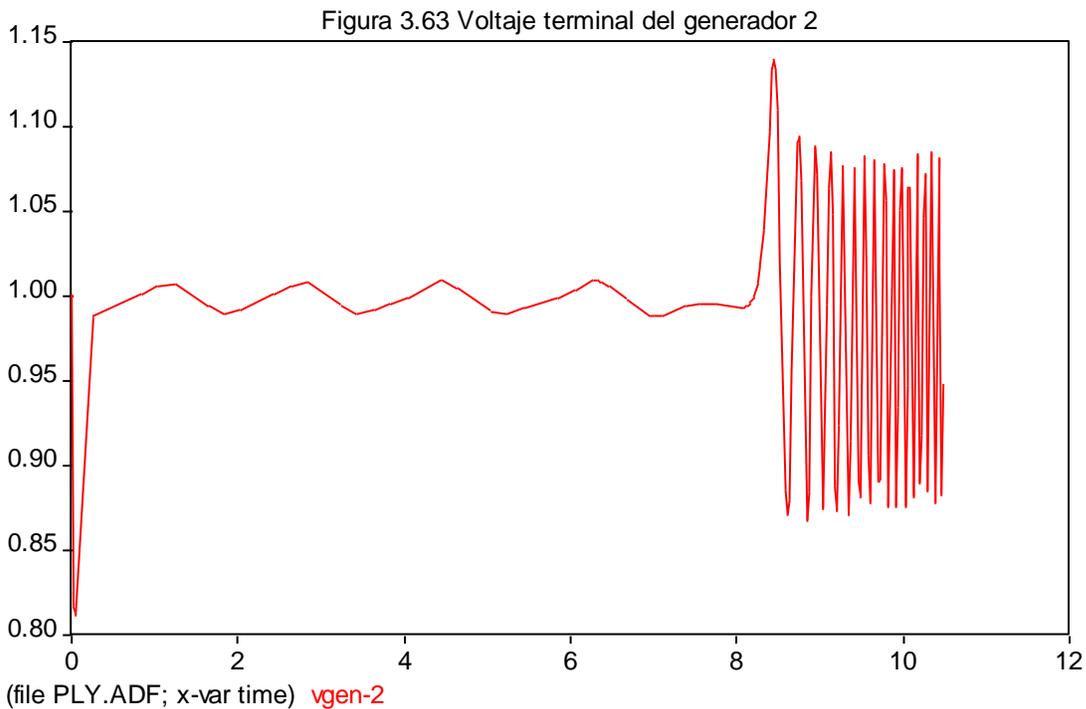


En la figura 3.61 (b) se observa cómo los generadores empiezan a deslizar polos a los 8.74 segundos.

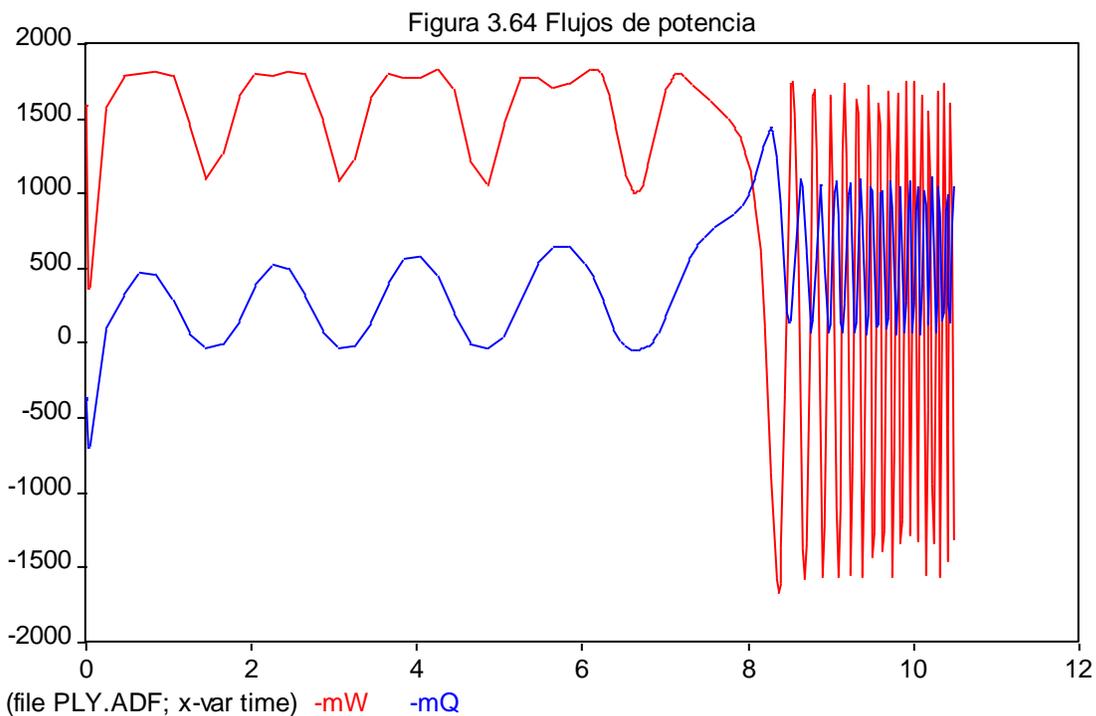
En la figura 3.62 se observan las bruscas variaciones del voltaje de campo ( $E_{fd}$ ) del generador 1. Observe que el PSS está apagado.



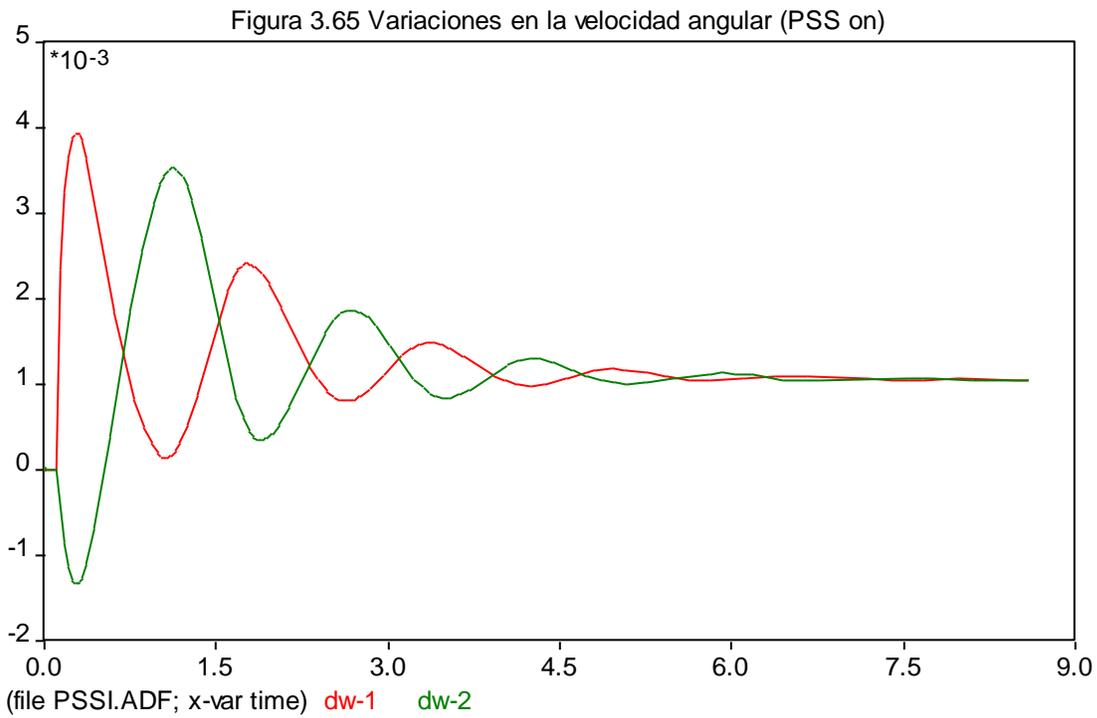
El voltaje terminal del generador 2 se muestra en la figura 3.63.



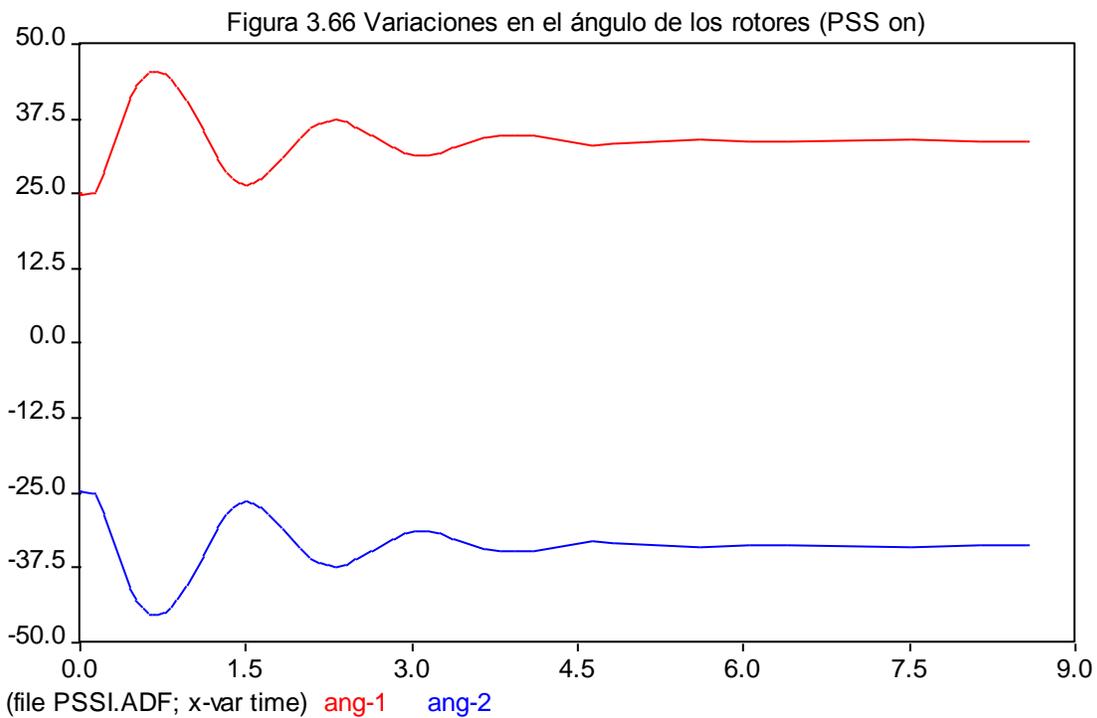
Las curvas correspondientes al flujo de potencia activa (-mW) y reactiva (-mQ) se muestran en la figura 3.64.



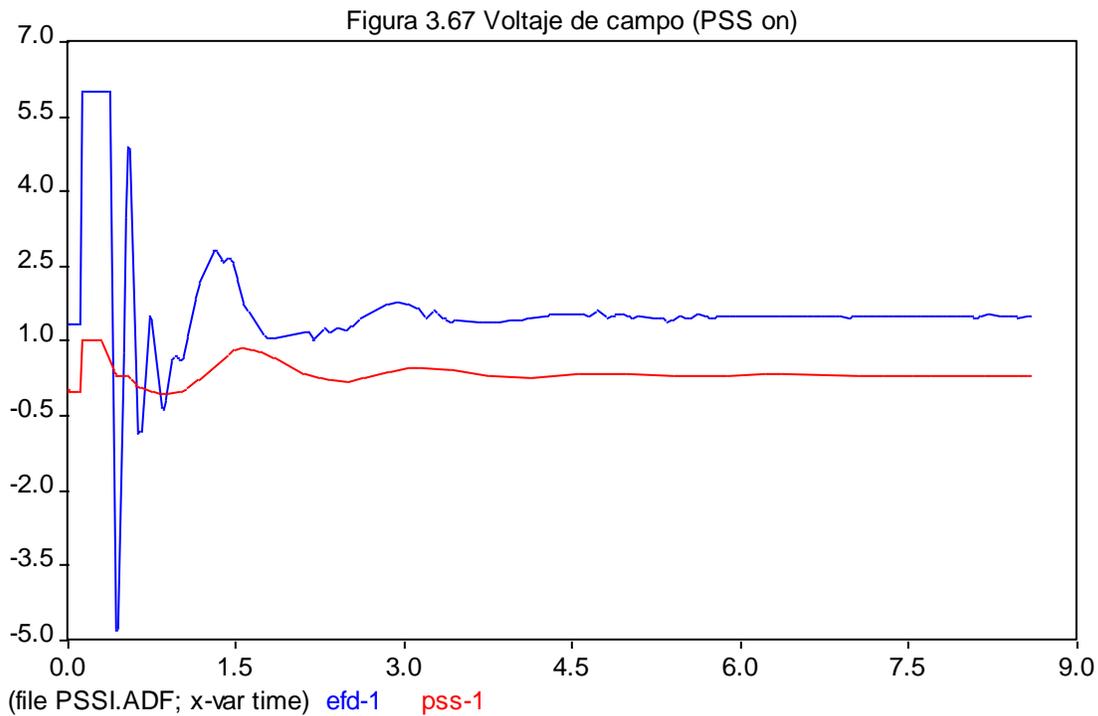
En la siguiente figura se muestra el efecto que tiene el estabilizador, en la amortiguación de las variaciones en la velocidad angular de los rotores.



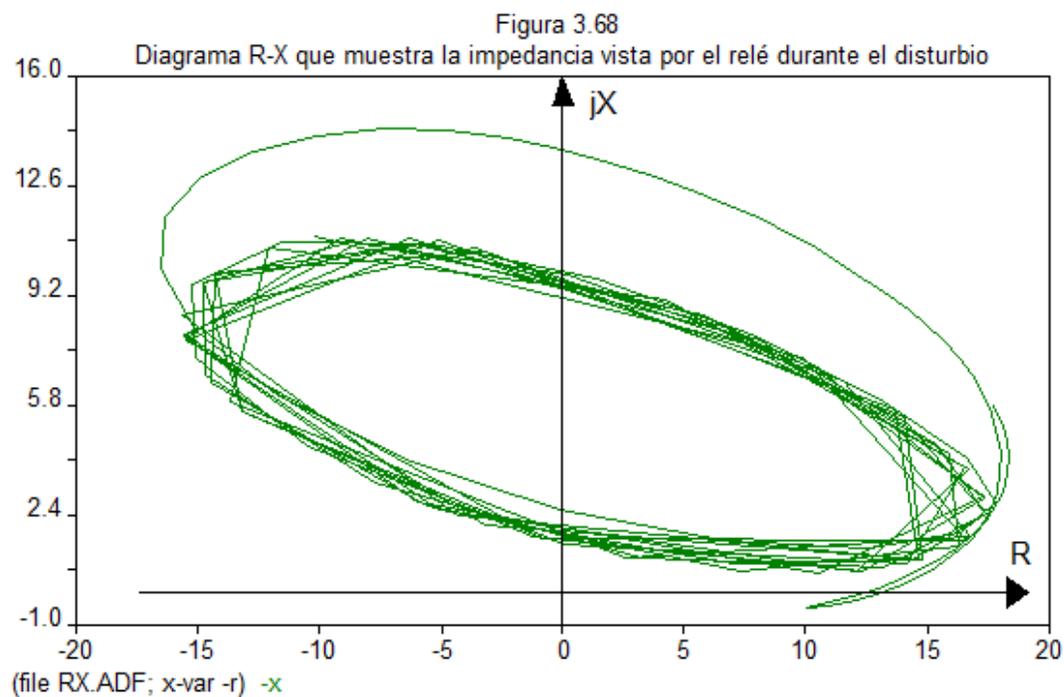
Las variaciones en el ángulo del rotor de cada generador, usando la función estabilizadora, se muestran en la figura 3.66. Note cómo se eleva el nivel de confiabilidad del sistema al emplear el PSS.



La figura 3.67 muestra que aunque las variaciones en el voltaje de campo son bruscas al principio, éstas logran estabilizarse rápidamente al emplear el PSS, el cual ha sido multiplicado por un factor de 10 para que pueda observarse con mayor detalle.



Finalmente, la impedancia que medirá el relevador encargado de mandar la señal de disparo al interruptor con el fin de librar la falla, se muestra en el diagrama R-X de la figura 3.68.



Es evidente de la figura anterior, que la impedancia aparente entrará en la característica de disparo del relé escogido, aun cuando se opte por un relevador de protección contra oscilaciones, o uno que proteja contra la pérdida de sincronismo (secciones 3.4.2 y 3.5). Puesto que dichas oscilaciones son el resultado de un corto circuito, y por lo tanto, las unidades de bloqueo no entrarán en acción, permitiéndole a la unidad de disparo despejar la falla.

## **CAPÍTULO IV**

# **CARACTERÍSTICA DINÁMICA DE LA ACCIÓN DE MEMORIA**

### **INTRODUCCIÓN**

En el capítulo 1 vimos las características de operación en estado estable de los relevadores de distancia, si bien, éstas son fundamentales para determinar la respuesta del relé ante diferentes disturbios y en distintas condiciones del sistema, hay otras circunstancias en las que no son suficientes y, es necesario hacer uso de la característica dinámica del relevador para mejorar el esquema de protección. Es el caso en el que la falla se presenta directamente en el lugar en el que se encuentra el relevador, donde el circuito de acción de memoria (circuito LC o su equivalente digital) es primordial para que el relé pueda ver la falla y mande la señal de disparo, ya que en estas condiciones el voltaje que mide el relevador vale cero. Por eso es que en este capítulo se estudia la característica dinámica de los relés de distancia.

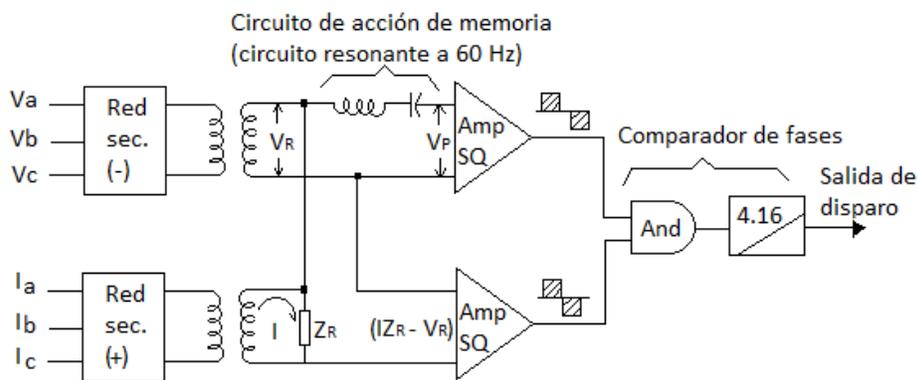
En el capítulo 3 en la sección 3.3.3 (estabilidad transitoria durante una falla trifásica) se recalcó la importancia de despejar la falla con la mayor rapidez posible, con el objetivo de mantener la estabilidad del sistema; pues bien, en este capítulo se estudia el relevador de ultra alta velocidad.

Por lo tanto, los temas que se tocan en este capítulo son primordiales para asegurar la confiabilidad del sistema (principalmente: estabilidad, continuidad de servicio y correcta operación de los relevadores) ante los distintos fenómenos de dinámica rápida que se han abordado a lo largo de este trabajo.

## RESPUESTA TRANSITORIA DEL RELEVADOR MHO

En la sección 1.3.1.2 estudiamos el principio de operación del relevador mho que utiliza un comparador de fases, de ese subtema sabemos que el relé opera cuando las señales de entrada a la función and, están a  $\pm 90^\circ$ . Por comodidad para el lector, me permito repetir el diagrama que ilustra el funcionamiento del relevador mho en la figura 4.1. Se emplea un circuito que corresponde a la era de los relés electrónicos, debido a que su reproducción digital es menos didáctica.

Las partes que componen el relé ya se explicaron en el subtema antes citado, a excepción del circuito de acción de memoria (que le permite al relevador “recordar” el voltaje de pre falla), cuyo efecto sobre la característica de operación del relé se explica a continuación.

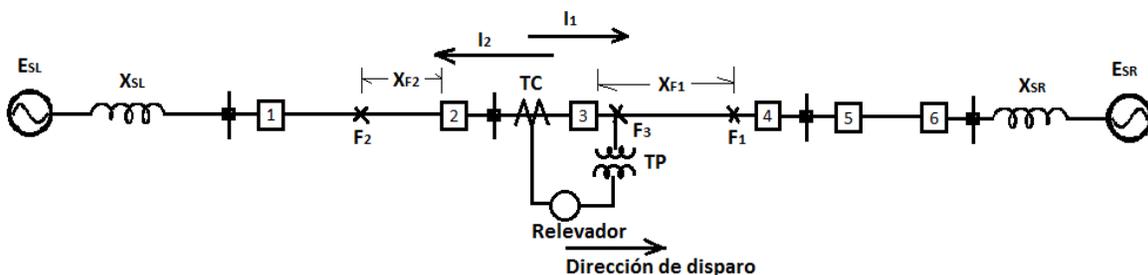


**Figura 4.1 Diagrama simplificado del relevador mho con circuito de acción de memoria**

Para explicar la respuesta transitoria del relevador, analicemos el sistema de la figura 4.2, donde se tiene una falla en tres lugares diferentes.

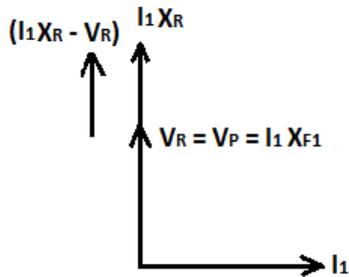
En la siguiente discusión, para simplificar, se supondrá que todas las impedancias son puramente reactivas; aunque esto es una aproximación, de ninguna manera invalida los resultados que se obtendrán.

En la figura 4.2 (a) se muestra el sistema bajo consideración; el relevador cuyo comportamiento vamos a estudiar se encuentra ubicado junto al interruptor 3, y su dirección de disparo es hacia el interruptor 4.

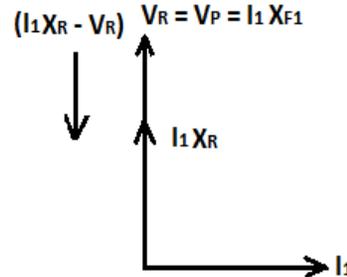


**Figura 4.2 (a) Diagrama unifilar del sistema**

Ocurre una falla trifásica en  $F_1$ , la corriente de falla en el relevador está representada por el vector " $I_1$ ". La figura 4.2 (b) ilustra la posición de los fasores en relación con  $I_1$ , para una condición en estado estable los voltajes  $V_R$  y  $V_P$  son iguales, esta situación se mantendrá varios ciclos después de ocurrida la falla. La cantidad " $I_1 X_R$ " está adelante de la corriente " $I_1$ " por  $90^\circ$  (debido a que la reactancia es inductiva). Como el alcance del relevador " $X_R$ " es mayor que la reactancia al punto de falla " $X_{F1}$ ", las señales de entrada al comparador:  $(I_1 X_R - V_R)$  y  $V_P$  están en fase y por lo tanto el relevador dispara.



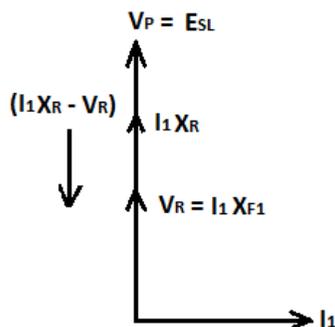
**Figura 4.2 (b) Fasores que determinan la operación del relevador (falla  $F_1$ )**



**Figura 4.2 (c) Fasores para la falla  $F_1$  (la ubicación de la falla supera el alcance al que se ajustó el relevador)**

La figura 4.2 (c) muestra que si el alcance del relevador " $X_R$ " es menor que la reactancia al punto de falla " $X_{F1}$ ", las señales de entrada al comparador de fases estarán desfasadas  $180^\circ$ , y por lo tanto el relevador no disparará.

Si para la falla  $F_1$  tomamos en cuenta la acción de memoria, el voltaje de polarización " $V_P$ " será igual al voltaje de la fuente izquierda " $E_{SL}$ " durante algunos ciclos (suponiendo que el sistema opera en vacío), como se muestra en la figura 4.2 (d), en la que vemos que el relevador se comporta de la misma forma que para el caso de la figura 4.2 (b), debido a que las señales de entrada al comparador siguen estando en fase. En este caso el circuito de acción de memoria no resulta ser indispensable.

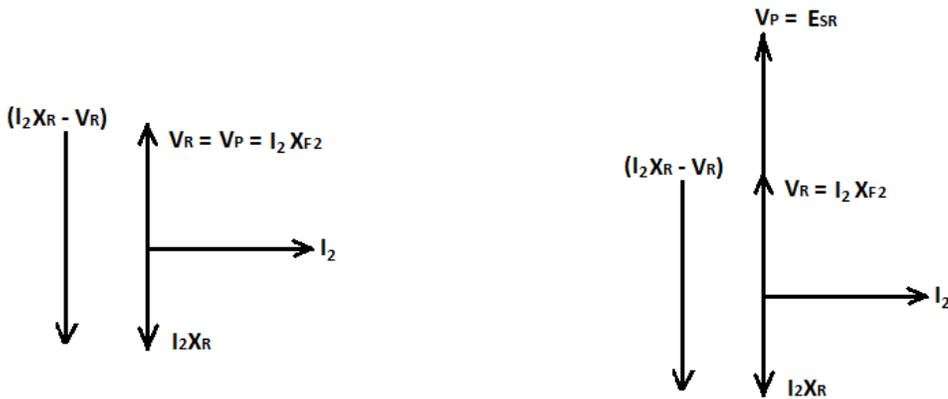


**Figura 4.2 (d)**

**Diagrama fasorial para la falla  $F_1$  considerando el circuito de acción de memoria**

Analicemos ahora el comportamiento en estado estable del relevador, cuando se tiene una falla en la dirección de no disparo ( $F_2$  de la figura 4.2 (a)). En este caso tomamos como fasor de referencia a la corriente de falla  $I_2$ , los voltajes  $V_R$  y  $V_P$  son iguales y están  $90^\circ$  delante de  $I_2$ . Sin embargo, como la corriente  $I_2$  fluye en dirección contraria, el voltaje

“ $I_2 X_R$ ” está  $90^\circ$  atrás de  $I_2$ , por lo que las señales de entrada al comparador están fuera de fase  $180^\circ$  y, por lo tanto, el relevador no disparará. La figura 4.2 (e) ilustra este hecho.



**Figura 4.2 (e) Diagrama fasorial para la falla  $F_2$  (Característica en estado estable)**

**Figura 4.2 (f) Diagrama fasorial para la falla  $F_2$  considerando el circuito de acción de memoria (Característica dinámica del relevador)**

La figura 4.2 (f) describe la misma situación que la figura 4.2 (e), sólo que considera el efecto del circuito de acción de memoria, por lo que el voltaje de polarización “ $V_p$ ” es igual al voltaje de pre falla ( $E_{SR}$ ). Se observa que el relé responde de la misma forma que en la figura 4.2 (e).

Hasta ahora se ha visto que el relevador responde igual con y sin circuito de acción de memoria. Sin embargo, en el caso de que la falla se presente directamente en el lugar donde se encuentra el relevador ( $F_3$  de la figura 4.2 (a)), la señal de voltaje “ $V_R$ ” será igual a cero, por lo que si se prescindiera de la característica dinámica del relé, el voltaje de polarización “ $V_p$ ” también sería igual a cero y el comparador no tendría una señal de polarización con que comparar el ángulo de fase y, por lo tanto, el relé no disparará. Es en esta situación donde es fundamental hacer uso del circuito de acción de memoria para asegurar el correcto funcionamiento del relevador, porque de esta forma, el voltaje  $V_p$  será igual al voltaje de pre falla durante algunos ciclos, y ya se tendrá señal de polarización.

En el caso de líneas compensadas, la acción de memoria sostiene el voltaje  $V_p$ , y éste a su vez permite que el relevador mantenga su cualidad direccional, aún en el caso de que el *gap* del capacitor no descargue, como se ilustra en las figuras 4.3 y 4.4.

La figura 4.3 (a) muestra una línea compensada, en la que el relevador bajo observación es el que se encuentra junto al interruptor 3 y que protege a la sección de la línea acotada por los interruptores 3 y 4.

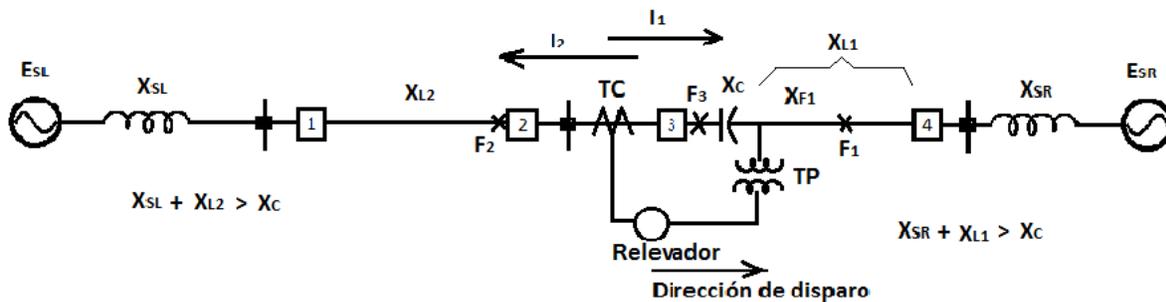


Figura 4.3 (a) Diagrama unifilar del sistema con línea compensada

La figura 4.3 (b) ilustra la posición de los fasores eléctricos tomando como referencia a  $I_1$  (la corriente que fluye por el relevador cuando ocurre la falla  $F_1$ ). Considerando que el *gap* del capacitor no descarga, y que:  $X_C < (X_{SL} + X_{L2})$ , la corriente " $I_1$ " estará atrasada del voltaje de la fuente izquierda " $E_{SL}$ " por  $90^\circ$ . Como la reactancia al punto de falla " $X_{F1}$ " es inductiva, el voltaje del relevador " $V_R = I_1 X_{F1}$ " está  $90^\circ$  delante de  $I_1$ , así como también lo está el voltaje de polarización  $V_P$  (observe que se está considerando la acción de memoria pues  $V_P = E_{SL}$ ). Como la impedancia de ajuste del relevador  $X_R$  es mayor que la reactancia de falla, las señales de entrada al comparador:  $(I_1 X_R - V_R)$  y  $V_P$ , están en fase y por lo tanto el relevador opera para librar la falla.

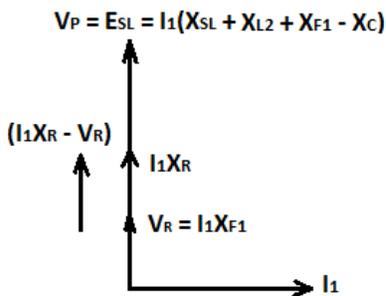


Figura 4.3 (b) Posición de los fasores para la falla  $F_1$

En la figura 4.3 (c) se muestra la posición de los fasores para cuando ocurre la falla  $F_2$  (dirección de no disparo), se vuelve a asumir que el *gap* del capacitor no descarga y que  $(X_{SR} + X_{L1}) > X_C$ .

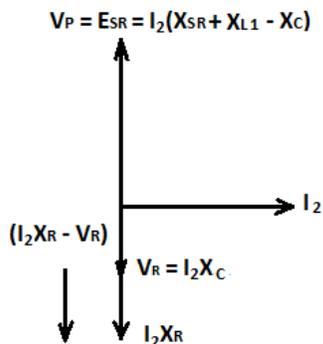


Figura 4.3 (c)  
Posición de los fasores para la falla  $F_2$

Como se puede observar, el relevador no dispara en falso en tanto que su alcance sea mayor que la reactancia del capacitor ( $X_R > X_C$ ), de lo contrario la señal:  $(I_2 X_R - V_R)$  se

invertiría y las señales quedarían en fase. Además se ve que es gracias a la característica dinámica del relevador, que éste opera adecuadamente, porque después de algunos ciclos, cuando el voltaje de operación “ $V_P$ ” sea igual al del relevador “ $V_R$ ”, las señales de entrada al comparador estarán en fase y el relevador disparará (por supuesto que para entonces ya se habrá despejado la falla por medio del relevador encargado de hacerlo, y por lo tanto se evitará el disparo en falso).

Sin embargo, como se vio en la sección 3.4 (protección de líneas), es posible usar el esquema de comparación direccional, o el de disparo permisivo, para prevenir al relevador de operar sin la necesidad de usar la característica transitoria del relevador.

Analicemos ahora el caso donde sí es fundamental usar la característica transitoria (cuando la falla se presenta en el lugar del relevador). La figura 4.3 (d) muestra la posición de los fasores para esta falla ( $F_3$ ), como puede verse, el relevador disparará independientemente de la magnitud de  $X_C$  (las señales de entrada al comparador seguirán en fase) mientras dure la acción de memoria, porque una vez que esta se pierda,  $V_P$  será igual a  $V_R$  y el relevador ya no disparará (Las señales de entrada al comparador quedarán desfasadas  $180^\circ$ ).

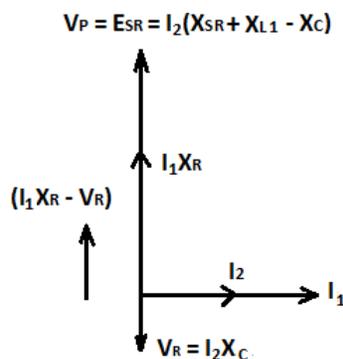
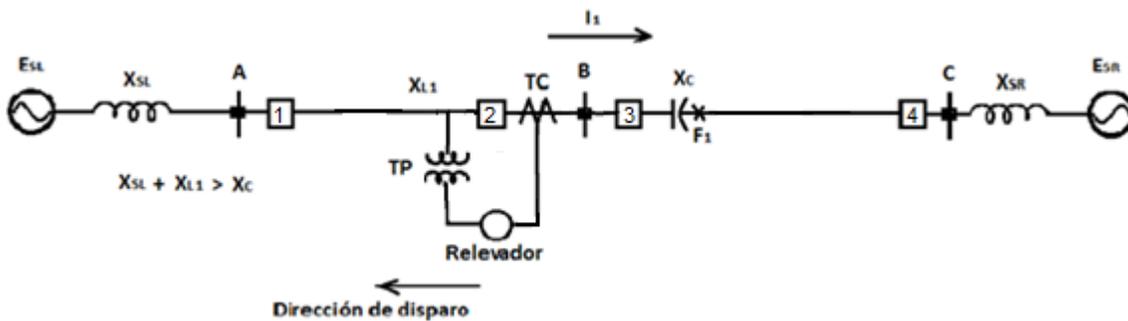


Figura 4.3 (d)

Posición de los fasores para la falla  $F_3$

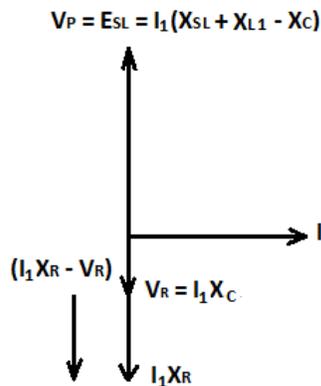
En la figura 4.4 se analiza el mismo sistema con línea compensada, pero ahora el relevador bajo estudio es el que está junto al interruptor 2, y la sección de línea a proteger es la que está acotada por los interruptores 1 y 2 (la dirección de disparo ahora es hacia la izquierda).

Se sigue considerando la característica transitoria del relevador, que el *gap* del capacitor no descarga y que la reactancia del sistema detrás del capacitor es mayor que la reactancia del capacitor:  $(X_{SL} + X_{L1}) > X_C$ .



**Figura 4.4 (a) Diagrama unifilar del sistema**

Analicemos la falla  $F_1$ ; obsérvese que ésta se encuentra en la dirección de no disparo. Como puede verse de la figura 4.4 (b), la situación es la misma que la descrita en la figura 4.3 (c), sólo que aquí cabe aclarar que puede no ser posible ajustar  $X_R > X_C$ , si  $X_C$  es muy grande. Además de que el sistema ilustrado es muy simple, si hubiera más líneas paralelas conectadas al bus B, la corriente de falla sería mayor, lo que ocasionaría que el voltaje  $V_R$  creciera, pudiendo llegar a ser mayor que el fasor  $I_1 X_R$ , causando el disparo en falso del relevador (la señal de entrada al comparador:  $I_1 X_R - V_R$ , se invertiría).



**Figura 4.4 (b)**

**Posición de los fasores para la falla  $F_1$**

Por lo tanto para este caso se vuelve a recomendar el uso de cualquiera de los esquemas de protección vistos en la sección 3.4.

Visualizar el comportamiento de los elementos de bloqueo de dichos esquemas es posible, simplemente invirtiendo la posición del fasor " $V_R$ " en los diagramas de las figuras 4.3 y 4.4. Es importante asegurarse de que los elementos de bloqueo no disparen para fallas internas, sólo deben hacerlo para cuando la falla es externa. Sin embargo, en el caso de que opere para una falla interna (como sería el caso de la figura 4.3 (d) siempre y cuando  $X_C > X_R$ ), el relevador de disparo asociado siempre operará más rápido que el de bloqueo (en base transitoria).

Toda la discusión anterior se basó en el supuesto de que no hay flujo de carga previo a la falla. Pero en el caso de que si lo halla, los voltajes de las fuentes:  $E_{SL}$  y  $E_{SR}$ , no estarán en

fase y, por lo tanto, el voltaje “ $V_p$ ” se encontrará angularmente entre ellas, ya no estará a  $90^\circ$  delante de la corriente de falla, sino que ésta se encontrará a  $90^\circ$  atrás de la fuente de voltaje ( $E_{SL}$  o  $E_{SR}$  según sea el caso). Sin embargo, es posible hacer un análisis similar al realizado en esta sección, para determinar el comportamiento del relevador.

En este análisis se supuso, sin excepción, que la reactancia del capacitor serie jamás excedió a la reactancia del sistema, esto equivale a decir que la corriente de falla trifásica siempre es inductiva. A pesar de tal asunción, puede afirmarse que el esquema opera bien, aún si la corriente de falla es atrasada, siempre y cuando el *gap* de los capacitores descargue rápidamente.

### EFFECTO DEL FLUJO DE CARGA SOBRE LA RESPUESTA TRANSITORIA DEL RELÉ

Analicemos ahora el comportamiento del relevador durante una falla trifásica con resistencia de arco y flujo de carga, ocurrida justo detrás de relé, tal como se muestra en el sistema radial de la figura 4.5 (a).

Podemos emplear el método de mapeo visto en la sección 1.4.2, para garantizar la seguridad direccional durante la falla.

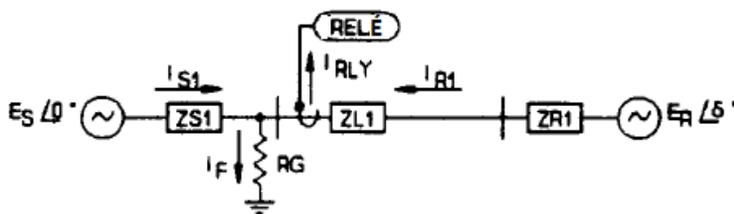


Figura 4.5 (a)

Diagrama unifilar del sistema.

La figura 4.5 (b) muestra el comportamiento del relevador mho de fases, polarizado con acción de memoria, durante la falla antes mencionada, pero sin considerar el flujo de carga. En ella pueden observarse los fasores:  $I_{FA}$  (corriente de falla en la fase A),  $V_{a,mem}$  (voltaje de pre falla) y las señales de voltaje y corriente que mide el relé para la fase A ( $V_{af}$  e  $I_{RLY,a}$  respectivamente).

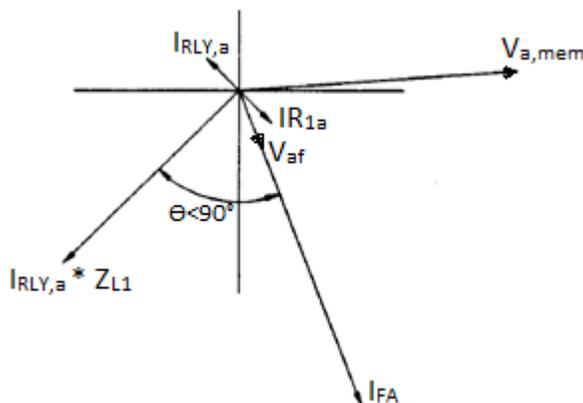


Figura 4.5 (b)

Comportamiento del relé mho de fases durante una falla trifásica en la dirección de no disparo.

Recordando que el denominador de la ecuación de mapeo es un elemento direccional, que nos indica que si el ángulo entre  $Z_I$  y  $V_p$  es menor que  $90^\circ$ , entonces el relevador de fases concluye que la falla ocurrió adelante. De la figura 4.5 (b) podemos ver que cuando la memoria decae y el fasor " $V_{a,mem}$ " se pone en fase con el voltaje de falla " $V_{af}$ ", la seguridad direccional del relevador se ve comprometida (puesto que el ángulo entre  $Z_{L1}I_{RLY,a}$  y  $V_{af}$  es menor que  $90^\circ$ ).

En la figura 4.5 (c) se muestra la misma situación, pero se considera una corriente de carga fluyendo desde la máquina  $E_S$  a la  $E_R$ . Para este caso, el relevador es seguro incluso después de que la acción de memoria se termina (porque el ángulo entre  $Z_{L1}I_{RLY,a}$  y  $V_{af}$  es mayor que  $90^\circ$ ).

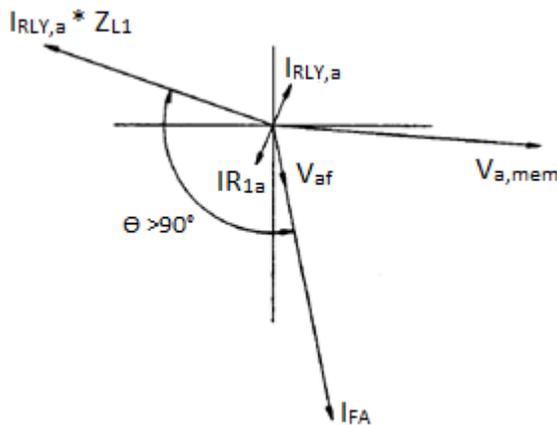


Figura 4.5 (c)

Comportamiento del relé mho de fases durante una falla trifásica en la dirección de no disparo, con flujo de carga.

Como solución al caso donde no hay flujo de carga previo al disturbio, se puede decir que la falla debe despejarse antes de que la memoria expire, o alternatively se puede reducir el ángulo de par máximo, para que la característica de operación disminuya su cobertura en el segundo cuadrante del diagrama R-X, pues es aquí donde entra la impedancia aparente durante una falla trifásica a tierra reversa.

## EL RELEVADOR DE ULTRA ALTA VELOCIDAD

La confiabilidad del sistema de potencia puede mejorarse, despejando lo más rápidamente posible las fallas graves, ya que esto permite: mantener la estabilidad, evitar que la línea fallada se dañe e impedir que el transformador de corriente de la línea adyacente se sature (lo que causaría errores de medición). Esto involucra tanto el tiempo de respuesta del relevador, como el de la apertura del interruptor.

El relevador de ultra alta velocidad utiliza los mismos principios de operación usados en un relevador mho convencional, pero incluye unos pequeños cambios en el diseño, lo cual le permite tener tiempos de operación mucho más rápidos.

Sin embargo, muchas veces la inestabilidad puede ser ocasionada por falta de seguridad en el relevador (se pone en riesgo la estabilidad del sistema cuando el relevador opera

para fallas externas) y no por falta de velocidad. Así que en el diseño de un relevador ultra rápido, debe ser primordial mantener un alto nivel de seguridad.

Todos los relevadores que tienen un circuito de acción de memoria en el circuito de polarización, poseen además de la característica de operación en estado estable, una característica dinámica, como se describió en la sección anterior.

Para aumentar la seguridad del relevador es necesario disminuir, o incluso anular la característica estable, quedándonos sólo con la característica dinámica para proteger al sistema, esto trae como consecuencia que no sea posible proveer protección de asistencia con el mismo relevador, sin embargo, esto no es una pérdida grave, pues es conveniente utilizar otro relevador como protección de respaldo.

No todos los tipos de fallas requieren ser aclarados con alta velocidad, la necesidad de una respuesta ultra rápida depende de la gravedad de la falla y de su ubicación. Por ejemplo, para el caso estudiado en la sección 3.3.3, se tenía una falla trifásica y ahí sí que requiere del relevador de ultra rápido para mejorar la estabilidad del sistema. Sin embargo, si se considera corto circuito monofásico ubicado en el mismo lugar, la potencia transferida durante la falla es mayor que cuando ésta es despejada, por lo que en este caso no es necesario utilizar el relevador de ultra alta velocidad, como se muestra en la figura 4.6.

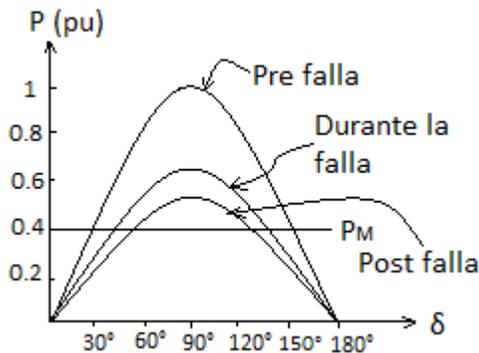


Figura 4.6

Relación potencia – ángulo para un corto circuito monofásico.

En cuanto a la ubicación de la falla, es de esperar que entre más cerca se presente ésta, del lugar del generador, más grave será (puesto que la impedancia a la falla será menor). Así que el caso donde se necesita más del relevador de ultra alta velocidad, es cuando se tiene una falla trifásica cerca del generador.

Un tiempo de respuesta menor por parte del relevador, no necesariamente llevará a una apertura más rápida del interruptor; para ilustrar esto, veamos la figura 4.7, en la que se muestra una onda de corriente de falla trifásica. El interruptor sólo puede operar cuando la corriente cruza por cero, en este caso le toma 12 ms, así que un tiempo de respuesta del relevador de entre 0 y 4.7 ms producirá el mismo tiempo de aclaración de falla (puesto que el interruptor de todos modos abrirá en el segundo cruce por cero).

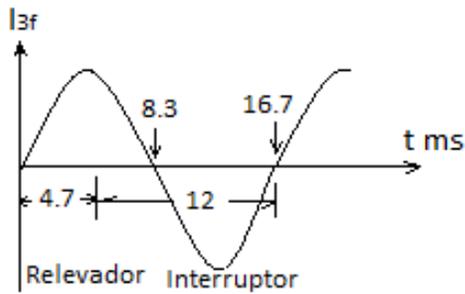


Figura 4.7

Tiempo de respuesta del relevador de ultra alta velocidad y tiempo de apertura del interruptor.

La figura 4.8 muestra un diagrama del circuito del relevador mho convencional, más detallado que el de la figura 4.1. Las señales de entrada al circuito de operación: “ $I_{ZR}$ ” (corriente de falla multiplicada por la impedancia de ajuste del relevador) y “ $-V$ ” son sumadas a través del amplificador sumador, la señal resultante es filtrada, y su forma de onda se hace cuadrada para hacerla entrar en una terminal de la función and ( $V_{OP}$ ). Por otro lado, las señales de entrada al circuito de polarización: “ $V$ ” (voltaje entre líneas) y “ $kV_1$ ” (voltaje de secuencia negativa) pasan por el mismo proceso para entrar en la otra terminal de la función and ( $V_{POL}$ ).

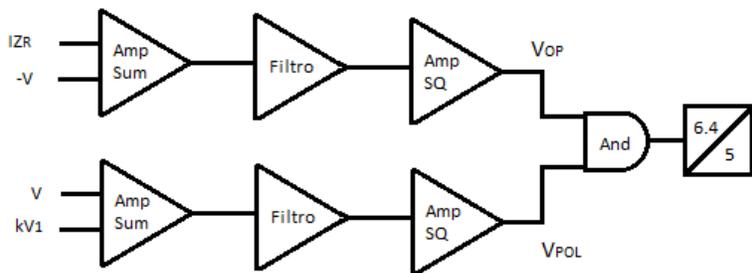


Figura 4.8

Relevador de distancia convencional

La representación esquemática del relevador de ultra alta velocidad, se muestra en la figura 4.9, al compararla con la figura 4.8, se pueden ver las diferencias entre ambos: el ajuste característico del temporizador es de 2.5 ms (de aquí la característica tipo tomate que se observa en la figura 4.10), hay un detector de nivel tanto en el circuito de operación como en el de polarización, que permite ajustar los límites de sensibilidad, y se le agregó la señal  $I_{ZR}$  al voltaje de polarización, para producir un desplazamiento hacia delante, de la característica en estado estable.

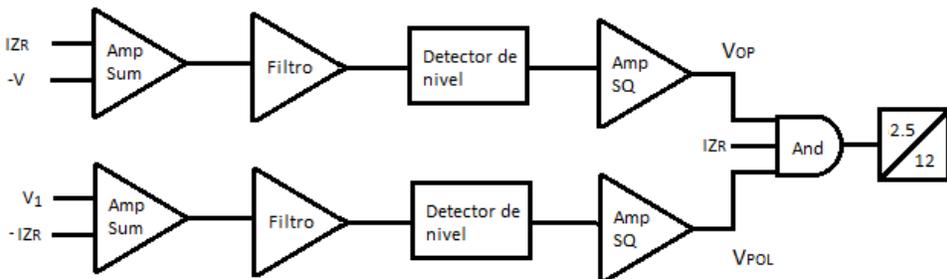


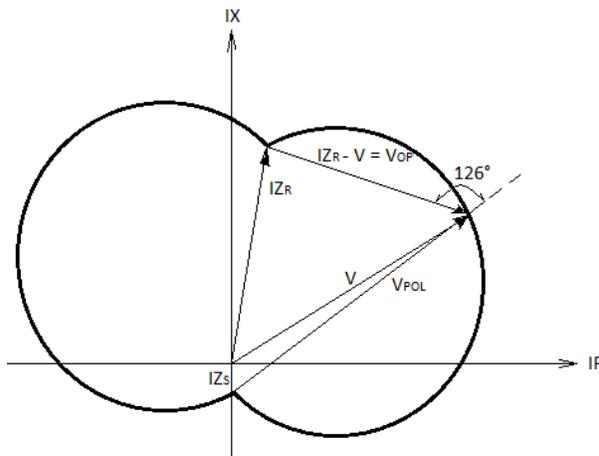
Figura 4.9

Relevador ultra rápido

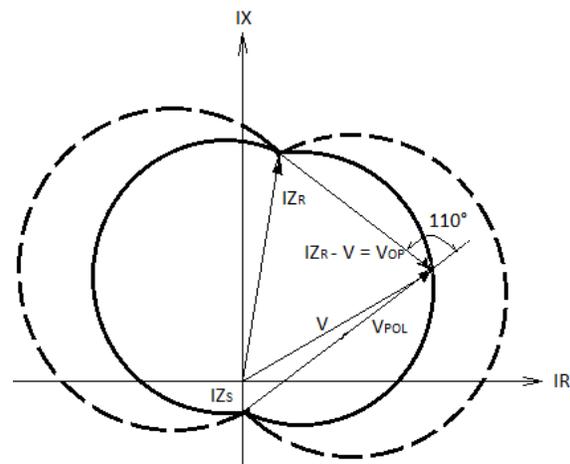
La figura 4.10 es un diagrama R – X modificado (en realidad es un diagrama IR – IX) que muestra la característica dinámica del relevador ultra rápido, en ella se ha considerado

que los detectores de nivel tienen sensibilidad infinita. Como se puede ver, el límite de operación del relé se encuentra cuando el ángulo de coincidencia entre las señales de entrada al comparador:  $V_{OP}$  y  $V_{POL}$ , es de  $\beta = 126^\circ$ .

El detector de nivel del circuito de polarización, tiene el efecto de reducir el tamaño de la característica dinámica del relé, como se muestra en la figura 4.11, disminuyendo el ángulo crítico de operación del relevador a:  $\beta = 110^\circ$ .

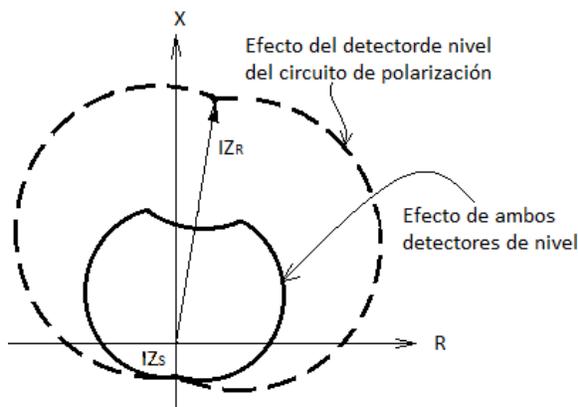


**Figura 4.10** Característica dinámica del relé, para un tiempo del temporizador de 2.5 ms sin detectores de nivel



**Figura 4.11** Efecto del detector de nivel del circuito de polarización, sobre la característica dinámica

El detector de nivel del circuito de operación reduce aún más el tamaño de la característica dinámica, como se muestra en el diagrama R-X de la figura 4.12 (En la que  $I_{ZR} = Z_R$ ). Como el voltaje de operación " $V_{OP}$ " debe ser mayor que el ajuste del detector de nivel del circuito de operación, se produce una depresión en la parte superior de la característica dinámica.



**Figura 4.12**

**Característica dinámica del relé ultra rápido, con ambos detectores de nivel: el del circuito de operación y el del circuito de polarización.**

El análisis de la característica dinámica del relevador ultra rápido que se ha realizado hasta ahora, da por hecho que el sistema se encontraba operando en vacío, sin embargo, si

hubiera un flujo de carga antes de que se presente la falla, entonces, esta característica se desplazará, causando que el ángulo requerido entre las señales:  $V_{OP}$  y  $V_{POL}$  sea más pequeño sobre un lado del fasor de impedancia del relevador ( $Z_R$ ).

Los ajustes del relevador ultra rápido son diferentes a los del relevador mho convencional. Para la primera zona se recomienda ajustar el alcance ( $Z_R$ ) más allá de la longitud de la sección de línea a proteger, para que el alcance efectivo cubra un gran porcentaje de la línea. Típicamente se recomienda ajustar a  $Z_R$  del 150% al 200% de la línea para la primera zona, y al detector de nivel del circuito de operación se le da un valor más alto que el voltaje  $V_{OP}$ . El ajuste para la segunda zona es similar al de la primera, sólo que al detector de nivel se le asigna un valor inferior a  $V_{OP}$ . El detector de nivel del circuito de polarización se ajusta al 25% del voltaje nominal, que es el valor mínimo que tiene que tener la señal de entrada para que el comparador de fases dispare.

## CONCLUSIONES

A lo largo del presente trabajo se analizó la respuesta de los esquemas de protección bajo los distintos estados de operación del sistema (diagrama de Fink y Carlsen), utilizando el diagrama R-X; lo que demuestra que se lograron los objetivos planteados. Para ello fue necesario introducir los conceptos básicos que son necesarios para que todos los lectores puedan obtener el mejor entendimiento del asunto.

Se obtuvieron las ecuaciones que permiten conocer la impedancia que medirá cada relevador durante las fallas asimétricas, garantizando así, la seguridad direccional.

Una vez que se dieron a conocer los relés más utilizados en la protección de líneas de transmisión y distribución (considerando que el esquema de protección empleado puede cambiar dependiendo del nivel de tensión y de la configuración de la red), se explicaron algunos métodos para mejorar la confiabilidad del sistema, (empleando nuevamente el diagrama R-X) como son: seguridad direccional (sección 2.7) y seguridad durante el flujo de carga (sección 2.6).

El análisis gráfico de la simulación realizada con el EMTP, que se presentó en el capítulo 3, muestra que podemos visualizar en un diagrama R-X, las oscilaciones en la impedancia que medirán los relés durante un disturbio y asegurarnos de su correcto funcionamiento. Esto traerá como consecuencia que se eleve el nivel de confiabilidad del sistema.

Podemos llegar a la conclusión de que sin importar el avance tecnológico en los dispositivos de la red, el diagrama R-X seguirá siendo una poderosa herramienta para representar, en un mismo gráfico, las condiciones de operación del sistema y las características de operación de los relés empleados; y de esta forma proponer el mejor esquema de protección.

La aportación más importante del presente trabajo, es el análisis que se hizo en el capítulo 4, sobre la respuesta transitoria del relevador mho (debido a su circuito de acción de memoria) con ayuda del diagrama R-X, así como su aplicación en la protección de una línea compensada. Tenga en cuenta que en ciertos casos la única forma de garantizar el correcto disparo del relevador, (como cuando la falla se presenta justo en la ubicación del relé) es considerando su característica transitoria; en otros, simplemente, es conveniente aprovecharla.

Espero que este trabajo le sirva al lector inexperto, como una introducción al fascinante mundo de la protección y gestión del sistema de potencia.

# APÉNDICE A

## INTRODUCCIÓN AL EMTP/ATP DRAW

El EMTP (Programa de Transitorios Electro Magnéticos, por sus siglas en inglés) es un software para la simulación de transitorios en sistemas de potencia eléctrica, utilizado por varias compañías para realizar proyectos de diseño y para el análisis de fenómenos de dinámica rápida.

Por otro lado, el ATP Draw (Programa Alternativo de Transitorios, por sus siglas en inglés) es la versión gráfica del EMTP.

El ATP calcula las variables de interés utilizando la regla trapezoidal de integración, para la resolución numérica de las ecuaciones diferenciales en el dominio del tiempo.

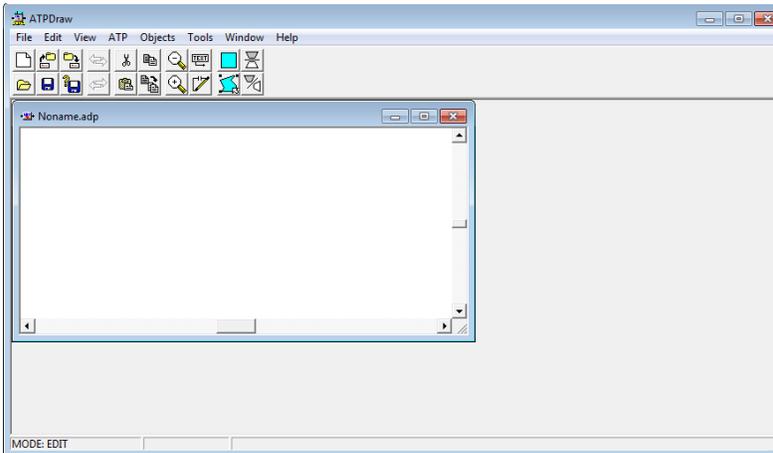
El programa contiene los modelos de los distintos elementos del sistema: máquinas síncronas, transformadores, líneas de transmisión... que son necesarios para la simulación de los fenómenos de interés, por ejemplo para la simulación de fallas balanceadas y desbalanceadas, así como de maniobras con los interruptores.

A continuación se explican los dos métodos para crear un archivo de simulación usando el ATP Draw, sin embargo queda el lector advertido de que esto, apenas es una introducción al uso del EMTP. Para un conocimiento más especializado se recomienda consultar el manual ATP/EMTP conocido como "libro de reglas".

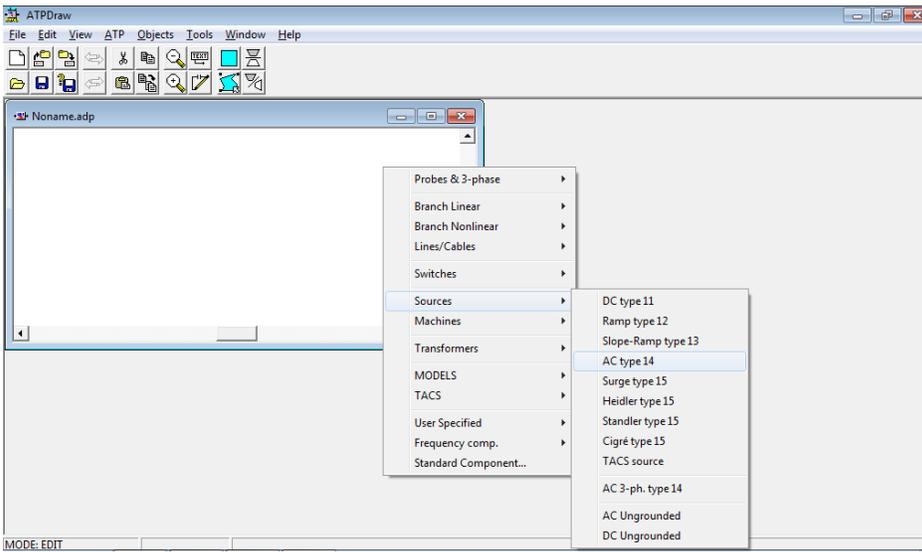
El método más fácil para crear un archivo de datos para la simulación, es utilizando el programa ATP Draw. Con este programa el usuario puede construir el circuito eléctrico a simular, seleccionando los elementos de la red necesarios y asignándole los parámetros requeridos, entonces el programa creará el archivo ATP (con extensión .ATP) que se utilizar para iniciar la simulación.

La figura 5.1 muestra la ventana principal del ATP draw después de darle clic en File y luego en New. Se muestra un espacio en blanco en el que se puede construir el circuito. Los elementos del sistema aparecen al dar clic con el botón secundario del ratón sobre el espacio en blanco, como se muestra en la figura 5.2, en la que se ha seleccionado una fuente de corriente alterna tipo 14.

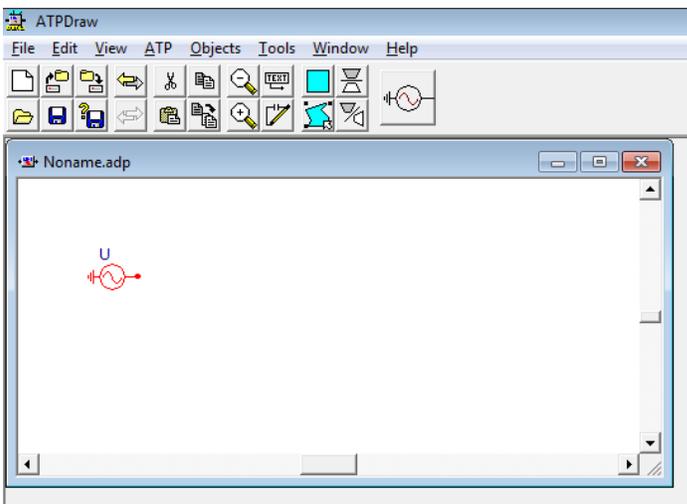
El elemento seleccionado aparecerá encerrado en un cuadro, entonces es posible arrastrarlo a la posición deseada, después de lo cual aparecerá en color rojo, lo que significa que aún no le hemos dado al programa la información del elemento. Esto se ilustra en la figura 5.3.



**Figura 5.1**  
**Ventana Principal del ATP Draw**



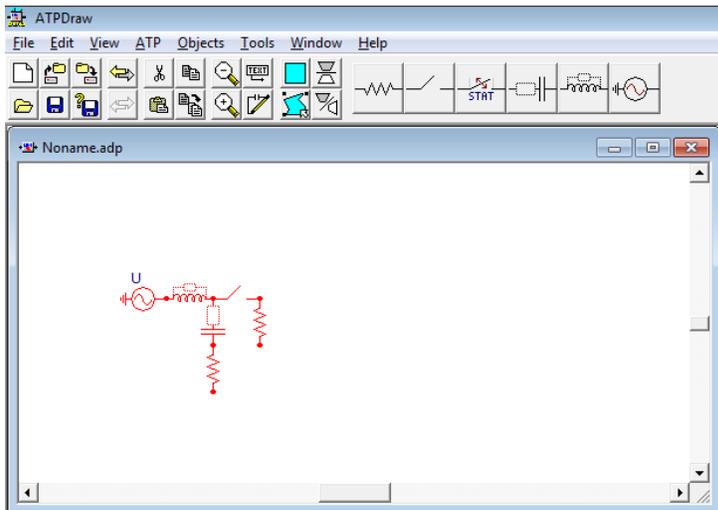
**Figura 5.2 Selección de un elemento de la red**



**Figura 5.3**  
**Se muestra el elemento seleccionado**

De esta forma se puede continuar agregando los elementos de la red. La figura 5.4 muestra el circuito de ejemplo ya terminado. Es posible rotar la posición de algún

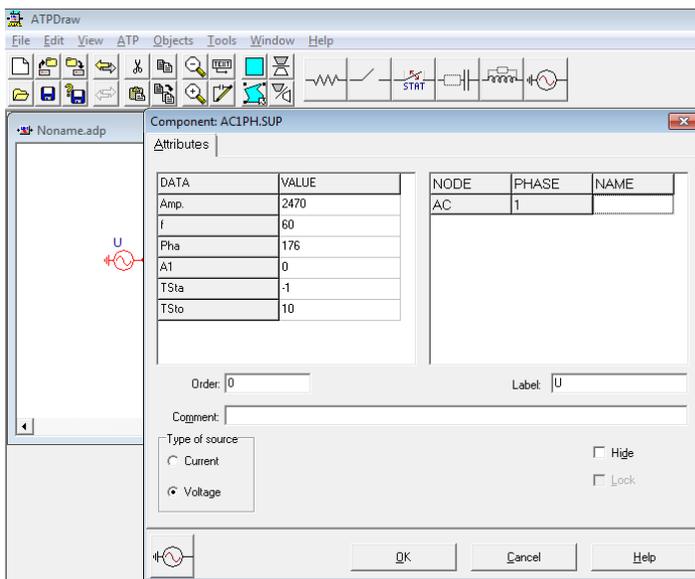
elemento, simplemente dando clic sobre él con el botón secundario del ratón, en el momento en que apenas se va a colocar en la posición deseada.



**Figura 5.4**

**Circuito de ejemplo**

Para ingresar la información de los elementos, hay que darle doble clic al elemento deseado. La figura 5.5 muestra el cuadro en el que se especifica la información para la fuente.



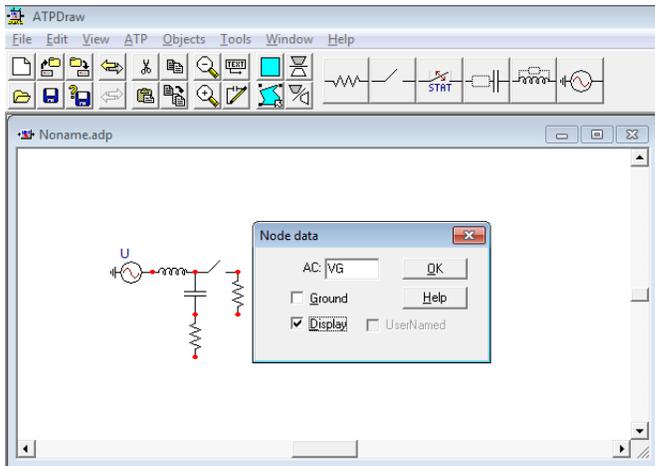
**Figura 5.5**

**Especificando la información para la fuente**

La capacitancia debe darse en  $\mu\text{F}$  y la inductancia en  $\text{mH}$ .

Los interruptores ayudan a simular diferentes disturbios.

Todos los nodos reciben sus nombres directamente desde el ATP Draw, sin embargo, es posible especificar manualmente el nombre de los nodos de interés, para esto hay que dar doble clic al nodo, escribir el nombre y activar la casilla "display", como se muestra en la figura 5.6.

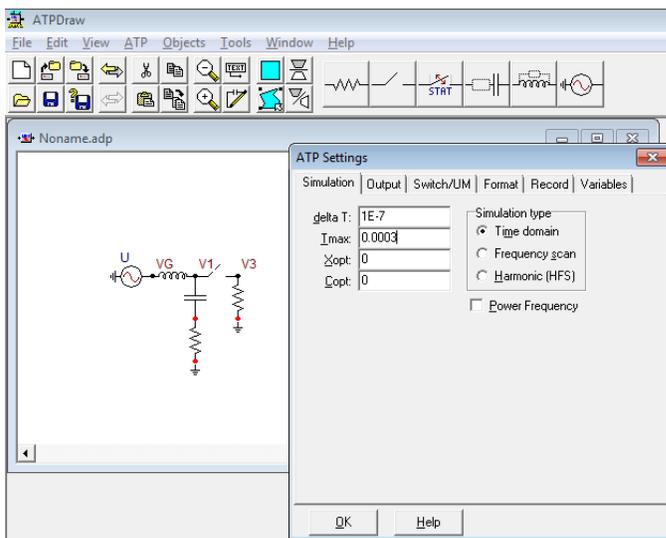


**Figura 5.6**

**Especificando del nombre de un nodo**

Si lo que se quiere es aterrizar el nodo, se debe activar la casilla “ground”.

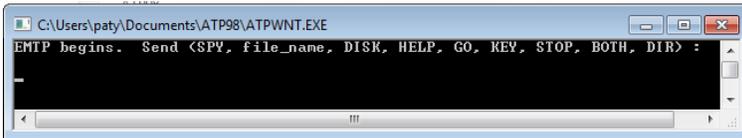
Una vez que se ha especificado toda la información, es necesario ajustar los parámetros de simulación, esto se hace dando clic en ATP y luego en settings. Aparecerá un cuadro como el que se muestra en la figura 5.7, en el que se debe especificar el intervalo de tiempo de simulación para la regla trapezoidal (delta T) y el tiempo máximo de simulación en segundos.



**Figura 5.7**

**Ajustes de simulación**

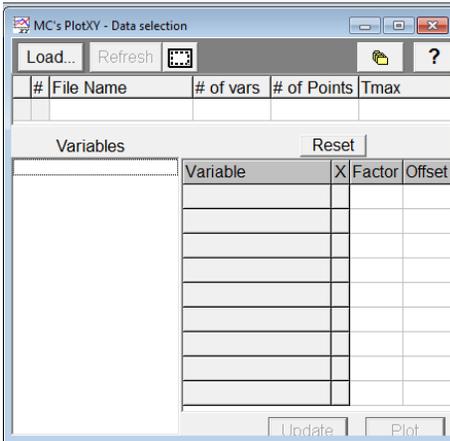
Por último hay que dar clic en ATP y luego en make file as, para guardar el archivo que servirá para hacer la simulación. Para poder correr la simulación es necesario tener este archivo dentro de la carpeta que contiene el ejecutable para el ATP/EMTP, luego hay que hacer doble clic sobre este ícono (ATPWNT), aparecerá una ventana como la que se muestra en la figura 5.8. Hay que escribir el nombre del archivo junto con la terminación (.ATP) y presionar entrar.



**Figura 5.8**

**Ventana del programa ATP**

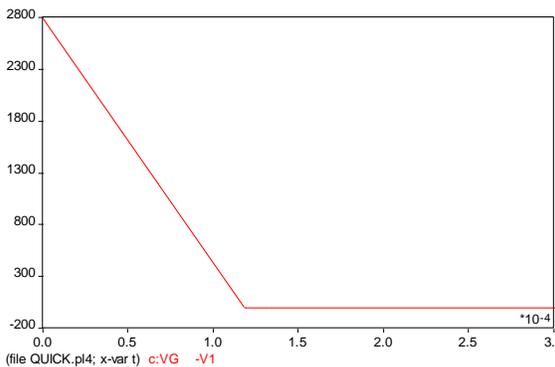
El programa creará un archivo con el mismo nombre pero con la terminación: “.pl4” en el mismo directorio. Para desplegar las gráficas hay que correr el programa “PLOTXY”, aparecerá una ventana como la que se muestra en la figura 5.9.



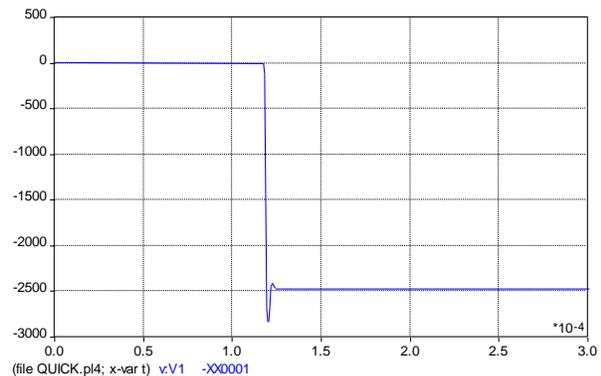
**Figura 5.9**

**Ventana del PLOTXY**

Después se debe hacer clic en load y abrir el archivo creado por el ATPWNT (el que tiene la extensión pl4). Las figuras 5.10 y 5.11 muestran las gráficas obtenidas para el ejemplo de este apéndice usando el método gráfico, en ellas se muestra la corriente y el voltaje en el nodo de interés, antes y después de abrir el interruptor.



**Figura 5.10 Forma de onda de la corriente en el nodo V1**



**Figura 5.11 Forma de onda del voltaje en el nodo V1**

El otro método para crear el archivo ATP es usando un editor de textos, el ATP Draw contiene uno, pero también se puede usar el block de notas, o el de su preferencia. Para utilizar este método es recomendable tener conocimiento del lenguaje de programación FORTRAN. A continuación se muestra la forma de crear el mismo archivo ATP del ejemplo pasado, usando ahora este segundo método. Para obtener las gráficas, el procedimiento es el mismo que ya se describió.

Se pone la letra mayúscula C en la primera columna para poner un comentario.

La primera línea que se debe poner es: BEGIN NEW DATA CASE, para que el ATP/EMTP compile el programa.

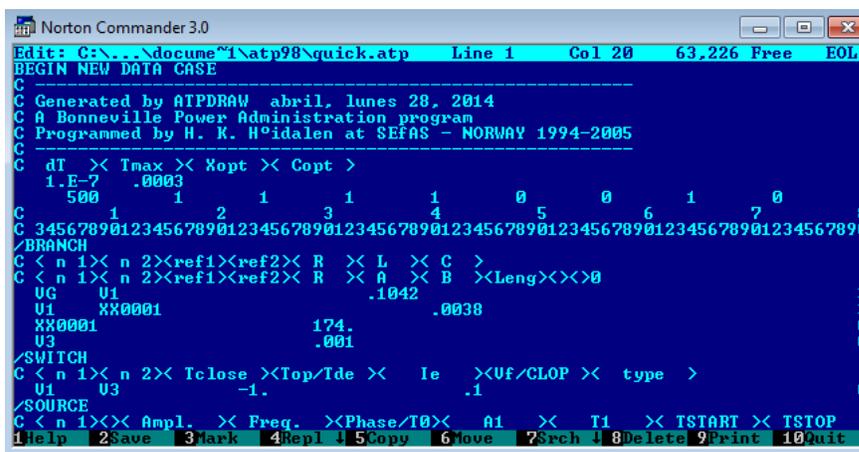
Hay instrucciones especiales que deben especificarse, llamadas: "MISCELLANEOUS DATA CARDS". Para este ejemplo sólo se utilizan dos, sin embargo, para usuarios avanzados que quieran información más detallada se les recomienda consultar el libro de reglas.

La figura 5.12 muestra las instrucciones que debe dársele al software para programar los parámetros de simulación (FLOATING POINT MISCELLANEOUS DATA CARD).

En esta figura, dT es el intervalo de tiempo de integración. Se recomienda usar como máximo para este tiempo, la décima parte del periodo natural de oscilación transitoria (" $1/\omega_n$ ", ver sección 3.2.1).

Se aconseja que el tiempo máximo de simulación (Tmax) sea 100 o 1000 veces el periodo natural.

Para que la reactancia inductiva y capacitiva puedan ingresarse en  $\mu\text{F}$  y  $\text{mH}$  respectivamente, Xopt y Copt deben de ser 0, pero si se quiere manejar esto en ohms, se debe poner 1.



```
Norton Commander 3.0
Edit: C:\... \docume~1\atp98\quick.atp Line 1 Col 20 63,226 Free EOL
BEGIN NEW DATA CASE
-----
C
C Generated by ATPDRAW abril, lunes 28. 2014
C A Bonneville Power Administration program
C Programmed by H. K. Hoidalen at SEFAS - NORWAY 1994-2005
-----
C
C dT < Tmax < Xopt < Copt >
C 1.E-7 .0003
C 500 1 1 1 1 1 0 0 1 0
C 34567890123456789012345678901234567890123456789012345678901234567890
/BRANCH
C < n 1 < n 2 < ref1 < ref2 < R < L < C >
C < n 1 < n 2 < ref1 < ref2 < R < A < B < Leng < > >
UG U1 .1042
U1 XX0001 .0038
XX0001 174.
U3 .001
/SWITCH
C < n 1 < n 2 < Tclose < Top/Tde < Ie < UF/CLOP < type >
U1 U3 -1. .1
/SOURCE
C < n 1 < < Ampl. < Freq. < Phase/T0 < A1 < T1 < TSTART < TSTOP >
1 Help 2 Save 3 Mark 4 Repl 5 Copy 6 Move 7 Arch 8 Delete 9 Print 10 Quit
```

Figura 5.12  
Creación del archivo  
ATP usando un editor  
de textos

Los elementos de la red se ponen con un: "/" y el nombre del elemento. Por ejemplo: /BRANCH, lo cual indica que los parámetros siguientes son los elementos ubicados en las ramas de la red.

En la figura 5.12, después de "/BRANCH" se puede ver que: entre los nodos "VG" y "V1" se encuentra un inductor de 0.1042 mH, entre los nodos "V1" y "XX0001" hay un capacitor de 0.0038  $\mu\text{F}$ , entre el nodo XX0001 y tierra hay un resistor de 174  $\Omega$  y que entre el nodo V3 y tierra hay un resistor de 0.001  $\Omega$ .

También se observa que en la columna 80 hay un 3 en la línea donde está el inductor y en donde está el capacitor. Ese 3 se pone cuando se quiere conocer tanto la corriente como el voltaje en ese elemento, si sólo se desea saber la corriente se pone 1; 2 para conocer únicamente el voltaje, 4 para la energía, y se pone 0 cuando no se dese saber nada.

Luego sigue el Switch, el cual está localizado entre los nodos n1 y n2 (es decir entre V1 y V3). "Tclose" es el tiempo al cual debe cerrar el interruptor, en este ejemplo cierra antes de que empiece la simulación (-1s). La corriente a la cual el interruptor es capaz de abrir físicamente es "Ie".

Luego sigue la fuente, pero como en la figura 5.12 no se alcanza a ver toda la información, veamos la figura 5.13.

**Figura 5.13**  
**Creación del**  
**archivo ATP**  
**usando un editor**  
**de textos**  
**(continuación)**

El 14VG que se observa en la figura, significa que una fuente de tipo 14 (código que le dice al programa que se trata de una fuente de voltaje sinusoidal) se conecta al nodo VG, que es de 2470 V de amplitud pico y 60 Hz de frecuencia. "Phase/T0" indica el ángulo de fase en grados o en segundos dependiendo del valor que se teclee bajo A1, si es cero o se deja en blanco, indica que está en grados (en este caso el ángulo de fase es de 176°), cualquier otro valor significa que está en segundos. "TSTOP" es el máximo tiempo de simulación para la fuente.

Por último vienen las BLANK CARDS (abajo de /OUTPUT), se ponen al final para que el programa reconozca que ya se terminó con estas cartas.

## REFERENCIAS

GE. "Use of the R – X diagram in relay work".

Vivian Cook. "Analysis of distance protection".

Prabha Kundor. "Power system stability and control"

M.E. Hodges, C.A. Mathews y S.B. Wilkinson. "Ultra-high-speed Relaying for transmission line protection"

Kennet Winick. "Transient response of mho relay to system failures"

Francisco P. Demello y Charles Concordia. "Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control"

"Graphical Method for Estimating the Performance of Distance Relays During Faults and Power Swings". A. R. van C. Warrington, AIEE Transactions Paper #59-154.

"Distance relay element design". Edmund O. Schweitzer, III.

" $Z = V/I$  does not make a distance relay". J. Roberts, A. Guzman, E. O. Schweitzers.