



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
Mecánica – Termofluidos

Simulación del flujo en la tobera de un sistema de propulsión de gas frío para desorbitar un micro satélite

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
Alemán Aguilar Víctor Manuel

TUTORES PRINCIPALES:
Dr. Martín Salinas Vázquez
Dr. Jorge Alfredo Ferrer Pérez

MÉXICO, D. F. NOVIEMBRE 2015

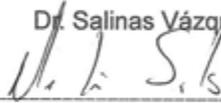
JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Solorio Ordaz Francisco Javier
Secretario: Dr. Salinas Vázquez Martín
Vocal: Dr. Ferrer Pérez Jorge Alfredo
1^{er}. Suplente: Dr. Vicente Rodríguez William
2^{d o}. Suplente: Dr. Romo Fuentes Carlos

Lugar donde se realizó la tesis: México D.F.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Salinas Vázquez Martín



FIRMA

Dr. Ferrer Pérez Jorge Alfredo



FIRMA

AGRADECIMIENTOS

A mis padres Margarita y Víctor, por el apoyo y esfuerzo diarios que me han brindado a lo largo de estos años. La educación y la oportunidad de estudiar que me han dado son dos tesoros de valor incalculable por los que les estaré siempre agradecido. Ustedes son la estrella en el cielo que ilumina mi camino.

A mi hermana Esperanza, por su apoyo y ejemplo de fortaleza y tenacidad.

A mi sobrina Romina, por su compañía y alegría que siempre me animan a seguir adelante, así como por el privilegio de permitirme verla crecer.

A Carolina Ruiz, por su invaluable amistad.

Al Dr. Alejandro Rodríguez Valdés y al Dr. Francisco Solorio Ordaz, por la oportunidad que me brindaron para continuar mis estudios.

Al Dr. Jorge Ferrer, por su paciencia, apoyo y sugerencias que me brindó para la elaboración del presente trabajo.

Al Dr. Martín Salinas, por su infinita paciencia, consejos, comentarios, experiencia, apoyo y amistad que desinteresadamente compartió conmigo a lo largo de la elaboración del presente trabajo, así como por la pasión y entusiasmo que contagia en cada una de sus clases por el estudio de la mecánica de fluidos.

A los profesores del Colegio de Ciencias y Humanidades plantel Oriente: Fís. Mat. Víctor Manuel Pérez Torres, Ing. Arturo Ávila Curiel, Lic. José Manuel Torres Álvarez, Lic. Martha Acosta y Carrasco y al Lic. Eduardo Román Morales por la experiencia, profesionalismo y genuino interés que comparten en cada una de sus clases, que animó a muchos compañeros de generación a obtener una educación universitaria.

ÍNDICE

	Página
OBJETIVOS	III
RESUMEN	IV
LISTA DE FIGURAS	V
NOMENCLATURA	IX
CAPÍTULO 1: Introducción	
• 1.1 Motivación	2
• 1.2 Satélite Quetzal	5
○ 1.2.1 Ambiente de operación	6
• 1.3 Remoción de satélites	8
• 1.4 Descripción y estado del arte del sistema de propulsión de gas frío.	10
CAPÍTULO 2: Antecedentes	
• 2.1 Toberas	13
○ 2.1.1 Toberas cónicas	14
○ 2.1.2 Empuje	15
• 2.2 Ecuaciones fundamentales y CFD	20
○ 2.2.1 Simulación LES	21
○ 2.2.2 Condiciones de frontera	26
CAPÍTULO 3: Desarrollo	
○ 3.1 Definición y delimitación del problema	28
○ 3.2 Cálculo del tanque de propelente	29
○ 3.3 Cálculo de la tobera	32

○ 3.4 Cálculo de la Termodinámica del propelente en el tanque	35
○ 3.5 Código numérico	39
▪ 3.5.1 Derivada en el espacio	39
▪ 3.5.2 Runge-Kutta	42
▪ 3.5.3 Condiciones de frontera en el código numérico	44
• 3.5.3.1 Entrada Subsónica	47
• 3.5.3.2 Salida subsónica parcialmente reflejante	48
• 3.5.3.3 Frontera adiabática deslizante	49
▪ 3.5.4 Filtro numérico	49
▪ 3.5.5 Generación de la geometría de la tobera	51

CAPÍTULO 4: Resultados

○ 4.1 Validación del código numérico	57
○ 4.2 Datos obtenidos	62
○ 4.3 Conclusiones	93
• Bibliografía	95

OBJETIVOS

- Realizar una simulación del tipo de grande escalas del flujo en la tobera en tres dimensiones espaciales de un sistema de propulsión de gas frío.
- Evaluar el cambio de órbita que es posible generar con un sistema de propulsión de gas frío bajo restricciones definidas de masa.

RESUMEN

La presente investigación analiza la implementación de una etapa de propulsión por gas frío a bordo del satélite mexicano Quetzal, para realizar una maniobra de desaceleración que reduzca su tiempo de permanencia en el espacio una vez que su misión termine.

El sistema de propulsión propuesto consiste de un tanque esférico con gas nitrógeno presurizado a 6.12 [MPa] a una temperatura de 300[K], el gas es expulsado a través de una tobera convergente-divergente. El modelado del cambio y tiempo de permanencia en órbita se realiza con las ecuaciones de la mecánica orbital considerando una maniobra del tipo impulsiva y la influencia gravitacional de la Tierra sobre el satélite. Los efectos sobre la órbita de la interacción del satélite con la atmósfera se simulan con ayuda del software STK.

La geometría consiste en una tobera convergente divergente cónica, la cual se calculó partiendo de un gasto másico inicial junto con las ecuaciones de flujo isoentrópico unidimensional. La variación de las propiedades dentro del tanque de propelente se calculó con un balance de masa y energía de sistema abierto considerando al tanque como adiabático.

El estudio del flujo en la tobera se realizó con una simulación del tipo de grandes escalas (LES), a través de un código numérico programado en el lenguaje FORTRAN, utilizando un esquema de diferencias finitas compacto de sexto orden en el espacio, un esquema Runge-Kutta de tercer orden para el avance en el tiempo y un filtro numérico de orden 10. El dominio computacional tiene dimensiones en las direcciones espaciales (x,y,z) de 12D,6D, 6D respectivamente, considerándose al diámetro de entrada de la tobera como longitud de referencia. El mallado del dominio puede ajustarse en regiones de interés como la garganta de la tobera y paredes adyacentes. De la simulación se obtuvieron campos instantáneos, promedio y rms.

LISTA DE FIGURAS

		Página
1	Incremento de la población de residuos espaciales catalogados.	2
2	Cronología de colisiones no intencionadas que generaron importantes cantidades de residuos.	3
3	Componentes que integran al micro satélite Quetzal.	5
4	Elementos que integran al Satélite Quetzal.	6
5	Esquema del sistema de propulsión que se propone para el satélite Quetzal.	10
6	Típica tobera cónica.	14
7	Propiedades de la sustancia al ingreso y salida de la tobera.	16
8	Coefficiente de empuje para distintas relaciones de área, calores específicos y de presión (Recuérdese que se está considerando a la presión de estancamiento como la presión estática en la sección de entrada).	19
9	Desempeño de diferentes gases como propelentes en un sistema de propulsión en frío bajo ciertas condiciones de referencia (341 [atm] y 20 [°C] en una tobera con relación de áreas 50:1 que opera en el vacío)	19
10	Gráfica masa de gas-radio interior del tanque.	30
11	Configuración final de la tobera.	34
12	Gasto másico en función del tiempo, se muestra la expresión de la curva de ajuste.	37
13	Variación de la temperatura en el tanque respecto a la variación de la presión.	37
14	Variación de la temperatura en el tanque respecto al tiempo.	38
15	Variación de la masa en el tanque respecto al tiempo.	38
16	Elementos para calcular el factor de ajuste en la geometría dentro del dominio computacional.	52
17	(a) Círculo sin interpolación, (b) Círculo con interpolación. Los nodos dentro de la región azul poseen un valor de 0, los nodos en la región roja poseen	53

un valor de 1. Estos valores son almacenados en una variable que se ha nombrado "MASK".

18	Configuración de tobera utilizada en la simulación: Relación de áreas: 17, Mach de diseño: 4.54.	55
19	Ubicación de 3 puntos para almacenar datos de presión a lo largo de la simulación.	55
20	Contornos del número de Mach, aire descarga libremente a $Ma=0.3$, $Re=95000$.	58
21	(a) sección tubular desde donde descarga el chorro, la parte de color negro corresponde a la pared. (b) contornos del número de Mach de aire que ingresa a $Ma=0.3$, $Re=95000$.	58
22	Variación de la componente de velocidad U en el centro del jet según la distancia horizontal al origen.	59
23	Componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica.	59
24	Variación del primer momento de U respecto a la velocidad central U_c en la dirección radial del jet a 8 diámetros.	60
25	Variación del primer momento de V en la dirección radial respecto a la velocidad central U_c en la dirección radial del jet a 8 diámetros.	60
26	Variación del primer momento de W respecto a la velocidad central U_c en la dirección radial del jet a 8 diámetros.	61
27	Contornos del número de Mach promediados en el tiempo, en color, vectores de velocidad. Detalle en A próximo a la pared de la sección divergente.	63
28	(a) P promedio para el caso RP1, (b) Ma promedio para el caso RP1 las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría, caso RP1.	64
29	Auto semejanza en el chorro para el caso RP1.	65
30	Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica para el caso RP1, la línea azul corresponde al ajuste de los datos para el caso de estudio.	66

31	Fluctuaciones de velocidad a 10D para el caso RP1, el polinomio corresponde al ajuste de los datos del estudio.	67
32	Ubicación de 3 puntos para almacenar datos de presión a lo largo de la simulación.	68
33	Espectro de frecuencias para el caso RP1.	68
34	Contornos del número de Mach para una tobera sobre-expandida, caso RP2.	69
35	P y Ma promedio para el caso RP2, las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría.	70
36	(a) Cambios de presión registrados sobre un eje paralelo (E2) al eje centro de la geometría (E1). (b) Vectores de velocidad, se indican las regiones donde se presentan ciclos de compresión expansión así como cambios en la dirección del flujo, los cuales se esquematizan en la parte inferior, las líneas rojas corresponden a un choque oblicuo, las líneas azules corresponden a un abanico de expansión.	71
37	Regiones tridimensionales de los conos de Mach en un medio con ($P=1$), las superficies azul intenso indican una presión inferior ($P=0.85$) respecto a las zonas azul claras ($P=1.15$).	72
38	Auto semejanza en el chorro para el caso RP2.	72
39	Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica para el caso RP2, la línea azul corresponde al ajuste de los datos para el caso de estudio.	73
40	Fluctuaciones de velocidad a 10D para el caso RP2, el polinomio corresponde al ajuste de los datos del estudio.	74
41	(a) Shadowgraph caso RP2, (b) Superior: detalle en el núcleo del chorro, inferior: shadowgraph obtenido de una tobera real con un mach de diseño de 1.56, la relación de presiones es de 0.3.	75
42	(a) Shadowgraph del flujo de una tobera que opera con una relación de presiones de 0.06. (b) Zona de autosemejanza, en este chorro dicha zona se pospone fuera del dominio computacional.	76
43	Espectro de frecuencias para el caso RP2.	77

44	(a) Contornos del número de Mach para una tobera sobre-expandida, caso RP3 (b) Detalle de los contornos de Ma próximos a la garganta.	78
45	(a) P promedio para el caso RP3, (b) Detalle de P promedio a 2D, (c) Mach promedio para el caso RP3, las lecturas fueron tomadas a lo largo del centro de la geometría.	79
46	Auto semejanza en el chorro para el caso RP3.	80
47	Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica para el caso RP3, la línea azul corresponde al ajuste de los datos para el caso de estudio.	80
48	Componente de velocidad U para el caso RP3.	81
49	(a) Shadowgraph de la sección divergente de la tobera, (b) Detalle del los choques oblicuos, caso RP3, (c) y (d) shadowgraph tomado sobre una tobera real con un mach de diseño de 1.5 con una relación de presiones de 0.25 y 0.2.	81
50	Espectro de frecuencias para el caso RP3.	82
51	T promedio, las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría	83
52	(a) Contornos de temperatura promediados en el tiempo. (b)Detalle en A próximo a la frontera de salida se tienen cambios anormales de T cuando la relación de presiones es menor o igual a 0.006.	84
53	P y Ma promedio, las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría (todos los casos).	87
54	Auto semejanza en el chorro (todos los casos).	87
55	Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica (todos los casos), la línea punteada corresponde al ajuste de los datos para el caso de validación.	88
56	Fluctuaciones de velocidad a 10D (casos RP1 Y RP2), el polinomio corresponde al ajuste de los datos de la validación.	89
57	Espectro de frecuencias (todos los casos).	91
58	Comparativa de Ma y U en dirección axial, con y sin una geometría en la descarga (casos de estudio y de validación).	92

NOMENCLATURA

		Unidades			
A_c	Área de la sección convergente.	m^2	P	Presión.	Pa
A_{ex}	Área transversal de la sección de salida de la tobera.	m^2	P_{amb}	Presión ambiente.	Pa
A_t	Área transversal de la sección de la garganta.	m^2	$P_c = P_{0c}$	Presión en el tanque de propelente.	Pa
C	Velocidad del sonido.	m/s	P_{ex}	Presión estática a la salida de la tobera.	Pa
$c_{a \text{ dim}}$	Velocidad del sonido adimensional.	-	P_0	Presión de estancamiento.	Pa
C_d	Coefficiente de descarga.	-	Pr	Número de Prandtl.	-
C_f	Coefficiente de empuje.	-	P_{ml}	Momento lineal.	kg-m
C_p	Capacidad térmica específica a presión constante.	-	\dot{Q}	Flujo de calor.	J/s
$D = 2R_c$	Diámetro de entrada de la tobera.	m	R_c	Radio de la sección convergente.	m
F_i	Flujos	-	R_e	Radio de la sección de salida de la tobera.	m
F_{th}	Fuerza de empuje.	N	R_t	Radio de la garganta de la tobera.	m
F_p	Fuerza debida a presión.	N	R_{gas}	Constante del gas.	$kJ/kg \text{ K}$
Fr	Número de Froude.	-	Re	Número de Reynolds.	-
g	Aceleración debida a la gravedad.	m/s^2	$RP = \frac{P_{amb}}{P_c}$	Relación de presiones	-
h	Entalpía específica.	kJ/kg	S	Término fuente de las ecuaciones de conservación.	-
j, i, k	Vectores unitarios en las direcciones x, y, z respectivamente.	-	t	Tiempo.	s
I_{sp}	Impulso específico.	s	t_c	Espesor de pared de recipiente.	m
k	Índice adiabático.	-	$T_c = T_{0c}$	Temperatura del fluido en la entrada de la tobera.	K
k_{cond}	Conductividad térmica.	$W/m \text{ K}$	T_{ex}	Temperatura del fluido en la salida de la tobera.	K
L_{cn}	Longitud de la sección convergente.	m	T_0	Temperatura de estancamiento.	K
L_n	Longitud de la parte divergente de la tobera.	m	Δt	Paso de tiempo.	-
m	Masa.	kg	U_0	Componente U de velocidad inicial de entrada. (adim)	-
mm	Pendiente.	-	U_c	Componente U de velocidad en el centro de la geometría. (adim)	-
m_g	Masa de propelente.	kg	U_{int}	Energía interna.	kJ
m_T	Masa del tanque de propelente.	kg	U_{ref}	Velocidad de referencia	m/s
\dot{m}	Gasto másico.	kg/s	u_{esp}	Energía interna específica.	kJ/kg
$Ma = c/U$	Número de Mach.	-	u, v, w U, V, W	Componentes del campo de velocidades (adim).	-

$\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$:	Velocidades promedio (adim).	-
u', v', w' :	Fluctuaciones de velocidad (ecs. De Reynolds) Valores submalla (ecs. Filtradas)	-
\underline{V} :	Vector velocidad (adim).	-
V_{ex} :	Velocidad del fluido en la salida de la tobera.	m/s
v_{esp} :	Volumen específico.	m ³ /kg
ΔV :	Cambio de velocidad requerido para efectuar una maniobra orbital.	m/s
\forall_g :	Volumen.	m ³
x_0 :	Distancia al origen del sistema de coordenadas del desde donde descarga el chorro	-
α :	Ángulo de la sección divergente de la tobera.	-
β :	Ángulo de la sección convergente.	°
\mathcal{E} :	Relación de áreas de la tobera.	°
μ :	Viscosidad dinámica (adim).	-
ν_t :	Viscosidad turbulenta (adim).	-
ρ :	Densidad.	kg/m ³
σ_c :	Esfuerzo de cedencia del material.	Pa
σ_{cc} :	Esfuerzo de diseño.	Pa
$\Delta \xi, \Delta \eta, \Delta \zeta$	Tamaño de celda en las direcciones x,y,z.	-

CAPÍTULO 1: Introducción

1.1 MOTIVACIÓN

Actualmente existe un problema importante respecto a la cantidad de residuos espaciales en órbita Terrestre ya que estos representan un riesgo para la seguridad de todos los vehículos que se desplacen en los diferentes planos orbitales.

Los residuos se han estado acumulando desde los inicios de la era espacial en la década de los 50's hasta la actualidad. La mayoría de los objetos catalogados se encuentran en una órbita baja de la Tierra (menos de 2000 [km] de altitud), Johnson ^[22] (Fig. 1), éstos consisten en satélites fuera de operaciones, tanques de etapas superiores de propulsores, residuos de colisiones no intencionadas e intencionadas entre satélites y proyectiles interceptores etc.

El impacto entre un vehículo espacial y un residuo puede significar el fin de la misión del primero, debido a la gran cantidad de energía cinética involucrada. Las implicaciones para una misión tripulada pueden ser catastróficas.

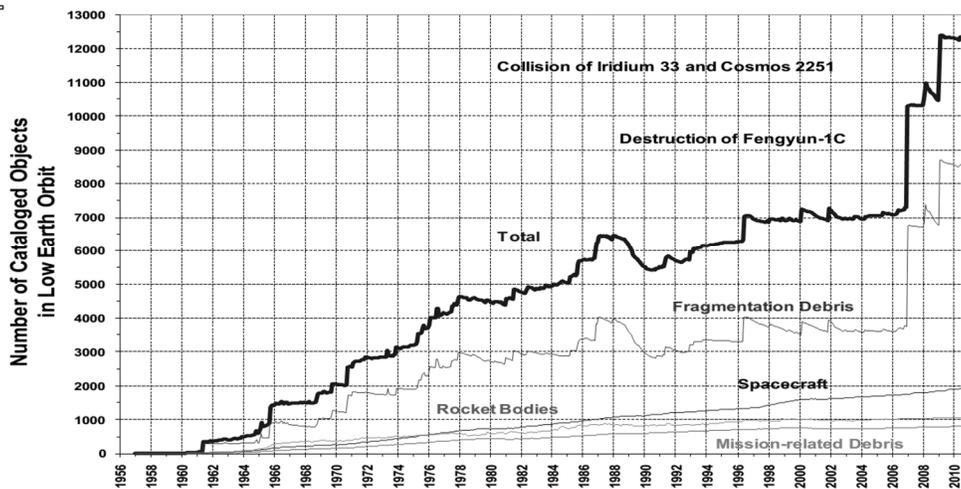


Figura 1: Incremento de la población de residuos espaciales catalogados [22] [23].

La posibilidad real (Fig. 2) de colisión con un residuo espacial se ha traducido en un creciente interés y preocupación por controlar este problema, esto, a través de la implementación de diferentes estrategias:

- Desarrollo de políticas de control de residuos espaciales.
- Maniobras correctivas en órbita.

- Desarrollo de tecnologías de blindaje.
- Eliminación de los residuos ya en órbita, Choi ^[24].
- Recuperación de vehículos dañados e inoperativos, Gurgunburan ^[31].

Año	Descripción del evento
1991	Colisión del Cosmos 1934 con fragmentos del satélite Cosmos 296
1996	Colisión del Satélite Cerise por residuos de un propulsor Ariane.
1997	Colisión del Satélite NOAA 7 por residuos de origen desconocido, el impacto generó más residuos y modificó la órbita del satélite.
2002	Colisión del Satélite Cosmos 139 por residuos de origen desconocido, el impacto generó más residuos y modificó la órbita del satélite
2005	Colisión de un propulsor norteamericano con un propulsor Chino.
2007	Colisión del satélite UARS de la NASA por residuos de origen desconocido, el impacto generó más residuos.
2007	Colisión del Satélite Meteosat 8 por residuos de origen desconocido, el impacto generó más residuos y modificó la órbita del satélite
2009	Colisión del Satélite Iridium con el satélite Cosmos 2251.

Figura 2: Cronología de colisiones no intencionadas que generaron importantes cantidades de residuos, Gurgunburan ^[31].

Las políticas para la reducción y eliminación de residuos espaciales tienen por objetivo promover la preservación del espacio próximo a la Tierra para su utilización comercial y de exploración. A mediados de los años 90's países como EUA, Japón, Francia, Rusia y China adoptaron medidas para el control de residuos en órbita. La ONU a través del comité de usos pacíficos del espacio exterior y del Subcomité científico aprobó en 2007 una serie de medidas para la reducción de basura espacial, Johnson ^[23]:

- 1.-Limitar los residuos durante operaciones normales.
- 2.-Minimizar el potencial de fragmentación durante fases operacionales.
- 3.-Limitar la probabilidad de una colisión accidental en órbita.
- 4.-Evitar la destrucción intencionada y otras actividades nocivas.
- 5.-Minimizar el potencial de fragmentación post-misión resultado de energía almacenada.

6.-Limitar la presencia a largo término de vehículos espaciales y de etapas de propulsión en órbita baja (LEO) después del fin de su misión. (Se considera la eliminación de riesgos para la población en la Tierra debido a la reentrada de objetos desde el espacio).

7.-Limitar la interferencia a largo término de vehículos espaciales y de etapas de propulsión con órbitas geo sincrónicas (GEO) después del fin de su misión.

Por lo anterior, el satélite “Quetzal” en fase de desarrollo en la UNAM, podría ser dotado de un sistema adicional que le permita salir de su órbita de operación al final de su misión y satisfacer las políticas internacionales sobre manejo de residuos espaciales en órbita Terrestre, para lograrlo, se propone un sistema de propulsión de gas frío que le permita desacelerar, disminuir de altitud de tal forma que el arrastre generado por la atmósfera lo devuelva a la Tierra en un tiempo menor comparado con el que le llevaría caer de forma natural.

1.2 SATÉLITE QUETZAL

El micro satélite Quetzal es un proyecto conjunto entre el Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT) a través del programa MISTI, el Centro de alta tecnología (CAT) de la Facultad de Ingeniería, el Instituto de Geografía y el Centro de Ciencias de la Atmósfera.

El proyecto iniciado a finales del año 2010 tiene por objetivos: estrechar las relaciones de colaboración internacional, formar investigadores en el área aeroespacial, diseñar y construir un micro satélite (satélite con una masa menor a 100 [kg]) cuya misión primaria es el monitoreo de contaminantes atmosféricos sobre ciudades mexicanas y de Latinoamérica, Celis^[27].

Características físicas del micro satélite Quetzal, Arcila^[25], y subsistemas que lo componen (Fig. 3 y 4):

- Masa 50 [kg]
- Estructura Modular de tres compartimientos de aleación de aluminio.
- Órbita circular con 98° de inclinación y 686 [km] de altitud.

Los subsistemas que componen al satélite Quetzal deberán ser diseñados e integrados en México, utilizando dispositivos denominados COTS (Commercial Off the Shelf), las cuales a pesar de no contar con certificación de aplicación espacial pueden ser utilizados aplicando técnicas de tolerancia a fallas, esto para asegurar un bajo costo, Celis^[27]. Así mismo, se incorporará un subsistema de propulsión basado en la tecnología del motor electrostático tipo Hall de alto impulso específico y bajo empuje, con gas Xenón como propelente para maniobras delicadas en órbita.

Primer compartimiento
Electrónica
Segundo compartimiento
Tanques de combustible, baterías y sistema de control inercial
Tercer compartimiento
Instrumentos de telemetría, radios y cámara

Figura 3: Componentes que integran al micro satélite Quetzal.

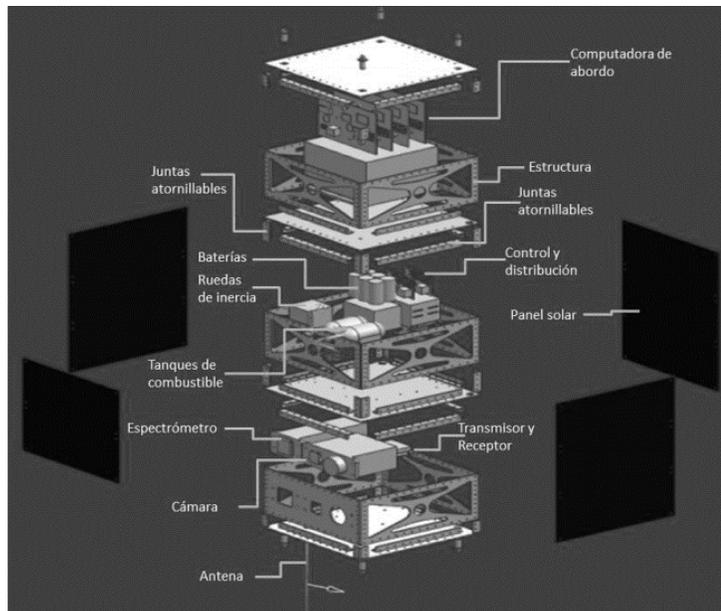


Figura 4: Elementos que integran al Satélite Quetzal, Arcila [25].

1.2.1 AMBIENTE DE OPERACIÓN

Conocer las condiciones bajo las que operará el satélite es de extrema importancia debido a que el tanque de propelente se verá afectado por las variaciones de temperatura, ignorar este detalle supondría una falla muy sensible en el análisis de operación del sistema propulsivo, a continuación se describen algunos parámetros del ambiente espacial en el que se deberá desenvolver el satélite Quetzal.

Un estudio detallado puede consultarse, Arcila [25] en donde se han simulado las condiciones térmicas del ambiente espacial (a 800 [km] de altitud con tiempo de vuelo de 9 días) con el software “Thermal Desktop” donde se emplea un esquema de diferencias finitas para efectuar la simulación. De este mismo estudio se resumen las siguientes condiciones que afectarían de manera crítica al sistema propulsivo:

- Condición caliente:
 - Máxima potencia disipada por los sistemas electrónicos, constante solar del solsticio de verano, coeficiente de albedo máximo.
 - Con sistema de control térmico.
 - Sin sistema de control térmico.

- Condición fría:
 - Sin potencia disipada por los sistemas electrónicos (sistemas apagados), constante solar del solsticio de invierno, coeficiente de albedo mínimo
 - Con sistema de control térmico.
 - Sin sistema de control térmico.

Cada uno de los casos anteriores se subdividió dependiendo del ángulo entre el plano orbital y el vector solar, el cual es variable si la inclinación de la órbita es distinta de 90° o 0° .

Del análisis térmico se encontró que la condición en donde se alcanzan mayores temperaturas es en donde el ángulo entre el plano orbital y el vector solar es 90° , el satélite no presenta protección térmica y los elementos electrónicos disipan un máximo de calor, en donde se alcanzan temperaturas (tanques) de $100\text{ [}^\circ\text{C]}$, $150\text{ [}^\circ\text{C]}$. El caso más frío tiene lugar en los periodos de sombra con temperaturas de 76 y $20\text{ [}^\circ\text{C]}$ sin sistema de control térmico y sistemas electrónicos apagados.

Las condiciones anteriores sugieren incorporación de un sistema de control térmico pasivo y de esta forma evitar aumentar considerablemente el peso total. El sistema térmico consistiría de celdas solares, recubrimiento, elementos estructurales compuestos (honeycomb) y pistas térmicas. Con estas condiciones el análisis da como resultado un cambio dramático en las temperaturas máximas alcanzadas (90°) 16.4 y $1.4\text{ [}^\circ\text{C]}$ en la estructura). En el caso más frío se tiene $-8.9\text{ [}^\circ\text{C]}$ (tanques).

1.3 REMOCIÓN DE SATÉLITES

Como ha sido mencionado, los países con capacidad de lanzar vehículos al espacio deben regular el tiempo de permanencia en órbita. De acuerdo a la IADC (Inter-Agency Debris Coordinating Committee) de la ONU, se establece que un tiempo de vida límite en órbita baja de 25 años es recomendable.

El control de residuos en la órbita baja de la Tierra puede llevarse a cabo de tres maneras, Afful ^[32]:

- Caída, reentrada y destrucción en la atmósfera.

Implica el uso de superficies para aumentar el arrastre atmosférico y/o el uso de propulsión para modificar la órbita y precipitarse hacia la Tierra. El uso de un vehículo interceptor también está contemplado, dicho vehículo alcanzaría al satélite objetivo y lo llevaría a una órbita donde el arrastre atmosférico completara el trabajo, posteriormente el vehículo interceptor encendería sus motores y continuaría su misión, Gurgenburan ^[31].

- Maniobras hacia órbitas más elevadas.

Consiste en disminuir el número de satélites en órbitas densamente pobladas y evitar colisiones que son la fuente principal de residuos a través de maniobras que los lleven a órbitas superiores. Se ha encontrado que para satélites con órbitas por encima de 615 [km] un sistema de propulsión (Solar, cold gas, monopropelente, bipropelente, híbrido) es la mejor opción para efectuar una maniobra de “remoción”, Gurgenburan ^[31].

- Recuperación del satélite.

Esta opción consiste de devolver íntegro el satélite a la Tierra para su estudio o eliminación, esta es la alternativa más difícil de realizar, debido a que exigiría el uso de un vehículo de gran tamaño con capacidad de reingreso. El transbordador espacial realizó esta operación mientras estaba activo el programa, por lo que técnicamente es posible pero con la retirada del servicio de la flota de transbordadores actualmente no es viable.

Los satélites en LEO experimentan un cambio de órbita natural debido a la interacción con la atmósfera, a la actividad geomagnética, variaciones gravitacionales y actividad solar, Australian Space Weather Agency ^[33], Cojuangco ^[44].

La interacción del satélite con la atmósfera se debe a las moléculas de aire aún presentes a grandes altitudes. Existen modelos diseñados para predecir el tiempo de vida de un satélite dependiendo de su interacción con la atmósfera, la cual es dinámica.

Entre los modelos para predecir la densidad de la atmósfera a diferente altitud se tienen, Afful ^[32]:

- Estático.
- Harris-Priester.
- COSPAR International Reference Atmosphere.
- MSIS (Mass Spectrometer Incoherent Scatter).
- DTM (Drag Temperature Model).
- MSISE-90

Cada uno de los modelos anteriores tendrá como salida la densidad atmosférica respecto a la altitud, este resultado (aceleración debida al arrastre) junto con los efectos de la radiación solar sobre el satélite (aceleración debida a la radiación solar) se incorporan en las ecuaciones de movimiento del satélite.

En el presente trabajo se utilizará el software STK para estimar el tiempo de vida del satélite una vez que se ejecute la maniobra de reducción de órbita, Cojuangco ^[44].

El empleo de superficies y sistemas propulsores representan la opción más viable debido a su poca complejidad y costo pero estos dispositivos no deben comprometer la masa total del satélite.

Los satélites universitarios poseen poco margen de maniobra debido a su propia naturaleza: son pequeños y son siempre parte de una misión secundaria, por lo que utilizar propelentes altamente reactivos o sistemas complejos afectarían dramáticamente su viabilidad para formar parte de una misión. Sin embargo existe la opción de usar gases inertes como propelente que, si bien, no poseen un elevado impulso específico pueden ayudar a modificar ligeramente la órbita y reducir el tiempo de permanencia en el espacio en escalas de tiempo de meses o años. Por estas razones, este tipo de sistema de propulsión es el que se sugiere sea utilizado en el satélite Quetzal para efectuar una maniobra de desaceleración y reentrada en la atmósfera para su destrucción.

1.4 DESCRIPCIÓN Y ESTADO DEL ARTE DEL SISTEMA DE PROPULSIÓN DE GAS FRÍO

Dotar al satélite Quetzal de un sistema de propulsión por gas frío, aparentemente no plantearía un problema complejo en cuanto a requerimientos técnicos y de “*hardware*”. Este sistema de propulsión consiste únicamente en almacenar gas a una presión elevada para posteriormente expandirlo en una tobera (Fig. 5) por lo que, a grandes rasgos, se requieren sólo de los siguientes componentes, Nothnagel [20], NASA [21]:

- Tanques de almacenamiento del propelente.
- Líneas de tubería.
- Válvulas.
- Tobera.

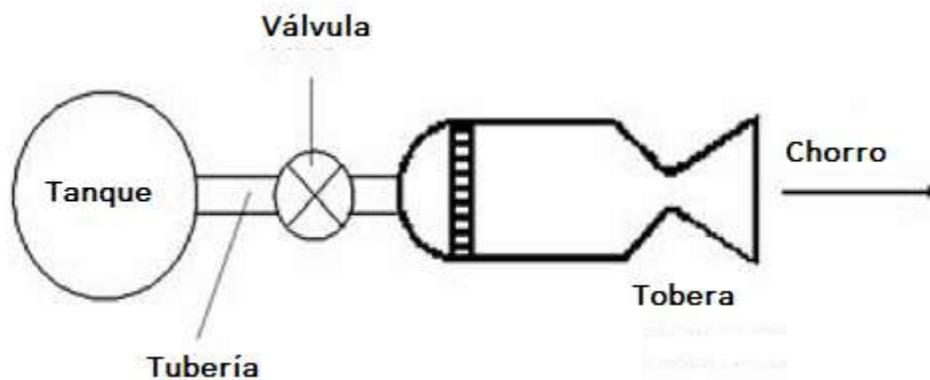


Figura 5: Esquema del sistema de propulsión que se propone para el satélite Quetzal, Anis [40].

Como se observa, la propulsión con gases fríos es un sistema con un mínimo número de componentes, bajo peso y con pocos problemas de seguridad respecto al manejo del propelente, sin embargo posee las siguientes desventajas:

- Bajo empuje: 0.01-200 [N].
- Bajo impulso específico: 70-80 [s].
- Volumen de los tanques de almacenamiento (para el caso del hidrógeno su baja densidad requeriría de un mayor volumen para el almacenamiento).

- Alta presión, lo que se traduce en un incremento en el peso del tanque.

Existe una alternativa para mejorar el rendimiento de la propulsión con gas frío la cual consiste en almacenar el propelente en estado líquido, el cual se evaporará a medida que se utilice, de esta manera es posible almacenar una mayor cantidad de propelente, se auto-presuriza y se evita la necesidad de incorporar un sistema de bombeo, NASA ^[21], sin embargo este tipo de sistemas añaden complejidad en el diseño, manejo y operación.

La integración, reducción y disminución en consumo potencia eléctrica en electrónica han expandido las capacidades operacionales de los satélites además de una significativa reducción en su tamaño, lo que permite que sistemas de propulsión con bajo empuje y poco sofisticados empiecen a ganar atención para operaciones complejas en órbita.

El estado del arte en propulsión de satélites pequeños está limitado a gas frío, combustible sólido y motor eléctrico, NASA ^[21].

Las especificaciones para el diseño de Cube Sats (acordadas por los distintos diseñadores de Cube Sats y compañías lanzadoras) establecen un límite de potencial para la propulsión de este tipo de satélites:

- Presiones menores a 1.2 atmósferas en los tanques.
- Propelentes no reactivos.

Hasta ahora, ningún CubeSat ha utilizado un propulsor de gas frío, pero el satélite SNAP-1 de 6.5 [kg] utilizó un propulsor a base de gas butano para desarrollar maniobras en órbita.

A pesar de las limitantes en los sistemas de propulsión para los CubeSat, existe en la actualidad interés en la aplicación de sistemas de propulsión por gas frío.

CAPÍTULO 2: Antecedentes

2.1 TOBERAS

La tobera es el elemento del sistema de propulsión que transforma la energía interna del propelente en energía cinética, por lo que su forma debe ser calculada cuidadosamente y de esta manera maximizar su desempeño dentro de las condiciones del sistema. En estos dispositivos se busca pasar de un flujo paralelo con Mach, $Ma=1$ ($Ma = \frac{u}{c}$) a un flujo igualmente paralelo pero a $Ma>1$, Östlund ^[37].

La mayoría de las toberas de cohetes son del tipo De Laval, (Sutton ^[1]) las cuales están constituidas por una sección convergente, una sección divergente y en la unión de ambas secciones con área mínima se tiene la garganta. La velocidad en la sección convergente es relativamente baja, alcanza $Ma=1$ en la garganta, y en la sección divergente las velocidades alcanzadas pueden llegar a ser muy elevadas por lo que cualquier cambio abrupto o discontinuidad debe evitarse.

Si bien el análisis toma en cuenta diversas simplificaciones éstas sirven como un punto de partida para estimar tanto la geometría como el desempeño del sistema, resultados que se comparan con los resultados de la simulación numérica, lo cual constituye la parte central de este trabajo.

Existen distintas geometrías de tobera empleadas en propulsión, entre las más comunes se encuentran:

- Cónica
- Campana
- Parabólica (Aproximación parabólica de la tobera tipo campana)
- Anular
 - Expansión deflexión
 - Spike Nozzle
- Plug

La mezcla de propelente, razón de áreas, presión en la cámara de combustión (de ser el caso), empuje, altitud de operación y costo son factores que suelen definir la base para el estudio de la configuración de la tobera.

2.1.1 TOBERAS CÓNICAS

La geometría más simple de las toberas tipo De Laval es la tobera cónica (Fig. 6). Estas se han utilizado desde principios de los años cuarenta debido a que son fáciles de manufacturar y de modificar. (Nota: Durante el desarrollo de los cohetes V-2 los alemanes realizaron una intensa investigación sobre este tipo de toberas, encontrándose que no había mejoras significativas con contornos más sofisticados aplicados a este sistema de propulsión [39]).

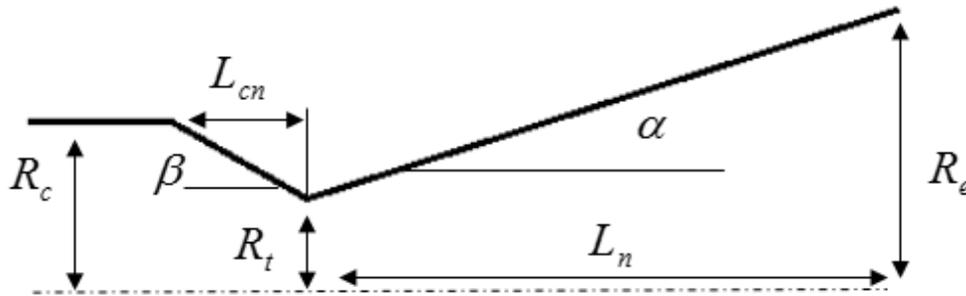


Figura 6: Típica tobera cónica, Taylor [1], Huzel et al. [29].

El ángulo del cono de la sección divergente (α) varía de 12 a 18° tomándose como valor estándar 15°. Con este valor no se comprometen las restricciones de peso y longitud, Taylor [1], Huzel et al. [29].

La longitud de la sección divergente (L_n) se obtiene:

$$L_n = \frac{R_t(\sqrt{\varepsilon} - 1) + R_e(\sec \alpha - 1)}{\tan \alpha} \quad (1)$$

Donde la relación entre la garganta y la salida de la tobera, se define como ε , y puede expresarse como:

$$\varepsilon = \frac{R_e}{R_t} \quad (2)$$

Debido a que inevitablemente se tienen pérdidas en la velocidad del gas en la salida de la tobera (esto es, el flujo no es totalmente axial y pérdidas por fricción) se añade un factor de corrección al cálculo de la velocidad de los gases, Taylor [1], Sutton [2], Wallenius [30]:

$$\lambda = \frac{1 + \cos \alpha}{2} \quad \lambda_{15^\circ} = 0.983 \quad (3)$$

(Los valores óptimos para los ángulos de divergencia y convergencia son $\alpha = 15^\circ$ y $\beta = 60^\circ$ respectivamente, Taylor ^[1])

Para la longitud de la sección convergente se tiene, Taylor ^[1]:

$$L_{cn} = \frac{R_c}{\tan \beta} \quad (4)$$

Para cohetes de combustibles líquidos se sugiere la relación, Sutton ^[2]:

$$\frac{R_c}{R_t} \geq \sqrt{3} \quad \text{ó} \quad A_c \geq 3A_t \quad (5)$$

Para el caso de estudio de la presente investigación se utilizó una relación de radios:

$$\frac{R_c}{R_t} \geq \sqrt{1.6} \quad (6)$$

La relación de radios anterior permitió generar dentro del dominio computacional una geometría “suave” sin cambios repentinos de dirección del flujo.

2.1.2 EMPUJE

La fuerza que impulsa un cohete se le denomina empuje, para cohetes de combustibles químicos el empuje se genera por la aceleración de los gases a alta presión y temperatura dentro de la tobera.

Para el cálculo del empuje, se parte de la definición del momentum lineal:

$$p_{ml} = mV \quad (7)$$

$$\begin{aligned} & \text{Empuje} \\ F_{th} &= \frac{dp_{ml}}{dt} = m \frac{dV}{dt} + V \frac{dm}{dt} = \dot{m} V_{ex} + m \dot{V}_{ex} \end{aligned} \quad (8)$$

El término $m\dot{V}_{ex}$ es la fuerza ejercida por los gases que son acelerados dentro de la tobera. Otra forma de cuantificar esta fuerza es considerando la presión en la salida de la tobera (P_{ex}) multiplicada por el área de salida (A_e), Taylor [1]:

$$F_p = (P_{ex} - P_{amb})A_e \quad (9)$$

Sustituyendo en (8):

$$F_{th} = \dot{m} V_{ex} + (P_{ex} - P_{amb})A_e \quad (10)$$

Donde los valores de presión y temperatura corresponden a los del siguiente sistema (Fig. 7):

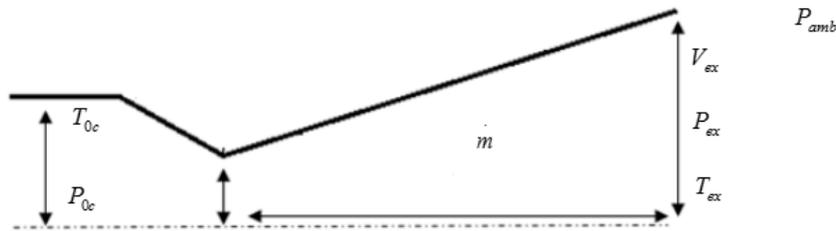


Figura 7: Propiedades de la sustancia al ingreso y salida de la tobera.

Se considera al sistema como adiabático, isentrópico, flujo unidimensional y gas ideal (por simplicidad, sin embargo el gas nitrógeno tiene un factor de compresibilidad que se desvía significativamente de la unidad a alta presión y baja temperatura) como fluido de trabajo, también se considera que en la entrada de la tobera, las propiedades estáticas corresponden a las de remanso.

$$h_c + \frac{V_c^2}{2} = h_{ex} + \frac{V_{ex}^2}{2} \quad (11)$$

$$V_c \approx 0$$

$$V_{ex} = \sqrt{2C_p(T_{0c} - T_{ex})} \quad (12)$$

Como el flujo es isoentrópico:

$$\frac{T_{ex}}{T_{0c}} = \left(\frac{P_{ex}}{P_{0c}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \quad (13)$$

Para gas ideal se tiene:

$$C_p = \left(\frac{k}{k-1} \right) R_{gas} \quad (14)$$

Sustituyendo en las expresiones (13) y (14) en (12):

$$V_{ex} = \sqrt{\left(\frac{2k}{k-1} \right) (R_{gas} T_{0c}) \left[1 - \left(\frac{P_{ex}}{P_{0c}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (15)$$

Para condiciones de remanso dadas, el gasto máximo que puede atravesar un conducto se da cuando en la garganta hay condiciones críticas o sónicas. Se dice entonces que el conducto está bloqueado y no puede haber un gasto másico mayor:

$$\dot{m}_{max} = \frac{P_{0c} A_t}{\sqrt{R_{gas} T_{0c}}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (16)$$

$$A_t = \frac{\dot{m}_{max} \sqrt{R_{gas} T_{0c}}}{P_{0c} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}}} \quad (17)$$

Número de Mach a la salida de la tobera ("Fully expanded Mach number"), Holzman ^[51]:

$$Ma = \sqrt{\frac{2}{k+1} \left\{ \left(\frac{P_{0c}}{P_{amb}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right\}} \quad (18)$$

Área de salida de la tobera:

$$A_e = \frac{A_t}{Ma} \left\{ \frac{1 + \frac{k-1}{2} Ma^2}{\frac{k+1}{2}} \right\}^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (19)$$

Ahora que se tiene la velocidad de salida y el gasto másico de los gases, estos valores se pueden sustituir en la expresión obtenida para calcular el empuje (Ec. (10)):

$$F_{th} = \frac{P_{0c} A_t}{\sqrt{R_{gas} T_{0c}}} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \sqrt{\left(\frac{2k}{k-1} \right) (R_{gas} T_{0c}) \left[1 - \left(\frac{P_{ex}}{P_{0c}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + (P_{ex} - P_{amb}) A_{ex} [N] \quad (20)$$

En condiciones de óptima expansión ($P_{ex} = P_{amb}$):

$$F_{th} = P_{0c} A_t \sqrt{\left(\frac{2k^2}{k-1} \right) \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \left[1 - \left(\frac{P_{ex}}{P_{0c}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \quad (21)$$

El empuje generado por un motor cohete en condiciones de óptima expansión operando en el vacío del espacio ($P_{ex} = P_{amb} = 0$):

$$F_{th} = P_{0c} A_t \sqrt{\left(\frac{2k^2}{k-1} \right) \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (22)$$

Para evaluar el efecto de una tobera convergente-divergente en un sistema de propulsión, se define un parámetro denominado coeficiente de empuje (C_f):

$$F_{th} = C_f A_t P_{0c} \quad (23)$$

Donde:

$$C_f = \sqrt{\left(\frac{2k^2}{k-1} \right) \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \left[1 - \left(\frac{P_{ex}}{P_{0c}} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] + \frac{P_{ex} - P_{amb}}{P_{0c}} \frac{A_e}{A_t} \quad (24)$$

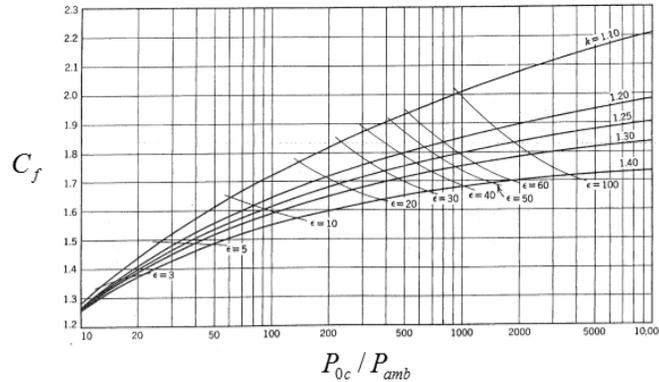


Figura 8: Coeficiente de empuje para distintas relaciones de área, calores específicos y de presión, Sutton [2]. (Recuérdese que se está considerando a la presión de estancamiento como la presión estática en la sección de entrada)

El coeficiente de empuje varía de 0.8 a 1.9. Este parámetro permite observar el efecto de las distintas variables involucradas sobre el empuje así como el efecto de la presión ambiente en el sistema (Fig. 8).

Obsérvese que para gases como N₂, H₂ y aire, en donde k=1.4, Cf no será mucho mayor a 1.7.

Un parámetro importante de diseño que permite hacer comparaciones entre diferentes sistemas de propulsión es el denominado impulso específico, el cual se define como el número de segundos que un cohete puede producir empuje igual al peso de la masa total de propelente bajo aceleración debido a una gravedad terrestre. Además, éste parámetro es utilizado para describir la eficiencia de un motor cohete y su propelente (Fig. 9). Entre mayor sea el impulso específico entonces el motor será más eficiente al acelerar la nave, Taylor [1].

$$I_{sp} = \frac{F_{th}}{mg} [s] \tag{25}$$

Propelente	Razón de calores específicos	Impulso específico
Hidrógeno	1.4	284
Helio	4.0	179
Nitrógeno	28.0	76
Aire	28.9	74

Figura 9: Desempeño de diferentes gases como propelentes en un sistema de propulsión en frío bajo ciertas condiciones de referencia (341 [atm] y 20 [°C] en una tobera con relación de áreas 50:1 que opera en el vacío), Sutton [2].

2.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES Y CFD

Uno de los objetivos de este trabajo consiste en evaluar el desempeño de la tobera de un sistema de propulsión en frío evaluando los resultados de una simulación numérica tomando en cuenta las tres direcciones espaciales.

Existen en la literatura un gran número de casos en donde se evalúan distintas geometrías de tobera pero únicamente en dos dimensiones espaciales que emplean modelos promediados en el tiempo y códigos comercializados en donde se pierde un poco la noción de los procesos que se llevan a cabo dentro del código. Es por esto que se ha optado por programar un código numérico que sea capaz de realizar una simulación del tipo LES (*“Large Eddy Simulation”*) que permita observar con detalle lo que sucede con el flujo dentro de la tobera. Puede pensarse que el largo tiempo consumido en realizar la programación no tiene gran recompensa pero sí la hay y no sólo es una:

- Absoluto control de *“todas”* las variables involucradas.
- Todas la ventajas de la simulación LES (discutidas en detalle posteriormente)
- Máximo rendimiento obtenido del procesador.
- Programado en el lenguaje de programación FORTRAN 95, el código puede ejecutarse sin complicaciones en casi cualquier computadora.
- *“Fácilmente”* paralelizable, pudiéndose ejecutar en computadoras con procesadores de memoria compartida.

Para la simulación numérica del presente trabajo había tres posibilidades (por disponibilidad):

- Simulación directa (DNS, *“Direct Numerical Simulation”*)
- Variables promediadas en el tiempo más una ecuación de transporte (RANS: *“Reynolds Average Navier Stokes Equations”*)
- Simulación de grandes escalas (LES: *“Large Eddy Simulation”*)

Realizar una simulación numérica en mecánica de fluidos del tipo DNS sería lo ideal debido a que la energía pasaría de las grandes escalas a las pequeñas hasta disiparse en forma de calor, sin embargo se tiene un

problema que hoy en día ni en el futuro próximo se podrá superar: el poder de cálculo de las computadoras, White ^[47]. Captar todos los fenómenos de difusión de calor, transferencia de cantidad de movimiento a través de la discretización del dominio de interés exige una capacidad de cómputo muchos órdenes de magnitud superior de lo que se posee en la actualidad, es por esto que se han venido desarrollando estrategias cuyo propósito ha sido modelar las escalas que, por el momento, están fuera de alcance. Debe entenderse que por escala se refiere a dimensiones físicas de longitud.

2.2.1 SIMULACIÓN LES

Las ecuaciones de la mecánica de fluidos son ecuaciones diferenciales parciales no lineales lo que implica que su solución sea imposible de obtener analíticamente salvo unos cuantos casos simplificados. El estudio de las ecuaciones de la mecánica de fluidos se ha visto afectado por su propia naturaleza matemática limitándose a la experimentación hasta la llegada de las computadoras.

A grandes rasgos una simulación numérica en mecánica de fluidos consiste en discretizar el dominio bajo estudio en pequeños elementos que contendrán la información de variables de interés tales como velocidad, temperatura, presión, viscosidad, conductividad térmica, densidad y estableciendo las condiciones iniciales y de frontera. Como se puede suponer, un dominio muy grande exigiría un gran número de elementos para cubrirlo por lo que el poder de cálculo necesario se incrementa. Adicional a los problemas de cómputo se tienen los grados de libertad asociados a las ecuaciones, esto es, muchas variables que fluctúan en el tiempo de forma simultánea.

Una primera aproximación se dio dividiendo el valor instantáneo de una variable en un valor promedio y un valor denominado fluctuación a lo largo del tiempo, obteniéndose lo que se denomina ecuaciones de Reynolds.

$$u = \bar{u} + u'$$

u : Valor Instantáneo

\bar{u} : Valor promedio

u' : Fluctuación

En una segunda aproximación se tiene pensando en que una variable instantánea puede dividirse en una variable que puedo sí captar con una discretización propuesta más una variable que no puedo captar por cuestiones de resolución y poder de cálculo pero cuyo efecto puede ser estimado, de esta manera todas aquellas escalas filtradas son anuladas y el resto son calculadas, lo anterior genera la ventaja de reducir el tiempo de cálculo al poder utilizar una malla menos “fina”.

$$u(x, t) = \hat{u}(x, t) + u'(x, t)$$

u : Valor instantáneo

\hat{u} : Valor captado por la malla (filtrado)

u' : Valor sub-malla (no captado)

Obsérvese que a diferencia de la primera aproximación, la segunda es dependiente del espacio y del tiempo.

Las ecuaciones de la mecánica de fluidos resultantes de la sustitución de las variables anteriores en una y otra aproximación son similares únicamente en forma pero la matemática detrás es totalmente diferente. Mientras que en la primera aproximación los valores instantáneos han sido sustituidos por fluctuaciones y valores promedio, en LES, las ecuaciones mismas son filtradas espacialmente, Jiang et al. [63].

Sustituyendo las variables filtradas en las ecuaciones de Navier-Stokes, se obtienen las ecuaciones de LES, las cuales son similares a las originales (no filtradas) pero más 9 términos que están en función de las pequeñas escalas (esfuerzos sub malla).

$$\rho u_i' u_j'$$

Esfuerzos sub-malla.

El modelado de tales términos se realiza a través de una viscosidad turbulenta, la cual tiene como objetivo disipar energía de forma “inteligente” mientras se realiza la simulación, energía que debería disiparse naturalmente en las pequeñas escalas si estas fueran incluidas. La viscosidad turbulenta (la cual se sumará a la viscosidad dinámica en las ecuaciones) es función del flujo (no del fluido) y sólo de las pequeñas

escalas por lo que será sensible a la resolución de la malla, esto es, una malla muy fina tendrá como efecto que la viscosidad turbulenta sea pequeña, pero si la malla no es fina la viscosidad turbulenta obtendrá valores importantes. Por lo que la energía se disipará sólo cuando sea necesario en este tipo de simulación.

$$v_t = CTE * \Delta * \sqrt{(F_2)^2} \quad (26)$$

Viscosidad turbulenta como función de la constante de Kolmogorov, número de onda de corte y de la función de estructura. Como se puede observar en LES no se resuelve ninguna ecuación de transporte.

La implementación y detalles de la viscosidad turbulenta se describirán en el capítulo 3.

El cálculo de la viscosidad turbulenta en LES (como en RANS) se basa en la idea de Turbulencia homogénea isotrópica, la cual no es más que una idealización ya que esta no existe.

Las ecuaciones fundamentales en la mecánica de fluidos en su forma compacta que fueron resueltas son:

- Conservación de masa.
- Conservación de cantidad de movimiento.
- Conservación de la energía.
- Ecuación de estado.

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S \quad (27)$$

$$F_i = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + P \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + P \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + P \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + P)u_i - 2\mu u_i S_{ij} - k \frac{\delta T}{\delta x_i} \end{bmatrix} \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) \delta_{ij} \right)$$

$$U = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho e)$$

Las ecuaciones anteriores fueron adimensionalizadas antes de ser solucionadas, por lo que los resultados obtenidos serán generales y en términos de números adimensionales cuyo efecto global puede evaluarse directamente variando dichos números.

Conservación de Masa:

$$\frac{\partial \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial \rho_A u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial \rho_A v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial \rho_A w_A}{\partial z_A} = 0 \quad (28)$$

Conservación de cantidad de movimiento:

$$\frac{\partial u_A \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial \rho_A u_A u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial \rho_A u_A v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial \rho_A u_A w_A}{\partial z_A} = -\frac{1}{kMa} \frac{\partial P_A}{\partial x_A} + \frac{1}{\text{Re}} \{Visc_x\} + \frac{1}{Fr^2} \rho_A \quad (29)$$

$$\frac{\partial v_A \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial \rho_A v_A u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial \rho_A v_A v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial \rho_A v_A w_A}{\partial z_A} = -\frac{1}{kMa} \frac{\partial P_A}{\partial y_A} + \frac{1}{\text{Re}} \{Visc_y\} + \frac{1}{Fr^2} \rho_A \quad (30)$$

$$\frac{\partial w_A \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial \rho_A w_A u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial \rho_A w_A v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial \rho_A w_A w_A}{\partial z_A} = -\frac{1}{kMa} \frac{\partial P_A}{\partial z_A} + \frac{1}{\text{Re}} \{Visc_z\} + \frac{1}{Fr^2} \rho_A \quad (31)$$

$$Visc_x = \frac{\partial}{\partial x_A} \left\{ \mu_A \left(2 \frac{\partial u_A}{\partial x_A} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial w_A}{\partial z_A} \right) \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y_A} \left\{ \mu_A \left(\frac{\partial u_A}{\partial y_A} + \frac{\partial v_A}{\partial x_A} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z_A} \left\{ \mu_A \left(\frac{\partial u_A}{\partial z_A} + \frac{\partial w_A}{\partial x_A} \right) \right\} \quad (32)$$

$$Visc_y = \frac{\partial}{\partial x_A} \left\{ \mu_A \left(\frac{\partial u_A}{\partial y_A} + \frac{\partial v_A}{\partial x_A} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y_A} \left\{ \mu_A \left(2 \frac{\partial v_A}{\partial y_A} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial w_A}{\partial z_A} \right) \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z_A} \left\{ \mu_A \left(\frac{\partial v_A}{\partial z_A} + \frac{\partial w_A}{\partial y_A} \right) \right\} \quad (33)$$

$$\begin{aligned}
Visc_z = & \frac{\partial}{\partial x_A} \left\{ \mu_A \left(\frac{\partial u_A}{\partial z_A} + \frac{\partial w_A}{\partial x_A} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial y_A} \left\{ \mu_A \left(\frac{\partial v_A}{\partial z_A} + \frac{\partial w_A}{\partial y_A} \right) \right\} + \\
& \frac{\partial}{\partial z_A} \left\{ \mu_A \left(2 \frac{\partial w_A}{\partial z_A} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial w_A}{\partial z_A} \right) \right) \right\}
\end{aligned} \tag{34}$$

Ecuación de conservación de energía:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial e_A \rho_A}{\partial t} + \frac{\partial (e_A \rho_A + P_A) u}{\partial x_A} + \frac{\partial (e_A \rho_A + P_A) v}{\partial y_A} + \frac{\partial (e_A \rho_A + P_A) w}{\partial z_A} = \\
\frac{kMa^2}{Re} \frac{\partial}{\partial x_A} \left(\left[2\mu_A \left[\frac{u_A}{2} \left(2 \frac{\partial u_A}{\partial x_A} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial w_A}{\partial z_A} \right) \right) + \frac{v_A}{2} \left(\frac{\partial u_A}{\partial y_A} + \frac{\partial v_A}{\partial x_A} \right) + \right. \right. \right. \\
\left. \left. \left. \frac{w_A}{2} \left(\frac{\partial u_A}{\partial z_A} + \frac{\partial w_A}{\partial x_A} \right) \right] \right] \right) + \\
\frac{kMa^2}{Re} \frac{\partial}{\partial y_A} \left(\left[2\mu_A \left[\frac{u_A}{2} \left(\frac{\partial u_A}{\partial y_A} + \frac{\partial v_A}{\partial x_A} \right) + \frac{v_A}{2} \left(2 \frac{\partial v_A}{\partial y_A} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial w_A}{\partial z_A} \right) \right) + \right. \right. \right. \\
\left. \left. \left. \frac{w_A}{2} \left(\frac{\partial v_A}{\partial z_A} + \frac{\partial w_A}{\partial y_A} \right) \right] \right] \right) + \\
\frac{kMa^2}{Re} \frac{\partial}{\partial z_A} \left(\left[2\mu_A \left[\frac{u_A}{2} \left(\frac{\partial w_A}{\partial x_A} + \frac{\partial u_A}{\partial z_A} \right) + \frac{v_A}{2} \left(\frac{\partial v_A}{\partial z_A} + \frac{\partial w_A}{\partial y_A} \right) + \right. \right. \right. \\
\left. \left. \left. \frac{w_A}{2} \left(2 \frac{\partial w_A}{\partial z_A} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u_A}{\partial x_A} + \frac{\partial v_A}{\partial y_A} + \frac{\partial w_A}{\partial z_A} \right) \right) \right] \right] \right) + \\
\frac{1}{Re Pr} \frac{k}{k-1} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_A} k_{cond A} \frac{\partial T_A}{\partial x_A} + \frac{\partial}{\partial y_A} k_{cond A} \frac{\partial T_A}{\partial y_A} + \frac{\partial}{\partial z_A} k_{cond A} \frac{\partial T_A}{\partial z_A} \right\}
\end{aligned} \tag{35}$$

$$\rho_A e_A = \frac{\rho_A T_A}{k-1} + \frac{kMa^2 \rho_A}{2} (u_A^2 + v_A^2 + w_A^2) \tag{36}$$

La energía total “e” se refiere, en este trabajo, a la energía interna más energía cinética. Las fuerzas de cuerpo no tienen impacto en el caso a estudiar ya que el número de Froude $Fr \gg 1$, pero se presenta en las ecuaciones por formalidad.

Ecuación de estado de gas ideal adimensionalizada:

$$\frac{P_A}{\rho_A T_A} = 1 \quad (37)$$

2.2.2 CONDICIONES DE FRONTERA

Las condiciones de frontera son elementos indispensables en la solución de las ecuaciones diferenciales que modelan sistemas físicos ya que definen el comportamiento de una o más variables dependientes en distintos puntos en el límite del sistema bajo estudio.

Como fue mencionado con anterioridad, los problemas en la mecánica de fluidos son complejos por lo que su estudio es a través de métodos numéricos.

Conocer las condiciones de frontera físicas (las cuales tienen influencia en la estabilidad del algoritmo numérico, Aguilar ^[42]) no es suficiente para resolver el problema numéricamente. Cuando el número de condiciones de frontera físicas es menor al número de variables primitivas (como siempre sucede en un sistema con flujo que sale), el método para determinar las variables no especificadas consiste en introducir condiciones de frontera numéricas.

Las condiciones de frontera programadas en el código numérico se basan en el trabajo de Poinot et al. ^[43], las cuales consisten en:

1. Pared adiabática deslizante.
2. Frontera con entrada subsónica.
3. Salida subsónica parcialmente reflejante.
4. Frontera inmersa a temperatura constante.

Estas condiciones de frontera son discutidas con detalle en el capítulo 3.5.

CAPÍTULO 3: Desarrollo

3.1 DEFINICIÓN Y DELIMITACIÓN DEL PROBLEMA

El presente trabajo se ha dividido en dos partes fundamentales, la primera de ellas consiste en realizar un análisis de la cantidad de propelente que es posible transportar, posteriormente se hace un análisis termodinámico del transporte del propelente para obtener datos de la variación de las propiedades de la sustancia dentro del tanque conforme el gas es expulsado. La segunda parte consiste en alimentar el código numérico con estos datos que serán tomados como condiciones de frontera en el código y obtener los campos de velocidad en la salida de la tobera.

A continuación se presentan las diferentes restricciones a las que está sujeto el sistema:

- Masa máxima permisible del satélite: 60 [kg].
- Propelente: N_2 gaseoso.
- Tobera de geometría cónica.
- Masa del sistema tanque- propelente: 8 [kg].
- La ecuación de estado es la ecuación de gas ideal (El factor de compresibilidad es muy próximo a 1 mientras las temperaturas sean mayores a 160 [K] a presiones menores a 10 [MPa]).
- La transferencia de calor que puede tener lugar en el trayecto del tanque a la tobera se considera despreciable.
- El modelado del sistema de propulsión tiene lugar cuando el satélite opera a una temperatura de 300 [K].
- El sistema de propulsión realiza un único ciclo de “encendido” de 30 [s].
- El cálculo del cambio orbital se realiza con la aproximación impulsiva considerando únicamente el efecto gravitacional de la Tierra sobre el satélite.

3.2 CÁLCULO DEL TANQUE DE PROPELENTE

Para transportar el nitrógeno gaseoso, se propone que el satélite Quetzal lo haga a través de un recipiente esférico, debido a la capacidad de estos recipientes a soportar altas presiones, a su relativa poca complejidad en manufactura y máxima capacidad de transporte.

Para el cálculo de espesor del material de un recipiente esférico presurizado se obtiene, Hibbeler ^[36]:

$$t_c = \frac{(P)(r_i)}{2\sigma_c} \quad (38)$$

De acuerdo a las normativas para recipientes presurizados para uso espacial, el estándar militar MIL-STD 1522A, "Standard General Requirements For Safe Design And Operation Of Pressurized Missile And Space Systems" es utilizado. Si no se especifica el uso del estándar MIL-STD 1522A se recomienda un factor de seguridad entre 1.1 y 1.5 dependiendo la situación, Huzel et al. ^[29].

En el presente trabajo se ha elegido un factor de seguridad de 1.2 debido a que el tanque representa un peligro para el personal en tierra así como para el equipo de la misión primaria, recuérdese que el satélite Quetzal no representa la misión central del lanzamiento.

$$\sigma_{cc} = \frac{\sigma_c}{1.2} \quad (39)$$

Esfuerzo de diseño

Considerando que el propelente (N₂) está en estado gaseoso y se comporta como gas ideal (si bien la masa de propelente se incrementaría si este estuviera en estado líquido el análisis se complicaría, por lo que no se considerará ningún estado condensado del nitrógeno en el tanque):

$$P \nabla_g = m_g R_{gas} T_g \quad (40)$$

Sustituyendo P en Ec. (50) (se ha adoptado una temperatura de 300 [K] en el propelente, de acuerdo a la temperatura de operación reportada en Arcila ^[25] y aleación de Titanio Ti-6Al-4V):

$$t_c = \frac{m_g R_g T_g r_i}{2 \nabla_g \sigma_c} \quad (41)$$

Se ha impuesto como restricción una masa combinada de tanque y propelente de 8 [kg]:

$$m_T + m_g = 8 \quad (42)$$

El volumen del tanque se obtiene:

$$\forall_T = \frac{4}{3} \pi ((r_i + t_c)^3 - r_i^3) \quad (43)$$

La masa del tanque se obtiene:

$$m_T = \rho_T \frac{4}{3} \pi ((r_i + t_c)^3 - r_i^3) = 8 - m_g \quad (44)$$

Despejando t_c

$$t_c = \sqrt[3]{\left(\frac{8 - m_g}{\rho_T \pi} \left(\frac{3}{4}\right) - r_i^3\right)} - r_i \quad (45)$$

Igualando las dos expresiones obtenidas para el cálculo del espesor del tanque y graficando se obtiene:

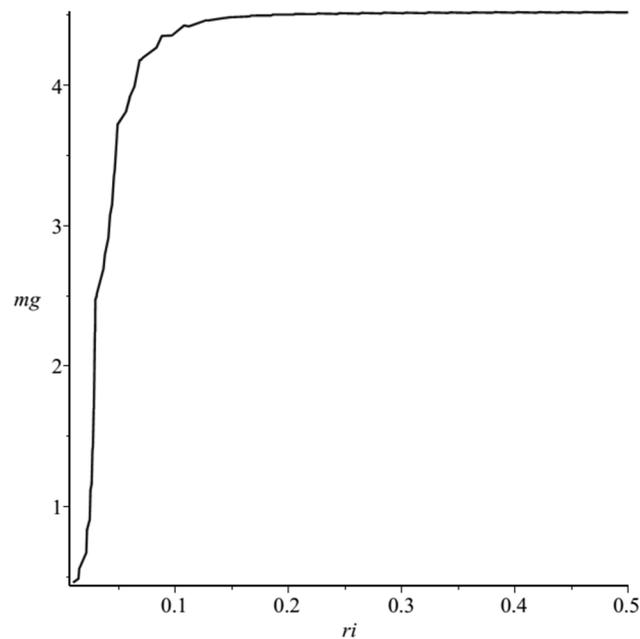


Figura 10: Gráfica masa de gas-radio interior del tanque.

La Fig. 10 muestra que poco menos de la mitad de la masa permitida para el sistema tanque propelente será parte del tanque, situación que demuestra una más de las desventajas de los sistemas de propulsión con gas frío.

Se ha elegido un radio interior de 0.25 [m] debido a que con un radio mayor no se obtiene un aumento considerable en la masa de propelente, además, se debe recordar que el satélite Quetzal tiene un área transversal (50X50 [cm]) ya definida, por lo que el tanque no puede ser de tamaño arbitrario. Por lo tanto, con la restricción de masa de 8 [kg] y un diámetro máximo de 0.5 [m], el tanque de propelente del sistema de propulsión del satélite Quetzal constaría de las siguientes características:

$$m_g = 4.5 [kg]$$

$$m_T = 3.5 [kg]$$

$$t_c = 0.001 [m]$$

$$P_g = P_c = 6.12 [MPa]$$

$$r_i = 0.25 [m]$$

3.3 CALCULO DE LA TOBERA

Como ha sido mencionado, la tobera consiste en una sección convergente y una sección divergente, ambas con forma cónica.

Ahora que se conoce la masa de propelente disponible, temperatura y presión iniciales de operación en el tanque, se procede a calcular la forma de la tobera, considerando gas ideal flujo isentrópico unidimensional, adiabático y con expansión ideal, la temperatura y presión en el tanque, se consideran las de estancamiento (P_{0c} , T_{0c}). El procedimiento puede estructurarse de la siguiente manera:

- Proponer un gasto másico inicial.
- Cálculo del radio de la garganta.
- Cálculo del número de Mach a la salida de la tobera (considerando una presión de salida que se discutirá posteriormente)
- Cálculo del área de salida.
- Cálculo de la relación de áreas.
- Cálculo de la sección divergente considerando un semi ángulo de divergencia de 15°. Taylor ^[1], Sutton ^[2].
- Cálculo de la sección convergente considerando un semi ángulo de 30°.
- Cálculo del radio de la “cámara” (sección aguas arriba de la parte convergente) considerando que esta es 3 veces el área de la garganta. Sutton ^[1].
- Cálculo del impulso específico, empuje y coeficiente de empuje.

De acuerdo al procedimiento anterior se tiene:

$$\dot{m} = 0.3 \text{ [kg / s]}$$

La elección de este gasto másico surgió de situaciones con el espacio disponible: la primera de ellas consiste en que gastos másicos menores generan áreas de garganta más pequeños los cuales son difícilmente reproducibles dentro del dominio computacional debido a la densidad de nodos requerida,

además, si se seleccionara el diámetro de garganta como longitud de referencia el espacio disponible se vería limitado, aún si se seleccionara el diámetro de la sección cilíndrica recta que antecede a la parte convergente ($2R_c$). Por otra parte, gastos másicos mayores implican un incremento en las relaciones de área y nuevamente se tiene problemas de espacio disponible. Por lo que un gasto másico de 0.3 [kg/s] se ajusta a las condiciones computacionales disponibles.

Cálculo de la presión en la garganta (para $k=1.4$), White ^[61]:

$$P_t = 6.12(10^6) \left(1 + \frac{1.4-1}{2}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 3.233 \text{ [MPa]}$$

Cálculo de la temperatura en la garganta (para $k=1.4$ y una temperatura inicial del propelente de 300 [K]) White ^[61]:

$$T_t = \frac{2(300)}{1.4+1} = 250 \text{ [K]}$$

Cálculo del área de la garganta (Ec. 17):

$$A_t = \frac{0.3}{3.233 (10^6)} \sqrt{\frac{296 (250)}{1.4}} = 2.136 (10^{-5}) \text{ [m}^2\text{]}$$

$$R_t = 0.0052 \text{ [m]}$$

Cálculo del número de Mach en la salida (“fully expanded Mach Number”) (Ec. 18) con una presión inicial de propelente de 6 [MPa], $k=1.4$ y una presión de salida del propelente de 20 [kPa]:

$$Ma = \sqrt{\left(\frac{2}{1.4-1}\right) \left\{ \left(\frac{6.12(10^6)}{20(10^3)}\right)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right\}} = 4.54 \text{ [-]}$$

Se ha elegido como presión ambiente (“backpressure”) 20 [kPa], presiones menores no generan un aumento importante en el impulso específico pero sí un aumento inaceptable en el tamaño de la sección divergente de la tobera. Por otra parte, la sección que antecede a la parte convergente tendrá longitud de 0.01 [m] que en realidad constituye parte de la tubería que conecta a la tobera con el tanque.

Cálculo del área de salida (Ec. 19):

$$A_e = \left(\frac{2.136 (10^{-5})}{4.54} \right) \left\{ \frac{1 + \left(\frac{1.4 - 1}{2} \right) (4.54)^2}{\frac{1.4 + 1}{2}} \right\}^{\frac{1.4 + 1}{2(1.4 - 1)}} = 3.6 (10^{-4}) [m^2]$$

$$R_e = 0.011 [m]$$

Relación de áreas:

$$\varepsilon = \frac{0.00036}{2.136 (10^{-5})} = 17.2$$

Cálculo de la longitud de la sección divergente (Ec. 1):

$$L_n = \frac{0.0052 (\sqrt{17.2} - 1) + 0.011 (\sec 15 - 1)}{\tan 15} = 0.031 [m]$$

Cálculo del área de la cámara (Ec. 6):

$$A_c \geq 1.6 A_e$$

$$A_c = 3.42 (10^{-5}) [m^2]$$

$$R_c = 0.0033 [m]$$

Cálculo de la sección convergente (Ec. 4):

$$L_{cm} = 2.58 (10^{-3}) [m]$$

La geometría de tobera que se simulará se representa en la Fig. 11

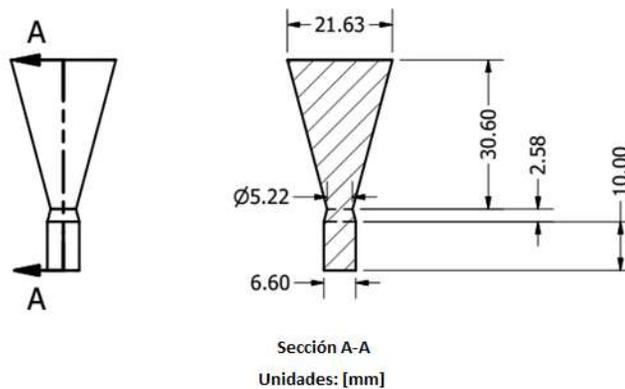


Figura 11: Configuración final de la tobera.

3.4 CÁLCULO DE LA TERMODINÁMICA DEL PROPELENTE EN EL TANQUE

Ahora que se tiene la masa, presión y temperatura iniciales además de la geometría de la tobera se está próximo a obtener los datos que alimentarán al código numérico. Antes de esto es preciso conocer la variación de temperatura y presión dentro del tanque lo que se traducirá en una variación del gasto másico.

Para el cálculo de la variación de las propiedades dentro del tanque se considera:

- Gas ideal.
- Sistema adiabático.
- Presión inicial: $P_c = 6.12$ [MPa]
- Masa inicial de propelente: $m_g = 4.5$ [kg / s]
- Gasto másico inicial: $\dot{m} = 0.3$ [kg / s]
- Temperatura inicial: $T_c = 300$ [K]
- Área de la garganta: $A_t = 2.13 (10^{-5})$ [m²]

Se inicial el análisis con un balance de masa y energía, sistema abierto sobre el tanque de propelente:

$$-\dot{m} = \frac{dm_g}{dt} \quad (46)$$

$$-\dot{m}h + \dot{Q} = \frac{dU_{int}}{dt} \quad (47)$$

Integrando la Ec. 47, se obtiene la energía interna del propelente restante en el tanque, como función de la energía interna inicial y la salida de gas.

$$U_{int_fin} = U_{int_ini} + \int (-\dot{m}h + \dot{Q})dt \quad (48)$$

Integrando la Ec. 46, se obtiene la masa de propelente restante en el tanque:

$$m_{fin} = m_{ini} - \int \dot{m} dt \quad (49)$$

Cálculo del volumen específico

$$v_{esp} = \frac{m_{fin}}{\nabla_{\tan k}} \quad (50)$$

Cálculo de la energía interna específica

$$u_{esp} = \frac{U_{int_fin}}{m_{fin}} \quad (51)$$

Para el cálculo de la temperatura y presión final en cada paso de tiempo, se utiliza el software REFPROP y una hoja de cálculo en EXCEL, dados los datos de energía interna y volumen específico, estos datos, posteriormente se utilizan como propiedades iniciales para el cálculo del siguiente paso de tiempo, se considera que el tanque es adiabático.

El cálculo del gasto másico se obtiene, Cojuangco [44]:

$$\dot{m} = \frac{C_d A_t P_c}{\sqrt{R_{gas} T_c}} \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \quad (52)$$

$$C_d = 0.885 + 0.0079 \ln \text{Re}_t \quad (53)$$

Donde

C_d : Coeficiente de descarga.

$\text{Re}_t = \frac{\rho_t V_t R_t}{\mu_t}$: Número de Reynolds en la garganta de la tobera.

Se observa que el número de Reynolds tendrá un efecto importante cuando éste alcance valores muy pequeños, lo que se espera cuando el tanque esté por quedar vacío. Estos estados no son modelados en el presente trabajo por las siguientes razones:

- En esos momentos el gas habrá alcanzado presiones y temperaturas de condensación, las cuales no son modeladas en el presente trabajo.
- A bajas temperaturas el gas N_2 tiene un factor de compresibilidad muy diferente de 1.

Se integran las ecuaciones (48, 49) para encontrar las propiedades en función del tiempo. El paso de integración se ha elegido de 0.1 [s], pasos menores no modifican el resultado. Los resultados se resumen en las Figuras 12, 13, 14, 15:

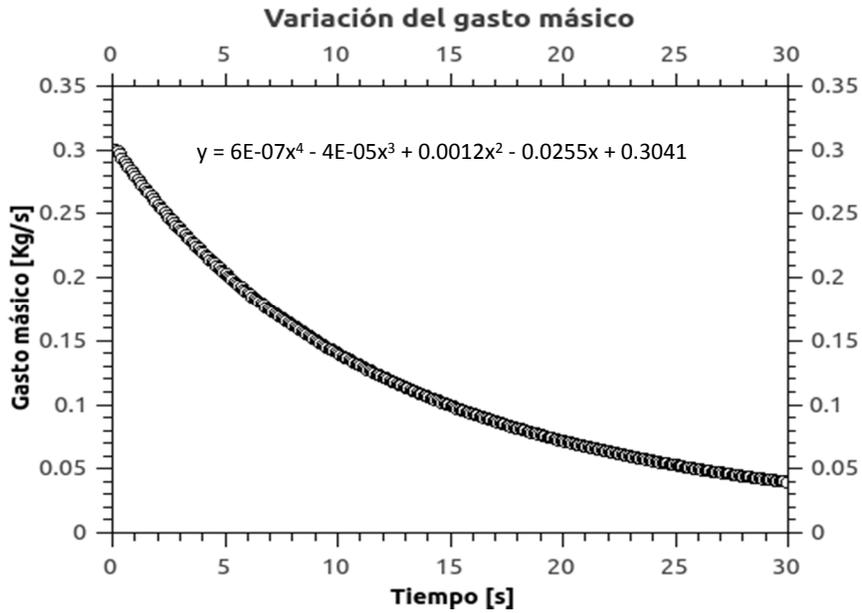


Figura 12: Gasto másico en función del tiempo, se muestra la expresión de la curva de ajuste.

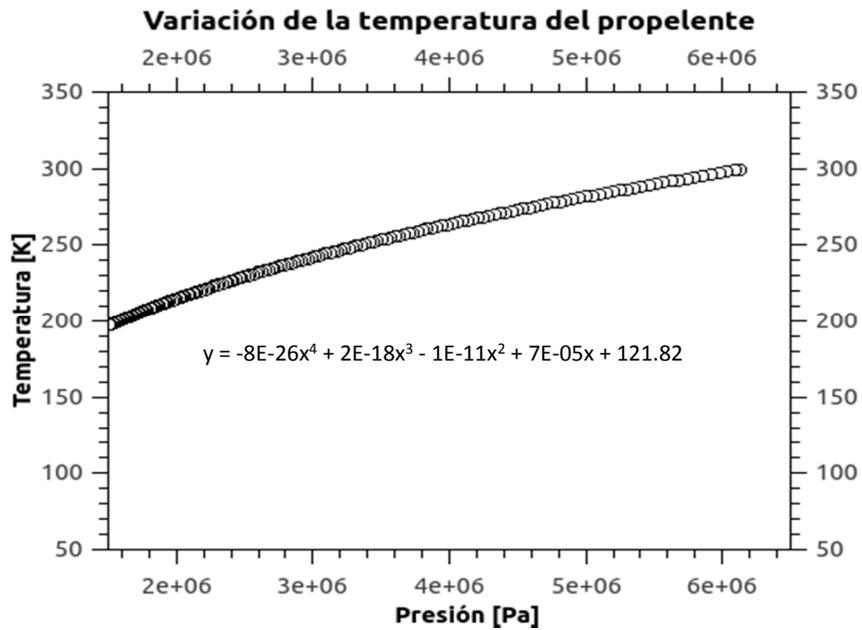


Figura 13: Variación de la temperatura en el tanque respecto a la variación de la presión.

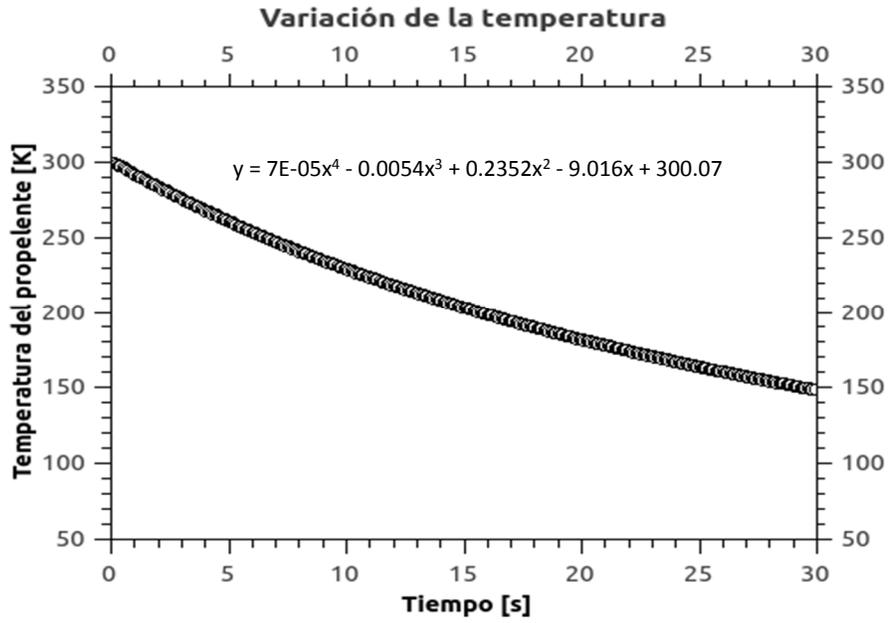


Figura 14: Variación de la temperatura en el tanque respecto al tiempo.

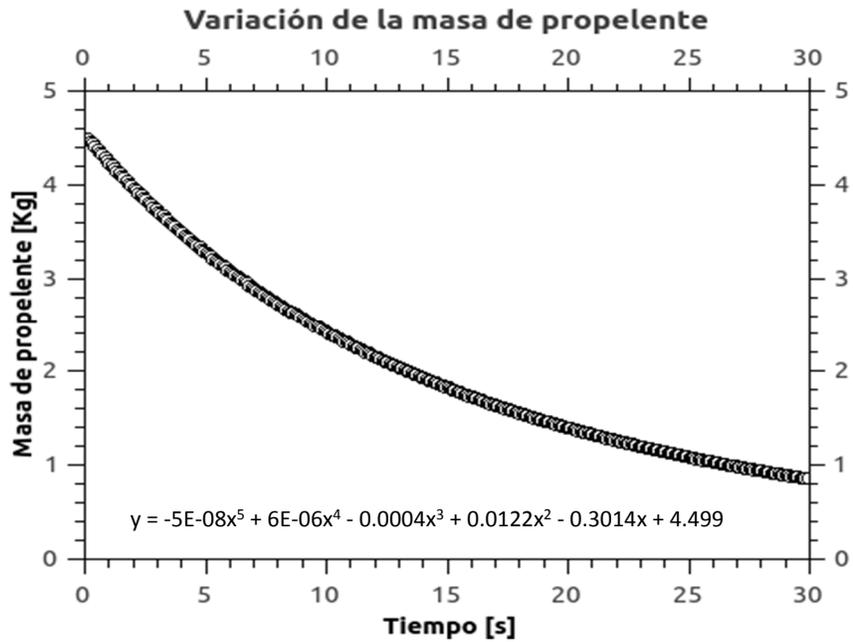


Figura 15: Variación de la masa en el tanque respecto al tiempo.

3.5 CÓDIGO NUMÉRICO

Programar un código numérico que simule el comportamiento de un chorro supersónico (y en general de cualquier proceso físico sobre un medio continuo) representa una tarea desafiante, esto debido a la cantidad de detalles que deben considerarse: fronteras de entrada y salida, reflexión de ondas acústicas, efectos viscosos o de deslizamiento sobre paredes, efectos de transferencia de calor, disipación de cantidad de movimiento entre otros, así como al tiempo de cálculo y capacidad de cómputo requeridos. Sin embargo, la inversión tiempo vale la pena ya que se tiene conocimiento de todos los procesos involucrados y que a veces quedan “ocultos” cuando se emplea un programa comercial. A continuación se describen los detalles implicados en el código numérico utilizado en la presente investigación.

3.5.1 DERIVADA EN EL ESPACIO

Las ecuaciones de la mecánica de fluidos, presentadas en su forma compacta en la Eq. 27, incluyen derivadas espaciales y temporales. Para efectuar la derivada espacial se emplearon esquemas compactos, Visbal et al. ^[46] ^[49]:

*Puntos interiores en el dominio

$$\alpha\phi'_{i-1} + \phi'_i + \alpha\phi'_{i+1} = b \frac{\phi_{i+2} - \phi_{i-2}}{4\Delta\xi} + a \frac{\phi_{i+1} - \phi_{i-1}}{2\Delta\xi} \quad (54)$$

*Puntos (1,2) (n-1, n) en las fronteras

$$\phi'_1 + \alpha_1\phi'_2 = \frac{1}{\Delta\xi} (a_1\phi_1 + b_1\phi_2 + c_1\phi_3 + d_1\phi_4 + e_1\phi_5) \quad (55)$$

$$\alpha_2\phi'_1 + \phi'_2 + \alpha_3\phi'_3 = \frac{1}{\Delta\xi} (a_2\phi_1 + b_2\phi_2 + c_2\phi_3 + d_2\phi_4 + e_2\phi_5) \quad (56)$$

En donde:

ϕ : Puntos del dominio computacional correspondientes a alguna propiedad

α_i : Valores de los coeficientes correspondientes al orden del esquema compacto.

ϕ'_i : Derivada de la propiedad en el espacio.

$\Delta\xi$: Tamaño que existe entre nodos en la dirección x, de la misma manera, el espacio entre nodos en las direcciones y,z se definen como $\Delta\eta$, $\Delta\zeta$ los cuales son constantes en sus respectivas direcciones.

Los valores de los coeficientes de las fronteras son, Visbal et al. [46] [49]:

$$\alpha = 1/3, a = 7/9, b = 1/36$$

$$\alpha_1 = 2, a_1 = -2.5, b_1 = 2, c_1 = 0.5, d_1 = e_1 = 0$$

$$\alpha_2 = 0.25, a_2 = -0.75, b_2 = d_2 = e_2 = 0, c_2 = 0.75$$

Los cuales corresponden a esquemas compactos de orden 6, 3 y 4 respectivamente.

Reescribiendo las expresiones (55) y (56) en forma matricial se obtiene un sistema de n ecuaciones con n incógnitas:

$$\begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \alpha_2 & 1 & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \alpha & 1 & \alpha & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & 1 & \alpha & 0 & \dots & 0 \\ & & & \vdots & & & & \\ & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & \alpha_2 & 1 & \alpha_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \alpha_1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi'_1 \\ \phi'_2 \\ \phi'_3 \\ \vdots \\ \phi'_{n-1} \\ \phi'_n \end{bmatrix} = \quad (57)$$

$$\frac{1}{\Delta\xi} \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 & 0 & \dots & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 & 0 & \dots & 0 \\ -b/4 & -a/2 & 0 & a/2 & b/4 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -b/4 & -a/2 & 0 & a/2 & b/4 & \dots & 0 \\ & & & \vdots & & & & \\ & & & & & & & \\ 0 & & \dots & -a_2 & -a_2 & -a_2 & -a_2 & -a_2 \\ 0 & & \dots & -e_1 & -d_1 & -c_1 & -b_1 & -a_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_{n-1} \\ \phi_n \end{bmatrix}$$

El sistema (Ec. 57) se resuelve con el método de la matriz tridiagonal invirtiendo la matriz de coeficientes, la subrutina empleada en el código numérico no se discutirá aquí pero pueden consultarse los detalles en la referencia [59].

El esquema compacto se aplica considerando un tamaño de malla uniforme, pero debido a que el fenómeno que se va a estudiar implica cambios importantes de las propiedades en regiones localizadas, es preciso que el código incorpore la posibilidad de generar una malla irregular, y de esta manera colocar una mayor densidad de nodos en dichas regiones.

Para lograr esto, fue preciso calcular el jacobiano de la transformación a través del jacobiano inverso, con esto, es posible utilizar mallas irregulares utilizando el mismo esquema compacto.

Lo anterior se expresa:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} & \frac{\partial u}{\partial \eta} & \frac{\partial u}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} & \frac{\partial v}{\partial \eta} & \frac{\partial v}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} & \frac{\partial w}{\partial \eta} & \frac{\partial w}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (58)$$

* Derivadas de la velocidad en la malla irregular:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial y} & \frac{\partial u}{\partial z} \\ \frac{\partial v}{\partial x} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial z} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial y} & \frac{\partial w}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (59)$$

* Jacobiano y Jacobiano inverso:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} & \frac{\partial \xi}{\partial z} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} & \frac{\partial \eta}{\partial z} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} \end{bmatrix} \quad J^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial y}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \zeta} \\ \frac{\partial z}{\partial \xi} & \frac{\partial z}{\partial \eta} & \frac{\partial z}{\partial \zeta} \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \xi}{\partial x} &= \frac{y_\eta z_\zeta - y_\zeta z_\eta}{|J^{-1}|} & \frac{\partial \xi}{\partial y} &= \frac{z_\eta x_\zeta - z_\zeta x_\eta}{|J^{-1}|} & \frac{\partial \xi}{\partial z} &= \frac{x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta}{|J^{-1}|} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} &= \frac{z_\xi y_\zeta - y_\xi z_\zeta}{|J^{-1}|} & \frac{\partial \eta}{\partial y} &= \frac{x_\xi z_\zeta - z_\zeta x_\xi}{|J^{-1}|} & \frac{\partial \eta}{\partial z} &= \frac{y_\xi x_\zeta - x_\xi y_\zeta}{|J^{-1}|} \\ \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= \frac{y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi}{|J^{-1}|} & \frac{\partial \zeta}{\partial y} &= \frac{z_\xi x_\eta - z_\eta x_\xi}{|J^{-1}|} & \frac{\partial \zeta}{\partial z} &= \frac{x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi}{|J^{-1}|} \end{aligned} \quad (61)$$

3.5.2 RUNGE-KUTTA

La integración temporal se realiza empleando un esquema Runge-Kutta de tercer orden, en el cual se evalúan las variables conservativas en $t_0 + \Delta t$ para posteriormente evaluar las variables primitivas.

Conservativas	Primitivas
ρ	
ρu	P
ρv	\underline{V}
ρw	T
ρe	

Por ejemplo, sea ρu :

El avance en el tiempo de las propiedades requiere de tres sub-pasos de tiempo:

$$t_0 \rightarrow (\rho u)_0 \quad (62)$$

$$t' \rightarrow (\rho u)' = (\rho u)_0 + \Delta t (\nabla \cdot F_i)_{t_0} \quad (63)$$

$$t'' \rightarrow (\rho u)'' = 0.75 (\rho u)_0 + 0.25 (\rho u)' + 0.25 \Delta t (\nabla \cdot F_i)_{t'}. \quad (64)$$

$$t_0 + \Delta t \rightarrow \rho u = \frac{1}{3}(\rho u)_0 + \frac{2}{3}(\rho u)'' + \frac{2}{3} \Delta t (\nabla \cdot F_i)_{t''}. \quad (65)$$

Análogamente para $\rho, \rho v, \rho w, \rho e$. Los F_i corresponden a la Ec. (27).

Para el cálculo del paso de tiempo se tiene:

$$\Delta t = CFL \left\{ \min \left(\frac{\Delta x}{u + c_{a \text{ dim}}}, \frac{\Delta y}{v + c_{a \text{ dim}}}, \frac{\Delta z}{w + c_{a \text{ dim}}} \right) \right\} \quad (66)$$

$CFL = 0.4$ (Cálculo numérico estable, por experiencia)

Se consideró que la velocidad de sonido está dada por:

$$c_{a \text{ dim}} = \sqrt{\frac{T}{Ma^2}} \quad (67)$$

Como ya ha sido mencionado $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ no son constantes ya que la malla se ha construido de tal forma que esta sea irregular, por lo que se deben evaluar los cambios en las tres direcciones.

Para el cálculo de la viscosidad y de la conductividad térmica se utilizan las expresiones, White ^[47]:

$$\mu = (T)^n \quad (68)$$

$$n = 0.7$$

$$k_{cond} = T^n \quad (69)$$

$$n = 0.81$$

Las expresiones anteriores permiten calcular la viscosidad y la conductividad térmica pero en forma adimensional.

3.5.3 CONDICIONES DE FRONTERA EN EL CÓDIGO NUMÉRICO

Ya que la simulación se realiza dentro de un dominio computacional limitado, la imposición de fronteras es una situación inevitable, las condiciones de frontera artificiales resultantes pueden generar reflexiones de información (acústica) las cuales generan inestabilidad numérica. Por lo anterior, la programación de las condiciones de frontera debe recibir un tratamiento especial para ajustar cuidadosamente los efectos no deseados, Yoo [48].

Para el tratamiento de las fronteras se hace uso del método conocido como NSCBC (Navier-Stokes Characteristics Boundary Condition), en el cual se utilizan las condiciones de frontera requeridas para el correcto planteamiento (“well – posedness”) matemático de las ecuaciones y evitar los problemas de reflexión de ondas acústicas, utilizando relaciones de ondas características que las atraviesan, Aguilar^[42], Poinso et al. ^[43], Jiang et al. ^[63]

La aplicación del método NSCBC parte de utilizar el análisis característico en las ecuaciones de conservación para modificar los términos hiperbólicos, Poinso et al. ^[43] (se debe mencionar que dentro del dominio computacional la entrada será por un plano perpendicular al eje x en x=0, y la salida tendrá lugar en un plano paralelo al anterior pero en x=L):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + d_1 + \frac{\partial}{\partial y} m_2 + \frac{\partial}{\partial z} m_3 = 0 \quad (70)$$

$$m_i = \rho u_i$$

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{1}{2} (u_k u_k) d_1 + \frac{d_2}{k-1} + m_1 d_3 + m_2 d_4 + m_3 d_5 + \frac{\partial(e\rho + P)v}{\partial y} + \frac{\partial(e\rho + P)w}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} (u_j \tau_{ij}) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (71)$$

$$\rho e = 0.5 \rho u_k u_k + \frac{P}{k-1}$$

$$\frac{\partial m_1}{\partial t} + u d_1 + \rho d_3 + \frac{\partial}{\partial y} (m_1 v) + \frac{\partial}{\partial z} (m_1 w) = \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j} \quad (72)$$

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} + v d_1 + \rho d_4 + \frac{\partial}{\partial y} (m_2 v) + \frac{\partial}{\partial z} (m_2 w) + \frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial \tau_{2j}}{\partial x_j} \quad (73)$$

$$\frac{\partial m_3}{\partial t} + wd_1 + \rho d_5 + \frac{\partial}{\partial y}(m_3 v) + \frac{\partial}{\partial z}(m_3 w) + \frac{\partial P}{\partial z} = \frac{\partial \tau_{3j}}{\partial x_j} \quad (74)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right) \quad (75)$$

$$\underline{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{c^2} \left[L_2 + \frac{1}{2} (L_5 + L_1) \right] \\ \frac{1}{2} (L_5 + L_1) \\ \frac{1}{2\rho c} (L_5 - L_1) \\ L_3 \\ L_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial m_1}{\partial x} \\ \frac{\partial (c^2 m_1)}{\partial x} + (1-k)\mu \frac{\partial P}{\partial x} \\ u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ u \frac{\partial v}{\partial x} \\ u \frac{\partial w}{\partial x} \end{pmatrix} \quad (76)$$

Dirección x

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= u - c \\ \lambda_2 &= \lambda_3 = \lambda_4 = u \\ \lambda_5 &= u + c \end{aligned} \quad (77)$$

$$L_1 = \lambda_1 \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (78)$$

$$L_2 = \lambda_2 \left(c^2 \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial x} \right) \quad (79)$$

$$L_3 = \lambda_3 \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (80)$$

$$L_4 = \lambda_4 \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad (81)$$

$$L_5 = \lambda_5 \left(\frac{\partial P}{\partial x} + \rho c \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (82)$$

Donde L_i es una amplitud de onda característica que atraviesa la frontera y corresponde a información que se propaga desde dentro del dominio computacional hacia afuera y viceversa, dicha amplitud se

asocia con una velocidad característica λ_i (las expresiones para calcular L en las direcciones y, z pueden consultarse en Jiang et al. [63]).

Determinando los valores de L_i se podrá dar valores a las variables en la frontera al avanzar en el tiempo. Si bien, la amplitud de las ondas que se propagan desde dentro del dominio computacional hacia afuera puede ser calculada con puntos del dominio, el problema está en obtener los valores de la amplitud de las ondas que vienen de fuera.

Para estimar los valores de la amplitud de las ondas que entran al dominio computacional ("*incoming waves*") se hace uso del método denominado LODI (Relaciones locales unidimensionales no viscosas).

Las relaciones LODI se obtienen retomando las expresiones resultantes del análisis característico sobre las ecuaciones de conservación (Ec. 70 a 75) pero despreciando los términos transversales así como los términos viscosos en la frontera:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \left(L_2 + \frac{1}{2} (L_5 + L_1) \right) = 0 \quad (83)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{2} (L_5 + L_1) = 0 \quad (84)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2\rho c} (L_5 - L_1) = 0 \quad (85)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + L_3 = 0 \quad (86)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + L_4 = 0 \quad (87)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{T}{\rho c^2} \left(-L_2 + \frac{1}{2} (k-1)(L_5 + L_1) \right) = 0 \quad (88)$$

Los valores de L_i que se obtengan con las ecuaciones anteriores serán una aproximación ya que no incluyen términos viscosos que sí están presentes en las ecuaciones de Navier - Stokes, por lo que serán

necesarias condiciones viscosas para complementar las relaciones LODI. A continuación se muestra la aplicación del método NSCBC para las fronteras de interés del problema.

3.5.3.1 ENTRADA SUBSÓNICA

En la sección donde el flujo ingresa al dominio computacional se tiene una frontera subsónica en donde se han fijado temperatura y velocidad (*“subsonic inflow”*), Poinsot et al. [43].

Para la entrada subsónica se especifican las componentes de velocidad ($u = 1, v = 0, w = 0$) (condiciones) así como la temperatura $T = 1$ en $x=0$ (recuérdese que los valores son adimensionales). En este caso cuatro ondas características (L_2, L_3, L_4, L_5) entran al dominio computacional mientras que L_1 lo abandona. Para avanzar en el tiempo es preciso determinar las amplitudes (L_i) de las ondas que atraviesan la frontera.

Como se definen en un inicio las componentes de la velocidad así como la temperatura, el método NSCBC indica que las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y energía no son necesarias, por lo que la única incógnita es ρ .

Las ecuaciones LODI, Poinsot et al. [43] indican que:

$$\text{Ec. (85): } L_5 = L_1 - 2\rho c \frac{\partial u}{\partial t} \xrightarrow{\text{Condición } s} L_5 = L_1$$

$$\text{Ec (88): } L_2 = \frac{1}{2}(k-1)(L_5 + L_1) + \frac{\rho c^2}{T} \frac{\partial T}{\partial t} \xrightarrow{\text{Condición } s} L_2 = \frac{1}{2}(k-1)(L_5 + L_1)$$

$$\text{Ec. (86): } L_3 = -\frac{\partial v}{\partial t} \xrightarrow{\text{Condición } s} L_3 = 0$$

$$\text{Ec. (87): } L_4 = -\frac{\partial w}{\partial t} \xrightarrow{\text{Condición } s} L_4 = 0$$

Se obtiene L_1 de (Ec. 78), por lo que L_5 se calcula de (Ec. 85), de la misma forma L_2 se determina con (Ec. 88). Finalmente, conociendo L_1, L_2, L_5 se determina d_1 de (Ec. 76), el cual es término de la ecuación (Ec. 70), de esta forma se determina ρ y se puede avanzar en el tiempo en las fronteras.

3.5.3.2 SALIDA SUBSÓNICA PARCIALMENTE REFLEJANTE

En la frontera de salida se tiene una frontera subsónica parcialmente no reflejante. La frontera es parcialmente no reflejante debido a que el medio en el que se vacía el chorro funciona como una frontera que refleja información en forma de ondas y la proporciona al fluido. Para ello se define una presión en el infinito (esta condición no fija ninguna variable dependiente en la frontera), por lo que el método de NSCBC indica que ninguna de las ecuaciones de conservación es eliminada. La condición de una presión constante en el infinito es utilizada para obtener la variación de la amplitud de la onda entrante (L_1).

$$L_1 = K(P - P_\infty) \quad (89)$$

$$K = \sigma(1 - Ma_{\max}^2) \frac{c}{D} \quad (90)$$

Donde D es una longitud característica del dominio, Ma_{\max} es el máximo número de mach en el flujo, c es la velocidad del sonido, σ es una constante que determina si la frontera es reflectora; si $\sigma = 0$ la frontera es no reflectora, ya que esto implicaría que la amplitud de las ondas entrantes (L_1) es igualmente 0.

Considerando condiciones viscosas para la frontera de salida se tiene:

$$\frac{\partial \tau_{12}}{\partial x_1} = 0 \quad \frac{\partial \tau_{13}}{\partial x_1} = 0 \quad \frac{\partial q_1}{\partial x_1} = 0$$

El resto de las amplitudes características pueden estimarse a través de puntos interiores en el dominio y con las Ecs. 70 a 75 se pueden obtener los valores del resto de las variables y avanzar en el tiempo.

3.5.3.3 FRONTERA ADIABÁTICA DESLIZANTE

Las fronteras laterales (perpendiculares a los ejes y-z) son tratadas como adiabáticas deslizantes por lo que los gradientes de velocidad paralelos y la velocidad normal a las fronteras son nulos. De acuerdo al método NSCBC, la ecuación de conservación de cantidad de movimiento en dirección x se elimina. Las relaciones LODI indican que $L_5 = L_1$ en donde L_5 es calculado con puntos interiores.

$$\begin{aligned} q_1 &= 0 \\ \tau_{23} &= \tau_{13} = 0 \end{aligned} \quad (91)$$

El resto de las variables (ρ, v, w, T) son calculadas utilizando las ecuaciones resultantes del análisis característico de las ecuaciones de conservación (Ecs. 70, 75).

3.5.4 FILTRO NUMÉRICO

Una vez que se tienen los esquemas para derivar e integrar en el tiempo es preciso agregar un filtro numérico. Si bien el esquema de derivación es de alto orden éste no es disipativo, por lo que se generan ondas de origen puramente numérico las cuales, si no son controladas, terminan por hacer que el cálculo diverja. El control de tales ondas se realiza por medio del filtrado numérico, Yoo [48].

De forma similar a la obtención de las derivadas en el espacio, la aplicación del filtro se hace a través de la construcción de un sistema de ecuaciones algebraicas, cuya forma matricial es tridiagonal y se aplica sobre las variables conservativas obtenidas después del esquema de Runge-Kutta y sobre cada eje coordenado:

*Para los puntos interiores, $i=6, \dots, n-5$ (filtro de orden 10):

$$\begin{aligned} \alpha_f \hat{\phi}_{i-1} + \hat{\phi}_i + \alpha_f \hat{\phi}_{i+1} &= \\ a_0 \phi_i + \frac{a_1}{2} (\phi_{i-1} + \phi_{i+1}) + \frac{a_2}{2} (\phi_{i-2} + \phi_{i+2}) + \frac{a_3}{2} (\phi_{i-3} + \phi_{i+3}) + \frac{a_4}{2} (\phi_{i-4} + \phi_{i+4}) + \frac{a_5}{2} (\phi_{i-5} + \phi_{i+5}) \\ a_0 &= \frac{193 + 126 \alpha_f}{256}, \quad a_1 = \frac{105 + 302 \alpha_f}{256}, \quad a_2 = \frac{15(-1 + 2\alpha_f)}{64}, \quad a_3 = \frac{45(1 - 2\alpha_f)}{512}, \quad a_4 = \frac{5(-1 + 2\alpha_f)}{256}, \\ a_5 &= \frac{1 - 2\alpha_f}{512} \end{aligned}$$

*Para los puntos próximos a la frontera ($i=2, \dots, 5$), ($i=n-4, n-1$):

Punto $i = 5$, (filtro orden 8)

$$\alpha_f \hat{\phi}_4 + \hat{\phi}_5 + \alpha_f \hat{\phi}_6 = a_0 \phi_1 + a_1 \phi_2 + a_2 \phi_3 + a_3 \phi_4 + a_4 \phi_5 + a_5 \phi_6$$

$$a_0 = \frac{93 + 70\alpha_f}{128}, a_1 = \frac{7 + 18\alpha_f}{16}, a_2 = \frac{-7 + 14\alpha_f}{32}, a_3 = \frac{1 - 2\alpha_f}{16}, a_4 = \frac{-1 + 2\alpha_f}{128}, a_5 = 0$$

Punto $i = 4$ (filtro orden 6)

$$\alpha_f \hat{\phi}_4 + \hat{\phi}_5 + \alpha_f \hat{\phi}_6 = a_0 \phi_1 + a_1 \phi_2 + a_2 \phi_3 + a_3 \phi_4 + a_4 \phi_5 + a_5 \phi_6$$

$$a_0 = \frac{11 + 10\alpha_f}{16}, a_1 = \frac{15 + 34\alpha_f}{32}, a_2 = \frac{-3 + 6\alpha_f}{16}, a_3 = \frac{1 - 2\alpha_f}{32}, a_4 = 0, a_5 = 0$$

Punto $i = 3$ (filtro orden 4)

$$\alpha_f \hat{\phi}_4 + \hat{\phi}_5 + \alpha_f \hat{\phi}_6 = a_0 \phi_1 + a_1 \phi_2 + a_2 \phi_3 + a_3 \phi_4 + a_4 \phi_5 + a_5 \phi_6$$

$$a_0 = \frac{5 + 6\alpha_f}{8}, a_1 = \frac{1 + 2\alpha_f}{2}, a_2 = \frac{-1 + 2\alpha_f}{8}, a_3 = 0, a_4 = 0, a_5 = 0$$

Punto $i = 2$ (filtro orden 2)

$$\alpha_f \hat{\phi}_4 + \hat{\phi}_5 + \alpha_f \hat{\phi}_6 = a_0 \phi_1 + a_1 \phi_2 + a_2 \phi_3 + a_3 \phi_4 + a_4 \phi_5 + a_5 \phi_6$$

$$a_0 = \frac{1 + 2\alpha_f}{2}, a_1 = \frac{1 + 2\alpha_f}{2}, a_2 = 0, a_3 = 0, a_4 = 0, a_5 = 0$$

Punto $i = n - 4$

$$\alpha_f \hat{\phi}_{n-5} + \hat{\phi}_{n-4} + \alpha_f \hat{\phi}_{n-3} = a_0 \phi_n + a_1 \phi_{n-1} + a_2 \phi_{n-2} + a_3 \phi_{n-3} + a_4 \phi_{n-4} + a_5 \phi_{n-5}$$

$$a_0 = \frac{93 + 70\alpha_f}{128}, a_1 = \frac{7 + 18\alpha_f}{16}, a_2 = \frac{-7 + 14\alpha_f}{32}, a_3 = \frac{1 - 2\alpha_f}{16}, a_4 = \frac{-1 + 2\alpha_f}{128}, a_5 = 0$$

Punto $i = n - 3$

$$\alpha_f \hat{\phi}_{n-4} + \hat{\phi}_{n-3} + \alpha_f \hat{\phi}_{n-2} = a_0 \phi_n + a_1 \phi_{n-1} + a_2 \phi_{n-2} + a_3 \phi_{n-3} + a_4 \phi_{n-4} + a_5 \phi_{n-5}$$

$$a_0 = \frac{11 + 10\alpha_f}{16}, a_1 = \frac{15 + 34\alpha_f}{32}, a_2 = \frac{-3 + 6\alpha_f}{16}, a_3 = \frac{1 - 2\alpha_f}{32}, a_4 = 0, a_5 = 0$$

Punto $i = n - 2$

$$\alpha_f \hat{\phi}_{n-3} + \hat{\phi}_{n-2} + \alpha_f \hat{\phi}_{n-1} = a_0 \phi_n + a_1 \phi_{n-1} + a_2 \phi_{n-2} + a_3 \phi_{n-3} + a_4 \phi_{n-4} + a_5 \phi_{n-5}$$

$$a_0 = \frac{5 + 6\alpha_f}{8}, a_1 = \frac{1 + 2\alpha_f}{2}, a_2 = \frac{-1 + 2\alpha_f}{8}, a_3 = 0, a_4 = 0, a_5 = 0$$

Punto $i = n - 1$

$$\alpha_f \hat{\phi}_{n-2} + \hat{\phi}_{n-1} + \alpha_f \hat{\phi}_n = a_0 \phi_n + a_1 \phi_{n-1} + a_2 \phi_{n-2} + a_3 \phi_{n-3} + a_4 \phi_{n-4} + a_5 \phi_{n-5}$$
$$a_0 = \frac{1+2\alpha_f}{2}, \quad a_1 = \frac{1+2\alpha_f}{2}, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = 0, \quad a_4 = 0, \quad a_5 = 0$$

Los puntos $i=1$ e $i=n$ no son filtrados, Gaitonde et al. ^[60], el parámetro α_f se sugiere que tenga valores comprendidos entre $-0.5 < \alpha_f \leq 0.5$. Sin embargo, por una importante experiencia obtenida en el uso del filtro, se recomiendan valores entre 0.3 y 0.5, Visbal et al. ^[46]. Para mallas “pobres” un valor de 0.1 sería el adecuado.

3.5.5 GENERACIÓN DE LA GEOMETRÍA DE TOBERA

La simulación en esta investigación busca reproducir los estados modelados en la sección 3.4, ya que conforme la presión y temperatura en el tanque disminuyen, la relación de presiones ocasionará que la expansión del gas deje de ser ideal dentro de la tobera, y tenga un comportamiento distinto al modelado como unidimensional e isoentrópico.

Para acelerar el flujo dentro del dominio computacional, es preciso generar “paredes” con la forma de la tobera, el procedimiento para generar esta geometría consistió en construir rectas de las partes convergente y divergente, posteriormente a estas rectas se les aplica una revolución alrededor del eje longitudinal de la tobera.

Dentro de la programación del código, las “paredes” se agregan como un variable a la cual se le ha denominado “MASK”. La variable MASK se aplicará como un factor a las componentes de velocidad conforme éstas se vayan calculando. Dicho factor tendrá un valor de 0 en aquellas regiones que constituyan la pared de la tobera y un valor de 1 para aquellas regiones por donde el flujo pueda moverse libremente. MASK no se aplica a variables de presión y densidad, la temperatura se mantiene constante en las paredes de la tobera.

Por ejemplo, sea el vector velocidad en algún punto dentro del dominio computacional:

$$(u, v, w) = (u, v, w) * MASK$$

Si

$(u, v, w) = 0 \rightarrow$ Pared

$(u, v, w) \neq 0 \rightarrow$ El flujo puede moverse con “libertad”

Cuando se construyen geometrías que contienen curvas es inevitable que se presente un escalonamiento entre nodo y nodo que cuando es visualizado se muestra como bordes con puntas. Para resolver este problema se aplicó un factor sobre aquellos nodos próximos a la frontera de la geometría, esto es, los nodos que bloquean al flujo tienen un valor de cero, mientras que los nodos que no lo obstruyen tienen un valor de 1.

El tratamiento especial lo reciben aquellos nodos que están entre ambos casos, en esta situación se evalúa su distancia al centro de la geometría y se compara con el radio del círculo que originalmente se está implementando, la relación entre estas longitudes generará un factor entre 0 y 1 el cual se aplicará a estos nodos (Fig. 16).

$$factor = \frac{radio_{original} - radio_{nodo_exterior}}{radio_{nodo} - radio_{nodo_exterior}}$$

$$MASK = (factor)(MASK)$$

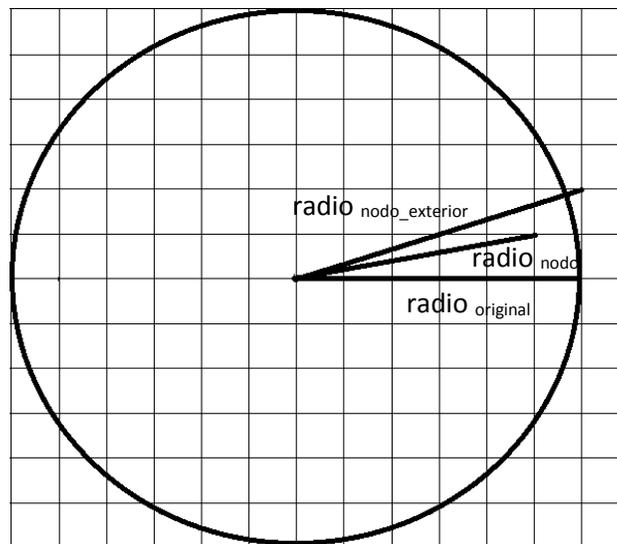


Figura 16: Elementos para calcular el factor de ajuste en la geometría dentro del dominio computacional.

En la Fig. 17 se muestra un ejemplo de geometría antes y después de aplicar el factor de ajuste a los nodos que delimitan el lugar por donde el flujo tendrá velocidad cero o podrá fluir sin obstáculos.

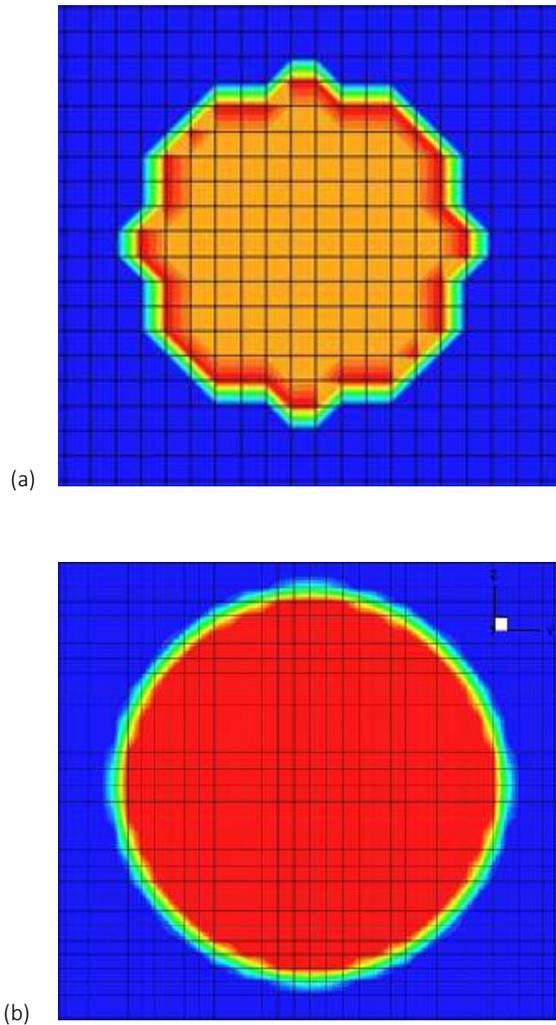


Figura 17: (a) Círculo sin interpolación, (b) Círculo con interpolación. Los nodos dentro de la región azul poseen un valor de 0, los nodos en la región roja poseen un valor de 1. Estos valores son almacenados en una variable que se ha nombrado "MASK"

Se utilizó la configuración de tobera que corresponde a la calculada en la sección 3.3. El tamaño del dominio computacional es de $L_x=12$, $L_y=6$, $L_z=6$ D, el número de nodos total es 1,900,960 los cuales se reparten en las coordenadas $x:160$, $y:109$, $z:109$ de forma heterogénea en las direcciones x,y,z , en la dirección x el tamaño máximo y mínimo de celda es 0.12 y 0.0408 D respectivamente, en las direcciones y,z el tamaño máximo y mínimo de celda es 0.027 y 0.091 D concentrándose el tamaño de celda mínimo en la región convergente de la tobera.

La sección cilíndrica, sección convergente, sección divergente y garganta tienen una longitud de 1.51, 0.39, 4.63, 0.79 D respectivamente. Cabe mencionar que si bien se recomienda que el ángulo sea de 60° en la sección convergente, se encontró que al transportarla al dominio computacional, la pequeña longitud de esta parte hace que la interpolación sobre los nodos en esta área tenga un efecto pobre para “suavizar” la zona. Al tratarse de una región en donde ocurren cambios importantes en las propiedades y velocidad, se reemplazó los 60° del ángulo sugerido por 15° [1]. En la dirección axial (X) restan 5D para que el flujo se desarrolle fuera de la tobera, se espera que este cambio no tenga un efecto importante ya que se sugiere para cohetes que son bipropelentes, Taylor ^[1]. Al final, se tiene la geometría dentro del dominio computacional. (Fig. 18)

Una vez generada la geometría de la tobera se fijaron tres puntos sobre los cuales se almacenaron a lo largo de la simulación los cambios de presión, esto con el objetivo de realizar un análisis del espectro de frecuencias y detectar el fenómeno denominado como “*screech tone*” (Fig. 19). Este fenómeno implica un incremento en la amplitud de las fluctuaciones de presión debido a resonancia por la generación de ondas acústicas en la capa de corte del chorro y a la presencia de choques en el flujo, ^[55] ^[62].

Por otra parte, debido a que la presión es una variable que se va calculando en la simulación, no es posible fijarla en alguna región dentro del dominio, de hacerlo, desde dicha región se emitirán ondas acústicas que terminarán por hacer que el cálculo tenga problemas de convergencia. Por lo anterior se probaron dos estrategias cuyo objetivo fue modificar la presión de forma indirecta (cabe mencionar que ambos procedimientos no tienen un fundamento matemático):

- a) Agregar un término fuente en la densidad en la región de entrada. El cálculo no pudo continuar debido a incrementos anormales de las componentes de la velocidad v , w .
- b) Limitar el incremento de la densidad en aquellas regiones en donde esta propiedad tiene un aumento significativo (región convergente). Se ha observado que esta estrategia permite mantener una presión en la sección que antecede a la parte convergente.

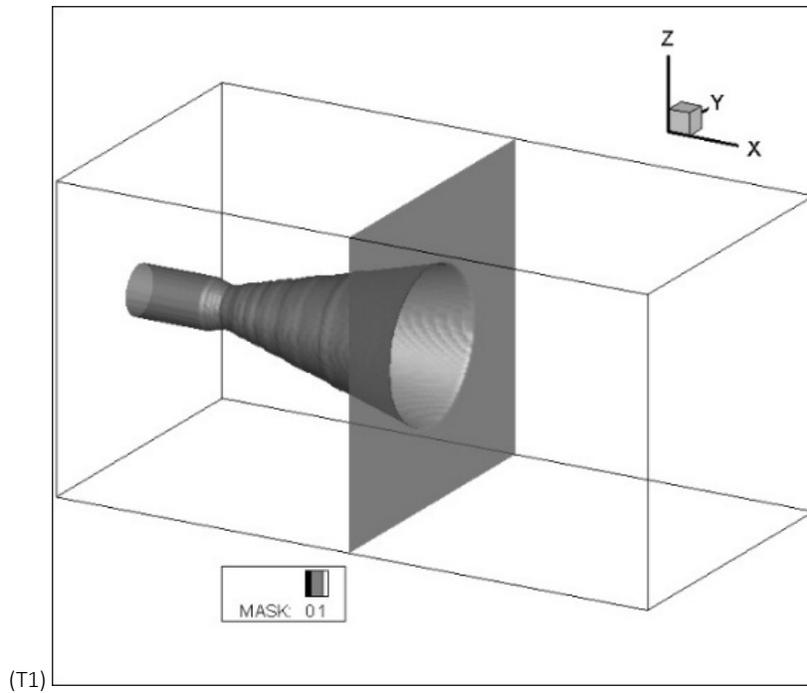


Figura 18: Configuración de tobera utilizada en la simulación: Relación de áreas: 17, Mach de diseño: 4.54

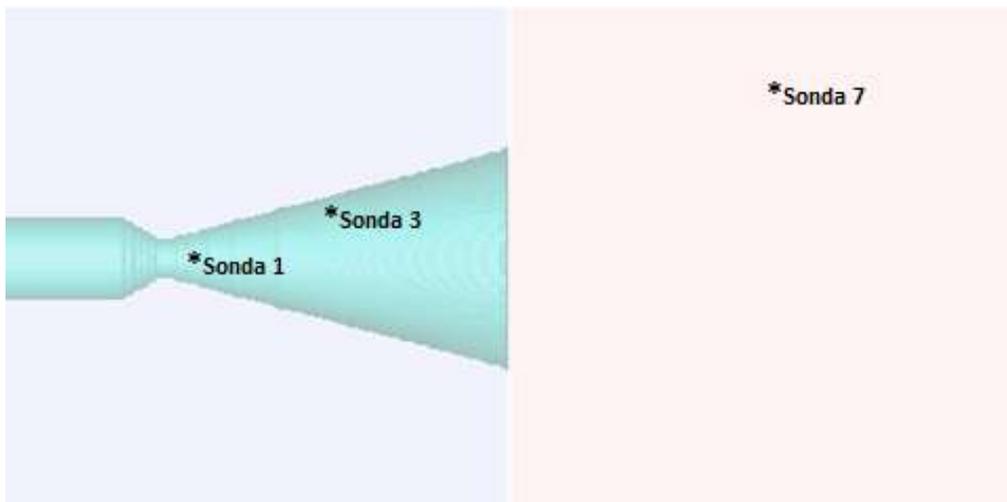


Figura 19: Ubicación de 3 puntos para almacenar datos de presión a lo largo de la simulación.

CAPÍTULO 4: Resultados

4.1 VALIDACIÓN DEL CÓDIGO NUMÉRICO

Una vez que se han hecho pruebas para detectar y eliminar problemas en la programación se procede a verificar los resultados y su ajuste a la física del problema. Esto se ha hecho comparando los resultados experimentales reportados en Hussein et al. ^[35] con dos configuraciones de salida del chorro: descargando directamente dentro del dominio computacional y descargando desde un tubo.

En el artículo Hussein et al. ^[35] se efectuaron mediciones directas e indirectas sobre un chorro de aire con sección transversal inicial circular con un número de Reynolds de 95000, $Ma=0.3$ en condiciones estándar.

Las mediciones se realizaron con tres técnicas diferentes:

- LDA (Anemometría láser Doppler)
- Hilo caliente estacionario
- Hilo caliente móvil

El código numérico se validó utilizando dos configuraciones de salida:

- Descarga sin paredes en la entrada del chorro (Fig. 20).
- Descarga con paredes en la entrada (Fig. 21).

El dominio computacional se construyó con 1,900,960 nodos repartidos en las tres direcciones $x:160$, $y:109$, $z:109$. Las dimensiones son $L_x=12$, $L_y=6$, $L_z=6$ D, $Re=95500$, $Ma=0.3$, la presión y temperatura de referencia es 1 [atm] y 300 [K] con sus respectivas propiedades termodinámicas de viscosidad, conductividad térmica y capacidad térmica específica. El ducto (Fig. 21a) tiene dimensiones de diámetro y longitud de 1D (el diámetro de referencia es 6.6 [mm]).

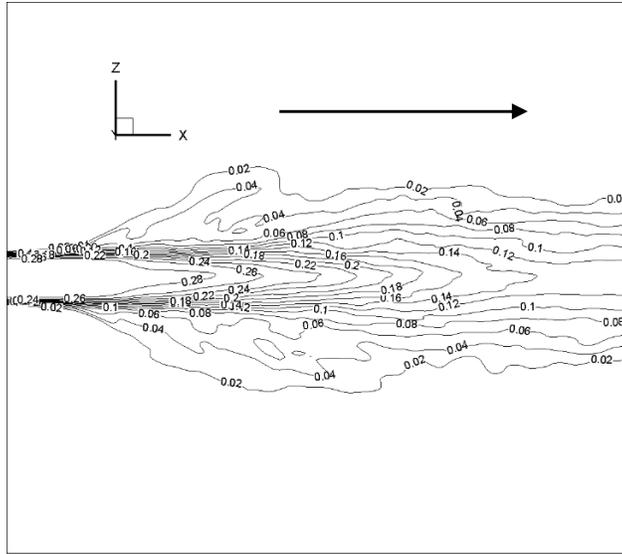


Figura 20: Contornos del número de Mach, aire descarga libremente a $Ma=0.3$, $Re=95000$.

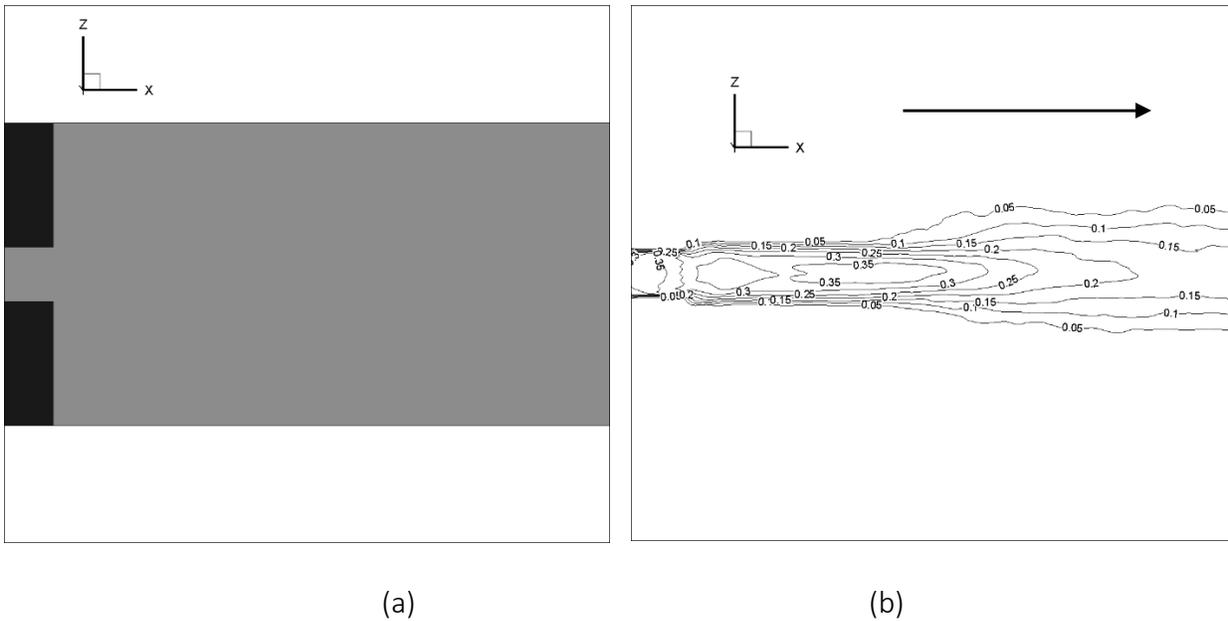


Figura 21: (a) sección tubular desde donde descarga el chorro, la parte de color negro corresponde a la pared. (b) contornos del número de Mach de aire que ingresa a $Ma=0.3$, $Re=95000$.

Los valores promedio se utilizaron para la obtención de los resultados que se compararon con los obtenidos en Hussein et al. [35], el polinomio que se muestra en algunas de las gráficas representa un ajuste del comportamiento de los resultados experimentales:

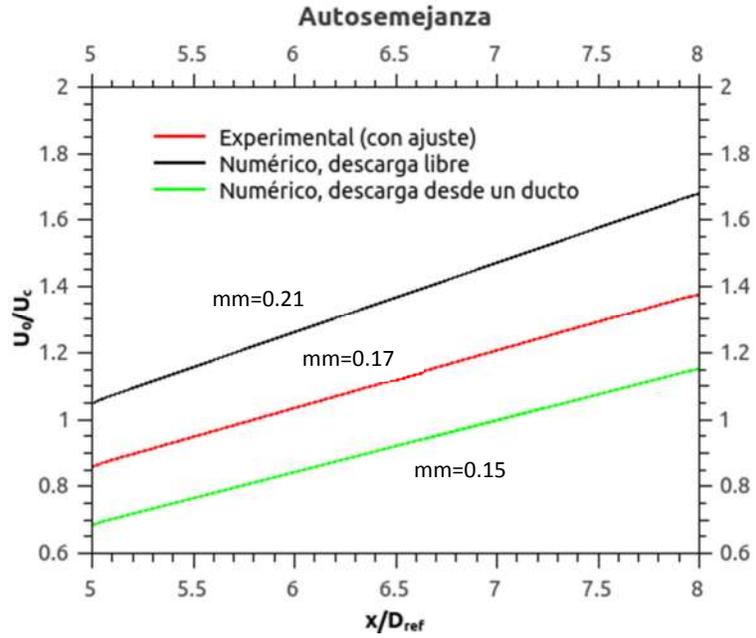


Figura 22: Variación de la componente de velocidad U en el centro del jet según la distancia horizontal al origen.

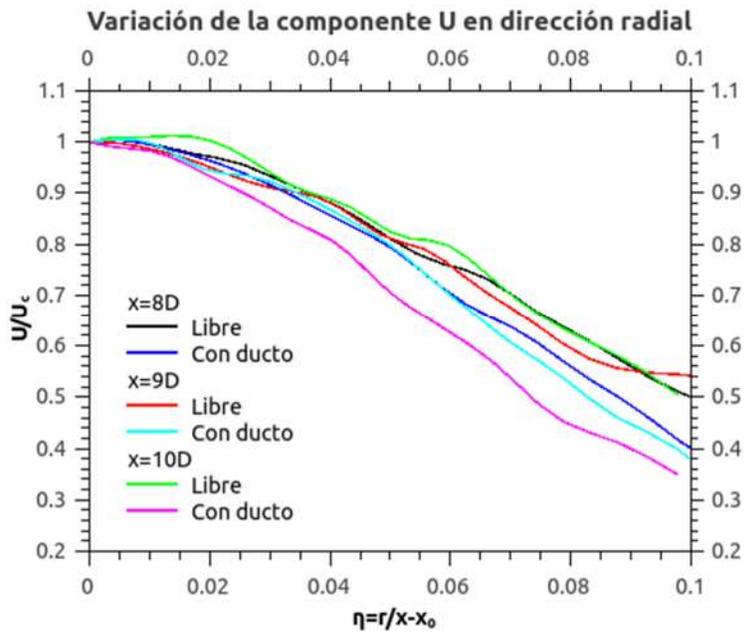


Figura 23: Componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica.

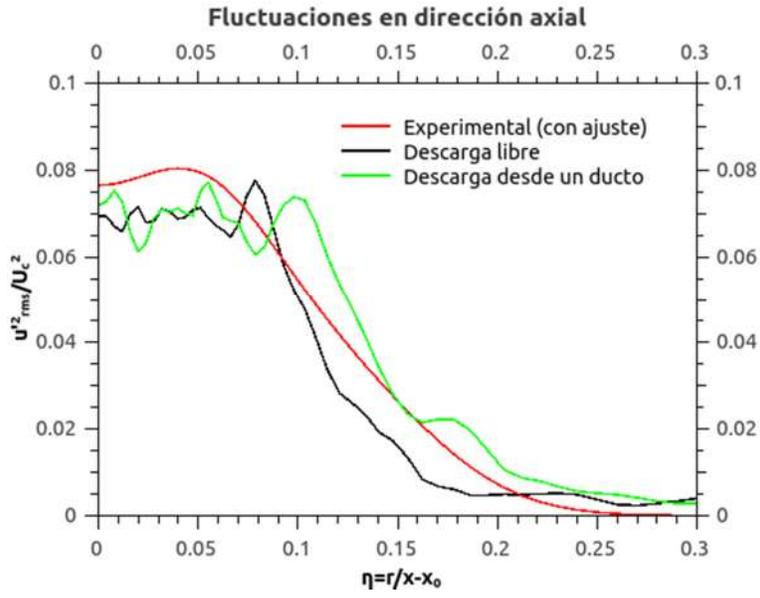


Figura 24: Variación del primer momento de U respecto a la velocidad central U_c en la dirección radial del jet a 8 diámetros.

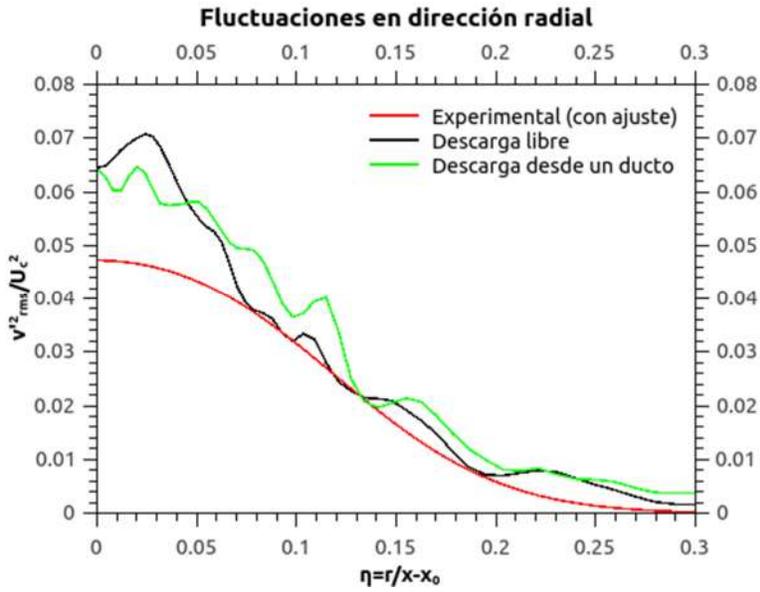


Figura 25: Variación del primer momento de V en la dirección radial respecto a la velocidad central U_c en la dirección radial del jet a 8 diámetros.

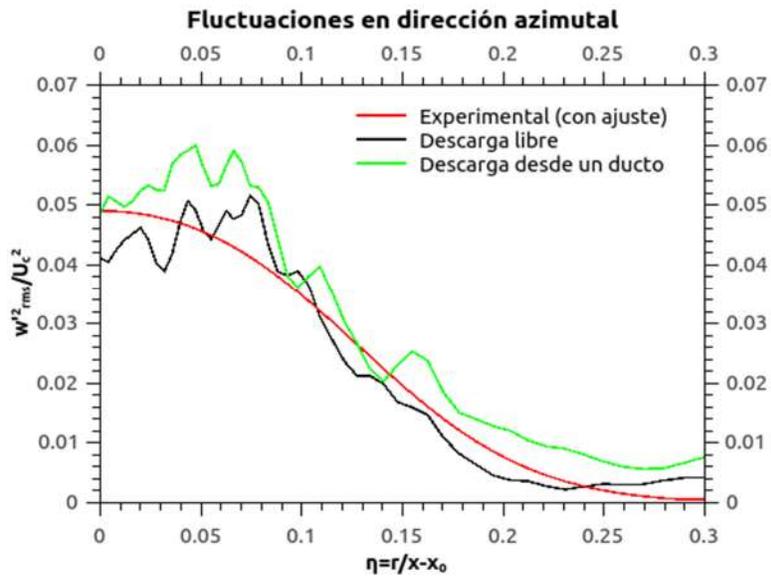


Figura 26: Variación del primer momento de W respecto a la velocidad central U_c en la dirección radial del jet a 8 diámetros.

Se puede observar que las gráficas corresponden a los resultados experimentales, las medidas experimentales tomadas en la referencia Hussein et al. [35] fueron tomadas a más de 10 D, mientras que las mediciones tomadas en el código numérico fueron a 8D, por lo que se observa independencia de los resultados de la posición.

Se encontraron ligeras diferencias en el comportamiento de flujo para las configuraciones de descarga libre y desde un ducto, salvo la interacción del flujo con la pared que se traduce en un aumento en la componente de velocidad U del flujo en el centro del chorro (compárense los contornos del número de Mach de las Fig. (20), (21b) así como una reducción del diámetro del chorro una vez que sale del ducto, lo cual es perceptible al comparar la velocidad U en el centro con la misma componente de velocidad a diferente distancia en dirección radial, Fig. (22) y (23).

A sí mismo, las gráficas Fig. (24) a (26) que muestran las fluctuaciones de velocidad corresponden a las obtenidas experimentalmente, las diferencias observadas entre las curvas de resultados experimentales y numéricos tienen origen en el tiempo de cálculo invertido en cada caso, el cual, de ser mayor, mejoraría el ajuste entre las curvas ya que las fluctuaciones de velocidad se reducirían mientras se desarrolla el

chorro, puede decirse, por lo tanto, que el chorro no había alcanzado un estado de régimen permanente cuando se tomaron las mediciones.

4.2 DATOS OBTENIDOS

Un sistema de propulsión por expansión de gases en una tobera implica fenómenos complejos tales como ondas de choque, abanicos de expansión - compresión y generación de ondas acústicas que, en conjunto, tienen el potencial de comprometer la integridad estructural del vehículo, Holzman et al. [57], Bres, et al. [58]. Los sistemas de propulsión masivos tales como los del transbordador espacial, aviones militares o comerciales, así como los sistemas de menor escala, como el que concierne al satélite Quetzal, están sujetos a la presencia de dichos fenómenos. La simulación realizada en la presente investigación permitió detectar, evaluar y observar su evolución en tiempo y espacio. Esto, en cierta medida, empequeñece el solo resultado del empuje que puede generar el sistema. La configuración de la tobera (Fig. 18) permitió experimentar con distintas relaciones de presión para observar la manifestación de los fenómenos antes mencionados.

Se evaluaron 3 casos con diferentes relaciones de presión (RP):

- $RP1=0.6$
- $RP2=0.33$
- $RP3=0.022$

De cada caso de estudio se obtuvieron los campos instantáneos de velocidad, presión, temperatura, densidad, así como sus valores promedio. Como se observará, al alcanzar distintas relaciones de presión se comienzan a presentar distintos fenómenos tales como el del choque normal, choque oblicuo, abanico de expansión cuya presencia es claramente detectable por las fluctuaciones de presión en regiones definidas dentro del dominio computacional.

- Caso RP1:

Para el caso RP1 se utilizó la tobera propuesta en la sección 3.3, la cual tiene un Mach de diseño de 4.53. La simulación se realizó con las condiciones en la entrada de $Ma=0.36$, $Re=7.2 \text{ e}5$, $Pr=0.72$ que corresponden a las condiciones de referencia (1 [atm], 300 [K], $U_{ref}=127.4$ [m/s], $D_{ref}=6.6$ [mm]).

Al efectuar la simulación, se esperaba que el flujo evolucionara de tal forma que se alcanzara la relación de presiones de 0.0033, ya que simulaciones de prueba con toberas puramente convergentes demostraron que era igualmente viable incrementar la presión en la sección convergente ajustando la densidad

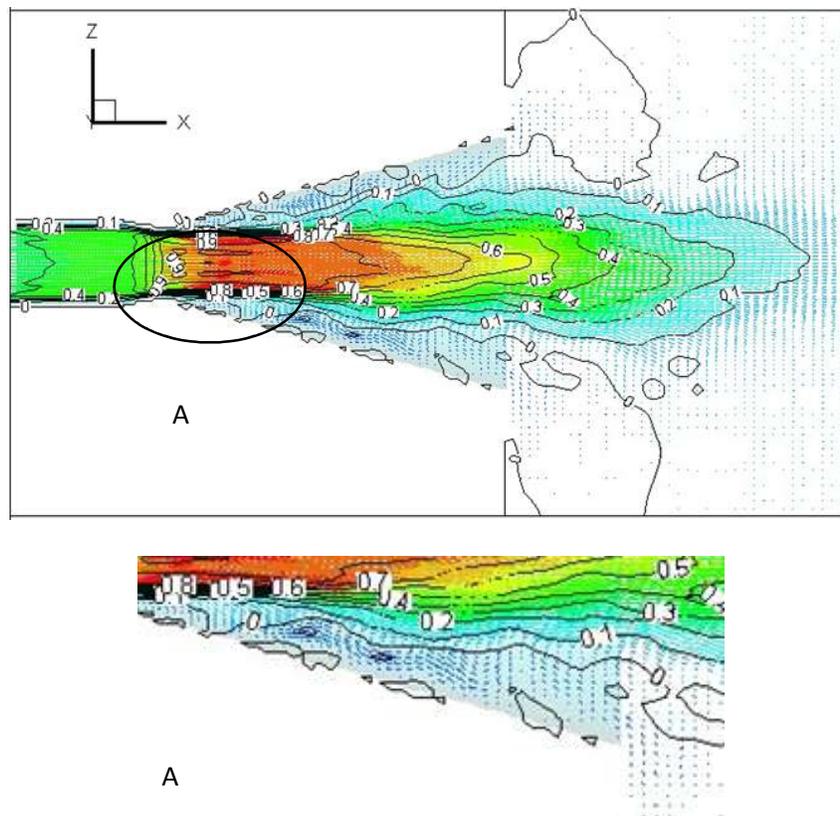


Figura 27: Contornos del número de Mach promediados en el tiempo, en color, vectores de velocidad. Detalle en A próximo a la pared de la sección divergente.

Con los datos obtenidos del caso RP1, se observa un número de Mach cercano a 1 (flujo transónico), por lo que la parte divergente tiene una contribución nula en la aceleración del flujo, detalle A (Fig. 27), pero a diferencia de la descarga libre y descarga con sección tubular, el agregar una sección convergente

permite acelerarlo, aunque la relación de presiones no es suficiente para alcanzar un flujo sónico ($RP \approx 0.53$).

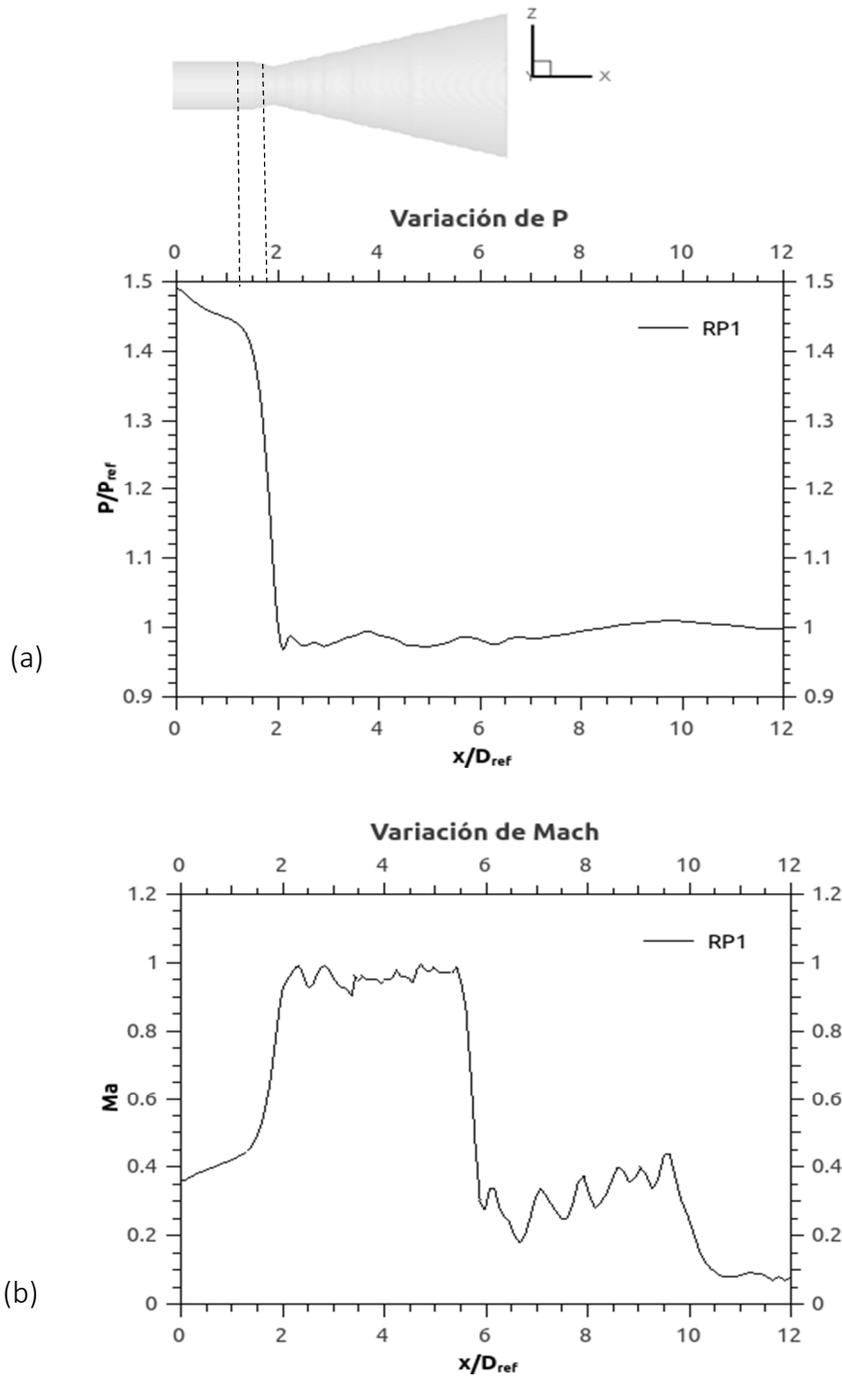


Figura 28: (a) P promedio para el caso RP1, (b) Ma promedio para el caso RP1 las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría, caso RP1.

Los contornos del número de Mach mostrados Fig. 27 muestran que el flujo se está desarrollando sin presentar ondas de choque ya que se mantiene siempre subsónico, así mismo en la Fig. 28 (a) a se muestra un cambio continuo y sin saltos de la presión, aunque aguas abajo se tiene interacción con el fluido exterior que se manifiesta con un cambio importante del número de Mach Fig. 28 (b). Para este caso, la relación de presiones no es suficiente para volverse sónico e introducir las variaciones de presión y temperatura calculadas en la sección 3.4. Ningún caso modelado en la sección 3.4 se ajusta a la condición simulada, ni aún en tiempos avanzados de “encendido” del motor (70-80 [s]). Comparando la situación con la presión más próxima modelada, la temperatura que se obtuvo fue de 100 [K] dentro del tanque, mientras que la simulación se mantiene casi siempre, en este caso, en 300 [K] de ahí la imposibilidad de realizar alguna comparación.

De acuerdo a la Fig. 29, la auto semejanza para el caso RP1 se manifiesta a partir de 5D, este resultado es interesante debido a que el número de Mach es próximo a 1, mientras que en Hussein et al. ^[35], es 0.17 (máximo registrado), con esto se demuestra la independencia de la auto semejanza del número de Mach siempre y cuando $Ma < 1$.

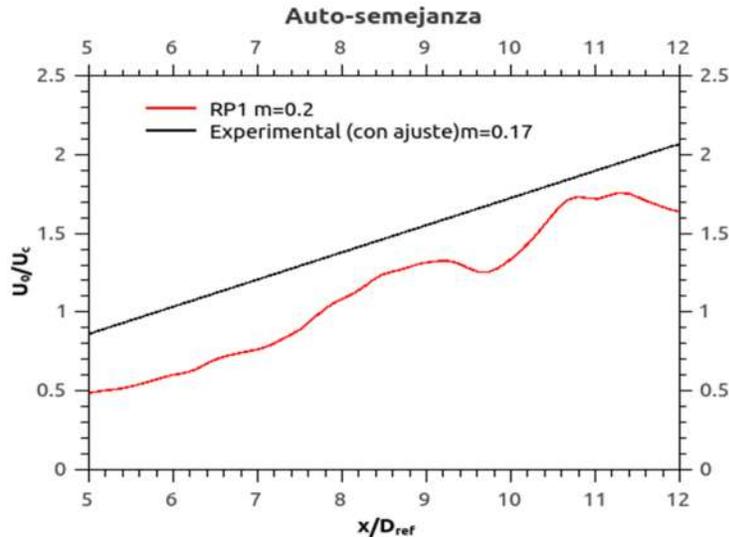


Figura 29: Auto-semejanza en el chorro para el caso RP1.

La Fig. 30 muestra un cambio continuo en la componente de velocidad U en dirección radial, lo que indica una interacción importante del núcleo del chorro con el fluido exterior, las gráficas obtenidas son muy similares a las recopiladas con los casos de la validación del código.

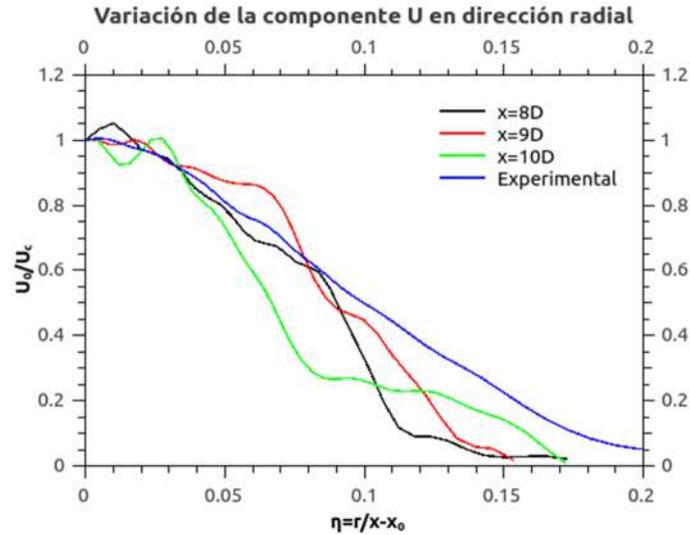
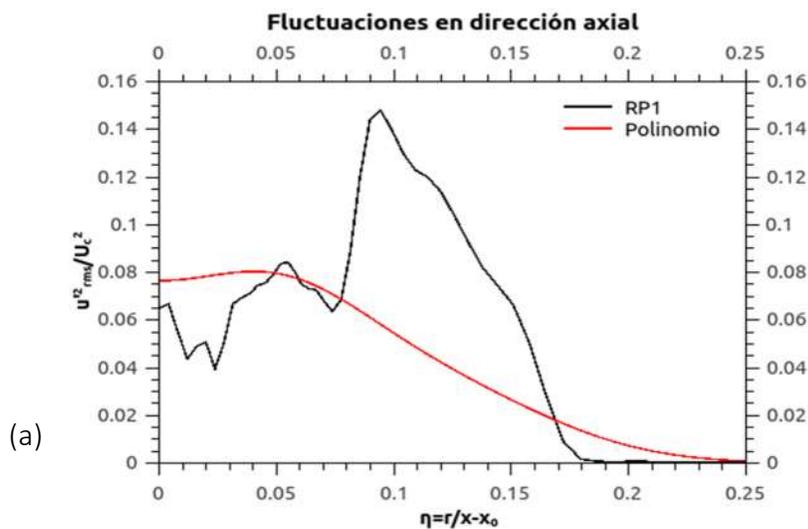


Figura 30: Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica para el caso RP1, la línea azul corresponde al ajuste de los datos para el caso de estudio, Hussein [35].

Por otra parte, las u'^2_{rms} presentan cambios respecto a la curva de ajuste (Fig. 31), indicando que las fluctuaciones son mayores comparándolas con los casos de la validación pero existe cierto equilibrio en su magnitud en las tres direcciones espaciales, así mismo, por la experiencia obtenida en los casos de validación, seguramente tiempos de cálculo mayores arrojarían gráficas que se ajustarían mejor a los datos experimentales..



(a)

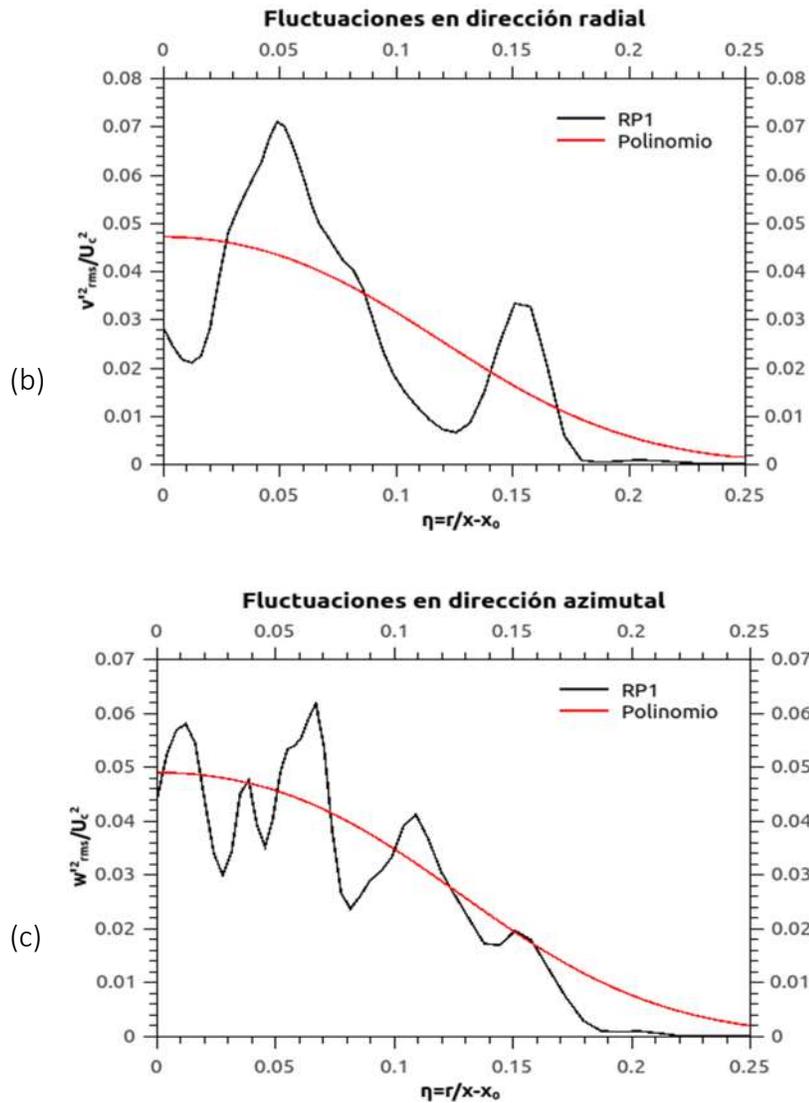


Figura 31: Fluctuaciones de velocidad a 10D para el caso RP1, el polinomio corresponde al ajuste de los datos del estudio, Hussein et al. [35].

El estudio “acústico” sobre el flujo se realizó almacenando los valores de presión a lo largo del tiempo en diferentes puntos del dominio computacional (Fig. 32), posteriormente al conjunto de valores de presión se les aplicó la transformada discreta de Fourier. Si bien los pasos de tiempo no son constantes, fue posible ajustarlo dividiendo el tiempo total entre el número de muestras y posteriormente interpolando los valores de presión para el paso de tiempo constante (Fig. 33).

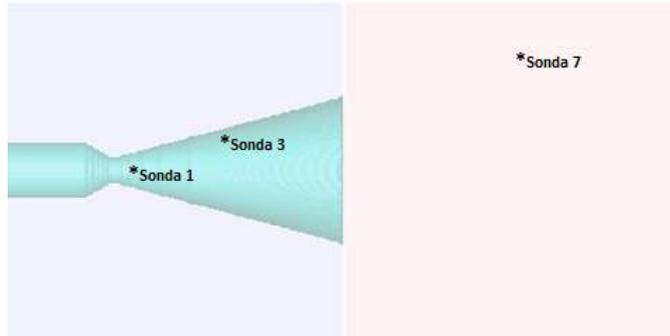


Figura 32: Ubicación de 3 puntos para almacenar datos de presión a lo largo de la simulación.

En la simulación con un mach transónico, no se detectaron fluctuaciones de presión asociadas con resonancia en ninguna de las ubicaciones, la cual debería presentarse como un incremento en los decibeles (SPL) en un rango de frecuencias entre 8 y 10 [kHz], Ching ^[51]. Para el caso RP1 se aprecia un cambio importante de los decibeles en un rango de frecuencias entre 250 y 300 [kHz] en el punto denominado como “sonda 3”, lo cual es en cierta medida extraño ya que el fenómeno denominado como “*screech tone*” está íntimamente asociado con la presencia de choques y la interacción de las capas exteriores del chorro con el flujo que lo rodea, Lyrintzis ^[54], Raman ^[55]. Por el momento se desconoce el origen de este aumento súbito de decibeles en un régimen subsónico.

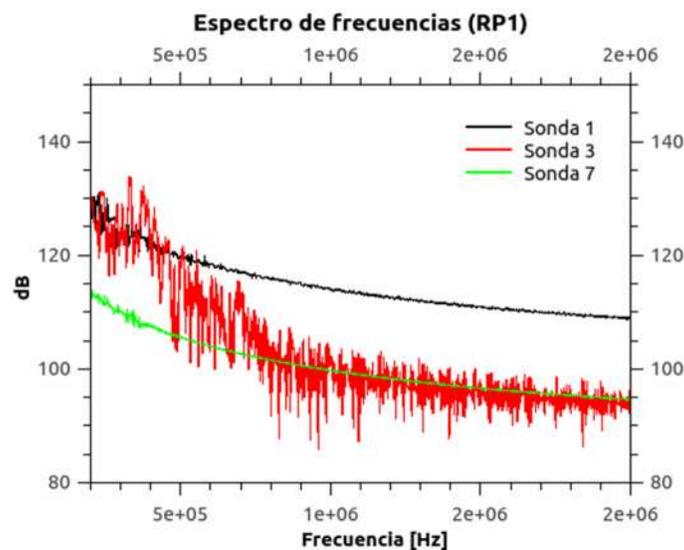


Figura 33: Espectro de frecuencias para el caso RP1.

- Caso RP2

Para el caso RP2, se alcanzó una relación de presiones de 0.4 a través del aumento de la presión en la sección convergente de la tobera, esto con el aumento del rango en que se le permite a la densidad fluctuar como se describió en la sección 3.5, las condiciones de entrada corresponden a las del caso RP1, con la diferencia de que el tope superior para la presión fue de 2.5 veces la presión exterior o “backpressure”. Lo anterior permite que el flujo alcance una velocidad sónica en la garganta, el punto consistió averiguar el impacto de la sección divergente en la velocidad final.

En la Fig. 34 se muestran contornos del número de Mach, se observa que el flujo ha alcanzado una velocidad supersónica pero con expansión no ideal ya que los contornos delimitan ciertas zonas en donde se presentan cambios importantes de velocidad y propiedades del fluido, también se aprecia claramente la separación prematura del flujo de las paredes de la tobera en la sección divergente debido a la rápida disminución de la presión en el flujo a causa de la aceleración que sufre.

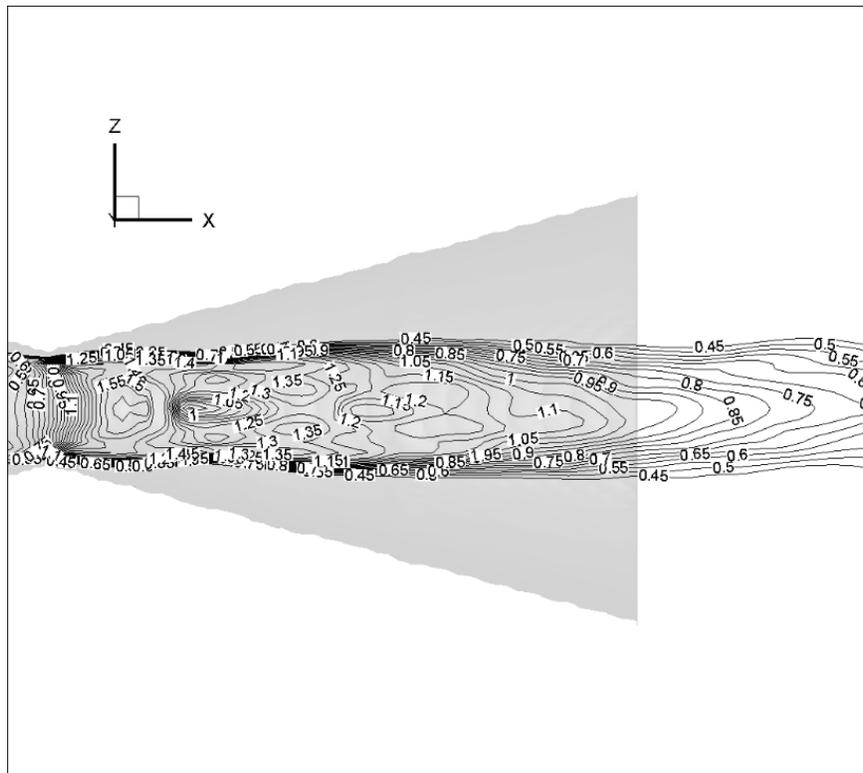


Figura 34: Contornos del número de Mach para una tobera sobre-expandida, caso RP2.

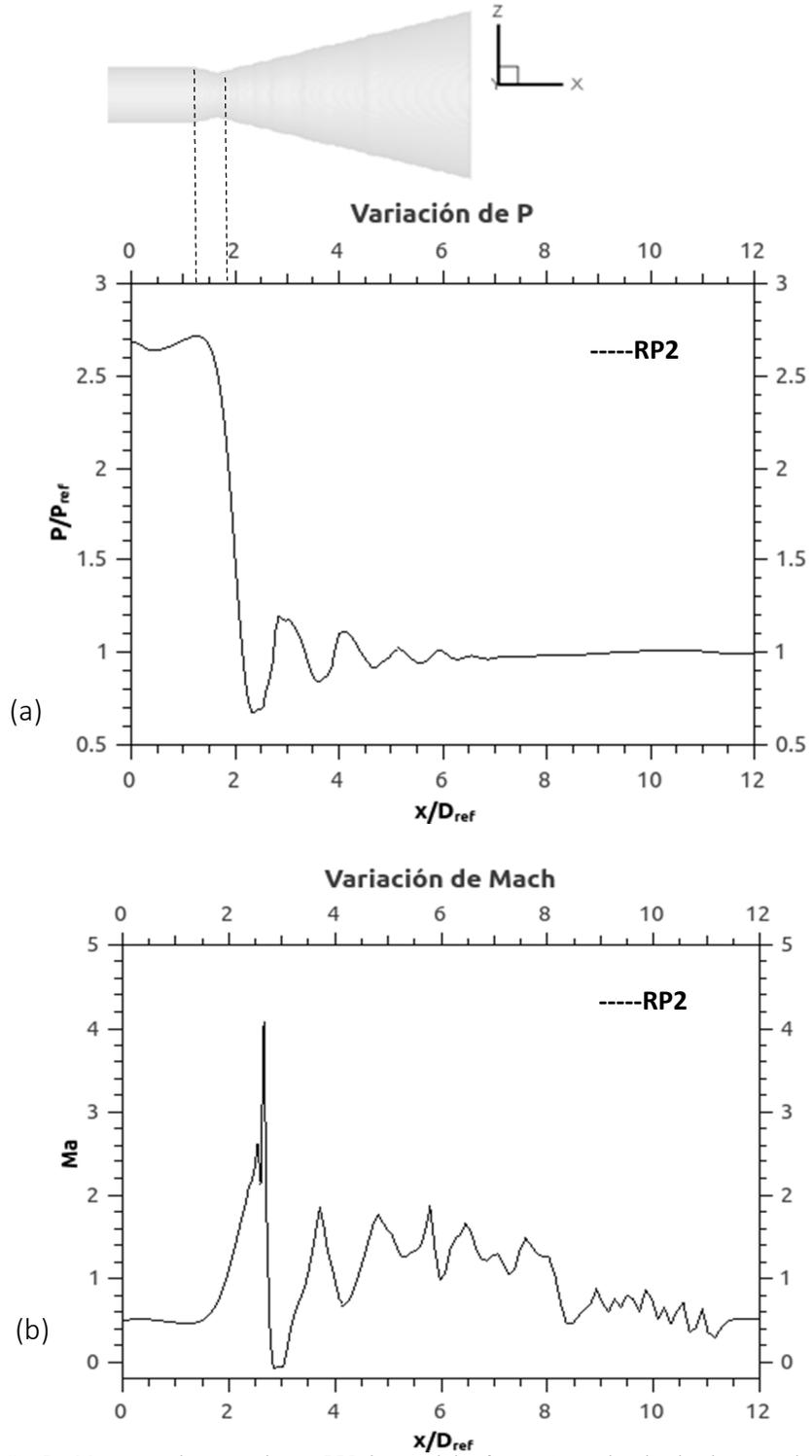


Figura 35: P y Ma promedio para el caso RP2, las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría.

La Fig. 35a muestra el efecto de aceleración de la sección divergente en el número de Mach aguas abajo de la garganta, este parámetro alcanza un valor próximo a 4, pero fluctuaciones de presión casi inmediatas hacen que el flujo desacelere de forma abrupta Fig. 35 (b). El origen de estos cambios están asociados con el efecto de la “backpressure” sobre un flujo sobre - expandido, en donde el flujo se expande a un presión por debajo de la ambiente. En este punto la “backpressure” o presión ambiente interactúa de forma importante con el chorro, comprimiéndolo radialmente, el flujo se mantiene supersónico pero a una presión mayor a la ambiente, enseguida el flujo vuelve a expandirse, acelera y disminuye la presión nuevamente por debajo de la ambiente, siendo necesario repetir el ciclo, Fig. 36b. Aproximadamente a 8D la presión tiene fluctuaciones pequeñas y el flujo ya no presenta cambios de Mach importantes, por lo que la interacción del chorro con el fluido exterior ha igualado presiones. La Fig. 37 muestra los denominados conos de Mach, los cuales corresponden a las regiones de compresión y expansión antes mencionados.

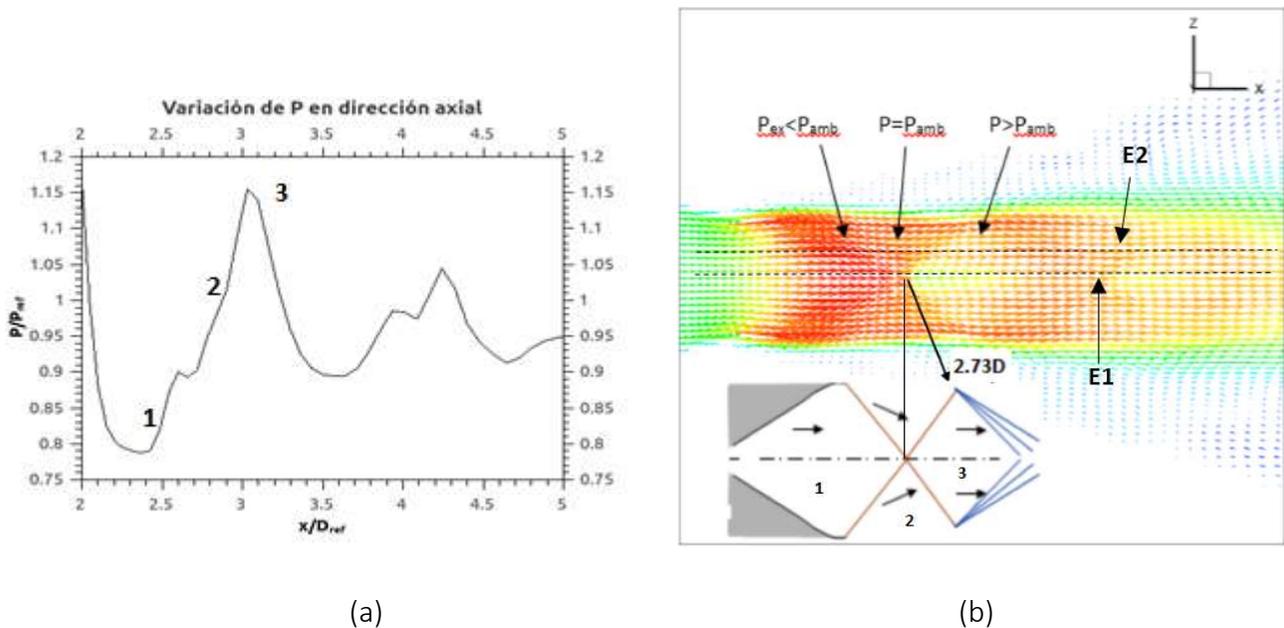


Figura 36: (a) Cambios de presión registrados sobre un eje paralelo (E2) al eje centro de la geometría (E1). (b) Vectores de velocidad, se indican las regiones donde se presentan ciclos de compresión expansión así como cambios en la dirección del flujo, los cuales se esquematizan en la parte inferior, las líneas rojas corresponden a un choque oblicuo, las líneas azules corresponden a un abanico de expansión.

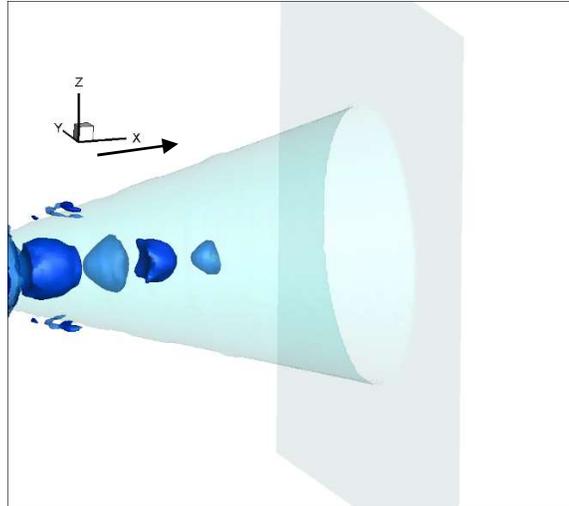


Figura 37: Regiones tridimensionales de los conos de Mach en un medio con $P_{atm}=1$, las superficies azul intenso indican una presión inferior ($P=0.85$) respecto a las zonas azul claras ($P=1.15$).

La auto semejanza aparentemente comienza a manifestarse a $5D$ (Fig. 38), con una diferencia del 11% respecto a la experimental Hussein et al. [35], sin embargo este resultado es engañoso debido a que se está presentando una línea de deslizamiento en el centro del chorro a causa de un choque normal que puede manifestar los mismos efectos de desaceleración del chorro debido a la interacción con el fluido exterior.

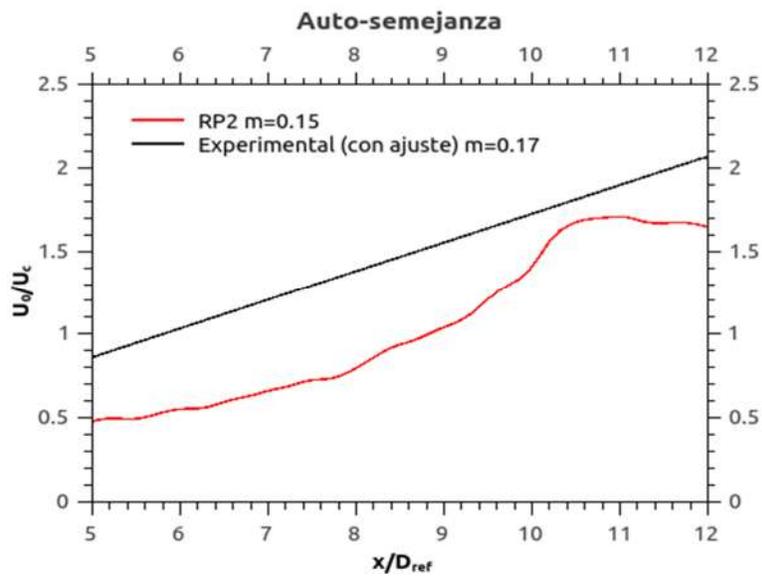


Figura 38: Auto-semejanza en el chorro para el caso RP2.

Al revisar las Fig. 39 y 40 se observa un efecto de confinamiento del chorro en un núcleo que se traduce en una disminución notable de la componente de velocidad U conforme se mide en dirección radial, así como fluctuaciones de velocidad que se manifiestan preferentemente en dirección axial. Este efecto de confinamiento se observa en chorros supersónicos presentados en distintas investigaciones sobre flujos supersónicos, Munday ^[53], Lyrintz ^[54] y deja de manifestarse hasta que el número de Mach es inferior a 1.

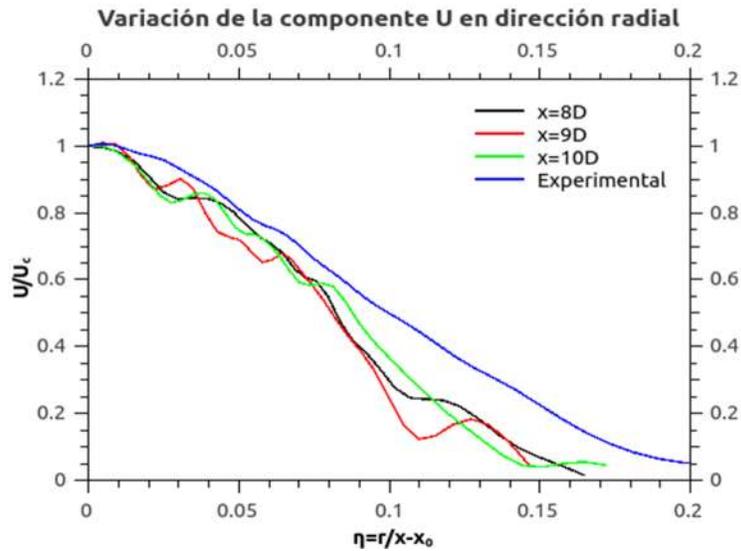
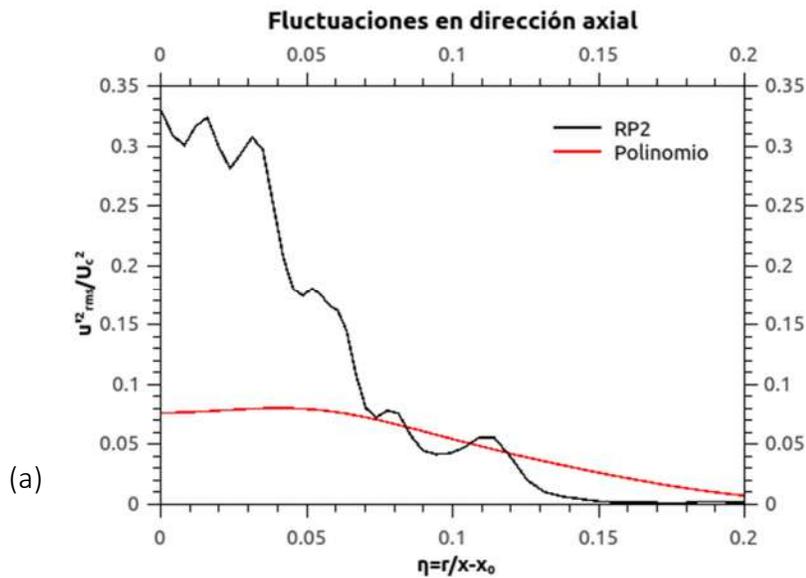


Figura 39: Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica para el caso RP2, la línea azul corresponde al ajuste de los datos para el caso de estudio, Hussein et al. [35].



(a)

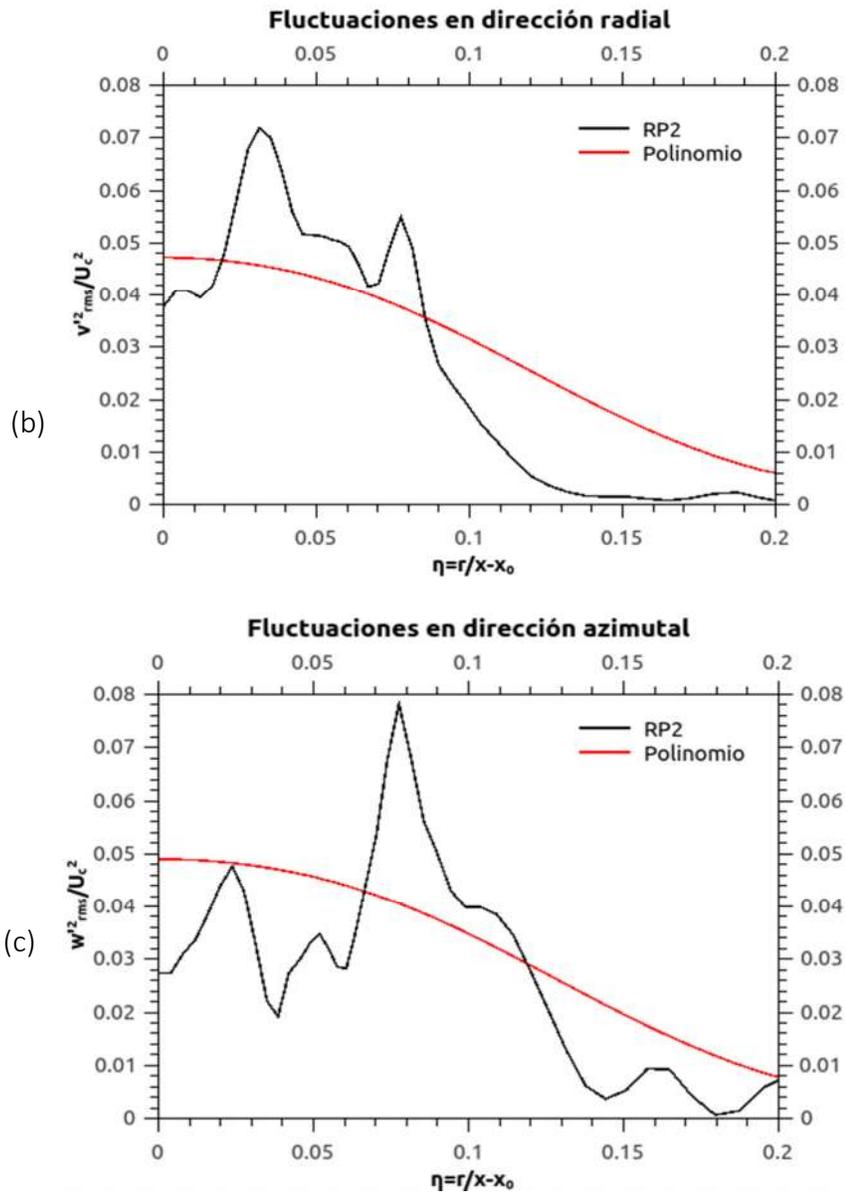


Figura 40: Fluctuaciones de velocidad a 10D para el caso RP2, el polinomio corresponde al ajuste de los datos del estudio, Hussein et al. [35].

Para obtener datos y destacar las estructuras de un flujo supersónico se generó la Fig. 41, la cual muestra un shadowgraph generado de forma análoga a los obtenidos en un estudio experimental, en donde regiones con cambios importantes de densidad contrastan en un entorno con densidad uniforme debido a un cambio en el índice de refracción, en este caso, son numéricamente detectables y se pueden visualizar calculando la segunda derivada del índice de refracción a través del laplaciano de la densidad:

$$\nabla^2 \rho$$

De acuerdo a la Fig. 35a, tiene lugar un tren de choques, el cual se manifiesta a través de cambios importantes de presión en los puntos correspondientes a 2.5D, 3.5D, 4.5D y 5.5D. Para destacar el tren de choques en la visualización, se obtuvo un shadowgraph del chorro (Fig. 41a), con el cual es posible visualizar los cambios del índice de refracción (y por tanto de densidad) asociados a los choques en un flujo supersónico. Utilizando la imagen de la Fig. 41b y con ayuda del software “imageJ”, se obtiene un ángulo del choque oblicuo de 35° , por lo que el número de Mach aguas arriba se estima en 1.74, mientras que la simulación muestra contornos con valores de 1.5-1.8 (Fig. 34). Como fue mencionado, la autosemejanza y el hecho de tener un flujo donde se están registrando números elevados de mach, sugieren la presencia de un disco de mach y de una línea de deslizamiento en el núcleo del chorro en los primeros dos ciclos de compresión expansión, la cual se manifiesta como una región de flujo subsónico rodeada de un flujo supersónico, Munday et al ^[56]. Para respaldar lo anterior, se tiene evidencia de un flujo que descarga de una tobera en donde la relación de presiones es 0.06, en donde en la imagen shadowgraph son evidentes los choques oblicuos, Fig. 42a y el retraso de la aparición de la auto-semejanza Fig. 42b.

De acuerdo a Munday et al. ^[53], el espesor de la línea de deslizamiento es función del número de Mach de diseño de la tobera, la cual reduce su diámetro a mayores valores de Mach. Al elaborar esta investigación, en la revisión bibliográfica, no se encontró alguna correlación que permitiera estimar el ancho de la línea de deslizamiento.

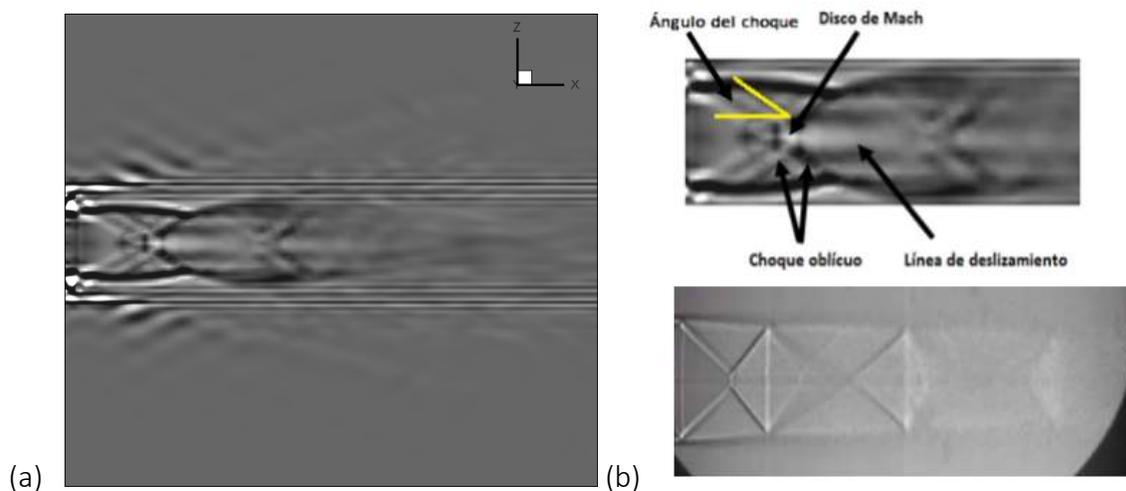


Figura 41: (a) Shadowgraph caso RP2, (b) Superior: detalle en el núcleo del chorro, inferior: shadowgraph obtenido de una tobera real con un mach de diseño de 1.56, la relación de presiones es de 0.3, Munday ^[53].

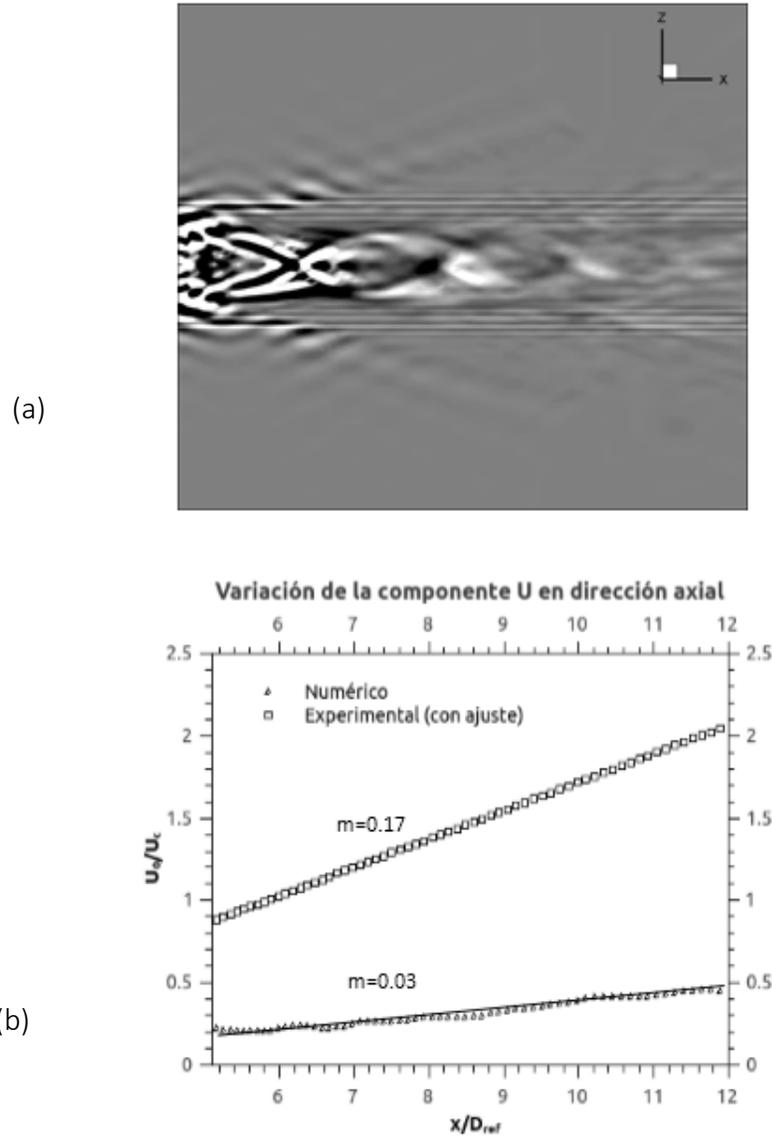


Figura 42: (a) Shadowgraph del flujo de una tobera que opera con una relación de presiones de 0.06. (b) Zona de autosemejanza, en este chorro, dicha zona se pospone fuera del dominio computacional.

Al pasar los cambios de presión almacenados a lo largo de la simulación al dominio de la frecuencia (Fig. 43) se detectaron variaciones significativas respecto al caso RP1. Primeramente, el flujo alcanza números de Mach entre 2 y 4, el SPL se incrementa a 150 – 160 [dB], sin embargo las amplitudes no presentan picos en las frecuencias encontradas en Ching [51] (6-10 [kHz]) a pesar de que la tobera está operando en condiciones fuera de diseño y se está presentando un “tren de choques”, al parecer la interacción entre los choques y vórtices que se forman en la región que divide el chorro del fluido exterior no es lo

suficientemente intensa como para generar el fenómeno acústico denominado “screech tone”. Sin embargo la sonda 3 de la Fig. 43 muestra a 400 [kHz] una región en donde pudiera estar teniendo lugar resonancia, ya que se tiene una frecuencia característica.

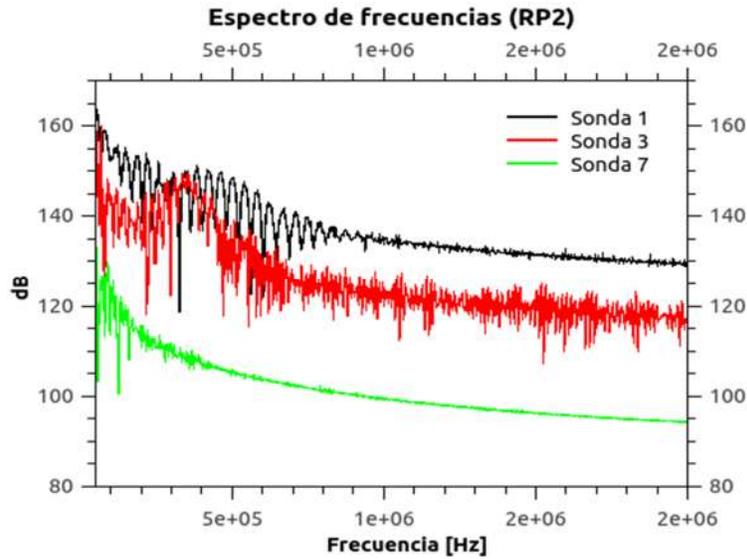


Figura 43: Espectro de frecuencias para el caso RP2.

La operación de la tobera real bajo estas condiciones puede dar idea de lo que sucede en sistemas de flujo inducido por tanques presurizados, que pueden exhibir un comportamiento de sub-expansión aún con un tanque de propelente en la fase final de encendido del motor (tanque con baja presión), ya que la presión exterior es lo suficientemente grande como para comprimir el chorro, generando separación de las paredes e impidiéndole su expansión en la sección divergente.

- Caso RP3

Hasta ahora, con los dos casos estudiados se observó el efecto de la sección divergente sobre el flujo, así como el efecto de operar la tobera en condiciones fuera de diseño sobre las fluctuaciones de presión y la presencia del “screech tone” (no detectado en el rango de frecuencias que se reporta experimentalmente bajo las condiciones simuladas en esta investigación). Para aproximarse a las condiciones de diseño iniciales del sistema de propulsión del satélite Quetzal, la relación de presiones debe ser menor. Para el caso RP3 se utilizaron las mismas condiciones de entrada que en los casos

anteriores, sin embargo, la presión ambiente se modificó pasando de 1 a 0.2. La Fig. 44 (a) muestra contornos del número de Mach, la sección divergente tienen un efecto importante sobre el flujo pero sigue manifestándose separación prematura de las paredes. En la Fig. 44 (b) se observan contornos con valores de Mach por encima de 3, señal de un efecto importante de la sección divergente en el proceso de aceleración del flujo. El flujo que tiene contacto con las paredes de la sección divergente no muestran cambios anormales de velocidad u otro fenómeno que sugiera algún ajuste en la geometría.

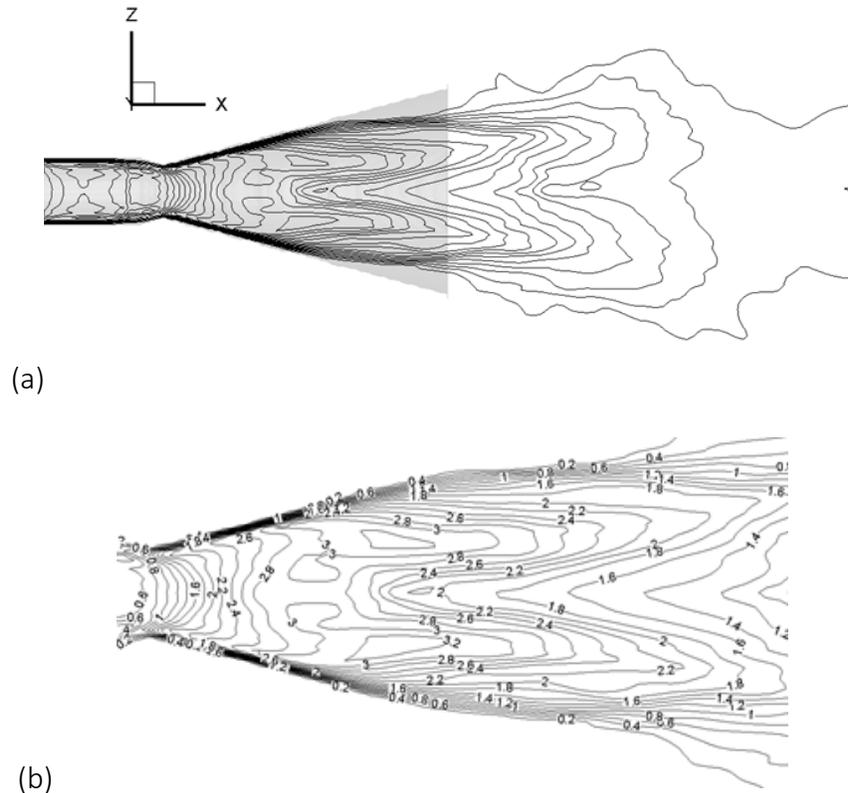


Figura 44: (a) Contornos del número de Mach para una tobera sobre-expandida, caso RP3 (b) Detalle de los contornos de Ma próximos a la garganta.

Inicialmente las visualizaciones mostraban una aparente expansión ideal del chorro, ya que las regiones con fluctuaciones de presión definidas propias de una tobera con sobre o sub expansión no son evidentes, Munday et al ^[56]. La Fig. 45 (a) muestra un cambio casi continuo y sin saltos de la presión. Sin embargo, al modificar la escala, la Fig. 45 (b) muestra saltos de presión pequeños pero cuyo efecto es notable en el número de Mach Fig. 45 (c), lo que sugiere una relación importante del medio con la presión de “vacío” y el chorro. El efecto de compresión sobre el chorro de la “backpressure” se ha reducido de forma que las

zonas de compresión-expansión (reducción y aumento del diámetro del núcleo del chorro) no son evidentes (compárense las figuras 44 y 34).

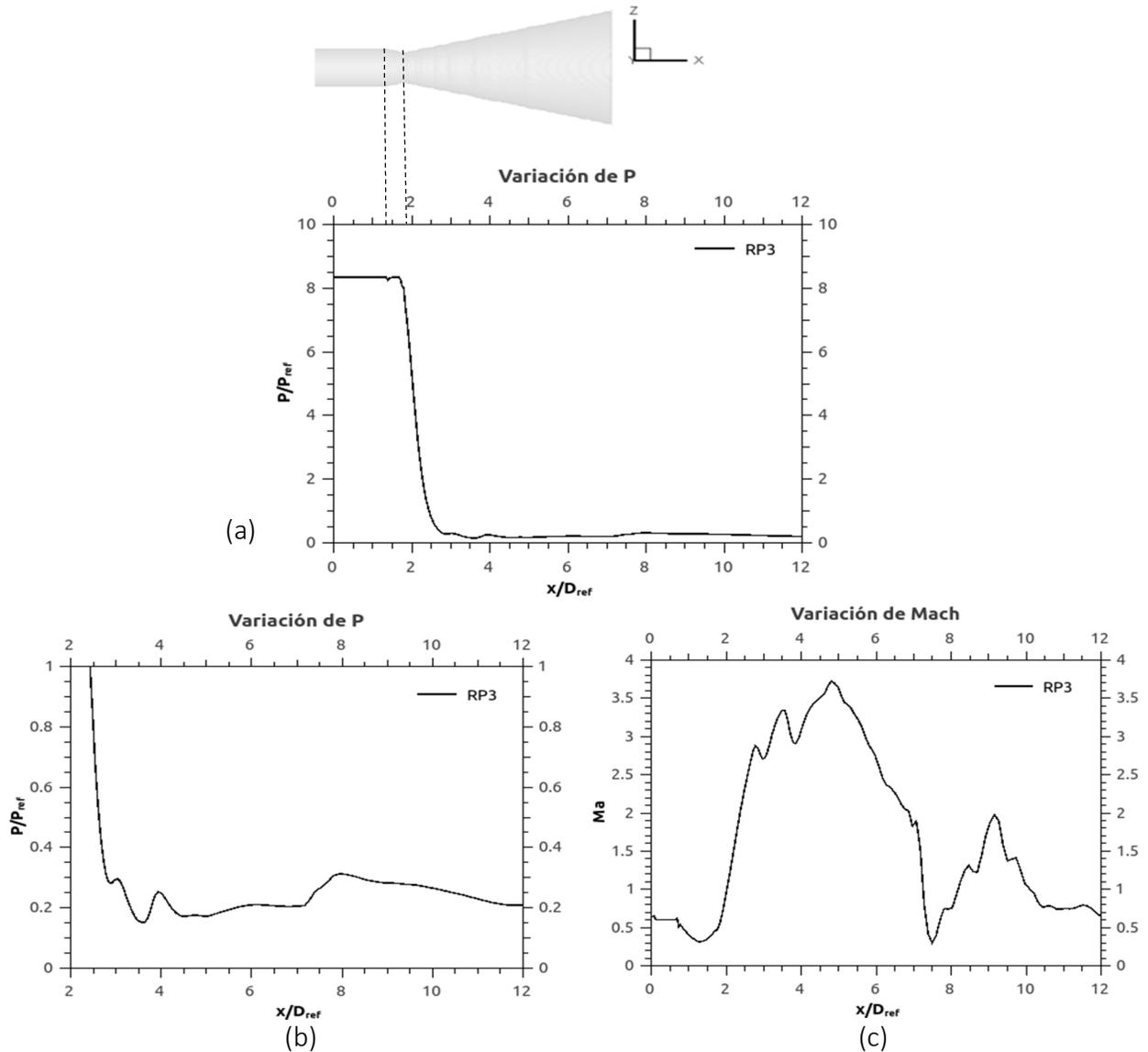


Figura 45: (a) P promedio para el caso RP3, (b) Detalle de P promedio a 2D, (c) Mach promedio para el caso RP3, las lecturas fueron tomadas a lo largo del centro de la geometría.

La auto semejanza no se presenta dentro del dominio computacional, la velocidad en el centro de la geometría de la tobera es muy elevada, cuyo efecto se aprecia en la Fig. 46, en donde la pendiente de la gráfica es muy pequeña hasta los 10 D, lo que sugiere un retraso en el desarrollo de la turbulencia en el

chorro debido a los efectos de un flujo compresible con $Ma > 1$ (choques, abanicos de compresión expansión etc.).

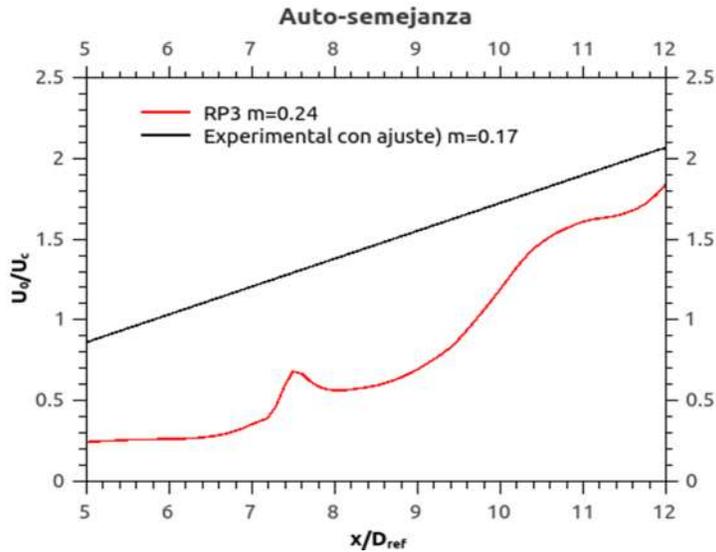


Figura 46: Auto-semejanza en el chorro para el caso RP3.

La Fig. 47 muestra que el chorro tiene un radio de mayor tamaño debido a una mejor expansión del flujo en la sección divergente con una magnitud considerable de la componente de velocidad U , la cual es mayor a medida que se aleja del centro, esto sugiere la presencia de una línea de deslizamiento ya que la componente U tiene una magnitud menor en el centro de la geometría respecto al flujo alrededor Fig. 48.

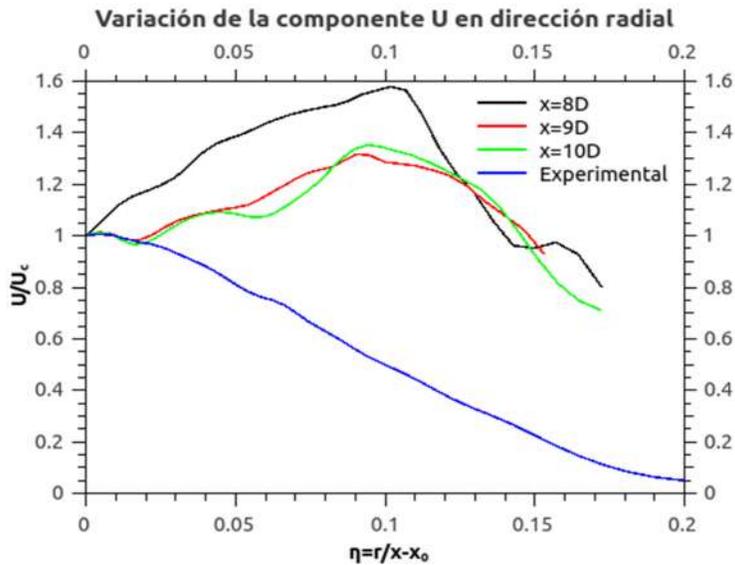


Figura 47: Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica para el caso RP3, la línea azul corresponde al ajuste de los datos para el caso de estudio, Hussein et al. [35].

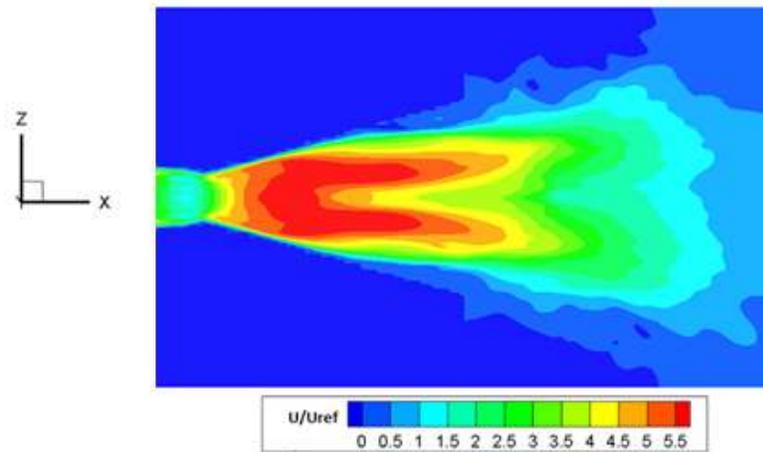


Figura 48: Componente de velocidad U para el caso RP3.

La Fig. 49a hace notar que un primer tren de choques tiene origen en la garganta, casi inmediatamente después se tiene un segundo choque oblicuo que genera una nueva celda producto de la expansión no ideal. Para el caso RP3, nuevamente se tiene una tobera sobre-expandida.

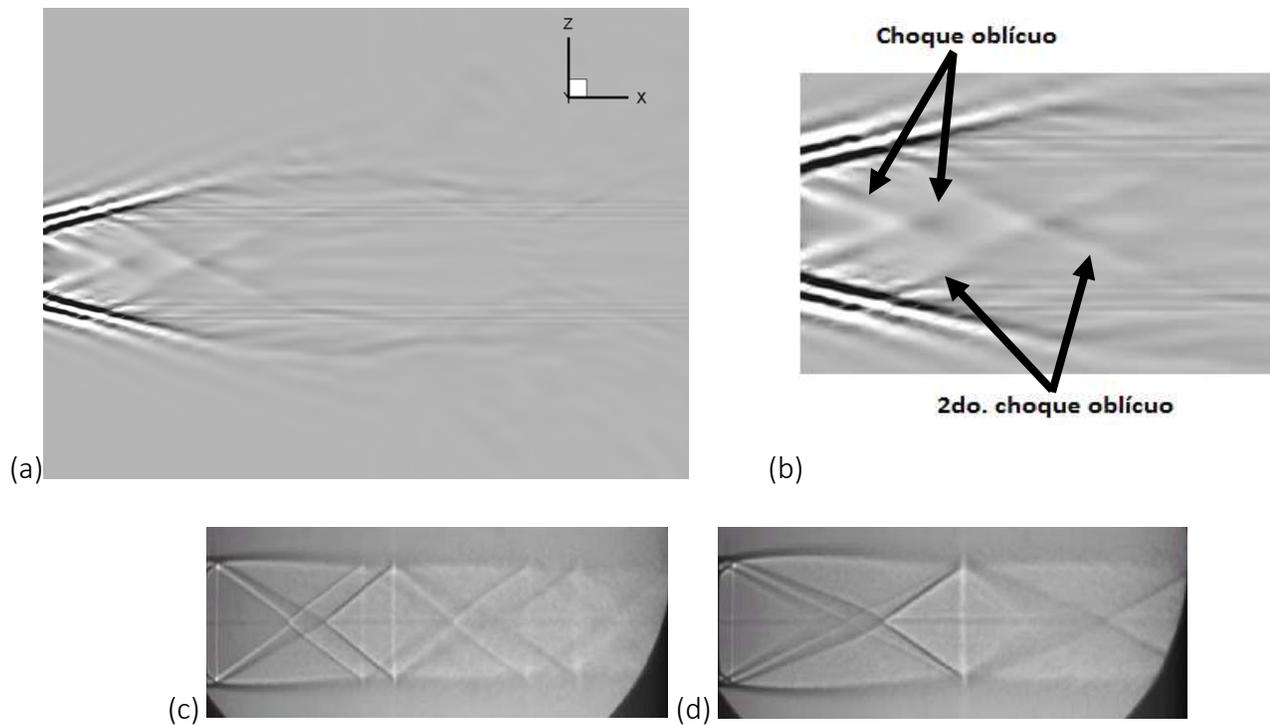


Figura 49: (a) Shadowgraph de la sección divergente de la tobera, (b) Detalle de los choques oblicuos, caso RP3, (c) y (d) Shadowgraph tomado sobre una tobera real con un mach de diseño de 1.5 con una relación de presiones de 0.25 y 0.2, Munday ^[53].

El análisis del espectro muestra un aumento en el SPLmax pasando a 140-180, por otra parte, se detecta un cambio significativo de las fluctuaciones de presión en el punto definido como sonda 7 (Fig. 50) el cual corresponde al punto más alejado de la garganta de la tobera, implicando un incremento en la interacción en la zona que separa el chorro del fluido exterior respecto a los casos RP1, RP2. De acuerdo a datos experimentales y numéricos, se estaría próximo a generar ondas acústicas cuya consecuencia sería el “screech tone”, se desconoce si la ausencia de este fenómeno en el rango de frecuencias reportado experimentalmente es una situación física normal debida a las condiciones actuales de simulación o a un problema operativo (tiempo de cálculo o tamaño del dominio computacional), aunque nuevamente, en el punto definido como “sonda 3” se tiene un incremento en la amplitud en el rango de frecuencias comprendido entre 400 y 500 [kHz].

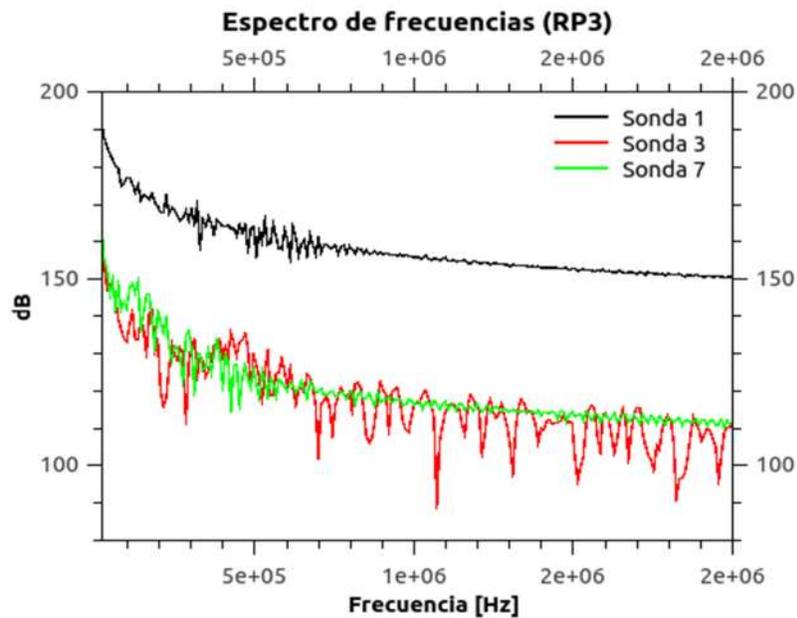


Figura 50: Espectro de frecuencias para el caso RP3.

La Fig. 51 muestra una situación no pensada al inicio del diseño, que podría hacer reconsiderar el uso de nitrógeno como propelente. La situación consiste en la importante variación de presión y temperatura, de RP3 en la “pluma” del chorro. El punto crítico para el nitrógeno se encuentra en 126 [K] y 3.4 [MPa], los datos obtenidos en la dirección axial muestran temperaturas de 150 [K] y 20 [kPa], lo que sugiere que cerca del final del encendido del motor es probable que el nitrógeno empiece a condensar afectando el

desempeño final del sistema. Por el momento no se tiene la certeza del tiempo exacto cuando se presente este fenómeno, ya que depende del efecto de la expansión no ideal sobre las propiedades del chorro, pero los cambios de presión y temperatura sugieren que en el centro del chorro tenga lugar la condensación del nitrógeno. El código numérico no tendría capacidad de captar dicho fenómeno ya que inicialmente se consideró gas ideal con su correspondiente ecuación de estado, además de la falta de ecuaciones que describan la interacción entre las dos sustancias (nitrógeno condensado- nitrógeno gaseoso) que aunque son de la misma naturaleza poseen propiedades termodinámicas muy diferentes.

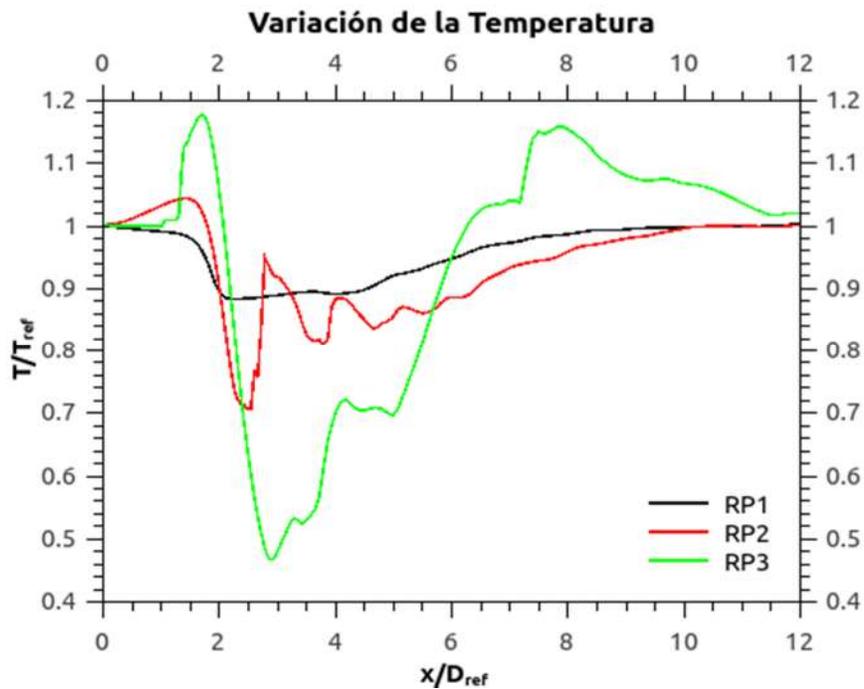


Figura 51: T promedio, las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría.

A pesar de alcanzar una relación de presiones pequeña en el caso RP3, ésta sigue siendo mayor a la mínima modelada en la termodinámica del tanque, además, no pudo continuarse estudiando el flujo bajo estas condiciones ya que el código es inestable en tiempos avanzados de simulación debido a los elevados números de Mach desarrollados que generan cambios importantes de las propiedades del fluido de forma abrupta.

Podría pensarse que habría sido mejor empezar la simulación con la relación de presiones deseada. Sin embargo se encontró que se presentan cambios anormales de la temperatura en la frontera de salida que propicia que el código diverja (Fig. 52).

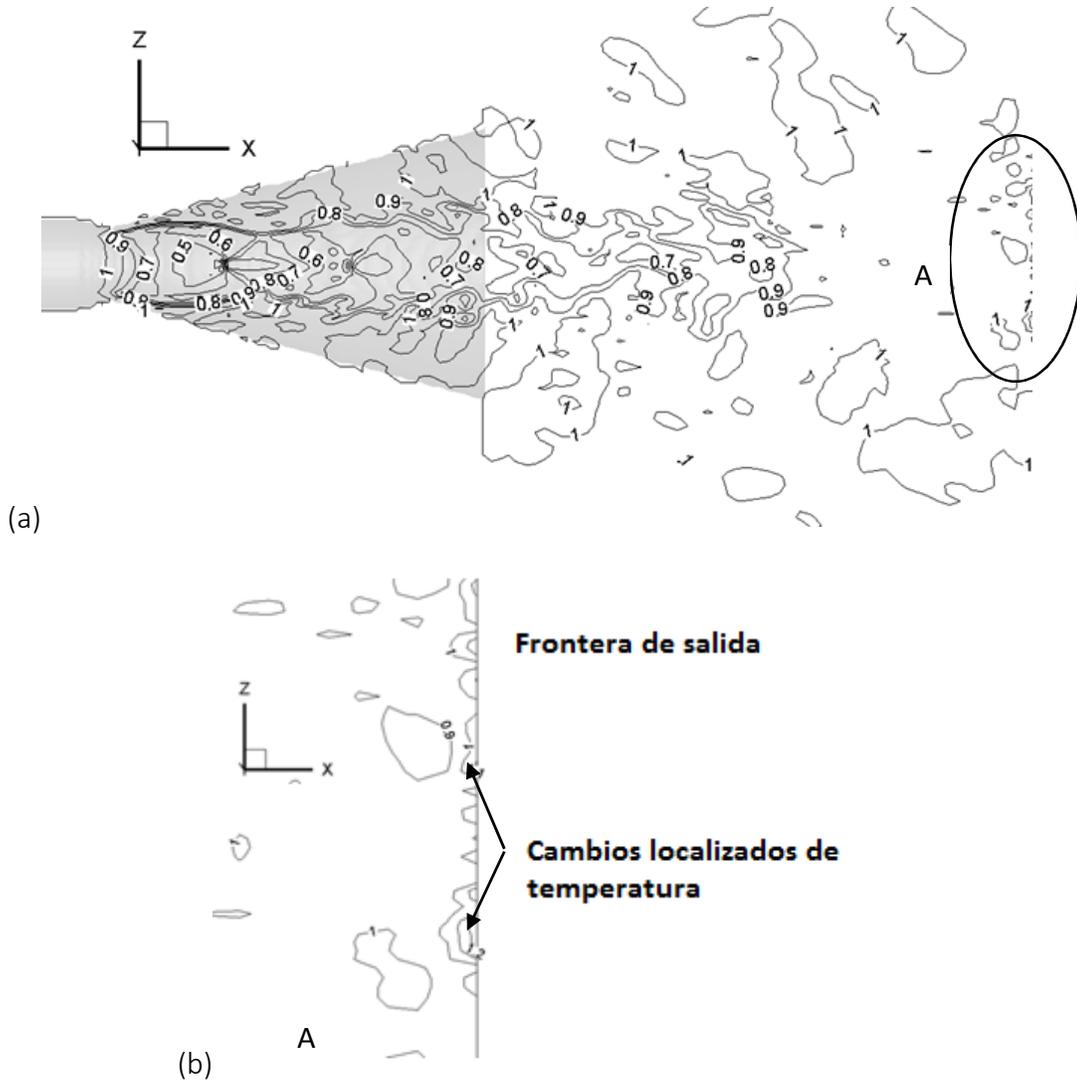


Figura 52: (a) Contornos de temperatura promediados en el tiempo. (b)Detalle en A próximo a la frontera de salida se tienen cambios anormales de T cuando la relación de presiones es menor o igual a 0.006.

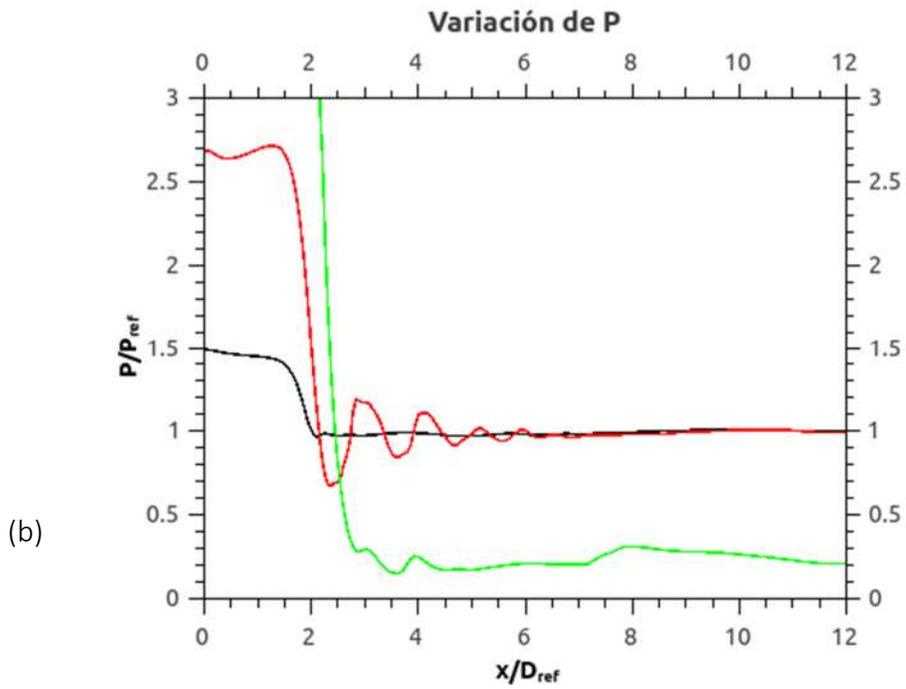
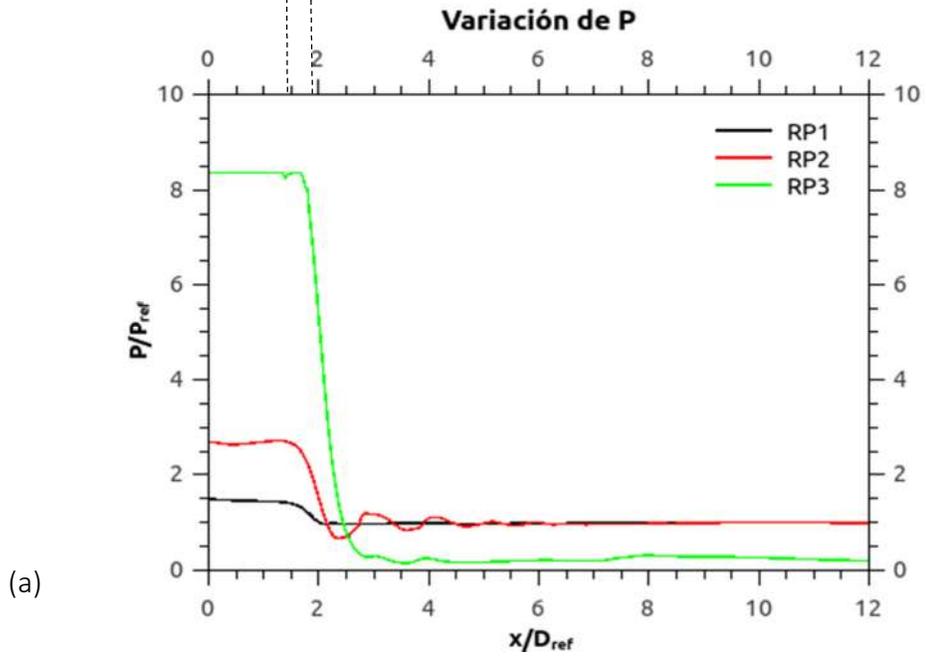
Para solucionar este problema, se implementaron dos modificaciones: incrementar la densidad de nodos en la frontera de salida y el ajuste de σ (Ec. 100) para modificar el comportamiento “reflector acústico” de la frontera. Con el incremento del número de nodos el resultado fue similar, pero los tiempos de cálculo se incrementaron al doble e incluso al triple y la relación de presiones en donde la simulación falla

fue muy similar al original. El segundo ajuste permitió un incremento en la relación de presiones, pero al final, la simulación exhibió el mismo comportamiento. El caso RP3 no se continuó estudiando.

Las Fig. 53 a 58 muestran una comparativa de todos los casos evaluados en la presente investigación. Entre estas comparaciones se destacan los efectos de agregar una geometría desde la cual se descarga el flujo, como ha sido descrito en los casos RP1, RP2, RP3 y los casos de validación del código, el flujo acelera ya sea debido a la formación de un núcleo rodeado por una capa límite (flujo interno en un ducto), o debido a la presencia de una zona convergente que permite alcanzar velocidades transónicas y supersónicas por el efecto combinado de la sección convergente divergente.

Para el caso de descarga desde un ducto, el flujo experimenta un cambio de velocidad pero se mantiene siempre subsónico a lo largo de la simulación, la interacción con la pared lo desacelera en sus proximidades, pero estimula el desarrollo de un núcleo con un flujo ligeramente más veloz. El chorro subsónico que descarga libremente experimenta inmediatamente el efecto de interactuar con un fluido en reposo, la velocidad en el eje axial decae casi de forma proporcional a la distancia del origen del chorro.

Los flujos supersónicos se generaron únicamente agregando una sección convergente-divergente. Una vez que se alcanzó una velocidad sónica en la parte convergente, la sección divergente se encargó de acelerar el flujo a velocidades con $Ma > 1$. Sin embargo la tobera siempre operó con una condición fuera de diseño por lo que se presentaron fenómenos que hicieron fluctuar la presión y el número de Mach, situación indeseable por su efecto en la magnitud y dirección del vector velocidad.



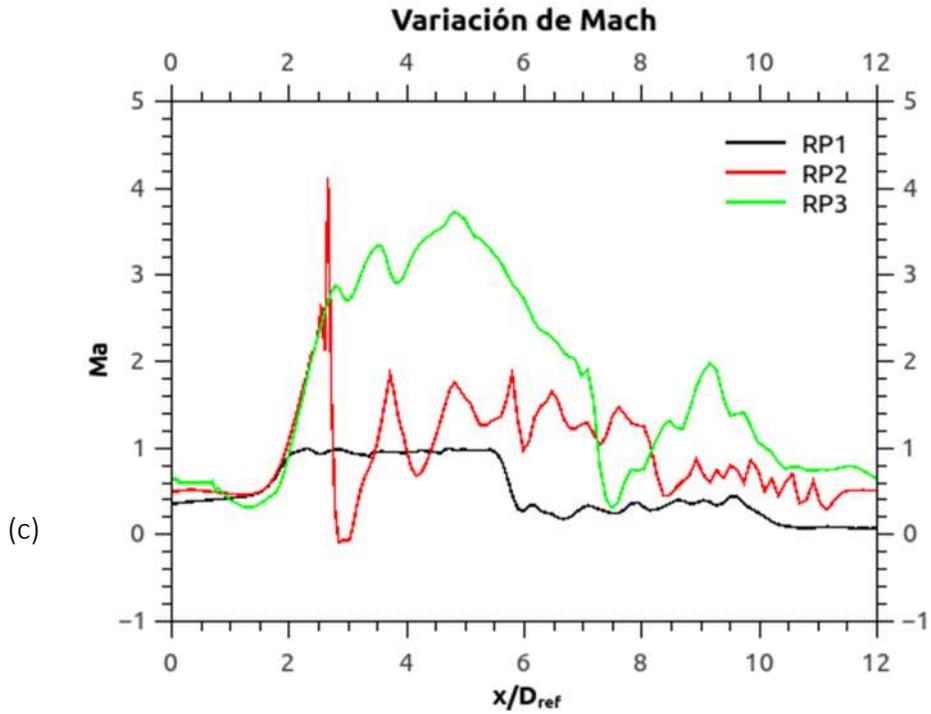


Figura 53: P y Ma promedio, las medidas fueron tomadas desde el centro de la geometría (todos los casos).

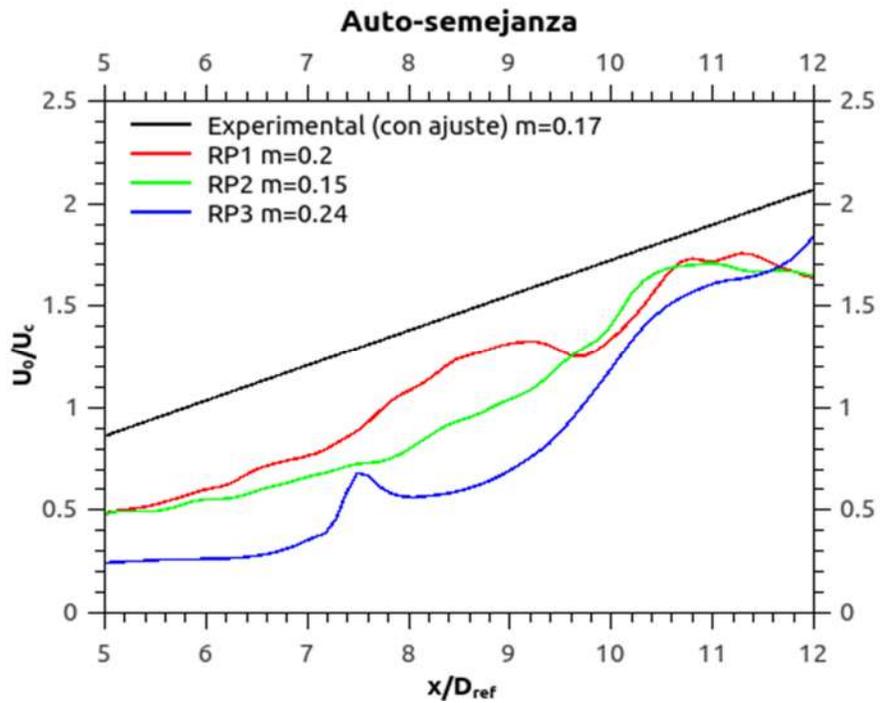


Figura 54: Auto semejanza en el chorro (todos los casos).

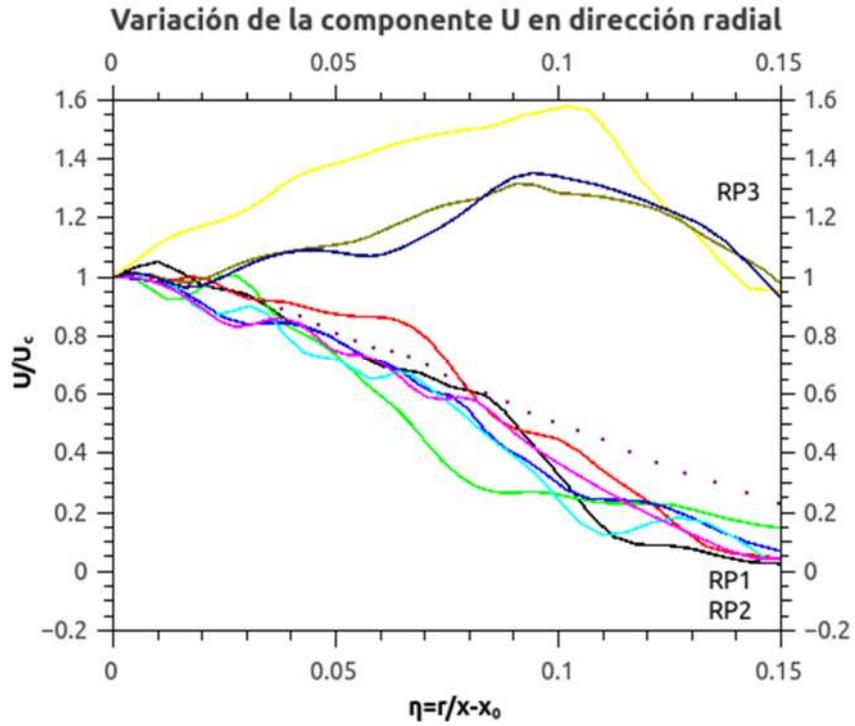
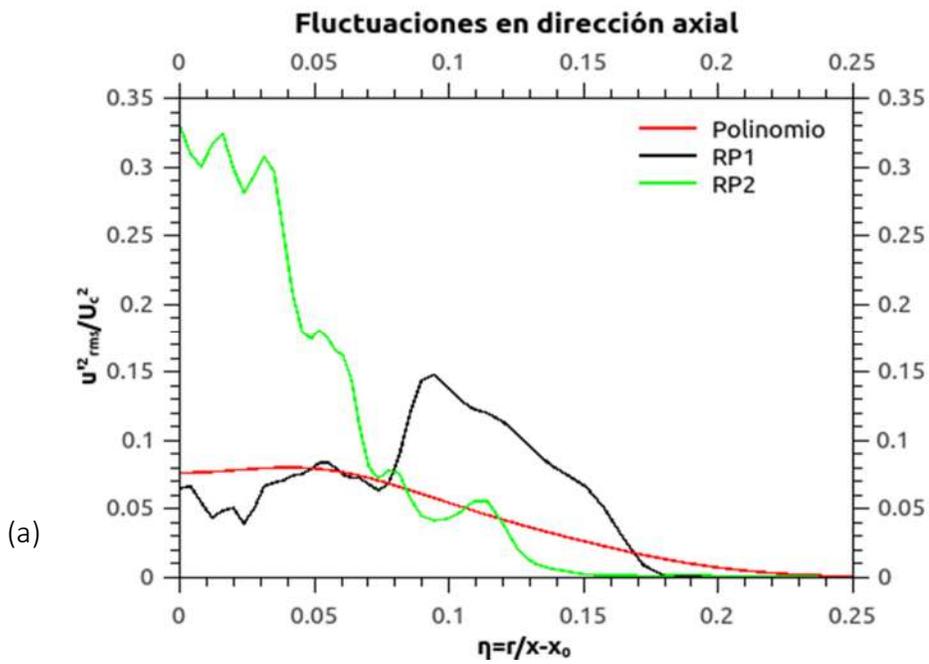


Figura 55: Variación de la componente de velocidad U en la dirección radial a 8, 9 y 10 diámetros en la simulación numérica (todos los casos), la línea punteada corresponde al ajuste de los datos para el caso de validación.



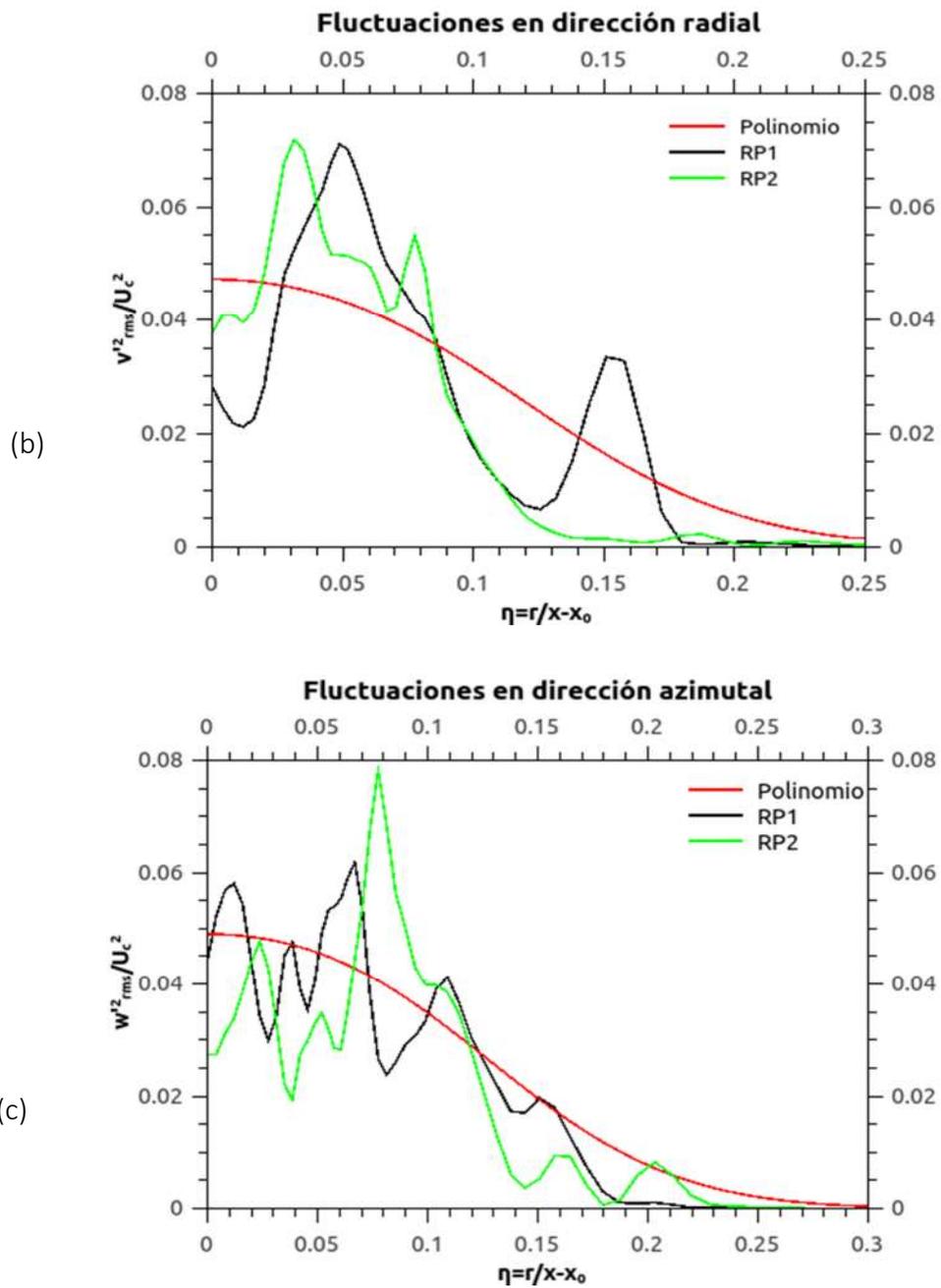
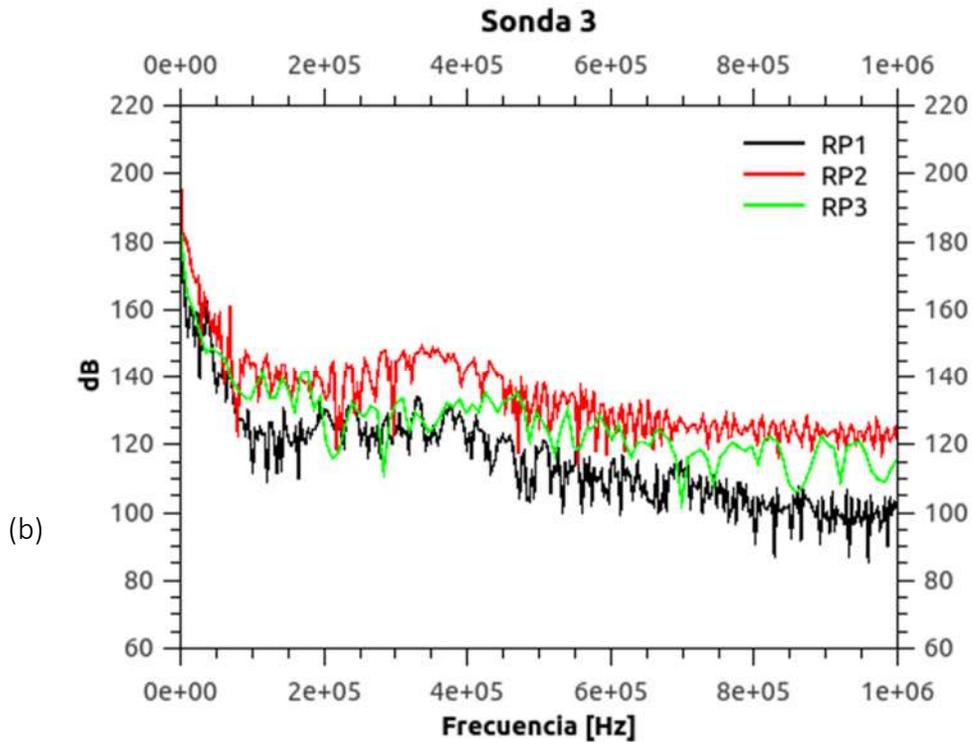
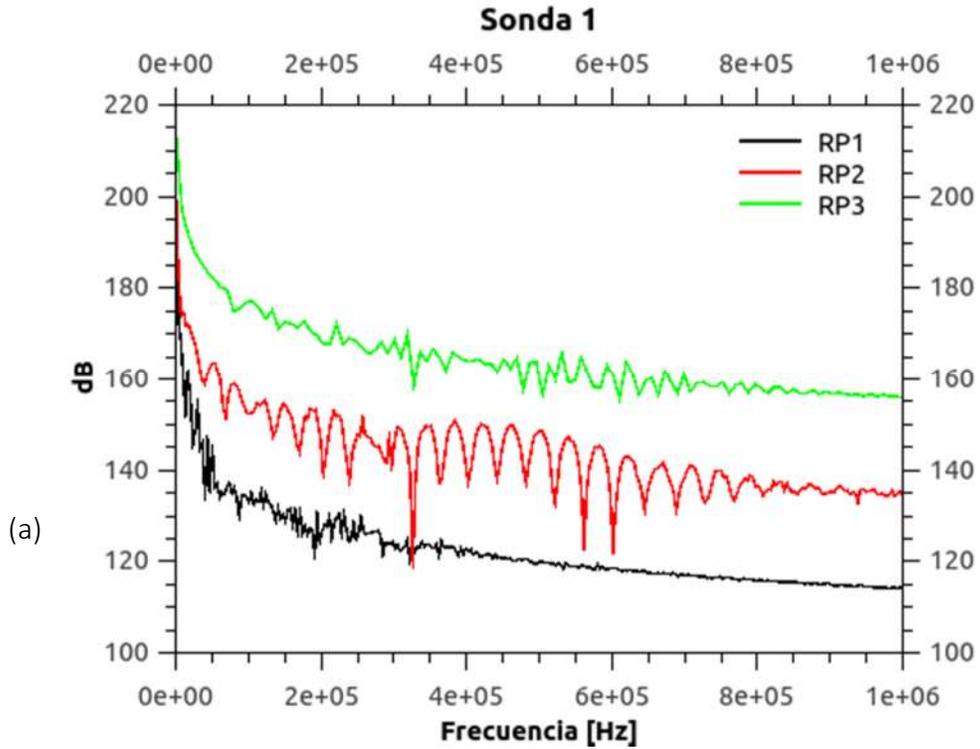


Figura 56: Fluctuaciones de velocidad a 10D (casos RP1 Y RP2), el polinomio corresponde al ajuste de los datos de la validación.



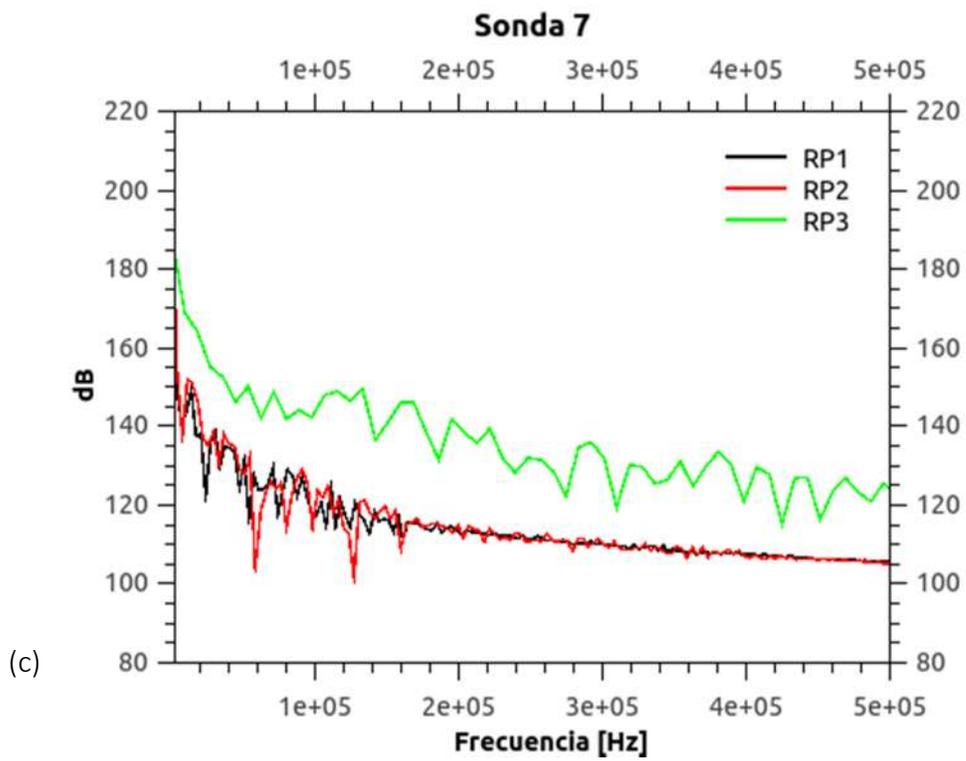
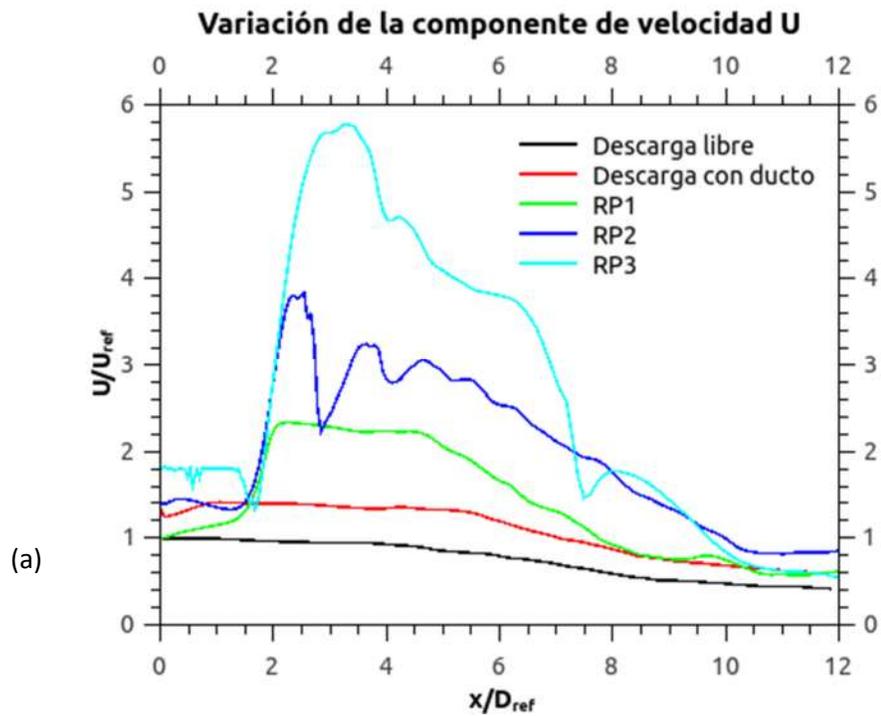


Figura 57: Espectro de frecuencias (todos los casos).



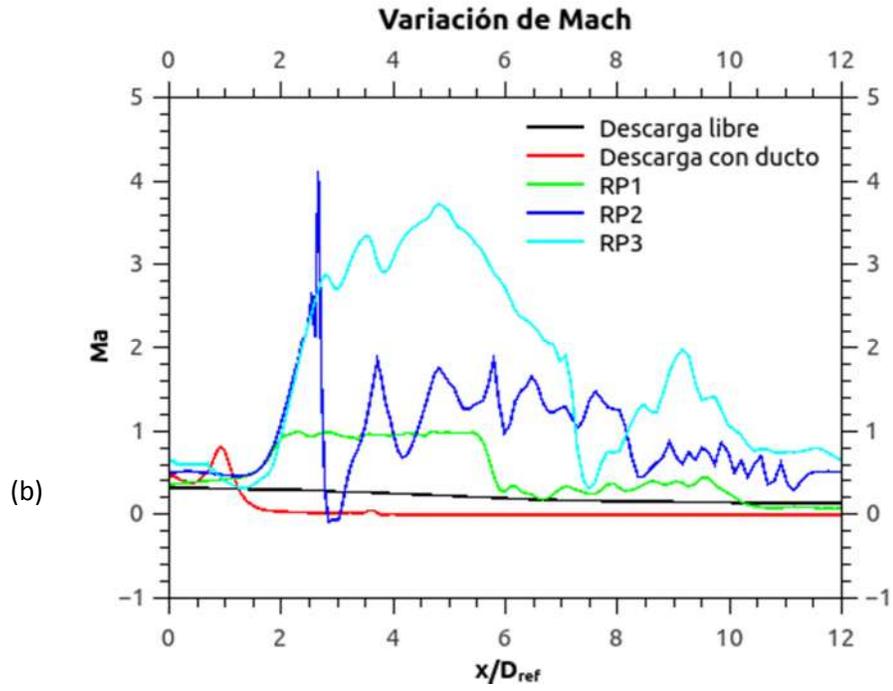


Figura 58: Comparativa de Ma y U en dirección axial, con y sin una geometría en la descarga (casos de estudio y de validación).

4.3 CONCLUSIONES

Se validó el código numérico utilizando dos condiciones distintas de entrada (flujo que descarga libremente y flujo que descarga desde un tubo), utilizando las propiedades del aire, $Re=95500$ y $Ma=0.3$. Inicialmente se comprobó que en ambos casos se genera una región de auto semejanza en donde la velocidad disminuye de forma continua siguiendo una relación proporcional a la distancia de descarga. La referencia Hussein et al. ^[35] muestra que la relación tiene como pendiente 0.17 mientras que las simulaciones arrojaron 0.21 y 0.15, estos resultados se consideraron aceptables debido a que al aumentar el tiempo de cálculo, se mostró mejor convergencia con los resultados repostados en Hussein et al. ^[35]. Así mismo se comprobó que la componente de velocidad axial (u) varía en dirección radial de tal forma que las gráficas colapsan en una sola a distintas distancias del origen del chorro, fenómeno que se observó en ambos casos de estudio y cuyas gráficas corresponden a las reportadas en Hussein et al. ^[35]. Al evaluar las velocidades rms y compararlas con las obtenidas en la referencia Hussein et al. ^[35] se obtienen errores porcentuales de 35% respecto al polinomio de ajuste, mientras que los datos experimentales poseen una incertidumbre (en el sensor de hilo caliente estático "SHW") de 3 a 20 %. Esta diferencia se atribuye a tiempo de cálculo.

Aplicando el código numérico al problema de interés se obtuvo una relación de presiones de 0.025 (el problema exigía 0.003), la geometría de la tobera se generó de forma suave, continua y con una densidad de nodos mayor en la garganta. El código respondió correctamente al acelerar flujos con velocidades subsónicas a velocidades supersónicas dentro del dominio computacional a través de la implementación de una geometría convergente divergente. La presión se manipuló exitosamente a través de la densidad, fijando un valor tope de esta propiedad en la sección convergente.

En la simulación, la tobera implementada generó un flujo transónico así como un flujo supersónico ajustando la relación de presiones, en ambos casos, la tobera operó en condiciones fuera de diseño ya que se presentó sobre-expansión que se hizo evidente por la separación prematura del flujo de las paredes en la sección divergente y se manifestaron estructuras tridimensionales de choques oblicuos, abanicos de expansión y compresión en regiones definidas dentro del dominio computacional. Estas estructuras fueron detectables a través del registro de la variación de presión en el eje central de la

geometría. Las condiciones anteriores se esperaban mientras el flujo evolucionara conforme la relación de presiones se hacía menor, sin embargo, a relaciones de presión cercanas a 0.006, la simulación comenzó a tener problemas en la frontera de salida por lo que no fue posible obtener el cambio de velocidad real disponible. Los esfuerzos realizados para superar este obstáculo no fueron efectivos. Así mismo, la comparación entre un estado modelado con el balance de masa y energía en el tanque y un estado en la simulación, no fue posible debido a que estados con una relación de presiones grande corresponden a temperaturas bajas en el modelado. Sin embargo, con un poco más de trabajo y tiempo de cálculo el código numérico podría no sólo reproducir las condiciones del problema de la presente investigación, sino que además podría aplicarse sobre geometrías de tobera mucho más complejas (spike, plug, campana, etc).

El estudio del espectro mostró interesantes variaciones respecto a la manifestación del llamado “screech tone” reportados en diversas fuentes a números de Mach entre 1 y 1.4. Para el caso transónico obtenido en la simulación no se presentó ningún pico que sea evidencia de resonancia, así como para los flujos supersónicos a Mach mayores que 3. Es probable que la propia naturaleza del fenómeno requiere de un dominio computacional mayor, para favorecer la interacción entre el chorro y el fluido de los alrededores. Si bien el sistema de propulsión operaría en un vacío casi perfecto, las medidas de las fluctuaciones de presión dentro de la pluma del jet mostraron cambios a lo largo del tiempo que podrían traducirse en vibraciones para el vehículo que, en el peor de los casos, podrían alterar su trayectoria final. Esta situación no había sido pensada hasta observar las gráficas de la Fig. 58 y se deja como un problema abierto.

A pesar de que, por el momento, la simulación no arrojó resultados que pudieran evaluar directamente el desempeño del sistema de propulsión, con el estudio de la termodinámica del propelente y las Ecs. 23 y 24 e integrando de 0 a 30 (s) se puede demostrar que con una masa de 4.5 [kg] de propelente, el cambio de velocidad disponible es de 37 [m/s]. De acuerdo a las simulaciones realizadas con el software STK, considerando el arrastre atmosférico, la presión del viento solar, los valores anteriores son suficientes para modificar la excentricidad de la órbita, de tal manera que se genere una órbita elíptica con 600 [km] de apogeo y 461 [km] de perigeo (a partir de una órbita circular inicial de 600 [km]), se estima que este cambio reduciría el tiempo de permanencia en el espacio en una escala de tiempo de meses. Estos resultados sugieren la viabilidad del uso de un sistema de propulsión en frío para realizar la maniobra de desaceleración y reentrada en la atmósfera de la Tierra.

BIBLIOGRAFÍA

1. Travis S. Taylor, Introduction to rocket science and engineering, Ed. CRC Press, USA 2011.
2. George P. Sutton, Rocket Propulsion elements, Ed. John Wiley and Sons, 7 ed, USA 2001.
3. Paul A. Czysz, Future Spacecraft Propulsion Systems, Ed. Springer, UK 2006, 487 p.
4. Dan M. Goebel, Ira Katz, Fundamentals of Electric Propulsion Ion and Hall Thrusters, Ed. John Wiley and Sons, USA 2008.
5. Antón Escobar Diego, Motores de efecto Hall de alto impulso específico, Proyecto de fin de carrera Universidad Politécnica de Madrid, España 2005.
6. Michael Keidar et al. Plasma Engineering Applications from Aerospace to Bio and Nanotechnology, Ed Elsevier, EUA 2013.
7. C K Birdsall et al. Plasma Physics via Computer Simulation, Ed. Adam Hilger, EUA 1991.
8. Tony Arber, Fundamentals of MHD, Lecture, University of Warwick 2013.
9. Consultado el 10-marzo-2014 www.phys.nthu.edu.tw "Chapter 6: Vlasov Equation"
10. F.F. Chen, Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion, Vol. 1, New York: Plenum Press, 1984.
11. M. Moisan, J. Pelletier, Physics of Collisional Plasmas, Ed. Springer, 2012
12. James J. Duderstadt, William R. Martin, Teoría de transporte, Ed. C.E.C.S.A. Mex. 1983.
13. Jaramillo Morales, Electricidad y magnetismo, Ed. Trillas, México 2008.
14. Consultado el 20-abril-2014 www.http-peru.com/pagesobj/pdf/ley_gauss.pdf.
15. John R. Reitz, Fundamentos de la teoría electromagnética, Ed. Fondo educativo interamericano, México 1984.
16. P.A. Davidson, An introduction to Magnetohydrodynamics, Cambridge texts of applied Mathematics, 2001.
17. Gruman Aerospace Corporation, Apollo Lunar Module News Reference, USA.
18. North American Aviation, Apollo Command Module News Reference, USA 1968.
19. NASA, Liquid Rocket Engine Nozzles design criteria, Technical report, USA 1976.
20. Sarah L. Nothnagel, Development of a Cold Gas Propulsion System for the TALARIS Hopper, MIT 2011.
21. NASA, Small Spacecraft Technology State of the Art, USA 2014.
22. Nicholas L. Johnson, Orbital Debris: the growing threat to space operations, NASA Johnson Space Center, USA 2010.
23. Nicholas L. Johnson, Space Debris Mitigation Guidelines, NASA 2011.

24. Sang H. Choi et al, Assessment Study of Space Small Debris Removal by Laser Satellites, NASA Langley Research Center, USA 2011.
25. Dafne Gaviria Arcila, Modelado térmico de un micro satélite, caso Quetzal, Tesis que para optar por el grado de Maestro en Ingeniería, UNAM, México 2014.
26. Howard Curtis, Orbital Mechanics for Engineering Students, ELSEVIER, USA 2005.
27. Juan Andrés Celis Pérez, Diseño del módulo de comando y manejo de información de la carga útil del satélite Quetzal, Tesis que para obtener el título de ingeniero eléctrico electrónico, UNAM, México 2013.
28. Glenn M. Hauser et al. Simulation of Cold Gas Thruster and Test Data Correlation, NASA Glenn Research Center, Technical Report, USA 2012.
29. Dieter K. Huzel, David H. Huang, Modern Engineering for Design of Liquid-Propellant Rocket Engines, AIAA, USA 1992.
30. Carlos Andrés Rodríguez Wallenius, Diseño de la tobera para un cohete sonda de combustible híbrido, México 1994.
31. Goksel Gurgunburan, A methodology to repair or deorbit LEO satellite constellations, Thesis, Requirement for de degree of Master of Science, Old Dominion University, Turkish 2005.
32. Michael A. Afful, Orbital Lifetime Predictions of Low Earth Orbit Satellites and the effect of a DeorbitSail, Thesis presented in partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Engineering at Stellenbosch University, South Africa 2013.
33. Australian Space Weather Agency, Satellite Orbital Decay Calculations, Australia.
34. Consultado el 24-diciembre-2014: <http://www.russianspaceweb.com/>
35. Hussein J. Hussein et al. Velocity Measurements in a High Reynolds-number momentum-conserving, axisymmetric, turbulent jet. USA 1993.
36. R.C. Hibbeler, Mecánica de materiales, Ed. Pearson, 2 ed. México 2006.
37. Jan Östlund, Flow Processes in rocket engine nozzles with focus on flow separation and side-loads, Licenciate Thesis, Stockholm 2002.
38. NACA Research memorandum, Equations for de design of two dimensional supersonic nozzles, EUA 1948.
39. Consultado el 20-marzo-2015:
<http://www.lr.tudelft.nl/en/organisation/departments/space-engineering/space-systems-engineering>.
40. Assad Anis, Cold gas propulsion system an ideal choice for remote sensing small satellites, NED University of engineering and technology, Pakistan.
41. Sukatana K. Dash et al. A theoretical Study of de thermodynamics of gas expansión from a high- pressure to a low pressure tank, Department of mechanical engineering Indian Institute of technology 2014.

42. Carlos Abraham Aguilar Vera, Chorro supersónico subexpandido y flujo supersónico sobre un cuerpo con perfil de cápsula espacial, Tesis para optar por el grado de maestro en ingeniería, México 2014.
43. T.J. Poinso et al. Boundary conditions for Direct Simulations of Compressible Viscous Flows, *Journal of Computational Physics*, 1991.
44. Al-AI C. Cojuangco, Orbital Lifetime Analyses of Pico and nano-satellites, Thesis presented to the graduate of the university in Florida, 2007.
45. A.A Hashem, Design and Testing of a cold Gas system, European Space Agency.
46. Miguel R. Visbal, Datta V. Gaitonde, On the Use of Higher-Order Finite-Difference Schemes on Curvilinear and Deforming Meshes, *Journal of Computational Physics* 2002.
47. Frank M. White, *Viscous Fluid Flow*, Ed. Mc Graw Hill, 3 ed.
48. Chun Sng Yoo, Characteristics boundary conditions for simulations of compressible reacting flows with multi-dimensional, viscous, and reaction effects, Department of Mechanical Engineering, University of Michigan 2006.
49. Datta V. Gaitonde, Miguel R. Visbal, High Order Schemes for Navier Stokes Equations: Algorithm and Implementation into FDL3DI, Air Force Research Laboratory Wright Paterson Air Force Base Ohio, 1998.
50. A. Singh, Numerical prediction of supersonic jet screech frequency, Springer-Verlag 2007.
51. Ching Y. Loh. Near Field Screech Noise Computation for an Underexpanded Supersonic Jet by CE/SE Method, NASA 2001.
52. A. Rona et al. Time accurate numerical study of turbulent supersonic jets, *Journal of sound and Vibration* 270 (2004).
53. David Munday et al. Flow Structure of supersonic jets from conical C-D nozzles, AIAA Paper.
54. A. S. Lyrantzis et al. Numerical Investigation of 3-D Supersonic Jet Flows using Large Eddy Simulation, AIAA Paper 2011.
55. G. Raman, Supersonic Jet Screech: Half Century from Powell to present, *Journal of Sound and Vibration* (1999).
56. David Munday, Flow and Acoustics of jets from practical nozzles for high performance military aircraft, University of Cincinnati, 2010.
57. Jon K. Holzman et al. Flight and static Exhaust Flow properties of an F110-GE-129 engine in an F-16XL Airplane During Acoustic Tests, NASA technical memorandum, 1996.
58. Guillaume A. Bres, et al. Unstructured Large Eddy Simulation of a hot Supersonic Over-expanded Jet with Chevrons, AIAA, 2012.
59. William H. Press et al. *Numerical Recipes in Fortran 77*, Cambridge University Press, USA 1997.

60. Datta V. Gaitonde, Miguel R. Visbal, Padé Type Higher order Boundary Filters for de Navier-Stokes Equations, AIAA Journal No. 11.
61. Frank M. White, Mecánica de fluidos, Ed. Mc Graw Hill, 6 ed.
62. Consultado el 1-octubre-2015: <http://soliton.ae.gatech.edu/>
63. Xi Jiang, Choi-Hong Lai, Numerical Techniques for Direct and Large – Eddy Simulations, Ed. CRC Press, USA 2009.