



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO HIDRÁULICO DE**  
**VERTEDORES DE LABERINTO**

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

CIVIL – HIDRÁULICA

P R E S E N T A :

**MARIA ASUCENA RODRIGUEZ RAMIREZ**

TUTOR:

**M.I. VÍCTOR FRANCO, INSTITUTO DE INGENIERÍA**

MÉXICO, D.F. NOVIEMBRE 2015

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Gracia Sánchez Jesús

Secretario: Dr. Domínguez Mora Ramón

Vocal: M.I. Franco Víctor

1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Fuentes Mariles Oscar

2<sup>do.</sup> Suplente: Dr. Berezowsky Verduzco Moisés

Lugar donde se realizó la tesis:

FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

M.I. Víctor Franco

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'Victor Franco', written over a horizontal dashed line.

**FIRMA**

## *Agradecimientos*

*Agradezco el apoyo que en su momento me brindó mi madre, para concluir mis estudios hasta la Licenciatura, siendo la base para que dé un paso más en la vida.*

*A José Alberto Sánchez Cruz, quien ha estado presente día a día y quien incondicionalmente me ha brindado su apoyo para concluir éste trabajo.*

*Quiero agradecer el apoyo que he recibido por parte de mi tutor, el maestro Víctor Franco, que como profesor me ha sabido transmitir sus conocimientos a lo largo de éste período.*

*A los profesores de posgrado que de igual forma fueron parte de mi formación, en esta etapa.*

*A la Universidad Nacional Autónoma de México, que por segunda ocasión me ha abierto sus puertas para desarrollarme y crecer un poco más como profesional y como persona.*

*Al instituto de ingeniería en donde tuve un lugar y el apoyo para realizar mis actividades de la maestría.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el apoyo otorgado al programa de maestría en el que estuve inscrito.*

# TESIS      **METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO HIDRÁULICO DEL VERTEDOR DE LABERINTO**

## **CONTENIDO**

<b>SIMBOLOGÍA</b>	<b>5</b>
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>9</b>
<b>CAPÍTULO 1. GENERALIDADES</b>	<b>11</b>
1.1 Cuenca hidrológica	<b>11</b>
1.2 Funcionamiento hidráulico de un vertedor	<b>15</b>
1.3 Geometría de los vertedores de laberinto	<b>20</b>
1.3.1 Formas en planta	<b>22</b>
1.3.2 Dirección del eje del vertedor de laberinto	<b>23</b>
<b>CAPÍTULO 2. VERTEDOR DE LABERINTO</b>	<b>25</b>
2.1 Perfiles de cresta	<b>25</b>
2.1.1 Coeficiente de Descarga	<b>26</b>
2.2 El ahogamiento del vertedor y la interferencia entre láminas vertientes	<b>36</b>
2.2.1 Ahogamiento del vertedor	<b>36</b>
2.2.2 Interferencia de la lámina vertiente	<b>42</b>
2.3 Aspectos de diseño de la rápida de descarga	<b>57</b>
2.3.1 Las Olas Supercríticas	<b>57</b>
2.4 El fenómeno de aireación	<b>62</b>
2.4.1 La necesidad de aireación	<b>62</b>
2.4.2 El problema de cavitación	<b>64</b>
2.4.3 Aireación en los vertedores	<b>70</b>
2.5 Las curvas de diseño	<b>75</b>
<b>CAPÍTULO 3. DISEÑO HIDRÁULICO DEL VERTEDOR DE LABERINTO</b>	<b>87</b>
3.1 Parámetros de diseño	<b>87</b>
3.1.1 Vertedor de laberinto dirección lineal	<b>87</b>
3.1.2 Vertedor de laberinto dirección circular (en arco)	<b>90</b>
3.2 Procedimiento de diseño	<b>96</b>
3.2.1 Procedimiento de diseño de un vertedor de laberinto, Tullis et al. 1995	<b>96</b>
3.2.2 Procedimiento de diseño de un vertedor de laberinto, Falvey (2003)	<b>100</b>
3.2.3 Procedimiento de diseño de un vertedor de laberinto, Crookston (2010)	<b>105</b>
<b>CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b>	<b>107</b>
<b>REFERENCIAS</b>	<b>108</b>

## SIMBOLOGÍA

$A$	ancho interno del ápice del vertedor
$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$	coeficientes de la curva de Tullis
$A/w$	relación ancho del ápice interior con respecto el ancho del módulo del vertedor de laberinto
$a$	mitad de la longitud del ápice
$2a/w$	relación del ápice
$dy$	sección (diferencial) de un punto, de la carga de agua
$B$	ancho de la cresta del vertedor triangular y parabólico
$B$	longitud de la plataforma
$B_{int}$	longitud de interferencia de la lámina vertiente
$b$	ancho de la cresta del vertedor rectangular y trapecial
$b$	longitud muro lateral del vertedor de laberinto
$C$	coeficiente de descarga del vertedor
$C_d$	coeficiente de descarga del vertedor de cresta controlada
$C_{d_\alpha}$	coeficiente de descarga en función del ángulo de pared lateral
$C_{d_{90}}$	coeficiente de descarga para un vertedor lineal
$C_d$	coeficiente de descarga para el flujo sobre un vertedor recto, sin interferencia
$C_m$	coeficiente de descarga medio en la zona de perturbación
$C_p$	coeficiente de descarga (Magalhães y Lorena)
$C_r$	coeficiente de descarga reducido en el vertedor, provocado por la interferencia
$C_s$	coeficiente de descarga
$C_w$	coeficiente de descarga (Darvas, Lux)
$C_1$	coeficiente
$C_2$	coeficiente
$d$	profundidad del punto, medido perpendicularmente al piso de la obra
$D$	ancho externo del ápice
$E$	parámetro de efectividad
$e$	espesor de la pared del vertedor de
$F$	número de Froude
$g$	aceleración de la gravedad
$H$	carga total, medida hasta la superficie libre del agua
$H$	nivel máximo del vaso de almacenamiento
$H_{aprox}$	elevación del canal de aproximación
$H_{crest}$	elevación de la cresta del vertedor

$H_d$	carga de diseño que excluye la carga de velocidad (USBR)
$H_d$	carga total aguas abajo del vertedor de laberinto ahogado
$H^*$	carga total aguas arriba sobre un vertedor de laberinto ahogado
$H_T$	carga total aguas arriba del vertedor de laberinto sin ahogar (el mismo Q asociado con $H_T$ )
$H_T/P$	relación de la carga y la altura del vertedor
$H_0$	carga total aguas arriba
$\frac{H_d}{H_T}$	relación de la carga aguas abajo ahogada y la carga aguas arriba libre
$\frac{H^*}{H_T}$	relación de la carga aguas arriba ahogada y la carga aguas arriba libre
$h$	carga de agua sobre la cresta, hasta la superficie libre del agua
$h$	caída vertical
$h_d$	carga aguas abajo (carga ahogada)
$h_d$	carga aguas abajo sobre la cresta del vertedor
$h_d/P$	ahogamiento
$h_e$	carga equivalente de la cresta
$h_m$	carga aguas arriba sobre la cresta, definida por Indlekofer y Rouvé (1975)
$h_p$	carga de presión en la zona de interés
$h_{p_1}$	velocidad de curvatura del escurrimiento
$h_u$	carga aguas arriba
$h_v$	carga de vaporización del líquido
$h_0$	carga de agua, de un punto
$K$	coeficiente depende de la inclinación aguas arriba y la velocidad de aproximación
$k$	rugosidad relativa
$k$	rugosidad equivalente a la superficie
$k$	rugosidad equivalente de Nikuradse de la superficie
$k$	constante de forma (Lux)
$L$	longitud del vertedor
$L_d$	longitud de ahogamiento o interferencia
$L_{de}$	longitud de perturbación efectiva
$L_e$	longitud de la cresta equivalente
$L_{de}/L_1$	relación de la longitud de interferencia
$L_e$	longitud efectiva
$L_L$	longitud efectiva de la cresta del vertedor lineal
$L_1$	longitud del muro lateral del ciclo del vertedor de laberinto
$L_2$	longitud efectiva del muro lateral
$L_3$	longitud total de los muros

$L/w$	magnificación de la longitud
$l_c$	longitud del muro lateral de la cresta
$N$	número de ciclos
$n$	exponente
$P$	altura de la cresta
$P_c$	presión en la cresta
$Q$	gasto total que pasa sobre el vertedor
$Q_c$	gasto de un ciclo
$Q_d$	gasto aguas abajo
$Q_s$	gasto bajo las condiciones de flujo ahogado para vertedor lineal
$Q_L$	gasto ahogado del vertedor de laberinto
$Q_L$	gasto total del vertedor de laberinto
$Q_{máx}$	gasto de diseño
$Q_N$	gasto de un vertedor lineal con el mismo ancho que el del vertedor de laberinto
$Q_L/Q_N$	magnificación del flujo
$Q_x$	gasto total del vertedor de laberinto
$R$	radio del arco
$r$	radio de curvatura de la línea de corriente
$r$	centro de arco a la distancia del punto medio del ancho del canal
$r'$	altura del segmento
$t$	espesor del muro del vertedor de laberinto
$V$	velocidad característica del flujo
$V$	velocidad a una distancia ' $y$ ' de la plantilla
$V_k$	velocidad del flujo a una distancia $k$ de la superficie
$V^*$	velocidad al cortante
$v$	velocidad del flujo
$\frac{v^2}{2g}$	carga de velocidad en la zona de interés
$W$	ancho del vertedor de laberinto
$W_a$	ancho del canal aguas abajo, para un vertedor en arco
$W'$	ancho del vertedor de laberinto en arco
$W/P$	relación del aspecto horizontal
$w$	ancho del ciclo del vertedor de laberinto
$w'$	ancho de ciclo para el vertedor de laberinto en arco
$w/P$	relación del aspecto vertical
$x$	distancia, medida a partir de un eje imaginario
$x$	distancia desde la cresta de la obra (del cimacio), hasta el punto de análisis

$x$	coordenada del perfil de la cresta , con origen en el punto más alto, en m
$Y_0$	profundidad del agua sobre la cresta
$y$	altura, medida a partir de donde termina la cresta del vertedor a un punto
$y$	coordenada del perfil de la cresta , con origen en el punto más alto, en m
$z_f$	elevación del suelo
$\alpha$	ángulo de la pared lateral del vertedor de laberinto trapezoidal
$\alpha_{m\acute{a}x}$	ángulo para un vertedor de laberinto triangular
$\alpha'$	ángulo lateral aguas arriba
$\beta$	cociente del gasto de aire entre el gasto de agua
$\beta_p$	coeficiente para definir la condición el flujo en función de la cresta, adimensional
$\gamma$	peso específico
$\varepsilon$	eficacia
$\varepsilon'$	eficiencia del ciclo
$\theta$	ángulo del arco del vertedor central
$\theta$	ángulo del arco del ciclo
$\mu$	coeficiente de contracción de la lámina vertiente
$\rho$	densidad
$\sigma$	índice de cavitación
$\sigma_i$	índice de cavitación incipiente
$\sigma_k$	índice local de cavitación
$\sigma_{ki}$	índice de cavitación local incipiente
$\tau_0$	esfuerzo cortante

## Introducción

Las presas representan la principal infraestructura hidráulica que sirve de instrumento para el mejor aprovechamiento de las aguas superficiales disponibles en nuestro país, y debido a su capacidad de almacenamiento y regulación de diseño, permiten la disminución del riesgo por inundaciones de las poblaciones asentadas aguas abajo de la cortina que obstruye el flujo natural de los cauces.

De acuerdo con un inventario nacional de presas realizado por la Comisión Nacional del Agua (CONAGUA) y la Comisión Federal de Electricidad (CFE) durante el año 2013, en México existen 836 presas grandes, 4330 pequeñas inventariadas, y alrededor de 8000 presas y bordos pequeños no registrados.

Las dependencias federales han realizado diferentes esfuerzos en cuanto al tema de la evaluación sistemática del estado físico y funcional de las presas, por lo que en la actualidad se dispone de información general relativa a las características de las cortinas y las obras de excedencias. Se conoce que las entidades federativas con mayor cantidad de presas son Jalisco y Tamaulipas, especialmente por el aprovechamiento agropecuario que hacen del recurso. Los principales tipos de cortinas construidas a nivel nacional son de tierra, materiales graduados y enrocamiento (58%), mientras que el segundo grupo lo constituyen las cortinas con sección de gravedad de mampostería o concreto (29%). Por otra parte, la estimación de la capacidad de almacenamiento actual es un tema que ha resultado más difícil de desarrollar, especialmente porque el azolvamiento de los vasos depende del proceso interminable de erosión de las cuencas.

La evaluación del estado físico de las presas es una tarea permanente, aunque las anomalías que se reportan de manera más recurrente se relacionan con el funcionamiento de los vertedores, disminuidos en su capacidad de desfogue, ya sea por obstrucción, por deterioro de las estructuras, o por asentamientos humanos en la zona de descarga.

De acuerdo con los registros disponibles sobre el año de construcción de las presas en México, existen algunas que han rebasado su vida útil y todavía continúan en operación. Por esta circunstancia, dicha infraestructura tiene una probabilidad más alta de sufrir un daño severo que ponga en riesgo su estabilidad, especialmente con la ocurrencia de un evento de precipitación y escurrimiento de magnitud considerable. Entre las condiciones más desfavorables de su estado físico actual, estas presas presentan problemas estructurales y de insuficiencia en sus obras de excedencias, particularmente en las compuertas de los vertedores, ya sea por falta de mantenimiento o rehabilitación, como son problemas de corrosión, o porque el tipo y tamaño de sus elementos se definieron a partir de registros de información que no contemplaron eventos extraordinarios ocurridos después de la fecha de su construcción.

Como ejemplos de circunstancias históricas a tomarse en cuenta, se sabe que en la C.H. La Villita se presentaron daños graves en el brazo izquierdo de una compuerta radial durante una avenida importante en el año 2013; en la C.H. Malpaso no se han realizado las actividades de mantenimiento que corresponden con la importancia de su infraestructura; en 1999 se registró en la presa La Angostura un nivel máximo histórico de 538.50 msnm, cuando su NAME es de 539.50 msnm, y en la Presa Peñitas, que cuenta con una capacidad de regulación limitada, se han identificado problemas de humedad en los anclajes, aguas arriba de las compuertas. En otros casos, como en la C.H. Infiernillo en Michoacán, existe el planteamiento de la necesidad de un nuevo cálculo hidrológico para una avenida de 10 000 años.

Los anteriores son sólo algunos ejemplos de la necesidad de buscar nuevas opciones para resolver los problemas que presentan sus obras de excedencias. Es por ello que este trabajo de tesis se enfoca en la presentación de la *metodología para el diseño hidráulico de vertedores de laberinto*. Se pretende que dicha metodología sea una herramienta útil para actividades de diseño y su implementación en presas ya existentes, o en nuevas estructuras, tomando en cuenta que, como

se explicará en capítulos posteriores, el vertedor de laberinto contribuye a la descarga de grandes volúmenes de agua.

La particularidad de este tipo de estructuras hidráulicas reside en la forma del vertedor, que vista en planta se asemeja a un “zig-zag”. Esta geometría especial incrementa la longitud del vertedor y aumenta la capacidad de descarga respecto a la de un vertedor recto convencional, ubicado en el mismo espacio y para igual carga hidráulica, lo que le permite adaptarse a un espacio disponible determinado.

El trabajo de tesis desarrollado se constituye de 4 capítulos:

En el capítulo 1 se menciona de manera general la importancia del funcionamiento adecuado de las obras de excedencias. Se describen los tipos de vertedores existentes, y se comentan las ventajas de utilizar vertedores tipo laberinto, puntualizando sobre sus características geométricas.

En el capítulo 2 se estudia el funcionamiento hidráulico del vertedor de laberinto. Se detalla sobre el acabado geométrico que presentan las paredes de un vertedor en su parte superior, considerando la influencia que esto tiene sobre la capacidad de descarga de la estructura; se discuten aspectos del fenómeno de ahogamiento e interferencia de la lámina vertiente; se revisan las consideraciones para el diseño de la rápida de descarga; se estudia la importancia del fenómeno de aireación en la formación de la lámina vertiente, y se incluye el desarrollo y aplicación de curvas de diseño, las cuales fueron obtenidas a partir de experimentos realizados por diferentes investigadores, y su relación con la capacidad de descarga de los vertedores.

En el capítulo 3 se presentan las principales expresiones utilizadas para el diseño geométrico de los elementos que conforman a un vertedor de laberinto, así como la descripción de procedimientos sugeridos para su diseño eficiente. Adicionalmente, para complementar las recomendaciones y comentarios presentados en el cuerpo esta tesis, a manera de ayudas de diseño se incluyen ejemplos de aplicación de los modelos planteados.

Por último, el capítulo 4 está conformado por las conclusiones y comentarios finales relativos al cumplimiento de los objetivos definidos al inicio de este trabajo.

## **CAPÍTULO 1. GENERALIDADES**

Las presas son obras de infraestructura que se construyen con la finalidad de almacenar volúmenes de agua durante la temporada de lluvias (en México, se considera el periodo del 15 de mayo al 30 de noviembre), y disponer de ellos en el estiaje (del 1 de diciembre al 14 de mayo). Así mismo, tienen por objeto la regulación de los escurrimientos de las grandes avenidas, y muchas de ellas han sido una fuente primordial para la generación de energía y el riego agrícola.

A nivel mundial, se han construido alrededor de 50,000 grandes presas (con altura de cortina superior a los 15 metros), de las cuales el 70% tienen una altura menor a 30 metros, y únicamente el 1% supera los 100 metros.

Como resultado de un inventario nacional de presas realizado por la CONAGUA en 2013, se sabe que en México existen 836 presas grandes, 4330 pequeñas inventariadas, y 8000 presas y bordos no registrados. Sobre este conjunto, se ha identificado que el 75% cumple funciones de almacenamiento, 12% se ocupan para la derivación del agua de los cauces, 8% en la regulación de avenidas, y 1% en la protección de la población.

Respecto a la capacidad de almacenamiento de los vasos, a nivel nacional es posible la captación del 41% de los volúmenes de escurrimiento natural, con un valor de 138,080 hm<sup>3</sup>, y alrededor del 80% de dicha capacidad se concentra en 28 presas. Cabe destacar que el 26% del agua se almacena en las tres presas de mayor embalse, que son La Angostura y Malpaso, en Chiapas, e Infiernillo en los límites de Guerrero y Michoacán.

Dada la importancia de garantizar las condiciones de seguridad y funcionamiento eficiente de la infraestructura hidráulica disponible, el conocimiento del estado físico de los componentes principales de las presas es indispensable. A continuación, se detalla sobre sus componentes o elementos principales, dando particular atención a su obra de excedencias y estructura de control.

### **1.1 Cuenca hidrológica**

Es la unidad básica de un análisis hidrológico, y se trata de una porción de la superficie terrestre limitada por una línea curva cerrada imaginaria llamada *parteaguas*, definida por los puntos del terreno de mayor nivel topográfico. Al considerarse impermeable, cada gota de agua de precipitación captada es drenada por gravedad a través de un conjunto de corrientes naturales hacia un mismo punto de salida, en el caso de cuencas exorreicas, pues la descarga del escurrimiento de una cuenca endorreica se realiza dentro de sus propios límites, como es el caso del flujo que se concentra hacia un cuerpo de agua interno (un lago, por ejemplo).

Respecto a su comportamiento hidráulico, el área donde ocurre la precipitación, el tipo de suelo y el grado de urbanización condicionan el volumen del escurrimiento, mientras que la pendiente y las corrientes en la superficie del terreno influyen en la velocidad de respuesta de la cuenca.

### **Vaso de almacenamiento**

Es el lugar en donde se presenta la acumulación de un volumen de agua debido a la interrupción del curso natural de una corriente, a consecuencia de la obstrucción que representa la edificación de un muro de contención denominado cortina.

### **Obra hidráulica**

Conjunto de elementos estructurales construidos para la realización de actividades encaminadas al manejo del agua, ya sea desde un punto de vista de aprovechamiento o de defensa.

Las obras de aprovechamiento se construyen con la finalidad de obtener ventajas del recurso agua en beneficio del hombre, y de acuerdo con la Ley de Aguas Nacionales, principalmente se busca satisfacer las demandas de abastecimiento de agua potable de la población, el riego de cultivos

ubicados en parcelas que forman un distrito de riego, y la generación de energía eléctrica que se demanda en las horas denominadas “de pico”.

En cuanto a las obras de defensa, se utilizan para la protección del hombre respecto a los efectos destructivos de un volumen no controlado de agua. En el caso del control de avenidas, una presa regula el flujo de las corrientes naturales que podrían provocar pérdidas humanas y económicas, mientras que también cumplen una función de control de azolves, al retener el paso de los sedimentos.

El vaso de almacenamiento formado por la construcción de una presa tiene una capacidad destinada al control de avenidas, el cual corresponde con el volumen contenido entre el Nivel de Aguas Máximas de Operación y el Nivel de Aguas Máximas Extraordinarias (NAMO y NAME, respectivamente).

### **Boquilla**

Es el sitio seleccionado para el desplante de la cortina, por lo que limita de manera artificial el área de captación de la cuenca hidrológica, pues incluye en ella el cauce del río y sus laderas. La identificación del lugar más adecuado implica la realización de estudios de tipo geológico, en los cuales se practica un análisis histórico de las rocas respecto a su origen, evolución, edad y procesos a que ha estado expuesta. Además, sobre el material, se estudian las fallas estructurales y sus posibles causas de formación.

### **Cortina**

Estructura localizada en la zona de la boquilla, que al interponerse al escurrimiento natural del agua, provoca un remanso que da lugar a la formación del vaso de almacenamiento. En general, se le clasifica de acuerdo con sus tres características básicas: altura, propósito y material de construcción.

**Altura.** La altura estructural es la dimensión medida desde la elevación de la corona hasta la profundidad de la cimentación, y la altura hidráulica desde el NAME hasta la cimentación. Se considera una cortina alta si su altura es mayor que 100 m, media si oscila entre los 30 y 100 m, y baja cuando es menor que 30 m.

**Propósito.** En función de que la obra de excedencias esté o no alojada en el cuerpo de la cortina, se clasifica como vertedora o no vertedora.

**Material.** Por el tipo de material empleado para su construcción, se consideran las cortinas rígidas, flexibles y mixtas. Las de tipo rígido pueden clasificarse como cortinas de gravedad, de arco y de machones o contrafuertes. Estos elementos presentan deformaciones pequeñas, pues se construyen de materiales cementados que resisten las fuerzas actuantes, ya sea por su peso propio o por la transmisión de los esfuerzos a las márgenes y el fondo del cauce. Por su parte, entre las cortinas flexibles existen las homogéneas de tierra o enrocamiento, y de materiales graduados. Como su nombre lo indica, estas estructuras permiten deformaciones grandes durante la etapa del llenado del embalse, pues se construyen a partir del acomodo y compactación de materiales como limos, arcillas, arenas, gravas y enrocamientos. Las cortinas mixtas se conforman en su mayoría por materiales sueltos, y en su paramento mojado se les coloca una cara o losa de concreto reforzado.

### **Obra de desvío**

Está formada por ataguías y conductos que permiten el desvío de las corrientes naturales, útil durante la realización de las actividades de construcción de la cortina. Entre las consideraciones más importantes están las de tipo hidrológico, relacionadas con el cálculo del periodo de estiaje y de avenidas, y de estimación de escurrimientos mínimo y máximo, así como los aspectos de naturaleza topográfica, geológica y de planeación tiempo-costos de las actividades.

### **Obra de toma**

Elementos que en conjunto se utilizan en la extracción del agua del vaso de almacenamiento en forma controlada, atendiendo una ley de demanda establecida para satisfacer requerimientos de agua potable, riego o generación de energía eléctrica. Adicionalmente, el vaciado del almacenamiento durante periodos de reparación profunda suele realizarse a través de las obras de descarga o desagüe de fondo.

Para el diseño de estos elementos se toman en cuenta las condiciones geológicas y topográficas de la zona, el tipo y tamaño de la cortina y su cimentación, así como el número de tomas y su ley de extracción correspondiente.

### **Obra de excedencias**

Obra que tiene por objetivo el desalojo controlado de los volúmenes de agua que se consideran excedentes de la capacidad útil de una presa, es decir, su funcionamiento está previsto para cuando la capacidad de la presa al NAMO sea satisfecha.

La política de descarga de la obra de excedencias se define mediante el análisis del tránsito de la avenida de diseño correspondiente, a través del vaso de la presa. El evento de escurrimiento a considerarse tiene un periodo de retorno del orden de diez mil años.

De acuerdo con su diseño, la obra de excedencias puede alojarse dentro del cuerpo de la cortina o sobre una ladera, mientras que la descarga se realice de tal manera que el agua sea devuelta al cauce del río sin causar daños a la cimentación de la cortina, ni se obstruya el desfogue de la casa de máquinas.

A continuación se describen las estructuras principales que componen a la obra de excedencias.

Canal de acceso o llamada. Útil en la conducción del agua almacenada en el vaso hacia la estructura de control, por lo que se requiere especialmente cuando la estructura vertedora no está alojada en el cuerpo de la cortina, sino ubicada sobre una ladera. En estas condiciones, el canal puede ser recto o curvo, y su sección transversal de forma trapecial o rectangular, pero en su diseño influye especialmente la topografía del lugar, de manera que su longitud sea mínima.

Estructura de control. Conocida como vertedor, se encarga del desalojo regulado del volumen de agua correspondiente al super almacenamiento de una presa, y puede funcionar de manera libre o controlada. Cuando la descarga es libre, el nivel de la cresta permanece fijo, por lo que no se requiere de un gasto por mantenimiento ni la operación de compuertas, y el paso de objetos y escombros ocurre sin dificultad. Sin embargo, para un mayor almacenamiento de agua, se requiere de una cortina más alta.

En el caso de una cresta controlada, el manejo de avenidas resulta factible porque el agua almacenada puede desalojarse de forma anticipada, pero esta ventaja requiere de la operación y mantenimiento adecuado de las compuertas.

Conducto de descarga. También conocida como rápida, se utiliza para conducir los escurrimientos aguas abajo de la presa. Se trata de canales o túneles diseñados para resistir fuerzas de subpresión y de empuje de tierras, y dado que las descargas pueden alcanzar grandes velocidades, es

importante su recubrimiento de concreto para protección contra daños debidos al fenómeno de cavitación.

Estructura terminal. Cumple el objetivo de reingresar el agua desalojada hacia el cauce aguas abajo. Puede utilizarse una cubeta deflectora que permite el lanzamiento del agua lejos de la presa mediante un salto de ski, previa consideración de los problemas de erosión y socavación que el chorro de agua pueda causar sobre el cauce y la presa misma. En caso necesario, puede optarse por la adaptación de un tanque amortiguador, dentro del cual se pretende la formación de un salto hidráulico que provoque la reducción de la energía cinética, y con ello el retorno del agua al cauce en régimen subcrítico.

Canal de salida o desfogue. Elemento que capta el agua a la salida de la estructura terminal, y la conduce lentamente hasta el cauce, por lo que en general su recubrimiento es innecesario.

La figura 2 es un esquema que muestra la disposición general de los componentes de una presa y la sección transversal de la misma.

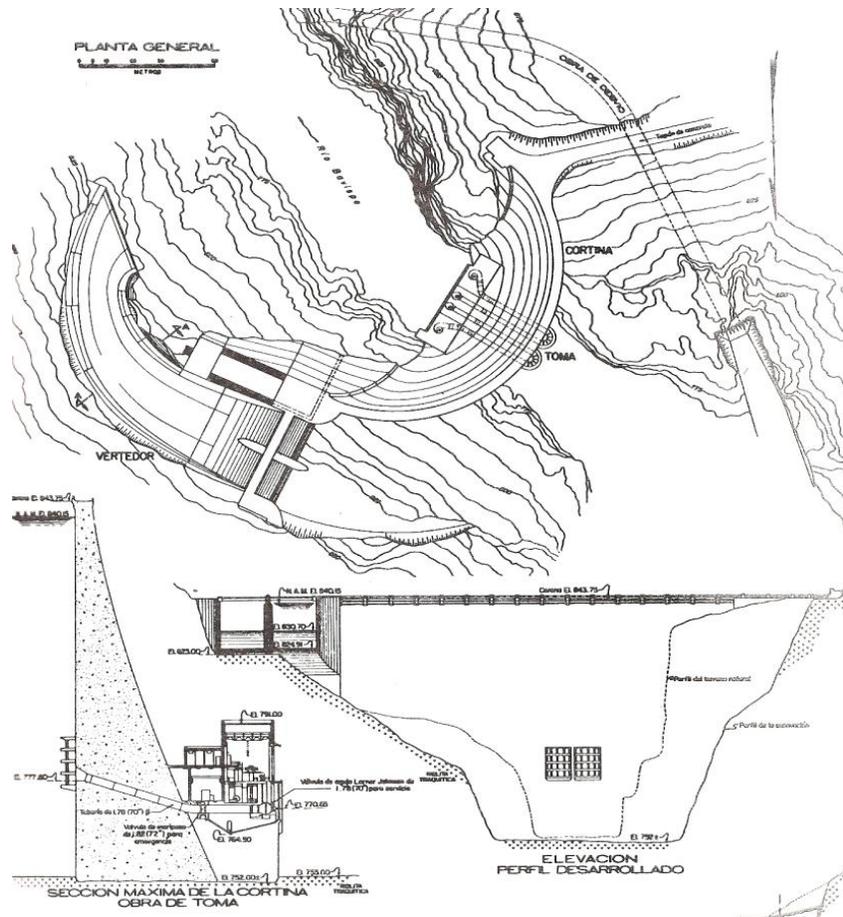


Fig 2 Plano general de los componentes de una presa y su sección transversal. CONAGUA. Nociones de estabilidad de cortinas. Facultad de Ingeniería.

### Estructura de control

Uno de los elementos que cumplen una función trascendental en la seguridad de una presa es la estructura de control o vertedor de excedencias, que tiene por objeto la descarga de los volúmenes excedentes que ya no pueden ser regulados o almacenados en el embalse, y por ello se requiere su desalojo dentro de un proceso controlado que no ponga en riesgo la estabilidad de la cortina.

La implementación de vertedores ha sido muy practicada, ya sea como parte de un aprovechamiento hidráulico o como una estructura para realizar la medición de caudales en obras de saneamiento, especialmente porque permiten un control adecuado del caudal por encima de su cresta, siendo necesaria solamente la lectura del tirante sobre la cresta para el cálculo de la magnitud de un escurrimiento.

## 1.2 Funcionamiento hidráulico de un vertedor

El funcionamiento de un vertedor consiste en la descarga de un líquido a superficie libre, por encima de una placa o un muro. Cuando la descarga se efectúa sobre una placa con perfil de cualquier forma geométrica, pero con arista aguda, el vertedor se considera de pared delgada. Por el contrario, cuando el contacto entre la pared y la lámina vertiente se desarrolla sobre una superficie, el vertedor se llama de pared gruesa.

El comportamiento de un flujo con carga hidráulica  $h$  sobre la cresta o arista de vertido se relaciona con el espesor de pared  $e$  del vertedor, de tal manera que cuando  $e/h > 0.67$ , la lámina vertiente se adhiere a la cresta, mientras que para  $e/h < 0.67$ , el chorro se separa de la cresta y se considera que el funcionamiento es de un vertedor de pared delgada (Fig 2).

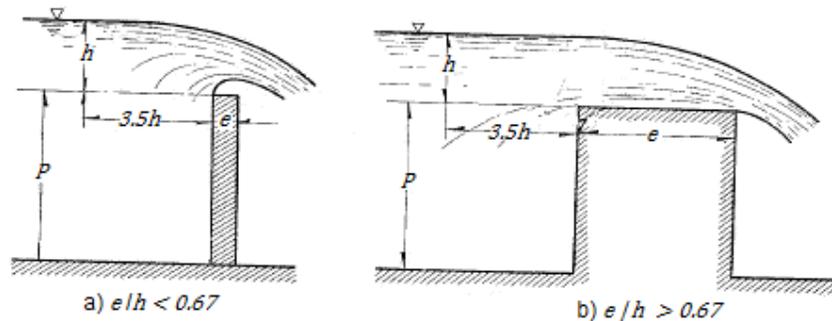


Fig 2. Vertedor de pared delgada y vertedor de pared gruesa. Sotelo (1994).

### Vertedor de pared delgada

El vertedor de pared delgada es un dispositivo que se utiliza para controlar y medir caudales pequeños de líquidos en canales abiertos, y en función de la forma geométrica de su contorno de apertura, se distingue entre vertedores de tipo rectangular, trapecial, triangular y parabólico (Fig 3).

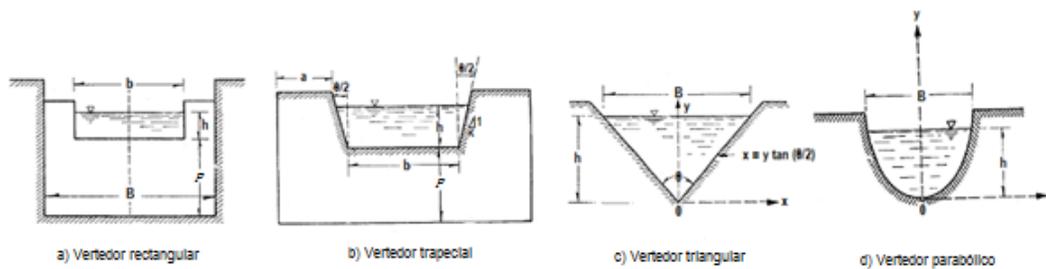


Fig 3. Formas geométricas para el vertedor de pared delgada.

Para un vertedor de pared delgada cuya forma está representada por la función  $x = f(y)$ , la cresta se encuentra a una altura  $P$ . Si el desnivel entre la superficie inalterada del agua antes del vertedor y la cresta es  $h$ , y la velocidad de llegada del agua es  $V_0$ , entonces la carga total  $H$  sobre el vertedor resulta:

$$H = h + \frac{V_0^2}{2g}$$

Si  $P$  es grande,  $\frac{V_0^2}{2g}$  es despreciable y  $H = h$ .

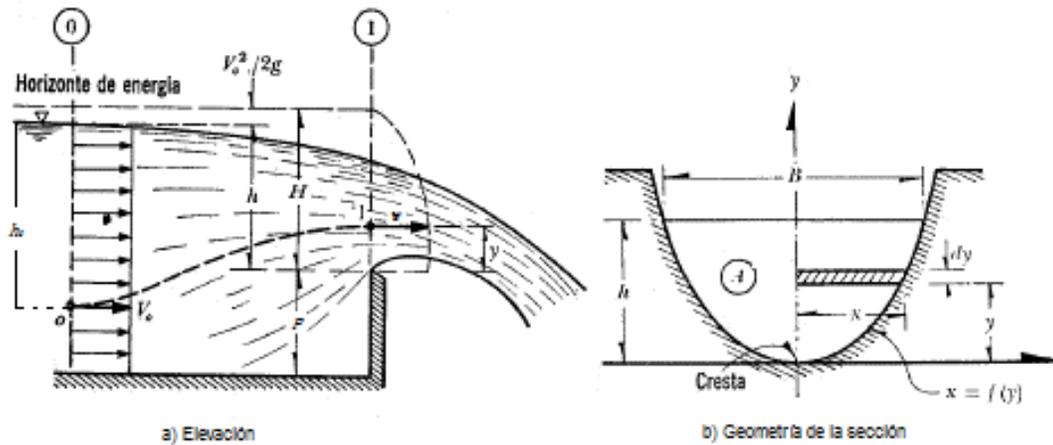


Fig 4 Forma general de un vertedor de pared delgada. Sotelo, 1994.

Respecto a la Fig 4, al aplicar la ecuación de Bernoulli entre los puntos 0 y 1 se tiene:

$$h_0 + \frac{V_0^2}{2g} = h_0 - h + y + \frac{v^2}{2g}$$

o bien

$$H = h + \frac{V_0^2}{2g} = y + \frac{v^2}{2g}$$

Al considerar despreciable  $\frac{V_0^2}{2g}$ , la velocidad  $v$  en cualquier punto de la sección resulta:

$$v = \sqrt{2g(h - y)}$$

El gasto a través de un área elemental es:

$$dQ = 2\sqrt{2g}\mu x\sqrt{h - y}dy$$

donde el efecto de contracción de la lámina vertiente se considera con el coeficiente  $\mu$ , que tiene un valor próximo a 0.6, como en el caso de un orificio de pared delgada.

El gasto total  $Q$  sobre el vertedor se obtiene al integrar la diferencial del gasto de un área elemental, desde la cresta vertedora hasta la superficie libre del agua  $h$ :

$$Q = 2\sqrt{2g}\mu \int_0^h x (h - y)^{\frac{1}{2}} dy$$

Para el caso de vertedores rectangulares,  $x = f(y) = b/2$ , donde  $b$  es el ancho de la cresta, y el gasto

$$Q = -\mu\sqrt{2gb} \int_0^h (h-y)^{\frac{1}{2}}(-dy)$$

finalmente,

$$Q = \frac{2}{3}\sqrt{2g\mu}bh^{3/2} = Cbh^{3/2}$$

donde

$b$  ancho del vertedor

$C$  coeficiente de descarga del vertedor

$g$  aceleración de la gravedad

$h$  carga de agua sobre la cresta, hasta la superficie libre del agua

$Q$  gasto total que pasa sobre el vertedor

### Vertedor de pared gruesa

Se les clasifica de acuerdo con su sistema de control, canal de descarga y sus componentes, y con frecuencia se les distingue como elementos de descarga controlada o libre, según lleve o no compuertas.

Por el tipo de descarga, se clasifican en vertedores de caída recta o de descarga libre, de derrame o de cimacio, de canal abierto (con mucha o poca pendiente), de conducto o de túnel, de boca de caída (pozo o embudo), de alcantarilla o sifón, en abanico, en canal lateral, y en laberinto.

En el vertedor de caída recta el agua cae libremente de la cresta, por lo que se localiza en la parte superior de un embalse, y no existe una estructura que guíe al agua del embalse al cauce. Por esta razón, se trata de una obra adecuada para adaptarse en una presa localizada en un cañón, pues lo limitado del espacio no permite la construcción de una obra de excedencias desligada de la cortina.

El vertedor de cimacio está diseñado de tal manera que la cresta de control es una curva cuya forma se aproxima a la trayectoria que sigue la superficie inferior de la lámina vertiente de un vertedor de cresta delgada ventilado, y debido a esto no se produce un espacio vacío durante el escurrimiento, el cual está relacionado con el fenómeno de cavitación.

Los vertedores de canal abierto son estructuras hidráulicas para controlar el paso del agua en los escurrimientos superficiales, cuya descarga se conduce desde el vaso hasta el nivel del río aguas abajo.

En los vertedores de conducto o de túnel se utiliza un canal cerrado para conducir la descarga alrededor o debajo de la presa, y se proyectan para funcionar parcialmente llenos en toda su longitud. El canal cerrado puede tomar la forma de un tiro vertical o inclinado, de túnel horizontal a través de la tierra y roca, o de un conducto cubierto con tierra.

En los vertedores de embudo, su cimacio es tal que la cresta en planta tiene forma circular, por lo que el agua que ingresa cae en una lumbrera vertical conectada a una conducción horizontal, la que descarga el agua dentro de un cauce. Por lo regular se utilizan en presas alojadas en cañones estrechos, pues tienen la ventaja de que al trabajar con cargas mayores a la de diseño, su capacidad también aumenta.

Los vertedores de sifón son sistemas de conductos cerrados con la forma de una U invertida, colocada en tal posición que el interior de la curva del pasaje superior tenga la altura del nivel normal del almacenamiento en el vaso. Al incrementarse el nivel del vaso, las descargas iniciales

tienen un comportamiento semejante al de un vertedor. El funcionamiento como sifón comienza después de que se agotó el aire en la cámara que se forma sobre la cresta, y la corriente se mantiene por el efecto de succión en el agua de la rama inferior del sifón.

El vertedor de abanico se le llama así por su forma en planta (Fig 5), pues está formado por un cimacio en curva cóncava respecto a la dirección media del escurrimiento. Es muy conveniente cuando se requiere descargar sobre una longitud de cresta grande, y por cuestiones económicas el canal de descarga debe ser angosto, de manera que se eviten grandes excavaciones.



Fig 5. Ejemplo de vertedor en abanico en la Presa Francisco I. Madero o Las Vírgenes, municipio de Rosales, Chihuahua, 1949. Estadísticas del agua en México, 2010.

El vertedor de canal lateral (Fig 6), como su nombre lo indica, está conformado por un tanque o canal colector dispuesto en paralelo a la cresta vertedora, mismo que descarga los escurrimientos hacia una rápida a la que se le adapta una estructura terminal. Su empleo es más común para cortinas de tierra o enrocamiento, donde la longitud de cresta es grande, y la cimentación se apoya sobre roca en buen estado. En la Fig 7 se aprecia la disposición de sus elementos principales, y en la Fig 8 se muestra cómo la dirección del flujo sobre estas estructuras es difícil de definir, pues los vectores de velocidad cambian drásticamente aguas arriba y aguas abajo del vertedor.



Fig 6. Ejemplo de vertedor de canal lateral en la Presa Hoover. Arizona, 1983.

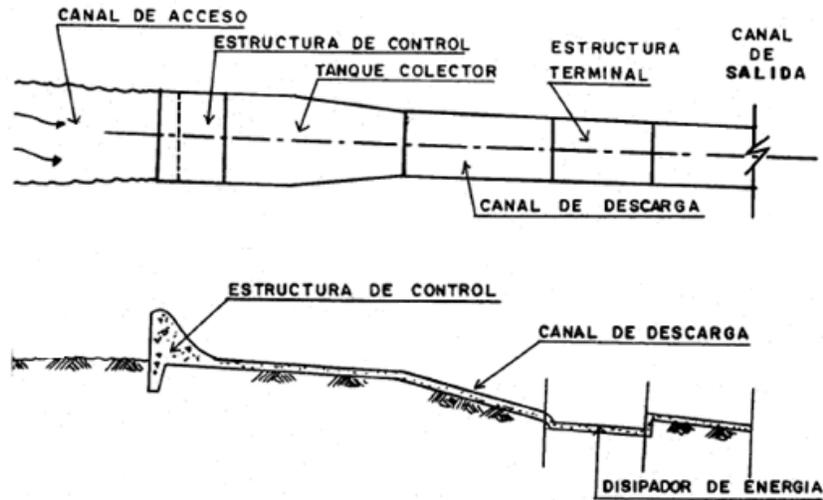


Fig 7. Esquema de los elementos principales de un vertedor de canal lateral.

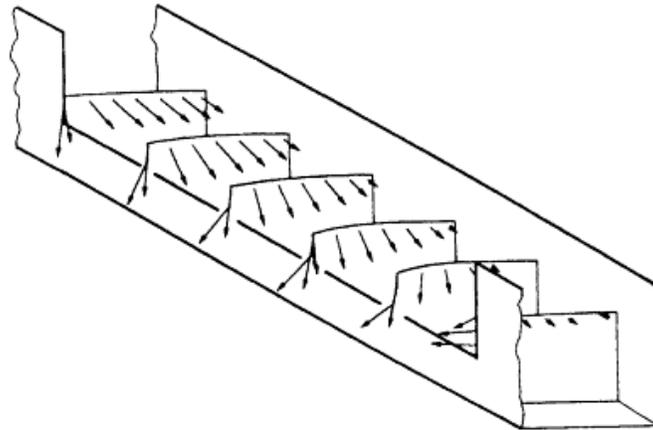


Fig 8. Vectores de velocidad sobre un vertedor de canal lateral. Hager, W.H., (1987).

El vertedor de laberinto se desarrolló tomando en consideración las ventajas del funcionamiento de los vertedores en abanico y del de canal lateral, respecto a su configuración en planta y tipo de vertido. Un vertedor curvo en la forma de un arco circular dentro de los muros del canal ofrece mayor longitud de cresta para el paso del flujo. El flujo en los vertedores de canal lateral es espacialmente variado, donde el caudal no es uniforme como resultado de la adición o disminución de agua a lo largo del curso del flujo. El agua añadida a la que originalmente escurre en el canal, produce fuertes corrientes transversales para un mezclado turbulento. De esta forma, una parte apreciable de la pérdida de energía se debe a la mezcla turbulenta del agua agregada, y dadas estas pérdidas altas e inciertas, en la solución de este problema resulta más conveniente aplicar la ecuación de la cantidad de movimiento que la ecuación de la energía.

El vertedor de laberinto ha experimentado variaciones en su geometría a partir de observaciones e investigaciones realizadas en modelos y prototipos. Según Cordero et al (2007), por requerimientos topográficos y operativos, estos elementos han registrado variaciones que implican la modificación de sus coeficientes de descarga. Los primeros vertedores de laberinto que se implementaron en las presas tenían forma de U o forma rectangular, según su vista en planta. A la primera modalidad citada se le llamo Duckbill, debido a la similitud de su ciclo con el pico de un pato (un ciclo es una secuencia de paredes y ápices, que se complementan y conforman dando lugar a una estructura con forma similar a una onda). Bajo esta configuración,

se incrementó el coeficiente de descarga en comparación con los resultados obtenidos para un vertedor de cresta recta en un mismo ancho del canal. Estas alteraciones dieron lugar al ensayo de vertedores con múltiples variaciones, buscando aumentar la longitud efectiva de descarga con diversas configuraciones de ciclos.

En un principio se inició el estudio de paredes dispuestas en forma de medio-óvalo y rectángulo. La modificación de la disposición física de los ciclos produjo como consecuencia el vertedor tipo triangular, que como su nombre lo indica, hace referencia a la disposición triangular de sus paredes según su vista en planta. Sin embargo, en su funcionamiento se identificaron efectos de interferencia en la descarga en los ápices, al crearse una lámina no aireada que disminuye la magnitud del coeficiente de descarga del vertedor, reduciendo la eficiencia del vertedor. De esta manera, la relación entre las paredes se analiza desde un punto de vista angular, con el propósito de aumentar el valor de sus volúmenes de descarga.

Con la incorporación de elementos propios del tipo “corrugated”, como son los ápices de las estructuras triangulares, también se definieron vertedores de laberinto cuyas paredes forman un ángulo, pero en sus extremos se dispuso de un ápice cuya pared es de longitud más corta. Este ápice que se presentan tanto aguas arriba como aguas abajo, es perpendicular al flujo, dando lugar a una configuración que se denomina trapezoidal (ver Fig 9), la cual ha mostrado una mejora notable en cuanto al incremento de los coeficientes de descarga. Por su ventajoso diseño y eficiencia, actualmente esta configuración es implementada en los vertedores desarrollados para la regulación de embalses, pues además se han identificado algunas cualidades que facilitan su desarrollo constructivo, así como la facultad de permitir un mantenimiento por sedimentación adecuado.

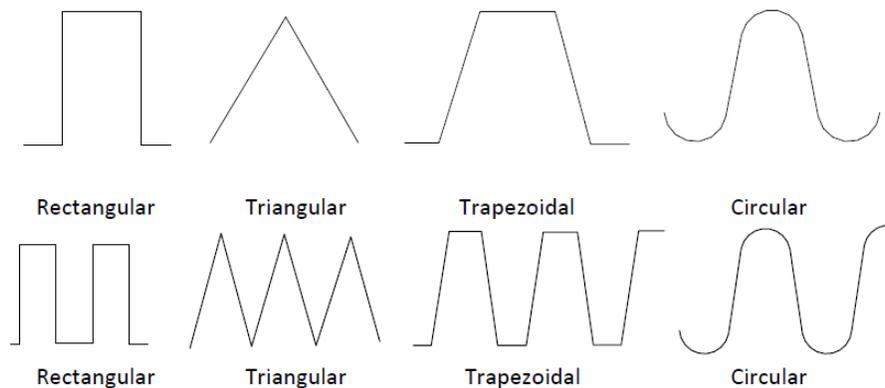


Fig 9. Formas geométricas en planta de los vertedores de laberinto. Falvey 2003.

### 1.3 Geometría de los vertedores de laberinto

En ingeniería hidráulica se engloban, dentro del término genérico de “vertedor”, a las estructuras de descarga cuya finalidad principal es el control de los niveles del agua en las obras hidráulicas, cuando estos niveles superan los máximos de aprovechamiento ordinario. Con este objetivo, se proyectan y construyen los vertedores de laberinto (Fig 10), que tienen la particularidad de que su forma es similar a la de un “zig - zag”. Dicha geometría de carácter especial es útil para el incremento de la longitud del vertedor, dentro de un espacio disponible determinado, con el fin de aumentar la capacidad de descarga respecto a la de un vertedor recto convencional, ubicado en el mismo espacio y para igual carga hidráulica.

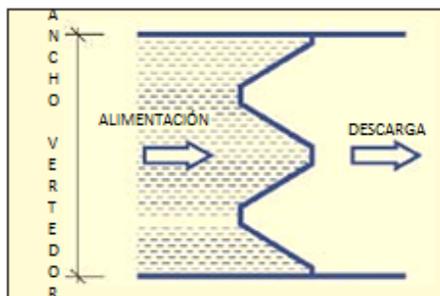


Fig 10. Vista en planta de un vertedor de laberinto.

El conocimiento y experiencia adquiridos sobre los vertedores de laberinto permite establecer que:

- Son estructuras hidráulicas de elevada capacidad de descarga para sobre-elevaciones reducidas.
- Pueden precisar de menor espacio para evacuar los caudales exigidos.

Lo anterior permite la adaptación de este tipo de elementos hidráulicos dentro del conjunto de estructuras para descarga de las obras hidráulicas, tomando en consideración que:

- Resultan de dudosa idoneidad cuando se prevé su funcionamiento para elevadas sobre-elevaciones.

Además, es conveniente puntualizar una serie de aspectos de carácter general relacionados con el funcionamiento y la geometría de estas obras:

- Funcionan a descarga libre.
- Su comportamiento es el de vertedores de pared delgada. El término de pared delgada se refiere a que la cresta en la parte superior termina con una superficie horizontal angosta. El correcto funcionamiento de un vertedor de pared delgada depende del desarrollo de la lámina vertiente, es por eso que cualquier obstrucción al flujo que converge hacia la lámina vertiente puede modificar la relación entre la carga y el gasto.
- No presentan limitaciones con respecto a la geometría del canal de descarga, por lo que es posible proyectar un vertedor en laberinto de alimentación lateral y
- descarga escalonada, o un vertedor de laberinto de alimentación frontal y descarga en túnel.

### Características de la llegada

En general, en la literatura especializada existen pocos elementos que permiten juzgar la influencia de la alimentación al vertedor de laberinto sobre su comportamiento hidráulico.

1. Se tienen la recomendación de adoptar formas redondeadas en los canales y estructuras de alimentación, lo cual influye particularmente en los módulos o ciclos de los extremos del vertedor.
2. En aquellos casos en los que la dirección del flujo en la alimentación no sea perpendicular al vertedor, es más conveniente que éste se encuentre lo más “dentro” del embalse posible. Hinchliff, (1984) observó que el rendimiento del vertedor de laberinto es mejor si los ciclos están proyectados dentro del vaso de almacenamiento, en lugar de estar colocado en el canal del vertedor.

La influencia de la alimentación en el comportamiento hidráulico de un vertedor de laberinto es la misma que la correspondiente a los vertedores rectos convencionales. La obtención de la capacidad hidráulica de cualquier tipo de vertedor en el que no se tiene certidumbre sobre sus condiciones de alimentación, resulta complicada mediante la sola aplicación de los modelos clásicos, como los utilizados para el análisis de los vertedores de pared delgada. En estas condiciones, el ensayo en modelos físicos a escala reducida es más conveniente. El comportamiento de los vertedores tipo laberinto puede simplificarse si se consiguen aislar los distintos fenómenos que lo componen, al objeto de cuantificar su efecto en la capacidad hidráulica. Estos fenómenos son la oblicuidad de las caras del vertedor, la interferencia de láminas en los vértices de aguas arriba, y la depresión gradual de la lámina en la aproximación a los vértices de aguas abajo.

### 1.3.1 Formas en planta

Los vertedores de laberinto suelen estar constituidos por una serie de módulos iguales, adosados a lo largo de una directriz que puede adoptar diversas formas geométricas. Lo usual es que la geometría de la directriz permita distribuir de forma regular los módulos, por lo que se suelen emplear directrices rectas o a arcos de circunferencia (Fig 11).

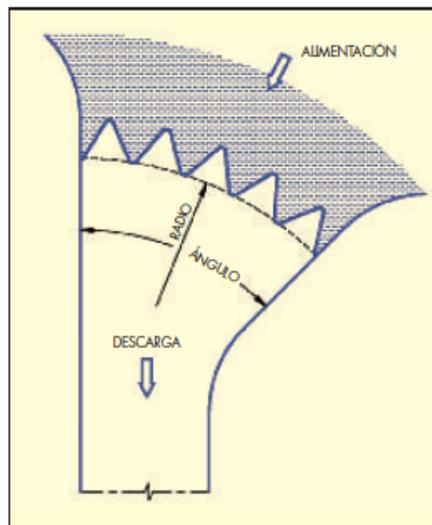


Figura 11. Vertedor de laberinto en planta, con una directriz de descarga circular.

Los módulos pueden adoptar formas triangulares y rectangulares, siendo más comunes y convenientes, desde un punto de vista hidráulico y constructivo, las formas trapezoidales. En un ciclo de vertedor de laberinto trapezoidal, las crestas ubicadas aguas arriba y aguas abajo se denominan "2a", las paredes laterales son "b", el ancho del ciclo se llama "W", y la altura de la cresta del vertedor es "P". Existe un ángulo " $\alpha$ ", medido desde el eje del vertedor al plano de la pared. Los parámetros geométricos se aprecian en la Fig 12.

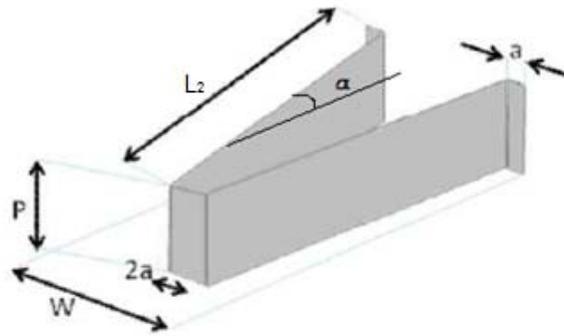


Figura 12. Los parámetros de un módulo del vertedor de laberinto. Erices, 2013.

### 1.3.2 Dirección del eje del vertedor de laberinto

Desde una perspectiva tradicional, los vertedores de laberinto estarían diseñados para una configuración lineal. Sin embargo, se ha observado que una configuración del ciclo en forma de arco, aumenta la capacidad de la descarga, al mejorar la orientación del vertedor de laberinto en la aproximación de flujo. La Presa Avon (Fig 13) en Australia, (Darvas 1971), la Presa Kizilcapinar en Turquía, (Yildiz and Üzücek 1996), y la Presa Weatherford en Texas, (Tullis 1992), son ejemplos de estructuras construidas con vertedores de laberinto en arco.

Más recientemente, Page et al (2007) condujo estudios para la presa María Cristina (Castellón, España), en donde la eficiencia de la descarga de vertedores de laberinto en arco y vertedores lineales fue evaluada. Se reportó un incremento en la eficiencia de descarga, a consecuencia de la aproximación del flujo con una configuración en arco.



Fig 13. Presa Avon, como ejemplo de la configuración en arco (1921-27), Australia. Sydneyforeveryone.com.au.

Tullis et al (1995) plantea que la dirección del eje de un vertedor de laberinto es aquella orientación que indica la ordenación de los ciclos del vertedor, según su vista en planta. La implementación de vertedores de laberinto considera geometrías donde la dirección del eje del vertedor es particular de cada estructura. La variación de la dirección del eje se realiza para incrementar la longitud del vertedor, o para incorporarle más ciclos, y como consecuencia, aumentar el caudal de alivio utilizando un mismo espacio disponible. Se puede proyectar la orientación de los ciclos de una manera lineal, ubicándose uno al lado del otro, y considerando

entre ellos un eje perpendicular al flujo. En otros casos, este eje puede dibujar un arco, una circunferencia o combinaciones de ambas, como se muestra en la Fig 14.

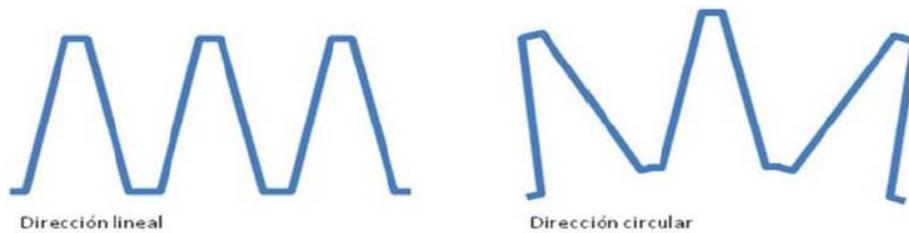


Fig 14. Dirección del eje de un vertedor de laberinto. Delgado, 2009.

En la práctica se han diseñado numerosos vertedores en los cuales se ha variado la cantidad de ciclos y la dirección de estos, pero estas variaciones también obedecen a necesidades topográficas, o en el caso de rehabilitaciones, a la menor intervención posible sobre la estructura de un vertedor previo.

Houston (1983) llevo a cabo un estudio a la presa Hyrum localizada sobre el río Little Bear al su de la ciudad de Hyrum, Utah. La presa Hyrum, esta localizada en el río Little Bear justo al sur de la ciudad de Hyrum, donde probó varias orientaciones y colocaciones del vertedor de laberinto, en relación con el canal de descarga del vaso de almacenamiento (normal, inversa, flush y parcialmente proyectado, como en la Fig 15). Houston encontró que, para las condiciones de aproximación del flujo canalizadas, la orientación normal tiene una descarga 3.5% mayor que la orientación inversa.

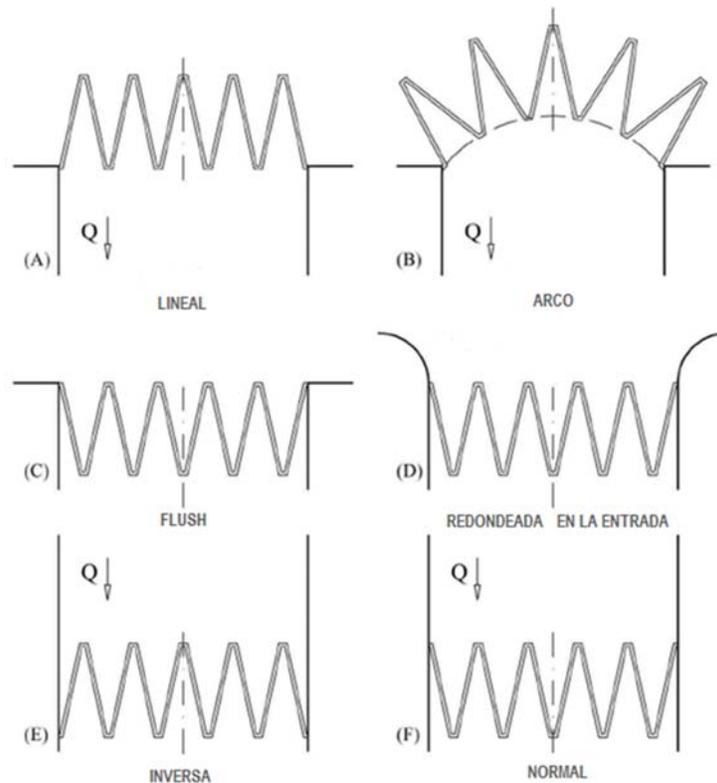


Fig 15. Configuraciones del vertedor de laberinto en arco y lineal, flush, redondeada en la entrada, inversa y orientación normal.

## CAPÍTULO 2. VERTEDOR DE LABERINTO

De acuerdo con las investigaciones desarrolladas sobre el desempeño de los vertedores de laberinto, actualmente se considera que estas estructuras tienen un comportamiento muy conveniente en lo relativo al incremento de la descarga de agua, en comparación con los diseños tradicionales de vertedores lineales, requiriendo para ello una menor carga sobre el vertedor, a través de una longitud de cresta más grande, adecuada a un espacio disponible reducido.

Investigaciones sobresalientes que han contribuido al conocimiento sobre el funcionamiento de los vertedores de laberinto, son las desarrolladas por Taylor (1968), Hay y Taylor (1970), Indlekofer y Rouvé (1975), Houston (1982), Hinchliffand y Houston (1984), Lux (1984; 1989), Cassidy et al. (1985), Lux and Hinchliff (1985), Tullis et al. (1995), Falvey (2003), Savage et al. (2004), Tullis et al. (2007), Crookston y Tullis (2012 a, b, c; 2013 a, b), y Dabbling et al. (2013).

Desde el punto de vista de la ingeniería y la implementación de soluciones eficientes, bajo aspectos hidráulicos y económicos para el diseño de estructuras de control, en este trabajo de tesis se presenta un condensado de las expresiones y procedimientos necesarios para el diseño de una obra de excedencias, en cuanto a detalles geométricos y su relación con la carga de agua, las condiciones de aproximación del flujo, y otras circunstancias que influyen en el vertido y la descarga aguas abajo de una presa con vertedor de laberinto.

### 2.1 Perfiles de Cresta

Los perfiles de cresta son el acabado geométrico que tienen las paredes de un vertedor en su parte superior, y se consideran de importancia porque se ha observado que su diseño influye en la magnitud del coeficiente de descarga del vertedor, y por consecuencia, en su eficiencia hidráulica. En una vista de perfil de la pared del vertedor, pueden observarse las dimensiones que este componente posee en el área ubicada en la cima, que se denomina cresta. Este acabado de la pared estará en contacto con el caudal circulante, pues aguas arriba se concentrará el volumen del flujo por descargar, y aguas abajo la lámina de vertido.

Las primeras formas de cresta se basaron en el diseño de una parábola simple que se adaptaba a la trayectoria de la caída de la lámina vertiente, y los experimentos de Bazin, en el siglo XIX, fueron la base de los diseños iniciales. Más recientemente, el Bureau of Reclamation de los Estados Unidos de América ha realizado experimentos exhaustivos de la forma de la lámina descargada sobre un vertedor de pared delgada, por lo que numerosas formas de cresta han sido diseñadas con base en las coordenadas de la superficie inferior de la lámina vertiente, definidas a partir de ecuaciones relativamente simples.

Entre los perfiles desarrollados se pueden señalar los destacados por Falvey (2003) y Megalhaes (1985). Cada uno presenta características particulares en cuanto a su dimensionamiento geométrico y formas utilizadas, pero en general, en la tipología se aprecia la tendencia de aprovechar el espesor base de la pared del vertedor, aplicando un acomodo del borde de descarga, que incluso puede interpretarse con una finalidad constructiva. Así, por medio de un perfil de cresta adecuado, se busca incrementar la eficiencia de la descarga, evitando que el diseño de la pared de vertedor sea complicado, lo cual implicaría un encofrado laborioso y, en consecuencia, una inversión económica mayor.

La figura 1 muestra diferentes perfiles de cresta. Amanian (1987) indica que el perfil más eficiente y la forma más práctica es el perfil de un cuarto de redondeo, el cual presenta dos configuraciones: una de espesor constante a lo largo del elemento, y otra de espesor variable, que se muestra más ancha en la base, y disminuye de manera constante hacia la parte superior del elemento. La forma de la cresta sobre vertedores de laberinto consiste desde un perfil de cresta aguda o plana, hasta los llamados perfiles de lámina vertiente.

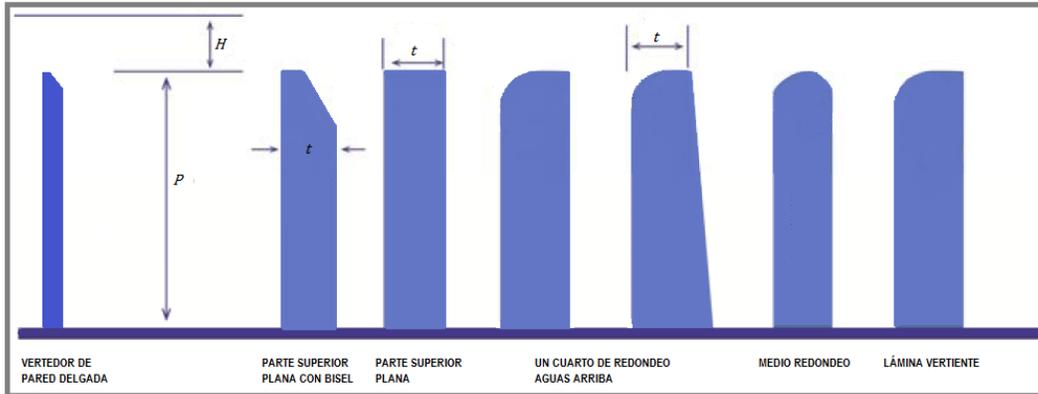


Fig 1. Perfiles de cresta utilizados comúnmente en los vertedores de laberinto, Erices, 2013.

Una manera de describir el funcionamiento hidráulico de los vertedores de laberinto es mediante la magnitud del coeficiente de descarga que le corresponde, y en base a ello, realizar comparaciones y estimaciones de sus parámetros constructivos. Por esta razón, parte de los trabajos de investigación respecto al diseño eficiente de los vertedores de laberinto se ha desarrollado mediante pruebas experimentales, con el análisis del funcionamiento de diseños particulares, y la determinación del valor de sus coeficientes de descarga. Los resultados experimentales de diversos autores se presentan a manera de gráficos, que relacionan la variación de la carga con los coeficientes correspondientes.

### 2.1.1 Coeficiente de Descarga

La ecuación para el cálculo del gasto de descarga puede escribirse en términos de la carga total aguas arriba

$$Q = C_d \frac{2}{3} \sqrt{2g} L H_T^{3/2} \quad (1)$$

donde

- $C_d$  coeficiente de descarga del vertedor de cresta controlada, adimensional
- $g$  aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$
- $H_T$  carga total, medida hasta la superficie libre del agua, en m
- $L$  longitud del vertedor, en m
- $Q$  gasto total que pasa sobre el vertedor, en  $m^3/s$

Esta expresión es adecuada para flujos sobre un vertedor de pared delgada, un cuarto de redondeo, medio redondo y lámina vertical, y es útil cuando la elevación del vaso de almacenamiento se conoce respecto a la elevación del vertedor. En general, el análisis consiste en la obtención del coeficiente de descarga correspondiente al perfil de cresta del vertedor, para ser considerado en la ecuación 1, de manera que sea posible descargar la mayor cantidad de gasto con la menor carga.

#### Perfil de parte superior plana con bisel, y Perfil parte superior plana

Para un vertedor lineal, la descarga está en función de la carga sobre el vertedor, ecuación 1, donde el coeficiente de descarga  $C_d$  se define por el coeficiente de Rehbock:

$$C_d = 0.605 + 0.08 \frac{H_T}{P} + \frac{1}{305 H_T (ft)} \quad (2)$$

donde

$C_d$  coeficiente de descarga, adimensional  
 $H_T$  carga sobre el vertedor, en m  
 $P$  altura de la cresta, en m

o, en el sistema métrico

$$C_d = 0.605 + 0.08 \frac{H_T}{P} + \frac{1}{H_T (mm)} \quad (3)$$

donde

$C_d$  coeficiente de descarga, adimensional  
 $H_T$  carga sobre el vertedor, en m  
 $P$  altura de la cresta, en m

Esta forma de la ecuación es particularmente útil cuando el vertedor se emplea como dispositivo de medición, pues el gasto se obtiene con la lectura de la carga de agua.

#### Perfil de un cuarto de redondeo

En el perfil tipo cuarto de redondeo se introduce, como elemento geométrico, un cuarto de circunferencia tangente al muro, en la parte adyacente a la descarga. Con respecto a la descarga, se espera que ésta vierta libremente, sin efectos tales como la cavitación, que desaparecen al producirse el aumento del volumen de caudal descargado.

Tullis et al. (1995) realizó pruebas con un perfil de un Cuarto de Redondeo en un vertedor lineal. El coeficiente de descarga para un perfil de esta naturaleza se muestra en la figura 2, donde se aprecia que el coeficiente se aproxima a un valor mínimo, cuando el flujo se aproxima a una profundidad crítica en que la carga aguas arriba se vuelve pequeña. La curva de la figura 2 es para una relación igual a 1/12 del radio de curvatura respecto a la altura del vertedor ( $R/P = 1/12$ ), y relación de 1/6 para el espesor de la pared respecto a la altura del vertedor ( $t/P = 1/6$ ), del tipo lineal.

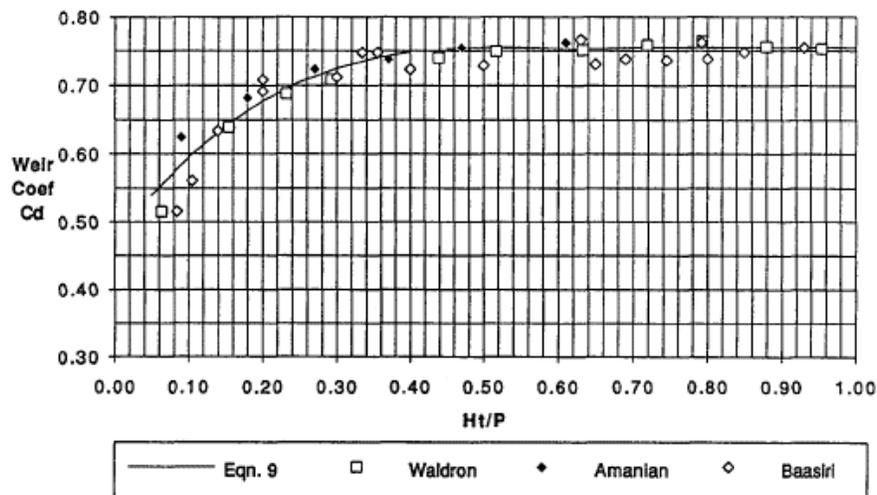


FIG. 2. Crest Coefficient for Linear Weir

Fig 2. Coeficiente de descarga para un perfil de cuarto de redondeo, para un vertedor lineal y de lámina vertiente totalmente aireada. Tullís, J. P., Nosratollah, A. y Waldron, D., (1995)

### Perfil de medio redondeo

El coeficiente de descarga para el perfil de medio redondeo está influenciado por el flujo sobre la cresta. Pueden presentarse cuatro condiciones de flujo, las que se muestran esquemáticamente en la figura 3.

- Presión
- Atmosférica
- Cuidad y
- Subatmosférica.

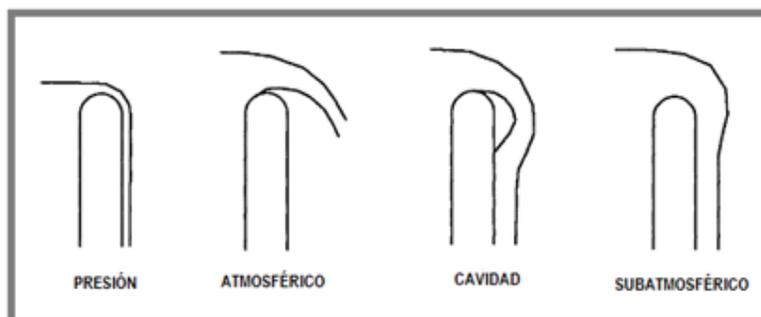


Fig 3. Condiciones de flujo de la cresta. Falvey 2003.

La forma en cómo se presentan las condiciones de flujo se describe de la manera siguiente:

- El flujo de presión es análogo a la descarga sobre una cresta Ogge, con una carga menor que la de diseño. La presión sobre toda la cresta es positiva (superior a la atmosférica).
- Con el aumento de la carga sobre la cresta, se alcanza la condición atmosférica al separarse de la pared del vertedor. Cuando aguas abajo la lámina vertiente es aireada, la presión en la cresta será atmosférica.
- Con cargas mayores, la presión sobre la cresta se vuelve subatmosférica. Si la lámina vertiente no puede ser aireada, entonces la forma del flujo es subatmosférico, en el que la lámina vertiente se adhiere al paramento aguas abajo del vertedor.
- Entre los dos extremos (flujo atmosférico y flujo subatmosférico), puede formarse una bolsa o cavidad llamada cámara del aire. Esta condición es inestable, porque dependiendo del nivel de agua aguas abajo, la cámara del aire realizará la transición entre las condiciones atmosféricas y subatmosférica.

De las cuatro condiciones de flujo, la más conveniente es la condición atmosférica, pues con la separación respecto a la pared se evita la erosión de la misma, y como el flujo se descarga más lejos de la estructura, no se presentan efectos de interferencia.

Las condiciones de flujo están definidos a partir de la presión sobre la cresta, mediante el coeficiente:

$$\beta_p = \frac{\left(\frac{P_c}{\gamma}\right)}{Y_0} \quad (4)$$

donde

$P_c$  presión en la cresta, en  $\text{kg/m}^2$

$Y_0$  profundidad del agua sobre la cresta, en m

$\gamma$  peso específico,  $\text{kg/m}^3$

$\beta_p$  coeficiente para definir la condición el flujo en función de la cresta, adimensional

Las condiciones descritas en la figura 3 se presentan de acuerdo con lo siguiente:

$\beta > 0$ , presión

$\beta = 0$ , atmosférica

$\beta < 0$ , subatmosférica o cavidad.

El coeficiente de descarga está en función del radio de curvatura, altura del vertedor y carga sobre el vertedor, es decir:

$$C_d = f\left(\frac{H_T}{R}, \frac{H_T}{P}\right)$$

Esto indica que los resultados pueden expresarse mediante una curva tridimensional, en la cual el eje Z es  $C_d$ , el eje X es  $H_T/P$ , y el eje Y es  $H_T/R$ .

Para la condición de flujo de presión y flujo subatmosférico,  $H_T/R$  es el parámetro más importante. En un flujo aireado, la lámina vertiente se separa de la cresta redondeada, el punto de separación se mueve hacia aguas abajo, y la descarga sobre la cresta es análoga al flujo sobre una cresta de un cuarto de redondo. Para este caso, la relación  $H_T/P$  es más importante que  $H_T/R$ .

Existen trabajos de diferentes investigadores respecto a los coeficientes de descarga en perfiles de medio redondeo, tales como los que se describen a continuación.

#### **Indlekofer y Rouvé (1975)**

En la figura 4 se presenta la variación de los coeficientes de descarga como una función de  $H_T/R$ . Como se muestra, la línea de frontera entre la condición de flujo de presión y flujo subatmosférico o aireado, ocurre cuando  $H_T/R$  es aproximadamente 1.3.

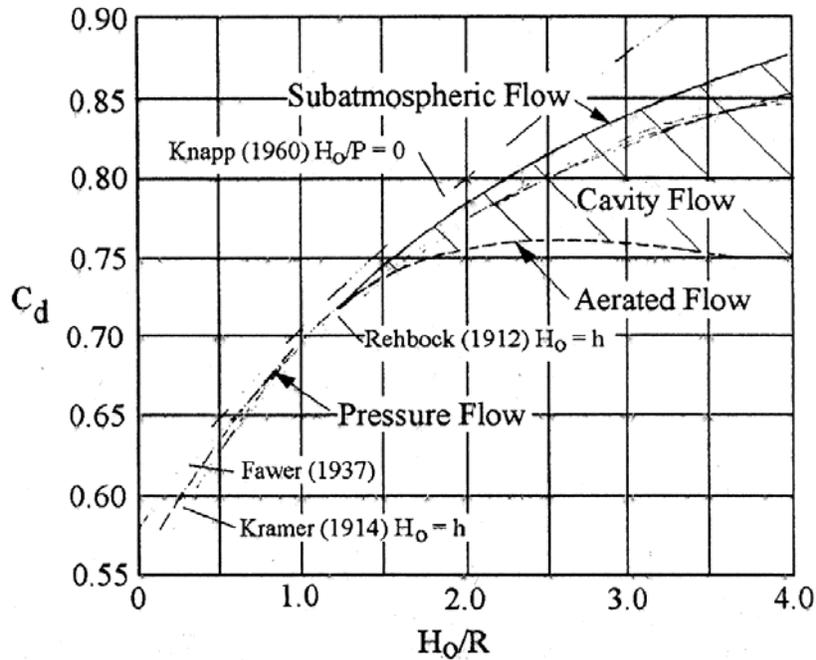


Fig 4. Coeficiente de descarga del perfil medio redondeo. Rouvé, G. e Indlekofer, H., (1974).  
With permission ASCE. Falvey (2003).

**Babb (1976)**

Se realizaron pruebas para valores de  $H_T/R$  mayores que 3.6. La lámina vertiente sobresale libremente, y la cresta se vuelve aireada. Para cargas con  $H_T/P$  mayor que 0.5, que corresponden a un  $H_T/R$  mayor que 6, los efectos del agua en la parte final son suficientemente grandes para sumergir la lámina vertiente, y se presentan condiciones subatmosféricas.

**Amanian (1987)**

Las pruebas consideraron valores de  $H_T/R$  mayores que 2, que están en el rango de funcionamiento aireado, subatmosférico, o flujo de cavidad. El punto de transición desde el flujo de presión a flujo aireado no se determinó. Los resultados para flujo aireado se muestran en la figura 5, como una función de  $H_T/P$ .

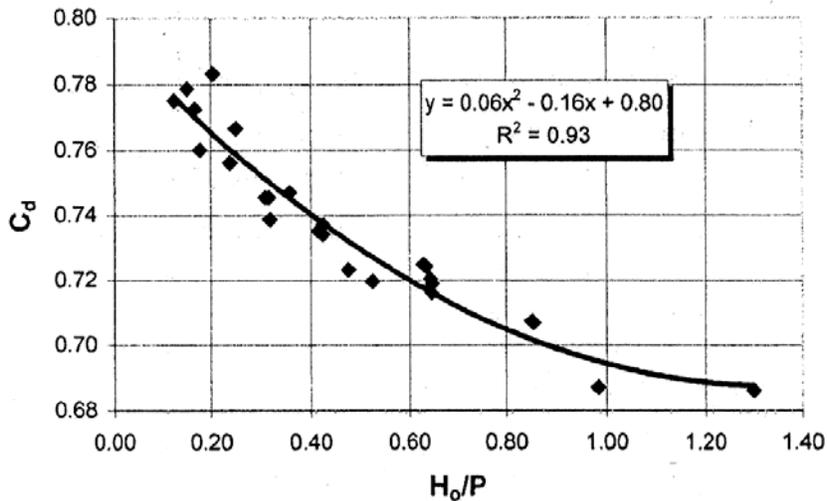


Fig 5. Coeficiente de descarga para flujo aireado de Amanian (1987), “Performance and design of labyrinth spillways”. MSc thesis, Utah State University, Logan, Utah. Falvey (2003).

Con valores pequeños de  $H_T/P$ , el perfil de medio redondeo tiene un coeficiente de descarga más alto que el de cuarto de redondeo, y es menor para grandes valores del mismo cociente  $H_T/P$ . La figura 6 muestra los resultados para flujo subatmosférico.

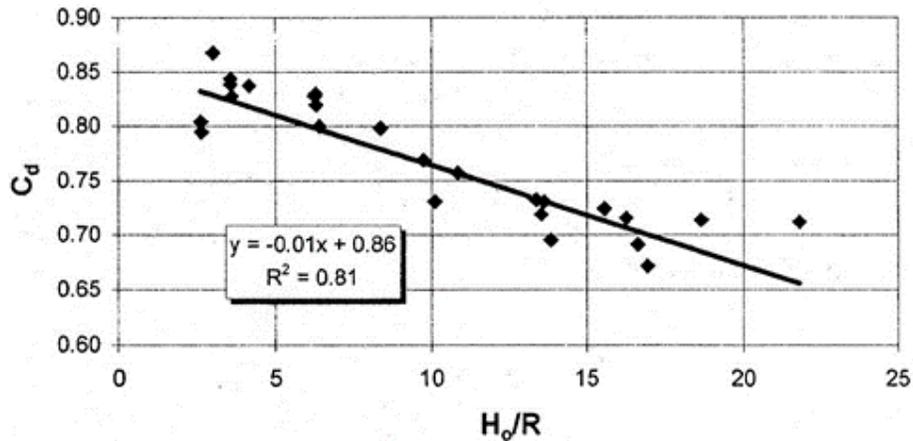


Fig 6. Coeficientes de descarga para flujo subatmosférico de Amanian (1987). “Performance and design of labyrinth spillways”. MSc thesis, Utah State University, Logan, Utah. Falvey (2003).

Las pruebas se realizaron con alturas de vertedor de 102, 152 y 204 mm, donde los efectos de tensión superficial son mayores para  $H/P$  menores que 0.3, con alturas de vertedor menores que 150 mm, por lo que tales condiciones presentes en el modelo no estarán presentes en el prototipo. La tensión superficial crea el efecto de una descarga más grande, y es probable que el modelo de estudio de Babb (1976) sí estuvo bajo su influencia, porque las pruebas se realizaron con una altura de vertedor de sólo 92 mm.

### Falvey (2003)

En el modelo de estudio de Babb (1976), Falvey observó que el flujo de presión ocurrió para una  $H_T/P$  menor que 0.3. Esto es equivalente para un  $H_T/R$  menor que 3.6. La diferencia entre dichos resultados y los obtenidos por Indlekofer y Rouvé puede explicarse por el ángulo del flujo que pasa sobre el vertedor. El ángulo con Indlekofer y Rouvé fue de  $90^\circ$ , mientras que con Babb fue de  $20^\circ$ .

### Perfil de lámina vertiente o Perfil de cresta Ogee

Se ha observado que cuando se efectúa una descarga por encima de una pared gruesa a superficie libre, pueden desarrollarse zonas de presión distinta a la atmosférica:

- a. Al principio de la descarga, el contacto inicial del agua con la pared tiende a separarse, y se produce una zona de baja presión.
- b. La descarga se modifica posteriormente, y se produce una zona de presión positiva que provoca erosión por el contacto y por la energía dinámica de las partículas que desgastan la arista final de la pared.

Para Willmore (2004), la cresta más eficiente desde el punto de vista hidráulico es la cresta tipo Ogee. Éste diseño es eficiente debido a su geometría (su cresta es una aproximación al perfil de la lámina vertiente aireada), que permite que la lámina vertiente se adhiera a la pared aguas abajo del vertedor, resultando una presión subatmosférica entre la pared del vertedor y la lámina vertiente. Los modelos de estudio de los vertedores de cresta delgada fueron utilizados por el Corps of Engineers y el Bureau of Reclamation, que desarrollaron gráficos para las crestas Ogee.

El perfil de la lámina vertiente se muestra en la figura 7. El área bajo la lámina vertiente puede estar llena de concreto sin afectar el flujo sobre el vertedor, pues inclusive la presión sobre la cresta será atmosférica aunque la frontera de aire/agua sea remplazada con concreto/agua.

La forma de la lámina vertiente, aguas arriba de la cresta, puede aproximarse por dos curvas circulares. El Corps of Engineers recomienda utilizar, para la forma estándar del cuadrante aguas abajo, la relación siguiente:

$$\frac{y}{H_d} = K \left( \frac{x}{H_d} \right)^n \quad (5)$$

donde

- $H$  carga de diseño que excluye la carga de velocidad, en m
- $K$  coeficiente depende de la inclinación aguas arriba y la velocidad de aproximación
- $n$  exponente
- $x$  coordenada del perfil de la cresta, con origen en el punto más alto (O), como se muestra en la figura 7, en m
- $y$  coordenada del perfil de la cresta, con origen en el punto más alto (O), como se muestra en la figura 7, en m

El coeficiente  $K$  depende de la inclinación aguas arriba y la velocidad de aproximación. La cara vertical definida del vertedor tiene valores para  $n$  y  $K$  de 1.85 y 0.5, respectivamente, resultando:

$$y = \frac{x^{1.85}}{2 \cdot H_d^{0.85}} \quad (6)$$

donde

- $H_d$  carga de diseño que excluye la carga de velocidad, en m
- $x, y$  coordenadas del perfil de la cresta, con origen en el punto más alto (O), como se muestra en la figura 7, en m.

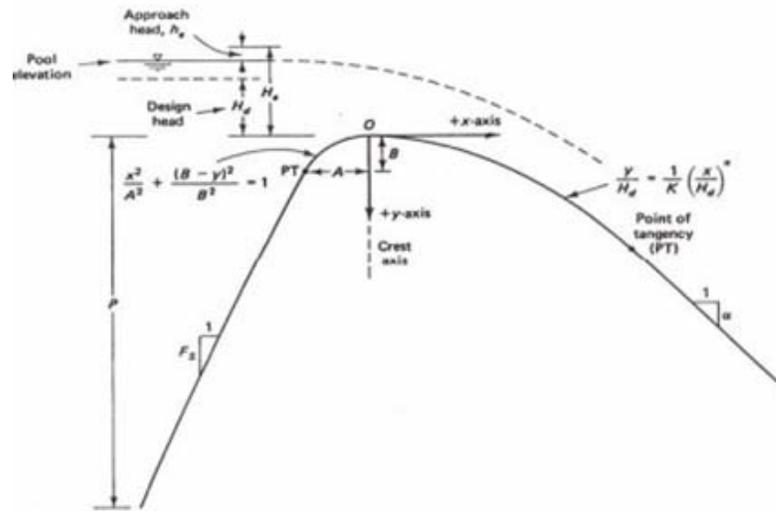


Fig 7. Definición de la sección transversal del vertedor

El U.S. Bureau of Reclamation (1974), calcula el gasto para un perfil de lámina vertiente (para cresta delgada del vertedor) como:

$$Q = CLH_T^{3/2} \quad (7)$$

donde

- $C$  coeficiente de descarga del vertedor, en  $m^{1/2}/s$
- $H_T$  carga total, medida hasta la superficie libre del agua, en m
- $L$  longitud del vertedor, en m
- $Q$  gasto, en  $m^3/s$

En este caso, el coeficiente de descarga es dimensional:

$$C = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d \quad (8)$$

donde

- $C_d$  coeficiente de descarga del vertedor de cresta controlada, adimensional

La variación del coeficiente  $C_d$  como una función del cociente  $H/P$  se muestra en la figura 8. Este coeficiente se calculó a partir de la curva dada por Hoffman (1974). La variación es aproximada para valores de  $H/P$  menores que 0.35, y tiene un valor mínimo de 0.59, como se aprecia en la misma figura.

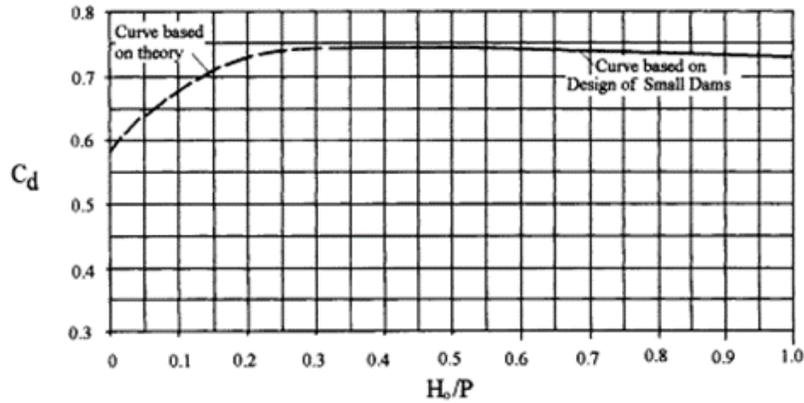


Fig 8. Coeficiente de descarga para el perfil de la lámina vertiente. Falvey (2003).

Magalhães y Lorena (1989) recomendaron que la forma de la cresta de la lámina vertiente se extienda más allá del ápice de la cresta, como se aprecia en la figura 9. Con esta modificación, se propone que el coeficiente de descarga sea menor que el correspondiente al perfil Ogge tradicional, como consecuencia del aumento de la interferencia de la lámina vertiente aguas abajo.

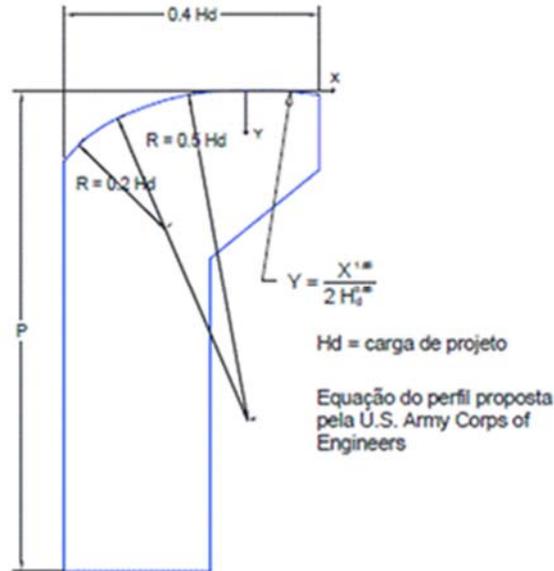


Fig 9. Perfil de tipo WES (Waterways Experiment Station), propuesto por Magalhães (1989).

#### Perfiles generalmente empleados

En diferentes investigaciones se exponen profusamente dos tipos de perfiles, que en la literatura técnica se denominan parte superior plana y cuarto de redondeo aguas arriba. Ambos diseños responden al funcionamiento de un vertedor de pared delgada, aunque se considera que la geometría del segundo de ellos mejora las condiciones para la alimentación del agua. Sin embargo, también se ha observado que los dos tipos de perfiles presentan los mismos inconvenientes:

- a. Efectos de erosión sobre el perfil, de manera puede llegar a presentarse una reducción significativa de la capacidad hidráulica del vertedor.

- b. Problemas de cavitación durante la descarga de caudales reducidos, pues en estas condiciones la lámina no se despega del perfil del vertedor, y se producen daños sobre la estructura.

La figura 10 es una ilustración de los problemas descritos, y en la figura 11 se muestra la forma de un perfil curvo que se ha estudiado para dar solución a este tipo de inconvenientes.

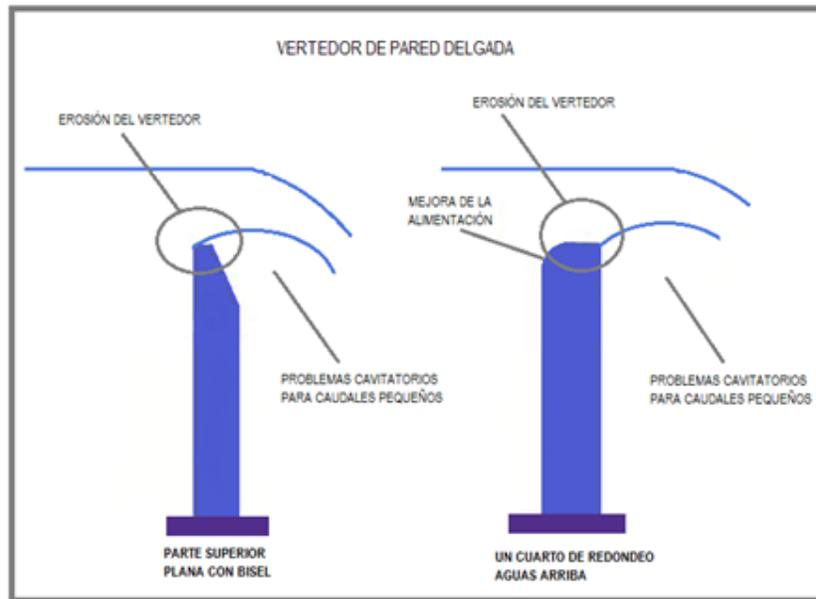


Fig 10. Erosión del perfil y problemas de cavitación.

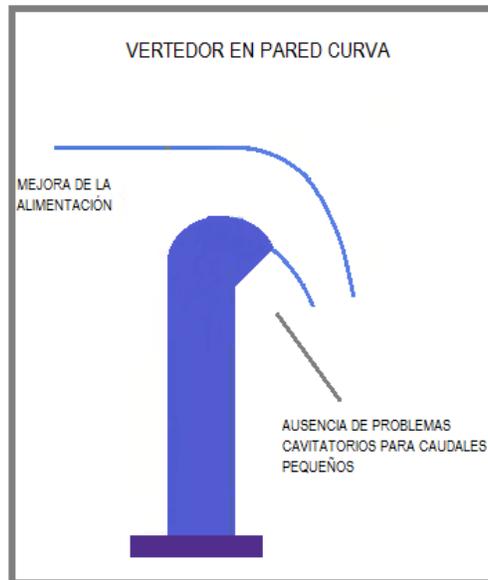


Fig 11. Perfil curvo.

## 2.2 El ahogamiento del vertedor y la interferencia entre láminas vertientes

En la experiencia de diferentes investigaciones se ha observado la existencia de fenómenos físicos íntimamente relacionados, que tienen lugar durante el proceso de evacuación de caudales a través del vertedor, y se describen de la manera siguiente:

- a. Ahogamiento del vertedor: Pérdida de rendimiento como resultado del cambio de la relación de escala vertical,  $w/P$ . En general, este fenómeno ocurre por un diseño inadecuado del canal aguas abajo del vertedor.
- b. Interferencia de láminas: Se produce cuando las láminas vertientes sobre muros diagonales que confluyen en el mismo vértice chocan, generando pérdidas significativas de carga. Puede decirse que este fenómeno ocurre antes, cuanto mayor es la relación  $L/w$ .

### 2.2.1 Ahogamiento del vertedor

Se ha observado que el fenómeno del *ahogamiento en vertedores de laberinto* tiene un comportamiento parecido al que se presenta en el funcionamiento de los vertedores convencionales, es decir, esta condición puede evitarse adoptando las mismas medidas que en el diseño de vertedores rectos, como ocurre con el aumento de la pendiente del canal, o bien incrementando la altura del vertedor en su cara de aguas abajo.

Por su naturaleza, el comportamiento hidráulico de un vertedor de laberinto se aprecia mejor desde una perspectiva, al menos, bidimensional, como en el esquema de la figura 12.

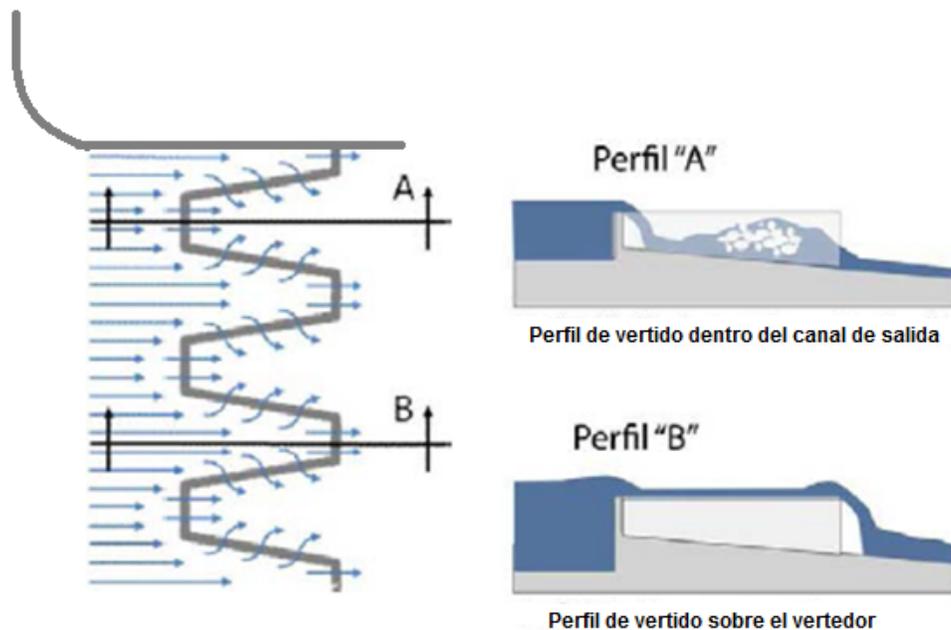


Fig 12. Perfiles de vertido sobre el vertedor. Erices, 2013.

En efecto, en los vértices de aguas abajo, mientras no existe ahogamiento, el funcionamiento es adecuado. La lámina adopta una posición ondulada, que está determinada por las contracciones y expansiones generadas en el flujo, por los vertidos que se están produciendo en las zonas adyacentes del vertedor (ver figura 13).



Fig 13. Vertedor de laberinto trapezoidal. Hidroeléctrica Sayano-Shusenskaya, Rusia  
 presasuba.wordpress.com

El comportamiento hidráulico del fenómeno se puede esquematizar según la geometría en planta del mismo (que da lugar a la aparición de interferencia de láminas en un momento u otro), y por las condiciones hidráulicas inmediatamente aguas abajo del vertedor (que pueden o no propiciar el ahogamiento del vertedor).

- FASE N° 1: Inexistencia de la interferencia de láminas: La capacidad hidráulica del vertedor se acerca a la de un diseño recto.
- FASE N° 2: Aparición de la interferencia de láminas: Comienza la interferencia de láminas en la parte de aguas arriba de los muros diagonales, y se desplaza hacia aguas abajo a medida que se incrementan los caudales. La aireación es deficiente en la zona en la que existe interferencia.

Investigaciones desarrolladas establecen como límite de funcionamiento aquél en el que la máxima sobreelevación de la lámina sobre el vertedor es de 0.50 a 0.70 veces la altura del vertedor. El límite de ahogamiento para la descarga  $H_T$ , en un vertedor de canal lateral, es de  $\frac{2}{3} H_T$ , medida respecto al nivel de la superficie de agua. La figura 14 es un esquema de la descarga de un vertedor de laberinto, con vista frontal, donde se aplica el límite de ahogamiento.

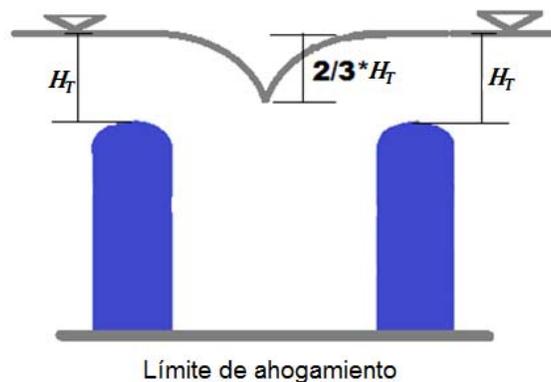


Fig 14. Límite de ahogamiento de un vertedor de laberinto.

Cuando el nivel del agua (aguas abajo) se eleva por arriba de la cresta del vertedor de cresta delgada, el vertedor se vuelve ahogado. Si el nivel del agua excede la cresta del vertedor de

laberinto, el vertedor es ahogado y se reduce la velocidad del flujo sobre el vertedor. Bajo esta condición, la descarga depende no sólo de la carga aguas arriba, sino también de la carga aguas abajo ( $h_d$ ), Brater y King, 1976.

El ahogamiento se presentará más fácilmente cuando se tenga una pendiente pequeña para la estructura de control, así como un estrechamiento aguas abajo de la misma.

#### El método de Villemonte

El método de ahogamiento del vertedor lineal, desarrollado por Villemonte (1947), ha sido aplicado comúnmente para vertedores de laberinto, a falta de una alternativa más apropiada. Villemonte desarrolló una relación aproximada, la cual se basa en un factor de reducción del flujo, que describe los efectos del funcionamiento hidráulico de los vertedores lineales de pared cresta delgada.

El ahogamiento del vertedor,  $h_d$ , se describe como la altura del nivel de agua arriba de la cresta del vertedor.

Villemonte (1947) realizó una serie de pruebas experimentales en las que observó que la descarga sobre la cresta ahogada de un vertedor en condiciones de ahogamiento puede estimarse. Asumió que el flujo sobre un vertedor lineal,  $Q_s$ , era igual a la diferencia entre la descarga asociada al flujo libre,  $h_u(Q)$ , y la descarga de un flujo libre correspondiente a la carga  $h_d(Q_d)$ .

$$Q_s = Q - Q_d \quad (9)$$

$$\frac{Q_s}{Q} = 1 - \frac{Q_d}{Q} \quad (10)$$

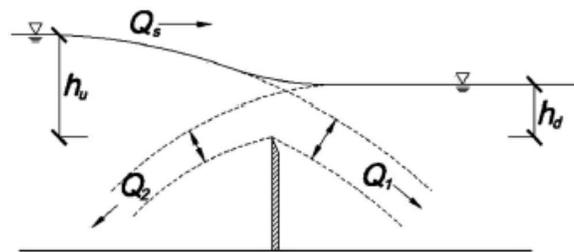


Fig 15. Superposición de flujo del vertedor ahogado de Villemonte (1947). Tullis (2007).

El factor de reducción de flujo se obtiene bajo ciertas consideraciones, por ejemplo, utilizar la carga piezométrica en lugar de la carga total, suponer un coeficiente de descarga constante para el flujo en ambas direcciones, y adicionar un exponente empírico para tomar en cuenta los factores de ahogamiento no considerados por suponer la superposición. El resultado es el siguiente:

$$\frac{Q_s}{Q} = \left(1 - \frac{h_d^{3/2}}{h_u^{3/2}}\right)^{0.385} \quad (11)$$

Para un vertedor de cresta delgada, la descarga ahogada,  $Q_s$ , se calcula con la ecuación 12. Las pruebas fueron realizadas en un vertedor rectangular de pared delgada.

$$Q_s = Q \left[ 1 - \left( \frac{h_d}{h_u} \right)^{3/2} \right]^{0.385} = Q \left[ 1 - \left( \frac{h_d P}{P h_u} \right)^{3/2} \right]^{0.385} \quad (12)$$

donde

$Q$	gasto determinado a partir de la carga aguas arriba (condición de flujo libre)
$Q_s$	gasto bajo las condiciones de flujo ahogado
$h_u$	carga aguas arriba
$h_d$	carga aguas abajo sobre la cresta del vertedor

El exponente 0.385 de la ecuación 12 fue determinado en base a las pruebas experimentales que consideran diferentes geometrías del vertedor lineal de cresta delgada: proporcional simétrico, parabólico, triangular de 90°, parabólico con cambio de signo, rectangular y dos vertedores rectangulares contraídos, para diferentes relaciones de contracción.

Villemonte recomendó que la carga aguas abajo,  $h_d$ , debe medirse respecto de la perturbación de la cresta creada por la lámina vertiente (a 2 ó 3 m de distancia aproximadamente).

Por su parte, Taylor (1968) comparó el factor de magnificación del flujo,  $Q_L/Q_S$ , para una carga aguas arriba dada, con el factor de ahogamiento  $h_d/h_u$ , donde  $Q_L$  es el flujo ahogado del vertedor de laberinto, y  $Q_S$  el flujo ahogado del vertedor lineal.  $Q_L$  fue determinado experimentalmente, y  $Q_S$  fue calculado con la ecuación 12. Taylor concluyó que los efectos de ahogamiento son menos significativos para vertedores de laberinto que para vertedores lineales.

Se tiene conocimiento de que Taylor hizo pruebas para investigar el ahogamiento en los vertedores de laberinto después de Villemonte, aunque no se tienen conclusiones al respecto. Bajo estas circunstancias, la relación de Villemonte también se ha aplicado para describir el funcionamiento de los vertedores de laberinto ahogados (Taylor 1968; Falvey 2003). Aun cuando la correlación entre la relación de Villemonte y los datos del vertedor de laberinto ahogado se ha encontrado deficiente, el método de Villemonte produce cálculos conservadores (Falvey, 2003).

#### El método de Tullis

Tullis et al. (2007) realizó tres pruebas de ahogamiento en vertedores de laberinto, para ángulos de pared de 7, 8 y 20°, calculando la relación  $Q_s/Q$  para todos los datos de ahogamiento experimental, y comparando los resultados con la ecuación 12 de Villemonte. En la figura 16 se aprecia que los valores no forman parte de una trayectoria común, lo que sugiere que no existe una relación de reducción de flujo única para vertedores de laberinto de ángulo lateral variado.

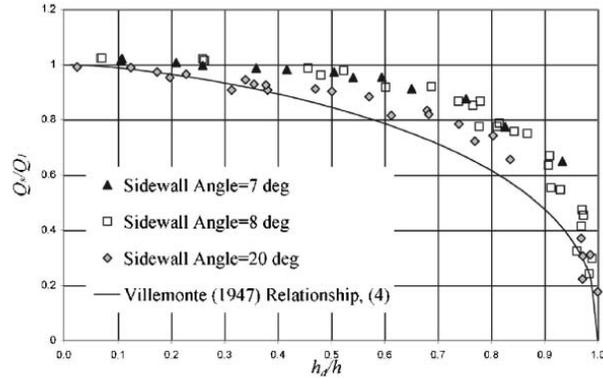


Fig. 7. Comparison of experimental labyrinth weir submergence data to Villemonte (1947) relationship, Eq. (4)

Fig 16. Comparación de los datos experimentales de ahogamiento del vertedor de laberinto con relación a la ecuación 12 de Villemonte (1947).

Los datos experimentales del vertedor de laberinto ahogado se analizaron mediante parámetros de carga ahogada adimensional  $H^*/H_T$  y  $H_d/H_T$  ( $H_T$  es la carga aguas arriba del vertedor operando en condición de flujo libre, y medido a partir de la cresta).

En la figura 17 se observa que la carga aguas arriba ahogada se aproxima a la carga de flujo libre,  $H_d/H_T$  (nivel de ahogamiento) tiende a cero (sin efectos de ahogamiento), la elevación de agua (tailwater) se aproxima a la elevación de la cresta del vertedor, y la carga aguas arriba se aproxima a la condición de flujo libre. Con un nivel suficiente de ahogamiento,  $H_d$  será igual a  $H^*$ , o bien  $H^*/H_T = 1$ . Como el nivel de ahogamiento  $H_d/H_T$  se incrementa, el valor de  $H^*/H_T$  se aproxima a una línea a 45°. Cuando los datos de ahogamiento coincidan con la línea de 45°, la carga aguas arriba  $H^*$  será esencialmente igual a la carga aguas abajo  $H_d$ .

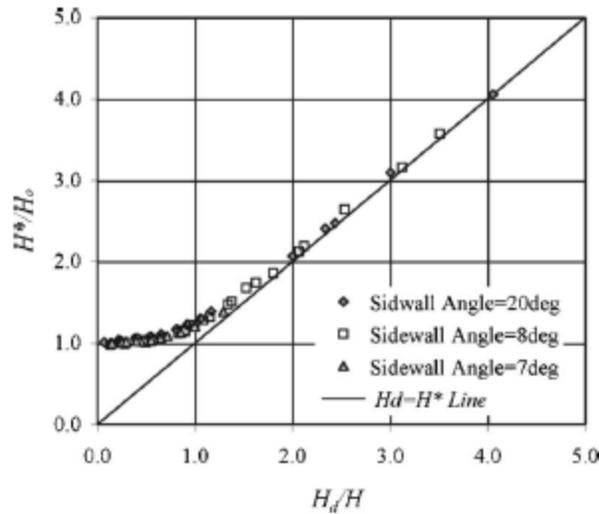


Fig 17. Relación de carga ahogada adimensional,  $H^*/H_T$  vs  $H_d/H_T$ , para vertedores de laberinto ahogados.

Tullis et al. (2007) desarrolló una función por partes para reproducir adecuadamente la relación de cargas ahogadas adimensionales para vertedores de laberinto, las cuales se presentan a continuación:

$$\frac{H^*}{H_T} = 0.3322 \left(\frac{H_d}{H_T}\right)^4 + 0.2008 \left(\frac{H_d}{H_T}\right)^2 + 1 \quad 0 \leq \left(\frac{H_d}{H_T}\right) \leq 1.53 \quad (13)$$

$$\frac{H^*}{H_T} = 0.9379 \left(\frac{H_d}{H_T}\right)^2 + 0.2174 \quad 1.53 \leq \left(\frac{H_d}{H_T}\right) \leq 3.5 \quad (14)$$

$$H^* = H_d \quad 3.5 \leq \left(\frac{H_d}{H_T}\right) \quad (15)$$

donde

$H^*$  carga total aguas arriba sobre un vertedor de laberinto ahogado

$H_T$  carga total aguas arriba del vertedor de laberinto sin ahogar (el mismo Q asociado con  $H_T$ )

$H_d$  carga total aguas abajo del vertedor de laberinto ahogado

$\frac{H^*}{H_T}$  relación de la carga aguas arriba ahogada y la carga aguas arriba libre

$\frac{H_d}{H_T}$  relación de la carga aguas abajo ahogada y la carga aguas arriba libre

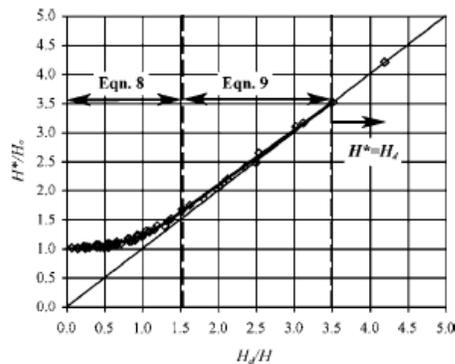


Fig. 9. Limits of  $H^*/H_0 = f(H_d/H_0)$  submergence equations for labyrinth weirs

Fig 18. Límites de las ecuaciones de ahogamiento  $H^*/H_T = f(H_d/H_T)$ , para vertedores de laberinto.

Posteriormente, Crockston (2010) modificó la presentación de los resultados anteriores de Tullis, y propuso la solución gráfica de la figura 19.

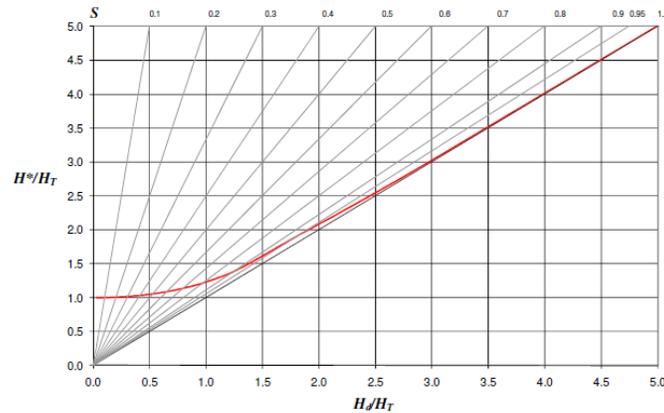


Fig 19. Solución gráfica del ahogamiento del vertedor de laberinto, modificado a partir de Tullis et al. (2007)

### 2.2.2 Interferencia de la lámina vertiente

El término de *interferencia de la lámina vertiente* denota una reducción en la eficiencia de la descarga del vertedor de laberinto, causada por el choque o interacción de la lámina vertiente cerca del ápice aguas arriba.

La interferencia ocurre cuando los chorros de dos paredes laterales o ápices se intersectan. Las láminas de descarga de dos vertedores dispuestos en un ángulo entre sí, tendrán un impacto dentro de una longitud limitada de la cresta del vertedor. En la figura 20 se aprecia la interacción de la lámina vertiente del ápice con las paredes laterales del vertedor, en un vertedor de laberinto de forma trapezoidal.

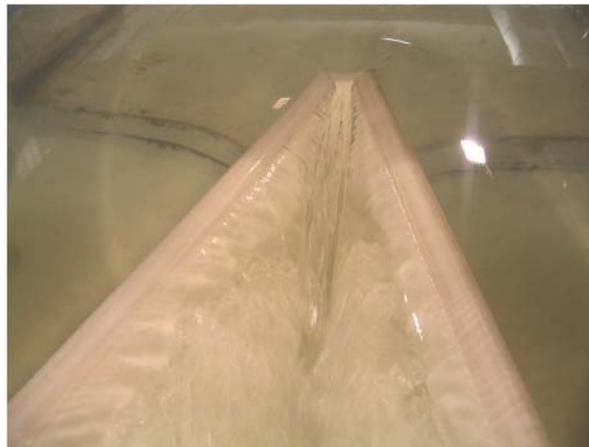


Fig 20. Interferencia de la lámina vertiente que ocurre en un vertedor de forma trapezoidal, con un ángulo de  $15^\circ$ , perfil de un cuarto de redondeo con un  $H_d/P = 0.20$ . Crookston 2010.

Un mejor conocimiento de las condiciones hidráulicas que corresponden con el comportamiento de la lámina vertiente del vertedor de laberinto, en relación con su diseño geométrico, es necesario para evitar la presentación de fenómenos indeseables durante el flujo, tales como: la vibración de la lámina vertiente, el ruido excesivo, la inestabilidad de la lámina vertiente –también conocido como flujo creciente–, y la variación de las fuerzas de presión sobre las paredes.

Se ha observado que el número de ciclos o módulos de un vertedor de laberinto influye en la interferencia de la lámina vertiente. Así por ejemplo, la región de interferencia dentro de un

vertedor de laberinto de dos ciclos es significativamente menor que aquella que se presenta durante el funcionamiento de un vertedor de laberinto de 20 ciclos de igual longitud, lo que modifica su nivel de eficiencia. Esta condición del funcionamiento se aprecia en la figura 21.

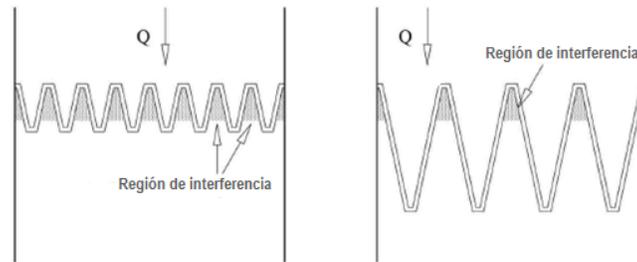


Fig 21. Interferencia de la lámina vertiente y el número de ciclos. Crookston 2010.

### Interferencia de la lámina vertiente de Indlekofer y Rouvé

Indlekofer y Rouvé (1975) revisaron el concepto de la interferencia de la lámina vertiente mediante el estudio del vertedor de esquina (corner weir) de cresta delgada, cuyas características son similares a un ciclo del vertedor de laberinto triangular ( con  $\alpha = 23.4^\circ, 31^\circ, 44.8^\circ$  y  $61.7^\circ$ ). El flujo se aproxima a las paredes laterales en forma perpendicular.

Indlekofer y Rouvé estudiaron al vertedor en dos regiones de flujo; la primera región, denominada como zona de ahogamiento, incluye la longitud de ahogamiento ( $L_d$ ). En la zona de ahogamiento, el flujo de cada pared converge, provocando un choque en la lámina vertiente. En la segunda región, las líneas de flujo son perpendiculares a las paredes laterales, y por ello corresponde con las condiciones de flujo de un vertedor lineal, por lo que la descarga está libre de choque en láminas vertientes, como se aprecia en la figura 22.

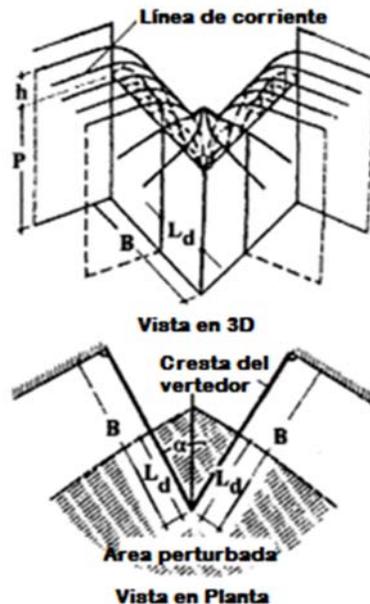


Fig 22. Interferencia de la lámina vertiente de Indlekofer, H. y Rouvé, G. (1975).

A partir de sus resultados, Indlekofer y Rouvé concluyeron que el grado de interferencia o el área de ahogamiento en un vertedor de laberinto de forma triangular está en función de la carga sobre el vertedor,  $h$ , la altura del vertedor,  $P$ , y el ángulo de pared lateral,  $\alpha$ . La longitud de interferencia en la esquina está en función de la longitud del vertedor,  $B$ , y del ángulo  $\alpha$ . En la figura 23 se observa la región de interferencia por el choque de los escurrimientos sobre las paredes laterales de un vertedor.



Fig 23. Interferencia de la lámina vertiente. Crookston 2010.

Si la descarga de un vertedor de esquina equivalente se hace pasar sobre un vertedor lineal con una carga aguas arriba común, la diferencia entre la longitud del vertedor lineal requerida y la actual longitud del vertedor de esquina, se define como la longitud de perturbación (ahogamiento) efectiva  $L_{de}$ . Ésta representa una longitud supuesta del vertedor de esquina, con una descarga efectiva de cero.

La longitud de perturbación (Falvey 2003) efectiva se calcula de la manera siguiente:

$$L_{de} = (1 - C_m)L_d = B - \frac{3Q}{2C_{d_{90}}\sqrt{2gh_m^{3/2}}} \quad (16)$$

donde

- $C_m$  coeficiente de descarga medio en la zona de perturbación, adimensional
- $B$  longitud de la cresta de uno de los muros laterales,
- $h_m$  carga aguas arriba sobre la cresta, definida por Indlekofer y Rouvé (1975), en m
- $L_{de}$  longitud de perturbación efectiva, en m
- $C_{d_{90}}$  coeficiente de descarga para un vertedor lineal, adimensional
- $Q$  gasto, en  $m^3/s$

$h_m$  representa una altura específica aguas arriba e incluye dos componentes de velocidad.

Por otro lado Tyler Seamons considera que la longitud de perturbación debe considerar los dos muros laterales de los módulos del vertedor de laberinto:

$$L_{de} = (1 - C_m)L_d = 2l_c - \frac{3Q}{2C_{d_{90}}\sqrt{2gh_m^{3/2}}} \quad (16')$$

donde

$l_c$  longitud del muro lateral de la cresta, m

En el texto de Falvey solo se está considerando la longitud del muro lateral de la cresta, para determinar la longitud de perturbación.

En la ecuación que presenta Tyler Seamons, se consideran los dos muros laterales del vertedor de laberinto por los que confluye la descarga de agua.

El coeficiente  $C_{d_{90}}$  se calcula con la ecuación siguiente:

$$C_{d_{90}} = \frac{2}{3} \sqrt{2g\mu} = 2.952\mu \quad (17)$$

El parámetro  $\mu$  se obtiene de las tablas 1 y 2, para vertedores rectangulares y triangulares, respectivamente.

Autor	Fórmula	Límites de aplicación	Observaciones
Hegly (Ref. 30) (1921)	$\mu = \left[ 0.6075 - 0.045 \left( \frac{B-b}{B} \right) + \frac{0.0041}{h} \right] \times \left[ 1 + 0.55 \left( \frac{b}{B} \right)^2 \left( \frac{h}{h+w} \right)^2 \right]$	0.10 m $\leq$ h $\leq$ 0.60 m 0.50 m $\leq$ b $\leq$ 2.00 m 0.20 m $\leq$ w $\leq$ 1.13 m	El primer límite de aplicación es el más importante. Para h/b > 0.13 tiene mayor precisión que la fórmula SIAS.
Sociedad de Ingenieros y Arquitectos Suizos (1924) (Ref. 9) (Fórmula SIAS)	$\mu = \left[ 0.578 + 0.037 \left( \frac{b}{B} \right)^2 + \frac{3.615 - 3(b/B)^2}{1000h + 1.6} \right] \times \left[ 1 + 0.5 \left( \frac{b}{B} \right)^4 \left( \frac{h}{h+w} \right)^4 \right]$	0.025 $\leq$ h $\leq$ 0.80 m b $\leq$ 0.3 B w $\geq$ 0.30 m $\frac{h}{w} \leq 1$ en el caso de contracciones laterales	Para vertedores sin contracciones laterales los límites son: 0.025 m $\leq$ h $\leq$ 0.80 m 0.30 m $\leq$ w $\frac{h}{w} \leq 1$ Para h/b $\leq$ 0.13, es más precisa que la de Hegly.
Hamilton-Smith	$\mu = 0.616 \left( 1 - \frac{b}{10B} \right)$	0.075 m $\leq$ h $\leq$ 0.60 m 0.30 m $\leq$ b 0.30 m $\leq$ w $h \leq \frac{w}{2}$ b $\leq$ (B - 2h) $\frac{h}{b} \leq 0.5$	Si B(h+w) < 10bh, se deberá reemplazar en la Ec. (7.5) el valor de h por h' donde $h' = h + 1.4 \left( \frac{V_o^2}{2g} \right)$ donde: $V_o = \left[ \frac{Q}{B(h+w)} \right]$ es la velocidad de llegada
Francis (Ref. 31)	$\mu = 0.623 \left[ 1 - 0.1n \frac{h}{b} \right] \left[ \left( 1 + \frac{V_o^2}{2gh} \right)^{3/2} - \left( \frac{V_o^2}{2gh} \right)^{3/2} \right]$	0.18 m $\leq$ h $\leq$ 0.50 m 2.40 m $\leq$ b $\leq$ 3.00 m 0.60 m $\leq$ w $\leq$ 1.50 m b $\geq$ 3h	$V_o = \frac{Q}{B(h+w)}$ velocidad de llegada. n = 2 en vertedores con contracciones laterales n = 0 en vertedores sin contracciones laterales.
Rehbock (1929) (Ref. 9)	$\mu = \left[ 0.6035 + 0.0813 \left( \frac{h + 0.0011}{w} \right) \right] \left[ 1 + \frac{0.0011}{h} \right]^{3/2}$	0.01 m $\leq$ h $\leq$ 0.80 m b $\geq$ 0.30 m w $\geq$ 0.06 m $\frac{h}{w} \leq 1$	Vale sólo para vertedores sin contracciones laterales. Es muy precisa y de las más utilizadas, por su sencillez.

Tabla 1. Determinación del coeficiente de gasto para vertedores rectangulares

Autor	Fórmula	Límites de aplicación	Observaciones
Universidad Católica de Chile (Ref. 24).	$C = \frac{8}{15} \sqrt{2g} \tan(\theta/2) \mu K$	Vale para $15^\circ \leq \theta \leq 120^\circ$ . La profundidad $w$ no tiene influencia en el coeficiente de gasto.	$\mu$ , coeficiente experimental que depende de $h$ y $\theta$ según la Fig. 7.9. $K$ es otro coeficiente que depende de $B/h$ según la Fig. 7.10 y vale 1 si $B/h \geq 5$ para $\theta = 90^\circ$ y si $B/h \geq 2.75$ para $\theta = 45^\circ$ .
Gourley y Crimp (Ref. 31).	$C = \frac{1.32 \tan(\theta/2)}{h^{0.65}}$	Vale para ángulos $\theta$ de $45^\circ, 60^\circ$ y $90^\circ$ y para profundidades $w$ grandes.	Esta fórmula, substituida en la ecuación (7.11b), conduce a la ecuación: $Q = 1.32 \tan(\theta/2) h^{2.65}$
Hegly (1921) (Ref. 31).	$\mu = \left[ 0.5812 + \frac{0.00375}{h} \right] \left\{ 1 + \left[ \frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\theta = 90^\circ$ , $0.10 \text{ m} \leq h \leq 0.50 \text{ m}$ y profundidades $w$ pequeñas.	Es de las fórmulas más precisas para vertedores con ángulo en el vértice $\theta = 90^\circ$ .
Barr (1909) (Ref. 22).	$\mu = 0.565 + \frac{0.0087}{h^{0.5}}$	Vale para $\theta = 90^\circ$ con cargas $0.05 \text{ m} \leq h \leq 0.25 \text{ m}$ , $w \geq 3h$ , $B \geq 8h$ .	El valor medio $\mu = 0.593$ que resulta de esta fórmula corresponde bastante al resultado de Thompson (1861) y que substituido en la Ec. (7.11a), conduce a la ecuación: $Q = 1.42 h^{1.5}$
Koch (1923) Yarnall (1926)	$\mu = 0.58$	Vale para $\theta = 90^\circ$ con cargas muy grandes. $w \geq 3h$ , $B \geq 8h$ .	No se limita con precisión el rango de validez.
Heyndrickx (Ref. 30).	$\mu = [0.5775 + 0.214 h^{1.85}] \times \left\{ 1 + \left[ \frac{h^2}{B(h+w)} \right]^2 \right\}$	Vale para $\theta = 60^\circ$ y cargas normales.	Es bastante precisa.

Tabla 2. Determinación del coeficiente de gasto para vertedores triangulares

Las longitudes de perturbación se definen esquemáticamente en la figura 24.

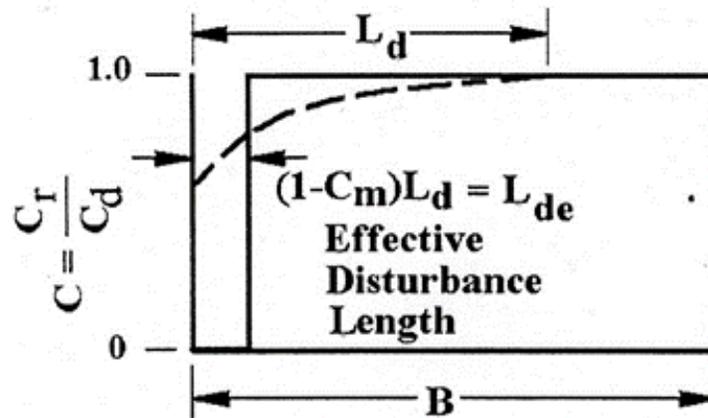


Fig 24. Definición de las longitudes de perturbación

El sustento teórico de los cálculos se basa en las suposiciones siguientes:

- El vertedor es de cresta delgada
- Cresta totalmente aireada
- Lámina vertiente estable

Indlekofer y Rouvé usaron dos definiciones para la longitud del perturbación. La longitud del ahogamiento,  $L_d$ , es la longitud de la cresta sobre la cual resulta afectada la descarga. Por su parte, la longitud efectiva,  $L_{de}$ , es la longitud sobre el vertedor en el que el coeficiente de descarga es igual a cero. El flujo sobre la longitud restante ocurre con un coeficiente de descarga igual al del vertedor recto.

De lo anterior, el cociente  $L_{de}/l_c$  permite comparar la longitud de perturbación efectiva respecto a la longitud del muro lateral de un vertedor de laberinto. Esto fue determinado para obtener el

grado de interferencia de la lámina vertiente sobre un vertedor dado, con la consideración de que el rendimiento total del vertedor de laberinto disminuyó conforme se incrementan los valores de  $L_{de}/l_c$ .

Indlekofer y Rouvé encontraron que la longitud de perturbación  $L_d$  se incrementa linealmente con la profundidad del flujo. Para analizar este problema, ellos definieron un coeficiente de perturbación:

$$C_d(l) = \frac{C_r}{C_d} \quad (18)$$

donde

$C_r$  coeficiente de descarga reducido en el vertedor, provocado por la interferencia, adimensional

$C_d$  coeficiente de descarga para el flujo sobre un vertedor recto, sin interferencia, adimensional

La distribución de  $C_d(l)$  a lo largo de la cresta, y el valor medio del coeficiente de descarga reducido o coeficiente de descarga en la zona de perturbación,  $C_m$ , se aprecian en la figura 25.

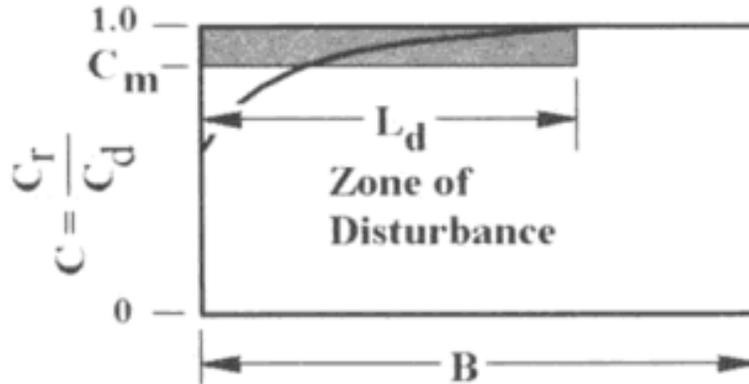


Fig 25. Distribución del  $C_d(l)$  a lo largo de la cresta, Indlekofer, H., y Rouvé, G., (1975)

El valor medio de coeficiente de descarga en la zona de perturbación,  $C_m$ , requerido para el cálculo de la longitud de perturbación efectiva (ecuación 16), está dado como una función del ángulo lateral de la figura 26. En este caso, un ángulo de  $90^\circ$  significa que el vertedor tiene una forma lineal, mientras que un ángulo de  $0^\circ$  indica que la pared lateral es paralela a la línea central del canal.

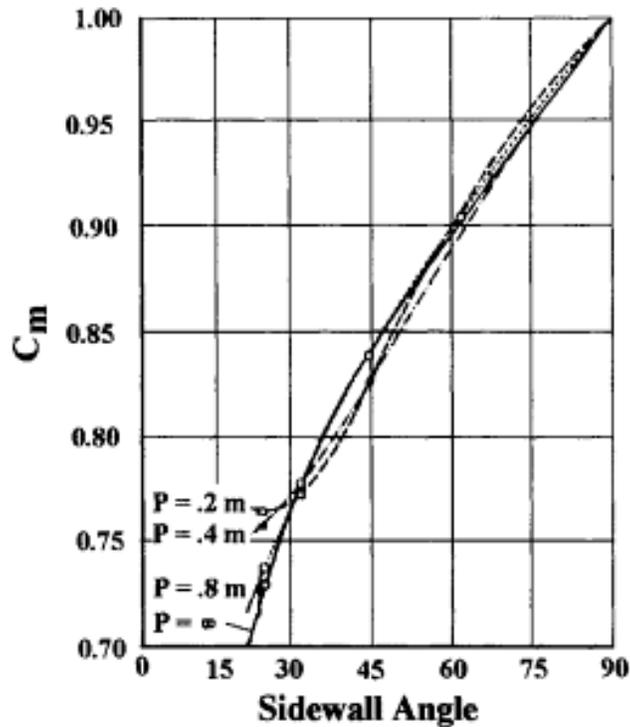


Fig 26. Dependencia de la Reducción del Coeficiente de Descarga sin dimensiones sobre el ángulo del muro lateral de Indlekofer, H., y Rouvé, G., (1975).

#### Interferencia de la lámina vertiente de Taylor

Taylor (1968) también estudio la interferencia, y de sus estudios concluyó que:

- a. La relación de profundidad,  $H_T/P$ , debe ser menor o igual que 0.7 .
- b. La relación de aspecto de la altura,  $w/P$ , debe ser más grande que 2.
- c. La relación  $H_T/w$  debe ser menor que 0.35.

La relación de aspecto de la profundidad es una medida del efecto de fricción de la pared lateral en el flujo sobre el vertedor. Así, para la relación de aspecto de la profundidad de un valor grande, la capa límite que se desarrolla sobre la pared lateral se vuelve significativa, mientras que para una relación de aspecto de valor pequeño, el efecto de la capa límite sobre la pared lateral es menos significativo.

Taylor manifiesta que el parámetro que con más precisión describe la interferencia es la relación de la longitud efectiva del ahogamiento con la longitud del muro.

#### Interferencia de la lámina vertiente de Lux y Hinchliff

Lux y Hinchliff (1985) sugirieron que la interferencia de la lámina vertiente está en función de  $A/w$  y  $t/P$ , que son los parámetros geométricos que se definen en la figura 27.

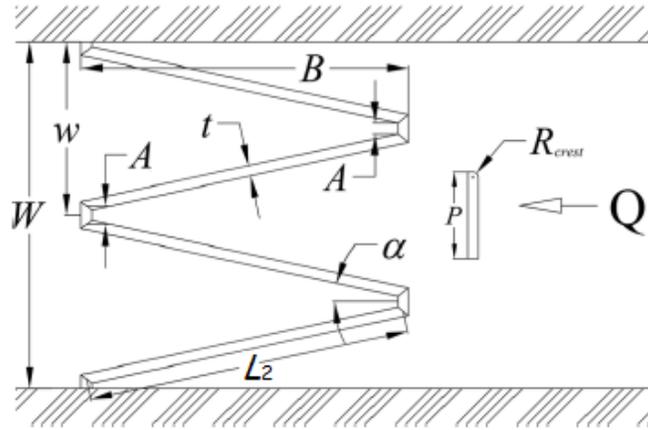


Fig 27. Variables definidas del vertedor de laberinto trapezoidal.

Posteriormente, Lux (1989) recomendó que la relación  $A/w$  debía ser la menor posible, con la intención de incrementar el rendimiento del vertedor de laberinto. Para vertedores trapezoidales sugirió la relación  $A/w \leq 0.0765$ , que puede utilizarse sin que ello implique grandes reducciones en el rendimiento, por efectos de interferencia de la lámina vertiente.

#### Interferencia de la lámina vertiente de Tullis

Tullis (1995) recomendó que el ápice debe reducirse tanto como sea posible, para incrementar la capacidad del vertedor, pero debido a los límites constructivos, el ancho del ápice usualmente se encuentra entre  $t \leq A \leq 2t$ , siendo  $t$  el espesor de la pared del muro (pared lateral) del vertedor de laberinto, como se aprecia en la figura 27.

#### Interferencia de la lámina vertiente de Falvey

De acuerdo con Falvey (2003), la interferencia ocurre cuando los chorros de las paredes laterales o el ápice y las paredes laterales se intersectan. Para grandes flujos, los chorros de las paredes adyacentes chocan y crean una lámina vertiente no aireada, lo que reduce el coeficiente de descarga del vertedor, y la eficiencia se reduce. Esta interferencia aumenta con la reducción del ángulo  $\alpha$ , principalmente al aumentar la carga sobre la cresta. Para la mayoría de las estructuras con cargas bajas de operación, la parte inferior de la lámina vertiente es aireada.

A continuación, se presentan algunos resultados sobre la variación del comportamiento de la relación de interferencia  $L_{de}/L_1$ , respecto a la relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ , como función del ángulo de la pared lateral  $\alpha$ . Por ejemplo, en las presas Avon y Woronora, sus respectivos ángulos  $\alpha$  son de  $27.5^\circ$  y  $22.4^\circ$ , y la interferencia se incrementa linealmente con la carga total aguas arriba, como se observa en las figuras 28 y 29. Esto coincide con los experimentos de Indlekofer y Rouvé.

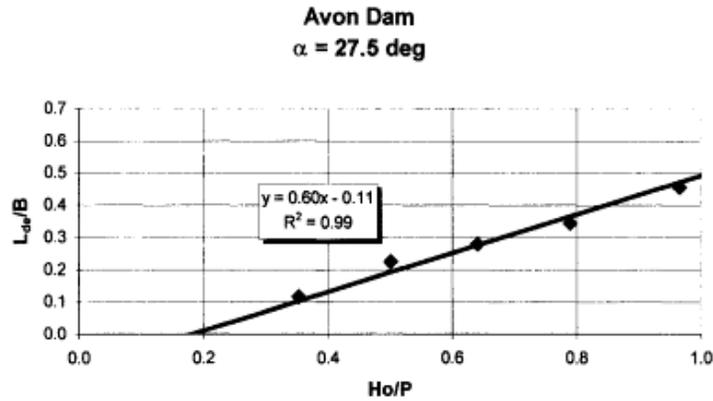


Fig 28. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ , de la presa Avon, datos de Darvas (1971). Falvey 2003.

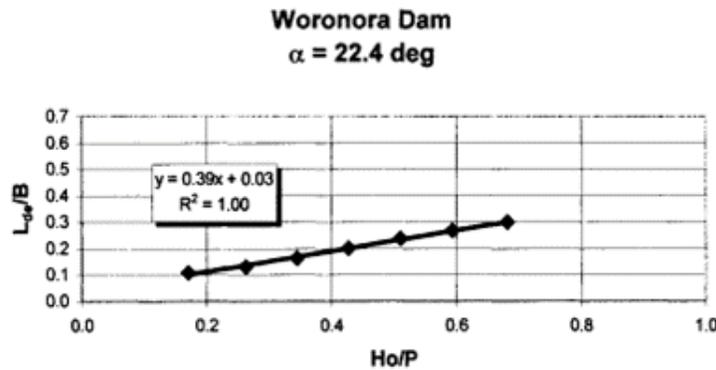


Fig 29. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ , de la presa Woronora, datos de Darvas (1971). Falvey 2003.

El efecto del canal aguas abajo sobre la longitud efectiva de interferencia se aprecia en las pruebas del modelo de la presa Prado, la cual tiene un vertedor entre los dos ápices aguas abajo, y aunque dicha estructura no tiene la altura suficiente para causar problemas de ahogamiento, sí hay efectos de interferencia. En la figura 30 se muestra que la interferencia es más grande que en la de la presa Woronora, siendo los ángulos laterales de una magnitud comparable.

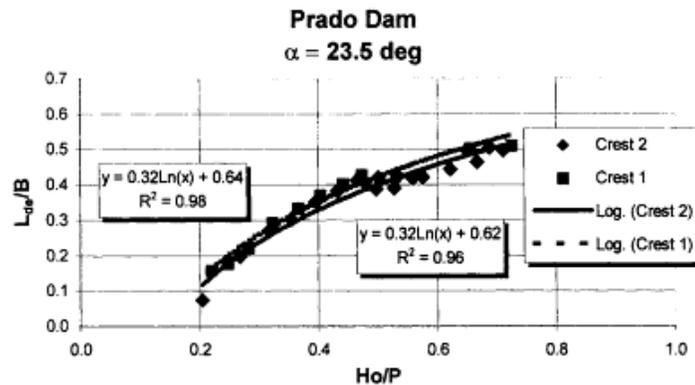


Fig 30. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ , de la presa Prado, datos de Copeland y Fletcher (2000). Falvey 2003.

Para ángulos de pared lateral más pequeños, como los de la presa Rollins ( $\alpha = 11.54^\circ$ ), la longitud efectiva de la interferencia no varía linealmente con la profundidad, como se muestra en la figura 31.

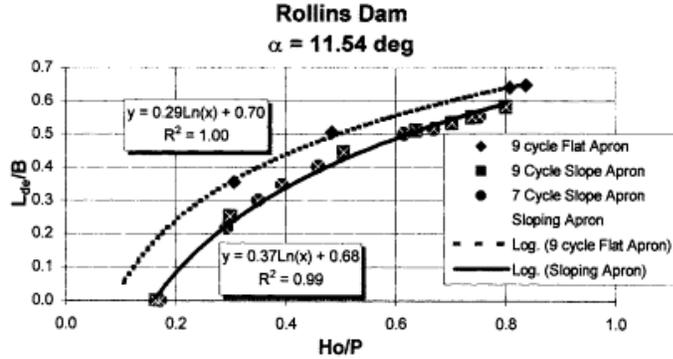


Fig 31. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ , de la presa Rollins, datos no publicados del modelo de estudio conducido en el laboratorio de investigación del agua en Utah. Falvey 2003.

En el estudio de la presa Rollins, el efecto del ahogamiento aguas abajo resultó más evidente, y la interferencia con una plataforma con pendiente resultó menor que al considerarse una plataforma plana aguas abajo. De interés particular también resultó que el número de ciclos no influye en la interferencia.

En el caso del modelo de estudio de la presa Ute se observó que (figura 32), aunque su ángulo de pared lateral es ligeramente mayor que el de la presa Rollins, su longitud efectiva de interferencia es aproximadamente equivalente al presentado con la plataforma plana de la presa Rollins. Esto indica que la plataforma aguas abajo puede tener una influencia desfavorable sobre las características de la descarga y la interferencia.

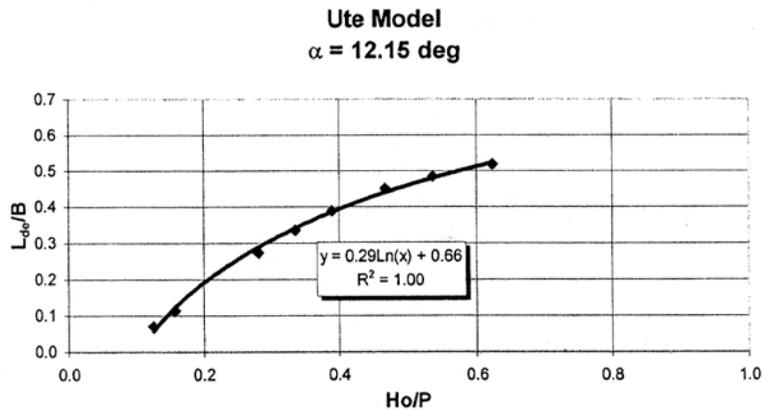


Fig 32. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ . Presa Ute, datos de Houston (1982). Falvey 2003.

Dos modelos de estudio de la presa Boardman fueron llevados a cabo con un ancho idéntico, pero con diferentes ángulos de pared lateral. Estas pruebas indican que la interferencia es menor con un ángulo de pared lateral mayor (figura 33), lo que coincide con los estudios realizados por Indlekofer y Rouvé.

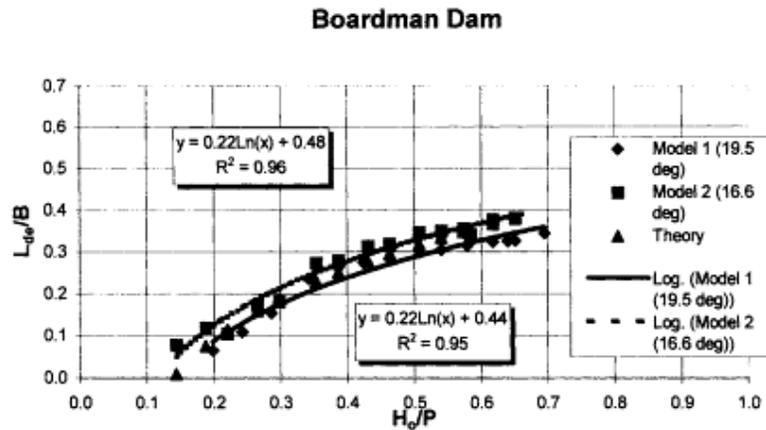


Fig 33. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ . Presa Boardman, datos de Babb (1976). Falvey 2003.

Los estudios del modelo de la presa Bartlett's se llevaron a cabo con cuatro diferentes configuraciones de laberinto, pero con el mismo ángulo de pared lateral. Las variaciones características se resumen en la Tabla 3. Estos estudios muestran que el ancho del ápice aguas arriba, el número de ciclos y la longitud absoluta de un lado, no tiene un efecto sobre la longitud efectiva del ahogamiento, como se observa en la figura 34.

Tabla 3. Configuración del modelo de Bartlett's Ferry. Todas las longitudes en pies. Falvey 2003.

	Model A2-1	Model A4	Model A5	Model A6
<b>L</b>	12	6	6	12
<b>W</b>	3	1.5	1.5	3
<b>2a</b>	0.081	0	0	0
<b>n</b>	1	2	1	1

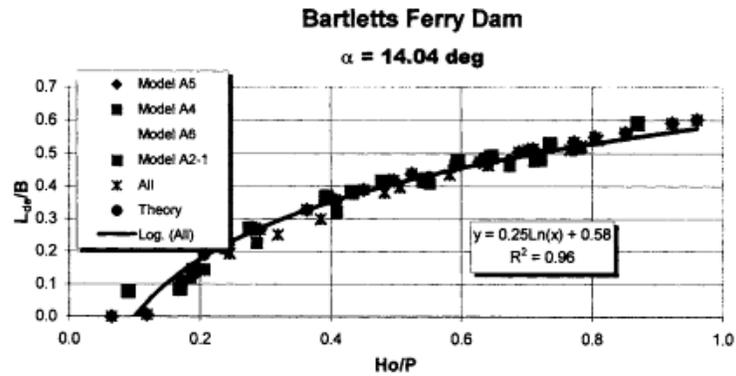


Fig 34. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_0/P$ . Presa Bartletts Ferry, datos de Mayer (1980). Falvey 2003.

La figura 35 muestra el modelo de la presa Ritchard, que tiene un ángulo de pared lateral más pequeño.

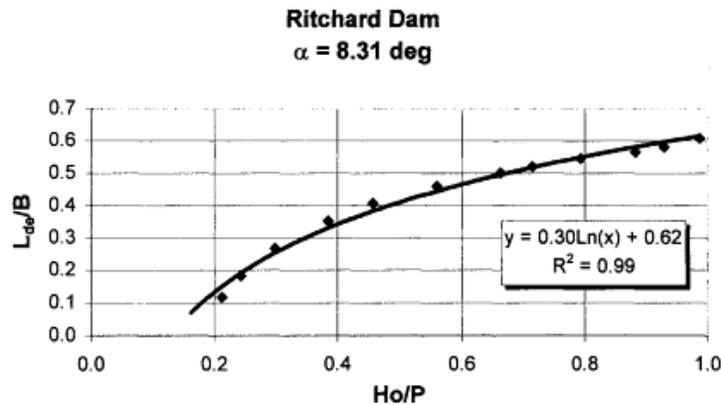


Fig 35. Relación de interferencia  $L_{de}/L_1$  vs Relación de la carga con la altura del vertedor  $H_T/P$ . Presa Ritschard, datos de Vermeyen T., (1991). Falvey 2003.

La longitud efectiva del ahogamiento esta principalmente en función del ángulo  $\alpha$ , como se muestra en la figura 36, donde la curva tiende a cero conforme el ángulo lateral se aproxima a  $90^\circ$  ( $\cos \alpha = 0$ ), y una tendencia al infinito conforme el ángulo de la pared lateral se aproxima a  $0^\circ$  ( $\cos \alpha = 1$ ). Los datos corresponden a los diferentes vertedores de cresta aguda, con variaciones del parámetro  $P/L$  entre 0.2 y 0.8 unidades, y diferentes ángulos de pared lateral. La misma figura 36 muestra que el efecto de la altura del vertedor es despreciable.

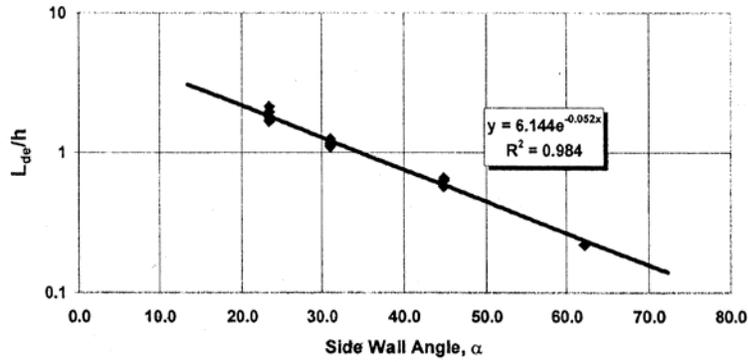


Fig 36. Dependencia de la longitud de interferencia de perturbación  $L_{de}/H_T$  sobre el ángulo lateral  $\alpha$  del vertedor de laberinto.

En un vertedor de laberinto, las líneas del flujo de aproximación resultan perpendiculares a la cresta para las descargas bajas. Por el contrario, las líneas de flujo en descargas grandes no resultan perpendiculares a la cresta, incluso más allá de la región de ahogamiento de la lámina vertiente.

A pesar de la diferencias en las características del flujo entre un vertedor de esquina y uno de laberinto, Falvey intentó desarrollar la relación empírica de  $L_{de}$  para los vertedores de laberinto, tomando en cuenta la relación de datos de Indlekofer y Rouvé. La interferencia con los modelos de estudio comienza sólo cuando  $H_T/P$  es más grande que 0.1. La longitud efectiva de interferencia para ángulos de pared lateral menores que  $20^\circ$ , y para valores de  $H_T/P$  más grandes que 0.1, está dada de la siguiente manera:

$$\frac{L_{de}}{H_T} = 6.1 * e^{-0.052\alpha} \quad \alpha \geq 10^\circ \quad (19)$$

$$\frac{L_{de}}{l_c} = C_1 \ln\left(\frac{H_T}{P}\right) + C_2 \quad \alpha \leq 20^\circ \text{ y } \frac{H_T}{P} \geq 0.1 \quad (20)$$

donde

$$C_1 = 0.224 \pm 0.053$$

y

$$C_2 = 0.599 \pm 0.104$$

El valor de  $C_2$  puede aproximarse mediante:

$$C_2 = 0.94 - 0.03 \cdot \alpha \quad (21)$$

Esta variación del coeficiente se representa en la figura 37. Cabe señalar que esta relación está basada en la carga total aguas arriba, mientras que Indlekofer y Rouvé utilizaron la carga sobre el vertedor. La carga total  $H_T$  se utiliza en la ecuación 19, en lugar de la carga piezométrica, y  $L_{de}$  no tiene una relación lineal con  $H_T/P$ , para vertedores con  $\alpha < 20^\circ$ , como anteriormente señalaron Indlekofer y Rouvé.

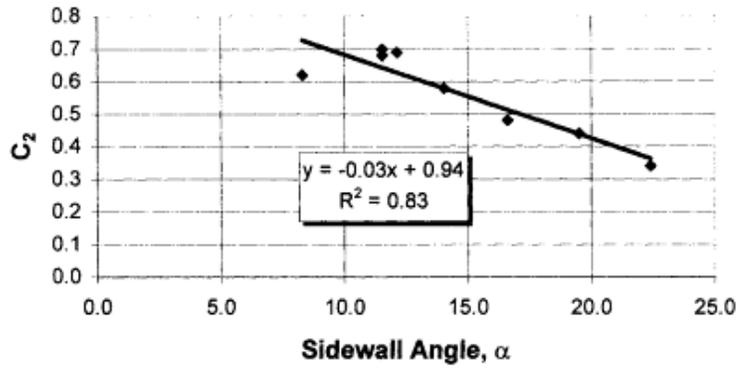


Fig 37. Variación del coeficiente  $C_2$  con el ángulo de pared lateral  $\alpha$ .

Con un coeficiente de correlación de 0.98, la ecuación 19 es aproximadamente igual a cero, cuando el ángulo lateral tiende a  $90^\circ$ , y sin embargo, no hay aproximación infinita cuando el ángulo tiende a  $0^\circ$ . Por lo tanto, no se recomienda utilizar esta ecuación para extrapolar la longitud de interferencia efectiva, para ángulos menores a  $10^\circ$ .

El efecto de la longitud del ahogamiento puede apreciarse en la figura 38, donde se representa un laberinto con uno, dos, cuatro y ocho ciclos. Por ejemplo, con ocho ciclos, la relación  $L_{de}/L_1$  es igual a 0.5, y la interferencia afecta la descarga sobre el vertedor. Conforme el número de ciclos decrece, la relación de interferencia se hace más pequeña, y disminuye así la interferencia.

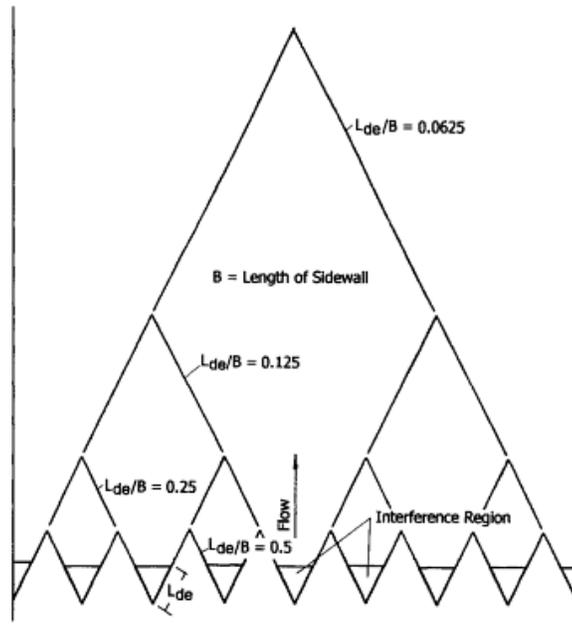


Fig 38. Representación gráfica de los efectos de interferencia. Falvey 2003

#### Interferencia de la lámina vertiente de Crookston y Tullis

Crookston y Tullis (2012c) analizaron la bondad de la aplicación de las ecuaciones 19 y 20 y adecuaron el método de la interferencia de la lámina vertiente presentada por Indlekofer y Rouvé

(1975) sobre vertedores de laberinto, en base a modelos con formas de cresta de cuarto de redondeo y medio redondeo, para  $6^\circ \leq \alpha \leq 35^\circ$ .

En su revisión identificaron algunas dificultades en el método de Indlekofer y Rouvé, por ejemplo:

- Las líneas de la aproximación del flujo del vertedor de laberinto no son perpendiculares al vertedor, excepto cuando los valores de  $H_T$  son relativamente pequeños.
- La forma de la cresta puede influir en las zonas de la interferencia de la lámina vertiente de manera substancial.
- La estabilidad y la aireación de la lámina vertiente varia con  $H_T$
- Los parámetros  $L_d$  y  $L_{de}$  no varían linealmente con  $H_T$ . Las investigaciones mostraron que  $L_d$  y  $L_{de}$  tienen una relación lineal cuando  $\alpha > 35^\circ$ .
- La eficiencia de los vertedores de laberinto se ve afectada por las condiciones del flujo aguas arriba, el ahogamiento local y la geometría del vertedor.

En sus trabajos, Indlekofer y Rouvé utilizaron vertedores de esquina con valores de  $\alpha > 23^\circ$ , pero Crookston y Tullis (2012c) encontraron muy limitada la relación entre las ecuaciones 19 y 20 y sus datos experimentales.

Dado que las longitudes  $L_d$  y  $L_{de}$  no son medibles físicamente, y en ausencia de un método confiable para estimar su valor para los vertedores de laberinto, un nuevo parámetro de la longitud de interferencia de la lámina vertiente,  $B_{int}$ , fue introducido por Crookston y Tullis (2012c), como una alternativa medible físicamente.

Como se muestra en la figura 39,  $B_{int}$  se mide de la cara aguas abajo del ápice al punto donde el flujo de la lámina vertiente cruza la elevación de la cresta del vertedor, y aunque está relacionada con la longitud  $L_d$ , [ $L_d \approx B_{int} \cos \alpha$ ], la medición no representa un cálculo directo de la reducción en la capacidad de descarga causada por la interferencia de la lámina vertiente.

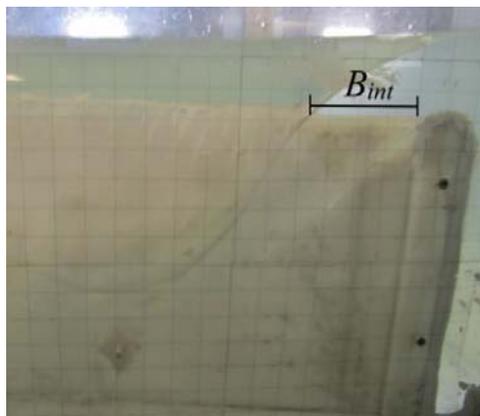


Fig 39. Medición del parámetro  $B_{int}$ ;  $\alpha=12^\circ$ ,  $A = t$ , and  $H_T/P = 0.325$ . Tyler (2014)

Sin embargo, cabe señalar que el comportamiento de  $B_{int}$  puede diferir cuando se hace variar la longitud del ápice  $A$ . Por esto, un método efectivo para relacionar el valor de  $B_{int}$ , la interferencia de la lámina vertiente y la reducción de la capacidad de la descarga, todavía no está determinada, y  $B_{int}$  únicamente representa una porción aproximada de la longitud de la cresta asociada con la región de interferencia de la lámina vertiente, y no debe considerarse como una medición directa de la reducción en la capacidad de descarga, causada por la interferencia de la lámina vertiente.

### 2.3 Aspectos de diseño de la rápida de descarga

Las características de la rápida aguas abajo del vertedor de laberinto deben ser considerados como parte de los detalles de diseño. Su función es el transporte del agua del vertedor hacia el cauce original, y por ello se requiere que la conducción tenga una inclinación adecuada que le permita evitar la acumulación de agua a la salida del vertedor, lo que contribuye a disminuir los problemas de interferencia de la lámina vertiente, y el posible ahogamiento de la estructura. La disposición de la rápida de una presa con vertedor de laberinto se aprecia en la figura 40.



Fig 40. Rápida en la Presa Dog River, Condado de Douglas, Georgia. Fuente: [www.panoramio.com](http://www.panoramio.com)

Como se discutió anteriormente, el fenómeno de ahogamiento del vertedor puede ocurrir como consecuencia de un diseño inadecuado del canal de descarga o la rápida aguas abajo del vertido, pero esta condición puede evitarse mediante el incremento de la pendiente del canal.

Para acelerar el flujo y prevenir el ahogamiento del vertedor, la rápida usualmente se ubica sobre una pendiente, aunque habrá que tomar en cuenta que un cambio en la inclinación también puede ser la causa del fenómeno de las olas supercríticas.

Así mismo, si la rápida aguas abajo no es de pendiente subcrítica, el ahogamiento puede producirse por las altas elevaciones del agua. Por estas razones, en el diseño de la rápida debe considerarse que la problemática de su funcionamiento se relaciona con la presencia de olas supercríticas, y se ha observado que una solución es la implementación de plataformas (aprons). El medio más efectivo para reducir las ondas transversales está basado en el principio de la interferencia de onda, pues de acuerdo con este principio, una onda negativa es producida para compensar una onda positiva idéntica.

#### 2.3.1 Las Olas Supercríticas

Los flujos en canal abierto están significativamente influenciados por el número de Froude:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gh}} \quad (22)$$

donde

- $F$  número de Froude, adimensional
- $V$  velocidad, en m/s
- $g$  aceleración de la gravedad, en m/s<sup>2</sup>
- $h$  tirante en el canal, en m

El número de Froude es un parámetro útil para determinar o clasificar los resaltos que ocurren en un escurrimiento a superficie libre. Entonces, cuando  $F < 1$ , el flujo se denomina subcrítico, mientras que el flujo es supercrítico si  $F > 1$ .

Cada obstáculo dentro de un canal – tales como pilas, deflexiones o cruces – crea una perturbación a lo largo de curvas definidas, las que se denominan ondas de choque.

Los flujos a superficie libre supercríticos están propensos a las ondas de choque, originadas por perturbaciones externas, como son los cambios:

- en la alineación del canal lejos de la dirección de pared recta,
- de la geometría de fondo alejado del plano invertido,
- de la descarga, ya sea por adición o reducción de la misma,
- de los límites rugosos.

El termino onda de choque tiene su origen en la dinámica de gases, y se les puede decir más apropiadamente olas transversales en hidráulica.

En la figura 41 se aprecia un ejemplo típico de las olas transversales generadas en la parte posterior de los pilares del vertedor, y extendidas a lo largo de la rápida. De igual manera, en la figura 42 se observa la formación de las olas debido a perturbaciones en la rápida, tales como pilares y compuertas.



Fig 41. Desarrollo de las olas transversales en la rápida. Hidroeléctrica Itaipú. Brasil-Paraguay. Vista aguas arriba. <https://adrianobattazza.wordpress.com>



Fig 42. Desarrollo de las olas transversales debido a pilares y compuertas. Hidroeléctrica Itaipú. Brasil-Paraguay. Vista panorámica. <https://www.turismoitaipu.com.br>

La formación de olas supercríticas con flujo convergente, desde un vertedor amplio hacia una rápida angosta, es evidente en las pruebas del vertedor Boardman, como se muestra en la figura 43.

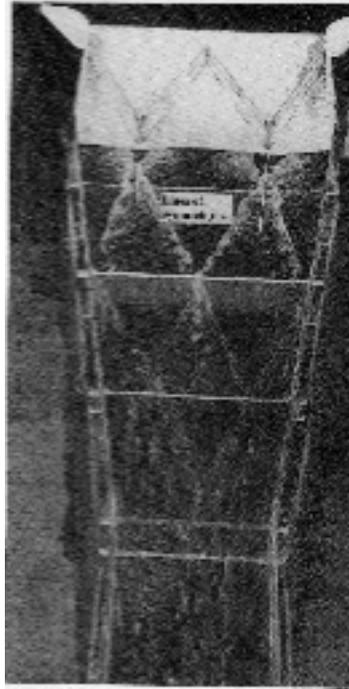


Fig 43. Olas supercríticas en la sección de transición aguas abajo. Vertedor Boardman de Babb, A. F. (1976).

Dependiendo del diseño de la rápida, las olas supercríticas pueden propagarse hacia aguas abajo, y ser eliminadas o reducidas por un diseño adecuado de la transición. Una referencia completa es el trabajo de Hager (1992), en el Boletín No. 81 del Comité Internacional sobre las Grandes Presas. De interés particular es el uso de la geometría de la curva invertida para eliminar las olas de choque.

Si el número de ciclos relativo al ancho de la rápida es grande, entonces las olas supercríticas interactúan, y el flujo en la rápida aguas abajo es casi uniforme. Un ejemplo de esto ocurre en el modelo de 14 ciclos del vertedor Ute, mostrado en la figura 44.

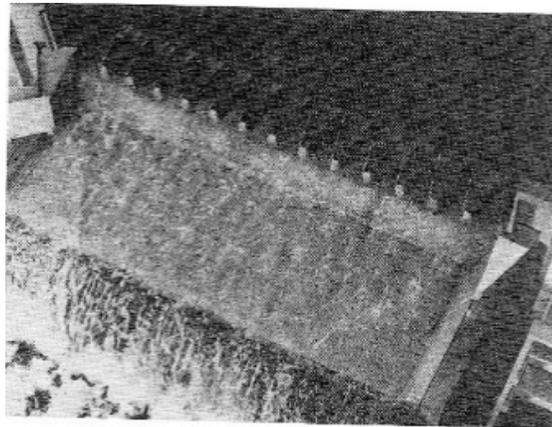


Fig 44. Vertedor Ute de Hostoun, K. L. (1982)

Por su parte, las paredes divisorias del flujo han sido utilizadas con la intención de controlar la formación de las olas supercríticas. Como ejemplo, los separadores de flujo fueron colocados aguas abajo de los ápices sobre el vertedor Quincy (Falvey 2003), como se aprecia en la figura 45.

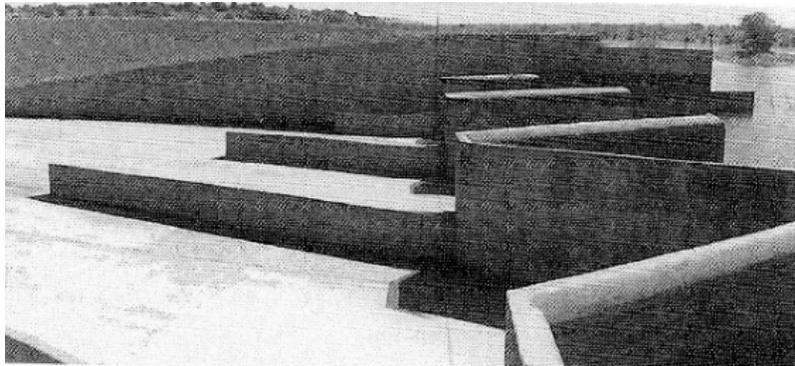


Fig 45. Paredes divisorias en vertedor Quincy. Falvey (2003).

Sin embargo, se ha observado que el muro divisor localizado en la zona donde el flujo es simétrico, tiene poco o ningún efecto sobre las olas supercríticas, y por lo tanto, el uso de separadores unidos a los ápices aguas abajo de fuertes pendientes, no es una solución eficiente para reducir las olas supercríticas.

#### El uso de plataformas (aprons)

Taylor (1968) estudió el efecto de una plataforma (aprons) aguas abajo, como se muestra en la figura 46. Las plataformas son detalles de construcción, que se utilizan para reforzar la estructura (figura 47), y su diseño se define en función de la ‘relación de la plataforma’, la cual es la altura máxima de la plataforma dividida por la altura de la cresta del vertedor.

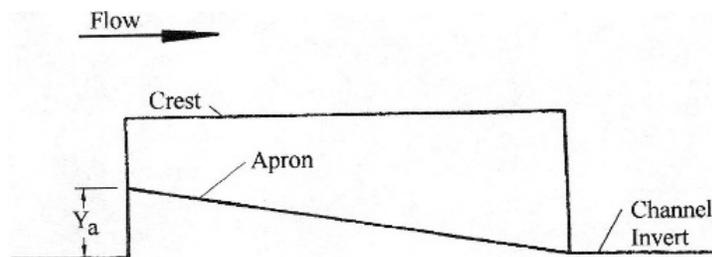


Fig 46. Plataforma aguas abajo de Taylor, G., (1968).

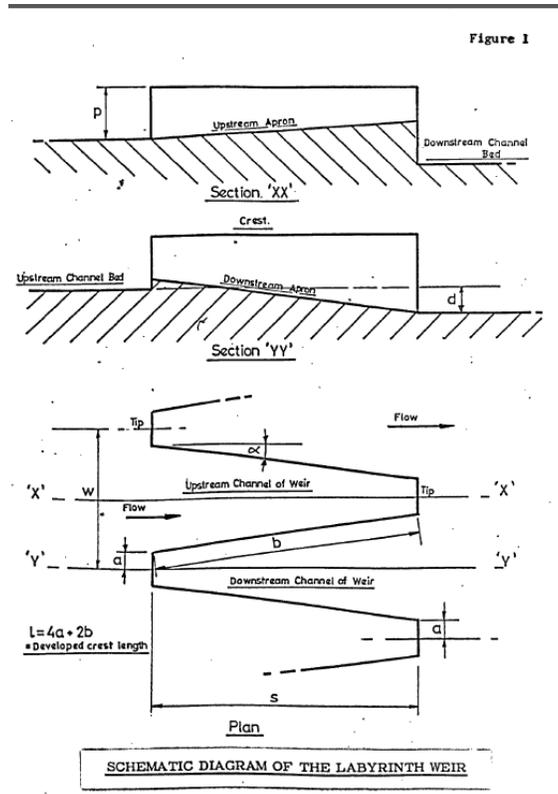


Fig 47. Plataforma en el vertedor de laberinto. Taylor (1968).

Taylor encontró que estos elementos disminuyen la descarga sobre el vertedor, como se muestra en la figura 48. En estas condiciones, las plataformas fueron estudiadas aguas arriba y aguas abajo, donde  $Y_a$  es la altura anterior a la plataforma, y  $P$  es la altura de la plataforma.

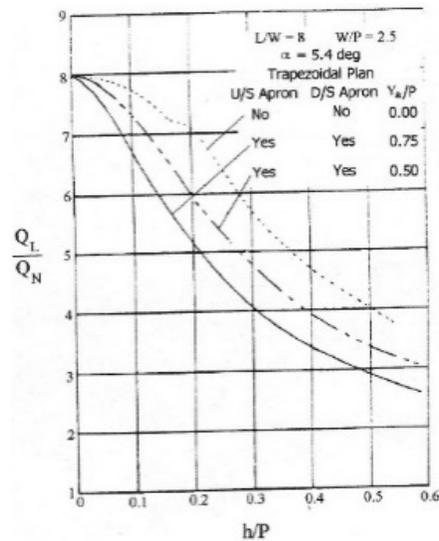


Fig 48. Efecto de las plataformas sobre la descarga del vertedor de laberinto de Taylor, G., (1968).

Como ejemplo de una plataforma aguas abajo se tiene al vertedor Arnwell Magna, en el Reino Unido. La idea original de su diseño era la disipación de la energía en el flujo aguas abajo, sin embargo, se observó que la disposición de una plataforma aguas abajo incrementa la sumergencia sobre la cresta.

Para disminuir el efecto de la plataforma (apron) aguas abajo, en beneficio del movimiento del agua, la disminución de la tendencia al ahogamiento y una mejora en las condiciones de aireación, la pendiente de la plataforma del vertedor de laberinto debe inclinarse hacia abajo, como se muestra en la figura 49.

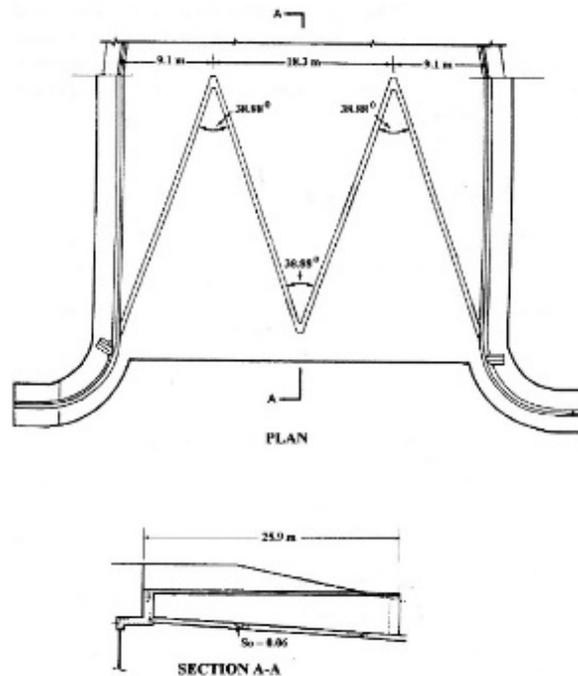


Fig 49. Vertedor Boardman de Babb, A. F., (1976).

## 2.4 El fenómeno de aireación

Se llama aireación al fenómeno por medio del cual el aire es incluido en un fluido. En el caso de las obras hidráulicas, tiene particular interés para los flujos de alta velocidad, porque el aire tiene la capacidad de inhibir la cavitación, misma que a su vez tiene efectos de erosión en las superficies expuestas.

Dentro del análisis de flujo en dos fases, el estudio de la aireación es uno de los más complicados, debido a la gran diferencia de densidades entre los dos fluidos.

Por su parte, se les conoce como aireadores a las estructuras que se emplean para incluir aire en el flujo, y las formas más comunes son el escalón, el deflector, la ranura y la combinación de ellos.

### 2.4.1 La necesidad de aireación

Los vertedores de laberinto son elementos de pared delgada y descarga libre, donde el acercamiento del flujo no es perpendicular a la cresta del vertedor (ver figura 12). Estas estructuras pueden considerarse como la combinación de varios vertedores oblicuos, con una mayor capacidad que los vertedores tradicionales. Sin embargo, su funcionamiento adecuado depende en gran medida del cuidado que se tenga en los aspectos siguientes:

- Condiciones de presión atmosférica por abajo de la lámina vertiente.
- El canal de entrada aguas arriba debe ser recto y libre de obstrucciones, para que el flujo de llegada sea perpendicular al vertedor, logrando así una mayor eficiencia de descarga del fluido.
- La carga sobre la cresta del vertedor debe medirse a una distancia suficiente aguas arriba, de modo que se evite la influencia de la curvatura de la superficie libre del agua en la proximidad del vertedor.

El término de lámina vertiente aireada se refiere a la presencia o ausencia de una cavidad de aire detrás de la lámina vertiente. Para mantener la presión del aire y evitar que este se vea succionado, cerca de la lámina de agua sobre el vertedor se instalan sistemas de aireación. Las condiciones de aireación están en función de la forma de la cresta, la carga de velocidad, turbulencia, y de la altura de las paredes laterales del vertedor de laberinto.

En base a la experiencia adquirida por el análisis de las obras que han resultado dañadas por este fenómeno, se ha propuesto una serie de recomendaciones que pueden clasificarse en tres grupos:

- El diseño y la construcción adecuada.
- El mejoramiento de la resistencia de las superficies expuestas a la cavitación.
- La aireación de las obras.

Respecto al diseño y construcción adecuados de las estructuras, se considera que la cavitación puede evitarse mediante la aplicación de acabados que difícilmente pueden realizarse, debido a que implican condiciones de rugosidad tan bajas, que no es posible disponer de ellas al emplear los materiales de construcción usuales.

En lo que se refiere al mejoramiento de la resistencia de las superficies expuestas, tampoco significa una opción viable, pues por ejemplo, con el empleo de resinas epóxicas se presentan problemas de adherencia. De la misma forma, los agregados mejorados del concreto, como fibras o polvo de acero, se convierten en focos de cavitación.

De acuerdo con lo anterior, la aireación artificial a la lámina vertiente mediante estructuras capaces de crear las condiciones de ventilación adecuadas, es la opción más recomendable. En sus formas más comunes, existen aireadores de escalón, el deflector, de ranura, y la combinación de éstas.

Hauser (1996) explica que la aireación del flujo es importante en un vertedor de laberinto, dado que mejora la descarga al compensar las presiones negativas o presiones de contracción que se generan bajo la lámina de descarga (figura 50).

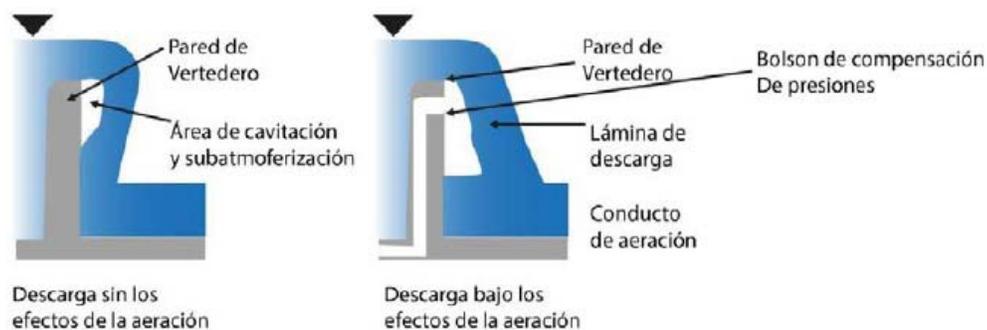


Fig 50. Esquema de la aireación de la descarga bajo el vertedor. Erices, 2013.

Sartor (2011) explica que la manera más adecuada de minimizar el efecto de succión, es suministrando aire por medio de conductos. Cuando no se presenta aireación en la descarga del flujo, se produce el efecto de la cavitación. La razón de producir la aireación del flujo es compensar las presiones negativas que genera la succión de la lámina de flujo en el vertido. A medida que aumenta el caudal, el efecto de la presurización se incrementa. Bajo la condición de aireación se compensan las presiones, y ocurre la descarga libre a la atmosfera, al presentarse la separación de la lámina de flujo de la pared del vertedor.

Bajo condiciones adversas, Delgado (2009) menciona que el flujo comienza a experimentar cavitación y subatmosferización. En muchas ocasiones, la succión causada por la lámina de la descarga es muy perjudicial, y puede llegar a succionar el material que forma la matriz del concreto vaciado, disminuyendo su resistencia hasta provocar su falla.

Posteriormente, Delgado (2012, conversación personal) dice que la cavitación es un efecto inestable y no deseado, pues no solo disminuye el coeficiente de descarga, sino que también crea erosión, misma que afecta las paredes del vertedor y las canaletas de descarga. Asimismo, al producirse un flujo inestable, se incrementa la ocurrencia del oleaje cruzado que puede producir la descarga, y que en el caso de un vertedor de laberinto es motivo de análisis. Por múltiples inconvenientes en la descarga, el vertedor de laberinto debe disponer de estructuras de aireación del flujo, las que usualmente son conductos que se construyen en el interior de las paredes del laberinto, con el fin de suministrar aire y compensar la succión bajo la descarga del vertedor (figura 50).

#### 2.4.2 El problema de cavitación

La cavitación es un fenómeno que consiste en la formación de cavidades llenas de vapor de agua dentro de un flujo, como consecuencia de una disminución brusca de la presión. Es de gran importancia porque puede afectar la infraestructura expuesta, al presentarse el arrastre de las burbujas de vapor hacia zonas de mayor presión, y ocurrir su implosión súbita. El efecto de este fenómeno sobre las fronteras rígidas es la inducción de esfuerzos muy significativos, que al repetirse reiteradamente generan desprendimientos del material, como sucede durante la descarga del escurrimiento sobre la superficie de la cresta de un vertedor de laberinto.

Existe una clasificación de los niveles de cavitación, desde el inicio de la misma o cavitación incipiente, hasta la supercavitación, que es la etapa en la que se forman estelas huecas.

En las obras de excedencias, se acepta que la cavitación comienza cuando aparecen las primeras manchas blancas sobre la superficie que se encuentra expuesta al flujo de gran velocidad.

Las condiciones de cavitación pueden expresarse por el número de Thoma o Índice de Cavitación ( $\sigma$ ):

$$\sigma = \frac{h_p - h_v}{V^2/2g} \quad (23)$$

donde:

$\sigma$  índice de cavitación, adimensional

$h_p$  carga de presión en la zona de interés, es decir, la proyección vertical del tirante, más el incremento o disminución de carga debido a cambios de dirección del flujo, en m

$h_v$  carga de vaporización del líquido, con un valor aproximado de -8 m, en m

- $v$  velocidad del flujo, en m/s
- $\frac{v^2}{2g}$  carga de velocidad en la zona de interés, en m
- $g$  aceleración de la gravedad, en  $m/s^2$
- $V$  velocidad característica del flujo, que en caso de ser la velocidad media, estará dada por  $V = \sqrt{2gH}$ , donde es  $H$  la distancia vertical entre la superficie libre en el vaso y la parte superior del escurrimiento de la sección de interés.

La carga de vaporización,  $h_v$ , depende del grado de pureza y temperatura del líquido. A menor temperatura y mayor pureza, menor carga  $h_v$ . Para el agua a temperatura ambiente,  $h_v$  tiene un valor comprendido entre -9.30 y -9.90 m (ver figura 51).

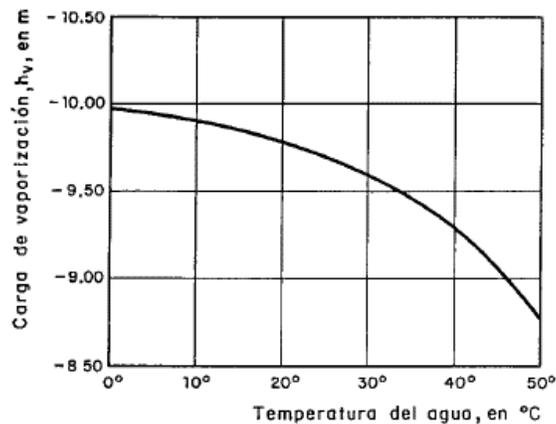


Fig 51. Variación de la carga de vaporización con la temperatura

Para establecer las posibilidades de que en determinado punto de una obra se presente cavitación, se requiere obtener experimentalmente el índice de cavitación incipiente,  $\sigma_i$ , que corresponda a una superficie o irregularidad semejante a la de la obra, utilizando las cargas de presión y de velocidad propias del momento en que inicia la cavitación (aparición de las primeras manchas blancas en el flujo), y compararlo con el índice de cavitación,  $\sigma$ , que puede presentarse durante la operación.

En general, a menor valor del índice de cavitación, mayor será la velocidad y menor la presión, por lo que las condiciones del flujo serán más propicias para la ocurrencia de cavitación:

$\sigma > \sigma_i$  No habrá daños por cavitación

$\sigma < \sigma_i$  Sí habrá daños por cavitación

Para un análisis completo de riesgo por cavitación en una determinada obra, es necesaria la observación de cuatro características:

- a. La geometría del vertedor, sus curvas verticales (convexas o cóncavas), radio de curvatura, y cambios bruscos de forma (sección de área constante o reducida gradualmente).

- b. Desalineamientos en la conducción, por ejemplo en las transiciones, donde la sección cambie de rectangular a circular -lo que se presenta en vertedores en túnel-, o por cimbras deslizantes mal alineadas.
- c. Rugosidad de la superficie.
- d. Escalones y protuberancias en general, tales como varillas, rebordes, pegotes de concreto, raspaduras, etc.

Por lo anterior, es necesario contar con métodos que permitan definir si una obra es susceptible a daños por cavitación. Existen varios procedimientos para identificar la posibilidad de cavitación en irregularidades aisladas, como son los métodos de Colgate, Echávez y Falvey.

Método de Donald Colgate

Donald Colgate realizó pruebas de laboratorio sobre dos probetas tomadas de la presa Davis, considerando la ley de distribución de velocidades propuesta por Prandtl:

$$\frac{V}{\sqrt{\tau_0/\rho}} = 5.75 \log \frac{y}{k} + 8.5 \tag{24}$$

donde

- $V$  velocidad a una distancia 'y' de la plantilla,
- $k$  rugosidad relativa
- $\tau_0$  esfuerzo cortante
- $\rho$  densidad

De la ecuación anterior, se define a la velocidad al cortante  $V^*$  como:

$$V^* = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} \tag{25}$$

La figura 52 permite obtener la velocidad media que producirá cavitación incipiente a partir de la carga de presión.

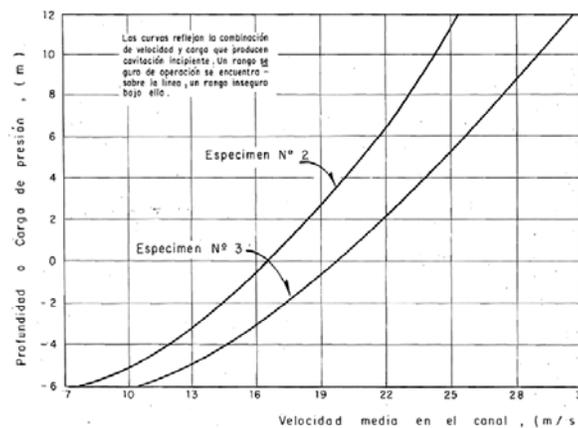


Fig 52. Relación entre profundidad (o carga de presión) y velocidad media. Arreguín, Tesis Doctoral.

### Método de Echávez

Echávez propuso como método valuar el índice local de cavitación,  $\sigma_k$ , para una superficie sujeta a ciertas condiciones hidráulicas, y compararlo con el índice de cavitación local incipiente,  $\sigma_{ki}$ , obtenido en laboratorio para situaciones similares. El índice  $\sigma_{ki}$  corresponde a una superficie de acabado parecido.

En el caso de superficies rugosas, el índice de cavitación local, según el mismo autor, puede calcularse con la ecuación:

$$\sigma_k = \frac{h_p - h_v}{\frac{V_k^2}{2g}} \quad (26)$$

donde

$k$	rugosidad equivalente de Nikuradse de la superficie
$V_k$	velocidad del flujo a una distancia $k$ de la superficie
$h_p$	carga de presión
$h_v$	carga de vaporización
$g$	aceleración de la gravedad
$\sigma_k$	índice local de cavitación

Si  $\sigma_{ki} > \sigma_k$ , entonces existe la posibilidad de cavitación.

Para tramos en donde la obra sea prismática, la carga de presión puede considerarse igual a la proyección vertical de la profundidad a la que se encuentre el punto de interés,  $h_{p_1}$ . Si hay curvatura vertical, deberá hacerse una corrección:

$$h_p = h_{p_1} \pm \frac{d V^2}{g r} \quad (27)$$

+ curvatura cóncava  
- curvatura convexa

donde

$d$	profundidad del punto, medido perpendicularmente al piso de la obra
$g$	aceleración de la gravedad
$h_p$	carga de presión
$r$	radio de curvatura de la línea de corriente (prácticamente igual a la del piso de la obra)
$h_{p_1}$	velocidad de curvatura del escurrimiento, aproximadamente igual a $\sqrt{2gh}$

En la figura 53 se muestran estas variables para un punto sobre el piso de una obra.

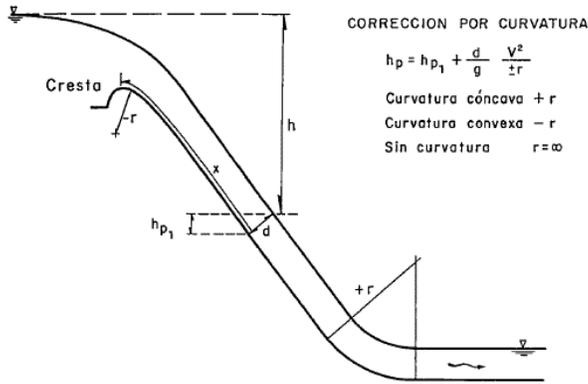


Fig 2. Esquema para mostrar la medición de h, x y h<sub>p</sub>

Fig 53. Esquema para la medición de las variables de corrección por curvatura

Echávez sugiere hacer correcciones por curvatura al índice de cavitación en el piso  $\sigma_{ki}$ , considerando como piso a una sección transversal para un ángulo con respecto a la vertical de 40°, y con vértice en el centro de la sección, como se indica:

$$\sigma_{ki} = 0.76 \sigma_k \quad (28)$$

donde

$\sigma_{kp}$  índice de cavitación local en el piso para curvas verticales cóncavas

Por su parte, en la figura 54 se presentan los valores experimentales del índice de cavitación incipiente respecto al tamaño del obstáculo, en protuberancias aisladas, y contra la rugosidad relativa, en superficies rugosas, para diferentes fronteras.

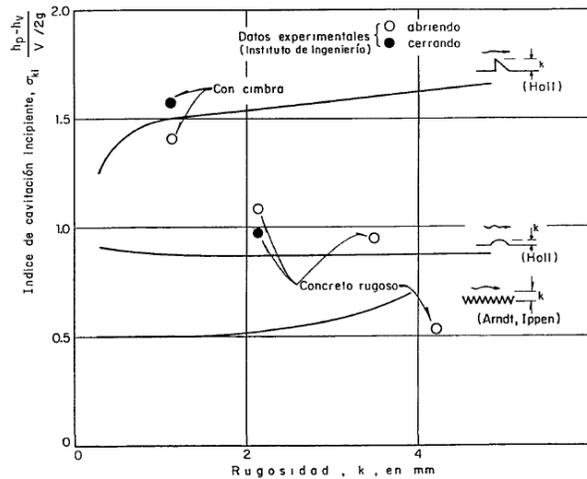


Fig 54. Índice de cavitación incipiente para diferentes tipos y tamaños de rugosidad

En la figura 54 se observa que el índice de cavitación incipiente es independiente del tamaño del obstáculo o rugosidad de la superficie, pero no así de su forma, donde las condiciones más críticas son para obstáculos angulosos aislados.

Respecto a la carga de vaporización, ésta depende del grado de pureza del agua y de su temperatura. Para determinarla, puede utilizarse la figura 51. Obsérvese que  $h_v$  es negativa, por lo que en el cálculo de  $\sigma_k$ , se añadirá a la carga de presión.

Para el cálculo de la carga de velocidad local, se requiere la determinación de  $V_k$ , es decir, la velocidad del flujo cerca de la pared, que puede estimarse mediante:

$$\frac{V_k}{\sqrt{2gh}} = \frac{1.68}{0.33 + \log \frac{x}{k}} \quad (29)$$

donde

- $V_k$  velocidad del flujo a una distancia  $k$  de la superficie
- $g$  aceleración de la gravedad
- $h$  caída vertical, medida desde la superficie libre del vaso a la superficie libre del escurrimiento, en la sección considerada
- $k$  rugosidad equivalente a la superficie
- $x$  distancia desde la cresta de la obra (del cimacio), hasta el punto de análisis

### Método de Falvey

Este procedimiento es útil para predecir daños por cavitación en túneles vertedores. A partir de información de daños sufridos en diferentes presas (Flaming George, Blue Mesa, Yellowtail, Glenn Canyon y Hoover), se elaboró la gráfica de la figura 55, en la cual se relaciona el tiempo de operación, el índice de cavitación y la posibilidad de daño, tomando en cuenta lo siguiente:

Daño incipiente es aquel en que aparecen pequeñas oquedades visibles sólo mediante inspección cuidadosa; daños mayores se relacionan con oquedades de profundidad mayor que 1.0 m, y daños menores con oquedades de características intermedias a los dos casos anteriores.

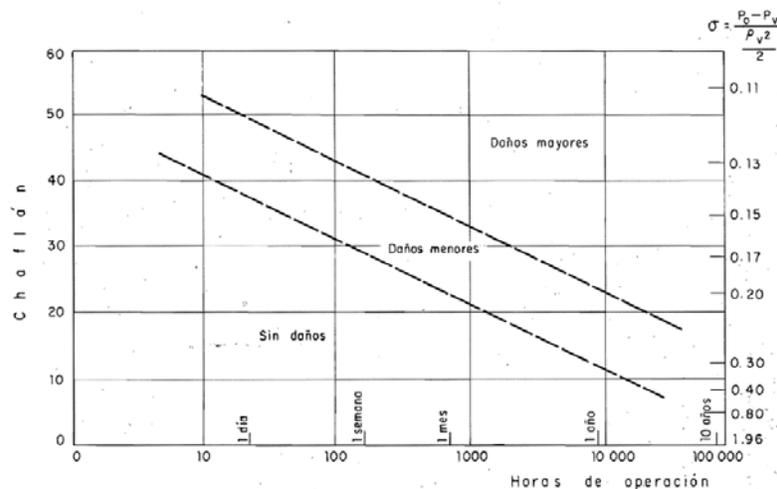


Fig 55. Daños por cavitación en vertedores. Arreguín, Tesis Doctoral.

Falvey elaboró una gráfica (figura 56) con datos tomados de Colgate y Jin, la cual permite calcular el chaflán o talud requerido, en cada caso, para evitar cavitación. El método consiste en determinar si para un tiempo acumulado de operación, existe riesgo de daño, y con el índice de cavitación correspondiente, seleccionar el chaflán adecuado.

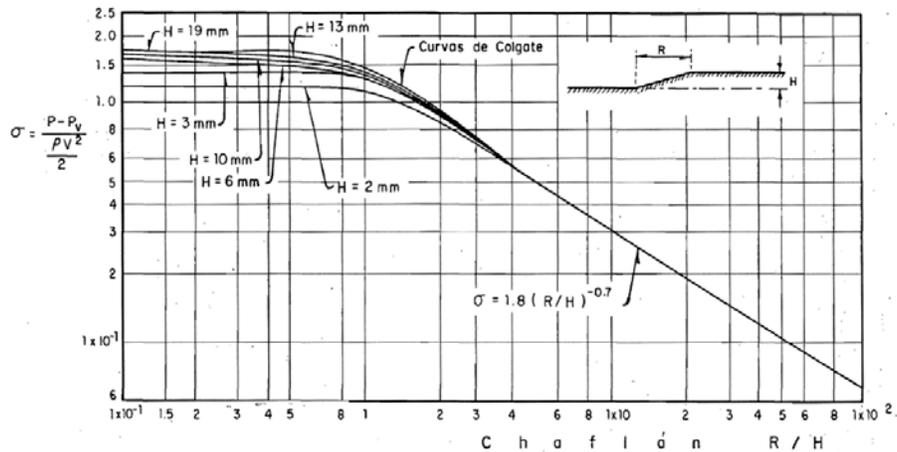


Fig 56. Chaflán que no produce cavitación, método de Falvey. Arreguín.

Para el caso de problemas por cavitación en obras ya construidas, se recomienda proteger las superficies afectadas incrementando la resistencia de las superficies. En una revisión bibliográfica, Inozemtsev llegó a las conclusiones siguientes:

- a. La resistencia a la erosión por cavitación del concreto se incrementa con la reducción de la relación agua-cemento, con el incremento de la resistencia a la compresión y a la tensión, con el vibrado del concreto, y utilizando polvo de acero en la mezcla.
- b. Las recomendaciones sobre el tamaño máximo de los agregados del concreto son muy variables; Grunw recomienda 5 mm, Govinda 20 mm y Ginzburg 60 mm. Adicionalmente, se considera que el mejor agregado en estos casos es el granito.
- c. Puede protegerse la superficie de concreto por medio de láminas de hule, sin embargo, no existe forma de lograr una buena adherencia entre ambas superficies. Los recubrimientos se han hecho en base a pinturas que incrementan la vida del concreto de 3 a 20 veces, aunque su resistencia es de 10 a 20 veces menor respecto a las láminas de acero.
- d. La resistencia del concreto plástico hecho a base de resinas epóxicas y sin agregados, o con agregados de acero, es de 1.8 a 2.0 veces menor que la del acero de carbono, mientras que el concreto hecho a base de resinas de cloruro de polivinilo, PVC, fue 1.5 veces más resistente que el acero dulce.

Los resultados experimentales de Inozemtsev también coinciden en lo siguiente:

- a. La resistencia del concreto a erosión por cavitación se incrementa de 5 a 20 veces, si se tiene una adecuada selección de materiales y el proceso constructivo es bueno.
- b. Los concretos plásticos tienen de 10 a 100 veces la resistencia de concretos normales.

### 2.4.3 Aireación en los vertedores

Se encontró que una protección efectiva contra los daños por cavitación es la inclusión de aire en el escurrimiento, ya que evita que el colapso de las pequeñas burbujas de vapor de agua sea total, pues como el aire no se condensa a las presiones encontradas en la práctica, actúa como un amortiguador que impide el choque entre sí de las paredes del líquido, que es lo que origina las destructivas ondas elásticas. Se trata de una medida eficaz, pues inclusive con un porcentaje reducido de aire en el agua, por ejemplo 8%, Peterka (1953), Russell y Sheehan (1974), Galperin

(1971), Semenov y Lentyaev (1973), Deng (1988), Zhang (1991), Zhou y Wang (1988), protegerá a las superficies de concreto.

### Aireación natural

La aireación natural se presenta como parte de los fenómenos de salto hidráulico, flujos de alta velocidad, vórtices, rompimiento del oleaje, entre otros. Se trata de un proceso de atrapamiento de aire, que se ha intentado explicar mediante la teoría de las estrías longitudinales y el desarrollo de la capa límite.

La aireación natural se presenta en flujos supercríticos al excederse cierta velocidad, o en el caso de la rápida de un vertedor, cuando el desarrollo de la capa límite alcanza la superficie libre del agua, llamado punto de inserción, e inicia una zona de flujo parcialmente aireado, que aguas abajo se convierte en totalmente aireado, donde la superficie del agua es blancuzca, y el tirante se incrementa debido al aire incorporado al escurrimiento (figura 57).

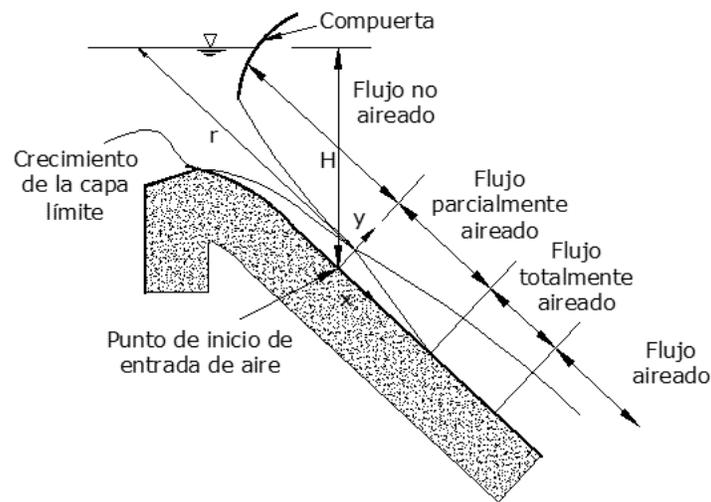


Fig 57. Regiones de crecimiento de la capa límite y de aireación. Echávez, 1979.

Como se aprecia en la figura, pueden distinguirse cuatro zonas:

- Flujo no aireado, que está determinado porque el espesor de la capa límite, que inicia en la cresta del vertedor y aumenta conforme avanza el flujo, todavía no alcanza la superficie libre del escurrimiento.
- Flujo parcialmente aireado, también llamada zona de incubación, donde la turbulencia atrapa sólo parcialmente al aire de la atmósfera.
- Zona totalmente aireada, donde la superficie irregular del agua atrapa burbujas de aire relativamente grandes, de 10 a 20 mm de diámetro, que a su vez son desagregadas por la turbulencia del flujo. A cierta profundidad, cuando hay un equilibrio entre la agitación del agua y la resistencia a deformarse de las burbujas, a consecuencia de la tensión superficial se alcanzan tamaños de burbujas de 0.5 a 3 mm.
- Región de flujo uniforme, donde se iguala la inclusión del aire con la pérdida de éste por la flotación de las burbujas, sin variaciones en la distribución de la concentración del aire con la profundidad.

La concentración de aire a lo largo de la rápida es un factor para determinar la altura del bordo libre de los muros que confinan el flujo, y para definir las zonas susceptibles de cavitación que quedan protegidas de esta manera.

### Aireación inducida

Como la aireación natural en muchos casos no es suficiente para proteger adecuadamente la obra, excepto para gastos unitarios muy bajos, es necesario inducir la aireación principalmente en la zona cercana a la plantilla.

Se llama aireación inducida al fenómeno de inclusión de aire por medio de dispositivos artificiales construidos en la obra. La ranura, el escalón y el deflector, o una combinación de ellos, son las formas más comunes para lograr la separación del agua de la superficie del vertedor (figura 58).

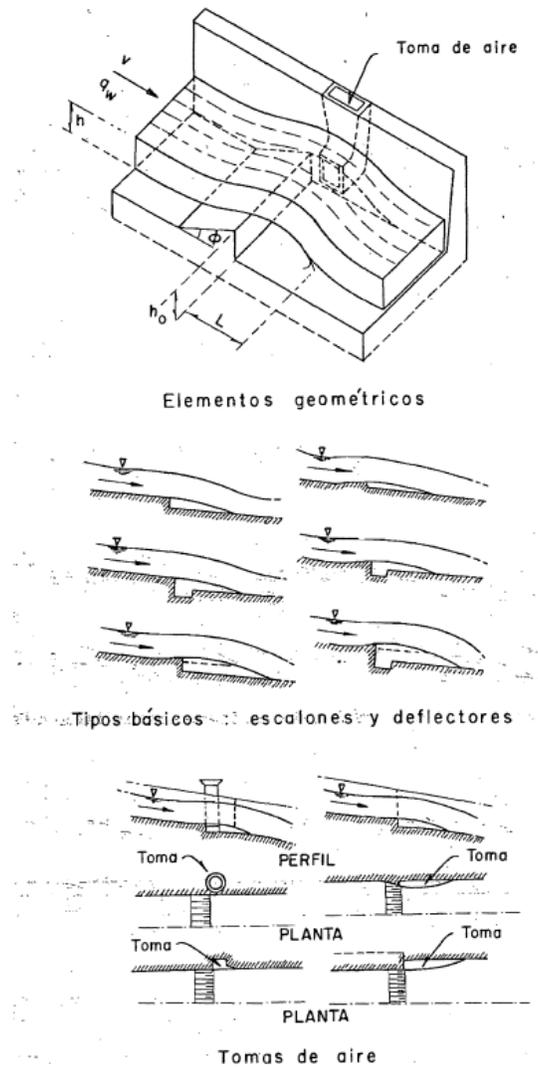


Fig 58. Geometría de los aireadores.

- Las ranuras tienen la desventaja de que se ahogan con gastos relativamente pequeños, provocan áreas expuestas al cortante de poca longitud, y su drenaje es deficiente. Su ventaja principal es la facilidad de su instalación, especialmente en túneles.
- Los escalones generan pocos disturbios en el flujo, pero el área expuesta al cortante es pequeña con respecto al deflector.
- Respecto a los deflectores, puede decirse que introducen grandes cantidades de aire, por lo que son útiles para gastos considerables. Además, pueden construirse más fácilmente

en obras en servicio, y se han utilizado sobre todo en canales a cielo abierto. Como una desventaja es que producen ondas en el flujo.

Por estas razones, es común que dichas estructuras no se utilicen de forma aislada, sino en combinación.

### Condiciones de aireación

La eficiencia de la descarga del vertedor de laberinto está influenciada por la condición de aireación de la lámina vertiente. Sin embargo, cuando se inhibe la cavitación por medio de la aireación, pueden presentarse una serie de efectos colaterales desfavorables. Por ejemplo, la inclusión de aire y la deflexión del chorro pueden incrementar el tirante del flujo, provocando condiciones de ahogamiento o derrame del agua, haciendo necesario un bordo libre mayor.

Las condiciones de aireación que pueden presentarse en un vertedor de laberinto son: adherida, aireada, parcialmente aireada y ahogada.

- Adherida. Se refiere a la condición de adherencia de la lámina vertiente en la cara aguas abajo de la pared del vertedor, para valores bajos de  $H_T/P$ .
- Aireada. Existe una cavidad de aire entre la lámina vertiente y la pared del vertedor, dado que la trayectoria de la lámina vertiente permanece relativamente constante durante el escurrimiento.
- Parcialmente aireada. Con el aumento de  $H_T/P$ , el tamaño de la cavidad de aire varía espacial y temporalmente, por lo que se vuelve no uniforme (cavidades de aire aisladas) e inestable (el tamaño y la ubicación de la cavidad de aire cambia con el tiempo).
- Ahogada. Se produce para los valores más altos de  $H_T/P$ , y se refiere a la lámina vertiente con una trayectoria inestable u oscilante.

Una lámina vertiente adherida es generalmente más eficiente que una lámina vertiente aireada, debido a las presiones subatmosféricas desarrolladas en la cara aguas abajo del vertedor. La cavidad de aire generalmente oscila entre los ápices del vertedor de laberinto adyacente.

### Funcionamiento de los aireadores

De acuerdo con Chanson (1996), el comportamiento del flujo, en la región afectada por el aireador, puede separarse en cinco regiones (figura 59):

- Región de llegada del flujo. Es la zona de aproximación, donde el flujo es supercrítico, y puede o no traer aire en la parte superior, debido a la aireación natural.
- Transición. Al ingresar en la zona de transición, el escurrimiento cambia de dirección, alineándose con la rampa y aumentando el nivel de turbulencia en toda su sección, lo que favorece la inclusión de aire.
- Región de aireación. El agua succiona aire por abajo, debido a la ranura, y también sobre la superficie libre, por el incremento de turbulencia ocasionada por la rampa. Esta succión depende de la velocidad del agua y la longitud inferior de la napa (lámina del líquido), medida desde el labio de la rampa hasta el punto de impacto del flujo.
- Región de impacto. En la zona donde la napa incide contra la plantilla, el flujo alcanza la máxima aireación, que disminuye rápidamente porque el impacto produce un aumento de presión en el chorro, expulsando hacia arriba el aire pegado a la plantilla. Para disminuir este aumento de presión, es recomendable que el ángulo de impacto del chorro contra la plantilla no sea grande, condición que limita la altura de la rampa. También existe un flujo revolvente espumoso al final de la cavidad de aire bajo la napa (roller), pero no es significativo para números de Froude grandes, como los correspondientes al funcionamiento de los vertedores.

- Región aguas abajo del impacto. El flujo aumenta su tirante por el cambio de dirección debido a la rampa, y también por la inclusión de aire. Después, la pérdida de aire cercano a la plantilla continúa hasta que éste es insuficiente, y se requiere la colocación de otro dispositivo de aireación, para proteger la obra de excedencias en toda su longitud.

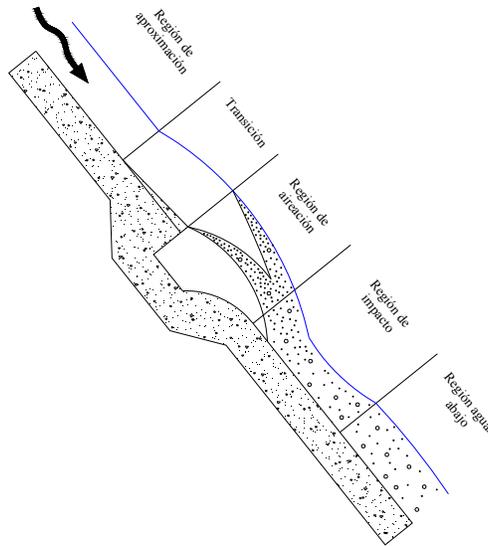


Fig 59. Flujo en una ranura aireadora, Chanson (1996)

### Incorporación de aire

Para estimar la incorporación de aire debida al aireador, puede utilizarse el modelo propuesto por Gutiérrez, Orellano y Vega (2010):

$$\beta = 0.0055e^{0.52F} \tag{30}$$

donde  $\beta$  es el cociente del gasto de aire entre el gasto de agua.

En la figura 60 se muestran la variación del coeficiente  $\beta$  en función del número de Froude, y se considera que la demanda de aire depende de la velocidad del agua en la napa, así como del área de contacto entre el agua y el aire.

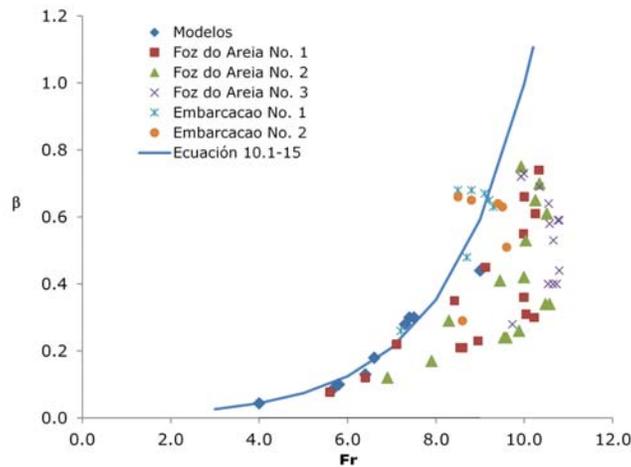


Fig 60. Gasto de aire entre gasto de agua,  $\beta$ , respecto al número de Froude. Echávez.

## Espaciamiento de los aireadores

Una vez que el aire es incluido en el flujo, las burbujas son arrastradas hacia aguas abajo por la corriente, mientras tienen un movimiento ascendente debido a la flotación de las mismas, además de que las condiciones del flujo turbulento tienden a separar la masa de las burbujas. De esta manera, la concentración de aire disminuye conforme el flujo se aleja del aireador, reduciéndose así la protección que el aire brinda a las superficies expuestas a cavitación. Cuando esto sucede, se recomienda la colocación de un nuevo dispositivo aireador, para el suministro de aire en la zona que así lo requiera.

Aún no existen criterios uniformes para señalar el espaciamiento entre aireadores, sin embargo, en la bibliografía especializada se hace notar la tendencia al incremento de la separación, conforme su instalación se realiza en combinación de deflectores y escalones. Así por ejemplo, Echávez estimó, para la presa El Infiernillo, la colocación de aireadores en separaciones de 15 m, pues esta es la distancia con la cual se mantendrían concentraciones de aire superiores al 1% en la vecindad de la superficie sólida.

### 2.5 Las curvas de diseño

El diseño hidráulico del vertedor de laberinto requiere de la optimización de muchos parámetros geométricos (figura 61), tal es el caso de la longitud  $b$ , el ángulo de pared lateral  $\alpha$ , el número de ciclos ( $n$ ) y su configuración, de manera que se defina la forma de la cresta más adecuada para su mejor ajustarse al espacio disponible.

Para los vertedores de laberinto en arco, se adicionan parámetros geométricos específicos (figura 62): el ángulo de la pared lateral del ciclo  $\alpha$ , el ángulo lateral aguas arriba ( $\alpha'$ ,  $\alpha' = \alpha$  para un vertedor de laberinto lineal), el arco de ángulo del ciclo ( $\theta$ ), el ángulo del arco del vertedor ( $\Theta$ ), el radio del arco ( $R$ ), y la altura del segmento ( $r'$ ).  $W'$  es la longitud del vertedor de laberinto en arco ( $R\theta$ ),  $w'$  es la longitud de arco del ancho del ciclo, y  $W$  es el ancho del canal aguas abajo.

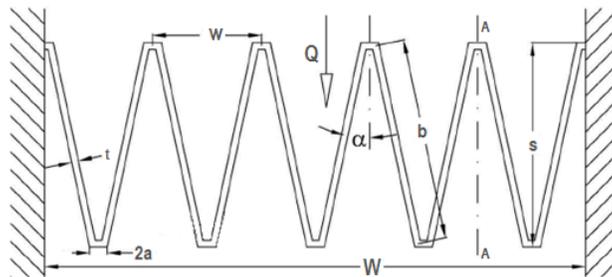


Fig 61. Vista en planta de un vertedor de laberinto de tipo trapecoidal. Crookston 2010.

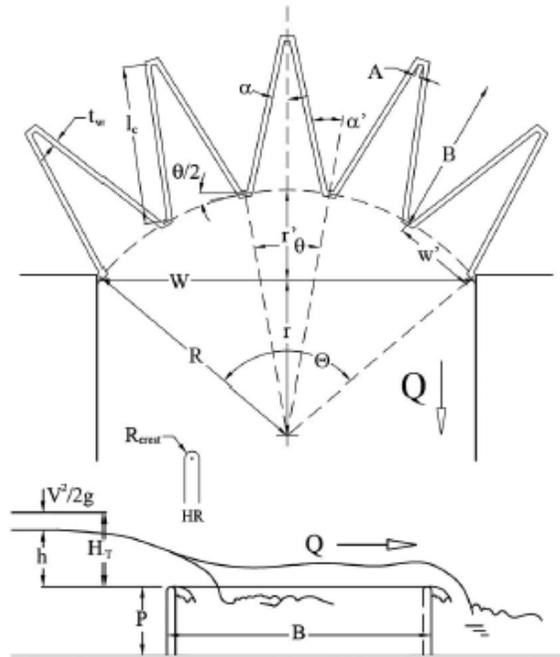


Fig 62. Vista en planta de un vertedor de laberinto en arco

Las principales herramientas para el cálculo y diseño de vertedores de laberinto se presentan por Magalhães (1983), Lux y Hincliff (1985), Tullis et al. (1995), y más recientemente por Granell y Toledo (2010).

La mayoría de la información disponible respecto al diseño de los vertedores de laberinto tiene su origen en el estudio de modelos físicos. Algunas investigaciones notables se mencionan en la Tabla 4.

Rouse (1936) mostró que el flujo sobre un vertedor toma lugar bajo la condición de energía mínima. Por lo tanto, la elevación total de la línea de la energía está determinada por la relación de la carga sobre el vertedor a la profundidad total, y la velocidad de aproximación no es una variable independiente.

La geometría del canal aguas arriba del vertedor es un parámetro significativo, no la magnitud de la velocidad de aproximación. Esto significa que las curvas de la descarga para un vertedor de laberinto colocado en un canal sean diferentes respecto a las de un vertedor de laberinto ampliado en el vaso de almacenamiento. La diferencia es el resultado de la geometría del flujo de aproximación, no la definición de la carga aguas arriba.

Por su parte, Cassidy et al. (1985) mostró que la carga aguas arriba o la carga sobre el vertedor podrían ser utilizadas para definir el coeficiente de la descarga. Entonces, al emplear curvas de coeficientes de descarga, debe seleccionarse adecuadamente la carga apropiada para determinar correctamente la magnitud del gasto de vertido.

Tabla 4. Método de diseño del vertedor de laberinto

Métodos de diseño			
()	Autores	Tipo de ciclo del vertedor de laberinto*	Forma de la cresta**
1	Taylor (1968), Hay y Taylor (1970)	Tri, Trap, Rect	Parte superior plana con bisel, Medio redondeo
2	Darvas (1971)	Trap	Cuarto de redondeo con la base mayor
3	Hinchliff y Houston (1984)	Tri, Trap	Parte superior plana con bisel, Cuarto de redondeo
4	Lux y Hinchliff (1985)	Tri, Trap	Cuarto de redondeo
5	Magalhaes y Lorena (1989)	Trap	WES
6	Tullis et al. (1995)	Trap	Cuarto de redondeo
7	Melo et al. (2002)	Trap	Cuarto de redondeo con la base mayor
8	Tullis et al. (2007)	Trap	Medio redondeo
9	Lopes et al. (2008)	Trap	Cuarto de redondeo con la base mayor

\* Tri=triangular  
 \* Trap= trapezoidal  
 \* Rec=rectangular

\*\*Cuarto de redondeo (Rcresta= tw/2)  
 \*\*Cuarto de redondeo con la base mayor (Rcresta= tw)

Diferentes investigadores han desarrollado curvas de descarga para vertedores de laberinto. Bajo ciertas circunstancias, consideran la carga sobre el vertedor, y en otros casos se utiliza la carga total aguas arriba, o carga del vaso de almacenamiento. Algunas curvas son para vertedores de laberinto dentro de un canal, y otras son para vertedores de laberinto situados al inicio del canal. A continuación se presentan las curvas de diseño de uso más común para la definición de los coeficientes de descarga.

#### Curvas de diseño de Taylor

En los experimentos de Taylor (1968), la descarga se hizo adimensional, dividiendo el flujo del vertedor de laberinto, por la descarga de un vertedor lineal que tiene el mismo ancho del canal. Este método es de utilidad para no considerar los efectos de la tensión superficial en las pruebas del modelo, y la familia de curvas que lo representa es de la siguiente naturaleza:

$$\frac{Q_L}{Q_N} = f(H_T/P, Geometría) \quad (31)$$

donde

$Q_L$	gasto total del vertedor de laberinto
$Q_N$	gasto de un vertedor lineal con el mismo ancho que el del vertedor de laberinto
$H_T$	carga sobre el vertedor

Las curvas de diseño preparadas por Hay y Taylor (1970) se muestran en las figuras 63a y 63b, y corresponden a un vertedor de laberinto localizado en el canal.

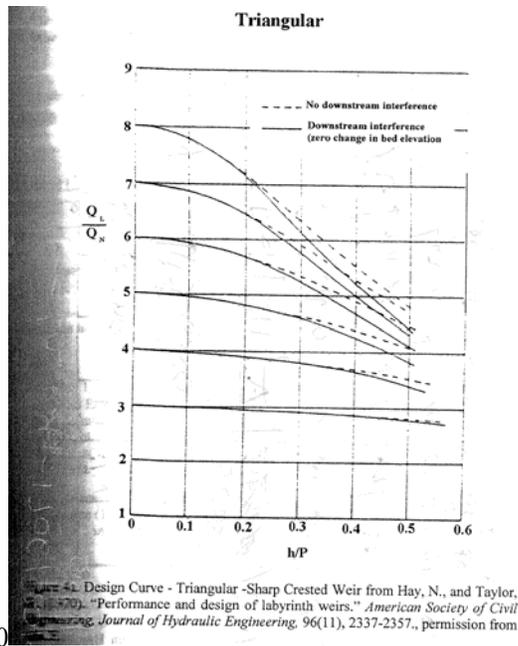


Fig 63a. Curva de diseño, para un vertedor con forma triangular de cresta plana con bisel. Hay y Taylor. Falvey 2003.

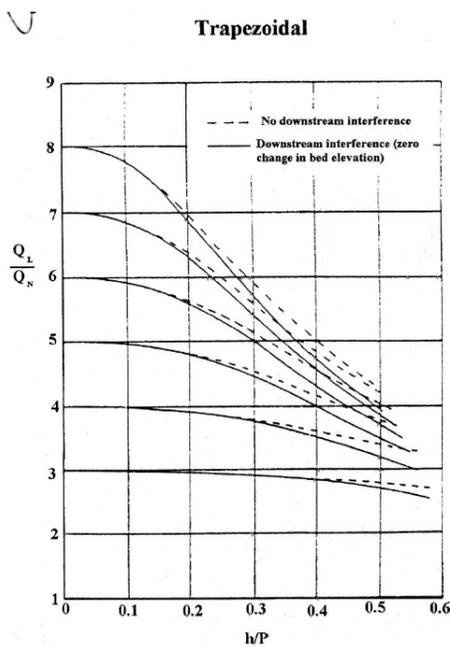


Fig 63b. Curva de diseño, para un vertedor con forma trapezoidal de cresta plana con bisel. Hay y Taylor. Falvey 2003.

La descarga para un vertedor lineal en estos estudios fue determinada de la ecuación de Kindsvater y Carter (1959):

$$Q_N = C_s \cdot L_e \cdot h_e^{3/2} \quad (32)$$

donde el coeficiente de descarga  $C_s$  está dado por la ecuación 33:

$$C_s = 3.22 + 0.40 \cdot \frac{H_T}{P} \quad (33)$$

La longitud de la cresta equivalente,  $L_e$ , está dada por:

$$L_e = L - 0.003 ft \quad (34)$$

Y la carga sobre el vertedor se obtiene mediante:

$$h_e = H_T + 0.003 ft \quad (35)$$

donde

$L_e$  longitud de la cresta equivalente

$H_T$  carga total

$h_e$  carga equivalente de la cresta

Cabe destacar que la ecuación 33 está en unidades del sistema inglés, y no es dimensionalmente homogénea. Las correcciones a la longitud y a la carga hacen una diferencia sólo para valores pequeños de  $h/P$ , que podría ser observada en modelos físicos. Para las dimensiones del prototipo, dichas correcciones son insignificantes, pero en un modelo de cargas pequeñas, las correcciones podrían ser de importancia.

### Curvas de diseño de Darvas

Darvas (1971) definió un coeficiente de descarga de la manera siguiente:

$$C_w = \frac{Q_L}{W \cdot H_T^{1.5}} \quad (36)$$

donde

$C_w$  coeficiente de descarga (Darvas), en

$H_T$  carga total aguas arriba, en m

$Q_L$  gasto total, en  $m^3/s$

$W$  ancho del vertedor de laberinto, en m

Este coeficiente tiene las unidades de  $ft^{0.5}/s$ . Los gráficos de Darvas están dados como una familia de curvas, y se muestran en la figura 64:

$$C_w = f(H_T / P, L/W)$$

donde  $L$  es la longitud de desarrollo del vertedor de laberinto.

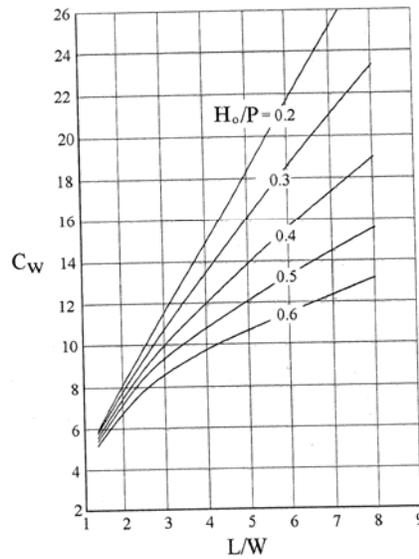


Figure 5. Design Curves from Darvas, L.A., (1971). "Discussion of 'Performance and design of labyrinth weirs,' by Hay and Taylor." *American Society of Civil Engineering, Journal of Hydraulic Engineering*, 97(80), 1246-1251., permission from ASCE.

Fig 64. Curvas de diseño de Darvas. Falvey 2003.

#### Curvas de diseño de Magalhães y Lorena

Magalhães y Lorena (1989) desarrollaron curvas similares a las de Darvas (1971), excepto que sus resultados aplican para una lámina vertiente o cresta Ogge, y el coeficiente de descarga está dado en términos dimensionales por:

$$C_p = \frac{Q_L}{W \sqrt{2g} H_T^{1.5}} \quad (37)$$

donde

$C_p$  coeficiente de descarga (Magalhães y Lorena), en

$H_T$  carga total aguas arriba, en m

$Q_L$  gasto total, en m<sup>3</sup>/s

$W$  ancho del vertedor de laberinto, en m

Las curvas de diseño se muestran en la figura 65.

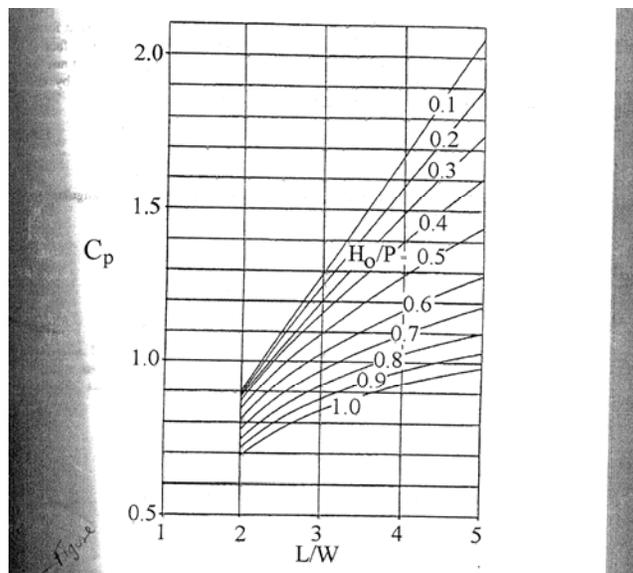


Fig 65. Curvas de diseño de una cresta tipo Ogge de Magalhaes. Falvey 2003.

#### Curvas de diseño de Lux

Lux (1989) introdujo otro coeficiente de descarga basado en la carga total aguas arriba. Su relación con el gasto de un ciclo está dada por:

$$Q_c = C_w \left( \frac{w/P}{w/P + k} \right) w \cdot H_T \cdot \sqrt{g \cdot H_0} \quad (38)$$

donde

- $C_w$  coeficiente de descarga (Lux)
- $k$  constante de forma (Lux)
- $H_T$  carga total aguas arriba, en m
- $g$  aceleración de la gravedad, en  $m/s^{1/2}$
- $Q_c$  gasto de un ciclo, en  $m^3/s$
- $w$  ancho del ciclo, en m

Como parte de sus trabajos, Lux observó lo siguiente:

- $k = 0.18$ , para una forma en planta triangular.
- $k = 0.1$ , para una forma en planta trapezoidal, cuando  $a/w$  es igual a 0.0765, en el que  $a$  es la mitad del ancho de la cara aguas arriba del vertedor de laberinto, como se muestra en la figura 61 (Vista en planta de un vertedor de laberinto de tipo trapezoidal).

Los subíndices 'c' se refieren a un solo ciclo, y no a todo el ancho del vertedor de laberinto. Para múltiples ciclos, la descarga dada por esta ecuación, debe multiplicarse por el número de ciclos,  $N$ :

$$Q_L = Q_c \cdot N \quad (39)$$

El coeficiente de descarga se obtiene de las curvas de diseño, donde se relaciona  $H_T/P$  y  $L/W$ . Las curvas de Lux y Hinchliff (1985), se presentan en las figuras 66a y 66b, para una forma en planta trapezoidal y triangular, respectivamente.

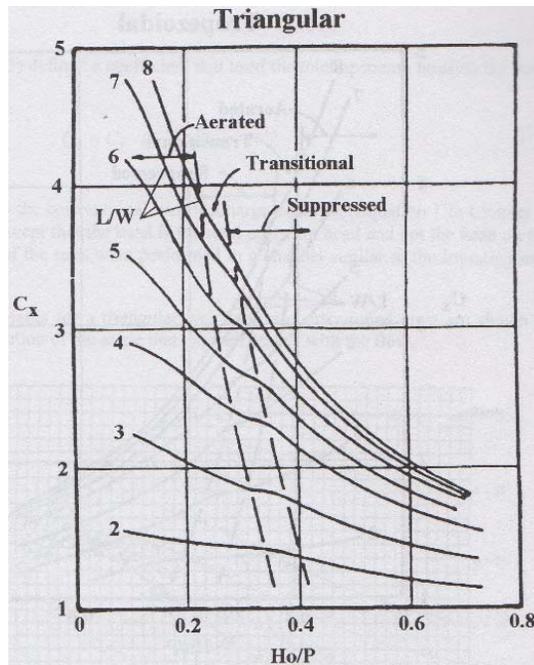


Fig 66a. Curva de diseño – Vertedor triangular de Lux, F., y Hinchliff, D.L., (1985).

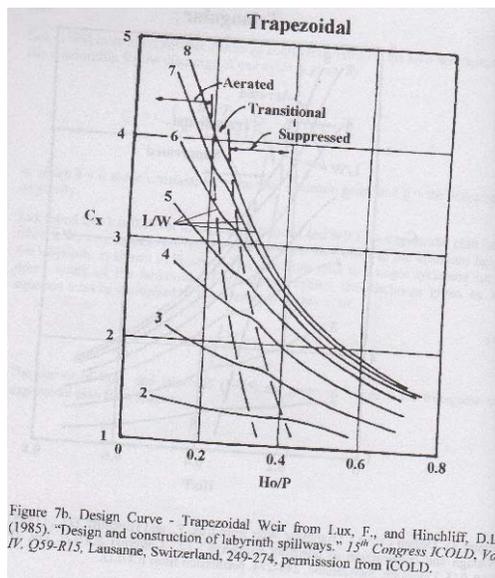


Fig 66b. Curva de diseño – Vertedor trapezoidal de Lux, F., y Hinchliff, D.L., (1985).

### Curvas de diseño de Tullis

Tullis (1995) expuso sus conclusiones de manera gráfica, relacionando el coeficiente de descarga con el coeficiente  $H_T/P$ . Este investigador adoptó la ecuación convencional del vertedor (ecuación 1), para definir el coeficiente de descarga del vertedor de laberinto, y tomó en cuenta la longitud efectiva del vertedor  $L_e$ , en lugar de la longitud de la cresta completa, así como la carga total aguas arriba  $H_T$ , no la carga sobre la cresta del vertedor:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d L_e H_T^{3/2} \quad (40)$$

donde

$g$  aceleración de la gravedad, en  $(m/s^2)$

$C_d$  coeficiente de descarga, adimensional

$H_T$  carga total, en  $(m)$

$L_e$  longitud efectiva o total del vertedor, para tomar en cuenta la influencia del ápice sobre la eficiencia de la descarga, en  $(m)$

$Q$  gasto del vertedor, en  $(m^3/s)$

Los resultados se generaron utilizando vertedores trapezoidales, con perfiles de cresta del tipo Cuarto de redondeo, y las pruebas fueron ejecutadas en un canal de condiciones similar a las consideradas por Taylor (1968).

El coeficiente de descarga  $C_d$  esta en función de la geometría (forma de la cresta, altura del vertedor  $P$ , ancho del ciclo  $w$ , ápice, orientación del ciclo (lineal o en arco), las condiciones de aproximación del flujo, el comportamiento de la lámina vertiente (condiciones de aireación, inestabilidad de la lámina vertiente), ahogamiento local y altura de la tail wather. El ahogamiento local se refiere al lugar donde la elevación de la superficie de agua, inmediatamente aguas abajo del vertedor, es más alta que la cresta del vertedor, y contribuye a la interferencia de la lámina vertiente.

Por su parte, el gasto del vertedor de laberinto es una función de la altura del vertedor ( $P$ ), la carga de agua sobre el vertedor ( $H_T$ ), el ancho del vertedor ( $W$ ), la longitud ( $L$ ) y su geometría, que puede ser rectangular, trapezoidal o triangular. Las dimensiones principales se muestran en la figura 67.

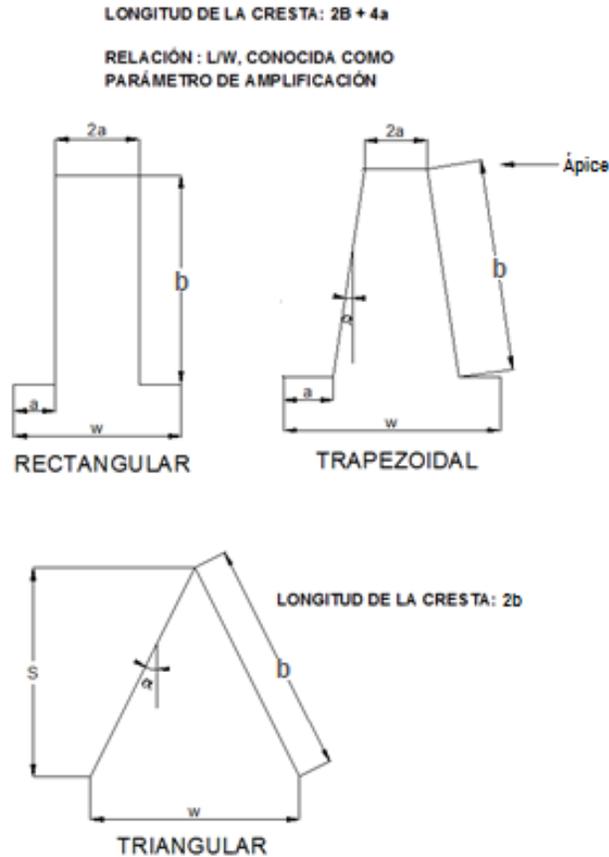


Fig 67. Geometría del vertedor de laberinto, Falvey (2003)

El flujo aguas arriba del vertedor está fuertemente influenciado por el ángulo de las paredes laterales. Para un vertedor triangular, el ángulo está en función de la relación  $L/W$ :

$$\alpha_{max} = \arcsen(w/L) \quad (41)$$

Para una forma en planta trapezoidal, el ángulo está dado por:

$$\alpha = \arcsen\left(\frac{w - 4a}{L - 4a}\right) \quad (42)$$

La variación del coeficiente de descarga en función de la relación de la carga de agua y la altura del vertedor, así como de la apertura del ángulo de las paredes laterales, puede expresarse mediante una ecuación polinómica de cuarto grado.

$$C_d = A_1 + A_2 \left(\frac{H_T}{P}\right) + A_3 \left(\frac{H_T}{P}\right)^2 + A_4 \left(\frac{H_T}{P}\right)^3 + A_5 \left(\frac{H_T}{P}\right)^4 \quad (43)$$

Los coeficientes de Tullis para cada ángulo de la curva de diseño se han determinado basándose en pruebas realizadas en el Utah Water Research Laboratory (UWRL), resumidos en la Tabla 5.

Tabla 5. Coeficientes de la curva de diseño para vertedores de laberinto, perfil tipo Cuarto de redondeo

$\alpha$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
6°	0.49	-0.24	-1.20	2.17	-1.03
8°	0.49	1.08	-5.27	6.79	-2.83
12°	0.49	1.06	-4.43	5.18	-1.97
15°	0.49	1.00	-3.57	3.82	-1.38
18°	0.49	1.32	-4.13	4.24	-1.50
25°	0.49	1.51	-3.83	3.40	-1.05
35°	0.49	1.69	-4.05	3.62	-1.10
90°	0.49	1.46	-2.56	1.44	0

Fuente: Tullis, Amaniam y Waldron (1995).

Los coeficientes también pueden estimarse utilizando las curvas que se muestran en la figura 68.

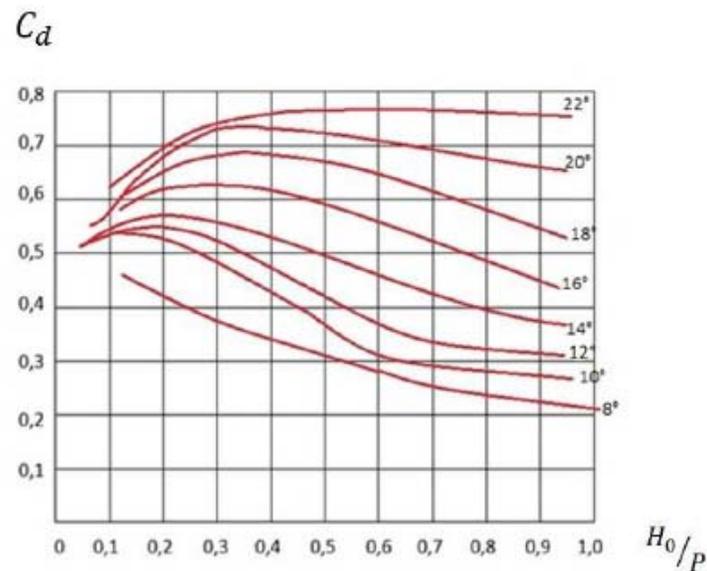


Fig 68. Coeficientes de descarga del vertedor de laberinto para diferentes ángulos, perfil tipo Cuarto de redondeo. Erices, 2013.

Para cálculos que impliquen valores intermedios de  $\alpha$ , el coeficiente puede estimarse por interpolación de los valores correspondientes a la información disponible de los dos ángulos adyacentes. No interpolar directamente entre coeficientes. Además, tómesese en cuenta que los coeficientes tienen validez si  $H_T/P$  es menor que 0.9. Para vertedores lineales, los coeficientes son válidos si  $H_T/P$  es menor que 0.7. En caso de profundidades mayores, se recomienda utilizar un coeficiente  $C_d$  de 0.76.

### Curvas de diseño de Crookston

En estudios más recientes sobre las ecuaciones polinomiales desarrolladas por Tullis (ecuación 43), Willmore (2004) encontró errores en los coeficientes correspondientes al ángulo de pared lateral  $\alpha = 8^\circ$ , Willmore corrigió un error trigonométrico en el cálculo de B (ancho de la plataforma). Willmore también encontró que los datos para  $\alpha = 8^\circ$  se encontraban en un error. Investigaciones adicionales han encontrado que una parte de los datos se encuentran en un error con  $H_T/P \leq 0.35$ . Posteriormente, Crookston (2010) utilizó los datos experimentales de Willmore, y propuso valores actualizados del coeficiente de descarga para ángulos de pared lateral de 8 grados. Los resultados se presentan en la Tabla 6.

Tabla 6. Coeficientes polinomiales (Método de Tullis modificado)

$\alpha$	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$
6°	0.49	-0.24	-1.20	2.17	-1.03
<b>8°</b>	<b>0.65</b>	<b>-0.35</b>	<b>-2.03</b>	<b>4.22</b>	<b>-2.37</b>
12°	0.49	1.06	-4.43	5.18	-1.97
15°	0.49	1.00	-3.57	3.82	-1.38
18°	0.49	1.32	-4.13	4.24	-1.50
25°	0.49	1.51	-3.83	3.40	-1.05
35°	0.49	1.69	-4.05	3.62	-1.10
90°	0.49	1.46	-2.56	1.44	0

## CAPÍTULO 3. DISEÑO HIDRÁULICO DEL VERTEDOR DE LABERINTO

### 3.1 Parámetros de diseño

El diseño de una obra de excedencias que permita el incremento de la capacidad de descarga, es el objetivo principal de los trabajos de investigación relacionados con la estimación de los parámetros geométricos recomendados en el diseño de un vertedor de laberinto.

El diseño de un vertedor está definido en términos de la altura de cresta operando bajo una carga dada, de manera que las dimensiones del vertedor sean tales que se obtenga el mayor rendimiento.

#### 3.1.1 Vertedor de laberinto dirección lineal

Diversas relaciones adimensionales son consideradas para describir y cuantificar el flujo del vertedor de laberinto. La forma en planta está definida completamente por el factor de magnificación de la longitud  $L/w$ , el ángulo  $\alpha$  de la pared lateral y el número de ciclos que forman al vertedor,  $n$ . Así por ejemplo, para una magnificación de longitud dada,  $\alpha$  varía desde  $0^\circ$  para un vertedor con forma en planta rectangular, hasta un máximo valor de  $\alpha$  para un vertedor con forma en planta triangular.

Los parámetros que influyen principalmente en el funcionamiento del vertedor de laberinto son:

- $H_T/P$  relación de la carga y la altura del vertedor
- $L/w$  magnificación de la longitud
- $\alpha$  ángulo de la pared lateral
- $w/P$  relación del aspecto vertical
- $N$ , número de ciclos en planta
- perfil de la cresta
- interferencia aguas abajo
- ahogamiento
- plataformas

En el diseño de un vertedor con dirección lineal se aplica la siguiente terminología (figuras 61, del capítulo 2 y Figura 2, de éste capítulo):

- ◆  $a$  mitad de la longitud del ápice o cresta del vertedor
- ◆  $b$  longitud de la pared lateral del vertedor
- ◆  $H_T$  carga sobre la cresta del vertedor
- ◆  $h_d$  profundidad del agua aguas abajo
- ◆  $w$  ancho de un ciclo del vertedor
- ◆  $W$  ancho total del vertedor:  $Nw$
- ◆  $P$  altura del vertedor
- ◆  $\alpha_{max} = \text{sen}^{-1} \left[ \frac{w/2}{b+2a} \right]$ , ángulo correspondiente a la forma en planta triangular
- ◆  $Q_L$  gasto sobre el vertedor de laberinto
- ◆  $Q_N$  gasto de un vertedor lineal con el mismo ancho que el del vertedor de laberinto
- ◆  $Q_L/Q_N$  magnificación del flujo
- ◆  $E$  parámetro de efectividad
- ◆  $\varepsilon' = \frac{C_d^{Lc-cycle}}{w} = C_d M$

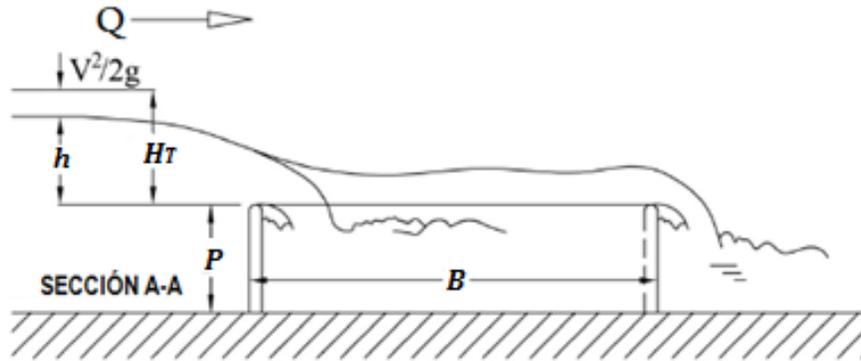


Fig 2 Corte A-A de un vertedor de laberinto. Crookston 2010.

Los parámetros adimensionales que permiten caracterizar el diseño del vertedor de laberinto, se mencionan a continuación.

#### Relación de la carga con la altura del vertedor ( $H_T/P$ )

Para valores pequeños de  $H_T/P$ , la descarga es reducida y la carga de velocidad despreciable. Con el aumento de la carga  $h$  se incrementa  $H_T/P$ , y el efecto sobre la condición de aproximación se hace visible en los perfiles de la superficie de agua a lo largo de los canales aguas arriba y aguas abajo (figura 2). Con un aumento en la carga, la interferencia del flujo en el canal aguas abajo aumenta y el funcionamiento se ve afectado.

#### Magnificación de la longitud ( $L/w$ )

De acuerdo con investigaciones realizadas, la magnificación de la longitud debe tener un valor mayor a 4. El incremento en la relación  $L/w$  aumenta la magnificación del flujo  $Q_L/Q_N$  sólo marginalmente, pues se ha observado que no existe un aumento significativo en la magnificación del flujo para valores de  $L/w$  superiores a 8.

#### $\alpha$ , ángulo del muro lateral

Al aumentar el ángulo  $\alpha$ , la longitud del vertedor disminuye y el grado de contracción del flujo en la entrada al canal aguas arriba también se reduce. El funcionamiento mejora hasta  $\alpha = \alpha_{max}$ , correspondiendo a una forma en planta triangular.

#### Relación del aspecto vertical ( $w/P$ )

Este parámetro define el tamaño de los ciclos del vertedor en planta, relacionado con la altura de la cresta. El funcionamiento del vertedor de laberinto está en función de la altura de la cresta, entonces, para un  $H_T/P$  dado, la variación de  $w/P$  influye en el tamaño del ciclo del vertedor en planta. Según  $w/P$  disminuya, el tamaño del ciclo se vuelve pequeño comparado con la carga.

Con un  $w/P$  pequeño suelen presentarse choques por la interferencia entre la lámina vertiente de las paredes laterales del paramento del canal aguas abajo. Así, un vertedor con forma en planta triangular es más propenso a presentar dicho efecto en comparación con un vertedor trapezoidal.

Existe un valor mínimo de la relación  $w/P$  que debe considerarse; para el caso de una forma en planta trapezoidal, la relación debe ser mayor que 2, y para la forma en planta triangular,  $w/P$  debe ser mayor que 2.5.

Para Lux y Tullis, el rendimiento hidráulico mejora al aumentar la altura del vertedor ( $P$ ), disminuyendo la relación  $w/P$ , mientras que para Hay y Taylor, la relación  $w/P$  debe ser mayor que 2.

#### Relación del aspecto horizontal ( $W/P$ )

Lux y Tullis recomendaron valores para la Relación del aspecto horizontal ( $W/P$ ), específicamente 2 y 3 unidades. Por otra parte, se ha observado que la reducción de esta relación en valores menores que 2 puede proporcionar beneficios, sin afectar significativamente el rendimiento. Paxson y Savage (2006) evaluaron la relación del aspecto horizontal utilizando un modelo numérico para la geometría del modelo de diseño final para la presa Hyrum, donde la altura del vertedor se ajustó de 12 a 20 pies, disminuyendo  $W/P$  de 2.5 a 1.5. Los resultados de las descargas para la relación igual a 1.5 fueron mayores de 14 a 29 %.

#### Número de ciclos ( $N$ )

El funcionamiento de un vertedor de laberinto se halla independiente del número de ciclos.

#### Perfil de la cresta

Un perfil con cresta de forma cuarto de redondeo ofrece un coeficiente de descarga más alto respecto a un vertedor de cresta plana.

#### Ahogamiento ( $h_d/P$ )

La capacidad de descarga se ve reducida cuando el nivel aguas abajo  $h_d$  de la descarga excede la altura del vertedor  $P$ .

#### Plataformas

La implementación de plataformas se ha observado como una solución al problema de las olas supercríticas, y su relación con el diseño de la pendiente de la rápida de descarga.

#### Efectividad

Hay y Taylor (1970) definieron un parámetro de efectividad ( $E$ ) para representar la diferencia entre las descargas ocurridas en un vertedor de laberinto ( $Q_L$ ) respecto a la descarga a través de un vertedor lineal ( $Q_N$ ), como consecuencia del aumento en la longitud total de la cresta.

$$E(\%) = \frac{Q_L/Q_N}{L/w} * 100$$

Cabe mencionar que dichos autores descuidaron en sus consideraciones a la componente de velocidad en el manejo de la carga (resulta limitada para canales, y no incluye  $V^2/2g$ ), y concluyeron que la descarga es relativamente independiente de  $w/P$ .

La Tabla 2 muestra los valores recomendados por diversos autores respecto a los parámetros que influyen de manera más importante en el funcionamiento del vertedor de laberinto.

Tabla 2: Relación de parámetros para el funcionamiento del vertedor de laberinto.

Relación	Autor	Observaciones
$1.23 \leq L/w \leq 4.35$ $1.15 \leq w/P \leq 4.61$ $5.70^\circ \leq \alpha \leq 20.60^\circ$ $0.05 \leq H_T/P \leq 0.25$	Kozák y Sváb (1961)	Forma trapezoidal; sólo aplicable a los límites de las pruebas experimentales definidas por Taylor, G. (1968, The performance of labyrinth weirs, University of Nottingham, p. 9).
$H_T/P \leq 0.7$ $w/P > 2.0$ (trapezoidal) $w/P > 2.5$ (triangular)  $H/w < 0.35$	Taylor (1968)	Ninguno de los parámetros afecta la interferencia.  Parámetro significativo que describe la interferencia, $L_{de}/L_1$ .
$2.0 \leq w/P \leq 2.5$ $W/P < 2$ $H_T < 0.7$ $A/w \leq 0.0765$ (trapezoidal)	Lux (1989)	El vertedor es eficiente hidráulicamente.
$w/P \geq 2.5$	Magalhaes y Lorena (1989)	El vertedor es eficiente hidráulicamente.
$H_T/P \leq 0.9$ $3.0 \leq w/P \leq 4.0$ $t \leq A \leq 2t$ $W/P < 3$ $H_T/P < 0.9$ $6^\circ \leq \alpha \leq 36^\circ$ $L/w < 9.5$	Tullis (1995)	El vertedor es eficiente hidráulicamente.
$L/w < 9.5$ $2a/w < 0.08$	Falvey (2003)	Si $l/w$ es mayor a 10, disminuirá la eficiencia.  $2a/w < 0.08$ , para que no se tenga un efecto significativo de la interferencia
$W/P < 2$	Paxson y Savage (2006)	Aumento en el rendimiento hidráulico.
$H_T/P > 1^*$	Crookston (2010)	

\*Las ecuaciones de Tullis son corregidas por Crookston, y son aplicables para valores de  $H/P$  mayores que 0.9.

### 3.1.2 Vertedor de laberinto con dirección circular (en arco)

En este tipo de vertedores, la eficiencia se atribuye a la orientación de los ciclos respecto al flujo que se aproxima. Para un vertedor en arco, el proceso de diseño comienza con la selección de la geometría de uno de sus ciclos. Posteriormente, el ciclo se repite mediante la alineación de los ápices aguas abajo con el arco del círculo, como se muestra en la figura 3.

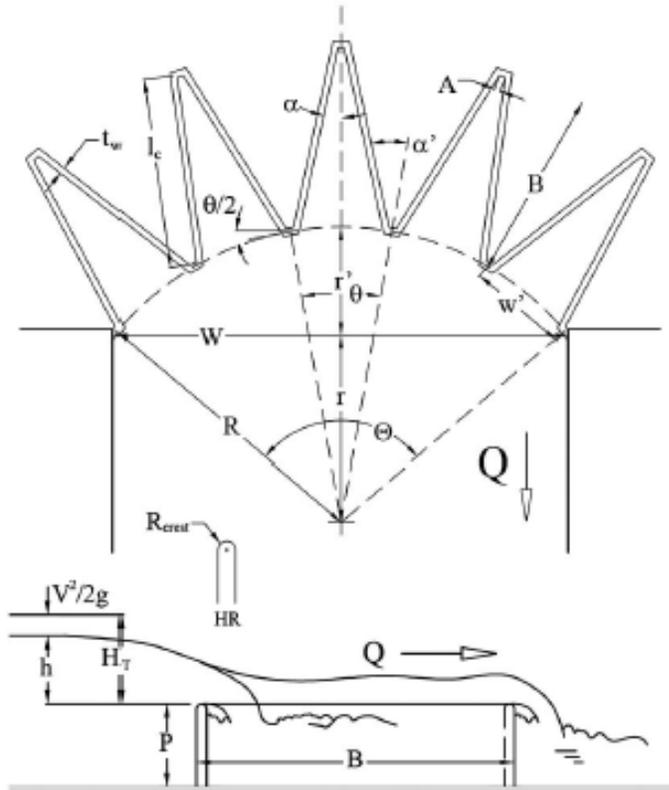


Fig 3. Vista en planta de un vertedor de laberinto en arco. Croockston, 2010.

Los parámetros geométricos de importancia de un vertedor de laberinto en arco son los siguientes:

- ◆  $W_a$  ancho del canal aguas abajo, para un vertedor en arco
- ◆  $W'$  ancho del vertedor de laberinto en arco,  $W' = R\theta$
- ◆  $w'$  ancho de ciclo para el vertedor de laberinto en arco,  $w' = W'/N$
- ◆  $R$  radio del arco,  $R = (W^2/4 + r'^2)^{1/2}$
- ◆  $r'$  altura del segmento,  $r' = R - r$
- ◆  $r$  centro de arco a la distancia del punto medio del ancho del canal,  $r = R - r'$
- ◆  $\Theta$  ángulo del arco del vertedor central,  $\Theta = W'/R$
- ◆  $\theta$  ángulo del arco del ciclo,  $\theta = \Theta/N$
- ◆  $\alpha$  ángulo lateral para el ciclo del vertedor de laberinto, usado para configuraciones lineales o en arco.
- ◆  $\alpha'$  ángulo lateral aguas arriba,  $\alpha' = \alpha + \theta/2$
- ◆  $N$  número de ciclos del vertedor de laberinto
- ◆  $A$  ancho del ápice interior
- ◆  $l_c$  longitud del muro lateral
- ◆  $t$  espesor del muro del vertedor en la cresta

#### Número de ciclos

Lux y Hinchliff (1985) definieron una ecuación para determinar el número de ciclos del vertedor, en función del caudal de descarga. Se utiliza un coeficiente que representa la razón entre el gasto de descarga por el vertedor de laberinto y el gasto descargado por un vertedor de cresta recta, ambos ubicados dentro de un mismo ancho de canal.

$$Q_L/Q_N = n$$

donde  $Q_L$  es el caudal descargado por el vertedor en laberinto, y  $Q_N$  es el caudal descargado por un vertedor de cresta recta.

Tullis (2004) señala que el número de ciclos a utilizar en modelos debe ser impar, debido a la simetría de la descarga, la cual busca contrarrestar las fuerzas axiales que el flujo ejerce sobre la estructura.

Sartor (2011) realizó pruebas empíricas en una estructura geométrica de tres ciclos ( $N = 3$ ), donde mostró altos índices de descarga que atribuyó a la baja interferencia sufrida por la lámina al fluir a través de la cresta del vertedor, cuya longitud efectiva tiende a magnitudes óptimas.

A continuación se presenta un conjunto de ecuaciones que Tullis recomienda para determinar la geometría del vertedor de laberinto, de acuerdo con los detalles de la figura 4.

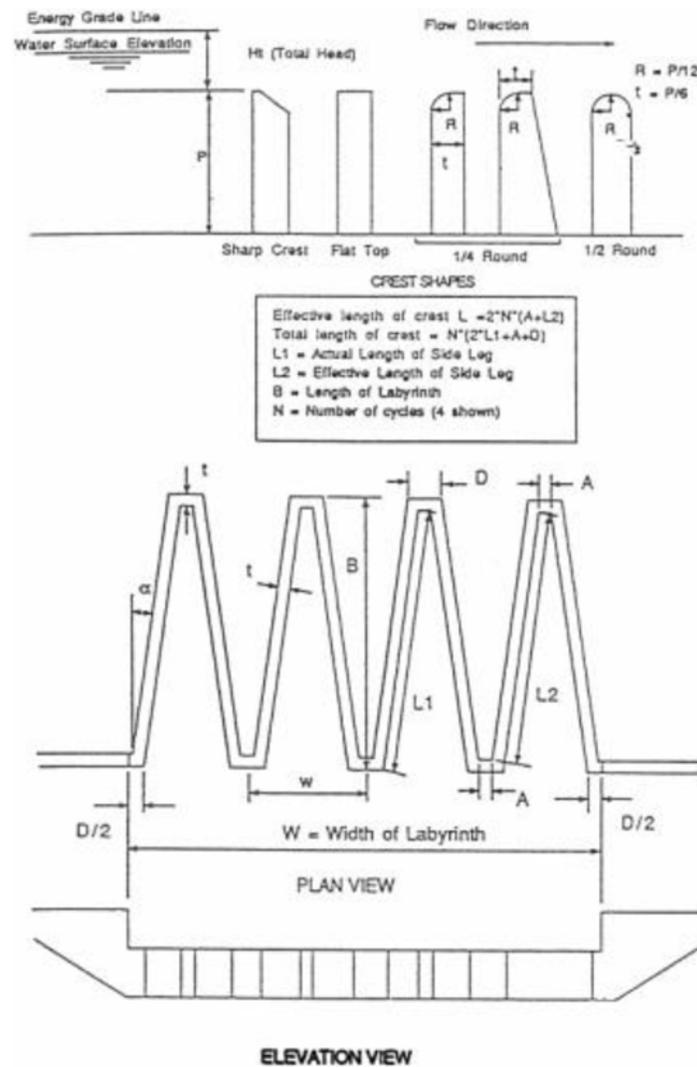


Fig. 4 Geometría del vertedor de laberinto

### Espesor del muro

$$t = P/6$$

donde

$t$  es el espesor del muro, en m  
 $P$  altura de la cresta, en m

### Ancho interno del ápice

De acuerdo con la RAE (2001), se define por ápice al extremo superior o punta de un objeto. En el caso particular del modelo a ensayar, los ápices corresponden a sus caras frontales perpendiculares al flujo.

El ápice debe cumplir con  $t \leq A \leq 2t$

donde

$A$  ancho interno del ápice del vertedor, en m  
 $t$  espesor del muro, en m

### Ancho externo del ápice

$$D = A + \left[ 2t * \tan \left( 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

donde

$D$  ancho externo del ápice, en m  
 $A$  ancho interno del ápice del vertedor, en m  
 $\alpha$  ángulo de la pared lateral del vertedor, en °

### Relación de la carga total de la cresta y la altura del vertedor

$$\frac{H_T}{P} < 0.9$$

donde

$H_T$  carga total del vertedor del laberinto, en m  
 $P$  altura del vertedor de laberinto, en m

### Coefficiente de la cresta

Se obtiene de la ecuación 43, del capítulo 2, en conjunto con la tabla 6, del mismo capítulo.

### Longitud efectiva de la cresta

Es la longitud total del vertedor de laberinto, y se obtiene con la expresión siguiente:

$$L = \frac{1.5Q_{m\acute{a}x}}{C_d * H_T^{1.5} * \sqrt{2g}}$$

donde

$L$  longitud efectiva de la cresta del vertedor de laberinto  
 $Q_{m\acute{a}x}$  gasto de dise\u00f1o  
 $C_d$  coeficiente de descarga para flujo sobre un vertedor  
 $H_T$  carga total

$g$  aceleración de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$

#### Longitud de la plataforma (paralela al flujo)

$$B = \left[ \frac{L}{2N} + \left( t * \tan \left( 45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right) \right] * \cos \alpha + t$$

donde

$B$  longitud de la plataforma  
 $L$  longitud efectiva de la cresta  
 $N$  número de ciclos  
 $t$  espesor del muro

#### Longitud del muro lateral

$$L_1 = \frac{B - t}{\cos \alpha}$$

donde

$L_1$  longitud del muro lateral  
 $B$  longitud de la plataforma  
 $t$  espesor del muro  
 $\alpha$  ángulo del la pared lateral del vertedor

#### Longitud efectiva del muro lateral

$$L_2 = L_1 - \left[ t * \tan \left( 45 - \frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

donde

$L_2$  longitud efectiva del muro lateral  
 $L_1$  longitud del muro lateral  
 $t$  espesor del muro  
 $\alpha$  ángulo del la pared lateral del vertedor

#### Longitud total de los muros

$$L_3 = N(2 * L_1 + D + A)$$

donde

$L_3$  longitud total de los muros  
 $N$  número de ciclos  
 $L_1$  longitud del muro lateral  
 $D$  ancho externo del ápice  
 $A$  ancho interior del ápice

#### Distancia entre los ciclos

$$w = (2 * L_1 * \text{sen } \alpha) + A + D$$

donde

$w$  distancia entre los ciclos  
 $L_1$  longitud del muro lateral  
 $\alpha$  ángulo de la pared lateral del vertedor  
 $A$  ancho interior del ápice

$D$  ancho externo del ápice

Ancho del vertedor de laberinto (normal al flujo)

$$W = N * w$$

donde

$W$  ancho del vertedor de laberinto

$N$  número de ciclos

$w$  distancia entre los ciclos

Longitud del vertedor lineal para el mismo flujo

$$L_L = \frac{1.5Q_{m\acute{a}x}}{C_d * H_T^{1.5} * \sqrt{2g}}, \quad C_d \text{ de } 90^\circ$$

donde

$L_L$  longitud efectiva de la cresta del vertedor lineal

$Q_{m\acute{a}x}$  gasto de dise\u00f1o

$C_d$  coeficiente de descarga del vertedor lineal

$H_T$  carga total

$g$  aceleraci\u00f3n de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$

Relaci\u00f3n de la distancia entre los ciclos por la altura del vertedor

$$3 \leq \frac{w}{P} \leq 4$$

donde

$w$  ancho del ciclo del vertedor de laberinto

$P$  altura del vertedor de laberinto

\u00c1ngulo entre paredes del vertedor

Tullis (1994) desarroll\u00f3 una serie de montajes para determinar el \u00e1ngulo entre las paredes del laberinto de un vertedor de tipo trapezoidal (figura 5). Como resultado sugiere el uso de un \u00e1ngulo de  $8^\circ$ , siendo \u00e9ste el valor para el cual obtuvo mejores coeficientes de descarga.

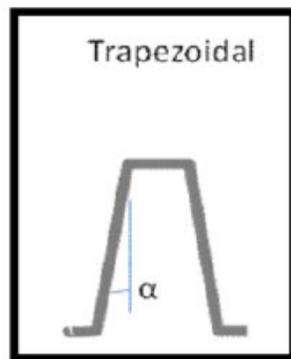


Fig 5. Vista en planta del \u00e1ngulo de las paredes del vertedor en laberinto trapezoidal, con respecto al eje del vertedor. Erices, 2013.

## 3.2 Procedimiento de diseño

### 3.2.1 Procedimiento de diseño de un vertedor de laberinto, Tullis et al. 1995

En la Tabla 1 se muestra un condensado de los parámetros a tomar en cuenta durante el diseño de un vertedor de laberinto. El diseño consiste en la obtención de los parámetros mediante la aplicación de una hoja de cálculo, como la presentada por Tullis, et al. 1995.

La aplicación del procedimiento de diseño recomendado se muestra con la solución de un ejemplo basado en datos de un modelo de estudio conducido por el Utah Water Research Laboratory (UWRL), para el vertedor de laberinto del Lago Standley, localizado cerca de Denver (Tullis, 1993). De acuerdo con la Tabla 1, considérese lo siguiente:

- ❖ El primer bloque “Condiciones hidráulicas-Datos de entrada”, se encuentra constituido por la información definida con el análisis hidrológico de la cuenca de aportación al embalse del sistema. Se requiere conocer la magnitud de la avenida de diseño de la obra de excedencias, para este caso,  $Q_{m\acute{a}x} = 1\,538\text{ m}^3/\text{s}$ , la correspondiente elevación máxima requerida del nivel de agua en el vaso de almacenamiento,  $H = 1\,680.91\text{ m}$ , y la elevación de la cresta del vertedor,  $H_{crest} = 1\,678.80\text{ m}$ .
- ❖ El segundo bloque se compone de la información supuesta. La pérdida de entrada para el flujo máximo puede considerarse nula, o bien, estimarse con los datos preliminares. En este ejemplo se supone una pérdida de  $13\text{ cm}$  del caudal máximo. El número de ciclos tiene un efecto significativo sobre la disposición general del vertedor de laberinto, de manera que el valor de  $N$  más adecuado se relaciona con el menor costo, así como un alto desempeño hidráulico. Se considera  $N = 13$ , y un ángulo de muro lateral de  $8^\circ$ .
- ❖ En el tercer bloque se realizan los cálculos generales de las características geométricas principales del vertedor de laberinto. La Tabla 1 contiene dos guías respecto a los rangos aceptables de las variables:  $H_T/P < 0.9$ , y  $3 \leq w/P \leq 4$ . De acuerdo con la experiencia, se ha observado que estas limitaciones son ayudas para un diseño económico e hidráulicamente eficiente.

Tabla 1. Hoja de cálculo para el diseño del vertedor de laberinto, propuesta por Tullis et al. 1995

HOJA DE CÁLCULO PARA EL DISEÑO DEL VERTEDOR DE LABERINTO PROPUESTA POR TULLIS et al. 1995					
Parámetro (1)	Símbolo (2)	Valor (3)	Unidades (4)	Fuente/Ecuaciones (5)	
<b>a) Condiciones Hidráulicas - Datos de entrada</b>					
Gasto máximo	$Q_{m\acute{a}x}$	1538.00	m <sup>3</sup> /s	Entrada	$g=9.81 \text{ m/s}^2$
Nivel máximo del vaso de almacenamiento	$H$	1680.91	m	Entrada	
Elevación del canal de aproximación	$H_{aprox}$	1675.75	m	Entrada	
Elevación de la cresta del vertedor	$H_{crest}$	1678.80	m	Entrada	
Carga total	$HT$	1.98	m	$HT=H - H_{crest} - \text{p\acute{e}rdidas}$	
<b>b) Datos supuestos</b>					
Pérdidas a la entrada	Pérdidas	0.13	m	Estimado	
Número de ciclos	$N$	13.00	--	Seleccionar para mantener $w/P \sim 3$ a $4$	
Altura de la cresta	$P$	3.05	m	Poner $P \sim 1.4HT$	
Ángulo del muro lateral	$\alpha$	8.00	°	Normalmente entre 8° y 16°	
<b>c) Datos calculados</b>					
Espesor del muro	$t$	0.51	m	$t=P/6$	
Ancho interno del ápice del vertedor	$A$	0.95	m	Seleccionar entre $t$ y $2t$	
Ancho externo del ápice del vertedor	$D$	1.83	m	$D=A+[2t \cdot \tan(45^\circ - (\alpha/2))]$	
Carga total/altura del vertedor	$HT/P$	0.65	--	$HT/P < 0.9$	
Coefficiente de la cresta	$Cd$	0.30	--	De las ecuaciones	
Longitud efectiva de la cresta	$L$	621.30	m	$L = 1.5 Q_{m\acute{a}x} / [(Cd \cdot Ht^{1.5}) \cdot (2g)^{0.5}]$	
Longitud de la plataforma (paralela al flujo)	$B$	23.06	m	$B = [L/(2N) + (t \cdot \tan(45^\circ - \alpha/2))] \cdot \cos(\alpha) + t$	
Longitud actual del muro lateral	$L1$	22.77	m	$L1 = (B-t) / \cos(\alpha)$	
Longitud efectiva del muro lateral	$L2$	22.33	m	$L2 = L1 - [t \cdot \tan(45^\circ - \alpha/2)]$	
Longitud total de los muros	$L3$	628.23	m	$L3 = N(2L1 + D + A)$	
Ancho del ciclo del vertedor de laberinto	$w$	9.12	m	$w = (2L1 \cdot \sin(\alpha)) + A + D$	
Ancho del vertedor de laberinto (normal al flujo)	$W$	118.58	m	$W = Nw$	
Longitud del vertedor lineal para el mismo flujo	$LL$	249.25	m	$LL = 1.5 Q_{m\acute{a}x} / [(Cd \cdot Ht^{1.5}) \cdot (2g)^{0.5}], Cd \ 90$	
Distancia entre los ciclos/altura del vertedor	$w/P$	2.99	--	Normalmente entre 3 y 4	
Volumen de concreto en el muro		974.01	m <sup>3</sup> /s	$vol. = L3 \cdot P \cdot t$	
Volumen de concreto en la plataforma		1389.91	m <sup>3</sup> /s	$vol. = W \cdot B \cdot t$	
Total		2363.93	m <sup>3</sup> /s	--	

Estudios sobre los vertedores de laberinto han mostrado que entre los parámetros más significativos se encuentran la relación de la longitud con el ancho del ciclo del vertedor ( $L/w$ ), la relación de la carga total con la altura de la cresta ( $H0/P$ ), y el ángulo del muro lateral ( $\alpha$ ).

La relación de aspecto,  $w/P$ , que para algunos investigadores tiene gran importancia, ha sido reemplazada por la relación de la longitud de perturbación con la longitud del muro lateral. Así mismo, el número de ciclos ( $n$ ) no se considera como una característica significativa con respecto a la descarga del vertedor de laberinto.

Por otra parte, las condiciones del flujo de aproximación hacia el vertedor de laberinto sí son significativas para la determinación de su coeficiente de descarga.

Se recomienda verificar el desempeño del vertedor con auxilio de un modelo de estudio, el cual permita reproducir algunas condiciones no considerados en el proyecto, tales como las pérdidas en la entrada, la energía disipada, los efectos de aireación en situaciones de cargas pequeñas, y las condiciones del flujo en los canales de aproximación y descarga.

Falvey (2003) realizó una selección de las ecuaciones de diseño desarrolladas por diferentes autores, las que permiten calcular las dimensiones de los principales parámetros geométricos del vertedor.

### Relación carga de agua

La relación de la carga de agua se define como la carga total sobre el vertedor dividida por la altura del vertedor,  $H_T/P$ .

Lux (1989) recomendó que la relación de la carga de agua máxima se encuentre en un rango de 0.45 a 0.50. Sin embargo, algunos vertedores de laberinto se han diseñado con relaciones de carga unitarias. Si es requerida una relación de carga superior a uno, lo recomendable es la revisión de dichas condiciones en un modelo físico.

### Relación del aspecto vertical / Ángulo lateral

La relación del aspecto vertical está definido como el ancho de un ciclo del vertedor, dividido por la altura del vertedor,  $w/P$ .

### Relación de magnificación

La relación de magnificación es la longitud de la cresta del vertedor de laberinto, dividida por el ancho del ciclo,  $L/w$ .

La eficiencia del vertedor de laberinto disminuye sensiblemente conforme la magnificación excede el valor de 10.

### Eficacia

La eficacia se aplica sólo a pequeños valores de la carga. Conforme la carga se incrementa, el coeficiente de descarga disminuye. Entonces, si por un vertedor de laberinto circula una máxima descarga para una elevación del vaso de almacenamiento dado, el producto del coeficiente de descarga y la magnificación debe ser máximo. Dividiendo este producto por un coeficiente de descarga de un vertedor recto, resulta la eficacia.

$$\varepsilon = \frac{C_{d_\alpha} \cdot M}{C_{d_{90}}}$$

Tómese en cuenta que  $C_d(\alpha)$  significa que el coeficiente de descarga está en función del ángulo de pared lateral.

### Relación del ápice

La relación del ápice es el ancho del ápice dividido por el ancho del ciclo,  $2a/w$ . La interferencia se incrementa conforme aumenta la relación del ápice, y es por ello que en este caso el vertedor de laberinto con forma en planta triangular es más eficiente. Los valores de la relación de ápice no deben ser mayores a 0.08, de manera que se disminuyan los efectos de interferencia aguas arriba.

### Forma de la cresta

Con respecto a la estimación de los coeficientes de descarga, se ha observado que la forma de la cresta no tiene un efecto significativo en el funcionamiento del vertedor de laberinto.

### Relación de la longitud de interferencia

La relación de la longitud de perturbación por la longitud lateral es de consideración importante para limitar los efectos de la interferencia. La longitud de perturbación está determinada por:

$$\frac{L_{de}}{H_T} = 6.1 \cdot e^{-0.052\alpha}$$

donde

$L_{de}$  Longitud de perturbación efectiva

$H_T$  carga total aguas arriba

$\alpha$  ángulo lateral, en grados

La relación de la longitud de perturbación por la longitud lateral,  $L_{de}/L_1$ , debe ser menor o igual que 0.3.

$$\frac{L_{de}}{L_1} = \frac{H_T}{L_1} = 6.1 \cdot e^{-0.052\alpha} \leq 0.3$$

donde  $L_1$  representa la longitud del muro lateral del vertedor de laberinto.

#### Ancho de cada ciclo

$$w = W/n$$

Donde

$n$  número de ciclos

$w$  ancho del ciclo

$W$  ancho del vertedor de laberinto

#### Longitud de la cresta del vertedor

$$L = \left(\frac{L}{w}\right) * w$$

Donde

$n$  número de ciclos

$L$  longitud del vertedor

$w$  distancia entre los ciclos

#### Ángulo del muro lateral

$$\alpha = \tan^{-1} \left( \frac{w - 4 * a}{2 * B} \right)$$

Donde

$a$  mitad de la longitud del ápice

$B$  longitud de la plataforma

$w$  ancho del ciclo

$\alpha$  ángulo del muro

#### Profundidad del vertedor de laberinto

$$B = \sqrt{(L_1)^2 - \left(\frac{w - 2 * a}{2}\right)^2}$$

donde

$B$  longitud de la plataforma

$L_1$	longitud del muro lateral
$w$	ancho del ciclo
$\alpha$	ángulo del muro

### Carga sobre el vertedor

$$H_T = H - H_{crest}$$

Los coeficientes de descarga se obtienen de la tabla 6 del capítulo 2, basada en el diseño de curvas de Tullis et al. 1995. El coeficiente de descarga está dado por la ecuación 1 del capítulo 2, para el vertedor de laberinto recto o de pared delgada.

### **3.2.2 Procedimiento de diseño de un vertedor de laberinto, Falvey (2003)**

La realización del procedimiento de diseño se agiliza con la disponibilidad de una hoja de cálculo que agilice las operaciones requeridas. Las etapas se describen a continuación:

- Determinar la ubicación del sitio y el alineamiento del canal, con base en las condiciones de la zona del proyecto.
- Definir la carga de operación máxima permitida sobre el vertedor, la cual satisface las especificaciones de operación.
- Definir la descarga máxima que corresponde con la carga de operación máxima permitida.
- Establecer la configuración más económica para el vertedor, de acuerdo con la carga operacional específica, variando la elevación del suelo, la magnificación y el número de ciclos. En general, el diseño más económico consiste de una magnificación más pequeña, así como de un número de ciclos máximo, mientras se cumplan los criterios de carga e interferencia.
- Realizar el tránsito de la avenida correspondiente, de modo que se verifique que el diseño propuesto cumple con las condiciones requeridas de carga y gasto máximos.
- Revisar las condiciones de aproximación del flujo, especialmente para las concentraciones de velocidad que disminuyan la capacidad del vertedor. Puede requerirse el estudio de un modelo físico o matemático.
- Si el tránsito de la avenida o las condiciones del flujo no son satisfactorias, se rediseña el vertedor mediante la revisión del ancho del flujo de aproximación, cambiando la alineación y variando los parámetros de entrada del vertedor en una hoja de cálculo.

En la hoja de cálculo se requiere de los datos de entrada en la sección “Entrada de usuario”. Posteriormente, se calculan las dimensiones del vertedor, la descarga máxima, detalles de la curva de descarga, y las dimensiones del vertedor de laberinto. La secuencia de cálculos propuesta por Falvey se muestra en la Tabla 2.

- ❖ En la primera parte de la hoja de cálculo se concentran los datos de entrada, donde sólo se considerarán los datos necesarios para definir la geometría del vertedor. Los datos que se incluyen son la elevación máxima del vaso de almacenamiento, elevación de la cresta, elevación del suelo, el ancho del vertedor, ancho del ápice, el número de ciclos y la magnificación (relación de la longitud de la cresta entre el ancho del módulo del vertedor de laberinto).
- ❖ Verificar las relaciones  $L_{de}/L_1$ ,  $H_T/P$ ,  $L/w$  y  $\alpha$ , de modo que se cumpla con los límites recomendados por diferentes investigadores, para definir las características del vertedor cuyo funcionamiento es adecuado, y su costo tiende a un valor mínimo.

A partir de lo anterior se determinan las dimensiones del vertedor de laberinto, las cuales consisten en la altura, longitud y ángulo del muro, el ancho de módulo, longitud de la cresta, la profundidad y la carga máxima que tendrá el vertedor de laberinto, así como la longitud de interferencia.

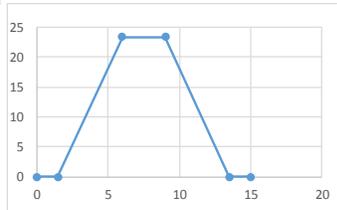
Tómese en cuenta que para establecer el coeficiente de descarga de un ángulo que no esté considerado en las curvas de diseño, se proseguirá a obtener los coeficientes de los ángulos menor y mayor al de interés, y se calculará un promedio que representará al coeficiente de descarga de diseño.

Se obtiene el diseño de la cresta, que es la representación de la forma que tendrá cada módulo del vertedor.

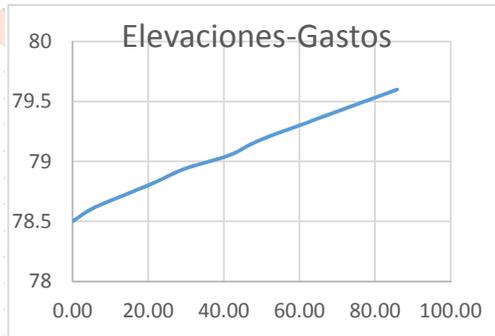
Finalmente, se define una curva de Elevación-Gasto, con la variación de la carga de agua y la obtención del correspondiente coeficiente de descarga.

Tabla 2. Hoja de cálculo para el diseño del vertedor de laberinto, propuesta por Falvey (2003)

DISEÑO DEL VERTECTOR DE LABERINTO, FALVEY 2003									
Proyecto					Tiempo				
No de Proyecto					Fecha				
Criterio de flujo					por				
Datos de entrada									
Nivel máximo del vaso de almacenamiento	$H$	79.6	m	Espesor					
Elevación de la cresta	$H_{crest}$	78.5	m	Muro	$T_w$	0.5	m		
Elevación del suelo	$Z_f$	76.00	m	Losa	$T_s$		m		
Ancho del vertedor	$W$	15	m	Profundidad del corte					
Ancho del ápice	$2\alpha$	3	m	Tablestacado	$D_s$		m		
No de ciclos	$N$	1		Pared de concreto	$D_c$		m		
Magnificación	$L/w$	4							
Verificar relaciones				Dimensiones del veretdor de laberinto (por ciclo)					
$L_d/L_1$	0.16	ok		Altura del muro	$P$	2.5	m		
$H_T/P$	0.44	ok		Ancho	$w$	15	m		
$L/w$	4	ok		Longitud de la cresta	$L$	60	m		
Nota:				Longitud del muro	$L_1$	27	m		
$L_d/L_1$ debe ser $\leq 0.35$				Longitud de la plataforma	$B$	23.38	m		
$H_T/P$ debe ser $\leq 0.9$				Máxima carga	$H_T$	1.1	m		
$\alpha$ debe ser $\geq 6^\circ$				Ángulo del muro	$\alpha$	10.8933946	°		
				Longitud de interferencia	$L_d$	3.8081459			
				Ápice	$a$	1.5			
Diseño de la cresta				$C_{menor}$ 0.37 8°					
(Un ciclo)				$C_{mayor}$ 0.47 12°					
x	y			$C_d$ 0.42					
0	0			$Q_{max}$ 85.83 m <sup>3</sup> /s					
1.5	0								
6	23.38								
9	23.38								
13.5	0								
15	0								



Carga	$H_T/P$	$C_{menor}$	$C_{mayor}$	$C_d$	$Q$	$H$
1.1	0.44	0.37	0.47	0.42	85.83	79.6
0.99	0.40	0.39	0.49	0.44	76.29	79.49
0.88	0.35	0.41	0.51	0.46	66.78	79.38
0.77	0.31	0.43	0.53	0.48	57.31	79.27
0.66	0.26	0.45	0.56	0.51	48.21	79.16
0.55	0.22	0.51	0.64	0.57	41.38	79.05
0.44	0.18	0.51	0.64	0.58	29.77	78.94
0.33	0.13	0.59	0.73	0.66	22.13	78.83
0.22	0.09	0.67	0.83	0.75	13.73	78.72
0.11	0.04	0.75	0.93	0.84	5.41	78.61
0	0	0.83	1.04	0.93	0.00	78.5



Las ecuaciones para determinar las dimensiones del vertedor de laberinto consideradas por Crookston se presentan a continuación.

Ancho interno del ápice

En el caso particular del modelo a ensayar, los ápices corresponden a sus caras frontales perpendiculares al flujo, y se debe cumplir con:

$$A \sim t$$

donde

A ancho interno del ápice del vertedor  
t espesor del muro

#### Ancho externo del ápice

$$D = A + \left[ 2t * \tan \left( 45^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) \right]$$

donde

D ancho externo del ápice  
A ancho interno del ápice del vertedor  
 $\alpha$  ángulo de la pared lateral del vertedor

#### Relación de la carga total de la cresta y la altura del vertedor

$$\frac{H_T}{P}$$

donde

$H_T$  carga total del vertedor del laberinto  
P altura del vertedor de laberinto

#### Coefficiente de la cresta

Se obtiene de la ecuación 43 del capítulo 2, en conjunto con la Tabla 6 del mismo capítulo.

#### Longitud efectiva de la cresta

Es la longitud total del vertedor de laberinto, y se obtiene con la expresión siguiente:

$$L = \frac{1.5Q_{m\acute{a}x}}{C_d * H_T^{1.5} * \sqrt{2g}}$$

donde

L longitud efectiva de la cresta del vertedor de laberinto  
 $C_d$  coeficiente de descarga del vertedor de laberinto  
g aceleración de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$   
 $H_T$  carga total  
 $Q_{m\acute{a}x}$  gasto de diseño

#### Longitud de la plataforma (paralela al flujo)

$$B = \left[ \frac{L}{2N - (A + D)/2} \right] * \cos \alpha + t$$

Donde

A ancho interior del ápice  
B longitud de la plataforma  
L longitud efectiva de la cresta  
N número de ciclos  
D ancho externo del ápice

$t$  espesor del muro  
 $\alpha$  ángulo de la pared lateral del vertedor

Longitud efectiva del muro lateral

$$L_1 = \frac{B - t}{\cos \alpha}$$

donde

$B$  longitud de la plataforma  
 $L_1$  longitud del muro lateral  
 $t$  espesor del muro  
 $\alpha$  ángulo de la pared lateral del vertedor

Distancia entre los ciclos

$$w = (2 * L_1 * \text{sen } \alpha) + A + D$$

donde

$A$  ancho interior del ápice  
 $D$  ancho externo del ápice  
 $L_1$  longitud del muro lateral  
 $w$  distancia entre los ciclos  
 $\alpha$  ángulo de la pared lateral del vertedor

Ancho del vertedor de laberinto (normal al flujo)

$$W = N * w$$

donde

$N$  número de ciclos  
 $W$  ancho del vertedor de laberinto  
 $w$  distancia entre los ciclos

Longitud del vertedor lineal para el mismo flujo

$$L_L = \frac{1.5Q_{m\acute{a}x}}{C_d * H_T^{1.5} * \sqrt{2g}}, \quad C_d \text{ de } 90^\circ$$

donde

$L_L$  longitud efectiva de la cresta del vertedor lineal  
 $Q_{m\acute{a}x}$  gasto de dise\u00f1o  
 $C_d$  coeficiente de descarga del vertedor lineal  
 $H_T$  carga total  
 $g$  aceleraci\u00f3n de la gravedad,  $9.81 \text{ m/s}^2$

Relaci\u00f3n de la distancia entre los ciclos por la altura del vertedor

$$2 \leq \frac{w}{P} \leq 4$$

donde

$w$  distancia entre los ciclos  
 $P$  altura del vertedor de laberinto

### 3.2.3 Procedimiento de diseño de un vertedor de laberinto, Crookston (2010)

El procedimiento de diseño para un vertedor de laberinto propuesto por Crookston se presenta en la Tabla 3. En la parte superior se incluyen las condiciones o requerimientos hidráulicos definidos por el usuario.

- ❖ En la primera sección, “Datos de entrada”, se indica el gasto de diseño determinado con el análisis hidrológico de las condiciones del sitio de proyecto, el nivel máximo del vaso de almacenamiento, el nivel del canal de aproximación, la elevación de la cresta del vertedor, la carga total aguas arriba del vertedor de laberinto sin ahogamiento, y la carga total aguas arriba.
- ❖ La segunda parte de la tabla se compone de los parámetros geométricos para comenzar la optimización del diseño del vertedor de laberinto, dado un tamaño de plataforma y altura del vertedor determinados.

Aunque no está ligada al cálculo del método de diseño, también se considera la posibilidad de analizar aspectos del dispositivo de aireación.

- ❖ En la tercera sección de la tabla se revisan detalles de la geometría del vertedor y el funcionamiento hidráulico, mismos que son calculados en base a parámetros geométricos definidos previamente, además de los requerimientos de carga-descarga.
- ❖ La última sección del método de diseño incluye la relación de ahogamiento (Tullis et al. 2007).

Como ejemplo se hace referencia a un canal rectangular donde deberá colocarse un vertedor de laberinto, es decir, se trabajará en dirección lineal para la evaluación del vertedor de laberinto.

Tabla 3. Hoja de cálculo para el diseño del vertedor de laberinto, propuesta por Crookston (2010)

<b>HOJA DE CÁLCULO PARA EL DISEÑO DEL VERTEDOR DE LABERINTO. Cookston 2010.</b>				
Parámetro (1)	Símbolo (2)	Valor (3)	Unidades (4)	Fuente/Ecuaciones/Notas (5)
<b>a) Condiciones Hidráulicas - Datos de entrada</b>				
Gasto	Q	1500	m <sup>3</sup> /s	Entrada $g=9.81 \text{ m/s}^2$
Nivel máximo del vaso de almacenamiento	H	1680	m	Entrada
Elevación del canal de aproximación	H <sub>aprox</sub>	1675	m	Entrada
Elevación de la cresta del vertedor	H <sub>crest</sub>	1678	m	Entrada
Carga total aguas arriba sin ahogamiento	H <sub>T</sub>	2	m	$H_T = H - H_{crest}$ - pérdidas
Carga total aguas arriba	H <sub>d</sub>	0.5	m	Entrada
<b>b) Geometría del vertedor de laberinto - Datos de entrada</b>				
Ángulo del muro lateral	$\alpha$	12	°	$\alpha \sim 6^\circ - 35^\circ$
Ancho del vertedor de laberinto (Normal al flujo)	W	106.28	m	Entrada o $W=Nw$
Longitud de la plataforma (Paralelo al flujo)	B	24.02	m	$B = [L / (2N) - (A+D)/2] \cos(\alpha) + t$
Altura de la cresta	P	4	m	Poner $P \sim 1.0 H_T$
Espesor del muro del vertedor en la cresta	t	0.5	m	$t \sim P/8$
Ancho interno del ápice del vertedor	A	0.5	m	$A \sim t$
Forma de la cresta	Forma de la cresta		Cuarto de redondeo	Cuarto de redondeo y medio redondeo
Dispositivo de aireación (interruptores de la lámina vertiente, rejillas de ventilación)	Interruptores de la lámina vertiente		Interruptores de la lámina vertiente	Interruptores de la lámina vertiente, rejillas de ventilación o ninguno
<b>c) Datos calculados</b>				
Relación de la carga de agua	$H_T/P$	0.5		
Coefficiente de descarga del vertedor de laberinto	$C_d(\alpha)$	0.44		$C_d(\alpha) = f(H_T/P, \alpha, \text{forma de la cresta})$
Longitud total del vertedor	L	411.08	m	$L = 1.5 Q / [C_d(\alpha) H_T^{1.5} (2g)^{0.5}]$
Longitud del muro lateral	L <sub>t</sub>	24.05	m	$L_t = (B-t) / \cos(\alpha)$
Número de ciclos	N	9		W/w o entrada
Ancho del ciclo	w	11.81	m	$w = 2 L_t \sin(\alpha) + A + D$
Ancho externo del ápice del vertedor	D	1.31	m	$D = A + 2 t \cdot \tan(45 - \alpha/2)$
Relación de magnificación	M	3.87		$M = L / (wN)$
Relación del ancho del ciclo	w/P	2.95		Normalmente $2 \leq w/P \leq 4$
Relación del espesor relativo	P/t	8		$\sim 8$
Relación del ápice	A/w	0.04		$< 0.08$
Eficiencia del ciclo	$\epsilon'$	1.69		$\epsilon' = C_d(\alpha) \cdot M$
Eficacia	$\epsilon$	2.253		$\epsilon = C_d(\alpha) \cdot M / C_d(90^\circ)$
Número de interruptores de la lámina vertiente o rejillas de ventilación				Interruptores en el ápice, 1 rejilla de ventilación por muro lateral
Coefficiente de descarga del vertedor lineal	$C_d(90^\circ)$	0.75		$C_d(90^\circ) = f(H_T/P, \alpha, \text{forma de la cresta})$
Longitud del vertedor lineal para el mismo flujo	L <sub>L(90°)</sub>	239.46	m	$L_{L(90^\circ)} = 1.5 Q / [C_d(90^\circ) H_T^{1.5} (2g)^{0.5}]$
<b>d) Ahogamiento (Tullis et al 2007)</b>				
Aguas abajo/relación aguas arriba de la carga sin ahogarse	H <sub>a</sub> /H <sub>T</sub>	0.25	m	
Carga total aguas arriba sin ahogarse	H*	1.014	m	Función por partes Tullis et al. (2007)
Nivel de ahogamiento	S			
Relación de descarga de la carga ahogada	H*/H <sub>T</sub>	0.51		
Coefficiente de descarga del vertedor ahogado	C <sub>d-ahoga</sub>	0.22		$C_{d-ahoga} = C_d(\alpha) \cdot (H^*/H_T)$

*Diseño limitado a un grado de datos experimentales; los diseños que exceden estos límites pueden justificar un estudio de modelo físico*

## **CAPÍTULO 4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

Dadas las condiciones actuales relativas a la limitada disponibilidad de recursos económicos para México, así como el hecho de que las necesidades de su sociedad seguirán incrementándose, el estudio y la aplicación de las metodologías como la presentada en este tema de tesis es de gran importancia, especialmente por el interés que supone el mejor manejo de los elementos que implican un desarrollo para el país, como es el caso de sus presas, cuya vida útil ha sido rebasada, pero aún se requiere de sus servicios, y por ello es necesario mejorar sus condiciones físicas actuales, para el incremento inmediato de su capacidad de desfogue.

Los vertedores de laberinto son estructuras hidráulicas de elevada capacidad de descarga, con la ventaja adicional de que su implementación requiere de menor espacio para el desalojo de los gastos de diseño de las obras de excedencias.

Como estructuras de descarga, estos elementos resultan apropiados en aquellas obras hidráulicas donde se necesita restringir la sobreelevación de la lámina de agua, como pueden ser presas con posibilidades muy limitadas para la variación de su nivel de embalse.

Respecto al perfil de la cresta de los vertedores, de acuerdo con los trabajos de investigación consultados, el perfil tipo ogge resulta más eficiente en su capacidad de descarga, en comparación con el perfil de medio redondeo y un cuarto de redondeo.

El comportamiento de la lámina vertiente es un aspecto a considerar, pues se ha observado que el funcionamiento más adecuado de estos vertedores ocurre cuando la lámina vertiente es aireada.

Existen elementos de ayuda para el diseño de las características principales de los vertedores de laberinto, como son algunas hojas de cálculo elaboradas con las recomendaciones de investigadores prominentes en la materia, como Tullis, Falvey y Crookston. La aplicación adecuada de estas ayudas ha mostrado ser una herramienta de gran utilidad para el mejor diseño de estos vertedores.

Independientemente de las recomendaciones presentadas en la literatura especializada, las actividades de diseño de estos vertedores requieren del uso de modelos físicos para el estudio en detalle del comportamiento hidráulico de las descargas.

## REFERENCIAS

- Ackers, P., White, W., Perkins, A., and Harrison, A.I (1978). "Weirs and Flumes/or Flow". Measurement. John Wiley & Sons, New York. 316 pp.
- Aparicio, F. (1989). "Fundamentos de hidrología de superficie". 1ra. Edición. Ed. Limusa. México, D.F.
- Aguilar, A. (2001). "Vertedores". CNA, IMTA.
- Arreguín C., (1985). "Aireación y superficies poliédricas". Tesis Doctoral. División de estudios de posgrado, FI. UNAM. México.
- Barnola, I.; García, L. (2004). "Análisis de los vertedores tipo laberinto en aliviadores como alternativas para incrementar las capacidades útiles en embalses". Tesis de Licenciatura, Universidad Católica Andrés Bello, Venezuela.
- Blairón, L.; López, D; Morán, R; Ramos, T.; Toledo, M. (2014). "Avances en investigación aplicada mediante modelación física y numérica en el diseño de la ingeniería de presas". Madrid, España
- Brater, E.F., and King, H.W. (1976). "Handbook o/Hydraulics". 6th ed. McGraw-Hili, New York. 584 pp.
- Bulu, A. "Water resources". Istanbul Technical University. College of Civil Engineering. Civil Engineering Departament. Hydraulics Division.
- Cordero, D.; García, E.; Granell, C. (2007). "Aliviaderos en laberinto". Presa de María Cristina. España. Aliviaderos, 5-20p.
- Cordero, D.; Granell, C. "Mejora de la capacidad de desagüe de presas existentes mediante aliviaderos en laberinto".
- Crookston, (2010). "Labyrinth weir". Utah State University. Utah.
- Crookston, B.; Paxson, G.; Savage, B. (2012). "Hydraulic performance of labyrinth weirs for high headwater ratios". 4th IAHR International Symposium on Hydraulic Structures, 9-11 February 2012, Porto, Portugal, ISBN: 978-989-8509-01-7.
- Crookston, B.; Tullis, P. (2012). "Arced Labyrinth Weirs". American Society of Civil Engineers (ASCE).
- Crookston, B.; Tullis, P. (2013). "Hydraulic Design and Analysis of Labyrinth Weirs. II: Nappe Aeration, Instability, and Vibration". Uta Water Research Laboratory. Dept. of Civil and Environmental Engineering, Utah State Univ.
- Crookston, B.; Tullis, P. (2012). "Labyrinth Weirs: Nappe Interference and Local Submergence". Utah Water Research Laboratory, Dept. of Civil and Environmental Engineering, Utah State Univ.
- Delgado, G. (2009). "Obtención de los coeficientes de descarga de aliviaderos de laberinto según especificaciones de forma". Tesis Mag. en Ingeniería. Universidad Central de Venezuela, Venezuela, 5p, 101p.
- Deodhar, M. (2013). "Spillway clarified". I.K. International Publishing House Pvt. Ltd. Nueva Delhi. India.
- Echávez, G. (1979). "Cavitación en vertedores". Series del instituto de ingeniería. UNAM.
- Emin, M; Kaya N. (2010). "Discharge Coefficient for Trapezoidal Labyrinth Side Weir in Subcritical Flow". Water Resour Manage.

- Erices, F. (2013). "Estudio de la influencia de aproximaciones hidrodinámicas a los ápices de aliviadores en laberinto, en su coeficiente de descarga". Tesis de Licenciatura, Universidad Austral de Chile, Chile.
- Falvey, H. (2003). "Hydraulic design of labyrinth weirs". American Society of Civil Engineers, USA.
- Franco, V. (2010). "Nociones de estabilidad de cortinas". Tesis de licenciatura. Facultad de Ingeniería. UNAM.
- García, M. (2011). "Aspectos generales que deben tomarse en cuenta en el diseño estructural de una cubeta de lanzamiento". Tesis de Licenciatura, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México, México.
- Granell, C., Toledo M. (2007). "Los aliviaderos tipo laberinto". Un nuevo enfoque para su cálculo hidráulico. España.
- Granell, C., Toledo M.; Marinas A. "Aliviaderos tipo laberinto y en tecla de piano. Avances en investigación aplicada en seguridad hidráulica de presas". Editores Toledo M.; López D. España, 2013.
- Hager, W. (1992). "Spillways, Shockwaves and air entrainment- Review and Recommendations". ICOLD Bulletin, No. 81, Jan., 117 pages.
- Marquez, J.; Zarate D. (2004). "Vertedores tipo abanico y transversales". Tesis. IPN. México.
- Mirnasari, M.; Emadi, A. (2013). "Hydraulic Performance of Combined Flow Rectangular Labyrinth Weir-Gate". Department of Water Engineering, University of Agricultural and Natural Resource Science of SariI, ran.
- Paz, E.; Campos, H.; Morán, R.; Riquelme, F.; del Barrio, E.; López de Arriba, A.; Toledo, M. "Aliviaderos de vertido lateral en canales: capacidad de desagüe y dimensionamiento". UPM
- Perez, L. (2005). "Nociones sobre orificios y vertedores, tipos de escurrimiento uniforme en canales, remansos y resaltos, y su relación con la sedimentación y la corrosión en cloacas". Instituto de Ingeniería, UNAM.
- Quezada, V. (2000). "Aspectos Generales en el Diseño de Vertedores de Canal Lateral". Tesis. Embudo y Abanico. UNAM. México.
- López, A. (2013). "Bases para el diseño hidráulico de la estructura de salida, canal de recolección y tanque de carga entre  $20 \text{ m}^3/\text{s} \geq Q \geq 2 \text{ m}^3/\text{s}$  para desarenadores en aprovechamientos hidroeléctricos". Tesis de Licenciatura. Universidad Central del Ecuador, Ecuador.
- Khatsuria, R. (2004a). "Spillways Design. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators". Taylor and Francis Group. Chapter 1.
- Khatsuria, R. (2004b). "Spillway Design. Hydraulics of Spillways and Energy Dissipators". Taylor and Francis Group. Chapter 2.
- Khode, B.; Tembhurkar, A. (2010). "Evaluation and Analysis of Crest Coefficient for Labyrinth Weir". IDOSI Publications, Nagpur, India.
- Kumar, S.; Ahmad, Z. ; Mansoor, T.; Himansh, S. (2013). "A New Approach to Analyze the Flow over Sharp Crested Curved Plan form Weirs". International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE) ISSN: 2277-3878, Volume-2, Issue-1, March.
- Echávez A.; Ruiz G. "Manual de diseño de obras civiles comisión federal de electricidad". Instituto de Ingeniería. UNAM. Hidrotecnia, Hidráulica. A.2.14. Diseño de aireadores en estructuras vertedoras. Sección a. hidrotecnia.tema 2. Hidráulica. Capítulo 14 Diseño de aireadores en estructuras vertedoras.

- Moñino, A.; Losada, M.; Riera, J. (2006). "Influencia de la rama de ascenso en las características de descarga de los aliviaderos de perfil estricto". Ingeniería del agua. Vol. 13. No. 1. Granada, España.
- Paxson, G.; Crookston, B.; Savage, B.; Tullis, B.; Lux F. (2008). "The Hydraulic Design toolbox: Theory and Modeling for the Lake Townsend Spillway Replacement Project". Assoc. of State Dam Safety Officials (ASDSO), Indian Wells, CA, Sept.
- Paxson, G.; Campbell, D.; Monroe, J. (2011). "21st Century Dam Design—Advances and Adaptations 31st Annual USSD Conference". San Diego, California.
- Reinauer, R.; Hager W. (1996). "Shockwave in air-water flows eth-zentrum". Ch-8092, Switzerland.
- Schleiss, A. "From Labyrinth to Piano Key Weirs – A historical review". Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL), Switzerland.
- Sotelo, G. (1993). "Hidráulica General". Ed Limusa. México.
- Suprpto, M. (2012). "Increase Spillway Capacity using Labyrinth Weir. The 2nd International Conference on Rehabilitation and Maintenance in Civil Engineering. Sebelas Maret University, Indonesia.
- Seamons, T, (2014). "Labyrinth Weirs: A Look Into Geometric Variation and Its Effect on Efficiency and Design Method Predictions. Utah State University. Logan, Utah.
- Taylor, J; Hay, T. (1970). "Labyrinth and Duckbill Spillways. EE.UU, American Society of Civil Engineers.
- Taylor, G. (1968). "The performance of labyrinth weirs. Ph.D. thesis, University of Nottingham, Nottingham, England.
- Tullis, B.; Young, J.; Chandler M. (2007). "Head-Discharge Relationships for Submerged Labyrinth Weirs". Journal of Hydraulic Engineering © ASCE.
- Chow, V. T. (2003). "Flujo en canales". Mexico, editorial McGraw-Hill. 210p.
- Tullis, J; D, Waldron. (1995). "Design of labyrinth spillways". American Society of Civil Engineers, USA.
- Tullis, J; K, Standley. (1996). "Lake dam model study". Conducted for the city of Westminster.
- Melsheimer, E.; Murphy, T. Melsheimer. (1970) "Investigations of Various Shapes of the Upstream Quadrant of the Crest of a High Spillway"; Hydraulic Laboratory Investigation, Research Report H-70-1, Vicksburg, U. S. Army Engineer Waterways Experiment Station, CE.
- Vermeyen T; Mares D. (1992). "Alternatives for enhancing spillway capacity currently being pursued" by the U.S. Bureau of Reclamation.
- Wahlin, B.; Replogle, J. (1994) "Flow Measurement Using An Overshot Gate". This research was supported by the United States Department of the Interior Bureau of Reclamation.
- Yadav, S. (2010). "Coefficient of Discharge for Double and Triple Cycle Labyrinth Weir". Civil Engineering Department, Sardar Vallabhbhai Institute of Technology (SVNIT). Surat, India.