



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

TECNICAS MODERNAS DE DISEÑO MECANICO

TEMA:SELECCION Y SUSTITUCION OPTIMA DE MATERIALES

DR. GUILLEMO AGUIRRE ESPONDA

Selección y Sustitución Optima de Materiales

Palacio de Minería

Dr. Guillermo Aguirre E.

Agosto 1995

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas
Incluyendo Selección y Sustitución Óptima de Materiales

Palacio de Minería

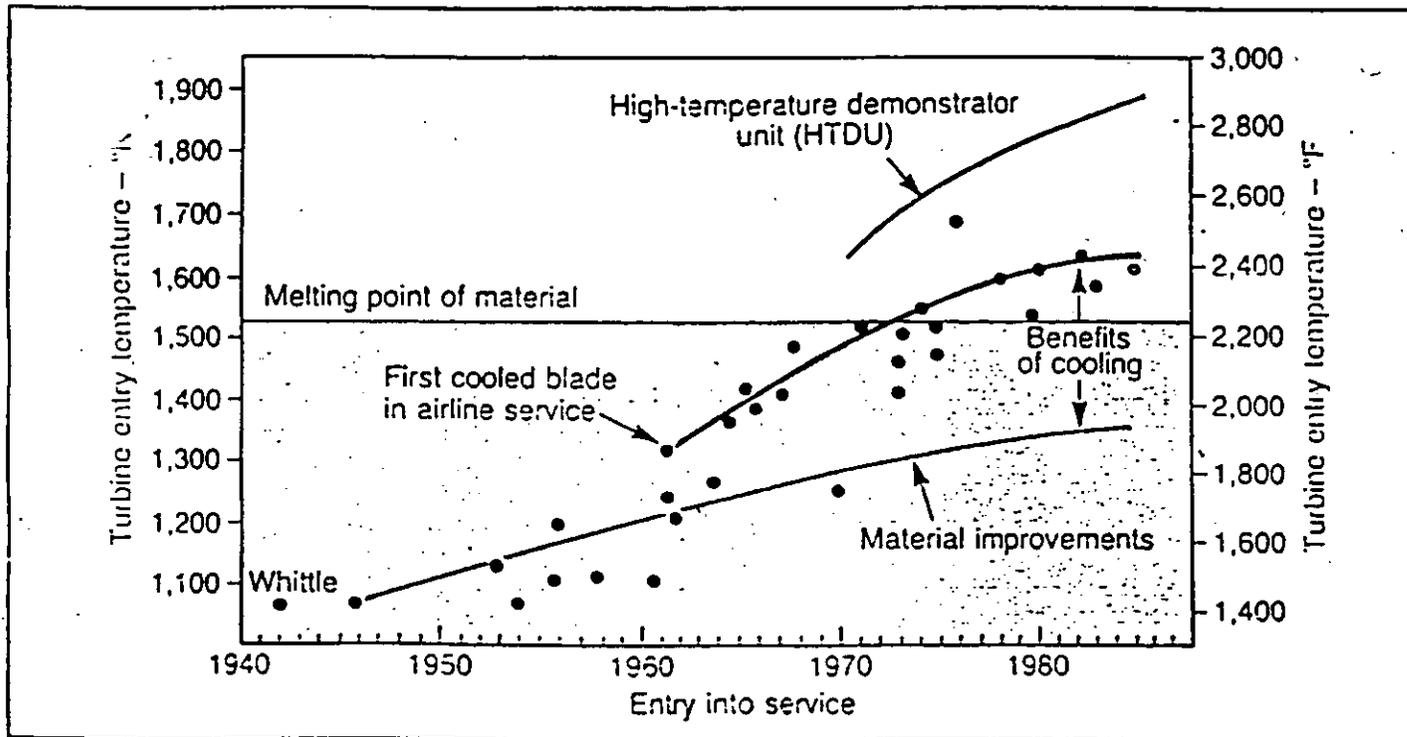
Dr. Guillermo Aguirre Esponda

Ing. Roberto Pulido Llano

Agosto 1995

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Diseño y Desarrollo Tecnológico



Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Diseño y Desarrollo Tecnológico

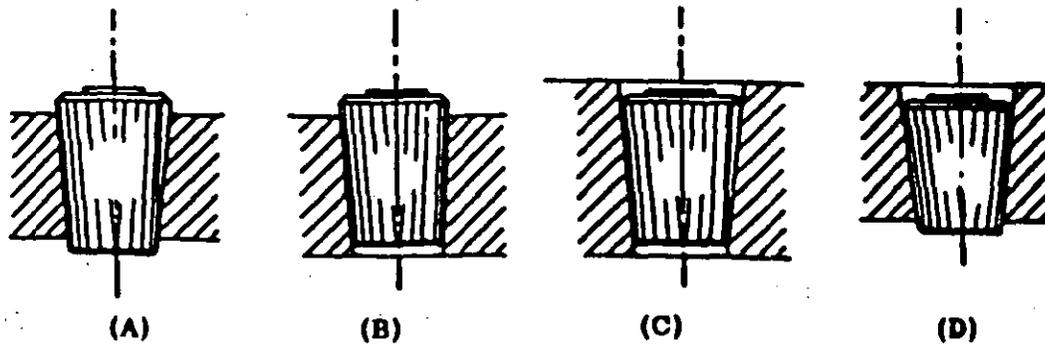


Figura 6. Disposicion de juntas conicas

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Diseño y Desarrollo Tecnológico

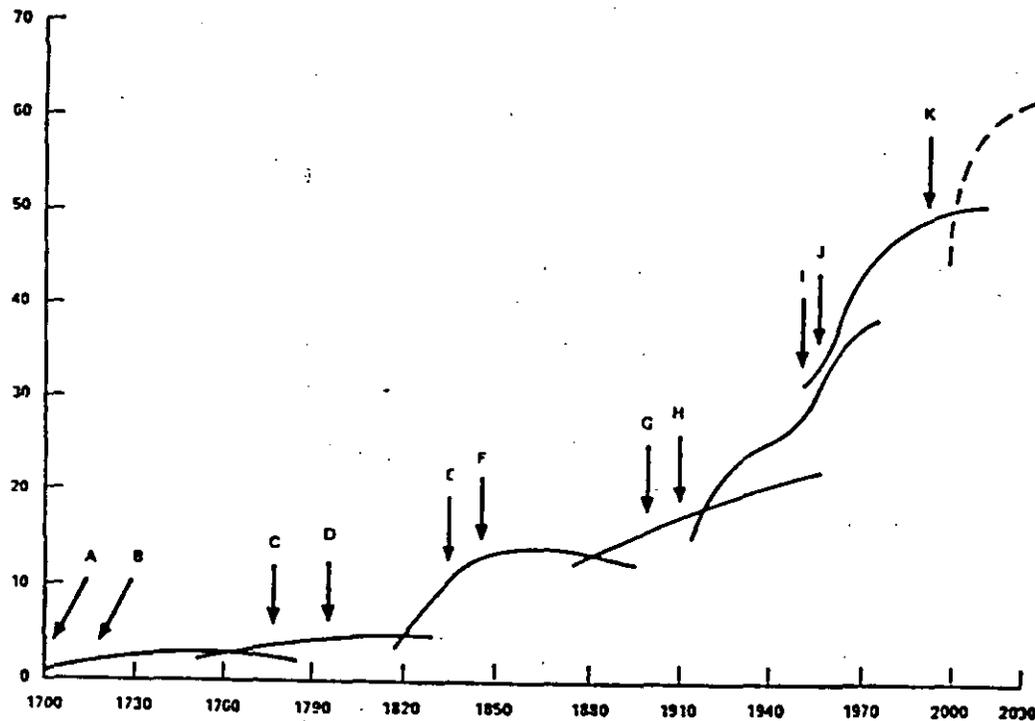
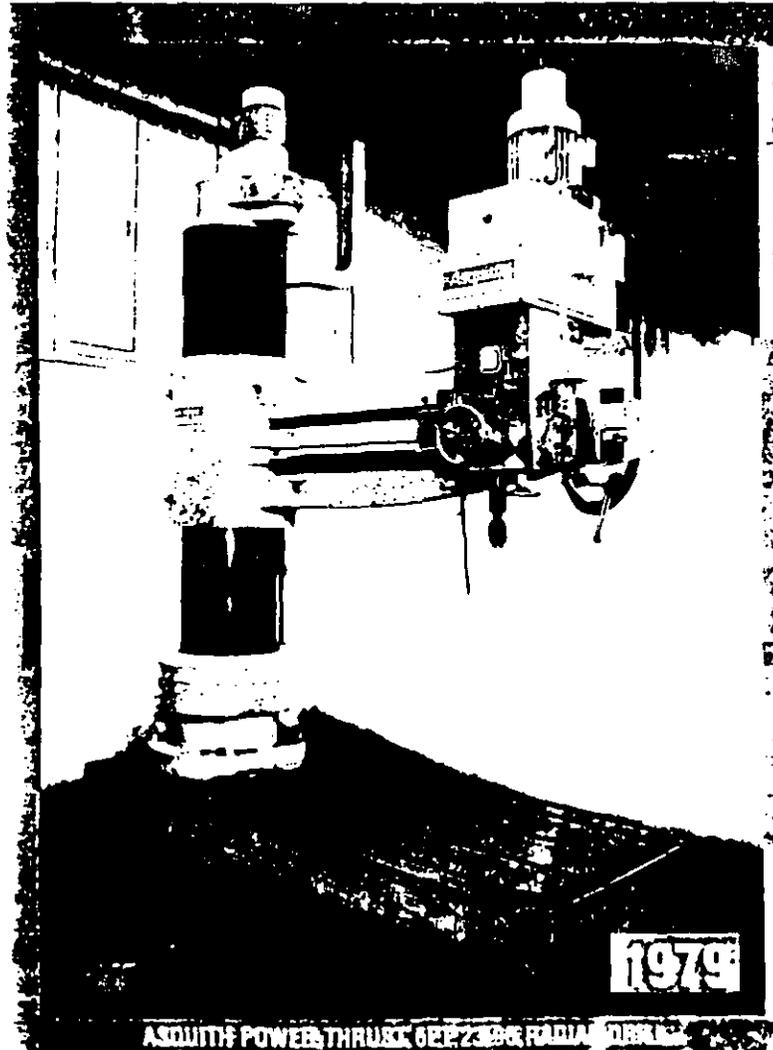


Figure 2.II Percentage efficiency of external combustion energy conversion systems (after Leuz (1962))

- | | |
|------------------|-------------------------------------|
| A Savery, 1698 | G Triple expansion, 1897 |
| B Newcomen, 1712 | H Parsons' turbine, 1910 |
| C Watt, 1777 | I High-pressure steam turbine, 1950 |
| D Watt, 1796 | J High-pressure steam turbine, 1955 |
| E Cornish, 1837 | K Gas turbine, or fuel cell? |
| F Cornish, 1846 | |

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Diseño y Desarrollo Tecnológico



Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

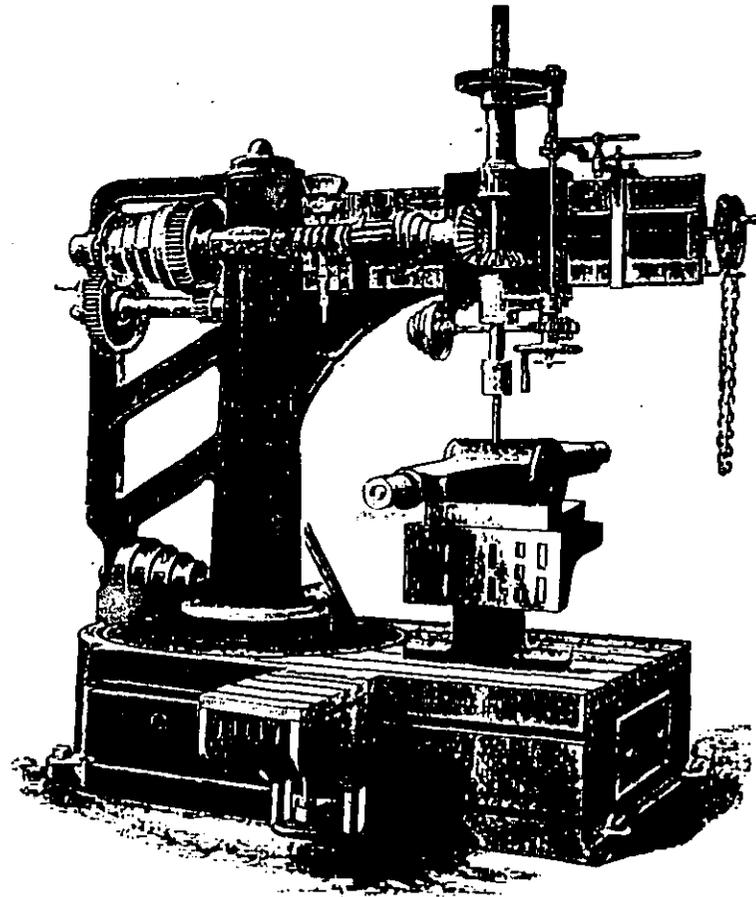
Diseño y Desarrollo Tecnológico

THE ENGINEER.

FEB. 18, 1876.

IMPROVED DRILLING AND SLOTTING MACHINE.

MESSRS. LOWEY AND CO., SALFORD, ENGINEERS.



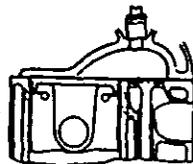
© Dr. Guillermo Aguirre E.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

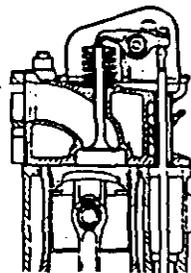
Diseño y Desarrollo Tecnológico



"P" Bead (1895)



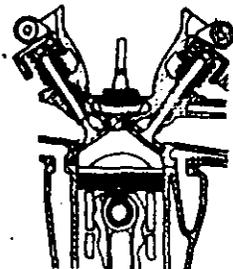
"T" Bead (1900)



"L" Bead (1900)



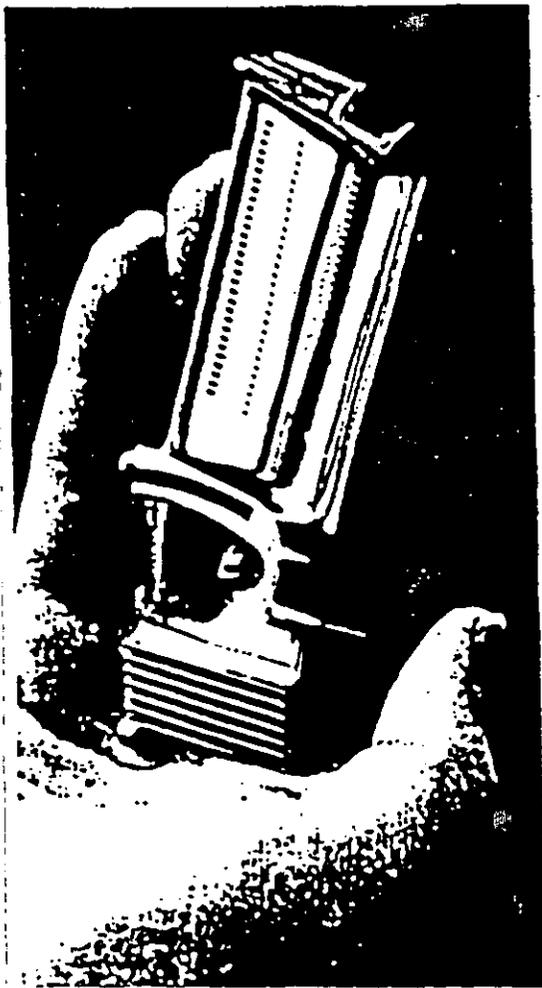
DORC (1900)



DORC-Plant (1911)

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

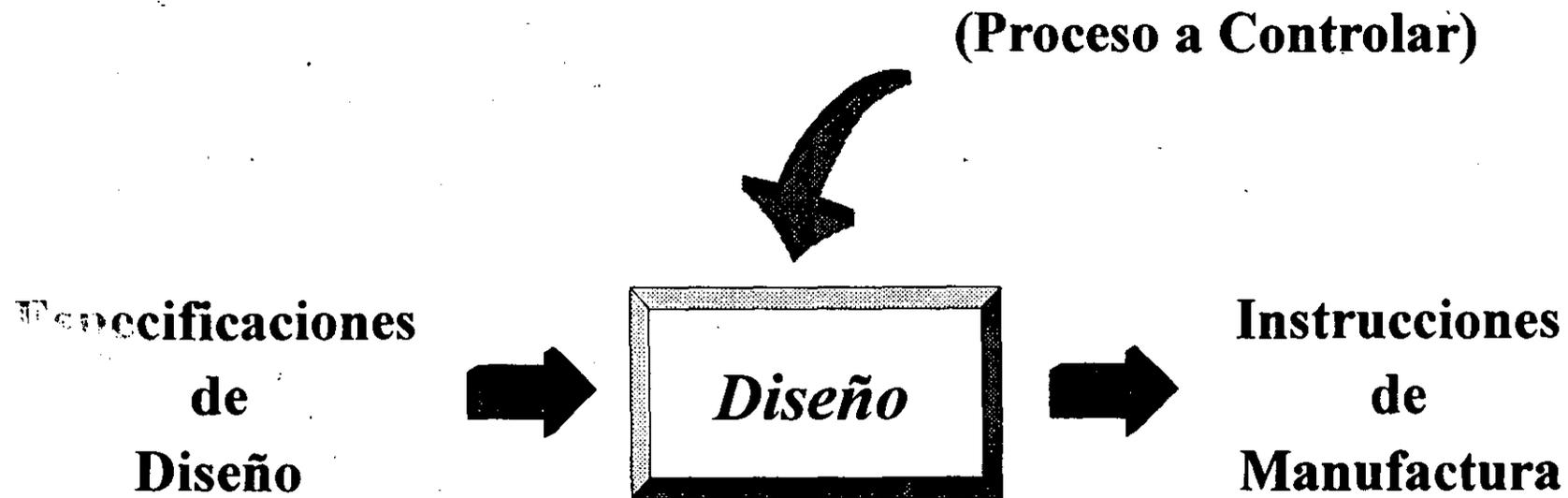
Diseño y Desarrollo Tecnológico



This RB211 Turbine Blade Extracts 500 hp From a Combustion Gas Stream Hotter Than Its melting Point and Lasts for Some Five Million Miles.

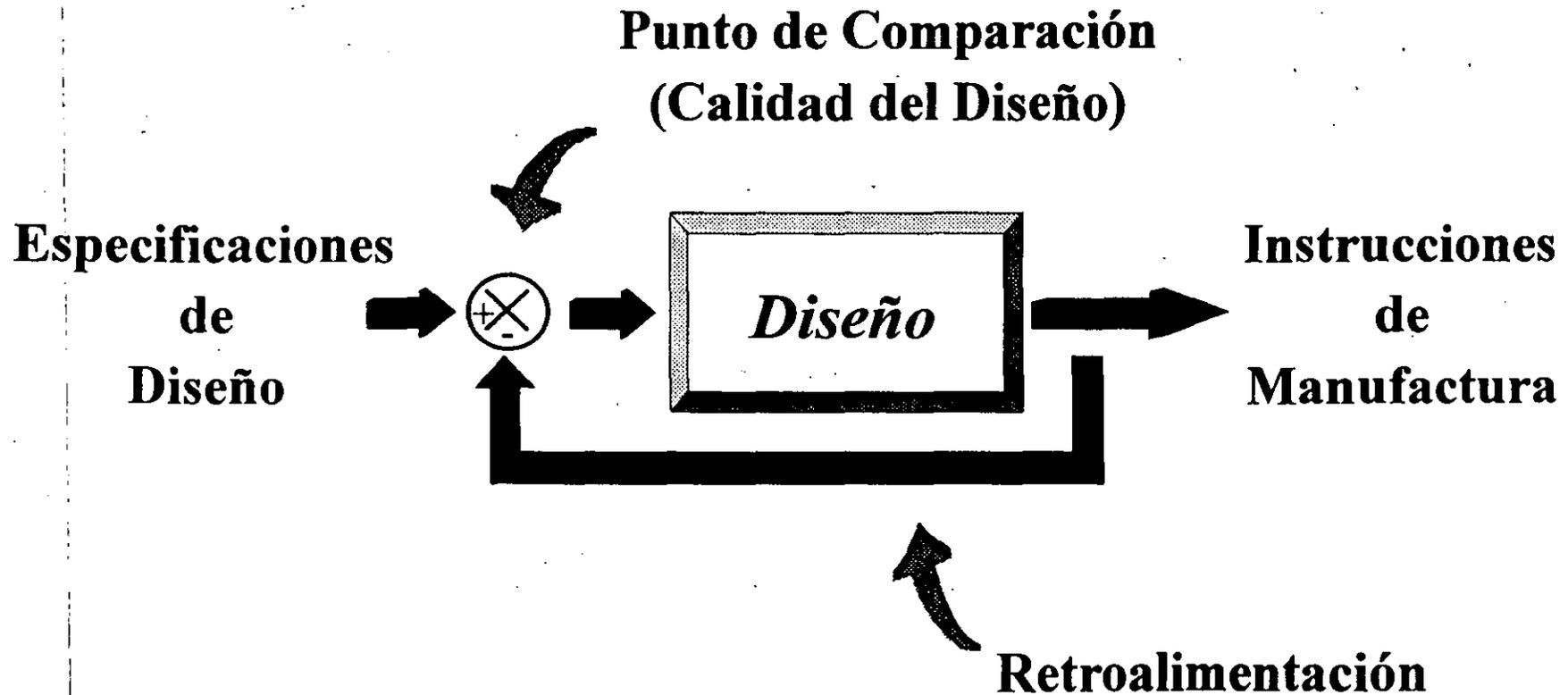
Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla



Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

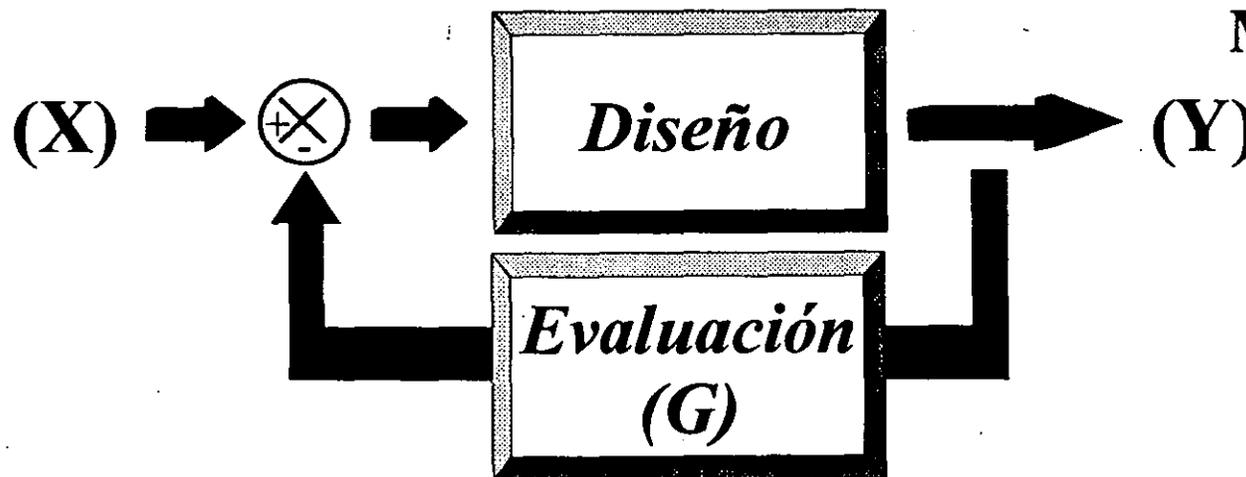


Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Especificaciones
de
Diseño

Instrucciones
de
Manufactura



$$\frac{Y}{X} = \frac{H}{I + GH} \frac{H}{GH} \frac{I}{G}$$

Para $GH \gg 1$

Determinación de la
Calidad Inherente del
Producto

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Controlando la Economía, Rendimiento y Confiabilidad

- Por Prueba y Error.
- Por Experiencia.
- Por Conocimientos.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

¿Cómo se Genera el Conocimiento?

– Prueba y Error

+ Experiencia

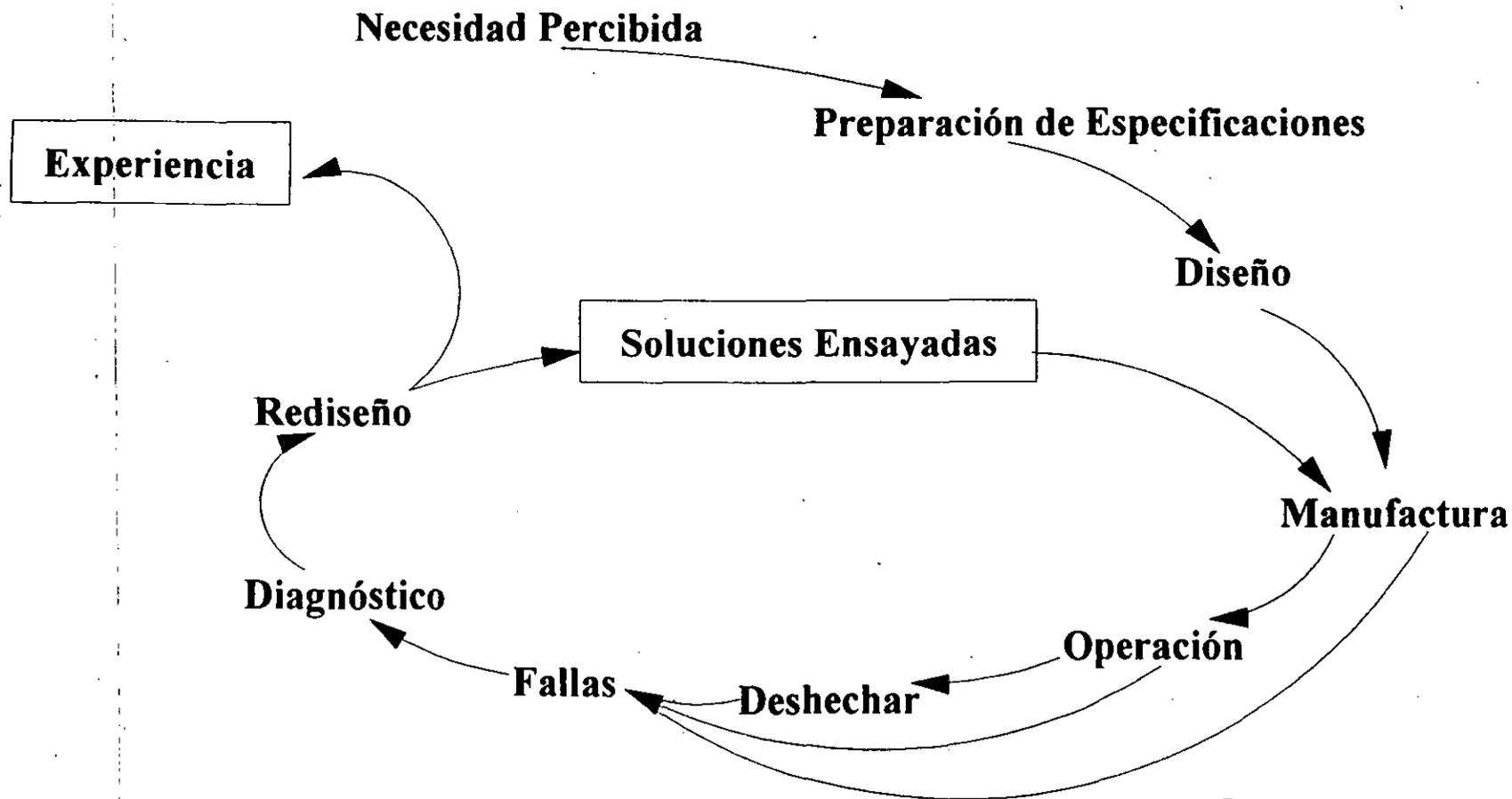
+ Pensamiento Analítico

Concepto Unificador

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

El Ciclo de Vida de un Producto

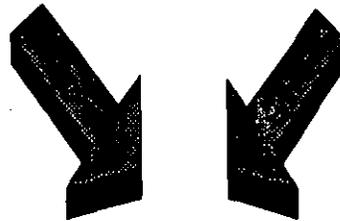


Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

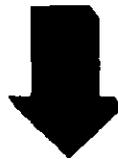
Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

¿Qué se Tiene en Diseño?

Experiencia + Resultados



Concepto Unificador



Principios de Diseño

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

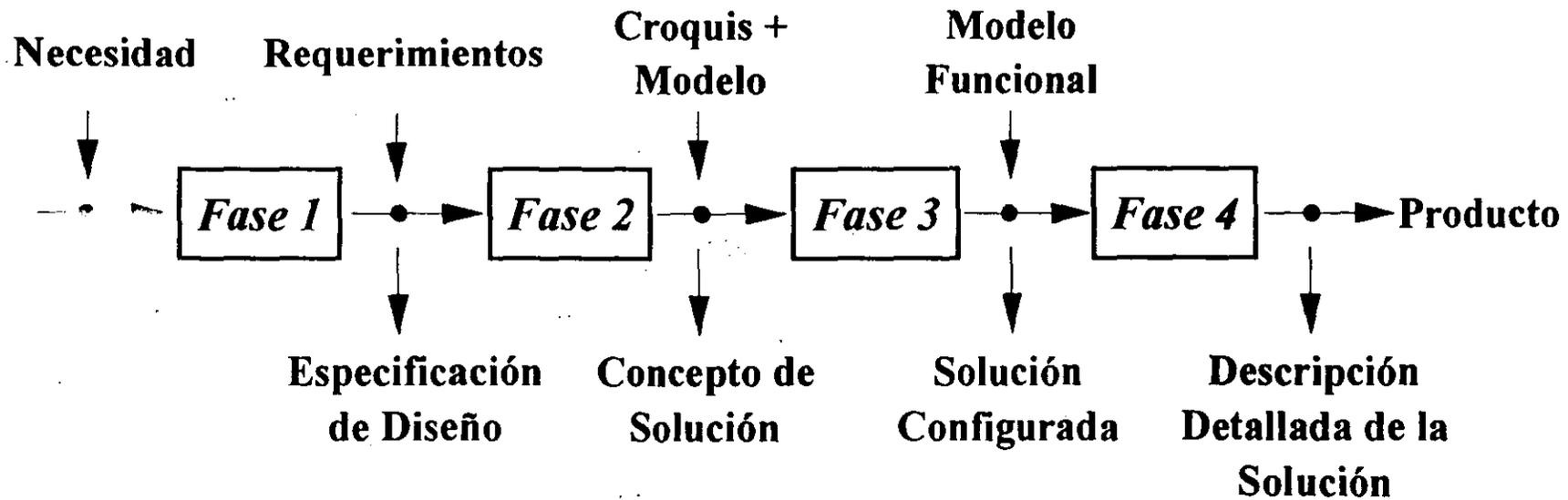
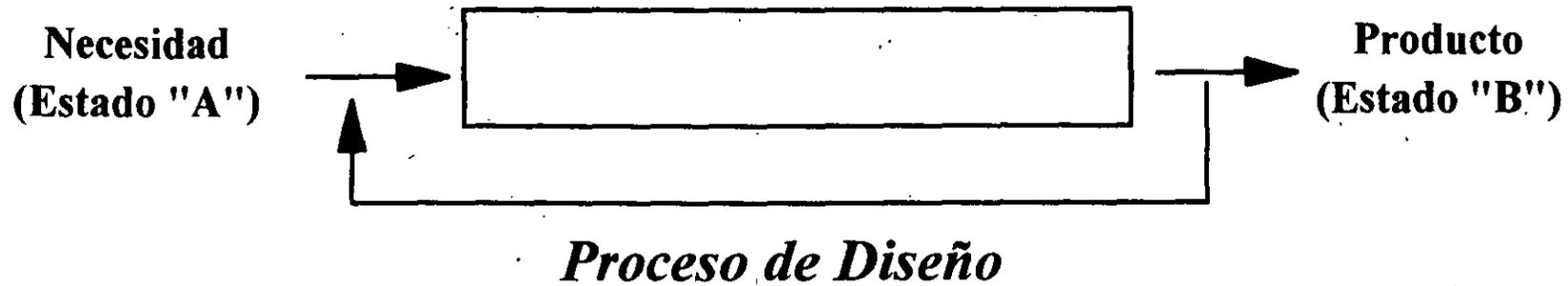
Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Encontrar una Solución al Problema y Garantizar su:

- Economía.
- Eficiencia.
- Confiabilidad y Duración de la Solución Encontrada.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla



Método de Diseño
(Administración del Proceso)

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Principios de Diseño:

- Los Principios de Diseño son un Conjunto de Enunciados que Describen las Cualidades Inherentes de un Sistema Tecnológico, y Cuya Aplicación Conduce a Productos de Alta Economía, Rendimiento y Confiabilidad.

Los Principios de Diseño Son:

- Simplicidad.
- Claridad.
- Unidad

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Los Principios Fundamentales de la Ingeniería de Diseño:

- **Simplicidad.**

Reducción a lo Esencial y Eliminación de lo Superfluo.

- **Calidad.**

Relaciones Precisas y Definidas Entre los Elementos de Toda Solución.

- **Unidad.**

Participación Balanceada y Homogénea de Todos los Elementos.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Principio de Simplicidad:

- El Número de Componentes en un Sistema Tecnológico Debe Ser el Mínimo que Garantice su Calidad de Diseño.

Corolario:

- Todo Componente Superfluo Debe Ser Eliminado.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Principio de Claridad:

- El Grado de Interdependencia Física y Funcional Entre los Componentes de un Sistema Tecnológico Debe Ser el Requerido para Garantizar su Calidad de Diseño.

Corolario:

- La Interdependencia Física y Funcional Puede Ser Controlada, Dividiendo o Uniendo Componentes.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla

Principio de Unidad:

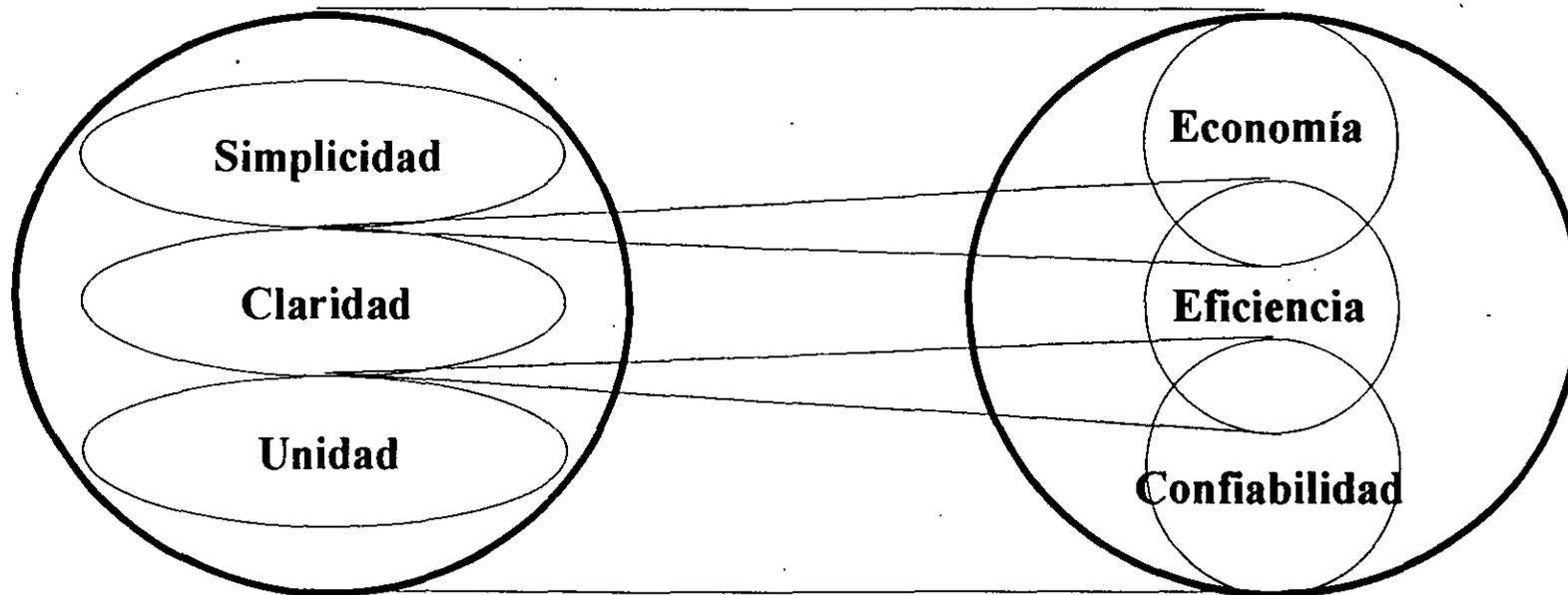
- La Contribución Relativa que Cada Componente Hace a la Calidad del Diseño de un Sistema Tecnológico Debe Ser la Misma.

Corolario:

- Toda Disparidad Entre la Contribución Relativa Hecha por los Componentes de un Sistema Tecnológico Debe Ser Eliminada, a Menos que se Emplee como Fusible.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Calidad Intrínseca y Cómo Alcanzarla



Principios de Diseño

Cualidades del Producto

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

Secuencia:

1. Identificación del Sub-Ensamble.
2. Modelado del Sub-Ensamble.
3. Aplicación de los Principios de Diseño.
4. Interpretación del Resultado.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

Conceptos Básicos:

- Interacciones.
- Medio de Trabajo.
- Interfaces.
- Flujo.
- Elementos Básicos.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

Sistema Tecnológico:

Todo Producto Cuya Operación Involucre el

Consumo o Manipulación de Cantidades

Significativas de Energía.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

Definiciones:

- **Sub-Sistema.**

Segmento de un Sistema Efectuando una Función. P.E.
Sub-Sistema de Combustible.

- **Sub-Ensamble.**

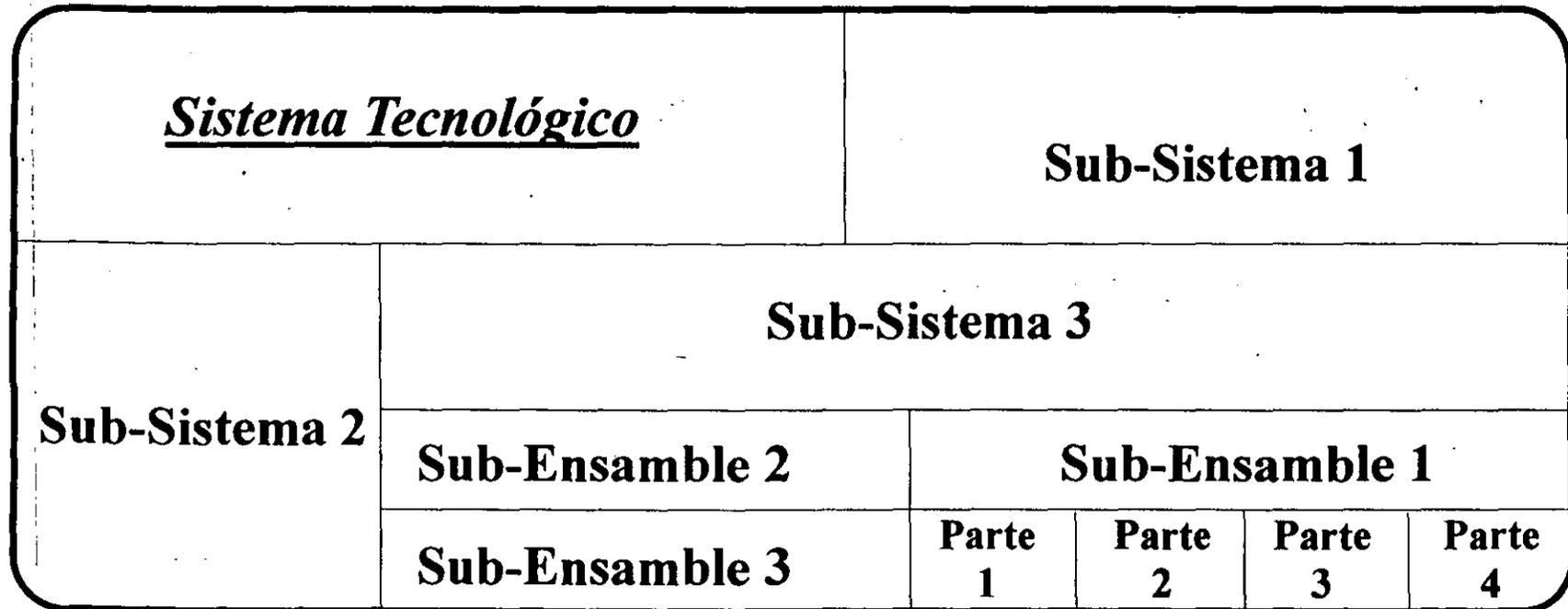
Grupo de Partes y Componentes Unidos entre Sí y Que se
Conjuntan para Formar un Sistema Tecnológico Completo.
P.E. Carburador.

- **Parte.**

Elemento Básico Constructivo de un Sistema. P.E. Un
Perno.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo



El Procedimiento Permite Analizar un Sistema Tecnológico a sus Niveles de Sub-Ensamble y Partes, y da Guías para su Análisis a Nivel Sub-Sistemas y Sistema Completo.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

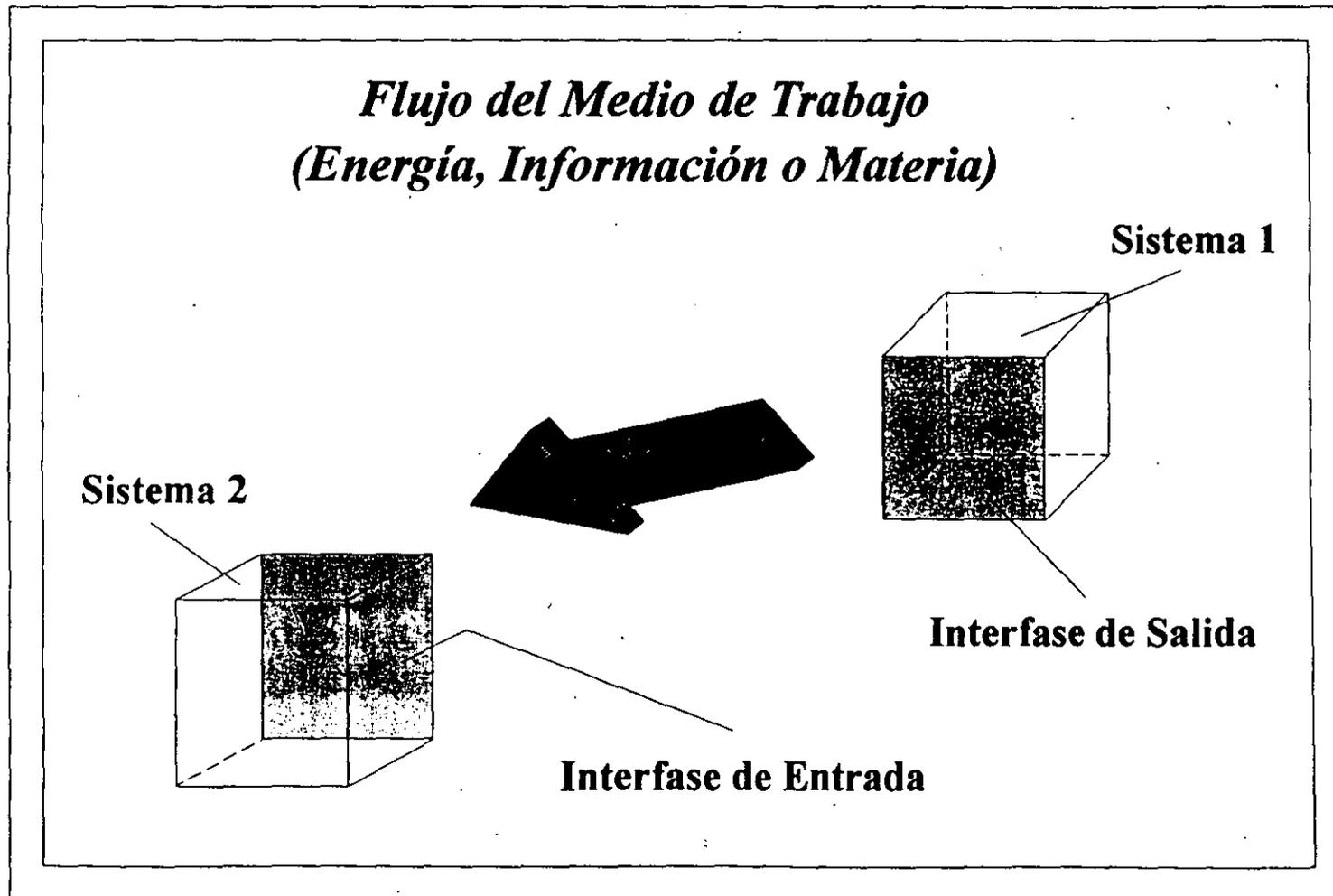
Interacciones:

Se Dice que Dos Sistemas o Componentes Interactúan Si Entre Ellos se Transfiere Energía o Capacidad de Reacción Química.

- Las Interacciones Entre Sistemas son la Base del Modelo a Usar.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo



Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

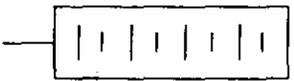
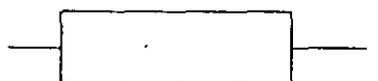
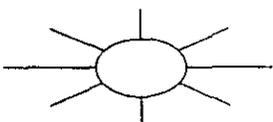
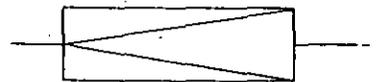
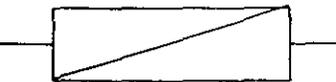
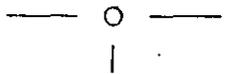
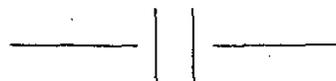
Interacción Espontánea Entre Sistemas:

Dos Sistemas Interactuarán Espontáneamente Si:

1. Existe Potencial Energético Entre Ellos.
2. Son Coincidentes en Espacio.
3. Son Coincidentes en Tiempo.
4. Manejan la Misma Relación Fuerza - Distancia.
5. Operan con el Mismo Medio de Trabajo.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

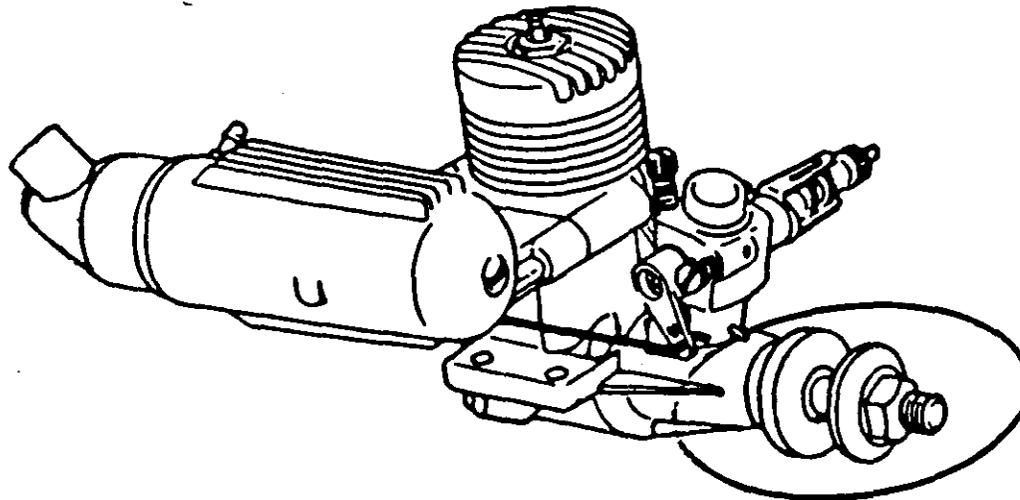
Fuente 	Sumidero 
Canal 	Aislamiento 
Depósito 	Disipador 
Transformador 	Convertidor 
Nodo 	Interfase 

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

Ejemplos:

1. Motor de Combustión Interna.

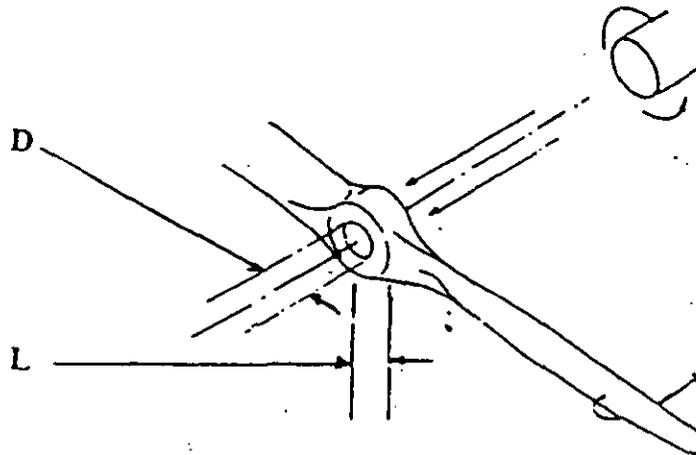


Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

Se Pretende Emplear una Hélice Estándar, por lo tanto:

- La Hélice Debe Sujetarse por Ambos Lados.
- El Diámetro D Debe Ser 6.35 mm.
- La Distancia L Debe Estar Entre 10 y 15 mm.

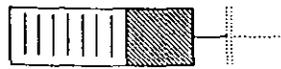


Representación de los Requisitos y Restricciones que Limitan la Configuración de la Toma de Potencia.

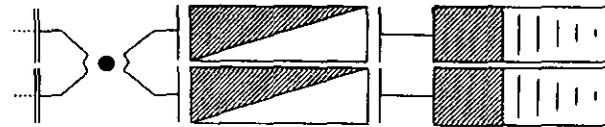
Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

**Potencia del Motor
Transmitida por el
Cigüeñal.**



**La Toma de Potencia se
Definirá en esta Zona.**



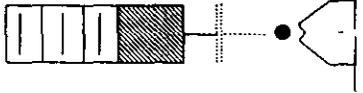
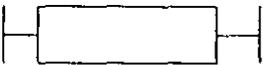
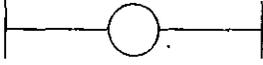
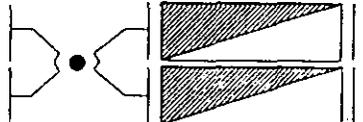
**Contacto con la
Atmósfera.**

Hélice

**Modelo Representando los Requisitos y Restricciones que Limitan
el Diseño de la Toma de Potencia.**

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

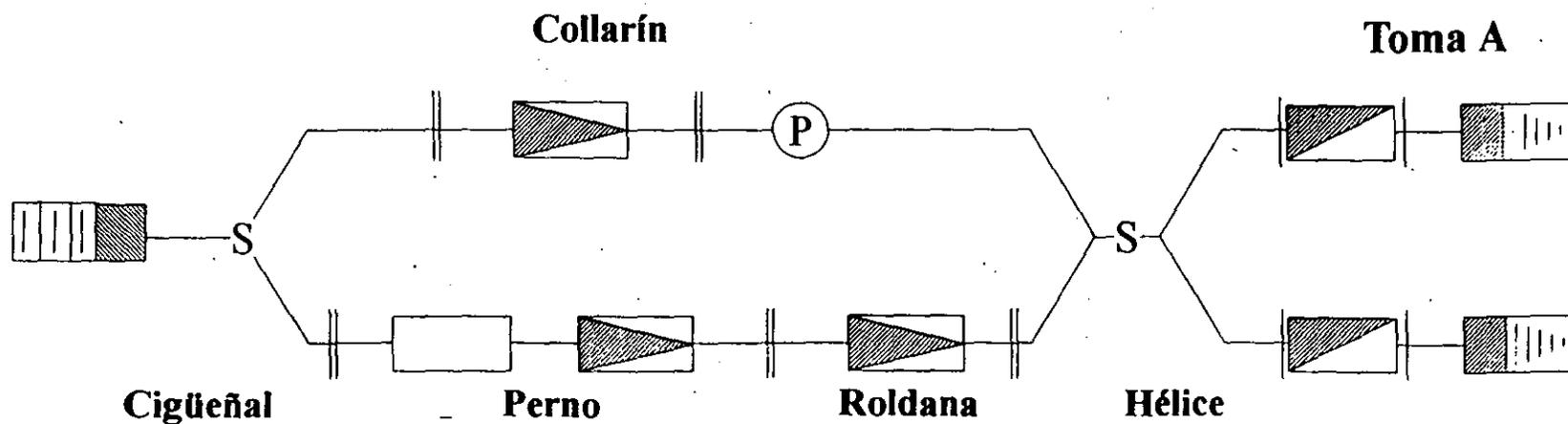
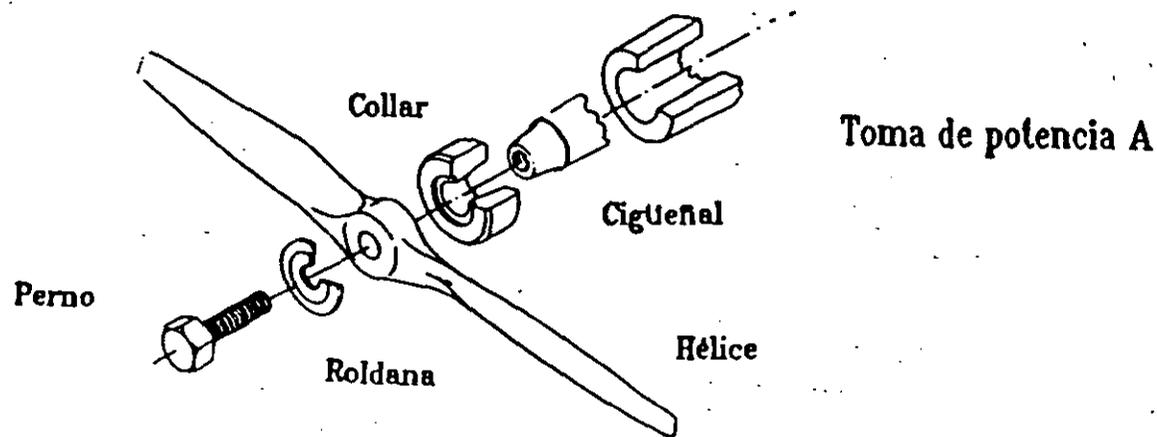
Parte	Representación	Interfases	Interpretación
<i>Cigüeñal</i>		1 Virtual 2 Real	Fuente Infinita de Energía Entregada por 2 Superficies.
<i>Collarín</i>		2 Real	Transformador de Brazo de Palanca.
<i>Perno</i>		2 Real	Conductor de Par Entre Dos Cargas.
<i>Tuerca</i>		2 Real	Transformador de la Distribución de Presión.
<i>Roldana de Presión</i>		2 Real	Almacenamiento de Energía Potencial.
<i>Hélice</i>		2 Real 2 Activa	Convertidor de Energía Rotación - en Translación.
<i>La Atmósfera</i>		2 Activa	Almacén Infinito de Energía.

Modelado de la Toma "A".

© Dr. Guillermo Aguirre E.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

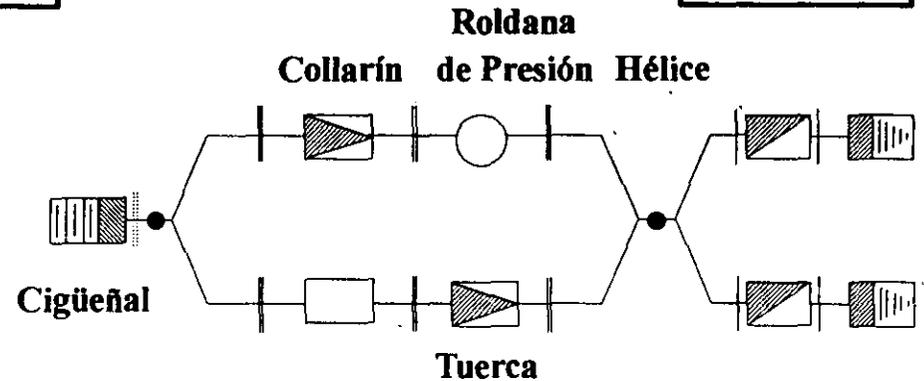
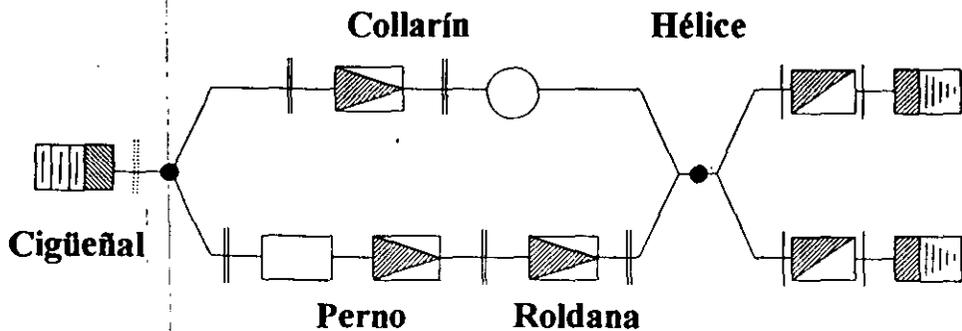


Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

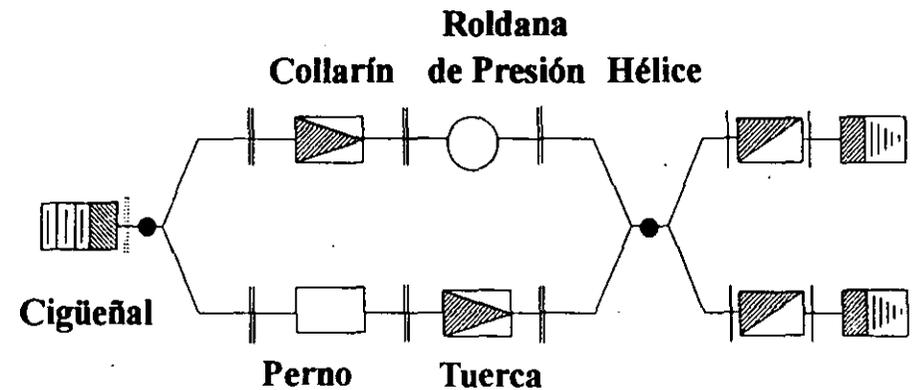
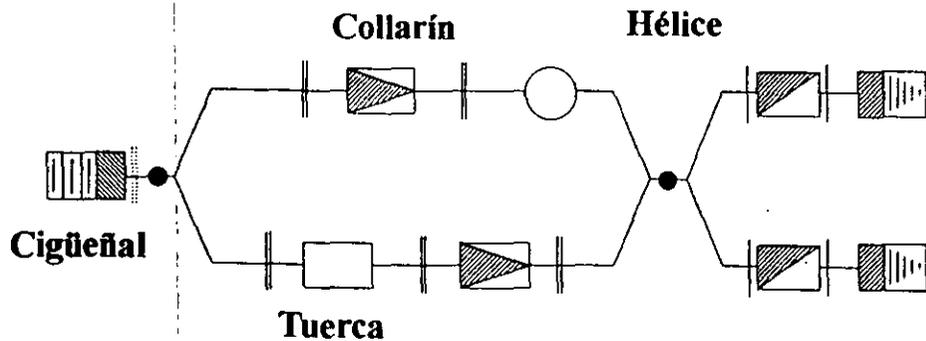
Toma de Potencia "A"

Claridad



Simplicidad

Unidad

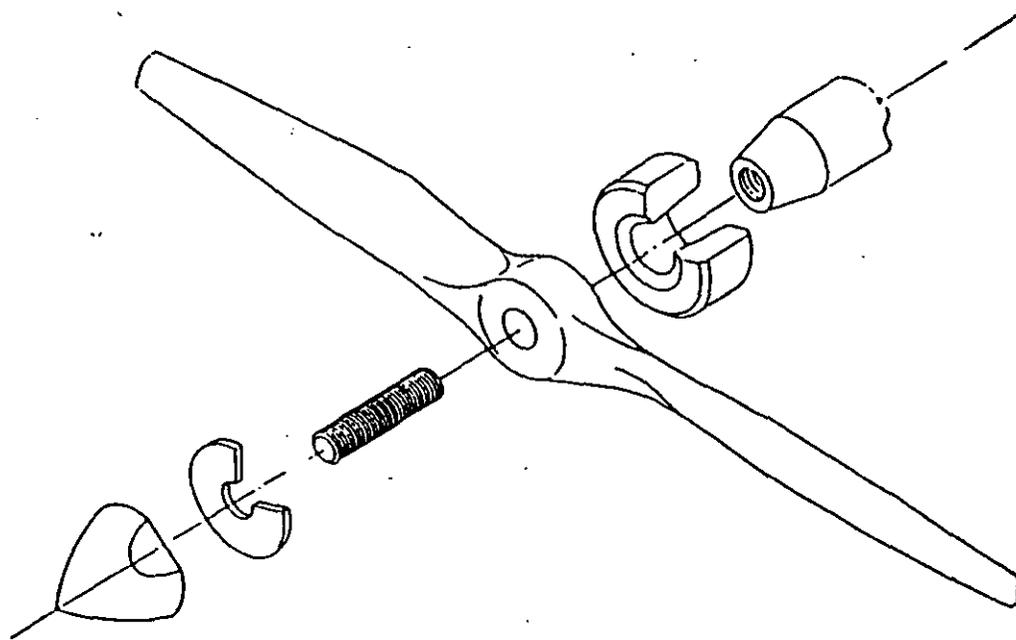


Evaluación y Re-Diseño de la Toma "A".

© Dr. Guillermo Aguirre E.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

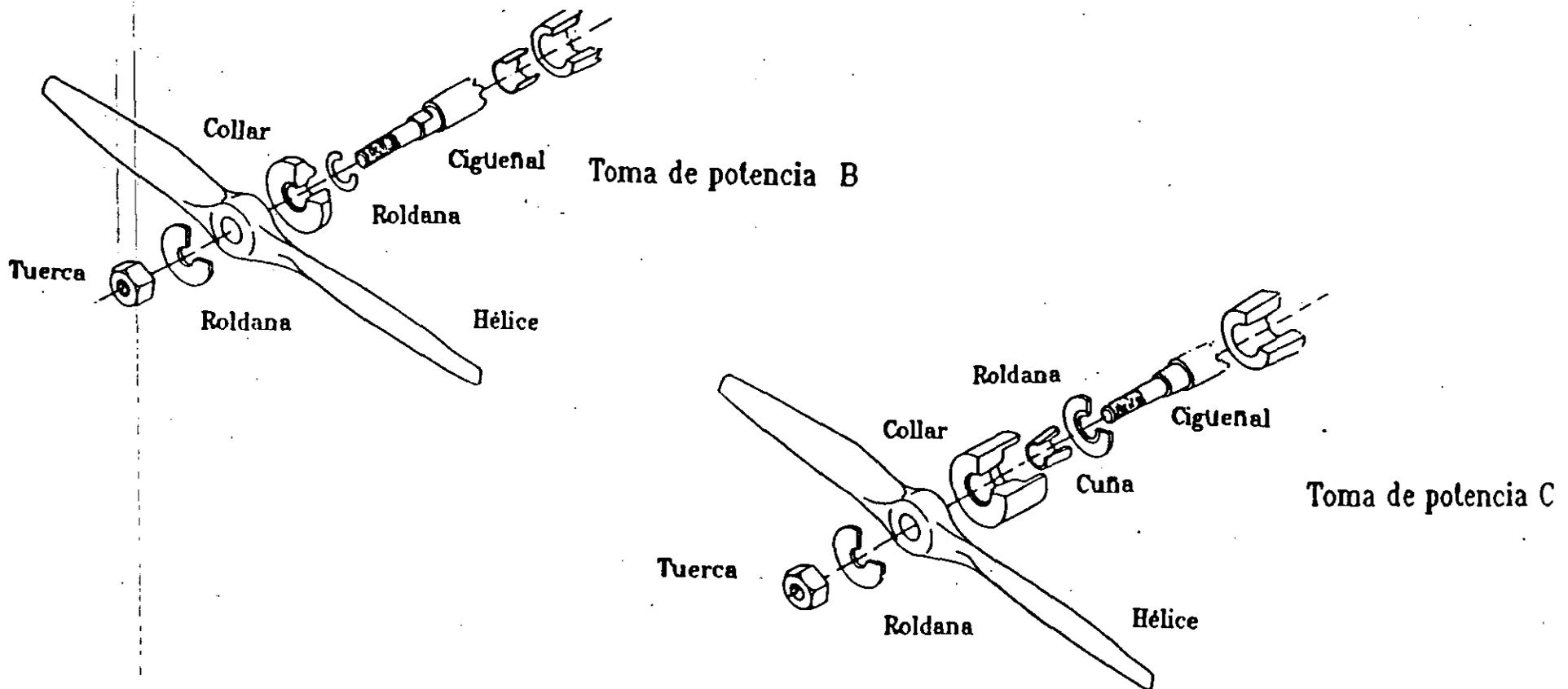


Aspecto de la Toma "A" Re-Diseñada.

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

Ejemplo de Convergencia de la Técnica de Evaluación y Re-Diseño.

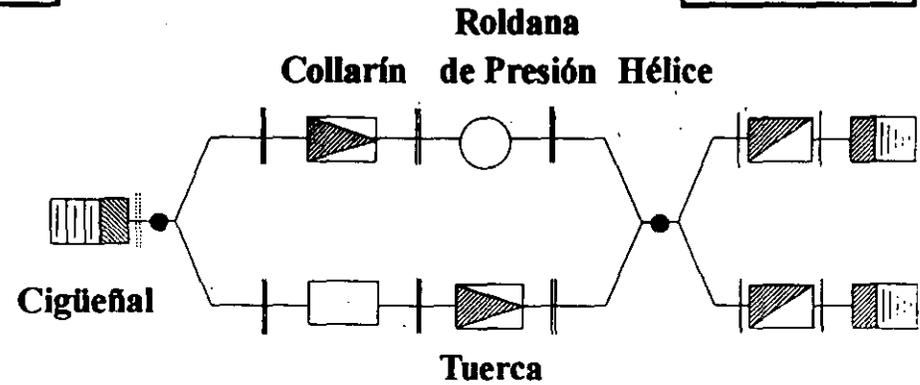
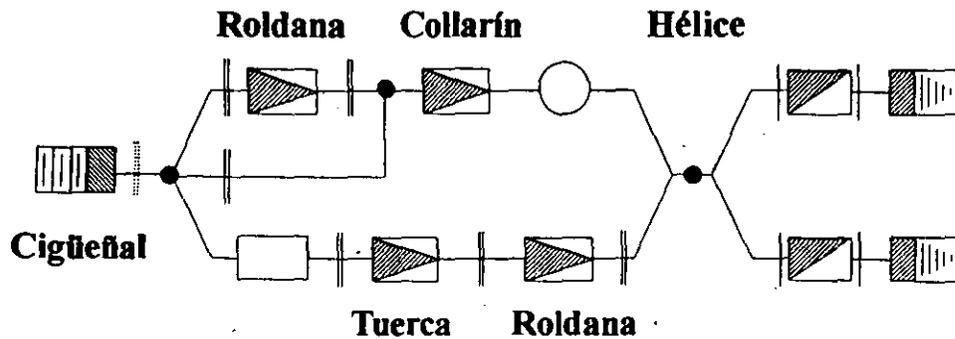


Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo

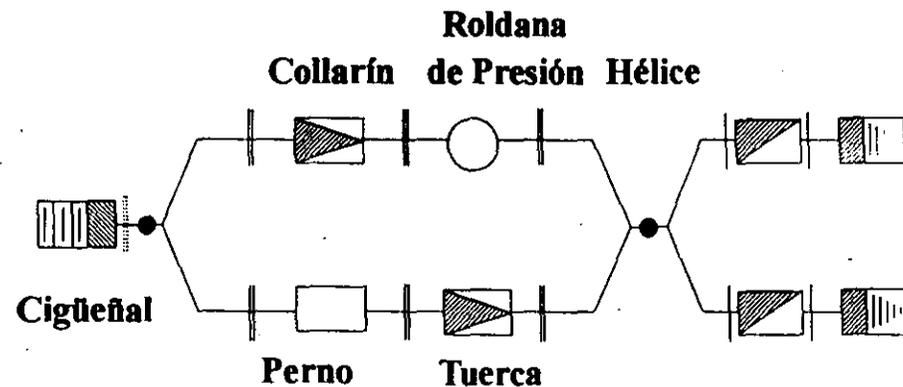
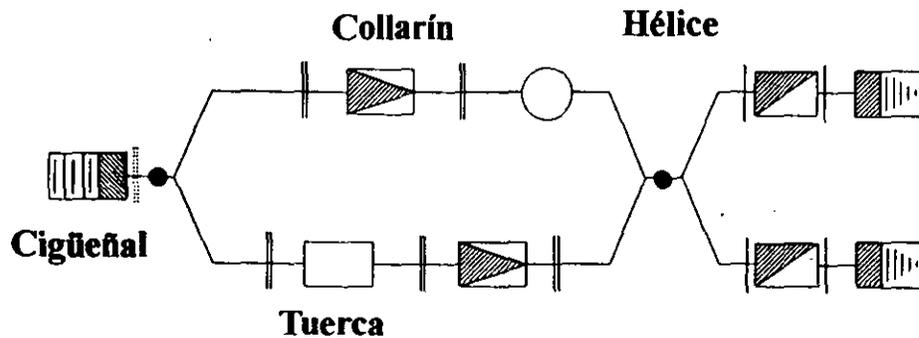
Toma de Potencia "B"

Claridad



Simplicidad

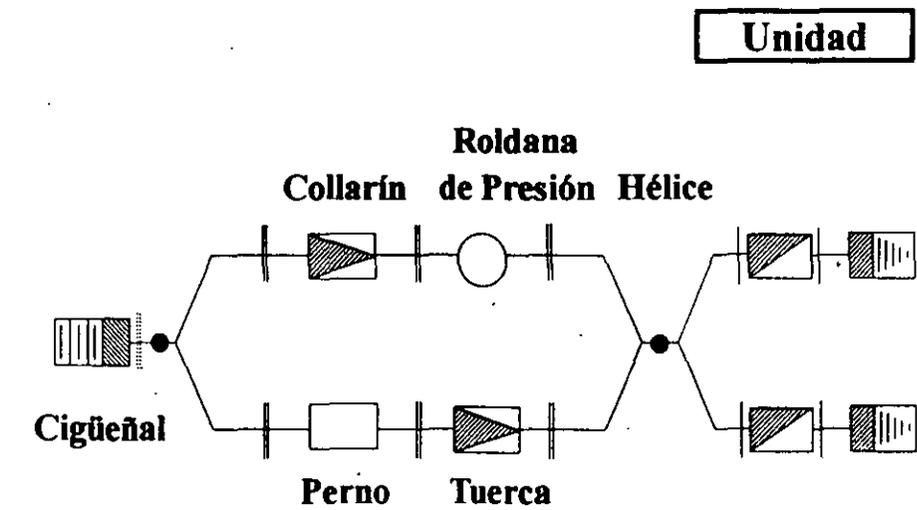
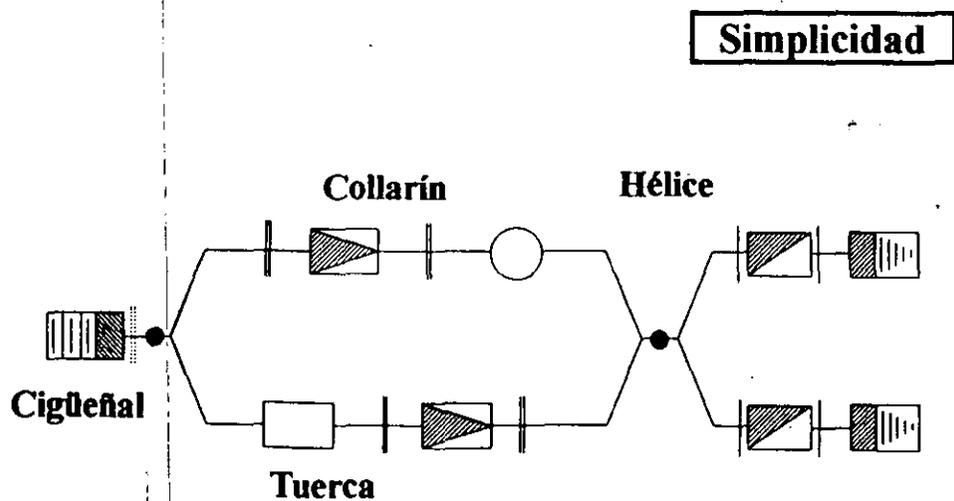
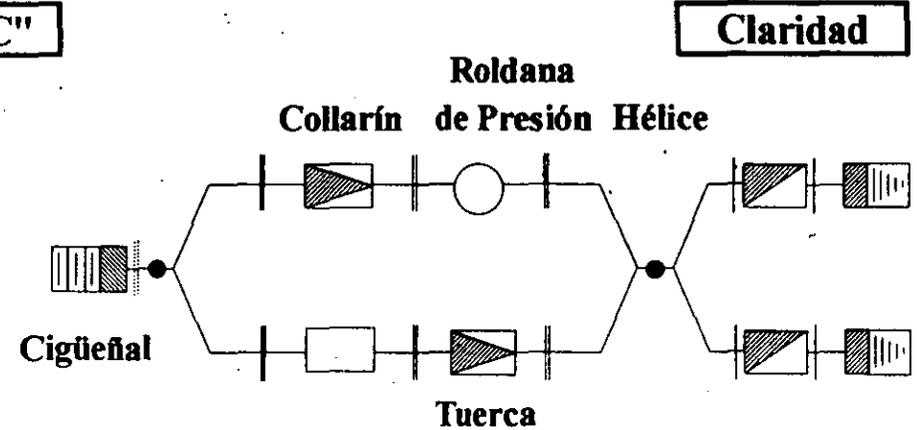
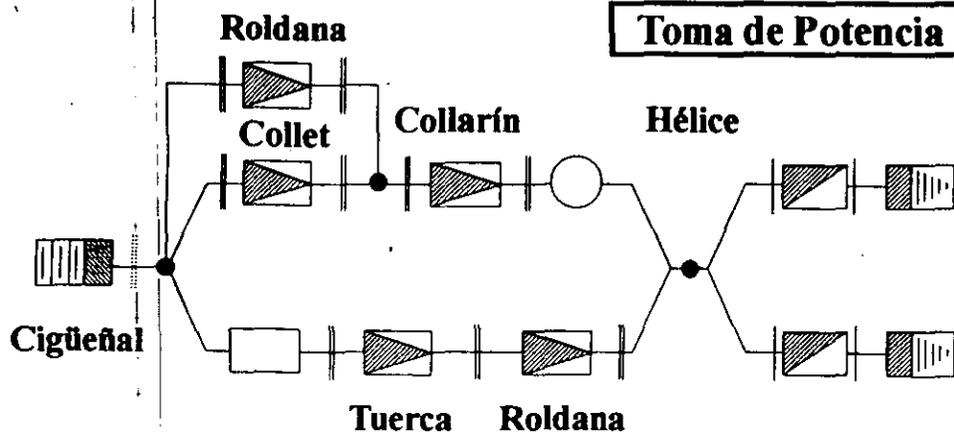
Unidad



Cambios en el Modelo de la Toma "B".

Técnicas Modernas de Diseño de Máquinas

Evaluación y Rediseño de Equipo



Cambios en el Modelo de la Toma "C".



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

TECNICAS MODERNAS DE DISEÑO MECANICO

TEMA:SELECCION OPTIMA DE MATERIALES

DR. GUILLEMO AGUIRRE ESPONDA

Selección
Optima de Materiales

Palacio de Minería

Dr. Guillermo Aguirre E.

Agosto 1995

Selección Óptima de Materiales

Dr. Guillermo Aguirre Esponda

Índice

1. Materiales y el Proceso de Diseño

- 1.1 El Proceso de Diseño
- 1.2 El Panorama Completo de Materiales Disponibles
- 1.3 La Evolución de los Materiales Ingenieriles
- 1.4 Materiales para Aspiradoras Domésticas

2. Selección de Materiales Basado en Propiedades Únicamente

- 2.1 El Proceso de Selección de Materiales
- 2.2 Cartas de Selección de Materiales
- 2.3 Criterios de Maximización, o Índices de Mérito
- 2.4 Uso de las Cartas de Selección de Materiales con Índices de Mérito
- 2.5 Cartas 1 y 2: Rigidez y Resistencia con Mínimo Peso
- 2.6 Cartas 4 y 6: Resortes y Recipientes de Presión Eficientes

3. Selección de Materiales Basada en Propiedades y Forma

3.1 Perfiles, Modo de Carga y Restricciones de Diseño

3.2 Factor de Forma: La Eficiencia en el Uso de Materiales

3.3 Selección Óptima de Materiales y Perfiles

3.4 Son mejores las vigas de madera que las de acero?

4. Datos de Materiales

4.1 Niveles de Precisión y Detalle

4.2 Tipos de Datos

4.3 Bases de datos

4.4 Ejemplo: Selección de Materiales para Cojinetes.

4.5 Lista de Fuentes de Información

5. Procesos de Manufactura y Diseño

5.1 Procesos y Diseño

5.2 Reglas para Proceso

5.3 Catálogo de Procesos

5.4 Tolerancias, Acabado Superficial y Costo

5.5 Armonía entre Materiales

5.6 Tamaño del Lote de Fabricación

(a) Selección de Procesos

(b) Nivel de Automatización

5.7 Ejemplo: La evolución de la secadora de pelo

6. Estética y Diseño

6.1 Que es Buen Diseño?

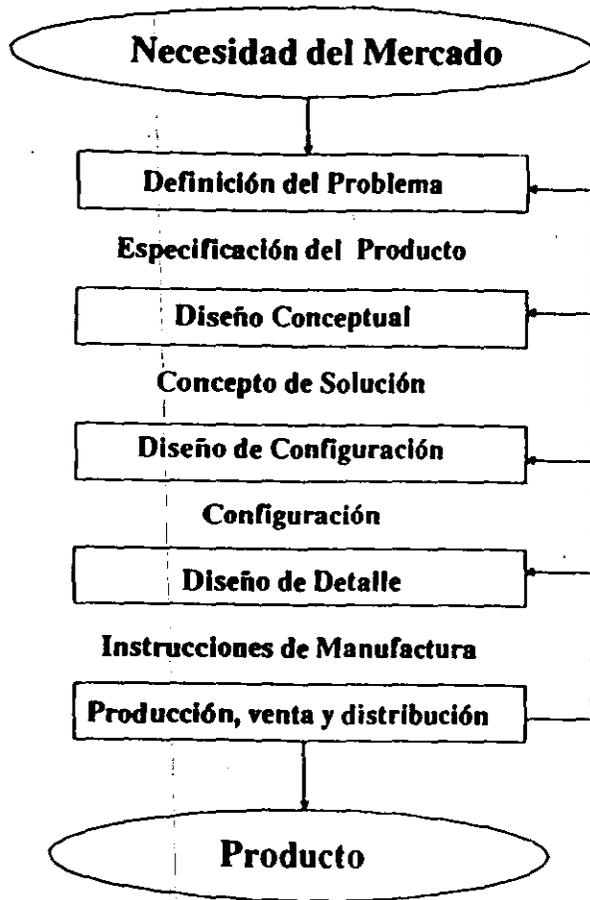
6.2 Ejemplo: El Diseño del Teléfono

Apéndice 1: Propiedades de aleaciones, polímeros y materiales cerámicos

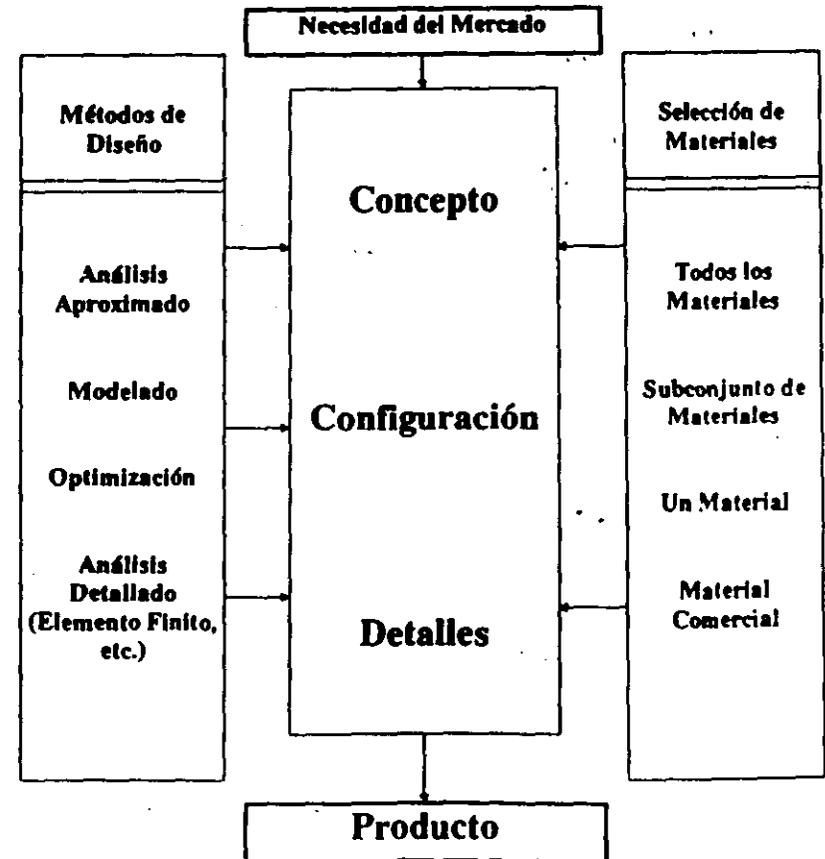
Apéndice 2: Momentos de Inercia de Secciones y Factores de Forma

1. Materiales y el Proceso de Diseño

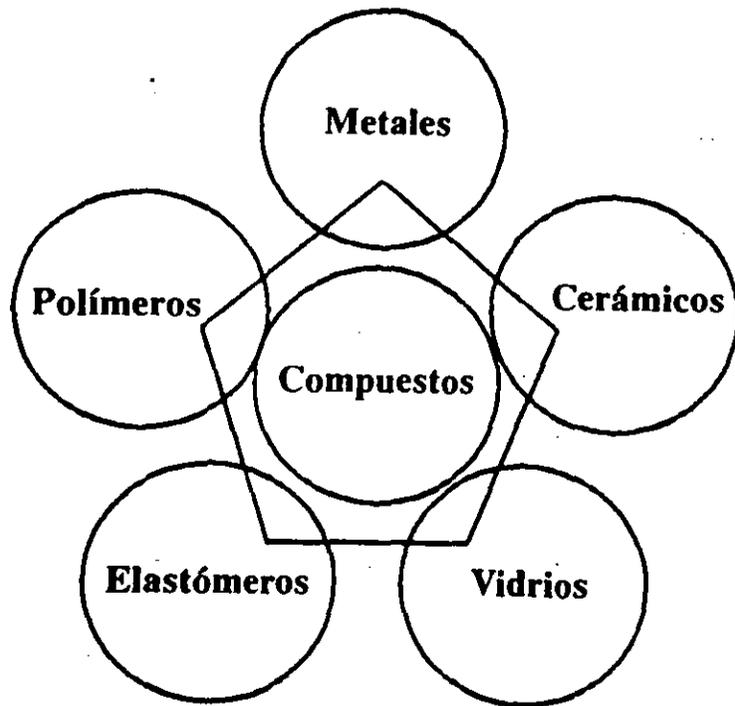
1.1 El Proceso de Diseño



El papel de los métodos de diseño y la selección de materiales



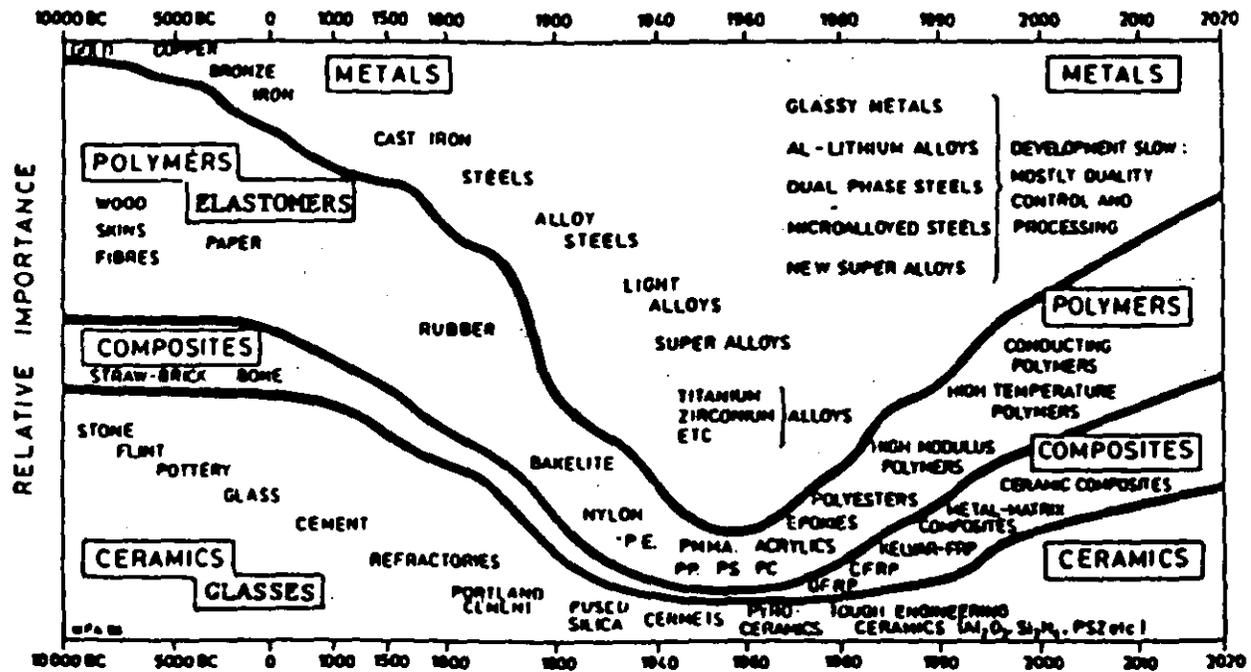
1.2 El Panorama Completo de Materiales



Características de los Materiales

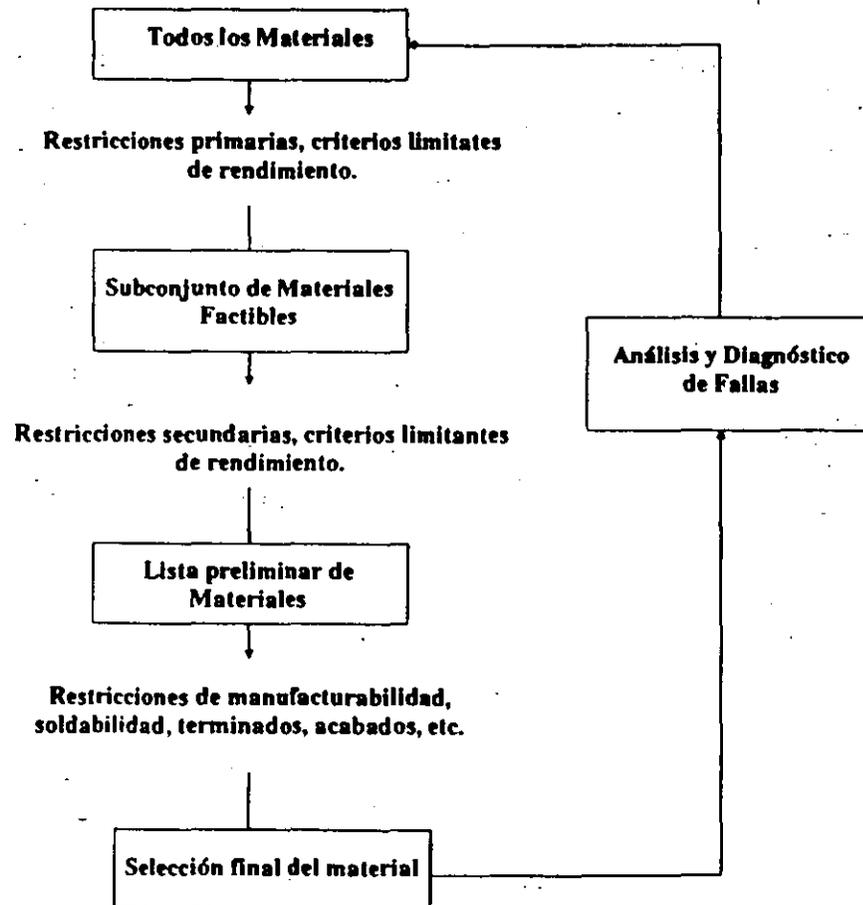
Clase	Favorables	Desfavorables
Metales	Rígidos, dúctiles y resistentes, tenaces, altos puntos de fusión, conductores, fáciles de conformar	Pesados y propensos a la corrosión
Materiales Cerámicos y Vidrios	Ligeros, muy rígidos, muy duros, resistentes a la corrosión, aislantes, muy alto punto de fusión.	Baja tenacidad, baja resistencia al impacto, difíciles de conformar y caros (Excepto el vidrio)
Polímeros y Elastómeros	Muy ligeros, alguna ductilidad, resistentes a la corrosión, aislantes	Muy baja tenacidad, poco resistentes, inaplicables a más de 360°
Materiales Compuestos	Ligeros, rígidos, resistentes,	Difíciles de unir y conformar, caros

1.3 La Evolución de los Materiales Ingenieriles



2. Selección de Materiales Basada en Propiedades Unicamente

2.1 El Proceso de Selección de Materiales

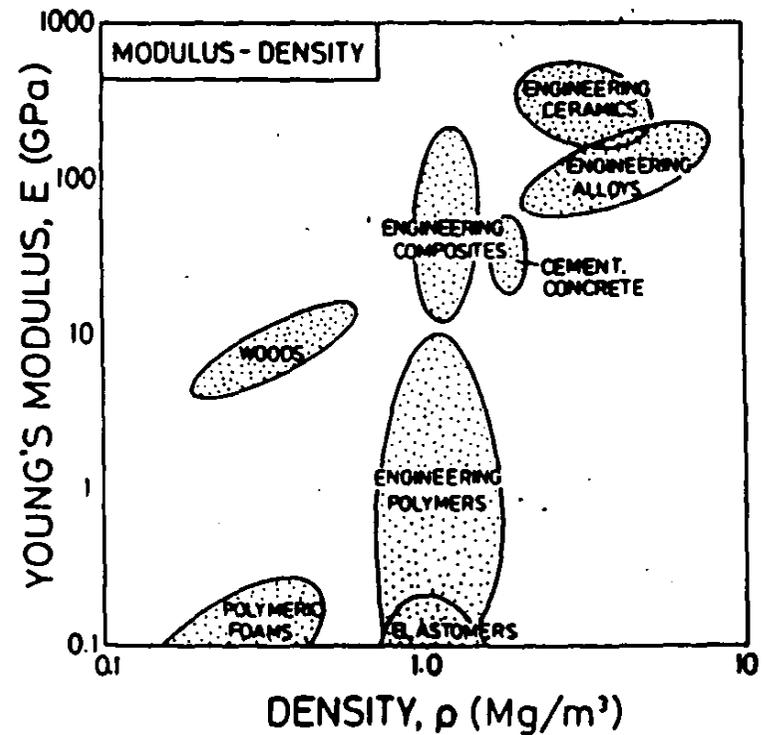


2.2 Cartas de Selección de Materiales

Propiedades fundamentales de los Materiales

Generales	Costo Relativo
	Densidad
Mecánicas	Módulo de Young
	Resistencia
	Tenacidad
	Módulo de Fractura
Térmicas	Conductividad Térmica
	Difusividad Térmica
	Expansion Térmica
	Resistencia al choque
	Resistencia a la termofluencia
Desgaste	Coefficientes de desgaste
Corrosión	Resistencia a la Corrosión

Propiedades contenidas en una carta de selección de materiales



2.3 Criterios de Maximización - Indices de Mérito

Diseño Optimo de un Tensor de Peso Mínimo



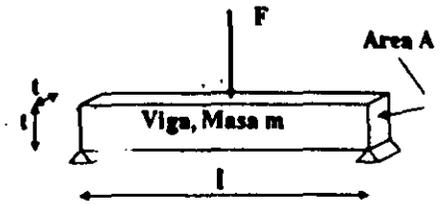
Módulo de Young = E
Densidad = ρ

Ejemplo 2: Material Optimo para una Viga de Peso Mínimo

$$\text{Masa } m = A \rho l \quad (1)$$

$$\text{Rigidez } S = 48 EI/l^3 = 4EA^2/l^3 \quad (2)$$

$$\text{Sección cuadrada } I = t^4/12 = A^2/12$$



Módulo de Young = E
Densidad = ρ

Substituyendo A de (2) en (1)

(Variable Libre) se obtiene:

$$m = (S l^5/4 \rho^2/E)^{1/2}$$

Requerimiento
Funcional F

Geometría
Prescrita G

Propiedades del
Material M

Objetivo: Maximizar E/ρ^2 o $E^{1/2}/\rho$

Desarrollo de Criterios de Maximización de Rendimiento

1. Identificar el ATRIBUTO a maximizar (Peso, costo, energía, resistencia, compliancia).
2. Expresar este atributo por medio de una ecuación: La FUNCION OBJETIVO
3. Identificar las VARIABLES LIBRES
4. Desarrollar ecuaciones para las restricciones. (No deformación plástica, no fractura, no pandeo, costo por debajo del límite, etc.)
5. Substituir las variables libres en la FUNCION OBJETIVO
6. AGRUPAR VARIABLES en grupos: Requerimientos Funcionales F, Geometría G y Propiedades de Materiales M

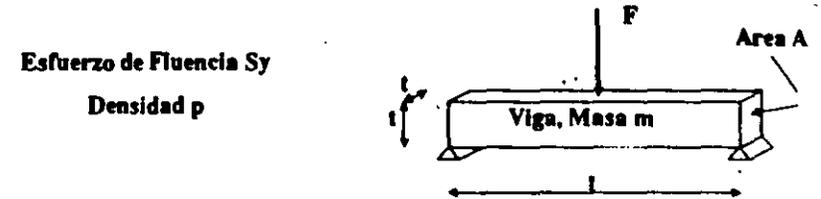
La forma genérica del resultado es:

Atributo a maximizar $\phi = f(F, G, M)$

Atributo a minimizar $\phi = f(F, G, M)$

No es necesario resolver estas ecuaciones para encontrar el material optimo!

Ejemplo 3: Material Optimo para una Viga Resistente de Mínimo Peso



$$\text{Masa } m = A l p \quad (1)$$

$$\text{Resistencia } F_{\text{Max}} = 4 S_y I / l y_{\text{max}} = 1/6 S_y A^{3/2} / l \quad (2)$$

(En secciones cuadradas $I = t^4/12 = A^2/12$)

Substituyendo A de (2) en (1) (Variable libre) se obtiene:

$$m = (F_{\text{max}})^{5/3} / 6 p^{3/2} / S_y^{2/3}$$

Requerimientos Funcionales F
Geometría Prescrita G
Propiedades del Material M

Objetivo: Maximizar $S_y/p^{3/2}$ ó $S_y^{2/3}/p$

Tabla de Indices de Mérito (Recuerdese que existen muchos otros)

MODE OF LOADING		MINIMISE WEIGHT FOR GIVEN			CHARTS 1, 2 AND 3
		STIFFNESS	DUCTILE STRENGTH	BRITTLE STRENGTH	
TIE F, Z SPECIFIED 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	
TORSION BAR T, Z SPECIFIED 1 FREE		$\frac{G}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	
TORSION TUBE T, Z, r SPECIFIED 1 FREE		$\frac{G}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	
BENDING OF RODS AND TUBES F, Z SPECIFIED 1 OR 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	
BUCKLING OF SLENDER COLUMN OR TUBE F, Z SPECIFIED 1 OR 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	-	-	
BENDING OF PLATE F, Z, w SPECIFIED 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	
BUCKLING OF PLATE F, Z, w SPECIFIED 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	-	-	
CYLINDER WITH INTERNAL PRESSURE D, r SPECIFIED 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	
ROTATING CYLINDER w, r SPECIFIED 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	
SPHERE WITH INTERNAL PRESSURE D, r SPECIFIED 1 FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma_u}{\rho}$	$\frac{\sigma_b}{\rho}$	

ELASTIC DESIGN

			CHART
SPRINGS 	SPRING OF MIN. VOLUME	MAX $\frac{\sigma_y^2}{E}$	4
	SPRING OF MIN. WEIGHT	MAX $\frac{\sigma_y^2}{\rho E}$	1, 4
ELASTIC HINGES 	HINGE WITH NO AXIAL LOAD	MAX $\frac{\sigma_y}{E}$	4
	HINGE WITH AXIAL LOAD	MAX $\frac{\sigma_y^2}{E}$	4
KNIFE EDGES PIVOTS 	"POINT" OR "LINE" CONTACT WITH MIN. FRICTION LOSS	MAX $\frac{\sigma_y^2}{E^2}$ AND E	4

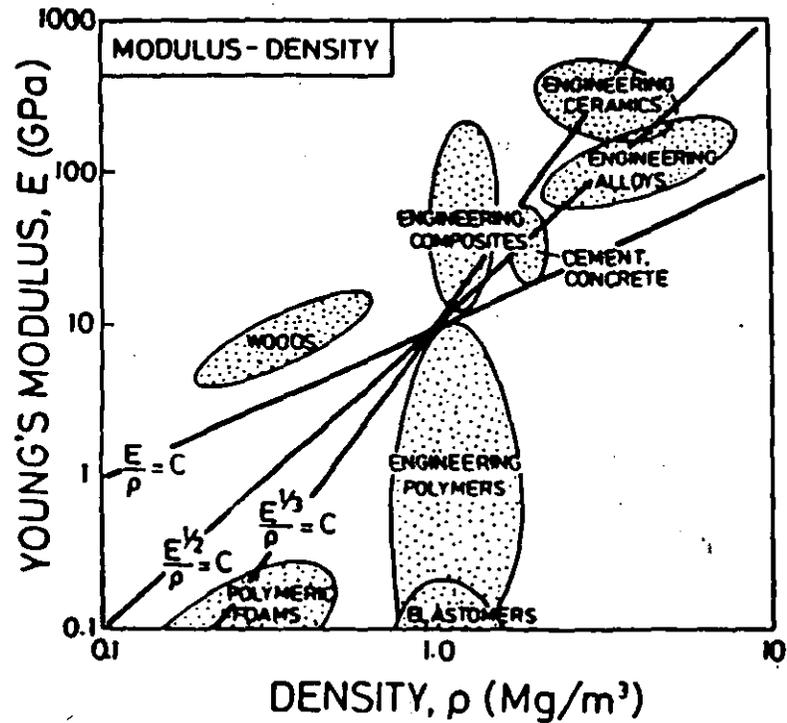
PLASTIC AND FRACTURE-SAFE DESIGN

	LOAD-CONTROLLED DESIGN	MAX K_{IC} AND σ_y	8
	DISPLACEMENT-CONTROLLED DESIGN	MAX K_{IC}/E AND σ_y/E	4, 5
	YIELD BEFORE BREAK	MAX K_{IC}/σ_y	8
	LEAK BEFORE BREAK	MAX K_{IC}^2/σ_y	8

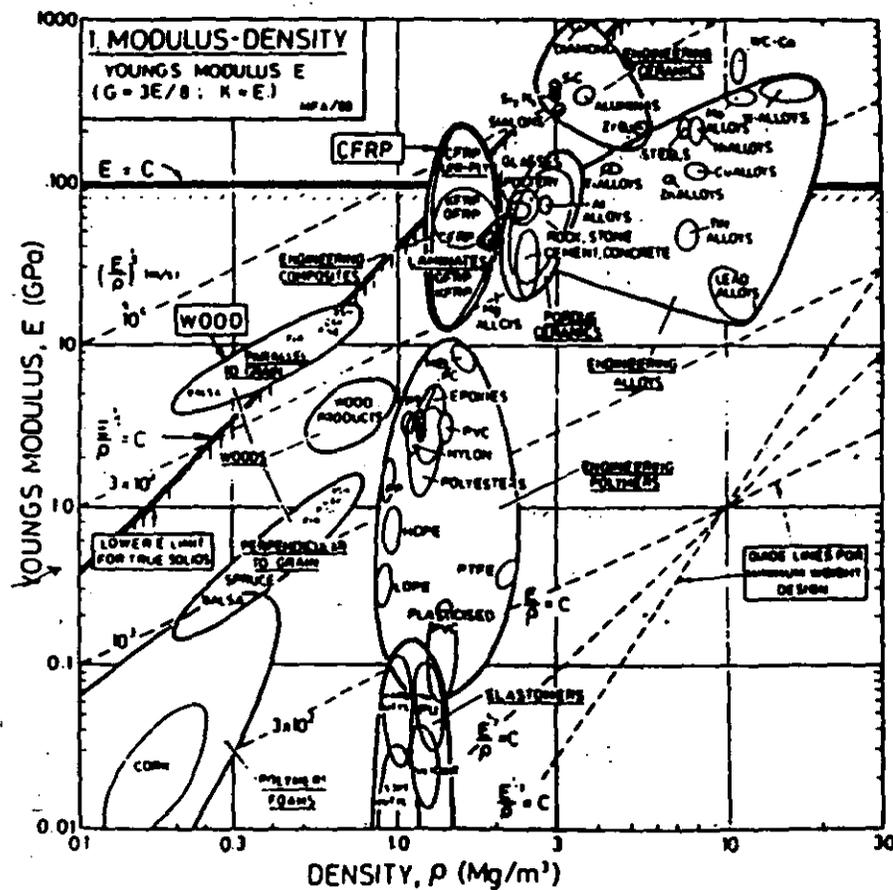
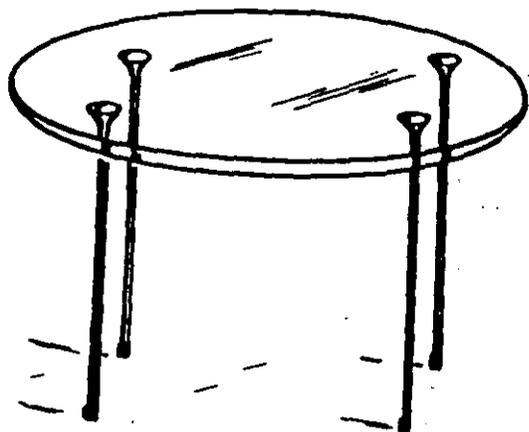
THERMAL DESIGN

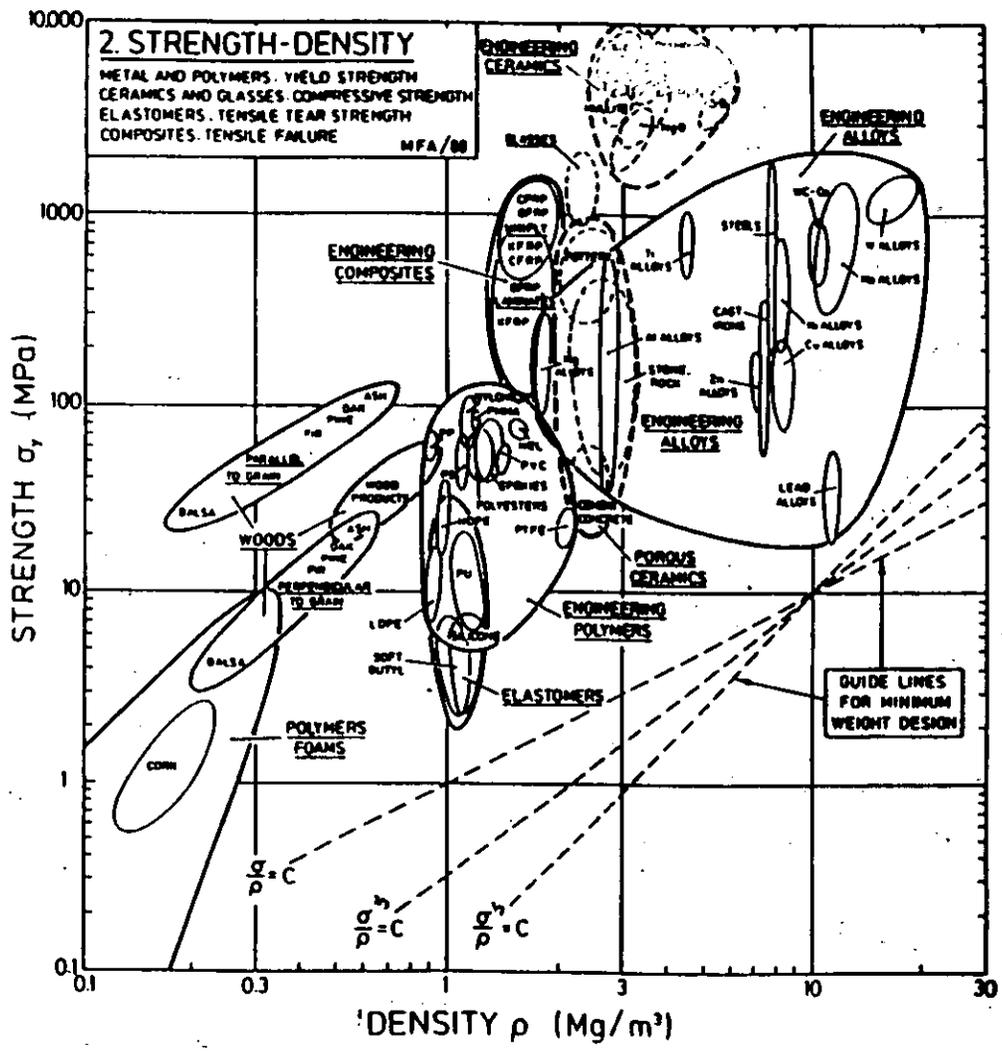
THERMAL FLUX 	MIN. HEAT FLUX AT STEADY STATE	MIN λ	8
	MIN TEMP RISE AFTER TIME t	MIN $\lambda/c_p \cdot \rho$	8
THERMAL STRESS SHOCK 	MIN THERMAL STRESS	MIN E α	9
	MAX THERMAL SHOCK	MAX $\frac{\sigma_y}{E \alpha}$	10

Empleando los Indices de Mérito en las Cartas de Selección de Materiales

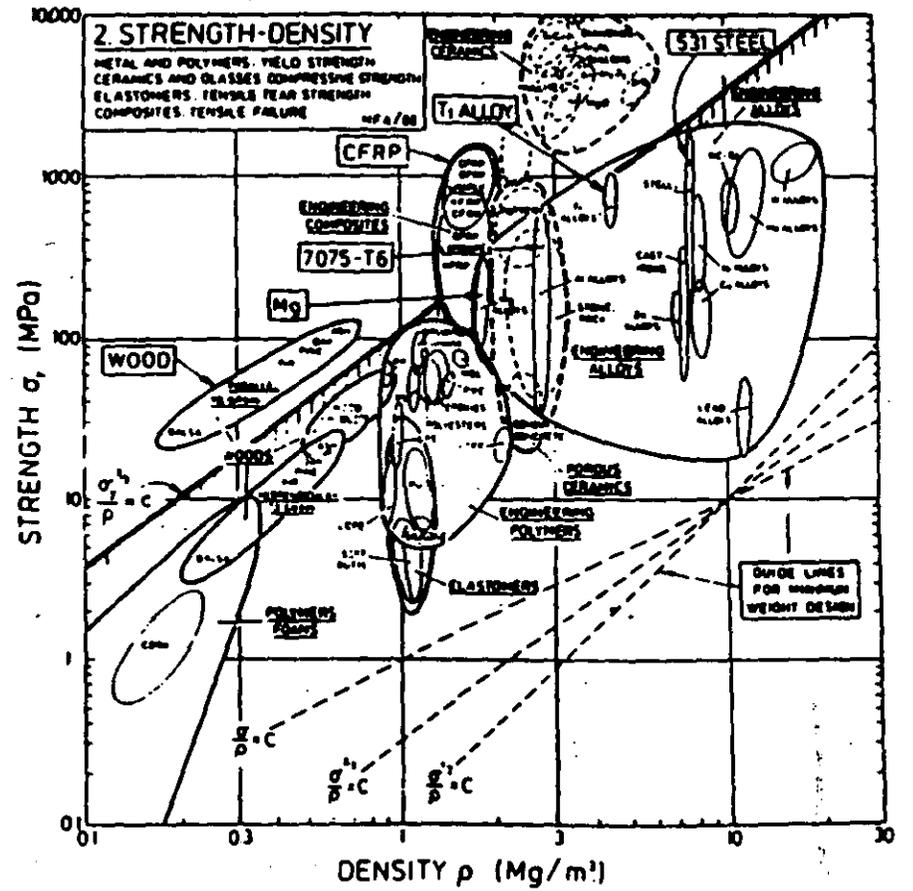
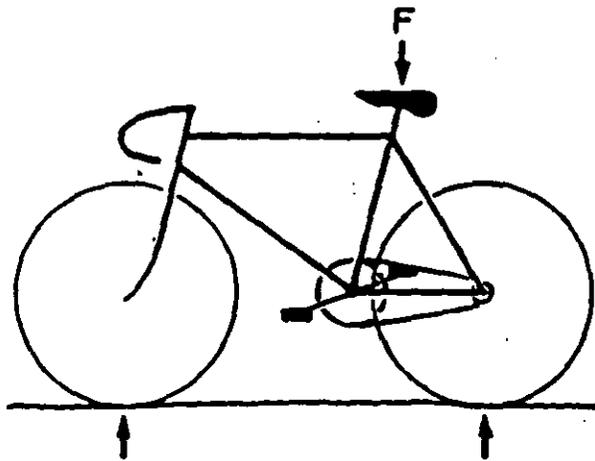


Ejemplo: Patas delgadas para una mesa

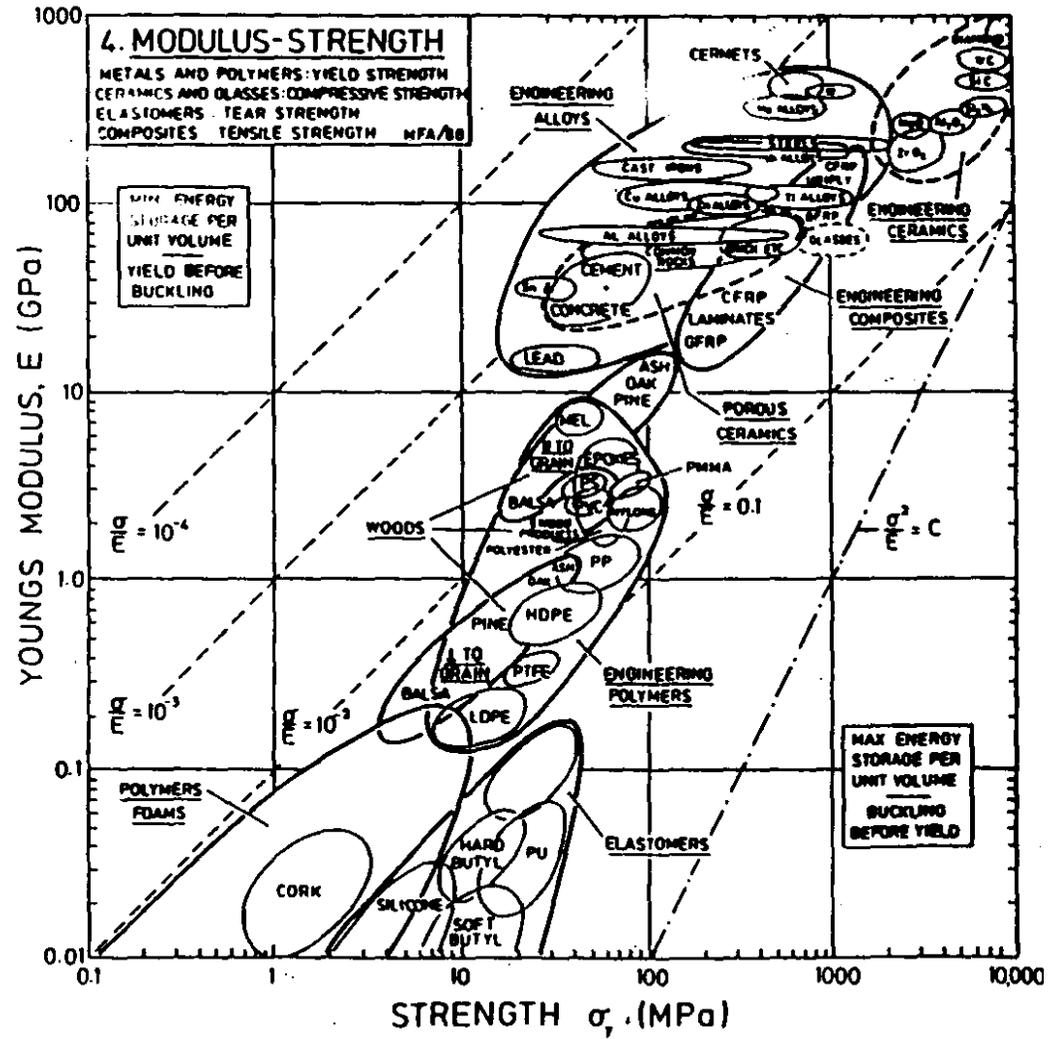




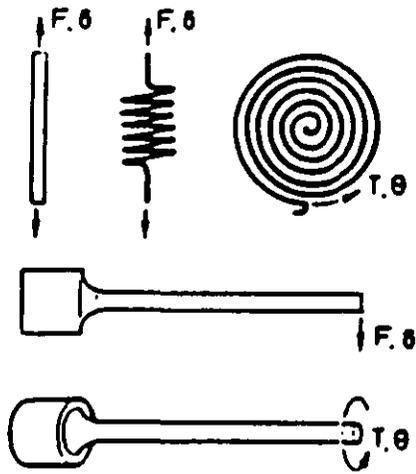
Ejemplo: Tijera para una bicicleta de carreras



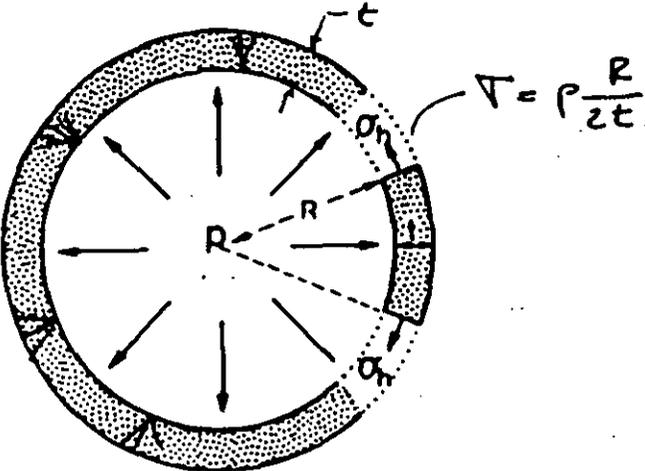
2.6 Cartas 4 y 6: Resortes Eficientes y Recipientes de Presión Seguros



Resortes eficientes



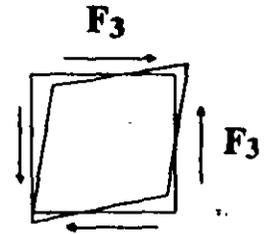
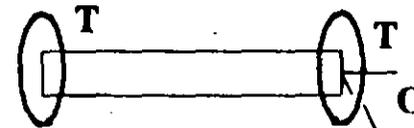
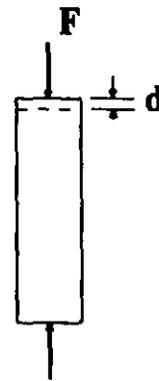
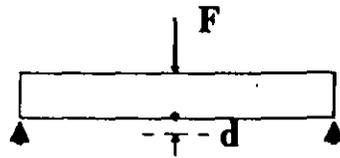
Recipientes de Presion Seguros



3. Selección de Materiales Basada en Propiedades y Forma

3.1 Perfil de la Sección, Modo de Carga y Restricciones de Diseño

Modo de Carga



Restricción: Tensor: Tensión

Viga: Flexión

Columna: Pandeo

Flecha: Torsión

(Cortante)

Rigidez: $S = F/d$

$S = F/d$

$S = F/d$

$S = T/O$

$S = F_3/y$

Resistencia: F_{Max}

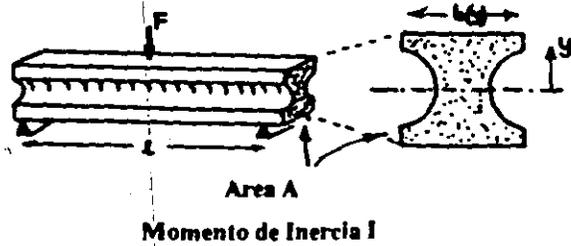
F_{Max}

F_{Max}

T_{Max}

F_{3Max}

2 Factores de Forma: El uso eficiente de materiales



Rigidez $S = 48 EI/l^3$
 Momento de Inercia $I = \int y^2 b(y) dy$
 Factor de Forma $\phi = 4 TI/A^2$

SHAPE	A	I	ϕ
	πr^2	$\frac{\pi r^4}{4}$	1
	b^2	$\frac{b^4}{12}$	$1.05 = \frac{\pi}{3}$
	$2\pi r t$	$\pi r^3 t$	$\frac{r}{t}$
	$4bt$	$\frac{2}{3} b^3 t$	$0.39 \frac{b}{t}$

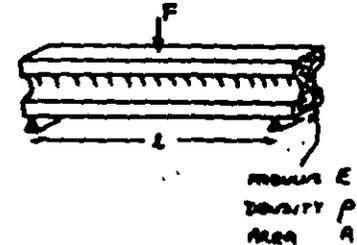
ϕ measures efficiency of the shape
 MORE IN APPENDIX.

3.3 La Selección Óptima de Material y Forma

Masa $m = lAp$ (1)

Rigidez $S = CEI/l^3$ (2)

Factor de Forma $\phi = 4 TI/A^2$ (3)



Substituyendo I de la Ecuación (3) en la (2) se obtiene:

$$S = CE/4T\phi^3 \quad (4)$$

Substituyendo A de (3) en (4) (A es la variable libre), se obtiene:

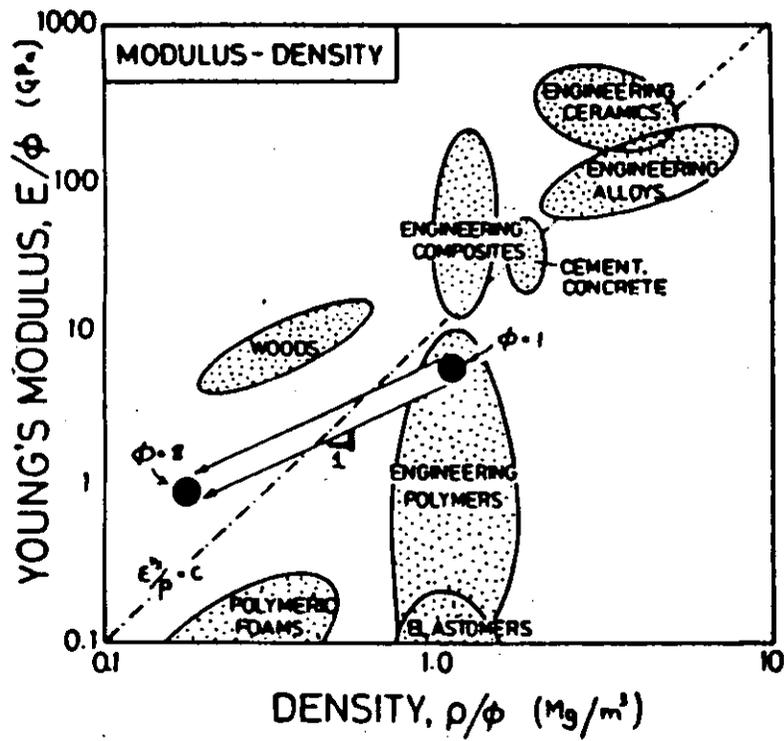
$$m = (S4Tl^5/C1/\phi^3 p^2/E)^{1/2}$$

Requerimientos Funcionales F Geometría Prescrita G Factor de Forma Propiedades del Material M

Objetivo:

Maximizar $(\phi E/p^2) \delta (E/\phi)^{1/2} (p/\phi)$

Selección de Material y Forma Empleando las Cartas de Materiales



4. Datos Sobre Propiedades de Materiales

4.1 Niveles de Precisión y Detalle

Datos del Material Requeridos

Etapa de Diseño

Nivel 1- Conceptos
Aproximados, aquellos disponibles a la mano para cubrir el rango más amplio de materiales, en esta etapa bastan cartas y tablas de materiales no detalladas

Nivel 2 - Configuración
Cartas de Selección de Materiales, seguidos de manuales de datos detallados y bases de datos computarizadas.

Nivel 3 - Detalle
Catálogos de fabricantes y distribuidores, datos obtenidos de pruebas internas del material, información detallada de procesos de manufactura y unión.

Especificaciones

DISEÑO CONCEPTUAL
Modelos matemáticos aproximados: Todas las opciones permanecen abiertas.

Concepto de Solución

DISEÑO DE CONFIGURACION
Cálculos mas detallados, conducentes a definir proporciones, distribución del material y partes.

Configuración

DISEÑO DE DETALLE
Análisis detallado de componentes, análisis de fractura, uso de modelos matemáticos avanzados.

Producción

4.2 Tipos de Datos y Características del Material

Box Text			
A	Categoría de Propiedad	Nombre del Campo	Identificador
		Precio,	P (\$/kg)
		Densidad	p (kg/m ³)
B. Propiedades Mecánicas		Módulo de Young	E (GPa)
		Módulo de Corte	G (GPa)
		Razón de Poisson	v
		Esfuerzo de Fluencia	S _y (MPa)
		Esfuerzo de Ruptura	S _u (MPa)
		Dureza	H _y (MPa)
		Tenacidad	K _{IC} (MPa ^{1/2})
		Razón de Fatiga	R _f
		Ductilidad	ε _t
C. Propiedades Térmicas		Temperatura de Fusión	T _m (K)
		Temperatura de Vidriado	T _g (K)
		Temperatura Max de Servicio	T _{max} (K)
		Conductividad Térmica	K (Wm-1K-1)
		Calor Especifico	C _p (J kg-1 K-1)
		Expansión Termica	α _p (K-1)
D. Propiedades Eléctricas		Resistividad	R (Ω/m)
		Constante Dieléctrica	c
		Factor de Pérdidas	d
		Potencial de Ruptura	V _c (V/m)
Datos Cuantitativos de Tipo Numérico			

E. Interacción con el Ambiente	Agua Fresca	(A...E)
	Agua Salada	(A...E)
	Acidos	(A...E)
	Alcaloides	(A...E)
	Solventes Organicos	(A...E)
	Oxidación, etc a 500oC	(A...E)
	Resistencia al Desgaste	(A...E)
	Resistencia a la Luz UV	(A...E)
F. Caractericas de Conformado	Fundición	Termomoldeado
	Forja	Soplado
	Rolado	Fundición a Presion
	Estruido	Pulvimetalogia
	Inyección	Moldeado Rotaciona
	Formado	Moldeado en Espuma
G. Métodos de Unión	Soldadura	Pernos
	Brazing	Unión por Difusión
	Soldadura Blanda	Unión Vidriada
	Adhesivos	
H. Tratamientos Superficiales	Pinturas	Anodizado
	Rectificado	Recubrimientos Metálicos
	Pulido	Espreado
I. Presentaciones	Barra	
	Lámina	
	Tocho	
	Varilla	
	Cinta	
	Tubo	
	Placa	
	Alambre	
	Fundición	
	Tiras	
Datos Cualitativos que Caracterizan un Material		

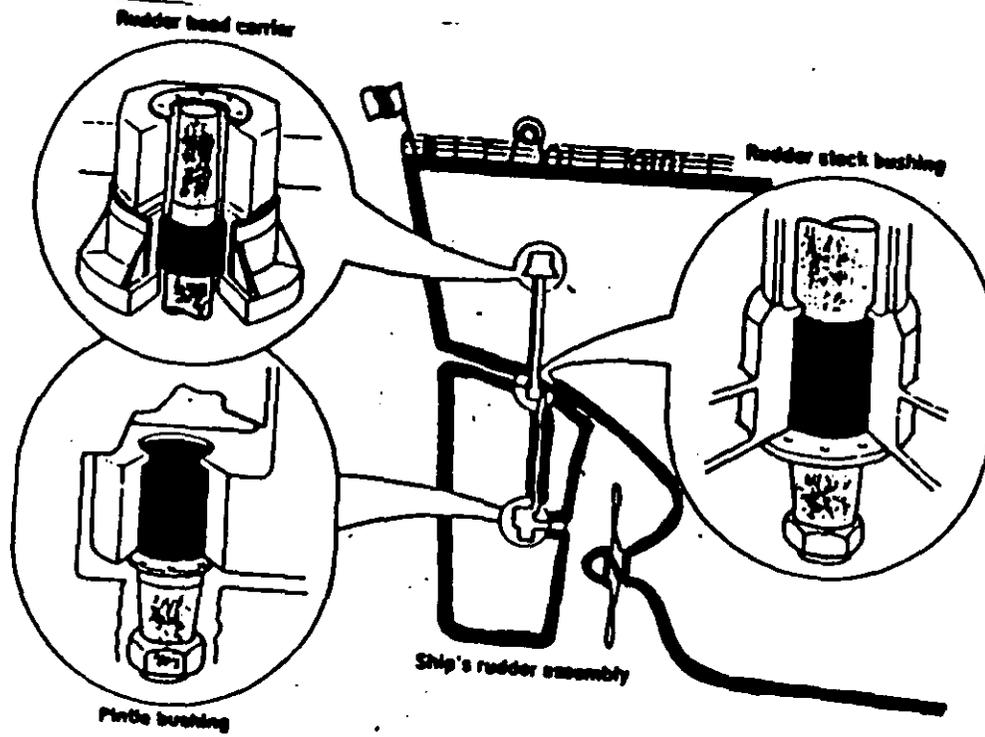
Una Base de Datos Típica

4.3 Bases de Datos

		MATPROPS		Nombre de la Base de Datos		
Nombre del Campo		MATERIAL	PRECIO	DENSIDAD	MODULO	RESISTENCIA
Record 1	→	Polietileno	600	0.95	0.2	10
Record 2	→	Acero Fundido	120	7.40	152	200
		Bronce	900	8.4	105	200
		Madera Balsa	1200	0.2	2	23
		Plastilina	1000	2.0	1	0.2
		Aluminio	910	2.7	71	30
		Vidrio	700	2.5	74	50

UNIDADES: Precio: \$/tonelada
 Densidad: Mg/m
 Módulo: GPa
 Resistencia: MPa

4.4 Ejemplo: Selección de Materiales Para Cojinetes



OUTPUT OF "PLASCAMS 220" FOR NYLON 66

Material Polyamide 6/6
Resin type TP S.Cryst.

Cost/tonne £ 2600

S.G. 1.14

PHYSICAL PROPERTIES

Max. Operating temp. °C 80	Surface hardness BR90
Water absorption % 1.2	Linear expansion E-5 8
Tensile strength MPa 59	Flammability UL94 HB
Flexural modulus GPa 1.2	Oxygen Index % 22
Elongation @ break % 60	Vol. Resist. log cm 15
Notched Izod kJ/m 0.11	Dielect. strength MV/m 25
MDT @ 0.45 MPa °C 200	Dielect. const. 1kHz 8
MDT @ 1.80 MPa °C 100	Dissipation Fact. 1kHz 0.2

PROCESSING CHARACTERISTICS

Melt drying hrs @ °C 3 @ 95	Melt temp. range °C 280 - 300
Mould shrinkage % 1.5	Mould temp. range °C 40 - 80

NYLON 66: COMMENT

Generic group: PA 6/6 (Polyamide 6/6)

ADVANTAGES Good abrasion resistance (better than PA 6). Short cycle times. Strongest & stiffest aliphatic polyamide. Addition of glass fibre improves stiffness considerably (unlike acetal). Better low temperature toughness than acetal or PBT or PA 6. Good fatigue resistance.

DISADVANTAGES Relatively difficult to process due to exceptionally low melt viscosity. High water absorption (8% saturated). High mould and post-mould shrinkage.

APPLICATIONS Gears, bearings, cams, nuts, bolts, rivets, casters, wheels, power tool casings, rotationally moulded petrol tanks. Underbonnet applications including rocker box covers, radiator tops, timing chain covers and fan blades.

NOTE : The choice between PA 6/6 and PA 6 is often made for reasons of availability, price or familiarity rather than any technical superiority. The exception to this is ease of moulding, where PA 6 dominates.

Material: Polyamide 6/6

AKULON (8)

Also Plastico
1-5 Queens Road
MERSHAM
Surrey
KT12 5NL
Tel. 09322 47891 Tx. 21997

ULTRAMID A

BASF UK
PO Box 4
Earl Rd
Chaddle Nulme
CHADDLE
Cheshire
SK9 6QC
Tel. 061 485 6222 Tx. 689211

TECHNYL A

Rhone-Poulenc
Nulton House
181-188 Fleet Street
LONDON
EC1A 2DP
Tel. 01 353 5033 Tx. 28184

BEEBLE NYLON 66

BIP
Popes Lane
Oldbury
WARRLEY
W Midlands
B69 4PD
Tel. 021 552 1851 Tx. 337261

DURETHAN A

Bayer UK
Bayer House
Strawberry Hill
NEWBURY
Berks
RG13 1JA
Tel. 0438 39000 Tx. 847208

4.5 Lista de fuentes de Información

Los libros y recopilaciones listados aquí se encuentran a disposición de usuarios externos en instituciones tales como: INFOTEC, UNAM, y en General en Centros de Investigación y enseñanza del país.

(a) Datos para Metales, polímeros, materiales cerámicos y compuestos

Ashby, M. F. and Jones R. H. (1984) "Engineering materials: An Introduction to their Properties and Applications", Parts 1 and 2, Pergamon Press, Oxford, U.K.

(b) Datos sobre metales:

ASM Metals Handbook (1973) 8th Edition, American Society for Metals, Columbus Ohio, U.S.A.

Smithells, C. J. (1984) "Metals Reference Book", 6th Edition, Butterworths, London, U.K.

(c) Datos sobre polímeros

Dupont Design Handbooks (1981), Dupont de Nemours and Co., Polymer Products Department, Wilmington, Delaware 19898, U.S.A.

ICI Technical Service Notes (1981), ICI Plastics Division, Engineering Plastics Group, Welwyn Garden City, Herts, England

Handbook of Plastics and Elastomers, C.A. Harper (Editor), McGraw-Hill (1975)

(d) Datos sobre materiales cerámicos

Morrell, R (1985) "Handbook of Properties of Technical and Engineering Ceramics" Parts 1 and 2, National Physical Laboratory, Teddington, U.K.

(e) Datos sobre Materiales Compuestos

Wilson, D. W. et al (1971), "Composite Design Guide", University of Delaware. U.S.A.

(f) Bases de Datos Computarizadas

CUED Materials Selector: Cambridge University Engineering Department, Cambridge, U.K. Lista todo tipo de materiales, corre en PCs

Plascams 220: Plastic Materials Selector, RAPRA Technology Ltd, Shawbury SY4 4NR, England (1985) Solo Polimeros, IBM PC y Compatibles

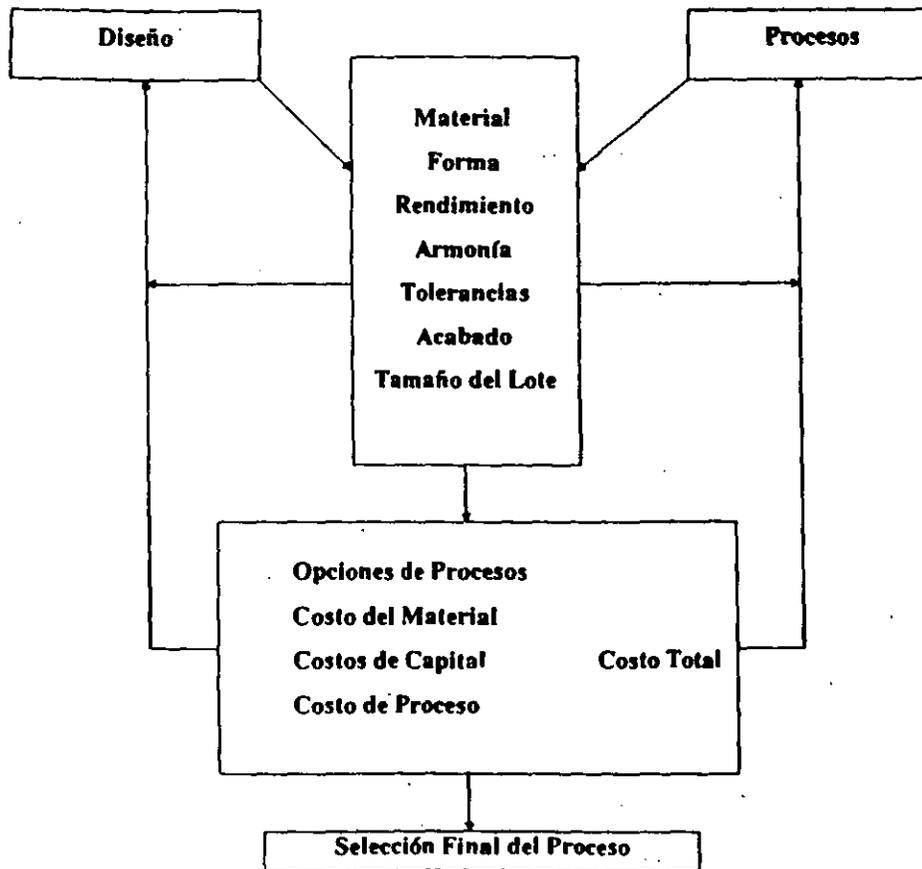
Met Sel 2, ASM International Metal, Metals Park, Ohio 44073 U.S.A., Solamente Metales, IBM PC y Compatibles.

5. Procesado de Materiales y Diseño

5.1 Procesos y Diseño

5.2 Reglas Para la Selección de Procesos

Selección del Proceso

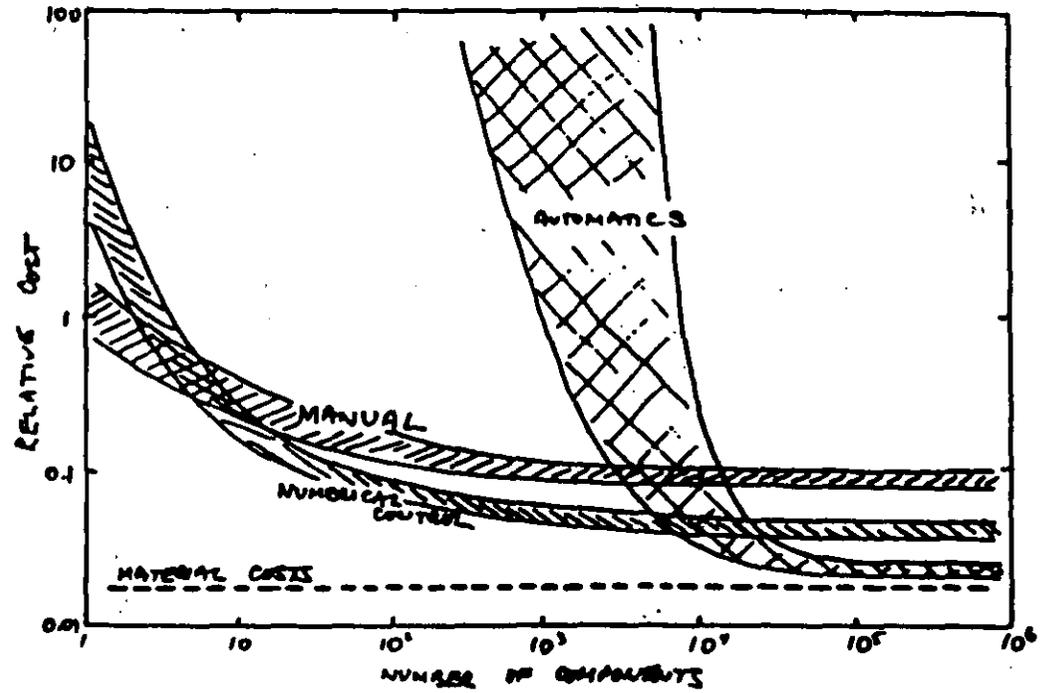
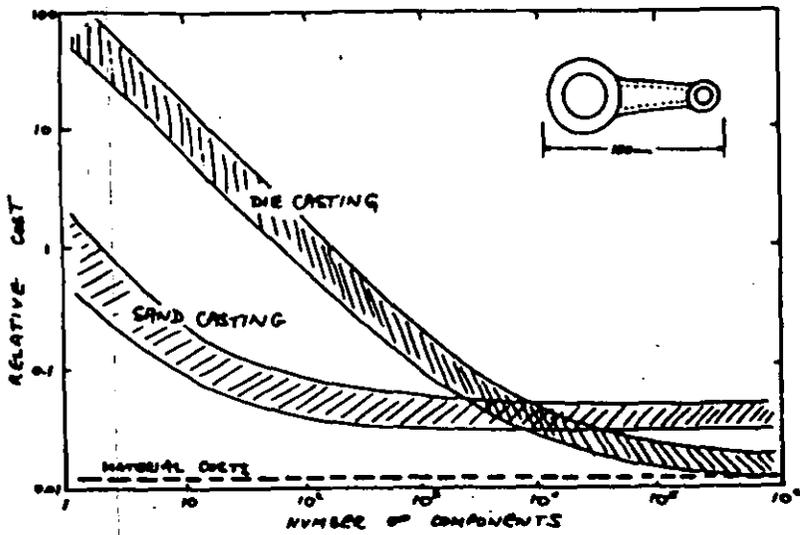


5.3 Catalogo de Procesos

Clase de Proceso		Descripción
1. Fundición	(a) Convencional	Metal, plástico o vidrio vertido dentro de moldes de metal, arena o material cerámico
	(b) De Precisión	Metal, plástico o vidrio forzado bajo presión dentro de moldes de precisión. Inyección de plásticos.
2. Deformación	(a) En Caliente	Extrusión, forja, rolado y prensado en caliente.
	(b) En Frio	Rolado, formado, estirado, prensado, troquelado.
	(c) Especial	Formado explosivo de metales, soplado y termoformado de plásticos y vidrio.
3. Maquinado	(a) Corte	Torneado convencional, fresado, taladrado
	(b) Rectificado	Desbastado, lapeado, pulido.
	(c) Especial	Electroerosión, corte ultrasónico de materiales.
4. Procesado de Polvos	(a) En Seco	Prensado y sinterizado, prensado en caliente
	(b) Humedo	Formado hidropástico de barro, etc.
5. Procesado en Capas		Materiales fibrosos son preformados en tapetas tejidos o aglomerados a los que se agrega resinas para su posterior curado y prensado
6. Tratamientos Térmicos	(a) Volumenes	Templado y revenido de aceros, envejecimiento de aleaciones de aluminio, relevado de esfuerzos en metales y polímeros.
	(b) Superficial	Carbonizado, nitrurado, endurecido superficial con rayo laser.
7. Tratamientos Superficiales	(a) Metálicos	Galvanoplastia, depósito de vapores metálicos, esprayado con plasma.
	(b) Pinturas	Películas poliméricas aplicadas en solución, o como mezclas de resina y endurecedor.
8. Procesos de Unión	(a) Soldadura	Metales y polímeros unidos mediante la fusión de material similar.
	(b) Brazing	Metales unidos mediante la fusión de un metal o aleación de aporte
	(c) Sujetadores	Tornillos, pernos, remaches.
	(d) Adhesivos	Adhesivos en base a polímeros, uniendo metales, otros polímeros, cerámicas y vidrios

5.6 Tamaño de Lotes (a) Selección del Proceso

(b) Nivel de Automatización



Lecturas adicionales y Referencias:

Ashby, M.F. y Jones, D.R.H. "Engineering Materials", Partes 1 y 2, Pergamon Press, Londres 1980 y 1986

Dieter, G.E. "Engineering Design, A Materials and Processing Approach", McGraw-Hill, Nueva York, 1983

Crane, F.A.A. y Charles, J.A. "Selection and Use of Engineering Materials", Butterworths, Londres, 1984

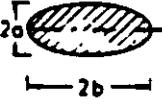
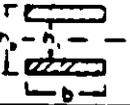
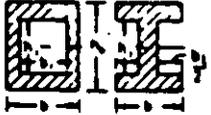
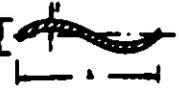
APPENDIX 1: PROPERTIES OF ALLOYS

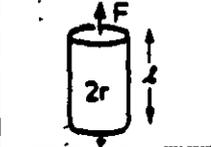
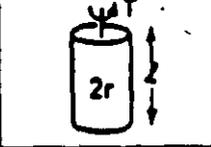
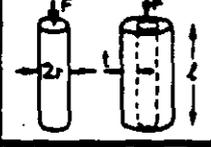
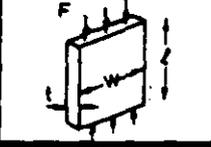
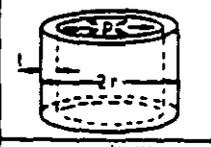
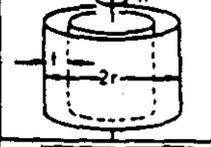
Metal	Cost (UK£/US\$ tonne ⁻¹)	Density (Mg m ⁻³)	Young's modulus (GPa)	Yield strength (MPa)	Tensile strength (MPa)	Ductility	Fracture toughness (MPa m ^{1/2})	Melting temperature (K)	Specific heat (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	Thermal conductivity (W m ⁻¹ K ⁻¹)	Thermal expansion coefficient (10 ⁻⁶ K ⁻¹)
Iron	100 (140)	7.9	211	50	200	0.3	80	1809	456	78	12
Mild steel	200-230 (260-300)	7.9	210	220	430	0.21	140	1765	482	60	12
High-carbon steel	150 (200)	7.8	210	350-1600	650-2100	0.1-0.2	20-50	1570	460	40	12
Low-alloy steels	180-250 (230-330)	7.8	203	290-1600	420-2000	0.1-0.2	50-170	1750	460	40	12
High-alloy steels	1100-1400 (1400-1800)	7.8	215	170-1600	460-1700	0.1-0.5	50-170	1680	500	12-30	10-18
Cast iron	120 (160)	7.4	152	50-410	10-800	0-0.18	6-20	1403			
Copper	1020 (1330)	8.9	130	75	220	0.5-0.9	>100	1356	385	397	17
Brasses	750-1060 (980-1380)	8.4	105	200	350	0.5	30-100	1190		121	20
Bronzes	1500 (2000)	8.4	120	200	350	0.5	30-100	1120		85	19
Nickel	3200 (4200)	8.9	214	60	300	0.4	>100	1728	450	89	13
Monels	3000 (3900)	8.9	185	340	680	0.5	>100	1600	420	22	14
Superalloys	5000 (6500)	7.9	214	800	1300	0.2	>100	1550	450	11	12
Aluminium	910 (1180)	2.7	71	25-125	70-135	0.1-0.5	45	933	917	240	24
1000 Series	910 (1180)	2.7	71	28-165	70-180	0.1-0.45	45	915			24
0 Series	1100 (1430)	2.8	71	200-500	300-670	0.1-0.25	10-50	860		180	24
5000 Series	1000 (1310)	2.7	71	40-300	120-430	0.1-0.35	30-40	890		137	22
7000 Series	1100 (1430)	2.8	71	350-600	500-670	0.1-0.17	20-70	890		150	24
Casting alloys	1100 (1430)	2.7	71	65-350	130-400	0.01-0.15	5-30	860		140	20
Titanium	4630 (6020)	4.5	120	170	240	0.25		1940	530	22	9
Ti-6 Al-4 V	5780 (7510)	4.4	115	800-900	900-1000	0.1-0.2	50-80	1920	610	6	8
Zinc	330 (430)	7.1	105		120	0.4		693	390	120	31
Lead-tin solder	2000 (2600)	9.4	40					456			
Die-casting alloy	870 (1140)	6.7	105		280-330	0.07-0.15		650	420	110	27

APPENDIX 1: PROPERTIES OF CERAMICS

Ceramic	Cost (UK£ (US\$) tonne ⁻¹)	Density (Mg m ⁻³)	Young's modulus (GPa)	Compressive strength (MPa)	Modulus of rupture (MPa)	Weibull exponent <i>m</i>	Fracture toughness (MPa m ^{1/2})	Making (softening) temperature (K)	Specific heat (J kg ⁻¹ K ⁻¹)	Thermal conductivity (W m ⁻¹ K ⁻¹)	Thermal expansion coefficient (MK ⁻¹)	Thermal shock resistance (K)
<i>Glasses</i>												
Soda glass	700 (1000)	2.48	74	1000	50	Assume 10 in design	0.7	(1000)	990	1	8.5	84
Borosilicate glass	1000 (1400)	2.23	65	1200	55		0.8	(1100)	800	1	4.0	280
Pyrex, etc.	260-1000 (360-1400)	2.3-2.5	70	350	45		1.0	(1400)	800	1	3	220
<i>High-performance engineering ceramics</i>												
Diamond	4 × 10 ⁸ (6 × 10 ⁸)	3.52	1050	5000	—	—	—	—	510	70	1.2	1000
Alumina	Expensive at present.	3.9	380	3000	300-400	10	3-5	2323 (1470)	795	25.6	8.5	150
Silicon carbide	Potentially	3.2	410	2000	200-500	10	—	3110 —	1422	84	4.3	300
Silicon nitride	350-1000	3.2	310	1200	300-850	—	4	2173 —	627	17	3.2	500
Zirconia	(490-1400)	5.6	200	2000	200-500	10-21	4-12	2843 —	670	1.5	8	500
Sialons		3.2	300	2000	500-830	15	5	— —	710	20-25	3.2	510
<i>Cement, etc.</i>												
Cement	52 (73)	2.4-2.5	20-30	50	7	12	0.2	—	—	1.8	10-14	} <50
Concrete	26 (36)	2.4	30-50	50	7	12	0.2	—	—	2	10-14	
<i>Rocks and ice</i>												
Stone	Cost of mining and transport	2.7	63	30-80	20	—	0.9	—	—	—	8	} ~100
Granite		2.6	60-80	65-150	23	—	—	—	—	—	8	
Ice		0.92	9.1	6	1.7	—	0.12	273 (250)	—	—	—	

APPENDIX : MOMENTS OF COMMON SECTIONS

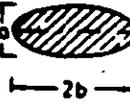
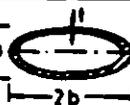
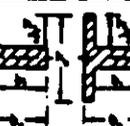
SECTION SHAPE	$A(m^2)$	$I(m^4)$	$K(m^4)$	$I/y_m(m^3)$	$L = \frac{I}{\bar{y}}(m^3)$
	πr^2	$\frac{\pi}{4} r^4$	$\frac{\pi}{2} r^4$	$\frac{\pi}{4} r^3$	$\frac{\pi}{2} r^3$
	b^2	$\frac{b^4}{12}$	$0.14b^4$	$\frac{b^3}{6}$	$0.21b^3$
	πab	$\frac{\pi}{4} ab^3$	$\frac{\pi a^3 b^3}{(a^2 \cdot b^2)}$	$\frac{\pi}{4} ab^2$	$\frac{\pi a^2 b}{2}$
	bh	$\frac{bh^3}{12}$	$\frac{bh^3}{3} (1 - 0.58 \frac{h}{b})$	$\frac{bh^2}{6}$	$\frac{b^2 h^2}{3b \cdot 1.8h}$
	$\frac{\sqrt{3}}{4} a^2$	$\frac{a^4}{32\sqrt{3}}$	$\frac{a^4 \sqrt{3}}{80}$	$\frac{a^3}{32}$	$\frac{a^3}{20}$
	$\pi(r_o^2 - r_i^2)$	$\frac{\pi}{4}(r_o^4 - r_i^4)$	$\frac{\pi}{2}(r_o^4 - r_i^4)$	$\frac{\pi}{4r_o}(r_o^4 - r_i^4)$	$\frac{\pi}{2r_o}(r_o^4 - r_i^4)$
	$4bt$	$\frac{2}{3} b^3 t$	$b^3 t (1 - \frac{1}{b})^4$	$\frac{4}{3} b^2 t$	$2b^2 t (1 - \frac{1}{b})^2$
	$2\pi(ab)^{1/2} t$	$\frac{\pi}{4} ab^3 t (\frac{1}{a} + \frac{3}{b})$	$\frac{4\pi t a^2 b^2}{(a \cdot b)}$	$\frac{\pi ab^2 t}{4} (\frac{1}{a} + \frac{3}{b})$	$2\pi t ab$
	$b(h_o - h_i)$	$\frac{b}{12}(h_o^3 - h_i^3)$	—	$\frac{b}{6h_o}(h_o^3 - h_i^3)$	—
	$h_o b_o - h_i b_i$	$\frac{1}{12}(b_o h_o^3 - b_i h_i^3)$	$\frac{2t b^2 h^2}{h \cdot b}$ I $= \frac{2}{3} b t^3$	$\frac{1}{6h_o}(b_o h_o^3 - b_i h_i^3)$	$= tab$ I $= \frac{2}{3} b t^2$
	$h t \cdot b_s$	$\frac{1}{12}(h^3 \cdot b_s^3)$	$\frac{1}{3}(b_s^2 \cdot h t^3)$ H $= \frac{2}{3} b t^3$	$\frac{1}{6h_o}(h^3 \cdot b_s^3)$	$= \frac{1}{3}(b_s^2 \cdot h t^3)$ H $= \frac{2}{3} b t^2$
	$\lambda (1 + \frac{\pi d^2}{2\lambda})$	$= \frac{\lambda d^2}{12}$	—	$= \frac{\lambda d}{6}$	—

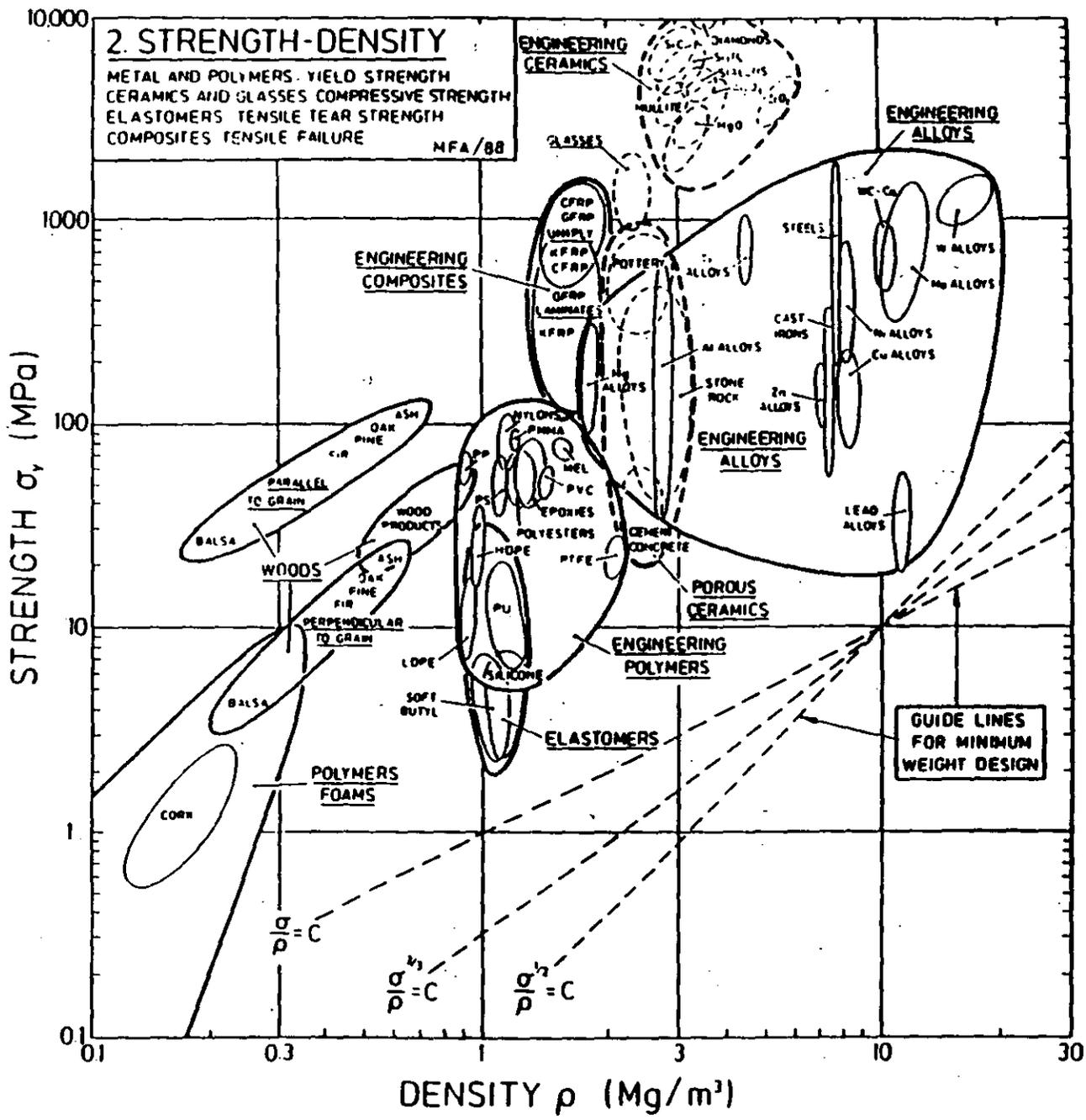
MODE OF LOADING		MINIMISE WEIGHT FOR GIVEN		
		STIFFNESS	DUCTILE STRENGTH	BRITTLE STRENGTH
<u>TIE</u> F, L SPECIFIED r FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma}{\rho}$	$\frac{\sigma_c}{\rho}$
<u>TORSION BAR</u> T, L SPECIFIED r FREE		$\frac{GJ}{\rho}$	$\frac{\tau}{\rho}$	$\frac{\tau_c}{\rho}$
<u>TORSION TUBE</u> T, L, r SPECIFIED t FREE		$\frac{GJ}{\rho}$	$\frac{\tau}{\rho}$	$\frac{\tau_c}{\rho}$
<u>BENDING OF RODS AND TUBES</u> F, L SPECIFIED r OR t FREE		$\frac{EI}{\rho}$	$\frac{\sigma}{\rho}$	$\frac{\sigma_c}{\rho}$
<u>BUCKLING OF SLENDER COLUMN OR TUBE</u> F, L SPECIFIED r OR t FREE		$\frac{EI}{\rho}$	1	1
<u>BENDING OF PLATE</u> F, L, w SPECIFIED t FREE		$\frac{EI}{\rho}$	$\frac{\sigma}{\rho}$	$\frac{\sigma_c}{\rho}$
<u>BUCKLING OF PLATE</u> F, L, w SPECIFIED t FREE		$\frac{EI}{\rho}$	1	1
<u>CYLINDER WITH INTERNAL PRESSURE</u> p, r SPECIFIED t FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma}{\rho}$	$\frac{\sigma_c}{\rho}$
<u>ROTATING CYLINDER</u> w, r SPECIFIED t FREE		$\frac{E}{\rho}$	$\frac{\sigma}{\rho}$	$\frac{\sigma_c}{\rho}$
<u>SPHERE WITH INTERNAL PRESSURE</u> p, r SPECIFIED t FREE		$\frac{E}{(1-\nu)\rho}$	$\frac{\sigma}{\rho}$	$\frac{\sigma_c}{\rho}$

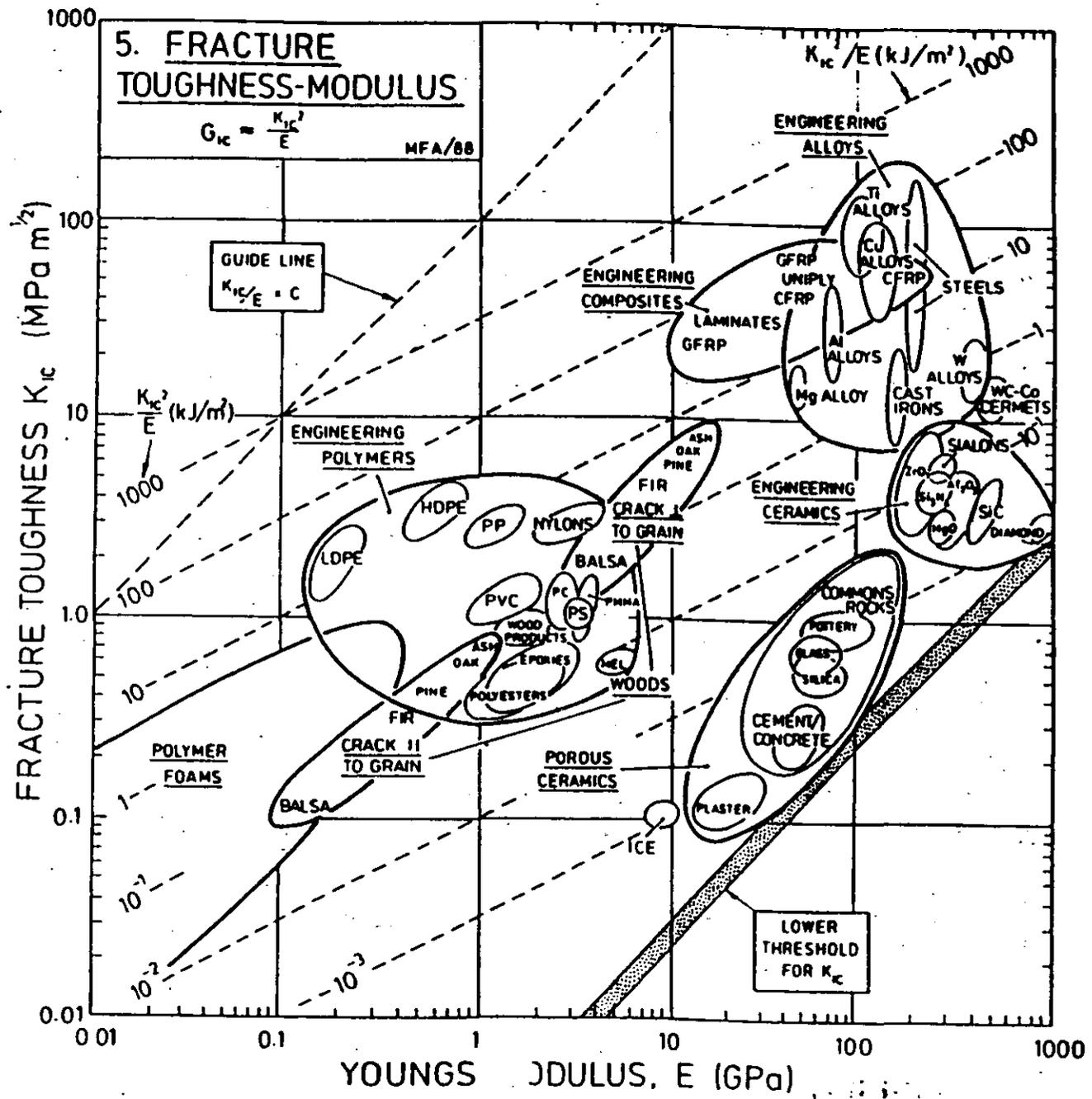
INDEX OF MATERIAL SELECTION CHARTS

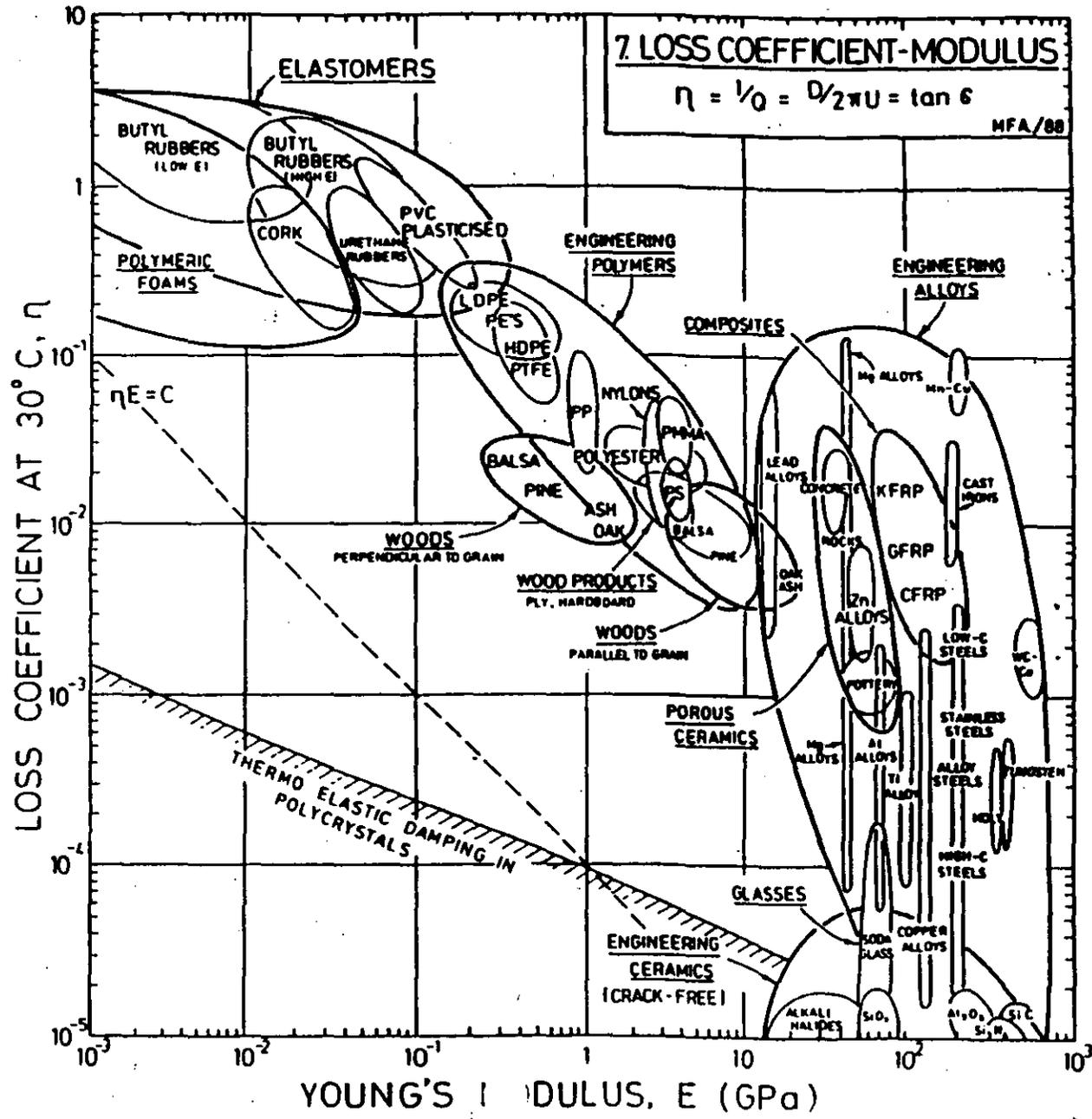
- CHART 1 YOUNGS MODULUS against DENSITY (showing specific stiffness, etc)
- CHART 2 STRENGTH against DENSITY (showing specific strength, etc)
- CHART 3 FRACTURE TOUGHNESS against DENSITY (showing specific toughness, etc)
- CHART 4 YOUNGS MODULUS AGAINST STRENGTH (showing max energy storage, etc)
- CHART 5 FRACTURE TOUGHNESS against MODULUS (showing toughness)
- CHART 6 FRACTURE TOUGHNESS against STRENGTH (showing yield-before break, etc)
- CHART 7 LOSS COEFFICIENT against YOUNGS MODULUS
- CHART 8 THERMAL CONDUCTIVITY against THERMAL DIFFUSIVITY (showing volumetric specific heat)
- CHART 9 THERMAL EXPANSION against YOUNGS MODULUS (showing thermal stress)
- CHART 10 NORMALISED STRENGTH against THERMAL EXPANSION (showing thermal shock resistance)
- CHART 11 STRENGTH against TEMPERATURE
- CHART 12 NORMALISED WEAR RATE against MAXIMUM BEARING PRESSURE
- CHART 13 YOUNGS MODULUS against RELATIVE COST
- CHART 14 STRENGTH against RELATIVE COST
- CHART 15 RELATIVE RESISTANCE TO ENVIRONMENTAL ATTACK

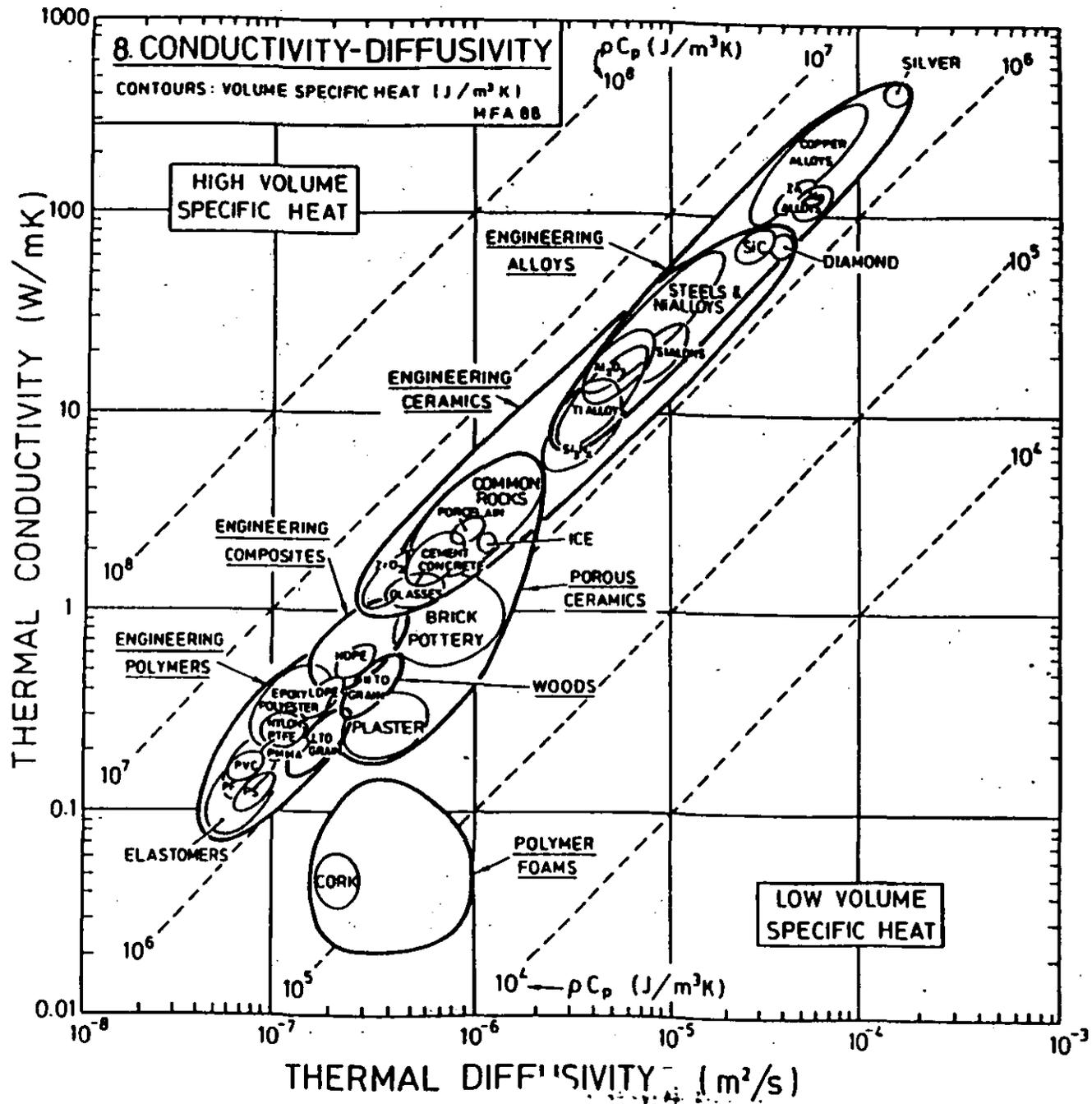
APPENDIX : SHAPE-FACTORS FOR COMMON SECTIONS

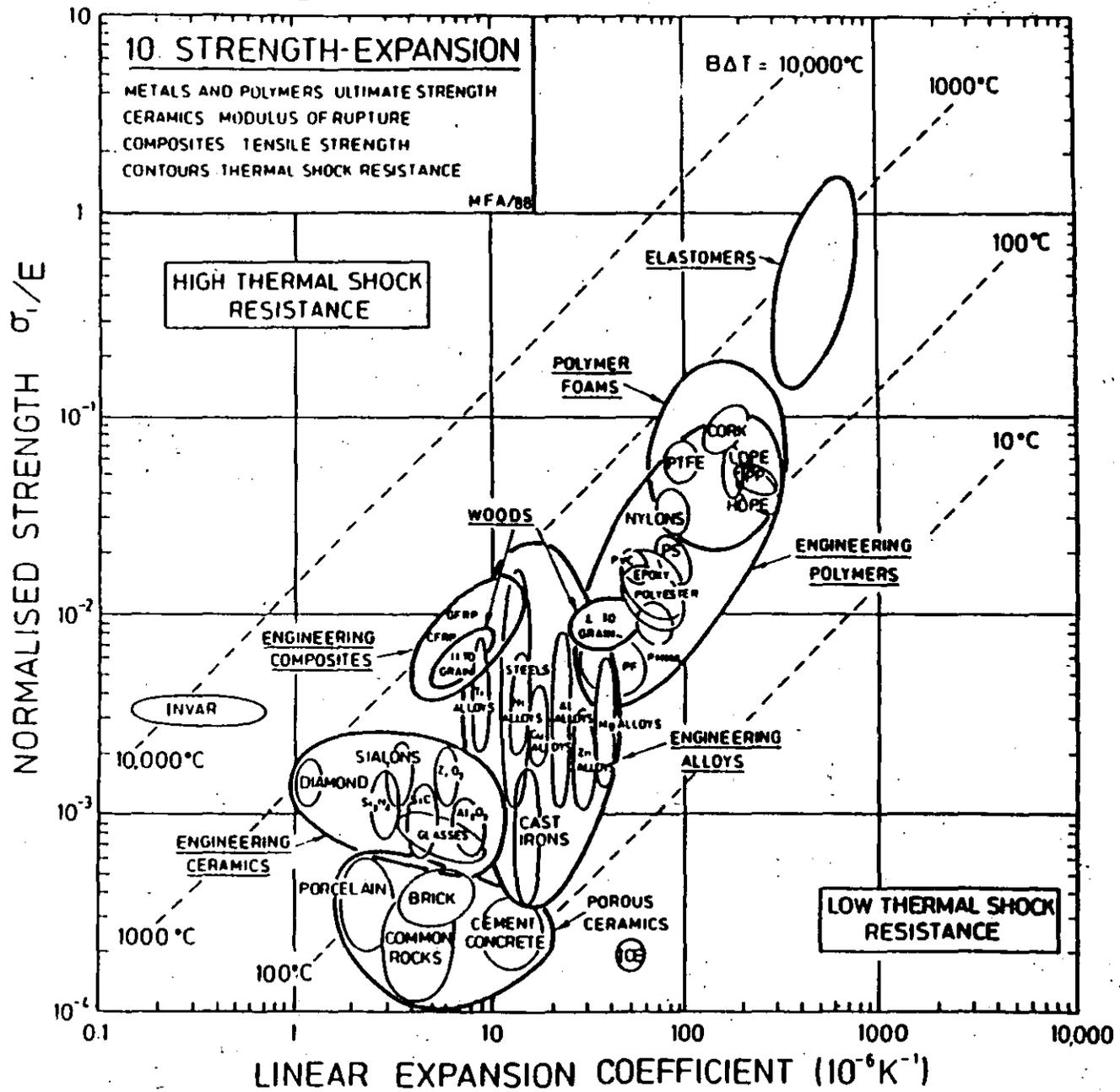
SECTION SHAPE	ELASTIC		ONSET OF PLASTIC	
	BENDING, BUCKLING $\phi_b = 4R^2/A^2$	TORSION $\phi_t = 2R^2/A^2$	BENDING $\phi_{pb} = 2R^2/\frac{1}{2}A^2$	TORSION $\phi_{pt} = 2R^2/\frac{1}{2}A^2$
	1	1	1	1
	1.05	0.88	1.18	0.74
	$\frac{a}{b}$	$\frac{2ab}{(a^2 + b^2)}$	$(\frac{a}{b})^{1/2}$	$(\frac{a}{b})^{1/2}$
	$1.05 \frac{h}{b}$	$2.1 \frac{h}{b} (1 - 0.58 \frac{b}{h})$	$1.18 (\frac{h}{b})^{1/2}$	$\frac{0.59}{(1 + 0.6 \frac{b}{h})} (\frac{h}{b})^{1/2}$
	1.21	0.73	0.78	0.62
	$\frac{r}{r_i}$	$\frac{r}{r_i}$	$(\frac{2r}{r_i})^{1/2}$	$(\frac{2r}{r_i})^{1/2}$
	$0.52 \frac{b}{b_i}$	$0.39 \frac{b}{b_i} (1 - \frac{b_i}{b})^2$	$1.18 (\frac{b}{b_i})^{1/2}$	$0.89 (\frac{b}{b_i})^{1/2} (1 - \frac{b_i}{b})^2$
	$\frac{1}{4} \frac{a}{b} (\frac{a}{b} + 3)$	$\frac{2ab}{(a+b)t}$	$0.35 \frac{(ab)^{1/2}}{t} (\frac{a}{b} + 3)$	$(\frac{2(ab)^{1/2}}{t})^{1/2}$
	$1.57 \frac{h^2}{bt}$	—	$2.51 \frac{h}{(bt)^{1/2}}$	—
	$0.52 \frac{h^2}{bt} (\frac{h}{b} + 3)$	$\frac{\pi h^2 b^2}{11(h+b)^2}$ □ $\frac{2}{3} \frac{bt}{h(1 + \frac{b}{h})^2}$	$0.84 \frac{h}{(bt)^{1/2}} (\frac{h}{b} + 3)$	—
	$1.05 \frac{th^3 bs^3}{(th + bs)^2}$	$\frac{2.09}{h} \frac{t}{(h+b)}$ I $\frac{2}{3} \frac{bt}{h(1 + \frac{b}{h})^2}$	$\frac{2.09}{h} \frac{th^3 bs^3}{(th + bs)^2}$	—
	$1.05 \frac{d^2}{t\lambda}$	—	$1.18 \frac{d}{(t\lambda)^{1/2}}$	—

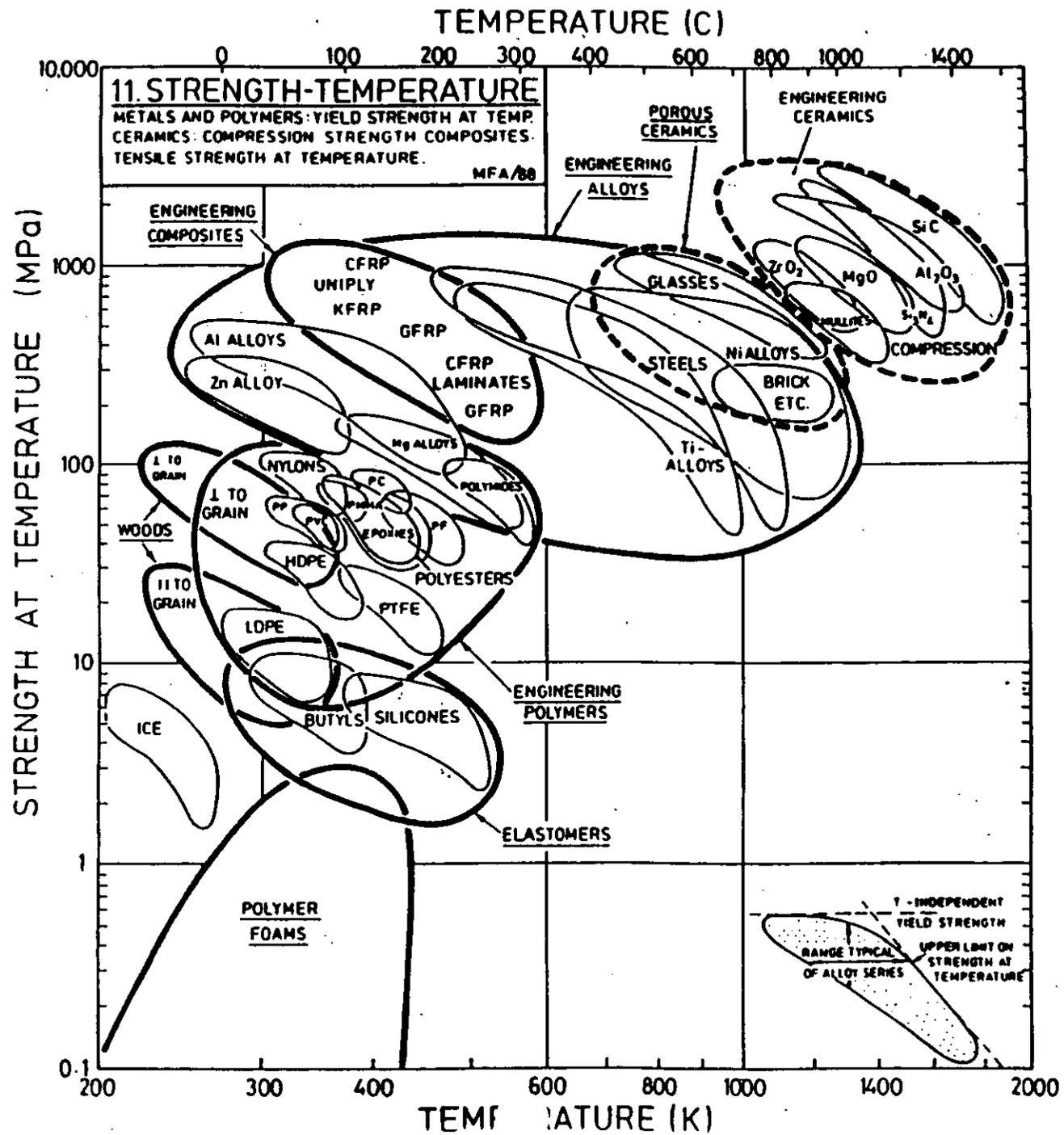


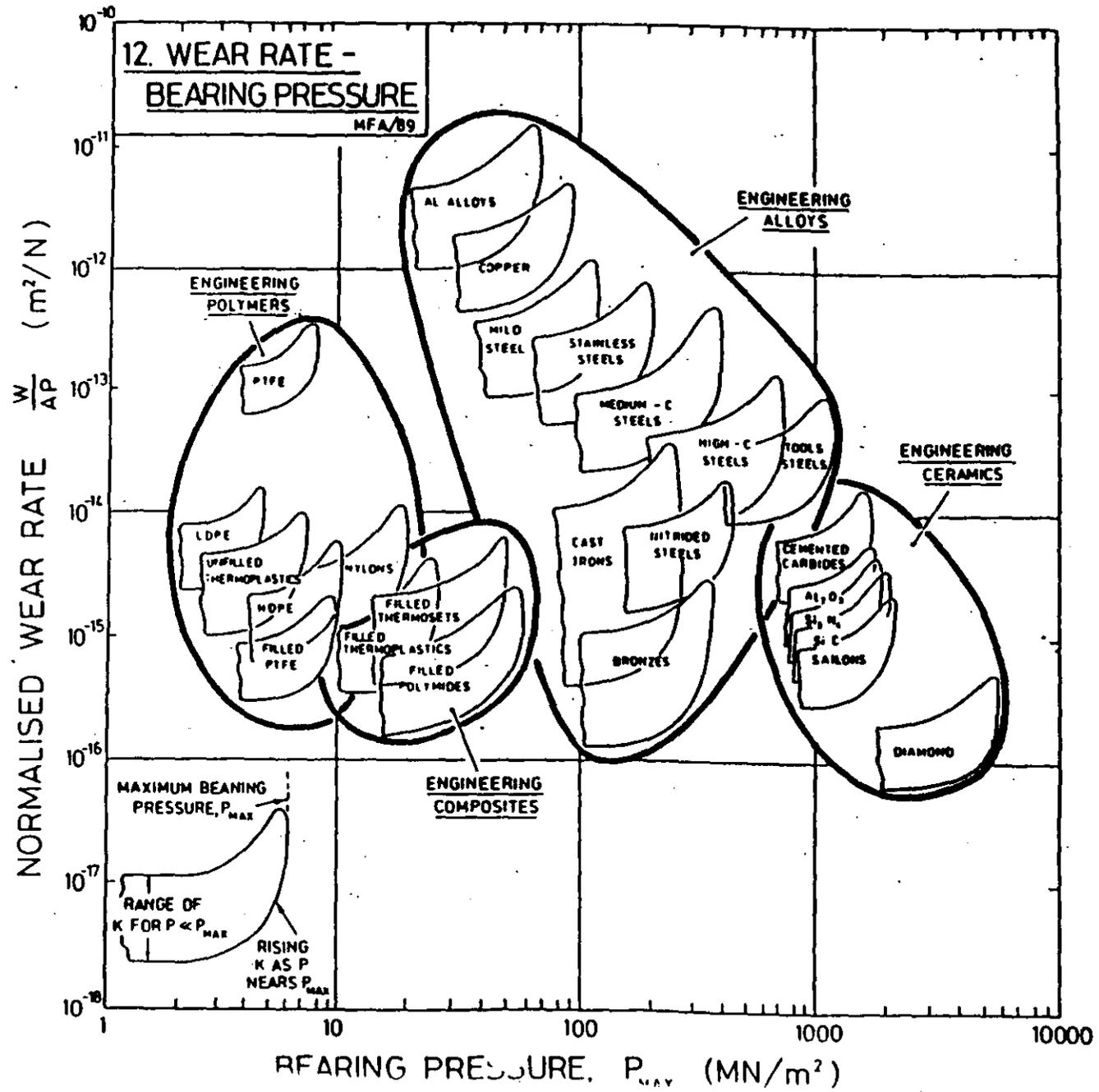


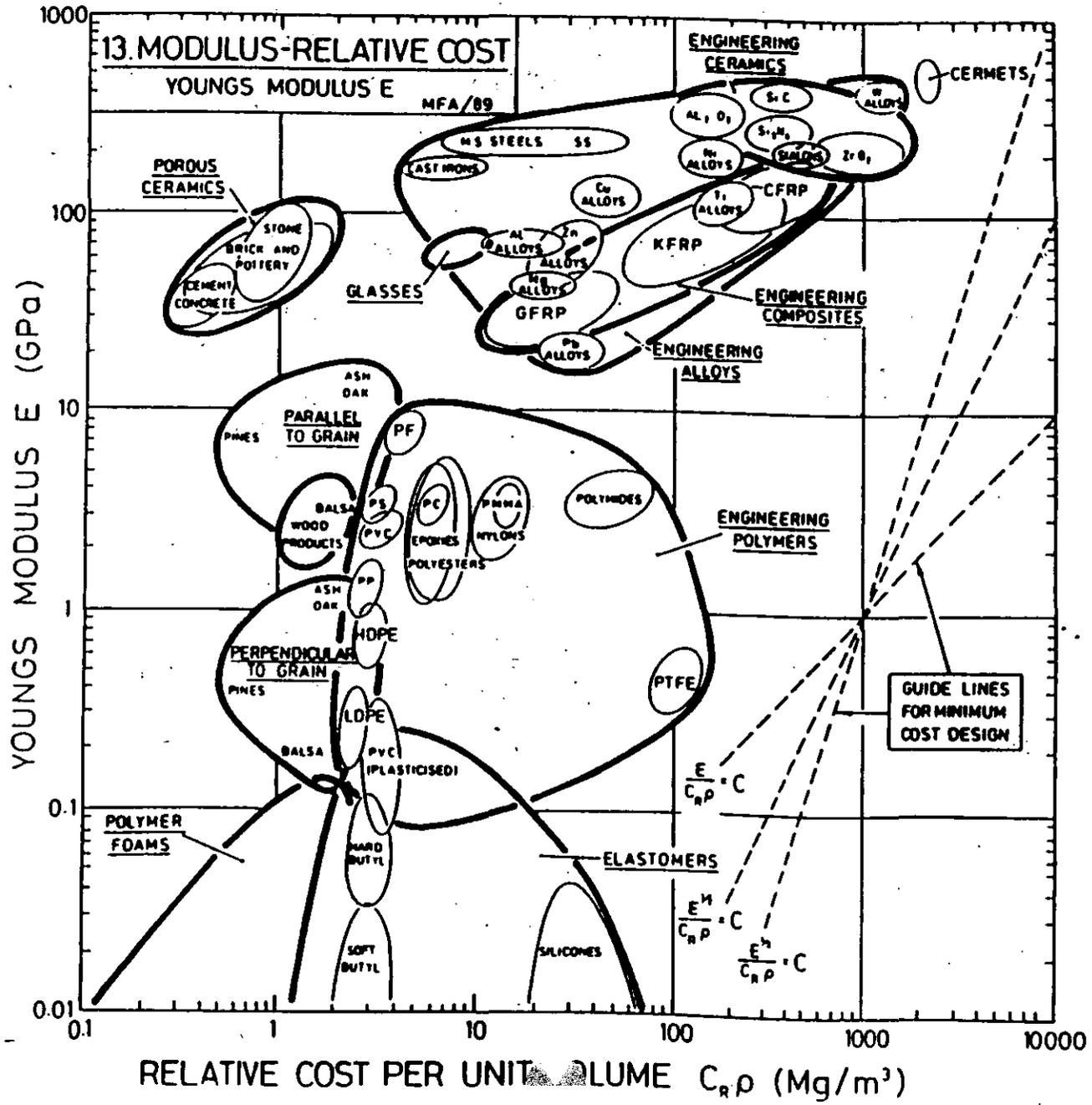












15 ENVIRONMENT
MFA/87

SALT WATER

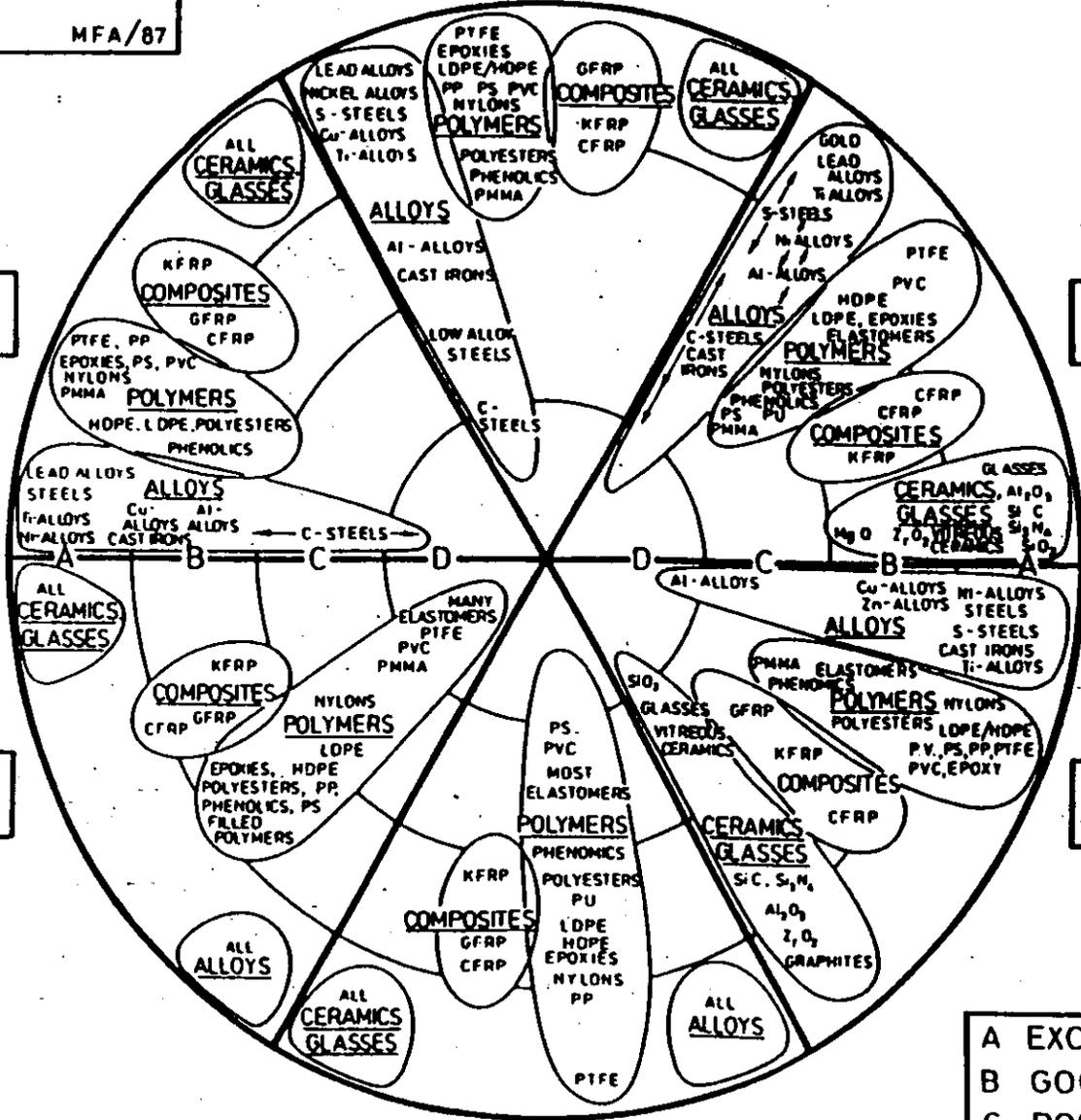
AERATED WATER

STRONG ACIDS

U-V RADIATION

STRONG ALKALIS

ORGANIC SOLVENTS



A EXCELLENT
B GOOD
C POOR
D BAD



**FACULTAD DE INGENIERIA U.N.A.M.
DIVISION DE EDUCACION CONTINUA**

CURSOS ABIERTOS

TECNICAS MODERNAS DE DISEÑO MECANICO

INTRODUCCION AL METODO DEL ELEMENTO FINITO

EXPOSITORES: ING. MIGUEL ANGEL CRUZ MORALES
ING. ALVARO AYALA RUIZ

INTRODUCCION AL METODO DEL

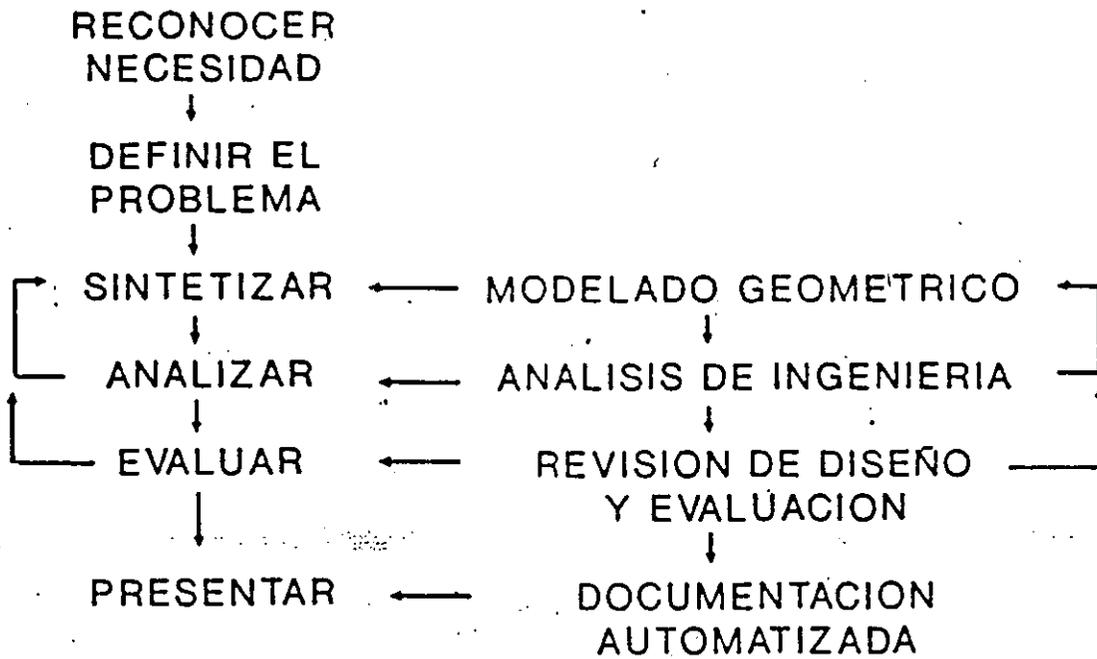
ELEMENTO FINITO

Miguel Angel Cruz Morales
Alvaro Ayala Ruiz

TEMARIO

- 1.- INTRODUCCION**
- 2.- FUNDAMENTOS DEL FEM**
- 3.- CASOS PRACTICOS**
- 4.- REGLAS DE MODELACION**
- 5.- CASOS DE ESTUDIO**

PROCESO DE DISEÑO



**INGENIERIA ASISTIDA POR COMPUTADORA
COMPUTER AIDED ENGINEERING**

1. INCREMENTA LA PRODUCTIVIDAD EN INGENIERIA.
2. FACILITA EL ANALISIS DE FUNCIONALIDAD, REDUCIENDO ASI LA ELABORACION DE PROTOTIPOS Y PRUEBAS FISICAS.
3. APLICACIONES DE ANALISIS:

ESTATICO Y DINAMICO

FLUJO DE FLUIDOS

TERMICO

FATIGA

FORJA

CINEMATICA Y DINAMICA DE MECANISMOS

FLUJO Y ENFRIAMIENTO EN MOLDES POR INYECCION

ELECTROMAGNETISMO

METODO DEL ELEMENTO FINITO

ES UNA TECNICA DE INTERPOLACION PARA CONSTRUIR UNA BASE DE DIMENSION FINITA DE UN ESPACIO DE DIMENCION INFINITA.

LOS ELEMENTOS DE LA BASE FINITA SON LLAMADAS LAS FUNCIONES BASE DE LA INTERPOLACION.

ETAPAS PARA RESOLVER UN PROBLEMA FISICO

ESTABLECER MODELOS FISICOS.

SE ESTABLECEN DE LA MECANICA DEL MEDIO CONTINUO.

MODELACION MATEMATICA.

SE ESTABLECE EL PROBLEMA VARIACIONAL.

INTERPOLACION.

APLICACION DEL METODO DEL ELEMENTO FINITO.

SISTEMAS DISCRETOS.

INFORMATICA.

Al invertir la matriz anterior tenemos:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda + 2G & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda + 2G & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & \lambda & \lambda + 2G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (27)$$

en la cual λ es el conocido coeficiente de Lamé, y está dado por:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \quad (28)$$

Combinando las ecs. (5)-(8), (16)-(18) y (27) se obtiene un conjunto de ecuaciones de equilibrio del tipo [18]:

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta u + f_x = 0 \quad (29)$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta u + f_y = 0 \quad (30)$$

$$(\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \mu \Delta u + f_z = 0 \quad (31)$$

donde:

$$\mu = \frac{E}{2(1 - \nu)} \quad (32)$$

Con el cual es posible obtener los desplazamientos, y de estos desplazamientos, las deformaciones y finalmente los esfuerzos.

Salvo en casos especiales donde la geometría del problema es simple, estas ecuaciones pueden resolverse en forma analítica, por lo que se recurre a otros métodos de solución cuando se tienen geometrías complejas. Por un lado, tenemos métodos experimentales y, por otro, métodos numéricos de solución.

Los métodos experimentales se basan en mediciones directas sobre modelos de las piezas o sobre las mismas piezas en proceso de análisis, obteniéndose resultados gráficos, visuales o medidas directas de los desplazamientos en la pieza o en el modelo. Estos resultados se traducen en los valores reales de esfuerzo o de deformación [19]. Dentro de los métodos más conocidos se tiene el

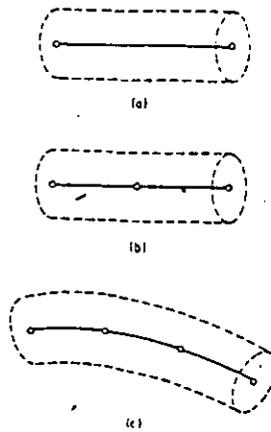


Fig. 5. Elementos finitos unidimensionales.

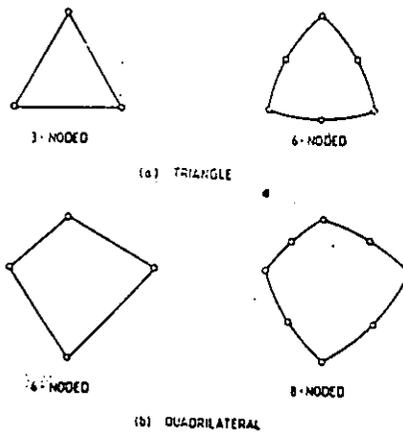


Fig. 6 Elementos finitos bidimensionales.

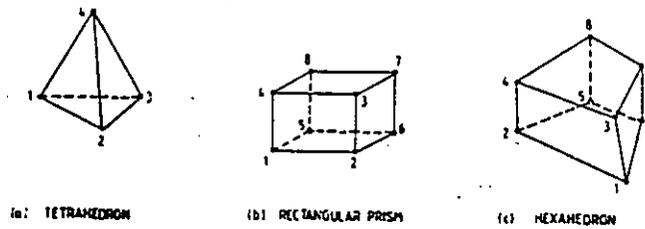


Fig. 7 Elementos finitos tridimensionales.

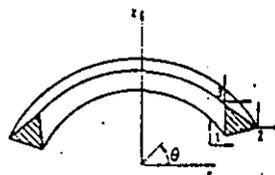
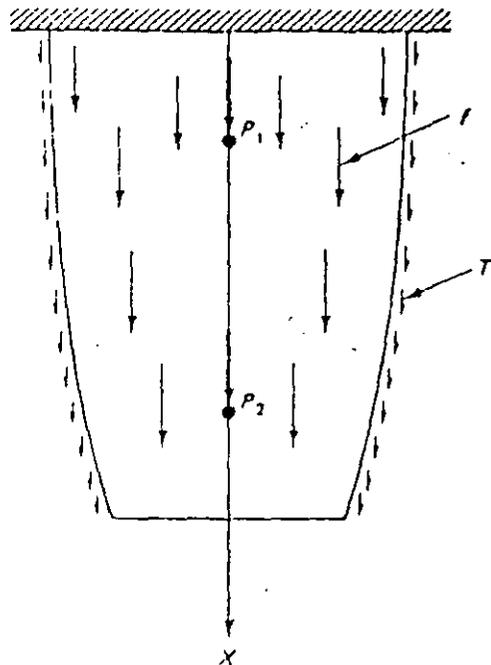


Fig. 8. Elemento axisimetrico.

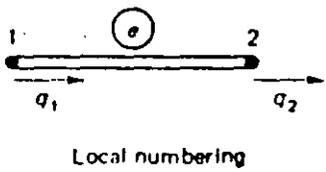
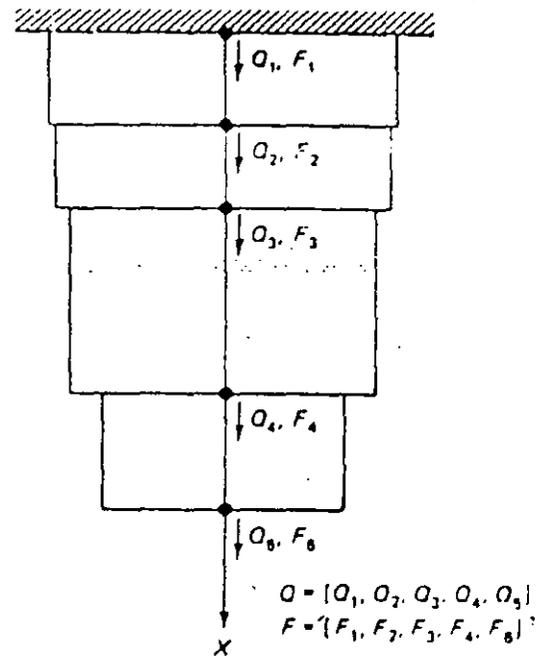
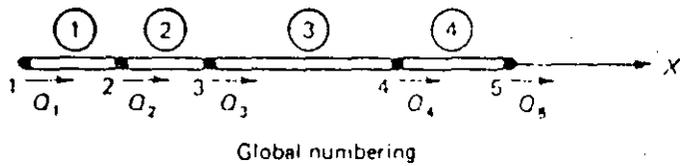
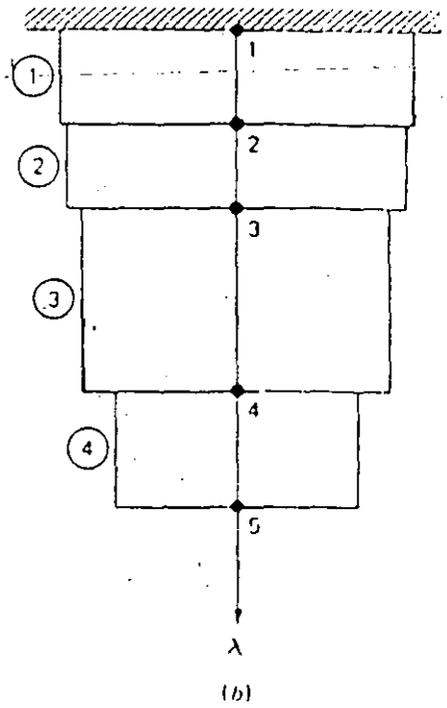
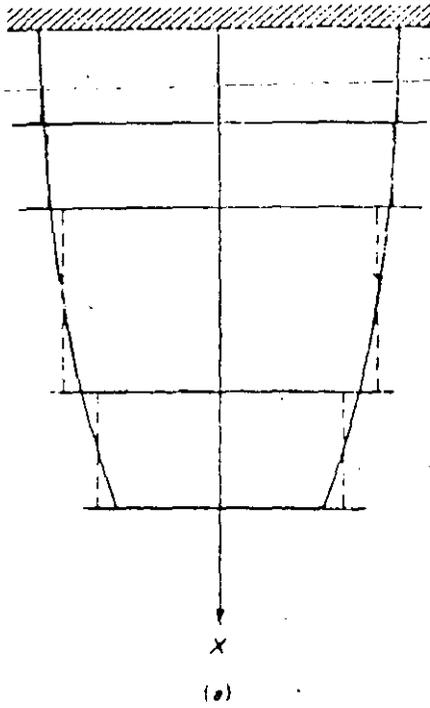


$$u = u(x) \quad \sigma = \sigma(x) \quad \epsilon = \epsilon(x)$$

$$T = T(x) \quad f = f(x)$$

$$\sigma = E\epsilon \quad \epsilon = \frac{du}{dx}$$

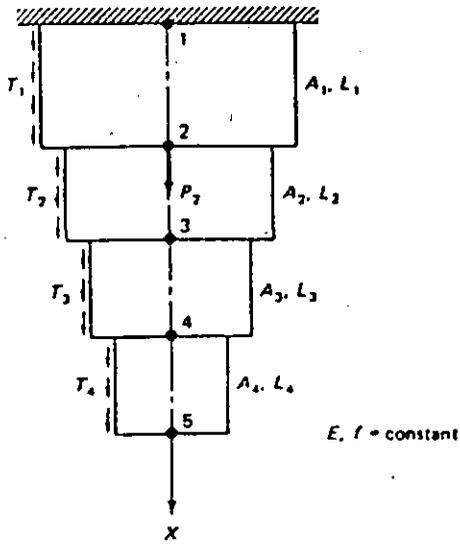
$$dV = A dx$$



Elements	Nodes	
e	1	2
1	1	2
2	2	3
3	3	4
4	4	5

Local numbers (points to nodes 1 and 2)
Global numbers (bracketed around nodes 1-5)

Por lo tanto para nuestro modelo tenemos:



$$\mathbf{K} = \frac{EA_1}{\ell_1} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA_2}{\ell_2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 + \frac{EA_3}{\ell_3} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{EA_4}{\ell_4} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = E \begin{bmatrix} \frac{A_1}{\ell_1} & -\frac{A_1}{\ell_1} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{A_1}{\ell_1} & \left(\frac{A_1}{\ell_1} + \frac{A_2}{\ell_2}\right) & -\frac{A_2}{\ell_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{A_2}{\ell_2} & \left(\frac{A_2}{\ell_2} + \frac{A_3}{\ell_3}\right) & -\frac{A_3}{\ell_3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{A_3}{\ell_3} & \left(\frac{A_3}{\ell_3} + \frac{A_4}{\ell_4}\right) & -\frac{A_4}{\ell_4} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{A_4}{\ell_4} & \frac{A_4}{\ell_4} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \frac{A_1 \ell_1 f}{2} + \frac{\ell_1 T_1}{2} \\ \left(\frac{A_1 \ell_1 f}{2} + \frac{\ell_1 T_1}{2}\right) + \left(\frac{A_2 \ell_2 f}{2} + \frac{\ell_2 T_2}{2}\right) \\ \left(\frac{A_2 \ell_2 f}{2} + \frac{\ell_2 T_2}{2}\right) + \left(\frac{A_3 \ell_3 f}{2} + \frac{\ell_3 T_3}{2}\right) \\ \left(\frac{A_3 \ell_3 f}{2} + \frac{\ell_3 T_3}{2}\right) + \left(\frac{A_4 \ell_4 f}{2} + \frac{\ell_4 T_4}{2}\right) \\ \frac{A_4 \ell_4 f}{2} + \frac{\ell_4 T_4}{2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ P_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$N_1(\xi) = \frac{1 - \xi}{2}$$

$$N_2(\xi) = \frac{1 + \xi}{2}$$

$$u = N_1 q_1 + N_2 q_2$$

$$u = Nq$$

$$N = [N_1, N_2] \quad \text{and} \quad q = [q_1, q_2]^T$$

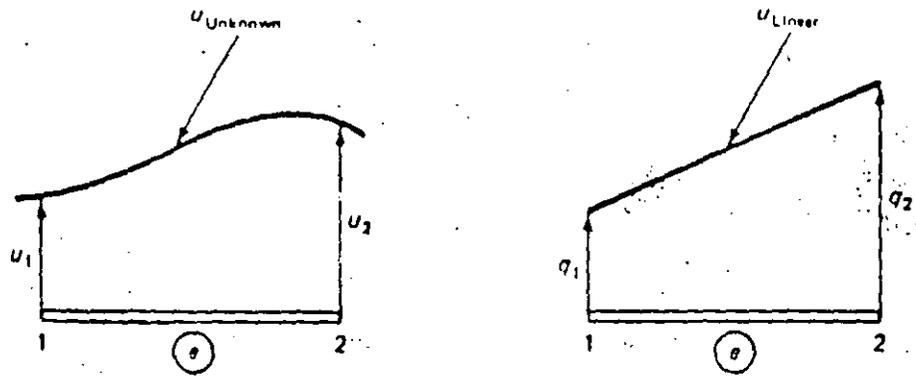
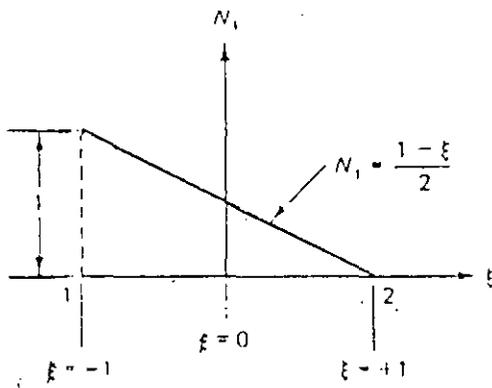
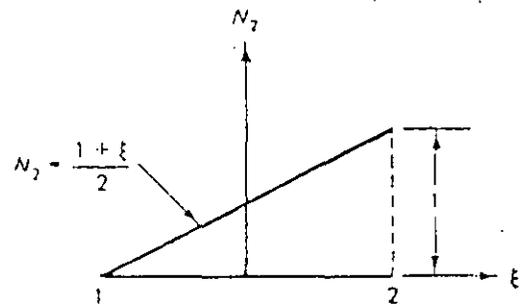


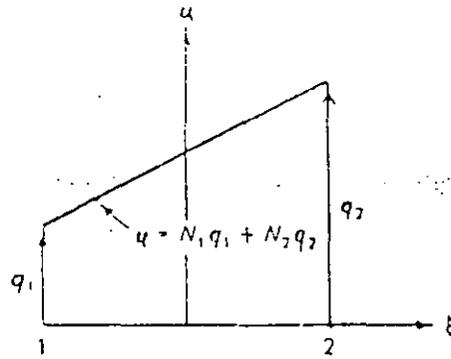
Figure 3.6 Linear interpolation of the displacement field within an element.



(a)



(b)



(c)

1. METODOLOGIA DE MODELADO PARA UN CUERPO.

1.1 Reglas generales de discretización.

- En la discretización de un modelo en elementos finitos, se decide el número, la forma, tamaño y configuración de los elementos.

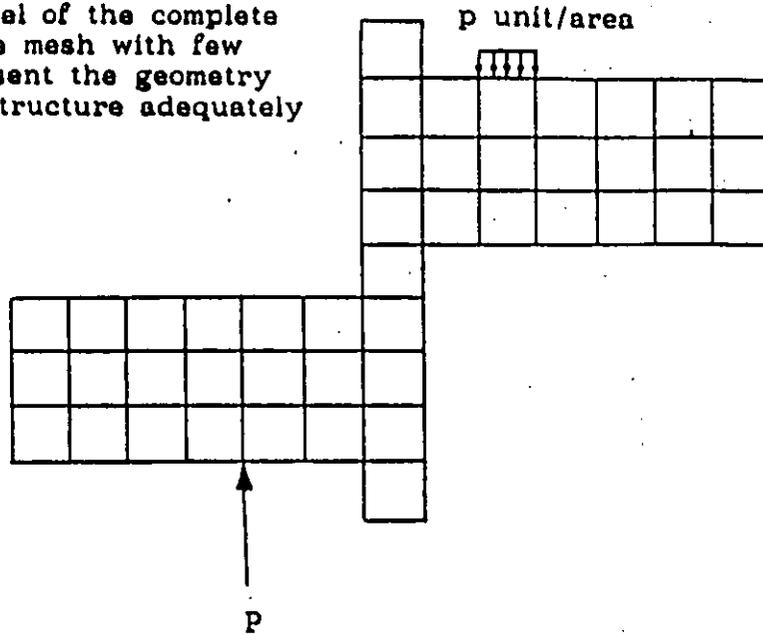
- Las localizaciones de los nodos o las líneas y planos de subdivisión más naturales son los lugares donde ocurren cambios abruptos ya sea de geometría, carga, o variaciones de las propiedades del material.

- Se procura generar un mallado fino; especialmente la concentración de elementos debe encontrarse donde haya mayor actividad.

- El concepto de submodelo puede ser aplicado a un modelo con mallado burdo para predecir los esfuerzos en las mallas de mayor interés.

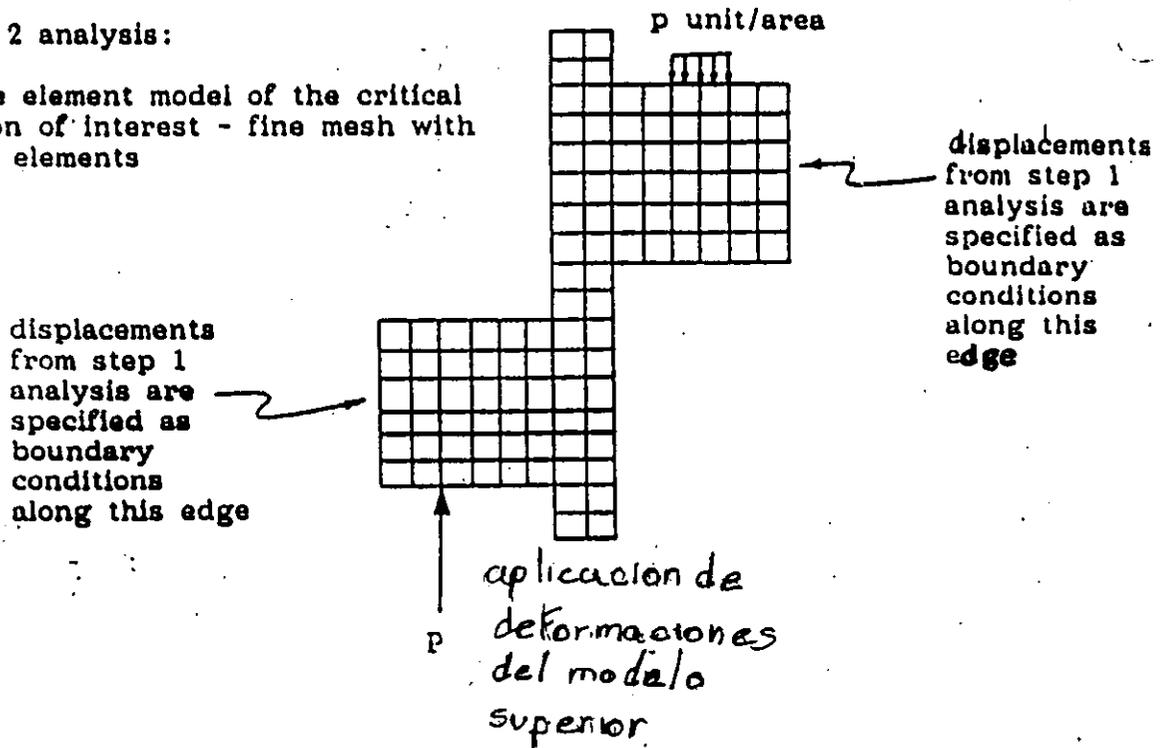
step 1 analysis:

finite element model of the complete structure - coarse mesh with few elements to represent the geometry and stiffness of structure adequately



step 2 analysis:

finite element model of the critical region of interest - fine mesh with more elements



1.2 Revisión de la convergencia del método en función de la calidad del modelo.

Para asegurar la convergencia en un modelo, se necesita que:

1. El modelo debe ser continuo y los desplazamientos deben ser compatibles en magnitud entre elementos adyacentes.

2. El modelo debe incluir desplazamientos de cuerpo rígido compatibles.

3. Deben existir en el modelo estados de deformación constante.

2. ESQUEMAS DE COMPORTAMIENTO PARA ELEMENTOS ESPECIFICOS.

- 2.1 Elemento viga.
- 2.2 Elemento placa general.
- 2.3 Elemento placa gruesa.
- 2.4 Elemento sólido
- 2.5 Uso combinado de elementos.
- 2.6 El problema de acoplar elementos isoparamétricos con elemento viga.

Enseguida se presentan las matrices de rigidez de:
 (a) la viga de la fig 2.2, (b) viga con alma delgada (tipo I), (c) viga sandwich.

a)

$$K = EI \begin{bmatrix} v_1 & \theta_1 & v_2 & \theta_2 \\ \frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} & -\frac{12}{L^3} & -\frac{6}{L^2} \\ -\frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} & \frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} \\ -\frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} & \frac{12}{L^3} & \frac{6}{L^2} \\ -\frac{6}{L^2} & \frac{2}{L} & \frac{6}{L^2} & \frac{4}{L} \end{bmatrix}$$

b)

$$K = E \begin{bmatrix} w_1 & \theta_{w1} & \theta_1 & \theta_{t1} & w_2 & \theta_{w2} & \theta_2 & \theta_{t2} \\ \frac{12I_y}{L^3} & & & & & & & \text{SYM.} \\ -\frac{6I_y}{L^2} & \frac{4I_y}{L} & & & & & & \\ 0 & 0 & \frac{12I_x}{L^3} & & & & & \\ 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} & \frac{4I_x}{L} & & & & \\ -\frac{12I_y}{L^3} & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12I_y}{L^3} & & & \\ -\frac{6I_y}{L^2} & \frac{2I_y}{L} & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & \frac{4I_y}{L} & & \\ 0 & 0 & -\frac{12I_x}{L^3} & -\frac{6I_x}{L^2} & 0 & 0 & \frac{12I_x}{L^3} & \\ 0 & 0 & \frac{6I_x}{L^2} & \frac{2I_x}{L} & 0 & 0 & -\frac{6I_x}{L^2} & \frac{4I_x}{L} \end{bmatrix}$$

c)

$$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ X_2 \\ Y_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{AE}{L} & 0 & -\frac{AE}{L} & 0 \\ 0 & \frac{GA_w}{L} & 0 & -\frac{GA_w}{L} \\ -\frac{AE}{L} & 0 & \frac{AE}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{GA_w}{L} & 0 & \frac{GA_w}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \end{Bmatrix}$$

= Ku

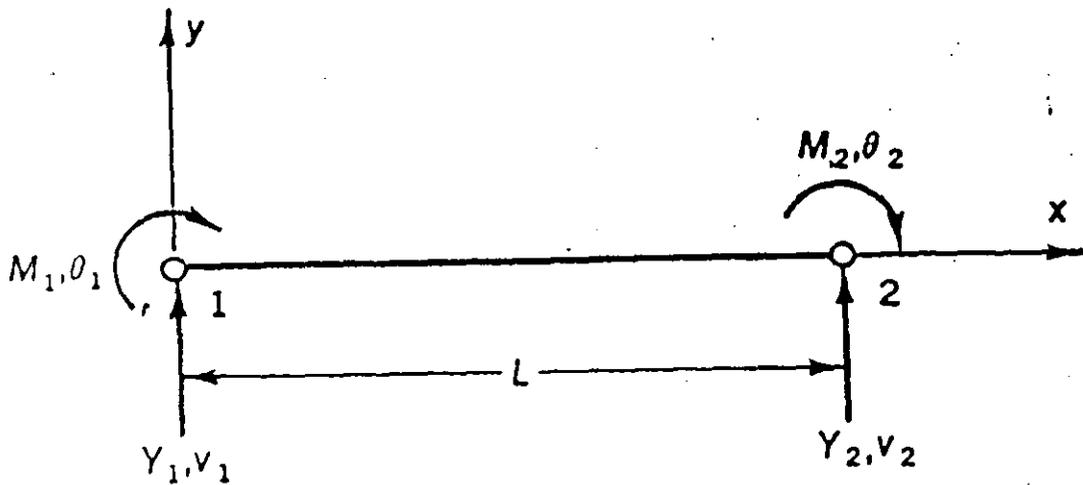


Fig. 2.2 Viga

Los elementos viga del método del elemento finito están desarrollados conforme a la teoría de vigas, conduciendo a una solución exacta.

La viga es un elemento *2^a geométrica es lineal* no isoparamétrico, ya que a pesar de ser lineal la solución exacta se obtiene hasta la 2^a derivada. *por el cálculo es exacto.*

La unión de elementos viga con elementos placa requieren de algunos cuidados especiales (sección 2.6).

2.2 Elemento placa general.

En la fig. 2.3 se representa una placa general cuya característica principal se refiere a que el espesor del elemento es pequeño comparado contra las otras dos dimensiones.

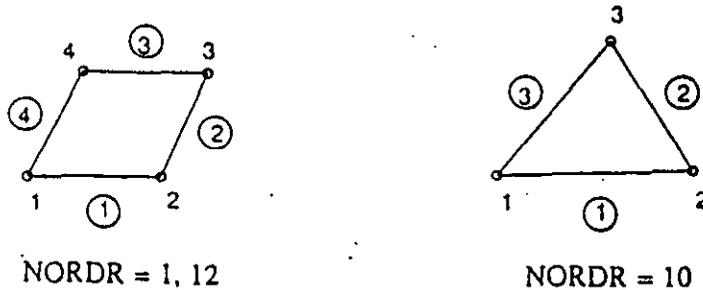


Fig. 2.3 Placa general

Los **elementos** placa en NISA incluyen elementos de esfuerzo plano (NKTP=1), elementos de deformación plana (NKTP=2), y elementos placa axisimétrica (NKTP=3). Estos elementos incluyen capacidades de análisis estático, dinámico y análisis no lineal.

Dependiendo del orden, éstos elementos pueden estar formados por 4 a 12 nodos en un cuadrilátero, 3 o 6 nodos en un triángulo. La geometría y sistema de coordenadas **del** elemento se muestran en la fig. 2.4.

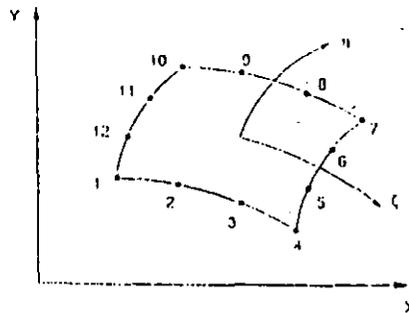
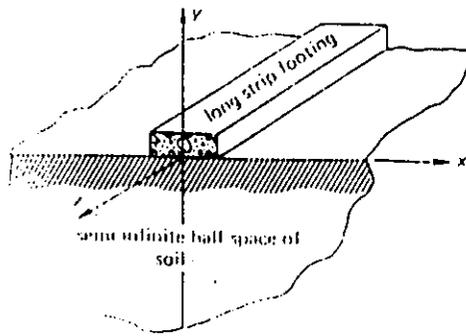
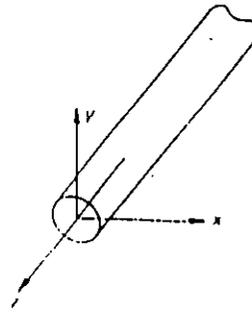


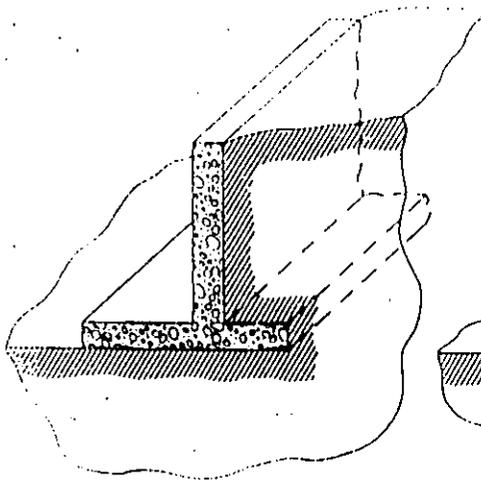
Fig. 2.4



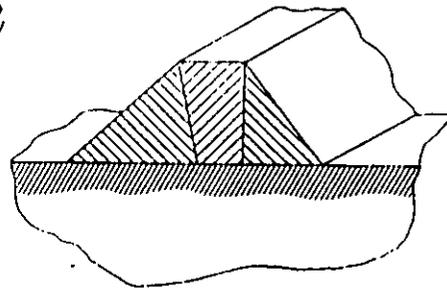
(a) Strip footing



(b) Long cylinder



(c) Retaining wall



(d) Earth dam

Figure 3-1 Examples of practical plane strain problems.

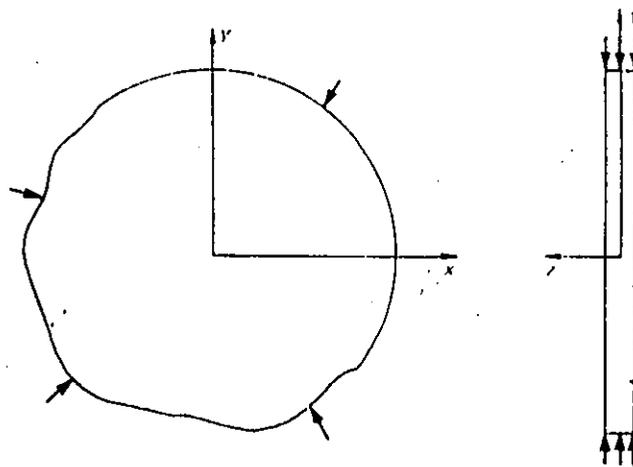


Figure 3-2 Plane stress: thin plate with in-plane loading.

2.3 Elemento placa gruesa.

En la fig. 2.5 se presenta el elemento placa gruesa (NKTP=5). Este es un elemento tridimensional que considera al espesor en las funciones de interpolación.



Fig. 2.5 Placa gruesa.

La interpolación siempre es lineal en el sentido del espesor de la placa.

Las capacidades de análisis incluyen estático y dinámico.

En análisis estático, la carga puede considerarse como presión superficial, presión hidrostática, fuerzas de inercia, etc.

Es necesario que las propiedades del material sean lineales, por lo que con este elemento no se pueden realizar análisis no lineales.

2.4 Elemento sólido

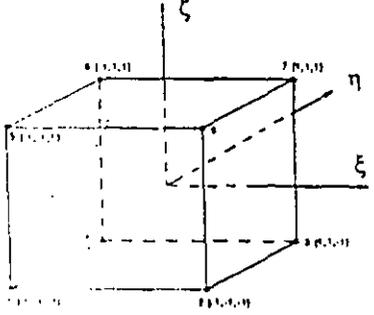
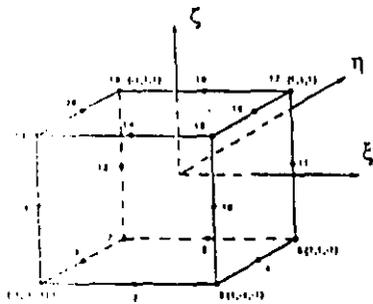
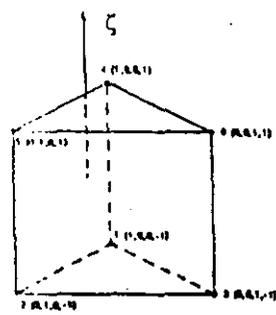
Los elementos sólidos están formados por cuerpos tridimensionales.

Los elementos tienen 3 grados de libertad por nodo, y **son** apropiados para modelar estructuras sólidas tridimensionales con cargas generales.

Los elementos pueden ser formados dependiendo del número de orden como: un elemento hexaedro con 8 o 20 nodos , un elemento cuña con 6 o 15 nodos, o un elemento tetraedro con 4 o 10 nodos.

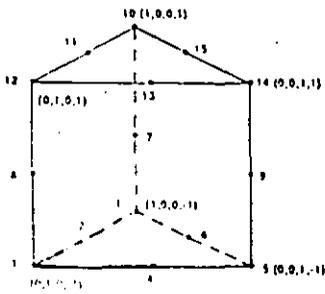
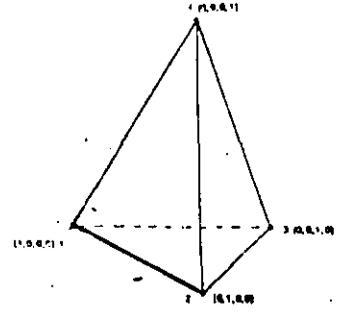
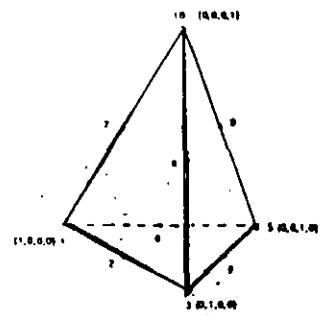
En la tabla 2.3 se presentan las funciones de forma de elementos tridimensionales, para un sistema de coordenadas y desplazamientos dados.

Tabla 2.3

ELEMENT SHAPE/NODR	SHAPE FUNCTIONS *
 <p>8 node brick NODR = 1, 12</p>	$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi_0) (1 + \eta_0) (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, 8$ $d(\xi, \eta, \zeta) = \frac{dx dy dz}{d\xi d\eta d\zeta}$
 <p>20 node brick NODR = 2</p>	$N_i = \frac{1}{8} (1 + \xi_0) (1 + \eta_0) (1 + \zeta_0) (\xi_0 + \eta_0 + \zeta_0 - 2) \quad ; \quad i = 1, 3, 5, 7, 13, 15, 17, 19$ $N_i = \frac{1}{4} (1 - \xi^2) (1 + \eta_0) (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 2, 6, 14, 18$ $N_i = \frac{1}{4} (1 - \eta^2) (1 + \xi_0) (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 4, 8, 16, 20$ $N_i = \frac{1}{4} (1 - \zeta^2) (1 + \xi_0) (1 + \eta_0) \quad ; \quad i = 9, 10, 11, 12$
 <p>6 node wedge NODR = 10</p>	$N_i = \frac{1}{2} L_1 (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 1, 4$ $N_i = \frac{1}{2} L_2 (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 2, 5$ $N_i = \frac{1}{2} L_3 (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 3, 6$

* $\xi_0 = \xi \xi_i, \eta_0 = \eta \eta_i, \zeta_0 = \zeta \zeta_i$

Tabla 2.3 cont.

ELEMENT SHAPE/NORDR	SHAPE FUNCTIONS ⁺
 <p>15 node wedge NORDR = 11</p>	$N_i = \frac{1}{2} L_1 (2L_1 - 1) (1 + \zeta_0) - \frac{1}{2} L_1 (1 - \zeta^2) \quad ; \quad i = 1, 10$ $N_i = \frac{1}{2} L_2 (2L_2 - 1) (1 + \zeta_0) - \frac{1}{2} L_2 (1 - \zeta^2) \quad ; \quad i = 3, 12$ $N_i = \frac{1}{2} L_3 (2L_3 - 1) (1 + \zeta_0) - \frac{1}{2} L_3 (1 - \zeta^2) \quad ; \quad i = 5, 14$ $N_i = 2L_1 L_2 (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 2, 11$ $N_i = 2L_2 L_3 (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 4, 13$ $N_i = 2L_3 L_1 (1 + \zeta_0) \quad ; \quad i = 6, 15$ $N_7 = L_1 (1 - \zeta^2)$ $N_8 = L_2 (1 - \zeta^2)$ $N_9 = L_3 (1 - \zeta^2)$
 <p>4 node tetrahedron NORDR = 20</p>	$N_1 = L_1$ $N_2 = L_2$ $N_3 = L_3$ $N_4 = L_4$
 <p>10 node tetrahedron NORDR = 21</p>	$N_1 = L_1 (2L_1 - 1) \quad ; \quad N_2 = 4L_1 L_2$ $N_3 = L_2 (2L_2 - 1) \quad ; \quad N_4 = 4L_2 L_3$ $N_5 = L_3 (2L_3 - 1) \quad ; \quad N_6 = 4L_3 L_1$ $N_7 = 4L_1 L_4 \quad ; \quad N_8 = 4L_2 L_4$ $N_9 = 4L_3 L_4 \quad ; \quad N_{10} = L_4 (2L_4 - 1)$

⁺ $\xi_0 = \xi \xi_i, \eta_0 = \eta \eta_i, \zeta_0 = \zeta \zeta_i$

2.5 Uso combinado de elementos.

Para combinar elementos debe existir compatibilidad en sus interfases.

Para el caso bidimensional, se tienen interfases entre elementos adyacentes de tipo líneas nodales.

Para el caso tridimensional las interfases incluyen planos nodales.

Para que haya compatibilidad se deben cumplir las siguientes condiciones:

1. Debe usarse el mismo modelo de desplazamientos en ambos elementos.
2. Los desplazamientos en las interfases de los elementos son función únicamente de los desplazamientos de los nodos que definen a dicha interfase.
3. Los grados de libertad de un elemento no deben ser interferidos por los de otro adyacente. En caso contrario, se deben agregar elementos ^{elemento} GAP o condiciones de acoplamiento cinemático. _{de contacto}

En la fig 2.6 se presentan tres casos de compatibilidad en las interfases de los elementos (a) bidimensional, (b) tridimensional, con modelo de desplazamiento lineal y (c) tridimensional con modelos de desplazamientos cuadráticos.

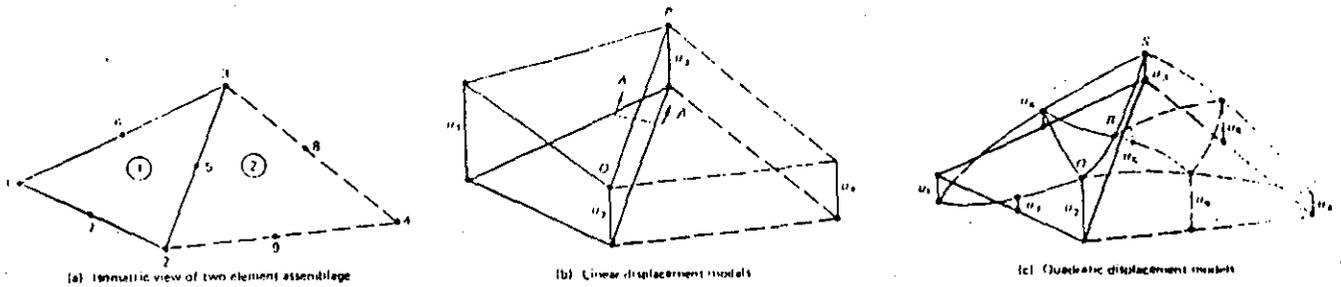


Fig. 2.6

Consideraciones para combinar elementos:

a) **No se** pueden combinar entre sí elementos bidimensionales de esfuerzo plano, deformación plana, o axisimétrico. Tampoco elementos bidimensionales con tridimensionales.

b) Cuando ocurre la transición de mallado fino a burdo evite que un nodo intermedio secundario de un elemento sea un nodo de vértice primario de otro elemento.

c) Evite conectar elementos isoparamétricos de diferentes órdenes. Se recomienda un elemento de transición entre ellos.

d) No se permiten nodos inconexos o cruces de elementos.

e) Debe definirse un solo conjunto de propiedades para cada elemento.

2.6 El problema de acoplar elementos isoparamétricos con elemento viga.

Se presentan ejemplos de acoplamiento entre elementos isoparamétricos y elemento viga.

Ejemplos:

1. Unión de viga 2D (3 GDL) con elemento de deformación plana (2 GDL), fig. 2.7a.

- Compatibilidad en GDL (ROTZ).

a) Si se acepta giro libre, el elemento viga [A] contiene un mecanismo en el nodo i. Se obliga fijar al nodo j para evitar singularidad.

b) Si se cancela el giro en i, no se genera respuesta de momento flexionante en los elementos [B] y [C].

c) Si se imponen condiciones de acoplamiento múltiple (MPCEQN) entre los nodos m,n y el nodo i, los cálculos serán engorrosos.

- Compatibilidad del modelo de interpolación para las cargas.

El elemento NKTP=2 es lineal en interpolación y en geometría; la viga es lineal en geometría pero interpolación cúbica.

2. Unión de viga (3 GDL) con sólido tridimensional (6 GDL), fig. 2.7b.

Se tienen observaciones análogas al caso anterior en compatibilidades de GDL y modelo de interpolación.

3. Unión de viga (6 GDL) y placa (6 GDL), fig. 2.7c. Mismos grados de libertad, distinto modelo de interpolación.

Se debe manejar un mallado que "simule" el mismo modelo de interpolación.

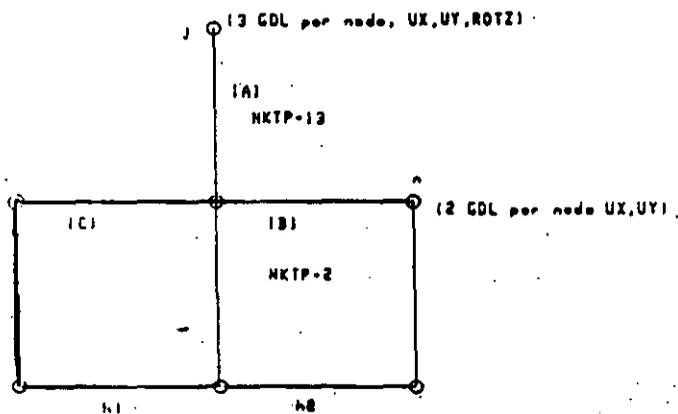


FIG. 2.7a

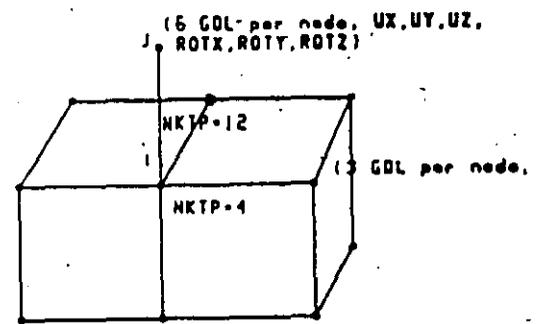


FIG. 2.7b

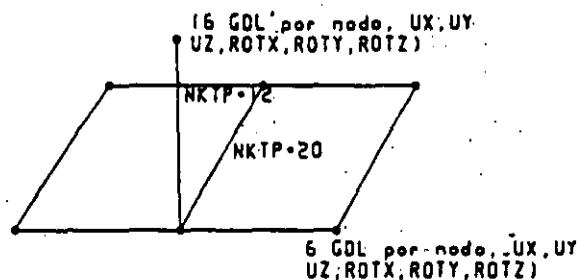


FIG. 2.7c

Fig. 2.7

2. Unión de viga (3 GDL) con sólido tridimensional (6 GDL), fig. 2.7b.

Se tienen observaciones análogas al caso anterior en compatibilidades de GDL y modelo de interpolación.

3. Unión de viga (6 GDL) y placa (6 GDL), fig. 2.7c.
Mismos grados de libertad, distinto modelo de interpolación.

Se debe manejar un mallado que "simule" el mismo modelo de interpolación.

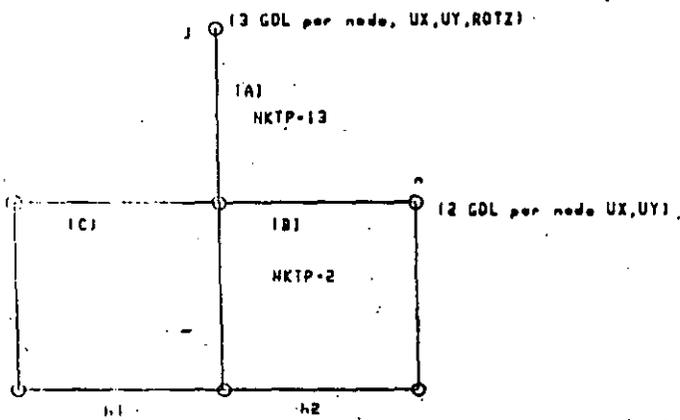


FIG. 2.7a

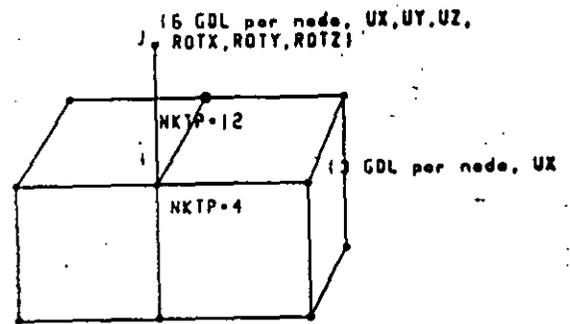


FIG. 2.7b

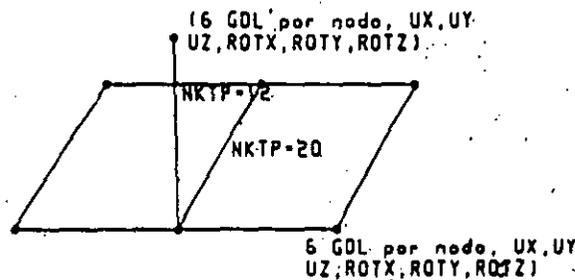


FIG. 2.7c

Fig. 2.7

3.4 Modelado de las condiciones de frontera.

1. Desplazamientos especificados (SPDISP):

Se especifican los desplazamientos en los nodos.

Aplicaciones: Estático lineal y no lineal, Valores característicos, Pandeo.

2. Fuerzas nodales concentradas (CFORCE).

Se usa para definir cargas concentradas en los nodos.

Aplicaciones: Estático lineal y no lineal, Transitorio lineal y no lineal, pandeo.

3. Fuerzas concentradas que dependen de la deformación (CFOLLOWER)

Aplicaciones: Estático no lineal, transitorio no lineal

4. Cargas de presión (PRESSURE).

Aplicaciones: Estático lineal y no lineal, pandeo, transitorio lineal y no lineal.

5. Temperatura nodal especificada (SPTEMP)

Especifica la temperatura en los nodos como condición de frontera.

Aplicaciones: Transferencia de calor en estado estacionario y transitorio.

Aplicaciones de normalización de dimensiones:

Se puede utilizar en los problemas de dominio infinito o semi-infinito.

a) Dominios en dinámica de Fluidos (vea fig. 4.1);
Por ejemplo se normaliza la altura de chimenea (a),
diámetro de tubería de descarga (b), ancho de canal,
radio hidráulico, etc.

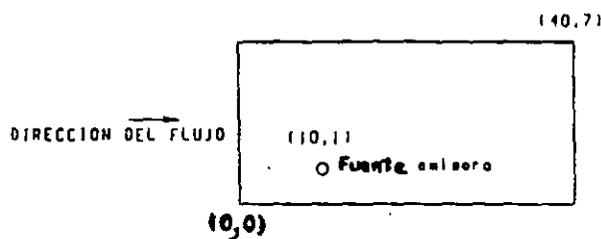


Fig. 4.1a

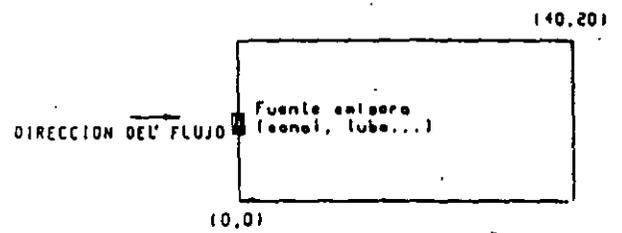


Fig. 4.1b

Fig. 4.1

b) Dominios en mecánica de suelos (vea fig. 4.2).

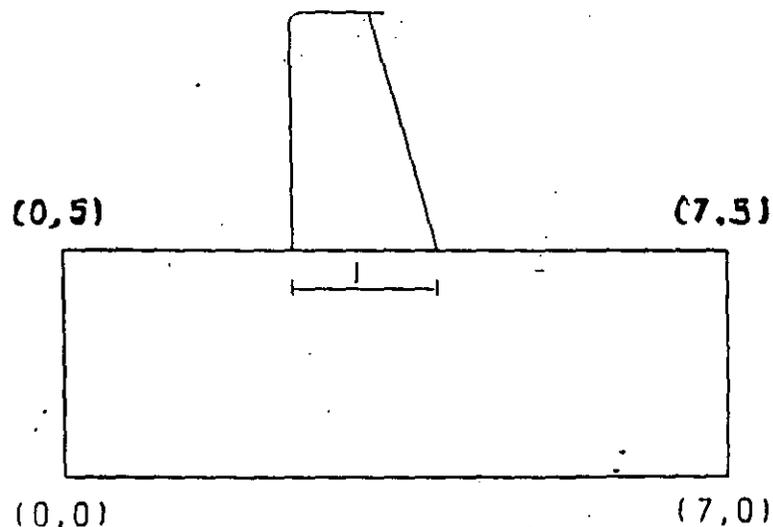


Fig. 4.2

Aplicaciones de normalización de dimensiones:
 Se puede utilizar en los problemas de dominio infinito o semi-infinito.

a) Dominios en dinámica de Fluidos (vea fig. 4.1);
 Por ejemplo se normaliza la altura de chimenea (a),
 diámetro de tubería de descarga (b), ancho de canal,
 radio hidráulico, etc.

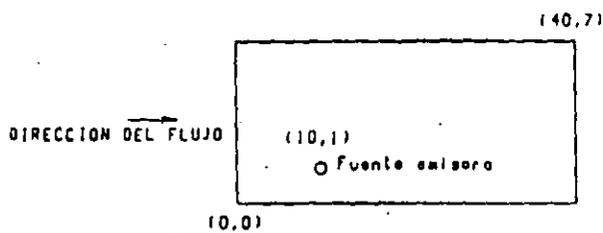


Fig. 4.1a

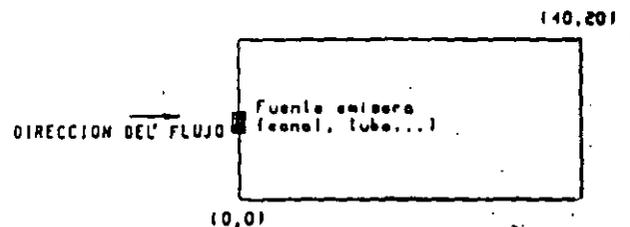


Fig. 4.1b

Fig. 4.1

b) Dominios en mecánica de suelos (vea fig. 4.2).

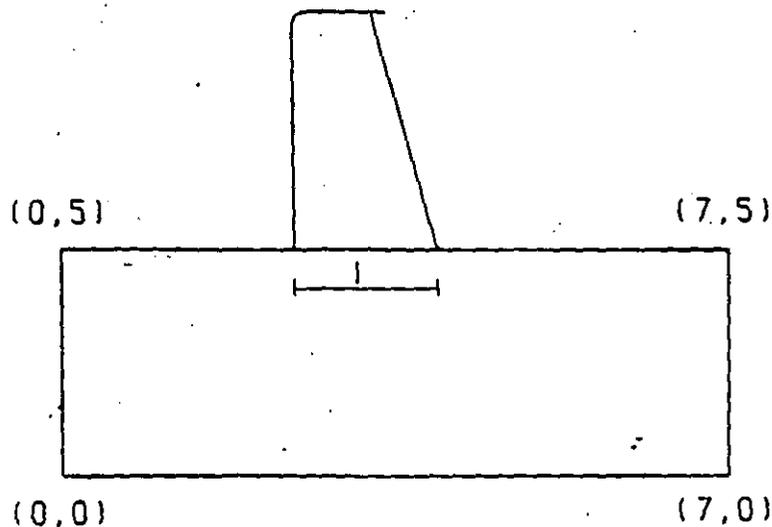


Fig. 4.2

4.2 Definición de casos de carga y combinaciones.

Para el equilibrio del cuerpo rígido se deben imponer restricciones adecuadas en los apoyos.

Existen tres tipos de apoyos o conexiones para el caso bidimensional:

1. Reacción que equivale a una fuerza con línea de acción conocida.
2. Reacción que equivale a una fuerza con dirección desconocida.
3. Reacción equivalente a una fuerza y un par.

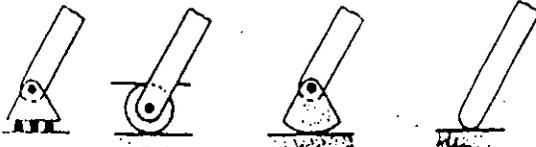
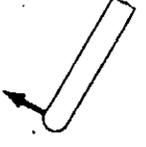
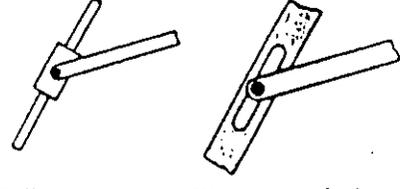
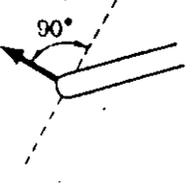
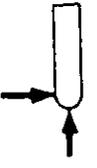
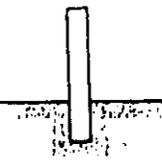
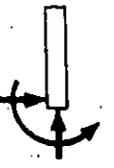
En la tabla 4. 1 se presentan ejemplos de equilibrio de cuerpo rígido en el plano.

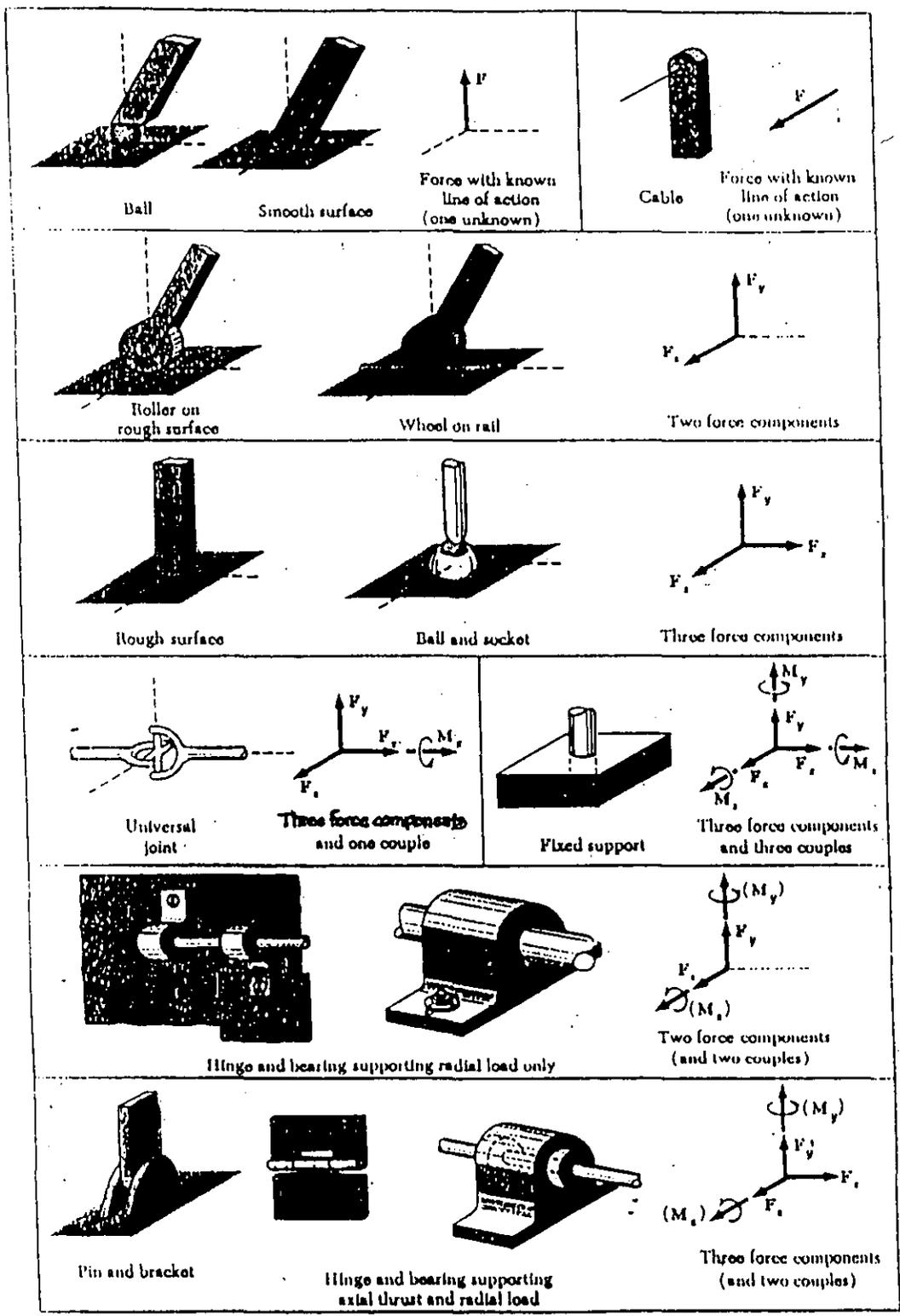
En la fig. 4.3 se presentan ejemplos de restricciones inadecuadas.

Para el caso tridimensional el número de reacciones desconocidas de un soporte o conexión pueden variar de uno a seis (traslación y rotación con respecto de los ejes x,y,z). En la tabla 4.2 se muestran ejemplos de equilibrio en el espacio.

En análisis estático de NISA se pueden definir más de un caso de carga usando LDCASE; los resultados obtenidos pueden combinarse por superposición con LDCOMB.

Tabla 4.1

Support or Connection	Reaction	Number of Unknowns
 <p>Roller Rocker Smooth Surface</p>	 <p>Force with known line of action</p>	1
 <p>Short cable Short link</p>	 <p>Force with known line of action</p>	1
 <p>Collar on smooth rod Pin in smooth slot</p>	 <p>Force with known line of action</p>	1
 <p>Smooth pin or hinge Rough surface</p>	 <p>Force of unknown direction</p>	2
 <p>Fixed support</p>	 <p>Force and couple</p>	3



4.3 Uso de fuerzas de cuerpo.

La **aceleración lineal**, **velocidad angular** o **aceleración angular** provocan fuerzas de cuerpo (de gravedad o inercia).

Se pueden imponer a los elementos con masa mediante el comando BODYFORCE.

Aplicaciones: Estático lineal y no lineal, pandeo.

La **aceleración instantánea** de un punto en el espacio debido al movimiento lineal y angular, fig.4.4, se escribe:

$$\mathbf{a}_p = \mathbf{a}_L + \boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{po'} + \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{po'})$$

donde:

\mathbf{a}_L	Aceleración lineal absoluta del punto de rotación O' .
$\boldsymbol{\alpha} \times \mathbf{r}_{po'}$	Aceleración tangencial debida a la aceleración angular $\boldsymbol{\alpha}$.
$\boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}_{po'})$	Aceleración centrípeta debida por la velocidad angular $\boldsymbol{\omega}$

6. MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DE MATERIALES.

- 6.1 Simulación de materiales lineales y no lineales elásticos.**
- 6.2 Simulación de comportamiento elastoplástico.**
- 6.3 Descripción de otros modelos y fenómenos mecánicos.**
- 6.4 Propiedades termomecánicas de materiales. Simulación de efectos térmicos para cálculo de esfuerzos y deformaciones.**
- 6.5 Propiedades térmicas de materiales.**

6.2 Simulación de comportamiento elastoplástico.

La relación que define el límite de elasticidad y el comienzo de la plasticidad expresado en términos de las invariantes de esfuerzo (I_1, I_2, I_3) se escribe:

$$f(I_1, I_2, I_3) = K(k)$$

donde K depende de la función de deformación plástica.

Se define al material para el comportamiento elástico y con los datos en *PLASTIC se define al material para el comportamiento plástico.

El número de identificación de *MATERIAL y *PLASTIC deberá ser el mismo.

Opciones para especificar la función de deformación plástica:

1. Perfectamente plástico.
2. Variación lineal.
3. Variación lineal por secciones.
4. Curva Ramberg-Osgood

El criterio de falla determina el nivel o intensidad de esfuerzo en el comienzo de la deformación plástica.

Se incluyen:

- | | |
|---------------|--------------------|
| 1. von Mises. | 3. Mohr-Coulomb. |
| 2. Tresca. | 4. Drucker-Prager. |

- MATID** Número de identificación del material.
KTEMP Clave dependiente de la temperatura:
= 0 Para propiedades de material constantes.
= 1 Si dependen de la temperatura como función polinomial.
> 1 Mismo caso, para análisis no lineal.

COEF0 Valor base (constante)
COEF1,2,3,4 Coeficientes del polinomio.

FXC,FXT,..... *Propiedades sólo compósitos.*

Los ejes del material anisotrópico pueden coincidir con los ejes globales, o definirse con respecto a los nodos (*MATDIR1) o respecto a los elementos (*MATDIR2). Una definición excluirá a la otra.

El usuario puede expresar una propiedad particular como una función polinomial de temperatura hasta de cuarto orden.

6. MODELADO DEL COMPORTAMIENTO DE MATERIALES.

6.1. Simulación de materiales lineales y no lineales elásticos.

Este modelo corresponde al material Hookeano, y es el más utilizado en aplicaciones de ingeniería.

Hooke: $\sigma = E \varepsilon$

Los grupos de datos se definen en *MATERIAL.

En caso de materiales isotrópicos las propiedades solamente se definen con respecto a una dirección.

En caso de materiales anisotrópicos se necesitan las correspondientes a los tres ejes.

Ficha de *MATERIAL:

LABEL Etiqueta de las siguientes propiedades:

EX,EZ,EZ

Módulo de Young.

NUXY, NUXZ, NUYZ

Relación de Poisson.

GXY, GXZ, GYZ

Módulo de rigidez al cortante.

DENS

Densidad.

ALPX, ALPY, ALPZ

C. de dilatación térmica.

MATID Número de identificación del material.
KTEMP Clave dependiente de la temperatura:
= 0 Para propiedades de material constantes.
= 1 Si dependen de la temperatura como función polinomial.
> 1 Mismo caso, para análisis no lineal.

COEF0 Valor base (constante)
COEF1,2,3,4 Coeficientes del polinomio.

FXC,FXT,..... *Propiedades sólo compósitos.*

Los ejes del material anisotrópico pueden coincidir con los ejes globales, o definirse con respecto a los nodos (*MATDIR1) o respecto a los elementos (*MATDIR2). Una definición excluirá a la otra.

El usuario puede expresar una propiedad particular como una función polinomial de temperatura hasta de cuarto orden.

FIGURAS DE PROTECCIÓN INTELECTUAL

LEY DE PATENTES	{	- Modelo de Utilidad
		- Invención
		- Diseño Industrial
		- Secreto Industrial
LEY DE MARCAS	{	- Marcas
		- Nombres Comerciales
		- Avisos Comerciales
		- Denominación de Origen
LEY DE DERECHOS DE AUTOR	{	- Discos y cintas reproducciones de video y sonido
		- Libros (revistas, periódico, etc)
		- Obras de arte
		- Programas de computo

NOMBRE DE LEY	SECRETARIA A CARGO	FECHA DE VIGENCIA	PRINCIPALES LINEAMIENTOS	QUIEN PROMULGA
(1820) Decreto de las Cortes Españolas de 2 de octubre de 1820, para asegurar el derecho de propiedad a los inventores, perfeccionadores o introductores de algún ramo de la industria.	Secretaría de Gobernación (daba trámites y certificación) y el resguardo del expediente está a cargo de la Dirección de Fomento General del Reino.	2/OCT/1820	Esta ley fue la primera que rigió en México en materia de Patentes de Invención.	Las cortes Españolas
(1832) Ley sobre Privilegio Exclusivo a los Inventores o Perfeccionadores de algún ramo de la Industria.	Secretario de Relaciones	7/MAY/1832	La presente ley fue la primera que se expidió después de consumada la independencia. - Los inventores o perfeccionadores no podrán usar de sus respectivas industrias como privilegios, hasta no haber obtenido del Gobierno General la patente que debe servirles de título.	Anastasio Bustamante
(1890) Ley sobre Patentes de Privilegio a los Inventores o Perfeccionadores.	Secretaría de Fomento.	7/JUN/1890	Esta ley deroga con el Art. 46 a la del 7 de mayo de 1832. - Incluyen a los productos químicos y farmacéuticos - Las patentes son expropiadas por el ejecutivo por causa de utilidad pública, previa indemnización, cuando el uso sea susceptible de crear riqueza nacional.	Porfirio Díaz Ordaz
(1896) Ley de Patentes de Invención.	Secretaría de Fomento.	2/JUN/1896	Decreto expedido el 27 de mayo y promulgado el 2/VI/1896, que reforma el Art. 33 de la ley de Patentes de Invención de 7 de junio de 1890. - Art. 33. Establece un sistema de pagos, de derechos por patente al finalizar la patente los 5 primeros años, el pago de \$ 50.00 como derecho adicional, al finalizar los 10 años el pago será de \$ 75.00; al finalizar los 15 años el pago será de \$ 100.00.	Porfirio Díaz Ordaz
(1903) Ley Sobre Patentes y Marcas	Secretaría de Edo. y del Despacho de Fomento, Colonización e Industria	1/OCT/1903	- Las marcas de fábricas y las patentes se registrarán sin examen previo de su novedad o utilidad y sin responsabilidad de ninguna especie para la nación ni para la autoridad en cuyo nombre se expida. - Se publicará un periódico, que con suficiente claridad describa, represente y enumere los inventos, patentes y marcas depositadas.	Porfirio Díaz Ordaz

NOMBRE DE LEY	SECRETARIA A CARGO	FECHA DE VIGENCIA	PRINCIPALES LINEAMIENTOS	QUIEN PROMULGA
(1926) Ley de Patentes de Invención y Ley de Marcas, Avisos y Nombres Comerciales.	Secretaría de Industria, Comercio y Trabajo.	1/ENE/1929	Se deroga la ley de 1903 y su reglamento, así como cualquier otra disposición que no estubiere de acuerdo con los preceptos de esta ley.	Plutarco Elías Calles
(1928) Ley de Patentes de Invención y Ley de Marcas, Avisos y Nombres Comerciales.	Secretaría de Industria, Comercio y Trabajo.	27/JUL/1928	Se promulga la convención y el arreglo firmado entre México y varias naciones el 6/XI/1925 para la protección industrial.	Plutarco Elías Calles
(1929) Ley de Patentes de Invención y Ley de Marcas Avisos y Nombres Comerciales.	Secretaría de Industria, Comercio y Trabajo	1/ENE/1929	Leer los Art. 1,85,86,87,88,89,92,94, y 99, Se deroga la fracción III.	Emilio Portes Gil
(1935) Ley de Patentes de Invención y Ley de Marcas Avisos y Nombres Comerciales.	Secretaría de Industria, Comercio y Trabajo.	19/ENE/1935	Reformas a la Ley del 28/VI/1928 * Sanciones: En dinero o prisión. - Multa a quien haga uso con fin comercial o industrial de métodos amparados por una patente sin el consentimiento del dueño. - Prueba de que la fabricación no es industrial y de que el empleo no es comercial o industrial, corresponde al inculpaado. - En casos de explotación o importación ilegal será requisito previo para el ejercicio de la acción, la declaración relativa hecha por el Departamento de la Propiedad Industrial. - Requisito indispensable de que los objetos amparados por una patente lleven una indicación que el artículo está patentado y el número y fecha de la patente. - Los infractores perderán los objetos fabricados y los utensilios destinados para su fabricación y se adjudicarán al dueño de la patente.	Lázaro Cárdenas del Río

<p>(1942) Ley, Reglamento y Tarifa de la Propiedad Industrial.</p>	<p>Secretaría de la Economía Nacional</p>	<p>1/ENE/1943</p>	<p>Abroga y sustituye a la Ley de Patentes de Invención, y a la de Marcas, Avisos y Nombres comerciales. Publicadas el 27/VII/1928.</p> <p>MODIFICACIONES: En materia de Patentes:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se señala con mayor claridad lo que puede y lo que no puede ser objeto de patente con el fin de evitar controversias y trabas indebidas a la industria. - Se simplifican trámites administrativos para obtención de patentes. Definiendo los efectos y consecuencias legales de las omisiones en que puede incurrirse. - Se reduce el plazo de las patentes a 15 años para estar en relación con el progreso industrial. - Se suprimen las patentes de perfeccionamiento ligadas a una patente, principal sustituyéndola por patentes de mejoras, independientes y autónomas, estableciendo reglas equitativas sobre su explotación, que respetan el derecho de autor de la invención amparada por la patente principal. <p>Marcas:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Se determina con cuidado cuáles son las denominaciones o signos susceptibles de registro como marca, y cuáles son aquellos que no pueden ser otorgados. - Se prohíbe el registro a las palabras de lenguas vivas extranjeras, cuando pretendan aplicarse a productos que sólo se elaboren en México. 	<p>Manuel Avila Camacho</p>
<p>Convención Interamericana sobre Derechos de Autor Obras Literarias, Científicas y Artísticas.</p>	<p>Unión Panamericana, centraliza la información y cada Estado se encarga de vigilar su normatividad.</p>	<p>3/OCT/1947</p>	<ul style="list-style-type: none"> - Los Estados contratantes se comprometen a reconocer y a proteger los derechos de autor sobre las obras literarias, científicas y artísticas. - Cada uno de los Estados contratantes conviene en reconocer y proteger dentro de su territorio el derecho de autor sobre obras inéditas o no publicadas. - Las obras de arte hechas principalmente para fines industriales serán protegidas recíprocamente entre los Estados contratantes que actualmente o en lo sucesivo otorguen protección a tales obras. 	<p>Miguel Alemán Valdéz</p>

NOMBRE DE LEY	SECRETARIA A CARGO	FECHA DE VIGENCIA	PRINCIPALES LINEAMIENTOS	QUIEN PROMULGA
Decreto que promulga la Convención Universal sobre Derechos de Autor	Comité Intergubernamental, precedida por: Director General de la ONU para la Educación, la Ciencia y la Cultura	6/JUN/1957	<ul style="list-style-type: none"> - La presente convención no se aplicará a aquellas obras, o a los derechos sobre las mismas, que en la fecha de la entrada en vigor de la convención en el Estado contratante donde se reclama la protección en dicho Estado contratante. - Se crea un comité intergubernamental. - La presente Convención no deroga las convenciones o cuerdos multilaterales o bilaterales sobre derecho de autor que se hallan o puedan hallarse en vigor exclusivamente entre dos o más Repúblicas Americanas 	Adolfo Ruiz Cortines
(1963) Ley Federal de Derechos de Autor	Secretaría de Educación Pública	22/DIC/1963	<ul style="list-style-type: none"> - Reforma a la ley del 29 de Dic. de 1956. - La presente ley es la vigente actualmente. 	Adolfo López Mateos
(1964) Decreto por el que se promulga la Convención sobre propiedad Literaria y Artística, suscrita en la cuarta Conferencia Internacional Americana.	Gobierno Argentino concentra la convención y cada país vigilará la normatividad de la ley.	23/ABR/1964	<ul style="list-style-type: none"> - Toda obra falsificada podrá ser secuestrada en los países signatarios en que la obra original tenga derecho a ser protegida legalmente, sin perjuicio de la indemnizaciones o las penas en que incurran los falsificadores, según las leyes del país en que el fraude se haya cometido. 	Adolfo López Mateos
Acuerdo No. 114 Disposición de los Programas de Cómputo son inscritos en el Registro Público de Derechos de Autor	Dirección General de Derechos de Autor, Secretaría de Educación Pública.	8/OCT/1964	<ul style="list-style-type: none"> - Se aprueban el ser registrados en el Registro Público de Derechos de Autor a los Programas de Cómputo; debido a que tiene características propias que los distinguen del resto de las obras susceptibles de protección de dicha ley. 	Adolfo López Mateos por Jesús Reyes Heróles Srio. de la S.E.P.
(1968) Decreto por el que se promulga el Texto de la Convención de Berna para la Protección de las Obras Literarias y Artísticas	Oficina de la Unión Internacional para la protección de obras Literarias y Artísticas en el Gobierno de la Confederación Suiza.	20/DIC/1968	<ul style="list-style-type: none"> - Independientemente de los derechos de autor, y aún después de la cesión de dichos derechos, el autor conserva, durante toda su vida, el derecho de reivindicar la paternidad de la obra y de oponerse a toda deformación, mutilación u otra modificación de dicha obra, o a toda otra acción con relación a dicha obra, en detrimento de su honor o reputación. 	Gustavo Díaz Ordaz
(1972) Ley sobre el Registro de la Transferencia de Tecnología y el Uso y Explotación de Patentes y Marcas.	Secretaría de Industria y Comercio	15/ENE/72	<ul style="list-style-type: none"> - Se crea el Registro Nacional de Transferencia de Tecnología; esta va a controlar la transferencia tecnológica y a promover la inventiva de la industria con tecnología nacional para reducir la dependencia tecnológica y de marcas del extranjero. 	Luis Echeverría Álvarez

NOMBRE DE LEY	SECRETARIA A CARGO	FECHA DE VIGENCIA	PRINCIPALES LINEAMIENTOS	EN PROMULGA
(1974) Decreto por el que se promulga el Convenio para la Protección de los Productores de Fonogramas contra reproducción no autorizada de sus Fonogramas hecho en Ginebra el 29 de octubre de 1971	Oficina Internacional de la Organización Mundial de la Propiedad Intelectual, Ginebra.	8/FEB/1974	- Debido a la constante piratería de discos no autorizados, resultando perjudicados los autores, artistas, intérpretes o ejecutantes y los productores de fonogramas, se generó este convenio entre naciones.	Luis Echeverría Álvarez
(1975) Decreto por el que se promulga el Acta de París del Convenio de Berna para la Protección de las Obras Literarias y Artísticas, hecha en París el 24 de julio de 1971	Organización Mundial de la Propiedad Intelectual.	24/ENE/1975	- Se ratifica y amplía las características de protección de derechos de autor sobre obras literarias y artísticas.	Luis Echeverría Álvarez
(1976) Ley de Invenciones y Marcas	Secretaría de Industria y Comercio	10/FEB/1976	- El Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, será órgano de consulta en los términos de la ley que lo creó. - Esta ley regula el otorgamiento de patentes de invención y de mejoras; de certificados de invención; el registro de modelos y dibujos industriales, el registro de marcas, las denominaciones de origen y los avisos y nombres comerciales, así como la represión de la competencia desleal en relación con los derechos que dicha ley otorga.	Luis Echeverría Álvarez
(1976) Decreto por el que se promulga la Convención Universal sobre Derecho de Autor, Revisada en París el 24 de Julio de 1971.	UNESCO Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y Cultura.	9/MAR/1976	- Se ratifica la Convención de París y aprueban las nuevas reformas sobre derechos de autor, para preservar la personalidad humana y favorecer el desarrollo de las letras, ciencias y las artes, difundiendo las obras de manera internacional.	Luis Echeverría Álvarez
(1982) Ley sobre el Control y Registro de la Transferencia de Tecnología y el Uso y Explotación de Patentes y Marcas.	Secretaría de Patrimonio y Fomento Industrial.	10/FEB/1982	Se busca trascender un régimen exclusivamente de registro, hacia un mecanismo que establezca las bases que permitan obtener un beneficio del país, el compromiso de un traspaso tecnológico efectivo dentro de un proceso gradual de asimilación, adaptación y desarrollo local de tecnología.	José López Portillo

NOMBRE DE LEY	SECRETARIA A CARGO	FECHA DE VIGENCIA	PRINCIPALES LINEAMIENTOS	QUIEN PROMULGA
(1991) Decreto Promulgatorio del Tratado sobre el registro Internacional de Obras Audiovisuales.	Oficina Internacional de la Organización Mundial de la Propiedad Intelectual Austria.	9/AGO/1991	<ul style="list-style-type: none"> - Se crea un Registro Internacional de Obras Audiovisuales. - Se promulga el tratado sobre Registro Internacional de Obras Audiovisuales - Se aprueba el reglamento del tratado - Se entiende por obra audiovisual, a toda obra que consista de una serie de imágenes fijadas relacionadas entre sí, acompañadas o no de sonidos, susceptibles de hacerse visibles y, si va acompañada de sonidos, susceptibles de hacerse visibles. 	Carlos Salinas de Gortari
(1991) Promulgación de la Ley de Fomento y Protección de la Propiedad Industrial.	Secretaria de Comercio y Fomento Industrial (SECOFI)	27/JUN/1991	<p>Se abroga:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Ley de Invencciones y Marcas del 10 de febrero de 1976. - Ley sobre el Control y Registro de la Transferencia de Tecnología y el Uso y Explotación de Patentes y Marcas, del 11 de enero de 1982. <p>Se apoyan:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Un proceso permanente del mejoramiento de la productividad de la innovación y de la tecnología en los sectores productivos. - Un proceso permanente de satisfacción de las demandas de calidad por parte del consumidor. - A la inserción ventajosa de México en la economía Internacional. - La acción oportuna ante los cambios legislativos de la propiedad industrial en el plano mundial 	Carlos Salinas de Gortari
(1994) Ley de Fomento y Protección de la Propiedad Industrial. 1ª Reforma.	Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial	2/AGO/1994	<ul style="list-style-type: none"> - El perfeccionamiento del sistema de propiedad industrial a través de la resolución de problemas: la adopción de simplificación administrativa para dar mayor celeridad a las solicitudes. - Consolidar la infraestructura administrativa, otorgando al Instituto Mexicano de la Propiedad Industrial, las facultades de autoridad en esta materia. - Otorgar mayor protección a los derechos de propiedad industrial. - La amortización de la ley, con las disposiciones de los tratados internacionales de los que nuestro país es parte en esta materia. 	Carlos Salinas de Gortari
Tratado de Cooperación en Materia de Patentes y del Reglamento (PCT)	Organización Mundial de la Propiedad Intelectual	31/DIC/1994	Se promulga el decreto del PCT y su reglamento con modificaciones respectivas al 29 de septiembre de 1992.	Ernesto Zedillo Ponce de León

PRINCIPALES ACCIONES:

Porfirio Díaz Ordaz

- Del estancamiento del siglo pasado, el crecimiento observado entre 1870 a 1911, media como factor importante la paz Porfiriana que atrajo la inversión extranjera, la cual canalizada al sistema transporte, integró la economía. Otra gran concentración de inversión se destinó a las industrias extractivas y ferrocarriles.

Plutarco Elías Calles

Período 1/XII/1924 al 30/XI/1928

- Rechazó las pretenciones del gobierno de los Estados Unidos, que pretendían derogar lo dispuesto en el Art. 27 Constitucional, relativo al dominio del suelo.
- Planteó un sistema financiero capaz de estimular la actividad económica e instituyó la Comisión Nacional Bancaria.
- Expidió la Ley de Instituciones de Crédito.
- Crea el Banco de México.
- Liquidó a los 25 Bancos de emisión que operaban en el país.

Emilio Portes Gil (Provisional)

Tras el asesinato del Gral. Alvaro Obregón, Emilio Portes Gil es designado por el Congreso para asumir la magistratura. Asume el poder el 1/XII/1928 al 4/II/1930

- Redactó el proyecto de Código Federal del Trabajo y promulgó los Códigos Penal y de Procedimientos Civiles.
- El 28/V/1929, convoca al Congreso de la Unión para discutir la ley que establecería la Autonomía de la Universidad Nacional.

Lazaro Cárdenas del Río

Período 1º/XII/1934 al 30/XI/1940

- Se reforma la política de gasto público para orientarla al foment económico y social.
- Se crea el sistema financiero con la fundación de los bancos de crédito agrícola, industrial y de servicios públicos, la Ley de Instituciones de Crédito.
- Impulsó la reforma agraria.
- Entre 1937 y 1938 se nacionalizan los ferrocarriles, y se expropián los bienes de las Compañías Petroleras.
- Se constituye la Confederación Nacional Campesina.
- A consecuencia de la expropiación petrolera se abrieron las reservas monetarias. La paridad peso-dolar era de 3.50 a 6.50.
- Crea la Comisión Federal de Electricidad.

Manuel Avila Camacho

Período 1º/XII/1940 al 30/XI/1946

- Declara el estado de guerra a partir del 22/V/1942, tras el hundimiento de los barcos: Potrero de Llano y Faja de Oro.
- Se estableció el Seguro Social.
- La Ley Electoral de Poderes Federales de 1928; se cambió por una nueva iniciativa de ley en 1945.

Luis Echeverría Álvarez

Período 1/XII/1970 al 30/XI/1976

- En el ámbito internacional fue diversificar el comercio y las fuentes de tecnología y financiamiento.
- Se duplicó la red camionera, se amplió el sistema aeroportuario.
- Promovió y logró la fundación del Sistema Económico Latinoamericano (SELA)
- Como parte de su acción legislativa, se reformó la Ley Federal Electoral y se promulgaron la Ley para Promover la Inversión Extranjera, la Ley Federal de Protección al Consumidor, la Ley Federal de Educación, la Ley de Amnistía.

José López Portillo

Período 1º/XII/1976 al 30/XI/1982

- Surge la alianza para la Producción, se suprime la Secretaría de la Presidencia y se crean las de Programación y Presupuesto, Patrimonio y Fomento Industria, Agricultura y Recursos Hidráulicos, Asentamientos Humanos y Obras Públicas y Pesca.
- En el seno de la ONU propuso el Plan Mundial de Energéticos y en 1981 convocó a la Reunión Cumbre de Cancún, con objeto de que los jefes de 22 estados del mundo se comprometieran a superar las deficiencias e injusticias del orden económico internacional.
- El suceso que marcó a éste sexenio fue la expedición de dos decretos relativos a la Nacionalización de la banca privada y el establecimiento del control generalizado de cambios.

Carlos Salinas de Gortari

Período 1º/XII/1988 al 30/XI/1994

- En el área financiera se aprobó la modificación constitucional que reestableció el régimen mixto de propiedad en la prestación de servicios bancarios, se autorizó la apertura de 19 nuevas entidades y se dió luz verde para el ingreso de instituciones foráneas.
- Se crea el Sistema de Ahorro para el Retiro (SAR)
- Uno de los signos más destacados del sexenio fue la activa labor desplegada en el ámbito político económico internacional, y la Apertura Comercial Internacional; ya que además de haber concretado y puesto en vigor el Tratado de Libre Comercio, el gobierno mexicano ingresó a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE); y se dirigió a la Conferencia Económica de los Países del Asia-Pacífico (APEC).

CARACTERÍSTICAS

PATENTES

- Se considera invención toda creación humana que permita transformar la materia o la energía que existe en la naturaleza, para aprovechamiento por el hombre y satisfacer sus necesidades.
- Se patentarán las invenciones que sean nuevas, resultado de una actividad inventiva y con aplicación industrial.
- La divulgación de una invención no afectará que siga considerándose nueva cuando dentro de los 12 meses previos a la fecha de presentación de la solicitud de patente, el inventor haya dado a conocer la invención por cualquier medio de comunicación, por la puesta en práctica de la invención o porque la haya exhibido en una exposición nacional o internacional.
- La vigencia será de 20 años improrrogables a partir de la prestación de la solicitud y estará sujeta al pago de la tarifa correspondiente.
- El derecho de explotación de la invención confiere a su titular las siguientes prerrogativas:
 - * Si la patente es un producto: El derecho de impedir a otras personas que fabriquen, usen, vendan, ofrezcan en venta o importen el producto sin consentimiento.
 - * Si la patente es un proceso: El derecho de impedir a otras personas que fabriquen, usen, vendan, ofrezcan en venta o importen el producto obtenido directamente de ese proceso sin su consentimiento.
- La explotación de la patente la realizará la persona que tenga la licencia inscrita en el Instituto.
- Presentada la solicitud; el Instituto realizará un examen de forma de la documentación; y de fondo el Instituto podrá solicitar el apoyo técnico de organismos e instituciones nacionales especializados.

CARACTERÍSTICAS

MODELOS DE UTILIDAD

- Se registrarán los diseños que sean nuevos y susceptibles de aplicación industrial.
- Se consideran nuevos los diseños que sean de creación; independiente y que difieran en grado significativo, de diseños conocidos.
- La vigencia será de 10 años improrrogables a partir de la fecha de presentación de la solicitud y estará sujeto al pago de la tarifa correspondiente.
- El derecho que confiere a un modelo de utilidad no producirá efecto contra:
 - * Un tercero en el ámbito privado o académico y con fines no comerciales, realice actividades de investigación científica o tecnológica puramente experimentales.
- La explotación del modelo de utilidad la realizará la persona que tenga la licencia inscrita en el instituto.
- La tramitación del registro de los modelos de utilidad se llevará a cabo conforme a las reglas contenidas en el Capítulo V del título 2do. a excepción de los art. 45 y 52

CARACTERÍSTICAS

DISEÑOS INDUSTRIALES

- Los diseños industriales comprenderán:
Los dibujos industriales, que son toda combinación de figuras, líneas o colores que se incorporen a un producto industrial con fines de ornamentación y que le den un aspecto peculiar y propio.
- Se registrarán los diseños industriales que sean originales y susceptibles de aplicación industrial. Se entiende por original el diseño que no sea igual o semejante en grado de confusión a otro que ya esté en el conocimiento público en el país.
- Los modelos industriales, constituidos por toda forma tridimensional que sirva de tipo o patrón para la fabricación de un producto industrial, que le dé apariencia especial en cuanto no implique efectos técnicos.
- La vigencia será de 15 años improrrogables a partir de la fecha de presentación de la solicitud y estará sujeto a la tarifa correspondiente.
- A la solicitud se anexara:
 - reproducción gráfica o fotográfica del diseño correspondiente
 - indicación del género del producto para el cual se utilizará el diseño.
- La tramitación del registro de los diseños industriales se llevará a cabo, conforme a las reglas contenidas en el Capítulo V del título 2do. a excepción de los art. 45 y 52.

PATENTES		NUEVOS PESOS
Art. 63 Por la solicitud, expedición y conservación de derechos de patente a que se refiere la legislación en materia de propiedad industrial, conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el examen de forma de una solicitud de patente	1,220.91
II.	Por el estudio y reconocimiento de cada derecho de prioridad	407.27
III.	Por publicación anticipada de la solicitud de patente, a petición del interesado	570.00
IV.	Por el examen de fondo de la invención	2,440.91
V.	Por la reconsideración interpuesta en contra de una denegación de patente	1,220.91
VI.	Por el cambio del texto o dibujos de una patente concedida:	
	a) Para corregir errores imputables al solicitante	243.64
	b) Para limitar la extensión de las reivindicaciones	243.64
VII.	Por la revisión de información faltante o solicitud de prórroga:	
	a) Por la revisión de cada reposición de documentación, complementación de información faltante, aclaración o subsanación de omisiones	243.64
	b) Por solicitud de prórroga	243.64
VIII.	Por la expedición de título	1,336.36
IX.	Por cada anualidad de conservación de derechos de patente:	
	a) De la primera hasta la octava	389.09
	b) De la novena a la decimocuarta	722.73
	c) A partir de la decimoquinta	1,087.27
X.	Por la inscripción de la transmisión de los derechos que confiere una patente o que puedan derivarse de una solicitud en trámite; por la inscripción o cancelación de inscripción de una licencia contractual de explotación o modificación; por el cambio de nombre, denominación o razón social del solicitante o del titular de una patente por cada uno de los actos enunciados	976.36
XI.	Por la transformación de una solicitud de patente a una de registro de modelo de utilidad o de diseño industrial y viceversa	616.36
XII.	Por el estudio de una solicitud de licencia obligatoria o de una solicitud de modificación de sus condiciones, cuando esta sea presentada por la persona que gocé de la licencia obligatoria	1,162.73
XIII.	Por el estudio de la solicitud de rehabilitación de patentes caducas por falta de pago oportuno de la anualidad correspondiente	1,162.73

MODELOS DE UTILIDAD		NUEVOS PESOS
Art.65-A Por la solicitud, registro y conservación de derechos de los modelos de utilidad a que se refiere la legislación de la materia, se pagará el derecho de propiedad industrial, conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el estudio de una solicitud de registro de modelo de utilidad	1,058.18
II.	Por el estudio y reconocimiento de cada derecho de prioridad	250.00
III.	Por la revisión de información faltante o solicitud de prórroga:	
	a) Por la revisión de cada reposición de documentación, complementación de información faltante, aclaración o subsanación de omisiones	139.09
	b) Por solicitud de prórroga	139.09
IV.	Por la expedición del título	290.91
V.	Por cada anualidad de conservación de derechos:	
	a) De la primera hasta la tercera	290.91
	b) De la cuarta hasta la sexta	459.09
	c) A partir de la séptima	750.00
VI.	Por la inscripción de la transmisión de derechos que confiere un registro de modelo de utilidad o que pueden derivarse de una solicitud en trámite; por la inscripción o cancelación de inscripción de una licencia contractual de explotación o de su modificación; por el cambio de nombre, denominación o razón social del solicitante o del titular de un registro de modelo de utilidad: por cada uno de los actos enunciados.	837.27

MODELOS Y DISEÑOS INDUSTRIALES		NUEVOS PESOS
Art. 65.- Por la solicitud, registro y conservación de derechos de diseños industriales, a que se refiere la legislación de la materia, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el estudio de una solicitud de registro de dibujo o modelo industrial	616.36
II.	Por el estudio y reconocimiento de cada derecho de prioridad	209.09
III.	Por la revisión de información faltante o solicitud de prórroga:	
	a) Por la revisión de cada reposición de documentación, complementación de información faltante, aclaración o subsanación de omisiones	121.82
	b) Por cada solicitud de prórroga	121.82
IV.	Por la expedición del título	279.09
V.	Por cada anualidad de conservación de derechos de diseño industrial:	
	a) De la primera hasta la novena	203.64
	b) A partir de la décima	360.00
VI.	Por la inscripción de la transmisión de los derechos que confiere un registro de diseño industrial o que pueden derivarse de una solicitud en trámite; por la inscripción o cancelación de inscripción de una licencia contractual de explotación o de su modificación; por el cambio de nombre, denominación o razón social del solicitante o del titular de un registro de diseño industrial, por cada uno de los actos enunciados.	697.27

CERTIFICADOS DE INVENCION		NUEVOS PESOS
Art. 64.-Por la conservación de derechos de certificados de invención a que se refiere la legislación en materia de propiedad industrial, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por cada anualidad de conservación de derechos: a) De la cuarta hasta la séptima b) De la octava a la decimoprimera c) A partir de la decimosegunda	209.09 418.18 627.27
II.	Por la inscripción de la transmisión de derechos que confiere un certificado de invención o que pueden derivarse de una solicitud en trámite, por la inscripción o cancelación de inscripción de una licencia contractual de explotación o de su modificación, por el cambio de nombre, denominación o razón social, del solicitante o del titular de un certificado de invención; por cada uno de los actos enunciados.	488.18
III.	Por el estudio de una solicitud de autorización de explotación de un certificado de invención o de una solicitud de modificación de sus condiciones, cuando esta sea presentada por la persona que goce de la autorización de explotación.	1,162.73

BANCOS DE INFORMACIÓN TÉCNICA DE PATENTES		NUEVOS PESOS
Art.65-B Por la solicitud de búsquedas e informes relativos a patentes, modelos de utilidad, certificados de invención y diseños industriales, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por búsqueda bibliográfica de documentos de patentes: a) De patentes nacionales b) De las patentes extranjeras disponibles en acervos	116.36 232.73
II.	Por búsqueda técnica de la información contenida en los documentos de patentes relativas a un producto o proceso específico: a) De patentes nacionales b) De las patentes extranjeras disponibles en acervos	232.73 464.55
III.	Por informe de búsqueda sobre el estado de la técnica en una área tecnológica especificada por cada uno	464.55
IV.	Por informe sobre la vigencia de patentes, certificados de invención y registros de modelos de utilidad y diseños industriales nacionales	46.36
V.	Por servicios de información selectiva y periódica de los documentos de patentes publicados en la Gaceta, por área tecnológica específica: a) Por un trimestre b) Por cuatro trimestres	464.55 1,743.64



Uso exclusivo Delegaciones SECOFI

Uso exclusivo del IMPI

Sello

(21) No. de EXPEDIENTE

No. DE FOLIO DE ENTRADA

Fecha y hora :

(22) FECHA Y HORA
DE PRESENTACION

(12) SOLICITUD DE

PATENTE DE INVENCIÓN
 REGISTRO DE MODELO DE UTILIDAD
 REGISTRO DE DISEÑO INDUSTRIAL

MODELO DIBUJO

(71) SOLICITANTE (S) EL SOLICITANTE ES EL INVENTOR EL SOLICITANTE ES EL CAUSAHADIENTE

nombre, nacionalidad y domicilio, calle, número, colonia, código postal, población, estado y país.

(72) INVENTOR (ES):

nombre, nacionalidad y domicilio, calle, número, colonia, código postal, población, estado y país.

(73) APODERADO (S): R. G. P. _____

nombre (s):

domicilio para notificaciones en el territorio nacional, calle, número, colonia y código postal, población y estado. teléfono

(74) DENOMINACION O TITULO DE LA INVENCIÓN:

FECHA DE DIVULGACION PREVIA:

(51) CLASIFICACION INTERNACIONAL uso exclusivo del IMPI

día mes año

(62) DIVISIONAL DE LA SOLICITUD:

FECHA DE PRESENTACION

NUMERO

MODALIDAD

día mes año

(30) PRIORIDAD RECLAMADA (33) PAIS:

(32) FECHA DE PRESENTACION
día mes año

(31) No. DE SERIE (ca):

DOCUMENTOS QUE SE ACOMPAÑAN

Comprobante de pago de la tarifa correspondiente.
 Descripción y reivindicación (es) de la invención, (por triplicado).
 Dibujo (s) en su caso (por triplicado).
 Resumen de la descripción de la invención (por triplicado).
 Documento que acredite la personalidad del apoderado (en su caso).

Documento de cesión de derechos (en su caso).
 Constancia de depósito de material biológico (en su caso).
 Documento (s) comprobatorio (s) de divulgación previa (en su caso).
 Documento (s) de prioridad (en su caso).
 Traducción (en su caso).

NOMBRE Y FIRMA DEL SOLICITANTE O SU APODERADO

LUGAR Y FECHA

INSTRUCCIONES DE LLENADO AL REVERSO

LLENAR A MAQUINA

LEY DE FOMENTO Y PROTECCIÓN DE LA PROPIEDAD INDUSTRIAL
de 26 de junio de 1991

Publicada en el Diario Oficial el 27 de junio de 1991
En vigor a partir del 28 de junio de 1991

ÍNDICE

TÍTULO PRIMERO.	DISPOSICIONES GENERALES.	CAPITULO ÚNICO (Art.1 a 8)	p.4
TÍTULO SEGUNDO.	DE LAS INVENCIONES, MODELOS INDUSTRIALES	DE UTILIDAD Y DISEÑOS (Artículos 9 a 81)	p.4
Capítulo I.	Disposiciones Preliminares	(Artículos 9 a 14)	p.6
Capítulo II.	De las Invenciones	(Artículos 15 a 26)	p.6
Capítulo III.	De los Modelos de Utilidad	(Artículos 27 a 30)	p.8
Capítulo IV.	De los Diseños Industriales	(Artículos 31 a 37)	p.9
Capítulo V.	De la Tramitación de Patentes	(Artículos 38 a 61)	p.9
Capítulo VI.	De las Licencias y la Transmisión de Derechos	(Artículos 62 a 77)	p.11
Capítulo VII.	De la Nulidad y Caducidad de Patentes y Registros	(Artículos 78 a 81)	p.13
TÍTULO TERCERO.	DE SECRETOS INDUSTRIALES.	CAPITULO ÚNICO.(Art.82 a 86)	p.13
TÍTULO CUARTO.	DE MARCAS Y DE AVISOS Y NOMBRES COMERCIALES	(Art.87-155)	p.14
Capítulo I.	De las Marcas	(Artículos 87 a 95)	p.14
Capítulo II.	De las Marcas Colectivas	(Artículos 96 a 98)	p.16
Capítulo III.	De los Avisos Comerciales	(Artículos 99 a 104)	p.16
Capítulo IV.	De los Nombres comerciales	(Artículos 105 a 112)	p.17
Capítulo V.	Del Registro de Marcas	(Artículos 113 a 135)	p.17
Capítulo VI.	De las Licencias y la Transmisión de Derechos	(Artículos 126 a 150)	p.19
Capítulo VII.	De la Nulidad, Caducidad y Cancelación de Registro	(Artículos 151 a 155)	p.20
TÍTULO QUINTO.	DE LA DENOMINACIÓN DE ORIGEN	(Artículos 156 a 178)	p.21
Capítulo I.	De la Protección a la Denominación de Origen	(Artículos 156 a 168)	p.21
Capítulo II.	De la autorización para su Uso	(Artículos 156 a 178)	p.23
TÍTULO SEXTO.	DE LOS PROCEDIMIENTOS ADMINISTRATIVOS	(Artículos 179 a 202)	p.23
Capítulo I.	Reglas Generales de los Procedimientos	(Artículos 179 a 186)	p.23
Capítulo II.	Del Procedimiento de Declaración de Nulidad, Caducidad y Cancelación	(Artículos 187 a 199)	p.24
Capítulo III.	Del Recurso de Reconsideración	(Artículos 200 a 202)	p.25
TÍTULO SÉPTIMO.	DE LA INSPECCIÓN, DE LAS INFRACCIONES Y SANCIONES ADMINISTRATIVAS Y DE LOS DELITOS	(Artículos 203 a 227)	p.26
Capítulo I.	De la Inspección	(Artículos 203 a 212)	p.26
Capítulo II.	De las Infracciones y Sanciones Administrativas	(Artículos 213 a 222)	p.27
Capítulo III.	De los Delitos	(Artículos 223 a 227)	p.28
TRANSITORIOS	(Artículos PRIMERO a DÉCIMO CUARTO)		p.29

CARACTERÍSTICAS

SECRETOS INDUSTRIALES

- Se considera secreto industrial a toda información de aplicación industrial que guarde una persona física o moral con carácter confidencial, que signifique obtener o mantener una ventaja competitiva o económica frente a terceros.
- No se considera secreto industrial a la información que sea del dominio público, la que resulte evidente para un técnico en la materia o la que deba ser divulgada por disposición legal o por orden judicial.
- La persona que guarde un secreto industrial podrá transmitirlo o autorizar su uso a un tercero. El usuario tendrá la obligación de no divulgar el secreto industrial por ningún medio.
- Toda persona que con motivo de su trabajo, empleo, puesto, etc., tenga acceso a un secreto industrial del cual se le haya prevenido sobre su confidencialidad deberá de abstenerse de revelarlo sin causa justificada o sin consentimiento de la persona que guarde dicho secreto.

CARACTERÍSTICAS

DE MARCAS

- Se entiende por marca todo signo visible que distinga productos o servicios de otros de su misma especie o clase en el mercado.
- Pueden constituir una marca los siguientes signos:
 - * las formas tridimensionales
 - * las denominaciones o figuras visibles
 - * los nombres comerciales y denominaciones o razones sociales
 - * el nombre propio de una persona física, siempre que no exista un homónimo ya registrado como marca
- No se registrarán como marca:
 - * las denominaciones, figuras o formas tridimensionales animadas o cambiantes, que se expresan de manera dinámica
 - * los nombres técnicos o de uso común de los productos o servicios
 - * las formas tridimensionales que sean del dominio público o que se hayan hecho de uso común y aquellas que carezcan de originalidad, así como la forma usual y corriente de los productos o la impuesta por su naturaleza o función industrial
 - * las letras, números o los colores aislados, a menos que estén acompañados de signos, diseños o denominaciones
 - * la traducción a otros idiomas, variación ortográfica caprichosa
 - * las reproducciones o imitaciones de escudos, banderas, o emblemas de cualquier país así como las denominaciones de siglas de organizaciones internacionales, gubernamentales y no gubernamentales
 - * los nombres, seudónimos, firmas y retratos de personas sin consentimiento del interesado
 - * títulos de obras literarias, artísticas o científicas y personajes ficticios o simbólicos, salvo el consentimiento del autor
 - * una marca registrada no deberá usarse en la denominación o razón social ni formar parte de ésta
- La vigencia será de diez años a partir de la fecha de presentación de la solicitud y podrá renovarse por periodos de la misma duración

CARACTERÍSTICAS

DE LOS NOMBRES COMERCIALES

- El nombre comercial de una empresa o establecimiento industrial, comercial o de servicios y el derecho a su uso exclusivo estarán protegidos, sin necesidad de registro
- Quien este usando un nombre comercial podrá solicitar, a la Secretaría la publicación del mismo en la gaceta
- Recibida la solicitud y satisfechos los requisitos legales, se efectuará el examen de fondo a fin de determinar si existe algún nombre comercial idéntico o semejante en grado de confusión aplicado al mismo giro, publicado con anterioridad.
- La vigencia será de diez años a partir de la fecha de presentación de la solicitud y podrá renovarse por periodos de la misma duración

CARACTERÍSTICAS

DE LOS AVISOS COMERCIALES

- Se considera aviso comercial a las frases u oraciones que tengan por objeto anunciar al público, establecimientos o negociaciones comerciales, industriales o de servicios, para distinguirlos fácilmente de los de su especie
- Si el aviso comercial tiene por objeto anunciar productos o servicios, estos deberán especificarse en la solicitud de registro
- Si el aviso comercial tiene por objeto anunciar algún establecimiento o negociación, sean éstos de la naturaleza que fueren, se considerará comprendido en una clase especial, complementaria de la clasificación que establezca el reglamento de esta Ley. El registro no amparará en estos casos productos o servicios, aún cuando estén relacionados con el establecimiento o negociación
- La vigencia será de diez años a partir de la fecha de presentación de la solicitud y podrá renovarse por períodos de la misma duración

CARACTERÍSTICAS

DENOMINACIÓN DE ORIGEN

- Se entiende por denominación de origen, el nombre de una región geográfica del país que sirva para designar un producto originario de la misma, y cuya calidad o característica se deban exclusivamente al medio geográfico, comprendiendo en éste los factores naturales y los humanos
- La declaración de protección de una denominación de origen, se hará de oficio o a petición de quien demuestre tener interés jurídico. Para los efectos de este artículo se considera que tienen interés jurídico:
 - * las personas físicas o morales que directamente se dediquen a la extracción, producción o elaboración del producto o los productos que se pretendan amparar con la denominación de origen
 - * las cámaras o asociaciones de fabricantes o productores y
 - * las dependencias o entidades del gobierno federal y de los gobiernos de las entidades de la Federación
- La solicitud de declaración de protección a una denominación de origen se hará por escrito, a la que se acompañarán los comprobantes que funden la petición
- La declaración de la Secretaría que otorgue la protección a una denominación de origen, determinará en definitiva los elementos y requisitos previstos en el artículo 159 de esta Ley. Si la resolución otorga la protección de la denominación de origen, el Instituto hará la declaratoria y prodecerá a su publicación en el Diario Oficial
- La vigencia estará determinada por la subsistencia de las condiciones que la motivaron y sólo dejará de surtir efectos por otra declaración de la Secretaría
- El Instituto por conducto de la Secretaría de Relaciones, tramitará el registro de las denominaciones de origen que hayan sido materia de una declaración de protección en los términos de esta Ley, para obtener su reconocimiento en el extranjero conforme a los Tratados Internacionales.

MARCAS		NUEVOS PESOS
Art. 66 Por la solicitud, de registro y expedición de título y vigencia de marcas a que se refiere la legislación en materia de propiedad industria, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el estudio de la solicitud de registro de una marca para aplicarse a:	
	a) Un solo producto o servicio de una clase cualquiera	87.27
	b) De dos a diez productos o servicios de una clase	174.55
	c) De diez a treinta productos de una sola clase	349.09
	d) De más de treinta productos o servicios o para todos los productos o servicios de una sola clase	697.27
II.	Por el estudio de la solicitud de registro de una marca colectiva	697.27
III	Por el estudio y reconocimiento de cada derecho de prioridad	407.27
IV	Por el registro de la expedición del título	349.09
V.	Por la renovación de una marca si se efectúa en su clase o si se efectuó en otra clase, por cada clase	1,220.91
VI	Por la inscripción de la transmisión de los derechos que confiere un registro de marca o que puede derivarse de una solicitud en trámite; por la inscripción o cancelación de inscripción de una licencia contractual: de uso o de su modificación; por el cambio de nombre, denominación o razón social; del solicitante o del titular de un registro de marca, por cada uno de los actos enunciados	87.27
VII	Por el análisis de escritos:	
	a) De reposición de documentación complementación de información faltante, aclaración o subsanación de omisiones	46.36
	b) Complementarios en desahogo a una prevención en relación con impedimentos legales para el otorgamiento de un registro de marcas	46.36
VIII	Por el aviso de marcas vinculadas	87.27
IX	Por el estudio de la solicitud de declaración de disolución de liga de marcas	87.27
X	Por el estudio de la solicitud de inscripción de una franquicia	87.27
XI	Por el estudio de la solicitud de cancelación parcial del registro de una marca por limitación de los productos o servicios que protege.	87.27

DENOMINACIONES DE ORIGEN	NUEVOS PESOS
<p>Art. 67 Por la solicitud, inscripción, renovación, licencia y transmisión relativas a denominaciones de origen a que se refiere la legislación en materia de propiedad industrial, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:</p>	
<p>I. Por el estudio de la solicitud de declaración general de protección a una denominación de origen o de la solicitud de modificación de una declaración general</p>	709.09
<p>II. Por la autorización para usar una denominación de origen</p>	272.73
<p>III. Por la renovación de la autorización de uso de una denominación de origen</p>	354.55
<p>IV. Por la inscripción de un permiso, otorgado por el usuario autorizado, para usar una denominación de origen</p>	267.27
<p>V. Por la inscripción de la transmisión de los derechos de usar una denominación de origen o que pueden derivarse de una solicitud en trámite; por el cambio de nombre, denominación o razón social del solicitante o del usuario de la denominación de origen; por cada uno de los actos enunciados</p>	354.55

AVISOS COMERCIALES		NUEVOS PESOS
Art. 68. Por la solicitud, registro, renovación, licencia y transmisión relativas a avisos comerciales a que se refiere la legislación de la materia, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el estudio de una solicitud de registro de aviso comercial	87.27
II.	Por el registro y expedición del título de aviso comercial	87.27
III.	Por la renovación del registro de aviso comercial	87.27
IV.	Por la inscripción de la transmisión de los derechos que confiere un registro de aviso comercial o que pueden derivarse de una solicitud en trámite; por la inscripción o cancelación de inscripción de una licencia contractual de uso o de su modificación; por el cambio de nombre, denominación o razón social del solicitante o del titular de un registro de aviso comercial; por cada uno de los actos enunciados.	87.27

NOMBRES COMERCIALES		NUEVOS PESOS
Art. 69 Por la solicitud, publicación, renovación, licencia y transmisión relativas a nombres comerciales a que se refiere la legislación de la materia, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el estudio de una solicitud de publicación de nombre comercial	87.27
II.	Por la publicación de un nombre comercial	87.27
III.	Por la renovación de los efectos de la publicación	87.27
IV.	Por la inscripción de la transmisión de los derechos que confiere el uso y publicación de un nombre comercial o que pueden derivarse de una solicitud en trámite; por la inscripción o cancelación de inscripción de una licencia contractual de uso o de su modificación; por el cambio de nombre, denominación o razón social del solicitante o del titular de nombre comercial; por cada uno de los actos enunciados	46.36

POR OTROS ACTOS O PROCEDIMIENTOS RELACIONADOS CON LA LEY DE PROPIEDAD INDUSTRIAL (LITIGIO)		NUEVOS PESOS
Art. 70 Por otros actos o procedimientos relacionados con la legislación en materia de propiedad industrial, se pagará el derecho de propiedad industrial conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el estudio y trámite de una solicitud de declaración administrativa de nulidad, caducidad y cancelación	447.27
II.	Por el informe que se proporcione a personas que lo soliciten por escritos sobre si una marca ha sido registrada o por informes semejantes relativos a avisos y nombres comerciales, por cada uno	46.36
III.	Por la inscripción de la transformación de personas morales o por el cambio de su régimen de capital	29.09
IV.	Por la visita de inspección que se practique por personal autorizado, a petición de parte interesada, para comprobar el cumplimiento de la legislación en materia de propiedad industrial o hechos relacionados con la aplicación de esta	180.00
V.	Por la investigación de infracciones a la legislación en materia de propiedad industrial, a petición de parte interesada	180.00
VI.	Por la revisión de cada reposición de documentación, complementación de información faltante, aclaración o subsanamiento de omisiones y por cada solicitud de prórroga	46.36
VII.	Por el cambio de domicilio del titular de un derecho de propiedad industrial, por el cambio de ubicación del establecimiento industrial, comercial o del servicio por el acreditamiento del nuevo apoderado o mandatario, por cada uno de los actos mencionados	46.36

REGISTRO DE PODERES		NUEVOS PESOS
Art. 70-B Por la solicitud, inscripción y modificación de la inscripción en el Registro General de Poderes a que se refiere la legislación en materia de propiedad industrial, se pagará el derecho de propiedad industrial, conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Por el estudio de una solicitud e inscripción en el Registro General de Poderes	87.27
II.	Por cualquier modificación a una inscripción en el Registro General de Poderes	46.36

CERTIFICACIONES		NUEVOS PESOS
Art. 5° Servicios prestados por cualquiera de las Secretarías de Estado y Procuraduría General de la República, pagarán derechos conforme a las siguientes cuotas:		
I.	Expedición de copias certificadas de documento por cada hoja tamaño carta u oficio	
III.	Compulsa de documentos, por hoja	
V.	Legalización de firmas	

NOTAS IMPORTANTES DE PATENTES

Art. 70-A El Pago de la primera anualidad de conservación de derechos a que se refieren los artículos 63, 65 y 65-A de la presente Ley, se efectuará conjuntamente con el pago por la expedición del título establecido en los citados preceptos.

Reducción de las cuotas de derechos establecidos en la tarifa para beneficio de la micro y pequeña industrias nacionales o extranjeras.

Art. 70-C Cuando la prestación de los servicios a que se refieren los artículos 63, 65-A y 65-B de esta sección sean solicitados por inventores, por personas físicas que no sean empresarios o comerciantes individuales, por micro o pequeñas industrias, por instituciones de educación superior públicas o privadas; por instituciones de educación superior públicas o privadas; por institutos de investigación científica y tecnológica del sector público, se pagará únicamente el 50% de las cuotas de los derechos.

Para efectos de lo dispuesto en el párrafo anterior, se entenderá:

- I. Por micro-industria a las empresas que ocupen hasta 15 personas y el valor de sus ventas netas anuales no rebasen el equivalente al importe de 110 veces el salario mínimo general elevado al año, correspondiente a la zona geográfica "A".
- II. Por pequeñas industrias a las empresas que ocupen hasta 100 personas y el valor de sus ventas netas anuales no rebasen el equivalente al importe de 1,115 veces el salario mínimo general elevado al año correspondiente a la zona geográfica "A".

NOTA: ESTOS PRECIOS NO INCLUYEN EL 15% DE IVA



Una solicitud (1) debe ser en un solo expediente (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26) (27) (28) (29) (30) (31) (32) (33) (34) (35) (36) (37) (38) (39) (40) (41) (42) (43) (44) (45) (46) (47) (48) (49) (50) (51) (52) (53) (54) (55) (56) (57) (58) (59) (60) (61) (62) (63) (64) (65) (66) (67) (68) (69) (70) (71) (72) (73) (74) (75) (76) (77) (78) (79) (80) (81) (82) (83) (84) (85) (86) (87) (88) (89) (90) (91) (92) (93) (94) (95) (96) (97) (98) (99) (100)	Una solicitud (1) debe ser en un solo expediente (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) (18) (19) (20) (21) (22) (23) (24) (25) (26) (27) (28) (29) (30) (31) (32) (33) (34) (35) (36) (37) (38) (39) (40) (41) (42) (43) (44) (45) (46) (47) (48) (49) (50) (51) (52) (53) (54) (55) (56) (57) (58) (59) (60) (61) (62) (63) (64) (65) (66) (67) (68) (69) (70) (71) (72) (73) (74) (75) (76) (77) (78) (79) (80) (81) (82) (83) (84) (85) (86) (87) (88) (89) (90) (91) (92) (93) (94) (95) (96) (97) (98) (99) (100)
Fecha y hora	1211 No. de EXPEDIENTE NO. DE FOLIO DE ENTRADA 1221 FECHA Y HORA DE PRESENTACION

(112) SOLICITUD DE

<input type="checkbox"/>	REGISTRO DE MARCA
<input type="checkbox"/>	REGISTRO DE MARCA COLECTIVA
<input type="checkbox"/>	REGISTRO DE AVISO COMERCIAL
<input type="checkbox"/>	PUBLICACION DE NOMBRE COMERCIAL

(71) SOLICITANTE (S):

nombre (s): _____

nacionalidad (s): _____

dirección del primer sufragante: calle, número, colonia y código postal. _____

ubicación, estado y país. _____

(72) APODERADO (S):

nombre (s): _____

dirección para notificaciones en el territorio nacional: calle, número, colonia y código postal. _____

ubicación y estado. _____ teléfono _____

(84) SIGNO DISTINTIVO: Tipo de marca: Figurativa Sonora Mixta Tridimensional

FECHA DE PRIMER USO: _____ NO SE HA USADO

día mes año

(85) CLASE: (87) PRODUCTOS O SERVICIOS: _____

(Sólo en caso de marca o aviso comercial) (Sólo en caso de nombre comercial)

<p>(84) SE RESERVA EL USO DEL SIGNO DISTINTIVO TAL Y COMO APARECE EN LA ETIQUETA</p> <p>ADHIERA EN ESTE ESPACIO LA ETIQUETA DEL SIGNO DISTINTIVO SOLICITADO (sólo en caso de marcas)</p>	<p>DATOS DEL REGISTRO O PUBLICACION</p> <p>LOS EFECTOS DE ESTE REGISTRO O PUBLICACION TIENEN UNA DURACION DE DIEZ AÑOS CONTADOS A PARTIR DE LA FECHA DE PRESENTACION Y ES REMOVIBLE DE ACUERDO A LAS DISPOSICIONES LEGALES APLICABLES.</p> <p>POR ACUERDO DEL C. DIRECTOR GENERAL DEL INSTITUTO MEXICANO DE LA PROPIEDAD INDUSTRIAL</p> <p>EL DIRECTOR DE MARCAS</p>
---	---

The strain-displacement relation in Eq. 3.2 is

$$\epsilon = \frac{du}{dx}$$

Upon using the chain rule of differentiation, we obtain

$$\epsilon = \frac{du}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} \quad (3.10)$$

From the relation between x and ξ in Eq. 3.4, we have

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{x_2 - x_1} \quad (3.11)$$

Also, since

$$u = N_1 q_1 + N_2 q_2 = \frac{1 - \xi}{2} q_1 + \frac{1 + \xi}{2} q_2$$

we have

$$\frac{du}{d\xi} = \frac{-q_1 + q_2}{2} \quad (3.12)$$

Thus, Eq. 3.10 yields

$$\epsilon = \frac{1}{x_2 - x_1} (-q_1 + q_2) \quad (3.13)$$

The above equation can be written as

$$\epsilon = Bq \quad (3.14)$$

where the (1×2) matrix B , called the *element strain-displacement matrix*, is given by

$$B = \frac{1}{x_2 - x_1} [-1 \quad 1] \quad (3.15)$$

Note. Use of linear shape functions results in a constant B matrix and, hence in a constant strain within the element. The stress, from Hooke's law, is

$$\sigma = EBq \quad (3.16)$$

The stress given by the above equation is also constant within the element. For in

3.4 THE POTENTIAL ENERGY APPROACH

The general expression for the potential energy given in Chapter 1 is

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_L \sigma^T \epsilon A dx - \int_L u^T f A dx - \int_L u^T T dx - \sum_i u_i P_i \quad (3.17)$$

The quantities σ , ϵ , u , f , and T above are discussed at the beginning of this chapter. In the last term above, P_i represents a force acting at point i , and u_i is the x displacement at that point. The summation on i gives the potential energy due to all point loads.

Since the continuum has been discretized into finite elements, the expression for Π becomes

$$\Pi = \sum_e \frac{1}{2} \int \sigma^T \epsilon A dx - \sum_e \int u^T f A dx - \sum_e \int u^T T dx - \sum_i Q_i P_i \quad (3.18a)$$

The last term above assumes that point loads P_i are applied at the nodes. This assumption makes the present derivation simpler with respect to notation, and is also a common modeling practice. Equation 3.18a above can be written as

$$\Pi = \sum_e U_e - \sum_e \int u^T f A dx - \sum_e \int u^T T dx - \sum_i Q_i P_i \quad (3.18b)$$

where

$$U_e = \frac{1}{2} \int \sigma^T \epsilon A dx$$

is the element strain energy.

Element Stiffness Matrix

Consider the strain energy term

$$U_e = \frac{1}{2} \int \sigma^T \epsilon A dx \quad (3.19)$$

Substituting for $\sigma = EB\epsilon$ and $\epsilon = Bq$ into the above yields

$$U = \frac{1}{2} \int q^T B^T E B q A dx \quad (3.20a)$$

or

$$U = \frac{1}{2} q^T \int [B^T E B A dx] q \quad (3.20b)$$

In the finite element model (Section 3.2), the cross-sectional area of element e , denoted by A_e , is constant. Also, B is a constant matrix. Further, the transformation from x to ξ in Eq. 3.4 yields

$$dx = \frac{x_2 - x_1}{2} d\xi \quad (3.21a)$$

or

$$dx = \frac{\ell_e}{2} d\xi \quad (3.21b)$$

where $-1 \leq \xi \leq 1$, and ℓ_e is the length of the element, $\ell_e = |x_2 - x_1|$.

The element strain energy U_e is now written as

$$U_e = \frac{1}{2} q^T \left[A_e \frac{\ell_e}{2} E B^T B \int_{-1}^1 d\xi \right] q \quad (3.22)$$

where E is Young's modulus of element e . Noting that $\int_{-1}^1 d\xi = 2$, and substituting for B from Eq. 3.15, we get

$$U_e = \frac{1}{2} q^T \lambda_e E \frac{1}{\ell_e} \begin{Bmatrix} -1 \\ 1 \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} q \quad (3.23)$$

which results in

$$U_e = \frac{1}{2} q^T \frac{A_e E}{\ell_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} q \quad (3.24)$$

The above equation is of the form

$$U_e = \frac{1}{2} q^T k^e q \quad (3.25)$$

where the element stiffness matrix k^e is given by

$$k^e = \frac{E_e A_e}{\ell_e} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

We note here the similarity of the strain energy expression in Eq. 3.26 with the strain energy in a simple spring, which is given as $U = \frac{1}{2} k Q^2$. Also observe that k^e is linearly proportional to the product $A_e E_e$, and inversely proportional to the length ℓ_e .

De la expresión de las fuerzas de cuerpo y las fuerzas de superficie se tiene:

$$f^c = \frac{A_e \ell_e f}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

$$T^c = \frac{T \ell_e}{2} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Con lo cual se puede establecer la ecuación de la energía potencial en forma matricial como:

$$\Pi = \frac{1}{2} Q^T K Q - Q^T F$$

Considerando el caso del elemento 3 del modelo anterior tenemos:

$$U_3 = \frac{1}{2} q^T k^3 q$$

$$U_3 = \frac{1}{2} q^T \frac{E_3 A_3}{\ell_3} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} q$$

$$q = [Q_3, Q_4]^T$$

$$U_3 = \frac{1}{2} [Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{E_3 A_3}{\ell_3} & -\frac{E_3 A_3}{\ell_3} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{E_3 A_3}{\ell_3} & \frac{E_3 A_3}{\ell_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ Q_3 \\ Q_4 \\ Q_5 \end{Bmatrix}$$

De la ecuación de la energía potencial:

$$\Pi = \frac{1}{2} \mathbf{Q}^T \mathbf{K} \mathbf{Q} - \mathbf{Q}^T \mathbf{F}$$

considerando condiciones de frontera del tipo:

$$Q_{p_1} = a_1, Q_{p_2} = a_2, \dots, Q_{p_r} = a_r$$

La energía potencial puede ser expresada como:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} (a_1 K_{11} a_1 + a_1 K_{12} Q_2 + \dots + a_1 K_{1N} Q_N \\ & + Q_2 K_{21} a_1 + Q_2 K_{22} Q_2 + \dots + Q_2 K_{2N} Q_N \\ & \text{-----} \\ & + Q_N K_{N1} a_1 + Q_N K_{N2} Q_2 + \dots + Q_N K_{NN} Q_N) \\ & - (a_1 F_1 + Q_2 F_2 + \dots + Q_N F_N) \end{aligned}$$

Al sustituir las condiciones de frontera, tenemos:

$$\begin{aligned} \Pi = & \frac{1}{2} (Q_1 K_{11} Q_1 + Q_1 K_{12} Q_2 + \dots + Q_1 K_{1N} Q_N \\ & + Q_2 K_{21} Q_1 + Q_2 K_{22} Q_2 + \dots + Q_2 K_{2N} Q_N \\ & \text{-----} \\ & + Q_N K_{N1} Q_1 + Q_N K_{N2} Q_2 + \dots + Q_N K_{NN} Q_N) \\ & - (Q_1 F_1 + Q_2 F_2 + \dots + Q_N F_N) \end{aligned}$$

Al derivar la energía potencial:

$$\frac{d\Pi}{dQ_i} = 0 \quad i = 2, 3, \dots, N$$

Por lo tanto se obtiene:

$$K_{22}Q_2 + K_{23}Q_3 + \dots + K_{2N}Q_N = F_2 - K_{21}a_1$$

$$K_{32}Q_2 + K_{33}Q_3 + \dots + K_{3N}Q_N = F_3 - K_{31}a_1$$

$$K_{N2}Q_2 + K_{N3}Q_3 + \dots + K_{NN}Q_N = F_N - K_{N1}a_1$$

la cual la podemos expresar como:

$$\begin{bmatrix} K_{22} & K_{23} & \dots & K_{2N} \\ K_{32} & K_{33} & \dots & K_{3N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{N2} & K_{N3} & \dots & K_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_2 \\ Q_3 \\ \dots \\ Q_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_2 - K_{21}a_1 \\ F_3 - K_{31}a_1 \\ \dots \\ F_N - K_{N1}a_1 \end{bmatrix}$$

$$KQ = F$$

