

# **UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**



FACULTAD DE INGENIERÍA

Instituto de Ingeniería



## **ANÁLISIS DEL GOLPE DE ARIETE EN TUBERÍAS CON COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO**

**TESIS**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:**

**INGENIERO CIVIL**

**PRESENTA:**

**GABRIEL CISNEROS AZPEITIA**

**DIRECTOR DE TESIS:**

**M. C. LIBIA GEORGINA CARMONA PAREDES**

**CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO**

**OCTUBRE DEL 2015**



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AVENIDA DE  
MEXICO

DIVISIÓN DE INGENIERÍAS CIVIL Y GEOMÁTICA  
COMITÉ DE TITULACIÓN  
FING/DICyG/SEAC/UTIT/104/15

Señor  
GABRIEL CISNEROS AZPEITIA  
Presente

En atención a su solicitud me es grato hacer de su conocimiento el tema que propuso la profesora M.C. LIBIA GEORGINA CARMONA PAREDES, que aprobó este Comité, para que lo desarrolle usted como tesis de su examen profesional de INGENIERO CIVIL.

**"ANÁLISIS DEL GOLPE DE ARIETE EN TUBERÍAS CON COMPORTAMIENTO VISCOELÁSTICO"**

- INTRODUCCIÓN
- I. ANTECEDENTES
- II. ECUACIONES BÁSICAS DE GOLPE DE ARIETE
- III. DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES ELÁSTICOS Y VISCOELÁSTICOS EN EL FENÓMENO DE GOLPE DE ARIETE
- IV. MODELO NUMÉRICO Y PRUEBAS DE LABORATORIO DEL GOLPE DE ARIETE
- V. COMPARACIÓN DEL GOLPE DE ARIETE PARA TUBERÍAS ELÁSTICAS Y VISCOELÁSTICAS
- VI. CONCLUSIONES

Ruego a usted cumplir con la disposición de la Dirección General de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de cada ejemplar de la tesis el Título de ésta.

Asimismo le recuerdo que la Ley de Profesiones estipula que deberá prestar servicio social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito para sustentar Examen Profesional.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU"  
Cd. Universitaria a 30 de septiembre del 2015.  
EL PRESIDENTE

  
M.I. GERMÁN LÓPEZ RINCÓN

GLR/MTH\*gar.

## **AGRADECIMIENTOS:**

Porque es importante creer siempre en uno mismo pero una ayuda de los demás es una gran bendición.

Agradezco a mis padres y a mis hermanos por todo el apoyo que me brindaron a lo largo de mi trayectoria escolar y de mi vida.

A mi amiga Norma por ser una gran amistad, por su apoyo y su compañía durante los momentos alegres, los difíciles; y por los que aún nos quedan por recorrer.

A mis tíos Roberto y Lolis por su cariño y su apoyo; y a mis primos Armando, Efraín y Renata por haber representado para mí un ejemplo de superación laboral y académica.

A mis amigos Hugo, Oziel, Juan Carlos, Carlos, Katerine y Ángel, por su amistad, su compañerismo y por las buenas charlas.

Al Instituto de Ingeniería y en particular a la M. C. Libia Georgina Carmona Paredes por su guía y por el gran apoyo que me brindó en la recta final de mi carrera; así como por su contribución para la realización de esta tesis.

Y a esas personas que me acompañaron en algún momento de mi vida pero que tuvieron que irse.

# CONTENIDO

Resumen.....	4
Introducción.....	5
Capítulo I.....	7
1.1 Antecedentes:.....	7
1.2 Ecuaciones básicas de análisis del golpe de ariete .....	13
1.3 Descripción de los materiales elásticos y viscoelásticos en el fenómeno de golpe de ariete .....	21
Capítulo II.....	27
2.1 Modelo numérico y de pruebas de laboratorio del golpe de ariete.....	27
Capítulo III.....	56
3.1 Comparación del golpe de ariete en tuberías elásticas y viscoelásticas.....	56
Conclusiones.....	58
Bibliografía.....	60

## RESUMEN

El golpe de ariete en conductos a presión es un fenómeno transitorio ocasionado por maniobras rápidas en el sistema de conducción, su característica principal es la generación de una onda de presión que puede ocasionar daños en el sistema hidráulico.

Para predecir la magnitud de la variación de presión y tomar medidas preventivas de operación y diseño se utilizan modelos numéricos que están representados por las ecuaciones de celeridad, de Joukowski, así como el modelo de columna elástica desarrollado por Streeter y Chaudhry, evaluando el gasto y la presión en el tiempo en flujo transitorio.

De manera tradicional este conjunto de ecuaciones se desarrolló con éxito considerando que el fenómeno ocurre dentro de un conducto fabricado con materiales elásticos (acero o concreto). Sin embargo, el reciente uso de plásticos ha obligado a que sean modificadas para incluir variables asociadas al comportamiento viscoelástico, principalmente para el caso de los polietilenos en la elaboración de tuberías.

El tipo de material con el que interactúa el flujo influye significativamente en el golpe de ariete. Las variables de carga y de gasto se comportan de manera diferente cuando se trata de materiales elásticos o viscoelásticos, por lo que es necesario utilizar el modelo correspondiente de análisis sobre todo cuando se pretende desarrollar algoritmos que simulen el fenómeno y que ayuden a comprender el comportamiento observado.

## INTRODUCCIÓN

El análisis del fenómeno de golpe de ariete en conductos a presión se realiza con el fin de estimar la variación de la carga de un flujo, que se presentará al realizar maniobras de operación rápidas o por la ocurrencia de fallas en el suministro eléctrico a los equipos de bombeo y cambios súbitos en la demanda de energía eléctrica en sistemas de generación.

Las variaciones en la presión del fluido, en este caso agua, pueden causar daños catastróficos al sistema, como el daño en bombas y turbinas, fracturas o colapso en las tuberías.

Conocer el comportamiento de los transitorios hidráulicos permite proponer diseños óptimos de los conductos que trabajan a presión e instalar dispositivos y elementos de control con características adecuadas para evitar variaciones excesivas en la presión del flujo; previniendo o mitigando daños al sistema.

El modelo matemático de análisis del golpe de ariete considera la respuesta del material de las tuberías ante variaciones de presión y las características del fluido que se conduce, con éste se analiza la forma de propagación de la energía a lo largo de la conducción.

En una primera etapa de la evolución en la tecnología de tuberías de conducción de fluidos se utilizaban materiales cuyo comportamiento puede considerarse elástico lineal; como son: el acero, el fibrocemento, el concreto, etc. Sin embargo la introducción de los polímeros para su construcción ha creado la necesidad de desarrollar modelos matemáticos que representen su comportamiento

viscoelástico; uno de éstos introduce una modificación al modelo generalizado de Kelvin-Voigt.

Esta tesis se presenta con la finalidad de comparar el modelo clásico de golpe de ariete y el modificado para tuberías de materiales viscoelásticos. Para este fin se presenta un análisis de resultados de simulaciones del golpe de ariete, generado por el cierre de la válvula aguas abajo de una línea de conducción en tuberías de polietileno de alta densidad y tuberías de acero, utilizando para cada cual el modelo de análisis correspondiente.

Como base para este estudio se utilizó la información de registros de presión obtenidos en pruebas experimentales en tuberías de polietileno de alta densidad realizadas por el M.I. Eduardo Rodal Canales para la empresa Policonductos.

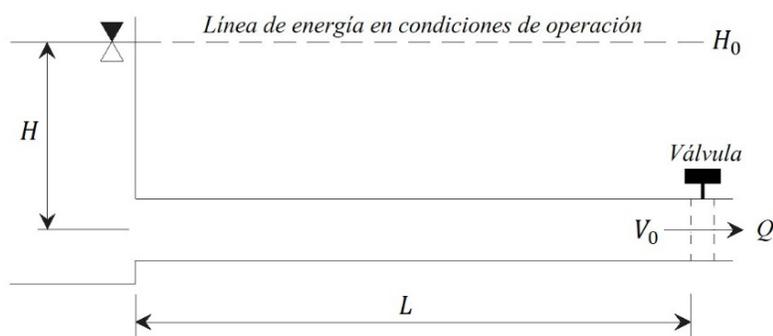
Considérese que todos los análisis desarrollados en este documento utilizan el sistema métrico internacional de unidades.

# CAPÍTULO I

## 1.1 ANTECEDENTES:

El golpe de ariete ocurre en conductos a presión cuando se detiene de manera repentina y total el flujo que circula a través de ella por medio del cierre de válvulas o del distribuidor después del paro repentino de una bomba o por el rechazo de carga de las turbinas en una central hidroeléctrica.

Para brindar una mejor descripción de este fenómeno supóngase un sistema de conducción de longitud  $L$  con un tanque de carga constante al inicio de éste y una válvula de control cuyo cierre se realiza de manera brusca, y que está ubicada aguas abajo como se muestra en la Fig. 1.1; considere que la fricción es nula.



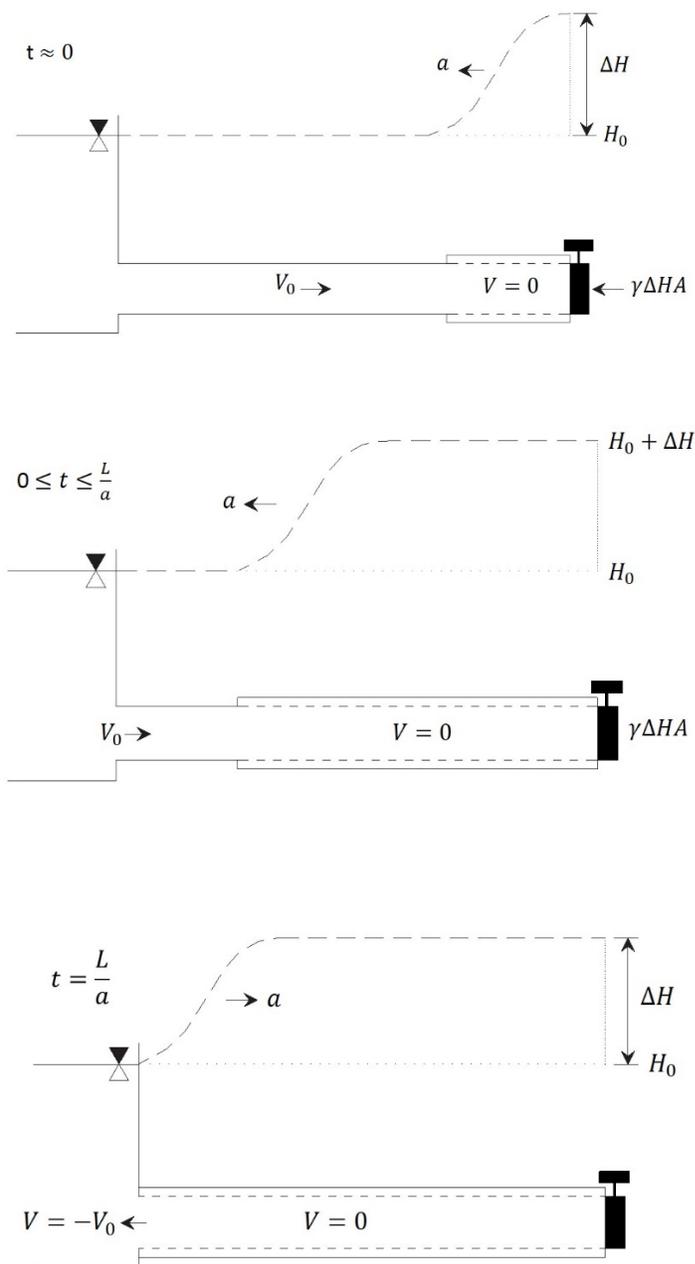
**Figura 1.1. Tubería en condiciones de operación antes del cierre de válvula**

Cuando ocurre el cierre de válvula el flujo se interrumpe y el momento que el volumen de agua mantiene durante su recorrido ocasiona la compresión de su propia masa. Esta acumulación de masa transmite una sobrepresión en las paredes de la tubería y se inicia un ciclo que se puede dividir en cuatro etapas según la ocurrencia de dos efectos principales: la variación de la presión y la subsecuente deformación de las paredes del conducto.

La compresión de la masa de agua no sucede de manera instantánea en toda la conducción, ésta va tomando lugar como una propagación de onda a partir del punto de interrupción del flujo, que se transmite longitudinalmente a una velocidad " $a$ " denominada "celeridad".

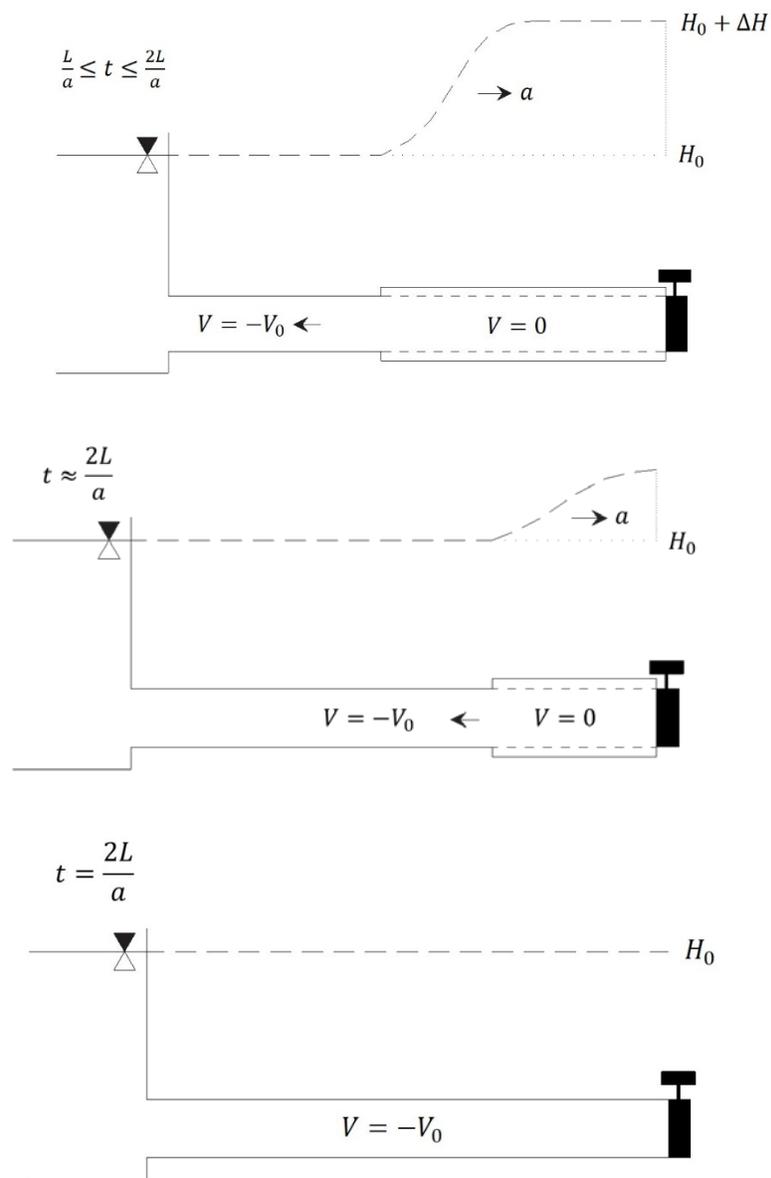
En tuberías elásticas se considera constante el valor de la celeridad, por ello cada una de las etapas descritas a continuación tiene ocurrencia entre los tiempos determinados entre la longitud de la tubería recorrida y la celeridad que se definen como:  $L/a$ ,  $2L/a$ ,  $3L/a$  y  $4L/a$  respectivamente.

En una primera etapa del fenómeno, el agua que se acumula inmediatamente antes de la válvula cerrada ocasiona un aumento en la presión del fluido que produce fuerzas de tensión en la tubería y ésta se dilata. Fig. 1.2



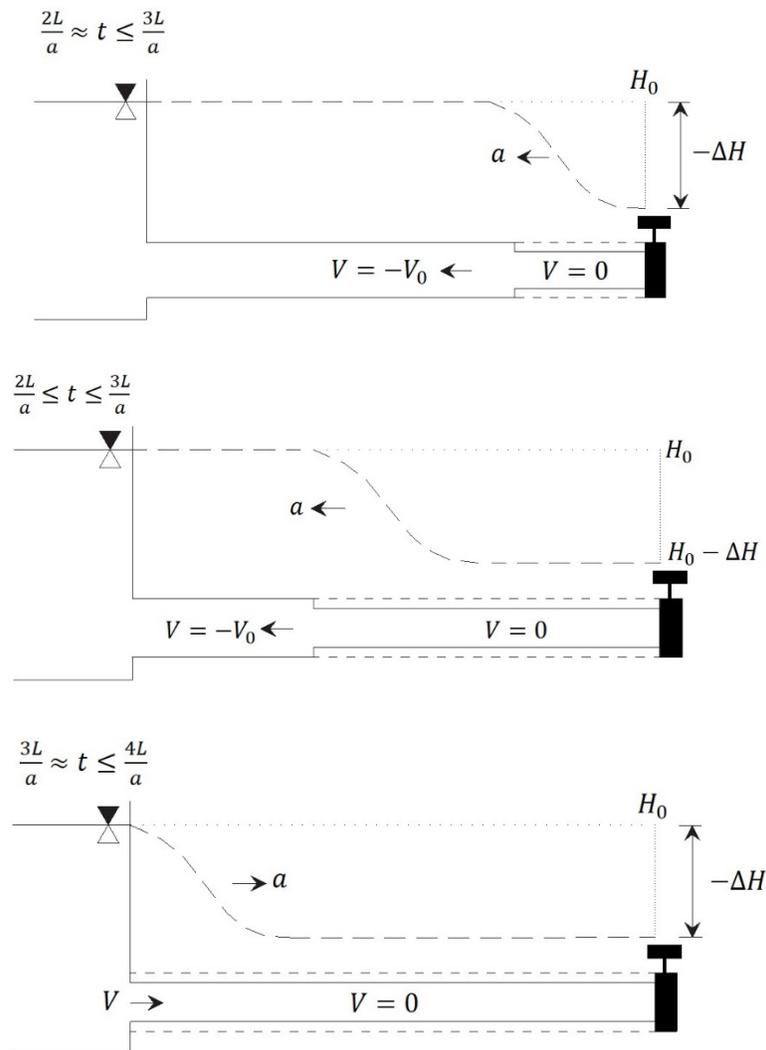
**Figura 1.2. Dilatación del conducto debido a una sobrepresión  $\Delta H$  que se mueve a la velocidad  $a$ .**

La respuesta del agua es liberar esta energía almacenada de compresión expandiendo su masa, mientras que la de la tubería es retomar su forma original. Como consecuencia el flujo se vuelve en dirección aguas arriba y la presión en las paredes regresa idealmente a la de flujo establecido; esto ocurre en una segunda etapa del transitorio. Fig. 1.3



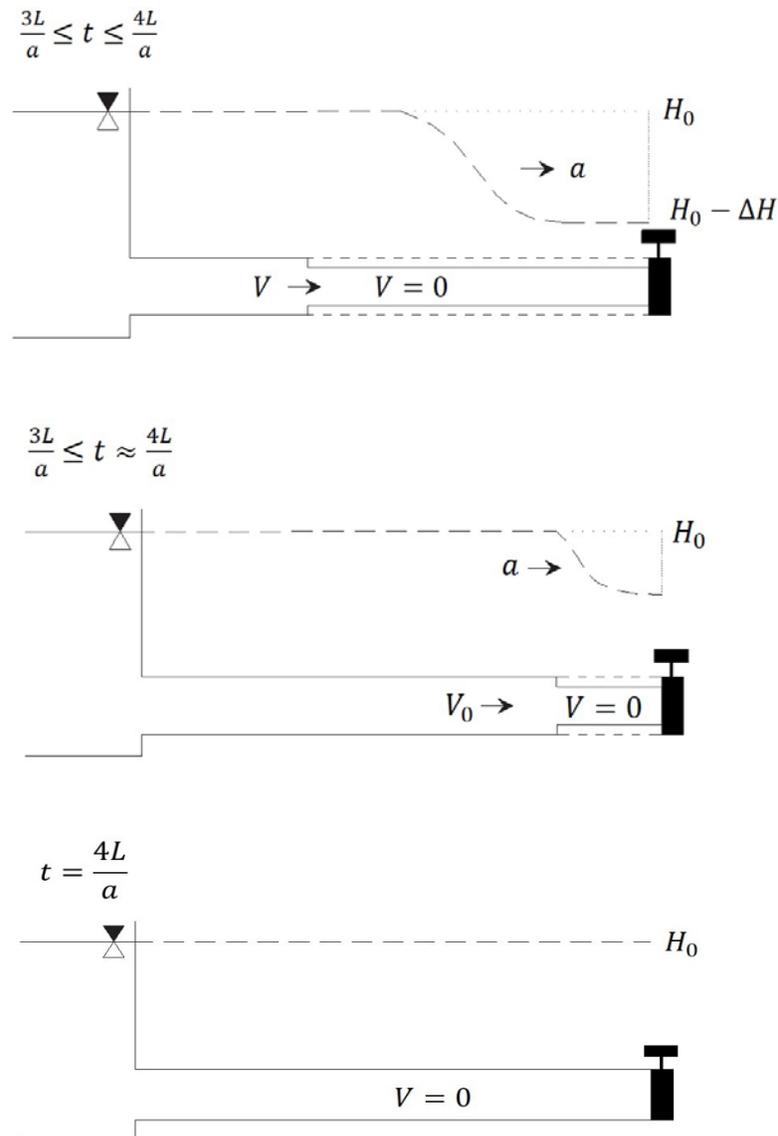
**Figura 1.3. Restitución de la presión y de las paredes del conducto.**

En la tercera etapa la inercia de la masa de agua continúa impulsando al flujo en dirección aguas arriba y la presión a lo largo de la tubería comienza a disminuir, en ocasiones por debajo de la atmosférica. Esta baja presión es la que puede crear un efecto de separación de columna y ocasionar el colapso de las paredes. Fig. 1.4



**Figura 1.4. Contracción de la tubería debida a la disminución de la presión interna.**

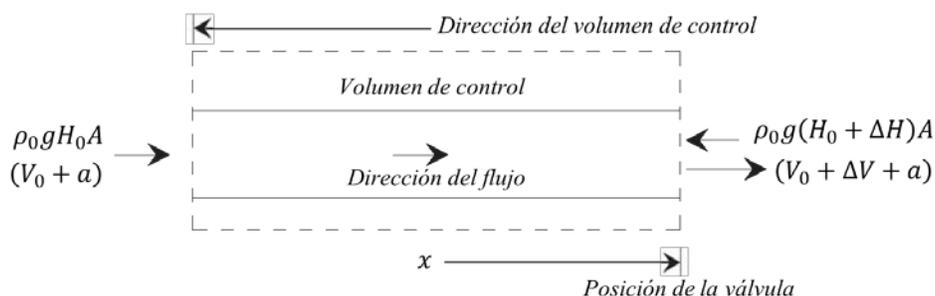
La cuarta etapa ocurre cuando el agua se encuentra con una gran masa de agua en reposo aguas arriba de la conducción. Esto ocasiona que el flujo de agua se invierta nuevamente en dirección aguas abajo donde chocará de nuevo contra la válvula, regresará a la presión de flujo establecido y se comenzará de nuevo otro ciclo del golpe de ariete. Fig. 1.5



**Figura 1.5. Restitución de la presión y de las paredes del conducto.**

## 1.2 ECUACIONES BÁSICAS DE ANÁLISIS DEL GOLPE DE ARIETE

La máxima magnitud teórica del incremento de presión al ocurrir el golpe de ariete, en el sitio donde se produce, se determina con la denominada “ecuación de Joukowski”, cuya deducción puede partir del análisis de un volumen de control dinámico que acompaña a la onda de presión que se propaga a una celeridad "a" (Chaudhry, 1979). Fig. 1.6



**Figura 1.6. Fuerzas actuantes en un volumen de control dinámico.**

En esta deducción se considera que toda la energía cinética contenida en el flujo es transformada en la energía de presión, requerida para enfrenar la columna en movimiento. Además, el análisis mostrado sólo tiene validez para el golpe de ariete cuando el tiempo de cierre es menor al tiempo de recorrido de la onda de ida y vuelta a través de la condición en donde  $t = 2L/a$ .

Para este análisis deductivo se aplica el cambio en el tiempo de la cantidad de movimiento a la masa de agua en un volumen de control en el instante del cierre de la válvula:

$$M_x = \rho_0(V_0 + a)A[(V_0 + \Delta V + a) - (V_0 + a)] \quad (1.1)$$

Donde el término  $\rho_0(V_0 + a)A$  es un flujo másico y la razón de cambio en el tiempo queda:

$$M_x = \rho_0(V_0 + a)A\Delta V \quad (1.2)$$

Por otra parte, la fuerza resultante en el volumen de control por la reacción al cierre de la válvula se determina analizando las fuerzas actuantes en las fronteras del volumen de control:

$$F_x = \rho_0 g H_0 A - \rho_0 g (H_0 + \Delta H) A \quad (1.3)$$

$$F_x = -\rho_0 g \Delta H A \quad (1.4)$$

El término  $\rho_0 g H_0$  es la presión expresada en función de la carga.

Igualando las fuerzas en el volumen de control:  $M_x = F_x$

$$\rho_0(V_0 + a)A\Delta V = -\rho_0 g \Delta H A \quad (1.5)$$

$$(V_0 + a)\Delta V = -g\Delta H \quad (1.6)$$

Despejando la carga de presión:

$$\Delta H = -\frac{1}{g}(V_0 + a)\Delta V \quad (1.7)$$

Si se considera que la velocidad  $V_0$  tiene una magnitud mucho menor a la celeridad "a" puede despreciarse y es correcto proponer la siguiente aproximación:

$$V_0 + a \approx a \quad (1.8)$$

Entonces  $V_0$  se puede omitir de la ecuación (1.7) que finalmente se expresa como:

$$\Delta H = -\frac{a}{g}\Delta V \quad (1.9)$$

De esta manera (1.9) es la “ecuación de Joukowski” y permite una aproximación de la magnitud de la sobrepresión que se ejercerá en el momento de interrupción del flujo. Este dato es el más importante en el análisis de transitorios, ya que en el momento del golpe de ariete la energía liberada por el fluido no ha tenido pérdidas debidas a la fricción con las paredes del conducto y por lo tanto es la de máxima magnitud.

Análogamente, la primera baja presión causada por el transitorio se considera como la mínima. Ésta puede ocasionar el fenómeno de separación de columna y en caso de que disminuya por debajo de la presión atmosférica se pueden sobrepasar los límites de resistencia de la tubería y ocasionar su colapso.

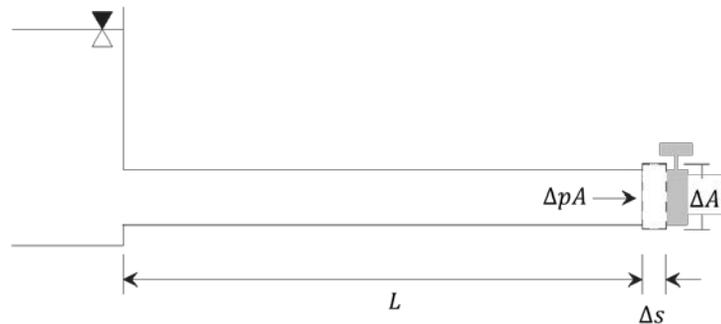
La ecuación de Joukowski es igualmente válida para sobrepresiones y subpresiones, de tal forma que:  $\Delta H = |-\Delta H|$ . Al ser ambas medidas de presión máxima y mínima.

Entonces, las variaciones de sobrepresión y subpresión posteriores al primer máximo y al primer mínimo son de menor magnitud, ya que están disminuidas por la pérdida de energía que va tomando lugar por efecto de fricción con las paredes del conducto y por la deformación del material.

Por otro lado, el cálculo de la celeridad proviene de un análisis que se realiza con base en las ecuaciones constitutivas del material y de las del fluido; algunos autores deducen la expresión general de celeridad con diferentes analogías, aquí se muestra la que presenta Chaudhry en su literatura:

Como primera hipótesis se asume que al momento del cierre de válvula el choque que ocurre entre la masa de agua y la válvula provoca también una deformación

instantánea  $\Delta s$  de la tubería sobre su eje longitudinal y un incremento del área  $\Delta A$  en su eje transversal. Fig 1.7



**Figura 1.7. Incremento diferencial longitudinal y transversal de la tubería debido al empuje de la masa de agua contra el elemento de retención.**

Si la onda realiza el primero de sus recorridos a lo largo de la tubería en  $L/a$  segundos el desplazamiento  $\Delta s$  debe ocurrir a una velocidad que se puede estimar como:

$$\frac{\Delta s}{L/a} \quad (1.10)$$

Lógicamente al cierre de válvula se presenta una disminución de la velocidad del fluido  $\Delta V$  en la proximidad de la válvula, dentro del volumen comprendido en el elemento diferencial de longitud  $\Delta s$ :

$$\Delta V = \Delta s \frac{a}{L} - V_0 \quad (1.11)$$

Donde  $V_0$  es la velocidad del flujo establecido.

Luego entonces:

$$V_0 \frac{L}{a} = \Delta s - \Delta V \frac{L}{a} \quad (1.12)$$

Dado que el fenómeno ocurre en  $L/a$  segundos, la compresibilidad del fluido

permite la entrada de la masa definida como:

$$\rho AV_o \frac{L}{a} \quad (1.13)$$

El incremento de masa  $\Delta m$  en el volumen de longitud  $\Delta s$  es:

$$\Delta m = \rho L \Delta A + \rho A \Delta s + L A \Delta \rho \quad (1.14)$$

Y se obtiene la ecuación (1.15):

$$\rho AV_o \frac{L}{a} = \rho L \Delta A + \rho A \Delta s + L A \Delta \rho \quad (1.15)$$

Es decir, que la masa entrante se debe al incremento de las dimensiones del volumen que ocupa y a la compresibilidad de la masa de agua.

Realizando combinaciones y simplificaciones algebraicas de las ecuaciones (1.12)

en (1.15) se elimina  $V_o$ :

$$\rho A \left( \Delta s - \frac{L}{a} \Delta V \right) = \rho L \Delta A + \rho A \Delta s + L A \Delta \rho \quad (1.16)$$

$$-\rho A \frac{L}{a} \Delta V = \rho L \Delta A + L A \Delta \rho \quad (1.17)$$

y simplificamos para tener la igualdad:

$$-\frac{\Delta V}{a} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (1.18)$$

Por otra parte, de la ecuación de Joukowski (1.9) obtenemos una expresión en función de la presión, de la densidad y de la celeridad:

$$\Delta H = -\frac{a}{g} \Delta V \quad (1.19)$$

$$H = \frac{p}{\rho g} \quad (1.20)$$

$$\frac{\Delta p}{\rho g} = - \frac{a \Delta V}{g} \quad (1.21)$$

$$\Delta V = - \frac{\Delta p}{\rho a} \quad (1.22)$$

Por lo que podemos sustituir  $\Delta V$  de la ecuación (1.18):

$$\frac{\Delta p}{\rho a^2} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (1.23)$$

Y despejando la celeridad:

$$a^2 = \frac{\Delta p / \rho}{\Delta A / A + \Delta \rho / \rho} \quad (1.24)$$

Por definición del módulo de compresibilidad del agua, podemos definir la siguiente expresión:

$$K = \frac{\Delta p}{\Delta \rho / \rho_0} \quad (1.25)$$

Que podemos escribir como:

$$\Delta p = K \frac{\Delta \rho}{\rho} \quad (1.26)$$

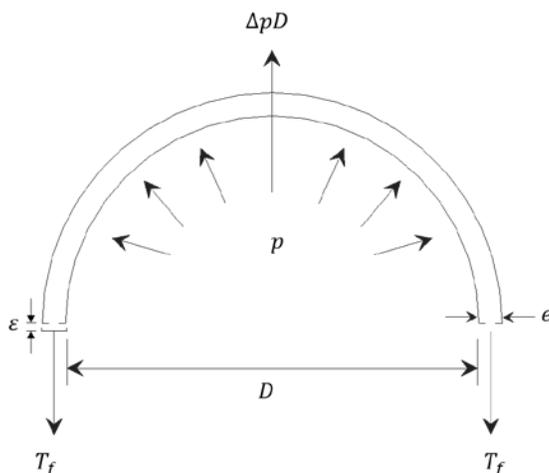
Y puede sustituirse en lugar del término superior  $\Delta p / \rho$  relacionando variables ligadas a las propiedades mecánicas del fluido, en lugar de variables dinámicas del flujo:

$$a^2 = \frac{K / \rho}{\Delta A / A + \Delta \rho / \rho + 1} \quad (1.27)$$

De esta forma se incluye en el análisis el cambio de volumen de la masa de agua y la resistencia que opone ante fuerzas de compresión:

$$a^2 = \frac{K/\rho}{1 + (\Delta A/\Delta p)(K/A)} \quad (1.28)$$

Para eliminar los incrementos de las variables  $\Delta A$  y  $\Delta p$  de la expresión (1.28) se integran características del material de la tubería, para lo cual se realiza un análisis estático de las fuerzas debidas a la presión y al esfuerzo en las paredes del conducto complementándolo con las leyes constitutivas del material. Fig. 1.8



**Figura 1.8. Diagrama de las fuerzas actuantes en la sección transversal de la media caña de una tubería.**

Del análisis de fuerzas en la figura 1.8 se obtiene la ecuación (1.29) que representa el incremento del esfuerzo debido a la presión en las paredes de la tubería:

$$\Delta\sigma = \frac{\Delta T_f}{e} = \frac{\Delta p D}{2e} \quad (1.29)$$

Considerando que existe un incremento del área debido a una elongación unitaria perimetral de la tubería como se muestra en la figura 1.8:

$$\Delta A = 2\Delta\epsilon \frac{\pi D^2}{4} \quad (1.30)$$

Donde el término  $\Delta\varepsilon$  es la elongación unitaria definida por el modelo de elasticidad como:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\sigma}{E} \quad (1.31)$$

Sustituyendo  $\Delta\varepsilon$  en la ecuación (1.30):

$$\Delta A = \frac{\Delta\sigma \pi D^2}{E} \frac{1}{2} \quad (1.32)$$

Y el término  $\Delta\sigma$  se sustituye de la ecuación (1.29) en (1.32):

$$\Delta A = \frac{\pi \Delta p D^3}{4eE} \quad (1.33)$$

Dividiendo entre  $A$  y  $\Delta p$ :

$$\frac{\Delta A}{A \Delta p} = \frac{D}{Ee} \quad (1.34)$$

Y finalmente sustituimos los incrementos  $\Delta A$  y  $\Delta p$  en la ecuación (1.28) para concluir con la expresión (1.35):

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + \frac{KD}{Ee}}} \quad (1.35)$$

La cual es la expresión general para el cálculo de la celeridad de un fluido en conductos a presión, en donde:

K: es el módulo de compresibilidad del fluido

$\rho$ : es la densidad del fluido

E: es el módulo de elasticidad del material que conforma la tubería

D: es el diámetro interno de la tubería

E: es el espesor de las paredes de la tubería

Adicionalmente en la práctica se integra un coeficiente adimensional “ $\alpha$ ” que representa la capacidad de desplazamiento de la tubería, restringido por elementos estructurales de empotramiento y anclaje:

$$a = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + \alpha \frac{KD}{Ee}}} \quad (1.36)$$

En esta ecuación (1.36) se observa que la magnitud de la celeridad está en función únicamente del módulo de compresibilidad del fluido y de su densidad, del módulo de elasticidad de la tubería, de su diámetro y su espesor junto con el parámetro  $\alpha$ ". Por lo tanto la celeridad no depende de las condiciones de operación ni de las condiciones hidrodinámicas del flujo.

### **1.3 DESCRIPCIÓN DE LOS MATERIALES ELÁSTICOS Y VISCOELÁSTICOS EN EL FENÓMENO DE GOLPE DE ARIETE**

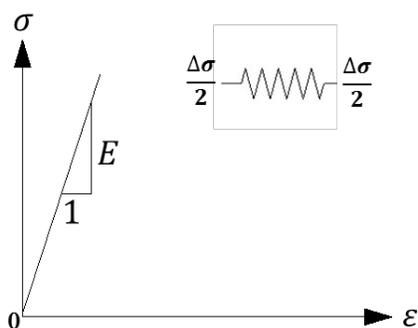
La reacción del material debida a las fuerzas internas ocasionadas por los gradientes de presión, cuando ésta se incrementa o disminuye, es una deformación por efecto de tensión o de contracción respectivamente y sucederá en la medida en que sus propiedades mecánicas le brinden la característica de comportamiento elástico lineal o viscoelástico.

En el estudio del fenómeno de golpe de ariete en conductos a presión se integran los modelos reológicos a través de la ecuación de celeridad para representar el comportamiento del material que se está empleando en la tubería. Éstos nos

brindan información de la deformación debida a las fuerzas generadas durante el transitorio y a los efectos que se producirían a lo largo del sistema de conducción.

Un material elástico lineal se define como tal cuando presenta deformaciones linealmente proporcionales ante la aplicación de fuerzas de superficie que le generan esfuerzos de tensión o de compresión, y tienen un comportamiento elástico de recuperación cuando dicha fuerza es retirada o disminuida.

Además esta reacción es una manifestación instantánea desde el momento de aplicación de la fuerza. Sin embargo la mecánica de los materiales condiciona a que dichas deformaciones deben ser lo suficiente pequeñas para cumplir con el principio de superposición de Boltzmann, (Pipkin) Fig 1.9



**Figura 1.9. Relación lineal de esfuerzo contra deformación.**

En la mecánica de los materiales el comportamiento elástico lineal se modela a través de la Ley de Hooke, cuya idealización molecular (o modelo reológico) corresponde a un resorte que permite la deformación instantánea cuando es sometido a esfuerzo. Su expresión matemática es:

$$\sigma = E_0 \epsilon \quad (1.37)$$

donde:

$\sigma$ : esfuerzo actuante en el resorte

$E_0$ : módulo de elasticidad del resorte

$\varepsilon$ : deformación unitaria

Al considerar que la deformación de una tubería tiene un comportamiento elástico - lineal se asume que las relaciones entre diámetro, espesor de la tubería y compresibilidad del agua se mantienen constantes en cada instante durante la interacción del material y del fluido. Es decir, que se puede desprestigiar la variación del módulo de elasticidad en función de las dimensiones que adopta el material conforme al incremento de esfuerzos a lo largo del tiempo; esto se asemeja a la realidad cuando las deformaciones son pequeñas, de aquí la importancia del principio de Boltzmann.

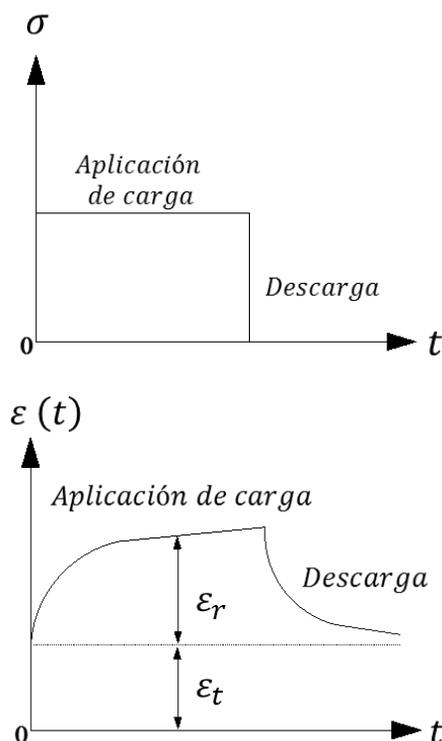
Por otra parte, los materiales viscoelásticos corresponden a aquellos polímeros cuya deformación ante un incremento de esfuerzos en un cuerpo sólido presenta propiedades tanto viscosas como elásticas y puede ser de tendencia lineal o no lineal.

En el caso de materiales viscoelásticos no lineales esta deformación se presenta en dos fases: la primera donde la deformación es instantánea, pequeña y proporcional al esfuerzo, es lineal y elástica; la segunda donde la deformación es lenta, no es lineal y es de mayor magnitud si se compara con sus dimensiones originales, por lo que ya no es posible utilizar el principio de Boltzmann. Además en materiales viscoelásticos ocurre una relajación del esfuerzo conforme la deformación es constante.

Para el caso de tuberías fabricadas con materiales tales como el policloruro de vinilo y el polietileno de alta densidad el cálculo de la celeridad puede determinarse con la ecuación de celeridad (1.36) pero es necesario integrarle un factor que considere la variación en el módulo de elasticidad debida a la deformación viscosa del material a lo largo del tiempo.

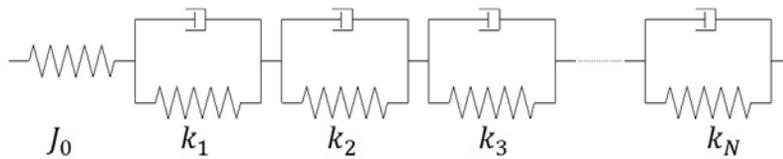
La deformación de un material viscoelástico puede analizarse a partir de la superposición de estas dos fases de su comportamiento: la respuesta elástica inmediata al esfuerzo y una respuesta tardía propia de la viscosidad del material.

Fig. 1.10



**Figura 1.10. Deformación de un material viscoelástico ante aplicación de una carga y descarga a lo largo del tiempo.**

Los estudios previos para estos materiales plásticos (Covas), en particular el polietileno de alta densidad, el modelo reológico que se ha propuesto utilizar para representar el comportamiento viscoelástico de tuberías es un modelo mecánico modificado del generalizado de Kelvin-Voigt. Su idealización molecular involucra un resorte de Hooke para representar la respuesta elástica instantánea de la tubería y un sistema de pistones y resortes en paralelo (elementos Kelvin-Voigt) que representa la respuesta tardía o viscosa del material. Fig. 1.11



**Figura 1.11. Diagrama reológico correspondiente al modelo modificado de Kelvin-Voigt**

Referenciando el análisis realizado por Covas, la deformación total  $\varepsilon_T$  de un elemento diferencial para este tipo de materiales queda definida como la suma de la deformación elástica instantánea  $\varepsilon_e$  y una deformación viscoelástica  $\varepsilon_r(t)$ :

$$\varepsilon_T = \varepsilon_e + \varepsilon_r(t) \quad (1.36)$$

En donde:

$\varepsilon_e$  corresponde a la respuesta del material instantánea  $\rightarrow J_0$

y

$\varepsilon_r$  corresponde a la respuesta viscoelástica del material  $\rightarrow \sum_{k=1}^N J_k \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right)$

Por lo que la expresión matemática completa y correspondiente al análisis matemático del modelo modificado de Kelvin-Voigt es la siguiente:

$$J(t) = J_0 + \sum_{k=1}^N J_k \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}}\right) \quad (1.37)$$

En donde  $J_0$  representa la deformación inmediata del resorte definido por el inverso del módulo de elasticidad  $J_0 = \frac{1}{E_0}$  y  $J_k$  representa la deformación elástica en el elemento  $k$  y está definido por  $J_k = \frac{1}{E_k}$ . El factor de respuesta tardía para que la tubería regrese a sus dimensiones originales queda representada por

$\tau_k = \frac{\mu_k}{E_k}$ , donde  $\tau_k$  es el cociente de la viscosidad  $\mu_k$  del fluido del pistón y del módulo de elasticidad  $E_k$  del resorte  $k$ .

$N$  es el número de elementos Kelvin-Voigt que componen al arreglo conectados en serie. Los artículos que presentan resultados de la aplicación de éste modelo (Covas) mencionan que se ha observado que la mejor simulación se logra con 4 o 5 elementos Kelvin-Voigt.

En el análisis para tuberías fabricadas con materiales de comportamiento viscoelástico, la ecuación (1.36) de celeridad integra estos modelos de respuesta en el tiempo sustituyendo la función  $J(t)$  en lugar de utilizar constante el módulo de elasticidad  $E$ .

Por lo tanto, la ecuación de celeridad se convierte en una expresión donde la función  $J(t)$  nos permitirá determinar un valor de celeridad para cada instante de tiempo  $t$ .

$$a(t) = \sqrt{\frac{K/\rho}{1 + \alpha \frac{KD}{e} J(t)}} \quad (1.38)$$

## CAPÍTULO II

### 2.1 MODELO NUMÉRICO Y DE PRUEBAS DE LABORATORIO DEL GOLPE DE ARIETE

Una vez estimado el valor de celeridad, es necesario revisar la variación de la carga y del gasto durante el golpe de ariete. Para estimarlas se debe partir de las ecuaciones de continuidad y dinámica del flujo puesto que en las condiciones actuales estas variables pertenecen a un estado de flujo transitorio. Para este fin, Chaudhry y Streeter presentan un modelo general denominado “modelo de columna elástica” el cual integran las ecuaciones de continuidad y dinámica del flujo:

Ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial A} = 0 \quad (2.1)$$

Ecuación dinámica del flujo:

$$g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{1}{gA} \frac{\partial Q}{\partial t} + hf = 0 \quad (2.2)$$

Chaudhry indica que la validez de este modelo se basa en las siguientes hipótesis que simplifican su desarrollo:

- El flujo dentro del conducto es unidimensional y su velocidad se distribuye uniformemente con relación a un plano en su sección transversal.

- Las paredes del conducto tienen un comportamiento a la deformación elástico lineal y es proporcional al esfuerzo al que se someten.
- Las expresiones para el cálculo de pérdida de energía por fricción en el sistema de conducción son válidas durante el análisis del transitorio hidráulico.

De manera análoga a la modificación en la estimación de la celeridad, el modelo de columna elástica también está modificado para ampliar su validez al análisis de golpe de ariete a tuberías de polietileno de alta densidad; se le ha agregado la respuesta viscoelástica de deformación en la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial A} = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{2a^2}{g} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} = 0 \quad (2.4)$$

Del modelo representado por el conjunto de ecuaciones (2.3) y (2.4) se forma un sistema de ecuaciones diferenciales no lineal cuya solución no es analítica, por lo tanto es necesario recurrir a métodos numéricos, uno de ellos es el “Método de las Características”.

Este método tiene diferentes aplicaciones y en nuestro caso brinda una solución al modelo anterior realizando una combinación lineal de ambas ecuaciones que permiten conocer la variación del gasto y de la carga en intervalos de tiempo  $\Delta t$  y en " $N$ " puntos de la tubería separados a una distancia  $\Delta x$ ; " $N$ " debe ser un número entero.

De tal forma que estos intervalos de tiempo y distancia están sujetos a las siguientes condiciones:

$$N = \frac{L}{\Delta x} \quad (2.5)$$

$$a = \frac{\Delta x}{\Delta t} \quad (2.6)$$

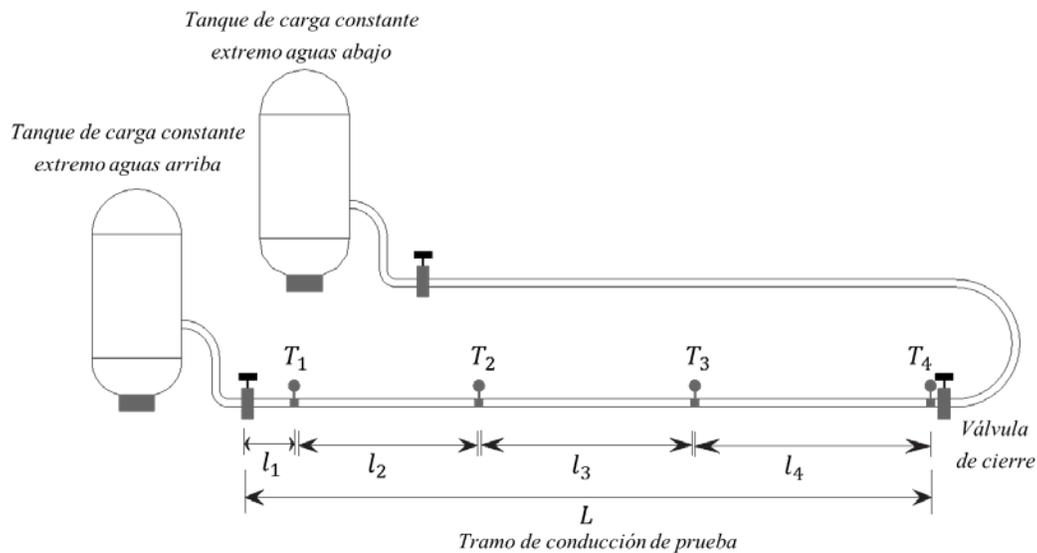
Dado que la celeridad ya está definida como una velocidad constante que depende únicamente de las características mecánicas del material,  $\Delta t$  y  $\Delta x$  toman valores que se proponen según la conveniencia del análisis siempre y cuando se cumplan la condición de la expresión (2.6).

Lógicamente, cuando definimos intervalos  $\Delta x$  pequeños el número de puntos  $N$  aumenta, la magnitud de los incrementos  $\Delta t$  disminuye, por lo tanto se incrementa la cantidad de cálculos para evaluar un transitorio a lo largo de una tubería y es necesario el uso de software que tenga tal capacidad de cálculo.

Los resultados y mediciones experimentales que se presentan en esta sección fueron obtenidos de estudios que se realizaron en el Instituto de Ingeniería de la UNAM, para la empresa Policonductos ubicada en San Luis Potosí, México y corresponden a 6 pruebas de golpe de ariete realizadas en 2 líneas de conducción de polietileno de alta densidad de grado PPI 4710 con RD 7, cuyas longitudes son 113 y 59.85 metros respectivamente y que tienen un diámetro interno de 0.0807 metros.

El sistema de conducción para cada prueba consta de una tubería, un tanque hidroneumático en cada extremo (aguas arriba y aguas abajo) para mantener la carga constante, una válvula de cierre rápido automático ubicada en la proximidad

de cada tanque para realizar un cierre rápido, dos bombas centrífugas de 15 Hp colocadas en serie que pueden alcanzar valores máximos de 80 mca, gastos de 20 litros por segundo y velocidades de 2.5 m/s. Fig. 2.1



**Figura 2.1. Diagrama de la instalación de pruebas de la empresa Policonductos.**

Para medir la variación de presión se colocaron 4 transductores en diferentes puntos a lo largo de la tubería ( $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  y  $T_4$  en la fig. 2.1) y se emplea una placa orificio con un manómetro diferencial de mercurio, para el caudal de operación; el transductor identificado como  $T_4$  está ubicado inmediato a la válvula con el fin de registrar la sobrepresión máxima que se genera con la interrupción del flujo.

Durante los ensayos se fijaron las condiciones a flujo establecido y se provocó el fenómeno de golpe de ariete a través del cierre de la válvula ubicada aguas abajo en un tiempo de 0.2 segundos y se registró la variación de la presión en un lapso de entre 10 y 20 segundos. Los registros de cada prueba corresponden a datos de

la variación de la presión a intervalos de 0.001 segundos medida por los 4 transductores, cuya señal fue capturada mediante una tarjeta de adquisición de datos y almacenada en la memoria de un computador.

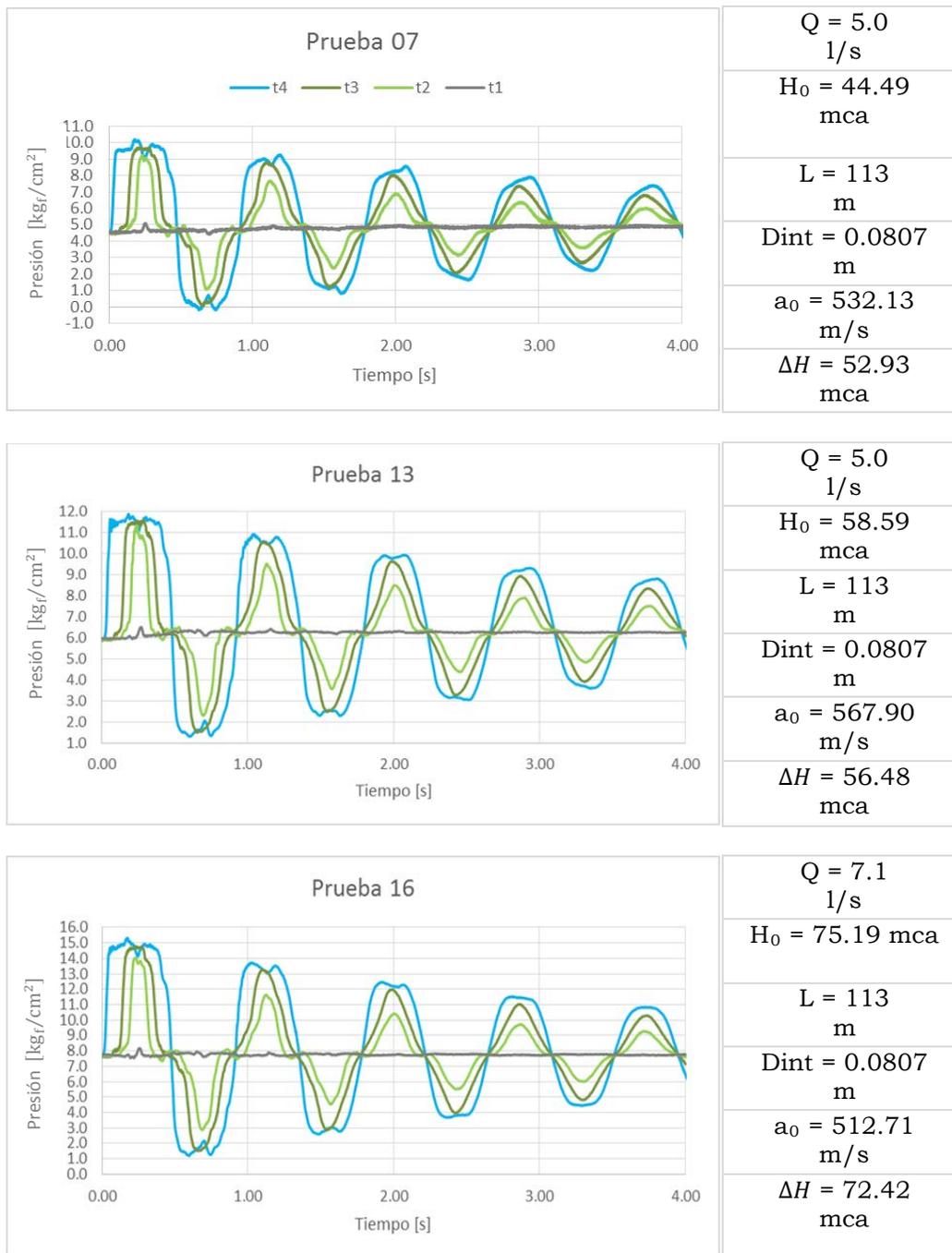
De manera simultánea al cierre de la válvula se suspendió la operación de las bombas para evitar que continuara entrando agua al tanque hidroneumético que está aguas arriba de la conducción.

En las figuras 2.2 y 2.3 se muestran las gráficas que se realizaron con estos registros y se observa la variación de la presión durante 4 segundos. No es relevante mostrar o realizar el análisis para tiempos mayores, pues en tuberías viscoelásticas el golpe de ariete ocurre en los primeros instantes y posteriormente se vuelve un fenómeno de una onda estacionaria; que es otro caso de estudio aparte.

Se indica también, para cada prueba, el gasto (en litros por segundo), la carga de presión a flujo establecido (en metros de columna de agua), la longitud de la tubería, el diámetro interior, la celeridad de la onda (la inicial, calculada con la ecuación de Joukowski) y la sobrepresión máxima registrada (en metros de columna de agua).

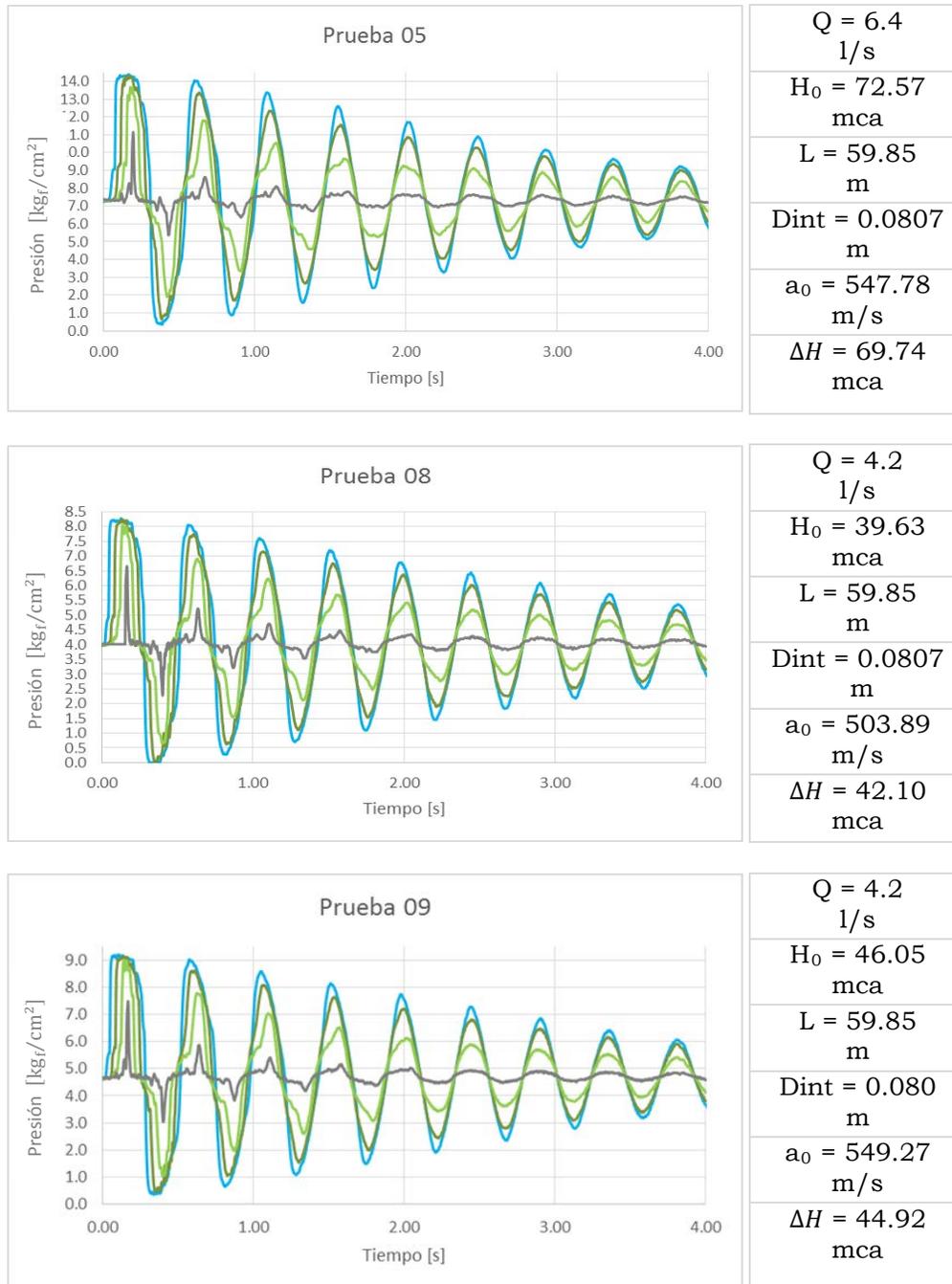
La nomenclatura correspondiente a cada prueba (07, 13, 16, 05, 08 y 09) se refiere únicamente a la fecha de realización de cada prueba y no aporta mayor relevancia que identificarlas de una manera práctica. Las curvas que comprenden cada gráfico, corresponden cada una a los transductores  $T_4$ ,  $T_3$ ,  $T_2$  y  $T_1$  respectivamente, tal como se indica en la figura 2.2.

Pruebas 07, 13 y 16 realizadas en la tubería de 113 metros de longitud:



**Figura 2.2. Registros de presión para tuberías de 113 metros de longitud**

Pruebas 05, 08 y 09; realizadas en la tubería de 59.85 metros de longitud:



**Figura 2.3. Registros de presión para tuberías de 59.85 metros de longitud**

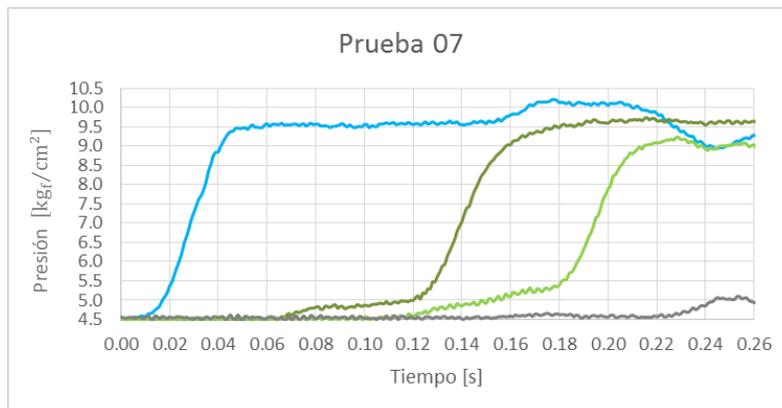
Como parte del análisis de las pruebas se calculó la variación de celeridad teórica que partiera de estos registros. En los artículos referenciados en esta tesis (Covas) se muestra que ésta disminuye de manera gradual en los primeros instantes de ocurrencia del golpe de ariete, lo que se comprobó de la siguiente manera.

En los registros mostrados en las figuras 2.2 y 2.3 cada curva corresponde a un transductor y en cada una se observa que la variación inicial de la presión comienza en tiempos diferentes. La primera en marcar un incremento de presión es la correspondiente al transductor  $T_4$ , posteriormente ocurre en el  $T_3$ ,  $T_2$  y finalmente  $T_1$ .

Esto indica que la onda se genera justo en la válvula, al cierre; posteriormente recorre la tubería aguas arriba hasta llegar al tanque de carga constante, en la cercanía del transductor  $T_1$ .

Partiendo de la definición de celeridad se propuso calcularla durante el primer incremento de sobrepresión y entre transductores. Para ello se ubicó el instante en el que cada transductor registró el aumento de presión correspondiente al arribo de la onda. Entonces los tiempos que tomó la onda para llegar de un transductor al siguiente son intervalos de tiempo de recorrido  $\Delta t_n$ . Además conocemos la distancia que separa a cada uno ( $l_n$ , fig. 2.1), por lo tanto la celeridad para cada longitud  $l_n$  se puede calcular como  $l_n/\Delta t_n$ .

Como ejemplo observe la figura 2.4, es una ampliación del registro correspondiente a la prueba 07 y muestra la variación de la presión desde el momento de cierre de válvula en  $t = 0$  hasta los 0.26 segundos.



**Figura 2.4. Registro de presiones de la prueba 07 hasta 0.26 segundos.**

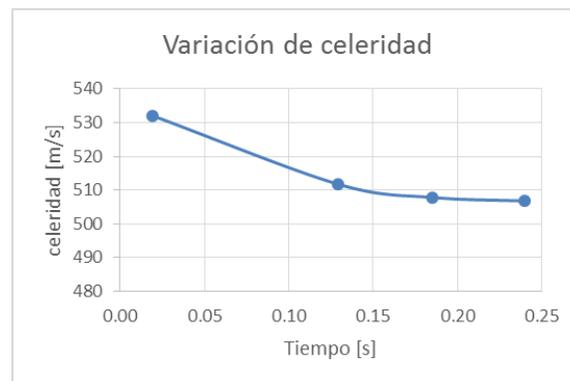
En la tabla 2.1 se anotó el tiempo  $t$  que se lee en la figura 2.4, correspondiente al comienzo de la sobrepresión por el arribo de la onda a cada transductor empezando por el  $T_4$  hasta llegar al  $T_1$ ; el tiempo que tomó para ir de un medidor al siguiente es  $\Delta t_n$  y la separación en metros entre cada uno es  $\Delta l$ ; la celeridad  $c$  es la calculada a partir de estos datos.

	T4	T3	T2	T1
$t$	0.019	0.129	0.185	0.240
$\Delta t$		0.110	0.166	0.211
$\Delta L$		56.30	84.30	112.0
$c$		511.818	507.831	506.787

**Tabla 2.1. Cálculos de celeridad entre transductores.**

En la figura 2.5 se presenta una gráfica que se realizó mostrando la variación de celeridad a lo largo del tiempo. Su valor inicial se calculó de acuerdo con el valor que debería tener para satisfacer la ecuación de Joukowski. Se observa que ésta disminuye tal como se menciona en los artículos de referencia.

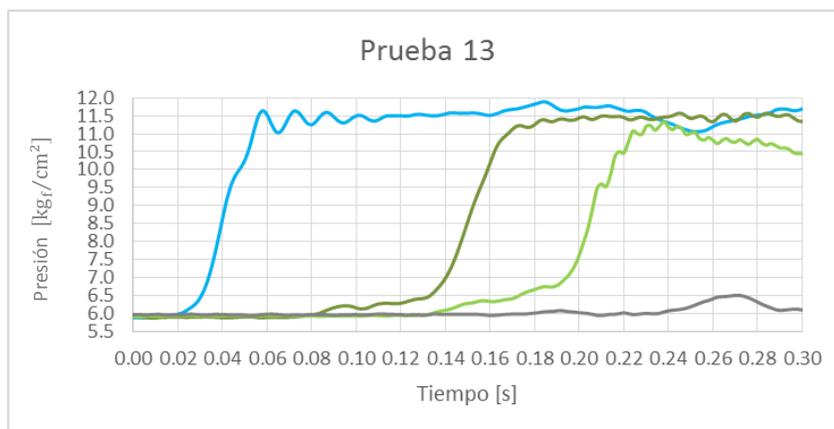
Cabe recalcar que esta disminución tiene ocurrencia en los primeros instantes del golpe de ariete, en este caso desde 0.019 a 0.240 segundos. Más adelante se explicará que este efecto sucede únicamente durante el primer recorrido de la onda en la tubería.



**Figura 2.5. Disminución de la celeridad en el tiempo.**

Con el mismo procedimiento se realizó este análisis para todas las pruebas en cuestión (figuras 2.6 a 2.10).

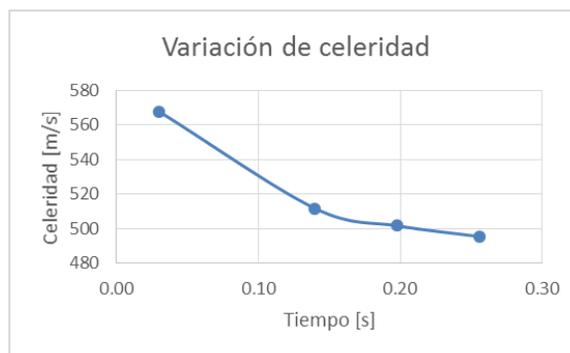
Análisis de las pruebas 13 y 16 correspondientes a la tubería de 113 metros de longitud:



a) Registro de presiones de la prueba 13 hasta 0.30 segundos.

	T4	T3	T2	T1
t	0.030	0.140	0.198	0.256
$\Delta t$		0.110	0.168	0.226
$\Delta L$		56.30	84.30	112.0
c		511.818	501.786	495.575

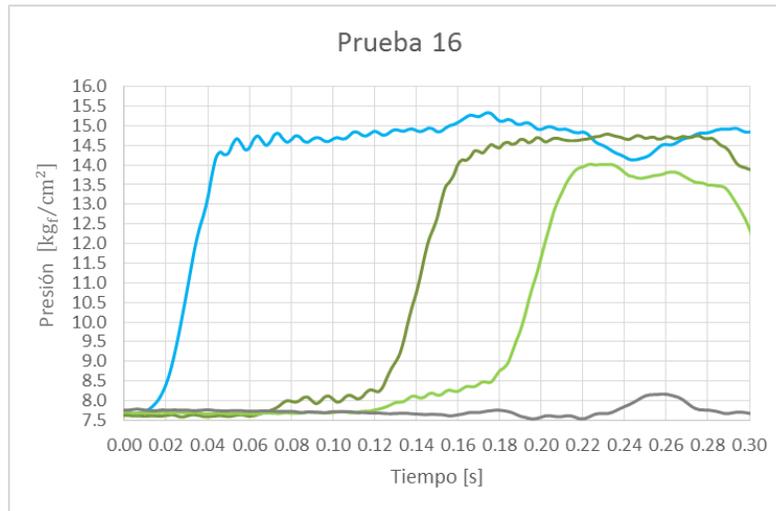
b) Tabla de cálculo de celeridad entre transductores.



c) Disminución de la celeridad en el tiempo

Figura 2.6.

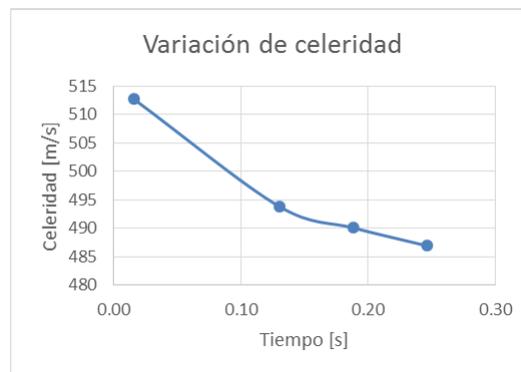
Prueba 16:



a) Registro de presiones de la prueba 16 hasta 0.30 segundos.

	T4	T3	T2	T1
t	0.016	0.130	0.188	0.246
$\Delta t$		0.114	0.172	0.230
$\Delta L$		56.30	84.30	112.0
c		493.860	490.116	486.957

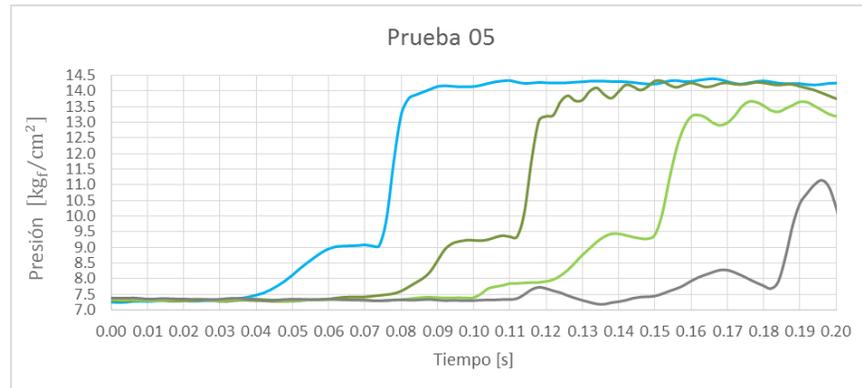
b) Tabla de cálculo de celeridad entre transductores.



c) Disminución de la celeridad en el tiempo.

Figura 2.7.

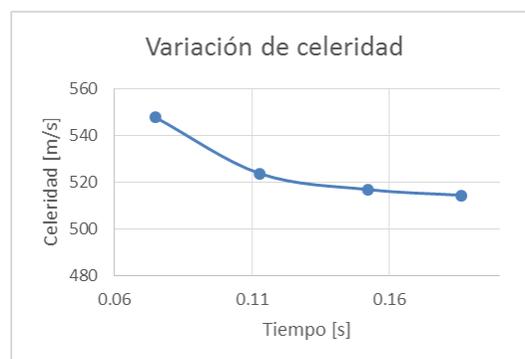
Análisis de las pruebas 05, 08 y 09 correspondientes a la tubería de 59.85 metros de longitud:



a) Registro de presiones de la prueba 05 hasta 0.20 segundos

	T4	T3	T2	T1
t	0.075	0.113	0.152	0.186
$\Delta t$		0.038	0.077	0.111
$\Delta L$		19.90	39.80	57.10
c		523.684	516.883	514.414

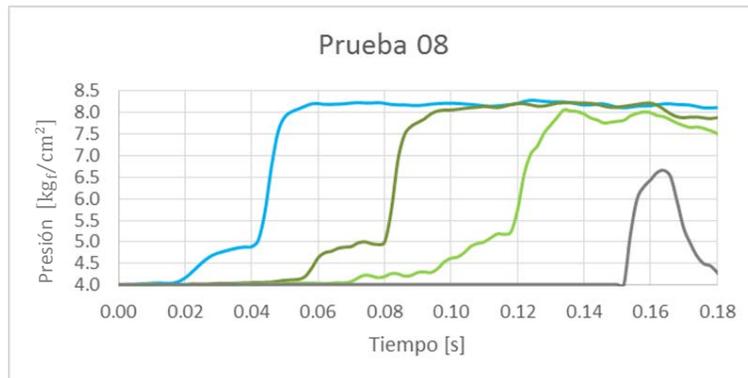
b) Tabla de cálculo de celeridad entre transductores



c) Disminución de la celeridad en el tiempo

**Figura 2.8.**

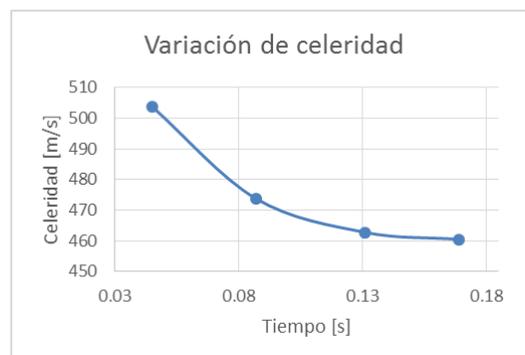
Prueba 08:



a) Registro de presiones de la prueba 08 hasta 0.18 segundos

	T4	T3	T2	T1
t	0.040	0.082	0.126	0.164
$\Delta t$		0.042	0.086	0.124
$\Delta L$		19.90	39.80	57.10
c		473.810	462.791	460.484

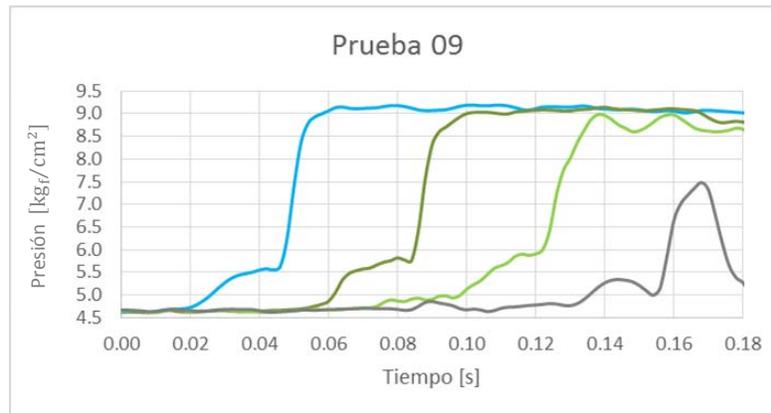
b) Tabla de cálculo de celeridad entre transductores



c) Disminución de la celeridad en el tiempo

Figura 2.9.

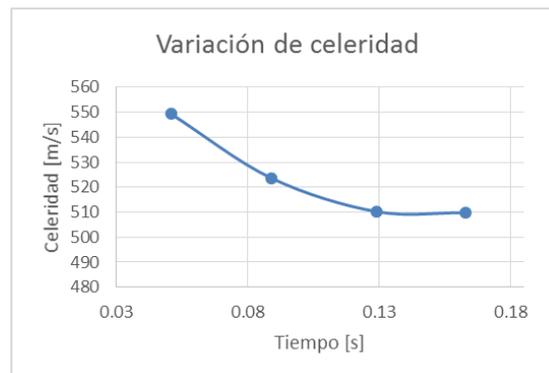
Prueba 09:



a) Registro de presiones de la prueba 09 hasta 0.18 segundos

	T4	T3	T2	T1
t	0.046	0.084	0.124	0.158
$\Delta t$		0.038	0.078	0.112
$\Delta L$		19.90	39.80	57.10
c		523.684	510.256	509.821

b) Tabla de cálculo de celeridad entre transductores



c) Disminución de la celeridad en el tiempo

Figura 2.10.

Para realizar una simulación del golpe de ariete en tuberías viscoelásticas y predecir su comportamiento, se debe utilizar el modelo de columna elástica modificado (2.1) y (2.2), las funciones  $J(t)$  y de celeridad (1.37) y (1.38) respectivamente, pertenecientes al modelo modificado de Kelvin-Voigt.

El software desarrollado en el Instituto de Ingeniería contiene algoritmos que resuelven estas expresiones a través de una modificación al método de las características para predecir el comportamiento del transitorio una vez que se han dado los datos y parámetros correspondientes a las condiciones de operación y a las características de la tubería.

Sin embargo, para el cálculo de celeridad de la función (1.38) se requiere definir y evaluar previamente la función  $J(t)$  con los parámetros de elasticidad del material y el tiempo para representar numéricamente el comportamiento de la tubería; si tenemos la expresión:

$$J(t) = J_0 + \sum_{k=1}^{N=5} J_k \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_k}} \right) \quad (2.7)$$

Partiendo de un módulo de elasticidad del material de la tubería  $E = 1.1E^9 [Pa]$ , los valores de  $J_0$  y  $J_k$  que se utilizaron para las simulaciones son:

$$\begin{array}{ll} J_0 = 1/E_0 \text{ y } E = 1.1E^9 [Pa] & \therefore J_0 = 9.091E^{-10} [Pa]^{-1} \\ J_1 = 1.50E^{-11} [Pa]^{-1} & \tau_1 = 0.02[s] \\ J_2 = 1.00E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_2 = 0.10[s] \\ J_3 = 1.24E^{-11} [Pa]^{-1} & \tau_3 = 1.00[s] \\ J_4 = 1.68E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_4 = 5.00[s] \\ J_5 = 1.93E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_5 = 10.00[s] \end{array}$$

**Tabla 2.2. Valores de  $J_k$  y  $\tau_k$  utilizados en la simulación.**

Estos parámetros fueron propuestos tomando como base los presentados por Covas; se ajustaron a nuestras pruebas para evaluarla en la función (1.38) de celeridad y obtener su variación a lo largo del tiempo en intervalos de 0.1 segundos.

Durante el desarrollo de los análisis mostrados en esta tesis surgió la dificultad de estimar una la celeridad inicial específica, la cual toma diferentes valores cuando la calculamos con diversos métodos.

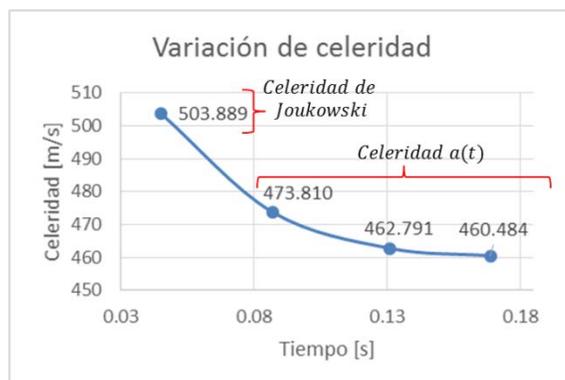
En primer lugar debemos recordar que, como se mencionó anteriormente, ésta no es constante como es considerada en los materiales elásticos, sino que tiene una tendencia a disminuir durante la evolución del golpe de ariete y aparece un efecto de onda estacionaria.

Lo que se realizó ante esta situación fue utilizar la ecuación (1.36) de celeridad incluyendo el módulo de elasticidad  $E$  correspondiente al polietileno de alta densidad especificado para la tubería y obtener el valor inicial.

Por otra parte, cuando se calcula el valor de celeridad con la ecuación de Joukowski surge la dificultad de estimar un valor máximo de presión debido a que los registros experimentales tienen ruido en los primeros picos máximos presión y es necesario calcular un valor promedio. Además, de nueva cuenta, esto sólo daría un valor constante de celeridad y no una que varíe en el tiempo.

Sin embargo este cálculo se incluyó en el análisis de variación de celeridad considerándola como la celeridad inicial, a partir de la cual comienza una disminución gradual a lo largo del tiempo que se calcula con la función  $J(t)$ .

Tal como se observa en la figura 2.11.

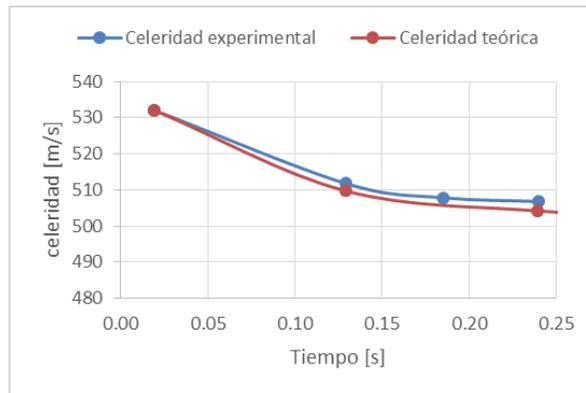


**Figura 2.11. Variación de la celeridad, el primer valor calculado a partir del Joukowski y posteriormente calculada con la función  $a(t)$  con  $J(t)$ .**

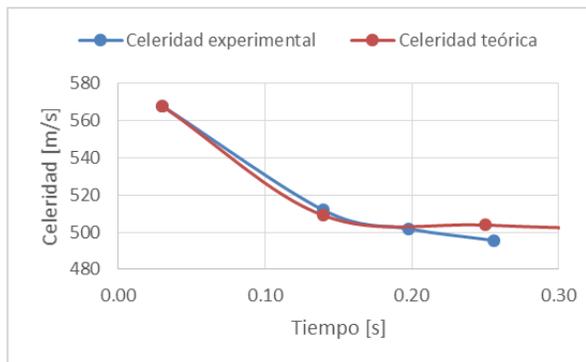
No obstante de ser un valor aproximado, el de la celeridad a partir del Joukowski, éste sí es congruente cuando se pretende simular su variación a lo largo del tiempo tal como ha sido descrito en la literatura de referencia (Covas) y como se obtuvo en el Instituto de Ingeniería.

Esta variación de celeridad calculada se comparó con la que fue medida a través de gráficos que se muestran en las figuras 2.6.c a 2.10.c. Los resultados de este desarrollo se muestran en las figuras 2.12 y 2.13:

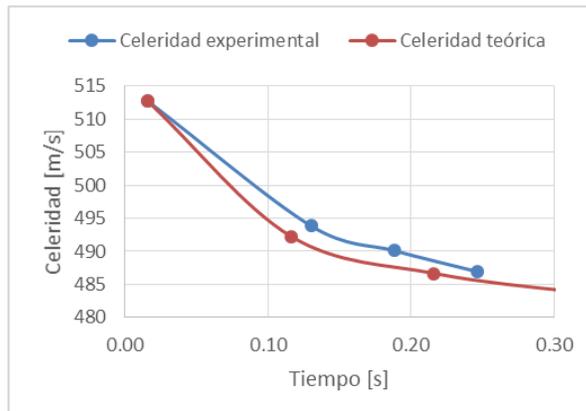
Prueba 07:



Prueba 13:

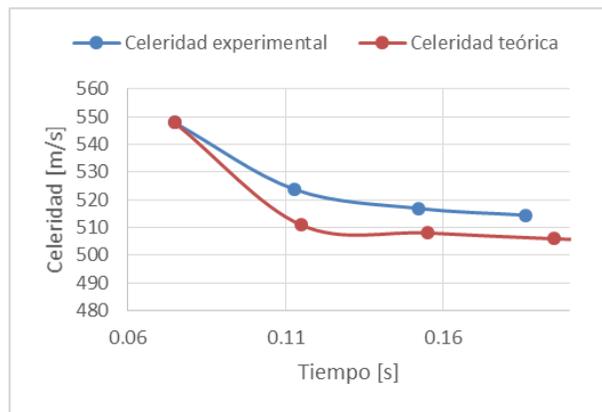


Prueba 16:

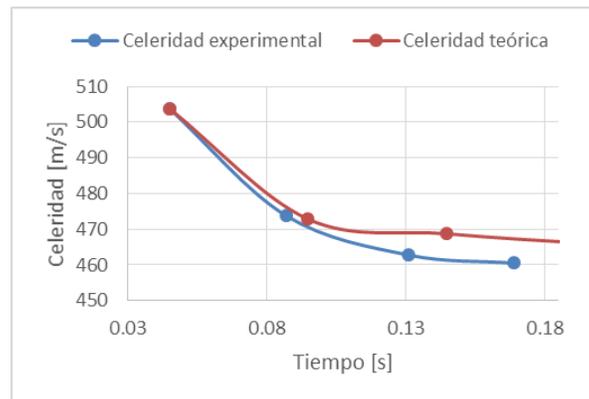


**Figura 2.12. Comparación de la disminución de celeridad entre prueba experimental y simulación para tubería de 113 metros de longitud.**

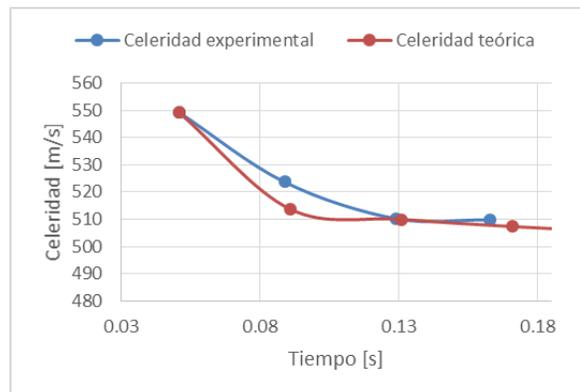
Prueba 05:



Prueba 08:



Prueba 09:



**Figura 2.13. Comparación de la disminución de celeridad entre prueba experimental y simulación para tubería de 59.85 metros de longitud.**

Los otros términos que pertenecen a la función de celeridad ( $K, \rho, D_{int}$  y  $e$  en 1.38) permanecen constantes y sus valores son los mismos que se especifican en las tuberías de las pruebas experimentales:

$$K = 2.19E^9 [Pa]$$

$$\rho = 1000 [kg_m/m^3]$$

$$D_{int} = 0.08077 [m]$$

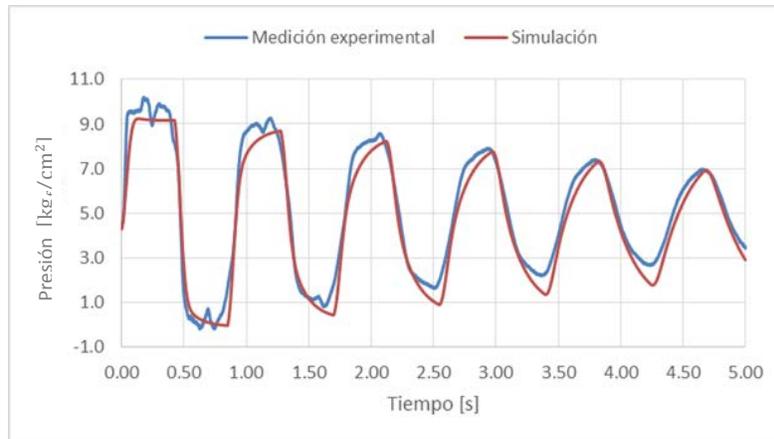
$$e = 0.01651 [m]$$

El software desarrollado en el Instituto de Ingeniería por la M.C. Libia Carmona, utiliza como datos los parámetros de la tabla 2.2 para incluir la variación de la celeridad en el método de las características modificado y resolver el modelo de golpe de ariete modificado (2.1) y (2.2). Éste arroja una serie de valores que representan la variación de la presión a cada 0.002 segundos en el extremo aguas abajo, simulando una interrupción total del flujo en el extremo aguas abajo por el cierre de la válvula.

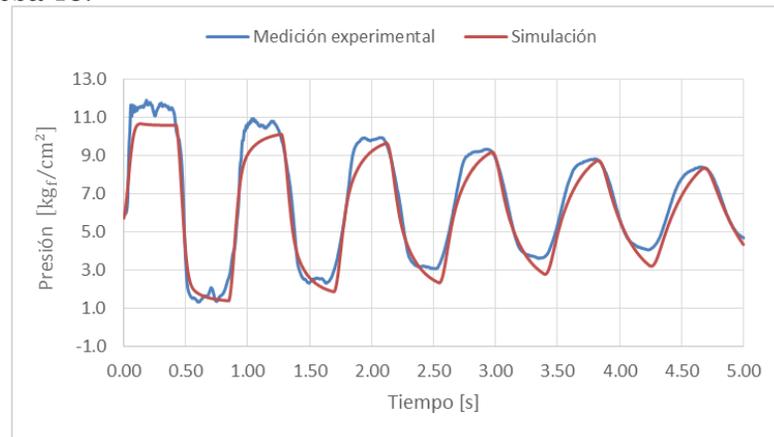
De manera similar al desarrollo de las pruebas experimentales, se realizaron gráficos de estos datos de simulación de presión contra el tiempo y se compararon ambas pruebas en una misma gráfica para comprobar la precisión del método numérico.

Las figuras 2.14 y 2.15 son los gráficos de esta comparación. Se muestra únicamente la variación de la presión en el extremo aguas abajo donde se ubica el transductor 4, ya que al tratarse de la zona inmediata a la válvula, la variación de la presión es la máxima y la más representativa del fenómeno en la tubería.

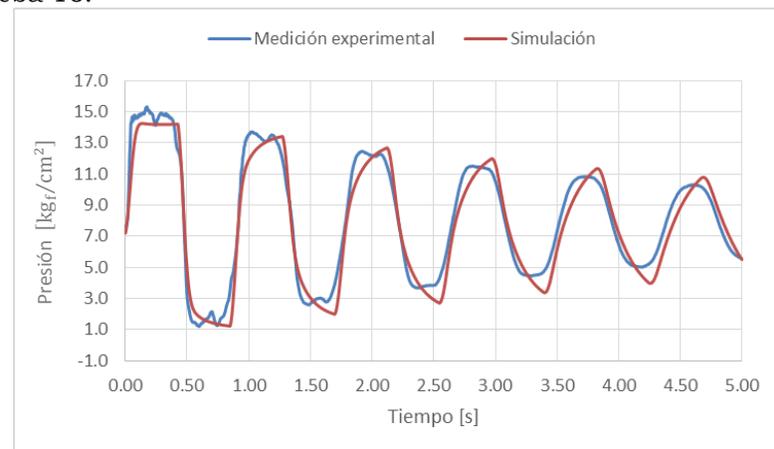
Prueba 07:



Prueba 13:

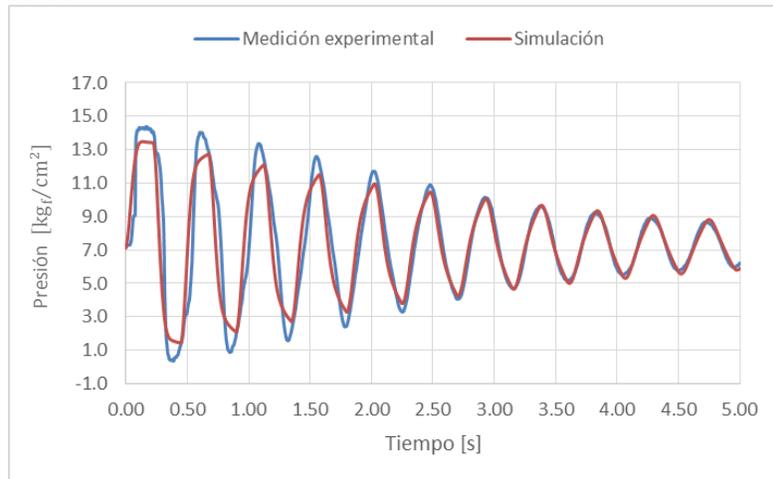


Prueba 16:

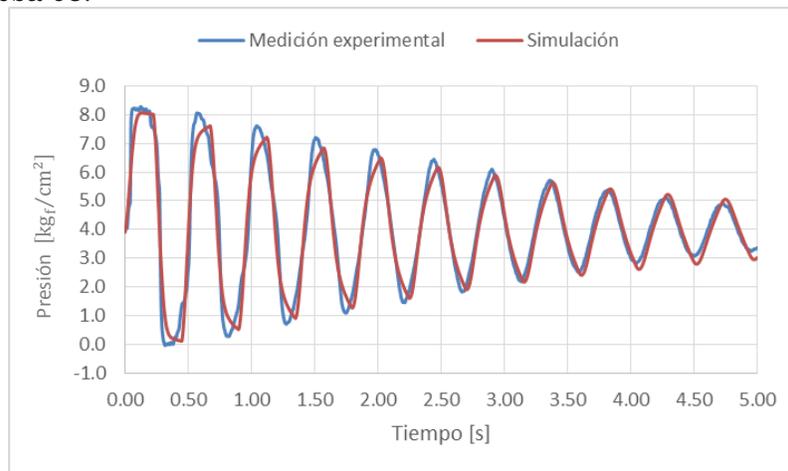


**Figura 2.14. Comparación entre el registro de la prueba experimental y el de la simulación para la tubería de 113 metros de longitud.**

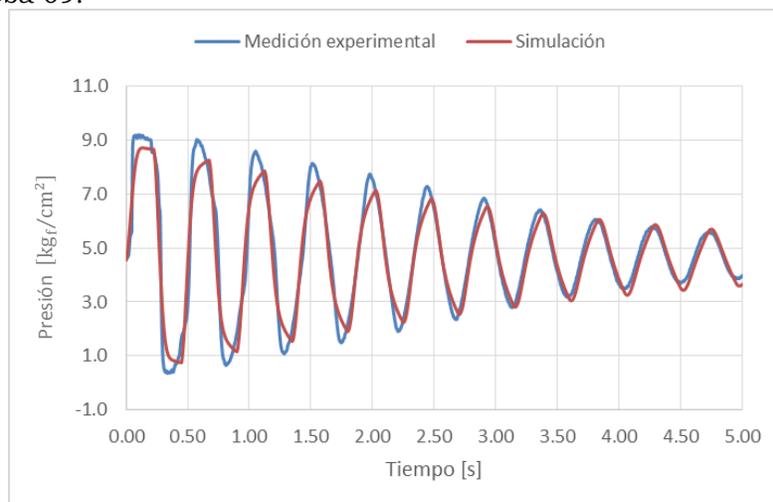
Prueba 05:



Prueba 08:



Prueba 09:



**Figura 2.15. Comparación entre el registro de la prueba experimental y el de la simulación para la tubería de 59.85 metros de longitud.**

El comportamiento típico de golpe de ariete en tuberías viscoelásticas es tal cual se muestra en las gráficas 2.2 y 2.3 de las pruebas experimentales y es congruente con el que presentan los autores en la literatura a los que se hace referencia.

Se observa en estas gráficas (2.2 y 2.3) que la sobrepresión inicial es registrada por cada transductor en tiempos consecutivos; desde el transductor  $T_4$  hasta el  $T_1$ . Posteriormente se registra la primera caída de la presión en tiempos igualmente consecutivos pero comenzando desde el  $T_1$  y terminando con el  $T_4$ . El orden en que se presenta esta variación de presión corresponde a la dirección del viaje de la onda, es decir, hacia aguas abajo y hacia aguas arriba respectivamente.

Posteriormente a este primer máximo y mínimo de presión resulta difícil asegurar que el fenómeno sigue siendo un golpe de ariete, ya que la variación de la presión ocurre en tiempos muy cercanos entre sí y no se observa una propagación de onda típica del fenómeno en cuestión, sino que guarda mayor similitud con una onda estacionaria. Esto sucede porque gran parte de la energía de la masa de agua ha sido absorbida por el polietileno de alta densidad en su deformación.

Se observa en las gráficas de las figuras 2.2 y 2.3 que las curvas de la presión están superpuestas o cruzadas cuando se alcanza el valor de la de flujo establecido; lo que significa que el cambio en la presión se registró en los 4 transductores simultáneamente.

Existe otro efecto visualmente notable en los gráficos 2.2 y 2.3, es la disminución de la variación de la presión a lo largo del tiempo, la cual se debe a la pérdida de la energía en el flujo al ser transformada en energía de deformación del material.

Debido al comportamiento viscoelástico de la tubería se observan características específicas en las curvas de presión: su variación no es de tipo lineal, tiene zonas

de inflexión curvos en los máximos y en los mínimos, y es semejante a la representación gráfica de una curva senoidal que decae.

Por otra parte el período de la onda de presión depende de las características de la tubería. Se observa que éste es menor en la tubería de 59.85 metros de longitud que en la de 113 metros. Esta característica es consecuencia de la razón que existe entre la distancia que debe recorrer la onda y su celeridad. Por lo tanto, entre menor sea la longitud recorrida, menor será el período y viceversa.

El modelo modificado de Kelvin-Voigt ha sido calibrado y aplicado para simular o reproducir pruebas experimentales semejantes a las mostradas en tesis. Sin embargo, los resultados que se presentan en diversos artículos de investigación son diferentes y muestran su validez únicamente para conductos de polietileno de alta densidad con características geométricas y de elasticidad particulares.

En el artículo de referencia (Covas), se especifica que el análisis de simulación se realizó para una tubería cuyas características geométricas son: RD8, 277 metros de longitud y 50.6 milímetros de diámetro; el caudal que maneja es de 0.056 litros por segundo y registraron una celeridad inicial de 385 metros por segundo.

Se menciona que los parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$  se obtuvieron realizando ensayos mecánicos en el material que implementan modelos matemáticos resueltos con algoritmos genéticos. Dicha publicación presenta los siguientes valores:

$$\begin{aligned}
 J_0 &= 1/E_0 \text{ y } E = 1.1E^9 [Pa] \quad \therefore J_0 = 9.091E^{-10} [Pa]^{-1} \\
 J_1 &= 5.90E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_1 &= 0.05 [s] \\
 J_2 &= 1.01E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_2 &= 0.5 [s] \\
 J_3 &= 1.63E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_3 &= 1.5 [s] \\
 J_4 &= 2.64E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_4 &= 5.00 [s] \\
 J_5 &= 1.93E^{-10} [Pa]^{-1} & \tau_5 &= 10.00 [s]
 \end{aligned}$$

**Tabla 2.3. Valores de  $J_k$  y  $\tau_k$  propuestos por Covas**

Estos parámetros son clave para reproducir el comportamiento del material durante el transitorio.

No obstante, se observó que los valores mencionados no logran una aproximación adecuada para reproducir el golpe de ariete cuando evaluamos el transitorio en conductos cuya relación RD es diferente a la de los que se analizaron para esta tesis. Por lo tanto, para que la simulación del transitorio pudiera reproducir los registros de las pruebas experimentales fue necesario ajustar dichos parámetros.

Para determinar los parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$  adecuados a los casos de tuberías de nuestro análisis se realizaron diversas comparaciones entre diferentes ejercicios de simulación numérica proponiendo valores hasta encontrar los que reproducían la disminución de la celeridad en el tiempo obtenida experimentalmente.

De los valores  $J_k$  y  $\tau_k$  que fueron propuestos, se seleccionó el conjunto mostrado en la tabla 2.2 como los óptimos para las posteriores simulaciones.

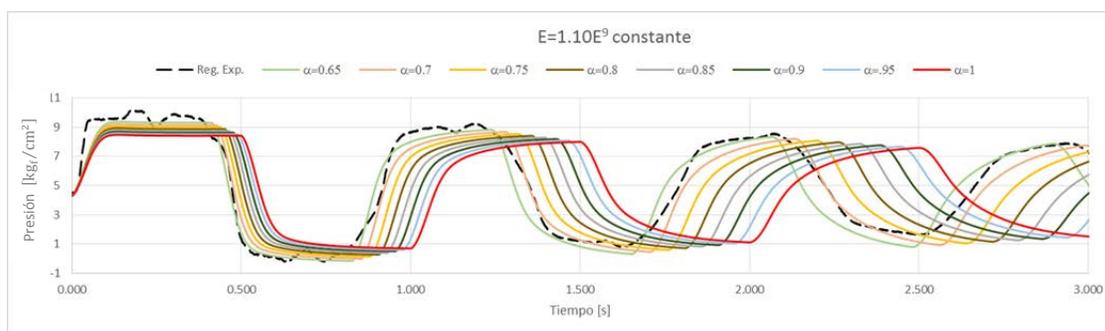
Como se mencionó en los antecedentes de este texto, el parámetro  $\alpha$  que se integra en la ecuación de celeridad representa la capacidad de desplazamiento longitudinal de la tubería y su valor depende del tipo de sujeción que le brindan los elementos de anclaje en la sección del conducto que se está analizando.

Las expresiones que se sugieren en la literatura (Streeter) para el cálculo de este dato están basadas en el comportamiento de los materiales elásticos y permiten una buena aproximación para el cálculo de celeridad para las cuestiones prácticas. Sin embargo los resultados de las simulaciones en donde se usó el parámetro  $\alpha$  calculado teóricamente no representa adecuadamente el transitorio observado en

las pruebas experimentales, por lo que fue necesario encontrar otro valor de  $\alpha$  con otro procedimiento.

Para entender la influencia que tiene  $\alpha$  en el cálculo de la celeridad con la ecuación (1.38), se realizaron ejercicios de comparación en donde se observó el comportamiento que toma onda de presión durante el transitorio cuando  $\alpha$  tiene magnitud desde 0.65 hasta 1; valores que pueden ser probables para estructuras de conductos reales.

Los resultados de este análisis se presentan en la figura 2.16 y pertenece a simulaciones para una tubería con las mismas características a las de la prueba 07, pero con los valores de  $\alpha$  indicados en la misma gráfica y con los parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$  expuestos en la tabla 2.2.



**Figura 2.16. Variación de presión ante diferentes valores de  $\alpha$  con E constante.**

Como era de esperarse, puesto que  $\alpha$  está en denominador de la ecuación (1.38), en la medida que incrementamos su valor, se prolonga el periodo de la onda; por el contrario, si decrecemos  $\alpha$  el periodo disminuye. También existe un decaimiento de sobrepresiones y subpresiones conforme se incrementa  $\alpha$  y la amplitud de la onda se aleja del valor máximo y mínimo que se registra en los picos de presión de la prueba experimental.

Una vez comprendida la influencia de  $\alpha$  se ajustaron sus valores para cada prueba de simulación, cuyos valores se muestran en la tercer columna de la tabla 2.4:

<b>Prueba de simulación</b>	<b><math>\alpha</math> teórico</b>	<b><math>\alpha</math></b>
07	1.26	0.69
13	1.26	0.69
16	1.26	0.75
05	1.26	0.69
08	1.26	0.83
09	1.26	0.69

**Tabla 2.4. Valores de  $\alpha$  ajustados para cada prueba de simulación.**

Estos parámetros ajustados lograron reproducir satisfactoriamente los registros de presión de las pruebas experimentales y la variación de celeridad mostrada en las figuras 2.6.c a 2.10.c.

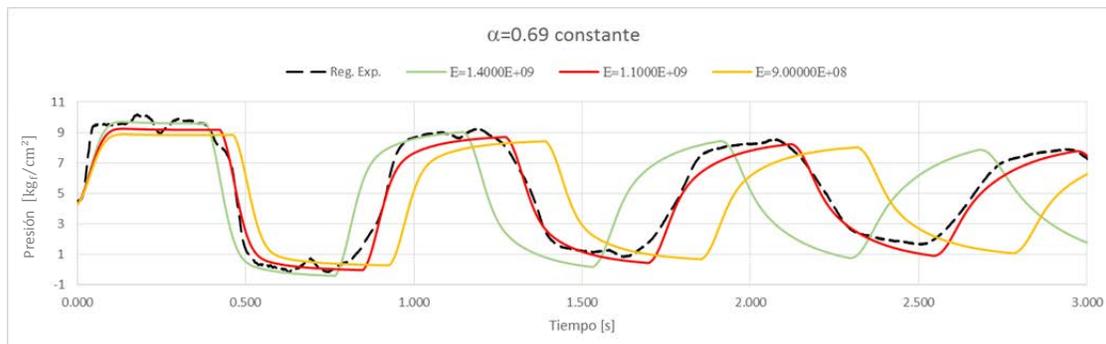
La segunda columna de la tabla 4 muestra el  $\alpha$  teórico calculado con la expresión (Streeter):

$$\alpha = \frac{2e}{D}(1 + \nu) + \frac{D}{D + e}(1 - \nu^2) \quad (2.7)$$

Análogamente cuando aumenta el módulo de elasticidad es más rápida la propagación de la onda de presión; aumenta la celeridad. Esto es lógico si recordamos que  $E$  representa la fuerza necesaria para deformar el material. Por lo tanto, conforme el material ofrece mayor resistencia a la deformación habrá una menor pérdida de la energía del fluido y habrá mayor celeridad durante el golpe de ariete.

Las curvas mostradas en la figura 2.17 son de simulaciones en donde se utilizó  $\alpha = 0.69$ , que corresponde a la prueba 07 y se compararon para tres valores

distintos de  $E$ :  $1.40E^9$  [Pa],  $1.10E^9$  [Pa] y  $9.00E^8$  [Pa], que están especificados para polietilenos comerciales.



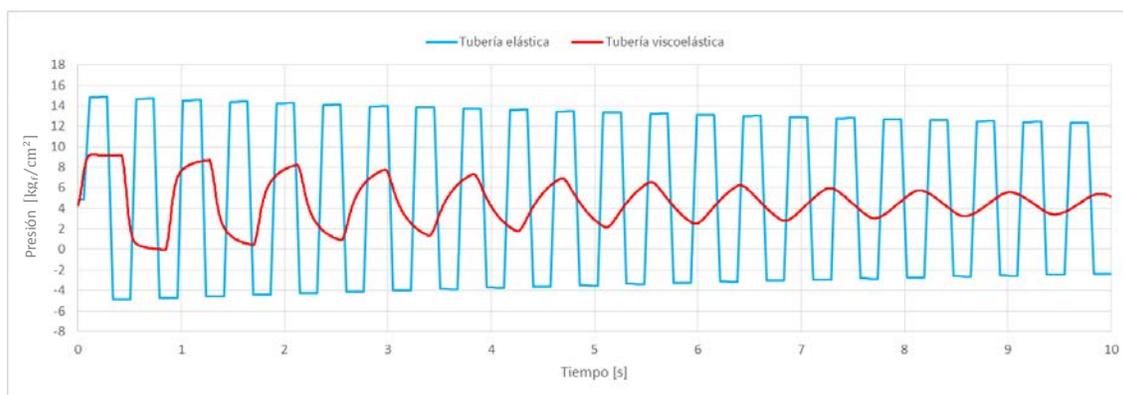
**Figura 2.17. Sensibilidad de la variación de presión ante diferentes valores del módulo de elasticidad  $E$  con  $\alpha$  constante.**

Se observa que para esta prueba el módulo de elasticidad  $E = 1.10E^9$  es la que logra la mejor simulación del golpe de ariete y este análisis resultó útil para verificar la influencia de ambos parámetros  $\alpha$  y  $E$  en las simulaciones.

## CAPÍTULO III

### 3.1 COMPARACIÓN DEL GOLPE DE ARIETE EN TUBERÍAS ELÁSTICAS Y VISCOELÁSTICAS.

La figura 3.1 muestra dos gráficas superpuestas que corresponden a la simulación de un golpe de ariete, una curva pertenece a la variación de la presión en una tubería elástica y la otra en una viscoelástica; como está indicado en el encabezado de la misma. En este ejemplo, ambas tuberías tienen las mismas características geométricas y de operación que se utilizaron para la prueba 07 de la figura 2.2; sin embargo el tipo de material es el único factor que las diferencia a través de su módulo de elasticidad.



**Figura 3.1. Comparación entre simulaciones de golpe de ariete en tubería elástica y tubería viscoelástica; ambas tienen las mismas características geométricas y condiciones de operación.**

En la simulación que se realizó para el material elástico se utilizó un módulo de elasticidad de 20,000 MPa que es el de una tubería típica de acero y para el

viscoelástico se utilizó la misma función  $J(t)$  con los mismos parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$  que se mencionan en la tabla 2.2 para la prueba 07.

Analizando el golpe de ariete con respecto al tipo de material: elástico y viscoelástico, se puede afirmar que el módulo de elasticidad afecta principalmente a la celeridad y a la variación de la presión. Ambas toman mayor magnitud cuando se trata de materiales elásticos; la frecuencia de la oscilación aumenta y esto indica que la rapidez en que se completan los ciclos de recorrido de la onda es mayor que en una tubería viscoelástica.

Por otra parte, la amplitud de los máximos y mínimos alcanzan mayores rangos en la curva de la tubería elástica, indicado presiones más altas o más bajas respectivamente; especialmente para la presión de Joukowski. Además, durante los lapsos de variación de la presión, se observa un comportamiento lineal con respecto al tiempo y estos son de menor duración, lo que implica que esta variación ocurre de manera casi instantánea.

En materiales viscoelásticos, cuya capacidad de deformación es mayor que la de los elásticos, existe una mayor transformación de la energía que es aprovechada para la deformación de la tubería. La simulación de este efecto se logra a través de la función  $J(t)$  con sus respectivos parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$ , cuya influencia está reflejada en la celeridad. Dado que la celeridad calculada con la ecuación (1.38) resulta menor, las presiones máximas y mínimas alcanzadas también están dentro de un rango menor comparado con las tuberías de acero.

## CONCLUSIONES

El modelo modificado de Kelvin-Voigt si bien representa el comportamiento de materiales viscoelásticos, su precisión es sensible a los parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$  cuya obtención presenta una considerable complejidad; éstos requieren profundizar en el estudio de la mecánica de los materiales y en los procedimientos para su análisis matemático.

Observando la influencia del parámetro  $\alpha$  en la simulación del golpe de ariete, es necesario prestar atención en la obtención su valor cuyo cálculo implica diversas suposiciones a nivel teórico de la configuración de la tubería y del material y no brinda certeza de su aplicación práctica.

Sin embargo es posible realizar una simulación aproximada del golpe de ariete a través de estos métodos numéricos y de este modelo si se encuentran los parámetros  $\alpha, J_k$  y  $\tau_k$  para un caso particular de interés.

Cuando basamos el análisis teórico en datos de pruebas experimentales, la dificultad para calcular la celeridad inicial de la onda de presión del golpe de ariete implica que otros datos, cuyos valores dependen del valor de la celeridad y de los resultados de la simulación, sean también aproximados. Además para aplicar el modelo de Kelvin-Voigt modificado en tuberías de PEAD con cualquier otra relación RD diferente a las que se presentan en esta tesis o en el artículo de Covas, es necesario disponer de un método para determinar los parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$  que representen el transitorio adecuadamente.

Por otra parte, el aumento gradual de la presión dificulta determinar los tiempos de arribo de la onda de presión a los transductores colocados en la tubería cuando

queremos estimar la celeridad a partir de los registros de las pruebas experimentales. Fue necesario proponer zonas en los gráficos en donde fuera visible la separación entre las curvas de presión de cada transductor para no cometer errores debidos al ruido existente en éstas.

El comportamiento viscoelástico influye de forma diferente sobre el flujo en comparación con los materiales elásticos. Como la deformación de un sólido, en este caso la tubería, requiere cierta cantidad de energía para producir dicho trabajo, el material viscoelástico permite un mayor consumo de la energía de carga de presión.

Por lo tanto el comportamiento típico de la presión en tuberías de materiales viscoelásticos se presenta con presiones menores a las que se observan en los elásticos, ya que la celeridad es mucho menor, con una tendencia a ir disminuyendo y transformarse rápidamente en un fenómeno de onda estacionaria. En tuberías elásticas la energía que trae el flujo decae con menor velocidad y el golpe de ariete tiene mayor duración.

Una característica particular que diferencia al golpe de ariete en tuberías viscoelásticas del que ocurre en materiales elásticos es el comportamiento de la celeridad ya que la consideración típica de ésta es que se tome como constante durante el transitorio. Sin embargo como se ha mostrado en el desarrollo de esta tesis, ésta es variable para las viscoelásticas y disminuye durante el golpe de ariete.

Por otra parte la consideración de una celeridad variable que requiere los parámetros  $J_k$  y  $\tau_k$  para estimar la variación de la carga a lo largo del tiempo es indispensable si requerimos simular el golpe de ariete y observar las características del fenómeno de golpe de ariete en materiales viscoelásticos.

## BIBLIOGRAFÍA

Autrique R. y Rodal E. (2014). *Medición Experimental de Celeridades de Ondas de Presión en Tuberías de Polietileno de Alta Densidad. XXVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica.*

Carmona L. G., Autrique R. y Rodal E. (2014). *Comparación del Transitorio Hidráulico Medido en Tuberías de Polietileno de Alta Densidad con Resultados Numéricos. XXIII Congreso Nacional de Hidráulica.*

Carmona L. G., Autrique R. y Rodal E. (2014). *Comparación del Transitorio Hidráulico Medido en Tuberías de Polietileno de Alta Densidad con un Modelo Numérico que Considera el Comportamiento Viscoelástico de la Conducción. XXV Congreso Latinoamericano de Hidráulica.*

Carmona R., Aguilar L. (1987). *Transitorios hidráulicos en conductos a presión. Ingeniería Hidráulica en México, Instituto de Ingeniería, UNAM, México D. F..*

Chaudhry M. (1979). *Applied Hydraullic Transients.* Van Nostrand Reinhold Company.

Covas D, Stoianov I, Mano J, et. al. (2004). *The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I – experimental analysis and creep characterization.* Journal of Hydraulic Research Vol. 43, International Association of Hydraulic Engineering and Research.

Covas D, Stoianov I, Mano J, et. al. (2005). *The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients. Part II – model development, calibration and verification.* Journal of Hydraulic Research Vol. 43, International Association of Hydraulic Engineering and Research.

Covas D, Stoianov I, Mano J, et. al. (2004). *Water hammer in pressurized polyethylene pipes: conceptual model and experimental analysis.* Taylor & Francis, Urban Water Journal, Vol. 1, No. 2.

Borg, J. E. (2005). *Handbook of Polyethylene Pipe,* Plastics Pipe Institute.

- Ellis J. (2008). *Pressure transients in water engineering*. University of Glasgow, UK.
- Katarzyna Weinerowska-Bords K. (2006). *Viscoelastic Model of Waterhammer in Single Pipeline – Problems and Questions*. Archives of Hydro-Engineering and Environmental Mechanics, Vol. 53, No. 4.
- Mainardi Francesco, Spada Giorgio. (2011). *Creep, Relaxation and Viscosity Properties for Basic Fractional Models in Rheology*. Department of Physics, The European Physical Journal, Special Topics, Vol. 193.
- Mansour H, Safwat M, Djebedjian B, et. al. (2011). *Simulation of water hammer in viscoelastic pipes*. Mechanical Power Engineering Department.
- M. J. Abreu, Guarga R., Izquierdo J. (1995). *Transitorios y oscilaciones en sistemas hidráulicos a presión*. Universidad de Coimbra, Portugal.
- Pipkin A. C. (1972). *Lectures on Viscoelasticity Theory*. Springer-Verlag New York Inc, pp. 180.
- Streeter Victor L., Wylie E. Benjamin, Suo Lisheng. (1993). *Fluid Transients in Systems*, Prentice Hall, United States of America.