



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Análisis de articulaciones flexibles
de eje único para su aplicación en
configuraciones mecánicas
tridimensionales**

TESIS

Que para obtener el título de
Ingeniero Mecánico

P R E S E N T A

Jesús Roberto Olvera Martínez

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Ricardo Yáñez Valdez



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2022

Agradecimientos

Este trabajo se desarrolló en las instalaciones del Centro de Ingeniería Avanzada de la División de Ingeniería Mecánica e Industrial de la Facultad de Ingeniería de la UNAM bajo la dirección del Dr. Ricardo Yáñez-Valdez. Proyecto realizado gracias al programa UNAM-PAPIIT IN119120 “Análisis de estabilidad dinámica de una máquina herramienta paralela mediante la teoría de Chatter”.

Cuando esto empezó sabía que no estaba donde merecía estar, tampoco estaba donde quería estar. Por ello decidí quedarme, sabía que podía superarme, mejorar mi nivel y entonces merecer estar dónde estaba

Dedicatorias

Este trabajo está especialmente dedicado a Dios a quien agradezco por todas las bendiciones con las que ha colmado mi vida: mi familia, amigos, ingresar a la UNAM y ayudarme a llegar al final de la meta.

A mis padres por todo su amor incondicional, comprensión y apoyo que siempre me han brindado. A mi madre por enseñarme a ser creativo, gracias a ella soy un soñador de tiempo completo, teniendo un motivo para seguir adelante. A mí padre por enseñarme a ser disciplinado y perseverante para lograr mis sueños. Les estoy agradecido y en deuda por haberme acompañado en todas las decisiones de mi vida, por ustedes soy quien soy.

A mi hermano por todo su amor, comprensión, confianza y apoyo; agradezco sus consejos siempre acertados y por su compañía que constantemente alimenta mi alma.

A mis abuelitos, tíos y primos por todo su amor, confianza, sus anécdotas, consejos y enseñanzas. Les agradezco que siempre han estado de alguna manera presentes y pendientes de mí, principalmente tienen mi gratitud por sus enseñanzas que han formado gran parte de quien soy hoy ahora.

A mis mejores amigos por todo su apoyo y por estar conmigo en los buenos y malos momentos. Estoy especialmente agradecido con Dios por tenerlos en mi vida. Gracias Javier Castañeda, Emmanuel González, Esteban Ramírez, Christian Rodríguez y Eduardo Márquez.

A mis profesores y amigos Dr. Ricardo Yáñez, MA. David Horton y Dr. Fernando Velázquez por su confianza y por todo el apoyo que me aportaron en este proyecto. Les agradezco todo lo que aprendí de ustedes tanto en las aulas como en este proyecto.

"La suerte es parte del éxito, tú creas tu propia suerte trabajando duro y rodeándote de gente increíble"

- Williams Claire, 2019

CONTENIDO

RESUMEN	XI
1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	12
1.1 PROBLEMÁTICA	12
1.2 OBJETIVOS.....	13
1.2.1 <i>Objetivo</i>	13
1.2.2 <i>Objetivos</i>	13
1.3 HIPÓTESIS.....	14
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	14
1.5 FUNDAMENTOS	14
1.5.1 <i>Pares cinemáticos</i>	14
1.5.2 <i>Mecanismos planos y espaciales</i>	19
2 MARCO TEÓRICO.....	21
2.1 PERFILES DE ARTICULACIONES FLEXIBLES	21
2.1.1 <i>Juntas tipo arreglo en serie de resortes en paralelo</i>	21
2.1.2 <i>Perfiles tipo muesca y bloque con agujeros</i>	22
2.1.3 <i>Articulación de rigidez variable PFFH</i>	26
2.1.4 <i>Junta monolítica rotativa Flex-16</i>	27
3 DISEÑO, SELECCIÓN Y EVALUACIÓN DE ARTICULACIONES FLEXIBLES... 33	
3.1 METODOLOGÍA DE DISEÑO	33
3.2 IDENTIFICACIÓN DE CONDICIONES A LAS QUE ESTARÁ SUJETA LA ARTICULACIÓN ...	33
3.3 GENERACIÓN Y SELECCIÓN DE PERFILES	34
3.3.1 <i>Juntas flexibles tipo A, B, C, F, G, H y I</i>	34
3.3.2 <i>Juntas flexibles tipo D y E</i>	34
3.4 EVALUACIÓN DE LOS PERFILES	35
3.5 PRIMERA PRUEBA FEM.....	36
3.6 COMPORTAMIENTO DE LAS JUNTAS FLEXIBLES DURANTE LA PRUEBA FEM.....	38
3.6.1 <i>Junta flexible tipo A (Resorte paralelo)</i>	38
3.6.2 <i>Juntas flexibles tipo B y C (Arreglo en serie de resortes en paralelo)</i>	38
3.6.3 <i>Junta tipo D (Resorte paralelo de geometría circular)</i>	40
3.6.4 <i>Junta tipo E (Resorte paralelo formado por 2 arcos encontrados)</i>	40
3.6.5 <i>Junta tipo F (Articulación tipo muesca)</i>	41
3.6.6 <i>Junta tipo G (Bloque con agujeros)</i>	41
3.6.7 <i>Junta tipo H (Articulación de rigidez variable)</i>	42
3.6.8 <i>Junta tipo I (Monolítica rotativa)</i>	43
3.7 SEGUNDA PRUEBA FEM.....	43
3.8 PRUEBA DE DEFLEXIÓN	44
3.9 PRUEBA DE SENSIBILIDAD DE MALLA.....	45
3.10 CARACTERIZACIÓN DE LA ARTICULACIÓN FLEXIBLE SELECCIONADA COMO ELEMENTO ELÁSTICO	47
4 IMPLEMENTACIÓN DE ARTICULACIONES FLEXIBLES EN ESTRUCTURAS TRIDIMENSIONALES.....	50

4.1	ESTRUCTURAS TRIDIMENSIONALES	50
4.2	CONFIGURACIÓN 3 PRRR	51
4.3	IMPLEMENTACIÓN DEL PERFIL I EN CONFIGURACIÓN 3 PRRR	52
4.4	RESULTADOS DEL CASO DE ESTUDIO	54
	CONCLUSIONES	57
	PROPUESTAS DE TRABAJO FUTURO	58
	REFERENCIAS.....	60

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Brazo robótico de configuración SCARA.....	13
Figura 2. Juntas de revoluta y de revolución acoplados a elementos rígidos. Adaptada de Zhu (2019).....	15
Figura 3. Tipos de articulaciones flexibles: a) con eje único, b) con varios ejes y c) con dos ejes. Adaptada de Lobontiu (2002).....	16
Figura 4. Articulación flexible de eje único, tipo muesca, con sección rectangular y espesor constante. Adaptada de Lobontiu (2002).....	17
Figura 5. Bisagra flexible con múltiples ejes sensibles de sección transversal circular. Adaptada de (Lobontiu, 2002).....	17
Figura 6. Bisagra flexible con dos ejes sensibles de sección transversal rectangular. Adaptada de Lobontiu (2002).	18
Figura 7. Bisagra flexible con simetría en eje a) longitudinal, b) transversal y c) longitudinal y transversal. Adaptada de Lobontiu (2002).....	18
Figura 8. Articulaciones flexibles de arreglo en serie de resortes en paralelo (Juntas A, B y C).	21
Figura 9. Comportamiento de pérdida de rigidez estructural conforme se desarrolla deflexión en elementos flexibles. Adaptada de la aportación de University of twente (2017).....	22
Figura 10. Perfil de bisagra flexible con muesca AEP. Adaptada de Yang (2019).....	23
Figura 11. Bisagra flexible super elástica con muesca optimizada por FEA. Tomada de Yang (2019).....	23
Figura 12. Configuración CPM 3PRR. Adaptada de Yang (2019).....	24
Figura 13. Implementación de articulaciones flexibles AEP en CPM 3PRR. Adaptada de Yang (2019).	24
Figura 14. Perfiles tipo muesca (a) y bloque con agujeros (b) como articulaciones flexibles. Adaptada de Zhu (2019).	25
Figura 15. Proceso de optimización usando el perfil tipo muesca: a condición inicial, b 1 iteración, c 5 iteraciones, d 10 iteraciones, e 20 iteraciones, f 40 iteraciones, g 60 iteraciones, h 100 iteraciones. Adaptada de Zhu (2019).....	25
Figura 16. Proceso de optimización usando el perfil tipo bloque con agujeros: a condición inicial, b 1 iteración, c 5 iteraciones, d 10 iteraciones, e 20 iteraciones, f 40 iteraciones, g 60 iteraciones, h 100 iteraciones. Adaptada de Zhu (2019).....	26
Figura 17. Dimensiones y parámetros del perfil de bisagra flexible PFFH. Tomada de Qiu (2021).....	26
Figura 18. Perfil de bisagra flexible Flex-16. Adaptada de Fowler (2014).....	27
Figura 19. Perfiles de bisagras flexibles tipo A, B, C, F, G, H e I.....	34
Figura 20 Perfiles flexibles tipo D y E.....	35

Figura 21 Condiciones de cargas y restricciones para el estudio de articulaciones flexibles.	36
Figura 22. Condiciones de carga y restricciones de cada perfil para la prueba FEM.	37
Figura 23 Comportamiento del perfil tipo A durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	38
Figura 24 Comportamiento del perfil tipo B durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	39
Figura 25 Comportamiento del perfil tipo C durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	39
Figura 26 Comportamiento del perfil tipo C durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	40
Figura 27 Comportamiento del perfil tipo E durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	40
Figura 28 Comportamiento del perfil tipo F durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	41
Figura 29 Comportamiento del perfil tipo G durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	42
Figura 30 Comportamiento del perfil tipo H durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	42
Figura 31 Comportamiento del perfil tipo I durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).	43
Figura 32 Prueba de flexión para prototipos físicos de ABS.	44
Figura 33 Pruebas de FEM desarrolladas en diferentes softwares	46
Figura 34 Condición de cargas para caracterización del perfil seleccionado como elemento elástico.	47
Figura 35 Comportamiento del perfil seleccionado frente a una fuerza aplicada en el extremo superior de la pieza en dirección del eje radial X con respecto al desplazamiento del extremo superior desarrollando así un ángulo de flexión con respecto al eje Z.	48
Figura 36. Brazo robótico de configuración SCARA. Tomada de Lavin (2020).	50
Figura 37. Mecanismo 3PRRR. Tomada de Yáñez (2021).	51
Figura 38. Modos de ensamble de la PKM. Tomada de Téllez (2018).	52
Figura 39. Análisis de dinámica del mecanismo de la PKM con articulaciones flexibles en el software Adams View.	53
Figura 40. Estructura de la PKM.	53
Figura 41. Desplazamiento de la base móvil de la PKM con bisagras de acero en caso estático.	54
Figura 42. Desplazamiento de la base móvil de la PKM con bisagras de ABS en caso estático.	54

Figura 43. Cargas de reacción en la base de cada cadena cinemática de la PKM con bisagras de acero.	54
Figura 44. Cargas de reacción en la base de cada cadena cinemática de la PKM con bisagras de ABS.	55
Figura 45. Desplazamiento de la base móvil en cada eje conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.	55
Figura 46. Desplazamiento de la base móvil en cada eje conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de ABS.	55
Figura 47. Cargas de reacción la base de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.	56
Figura 48. Cargas de reacción la base de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de ABS.	56
Figura 49. Fuerzas de reacción de las articulaciones de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.	57
Figura 50. Fuerzas de reacción de las articulaciones de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.	57

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Ecuaciones de puntos clave. Tomada de Fowler (2014).	29
Tabla 2. Materiales y proceso de fabricación de cada prototipo. Tomada de Fowler (2014). 29	
Tabla 3. Parámetros de diseño de cada prototipo. Tomada de Fowler (2014).....	30
Tabla 4. Resultados de la primera prueba FEM.....	38
Tabla 5. Resultados de la segunda prueba FEM.	44
Tabla 6. Ángulos de flexión antes de llegar a la falla de cada perfil sometido a condiciones de flexión.	44
Tabla 7. Prueba de sensibilidad de malla.....	46
Tabla 8. Comportamiento del perfil Flex-16 frente a la carga aplicada en el eje radial X.	48
Tabla 9 Prueba de carga en eje torsional rz con diferentes materiales.	49
Tabla 10. rigideces del perfil seleccionado con distintos materiales.	49

RESUMEN

La mayoría de los mecanismos que constituyen máquinas industriales comprenden articulaciones de revoluta, denominadas también de par inferior, gracias a su simplicidad y capacidad de soportar cargas. Una alternativa a este tipo de juntas son las articulaciones flexibles. Estas articulaciones consisten en elementos flexibles que permiten la rotación relativa entre elementos rígidos dada una flexión generada por una carga aplicada. Sin embargo, el desarrollo de los modelos matemáticos para sus análisis dificulta su elección como alternativas de diseño frente a las articulaciones de revoluta.

Diferentes perfiles de elementos flexibles desarrollarán un diferente ángulo de flexión, rigidez y deformación ante la misma condición de cargas. La deflexión de una pieza se produce según las condiciones de restricciones y cargas a las que se encuentra sujeta, de manera que la geometría de la pieza puede propiciar la flexión con respecto a 1, 2 o más ejes de la pieza. Las articulaciones flexibles de eje único, como su nombre lo implican, son aquellas que permiten la flexión en un único eje.

Este documento trata sobre la exploración de articulaciones flexibles de eje único en mecanismos espaciales y el análisis de su desempeño mecánico como propuesta de diseño. La consigna consiste en que una articulación flexible de eje único puede sustituir a las juntas de par inferior, tipo revoluta, en un mecanismo espacial, considerando las restricciones impuestas por las características propias de la articulación flexible, como es su baja capacidad a la flexión.

Existen varias metodologías de diseño que comparten, en esencia, la estructura del proceso. Este proyecto fue desarrollado considerando ciertos aspectos de diferentes metodologías. Inicialmente se propusieron distintos perfiles flexibles de eje único, se estudió su comportamiento sometiendo cada perfil a las mismas condiciones de restricciones y cargas, como proceso de selección, se desarrollaron pruebas de elemento finito mediante el uso de software CAD-CAM con un módulo CAE, se desarrollaron prototipos físicos de los mejores perfiles y eligiendo el perfil con el mejor comportamiento. Para conocer el desempeño mecánico de una máquina de configuración espacial se desarrolló la caracterización del perfil seleccionado como elemento elástico, es decir, se obtuvo la rigidez en cada eje traslacional y rotacional considerando diferentes materiales, finalmente se utilizó el software de dinámica del mecanismo Adams View para conocer el desempeño mecánico de una estructura tridimensional elegida con las características de rigidez obtenidas en cada articulación.

Así, la organización del trabajo queda de la siguiente manera. Los capítulos 1 y 2 son introductorios, contemplan la definición del problema, así como los fundamentos y marco teórico que sustenta el desarrollo del proyecto. El capítulo 3 comprende el desarrollo del proyecto por etapa, desde el diseño, evaluación y selección de diversos perfiles flexibles de los cuales se seleccionó el mejor, con base en criterios de desempeño mecánico y su caracterización como elemento elástico para su posterior implementación en una máquina espacial. En el capítulo 4 se desarrolla la implementación del perfil seleccionado y el análisis del desempeño mecánico de esta alternativa de diseño.

Capítulo 1

1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.

1.1 Problemática

Por definición, una máquina siempre nos permitirá realizar un trabajo con un menor esfuerzo, de manera que su importancia en la industria es vital, permiten realizar los procesos industriales en menor tiempo, fabricar productos de mayor calidad y en mayor volumen. Existen varios tipos de máquinas que generalmente se clasifican conforme a su principio de funcionamiento, no obstante, una máquina comprenderá uno o varios mecanismos para realizar un trabajo al producir y transmitir fuerza.

A su vez, los mecanismos que componen a una máquina pueden clasificarse de varias maneras, siendo mecanismos de lazo abierto o cerrado según cómo se encuentren conectados los eslabones que los componen. Pueden clasificarse en mecanismos espaciales o planos según el movimiento de sus cadenas cinemáticas, produciendo movimientos en planos diferentes o paralelos entre sí.

Todo mecanismo es una cadena cinemática de elementos rígidos conectados por medio de pares cinemáticos también llamados juntas. Las juntas pueden clasificarse según el número de grados de libertad que permiten y el número de elementos conectados en una misma junta de acuerdo con Norton (2009). Clasificando las juntas por el tipo de contacto tendremos aquellos pares cinemáticos de contacto superficial (pares inferiores) y por contacto dada una línea de puntos (pares superiores).

Muchas de las articulaciones de los mecanismos en aplicaciones industriales están constituidos por pares inferiores, este tipo de juntas se reconocen como tradicionales. Sin embargo, una alternativa a las articulaciones tradicionales son las articulaciones flexibles las cuales permiten ciertas ventajas como, por ejemplo; ausencia de fricción, holgura, desgaste, requisitos mínimos de montaje, además de no requerir mantenimiento, así como movimientos muy precisos según Howell (2013) y Alqasimi (2016). Las articulaciones flexibles son elementos con una mayor capacidad de deformación relativa con respecto a los elementos rígidos a los que se encuentran ensambladas.

Según el número de ejes en los que se permita la flexión en la pieza, el perfil flexible puede clasificarse como una bisagra flexible de 1, 2 o varios ejes. Las bisagras flexibles de 2 o más ejes pueden desarrollar una rotación relativa espacial, o bien, en varios planos. Mientras que un perfil flexible de 1 eje, o bien, una articulación flexible de eje único desarrollará una flexión bidimensional, es decir, la rotación relativa se dará únicamente en un plano. En otras palabras, las articulaciones flexibles de eje único permiten los mismos grados de libertad que las articulaciones de revoluto lo que permite su implementación en cadenas cinemáticas, donde los eslabones están conectados por juntas de par inferior como se muestra en la figura 1, donde se muestra un brazo robótico SCARA.

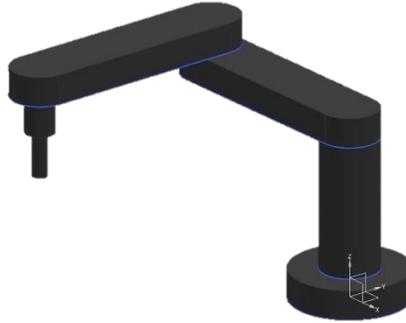


Figura 1. Brazo robótico de configuración SCARA.

Los mecanismos con articulaciones flexibles son llamados mecanismos compatibles o mecanismos flexibles. El estudio e interés en los mecanismos flexibles comenzó desde la década de los 80's, no son comunes en la industria debido a que los modelos matemáticos para su análisis estático y dinámico son más complicados que los mecanismos que incluyen articulaciones tradicionales según Ling (2020). Sin embargo, presentan las desventajas dadas por las articulaciones flexibles, por ejemplo, no tienen amplios rangos de movimiento, son sensibles a la variación de temperatura, no permiten una rotación pura entre los eslabones rígidos y el centro de la pieza tiene un desplazamiento con respecto al centro de rotación conforme se desarrolla la flexión.

Muchos de los mecanismos compatibles han sido diseñados para realizar su movimiento en Afirmar Yang (2019). Aún no ha sido totalmente explorada la idea de implementar articulaciones flexibles de eje único en mecanismos espaciales. La rotación relativa que desarrolla una articulación flexible de eje único permite suplir las articulaciones de revoluta en configuraciones espaciales, sin embargo, no justifica su implementación de modo inmediato. Para ello es necesario realizar algunas pruebas como pruebas de movilidad y rigidez. Se prevé, entonces, estudiar las ventajas asociadas a la aplicación de juntas flexibles en configuraciones espaciales con miras a reemplazar a las juntas de par inferior.

En este documento se explorará la posibilidad de sustituir a las articulaciones convencionales por bisagras flexibles de eje único en configuraciones espaciales. De este estudio se resalta el proceso para implementar articulaciones flexibles en mecanismos de configuración espacial, además del análisis de desempeño mecánico de un caso de estudio.

1.2 Objetivos.

1.2.1 Objetivo principal

Analizar la posibilidad de sustituir a las articulaciones convencionales por articulaciones flexibles de eje único en configuraciones mecánicas espaciales.

1.2.2 Objetivos secundarios

- Revisar el estado del arte en articulaciones flexibles.
- Identificar un conjunto de juntas flexibles candidatas para su análisis.
- Seleccionar, al menos, una junta flexible con base en criterios de diseño.
- Caracterizar el perfil seleccionado como elemento elástico.
- Adaptar el perfil seleccionado al diseño de una configuración mecánica espacial para verificar la propuesta.

1.3 Hipótesis.

Es factible sustituir juntas de par inferior en un mecanismo espacial por articulaciones flexibles de eje único sin alterar su funcionalidad y brindarle estabilidad al sistema otorgándole rigidez.

1.4 Justificación.

La rotación relativa que desarrollan las articulaciones flexibles de eje único permite suplir articulaciones de revoluta, sin embargo, no justifica su implementación de modo mediato en configuraciones espaciales. Entonces, el estudio del desempeño mecánico de una máquina espacial con articulaciones flexibles nos permitirá conocer si es factible su implementación como propuesta alternativa de diseño.

1.5 Fundamentos

Este trabajo se centrará en el diseño de articulaciones flexibles para la sustitución de juntas de revoluta. Por ello es necesario desarrollar los antecedentes de pares cinemáticos y articulaciones flexibles.

1.5.1 Pares cinemáticos

Un par cinemático es la conexión en los nodos entre eslabones de un mecanismo permitiéndoles un movimiento relativo. Los pares cinemáticos, también llamados juntas, pueden clasificarse según el tipo de contacto entre eslabones, por el número de grados de libertad que permite la junta, así como por el tipo de cierre sea por fuerza o por forma y por el orden de la junta dado por el número de eslabones conectados en la junta, afirma Norton (2009).

Se entiende por par inferior aquellas juntas en las que la conexión entre eslabones está dada por contacto superficial, por ejemplo, el contacto entre un eje o prisma cilíndrico y un agujero. Mientras que un par superior es aquella junta en la que la conexión entre eslabones está dada entre un punto o una serie de puntos como una superficie esférica o la superficie de un prisma cilindro sobre una superficie recta.

Los 6 tipos de pares inferiores son juntas de revoluta, helicoidal, prismático, esférico, planar y cilíndrico. Por sus grados de libertad, las juntas de revoluta y prismático son los únicos pares cinemáticos útiles en los mecanismos planos, mientras que los pares helicoidales, esféricos, planares y cilíndricos son utilizados en mecanismos espaciales.

1.5.1.1 Articulaciones tradicionales

Norton (2009) indica que las juntas de revoluta permiten la rotación relativa entre eslabones mientras las juntas prismáticas permiten el movimiento de traslación entre eslabones ambos tipos de pares inferiores son juntas planares de un grado de libertad. Paradójicamente, las juntas de 2 grados de libertad son nombradas semijuntas y en ocasiones son llamadas juntas rodante-deslizante por su capacidad de permitir tanto rotación como deslizamiento. Si se limita el tipo de movimiento deslizante entonces se volvería una junta rodante pura.

Ling (2020) menciona que muchas de las articulaciones en las máquinas de la industria están dados por pares cinemáticos superiores e inferiores, sin embargo, por desventajas como la holgura inherente, fricción entre partes, entre otras, dificultan la precisión del control de los mecanismos. Por ello desde hace 3 décadas se han desarrollado modelos matemáticos y métodos de modelado para el diseño de articulaciones flexibles. En cambio, éste campo aún

no está completamente desarrollado y la aplicación de articulaciones convencionales en la mayoría de las máquinas industriales es evidente.

1.5.1.2 Articulaciones flexibles

Según Lobontiu (2002) se define un mecanismo compatible, o bien, un mecanismo flexible como aquél que se compone de un elemento sensiblemente más deformable (flexible) en comparación con los demás elementos, considerados rígidos.

A diferencia de las conexiones mecánicas rígidas que permiten diferentes grados de libertad cinemáticos por sus siglas en inglés degrees of freedom (DOF), la bisagra flexible solo puede proporcionar una rotación relativa limitada entre dos elementos rígidos, según Zhu (2019). Sin embargo, la rotación relativa producida durante la flexión de la bisagra flexible no presenta como tal un “centro” entre los elementos adyacentes. A diferencia de las juntas de revoluta que permiten una rotación relativa pura entre un eje y agujero acoplados concéntricamente, de acuerdo con Lobontiu (2002). En la figura 2 se representan las articulaciones de revoluta y flexibles acopladas a elementos rígidos adyacentes.

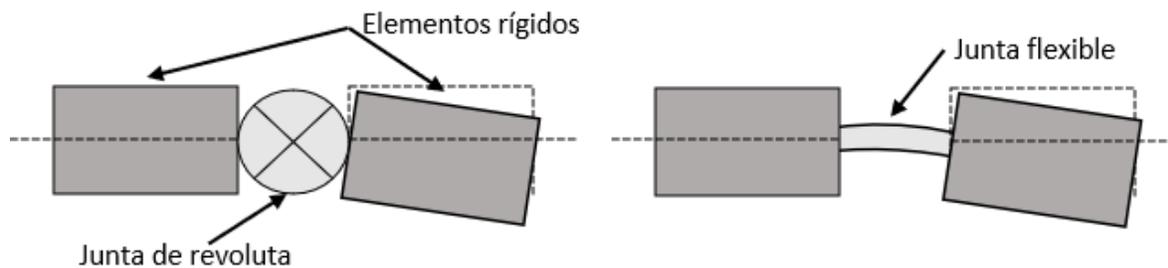


Figura 2. Juntas de revoluta y de revolución acopladas a elementos rígidos. Adaptada de Zhu (2019).

Lobontiu (2002) explica las maneras en que una articulación flexible puede ensamblarse para realizar esta rotación relativa. Bien puede ser un elemento diferente a los elementos rígidos, puede ser de un diferente material, geometría o espesor, pero lo importante es que se fabrique independientemente de los elementos rígidos. Otra manera de fabricar una articulación flexible es produciendo una pieza única que en alguna sección tenga un espesor menor, esta región será la bisagra de flexión. En este último caso se conocen como articulaciones monolíticas o integrales.

Ling (2020) explica que los mecanismos compatibles ofrecen ciertas ventajas como ausencia de fricción, holgura, desgaste, y requisitos mínimos de montaje. Sin embargo, las articulaciones flexibles tienen limitaciones, por ejemplo, según Lobontiu (2002) explican que una articulación flexible monolítica no requerirá mantenimiento debido a que se cambiará la pieza cuando llegue a la falla debido a fatiga o por sobrecarga. Otros inconvenientes que presentan las articulaciones flexibles son:

- La rotación de las articulaciones será relativamente baja.
- La rotación no es pura, debido a la compleja deformación de una flexión ya que se produce por cizallamiento axial y posiblemente carga de torsión, además de flexión.
- El centro de rotación (en articulaciones flexibles cortas) no se fija durante la rotación relativa debido a que se desplaza bajo la acción de la carga combinada.
- Suelen ser sensibles a la temperatura, por lo que sus dimensiones varían debido a la expansión y contracción térmica, por ello cambian sus valores de cumplimiento.

Ling (2020) expresa que las bisagras de flexión sufren una deformación elástica en relación con las regiones adyacentes más rígidas en los mecanismos compatibles, es decir, la menor deformación está en las paredes dónde se encuentran acoplados los elementos rígidos a la articulación flexible.

La diferencia de elasticidad y rigidez se alcanza mediante las características geométricas de las regiones de deformación. Debido a estas características se diseñan las articulaciones flexibles de uno o varios ejes. Se recomienda evitar diseños con sección transversal constante, debido a que se tiende a concentrar tensión en la sección en la que se une la articulación flexible con los elementos rígidos. Por lo que recomiendan usar esquinas fileteadas según Lobontiu (2002).

Las bisagras flexibles o articulaciones flexibles de dos ejes son aquellas que permiten la rotación relativa en dos ejes mutuamente perpendiculares, generalmente a diferentes velocidades de flexión. Las bisagras de flexión que tienen simetría rotacional pueden presentar flexión en cualquier eje que sea perpendicular a la dirección axial. Estas últimas bisagras de flexión se conocen como articulaciones flexibles de varios ejes; el eje en el que ocurre la flexión se conoce como eje compatible. La figura 3 muestra articulaciones flexibles de uno, dos y varios ejes. Puede observarse la dependencia recíproca entre la geometría de una articulación flexible y la aplicación en la que se incorpora, o bien, las articulaciones flexibles de un eje tendrán una flexión bidimensional, es decir, en un plano, mientras que las articulaciones flexibles de dos o varios ejes se aplicarán para rotaciones relativas espaciales, mejor dicho en más planos.

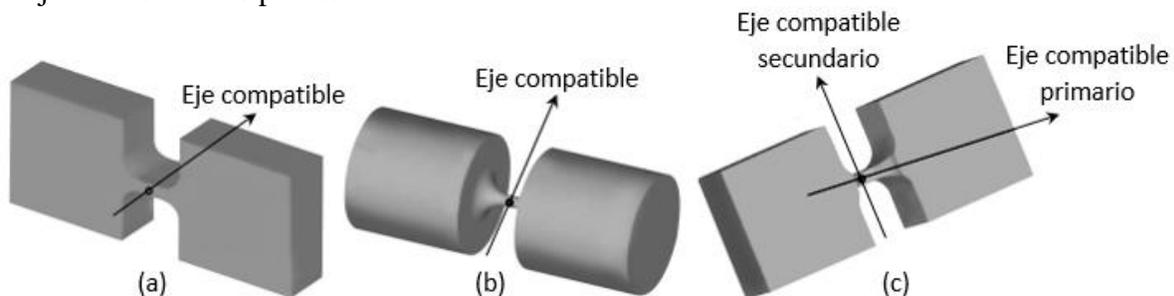


Figura 3. Tipos de articulaciones flexibles: a) con eje único, b) con varios ejes y c) con dos ejes. Adaptada de Lobontiu (2002).

La aplicación de articulaciones flexibles de un eje es en mecanismos compatibles bidimensionales, es decir, mecanismos que tienen movimiento plano. Mientras que las articulaciones flexibles de dos y varios ejes se implementan en aplicaciones tridimensionales, en otras palabras, mecanismos en los que es necesario producir una rotación relativa alrededor de dos o varios ejes compatibles.

Se toma como ejemplo una articulación flexible tipo muesca para explicar la generalidad de las articulaciones flexibles de un eje único, en sí, estas articulaciones flexibles con un eje compatible, también llamado eje sensible, sólo pueden desarrollar una rotación relativa alrededor de un eje, por lo general, serán piezas con una sección transversal regular con un ancho constante y con un espesor variable a lo largo de la pieza. De manera que se establece al eje sensible en la sección transversal de espesor mínimo, en esta sección de la pieza está presente la máxima capacidad de flexión de la pieza. Además el eje sensible es perpendicular

al plano formado por los ejes longitudinal y transversal, esta articulación flexible se encuentra en la figura 4. Donde t es el espesor y w el ancho de la pieza.

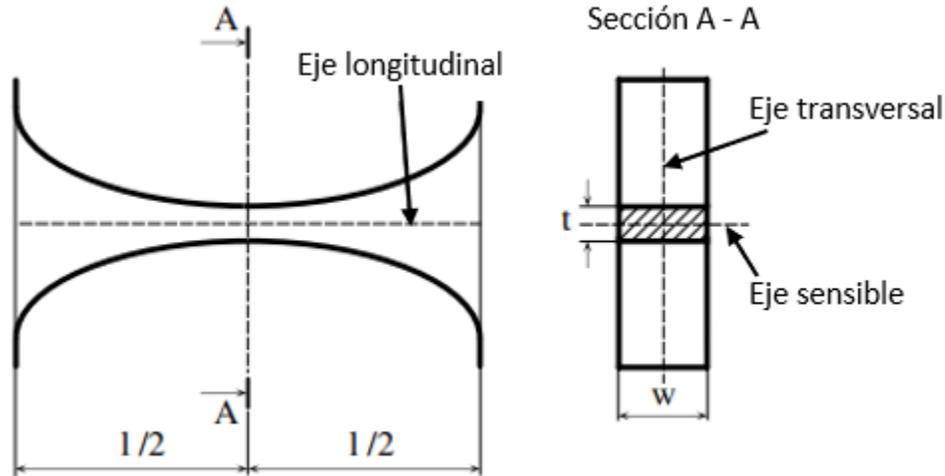


Figura 4. Articulación flexible de eje único, tipo muesca, con sección rectangular y espesor constante. Adaptada de Lobontiu (2002).

Las articulaciones flexibles con varios ejes compatibles tienen una geometría de revolución, mantienen el eje sensible en la sección transversal del espesor mínimo, pero no tienen una orientación preferencial a diferencia de las articulaciones flexibles con uno o dos ejes. Esto permite que se puedan implementar en máquinas que requieren rotación relativa de dos elementos entre varios ejes, al igual que cuando la dirección del eje de rotación, es decir, el eje sensible no está especificada a priori. Se toma como ejemplo una articulación flexible con sección transversal circular para explicar este tipo de articulaciones flexibles, esta bisagra flexible se encuentra en la figura 5.

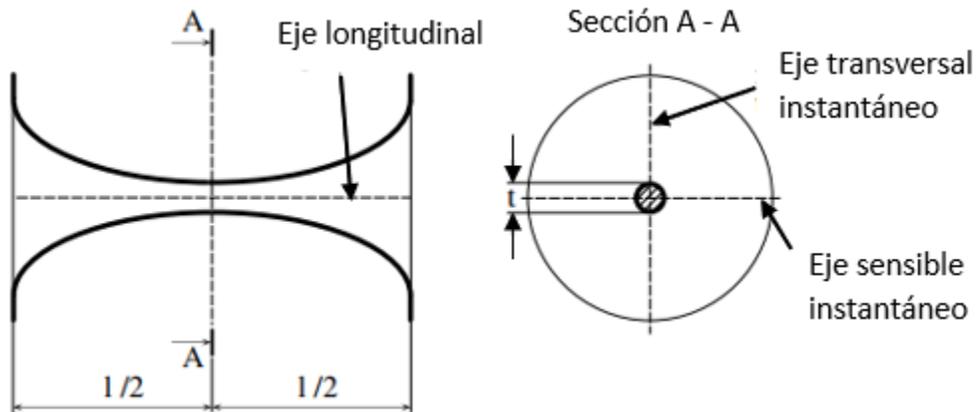


Figura 5. Bisagra flexible con múltiples ejes sensibles de sección transversal circular. Adaptada de (Lobontiu, 2002).

Se define a las bisagras flexibles de dos ejes como similares a la configuración de un solo eje, la flexión será preferentemente alrededor de un eje llamado eje sensible primario, de igual manera se presenta en la sección transversal con espesor mínimo. Por otro lado, el eje sensible secundario se encontrará en la misma sección transversal, pero será perpendicular al eje sensible primario, generalmente. La función del eje sensible secundario tendrá una rigidez

ligeramente mayor, producto de un ligero aumento en el ancho de su sección, con respecto al ancho de la pieza en el eje principal, esto le permite a la pieza reaccionar ante cargas de flexión mayores que podrían actuar en esa dirección; generalmente, la sección transversal de la pieza será rectangular, aunque puede presentarse un caso distinto. Esta idea se presenta en la figura 6.

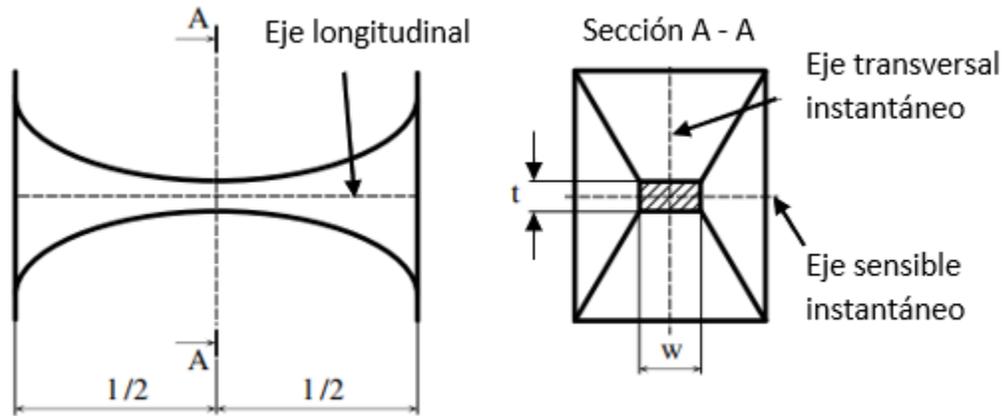


Figura 6. Bisagra flexible con dos ejes sensibles de sección transversal rectangular. Adaptada de Lobontiu (2002).

Lobontiu (2002) agrega la simetría geométrica como otro criterio para la clasificación de las articulaciones flexibles. La simetría geométrica puede ser tanto alrededor del eje longitudinal como alrededor del eje transversal, de manera que una pieza puede ser simétrica alrededor de un eje, pero con respecto al otro no ser simétrica. Para articulaciones flexibles de un eje sensible único son posibles cuatro casos, ser simétrico con respecto a 2 ejes, no ser simétrico en ningún eje y ser simétrico con respecto a un eje, pero no serlo con respecto al otro. Mientras las articulaciones flexibles varios ejes pueden ser o no simétricos respecto al eje transversal, pero siempre serán simétricos respecto al eje longitudinal. Por último, las configuraciones de las bisagras flexibles de dos ejes pueden derivar de las articulaciones flexibles de eje sensible único combinando las 4 situaciones posibles en términos del eje sensible primario con las 4 situaciones posibles en términos del eje sensible secundario, de manera que se pueden tener 16 posibles configuraciones. En la figura 7 se encuentran las posibles simetrías conforme a los ejes longitudinales y transversales.

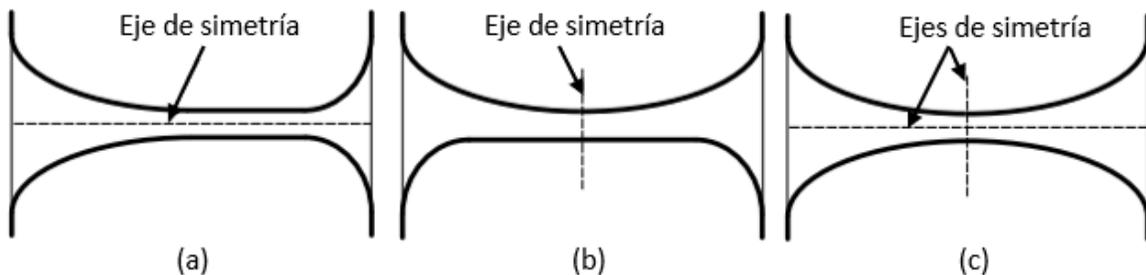


Figura 7. Bisagra flexible con simetría en eje a) longitudinal, b) transversal y c) longitudinal y transversal. Adaptada de Lobontiu (2002).

1.5.2 Mecanismos planos y espaciales

Buch (2016) denomina cadena cinemática a toda serie de elementos rígidos conectados entre sí por medio de pares cinemáticos. Cuando un elemento está fijo se nombra mecanismo una cadena cinemática abierta es aquella en la que al menos un eslabón está conectado por un solo par cinemático, mientras que una cadena cinemática cerrada es aquella en la que todos los eslabones se encuentran conectados como mínimo a otros dos elementos, los mecanismos formados por este tipo de cadena cinemática se llaman mecanismos de lazo cerrado.

Los mecanismos pueden ser planos o espaciales siendo un mecanismo plano aquél en el que todos los elementos presentan una trayectoria en el mismo plano o en planos paralelos entre sí; mientras que algunos elementos de un mecanismo espacial describen trayectorias no planas o situadas en planos que no son paralelos.

1.5.2.1 Mecanismos paralelos

Un mecanismo paralelo está constituido por múltiples cadenas cinemáticas de lazo cerrado se componen de una base y una plataforma conectadas mediante las cadenas cinemáticas. Los mecanismos paralelos se clasifican según el movimiento de sus elementos, de manera que pueden estar bajo un movimiento plano, espacial y esférico, cuando sus elementos se mueven en superficies esféricas concéntricas Según Tsai (1999).

Los mecanismos paralelos presentan más de un punto de apoyo, lo cual disminuye la relación masa del mecanismo con respecto a la carga que debe soportar, de manera que se reduce la consecuencia del sistema. Sin embargo, el análisis matemático resulta más complejo, además de que pueden presentar singularidades de movimiento, espacio de trabajo reducido, etc.

Los mecanismos paralelos ofrecen algunas ventajas que permiten implementarlos como la arquitectura de algunas máquinas herramientas, también llamadas máquinas paralelas cinemáticas. Entre otras ventajas, permiten mejorar la rigidez dinámica del sistema, reducir la inercia adaptando elementos menos robustos y disminuir la energía necesaria para su operación según Téllez, (2018).

Las máquinas de cinemática paralela pueden clasificarse en tres grupos dependiendo de las características en sus juntas. El tipo I comprende aquellas máquinas con extremidades restringidas sin grados de libertad pero con la longitud variable de sus eslabones, el tipo II son máquinas con extremidades móviles, pero la longitud de sus eslabones es constante y el tipo III tiene eslabones con longitud constante pero tienen actuación de revolución.

En el tipo I se encuentran máquinas las configuraciones Trípodos (3GDL) y Hexápodos (6GDL), mientras en el tipo 2 se comprenden configuraciones como Delta (3GDL), Hexaglides (6GDL), Orthoglide (5GDL) y configuraciones como la isoglide, por último, generalmente las configuraciones que comprende el tipo 3 pueden ser las mismas que el tipo 2 de acuerdo con Merlet (2006).

1.5.2.2 Mecanismos seriales

Como se mencionó, un mecanismo de lazo cerrado es aquel que tiene todos los eslabones de la cadena cinemática conectados como mínimo a otros dos elementos de manera que se entiende a los mecanismos de lazo abierto como aquellas cadenas cinemáticas en las que, generalmente, el eslabón final está conectado únicamente a otro elemento. Estos también son conocidos como mecanismos seriales.

En la robótica hay algunas configuraciones dadas por mecanismos seriales. Comprenden la relación entre los elementos del sistema y el actuador, permitiendo definir la posición y orientación del elemento final. De manera que un brazo robótico puede tener 5 configuraciones mecánicas; cartesiana, cilíndrica, esférica, de brazo articulado y SCARA. Siendo las primeras cuatro configuraciones mecánicas relacionadas al sistema de coordenadas en el espacio.

Las configuraciones cartesianas comprenden articulaciones prismáticas de manera que sus actuadores desarrollan desplazamientos lineales generando que el sistema tenga 3GDL los cuales corresponden a movimientos en los ejes Y, X y Z. Las configuraciones cilíndricas se caracterizan por la rotación que desarrolla el robot sobre una base fija, a su vez tiene articulaciones prismáticas y actuadores que permiten controlar la altura y el radio del elemento final por lo tanto tienen 3GDL. Las configuraciones esféricas comprenden dos juntas de revolución y una prismática permitiendo orientar al eslabón final en cualquier dirección así como extenderlo y retraerlo. Las configuraciones articuladas comprenden 3 juntas de rotación, estos robots se parecen a un brazo humano. Por último, las configuraciones SCARA se parecen a las configuraciones cilíndricas, no obstante, controlan el radio del elemento final mediante uno o dos eslabones intermedios, permitiéndoles desarrollar movimiento lineal y radial Según Spong, (2006).

Capítulo 2

2 MARCO TEÓRICO.

2.1 Perfiles de articulaciones flexibles

La función de una bisagra flexible es permitir la rotación en algunas direcciones mientras otorga soporte estructural. Varios elementos de flexión pueden combinarse para lograrlo, por ejemplo, una bisagra flexible más compleja que permita un único movimiento de rotación e implementar esta bisagra en las articulaciones de un mecanismo según la aportación de University of Twente (2017).

2.1.1 Juntas tipo arreglo en serie de resortes en paralelo

Suponiendo un perfil de sección transversal constante, como una viga rectangular, sujeta a una condición de carga donde se encuentra restringida en un extremo y presenta una carga en el otro extremo tendrá una determinada flexión, ángulo de flexión, rigidez y deformación. Ensamblar un segundo elemento a los mismos extremos donde la pieza se encuentra restringida y presenta la carga puede mejorar la propiedad de rigidez al conjunto. Estos elementos se conocen como resortes en paralelo.

En la aportación de University of Twente (2017) se plantea que una configuración de junta flexible de resortes en paralelo puede desarrollar un mayor ángulo de flexión que un elemento más simple ante las mismas condiciones de carga. La bisagra de dos resortes en paralelo (junta tipo A) comprende una viga restringida por una ballesta en paralelo conformada por dos segmentos, lo cual permite una mayor rigidez estructural al desarrollar una flexión similar. Ensamblando en el nodo final de la junta tipo A otro resorte en paralelo se obtiene un arreglo en serie de resortes en paralelo (junta tipo B) de tal forma que le permite mantener una mayor rigidez estructural al desarrollar una flexión similar. La topología híbrida de resortes en paralelo ensamblados en un arreglo en serie permite minimizar la pérdida de rigidez estructural conforme se desarrolla la deformación aumentando el número de elementos flexibles, manteniendo el mismo tipo de arreglo como puede apreciarse en la figura 9. Los tipos de juntas A, B y C se encuentran en la figura 8.

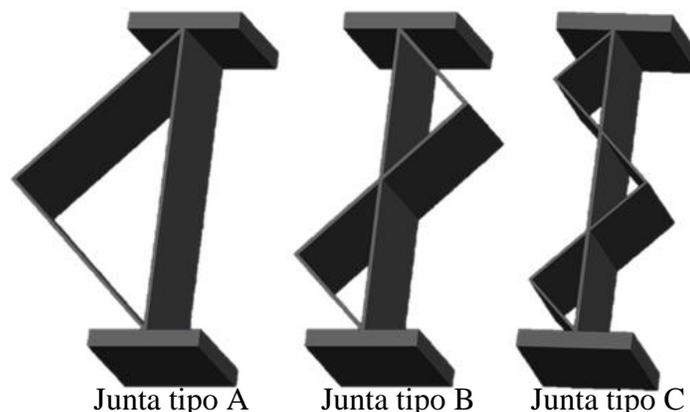


Figura 8. Articulaciones flexibles de arreglo en serie de resortes en paralelo (Juntas A, B y C).

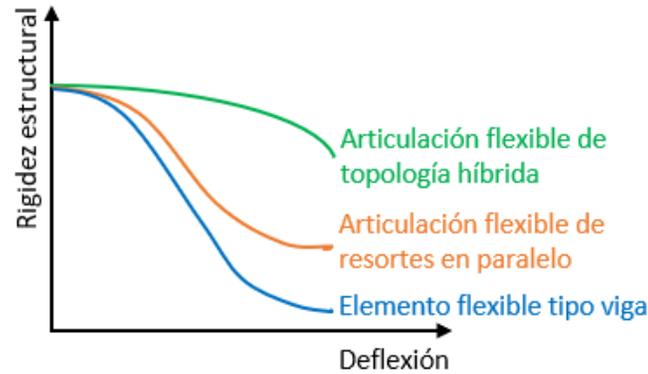


Figura 9. Comportamiento de pérdida de rigidez estructural conforme se desarrolla deflexión en elementos flexibles. Adaptada de la aportación de University of twente (2017).

2.1.2 Perfiles tipo muesca y bloque con agujeros

Yang (2019) explica que las articulaciones flexibles con muesca son las bisagras de flexión más utilizadas debido a que tienen una estructura simple y permiten una alta transmisión de precisión, sin embargo, la alta concentración de tensión en la superficie de la sección más delgada provoca que los rangos de movimiento de los manipuladores paralelos compatibles (a partir de aquí denominaremos CPM) se encuentren en escalas en el orden de micrómetros.

La forma de la muesca está relacionada directamente con el comportamiento y rendimiento de la transmisión de la bisagra flexible. Se han desarrollado múltiples perfiles de bisagras flexibles tipo muesca como, por ejemplo; la bisagra de flexión circular derecha, bisagras con muescas elípticas, parabólicas e hiperbólicas. Normalmente, la bisagra flexible con muescas elípticas tiene un rango de movimiento mayor y una menor rigidez durante la flexión que la bisagra de flexión con muescas parabólicas, mientras que la bisagra parabólica tendrá una mejor precisión de movimiento que la bisagra elíptica. Además, una bisagra de flexión asimétrica tiene un mejor comportamiento que una bisagra simétrica.

En el artículo de Yang, (2019) se diseñó una bisagra flexible con muescas asimétricas elipse-parábola (AEP). De manera que la muesca comprende dos curvas, EP1 y EP2 las cuales cruzan en el punto $P3$ donde también es el punto mínimo de espesor del perfil. Siendo que cada curva EP comprende una curva elíptica y una curva de parábola, por ejemplo; en la EP1 la curva $S2$ es el arco elíptico, $S1$ es la parábola y $P2$ es el punto de conexión entre ambas curvas. Por último, proponen un sistema de coordenadas Oxy en el centro de la sección más delgada de la pieza donde el eje x comprende la longitud de la muesca l , λ denota el coeficiente de longitud, n la altura de la muesca, h la altura de la pieza y t el espesor mínimo de la muesca. El perfil de su propuesta inicial se encuentra en la figura 10.

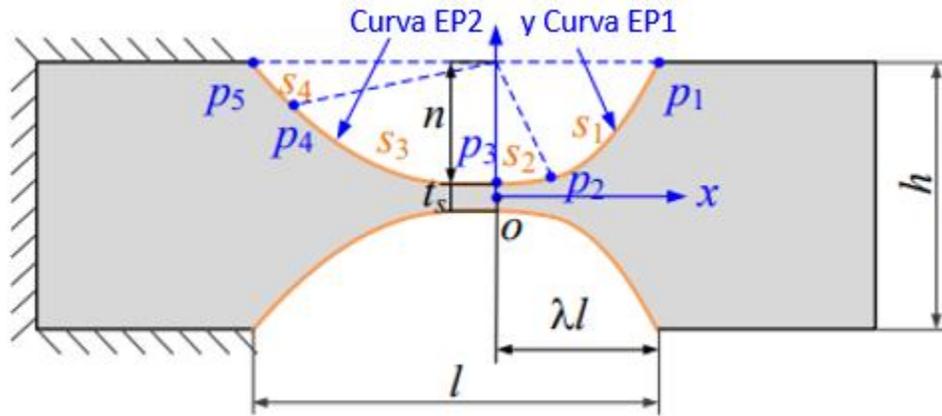


Figura 10. Perfil de bisagra flexible con muesca AEP. Adaptada de Yang (2019).

Yang, (2019) desarrolló el proceso de optimización buscando la mínima desviación en el comportamiento de una articulación flexible y una articulación de revoluta. Se aplicó el algoritmo NSGA-II y el software de elementos finitos no lineales ABAQUS considerando parámetros como los desplazamientos finales dados una carga y una fuerza final, se mantuvo sus dimensiones restringidas con el objetivo de obtener un ángulo de flexión mayor a 15° . Finalmente, se obtuvo la bisagra flexible de la figura 11 con un 8.41% de error relativo máximo lo que indicó la precisión de deformación de la articulación.

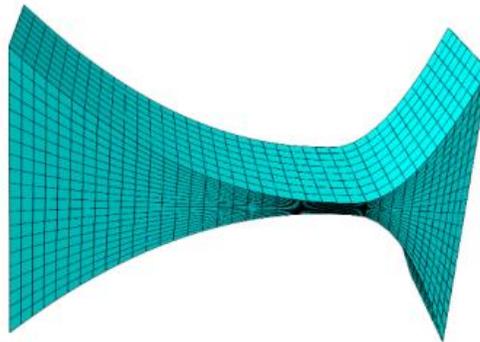


Figura 11. Bisagra flexible super elástica con muesca optimizada por FEA. Tomada de Yang (2019).

En el trabajo de Yang (2019) se implementó esta articulación en un manipulador paralelo compatible con la configuración 3PRR que se encuentra en la figura 12. La plataforma fija es un triángulo equilátero definido por los puntos $A1$ a $A3$. La plataforma móvil es también un triángulo equilátero definido por puntos $C1$ a $C3$. Inicialmente, el centro geométrico de las dos plataformas coincide en el punto O con un ángulo de declive φ , los marcos de coordenadas cartesianas, el marco base Oxy y el marco móvil Pxy , se asignan en el centro geométrico de la base fija y la plataforma móvil, respectivamente. La base móvil y la plataforma están conectadas por tres miembros idénticos, y cada miembro es accionado por una articulación prismática (P) y seguida de dos articulaciones rotacionales pasivas (R). El radio de circunferencia de la plataforma a la base se denota como $R1$, el radio de la plataforma móvil como $R2$, la longitud del pasivo enlace rígido se denota como Ll , y los ángulos de orientación de los actuadores prismáticos α_i ($i = 1,2,3$) son 60° , -60° y 180° , respectivamente. El diagrama de implementación de dicha bisagra flexible en el CPM con arquitectura 3PRR se encuentra en la figura 13.

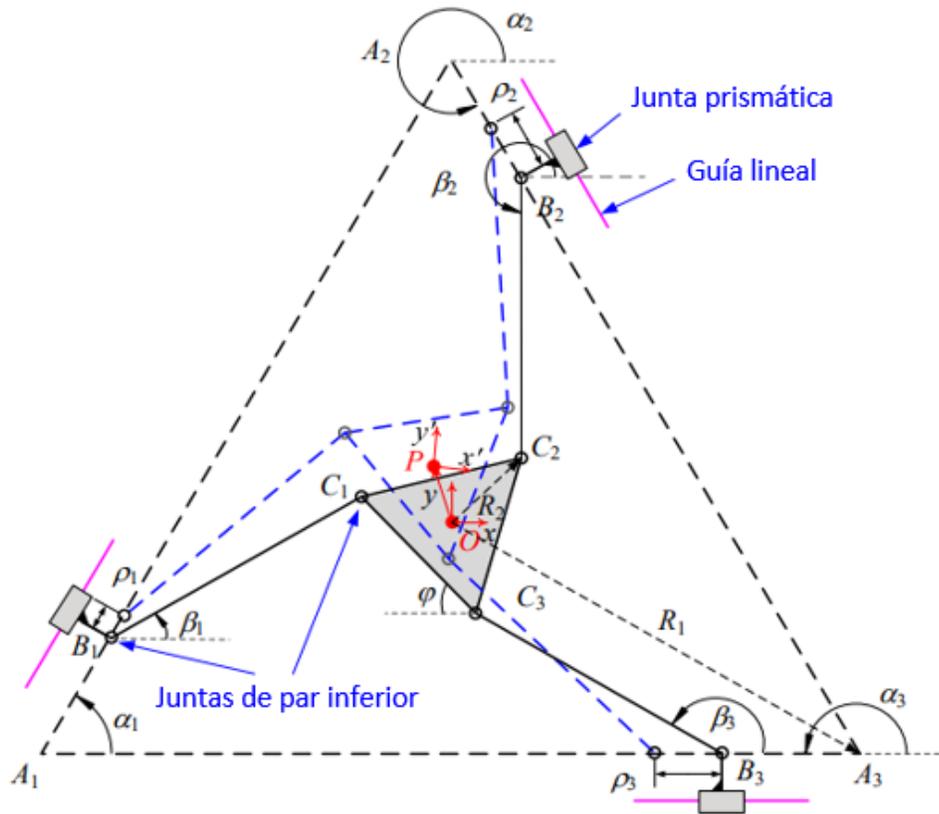


Figura 12. Configuración CPM 3PRR. Adaptada de Yang (2019).

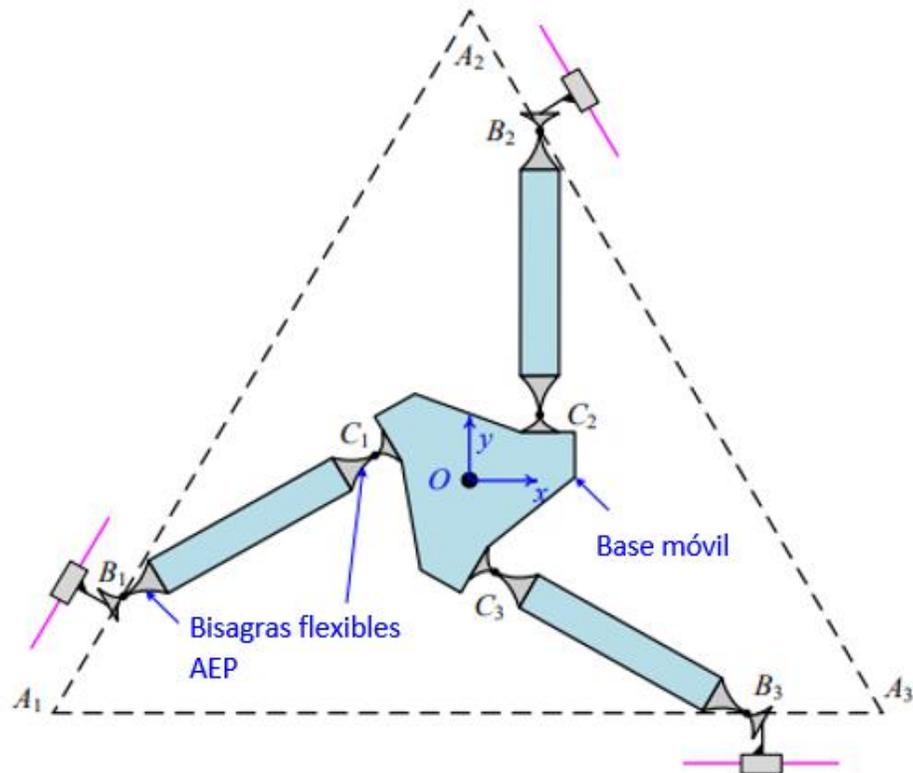


Figura 13. Implementación de articulaciones flexibles AEP en CPM 3PRR. Adaptada de Yang (2019).

En el trabajo de Zhu, (2019) se desarrolló un proceso de optimización computarizada para bisagras flexibles. Se probó su proceso como caso de estudio en una bisagra flexible con muescas y un bloque con agujeros, los cuales se encuentran en la figura 14. Para el perfil con muescas se desarrolló el análisis con el objetivo de eliminar material para optimizar dicha articulación flexible. Sucede que, como ya se mencionó, las articulaciones flexibles con muescas son precisas en su rotación, pero su rango de movimiento es pequeño por lo tanto, quitar material es útil para mejorar su rendimiento.

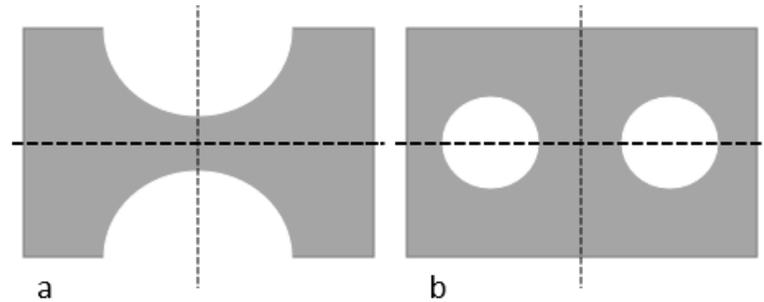


Figura 14. Perfiles tipo muesca (a) y bloque con agujeros (b) como articulaciones flexibles. Adaptada de Zhu (2019).

En la figura 15 se presenta el proceso de optimización del primer caso de estudio. Como resultado se obtuvo una topología final sin las cuatro esquinas afiladas del diseño inicial, algo destacable es que se obtuvieron dos muescas en ambos lados del diseño. Al aumentar la rigidez en las iteraciones se desarrolló una tendencia a convertir la pieza en unas dos vigas paralelas en voladizo, como se muestra en la figura 15 (a). Esto se debe a que al aumentar la rigidez el desplazamiento en x disminuye. Cuando la rigidez de la pieza es pequeña se obtienen perfiles como la bisagra flexible tipo rueda de carro, como se muestra en la figura 15 (b) y (c). Cuando la rigidez es muy pequeña se obtiene un perfil de bisagra flexible tipo muesca según Zhu, (2019).

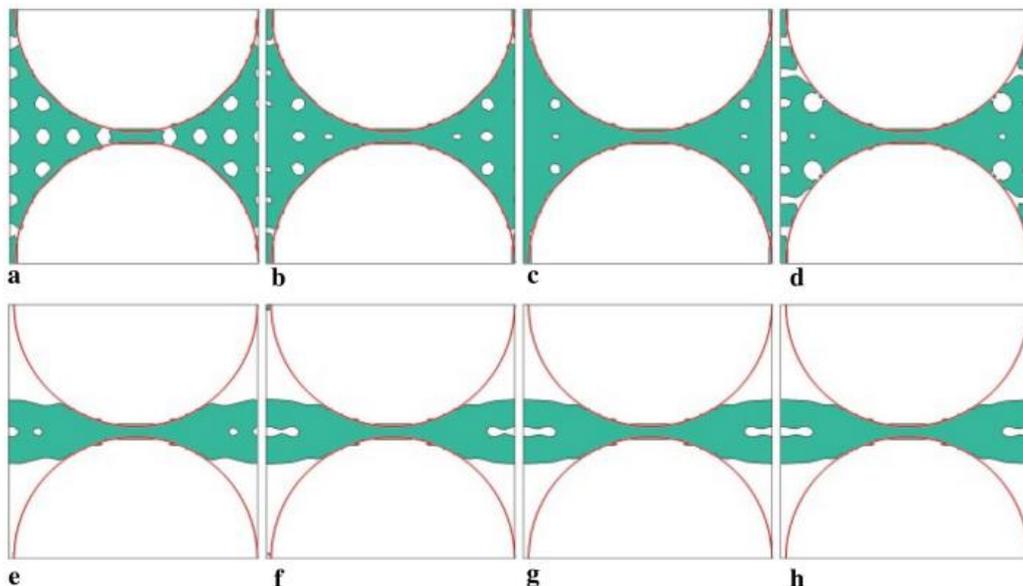


Figura 15. Proceso de optimización usando el perfil tipo muesca: a condición inicial, b 1 iteración, c 5 iteraciones, d 10 iteraciones, e 20 iteraciones, f 40 iteraciones, g 60 iteraciones, h 100 iteraciones. Adaptada de Zhu (2019).

Para el segundo caso, se insertaron dos orificios dentro del dominio de diseño rectangular, lo que indica que estas dos áreas no tienen material. El proceso de optimización se muestra en la Figura 16. Estos resultados muestran que la topología de los diseños finales podría verse afectada por la forma o topología del dominio de diseño de acuerdo con Zhu (2019).

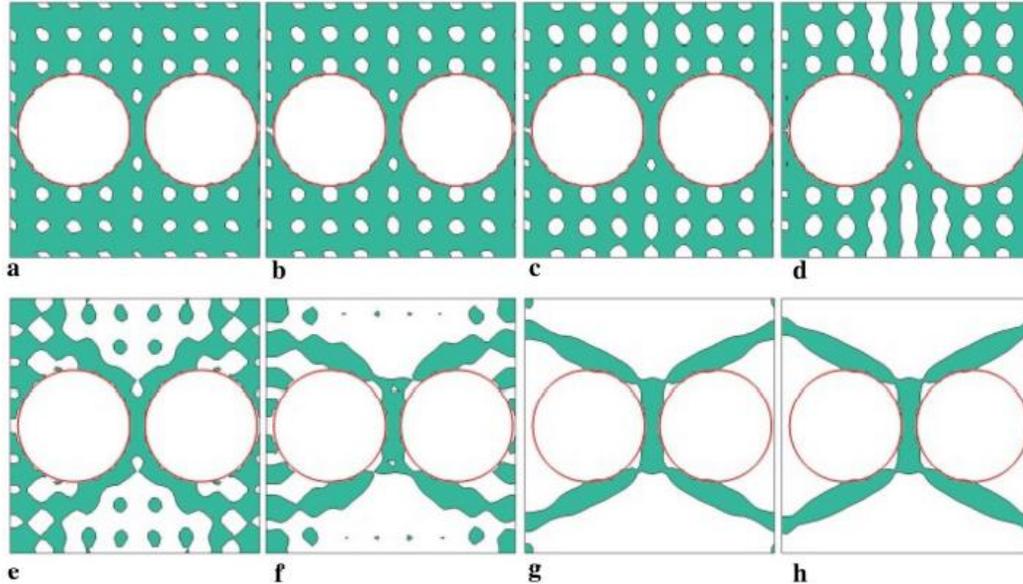


Figura 16. Proceso de optimización usando el perfil tipo bloque con agujeros: a condición inicial, b 1 iteración, c 5 iteraciones, d 10 iteraciones, e 20 iteraciones, f 40 iteraciones, g 60 iteraciones, h 100 iteraciones. Adaptada de Zhu (2019).

2.1.3 Articulación de rigidez variable PFFH

En el trabajo de Qiu (2021) se diseñó una bisagra flexible plegable de paso variable (PFFH), basándose en la teoría de los resortes helicoidales, formando una articulación dada por secciones rígidas y rectas conectadas por arcos de distintos radios que permiten rigidez variable dada por el contacto entre segmentos de diferentes pasos. Desarrollando así el perfil de articulación flexible que se presenta en la figura 17.

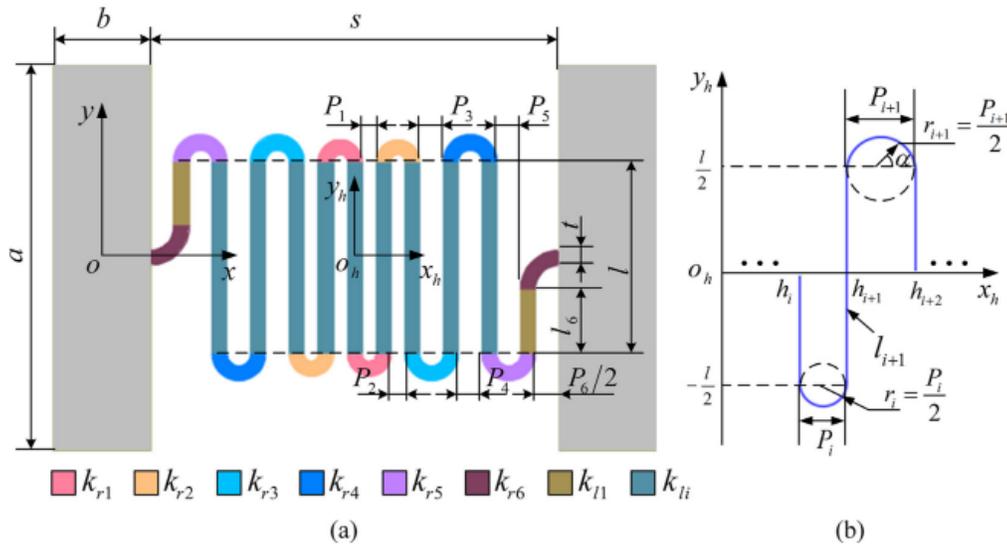


Figura 17. Dimensiones y parámetros del perfil de bisagra flexible PFFH. Tomada de Qiu (2021).

Las dimensiones del perfil están dadas por; la longitud total de la bisagra s , el ancho w , el espesor de cada sección t , la longitud del segmento del eje recto es l_y y el radio del segmento redondo es r_i el cuál es función del diámetro del arco P_i de manera que $r_i = P_i / 2$, de manera que los principales parámetros son la longitud de la pieza, ancho, espesor y el diámetro de cada paso, estos parámetros afectan directamente la rigidez k de la bisagra siendo P_i quien afecta principalmente el punto crítico de rigidez.

Qiu (2021) explica que componerse por segmentos rectos y segmentos semicirculares de distinto radio le permiten a esta bisagra flexible desarrollar grandes desplazamientos y rigidez variable a partir de la deformación por la flexión de múltiples segmentos de flexión. Además de desarrollar su máxima deflexión hasta el contacto dado entre segmentos de la bisagra.

2.1.4 Junta monolítica rotativa Flex-16

Howell (2013) muestra una articulación flexible monolítica rotativa que se desarrolló en la Universidad Brigham Young en conjunto con la NASA. El objetivo de esta bisagra flexible era reemplazar piezas, por ejemplo; en los paneles solares desplegados. Esta bisagra flexible tiene la capacidad de desarrollar un ángulo de flexión de $\pm 90^\circ$. El perfil de dicha bisagra flexible, llamada Flex-16, se muestra en la figura 18.

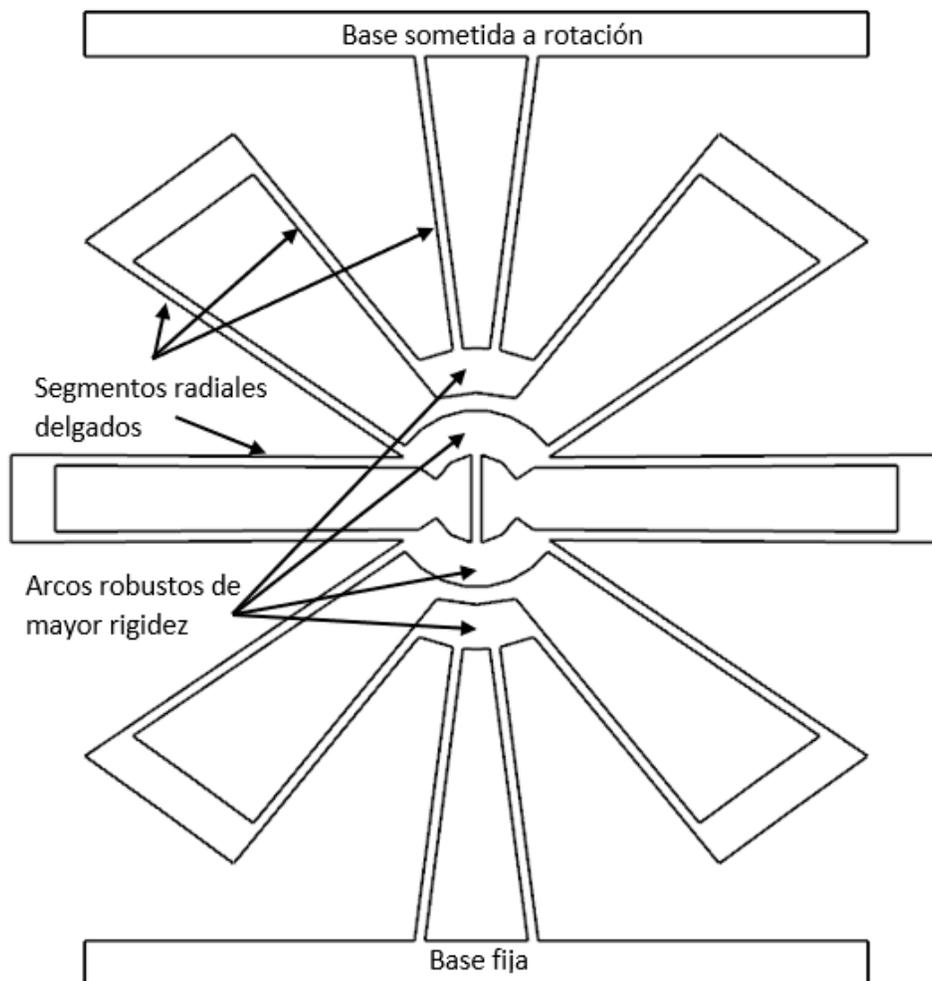


Figura 18. Perfil de bisagra flexible Flex-16. Adaptada de Fowler (2014).

El espesor de cada pared depende meramente de la orientación. Las paredes en ángulos no ortogonales o paralelos a la base de acoplamiento deben ser un poco más gruesas, de acuerdo con Merriam (2014). Un criterio para el diseño de la articulación flexible flex-16 fue evitar el contacto entre segmentos del perfil así como garantizar que los esfuerzos generados por la deformación no causarían la falla mencionó Fowler (2014).

Según Merriam (2014) esta pieza fue producida mediante fusión por haz de electrones (EBM) en una aleación de titanio. Este proceso permite una mayor densidad en el volumen de la pieza. Sin embargo, en la región cercana a la superficie de la pieza la densidad es menor, generando una porosidad que no tiene efecto en las propiedades de tracción a corto plazo, pero tales microporos y las micro fisuras contribuyen a reducir la vida útil de la pieza.

Fowler (2014) explica el diseño de esta bisagra flexible; el perfil está formado por 16 segmentos delgados orientados desde el centro de la geometría hacia afuera, 4 segmentos robustos en forma de arco concéntricos al centro de la pieza, 1 segmento delgado vertical en el centro de la pieza y 2 extremos rígidos que funcionan como base de la pieza.

El Flex-16 se activa fijando un extremo rígido y aplicando un momento en el otro extremo rígido. Los segmentos radiales permiten un gran desplazamiento angular actuando en serie para dividir la tensión y el desplazamiento entre las flexiones individuales. Los segmentos radiales están diseñados para ser tan largos como sea posible para reducir las tensiones y no evitar el contacto entre los segmentos durante la flexión. Los arcos rígidos intermedios más internos están conectados por un segmento vertical para proporcionar estabilidad axial y aun así permitir la rotación. Los arcos rígidos intermedias externos aumentan la estabilidad durante la rotación.

Inicialmente se elaboró el CAD de la pieza en SolidWorks y se realizó un análisis por elemento finito en el software ANSYS mediante 47 puntos obtenidos con distintas relaciones de ángulos de la vertical y fracciones del radio. Los ángulos y relaciones se encuentran en la tabla 1.

Tabla 1. Ecuaciones de puntos clave. Tomada de Fowler (2014).

Punto clave	Coordenadas		Punto clave	Coordenadas	
	X	Y		X	Y
1	0	0	25	$f2 \cdot R \cdot \sin(a2)$	$f2 \cdot R \cdot \cos(a2)$
2	0	R	26	$f3 \cdot R \cdot \sin(a3)$	$f3 \cdot R \cdot \cos(a3)$
3	$-f1 \cdot R \cdot \sin(a1)$	R	27	$f4 \cdot R \cdot \sin(a3)$	R
4	$-f2 \cdot R \cdot \sin(a1)$	$f2 \cdot R \cdot \cos(a1)$	28	$f5 \cdot R \cdot \sin(a4)$	$f5 \cdot R \cdot \cos(a4)$
5	$-f2 \cdot R \cdot \sin(a2)$	$f2 \cdot R \cdot \cos(a2)$	29	$f6 \cdot R \cdot \sin(a5)$	$f6 \cdot R \cdot \cos(a5)$
6	$-f3 \cdot R \cdot \sin(a3)$	$f3 \cdot R \cdot \cos(a3)$	30	$f7 \cdot R \cdot \sin(a6)$	$f7 \cdot R \cdot \cos(a6)$
7	$-f4 \cdot R \cdot \sin(a4)$	R	31	$f8 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$f8 \cdot R \cdot \cos(a7)$
8	$-f5 \cdot R \cdot \sin(a4)$	$f5 \cdot R \cdot \cos(a4)$	32	$f8 \cdot R$	0
9	$-f6 \cdot R \cdot \sin(a5)$	$f6 \cdot R \cdot \cos(a5)$	33	$f1 \cdot R \cdot \sin(a1)$	-R
10	$-f7 \cdot R \cdot \sin(a6)$	$f7 \cdot R \cdot \cos(a6)$	34	$f2 \cdot R \cdot \sin(a1)$	$-f2 \cdot R \cdot \cos(a1)$
11	$-f8 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$f8 \cdot R \cdot \cos(a7)$	35	$f2 \cdot R \cdot \sin(a2)$	$-f2 \cdot R \cdot \cos(a2)$
12	$-f8 \cdot R$	0	36	$f3 \cdot R \cdot \sin(a3)$	$-f3 \cdot R \cdot \cos(a3)$
13	0	-R	37	$f4 \cdot R \cdot \sin(a3)$	-R
14	$-f1 \cdot R \cdot \sin(a1)$	-R	38	$f5 \cdot R \cdot \sin(a4)$	$-f5 \cdot R \cdot \cos(a4)$
15	$-f2 \cdot R \cdot \sin(a1)$	$-f2 \cdot R \cdot \cos(a1)$	39	$f6 \cdot R \cdot \sin(a5)$	$-f6 \cdot R \cdot \cos(a5)$
16	$-f2 \cdot R \cdot \sin(a2)$	$-f2 \cdot R \cdot \cos(a2)$	40	$f7 \cdot R \cdot \sin(a6)$	$-f7 \cdot R \cdot \cos(a6)$
17	$-f3 \cdot R \cdot \sin(a3)$	$-f3 \cdot R \cdot \cos(a3)$	41	$f8 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$-f8 \cdot R \cdot \cos(a7)$
18	$-f4 \cdot R \cdot \sin(a3)$	-R	42	$-f7 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$f7 \cdot R \cdot \cos(a7)$
19	$-f5 \cdot R \cdot \sin(a4)$	$-f5 \cdot R \cdot \cos(a4)$	43	$f7 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$f7 \cdot R \cdot \cos(a7)$
20	$-f6 \cdot R \cdot \sin(a5)$	$-f6 \cdot R \cdot \cos(a5)$	44	$-f7 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$-f7 \cdot R \cdot \cos(a7)$
21	$-f7 \cdot R \cdot \sin(a6)$	$-f7 \cdot R \cdot \cos(a6)$	45	$f7 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$-f7 \cdot R \cdot \cos(a7)$
22	$-f8 \cdot R \cdot \sin(a7)$	$-f8 \cdot R \cdot \cos(a7)$	46	0	$f7 \cdot R$
23	$f1 \cdot R \cdot \sin(a1)$	R	47	0	$-f7 \cdot R$
24	$f2 \cdot R \cdot \sin(a1)$	$f2 \cdot R \cdot \cos(a1)$			

Así mismo, consideraron diferentes parámetros y dimensiones para prototipos de diferentes materiales y diferentes métodos de fabricación. Estos parámetros se encuentran en las tablas 2 y 3.

Tabla 2. Materiales y proceso de fabricación de cada prototipo. Tomada de Fowler (2014).

Materiales y proceso de fabricación de cada prototipo		
Nombre	Material	Método de fabricación
PP-1	Polipropileno	Maquinado por CNC
PP-2	Polipropileno	Maquinado por CNC
Ti-1	Titanio Ti6Al4V	Fusión por haz de electrones
CNT-1	Nanotubos de carbono	Crecimiento de CNT
CNT-2	Nanotubos de carbono	Crecimiento de CNT

Tabla 3. Parámetros de diseño de cada prototipo. Tomada de Fowler (2014).

Parámetros de diseño de cada prototipo					
Parámetro	PP-1	PP-2	Ti-1	CNT-1	CNT-2
R [mm]	152.4	152.4	66.6	4	2
t1 [mm]	2.5	2.5	0.7	0.03	0.02
t2 [mm]	8	8	3	0.1	0.08
w [mm]	12.7	12.7	12.7	0.25	0.25
a1 [°]	10	7	7	10	10
a2 [°]	25	22	22	25	25
a3 [°]	39	30	34	39	39
a4 [°]	46	41	45	46	46
a5 [°]	49	52	56	49	49
a6 [°]	55	52	57	55	55
a7 [°]	84	85	85	84	84
a8 [°]	90	90	90	90	90
f1	1.05	1.05	1.05	1.05	1.05
f2	0.35	0.31	0.29	0.35	0.35
f3	0.88	0.94	0.94	0.88	0.88
f4	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25
f5	0.94	0.95	0.95	0.94	0.94
f6	0.86	1	1	0.86	0.86
f7	0.2	0.15	0.15	0.2	0.2
f8	0.9	1	1	1	1

2.2 *Análisis por elemento finito (FEA)*

El FEA es un método numérico para resolver ecuaciones diferenciales. Una de sus principales aplicaciones es el estudio de comportamiento de cuerpos sometidos a cargas y desplazamiento, es decir, cuando un cuerpo está sometido a esfuerzos y deformaciones. Para ello se analizan estructuras tipo armaduras y marcos simplificados a partir de un modelo tridimensional. Los sólidos elásticos planos son modelos que no requieren muchos gastos computacionales, mismos que se clasifican en cuerpos sometidos a esfuerzos planos y cuerpos sometidos a deformación plana.

El método de elementos finitos (FEM) es una técnica de análisis numérico para obtener soluciones aproximadas a una amplia variedad de problemas de ingeniería. Características como su diversidad y flexibilidad como herramienta de análisis permiten su aplicación al amplio campo de la mecánica continua definió Huebner (2001).

2.2.1 *Estructuras tipo armaduras*

Una armadura estructural sólo consta de miembros sujetos a dos fuerzas, es decir, cada elemento de la estructura está en tensión o compresión directa. En una armadura se requiere que todas las cargas estén aplicadas sólo en los nudos y que todos los miembros estén conectados entre sí por medio de articulaciones sin fricción Según Chandrupatla (1999).

Si analizamos una pluma en cantiléver con una articulación de revoluta en el extremo debería rotar debido a su peso, sin embargo, si la pluma se encontrara empotrada entonces, se generaría,

en el extremo fijo, un momento reactivo suficiente para evitar que se cayera. El ejemplo anterior explica por qué los miembros de una armadura no pueden sufrir flexión.

2.2.2 Estructuras tipo marco

Las estructuras tipo marcos comprenden miembros delgados unidos rígidamente pudiendo ser, por ejemplo; por remaches, soldadura, atornilladas, etc. Estas uniones rígidas generan momento reactivo, así como fuerza reactiva. De manera que cada elemento de la estructura puede experimentar cargas combinadas según Chandrupatla (1999).

2.2.3 Mallado FEM

En FEM la malla es una geometría aproximada al cuerpo que está siendo modelado, esta se comprende por puntos con posición en el dominio de análisis con condiciones de grados de libertad, estos puntos en la geometría son llamados nodos y nos permite conocer la deformación de un cuerpo obteniendo el desplazamiento de los nodos en la malla como efecto de las cargas en el cuerpo. Las mallas pueden ser bidimensionales o tridimensionales de acuerdo con Rivera (2014).

Una malla en bidimensional comprenderá diferentes cuerpos de estudio clasificados por la geometría dada por el orden de los nodos. Los elementos tipo Tria son elementos triangulares mientras los elementos tipo Quad son aquellos que pueden tener formas de cuadrados o rectángulos. Pueden estar conformado por el mínimo número de nodos 3 y 4, respectivamente, o bien comprender nodos de estudio en el punto medio de los vértices.

El uso de estos elementos depende de sus casos de estudio. Los elementos Tria son mayormente utilizados para transferencia de cargas, si la tensión cambia gradualmente dentro de un elemento y para la transición entre tamaños de malla, mientras que los elementos Quad son mayormente utilizados en casos que no implican distorsiones severas en los cuerpos, además de ser mayormente usados en problemas donde hay flexión.

Por el contrario, una malla en tridimensional o poligonal, es la representación de una superficie formada por elementos en los que los nodos o vértices están conectados de manera que forman polígonos tridimensionales comentó Vendrell (2018).

2.2.4 Elementos continuos

La mayoría de las piezas modeladas en CAD pueden analizarse como un conjunto de varios elementos que comprenden una estructura, de manera que en FEM se analizan las condiciones de cada elemento de la estructura para obtener una solución aproximada a los efectos de la pieza sometida a sus condiciones de trabajo.

Los elementos continuos tridimensionales pueden ser formados por hexaedros o tetraedros, mientras que hay una amplia variedad de elementos continuos bidimensionales que difieren en su comportamiento fuera del plano, pueden ser cuadriláteros o triangulares.

Para modelar diversas estructuras se emplean, en su mayoría, elementos tipo cascara, barra y varilla, entre otros. Los elementos tipo cascara (Shell) se utilizan para modelar cuerpos continuos en los que una dimensión, generalmente el espesor, es significativamente menor a las otras dos. Mientras que los elementos tipo barra se utilizan para modelar cuerpos continuos en los que una dimensión, generalmente la longitud, es significativamente mayor a las otras

dos. Por último, como se menciona Chandrupatla (1999) “Los elementos tipo varillas son aquellos que sólo pueden resistir cargas de tracción y compresión, no tienen resistencia a la flexión”.

En la materia de Análisis por Elemento Finito se desarrolló una paquetería básica de elemento finito que analiza las estructuras por elementos continuos tipo barra. Este software se utilizará como comparativa para los análisis FEM de la pieza seleccionada.

2.3 Rigidez

La rigidez es la oposición de un cuerpo a las deformaciones elásticas a causa de cargas, normalmente se calcula como la razón de la fuerza aplicada entre el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza. Las vigas y barras presentan varios tipos de rigidez según la configuración de cargas, por ejemplo; rigidez a la flexión, a la torsión, axial, frente a esfuerzos cortantes, etc. Declaró Ruiz (2015).

La rigidez axial es la resistencia al desplazamiento elástico dadas condiciones de carga de compresión y tracción en el eje de una viga. La rigidez a la flexión es la relación del momento flector aplicado en el extremo de la barra y el ángulo de flexión desarrollado conforme al desplazamiento del extremo libre con respecto al extremo empotrado a tierra. La rigidez torsional está dada por el momento de torsión aplicado en uno de los extremos y el ángulo girado por este extremo manteniendo fijo el otro extremo. Las unidades de las rigideces torsional y flexional están dadas por [Nm/deg] mientras la rigidez axial está dada por [N/mm].

Para calcular la rigidez axial se utiliza el modelo matemático (1), donde K_{ax} es la rigidez axial, E el módulo de Young del material de la barra, A el área de la sección transversal y L la longitud

$$K_{ax} = \frac{EA}{L} \quad (1)$$

Para calcular la rigidez flexional se utiliza el modelo matemático (2), donde K_{flex} es la rigidez flexional, E el módulo de Young del material de la barra, L la longitud e I_z , I_y son los segundos momentos de inercia.

$$K_{flex,z} = \frac{EI_z}{L}; K_{flex,y} = \frac{EI_y}{L} \quad (2)$$

Para calcular la rigidez torsional se utiliza el modelo matemático (3), donde K_{ax} es la rigidez torsional, G el módulo elástico transversal, J el momento torsional y L la longitud de la barra.

$$K_{tors} = \frac{GJ}{L} \quad (3)$$

Para el análisis de rigidez de un mecanismo es importante conocer estos datos de las articulaciones, por ejemplo, en el análisis de una suspensión se realiza la caracterización como material elástico de los bujes, mismos que son elementos los elementos que se encuentran en las articulaciones de los elementos de una suspensión. Para el análisis del mecanismo espacial con la implementación de las articulaciones flexibles se realizará la caracterización como elemento elástico del perfil seleccionado de bisagra flexible y se desarrollará un análisis de dinámica del mecanismo mediante el software Adams View.

Capítulo 3

3 *DISEÑO, SELECCIÓN Y EVALUACIÓN DE ARTICULACIONES FLEXIBLES.*

3.1 *Metodología de diseño*

En palabras de Karl Ulrich (2013) el diseño es el proceso de una serie de pasos que transforma un conjunto de entradas en una salida. En otras palabras, el diseño es la materialización de la imaginación humana que nos permite inventar o mejorar productos, servicios o procesos para facilitar la vida, siempre partiendo de una necesidad.

Existen varias metodologías de diseño, clasificadas como metodologías ágiles y estructuradas. Cuya diferencia entre ellas consiste en la flexibilidad para adaptar cada etapa del proyecto a las condiciones que se presenten, así como la rigurosidad de la estructura para el desarrollo de cada etapa del proceso.

De igual manera, hay varias metodologías propuestas por diferentes autores, sin embargo, la mayoría de las metodologías comparten en esencia la estructura del proceso. Además de que todo proceso de diseño es un proceso iterativo.

Para cada proyecto debe seleccionarse la mejor metodología de diseño y algunas veces puede realizarse metodologías híbridas según sea conveniente para el proyecto sin embargo, este trabajo en el que no se conocen requerimientos ni especificaciones y se desean conocer o determinar para el diseño de articulaciones flexibles de partida, parece un proyecto del tipo “problema con hoja en blanco”. Por ello, para este trabajo se revisaron las distintas metodologías de diseño propuestas y fueron aplicadas al proyecto considerando ciertos elementos de cada una.

Como proceso de selección estudiaremos el comportamiento de algunos perfiles de bisagras flexibles sometidos a condiciones de carga y restricciones, dichas pruebas se realizarán con análisis FEM y el comportamiento de perfiles físicos sometidos a flexión hasta antes de llegar a la falla. El perfil seleccionado con base en el criterio del ángulo de flexión será caracterizado como elemento elástico, es decir, se obtendrán sus rigideces traslacionales y rotacionales. Esto último nos permitirá conocer el comportamiento de una estructura tridimensional implementando el perfil de bisagra flexible seleccionado.

3.2 *Identificación de condiciones a las que estará sujeta la articulación*

Desde que las articulaciones flexibles son usadas, en su mayoría, para la sustitución de juntas de revoluta, es primordial conocer algunos parámetros como, por ejemplo, el ángulo de flexión que permite la rotación relativa deseada entre los eslabones acoplados, así como el movimiento deseado entre los elementos acoplados. Esto permite acelerar el proceso de generación y selección de conceptos debido a que puede buscarse, directamente, perfiles que cumplan con dichos parámetros, en teoría, para posteriormente evaluarlos y optimizar sus dimensiones según el comportamiento deseado.

3.3 Generación y selección de perfiles

3.3.1 Juntas flexibles tipo A, B, C, F, G, H y I

Debido a que el objetivo de este trabajo es el diseño de una articulación flexible se opta por desarrollar diversos perfiles encontrados en la nomenclatura. De esta manera se eligieron los perfiles de juntas flexibles tipo arreglo en serie de resortes en paralelo (perfiles tipo A, B y C), tipo muesca (perfil tipo F), tipo bloque con agujeros (perfil tipo G), de rigidez variable (perfil tipo H) y tipo monolítica rotativa (perfil tipo I). Estos perfiles se encuentran en la figura 19.

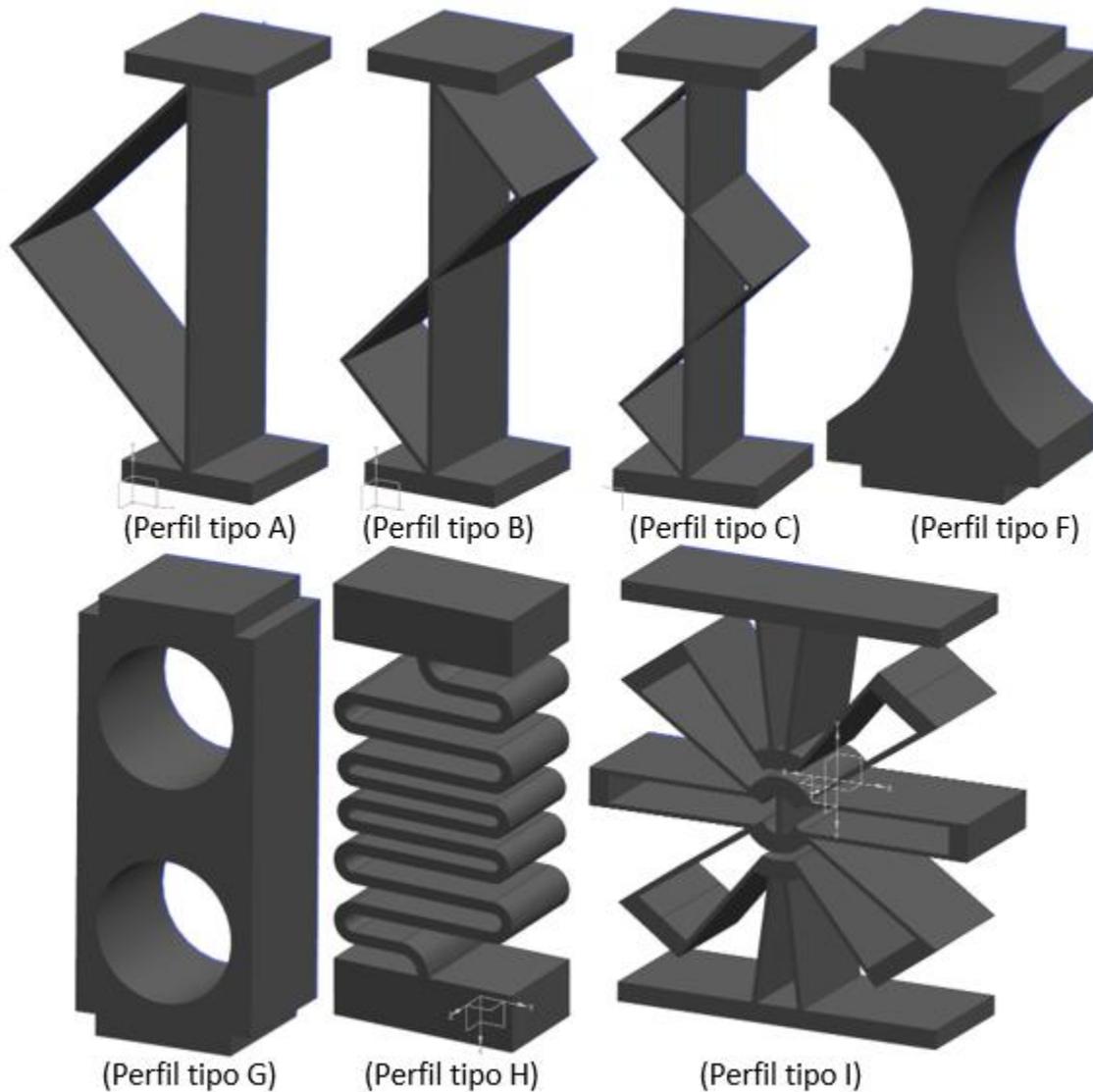


Figura 19. Perfiles de bisagras flexibles tipo A, B, C, F, G, H e I.

3.3.2 Juntas flexibles tipo D y E

Tomando inspiración en las articulaciones flexibles tipo arreglo en serie de resortes en paralelo y en las propiedades de los arcos para la distribución de fuerzas, se desarrollan los perfiles tipo D y E. La geometría de la articulación tipo D está compuesta por resortes en paralelos dados por una viga y un arco conectados a los mismos nodos en las bases. Mientras la geometría de la articulación tipo E comprende dos arcos ensamblados en un nodo coincidente. El

comportamiento esperado de ambas bisagras flexibles era una menor deformación ante una misma carga aplicada que las articulaciones de arreglo en serie tipo resortes en paralelo. Ambos perfiles se encuentran en la figura 20.

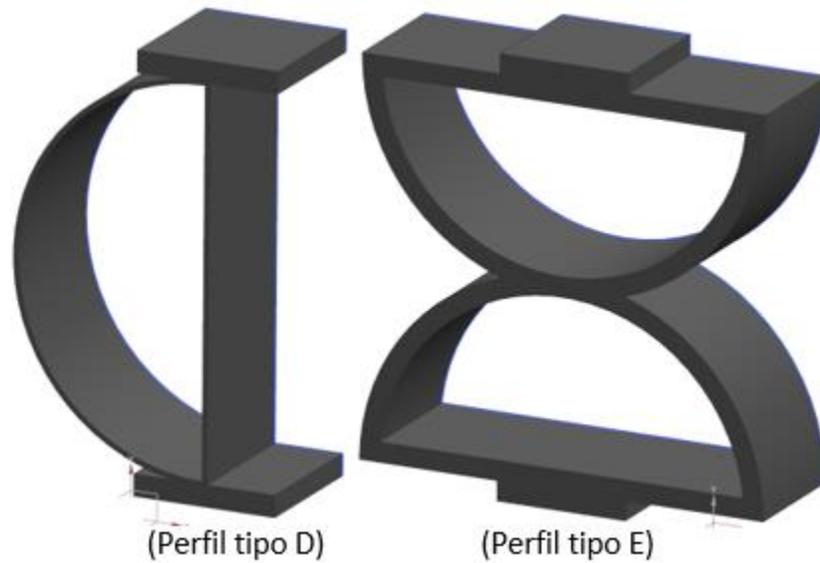


Figura 20 Perfiles flexibles tipo D y E.

3.4 Evaluación de los perfiles

Como se mencionó anteriormente, se considera que la mayor deformación de las articulaciones flexibles se desarrolla en el centro de la pieza mientras que se considera nula la deformación en las regiones que se encuentran acopladas a los elementos rígidos. Por ello hay 2 tipos de condición de cargas aceptados y equivalentes, puede considerarse el caso de condición en el que la pieza se encuentra sometida a cargas en los extremos y tiene la restricción fija en el centro de la pieza, o bien, el caso en el que la pieza se encuentra empotrada en los extremos y es sometida a la carga en el centro de la pieza.

Ambas condiciones producen los mayores esfuerzos y deformaciones en el centro de la pieza, sin embargo, considerar fijos los extremos de las bisagras flexibles entregarán el resultado de un desplazamiento nulo en las bases de la pieza. Por eso esta condición será desarrollada para la mayoría de las piezas.

Algunas piezas presentan el problema de que el centro de la pieza se desplaza sin presentar una rotación relativa entre los extremos de la pieza, sin importar cuál de las condiciones de carga anteriores sea desarrollada. Por ello se desarrolla una condición de carga en la que se encuentra empotrada un extremo de la pieza mientras el otro extremo se encuentra sometido a la carga.

Intuitivamente esta condición de carga pareciera no ser equivalente a las condiciones anteriores, debido a que se tiene un extremo que no presenta desplazamiento mientras el otro extremo presenta el mayor desplazamiento de la pieza. Sin embargo, la región con mayores desplazamientos y deformaciones seguirá siendo el centro de la pieza además, que el comportamiento de la pieza durante la flexión será el mismo sea que tenga la carga en un

extremo mientras el otro se encuentra empotrado, así como si presenta ambos extremos empotrados y la carga en su centro o la carga en los extremos y el centro restringido a tierra.

Según el tipo de carga al que se someta la bisagra flexible se tendrán diferentes efectos de flexión, torsión y tracción o compresión con respecto a algunos ejes. Para los análisis de comportamiento en las primeras pruebas de selección se realizarán condiciones de flexión mientras será necesario conocer el comportamiento de flexión, tracción y torsión de la pieza para realizar la caracterización como elemento elástico. Las condiciones de carga descritas en este apartado se muestran en la figura 21.

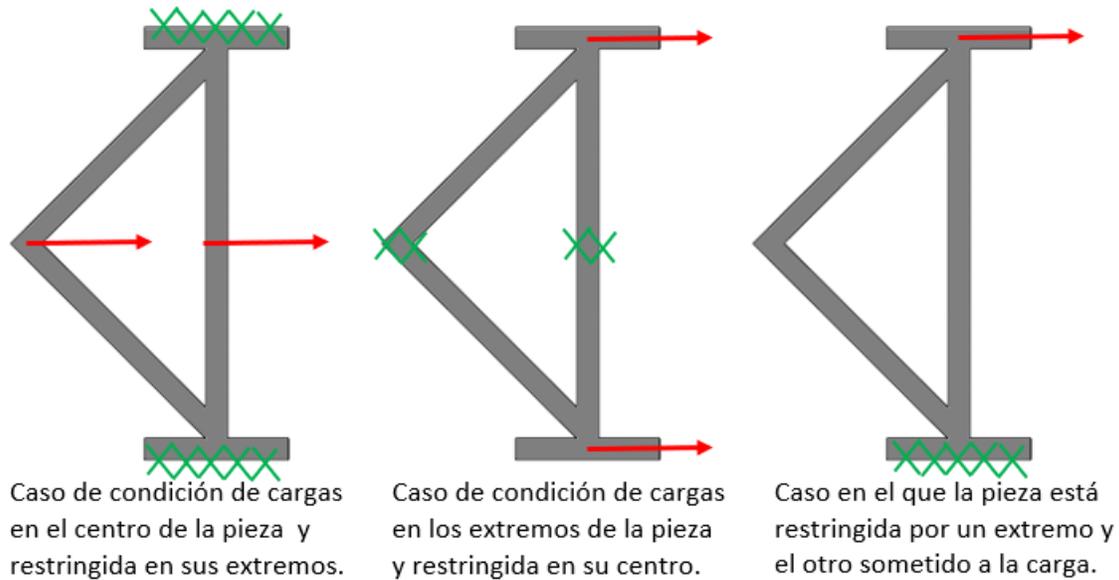


Figura 21 Condiciones de cargas y restricciones para el estudio de articulaciones flexibles

3.5 Primera prueba FEM

Si bien es cierto que el comportamiento de una bisagra flexible depende varios parámetros como el espesor, material, dimensiones de la pieza, entre otros, también es cierto que se puede tener un comportamiento totalmente distinto dependientemente de la geometría del perfil. Por ello la primera evaluación de los 9 perfiles consiste en un análisis FEM considerando las mismas condiciones de carga para cada perfil.

Se busca estudiar la relación proporcional entre la deformación y los esfuerzos en el rango elástico, por lo que los parámetros de diseño y de las condiciones de cargas y restricciones son elegidas de manera arbitraria. La condición de cargas elegida será colocar los extremos de las piezas restringidos mientras se coloca la carga en el centro de la pieza, para la mayoría de las piezas. Para realizar la primera condición de cargas se considera una fuerza en el centro de cada pieza de 100[N], así como se mantendrán aspectos geométricos en todas las piezas como, por ejemplo; longitud de pieza: 6[cm], espesor [3mm], extrusión de pieza: 20[mm]. Agregando, el análisis FEM contempla la dirección de la fuerza para determinar si los efectos de la deformación son dependientes del sentido de la fuerza en el centro de la pieza. Las condiciones de carga y restricciones de cada perfil se muestran en la figura 22.

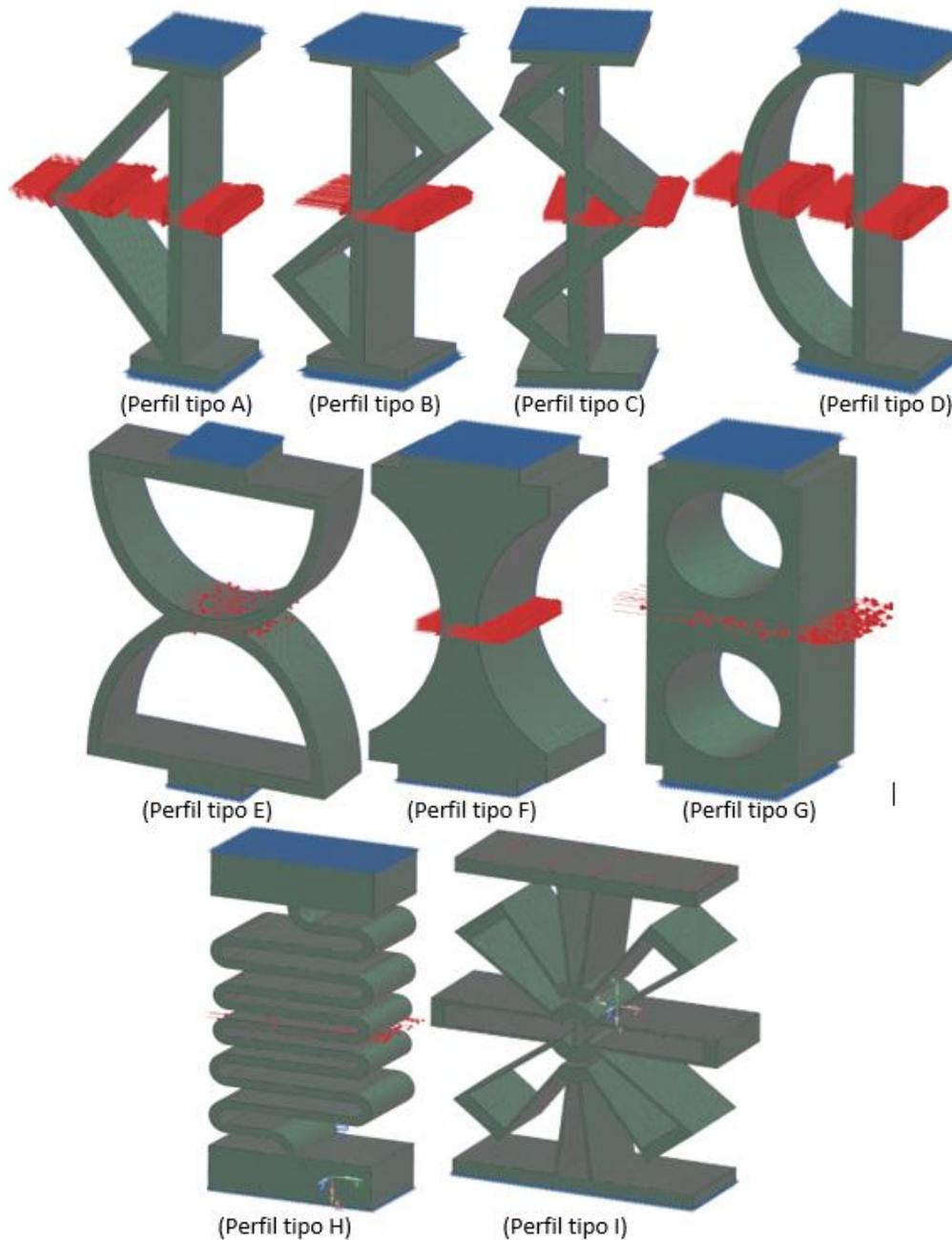


Figura 22. Condiciones de carga y restricciones de cada perfil para la prueba FEM.

En la figura 22 se representan las piezas sujetas a las condiciones de carga y restricciones de la prueba FEM mientras que los resultados de dicha prueba se encuentran en la tabla 4. En la figura 22 las cargas se representan con flechitas rojas mientras las restricciones se muestran como tachos en las bases de las piezas. Para este análisis FEM, además de las consideraciones mencionadas en el párrafo anterior, se optó por ABS como el material de la pieza y se realizó la prueba en el módulo CAE de un software CAD-CAM considerando una malla de 0.7mm con el objetivo de tener una región de eje neutro y secciones sometidas a tracción y compresión en los segmentos delgados de las bisagras flexibles. El comportamiento de cada perfil frente a esta prueba se presenta desde la figura 23 hasta la figura 31.

Tabla 4. Resultados de la primera prueba FEM.

Primera prueba FEM						
Condiciones de pieza: t=3mm, L=60mm; Condiciones de carga: F=100N						
Tipo de articulación	Deformación hacia la izquierda			Deformación hacia la derecha		
	Desp. [mm]	Esf. [MPa]	Def.	Desp. [mm]	Esf. [MPa]	Def.
A Resorte en paralelo	1.628	43.56	0.02	1.628	43.56	0.02
B Resortes en paralelos (2)	0.697	23.59	0.001	0.697	23.59	0.001
C Resortes en paralelos (3)	0.441	19.67	0.001	0.441	19.67	0.001
D Resorte en paralelo con arco	0.468	12.73	0.006	0.468	12.73	0.006
E Resortes en paralelo con arco (2)	1.273	15.75	0.007	1.273	15.75	0.007
F Articulación tipo muesca	0.0255	2.588	0.001	0.0255	2.588	0.001
G Bloque con agujeros	0.0592	2.544	0.001	0.0592	2.544	0.001
H Rigidez variable	21.63	97.02	0.0453	21.63	97.02	0.0453
I Flex-16	362.36	648.94	0.151	362.36	648.94	0.151

Los datos de la tabla comprueban que el perfil simétrico de los segmentos que comprenden las bisagras flexibles permite que la deformación y esfuerzos desarrollados durante la flexión sean iguales, en magnitud, independientemente del sentido de la carga aplicada, esto se debe a que se seleccionó el criterio de von Mises.

3.6 Comportamiento de las juntas flexibles durante la prueba FEM

3.6.1 Junta flexible tipo A (Resorte paralelo)

Según los resultados la prueba de FEM en la figura 23 podemos ver que la mayor deformación se genera en el centro de la viga, mientras el elemento formado por catetos sufre una deformación menor esto significa que el elemento formado por catetos provee de mayor rigidez al sistema.

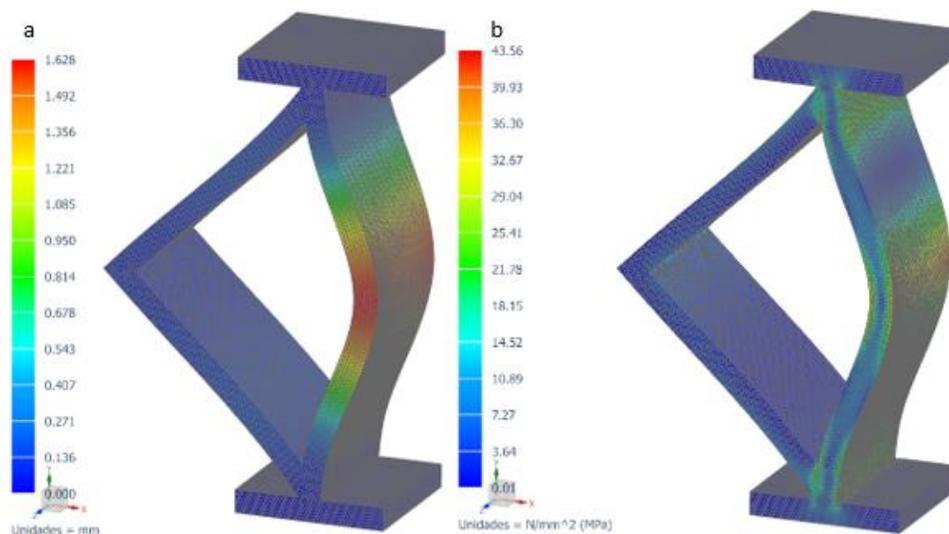


Figura 23 Comportamiento del perfil tipo A durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.6.2 Juntas flexibles tipo B y C (Arreglo en serie de resortes en paralelo)

Como fue mencionado, estos perfiles se desarrollaron a partir de la geometría de la junta tipo A, agregando al arreglo resortes en paralelo, los elementos formados por catetos deben de colocarse en lados opuestos para permitir una buena distribución de fuerzas. Este principio les

permite obtener la misma flexión a una menor carga aplicada puesto que es mejorada la propiedad de rigidez, además de desarrollar una mejor distribución de fuerzas.

En la figura 24 se observa que tanto la mayor deformación como los mayores esfuerzos se encuentran en el nodo coincidente de ambos resortes en paralelo. Lo que indica que esta región de la pieza puede ser un concentrador de esfuerzos debido al cambio de geometría. Mientras que en el caso de la figura 25 tenemos la región de mayor deformación al centro de la viga, como sucede con la junta tipo A. Analizando la tabla 4. Se puede observar que la junta tipo B desarrolla un mayor desplazamiento en sus nodos, de igual manera genera mayores esfuerzos bajo las mismas condiciones de carga.

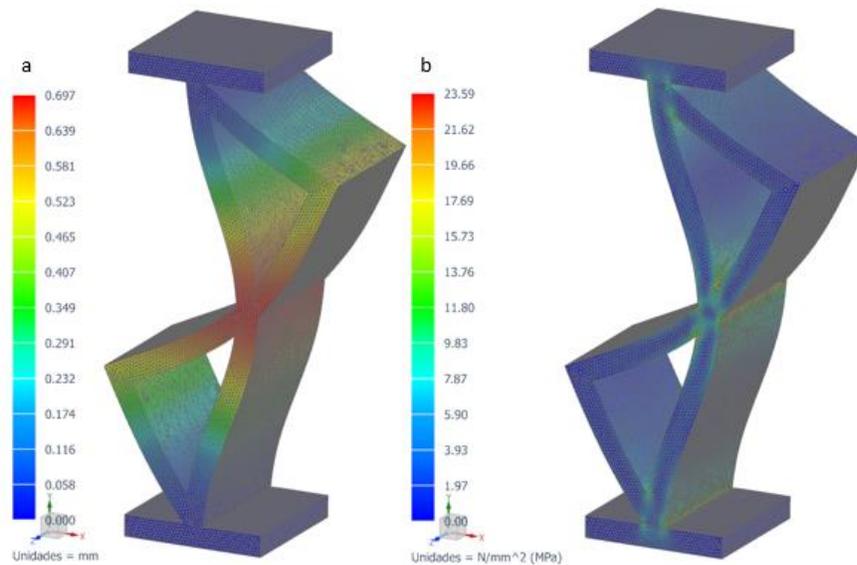


Figura 24 Comportamiento del perfil tipo B durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

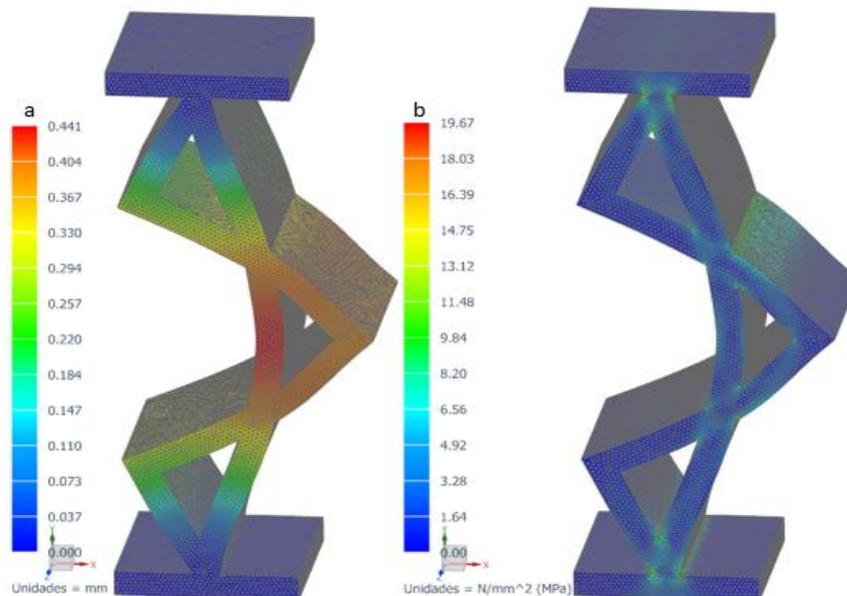


Figura 25 Comportamiento del perfil tipo C durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.6.3 Junta tipo D (Resorte paralelo de geometría circular)

Esta junta es un resorte paralelo formado por un segmento recto y un segmento circular. En comparación a la junta A, podemos ver en la tabla 4 que se desarrolla una mayor deformación y desplazamiento de los nodos a un mayor esfuerzo, sin embargo, en la figura 26 se observa una diferencia abrupta en la deformación de la viga con respecto al segmento circular, lo cual puede implicar que, por las propiedades de los arcos, el segmento recto sea más vulnerable ante las condiciones de carga, de manera que se presente una mayor deformación en esa región pero no por ello se desarrolle un mayor ángulo de flexión.

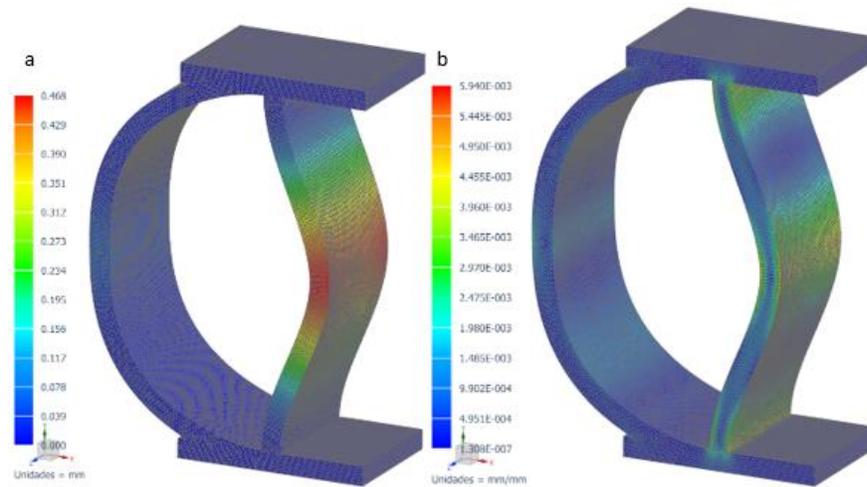


Figura 26 Comportamiento del perfil tipo C durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.6.4 Junta tipo E (Resorte paralelo formado por 2 arcos encontrados)

El comportamiento de este perfil frente a la prueba FEM fue similar al de un resorte autocontenido, es decir una región de la pieza se encuentra sometida a tracción mientras otra región de la pieza se encuentra a compresión. Su comportamiento se ilustra en la figura 27.

Como se aprecia en la tabla 4. Esta articulación presenta una mayor deformación y desplazamiento de nodos que las articulaciones con arreglo en serie de resortes en paralelo, incluso con un esfuerzo menor. No obstante, la deformación en la base de los arcos, tanto como en la parte media de los arcos parece ser inestable.

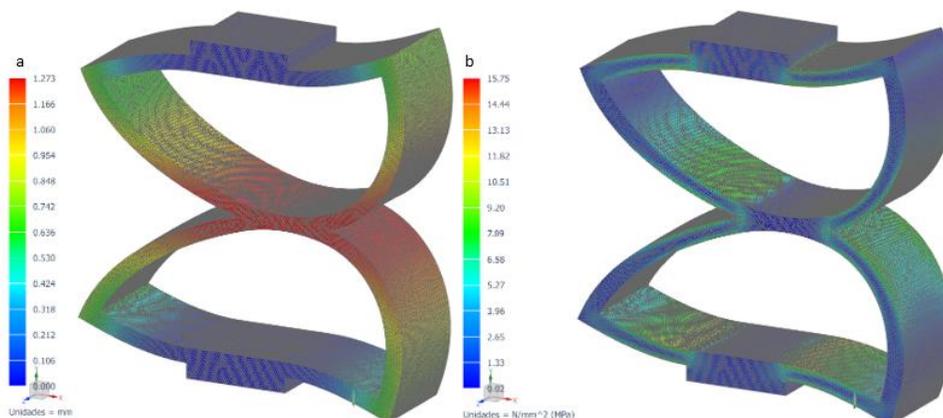


Figura 27 Comportamiento del perfil tipo E durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.6.5 Junta tipo F (Articulación tipo muesca)

La geometría de este perfil está limitada por un arco de cada lado, esto genera que, cuando está sometida a flexión una parte del elemento se encuentra sometido a cargas de tracción mientras la otra parte se encuentra sometido a regiones de compresión, es decir, la articulación tipo muesca también desarrolla el comportamiento de un resorte autocontenido. Su comportamiento se ilustra en la figura 28.

Gracias a las propiedades de los arcos y catenarias, puesto un arco está sometido a compresión y otro a tracción, esta articulación se caracteriza por ser del tipo de articulaciones flexibles con menor deformación y soportar mayores esfuerzos. En ocasiones se ha documentado que sus deformaciones no superan el orden de micrómetros, lo cual se demuestra en la tabla 4 puesto este perfil obtiene la mejor tolerancia a cargas puesto desarrolla la menor deformación y desplazamiento de nodos al mínimo esfuerzo frente a las mismas condiciones. Como resultado es un perfil inconvenientemente rígido para sustituir articulaciones de revoluta que requieran una amplia rotación relativa.

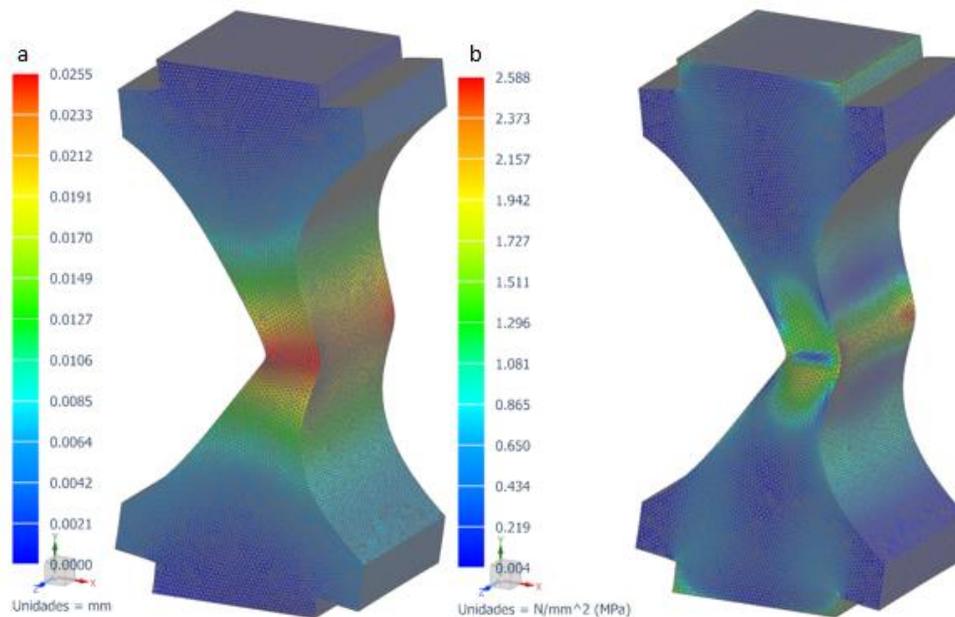


Figura 28 Comportamiento del perfil tipo F durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.6.6 Junta tipo G (Bloque con agujeros)

En la figura 29 se muestra cómo los agujeros provocan que haya un arco de material sometido a compresión por un lado mientras el otro lado tiene un arco sometido a tracción. En consecuencia, este perfil también desarrollará el comportamiento de un resorte autocontenido, además de desarrollar el comportamiento de un resorte direccional puesto la sección que está sometida a flexión presentará una rigidez diferente a la sección que está sometida a compresión.

Este perfil es de las piezas que desarrollan un menor esfuerzo en la pieza a una mínima deformación y desplazamiento de nodos, sin embargo, al igual que el perfil tipo F, es un perfil inconvenientemente rígido para sustituir articulaciones de revoluta que requieran una amplia rotación relativa.

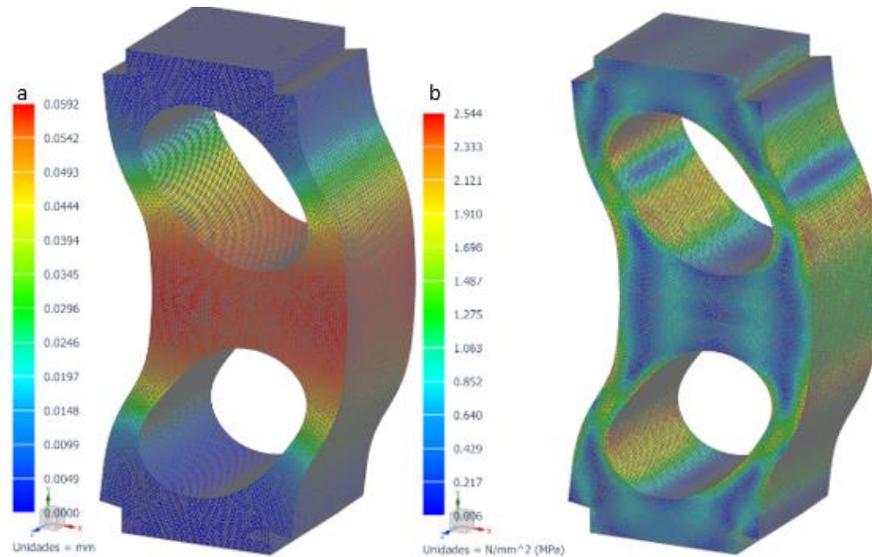


Figura 29 Comportamiento del perfil tipo G durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.6.7 Junta tipo H (Articulación de rigidez variable)

El hecho de que las secciones circulares tengan un diferente radio permite desarrollar deformación a nivel local en algunas secciones dependiendo de la carga aplicada, es decir, con cargas pequeñas sólo se deformarán las secciones con menor radio mientras que las secciones de mayor radio serán deformadas cuando se alcance una carga mayor. Esto le permite alcanzar una mayor flexión y a su vez una mayor deflexión, sin embargo, también sufre de mayores esfuerzos como puede apreciarse en la tabla 4.

Por sus características de la geometría senoidal y variación en los radios de cada sección, esta articulación es propensa a generar fuerzas remanentes lo que provocaría fatiga y que pueda llegar a la falla, además de que parece tener tendencia a ser inestable. Su comportamiento se muestra en la figura 30.

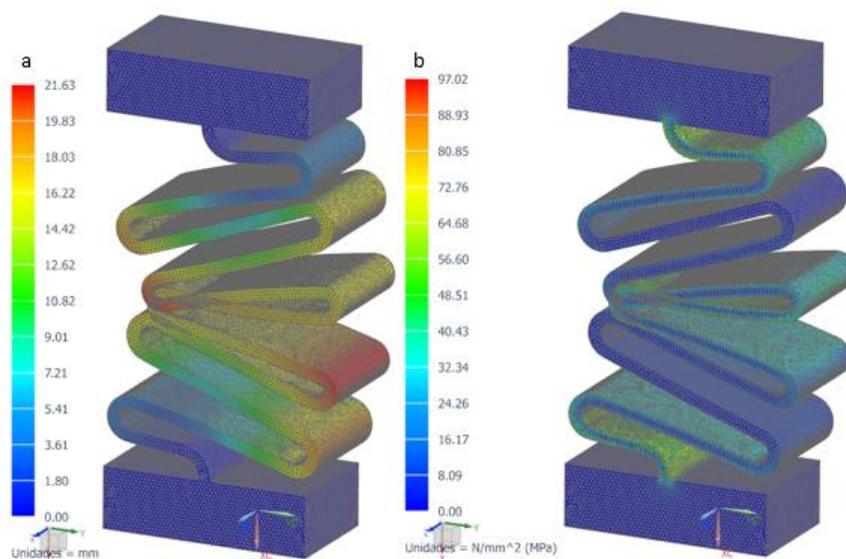


Figura 30 Comportamiento del perfil tipo H durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.6.8 Junta tipo I (Monolítica rotativa)

Los segmentos con mayor espesor son quienes aportan rigidez a la estructura mientras que los segmentos delgados son aquellos que se deformarán y permitirán la flexión, permitiéndole alcanzar la mayor deformación y desplazamiento en los nodos, según la tabla 4 a coste de presentar mayores esfuerzos. Este perfil es el que desarrolla una mayor deformación y desplazamiento de nodos lo que permite un mayor ángulo de flexión a los demás perfiles y por ello una mayor movilidad. Su comportamiento se presenta en la figura 31.

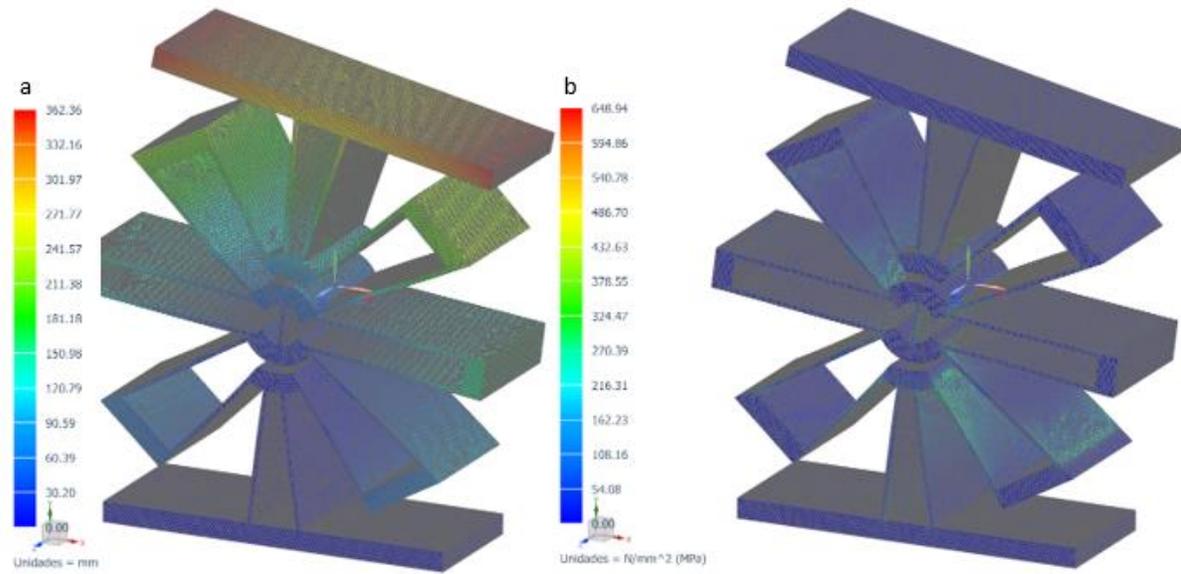


Figura 31 Comportamiento del perfil tipo I durante la primera prueba FEM. Resultados de desplazamiento (a) y esfuerzo nodal (b).

3.7 Segunda prueba FEM

Considerando un esfuerzo de cedencia de 74[MPa], para el ABS, la mayoría de los perfiles pueden tolerar la carga sin llegar a la falla, sin embargo, se requiere una carga abrupta para generar una deformación que permita comparar el comportamiento de cada perfil ante las mismas condiciones de carga, por ello se desarrolló la misma prueba FEM para los perfiles A, B, C, D, H y I pero con un menor espesor de 0.7mm y una carga aplicada de 10[N] para estudiar su comportamiento en el rango elástico, así mismo, se consideró una malla de 0.35mm para que en cada segmento delgado de las articulaciones haya una región sometida a tracción y otra sometida a compresión debido a la flexión. Los perfiles E, F y G ya no fueron considerados debido a su comportamiento durante la prueba anterior. Al observar los resultados de esta prueba, contenidos en la tabla 5, podemos ver que las piezas tienen un comportamiento aceptable dado que no llegan a la falla, es decir, desarrollan un comportamiento dentro del rango elástico, considerando que nuestro factor de seguridad es de 1 debido a que no debe ser mayor a 1.5, de manera que al dividir el esfuerzo de cedencia del material en nuestro factor de seguridad obtenemos que ninguna pieza rebasa el límite elástico a menos que se considerara un factor de seguridad máximo de 1.1.

Tabla 5. Resultados de la segunda prueba FEM.

Segunda prueba FEM						
Condiciones de pieza: t=0.7mm, L=60mm; Condiciones de carga: F=10N						
Tipo de articulación	Deformación hacia la izquierda			Deformación hacia la derecha		
	Desp. [mm]	Esf. [MPa]	Def.	Desp. [mm]	Esf. [MPa]	Def.
A Resorte en paralelo	1.54	14.62	0.007	1.54	14.62	0.007
B Resortes en paralelos (2)	2.03	19.68	0.009	2.03	19.68	0.009
C Resortes en paralelos (3)	1.43	23.46	0.011	1.43	23.46	0.011
D Resorte en paralelo con arco	1.92	13.98	0.007	1.92	13.98	0.007
H Rigidez variable	2.46	10.67	0.005	2.46	10.67	0.005
I Flex-16	69.38	66.00	0.031	69.38	66.00	0.031

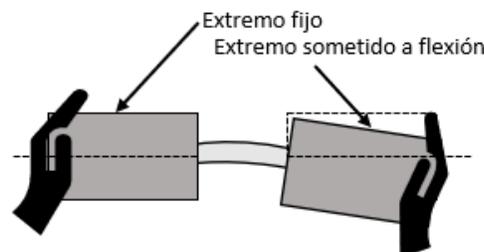
3.8 Prueba de deflexión

Comparando los datos numéricos de las tablas 4 y 5 se observa que se mantuvo similar el comportamiento de los perfiles frente a las condiciones de carga, no obstante, la reducción de espesor en los segmentos permite que se desarrolle una mejor deformación a una menor carga.

De manera que se desarrollaron estas piezas en ABS por manufactura aditiva, se les sujetó de los extremos y se les aplicó carga de manera que se desarrollara una flexión similar a la que se desarrollaría entre los eslabones acoplados. A diferencia del FEM en este caso la carga se le aplicó en los extremos y se mantuvo fijo el centro de la pieza, sin embargo, se respetó el principio de cargas equivalentes de manera que la máxima deformación se desarrolló en el centro de la pieza y los extremos de la pieza presentaron una deformación prácticamente nula. Posterior a ello se obtuvo el ángulo de flexión mayor antes de desarrollar deformación plástica, es decir, llegar a la falla. Los resultados de esta prueba se presentan en la tabla 6. En la figura 32 se muestra un esquema de cómo se desarrolló esta prueba de flexión con los prototipos físicos de ABS.

Tabla 6. Ángulos de flexión antes de llegar a la falla de cada perfil sometido a condiciones de flexión.

Prueba de flexión de prototipos físicos			
Tipo de articulación	Flexión hacia la izquierda [°]	Flexión hacia la derecha [°]	Rango de movilidad [°]
A Resorte en paralelo	51	59	110
B Resortes en paralelos (2)	81	42	123
C Resortes en paralelos (3)	52	49	101
D Resorte en paralelo con arco	43	33	76
H Rigidez variable	60	60	120
I Flex-16	101	103	204

**Figura 32 Prueba de flexión para prototipos físicos de ABS.**

Por contrario de lo esperado, se desarrollaron diferentes ángulos de flexión según el sentido de las cargas aplicadas. Todas las articulaciones flexibles presentan un ángulo de flexión aceptable debido a que en todas las pruebas desarrollan ángulos de flexión para los cuales el esfuerzo asociado está por debajo del límite de diseño donde el límite de diseño se entiende como el esfuerzo de fluencia dividido por el factor de seguridad. Lo que implica que los perfiles no desarrollan deformación plástica durante las pruebas con excepción del perfil tipo I. Sin embargo, el prototipo de la articulación tipo I es la que permite la mayor rotación relativa entre sus extremos, de manera que será la única que se desarrollará.

3.9 Prueba de sensibilidad de malla

Antes de realizar cualquier prueba de FEM se recomienda hacer una prueba de sensibilidad de malla, es decir, realizar pruebas FEM de la pieza considerando las mismas condiciones de restricciones y cargas con las mismas dimensiones de la pieza pero variando, iterativamente, el tamaño de malla. Generalmente, conforme disminuye el tamaño de la malla se tendrá un resultado más exacto del comportamiento de la pieza, sin embargo, esto puede requerir más recursos computacionales en comparación a un tamaño de malla mayor. La mayoría de las veces los resultados de una prueba FEM, como los esfuerzos que presenta la pieza ante la misma condición de cargas, por ejemplo, tenderá hacia un valor conforme disminuye el tamaño de malla. Por lo tanto, debe compararse los resultados de cada iteración, por ejemplo; desplazamiento, esfuerzo, tamaño de malla, tiempo de cómputo, así como error relativo, incremento de desplazamiento y esfuerzo entre cada iteración.

Para este proyecto se realizó la misma prueba FEM en un módulo CAE de un software CAD/CAM, el software Hyperworks y una paquetería básica de elemento finito desarrollada en la clase de análisis de elemento finito con el software Mathematica, estas pruebas se desarrollaron considerando una carga de 10N y las propiedades mecánicas del acero, sus resultados se encuentran en la tabla 7. Algo destacable es que el primer análisis de Hyperworks obtuvo la magnitud de esfuerzo más cercano al obtenido mediante el software de CAD/CAM, sin embargo, el software CAD/CAM no está desarrollado como una paquetería fiable de elemento finito, por lo que se tomó el resultado de Hyperworks con una malla de 5mm como valor de referencia. Los tres programas obtuvieron resultados gráficos donde los esfuerzos mayores se encuentran en las uniones de los elementos radiales a los elementos robustos tipo arco del centro. Sin embargo, el programa desarrollado en Mathematica obtuvo un esfuerzo de una magnitud bastante alejado a los obtenidos mediante el software CAD/CAM y Hyperworks, esto puede deberse a que la paquetería básica desarrollada en clase considera los cuerpos como barra mientras que los elementos de la pieza son demasiado delgados y conviene analizarlos como elementos tipo shell. Los resultados gráficos de cada software se encuentran en la figura 33.

En cuanto al análisis de sensibilidad de malla del software Hyperworks podemos ver que inicialmente hay una tendencia hacia los resultados de la prueba considerando una malla de 2mm. Posteriormente puede parecer que los resultados divergen o varían en cuanto al incremento de desplazamiento y esfuerzo, esto ciertamente es un comportamiento que no era esperado. La caracterización de la pieza como elemento elástico se desarrollará considerando un tamaño de malla de 1mm puesto no implica gran costo computacional y permite un estudio más completo del comportamiento de la pieza sometida a las diferentes condiciones de restricciones y cargas.

Tabla 7. Prueba de sensibilidad de malla.

Prueba de sensibilidad de malla							
Condiciones de carga: F=50N; Condiciones de pieza: a=0.7mm, th=20mm, L=60mm							
Iteración	Desplazamiento [mm]	Esfuerzo [Mpa]	Tamaño de malla [mm]	tiempo [s]	Error relativo [%]	ΔDesplazamiento [mm]	Δesfuerzo [Mpa]
1	S. CADCAM	0.807	73.52	0.35	180	---	---
2	FEA Math.	16.07	267.32	---	5	---	---
3	Hyperworks	1.407	76.594	5	2	---	---
4	Hyperworks	1.414	79.269	4	2	3.492440661	0.007
5	Hyperworks	1.415	80.553	3.5	2	1.619800931	0.001
6	Hyperworks	1.418	81.827	3	2	1.581567415	0.003
7	Hyperworks	1.42	82.544	2.5	2	0.876238894	0.002
8	Hyperworks	1.421	83.592	2	2	1.269625896	0.001
9	Hyperworks	1.424	84.927	1.5	4	1.597042779	0.003
10	Hyperworks	1.425	86.24	1	4	1.546033652	0.001
11	Hyperworks	1.426	87.29	0.61	6	1.217532468	0.001

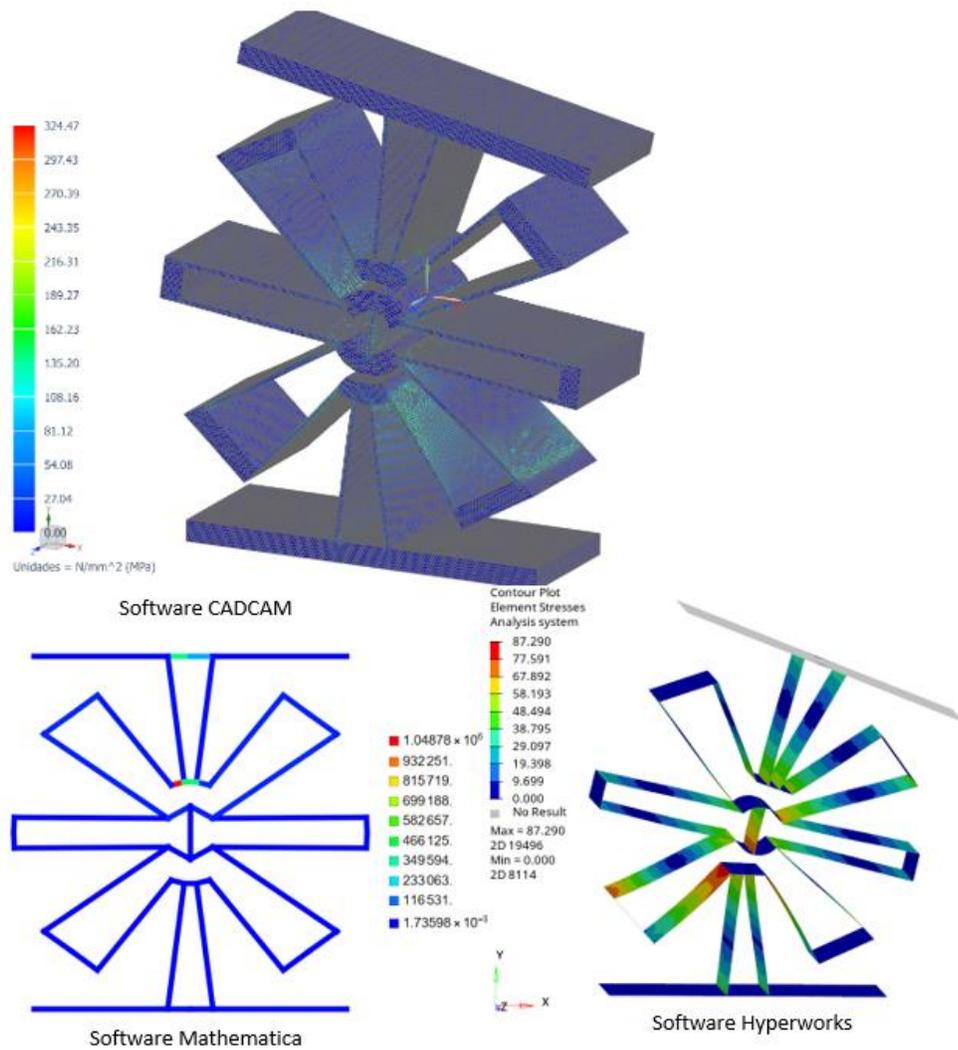


Figura 33 Pruebas de FEM desarrolladas en diferentes softwares

3.10 Caracterización de la articulación flexible seleccionada como elemento elástico

Por caracterizar la articulación como un elemento flexible nos referimos a obtener la rigidez que presenta a la tracción, compresión, torsión y flexión. Para ello se realizará pruebas FEM en las que la pieza se somete a momentos y cargas progresivas que, dependiendo de su orientación, provocará diferentes condiciones de tracción, compresión, torsión y flexión. Estas pruebas FEM se desarrollarán considerando al perfil seleccionado como elemento tipo shell, además de considerar la condición en la que un extremo de la pieza se encuentra empotrado mientras el otro extremo estará sometido a momentos y fuerzas progresivas en diferentes ejes. En la figura 34 se muestra la prueba FEM de estudio de la pieza en la que los números 123456 de la base de la pieza implican que ese extremo se encuentra fijo mientras la carga es colocada en el otro extremo, además se ejemplifica el sentido de la carga aplicada para obtener la rigidez de cada eje traslacional y rotacional.

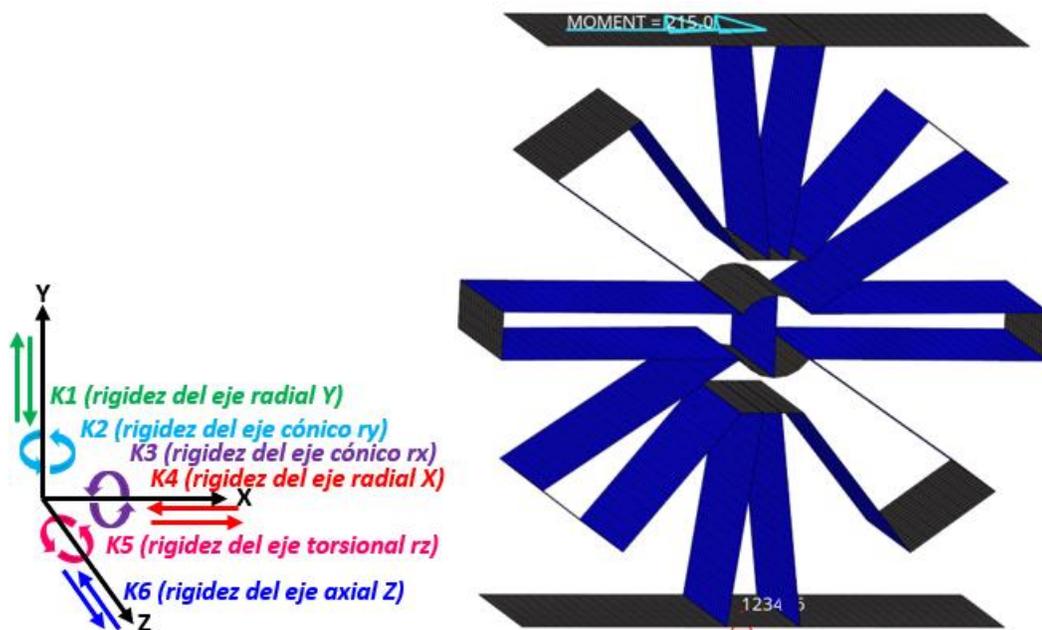


Figura 34 Condición de cargas para caracterización del perfil seleccionado como elemento elástico.

Como resultado de cada prueba FEM se obtendrán diferentes datos como desplazamiento de cada nodo, sea horizontal, vertical o total. Así como el esfuerzo generado en la pieza, según el criterio de Tresca, Von Mises y considerando tracción pura (P1). Además de conocer la carga aplicada por cada iteración mismas que incrementarán o decrementarán hasta llegar al esfuerzo de cedencia del material según el criterio de von Mises, buscando que la pieza se comporte dentro del rango elástico. Los resultados de esta prueba se encuentran en la tabla 8 mientras la figura 31 muestra el comportamiento del perfil sometido a las cargas de la prueba FEM inicial. La figura 35 muestra la relación entre la carga aplicada y el desplazamiento desarrollado en la pieza, de manera que la pendiente de la línea significa la rigidez traslacional de la pieza en un eje, de esta manera se realizó el análisis para obtener cada rigidez traslacional y rotacional.

Tabla 8. Comportamiento del perfil Flex-16 frente a la carga aplicada en el eje radial X.

Comportamiento del perfil Flex-16 frente a la carga aplicada en el eje axial Z					
Iteración	Fuerza [N]	Desplazamiento [mm]	Criterios de esfuerzo en la pieza		
			Von Mises [MPa]	Tresca [MPa]	P1 [MPa]
1	28	2.35	239.57	269.17	269.17
2	25	2.10	213.90	240.33	240.33
3	20	1.68	171.12	192.27	192.27
4	15	1.26	128.34	144.20	144.20
5	10	0.84	85.56	96.13	96.13
6	5	0.42	42.78	48.07	48.07
7	0	0.00	0.00	0.00	0.00
8	-5	0.42	42.78	48.07	48.07
9	-10	0.84	85.56	96.13	96.13
10	-15	1.26	128.34	144.20	144.20
11	-20	1.68	171.12	192.27	192.27
12	-25	2.10	213.90	240.33	240.33
13	-28	2.35	239.57	269.17	269.17

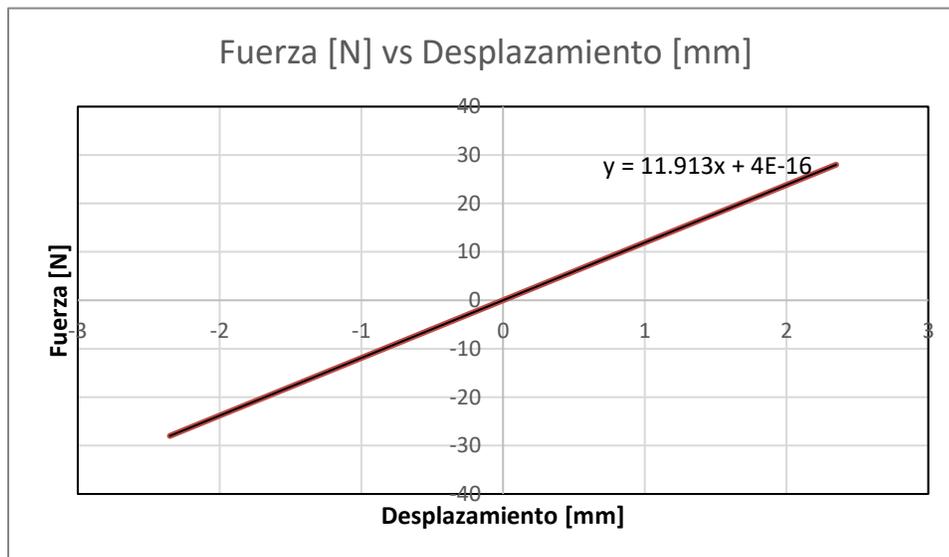


Figura 35 Comportamiento del perfil seleccionado frente a una fuerza aplicada en el extremo superior de la pieza en dirección del eje radial X con respecto al desplazamiento del extremo superior desarrollando así un ángulo de flexión con respecto al eje Z.

Si vemos tanto la tabla 8 como la figura anterior podemos ver que la pieza tiene una flexión con respecto al eje Z con un máximo de 2.35mm del nodo con mayor desplazamiento antes de llegar al esfuerzo de cedencia, mientras que la ecuación de la recta de la figura 35 contiene la rigidez de la pieza en el eje radial X. Se hizo esta caracterización para varios materiales únicamente para el caso de la flexión con respecto al eje Z considerando un momento flector en el eje torsional rz, con estos resultados contenidos en la tabla 9 se eligieron los materiales de acero y ABS.

Tabla 9 Prueba de carga en eje torsional rz con diferentes materiales.

Material	Par [Nmm]	Desplazamiento [mm]	Esfuerzos máximos en el elemento			
			von Mises [MPa]	Tresca [MPa]	P1 [MPa]	σ_y Max [MPa]
Acero	800	2.634	229.599	258.152	258.152	240
Titanio	3500	21.895	1005.031	1132.818	1132.818	1035
Aluminio	400	3.939	115.494	131.574	131.574	125
ABS	250	65.236	71.75	80.672	80.672	74
Nylon	250	42.478	61.705	69.378	69.378	63

Los análisis FEM donde la carga es algún momento flector o torsor desarrollan una función en la que la rigidez está en unidades de Nm sobre ángulo de flexión o torsión. La rigidez en los ejes cónicos rx, ry y torsional rz es mayor a las generadas en los ejes radial X, Y y Axial Z. Esto puede verse en la tabla 10 donde se registraron las rigideces del perfil seleccionado según su material ya sea acero o ABS.

Tabla 10. rigideces del perfil seleccionado con distintos materiales.

Rigidez del perfil Flex-16 en cada eje						
Material	Radial X [N/m]	Radial Y [N/m]	Axial Z [N/m]	Cónico rx [Nm/°]	Cónico ry [Nm/°]	Torsional rz [Nm/°]
ABS	150.3	2466.6	1706.9	47835	41123	3612.9
Acero	11913	195510	130630	3951200	362680	406470

Al comparar las rigideces obtenidas con una pieza de acero y ABS puede observarse que ambas piezas presentan rigideces del mismo orden entre los ejes traslacionales axial Z y radial Y. Mientras que la pieza de acero presenta rigideces del mismo orden entre los ejes rotacional cónico ry y torsional rz. Por el contrario, la pieza en ABS presenta rigideces del mismo orden entre los ejes rotacionales cónico rx y ry además, para la pieza en ABS la rigidez mínima rotacional y traslacional se presenta en los ejes axial X y torsional rz, lo cual implica que es más fácil de desarrollar la flexión deseada durante la operación. La pieza de acero presenta la rigidez mínima rotacional y traslacional en los ejes radial X y cónico ry lo que implica que tiene tendencia a desarrollar la flexión deseada pero también, según el momento generado, tendrá tendencia a desarrollar torsión, lo cual afectará el comportamiento final de la máquina.

Capítulo 4

4 IMPLEMENTACIÓN DE ARTICULACIONES FLEXIBLES EN ESTRUCTURAS TRIDIMENSIONALES

4.1 Estructuras tridimensionales

Idealmente las articulaciones flexibles de eje único sólo pueden desarrollar flexión alrededor de un eje lo que propicia su implementación en cadenas cinemáticas donde los eslabones describen el movimiento en el mismo plano o planos paralelos entre sí. Por decir ejemplo, una estructura similar a una configuración de brazo robótico SCARA que se muestra en la figura 36 pudiera presentar articulaciones de eje único debido a que los eslabones superiores presentan movimiento en planos paralelos. Un brazo robótico SCARA (por sus siglas en inglés Selective Compliant Assembly Robot Arm) presenta las dimensiones l_1 y l_2 que implica la longitud de los eslabones mientras q_1 , q_2 , q_3 implican la capacidad de rotación de cada articulación, así como d_4 implica la capacidad de moverse en el eje vertical del actuador final, además cada articulación presenta un sistema de ejes coordenados local.

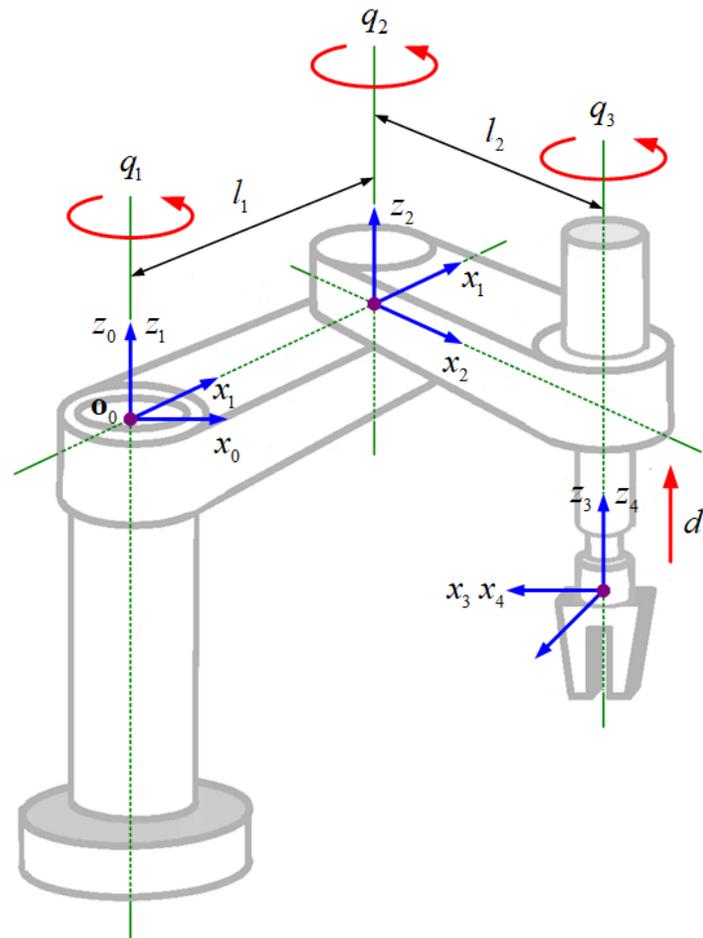


Figura 36. Brazo robótico de configuración SCARA. Tomada de Lavin (2020).

Como se mencionó; algunos mecanismos paralelos permiten movimiento espacial de la base móvil a donde se conectan sus cadenas cinemáticas desarrollando movimiento planar en los eslabones de cada cadena cinemática. Además de que presentan ventajas como poder disminuir la relación masa del mecanismo con respecto a la carga que debe soportar lo que les permite, buena rigidez dinámica del sistema, requerir menor energía para su operación y reducir la inercia del sistema presentando elementos menos robustos. Estas ventajas permiten implementarlos como arquitectura de máquinas herramientas de cinemática paralela. Entre ellas está la máquina herramienta desarrollada en el trabajo de Téllez (2018) con la configuración 3 PRRR la cual ha sido elegida para el análisis de implementación del perfil flexible seleccionado debido a que su análisis representa una mayor dificultad en comparación al análisis de implementación del perfil seleccionado en una configuración SCARA. Además, la configuración 3PRRR puede entenderse como una estructura conformada por tres brazos tipo SCARA.

4.2 Configuración 3 PRRR

La configuración de mecanismo paralelo 3PRRR comprende 3 cadenas cinemáticas, de par inferior, con 4 grados de libertad en cada cadena. Cada cadena está compuesta por una junta activa prismática en la base fija y por 3 juntas pasivas de revolución, dicho mecanismo paralelo se conoce como el mecanismo 3PRRR. Este mecanismo se encuentra en la Figura 37. Donde los parámetros son; α_1 , α_2 y α_3 , parámetros de la rotación en las juntas activas prismáticas, mientras x' , y' y z' son los ejes en los que se desplaza cada mecanismo.

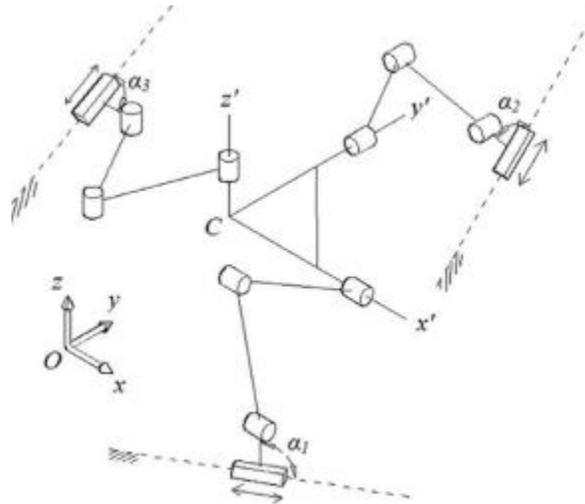


Figura 37. Mecanismo 3PRRR. Tomada de Yáñez (2021).

Yáñez (2021) establece esta configuración como un mecanismo sobre restringido, cada cadena cinemática está restringida sobre 2 rotaciones. Los ejes del desplazamiento de los mecanismos son ortogonales, de manera que cada mecanismo mueve a la plataforma en un eje, independientemente, de los demás mecanismos.

El mecanismo 3PRRR permite 8 diferentes configuraciones manteniendo un actuador, en cualquier lugar, perpendicularmente al plano X-Y. También se puede variar la posición del “codo” siendo que se coloque mirando hacia arriba o hacia abajo. Las configuraciones de ensamble se encuentran en la Figura 38, donde la P significa la junta activa prismática de cada mecanismo de acuerdo con Téllez (2018).

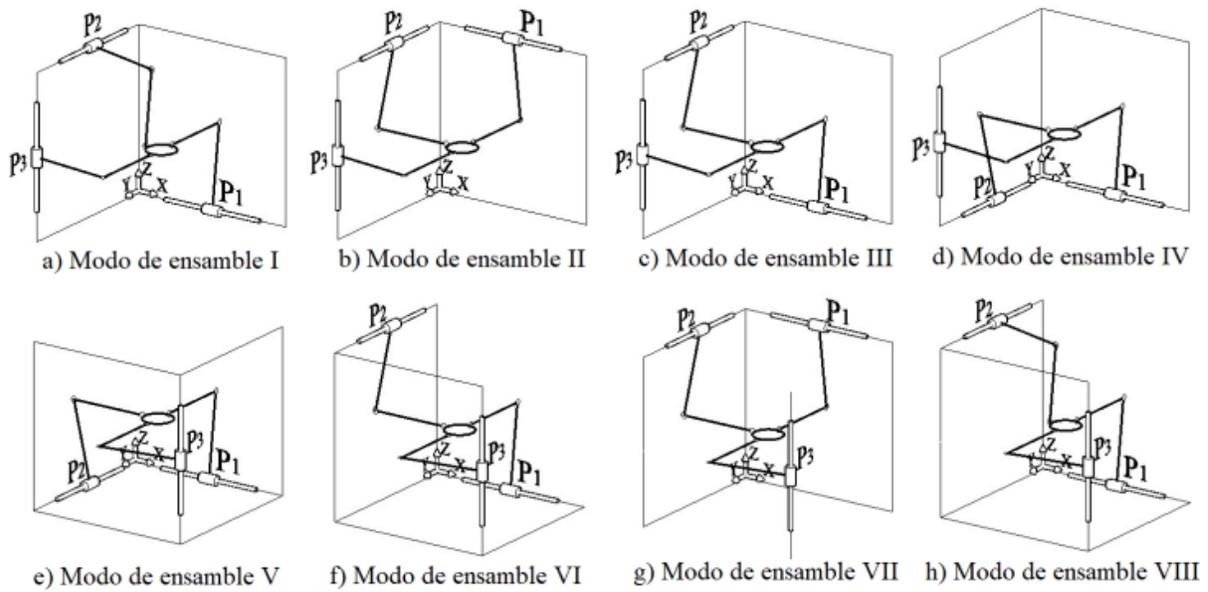


Figura 38. Modos de ensamble de la PKM. Tomada de Téllez (2018).

Al analizar el mecanismo 3PRRR como una alternativa al diseño de una máquina herramienta cada modo de ensamble presenta un comportamiento diferente de resistencia de cargas según el movimiento de la base móvil. Por ejemplo; el modo de ensamble IV tiende a aumentar la resistencia de cargas conforme la base móvil se aleja al plano Y-Z, considerando un desplazamiento horizontal de la base móvil, mientras tiende a aumentar la resistencia de cargas conforme la base móvil se acerca al plano X-Z cuando la base móvil realiza un desplazamiento vertical, por último, considerando un desplazamiento en el eje Z se desarrolla la misma capacidad de resistencia a cargas en todo el espacio de trabajo, sin embargo, existe variación conforme la base móvil se aleja del plano X-Z según Téllez (2018).

Por las propiedades del mecanismo 3PRRR con la configuración del ensamble IV, descritas en el párrafo anterior, se consideró que esta configuración era estable y se analizó para desarrollar operaciones de maquinado superficial, además de implementarse en trabajos anteriores para el diseño de una máquina herramienta paralela. Por esta razón se elegirá este mecanismo espacial como caso de estudio para analizar la implementación de articulaciones flexibles de eje único.

4.3 Implementación del perfil I en Configuración 3 PRRR

Posterior a la etapa de diseño, evaluación y selección de perfiles flexibles para su implementación en máquinas espaciales se recomienda realizar el análisis de dinámica de mecanismo. Para esto se usará el software de dinámica de mecanismos Adams View. El uso de este tipo de software consiste en crear el mecanismo mediante algunos elementos como cilindros, cuerpos tipo enlaces, cubos, etc. Posteriormente se les otorga las propiedades de masa y momento de inercia. Por otro lado, las articulaciones flexibles se modelarán como bujes para los que se les da las rigideces rotacionales y traslacionales que fueron obtenidas en la etapa de caracterizar el perfil como elemento elástico. Por último, se introducen las condiciones de carga y movimiento que en este caso comprenden los datos de las fuerzas de corte y avance del actuador en turno. Este bosquejo se muestra en la figura 39. Mientras la estructura de la máquina se muestra en la figura 40.

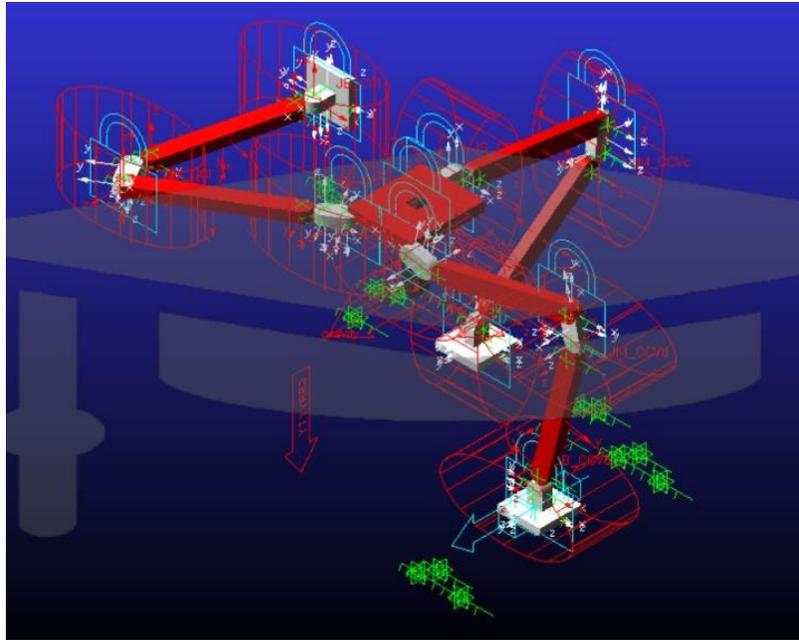


Figura 39. Análisis de dinámica del mecanismo de la PKM con articulaciones flexibles en el software Adams View.

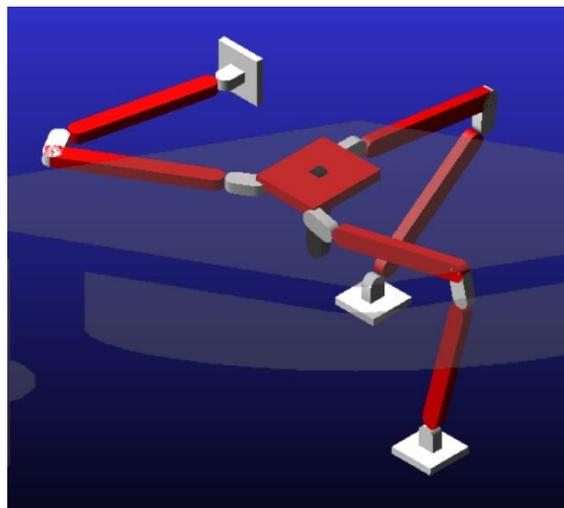


Figura 40. Estructura de la PKM.

Para este análisis se contemplan 4 casos diferentes, un caso estático del mecanismo y un estudio por desplazamiento de cada actuador de la máquina, además, se considerarán las fuerzas de corte de la máquina herramienta paralela cinemática desarrollada por Téllez (2018). De igual manera se considerará un avance de 28mm/min del actuador en turno, estos análisis se desarrollarán contemplando articulaciones de acero y ABS.

También pueden importarse las piezas directamente de CAD en archivo STL. Sin embargo, debe crearse una malla de cada elemento al cuál se le darán propiedades de material, rigidez, densidad, etc. No obstante, este procedimiento no es viable para nuestro proyecto debido a que nuestra licencia de estudiante del software no cuenta con los permisos para realizar tal análisis.

4.4 Resultados del caso de estudio

Como primer resultado tenemos un nulo desplazamiento en un caso estático de la PKM con articulaciones flexibles de acero, que se presenta en la figura 41 y con bisagras flexibles de ABS, que se presentan en la figura 42. A simple vista esto pareciera obvio, sin embargo, este resultado obtenido indica que la estructura es estable tanto con articulaciones de acero como con ABS.

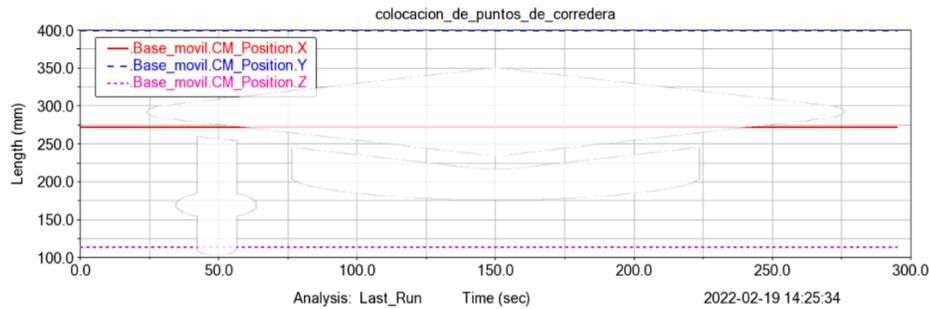


Figura 41. Desplazamiento de la base móvil de la PKM con bisagras de acero en caso estático.

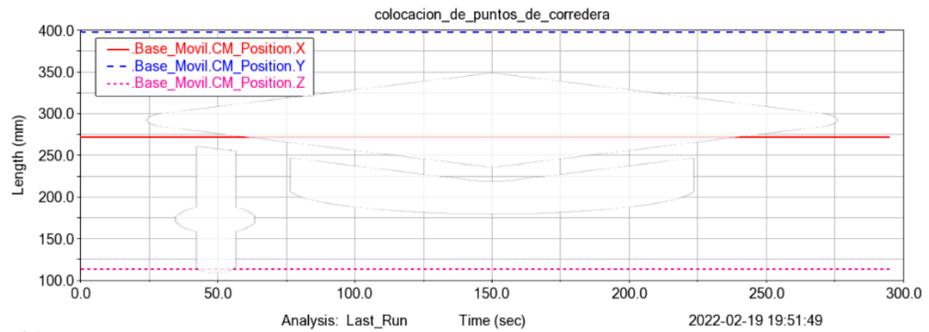


Figura 42. Desplazamiento de la base móvil de la PKM con bisagras de ABS en caso estático.

Teóricamente los mecanismos paralelos presentan las mismas cargas de reacción en las bases de cada cadena cinemática en un estado estático. No obstante, para nuestro caso presentan diferente distribución de cargas en cada cadena cinemática, aunque las cargas en las cadenas horizontales presentan cargas de reacción similares entre sí. Esto se observa en las gráficas de distribución de cargas en las bases de las cadenas cinemáticas de la máquina con articulaciones de acero (figura 43) y con articulaciones de ABS (figura 44) donde CCI es la cadena cinemática horizontal, CCV_C la cadena vertical del centro, CCV_D la cadena vertical de la derecha y RJB implica la fuerza de reacción de la junta base en cada cadena cinemática.

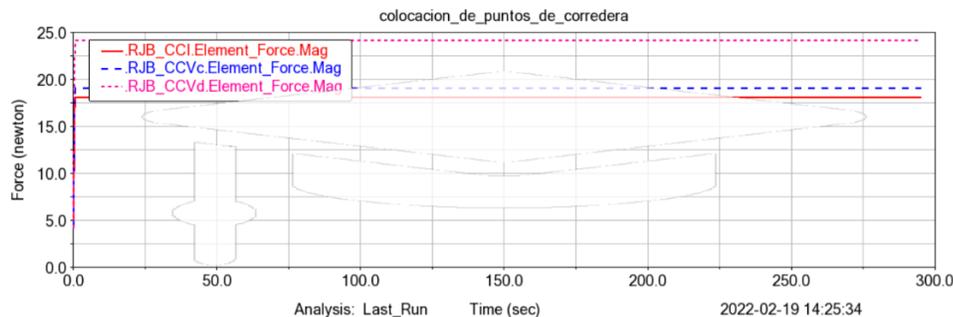


Figura 43. Cargas de reacción en la base de cada cadena cinemática de la PKM con bisagras de acero.

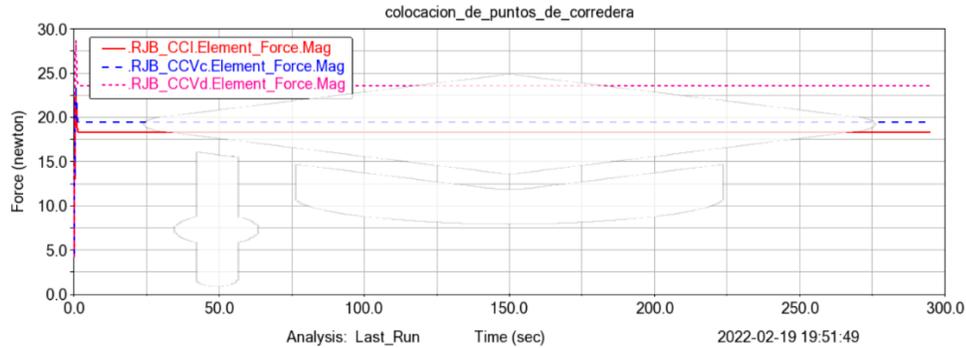


Figura 44. Cargas de reacción en la base de cada cadena cinemática de la PKM con bisagras de ABS.

Considerando un comportamiento ideal de las bisagras flexibles la gráfica del desplazamiento de la base móvil presentaría una pendiente de 45° según el desplazamiento del actuador desplazado. Es decir, si se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecho la base móvil debería presentar un desplazamiento únicamente en el eje Y mientras las gráficas del desplazamiento de la base móvil en los ejes X y Z deberían presentar líneas totalmente horizontales. No obstante, al haber desplazamiento del actuador de la cadena cinemática horizontal derecho podemos observar que hay desplazamiento en los ejes X y Z además de que podemos ver en la animación del software una ligera rotación de la base móvil. Pese a que este problema se presenta con menor impacto con articulaciones flexibles de ABS, es decir, se presenta un mayor desplazamiento de la base móvil en el eje Y, este problema se presenta sin importar el actuador que se desplace. Este resultado significa que nuestro prototipo de la PKM con la propuesta alternativa de diseño de articulaciones flexibles no es apto para operaciones de exactitud. Estos resultados se presentan en las figuras 45 y 46.

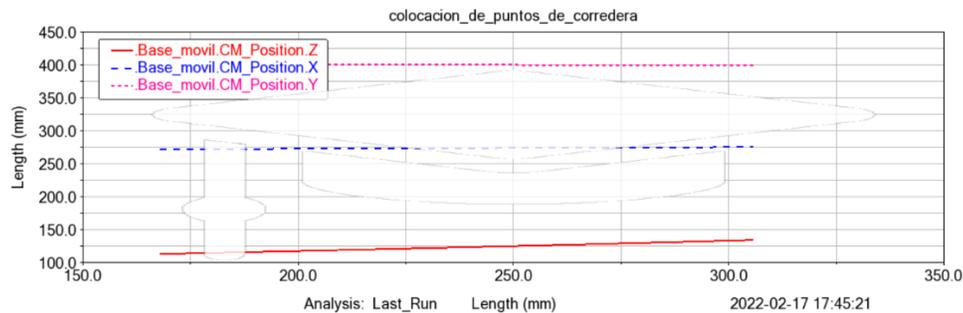


Figura 45. Desplazamiento de la base móvil en cada eje conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.

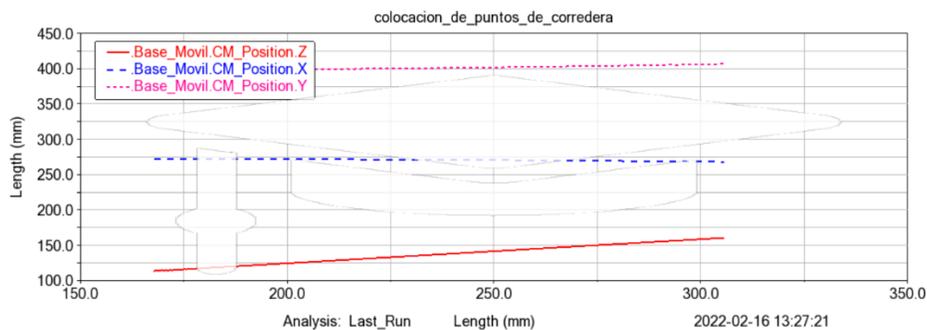


Figura 46. Desplazamiento de la base móvil en cada eje conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de ABS.

En las figuras 47 y 48 se observa la distribución de cargas en las bases de las cadenas cinemáticas conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal de la derecha. Idealmente debería haber una distribución equitativa de cargas en las bases de cada cadena cinemática. Sin embargo, en ambos casos podemos ver que la cadena cinemática más propensa es la cadena cinemática horizontal, esto se presenta sin importar cuál sea el actuador que realice el desplazamiento. La máquina con articulaciones flexibles de ABS presenta un breve transitorio de inestabilidad al inicio del desplazamiento del actuador de la cadena cinemática horizontal derecha.

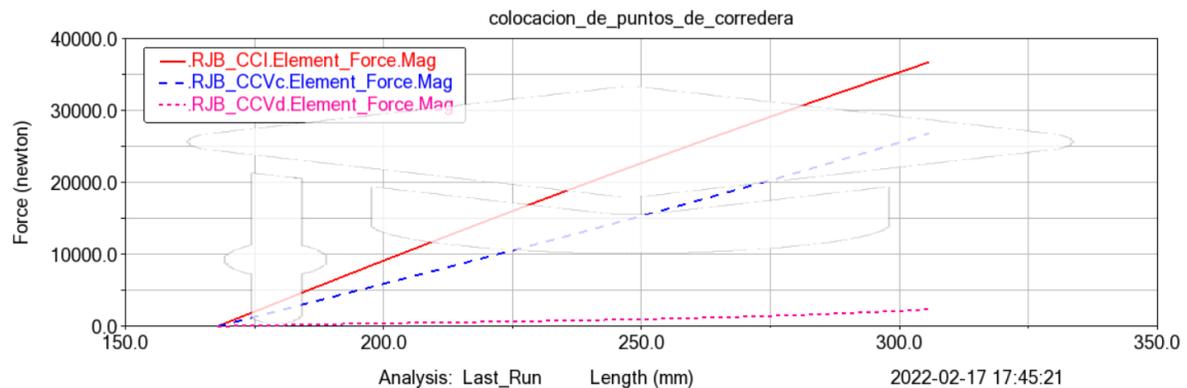


Figura 47. Cargas de reacción la base de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.

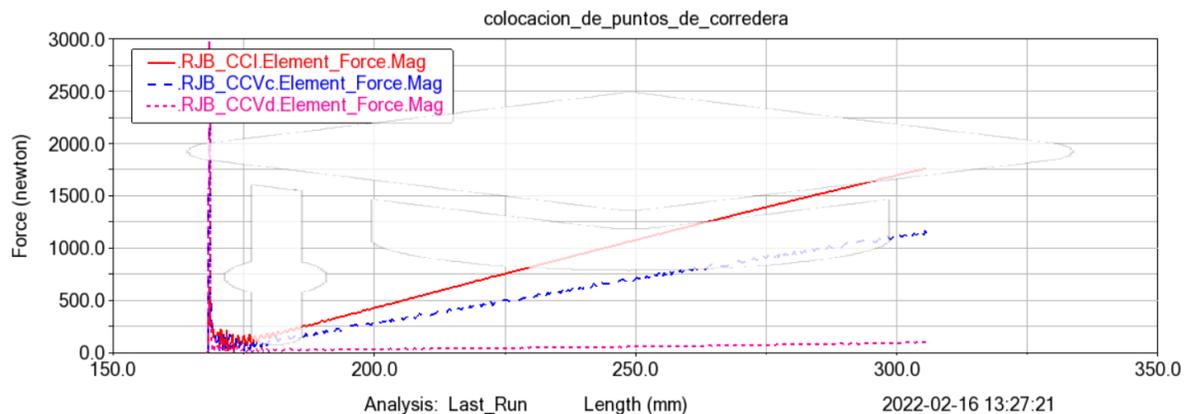


Figura 48. Cargas de reacción la base de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de ABS.

En las figuras 49 y 50 se observa las fuerzas de reacción en las articulaciones flexibles de las cadenas cinemáticas conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal de la derecha. Es destacable que los efectos eran iguales en todos los elementos de una cadena cinemática. Esto se presenta sin importar el material de las bisagras flexibles o el actuador que realice el desplazamiento. Sin embargo, se han omitido las fuerzas de reacción generadas en la cadena horizontal del centro debido al ruido generado durante el desplazamiento del actuador en el estudio de dinámica del mecanismo con articulaciones de ABS.

Estos resultados implican que las bisagras flexibles implementadas en la PKM no presentan flexión únicamente alrededor de un eje. Lo cual tiene sentido porque los perfiles flexibles son cuerpos físicos que presentan rigideces traslacionales y rotacionales que permiten la flexión en

los ejes cónicos y desplazamiento en los ejes traslacionales. Agregando, las rigideces de nuestro perfil seleccionado son similares en algunos ejes según el material considerado, es decir, se propicia que haya flexión en dos o más ejes lo que provoca problemas como que no haya un desplazamiento puro de la base móvil en un eje según el actuador desplazado.

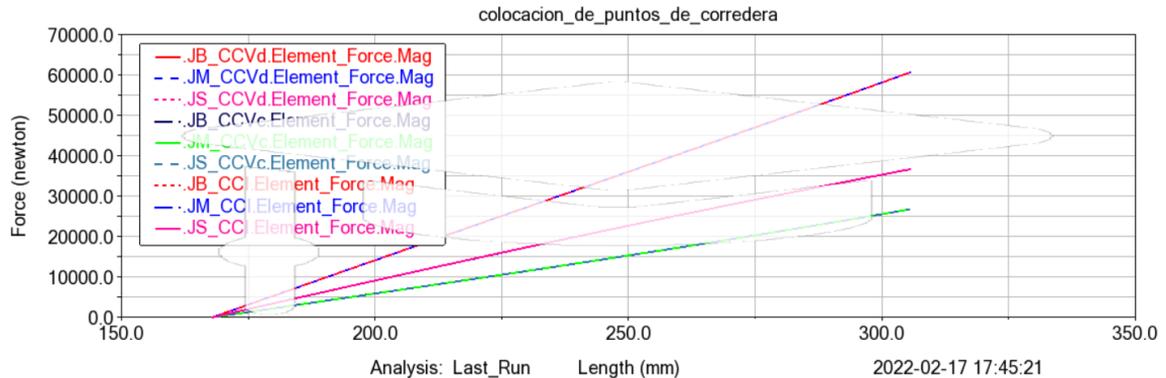


Figura 49. Fuerzas de reacción de las articulaciones de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.

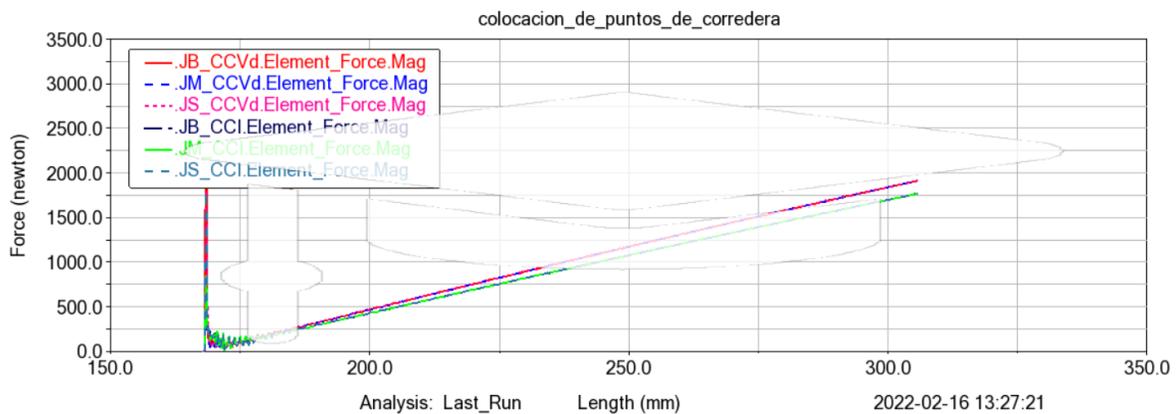


Figura 50. Fuerzas de reacción de las articulaciones de cada cadena cinemática conforme se desplaza el actuador de la cadena cinemática horizontal derecha considerando articulaciones flexibles de acero.

CONCLUSIONES

Se realizó la búsqueda del estado del arte del diseño de articulaciones flexibles con la cual se identificaron diversos perfiles de bisagras flexibles de eje único. Además de que propició el entendimiento de su comportamiento lo cual permitió el diseño de algunos perfiles flexibles.

Después de la etapa de búsqueda del estado del arte del diseño de articulaciones flexibles se esperaba que los perfiles de bisagras flexibles tipo muesca y bloque con agujeros fueran los perfiles más rígidos, lo cual se comprobó puesto fueron los que sufrieron un menor desplazamiento de nodos y menor deformación. También se esperaba que en los perfiles tipo arreglo de resortes en paralelo disminuyera la rigidez desarrollada ante la aplicación de la misma carga conforme aumentara el número de resortes en paralelo, lo cual se probó parcialmente. Conforme aumentó el arreglo de resortes en paralelo, aumentó la deformación de la pieza, lo que significa que puede desarrollar un mayor ángulo de flexión, de manera que una alternativa de diseño fue agregar resortes en paralelo al arreglo hasta que se pudiera obtener un ángulo de flexión que permitiera operar sin singularidades al mecanismo seleccionado, en

este caso 60° de flexión, sin embargo, esta alternativa sólo podía desarrollarse a “prueba y error”, o bien, con un proceso iterativo como el que se menciona en la literatura. Finalmente, se esperaba que los perfiles con mejor comportamiento fueran los perfiles de rigidez variable y Flex 16, lo cual se probó puesto presentaron las mayores deformaciones, desplazamiento de nodos y esfuerzos, lo cual implica que permitían desarrollar un mayor ángulo de flexión ante la aplicación de la misma carga en comparación a los perfiles anteriores. De estos últimos se seleccionó el perfil Flex 16 puesto su prototipo físico desarrolló el mayor ángulo de flexión antes de llegar a la falla.

Como resultado de la etapa de caracterización del perfil seleccionado como elemento elástico se esperaba que se presentara el mismo comportamiento de las rigideces traslacionales y rotacionales independientemente del material, sin embargo, se obtuvo un comportamiento distinto en las rigideces de los ejes al presentar ABS o acero como material. Este comportamiento anti intuitivo genera que la pieza necesite una magnitud menor de carga aplicada para generar la flexión de la pieza con respecto a diferentes ejes; debe elegirse un material que desarrolle la tendencia a la pieza de generar flexión con respecto al eje deseado, como el ABS. Sin embargo, por la cuestión de ruido y vibraciones lo mejor es un material más rígido como el acero.

Considerando el caso estático para la PKM con bisagras flexibles de ABS y acero se concluye que dado el nulo desplazamiento de la base móvil y la distribución de cargas constantes, esta configuración puede mantenerse estable en una condición estática.

No obstante, considerando que de emplearse articulaciones flexibles el movimiento de la base móvil no se desarrollará como si se tratara de una configuración con juntas de par inferior. No se recomienda esta configuración para operaciones de maquinado superficial o precisión, aunque la configuración soporte las fuerzas de corte.

Si bien en la nomenclatura se explica que la implementación de articulaciones flexibles puede mejorar el control y la precisión de una máquina con respecto a la alternativa de articulaciones tradicionales. Con los resultados obtenidos se concluye que para la implementación de articulaciones flexibles se recomienda centrarse en algunos inconvenientes de la pieza como flexión en los ejes incorrectos o problemas de rotación pura.

Si bien, las articulaciones flexibles otorgaron una mayor rigidez al sistema en comparación a las articulaciones tradicionales, se alteró la funcionalidad de la máquina, por lo que se rechaza la hipótesis.

PROPUESTAS DE TRABAJO FUTURO

Debe buscarse una alternativa que no permita la flexión en los ejes no deseados a los perfiles de bisagras flexibles. Ya sea explorando gama más amplia de materiales, o bien, con una estructura acoplable sobre la bisagra flexible que limite su flexión en los ejes equivocados.

De desarrollarse un prototipo experimental; se recomienda utilizar material de trabajo con una dureza menor a la del acero o aluminio, como la baquelita, que posiblemente permita disminuir los efectos de vibración y generación de momentos de reacción.

REFERENCIAS

- 1) Alqasimi, A., Lusk, C., and Chimento, J. (May, 2016). "Design of a Linear Bistable Compliant Crank–Slider Mechanism." *ASME. J. Mechanisms Robotics*. October 2016; 8(5): 051009. <https://doi.org/10.1115/1.4032509>
 - 2) Buch, A. R., Amela, V. M., & Vitoria, J. A. (2016). *Máquinas y mecanismos*. Universitat Politècnica de València.
 - 3) Chandrupatla, T., & Belegundu, A. (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería (Segunda edición)*. Trad. Cera J. Pearson Educación.
 - 4) Fowler, Robert McIntyre; Maselli, Alex; Plumiers, Peter; Magleby, Spencer P.; and Howell, Larry L., "Flex-16: A Large-Displacement Monolithic Compliant Rotational Hinge" (2014). Faculty Publications. 1554. <https://scholarsarchive.byu.edu/facpub/1554>
 - 5) Howell, L.L. (2013). Introduction to Compliant Mechanisms. In *Handbook of Compliant Mechanisms* (eds L.L. Howell, S.P. Magleby and B.M. Olsen). <https://doi.org/10.1002/9781118516485.ch1>
 - 6) Huebner, K., Dewhirst, D., Smith, D., & Byrom, T. (2001). *The finite element for engineers*. John Wiley & Sons.
 - 7) Lavin Delgado, J. E., Chávez Vázquez, S., Gómez Aguilar, J. F., Delgado-Reyes, G., & Ruiz Jaimes, M. A. (2020). Fractional-order passivity-based adaptive controller for a robot manipulator type scara. *Fractals*. doi:10.1142/s0218348x20400083
 - 8) Ling, M., Howell, L. L., Cao, J., and Chen, G. (January 20, 2020). "Kinetostatic and Dynamic Modeling of Flexure-Based Compliant Mechanisms: A Survey." *ASME. Appl. Mech. Rev.* May 2020; 72(3): 030802. <https://doi.org/10.1115/1.4045679>
 - 9) Lobontiu, N. (2002). *Compliant mechanisms: design of flexure hinges*. CRC press.
 - 10) Merlet, J. P. (2005). *Parallel robots* (Vol. 128). Springer Science & Business Media.
 - 11) Merriam, E.G., Jones, J.E., & Howell, L.L. (2014). *Design of 3D-Printed Titanium Compliant Mechanisms*.
 - 12) Norton, R. L. (2009). *Diseño de Maquinaria: Síntesis y análisis de máquinas y mecanismos*.
 - 13) Qiu, L., Liu, Y., Yu, Y., & Bai, Y. B. (2021). *Design and stiffness analysis of a pitch-varying folded flexure hinge (PFFH)*. *Mechanism and Machine Theory*, 157, 104187. doi:10.1016/j.mechmachtheory.2020.104187
-

- 14) Rivera Hoyos, Javier (2014). *Análisis del comportamiento mecánico de un rack de baterías frente a eventos de choque*. Tesis (Master), E.T.S.I. Industriales (UPM).
 - 15) Ruiz, M. C., & Díaz, E. B. (2015). Resistencia de materiales. CIMNE.
 - 16) Spong, M. W., Hutchinson, S., & Vidyasagar, M. (2006). *Robot modeling and control* (Vol. 3, pp. 75-118). New York: Wiley.
 - 17) Téllez Galván, Jorge Antonio. (2018). Diseño mecánico de una máquina herramienta paralela [Tesis de licenciatura, UNAM]. TESIUNAM.
 - 18) Tsai, Lung-Wen. (1999). Robot Analysis: The mechanic of Serial and Parallel Manipulators, John Wiley & Sons, Inc.
 - 19) Ulrich, K. T., & Eppinger, S. D. (2013). Diseño y desarrollo de productos. México D. F.: McGraw-Hill.
 - 20) University of Twente [Precision Engineering, University of Twente]. (2017, 22 mayo). Flexure joints for large range of motion by Precision Engineering lab at the University of Twente [Video]. YouTube.
<https://www.youtube.com/watch?v=4fFH2RHpcTY>
 - 21) Vendrell Vidal Eduardo. (2018). Segmentación y clasificación de mallas 3D [Universitat Politècnica de Valencia]. Recuperado 24 de febrero de 2022, de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/60708/HERR%C3%81EZ%20-%20Segmentaci%C3%B3n%20y%20clasificaci%C3%B3n%20de%20mallas%203D.pdf?sequence=2>
 - 22) Yang, M., Zhang, C., Yang, G., and Dong, W., "Optimal Design and Tracking Control of a Superelastic Flexure Hinge Based 3-PRR Compliant Parallel Manipulator," in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 174236-174247, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2954842.
 - 23) Yáñez Valdez, Ricardo, Luna Díaz, Ángel Iván, Cos Díaz, Jorge Jayr, Cuenca-Jiménez, Francisco, & Velázquez-Villegas, Fernando. (2021). Structural dynamics of a 3 DOF parallel kinematic machine. *Ingeniería, investigación y tecnología*, 22(2)Epub 30 de julio de 2021. <https://doi.org/10.22201/ifi.25940732e.2021.22.2.013>
 - 24) Zhu, Benliang & Zhang, Xianmin & Liu, Min & Chen, Qi & Hai, Li. (2019). Topological and Shape Optimization of Flexure Hinges for Designing Compliant Mechanisms Using the Level Set Method. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 32. 10.1186/s10033-019-0332-z.
-