



CUADERNO DE EJERCICIOS DE ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Hugo Germán Serrano Miranda
Yukihiro Minami Koyama
Adriana Yolojóchil Jiménez Rodríguez



Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ingeniería

CUADERNO DE EJERCICIOS DE
ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Hugo Germán Serrano Miranda
Yukihiro Minami Koyama
Adriana Yolojóchil Jiménez Rodríguez

División de Ingeniería Mecánica e Industrial
División de Ciencias Básicas

Para visualizar la obra
te sugerimos

Acrobat Reader
Haz Click

Cuaderno de ejercicios de Análisis de Circuitos

SERRANO MIRANDA, Hugo Germán

MINAMI KOYAMA, Yukihiro

JIMÉNEZ RODRÍGUEZ, Adriana Yoloxóchil

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ingeniería, 2023, 127 págs.

Cuaderno de ejercicios de Análisis de circuitos

Primera edición electrónica
de un ejemplar (4 MB) Formato PDF
Publicado en línea en mayo de 2023

D.R. © 2023, UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO

Avenida Universidad 3000, Col. Universidad Nacional
Autónoma de México, Ciudad Universitaria, Delegación
Coyoacán, C.P. 04510, México, CDMX.

FACULTAD DE INGENIERÍA
<http://www.ingenieria.unam.mx/>

Prohibida la reproducción o transmisión total o parcial
por cualquier medio sin la autorización escrita
del titular de los derechos patrimoniales.

Publicado y hecho en México.

UNIDAD DE APOYO EDITORIAL

Cuidado de la edición: Amelia Guadalupe Fiel Rivera

Diseño editorial y formación: Nismet Díaz Ferro

Vector de portada: Freepik.com

PRÓLOGO

EL CUADERNO DE EJERCICIOS DE ANÁLISIS DE CIRCUITOS tiene como objetivo principal ofrecer material didáctico accesible y apegado al actual programa de la asignatura, que sea útil tanto para el aprendizaje de las y los estudiantes que la cursan como para facilitar la labor del profesorado que la enseña.

Los ejercicios incluidos en este material han surgido de las necesidades de aprendizaje que se fueron detectando a lo largo de varios años en los que los autores han impartido la asignatura Análisis de Circuitos y, por consiguiente, al ser aplicados generaron la realimentación por parte del estudiantado, cuyos comentarios en su mayoría fueron tomados en cuenta para la actual versión del Cuaderno.

El diseño de los ejercicios aquí presentados tiene la firme intención de promover en el estudiantado nuevas actitudes y exigencias en la formulación conceptual de modelos, los cuales propicien una adecuada interpretación física de los fenómenos y eviten, en la medida de lo posible, el uso irracional de fórmulas que conducen a la práctica de procedimientos rígidos y memorísticos. Es decir, pretendemos que sea un material didáctico potencialmente significativo que se relacione con la carga previa cognitiva de cada uno de los alumnos para generar un intercambio y, posteriormente, una fusión de ideas que desemboque en el enriquecimiento del bagaje intelectual deseado.

Hemos procurado incluir aquellos ejercicios que tienen como fin propiciar en el estudiantado el desarrollo idóneo de sus habilidades cognitivas que consideramos importantes en su formación, así como motivar la adopción de una actitud más participativa y constructiva en su aprendizaje.

Algunos de los problemas contenidos en este Cuaderno se asemejan a ejercicios clásicos, cuyo manejo en clase es casi inevitable y difícil de omitir. Sin embargo, la forma en que se presentan difiere a la de los libros de la bibliografía propuesta en el programa de la materia, sobre todo en la intención de la formulación de preguntas.

Queremos destacar la participación de varios profesores de la Academia de Análisis de Circuitos, entre ellos, Pilar Corona, Miriam Mendoza, Rosario Vázquez y Rigel Gámez, por la realimentación que nos han proporcionado después de revisar y aplicar estos ejercicios a sus estudiantes.

Por último, queremos invitar al profesorado a que utilice este material, pero, sobre todo, a las y los estudiantes, que al hacerse copartícipes de su formación, contribuyen a cerrar el círculo del proceso enseñanza-aprendizaje. Las críticas y sugerencias que nos hagan llegar servirán para mejorar en el futuro este trabajo.

Hugo Germán Serrano Miranda
Yukihiro Minami Koyama
Adriana Yoloxóchil Jiménez Rodríguez

CONTENIDO

PRÓLOGO.....	IV
Serie 1. Circuitos resistivos	1
Serie 2. Circuitos resistivos con fuentes dependientes ...	8
Serie 3. Aplicaciones del teorema de Thévenin	22
Serie 4. Máxima transferencia de potencia	30
Serie 5. Circuitos con amplificadores operacionales	36
Serie 6. Circuitos RC	41
Serie 7. Circuitos RL	49
Serie 8. Circuitos RLC	59
Serie 9. Circuitos en estado sinusoidal permanente	79
Serie 10. Potencia de circuitos en estado sinusoidal permanente	99
Serie 11. Respuesta en frecuencia de circuitos eléctricos	116

Serie de ejercicios 1

Circuitos resistivos

Objetivo: El alumnado definirá los elementos básicos que conforman los circuitos resistivos elementales a partir de sus principios fundamentales y los aplicará en la resolución de problemas de este tipo de circuitos.

Problema 1

Obtenga el valor de los voltajes en los nodos a y b , y a partir de ellos determine el valor de la intensidad de corriente que circula en cada rama del circuito mostrado en la figura 1.

Emplee el método de nodos.

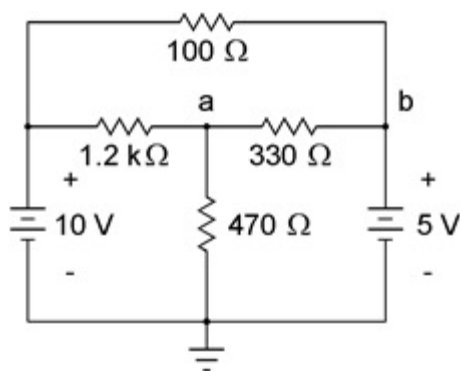


FIGURA 1. Circuito con tres mallas

Problema 2

En el circuito representado en la figura 2, se tiene que la intensidad de corriente que pasa por la fuente de tensión es de $i = 41.1 \text{ mA}$ y la intensidad de corriente en el resistor R_3 es de $i_3 = 19 \text{ mA}$; bajo estas condiciones, determine los valores de los resistores R_2 y R_4 , así como la caída de voltaje V_2 .

Considere $R_1=120\Omega$, $R_3=100\Omega$ y $V=12\text{ V}$.

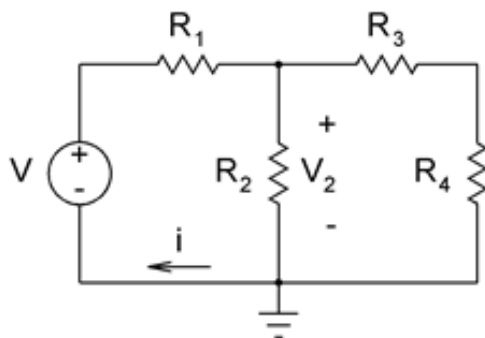


FIGURA 2. Determinación del voltaje en R_2

Problema 3

Para el circuito de la figura 3, determine el valor de I_f con el fin de obtener $V_{R2}=4\text{ V}$. Verifique el resultado obtenido con el empleo del teorema de superposición.

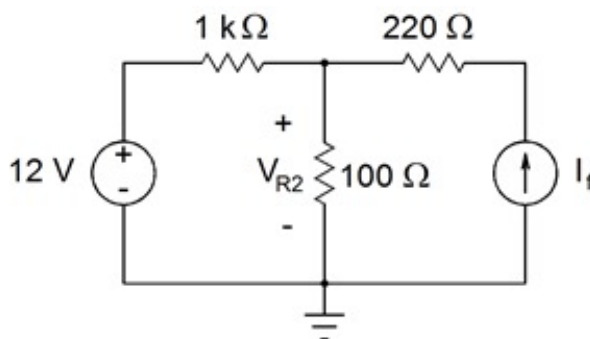


FIGURA 3. Cálculo de I_f para un cierto valor de V_{R2}

Problema 4

Determine los voltajes y las intensidades de corriente en cada uno de los resistores del circuito que se muestran en la figura 4.

Además, calcule la potencia absorbida por cada elemento pasivo y compruebe que su valor es igual a la potencia suministrada por la fuente.

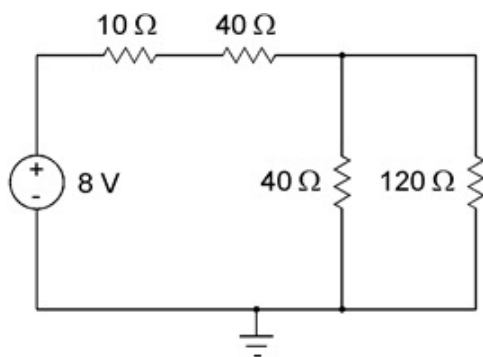


FIGURA 4. Circuito resistivo simple

Problema 5

Por medio de la obtención de resistencias equivalentes sucesivas, calcule los voltajes y las intensidades de corriente de cada uno de los resistores del circuito mostrado en la figura 5.

Verifique que con los resultados obtenidos se cumplen las leyes de voltaje y de corriente de Kirchhoff.

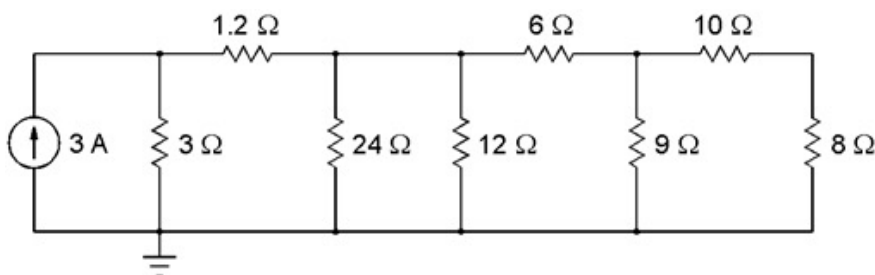


FIGURA 5. Circuito con varios resistores

Problema 6

Para el siguiente arreglo de resistores, se tiene que $R_1 = 120\ \Omega$, $R_2 = 470\ \Omega$ y $R_3 = 560\ \Omega$.

Al obtener la resistencia equivalente entre los puntos a y b , se tiene que $R_{ab} = 262.80\ \Omega$; después de desconectar el resistor R_4 , se tiene que la nueva resistencia equivalente entre esos mismos puntos vale $R_{ab} = 428.34\ \Omega$.

Tomando en cuenta estas condiciones, determine los valores de R_4 y R_5 .

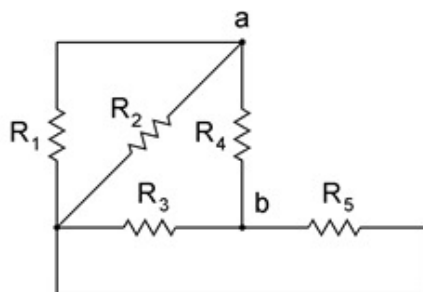


FIGURA 6. Determinación de los valores de los resistores R_4 y R_5 .

Problema 7

Utilice el teorema de superposición en el circuito de la figura 7 para determinar v en términos de las resistencias y los valores de las fuentes.

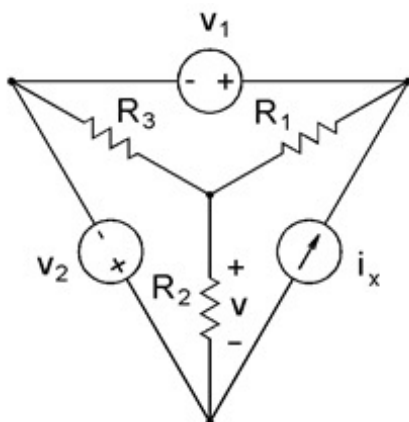


FIGURA 7. Circuito resistivo de tres mallas

Problema 8

En el circuito que se muestra en la figura 8, se tiene que las lecturas del voltímetro entre los puntos d y tierra es de 4.05V, y entre los puntos d y c es de 2.21V.

Por otro lado, al medir la intensidad de corriente eléctrica con el amperímetro en el resistor R_4 , se obtiene 18.42 mA.

Los valores de $R_1=220\Omega$, $R_3=470\Omega$ y $R_4=100\Omega$.

Determine la potencia total disipada por cada uno de los resistores.

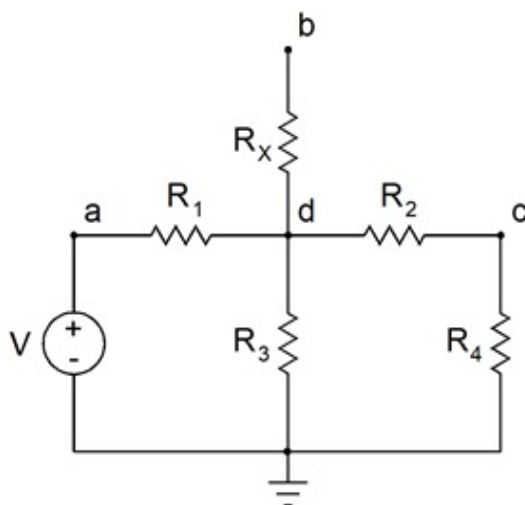


FIGURA 8. Circuito para obtener la potencia total disipada en los resistores

Problema 9

De acuerdo con en el circuito que se muestra en la figura 9, calcule las intensidades de corriente y los voltajes en todos los elementos que lo componen y verifique que:

- a) $v_{ab} + v_{bc} + v_{cd} + v_{da} = 0$
- b) $\Sigma i = 0$ en el nodo e
- c) v_{bd}

Efectúe un balance de energía e indique qué elementos disipan, no disipan, entregan o almacenan energía eléctrica.

Considere:

$I_{f1} = I_{f2}$, $I_{f1} = I_{f3}$; $I_{f1} = 100\text{ mA}$; $R_1 = 120\Omega$, $R_2 = 390\Omega$, $R_3 = 220\Omega$, $R_4 = 27\Omega$, $R_5 = 15\Omega$

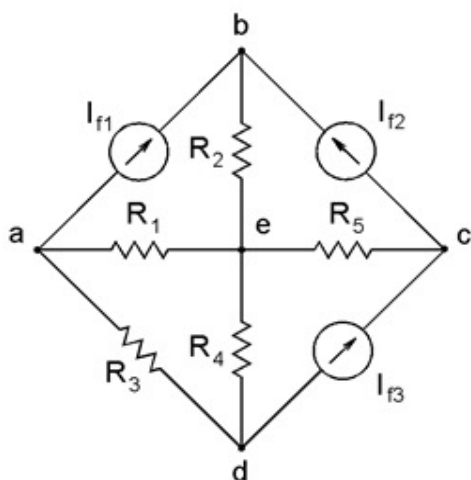


FIGURA 9. Verificación de las leyes de voltajes y corrientes de Kirchhoff, y balance de energía

Problema 10

Para el circuito que se muestra en la figura 10, considere los siguientes valores: $I_0 = 20 \text{ mA}$, $R_1 = 2.2 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 2.2 \text{ k}\Omega$ y $R_4 = 470 \Omega$, $I_0 = 20 \text{ mA}$

Determine:

- d) v_{ab} para $R_p = 1.2 \text{ k}\Omega$
- e) v_{ab} cuando $R_p \rightarrow \infty$
- f) la corriente en la rama ab si $R_p \rightarrow 0$

Indique el sentido correcto de las intensidades de corriente en cada uno de los elementos, de acuerdo con la ubicación de los puntos a , b , c y d .

Verifique la siguiente ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} R_{11} & -R_1 & -R_3 & 1 \\ -R_1 & R_{22} & -R_p & 0 \\ -R_3 & -R_p & R_{33} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ V_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ I_0 \end{bmatrix}$$

Donde:

I_1 , I_2 e I_3 son las intensidades de corriente de malla, $V_f = V_{cd}$ es el voltaje en la fuente de corriente y $R_{11} = R_1 + R_3$, $R_{22} = R_1 + R_2 + R_p$ y $R_{33} = R_3 + R_4 + R_p$.

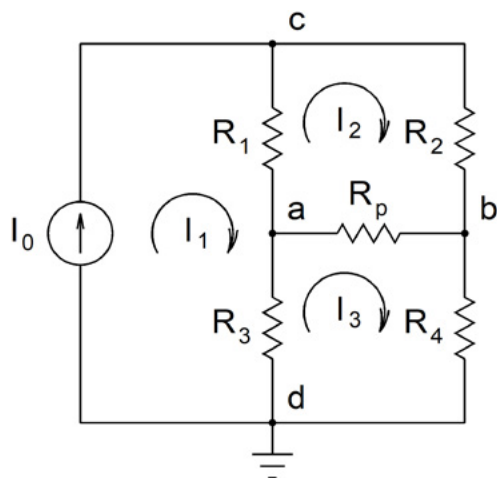


FIGURA 10. Voltaje v_{ab} en términos de R_p

Serie de ejercicios 2

Circuitos resistivos con fuentes dependientes

Objetivo: El alumnado comprenderá las características inherentes a las fuentes dependientes y resolverá problemas de circuitos resistivos que contengan tanto fuentes independientes como dependientes.

Problema 1

Para el circuito de la figura 1, determine el valor de la resistencia R si se sabe que este absorbe una potencia $P_R = 44.1 \text{ W}$.

Se recomienda emplear el método de nodos para resolver este problema.

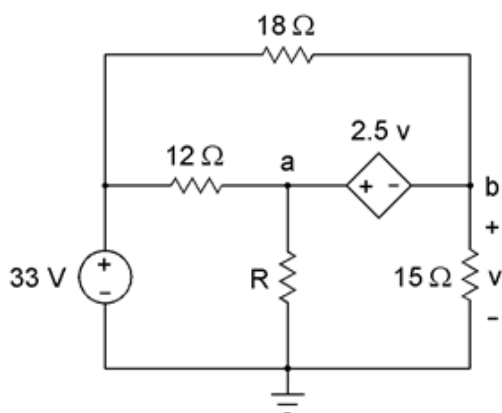


FIGURA 1. Circuito con fuente dependiente de voltaje

Problema 2

Para el circuito de la figura 2, determine el valor de g_m para que la intensidad de corriente en el resistor R_2 sea de 38.57 mA .

Considere los siguientes valores en los elementos que conforman el circuito:

$$V=9V, R_1=100\Omega \text{ y } R_2=200\Omega$$

Efectúe la simulación con *Proteus ISIS* para verificar sus resultados.

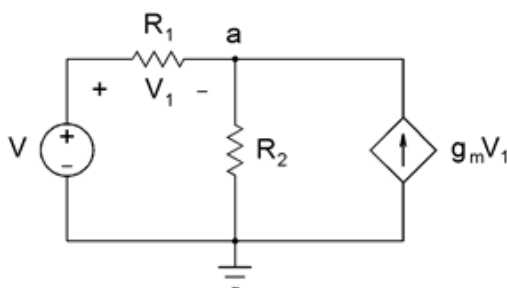


FIGURA 2. Circuito con fuente de corriente controlada por voltaje

Problema 3

Verifique que el voltaje en el nodo *a* del circuito, que se muestra en la figura 3, está dado por la expresión:

$$V_a = \frac{R_2(k_m+1)V}{R_1+R_2(k_m+1)}$$

Interprete cuáles son las características eléctricas del circuito cuando:

- a) $k_m \rightarrow 0$
- b) $k_m \rightarrow \infty$

Realice la simulación con *Proteus ISIS* con los siguientes valores:

$$V=2V, R_1=4k\Omega, R_2=4k\Omega \text{ y } k_m=5$$

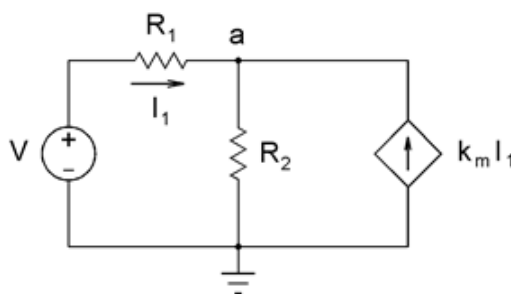


FIGURA 3. Circuito con fuente de corriente controlada por corriente

Problema 4

Con base en el circuito mostrado en la figura 4, determine los valores de v_1 , v_2 , i_a e i_1

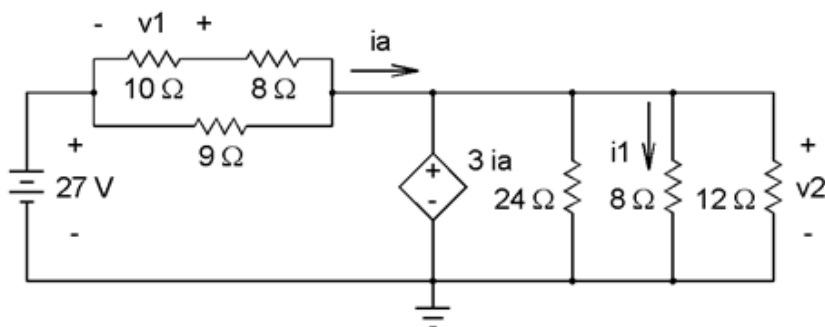


FIGURA 4. Circuito resistivo con fuente dependiente controlada por corriente

Problema 5

Para el circuito puente de la figura 5, determine el valor de la resistencia R tal que la intensidad de corriente que pase por el resistor correspondiente sea $i_1 = 4.117 \text{ mA}$.

Asimismo, determine la magnitud de las intensidades de corriente i_2 , i_3 e i_4 . Se recomienda emplear el método de nodos.

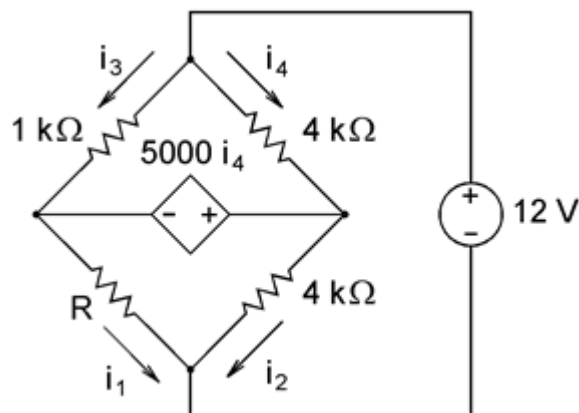


FIGURA 5. Circuito puente con un supernodo

Problema 6

Con el empleo del teorema de superposición, obtenga la caída de voltaje en el resistor de $10\ \Omega$ del circuito mostrado en la figura 6.

Se recomienda emplear el método de Maxwell para la resolución de este problema.

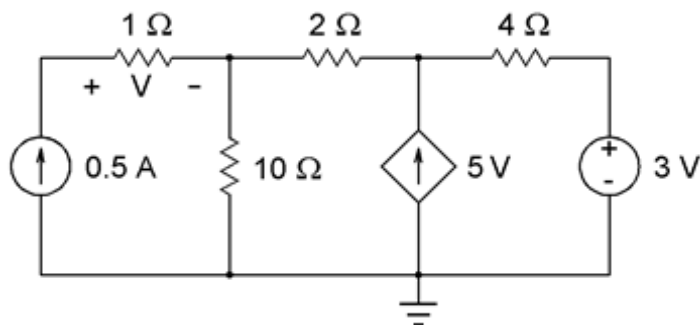


FIGURA 6. Circuito con tres mallas

Problema 7

Determine la caída de potencial en cada uno de los resistores del circuito mostrado en la figura 7, empleando el teorema de superposición.

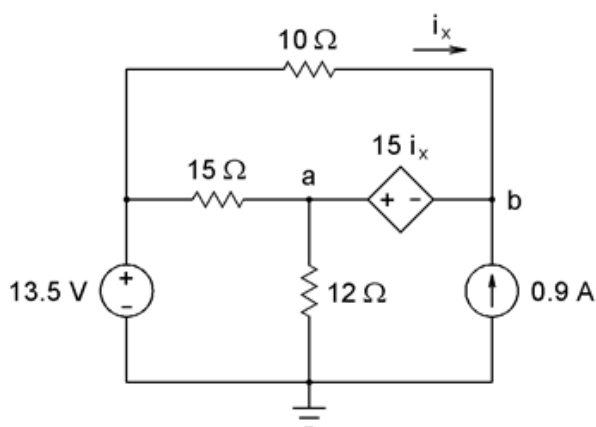


FIGURA 7. Circuito con fuente de voltaje controlada por corriente

Problema 8

Para el circuito que se muestra en la figura 8, verifique que el voltaje en el resistor R_3 está dado por la expresión:

$$V_a = \frac{R_2 R_3 V}{R_2(R_1 + R_3) + R_1 R_3(1 - k_m)}$$

¿Cuáles deben ser los valores del parámetro k_m y de la fuente de voltaje V , para que tanto la fuente de voltaje independiente como la fuente controlada entreguen energía al circuito?

Efectúe la simulación con *Proteus ISIS* para los siguientes valores:

$$R_1 = 1\text{ k}\Omega, \quad R_2 = 3\text{ k}\Omega, \quad R_3 = 2\text{ k}\Omega$$

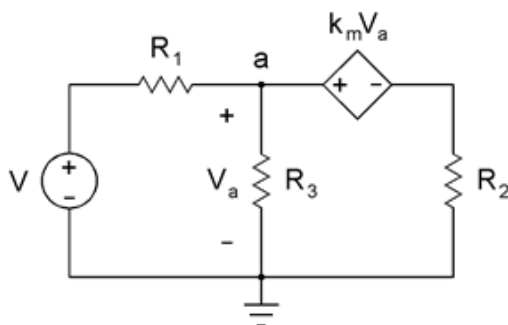


FIGURA 8. Circuito con fuente de voltaje controlado por voltaje

Problema 9

Obtenga el valor de v_x para el circuito de dos mallas mostrado en la figura 9.

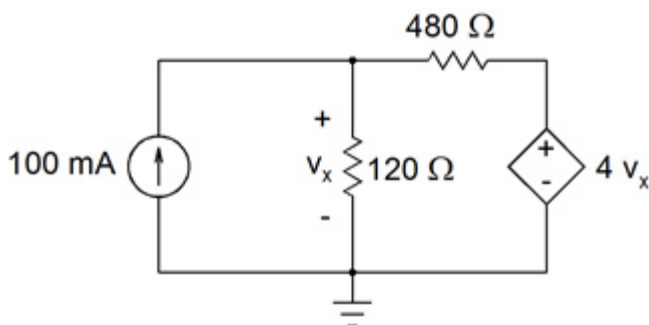


FIGURA 9. Circuito de dos mallas

Problema 10

Suponga que en el circuito, mostrado en la figura 10, se coloca una fuente de voltaje independiente en los extremos a y b de tal forma que $V_{ab} = V_0$; bajo estas condiciones, ¿cuánto vale la intensidad de corriente en la fuente V_0 ?

Considere los siguientes valores para los resistores y la fuente:

$$R_1 = 1200 \Omega, R_2 = 2200 \Omega, R_3 = 470 \Omega, R_L = 820 \Omega, V_0 = 12 V$$

Señale si entrega o recibe energía la fuente V_0 para los siguientes valores de k :

- a) $k = 2$
- b) $k = 3.5$

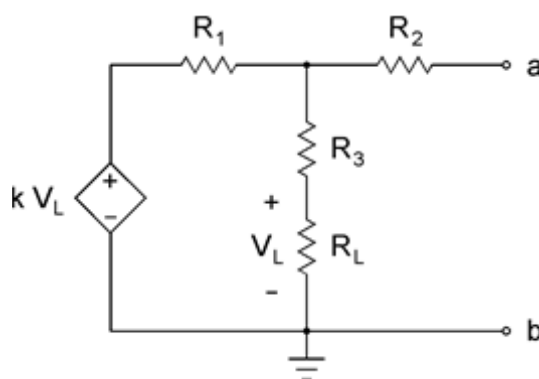


FIGURA 10. Circuito resistivo con fuente de voltaje controlada por voltaje

Problema 11

Si en el circuito de la figura 11 se coloca ahora una fuente de corriente independiente I_0 en los extremos a y b de tal forma que la corriente va de a hacia b ; bajo estas condiciones, ¿cuánto vale el voltaje de la fuente de corriente I_0 ?

Considere que $I_0 = 10 \text{ mA}$, así como los mismos valores de los resistores del problema anterior.

Señale si entrega o recibe energía la fuente de corriente para los siguientes valores de k :

- a) $k = 2$
- b) $k = 3.5$

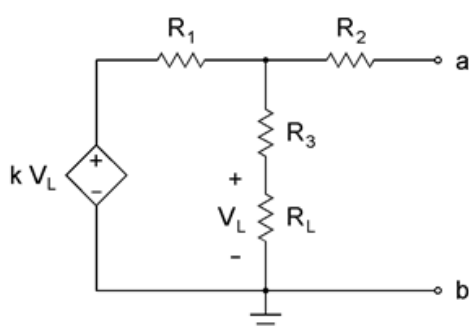


FIGURA 11. Circuito resistivo con fuente de voltaje controlada por voltaje

Problema 12

En el circuito que se muestra en la figura 12, verifique que el voltaje en el nodo a está dado por la ecuación:

$$V_a = \frac{I R_2 R_2}{R_2 + R_1 - r_m}$$

Obtenga, además, el valor de la fuente de corriente independiente I para que la diferencia de potencial $V_{ba} = 12 \text{ V}$.

Compruebe su resultado mediante simulación con *Proteus ISIS*, considerando los siguientes valores:

$$R_1 = 2.2 \text{ k}\Omega, R_2 = 4.7 \text{ k}\Omega, r_m = 4 \text{ k}\Omega$$

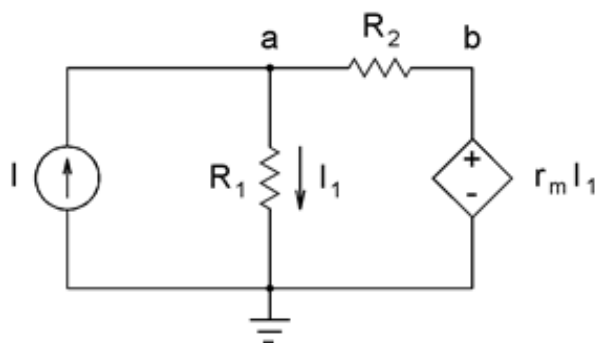


FIGURA 12. Circuito con fuente de voltaje controlada por corriente

Problema 13

Use el teorema de superposición para calcular el valor de v_x en el circuito mostrado en la figura 13.

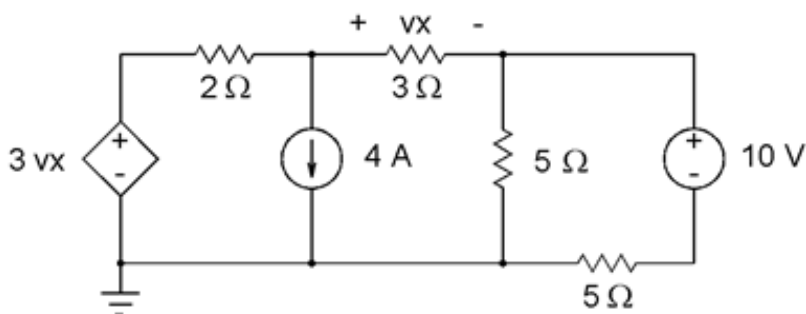


FIGURA 13. Circuito resistivo con fuente de voltaje controlado por voltaje

Problema 14

Determine los valores de v_a , v_b e i_x para el circuito que se muestra en la figura 14.

Asimismo, verifique que la potencia que se suministra es igual a la potencia que absorben todos los elementos pasivos.

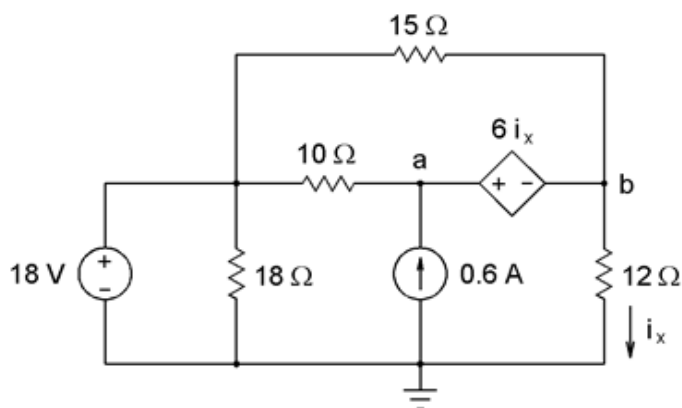


FIGURA 14. Circuito resistivo con cuatro mallas

Problema 15

Determine la corriente i_x del circuito que se muestra en la figura 15. Considere que la constante de la fuente de voltaje dependiente tiene unidades de $k\Omega$.

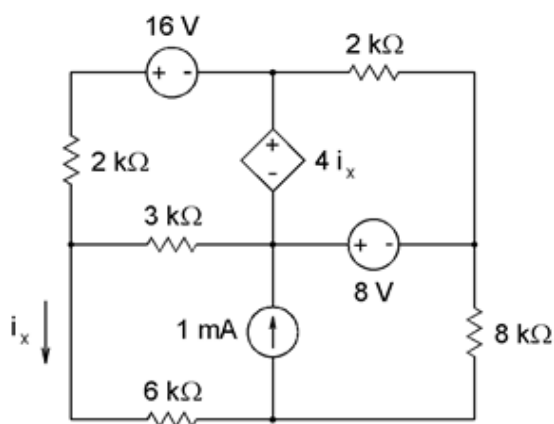


FIGURA 15. Circuito con cuatro mallas

Problema 16

Determine los voltajes y las corrientes en cada uno de los resistores del circuito que se muestran en la figura 16.

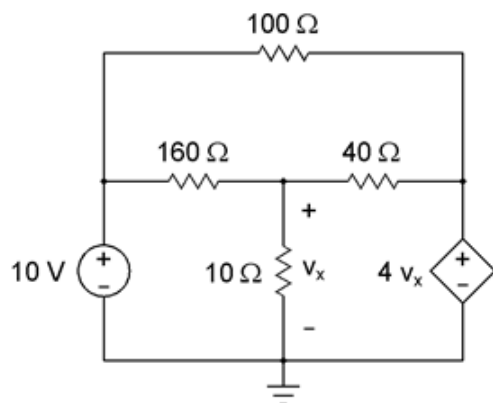


FIGURA 16. Circuito con fuente de voltaje controlada por voltaje

Problema 17

Verifique en el circuito de la figura 17 que las funciones de transferencia de voltajes y de corrientes están dadas por las ecuaciones:

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{\beta R_C R_S}{(R_C + R_S)(R_B + R_P)} \quad \frac{i_s}{i_e} = - \frac{\beta R_C}{R_C + R_S}$$

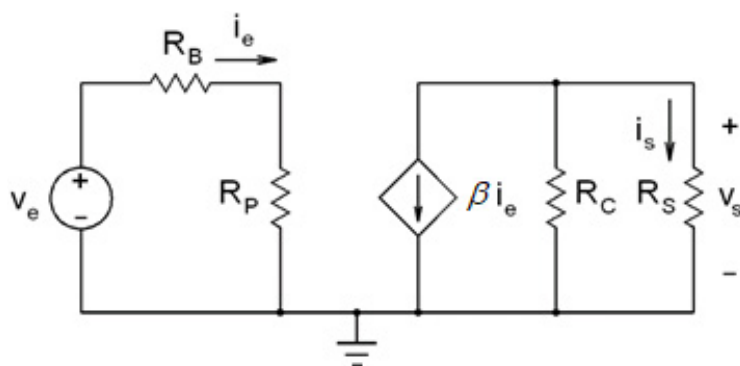


FIGURA 17. Circuito con dos mallas y fuente de corriente controlada por voltaje

Problema 18

Empleando el concepto de supermalla, determine la corriente i_x y la caída de voltaje en el resistor de 15Ω del circuito mostrado en la figura 18.

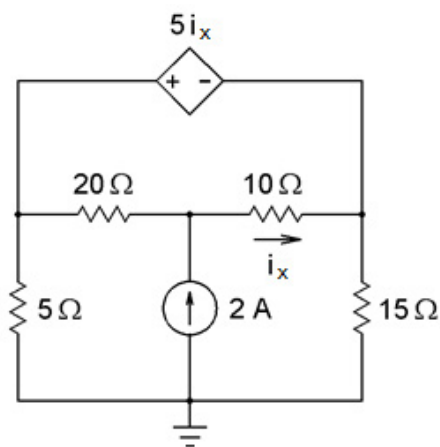


FIGURA 18. Circuito resistivo con una supermalla

Problema 19

Considere el circuito de la figura 19. Determine el valor de I_0 tal que el resistor de 14Ω absorba una potencia $P_c = 3.5\text{W}$.

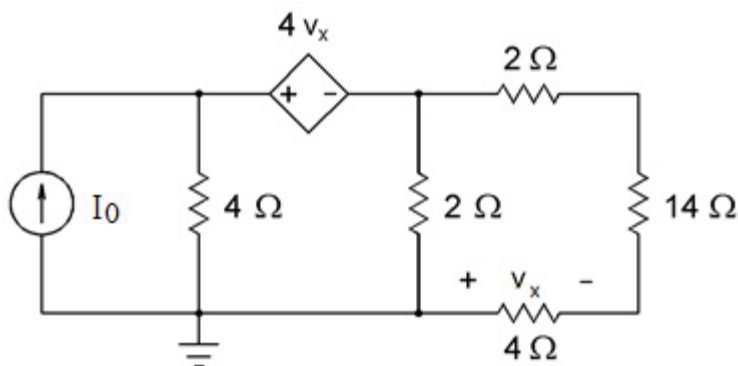


FIGURA 19. Circuito con fuente de voltaje controlada por voltaje

Problema 20

Para el circuito mostrado en la figura 20, obtenga todas las corrientes de malla (método de Maxwell), así como el voltaje v_x .

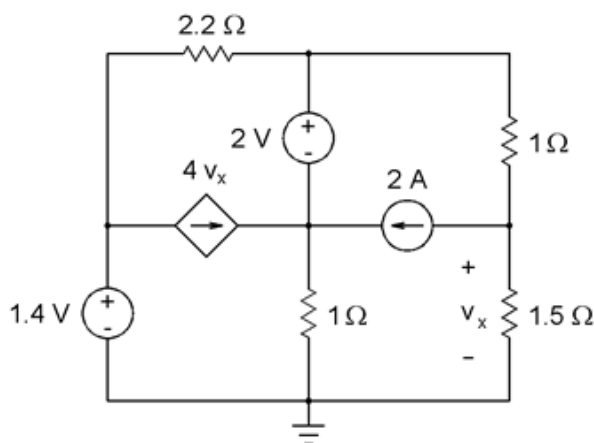


FIGURA 20. Circuito resistivo con fuente de corriente controlada por voltaje

Problema 21

En el circuito que se muestra en la figura 21, ¿cuáles son las lecturas que registrarían los siguientes instrumentos al conectarse directamente en los extremos a y b ?:

- a) un voltímetro ideal
- b) un amperímetro ideal

Considere los siguientes valores:

$$R_1 = 470\Omega, R_L = 1200\Omega, R_2 = 560\Omega, k = 2 \text{ e } I = 10\text{ mA}$$

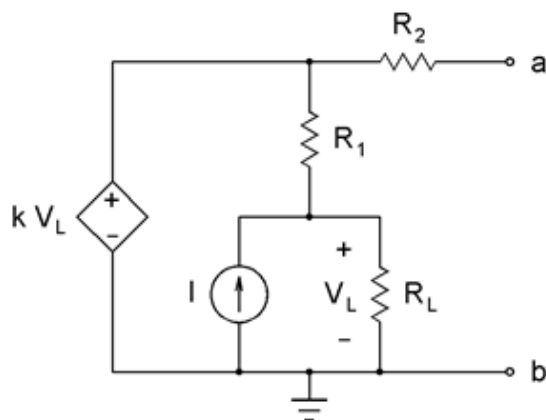


FIGURA 21. Circuito con fuente de corriente y fuente de voltaje controlada por voltaje

Problema 22

Considere el circuito de la figura 22. Determine el valor de I_0 tal que el resistor de la extrema derecha absorba una potencia de $P_C = 9 \text{ W}$.

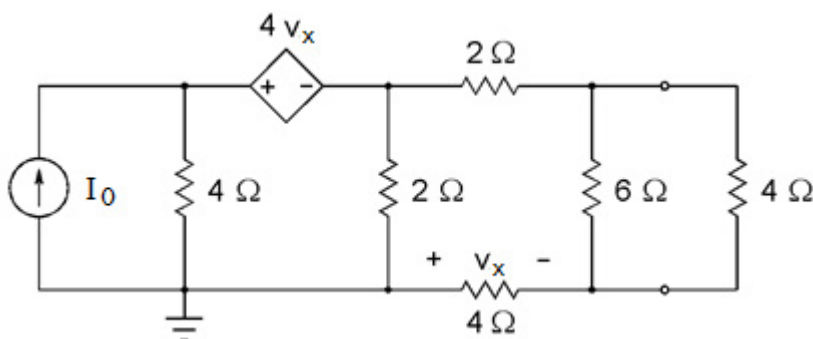


FIGURA 22. Circuito resistivo con fuente de voltaje controlada por voltaje

Problema 23

El circuito que se muestra en la figura 23 es una versión modificada del problema 17, ya que se adiciona un resistor R_E . Verifique que el voltaje en el resistor R_S está dado por la ecuación:

$$v_s = - \frac{\beta R_C R_S v_e}{[R_B + R_P + (1 + \beta) R_E] (R_C + R_S)}$$

Compruebe su resultado al establecer que en la ecuación anterior, cuando $R_E \rightarrow 0$, se llega al resultado de la función de transferencia de voltajes del problema mencionado.

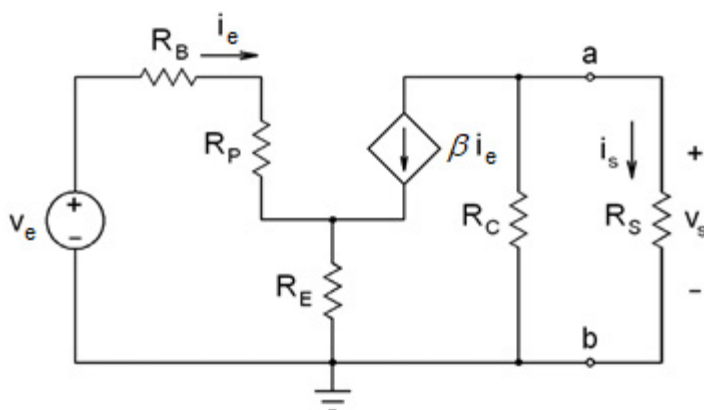


FIGURA 23. Modelo eléctrico de un transistor con configuración de emisor común

Problema 24

Determine el voltaje de nodo v_c y la corriente i_x del circuito de la figura 24.

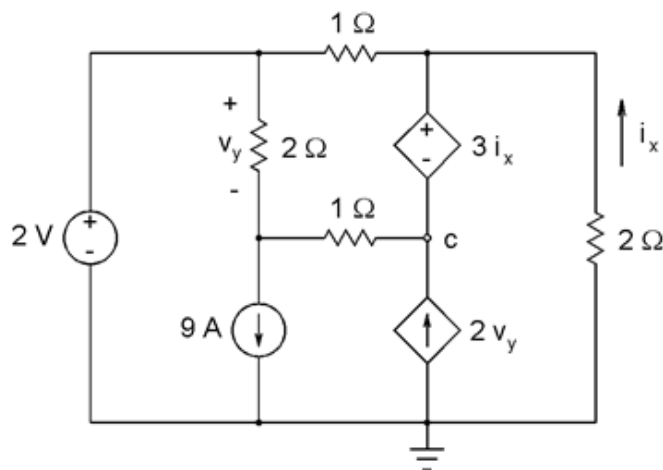


FIGURA 24. Circuito con dos fuentes dependientes

Problema 25

En el circuito resistivo, que se muestra en la figura 25, se desea determinar la potencia que disipa cada uno de los resistores. Resuelva el circuito empleando el concepto de supernodo.

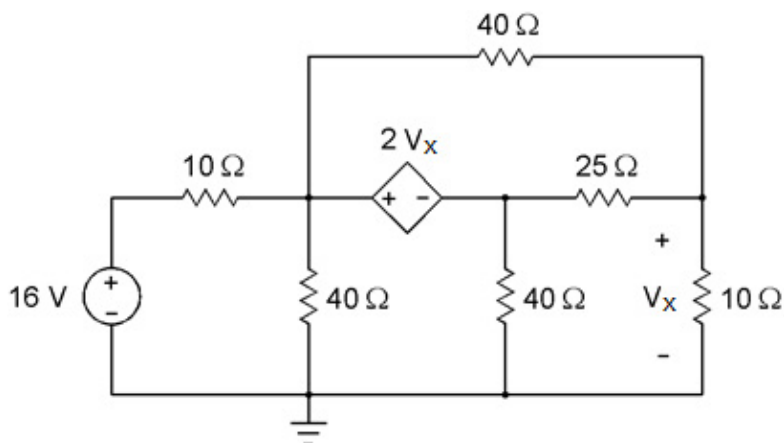


FIGURA 25. Circuito resistivo con un supernodo

Serie de ejercicios 3

Aplicaciones del teorema de Thévenin

Objetivo: El alumnado analizará el teorema de Thévenin y lo aplicará en la resolución de circuitos resistivos con fuentes independientes y dependientes.

Problema 1

Con base en el procedimiento de transformación de fuentes, obtenga un circuito equivalente al circuito que se muestra en la figura 1, en el que aparezca una sola fuente de corriente, y a partir de este determine el voltaje V en las terminales del resistor de 2Ω .

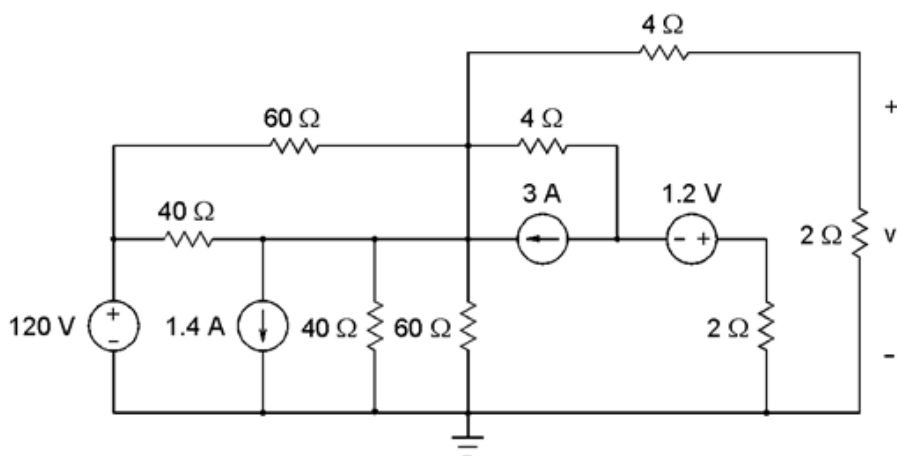


FIGURA 1. Circuito resistivo con varias fuentes independientes

Problema 2

Determine el circuito de Thévenin, entre las terminales A y B , que corresponde al circuito mostrado en la figura 2.

Si entre las terminales a y b se conectara un resistor de 4Ω , obtenga la potencia disipada por dicho elemento, así como la potencia suministrada por la fuente de voltaje.

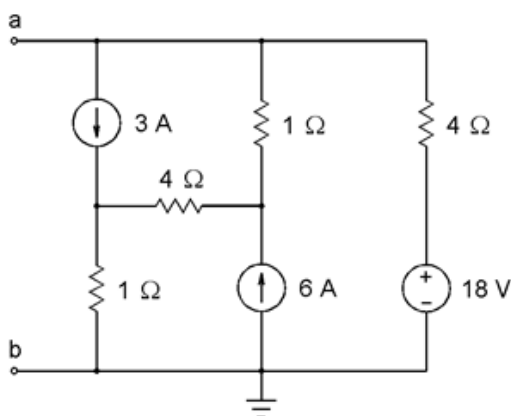


FIGURA 2. Circuito resistivo con tres fuentes independientes

Problema 3

Determine, entre los extremos a y b , el equivalente de Thévenin del circuito de la figura 3.

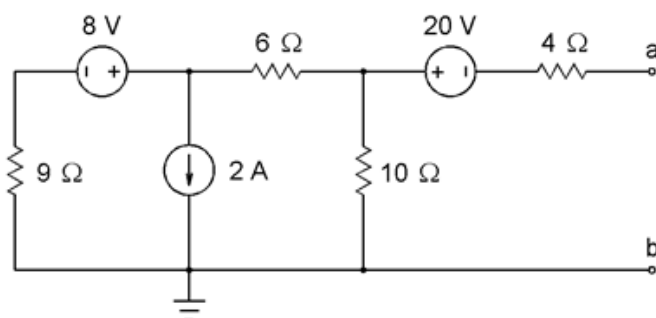


FIGURA 3. Circuito con tres fuentes independientes

Problema 4

Con base en la figura 4, encuentre el equivalente de Thévenin entre los extremos a y b .

Verifique con *Proteus ISIS* que ambos circuitos se comportan de igual manera al conectárseles una fuente de corriente independiente, o bien, una fuente de voltaje independiente con un resistor en serie.

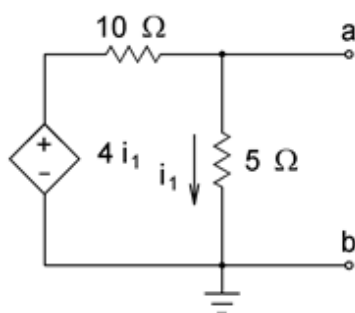


FIGURA 4. Circuito con fuente dependiente

Problema 5

En la figura 5 se muestra el modelo de un circuito amplificador transistorizado.

- Obtenga el circuito equivalente de Thévenin de la parte izquierda de las terminales a - b y calcule la corriente i que circula por el resistor de $2\text{ k}\Omega$.
- Verifique con *Proteus* *isis* el valor de dicha corriente, tanto para el circuito original como para el circuito equivalente de Thévenin conectado al resistor de $2\text{ k}\Omega$.

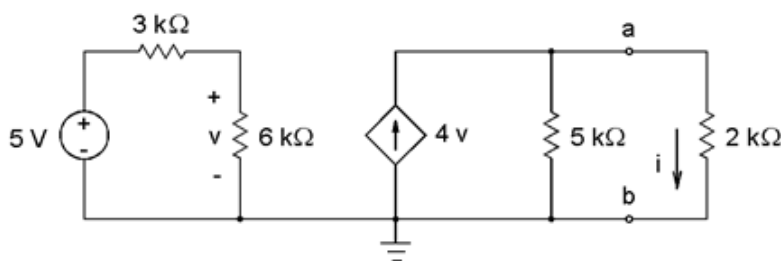


FIGURA 5. Modelo de un circuito amplificador transistorizado

Problema 6

Dado el circuito mostrado en la figura 6, determine:

- el valor de R_1 y R_2 para que la corriente en R_1 sea de 500 mA y $v_{ab} = -400\text{ mV}$;
- el equivalente de Thévenin en los extremos a y b .

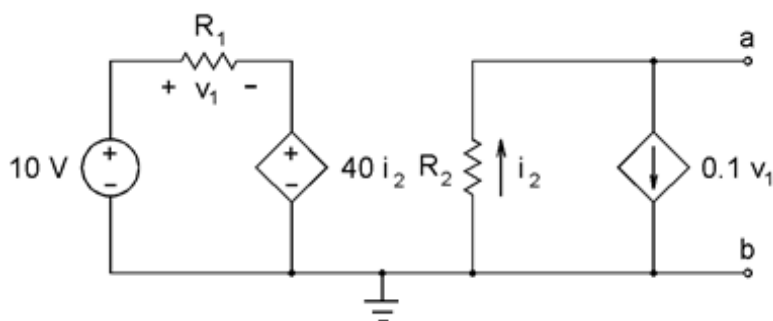


FIGURA 6. Circuito con dos fuentes dependientes

Problema 7

En la figura 7 se muestra un circuito con una fuente de corriente dependiente. Obtenga el circuito equivalente de Thévenin arriba de las terminales a y b .

Con base en el método de Maxwell, obtenga el sistema de ecuaciones que calcule las corrientes de malla; además, desarrolle un programa con *Mathematica* que resuelva dicho sistema y que determine la potencia absorbida por el resistor de carga en función de su resistencia.

Asimismo, dibuje la gráfica de potencia absorbida por dicho resistor $v_s.$ el valor de su resistencia R_c para valores de en el rango de $40 \leq R_c \leq 120$.

Dibuje el circuito con *Proteus ISIS* y obtenga la misma gráfica anteriormente citada con objeto de comparar los resultados.

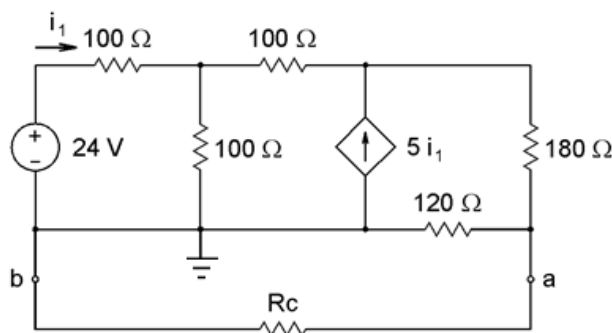


FIGURA 7. Circuito resistivo con una fuente de corriente dependiente

Problema 8

Obtenga el valor de la fuente de voltaje v_f , así como de las resistencias R_1 y R_2 , del circuito resistivo Π mostrado en la figura 8.1, tales que satisfagan la relación descrita en la gráfica de la figura 8.2, y que las resistencias tengan valores en el rango de $100\ \Omega$ a $2\ 700\ \Omega$.

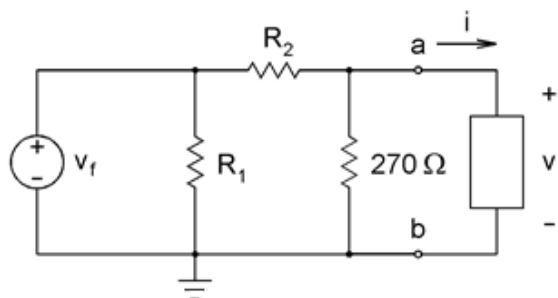


FIGURA 8.1. Circuito resistivo Π

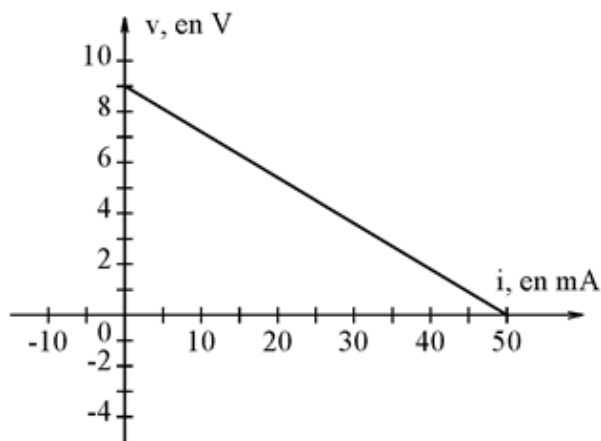


FIGURA 8.2. Gráfica de voltaje vs. intensidad de corriente de salida

Problema 9

Obtenga los valores de las resistencias R_1 y R_2 del circuito mostrado en la figura 9.1, tales que satisfagan la relación descrita en la gráfica mostrada en la figura 9.2.

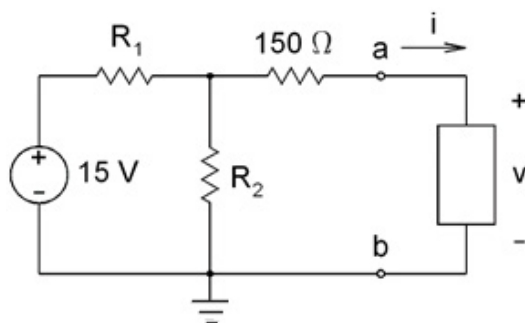


FIGURA 9.1. Circuito resistivo II

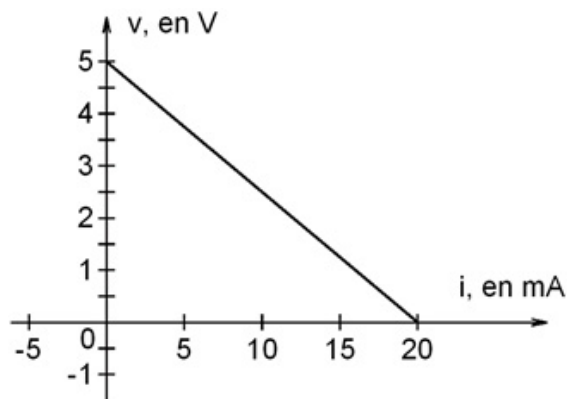


FIGURA 9.2. Gráfica de voltaje vs. intensidad de corriente de salida

Problema 10

En la figura 10 se muestra el modelo de un circuito amplificador transistorizado con resistor de emisor, R_E .

- Obtenga el circuito equivalente de Thévenin de la parte izquierda de las terminales a-b.
- Con base en el equivalente de Thévenin obtenido en el inciso a), verifique que la función de transferencia, v_s/v_e , es:

$$\frac{v_s}{v_e} = - \frac{\beta R_C R_S}{[R_B + R_P + (1 + \beta)R_E](R_C + R_S)}$$

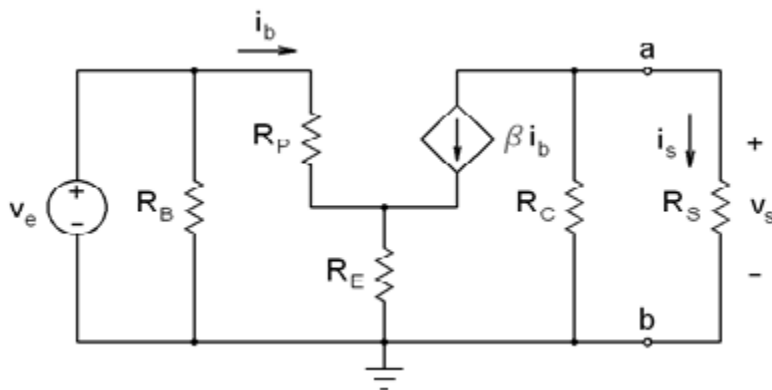


FIGURA 10. Modelo de un circuito amplificador transistorizado con resistor de emisor

Problema 11

Obtenga el equivalente de Thévenin en las terminales a-b, del circuito mostrado en la figura 11, y determine el voltaje en el resistor de 8.4Ω .

Verifique con *Proteus ISIS* el valor de dicho voltaje, tanto para el circuito original como para el circuito equivalente de Thévenin conectado al resistor de 8.4Ω .

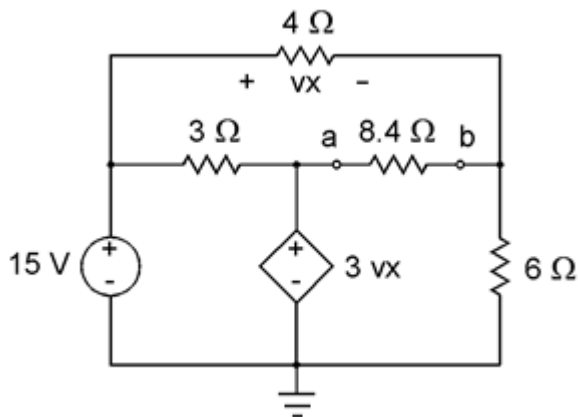


FIGURA 11. Circuito con fuente de voltaje controlado por voltaje

Problema 12

En la figura 12 se muestra un circuito con una fuente de voltaje dependiente de corriente. Obtenga el circuito equivalente de Thévenin en las terminales a y b.

Suponiendo que se conecta un resistor con un valor $R=3.3\text{ k}\Omega$, entre los extremos a y b , determine la potencia disipada por dicho resistor.

Verifique con *Proteus ISIS*, que tanto el circuito original como el equivalente de Thévenin, producen el mismo voltaje y la misma intensidad de corriente en el resistor de $3.3\text{ k}\Omega$.

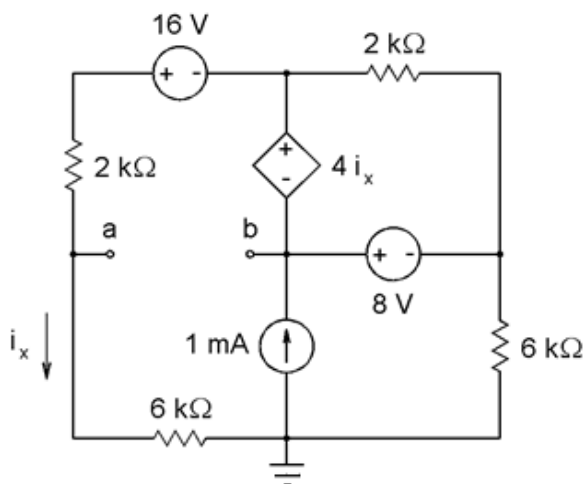


FIGURA 12. Circuito con una fuente de voltaje controlada por corriente

Serie de ejercicios 4

Máxima transferencia de potencia

Objetivo: El alumnado comprenderá el teorema de máxima transferencia de potencia y lo aplicará en la resolución de problemas circuitos resistivos relacionados con dicho teorema.

Problema 1

En el circuito que se muestra en la figura 1 se tiene:

$$R_1 = 100\,\Omega, R_2 = 50\,\Omega, V = 10\text{V y } k = 0.005\text{S(siemens)}$$

- Determine el equivalente de Thévenin entre los puntos a y b .
- Obtenga el valor de R_L para que se le transfiera potencia máxima.

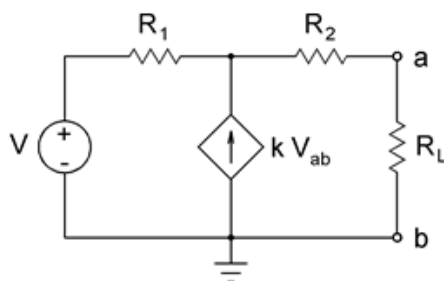


FIGURA 1. Circuito resistivo con fuente dependiente de corriente

Problema 2

Determine el valor de la resistencia de carga R_L para el circuito de la figura 2 tal que se consiga la máxima transferencia de potencia. Además, calcule la potencia disipada por R_L bajo dichas condiciones.

Asimismo, con el empleo de *Proteus ISIS*, simule el circuito de tal forma que por medio de una carga variable y la gráfica de P_{RL} vs. R_L pueda corro-

borar el valor de la resistencia para la cual se consigue la máxima transferencia de potencia, así como el valor de la potencia correspondiente.

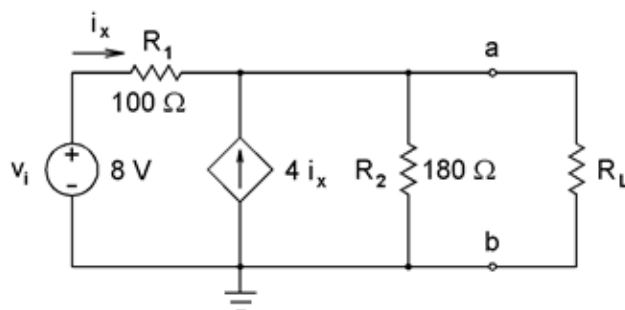


FIGURA 2. Circuito de dos mallas

Problema 3

En el circuito de la figura 3, se tiene:

$$r_f = 40\Omega, R_2 = 60\Omega, V = 10\text{V e } I = 100\text{ mA}.$$

Obtenga:

- el equivalente de Thévenin entre los puntos a y b sin considerar R_1 ;
- el valor de R_1 para que se transfiera la máxima potencia al circuito.

Verifique el balance de potencia con base en el teorema de Tellegen, que afirma que la potencia de entrada es igual a la potencia disipada.

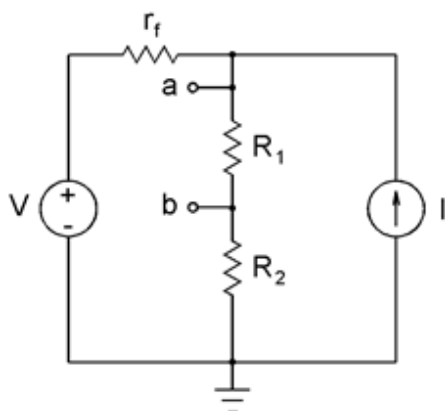


FIGURA 3. Circuito resistivo de dos mallas

Problema 4

Para el circuito de la figura 4, determine el valor de R_c tal que disipe la máxima potencia.

Asimismo, calcule el valor de I_o si la potencia máxima disipada en R_c es de 54 W.

Obtenga con *Proteus ISIS* la gráfica de la potencia disipada en P_c vs. R_c y verifique el valor obtenido de R_c por medio de una gráfica de barrido de corriente directa (DC SWEEP).

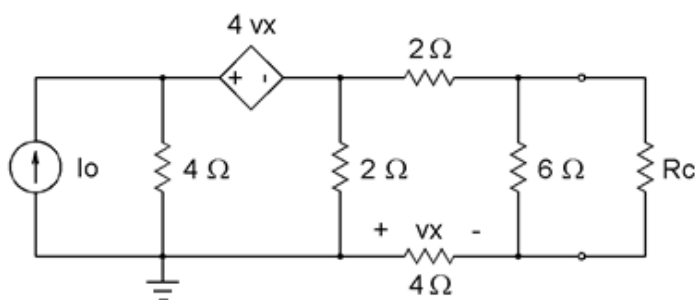


FIGURA 4. Circuito resistivo con fuente controlada

Problema 5

Para el circuito resistivo que se muestra en la figura 5, obtenga:

- el equivalente de Thévenin entre las terminales a y b sin considerar R_1 ;
- el valor de la resistencia R_1 para que se transfiera la máxima potencia, y
- la potencia absorbida por cada uno de los resistores, así como la potencia suministrada por cada una de las fuentes.

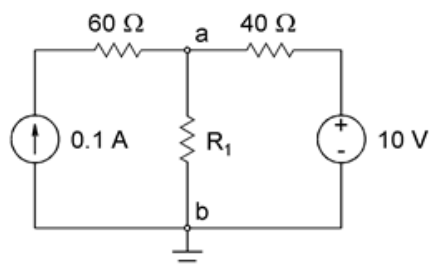


FIGURA 5. Circuito resistivo con fuentes de voltaje y de corriente

Problema 6

En el circuito que se muestra en la figura 6, obtenga:

- el voltaje en el nodo a considerando que R_1 tiende a infinito;
- el valor de R_1 con el fin de que este resistor tenga una disipación máxima de potencia.

Datos: $I_f = 4 \text{ mA}$, $R_2 = 4.7 \text{ k}\Omega$, $r_m = 4 \text{ k}\Omega$

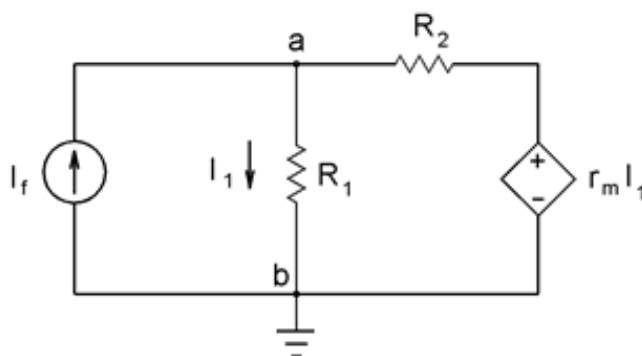


FIGURA 6. Circuito resistivo con fuente dependiente

Problema 7

Para el circuito mostrado en la figura 7, obtenga el valor de la resistencia R tal que absorba la máxima potencia posible; además, calcule la potencia absorbida por dicho dispositivo eléctrico.

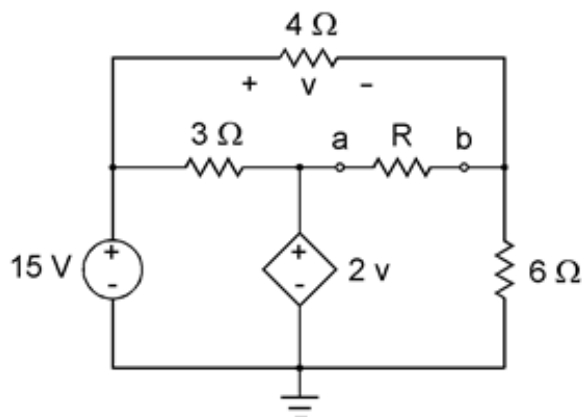


FIGURA 7. Circuito con tres mallas

Problema 8

En la figura 8 se muestra un circuito con una fuente de corriente dependiente. Obtenga el circuito equivalente de Thévenin arriba de las terminales a y b , y determine el valor de R_c tal que disipe la máxima potencia, así como la magnitud de esta última.

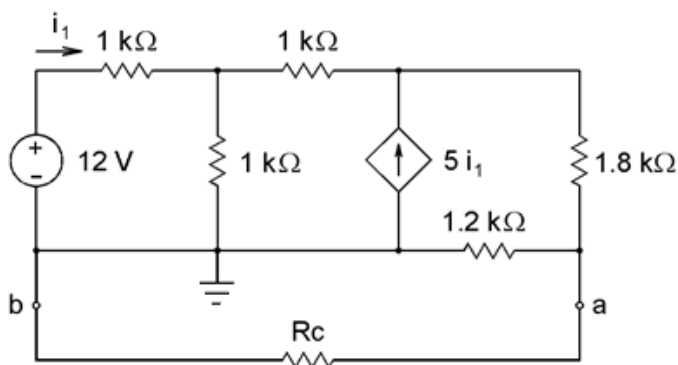


FIGURA 8. Circuito con fuente de corriente controlada por corriente

Problema 9

Con base en la figura 9, encuentre el equivalente de Thévenin del circuito conectado a R_c , y determine el valor de la constante k de la fuente de corriente dependiente, si para $R_c = 100 \Omega$, la intensidad de corriente que circula es de 36 mA.

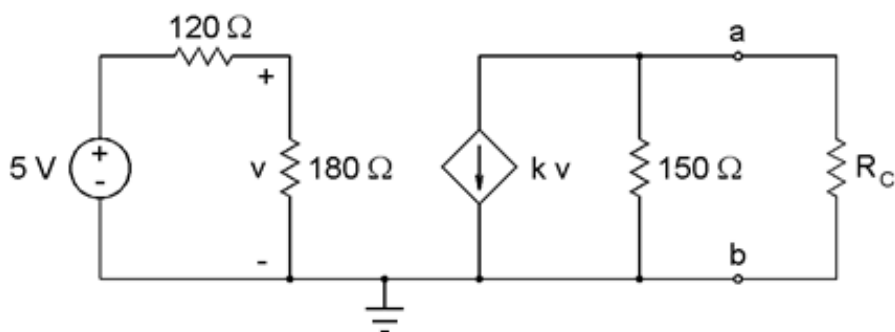


FIGURA 9. Circuito con fuente dependiente de corriente controlada por voltaje

Problema 10

Para el circuito mostrado en la figura 10, obtenga el valor de la constante k de la fuente de voltaje dependiente tal que el resistor de 7.2Ω absorba la máxima potencia posible. Asimismo, determine la potencia absorbida por dicho dispositivo eléctrico.

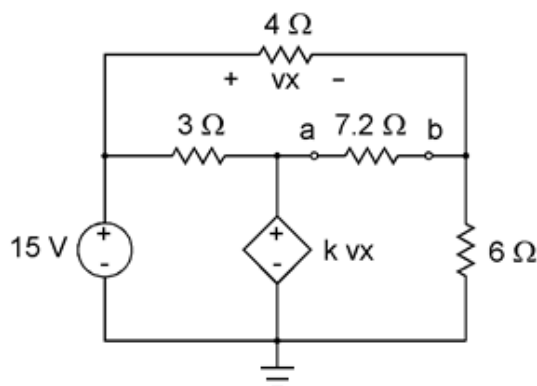


FIGURA 10. Circuito con fuente de voltaje controlado por voltaje

Problema 11

En el circuito resistivo que se muestra en la figura 11, se desea que el resistor R disipe la máxima potencia.

Determine el valor de su resistencia, así como la magnitud de la potencia que absorbe. Se sugiere emplear el teorema de Thévenin para simplificar el circuito.

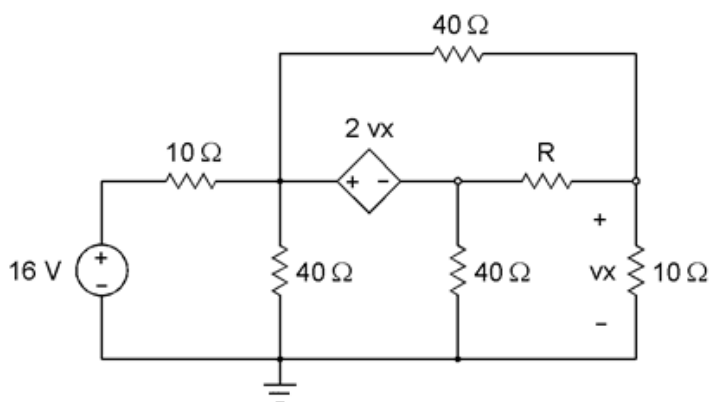


FIGURA 11. Circuito resistivo con cuatro malla

Serie de ejercicios 5

Circuitos con amplificadores operacionales

Objetivo: El alumnado analizará las principales características del amplificador operacional ideal, así como su aplicación en circuitos prácticos.

Problema 1

Obtenga la relación v_o/v_i (función de transferencia) del circuito mostrado en la figura 1, en términos de los parámetros A , R_1 , R_2 , y verifique que si

$$A \rightarrow \infty \quad \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}.$$

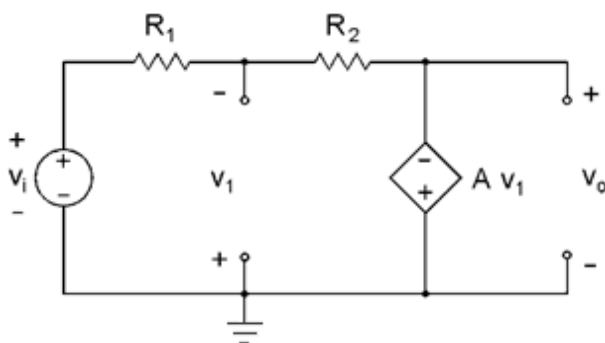


FIGURA 1. Modelo de un circuito con configuración de amplificador inversor

Problema 2

Obtenga la función de transferencia del circuito mostrado en la figura 2, en términos de los parámetros A , R_1 , R_2 , y verifique que si $A \rightarrow \infty \quad \frac{v_o}{v_i} = -\frac{R_2}{R_1}$.

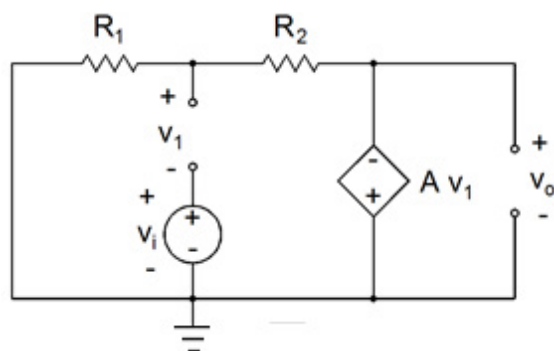


FIGURA 2. Modelo de un circuito con configuración de amplificador no inversor

Problema 3

Determine el voltaje de salida v_o para cada uno de los circuitos mostrados.

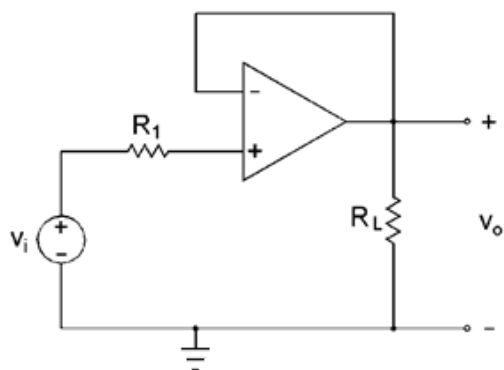


FIGURA 3.1. Seguidor de voltaje

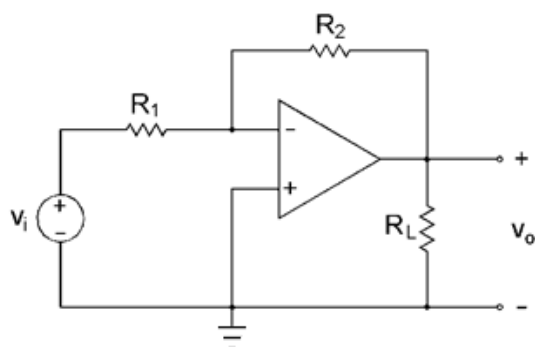


FIGURA 3.2. Amplificador inversor

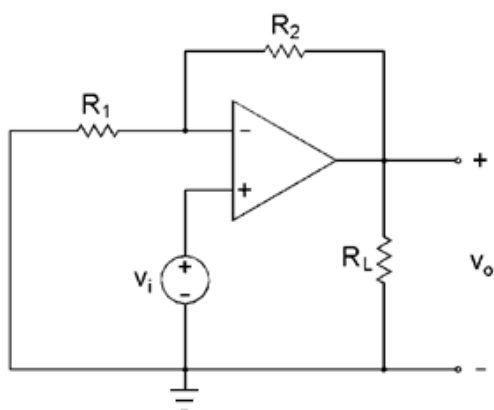


FIGURA 3.3. Amplificador no inversor

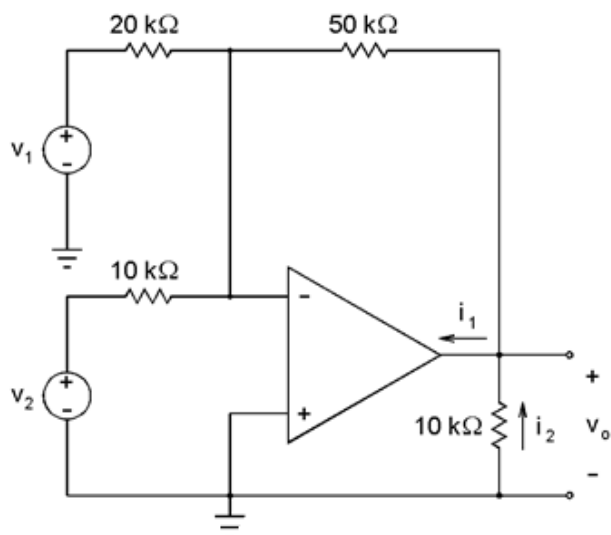


FIGURA 3.4. Sumador inversor

Problema 4

Determine los valores de los voltajes v_1 , $v_3(t)$ y $v_o(t)$ del circuito mostrado en la figura 4, en función del voltaje $v_2(t)$.

Considere que los amplificadores operacionales son ideales.

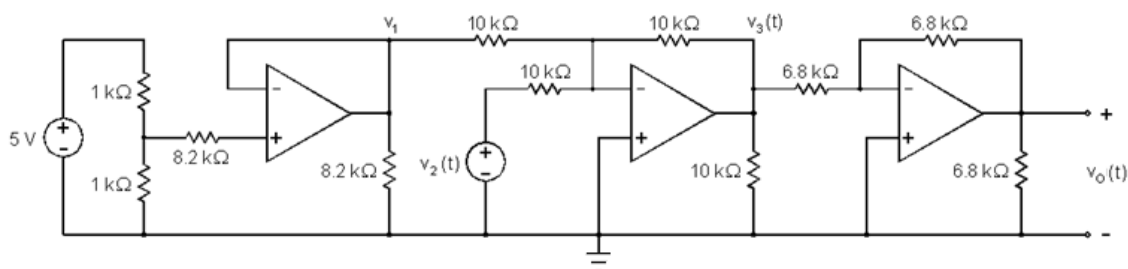


FIGURA 4. Circuito con tres amplificadores operacionales

Problema 5

Encuentre el voltaje en cada nodo y la corriente en cada rama para el circuito de la figura 5.

Considere que el amplificador operacional es ideal.

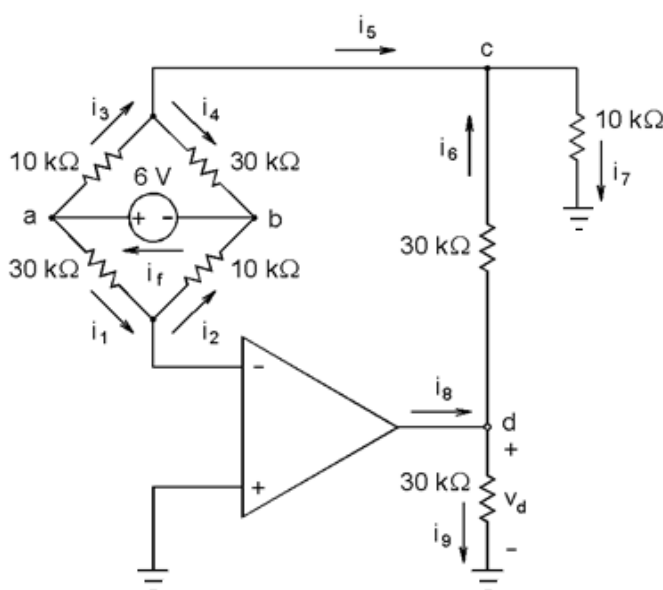


FIGURA 5. Amplificador operacional con puente resistivo

Problema 6

Determine los valores de todos los voltajes de nodo del circuito mostrado en la figura 6.

Considere que los amplificadores operacionales son ideales.

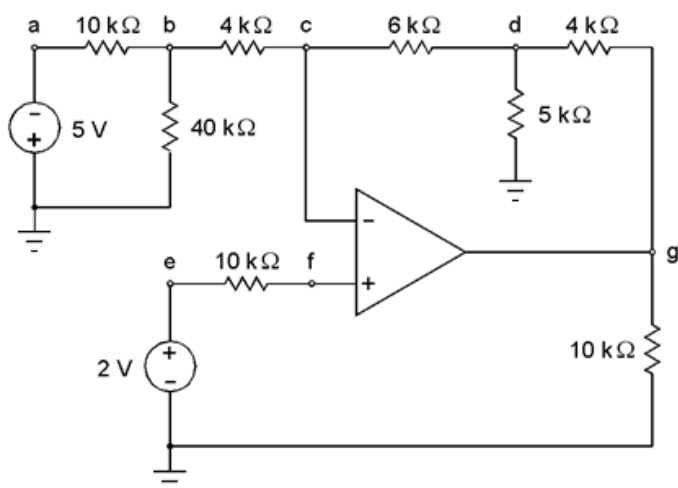


FIGURA 6. Circuito resistivo con amplificador operacional

Problema 7

Determine el voltaje de salida $v_o(t)$, en función de los voltajes v_a y v_b del circuito mostrado en la figura 7.

Considere que los amplificadores operacionales son ideales.

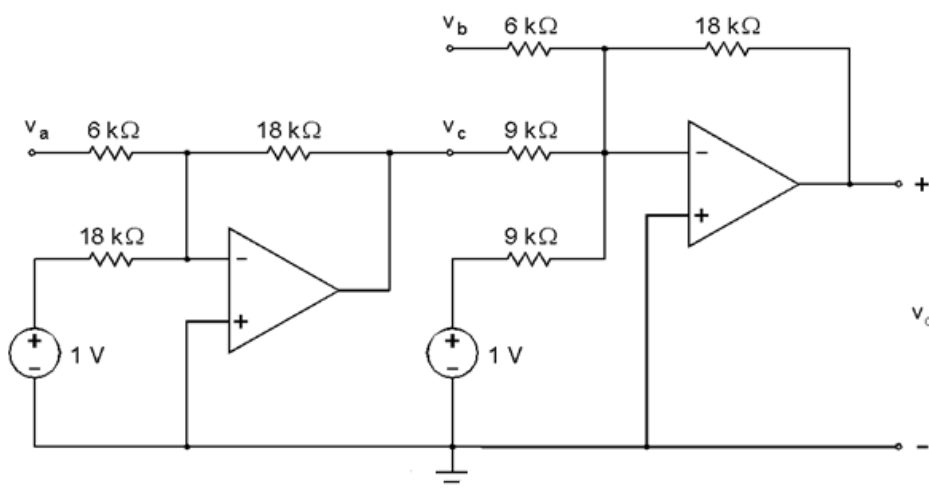


FIGURA 7. Circuito con dos amplificadores operacionales

Problema 8

Determine los valores de los voltajes v_1 , $v_3(t)$ y $v_0(t)$ del circuito mostrado en la figura 8, en función del voltaje $v_2(t)$.

Considere que los amplificadores operacionales son ideales.

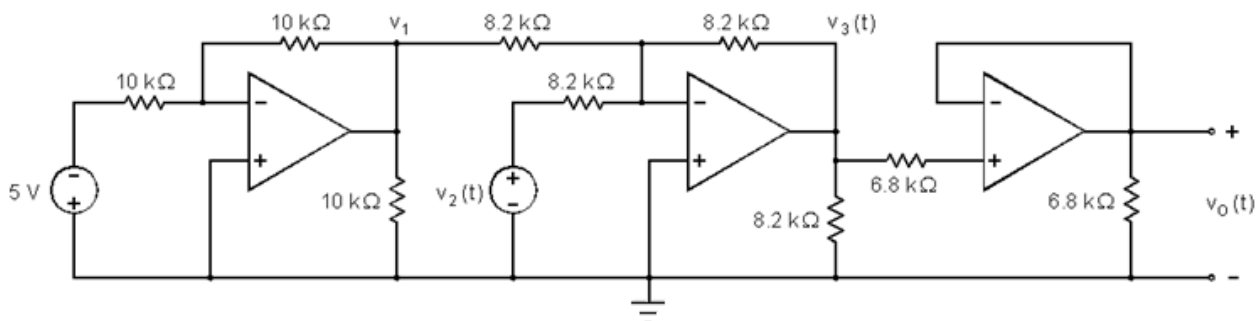


FIGURA 8. Segundo circuito con tres amplificadores operacionales

Problema 9

Obtenga v_0 e i_0 para el circuito de la figura 9.

Suponga que los amplificadores operacionales son ideales.

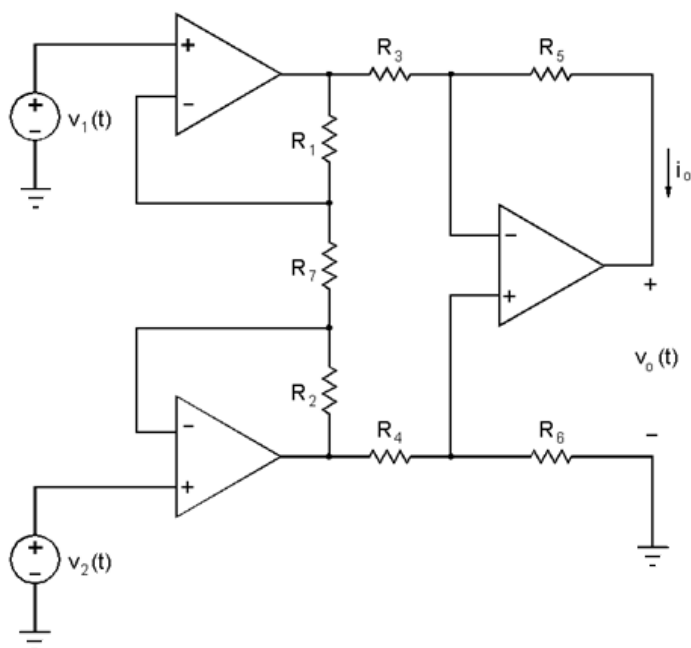


FIGURA 9. Circuito resistivo con tres amplificadores operacionales

Serie de ejercicios 6

Circuitos RC

Objetivo: El alumnado analizará el modelo matemático de circuitos RC en estado transitorio para obtener e interpretar su solución, y establecer los parámetros para obtener una respuesta dada.

Problema 1

Obtenga la respuesta completa del voltaje en el condensador, $v_C(t)$, a partir del instante en el que se conectó la fuente al circuito mostrado en la figura 1. Considere que el condensador estaba originalmente descargado.

Alambre el circuito en *Proteus ISIS* y verifique su funcionamiento cambiando la fuente de 12 V por una fuente de voltaje de pulsos (*VPULSE*) con un valor inicial de 0 V, un valor de pulso de 12 V, un tiempo de retraso de 0 s, un tiempo de levantamiento de 1 μ s, un tiempo de caída de 1 μ s, un ancho de pulso de 2.5 ms y un periodo de 5 ms.

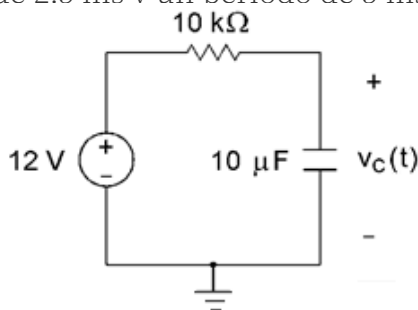


FIGURA 1. Circuito RC de una malla

Problema 2

Calcule la respuesta completa de $v_C(t)$ del circuito RC mostrado en la figura 2. Considere que antes de que cierre el interruptor en $t=0$ s, el circuito está en estado permanente.

Sugerencia: obtenga el equivalente de Thévenin entre las terminales a–b, tanto antes como después de cerrar el interruptor.

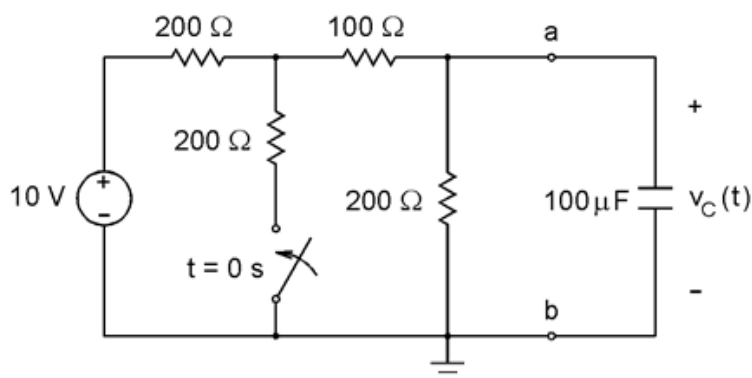


FIGURA 2. Circuito RC con interruptor

Problema 3

Obtenga la respuesta completa del voltaje del condensador $v_C(t)$ para el circuito RC que se muestra en la figura 3.

Considere que antes de que abra el interruptor en $t=0s$, el circuito está en estado permanente.

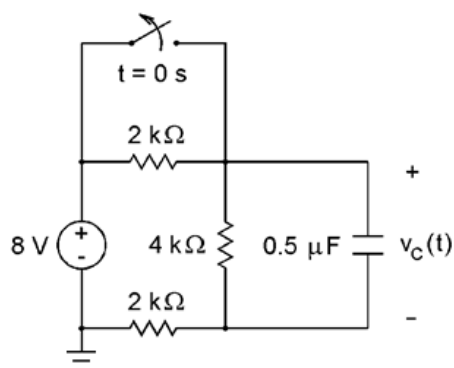


FIGURA 3. Circuito RC de dos mallas con interruptor

Problema 4

Determine $v_C(t)$ para $t > 0$ en el circuito de la figura 4, cuando $v_1 = 0V$ para $t < 0$ y $v_1 = 8V$ para $t \geq 0$.

Suponga que el circuito está en estado permanente en $t=0^-$.

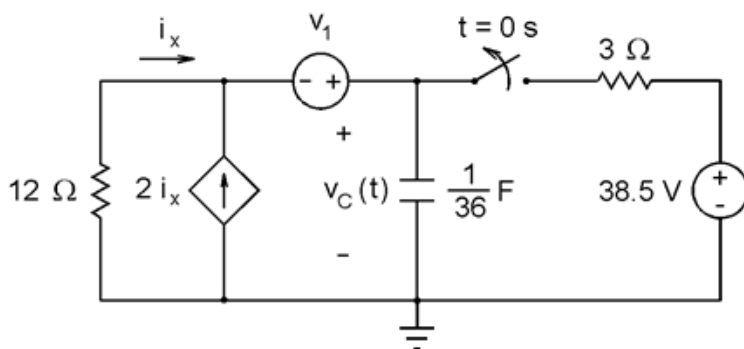


FIGURA 4. Circuito RC con una fuente de corriente controlada por corriente

Problema 5

El interruptor del circuito que se muestra en la figura 5 se cierra en $t=0$ s, cuando el condensador se encuentra descargado.

Si $R_2=1\text{ k}\Omega$ y $V=10\text{ V}$, y además la expresión que proporciona el voltaje del condensador para $t\geq 0$ está dada por $v_C(t)=5(1-e^{-90.91t})$, donde $v_C(t)$ está en voltios y t en segundos, determine:

- el valor de las resistencias R_1 y R_3 ;
- el valor de la capacitancia C ;
- con los resultados numéricos obtenidos, realice la simulación con *Proteus ISIS* a fin de verificar la validez de la expresión matemática proporcionada para v_C .

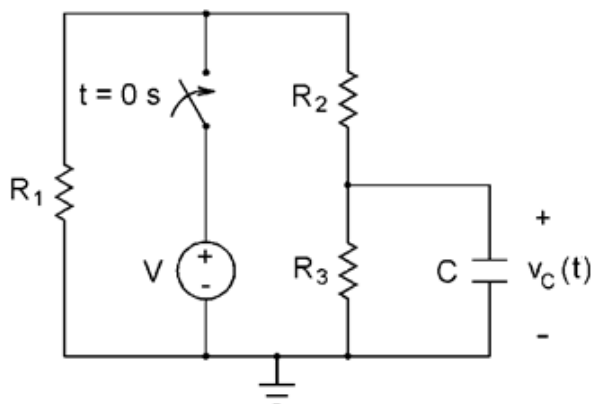


FIGURA 5. Circuito RC con interruptor

Problema 6

A partir del circuito de la figura 6.1, se obtuvo la gráfica del voltaje de salida $v_c(t)$ que se muestra en la figura 6.2.

Obtenga el equivalente de Thévenin en los extremos del condensador y determine la ecuación diferencial que modela al circuito.

Calcule los valores de R_1 , R_2 y R_3 si la capacitancia del condensador es de $0.1 \mu F$.

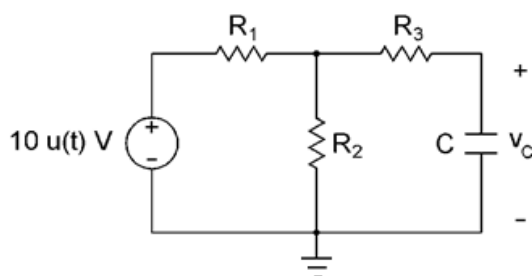


FIGURA 6.1. Circuito RC de dos mallas

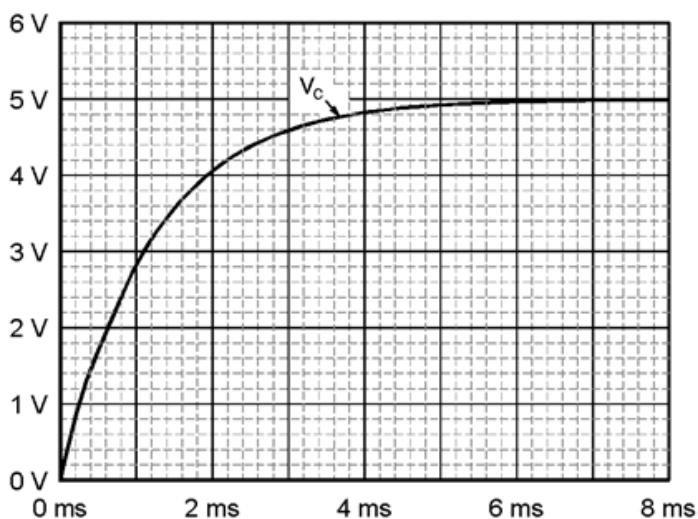


FIGURA 6.2. Gráfica del voltaje de salida v_c vs. t

Problema 7

En el circuito de la figura 7.1 se realizó una simulación con *Proteus ISIS* y se obtuvieron las gráficas de los voltajes v_b y v_{ab} , tal como se muestran en la figura 7.2.

Las características del pulso que genera la fuente V son las siguientes:

Inicial Value=0, *Pulse Value*=10, *Delay Time*=0, *Rise Time*= $2\mu s$, *Fall Time*= $2\mu s$; *Pulse Width*=1s, *Period*=2s, y el condensador tiene una capacitancia de $100\mu F$

- Obtenga el equivalente de Thévenin en los extremos del condensador, así como la ecuación diferencial que determina su voltaje.
- Calcule la constante de tiempo del circuito a partir de la gráfica.
- Determine los valores de R y R_c .
- Realice la simulación con el fin de verificar la validez de las gráficas.

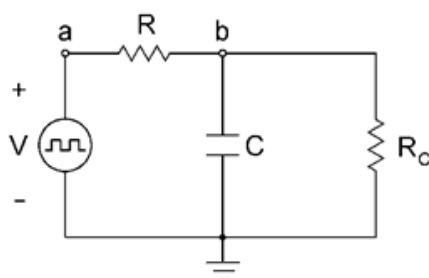


FIGURA 7.1. Circuito RC de dos mallas

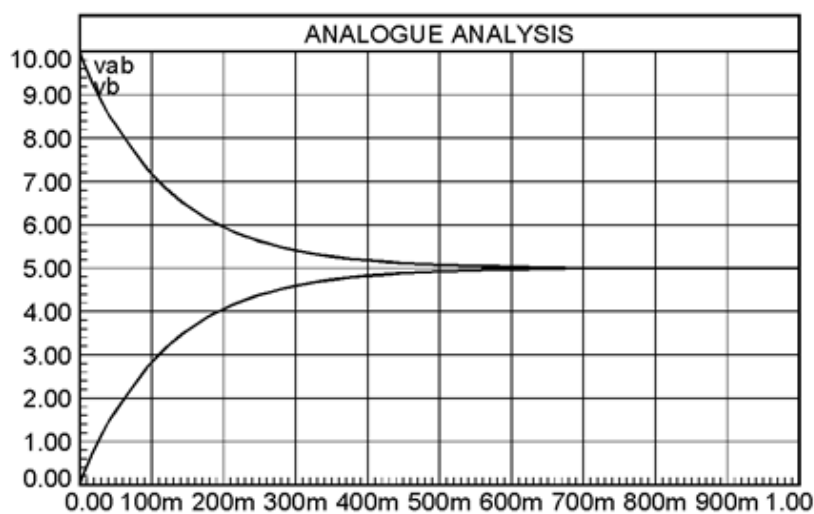


FIGURA 7.2. Gráficas de los voltajes v_b y v_{ab} vs. t

Problema 8

Determine la energía almacenada en el condensador como una función del tiempo, considerando que tiene una carga inicial nula; asimismo, obtenga la potencia disipada en el resistor de 18Ω con base en el circuito mostrado en la figura 8.

Recuerde que la potencia se define como la variación de la energía con respecto al tiempo.

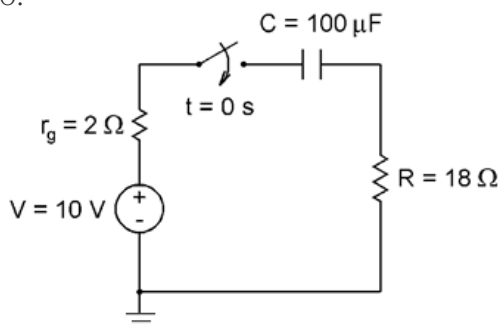


FIGURA 8. Circuito RC con interruptor

Problema 9

El circuito de carga de las celdas fotovoltaicas para almacenar energía en un satélite espacial está representado en la figura 9.

Si la fuente de voltaje independiente de dicho circuito es sinusoidal, su representación matemática es $v_f(t) = 10 \sin(20t) \text{ V}$ y el voltaje inicial del condensador es $v_C(0) = 0$; obtenga $v_C(t)$ para $t > 0$.

Con base en la solución anterior, determine el ángulo de desfase entre el voltaje del condensador, $v_C(t)$, y el voltaje de la fuente independiente, $v_f(t)$.

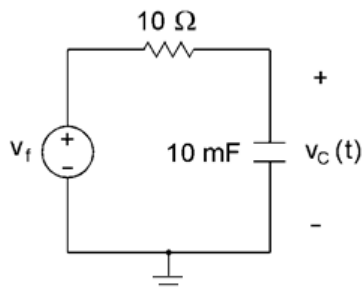


FIGURA 9. Circuito de carga de las celdas fotovoltaicas de un satélite espacial

Problema 10

Para construir un voltímetro digital se requiere diseñar un integrador, como el que se muestra en la figura 10.1, que sea capaz de generar la señal de salida representada en la figura 10.2.

Determine el valor de la resistencia R que se requiere para lograr dicho voltaje de salida.

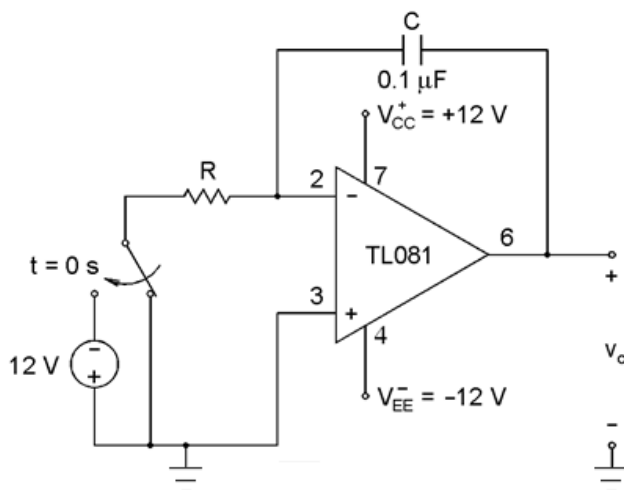


FIGURA 10.1. Circuito integrador

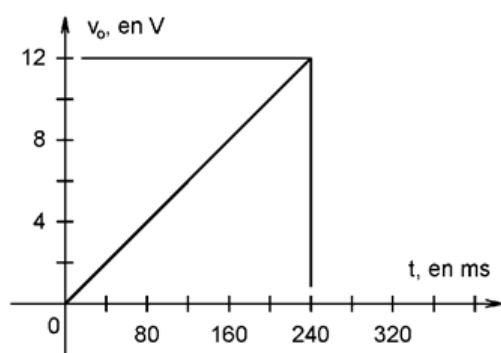


FIGURA 10.2. Gráfica del voltaje de salida, v_o , vs. t , del integrador

Problema 11

Los elementos que componen al circuito, que se muestra en la figura 11, tienen los siguientes valores: $R_1 = 1.8\text{ k}\Omega$, $R_2 = 2.2\text{ k}\Omega$, $R_3 = 1\text{ k}\Omega$, $C = 220\text{ }\mu\text{F}$ y $V = 10\text{ V}$; el condensador se encuentra descargado en $t = 0\text{ s}$.

Si el interruptor permanece cerrado en el intervalo $0 \leq t \leq 0.5 \text{ s}$, y justo en $t = 0.5 \text{ s}$ se abre, obtenga:

- a) el conjunto de ecuaciones que determinan el voltaje del condensador durante los intervalos $0 \leq t \leq 0.5 \text{ s}$ y $0.5 \leq t \leq 3.0 \text{ s}$;
- b) los tiempos para los cuales el voltaje en el condensador es $v_C = 5 \text{ V}$, a partir de las ecuaciones planteadas;
- c) cuánto vale la intensidad de corriente en el resistor R_1 en los tiempos determinados en el inciso anterior;
- d) las gráficas de la intensidad de corriente y el voltaje en el condensador por medio de su simulación con *Proteus ISIS*.

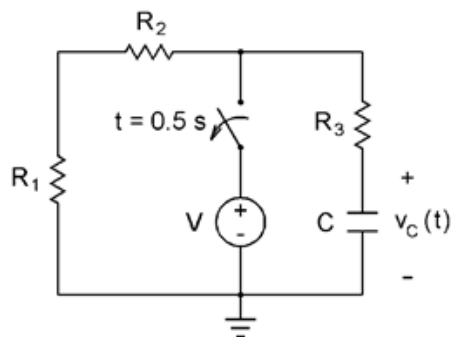


FIGURA 11. Circuito RC con tres resistores

Serie de ejercicios 7

Circuitos RL

Objetivo: El alumnado obtendrá y analizará el modelo de circuitos en estado transitorio con objeto de interpretar su solución y determinar los parámetros para una respuesta deseada.

Problema 1

Obtenga la respuesta completa de $v_o(t)$ del circuito RL mostrado en la figura 1.

Considere que antes de que abra el interruptor en $t=0$, el circuito está en estado permanente.

Sugerencia: obtenga el equivalente de Thévenin entre las terminales a–b, tanto antes como después de abrir el interruptor.

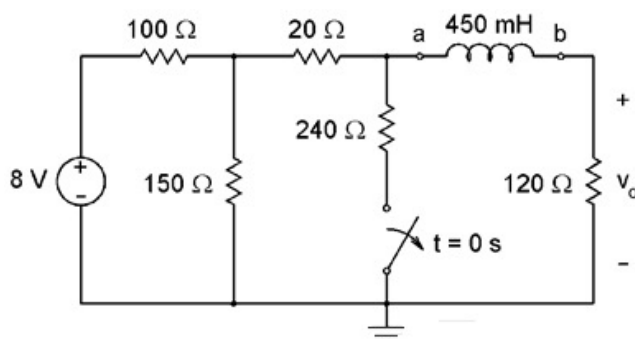


FIGURA 1. Circuito RL con interruptor

Problema 2

Calcule la respuesta completa de la intensidad de corriente del inductor $i_L(t)$ para el circuito RL que se muestra en la figura 2. Considere que antes de que cierre el interruptor en $t=0$ s, el circuito está en estado permanente.

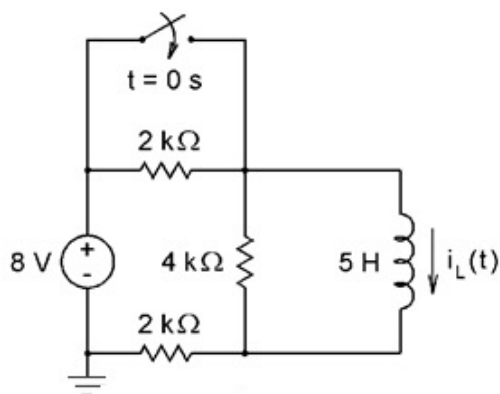


FIGURA 2. Circuito RL de dos mallas con interruptor

Problema 3

Determine la intensidad de corriente que circula por el inductor antes de que el interruptor se abra, considerando que ya ha alcanzado su estado permanente, para el circuito que se muestra en la figura 3. Posteriormente, obtenga el voltaje del inductor para $t > 0$ s en función del tiempo.

Sugerencia: determine el equivalente de Thévenin entre las terminales a y b del circuito sin considerar el inductor, después de que el interruptor se ha abierto, y analice la malla formada por la fuente de voltaje (de Thévenin), la resistencia de Thévenin y el inductor.

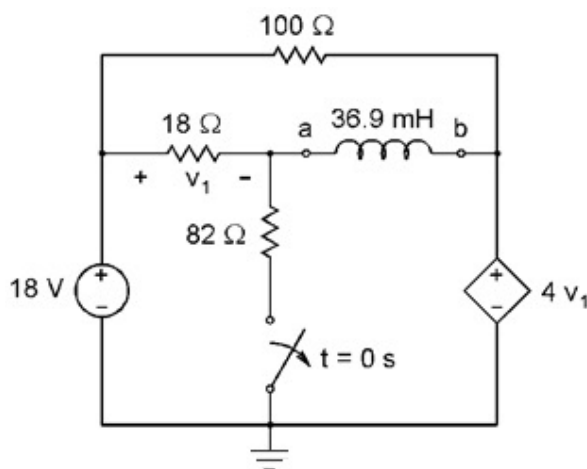


FIGURA 3. Circuito RL de tres mallas con interruptor

Problema 4

Establezca $v(t)$ para $t > 0$ en el circuito de la figura 4, cuando $i_f = 6e^{-2t} u(t)$ A.

Suponga que el circuito está en estado sinusoidal permanente en $t = 0^-$.

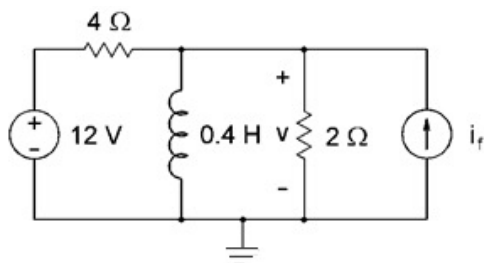


FIGURA 4. Circuito RL con fuentes independientes de voltaje y de corriente

Problema 5

Determine $v_L(t)$ para $t > 0$ en el circuito de la figura 5, cuando $i_L(0) = 0$ A.

La fuente independiente de voltaje genera una señal sinusoidal

$$v_f = 7.5 \sin(375t) u(t).$$

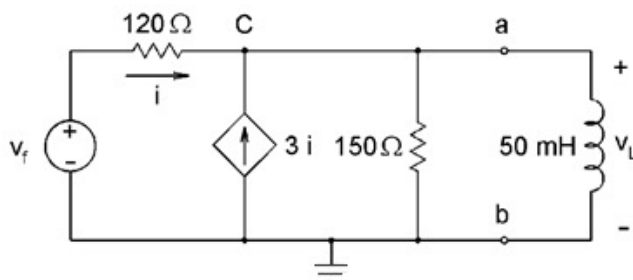


FIGURA 5. Circuito RL con fuente de corriente dependiente

Problema 6

En el circuito que se muestra en la figura 6.1, el interruptor permanece conectado durante el intervalo $0 < t < 200 \mu\text{s}$, y justo en $t = 200 \mu\text{s}$ se desconecta.

El comportamiento del voltaje en el punto b durante este intervalo tiene la forma de onda que se indica en la figura 6.2.

Con la información proporcionada, determine:

- Los valores de R_1 y R_2 .
- Realice la simulación en computadora en el intervalo $0 < t < 600 \mu\text{s}$, y obtenga la forma de onda del voltaje en el punto b con el fin de verificar los resultados numéricos de las resistencias obtenidas, así como también la gráfica que determina el comportamiento de la energía almacenada en el inductor.

Considere que en $t=0$ la intensidad de corriente en el inductor es nula.

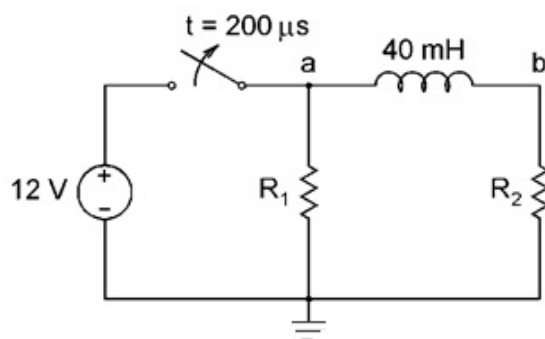


FIGURA 6.1. Circuito con un inductor y dos resistores

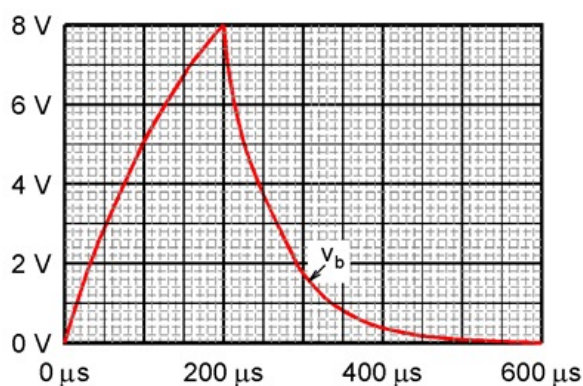


FIGURA 6.2. Gráfica del voltaje v_b vs. t

Problema 7

En el circuito RL que se muestra en la figura 7, se tiene que en el instante $t=0$ el voltaje v_R en el resistor de 10Ω vale 5V si la inductancia es de 40mH .

Obtenga los modelos, tanto matemáticos como gráficos, correspondientes al:

- a) voltaje en la resistencia;
- b) voltaje en el inductor.

Asimismo, determine el instante en el cual el inductor tiene almacenado en su campo magnético una potencia de 1 W.

Verifique que la suma de los modelos matemáticos obtenidos en los incisos a) y b) cumplan con la ley de voltajes de Kirchhoff, es decir, $v_R(t) + v_L(t) = 0$.

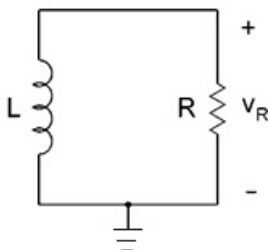


FIGURA 7. Circuito RL de una malla

Problema 8

En el circuito que se muestra en la figura 8.1, la intensidad de corriente en el inductor es nula en $t=0$.

Si la fuente de voltaje $v(t) = Vu(t)$, donde V es una constante y $u(t)$ es un escalón unitario, verifique que el modelo matemático que determina el comportamiento eléctrico del circuito está dado por la ecuación diferencial:

$$\frac{di_L}{dt} + \frac{R_{eq}}{L} i_L = \frac{V}{L}, \quad \text{para } t \geq 0$$

$$R_{eq} = r_g + r_L + R$$

y la solución correspondiente a la intensidad de corriente en el circuito y al voltaje en las terminales a y b :

$$i_L(t) = \frac{V}{R_{eq}} \left(1 - e^{-\frac{R_{eq}}{L}t} \right)$$

$$v_{ab}(t) = V \left[e^{-\frac{R_{eq}}{L}t} \left(1 - \frac{r_L}{R_{eq}} \right) + \frac{r_L}{R_{eq}} \right]$$

Si los valores de los parámetros son $V=2$ V, $r_g=30$ Ω y $r_L=50$ Ω , y la gráfica del voltaje del resistor v_R en el intervalo $0 < t < 1.2$ ms es el que se muestra en la figura 8.2, determine los valores aproximados de R y L .

Verifique la validez de la gráfica del voltaje del resistor v_R mediante una simulación por computadora.

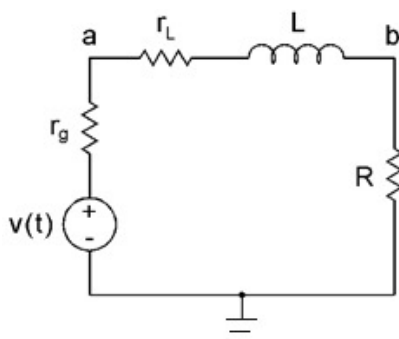


FIGURA 8.1. Circuito RL con tres resistores

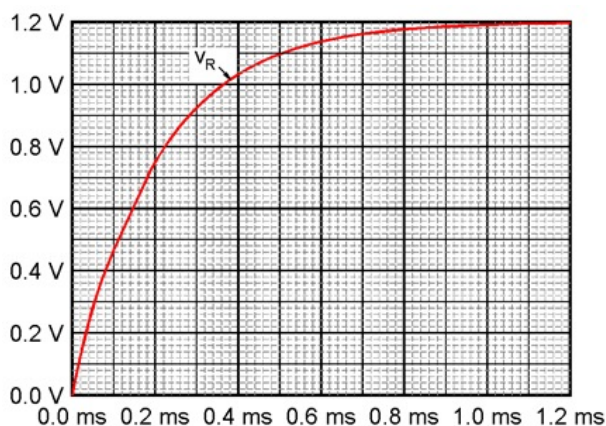


FIGURA 8.2. Gráficas del voltaje v_R vs. t

Problema 9

En el circuito que se muestra en la figura 9.1, la intensidad de corriente en el inductor es nula en $t=0$. El interruptor que se encuentra a la derecha de R_1 está cerrado en el intervalo $0 < t < 4$ ms, y exactamente en $t=4$ se abre instantáneamente.

Si la señal de la fuente de voltaje $v(t)$ tiene la forma que se muestra en la figura 9.2, determine, mediante simulación por computadora, el comportamiento del voltaje v_2 en función del tiempo para el intervalo $0 < t < 10$ ms.

Verifique que su modelo matemático es:

$$v_2(t) = 10(1 - e^{-250t}), \quad \text{para } 0 < t < 4 \text{ ms}$$

$$v_2(t) = -7.357(1 - e^{-2-500t}), \quad \text{para } t \geq 4 \text{ ms}$$

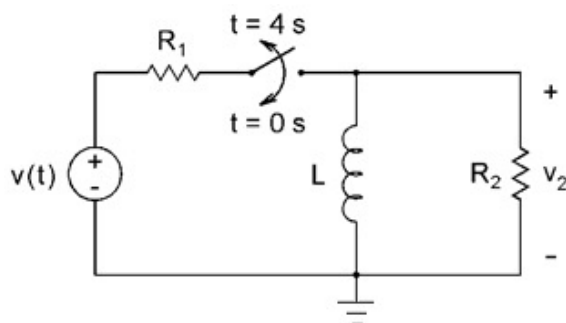


FIGURA 9.1. Circuito RC con interruptor

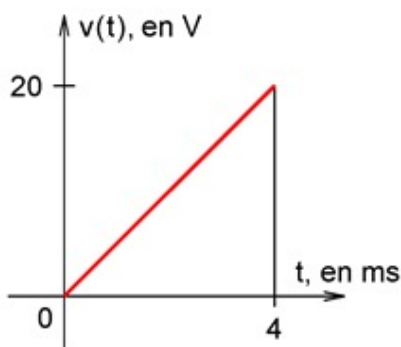


FIGURA 9.2. Gráfica del voltaje $v(t)$ vs. t

Problema 10

En el circuito RL que se muestra en la figura 10, se tiene que en $t=0$, la intensidad de corriente en el inductor vale cero y la fuente que alimenta al circuito está dada por la función escalón $v(t)=12u(t)$.

En el circuito se tienen dos interruptores, de tal suerte que el primero se encuentra cerrado en el intervalo $0 < t < 1.5 \text{ ms}$ y se abre instantáneamente en $t=1.5 \text{ ms}$, mientras que el segundo permanece abierto durante el intervalo y se cierra instantáneamente en $t=1.5 \text{ ms}$.

Bajo estas condiciones, determine:

- los modelos matemáticos correspondientes a los voltajes en los puntos a y b , es decir, V_a y V_b , así como sus gráficas correspondientes en el intervalo $0 < t < 3 \text{ ms}$;
- la simulación mediante computadora que verifica la validez de los resultados del inciso anterior.

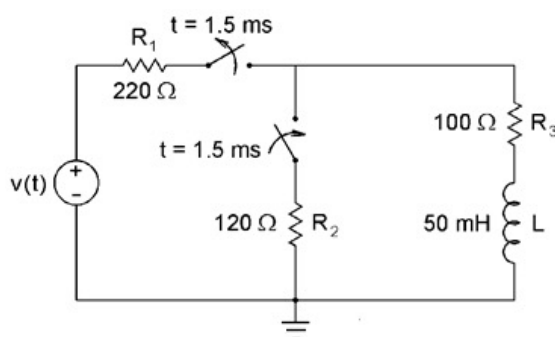


FIGURA 10. Circuito RL con dos interruptores

Problema 11

En la figura 11 se muestra el diagrama de un medidor de la inductancia L , que consta de un circuito RL, un divisor de voltaje, un comparador, un generador de pulsos de 1 kHz, una compuerta AND, un contador, un control de despliegue y un despliegue de siete segmentos con dos dígitos decimales.

Este dispositivo funciona de la siguiente manera:

- 1) Inicialmente cuando el interruptor está en la posición derecha, el circuito RL está polarizado con 0V, por lo que la intensidad de corriente en el inductor es $i_L(0)=0$ A.
- 2) Al cambiar el interruptor en $t=0$ s, empieza a crecer la caída de voltaje en el resistor R .
- 3) Como el voltaje v_R está conectado a la terminal inversora del comparador, mientras este sea menor que el voltaje de umbral v_u del divisor de voltaje, a la salida del comparador se tendrá un voltaje $v_o=5$ V.
- 4) Mientras el voltaje v_o sea de 5V, la compuerta *AND* dejará pasar la señal del generador de pulsos, por lo que el contador los estará cuantificando.
- 5) En el momento que el voltaje v_R del circuito RL sea mayor que el voltaje de umbral v_u , la salida del comparador se hará $v_o=0$ V, lo que causará que la compuerta *AND* ya no deje pasar los pulsos del generador, la cuenta del contador se detiene y el control de despliegue habilitará al despliegue de siete segmentos, el cual mostrará la cuenta que alcanzó y que se desea que sea igual a la inductancia del inductor mencionado en mH.

Determine los valores del voltaje de umbral v_u y las resistencias R_1 y R_2 del divisor, así como la resistencia R del circuito RL , lo cual haga posible medir una inductancia L de 0 a 99 mH, con base en el principio de funcionamiento en el que se basa este dispositivo, que en realidad mide directamente la constante de tiempo τ .

Verifique que para los valores de R_1 , R_2 , R y v_u , determinados en el inciso anterior, si el inductor tiene una inductancia $L=75$ mH efectivamente, v_R alcanza el valor del voltaje en v_u en 75 ms.

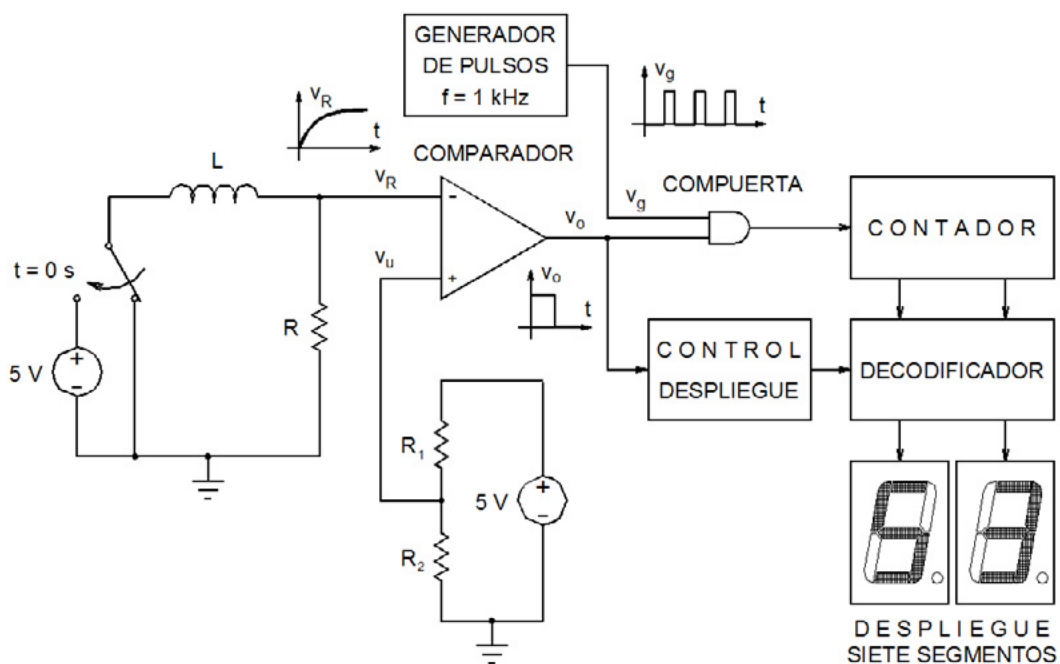


FIGURA 11. Diagrama esquemático de un medidor de inductancia

Serie de ejercicios 8

Circuitos RLC

Objetivo: El alumnado discutirá señales de tiempo continuo que se emplean en análisis de circuitos eléctricos; además, obtendrá y analizará el modelo matemático de circuitos *RLC* en estado transitorio para interpretar su solución y establecer los parámetros para obtener una respuesta dada.

Problema 1

Para el circuito de la figura 1, determine la intensidad de corriente y el voltaje de cada uno de los elementos pasivos en $t=0^-$ y $t \rightarrow \infty$. La intensidad de corriente de la fuente i_f es $i_f=0$ para $t<0$ e $i_f=4$ A para $t \geq 0$.

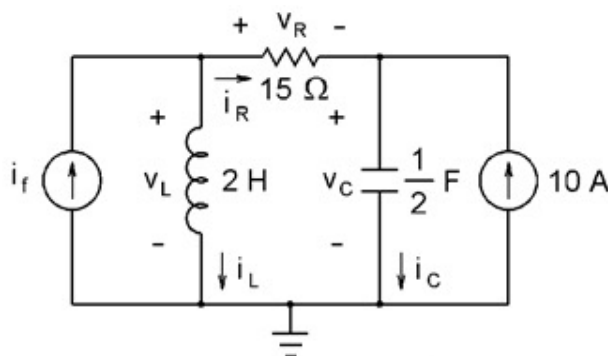


FIGURA 1. Circuito con un inductor, un condensador, un resistor y dos fuentes de corriente independiente

Problema 2

En la figura 2 se muestra un circuito de alimentación para un láser. Es necesario que $v_C(0)=7.4$ V e $i_L(0)=3.7$ A. Determine la resistencia R necesaria. Suponga que el interruptor ha estado mucho tiempo cerrado antes de abrirlo cuando $t=0$.

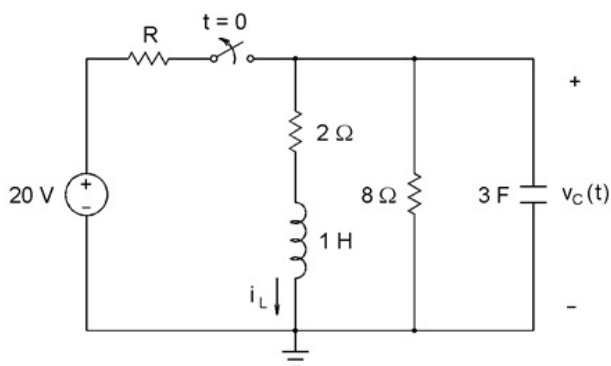


FIGURA 2. Circuito de alimentación para un láser

Problema 3

Para el circuito RLC en serie de la figura 3, determine la ecuación diferencial que especifica su comportamiento eléctrico, considerando como variable dependiente al voltaje del condensador, $v_C(t)$, y establezca las condiciones bajo las cuales el circuito se debe comportar como: a) un sistema subamortiguado, b) críticamente amortiguado, c) sobreamortiguado.

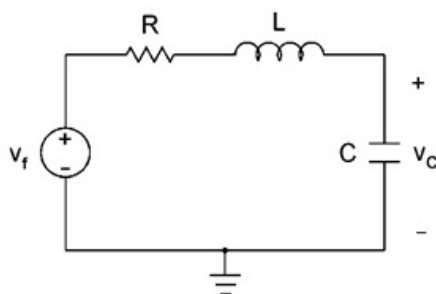


FIGURA 3. Circuito RLC en serie

Problema 4

Determine el valor de la resistencia, R , tal que el circuito RLC mostrado en la figura 4 se comporte como un sistema críticamente amortiguado, realizando su simulación con *Proteus ISIS*.

Asimismo, verifique para qué rango de valores de R el circuito se comporta como sistema subamortiguado y para qué rango como sistema sobreamortiguado.

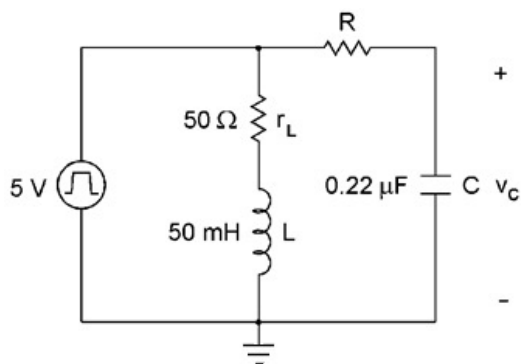


FIGURA 4. Circuito RLC de dos mallas

Problema 5

Obtenga $v_c(t)$ para $t > 0$ en el circuito RLC de la figura 5.

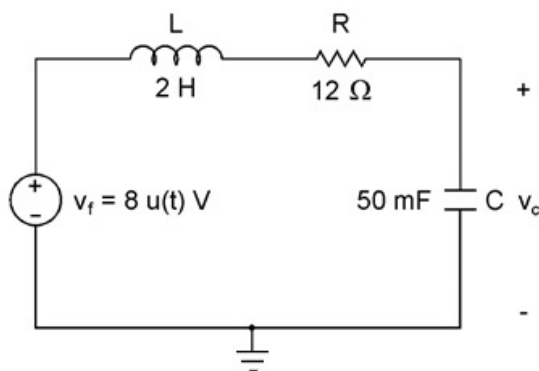


FIGURA 5. Circuito eléctrico de segundo orden

Problema 6

La ecuación diferencial que modela el comportamiento eléctrico del circuito RLC mostrado en la figura 6.1 es:

$$\frac{d^2 v_o}{dt^2} + 2\xi\omega_0 \frac{dv_o}{dt} + \omega_0^2 v_o = \omega_0^2 V_1$$

- Verifique que para este circuito $2\xi\omega_0 = \frac{R+r_L+r_g}{L}$ y $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$.
- Determine el valor de R para que el sistema sea críticamente amortiguado.

- c) Determine el valor R tal que la gráfica de v_o vs. t sea la que se obtuvo con *Proteus ISIS* y que se muestra en la figura 6.2, en la cual $t_1=0.3004$ ms, $t_2=0.7696$ ms, $t_3=1.2388$ ms y $t_4=1.7081$ ms

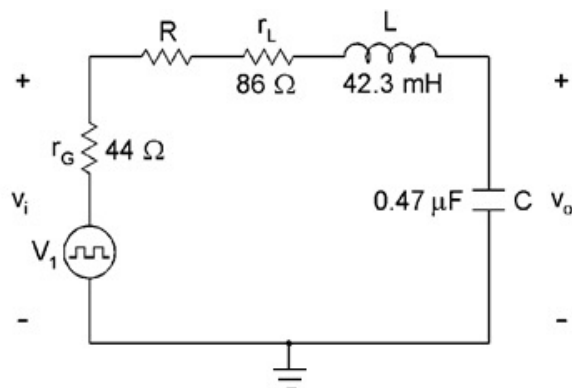


FIGURA 6.1. Circuito RLC de una malla

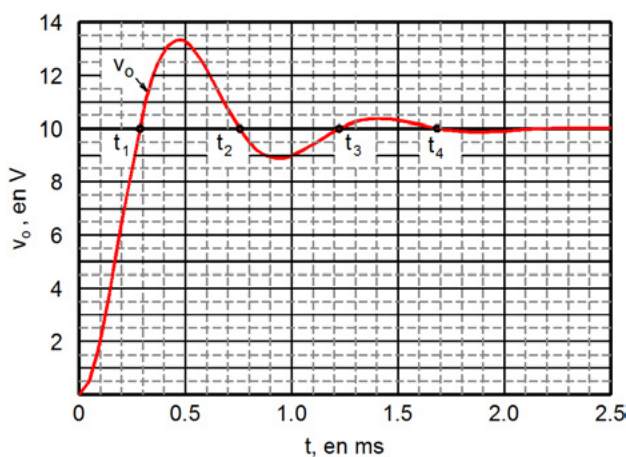


FIGURA 6.2. Gráfica de v_o vs. t obtenida con *Proteus ISIS*

Problema 7

Demuestre que la ecuación diferencial que modela el comportamiento eléctrico del circuito de la figura 7 es:

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{L + R_1 R_2 C}{R_1 L C} \frac{dv_C}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 L C} v_C = \frac{5 R_2}{R_1 L C}$$

y obtenga $v_C(t)$ para $t > 0$, si se sabe que: $v_C(0) = 2$ V, $i_C(0) = 0$ A y $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 12.5 \Omega$, $C = 100 \mu F$ y $L = 62.5$ mH.

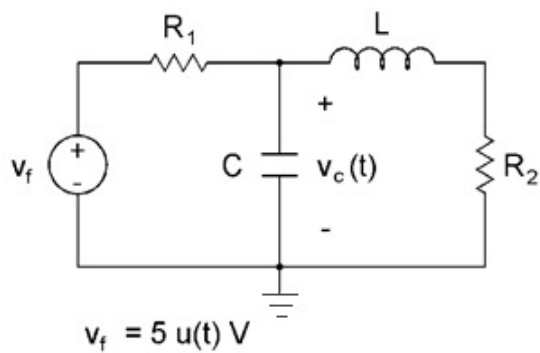


FIGURA 7. Circuito eléctrico de segundo orden

Problema 8

Para el circuito de la figura 8, a partir de la obtención del modelo matemático que caracteriza su comportamiento eléctrico, verifique que las condiciones que deben cumplir las relaciones de sus parámetros para que la respuesta de dicho circuito sea:

- a) subamortiguada, si $R > \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$,
- b) críticamente amortiguada, si $R = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$, y
- c) sobreamortiguada, si $R < \frac{1}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

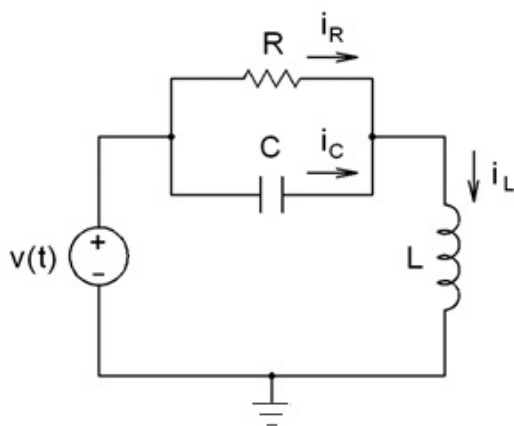


FIGURA 8. Circuito RLC de dos mallas

Problema 9

Determine $v_c(t)$ para $t > 0$ en el circuito de la figura 9. Suponga que está en estado permanente en $t = 0^-$.

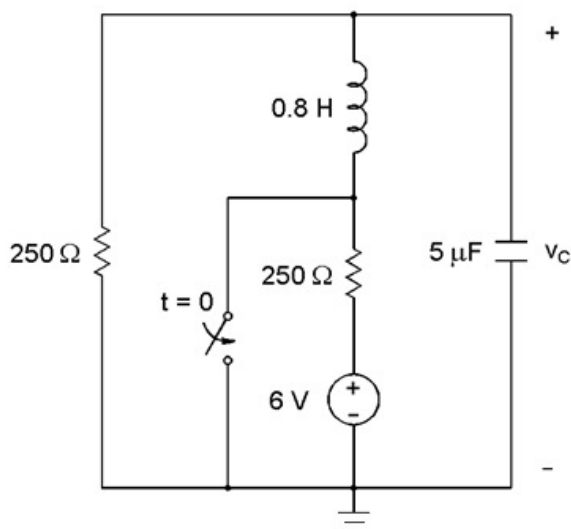


FIGURA 9. Circuito RLC con interruptor

Problema 10

Para el circuito mostrado en la figura 10, determine la respuesta completa del voltaje del condensador, $v_c(t)$, para $t > 0$, si $v_f = 10u(t)$ V.

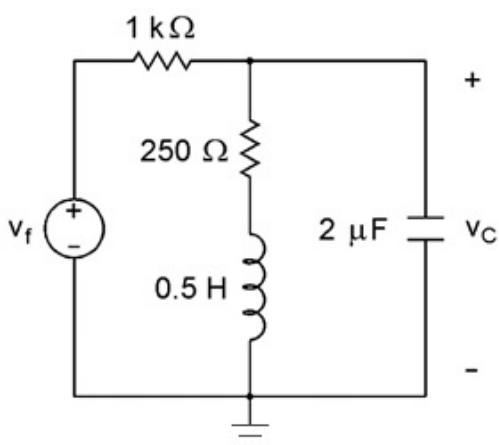


FIGURA 10. Circuito RLC de dos mallas

Problema 11

Para cada uno de los tres circuitos que se muestran en las figuras 11A, 11B y 11C, respectivamente, verifique que las ecuaciones de estado que caracterizan a cada uno, de acuerdo con el orden como aparecen, son:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{C} \\ \frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v(t)}{RC} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{v(t)}{L} \end{bmatrix}$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & \frac{1}{C} \\ -\frac{1}{L} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C \\ i_L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{v(t)}{RC} \\ \frac{v(t)}{L} \end{bmatrix}$$

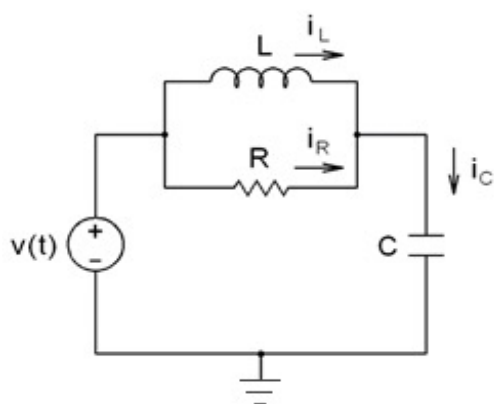


FIGURA 11A. Circuito RLC , L paralelo R

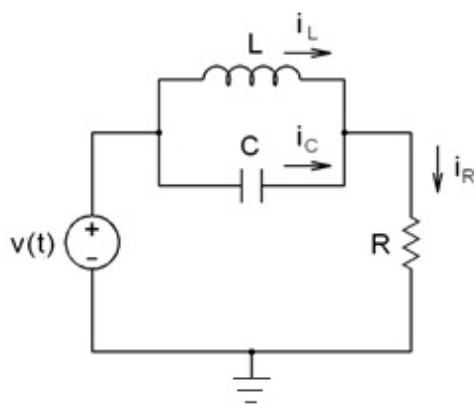


FIGURA 11B. Circuito RLC , L paralelo C

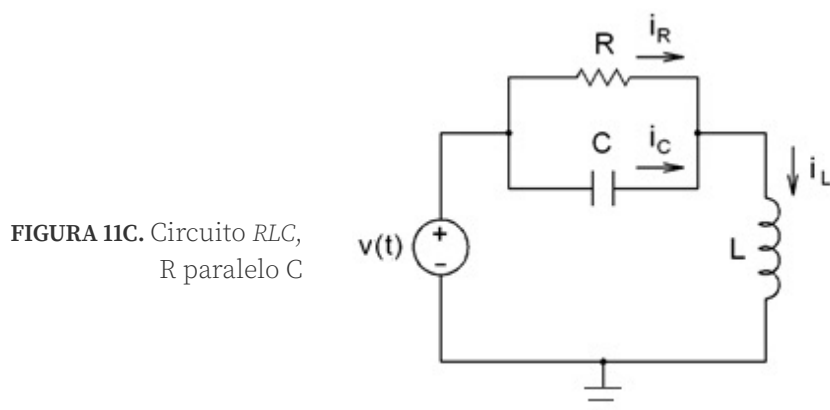


FIGURA 11C. Circuito RLC ,
 R paralelo C

Problema 12

Con base en las tres configuraciones del problema 11:

- ¿Cómo serán las respuestas libres de cada una de ellas? ¿Iguales? ¿Similares? ¿Diferentes? Justifique su respuesta. Recuerde que la respuesta libre de un circuito se debe únicamente a condiciones iniciales en los elementos que almacenan energía, sin considerar las fuentes externas que tiene.
- ¿Cómo serán las respuestas forzadas de cada una de ellas? ¿Iguales? ¿Similares? ¿Diferentes? Justifique su respuesta. Recuerde que la respuesta forzada de un circuito se debe únicamente a las fuentes externas que tiene, después de que los transitorios han desaparecido.

Problema 13

Obtenga el equivalente de Thévenin del circuito, mostrado en la figura 13, entre las terminales a y b .

Con base en el equivalente obtenido, determine la ecuación diferencial que determina el comportamiento de dicho circuito y obtenga la respuesta completa del voltaje $v_o(t)$, considerando que la frecuencia de la fuente es $f=1000$ Hz.

Dibuje la gráfica de $v_o(t)$ para el intervalo $0 \leq t \leq 10$ ms.

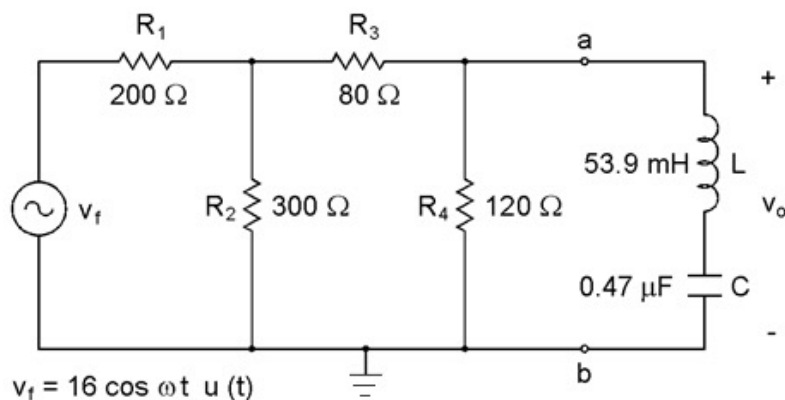


FIGURA 13. Circuito RLC con tres mallas

Problema 14

La figura 14 muestra el circuito del modelo de la fuente de alimentación de una estación espacial experimental.

Determine $v_c(t)$ para $t > 0$ (respuesta completa).

Suponga condiciones de estado permanente en $t = 0^-$. Considere

$$v_f = [10 \cos(t)] u(t) \text{ V.}$$

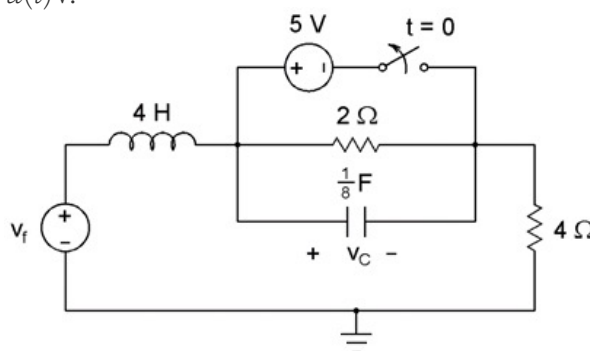


FIGURA 14. Modelo de la fuente de alimentación de una estación espacial experimental

Problema 15

En la figura 15 se muestra un circuito eléctrico con dos inductores, para el cual la magnitud de la fuente de voltaje, v_f , es:

$$v_f = \begin{cases} 5, & t < 0 \\ 10 \cos(30t), & t \geq 0 \end{cases}$$

- a) Demuestre que la ecuación diferencial que determina la corriente del inductor superior para $t > 0$ es:

$$\frac{d^2 i_2}{dt^2} + 70 \frac{di_2}{dt} + 600 i_2 = -600 \sin(30t)$$

- b) Verifique que la respuesta completa del voltaje del resistor de la derecha para $t > 0$ es:

$$v(t) = 0.6 \sin(30t) + 4.2 \cos(30t) - 2.4 e^{-10t} - 1.8 e^{-60t}$$

- c) Obtenga con *Mathematica* la gráfica del voltaje obtenido en el inciso anterior y compruebe con *Proteus ISIS* dicha gráfica.

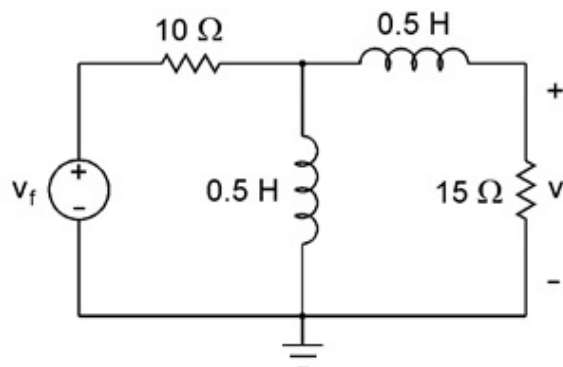


FIGURA 15. Circuito de carga de las celdas fotovoltaicas de un satélite espacial

Problema 16

En el circuito de la figura 16, el interruptor ha estado cerrado durante mucho tiempo.

Si en el momento en el que se abre se considera $t=0$, y se desea que la respuesta del circuito después de esta condición de apertura sea críticamente amortiguada, determine:

- el valor de R_L ;
- con el valor calculado de R_L , determine el voltaje en el condensador y la corriente en el inductor para $t=0$;
- determine la corriente en el inductor para $t=0.04$ segundos.

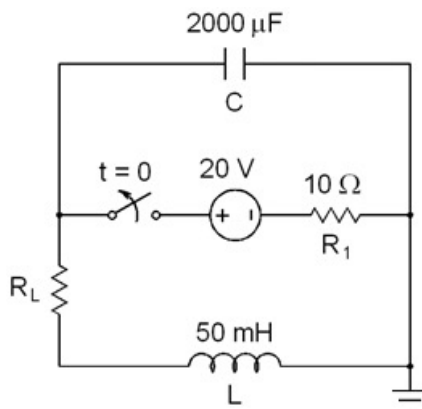


FIGURA 16. Circuito *RLC* de dos mallas

Problema 17

El comportamiento de cierto circuito RCL en serie sin fuentes externas tiene modelos analíticos cuyas gráficas corresponden a las mostradas en la figura 17, que determinan la respuesta libre correspondiente al voltaje en los extremos para cada uno de sus elementos.

Estas gráficas se obtienen cuando el sistema eléctrico se encuentra en un estado críticamente amortiguado.

Si los valores de L y C son 40 mH y $400\text{ }\mu\text{F}$, determine para esta condición:

- el valor de R ;
- las condiciones iniciales para $t=0$ del condensador y del inductor;
- los modelos matemáticos correspondientes a los voltajes en cada uno de los elementos que conforman el circuito;
- los valores máximos absolutos de los voltajes en el resistor y en el inductor.

Verifique, mediante simulación con computadora, que las gráficas proporcionadas corresponden a las soluciones analíticas de los modelos matemáticos obtenidos.

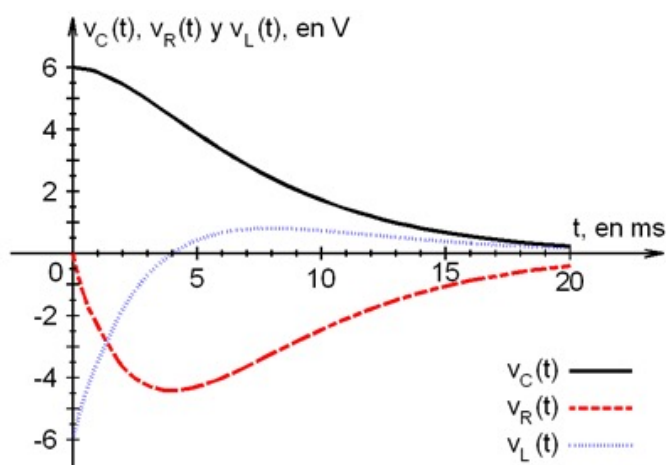


FIGURA 17. Gráfica de $v_C(t)$, $v_R(t)$ y $v_L(t)$ vs. t obtenidas con *Mathematica*

Problema 18

El circuito RCL que se muestra en la figura 18 tiene una fuente que genera un pulso de corriente y cuya ecuación es:

$$i(t) = 0.01[u(t) - u(t - 0.0001)]$$

donde $i(t)$ está en amperios y t en segundos.

Si en $t=0$, las condiciones iniciales de voltaje en el condensador y de corriente en el inductor son nulas; verifique que las ecuaciones de estado del circuito están dadas por:

$$\frac{dv_C}{dt} = -\frac{v_C}{R_2 C} - \frac{i_L}{C} + \frac{i(t)}{C}$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{v_C}{L} - \frac{(R_1 + R_3)i_L}{L} + \frac{R_3 i(t)}{L}$$

donde v_C e i_L son las funciones del tiempo del voltaje en el condensador y de la corriente en el inductor.

Asimismo, obtenga las gráficas de dichas variables de estado en el intervalo de tiempo $0 < t < 0.3$ ms, considerando que $L = 20$ mH, $C = 10$ μ F, $R_1 = 220$ Ω , $R_2 = 470$ Ω y $R_3 = 120$ Ω

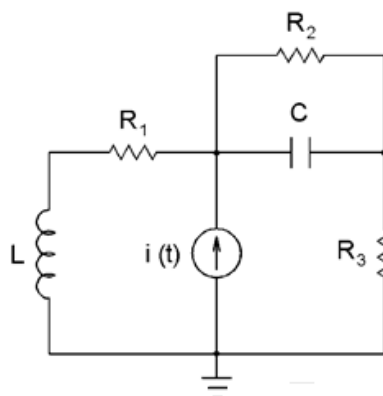


FIGURA 18. Circuito RLC con fuente de corriente independiente

Problema 19

En el circuito de la figura 19, el interruptor ha estado cerrado durante mucho tiempo y posteriormente se abre en $t=0$. Se desea que la respuesta del circuito, después de esta condición de apertura, sea críticamente amortiguada.

Determine:

- el valor de R_L ;
- con el valor calculado de R_L , el voltaje en el condensador y la corriente en el inductor para $t=0$ s;
- la corriente en el inductor para $t=0.04$ s si la ecuación que determina el comportamiento del voltaje del condensador está dada por:

$$v_C(t) = (900t + 6)e^{-100t}$$

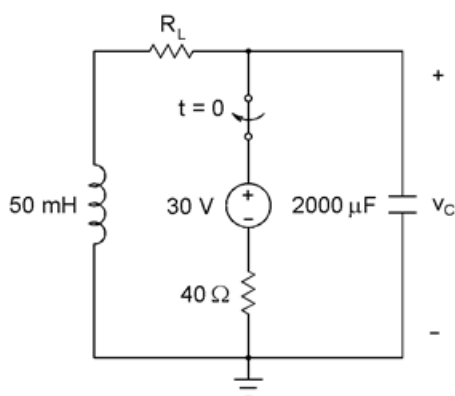


FIGURA 19. Circuito RLC de dos mallas

Problema 20

En el circuito de la figura 20, el interruptor ha estado cerrado durante mucho tiempo y posteriormente se abre en $t=0$.

Determine el valor de R_L tal que la respuesta del circuito, después de esta condición de apertura sea subamortiguada con un valor de $\xi=0.2$.

Con el valor calculado de R_L , obtenga el voltaje en el condensador y la corriente en el inductor para $t=0^-$.

Asimismo, determine la expresión analítica del voltaje del condensador para $t > 0$.

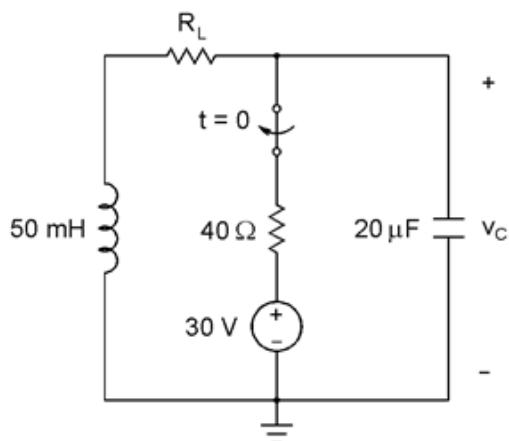


FIGURA 20. Circuito RLC con interruptor

Problema 21

En la figura 21.1 se muestra la gráfica de la respuesta transitoria del circuito RLC , el cual está representado en la figura 21.2.

Obtenga la ecuación diferencial cuya solución corresponde a la representación gráfica transitoria del circuito mencionado y establezca los valores de ξ y de ω_0 en términos de R , L y C .

Con base en las expresiones para:

$$\text{el sobrepaso } Sp = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right), \text{ y el periodo } T = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{1-\xi^2}},$$

obtenga los valores de ξ y de ω_0 , y a partir de ellos, los valores de L y de C , considerando que la resistencia $R = 40\Omega$.

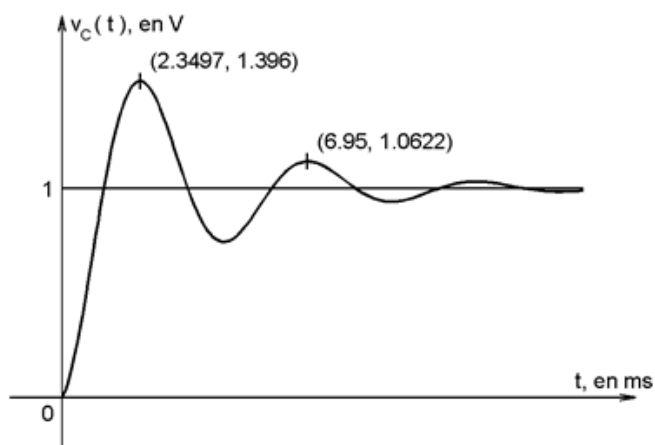


FIGURA 21.1. Gráfica de la respuesta transitoria del circuito RLC

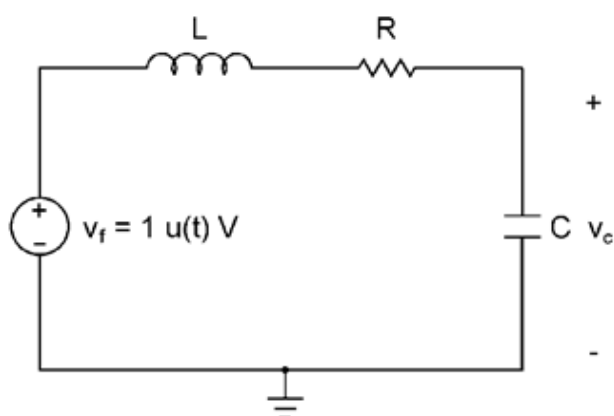


FIGURA 21.2. Circuito RLC en serie

Problema 22

Diseñe el circuito que se muestra en la figura 22 de modo que:

$$v_C(t) = 1 + e^{-200t} [A_1 \cos(400t) + A_2 \sin(400t)] \text{ V para } t > 0 \text{ y } R_2 = 25 \Omega$$

si se sabe que la ecuación diferencial que modela el comportamiento del voltaje en el condensador es:

$$\frac{d^2 v_C}{dt^2} + \frac{L + R_1 R_2 C}{R_1 L C} \frac{dv_C}{dt} + \frac{R_1 + R_2}{R_1 L C} v_C = \frac{v_f R_2}{R_1 L C}$$

Después de obtener los valores de R_1 , L y C , determine los valores de las constantes A_1 y A_2 .

Verifique su respuesta con *Mathematica* e incluya la hoja de trabajo correspondiente con las salidas de los comandos.

Con el empleo de *Proteus ISIS*, simule el circuito y compruebe que para la respuesta transitoria $\omega = 400$ rad/s y el valor máximo de $v_c = 1.912$ V para $t = \frac{\pi}{800}$ s, además de que para la respuesta en estado sinusoidal permanente $v_c = 1.0$ V.

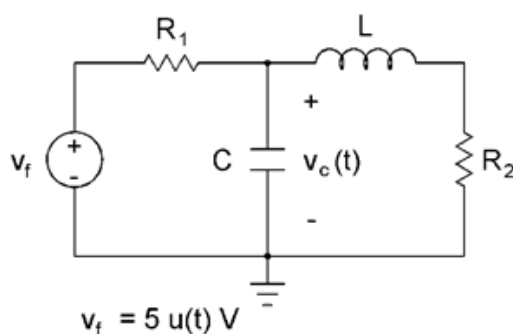


FIGURA 22. Circuito eléctrico de segundo orden

Problema 23

Se dibujó con *Proteus ISIS* el circuito mostrado en la figura 23.1; si los parámetros de la fuente de voltaje v_f , que es un *VPULSE*, son:

$Initial\ Value=0$, $Pulse\ Value=10$, $Delay\ Time=0$,
 $Rise\ Time=1\ \mu s$, $Fall\ Time=1\ \mu s$, $Pulse\ Width=5\ ms$,
 $Period=10\ ms$,

y la gráfica del voltaje de salida, v_c , es la que se muestra en la figura 23.2, determine los valores de R y C con los que se pueda lograr esta salida.

El valor del inductor es $L = 50\text{ mH}$.

Nota: el valor del sobrepaso, Sp , se puede calcular a partir de la expresión

$$Sp = \exp \left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}} \right).$$

Se recomienda emplear el teorema de Thévenin para simplificar el circuito.

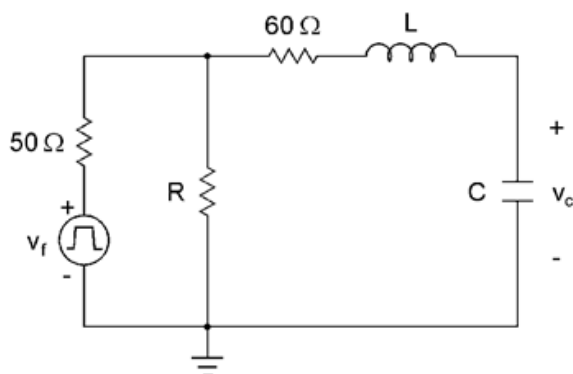


FIGURA 23.1. Circuito RLC con fuente de voltaje de pulsos

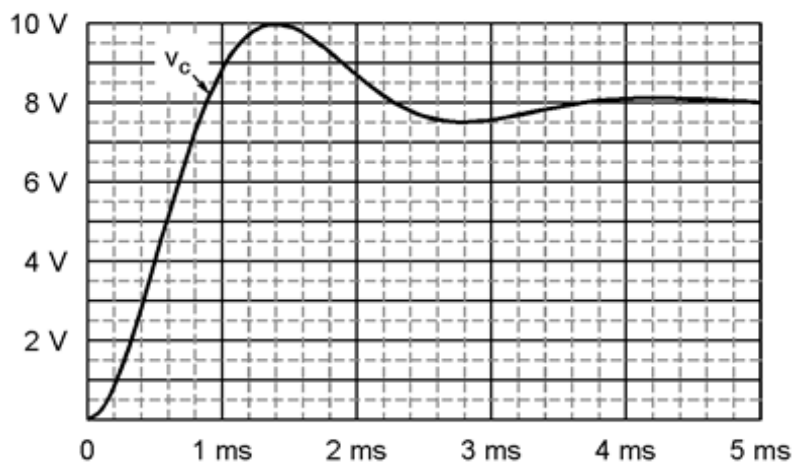


FIGURA 23.2. Gráfica del voltaje de salida, v_c , vs. t , del circuito RLC

Problema 24

El circuito RCL que se muestra en la figura 24 tiene una fuente que genera un pulso de voltaje dado por la ecuación $v(t) = 12[u(t) - u(t - 0.01)]$, donde $v(t)$ está en voltios y t en segundos.

Los interruptores tienen las siguientes características de cierre-apertura:

- a) el de la izquierda permanece cerrado en $0 < t < 0.02$ s y abierto en $t \geq 0.02$ s;
- b) el central permanece abierto en $0 < t < 0.02$ s y cerrado en $t \geq 0.02$ s.

Si en $t=0$ las condiciones iniciales de voltaje en el condensador y de corriente en el inductor son nulas, obtenga las gráficas de los modelos matemáticos correspondientes al voltaje en el condensador y la corriente en el inductor con algún programa de cómputo.

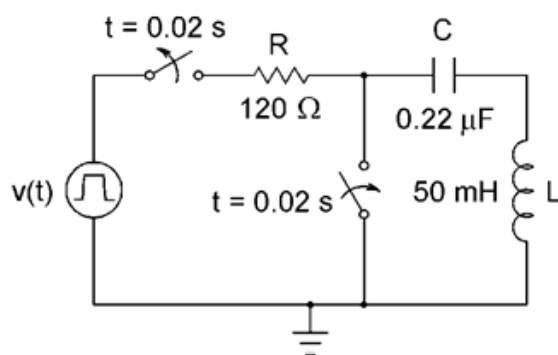


FIGURA 24. Circuito RLC con dos interruptores

Problema 25

En el circuito que se muestra en la figura 25, el interruptor de dos tiros y un polo ha estado durante mucho tiempo en la posición m , y en $t=0$ se coloca en la posición n .

Considerando este proceso de conexión-desconexión determine:

- a) el voltaje en el resistor R_C un instante antes de que el interruptor haya pasado de la posición m a la n ;
- b) el valor de R_C para que, una vez que el interruptor esté en la posición n , el circuito tenga una respuesta críticamente amortiguada. Determine en estas condiciones la expresión analítica del voltaje del condensador para $t > 0$.

Si se desea una respuesta subamortiguada con un factor de amortiguamiento $\xi=0.5$, ¿cuál deberá ser el valor de R_C ?

Dibuje con *Proteus ISIS* el circuito correspondiente al inciso b), así como la gráfica de la respuesta transitoria y compárela con el resultado analítico obtenido.

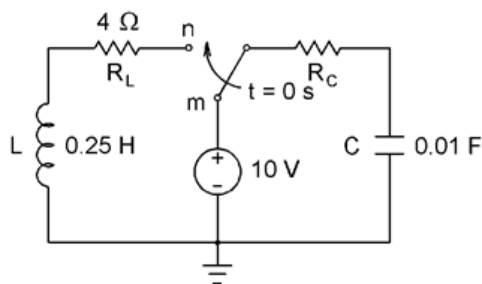


FIGURA 25. Circuito RLC con interruptor de dos tiros un polo

Problema 26

Determine los valores de R_2 , L y C , de manera que el voltaje $v_C(t)$ del circuito mostrado en la figura 26.1 tenga una respuesta críticamente amortiguada, si se sabe que la expresión para dicho voltaje es:

$$v_C(t) = v_p + (A_1 + A_2 t)e^{-\alpha t}$$

donde v_p es voltaje en estado sinusoidal permanente, y su gráfica correspondiente se muestra en la figura 26.2.

Primero, obtenga la ecuación diferencial que determina el comportamiento del circuito. Luego, encuentre con base en las condiciones iniciales, los valores de las constantes A_1 y A_2 , y con los datos de la gráfica obtenga el valor de α . A partir de este, determine los parámetros R_2 , L y C solicitados.

Escriba en su hoja el proceso de obtención de la ecuación diferencial, así como las expresiones que se requieren para el cálculo de A_1 , A_2 , α , R_2 , L y C . Se sugiere emplear *Mathematica*.

Verifique sus resultados empleando *Proteus ISIS*.

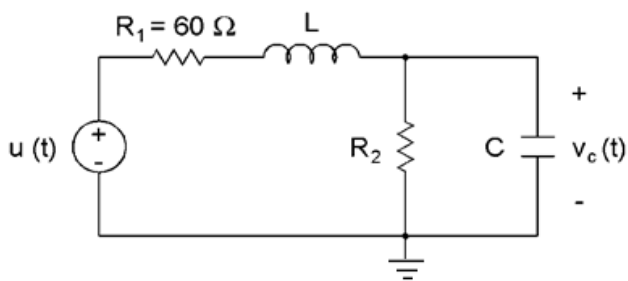


FIGURA 26.1. Circuito RLC con una fuente de voltaje escalón unitario

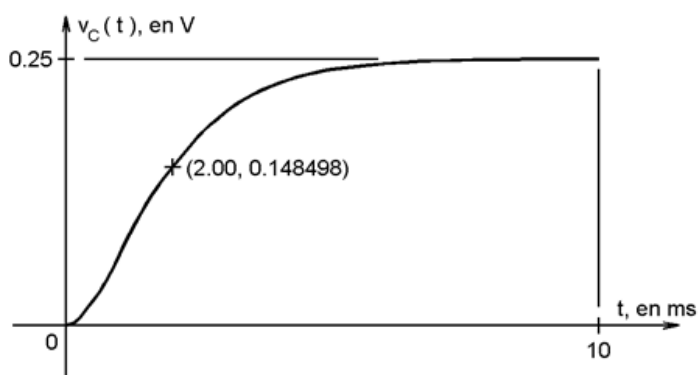


FIGURA 26.2. Gráfica del voltaje del condensador, v_c vs. t

Serie de ejercicios 9

Circuitos en estado sinusoidal permanente

Objetivo: El alumnado analizará los conceptos básicos asociados a los circuitos en estado sinusoidal permanente y los aplicará a la resolución de problemas de circuitos RL , RC y RLC .

Problema 1

En la figura 1 se muestra un circuito formado por cuatro elementos: un inductor y dos resistores, ambos conectados en serie a una fuente sinusoidal.

Si los parámetros del circuito son $v(t)=12\cos(200\pi t)V$, $L=35\text{mH}$, $R_L=40\Omega$ y $R=370\Omega$, determine los fasores correspondientes a:

- la intensidad de corriente i_L ;
- los voltajes en cada uno de los resistores y el inductor, así como V_X y V_R ;
- el diagrama fasorial en el que se muestre la suma de los fasores $V=V_L+V_{R_L}+V_R$.

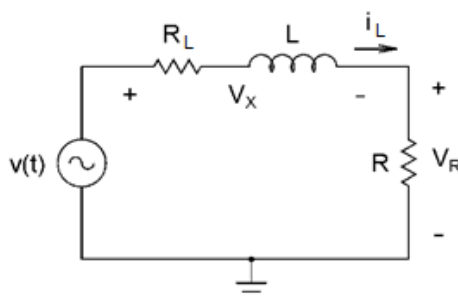


FIGURA 1. Circuito RL serie

Problema 2

Las gráficas de la figura 2 muestran las señales de voltaje e intensidad de corriente como funciones del tiempo en un cierto elemento de un circuito.

A partir de la información contenida en estas señales, obtenga:

- la frecuencia en Hz de cada una de las señales;
- la amplitud de cada una de ellas;
- cuál de las señales está atrasada (o adelantada) respecto a la otra y qué ángulo;
- la representación analítica en función del tiempo para $v(t)$ e $i(t)$;
- la representación gráfica por computadora de las derivadas con respecto al tiempo de ambas señales en el intervalo $0 < t < 2T$;
- la representación fasorial de $v(t)$ e $i(t)$, y de sus derivadas;
- si el elemento es un condensador o un inductor, así como su valor.

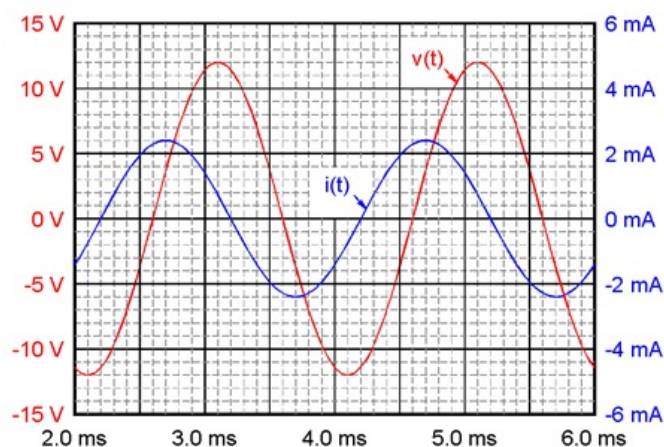


FIGURA 2. Gráficas del voltaje y la intensidad de corriente en un elemento de un circuito

Problema 3

Los elementos L y R_L del circuito de la figura 3 representan, de manera conjunta, los parámetros concentrados de una bobina de núcleo de aire denominada solenoide; es decir, la conexión en serie de dos elementos ideales L y R_L en cuyo interior no es posible realizar físicamente mediciones eléctricas.

Si $R=120\Omega$, $v(t)=5\cos(2000\pi t)V$, y las amplitudes de los voltajes correspondientes a V_X y V_R son 4.37 y 2.08 V, respectivamente, con la información proporcionada y mediante el auxilio de la construcción del diagrama fasorial realizado en el problema anterior, determine:

- los valores de R_L y L del circuito;
- el ángulo de desfase de la intensidad de corriente i_L , con respecto a $v(t)$;
- los ángulos de desfase de los voltajes en R_L y R con respecto a $v(t)$;
- el ángulo de desfase del voltaje en el inductor.

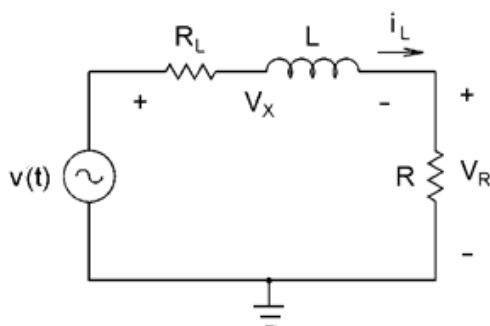


FIGURA 3. Circuito RL serie

Problema 4

El circuito que se muestra en la figura 4 representa el modelo simplificado de una línea de transmisión monofásica de dos hilos.

El voltaje de alimentación está representado por la fuente $v(t)=V\cos(\omega t)$ V, la impedancia de los hilos por $Z_W=R_W+j\omega L_W$, y la impedancia de carga por $Z_L=R_L+j\omega L_L$, donde $\omega=\frac{120\pi\text{ rad}}{2}$, $L_W=10\text{ mH}$, $L_L=8\text{ mH}$, $R_W=3\Omega$ y $R_L=2\Omega$.

A partir de este modelo, determine:

- el voltaje y la intensidad de corriente en la impedancia de carga Z_L , si se considera $V=1\text{ V}$.

- b) ¿Cuál debería de ser el voltaje de entrada $v(t)$ para que el voltaje en la impedancia de carga Z_L sea $v_L = \cos(\omega t)V$, considerando que la intensidad de corriente en dicha impedancia de carga es la misma que la obtenida en el inciso anterior?
- c) ¿Cuáles son los ángulos de desfase de la intensidad de corriente en la impedancia de carga Z_L con respecto al voltaje de entrada $v(t)$ en los dos incisos anteriores?

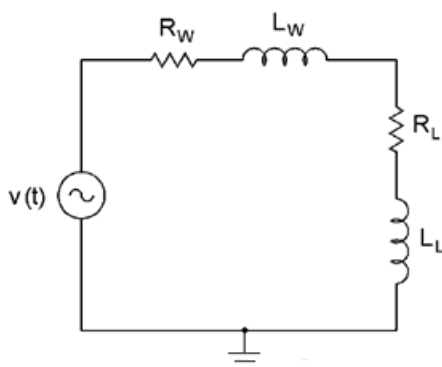


FIGURA 4. Circuito RL con dos inductores

Problema 5

Determine los *fasores* de los voltajes en los nodos a y b para el circuito representado en la figura 5, cuando $V_f = j50\text{ V}$ y $V_I = j30\text{ V}$.

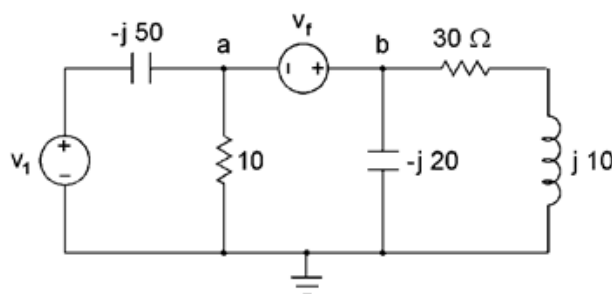


FIGURA 5. Circuito RLC de tres mallas

Problema 6

Para el circuito de la figura 6, verifique que para el estado permanente el sistema de ecuaciones *fasoriales* que determina su comportamiento eléctrico es:

$$\begin{aligned}(Y_{R1} + Y_{R2} + Y_{C1})V_a + (-Y_{R2})V_b &= Y_{R1}V_f \\ Y_{R2}V_a + (-Y_{R2} - Y_L - Y_{C2})V_b + Y_{C2}V_d &= 0 \\ Y_{C2}V_b + (-Y_{C2} - Y_{R3})V_d &= 0\end{aligned}$$

Posteriormente, resuelva el sistema de ecuaciones con *Mathematica* y escriba la expresión en el dominio del tiempo para $v_d(t)$.

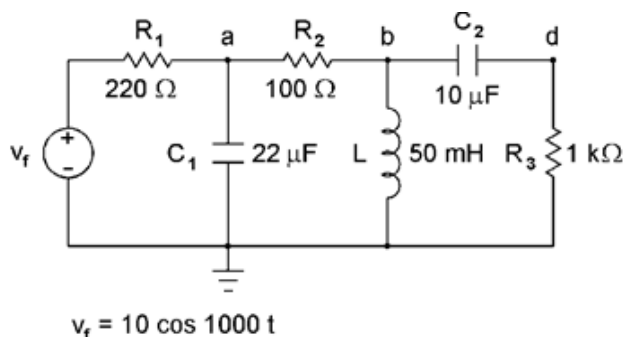


FIGURA 6. Circuito para análisis en estado permanente

Problema 7

Una fuente de voltaje $v(t) = V \sin(\omega t)$, un condensador C , un inductor L y un resistor R se conectan en serie, tal como se muestra en la figura 7.

Si los valores de $V = 20 \text{ V}$, $\omega = 12,000 \text{ rad/s}$, $R = 220 \Omega$ y $L = 30 \text{ mH}$, determine los valores que debe tener la capacitancia para que los *fasores* de la intensidad de corriente tengan las siguientes características:

- amplitud de la intensidad de corriente $I = 47.7 \text{ mA}$ y ángulo de desfase $= 58.3^\circ$ atrasado;
- amplitud de la intensidad de corriente $I = 68 \text{ mA}$ y ángulo de desfase $= 41.6^\circ$ adelantado;
- amplitud de la intensidad de corriente $I = 90 \text{ mA}$ y en fase con el voltaje.

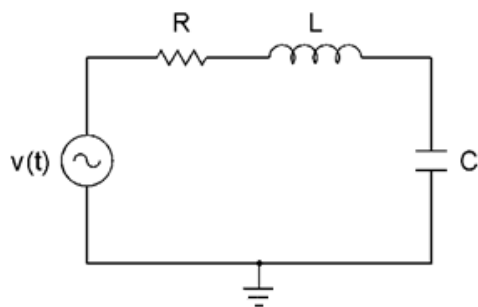


FIGURA 7. Circuito RLC serie

Problema 8

La fuente de voltaje $v(t) = V \sin(\omega t)$, un condensador C , un inductor L y un resistor R se conectan en serie, tal como se muestra en la figura 8.1.

Las gráficas de los voltajes $v(t)$ y $v_R(t)$ se muestran en la figura 8.2.

Si la amplitud del voltaje en el resistor vale 4.73 V , $R = 220 \Omega$, $L = 30 \text{ mH}$, y el parámetro t_1 mostrado en la gráfica vale 4.329 ms , obtenga:

- el *fasor* de la intensidad de corriente en el circuito;
- las expresiones *fasoriales* de los voltajes en el inductor y en el condensador;
- las gráficas realizadas por computadora que determinan el comportamiento en el tiempo de los voltajes del inciso anterior, en el intervalo $0 < t < 3T$, donde T corresponde al periodo de la señal del voltaje de entrada.

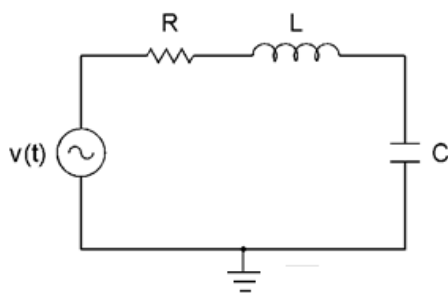


FIGURA 8.1. Circuito RLC serie

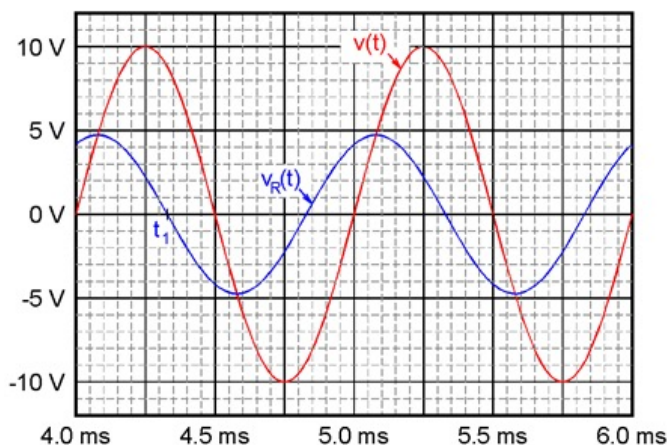


FIGURA 8.2. Gráfica del voltaje $v(t)$ y $v_R(t)$ vs. t

Problema 9

Una fuente de 12 V de amplitud y frecuencia angular $\omega=900\text{ rad/s}$, un resistor R y un inductor $L=20\text{ mH}$ se conectan en serie.

La figura 9 corresponde al diagrama *fasorial* del voltaje de la fuente con la intensidad de corriente del circuito.

Si la amplitud de la corriente es 0.4714 A y el ángulo $\theta=45^\circ$, determine:

- las expresiones *fasoriales* del voltaje V y de la intensidad de corriente I ;
- las expresiones *fasoriales* de los voltajes en el inductor y en el resistor;
- las expresiones como funciones del tiempo de los voltajes en el inductor y en el resistor;
- el valor de la resistencia R .

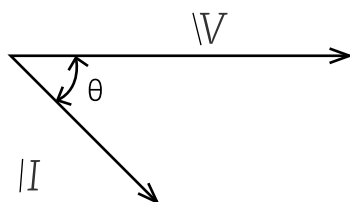


FIGURA 9. Diagrama fasorial del voltaje V y la intensidad de corriente I

Problema 10

El circuito que se muestra en la figura 10 constituye un circuito *RLC* donde el inductor contiene una resistencia interna R_L .

Suponga que los parámetros que conforman al circuito tienen los siguientes valores:

$R_L = 40\ \Omega$, $L = 50\text{ mH}$, $R = 120\ \Omega$, $C = 33\ \mu\text{F}$ y que además $v(t) = 10 \sin(2200t)$.

- Obtenga los *fasores* de voltajes en todos los elementos que conforman el circuito;
- construya el diagrama *fasorial* que verifique la suma de los *fasores* $V = V_L + V_{R_L} + V_R + V_C$;
- incluya en el diagrama anterior el *fasor* V_X .

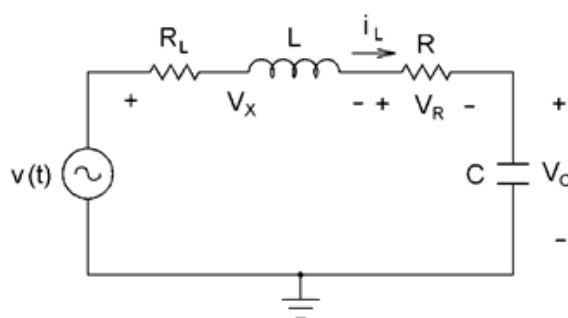


FIGURA 10. Circuito *RLC* serie con dos resistores

Problema 11

El diagrama *fasorial* mostrado en la figura 11 ilustra la suma de los voltajes en un circuito *RLC* en serie, cuya expresión analítica *fasorial* está dada por $V_f = V_L + V_R + V_C$.

La fuente de voltaje tiene la expresión analítica en función del tiempo $v(t) = 20 \sin(1200t)$, en V y t en segundos.

Los ángulos $\alpha = 54.75^\circ$, $\beta = 90^\circ$, $\gamma = 35.25^\circ$, y además $V_L = 15.68\text{ V}$, determine bajo estas condiciones:

- a) las magnitudes de los voltajes V_C y V_R ;
- b) las expresiones analíticas para los voltajes V_L y V_C como funciones del tiempo;
- c) los valores de L y C si $R=50\Omega$.

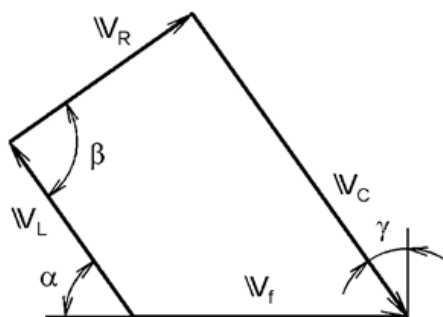


FIGURA 11. Diagrama fasorial de los voltajes V_f , V_L , V_R y V_C

Problema 12

Para el circuito de la figura 12 considere:

$R_1=220\Omega$, $R_2=120\Omega$, $L=30\text{ mH}$, $C=1.2\mu\text{F}$,
 $v_1(t)=22\cos(\omega t)\text{ V}$, $i(t)=0.01\cos(\omega t)\text{ A}$, $v_2(t)=0.01\cos(\omega t)\text{ V}$,
 con una frecuencia $f=1000\text{ Hz}$.

Obtenga, para el inductor L :

- a) el fasor de voltaje;
- b) el fasor de intensidad de corriente.

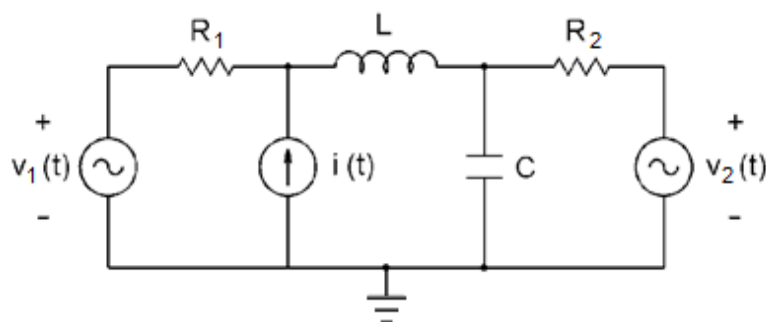


FIGURA 12. Circuito RLC con tres fuentes independientes

Problema 13

Obtenga el voltaje de salida en estado sinusoidal permanente, v_o , si $v_i = \sqrt{2} \cos(1000t) \text{ V}$ con t en s, en el circuito de la figura 13.

Suponga que el amplificador operacional es ideal.

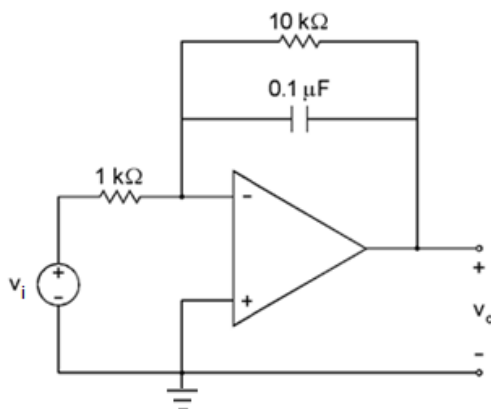


FIGURA 13. Circuito RC con amplificador operacional

Problema 14

Para el circuito mostrado en la figura 14 considere:

$$R_1 = 50 \Omega, R_2 = 120 \Omega, L_1 = 80 \text{ mH}, \\ L_2 = 40 \text{ mH}, C = 4 \mu\text{F} \text{ y } f = 200 \text{ Hz}.$$

Los fasores de voltaje en los nodos 1 y 2 son:

$$V_1 = -13.82 + j 15.56 \text{ V, y} \\ V_2 = 13.53 - j 12.84 \text{ V}.$$

Obtenga:

- las expresiones con respecto al tiempo de los valores para las fuentes de la forma $v(t) = V_m \cos(\omega t + \phi_v)$ e $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$;
- el *fasor* de voltaje en el resistor R_1 .

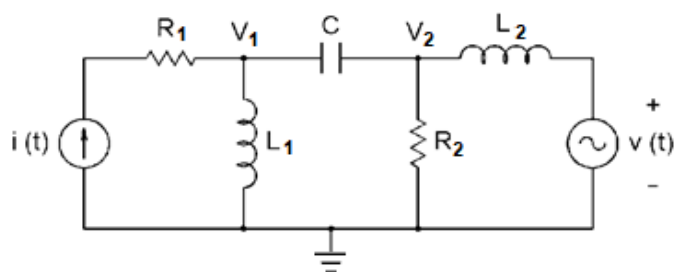


FIGURA 14. Circuito con fuentes de corriente y de voltaje sinusoidales

Problema 15

En la figura 15.1 se muestran las gráficas de v_i y v_o con respecto al tiempo, que son la entrada y la salida de un circuito RLC en serie, tal como el que se muestra en la figura 15.2.

- Obtenga las expresiones de v_i y v_o con respecto al tiempo.
- Obtenga la función de transferencia $H(s)$ del circuito.
- Determine los valores de R y L con los cuales sea posible obtener el funcionamiento requerido.

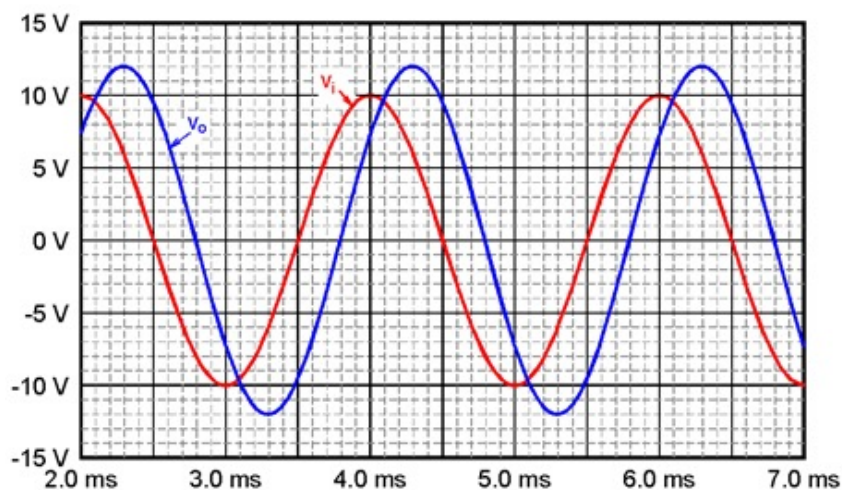
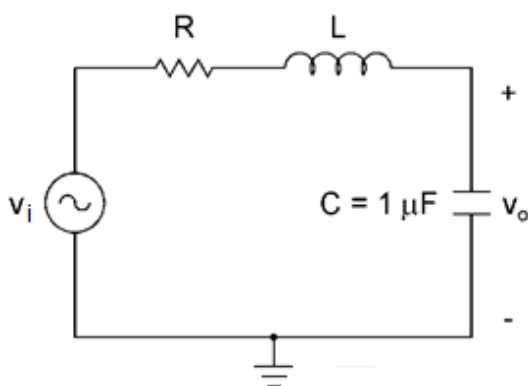


FIGURA 15.1. Gráficas de v_i y v_o vs. t

FIGURA 15.2. Circuito RLC

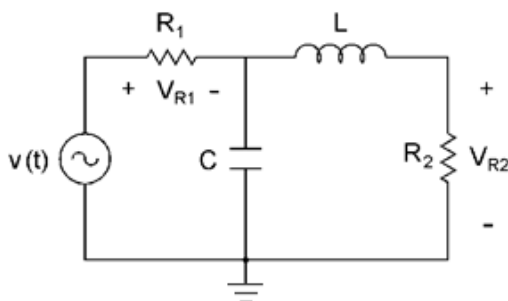
Problema 16

La fuente de voltaje $v(t)$ alimenta al circuito, representado en la figura 16.1, donde $v(t) = 10 \cos(\omega t)$ V y t está en segundos.

Este circuito produce en los resistores $R_1 = 1\Omega$ y $R_2 = 2\Omega$ las señales mostradas en la figura 16.2. En la gráfica, P_1 y P_2 determinan ciertas coordenadas de interés para cada una de estas señales, cuyos valores son (5.4265 ms, 5.5 V) y (6.9763 ms, 5.5 V), respectivamente.

Con base en esta información, obtenga:

- la frecuencia f a la que opera el circuito;
- los valores de C y L ;
- el voltaje en el inductor, $v_L(t)$;
- la intensidad de corriente en el condensador, $i_C(t)$.

FIGURA 16.1. Circuito RLC de dos mallas

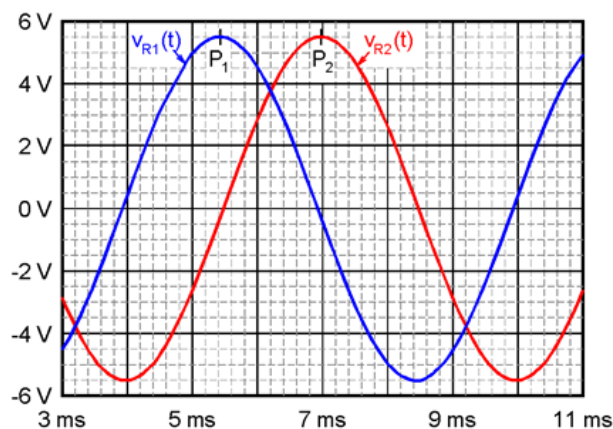


FIGURA 16.2. Gráficas de v_{R1} y v_{R2} vs. t

Problema 17

En la figura 17, determine $v_x(t)$ en estado sinusoidal permanente, reemplazando el circuito a la izquierda de las terminales a-b por su equivalente de Thévenin.

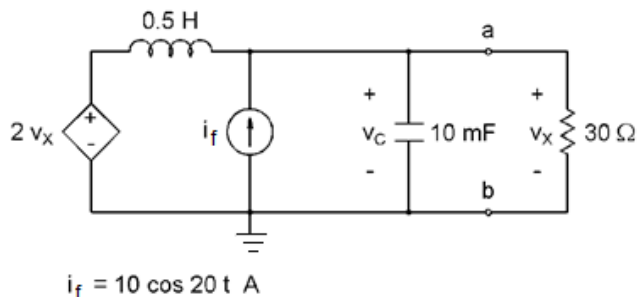


FIGURA 17. Circuito con fuente de voltaje controlado por voltaje

Problema 18

Para el circuito de la figura 18, obtenga el sistema de ecuaciones *fasoriales* que modela al estado permanente del sistema y sus intensidades de corriente de malla, así como el voltaje de los condensadores, estos últimos en función del tiempo.

Se sugiere usar el método de mallas y *Mathematica*.

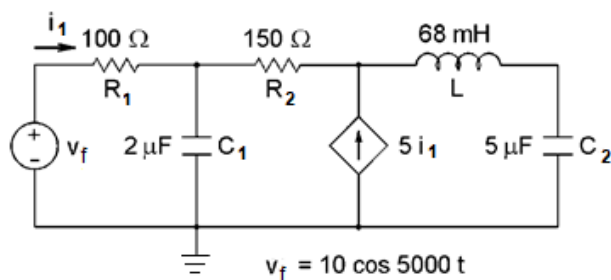


FIGURA 18. Circuito con una supermalla

Problema 19

En el circuito que se muestra en la figura 19.1, actúan de manera simultánea dos fuentes de voltaje: $v_1(t) = 3 \cos(\omega_1 t) V$ y $v_2(t) = 15 \cos(\omega_2 t) V$, donde $\omega_1 = 1000 \text{ rad/s}$, $\omega_2 = 1500 \text{ rad/s}$ y t en segundos.

Los valores de los resistores son $R_1 = 120 \Omega$ y $R_2 = 220 \Omega$, y los del inductor y del condensador son $L = 20 \text{ mH}$ y $C = 22 \mu F$.

Verifique que la señal de la caída de tensión en el condensador es como se muestra en la gráfica de la figura 19.2, en el que $v_c(t)$ se mide en voltios y t en segundos.

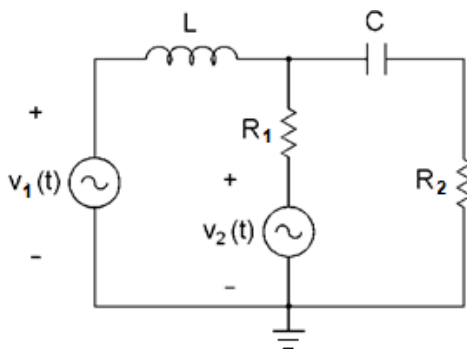


FIGURA 19.1. Circuito RLC con dos fuentes independientes de frecuencia diferente

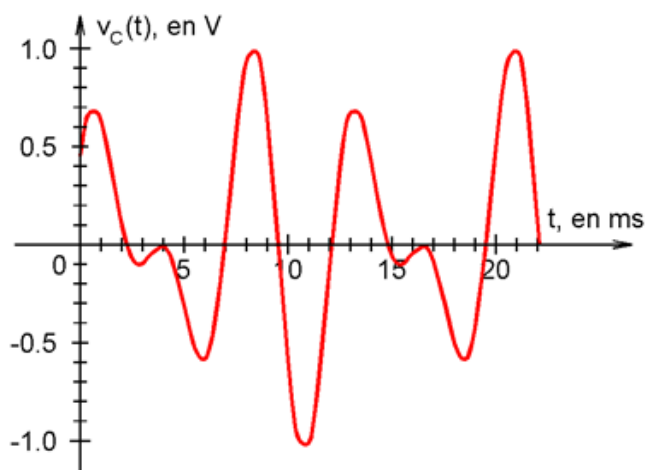


FIGURA 19.2. Gráfica de v_C vs. t

Problema 20

Para el circuito de la figura 20, obtenga el sistema de ecuaciones *fase-riales* que modela al estado permanente del sistema, así como los voltajes en los nodos a , b y d .

Se sugiere usar el método de nodos y *Mathematica*.

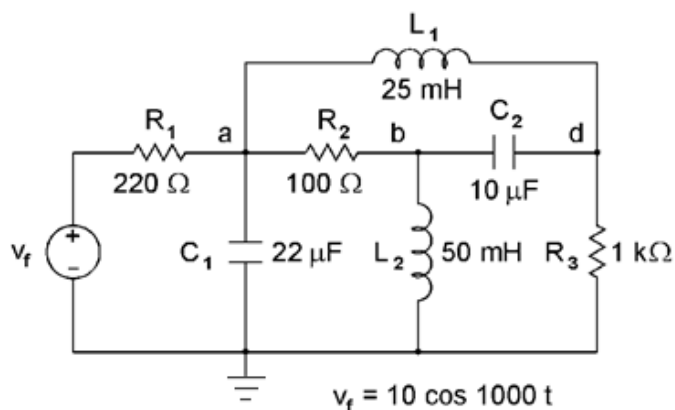


FIGURA 20. Circuito con cuatro mallas

Problema 21

Calcule los voltajes de nodo $v_1(t)$ y $v_2(t)$ en estado permanente para el circuito de la figura 21, si se sabe que $v_f = 5 \cos(2t)$ V.

Se sugiere emplear el método de análisis de voltajes de nodo.

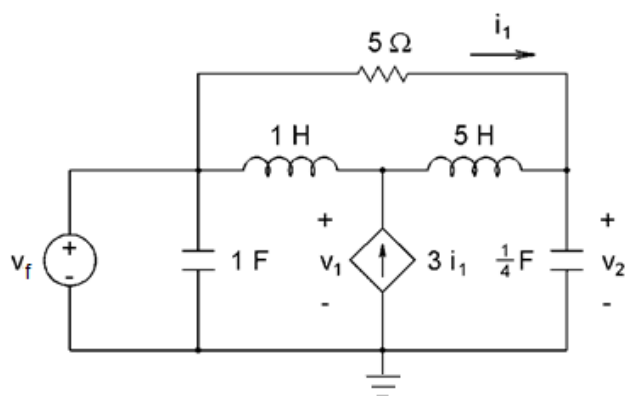


FIGURA 21. Circuito con fuente de corriente controlada por corriente

Problema 22

Para el circuito de la figura 22, obtenga el sistema de ecuaciones *fasoriales* que modela al estado permanente del sistema, así como los voltajes en los nodos *a*, *b* y *d*. Se sugiere usar el método de nodos y *Mathematica*.

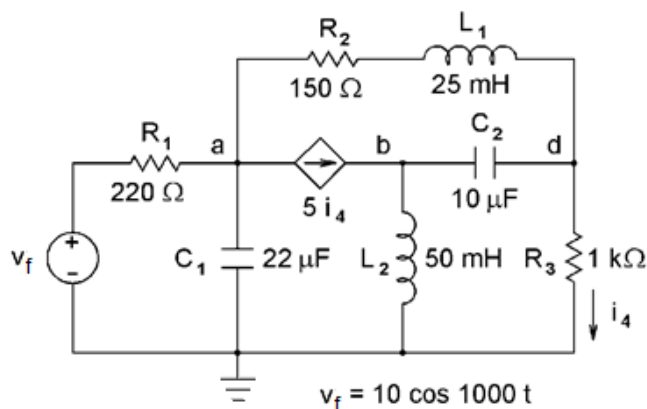


FIGURA 22. Circuito con fuente de corriente controlada por corriente

Problema 23

Obtenga las ecuaciones *fasoriales* que modelan al circuito mostrado en la figura 23, considerando los voltajes de los nodos *a*, *b*, *c* y *d* como incógnitas.

Resuelva dicho sistema de ecuaciones, exprese todos los voltajes de nodo en el dominio del tiempo, empleando *Mathematica*, y dibuje las

gráficas de dichos voltajes con respecto al mismo marco de referencia, es decir, las cuatro curvas en la misma gráfica.

Dibuje el circuito con *Proteus ISIS*, inicie su simulación y muestre las curvas de los voltajes de nodo ya sea en un osciloscopio, o bien, en una ventana de gráficas.

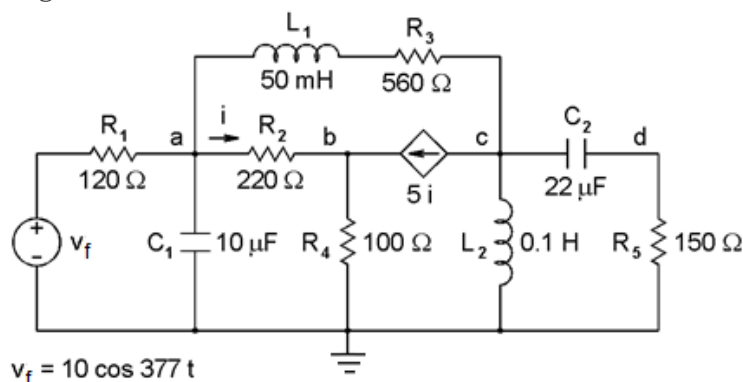


FIGURA 23. Circuito con cinco mallas

Problema 24

El circuito que se muestra en la figura 24.1 tiene el diagrama *fasorial* que está representado en la figura 24.2.

Los valores *rms* que se registraron con un voltímetro en los puntos *a* y *b* son $V_a = 14.14 \text{ V}$, $V_{ab} = 54.44 \text{ V}$; de igual forma, el valor de la corriente *rms* que registró el amperímetro es $I = 1.86 \text{ A}$.

Si la frecuencia angular de la fuente sinusoidal $v(t)$ vale $\omega = 1460 \text{ rad/s}$ y el valor del resistor es $R = 120 \Omega$, obtenga los valores de C y L .

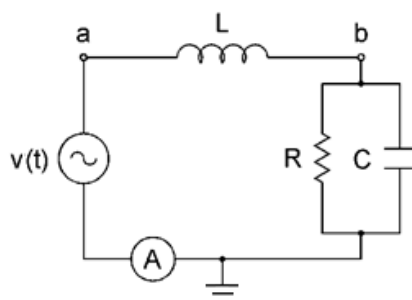


FIGURA 24.1. Circuito *RLC* con amperímetro

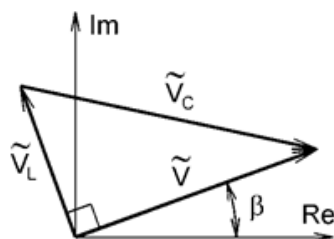


FIGURA 24.2. Diagrama fasorial del circuito *RLC* con amperímetro

Problema 25

Con base en el circuito mostrado en la figura 25, obtenga su función de red en términos de las resistencias R_1 y R_2 , de la capacitancia C y de la frecuencia angular ω .

Si se desea que su función de red tenga un valor

$$\frac{V_o}{V_i} = 5.0 \angle -1.914$$

Que la capacitancia valga $C = 1 \mu\text{F}$ y que la frecuencia de la señal de entrada tenga un valor de $\omega = 500 \text{ rad/s}$, obtenga los valores de las resistencias R_1 y R_2 .

Usando resistores con los valores de resistencia obtenidos en el inciso anterior y empleando una fuente sinusoidal con un voltaje de 2 V de amplitud y con la frecuencia solicitada, dibuje con *Proteus ISIS* el circuito *RC* con amplificador operacional y determine, con ayuda de un osciloscopio o de una gráfica analógica, el valor numérico de su función de red, $H(\omega)$.

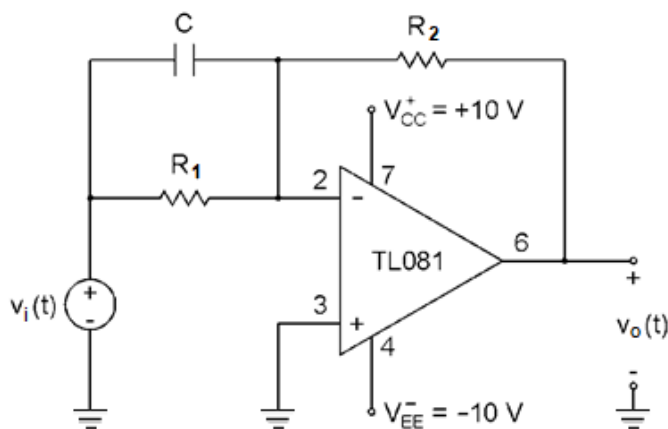


FIGURA 25. Circuito RC con amplificador operacional

Problema 26

Para verificar el funcionamiento del circuito mostrado en la figura 26.1, se conectaron tanto la entrada como la salida a un osciloscopio, en el cual se observaron los trazos que se muestran en la figura 26.2.

Determine los valores de las resistencias R_1 y R_2 , empleando *Mathematica*.

Dibuje con *Proteus ISIS* el circuito y verifique el resultado obtenido con ayuda de una gráfica analógica.

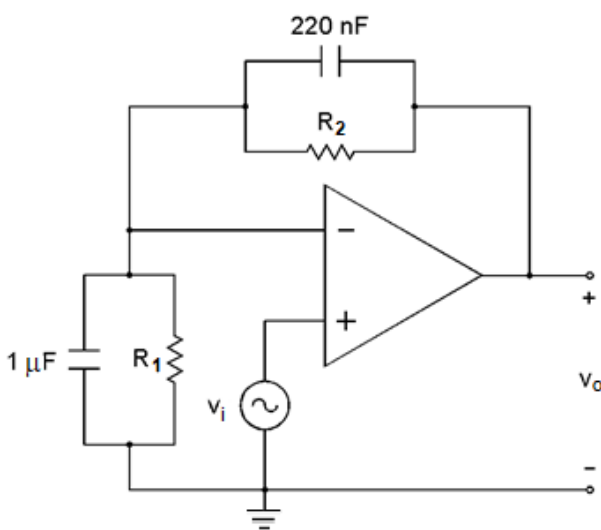


FIGURA 26.1. Circuito con amplificador operacional, dos resistores y dos condensadores

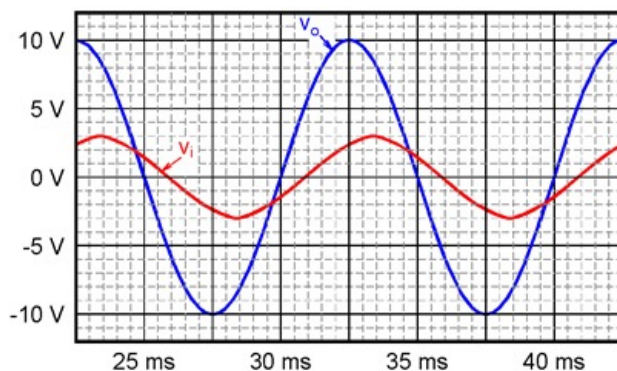


FIGURA 26.2. Gráficas de v_i y v_o vs. t

Problema 27

El circuito que se muestra en la figura 27 se conoce como *punte de Maxwell* y sirve para determinar el valor de la inductancia y la resistencia interna de un determinado inductor.

En este caso, se pretende medir los valores de L_x y R_x en términos de los valores conocidos R_1 , R_2 , C y R_C , donde R_1 y R_2 son potenciómetros que se pueden ajustar a ciertos valores de interés.

Si al ajustar los potenciómetros a los valores $R_1 = 330 \Omega$ y $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$ se tiene que la diferencia de potencial entre los puntos a y b del circuito $V_{ab} = 0$, obtenga los valores de L_x y R_x , considerando que $C = 100 \mu\text{F}$ y $R_C = 12 \text{ k}\Omega$.

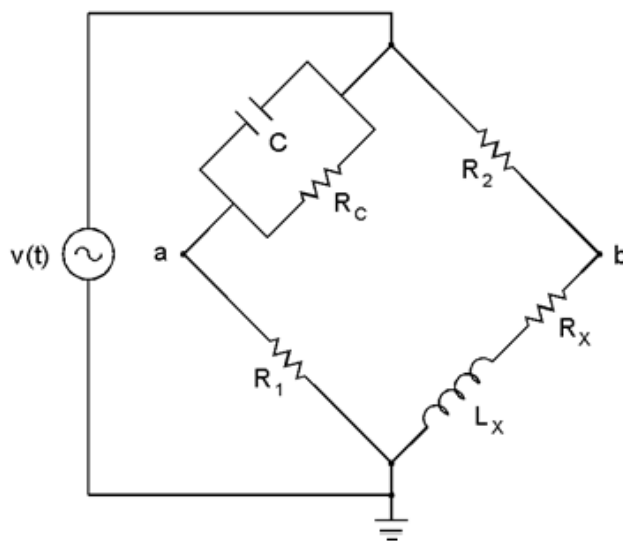


FIGURA 27. Puente de Maxwell

Serie de ejercicios 10

Potencia de circuitos en estado sinusoidal permanente

Objetivos: El alumnado analizará los conceptos de potencia instantánea, promedio y compleja, así como el de valor efectivo o eficaz, y los aplicará en la resolución de problemas, en particular, de corrección del factor de potencia de una instalación eléctrica.

Problema 1

En la figura 1 se muestra un circuito RLC. Determine la potencia instantánea entregada al inductor cuando $i_f = 1 \cos(\omega t) \text{ A}$ y $\omega = 6283 \text{ rad/s}$.

Asimismo, determine la potencia compleja absorbida por cada uno de los elementos pasivos del circuito y verifique que la potencia compleja entregada por la fuente es igual a la suma de las potencias complejas anteriores.

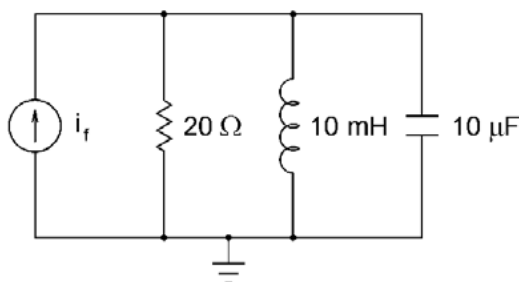


FIGURA 1. Circuito RLC en paralelo con fuente de corriente independiente

Problema 2

Para el circuito de la figura 2, determine el valor del inductor L si la potencia compleja suministrada por la fuente de voltaje es de $\frac{50}{3} \angle 53.13^\circ \text{ VA}$.

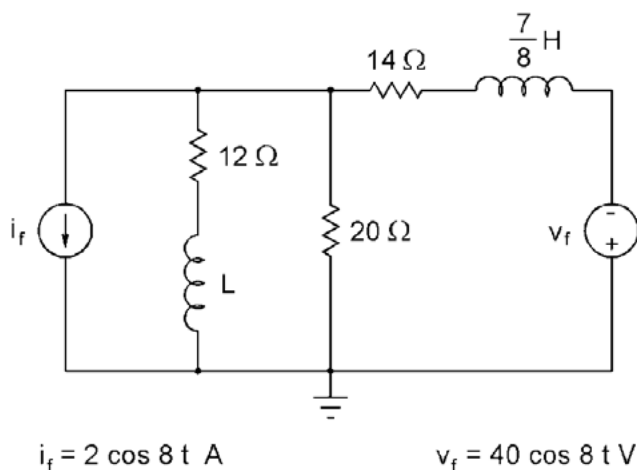


FIGURA 2. Circuito con fuente de voltaje y fuente de corriente independientes

Problema 3

En el circuito que se muestra en la figura 3, la fuente de voltaje únicamente entrega potencia promedio (real) al circuito.

Bajo estas condiciones, determine:

- el valor de la inductancia L ;
- las magnitudes de los voltajes en el condensador y en el inductor.

Verifique que la potencia entregada por la fuente de voltaje corresponde exclusivamente a potencia promedio.

Considere $v(t) = 6 \cos(3500t)$, donde $v(t)$ está en V y t en s, $R = 1200 \Omega$ y $C = 3.7 \mu\text{F}$.

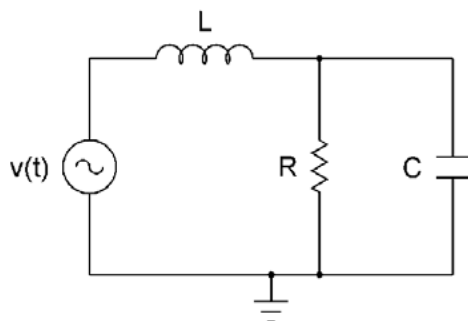


FIGURA 3. Circuito RLC de dos mallas

Problema 4

En el circuito que se muestra en la figura 4, se tiene que las dos fuentes de voltaje son de 20V de amplitud, pero tienen diferente ángulo de desfase.

Los *fasores* de cada una de estas fuentes son $V_1 = 20 \angle -30^\circ$ y $V_2 = 20 \angle 120^\circ$.

Determine cuál es el balance de potencia promedio y reactiva para los tres elementos del circuito y para cada uno de los siguientes valores de la impedancia:

- a) $Z = 2 + 3j\Omega$;
- b) $Z = 2\Omega$;
- c) $Z = 2 - 3j\Omega$.

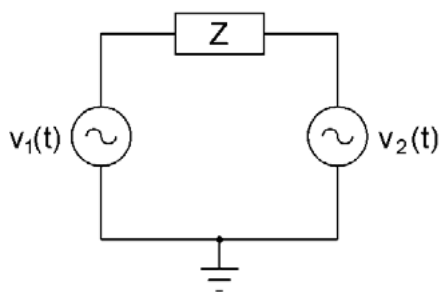


FIGURA 4. Circuito con dos fuentes de voltaje sinusoidal

Problema 5

Para el circuito de la figura 5, determine la potencia compleja absorbida por el resistor, el inductor y el condensador, y demuestre que la

suma de las potencias anteriores es igual a la potencia compleja entregada por las fuentes.

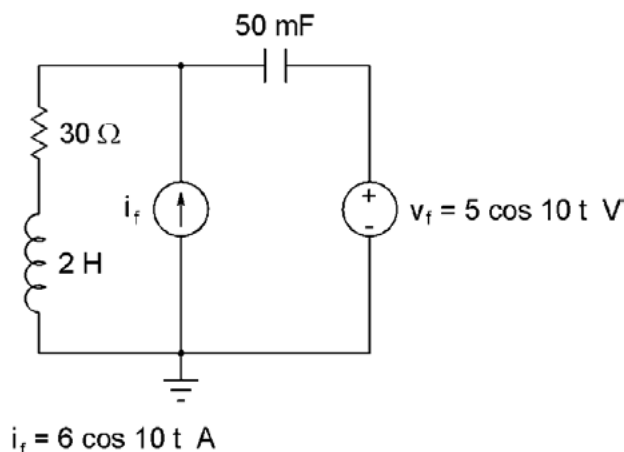


FIGURA 5. Circuito con fuente de corriente y fuente de voltaje independientes

Problema 6

En el circuito que se muestra en la figura 6, considere $i(t) = 20 \sin(4000\pi t)$, donde $i(t)$ está en mA, t en s y $R_2 = 470 \Omega$.

El circuito equivalente de Thévenin entre los nodos a y b tiene una impedancia y una fuente de voltaje con valores $Z_{TH} = 283.043 - 345.297j \Omega$ y $V_{TH} = 3.396 + 21.321jV$.

Con la información proporcionada obtenga:

- los valores del resistor R_1 , del condensador C , del inductor L y de la amplitud de la fuente $v(t)$;
- la representación *fasorial* de los voltajes y las intensidades de corriente de cada uno de los elementos que contiene el circuito;
- las gráficas de los voltajes de la fuente $v(t)$, $v_a(t)$ y $v_b(t)$ en el dominio $0 < t < 3T$, donde T es el periodo de la señal de voltaje;
- el balance de potencia en el circuito y su verificación.

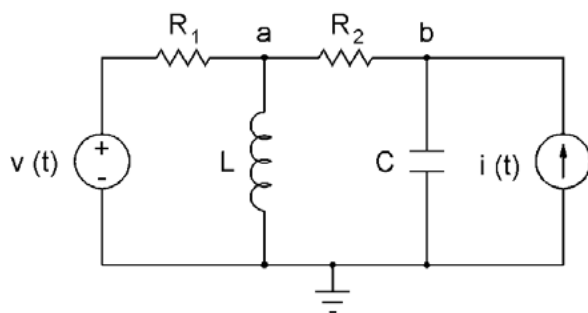


FIGURA 6. Circuito *RLC* con fuente de corriente y fuente de voltaje independientes, y dos resistores

Problema 7

En el circuito de la figura 7, se tiene $V_1 = 20 \angle 0^\circ \text{V}$, $R_1 = 220 \Omega$, $R_2 = 470 \Omega$, $C = 2 \mu\text{F}$, $L = 50 \text{mH}$ y $\omega = 4000 \text{rad/s}$.

Además, se sabe que la intensidad de corriente en el inductor vale $I_L = 0.0383 + j0.0188 \text{A}$.

Si las fuentes de voltaje V_1 y V_2 entregan energía, obtenga:

- la intensidad de corriente en R_1 ;
- la intensidad de corriente en C ;
- el valor de la fuente V_2 ;
- el factor de potencia a la que opera el circuito.

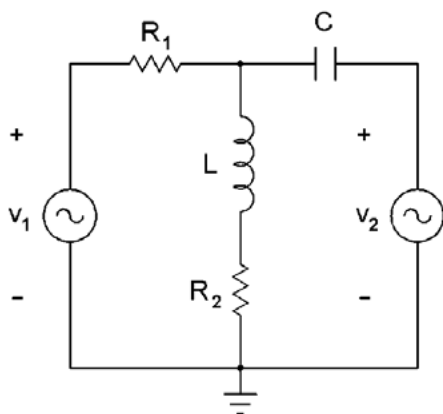


FIGURA 7. Circuito *RLC* con dos fuentes de voltaje

Problema 8

En la figura 8 se muestra el esquema del modelo básico de una máquina *síncrona*, representada por una fuente sinusoidal ideal $E \angle \delta$, en serie con un resistor R y un inductor L .

Todos estos elementos que conforman el modelo de la máquina se conectan a una carga, cuya amplitud de voltaje y ángulo de desfase siempre permanecen constantes; estas cantidades constantes están representadas por el *fasor* $V \angle \beta$.

A este circuito eléctrico y su propiedad fundamental del *fasor* constante $V \angle \beta$ se le conoce como el modelo de la *máquina síncrona conectada a un bus infinito*.

El significado de bus infinito debe entenderse como un voltaje que siempre permanece constante, en este caso el voltaje del extremo derecho del inductor L siempre tiene un valor $V \angle \beta$, es decir, el extremo donde está conectada la carga que tiene voltaje constante representa al elemento denominado *bus infinito*.

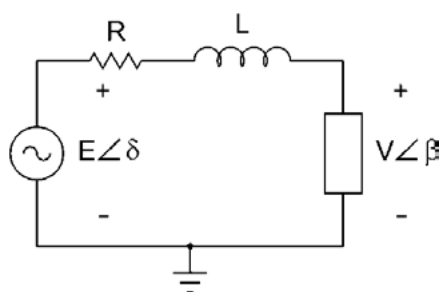


FIGURA 8. Modelo de una máquina síncrona

Suponiendo que la fuente de la izquierda suministra la potencia al circuito, obtenga en función del ángulo δ :

- el valor de la intensidad de corriente eléctrica suministrada por la fuente de voltaje E ;
- el valor de la potencia promedio entregada por la fuente E ;
- el valor de la potencia reactiva entregada por la fuente E .

Considere $E=1.02\text{ V}$, $V=1\text{ V}$, $\beta=0$, $R=0.1\Omega$ y $X_L=1\Omega$.

Problema 9

En relación con el problema anterior, dibuje las gráficas de la potencia promedio y la potencia reactiva que entrega la fuente E , de manera conjunta, en el intervalo $0 < \delta < 2\pi$:

- a) para $R=1\Omega$, es decir, de acuerdo con los resultados obtenidos en los incisos b) y c) del problema anterior;
- b) para $R=0$.

Obtenga, en cada uno de los dos casos anteriores, el valor máximo de cada una de las potencias aludidas.

Problema 10

En el circuito que se muestra en la figura 10, se sabe que la amplitud de la intensidad de corriente I_m vale 8 mA, $C_1=10\mu\text{F}$, $C_2=33\mu\text{F}$, $R_1=120\Omega$, $R_2=220\Omega$, $L=15\text{mH}$ y $\omega=1500\text{rad/s}$.

Determine:

- a) la amplitud del voltaje V_m de $v(t)$;
- b) el ángulo de desfase de la intensidad de corriente $i(t)$ con respecto a $v(t)$;
- c) la potencia compleja total que absorben los cinco elementos pasivos del circuito;
- d) el factor de potencia del circuito en los extremos de $v(t)$.

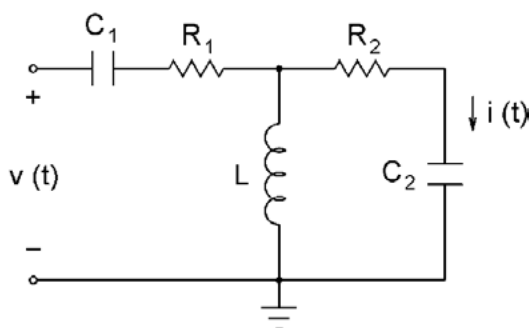


FIGURA 10. Circuito RLC con dos condensadores

Problema 11

El circuito que se muestra en la figura 11 representa el modelo de una línea de transmisión denominada Π , debido a que sus componentes C_W , R_W y L_W tienen la forma de la letra griega mayúscula Π .

Una fuente de corriente sinusoidal $i(t) = I_m \sin(\omega t)$ se conecta al nodo a, y un resistor R_L y un inductor L_L se conectan en serie al nodo b.

Esta pareja de elementos, R_L y L_L , se denomina impedancia de carga de la línea de transmisión. Considerando los siguientes valores:

$I_m = 2 \text{ A}$, $f = 60 \text{ Hz}$, $R_W = 8 \Omega$, $L_W = 10 \text{ mH}$, $R_L = 10 \Omega$, $L_L = 20 \text{ mH}$ y $C_W = 12 \mu\text{F}$,

determine:

- las expresiones en función del tiempo de los voltajes de entrada y de salida, es decir, los voltajes $v_a(t)$ y $v_b(t)$;
- la expresión de la intensidad de corriente de salida, es decir, en la impedancia de carga;
- el factor de potencia en la impedancia de carga.

Dibuje con algún software, tales como *Mathematica* o *Proteus ISIS*, las gráficas de las expresiones analíticas obtenidas en el inciso a), en el intervalo $0 < t < 3T$, donde T es el periodo de la señal de entrada.

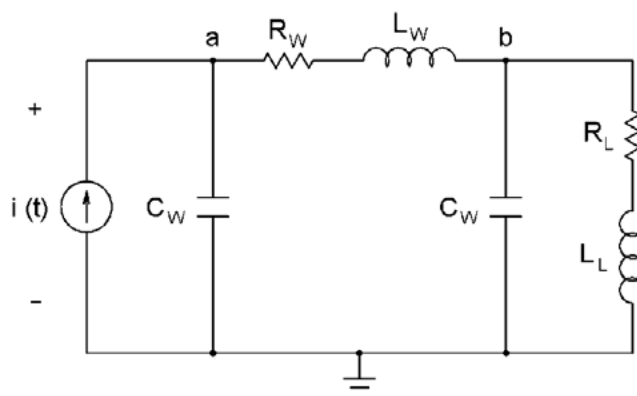


FIGURA 11. Modelo de una línea de transmisión Π

Problema 12

En el circuito que se muestra en la figura 12.1, los valores de los elementos que lo conforman son los siguientes:

$$R_1 = 220 \, \Omega, R_2 = 470 \, \Omega, R_F = 100 \, \Omega \text{ y } C = 0.33 \, \mu\text{F}.$$

Asimismo, las gráficas correspondientes al voltaje de la fuente, $v(t)$, y de la caída de tensión en el resistor $v_{R_2}(t)$, se muestran en la figura 12.2.

La unidad de estas señales son voltios y las del tiempo son segundos y, por otro lado, P_1 y P_2 determinan ciertas coordenadas de interés para cada una de estas señales, cuyos valores son $(7.59 \times 10^{-4}, 7.268)$ y $(1.666 \times 10^{-3}, 0)$, respectivamente.

A partir de esta información, determine:

- el valor de la inductancia L ;
- el balance de potencia del circuito;
- el factor de potencia del circuito en los extremos de la fuente;
- las gráficas obtenidas con algún software de las expresiones analíticas de $v(t)$ y $v_{R_2}(t)$ con el fin de verificar los resultados.

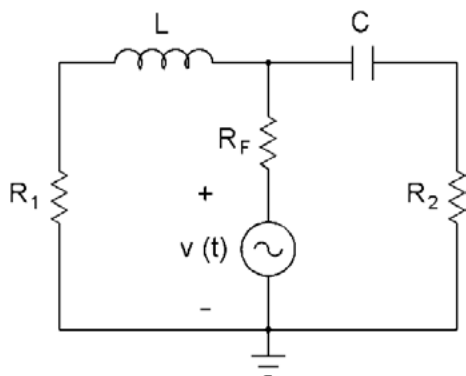


FIGURA 12.1. Circuito RLC con dos mallas

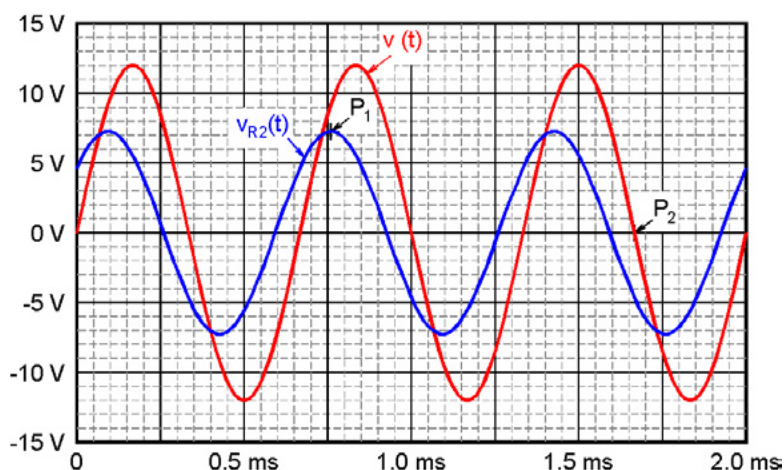


FIGURA 12.2. Gráfica del voltaje $v(t)$ y $v_{R2}(t)$ vs. t

Problema 13

En una empresa están instaladas dos estufas eléctricas que consumen en total 3225.8 W y tres motores eléctricos idénticos, los cuales cada uno de ellos se puede modelar como un resistor de 15Ω en serie con un inductor de 31.83 mH, tal como se muestra en la figura 13.

Determine la capacitancia de un condensador conectado en paralelo con la carga que se requiere para corregir su factor de potencia global a la unidad, con objeto de disminuir el consumo de energía eléctrica.

Asimismo, calcule la potencia compleja que absorbe cada uno de los motores.

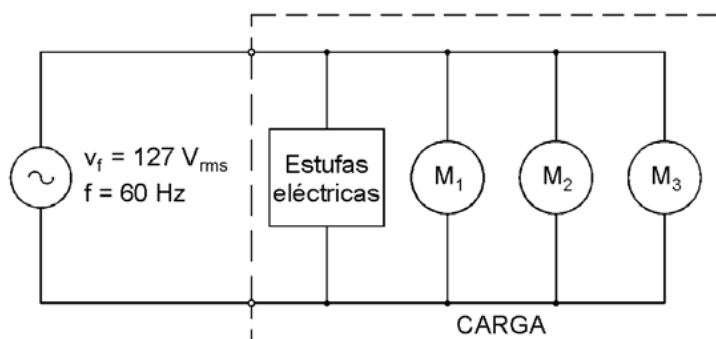


FIGURA 13. Modelo eléctrico de una empresa

Problema 14

En la figura 14, se muestra una fuente de voltaje que representa una línea comercial monofásica, conectada a un resistor y un inductor en serie que modelan a un motor de inducción.

Obtenga los valores de R y L si se sabe que a plena carga la potencia promedio entregada al motor es de $P=537.63\text{ W}$ con un factor de potencia $fp=80\%$.

Si $R=20\Omega$ y $L=79.58\text{ mH}$, determine la capacitancia de un condensador que se necesita conectar en paralelo a los elementos que modelan al motor para que el factor de potencia sea $fp=95\%$ en retraso.

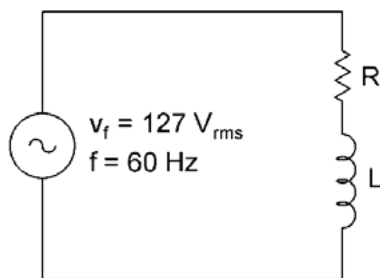


FIGURA 14. Modelo de un motor de inducción

Problema 15

El circuito que se muestra en la figura 15 está constituido, inicialmente, con una fuente de voltaje $v(t)$ en serie con un resistor R y un inductor L , y opera con un factor de potencia $fp=0.7071$ atrasado.

Si después de conectar el condensador C en los extremos a y b del circuito, se debe tener un factor de potencia de $fp=0.9$ atrasado, determine:

- los valores de L y C ;
- la potencia promedio consumida por el circuito, antes y después de colocar el condensador;
- la potencia compleja entregada por la fuente, antes y después de conectar el condensador.

Considere $v(t)=20\sin(2000t)$, donde $v(t)$ está en V , t en s y $R=11\Omega$.

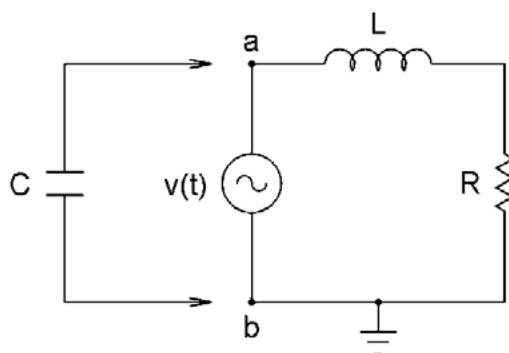


FIGURA 15. Circuito con condensador para corrección del factor de potencia

Problema 16

En la figura 16 se muestra un circuito monofásico. Determine la capacitancia C que se requiere para que el factor de potencia del circuito sea de $fp=0.95$ en retraso.

Asimismo, determine la potencia compleja absorbida por la carga, formada por el resistor de 20Ω y el inductor de 200 mH .

Considere $v_f=100 \cos(\omega t)$, $f=60\text{ Hz}$.

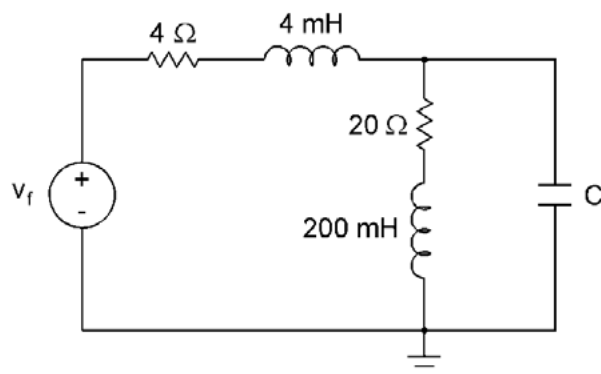


FIGURA 16. Circuito monofásico

Problema 17

Un taller mecánico cuenta con un motor eléctrico, cuya potencia promedio es de 1152 W con un factor de potencia de 0.6 en retraso, y una

planta de soldadura que está representada por el resistor de 9Ω y el inductor de 31.83 mH , tal como se muestra en la figura 17.

Determine la capacitancia del condensador que se requiere conectar en paralelo con la carga para corregir el factor de potencia global a $fp=0.9$ en retraso, con objeto de disminuir el consumo de energía eléctrica.

Asimismo, determine la potencia compleja absorbida por la carga con el factor de potencia ya corregido, verificando que su valor es el esperado, y obtenga el ahorro de energía que se logró en términos de potencia aparente.

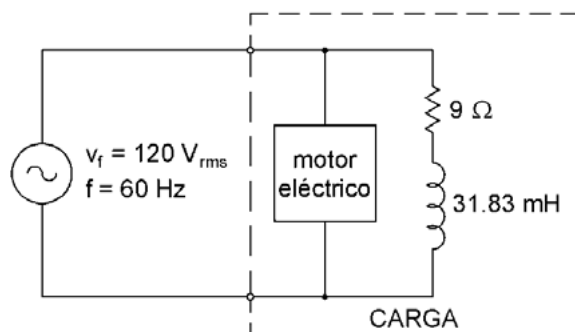


FIGURA 17. Modelo de un motor eléctrico y equipo de soldadura

Problema 18

Para el circuito mostrado en la figura 18, determine el valor de la resistencia R para el cual dicho circuito tenga un factor de potencia de $fp=92.85\%$ en retraso, si se sabe que el voltaje de entrada, v_i , es cosinusoidal con una magnitud de 100 V_{rms} y una frecuencia angular $\omega=2000\text{ rad/s}$.

Para el valor obtenido de R , obtenga la potencia compleja, la potencia aparente y la potencia promedio absorbida por cada uno de los elementos del circuito.

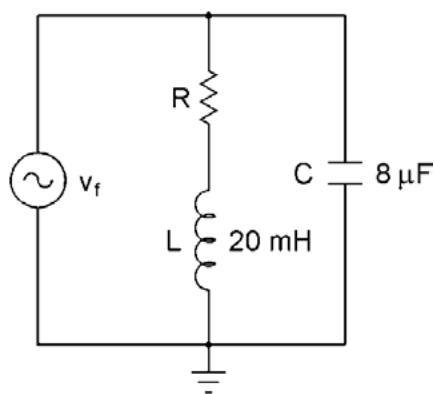


FIGURA 18. Circuito RLC

Problema 19

Un negocio de comida para llevar cuenta con una parrilla eléctrica de 3175 W y cuatro refrigeradores, cuya carga combinada está representada por el resistor de 2.5Ω y el inductor de 5.305 mH , tal como se muestra en la figura 19.

Determine la capacitancia de un condensador conectado en paralelo con la carga, que se requiere para corregir su factor de potencia global a $fp=0.98$ en retraso, con objeto de disminuir el consumo de energía eléctrica.

Asimismo, determine la potencia compleja absorbida por la carga con el factor de potencia ya corregido, verificando que su valor es el esperado, y obtenga el ahorro de energía que se logró en términos de potencia aparente.

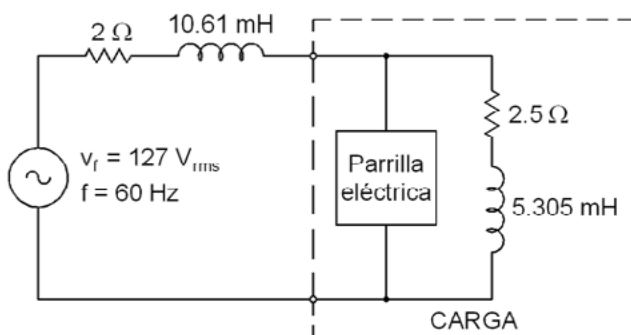


FIGURA 19. Circuito eléctrico de un negocio

Problema 20

Una empresa de embutidos tiene conectados cuatro motores de inducción, cinco refrigeradores, 17 lámparas de 60 W y 19 de 75 W a un voltaje de $220 V_{rms}$, tal como se muestra en la figura 20.

Cada motor tiene una corriente nominal de $10 A_{rms}$ a una potencia promedio $P=1760 W$, y cada refrigerador consume una potencia compleja $S=1100+j1100 VA$.

Determine la capacitancia del condensador que se requiere conectar en paralelo con la carga para que el factor de potencia global sea del 95 % en retraso.

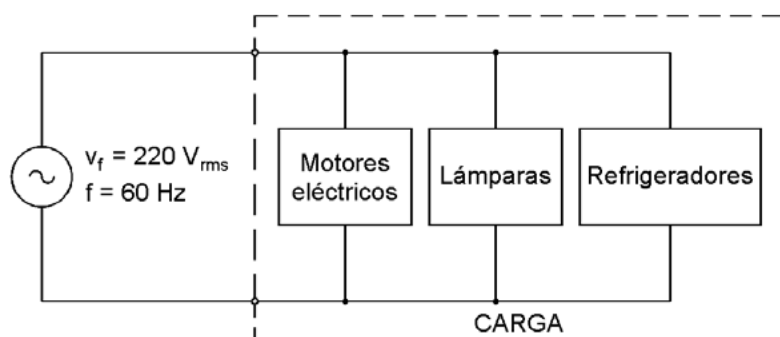


FIGURA 20. Diagrama que representa el circuito eléctrico de una empresa de embutidos

Problema 21

En la figura 21 se muestra un circuito que representa una línea de distribución de corriente eléctrica conectada a una carga. Se sabe que esta consume una potencia promedio $P=2165 W$ con un factor de potencia de 86.6% en retraso, y que opera a un voltaje nominal de $127 V_{rms}$ a una frecuencia $f=60 Hz$.

Determine la magnitud del voltaje de la fuente, v_f , de manera que la magnitud del voltaje en la carga, v_i , tenga su valor nominal. Alambre el circuito con *Proteus ISIS* y verifique su resultado empleando el osciloscopio, o bien, una gráfica analógica.

Asimismo, compruebe que la potencia compleja suministrada por el generador es igual a la suma de las potencias complejas absorbidas por la línea y por la carga.

Sugerencia: obtenga el equivalente de Thévenin a la izquierda de las terminales a–b.

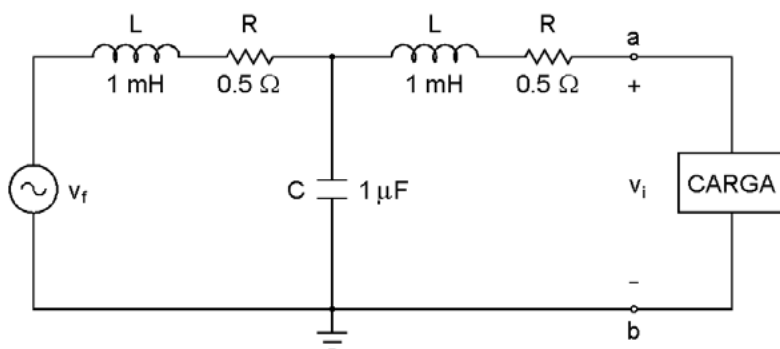


FIGURA 21. Circuito que representa a una línea de distribución de corriente eléctrica

Problema 22

En una carpintería se cuenta con una máquina eléctrica que absorbe una potencia promedio de $P=1152\text{ W}$ a 120 V_{rms} , con un factor de potencia del 80 % en retraso, y un motor que está representado por el resistor de $12\text{ }\Omega$ y el inductor de 23.88 mH , como se muestra en la figura 22.

Determine la capacitancia del condensador que se requiere conectar en paralelo con la carga para corregir el factor de potencia global a $fp=0.96$ en retraso, con objeto de disminuir el consumo de energía eléctrica.

Asimismo, determine la potencia compleja absorbida por la carga con el factor de potencia ya corregido y verifique que el valor de dicho factor de potencia es el esperado; finalmente, obtenga el ahorro de energía que se logra en términos de potencia aparente.

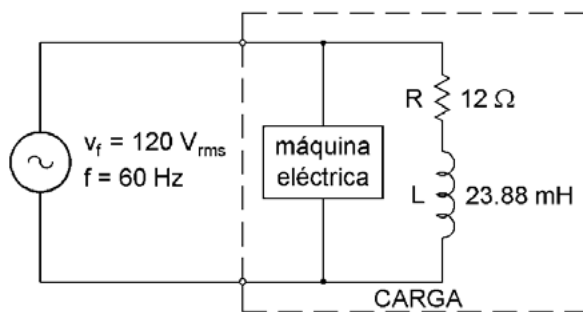


FIGURA 22. Circuito eléctrico de una carpintería

Problema 23

En una empresa metal-mecánica se tiene un circuito formado por una carga que absorbe una potencia promedio de $P=4000 \text{ W}$ a $125 V_{rms}$, con un factor de potencia del 80 % en retraso, y un condensador para la corrección del factor de potencia. El valor del condensador es tal que el factor de potencia corregido es de adelanto.

- Obtenga el valor de la impedancia de la carga.
- Obtenga la potencia compleja absorbida por la carga con todo y el condensador.
- Determine el valor del citado factor de potencia corregido.
- Para compensar el factor de potencia de adelanto, se desea conectar otra carga formada por un resistor y un inductor, tal como se muestra en la figura 23. Determine el valor de la inductancia L tal que el factor de potencia sea unitario.
- Calcule la potencia absorbida por la carga incluyendo el condensador y la carga de compensación, y explique si conviene conectar la mencionada carga de compensación, fundamentando su respuesta.

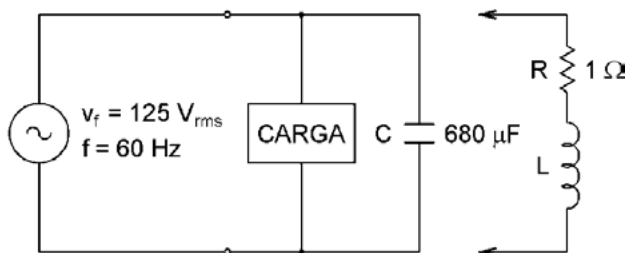


FIGURA 23. Circuito de una empresa metal-mecánica

Serie de ejercicios 11

Respuesta en frecuencia de circuitos eléctricos

Objetivo: El alumnado analizará y aplicará el concepto de respuesta en frecuencia de circuitos en estado sinusoidal permanente para resolver problemas de circuitos resonantes y filtros de primer y segundo orden.

Problema 1

Determine la frecuencia de resonancia del circuito mostrado en la figura 1 y obtenga la función de red que relacione su voltaje de salida con respecto al de entrada.

Con base en la expresión anterior, analice qué es lo que sucede con la ganancia para frecuencias mayores y menores de la frecuencia de resonancia.

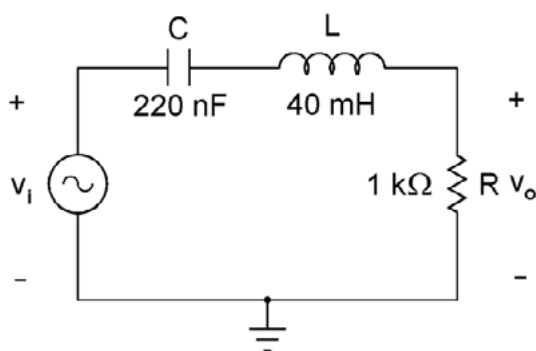


FIGURA 1. Circuito RLC en serie con el voltaje de salida en el resistor

Problema 2

Para el circuito mostrado en la figura 2, obtenga su función de red en términos de los voltajes de salida y de entrada, y determine la ganancia y el ángulo de desfase para las siguientes frecuencias: $\omega = 1, 10^2, 10^4, 10^6$ y 10^8 rad/s.

Bosqueje los diagramas de Bode de este circuito, dibujando las gráficas de la ganancia, en dB, y del ángulo de desfase, en $^\circ$ (grados sexagesimales), con respecto a la frecuencia angular, ω , en rad/s.

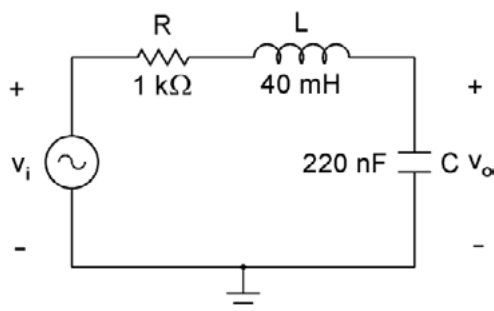


FIGURA 2. Circuito *RLC* en serie con el voltaje de salida en el condensador

Problema 3

En el circuito que se muestra en la figura 3, $v(t) = 20 \cos(9090t) \text{ V}$, $C = 0.2 \mu\text{F}$ y $L = 50 \text{ mH}$.

- Obtenga el valor de R para que el circuito entre en resonancia;
- con el valor obtenido de R , determine la intensidad de corriente en el inductor y el voltaje en el condensador en estado sinusoidal permanente.

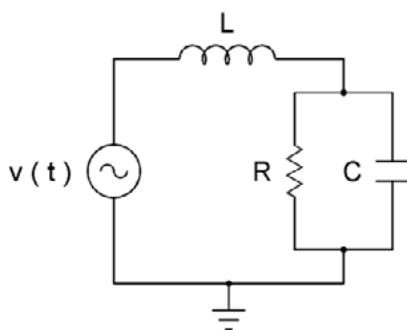


FIGURA 3. Circuito resonante *RLC*

Problema 4

En la figura 4, se muestra un circuito resonante en paralelo. Encuentre su impedancia equivalente, Z_{eq} , y verifique que se puede reescribir como:

$$Z_{eq} = \frac{k}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

donde Z_{eq} es la impedancia equivalente, $k=R$ es el valor máximo de la impedancia, $Q=R\sqrt{\frac{C}{L}}$ es el factor de calidad y $\omega_0\sqrt{\frac{1}{LC}}$ es la frecuencia de resonancia.

Determine los valores de R , L y C para que la frecuencia de resonancia $f_0=500$ Hz, el factor de calidad $Q=2$, y $Z(\omega_0)=330\ \Omega$.

Asimismo, obtenga el ancho de banda del circuito. Se denomina ancho de banda B a la diferencia de dos frecuencias ω_1 y ω_2 , tal que la impedancia para dichas frecuencias es:

$$|Z(\omega_1)| = \frac{k}{\sqrt{2}} \text{ y } |Z(\omega_2)| = \frac{k}{\sqrt{2}}, \text{ donde } B = \omega_2 - \omega_1.$$

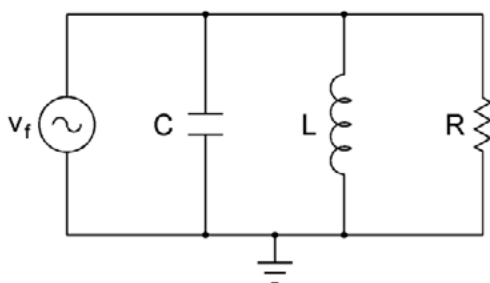


FIGURA 4. Circuito resonante RLC en paralelo

Problema 5

Para el circuito resonante mostrado en la figura 5, determine el valor de la capacitancia C para el cual su factor de potencia sea $fp=99\%$, considerando que el voltaje de entrada, V_f , es sinusoidal con una magnitud de $120\ V_{rms}$, y tiene una frecuencia $f=795.8$ Hz.

Con base en el valor de C obtenido, calcule la frecuencia de resonancia, ω_0 , del circuito.

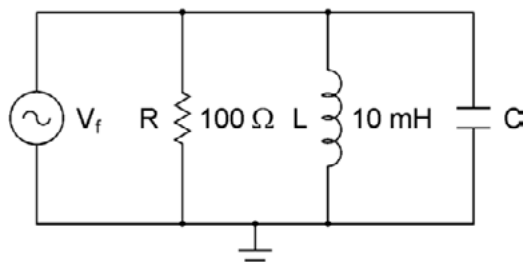


FIGURA 5. Circuito resonante RLC en paralelo

Problema 6

Para el circuito RLC de segundo orden mostrado en la figura 6, determine el valor de C para el cual dicho circuito entra en resonancia a una frecuencia $\omega_0 = 2000$ rad/s.

Asimismo, obtenga su función de transferencia

$$H(s) = \frac{v_o(s)}{v_i(s)},$$

así como los valores de la magnitud de $H(s)$ y el ángulo de desfase $\angle H(s)$ para un valor de $\omega = 1000$ rad/s.

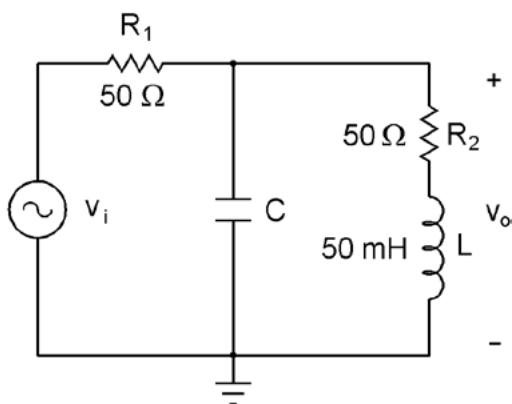


FIGURA 6. Circuito RLC de segundo orden

Problema 7

Se desea realizar el análisis en frecuencia del circuito mostrado en la figura 7, para lo cual es conveniente simplificar su configuración.

- Obtenga el equivalente de Thévenin de este circuito entre las terminales a y b .
- Con base en el equivalente de Thévenin obtenido, determine la función de red del circuito

$$H(\omega) = \frac{v_o(\omega)}{v_f(\omega)} .$$

- Calcule la magnitud y el ángulo de desfase de la función de red, determinada en el inciso anterior, para las siguientes frecuencias: 800, 900, 1000, 1100 y 1200 Hz, y dibuje las gráficas correspondientes de magnitud de $H(\omega)$ vs. ω , y de ángulo de desfase de $H(\omega)$ vs. ω .
- De preferencia use *Mathematica*.
- Verifique con *Proteus ISIS* que el funcionamiento del circuito original es idéntico al del circuito simplificado con el empleo del equivalente de Thévenin, empleando una gráfica de barrido de corriente alterna (*AC SWEEP*) con una frecuencia inicial de 100 Hz y una frecuencia final de 10 kHz, empleando 500 puntos. Recuerde que la fuente de voltaje usada para este caso debe ser un *SINE generator*, que es una de las opciones que se encuentran al oprimir el ícono de *Generator Mode*.

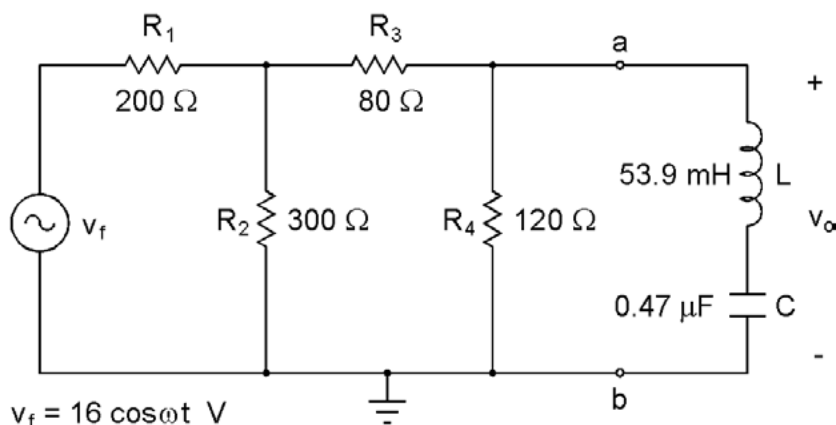


FIGURA 7. Circuito RLC de segundo orden

Problema 8

Se desea realizar el análisis en frecuencia del circuito mostrado en la figura 8.

- a) Determine la función de red del circuito:

$$H(\omega) = \frac{v_o(\omega)}{v_i(\omega)}.$$

- b) Obtenga el valor de la capacitancia C de manera que la frecuencia de resonancia $\omega_0 = 1000$ rad/s, si $L = 50$ mH, $R_1 = 330 \Omega$ y $R_2 = 1$ k Ω .
- c) Calcule la magnitud y el ángulo de desfase de la función de red determinada en el inciso anterior para las siguientes frecuencias: 600, 800, 1000, 1200 y 1400 rad/s, y dibuje los diagramas de Bode preferentemente con *Mathematica*, correspondientes a las de magnitud de $H(\omega)$ vs. ω , y de ángulo de desfase de $H(\omega)$ vs. ω .
- d) Verifique con *Proteus ISIS* los valores obtenidos en el inciso anterior, utilizando una gráfica de barrido de corriente alterna (AC SWEEP) con una frecuencia inicial de 10 Hz y una frecuencia final de 500 Hz, empleando 250 puntos. Recuerde que la fuente de voltaje usada para este caso debe ser un generador sinusoidal (*Generator Mode: SINE*).

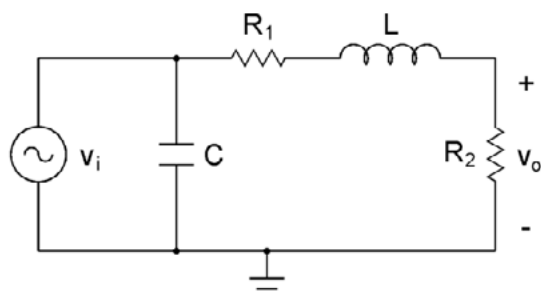


FIGURA 8. Circuito *RLC* con dos resistores

Problema 9

Para el circuito mostrado en la figura 9, obtenga su función de transferencia $H(s)$ y calcule la inductancia L para el cual el circuito entre en resonancia a una frecuencia de $\omega = 2500$ rad/s.

Los valores de resistencia son $R_1=50\Omega$, $R_2=20\Omega$, y de capacitancia $C=10\mu\text{F}$.

Determine a qué tipo de filtro corresponde este circuito RLC y verifique su aseveración determinando la magnitud de la función de transferencia para la frecuencia de resonancia, para la décima parte de esta frecuencia y para diez veces el valor de dicha frecuencia.

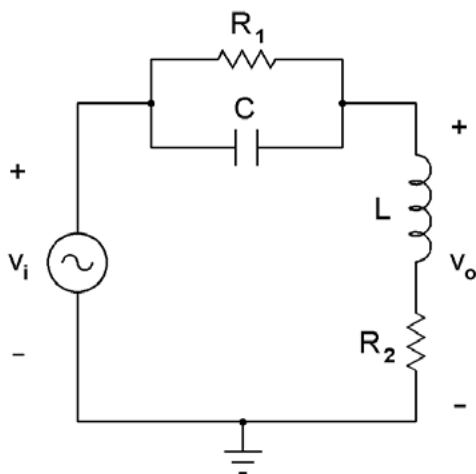


FIGURA 9. Filtro RLC de dos mallas

Problema 10

Para el circuito RLC mostrado en la figura 10, determine su función de transferencia, y considerando que $R_1=100\Omega$, $R_2=100\Omega$ y $C=10\mu\text{F}$ obtenga el valor de L tal que:

- la frecuencia de resonancia sea $\omega_0=1000\text{ rad/s}$.
- La impedancia de Thévenin, Z_{TH} , entre a y b sea puramente resistiva, para una frecuencia $\omega_0=500\text{ rad/s}$.

Dibuje los diagramas de Bode de este circuito, con base en la inductancia calculada en a).

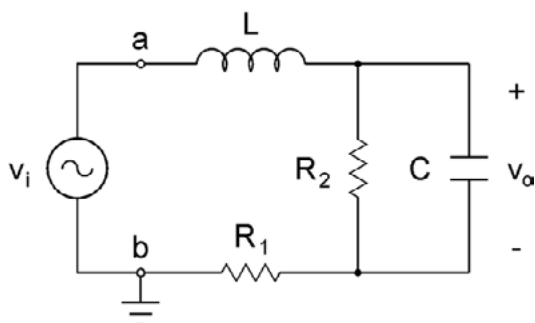


FIGURA 10. Circuito resonante RLC de dos mallas

Problema 11

Se desea realizar el análisis en frecuencia del circuito mostrado en la figura 11.

- a) Determine la función de red del circuito:

$$H(\omega) = \frac{v_o(\omega)}{v_i(\omega)}.$$

- b) Obtenga el valor de la capacitancia C de manera que la frecuencia de resonancia sea $f_0 = 1000$ Hz, si la inductancia $L = 50$ mH.
- c) Para $R_1 = 1$ k Ω y $R_2 = 100$ Ω , calcule la magnitud y el ángulo de desfase de la función de red determinada en el inciso a) para las siguientes frecuencias: 800, 900, 1000, 1100 y 1200 Hz y dibuje, de preferencia con *Mathematica* las gráficas correspondientes de magnitud de $H(\omega)$ vs. ω , y de ángulo de desfase de $H(\omega)$ vs. ω .
- d) Verifique con *Proteus ISIS* los valores obtenidos en el inciso anterior, utilizando una gráfica de barrido de corriente alterna (AC SWEEP) con una frecuencia inicial de 100 Hz y una frecuencia final de 5 kHz, empleando 250 puntos. Recuerde que la fuente de voltaje usada para este caso debe ser un generador sinusoidal (*Generator Mode: SINE*).

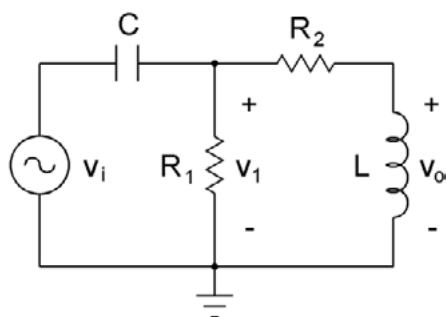


FIGURA 11. Circuito RLC con dos resistores

Problema 12

Determine los valores de L_1 para los cuales el circuito RLC de tercer orden, mostrado en la figura 12, entre en resonancia a una frecuencia de $\omega = 4000 \text{ rad/s}$.

Asimismo, con el valor mayor de L_1 obtenga su función de red

$$H(\omega) = \frac{v_o(\omega)}{v_i(\omega)}.$$

y dibuje sus diagramas de Bode, es decir, de la magnitud de $H(\omega)$, en dB, y del ángulo de $H(\omega)$, en grados sexagesimales, con respecto a ω , empleando *Mathematica*, e indique a qué tipo de filtro eléctrico corresponde el citado circuito.

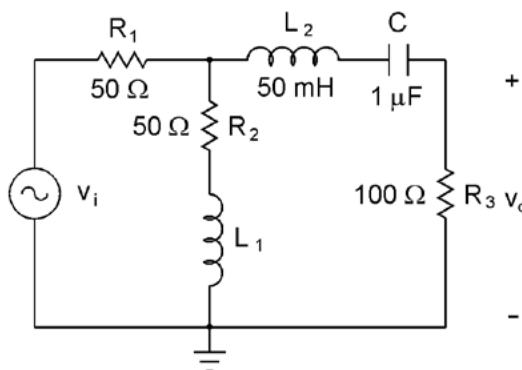


FIGURA 12. Circuito RLC de tercer orden con voltaje de salida en el resistor

Problema 13

Para el circuito RLC de tercer orden mostrado en la figura 13, obtenga su función de transferencia y dibuje sus diagramas de Bode, es decir, de la magnitud de $H(s)$, en dB , y del ángulo de $H(s)$, en grados sexagesimales, con respecto a ω , empleando *Mathematica*, e indique a qué tipo de filtro eléctrico corresponde el citado circuito.

Asimismo, determine sus frecuencias de corte ω_1 y ω_2 , que son las frecuencias a las que el circuito entra en resonancia, y calcule para ellas la magnitud de $H(s)$, en dB .

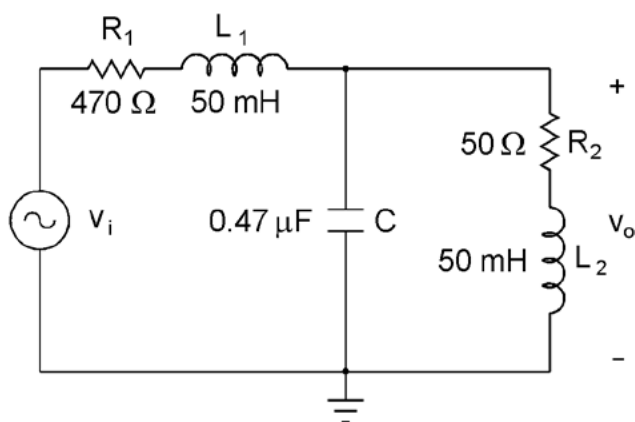


FIGURA 13. Circuito RLC de tercer orden con voltaje de salida en el inductor



Cuaderno de ejercicios de Análisis de Circuitos

Primera edición electrónica de un ejemplar
(4 MB) Formato PDF Publicado en línea
en mayo de 2023, en el repositorio
de la Facultad de Ingeniería, Ciudad
Universitaria, Ciudad de México. C.P. 04510

El diseño estuvo a cargo de la Unidad de Apoyo
Editorial de la Facultad de Ingeniería. Las
familias tipográficas utilizadas son Barlow y
Source Serif Pro con sus respectivas variantes.