



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL A CONDICIONES  
DE ALTA PRESIÓN Y ALTA TEMPERATURA DEL  
COEFICIENTE DE TURBULENCIA PARA YACIMIENTOS  
NATURALMENTE FRACTURADOS**

**TESIS**

Que para obtener el título de

**Ingeniera Petrolera**

**P R E S E N T A**

Alejandra Monserrat López Gómez

**DIRECTOR DE TESIS**

Dr. Daniel Cabrera Sotelo



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025

# ÍNDICE

Resumen .....	1
<b>CAPÍTULO 1</b> .....	<b>3</b>
1.- Introducción.....	3
1.1 Justificación.....	6
1.2 Hipótesis .....	6
1.3 Objetivo General.....	6
1.3.1 Objetivos Particulares.....	6
<b>CAPÍTULO 2</b> .....	<b>8</b>
2.- Marco Teórico.....	8
2.1 Conceptos Previos.....	8
2.1.1 Esfuerzo Efectivo .....	8
2.1.1.2 Esfuerzo Efectivo.....	9
2.1.2 Compresibilidad .....	10
2.1.3 Porosidad .....	14
2.1.3.1 Porosidad total .....	16
2.1.3.2 Porosidad Efectiva .....	16
2.1.3.3 Porosidad Primaria.....	18
2.1.3.4 Porosidad Secundaria.....	19
2.1.4 Permeabilidad .....	19
2.1.4.1 Permeabilidad Absoluta .....	21
2.1.4.2 Efecto Klinkenberg .....	23
2.1.5 Ley de Darcy .....	25
2.1.6 Número de Reynolds .....	28
2.1.7 Ecuación de Forchheimer.....	31
2.1.7.1 Derivación Experimental .....	32
2.1.7.2 Correlaciones del Coeficiente de Alta Velocidad.....	37
2.2 Revisión de la Literatura .....	39
<b>CAPÍTULO 3</b> .....	<b>49</b>
3.- Diseño y Desarrollo Experimental.....	49
3.1 Acondicionamiento de la Muestra .....	53
3.1.1 Corte de la Muestra.....	54
3.1.2 Medición y Toma de Dimensiones de la Muestra .....	54
3.1.3 Lavado de la Muestra.....	55
3.2 Procedimiento Experimental .....	56

3.2.1	Empaquetamiento de la Muestra .....	56
3.3	Porosidad .....	58
3.3.1	Determinación de la Porosidad Máxima, Medida con Helio a Condiciones de Laboratorio.....	58
3.3.1.1	Metodología.....	58
3.3.1.2	Equipo Utilizado .....	58
3.3.1.3	Resultados Experimentales.....	58
3.3.2	Medición con Helio de la Porosidad Efectiva de Matriz y Fractura, en Función del Esfuerzo Efectivo a Temperatura de Yacimiento.....	59
3.3.2.1	Metodología.....	59
3.3.2.2	Equipo Utilizado .....	60
3.3.2.3	Resultados Experimentales.....	60
3.4	Compresibilidad .....	62
3.4.1	Evaluación de la Compresibilidad de Matriz o Fractura, a Condiciones de Yacimiento.....	62
3.4.1.1	Metodología.....	62
3.4.1.2	Equipo Utilizado .....	62
3.4.1.3	Resultados Experimentales .....	62
3.5	Permeabilidad .....	63
3.5.1	Determinación de la Permeabilidad Vertical y Horizontal a Condiciones de Yacimiento.....	63
3.5.1.1	Metodología.....	63
3.5.1.2	Equipo Utilizado .....	65
3.5.1.3	Resultados Experimentales .....	65
3.6	Coefficiente Inercial de Alta Velocidad .....	68
3.6.1	Estimación del Coeficiente Inercial de Alta Velocidad a Condiciones de Yacimiento.....	68
3.6.1.1	Metodología.....	68
3.6.1.2	Equipo Utilizado .....	68
3.6.1.3	Resultados Experimentales .....	69
<b>CAPÍTULO 4</b>	.....	70
4.-	Interpretación de Resultados.....	70
4.1	Dependencia de la Porosidad en el Coeficiente de Turbulencia.....	71
4.1.1	Desarrollo de la Correlación .....	72
4.2	Dependencia de la Permeabilidad en el Coeficiente de Turbulencia.....	72
4.2.1	Desarrollo de la Correlación .....	73

4.3 Dependencia del Esfuerzo Efectivo en el Coeficiente de Turbulencia .....	74
4.3.1 Desarrollo de la Correlación .....	74
4.4 Dependencia de la Porosidad y Permeabilidad en el Coeficiente de Turbulencia..	75
4.4.1 Desarrollo de la Correlación .....	76
4.5 Resumen de Resultados.....	78
4.6 Comparación de Correlaciones.....	78
<b>CAPÍTULO 5</b> .....	80
5.- CONCLUSIONES .....	80
5.1 Recomendaciones .....	82
Referencias.....	83

## ÍNDICE DE TABLAS

<b>Tabla 1</b> .....	25
Valores de permeabilidad .....	25
<b>Tabla 2</b> .....	29
Clasificación de regímenes de flujo.....	29
<b>Tabla 3</b> .....	45
Correlaciones empíricas en un sistema monofásico.....	45
<b>Tabla 4</b> .....	46
Correlaciones empíricas en un sistema multifásico.....	46
<b>Tabla 5</b> .....	48
Análisis de criterios para determinar e identificar el flujo no darciano .....	48
<b>Tabla 6</b> .....	49
Descripción del equipo .....	49
<b>Tabla 7</b> .....	56
Características y propiedades de la muestra .....	56
<b>Tabla 8</b> .....	61
Resultados experimentales, valores para la porosidad efectiva.....	61
<b>Tabla 9</b> .....	63
Resultados experimentales, valor de la compresibilidad .....	63
<b>Tabla 10</b> .....	65
Resultados experimentales, valores de permeabilidad vertical al gas nitrógeno .....	65
<b>Tabla 11</b> .....	67
Resultados experimentales, valores de permeabilidad horizontal al gas nitrógeno .....	67
<b>Tabla 12</b> .....	69
Resultados experimentales, valores del coeficiente inercial de alta velocidad .....	69
<b>Tabla 13</b> .....	70

Resumen de resultados de la muestra de diámetro completo .....	70
<b>Tabla 14</b> .....	78
Correlaciones para $\beta$ .....	78
<b>Tabla 15</b> .....	79
Correlaciones de $\beta$ en la literatura .....	79

## ÍNDICE DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> .....	9
Un Fragmento de Roca Sometido a Diversas Fuerzas y Restricciones .....	9
<b>Figura 2</b> .....	11
Disminución del Volumen Total Debido a la Compresibilidad del Yacimiento Derivada de la Producción.....	11
<b>Figura 3</b> .....	15
Espacio Poroso y Garganta de los Poros Observado Mediante Microscópio Electrónico de Barrido .....	15
<b>Figura 4</b> .....	17
Imagen Demostrativa de la Doble Porosidad.....	17
<b>Figura 5</b> .....	18
Porosidad Primaria de la Roca, Originada Después del Ambiente de Depósito Original ....	18
<b>Figura 6</b> .....	19
Porosidad Creada Después de un Largo Tiempo de Deposición a Causa de Movimientos Tectónico y Procesos Diagenéticos de Degradación .....	19
<b>Figura 7</b> .....	20
Modelo de Matchstick (después Seidle et al., 1992), Modelo de un Yacimiento Fracturado (después de Warren y Root, 1963) y Modelo de Roca Porosa (después de Heath,1998).....	20
<b>Figura 8</b> .....	22
Diagrama de una Muestra con las Consideraciones Para Determinar la Permeabilidad ....	22
<b>Figura 9</b> .....	24
Efecto de Deslizamiento .....	24
<b>Figura 10</b> .....	28
Comparación de Flujo Laminar y Flujo Turbulento Saliendo de una Tubería .....	28
<b>Figura 11</b> .....	30
Tres Regímenes de Flujo Viscoso, a) Flujo Laminar a Bajo Re, b) Transición a un Numero Re Intermedio c) Flujo Turbulento Para un Alto Re .....	30
<b>Figura 12</b> .....	32
Regímenes de Flujo Representados por Líneas de Corriente .....	32
<b>Figura 13</b> .....	33
Gráfica de la Permeabilidad $k$ y el Factor de Turbulencia $\beta$ .....	33

<b>Figura 14</b> .....	35
Representación Gráfica de la Determinación Experimental del Factor Inercial de Alta Velocidad .....	35
<b>Figura 15</b> .....	50
Celda de Confinamiento de Alta Presión y Temperatura .....	50
<b>Figura 16</b> .....	50
Bomba de Gasto Constante .....	50
<b>Figura 17</b> .....	51
Manómetros Digital y Analógico.....	51
<b>Figura 18</b> .....	51
Porosímetro .....	51
<b>Figura 19</b> .....	52
Fluómetros o Medidores de Flujo .....	52
<b>Figura 20</b> .....	53
Muestra de Diámetro Completo a Estudiar.....	53
<b>Figura 21</b> .....	54
Corte de la Muestra del Núcleo de Roca.....	54
<b>Figura 22</b> .....	54
La Muestra es Pesada en una Báscula Digital .....	54
<b>Figura 23</b> .....	55
Muestra en Proceso de Lavado, en el Equipo Dean Stark.....	55
<b>Figura 24</b> .....	57
Proceso de empaquetamiento de la Muestra .....	57
<b>Figura 25</b> .....	59
Combinación el Módulo de Medida del Porosímetro Terratek, Conjuntamente con la Celda Básica de Permeabilidades .....	59
<b>Figura 26</b> .....	60
Calibración del Equipo .....	60
<b>Figura 27</b> .....	61
Variación de la Porosidad Efectiva en Función del Esfuerzo Efectivo .....	61
<b>Figura 28</b> .....	64
Esquema del Arreglo Experimental Visto en Planta.....	64
<b>Figura 29</b> .....	66
Variación de la Permeabilidad Vertical en Función del Esfuerzo Efectivo .....	66
<b>Figura 30</b> .....	67
Variación de la Permeabilidad horizontal en Función del Esfuerzo Efectivo.....	67
<b>Figura 31</b> .....	69
Variación de Coeficiente Inercial de Alta Velocidad en Función del Esfuerzo Efectivo.....	69

<b>Figura 32</b> .....	71
Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función de la Porosidad .....	71
<b>Figura 33</b> .....	73
Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función de la Permeabilidad .....	73
<b>Figura 34</b> .....	74
Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función del Esfuerzo Efectivo .....	74
<b>Figura 35</b> .....	76
Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función de Porosidad y Permeabilidad .....	76
<b>Figura 36</b> .....	79
Comparación de Correlaciones Para $\beta$ .....	79

## **Resumen**

En el presente trabajo se presenta una propuesta de un desarrollo experimental realizado a condiciones de alta presión ( $p > 5000 \text{ psi}$ ) y temperatura ( $T > 120^\circ\text{C}$ ), en una muestra de diámetro completo (diámetro de 4 in), obtenida de un yacimiento naturalmente fracturado de gas y condensado, para medir el coeficiente de turbulencia  $\beta$ . La profundidad de la muestra es de aproximadamente 7,000 metros en pozo terrestre de alta presión y temperatura.

En el capítulo 1, se presenta el contexto e importancia de los yacimientos de gas y condensado en México, así como también al tema de la caracterización estática a escala de laboratorio. Adicionalmente se mencionará la justificación, la cual indicará el porqué de la presente tesis, así como la hipótesis y objetivos a los que se planea llegar al concluir con este estudio.

En el Capítulo 2, se mencionarán los conceptos previos para una mejor comprensión de este trabajo, puesto que para cumplir con el objetivo se deben determinar ciertas propiedades petrofísicas como: la porosidad, compresibilidad y permeabilidad, obtenidas a diferentes esfuerzos efectivos por ello es uno de los conceptos con el que se partirá en este capítulo. Posteriormente se mencionarán conceptos básicos de flujo no-darciano en medios porosos y finalmente se presentará la revisión del estado del arte para la determinación experimental de coeficiente de turbulencia  $\beta$ .

En el Capítulo 3, se presentarán los parámetros de diseño y los aspectos generales para el desarrollo del experimento en la roca naturalmente fracturada bajo condiciones de yacimiento, se mencionará para cada propiedad la metodología propuesta, el equipo utilizado y se concluirá presentando la variación de las propiedades en función del esfuerzo geomecánico aplicado.

En el Capítulo 4, se presentará la interpretación de resultados obtenidos y el comportamiento del coeficiente  $\beta$  en función del esfuerzo geomecánico aplicado, la permeabilidad y porosidad con sus respectivas correlaciones. Se concluirá con la presentación de la comparación de una de las correlaciones propuesta en este estudio con otras ya existentes de rocas carbonatadas.

En el Capítulo 5, se expondrán las conclusiones y recomendaciones obtenidas del experimento, además de las aportaciones realizadas.

# **CAPÍTULO 1**

## **1.- Introducción**

En la actualidad se presenta el agotamiento de los grandes campos productores de hidrocarburo en México, esto debido a la explotación prolongada desde el siglo XX, este hecho obliga a desarrollar campos que presentan desafíos científicos y tecnológicos debido a diversas condiciones, como lo son la profundidad, presión, temperatura y tipo de fluido.

Actualmente en México el gas natural se ha convertido en un insumo fundamental para la economía del país y de acuerdo con datos publicados por el Banco de México ocupa el octavo lugar en importaciones de gas natural en el mundo es por ello que la exploración, explotación y transporte de este recurso natural toma una gran importancia. Bajo este contexto se encuentra la relevancia de este trabajo ya que nuevos retos requieren mejorar metodologías ya existentes o bien desarrollar nuevas, esto en toda la cadena de valores del sector petrolero.

En lo que respecta a la parte de exploración y producción de un campo petrolero la caracterización de un yacimiento es una etapa fundamental para el conocimiento del campo ya que con base en esta información se pondrá en práctica el proyecto del manejo del yacimiento para extraer de manera eficiente los recursos.

Se requieren análisis exhaustivos de información obtenida de muestras de núcleos y la presente tesis propone una metodología y ecuaciones para evaluar experimentalmente el coeficiente inercial en núcleos de diámetro completo obtenidos de yacimientos naturalmente fracturados a condiciones de alta presión y alta temperatura, a partir del equipo con el que cuenta el Laboratorio de Rocas Fracturadas Dr. Edgar Rangel German de la Universidad Nacional Autónoma de México.

Ahora bien, la importancia de la etapa de caracterización estática radica en las pruebas experimentales a escala de laboratorio, las cuales son realizadas en muestras de núcleos de diámetro completo y nos proporcionan los valores para determinar ciertas

propiedades como lo son la compresibilidad, permeabilidad, porosidad, tensión interfacial y mojabilidad.

Estas propiedades en conjunto con pruebas de campo que soporten esta información ayudan al desarrollo de modelos matemáticos para realizar la simulación del comportamiento del yacimiento a determinados tiempos y variando los valores de las propiedades dado que en la vida productiva del campo dicha información tiene que estar en constante revisión.

Dependiendo de las etapas de explotación de los yacimientos se presenta la necesidad de estimar la variación de las propiedades petrofísicas acorde a los cambios en la física del yacimiento, ya que recordemos que en los yacimientos petroleros las fuerzas principales que rigen el comportamiento son las fuerzas gravitacionales, capilares, viscosas e inerciales y dependerá de las propiedades del yacimiento que unas sean más importante que otras, y la determinación precisa de las variables del yacimiento se vuelve imperativa.

Las fuerzas inerciales tienen mayor influencia en un radio cercano a la zona de producción y sus efectos se incrementan en los yacimientos de gas con gastos elevados, generando una condición de flujo no-darciano. Considerando esta situación física, el presente estudio se realiza sobre una muestra de núcleo extraído de un yacimiento de gas y condensado del sur de México.

El flujo no-darciano depende del coeficiente de turbulencia  $\beta$ . El cálculo y determinación del coeficiente de inercial se realiza tanto a escala de yacimiento con pruebas de presión como a escala de laboratorio, la principal diferencia entre ambas determinaciones es el efecto de la escala, además de la disponibilidad para la realización de la prueba de presión en campo, y la obtención de muestras de núcleo del yacimiento de interés. A este parámetro petrofísico también se le conoce como coeficiente de turbulencia o coeficiente de alta velocidad.

Para comenzar con el desarrollo de la metodología dado que esta prueba se implementó actualmente en el laboratorio de rocas se presenta como antecedente un análisis de lo que al día de hoy conocemos respecto a este tipo de yacimientos y cómo actúan las fuerzas inerciales para poder comprender e interpretar el fenómeno físico ocurrido en los experimentos ya que en la literatura se encuentran diversos modelos matemáticos para el cálculo de propiedades petrofísicas pero con la limitante que fueron diseñadas para ciertos tipos de roca en este caso se realizaron implementaciones adicionales a los modelos ya propuestos.

En la revisión de la literatura se parte de lo fundamental que es el flujo de fluidos en el medio poroso y sus ecuaciones, para después abordar el coeficiente inercial partiendo de su importancia en los yacimientos de gas y los desarrollos experimentales a escala de yacimiento que se han realizado hasta la actualidad hasta concluir con el modelo propuesto para este estudio.

Posteriormente se realiza una descripción de la preparación de la muestra de roca, la parte operativa del experimento con el objetivo de ilustrar todo el proceso para la obtención de los parámetros que nos ayudaran a determinación del coeficiente inercial.

Finalmente, se muestran los resultados de los parámetros y la variación del coeficiente inercial respecto a algunos de ellos, así como las correlaciones que describen dicha dependencia.

A continuación, se presentan los aspectos puntuales de los objetivos y orientación de esta tesis.

## **1.1 Justificación**

En México se están desarrollando yacimientos naturalmente fracturados de gas y condensado, de carácter estratégico y de seguridad energética para la nación. La metodología propuesta en la presente tesis genera una aportación en la comprensión de las propiedades petrofísicas que afectan la producción de este tipo de yacimientos.

## **1.2 Hipótesis**

- Los parámetros petrofísicos varían a medida que se aumenta el esfuerzo efectivo, para el caso particular de la permeabilidad y la porosidad disminuyen y el coeficiente de turbulencia aumenta. Por lo tanto, se puede derivar una ecuación experimental que describe la variación del coeficiente de turbulencia en función del esfuerzo, la porosidad y la permeabilidad.

## **1.3 Objetivo General**

Describir experimental y analíticamente el comportamiento del coeficiente de turbulencia en función del esfuerzo geomecánico efectivo aplicado y de las propiedades petrofísicas fundamentales porosidad y permeabilidad.

### **1.3.1 Objetivos Particulares**

Los objetivos particulares de esta tesis plantean el éxito del desarrollo experimental en una muestra de diámetro completo obtenida de un yacimiento de gas y condensado del sur de México, y son los siguientes:

- Determinación del coeficiente de turbulencia a condiciones de yacimiento (alta presión y temperatura), en un sistema monofásico, mediante la interpretación con la ecuación de Forchheimer.
- Interpretación de la variación del coeficiente de turbulencia en función del esfuerzo efectivo aplicado.
- Proponer una correlación del coeficiente de turbulencia para rocas naturalmente fracturadas de México.
- Realización de una comparación del coeficiente de turbulencia, con las correlaciones ya existentes para rocas carbonatadas y la resultante de este estudio.

## CAPÍTULO 2

### 2.- Marco Teórico

#### 2.1 Conceptos Previos

Para tener una buena conceptualización de los fenómenos físicos que se analizarán en la muestra de roca, se presentan los conceptos previos y la descripción básica de los parámetros petrofísicos, con el objetivo de tener una mayor comprensión de este estudio.

##### *2.1.1 Esfuerzo Efectivo*

En la industria petrolera moderna es importante calcular los efectos que se generan a partir de los cambios en el esfuerzo geomecánico aplicado a la roca, la presión de poro y la temperatura de un yacimiento. Bajo este contexto es necesario hacer mención del esfuerzo efectivo ya que en el presente trabajo se muestran resultados del coeficiente de turbulencia en función de distintas variables y una de ellas es el esfuerzo efectivo.

Bernt y Reza (2019) definen el esfuerzo como una fuerza que actúa sobre un área, la cual es independiente del tamaño del cuerpo como se indica en la siguiente ecuación:

$$\sigma = \frac{Fuerza}{Area} = \frac{F}{A}, \dots \dots \dots (1)$$

donde:

$\sigma$  = es el esfuerzo [Pa o psi],

$F$  = fuerza [N o lbf],

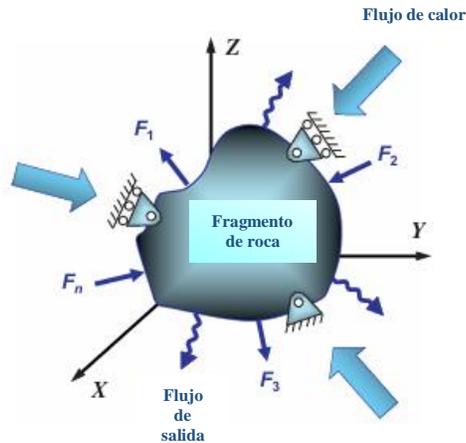
$A$  = área de la superficie [ $m^2$  o  $in^2$ ].

Para ayudar al entendimiento de este concepto en la **Figura 1**, se muestra el comportamiento de un cuerpo sometido a distintas fuerzas y restricciones, para el caso de la

ingeniería petrolera, específicamente podemos suponer el cuerpo como un fragmento de roca.

**Figura 1**

**Un Fragmento de Roca Sometido a Diversas Fuerzas y Restricciones**



Nota: Adaptada de *Petroleum Rock Mechanics, Drilling Operations and Well Design* (p.3), por R.Looyeh y S.Aadnoy,2019, Gulf Professional Publishing is an imprint of Elsevier.

**2.1.1.2 Esfuerzo Efectivo**

El esfuerzo efectivo se describe generalmente en términos de tres componentes, el primer esfuerzo actúa a lo largo del radio del pozo (radial), el segundo esfuerzo actúa alrededor de la circunferencia del pozo (tangencial) y el tercer esfuerzo actúa en paralelo a la orientación del pozo (axial), adicional a esto se considera un componente de esfuerzo cortante.

El esfuerzo de sobrecarga representa el esfuerzo total, está conformado por la presión de poro y en parte por la matriz de la roca, por lo tanto, el esfuerzo efectivo es igual a la presión de poro más el esfuerzo efectivo como lo indica la siguiente ecuación:

$$\sigma = \sigma' + P_0; \dots \dots \dots (2)$$

El análisis de falla de la roca se rige por el esfuerzo efectivo como se observa en la siguiente ecuación:

$$\sigma' = \sigma - P_0; \dots \dots \dots (3)$$

Una expresión que representa de forma más general el esfuerzo efectivo incluye un factor de escala con respecto a la presión de poro conocido como constante de Biot, esto se expresa como:

$$\sigma' = \sigma - \beta P_0, \dots \dots \dots (4)$$

donde:

$$\beta = 1 - \frac{E_i}{E} \frac{1 - 2\nu_i}{1 - 2\nu} = 1 - \frac{\text{Medio poroso}}{\text{Material interporoso}}. \dots \dots \dots (5)$$

### **2.1.2 Compresibilidad**

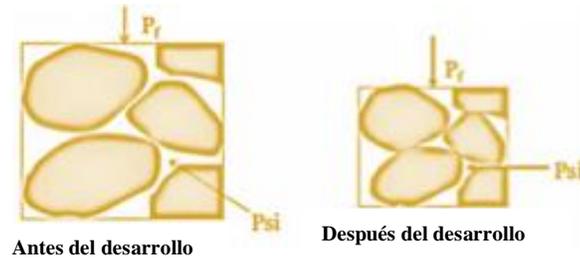
Un yacimiento petrolero se encuentra sometido a diversas fuerzas las cuales pueden ser internas (fuerza de los fluidos y matriz de poro) y externas (sobrecarga de las capas de roca) para efecto de la producción del yacimiento se intenta mantener la presión del yacimiento constante es por ello que la compresibilidad es un parámetro muy importante para cumplir esta meta.

La compresibilidad es una propiedad de los materiales en la cual disminuye su volumen total en función de la presión, esto lo podemos contemplar en la **Figura 2**, para el caso de un yacimiento petrolero la compresibilidad está asociada a la producción de fluidos resultado de los esfuerzos aplicados.

**Figura 2**

**Disminución del Volumen Total Debido a la Compresibilidad del Yacimiento**

**Derivada de la Producción**



Nota: Adaptada de *Fundamentals of Reservoir Rock Properties* (p.111), por Tarek.G, 2020, Springer Nature Switzerland AG.

Para fines de este trabajo podemos clasificar la compresibilidad en el medio poroso acorde a Geertsma (1957), que menciona tres aspectos importantes:

Compresibilidad de la matriz de la roca: Cambio fraccional en el volumen sólido (sin poros) por unidad de cambio en la presión.

Matemáticamente, el coeficiente de compresibilidad de la roca esta dado por:

$$c_r = -\frac{1}{V_r} \left( \frac{\partial V_r}{\partial p} \right)_T, \dots \dots \dots (6)$$

donde:

$c_r$  = compresibilidad de la matriz de roca, [ $psi^{-1}$ ],

$V_r$  = volumen de grano de roca [ $ft^3$ ],

El subíndice T, indica que la derivada es tomada a una temperatura constante.

Compresibilidad del volumen de la roca promedio: Cambio fraccional en el volumen solido total del volumen poroso por unidad de cambio en la presión.

La compresibilidad promedio del volumen de roca se define matemáticamente como:

$$c_B = -\frac{1}{V_B} \left( \frac{\partial V_B}{\partial p} \right)_T, \dots \dots \dots (7)$$

donde:

$p$  = presión, [psi],

$c_B$  = coeficiente de compresibilidad del volumen promedio de la roca, [psi<sup>-1</sup> ],

$V_B$  = volumen promedio, [ft<sup>3</sup>].

Compresibilidad de los poros de la roca: Cambio fraccional en el volumen poroso por unidad de cambio en la presión.

Viene dada por la siguiente relación:

$$c_p = -\frac{1}{V_p} \left( \frac{\partial V_p}{\partial p} \right)_T, \dots \dots \dots (8)$$

donde:

$c_p$  = coeficiente de compresibilidad de poro, [psi<sup>-1</sup> ],

$V_p$  = volumen poroso [ft<sup>3</sup>].

Ya que el volumen poroso de la roca incrementa con el aumento de la presión de poro se puede expresar la compresibilidad en términos de la porosidad, de la siguiente forma:

$$c_p = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \dots \dots \dots (9)$$

Dos tipos de esfuerzos pueden asociarse a la compresibilidad del volumen de la roca y el volumen poroso. En la primera la variación la presión en el volumen poroso es variada mientras que el esfuerzo externo es constante, en la segunda se considera que el esfuerzo en la superficie externa de la roca es variable mientras que la presión interna en los poros (fluidos) es constante.

La compresibilidad de la formación es el término que se utiliza para describir la compresibilidad total de la formación  $c_f$  y se establece que es igual a la compresibilidad de los poros  $c_p$ , de la siguiente forma:

$$c_f = c_p = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p}, \dots \dots \dots (10)$$

$$\Delta V_p = c_f V_p \Delta p, \dots \dots \dots (11)$$

donde  $\Delta V_p$  y  $\Delta p$  son cambios en el volumen poroso y la presión de poro, respectivamente. También, que la compresibilidad del volumen promedio  $c_B$  esta relacionada con la compresibilidad de poro  $c_p$  mediante la siguiente expresión:

$$c_B \cong c_p \phi, \dots \dots \dots (12)$$

Geertsma afirma que en un yacimiento sólo la componente vertical del esfuerzo geológico es constante y que las componentes del esfuerzo en el plano horizontal se caracterizan por la condición del entorno en la que no hay deformación en esas direcciones.

La reducción en el volumen poroso derivado a la disminución de la presión, también se puede expresar en términos de cambios en la porosidad del yacimiento.

Reescribiendo la ecuación 10 se obtiene la siguiente expresión:

$$c_f dp = \left(\frac{1}{\phi}\right) d\phi,; \dots \dots \dots (13)$$

a continuación, se integra la ecuación 13 obteniéndose la Ecuación 11:

$$c_f \int_{p_o}^p dp = \int_{\phi_o}^{\phi} \frac{d\phi}{\phi}; \dots \dots \dots (14)$$

$$c_f (p - p_o) = \ln\left(\frac{\phi}{\phi_o}\right); \dots \dots \dots (15)$$

la ecuación 15 se expresa de la manera siguiente:

$$\phi = \phi_o e^{c_f(p-p_o)}, \dots \dots \dots (16)$$

donde:

$p_o$  = presión original, [psi],

$\phi_o$  = porosidad original, [fracción],

$p$  = presión actual, [psi],

$\emptyset$  = porosidad a la  $p$ , [fracción].

Para concluir con este apartado es importante señalar que la compresibilidad total del yacimiento  $c_t$  se utiliza ampliamente como en la ecuación de difusión y en la ecuación de balance de materia, se puede definir por la siguiente expresión:

$$c_t = S_o c_o + S_w c_w + S_g c_g + c_f, \dots \dots \dots (17)$$

donde:

$S_o S_w S_g$  = la saturación de aceite, agua y gas respectivamente,

$c_o$  = compresibilidad del aceite, [ $psi^{-1}$ ],

$c_w$  = compresibilidad del agua, [ $psi^{-1}$ ],

$c_g$  = compresibilidad del gas, [ $psi^{-1}$ ],

$c_t$  = compresibilidad total del yacimiento, [ $psi^{-1}$ ],

$c_f$  = compresibilidad de la formación (compresibilidad de los poros), [ $psi^{-1}$ ].

### **2.1.3 Porosidad**

La porosidad y la permeabilidad, así como las propiedades mecánicas, dependen de la variación de diversos factores presentes durante la explotación del yacimiento petrolero por esta razón es importante determinar estas propiedades de la roca. En primera instancia definiremos la porosidad y como se obtiene cuantitativamente.

Tarek (2020) define la porosidad de una roca como una medida de la capacidad de almacenamiento (volumen poroso) que es capaz de retener fluidos en la **Figura 3** se puede observar ese volumen de espacio vacío que hace referencia al volumen poroso.

Definiendo la relación entre el volumen de los poros y el volumen total del medio poroso (volumen aparente) esta relación se muestra en la siguiente expresión:

$$\phi = \frac{\text{volumen poroso}}{\text{volumen promedio}}; \dots\dots\dots (18)$$

la ecuación 18 se expresa de la manera siguiente:

$$\phi = \frac{V_p}{V_B} = \frac{V_B - V_s}{V_B}, \dots\dots\dots (19)$$

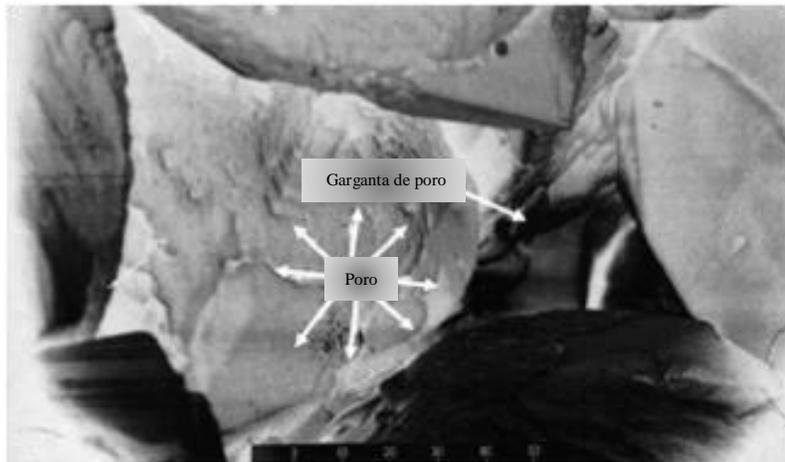
donde:

$\phi$  = porosidad [*fracción*],

$V_s$  = Volumen solido, [*ft<sup>3</sup>*].

**Figura 3**

**Espacio Poroso y Garganta de los Poros Observado Mediante Microscópico Electrónico de Barrido**



*Nota:* Adaptada de *Fundamentals of Reservoir Rock Properties* (p.6), por Tarek.G, 2020, Springer Nature Switzerland AG.

De acuerdo a la forma en que se depositaron los sedimentos, se formaron las rocas con algunos espacios vacíos los cuales en algunos casos se encuentran interconectados mientras que algunos espacios porosos se encuentran aislados. Bajo este contexto se consideran dos tipos de porosidad, una porosidad total y otra porosidad efectiva.

### 2.1.3.1 Porosidad total

La porosidad total la podemos definir como la relación entre el espacio poroso total y el volumen aparente de la roca. Ahora bien, una roca puede tener cierto espacio poroso, pero no tener conductividad de los fluidos, cuando nos referimos a porosidad absoluta no consideramos si existe esa conductividad entre los poros únicamente se considera el porcentaje total de porosidad de un cierto volumen absoluto.

La porosidad total se puede expresar matemáticamente mediante la siguiente relación:

$$\phi_t = \frac{\text{volumen poroso total}}{\text{volumen promedio}}; \dots \dots \dots (20)$$

La ecuación 20 se puede expresar como:

$$\phi_t = \frac{\text{volumen efectivo} - \text{volumen de grano}}{\text{volumen promedio}}, \dots \dots \dots (21)$$

donde:

$\phi_t$  = porosidad total.

### 2.1.3.2 Porosidad Efectiva

De acuerdo con la definición de porosidad total podemos decir que la diferencia entre ambos tipos es la interconexión que existe entre los espacios porosos, es por esta razón que la porosidad efectiva es la que se emplea para efectos de la ingeniería de yacimientos, ya que representa al espacio que contiene a los fluidos de hidrocarburos recuperables.

Entonces se concluye que la porosidad efectiva se define como el porcentaje de espacio poroso interconectado con respecto al volumen total, de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\phi = \frac{\text{volumen poroso interconectado}}{\text{volumen promedio}}, \dots\dots\dots (22)$$

donde:

$\phi$  = porosidad efectiva.

Sin embargo, para el caso de los yacimientos naturalmente fracturados se presentan ambos tipos de porosidad puesto que cuentan con porosidad de matriz y porosidad de fractura. Por lo tanto, se puede llamar a esta combinación como una doble porosidad, se puede observar en la **Figura 4** una muestra extraída de un yacimiento naturalmente fracturado en donde se encuentran presentes ambas porosidades.

**Figura 4**

**Imagen Demostrativa de la Doble Porosidad**



El ambiente de sedimentación del mineral se relaciona con la porosidad original, y la porosidad inducida es la que se desarrolla por algún proceso geológico posterior al depósito de la roca (proceso diagenético), caracterizada por el desarrollo de fracturas y cavidades de disolución que se encuentran en los carbonatos y rocas calizas.

Una importante aplicación de esta propiedad en la ingeniería petrolera es determinar el volumen original de hidrocarburos in situ.

### **2.1.3.3 Porosidad Primaria**

La porosidad primaria es el espacio de apertura entre los granos minerales, la cual es la principal porosidad que acompaña a la roca desde su formación inicial. Se puede identificar también como la porosidad intergranular primaria ya que este espacio vacío se produce antes del depósito. En la **Figura 5** se observa este concepto.

#### ***Figura 5***

***Porosidad Primaria de la Roca, Originada Después del Ambiente de Depósito Original***



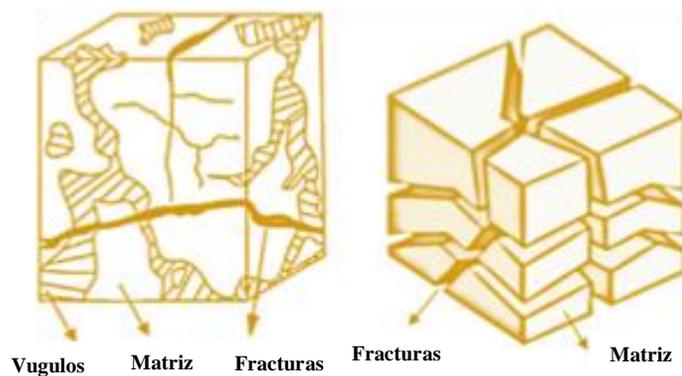
#### **2.1.3.4 Porosidad Secundaria**

La porosidad intragranular secundaria es resultado de la disolución de partículas del entorno de depósito o el cemento que originalmente une las partículas en el lugar inicial, en consecuencia, de esta disolución se mejora el vacío de una roca en una cuenca sedimentaria.

En la **Figura 6** se muestra la porosidad secundaria donde se pueden observar fracturas y vugulos causados por movimientos tectónicos y procesos posteriores al depósito.

#### **Figura 6**

***Porosidad Creada Después de un Largo Tiempo de Deposición a Causa de Movimientos Tectónico y Procesos Diagenéticos de Degradación***



*Nota:* Adaptada de *Fundamentals of Reservoir Rock Properties* (p.8), por Tarek.G, 2020, Springer Nature Switzerland AG.

#### **2.1.4 Permeabilidad**

Como ya se mencionó en el apartado anterior, la permeabilidad al igual que la porosidad son propiedades esenciales en la ingeniería de yacimientos, puesto que el flujo de hidrocarburo sólo será posible si hay suficiente permeabilidad en las rocas del yacimiento.

La permeabilidad puede definirse como la capacidad de los fluidos para fluir dentro de un medio poroso, cuantificando la capacidad del flujo desde el lugar de origen pasando a

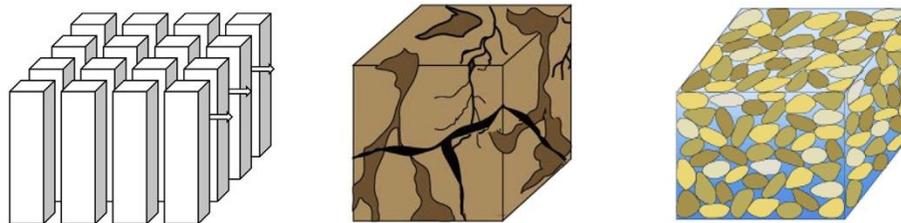
través del yacimiento hasta el pozo producido, definiendo esto se puede decir que a mayor permeabilidad será mayor el flujo del fluido.

La permeabilidad es muy sensible a los cambios de esfuerzos, y diversos experimentos han demostrado que la permeabilidad disminuye significativamente en función del esfuerzo efectivo. Por ello diversos autores han desarrollado modelos empíricos para describir la correlación entre la permeabilidad y el esfuerzo efectivo.

En el transcurso del tiempo se ha estudiado de manera empírica y analítica la determinación de este parámetro y para ello se basaron en distintos modelos desde el más idealizado como tubos capilares hasta el modelo más parecido a la realidad del comportamiento del medio poroso de una roca. Estos modelos se observan en la **Figura 7**.

**Figura 7**

***Modelo de Matchstick (después Seidle et al., 1992), Modelo de un Yacimiento Fracturado (después de Warren y Root, 1963) y Modelo de Roca Porosa (después de Heath,1998)***



(a) Modelo de Matchstick      (b) Modelo de un yacimiento Fracturado      (c) Modelo de roca porosa

Nota: Adaptada de *A unified permeability and effective stress relationship for porous and reservoir rocks* (p.402) por D.Chen et al. 2016, *Journal of Natural Gas Science and Engineering*.

### 2.1.4.1 Permeabilidad Absoluta

La permeabilidad absoluta es una propiedad del medio poroso, es la habilidad que tiene el medio para conducir fluidos a través de sus intersticios, independiente del fluido que pase por él y que se define a partir de la ley de Darcy para una dimensión, la cual establece, que la velocidad de flujo en un medio poroso homogéneo es proporcional al gradiente de presión, e inversamente proporcional a la viscosidad del fluido, expresándose en forma diferencial por la siguiente expresión:

$$v = \frac{q}{A} = \frac{-k}{\mu} \frac{dp}{dL}, \dots \dots \dots (23)$$

donde:

$v$  = velocidad de flujo, [ $cm/seg$ ],

$q$  = gasto de fluido, [ $cm^3/seg$ ],

$A$  = área transversal de flujo, [ $cm^2$ ],

$\mu$  = viscosidad del fluido, [ $cp$ ],

$\frac{dp}{dL}$  = gradiente de presión, [ $atm/cm$ ],

$k$  = permeabilidad, [ $darcy$ ],

$p$  = presión, [ $atm$ ],

$L$  = longitud, [ $cm$ ].

Para medir y determinar valores de permeabilidad de muestras de núcleo aplicando la ecuación es necesario integrarla considerando constantes el gasto, el área transversal, la viscosidad y la permeabilidad obteniendo la siguiente ecuación:

$$q = \frac{kA}{\mu} \frac{p_1 - p_2}{L}; \dots \dots \dots (24)$$

a continuación, se despeja de la Ecuación 24 obteniéndose la Ecuación 25:

$$k = \frac{q}{p_1 - p_2} \frac{4\mu L}{\pi d^2}, \dots\dots\dots (25)$$

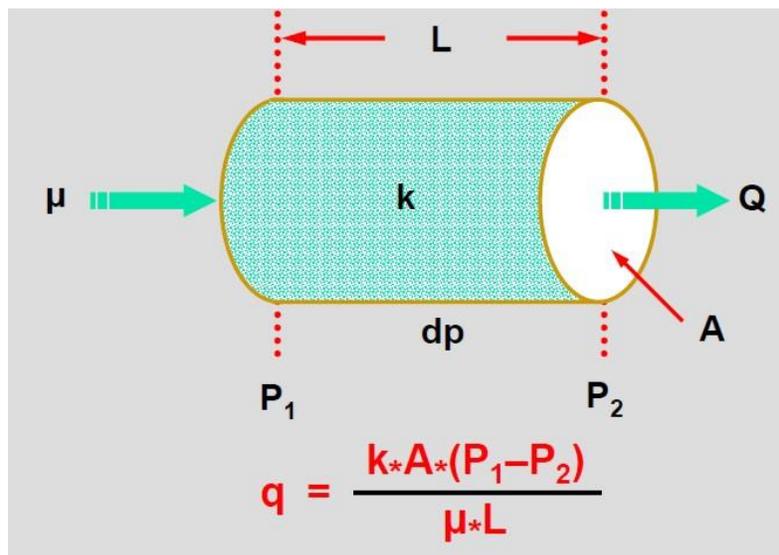
donde:

$d$  = diámetro de la muestra, [cm].

En la **Figura 8** se muestra el esquema de la roca considerando los parámetros antes mencionados.

**Figura 8**

**Diagrama de una Muestra con las Consideraciones Para Determinar la Permeabilidad**



*Nota:* Adaptado de Measure the permeability in the lab [Diagrama], por Crain's Petrophysical Handbook, (<https://www.stage.spec2000.net/lab-data-acquisition/lab-tech-measuring-core-permeability.htm>).

### 2.1.4.2 Efecto Klinkenberg

Cuando un líquido se mueve a través de un tubo capilar (en lo general conductos de diámetro variable), la velocidad en las paredes del conducto es iguales a cero, debido a la condición de no deslizamiento debido al flujo viscoso. En el caso de flujo de gas, no se cumple esta condición y existen velocidades de las partículas de gas en las paredes del conducto de flujo. El grado de interacción de ese movimiento molecular respecto de la presión se relaciona mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{4c\lambda}{r} = \frac{b}{P_m}, \dots \dots \dots (26)$$

donde:

$c$  = constante,

$\lambda$  = camino libre medio del gas, que está relacionado con el inverso del peso molecular del gas,

$r$  = radio medio del capilar de flujo,

$P_m$  = presión media.

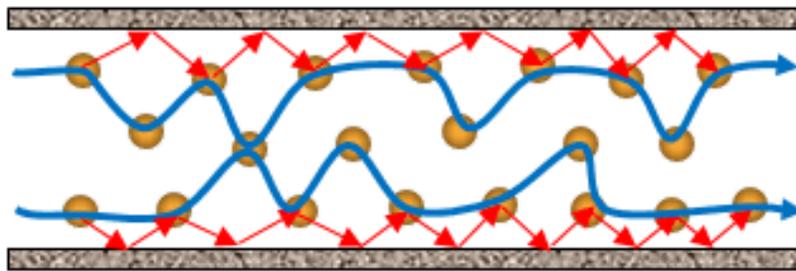
Conforme el radio de poro se aproxima al camino libre medio molecular, la velocidad de las partículas de gas se incrementa cuando contactan con las paredes del conducto de flujo este fenómeno se puede observar en la **Figura 9**, el factor  $b$  mide el deslizamiento de las partículas.

A baja presión  $P_m$  las moléculas presentan un ritmo de colisión bajo y el efecto deslizamiento de gas se incrementa, y las moléculas están separadas lo que permite el deslizamiento en las paredes del conducto de flujo, con una mínima pérdida de energía por fricción, por lo tanto, la permeabilidad al gas se incrementa. Para presiones medias elevadas, las moléculas de gas son más cercanas y se presenta fricción en las paredes del conducto de flujo, acercándose más al comportamiento de un líquido.

El factor  $b$  es una función inversa de  $r$ , entonces para muestras de baja permeabilidad, el radio  $r$  disminuye y el efecto de deslizamiento se incrementa. Si la presión media  $P_m$  se incrementa al infinito, el camino libre medio tiende a cero, y las moléculas de gas se comportan como líquido. Para muestras de alta permeabilidad los efectos por deslizamiento son mínimos.

**Figura 9**

**Efecto de Deslizamiento**



*Nota:* Adaptado de *Effect of Water Saturation on Gas Slippage in Tight Rocks* [Diagrama], por University of Calgary, Jing Li (<http://ucalgaryreservoirsimulation.ca/effect-of-water-saturation-on-gas-slippage-in-tight-rocks/>).

Klinkenberg (1941) presentó la hipótesis de que si era posible medir la permeabilidad de una muestra con gas a una presión que tiende al infinito, se estaría midiendo la permeabilidad a un líquido ideal no reactivo con la roca, independientemente del tipo de gas que se ocupe para la medición. Se presenta la siguiente metodología para la corrección por deslizamiento de gas:

$$k_g = k_L \left( 1 + \frac{b}{P} \right), \dots \dots \dots (27)$$

donde:

$k_L$  = permeabilidad al líquido corregida por el método de Klinkenberg, también denomina  $k_\infty$ .

**Tabla 1**

**Valores de permeabilidad**

Rango de valores para la permeabilidad	
Muy baja	$k < 10 \text{ md}$
Baja	$1 \text{ md} < k < 10 \text{ md}$
Justa	$10 \text{ md} < k < 50 \text{ md}$
Promedio	$50 \text{ md} < k < 200 \text{ md}$
Buena	$200 \text{ md} < k < 500 \text{ md}$
Excelente	$k < 500 \text{ md}$

En todos los procesos donde determinemos o se vea involucrado el concepto de permeabilidad este siempre se relacionará con toda la teoría de flujo de fluidos en medios porosos. Debido a lo anterior es de relevancia una breve descripción de la teoría de flujo de fluidos en el medio poroso, partiendo de la ley de Darcy, la cual sentó las bases (Bagdssarov,2022).

**2.1.5 Ley de Darcy**

En 1856 el ingeniero francés Henry Darcy publicó una ley, la cual fue determinada empíricamente relacionada con el flujo de fluidos en medios porosos, esta surgió por una necesidad del sistema de extracción de agua para la ciudad de Dijon.

Esta ley llamada ley de Darcy o ecuación de Darcy, establece que la cantidad de agua  $Q$  que fluye (de forma laminar) a través de un área  $A$  en un medio poroso es directamente proporcional al gradiente hidráulico:

$$i = \frac{dh}{dL}, \dots \dots \dots (28)$$

donde:

$h$  = potencial hidráulico,

$L$  = distancia en [m] de altura [m].

El factor de proporcionalidad de esta relación es la conductividad hidráulica  $k_f$ , este es el valor característico para un medio poroso y un fluido que fluye a través de ese medio.

Según Darcy, el volumen de agua  $Q$  por unidad de tiempo es proporcional a la sección transversal  $A$  de la columna de arena y la diferencia de altura ( $\Delta h = h_1 - h_2$ ) e inversamente proporcional a la longitud de la columna  $L$ , expresandolo de la siguiente forma:

$$q = \frac{Q}{A} = k_f \cdot \frac{\Delta h}{L}, \dots \dots \dots (29)$$

donde:

$Q$  =volumen de agua,

$\Delta h$  = diferencia de altura,

$k_f$ = conductividad hidráulica.

La ecuación de Darcy se descubrió mediante un desarrollo experimental, como se menciona anteriormente para un flujo laminar y considerando una conductividad hidráulica por lo que nosotros podemos inferir que se desarrolló con un solo fluido es decir agua.

Puesto que está ley fue de gran aportación en diversas áreas de la ingeniería su aplicación es multidisciplinaria, específicamente, para la ingeniería petrolera es de gran utilidad ya que sirve para modelar el flujo de fluidos en el medio poroso. Sin embargo, para diferentes condiciones que se presentan a escala de yacimiento, dicha ley requiere de modificaciones, por ejemplo, en el caso de flujo de gas, flujo multifásico y la consideración de efectos geomecánicos, fluidos no newtonianos.

Estas extensiones se han realizaron bajo uno o varios supuestos constitutivos.

La ley de Darcy se puede expresar de manera general mediante la siguiente ecuación (Cabrera, 2023) que considera los efectos de anisotropía en las tres dimensiones:

$$\bar{v} = -\frac{\bar{k}}{\mu} \nabla p; \dots \dots \dots (30)$$

la ecuación 30 se puede expandir de la forma siguiente:

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = -\frac{1}{\mu} \begin{pmatrix} k_{xx} & k_{xy} & k_{xz} \\ k_{yx} & k_{yy} & k_{yz} \\ k_{zx} & k_{zy} & k_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial p}{\partial x} \\ \frac{\partial p}{\partial y} \\ \frac{\partial p}{\partial z} \end{pmatrix}, \dots \dots \dots (31)$$

la ecuación 31 está escrita en notación vectorial-tensorial, donde:

$\bar{v}$  = vector de velocidad de flujo,

$\mu$  = coeficiente de viscosidad de newton,

$\bar{k}$  = tensor de permeabilidades,

$\nabla p$  = gradiente de presión.

Considerando lo anterior diversos autores han recomendado utilizar el término de “flujo de Darcy” para un flujo que transita a baja velocidad, que además implica una permeabilidad constante en un cierto rango de caídas de presión.

Típicamente el flujo de fluidos en el medio poroso es extremadamente lento del orden de  $10^{-2} \frac{cm}{s}$ . Por lo tanto, las fuerzas inerciales se pueden despreciar, y la densidad no

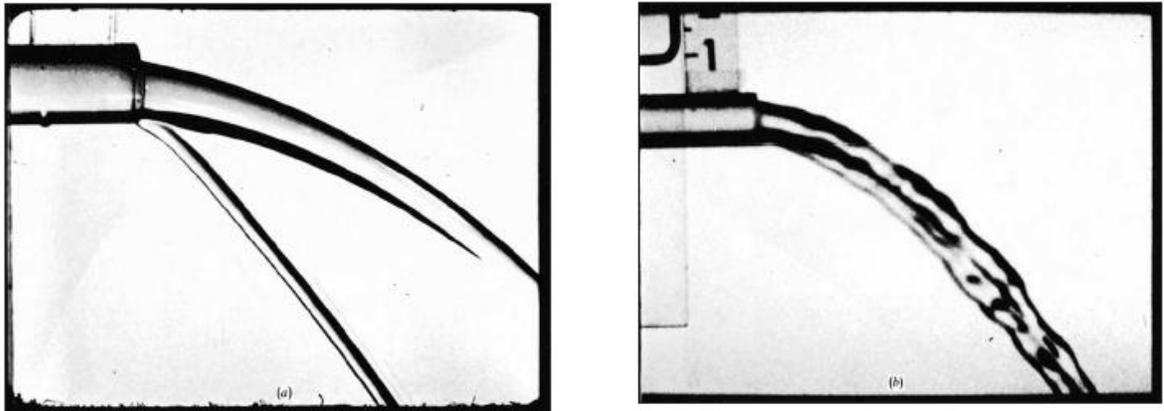
es una cantidad física relevante, bajo estas condiciones la ley de Darcy es un caso especial de la condición de flujo reptante (muy lento, “creeping flow”), en el cual las fuerzas viscosas típicamente prevalecen sobre las fuerzas inerciales. Además, lo anterior quiere decir que el número de Reynolds es muy bajo  $Re \ll 1$ .

### **2.1.6 Número de Reynolds**

Reynolds observó en sus experimentos clásicos de inyección en tubos de vidrio que si la caída de presión aumentaba rápidamente en mayor medida que el gasto se presentaba un comportamiento turbulento en la corriente de flujo. De esta observación surgió el término de flujo turbulento ya que se utilizó para el régimen en el que la caída de presión no es proporcional a la velocidad de flujo observada en los tubos. Para ejemplificar esta velocidad de flujo se presenta la **Figura 10**.

**Figura 10**

**Comparación de Flujo Laminar y Flujo Turbulento Saliendo de una Tubería**



*Nota:* Adaptado de *Fluid Mechanics* (p.349), por F.M White, 2009, McGrawHill series in mechanical engineering.

El número de Reynolds es un número adimensional establecido para analizar el tipo de flujo de un fluido. En la ecuación 32 se muestra la definición del número de Reynolds para medios porosos:

$$Re = \frac{\rho D_p v}{\mu}, \dots \dots \dots (32)$$

donde:

$D_p$  = diámetro de las partículas.

En la **Tabla 2** presenta la siguiente clasificación de regímenes de flujo en función del número de Reynolds que expresa la relación entre fuerzas inerciales y viscosas.

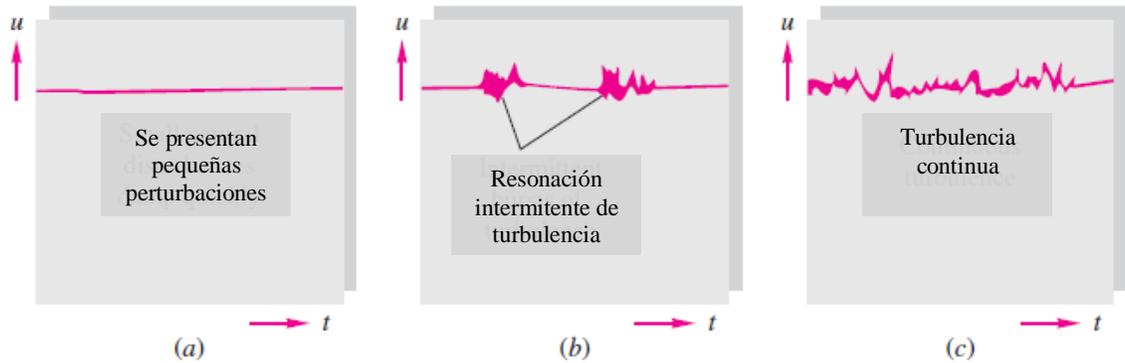
**Tabla 2**  
**Clasificación de regímenes de flujo**

Rango	Régimen
$0 < Re < 1$ :	Movimiento laminar de alta viscosidad, o flujo reptante
$1 < Re < 100$ :	Régimen laminar dependiente del numero de Reynolds
$100 < Re < 10^3$ :	Laminar, teoría de capa limite aplicable
$10^3 < Re < 10^4$ :	Transición a flujo turbulento
$10^4 < Re < 10^6$ :	Turbulento, con una baja dependencia del numero de Reynolds
$10^6 < Re < \infty$ :	Turbulento

El flujo con comportamiento no darciano en el medio poroso es similar a flujo turbulento. Los autores utilizan el criterio del Número de Reynolds para identificar el flujo turbulento. En la **Figura 11** se visualizan los regímenes de flujo según el criterio de Reynolds.

**Figura 11**

**Tres Regímenes de Flujo Viscoso, a) Flujo Laminar a Bajo Re, b) Transición a un Numero Re Intermedio c) Flujo Turbulento Para un Alto Re**



*Nota:* Adaptado de *Fluid Mechanics* (p.348), por F.M White, 2009, McgrawHill series in mechanical engineering.

Se concluye con el hecho de que la Ley de Darcy es aplicable para el flujo de líquidos (agua, petróleo), el cual se encuentra en régimen de flujo reptante esto representa bajas velocidades de flujo en el medio poroso.

Para el caso de flujo de gas, presenta altas velocidades debido a la baja viscosidad de los gases, en este régimen de flujo se presentan efectos inerciales. En caso extremo se puede generar flujo turbulento.

Por lo tanto, la ley de Darcy es inadecuada para representar flujo de gas de alta velocidad en la cercanía de un pozo en producción. Es necesario extender la ley de Darcy para modelar dichos efectos de alta velocidad, lo cual es representado con la ley de Forchheimer, ésta se describe enseguida.

### **2.1.7 Ecuación de Forchheimer**

El régimen de flujo turbulento es típico en yacimientos de gas, la herramienta más utilizada para aproximar el comportamiento no lineal de este tipo de flujo es la ecuación de Forchheimer, un parámetro importante es el coeficiente inercial  $\beta$ , se le conoce como coeficiente de flujo turbulento, coeficiente de flujo inercial, o coeficiente de alta velocidad, que se puede estimar experimentalmente mediante mediciones en núcleos en laboratorio, o de forma indirecta con pruebas de presión.

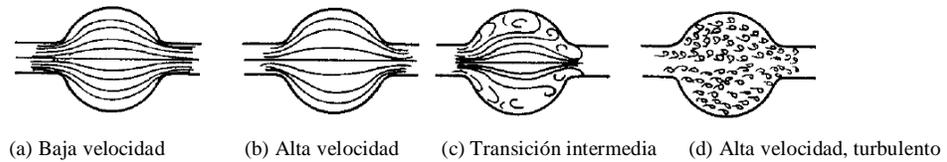
En la literatura se ha presentado una discusión acerca del nombre adecuado para el coeficiente  $\beta$ , ya que es cuestionable la hipótesis de que se genere flujo turbulento en el medio poroso. Otra hipótesis es que se presentan aceleraciones convectivas en flujo de gas debido a la tortuosidad y heterogeneidad del medio poroso

El coeficiente  $\beta$  tiene dimensiones de  $L^{-1}$  y es una propiedad del medio poroso como la porosidad y la permeabilidad.

A superficies muy cercanas del pozo productor en yacimientos de gas se tiene un gradiente de presión muy alto como resultado de la producción de fluidos. Lo que da lugar a una saturación considerable de condensado y una alta velocidad del flujo del gas. En la **Figura 12** se muestran los diferentes regímenes de flujo que pueden presentarse en una cavidad idealizada. Desde el flujo de baja velocidad hasta el flujo turbulento, representados por las líneas de corriente.

**Figura 12**

**Regímenes de Flujo Representados por Líneas de Corriente**



Nota: Adaptado de “An analysis of high-velocity gas flow through porous media” (p.213), por A.Firoozabadi,1979, Society of Petroleum Engineers.

**2.1.7.1 Derivación Experimental**

Se han propuesto diversas modificaciones para extender la ecuación de Darcy, de manera relevante, Forchheimer (1901) propuso un segundo término, el cual representa el efecto microscópico de la inercia:

$$-\frac{dp}{dX} = \frac{\mu v}{k} + \beta \rho v^2; \dots \dots \dots (33)$$

A continuación se presenta la ecuación obtenida por Cornell y Katz (1953) para la determinación experimental del factor de turbulencia.

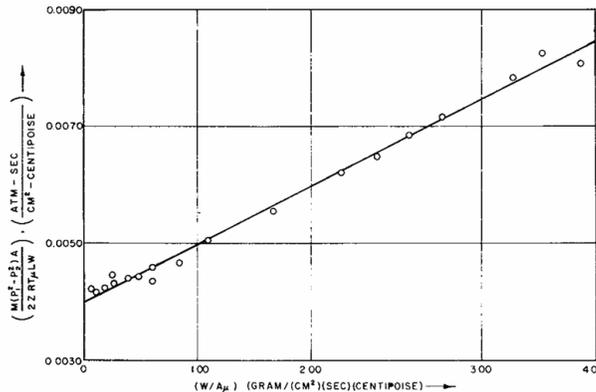
Utilizando la ecuación 33, expresaron el gradiente de presión en términos de la velocidad másica  $W/A = \rho v$ , esta consideración se hace ya que la velocidad de la masa permanece constante en un flujo en estado estacionario y en un área de sección transversal determinada incluso el gas pueda estar expandiéndose, entonces la relación queda expresada de la siguiente forma:

$$\frac{M(p_1^2 - p_2^2)}{2ZRT\mu L(W/A)} = \frac{W}{A} \frac{\beta}{\mu} + \frac{1}{k}. \dots \dots \dots (34)$$

Para ciertos datos de una muestra de núcleo, obtuvieron coeficientes de turbulencia y los resultados los presentaron en la **Figura 13** en la cual se observa la representación gráfica en donde la intersección de la línea recta resultante representa  $1/k$  y la pendiente es representa el factor de turbulencia  $\beta$ .

**Figura 13**

**Gráfica de la Permeabilidad  $k$  y el Factor de Turbulencia  $\beta$**



*Nota:* Adaptado de “*Flow of gases through porous media*” (p.), por D.Cornell y D.Katz (1953). Industrial and Engineering Chemistry.

Enseguida se presenta la adaptación de esta extensión para la determinación experimental del factor de turbulencia considerando las variables y parámetros utilizados en la prueba de laboratorio, esta adaptación se realiza con base en la ecuación 33 desarrollada por Forchheimer.

Multiplicando los miembros de la ecuación 33 por la densidad  $\rho$  se puede expresar como se muestra en la ecuación 35:

$$-\rho \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} \rho v + \beta \rho^2 v^2; \dots \dots \dots (35)$$

el tercer término del lado derecho de la ecuación 35 se puede expresar de la forma siguiente:

$$-\rho \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} \rho v + \beta(\rho v)^2; \dots \dots \dots (36)$$

a continuación, se incorpora la ley de los gases ideales ecuación 37, en la ecuación 36 obteniéndose la ecuación 38:

$$\rho = \frac{\mu}{ZRT} p; \dots \dots \dots (37)$$

$$-\frac{\mu}{ZRT} p \frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k} (\rho v) + \beta(\rho v)^2; \dots \dots \dots (38)$$

posteriormente, la ecuación 38 se integra con las condiciones siguientes:

$$-\frac{\mu}{ZRT} \int_{p_1}^{p_2} p dp = \left[ \frac{\mu}{k} (\rho v) + \beta(\rho v)^2 \right] \int_0^L dx; \dots \dots \dots (39)$$

la ecuación 39 se evalúa en los límites de integración, se presenta de la manera siguiente:

$$-\frac{\mu}{2ZRT} (p_2^2 - p_1^2) = \left[ \frac{\mu}{k} (\rho v) + \beta(\rho v)^2 \right] L; \dots \dots \dots (40)$$

la solución de la ecuación 40 se simplifica a:

$$\frac{\mu(p_1^2 - p_2^2)}{2\mu ZRT L (\rho v)} = \frac{\beta(\rho v)}{\mu} + \frac{1}{k}. \dots \dots \dots (41)$$

es importante considerar el efecto de deslizamiento de Klinkenberg, incorporándolo a la ecuación 41 se puede expresar como se muestra en la ecuación 42:

$$\frac{\mu \left(1 + \frac{b}{\bar{p}}\right) (p_1^2 - p_2^2)}{2\mu ZRTL(\rho v)} = \frac{(\rho v) \left(1 + \frac{b}{\bar{p}}\right)}{\mu} (\beta) + \frac{1}{k_\infty} \dots \dots \dots (42)$$

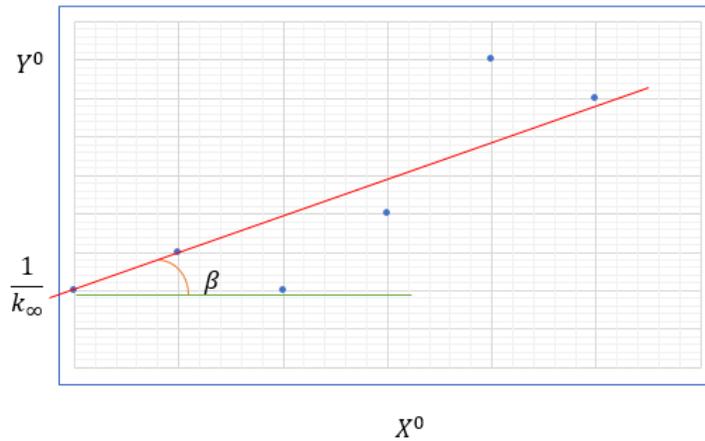
En la **Figura 14** se aprecia la representación gráfica que se debe realizar con los datos obtenidos experimentalmente, en donde las variables del eje X y Y se expresan de la manera siguiente:

$$Y^0 = \frac{\mu(p_1^2 - p_2^2)}{2\mu ZRTL(\rho v)}, \dots \dots \dots (43)$$

$$X^0 = \frac{(\rho v)}{\mu} \dots \dots \dots (44)$$

**Figura 14**

**Representación Gráfica de la Determinación Experimental del Factor Inercial de Alta Velocidad**



Otra extensión, es la propuesta Brikman (1949) el efecto de esfuerzo cortante macroscópico entre el fluido y las paredes de los poros, agrega derivadas de velocidad en segundo orden a la ecuación de Darcy se transforma en la ecuación 45:

$$-\frac{\partial p}{\partial X} = \frac{\mu v}{k} - \mu \left( \frac{\partial^2 v}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} \right). \dots \dots \dots (45)$$

Donde  $X, Y$  y  $Z$  son direcciones mutuamente perpendiculares.

El flujo no-darciano (no-laminar, de alta velocidad o turbulento), afecta a la formación cercana de todos los pozos productores de gas, debido a que la viscosidad de este hidrocarburo es reducida (del orden de una centésima de cp), la cual al estar en el denominador del número de Reynolds (que se define como el cociente de las fuerzas de inercia con respecto a las de viscosidad,  $Re = v\rho d/\mu$ ), da como resultado que este parámetro supere el valor unitario, que es el límite superior para el flujo Darcy. El flujo no-laminar genera una caída de presión con respecto al flujo laminar, el cual se conoce como factor de pseudodaño por condiciones de flujo a alta velocidad, el cual se expresa en la forma siguiente:

$$s_{hv} = Dq_{ce}, \dots \dots \dots (46)$$

donde:

$D$  = coeficiente de turbulencia,  $[1/Mpies^3/d]$ ,

$q_{ce}$  = gasto de gas del pozo,  $[Mpies^3/D]$ ,

donde  $D$  viene dado por:

$$D = \frac{2.715 \times 10^{-15} \beta k M p_{sc}}{h r_w T_{sc} \mu_g} \dots \dots \dots (47)$$

Es decir, este factor de pseudodaño  $s_{hv}$  es adimensional. Se ha demostrado (Samaniego V., 2022) que este factor de pseudodaño no cambia al realizar una estimulación en el pozo, siempre que el gasto del pozo  $q_{ce}$ , permanezca constante.

Si no se considerara el factor  $s_{hv}$  quedaría implícitamente sumado (incorporado) en el daño real de la formación,  $s_{tr}$  ( $tr = \text{true}$ ), causando que el diseño de una estimulación para el pozo, resultara sobre diseñada (mayor que la necesaria (más costosa)) para eliminar el daño real (o verdadero), causado por la invasión de los fluidos de perforación y/o terminación del pozo, ).

### 2.1.7.2 Correlaciones del Coeficiente de Alta Velocidad

El coeficiente de flujo inercial para arenas no consolidadas puede ser estimado por la correlación semi-empírica derivada por Ergun:

$$\beta = \frac{1.75(1 - \phi)}{d_p \phi^3}, \dots \dots \dots (48)$$

en donde  $d_p$  es el diámetro medio de grano mineral.

La permeabilidad de un empaquetamiento granular puede ser aproximado con la siguiente relación semi-empírica:

$$k = \frac{d_p^2 \phi^3}{150(1-\phi)^2}; \dots \dots \dots (49)$$

despejando  $d_p$  de la ecuación 49, y sustituyendo en la ecuación 48, se puede obtener una relación para  $\beta$  en función de  $k$  y  $\phi$ :

$$\beta = \frac{0.143}{\phi \sqrt{\phi k}}; \dots \dots \dots (50)$$

la ecuación 50 muestra que conforme se incrementa la permeabilidad y porosidad el coeficiente  $\beta$  disminuye.

Para rocas consolidadas se han encontrado diversas correlaciones en la literatura de la siguiente forma:

$$\beta = a\phi^n k^m, \dots\dots\dots (51)$$

en donde las constantes  $a$ ,  $n$ , y  $m$  dependen de la característica de la roca en cuestión.

Un ejemplo de dicha correlación es la propuesta por Tek et al.:

$$\beta = 5.5 \times 10^9 k^{-1.25} \phi^{-0.75}, \dots\dots\dots (52)$$

en donde  $\beta$  se expresa en  $ft^{-1}$ ,  $k$  en  $mD$ , y  $\phi$  en fracción.

## 2.2 Revisión de la Literatura

El coeficiente de turbulencia se ha estudiado derivado de la teoría de flujo de fluidos en el medio poroso. De la revisión en la literatura se encontró que diversos autores han determinado experimentalmente el coeficiente de turbulencia, a diferentes condiciones y para diversos tipos de roca. A continuación, se hace una síntesis de las referencias más relevantes para los objetivos propuestos.

Muskat et al. (1931) realizaron un estudio experimental el cual establece cuantitativamente las características y leyes que rigen el flujo de gases a través de materiales porosos consolidados y no consolidados. Como resultado de tales experimentos se encontró que el gradiente de los cuadrados de las presiones es proporcional a una potencia de la velocidad. Mencionan que la diferencia entre las mediciones de campo y las de laboratorio se pueden representar por la variación de un exponente  $n$  y la permeabilidad  $k$ , el valor  $n$  disminuye proporcionalmente al tamaño de grano de acuerdo con la determinación cualitativa.

Además, desarrollaron una teoría para la variación de la presión en un yacimiento de arena de espesor uniforme el cual produce en condiciones de flujo bidimensional, verificando esta teoría de forma cualitativa con datos de campo. Este estudio presenta las técnicas básicas para la interpretación de datos de presión y gasto, además de la comparación de la escala de laboratorio y de yacimiento.

Cornell et al. (1953) introducen la nomenclatura beta  $\beta$  para designar al factor de turbulencia, el cual se define como un movimiento de fluido extra que generaba un mayor gasto de energía, sin embargo, no fue aceptado por varios investigadores pues no consideraba el comportamiento mecánico es decir el esfuerzo cortante y la tensión en el comportamiento laminar, que antecede al régimen de flujo turbulento. De manera similar, estos argumentos son aplicables para las definiciones de flujo no Darciano y flujo inercial.

Geertsma et al. (1954) proponen la derivación de grupos adimensionales, considerando tres tipos de desplazamientos en el medio poroso, discutiendo el significado físico de estos grupos los cuales también fueron analizados mediante ecuaciones básicas que se adaptan a distintas condiciones de frontera.

También se realiza una revisión de modelos de yacimientos a escala dimensional, de métodos para la obtención de grupos adimensionales mencionando el análisis adimensional y el análisis de inspección, introduciendo los tipos de ecuaciones que describen el fenómeno de flujo en el medio poroso. Derivan grupos adimensionales por ambos métodos y realizan una comparación, presentado los resultados en una tabla para cada tipo de desplazamiento y para diferentes condiciones de frontera, obteniendo distintos resultados. Además, se presenta un estudio completo de los requisitos a cumplir de los modelos a escala de un yacimiento petrolero. Con base a los resultados, concluyeron que las fuerzas inerciales son despreciables para efectos del desarrollo de modelos prácticos, entonces, establecieron un criterio experimental con base al número de Reynolds.

Tek et al. (1962) obtuvieron y resolvieron una ecuación diferencial parcial en una computadora digital IBM 704, para ello compararon la derivación del factor de turbulencia de algunos autores. Y aplicando la teoría del efecto de la turbulencia en el flujo radial estacionario en yacimientos de gas, resuelven dos casos en el primer caso se considera un yacimiento homogéneo con una  $k_h = 10,000 \text{ mD} - ft$  y en el segundo caso se considera un yacimiento heterogéneo con la misma permeabilidad horizontal para determinar el efecto de los yacimientos heterogéneos en la curva de contrapresión. A pesar de que este estudio es a nivel del pozo demuestra toda la derivación conceptual de factor de turbulencia que se tenía hasta ese momento.

Gewers, C. y Nichol, L. (1969) realizaron un estudio para determinar una correlación del factor de turbulencia y permeabilidad a escala de laboratorio en núcleos de carbonatos de baja permeabilidad (microvugulares). Observaron y reportaron cómo esta correlación se ve afectada por la presencia de una segunda fase estática considerada como agua connata sin embargo para evaporación durante el flujo de gas se realizó el experimento con glicerina. Uno de los objetivos principales era demostrar que al utilizar una correlación resultado de experimentos en núcleos secos junto con una permeabilidad relativa daría un procedimiento para estimar el efecto de la segunda fase sobre el factor de turbulencia pero demostraron que el efecto de la saturación de líquido sobre el factor de turbulencia difiere del indicado por la permeabilidad efectiva y la correlación del núcleo seco ya que para el caso de este tipo de rocas el factor de turbulencia resulta de un orden mayor.

Wong (1970) midió los factores de turbulencia en núcleos de caliza, para un sistema de flujo de dos fases que constaban de nitrógeno y agua, siendo este estudio una extensión del trabajo de Gewers y Nichol (1969), pero variando las saturaciones de agua y al ser un sistema de dos fases la información sería útil para hacer estimaciones en yacimientos de gas y condensado. Realizó comparaciones entre correlaciones del factor de turbulencia con respecto a la permeabilidad y determinó que el factor de turbulencia para un sistema de dos fases puede aproximarse utilizando una correlación del factor de turbulencia con la permeabilidad que se haya obtenido con núcleos secos, siempre y cuando se realiza esta correlación para el mismo tipo de roca y que se utilice la permeabilidad efectiva al gas en lugar de la permeabilidad específica. Concluyó que la permeabilidad efectiva del gas disminuye al aumentar la saturación de líquido en un sistema de flujo de dos fases aumentando la turbulencia del gas.

Geertsma (1974) obtuvo una expresión en términos de la porosidad y permeabilidad, para calcular el coeficiente inercial basada en datos experimentales, análisis dimensional y otras consideraciones físicas.

Demostrando que la longitud característica se puede estimar en el número de Reynolds, aunque no se puede expresar exactamente en términos de porosidad y permeabilidad, para ello presentan en su estudio una relación empírica dimensionalmente correcta entre el coeficiente inercial, la porosidad y la permeabilidad.

Llevo a cabo los experimentos de flujo a escala de laboratorio en donde los experimentos de flujo con líquidos se realizaron en arenas no consolidadas y en flujo de gas sobre medios porosos consolidados. Partiendo de la relación de Kozeny y Ergun para calcular  $\alpha$  y  $\beta$ . También descubrió que la presencia de una fase líquida en el flujo de gas aumenta la resistencia del flujo inercial muy por encima de su valor para un sistema seco. Introduce una relación empírica entre el coeficiente inercial, la permeabilidad y porosidad empleando la ecuación de Forchheimer.

Firoozabadi et al. (1979) en su investigación proponen una correlación la cual permitirá determinar el flujo de alta velocidad en función de la permeabilidad y porosidad, la cual fue obtenida con la representación matemática del flujo de alta velocidad de Forchheimer, este estudio se realizó en núcleos secos con flujo de gas nitrógeno. Concluyendo que no hay gran diferencia con las correlaciones desarrolladas veinte años atrás. Proponen una nomenclatura con el objetivo de establecer un lenguaje y términos para eliminar malentendidos para la ingeniería de yacimientos y mecánica de fluidos, todo esto con la intención de mejorar las correlaciones en pozos de gas.

Norman et al. (1985) presentan correlaciones para estimar el coeficiente de resistencia inercial relacionando el coeficiente beta de las pruebas de pozos con la porosidad y la permeabilidad. Dichas correlaciones fueron derivadas de análisis con pruebas de presión en más de 100 pozos, respaldado por datos experimentales en 24 tapones de núcleo.

Sugiriendo que son más aceptables los datos derivados de la caracterización dinámica de yacimientos en comparación con los datos estimados en laboratorio. Ya que las correlaciones que ellos proponen y las ya existentes se limitan a la porosidad y permeabilidad como únicas variables independientes que controlan las fuerzas inerciales.

Utiliza la ecuación de Forchheimer desarrollada en 1914 para describir de mejor forma la ley de Darcy ya que en flujo de alta velocidad esta última puede tener desviaciones el segundo término de la ecuación representa la caída extra de presión debido a alto gasto de flujo. Las dimensiones para el coeficiente de viscosidad son  $L^2$  y para el coeficiente inercial es  $L^{-1}$  menciona que ambas propiedades son independientes de las propiedades de los fluidos y contribuyen a la caracterización del medio poroso.

Jones (1987) presenta dos resultados de correlaciones obtenidas para el cálculo del coeficiente inercial, de una serie de datos experimentales de diversos tapones de núcleos tomados de distintas partes del mundo encontrándose areniscas. Obteniendo un modelo que intenta racionalizar semicuantitativamente.

Este es un modelo multi-etapa, semi cuantitativo bajo cuatro hipótesis: Existe cierto grado de heterogeneidad de permeabilidad en la roca, los fluidos fluyen a diferentes velocidades dentro de capas diferentes de permeabilidad, dependencia no lineal entre el coeficiente inercial y la velocidad da como resultado un alto valor en el coeficiente inercial, y finalmente un alto valor de  $\alpha$  indica un alto contraste de permeabilidad.

Todas las permeabilidades registradas fueron corregidas por el factor de deslizamiento de klinkenberg. Donde todas las muestras fueron sometidas a un rango de presión de confinamiento de 800 *psi* (5,500 *kPa*) y 6000 *psi* (41,400 *kPa*).

Whitaker (1969) trata teóricamente la ley de Darcy despreciando las fuerzas inerciales, desarrollar modelos estadísticos dado que un medio poroso no es una estructura ordenada o realizar un modelado geométrico con geometría semejante al medio de comunicación poroso resuelto por ecuaciones diferenciales, en este estudio se hace

referencia al método geométrico el modelo espacialmente periódico de Brenner y un modelo capilar sesgado.

En el modelo de Brenner los medios porosos están formados por una matriz infinita de celdas unitarias que tienen límites de forma arbitraria y que contienen una o más partículas sólidas de forma arbitraria. Para el análisis de un flujo se requiere pasar de un límite arbitrario a una superficie de fluido. En flujos incompresibles en medios porosos de que el resultado final está bastante bien definido por la ley de Darcy. Se realiza el análisis bajo las condiciones de un flujo de fluido newtoniano, incompresible con viscosidad constante en un medio poroso rígido. Haciendo uso de la ecuación de continuidad.

Whitaker (1969) utiliza el método del volumen promedio (promediado), el cual conduce a una ecuación de movimiento y una ecuación de continuidad expresadas en termino de presión y velocidad, haciendo uso de la corrección de Brinkman (el análisis indica que esta corrección no debería usarse para ordenar una condición de no deslizamiento de una interfaz entre un medio poroso y como límite una superficie solida) y otros términos de orden inferior.

Samaniego et al. (1996) desarrollaron una correlación empírica para carbonatos con porosidad irregular, las muestras fueron obtenidas de un yacimiento naturalmente fracturado de México. Los experimentos se realizaron a bajas condiciones de presión.

Li,D., y Engler.,T. (2001) realizaron una revisión en la literatura de correlaciones obtenidas empírica **Tabla 3** y analíticamente **Tabla 4** del coeficiente no Darciano (de turbulencia). A manera de resumen se presenta una recopilación de estas correlaciones dentro de las correlaciones empíricas se encuentran las obtenidas en sistemas de una y dos fases, en lo que respecta a las desarrolladas analíticamente solo se han obtenido en una sola fase.

**Tabla 3**

**Correlaciones empíricas en un sistema monofásico**

Correlaciones empíricas en un sistema monofásico		
Año	Autor (es)	Correlación
1949 y 1952	Ergun y Orning	$\beta = ab^{-1/2}(10^{-8}k)^{-1/2}\phi^{-3/2}$
1955	Janicek y katz	$\beta = 1.82 \times 10^8 k^{-5/4} \phi^{-3/4}$
1973	Cooke	$\beta = bk^{-a}$
1951 1953	Green y Duwez Cornell y katz	$\beta = \frac{0.005}{k^{0.5}\phi^{5.5}}$
1980	Pascal	$\beta = \frac{4.8 \times 10^{12}}{k^{1.176}}$
1987	Jones	$\beta = \frac{6.15 \times 10^{10}}{K^{1.55}}$
1995	Liu et al.	$\beta = 8.91 \times 10^8 K^{-1} \phi^{-1} \tau$
1998	Thauh y Mohanty	$\beta = \frac{1.55 \times 10^4 \tau^{3.35}}{K^{0.98} \phi^{0.29}}$
1998	Coles and Hartman	$\beta = \frac{1.07 \times 10^{12} x \phi^{0.449}}{k^{1.88}}$ $\beta = \frac{2.49 \times 10^{11} x \phi^{0.537}}{k^{1.79}}$
1999	Cooper	$\beta = \frac{10^{-3.25} \tau^{1.943}}{K^{1.023}}$
2001	Li et al.	$\beta = \frac{11500}{K\phi}$

**Tabla 4****Correlaciones empíricas en un sistema multifásico**

Correlaciones empíricas en un sistema multifásico		
Año	Autor (es)	Correlación
1974	Geertsma	$\beta = \frac{0.005}{K^{0.5} \phi^{5.5}} \cdot \frac{1}{(1 - S_{wr})^{5.5} K_{rel}^{0.5}}$
1993	Kutasov	$\beta = \frac{1432.6}{K_g^{0.5} [\phi(1 - S_w)]^{1.5}}$
1994	Frederick y Graves	$\beta = \frac{2.11 \times 10^{10}}{K_g^{1.55} [\phi(1 - S_w)]}$ $\beta = \frac{1}{[\phi(1 - S_w)]^2} e^{45 - \sqrt{407 + 81 \ln\{K_g / [\phi(1 - S_w)]\}}}$
1998	Coles y Hartman	$\beta = \beta_{dry} \exp(6.265 S_p)$

Zeng et al. (2003) llevo a cabo experimentos a escala de laboratorio, en muestras de de areniscas, determinando la permeabilidad y el coeficiente de turbulencia a alta presión (2000 – 10,000 *psi*) y temperatura (100 °F) con el objetivo de observar el comportamiento del factor de turbulencia en un flujo de gas respecto a al esfuerzo de sobrecarga in situ. Concluyendo que mientras mayor sea el esfuerzo de sobrecarga in situ, menor es la permeabilidad y aumenta el coeficiente de turbulencia. Sus resultados también indicaron que la compactación de los poros es de mayor relevancia que la deformación de los poros ya que el esfuerzo cortante promedio no se correlaciona con la permeabilidad y el coeficiente de turbulencia.

Zeng y Grigg (2006) recomiendan el número de Forchheimer como criterio para identificar el flujo no darciano en medios porosos. Determinaron experimentalmente estos números para el flujo de nitrógeno en arenisca y caliza. Concluyendo con un valor crítico del número de Forchheimer, dejando como referencia el valor de 0.11.

En la **Tabla 5** se muestra con mayor detalle la revisión que los autores realizaron de trabajos anteriores para determinar e identificar el flujo no darciano.

Macini et al. (2011) realizaron experimentos con flujo de altas velocidades en muestras de perlas de vidrio y arenas sueltas de diferentes granulometrías, calculando el coeficiente inercial y la permeabilidad, utilizan la ecuación desarrollada por Zeng y Grigg en el año 2004. Llegando a la conclusión que los valores de  $\beta$  medidos en muestras de perlas esféricas de vidrio son pequeños en comparación en los paquetes de arenas naturales, atribuyendo este cambio a la rugosidad. También realizaron un gráfico de la fuerza en la dirección  $x$ ,  $F_x$  y la fuerza en la dirección  $y$ ,  $F_y$  en el cual observaron que la pendiente cambiaba, este cambio lo relacionaron con la transición del flujo inercial parcial al flujo desarrollado y al cambio de patrones de flujo pues cuando más uniforme es la muestra en la distribución más sutil es la transición.

Obtuvieron el número crítico de Forchheimer el cual ayudo a revelar el papel que juegan la porosidad y el tamaño de grano, así como su distribución afectando el flujo de fluidos a través de medios porosos.

**Tabla 5**

**Análisis de criterios para determinar e identificar el flujo no darciano**

Año	Autor (es)	Fórmula de Reynolds	Rango de flujo no Darciano	Tipo de estudio	Muestra/ material
1931	Chilton y Colburn	$Re = \frac{\rho D_p v}{\mu}$	40-80	Experimental	Partículas empaquetadas
1933	Fancher y Lewis	$Re = \frac{\rho D_p v}{\mu}$	10-1000 Rocas no consolidadas 0.4-3 Rocas poco consolidadas	Experimental	Arenas consolidadas y no consolidadas, perdigones de plomo.
1951	Green and Duwez	$Re = \frac{k\beta\rho v}{\mu}$	0.1-0.2	Experimental	Metales
1952	Ergun	$Re = \frac{\rho D_p u}{\mu} \frac{1}{1-\phi}$	3-10	Experimental	Partículas empaquetadas
1972	Bear		3-10	Analítico	N/A
1974	Scheidegger		0.1-75	Analítico	N/A
1987	Hassanizadeh y Gray		1-15	Analítico	N/A
1988	Blick y Civan	$Re = \frac{\rho D_p v}{\mu}$	100	Simulación numérica	
1988	Du Plessis y Masliyah	Correlación Re y la tortuosidad	3-17	Analítico	N/A
1993	Ma and Ruth (1993) n	$Re = \frac{\rho d_p u}{\mu}$	3-10	Simulación numérica	Modelo matemático divergente-convergente
1998	Andrade et al.	$Re = \frac{k\beta\rho v}{\mu}$	0.01-0.1	Simulación numérica	Modelo matemático de un medio poroso desordenado
1998	Thauvin and Mohanty	$Re = \frac{\rho r v}{\mu}$	0.1	Simulación numérica	Modelo de red

## CAPÍTULO 3

### 3.- Diseño y Desarrollo Experimental

La caracterización petrofísica básica se inició con la determinación de porosidad total y efectiva con gas helio a condiciones de laboratorio y de yacimiento, enseguida la compresibilidad, posteriormente la permeabilidad vertical y horizontal, para finalmente concluir con la determinación del coeficiente de alta velocidad (turbulencia).

Mencionado lo anterior, a continuación, en la **Tabla 6** se presentan los equipos utilizados en la metodología experimental.

**Tabla 6**

**Descripción del equipo**

Equipo	Características
Celda de confinamiento ( <b>Figura 15</b> )	La celda de confinamiento consta de varios módulos, presión, temperatura y flujo.
Sistema de control de fluidos	Este sistema consta de varios módulos, que se interconectan con la tapa superior de la celda de confinamiento.
Bomba de gasto constante ( <b>Figura 16</b> )	Control del gasto de inyección.
Tanques de gas nitrógeno	Contiene el gas para inyección en la roca.
Equipo complementario	Manómetros digitales y análogos ( <b>Figura 17</b> ).
Porosímetro ( <b>Figura 18</b> )	Equipo compuesto por tres módulos (Medición, tres tanques de volumen conocido y celda de porta muestra).
Adquisición de Datos	Flouímetros ( <b>Figura 19</b> ).

**Figura 15**

**Celda de Confinamiento de Alta Presión y Temperatura**



**Figura 16**

**Bomba de Gasto Constante**



**Figura 17**

**Manómetros Digital y Analógico**



**Figura 18**

**Porosímetro**



**Figura 19**

***Fluómetros o Medidores de Flujo***



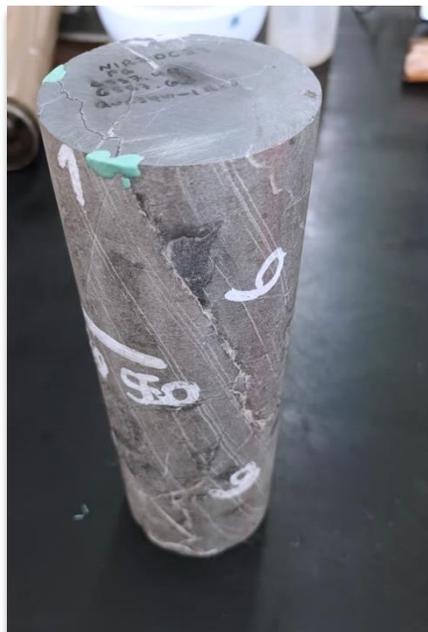
Para comenzar con la descripción de todos los procedimientos y las metodologías empleadas en el desarrollo experimental es importante destacar que este estudio fue elaborado según los procedimientos de estandarización API, el cual garantiza un proceso de desarrollo adecuado.

### **3.1 Acondicionamiento de la Muestra**

Una vez seleccionada la muestra del núcleo de diámetro completo, la cual se muestra en la **Figura 20** se debe de acondicionar para su debido estudio, este proceso consta de cuatro etapas que podemos clasificar como corte, medición de dimensiones y peso, lavado y secado, para finalizar con el empaquetamiento de la muestra de diámetro completo.

**Figura 20**

***Muestra de Diámetro Completo a Estudiar***



### ***3.1.1 Corte de la Muestra***

La muestra de diámetro completo debe cortarse, el proceso se realiza con una sierra con un disco de diamante, para obtener una forma de cilindro con el peso y dimensiones operativas que sean adecuadas para la porta muestra. En la **Figura 21** se observa la realización del corte del núcleo de roca.

***Figura 21***

***Corte de la Muestra del Núcleo de Roca***

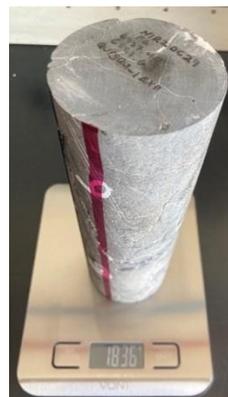


### ***3.1.2 Medición y Toma de Dimensiones de la Muestra***

Después de haber cortado se registran las dimensiones, en la **Figura 22** se muestra parte del procedimiento.

***Figura 22***

***La Muestra es Pesada en una Báscula Digital***



### **3.1.3 Lavado de la Muestra**

Para obtener las características petrofísicas básicas de la muestra, es imperativo realizar el proceso de limpieza; es importante mencionar que este procedimiento es el más lento del procedimiento experimental, con una duración de 30 días.

Este método consiste en ingresar las muestras (dimensionadas y marcadas para su manejo adecuado en el equipo de cristal Dean Stark, que contiene una mezcla de 50 % tolueno (disuelve el aceite) y 50 % alcohol metílico (reduce las cargas eléctricas entre la superficie de la roca y el aceite residual oxidado), permitiendo su disolución con el tolueno presente en la muestra).

La mezcla pasa por la muestra y se destila en forma cíclica en el periodo mencionado de cuatro a diez semanas, seguido por un proceso de secado, que consiste en la evaporación de los solventes residuales en un horno que opera con un vacío aproximado de hasta 20 pulgadas de mercurio, a una temperatura de 100 °C. Una evidencia clara de la limpieza de la muestra es la circulación de tolueno limpio. En las **Figura 23** se observa el proceso de lavado.

**Figura 23**

**Muestra en Proceso de Lavado, en el Equipo Dean Stark**



Realizada la etapa de lavado y secado, se concluye con el proceso de acondicionamiento de la muestra, obteniéndose los datos mostrados en la **Tabla 7**, estos datos son de suma importancia ya que de acuerdo a estas características se calcularán ciertos parámetros, además se muestra el intervalo de obtención de la muestra, que es relevante para identificar las condiciones de esfuerzo originales.

**Tabla 7**

***Características y propiedades de la muestra***

Datos de la muestra		
Propiedad	Valor	Unidad
Diámetro nominal	6.68	( <i>cm</i> )
Longitud	19.25	( <i>cm</i> )
Peso	1836	( <i>gr</i> )
Volumen	674.644	( <i>cm</i> <sup>3</sup> )
Intervalo	6557.44 – 6557.63	( <i>m</i> )

**3.2 Procedimiento Experimental**

***3.2.1 Empaquetamiento de la Muestra***

Para comenzar con el proceso experimental, es decir, antes de colocar una muestra en la celda de confinamiento, se empaca con una manga y dos tapas o dispersores de flujo (Herrera 2000) para aislar del aceite de compresión contenido en la celda, de tal manera que el flujo de gas sea del dispersor inferior hacia el superior, para finalmente colocarse en la celda, ésta se llena de aceite quedando lista para compresión, en la **Figura 24** se observa la muestra antes y posterior de ser empaquetada.

**Figura 24**

**Proceso de empaquetamiento de la Muestra**



Una vez que es empaquetada, la muestra es inducida en la celda de confinamiento, se hace prueba de fugas en el sistema de control de fluidos y se comienza con la variación de presiones de confinamiento.

### **3.3 Porosidad**

#### ***3.3.1 Determinación de la Porosidad Máxima, Medida con Helio a Condiciones de Laboratorio***

##### ***3.3.1.1 Metodología***

Esta propiedad se midió en la muestra, determinándose su volumen total por medio de sus dimensiones y su volumen de sólidos; empleando una técnica de comparación con el porosímetro de gas helio, se obtiene el volumen de poros y se calcula la porosidad dividiéndolo entre el volumen total.

Para la determinación de la porosidad el equipo utilizado se compone de lo siguiente:

##### ***3.2.1.2 Equipo Utilizado***

- Porosímetro Terratek.
- Tanque de almacenamiento de fluido desplazado (gas helio).
- Sistema de bombas, válvulas y manómetros.
- Módulo de recolección de datos (fluómetros).

##### ***3.2.1.3 Resultados Experimentales***

La porosidad máxima de la muestra medida a condiciones de laboratorio es de 2.88 %.

### ***3.3.2 Medición con Helio de la Porosidad Efectiva de Matriz y Fractura, en Función del Esfuerzo Efectivo a Temperatura de Yacimiento.***

#### ***3.3.2.1 Metodología***

Para conocer la variación de la porosidad efectiva se debe someter a la muestra a distintos esfuerzos, para lograrlo se combina el módulo de medida del porosímetro Terratek, conjuntamente con la celda básica de permeabilidades, en la **Figura 25** se observa este procedimiento, en la **Figura 26** se muestra la calibración del porosímetro.

#### ***Figura 25***

***Combinación el Módulo de Medida del Porosímetro Terratek, Conjuntamente con la Celda Básica de Permeabilidades***



**Figura 26**

**Calibración del Equipo**



Para determinar la porosidad efectiva el equipo utilizado es el siguiente:

**3.3.2.2 Equipo Utilizado**

- Porosímetro Terratek.
- Celda básica de permeabilidades.
- Tanque de almacenamiento de fluido desplazado (gas helio).
- Sistema de bombas, válvulas y manómetros.
- Módulo de recolección de datos (fluómetros).

**3.3.2.3 Resultados Experimentales**

Para verificar el valor de la porosidad máxima medida a condiciones de laboratorio, la gráfica de porosidad efectiva contra presión de confinamiento se extrapola a un valor de presión de confinamiento de cero, obteniendo el valor requerido de porosidad.

Se realizaron diez tomas de datos para la porosidad efectiva de la muestra, los cuales se analizaron para obtener valores representativos mediante métodos estadísticos para la estimación de errores, se reportan en la **Tabla 8**; la variación de la porosidad efectiva en

función de la presión de confinamiento se muestra en la **Figura 27**, en la cual se determinó una doble tendencia lineal. Dicho comportamiento es característico de rocas con doble porosidad, con una red de fracturas y matriz rocosa.

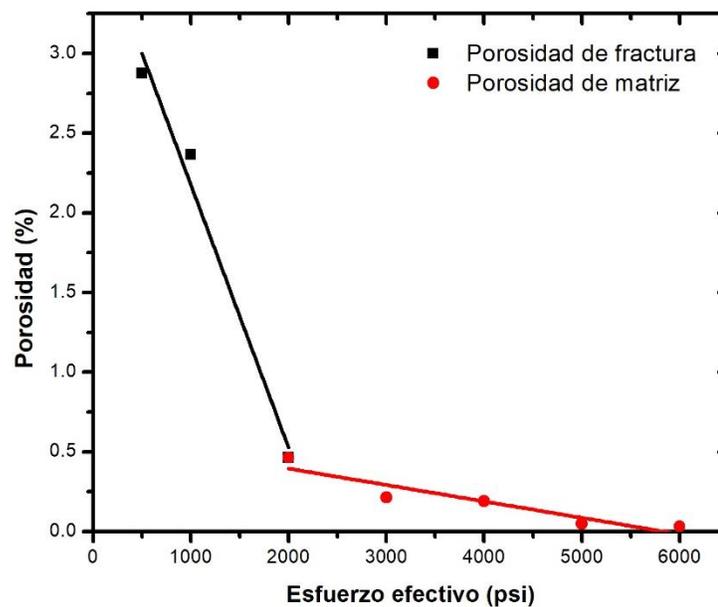
**Tabla 8**

**Resultados experimentales, valores para la porosidad efectiva**

Presión de confinamiento (psi)	Porosidad efectiva $\phi$ (%)
500	2.876
1000	2.364
2000	0.465
3000	0.214
4000	0.191
5000	0.048
6000	0.033

**Figura 27**

**Variación de la Porosidad Efectiva en Función del Esfuerzo Efectivo**



### 3.4 Compresibilidad

#### 3.4.1 Evaluación de la Compresibilidad de Matriz o Fractura, a Condiciones de Yacimiento

##### 3.4.1.1 Metodología

La expresión, propuesta por Aguilera (1980), para estimar la compresibilidad es la siguiente:

$$c_T = \frac{1}{6} \left( \frac{1 + \mu}{1 - \mu} \right) c_H, \dots \dots \dots (53)$$

en donde  $c_T$  es el valor de la compresibilidad total de la roca con doble porosidad,  $\mu$  es el coeficiente de Poisson y  $c_H$  es el valor de la compresibilidad estimada a condiciones de carga hidrostática. Se considera para el cálculo un valor promedio del coeficiente de Poisson de 0.25 para carbonatos.

Para determinar la compresibilidad de matriz y fractura el equipo utilizado es el siguiente:

##### 3.4.1.2 Equipo Utilizado

- Celda de confinamiento.
- Sistema de bombas, válvulas y manómetros.

##### 3.4.1.3 Resultados Experimentales

La estimación para el valor de la compresibilidad de una formación que tiene condiciones de doble porosidad (fracturas y matriz), como se muestra en la **Tabla 9**, es viable de corrección por la alteración del núcleo durante su obtención (corte), y por el cambio de esfuerzos a que se somete el núcleo en el laboratorio (hidrostático), con respecto al real que prevalece en el yacimiento (triaxial).

**Tabla 9**

**Resultados experimentales, valor de la compresibilidad**

Compresibilidad de fractura (1/psi)	Compresibilidad de matriz (1/psi)
$46.32 \times 10^{-6}$	$3.11 \times 10^{-6}$

### 3.5 Permeabilidad

#### 3.5.1 Determinación de la Permeabilidad Vertical y Horizontal a Condiciones de Yacimiento

##### 3.5.1.1 Metodología.

El cálculo de la permeabilidad vertical al gas se realiza por medio de la ley de Darcy, empleando los datos de la muestra, del gas y los obtenidos durante la prueba. Los datos que se miden durante la prueba son: la presión de confinamiento, presión de poro, gasto de gas, caída de presión y temperatura.

Similarmente, el cálculo de la permeabilidad horizontal al gas nitrógeno se efectúa por medio de la ley de Darcy modificada, que incorpora un factor geométrico acorde al arreglo experimental utilizado. La selección de la dirección para la inyección de flujo se realizó mediante la inspección visual de porosidad secundaria más relevante, que proporcionara los caminos de flujos de gas más representativos para la realización del experimento.

Se determinaron aproximadamente un total de 20 valores de permeabilidad al gas, los cuales se midieron a temperatura de yacimiento 120 °C. El grupo de mediciones se realizó con varias presiones de flujo o gasto, para corregir por el efecto de deslizamiento del gas o de Klinkenberg, y de alta velocidad, empleando gastos pequeños y, por ende, con presiones medias reducidas, para evitar condiciones de flujo de alta velocidad, dentro de la capacidad

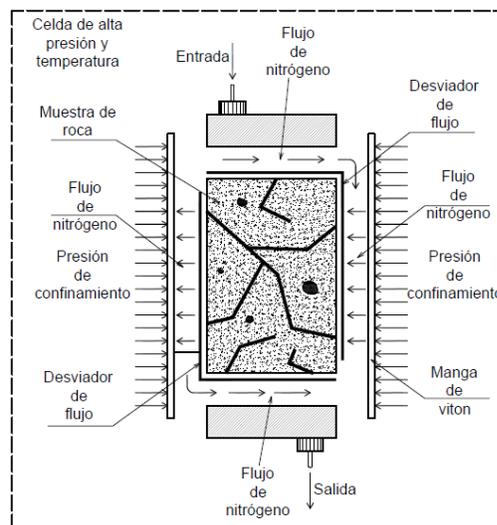
de medida del equipo, y mantenerse consecuentemente en el régimen de flujo laminar, implícito en este modelo de deslizamiento del gas.

La determinación de la permeabilidad horizontal se realizó con la finalidad de evaluar la anisotropía de la muestra, comparándola con la permeabilidad vertical. Mediante esta determinación se puede evaluar la factibilidad de un desplazamiento horizontal, dependiendo de los procesos a implementar a escala de campo.

La **Figura 28** muestra un esquema del arreglo experimental visto en planta. Se implementaron mallas metálicas para cambiar el flujo vertical a horizontal, con una apertura efectiva de flujo de 90°, seleccionada para cubrir un área de flujo representativa para la estimación de la permeabilidad; sin embargo, es recomendable la medición en una dirección perpendicular a la reportada, con el objetivo de tener las tres componentes principales del tensor de permeabilidades, información útil para los estudios de simulación numérica de yacimientos.

**Figura 28**

**Esquema del Arreglo Experimental Visto en Planta**



Nota: Adaptada de “*Experimental mechanics of fractured porous rocks*”, (p.26), por D.Cabrera y F.Samaniego, 2022, Springer Nature Switzerland.

Para determinar la permeabilidad vertical el equipo utilizado es el siguiente:

### 3.5.1.2 Equipo Utilizado

- Celda de confinamiento.
- Sistema de bombas, válvulas y manómetros.
- Bomba gasto constante.

### 3.5.1.3 Resultados Experimentales

Los resultados de los experimentos de flujo vertical de gas nitrógeno para la muestra se observan en la **Tabla 10** y de igual forma en la **Tabla 11** se muestran las mediciones de la permeabilidad en el flujo horizontal.

De acuerdo con las **Figura 29** y **Figura 30** ambos flujos tanto vertical como horizontal siguen las mismas tendencias, sin embargo, podemos concluir que la permeabilidad vertical es mayor, este resultado es de gran importancia pues en base a esto se consideró este arreglo para la determinación del coeficiente de turbulencia.

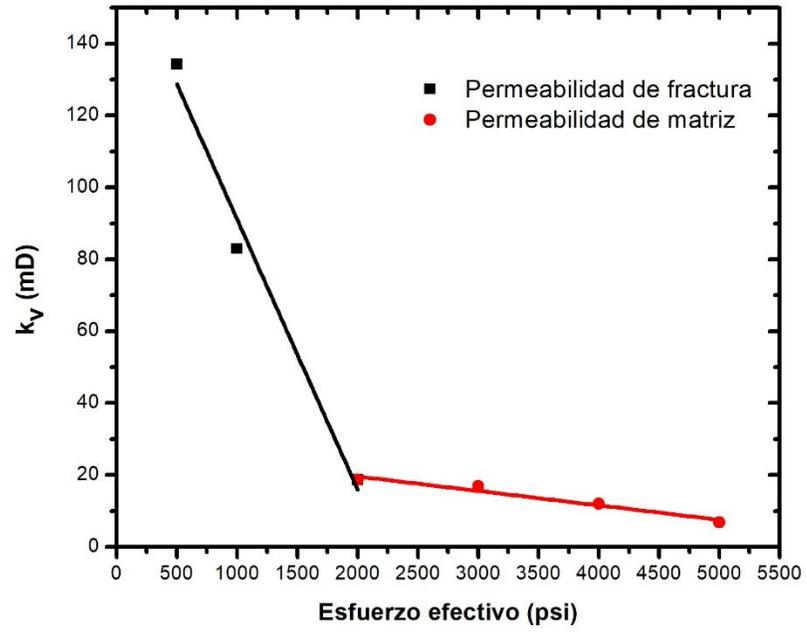
**Tabla 10**

**Resultados experimentales, valores de permeabilidad vertical al gas nitrógeno**

Presión de confinamiento (psi)	Permeabilidad vertical $k_v$ (md)
500	134.20
1000	82.95
2000	18.67
3000	16.77
4000	12.02
5000	6.84

**Figura 29**

**Variación de la Permeabilidad Vertical en Función del Esfuerzo Efectivo**



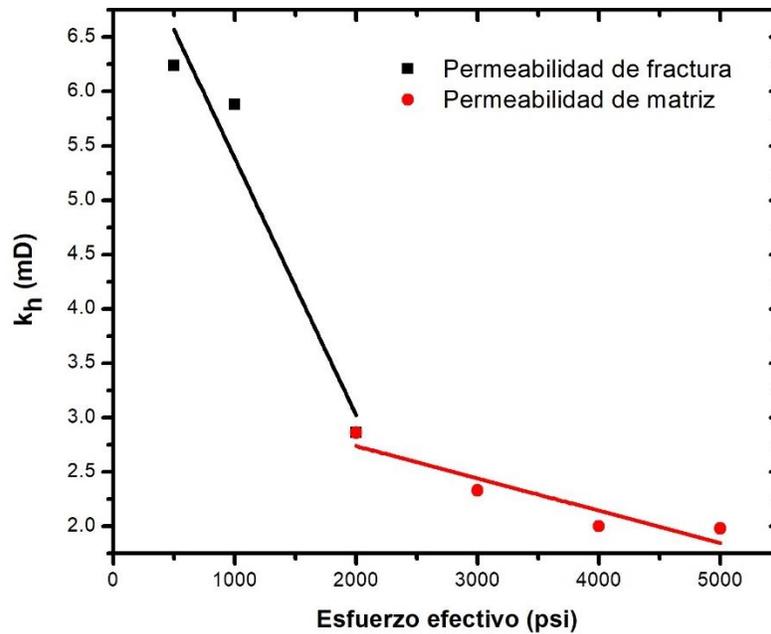
**Tabla 11**

**Resultados experimentales, valores de permeabilidad horizontal al gas nitrógeno**

<b>Presión de confinamiento</b>	<b>Permeabilidad horizontal <math>k_H</math></b>
<b>(psi)</b>	<b>(md)</b>
500	6.24
1000	5.88
2000	2.86
3000	2.33
4000	2.01
5000	1.98

**Figura 30**

**Variación de la Permeabilidad horizontal en Función del Esfuerzo Efectivo**



## **3.6 Coeficiente Inercial de Alta Velocidad**

### **3.6.1 Estimación del Coeficiente Inercial de Alta Velocidad a Condiciones de Yacimiento**

#### **3.6.1.1 Metodología**

Debido a las características de doble porosidad de las muestras, se magnificaron las condiciones de flujo turbulento inicialmente causadas por la baja viscosidad de este gas, debido al gasto elevado de gas nitrógeno utilizado en estos experimentos, para estados de esfuerzo efectivo altos (presión de confinamiento). Este flujo turbulento está descrito por la ecuación de Forchheimer (1901), que presenta una caída de presión por el flujo no-darcyano a través de la roca, adicional a la presión diferencial por el flujo de Darcy.

Los experimentos se desarrollaron a presión de confinamiento variable y una temperatura promedio de 120 °C. Los resultados presentados muestran la variación del coeficiente inercial en función del esfuerzo aplicado a la roca. Los experimentos son similares a la medición de la permeabilidad al gas en la dirección vertical. Se inyectó gas nitrógeno por la parte superior del núcleo a condiciones de gasto variable. Se empleó una forma integrada de la ecuación de Forchheimer para la interpretación de los datos. Se realizaron diez mediciones con gas nitrógeno por cada estado de esfuerzo efectivo, determinándose un valor del coeficiente inercial para cada valor del rango de esfuerzo aplicado.

Para determinar el coeficiente inercial de alta velocidad, el equipo utilizado es el siguiente:

#### **3.6.1.2 Equipo Utilizado**

- Celda de confinamiento.
- Sistema de bombas, válvulas y manómetros.
- Bomba gasto constante.

### 3.6.1.3 Resultados Experimentales

Los resultados de los experimentos para la variación del coeficiente inercial con gas nitrógeno para la muestra se presentan en la **Tabla 12** y **Figura 31**.

**Tabla 12**

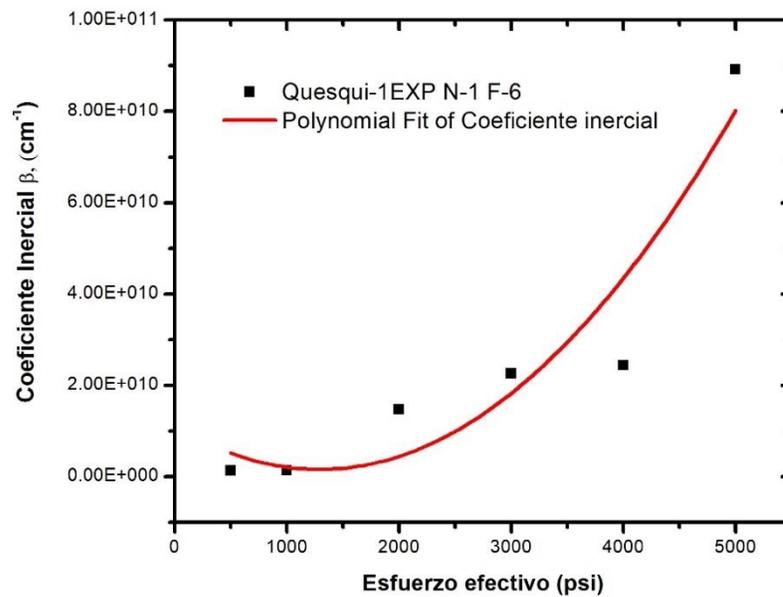
**Resultados experimentales, valores del coeficiente inercial de alta velocidad**

<b>Esfuerzo efectivo (psi)</b>	<b>Coeficiente inercial <math>\beta</math> (cm<sup>-1</sup>)</b>
500	1.28 x 10 <sup>9</sup>
1000	1.35 x 10 <sup>9</sup>
2000	1.47 x 10 <sup>10</sup>
3000	2.26 x 10 <sup>10</sup>
4000	2.44 x 10 <sup>10</sup>
5000	8.92 x 10 <sup>10</sup>

**Figura 31**

**Variación de Coeficiente Inercial de Alta Velocidad en Función del Esfuerzo**

**Efectivo**



## CAPÍTULO 4

### 4.- Interpretación de Resultados

Para la interpretación de resultados se utilizó el método de estadístico conocido como regresión lineal mínimos cuadrados para estudiar la dependencia del coeficiente de alta velocidad con parámetros de porosidad y permeabilidad de la muestra de núcleo de diámetro completo obtenida de un yacimiento naturalmente fracturado del golfo de México.

Los datos recopilados de las pruebas experimentales presentadas en el Capítulo 3 de la muestra estudiada se presentan en la **Tabla 13**, los cuales consisten en valores de porosidad, permeabilidades direccionales, es decir permeabilidad vertical y permeabilidad horizontal respectivamente, también se considero la relación entre ambas y finalmente el coeficiente inercial, todos estos parametros se obtuvieron de las pruebas de laboratorio para cinco valores de esfuerzo efectivo que van desde 500 psi a 5000 psi.

**Tabla 13**

#### **Resumen de resultados de la muestra de diámetro completo**

$p_c$	$\emptyset$	$k$		$k_v/k_H$	$\beta$
		$k_v$	$k_H$		
[psi]	[%]	[mD]	[mD]	[Adimensional]	[cm <sup>-1</sup> ]
500	2.876	134.2	6.24	21.51	1.28 x 10 <sup>9</sup>
1000	2.364	82.95	5.88	14.11	1.35 x 10 <sup>9</sup>
2000	0.465	18.67	2.86	6.53	1.47 x 10 <sup>10</sup>
3000	0.214	16.77	2.33	7.20	2.26 x 10 <sup>10</sup>
4000	0.191	12.02	2.01	5.98	2.44 x 10 <sup>10</sup>
5000	0.048	6.84	1.98	3.45	8.92 x 10 <sup>10</sup>

Para una comprensión más conveniente, los resultados de las pruebas de laboratorio se describen en los siguientes párrafos, mostrando los siguientes elementos:

- Dependencia de la porosidad en el coeficiente de turbulencia
- Dependencia de la permeabilidad en el coeficiente de turbulencia

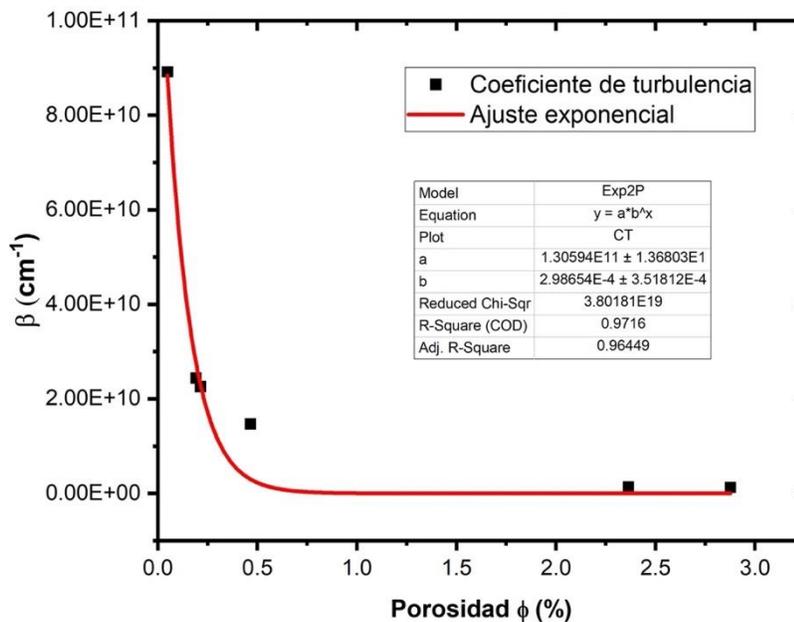
- c) Dependencia del esfuerzo efectivo en el coeficiente de turbulencia
- d) Dependencia de la porosidad y permeabilidad en el coeficiente de turbulencia

#### 4.1 Dependencia de la Porosidad en el Coeficiente de Turbulencia

En la realización de los experimentos con esfuerzos variables se obtuvieron diferentes valores de porosidad efectiva, la cual muestra una tendencia de decremento, en caso contrario para el coeficiente de turbulencia se presentó un incremento en función del esfuerzo efectivo, en la **Figura 32** se muestra la variación del coeficiente de turbulencia en función de la porosidad, donde se observa una relación no lineal con una dependencia inversa ya que a medida que aumenta la porosidad el valor del coeficiente inercial disminuye.

**Figura 32**

**Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función de la Porosidad**



#### 4.1.1 Desarrollo de la Correlación

Para desarrollar una relación entre el coeficiente inercial y la variación de la porosidad se utilizó un software comercial, la tendencia que se obtuvo es una relación exponencial donde el coeficiente  $a$  es el valor  $1.3059 \times 10^{10}$  y el coeficiente  $b$  es el valor  $2.9865 \times 10^{-4}$ , con  $R$  – cuadrado de 0.9716 lo cual significa que el modelo tiene un 97% de variabilidad en el valor del coeficiente de turbulencia.

Determinándose finalmente la siguiente correlación:

$$\beta = 1.3059 \times 10^{10} \times (2.9865 \times 10^{-4})^\phi, \dots \dots \dots (54)$$

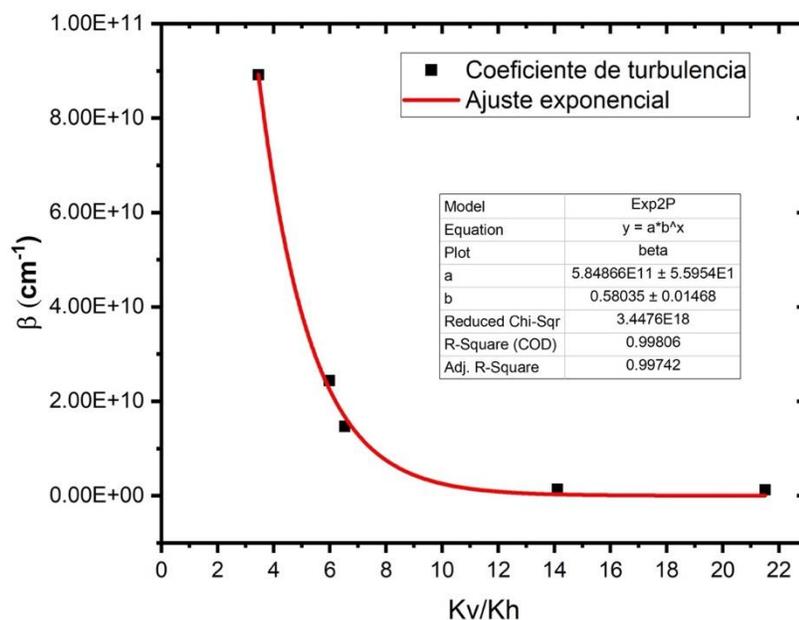
donde  $\phi$  se encuentra en [%] y  $\beta$  en  $\left[\frac{1}{cm}\right]$ .

#### 4.2 Dependencia de la Permeabilidad en el Coeficiente de Turbulencia

Se obtuvieron diversos valores de permeabilidad en dirección vertical y horizontal, estos valores siguieron una tendencia de decremento conforme aumentaba el esfuerzo efectivo, en caso contrario para el coeficiente de turbulencia presento un incremento, en la **Figura 33** se muestra la dependencia de la relación de permeabilidades ( $k_v/k_H$ ) sobre el coeficiente de turbulencia, donde se observa una relación no lineal con una dependencia inversa ya que a medida que aumenta la permeabilidad el valor del coeficiente inercial disminuye.

**Figura 33**

**Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función de la Permeabilidad**



#### **4.2.1 Desarrollo de la Correlación**

Para desarrollar una relación entre el coeficiente inercial y la variación de la relación de permeabilidades se utilizó el software comercial, la tendencia que se obtuvo es una relación exponencial, donde el coeficiente  $a$  es el valor  $5.8487 \times 10^{11}$  y el coeficiente  $b$  es el valor 0.58035, con  $R - cuadrado$  de 0.99806 lo cual significa que el modelo tiene un 99% de variabilidad en el valor del coeficiente de turbulencia.

Determinándose finalmente la siguiente correlación:

$$\beta = 5.8487 \times 10^{11} \times 0.58^{(k_v/k_H)}, \dots \dots \dots (55)$$

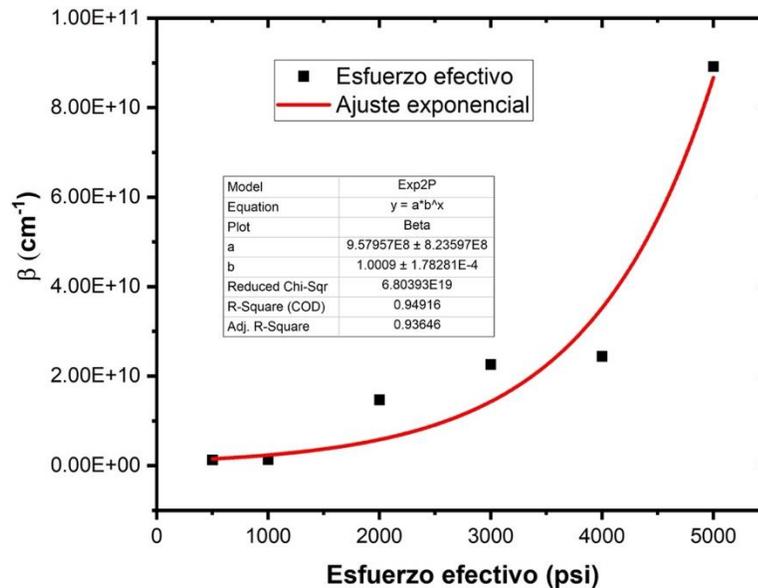
donde  $k_v$  y  $k_H$  se encuentra en  $[mD]$  y  $\beta$  en  $\left[\frac{1}{cm}\right]$ .

### 4.3 Dependencia del Esfuerzo Efectivo en el Coeficiente de Turbulencia

Para el caso del coeficiente de turbulencia en función del esfuerzo efectivo, se presentó un incremento en su valor del coeficiente conforme se aumentaba el esfuerzo efectivo en la **Figura 34** se muestra la dependencia del esfuerzo efectivo sobre el coeficiente de turbulencia, donde se observa una relación de crecimiento no lineal. En donde la presión de confinamiento es igual a esfuerzo efectivo, ya que la presión de poro es igual a cero.

**Figura 34**

**Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función del Esfuerzo Efectivo**



#### 4.3.1 Desarrollo de la Correlación

Para desarrollar una relación entre el coeficiente inercial y el esfuerzo efectivo se utilizó el software comercial, la tendencia que se obtuvo es una relación exponencial donde

el coeficiente  $a$  es el valor  $9.5795 \times 10^8$  y el coeficiente  $b$  es el valor  $1.009$ , con  $R - cuadrado$  de  $0.9491$  lo cual significa que el modelo tiene un  $94\%$  de variabilidad en el valor del coeficiente de turbulencia.

Determinándose finalmente la siguiente correlación:

$$\beta = 9.5795 \times 10^8 \times 1.009^{(\sigma)}, \dots \dots \dots (56)$$

donde  $\sigma$  se encuentra en  $[psi]$  y  $\beta$  en  $\left[\frac{1}{cm}\right]$ .

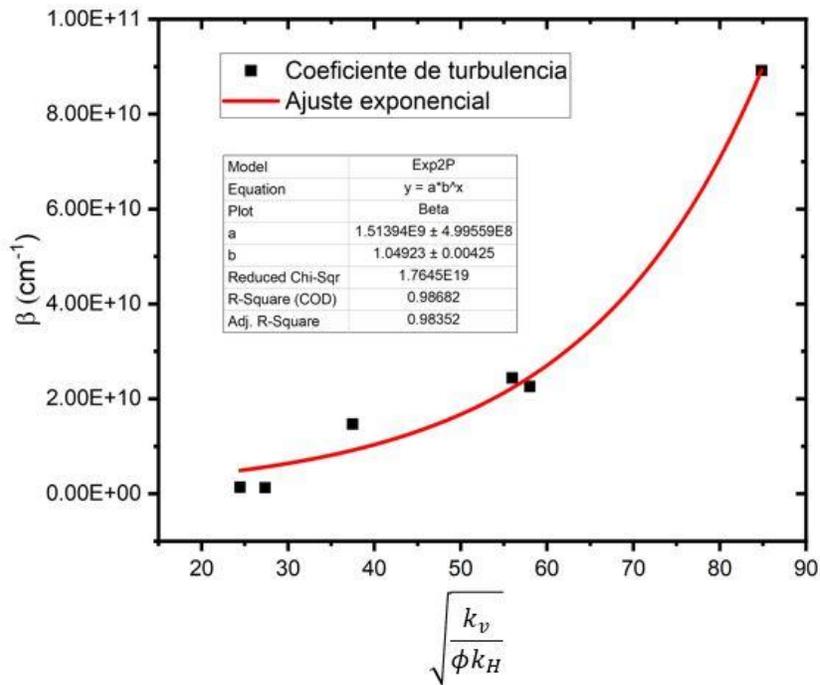
#### **4.4 Dependencia de la Porosidad y Permeabilidad en el Coeficiente de Turbulencia**

En este apartado se presenta el resultado de la variación del coeficiente de turbulencia en función de tres variables, la porosidad, permeabilidad vertical y permeabilidad horizontal.

En la **Figura 35** se muestra esta dependencia del coeficiente de turbulencia respecto a una función que involucra las tres variables, se observa una tendencia no lineal de incremento directamente proporcional.

**Figura 35**

**Variación del Coeficiente de Turbulencia en Función de Porosidad y Permeabilidad**



**4.4.1 Desarrollo de la Correlación**

Para desarrollar una relación entre el coeficiente inercial y tres variables se utilizó el software comercial, la tendencia que se obtuvo es una relación exponencial donde el coeficiente *a* es el valor  $1.5139 \times 10^9$  y el coeficiente *b* es el valor 1.05, con *R – cuadrado* de 0.9868 lo cual significa que el modelo tiene un 98% de variabilidad en el valor del coeficiente de turbulencia.

Determinándose finalmente la siguiente correlación:

$$\beta = 1.5139 \times 10^9 \times (1.05)^{\sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}}}, \dots \dots \dots (57)$$

donde  $k_v$  y  $k_H$  se encuentran en  $[mD]$ ,  $\phi$  en  $[fracción]$  y  $\beta$  en  $\left[\frac{1}{cm}\right]$ .

Para realizar un mejor análisis, a la función descrita por la ecuación 57 se le aplicará un procedimiento de liberalización a través de logaritmos,

$$\log \beta = \log \left( 1.5139 \times 10^9 \times (1.05)^{\sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}}} \right); \dots\dots\dots (58)$$

aplicando propiedades de logaritmos a la ecuación 58:

$$\log \beta = \log(1.5139 \times 10^9) + \log \left( (1.05)^{\sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}}} \right); \dots\dots\dots (59)$$

$$\log \beta = \log(1.5139 \times 10^9) + \log(1.05) \left( \sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}} \right); \dots\dots\dots (60)$$

$$\log \beta = 9.18 + 0.02 \left( \sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}} \right); \dots\dots\dots (61)$$

finalmente, la ecuación 58 se puede expresar de la manera siguiente:

$$\beta = 10^{9.18+0.02 \left( \sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}} \right)} \dots\dots\dots (62)$$

Es decir, la función  $\beta$  vs  $\sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}}$  se puede representar como la ecuación de una línea recta.

#### 4.5 Resumen de Resultados

En la **Tabla 14** se muestran los resultados de las regresiones no lineales.

**Tabla 14**

#### **Correlaciones para $\beta$**

Ecuación resultante de la correlación	$R^2$
$\beta = 1.3059x10^{10} x (2.9865x10^{-4})^\phi$	0.9716
$\beta = 5.8487x10^{11} x 0.58^{(k_v/k_H)}$	0.99806
$\beta = 9.5795 x10^8 x 1.009^{(\sigma)}$	0.9491
$\beta = 1.5139 x10^9 x (1.05)^{\sqrt{\frac{k_v}{\phi k_H}}}$	0.9868

El valor de  $R^2$  lo interpretamos como un error que presenta una variación entre el 94% y 99% para todos los modelos desarrollados, esto demuestra una alta precisión en la predicción de los valores del coeficiente de turbulencia, después de aplicar variaciones en el esfuerzo efectivo.

#### 4.6 Comparación de Correlaciones

A continuación, en la **Tabla 15** se presenta la comparación con las correlaciones existentes en la literatura que se consideran importantes.

**Tabla 15**

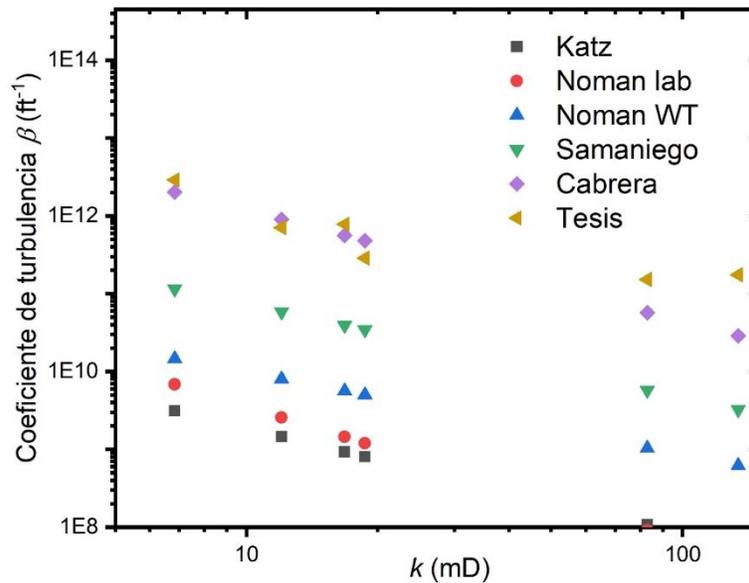
**Correlaciones de  $\beta$  en la literatura**

Ecuación resultante de la correlación	Error	Referencia
$\beta = 1.5139 \times 10^9 \times (1.05)^{\sqrt{\frac{k_V}{\phi k_H}}}$	0.9868	Tesis
$\beta = 4.2 \times 10^{10} k^{-1.35}$	-----	Katz (1959)
$\beta = 1.9 \times 10^{11} k^{-1.73}$	-----	Norman lab (1985)
$\beta = 1.12 \times 10^{11} k^{-1.06}$	-----	Norman, well test (1985)
$\beta = e^{27.78} k^{-1.201}$	-----	Samaniego et al. (1996)
$\beta = 10^{13.5} k^{-1.43}$	-----	Cabrera (2024)

En la **Figura 36** se muestra gráficamente la comparación de las correlaciones presentadas en la Tabla 15, se observa que los valores propuestos por la presente tesis son mayores a las otras correlaciones.

**Figura 36**

**Comparación de Correlaciones Para  $\beta$**



## **CAPÍTULO 5**

### **5.- CONCLUSIONES**

En esta tesis se presentó una investigación relacionada con pruebas experimentales para la determinación de parámetros petrofísicos a escala de laboratorio y condiciones de yacimiento, proponiendo un nuevo diseño para la determinación del coeficiente de turbulencia en yacimientos naturalmente fracturados, bajo este contexto se pueden establecer las siguientes conclusiones:

Las metodologías propuestas proporcionaron resultados confiables para el análisis de pruebas experimentales en núcleos de diámetro completo provenientes de yacimientos naturalmente fracturados de México.

Para el caso de la porosidad se puede observar que el valor de la porosidad máxima o total es muy similar a la porosidad efectiva en la primera aplicación de esfuerzo efectivo, lo que permite concluir que existe una buena interconexión entre los espacios porosos de la muestra generando una buena capacidad de almacenamiento de hidrocarburos.

Para el caso de una muestra con doble porosidad como es el caso de un yacimiento fracturado, la compresibilidad se debe corregir debido a la alteración presentada durante la extracción del núcleo y por el cambio de esfuerzos en la celda de confinamiento ya que se somete a una presión hidrostática.

Respecto a la permeabilidad se debe de evitar su medición experimental bajo condiciones de flujo de alta velocidad para facilitar su análisis, al determinar la permeabilidad en ambas direcciones se puede concluir que la roca cuenta con la propiedad de anisotropía ya que el valor en ambas direcciones cambia en gran medida, y la mayor permeabilidad se encuentra en la dirección vertical.

Puesto que la muestra analizada se caracterizó por su doble porosidad fue inevitable que las condiciones de flujo turbulento se presentarán, se observó que esto sucedía para estados de esfuerzo efectivo altos (presión de confinamiento). Aplicar correcciones a la teoría de la ley de Darcy bajo estas condiciones de flujo permitió obtener valores más precisos.

Derivado de las correcciones antes mencionadas y en específico la corrección de Forchheimer se observó que el valor del coeficiente de turbulencia incrementa cuando la muestra es sometida a mayor esfuerzo efectivo, este comportamiento se presenta debido a que los canales de flujo se van cerrando y por ello al reducir el diámetro de la garganta de poro nos genera un flujo del gas con mayor velocidad, comprobando la hipótesis que se mencionó sobre el comportamiento del coeficiente, la variación del coeficiente de turbulencia aumenta conforme aumenta el esfuerzo efectivo, sin embargo esto no representa una relación lineal.

Uno de los objetivos principales del presente estudio era proponer una correlación del coeficiente de turbulencia para rocas naturalmente fracturadas de México, el cual se cumplió ya que si se conocen los parámetros petrofísicos básicos con el uso de las correlaciones descritas se puede determinar el coeficiente de turbulencia:

- Al conocer la porosidad ya sea por el análisis de núcleos o bien mediante registros de pozos.
- Teniendo el valor de la permeabilidad determinada por métodos directos (pruebas en núcleos y pruebas de presión) e indirectos (registros de pozos).
- En el contexto geomecánico y con base a la trayectoria de explotación del yacimiento se puede determinar una condición de esfuerzo efectivo y emplear la correlación en función del esfuerzo efectivo.

- Ahora bien, si el yacimiento lo permite y se cuenta con los datos de porosidad y permeabilidad se puede emplear la correlación en función de la relación de permeabilidades y porosidad.

El empleo de estas correlaciones aportará una óptima caracterización del yacimiento.

## **5.1 Recomendaciones**

Se considera de gran interés replicar las pruebas en una celda triaxial, para conocer el cambio en la variación de los parámetros petrofísicos en relación del esfuerzo-deformación y simular diferentes regímenes de esfuerzos, en el marco de la geomecánica de yacimientos no convencionales.

Si bien se cumplió con el objetivo de esta tesis es de suma importancia desarrollar una nueva metodología para la interpretación de la variación del coeficiente de turbulencia medido con gas del yacimiento, en función del esfuerzo efectivo aplicado, saturación de agua congénita, y saturación de condensado representativo del yacimiento (muestra de campo).

Incrementar el número de muestras experimentales para darle más soporte a las correlaciones, esto implica acoplar las correlaciones para diferentes tipos de yacimientos.

## Referencias

1. American Petroleum Institute. (1998). *Recommended Practices of core analysis*. Washington, DC: API.
2. Aguilera, R. (1980). *Naturally Fractured Reservoirs*. The Petroleum Publishing Co., Tulsa, pg. 703.
3. Aguilera, R. (27-29 september 1987). *An Approximate Solution of Linear Flow in Naturally Fractured Reservoirs*. SPE 16442. 62th Technical Conference y Exhibition, Dallas, Tx., 70-95.
4. Bagdassarov, N. (2022). *Fundamentals of rock physics*. Goethe University Frankfurt.
5. Bernt, S. y Reza, L. (2019). *Petroleum Rock Mechanics, Drilling Operations and Well Desing*. Gulf Professional Publishing is an imprint of Elsevier.
6. Brikman, C.H. (1949). A calculation of the viscous force exerted by a flowing fluid on a dense swarm of particles. Laboratory N.V. De Bataafsche Petroleum Maatschappij.
7. Cabrera, D. y Samaniego V. (2022). *Experimental mechanics of fractured porous rocks*. Springer Nature Switzerland.
8. Cabrera, D. (2023). Notas del curso Caracterización estática de Yacimientos (Ley de Darcy), Facultad de Ingeniería, UNAM.
9. Cabrera, D. (25-26 Junio 2024). *Non-Darcy coefficient in fractured rocks*. Paper presented at the 58<sup>th</sup> US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium, Colorado, USA.
10. Cornell, D. y Katz, D. (1953). Flow of gases through porous media. *Industrial and Engineering Chemistry*, 45, 10, 2145–215  
<https://doi.org/10.1021/ie50526a021>.
11. Cornell, D. y Katz, D. (1953). *Handbook of natural gas engineering*. New York, Macgraw-Hill.

12. Dacun, L., Engler, W. (15-16 mayo 2001). *Literature Review on Correlations of the Non-Darcy Coefficient*. Paper presented at the SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, Texas.  
  
<https://doi.org/10.2118/70015-MS>.
13. Dong, C., Zhejun, P., Zhihui, Y., Bing, H., Di, W., Liang, Y. (2016). A unified permeability and effective stress relationship for porous and fractured reservoir rocks. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, Volume 29, 401-412  
  
<https://doi.org/10.1016/j.jngse.2016.01.034>.
14. Fatt, I. (1956). The network model of porous media. Capillary pressure characteristics. 'This work it; taken from a dissertation submitted by the author to the Graduate School. University of Southern California.
15. Firoozabadi, A. y Donald, L. (1979). An Analysis of High-Velocity Gas Flow Through Porous Media. Society of Petroleum Engineers of AIME.
16. Forchheimer, P. (1901). Wasserbewegung durch Boden. 45th Edition, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, Düsseldorf.
17. Geertsma, J. (1974). Estimating the Coefficient of Inertial Resistance in Fluid Flow Through Porous Media. Koninklijke/Shell exploratie en produktie laboratorium rijswijk, The netherlands.
18. Geertsma, J., Croes, G.A., Shwarz, N. (1954). Theory of Dimensionally scale models of petroleum reservoirs. Koninklijke/Shell Laboratorium. Amsterdam.
19. Geertsma, J. (1957). The Effet of fluid Pressure Decline on Volumetric Changes of Porous Rocks. Koninklijke Shell Laboratorium. Amsterdam. SPE- 728-G Vol. 210.
20. Gewers, W. y Nichol, L. (1959). Gas Turbulence Factor in a Microvugular Carbonate. Imperial Oil Production Research & Technical Service Laboratory, Calgary, Alberta.
21. Gobierno de México. Flujos y usos de gas.  
  
<https://energia.conacyt.mx/planeas/hidrocarburos/flujo-gas>.

22. Heath, R.C., (1998). Basic Ground-water Hydrology. U.S. Geology Survey Water-Supply Paper 2220 (8<sup>th</sup> printing), p.68.
23. Herrera Gómez, R. (2000). Estudio petrofísico de muestras de núcleos de diámetro completo con doble porosidad [ Tesis de Doctorado, Universidad Nacional Autónoma de México].
24. Klinkenberg, L.J. (1941). The permeability of porous media to liquids and gases. *Drilling and Production Practice*, New York, 1 January 1941, API-41-200.
25. Macini, P., Mesini, E., Viola, R. (2011). Laboratory measurements of non-Darcy flow coefficients in natural and artificial unconsolidated porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 77 (2011), 365-374.  
<https://doi.org/10.1016/j.petrol.2011.04.016>.
26. Muhammad, S. (2011). *Flow and Transport in Porous Media and Fractured Rock*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA.
27. Muskat, M. y Botset, G. (1931). *Flow of gas through porous materials*. Gulf Research Laboratory, Pittsburgh, Pa.
28. Norman, R., Imerial, C., Shrimanker N. (22-25 september 1985). *Estimation of Coefficient of inertial Resistance in High-Rate Gas Wells*. Presented at the 60th Annual Technical Conference and Exhibition of the Society of petroleum Engineers held in Las Vegas.  
<https://doi.org/10.2118/14207-MS>.
29. Peters, J.E. (2012). *Advanced Petrophysics*. Live oak book company.
30. Samaniego, F., Herrera, R., Hernandez, F. (1996). Correlación para el coeficiente de velocidad para flujo en medios porosos carbonatados con porosidad macrovugular. Presentado en *Coloquio de la Facultad de Ingeniería*. Ciudad de México.
31. Samaniego V.F. (2022). *Notas del curso ingeniería de Yacimientos de Gas (Gas y condensado y Aceite Volátil)*, Facultad de Ingeniería, UNAM.

32. Seidle, J.P., Jeansonne, M.W., Erickson, D.J. (1992). Application of matchstick geometry to stress dependent permeability in coals. In: SPE Rocky Mountain Regional Meeting, Casper, Wyoming, U.S.
33. Tarek, H. (2010) *Working Guide to Reservoir Rock Properties and Fluid Flow* ( 5<sup>th</sup> Edition).  
<https://doi.org/10.1016/C2009-0-30574-7>.
34. Tek, R., Coats, H., Katz, L. (18-11 de octubre de 1961). *The effect of turbulence on flow of natural gas through porous Reservoirs*. 36th Annual Fall Meeting of SPE, Dallas.
35. Warren, J.E., Root, P.J. (1963). The behavior of naturally fractured reservoirs. *Journal of Society Petroleum Engineering*, 245-255.
36. Whit, F.M. (2009). *Fluid Mechanics*. McGrawHill series in mechanical engineering.
37. Wong, S. (mayo 1970). *Effect of Liquid Saturation on Turbulence Factors for Gas-Liquid Systems*. At the 21st Annual Technical Meeting of The Petroleum Society of CIM, Calgary.
38. Zeng, Z., Grigg, R., Ganda, S. (5-8 de octubre de 2003) . *Experimental study of overburden and stress influence on Non-Darcy gas flow in Dakota sandstone*. SPE Annual Technical Conference and Exhibition held in Denver, Colorado, U.S.A.  
<https://doi.org/10.2118/84069-MS>.
39. Zeng, Z., Grigg, R. (2006). A criterion for non-Darcy flow in Porous media. Petroleum Recovery Research Center, New Mexico Institute of Mining and Technology, Socorro, NM 87801, U.S.A.  
<https://doi.org/10.1007/s11242-005-2720-3>.
40. Zou, J., Yue, X., An, W., Gu, Jun., Wang, L. (2019). Applicability analysis of klinkenberg slip theory in the measurement of tight core permeability. *Energies*, 12, 2351.  
<https://doi:10.3390/en12122351>.