UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA MECÁNICA E INDUSTRIAL

Serie de Calidad y Estadística Industrial

Muestreo de aceptación y aplicaciones Con R, Minitab y Excel

OCTAVIO ESTRADA CASTILLO

Serie de Calidad y Estadística Industrial

Muestreo de aceptación y aplicaciones Con R, Minitab y Excel

Octavio Estrada Castillo

Atuendos, Ulises García Ponce de León, 1996
Ubicada en la biblioteca Rivero Borrell

ESTRADA CASTILLO, Octavio.
Muestreo de aceptación y aplicaciones con R, Minitab y Excel
Universidad Nacional Autónoma de México,
Facultad de Ingeniería, 2025, 162 p.

ISBN 978-607-587-482-1

Muestreo de aceptación y aplicaciones
Con R, Minitab y Excel

Primera edición electrónica
de un ejemplar (26 MB) en formato PDF
Publicado en línea: junio de 2025

FACULTAD DE INGENIERÍA
http://www.ingenieria.unam.mx/

ISBN 978-607-587-482-1

UNIDAD DE APOYO EDITORIAL
Cuidado de la edición: Patricia Eugenia García Naranjo
Diseño y formación editorial: Nismet Díaz Ferro

Imagen de portada: acercamiento a la pintura *Atuendos*,
de Ulises García Ponce de León, 1996

... Si en la lucha el destino te derriba,
si todo en tu camino es cuesta arriba,
si tu sonrisa es ansia satisfecha,
si hay faena excesiva y vil cosecha,
si a tu caudal se contraponen diques,
Date una tregua, ¡pero no claudiques!

Fragmento del poema
“Cuando vayan mal las cosas”
Rudyard Kipling (1865-1936)

Prólogo

Siempre he tenido la inquietud de escribir textos sobre las asignaturas en las que he participado, pero generalmente he tenido cargos académico-administrativos en la administración central de la UNAM o en la propia Facultad, que no me dejaban dedicarme a esta noble y gratificante labor. ahora que me integro completamente como profesor de carrera en el área de calidad, investigación de operaciones y estadística industrial, he llevado a la praxis este deseo.

Este es el quinto libro de la Serie de Calidad y Estadística Industrial. Esta serie tendrá al menos los siguientes volúmenes:

I. Desarrollo Histórico de la Calidad.
II. Metodología y Herramientas para la Solución de Problemas y para la Mejora Continua.
III. Fundamentos de Probabilidad y Aplicaciones con Excel, Minitab y R.
IV. Fundamentos de Estadística y Aplicaciones con Excel, Minitab y R.
V. Muestreo de Aceptación y Aplicaciones con Excel, Minitab y R.
VI. Control Estadístico de Procesos y Aplicaciones con Excel, Minitab y R.
VII. Normatividad Vigente sobre Sistemas de Calidad.
VIII. Metrología, Certificación de Producto y Certificación de Software.
IX. Teoría del muestreo.
X. Estadística No Paramétrica.
XI. Diseño de Experimentos.
XII. Regresión y Correlación.
XIII. Confiabilidad.
XIV. Estadística Multivariable.

Quisiera remarcar que en estos volúmenes hablo de mis conocimientos y experiencia en el apasionante tema de la calidad y que traté de apegarme lo más posible a citar a los autores originales de estas ideas, pero no debe olvidarse que se trata de un texto dirigido a alumnos por lo cual no lleno de citas el texto, para hacerlo más didáctico.

Objetivo del libro:

El alumno diseñará, desarrollará y aplicará planes de muestreo de aceptación por atributos y por variables, mediante nomogramas, tablas de muestreo de aceptación y sistemas de cómputo; asimismo, determinará la eficiencia y eficacia de dichos planes de muestreo a través de la obtención de las curvas características de operación, de calidad promedio de salida y de inspección total promedio.

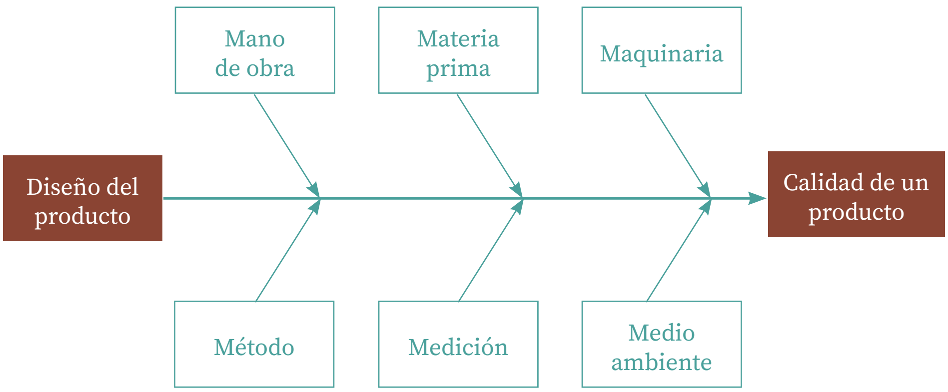
1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA
V

Índice

1 Introducción

Mucho se ha discutido sobre la necesidad de que el enfoque de calidad se aplique en todas las etapas del ciclo de vida de un artículo, desde la detección de la necesidad de un producto, hasta la entrega del mismo al cliente; pasando por el diseño, manufactura, servicio, entre otras etapas. Dando por hecho la aplicación del enfoque de calidad en las etapas previas a la fabricación del producto, tradicionalmente se ha establecido que los principales factores que influyen en su calidad en un proceso de manufactura son: Diseño del Producto, Mano de Obra, Maquinaria, Materia Prima, Método, Medición y Medio Ambiente. Tal como se ilustra en la figura 1, donde se muestra un Diagrama Causa-Efecto de Ishikawa, también conocido como Diagrama de Esqueleto de Pescado, en el cual, del lado derecho de la flecha central se pone el Efecto, Calidad de un Producto, y a la izquierda de él, en diagonal, se colocan las posibles causas o factores que lo provocan.

Figura 1. Factores que afectan la calidad de un producto. Autoría propia.



De esta forma, no se puede esperar que un producto y/o servicio tenga calidad si cada uno de estos factores no reúne las características adecuadas para el fin al que se destina. Con respecto a la materia prima y con base en la norma ISO 9001:2015, en el rubro 8 Procesos de Operación, Evaluación y Seguimiento de Proveedores, subrubro 8.4 Control de los procesos, productos y servicios suministrados externamente, se requiere que el consumidor o cliente de los suministros solicitados a los proveedores establezca un Programa de Control de Adquisiciones. Este programa debe contar, al menos, con los elementos que se citan a continuación.

De acuerdo con el rubro 8.4 de la norma ISO 9001:2015, el control de las adquisiciones le permite a una empresa examinar la influencia de los materiales comprados sobre la calidad de los productos y/o servicios fabricados, por lo cual este punto establece la necesidad de asegurar que se compren y adquieran productos y servicios que cumplan los requisitos especificados, mediante las siguientes tres actividades:

a. Evaluación de Proveedores y Subproveedores.
b. Control de Documentos de Compra.
c. Verificación de Productos Adquiridos.

Cabe señalar que el elemento 8.4 de la ISO 9001:2015 es vital para las empresas. Por ejemplo, en el caso de las agencias armadoras de automóviles en el País, como su nombre lo establece, ensamblan partes donde casi el 90 % de éstas provienen de proveedores externos o internos a la empresa. Si estas partes suministradas presentan fallas, entonces los productos que se ensamblen en la empresa también fallarán. De allí, la necesidad de controlar la materia prima.

Un aspecto primordial para controlar la materia prima se lleva a cabo a través del muestreo de aceptación, el cual se emplea para decidir si se acepta un lote a partir de una o varias muestras. De la misma forma, el muestreo de aceptación se utiliza para inspeccionar el producto terminado y verificar que cumple con las expectativas del cliente, de allí su importancia.

1.1 Evaluación de proveedores y subproveedores

De acuerdo con el rubro 8.4 de la norma ISO 9001:2015 y con base en la experiencia del que esto escribe, la Evaluación de Proveedores y Subproveedores de una empresa es útil para establecer procedimientos que permitan elaborar un padrón de proveedores, cómo seleccionar a un nuevo proveedor con base en la calidad de sus productos, de su eficiencia para responder, de la capacidad de su proceso, de su desempeño en tiempos de entrega, del soporte técnico que pueda suministrar y del precio. Asimismo, debe establecer cómo evaluarlo, qué criterios se elegirán para medir su desempeño, cómo se aprobarán y calificarán sus productos, etcétera. El pedido y entrega de suministros no debe descansar exclusivamente en los compradores. Para realizar un pedido debe existir un padrón de proveedores, el cual debe tener clasificados a los proveedores de una parte en las siguientes categorías: 1) proveedor potencial; 2) proveedor aprobado; 3) proveedor calificado; 4) proveedor certificado.

Para llevar a cabo el seguimiento de los proveedores es conveniente considerar algunos indicadores para medir el desempeño:

i. Calidad del producto: Que dicho producto cumpla las especificaciones técnicas que requiere el cliente: por ejemplo: durabilidad, confiabilidad, mantenibilidad, ergonomía, disponibilidad, etcétera y que sea adecuado para el uso que se le va a dar.
ii. Calidad del servicio: por ejemplo: conocimiento del producto y/o servicio, competencia, prontitud, cortesía, imagen, reforzar el servicio, etcétera.
iii. Calidad en el tiempo de entrega: que el tiempo de ciclo (desde que se ordena hasta que se entrega) sea lo más corto posible, y, que se entregue en la fecha prometida, ni antes, ni después.
iv. Calidad en el precio: comparativamente con los demás proveedores que el precio que se ofrece sea competitivo y que además se mantenga a lo largo del tiempo, es decir, que el proveedor se esfuerce en mantenerle el precio a su cliente y que no sea una simple oferta de ocasión.
v. Calidad en el soporte técnico: También denominado servicio posterior a la venta; que el proveedor cuente con empleados capacitados para

diagnosticar, prevenir y corregir fallas; que cuente con el equipo de diagnóstico adecuado; asimismo, que cuente con el equipo y herramientas para hacer la reparación o el mantenimiento; que tenga las refacciones disponibles oportunamente; y que cuente con una línea de comunicación las 24 horas los 365 días del año.

1.2 Control de documentos de compra

Los documentos de compra de una empresa deben estar controlados y contener una descripción perfectamente clara del producto y/o servicio que se está adquiriendo.

Una requisición de compra es un documento que se utiliza para solicitar al departamento de compras o área de la empresa que se encarga de realizar la adquisición de bienes y servicios que las empresas necesitan para realizar sus operaciones. La diferencia con una orden de compra es que la requisición de compra es un documento de uso interno de la empresa, mientras que la orden de compra es un documento que se envía a los proveedores, es decir es de uso externo.

Los elementos básicos que contiene una requisición de compra son: No. de Requisición; Fecha; Nombre y puesto de la persona que solicita la compra; Área; Dirección; Departamento al que pertenece; Nombre del proveedor y clave que lo identifica según el padrón de proveedores autorizados (potencial, aprobado, calificado o certificado); Dirección y teléfono; En atención a quien irá el documento; Orden de compra; Fecha de pedido; Tipo de embarque o transporte; A nombre de quién se remite el pedido; Tipo de pago y plazo; Descripción de los artículos solicitados; Normas que debe cumplir el producto a adquirir; Cantidad y precio; Fecha de entrega; Responsable del departamento de compras; Responsable del área de recibo; Si se han realizado cotizaciones sobre la compra, se deben de anexar; Nombre, puesto y firma de la persona que autoriza la compra. En la figura 2 se muestra un ejemplo de requisición de compra.

Figura 2. Ejemplo de Formato de requisición de compra

LOGO

ORDEN DE COMPRA

NOMBRE DE LA EMPRESA — ORDEN DE COMPRA N°:
RIF N°. — FECHA:
DIRECCION FISCAL:
TELEFONO: — EMAIL:

PROVEEDOR:
RIF N°: — CORREO:
DIRECCION: — TELEFONO:
CONTACTO VENTAS: — FAX:

OBRA:

Favor despachar a Nombre de nuestra Empresa el siguiente material:

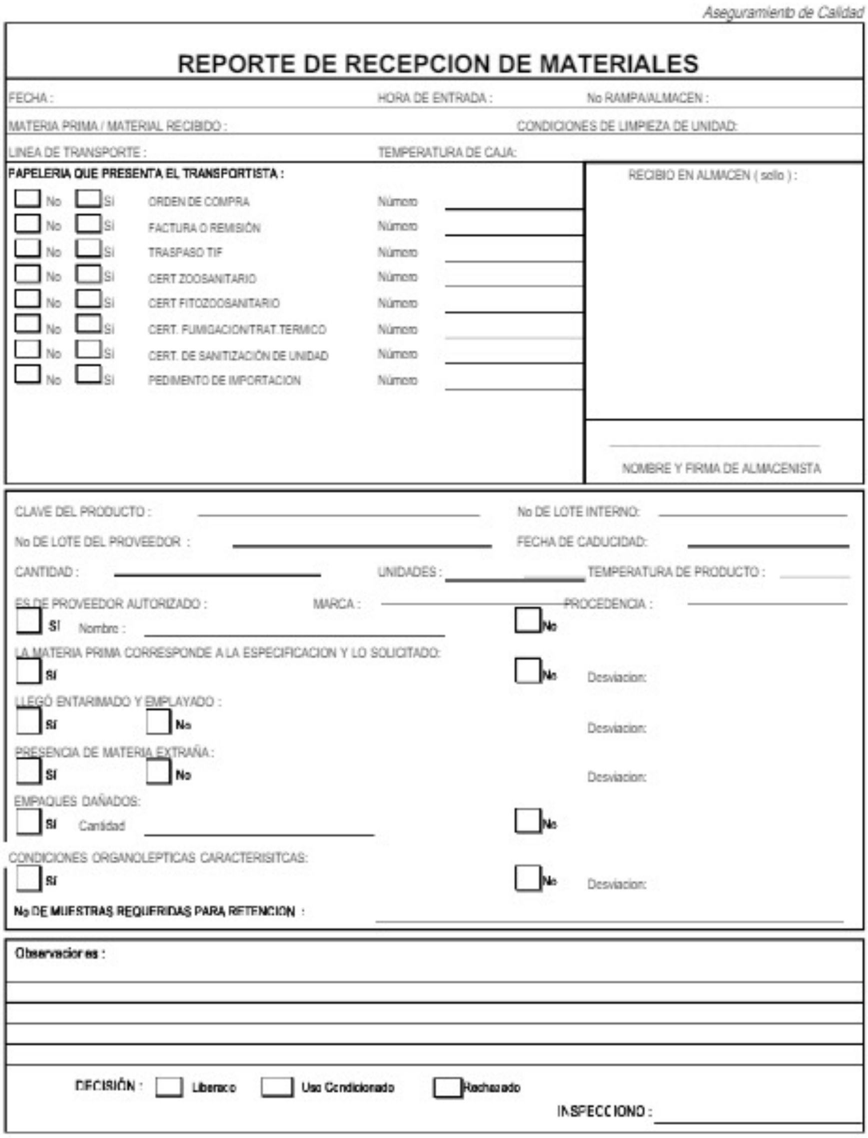
ITEM	PRODUCTO	CANTIDAD	UNIDAD	PRECIO UNITARIO	VALOR TOTAL
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
					0.00
Observaciones y/o Comentarios:			SUBTOTAL:		0.00
			I.V.A.	12.00%	0.00
			TOTAL A PAGAR:		0.00

Requerido por:	Revisado por:	Aprobado por:	N° de requisición:
Fecha:	Fecha:	Fecha:	

Existe, otro documento de compra indispensable denominado Informe de Material Recibido, IMR, con el cual se controlan las entradas de material a la planta, y permite, al cotejarlo contra la requisición, verificar si lo que está llegando corresponde con lo que se pidió. En la figura 3 se muestra un ejemplo de un formato de Informe de Material recibido, IMR.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA

Figura 3. Ejemplo de Informe de Material Recibido, IMR



Aseguramiento de Calidad

REPORTE DE RECEPCION DE MATERIALES

FECHA: HORA DE ENTRADA: No RAMPA/ALMACEN:

MATERIA PRIMA / MATERIAL RECIBIDO: CONDICIONES DE LIMPIEZA DE UNIDAD:

LINEA DE TRANSPORTE: TEMPERATURA DE CAJA:

FAPELERIA QUE PRESENTA EL TRANSPORTISTA: RECIBIO EN ALMACEN (sello):

No Si ORDEN DE COMPRA Número
No Si FACTURA O REMISIÓN Número
No Si TRASPASO TIF Número
No Si CERT ZOOSANITARIO Número
No Si CERT FITOZOOSANITARIO Número
No Si CERT. FUMIGACION/TRAT.TERMICO Número
No Si CERT. DE SANITIZACIÓN DE UNIDAD Número
No Si PEDIMENTO DE IMPORTACION Número

NOMBRE Y FIRMA DE ALMACENISTA

CLAVE DEL PRODUCTO: No DE LOTE INTERNO:
No DE LOTE DEL PROVEEDOR: FECHA DE CADUCIDAD:
CANTIDAD: UNIDADES: TEMPERATURA DE PRODUCTO:
ES DE PROVEEDOR AUTORIZADO: MARCA: PROCEDENCIA:
SI Nombre: No
LA MATERIA PRIMA CORRESPONDE A LA ESPECIFICACION Y LO SOLICITADO:
SI No Desviacion:
LLEGÓ ENTARIMADO Y EMPLAYADO:
SI No Desviacion:
PRESENCIA DE MATERIA EXTRAÑA:
SI No Desviacion:
EMPAQUES DAÑADOS:
SI Cantidad No
CONDICIONES ORGANOLEPTICAS CARACTERISITCAS:
SI No Desviacion:
No DE MUESTRAS REQUERIDAS PARA RETENCION:

Observaciones:

DECISIÓN: Liberado Uso Condicionado Rechazado

INSPECCIONO:

1.3 Verificación de productos adquiridos

Como ya se ha dicho repetidamente, con base en el rubro 8.4 de la ISO 9001:2015 y en la experiencia del autor, se debe contar con procedimientos para inspeccionar, verificar, aprobar, almacenar y manejar adecuadamente los productos adquiridos. Esta verificación puede ser en la planta del proveedor o en el área de recibo del cliente. El proveedor puede realizar verificaciones en su planta pero estas no necesariamente serán válidas para el cliente; todo dependerá del nivel de confianza que haya entre ambos. El cliente puede solicitarle al proveedor certificados de calidad acompañados de registros de control de proceso y registros de inspección.

De acuerdo con la norma ISO 9001:2015, en el rubro 7.5 Información Documentada, los procedimientos de inspección en recibo deben establecer ¿qué materiales requieren inspección?, ¿quién la realizará?, ¿dónde la realizará, ¿cómo la realizará?, ¿qué planes de muestreo se requieren?, ¿dónde registrará los resultados?, ¿cómo reaccionará ante una no conformidad?, ¿a quiénes deberá notificar en caso de desvío?, ¿cómo se identificarán los materiales no conformes?, ¿dónde se almacenarán?, etcétera.

Con respecto a la verificación de productos adquiridos, los proveedores pueden ser otras compañías u otras plantas de la misma empresa. Es más, en el caso de organizaciones de gran capacidad, una división de la planta debe considerar la producción de otra división de la misma planta como un proveedor.

Existen varias maneras de verificar la calidad de los productos adquiridos:

1. Aprobar el proceso productivo de dichos productos a través de una evaluación del sistema de calidad de la empresa proveedora. Esto no implica necesariamente que el producto esté certificado en las características de calidad que le interesen al cliente.
2. Solicitar Certificados de Calidad acompañados con Registros de Control de Proceso, Registros de Inspección al 100 % o Registros de Inspección por Muestreo de los productos adquiridos.
3. Verificar y registrar la calidad de los productos adquiridos en la planta del proveedor. Esto puede justificarse, previo acuerdo con el proveedor, en aquella materia prima cuyo traslado sea costoso y convenga mejor hacer la verificación de la misma en la planta del proveedor, en presencia de un representante del cliente (prueba testificada).
4. Verificar y registrar la calidad de los productos adquiridos en el área de recibo del cliente.

Con respecto a la verificación de los productos adquiridos, ya sea en la planta del proveedor o en la del cliente, y entendiendo por verificación una serie de mediciones e inspecciones realizadas a las características críticas de calidad de un producto, con el objeto de vigilar el cumplimiento de las especificaciones, las inspecciones que se requieran pueden llevarse a cabo al 100 % de los productos (a lo cual se le denomina censo) o puede tomarse una o varias muestras representativas de la población y decidir la aceptación o rechazo de todo el lote con base en los resultados obtenidos de dichas muestras.

Cualquier organización que pretenda diseñar e implantar procedimientos para la inspección de materia prima, debe definir cuál materia prima lo requerirá y qué características de calidad deberán examinarse. Por cuestiones prácticas de tiempo y de disponibilidad de recursos de la empresa cliente, no se inspeccionan todas las características de calidad de los productos que se reciben, solo aquellas que sean relevantes para el proceso del cliente y que se cuente con el equipo necesario para hacer las pruebas o en su defecto, se negocie con el proveedor el presupuesto para mandarlas a hacer externamente.

Para ilustrar lo anterior, suponga de una forma simplista, que una empresa metal mecánica tiene como finalidad la elaboración de cajas metálicas con forma cuadrada pintadas para interruptores de seguridad.

Para llevar a cabo su proceso, requiere adquirir la siguiente materia prima:

1. Lámina de acero calibre 12, con dureza Rockwell de 72.
2. Desengrasante.
3. Soldadura.
4. Fosfato.
5. Pintura.

Si se pretende inspeccionar la lámina de acero, se pueden aplicar las normas aprobadas por la ASTM para placas y perfiles laminados en caliente como son A-36, A529, A-242, A-588, A-709, A-514, A-852, A-913 y A-992; sin embargo, por rapidez y funcionalidad, las características que se verifican son su calibre o espesor (con un vernier o con un micrómetro) y su dureza (con un durómetro, por ejemplo, tipo Rockwell). Lo más adecuado para verificar la dureza de una lámina es realizar un análisis metalográfico; sin embargo, las instalaciones y el equipo necesario le saldrían demasiado costosas al cliente por lo cual sería inviable. También, se debe considerar que la mayoría de los proveedores que venden lámina de acero no la fabrican, más bien son distribuidores y tampoco cuentan con instalaciones y equipo para realizar un análisis metalográfico de la lámina, por ello, para hacerlo más práctico y dado que debe ser periódicamente, se utiliza un durómetro.

En la práctica profesional, la prueba que se le podría realizar al desengrasante sería de tipo funcional, qué tanto desengrasa a la lámina al ser sumergida durante cierto tiempo. Las normas ASTM utilizan comúnmente cinco métodos básicos para examinar las soldaduras acabadas: visual, líquido penetrante, partículas magnéticas, ultrasónico y radiográfico (rayos X), sin embargo, no se podrían efectuar estas pruebas si no se cuenta con el equipo adecuado para ello. En el caso del fosfato, se puede usar el método de prueba estándar ASTM F1044-05 para pruebas de corte de recubrimientos de fosfato de calcio y recubrimientos metálicos, pero si no se cuenta con el equipo adecuado en la empresa cliente tampoco se realiza la prueba al fosfato. A la pintura se le podrían hacer pruebas con base en las normas American Standard Testing and Materials, ASTM, D3363, D522, D4541 y D5225, por ejemplo, doblar 180° un pedazo de lámina pintada y verificar que la pintura no se desprenda; de la misma forma, la tonalidad de la pintura debe ser uniforme a lo largo de la pieza y no deben aparecer defectos como el denominado “cáscara de naranja”; además, tendrían que hacerse pruebas de cámara salina (un cuarto con condiciones reguladas de temperatura, humedad, salinilidad, etcétera), para verificar su durabilidad y resistencia a la corrosión; la infraestructura de las instalaciones es demasiado costosa para la inversión de la empresa cliente por lo cual tampoco se le realizan pruebas de durabilidad a la pintura, se pueden solicitar certificados de durabilidad de dicha pintura.

De conformidad con el elemento de la norma ISO 9001:2015 8.6 Liberación de los productos y servicios se establece la necesidad de implementar mecanismos de control del producto terminado, en lo relativo a la verificación de los mismos antes de su entrega al cliente, con el objeto de vigilar el cumplimiento de las especificaciones. Las inspecciones que se requieran también pueden llevarse a cabo al 100 % de los productos terminados o pueden tomarse muestras representativas de la población y decidir su aceptación o rechazo con base en los resultados obtenidos de las muestras. Por consiguiente, el muestreo de aceptación que a continuación se verá es aplicable, tanto en el área de recepción de materia prima, como en el área de almacén de producto terminado.

2 ¿Qué es el muestreo de aceptación?

El muestreo de aceptación establece el método a seguir para llevar a cabo la inspección por muestreo de la materia prima que entra a un proceso productivo o el producto terminado que sale de dicho proceso, así como los criterios de aceptación o rechazo en que descansa la decisión de aceptar o no dicho producto. Un plan de muestreo de aceptación es un planteamiento del tamaño muestral que hay que utilizar, la forma en la que se recopilarán las unidades muestrales de la muestra y de los criterios de aceptación o de rechazo correspondientes para juzgar lotes individuales.

Existen tres aspectos importantes en el muestreo de aceptación:

1. El propósito del muestreo de aceptación es juzgar los lotes, no estimar su calidad. Debe tenerse en cuenta que si el lote es aceptado entra tal cual llegó y si es rechazado también se le regresa al proveedor tal cual se recibió, por lo cual la inspección no mejora la calidad del lote de entrada, salvo que se aplique un tipo especial de muestreo denominado muestreo secuencial rectificador, como más adelante se verá.
2. Los planes de muestreo de aceptación no proporcionan alguna forma directa de control de calidad. Los procesos de control se usan para vigilar y mejorar sistemáticamente la calidad, pero esto no sucede con el muestreo de aceptación, el cual sólo se usa para decidir si se acepta o rechaza el lote.
3. El uso más eficiente del muestreo de aceptación no es mejorar la calidad del producto mediante la inspección, más bien es una herramienta de verificación con el fin de asegurar o garantizarle al cliente que la producción o salida de un proceso esté conforme con los requisitos.

El muestreo de aceptación es muy útil en las siguientes situaciones:

1. Cuando la prueba es destructiva.
2. Cuando es muy alto el costo de una inspección al 100 %.
3. Cuando una inspección al 100 % no es tecnológicamente factible, o cuando se necesitaría tanto tiempo que la planeación de la producción se vería afectada seriamente.
4. Cuando hay que inspeccionar muchos artículos, y la tasa de errores de inspección es suficientemente alta para que una inspección al 100 % pudiera dejar pasar un mayor porcentaje de artículos defectuosos que en el caso de un plan de muestreo.
5. Cuando el proveedor tiene un excelente historial de calidad y se desea alguna reducción en la inspección al 100 %, pero, la capacidad del proceso del proveedor es lo bastante baja para que la no inspección sea una alternativa insatisfactoria.
6. Cuando existen riesgos potencialmente serios respecto a la responsabilidad legal por el producto, y aunque es satisfactorio el proceso del abastecedor, se necesita disponer de un programa de monitoreo continuo.

2.1 Ventajas y desventajas del muestreo de aceptación

Cuando se compara el muestreo de aceptación con una inspección al 100 %, el primero tiene las ventajas siguientes:

1. Por lo general es menos costoso, pues requiere menos inspección.
2. Hay un menor manejo del producto y por tanto se reducen sus posibles daños.
3. Es el único que puede aplicarse en el caso de pruebas destructivas.
4. Hay menos personal implicado en las actividades de inspección.
5. A menudo reduce notablemente la cantidad de errores de inspección.
6. El rechazo de lotes completos, en vez de la simple devolución de artículos defectuosos, constituye una motivación más fuerte para que el proveedor mejore la calidad.

El muestreo de aceptación, sin embargo, tiene también varias desventajas; entre ellas están las siguientes:

1. Existe el riesgo de aceptar lotes “malos” y rechazar lotes “buenos”.
2. Se genera normalmente menos información sobre el producto o el proceso de fabricación del producto.
3. El muestreo de aceptación necesita planeación y documentación del procedimiento de muestreo, mientras que una inspección al 100 % no lo requiere.

2.2 Clasificación de planes de muestreo de aceptación

Hay varias maneras de clasificar los planes de muestreo de aceptación. Por ejemplo, los lotes deben adecuarse a los sistemas de manejo de materiales que se utilizan en las instalaciones del proveedor y el consumidor, por ello, una clasificación importante es de acuerdo con la forma del lote, el medio de transporte y el método de toma de decisiones:

» Muestreo sobre la cinta transportadora. Para obtener la muestra se extraen uno o más artículos cada cierto tiempo, empleando el método conocido como muestreo aleatorio sistemático.

Figura 4. Muestreo sobre cinta transportadora
Recuperada de https://www.compromisorse.com/rse/2019/03/22/la-planta-embotelladora-de-nestle-en-herrera-del-duque-modelo-de-gestion-sostenible-del-agua/ 13022023

» Muestreo por escotillas.

Figura 5. Muestreo por escotilla Recuperado de https://www.shutterstock.com/es/image-photo/normandy-france-april-2008-collection-milk-1734085124

» Muestreo sobre vehículo transportador

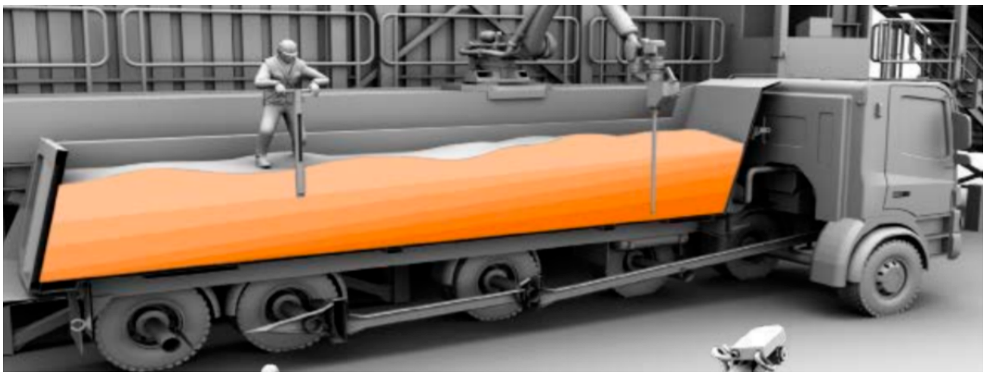


Figura 6. Muestreo sobre vehículo transportador.
Tomador robótico de muestras de concentrado. Recuperado de https://encrypted-tbn0.gstatic.com/images?q=tbn %3AANd9GcSj6xLf7KI68_er6V2frEI6qzJq7pbT5fvt8g&usqp=CAU

» Muestreo en el recipiente.

Figura 7. Muestreo en el recipiente. Imagen de Freepik.es

Otra clasificación es la siguiente:

- Inspección por Muestreo Lote por Lote; cuando los artículos se agrupan por lotes y se toma una muestra de cada lote para posteriormente tomar la decisión de si se acepta o rechaza este.

Figura 8. Muestreo lote por lote
https://www.youtube.com/watch?v=pn41koFnxsY&app=desktop

- Inspección por Muestreo Continuo; Se toman muestras continuas a lo largo de un período de tiempo. Se emplean instrumentos de toma de muestras automáticos y equipos analíticos en línea.

Figura 9. Muestreo continuo.
Sistema de muestreo de flujo continuo. Recuperado de https://www.directindustry.es/prod/azo-group/product-38712-1878662.html

2.3 Tipos de planes de muestreo

» Inspección por variables; cuando las características de calidad de los productos inspeccionados se miden y expresan en números, a través de instrumentos de medición y prueba con una cierta escala graduada y en un rango específico.
» Inspección por atributos; cuando las características de calidad no son medibles con instrumentos de medición y prueba, de tal forma que los productos o sus características solo son clasificables como defectuosos o no defectuosos, defecto o no defecto, imperfección o no imperfección, etcétera.

En contraste con la falta de confianza y la ambigüedad del muestreo no probabilístico, los procedimientos estadísticos de muestreo son específicos y aseguran confianza. Están basados en los principios bien definidos del cálculo de probabilidades, y han sido traducidos a gráficas y fórmulas, disponibles para poderse emplear en el trazado de planes de muestreo individuales, a fin de llenar necesidades de las condiciones particulares de cada empresa que los requiera.

Otra clasificación de tipos de muestreo se define a partir del número de muestras que se toman:

i. Plan de muestreo simple
ii. Plan de muestreo doble
iii. Plan de muestreo múltiple
iv. Plan de muestreo secuencial
v. Plan de muestreo secuencial rectificador

2.4 Plan de muestreo simple

Con base en las normas MIL-STD-105E, un Plan de Muestreo Simple es un procedimiento en el que se toma una muestra aleatoria de n unidades del lote para su apreciación, y se determina el destino del lote con base en la información contenida en esa muestra. Por ejemplo, un plan de muestreo simple por atributos, para el control de artículos defectuosos, consistiría en seleccionar una muestra aleatoria de tamaño n y dos criterios: de aceptación Ac y de rechazo Re. El método funcionaría de la manera siguiente:

1. Seleccionar una muestra representativa del lote, de tamaño n, escogiendo aleatoriamente n artículos del lote. La forma de recolección depende de la forma en la que se encuentre la población y de su tamaño. El plan de muestreo también debe definir quién recolectará las unidades muestrales (responsable), cómo serán recolectadas (procedimiento), el formato donde se registrarán las mediciones, verificaciones, inspecciones o lecturas que se hagan, cada cuándo se tomarán las muestras, y desde luego, cómo se reaccionará ante un error, desviación o falla (plan de contingencia). También debe considerarse establecer mecanismos para medir la representatividad de la o las muestras y el nivel de confianza que se desee tener en dicha representatividad. Finalmente, también debe tenerse información sobre el costo del muestreo y hacer un análisis costo-beneficio del proceso.

   Estrada, O. (2023), establece que existen cuatro maneras de seleccionar la forma de obtener una muestra aleatoria:

   a. Muestreo Aleatorio Simple. Si un tamaño de muestra n es seleccionado de una población de tamaño n de tal manera que cada muestra posible de tamaño n tenga la misma probabilidad de ser seleccionada, el procedimiento de muestreo se denomina muestreo aleatorio simple o muestreo aleatorio irrestricto. A la muestra así obtenida se le llama muestra aleatoria simple. El problema en este tipo de muestreo es elegir de qué tamaño n será la muestra y cómo recolectar sus n unidades muestrales, de tal forma que la muestra sea representativa de la población, además de cómo elegir los criterios de aceptación y rechazo de la población de artículos. Este tipo de muestreo se aplica cuando se tiene la población en un solo contenedor o en un mismo espacio.

   b. Muestreo Aleatorio Estratificado. Una muestra aleatoria estratificada es la obtenida mediante la separación de los elementos de la población en L grupos que no presenten traslapes (llamados estratos) y la selección posterior de una muestra aleatoria simple de tamaño ni de cada estrato. El problema en este tipo de muestreo es cómo estratificar la población, de qué tamaño ni será cada muestra y cómo serán recolectadas sus unidades muestrales. En este tipo de muestreo, los elementos de cada estrato tienen ciertas características en común que permiten determinar sin ninguna duda a qué estrato pertenece cada elemento. Por ejemplo, estratificar por género, es decir, separar una población de personas en género femenino y masculino.

c. Muestreo Aleatorio por Conglomerados. Una muestra por conglomerados es una muestra aleatoria en la cual cada unidad de muestreo es a su vez una colección, o conglomerado, de elementos. Las manzanas o las colonias en la Ciudad de México representan un buen ejemplo de lo que se considera un conglomerado. En general, cada manzana o colonia no está conformada por elementos del mismo estrato social, sino que existen elementos de diferentes estratos sociales conviviendo en la misma manzana o colonia. Nótese que si usted elige a un elemento de la Ciudad de México no tiene criterios de homologación para decidir a simple vista a qué manzana o colonia pertenece.

d. Una muestra obtenida al seleccionar aleatoriamente una unidad muestral de los primeros k elementos que se presenten y después elegir otra unidad muestral cada k-ésimo elemento se denomina muestra sistemática de uno en k. Este tipo de muestreo se aplica cuando la población está ordenada de alguna forma o va surgiendo poco a poco de una línea de producción.

2. Llevar a cabo las mediciones e inspecciones de las características de calidad críticas de cada artículo de la muestra y registrar sus resultados. Los artículos que cumplan todas las especificaciones de cada característica de calidad se clasifican como No Defectuosos; aquellos artículos que no cumplan alguna o algunas de las especificaciones de las diversas características de calidad elegidas se clasifican como Defectuosos. Otra forma de

contabilizar, en vez de clasificar los artículos como defectuosos o no defectuosos, es contar el número de defectos que presenta cada uno de estos artículos. Generalmente, la clasificación de artículos como defectuosos o no defectuosos, en tales casos la distribución de probabilidad que se utiliza para contabilizar defectuosos es la distribución hipergeométrica, que se aplica para artículos simples, como pueden ser tornillos, cajas, credenciales, etcétera, cuyo diseño o proceso no son complejos. Para artículos complejos, como son automóviles, computadoras, refrigeradores, etcétera, generalmente lo que se aplica es contabilizar el número de defectos de cada uno de estos, la distribución de probabilidad que se utiliza para contabilizar defectos es la distribución de Poisson.

3. Se cuenta el número de artículos defectuosos o el número de defectos en la muestra, d, y si este número es menor o igual a Ac, se acepta el lote. De lo contrario, si el número de artículos defectuosos o de defectos en la muestra, d, es igual o mayor a Re, se rechaza el lote.

Ejemplo 1. Para tratar de explicar de una forma más práctica lo dicho anteriormente, suponga que un proveedor remite a su cliente un lote de $N = 1000$ tornillos con cabeza de gota, de 1 ± 0.01 cm de diámetro con rosca milimétrica, con una longitud de 3 ± 0.01 cm y una resistencia al torque mínima de 1 Nm.

Los defectos que puede presentar un tornillo son que no sea el tipo de cabeza solicitado, que tenga un diámetro menor o en exceso del solicitado o que no sea el tipo de rosca pedido, que tenga una longitud menor o mayor a lo especificado o que la resistencia al torque sea menor a la especificada. El tipo de cabeza se inspecciona visualmente, si este tiene la cabeza diferente a la de tipo gota se clasifica como defectuoso. Para inspeccionar el diámetro y tipo de rosca se utiliza un calibrador (gage) pasa-no pasa, el cual consiste en dos agujeros con la rosca deseada; en donde dice *No Pasa* el tornillo no debe entrar y viceversa, donde dice *Pasa* el tornillo debe entrar; así, un tornillo que pase por donde dice No Pasa o que no pase por donde dice *Pasa* debe clasificarse como defectuoso. La longitud del tornillo se mide con un vernier y debe caer entre 2.99 y 3.01 cm; si es menor a 2.99 o mayor a 3.01 el tornillo se clasifica como defectuoso. La resistencia al torque se mide con un torquímetro y debe tener como mínimo antes de romperse una lectura mayor o igual a 1 Nm, si la lectura del torquímetro es menor a 1 Nm el tornillo se clasifica como defectuoso.

Se requiere inspeccionar el lote por muestreo de aceptación, para decidir si se acepta o se rechaza el lote. Se utilizará la clasificación de artículos en defectuosos o no defectuosos. Suponga que se elige un plan de muestreo de aceptación simple, por atributos, con $n = 20$ tornillos, $Ac = 2$ y $Re = 3$. Lo anterior significa que se debe tomar una muestra aleatoria de 20 tornillos; para cada uno de ellos se requiere inspeccionar el tipo de cabeza (visualmente), su diámetro y tipo de rosca (con el calibrador pasa-no pasa), su longitud (con el vernier) y la resistencia al torque (con el torquímetro). Los tornillos que cumplan las especificaciones de todas las características mencionadas se clasifican como No Defectuosos, los que no cumplan alguna de las características antes dichas se clasifican como defectuosos. Al final, se cuenta el número de tornillos defectuosos, d, y la decisión de aceptar o rechazar el lote será convenida de la siguiente forma:

i. Si $d \leq Ac = 2$, se acepta el lote.
ii. Si $d \geq Re = 3$, se rechaza el lote.

Suponga que, al elegir la muestra de 20 tornillos, los resultados fueron los que se presentan en la tabla 1:

Tabla 1. Resultados de la aplicación de un plan de muestreo simple por atributos a un lote de $N = 1000$ tornillos

Tornillo	Tipo de Cabeza	Calibrador Pasa-No Pasa	Longitud (cm)	Resistencia al Torque (Nm)	Disposición
1	Gota	Ok	3.007	1.2	Ok
2	Gota	Ok	3.003	1.8	Ok
3	Gota	Ok	2.999	1.4	Ok
4	Gota	Ok	2.996	1.0	Ok
5	Gota	Ok	2.997	1.1	Ok
6	Gota	Ok	2.998	1.7	Ok
7	Gota	Ok	2.996	1.0	Ok
8	Gota	No	2.996	1.5	Defectuoso
9	Gota	Ok	3.002	1.3	Ok
10	Hexagonal	Ok	3.015	0.9	Defectuoso
11	Gota	Ok	3.009	1.1	Ok
12	Gota	Ok	3.010	1.3	Ok
13	Gota	Ok	3.010	1.4	Ok
14	Gota	Ok	3.007	1.1	Ok
15	Gota	Ok	3.008	1.1	Ok
16	Gota	Ok	3.000	0.8	Defectuoso
17	Gota	Ok	3.000	1.1	Ok
18	Gota	Ok	3.009	1.4	Ok
19	Gota	Ok	3.001	1.5	Ok
20	Gota	Ok	2.999	1.5	Ok

Como se puede apreciar de la tabla anterior, nótese que los tornillos 8, 10 y 16 resultaron defectuosos. Además, se puede observar que el tornillo 10 presenta tres tipos de defectos diferentes: no es de la cabeza requerida, es más corto de lo que se necesita y su resistencia al torque es menor a la especificada. Esto implica que no es lo mismo contar artículos defectuosos que contar defectos; existen tres artículos defectuosos, pero se tienen cinco defectos en los 20 artículos seleccionados. Se puede concluir que existen $d = 3$ tornillos defectuosos, por lo tanto, dado que d≥Re, se rechaza todo el lote de 1000 tornillos.

2.5 Plan de muestreo doble

Con base en las normas MIL-STD-105E, los planes de muestreo doble son un poco más complicados. Después de una muestra inicial se toma una decisión basada en la información de esta muestra para 1) aceptar el lote; 2) rechazarlo; ó, 3) tomar una segunda muestra. Si se toma esta última, se combina la información de ambas muestras para decidir sobre la aceptación o el rechazo del lote. Un plan de muestreo doble se define mediante seis parámetros:

n_1 = tamaño muestral de la primera muestra
Ac_1 = número de aceptación de la primera muestra
Re_1 = número de rechazo de la primera muestra
n_2 = tamaño muestral de la segunda muestra
Ac_2 = número de aceptación para ambas muestras combinadas
Re_2 = número de rechazo para ambas muestras combinadas

Como ejemplo, supóngase que $n_1 = 50$; $Ac_1 = 1$; $Re_1 = 3$; $n_2 = 50$; $Ac_2 = 3$ y $Re_2 = 4$. De esta manera, se selecciona una muestra aleatoria de $n_1 = 50$ artículos del lote, y se observa el número de artículos defectuosos, d_1, en ella. Si $d_1 \leq Ac_1 = 1$ se aceptará el lote en la primera muestra. Si $d_1 \geq Re_1 = 3$, se rechazará el lote en la primera muestra. Si $Ac_1 < d_1 < Re_1$, se tomará una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 50$ del lote y, se observará el número de artículos defectuosos, d_2, en esta segunda muestra. Ahora se utiliza el número combinado de artículos defectuosos observados en ambas muestras, $d_1 + d_2$, para determinar la suerte del lote. Si $d_1 + d_2 \leq Ac_2 = 3$, se aceptará el lote. Sin embargo, si $d_1 + d_2 > Re_2 = 4$, se le rechazará.

La ventaja principal de un plan de muestreo doble con respecto al muestreo simple es que puede reducir la cantidad total de inspección requerida. Por consiguiente, para todos los casos en los que se acepta o se rechaza un lote en la primera muestra, los costos de inspección serán menores en el muestreo doble que en el simple. También es posible rechazar un lote sin una inspección completa de la segunda muestra (esto se llama reducción de la segunda muestra). Esto implica que el uso de muestreo doble puede generar a menudo costos totales de inspección más bajos. Además, en algunos casos un plan de muestreo doble tiene la ventaja psicológica de dar una segunda oportunidad al lote, aunque no sea cierto.

El muestreo doble tiene dos desventajas potenciales; en primer lugar, en ciertas circunstancias puede requerir más inspección total que un muestreo simple que ofrezca la misma protección, a menos que se use una reducción para la segunda muestra; en segundo lugar, es más complicado operativamente, lo que puede incrementar la posibilidad de cometer errores de inspección.

2.6 Plan de muestreo múltiple

Con base en las normas MIL-STD-105E, un plan de muestreo múltiple es una extensión del concepto de muestreo doble, en el que pueden necesitarse más de dos muestras para llegar a una decisión acerca de la suerte del lote. Los tamaños muestrales suelen ser menores que en un muestreo simple o doble.

Para ilustrar lo dicho anteriormente, veamos cómo opera el muestreo de aceptación por atributos triple. Un plan de muestreo triple se define mediante nueve parámetros:

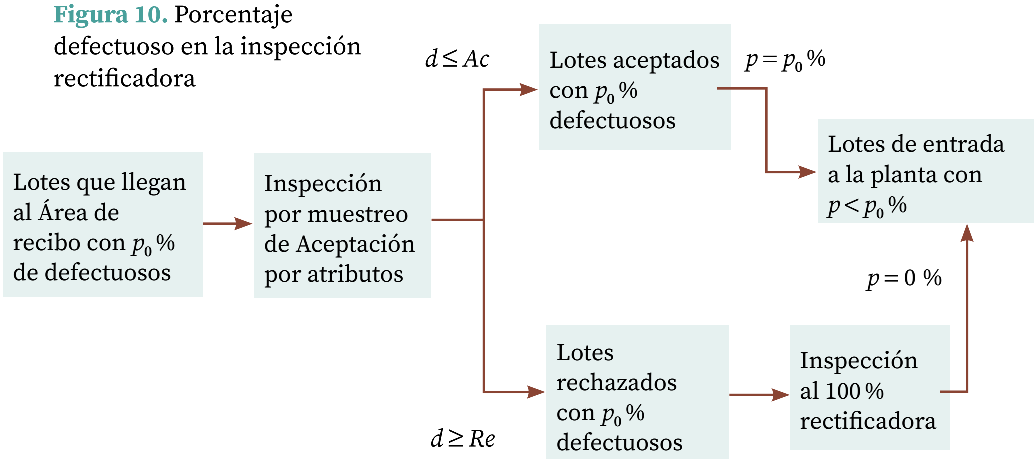
n_1 = tamaño muestral de la primera muestra
Ac_1 = número de aceptación de la primera muestra
Re_1 = número de rechazo de la primera muestra
n_2 = tamaño muestral de la segunda muestra
Ac_2 = número de aceptación para las dos primeras muestras combinadas
Re_2 = número de rechazo para las dos primeras muestras combinadas
n_3 = tamaño muestral de la segunda muestra
Ac_3 = número de aceptación para las tres muestras combinadas
Re_3 = número de rechazo para las tres muestras combinadas

De esta manera, se selecciona una muestra aleatoria de n_1 artículos del lote, y se observa el número de artículos defectuosos, d_1, en ella. Si $d_1 \leq Ac_1$ se aceptará el lote en la primera muestra. Si $d_1 \geq Re_1$, se rechazará el lote en la primera muestra. Si $Ac_1 < d_1 < Re_1$, se tomará una segunda muestra aleatoria de tamaño n_2 del lote y, se observará el número de artículos defectuosos, d_2, en esta segunda muestra. Ahora se utiliza el número combinado de artículos defectuosos observados en ambas muestras, $d_1 + d_2$, para determinar la suerte del lote. Si $d_1 + d_2 \leq Ac_2$, se aceptará el lote; si $d_1 + d_2 \geq Re_2$, se rechazará el lote. Si $Ac_2 < d_1 + d_2 < Re_2$, se tomará una tercera muestra aleatoria de tamaño n_3 del lote y, se observará el número de artículos defectuosos, d_3, en esta tercera muestra. Ahora, se utiliza el número combinado de artículos defectuosos observados en las tres muestras, $d_1 + d_2 + d_3$, para determinar la suerte del lote. Si $d_1 + d_2 + d_3 \leq Ac_3$, se aceptará el lote; si $d_1 + d_2 + d_3 \geq Re_3$, se rechazará el lote.

Otra clase de muestreo que se puede usar es el muestreo secuencial, en el que se seleccionan artículos (uno a la vez) del lote y, según la inspección de cada unidad, se toma una decisión para aceptar o rechazar el lote, o seleccionar otro artículo.

Con respecto a la disposición que se dé sobre los lotes rechazados, pueden tamizarse (inspeccionarse al 100 %) estos, ya sea remplazando todos los elementos defectuosos que se vayan encontrando con elementos no defectuosos, o simplemente quitándolos. A esta alternativa se le conoce como Inspección Rectificadora y el proceso a seguir se muestra en el siguiente esquema:

Figura 10. Porcentaje defectuoso en la inspección rectificadora



2.7 Inspección rectificadora, calidad de salida promedio e inspección total promedio

Los planes de muestreo de aceptación usualmente requieren acciones correctivas y/o de mejoramiento cuando los lotes son rechazados. Si los lotes que se rechazan pertenecen a algún proveedor, se debe notificar al proveedor del rechazo de su lote, quien decidirá si recoge su lote o si autoriza a que el cliente le aplique inspección rectificadora a dicho lote rechazado. La inspección rectificadora consiste en inspeccionar al cien por ciento de los artículos del lote, separando los artículos defectuosos y pidiéndole al proveedor que los intercambie por artículos no defectuosos, de esta forma, esta inspección rectificadora sí mejora la calidad del lote. Obviamente que la inspección rectificadora sería imposible de aplicar si la prueba fuera destructiva.

La importancia de la inspección rectificadora radica en el deseo de conocer la fracción defectuosa promedio con la que están entrando lotes al área de recibo del cliente. Un concepto importante para evaluar la inspección rectificadora es el conocido como calidad de salida promedio (CSP o *AOQ* por sus siglas en inglés):

$$CSP = AOQ = \left(Pa\right) * \left(p\right) * \left(N - n\right)/N \quad \textbf{(1)}$$

En donde p es la fracción defectuosa en el lote, Pa (indicada como β) es la probabilidad de aceptar un lote con esa fracción defectuosa, n es el tamaño del lote y n es el tamaño de la muestra tomada.

Ejemplo 2. En un ejemplo citado anteriormente, un proveedor le remitía a su cliente un lote de $N = 1\,000$ tornillos. Con el objeto de decidir si acepta o no el lote, el cliente realiza una inspección por muestreo de aceptación, y elige un plan de muestreo de aceptación simple, por atributos, con $n = 20$ tornillos, $Ac = 2$ y $Re = 3$. Suponga que la probabilidad de aceptar un lote con 10 % de defectuosos es $Pa = 36\,\%$; calcule la calidad de salida promedio:

$$CSP = AOQ = \left(0.36\right)\left(0.10\right)\left(1000 - 20\right)/1000 = 0.03528$$

Posteriormente se obtendrán curvas *AOQ* a partir del concepto de Curva Característica de Operación que se verá más adelante.

Otro concepto importante para medir la bondad de la inspección rectificadora es la cantidad total de inspección requerida por el plan de muestreo, la cual se determina con el concepto de inspección total promedio por lote (*ITP* o *ATI* por sus siglas en inglés), que se define como:

$$ITP = ATI = n + (1 - Pa) * (N - n) \tag{2}$$

En donde n es el tamaño de la muestra tomada, Pa (indicada como b) es la probabilidad de aceptar un lote con p % de defectuosos y n el tamaño del lote.

Del ejemplo citado anteriormente, en un lote con $N = 1000$ artículos, se selecciona aleatoriamente una muestra de tamaño $n = 20$, donde la probabilidad de aceptar un lote con 10 % de defectuosos es $Pa = 36$ %; calcule la inspección total promedio:

$$ITP = ATI = 20 + (1 - 0.36)(1000 - 20) = 647.2 \quad \text{artículos}$$

Para evaluar qué tan adecuado es un plan de muestreo de aceptación, con relación a que acepte un lote cuando debe aceptarlo y a que lo rechace cuando debe rechazarlo, se utiliza un concepto estadístico conocido como Curva Característica de Operación (*CCO*). Esta curva relaciona la verdadera fracción de defectuosos del lote con la probabilidad de que dicho lote sea aceptado. Para poder estudiar el concepto de *CCO* se empezará por el caso particular de un muestreo simple por atributos, analizando una función de probabilidad conocida como distribución hipergeométrica.

2.8 Distribución Hipergeométrica

Sea un lote con n artículos, de los cuales se supondrá que existen D defectuosos y $N-D$ artículos no defectuosos. Suponga que se obtiene una muestra aleatoria de tamaño n del lote anterior. Sea x el número de artículos defectuosos y $n-x$ el número de artículos no defectuosos en la muestra. Entonces, al modelo probabilístico de la variable aleatoria x, se le conoce como función de probabilidad hipergeométrica y está dada por la siguiente expresión:

$$p\left(x\right)=\frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{D}{x}} \qquad x=0,1,2,\cdots,\ \min\left(n,D\right) \tag{3}$$

La media poblacional de esta distribución está dada por:

$$\mu_x=E\left\{x\right\}=n\left(\frac{D}{N}\right)=np \tag{4}$$

Donde p representa a la fracción defectuosa en el lote y está dada por $p=D/N$.

La varianza poblacional de esta distribución está dada por:

$$\sigma_x^2=E\left\{\left(x-\mu_x\right)^2\right\}=n\left(\frac{D}{N}\right)\left(1-\frac{D}{N}\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right)=np\left(1-p\right)\left(\frac{N-n}{N-1}\right) \tag{5}$$

La función de probabilidad acumulada de esta distribución está dada por la expresión:

$$p\left(x\leq Ac\right)=\sum_{x=0}^{x=Ac}\frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \tag{6}$$

Para ilustrar la aplicación de la distribución hipergeométrica, considérense los siguientes ejemplos:

Ejemplo 3. En los juegos de naipes existen dos tipos de barajas:

1. La baraja americana que consta de 4 figuras diferentes: picas ♠, corazones ♥, diamantes ♦ y tréboles ♣; para cada una de estas figuras existen los números del 1 al 10, el jack J, la reina Q y el rey R, lo que implica que la baraja americana consta de 52 cartas; al uno se le denomina el As, A, y es la carta de mayor peso en el juego de pócker.
2. La baraja española que consta de 4 figuras diferentes: espadas, bastos, oros y copas; para cada una de estas figuras existen los números del 1 al 7, además de la sota, el caballo y el rey, lo que implica que la baraja española consta de 40 cartas.

Suponga que a un jugador cualquiera, aleatoriamente se le reparten cinco cartas, sin derecho a descartarlas, es decir, a cambiarlas por otras; el modelo probabilístico que representa el número de ases que le tocan en cada juego es hipergeométrico, como puede verse a continuación, para el caso de la baraja americana: hay un lote con $N = 52$ cartas, donde existen $D = 4$ ases, se asignan $n = 5$ cartas a un jugador; sea $x =$ número de ases en la muestra, entonces, los valores que puede tomar x son 0, 1, 2, 3, 4. De esta forma, la probabilidad para cada valor de x es:

$$p(x=0) = \frac{\binom{4}{0}\binom{52-4}{5-0}}{\binom{52}{5}} = \frac{\binom{4}{0}\binom{48}{5}}{\binom{52}{5}} = \frac{\dfrac{48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43!}{5! \cdot 43!}}{\dfrac{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot 47!}{5! \cdot 47!}} =$$

$$= \frac{48 \cdot 47 \cdot 46 \cdot 45 \cdot 44}{52 \cdot 51 \cdot 50 \cdot 49 \cdot 48} = 0.658842$$

Nótese que la probabilidad de que a un jugador no le den ases al repartirle cinco cartas es del 65.88 %. De la misma forma:

$$p(x=1)=\frac{\binom{4}{1}\binom{52-4}{5-1}}{\binom{52}{5}}=\frac{\binom{4}{1}\binom{48}{4}}{\binom{52}{5}}=0.299474$$

$$p(x=2)=\frac{\binom{4}{2}\binom{52-4}{5-2}}{\binom{52}{5}}=\frac{\binom{4}{2}\binom{48}{3}}{\binom{52}{5}}=0.039930$$

$$p(x=3)=\frac{\binom{4}{3}\binom{52-4}{5-3}}{\binom{52}{5}}=\frac{\binom{4}{3}\binom{48}{2}}{\binom{52}{5}}=0.001736$$

$$p(x=4)=\frac{\binom{4}{4}\binom{52-4}{5-4}}{\binom{52}{5}}=\frac{\binom{4}{4}\binom{48}{1}}{\binom{52}{5}}=0.000018$$

Como puede apreciarse del último cálculo, la probabilidad de que a un jugador le den un pócker de ases (4 ases) al repartirle cinco cartas es de 0.000018, es decir, si dicho jugador lleva a cabo un millón de juegos, en promedio, en 18 de ellos le tocará un póker de ases.

Ejemplo 4. En un ejemplo citado anteriormente, un proveedor le remitía a su cliente un lote de $N=1\,000$ tornillos. Con el objeto de decidir si acepta o no el lote, el cliente realiza una inspección por muestreo de aceptación, y elige un plan de muestreo de aceptación simple, por atributos, con $n=20$ tornillos, $Ac=2$ y $Re=3$. Suponga que el cliente está dispuesto a aceptar hasta 50 tornillos defectuosos en el lote de 1 000, pero el problema es que no va a hacer inspección al 100 %.

a. Suponga que el número de tornillos defectuosos que remite el proveedor dentro del lote, es $D = 10$. ¿Cuál es la probabilidad de que le sea rechazado el lote al aplicar el plan de muestreo?

Probabilidad de aceptar el lote $= p\left(x \leq 2;\ n = 20,\ D = 10,\ N = 1000\right)$

$$p\left(x \leq 2\right) = \sum_{x=0}^{x=2} \frac{\binom{10}{x}\binom{1000-10}{20-x}}{\binom{1000}{20}} = \frac{\binom{10}{0}\binom{1000-10}{20-0}}{\binom{1000}{20}}$$

$$+ \frac{\binom{10}{1}\binom{1000-10}{20-1}}{\binom{1000}{20}} = \frac{\binom{10}{2}\binom{1000-10}{20-2}}{\binom{1000}{20}} = 0.99924765$$

Probabilidad de rechazar el lote $= 1 - p\left(x \leq 2;\ n = 20,\ D = 10,\ N = 1000\right) = 1 - 0.999248 = 0.000752$, es decir, existe una probabilidad de 0.075 % de rechazar lotes con 10 tornillos defectuosos.

Nótese que, de acuerdo con el texto inicial de este ejemplo, el lote debió haberse aceptado, pero como la inspección fue por muestreo, le fue rechazado; este es un error conocido como error del fabricante, error del proveedor o error tipo I y siempre aparece cuando la inspección se hace por muestreo. A la probabilidad del error tipo I se le denomina α; en este caso $\alpha = 0.075\,\%$

b. Suponga que el número de tornillos defectuosos que remite el proveedor dentro del lote, desde luego sin la intención de hacerlo, es $D = 200$. ¿Cuál es la probabilidad de que se le acepte el lote al aplicar el plan de muestreo?

Probabilidad de aceptar el lote = $p\left(x \le 2;\ n = 20, D = 200, N = 1000\right)$

$$p\left(x \le 2\right) = \sum_{x=0}^{x=2} \frac{\binom{200}{x}\binom{1000-200}{20-x}}{\binom{1000}{20}} = \frac{\binom{200}{0}\binom{1000-200}{20-0}}{\binom{1000}{20}}$$

$$+ \frac{\binom{200}{1}\binom{1000-200}{20-1}}{\binom{1000}{20}} = \frac{\binom{200}{2}\binom{1000-200}{20-2}}{\binom{1000}{20}} = 0.203\,289$$

Nótese que, de acuerdo con el texto inicial de este ejemplo, el lote debió haberse rechazado, pero como la inspección fue por muestreo, le fue aceptado, este es un error conocido como error del consumidor, error del cliente o error tipo II y siempre aparece cuando la inspección se hace por muestreo. A la probabilidad del error tipo II se le denomina β, y a diferencia de α no es constante, depende del número de defectuosos en el lote D o del porcentaje defectuoso en el lote p; en este caso $\beta = 20.33\,\%$.

Un caso especial de la distribución hipergeométrica es la binomial, la cual se obtiene al calcular el siguiente límite:

$$\text{lím}_{\substack{\frac{D}{N} \to p \\ N=\infty}} p\left(x\right) = \substack{\frac{D}{N} \to p \\ N=\infty} \left\{ \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}} \right\} = \binom{N}{n} p^{x}\left(1-p\right)^{(n-x)} \qquad \textbf{(7)}$$

Esto implica que la función de probabilidad binomial está dada por:

$$p\left(x\right) = \binom{n}{x} p^{x}\left(1-p\right)^{(n-x)} \qquad x = 0, 1, 2, \cdots, n \qquad \textbf{(8)}$$

Con media, varianza y función de probabilidad acumulada dadas como:

$$\mu_x = E\{x\} = np \tag{9}$$

$$\sigma_x^2 = E\{(x-\mu_x)^2\} = np(1-p) \tag{10}$$

$$p(x) = \sum_{t=0}^{t=x} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{(n-x)} \tag{11}$$

Se puede decir que una variable aleatoria hipergeométrica se comporta como una binomial, si el tamaño del lote es "muy grande" y la fracción defectuosa en el lote, p, se mantiene aproximadamente constante de ensayo a ensayo, lo cual no necesariamente ocurre; sin embargo, lo que sí es un hecho es que la distribución hipergeométrica tiende a la distribución binomial, en la medida en que se cumple la siguiente desigualdad:

$$\frac{n}{N} \leq 0.1 \tag{12}$$

Ejemplo 5. Para el caso del ejemplo 3, donde a cada jugador se le reparten $n=5$ cartas, sin derecho a cambiarlas, de $N=52$ que tiene la baraja americana, y donde se sabe que existen $D=4$ ases, calcule las probabilidades de que un jugador obtenga $x=0, 1, 2, 3, 4$ ases en un juego, utilizando el modelo binomial.

$$p(x=0) = \binom{5}{0}(4/52)^0\,(1-4/52)^5 = (48/52)^5 = 0.670177$$

$$p(x=1) = \binom{5}{1}(4/52)^1\,(1-4/52)^4 = 0.279240$$

$$p(x=2) = \binom{5}{2}(4/52)^2\,(1-4/52)^3 = 0.046540$$

$$p(x=3) = \binom{5}{3}(4/52)^3\,(1-4/52)^2 = 0.003878$$

$$p(x=4)=\binom{5}{4}(4/52)^4\,(1-4/52)^1=0.000162$$

$$p(x=5)=\binom{5}{5}(4/52)^5\,(1-4/52)^0=0.000003$$

Nótese que al usar el modelo binomial, en este caso particular, la probabilidad se puede calcular hasta para un valor de $x=5$, lo cual, en la realidad, es imposible; esto se debe a que se está usando un modelo binomial que se aproxima al real sin serlo, el cual es hipergeométrico. Es imposible que el modelo se comporte como binomial debido a que $N=52$ no es "muy grande". Asimismo, la fracción de ases en el lote de ensayo a ensayo, no es la misma. Sin embargo, como $\mathrm{n}/N=5/52=0.096<0.1$, se puede aproximar la distribución hipergeométrica por medio de la binomial. En el siguiente gráfico se muestran las distribuciones de probabilidad hipergeométrica, binomial, de Poisson y normal para este ejemplo, con el objeto de que usted juzgue qué tanto se aproximan. Asimismo, se muestran otros ejemplos para diferentes valores de n, D, n y Ac, como se muestra en la tabla 2:

Tabla 2

Parámetro	Plan 1	Plan 2	Plan 3
N=	52	100	750
D=	4	20	75
n=	5	10	50

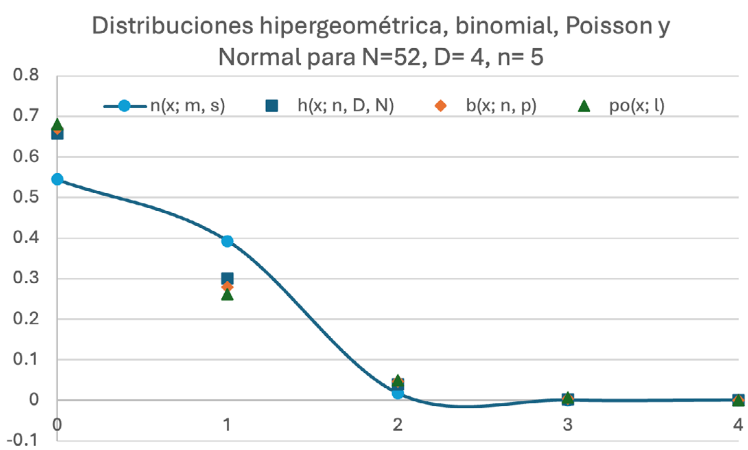


Figura 11. Cálculo de probabilidades con diferentes modelos para $N=52$, $D=4$, $n=5$

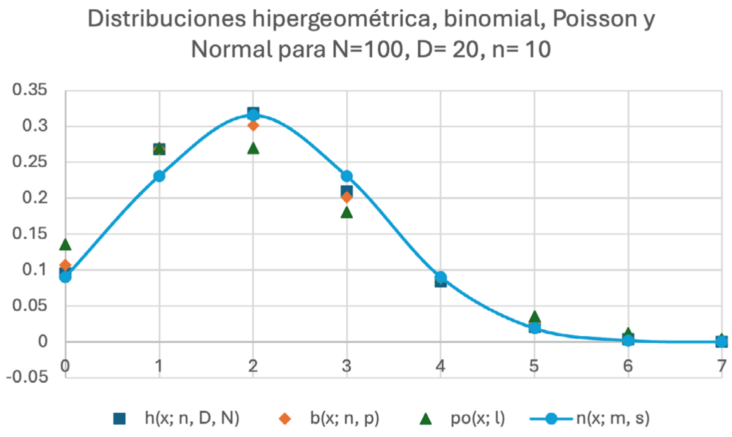


Figura 12. Cálculo de probabilidades con diferentes modelos para $N = 100$, $D = 20$, $N = 10$

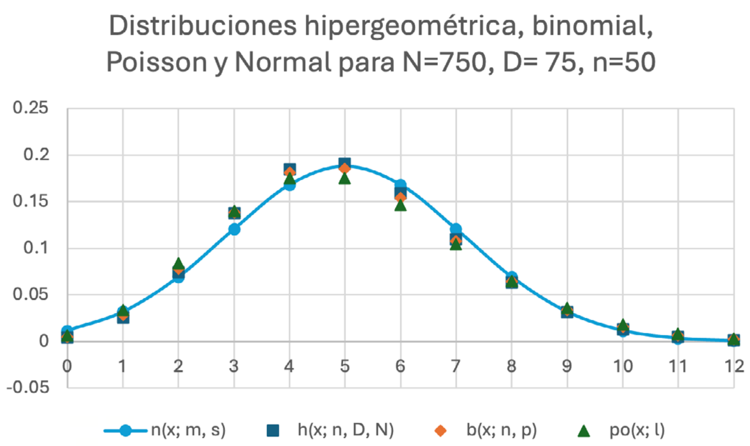


Figura 13. Cálculo de probabilidades con diferentes modelos para $N = 750$, $D = 75$, $N = 50$

Ejemplo 6. Con relación a los datos del ejemplo 4, realice los cálculos usando la distribución binomial y compare los resultados

a. $n = 20$ tornillos, $Ac = 2$, $Re = 3$ y $D = 10$. ¿Cuál es la probabilidad de que se le rechace el lote al aplicar el plan de muestreo?

Probabilidad de aceptar el lote = $p\left(x \leq 2;\ n = 20,\ p = D/N = 0.01\right)$

$$p\left(x \leq 2\right) = \sum_{x=0}^{x=2} \binom{20}{x} \left(0.01\right)^{x} \left(1 - 0.01\right)^{20-x}$$

$$p(x \le 2) = \binom{20}{0}(0.01)^0 (0.99)^{20-0} + \binom{20}{1}(0.01)^1 (0.99)^{19}$$

$$+ \binom{20}{2}(0.01)^2 (0.99)^{18} = 0.998996$$

Probabilidad de rechazar el lote $= 1 - p(x \le 2;\ n = 20,\ p = D/N = 0.01) =$ $1 - 0.998996 = 0.001004$, es decir, existe una probabilidad de $0.1\,\%$ de rechazar lotes con 10 tornillos defectuosos.

Con la distribución hipergeométrica el resultado fue $0.075\,\%$, de tal manera que el error absoluto de estimación es $Ea =$ absoluto $(0.00075 - 0.0001) =$ 0.00025. Y el error relativo fue $= 100 * Ea/0.00075\,\% =\ 33.33\,\%$

b. $n = 20$ tornillos, $Ac = 2$, $Re = 3$ y $D = 200$. ¿Cuál es la probabilidad de que se le acepte el lote al aplicar el plan de muestreo?

Probabilidad de aceptar el lote $=\ p(x \le 2;\ n = 20,\ p = D/N = 0.2)$

$$p(x \le 2) = \sum_{x=0}^{x=2} \binom{20}{x}(0.2)^x (1 - 0.2)^{20-x}$$

$$p(x \le 2) = \binom{20}{0}(0.2)^0 (0.8)^{20-0} + \binom{20}{1}(0.2)^1 (0.8)^{19}$$

$$+ \binom{20}{2}(0.2)^2 (0.8)^{18} = 0.206085$$

Con la distribución hipergeométrica el resultado fue 0.203289, de tal manera que el error absoluto de estimación es $Ea =$ absoluto $(0.203289 -$ $0.206085) = 0.002796$. Y el error relativo fue $= 100 * Ea/0.2032289\,\% =$ $1.375382\,\%$

3 Curva Característica de Operación de un Muestreo de Aceptación

La Curva Característica de Operación (CCO) de un Plan de Muestreo de Aceptación Simple por Atributos es un gráfico en dos dimensiones, con eje horizontal representado por el número de éxitos (o defectuosos) reales en el lote y con eje vertical representado por la probabilidad de aceptar el lote. Este gráfico es de mucha utilidad porque permite juzgar si un proceso de muestreo es adecuado, muy exigente o demasiado tolerante para aceptar lotes que debe aceptar y para rechazar lotes que debe rechazar. Para ilustrar el significado de la CCO de un plan de muestreo de aceptación, piense por un momento en un lote de artículos de tamaño $N = 100$. Si se empleara la inspección al 100 % de los artículos, la CCO tendría la forma que se muestra en la figura 14.

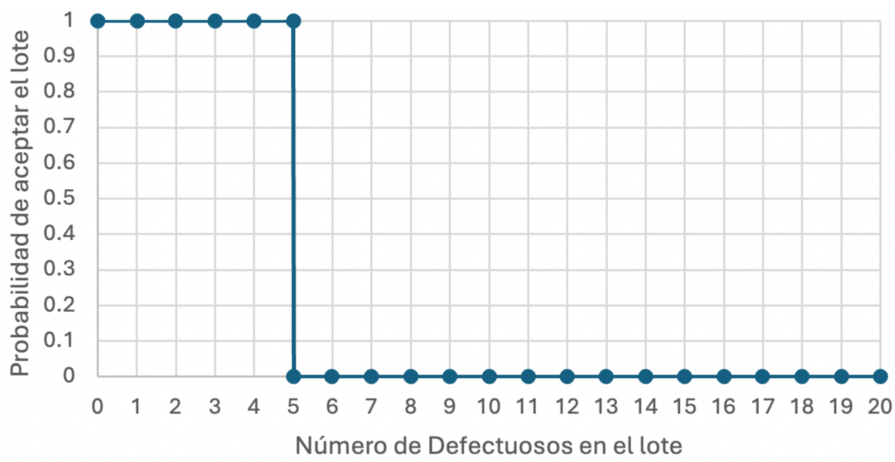


Figura 14. Curva Característica de Operación para Inspección al 100 %

Como se puede apreciar en esta gráfica 14, todos los lotes con $N = 100$ artículos, que tengan hasta 5 artículos defectuosos, serán aceptados el 100 % de las veces; en cambio, los lotes que tengan más de cinco defectuosos, serán rechazados el 100 % de las veces. El valor límite para el cual se aceptan al 100 % o se rechazan al 100 % los lotes, se denomina Nivel de Calidad Aceptable (*NCA* o *AQL* por sus siglas en inglés). Este valor es fijado por el cliente previamente a la inspección. En este caso particular y dado que se hace inspección al 100 %, la probabilidad de aceptar un lote con menos de *NCA* defectuosos es del 100 %, es decir, no existe posibilidad de rechazar un lote que tenga menos de *NCA* defectuosos; asimismo, la probabilidad de aceptar un lote con más de *NCA* defectuosos es cero, es decir, no existe posibilidad de aceptar lotes que tengan más de *NCA* defectuosos.

Sin embargo, ¿qué ocurre con los planes de muestreo de aceptación cuando la inspección se lleva a cabo con ellos?

Ejemplo 7. En un plan de muestreo simple por atributos, para un lote de $N = 100$ artículos, si se toma $NCA = 5$, suponiendo que el plan de muestreo de aceptación está definido por los valores $n = 10$, $Ac = 2$, $Re = 3$, la probabilidad β de aceptar el lote está dada por la distribución hipergeométrica:

$$\beta = p\left(\text{aceptar el lote}\right) = p\left(x \leq Ac\right) = \sum_{x=0}^{x=Ac} \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

En este caso

$$\beta = p\left(x \leq 2\right) = \sum_{x=0}^{x=2} \frac{\binom{D}{x}\binom{100-D}{10-x}}{\binom{100}{10}} = \frac{\binom{D}{0}\binom{100-D}{10-0}}{\binom{100}{10}}$$

$$+ \frac{\binom{D}{1}\binom{100-D}{10-1}}{} + \frac{\binom{D}{2}\binom{100-D}{10-2}}{}$$

$$\binom{100}{10} \qquad\qquad \binom{100}{10}$$

Nótese que en este caso la probabilidad de aceptar el lote depende exclusivamente, del valor real que tome D, por lo que se le podrían dar valores tentativos a D (D podría tomar valores enteros desde 0 hasta N). De esta forma, al darle valores a D y graficar D contra b, se obtiene lo que se denomina la Curva Característica de Operación del Muestreo de Aceptación, como se ilustra en la figura 10 a continuación. Cabe señalar que en ocasiones es mejor usar como eje de las x a los valores de $p = D/N$ en vez de D.

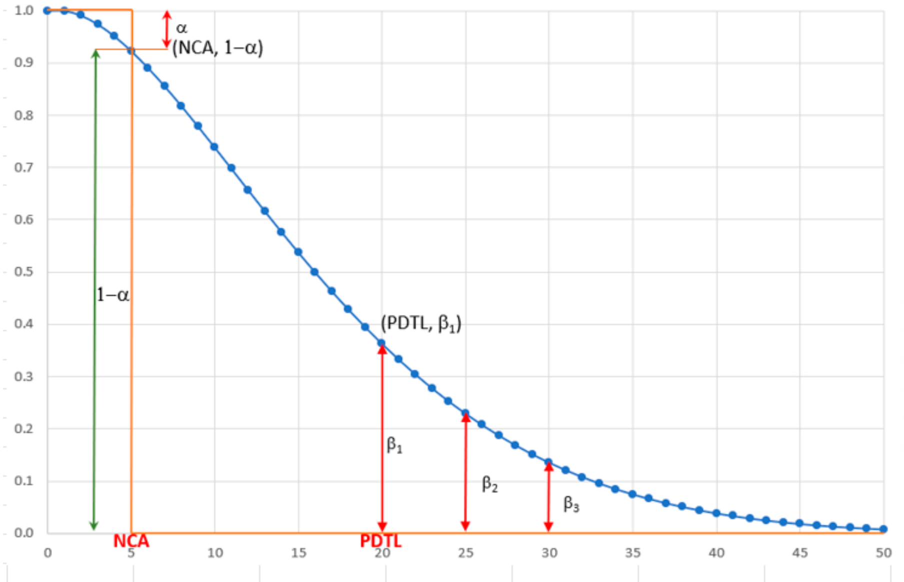


Figura 15. Curva Característica de Operación para $N = 100$, $n = 10$, $NCA = 5$

En esta gráfica aparecen dos trazos, el trazo en color naranja representa la curva de probabilidad de aceptación para una inspección al 100 %. El trazo en color azul representa la *CCO* para el plan de muestreo definido. Como puede apreciarse en esta curva, la probabilidad de aceptar lotes hasta con 5 artículos defectuosos debería ser 100 %; sin embargo, dado que la decisión se toma a partir de una muestra, la probabilidad de aceptar lotes con NCA defectuosos o menos es de $1 - \alpha = 92.314\,\%$, esto implica que existe una probabilidad de rechazar lotes con NCA o menos defectuosos de $\alpha = 7.686\,\%$. Al error que se comete al rechazar lotes que se debieron haber aceptado se le denomina

error del proveedor o error tipo I; a la probabilidad de cometer un error tipo I se le denomina α.
De la misma forma, nótese que después de *NCA* la curva mantiene una altura β diferente de cero, esto implica que existe una probabilidad de aceptar lotes que tienen un número de defectuosos mayor que el *NCA*, lo cual debiera rechazarse. Por ejemplo, para $D = 16$ la probabilidad de aceptar el lote es de 0.49977, cuando debiera ser cero; asimismo, para $D = 20$, la probabilidad de aceptar el lote es de 0.36305. Al error que se comete al aceptar un lote con un número de defectuosos mayor a *NCA*, se le denomina error del consumidor o error tipo I; a la probabilidad de cometer un error tipo II se le denomina β. Nótese que el valor de α siempre cae en el *NCA*, por lo cual es fijo; en cambio, el valor de β es variable, depende del valor de D que se tome; mientras más se aleje del *NCA*, menos altura tiene β. Nótese que aparece el punto (PDTL, β_1). *PDTL* significa porcentaje defectuoso tolerable en el lote, y significa lo contrario, es el mínimo porcentaje que ya no puede aceptarse en el lote, de hecho, para definir un plan de muestreo, lo que se hace es obligar a que la Curva Característica de Operación pase por dos puntos dados: (NCA, $1 - \alpha$) y ($PDTL$, β).

Recuerde que si $n/N \leq 0.10$, se puede usar la distribución binomial para aproximar a la hipergeométrica, lo cual facilita los cálculos. En este caso $n/N = 10/100 = 0.1$, lo cual implica que también se puede usar a la distribución binomial como aproximación de la hipergeométrica. A la Curva Característica de Operación que se traza utilizando la distribución hipergeométrica se le clasifica como tipo A y si se usa la distribución binomial se le clasifica como tipo B. Para poder trazar ambas curvas en un solo gráfico se requiere homologar el parámetro que se coloca en el eje de las x; en el caso de la hipergeométrica se usa D, el número de artículos defectuosos en el lote, en cambio, en el caso de la distribución binomial se usa p, la fracción defectuosa en el lote; para homologar el parámetro correspondiente al eje de las x, solo es necesario recordar que $p = D/N$ o también que $D = entero\left(pN\right)$.

En el diagrama de la figura 16 se muestran las CCO tipo A y tipo B, para el caso del muestreo de aceptación en donde $N = 100$, $n = 10$, $Ac = 2$ y $Re = 3$. Asimismo, se fija el $NCA = 5$ de 100 o $NCA = 5\,\%$ y se traza la *CCO* para la

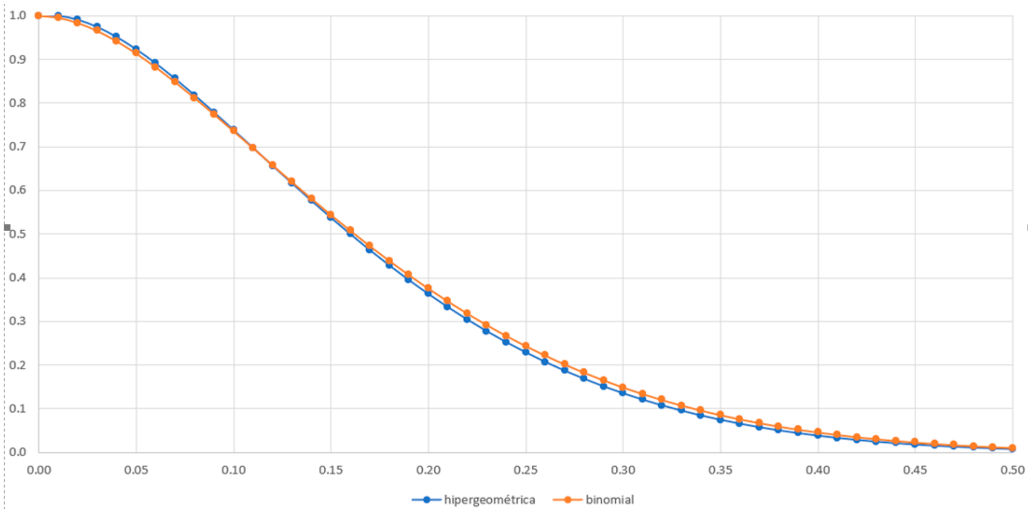


Figura 16. Curvas Características de Operación tipo A (Hipergeométrica) y B (Binomial) para un Plan de Muestreo Simple por Atributos, con $N = 100$, $n = 10$ y $Ac = 1$.

Obsérvese que ambas curvas, la tipo A y la tipo B, son muy similares, y mientras más pequeño sea el cociente n/N, más se van a asemejar ambas. Para la mayoría de las aplicaciones prácticas, dados los tamaños de lote tan grandes que se manejan con muestras pequeñas, da lo mismo usar cualquiera de las dos; en sucesivas ocasiones, cuando $n/N \leq 0.1$ se usará la *CCO* tipo B, por facilidad en los cálculos, pero dado el avance de las tecnologías de la información y comunicación actualmente es mejor usar el modelo real que es el hipergeométrico.

Para ilustrar lo anterior, en la siguiente figura 17 se muestran las *CCO* A y B para el plan de muestreo $N = 1000$, $n = 20$, $Ac = 1$ y $Re = 2$, con $NCA = 5\,\%$.

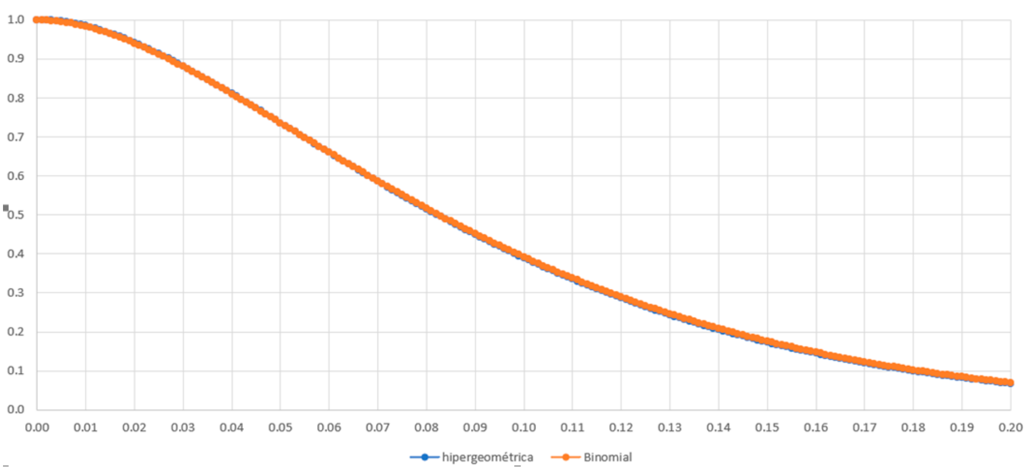


Figura 17. Curvas Características de Operación Tipo A (Hipergeométrica) y Tipo B, para $N = 1000$, $n = 20$, $Ac = 1$, $Re = 2$ y $NCA = 5\%$.

Como ya se mencionó, el nivel de calidad que se considera “bueno” y que se desea aceptar la mayor parte de las veces se denomina Nivel de Calidad Aceptable (*NCA*). El nivel que se considera “malo” y que debería rechazarse, la mayoría de las veces se denomina Porcentaje Defectuoso Tolerable del Lote (*PDTL*). Asimismo, se mencionó que la probabilidad de que un plan de muestreo rechace lotes dentro del *NCA* se denomina riesgo del productor, a, y la probabilidad de que un plan acepte lotes por arriba del *PDTL* se denomina riesgo del consumidor, b. Cualquier *CCO* puede definirse seleccionando los puntos $(NCA, 1-\alpha)$ y $(PDTL, \beta)$. La *CCO* proporciona fundamentalmente las probabilidades de errores tipo I (α) y tipo II (β) asociadas con el plan de muestreo.

¿Qué papel juegan el tamaño de la población *N*, el tamaño de la muestra *n* y el criterio de aceptación Ac en la curva característica de operación de un plan de muestreo por atributos simple?

Se procederá primero experimentalmente tomando valores fijos de dos de las tres variables *N*, *n* y *Ac* y haciendo variar a la otra. En las siguientes figuras se muestran los resultados.

Ejemplo 8. Se graficarán las curvas para un Plan de Muestreo con *n* y Ac fijos y *N* variable. Se fijan $n = 20$ y $Ac = 2$, tomando cinco tamaños de lote diferentes: $N = 100, 500, 1000, 5000$ y 10000. La primera gráfica correspondiente a $N = 100$, $n = 20$ y $Ac = 2$, se traza con la hipergeométrica, ya que $n/N = 0.2 > 0.1$; para

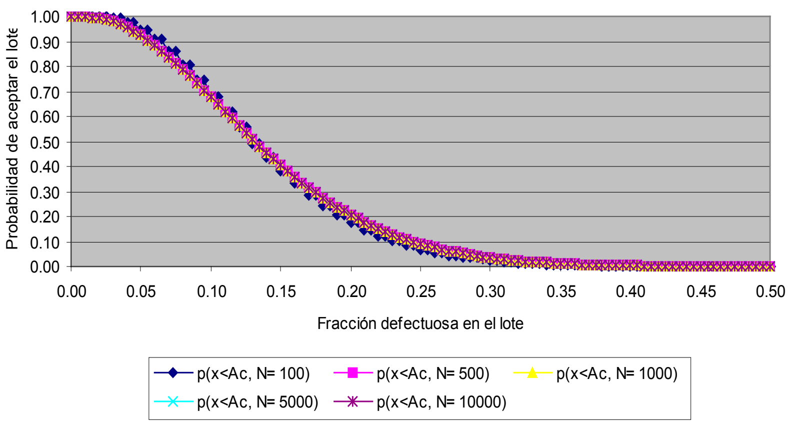


Figura 18. *CCO* para diferentes tamaños de lote, con *n* y *Ac* fijas. Curvas características de operación para $n = 20$, $Ac = 2$ y $N = 100$, 500, 1000, 5000 y 10000

En la figura 18 anterior, se puede apreciar que la forma de la curva característica de operación no se afecta perceptiblemente al cambiar el tamaño del lote. Nótese que para tamaños de lote grandes la *CCO* no se afecta al variar *N*.

Ejemplo 9. Se graficarán las curvas para un Plan de Muestreo con n y Ac fijos y n variable. Se fijan $N = 1000$ y $Ac = 2$, tomando cinco tamaños de muestra diferentes: $n = 10$, 20, 50, 100 y 500. En la figura 19 se muestran las *CCO*.

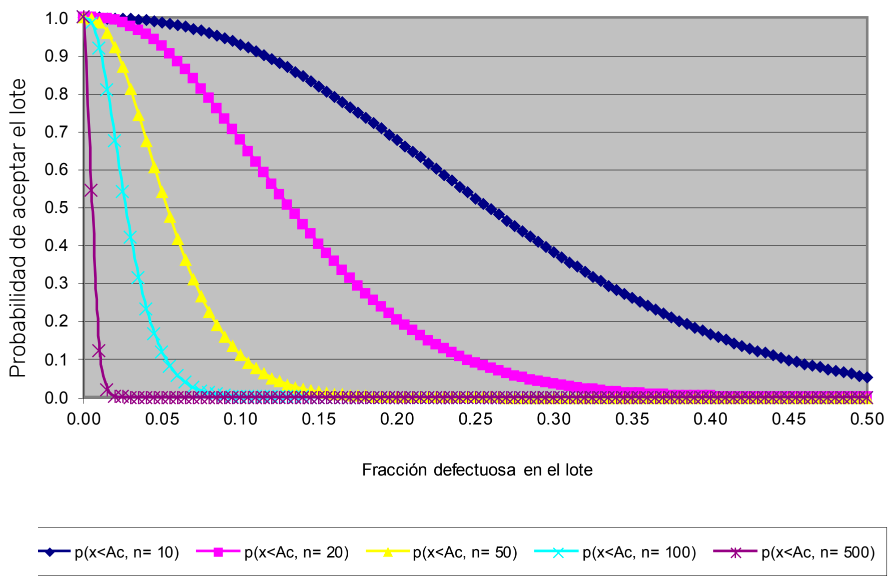


Figura 19. *CCO* para diferentes tamaños de muestra n, con N y Ac fijas. Curvas características de operación para $n = 10,\ 20,\ 50,\ 100$ y $500,\ Ac = 2$ y $N = 1000$

Para N y Ac constantes se ve que al aumentar n se desplaza la curva característica de operación hacia la izquierda, esto es, el plan se vuelve más estricto. De lo contrario, para N y Ac constantes, al disminuir el tamaño de muestra, la curva característica de operación se vuelve más amplia, el plan se hace menos selectivo.

Ejemplo 10. Se graficarán las curvas para un Plan de Muestreo con n y n fijos y Ac variable. Se fijan $N = 1000$ y $n = 50$, tomando cinco criterios de aceptación ferentes: $Ac = 0, 1, 2, 5$ y 10. En la figura 20 se muestran las *CCO*.

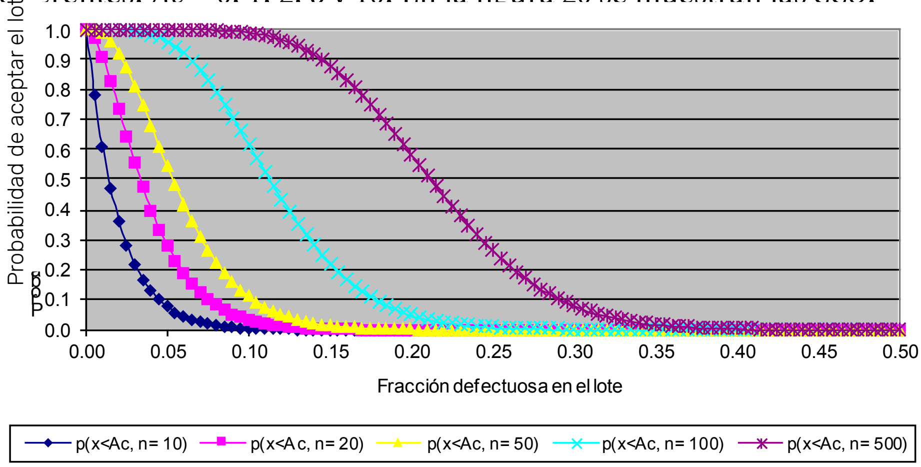


Figura 20. *CCO* para diferentes valores de criterio de aceptación Ac, con n y n fijas. Curvas características de operación para $n = 50$, $Ac = 0, 1, 2, 5$ *y* 10 y $N = 1000$

Para N y n constantes se ve que aumentar Ac recorre a la curva característica de operación hacia la derecha, esto es, el plan se vuelve menos selectivo. Nótese que al dejar fijo n y disminuir Ac, la *CCO* se vuelve más empinada y menos amplia, el plan se vuelve más estricto y sin aumentar los costos de inspección; por el contrario, al dejar fijo n y aumentar Ac, el plan se vuelve más tolerable. Cabe señalar la forma de la *CCO* cuando se toma un valor de $Ac = 0$, la *CCO* se convierte en cóncava hacia arriba, siendo muy estricto el plan de muestreo, pero castigando al proveedor porque aumenta mucho la posibilidad de rechazarle lotes que debieron haber sido aceptados. Todo lo anterior se traduce en que disminuir Ac disminuye β, pero aumenta α y viceversa, aumentar Ac disminuye α, pero aumenta β.

Ejemplo 11. Un proveedor de batas envía lotes semestrales de $N =$ 5,000 artículos. El cliente que solicita estas batas tiene las siguientes alternativas para inspeccionar cada lote y decidir si lo acepta o lo rechaza:

i. Tomar una muestra aleatoria de 1% del tamaño del lote y si la fracción defectuosa de la muestra es menor al 10% del tamaño de la muestra, aceptar el lote; si la fracción defectuosa es mayor al 10% del tamaño de la muestra, rechazar el lote. Considere un $NCA = 2.5\,\%$

ii. Tomar una muestra aleatoria con $n = 100$ y $Ac = 5$. Considere un $NCA = 2.5\,\%$

iii. Tomar una muestra aleatoria con $n = 200$ y $Ac = 10$. Considere un $NCA = 2.5\,\%$

a. Desde el punto de vista estadístico ¿qué plan de muestreo es el más adecuado?

Para evaluar la adecuación del plan, desde el punto de vista estadístico, lo que se hace es comparar las curvas características de operación de los tres planes de muestreo.

Plan	*N*	*n*	*Ac*
i	5000	50	5
ii	5000	100	5
iii	5000	200	10

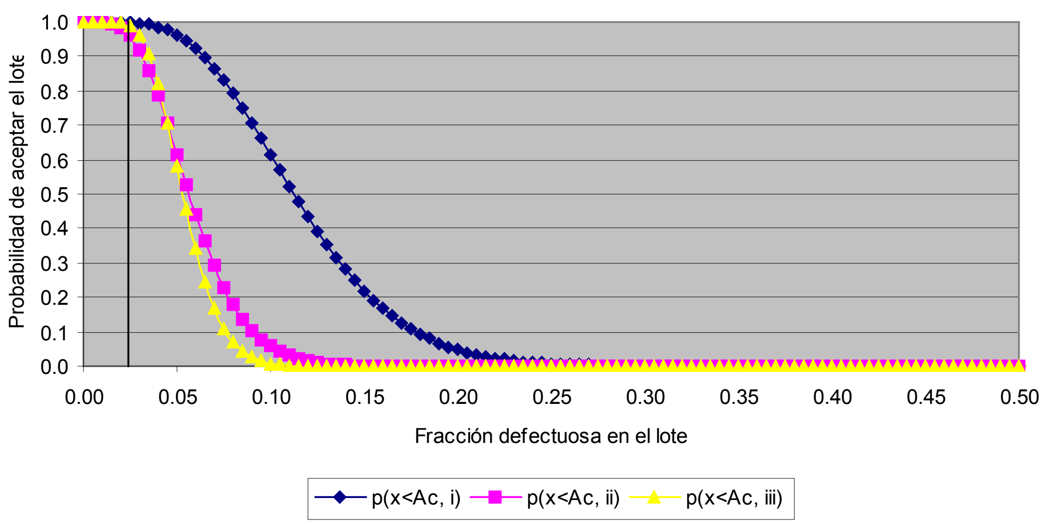


Figura 21. *CCO* para tres planes de muestreo diferentes.
Curvas características de operación i, ii, iii

Nótese que las *CCO* correspondientes a los planes (ii) e (iii) son muy parecidas; aunque estadísticamente es mejor el plan (iii) que el (ii), ya que tiene menores niveles de error α y β, la diferencia entre las *CCO* de estos planes es mínima, sobre todo cuando se ven los tamaños de muestra de 100 y 200. Es conveniente elegir entonces el plan (ii), con $n = 100$ y $Ac = 5$. El plan (i) se descarta porque los niveles de error α y β para este plan son muy elevados comparados con los otros dos.

b. Desde el punto de vista puramente económico y sin considerar los riesgos de aceptar un lote defectuoso ¿qué plan de muestreo es el más adecuado?

En este caso es claro que el muestreo más barato es el que implica menos inspección; es decir el plan de muestreo (i), con $n = 50$ y $Ac = 5$. Sin embargo, se remarca que es el Plan que más altos niveles de error α y β presenta.

c. Considerando que inspeccionar una bata cuesta $2.00, rechazar un lote que debió aceptarse cuesta una multa de $15,000 y aceptar un lote que debió rechazarse cuesta $50.00 por cada bata defectuosa, ¿qué plan de muestreo resulta ser el más adecuado?

Costo de Inspección $= 2n$

Costo por rechazar un lote que debió aceptarse
$= 15000\ \alpha$ para $x \leq 2.5\,\%\ N = 125$

Costo por aceptar un lote que debió rechazarse
$= 50\ n\beta$ para $x > 2.5\,\%\ N = 125$

El Costo Total de cada Plan de Muestreo para cada valor de defectuosos en el lote se calcula con Excel, obteniéndose una muestra de ellos:

N=	5000	5000	5000
n=	50	100	200
Ac=	5	5	10

Tabla 3. Costos de tres diferentes planes de muestreo

D	β1	β2	β3	Costo plan 1	Costo plan 2	Costo plan 3
0	1	1	1	100	200	400
1	1	1	1	100	200	400
2	1	1	1	100	200	400
3	1	1	1	100	200	400
4	1	1	1	100	200	400
5	1	1	1	100	200	400
6	1	1	1	100	200.000001	400
7	1	1	1	100	200.000006	400
8	1	1	1	100	200.000022	400
9	1	1	1	100.000001	200.000066	400
10	1	1	1	100.000002	200.000163	400
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
4991	0	0	0	100	200	400
4992	0	0	0	100	200	400
4993	0	0	0	100	200	400
4994	0	0	0	100	200	400
4995	0	0	0	100	200	400
4996	0	0	0	100	200	400
4997	0	0	0	100	200	400
4998	0	0	0	100	200	400
4999	0	0	0	100	200	400
5000	0	0	0	100	200	400
			Costo promedio=	$331.23	$374.63	$696.13

La gráfica de cada uno de los costos de inspección se muestra a continuación:

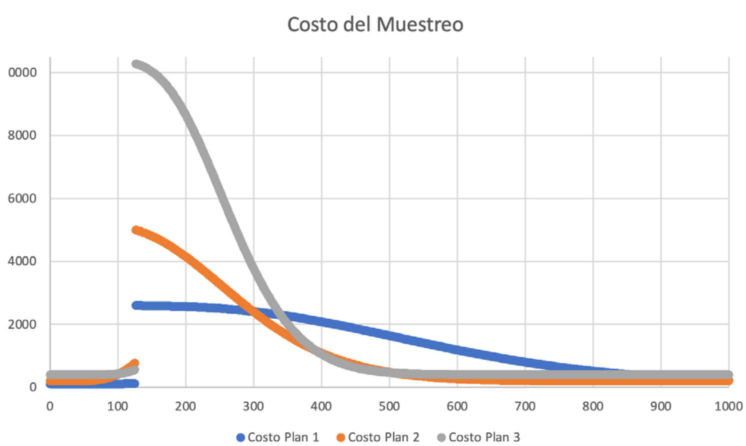


Figura 22. Costos de tres diferentes planes de muestreo

El costo total promedio de cada uno de los planes de muestreo de aceptación sería:

Costo Total Promedio Plan I = $ 331.23
Costo Total Promedio Plan II = $ 374.63
Costo Total Promedio Plan III = $ 696.13

Claramente se observa en términos de costo que el Plan más adecuado es el que aplica actualmente la empresa.

d. Trace las gráficas de la calidad de salida promedio *OAQ* de los planes de muestreo citados en el inciso (b).

Tal como se estableció en la ecuación (5.1): $CSP = AOQ = \left(Pa\right)\left(p\right)\left(N-n\right)/N$

Para cada valor de p (entre cero y uno), se calcula β, posteriormente *AOQ*, y se grafica p contra *AOQ*, se muestran algunos cálculos en la siguiente tabla en Excel. Las gráficas de *AOQ* se muestran en la figura 23.

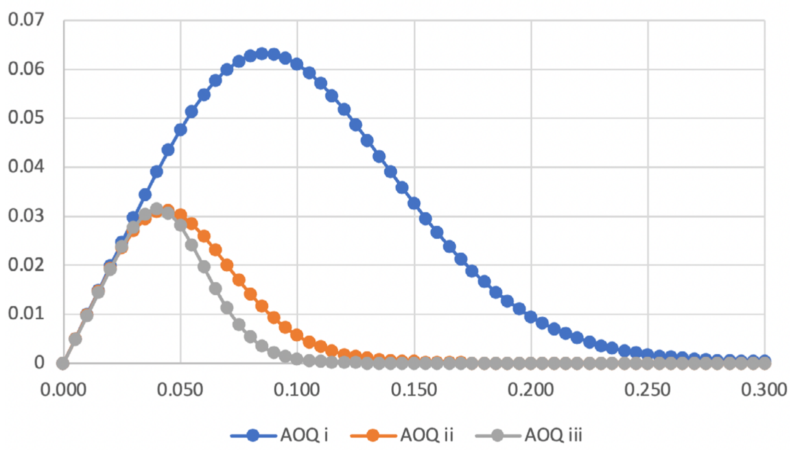


Figura 23. Curvas de Calidad de Salida Promedio para los planes de muestreo (I), (II) y (III)

Como se puede apreciar en esta figura, la *AOQ* para cada plan presenta un máximo en los siguientes puntos: para el Plan (I) el máximo se encuentra en (0.085, 0.063169), para el Plan (II) el máximo está en (0.045, 0.0310884) y para el Plan (III) el máximo está en (0.040, 0.0306189), por lo que nuevamente se aprecia que el mejor Plan es el tercero, en virtud de que es el que su máximo se encuentra a un menor porcentaje defectuoso. También se resalta que el Plan II y el III se parecen mucho.

Tabla 4. Cálculo de la calidad de salida promedio *OAQ* de tres planes de muestreo

p	beta i	beta ii	beta iii	AOQ i	AOQ ii	AOQ iii
0.000	1	1	1	0	0	0
0.005	0.9999998	0.9999875	1	0.00495	0.0048999	0.0048
0.010	0.9999891	0.9994655	0.9999931	0.0098999	0.0097948	0.0095999
0.015	0.9998972	0.9959093	0.9997483	0.0148485	0.0146399	0.0143964
0.020	0.9995218	0.9845164	0.9974694	0.0197905	0.0192965	0.0191514
0.025	0.9984892	0.9600841	0.9874276	0.0247126	0.0235221	0.0236983
0.030	0.9962636	0.9191629	0.9598723	0.029589	0.0270234	0.0276443
0.035	0.9921949	0.8611806	0.9052778	0.0343796	0.0295385	0.0304173
0.040	0.9855896	0.7883749	0.819979	0.0390293	0.0309043	0.0314872
0.045	0.9757865	0.7049528	0.7087708	0.0434713	0.0310884	0.0306189
0.050	0.9622238	0.6159991	0.5830672	0.0476301	0.030184	0.0279872
0.055	0.9444909	0.5265041	0.4564987	0.0514275	0.0283786	0.0241031
0.060	0.9223594	0.4406927	0.3407091	0.0547881	0.0259127	0.0196248
0.065	0.8957954	0.3616841	0.243018	0.0576444	0.0230393	0.0151643
0.070	0.8649536	0.2914249	0.1661267	0.0599413	0.0199917	0.0111637
0.075	0.8301581	0.2308059	0.1091543	0.0616392	0.0169642	0.0078591
0.080	0.7918737	0.1798764	0.0691265	0.0627164	0.0141023	0.0053089
0.085	0.7506718	0.1380871	0.0423026	0.063169	0.0115027	0.0034519
0.090	0.7071939	0.1045172	0.0250742	0.063011	0.0092184	0.0021664
0.095	0.6621174	0.0780626	0.0144259	0.0622721	0.0072676	0.0013156
0.100	0.616123	0.0575769	0.0080712	0.0609962	0.0056425	0.0007748

e. Trace las gráficas de la Inspección Total Promedio *ITP* de los planes de muestreo citados en el inciso (b).

Tal como se estableció en la ecuación (2): $ITP = ATI = n + (1 - Pa)(N - n)$

Para cada valor de p (entre cero y uno), se calcula β, posteriormente *ATI*, y se grafica p contra *ATI*, se muestran algunos cálculos en la siguiente tabla:

Tabla 5. Cálculo de la Inspección Total Promedio ITP de tres planes de muestreo

p	beta i	beta ii	beta iii	ATI i	ATI ii	ATI iii
0.000	1	1	1	50	100	200
0.005	0.9999998	0.9999875	1	50.001018	100.06106	200.00004
0.010	0.9999891	0.9994655	0.9999931	50.053939	102.61922	200.03303
0.015	0.9998972	0.9959093	0.9997483	50.508766	120.04422	201.20834
0.020	0.9995218	0.9845164	0.9974694	52.367175	175.86984	212.14688
0.025	0.9984892	0.9600841	0.9874276	57.478328	295.58768	260.34745
0.030	0.9962636	0.9191629	0.9598723	68.495262	496.10193	392.61316
0.035	0.9921949	0.8611806	0.9052778	88.635443	780.21485	654.66646
0.040	0.9855896	0.7883749	0.819979	121.33148	1136.9632	1064.1009
0.045	0.9757865	0.7049528	0.7087708	169.85691	1545.7313	1597.9
0.050	0.9622238	0.6159991	0.5830672	236.99206	1981.6043	2201.2775
0.055	0.9444909	0.5265041	0.4564987	324.77011	2420.1297	2808.8063
0.060	0.9223594	0.4406927	0.3407091	434.32095	2840.6057	3364.5961
0.065	0.8957954	0.3616841	0.243018	565.81279	3227.7478	3833.5136
0.070	0.8649536	0.2914249	0.1661267	718.47982	3572.0182	4202.5919
0.075	0.8301581	0.2308059	0.1091543	890.71753	3869.0512	4476.0594
0.080	0.7918737	0.1798764	0.0691265	1080.2251	4118.6054	4668.1927
0.085	0.7506718	0.1380871	0.0423026	1284.1748	4323.3731	4796.9473
0.090	0.7071939	0.1045172	0.0250742	1499.3899	4487.866	4879.6437
0.095	0.6621174	0.0780626	0.0144259	1722.5187	4617.4934	4930.7555

0.100	0.616123	0.0575769	0.0080712	1950.1911	4717.8733	4961.258

Las gráficas de la Inspección Total Promedio se muestran en la figura 24. Como se puede apreciar en esta figura, la *ATI* para cada plan es una curva creciente entre n y N. nuevamente se aprecia que el mejor Plan es el tercero

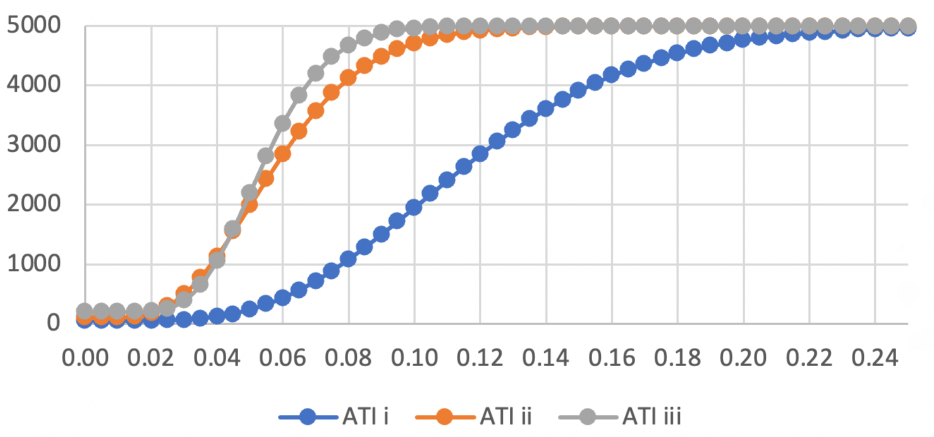


Figura 24. Curvas de Inspección Total Promedio para los planes de muestreo (I), (II) y (III)

1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA

4 Diseño de un plan de muestreo simple por atributos a través de la Curva Característica de Operación, definiendo dos puntos de la misma o usando nomograma binomial

Un método común para el diseño de un plan de muestreo por atributos simple consiste en exigir que la *CCO* pase por dos puntos designados. Supóngase que se quiere elaborar un plan de muestreo simple por atributos, tal que la probabilidad de aceptación sea $1 = \alpha$ para lotes con una fracción defectuosa $p_1 = NCA$ (o también se puede considerar un número D_1 de defectuosos en el lote, en donde $p_1 = D_1/N$) y β para lotes con una fracción defectuosa $p_2 = PDNTL$ (o también se puede considerar un número D_2 de defectuosos en el lote, en donde $p_2 = D_2N$).

Suponiendo que $n/N < 0.1$, se puede suponer que la distribución hipergeométrica se aproxima a través de la distribución binomial; en este caso, el tamaño muestral n y el número de aceptación Ac son la solución de un sistema de dos ecuaciones no lineales con dos incógnitas como el que se muestra en la expresión 13:

$$
\begin{aligned}
1 - \alpha \sum_{x=0}^{x=Ac} \binom{n}{x} p_1^x (1 - p_1)^{n-x} \\
\beta = \sum_{x=0}^{x=Ac} \binom{n}{x} p_2^x (1 - p_2)^{n-x}
\end{aligned}
\qquad (13)
$$

Para tamaños de lote pequeños en donde $n/N > 0.10$, no es posible usar la distribución binomial; debe usarse la hipergeométrica, para lo cual debe resolverse un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas como el que se muestra en la expresión 14:

$$\sum_{x=0}^{x=Ac} \frac{\binom{D}{D_1}\binom{N-D}{n-D_1}}{\binom{N}{n}} = 1-\alpha$$

$$\sum_{x=0}^{x=Ac} \frac{\binom{D}{D_2}\binom{N-D}{n-D_2}}{\binom{N}{n}} = \beta \tag{14}$$

Ejemplo 12. Suponga que se desea diseñar un plan de muestreo de aceptación, para un lote de tamaño muy grande, en el cual se plantea que para una fracción defectuosa en el lote igual a $p_1 = NCA = 0.02$ la probabilidad de su aceptación sea $\alpha = 0.95$, y que para un $p_2 = PDNTL = 0.08$ la probabilidad de su aceptación sea $\beta = 0.10$. Con el fin de obtener el plan de muestreo que cumpla estas condiciones se tiene que resolver el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\sum_{x=0}^{x=Ac} \binom{n}{x} (0.02)^x (0.98)^{n-x} = 0.95$$

$$\sum_{x=0}^{x=Ac} \binom{n}{x} (0.08)^x (0.92)^{n-x} = 0.10$$

Es decir

$$\binom{n}{0}(0.02)^0(0.98)^n + \binom{n}{1}(0.02)^1(0.98)^{n-1} + \cdots + \binom{n}{Ac}(0.02)^{Ac}(0.98)^{n-Ac} = 0.95$$

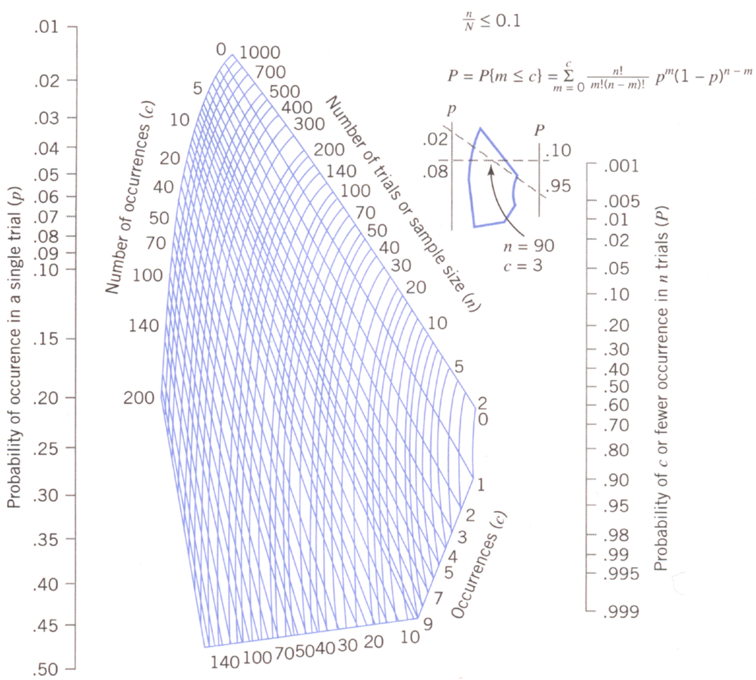
$$\binom{n}{0}(0.08)^0(0.92)^n + \binom{n}{1}(0.08)^1(0.92)^{n-1} + \cdots + \binom{n}{Ac}(0.08)^{Ac}(0.92)^{n-Ac} = 0.10$$

Como se puede apreciar, este es un sistema de dos ecuaciones no lineales, con dos incógnitas, n y Ac. Si se resuelve este sistema por alguno de los métodos numéricos que existen para resolver sistemas de ecuaciones no lineales, entonces se estaría en la posibilidad de conocer n y Ac, con lo cual se tendría diseñado el plan de muestreo de aceptación requerido.

Estas dos ecuaciones no son lineales y no hay una solución directa sencilla. Sin embargo, puede usarse el nomograma que se muestra en la figura 21, el cual fue diseñado por Larson Harry R. “A Nomograph of the Cumulative Binomial Distribution”, Industrial Quality Control, Vol. 23 (1966), páginas 270-280.

El nomograma binomial de la figura 24 se usa de la siguiente forma, en el eje de la izquierda se colocan los valores de $p_1 = NCA$ y $p_2 = PDNTL$; en el eje de la derecha se colocan los valores de $1 - \alpha$ y β; se unen con líneas rectas cruzadas los valores p_1 y $1 - \alpha$ y p_2 con β respectivamente; en el punto donde se corten ambas rectas, se escoge el vértice más cercano que se encuentre en esta intersección y se leen los valores de n y Ac que lo satisfacen, esta sería la solución más aproximada. Cabe señalar que el objetivo del nomograma anterior es obtener una solución gráfica aproximada, no se ajustará exactamente a una solución esperada porque los valores de n y Ac que la satisfacen deben ser enteros.

Figura 24. Nomograma Binomial



Nomograma Binomial tomado del libro de Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 643. También se encuentra en el libro Control de Calidad y Estadística Industrial de Duncan, Acheson J. Editorial Alfaomega, 1996, página 169, cuyo autor fue Harry R. Larson, “A Nomograph of the Cumulative Binomial Distribution”, Industrial Quality Control, Vol. 23 (1966), páginas 270-280.

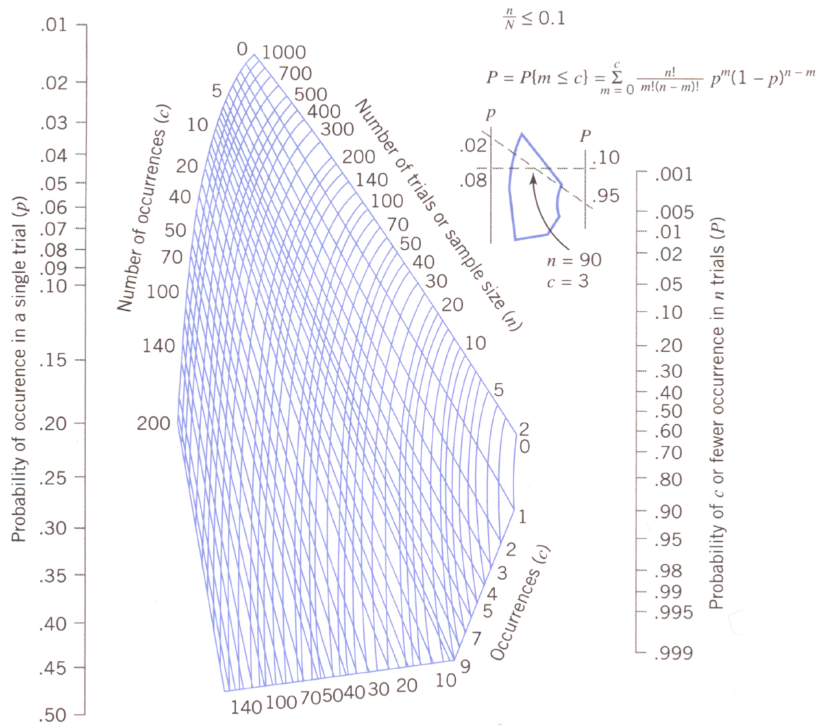


Figura 25.
Solución gráfica

Solución gráfica, utilizando el Nomograma Binomial, del problema de diseño de un plan de muestreo de aceptación para el cual se plantea que para una fracción defectuosa en el lote igual a $p_1 = NCA = 0.02$ la probabilidad de su aceptación sea $1 - \alpha = 0.95$ y que para un $p_2 = PDNTL = 0.08$ la probabilidad de su aceptación sea $\beta = 0.10$. Se obtiene la solución aproximada $n = 120$, $Ac = 5$.

Para el caso del ejemplo 12, considerando la solución gráfica obtenida $n = 120$, $Ac = 5$, en la figura 25 se muestra la gráfica correspondiente a su *CCO*, utilizando Excel. Como se puede comprobar, los valores para los puntos definidos ($NCA = 2\,\%$, $1 - \alpha = 95\,\%$) y ($PDNTL = 8\,\%$, $\beta = 10\,\%$) inicialmente, no coinciden con los obtenidos directamente de su *CCO* ($NCA = 2\,\%$, $1 - \alpha = 96.59\,\%$) y ($PDNTL = 8\,\%$, $\beta = 7.52\,\%$); no coinciden, debido básicamente a dos razones, primero porque se obtienen visualmente, lo cual induce cierto margen de error, y segundo porque el problema matemático original es un problema de programación entera, los resultados de n y Ac deben ser enteros, aunque como se puede apreciar sí se aproximan.

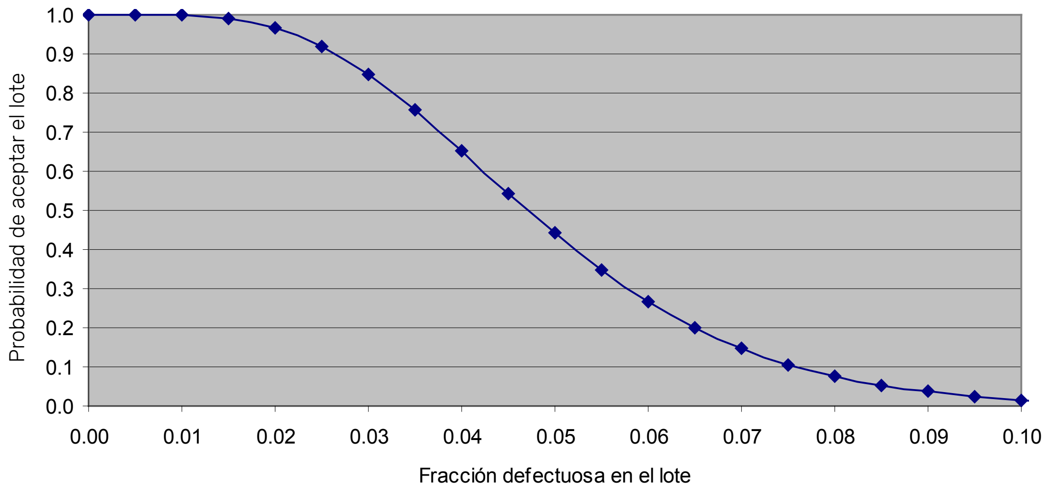


Figura 26. *CCO* para $N = 1000$, $n = 120$ y $Ac = 5$

Este problema también puede resolverse con alguno de los softwares que existen en el mercado para resolver problemas de análisis estadístico. En particular, es altamente recomendable usar el lenguaje de desarrollo conocido como R (https://www.r-project.org/), el cual es un entorno y lenguaje de programación con un enfoque al análisis estadístico. Se trata de uno de los lenguajes más utilizados en investigación por la comunidad estadística, siendo además muy popular en el campo de la minería de datos, la investigación biomédica, la bioinformática y las matemáticas financieras.

A lo anterior, contribuye la posibilidad de cargar diferentes bibliotecas o paquetes con funcionalidades de cálculo o graficación. R es parte del sistema GNU y se distribuye bajo la licencia GNU GPL. Está disponible para los sistemas operativos Windows, Macintosh, Unix y GNU/Linux. Fue desarrollado inicialmente por Robert Gentleman y Ross Ihaka del Departamento de Estadística de la Universidad de Auckland en 1993. Sin embargo, si se remonta a sus bases iniciales, puede decirse que inició en los Bell Laboratories de AT&T, ahora Alcatel-Lucent en Nueva Jersey con el lenguaje S. Este último, un sistema para el análisis de datos desarrollado por John Chambers, Rick Becker y colaboradores diferentes desde finales de 1970. La historia desde este punto es prácticamente la del lenguaje S. Los diseñadores iniciales, Ihaka y Gentleman, combinaron las fortalezas de dos lenguajes existentes, S y Scheme. En sus propias palabras: “El lenguaje resultante es muy similar en apariencia a S, pero en el uso de fondo y la semántica es derivado desde Scheme”. El resultado se llamó R “en parte al reconocimiento de la influencia de S y en parte para hacer gala de sus propios logros”. Su desarrollo actual es responsabilidad del R Development Core Team.

A continuación, se aplica R para resolver el problema, con las siguientes líneas de comando:

```
library(“AcceptanceSampling”)
find.plan(PRP=c(0.02,0.95), CRP=c(0.08,0.1), type=”hypergeom”, N=1000)
```

Al ejecutar estas dos líneas, se obtiene el plan de muestreo:

```
n= 96, Ac=4, Re=5
```

Ahora, para graficar la curva característica de operación del plan de muestreo obtenido, se ejecutan los siguientes comandos:

```
x <–OC2c(96, 4)
plot(x,xlim=c(0,0.10), ylim=c(0,1.0))
```

como se muestra en la figura 27:

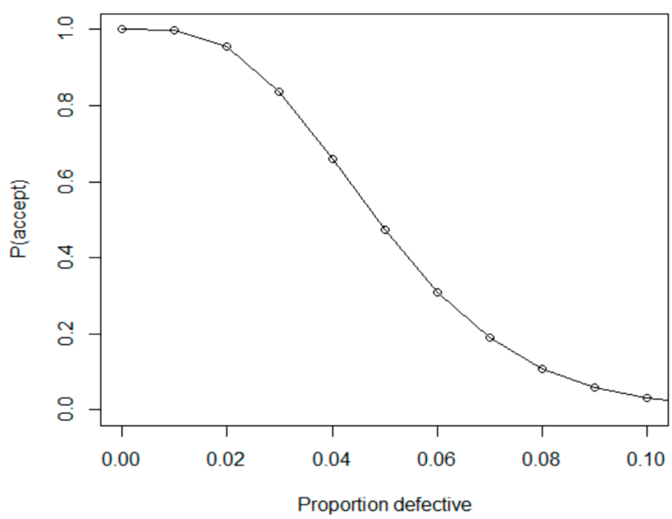


Figura 27. Curva Característica de Operación utilizando R

Este lenguaje de desarrollo tiene la ventaja de ser software libre y se puede bajar y trabajar el programa fuente para crear subrutinas o librerías de desarrollo, como la que se aplicó en este problema. R garantiza que está revisado por expertos y eso da confiabilidad. En este caso para resolver el problema, solo se convocó la librería Acceptance Sampling.

La gráfica de la *CCO*, utilizando Excel, correspondiente a este plan con $N = 1000$, $n = 98$ y $Ac = 4$ se muestra a continuación, y como se puede comprobar, para $NCA = 2\,\%$, $1 - \alpha = 96.16\,\%$ y para $PDNTL = 8\,\%$, $\beta = 8.8\,\%$, con lo cual se puede afirmar que la solución que proporciona R también es aproximada, porque es un problema con variables enteras.

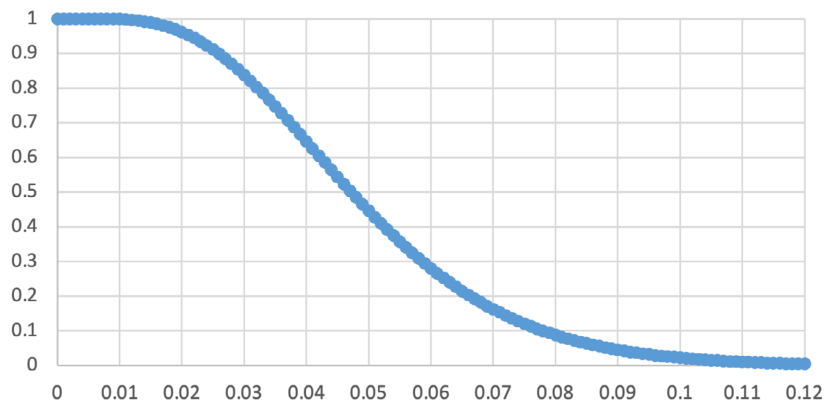


Figura 28. Curva característica de operación para $N = 1000$, $n = 98$, $Ac = 4$, $Re = 5$ para un plan de muestreo simple por atributos

También es recomendable usar el software conocido como Minitab (https://www.Minitab.com/es-mx/), el cual es un programa de computadora diseñado para ejecutar funciones estadísticas básicas y avanzadas. Combina lo amigable del uso de Microsoft Excel con la capacidad de ejecución de análisis estadísticos. En 1972, instructores del programa de análisis estadísticos de la Universidad Estatal de Pensilvania (Pennsylvania State University) desarrollaron Minitab como una versión ligera de OMNITAB, un programa de análisis estadístico del Instituto Nacional de Estándares y Tecnología (NIST) de los Estados Unidos. A diferencia de R, es un software que tiene un costo (en 2006 salió al mercado con un costo de $1,126 dólares por año). Minitab es frecuentemente usado con la implantación de la metodología de mejora de procesos Seis Sigma.

Para resolver el problema anterior con Minitab, se ingresa al software en el siguiente Menú: Stat > Quality Tools > Acceptance Sampling by Attributes

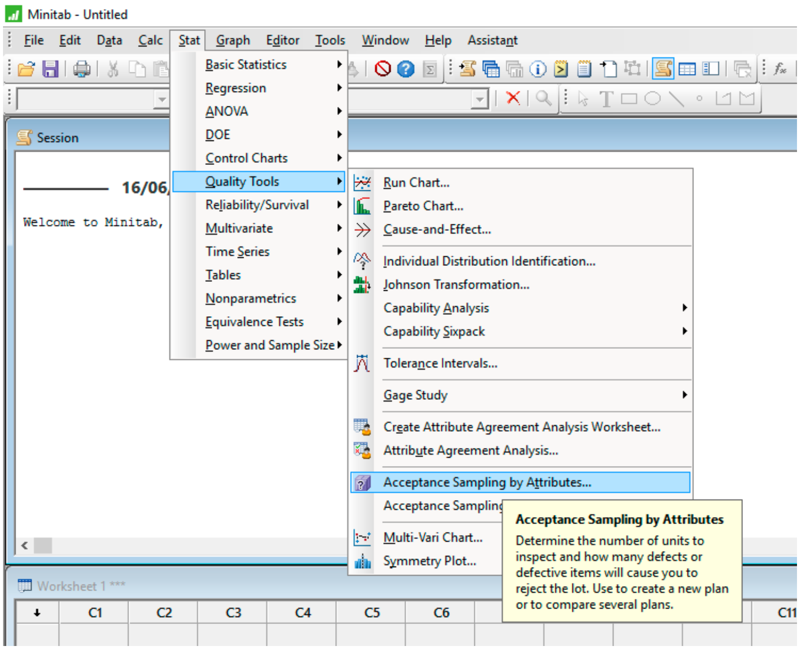
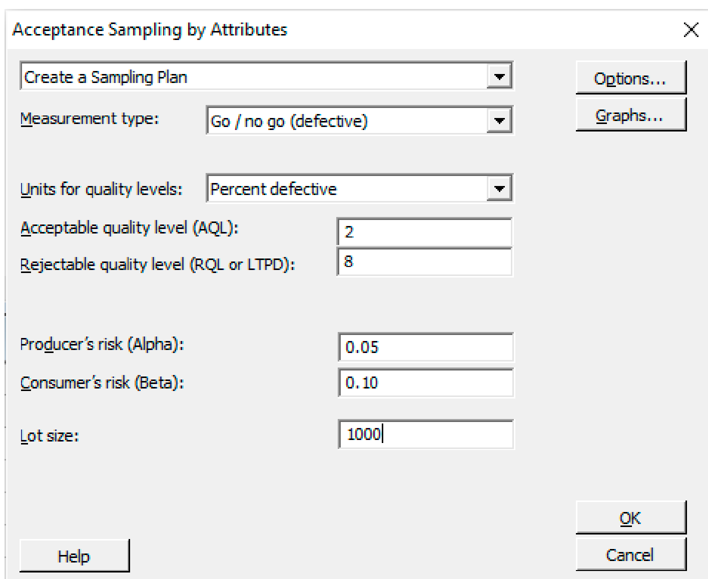


Figura 29. Pantalla de inicio de Minitab

Aparece la siguiente pantalla:

Figura 30.



En la figura 27 anterior, se teclean los valores de $NCA = 2\,\%$, $LTPD = 8\,\%$, $\alpha = 0.05$, $\beta = 0.10$ y $N = 1000$.

La solución que proporciona Minitab se muestra en la figura 31.

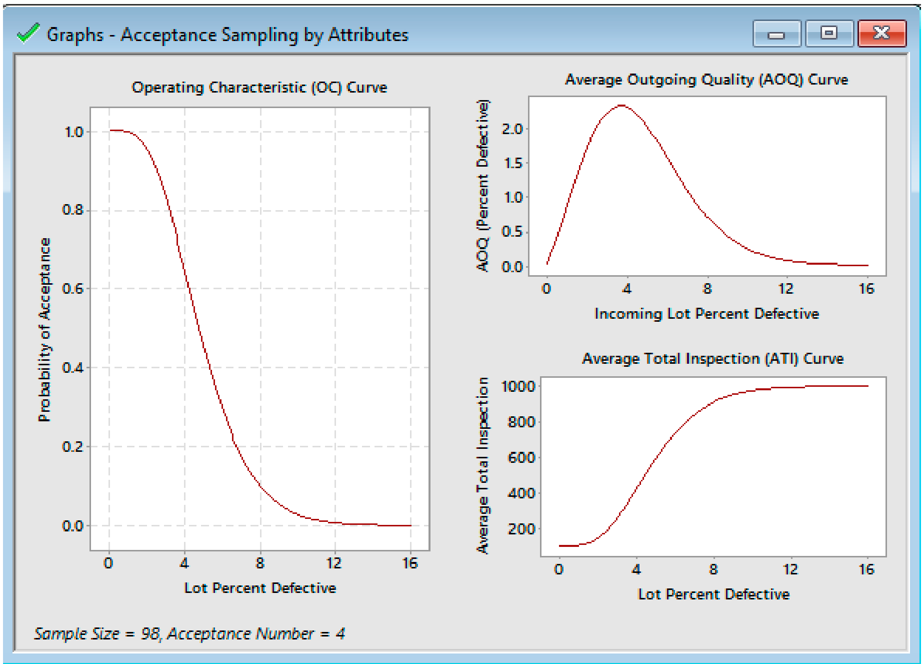


Figura 31. Solución, utilizando Minitab

Con Minitab, el problema de diseño de un plan de muestreo de aceptación para el cual se plantea que para una fracción defectuosa en el lote igual a $p_1 = NCA = 0.02$ la probabilidad de su aceptación sea $\alpha = 0.95$ y que para un $p_2 = PDTL = 0.08$ la probabilidad de su aceptación sea $\beta = 0.10$.

Para el caso del ejemplo 12, utilizando Minitab, se obtiene la solución aproximada $n = 98$, $Ac = 4$. La gráfica de la *CCO*, utilizando Excel, correspondiente a este Plan con $N = 1000$, $n = 98$ y $Ac = 4$ es la misma que para R y se muestra en la figura 32. Como se puede comprobar, para $NCA = 2\,\%$, $1 - \alpha = 96.16\,\%$ y para $PDTL = 8\,\%$, $\beta = 8.8\,\%$, con lo cual se puede afirmar que la solución que proporciona Minitab también es aproximada, porque es un problema con variables enteras.

En la figura 32 se muestran en Excel comparativamente las curvas características de operación resultantes de la solución del problema 12 con el nomograma y con R y Minitab.

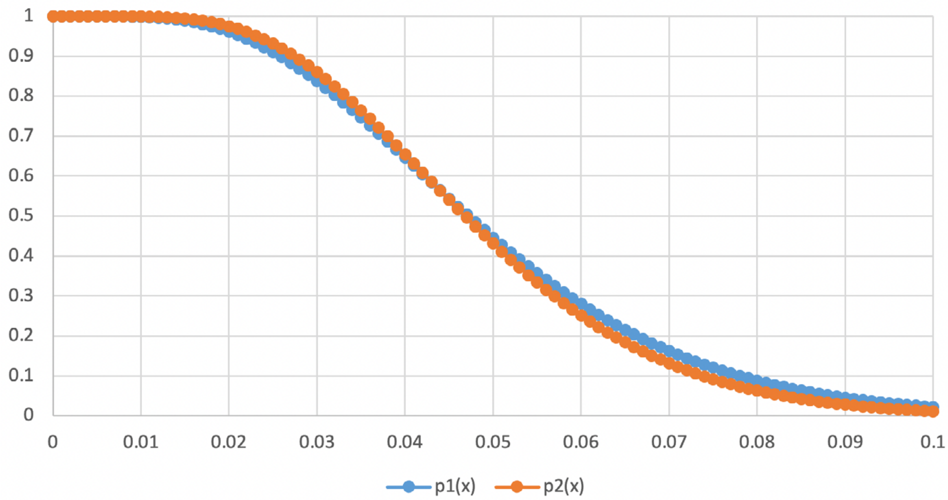


Figura 32. Curvas características de operación para Plan 1 ($n = 120$, $Ac = 5$) y Plan 2 ($n = 98$, $Ac = 4$)

Como se puede apreciar en la figura anterior, ambos planes de muestreo de aceptación por atributos simple presentan una curva característica de operación muy parecida. En este caso, conviene siempre usar el plan de muestreo que presente el menor tamaño de muestra para ahorrar costos de inspección.

Como ya se mencionó antes, si el tamaño del lote es "pequeño", entonces no podría usarse el modelo binomial para aproximar al hipergeométrico. En tales casos el sistema de ecuaciones por resolver es utilizando el modelo hipergeométrico, con las ecuaciones 14. Para el ejemplo 12, el sistema de ecuaciones que se requiere resolver es el siguiente:

$$\frac{\binom{20}{0}\binom{980}{n}}{\binom{1000}{n}} + \frac{\binom{20}{1}\binom{980}{n-1}}{\binom{1000}{n}} + \cdots + \frac{\binom{20}{Ac}\binom{980}{n-Ac}}{\binom{1000}{n}} = 0.95$$

$$\frac{\binom{80}{0}\binom{920}{n}}{\binom{1000}{n}}+\frac{\binom{80}{1}\binom{920}{n-1}}{\binom{1000}{n}}+\cdots+\frac{\binom{80}{Ac}\binom{920}{n-Ac}}{\binom{1000}{n}}=0.10$$

Para ejemplificar el nivel de error que se comete al usar la aproximación de la binomial a la hipergeométrica, resuelva el siguiente ejemplo, usando el Nomograma Binomial.

Ejemplo 13. Suponga que se desea diseñar un plan de muestreo de aceptación para una tienda que adquiere $N=40$ sacos de azúcar a la semana, en el cual se plantea que para una fracción defectuosa en el lote igual a $p_1=NCA=0.02$ la probabilidad de su aceptación sea $1-\alpha=0.95$ y que para un $p_2=PDNTL=0.08$ la probabilidad de su aceptación sea $\beta=0.10$.

Como se puede apreciar, en el ejemplo 12 anterior, con el nomograma binomial ya se obtuvo una solución la cual fue $n=120$ y $Ac=5$; sin embargo, aparece un absurdo, el tamaño del lote es $N=40$, y obviamente la muestra no puede ser mayor que el lote. En estos casos, lo que se aplica es inspección al 100 % de los artículos del lote.

Para resolverlo, se utilizó R, con las siguientes líneas de programación:

```
Library("AcceptanceSampling")
find.plan(PRP=c(0.02,0.95),CRP=c(0.08,0.1),type="hypergeom",N=40)
```

Lo cual arroja los siguientes resultados: n=32, Ac=1, Re=2.

4.1. Tablas y Planes de Muestreo Publicados

Entre las diferentes tablas estadísticas de muestreo y los planes que se han desarrollado, algunas se han publicado en una forma que las hace accesibles para su empleo general. Algunos de los planes de muestreo más usados que se han publicado son:

1. Tablas de Dodge-Romig.
2. Tablas Militar Estándar MIL-STD-105E; ANSI/ASQC Z1.4; ISO 2859; esencialmente similares.
3. Planes de Secuencia Regular.
4. Planes de Muestreo Continuo.
5. Muestreo en Cadena y Planes Salte-un-Lote.
6. Tablas de Muestreo Columbia.

5 MIL-STD-105E

Esta norma puede aplicarse para muestreo de aceptación por atributos, de artículos defectuosos en un lote o número de defectos por cada cien unidades.

Nivel de Calidad Aceptable (*NCA* o *AQL* por sus siglas en inglés). El *NCA* se define como el máximo porcentaje defectuoso (o el número máximo de defectos por cada cien unidades), que para propósitos de inspección por muestreo puede considerarse satisfactorio como un promedio del proceso. En la MIL-STD-105E, los valores de *NCA* de 10 o menos se expresan como porcentaje defectuoso o como defectos por cada cien unidades; aquellos por encima de 10, se expresan solamente por cada cien unidades.

Forma de Inspección. Cabe señalar que un plan de muestreo que se pretende aplicar para un producto de un proveedor especifico, se diseña para tres tipos de inspección diferentes. Las formas de inspección que se presentan en la MIL-STD-105E son: normal, reducida o abreviada y estricta o ajustada. La forma de instrumentar o aplicar los tres tipos de inspección se muestra en la figura 33. Si no se indica lo contrario, la norma establece que el muestreo se inicie con inspección normal.

Se establece inspección estricta o ajustada cuando, estando en la inspección normal, se han rechazado 2 de 5 lotes consecutivos. Estando en la inspección ajustada o estricta, se restablece la inspección normal cuando se han aceptado 5 lotes consecutivos. Si 10 lotes consecutivos permanecen bajo inspección ajustada, la inspección bajo MIL-STD-105E ha de suspenderse, mientras se toma acción para mejorar la calidad sometida. Las medidas que se aplican en este caso pueden ir desde establecer una inspección al 100 % de los artículos (si es factible, obviamente que si la prueba es destructiva esta medida no sería posible), hasta dar de baja al proveedor por no cumplir con los requerimientos.

Bajo la inspección ajustada o estricta, se aumenta el riesgo del productor, mientras se disminuye el riesgo del consumidor; en otras palabras, la probabilidad de aceptar lotes malos (y también buenos) disminuye; en la MIL-STD-105E, esto se logra generalmente manteniendo fijo el tamaño de la muestra (igual al de la inspección normal) mientras se disminuye el número de aceptación; esto se hace frecuentemente desplazando el plan de muestreo un paso hacia el plan más cercano próximo inferior (izquierda).

Se emplea inspección reducida cuando 10 lotes consecutivos se han aceptado bajo inspección normal, la producción es a una tasa constante y su implantación es deseable por la autoridad responsable. Bajo la inspección reducida se disminuye el tamaño muestral aproximadamente 40 % de la inspección normal. La inspección normal se reinicia cuando se rechaza un lote.

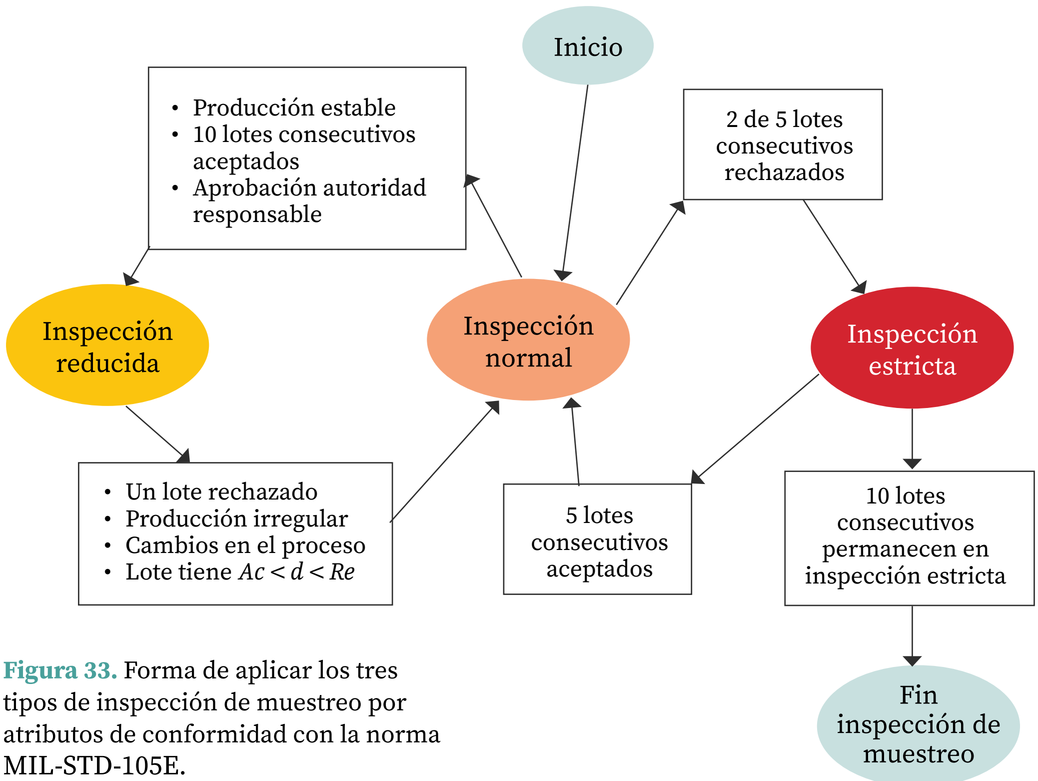


Figura 33. Forma de aplicar los tres tipos de inspección de muestreo por atributos de conformidad con la norma MIL-STD-105E.

Forma de aplicar los tres tipos de inspección de muestreo por atributos de conformidad con la norma MIL-STD-105E. Recuperado de: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 656.

Planes de muestreo. Los tamaños de muestra se designan por letras código de la A a la R (omitiendo I y O). La letra código del tamaño muestral depende del nivel de inspección y el tamaño del lote. Hay tres niveles de inspección I, II y III para uso general. Si no se especifica de otra manera, se usa el nivel de inspección II. Cuatro niveles adicionales, S-1, S-2, S-3 y S-4, también se definen para tamaños muestrales relativamente pequeños y se puede o debe tolerar grandes riesgos.

5.1. Metodología para aplicar la MIL-STD-105E

1. Con el tamaño del lote y el nivel de inspección seleccionado consultar la tabla 1 (tabla I de MIL-STD-105E) y determinar la letra de código del tamaño muestral, la cual se muestra en la tabla 6.

2. Con la letra de código del tamaño muestral, remitirse a la tabla 2.a (tabla II-A de la MIL-STD-105E) para inspección normal y obtener el tamaño muestral del lote a inspeccionar, como se muestra en la tabla 7. Además, intersecar la letra código con el valor de *NCA*, para obtener tanto el número de elementos muestrales a inspeccionar que permitirán aceptar el lote, *Ac*, como el número de elementos muestrales que originarán su rechazo, *Re*, para la inspección normal.

3. Con la letra de código del tamaño muestral, remitirse a la tabla 2.b (tabla II-B de la MIL-STD-105E) para inspección estricta o severa y obtener el tamaño muestral del lote a inspeccionar, como se muestra en la tabla 8. Además, intersecar la letra código con el valor de *NCA*, para obtener tanto el número de elementos muestrales a inspeccionar que permitirán aceptar el lote, *Ac*, como el número de elementos muestrales que originarán su rechazo, *Re*, para la inspección estricta o severa.

4. Con la letra de código del tamaño muestral, remitirse a la tabla 2.c (tabla II-C de la MIL-STD-105E) para inspección reducida o abreviada y obtener el tamaño muestral del lote a inspeccionar, como se muestra en la tabla 9. Además, intersecar la letra código con el valor de *NCA*, para obtener tanto el número de elementos muestrales a inspeccionar que permitirán aceptar el lote, *Ac*, como el número de elementos muestrales que originarán su rechazo, *Re*, para la inspección reducida o abreviada.

5. Con los datos extraídos de las tablas anteriores, se elabora una tabla resumen de la siguiente forma:

Inspección	*n*	*Ac*	*Re*
Normal			
Estricta			
Reducida			

6. A partir de la tabla anterior y de acuerdo con la inspección a aplicar a un proveedor específico, efectuar la recolección de las unidades muestrales representativas del lote que se va a inspeccionar.

7. Al término del muestreo, si el valor de elementos muestrales defectuosos o de defectos no rebasa el valor de aceptación, el lote deberá ser aceptado, en caso contrario el lote deberá ser rechazado.

Las tablas de la MIL-STD-105E para muestreo simple fueron tomadas del libro de Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 657-660. También se toman las tablas para el muestreo doble en el libro de Duncan, Acheson J. Control de Calidad y Estadística Industrial. Editorial Alfaomega, 1996, páginas 227-228.

Tabla 6. Tabla 1 de la MIL-STD-105E para elegir la letra código a partir del tamaño del lote n y el Nivel de Inspección NI.

Tamaño del lote o conjunto	Niveles especiales de inspección				Niveles generales de inspección		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2 a 8	A	A	A	A	A	A	B
9 a 15	A	A	A	A	A	B	C
16 a 25	A	A	B	B	B	C	D
26 a 50	A	B	B	C	C	D	E
51 a 90	B	B	C	C	C	E	F
91 a 150	B	B	C	D	D	F	G
151 a 280	B	C	D	E	E	G	H
281 a 500	B	C	D	E	F	H	J
501 a 1200	C	C	E	F	G	J	K
1201 a 3200	C	D	E	G	H	K	L
3201 a 10 000	C	D	F	G	J	L	M
10 001 a 35 000	C	D	F	H	K	M	N
35 001 a 150 000	D	E	G	J	L	N	P
150 001 a 500 000	D	E	G	J	M	P	Q
500 001 y más	D	E	H	K	N	Q	R

Tabla 7. Tabla II-A de la MIL-STD-105E para inspección normal, para elegir el tamaño de muestra *n*, el criterio de Aceptación *Ac* y el criterio de rechazo *Re* a partir de la letra código y del Nivel de Calidad Aceptable *NCA*.

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31	44 45	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

Tabla 8. Tabla II-B de la MIL-STD-105E para inspección estricta o severa, para elegir el tamaño de muestra *n*, el criterio de Aceptación Ac y el criterio de rechazo Re a partir del tamaño de la letra código y el Nivel de Calidad Aceptable *NCA*.

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección severa o estricta)																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	27 28	41 42	↑	↑	↑
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	200	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	315	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	500	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	800	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 11	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	1250	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	2000	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9	12 13	18 19	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
S	3150			1 2								↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

Tabla 9. Tabla II-C de la MIL-STD-105E para inspección reducida o abreviada, para elegir el tamaño de muestra *n*, el criterio de Aceptación *Ac* y el criterio de rechazo *Re* a partir del tamaño de la letra código y el Nivel de Calidad Aceptable *NCA*.

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección reducida)																									
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	2 4	3 5	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	30 31
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	14 17	21 24	↑	↑	↑
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	80	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	125	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	200	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	315	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	500	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	800	↑	↑	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8	7 10	10 13	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

Tabla 10. Tabla III-A de la MIL-STD-105E para elegir el tamaño de muestra y los criterios de aceptación *Ac* y de Rechazo *Re*, a partir de la letra código y el Nivel de Calidad Aceptable *NCA*, para la Inspección Normal, Muestreo Doble.

Letra código del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acomulado	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↓	↓	•	•	•	•	•	•	•	•	•
B	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31
	Segunda	2	4																	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57
C	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑
	Segunda	3	6																1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57	
D	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑
	Segunda	5	10														1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57			
E	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	17 22	25 31	↑	↑	↑
	Segunda	8	16													1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27	37 38	56 57				
F	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26												1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27							
G	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40										1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27							
H	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	32	64									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27								
J	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	50	100									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27										
K	Primera	80	80	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	80	160									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27										
L	Primera	125	125	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	125	250								1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27											
M	Primera	200	200	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	200	400							1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27												
N	Primera	315	315	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	315	630						1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27													
P	Primera	500	500	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	500	1000					1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27														
Q	Primera	800	800	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	800	1600				1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27															
R	Primera	1250	1250	↑	↑	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9	7 11	11 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	1250	2500			1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13	18 19	26 27																

Tabla 11. Tabla III-B de la MIL-STD-105E para elegir el tamaño de muestra y los criterios de aceptación *Ac* y de Rechazo *Re*, a partir de la letra código y el Nivel de Calidad Aceptable *NCA*, para la Inspección Estricta o Severa, Muestreo Doble

Letra código del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles aceptables de calidad (inspección severa)																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	•	•	•	•	•	•	•
B	Primera	2	2															•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	15 20	23 29
	Segunda	2	4														↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24	34 35	52 53
C	Primera	3	3														•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	15 20	23 29	↑
	Segunda	3	6													↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24	34 35	52 53	
D	Primera	5	5													•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	15 20	23 29	↑	
	Segunda	5	10												↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24	34 35	52 53		
E	Primera	8	8												•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	15 20	23 29	↑		
	Segunda	8	16											↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24	34 35	52 53			
F	Primera	13	13											•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑	↑	↑			
	Segunda	13	26										↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24						
G	Primera	20	20										•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑						
	Segunda	20	40									↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24							
H	Primera	32	32									•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑							
	Segunda	32	64								↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24								
J	Primera	50	50								•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑								
	Segunda	50	100							↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24									
K	Primera	80	80							•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑									
	Segunda	80	160						↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24										
L	Primera	125	125						•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑										
	Segunda	125	250					↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24											
M	Primera	200	200					•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑											
	Segunda	200	400				↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24												
N	Primera	315	315				•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑												
	Segunda	315	630			↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24													
P	Primera	500	500			•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑													
	Segunda	500	1000		↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24														
Q	Primera	800	800		•			0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑														
	Segunda	800	1600	↓			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24															
R	Primera	1250	1250	•	↑		0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	6 10	9 14	↑															
	Segunda	1250	2500			↓	1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	15 16	23 24																
S	Primera	2000	2000			0 2																							
	Segunda	2000	4000			1 2																							

Tabla 12. Tabla III-C de la MIL-STD-105E para elegir el tamaño de muestra y los criterios de aceptación Ac y de Rechazo *Re*, a partir de la letra código y el Nivel de Calidad Aceptable *NCA*, para la Inspección Reducida o Abreviada, Muestreo Doble.

Letra código del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles aceptables de calidad (inspección reducida o abreviada)																									
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15	25	40	65	100	150	250	400	650	1000
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↓	↓	•	•	•	•	•	•	•	•	•
B				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•
C				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	↑
D	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	7 12	11 17	↑	↑
	Segunda	2	4	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	18 22	26 30	↑	↑
E	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	7 12	11 17	↑	↑	↑
	Segunda	3	6	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	18 22	26 30	↑	↑	↑
F	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	5	10	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑
G	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	8	16	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
H	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	13	26	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
J	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	20	40	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
K	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	32	64	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
L	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	50	100	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
M	Primera	80	80	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	80	160	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
N	Primera	125	125	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	125	250	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
P	Primera	200	200	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	200	400	↓	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
Q	Primera	315	315	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	315	630	•	↑	↓	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
R	Primera	500	500	↑	↑	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7	3 8	5 10	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑
	Segunda	500	1000	↑	↑	0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9	8 12	12 16	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑	↑

Para ilustrar la aplicación de la Norma MIL-STD-105E, se resolverán algunos ejemplos.

Ejemplo 14. Suponga que se desea diseñar un plan de muestreo de aceptación por atributos simple para el cual se tienen lotes de tamaño $N = 1000$; se sugiere utilizar un nivel de inspección NI=II, con un $NCA = 2.5\,\%$.

Con la tabla I de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 6, se obtiene la letra código J, como se muestra en la tabla 13.

Tabla 13. Letra código para inspección por muestreo de aceptación de lotes de tamaño $N = 1000$ y nivel de inspección $NI = II$

Tamaño del lote o conjunto	Niveles especiales de inspección				Niveles generales de inspección		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2 a 8	A	A	A	A	A	A	B
9 a 15	A	A	A	A	A	B	C
16 a 25	A	A	B	B	B	C	D
26 a 50	A	B	B	C	C	D	E
51 a 90	B	B	C	C	C	E	F
91 a 150	B	B	C	D	D	F	G
151 a 280	B	C	D	E	E	G	H
281 a 500	B	C	D	E	F	H	J
501 a 1200	C	C	E	F	G	J	K
1201 a 3200	C	D	E	G	H	K	L
3201 a 10 000	C	D	F	G	J	L	M
10 001 a 35 000	C	D	F	H	K	M	N
35 001 a 150 000	D	E	G	J	L	N	P
150 001 a 500 000	D	E	G	J	M	P	Q
500 001 y más	D	E	H	K	N	Q	R

Con la tabla II – A de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 7, se obtiene el tamaño de muestra $n = 80$, el criterio de aceptación del lote, $Ac = 5$, así como el criterio de rechazo $Re = 6$, para inspección normal, como se muestra en la tabla 14.

Tabla 14. Tamaño de muestra $n = 80$, criterio de aceptación $Ac = 5$ y criterio de rechazo $Re = 6$, para inspección normal, con letra código J y $NCA = 2.5\,\%$

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)													
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22

Con la tabla II-B de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 8, se obtiene el tamaño de muestra $n = 80$, el criterio de aceptación del lote, $Ac = 3$, así como el criterio de rechazo $Re = 4$, para inspección estricta o ajustada, como se muestra en la tabla 15.

Tabla 15. Tamaño de muestra $n = 80$, criterio de aceptación $Ac = 3$ y criterio de rechazo $Re = 4$, para inspección estricta o ajustada, con letra código J y $NCA = 2.5\,\%$

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección severa o estricta)													
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↓	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	8 9

Con la tabla II-C de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 9, se obtiene el tamaño de muestra $n = 32$, el criterio de aceptación del lote, $Ac = 2$, así como el criterio de rechazo $Re = 5$, para inspección reducida o abreviada, como se muestra en la tabla 16.

Tabla 16. Tamaño de muestra $n = 32$, criterio de aceptación $Ac = 2$ y criterio de rechazo $Re = 5$, para inspección reducida o abreviada, con letra código J y $NCA = 2.5\,\%$

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección reducida)													
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
C	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑
D	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓
E	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2
F	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3
G	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4
H	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5
J	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6
K	50	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	0 2	1 3	1 4	2 5	3 6	5 8

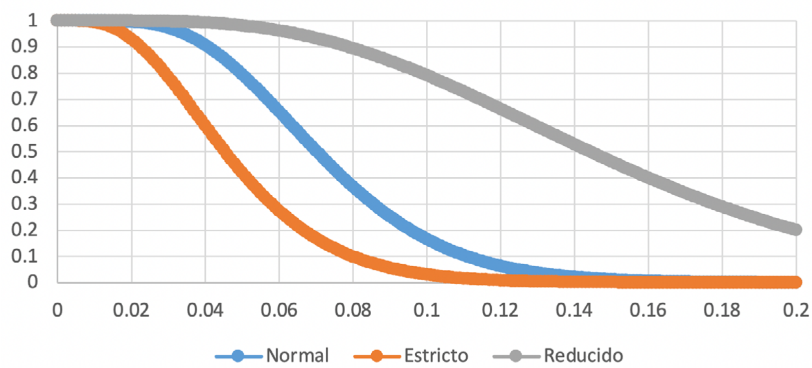
Por lo cual, el plan de muestreo solicitado en el ejercicio 14 es el siguiente:

Inspección	n	Ac	Re
Normal	80	5	6
Estricta	80	3	4
Reducida	32	2	5

En este plan en términos de la norma MIL-STD-105E, para la inspección reducida, si el número de artículos defectuosos en la muestra cae por arriba de $Ac = 2$, pero sin alcanzar $Re = 5$, es decir, si los defectuosos en la muestra son 3 ó 4, el lote se acepta, pero en el siguiente lote que llegue deberá aplicarse la inspección normal.

Para el ejemplo 14, en la figura 34 se muestran las curvas características de operación para los tres tipos de inspección.

Figura 34. Curvas características de operación para inspección normal, estricta y reducida para un plan de muestreo de aceptación, diseñado con la MIL-STD-105E, para lotes con $N = 1000$, NI=II, $NCA = 2.5\,\%$.



Nótese en esta figura que para el caso de la inspección normal con $NCA = 2.5\,\%$, el valor de $1 - \alpha = 0.9888$, por lo que $\alpha = 0.0112{=}1.12\,\%$. De la misma forma, para el caso de la inspección normal con un $PDTL = 10\,\%$, el valor de $\beta = 0.1658 = 16.58\,\%$.

También, se puede observar en la figura 34 que, para la inspección estricta, para una probabilidad de aceptación del lote de 10 %, el porcentaje defectuoso en el lote es aproximadamente $p = 8\,\%$.

En esta misma figura se observa que para el caso de la inspección reducida, el margen de error b es muy elevado, es muy alta la probabilidad de aceptar lotes que debieron rechazarse, es un criterio muy laxo, por ello las restricciones que se ponen para poder permanecer en este tipo de inspección son muy estrictas.

Ejemplo 15. Suponga que se desea diseñar un plan de muestreo de aceptación simple, con inspección estricta, para el cual se tienen lotes de tamaño $N = 1000$; se sugiere utilizar un nivel de inspección $NI = II$, con un $NCA = 3.0\,\%$.

Con la tabla I de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 6, se obtiene la letra código J, como se mostró en la tabla 10.

Con la tabla II-A de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 7, se obtiene el tamaño de muestra $n = 80$. Sin embargo, en la fila de nivel de calidad aceptable no se indica $NCA = 3\,\%$; por lo que deberá tomarse un criterio a seguir en estos casos. Lo primero que se puede pensar es interpolar entre el nivel $NCA = 2.5\,\%$ y $NCA = 4\,\%$; otro criterio sería tomar el $NCA = 2.5\,\%$ por ser el más estricto, desde el punto de vista del cliente; y el último criterio sería tomar el $NCA = 4\,\%$ por ser el más laxo, desde el punto de vista del proveedor. Se aplicarán los tres criterios señalando las ventajas y desventajas de cada uno de ellos.

Para ello, obsérvese la tabla 17 siguiente:

Tabla 17. Tamaño de muestra $n = 80$, criterio de aceptación Ac no definido y criterio de rechazo $Re = 4$, tampoco definido, para inspección estricta o ajustada, con letra código J y NCA entre 2.5 % y 4.0 %

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección severa o estricta)													
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2														
B	3														
C	5														0 1
D	8													0 1	
E	13												0 1		
F	20											0 1			1 2
G	32										0 1			1 2	2 3
H	50									0 1			1 2	2 3	3 4
J	80								0 1			1 2	2 3	3 4	5 6
K	125							0 1			1 2	2 3	3 4	5 6	8 9

Para una letra código J, en inspección estricta, se tienen dos valores ($NCA = 2.5\,\%$, $Ac = 3$) y ($NCA = 4\,\%$, $Ac = 5$), utilizando interpolación lineal se pretende obtener ($NCA = 3\,\%$, $Ac =$ ¿?):

Usando la fórmula de una recta dados dos de sus puntos:

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\left(x - x_1\right) + y_1$$

$$Ac_{3\,\%} = \frac{5-3}{4-2.5}\left(3-2.5\right) + 3 = 3.6667$$

Sin embargo, no hay que olvidar que Ac debe ser un número entero, por lo cual, o se trunca a 3, con lo cual se cae en el criterio más estricto, desde el punto de vista del cliente, o se redondea al siguiente entero, que en este caso sería tomar $Ac = 4$, el cual representa el punto intermedio de ambos planes.

De la misma forma que Ac, para el caso de Re, para una letra código J, en inspección estricta, se tienen dos valores ($NCA = 2.5\,\%$, $Re = 4$) y ($NCA = 4\,\%$, $Re = 6$), utilizando interpolación lineal se pretende obtener ($NCA = 3\,\%$, $Re =$ ¿?):

$$y = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}\left(x - x_1\right) + y_1$$

$$Re_{3\,\%} = \frac{6-4}{4-2.5}\left(3-2.5\right) + 4 = 4.6667$$

Nuevamente, no hay que olvidar que Re debe ser un número entero, por lo cual, o se trunca a 4, con lo cual se cae en el criterio más estricto, desde el punto de vista del cliente, o se redondea al siguiente entero, que en este caso sería tomar $Ac = 5$, el cual representa el punto intermedio de ambos planes.

Finalmente, la solución de este problema tendría tres posibles soluciones:

Inspección estricta, con letra código J y $NCA = 3\,\%$

Criterio	*NCA*	*n*	*Ac*	*Re*
Estricto	2.50%	80	3	4
Interpolación	3%	80	4	5
Laxo	4%	80	5	6

1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA

La solución elegida depende del criterio del cliente con la negociación del proveedor.

Ejercicio 16. La UNAM tiene un proveedor de no breaks, el cual entrega lotes de $N = 250$ artículos periódicamente, y al que se le aplica el siguiente Plan de Muestreo: I) se obtiene aleatoriamente una muestra de tamaño igual al 4 % del tamaño del lote; II) se inspeccionan los no breaks de la muestra y se separan los defectuosos de los no defectuosos; III) si el 10 % o menos de los artículos de la muestra son defectuosos entonces se acepta el lote, de lo contrario, se rechaza el lote.

a. Para $N = 250$, a un nivel I de inspección y con un *NCA* del 2.5 %, obtenga un plan de muestreo por atributos, simple, para inspección estricta, utilizando la norma MIL-STD-105E.

b. b. ¿Cuál de los dos planes de muestreo descritos en los dos párrafos anteriores, el del título y el del plan de muestreo diseñado con la norma MIL-STD-105E, es mejor desde el punto de vista estadístico.

Con la tabla I de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 6, se obtiene la letra código E, como se muestra en la tabla 18.

Tamaño del lote o conjunto	Niveles especiales de inspección				Niveles generales de inspección		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2 a 8	A	A	A	A	A	A	B
9 a 15	A	A	A	A	A	B	C
16 a 25	A	A	B	B	B	C	D
26 a 50	A	B	B	C	C	D	E
51 a 90	B	B	C	C	C	E	F
91 a 150	B	B	C	D	D	F	G
151 a 280	B	C	D	E	E	G	H
281 a 500	B	C	D	E	F	H	J
501 a 1200	C	C	E	F	G	J	K

Con la tabla II-A de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 7, se obtiene el tamaño de muestra $n = 13$, el criterio de aceptación del lote, $Ac = 1$, así como el criterio de rechazo $Re = 2$, para inspección estricta o ajustada, como se muestra en la tabla 19.

Tabla 19. Letra código para inspección por muestreo de aceptación por atributos simple de lotes de tamaño $N = 1000$ y nivel de inspección $NI = II$.

Tamaño del lote o conjunto	Niveles especiales de inspección				Niveles generales de inspección		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2 a 8	A	A	A	A	A	A	B
9 a 15	A	A	A	A	A	B	C
16 a 25	A	A	B	B	B	C	D
26 a 50	A	B	B	C	C	D	E
51 a 90	B	B	C	C	C	E	F
91 a 150	B	B	C	D	D	F	G
151 a 280	B	C	D	E	E	G	H
281 a 500	B	C	D	E	F	H	J
501 a 1200	C	C	E	F	G	J	K

Tabla 20. Inspección por muestreo de aceptación por atributos simple normal, para lotes de tamaño $N = 1000$ y nivel de inspección $NI = II$.

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección severa o estricta)													
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2														
B	3														
C	5														0 1
D	8													0 1	
E	13												0 1		
F	20											0 1			1 2
G	32										0 1			1 2	2 3
H	50									0 1			1 2	2 3	3 4
J	80								0 1			1 2	2 3	3 4	5 6
K	125							0 1			1 2	2 3	3 4	5 6	8 9

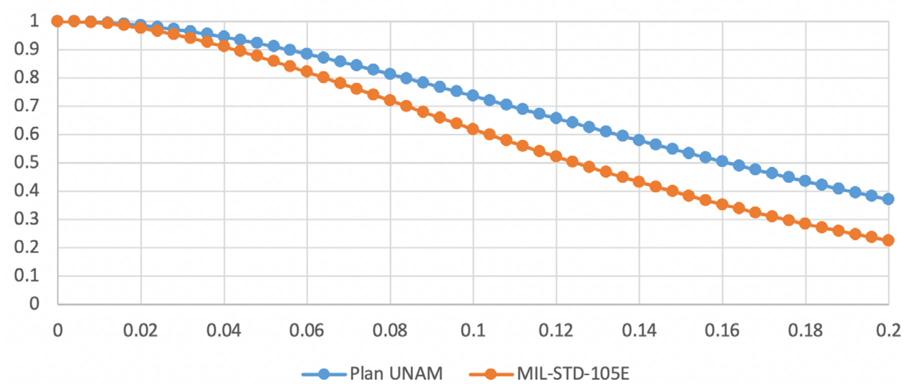
Tamaño de muestra $n = 13$, criterio de aceptación $Ac = 1$ y criterio de rechazo $Re = 2$, para inspección estricta o ajustada, con letra código E y $NCA = 2.5\,\%$ (nótese que el punto de cruce no señala valores, pero la flecha hacia abajo indica los valores de Ac y Re que hay que tomar)

Los planes de muestreo comparados presentan los siguientes valores:

Criterio	Plan UNAM	MIL-STD-105E
$N =$	250	250
$n =$	10	13
$Ac =$	1	1
$Re =$	2	2

Sus curvas características de operación se muestran en la figura 35, a continuación.

Figura 35. Curvas características de operación para el plan de muestreo que aplica la UNAM, contra el plan de muestreo que sugiere la MIL-STD-105E.



Como se puede apreciar, el plan de muestreo que sugiere la UNAM es menos estricto que el plan de muestreo diseñado por la MIL-STD-105E, el cual, ya de por sí es con inspección estricta. En este caso, si la prueba que se realiza es de tipo destructiva, convendría continuar con el plan que aplica la UNAM; si la prueba no es destructiva, se le invitaría a usar el plan de muestreo diseñado con la MIL-STD-105E, ya que se trata de una norma de carácter internacional. La MIL-STD-105E también permite diseñar planes de muestreo de aceptación por atributos doble, triple o múltiple.

Ejemplo 17. Suponga que se desea diseñar un plan de muestreo de aceptación por atributos doble, para el cual se tienen lotes de tamaño $N = 1000$; se sugiere utilizar un nivel de inspección $NI = II$, con un $NCA = 2.5\,\%$.

Como se puede apreciar, este ejercicio es similar al ejercicio 14, con la salvedad que aquel se refería a muestreo simple y este es para muestreo doble.

Con la tabla I de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 6, se obtiene la letra código J, como se mostró en la tabla 13.

Con la tabla III-A de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 7, se obtienen los tamaños de muestra $n_1 = 50$, $n_2 = 50$, los criterios de aceptación del lote, $Ac_1 = 2$, $Ac_2 = 6$, así como los criterios de rechazo $Re_1 = 5$ y $Re_2 = 7$, para inspección normal, como se muestra en la tabla 21.

Tabla 21. Tamaños de muestra $n_1 = 50$ y $n_2 = 50$, criterios de aceptación $Ac_1 = 2$ y $Ac_2 = 6$, así como los criterios de rechazo $Re_1 = 5$ y $Re_2 = 7$, para inspección normal, letra código J, con $NCA = 2.5\,\%$.

Letra código del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)													
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•
	Segunda	2	4														
C	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑
	Segunda	3	6														
D	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓
	Segunda	5	10														
E	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2
	Segunda	8	16														1 2
F	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3
	Segunda	13	26													1 2	3 4
G	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4
	Segunda	20	40												1 2	3 4	4 5
H	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5
	Segunda	32	64											1 2	3 4	4 5	6 7
J	Primera	50	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7
	Segunda	50	100										1 2	3 4	4 5	6 7	8 9
K	Primera	80	80	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	1 4	2 5	3 7	5 9
	Segunda	80	160									1 2	3 4	4 5	6 7	8 9	12 13

Con la tabla III-B de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 11, se obtienen los tamaños de muestra $n_1 = 50$, $n_2 = 50$, los criterios de aceptación del lote, $Ac_1 = 2$, $Ac_2 = 6$, así como los criterios de rechazo $Re_1 = 5$ y $Re_2 = 7$, para inspección estricta, como se muestra en la tabla 22.

Tabla 22. Tamaños de muestra $n_1 = 50$ y $n_2 = 50$, criterios de aceptación $Ac_1 = 1$ y $Ac_2 = 4$, así como los criterios de rechazo $Re_1 = 4$ y $Re_2 = 5$, para inspección estricta, letra código J, con $NCA = 2.5\,\%$.

Letra código del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acumulado	Niveles aceptables de calidad (inspección severa)																							
				0.010		0.015		0.025		0.040		0.065		0.10		0.15		0.25		0.40		0.65		1.0		1.5	
				Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re	Ac	Re
A																											
B	Primera	2	2																								
	Segunda	2	4																								
C	Primera	3	3																								
	Segunda	3	6																								
D	Primera	5	5																								
	Segunda	5	10																								
E	Primera	8	8																							•	
	Segunda	8	16																								
F	Primera	13	13																					•			
	Segunda	13	26																								
G	Primera	20	20																			•					
	Segunda	20	40																								
H	Primera	32	32																	•						0	2
	Segunda	32	64																							1	2
J	Primera	50	50															•						0	2	0	3
	Segunda	50	100																					1	2	3	4
K	Primera	80	80													•						0	2	0	3	1	4
	Segunda	80	160																			1	2	3	4	4	5

Con la tabla III-C de la norma MIL-STD-105E, ilustrada en la tabla 12, se obtienen los tamaños de muestra $n_1 = 20$, $n_2 = 20$, los criterios de aceptación del lote, $Ac_1 = 0$, $Ac_2 = 3$, así como los criterios de rechazo $Re_1 = 4$ y $Re_2 = 6$, para inspección reducida, como se muestra en la tabla 23.

Tabla 23. Tamaños de muestra $n_1 = 20$ y $n_2 = 20$, criterios de aceptación $Ac_1 = 0$ y $Ac_2 = 3$, así como los criterios de rechazo $Re_1 = 4$ y $Re_2 = 6$, para inspección reducida, letra código J, con $NCA = 2.5\,\%$.

Letra código del tamaño de la muestra	Muestra	Tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra acomulado	Niveles aceptables de calidad (inspección reducida o abreviada)													
				0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0
				Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
B				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•
C				↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑
D	Primera	2	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓
	Segunda	2	4														
E	Primera	3	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2
	Segunda	3	6														0 2
F	Primera	5	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3
	Segunda	5	10													0 2	0 4
G	Primera	8	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4
	Segunda	8	16												0 2	0 4	1 5
H	Primera	13	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4
	Segunda	13	26											0 2	0 4	1 5	3 6
J	Primera	20	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5
	Segunda	20	40										0 2	0 4	1 5	3 6	4 7
K	Primera	32	32	↓	↓	↓	↓	↓	•	↑	↓	0 2	0 3	0 4	0 4	1 5	2 7
	Segunda	32	64									0 2	0 4	1 5	3 6	4 7	6 9

Por lo cual, el plan de muestreo solicitado en el ejercicio 17 es el siguiente:

Inspección	Muestra	n	Ac	Re
Normal	1	50	2	5
	2	50	6	7
Estricta	1	50	1	4
	2	50	4	5
Reducida	1	20	0	4
	2	20	3	6

El plan de muestreo doble mostrado arriba, para el caso particular de la inspección normal, establece que se tome una muestra aleatoria con $n_1 = 50$ artículos del lote, y se observe el número de artículos defectuosos, d_1, en ella. Si $d_1 \leq Ac_1 = 2$, se aceptará el lote en la primera muestra. Si $d_1 \geq Re_1 = 5$, se rechazará el lote en la primera muestra. Si $Ac_1 < d_1 < Re_1$, se tomará una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 50$ del lote que sumada con la primera dará una muestra de tamaño $n_1 + n_2 = 100$ y, se observará el número de artículos defectuosos, d_2, en esta segunda muestra. Ahora, se utiliza el número combinado de artículos defectuosos observados en ambas muestras, $d_1 + d_2$, para determinar la suerte del lote. Si $d_1 + d_2 \leq Ac_2 = 6$, se aceptará el lote. Sin embargo, si $d_1 + d_2 > Re_2 = 7$, se le rechazará.

Para el caso particular de la inspección reducida, establece que se tome una muestra aleatoria con $n_1 = 20$ artículos del lote, y se observe el número de artículos defectuosos, d_1, en ella. Si $d_1 \leq Ac_1 = 3$, se aceptará el lote en la primera muestra. Si $d_1 \geq Re_1 = 4$, se rechazará el lote en la primera muestra. Si $Ac_1 < d_1 < Re_1$, se tomará una segunda muestra aleatoria de tamaño $n_2 = 20$, del lote que sumada con la primera dará una muestra de tamaño $n_1 + n_2 = 40$ y, se observará el número de artículos defectuosos, d_2, en esta segunda muestra. Ahora, se utiliza el número combinado de artículos defectuosos observados en ambas muestras, $d_1 + d_2$, para determinar la suerte del lote. Si $d_1 + d_2 \leq Ac_2 = 3$, se aceptará el lote. Sin embargo, si $d_1 + d_2 > Re_2 = 6$, se le rechazará. Cabe señalar que, en el caso de la inspección reducida, la norma MIL-STD-105E establece que, en la segunda muestra, si $Ac_2 < d_1 + d_2 < Re_2$, es decir, si $d_1 + d_2 = 4 \text{ ó } 5$, el lote actual debe aceptarse, pero el siguiente, debe ser verificado con inspección normal.

También se puede usar R para diseñar planes de muestreo doble.

Para el caso de los planes de muestreo de aceptación por atributos doble, utilizando la MIL-STD-105E, ¿cómo se grafica la curva característica de operación?

Tal como se define el muestreo de aceptación por atributos doble, se elaborará un diagrama de árbol sobre los posibles resultados que arroja, el cual se muestra en la figura 36, a continuación.

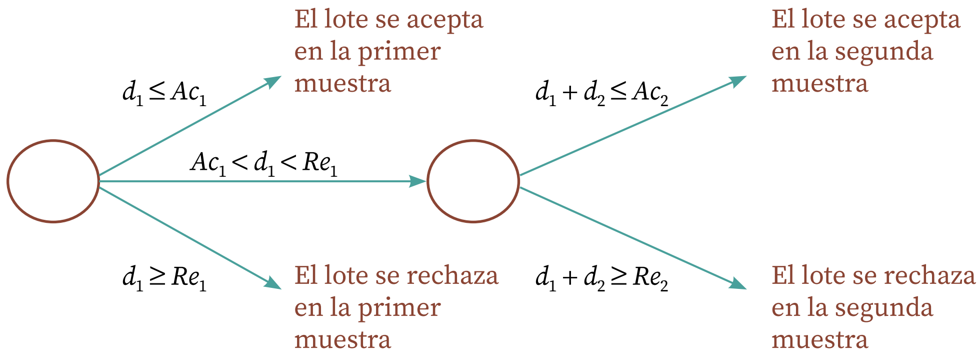


Figura 36. Diagrama de árbol de los posibles resultados de un muestreo por atributos doble

Como se aprecia en el diagrama de árbol anterior, la probabilidad de aceptar un lote con el muestreo doble, $p_a = \beta$ se descompone en la probabilidad de aceptar el lote en la primera muestra $p_a^I = \beta^I$ o la probabilidad de aceptar el lote en la segunda muestra $p_a^{II} = \beta^{II}$, en donde

$$p_a^I = \beta^I = p\left(d_1 < Ac_1\right) \qquad (16)$$

Con el concepto de probabilidad condicional

$$p_a^{II} = \beta^{II} = p\left(d_1 + d_2 \leq Ac_2 \,|\, Ac_1 < d_1 < Re_1\right) p\left(Ac_1 < d_1 < Re_1\right) \qquad (17)$$

Por lo que

$$\beta = \beta^I + \beta^{II} = p\left(d_1 \leq Ac_1\right)$$
$$+\, p\left(d_1 + d_2 \leq Ac_2 \,|\, Ac_1 < d_1 < Re_1\right) p\left(Ac_1 < d_1 < Re_1\right) \qquad (18)$$

Un concepto que se define para el muestreo doble es la Curva del Número de Muestras Promedio, *CNMP* (*ASNC* por sus iniciales en inglés), que se expresa como:

$$CNMP = ASNC = n_1\, p_I + \left(n_1 + n_2\right)\left(1 - p_I\right) = n_1 + n_2\left(1 - p_I\right) \qquad (19)$$

En donde

$$p_I = p\left(x_1 \leq Ac_1\right) + p\left(x_1 \geq Re_1\right) \tag{20}$$

Asimismo, se define la Curva del Número de Muestras Promedio para un plan de muestreo doble con reducción en la segunda muestra de la siguiente forma:

$$CNMP = ASNC = n_1 + p\left(n_1,\ j\right) * $$
$$* \left[n_2\, p_L\left(n_2\,,\ c_2 - j\right) + \frac{c_2 - j + 1}{p}\, p_M\left(n_2 + 1,\ c_2 - j + 2\right)\right] \tag{21}$$

En donde

$p\left(n,j\right)$ es la probabilidad de observar exactamente j artículos defectuosos en una muestra de tamaño n_1, $p_L\left(n_2, c_2 - j\right)$ es la probabilidad de observar $c_2 - j$ o menos defectuosos en una muestra de tamaño n_2 y $p_M\left(n_2 + 1, c_2 - j + 2\right)$ es la probabilidad de observar $c_2 - j + 2$ defectuosos en una muestra de tamaño $n_2 + 1$.

Por otra parte, se definen la Curva de Calidad de Salida Promedio, *CCSP* (*AOQC* por sus iniciales en inglés) y la Curva de Inspección Total Promedio, *CITP* (*ATIC* por sus iniciales en inglés) para un plan de muestreo doble de la siguiente forma

$$CCSP = AOQC = \frac{\left[\beta^I\left(N - n_1\right) + \beta^{II}\left(N - n_1 - n_2\right)\right]p}{N} \tag{22}$$

$$CITP = ATIC = n_1\beta^I + \left(n_1 + n_2\right)\beta^{II} + N\left(1 - \beta\right) \tag{23}$$

Ejemplo 18. Para el plan de muestreo de aceptación por atributos doble, para la inspección normal, del ejercicio 17 anterior, para el cual se tienen lotes de tamaño $N = 1000$, con nivel de inspección NI=II, y $NCA = 2.5\,\%$, grafique

a. La curva característica de operación *CCO*
b. Las curvas del número de muestras promedio CNMP
c. La curva de calidad de salida promedio CCSP
d. La curva de inspección total promedio CITP.

El plan de muestreo fue el siguiente:

Inspección	Muestra	*n*	*Ac*	*Re*
Normal	1	50	2	5
	2	50	6	7
Estricta	1	50	1	4
	2	50	4	5
Reducida	1	20	0	4
	2	20	3	6

Para hacer los cálculos se utiliza Excel con las siguientes expresiones matemáticas:

$$\beta^{I} = p\left(x_1 \leq 2\right) = \sum_{x_1=0}^{x_1=2} p^{x_1}\left(1-p\right)^{50-x_1}$$

$$\beta^{II} = p\left(x_1 + x_2 \leq 6 \,\middle|\, 2 < x_1 < 5\right) p\left(2 < x_1 < 5\right)$$

$$\beta^{II} = p\left(x_2 \leq 3 \,\middle|\, x_1 = 3\right) p\left(x_1 = 3\right) + p\left(x_2 \leq 2 \,\middle|\, x_1 = 4\right) p\left(x_1 = 4\right)$$

$$\beta^{II} = \left(\sum_{x_2=0}^{x_2=3} p^{x_2}\left(1-p\right)^{100-x_2}\right) p^3\left(1-p\right)^{47} + \left(\sum_{x_2=0}^{x_2=2} p^{x_2}\left(1-p\right)^{100-x_2}\right) p^4\left(1-p\right)^{46}$$

$$\beta = \beta^{I} + \beta^{II}$$

$$p_I = p\left(x_1 \leq 2\right) + p\left(x_1 \geq 5\right)$$

$$CNMP = ASNC = 50 + 50\left(1 - p_I\right)$$

$$CNMP = ASNC = 50 + p\left(50,\, 2\right)\left[50pL\left(50,\, 4\right) + \frac{5}{p}\, p_M\left(51,\, 6\right)\right]$$

$$CCSP = AOQC = \frac{\left[950\,\beta^{I} + 900\,\beta^{II}\right] p}{1000}$$

$$CITP = ATIC = 50\,\beta^{I} + 100\,\beta^{II} + 1\,000\left(1-\beta\right)$$

Los resultados se muestran en la tabla 24.

Tabla 24.

D	*p*	$p_1 = \beta^I$	$p_{II} = p\left(x_1 \ge Re_1\right)$	β^{II}	β	*CNMP I*	*CNMP II*	*CCSP*	*CITP*
0	0	1	0	0	1	50	50	0	50
5	0.005	0.99890233	2.5681E−07	0.00109672	0.99999905	50.0548835	51.0575079	0.00474972	50.0557353
10	0.010	0.98898387	5.3412E−05	0.01077758	0.99976145	50.5508065	53.7143746	0.00949234	50.7655057
15	0.015	0.96500871	0.000525475	0.03201947	0.99702818	51.7495645	56.7532606	0.01418364	54.424211
20	0.020	0.92642392	0.002240584	0.05958339	0.098600731	53.6788041	59.4979925	0.01867456	66.2722295
25	0.025	0.87518	0.006344089	0.08474810	0.9599281	56.241	61.6134227	0.02269236	92.3057115
30	0.030	0.81434465	0.014066864	0.10064523	0.91498988	59.2827673	62.9763851	0.02592624	135.791874
35	0.035	0.74725888	0.026506098	0.10478919	0.85204807	62.637056	63.5944409	0.02814722	195.793794
40	0.040	0.67705664	0.044469897	0.09861271	0.77566935	66.1471682	63.5532154	0.02927821	268.044754
45	0.045	0.6064221	0.068395468	0.08561526	0.69203737	69.6788949	62.9800901	0.02939196	346.845266
50	0.050	0.53749703	0.098331842	0.06958039	0.60707741	73.1251486	62.0179913	0.02866223	426.755476
55	0.055	0.47187835	0.133970984	0.05350445	0.5253828	76.4060827	60.8066055	0.02730411	503.561567
60	0.060	0.41066597	0.174709423	0.03924516	0.44991113	79.4667016	59.4698876	0.0255272	574.546688
65	0.065	0.35453463	0.219725345	0.02763200	0.38216662	82.2732687	58.1090453	0.02350899	638.323307
70	0.070	0.30381335	0.268058885	0.01876872	0.32258207	84.8093326	56.8000308	0.021386602	694.485471
75	0.075	0.25856274	0.318687230	0.01234798	0.27091072	87.0718631	55.5943894	0.01925608	743.252217
80	0.080	0.21864473	0.370589276	0.00789437	0.2265391	89.0677637	54.5222787	0.01718539	785.182574
85	0.085	0.18378233	0.422797234	0.00491783	0.18870016	90.8108837	53.5965979	0.01521664	820.98074
90	0.090	0.15360878	0.474434522	0.00299188	0.15660065	92.3195612	52.8173936	0.01337589	851.378973
95	0.095	0.12770649	0.524740641	0.00178095	0.12948744	93.6146757	52.1759719	0.01167778	877.075982
100	0.100	0.10563685	0.573084567	0.00103896	0.10667581	94.7181577	51.6583893	0.01012901	898.709932
105	0.105	0.08696216	0.618968616	0.00059482	0.08755698	95.6518921	51.2481902	0.00873069	916.850614
110	0.110	0.07126107	0.662024865	0.00033459	0.07159566	96.4369466	50.9283943	0.00747991	932.00085
115	0.115	0.05813873	0.702006151	0.00018512	0.05832385	97.0930633	50.6828191	0.00637082	944.601596
120	0.120	0.04723293	0.738773462	0.00010082	0.04733375	97.6383537	50.4968626	0.00539544	955.037979
125	0.125	0.03821702	0.772281257	5.4101E−05	0.03827112	98.089149	50.3578787	0.00454436	963.64514
130	0.130	0.03080073	0.802561966	2.862E−05	0.03082935	98.4599635	50.2552667	0.00380724	970.71355
135	0.135	0.02472922	0.829710639	1.4935E−05	0.02474416	98.7635388	50.1803773	0.00317334	976.493795
140	0.140	0.01978121	0.853870431	7.692E−06	0.0197889	99.0109396	50.1263143	0.00263187	981.200929
145	0.145	0.01576632	0.875219387	3.912E−06	0.01577024	99.2116838	50.0876889	0.00217232	985.018471
150	0.150	0.01252222	0.893958816	1.9653E−06	0.01252419	99.5044248	50.0603646	0.00178468	988.102121
155	0.155	0.00991150	0.910303356	9.7573E−07	0.00991248	99.5044248	50.0412172	0.0014596	990.583194
160	0.160	0.00781871	0.924472750	4.7886E−07	0.00781919	99.6090644	50.0279213	0.00118851	992.571792
165	0.165	0.00614746	0.936685260	2.3238E−07	0.00614769	99.6926271	50.0187691	0.00096365	994.159706
170	0.170	0.00481775	0.947152567	1.1154E−07	0.00481786	99.7591123	50.0125223	0.00077808	995.423034
175	0.175	0.00376360	0.956076016	5.2963E−08	0.00376365	99.8118199	50.0082934	0.00062571	996.424531
180	0.180	0.00293084	0.963644010	2.4885E−08	0.00293086	99.8534582	50.0054533	0.00050118	997.215683
185	0.185	0.00227523	0.970030375	1.1571E−08	0.00227524	99.8862385	50.0035605	0.00039987	997.838521
190	0.190	0.00176084	0.975393512	5.3257E−09	0.00176084	99.9119581	50.0023086	0.00031783	998.3272
195	0.195	0.00135858	0.979876191	2.4265E−09	0.00135858	99.9320709	50.0014867	0.00025168	998.709345
200	0.200	0.00104505	0.983605818	1.0946E−09	0.00104505	99.9477476	50.000951	0.00019856	999.007203

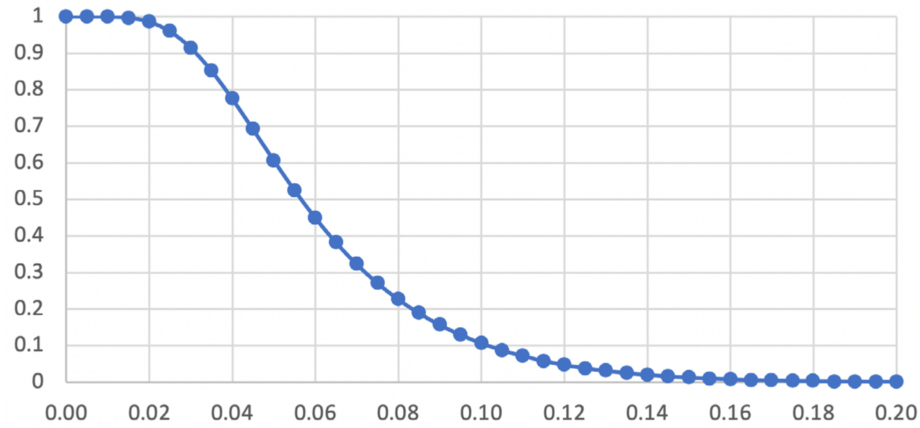


Figura 37. Curva Característica de Operación para el Muestreo Doble Normal con $n_1 = n_2 = 50$, $Ac_1 = 2$, $Re_1 = 5$, $Ac_2 = 6$ y $Re_2 = 7$

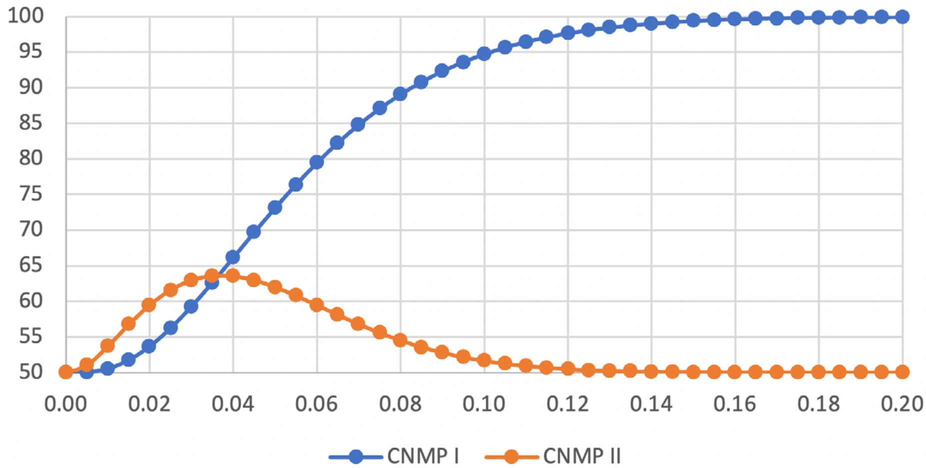


Figura 38. Curva del número de muestras promedio para el muestreo doble Normal, con $n_1 = n_2 = 50$, $Ac_1 = 2$, $Re_1 = 5$, $Ac_2 = 6$ y $Re_2 = 7$.

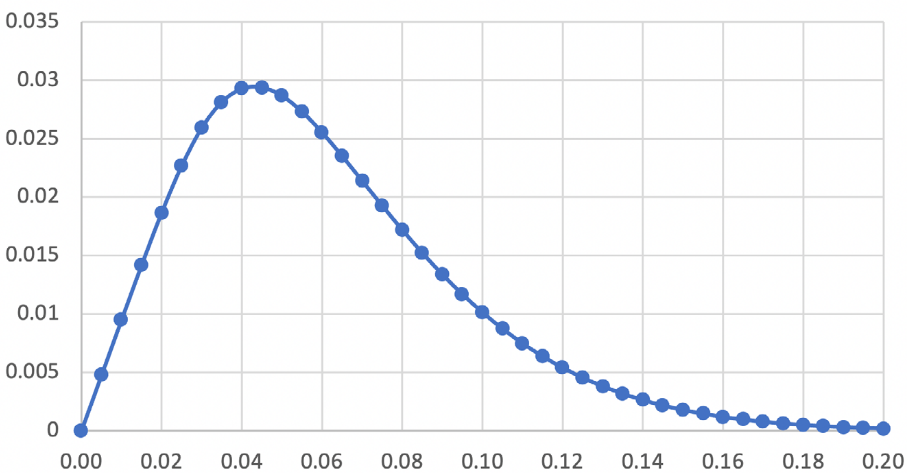


Figura 39. Curva de Calidad de Salida Promedio para el Muestreo Doble Normal con $n_1 = n_2 = 50$, $Ac_1 = 2$, $Re_1 = 5$, $Ac_2 = 6$ y $Re_2 = 7$.

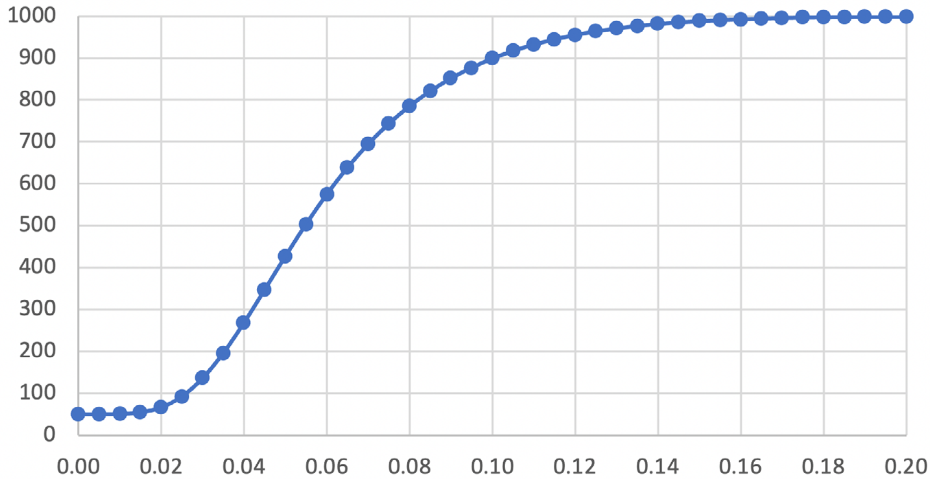


Figura 40. Curva de Inspección total promedio para el muestreo doble Normal con $n_1 = n_2 = 50$, $Ac_1 = 2$, $Re_1 = 5$, $Ac_2 = 6$ y $Re_2 = 7$.

6 Planes de muestreo de Dodge-Romig

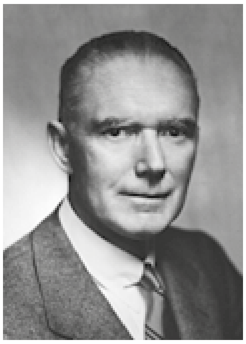


Figura 41. Harold French Dodge, 1893-1976
Recuperado de: https://asq.org/about-asq/honorary-members/dodge

Harold French Dodge es ampliamente conocido por su trabajo en la creación de planes de muestreo de aceptación, para poner las operaciones de inspección sobre una base científica en términos de riesgos controlables. Dodge obtuvo su licenciatura en Ingeniería Eléctrica del MIT en 1916 y su Maestría en Física de la Universidad de Columbia en 1917.

De 1917 a 1958 trabajó en el departamento de control de calidad en los Laboratorios Bell con Walter Shewhart, George Edwards, Harry Romig, RL Jones, Paul Olmstead, EGD Paterson y Mary N. Torrey, donde se desarrollaron los conceptos básicos del muestreo de aceptación. Fue presidente de la American Standards Association (ahora American National Standards Institute).

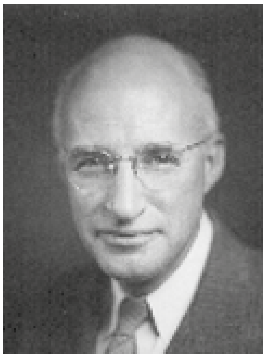


Figura 42. Harry George Romig, 1892-1964
Recuperado de: https://www.cladera.org/biografias/asqdetails.php?id=22

Si algo distingue a la memoria de Harry George Romig, 1892-1964, fue su amor por la academia a lo largo de toda su vida. Romig estudió una maestría en Física en la Universidad de California en Berkeley y obtuvo un doctorado en Ingeniería Industrial de la Universidad de Columbia en 1939.

Ingresó a los laboratorios Bell en 1926, en el departamento de inspección de control de calidad donde encontró el trabajo de su vida e hizo las contribuciones que le valieron la Medalla Shewhart de *ASQ* en 1953. Miembro fundador de *ASQ*, fue un autor prolífico, con cientos de documentos y cuatro libros en su haber. En los Laboratorios Bell, su jefe fue Harold French Dodge. La colaboración más conocida de ambos fue la publicación de su libro *Sampling Inspection Tables, Single and Double Sampling*, Ed. Wiley, 1944.

Romig hizo otras contribuciones al tema del muestreo para el control de calidad. Preparó los primeros planes de muestreo por variables en lugar de datos por atributos. Desarrolló el concepto del límite promedio de calidad de salida. Durante la Segunda Guerra Mundial, Romig dirigió al equipo en los Laboratorios Bell que realizaron los cálculos originales para la norma MIL-STD-105D. En 1951 se convirtió en el primer director técnico de control de calidad en Hughes Aircraft, y más tarde director de ingeniería de calidad en International Telemeter.

Harold French Dodge y Harry George Romig desarrollaron tablas de inspección por muestreo lote por lote por atributos, usando dos tipos de planes de muestreo: planes basados en el porcentaje defectuoso no tolerable en el lote (*PDTL* ó *LTPD* por sus siglas en inglés) y planes que proporcionan un límite de calidad de salida promedio (*LCSP* o *AOQL*). Para cada uno de estos enfoques para el diseño del plan de muestreo, existen tablas para muestreo simple y doble. Los planes de muestreo que enfatizan la protección *PDTL* o *LTPD*, como los planes Dodge-Romig, a menudo se prefieren a los planes de muestreo orientados a *NCA* o *AQL*, como los de MIL-STD-105E, particularmente para componentes y partes críticas.

Los planes *AOQ*L de Dodge-Romig están diseñados para minimizar la inspección total promedio, *ITP* o *ATI*, para un *LCSP* o *AOQL* determinado y una fracción de defectuosos p especificado. Del mismo modo, los planes *PDTL* o *LTPD* están diseñados para que la inspección total promedio sea mínima. Esto hace que los planes de Dodge-Romig sean muy útiles para inspecciones en planta de productos semielaborados. Los planes de Dodge-Romig se aplican solo a los programas que envían lotes rechazados a una inspección del 100 %. A menos que se use la inspección rectificadora, el concepto *AOQL* no tiene sentido. Además, para usar los planes Dodge-Romig, se debe conocer la fracción promedio no conforme del producto entrante. A veces, esto puede estimarse a partir de una muestra preliminar o de datos proporcionados por el proveedor. Alternativamente, se puede usar el mayor promedio de proceso posible en la tabla hasta que se haya generado suficiente información para proporcionar una estimación más precisa del proceso del proveedor. Obtener una estimación más precisa de la fracción entrante no conforme o del promedio del proceso permitirá adoptar un plan de muestreo más apropiado. No es raro encontrar que la inspección por muestreo comience con un plan, y después de que se genera suficiente información para volver a estimar las consecuencias del proceso del proveedor, se adopte otro plan.

Las tablas Dodge-Romig de 1959, basadas en el *AOQ*L, ofrecen planes de muestreo para valores de *AOQL* de 0.1 %, 0.25 %, 0.5 %, 0.75 %, 1 %, 1.5 %, 2 %, 2.5 %, 3 %, 4 %, 5 %, 7 % y 10 %. Para cada uno de estos valores *AOQL*, se especifican seis clases de valores para el promedio del proceso. Las tablas se proporcionan para muestreo simple y doble. Estos planes han sido diseñados para que la inspección total promedio en el *AOQL* y el promedio del proceso sea aproximadamente un mínimo. Un ejemplo de las tablas de muestreo Dodge-Romig basadas en el *AOQL* se muestra en la tabla 25.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA

Tabla 25. Ejemplo de Tablas Dodge-Romig para un *AOQL*=3 %

Tamaño del lote o conjunto	Promedio del proceso																	
	0-0.06 %			0.07-0-60 %			0.61-1.20%			1.21-1.80%			1.81-2.40%			2.41%-3.00%		
	LTPD			LTPD			LTPD			LTPD			LTPD			LTPD		
	n	c	%	n	c	%	n	c	%	n	c	%	n	c	%	n	c	%
1-10	Todos	0	–	Todos	0	–	Todos	0	–	Todos	0	–	Todos	0	–	Todos	0	–
11-50	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0	10	0	19.0
51-100	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	11	0	18.0	22	1	16.4
101-200	12	0	17.0	12	0	17.0	12	0	17.0	25	1	15.1	25	1	15.1	25	1	15.1
201-300	12	0	17.0	12	0	17.0	26	1	14.6	26	1	14.6	26	1	14.6	40	2	12.8
301-400	12	0	17.1	12	0	17.1	26	1	14.7	26	1	14.7	41	2	12.7	41	2	12.7
401-500	12	0	17.2	27	1	14.1	27	1	14.1	42	2	12.4	42	2	12.4	42	2	12.4
501-600	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	42	2	12.4	42	2	12.4	60	3	10.8
601-800	12	0	17.3	27	1	14.2	27	1	14.2	43	2	12.1	60	3	10.9	60	3	10.9
801-1000	12	0	17.4	27	1	14.2	44	2	11.8	44	2	11.8	60	3	11.0	80	4	9.8
1001-2000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	80	4	9.8	100	5	9.1
2001-3000	12	0	17.5	28	1	13.8	45	2	11.7	65	3	10.2	100	5	9.1	140	7	8.2
3001-4000	12	1	17.5	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	165	8	7.8
4001-5000	28	1	13.8	28	1	13.8	65	3	10.3	85	4	9.5	125	6	8.4	210	10	7.4
5001-7000	28	1	13.8	45	2	11.8	65	3	10.3	105	5	8.8	145	7	8.1	235	11	7.1
7001-10000	28	1	13.9	46	2	11.6	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	280	13	6.8
10001-20000	28	1	13.9	46	2	11.7	85	4	9.5	125	6	8.4	215	10	7.2	380	17	6.2
20001-50000	28	1	13.9	65	3	10.3	105	5	8.8	170	8	7.6	310	14	6.5	560	24	5.7
50001-100000	28	1	13.9	65	3	10.3	125	6	8.4	215	10	7.2	385	17	6.2	690	29	5.4

Ejemplo de Tablas Dodge-Romig para un *AOQL*=3 %. Recuperado de: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 665.

Las tablas Dodge-Romig basadas en el *LTPD* están diseñadas para que la probabilidad de aceptación de lotes sea 0.1. Se proporcionan tablas para valores de *LTPD* de 0.5 %, 1 %, 2 %, 3 %, 4 %, 5 %, 7 % y 10 %. Un ejemplo de las tablas de muestreo Dodge-Romig basadas en el *AOQL* se muestra en la Tabla 26.

Tabla 26. Ejemplo de Tablas Dodge-Romig para un LTPD=1 %

Tamaño del lote o conjunto	Promedio del proceso																	
	0-0.01 %			0.011-0.10 %			0.11-0.20%			0.21-0.30%			0.31-0.40%			0.41%-0.50%		
	AOQL			AOQL			AOQL			AOQL			AOQL			AOQL		
	n	c	%	n	c	%	n	c	%	n	c	%	n	c	%	n	c	%
1-120	Todos	0	0	Todos	0	0	Todos	0	0	Todos	0	0	Todos	0	0	Todos	0	0
121-150	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06	120	0	0.06
151-200	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08	140	0	0.08
201-300	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10	165	0	0.10
301-400	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12	175	0	0.12
401-500	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13	180	0	0.13
501-600	190	0	0.13	190	0	0.13	190	0	0.13	190	0	0.13	190	0	0.13	305	1	0.14
601-800	200	0	0.14	200	0	0.14	200	0	0.14	330	1	0.15	330	1	0.15	330	1	0.15
801-1000	205	0	0.14	205	0	0.14	205	0	0.14	335	1	0.17	335	1	0.17	335	1	0.17
1001-2000	220	0	0.15	220	0	0.15	360	1	0.19	490	2	0.21	490	2	0.21	610	3	0.22
2001-3000	220	0	0.15	375	1	0.20	505	2	0.23	630	3	0.24	745	4	0.26	870	5	0.26
3001-4000	225	0	0.15	380	1	0.20	510	2	0.23	645	3	0.25	880	5	0.28	1000	6	0.29
4001-5000	225	0	0.16	380	1	0.20	520	2	0.24	770	4	0.28	895	5	0.29	1120	7	0.31
5001-7000	230	0	0.16	385	1	0.21	655	3	0.27	780	4	0.29	1020	6	0.32	1260	8	0.34
7001-10000	230	0	0.16	520	2	0.25	660	3	0.28	910	5	0.32	1150	7	0.34	1500	10	0.37
10001-20000	390	1	0.21	525	2	0.26	785	4	0.31	1040	6	0.35	1400	9	0.39	1980	14	0.43
20001-50000	390	1	0.21	530	2	0.26	920	5	0.34	1300	8	0.39	1890	13	0.44	2570	19	0.48
50001-100000	390	1	0.21	670	3	0.29	1040	6	0.36	1420	9	0.41	2120	15	0.47	3150	23	0.50

Ejemplo de Tablas Dodge-Romig para un LTPD=1 %. Recuperado de: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 666.

Para ilustrar la aplicación de estas tablas se resolverán dos ejemplos.

Ejemplo 19. Un proveedor de cajas de cartón envía a la UNAM lotes semestrales de 1000 artículos. La Dirección General de Proveeduría de la UNAM requiere diseñar un plan de muestreo de aceptación por atributos simple, a través de las tablas Dodge-Romig.

a. Obtenga un plan de muestreo simple, por fracción defectuosa, para un $AOQL = 0.03$, que minimice la inspección total cuando el promedio del proceso sea 0.01.

De la tabla 26 se puede ver que el plan por atributos simple sería $n = 44$, con $Ac = 2$.

La tabla 26 también indica que el *LTPD* para este plan de muestreo es 11.8 %. Este es el punto en la *CCO* para el cual $\beta = 0.10$. Por lo tanto, el plan de muestreo $n = 44$, $Ac = 2$, da un *AOQL* del 3 % no conforme y proporciona la seguridad de que el 90 % de los lotes entrantes, que son tan malos como el 11.8 % defectuosos, serán rechazados. Suponiendo que la calidad de entrada es igual al promedio del proceso y que la probabilidad de aceptación de lote en este nivel de calidad es $\beta = 0.9902$, se determina que la inspección total promedio para este plan es 53.33. Por lo tanto, se inspeccionarán aproximadamente 53 unidades, en promedio.

En las figuras 43, 44 y 45 se muestran la Curva Característica de Operación, *CCO*, la Curva de Calidad de Salida Promedio, *CCSP* y la Curva de Inspección Total Promedio, *CITP*.

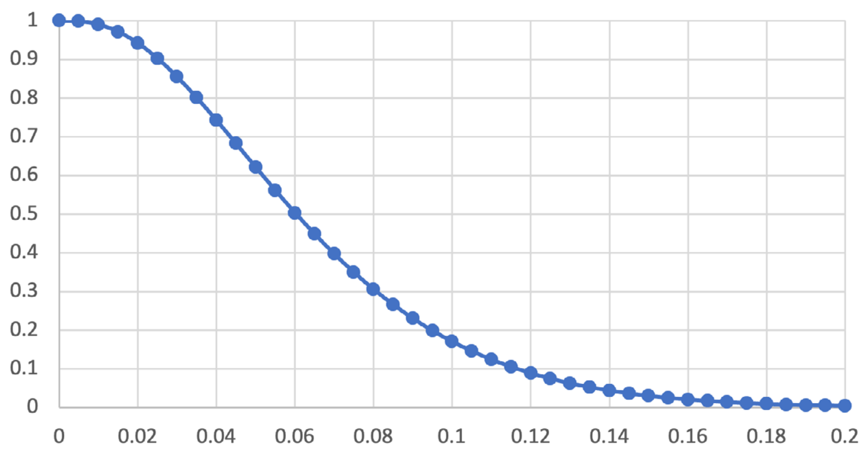


Figura 43. *CCO* para $N = 1000$, $n = 44$ y $Ac = 2$

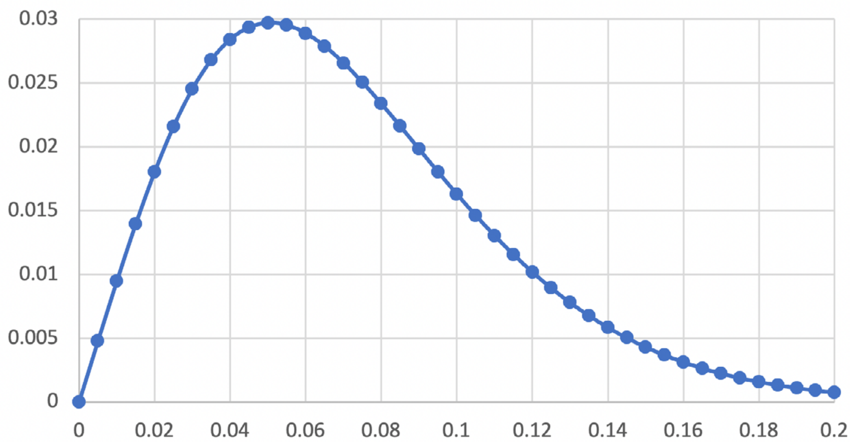


Figura 44. CCSP para $N = 1000$, $n = 44$ y $Ac = 2$

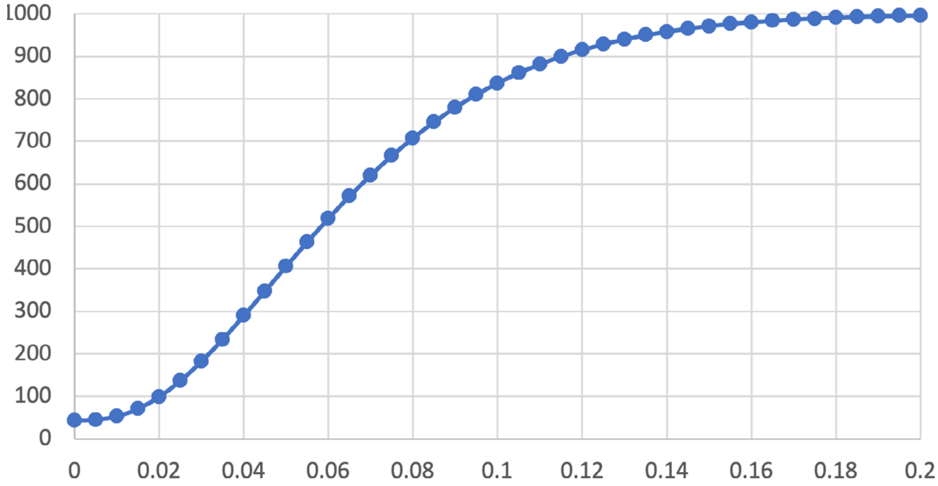


Figura 45. CITP para $N = 1000$, $n = 44$ y $Ac = 2$

b. Para el muestreo anterior, ¿qué calidad de producto presenta una probabilidad de aceptar el lote de b= 0.95?

De la *CCO* mostrada en la figura 43, para una $p = 1.9\,\%$

c. Para el muestreo anterior, ¿qué calidad de producto tiene una probabilidad de aceptar el lote de b=0.10?

De la *CCO* mostrada en la figura 43, para una $p = 11.8\,\%$

d. ¿cuánto diferiría esto de la cantidad de inspección que se hubiera obtenido, si se hubiera tomado $p = 0.02$ en lugar de 0.01?

De la tabla 26 se puede ver que el plan simple hubiera sido $n = 60$, con $Ac = 3$, a diferencia del inciso (a) que fue $n = 44$ con $Ac = 2$.

Ejemplo 20. Un proveedor de cajas de cartón envía a la UNAM lotes semestrales de 1000 artículos. La Dirección General de Proveeduría de la UNAM requiere diseñar un plan de muestreo de aceptación por atributos simple, a través de las tablas Dodge-Romig.

a. Obtenga un plan de muestreo simple, por fracción defectuosa, para un *LTPD*= 1 %, que minimice la inspección total cuando el promedio del proceso sea 0.25 % no conforme.

   De la tabla 26 se puede ver que el plan por atributos simple sería $n = 335$, con $Ac = 1$, con *AOQL*= 0.17 %.

En las figuras 46, 47 y 48 se muestran la Curva Característica de Operación, *CCO*, la Curva de Calidad de Salida Promedio, *CCSP* y la Curva de Inspección Total Promedio, *CITP*.

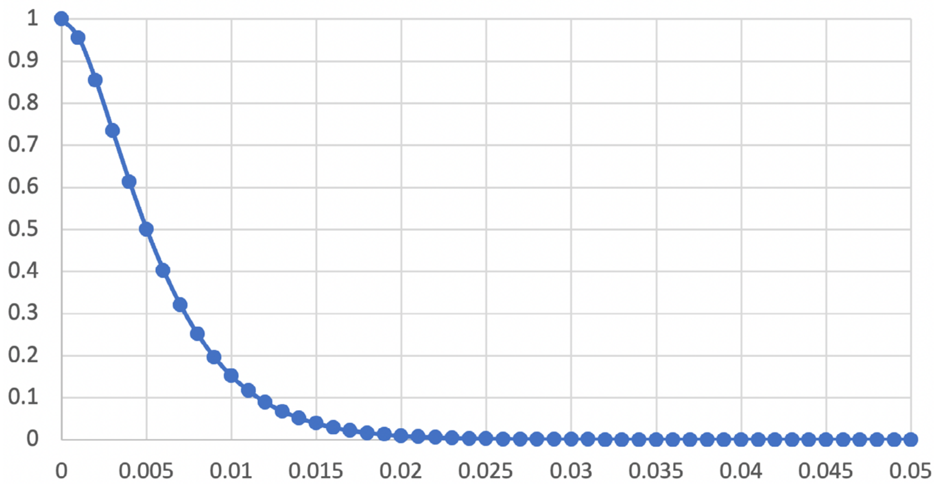


Figura 46. *CCO* para $N = 1000$, $n = 335$ y $Ac = 1$

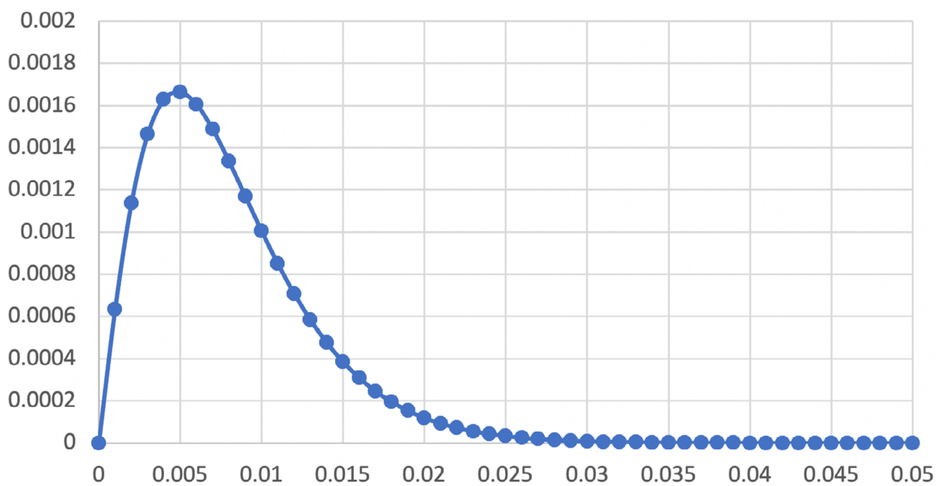


Figura 47. *CCSP* para $N = 1000$, $n = 335$, $Ac = 1$

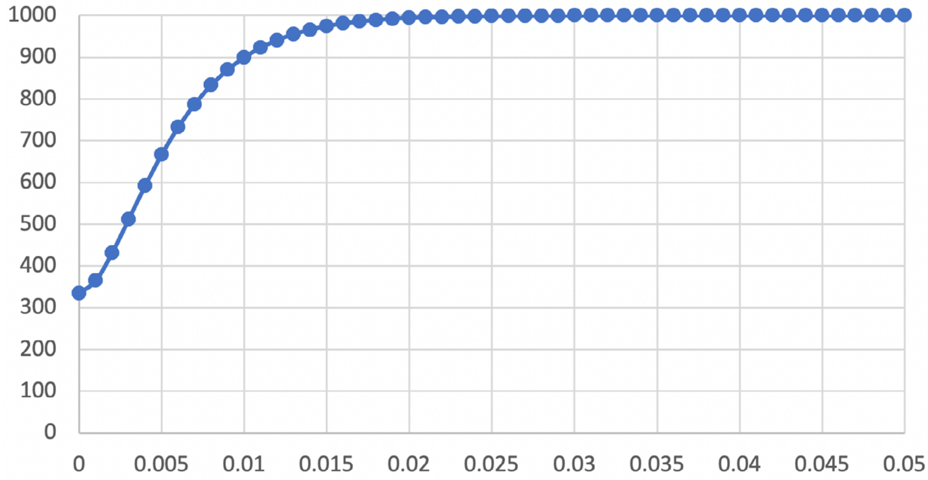


Figura 48. *CITP* para $N = 1000$, $n = 335$, $Ac = 1$

7 Planes de Muestreo Secuencial

El muestreo secuencial es una extensión del concepto de muestreo múltiple. En el muestreo secuencial, se toma una muestra muy pequeña de unidades muestrales del lote y a través de esta se determina si se acepta o se rechaza el lote o se continua con el proceso de muestreo. El muestreo secuencial en teoría puede continuar indefinidamente, hasta que el lote se inspeccione al 100 %; en la práctica, los planes de muestreo secuencial generalmente se truncan o terminan después de que el número inspeccionado sea igual a tres veces el número que se habría inspeccionado, utilizando un plan de muestreo único correspondiente. Si el tamaño de muestra seleccionado en cada etapa es mayor que uno, el proceso se denomina muestreo secuencial grupal; si el tamaño de muestra inspeccionado en cada etapa es uno, el procedimiento se denomina muestreo secuencial uno a uno.

El muestreo secuencial de cada elemento se basa en la prueba de razón de probabilidad secuencial *(SPRT)*, desarrollada por Wald en 1947. El funcionamiento de un plan de muestreo secuencial elemento por elemento se ilustra en la figura 49.

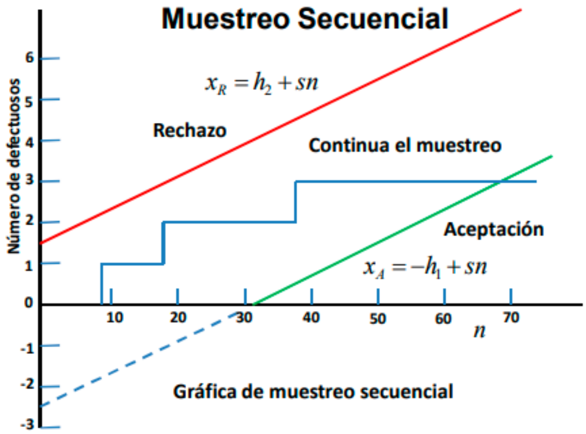


Figura 49. Gráfico de muestreo secuencial. Normas en Muestreo de Aceptación, 2011. Recuperado de: https://www.cimat.mx/Eventos/vpec11/MuestreoAceptacion3.pdf

1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA

El número acumulado de elementos defectuosos se representa en el gráfico. Para cada punto, la abscisa es el número total de elementos seleccionados hasta ese momento, y la ordenada es el número de elementos defectuosos observados. Si los puntos graficados permanecen dentro de los límites de las líneas de aceptación y rechazo, se toma otro elemento y se continua con el proceso de muestreo secuencial. Tan pronto como un punto cae sobre o arriba de la línea superior, el lote es rechazado. Cuando un punto de muestra cae sobre o debajo de la línea inferior, se acepta el lote. Las ecuaciones para las dos líneas límite para valores especificados de $(p_1,\ 1-\alpha)$ y $(p_2,\ \beta)$ son:

$$x_A = -h_1 + sn$$

$$x_R = h_2 + sn \qquad (24)$$

En donde:

$$h_1 = \frac{\left[\log\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right)\right]}{k}$$

$$h_2 = \frac{\left[\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)\right]}{k} \qquad (25)$$

$$k = \log\left(\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)}\right)$$

$$s = \frac{\log\left(\frac{1-p_1}{1-p_2}\right)}{k}$$

Ejemplo 21. Una empresa recibe lotes de $N = 5000$ tetrapacks semanalmente. Obtenga un plan de muestreo secuencial que satisfaga los siguientes puntos ($NCA = 2.5\,\%$, $1 - \alpha = 0.95$), ($PDNTL = 8\,\%$, $\beta = 0.10$).

$$k = \log\left(\frac{p_2(1-p_1)}{p_1(1-p_2)}\right) = \log\left(\frac{0.08 * 0.92}{0.025 * 0.975}\right) = 0.479933$$

$$s = \frac{\log\left(\frac{1-p_1}{1-p_2}\right)}{k} = \frac{\log\left(\frac{1-0.025}{1-0.08}\right)}{0.479933} = 0.052542$$

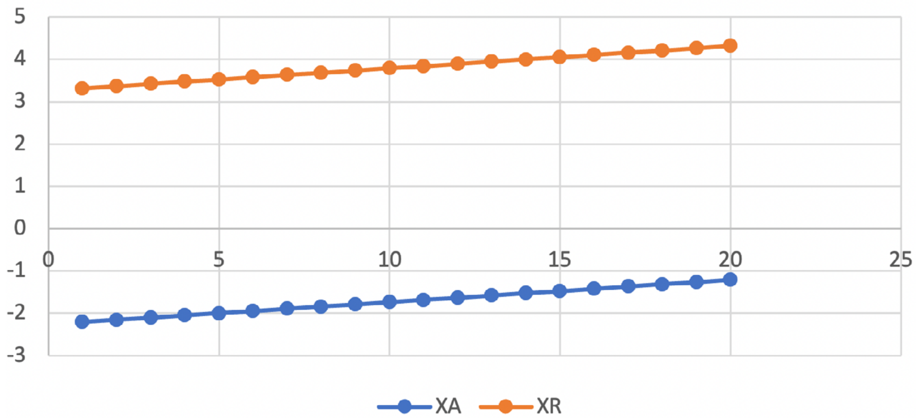
$$h_1 = \frac{\left[\log\left(\frac{1-\alpha}{\beta}\right)\right]}{k} = \frac{\log\left(\frac{0.975}{0.08}\right)}{0.479933} = 2.262637$$

$$h_2 = \frac{\left[\log\left(\frac{1-\beta}{\alpha}\right)\right]}{k} = \frac{\log\left(\frac{0.92}{0.025}\right)}{0.479933} = 3.266371$$

$$x_A = -h_1 + sn = 2.262637 + 0.052542\,n$$

$$x_R = h_2 + sn = 3.266371 + 0.052542\,n$$

Figura 50. Gráfico de muestreo secuencial para (0.025, 0.95), (0.08, 0.10)



8 Muestreo de aceptación por atributos en procesos continuos

Los planes de muestreo continuo consisten en secuencias alternas de inspección al 100 % e inspección por muestreo, y se aplican en aquellos procesos continuos donde no es posible clasificar la producción por lotes. Los planes generalmente comienzan con una inspección al 100 %, y cuando se determina que un número determinado de unidades está libre de defectos (la cantidad de unidades i), se instituye una inspección por muestreo. La inspección por muestreo continúa hasta que se encuentre un número especificado de unidades defectuosas, en cuyo momento se reanuda el 100 % de inspección. Los planes de muestreo continuo son planes de inspección rectificativos, ya que la calidad del producto se mejora al sustituir los productos defectuosos por productos no defectuosos.

Los planes de muestreo continuo fueron propuestos por primera vez por Harold F. Dodge en1943. El plan inicial de Dodge se llama CSP-1. Al comienzo del plan, todas las unidades se inspeccionan al 100 %. Tan pronto como se ha alcanzado el número de autorización, es decir, tan pronto como se descubra que las unidades consecutivas de producto están libres de defectos, se interrumpe el 100 % de inspección y solo se inspecciona una fracción (f) de las unidades. Estas unidades de muestra se seleccionan de una en una al azar del flujo de producción. Si se encuentra una unidad de muestra defectuosa, se reanuda el 100 % de la inspección. Todas las unidades defectuosas encontradas son reelaboradas o reemplazadas con unidades no defectuosas.

Un plan CSP-1 tiene un *AOQ*L general. El valor del *AOQ*L depende de los valores del número de autorización i y la fracción de muestreo f. El mismo *AOQ*L puede obtenerse mediante diferentes combinaciones de i y f. En la tabla 27, como ejemplo, se presentan varios valores de i y f para CSP-1, que conducirán a un *AOQ*L establecido. La elección de i y f generalmente se basa en consideraciones prácticas en el proceso de fabricación.

Tabla 27. Ejemplo de Tabla CSP-1 de Dodge

	AOQL (%)														
f	**0.018**	**0.033**	**0.046**	**0.074**	**0.113**	**0.143**	**0.198**	**0.33**	**0.53**	**0.79**	**1.22**	**1.90**	**2.90**	**4.94**	**7.12**	**11.46**
1/2	1,540	840	600	375	245	194	140	84	53	36	23	15	10	6	5	3
1/3	2,550	1,390	1,000	620	405	321	232	140	87	59	38	25	16	10	7	5
1/4	3,340	1,820	1,310	810	530	420	303	182	113	76	49	32	21	13	9	6
1/5	3,960	2,160	1,550	965	630	498	360	217	135	91	58	38	25	15	11	7
1/7	4,950	2,700	1,940	1,205	790	623	450	270	168	113	73	47	31	18	13	8
1/10	6,050	3,300	2,370	1,470	965	762	550	335	207	138	89	57	38	22	16	10
1/15	7,390	4,030	2,890	1,800	1,180	930	672	410	255	170	108	70	46	27	19	12
1/25	9,110	4,970	3,570	2,215	1,450	1,147	828	500	315	210	134	86	57	33	23	14
1/50	11,730	6,400	4,590	2,855	1,870	1,477	1,067	640	400	270	175	110	72	42	29	18
1/100	14,320	7,810	5,600	3,485	2,305	1,820	1,302	790	500	330	215	135	89	52	36	22
1/200	17,420	9,500	6,810	4,235	2,760	2,178	1,583	950	590	400	255	165	106	62	43	26

Ejemplo de Tabla CSP-1 de Dodge. Recuperado de: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 685.

El número promedio de unidades inspeccionadas en una secuencia de selección del 100 %, después de la ocurrencia de un defecto es igual a

$$u = \frac{1-(1-p)^i}{p(1-p)^i} \tag{26}$$

La cantidad promedio de unidades revisadas, bajo el procedimiento de inspección por muestreo antes de encontrar una unidad defectuosa, está dada por la siguiente expresión:

$$v = \frac{1}{fp} \tag{27}$$

La fracción promedio del total de unidades fabricadas inspeccionadas a largo plazo es

$$AFI = \frac{u + fv}{u + v}$$

La fracción promedio de unidades fabricadas aprobadas según el procedimiento de muestreo es

$$P_a = \frac{v}{u + v}$$

Cuando Pa se traza como una función de p, se obtiene una curva característica de operación para un plan de muestreo continuo. Obsérvese que mientras que una curva *OC* para un plan de muestreo de aceptación lote por lote proporciona el porcentaje de lotes que pasarían bajo inspección por muestreo, la curva *OC* para un plan de muestreo continuo da el porcentaje de unidades revisadas bajo inspección por muestreo. Los gráficos de las curvas características de operación para varios valores de f e i para los planes CSP-1 se muestran en la figura 51. Tenga en cuenta que para valores moderados a pequeños de f, i tiene mucho más efecto en la forma de la curva que f.

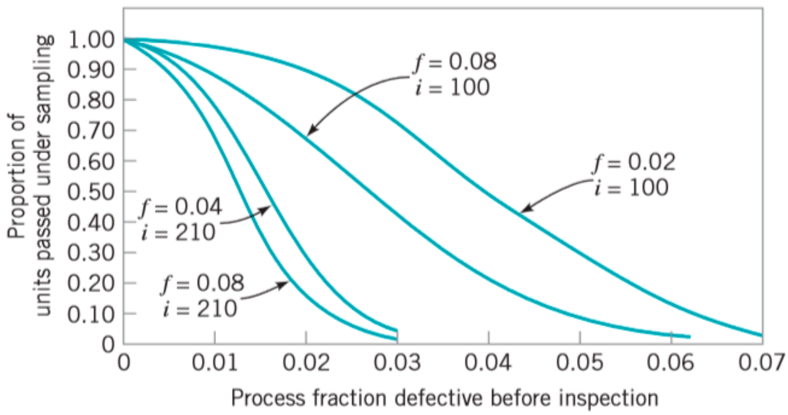


Figura 51. Curvas Características de Operación para la inspección por muestreo por atributos CSP-1. Curvas Características de Operación para la inspección por muestreo por atributos CSP-1. Recuperado de: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 685

Dodge y Torrey, en 1951, propusieron las versiones CSP-2 y CSP-3. Con CSP-2, la inspección al 100 % no se restablecerá cuando la producción esté bajo inspección por muestreo hasta que se hayan detectado dos unidades de muestra defectuosas dentro de un espacio de K unidades muestreadas. Es una práctica común elegir K igual al número de autorización i. Los planes CSP-2 están indexados por *AOQL* específicos que pueden obtenerse mediante diferentes combinaciones de i y f. CSP-3 es muy similar a CSP-2, pero está diseñado para brindar protección adicional contra la producción irregular. Requiere que después de que se haya detectado una unidad defectuosa en la inspección por muestreo, se deben inspeccionar las cuatro unidades inmediatamente siguientes. Si alguna de estas cuatro unidades es defectuosa, se reinicia el 100 % de inspección. Si no se encuentran defectuosos, el plan continúa como en CSP-2.

Lieberman y Solomon, en 1955, diseñaron planes de muestreo continuo multinivel. Los planes de muestreo continuo multinivel comienzan con una inspección al 100 %, al igual que CSP-1, y luego pasan a inspeccionar una fracción f1 de la producción tan pronto como se alcanza el número de autorización i. Sin embargo, cuando bajo la inspección por muestreo a la velocidad f, una serie de unidades de muestra consecutivas se encuentra libre de defectos, entonces el muestreo continúa a la tasa f2. Si se descubre que una nueva serie de unidades consecutivas está libre de defectos, entonces el muestreo puede continuar a la tasa f3. Esta reducción en la frecuencia de muestreo puede continuarse en la medida en que lo diseñe el área que efectúa la inspección por muestreo. Si en cualquier momento la inspección por muestreo revela una unidad defectuosa, el retorno se realiza inmediatamente al siguiente nivel inferior de muestreo. Este tipo de plan de muestreo continuo multinivel reduce en gran medida el esfuerzo de inspección cuando el proceso de fabricación está funcionando muy bien y lo aumenta durante los períodos de producción deficiente. Esta transición en la intensidad de inspección también se logra sin cambios abruptos en la carga de inspección.

Una parte considerable del trabajo en planes de muestreo continuo se ha integrado en la norma MIL-STD-1235C. El estándar proporciona cinco tipos diferentes de planes de muestreo continuo. Las tablas para ayudar al analista a diseñar planes de muestreo continuo se presentan en esta norma. CSP-1 y CSP-2 son parte de MIL-STD-1235C. Además, hay otros dos procedimientos de muestreo continuo de un solo nivel, CSP-F y CSP-V. El quinto plan en el estándar es CSP-T, un plan de muestreo continuo multinivel. Los planes de muestreo en MIL-STD-1235C están indexados por la letra de código de frecuencia de muestreo y *AOQL*. También están indexados por los *AQL* de MIL-STD-105E. En MIL-STD-1235C, las tablas del plan de muestreo tienen una nota al pie e indican que los *AQL* no tienen ningún significado relativo al plan y son solo un índice.

Ejemplo 22. Suponga que se emplea el método CSP-1 de Dodge para un proceso de manufactura, donde es deseable mantener un $AOQL = 1.22\,\%$. Describa dos planes de muestreo CSP-1 que cumplan esta especificación y compárelos a través de su Curva Característica de Operación. ¿Qué plan preferiría para una fracción defectuosa en el lote $p = 0.045$?

Utilizando la tabla 27, para dos valores de f, se usarán $f_1 = 1/5$ y $f_2 = 1/10$:

Tabla 28. Valores de $i_1 = 58$ e $i_2 = 89$ para un $AOQL = 1.22\,\%$ y $f_1 = 1/5$, $f_2 = 1/10$

	AOQL (%)															
f	0.018	0.033	0.046	0.074	0.113	0.143	0.198	0.33	0.53	0.79	1.22	1.90	2.90	4.94	7.12	11.46
1/2	1,540	840	600	375	245	194	140	84	53	36	23	15	10	6	5	3
1/3	2,550	1,390	1,000	620	405	321	232	140	87	59	38	25	16	10	7	5
1/4	3,340	1,820	1,310	810	530	420	303	182	113	76	49	32	21	13	9	6
1/5	3,960	2,160	1,550	965	630	498	360	217	135	91	58	38	25	15	11	7
1/7	4,950	2,700	1,940	1,205	790	623	450	270	168	113	73	47	31	18	13	8
1/10	6,050	3,300	2,370	1,470	965	762	550	335	207	138	89	57	38	22	16	10
1/15	7,390	4,030	2,890	1,800	1,180	930	672	410	255	170	108	70	46	27	19	12
1/25	9,110	4,970	3,570	2,215	1,450	1,147	828	500	315	210	134	86	57	33	23	14
1/50	11,730	6,400	4,590	2,855	1,870	1,477	1,067	640	400	270	175	110	72	42	29	18
1/100	14,320	7,810	5,600	3,485	2,305	1,820	1,302	790	500	330	215	135	89	52	36	22
1/200	17,420	9,500	6,810	4,235	2,760	2,178	1,583	950	590	400	255	165	106	62	43	26

1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA

A partir de la tabla anterior se obtienen los valores de i, $i_1 = 58$ e $i_2 = 89$.

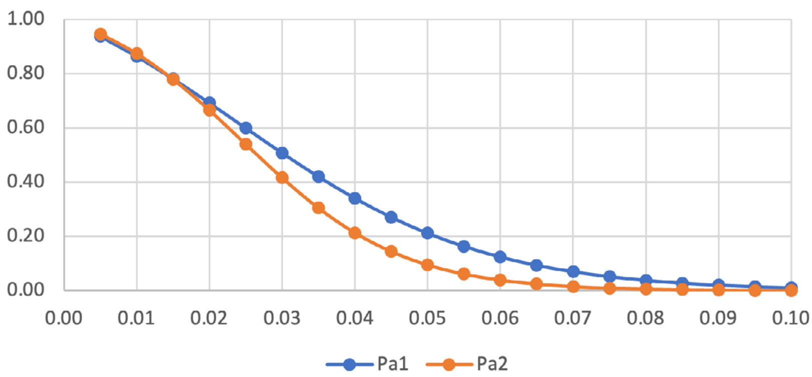
Con los valores de f e i anteriores, y para el cálculo utilizando las fórmulas de la 27 a la 30, se forma la siguiente tabla en Excel, considerando una fracción defectuosa en el lote, p, variable desde 0.005 hasta 0.10:

Tabla 29. Cálculo de la *CCO* para dos planes de muestreo CSP-1

p	Nomograma	Letra G-2.5%	Letra G-4%	Letra J-2.5%	Letra J-4%
0.000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
0.005	0.999844	0.999473	0.999982	0.999997	1.000000
0.010	0.997827	0.996100	0.999727	0.999858	0.999999
0.015	0.990828	0.988065	0.998739	0.998757	0.999975
0.020	0.976044	0.974464	0.996399	0.994770	0.999812
0.025	0.951797	0.955050	0.992090	0.985194	0.999163
0.030	0.917665	0.930032	0.985270	0.967299	0.997340
0.035	0.874294	0.899916	0.975516	0.939070	0.993281
0.040	0.823088	0.865395	0.962544	0.899643	0.985649
0.045	0.765892	0.827252	0.946211	0.849421	0.973018
0.050	0.704721	0.786304	0.926505	0.789894	0.954098
0.055	0.641549	0.743352	0.903531	0.723321	0.927943
0.060	0.578171	0.699150	0.877493	0.652352	0.894104
0.065	0.516113	0.654387	0.848671	0.579684	0.852684
0.070	0.456600	0.609671	0.817403	0.507796	0.804327
0.075	0.400549	0.565532	0.784066	0.438770	0.750133
0.080	0.348590	0.522413	0.749058	0.374202	0.691526
0.085	0.301097	0.480676	0.712783	0.315188	0.630114
0.090	0.258230	0.440610	0.675642	0.262358	0.567545
0.095	0.219976	0.402431	0.638017	0.215938	0.505385
0.100	0.186192	0.366297	0.600268	0.175838	0.445024
0.105	0.156638	0.332308	0.562727	0.141732	0.387616
0.110	0.131009	0.300518	0.525691	0.113134	0.334045
0.115	0.108964	0.270941	0.489422	0.089471	0.284923
0.120	0.090146	0.243555	0.454147	0.070131	0.240606
0.125	0.074195	0.218316	0.420056	0.054504	0.201223
0.130	0.060765	0.195153	0.387304	0.042013	0.166714
0.135	0.049528	0.173983	0.356012	0.032130	0.136873
0.140	0.040183	0.154706	0.326271	0.024385	0.111388
0.145	0.032456	0.137218	0.298143	0.018372	0.089877
0.150	0.026100	0.121407	0.271663	0.013743	0.071921
0.155	0.020900	0.107160	0.246846	0.010210	0.057091
0.160	0.016667	0.094363	0.223685	0.007534	0.044965
0.165	0.013238	0.082902	0.202156	0.005523	0.035146
0.170	0.010472	0.072669	0.182221	0.004023	0.027268
0.175	0.008253	0.063557	0.163830	0.002913	0.021003
0.180	0.006479	0.055467	0.146923	0.002096	0.016063
0.185	0.005067	0.048302	0.131434	0.001499	0.012201
0.190	0.003949	0.041974	0.117291	0.001066	0.009204
0.195	0.003066	0.036398	0.104417	0.000754	0.006898
0.200	0.002372	0.031498	0.092737	0.000530	0.005136

A partir de los datos obtenidos en la tabla 29, se grafican las Curvas Características de Operación de los dos planes de muestreo continuo por atributos CSP-1, que se muestran en la figura 52.

Figura 52. Curvas Características de Operación para dos planes de muestreo continuo por atributos, usando el método CSP-1 de Dodge. CCO para CSP-1, con $AOQL = 1.22\%$, para $f_1 = 1/5$ y $f_2 = 1/10$



Nótese que para una $p = 0.45$, el primer plan diseñado da una fracción de unidades revisadas bajo inspección por muestreo $Pa_1 = 0.2710$, en cambio, el segundo plan de muestreo da una $Pa_2 = 0.1445$; en el primer plan implica revisar en promedio 34 artículos antes de encontrar un defectuoso; en el segundo plan implicaría revisar 36 artículos antes de encontrar un defectuoso. No es mucha la diferencia entre ellos, pero yo tomaría el primero.

9 Planes de Muestreo Secuencial

La ventaja principal de los planes de muestreo por variables es que se puede obtener la misma *CCO* con un tamaño muestral menor que lo requerido por un plan de muestreo por atributos. Una segunda ventaja es que los datos de mediciones proporcionan normalmente más información sobre el proceso de manufactura o el lote que los datos por atributos; en general, las mediciones numéricas de las características de calidad son más útiles que la simple clasificación de un artículo como defectuoso o no defectuoso. Los planes de este tipo de muestreo tienen varias desventajas, quizá la principal es que se debe conocer la distribución de la característica de calidad y de preferencia debe ser normal; la segunda desventaja del muestreo por variables es que se debe usar un plan de muestreo por cada característica de calidad que haya que inspeccionar; finalmente, es posible que el uso de un plan de muestreo por variables lleve al rechazo de un lote aunque la muestra que se inspecciona realmente no tenga ningún artículo defectuoso, por ejemplo cuando se detecta un corrimiento de la media hacia alguno de los límites de especificación.

Existen dos tipos generales de procedimientos de muestreo por variables; planes que controlan la fracción defectuosa (o no conforme) del lote o el proceso, y planes que controlan un parámetro (normalmente la media) del lote o proceso.

Para proceder a diseñar planes de muestreo por variables, se procederá previamente a explicar la fundamentación teórica del diseño.

Se dice que una variable aleatoria x tiene una Distribución Normal con media μ_x $(-\infty < \mu_x < \infty)$ y desviación estándar $\sigma_x > 0$, si tiene función de densidad de probabilidad dada por la siguiente expresión:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma_x\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu_x}{\sigma_x}\right)^2} \; ; \; -\infty < x < \infty \tag{30}$$

En la figura 53 se muestra un ejemplo de gráfica para este tipo de distribución. Se usa tanto que para representarla a menudo se emplea la notación abreviada $x \sim N(\mu_x, \sigma_x)$, para indicar que la variable aleatoria x se distribuye normalmente con media μ_x y desviación estándar σ_x.

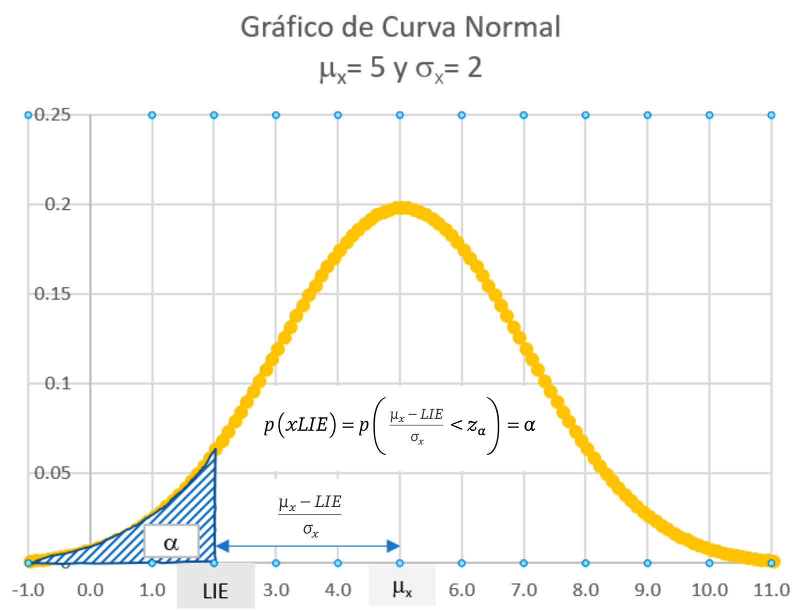


Figura 53. Relación entre la media y la desviación estándar, con un valor z_α y el área bajo la curva α en la cola de una variable normal

Nótese en esta figura, que existe una relación directa entre la media μ_x y la desviación estándar con el valor de z_α y el área α bajo la curva. Como se puede apreciar, la diferencia $\mu_x - LIE$ es la distancia que existe del límite inferior de especificación a la media de la distribución; al dividir entre sx, esta distancia queda en desviaciones estándar. Esto significa que si el cociente $(\mu_x - LIE)/\sigma_x$

es igual a 2.0, entonces la distancia de la media al límite inferior es dos veces la desviación estándar. Se puede visualizar que mientras más lejos esté la media del límite inferior, mejor es el cumplimiento de dicho límite por parte de la variable x; asimismo, se puede apreciar que existe una relación directa también entre el cociente y el área a bajo la curva normal.

Nótese que α es un área bajo la curva normal, que representa la fracción de valores de x que cae por debajo de LIE y $1-\alpha$ representa la fracción de valores de x que se encuentra por encima del LIE. De esta forma, se puede establecer un valor mínimo de $(\mu_x - LIE)/\sigma_x$, al cual se le denomina k, para el cual se acepta que x está por encima del límite inferior.

De lo anterior, se puede concluir que el lote presenta un valor de x por encima del límite inferior LIE, cuando

$$\frac{\mu_x - LIE}{\sigma_x} \geq k \tag{31}$$

Obviamente, que los parámetros poblacionales no son conocidos en la expresión anterior, por lo cual, se usan los parámetros muestrales como estimadores:

$$\frac{\bar{x} - LIE}{\hat{\sigma}'} \geq k \tag{32}$$

En la expresión anterior, restando y sumando $\bar{x}'/\hat{\sigma}'$

$$\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\hat{\sigma}'} + \frac{\bar{x}' - LIE}{\hat{\sigma}'} \geq k$$

$$\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\hat{\sigma}'} \geq k - \frac{\bar{x}' - LIE}{\hat{\sigma}'}$$

$$\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\hat{\sigma}'/\sqrt{n}} \geq \left(k - \frac{\bar{x}' - LIE}{\hat{\sigma}'}\right)\sqrt{n}$$

Por lo que, si p' es la fracción defectuosa y $z_{p'}$ es la desviación normal (positiva) correspondiente a este valor de p',

$$\beta = p\left(\frac{\bar{x} - \bar{x}'}{\hat{\sigma}'/\sqrt{n}} \geq \left(k - z_{p'} \right)\sqrt{n} \right)$$

$$\beta = p\left(z \geq \left(k - z_{p'}\right)\sqrt{n}\right) = 1 - p\left(z < \left(k - z_{p'}\right)\sqrt{n}\right) \qquad (33)$$

Expresión con la cual se traza la Curva Característica de Operación para el Muestreo por Variables con el método de la k.

Ejemplo 23. Grafique la Curva Característica de Operación de un plan de muestreo por variables, donde $n = 50$ y $k = 1.7$.

En este ejemplo no se indica el tamaño del lote, se supondrá infinito. Se darán valores de fracción defectuosa a intervalos de 0.005, se calcularán las $z_{p'}$ correspondientes y se obtendrá el valor de β, usando excel:

Tabla 30.

p'	$z_{p'}$	$\left(k - z_{p'}\right)\sqrt{n}$	β
0.005	2.57583	−6.193048397	1
0.01	2.32635	−4.428948291	1
0.015	2.17009	−3.324040938	0.99956
0.02	2.05375	−2.501382535	0.99381
0.025	1.95996	−1.838222963	0.96699
0.03	1.88079	−1.278403863	0.89945
0.035	1.81191	−0.791327957	0.78562
0.04	1.75069	−0.358404647	0.63998
0.045	1.6954	0.032543103	0.48702
0.05	1.64485	0.389943743	0.34829
0.055	1.59819	0.719883211	0.2358
0.06	1.55477	1.026905761	0.15223
0.065	1.5141	1.314498159	0.09434
0.07	1.47579	1.585396844	0.05644
0.075	1.43953	1.841790632	0.03275
0.08	1.40507	2.085458997	0.01851
0.085	1.3722	2.317869095	0.01023
0.09	1.34076	2.540245518	0.00554
0.095	1.31058	2.753621505	0.00295
0.1	1.28155	2.958877256	0.00154

La Curva Característica de Operación del plan de muestreo para el cual $n = 50$ y $k = 1.7$ se muestra en la figura 54.

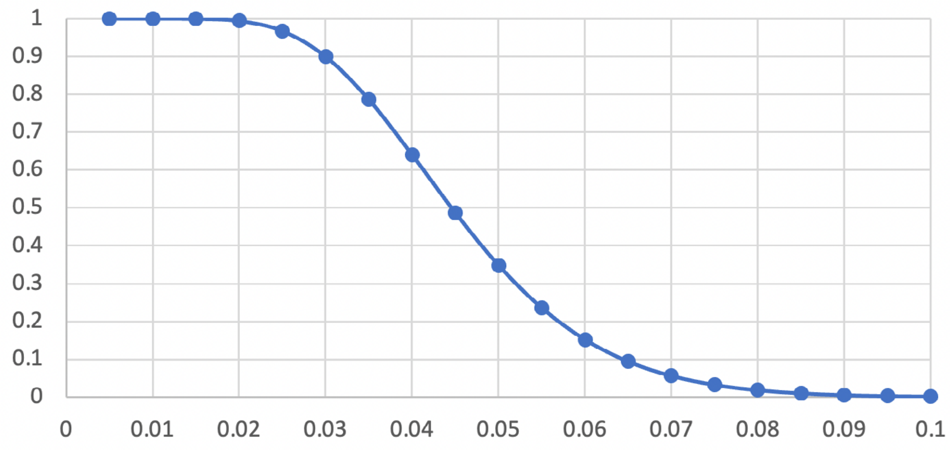


Figura 54. Curva Característica de Operación para un plan de muestreo por variables con el método de la k, para $n = 50$ y $k = 1.7$

El otro método establece un máximo porcentaje defectuoso, representado por la letra M, para el cual

$$p\left(\frac{\mu_x - LIE}{\sigma_x} \leq k\right) = \alpha \leq M \tag{34}$$

Si en vez de usar el límite inferior de especificación LIE, se tiene un límite superior de especificación LSE, el criterio sería similar:

$$\frac{LSE - \mu_x}{\sigma_x} \leq k \tag{35}$$

$$p\left(\frac{LSE - \mu_x}{\sigma_x} \leq k\right) = \alpha \leq M \tag{36}$$

Al primer método, por la variable que se usa, se le denomina método de la k y al segundo método, método de la M.

De la misma forma que para el muestreo por atributos, un método común para el diseño de un plan de muestreo simple consiste en exigir que la *CCO* pase por dos puntos designados. Supóngase que se quiere elaborar un plan de muestreo simple por variables tal que la probabilidad de aceptación sea $1-\alpha$ para lotes con una fracción defectuosa p_1, y β para lotes con una fracción defectuosa p_2, puede usarse el nomograma normal de la figura 55 para obtener el plan de muestreo requerido.

Para ilustrar la aplicación de este nomograma, se resolverá el Ejemplo 12 utilizando un plan de muestreo por variables.

Ejemplo 24. Suponga que se desea diseñar un plan de muestreo de aceptación por variables, para el cual se plantea que para una fracción defectuosa en el lote igual a $p_1 = NCA = 0.02$ la probabilidad de su aceptación sea $\alpha = 0.95$, y que para un $p_2 = PDNTL = 0.08$ la probabilidad de su aceptación sea $\beta = 0.10$.

El nomograma de la figura 55 se usa de la siguiente forma, en el eje de la izquierda se colocan los valores de p_1 y p_2; en el eje de la derecha se colocan los valores de $1-\alpha$ y β; se unen con líneas rectas cruzadas los valores p_1 y $1-\alpha$ y p_2 con β respectivamente; en el punto donde se corten ambas rectas, se escoge el vértice más cercano que se encuentre en esta intersección y se leen los valores de n y k que lo satisfacen, esta sería la solución más aproximada. Para el caso del ejemplo 24, utilizando el nomograma anterior, se obtiene la solución aproximada $n = 50$, $k = 1.7$, como se muestra en la figura 56.

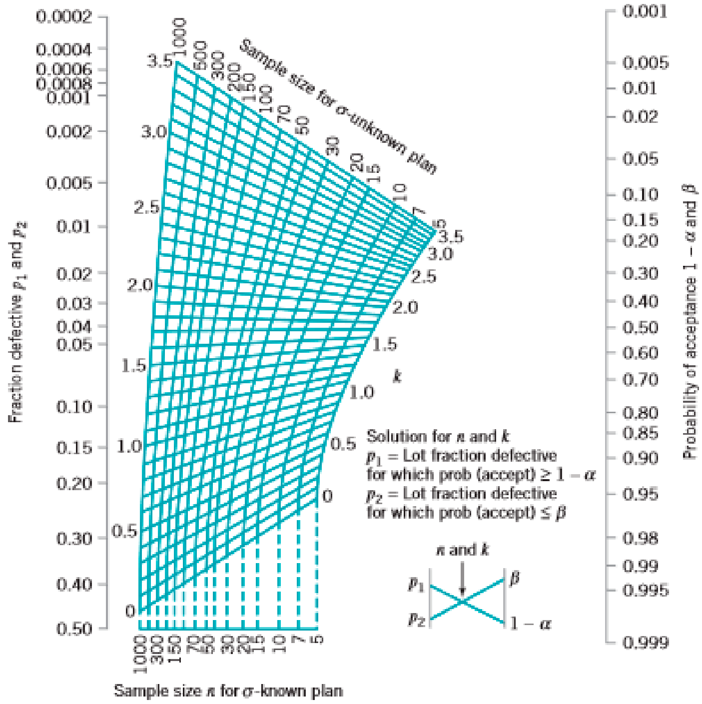


Figura 55. Nomograma normal para planes de muestreo de aceptación por variables

Nomograma normal para planes de muestreo de aceptación por variables. Recuperado de: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control.* 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 674. También contenido en el libro Control de Calidad y Estadística Industrial de Acheson J. Duncan, Editorial Alfaomega, 1996, página 272.

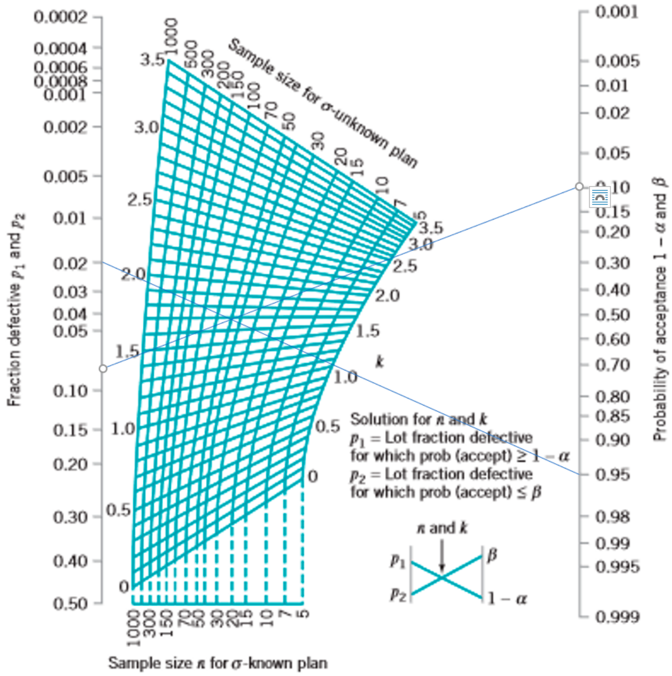


Figura 56. Solución $n = 50$, $k = 1.7$, para (2 %, 0.95), (8 %, 0.10)

Los métodos de muestreo de aceptación por variables se clasifican en métodos para variabilidad conocida y métodos para variabilidad desconocida. En este texto solo se tocarán los métodos con variabilidad desconocida, ya que en la práctica profesional es difícil llegar a conocer la variabilidad de un proceso. Cuando se desconoce la variabilidad del lote o del proceso puede usarse la desviación estándar o el rango o amplitud de la muestra como estimadores de la variabilidad para el plan de muestreo. El método del rango o amplitud necesita un tamaño muestral más grande y por lo general no se recomienda su uso, por lo que el análisis se concentrará en los métodos basados en la desviación estándar para variabilidad desconocida.

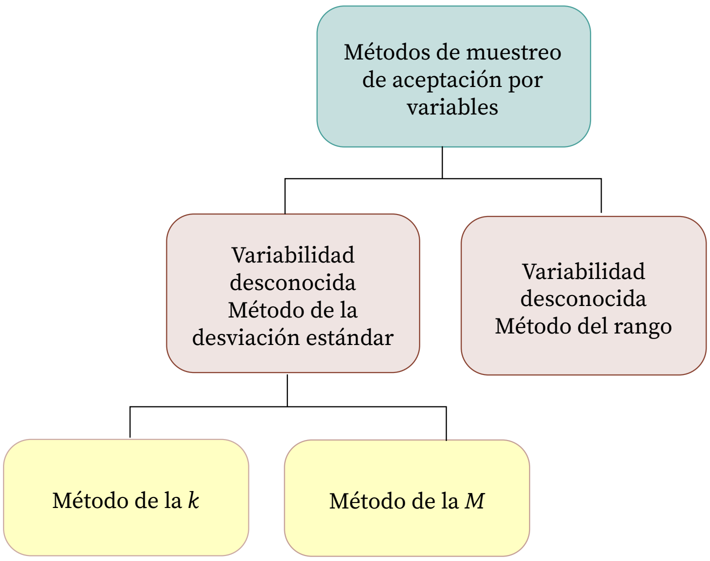


Figura 57. Métodos de Muestreo de Aceptación por Variables

El estándar por variables tiene muchas características que son similares al estándar por atributos. Como el estándar por atributos, los planes de muestreo se catalogan por *NCA*, nivel de inspección y tamaño de lote. La definición del *NCA* es diferente de aquella encontrada en la MIL-STD-105D. En la MIL-STD-414 el nivel de calidad aceptable, *NCA*, se define como valor nominal expresado en términos de porcentaje defectuoso especificado para una sola característica de calidad. Se indican tamaños de muestra por letras código *B* a *Q*. La letra código del tamaño muestral depende del nivel de inspección y del tamaño del lote. Existen cinco niveles de inspección: I, II, III, IV y V. A menos que se especifique lo contrario, se inicia con el nivel IV. Todos los planes y procedimientos de muestreo en la norma MIL-STD-414, suponen que la característica de calidad de interés tiene distribución normal, por lo que debe verificarse el cumplimiento de este supuesto, de lo contrario, deberá utilizarse la distribución de probabilidad que presenten los datos.

9.1. Metodología para emplear la MIL - STD - 414 (Procedimiento 2, Método de la *M*)

1. Con el tamaño del lote y el nivel de inspección seleccionado, consultar la tabla A-2 de MIL-STD-414 (Tabla 31) y determinar la letra código del tamaño muestral.
2. Con la letra código del tamaño muestral, remitirse a la tabla B-3 (Tabla 32) de la MIL-STD-414, obtener el tamaño muestral del lote a inspeccionar y seleccionar aleatoriamente las unidades muestrales.
3. Intersecar el valor del tamaño muestral con el valor de *NCA* para obtener el porcentaje máximo defectuoso permisible (*M*).
4. Medir la característica considerada en el estudio, para las unidades muestrales seleccionadas.
5. Calcular la media y la desviación estándar de las mediciones obtenidas.
6. Proporcionar los límites de especificación superior *LSE* e inferior *LIE*.
7. Calcular el índice de calidad superior q_u

$$q_u = \left(LSE - MEDIA\right) / DESV.\ STD.$$

8. Calcular el índice de calidad inferior q_l

$$q_l = \left(MEDIA - LIE\right) / DESV.\ STD.$$

9. Calcular el % estimado de defectuosos del lote por encima del *LSE* $\left(p_u\right)$. Con el valor de q_u y n, remitirse al nomograma de la figura 73 para obtener el valor de p_u.
10. Calcular el % estimado de defectuosos por debajo del *LIE* $\left(p_l\right)$. Con el valor de q_l y n, remitirse al nomograma de la figura 58 para obtener el valor de p_l.

11. Calcular el porcentaje defectuoso total en el lote $p = p_u + p_1$
12. Criterio de aceptación: compare p con M. Si $p > M$ rechazar el lote. Si $p < M$ aceptar el lote.

Las tablas de la MIL-STD-414 para muestreo por variables, por el método de la k, que se muestran a continuación, fueron tomadas del libro de Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control.* 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 677-678. También se pueden usar las tablas para el muestreo de aceptación por variables, del libro de Duncan, Acheson J. *Control de Calidad y Estadística Industrial.* Editorial Alfaomega, 1996, páginas 286-288.

Tabla 31. Tabla A2 de la MIL-STD-414 para elegir la letra código para muestreo simple

Tamaño del lote	Niveles de inspección				
	I	II	III	IV	V
3 a 8	B	B	B	B	C
9 a 15	B	B	B	B	D
16 a 25	B	B	B	C	E
26 a 40	B	B	B	D	F
41 a 65	B	B	C	E	G
66 a 110	B	B	D	F	H
111 a 180	B	C	E	G	I
181 a 300	B	D	F	H	J
301 a 500	C	E	G	I	K
501 a 800	D	F	H	J	L
801 a 1 300	E	G	I	K	L
1 301 a 3 200	F	H	J	L	M
3 201 a 8 000	G	I	L	M	N
8 001 a 22 000	H	J	M	N	O
22 001 a 110 000	I	K	N	O	P
110 001 a 550 000	I	K	O	P	Q
más de 550 001	I	K	P	Q	Q

Tabla A-2 de la MIL-STD-414 para elegir la letra código para Muestreo Sencillo. Recuperado de: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control.* 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pag 677. También contenida en el libro Control de Calidad y Estadística Industrial de Acheson J. Duncan, Editorial Alfaomega, 1996, página 286.

Tabla 32. Tabla de la MIL-STD-414. Método de la *k*

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)													
		0.04	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15
		k	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*	*k*
B	3										1.12	0.958	0.765	0.566	0.341
C	4								1.45	1.34	1.17	1.01	0.814	0.617	0.393
D	5							1.65	1.53	1.40	1.24	1.07	0.874	0.675	0.455
E	7					2.00	1.88	1.75	1.62	1.50	1.33	1.15	0.955	0.755	0.636
F	10				2.24	2.11	1.98	1.84	1.72	1.58	1.41	1.23	1.03	0.828	0.611
G	15	2.64	2.53	2.42	2.32	2.20	2.06	1.91	1.79	1.65	1.47	1.30	1.09	0.886	0.664
H	20	2.69	2.58	2.47	2.36	2.24	2.11	1.96	1.82	1.69	1.51	1.33	1.12	0.917	0.695
I	25	2.72	2.61	2.50	2.40	2.26	2.14	1.98	1.85	1.72	1.53	1.35	1.14	0.936	0.712
J	30	2.73	2.61	2.51	2.41	2.28	2.15	2.00	1.86	1.73	1.55	1.36	1.15	0.946	0.723
K	35	2.77	2.65	2.54	2.45	2.31	2.18	2.03	1.89	1.76	1.57	1.39	2.28	0.969	0.745
L	40	2.77	2.66	2.55	2.44	2.31	2.18	2.03	1.89	1.76	1.58	1.39	1.18	0.971	0.746
M	50	2.83	2.71	2.60	2.50	2.35	2.22	2.08	1.93	1.80	1.61.	1.42	1.21	1.00	0.774
N	75	2.90	2.77	2.66	2.55	2.41	2.27	2.12	1.98	1.84	1.65	1.46	1.24	1.03	0.804
O	100	2.92	2.80	2.69	2.58	2.43	2.29	2.14	2.00	1.86	1.67	1.48	1.26	1.05	0.819
P	150	2.96	2.84	2.73	2.61	2.47	2.33	2.18	2.03	1.89	1.70	1.51	1.29	1.07	0.841
Q	200	2.97	2.85	2.73	2.62	2.47	2.33	2.18	2.04	1.89	1.70	1.51	1.29	1.07	0.845
		.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.0	15.0	
		Niveles aceptables de calidad (inspección severa)													

Tabla de la MIL-STD-414 para elegir el tamaño de muestra y el criterio de aceptación o rechazo, *k*, para inspección normal y para inspección estricta, muestreo sencillo, para planes basados en variabilidad desconocida, método de la k. Fuente: Montgomery, Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*. 6th Edition. Ed. John Wiley & Sons, 2009. Pág. 678. También contenida en el libro de Duncan, Acheson J. *Control de Calidad y Estadística Industrial*. Editorial Alfaomega, 1996, página 287.

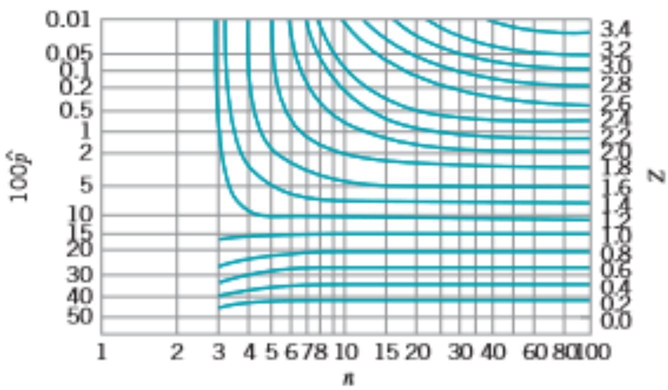
Tabla 33. Tabla de la MIL-STD-414. Método de la *M*.

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)													
		0.04	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15
		M	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*
B	3										7.59	18.86	26.94	33.69	40.47
C	4								1.53	5.50	10.92	16.45	22.86	29.45	36.90
D	5							1.33	3.32	5.83	9.80	14.39	20.19	26.56	33.99
E	7					0.422	1.06	2.14	3.55	5.35	8.40	12.20	17.35	23.29	30.50
F	10				0.349	0.716	1.30	2.17	3.26	4.77	7.29	10.54	15.17	20.74	27.57
G	15	0.099	0.186	0.312	0.503	0.818	1.31	2.11	3.05	4.31	6.56	9.46	13.71	18.94	25.61
H	20	0.135	0.228	0.365	0.544	0.846	1.29	2.05	2.95	4.09	6.17	8.92	12.99	18.03	24.53
I	25	0.155	0.250	0.380	0.551	0.877	1.29	2.00	2.86	3.97	5.97	8.63	12.57	17.51	23.97
J	30	0.179	0.280	0.413	0.581	0.879	1.29	1.98	2.83	3.91	5.86	8.47	12.36	17.24	23.58
K	35	0.170	0.264	0.388	0.535	0.847	1.23	1.82	2.68	3.70	5.57	8.10	11.87	16.65	22.91
L	40	0.179	0.275	0.401	0.566	0.873	1.26	1.88	2.71	3.72	5.58	8.09	11.85	16.61	22.86

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)													
		0.04	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15
		M	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*	*M*
M	50	0.163	0.250	0.363	0.503	0.789	1.17	1.71	2.49	3.45	5.20	7.61	11.23	15.87	22.00
N	75	0.147	0.228	0.330	0.467	0.720	1.07	1.60	2.29	3.20	4.87	7.15	10.63	15.13	21.11
O	100	0.145	0.220	0.317	0.447	0.689	1.02	1.53	2.20	3.07	4.69	6.91	10.32	14.75	20.66
P	150	0.134	0.203	0.293	0.413	0.638	0.949	1.43	2.05	2.89	4.43	6.57	9.88	14.20	20.02
Q	200	0.135	0.204	0.294	0.414	0.637	0.945	1.42	2.04	2.87	4.40	6.53	9.81	14.12	19.92
		.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.00	1.50	2.50	4.00	6.50	10.0	15.0	
		Niveles aceptables de calidad (inspección severa)													

Tabla de la MIL-STD-414 para elegir el tamaño de muestra y el criterio de aceptación o rechazo, *M*, para inspección normal y para inspección estricta, muestreo sencillo, para planes basados en variabilidad desconocida, método de la M. Fuente: Duncan, Acheson J. *Control de Calidad y Estadística Industrial.* Editorial Alfaomega, 1996, página 288.

Figura 58. Nomograma para determinar el porcentaje defectuoso a partir de *z* para métodos basados en la desviación estándar, variabilidad desconocida, método de la *M*, tomado del libro *Control de Calidad y Estadística Industrial* de Duncan, Acheson J. Editorial Alfaomega, 1996, página 275.



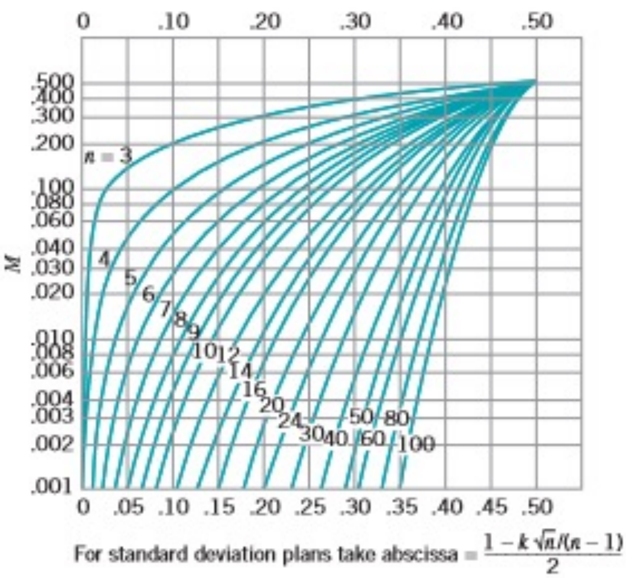


Figura 59. Nomograma para determinar la fracción defectuosa máxima permisible *M*, a partir de *k*, tomado del libro Control de Calidad y Estadística Industrial de Duncan, Acheson J. Editorial Alfaomega, 1996, página 275.

Problema 25. La Ideal, panadería muy famosa en el centro de la Ciudad de México, ha decidido poner a prueba el pan recién horneado que fabrica. Produce lotes de 10,000 panes de dulce diariamente. Para ello, requiere diseñar un Plan de Muestreo de Aceptación, por lo que contrata a uno de ustedes.

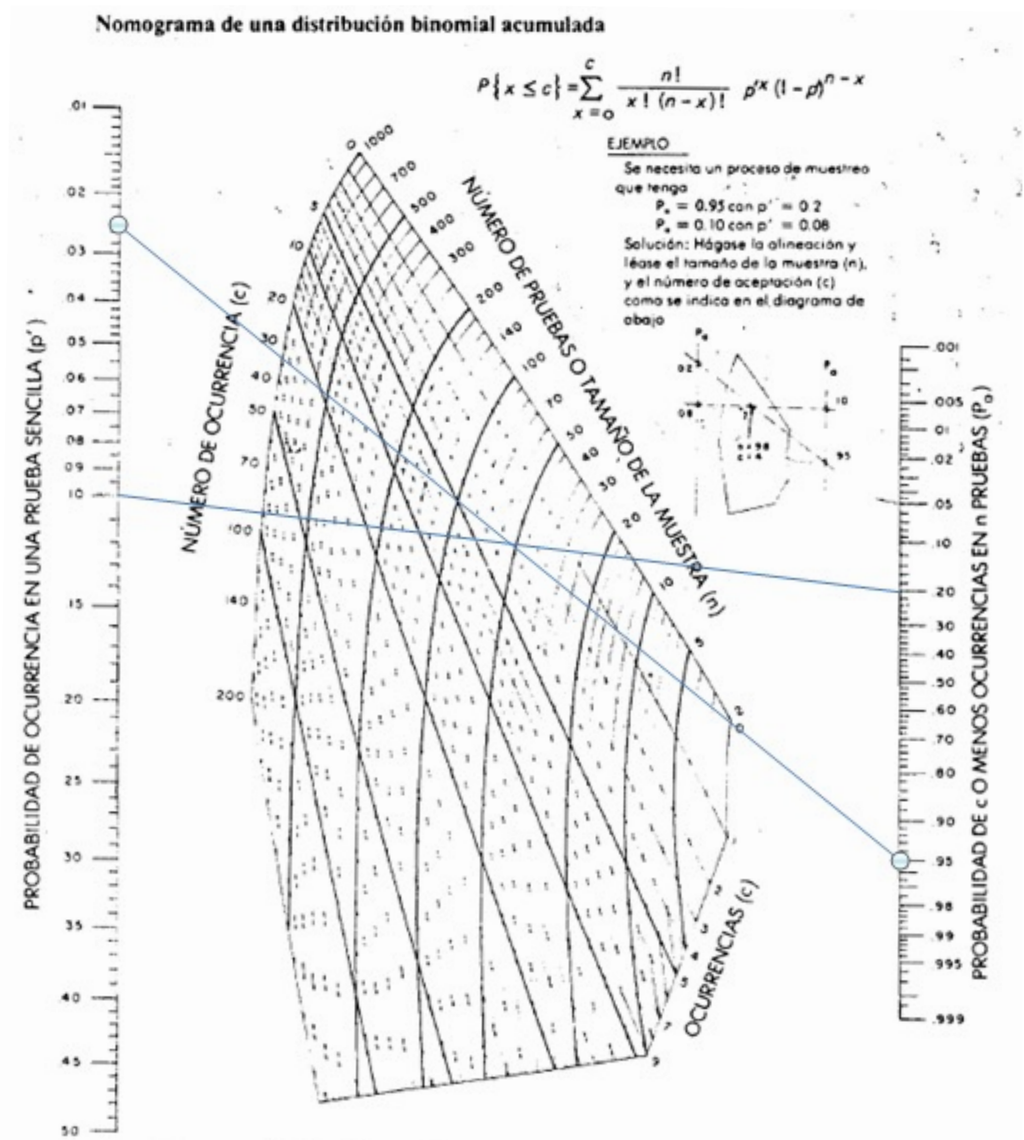
a. Qué plan de muestreo de aceptación le recomendaría? Considere que se trata de una prueba destructiva y el tamaño de muestra no debe ser muy grande.

Primero, habría que definir qué características se medirán: sabor, presentación, caducidad, contenido nutritivo, etcétera. Por lo anterior, utilizaría un plan de muestreo por atributos simple (por sencillez), ya que son varias características. Cada producto verificado se clasificará como defectuoso o no defectuoso, con base en las anteriores características citadas. Además, como la prueba de sabor es destructiva, el tamaño de muestra deberá ser pequeño, por lo cual, utilizaría un nivel de inspección S-4 o cuando mucho nivel de inspección general I; el nivel de calidad aceptable lo fijaría en 2.5 % o máximo 4 %.

b. Diseñe un plan de muestreo de aceptación por atributos simple, utilizando el nomograma binomial, de tal forma que la Curva Característica de Operación pase por los siguientes puntos: (0.025, 0.95), (0.10, 0.20).

Solución, del nomograma binomial que se muestra a continuación, $n = 55$ y $Ac = 3$:

Figura 60. Aplicación del nomograma binomial
Aplicación del nomograma binomial, tomado del libro *Control de Calidad y Estadística Industrial* de Acheson J. Duncan, Editorial Alfaomega, 1996.



NOTA: Si p' es menor de 0.01, colóquese kp' en la escala p' y n/k en la escala n, donde $k = 0.01/p'$, redondeando hacia arriba en forma conveniente. Nomograma reproducido con permiso de Harry R. Larson. "A Nomograph of the Cumulative Binomial Distribution", del *Western Electric Engineer*, Abril 1965.

c. Diseñe un plan de muestreo de aceptación por atributos simple, para artículos defectuosos, utilizando la norma MIL-STD-105E, y usando un Nivel de Inspección S-4 y general I, con un nivel de calidad aceptable $NCA = 2.5\,\%$ y $4\,\%$.

Tamaño del lote $N =$ 10,000
Nivel de inspección NI= S – 4 y I
$NCA =$ 2.5 % y 4 %

Letra Código= G y J, como se puede apreciar en la siguiente tabla:

Tabla 34. Para selección de la letra código

Tamaño del lote o conjunto			Niveles especiales de inspección				Niveles generales de inspección		
			S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2	a	8	A	A	A	A	A	A	B
9	a	15	A	A	A	A	A	B	C
16	a	25	A	A	B	B	B	C	D
26	a	50	A	B	B	C	C	D	E
51	a	90	B	B	C	C	C	E	F
91	a	150	B	B	C	D	D	F	G
151	a	280	B	C	D	E	E	G	H
281	a	500	B	C	D	E	F	H	J
501	a	1 200	C	C	E	F	G	J	K
1 201	a	3 200	C	D	E	G	H	K	L
3 201	a	10 000	C	D	F	G	J	L	M
10 001	a	35 000	C	D	F	H	K	M	N
35 001	a	150 000	D	E	G	J	L	N	P
150 001	a	500 000	D	E	G	J	M	P	Q
500 001	y	más	D	E	H	K	N	Q	R

Tabla de la MIL-STD-105D, tomada del libro *Control de Calidad y Estadística Industrial* de Acheson J. Duncan, Editorial Alfaomega, 1996.

Para Letra código G y $NCA = 2.5\,\%$, vea como ejemplo las siguientes tablas:

Tabla 35. Para Muestreo por Atributos, Inspección Normal

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)														
		0.010	0.015	0.025	0.040	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5
		Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re	Ac Re
A	2	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑
C	5	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓
D	8	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2
E	13	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3
F	20	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4
G	32	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6
H	50	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8
J	80	↓	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11
K	125	↓	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15
L	200	↓	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22
M	315	↓	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑
N	500	↓	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑
P	800	↓	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑
Q	1250	0 1	↑	↓	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑
R	2000	↑	↑	1 2	2 3	3 4	5 6	7 8	10 11	14 15	21 22	↑	↑	↑	↑	↑

Tablas de la MIL-STD-105D, tomadas del libro *Control de Calidad y Estadística Industrial* de Acheson J. Duncan, Editorial Alfaomega, 1996.

Los resultados se muestran en las tablas siguientes:

Tabla 36.

Letra G, *NCA*= 2.5%			
Inspección	*n*	*Ac*	*Re*
Normal	32	2	3
Estricta	32	1	2
Reducida	13	1	3

Letra G, *NCA*= 4.0%			
Inspección	*n*	*Ac*	*Re*
Normal	32	3	4
Estricta	32	2	3
Reducida	13	1	4

Letra J, *NCA*= 2.5%			
Inspección	*n*	*Ac*	*Re*
Normal	80	5	6
Estricta	80	3	4
Reducida	32	2	5

Letra J, *NCA*= 2.5%			
Inspección	*n*	*Ac*	*Re*
Normal	80	7	8
Estricta	80	5	6
Reducida	32	3	6

d. Trace las Curvas Características de Operación del plan diseñado en el inciso (b), y los diseñados para inspección normal del inciso (c); a continuación, describa cómo los percibe.

Se utilizará Excel, con la distribución hipergeométrica, utilizando la siguiente fórmula para calcular las probabilidades en cada caso:

DISTR.HIPERGEOM.N(Ac, n, D, N, Verdadero)

En donde:

$Ac =$ Máximo número de artículos defectuosos que se pueden aceptar como defectuosos en la muestra.

$n =$ Tamaño de la muestra.

D= Número de defectuosos en el lote. Como se trata de un número entero que puede tomar valores desde cero hasta *n*, se calcula como $D = \text{Entero}\left(p * N\right)$, en donde p es la fracción defectuosa en el lote, que puede tomar valores desde cero hasta uno.

$N =$ Tamaño del lote.

El último valor se refiere a si se va a calcular la probabilidad acumulada para $x \leq Ac$, para lo cual se debe indicar Verdadero o uno, y si sólo se va a calcular la probabilidad para $x = Ac$ se toma el valor Falso o cero. Para el caso de esta probabilidad siempre se toma la acumulada. El cálculo para los diferentes tipos de planes de muestreo, con inspección normal, arroja los siguientes resultados:

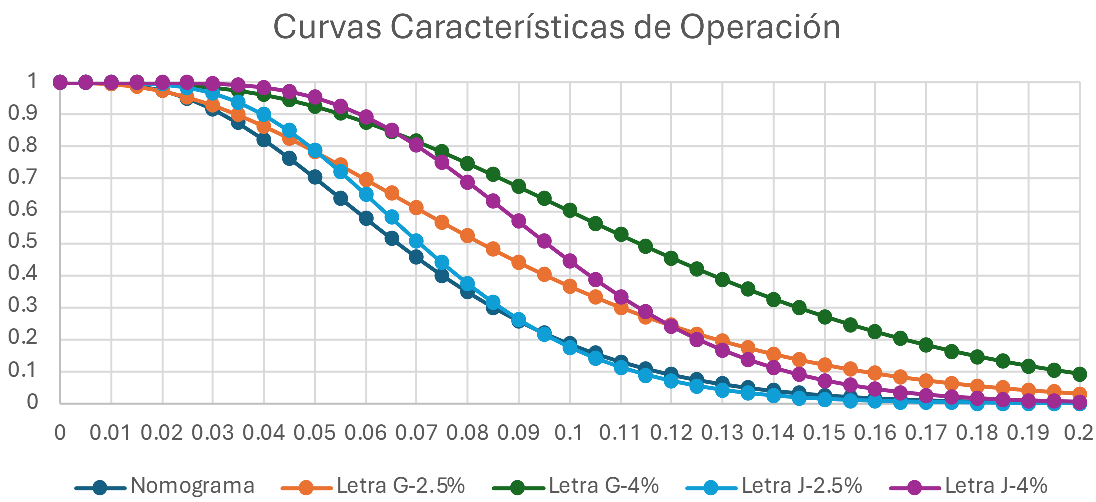
Tabla 37.

Plan	Nomograma	Letra G-2.5%	Letra G-4%	Letra J-2.5%	Letra J-4%
$N =$	10000	10000	10000	10000	10000
$n =$	55	32	32	80	80
$Ac =$	3	2	3	5	7
$Re =$	4	3	4	6	8

p	Nomograma	Letra G-2.5%	Letra G-4%	Letra J-2.5%	Letra J-4%
0.000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000	1.000000
0.005	0.999844	0.999473	0.999982	0.999997	1.000000
0.010	0.997827	0.996100	0.999727	0.999858	0.999999
0.015	0.990828	0.988065	0.998739	0.998757	0.999975
0.020	0.976044	0.974464	0.996399	0.994770	0.999812
0.025	0.951797	0.955050	0.992090	0.985194	0.999163
0.030	0.917665	0.930032	0.985270	0.967299	0.997340
0.035	0.874294	0.899916	0.975516	0.939070	0.993281
0.040	0.823088	0.865395	0.962544	0.899643	0.985649
0.045	0.765892	0.827252	0.946211	0.849421	0.973018
0.050	0.704721	0.786304	0.926505	0.789894	0.954098
0.055	0.641549	0.743352	0.903531	0.723321	0.927943
0.060	0.578171	0.699150	0.877493	0.652352	0.894104
0.065	0.516113	0.654387	0.848671	0.579684	0.852684
0.070	0.456600	0.609671	0.817403	0.507796	0.804327
0.075	0.400549	0.565532	0.784066	0.438770	0.750133
0.080	0.348590	0.522413	0.749058	0.374202	0.691526
0.085	0.301097	0.480676	0.712783	0.315188	0.630114
0.090	0.258230	0.440610	0.675642	0.262358	0.567545
0.095	0.219976	0.402431	0.638017	0.215938	0.505385
0.100	0.186192	0.366297	0.600268	0.175838	0.445024
0.105	0.156638	0.332308	0.562727	0.141732	0.387616
0.110	0.131009	0.300518	0.525691	0.113134	0.334045
0.115	0.108964	0.270941	0.489422	0.089471	0.284923
0.120	0.090146	0.243555	0.454147	0.070131	0.240606
0.125	0.074195	0.218316	0.420056	0.054504	0.201223
0.130	0.060765	0.195153	0.387304	0.042013	0.166714
0.135	0.049528	0.173983	0.356012	0.032130	0.136873
0.140	0.040183	0.154706	0.326271	0.024385	0.111388
0.145	0.032456	0.137218	0.298143	0.018372	0.089877
0.15	0.026100	0.121407	0.271663	0.013743	0.071921
0.155	0.020900	0.107160	0.246846	0.010210	0.057091
0.160	0.016667	0.094363	0.223685	0.007534	0.044965
0.165	0.013238	0.082902	0.202156	0.005523	0.035146
0.170	0.010472	0.072669	0.182221	0.004023	0.027268
0.175	0.008253	0.063557	0.163830	0.002913	0.021003
0.180	0.006479	0.055467	0.146923	0.002096	0.016063
0.185	0.005067	0.048302	0.131434	0.001499	0.012201
0.190	0.003949	0.041974	0.117291	0.001066	0.009204
0.195	0.003066	0.036398	0.104417	0.000754	0.006898
0.200	0.002372	0.031498	0.092737	0.000530	0.005136

La gráfica de las Curvas Características de Operación, usando Excel, se muestra a continuación:

Figura 61. *CCO* del plan diseñado en el inciso (b)



Como se puede apreciar de las *CCO* anteriores, el plan de muestreo más estricto es el diseñado con el nomograma, el plan más adecuado parece ser el del nivel de inspección I, con $NCA = 2.5\,\%$. El plan de muestreo más laxo resulta ser el del nivel de inspección S-4 con $NCA = 4.0\,\%$

e. Para el Plan de Muestreo de Aceptación con Inspección Normal, para $NI = I$ con $NCA = 2.5\,\%$, calcule i) la probabilidad de rechazar un lote con 2.5 % de defectuosos; ii) la probabilidad de aceptar un lote con 10 % de defectuosos; iii) para qué porcentaje defectuoso la probabilidad de aceptación es del 20 %.

De los datos calculados anteriormente, o de la gráfica anterior, se puede apreciar que:

i. $p\left(x \le Ac,\ p = 2.5\,\%\right) = 1 - \alpha = \ 0.9852 \ \rightarrow \ \alpha = 1.48\,\%$, es adecuado.

ii. $p\left(x \le Ac,\ p = 10\,\%\right) = \ 0.1758 \ \rightarrow \ \beta = 17.58\,\%$

iii. $p = \ 0.2153 = 21.53\,\%$

f. Diseñe un plan de muestreo de aceptación por atributos doble, para artículos defectuosos, utilizando la norma MIL-STD-105E, y usando un Nivel de Inspección general I, con un nivel de calidad aceptable $NCA = 2.5\,\%$.

Tamaño del lote $N = 10{,}000$
Nivel de inspección $NI = I$
$NCA = 2.5\,\%$
Letra Código $= J$

Inspección	n_1	n_2	Ac_1	Re_1	Ac_2	Re_2
Normal	50	50	2	5	6	7
Estricta	50	50	1	4	4	5
Reducida	20	20	0	4	3	6

g. Grafique las Curvas Características de Operación, para los planes de muestreo de aceptación por atributos doble, del inciso anterior:

Para poder graficar la CCO de un plan de muestreo doble, primero se requiere analizar estadísticamente cómo calcular la probabilidad de aceptar un lote, para ello, observe el diagrama de árbol que se muestra a continuación:

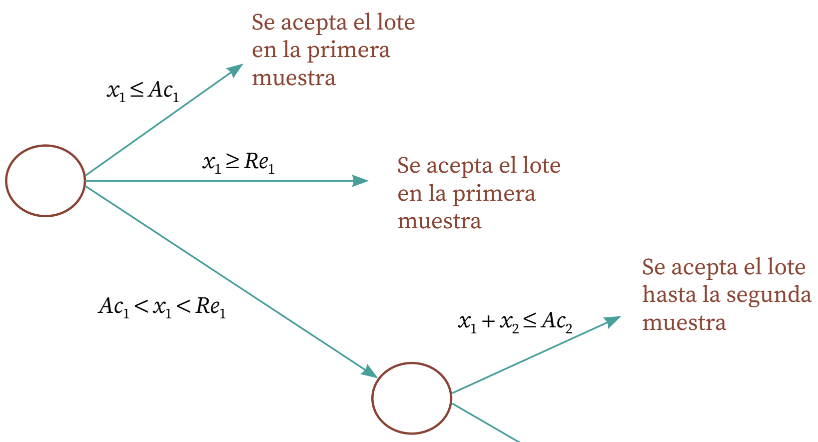


Figura 62. Criterios de aceptación de un lote para un plan de muestreo por atributos doble

La fórmula para calcular la probabilidad de aceptar un lote, en primera o segunda muestra, sería la siguiente:

$$\beta = p\left(x_1 \leq Ac_1\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq Ac_2 \mid Ac_1 < x_1 < Re_1\right)\, p\left(Ac_1 < x_1 < Re_1\right)$$

Para el ejemplo:

$$\beta_1 = p\left(x_1 \leq 2\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq 6 \mid x_1 = 3\right)\, p\left(x_1 = 3\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq 6 \mid x_1 = 4\right)\, p\left(x_1 = 4\right)$$

$$\beta_2 = p\left(x_1 \leq 1\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq 4 \mid x_1 = 2\right)\, p\left(x_1 = 2\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq 4 \mid x_1 = 3\right)\, p\left(x_1 = 3\right)$$

$$\begin{aligned}\beta_3 = {} & p\left(x_1 \leq 0\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq 5 \mid x_1 = 1\right)\, p\left(x_1 = 1\right) \\ & + p\left(x_1 + x_2 \leq 5 \mid x_1 = 2\right)\, p\left(x_1 = 2\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq 5 \mid x_1 = 3\right)\, p\left(x_1 = 3\right) \\ & + p\left(x_1 + x_2 \leq 5 \mid x_1 = 4\right)\, p\left(x_1 = 4\right) + p\left(x_1 + x_2 \leq 5 \mid x_1 = 5\right)\, p\left(x_1 = 5\right)\end{aligned}$$

Para el caso de la inspección reducida, recuerde que si se rebasa el número de aceptación sin alcanzar el número de rechazo, el lote se acepta, pero el siguiente lote se inspecciona con normal, por ello va a notar que la fórmula contiene más términos.

Tabla 38.

Plan	Normal simple	Normal doble	Estricto doble	Reducido doble
$N =$	10000	10000	10000	10000
$n1 =$	80	50	50	50
$n2 =$		50	50	50
$Ac1 =$	5	2	1	0
$Re1 =$	6	6	4	3
$Ac2 =$		5	4	4
$Re2 =$		7	5	6

p	Normal simple	Normal doble	Estricto doble	Reducido doble
0.000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
0.005	1.0000	1.0000	0.9994	1.0000
0.010	0.9999	0.9995	0.9894	0.9991
0.015	0.9988	0.9960	0.9538	0.9934
0.020	0.9948	0.9838	0.8861	0.9766
0.025	0.9852	0.9569	0.7929	0.9431
0.030	0.9673	0.9122	0.6866	0.8913
0.035	0.9391	0.8508	0.5794	0.8236
0.040	0.8996	0.7766	0.4796	0.7450
0.045	0.8494	0.6955	0.3918	0.6615
0.050	0.7899	0.6127	0.3173	0.5784
0.055	0.7233	0.5327	0.2556	0.5000
0.060	0.6524	0.4582	0.2053	0.4289
0.065	0.5797	0.3909	0.1646	0.3663
0.070	0.5078	0.3314	0.1318	0.3126
0.075	0.4388	0.2795	0.1054	0.2672
0.080	0.3742	0.2347	0.0842	0.2291
0.085	0.3152	0.1963	0.0672	0.1974
0.090	0.2624	0.1636	0.0535	0.1709
0.095	0.2159	0.1359	0.0425	0.1488
0.100	0.1758	0.1125	0.0337	0.1302
0.105	0.1417	0.0928	0.0266	0.1143
0.110	0.1131	0.0763	0.0210	0.1008
0.115	0.0895	0.0625	0.0165	0.0891
0.120	0.0701	0.0510	0.0130	0.0789
0.125	0.0545	0.0415	0.0101	0.0700
0.130	0.0420	0.0336	0.0079	0.0621
0.135	0.0321	0.0272	0.0062	0.0552
0.140	0.0244	0.0219	0.0048	0.0490
0.145	0.0184	0.0175	0.0037	0.0436
0.15	0.0137	0.0140	0.0029	0.0387
0.155	0.0102	0.0112	0.0022	0.0344
0.16	0.0075	0.0089	0.0017	0.0305
0.165	0.0055	0.0070	0.0013	0.0271
0.17	0.0040	0.0055	0.0010	0.0240
0.175	0.0029	0.0044	0.0008	0.0213
0.18	0.0021	0.0034	0.0006	0.0188
0.185	0.0015	0.0027	0.0004	0.0166
0.19	0.0011	0.0021	0.0003	0.0147
0.195	0.0008	0.0016	0.0002	0.0130
0.2	0.0005	0.0013	0.0002	0.0115

La gráfica de las Curvas Características de Operación, usando Excel, se muestra a continuación:

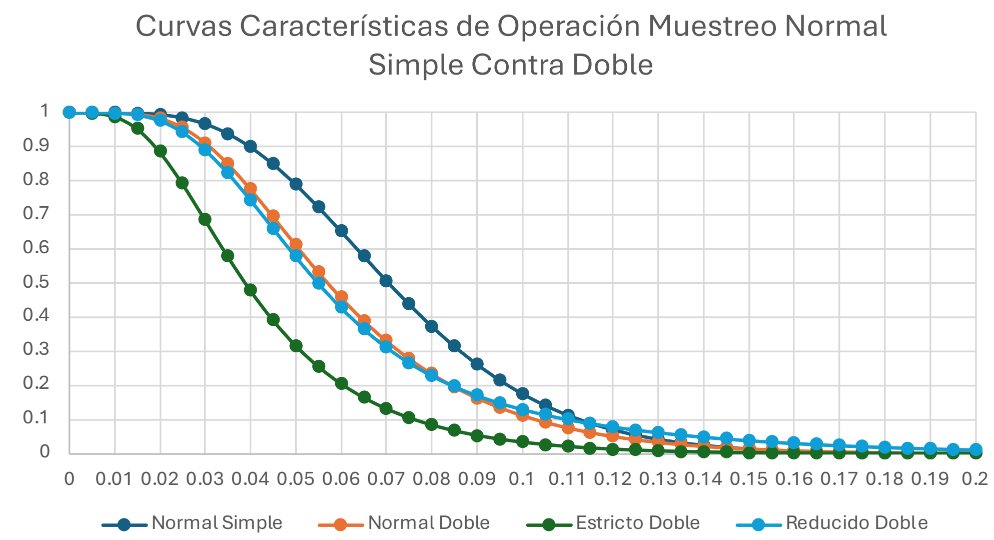


Figura 62. *CCO* para un plan de muestreo doble

Problema 26. La gasolinera de la UNAM, ubicada en Av. Universidad, enfrente de Ciudad Universitaria, ha decidido poner a prueba los litros de gasolina que ofrece. Vende cerca de 20,000 litros diariamente. Para ello, requiere diseñar un Plan de Muestreo de Aceptación, contrata a uno de ustedes.

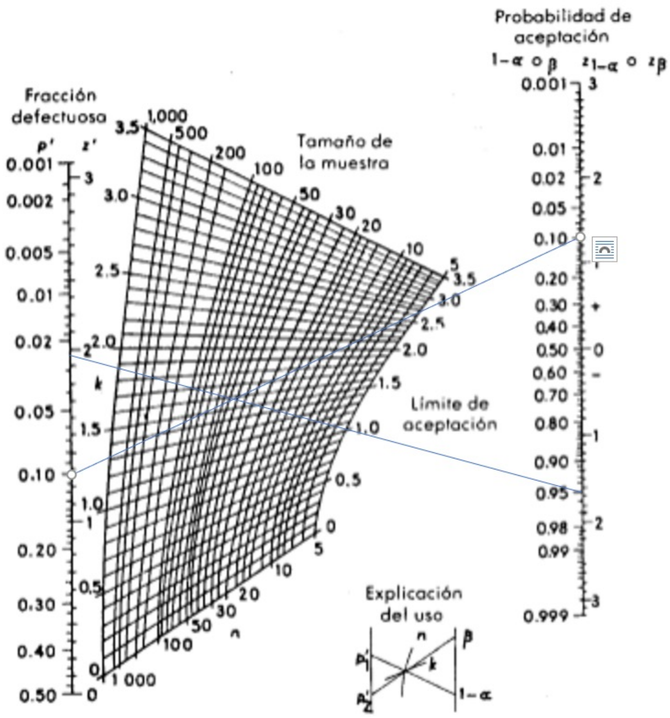
a. ¿Qué plan de muestreo de aceptación le recomendaría? Considere que la característica que se mide es el volumen real de gasolina despachado por cada 20 litros vendidos. Para ello, utiliza una jarra de 20 litros como patrón de comparación. Las especificaciones establecen que el volumen despachado debe estar entre 19.95 y 20.05 litros.

Primero, la característica de calidad a inspeccionar es única y es medible numéricamente, por lo cual conviene usar un plan de muestreo por variables. Es recomendable basarse en una norma de carácter internacional, por lo cual recomendaría aplicar la norma MIL-STD-414. Por otra parte, como no conozco la desviación estándar del proceso, utilizaría el método de la variabilidad desconocida y dado que las especificaciones son de dos colas, aplicaría el método de la *M*.

b. Aplique el nomograma normal para diseñar un plan de muestreo de aceptación, con el método de la k, suponiendo que sólo se fija un límite inferior de especificación $LIE = 19.95$, de tal forma que la Curva Característica de Operación pase por los siguientes puntos: (0.025, 0.95), (0.10, 0.10).

Solución, del nomograma normal que se muestra a continuación, $n = 43$ y $k = 1.58$:

Figura 63. Nomograma Normal



c. Diseñe un plan de muestreo de aceptación, utilizando R, suponiendo que solo se fija un límite inferior de especificación $LIE = 19.95$, de tal forma que la Curva Característica de Operación pase por los siguientes puntos: (0.025, 0.95), (0.10, 0.10).

Se aplica R a continuación para resolver el problema, como se muestra en la figura 64, dando como resultado $n = 43$, $k = 1.587385$.

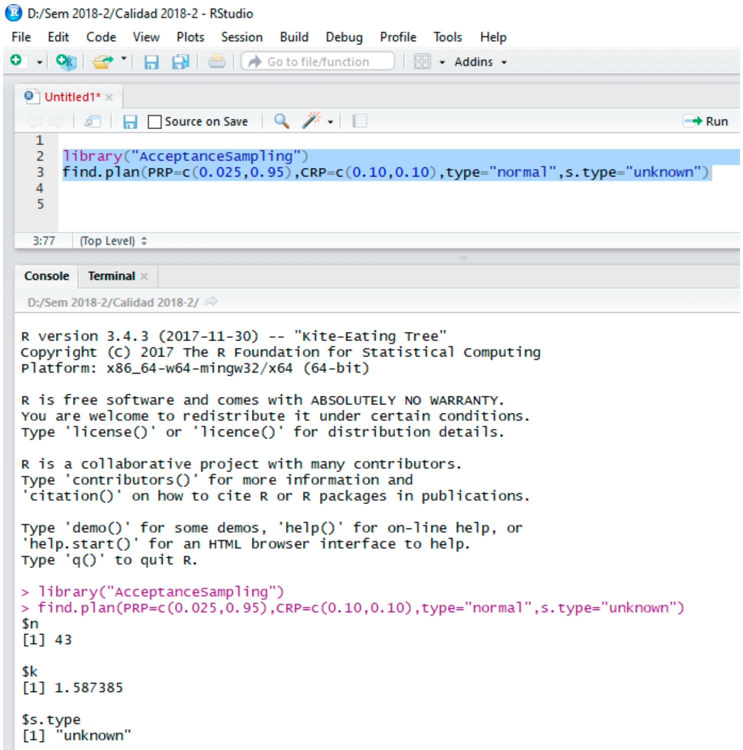


Figura 64. Solución, utilizando el lenguaje de desarrollo R

Solución, utilizando el lenguaje de desarrollo R, del problema de diseño de un plan de muestreo de aceptación, para el cual se plantea que para una fracción defectuosa en el lote igual a $p_1 = NCA = 0.025$ la probabilidad de su aceptación sea $\alpha = 0.95$, y que para un $p_2 = PDNTL = 0.10$ la probabilidad de su aceptación sea $\beta = 0.10$.

d. Diseñe un plan de muestreo de aceptación, utilizando Minitab, suponiendo que solo se fija un límite inferior de especificación $LIE = 19.95$, de tal forma que la Curva Característica de Operación pase por los siguientes puntos: (0.025, 0.95), (0.10, 0.20).

Para usar Minitab, entra uno a la pantalla inicial de Minitab, en el menú que dice Stat da click, luego en el submenú que dice Quality tools, posteriormente en el submenú que dice *Acceptance sampling by variables* y finalmente en el submenú que dice *Create/Compare*, como se muestra en la figura 65.

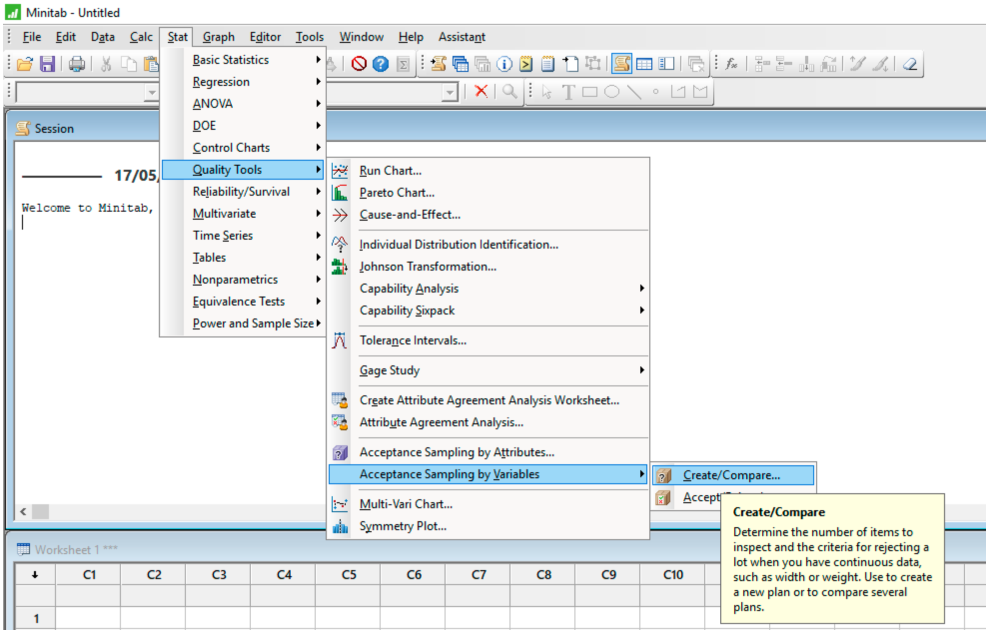


Figura 65. Ingreso a Minitab para diseñar un plan por variables por el método de la k

Aparece la pantalla que se muestra en la figura 66, en la cual deberá elegirse *Create a Sampling Plan* (por default); luego elegir *Percent defective* (por default); donde dice *Acceptable quality level* (*AQL*) teclear 2.5 (está en % por el menú elegido anteriormente); donde dice *Rejectable quality level* (*RQL* or *LTPD*) teclear 10 (está en % por el menú elegido anteriormente); en *Lower spec* teclear 19.95; el problema no indica que exista un límite superior de especificación, por lo que no se considera y se deja en blanco la casilla que dice *Upper spec*; no se indica una *Historial standard deviation*, quedando en blanco, ni tampoco el tamaño del lote, quedando *Lot size* en blanco (se considera infinito).

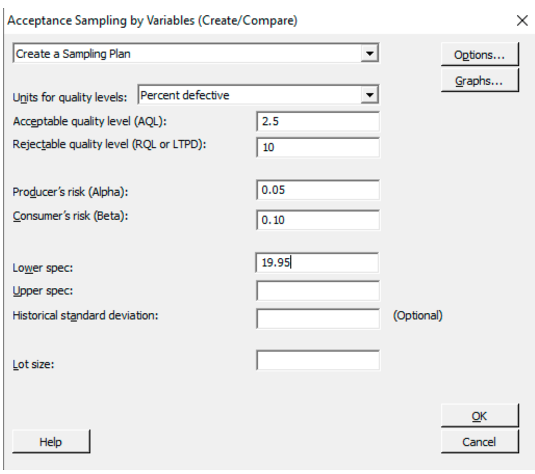


Figura 66.

1
2
3
4
5
6
7
8
9
PROBLEMAS PROPUESTOS
BIBLIOGRAFÍA

Después de dar click en la casilla que dice Ok, aparece la pantalla de respuesta que se indica en la figura 67.

Como se puede apreciar en la figura 67, la respuesta es $n = 42$, $k = 1.57865$.

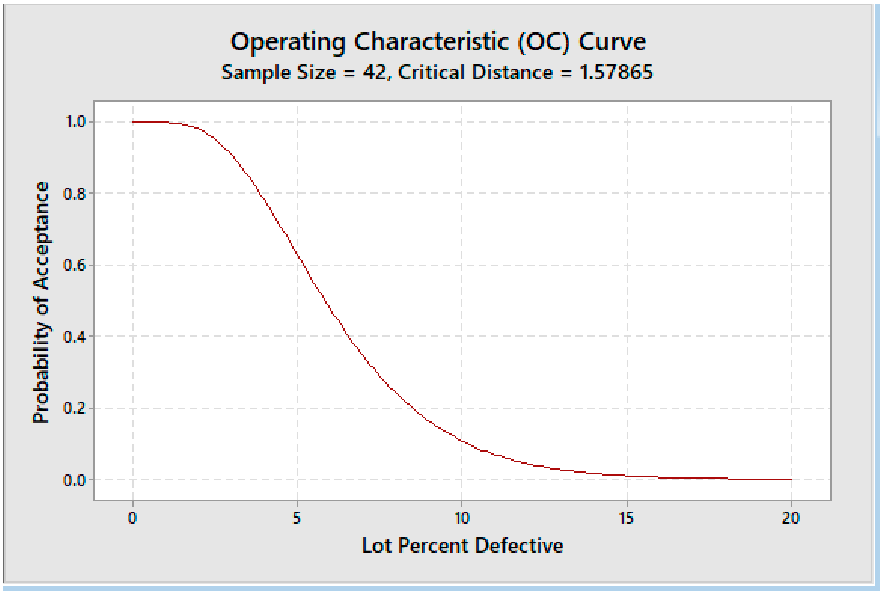


Figura 67. Diseño de un plan de muestreo por variables, por el método de la k, para (0.025, 0.05), (0.10, 0.10), utilizando Minitab

e. Diseñe un plan de muestreo de aceptación, utilizando la norma MIL-STD-414, con un Nivel de Inspección III y un nivel de calidad aceptable $NCA = 2.5\,\%$. ¿Se aplicaría el método de la k o el método de la M?. Fundamente su respuesta.

$N = 1,000$ (aunque son 20,000 litros, la jarra medidora es de 20 litros).
$NI = III$
$NCA = 2.5\,\%$

De la tabla que se muestra a continuación, la letra código es I:

Tabla 39.

Tamaño del lote o conjunto			Niveles de inspección				
			I	II	III	IV	V
3	a	8	B	B	B	B	C
9	a	15	B	B	B	B	D
16	a	25	B	B	B	C	E
26	a	40	B	B	B	D	F
41	a	65	B	B	C	E	G
66	a	110	B	B	D	F	H
111	a	180	B	C	E	G	I
181	a	300	B	D	F	H	J
301	a	500	C	E	G	I	K
501	a	800	D	F	H	J	L
801	a	1 300	E	G	I	K	L
1 301	a	3 200	F	H	J	L	M
3 201	a	8 000	G	I	L	M	N
8 001	a	22 000	H	J	M	N	O
22 001	y	110 000	I	K	N	O	P
110 001	y	550 000	I	K	O	P	Q
550 001	y	más	I	K	P	Q	Q

De la tabla MIL-STD-414 para el método de la k:

Tabla 40.

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)													
		0.04	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15
		k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k	k
B	3	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	1.12	0.958	0.765	0.566	0.341
C	4								1.45	1.34	1.17	1.01	0.814	0.617	0.393
D	5							1.65	1.53	1.40	1.24	1.07	0.874	0.675	0.455
E	7					2.00	1.88	1.75	1.62	1.50	1.33	1.15	0.955	0.755	0.636
F	10				2.24	2.11	1.98	1.84	1.72	1.58	1.41	1.23	1.03	0.828	0.611
G	15	2.64	2.53	2.42	2.32	2.20	2.06	1.91	1.79	1.65	1.47	1.30	1.09	0.886	0.664
H	20	2.69	2.58	2.47	2.36	2.24	2.11	1.96	1.82	1.69	1.51	1.33	1.12	0.917	0.695
I	25	2.72	2.61	2.50	2.40	2.26	2.14	1.98	1.85	1.72	1.53	1.35	1.14	0.936	0.712
J	30	2.73	2.61	2.51	2.41	2.28	2.15	2.00	1.86	1.73	1.55	1.36	1.15	0.946	0.723
K	35	2.77	2.65	2.54	2.45	2.31	2.18	2.03	1.89	1.76	1.57	1.39	2.28	0.969	0.745
L	40	2.77	2.66	2.55	2.44	2.31	2.18	2.03	1.89	1.76	1.58	1.39	1.18	0.971	0.746

De la tabla MIL-STD-414 para el método de la M:

Tabla 41.

Letra código del tamaño de la muestra	Tamaño de la muestra	Niveles aceptables de calidad (inspección normal)													
		0.04	0.065	0.10	0.15	0.25	0.40	0.65	1.0	1.5	2.5	4.0	6.5	10	15
		M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M	M
B	3										7.59	18.86	26.94	33.69	40.47
C	4								1.53	5.50	10.92	16.45	22.86	29.45	36.90
D	5							1.33	3.32	5.83	9.80	14.39	20.19	26.56	33.99
E	7					0.422	1.06	2.14	3.55	5.35	8.40	12.20	17.35	23.29	30.50
F	10				0.349	0.716	1.30	2.17	3.26	4.77	7.29	10.54	15.17	20.74	27.57
G	15	0.099	0.186	0.312	0.503	0.818	1.31	2.11	3.05	4.31	6.56	9.46	13.71	18.94	25.61
H	20	0.135	0.228	0.365	0.544	0.846	1.29	2.05	2.95	4.09	6.17	8.92	12.99	18.03	24.53
I	25	0.155	0.250	0.380	0.551	0.877	1.29	2.00	2.86	3.97	5.97	8.63	12.57	17.51	23.97
J	30	0.179	0.280	0.413	0.581	0.879	1.29	1.98	2.83	3.91	5.86	8.47	12.36	17.24	23.58
K	35	0.170	0.264	0.388	0.535	0.847	1.23	1.82	2.68	3.70	5.57	8.10	11.87	16.65	22.91
L	40	0.179	0.275	0.401	0.566	0.873	1.26	1.88	2.71	3.72	5.58	8.09	11.85	16.61	22.86

El plan de muestreo diseñado, utilizando uno de los dos métodos, tiene los siguientes valores:

Inspección	n	k	M
Normal	25	1.53	5.97
Estricta	25	1.72	3.97

f. Suponga que a lo largo del día se tomaron 25 mediciones con la jarra de 20 litros, la cual tiene una escala hasta milésimas de litro, y se obtuvieron los siguientes valores:

19.995	19.977	20.009	19.981	20.008
19.992	20.001	19.938	19.969	19.994
19.983	19.963	19.962	19.990	20.023
19.990	19.959	19.977	19.962	19.982
19.964	19.979	19.968	19.959	20.007

Deberá aceptarse el lote si solo se cuenta con un límite inferior de especificación $LIE = 19.95$?

Como se trata de un solo límite de especificación, puede aplicarse el método de la k o el método de la M, se utilizará el primero:

$$\overline{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{i=n} x_i = 19.9813$$

$$S_{n-1} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{i=n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2} = 0.0199$$

$$z_0 = \frac{\overline{x} - LIE}{S_{n-1}} = \frac{19.9813 - 19.95}{0.0199} = 1.5718 > k = 1.53$$

Como se puede apreciar, si se está aplicando la inspección normal, el lote debe ser aceptado, pero en la inspección estricta deberá ser rechazado. La norma MIL-STD-414 establece que se empiece con la inspección normal, por lo que el lote debe ser aceptado.

¿Deberá aceptarse el lote si se cuenta con ambos límites de especificación de 19.95 a 20.05 litros?

Como se trata de límites de especificación de dos colas, el único método que puede aplicarse es el método de la M:

Primer paso, se calculan la media y la desviación estándar, ya se hizo anteriormente.

Segundo paso, se calculan Q_{LIE} y Q_{LSE}, de la siguiente forma:

$$Q_{LIE} = \frac{\overline{x} - LIE}{S_{n-1}} = \frac{19.9813 - 19.95}{0.0199} = 1.5718$$

$$Q_{LSE} = \frac{LSE - \overline{x}}{S_{n-1}} = \frac{20.05 - 19.9813}{0.0199} = 3.4531$$

Con los valores anteriores y con el tamaño de muestra, se obtienen p_{LIE} y p_{LSE} utilizando el nomograma que se muestra a continuación:

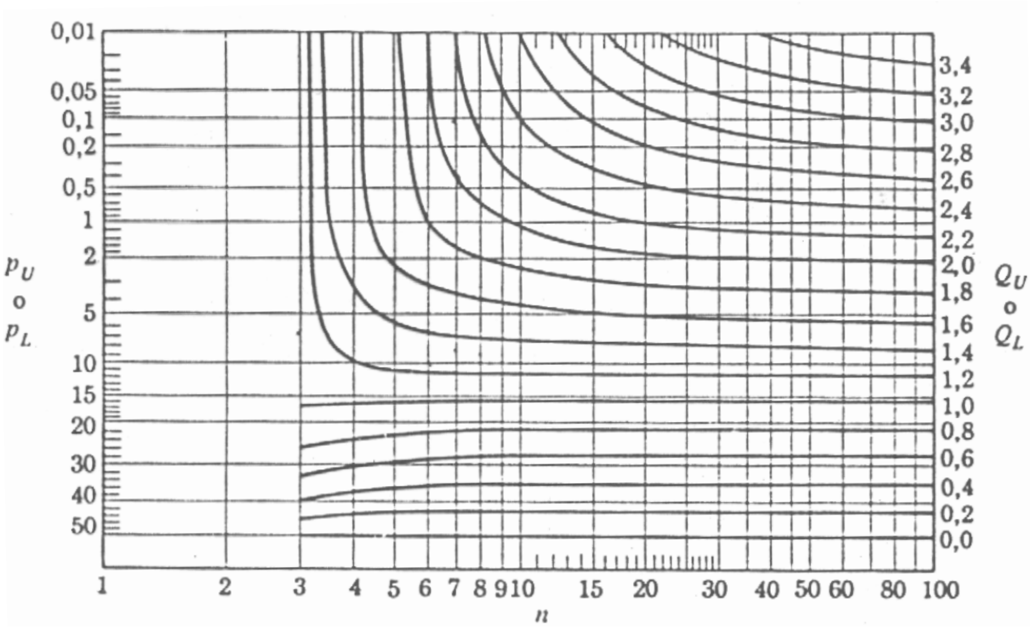


Figura 68.

Para $Q_{LIE} = 1.57$ y $n = 25$ se puede apreciar del nomograma anterior que $p_{LIE} = 5.5$. Para $Q_{LSE} = 3.45$ y $n = 25$ se puede observar que $p_{LSE} = 0$.

El porcentaje defectuoso total es $p_T = p_{LIE} + p_{LSE} = 5.5 < M = 5.97$

Como se puede apreciar, si se está aplicando la inspección normal, el lote debe ser aceptado, pero en la inspección estricta deberá ser rechazado. La norma MIL-STD-414 establece que se empiece con la inspección normal, por lo que el lote debe ser aceptado.

Problemas propuestos

1. Explique a detalle qué es el muestreo de aceptación y para qué se utiliza.

2. Realice una clasificación lo más completa posible de los tipos de muestreo de aceptación que existen.

3. Realice un mapa conceptual de todos los tipos de muestreo de aceptación que existen.

4. Describa qué ventajas y qué desventajas presenta el muestreo de aceptación contra la inspección al 100 %. Asimismo, haga la comparación con otros tipos de decisión como la certificación de productos o los registros de capacidad de proceso y de inspección de un proveedor.

5. Explique las diferencias, similitudes, ventajas y desventajas que existen entre el muestreo de aceptación por atributos simple, doble, múltiple, secuencial y continuo.

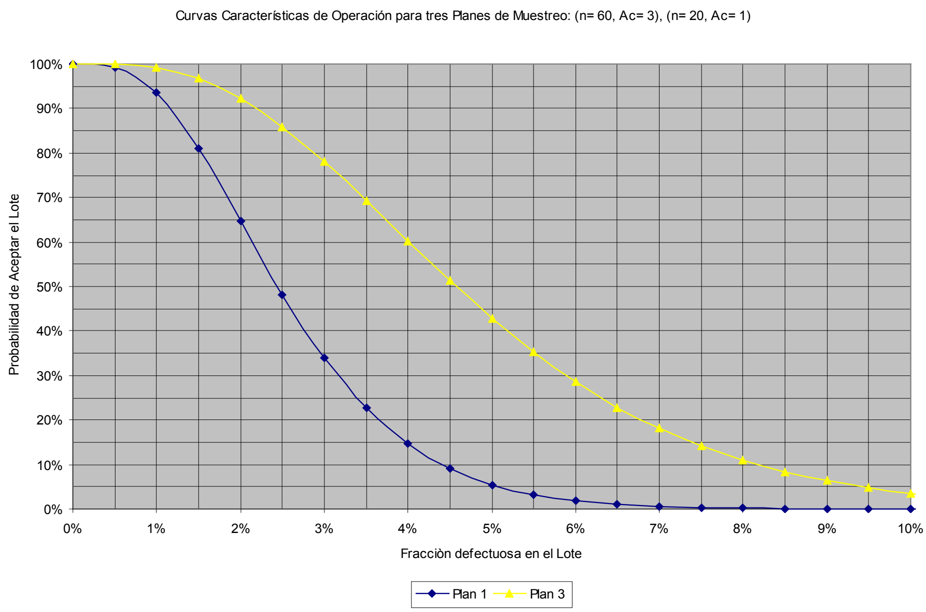
6. Construideas S. A. de C. V. tiene un proveedor de paneles acústicos, el cual entrega lotes de $N = 500$ de ellos, y al que se le aplica el siguiente Plan de Muestreo: I) se obtiene aleatoriamente una muestra de tamaño igual al 8 % del tamaño del lote; II) se inspeccionan los paneles de la muestra y se separan los defectuosos de los no defectuosos; III) si el 5 % o menos de los artículos de la muestra son defectuosos entonces se acepta el lote, de lo contrario, se rechaza el lote.

a. Para $N = 500$, a un nivel II de inspección y con un *NCA* del 2.5 %, obtenga un plan de muestreo por atributos, simple, para inspección normal, utilizando la norma MIL-STD-105E.

b. Grafique las Curvas Características de los dos planes de muestreo descritos en los dos párrafos anteriores, el del título y el del plan de muestreo diseñado con la norma MIL-STD-105E.

c. ¿Cuál de los dos planes de muestreo descritos en los dos primeros párrafos, el del título y el del plan de muestreo diseñado con la norma MIL-STD-105E, es mejor desde el punto de vista estadístico?

7. En la siguiente gráfica se muestran las curvas características de operación de dos planes de muestreo de aceptación simple por atributos.



a. Estime el nivel de significancia a del Plan 1, para un $NCA = 2.5\%$.

b. Estime b del Plan 3, para un $PDTL = 5\%$.

c. ¿Para qué % defectuoso en el lote se tiene una probabilidad de aceptación del 10% en el plan 3?

d. Suponga que el tiempo que se lleva inspeccionar un artículo es de 15 minutos y solo se cuenta con un inspector de calidad que trabaja 8 horas al día, ¿Qué plan de muestreo recomendaría aplicar en este caso?, ¿qué desventajas tendría este plan?

8. Diseñe un plan de muestreo por atributos normal, estricto y reducido, para $N = 1500$, con un $NCA = 1.5\,\%$, utilizando la norma MIL-STD-105E.

9. Grafique las Curvas Características de Operación de los planes diseñados en el problema 8.

10. Grafique las calidades de salida promedio y las inspecciones promedio de salida para los planes diseñados en el problema 8.

11. Se diseñó un plan de muestreo simple, por atributos, con la norma MIL-STD-105E obteniendo los siguientes resultados:

Inspección	n	Ac	Re
Normal	200	3	4
Estricta	200	2	3
Reducida	80	1	4

En la fase de implantación de este plan de muestreo se aplicó una secuencia de muestreos, complete la siguiente tabla, de acuerdo con tal secuencia, como lo establece la norma MIL-STD-105E.

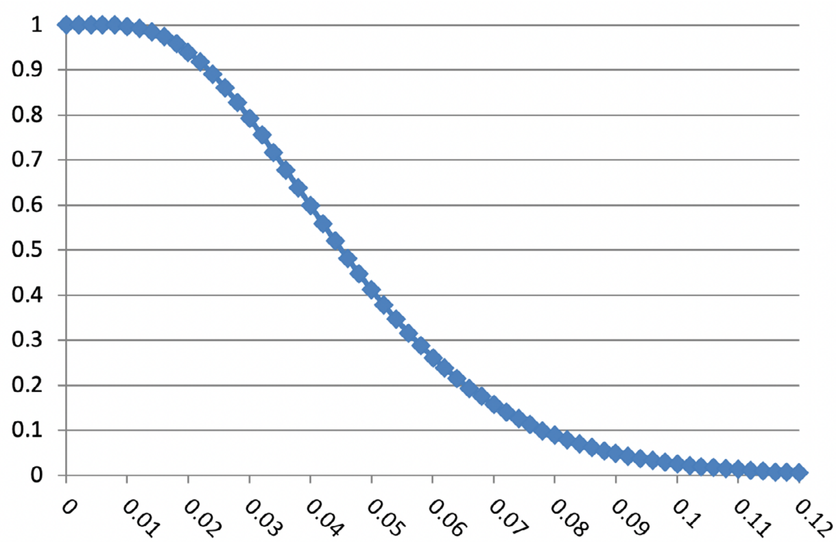
Lote	Defectuosos	Inspección aplicada	Disposición del lote
1	0	Reducida	Ac
2	1		
3	1		
4	2		
5	2		
6	2		
7	3		
8	4		
9	3		
10	4		
11	3		
12	2		
13	2		
14	2		
15	3		
16	1		
17	2		
18	3		
19	0		
20	4		

12. Diseñe planes de muestreo, simple y doble, por atributos, para inspección normal, estricta y reducida, para $N = 250$, con un nivel de inspección I y con un $NCA = 1\,\%$, utilizando la norma MIL-STD-105E. Suponga que la característica de inspección es única, que el límite inferior de especificación es 6.0 y que las lecturas obtenidas al aplicar el muestreo simple normal fueron: 5.0, 5.8, 5.6, 5.4, 5.6, 5.6, 5.8, 5.8, 5.9, 6.0, 6.0, 6.0, 5.8. ¿Deberá aceptarse el lote?

13. Se reciben lotes de $N = 1{,}000$ artículos y se desea diseñar un plan de muestreo de aceptación por atributos simple, usando la norma MIL-STD-105E, para un nivel de inspección II y un $NCA = 1.5\,\%$.

a. Diseñe dicho plan de muestreo para inspección normal, estricta y reducida.
b. Trace las CCO del plan de muestreo anterior.
c. Estime el nivel de significancia a, para la *CCO* de la inspección reducida.
d. Estime la probabilidad β, de aceptar un lote con 15% de defectuosos, para la *CCO* de la inspección reducida.

14. A continuación se muestra la *CCO* de un Plan de Muestreo Simple por Atributos, para un Lote con $N = 500$ artículos.



a. Estime la probabilidad de aceptar un lote con 15 defectuosos.
b. Para qué porcentaje defectuoso la probabilidad de aceptación sería del 10%.
c. Diseñe un plan de muestreo por atributos simple, usando la norma MIL-STD-105E que tenga la misma curva característica de operación para inspección normal, que la que se muestra en la gráfica, suponiendo que $n = 80$.

15. Elabore un plan de muestreo secuencial elemento por elemento, con $p'1 = 0.025$, $p'2 = 0.08$, $a = 0.05$ y $b = 0.08$.

16. Con el plan de muestreo del ejercicio 15, un inspector prueba 25 artículos sin encontrar uno solo defectuoso, ¿tendría que aceptar el lote antes de probar los 25 o tendría que continuar antes de tomar una decisión?, ¿tendría que tomar la decisión de rechazar el lote, si hubiera encontrado que las unidades muestrales 10, 15 y 20 estaban defectuosas?

17. Suponga que un proceso de manufactura opera en forma continua. Determine tres planes de muestreo por atributos con el método CSP-1 de Dodge para un $AOQL = 1.90$.

18. Para los planes de muestreo diseñados en el ejercicio 17, compare el desempeño de cada uno de ellos en términos de la fracción promedio inspeccionada antes de encontrar un artículo defectuoso, dado que el proceso se encuentra bajo control en un nivel promedio de defectuosos $p = 0.25\,\%$. Compare los planes en función de su curva característica de operación.

19. Un proveedor de maquinados envía un producto en lotes de tamaño $N = 7500$. Se plantea diseñar un plan de muestreo de aceptación con un $AOQL = 2.5\,\%$, para muestreo simple; se sospecha que el proveedor produce con un 1 % de defectuosos.

a. Diseñe un plan de muestreo con el método Dodge-Romig.
b. Obtenga la ATI para este plan.

c. Suponga que el promedio de defectuosos real del proveedor es 0.5%. ¿Qué plan de muestreo debe ser usado?, ¿cuál sería la reducción en la ATI al usar el plan correcto?

20. Diseñe un plan de muestreo por atributos normal y estricto, para $N = 1500$, con un $NCA = 1.5\,\%$, utilizando la norma MIL-STD-414. Suponga que se tiene un solo límite de especificación $LSE = 8.0$ y que al aplicar la inspección normal se obtiene una media muestral de 7.0, con una desviación estándar muestral de 1.0, ¿se deberá aceptar el lote?

21. Diseñe un plan de muestreo, simple por variables, normal y estricto, para $N = 250$, con un nivel de inspección III, con un $NCA = 1\,\%$, utilizando la norma MIL-STD-414, por el método de la k, para variabilidad desconocida. Suponga que la característica de inspección es única, que el límite inferior de especificación es 6.0 y que las lecturas obtenidas al aplicar el muestreo simple normal fueron: 5.0, 5.8, 5.6, 5.4, 5.6, 5.6, 5.8, 5.8, 5.9, 6.0, 6.0, 6.0, 5.8. ¿deberá aceptarse el lote?

22. Obtenga un plan de muestreo de aceptación simple, por fracción defectuosa, que se aproxime a los siguientes valores: $1 - \alpha = 60\,\%$, $\beta = 20\,\%$, $NCA = 10\,\%$ y $PDTL$=15 %.

23. Diseñe un plan de muestreo por variables para inspección normal y estricta para un tamaño de lote de 7500, nivel de inspección IV y un $NCA = 6.5\,\%$. Si después de realizar el muestreo, se obtiene una media muestral de 6500 y una varianza muestral de 110.28, ¿debe aceptarse el lote si el $LIE = 6350$? Si el $LSE = 6525$, ¿debe aceptarse o rechazarse el lote? Utilice el método de la M.

24. Suponga que un vendedor envía componentes en lotes de tamaño $N = 600$. Un plan de muestreo simple por atributos es aplicado al recibir el cliente los lotes, con $n = 20$ y $Ac = 2$.

a. Diseñe un Plan de Muestreo Simple, por atributos, para inspección normal, estricta y reducida, utilizando la MIL-STD-105E. Usted fije el nivel de inspección que se aplicará y el nivel de calidad aceptable, fundamentando su criterio.
b. Diseñe un Plan de Muestreo Doble, por atributos, para inspección normal, estricta y reducida, utilizando la MIL-STD-105E, utilizando el nivel de inspección y el nivel de calidad aceptable fijado en el inciso (a).
c. Diseñe un Plan de Muestreo por Variables, para inspección normal y estricta, utilizando la MIL-STD-414, utilizando el nivel de inspección y el nivel de calidad aceptable fijado en el inciso (a).
d. Suponga que llegó un lote y se aplicó el plan de muestreo señalado en el inciso (c), dando una media muestral de 0.72921 y una desviación estándar muestral de 0.01123; la característica de calidad que se está evaluando debe medir, según las especificaciones, al menos 0.70 gr/cm^3. ¿Debe aceptarse o rechazarse el lote?

25. Considere un producto que se compra semanalmente en lotes de tamaño $N =$ 500 artículos.

a. Diseñe un Plan de Muestreo por Atributos Simple, utilizando la Norma MIL–STD-105E, con un nivel de inspección $NI = S$-4 y con un $NCA =$ 1%.
b. Diseñe un Plan de Muestreo por Atributos Doble, utilizando la Norma MIL–STD 105E, con un nivel de inspección $NI = S$-4 y con un $NCA =$ 1 %.
c. Diseñe un Plan de Muestreo por Variables, utilizando la Norma MIL–STD -14, con un nivel de inspección $NI = II$ y con un $NCA =$ 1%.
d. Diseñe un Plan de Muestreo por Variables Simple, utilizando el nomograma normal para el muestreo por variables, que pase por los siguientes puntos: (0.01, 0.975) y (0.10, 0.075).
e. Estime el valor de alfa para un $NCA =$ 0.01 y el valor de beta para un $p =$ 0.075, para la inspección normal del plan de muestreo del inciso (a).

f. Para qué porcentaje defectuoso la probabilidad de aceptar el lote es de 90 %, al utilizar el plan de muestreo de inspección normal del inciso (a).

26. Suponga que un vendedor envía componentes en lotes de tamaño $N = 850$. Un plan de muestreo simple por atributos es aplicado al recibir el cliente los lotes, con $n = 85$ y $Ac = 2$.

a. Si se pretende dibujar la Curva Característica de Operación (*CCO*), ¿qué distribución de probabilidad usaría? Fundamente su respuesta.
b. ¿Qué criterios usaría para describir que tan "bueno" es el plan de muestreo aplicado?
c. ¿Qué probabilidad existe de aceptar un lote con un nivel de calidad de 5 %?
d. Para qué porcentaje defectuoso la probabilidad de aceptar el lote es de 20 %?

27. Suponga que la característica de calidad que se inspecciona en el ejercicio anterior es única y es medible, por lo cual puede ser usado un plan de muestreo por variables, para $N = 850$.

a. Diseñe un plan de muestreo por variables, para inspección normal e inspección estricta, utilizando la MIL_STD 414. Usted fije el nivel de inspección y el nivel de calidad aceptable que se aplicará, fundamentando su criterio.
b. Suponga que llegó un lote con $N = 850$ artículos y se tomó una muestra obteniéndose las siguientes mediciones:

0.73213	0.72033	0.74011	0.72949
0.72819	0.72582	0.74454	0.72911
0.74088	0.71864	0.73672	0.72930
0.72808	0.73789	0.70981	0.72931
0.71986	0.73487	0.72494	0.72905

0.74686	0.71150	0.72930	0.72923
0.71884	0.74323	0.72936	0.72922
0.72672	0.74771	0.72901	0.72919
0.70223	0.73512	0.72937	0.72914
0.72091	0.73557	0.72918	0.72939

La característica de calidad que se está evaluando debe medir, según las especificaciones, al menos 0.70 gr/cm^3. ¿Debe aceptarse o rechazarse el lote?

28. Una empresa constructora que se dedica a instalar baños públicos, requiere comprar mensualmente $N =$ 1,000 remaches de 4.8 mm de diámetro con una fuerza de remachado de 2400 Kgf.

a. Diseñe un plan de muestreo por atributos simple, con un nivel de inspección $NI = I$ y con un $NCA = 2.5\,\%$ para inspeccionar dichos remaches mensualmente y decidir si se aceptan o se rechazan los lotes, utilizando la norma MIL-STD-105E.
b. Grafique las curvas características de operación, *CCO*, de dichos planes de muestreo obtenidos en el inciso (a).
c. Para la *CCO* de inspección normal diseñada en el inciso (a), estime la probabilidad de rechazar un lote con 2.5% de defectuosos.
d. Para la *CCO* de inspección normal diseñada en el inciso (a), estime la probabilidad de aceptar un lote con 10% de defectuosos.
e. Para la *CCO* de inspección normal diseñada en el inciso (a), para qué porcentaje defectuoso la probabilidad de rechazar un lote es de 20%.
f. Diseñe un plan de muestreo por atributos doble, con un nivel de inspección $NI = I$ y con un $NCA = 2.5\,\%$ para inspeccionar dichos remaches mensualmente y decidir si se aceptan o se rechazan los lotes, utilizando la norma MIL-STD-105E.
g. Suponga que la única característica de calidad a inspeccionar, es el diámetro de los remaches, por lo cual se pretende usar un plan de muestreo por variables, con un nivel de inspección $NI = III$ y con un $NCA = 2.5\,\%$, utilizando la norma MIL–STD–414.

h. Para el inciso (g), suponga que se midió el diámetro de $n = 30$ remaches y los resultados fueron:

4.74	4.74	4.93	4.93	4.75
4.81	4.76	4.83	4.84	4.78
4.73	4.73	4.8	4.82	4.88
4.78	4.75	4.8	4.88	4.7
4.74	4.7	4.85	4.74	4.69
4.83	4.94	4.81	4.84	4.73

Suponga que la especificación indica una tolerancia de 4.8 ± 0.02, ¿debe aceptarse el lote?

Bibliografía

Kenneth S. Stephens. *The Handbook of Applied Acceptance Sampling.* ASQ Quality Press. 2018.

Edward G. Schilling y Dean V. Neubauer. *Acceptance Sampling in Quality Control.* CRC Press. 2017.

Galit Shmueli. *Practical Acceptance Sampling. A Hands–on Guide*. 2nd Edition. 2016.

Richard D. Irwin. *Acceptance Sampling Methods Used in Quality Control.* LAP Lambert Academic Publishing. 2010.

Montgomery Douglas C. *Introduction to Statistical Quality Control*, 6ª Edition, John Wiley and Sons. 2009.

Duncan, Acheson Jonhston. *Control de Calidad y Estadística Industrial.* Ed. Alfaomega, México. 1996.

Grant, Eugene L. y Leavenworth, Richard S. *Control Estadístico de Calidad.* Editorial CECSA, 2013.

Shewhart Walter A. *The Economic Control of Quality of Manufactured Product.* Van Nostrand Company, 1931.

J. M. Juran and F. M. Gryna. *Quality Control Handbook.* McGraw – Hill. 4ª edición, 1988.

Loren Walsh, Ralph Wurster y Raimond J. Kimber. *Quality Management Handbook.* Marcel Dekker Inc. ASQC. 1986.

Revistas:

Quality Progress. *American Society for Quality (ASQ)*. Publicación mensual.

Journal of Quality Technology. *American Society for Quality (ASQ)*. Publicación trimestral.

Quality Engineering. *American Society for Quality (ASQ)*. Publicación trimestral.

Quality Management Journal. *American Society for Quality (ASQ)*. Publicación mensual.

Technometrics. *American Society for Quality (ASQ)*. Publicación trimestral.

Monografías. FUNDAMECA. Publicación periódica.

Proyección. Asociación Mexicana de Calidad. Publicación mensual.

Sistemas de Calidad. IMECCA. Publicación mensual.

Muestreo de aceptación
y aplicaciones con R, Minitab *y Excel*
se publicó digitalmente en el repositorio de la
Facultad de Ingeniería en junio de 2025.
Primera edición electrónica de un ejemplar
(26 MB) en formato PDF.

El cuidado de la edición y diseño estuvieron
a cargo de la Unidad de Apoyo Editorial de la
Facultad de Ingeniería. La familia tipográfica
utilizada fueron Source Serif Pro
y Chivo con sus respectivas variantes.