



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**Modelo de flujo subterráneo
para el acuífero de Zimapán
Hgo**

TESIS

Que para obtener el título de

Ingeniero Geofísico

P R E S E N T A

Naiche Gerónimo Sereno León

DIRECTOR DE TESIS

Dr. Guillermo de Jesús Hernández García



Ciudad Universitaria, Cd. Mx., 2025



**PROTESTA UNIVERSITARIA DE INTEGRIDAD Y
HONESTIDAD ACADÉMICA Y PROFESIONAL
(Titulación con trabajo escrito)**



De conformidad con lo dispuesto en los artículos 87, fracción V, del Estatuto General, 68, primer párrafo, del Reglamento General de Estudios Universitarios y 26, fracción I, y 35 del Reglamento General de Exámenes, me comprometo en todo tiempo a honrar a la institución y a cumplir con los principios establecidos en el Código de Ética de la Universidad Nacional Autónoma de México, especialmente con los de integridad y honestidad académica.

De acuerdo con lo anterior, manifiesto que el trabajo escrito titulado MODELO DE FLUJO SUBTERRANEO PARA EL ACUIFERO DE ZIMAPAN HGO que presenté para obtener el título de INGENIERO GEOFÍSICO es original, de mi autoría y lo realicé con el rigor metodológico exigido por mi Entidad Académica, citando las fuentes de ideas, textos, imágenes, gráficos u otro tipo de obras empleadas para su desarrollo.

En consecuencia, acepto que la falta de cumplimiento de las disposiciones reglamentarias y normativas de la Universidad, en particular las ya referidas en el Código de Ética, llevará a la nulidad de los actos de carácter académico administrativo del proceso de titulación.

NAICHE GERONIMO SERENO LEON
Número de cuenta: 408091866

*Dedicado a la memoria del excelente Vicente Alfredo Sereno Chávez, la persona más bondadosa,
lúcida y estudiosa que conocí y que el destino me concedió el honor de ser su hijo.*

Agradecimientos

Agradezco sinceramente: En primer lugar al pueblo de México, que con su trabajo me ha brindado mis estudios.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, nuestra máxima casa de estudios, la que le debo mi formación profesional.

A la Facultad de Ingeniería y a mis profesores.

Al Instituto de Geofísica, UNAM, en particular al Departamento de Recursos Naturales.

A mis directores, el Dr. Mario Alberto Hernández y el Dr. Guillermo Hernández, por su excelente dirección, motivación y paciencia.

Al programa de Investigadores por México CONAHCyT por el apoyo recibido.

Al proyecto PAPIIT IN105023, Aplicación de herramientas hidrogeológicas, hidrogeoquímicas, isotópicas, geofísicas y de modelación matemática, en la comparación de dos acuíferos contaminados por As y F en el centro de México, por el apoyo recibido.

A mi familia, gracias por la unión, comprensión y cariño, es todo lo que necesito de este mundo.

A mis amigos, entre las personas más generosas que he conocido, esto se va a poner mejor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AVENIDA DE MEXICO



Ciudad Universitaria, a 20 de marzo del 2025

A quien corresponda:

Por medio de la presente, hago constar la participación en calidad de director Externo del Dr. Mario Alberto Hernández Hernández, Investigador por México SECIHTI, adscrito al Departamento de Recursos Naturales del Instituto de Geofísica de la UNAM, participando activamente en el desarrollo del proyecto de tesis de licenciatura del alumno Naiche Gerónimo Sereno León, de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, con título "Modelo de flujo subterráneo para el acuífero de Zimapán, Hidalgo".

Deseo expresar mi más profundo y sincero agradecimiento al Dr. Mario por su valiosa contribución, cuya experiencia, conocimientos y dedicación fueron clave para el desarrollo y culminación de este trabajo académico. Su compromiso con el proyecto fue evidente en cada etapa del proceso, y su orientación representó un aporte significativo para el cumplimiento de los objetivos de esta investigación.

No obstante, debido a razones de carácter administrativas y ajenas al tesista, no fue posible integrarlo oficialmente al comité de titulación. Este hecho no demerita en ningún sentido el reconocimiento hacia el importante rol que desempeñó en la formación del estudiante y en el éxito del proyecto de tesis.

Reiteramos nuestro más sincero agradecimiento al Dr. Hernández por su esfuerzo, profesionalismo y tiempo dedicado a esta tesis.

Atentamente,

Dr. Guillermo Hernández García

Instituto de Geofísica, UNAM

VoBo.

Naiche Gerónimo Sereno León

Tesista, Facultad de Ingeniería, UNAM

Resumen

El agua subterránea es un recurso natural de vital importancia, dada su utilidad para uso humano, agrícola e industrial. Sin embargo, en algunas ocasiones, los acuíferos pueden mostrar altas concentraciones de especies químicas, como arsénico y flúor. Ante esta situación, se hace imperativa la aplicación de procedimientos de remediación y la implementación de acciones sociales y administrativas necesarias para mitigar el riesgo sanitario asociado.

Entre las investigaciones interdisciplinarias que se llevan a cabo, se encuentran aquellas encaminadas a reconocer la dinámica del acuífero afectado, así como las especies químicas objetivo. Los modelos matemáticos computacionales representan una forma económica y versátil de predecir el comportamiento de sistemas complejos, que no siempre son propensos a ser estudiados o experimentados de forma directa.

En este trabajo se propone un modelo matemático (MODFLOW 2005) de flujo del sistema acuífero de Zimapán, Hidalgo. Para lograrlo, se hizo uso de software como Processing Modflow, Sistemas de Información Geográfica (QuantumGIS) y diversas librerías del lenguaje Python para el procesamiento de datos numéricos.

El proceso de este trabajo incluye los siguientes pasos, organizados en capítulos:

1. **Identificación y generalidades de la zona de estudio.**
2. **Exposición del marco teórico utilizado.**
3. **Metodología.**
4. **Resultados.**
5. **Conclusiones.**

Índice general

Agradecimientos	III
Resumen	V
1. INTRODUCCIÓN y GENERALIDADES	1
1.1. Objetivos	2
1.2. Descripción del área de estudio	3
1.2.1. Localización y generalidades	3
1.3. Usos de suelo y derechos de extracción del agua	5
1.3.1. Usos de suelo	5
1.3.2. Derechos de agua subterránea	6
1.3.3. Demandas y usos en el AZH	7
1.4. Descripción física, geológica e hidrográfica	8
2. MARCO TEÓRICO	21
2.1. Movimiento del agua en formaciones geológicas	22
2.1.1. Hidrogeología kárstica	22
2.1.2. Aplicabilidad de la Ley de Darcy	23
2.2. Modelos Matemáticos	24
2.2.1. Modelos matemáticos de flujo de agua subterránea	25
2.2.2. Ecuación gobernante	25
2.2.3. Modelos Numéricos	30
2.2.4. Diferencias finitas	32
2.3. Condiciones de frontera y paquetes de flujo	35
2.4. Balance hídrico	40
2.5. Calibración	40
2.5.1. Objetivos de la calibración	41

2.5.2.	Objetivos de carga	42
2.5.3.	Objetivos de flujo	42
2.5.4.	Objetivos de clasificación	43
2.5.5.	Historial de emparejamiento manual	43
2.5.6.	Análisis estadístico	44
2.5.7.	Prueba y error	45
2.5.8.	Medidas del error	45
2.6.	Percepción Remota	48
2.6.1.	Espectro electromagnético	49
2.6.2.	Interacción con la atmósfera	52
2.6.3.	Interacción con la superficie	52
2.6.4.	Reflectancia	54
2.6.5.	Plataformas y sensores	54
2.6.6.	Procesamiento de imágenes satelitales	55
3.	METODOLOGÍA	59
3.0.1.	Modelo conceptual base del modelo MODFLOW	59
3.1.	Paquetería de software	61
3.1.1.	Processing MODFLOW	61
3.1.2.	Quantum GIS	63
3.2.	Flujo de trabajo general	67
3.2.1.	Datos de entrada	69
3.2.2.	Procesamiento de parámetros	70
3.2.3.	Procesamiento de scripts	72
3.2.4.	Captura de datos en PM	77
3.3.	Análisis de recarga	78
3.3.1.	Precipitación	78
3.3.2.	Temperaturas	80
3.3.3.	Cálculo de Evapotranspiración y recarga	81
4.	RESULTADOS	87
4.0.1.	Evolución del modelo	90
4.1.	Simulación sb141	105
5.	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	112
5.0.1.	Descripción del modelo conceptual	114

5.1. RECOMENDACIONES	115
A. APENDICES	118
A.1. Descripción de algunos procedimientos técnicos	118
A.1.1. Generación de perfiles	118
A.1.2. Point Sampling Tool	119
A.2. Tablas	120
A.3. Códigos computacionales	120
A.4. Modelo alternativo FloPy	133
A.4.1. Definición de los paquetes de flujo básicos	133
A.4.2. Integración en FloPy	135

Índice de figuras

1.1. Mapa de localización regional de la zona de estudio. (Elaboración propia).	4
1.2. Localización y vías de comunicación. (Elaboración propia).	5
1.3. Mapa simplificado de usos de suelo según INEGI (2018) en la Zona de Estudio. (Elaboración propia).	6
1.4. Localización de pozos categorizados por el volumen de extracción concesionado, según datos del REPDA. (Elaboración propia).	7
1.5. Volumen concesionado por tipo de uso y localidad. (Elaboración propia).	8
1.6. Provincias fisiográficas (INEGI, 2022). (Elaboración propia).	9
1.7. Subprovincias fisiográficas (INEGI, 2022). (Elaboración propia).	10
1.8. Provincias Geológicas de la República Mexicana, se muestra la Zona de estudio en anaranjado. (Modificada de Ortega - Gutierrez, et.al., 1992), mostrando el AZH. . .	13
1.9. Atlas geológico de la República Mexicana (modificada de Ortega-Gutierrez, et.al., 1992), acercamiento al AZH.	14
1.10. Mapa geológico del AZH. (SGM,2019)	15
1.11. Columna estratigráfica del AZH. (Elaboración propia con SedLog (Dimitrios Zervas, et. al., 2009))	16
1.12. Mapa con las cuenca hidrográficas y acuíferos cercanos. (Elaboración propia).	20
2.1. Volumen elemental representativo (VER). (Elaboración propia basada en Anderson, 2015)	27
2.2. Notación de malla de Diferencias Finitas (DF). (a) Malla de DF dos-dimensional (2D) con distancia entre nodos constante de i columnas y j renglones con la notación de un grupo de cinco nodos que comprenden el modulo (estrella) de DF 2D centrado en el nodo (i,j) . (b) notación tres-dimensional donde k es el indice vertical. Se simplifica que hay un grupo de 7 nodos incluido el (i,j,k) que comprenden el modulo en DF en 3D. Elavoración propia basada en Mary P. Anderson, 2015.	31

2.3. Notación de DF para nodos espaciados irregularmente en la dirección X en un arreglo centrado en bloques. Elaboración propia basado en Anderson, 2015.	33
2.4. Onda Electromagnética. Los componentes incluyen una onda eléctrica sinusoidal (E) una onda Magnética similar (M) en ángulos rectos, ambas perpendiculares a la dirección de propagación. (Modificado de Piotr Fita, 2023, CC0 1.0 Universal). . . .	50
2.5. Espectro Electromagnético. (Modificado de Fita, 2023).	51
3.1. Mapa de distribución de promedio anual de precipitación. (Elaboración propia). . .	79
3.2. Mapa de distribución de promedio anual de temperaturas. (Elaboración propia). . .	80
3.3. Mapa de evapotranspiración según Turc. (Elaboración propia).	82
3.4. Mapa de clasificación de pendientes promedio en las celdas del dominio del modelo. (Elaboración propia).	84
3.5. Mapa de uso de suelo discretizado en celdas del dominio del modelo. (Elaboración propia).	85
3.6. Mapa de recarga de la zona de estudio. (Elaboración propia).	86
4.1. Relación de algunas simulaciones y parámetros representativos. Se presentan las diferencias entre los valores observados y simulados de las celdas de las observaciones PC1 y PC2, junto con el balance de la descarga del río. El mejor escenario, correspondiente a la simulación sb141, está destacado en amarillo.	89
4.2. Distribución de cargas simuladas, modelo primitivo, sólo ilustrativo.	91
4.3. Distribución de cargas simuladas, “corrida 16” previo a la incorporación del dato de la descarga del río en la calibración. (Elaboración propia)	93
4.4. Distribución de cargas simuladas, corrida SB2. (Elaboración propia)	95
4.5. Configuración de los resultados de las cargas hidráulicas en la corrida SB56. (Elaboración propia)	96
4.6. Distribución de cargas simuladas, simulación SB66. (Elaboración propia)	98
4.7. Distribución de cargas simuladas, corrida SB75. (Elaboración propia)	99
4.8. Distribución de cargas simuladas, corrida SB92. (Elaboración propia)	101
4.9. (Elaboración propia) Resultados de la carga hidráulica con ajuste de carga constante. Corrida SB141.	102
4.11. Análisis de la simulaciones seleccionadas (parte 1) desde sb2 hasta sb71.	102
4.10. Impacto en la descarga del río con ajustes extremos de C_{RIV} . (Elaboración propia) .	103
4.12. Análisis de la simulaciones seleccionadas (parte 2) desde sb131 hasta sb148. Se confirma que el resultado sb141 (verde) es el que cuenta con mejores medidas de dispersión.	104

4.13. (Elaboración propia) Perfiles (parte A). Croquis de las líneas de los perfiles utilizados: Línea del Río (R-R'), Sur (S-S'), Medio (M-M'), Medio Norte (MN-MN') y Norte (N-N').	105
4.15. Análisis de métricas de dispersión de la simulación sb141.	106
4.16. (Elaboración propia, Matplotlib (Hunter, 2007)).Topografía y su gradiente. La flecha roja indica la dirección general del gradiente topográfico. La magnitud del vector es 24.6 m/km.	108
4.17. (Elaboración propia, Matplotlib (Hunter, 2007)). Mapa del campo de gradientes de la carga hidráulica en la capa 1.	109
4.14. (Elaboración propia) Perfiles (parte B). Perfiles de carga hidráulica de simulaciones seleccionadas. Prefijo SB: Salida de Bitácora seguido de un numeral ascendente; sb141 es la mejor solución obtenida. El código de color se encuentra en la parte superior derecha.	111
5.1. (Elaboración propia) Zonas con vacíos documentales en el área de estudio. Se proponen tres polígonos como posibles áreas de levantamiento.	117
A.1. Perfil que cruza el centro del AZH de la simulación 137. El río es definido por celdas de carga constante en vez del paquete river.	119
A.2. Modificado de McCuen, Richard H., <i>Hydrologic Analysis and Design, 2nd Ed</i>	120
A.3. Tablas de permeabilidad de Custodio y Llamas (1883) y valores selectos en las tablas de USGS (2002)	120

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN y GENERALIDADES

Los acuíferos Zimapán y Moctezuma bajo estudio se encuentran ubicados mayoritariamente en el estado de Hidalgo con pequeñas porciones en los estados de San Luis Potosí y Querétaro. Geográficamente, la zona de estudio, de ahora en adelante referida como Acuífero de Zimapán de Hidalgo (AZH), queda localizado entre las cartas topográficas 1:250000 F14-8 y F14-11 del INEGI o del SGM.

El dominio espacial de la malla del modelo que se desarrollará del AZH se encuentra entre las coordenadas, cuyos extremos (UTM 14-N (EPSG:32614)) son: 425938E al Oriente, 517537E al Poniente, 2353047N al Norte y 2280596N al Sur. Desde el punto de vista hidrográfico-administrativo, el AZH se localiza en la Región Hidrológica Administrativa IX “Golfo Norte” de CONAGUA ó en la Región Hidrológica 26 “Pánuco”; mas específicamente sobre la cuenca del Río Moctezuma, e incluye pequeñas porciones marginales de las cuencas de los Ríos Amajac, Tula y Extaraz.

En primera instancia, el interés se centró en el reconocimiento de las principales características físicas y sociales del área de estudio; mismas que fueron expresadas mediante mapas temáticos cómo lo son: Registro Público de Derechos de Agua (REPDA) de CONAGUA, mapa político, hidrográfico, geológico, hidrogeológico, de temperaturas, precipitación, recarga; de los cuales se ofrecerá una descripción en

términos generales.

Una vez completado el reconocimiento documental, se procederá a integrar los datos recopilados con el fin de desarrollar un modelo de flujo en régimen estacionario. Este modelo servirá como base para la generación de los gradientes del flujo, proporcionando así una representación detallada de los patrones de movimiento. Se espera que este enfoque permita una comprensión más profunda y una planificación más eficaz en relación con el comportamiento del flujo en el AZH.

1.1. Objetivos

El objetivo principal es proponer un modelo MODFLOW2005 (diferencias finitas) de flujo subterráneo en régimen estacionario para el AZH. Para tal objeto, se procedió a la simulación con los datos recabados de las fuentes antes mencionadas y requeridos por el código MODFLOW2005 Harbaugh, [2005](#). Estos datos fueron ordenados y procesados previamente utilizando paqueterías de software como hojas de cálculo, lenguaje Python y varias paqueterías de este y el sistema de información geográfica QGIS ([QGIS.org, 2025](#)). Posteriormente, estos datos fueron exportados en forma de matriz para la interfaz de Processing Modflow, según sea en función de la capa o de los parámetros a asignar a las celdas de la malla del modelo. Consecutivamente, una vez obtenido algún candidato del modelo flujo, se procedió a una intensiva calibración manual. El cual es el producto final de la presente tesis.

Entre los objetivos específicos se destaca la realización del reconocimiento documental y caracterización del AZH, como la recopilación, procesamiento y generación de datos por métodos geoestadísticos, tales como: la distribución espacial de niveles estáticos, de precipitación media anual, la distribución espacial de temperaturas, la evapotranspiración, la cuantificación de las demandas y usos hídricos del suelo, los

caudales de los escurrimientos y las propiedades hidráulicas de la geología regional.

Un objetivo adicional es desarrollar scripts auxiliares en Python que asistan en la preparación, generación, visualización y representación de los datos de entrada y salida del sistema de modelación, con el propósito de simplificar su análisis posteriores.

1.2. Descripción del área de estudio

1.2.1. Localización y generalidades

El área de estudio (1.1) comprende doce municipios: siete del estado de Hidalgo, cuatro de Querétaro y uno de San Luis Potosí, como se muestra en el mapa de la figura 1.2. Tiene un área total de $2422km^2$ sobre, mayoritariamente, la subcuenca del Río Moctezuma. Este río, a su vez, contiene los acuíferos administrativos analizados, los cuales son el Acuífero de Zimapán ($1621km^2$) y el Acuífero Moctezuma ($239.5km^2$).

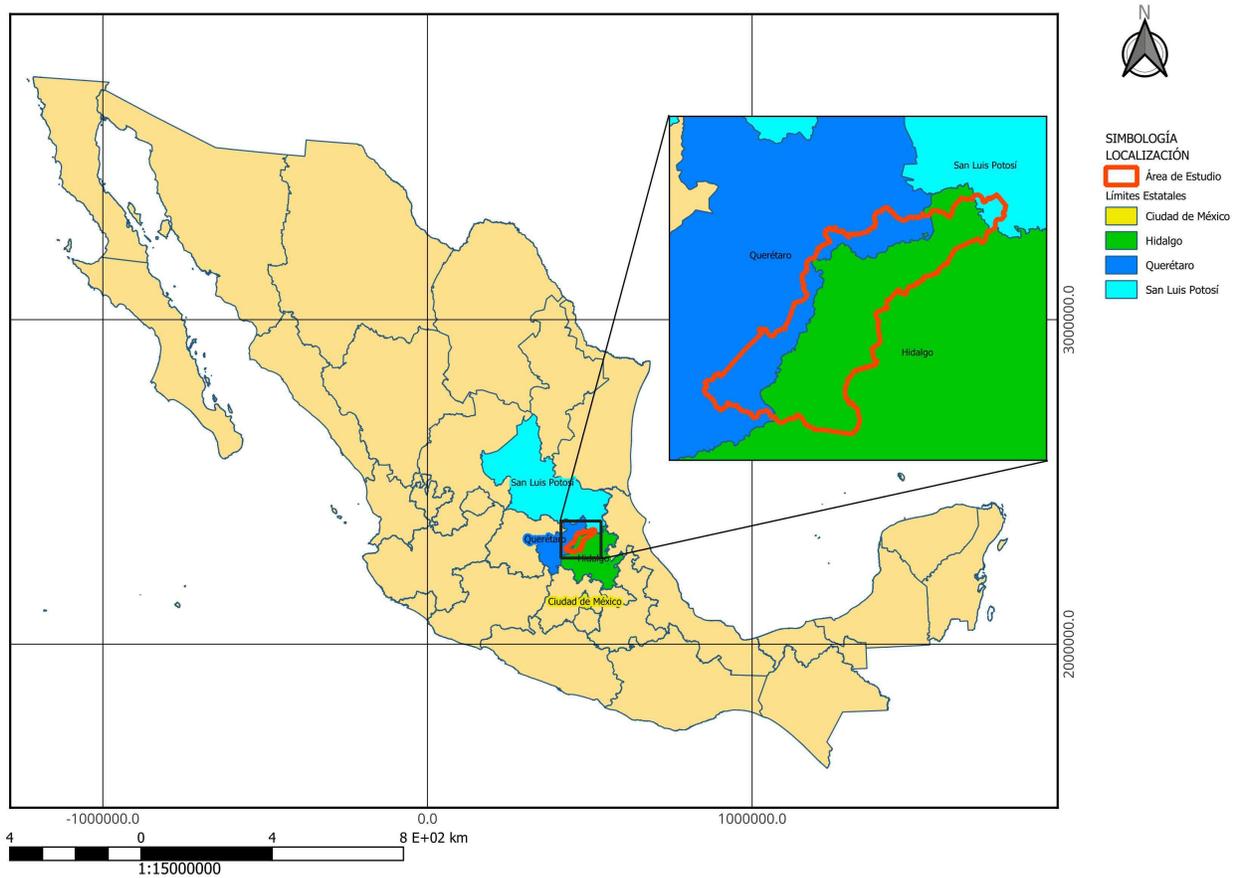


Figura 1.1: Mapa de localización regional de la zona de estudio. (Elaboración propia).

En las localidades que se encuentran estrictamente dentro del área de estudio se calculan, hasta 2024, de acuerdo a INEGI, 60,904 habitantes, los cuales se desglosan en las poblaciones urbanas más importantes, como lo son la Ciudad de Zimampán con 14,732 habitantes, Jacala con 4,415 habitantes, Chapulhuacán con 4,143 habitantes, Pisaflores con 2,119, Bella Vista del Río con 1,955, Landa de Matamoros con 1,609, Santa Ana de Allende con 1,575 y Lázaro Cárdenas con 1,544.

La principal vía de acceso a la Ciudad de Zimampán, que atraviesa longitudinalmente la mayor parte del AZH, es la carretera 85. Una opción para viajar desde la Ciudad de México es tomar la autopista México - Querétaro 57D., salir en la caseta

Arco Norte y luego desviar en Tula para tomar la carretera federal 85 hasta Zimapán.

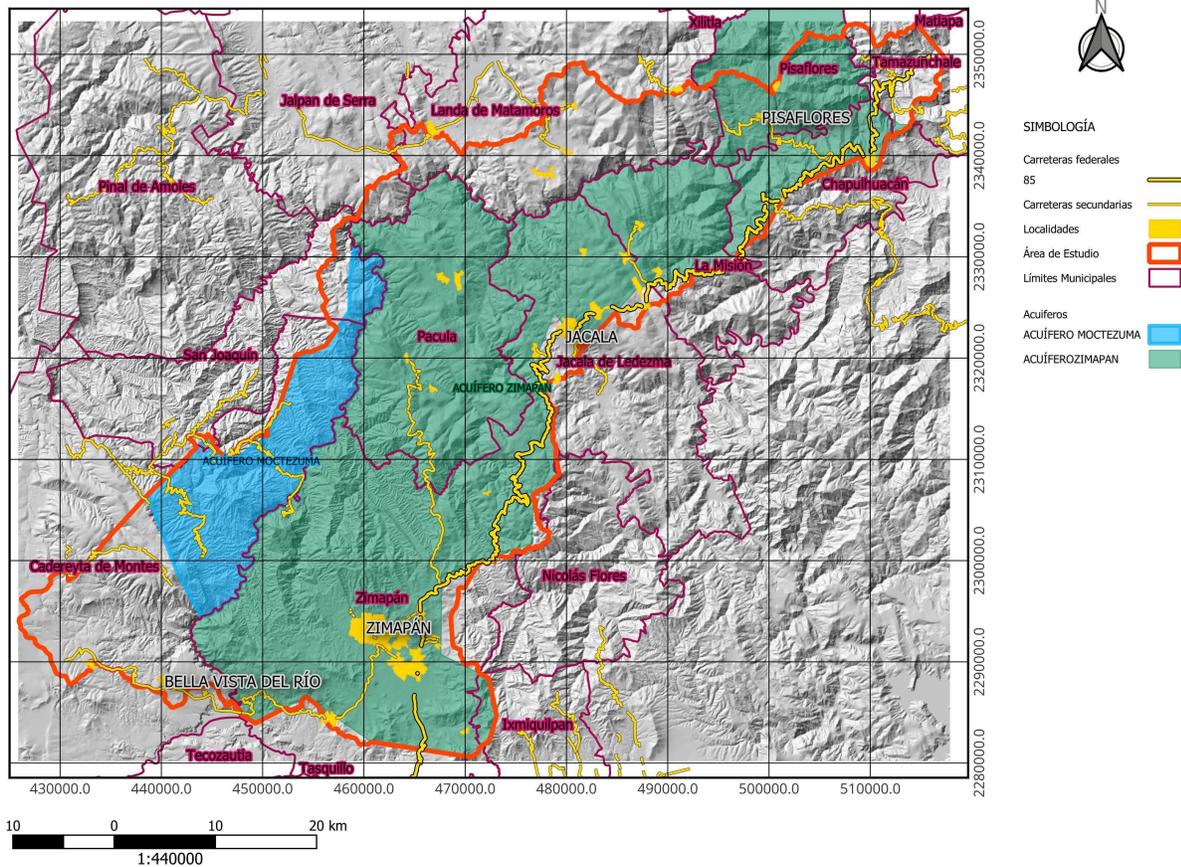


Figura 1.2: Localización y vías de comunicación. (Elaboración propia).

1.3. Usos de suelo y derechos de extracción del agua

1.3.1. Usos de suelo

Los usos de suelo en la Zona de Estudio (AZH), según el Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI, 2018), está dominado predominantemente por áreas de vegetación natural, clasificadas en general como uso forestal. En las cercanías de los asentamientos humanos, se identifican áreas dedicadas a uso agrícola (mapa 1.3).

Algunas áreas faltantes en los datos del INEGI fueron inferidas mediante técnicas de percepción remota y una clasificación semiautomática, determinándose que estas zonas corresponden a uso agrícola.

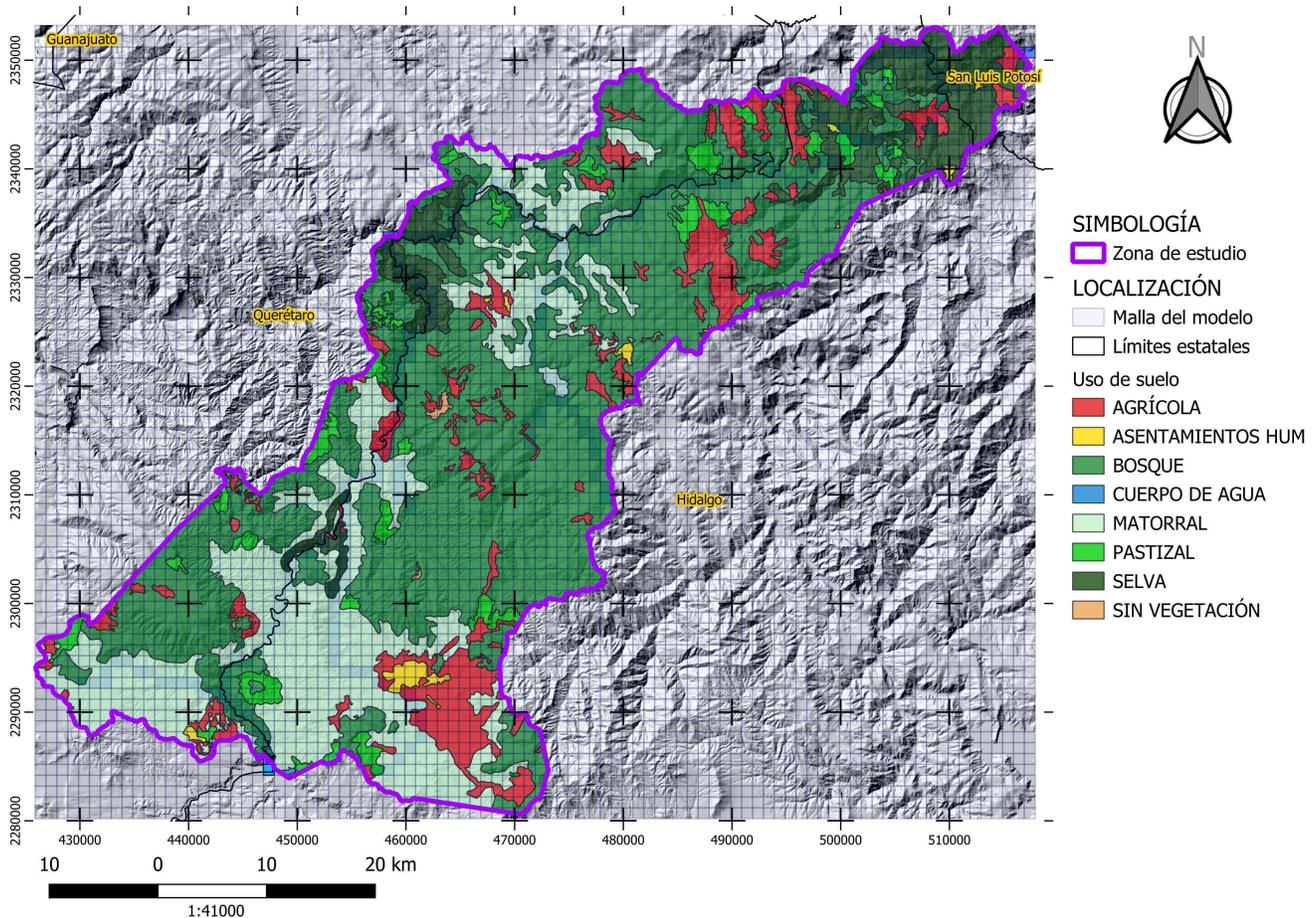


Figura 1.3: Mapa simplificado de usos de suelo según INEGI (2018) en la Zona de Estudio. (Elaboración propia).

1.3.2. Derechos de agua subterránea

Basado en la base de datos del Registro Público de Derechos de Agua (REPDA, 2019) en el AZH, como se muestra en el mapa de la figura 1.4, se representan los 43 pozos concesionados y su volumen concesionado anual; de los cuales 38 se ubican al sureste de la zona, específicamente dentro del municipio de Zimapán, que coincide

a la vez con ser el área urbanizada con mayor población y también con el mayor volumen de extracción. Se tiene en el área de estudio un volumen total de extracción máximo concesionado de $2hm^3/año$, el municipio con más bombeo también es el de Zimapán con hasta el 95 % de este total.

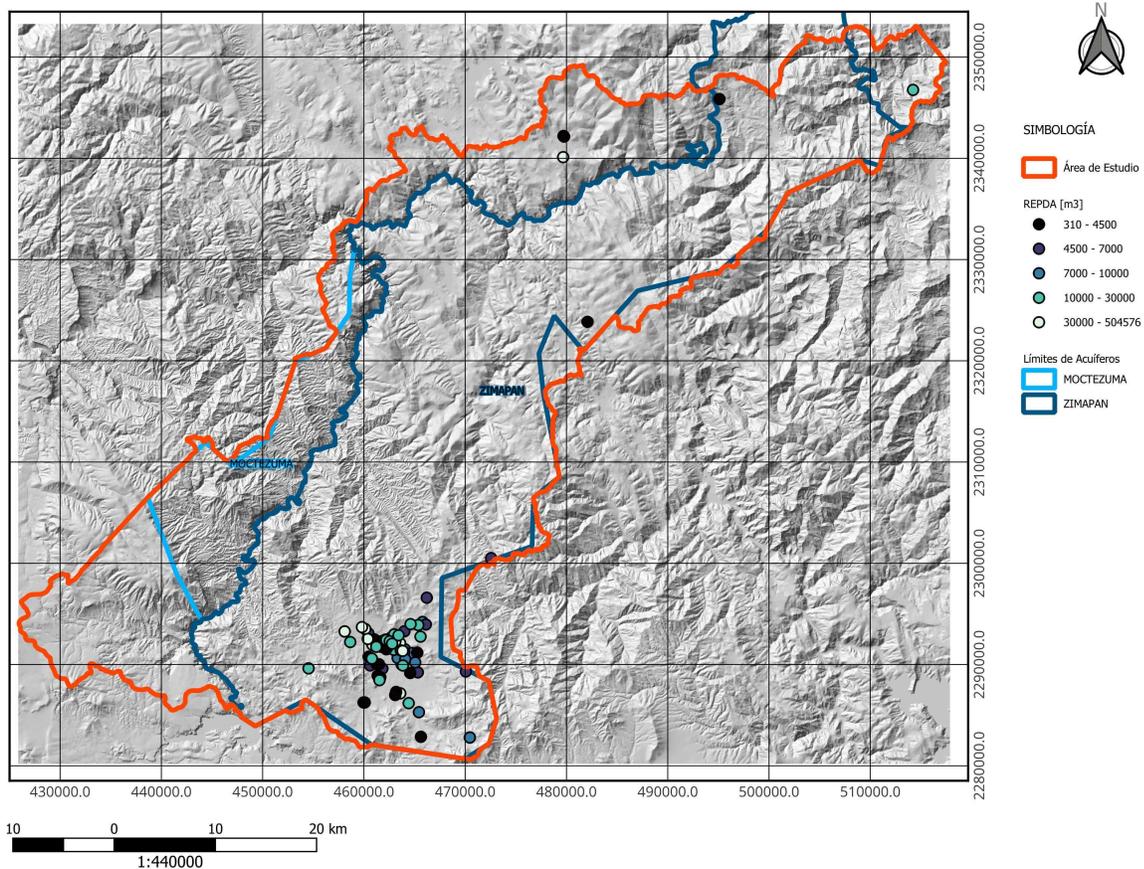


Figura 1.4: Localización de pozos categorizados por el volumen de extracción concesionado, según datos del REPDA. (Elaboración propia).

1.3.3. Demandas y usos en el AZH

El AZH se puede caracterizar por el volumen de extracción por localidad y por sus tipos de aprovechamiento, como se indica en la figura 1.5 según lo reportado en REPDA. La mayor cantidad de extracción (60 %) no tiene un uso específico. A

ésta le sigue la extracción de uso agrícola (32%). El mayor volumen de extracción se reporta en los municipios de Zimapán con 95 % y Landa de Matamoros con 4.2 %

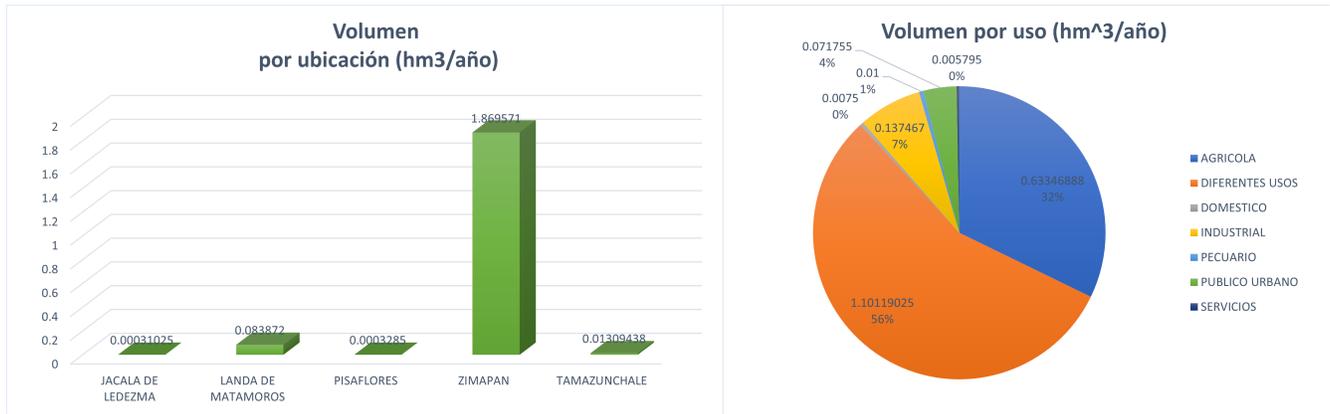


Figura 1.5: Volumen concesionado por tipo de uso y localidad. (Elaboración propia).

En cuanto al uso nombrado como “Diferentes usos” (56 %) se infiere que puede tener un uso real mayoritariamente de “Agrícola”, seguido de uso “Publico urbano”, debido a la proximidad del respectivo uso de suelo con los pozos con esta denominación, estas son 37 instancias, donde al menos 3 están asentados en áreas urbanas, el resto son periurbanas o plenamente agrícolas.

1.4. Descripción física, geológica e hidrográfica

Fisiografía

De acuerdo con la clasificación de Raisz (1959), (figura 1.6), la mayor parte del área del AZH está localizada sobre la provincia Sierra Madre Oriental (SMO) y una pequeña porción, en la región sur en la provincia Eje Neovolcánico (EN). Más específicamente, el AZH se encuentra íntegramente en las subprovincias fisiográficas del “Carso Huasteco” (CH) de la SMO y en la provincia “Llanuras y Sierras de Querétaro e Hidalgo” (LSQH) correspondiente al EN.

Se destaca que la Ciudad de Zimapán se encuentra sobre la subprovincia LSQH (Fi-

gura 1.7) en contraposición del resto del AZH, que es parte del CH.

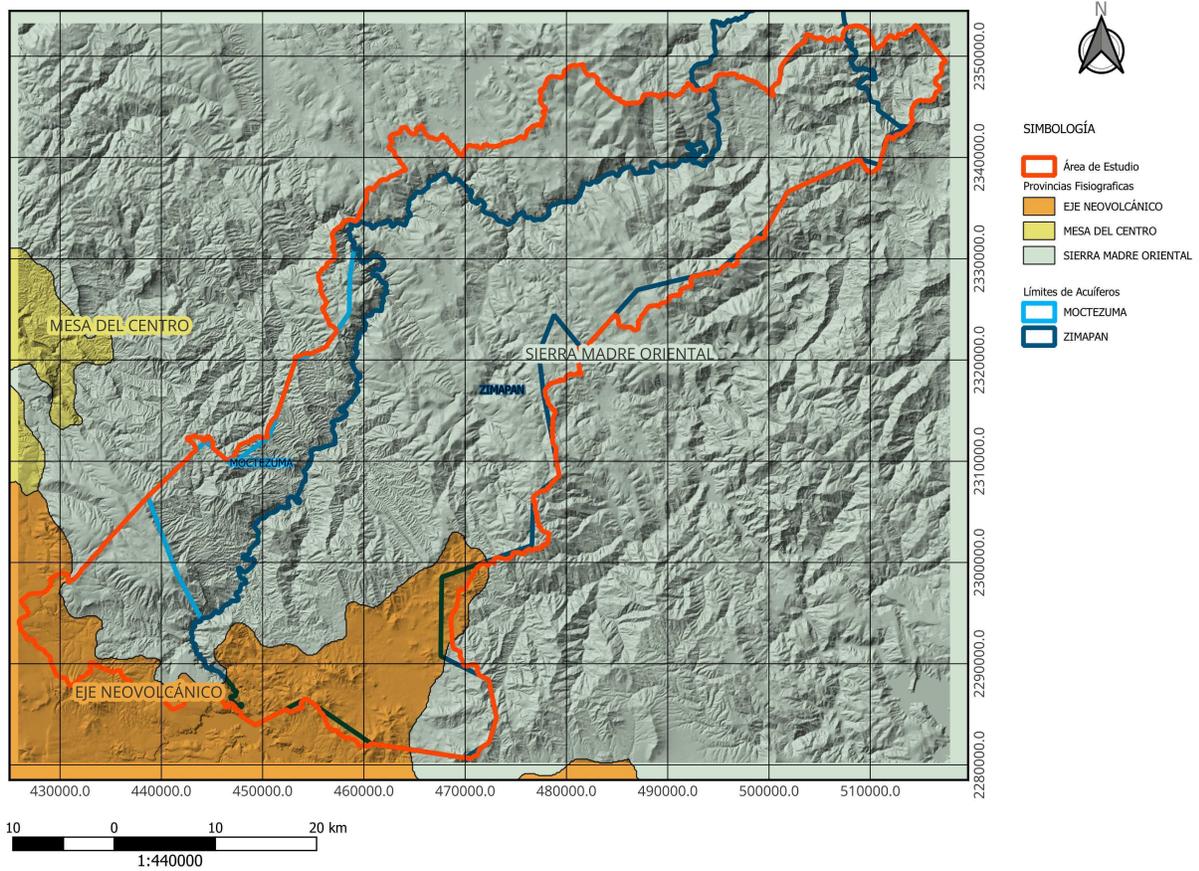


Figura 1.6: Provincias fisiográficas (INEGI, 2022). (Elaboración propia).

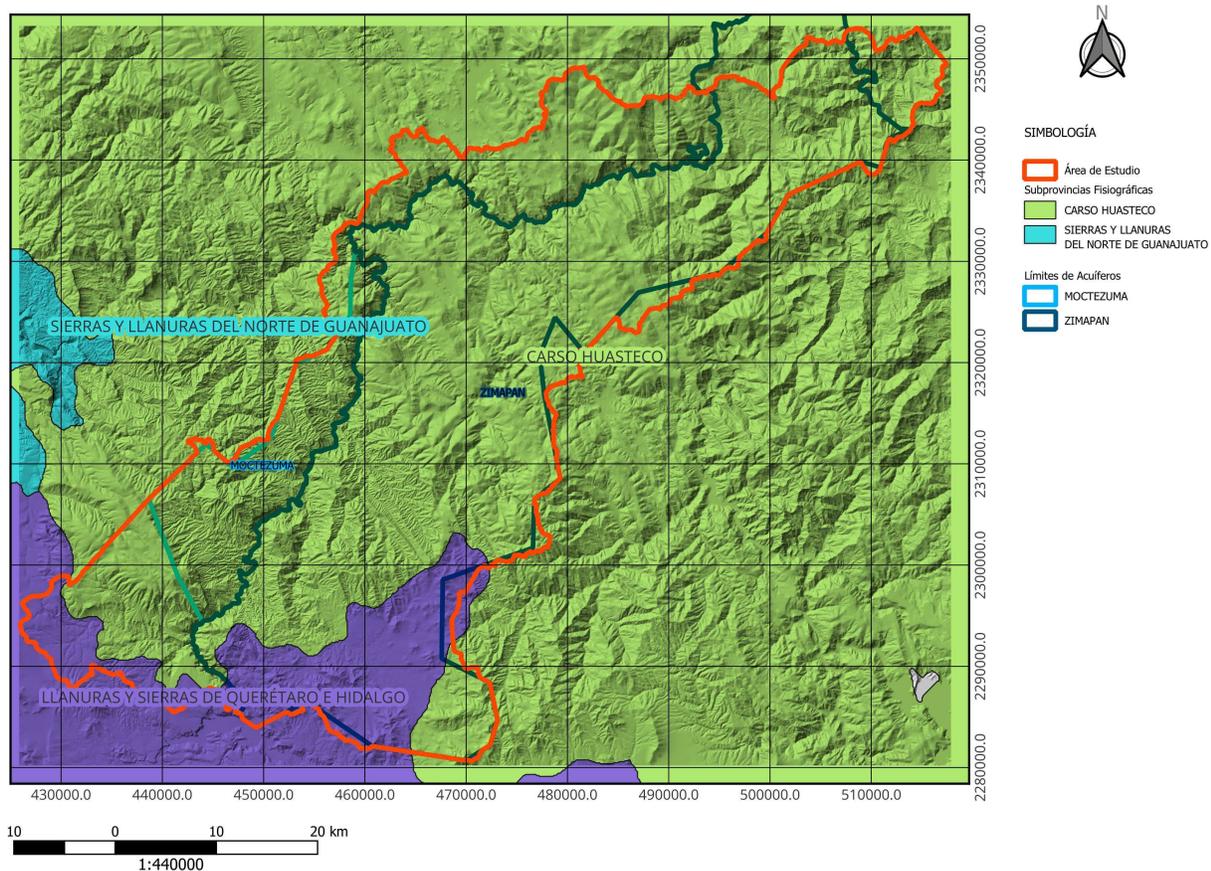


Figura 1.7: Subprovincias fisiográficas (INEGI, 2022). (Elaboración propia).

Provincia Sierra Madre Oriental. Se extiende de norte a sur, desde sus inicios en la frontera norte hasta los límites al sur con el Eje Neovolcánico. Es una cordillera cuyo relieve se debe a la deformación de rocas mesozoicas y de su complejo basal, que fueron levantados, comprimidos y transportados hacia el noreste, formando pliegues y cabalgaduras durante la Orogenia Laramide (Eguiluz de Antuñano, Aranda-García y Marrett, 2000). Se caracteriza por sierras orientadas noroeste-sureste, compuesta principalmente de rocas carbonatadas en mayor proporción y rocas ígneas intrusivas de composición granodiorítica y escasas rocas metamórficas. (Solana López, 2008).

Provincia Eje Neovolcánico. Se extiende desde las costas del Pacífico en San Blás, Nayarit y Bahía de Banderas, Jalisco, hasta las costas del Golfo de México en Palma Sola, Veracruz (Demant, 1978). Alternativamente, se le nombra como la Faja Volcánica Transmexicana (FVTM), la cual es definida como un arco magmático continental, constituido por cerca de 8 000 estructuras volcánicas y algunos cuerpos intrusivos, (Gómez-Tuena, Orozco-Esquivel y Ferrari, 2005) . Con rocas volcánicas de todos los tipos acumulados en innumerables y sucesivas etapas desde el terciario hasta el presente. Esta región está integrada por grandes sierras volcánicas y coladas lávicas, por conos dispersos o en enjambre, por amplios escudo-volcanes de basalto, por depósitos de arenas y cenizas, así como otras formaciones que se encuentran dispersas entre llanuras (Instituto Nacional de Estadística, 1992).

Subprovincia del Carso Huasteco. Es una sierra plegada, pero se diferencia de la denominada así porque posee rasgos de un carso (o karst) en casi toda su extensión. Presenta un fuerte grado de desarrollo de cañones por la acción de los importantes ríos que fluyen en ella. Esta región es una de las más extensas del país donde domina la roca caliza que al ser disuelta por el agua originan rasgos kársticos (dolinas, pozos y grutas). Gran parte de esta subprovincia queda dentro del estado de Hidalgo, donde cubre $9,712.93 \text{ km}^2$ de su superficie total. En esta porción del Carso Huasteco domina la topografía de sierras. (Solana López, 2008).

Subprovincia Llanuras y Sierras de Querétaro e Hidalgo. Esta subprovincia se extiende desde el oeste de la ciudad de Querétaro hasta Pachuca, Hidalgo, con una superficie del estado de $7\,821.33 \text{ km}^2$. De poniente a oriente presenta un corredor abajo de los $2\,000 \text{ m.s.n.m}$ de lomeríos bajos de material volcánico y llanuras. Aparte de ciertas prominencias dentro de dicho corredor, queda prácticamente encerrado desde todos los lados por sistemas de sierras, mesetas y lomeríos, casi todos de origen volcánico, que exceden los $2\,000 \text{ m}$. (Instituto Nacional de Estadística,

1992)

La mayor parte de esta subprovincia, incluyendo los ríos San Juan, Tula y Tulancingo, forma parte de la cuenca del Pánuco. Cerca de la mitad oriental de esta subprovincia se encuentra dentro del territorio hidalguense. Por otro lado, únicamente la sección más al este de esta zona se extiende hacia el noroeste del estado, ocupando apenas $278.19km^2$ y abarcando porciones de los municipios de Huayacocotla y Zacualpan. Se trata de un área con terrenos accidentados, donde predominan las sierras pequeñas y complejas, junto con colinas redondeadas y lomeríos, que están constituidos principalmente por rocas de origen basáltico. (Instituto Nacional de Estadística, 1992).

Geología

el AZH se encuentra en gran medida en su porción suroeste dentro de la provincia geológica del Cinturón Mexicano de Pliegues y Fallas (Mesozoico, sedimentario marino, orógeno). La porción noreste se encuentra en la provincia Plataforma de Valles San Luis Potosí (Mesozoico, sedimentario marino, plataforma) de acuerdo a la clasificación de Ortega-Gutiérrez, Mitre-Salazar y otros, 1992 (figura 1.8).



Figura 1.8: Provincias Geológicas de la República Mexicana, se muestra la Zona de estudio en anaranjado. (Modificada de Ortega - Gutierrez, et.al., 1992), mostrando el AZH.

De igual manera, de acuerdo a la Carta Geológica de la República Mexicana de Ortega-Gutiérrez y col., 1992 (1.9), en el AZH abundan rocas sedimentarias marinas del Cretácico (K), del Cretácico superior (Ks) y del Jurásico superior. En el tipo de rocas sedimentarias continentales se encuentran pequeños depósitos del Cuaternario (Qc) y, subyaciendo la Ciudad de Zimapán, rocas del Mioceno al Cuaternario (Csc). En cuanto a rocas ígneas, se reportan al sureste de la Ciudad de Zimapán rocas extrusivas volcánicas del Plioceno al Cuaternario (QTpv) y un cuerpo intrusivo granítico del Terciario al Mioceno (Tgr). (figura 1.9).

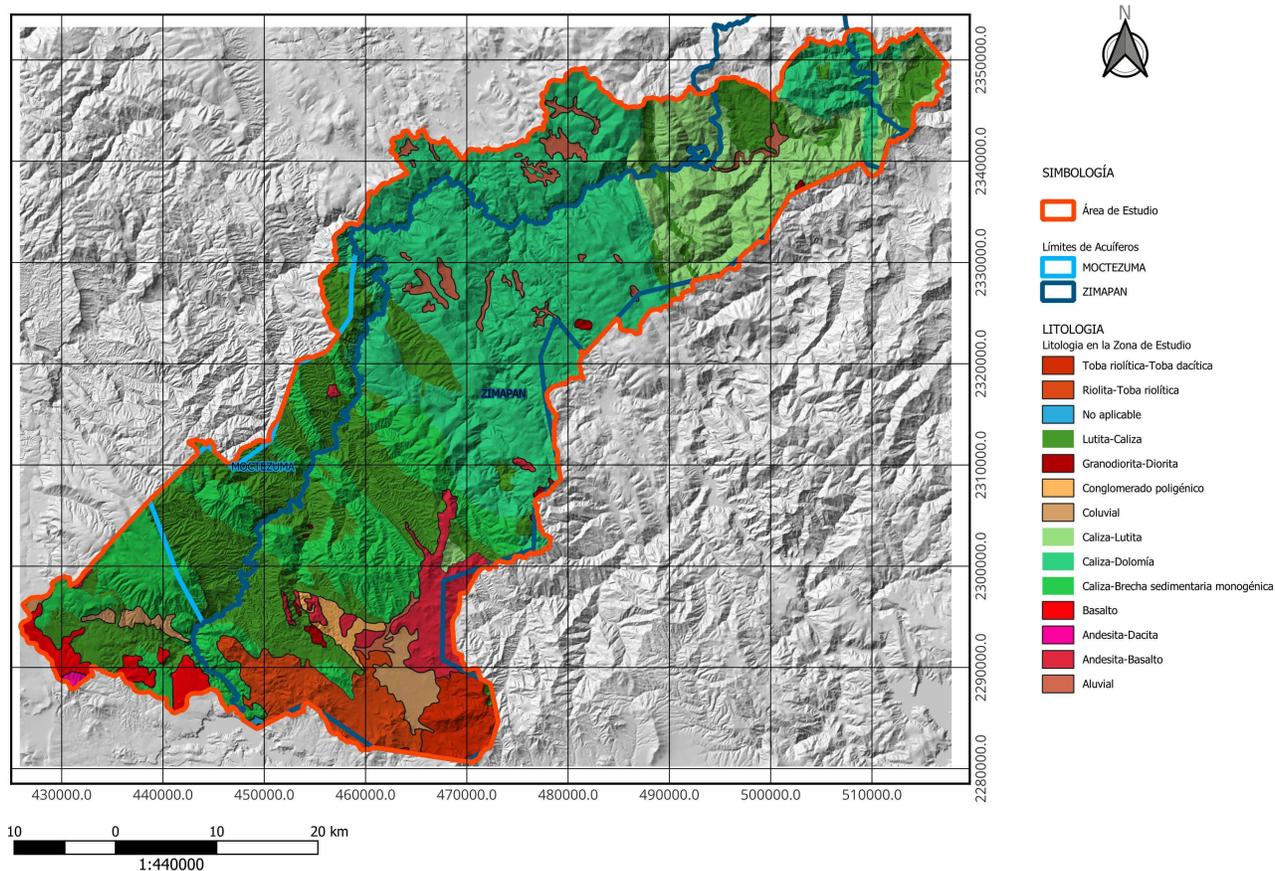


Figura 1.10: Mapa geológico del AZH. (SGM,2019)

Estratigrafía

En cuanto a la estratigrafía del AZH se menciona en DOF, 2015 que se puede tratar de un acuífero libre. En síntesis y de forma generalizada, el AZH presentan las unidades estratigráficas mostradas en la tabla de la figura 1.11, recopilada de varios autores.

1.4. DESCRIPCIÓN FÍSICA, GEOLÓGICA E HIDROGRÁFICA

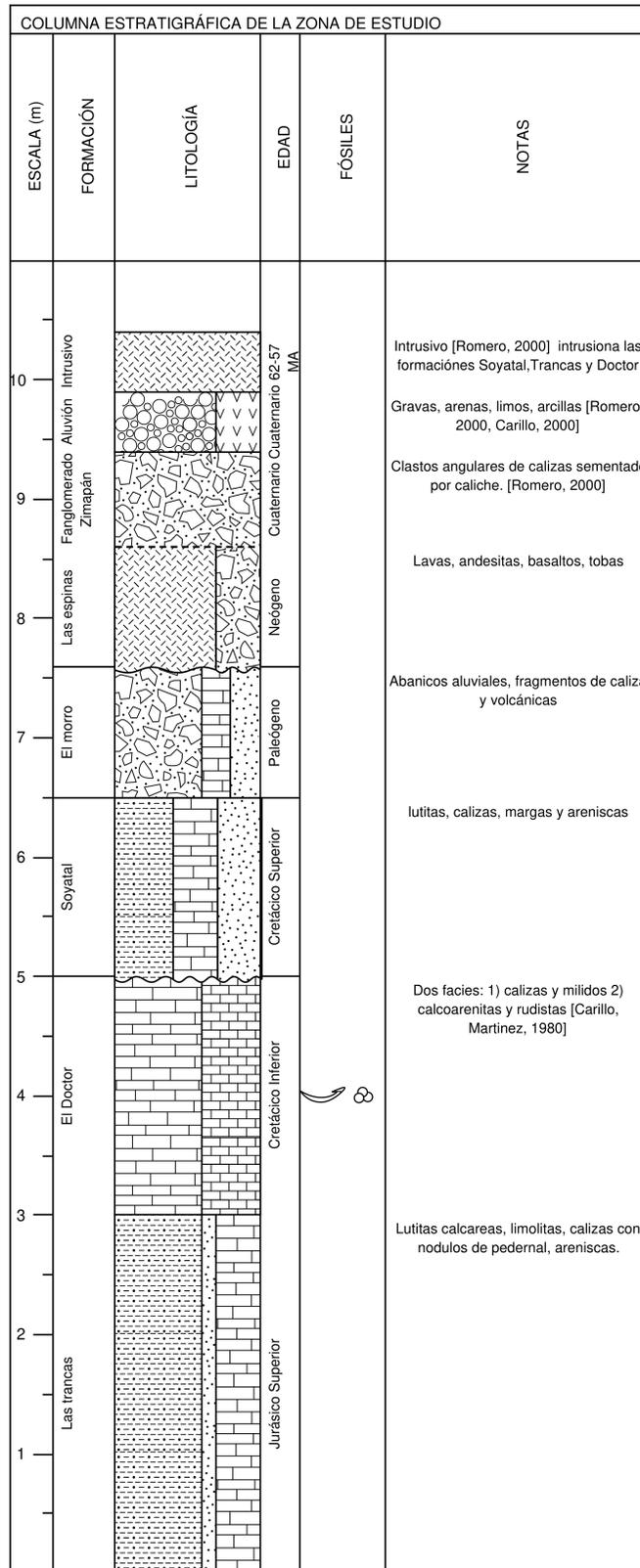


Figura 1.11: Columna estratigráfica del AZH. (Elaboración propia con SedLog (Dimitrios Zervas, et. al., 2009))

Climatología

En esta sección se ofrece un resumen climatológico general de la cuenca del alto Pánuco. Este tema se desarrollará más adelante en el capítulo 3 y se enfocará en la zona de estudio que abarca los dos acuíferos estudiados.

La Región Hidrológica RH-26B (Río Alto Pánuco) se encuentra en la zona noreste de México. Cubre áreas en los estados de Tamaulipas, Veracruz, San Luis Potosí e Hidalgo. Esta región es parte de la cuenca del Río Pánuco, un sistema hidrográfico que desemboca en el Golfo de México, y es importante tanto para la recarga de agua subterránea como para el uso agrícola y urbano en las áreas circundantes. (Carbajal Tradacete y col., [2020](#)).

La región experimenta una diversidad de climas, que varían desde el clima semiárido en el norte hasta el clima húmedo en las zonas más cercanas al Golfo de México. Esta diversidad climática es fundamental para la disponibilidad de agua en la cuenca, ya que algunas áreas reciben lluvias abundantes en ciertas estaciones, mientras que otras sufren de una notable escasez.

La precipitación media anual en la cuenca varía considerablemente según la altitud y proximidad al Golfo, alcanzando hasta 1,200 mm al año en las zonas húmedas y menos de 500 mm en áreas semiáridas. La temporada de lluvias ocurre principalmente entre junio y octubre, lo que facilita la recarga estacional de los ríos y acuíferos; aunque también incrementa el riesgo de inundaciones en las áreas bajas.

Las temperaturas son relativamente altas durante el año, especialmente en las zonas bajas, con máximas que superan los 35 °C en verano y mínimas que rara vez bajan de los 10 °C en invierno. Esto resulta en una alta evaporación que afecta la disponibilidad de agua superficial y subterránea, especialmente en las áreas más ári-

das.

La región es vulnerable a eventos extremos como inundaciones y sequías. Las lluvias intensas en temporada de huracanes pueden provocar crecidas en el Río Pánuco, afectando tanto la agricultura como las zonas urbanas. Por otro lado, en períodos secos, la escasez de agua se vuelve crítica, especialmente en las áreas dedicadas a la agricultura.

Hidrografía

Hidrográficamente, el área en cuestión se encuentra dentro de la Región Hidrológica RH-26B; Río Alto Pánuco. Cubre en su mayoría la subcuenca del Río Moctezuma en la parte de Hidalgo y con pequeñas porciones de las subcuencas de los Ríos Ex-toraz, Tula y Amajac.

El Río Alto Pánuco se destaca como una de las vertientes interiores más relevantes del país, abarcando parte de la altiplanicie septentrional y la totalidad de la porción suroriental del estado, con una extensión que representa el 41.71 % de la superficie estatal. Su topografía, de carácter abrupto, desciende de manera escalonada hacia la costa del Golfo de México, dando origen a una amplia y compleja red fluvial. Esta región incluye las cuencas de los ríos Tula y San Juan del Río, ambos afluentes clave del Río Moctezuma.

La subcuenca del Río Moctezuma, con una superficie de $19,793.60 \text{ km}^2$ en el estado de Hidalgo, tiene como eje principal al propio Río Moctezuma, que nace en el cerro La Bufa, Estado de México, a $3,800 \text{ m.s.n.m.}$ Por su parte, el Río Tula, también originado en el Estado de México, fluye inicialmente hacia el norte hasta Ixmiquilpan, donde cambia su rumbo al noroeste para unirse al Río San Juan del Río. A partir de esta confluencia, el río adopta el nombre de Moctezuma y delimita

de manera natural los estados de Querétaro e Hidalgo. Esta cuenca sobresale por su vasta extensión, la abundancia de afluentes que nutren sus corrientes principales y los distritos de riego que dependen de ella. El Río Moctezuma, surgido en la provincia del Eje Neovolcánico, ingresa al Carso Huasteco por el oeste de Zimapán, atravesando la sierra mediante un profundo cañón. Entre su infraestructura hidráulica destaca la presa hidroeléctrica Ing. Fernando Hiriart Valderrama, con una capacidad de almacenamiento que varía entre 691 y 1,460 millones de m^3

El sistema hidrológico superficial se enriquece con diversos arroyos intermitentes de drenaje dendrítico que, dentro del territorio municipal, desembocan en el Río Tolimán. Este, a su vez, fluye hacia el norte hasta integrarse al Río Moctezuma, fortaleciendo la red fluvial de la región.

En las áreas propicias del municipio, el agua subterránea se acumula en acuíferos formados por tres sistemas hidrológicos distintos: rocas calcáreas, ígneas y rellenos aluviales. El primero consiste en un acuífero de flujo regional alojado en cavernas y fisuras (de tipo confinado y semiconfinado) dentro de calizas arrecifales del Cretácico, que configuran estructuras sinclinales y anticlinales. Estas formaciones mantienen comunicación hidráulica con conglomerados y material aluvial, permitiendo un notable flujo horizontal de agua. El segundo sistema corresponde a un acuífero granular en fracturas (semiconfinado), mientras que el tercero es un acuífero granular heterogéneo ubicado en la parte central del valle, con sedimentos arcillosos y conglomerados en sus bordes laterales. Los acuíferos en rellenos aluviales son mayormente libres, aunque localmente confinados por capas arcillosas. La recarga de estos sistemas proviene principalmente de los escurrimientos de las sierras circundantes, la infiltración directa de lluvia y el flujo subterráneo. (Solana López, 2008).

1.4. DESCRIPCIÓN FÍSICA, GEOLÓGICA E HIDROGRÁFICA

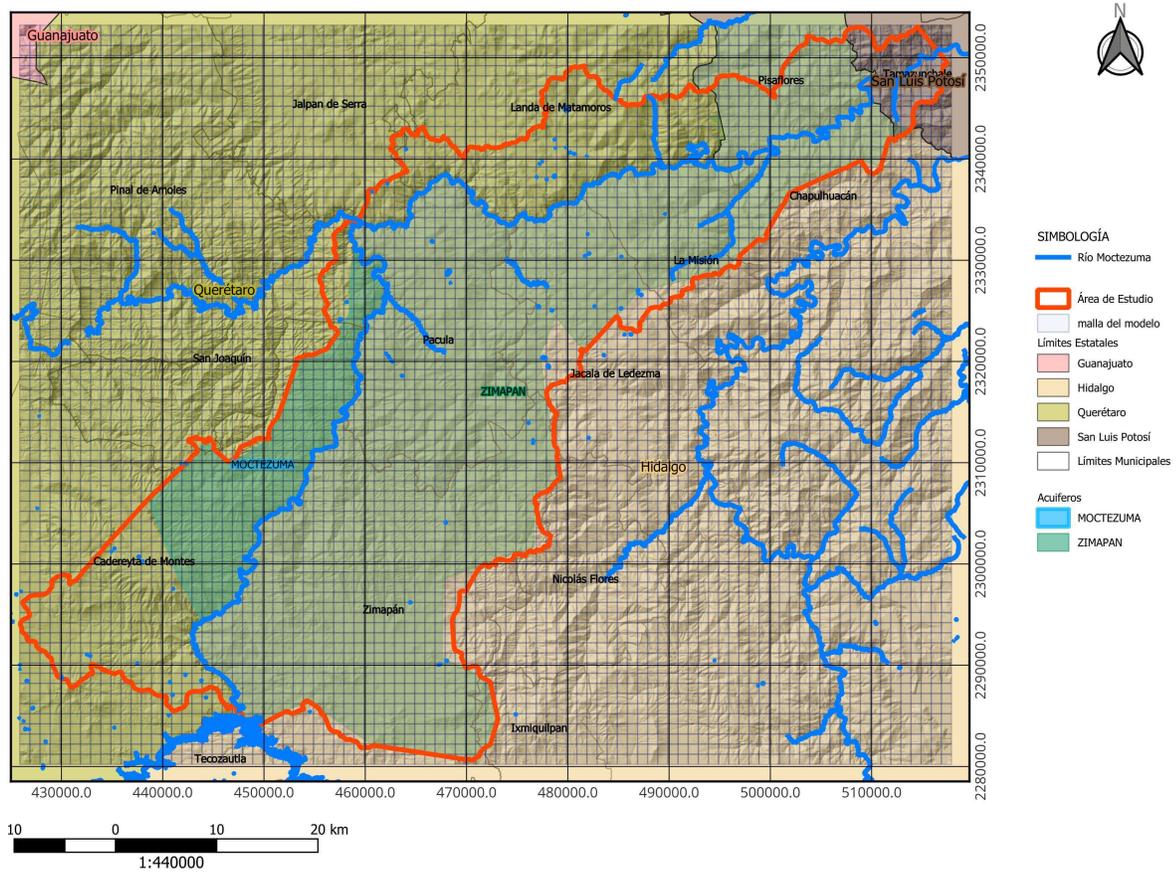


Figura 1.12: Mapa con las cuenca hidrográficas y acuíferos cercanos. (Elaboración propia).

Capítulo 2

MARCO TEÓRICO

La presente tesis se centra en la modelación matemática hidrogeológica, específicamente en el proceso de flujo en estado estacionario del agua subterránea. Estos procesos incluyen la capacidad de los materiales de distintas permeabilidades para almacenar agua subterránea y los tiempos de desplazamiento de esta.

El propósito de este capítulo es revisar la modelación determinista de los procesos de flujo subterráneo. En primer lugar, se ofrece un breve repaso de los conceptos básicos necesarios para comprender la teoría del flujo en medios porosos. A continuación, se justifica el tratamiento de la zona de estudio, predominantemente kárstica, como un medio poroso equivalente en lugar de un medio fracturado o de conducto. Posteriormente, se desarrolla matemáticamente la ecuación de flujo en tres dimensiones utilizando el método de diferencias finitas. A continuación, se describen las condiciones de frontera y los paquetes de flujo, y finalmente se aborda en brevedad la teoría de tipos de calibración con un resumen de las medidas de error empleadas.

2.1. Movimiento del agua en formaciones geológicas

2.1.1. Hidrogeología kárstica

Los sistemas kársticos exhiben muchas de las propiedades de los acuíferos granulares además de sus propias características distintivas.

Conceptos generales

Se conoce como **acuífero** a la unidad geológica capaz de absorber y transmitir en cantidades económicas de agua a pozos y manantiales (Fetter, 2000). Los acuíferos se pueden clasificar en tres tipos generales: a) *acuífero libre*, el cual está limitado inferiormente por una capa impermeable, y por arriba está influenciada por la presión atmosférica; b) el *acuífero confinado* es aquel que está limitado por capas impermeables y cuya presión de alojamiento es superior a la atmosférica; c) un *acuífero semiconfinado*, es aquel que se encuentra limitado por una capa de baja permeabilidad. Por otra parte, las formaciones que limitan a un acuífero confinado se les reconoce como *acuífugo* si son incapaces de absorber y transmitir agua en volúmenes significativos, o bien, como acuícludos si son relativamente impermeables que pueden absorber agua lentamente; pero, que no permiten su flujo con la velocidad suficiente para abastecer cantidades razonables a los pozos o manantiales. A una secuencia de capas rocosas permeables e impermeables se le denomina *acuitardo*, cómo tal es el caso de las secuencias de areniscas calcáreas y calizas. Puede ocurrir, en el caso de acuíferos kársticos, que la misma capa de roca constituya sus propios límites; sea porque esa porción no ha sido expuesta a la karstificación y por lo tanto no ha desarrollado porosidad o bien por que la presión litostática impide la penetración del agua.

Porosidad. Derek C. Ford, 2007 menciona que los sedimentólogos definen dos tipos de porosidad, primaria y secundaria: la primaria es la que es creada durante la deposición; mientras que la secundaria se produce después de la diagénesis. Por otro lado, los hidrogeólogos distinguen tres tipos de porosidad: primaria (porosidad de grano), secundaria (fracturas y fisuras) y terciaria (conductos y cuevas por disolución).

Como las rocas carbonatadas que son el objeto de nuestro interés, exhiben los tres tipos de porosidad desde la perspectiva hidrogeológica, entonces a los acuíferos kársticos se les pueden diferenciar según su tipo: granular, fracturado y de conducto. Aunque exhiben los tres tipos de porosidad, por definición, tienen una componente de conducto que es la dominante en el flujo subterráneo.

2.1.2. Aplicabilidad de la Ley de Darcy

Considerando la aproximación darciana del medio, se tiene que suponer a la roca como un continuo poroso sobre el que se pueden definir parámetros macroscópicos (como la conductividad K), aceptando que estos parámetros también describen el comportamiento microscópico del medio. Al tratarse de un medio fracturado y atravesado por conductos de disolución, en el caso del karst, la aproximación darciana se conceptualiza como un continuo en el cual se asume es posible definir los parámetros hidrogeológicos.

En el experimento de Darcy, la descarga Q es medida a través de una sección de área a del medio saturado, entonces Q/a es la descarga por unidad de área, por lo tanto, tiene dimensiones de una velocidad, denotada a veces por u (también conocida como descarga específica o velocidad de filtración o flujo de Darcy). Por otro lado, Freeze y Cherry, 1979 señalaron que la ley de Darcy es una ley lineal, pero en la

práctica esta linealidad no se observa, pues al graficar Descarga Específica contra Gradiente Hidráulico no se dibuja una recta para todos los gradientes hidráulicos, especialmente para relativas altas velocidades, donde la ley de Darcy falla. Bear, 1972 concluyó de evidencia experimental que la ley de Darcy es válida siempre y cuando el número de Reynolds Re está entre 1 y 10.

En la mayoría de los acuíferos kársticos, es posible llevar a cabo pruebas de pozo utilizando supuestos darcianos con resultados aceptables en muchos casos. Sin embargo, sería un error asumir que la gestión de los recursos hídricos de la cuenca en su totalidad pueda describirse utilizando exclusivamente principios darcianos.

La amplia experiencia internacional ha demostrado que, para los acuíferos carbonatados no confinados, la postura prudente es asumir la karstificación, a menos que las pruebas de diagnóstico no lo confirmen. Solo en este caso se justificaría aplicar la ley de Darcy en la localidad considerada (Derek C. Ford, 2007).

2.2. Modelos Matemáticos

Un modelo es una representación de un sistema o proceso real que sustituye al sistema y cuyo comportamiento imita al sistema. Entonces el modelado, es el método para predecir un sistema natural o antrópico de interés mediante la construcción de un modelo. Los modelos pueden ser construcciones físicas ó matemáticas. En el caso de los modelos matemáticos estos son abstracciones que representan los procesos en forma de ecuaciones. Debido a su gran versatilidad y bajo costo hoy en día son más recurridos los modelos matemáticos. En aplicaciones específicas los modelos matemáticos consisten en códigos computacionales que son fácilmente adaptables a cualquier cambio en las propiedades del sistema, además de que poseen notable

unidad conceptual y generalidad.

Muchos de los modelos de agua subterránea son modelos matemáticos deterministas, ya que se basan en la conservación de masa, del momento, de la energía y describen las causas y efectos de sus relaciones. Estos modelos deterministas generalmente utilizan ecuaciones en derivadas parciales. Los métodos numéricos proporcionan soluciones aproximadas de las ecuaciones rectoras en toda la discretización espacial y temporal.

En una aproximación mediante de la modelación matemático-computacional, durante el proceso se construyen consecutivamente modelos conceptuales, modelos matemáticos, modelos numéricos y modelos computacionales. Los modelos conceptuales son aquellos que establecen el propósito y alcance del modelo a desarrollar, mientras que el modelo computacional es un software o código de computadora (Konikow, 2002, Herrera y Pinder, 2012).

2.2.1. Modelos matemáticos de flujo de agua subterránea

Todos los modelos de flujo de agua subterránea en medios porosos basados en procesos se derivan de dos principios básicos: conservación de la masa, que establece que el agua no se crea ni se destruye y la Ley de Darcy, que establece que el agua subterránea fluye de altos potenciales de energía a bajos potenciales.

2.2.2. Ecuación gobernante

La representación matemática de los procesos hidrogeológicos requiere necesariamente supuestos. Esos supuestos están incorporados en la ecuación gobernante, esto es, que representa el flujo de un fluido monofásico (agua en estado líquido a densidad

constante) en un medio poroso continuo según la Ley de Darcy.

La ecuación que describe el flujo en un medio poroso se obtiene de manera convencional a partir del análisis del movimiento del agua a través de un cubo de material poroso. Este cubo debe ser lo bastante grande para reflejar las características del medio poroso, pero lo suficientemente pequeño como para que la variación de carga dentro de su volumen sea mínima. Dicho cubo se denomina volumen elemental representativo o VER, con volumen igual a $\Delta x \Delta y \Delta z$ como en la figura 2.1.

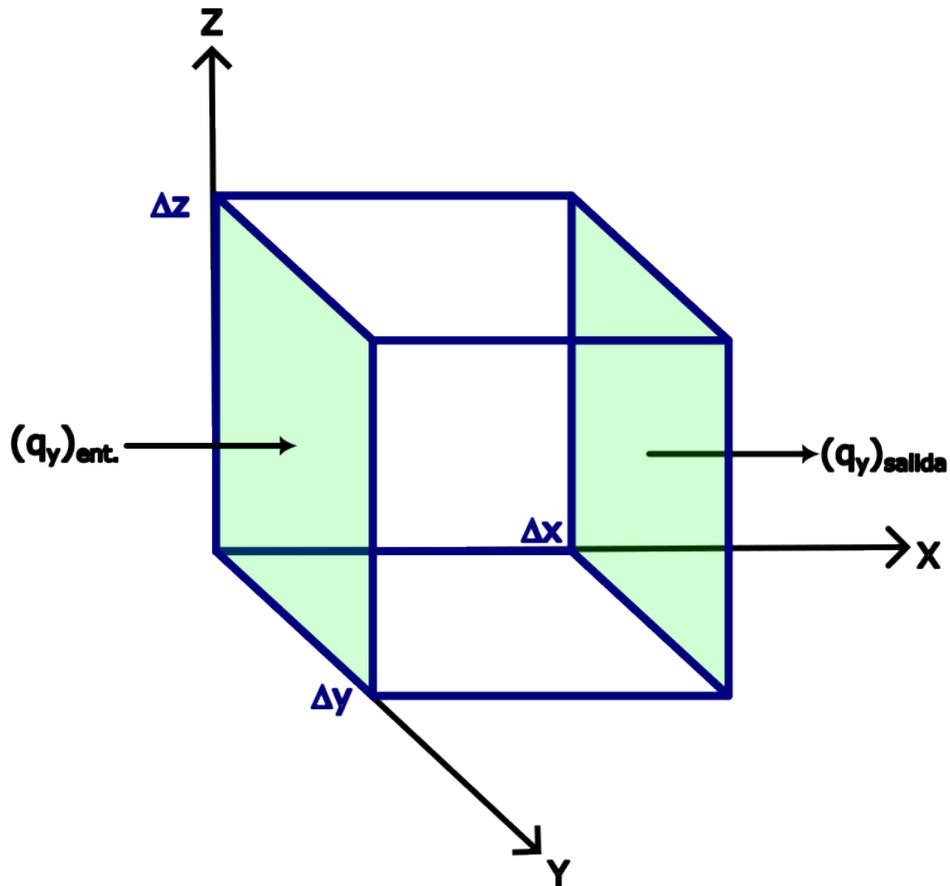


Figura 2.1: Volumen elemental representativo (VER). (Elaboración propia basada en Anderson, 2015)

El flujo, q , a través del VER, es un vector cuya magnitud se expresa por tres componentes, q_x , q_y y q_z . Formalmente se escribe:

$$\mathbf{q} = q_x \mathbf{i}_x + q_y \mathbf{i}_y + q_z \mathbf{i}_z \quad (2.1)$$

La conservación de masa requiere un balance de agua dentro del VER tal que

$$\text{Entradas} - \text{Salidas} = \Delta \text{almacenamiento} \quad (2.2)$$

En el límite esta diferencia se convierte en una derivada parcial según el eje coordenado del VER, convirtiendo la notación diferencial a derivadas parciales; se puede mostrar que el cambio en la tasa volumétrica de flujo a través del VER en todos sus ejes coordenados es

$$\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z}\right)\Delta x\Delta y\Delta z = \Delta \text{almacenamiento} \quad (2.3)$$

Añadiendo la posibilidad de un sumidero o fuente, W^* ,

$$\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} - W^*\right)\Delta x\Delta y\Delta z = \Delta \text{almacenamiento} \quad (2.4)$$

El cambio en el almacenamiento está representado por almacenamiento específico (S_s), que es el volumen de agua liberado del almacenamiento por cambio unitario en altura (h) por unidad de volumen de acuífero ($S_s = \frac{\Delta V}{\Delta h\Delta x\Delta y\Delta z}$). Combinando con la ecuación (2.4) y dividiendo por $\Delta x\Delta y\Delta z$ se obtiene la forma final de la ecuación del balance hídrico:

$$\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} - W^* = -S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.5)$$

Usando la Ley de Darcy ($\mathbf{q} = -\mathbf{K} \mathbf{grad}(h)$) se puede relacionar la descarga específica (\mathbf{q}) con la carga (h). Tanto \mathbf{q} como $\mathbf{grad}(h)$ son vectores y \mathbf{K} es el tensor de conductividad hidráulica. Los componentes de la descarga específica, \mathbf{q} , son:

$$q_x = -K_x \frac{\partial h}{\partial x} \quad (2.6)$$

$$q_y = -K_y \frac{\partial h}{\partial y} \quad (2.7)$$

$$q_z = -K_z \frac{\partial h}{\partial z} \quad (2.8)$$

Sustituyendo (2.8), queda:

$$\frac{\partial}{\partial x}(K_x \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K_y \frac{\partial h}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z}(K_z \frac{\partial h}{\partial z}) = S_s \frac{\partial h}{\partial t} - W^* \quad (2.9)$$

La variable de interés, h , es variable dependiente, mientras que x, y, z y t son independientes y K_x, K_y, K_z, S_s mientras que W son parámetros. Los subíndices de K denotan condiciones anisotrópicas, lo que significa que la conductividad hidráulica puede variar con la dirección, x, y ó z . La ubicación de K dentro de los signos diferenciales permite una variación espacial (heterogeneidad) en la conductividad hidráulica.

La ecuación 2.9 supone que los componentes principales del tensor de conductividad hidráulica (K_x, K_y, K_z) están alineados con los ejes coordenados x, y, z . Cuando este no es el caso, Es necesario utilizar una versión de la ecuación gobernante que incluya todos los nueve componentes del tensor de conductividad hidráulica **K**

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{xz} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{yz} \\ K_{zx} & K_{zy} & K_{zz} \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Entonces la ecuación 2.9 ,considerando 2.10, queda

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial x}(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{xz} \frac{\partial h}{\partial z}) + \\ & \frac{\partial}{\partial y}(K_{yx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{yz} \frac{\partial h}{\partial z}) + \\ & \frac{\partial}{\partial z}(K_{zx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{zy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z}) = \\ & S_s \frac{\partial h}{\partial t} - W^* \quad (2.11) \end{aligned}$$

Aún así, la ecuación 2.9 se utiliza en la mayoría de los códigos numéricos de flujo de agua subterránea. La variable de interés, h es la variable dependiente, mientras x, y, z y t variables independientes, K_x, K_y, K_z, S_s y W^* son parámetros. Se puede simplificar cuando el problema es de estado estacionario ($\frac{\partial h}{\partial t} = 0$) ó bidimensional (2D).

Para el flujo horizontal 2D a través de un acuífero confinado, se pueden definir parámetros integrados verticalmente, es decir, transmisividad (T) y almacenamiento (S). Entonces, la ecuación 2.9 se simplifica a

$$\frac{\partial}{\partial x}(T_x \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(T_y \frac{\partial h}{\partial y}) = S \frac{\partial h}{\partial t} - R \quad (2.12)$$

El término de sumidero ó fuente, W^* , se convierte por lo tanto en un flujo, expresado como volumen de agua por área por tiempo, $R(L/T)$.

Para un flujo horizontal 2D en un acuífero anisotrópico, heterogéneo, no confinado, 2.9 queda

$$\frac{\partial}{\partial x}(K_x h \frac{\partial h}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(K_y h \frac{\partial h}{\partial y}) = S_y \frac{\partial h}{\partial t} - R \quad (2.13)$$

donde S es la descarga específica y R es el coeficiente de recarga.

2.2.3. Modelos Numéricos

Los modelos numéricos utilizan una forma aproximada de la ecuación gobernante para calcular la carga en ubicaciones seleccionadas. Los modelos numéricos pueden resolver completamente la ecuación gobernante transitoria, 3D, heterogénea y anisotrópica (Ec. 2.13) bajo complejas condiciones iniciales y de frontera.

Los métodos numéricos más comúnmente utilizados en el modelado de aguas subterráneas son el método de diferencias finitas (DF) y el método de elementos finitos (EF). En el método de DF, los nodos se ubican en el espacio 3D usando índices

(i, j, k) para asignar ubicaciones relativas dentro de una cuadrícula rectangular (figura 2.2).

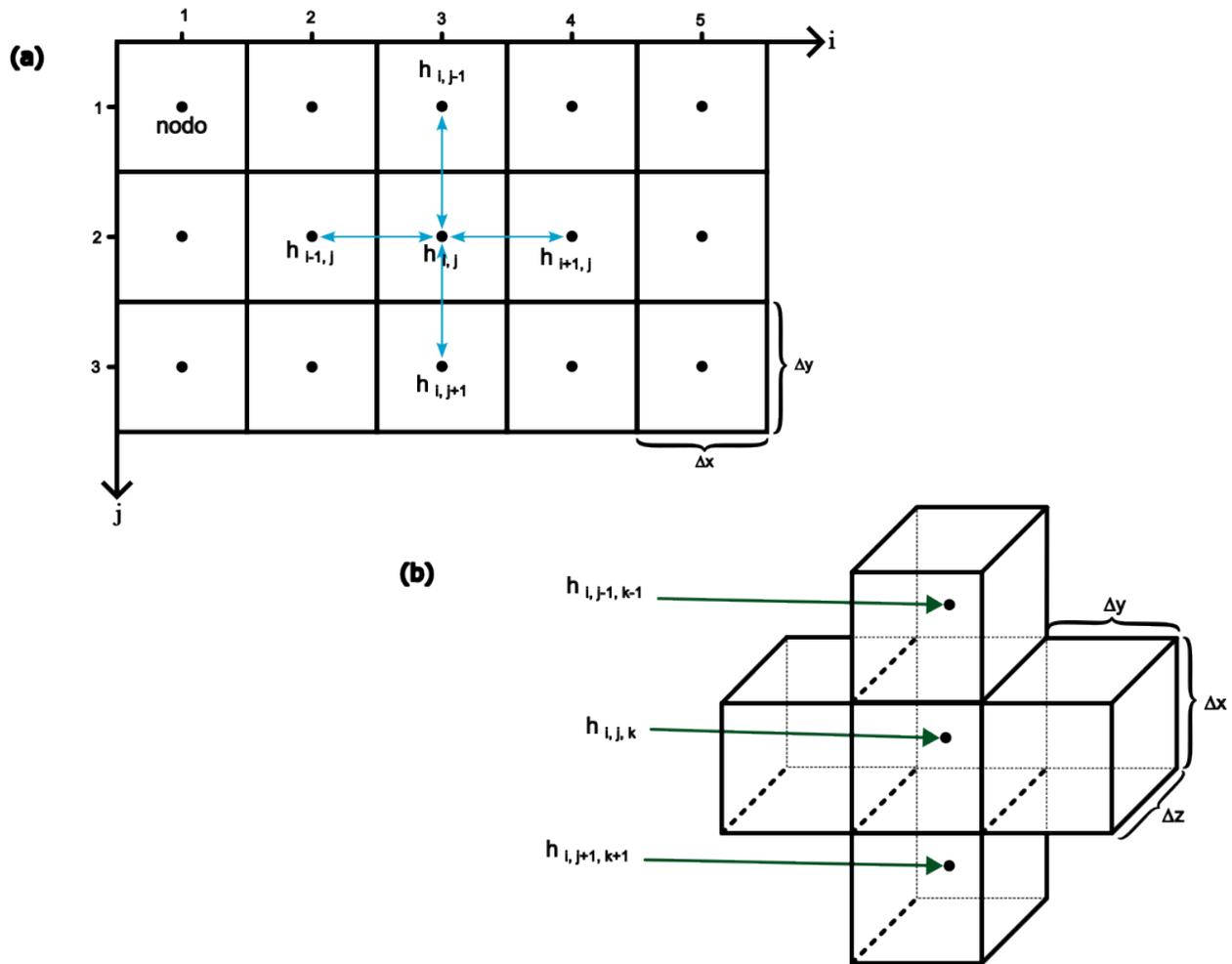


Figura 2.2: Notación de malla de Diferencias Finitas (DF). (a) Malla de DF dos-dimensional (2D) con distancia entre nodos constante de i columnas y j renglones con la notación de un grupo de cinco nodos que comprenden el modulo (estrella) de DF 2D centrado en el nodo (i,j) . (b) notación tres-dimensional donde k es el índice vertical. Se simplifica que hay un grupo de 7 nodos incluido el (i,j,k) que comprenden el modulo en DF en 3D. Elaboración propia basada en Mary P. Anderson, 2015.

2.2.4. Diferencias finitas

En el método DF, los nodos se designan con índices i, j, k que representan columnas, filas y capas, respectivamente, de un nodo en el espacio 3D (figura 3.4). El espaciado de los nodos a lo largo de las filas es designado por Δx y el espaciado a lo largo de las columnas por Δy , mientras que el espaciado entre capas es Δz . El nodo está situado dentro de una celda o bloque de DF (Fig. 3.4 (b) y (c)). Las cargas hidráulicas se definen solo en los nodos y la carga hidráulica en un nodo representa la carga hidráulica promedio en la celda ó bloque de DF. Una forma aproximada de la ecuación gobernante se escribe reemplazando las derivadas parciales en la ecuación (2.13) por Diferencias. Teniendo en cuenta los nodos espaciados irregularmente (figura 3.6), la expresión DF para la ecuación (2.13) se escribe de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(\Delta x)_{i,j,k}} \left[K_{x(i+1/2,j,k)} \frac{h_{i+1,j,k}^{n+1}}{(\Delta x)_{i+1/2,j,k}} - K_{x(i-1/2,j,k)} \frac{h_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta x)_{i-1/2,j,k}} \right] + \\ & \frac{1}{(\Delta y)_{i,j,k}} \left[K_{x(i,j+1/2,k)} \frac{h_{i,j+1,k}^{n+1}}{(\Delta y)_{i,j+1/2,k}} - K_{y(i,j-1/2,k)} \frac{h_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta y)_{i,j-1/2,k}} \right] + \\ & \frac{1}{(\Delta z)_{i,j,k}} \left[K_{z(i,j,k+1/2)} \frac{h_{i,j,k+1}^{n+1}}{(\Delta z)_{i,j,k+1/2}} - K_{z(i,j,k-1/2)} \frac{h_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta z)_{i,j,k-1/2}} \right] = \\ & S_s \frac{h_{i,j,k}^{n+1}}{(\Delta t)} - W_{i,j,k}^* \quad (2.14) \end{aligned}$$

donde $(\Delta x)_{i+1/2,j,k}$ y $(\Delta x)_{i-1/2,j,k}$ se indican en la figura 2.3; el espaciado nodal irregular en las direcciones y y z se define de manera similar. Los superíndices $n+1$ en el lado izquierdo de la ecuación indican que las derivadas espaciales se aproximan al nivel de tiempo $n+1$.

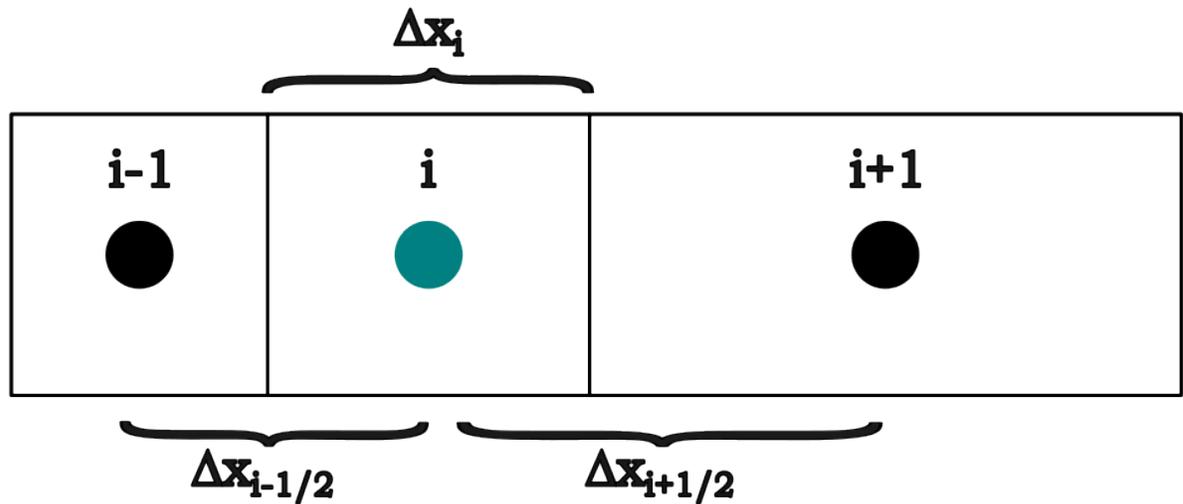


Figura 2.3: Notación de DF para nodos espaciados irregularmente en la dirección X en un arreglo centrado en bloques. Elaboración propia basado en Anderson, 2015.

La ecuación (2.14) se simplifica al introducir un parámetro conocido como conductancia, C , donde Una expresión general entre dos celdas en una cuadrícula de DF rectangular es:

$$C = \frac{KA}{L} \quad (2.15)$$

donde A es el área de la cara entre las dos celdas; L es la distancia entre los centros de los nodos en dos celdas; K es la conductividad hidráulica entre celdas (es decir, la conductividad hidráulica promedio entre los dos nodos). Se debe tener en

cuenta que $Q = C\Delta h$. Entonces la ecuación (2.14) se puede escribir en términos de la conductancia:

$$\begin{aligned}
 & CV_{i,j,k-1/2}h_{i,j,k-1} + CR_{i-1/2,j,k}h_{i-1,j,k} + CC_{i,j-1/2,k}h_{i,j-1,k} + \\
 & (-CV_{i,j,k-1/2} - CR_{i-1/2,j,k} - CC_{1,j-1/2,k} - CV_{i,j,k+1/2} - CR_{i+1/2,j,k} - \\
 & CC_{i,j,k+1/2} + HCOF_{i,j,k})h_{i,j,k} + CV_{i,j,k+1/2}h_{i,j,k+1} + CR_{i+1/2,j,k}h_{i+1,j,k} + CC_{i,j+1/2,k}h_{i,j+1,k} \\
 & = RHS_{i,j,k} \quad (2.16)
 \end{aligned}$$

donde CR y CC son las conductancias horizontales en filas y columnas, respectivamente, y CV es la conductancia vertical entre capas. En la ecuación (2.16), se usan los términos de MODFLOW ($CR, CC, CV, HCOF, RHS$) con la convención de que i es el índice de la columna y j es el índice de la fila, lo cual es consistente con la ecuación (2.14) y la figura 3.4. Se debe tener en cuenta, sin embargo, que en MODFLOW $i =$ filas y $j =$ columnas.

En la ecuación (2.14), el nivel de tiempo actual (o antiguo) es n y se resuelve la carga en $n + 1$. En la ecuación (2.16) se usa una convención diferente para expresar los niveles de tiempo mediante la cual, se resuelven las cargas hidráulicas en el nivel de tiempo t . La altura de la carga hidráulica, h , sin superíndice se entiende que está en el nivel de tiempo t ; el nivel de tiempo anterior (o anterior) es t_1 . La carga hidráulica del nivel t_1 aparece en la expresión de RHS:

$$HCOF_{i,j,k} = \frac{-SS_{i,j,k}V_{i,j,k}}{\Delta t} \quad (2.17)$$

$$RHS_{i,j,k} = \frac{-SS_{i,j,k}V_{i,j,k}h_{i,j,k}^{t-1}}{\Delta t} \quad (2.18)$$

donde $SS_{i,j,k}$ es el almacenamiento específico de la celda i, j, k ; $V_{i,j,k}$ es el volumen ($\Delta x_i, j, k \Delta y_{i,j,k} \Delta y_{i,j,k}$) de la celda i, j, k ; Δt es el paso de tiempo; h_{t_i, j, k_1} es la carga

hidráulica en el nodo i, j, k en el nivel de tiempo anterior (t_1). Las ecuaciones (2.14) ó (2.16) se escriben para cada nodo en el interior de la cuadrícula. Las condiciones de contorno se incorporan a las expresiones de los nodos que se encuentran a lo largo de los límites. El conjunto resultante de ecuaciones algebraicas se escribe como una ecuación matricial global:

$$[A]\{h\} = \{f\} \quad (2.19)$$

donde $[A]$ es el coeficiente o matriz de conductancia que contiene las conductancias y el $HCOF$; h es la matriz de carga hidráulicas desconocidas y f contiene RHS .

2.3. Condiciones de frontera y paquetes de flujo

En esta sección se describe mas detalladamente las condiciones de frontera como “paquetes de flujo” de MODFLOW 2005 en un contexto a como son requeridos por PM.

En el contexto de la modelación hidrogeológica, el término “Condición de frontera” no solo se refiere a las condiciones que definen el flujo hacia dentro y fuera del dominio espacial del problema, conocidas como “condiciones de frontera perimetrales”. También pueden ser condiciones de frontera que especifican condiciones hidráulicas cómo fuentes y sumideros, estas pueden estar dentro del dominio del modelo, que en efecto son “condiciones internas de frontera” (Mary P. Anderson, 2015).

Cabe mencionar que matemáticamente, las condiciones de frontera se clasifican en tres tipos (Mary P. Anderson, 2015):

- Tipo 1. Frontera de carga especificada (condiciones de Dirichlet) donde la carga a lo largo del límite es un valor conocido. Las alturas de las cargas a lo largo

de una frontera específica pueden variar con el espacio. Una frontera de carga constante es un caso especial de frontera del Tipo 1.

- Tipo 2. Frontera de flujo especificado (condiciones de Neumann) donde se especifica la derivada de la carga en la frontera. El flujo se calcula a partir de la Ley de Darcy. Una frontera de no flujo es un caso especial de frontera tipo 2.
- Tipo 3. Frontera dependiente de la carga (condiciones de Cauchy) donde el flujo a través del límite se calcula a partir de la Ley de Darcy utilizando un gradiente calculado como la diferencia entre una carga especificada fuera de la frontera y la carga calculada por el modelo en el nodo ubicado en o cerca de la frontera. Este tipo de condición de frontera a veces se denomina condición de frontera mixta porque relaciona una carga de frontera con un flujo de frontera.

1. Paquete de Drenaje (DRN - Drain Package)

El paquete **DRN** se utiliza para simular drenajes, como canales o sistemas de drenaje artificiales que permiten el escape del agua cuando la *carga hidráulica* h en una celda del modelo supera una elevación específica.

a) Parámetros principales

- **ELEV (Elevación del drenaje)**: Elevación a la cual se localiza el drenaje. Si la *carga* en la celda del modelo sube por encima de esta elevación, se producirá drenaje.
- **C_d (Conductancia del drenaje)**: Controla el flujo de agua hacia el drenaje. Se calcula como

$$C_d = \frac{K \cdot A}{L}$$

donde:

- K es la conductividad hidráulica,
- A es el área de la celda conectada al drenaje,
- L es la distancia entre el drenaje y la celda.

b) Condiciones de flujo

- Si la *carga hidráulica* es mayor que la elevación del drenaje, el flujo de agua se drena fuera del acuífero.
- Si la *carga* está por debajo de la elevación del drenaje, no se produce flujo.

2. Paquete de Frontera de Carga Generalizada (GHB - General Head Boundary)

El paquete **GHB** Es usado para simular condiciones de fronteras de flujo dependientes de la carga hidraulica (Condición de frontera de Cauchy) representa condiciones de frontera en las que el flujo hacia o desde el acuífero depende de la diferencia entre la *carga hidráulica* en una celda y una *carga* externa impuesta.

a) Parámetros principales

- h_b (**Carga del cuerpo de agua externo**): Representa la *carga hidráulica* impuesta (externa) en el cuerpo de agua que interactúa con el acuífero.
- C_{ghb} (**Conductancia de la frontera**): Controla el flujo de agua hacia o desde el acuífero, influenciado por la permeabilidad y la geometría de la interfase.

b) **Condiciones de flujo** El flujo hacia o desde la celda es proporcional a la diferencia entre la *carga* en la celda y la *carga* externa:

$$Q = C_{ghb} \cdot (h_b - h)$$

3. Paquete de Recarga (RCH - Recharge Package)

El paquete **RCH** introduce la recarga directa al acuífero desde la superficie, como la infiltración de lluvia, aguas de riego o cuerpos de agua superficiales.

a) **Parámetros principales**

- **RECH (Tasa de recarga)**: Es la tasa de recarga en unidades de longitud/tiempo. Representa el flujo de agua que ingresa en la primera capa del acuífero.

b) **Condiciones de flujo** La recarga se introduce como un flujo vertical en la columna especificada. La cantidad de agua recargada dependerá de la tasa de recarga definida y del área de la celda.

4. Paquete de Río (RIV - River Package)

El propósito del paquete **RIV** es para simular el efecto de flujo entre un río o cuerpos superficiales de agua y el acuífero subyacente. Representa un flujo bidireccional, lo que significa que el río puede perder agua hacia el acuífero o recibir agua del acuífero.

a) **Parámetros principales**

- H_{riv} (**Nivel del agua en el río**): Es la elevación del nivel del agua en el río, que controla la cantidad de flujo entre el río y el acuífero.
- C_{riv} (**Conductancia de la base del río**): Determina la cantidad de flujo entre el río y el acuífero, basada en la conductividad hidráulica, área de contacto y la distancia entre el nivel del agua en el río y el acuífero.
- B_{riv} (**elevación de la base del río**): Elevación del fondo del río, por debajo de la cual no se puede perder más agua hacia el acuífero.

b) **Condiciones de flujo**

- Si h del acuífero es mayor que el nivel del agua en el río H_{riv} , el agua fluirá hacia el río.
- Si el nivel del río es mayor que h del acuífero, el río perderá agua hacia el acuífero.

El valor de Q_{riv} es negativo si el nivel hidráulico h es mayor que H_{riv} . Esto significa que el agua fluye desde el acuífero hacia el río y se elimina del sistema de aguas subterráneas. Cuando h cae por debajo del fondo del lecho del río el flujo a través de la base del río se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$Q_{riv} = C_{riv} \cdot (H_{riv} - h) \quad \text{si } (h > B_{riv})$$

El valor de Q_{riv} es negativo si el nivel hidráulico h es mayor que H_{riv} . Esto significa que el agua fluye desde el acuífero hacia el río y se elimina del sistema de aguas subterráneas. Cuando h cae por debajo del fondo del lecho del río:

$$Q_{riv} = C_{riv} \cdot (H_{riv} - B_{riv}) \quad \text{si } (h < B_{riv})$$

5. Paquete de Pozo (WEL - Well Package)

El paquete **WEL** se utiliza para simular la extracción o inyección de agua mediante pozos.

a) Parámetros principales

- **Q (Tasa de extracción o inyección):** Representa el flujo del pozo en unidades de volumen/tiempo (por ejemplo, metros cúbicos por día). Los valores positivos de Q representan inyección de agua y los valores negativos representan extracción.

b) **Condiciones de flujo** Un pozo ubicado en una celda extrae o inyecta agua directamente, afectando el balance de masa de esa celda. El impacto de un pozo dependerá de la tasa de extracción, las propiedades hidráulicas del acuífero y las condiciones de frontera cercanas.

2.4. Balance hídrico

El balance hídrico calculado por el código detalla los flujos a través de los límites, incluyendo la capa freática hacia y desde fuentes y sumideros, incluidos los cuerpos de agua superficiales y en simulaciones transitorias hacia y desde el almacenamiento. La liberación de agua del almacenamiento se cuenta como entrada y la absorción se cuenta como salida. Por lo general, las celdas o elementos asociados con nodos de límite de carga hidráulica especificados no se consideran parte del dominio del problema a los efectos del cálculo del balance hídrico. El presupuesto de agua debe mostrar que la entrada total es igual a la salida total. Normalmente, el código calcula el error de balance de agua como la diferencia entre la entrada y la salida. El presupuesto de agua debe ser inferior al 0,5 % (idealmente inferior al 0,1 %; (Konikow, 2002) (1978), pero un error de hasta el 1 % puede ser aceptable. Un error de presupuesto de agua porcentual más alto podría significar que la solución no ha convergido porque los criterios de cierre están establecidos demasiado altos o la solución puede no haber convergido dentro del número máximo de iteraciones permitidas.

2.5. Calibración

Los sistemas de agua subterránea nunca se pueden conocer con exactitud por lo que en lugar de reflejar el sistema ambiental en sí, se debe trazar este sistema en un espacio modelo (Beven, 2009, p. 11). El espacio modelo se utiliza para definir la gama de modelos factibles y entradas del modelo que son potencialmente apropiadas para un sitio de campo. Durante la migración que se produce durante este mapeo, donde la vista ya simplificada del mundo natural representada por un modelo conceptual se simplifica aún más para que un modelo numérico sea computacionalmente tratable.

Para juzgar qué tan bien se realizó este mapeo de un sistema ambiental a un espacio modelo, el rendimiento del modelo debe evaluarse utilizando observaciones de campo que se puedan comparar con la salida del modelo (datos duros), así como todo lo demás que sabemos sobre el sistema (datos blandos).

En el problema directo, se especifican parámetros como la conductividad hidráulica, el almacenamiento específico, la capacidad de almacenamiento ó rendimiento específico y la tasa de recarga, y se calculan las cargas y los flujos.

Sin embargo, en la práctica, sólo los valores medidos en campo de las cargas y los flujos se conocen por lo general con un grado relativamente más alto de confianza y los valores de los parámetros son menos conocidos. En este contexto, un modelo de agua subterránea se plantea como un problema inverso, donde las observaciones de la carga forman la variable dependiente en la ecuación gobernante y se utilizan para resolver los valores de los parámetros.

Los problemas inversos generalmente se resuelven mediante la comparación de antecedentes. El objetivo del emparejamiento histórico es identificar un conjunto de parámetros que produzca un emparejamiento satisfactorio con las observaciones de campo.

Los parámetros se ajustan dentro de rangos razonables en simulaciones secuenciales del modelo hasta que el modelo produce una coincidencia aceptable.

2.5.1. Objetivos de la calibración

Por lo general, un modelador tiene una serie de observaciones (imperfectas), típicamente cargas y flujos, que colectivamente dan una imagen instantánea y parcial de las verdaderas condiciones del campo en un sitio. No todas las observaciones son igualmente seguras; algunos pueden ser relativamente precisos y exactos, mientras que otros son decididamente aproximados. El modelador selecciona todas o algunas

de estas observaciones de condiciones ó períodos de tiempo similares como objetivos de calibración.

Los objetivos de calibración se comparan con valores simulados durante la comparación del historial para describir el ajuste del modelo y contienen el conocimiento sólido sobre el sistema. Por lo tanto, requerir que los valores simulados coincidan con los de los objetivos de calibración obliga al modelo a responder como el sistema real, al menos para las condiciones representadas en la simulación. La información contenida en los objetivos de calibración, a su vez, restringe los parámetros del modelo que se ajustan durante la comparación del historial.

2.5.2. Objetivos de carga

La altura es el único tipo de objetivo que es un resultado directo de la ecuación de flujo de agua subterránea, y al menos algunas medidas de altura están disponibles en la mayoría de las investigaciones de aguas subterráneas. Las cargas se pueden medir en pozos con pantallas que penetran parcialmente en una capa del modelo o penetran en más de una capa del modelo.

2.5.3. Objetivos de flujo

Las observaciones de flujo incluyen una variedad de tipos de flujos como flujo base, flujo de manantial, infiltración de escurrimientos, flujo de agua subterránea a un lago y evapotranspiración a través del nivel freático, y todos pueden usarse como objetivos de calibración. Los valores espacialmente integrados de los flujos de agua subterránea hacia y desde los arroyos a menudo se estiman a partir de datos de medición de arroyos o de diversas mediciones de descarga de arroyos. Las estimaciones puntuales de los flujos se pueden establecer a partir de mediciones de campo directas

o se pueden calcular utilizando datos de campo y la Ley de Darcy.

2.5.4. Objetivos de clasificación

No todos los objetivos son igualmente ciertos o importantes para el propósito del modelado (por ejemplo, Townley, 2012, y ningún modelo puede coincidir con todos los objetivos de calibración igualmente bien. Por tanto, es necesario decidir qué objetivos son los más importantes. Esto se hace clasificando los objetivos, donde el rango expresa el juicio del modelador sobre la importancia de simular un objetivo específico durante la comparación del historial. El modelador intenta encontrar una buena coincidencia con los objetivos de clasificación más alta y puede aceptar un modelo que coincida mal con los objetivos de clasificación inferior. El conjunto de objetivos clasificados es la expresión más importante de lo que el modelador considera importante para la calibración y, por extensión, el objetivo del modelado. Los objetivos clasificados afectan tanto la identificación de un modelo apropiado como los pronósticos realizados utilizando el modelo calibrado final.

2.5.5. Historial de emparejamiento manual

Una vez que se seleccionan y clasifican los objetivos de calibración, el modelo de flujo de agua subterránea se ejecuta utilizando un conjunto de valores de parámetros iniciales basados en el modelo conceptual. Para algunos modelos examinados y ejercicios de modelado heurístico donde no existen observaciones (por ejemplo, Beven, 2009, p. 49), la primera ejecución hacia adelante podría producir resultados suficientes para el objetivo de modelado. En ese caso, todo el trabajo posterior se centra en pronosticar y estimar la incertidumbre en los pronósticos, sin embargo, normalmente son necesarias varias ejecuciones para obtener una coincidencia de historial aceptable. El primer paso en el proceso de comparación de historial implica

medir y mejorar el ajuste del modelo con la comparación de historial de prueba y error manual donde el modelador cambia manualmente los valores de los parámetros y evalúa la salida después de cada ejecución hacia adelante. El segundo paso utiliza códigos de computadora que automatizan la comparación del historial de prueba y error. En ambas fases, se realiza una evaluación del ajuste utilizando métodos tanto cualitativos como cuantitativos.

2.5.6. Análisis estadístico

Antes de la amplia disponibilidad de métodos de estimación de parámetros, los modelos de agua subterránea se calibraban exclusivamente mediante ensayo y error manual. Luego, la sensibilidad de los parámetros se evaluaban mediante manualmente mediante análisis de sensibilidad. La sensibilidad de un parámetro dado se determina fijando todos los parámetros de calibración en sus valores calibrados, excepto la del parámetro seleccionado, que se hace variar en ejecuciones secuenciales del modelo aumentando ó disminuyendo gradualmente su valor en algún porcentaje de su valor calibrado. Los códigos de estimación de parámetros modernos hacen innecesario dicho análisis de sensibilidad porque los coeficientes de sensibilidad de los parámetros se calculan automáticamente para todos los objetivos de calibración y se incluyen en la matriz jacobiana. El análisis de sensibilidad de parámetros utiliza la matriz jacobiana para desarrollar conocimientos estadísticos cuantitativos sobre el modelo. Los parámetros insensibles ahora se definen como aquellos que tienen coeficientes de sensibilidad menores que un umbral especificado por el modelador. La información contenida en la matriz jacobiana permite el cálculo de coeficientes de correlación de parámetros entre parámetros de calibración. El análisis de sensibilidad de los parámetros también puede incluir la evaluación de la influencia estadística, que relaciona cuantitativamente la importancia de las observaciones con los parámetros de calibración y la determinación del mejor ajuste (Yager, 1998); Hunt, 2006;

Mary C. Hill, 2007). Se encuentran disponibles pautas generales para realizar análisis de sensibilidad de parámetros (Mary C. Hill, 2007) y sofisticadas herramientas de software.

2.5.7. Prueba y error

Este es un método de calibración manual que consiste en ajustar los valores de conductividad K para cada celda o grupo de celdas en el modelo según los datos observados con los datos de la salida de la simulación consecutiva anterior y comparando con la nueva; se aumenta o disminuye el valor del parámetro directamente en la malla. Aunque se puede lograr un gran control del modelo, prácticamente resulta impráctico para mallas de tamaños mas grandes.

2.5.8. Medidas del error

En hidrogeología, el análisis de la precisión de los modelos es esencial para asegurar que las simulaciones de flujo y transporte representen con fidelidad el comportamiento del sistema de aguas subterráneas. Mary P. Anderson, 2015, en su obra *Applied Groundwater Modeling: Simulation of Flow and Advective Transport*, discuten el uso de métricas de error como el *Error Cuadrático Medio* (MSE), la *Raíz del Error Cuadrático Medio* (RMSE) y el *Error Cuadrático Medio Normalizado* (NRMSE). Estas metricas ayudan a cuantificar la diferencia entre valores observados y simulados en modelos de agua subterránea, siendo esenciales para identificar y reducir discrepancias en el proceso de calibración.

- **Error Cuadrático Medio (MSE):**

El MSE mide la magnitud promedio de los errores al cuadrado entre los valores simulados y los observados:

$$\text{MSE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2$$

donde:

- N es el número de observaciones,
- y_i son los valores observados,
- \hat{y}_i son los valores simulados.

En hidrogeología, el MSE permite cuantificar las diferencias acumuladas entre niveles piezométricos de agua simulados y observados. Un MSE bajo sugiere que el modelo está bien ajustado y representa con precisión la distribución de flujo y transporte.

■ **Raíz del Error Cuadrático Medio (RMSE):**

El RMSE es la raíz cuadrada del MSE y expresa el error promedio en las mismas unidades que las observaciones:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

La utilidad del RMSE radica en que permite una interpretación directa de los errores en unidades físicas, como metros de nivel de agua. Aunque el RMSE facilita la evaluación general del ajuste del modelo, se advierte que puede enmascarar errores importantes en puntos específicos.

■ **Error Cuadrático Medio Normalizado (NRMSE):**

El NRMSE se obtiene al dividir el RMSE por el rango de los datos observados o por el promedio de las observaciones:

$$\text{NSE} = \frac{(\text{RMSE})}{y_{\max} - y_{\min}} \times 100$$

donde y_{\max} y y_{\min} son los valores máximo y mínimo observados. El NRMSE se aplica en la comparación entre modelos, ya que permite evaluar el ajuste sin que los resultados se vean afectados por la magnitud absoluta de los datos. Un RMSE o NRMSE bajo puede indicar un ajuste satisfactorio en general, aunque no garantiza una calibración correcta en todas las áreas.

- **La Eficiencia de Nash-Sutcliffe (NSE)** es una medida utilizada para evaluar la capacidad predictiva de los modelos hidrológicos. Se puede expresar como:

$$\text{NSE} = 1 - \frac{(\text{RMSE})^2}{\sigma_y^2}$$

donde:

Donde σ_y^2 es la varianza de los valores observados, definida como:

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2$$

siendo y_i son los valores observados, \hat{y}_i son los valores predichos, \bar{y} es la media de los valores observados y N es el número de observaciones.

El NSE varía entre $-\infty$ y 1:

- **NSE = 1** indica un modelo perfecto.
- **NSE = 0** indica que el modelo es tan bueno como el promedio de los datos observados.
- **NSE < 0** indica que el promedio de los datos observados es un mejor predictor que el promedio de los datos simulados.

Aunque útiles, estas métricas pueden ocultar discrepancias localizadas. Los autores recomiendan complementarlas con análisis espaciales y temporales para identi-

car errores en zonas específicas relevantes para el flujo o el transporte de contaminantes.

2.6. Percepción Remota

La percepción remota combina la ciencia y el arte de recolectar información acerca de un objeto, región o fenómeno a través del estudio de datos obtenidos por un instrumento que no tiene contacto físico con lo que se analiza. En nuestro contexto, el enfoque de la percepción remota se basa en la adquisición de datos utilizando información de diversas bandas del espectro electromagnético.

Cada entidad en la naturaleza tiene distribuciones características de emisión, radiación y reflexión de radiación. Estas características espectrales únicas permiten identificar distintos objetos y extraer información sobre sus propiedades físicas y químicas, como su geometría y dimensiones. Los datos obtenidos por sensores multiespectrales abarcan regiones espectrales que trascienden el espectro visible, permitiendo analizar fenómenos en diferentes longitudes de onda del espectro electromagnético. Este método permite distinguir características superficiales con variaciones espectrales únicas, su análisis e interpretación cuidadosos convierten estos datos en herramientas valiosas para abordar problemas del mundo real (Aggarwal y Iacobucci, 2004).

Según Lillesand, Kiefer y Chipman, 2015, independientemente de su origen, toda radiación detectada por los sensores remotos atraviesa una cierta distancia en la atmósfera. Esta distancia, puede variar considerablemente. Por ejemplo, la fotografía espacial se basa en la luz solar que atraviesa dos veces el grosor completo de la atmósfera terrestre en su viaje desde la fuente hasta el sensor. El impacto total de la atmósfera sobre el sensor depende de las variaciones en la longitud del trayecto, así

como de la intensidad de la señal energética captada, las condiciones atmosféricas existentes y las longitudes de onda consideradas.

Los procesos y elementos involucrados en la adquisición de datos son (Lillesand y col., 2015):

1. Fuente de energía
2. Propagación de energía a través de la atmósfera
3. Interacción de la energía con la superficie terrestre
4. Retransmisión de energía a través de la atmósfera
5. Sistema de detección (sensores espaciales)

2.6.1. Espectro electromagnético

La energía electromagnética se genera a través de diversos mecanismos, como los cambios en los niveles de energía de los electrones, la aceleración de cargas eléctricas, el decaimiento de sustancias radiactivas y el movimiento térmico de átomos y moléculas. El sol, mediante reacciones nucleares, produce un espectro completo de radiación electromagnética que se transmite a través del espacio hacia la Tierra (Campbell y Wynne, 2011).

La radiación electromagnética está formada por un campo eléctrico (E) que varía en magnitud en una dirección perpendicular a la de propagación, y un campo magnético (M) que se orienta en ángulo recto respecto al campo eléctrico (Campbell y Wynne, 2011), ver figura 2.4.

La velocidad de la energía electromagnética es constante (c) y es igual a la velocidad de la luz (3×10^8 m/seg) y se expresa como:

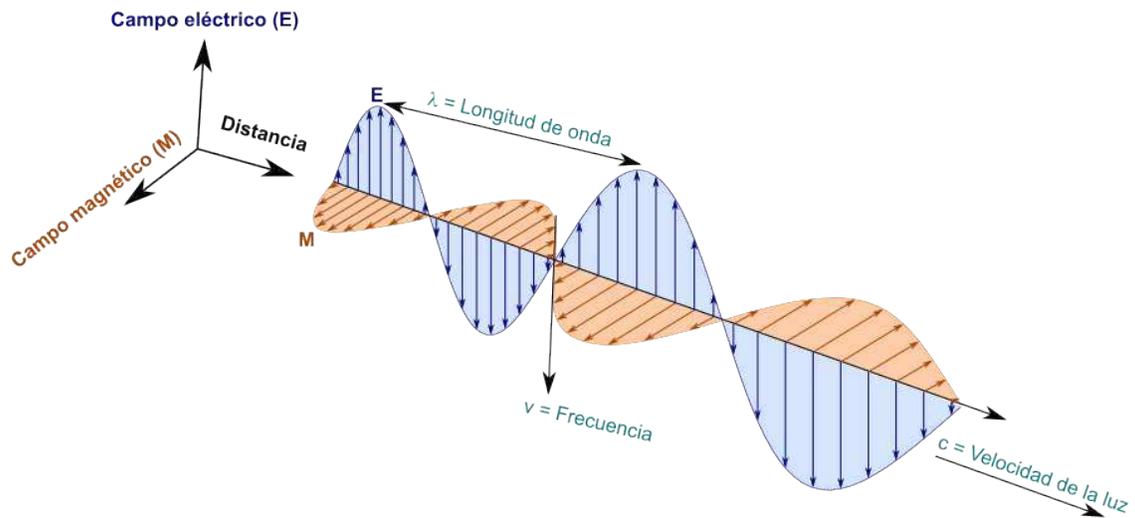


Figura 2.4: Onda Electromagnética. Los componentes incluyen una onda eléctrica sinusoidal (E) una onda Magnética similar (M) en ángulos rectos, ambas perpendiculares a la dirección de propagación. (Modificado de Piotr Fita, 2023, CC0 1.0 Universal).

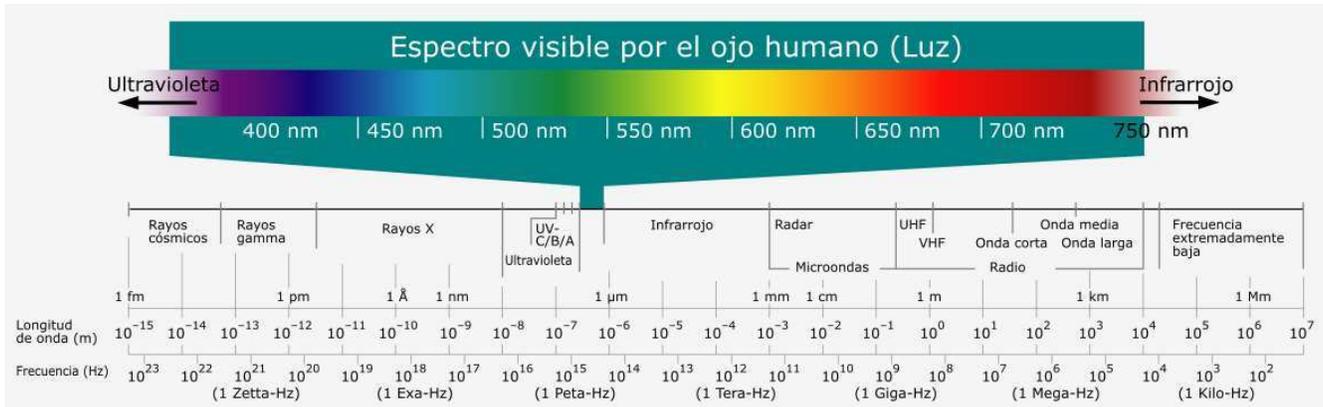


Figura 2.5: Espectro Electromagnético. (Modificado de Fita, 2023).

$$c = v\lambda$$

En esta expresión, λ representa la distancia entre dos crestas consecutivas de una onda (longitud de onda), mientras que ν denota el número de ciclos que ocurren por unidad de tiempo (frecuencia). Por razones prácticas, el espectro electromagnético se ha dividido en segmentos (como se muestra en la 2.4), clasificados según la frecuencia o la longitud de onda. En el ámbito de la Percepción Remota, la longitud de onda es el parámetro más comúnmente empleado, y su unidad de medida habitual son los micrómetros (μm), equivalentes a $1 \times 10^{-6}\text{m}$. Estas divisiones facilitan el análisis de los datos captados por los sensores. Campbell y Wynne, 2011), (Campbell y Wynne, 2011), (Lillesand y col., 2015).

El espectro visible es solo una pequeña parte del espectro electromagnético, visible para el ojo humano entre $0.4 \mu\text{m}$ y $0.7 \mu\text{m}$. Los colores distribuyéndose así: azul ($0.4\text{-}0.5 \mu\text{m}$), verde ($0.5\text{-}0.6 \mu\text{m}$) y rojo ($0.6\text{-}0.7 \mu\text{m}$). Más allá del visible, se encuentran el ultravioleta (UV) y tres categorías de infrarrojos (IR): el IR cercano ($0.7\text{-}1.3 \mu\text{m}$), el IR medio ($1.3\text{-}3 \mu\text{m}$) y el IR térmico ($3\text{-}14 \mu\text{m}$). Ver figura 2.5. (Lillesand y col., 2015).

2.6.2. Interacción con la atmósfera

La radiación detectada por los sensores remotos experimenta múltiples interacciones con la atmósfera de la Tierra. La energía que los sensores satelitales registran debe cruzar la atmósfera en dos ocasiones. Los efectos de esta interacción atmosférica dependen de la intensidad de la señal captada, las condiciones atmosféricas existentes y las longitudes de onda consideradas. Dichos factores pueden influir de manera notable en la precisión y calidad tanto de las imágenes como de la información obtenida por los sensores. (Campbell y Wynne, 2011). Los procesos principales involucrados son :

1. **Dispersión:** La dispersión atmosférica es la difusión impredecible de la radiación causada por partículas en la atmósfera. Se reconocen varios tipos de dispersión en la atmósfera como la dispersión de Rayleigh, dispersión de Mie y la dispersión no selectiva.
2. **Absorción:** La absorción atmosférica causa la pérdida de energía hacia componentes como el vapor de agua, el dióxido de carbono y el ozono, que absorben energía en bandas específicas de longitud de onda. Las “ventanas atmosféricas” son rangos de longitud de onda donde la atmósfera permite la transmisión de energía.
3. **Reflexión:** Parte de la radiación se refleja de vuelta al espacio sin llegar a la superficie terrestre.

(Lillesand y col., 2015)

2.6.3. Interacción con la superficie

Cuando la energía electromagnética interactúa con la superficie terrestre, se divide en energía reflejada, absorbida y transmitida.

- **Reflexión:** La reflexión sucede cuando un rayo de luz cambia de dirección al impactar en una superficie opaca. Las características de esta reflexión están determinadas por las irregularidades de la superficie (ya sea rugosa o lisa) en comparación con la longitud de onda de la radiación involucrada.
- **Transmisión:** La transmisión se produce cuando la radiación pasa a través de una sustancia sin experimentar una atenuación significativa. A partir de cierto espesor o profundidad de dicho material, la habilidad de un medio para transmitir energía se evalúa mediante la transmitancia (t), que se define como la proporción entre la radiación transmitida y la radiación incidente.
- **Absorción:** Este fenómeno se debe a la atenuación o disminución de energía, aunque en este caso ocurre específicamente debido a la interacción con la superficie terrestre.

Este balance energético se describe matemáticamente como:

$$E_I(\lambda) = E_R(\lambda) + E_A(\lambda) + E_T(\lambda)$$

donde:

- E_I : Energía incidente.
- E_R : Energía reflejada.
- E_A : Energía absorbida.
- E_T : Energía transmitida.

El comportamiento de estas interacciones depende del material y las condiciones del objeto observado.

Los sensores remotos funcionan en las regiones de onda donde estas son reflejadas, entonces el balance de energía es (Lillesand y col., 2015):

$$E_R(\lambda) = E_I(\lambda) - [E_A(\lambda) + E_T(\lambda)]$$

2.6.4. Reflectancia

La reflectancia es la proporción de energía electromagnética incidente sobre una superficie que es reflejada sin ser absorbida ni transmitida. Se mide como una función de la longitud de onda y es una propiedad fundamental utilizada en la percepción remota para caracterizar las superficies terrestres y distinguir diferentes materiales.

Matemáticamente, se define como:

$$\rho(\lambda) = \frac{E_R(\lambda)}{E_I(\lambda)}$$

donde:

- $\rho(\lambda)$ es la reflectancia espectral,
- $E_R(\lambda)$ es la energía reflejada en la longitud de onda λ ,
- $E_I(\lambda)$ es la energía incidente en la misma longitud de onda.

El gráfico que muestra la reflectancia espectral de un objeto según la longitud de onda se llama firma espectral. Este perfil espectral proporciona información sobre las características espectrales del objeto y es crucial para seleccionar las regiones de longitud de onda adecuadas para obtener datos en aplicaciones específicas.

2.6.5. Plataformas y sensores

Las plataformas son cualquier vehículo, en general satélites o aviones, que transportan los sensores utilizados para monitorear la superficie terrestre. Estos sensores capturan radiación electromagnética que luego se procesa para generar imágenes. Se clasifican en dos tipos: sensores pasivos, que registran la radiación reflejada, y sensores activos, que emiten su propia fuente de radiación. Ambos permiten registrar las variaciones en cómo las características de la superficie terrestre reflejan o emiten

energía (Campbell y Wynne, 2011).

Landsat

El programa Landsat es una iniciativa conjunta entre la NASA y el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS) que comenzó en 1972. Su objetivo principal es la observación remota de la superficie terrestre mediante satélites que capturan imágenes en múltiples bandas espectrales. Entre sus características:

- **Lanzamientos:** Desde 1972, se han lanzado varios satélites Landsat, siendo el más reciente el Landsat 9, lanzado en 2021.
- **Sensores:** Los satélites están equipados con sensores como el Operational Land Imager (OLI) y el Thermal Infrared Sensor (TIRS), que proporcionan imágenes de alta resolución en diferentes bandas espectrales.
- **Datos abiertos:** Las imágenes Landsat están disponibles de forma gratuita y abierta para el público, lo que permite su uso en una amplia variedad de aplicaciones científicas y ambientales.
- **Aplicaciones:** El programa Landsat se utiliza para la gestión de recursos naturales, la planificación urbana, el monitoreo ambiental y la evaluación de desastres naturales, entre otros.

2.6.6. Procesamiento de imágenes satelitales

Una imagen digital es una matriz bidimensional de números, donde cada celda representa un píxel. El brillo del píxel se representa por un número digital (DN). Esta matriz se organiza en líneas y columnas, y la posición de un píxel se determina por su línea y columna, formando datos ráster (Campbell y Wynne, 2011). Las imágenes pueden incluir datos de una sola banda espectral o de múltiples bandas, capturando simultáneamente información en diferentes rangos de longitudes de onda (Lillesand

et al., 2015).

Clasificación supervisada

La **clasificación supervisada** constituye un enfoque de clasificación semiautomático que se basa en la generación de polígonos de entrenamiento o Regiones de Interés (ROI, por sus siglas en inglés) específicos para cada imagen por parte del investigador. Este proceso permite al software reconocer las clases preliminares establecidas por el usuario y distinguir las variaciones espectrales presentes en cada banda. Estas clases iniciales se definen mediante la integración de información proveniente de diversas fuentes como mapas de uso del suelo, mapas de vegetación y fotomapas. Esta metodología facilita la identificación de categorías como áreas urbanas, zonas de vegetación, suelos desprovistos de cobertura vegetal y cuerpos de agua. El análisis se apoya en una serie de algoritmos de clasificación supervisada que utilizan las firmas espectrales derivadas de los polígonos de entrenamiento para generar la imagen clasificada. Entre los algoritmos más comunes se encuentran:

Paralelepípedo (PIPED), que clasifica los píxeles según rangos predefinidos de valores espectrales en cada banda; *Máxima Verosimilitud (MAXLIKE)*, que emplea un enfoque probabilístico basado en la distribución estadística de las firmas espectrales para asignar clases; *Mínima Distancia (MINDIST)*, que determina la clase de un píxel calculando la distancia euclidiana mínima a los centroides de las firmas espectrales; *Árboles de Decisión (Decision Trees)*, que segmentan los datos mediante reglas jerárquicas basadas en umbrales espectrales, pero son propensos a sobreajuste. Esta limitación se aborda con *Bosques Aleatorios (Random Forests)*, un método de ensamble que combina múltiples árboles entrenados con subconjuntos aleatorios de datos y bandas, mejorando la precisión y estabilidad de la clasificación. *Máquinas de Soporte Vectorial (SVM)*, que identifican el hiperplano óptimo en un espacio de características transformado (kernel), maximizando el margen entre clases incluso cuando estas no son linealmente separables en el espacio espectral original.

Estos algoritmos pueden permitir discriminaciones efectivas de las características espectrales en las imágenes. La elección del algoritmo depende de factores como la complejidad de las clases, la resolución de las imágenes y los objetivos específicos del análisis.

Evaluación del error

La evaluación del error en los métodos de clasificación supervisada se centra en el uso de matrices de error (o matrices de confusión) para medir la precisión de las clasificaciones realizadas.

Matriz de Error La matriz de error compara los datos de referencia (“ground truth”) con los resultados de la clasificación automatizada. Las filas representan las clases asignadas por el clasificador, mientras que las columnas corresponden a las clases verdaderas.

- Los elementos en la diagonal principal indican los píxeles correctamente clasificados.
- Los elementos fuera de la diagonal representan errores de omisión (exclusión) y comisión (inclusión).

Métricas Derivadas

1. **Precisión General (Overall Accuracy)**: Se calcula como:

$$\text{Precisión General} = \frac{\text{Suma de la Diagonal Principal}}{\text{Total de Píxeles}}$$

Esta métrica evalúa el desempeño global del clasificador.

2. **Precisión del Productor (Producer's Accuracy)**: Indica la proporción de píxeles de una clase verdadera correctamente clasificados:

$$\text{Precisión del Productor} = \frac{\text{Píxeles Correctos de la Categoría}}{\text{Total en la Columna}}$$

3. **Precisión del Usuario (User's Accuracy)**: Representa la probabilidad de que un píxel clasificado como una categoría pertenezca realmente a esa categoría:

$$\text{Precisión del Usuario} = \frac{\text{Píxeles Correctos de la Categoría}}{\text{Total en la Fila}}$$

Estadística Kappa

La estadística Kappa (\hat{k}) mide la concordancia entre los datos de referencia y la clasificación, considerando el acuerdo por azar. Se define como:

$$\hat{k} = \frac{\text{Precisión Observada} - \text{Precisión por Azar}}{1 - \text{Precisión por Azar}}$$

Un valor de $\hat{k} = 1$ indica una concordancia perfecta, mientras que $\hat{k} = 0$ sugiere un acuerdo puramente aleatorio.

Capítulo 3

METODOLOGÍA

En este capítulo se describe en detalle la metodología utilizado para llevar a cabo la presente tesis. Se ofrece una presentación de paqueterías de software como la interfaz gráfica Processing MODFLOW y otras herramientas de software. Se explican los métodos y técnicas empleados para la recolección, procesamiento o análisis de datos, así como los procedimientos y alternativas seguidas para mantener la validez de los resultados. Luego se explica el procesamiento o procedimiento de captura de los datos requeridos por MODFLOW, iniciando con los parámetros del modelo tales como su extensión, discretización espacial y temporal, conductividades hidráulicas, cargas iniciales y porosidad efectiva. Posteriormente, se da un análisis de recarga, donde se incluye un análisis de evapotranspiración, un análisis de extracción y, finalmente, un estudio del régimen del Río Moctezuma.

3.0.1. Modelo conceptual base del modelo MODFLOW

El sistema hidrogeológico de los acuíferos administrativos Moctezuma y Zimapán está definido por un marco geológico complejo que incluye una topografía de sierras plegadas con litologías de rocas carbonatadas, principalmente calizas, con procesos de karstificación significativos. Se presentan intrusiones magmáticas y derrames

volcánicos, especialmente hacia el sur de la zona de estudio, y están parcialmente cubiertas por depósitos aluviales en las zonas bajas del valle.

Esta heterogeneidad litológica se refleja en el modelo conceptual propuesto, considerándolo como un acuífero con propiedades hidráulicas variables: se esperan altas conductividades hidráulicas en las zonas calcáreas kársticas, debido a fracturas y disolución, y conductividades medias a moderadas en las zonas dominadas por materiales ígneos o volcánicos.

Administrativamente, los acuíferos Moctezuma y Zimapán están separados por el Río Moctezuma. Ambos se clasifican como acuíferos libres y, presentan un comportamiento hidrodinámico similar posiblemente hidráulicamente conectados. Ambos acuíferos son recargados directamente por infiltración directa de precipitación, así como de arroyos estacionales que escurren desde las montañas circundantes y confluyen en el Río Moctezuma.

Se asume que los acuíferos Moctezuma y Zimapán están hidráulicamente aislados lateralmente debido al parteaguas topográfico de la cuenca del Río Moctezuma. Este parteaguas actúa como una frontera de no flujo (no-flow boundary), que delimita la zona activa del modelo. Por su parte, el río y la topografía se asumen con características de condición de frontera de carga especificada. Este planteamiento sugiere que el flujo subterráneo se restringe al interior de la cuenca, sin aportes ni pérdidas significativas hacia o desde sistemas externos, mientras que el río ejerce un control importante en la dinámica del sistema, influenciando fuertemente los gradientes hidráulicos y, en menor medida, la recarga. En consecuencia, dentro de la cuenca, el flujo subterráneo está gobernado por la topografía, la afluencia del río y la distribución espacial de los parámetros hidráulicos de los materiales que constituyen los acuíferos.

3.1. Paquetería de software

En la presente obra se desarrolló un marco de trabajo que hace uso de sistemas de información geográficos para el tratamiento de datos espaciales y la interfaz gráfica Processing Modflow.

3.1.1. Processing MODFLOW

Las interfaces gráficas de usuario, conocidas también como GUI (del inglés Graphical User Interface) sirven como intermediario entre el modelador y el código. Facilita el diseño del modelo y la entrada de parámetros para ayudar a evitar errores de entrada que pueden resultar de ingresar datos manualmente en un código. Las GUI también son de gran ayuda para la visualización, inspección y análisis de la salida, dada la complejidad de la mayoría de los modelos numéricos.

Processing MODFLOW se desarrolló inicialmente como interfaz gráfica para apoyar el primer lanzamiento oficial de MODFLOW-88, destinado a simular el proceso de inundación de una mina de carbón a cielo abierto abandonada. Desde la publicación de MODFLOW-88, se han desarrollado numerosos códigos informáticos para añadir funcionalidades a MODFLOW o utilizarlo como solucionador de ecuaciones de flujo para resolver problemas específicos.

A lo largo del tiempo, se han lanzado varias versiones de PM para aprovechar los últimos códigos informáticos, facilitar el proceso de modelado y liberar a los modeladores de la tediosa entrada de datos, permitiéndoles centrarse en un pensamiento más creativo.

Las versiones actuales de Processing MODFLOW soportan una variedad de códigos informáticos, proporcionando una plataforma versátil y potente para la mode-

lación del flujo y transporte de aguas subterráneas. (Chiang y Kinzelbach, 1988.)

Configuración del modelo:

Se inicia definiendo la extensión y geometría de las celdas del modelo, la zonas activas y la geometría de las capas. Después se definen los pasos de tiempo, los parámetros hidráulicos de cada capa, tales como la transmisividad, el almacenamiento específico, la conductividad hidráulica horizontal y vertical, la porosidad efectiva y las condiciones iniciales, como la distribución inicial de las cargas piezométricas. Aparte se definen las condiciones de frontera (por ejemplo, cargas constantes, recargas, ríos, drenajes, pozos) como paquetes de flujo.

Simulación del flujo de agua subterránea:

PM ejecuta MODFLOW 2005 para simular el movimiento del agua en el sistema acuífero. El software ofrece una interfaz para definir los pasos de tiempo y las condiciones de solución numérica.

Visualización y análisis de resultados: Se pueden analizar los resultados con visualizaciones de la distribución de las cargas hidráulicas, de los gradientes de flujo y de las velocidades de flujo.

Las herramientas de visualización para explorar los resultados del modelo generan mapas de contorno, gráficos de plumas de contaminantes o trayectorias de flujo. También se pueden realizar análisis de sensibilidad o calibración ajustando parámetros o condiciones de frontera para obtener un modelo ajustado a los datos observados.

Exportación de resultados: Se pueden exportar los resultados del modelo en formatos de matrices ascii que se pueden trabajar en otros software.

3.1.2. Quantum GIS

QGIS (Quantum GIS) es un software de código abierto diseñado para crear, analizar y visualizar datos geoespaciales. Es una solución de Sistemas de Información Geográfica (SIG) ampliamente utilizada dada su capacidad para manejar datos vectoriales, raster y de servicios web, así como por su licencia gratuita y su interfaz intuitiva.

QGIS fue creado en 2002 por Gary Sherman como un proyecto de código abierto bajo la Licencia Pública General GNU (GPL). Desde entonces, su desarrollo ha sido supervisado por la *QGIS Project Steering Committee (PSC)*, y su evolución ha estado impulsada por una comunidad global de usuarios y desarrolladores. A lo largo de los años, QGIS ha pasado de ser un simple visor de datos geográficos a una plataforma robusta con capacidades avanzadas de análisis espacial y modelado.

Características principales:

- **Soporte multiplataforma y compatibilidad:** QGIS está disponible para Windows, macOS y Linux, y es compatible con una amplia variedad de formatos de datos, incluidos SHP, GeoJSON, GeoTIFF y servicios web como WMS y WFS.
- **Interfaz personalizable:** Su diseño intuitivo permite personalizar barras de herramientas, menús y atajos, facilitando su uso tanto a principiantes como a expertos.
- **Herramientas avanzadas de análisis:** Incluye herramientas para operaciones de superposición, generación de mapas de calor, cálculo de pendientes y análisis de redes, entre otras capacidades.
- **Extensibilidad mediante complementos:** El sistema de plugins de QGIS amplía sus funcionalidades. Por ejemplo, el plugin OpenLayers permite agregar

mapas base como Google Maps, y Time Manager habilita la visualización de datos temporales.

Aplicaciones principales:

- **Cartografía:** QGIS es ideal para crear mapas temáticos de alta calidad con elementos personalizables.
- **Gestión de recursos naturales:** Se utiliza para analizar cambios en el uso del suelo, planificar áreas protegidas y monitorear ecosistemas.
- **Planificación urbana y transporte:** Ayuda en la evaluación del uso del suelo, el diseño de infraestructuras y el análisis de redes de transporte.
- **Análisis hidrológico y ambiental:** Facilita el análisis de cuencas hidrográficas y la visualización de resultados de simulaciones de flujo de agua.

Point Sampling Tool

El plugin **Point Sampling Tool** en QGIS es una herramienta que permite extraer información de capas ráster o vectoriales y asignarla a puntos específicos de una capa vectorial de puntos. Es especialmente útil en análisis geoespaciales donde se requiere recopilar valores (como elevación, cobertura del suelo, temperatura, entre otros) en ubicaciones definidas.

Funciones Principales

- **Extracción de Atributos Ráster:**
 - Extrae valores de uno o más rásteres en los puntos definidos en una capa vectorial de puntos.
 - Ideal para obtener información como elevaciones (DEM), datos climáticos o índices de vegetación.

■ Extracción de Atributos Vectoriales:

- Recopila atributos de capas vectoriales (como polígonos o líneas) en los puntos definidos, con base en su intersección.

■ Asociación de Valores a Puntos:

- Los valores extraídos se añaden como nuevos campos a la capa de puntos original, creando una tabla enriquecida con la información recopilada.

Profile Tool

El plugin **Profile Tool** en QGIS es una herramienta que permite crear y visualizar perfiles longitudinales de valores ráster, como elevación, temperatura o cualquier otra variable almacenada en una capa ráster. Es ampliamente utilizado en estudios geoespaciales y análisis de terreno para comprender la variación de datos a lo largo de una línea definida por el usuario.

Funcion Principal**■ Creación de Perfiles Longitudinales:**

- Permite trazar una línea sobre un ráster para generar un perfil gráfico de los valores a lo largo de dicha línea.
- Compatible con múltiples rásteres simultáneamente, mostrando perfiles comparativos.

■ Exportación de Resultados:

- Los datos de los perfiles pueden exportarse como archivos CSV para análisis adicionales.
- Permite guardar las gráficas generadas en formatos de imagen.

■ Visualización Interactiva:

- El perfil generado se actualiza automáticamente al modificar la línea de muestreo.
- Muestra información detallada de valores y coordenadas a lo largo del perfil.

Semi-Automatic Classification Plugin

Semi-Automatic Classification Plugin (SCP) es una herramienta de código abierto gratuita desarrollada por Luca Congedo para QGIS. Permite la clasificación semi-automática (supervisada) de imágenes de sensores remotos, proporcionando herramientas para la descarga, preprocesamiento y postprocesamiento de imágenes.

Funciones Principales:

- **Descarga de Imágenes:** Permite buscar y descargar imágenes de sensores remotos como Landsat y Sentinel-2.
- **Preprocesamiento:** Ofrece herramientas para la corrección atmosférica, la eliminación de sombras y otros procesos de preparación de imágenes.
- **Clasificación Supervisada:** Utiliza varios algoritmos para la clasificación de cobertura terrestre, permitiendo a los usuarios definir áreas de interés y entrenar el modelo de clasificación.
- **Postprocesamiento:** Incluye herramientas para la evaluación de la precisión de la clasificación y la creación de mapas de clasificación finales.

El SCP requiere la instalación de varias bibliotecas adicionales como *Remotior Sensus*, *GDAL*, *OGR*, *Numpy*, *SciPy* y *Matplotlib*.

3.2. Flujo de trabajo general

Según el protocolo de modelación numérica propuesto en (Anderson y Woessner, 1992), se establecen los siguientes puntos: 1) Análisis de la información; 2) Generación de un modelo conceptual; 3) Selección de un modelo matemático; 4) Selección del código, y 5) Diseño del modelo y presentación de resultados.

En cuanto al primer punto, se realizó un reconocimiento documental de la zona recopilando datos de fuentes públicas, tanto administrativas, geológicas, hidrológicas y climáticas. Una vez recabados, estos fueron preprocesados para poderse representarse en un SIG. En las siguientes secciones se presentan todos estos datos y sus procesamientos expresados en mapas.

Respecto al punto dos, la generación y los alcances del modelo numérico y de un modelo conceptual se fueron influenciando conforme se recababan los datos documentales. Factores tales como la escasez y de la densidad de información espacial y su variabilidad temporal configuraban un modelo de flujo en estado estacionario. La representación conceptual aparte de la representación en SIG se usaron herramientas de graficación como Matplotlib y Plotly.

En los puntos tres y cuatro se utilizó un modelo de la ecuación de flujo en medios porosos en diferencias finitas implementado por el código MODFLOW 2005 (Harbaugh, 2005).

En el punto cinco se hará una descripción de cómo se llegó al resultado final a través de la experimentación de parámetros y condiciones de frontera. Se mostrará más a detalle en los capítulos 4 y 5.

En la revisión bibliográfica realizada como parte del presente estudio, tomando en cuenta la **ausencia de antecedentes previos** documentados, se ha desarrollado un **modelo conceptual y numérico de flujo de agua subterránea** que abarca el acuífero kárstico de Zimapán. Este modelo representa un esfuerzo original por integrar las características hidrogeológicas de la región. En este trabajo se describe su construcción en detalle, así como los resultados obtenidos mediante una calibración manual.

El modelo incorpora **cuatro tipos principales de parámetros hidrogeológicos**:

1. **Conductividad hidráulica (K)**: que caracteriza la capacidad del medio para transmitir agua.
2. **Recarga**: asociada a la infiltración directa y aportes superficiales, como la precipitación efectiva.
3. **Carga hidráulica**: que representa los niveles piezométricos observados en la zona.
4. **Porosidad efectiva**: utilizada para determinar el almacenamiento y transporte dentro del acuífero.

Estos parámetros fueron zonificados sobre distintas mallas espaciales, ajustadas cuidadosamente según los límites topográficos y las características geohidrológicas específicas de la región. La zonificación considera aspectos clave como la variación litológica, la presencia de estructuras kársticas (fracturas y cavernas) y los gradientes hidráulicos observados.

Para garantizar la representatividad del sistema y simplificar el análisis, se adoptó el principio de parsimonia (navaja de Ockham). En consecuencia, la construcción inicial del modelo asume un sistema de flujo tridimensional reducido a una sola capa

vertical, que integra las propiedades promedio del acuífero. Esta aproximación simplificada del modelo permitió apreciar de manera preliminar el comportamiento muy general del flujo subterráneo y fue la base de construcciones más detalladas, como se presenta en el Capítulo 4 de esta tesis.

La malla de discretización aplicada al modelo se diseñó siguiendo las dimensiones de la zona de estudio, con celdas de $1000\text{ m} \times 1000\text{ m}$, que permiten un balance entre resolución espacial y eficiencia computacional. Las condiciones de frontera aplicadas incluyen las condiciones de no flujo en las zonas laterales correspondientes a la línea de parteaguas de la cuenca que contiene los acuíferos estudiados, las fronteras de carga constante en los bordes norte y sur correspondientes sólo a los extremos del río. Y en la fase final se añadieron también máximos y mínimos topográficos (donde previamente se habían utilizando fronteras de carga generalizada (GHB) y Drenes).

En este contexto, el presente modelo propone una herramienta que coadyuve a comprender el comportamiento del sistema acuífero en Zimapán, así como para evaluar escenarios futuros relacionados con la extracción de agua, la recarga natural y los efectos de actividades antropogénicas. Este trabajo pretende establecer una propuesta de base para futuras ampliaciones o refinaciones, así como para la incorporación de datos adicionales y la validación mediante observaciones piezométrica históricas y simulaciones más avanzadas.

3.2.1. Datos de entrada

Los datos utilizados en este estudio fueron obtenidos de diversas fuentes, todas ellas de carácter público, y mayoritariamente a través de los portales web de instituciones gubernamentales o académicas.

- **Registro Público de Derechos de Agua (REPDA):** Los datos provenientes del REPDA fueron obtenidos a través del sitio web de la Comisión Nacional del Agua (**CONAGUA**). Estos datos incluyen información clave sobre derechos de uso de agua registrados en la región de estudio.
- **Temperatura y Precipitación:** Los datos de temperatura y precipitación fueron proporcionados a través de las aplicaciones **SAIC** y **SIHIMAX** (desarrolladas por el Ing. Fidelmar Merlos Villegas), basadas en información de **CLICOM** (*Base de Datos Climatológica Nacional, de SICESE*) y **SIH** (Sistema de Información Hidrológica, de CONAGUA).
- **Capas Litológicas y Geoquímicas:** Las capas correspondientes a la litología y geoquímica del área de estudio fueron obtenidas del sistema **GeoInfoMex** (*Servicio Geológico Mexicano*, año 2019).
- **Capas Topográficas, Uso de Suelo y Vegetación:** Las capas referentes a topografía, uso de suelo, vegetación, agua subterránea, agua superficial y edafología fueron descargadas del **INEGI** (año 2015 correspondientes a las cartas o conjuntos de datos utilizados).

3.2.2. Procesamiento de parámetros

Para introducir los datos al modelo, estos deben estar ordenados en forma de matriz. Cada entrada de esta matriz representa un valor de un parámetro en una celda correspondiente de la discretización espacial del modelo. Estas matrices, por consiguiente, especifican la geometría y dimensiones del modelo. Por lo tanto, de antemano deben estar especificadas en el código del modelo las siguientes características:

- Extensión

- Tamaño de las celdas
- Tipo de capas
- Fronteras
- Techo (TOPS)
- Suelo (BOTTOMS)

Posteriormente se especifican los parámetros requeridos por el sistema mediante las matrices de datos y el modelo MODFLOW:

1. Tiempo
2. Cargas hidráulicas (Hydraulic Heads)
3. Perforaciones y observaciones
4. Conductividad hidráulica horizontal
5. Conductividad hidráulica vertical
6. Transmisividad
7. Porosidad efectiva
8. Recarga
9. Ríos

El software Processing Modflow (PM) facilita la introducción de estos datos en una serie de menús y organizados de manera casi secuencial.

De igual manera, las herramientas de análisis incluyen la representación en 2D de las cargas hidráulicas resultantes, el abatimiento y otros elementos según los paquetes de flujo especificados.

3.2.3. Procesamiento de scripts

Los modelos computacionales, como MODFLOW, requieren una cantidad significativa de datos de entrada, los cuales deben estar estructurados en formatos específicos para su correcta implementación. Dado que MODFLOW es un software cuya configuración y personalización dependen en gran medida de la edición y adaptación de archivos de entrada. En este contexto, el uso de scripts en Python facilita la manipulación, conversión y transferencia de datos desde Sistemas de Información Geográfica (SIG) hacia formatos compatibles con Processing MODFLOW, permitiendo una integración eficiente entre estas plataformas.

Un script se define como un archivo de secuencia de comandos escrito en un lenguaje de programación, en este caso Python, diseñado para automatizar tareas y optimizar el procesamiento de datos.

Con base en lo anterior se describe el script como una rutina en python `shp_tab2pm_mtx` (listado en el apéndice [A.3](#)) que se usa para transformar una columna o vector de una base de datos de un shape (la malla del modelo) a una matriz o un archivo de entrada de datos de Processing Modflow. De esta forma se puede enviar información del SIG a PM con más facilidad.

1. **Importación de Módulos:** Se importan varios módulos necesarios para el funcionamiento del script, incluyendo `os` para operaciones del sistema, `numpy`

para manipulación de matrices, `seaborn` para visualización de datos, y `tkinter` para la selección de archivos.

2. Definición de la Función `shp_tab2pm_mtx`:

- a) Se definen las dimensiones de una matriz (73 filas y 92 columnas).
- b) Se obtiene el directorio de trabajo actual.
- c) Se especifican los tipos de archivos que se pueden seleccionar (CSV, Excel, etc.).
- d) Se abre un cuadro de diálogo para que el usuario seleccione un archivo, y se obtiene la ruta y el nombre del archivo seleccionado.

3. Lectura y Procesamiento de Datos:

- a) Se lee el archivo seleccionado utilizando `genfromtxt` de `numpy`, omitiendo la primera fila (encabezado).
- b) Los datos se convierten en un array de `numpy`.
- c) Se reorganizan los datos en una matriz de 73 filas y 92 columnas, y se transpone esta matriz.

4. Visualización de Datos:

- a) Se crea un mapa de calor (`heatmap`) de los datos transpuestos utilizando `seaborn`.

5. Guardado de Datos:

- a) Se crea un nuevo archivo con la extensión `.dat` en el mismo directorio que el archivo original.
- b) Se escribe un encabezado en el nuevo archivo indicando el número de columnas y filas.

- c) Se escribe el contenido de la matriz transpuesta en el archivo, con los valores separados por tabulaciones.

6. Finalización:

- a) Se cierra el archivo y se imprime un mensaje indicando que el archivo ha sido creado con éxito.
- b) La función retorna la matriz transpuesta.

Finalmente, se llama a la función `shp_tab2pm_mtx` y se almacena el resultado en la variable `evento`.

El siguiente script ([A.3](#)) define una rutina llamada `autoflow.py` que realiza varias tareas relacionadas con el procesamiento y georreferenciación de datos en formato de matriz para poder ser exportado al SIG en formato Geotiff. A continuación se describe el funcionamiento del código en tres partes:

1. Primera Parte: Reformato y Extracción de Datos

- a) **Importación de Librerías:** Se importan varias librerías necesarias para el procesamiento de datos, visualización y georreferenciación.
- b) **Lectura del Archivo:** La función toma como entrada un archivo (`DirChivo`) que contiene datos en formato de matriz. Intenta decodificar el archivo en UTF-8 y, si falla, lo trata como una cadena de texto.
- c) **Extracción de Datos:** Se extraen los datos del archivo y se convierten en un arreglo de NumPy. También se obtiene el número de filas y columnas de la matriz.
- d) **Reformato del Archivo:** Se reconstruye el archivo con un mejor formato, incluyendo un encabezado que indica el número de filas y columnas. El archivo reformateado se guarda con un nuevo nombre.

2. Segunda Parte: Generación de una Imagen Preliminar

- a) **Preparación de Datos:** Se reemplazan los valores que representan errores en la matriz con un valor negativo.
- b) **Suavizado de Datos:** Si el parámetro `suavidad` es `True`, se aplica un factor de suavizado a los datos.
- c) **Visualización:** Se genera un mapa de calor de los datos utilizando la librería `Seaborn` y se muestra la imagen preliminar.

3. Tercera Parte: Georreferenciación y Guardado de la Imagen

- a) **Creación de Imagen Raster:** Dependiendo del valor de `suavidad`, se crea una imagen raster preliminar y se guarda en formato `TIFF`.
- b) **Georreferenciación:** Se aplican puntos de control terrestre (GCPs) para georreferenciar la imagen utilizando las coordenadas especificadas.
- c) **Reproyección:** La imagen georreferenciada se reproyecta para asegurar su correcta interpretación espacial.
- d) **Limpieza:** Se eliminan archivos temporales y se guarda la imagen final georreferenciada.

Finalmente, la función retorna los datos procesados como un arreglo de `NumPy`. Este proceso permite mejorar el formato del archivo original; genera una visualización preliminar, y crea una imagen ráster georreferenciada exportable a un SIG para su análisis o posterior procesamiento.

El siguiente script ([A.3](#)) define una clase llamada `'Autoflow_paso2'` que hereda de `'QgsProcessingAlgorithm'` en QGIS. Este script se utiliza como la segunda parte del script `autoflow.py`. Dentro del intérprete de Python de QGIS, realiza varios pasos de procesamiento geoespacial utilizando datos ráster y vectoriales. En resumen, este script automatiza el procesamiento de datos geoespaciales, aplicando máscaras

y generando curvas de nivel a partir de datos ráster generados por el susodicho paso 1 *autoflow.py*. De este modo se facilita el análisis y la visualización de información geográfica.

1. Inicialización de Parámetros:

- Se definen varios parámetros de entrada, incluyendo un ráster de entrada y destinos para capas vectoriales y rústeres procesados. Estos parámetros permiten al usuario especificar los archivos de entrada y salida necesarios para el procesamiento.

2. Proceso de Algoritmo:

- **Máscara Vectorial Original:** Se aplica una máscara a un ráster de entrada utilizando una capa vectorial específica, generando un ráster cortado.
- **Calculadora Ráster:** Se realiza una operación matemática entre dos capas ráster, la salida y la topografía, para calcular la diferencia entre ellas.
- **Máscara Vectorial de Diferencia:** Se aplica una máscara al ráster resultante de la calculadora ráster, utilizando la misma capa vectorial.
- **Curvas de Nivel Originales:** Se generan curvas de nivel a partir del ráster cortado original.
- **Curvas de Nivel de la Diferencia:** Se generan curvas de nivel a partir del ráster de diferencia.

3. Gestión de Progreso:

- Se utiliza `QgsProcessingMultiStepFeedback` para gestionar y reportar el progreso del algoritmo en múltiples pasos, asegurando que cada subproceso informe su progreso de manera adecuada.

4. Métodos Adicionales:

- `name()`, `displayName()`, `group()`, `groupId()`, y `createInstance()` son métodos que proporcionan información sobre el algoritmo y permiten su integración en el entorno de procesamiento de QGIS.

3.2.4. Captura de datos en PM

La metodología de la creación de la malla se puede describir cómo sigue: apoyándose en sistemas de información geográfica (SIG), se delineó y discretizó la zona de estudio creando sobre ésta dos capas vectoriales: una malla y otra de centroides de las celdas de la malla, ambas asociadas con un identificador idéntico al índice de la celda y al centroide correspondientes. Se debe tener en consideración especial el identificador de aquellas posiciones que están contenidos dentro de los límites de la zona de estudio o simulación (IBOUND). Estos centroides contendrán la información escalar del parámetro en cuestión, la cual es adjuntada mediante la herramienta de SIG “Point Sampling Tool“. Ésta, a su vez, asocia el centroide con el valor de una imagen raster que contiene la información a muestrear (que representa un continuo de información). De esto se obtienen listas de datos de los parámetros y posición de los centroides sobre el raster. Estas listas son procesados para su reordenamiento en forma matriz de dimensiones de la malla, ya sea programacionalmente o en una hoja de cálculo. Finalmente, estas matrices son exportadas de manera individual a archivos de formato ASCII para poder ser finalmente importadas al código del modelo.

En las definiciones para la Geometría del modelo, se creó una malla y se diferenciaron las zonas activas de las inactivas con 1's y 0's respectivamente. La topografía de las cimas y fondos fue extraída, con la metodología previamente descrita, mediante la rasterización de las curvas de nivel del conjunto de datos shapefiles proporcionados por INEGI.

En cuanto al parámetro de los niveles piezométricos, por lo que se asumen en función de la topografía y en zonas particulares de la información obtenida de la Red piezométrica de CONAGUA.

La Conductividad Hidráulica Horizontal fue deducida de la clasificación litológica mas semejante de la zona con la tabla de conductividad de USGS, (2002) y de los valores proporcionados por Custodio y Llamas, 1983. La Conductividad Hidráulica Vertical se considera inicialmente como 0.1 veces la Conductividad Hidráulica Horizontal.

La Porosidad Efectiva se obtuvo de la clasificación litológica mas semejante de la zona con la tabla porosidades de Custodio y Llamas, 1983.

3.3. Análisis de recarga

Se recabaron datos de precipitación y temperaturas de la base de datos de CLICOM de CICESE y de SINA-SIH de CONAGUA. Esto con la intención de realizar un análisis de recarga siguiendo una metodología presentada en Ávila-Carrasco, 2023 para la estimación de la recarga que hace uso a su vez la fórmula de Turc, 1961, para calcular la evapotranspiración. Este método requiere de una distribución de temperaturas, una lámina de precipitación y los pesos de escurrimientos según el tipo de suelo. Se usaron 99 estaciones climáticas dentro del dominio de la malla del modelo y sus fronteras; de éstas, sólo 10 se encuentran dentro de la zona activa del AZH.

3.3.1. Precipitación

La información de la precipitación se analizó utilizando promedios mensuales de todos los años registrados por estación, eliminando los valores atípicos. Los datos

faltantes se calcularon temporalmente con el promedio mensual correspondiente de la estación (siempre y cuando la estación tuviera una muestra suficientemente grande). Espacialmente, los datos faltantes se estimaron mediante Kriging, utilizando un semivariograma lineal que se ajustó automáticamente con un ángulo de anisotropía de 148.8, una proporción de anisotropía de 2 y una pendiente de 144000.

En términos generales, se calculó una precipitación promedio anual de 850 milímetros con un rango desde los 400 mm hasta 2100 mm presentándose en la zona sur. (Figura 3.1).

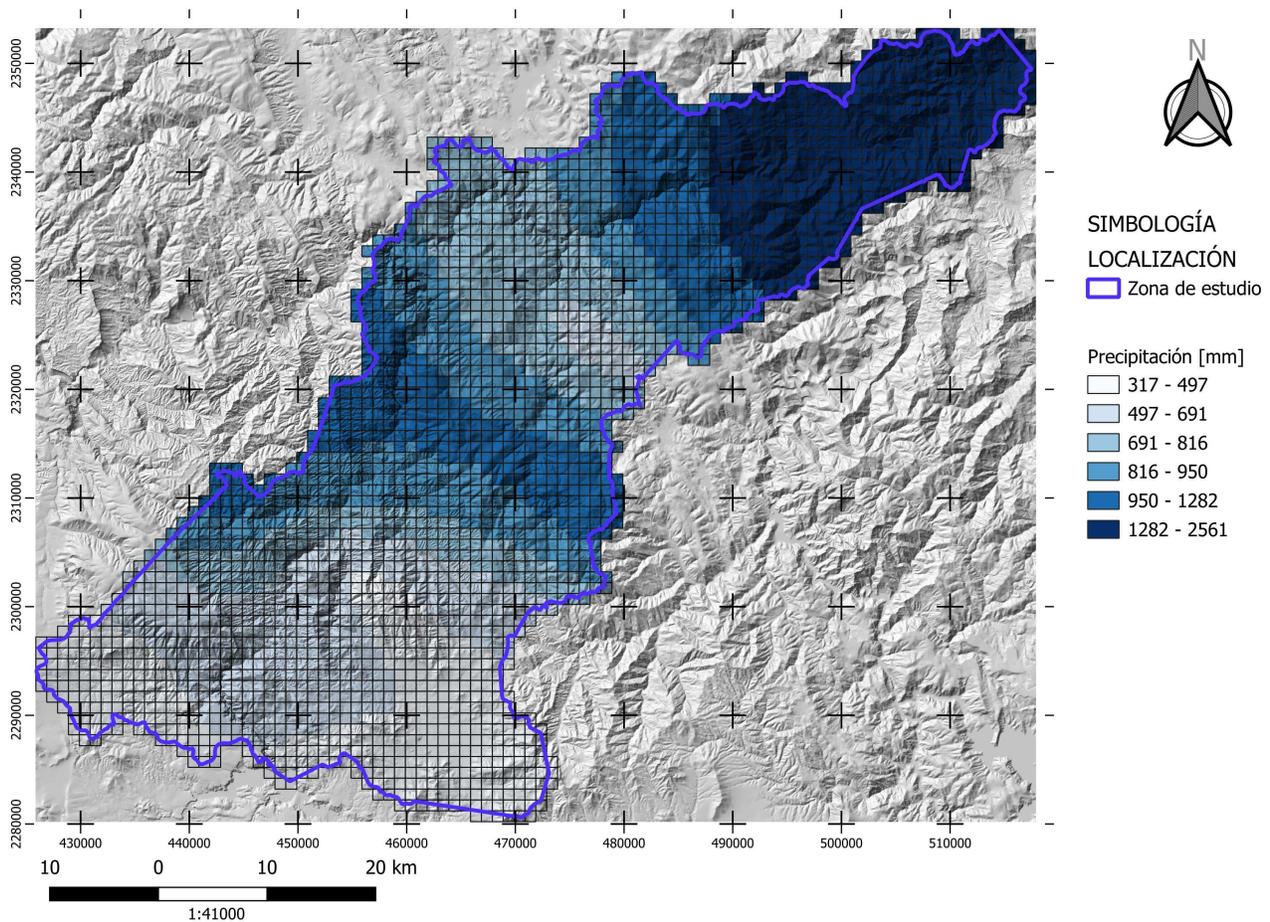


Figura 3.1: Mapa de distribución de promedio anual de precipitación. (Elaboración propia).

3.3.2. Temperaturas

Los datos de temperatura se procesaron de forma análoga a los de precipitación. Desde la perspectiva temporal, las más altas temperaturas se registran en el mes de abril en toda la zona y las menores, en enero y diciembre. Espacialmente, las mayores temperaturas registradas se sitúan en la parte Norte que alcanzan los 18°C ; en la zona central se alcanzan los 10°C . Y en la región Suroeste en el entorno de Zimapán, la temperatura llega a los 16°C . (Figura refmap:temper). Debe notarse que estas temperaturas corresponden al registro promediado tomado a la sombra a las 8 de la mañana.

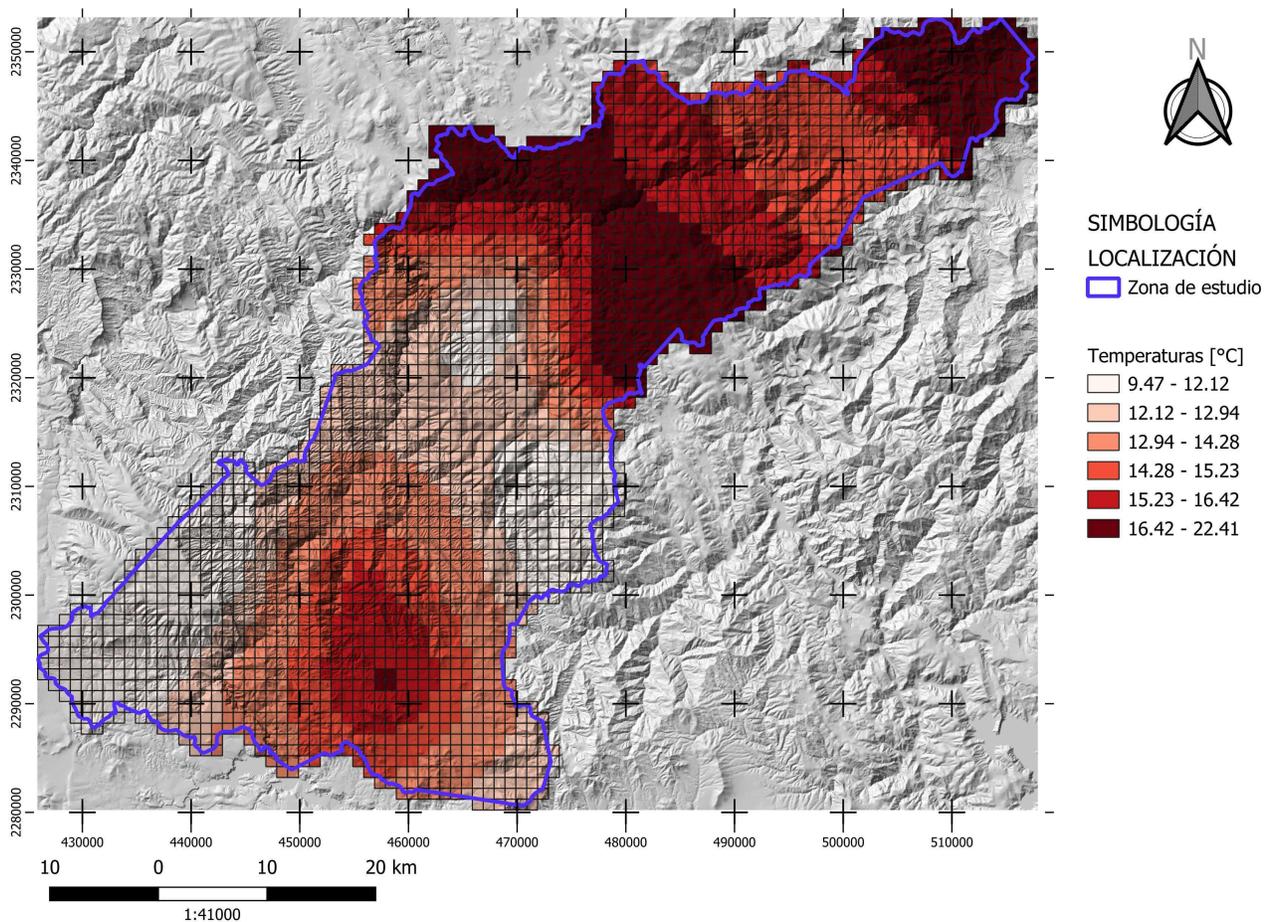


Figura 3.2: Mapa de distribución de promedio anual de temperaturas. (Elaboración propia).

3.3.3. Cálculo de Evapotranspiración y recarga

Con base en los datos de precipitación y temperatura integrados en el SIG, se procedió al cálculo de la evapotranspiración por la expresión de Turc, 1961, (ecuación 3.1)

$$ETR = \frac{P}{\sqrt{0.9 + \frac{P^2}{L^2}}} \quad (3.1)$$

donde P es la precipitación en unidades de longitud [L] y $L = 300 + 25T + 0.05T^3[^\circ C]$, donde T es la temperatura en grados Celsius [$^\circ C$].

Utilizando la calculadora de raster para tal efecto se obtuvo el mapa de la figura 3.3.

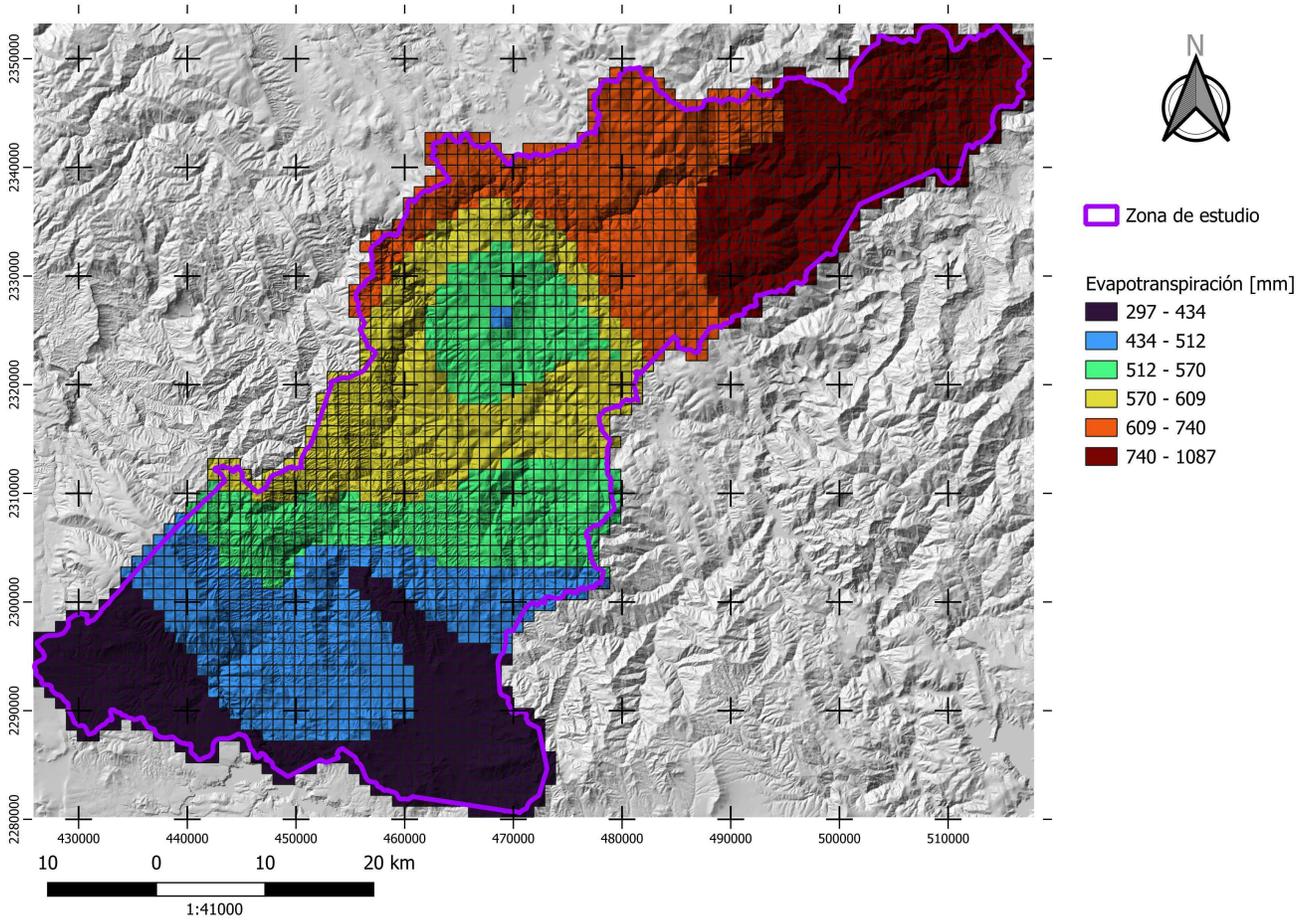


Figura 3.3: Mapa de evapotranspiración según Turc. (Elaboración propia).

Cómo se ha mencionado, para la recarga se utilizó la metodología seguida por Ávila-Carrasco, 2023, la cual calcula el volumen infiltrado después de descontar el escurrimiento, y toma en cuenta distintas clases de acuerdo a su tipo de usos de suelo multiplicadas cada una por un coeficiente de escurrimiento, la cual se presenta a continuación:

$$V_i = PSA[V_t - (C_{E_A}H_P S_j + C_{E_B}H_P S_j + C_{E_M}H_P S_j + C_{E_{P_a}}H_P S_j + C_{E_{S_V}}H_P S_j + C_{E_{C_A}}H_P S_j + C_{E_{A_H}}H_P S_j)] \quad (3.2)$$

donde V_i es el volumen infiltrado, PSA es el porcentaje de superficie sobre el acuífero (78.6 %), V_t es el volumen total de la precipitación, $HP = P - ETR$ es la lámina de lluvia disponible y S_j es la superficie de la j -ésima celda. Los coeficientes C_{E_x} son coeficientes de escurrimiento para áreas según su uso de suelo x , donde x toma el valor: A: Agrícola, B: Bosque, M: Matorral, Pa: Pastizal, S: Selva, SV: Sin Vegetación, CA: Cuerpo de agua y AH: Asentamientos Humanos, respectivamente.

Los coeficientes de escurrimiento son coeficientes empíricos que representan la fracción porcentual de lluvia no infiltrada en un determinado terreno; dependen del tipo de suelo, del uso de suelo y de la pendiente. Estos coeficientes fueron tomados de las tablas del método racional (tabla A.2), McCuen, 1998. Para su aplicación se obtuvo el valor las pendientes promedio por celda 3.4, y se decidió utilizar el tipo de suelo del Grupo B (Loess poco profundo, Margas arenosas).

Dado que el dominio espacial del modelo está segmentado en celdas, el cálculo se procedió de la siguiente manera: para cada $celda_{(k,s)}$ en la fila k y columna s el volumen infiltrado es:

$$V_{i,P(k,s)} = V_{t_{k,s}} - H_{P(k,s)}(C_{E_{k,s}}S_{(k,s)}) \quad (3.3)$$

Donde: A) los elementos (k, s) son los elementos correspondientes a los volúmenes de infiltración $V_{i,P(k,s)}$, y B) los volúmenes totales $V_{t_{(k,s)}}$, láminas de lluvia disponible $H_{P(k,s)}$, coeficientes de escurrimiento $C_{E(k,s)}$ y área de la superficie $S_{(k,s)}$ son correspondientes respectivamente a la celda en la fila k y la columna s . (Nótese que $S_{(k,s)}$ es constante e igual a 1 ($1km^2$ ó 10^6m^2) y Hp es una longitud en mm ó $10^{-3}m$; por lo que tanto $V_{t_{(k,s)}}$ y $V_{i_{p(k,s)}}$ están en el orden 10^3m^3).

Y finalmente el volumen total infiltrado es:

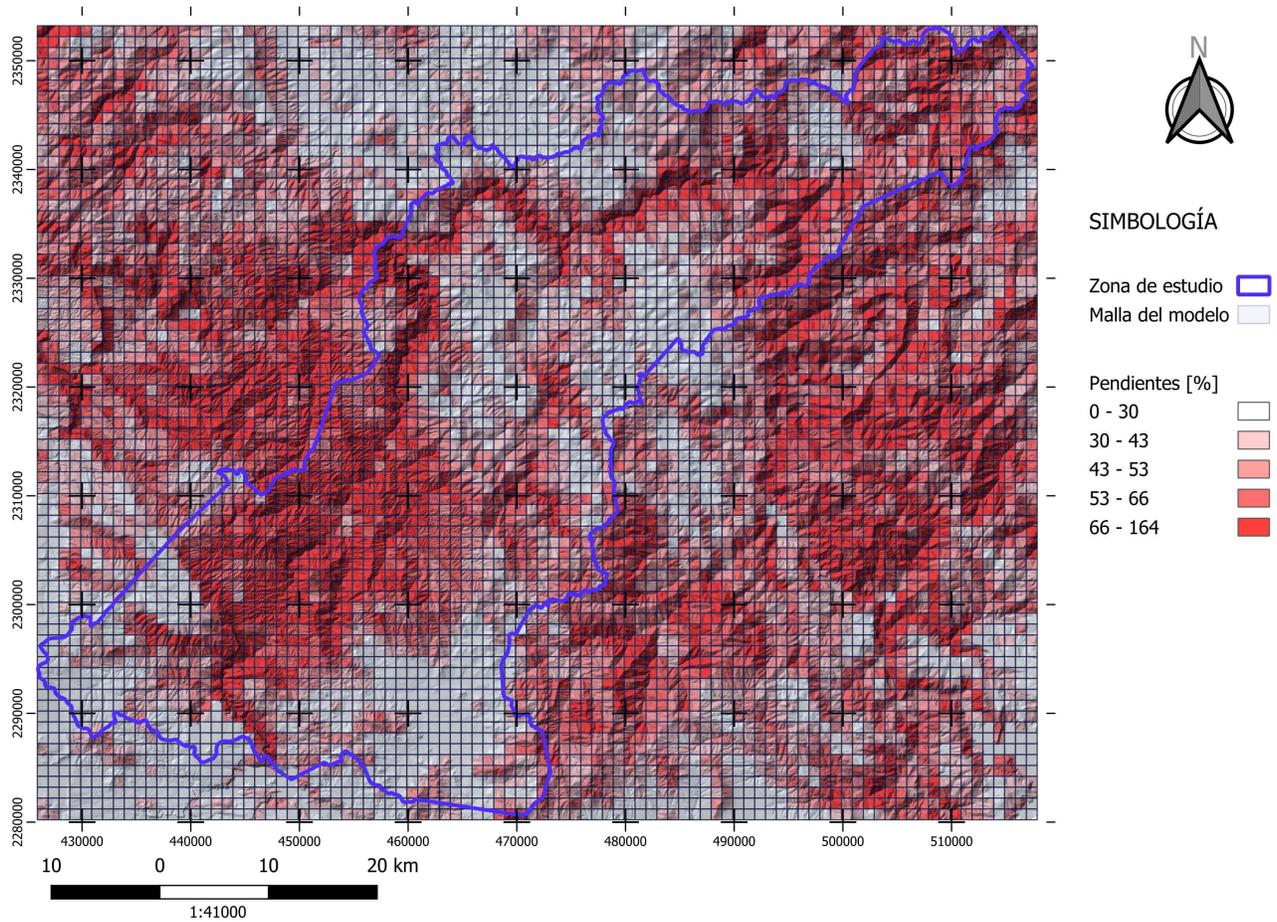


Figura 3.4: Mapa de clasificación de pendientes promedio en las celdas del dominio del modelo. (Elaboración propia).

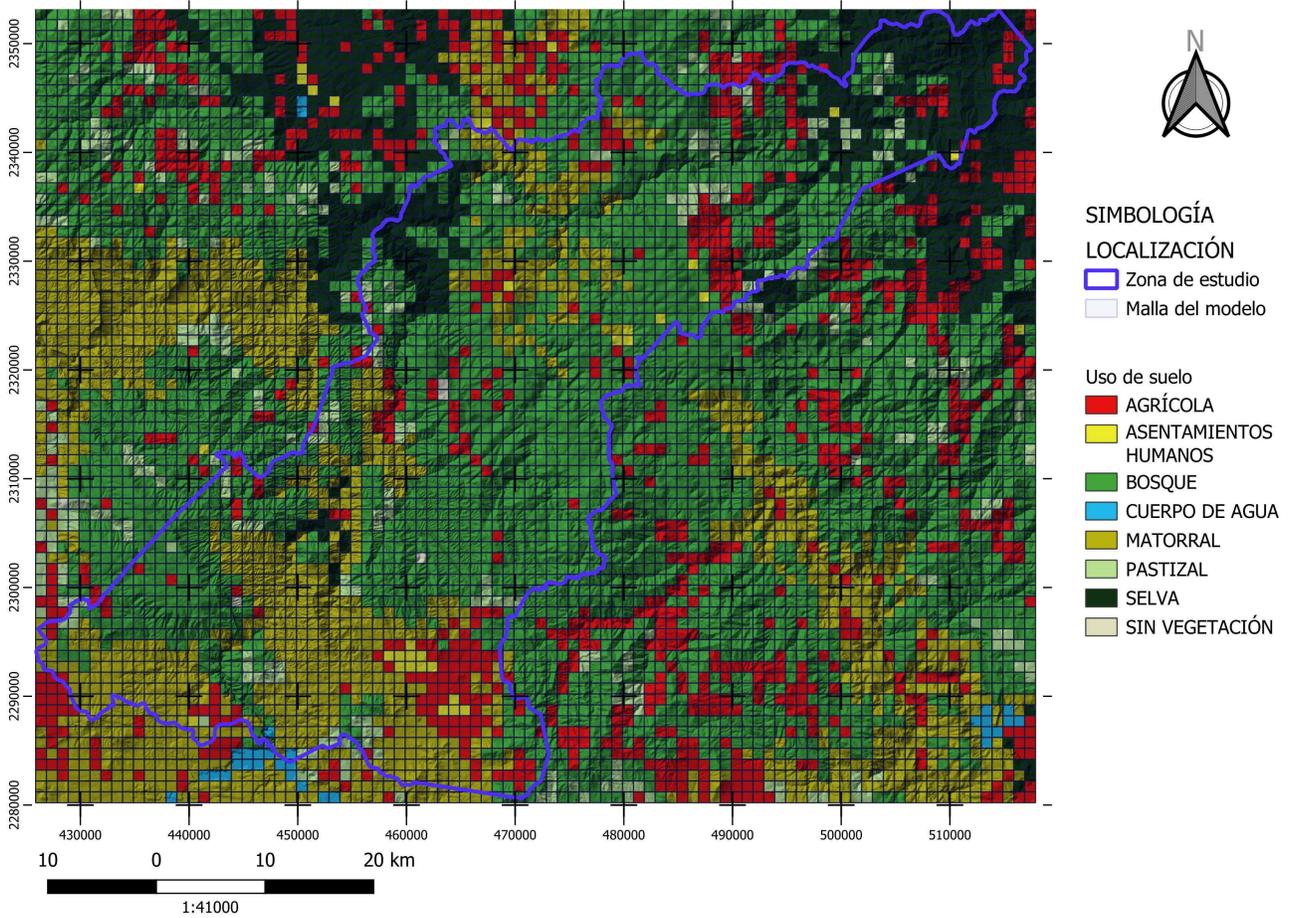


Figura 3.5: Mapa de uso de suelo discretizado en celdas del dominio del modelo. (Elaboración propia).

$$V_i = PSA(\Sigma V_{i,p(k,s)}) \quad (3.4)$$

Se tiene una recarga de $1.64 \times 10^9 \text{m}^3/\text{año}$ ($1.64 \times 10^3 \text{hm}^3/\text{año}$) para todo el dominio del modelo, ésto es un 26% de la precipitación. Desglosado por área correspondiente a cada acuífero se tiene que para el acuífero de Zimapán se recarga $4.65 \times 10^8 \text{m}^3/\text{año}$ ($4.65 \times 10^2 \text{hm}^3/\text{año}$), mientras que para el acuífero Moctezuma $4.40 \times 10^7 \text{m}^3/\text{año}$ ($4.40 \times 10^1 \text{hm}^3/\text{año}$).

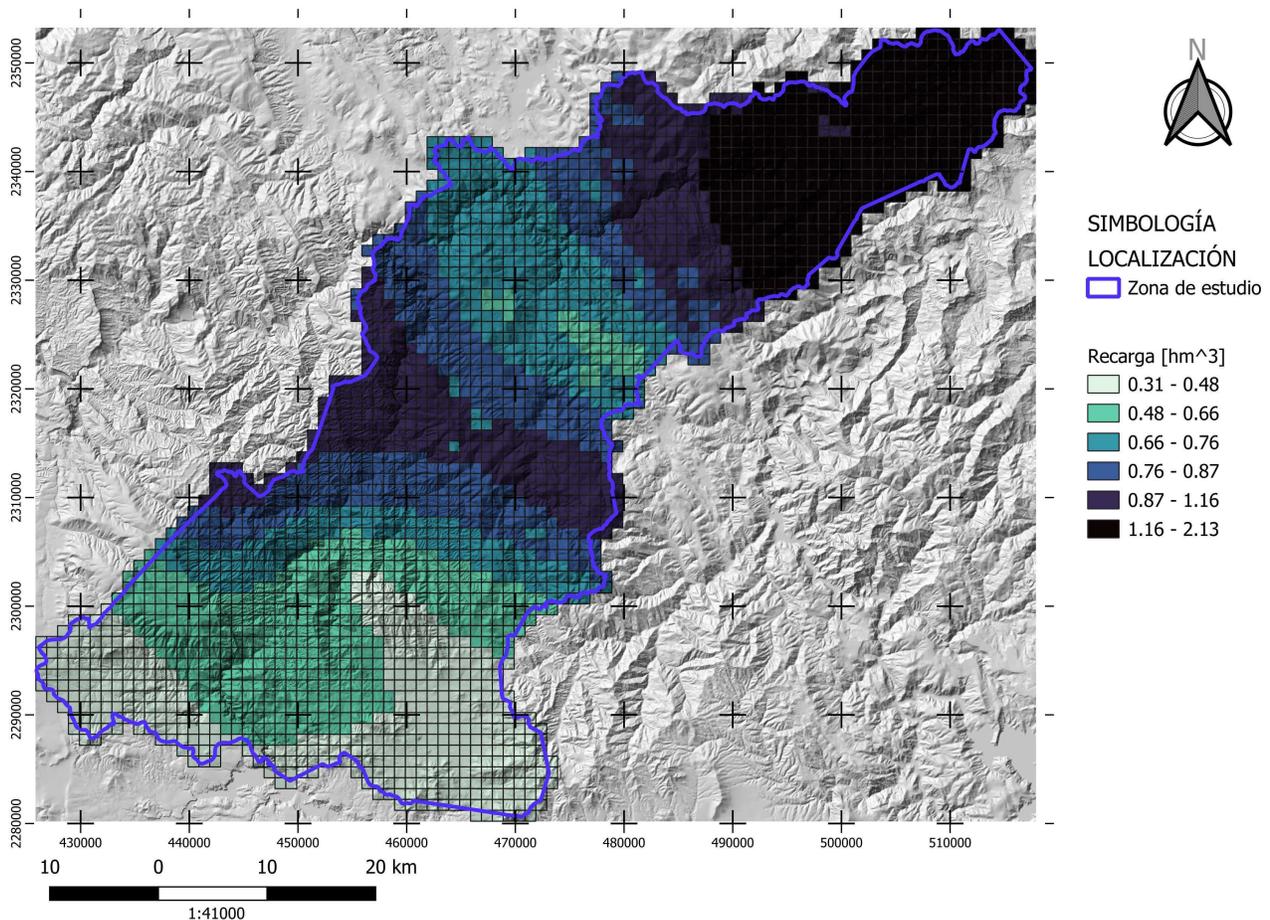


Figura 3.6: Mapa de recarga de la zona de estudio. (Elaboración propia).

Capítulo 4

RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones y análisis realizados durante la investigación, se detallan los datos recopilados, se muestran las gráficas, tablas correspondientes y se discuten los hallazgos más relevantes. Al final, se evalúa el cumplimiento de los objetivos planteados en la tesis.

Después de completar la documentación y la integración de los datos necesarios para alimentar el modelo, se planeó realizar una calibración y, posteriormente, finalizar con la validación del modelo del sistema acuífero. Sin embargo, esta última etapa no es posible en este momento debido a la falta de datos históricos piezométricos y a la carencia de información regional, especialmente en la porción norte de la zona de estudio. Esto podría deberse a la existencia de pozos no registrados o a un elevado grado de complejidad geológica en la zona de estudio.

Con la información disponible, se procedió a desarrollar una solución preliminar que pudiera ofrecer una comprensión razonable del sistema.

Utilizando datos hidrométricos mensuales y anuales de BANDAS proporcionados por CONAGUA en la estación de Tierra Blanca, situada a 12 km aguas arriba de la ciudad de Tamazunchale, en el municipio del mismo nombre en el estado de San

Luis Potosí, se logró obtener un valor fundamental para la calibración del modelo, este es el escurrimiento promedio anual. Esta estación se instaló con el objetivo de determinar el régimen del Río Moctezuma antes de su confluencia con el Río Amajac. En la estación se calcula un volumen de escurrimiento promedio anual de $2.11 \times 10^9 m^3/\text{año}$, valor que posteriormente se usó como referencia principal para la calibración.

De la red piezométrica nacional, se seleccionaron dos puntos clave: los que están representativamente más distantes entre sí. Uno está en la ciudad de Zimapán y sus alrededores, con una elevación del nivel estático promedio de 1800 m.s.n.m. Esta selección se debió a que las observaciones se pueden consolidar en una sola zona de referencia debido a su cercanía, siendo el pozo Detzani en la celda elegida de referencia cercana a la Ciudad de Zimapán. A este punto se le llamó Punto de Control 2 (PC2) o punto sur. El otro punto se encuentra en la zona centro-norte del AZH, donde en la ciudad de Jacala se localizaron dos observaciones (pozos San Antonio y El Sabino) muy cercanas dentro de una misma celda. Tienen una elevación del nivel estático promedio de 1430 m.s.n.m y se le llamó punto de control 1 (PC1) o punto norte. No se cuenta con observaciones del acuífero Moctezuma. Con base en estas tres observaciones (descarga del río, PC1 y PC2: $2.11E+09 m^3/\text{año}$, 1800 m.s.n.m, 1430 m.s.n.m respectivamente), se realizó una calibración manual, considerando como parámetros principales objetivo a la conductancia hidráulica del lecho del río (C_{riv}), la condición de frontera de carga generalizada (General Head Boundary, GHB) y las conductividades hidráulicas horizontal y vertical (K_h y K_v , respectivamente).

La lógica principal de calibración consistió en ajustar el valor de C_{riv} para reproducir el escurrimiento reportado por BANDAS para el Río Moctezuma y, al mismo tiempo, en mantener constantes los demás parámetros una vez alcanzado un valor de escurrimiento adecuado. Posteriormente, se calibrarán las cargas hidráulicas para

que siguieran una cota situada bajo la topografía y el nivel del río, ajustando entonces los parámetros K_h , K_v y la condición de frontera GHB . Alternativamente, también se ensayaron variaciones a otras condiciones de frontera como Drenes (*Drains*) y Carga Constante (CC).

Para simplificar el proceso de comparación de las simulaciones, se construyó una bitácora en forma de tabla donde se seleccionaron sólo valores representativos de conductividad, conductancia y GHB , de las vecindades en los puntos de observación PC1 y PC2, correspondientes a la ciudad de Jacala y a Zimapán respectivamente. Se recuerda que en el dominio completo del modelo hay variaciones laterales de los parámetros mencionados de acuerdo al material de la litología (como se está asumiendo en el presente trabajo) en otras palabras, la tabla utilizada solamente muestra valores representativos en celdas aisladas cercanas a PC1 y PC2. Además, muestra el presupuesto hídrico del río (wb_{rio}) y de la recarga (wb_{rech}), aunque este último casi no presenta variaciones. Algunos resultados de simulaciones seleccionadas se muestran en la tabla 4.1.

Valor objetivo					1430	1800	2.11E+09				
Simulación	K_h	K_v	C_{RID}	C_{GHB}	Elev_NE PC1(N)	Obs_PC1 - Sim	Elev_NE PC2(S)	Obs_PC2 - Sim	Recarga	Descarga del Río	$\Delta(\text{Obs_Desc_R - Sim})$
sb1a	4.00E+05	3.40E+05	7.86E+07	2.18E+07	9.00E+02	5.30E+02	1.64E+03	1.61E+02	7.01E+08	-3.60E+11	3.62E+11
sb1b	4.00E+05	3.40E+05	7.86E+09	7.63E+09	8.77E+02	5.53E+02	1.65E+03	1.46E+02	7.01E+08	-4.11E+11	4.13E+11
sb1c	4.00E+05	3.40E+05	7.86E+09	7.63E+09	8.77E+02	5.53E+02	1.62E+03	1.79E+02	7.01E+08	-4.11E+11	4.13E+11
sb1d	4.00E+05	3.40E+05	7.86E+09	7.63E+09	8.77E+02	5.53E+02	1.62E+03	1.79E+02	7.01E+08	-7.78E+10	7.99E+10
sb1d.2	4.00E+05	3.40E+05	7.86E+09	null	8.77E+02	5.53E+02	1.62E+03	1.79E+02	7.01E+08	-7.78E+10	7.99E+10
sb2a	4.00E+05	3.40E+05	8.00E+05	null	1.03E+03	4.04E+02	1.29E+03	5.10E+02	7.01E+08	-2.08E+09	4.19E+09
sb2b	4.00E+05	3.40E+05	4.00E+05	null	1.10E+03	3.26E+02	1.28E+03	5.20E+02	7.01E+08	-2.22E+09	4.33E+09
sb56	1.80E+05	1.80E+05	3.61E+04	6.26E+05	1.39E+03	4.11E+01	1.62E+03	1.76E+02	7.01E+08	-2.40E+09	4.51E+09
sb65	1.62E+04	1.62E+04	3.61E+04	6.26E+05	1.45E+03	-1.97E+01	1.62E+03	1.79E+02	7.01E+08	-2.30E+09	4.41E+09
sb66	1.62E+04	1.62E+04	3.61E+04	6.26E+05	1.46E+03	-3.17E+01	1.63E+03	1.72E+02	7.01E+08	-2.54E+09	4.65E+09
sb71a	2.00E+04	2.00E+04	esp	6.26E+05	1.45E+03	-1.61E+01	1.62E+03	1.79E+02	7.01E+08	-2.68E+09	4.79E+09
sb71b	2.00E+04	2.00E+04	esp	6.26E+05	1.45E+03	-2.44E+01	1.63E+03	1.72E+02	7.01E+08	-2.32E+09	4.43E+09
sb71c	2.00E+04	2.00E+04	esp	6.26E+05	1.45E+03	-2.44E+01	1.63E+03	1.72E+02	7.01E+08	-2.32E+09	4.43E+09
sb75	2.00E+05	1.00E+05	esp	null	1.37E+03	6.19E+01	1.61E+03	1.92E+02	7.01E+08	-1.96E+09	4.07E+09
sb141	2.00E+05	1.00E+04	2.00E+09	null	1.36E+03	7.35E+01	1.80E+03	-3.39E+00	6.19E+08	-6.18E+08	2.73E+09
sb141b	2.00E+05	1.00E+04	2.00E+09	null	1.35E+03	7.70E+01	1.79E+03	1.16E+01	6.88E+08	-1.65E+13	1.65E+13
sb147	2.00E+05	1.00E+04	2.00E+09	null	1.38E+03	5.34E+01	1.82E+03	-1.93E+01	0.00E+00	-1.49E+13	1.50E+13
sb148	2.00E+05	1.00E+04	2.00E+07	null	1.54E+03	-1.14E+02	2.22E+03	-4.23E+02	6.88E+08	-3.40E+12	3.41E+12

Figura 4.1: Relación de algunas simulaciones y parámetros representativos. Se presentan las diferencias entre los valores observados y simulados de las celdas de las observaciones PC1 y PC2, junto con el balance de la descarga del río. El mejor escenario, correspondiente a la simulación sb141, está destacado en amarillo.

4.0.1. Evolución del modelo

En el presente modelo se realizó una calibración manual tomando como objetivos la conductividad horizontal (K_h) y la conductividad vertical ($K_v = 0.9K_h$), principalmente. Durante este proceso, se descubrió la gran influencia que la conductancia del río (C_{riv}) ejerce sobre las elevaciones de las cargas hidráulicas resultantes.

Siguiendo el principio de parsimonia, el modelo inició siendo de una sola capa en estado estacionario con parámetros constantes obtenidos del promedio de las propiedades litológicas en la zona activa ($K_h = K_v$); es decir, sin una zonación de los parámetros, donde únicamente la topografía (TOPS) fue la información más especificada, la base tenía una profundidad a nivel del mar (BOTTOM = 0). No tuvo implementación de paquetes adicionales. La realización de este modelo fue meramente ilustrativa de la zona de estudio, su finalidad fue la integración de los datos y su buen funcionamiento.

El siguiente modelo incorporó ocho capas con BOTTOM al nivel del mar, cada capa suavizándose en topografía hasta llegar a la capa base donde es totalmente horizontal. Un tercer modelo incorporó la misma idea con 6 capas, pero las últimas tres capas son horizontales y todas del mismo espesor, excepto entre la tercera y la cuarta. Un cuarto y quinto modelos se construyeron con dos capas y una capa respectivamente (BOTTOM = 0), con la totalidad de la malla como área activa (IBOUND=1) y aún sin definir el dominio inactivo del modelo. En todos estos modelos se buscaba definir una estructura defendible tomando en cuenta diversos puntos de vista. No obstante, debido a la falta de datos, ninguno produjo resultados que brindaran un entendimiento sólido del sistema acuífero. En la figura 4.2 se ilustra como ejemplo uno de los primeros resultados, que el sistema pudo entregar sin errores .

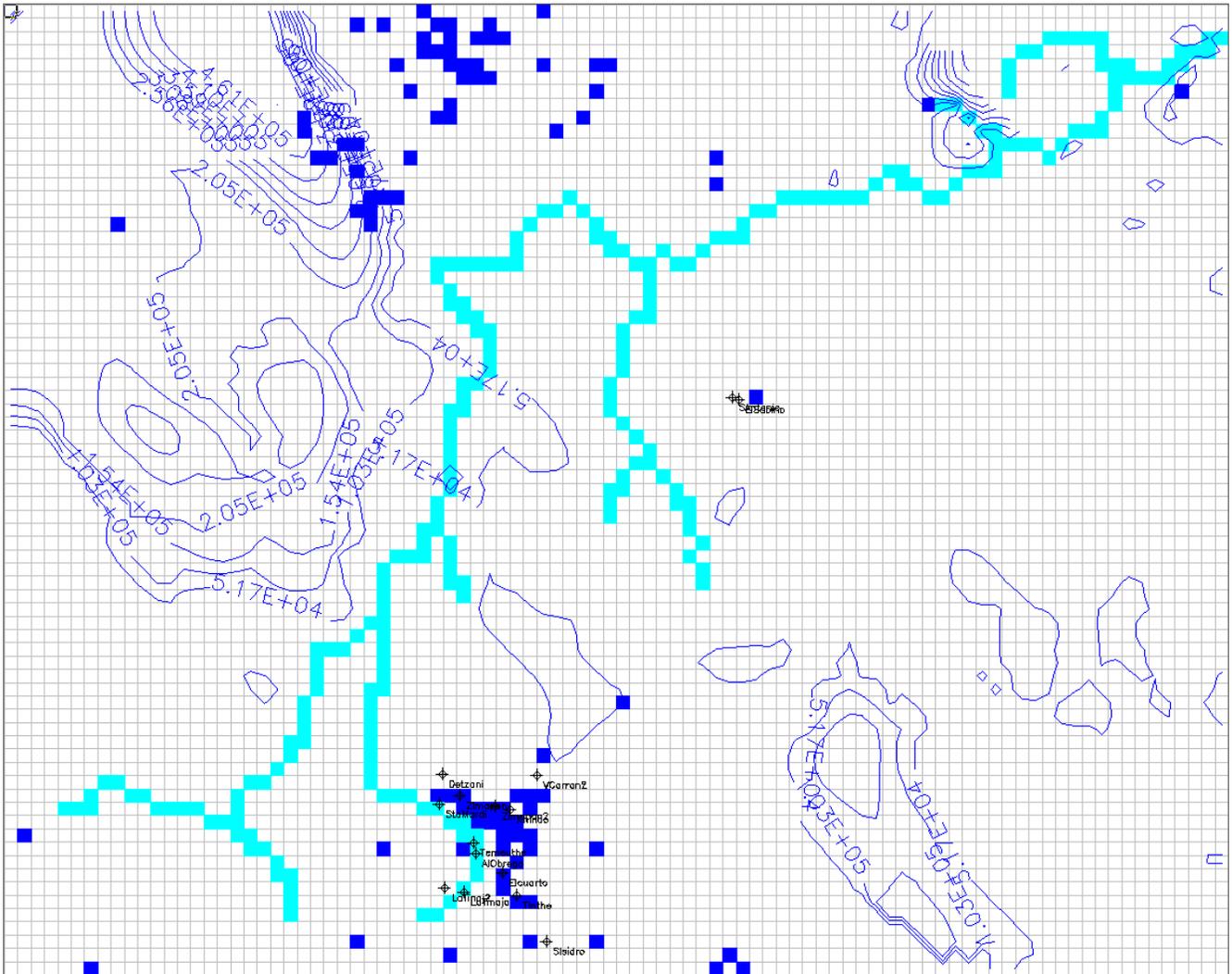


Figura 4.2: Distribución de cargas simuladas, modelo primitivo, sólo ilustrativo.

En repetidas corridas del modelo y tras severas correcciones de datos, el modelo se simplificó a dos capas verticales con su base a 800 metros debajo de la topografía $BOTOM = \{TOPS_{Layer1} - 800\}$ y entre capas el promedio de la topografía y la base $TOPS_{Layer2} = 1/2 * TOPS_{Layer1}$. Esta decisión permite usar un enfoque práctico basado en los datos disponibles e integrar los datos sin suponer complejidades no justificadas, facilitando la simulación del flujo vertical en un acuífero de geometría desconocida.

Tras ajustar cada vez más los parámetros y arreglar los errores de este modelo base en numerosas simulaciones, se llegó a una buena configuración de isopiezas, pues presentaba un seguimiento adecuado de la topografía junto con la condición de elevaciones especificadas en el paquete de RIVER, ver (4.3).

En el transcurso de ajustes de los modelos siguientes, persiguiendo solamente el ajuste fino de las elevaciones de cargas y una buena geometría, se descubrió el nuevo dato de la descarga promedio anual del río $2.11 \times 10^9 \text{ m}^3/\text{año}$ (BANDAS, (2019))

Durante los ajustes realizados en los modelos posteriores, enfocados únicamente en perfeccionar las elevaciones de cargas y garantizar una geometría adecuada, se identificó el dato actualizado sobre la descarga promedio anual del río $2.11 \times 10^9 \text{ m}^3/\text{año}$ (BANDAS, 2019), en la cual éstas últimas versiones del modelo, aunque se había logrado que reflejasen una aproximación muy aceptable de la distribución de cargas hidráulicas, en el balance general incumplían esta descarga por un amplio margen hasta por varios ordenes de magnitud. Ahora, buscando emular la descarga conocida del río y los pocos niveles piezométricos conocidos se procedió de nuevo a una calibración manual ahora enfocado en el objetivo de la conductancia del río, del paquete RIVER, luego en menor medida las conductividades litológicas aparte de hacer uso experimental de combinaciones de condiciones de frontera como GHB, drenes y carga constante.

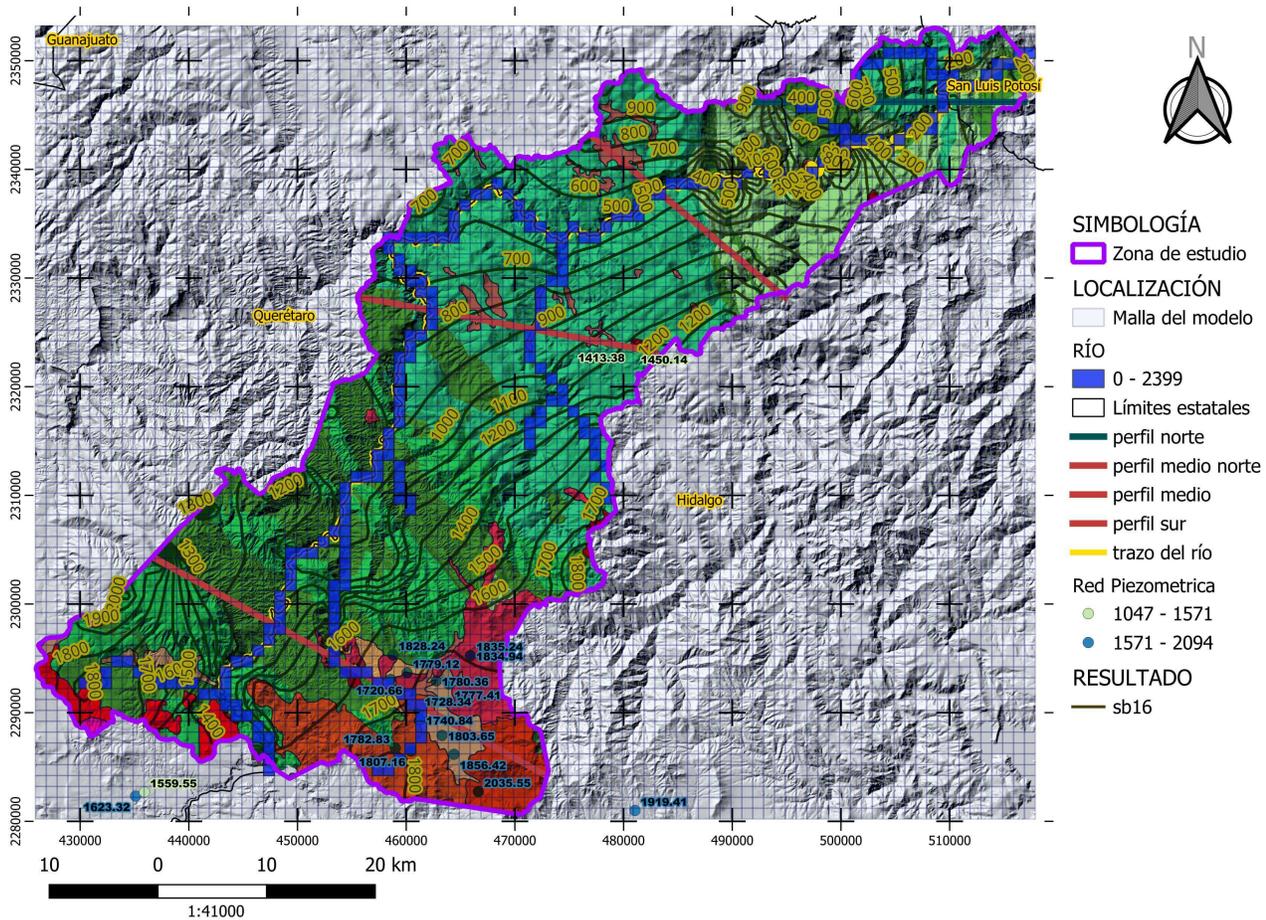


Figura 4.3: Distribución de cargas simuladas, “corrida 16” previo a la incorporación del dato de la descarga del río en la calibración. (Elaboración propia)

Se adoptó una configuración inicial de K_h y K_v dentro del rango de 10^5 m/año, del orden que Custodio y Llamas, 1983 llama una conductividad “muy alta”, consecuentemente C_{RVR} como C_{GHB} en el orden de 10^8 m²/año, En donde los puntos conocidos, pc1 y pc2, redondeaban entre 1221 m.s.n.m en el norte y 1618 m.s.n.m en el sur respectivamente y una descarga del río de -1.96×10^{12} m³/año.

Aumentando gradualmente las conductancias del río (C_{RVR}) y de la frontera de carga generalizada (C_{GHB}) hasta el orden de 10^9 , se pudo reconocer el impacto insuficiente de estos en la descarga del río, llegando a 4.11×10^{11} m³/año; por otro lado, se observó una fuerte influencia en las cargas hidráulicas, sobre todo en la zona

centro-norte del modelo, cayendo hasta 300 m del nivel topográfico.

Se desactivaron las fronteras de carga generalizada y se comenzó a variar solamente C_{RVR} desde los valores iniciales, con la intención de reconocer un rango de factibilidad en estas condiciones se experimentó con órdenes de magnitud desde $10^5 m^2/año$ hasta $10^9 m^2/año$, la descarga del río se fue reduciendo hasta alcanzar un valor excelente de $-2.08 \times 10^9 m^3/año$ (recordando que la descarga objetivo es $-2.11 \times 10^9 m^3/año$). Partiendo de ahí, haciendo un ajuste fino en ese intervalo, no se notaron cambios significativos en la descarga. Aunque sí hubo una caída importante en las cargas simuladas, variando entre 20 y 40 metros por algún cambio en la conductancia del río dentro dentro de ese orden (10^5 o menor), donde en la porción norte las cargas llegaron a caer hasta la cota de los 1027 m.s.n.m y en el sur hasta los 1239 m.s.n.m ; lo que representa una diferencia aproximada de 400 m y 500 m respecto a las observaciones, pese a una aproximación casi perfecta de la descarga del río.(ver mapa [4.4](#)).

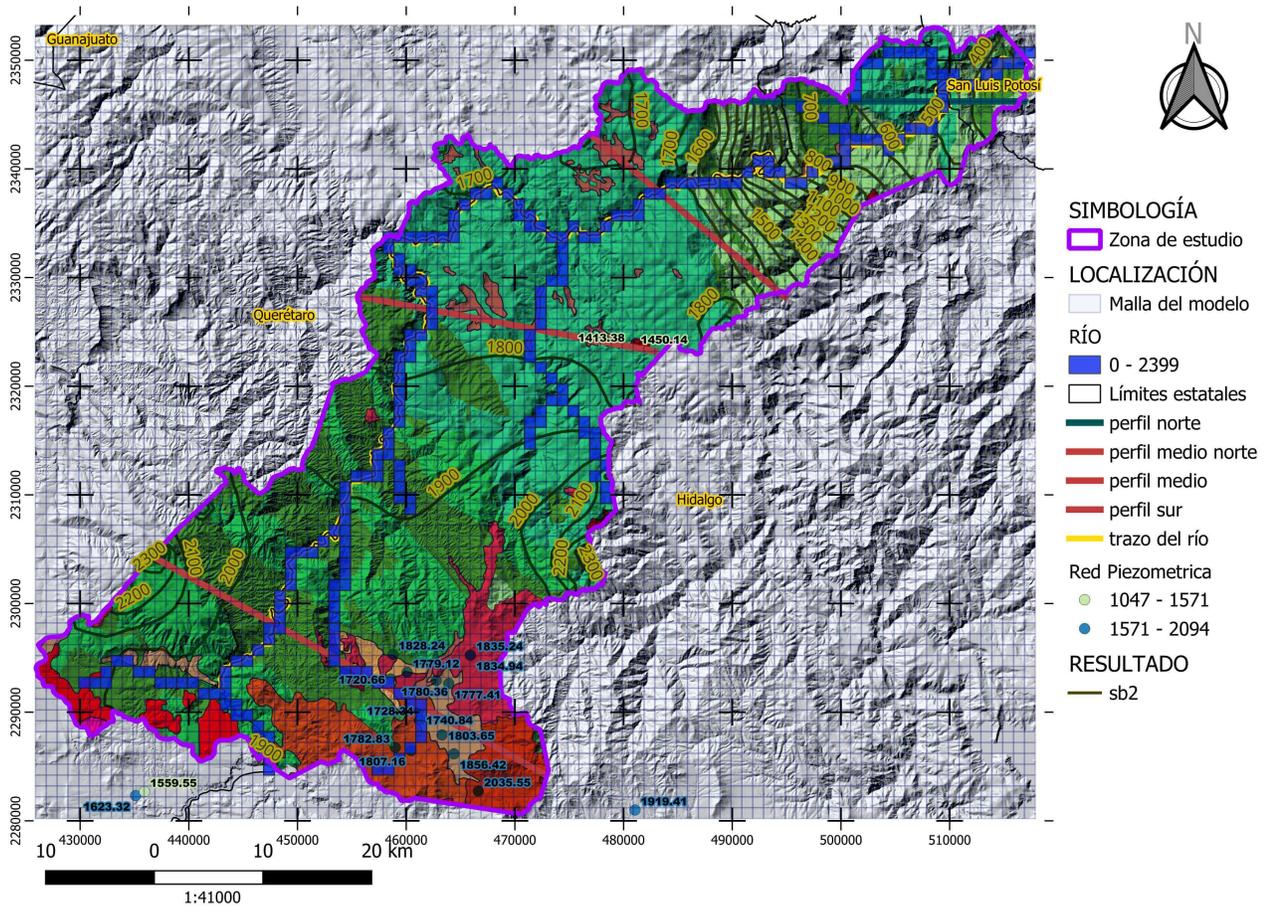


Figura 4.4: Distribución de cargas simuladas, corrida SB2. (Elaboración propia)

Ahora, variando las conductividades, primero igualando $k_h = k_v$, reajustando los valores para cada litología, eliminando puntos aislados propensos a producir conos o picos y asignando una C_{RVR} acorde a las nuevas conductividades. Luego se repitió el ajuste de C_{RIV} hasta el valor $3.61 \times 10^4 m^3/año$, donde se logró un ajuste muy bueno entre la descarga (2.40×10^9) y las observaciones: 1388.79 m.s.n.m para el norte y 1623 m.s.n.m para el sur. Sin embargo, existen al menos dos razones por las cuales este resultado no es preciso: primero, aunque las cargas en los puntos calibrados eran satisfactorias, en el resto del AZH la mayoría estaba injustificablemente muy por encima de la topografía; y segundo, las conductividades y conductancias resultantes son físicamente incompatibles: $K \approx 10^5 m/año$ y $C_{riv} \approx 10^4 m^2/año$. Esto implica

una conductividad del lecho del río del orden $10^{-1} m/año$ o casi impermeable, dado que la constante longitudinal del río (el largo y ancho de una celda del modelo) es de $10^3 m$, lo que sería equivalente a tener un área de $10^4 m^2/año$.

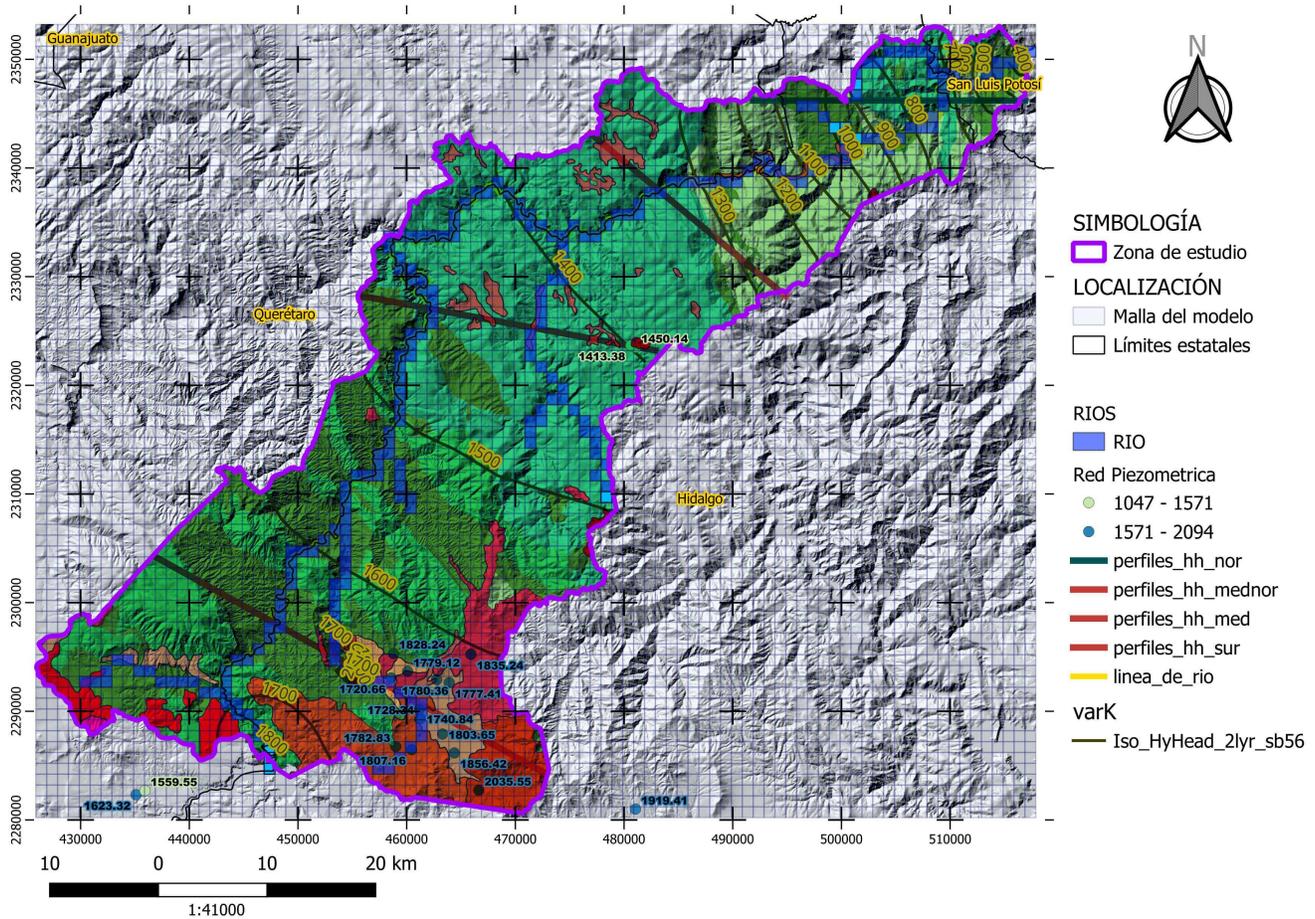


Figura 4.5: Configuración de los resultados de las cargas hidráulicas en la corrida SB56. (Elaboración propia)

Experimentando ahora con Fronteras de Carga Generalizada (GHB) y partiendo del estado del resultado anterior, se inició con una conductancia $C_{GHB} = 2.18 \times 10^7 m^2/año$ y elevaciones al nivel de la topografía. Se eligieron algunos puntos cercanos a las observaciones y otros a lo largo de la frontera activa, donde el paquete requería especificar una elevación de carga. Se obtuvo una descarga del río de $-6.56 \times$

$10^9 m^3/\text{año}$. Al disminuir gradualmente la conductancia hasta $6.26 \times 10^5 m^2/\text{año}$, se logró una descarga del río de $-2.42 \times 10^9 m^3/\text{año}$, con puntos observados a 1388 m.s.n.m y 1624 m.s.n.m.

Se notó que las isolíneas se concentraron en la porción norte del modelo. En este punto se hizo un ensayo de variación de la conductividad, con $k_h = k_v$ y reduciendo ligeramente el valor de $2 \times 10^5 m/\text{año}$ a $1.62 \times 10^4 m/\text{año}$. Se encontró un ajuste perfecto en la elevación de la carga en las observaciones, alcanzando 1449.74 m.s.n.m en el norte y 1620 m.s.n.m en el sur, obteniendo una descarga de $-2.3 \times 10^9 m^3/\text{año}$. Al mantener las condiciones *GHB* y modificar solo la conductividad, se observó que a mayor conductividad, las cargas tienden a caer mientras la descarga del río aumenta, aunque con poca sensibilidad: un cambio de un orden de magnitud en las conductividades (de 2×10^4 a $2 \times 10^5 m/\text{año}$) provoca una caída de las cargas de 63 metros en el norte y de 5 metros en promedio en el sur, mientras que la descarga pasa de -2.30×10^9 a $-2.54 \times 10^9 m^3/\text{año}$. Corrigiendo valores singulares en la malla activa de las conductividades y conductancias del río que generaban conos de recarga o abatimiento, y variando nuevamente la conductancia del río con *GHB* desactivado, se obtuvo un resultado con una distribución uniforme de cargas con elevaciones simuladas y descarga cercanas a las observaciones. Sin embargo, de nuevo, el resto de las cargas siguen muy elevadas y no representan adecuadamente la topografía general. (Mapa 4.6).

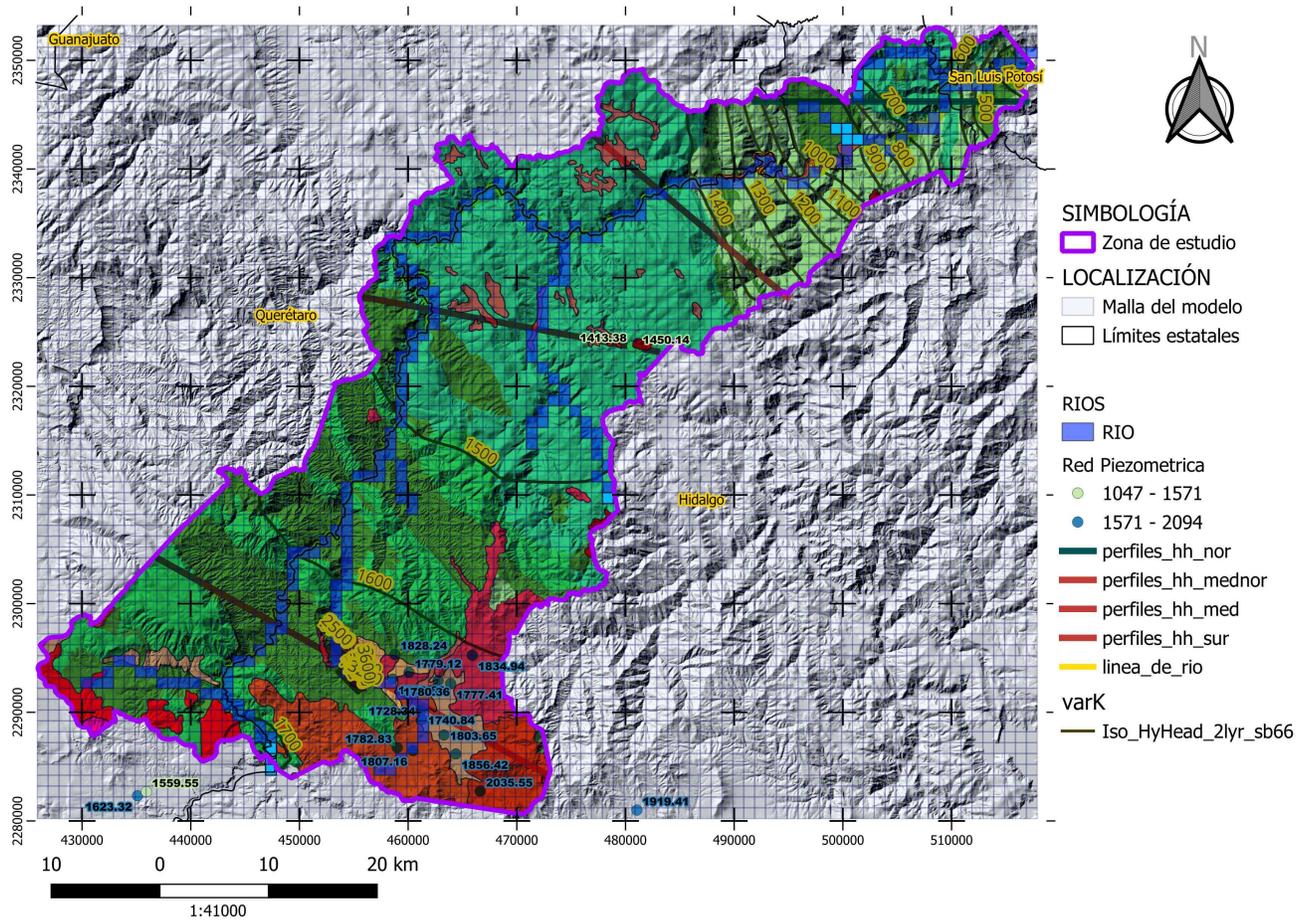


Figura 4.6: Distribución de cargas simuladas, simulación SB66. (Elaboración propia)

Dejando las conductividades fijas en el último estado, se experimentó desactivar el paquete *GHB* y activar el paquete de Drenes (Drains). La conductancia se varió, pero ahora con la relación $0.5k_h = k_v$ o similar, iniciando en 2×10^5 y 1×10^5 $m/año$, respectivamente. El primer experimento con drenes se aplicó en toda la región activa, excepto en las zonas de interferencia con cargas constantes y los paquetes River y Well. Los resultados invertían en signo la descarga (ahora recarga) del río, llegando hasta $+1.98 \times 10^{10}$ $m^3/año$. Mientras que los cambios en C_{drain} impactaron mínimamente las descargas del balance hídrico, se observó una relación más fuerte con la variación de elevación de h_{drain} , logrando un mejor ajuste al colocar los drenes a 20 m por debajo de la topografía. Esto resultó en una elevación de la carga hidráulica de

1252.10 m.s.n.m en PC1, una elevación de 1545.96 m.s.n.m en PC2 y una descarga de $-5.04 \times 10^8 m^3/\text{año}$ en el río. Al establecer un valor límite para los drenes con $h_{\text{drain}} = 1$, se obtuvieron valores de 138.05 m.s.n.m. en PC1, 532.58 m.s.n.m. en PC2 y una descarga de $1.98 \times 10^{10} m^3/\text{año}$ en el río. (Ver mapa 4.7).

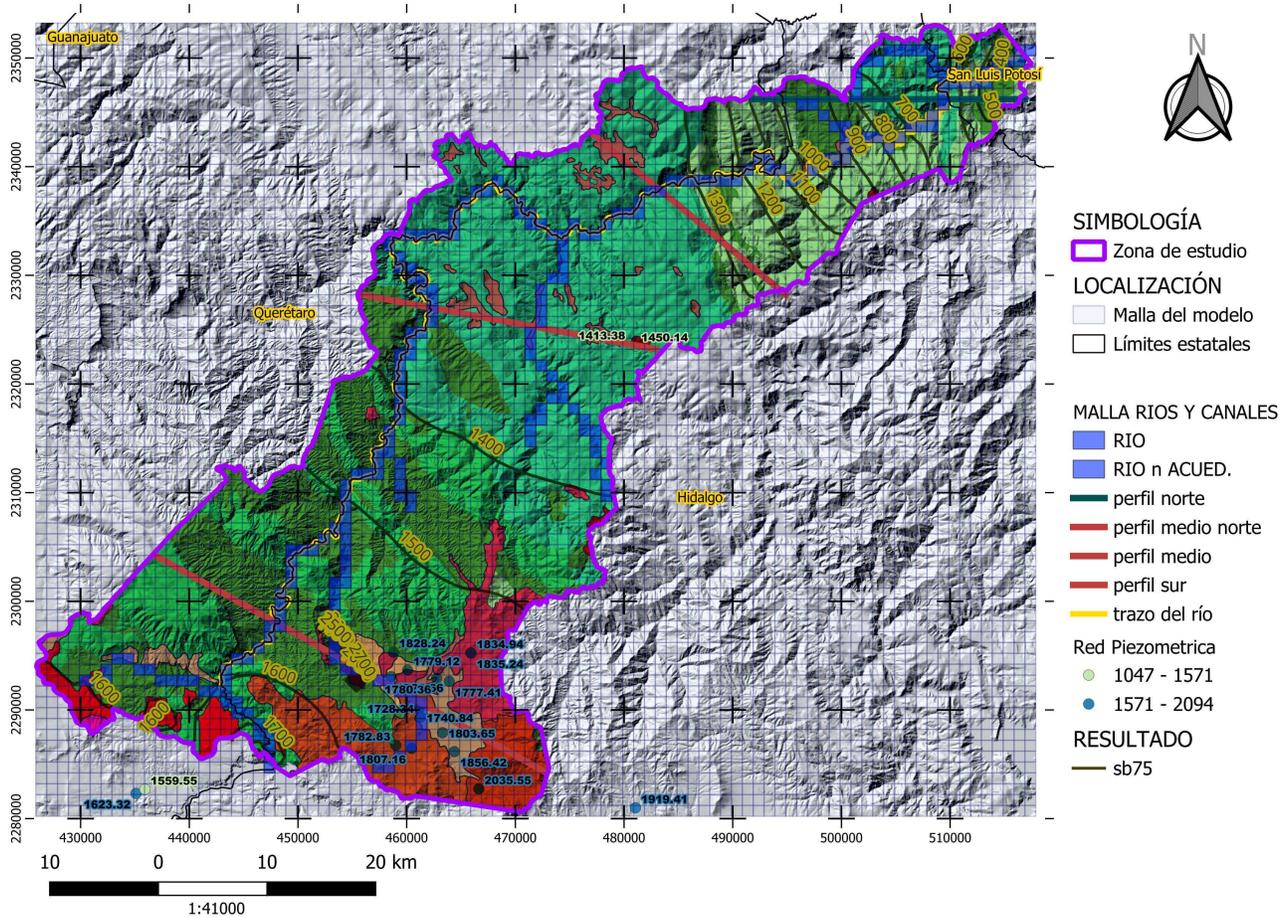


Figura 4.7: Distribución de cargas simuladas, corrida SB75. (Elaboración propia)

Después de este punto, se desactivaron los drenes y se comenzó nuevamente a manipular los valores de C_{RIV} a rangos físicamente inverosímiles con el fin de establecer que hay una relación directa o inversa, entre las elevaciones de las cargas y C_{RIV} según ciertos intervalos extremos, aunque con baja sensibilidad. En concreto, al aumentar C_{RIV} de 2×10^2 hasta $2 \times 10^6 m^2/\text{año}$, las cargas disminuyen de 1480

m.s.n.m a 379 m.s.n.m en PC1 y de 1480 m.s.n.m a 304 m.s.n.m en PC2. Y en el intervalo de C_{RIV} de 2×10^7 hasta $2 \times 10^{10} m^2/\text{año}$, las cargas aumentan de 433 m.s.n.m a 772 m.s.n.m en PC1 y de 534 m.s.n.m a 1633 m.s.n.m en PC2. A partir de este rango, y con C_{RIV} de órdenes hasta $10^{14} m^2/\text{año}$, las cargas se estabilizan al rededor de 782 m.s.n.m en PC1 y 1641 m.s.n.m en PC2. Considerando que las cargas en dependencia de la elección de conductancia del río varían sin fuertes inflexiones al rededor del orden de magnitud de un C_{RIV} de $10^9 m^2/\text{año}$. Parece ser que ésta es la elección más factible de rango de conductancias, además de que también concuerda físicamente con las conductividades 10^6 a $10^{10} m^2/\text{año}$ y áreas de las celdas de las rocas circundantes ($1000 m^2$). Mapa 4.8.

Tras obtener los resultados en cuanto a balance hídrico y elevaciones en los puntos de control en el resto del modelo, en la frontera activa se observaba una caída importante de la carga hidráulica, y en algunas simulaciones también mostraban la elevación del río muy por encima de este. Resultó muy difícil levantar la carga hidráulica en los extremos periféricos del modelo, lo cual dio lugar a experimentar de la siguiente forma: desactivando el paquete de Río, ajustando las conductividades del modelo relacionadas con los valores de C_{RIV} obtenidos anteriormente y aplicando ahora extensivamente la condición de carga constante (CCC); el criterio fue fijar carga constante en las celdas de los máximos y mínimos relativos topográficos locales, usando una ventana de búsqueda de tamaño 3x3 para caracterizarlos (ver código en el anexo). Aparte, también se definió el río como CCC . El resultado fue excelente. Se obtuvieron valores de 1356.53 m.s.n.m en PC1, 1803.40 m.s.n.m en PC2, y una descarga del río de $-6.18 \times 10^8 m^3/\text{año}$. Además, el análisis de dispersión del resto de los puntos conocidos muestra que este ajuste es el que mejor que se alinea con la regresión, ver mapa en 4.9 y gráfico 4.12.

Se intentó también revertir el río al paquete River. En determinado momento su descarga en el balance se disparaba en exceso a $-1.65 \times 10^{13} m^3/\text{año}$. Incluso otros

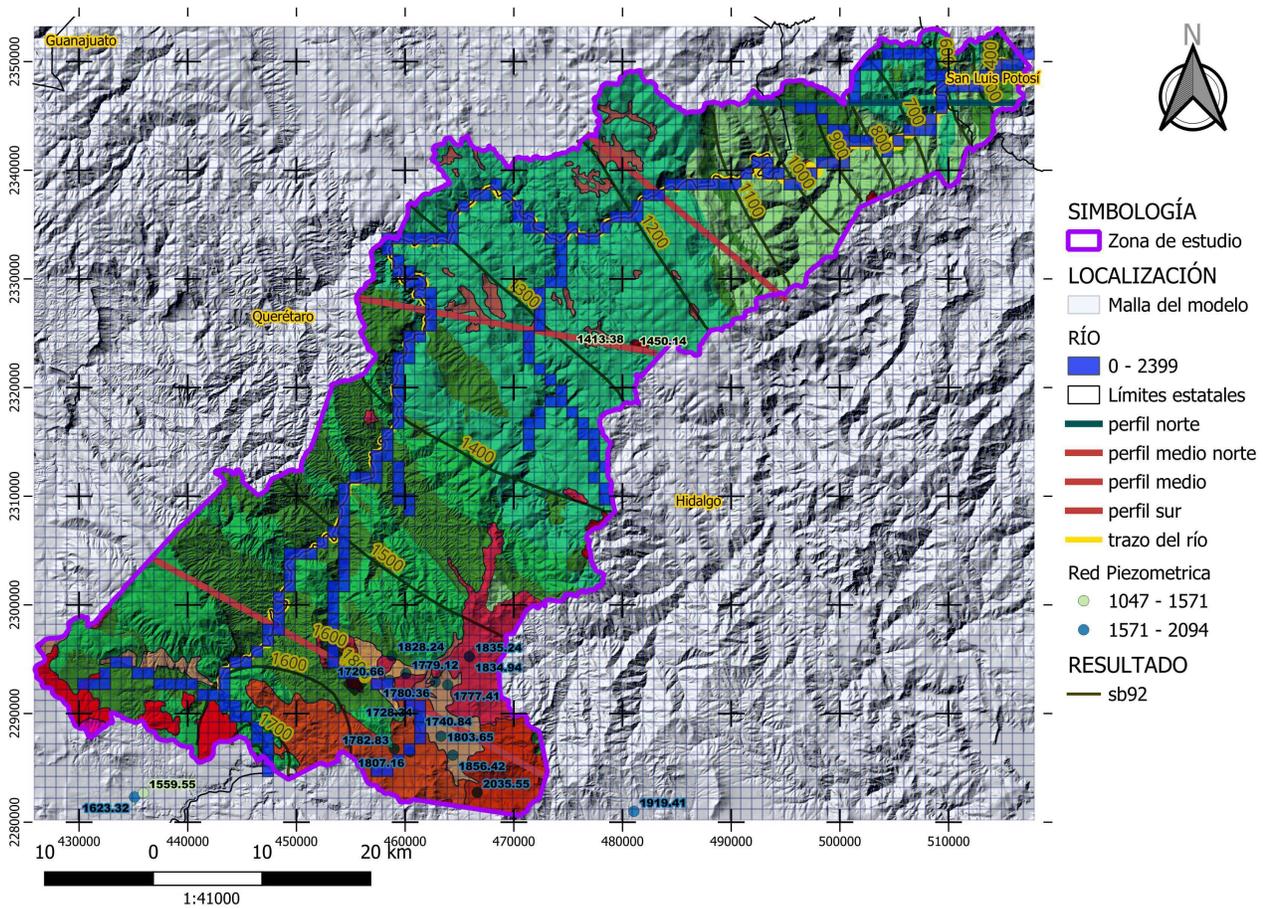


Figura 4.8: Distribución de cargas simuladas, corrida SB92. (Elaboración propia)

ajustes a C_{RIV} en esta configuración tuvieron un profundo impacto en la descarga del río, aunque no en la elevación de las cargas (mapa 4.10).

Sin embargo, haciendo un ajuste fino al resultado sb141, es el mejor resultado obtenido a lo largo de este proceso, como se puede apreciar en las gráficas (4.11 y 4.12). Este modelo, el sb141 es el resultado principal de la presente tesis.

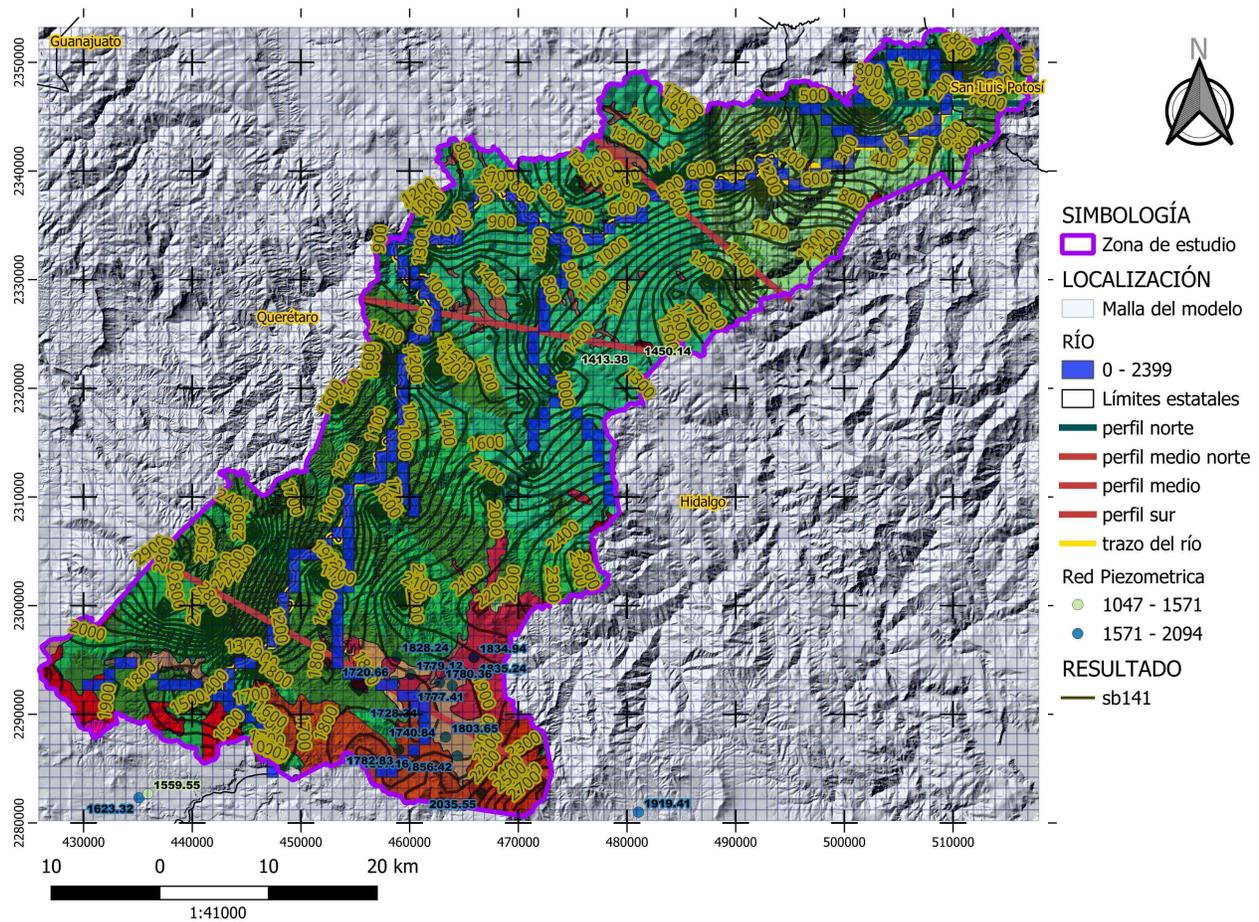


Figura 4.9: (Elaboración propia) Resultados de la carga hidráulica con ajuste de carga constante. Corrida SB141.

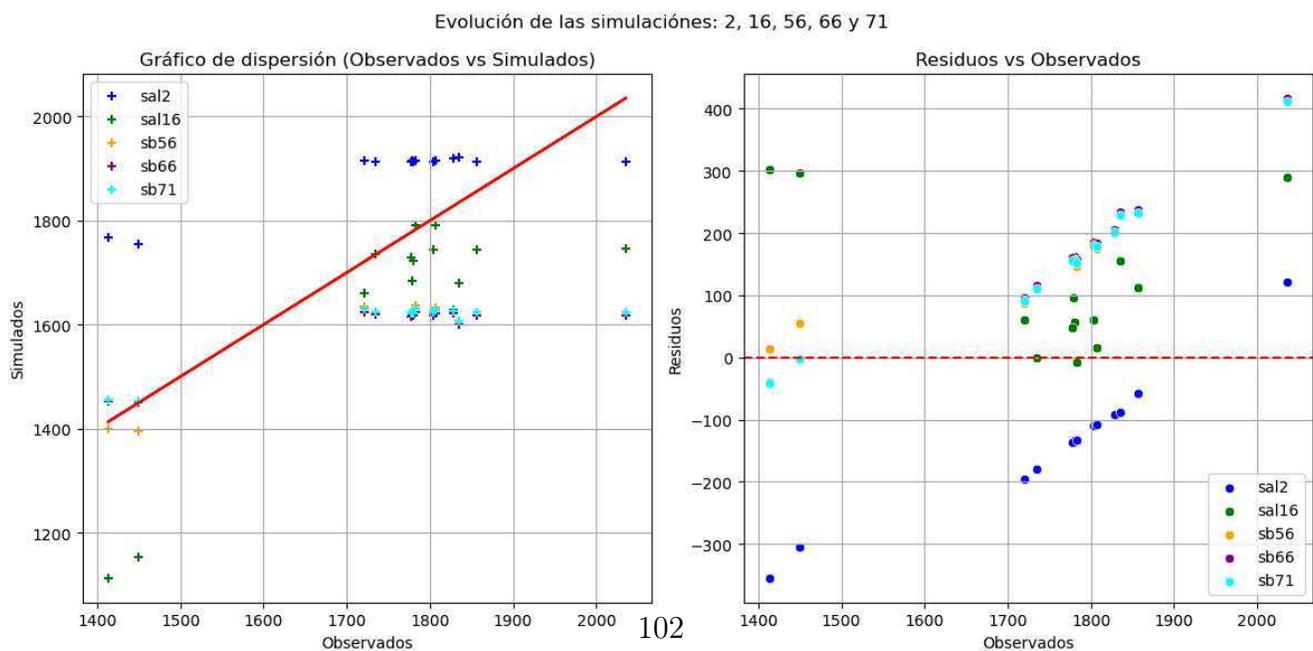


Figura 4.11: Análisis de la simulaciones seleccionadas (parte 1) desde sb2 hasta sb71.

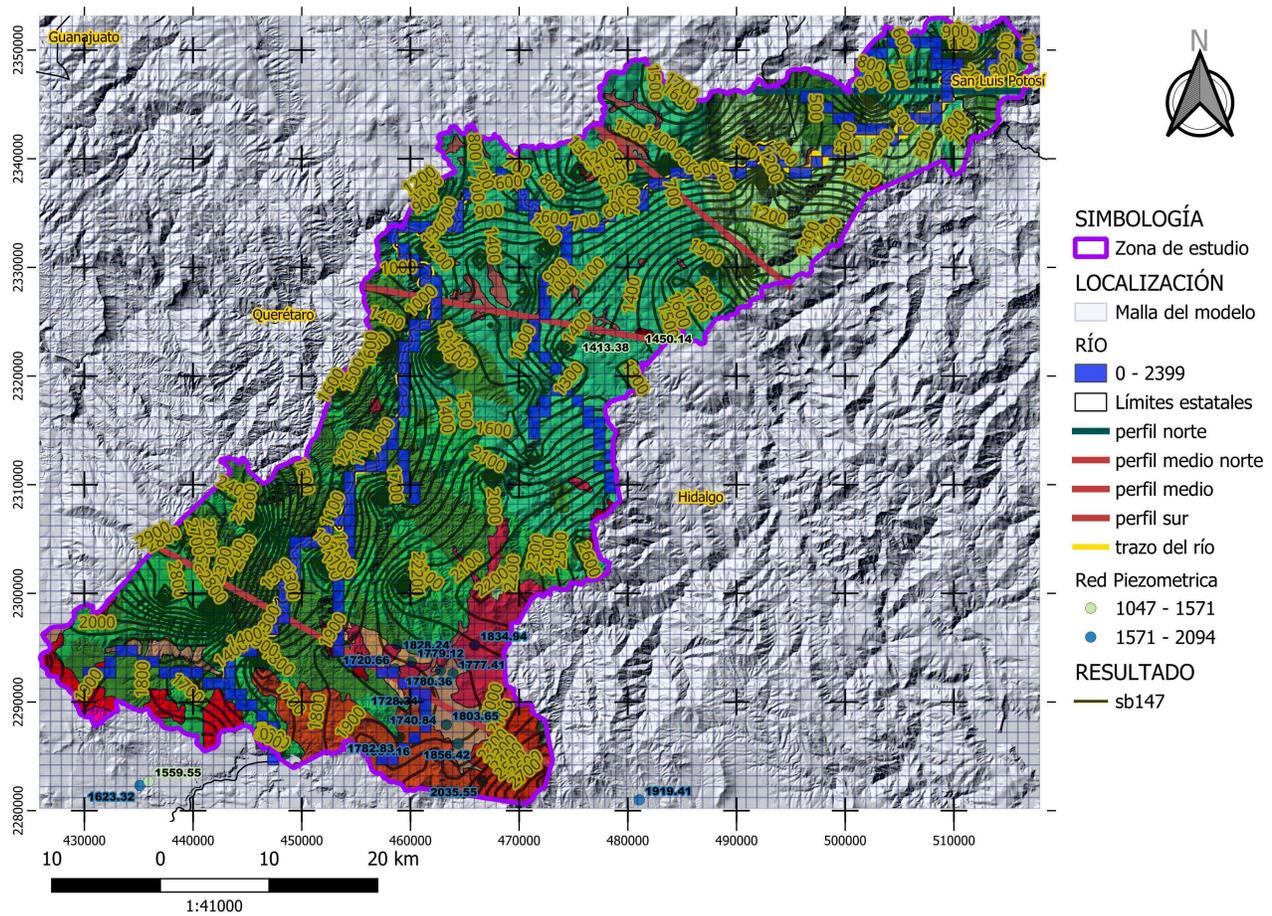


Figura 4.10: Impacto en la descarga del río con ajustes extremos de C_{RIV} . (Elaboración propia)

Con los objetivos de ajustar las conductividades horizontal y vertical (K_h y K_v , respectivamente), modificando el trazo del río y su conductancia, se intenta equilibrar las cargas hidráulicas simuladas del modelo con las cargas observadas.

Como se agrupa en la tabla 4.1 y de su volumen de descarga del río a $-6.18 \times 10^8 m^3/año$, la simulación sb141 tiene las mejores métricas de comparación, y representa la mejor aproximación de acuerdo con los datos disponibles. Teniendo una Eficiencia Nash-Sutcliffe de 0.71, indica que el modelo ofrece una representación adecuada de los datos observados. Con las limitaciones actuales puede considerarse útil y suficientemente preciso para aplicaciones generales. De acuerdo a los perfiles

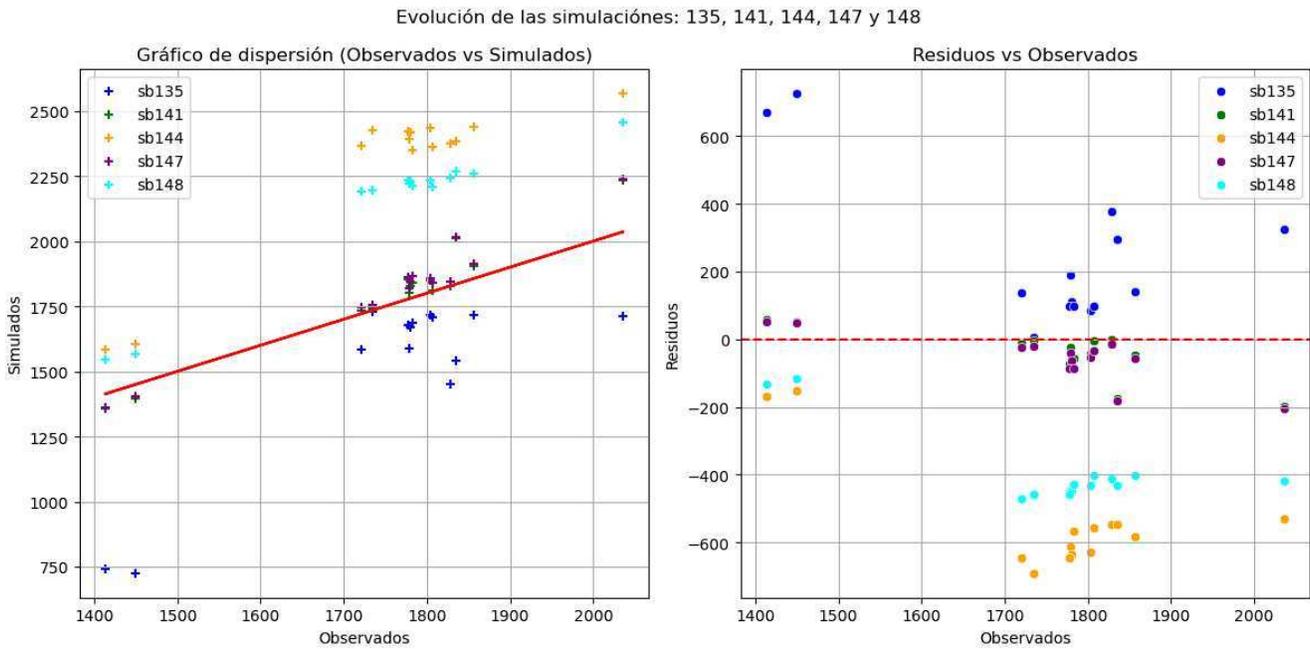


Figura 4.12: Análisis de las simulaciones seleccionadas (parte 2) desde sb131 hasta sb148. Se confirma que el resultado sb141 (verde) es el que cuenta con mejores medidas de dispersión.

presentados en las figuras 4.13 y 4.14 la simulación sb141 (en color rosa mexicano) presenta el mejor seguimiento conforme a la topografía (negro) que las demás.

Simulación	MSE	RMSE	NRMSE	NSE	MAE	R2
sal2	29969.61	173.12	103.43	-0.31	153.45	-0.31
sal16	25777.92	160.56	23.65	-0.13	121.21	-0.13
sb56	35651.19	188.82	77.93	-0.56	165.43	-0.56
sb66	37324.59	193.20	111.56	-0.64	168.42	-0.64
sb71	35645.23	188.80	105.97	-0.56	164.07	-0.56
sb135	102616.03	320.34	31.87	-3.50	240.08	-3.50
sb141	6523.53	80.77	9.21	0.71	56.98	0.71
sb144	313752.60	560.14	56.87	-12.75	536.80	-12.75
sb147	7743.57	88.00	10.04	0.66	68.84	0.66
sb148	163901.39	404.85	44.47	-6.18	389.55	-6.18

Cuadro 4.1: Resultados de las medidas de las simulaciones discutidas. sal2 y sal16 fueron dos “salidas” previas al registro denominado “salidas en bitácora” ó “sb”.

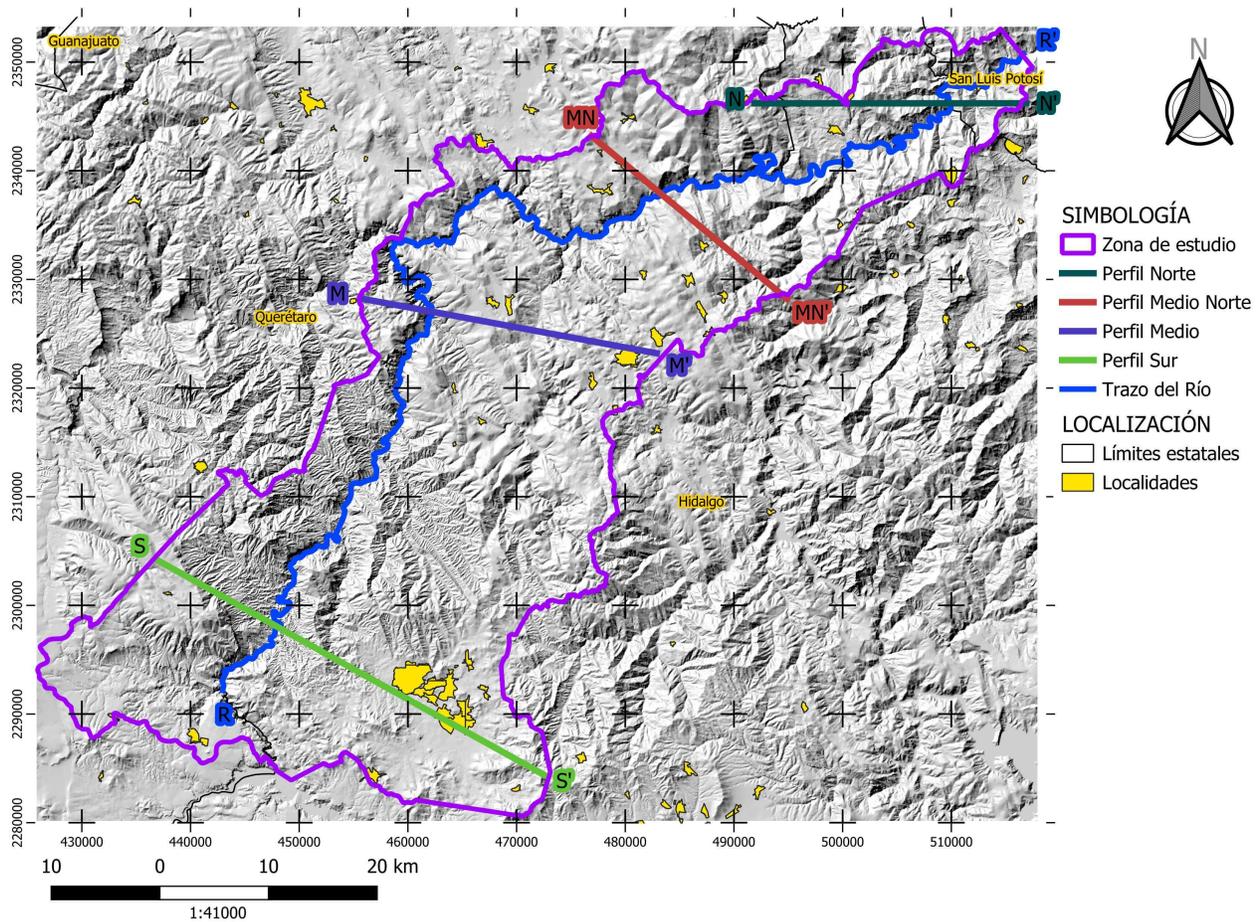


Figura 4.13: (Elaboración propia) Perfiles (parte A). Croquis de las líneas de los perfiles utilizados: Línea del Río (R-R'), Sur (S-S'), Medio (M-M'), Medio Norte (MN-MN') y Norte (N-N').

4.1. Simulación sb141

En esta sección, la simulación sb141, que presenta las mejores medidas de dispersión (4.15), se describirá un poco más a detalle presentando un breve análisis de su balance hídrico, una descripción de su flujo en planta, perfiles y más detalles de su calibración.

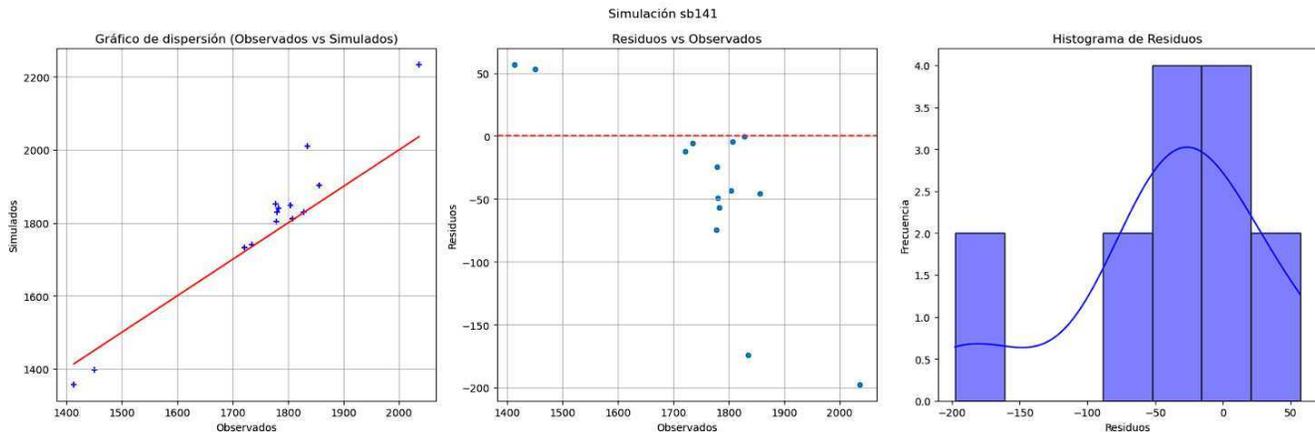


Figura 4.15: Análisis de métricas de dispersión de la simulación sb141.

Las capas 1 y 2 se asumen litológicamente continuas. Los materiales principales en los pozos de la zona urbana de Zimapán son tobas, tobas-riolíticas, andesitas, basaltos y depósitos coluviales y aluviales, de acuerdo al SGM (Solana López, 2008). Y los dos pozos al norte (celda pc1) se encuentran cercanos a una intrusión de granodioritas y dioritas con conductividades asignadas de 9.1175×10^4 m/año a 4.312×10^5 m/año. El resto y mayoría del AZH se encuentra dominado por rocas calcáreas con conductividades asignadas de 1.2×10^5 m/año a 2.0×10^5 m/año, lo cual corresponde a una permeabilidad “muy alta” según Custodio y Llamas, 1983, ver tabla A.3.

En el balance hídrico del modelo, presentado en la tabla 4.2, obtenemos que la condición de carga constante asignada en el modelo generó una mejor aproximación que cuando no es usada (en esta corrida del modelo el río se simula como CCC). El valor es válido puesto que no supera el valor reportado por BANDAS (2.11×10^9 m³/año), con lo cual puede asumirse que el río está cediendo agua al acuífero. A la vez, el valor de la recarga calculado (1.63×10^9 m³/año) es mucho mayor que el valor del obtenido por el modelo (6.19×10^8 m³/año) así mismo y finalmente el bombeo asumido como el volumen concesionado de los registros de REPDA calculado (-1.97×10^6 m³/año

) también es superior al obtenido por el modelo ($1.28 \times 10^6 \text{m}^3/\text{año}$).

Término de Flujo	Entrada	Salida	Entrada-Salida
Carga Constante	1.721E+13	1.721E+13	-6.179E+08
Pozos	0.000E+00	1.248E+06	-1.248E+06
Recarga	6.192E+08	0.000E+00	6.192E+08
Sum	1.721E+13	1.721E+13	1.049E+06
Discrepancia [%]	0.00		

Cuadro 4.2: Balance hídrico de todo el dominio del modelo. $\text{m}^3/\text{año}$

En términos generales, la topografía del AZH ronda una elevación de 1552.2 m.s.n.m con una desviación estándar de 557.7 m.s.n.m. Tiene su punto máximo al suroriente con una elevación de 3165 m.s.n.m y una elevación mínima en su extremo noreste de 120 m.s.n.m. Esto es un rango de 3140 metros. En un cálculo automático, la distribución de sus elevaciones topográficas presenta un gradiente con dirección 95.79° NW, como se aprecia en la figura 4.16.

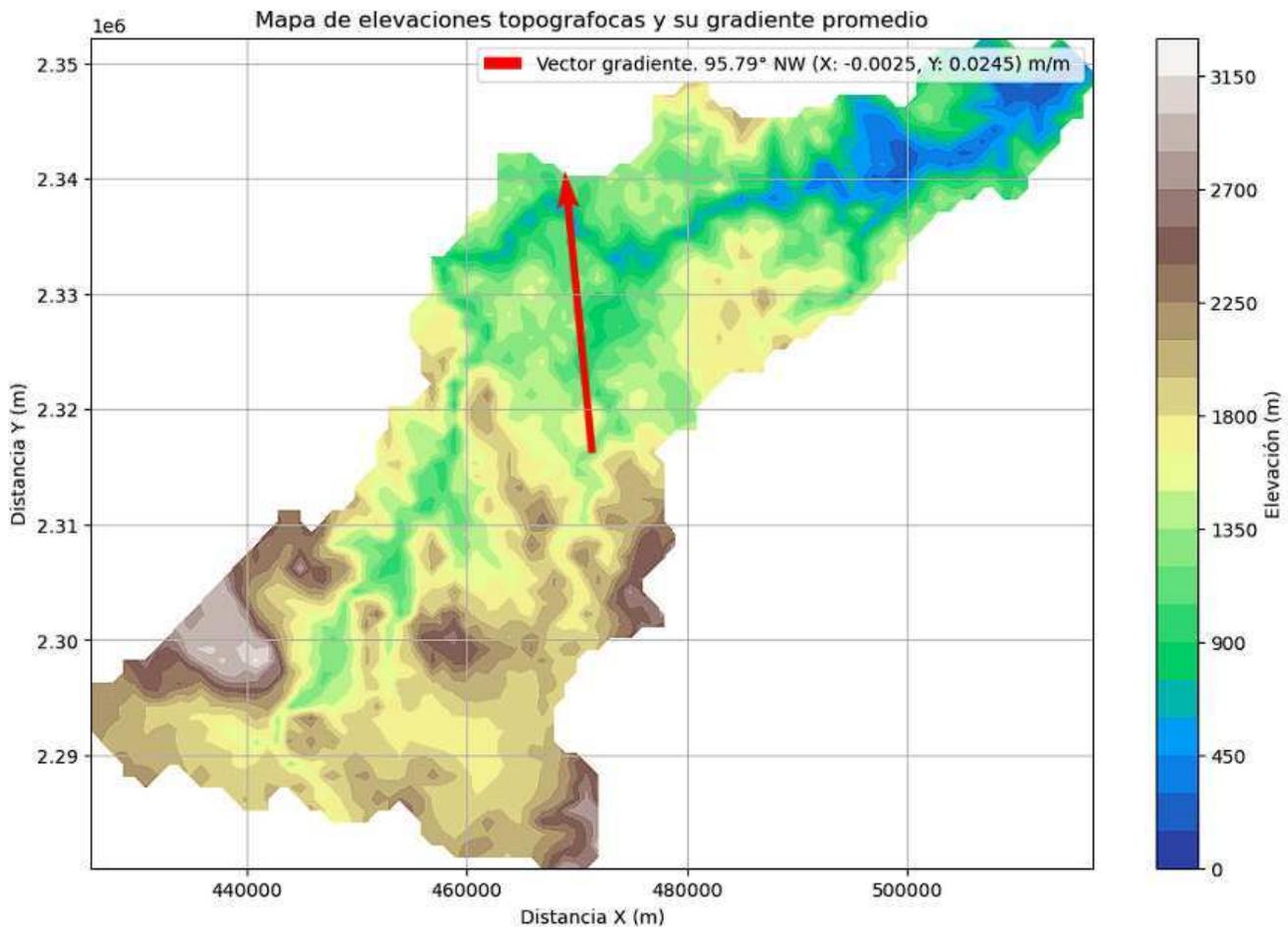


Figura 4.16: (Elaboración propia, Matplotlib (Hunter, 2007)).Topografía y su gradiente. La flecha roja indica la dirección general del gradiente topográfico. La magnitud del vector es 24.6 m/km.

El flujo en planta de la capa 1 (4.17) del AZH muestra un gradiente global de flujo subterráneo con una dirección preferencial SE-NW, similar a la impuesta regionalmente por la topografía. En este caso particular, se observa que la dirección del gradiente topográfico y la del gradiente hidráulico simulado presentan una diferencia angular de aproximadamente 20° hacia el Oeste, también se observa que las corrientes convergen hacia la línea del río y sus ramales.

Sin embargo, se debe hacer notar que la aparente alineación entre los gradientes topográfico e hidráulico no debe interpretarse como una relación determinista, sino

más bien como una coincidencia dentro del contexto hidrogeológico específico del AZH. La dirección entre estos gradientes está influenciada por una combinación de factores, incluyendo la conductividad hidráulica del medio, la distribución de zonas de recarga, la presencia de estructuras geológicas y las condiciones climáticas del AZH.

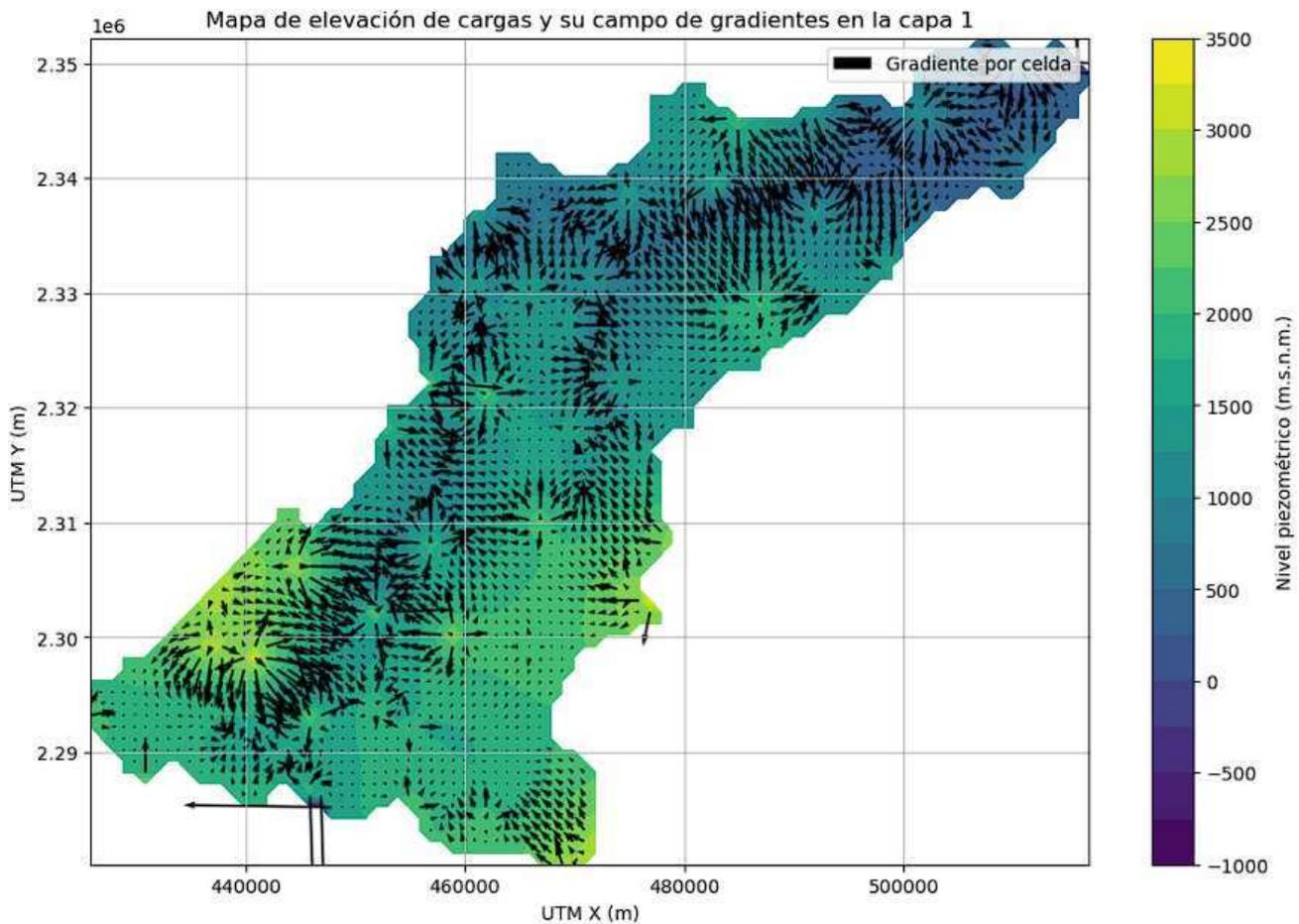


Figura 4.17: (Elaboración propia, Matplotlib (Hunter, 2007)). Mapa del campo de gradientes de la carga hidráulica en la capa 1.

El flujo en planta baja de la capa 1 (4.17) muestra varias fuentes y sumideros del gradiente hidráulico debido al uso de la condición de frontera de carga constante en

las respectivas celdas (de río y máximos y mínimos topográficos).

En esta corrida, que presentó por lejos la mejor aproximación a los datos observados, se presenta sus gráficas de ajuste en la figura .

En conclusión el proceso de calibración del modelo enfrentó varios desafíos debido a la falta de datos históricos y regionales. Se realizaron múltiples escenarios de simulaciones ajustando parámetros clave como la conductividad hidráulica tanto horizontal como vertical (K_h , K_v), la conductancia del río (C_{riv}), y condiciones de frontera (GHB, drenes, Carga Constante), donde esta última fue seleccionada por ofrecer los mejores resultados. Las simulaciones principales de este proceso fueron nombradas con el prefijo sb “salida de bitacora” seguido del numeral consecutivo del escenario a prueba. Para optimizar el proceso, se desarrollaron varios scripts en Python para el procesamiento y graficación de datos, además se utilizó fotogrametría con imágenes Landsat-8 para completar los usos de suelo, lo que permitió obtener una estimación más robusta de la recarga. Tras numerosas iteraciones y correcciones, se logró una configuración óptima en la simulación **sb141**, que ajustó las cargas hidráulicas y la descarga del río ($-6.18 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{año}$) a los valores observados, con una eficiencia Nash-Sutcliffe de 0.71. Este resultado, aunque limitado por la escasez de datos, representó la mejor aproximación alcanzable y se considera útil para aplicaciones generales. Por otro lado los valores en el balance hídrico del resultado sb141 entregados por el modelo son inferiores a los calculados previamente lo cual nos indica que es un resultado aceptable debido a la incertidumbre inherente a la información del AZH y a que estas categorías fueron calculadas considerando máximos posibles.

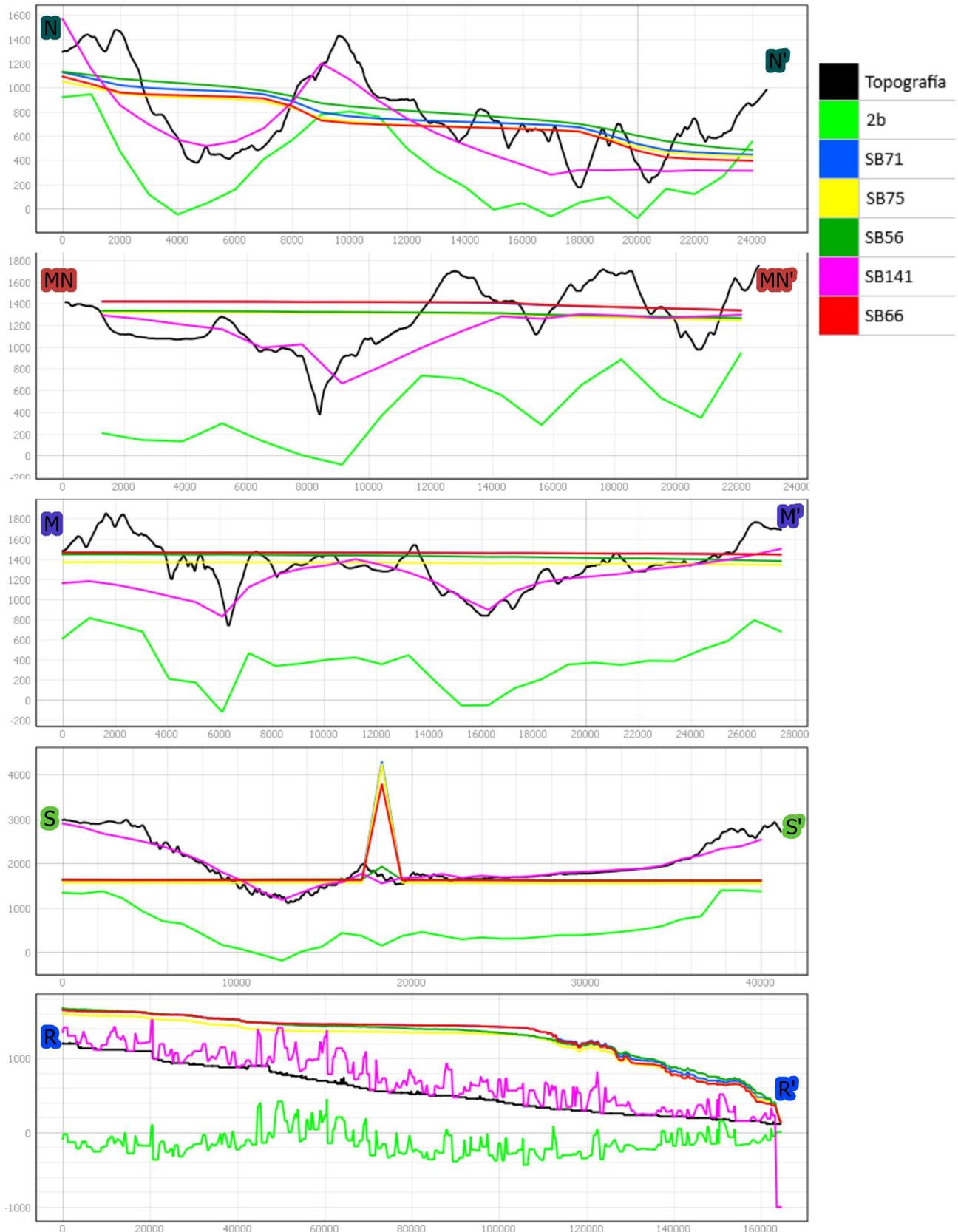


Figura 4.14: (Elaboración propia) Perfiles (parte B). Perfiles de carga hidráulica de simulaciones seleccionadas. Prefijo SB: Salida de Bitácora seguido de un numeral ascendente; sb141 es la mejor solución obtenida. El código de color se encuentra en la parte superior derecha.

Capítulo 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Durante el desarrollo de esta tesis, se enfrentaron diversos desafíos que plantearon rutas alternativas para lograr los objetivos iniciales. La principal dificultad estribó en disponibilidad limitada de datos. Esto presentó una oportunidad para explorar diferentes enfoques y métodos en las simulaciones. La solución planteada se enfocó en dedicar esfuerzos a ajustar múltiples parámetros y condiciones de frontera hasta lograr avances significativos en una solución numérica viable del problema, asentando una base accesible para futuras investigaciones y mejoras.

El proceso también resultó valioso en términos de aprendizaje. Los desafíos enfrentados permitieron adquirir conocimientos importantes en el manejo de distintas herramientas de software, incluyendo un dominio más profundo de Processing MODFLOW y de sistemas de información geográfica (SIG), especialmente QGIS. Asimismo, se desarrollaron varios scripts en Python para facilitar la interactividad entre Processing MODFLOW (PM) y QGIS, con algunas soluciones destacadas en este contexto.

-
- Un script refactorizador de vectores provenientes de una bases de datos en un SIG (o columnas de datos) a matrices de datos de PM (celdas del modelo) y viceversa, para poder trabajar los datos tanto en un SIG, PM ó una hoja de cálculo con facilidad.
 - Un georasterizador a partir de tablas de PM, para exportar rápidamente los resultados al SIG.
 - Varias rutinas que automatizan la creación de isolíneas, y cálculos de raster y estilos dentro de QGIS.
 - Un script que ordena por nombre, une, corta y preprocesa imagenes de LAND-SAT y guarda el resultado.

Además, se tuvo la oportunidad de obtener experiencia con metodologías de investigación y exploración documentales, tales como la revisión bibliográfica, la solicitud de información pública y los análisis comparativos documentales y estudios de caso. Esto fortaleció significativamente la comprensión de los procesos de investigación. El desarrollo de estas habilidades representa un avance considerable que incrementará la capacidad para enfrentar proyectos futuros con mayor precisión y efectividad.

En resumen, el trabajo realizado representó un avance significativo hacia el objetivo planteado, proporcionando conocimientos técnicos y experiencia valiosa que fortalecen las bases para futuras investigaciones. Además de consolidar una preparación más robusta para abordar nuevos desafíos, este proceso impulsó el desarrollo de competencias en herramientas tecnológicas y metodologías de investigación rigurosas. Asimismo, el trabajo realizado permitió integrar software especializado, técnicas avanzadas de análisis de datos y enfoques documentales, brindando un marco más tecnológico y versátil para futuros proyectos y facilitando el abordaje de problemas complejos con una visión fundamentada y recursos técnicos sólidos.

Como se ha mencionado, el progreso de este modelo ha sido condicionado desde los primeros resultados de las simulaciones sólo con el objetivo de obtener el mejor ajuste posible a los datos conocidos. La principal dificultad radica en la falta de datos espaciales e históricos sobre el nivel estático, así como en la carencia de estaciones meteorológicas e hidrométricas en el AZH.

5.0.1. Descripción del modelo conceptual

El sistema hidrogeológico de los acuíferos Moctezuma y Zimapán, como se ha mencionado, está definido por un marco geológico complejo que incluye una topografía de sierras plegadas y litologías de rocas carbonatadas, principalmente calizas, con procesos de karstificación significativos. Presenta intrusiones magmáticas y derrames volcánicos, especialmente hacia el sur de la zona de estudio, y están parcialmente cubiertas por depósitos aluviales en las zonas bajas del valle. Esta heterogeneidad litológica se refleja en el modelo conceptual como un acuífero con propiedades hidráulicas variables: alta conductividad hidráulica en las zonas calcáreas kársticas (debido a fracturas y disolución) y conductividades medias a moderadas en las zonas dominadas por materiales ígneos ó volcánicos.

Ambos acuíferos, Moctezuma y Zimapán, se clasifican como acuíferos libres y presentan un comportamiento hidrodinámico similar. Su recarga principal proviene de la infiltración de agua de lluvia, que representa aproximadamente el 26 % de la precipitación anual, así como de los escurrimientos de arroyos que drenan desde las montañas circundantes y confluyen en el Río Moctezuma, el cual también contribuye a la recarga. Este río desempeña un control importante en la dinámica del sistema influenciando fuertemente los gradientes hidráulicos y en menor medida la recarga. Sin embargo, tanto el Río Moctezuma como los límites topográficos extremos se definieron como fronteras de carga constante en el modelo. Esta simplificación fué debida a la complejidad del medio kárstico, que pudiese introducir heterogeneidades

difíciles de capturar sin estabilizar las condiciones de contorno.

Para simplificar la representación del sistema en el modelo conceptual y facilitar la cuantificación de la recarga, se asumió que los acuíferos Moctezuma y Zimapán están hidráulicamente aislados de cuencas adyacentes por el parteaguas topográfico de la cuenca del Río Moctezuma. Este parteaguas se definió como una frontera de no flujo (no-flow boundary), con la excepción de los extremos del río, que, como se mencionó previamente, fueron modelados como fronteras de carga constante. Esta delimitación implica que el flujo subterráneo se restringe al interior de la cuenca, sin aportes ni pérdidas significativas hacia o desde sistemas externos. Dentro de la cuenca, el flujo subterráneo está gobernado por la topografía y la distribución espacial de los parámetros hidráulicas de los materiales que componen los acuíferos.

5.1. RECOMENDACIONES

Para mejorar la precisión y la facilidad de calibración del modelo, es necesario disponer de información suficiente y de buena calidad, para ampliar la información sobre el acuífero y adquirir los parámetros hidrogeológicos y climáticos faltantes en las se proponen tres áreas con vacío documental, ver figura 5.1. A continuación, se recomiendan los siguientes puntos:

- **Realizar una campaña de trabajo de campo:** Monitoreo de pozos para obtener datos piezométricos de las regiones mencionadas del AZH.
- **Ampliar la información del acuífero:** Incluir datos más detallados sobre la estructura geológica, niveles estáticos, calidad del agua, tasa de recarga del acuífero y volúmenes reales de bombeo.
- Así mismo **Hacer un estudio del grado de karstificación:** que pueda encontrarse y establecer concretamente el rango de validez del modelo basado en un medio poroso equivalente.

- **Adquirir parámetros hidrogeológicos:** Jornadas de campo para obtener información específica sobre la permeabilidad del suelo, conductividad hidráulica y la porosidad de las rocas.
- **Recopilar parámetros climáticos:** Integrar datos climáticos actualizados, como las precipitaciones, temperatura y evaporación, que influyen directamente en el comportamiento del acuífero.
- **Instalación de estaciones climáticas:** Recopilar información climática en las zonas mencionadas.
- **Jornadas de exploración geofísica** Para determinar la geometría de las unidades hidrogeológicas.

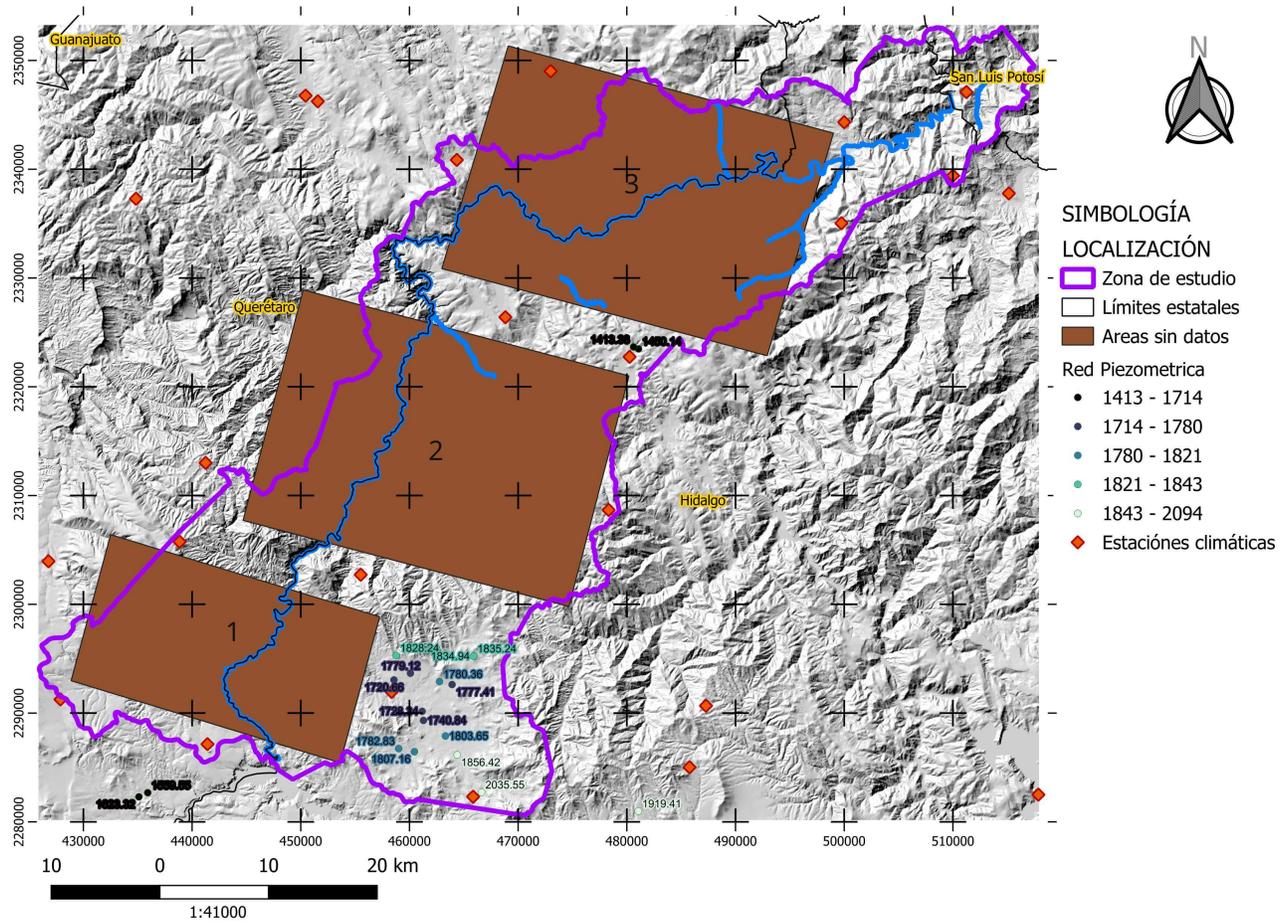


Figura 5.1: (Elaboración propia) Zonas con vacíos documentales en el área de estudio. Se proponen tres polígonos como posibles áreas de levantamiento.

Apéndice A

APENDICES

A.1. Descripción de algunos procedimientos técnicos

A.1.1. Generación de perfiles

Los perfiles mostrados, son generados a partir de la herramienta o complemento de QGIS “Profile tool” de Borys Jurgiel, et.al. Su utilización requiere de al menos una capa raster de la cual se quieren los datos de elevaciones del perfil y una geometría vectorial de línea, la cual, definiría el trazo del perfil, esta última puede ser recta o polilínea. Las capas raster son seleccionadas en el explorador de capas y añadidas con “ Add Layer ” en la interfaz del complemento, ahí mismo se puede definir su símbolo y color, que por default es una línea continua roja, finalmente para obtener los perfiles basta tener seleccionada la geometría de la polilínea en el explorador de capas con la opción “ Selection: Selected polyline ” en la interfaz del complemento. A forma de ejemplo se muestra el perfil de la polilínea “ centro del AZH ” para el raster de la “ simulación 137 ” [A.1](#).

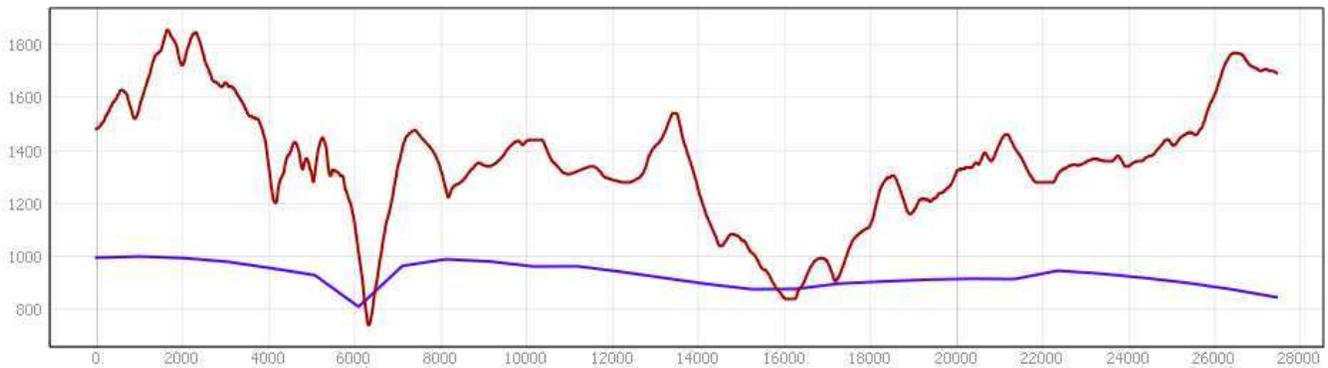


Figura A.1: Perfil que cruza el centro del AZH de la simulación 137. El río es definido por celdas de carga constante en vez del paquete river.

A.1.2. Point Sampling Tool

Flujo de Trabajo Se comienza con la preparación de los datos. Primero, se carga una capa de puntos que defina las ubicaciones de interés, junto con las capas ráster o vectoriales de las que se extraerán datos. Una vez que los datos estén listos, se accede a la herramienta correspondiente abriendo el plugin desde el menú de complementos, asegurándose de que esté instalado desde el repositorio de QGIS.

A continuación, se procede a configurar los parámetros. Se selecciona la capa de puntos como entrada y se eligen las capas ráster o vectoriales de las que se desea extraer información. Es importante configurar correctamente el nombre de los campos que se agregarán a la tabla de atributos para que los datos sean claros y organizados.

Finalmente, se ejecuta el plugin. Al hacerlo, los valores extraídos se añadirán como columnas en la capa de puntos, dejándolos listos para análisis posteriores o exportación. Este proceso permite trabajar información relevante y correctamente asociada a los puntos de interés, en nuestro caso los centroides de la malla del dominio del modelo.

A.2. Tablas

Coeficientes de Escurrimiento, CE, del método racional												
	Suelo Grupo A			Suelo Grupo B			Suelo Grupo C			Suelo Grupo D		
Pendiente:	<2%	2-6%	>6%	<2%	2-6%	>6%	<2%	2-6%	>6%	<2%	2-6%	>6%
Bosque	0.08	0.11	0.14	0.10	0.14	0.18	0.12	0.16	0.20	0.15	0.20	0.25
Pradera	0.14	0.22	0.30	0.20	0.28	0.37	0.26	0.35	0.44	0.30	0.40	0.50
Pastizal	0.15	0.25	0.37	0.23	0.34	0.45	0.30	0.42	0.52	0.37	0.50	0.62
Agrícola	0.14	0.18	0.22	0.16	0.21	0.28	0.20	0.25	0.34	0.24	0.29	0.41
Urbano	0.65	0.67	0.69	0.66	0.68	0.70	0.68	0.70	0.72	0.69	0.72	0.75

Figura A.2: Modificado de McCuen, Richard H., *Hydrologic Analysis and Design, 2nd Ed*

Custodio y Llamas, (1983)

UNIDADES	CLASES DE PERMEABILIDAD										
	EXTRA ALTA	MUY ALTA	ALTA	MEDIA	PEQUEÑA	PEQUEÑA	MUY PEQUEÑA	EXTRA PEQUEÑA	CASI IMPERMEABLE	IMPERMEABLE	
cm/seg	3.00E+00	7.00E-01	1.00E-01	5.00E-02	9.00E-03	5.00E-03	2.00E-03	7.00E-04	7.00E-05	1.00E-07	
m/seg	3.00E-02	7.00E-03	1.00E-03	5.00E-04	9.00E-05	5.00E-05	2.00E-05	7.00E-06	7.00E-07	1.00E-09	
m/día	2.59E+03	6.05E+02	8.64E+01	4.32E+01	7.78E+00	4.32E+00	1.73E+00	6.05E-01	6.05E-02	8.64E-05	
m/mes	7.88E+04	1.84E+04	2.63E+03	1.31E+03	2.37E+02	1.31E+02	5.26E+01	1.84E+01	1.84E+00	2.63E-03	
m/año	9.46E+05	2.21E+05	3.15E+04	1.58E+04	2.84E+03	1.58E+03	6.31E+02	2.21E+02	2.21E+01	3.15E-02	
mlDarcy	2.20E+06	5.13E+05	7.33E+04	3.67E+04	6.60E+03	3.67E+03	1.47E+03	5.13E+02	5.13E+01	7.33E-02	



USGS, (2002)

Unidad	min-extremo	min-posible	max-posible	max-extremo
Karst	m/d	0.99	33.00	3283.00
	m/a	359.53	1.20E+04	1.20E+06
Caliza-Dolomia	m/d	0.00	0.01	0.23
	m/a	0.36	4.78	83.22

Figura A.3: Tablas de permeabilidad de Custodio y Llamas (1983) y valores selectos en las tablas de USGS (2002)

A.3. Códigos computacionales

redimensionamiento de vector a matriz

El siguiente código es un auxiliar para convertir una columna de una tabla (csv) con datos de las celdas de la malla del dominio del modelo a una archivo de matriz

PM. Asume que la primera columna es un índice ordenado; del número de celda en la malla y la segunda el valor del parámetro de la celda. Se debe notar que se pierde la georeferencia, para georeferenciarlo de nuevo puede usarse el script `autoflow.py` que está “hardcoded” a las coordenadas de la zona de estudio.

```

1 import os
2 import numpy as np
3 import seaborn as sns
4 from numpy import genfromtxt
5 from tkinter.filedialog import askopenfilename
6
7 def shp_tab2pm_mtx():
8     i, j = 73, 92 # filas , columnas
9     dta = os.getcwd()
10    archtipos = (
11        ('separados por comas', '*.csv'),
12        ('excel 2007-', '*.xls'),
13        ('excel 2007+', '*.xlsx'),
14        ('De plano todos', '*.*)
15    )
16    DirChivo = askopenfilename(title = 'Selecciona archivo', initialdir =
17        dta, filetypes = archtipos)
18    Dir = os.path.dirname(DirChivo)
19    Chivo = os.path.splitext( os.path.basename(DirChivo) )[0] #el nombre
20        base del archivo separado sin extension [0]
21
22    #Lo bueno, está aquí
23    data = genfromtxt(DirChivo, delimiter=',', skip_header = 1)
24    datanp = np.array(data)
25    reData_t = np.transpose( datanp[:,1].reshape(j,i) ) # col, fil,
26        empieza en 0
27
28    #plotea
29    ax = sns.heatmap(reData_t, linewidth=0, cmap='mako_r')
30    plt.show()

```

```
29     #guarda
30     nuechivo = os.path.join(Dir, Chivo + '.dat')
31     mat_PM = open(nuechivo, "w+")
32
33     encabezado = "{col}\t{row}\n".format(row = i, col = j) # PM quiere
34     col, filas
35     mat_PM.write(encabezado)
36 #     content = str(reData_t).replace(' ', '').replace('[', '').replace
37 #     ('', ' ')
38 #     np.set_printoptions(threshold=np.inf, linewidth = np.inf)
39     content = "\n".join(["\t".join([str(value) for value in row]) for row
40     in reData_t])
41
42     mat_PM.write(content)
43
44     mat_PM.close()
45
46     print("Ha sido creado {} con éxito.".format(nuechivo))
47
48     return reData_t
49
50 evento = shp_tab2pm_mtx()
```

Graficación de las salidas

Los siguientes listados de código en Python tienen como objetivo la representación geográfica de los archivos de matrices de Processing Modflow, transformando estos últimos en archivos raster Geotiff para su rápida exportación a QGIS y en una segunda etapa para procesarlos para extraer curvas de nivel y en segunda un cálculo de diferenciales de profundidades contra cargas.

El código de la primera etapa (autoflow.py):

```

1  import os
2  import numpy as np
3  import seaborn as sns
4  from matplotlib import pyplot as plt
5  from scipy import ndimage
6  from tiffiffile import imsave
7  from osgeo import gdal, osr
8  from numpy import genfromtxt
9
10
11 def autoflow(DirChivo, suavidad = False, sfac = 10):
12     """Funcion que de una matriz de PM que entrega: el mismo archivo
13         pero con mejor formato, un ndarray y un raster georeferenciado
14         suavizado por un factor de 10 (se generan mejores curvas de
15         nivel); si hay error, poner suavidad = False para generar
16         raster 'original'. """
17
18     #PRIMERA PARTE: GUARDA UNA VERSION CON UN MEJOR FORMATO Y EXTRAE LOS
19     #DATOS COMO VARIABLE
20     print(DirChivo)
21     DirChivo_st = DirChivo
22     DirChivo_by = DirChivo.decode('UTF-8')
23
24     try:
25         print("La codificación está bien\n")
26         Dir = os.path.dirname(DirChivo_by)
27         Chivon = os.path.basename(DirChivo_by)

```

```

23     Chivo = os.path.splitext( os.path.basename(DirChivo_by) )[0]
        #el nombre base del archivo separado sin extension
24     print("Entra: {}\n".format(Chivon))
25     data = genfromtxt(DirChivo_by, skip_header=1)
26     data = np.array(data)
27     i,j = data.shape
28 except UnicodeDecodeError:
29     print("Error en codificación UTF-8, intentando con str")
30     #DirChivo = DirChivo
31     Dir = os.path.dirname(DirChivo_st)
32     Chivon = os.path.basename(DirChivo_st)
33     Chivo = os.path.splitext( os.path.basename(DirChivo_st) )[0]
        #el nombre base del archivo separado sin extension
34     print("\t En efecto, la salida fué un tipo str")
35     print("Entra: {}\n".format(Chivon))
36     print("SI INSISTE EL ERROR INTENTA MOVER EL DIRECTORIO A UNO
        SIN CARACTERES 'NO ANSI' (ACENTOS, DIERESIS, Ñ)")
37     data = genfromtxt(DirChivo_st, skip_header=1)
38     data = np.array(data)
39     i,j = data.shape
40
41     #Reconstruimos el archivo
42     encabezado = "{col}\t{row}\n". format(row = i, col = j) # PM
        quiere col, filas
43     contenido = "\n".join(["\t".join([str(value) for value in row])
        for row in data])
44
45     nuechivo = os.path.join(Dir, Chivo + '_tab' + '.dat')
46     mat_PM = open(nuechivo, "w+")
47     mat_PM.write(encabezado)
48     mat_PM.write(contenido)
49     mat_PM.close()
50     print("-- {} reformateado con exito. --\n-- Sale:\n>> {} \n".
        format(Chivon, nuechivo))
51
52 # SEGUNDA PARTE: GENERA UNA IMAGEN PRELIMINAR
53

```

```

54     data[data==-1e+30] = -(data.max() + 100) # CAPAMOS LOS VALORES
      QUE PM INTEPRETA COMO ERROR
55
56     fig, ax = plt.subplots()
57     if suavidad == True:
58         z = ndimage.zoom(data, sfac)
59     else:
60         z = ndimage.zoom(data,1)
61
62     ax = sns.heatmap(z, linewidth=0, cmap='gist_rainbow', cbar=True,
      ax=ax)
63     plt.tight_layout()
64
65     print("-- Imagen preliminar: \n")
66     plt.show()
67
68     # TERCERA PARTE: GEOREFEENCIAR Y GUARDAR LA IMAGEN (HARDCODEADO A LA
      MALLA DE ZIMAPAN)
69
70     if suavidad == True:
71
72         arch_gref = os.path.join(Dir, Chivo + '_GSrast_B' + '.tif')
73         imsave(arch_gref, z)
74         print("\n -- Imagen raster 'B' provicional creada:\n>> {} \n"
      .format(arch_gref))
75
76         ab = gdal.Open(arch_gref, gdal.GA_Update)
77
78         sfil, scol = i*sfac, j*sfac
79
80         # Referencia espacial:
81         srs = osr.SpatialReference()
82         srs.ImportFromEPSG(32614) # EPSG:32614 = WGS84 UTM 14 N
83         # Los GCPs: (coordenada-x, cordenada-y, elevación, pixel-x,
      pixel-y)
84         # GCP = "Ground Control Point"
85         gcps = [gdal.GCP(425880.08875,2353209.33887, 0, 0, 0), #ezq
      sup izq

```

```

86         gdal.GCP(517880.08875,2353209.33887, 0, scol, 0), #ezq
           sup der
87         gdal.GCP(425880.08875,2280209.33887, 0, 0, sfil), #ezq
           inf izq
88         gdal.GCP(517880.08875,2280209.33887, 0, scol, sfil)] #ezq
           inf der
89
90     print(ab)
91     # Aplicar puntos al archivo de salida y cerrar archivo
92     ab.SetGCPs(gcps, srs.ExportToWkt())
93     ab = None
94
95     # Algo raro: Hay que reprojectarlo o no funciona!
96     print("-- REPROYECTANDO --\n")
97     ab_com = os.path.join(Dir, Chivo + '_Grast' + '.tif')
98     combado = gdal.Warp(ab_com, arch_gref, dstSRS='EPSG:32614')
99     combado = None
100
101     os.remove(arch_gref)
102     print("-- Limpiado provisional B. --\n")
103
104     print("Raster suavizado georeferenciado con exito: {} \n>>".
           format(arch_gref))
105     print("FIN")
106
107     else:
108
109         arch_gref = os.path.join(Dir, Chivo + '_GeoTIF_B' + '.tif')
110         driver = gdal.GetDriverByName('GTiff')
111         DataSet = driver.Create(arch_gref, j, i, 1, gdal.GDT_Float32)
           # arch, col , rows, band, type
112         DataSet.GetRasterBand(1).WriteArray(data)
113         print("-- Imagen raster 'B' provisional creada:\n>> {} \n".
           format(arch_gref))
114
115         srs = osr.SpatialReference()
116         srs.ImportFromEPSG(32614)

```

```
117     gcps = [gdal.GCP(425880.08875,2353209.33887, 0, 0, 0), #ezq
118             sup izq
119             gdal.GCP(517880.08875,2353209.33887, 0, j, 0), #ezq sup
120             der
121             gdal.GCP(425880.08875,2280209.33887, 0, 0, i), #ezq inf
122             izq
123             gdal.GCP(517880.08875,2280209.33887, 0, j, i)] #ezq inf
124             der
125 DataSet.SetGCPs(gcps, srs.ExportToWkt())
126
127 DataSet = None
128
129 # Algo raro: Hay que reproyectarlo otra vez o no funciona!
130 print("-- REPROYECTANDO --\n")
131 arch_gref_com = os.path.join(Dir, Chivo + '_GeoTIF' + '.tif')
132 combado = gdal.Warp(arch_gref_com, arch_gref, dstSRS='EPSG
133                 :32614')
134 combado = None
135
136 os.remove(arch_gref)
137 print("-- Limpiado provicional B. --\n")
138
139 print("-- Raster con resolución original georeferenciado con
140         éxito:\n>> {} \n".format(arch_gref_com))
141 print("-- FIN --")
142
143 return data
```

El código de la segunda etapa, (Autoflow_paso2.py) (dentro del interpretador Python de QGIS) tiene como objetivo agilizar las tareas de tematización de las capas y cálculos previos al análisis. Específicamente en cargar las capas, generar sus curvas de nivel, hacer un calculo de diferencias entre la topografía y las cargas hidráulicas y establecer los estilos predefinidos a los las capas mencionadas.

```

1
2 from qgis.core import QgsProcessing
3 from qgis.core import QgsProcessingAlgorithm
4 from qgis.core import QgsProcessingMultiStepFeedback
5 from qgis.core import QgsProcessingParameterRasterLayer
6 from qgis.core import QgsProcessingParameterVectorDestination
7 from qgis.core import QgsProcessingParameterRasterDestination
8 from qgis.core import QgsCoordinateReferenceSystem
9 import processing
10
11
12 class Autoflow_paso2(QgsProcessingAlgorithm):
13
14     def initAlgorithm(self, config=None):
15         self.addParameter(QgsProcessingParameterRasterLayer('
16             raster_de_entrada', 'Raster de entrada', defaultValue=None))
17         self.addParameter(QgsProcessingParameterVectorDestination('
18             CurvasDeNivelOriginal', 'Curvas de nivel original:', type=
19                 QgsProcessing.TypeVectorLine, createByDefault=True,
20                 defaultValue='C:/Users/SERGER/Desktop/Frente de Tesis/SIG/DATA
21                 /PROCESADOS/Iso_HyHead_2lyr_.gpkg'))
22         self.addParameter(QgsProcessingParameterVectorDestination('
23             CurvasDeNivelDeLaDiferencia', 'Curvas de nivel de la
24             diferencia:', type=QgsProcessing.TypeVectorLine,
25                 createByDefault=True, defaultValue='C:/Users/SERGER/Desktop/
26                 Frente de Tesis/SIG/DATA/PROCESADOS/Iso_TOPO-HyHead_2lyr_.gpkg
27             '))
28         self.addParameter(QgsProcessingParameterRasterDestination('
29             RasterDiferenciaConLaTopografa', 'Raster Diferencia con la
30             Topografía:', createByDefault=True, defaultValue='C:/Users/

```

```

SERGER/Desktop/Frente de Tesis/SIG/RASTER/TOP-
HyHead_K_ma_2lyr_.tif'))
19 self.addParameter(QgsProcessingParameterRasterDestination('
    RasterOriginalCortadoAZe', 'Raster original Cortado a ZE:',
    createByDefault=True, defaultValue='C:/Users/SERGER/Desktop/
    Frente de Tesis/SIG/RASTER/HyHead_K_ma_2lyr_.tif'))
20
21 def processAlgorithm(self, parameters, context, model_feedback):
22     # Use a multi-step feedback, so that individual child algorithm
23     # progress reports are adjusted for the
24     # overall progress through the model
25     feedback = QgsProcessingMultiStepFeedback(5, model_feedback)
26     results = {}
27     outputs = {}
28
29     # r.mask.vect_orig
30     alg_params = {
31         '-i': False,
32         'GRASS_MIN_AREA_PARAMETER': 0.0001,
33         'GRASS_RASTER_FORMAT_META': '',
34         'GRASS_RASTER_FORMAT_OPT': '',
35         'GRASS_REGION_CELLSIZE_PARAMETER': 0,
36         'GRASS_REGION_PARAMETER': None,
37         'GRASS_SNAP_TOLERANCE_PARAMETER': -1,
38         'cats': '',
39         'input': parameters['raster_de_entrada'],
40         'vector': 'Zona_Estudio_e2d0b9dd_652e_43b0_84ff_9e719bdb1932'
41         ,
42         'where': '',
43         'output': parameters['RasterOriginalCortadoAZe']
44     }
45     outputs['Rmaskvect_orig'] = processing.run('grass7:r.mask.vect',
46         alg_params, context=context, feedback=feedback,
47         is_child_algorithm=True)
48     results['RasterOriginalCortadoAZe'] = outputs['Rmaskvect_orig']['
49         output']
50
51     feedback.setCurrentStep(1)

```

```
47     if feedback.isCanceled():
48         return {}
49
50     # Calculadora raster
51     alg_params = {
52         'CELL_SIZE': None,
53         'CRS': QgsCoordinateReferenceSystem('EPSG:32614'),
54         'EXPRESSION': ' "B@1" - "A@1"',
55         'EXTENT': None,
56         'LAYERS': [parameters['raster_de_entrada'],
57                   TOPS_m_GeoTIF_d9db12b7_df2a_41fa_bafc_8e4c2ea99dca'],
58         'OUTPUT': QgsProcessing.TEMPORARY_OUTPUT
59     }
60     outputs['CalculadoraRster'] = processing.run('native:
61         modelerrastercalc', alg_params, context=context, feedback=
62         feedback, is_child_algorithm=True)
63
64     feedback.setCurrentStep(2)
65     if feedback.isCanceled():
66         return {}
67
68     # r.mask.vect_dif
69     alg_params = {
70         '-i': False,
71         'GRASS_MIN_AREA_PARAMETER': 0.0001,
72         'GRASS_RASTER_FORMAT_META': '',
73         'GRASS_RASTER_FORMAT_OPT': '',
74         'GRASS_REGION_CELL_SIZE_PARAMETER': 0,
75         'GRASS_REGION_PARAMETER': None,
76         'GRASS_SNAP_TOLERANCE_PARAMETER': -1,
77         'cats': '',
78         'input': outputs['CalculadoraRster']['OUTPUT'],
79         'vector': 'Zona_Estudio_e2d0b9dd_652e_43b0_84ff_9e719bdb1932'
```

```
80     outputs['Rmaskvect_dif'] = processing.run('grass7:r.mask.vect',
81         alg_params, context=context, feedback=feedback,
82         is_child_algorithm=True)
83     results['RasterDiferenciaConLaTopografa'] = outputs['
84         Rmaskvect_dif']['output']
85
86
87     feedback.setCurrentStep(3)
88     if feedback.isCanceled():
89         return {}
90
91     # Curvas de nivel_orig
92     alg_params = {
93         'BAND': 1,
94         'CREATE_3D': False,
95         'EXTRA': '',
96         'FIELD_NAME': 'ELEV',
97         'IGNORE_NODATA': False,
98         'INPUT': outputs['Rmaskvect_orig']['output'],
99         'INTERVAL': 100,
100        'NODATA': None,
101        'OFFSET': 0,
102        'OUTPUT': parameters['CurvasDeNivelOriginal']
103    }
104    outputs['CurvasDeNivel_orig'] = processing.run('gdal:contour',
105        alg_params, context=context, feedback=feedback,
106        is_child_algorithm=True)
107    results['CurvasDeNivelOriginal'] = outputs['CurvasDeNivel_orig'][
108        'OUTPUT']
109
110    feedback.setCurrentStep(4)
111    if feedback.isCanceled():
112        return {}
113
114    # Curvas de nivel
115    alg_params = {
116        'BAND': 1,
117        'CREATE_3D': False,
118        'EXTRA': '',
```

```
112         'FIELD_NAME': 'ELEV',
113         'IGNORE_NODATA': False,
114         'INPUT': outputs['Rmaskvect_dif']['output'],
115         'INTERVAL': 100,
116         'NODATA': None,
117         'OFFSET': 0,
118         'OUTPUT': parameters['CurvasDeNivelDeLaDiferencia']
119     }
120     outputs['CurvasDeNivel'] = processing.run('gdal:contour',
121         alg_params, context=context, feedback=feedback,
122         is_child_algorithm=True)
123     results['CurvasDeNivelDeLaDiferencia'] = outputs['CurvasDeNivel']
124     ]['OUTPUT']
125     return results
126
127     def name(self):
128         return 'Autoflow_paso2'
129
130     def displayName(self):
131         return 'Autoflow_paso2'
132
133     def group(self):
134         return ''
135
136     def groupId(self):
137         return ''
138
139     def createInstance(self):
140         return Autoflow_paso2()
```

A.4. Modelo alternativo FloPy

Se construyó de forma paralela un modelo en FloPy, que fue discontinuado temporalmente para optimizar el uso del tiempo y la eficiencia, evitando duplicar esfuerzos innecesarios. Se da una explicación general de su construcción.

Los parámetros espaciales Se definieron las dimensiones de la malla del modelo a partir de los límites de la Zona de estudio (AZH), tomando en cuenta los límites del acuífero de Zimapán así como los límites de las divisiones municipales adyacentes a este. Siguiendo los límites geohidrológicos se acotó en extensión el acuífero por el noreste y también se añadió al AZH una pequeña porción correspondiente al acuífero Moctezuma, resultando en una matriz de <tamaño>columnas (variable ncol) por <tamaño>filas (variable nrow) con una capa (variable nlay) con un espesor variable según la topografía (variable ztop) y la base (variable zbot). Las celdas se escogieron de 1 kilómetro cuadrado (variables delr y delc) para evitar dispersión numérica del error. Por lo tanto, se tienen <numero>celdas activas y <numero>de celdas inactivas (variables de frontera ibound).

Parámetros temporales En el estado estacionario se fijan las variables NPER, PERLEN que indican número de periodos y longitud de los periodos de estrés respectivamente e indicar con la variable “steady” (en Flopy. SS, TR en Fortran) si el periodo es estacionario o transitorio.

Con todos estos datos, se completan los parámetros iniciales requeridos por el modulo de discretización de Modflow DIS (flopy.modflow.ModflowDis) que especifica los datos de los modelos como el número de filas, columnas y capas, el tamaño de las celdas, la presencia de lechos confinantes cuasi-3D y la discretización del tiempo.

A.4.1. Definición de los paquetes de flujo básicos

La malla de la Carga hidráulica inicial en estado estacionario puede definirse con un valor arbitrario, no obstante para el caso del AZH se definió una carga similar e inferior a la topografía. Alternativamente se estudió la posibilidad de realizar un

análisis geoestadístico de la información piezométrica espacialmente distribuida a través del método de kriging, el cual será útil para comparar con los resultados del modelo de flujo.

Con todos estos datos de fronteras y cargas hidráulicas iniciales, se completan los parámetros iniciales requeridos por el modulo BAS (basic package) de Modflow que especifica la locación de de las celdas activas e inactivas, la carga hidráulica en las celdas activas y las cargas iniciales en todas las celdas.

Las mallas de Conductividad hidráulica inicial fueron definidas según la litología de acuerdo con las tablas de conductividades presentadas en la obra de Custodio y Llamas, 1983, las cuales varían ampliamente en ordenes de magnitud. Para seleccionar los valores iniciales, el modelo se asume con el enfoque del continuo Derek C. Ford, 2007, dado que se carece de información puntual de la conductividad hidráulica debida a la espeleogénesis regional del AZH, esto es que se asume el medio como poroso y se compensa con un valor elevado de la conductividad.

Las mallas de la Porosidad fueron definidas de acuerdo a la litología de las tablas presentadas en la obra de Custodio y Llamas, 1983. De igual manera que a las mallas de la conductividad, se asume el enfoque del continuo.

Recarga especificado distribuido sobre la cima del modelo. En Modflow estas velocidades son multiplicadas por el área horizontal de las celdas para las cuales se les aplica para calcular velocidades de flujos volumétricos

El módulo LPF El paquete de de las propiedades del flujo en la capa es usado para especificar las propiedades del flujo entre celdas. Cada modelo debe usar un y solo uno de los cuatro paquetes de flujo (BCF6, LPF, HUF2 y UPW) que son usados para especificar el flujo entre celdas.

Pozos El modulo WEL (flopymodflow.mfwel) es usado para simular un flujo específico a celdas individuales. Los pozos en el modelo fueron integrados usando las bases de datos del registro publico de derechos de agua (REPDA)

Río(Conductancia, carga en el rio, elevacion del riverbed, parameter number) El modulo rio es usado para simular fronteras de flujo dependientes de

la carga hidraulica. Si la carga del rio cae bajo un cierto limite, el flujo del río a la celda del modelo se fija a una cota inferior especificada

A.4.2. Integración en FloPy

La geometría de malla del modelo así como la preparación de los datos a muestrear fueron definidas y procesadas con asistencia por software de sistemas de información geográfica (SIG).

A continuación se describen los enunciados de los pasos generales para la creación de un modelo usando la herramienta FloPy (referencia), seguida según la documentación de Flopy de acuerdo a su ejemplo donde se crea un modelo de flujo estacionario, consta de los siguientes paquetes: paquete básico (BAS), un archivo de entrada de discretización (DIS), un paquete de flujo de propiedades de capa (LPF), control de salida (OC) y un solucionador de gradiente conjugado preconditionado (PCG). Cada uno de estos tiene sus propios archivos de entrada, que será creado automáticamente por Flopy, lo cual requiere del modelador proporcione la información de manera correcta a cada paquete y de forma secuencial después de definir

1. Discretización.

- a) Se comienza creando el objeto del modelo (“objeto_modelo”) especificando su nombre y la versión de modflow a utilizar (en nuestro caso “mf2005”).

- b) Después se procede a definir la malla y las capas del dominio del modelo mediante el paquete DIS.

2. Paquete básico. Se define en la malla las fronteras (ibound) y las cargas hidráulicas iniciales y en todas las capas con el paquete BAS

3. Paquete de flujo de propiedades de capa. Se asignan las conductividades verticales y horizontales y se puede especificar si el modelo es confinado o abierto mediante el paquete LPF

4. Control de salidas. Se utiliza para especificar qué datos de carga, abatimiento o presupuesto deben imprimirse o guardarse usando el paquete OC.
5. Paquete de Gradiente conjugado preconditionado. Se utiliza para resolver las ecuaciones en diferencias finitas en cada paso de un período de estrés.
6. Escritura de datos de Modflow. Los archivos de entrada de Modflow son escritos usando el comando `objeto_modelo.write_input()`
7. Ejecutar el modelo. Flopy también se puede utilizar para correr el modelo usando `objeto_modelo.run_model()`
8. Postprocesar los resultados. Flopy incluye una utilidad para extraer la información del archivo de cargas resultado y así posteriormente poderse graficar.

Bibliografía

- Aggarwal, P. & Iacobucci, D. (2004). The Effects of Brand Relationship Norms on Consumer Attitudes and Behavior. *Journal of Consumer Research*, 31(1), 87-101. doi:[10.1086/383426](https://doi.org/10.1086/383426)
- Anderson, M. & Woessner, W. (1992). *Applied Groundwater Modeling— Simulation of Flow and Advective Transport* (1.^a ed.). Academic Press.
- Ávila-Carrasco, e. a. (2023). Urbanization effects on the groundwater potential recharge of the aquifers in the southern part of the Basin of Mexico. *Hydrology Research*, 54(5), 663-685. doi:[10.2166/nh.2023.103](https://doi.org/10.2166/nh.2023.103)
- Bear, J. (1972). *Dynamics of Fluids in Porous Media*. New-York: Elsevier.
- Beven, K. (2009). *Environmental Modelling: An Uncertain Future?* London: Routledge.
- Campbell, J. & Wynne, R. (2011). *Introduction to Remote Sensing* (5th). New York: The Guilford Press.
- Carbajal Tradacete, F. J., Sánchez de Llanos, J. Á., González Burdiel, J. L., del Río Benito, Ó., Gonzalvo Navarro, J., García Moral, F. J. & Gutiérrez Iglesias, D. (2020). Hidrología del Pánuco. Agua.org.mx. Recuperado desde <https://agua.org.mx/wp-content/uploads/2020/01/Hidrolog%C3%ADa-del-P%C3%A1nuco.pdf>
- Chiang, W. & Kinzelbach, W. (1988). *Processing Modflow: A Simulation Program for Modelling Groundwater Flow and Pollution. User Manual*. Simcore.
- Custodio, E. & Llamas, M. R. (1983). *Hidrogeología subterránea* (2.^a ed.).
- Demant, A. (1978). Características del Eje Neovolcánico Transmexicano y sus problemas de interpretación. *Revista Mexicana de Ciencias Geológicas*, 2(2), 172-187.
- Derek C. Ford, P. W. (2007). *Karst Hydrogeology and Geomorphology* (Revised). Wiley.
- DOF, D. O. d. I. F. (2015). Acuerdo por el que se da a conocer el resultado de los estudios técnicos de aguas nacionales subterráneas del acuífero Moctezuma, clave 2210, en el Estado de Querétaro, Región Hidrológico-Administrativa Golfo Norte. Recuperado desde https://www.diariooficial.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5391696&fecha=11/05/2015
- Eguiluz de Antuñano, S., Aranda-García, M. & Marrett, R. (2000). Tectónica de la Sierra Madre Oriental, México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 53(1), 1-26.

- Fetter, C. (2000). *Applied Hydrogeology (4th Edition)* (4.^a ed.). Prentice Hall.
- Fita, P. (2023). Electromagnetic Spectrum (es). CC0 1.0 Universal (Public Domain Dedication). Recuperado desde https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Electromagnetic_spectrum-es.svg
- Freeze, R. & Cherry, J. (1979). *Groundwater*. New Jersey: Prentice-Hall.
- Gómez-Tuena, A., Orozco-Esquivel, M. T. & Ferrari, L. (2005). Petrogénesis ígnea de la Faja Volcánica Transmexicana. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, 57(3), 227-283.
- Harbaugh, A. (2005). *MODFLOW-2005, The US Geological Survey Modular Ground-Water Model: The Ground-Water Flow Process*. US Geological Survey, Reston, Virginia.
- Herrera, I. & Pinder, G. F. (2012). *Mathematical Modeling in Science and Engineering: An Axiomatic Approach*.
- Hunt, R. (2006). Ground water modeling applications using the analytic element method. *Groundwater*, 44(1), 5-15.
- Hunter, J. D. (2007). Matplotlib: A 2D graphics environment. *Computing in Science & Engineering*, 9(3), 90-95. doi:10.1109/MCSE.2007.55
- Instituto Nacional de Estadística, G. e. I. (1992). *Síntesis geográfica del estado de Hidalgo*. Aguascalientes, México: INEGI. Recuperado desde http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/historicos/2104/702825220945/702825220945_1.pdf
- Konikow, L. (2002). *Uso de modelos numéricos para simular el flujo y el transporte subterráneo*. IGME.
- Lillesand, T. M., Kiefer, R. W. & Chipman, J. W. (2015). *Remote Sensing and Image Interpretation*. Wiley.
- Mary C. Hill, C. R. T. (2007). *Effective Groundwater Model Calibration: With Analysis of Data, Sensitivities, Predictions, and Uncertainty* (1.^a ed.).
- Mary P. Anderson, R. J. H., William W. Woessner. (2015). *Applied Groundwater Modeling, Second Edition: Simulation of Flow and Advective Transport* (2.^a ed.). Academic Press.
- McCuen, R. H. (1998). *Hydrologic Analysis and Design*. Prentice Hall.
- Ortega-Gutiérrez, F., Mitre-Salazar, L. & otros. (1992). *Carta Geológica de la República Mexicana*. México, D.F.: Consejo de Recursos Minerales e Instituto de Geología, UNAM.
- QGIS.org. (2025). *QGIS Geographic Information System*. QGIS Association. Recuperado desde <http://www.qgis.org>
- Solana López, J. (2008). *Inventario Físico de los Recursos Minerales del Municipio Zimapán, Estado de Hidalgo* (Informe Técnico N.º T1308SOLJ0004). Servicio Geológico Mexicano. March 2008.

Turc, L. (1961). Evaluation des besoins en eau d'irrigation, evapotranspiration potentielle. *Annales Agronomiques*, 12, 13-49.