

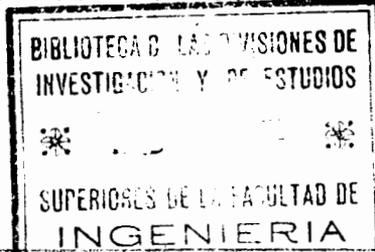
## PARAMETROS DE DISEÑO EN CIMENTACIONES DE MAQUINARIA

Por Raúl Flores Berrones. Investigador comisionado por la SOP al Instituto de Ingeniería, Profesor en la División de Estudios Superiores, UNAM.

### RESUMEN

Se presenta el enfoque que en general se realiza para efectuar el análisis de las vibraciones de máquinas y se hace un repaso de los fundamentos que gobiernan el comportamiento de sistemas equivalentes constituidos por una masa, uno o varios resortes, y uno o varios amortiguadores. Se explica brevemente la teoría de cuerpos rígidos en un medio elástico semi-infinito, y la forma cómo a partir de dicha teoría se obtienen los parámetros que rigen a los sistemas equivalentes. Se presentan las fórmulas con que se calculan éstos parámetros en los distintos modos de vibración de zapatas circulares, cuadradas o rectangulares, y se mencionan los factores que influyen en sus valores numéricos. Entre estos factores los más importantes son, además de la clase de suelo, el tipo de distribución de esfuerzos en el área de contacto, la profundidad de encajonamiento de la cimentación dentro del terreno, y la profundidad a la cual se encuentra la roca.

Se presentan varias formas de estimar el módulo elástico al cortante del suelo; dicho módulo constituye el factor más importante en la determinación de la constante -k- del resorte equivalente. Finalmente, en forma de anexo, se da un ejemplo donde son aplicados varios de los conceptos expuestos en el texto.



F  
DEPI  
A-11  
1980  
652



DEPI

## 1. INTRODUCCION

Muchos ingenieros especializados en la Mecánica de Suelos se han encontrado alguna vez con el problema de di señar o dar recomendaciones para cimentar adecuadamente ci er to tipo de maquinaria. Cuando el ingeniero no es experto en la solución a este tipo de problemas, al pasar a la literatura encontrará que generalmente la respuesta de sistemas reales se hace a través de sistemas simplificados equivalentes. Estos sistemas equivalentes están constituidos por masas concentradas, resortes y pistones, que representan las masas, rigideces y amortiguamientos de los sistemas reales, respectivamente.

Al tratar de pasar de un sistema real al equiva lente, necesariamente se debe responder a las siguientes dos preguntas:

1. ¿Cuál es el sistema equivalente más adecuado para

representar al sistema verdadero?

2. ¿Qué valor se les debe aplicar a los parámetros del sistema equivalente para que la respuesta obtenida sea congruente con la realidad?

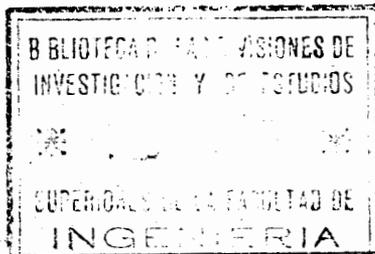
Mientras que la primera pregunta se puede contestar directamente en función del sentido en que se aplican las fuerzas y los desplazamientos que tienden a producirse, la segunda involucra muchos factores que requieren de un cuidadoso análisis.

El objeto del presente artículo es el de proporcionar un resumen de los procedimientos que más comúnmente se emplean en la determinación de los parámetros mencionados. El enfoque principal estará dirigido hacia la evaluación más racional que actualmente se emplea.

## 2. SISTEMAS EQUIVALENTES

El objeto de representar un sistema real de máquina-cimentación-suelo, por un sistema matemático equivalente, es obtener con cierta facilidad la respuesta del primero. Para lograr este objetivo se emplean las curvas de amplificación y las ecuaciones que rigen el movimiento de los sistemas equivalentes.

La mayor parte de los sistemas reales que constituyen los problemas de cimentación, se pueden analizar mediante sistemas de un grado de libertad. En efecto, aún en sistemas



formados por más de un grado de libertad, generalmente se obtiene suficiente aproximación al analizar y superponer cada uno de sus modos de vibración mediante el llamado "Método de superposición modal" (3). La fig 1 muestra algunos de los sistemas que más comúnmente se tienen en la práctica.

Por lo anterior, conviene hacer un breve repaso de los conceptos fundamentales referentes al comportamiento de sistemas de un grado de libertad.

### 3. SISTEMAS DE UN GRADO DE LIBERTAD

La ecuación de equilibrio que gobierna el movimiento dinámico de estos sistemas es:

$$M\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (1)$$

donde:

M = masa del sistema

c = coeficiente de amortiguamiento

k = constante del resorte

$F(t)$  = fuerza exterior aplicada a la masa

$\ddot{x}$ ,  $\dot{x}$ ,  $x$  = aceleración, velocidad y desplazamiento del sistema respectivamente

La derivación de la solución de la Ec Núm. 1 se encuentra en cualquier texto de dinámica básica (3,15). Dicha solución está compuesta por dos términos: uno correspondiente a las vibraciones libres que desaparecen después

de un cierto tiempo (como consecuencia del amortiguamiento), y el otro es el correspondiente a las vibraciones forzadas que permanecen en el sistema mientras la fuerza  $F$  actúa. Como son las vibraciones forzadas las que realmente interesan para el diseño, solo se analizarán aquí dichas vibraciones.

La expresión que da la respuesta a las vibraciones forzadas es:

$$x = \frac{F_0}{k} \frac{\text{sen}(\Omega t - \alpha)}{\sqrt{\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D_0^2 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}} \quad (2)$$

donde:

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{2D_0^2 \omega \Omega}{\omega^2 - \Omega^2}$$

$\Omega$  = frecuencia circular de excitación (rad/seg)

$f = \frac{\Omega}{2\pi}$ ; frecuencia de excitación (ciclos/seg)

$D_0 = c/c_{\text{critico}} = c/2\sqrt{kM}$ ; relación de amortiguamientos

$c_{\text{critico}}$  = amortiguamiento que suprime las vibraciones libres

$\omega = \sqrt{k/M}$ ; frecuencia circular natural (rad/seg)

$T = 2\pi/\omega$ ; período natural (seg)

$f_n = \frac{\omega}{2\pi}$ ; frecuencia natural (ciclos/seg)

Al factor

$$\text{FDC} = \frac{1}{\left[\left(1 - \frac{\Omega^2}{\omega^2}\right)^2 + 4D_0^2 \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2\right]^{1/2}} \quad (3)$$

se le denomina como factor dinámico de carga o de amplificación. Dicho factor representa la relación de la respuesta dinámica máxima con respecto a la respuesta estática; es decir:

$$X_0 = \frac{F_0}{K} \text{ FDC} \quad (4)$$

donde  $X_0$  es la amplitud de la respuesta dinámica, y  $F_0/k$  es la respuesta estática.

Si se dibuja este factor como función de la relación de frecuencia  $\Omega/w$ , el tipo de gráficas que se obtiene es el mostrado por la fig 3.

En esta figura se puede observar que el FDC es máximo para valores de  $\Omega/w$  (o  $f/f_n$ ) cercanos a 1, mientras que cuando  $\Omega/w \rightarrow \infty$  el  $\text{FDC} \rightarrow 0$ . Si  $2/3 \leq \Omega/w \leq 3/2$ , el FDC es aproximadamente igual a

$$\text{FDC} \approx \frac{1}{\left| 1 - \left( \frac{\Omega}{w} \right)^2 \right|}$$

En el caso de tener maquinaria con masas excéntricas, la amplitud de la fuerza aplicada varía con el cuadrado de la frecuencia de excitación; es decir:

$$F(t) = M e l \Omega^2 \text{ sen} \Omega t$$

y la ecuación 4 quedaría:

$$X_0 = \frac{MeI\Omega^2}{k} \quad FDC = \frac{MeI}{M} \left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 FDC$$

Para este caso, la curva de FDC vs  $\Omega/w$  es también válida, pero resulta de mayor utilidad emplear curvas como las mostradas en la fig 4.

Conociendo la forma como responde un sistema de un grado de libertad a una excitación dinámica, el problema se reduce a la determinación correcta de los parámetros que lo constituyen. Quizá la forma más adecuada de efectuar esta determinación es mediante el empleo de la teoría de cuerpos rígidos que vibran sobre un medio elástico semi-infinito.

#### 4. TEORIA DE CUERPOS RIGIDOS EN UN MEDIO ELASTICO SEMI-INFINITO

Las suposiciones originales de esta teoría son las siguientes:

1. La cimentación se apoya en la superficie de un medio semi-infinito elástico y es rígida, de radio  $R$  y masa  $M$ .
2. El medio elástico es uniforme, de profundidad infinita, y esta caracterizado por las siguientes propiedades:

$\rho$  = densidad de masa

$G$  = módulo elástico al cortante, o  $E = 2G(1+\mu)$  =  
módulo de Young

$\mu$  = relación de Poisson

$C_s$  = velocidad de propagación de las ondas cortantes

Bajo estas condiciones, el análisis se hace en dos partes. En la primera se obtiene la relación de la fuerza  $Q$ , aplicada directamente en la superficie del medio espacio (fig 5-6), y el desplazamiento  $w$ . Esta relación está dada por:

$$w = \frac{Q_0}{G} \frac{e^{i\Omega t}}{R} (f_1 - if_2) \quad (5)$$

donde  $Q_0$  es la amplitud de la carga, y  $f_1$  y  $f_2$  son funciones de:

- 1)  $a_0 = \Omega R / C_s$
- 2) de la relación de Poisson  $\mu$ ,
- 3) de la forma como los esfuerzos se distribuyen en el área cargada.

La fig 6 muestra la forma como varían  $f_1$  y  $f_2$  en función de  $a_0$

La segunda parte consiste en considerar la ecuación que establece el equilibrio de la masa  $M$  de la cimentación:

$$M\ddot{w} + Q = P \quad (6)$$

Combinando las ecuaciones (5) y (6), y haciendo algunos arreglos matemáticos, se llega a la siguiente expresión:

$$w = \underbrace{\left[ \frac{P_0 (1-\mu)}{4GR} \right]}_I \underbrace{\left[ \frac{4}{1-\mu} \sqrt{\frac{f_1^2 + f_2^2}{(1-a_0^2 b f_1)^2 + (a_0^2 b f_2)^2}} \right]}_{II} \underbrace{\left[ e^{i(\Omega t - \alpha)} \right]}_{III} \quad (7)$$

$$\text{donde } b = \frac{M}{R^3}$$

La ecuación 7 relaciona directamente a  $w$  y  $P$ , y en ella se aprecian tres componentes: El término I representa el desplazamiento estático, el II la amplificación dinámica, y el III el ángulo de desfase entre la fuerza aplicada y el desplazamiento  $w$ .

Al dibujar el factor de amplificación para diferentes valores de  $a_0$  y  $b$ , se obtienen las curvas mostradas en la fig 7-a. En esta figura se observa que estas curvas son muy parecidas a las obtenidas en la fig 3; es decir, en ambos casos se tiene un solo peak o valor máximo, y la forma general de las curvas es la misma. Más aún, el semi-espacio, aunque es totalmente elástico, se comporta como si fuera amortiguado debido a la energía que por radiación es disipada; a esta pérdida de energía es a lo que se le conoce como "amortiguamiento radial" del sistema.

Si se hace  $P_0 = M_{e1} \Omega^2$ , la ecuación 7 se puede escribir como:

$$w = \frac{M_{e1}}{M} [FDC] \left[ e^{i(\Omega t - \alpha)} \right] \quad (8)$$

Las curvas de amplificación correspondientes

a este caso se muestran en la fig 7-b, las cuales son muy similares a las obtenidas en la fig 4.

La teoría de masas vibrando en el semi-espacio ha estado en constante evolución desde que Reissner (13) resolvió el problema para el caso de una distribución uniforme de esfuerzos en el área de contacto. Hoy en día, se cuenta con soluciones exactas para diferentes modos de vibración y diferentes formas de distribución de esfuerzos (1, 5, 12, y 17), existen varias pruebas experimentales que han demostrado la validez de esta teoría (14,19). Sin embargo, como ya se mencionó anteriormente, el uso principal de la teoría del semi-espacio elástico es la determinación adecuada de los parámetros que intervienen en los sistemas equivalentes.

##### 5. EVALUACION DE PARAMETROS PARA EL MODO VERTICAL

Combinando nuevamente las ecuaciones (5) y (6) se obtiene:

$$M\ddot{w} + \frac{f_2/\Omega}{f_1^2 + f_2^2} GR\dot{w} + \frac{f_1}{f_1^2 + f_2^2} GRw = P \quad (9)$$

Analizando esta ecuación, se puede ver que es muy similar a la correspondiente de un sistema de un grado de libertad compuesto por una masa, un resorte y un amortiguador. Dicha ecuación se puede también escribir cono:

$$M\ddot{w} + C_v X_2 \dot{w} + K_v X_1 w = P \quad (10)$$

donde

$$\left. \begin{aligned} C_v &= \frac{4}{1-\mu} \sqrt{G\rho R^2} \\ X_2 &= \frac{1-\mu}{4} \frac{f_2/a_0}{f_1^2+f_2^2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{coeficientes relacionados} \\ \text{al amortiguamiento} \end{array}$$

$$\left. \begin{aligned} k_v &= \frac{4GR}{1-\mu} \\ X_1 &= \frac{1-\mu}{4} \frac{f_1}{f_1^2+f_2^2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{coeficientes relacionados} \\ \text{a la rigidez del sistema} \end{array}$$

Los valores de  $k_v$  y  $C_v$  son independientes de la frecuencia de excitación, pero  $X_1$  y  $X_2$  si dependen de ella según se observa en la fig 8.

A fin de tener valores constantes de los coeficientes de  $\dot{w}$  y  $w$ , y obtener la equivalencia con sistemas de masa-amortiguamiento-resorte de un grado de libertad, es necesario establecer el rango de frecuencia de interés y seleccionar en él los valores de estos coeficientes que, al usarse como constantes, den resultados aproximados a los que se obtendrían usando los coeficientes reales.

Uno de los procedimientos más simplistas y racional para realizar esta selección de valores, es el sugerido por Lysmer (12); este investigador hace las siguientes sugerencias:

- a) Para bajas frecuencias,  $X_1 = 1$
- b) Para frecuencias altas despreciar la llamada masa efectiva de suelo; es decir, que la masa equivalente sea simplemente  $M$ .
- c) Para frecuencias intermedias usar un valor de  $X_2 = 0.85$  (ver fig 8); es decir, emplear una relación de amortiguamiento igual a:

$$D_v = \frac{c}{c_{\text{critico}}} = \frac{X_2 C_v}{2 \sqrt{K_v M}} = \frac{0.85 C_v}{2 \sqrt{K_v M}} = \frac{0.85}{\sqrt{b(1-u)}}$$

El error máximo que se comete con este procedimiento simplificado de Lysmer es de 30%, pero en general dicho error es del orden de 10%. Sin embargo, usando dicho procedimiento, la frecuencia de resonancia que se obtiene en el sistema de 1 grado de libertad equivalente es siempre menor que la obtenida directamente con la teoría del semi-espacio.

A fin de mejorar la aproximación del método de Lysmer, Whitman (20) sugiere introducir una masa adicional al sistema; el efecto de dicha masa es hacer coincidir la frecuencia de resonancia del sistema equivalente, con la que se obtiene directamente con la teoría del semi-espacio. Para ello, se aproxima la curva de la función  $X_1$  a la de una parábola de ecuación:

$$X_1 = 1 - \xi z_0^2 \quad (11)$$

Sustituyendo la Ec (11) en la Ec (10) se obtiene:

$$\left(M + \frac{4\xi}{1-\mu} \rho R^3\right) \ddot{w} + C X_2 \dot{w} + K_v w = P \quad (12)$$

O sea, el valor de la masa adicional esta dado por

$$\frac{4\xi}{1-\mu} \rho R^3$$

A esta masa adicional es la que se conoce con el nombre de "masa efectiva de suelo".

Para fines de diseño, es importante tomar adicionalmente en cuenta el amortiguamiento interno del sistema, es decir, el amortiguamiento histerético o viscoso. Sin embargo, para el caso de interacción directa de la cimentación, dicho amortiguamiento es pequeño comparado con el radial, y suele recomendarse usar un valor promedio de 0.05 (21). El amortiguamiento total será entonces la suma de este valor más el amortiguamiento radial obtenido de la teoría del semi-espacio.

## 6. PARAMETROS PARA DIFERENTES MODOS DE VIBRACION

Para modos de vibración diferentes al vertical, el procedimiento que se sigue en la obtención de los parámetros equivalentes es similar al ya señalado. La tabla I indica un resumen de los valores que se obtienen cuando la distribución de esfuerzos es la de una placa rígida en un medio elástico.

Dado que  $k$  y  $D_0$  dependen de la distribución de esfuerzos, según puede verse en la fig 9, la tabla siguiente debe usarse con precaución. Por ejemplo, si se expresa el valor de  $K_v$  en términos de un coeficiente  $K$ , es decir:

$k_v = \frac{KGR}{1-\mu}$ , los valores de este coeficiente varían según mues

tra la tabla II.

TABLA I. VALORES DE LOS PARAMETROS EQUIVALENTES EN CIMENTACIONES CIRCULARES\*

TIPO DE EXCITACION	RELACIONES DE MASAS MODIFICADAS	k	D <sub>0</sub>	M <sub>ef</sub>
Vertical	$B_v = \frac{1-\mu}{4} b$	$\frac{4GR}{1-\mu}$	$\frac{0.425}{\sqrt{B_v}}$	$0.27 \frac{M}{B_v}$
Horizontal	$B_h = \frac{2-\mu}{8} b$	$\frac{8GR}{2-\mu}$	$\frac{0.29}{\sqrt{B_h}}$	$0.095 \frac{M}{B_h}$
Cabeceo	$B_r = \frac{3(1-\mu)}{8} \frac{I^{**}}{R^3}$	$\frac{8GR^3}{3(1-\mu)}$	$\frac{0.15}{(1+B_r)\sqrt{B_r}}$	$0.24 \frac{I}{B_r}$

TABLA II. VALORES DE K PARA DISTINTOS TIPOS DE DISTRIBUCION DE ESFUERZOS (20)

DISTRIBUCION DE ESFUERZOS	K	$\left(\frac{1-\mu}{K}\right)$ , para $\mu = 1/4$
base rígida	4	0.188
uniforme	$\pi$	0.239
parabólica	$(3/4)\pi$	0.319

\*Los valores de esta tabla se obtuvieron de igualar, las amplitudes máximas determinadas con la teoría del semi-espacio, con las determinadas con los sistemas equivalentes.

\*\*I = momento de inercia de la masa con respecto al eje de giro.

Otros dos efectos que influyen en el parámetro  $k$ , son el del encajonamiento y la proximidad de la roca-madre con el nivel de desplante. Ambos efectos están ilustrados en la fig 10.

El encajonamiento de las cimentaciones dentro del suelo, también produce un aumento en el amortiguamiento. Experimentalmente se ha observado que este aumento varía en la misma proporción en que aumenta la frecuencia de resonancia; por ejemplo, si  $k_v$  aumenta dos veces por efecto del encajonamiento,  $f_r$  y  $D_0$  aumentan aproximadamente  $\sqrt{2}$  veces (20).

## 7. CIMENTACIONES CUADRADAS O RECTANGULARES

Si la forma de la cimentación es cuadrada o rectangular, el valor de  $k$  se puede obtener en forma aproximada usando la tabla III y la gráfica de la fig 11. Los valores que se obtienen con este método semi-empírico son prácticamente iguales a los calculados usando la teoría exacta de Elorduy (6, 7)

TABLA III. CONSTANTES DE RESORTE PARA UNA BASE RECTANGULAR RIGIDA APOYADA EN EL SEMI-ESPACIO

MOVIMIENTO	CONSTANTE DE RESORTE*
Vertical	$k_v = \frac{G}{1-\mu} \beta_v \sqrt{BL}^{**}$
Horizontal	$k_h = 2(1+\mu) G \beta_h \sqrt{BL}$
Cabeceo	$k_r = \frac{G}{1-\mu} \beta_r BL^2$

\*Los valores de  $\beta_v$ ,  $\beta_h$  y  $\beta_r$  son dados por la fig 10.  
 \*\*B = ancho de la cimentación y L = longitud de la cimentación (en el plano de rotación en caso de cabeceo)

En cuanto a los valores de amortiguamiento- $D_0$ - y la masa efectiva- $M_{ef}$ -de cimientos cuadrados o rectangulares, éstos se obtienen mediante una cimentación circular equivalente. Esta cimentación circular debe tener la misma área (cuando los movimientos son verticales u horizontales), o el mismo momento de inercia (en el caso de cabeceo) que la cimentación rectangular; el radio de una base circular equivalente será:

$$r = \sqrt{\frac{BL}{\pi}} \quad \text{para movimiento horizontal o vertical}$$

y

$$r = \sqrt{\frac{BL^3}{3\pi}} \quad \text{para cabeceo}$$

Habiendo establecido la cimentación equivalente, se podrán entonces emplear las tablas disponibles para bases circulares; v. gr: Tabla 1.

## 8. DETERMINACION DEL MODULO G

La rigidez  $k$ , influye directamente en la determinación de la frecuencia de resonancia y la magnitud de los movimientos a frecuencias relativamente bajas y/o iguales a la de resonancia. Estas y algunas otras razones hacen que sea este el parámetro más importante en el diseño de cimentación de máquinas. Dos de las características del suelo que influyen directamente en su valor son  $G$  y  $\mu$ .

Mientras que en la mayoría de los suelos el va

lor de  $\mu$  varía en un rango relativamente estrecho (0.35 y 0.4 en áreas, y cerca de 0.5 en arcillas saturadas), el valor de  $G$  depende del nivel de deformaciones y es función de  $e$  y  $\bar{\sigma}_0$ .

La determinación de  $G$  se puede hacer mediante los procedimientos que a continuación se indican:

a) Empleo de fórmulas. Existen fórmulas semi-empíricas que dan el valor de  $G$  para niveles de deformación menores de  $10^{-5}$  cm/cm. (En dichos niveles el comportamiento del suelo es prácticamente elástico lineal). Quizá la fórmula más empleada es la de Hardin y Drnevich (9) que proporciona muy buenos resultados para valores pequeños de la relación de vacíos ( $e \leq 2.0$ ), y es además válida tanto para suelos cohesivos como no cohesivos:

$$G = 1200 \frac{(3-e)^2}{1+e} (\text{OCR})^2 (\bar{\sigma}_0)^{1/2} \quad (13)$$

donde  $\bar{\sigma}_0$  y  $G$  deben estar en lib/pul<sup>2</sup>

$$\bar{\sigma}_0 = \frac{\bar{\sigma}_1 + \bar{\sigma}_2 + \bar{\sigma}_3}{3}$$

OCR = relación de preconsolidación ( $\bar{\sigma}_{\text{máx}}/\bar{\sigma}_0$ )

y  $a$  depende del índice de plasticidad (fig 12)

Para el caso de arenas, Seed (16) emplea la siguiente expresión:

$$G = 1000 K_2 (\bar{\sigma}_0)^{1/2}$$

donde  $K_2$  depende de la densidad relativa (tabla IV)

TABLA IV. VALORES DE  $K_2$  VS DENSIDAD RELATIVA.

DENSIDAD RELATIVA	$K_2$
30	34
40	40
60	52
75	62
90	70

Puesto que  $G$  es función de los esfuerzos efectivos que se tienen en el sitio, y la resistencia no drenada de suelos normalmente consolidados  $-S_u-$  también lo es, es de suponerse que  $G$  se puede obtener a partir de  $S_u$ . Whitman (20) recomienda emplear

$$G = 1600 S_u ,$$

para valores de deformación angular entre  $10^{-5}$  y  $10^{-6}$ .

b) Pruebas de laboratorio

1. Resonancia en una columna de suelo. Este procedimiento consiste en aplicar un momento torsionante en la parte superior de una probeta cilíndrica de suelo, y obtener las frecuencias

donde ocurren los valores de respuesta máximos, es decir, las frecuencias de resonancia. Para el caso en que la probeta esté fija en su base y libre en su parte superior, las frecuencias de resonancia están dadas por:

$$f_n = (2n-1) \frac{C_s}{4H} \quad (14)$$

donde  $n$  = número entero (=1 para el modo fundamental)

$H$  = altura de la probeta

$C_s$  = velocidad de onda al cortante

De la ecuación 14 se obtiene  $C_s$ , y el valor de  $G$  se obtiene mediante la expresión:

$$G = \rho C_s^2$$

2. Técnica pulsativa. Esta técnica consiste en colocar varios cristales piezoeléctricos en cada extremo de una probeta de suelo, y aplicar un pulso eléctrico en los cristales de uno de los extremos (20). Dichos cristales están manufacturados en forma tal que producen una distorsión al cortante cuando se aplica un pulso eléctrico, originando así una onda transversal de esfuerzos que pasa a través de la probeta de suelo. La onda es registrada en

el otro extremo y su velocidad se determina directamente mediante la expresión:

$$C_s = \frac{H}{\Delta t}$$

donde  $\Delta t$  = tiempo que tardó la onda en ir de un extremo al otro.

c) Pruebas de campo

1. Empleo de un pequeño vibrador. Esta técnica consiste en medir la longitud de onda superficial que genera un vibrador, trabajando a una determinada frecuencia, en la superficie del terreno (fig 13). La longitud de onda se determina moviendo un receptor a lo largo de una línea radial al eje del vibrador, y localizando los puntos que están en fase (4, 8). Variando la frecuencia de excitación se puede variar la longitud de onda, y por tanto la profundidad de inspección. Una regla semi-empírica es suponer que el módulo calculado mediante este procedimiento, corresponde al valor que dicho módulo tiene a una profundidad del suelo igual a  $\lambda/2$ . ( $\lambda$ = longitud de onda)
2. Métodos geofísicos. Estos métodos se pueden usar en forma indirecta para calcular G. En

efecto, mediante los procedimientos que se emplean para determinar las velocidades de propagación de ondas dilatantes, se puede hacer uso de las relaciones que existen entre  $C_D$  (velocidad de ondas dilatantes) y  $C_S$ . Esta relación está dada por:

$$C_S = \sqrt{\frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}} C_D$$

Como se observa en la anterior expresión, la relación de Poisson  $-\mu-$  debe conocerse para el empleo de esta técnica.

Ahora bien, tomando en cuenta que en general los esfuerzos efectivos y las características del suelo varían con la profundidad, y por tanto el valor del módulo  $G$  también cambia, se presenta el problema de determinar la profundidad a la cual deberá escogerse el valor de  $G$  que se va a usar en el cálculo de  $k$ . En general no existe un criterio único para la solución a este problema; se han propuesto varios procedimientos empíricos, algunos de los cuales son mencionados a continuación:

Cuando se conoce  $C_S$  con la profundidad, Whitman (20) recomienda usar la profundidad correspondiente al punto medio del buble de presiones; dicha profundidad está dada por:

$$h = \frac{\sigma_v}{\gamma_m} + \frac{3}{4} D$$

donde  $D$  = diámetro (real o equivalente) de la cimentación

$\sigma_v = 0.42$  veces los esfuerzos estáticos aplicados en la superficie (o sea, es el esfuerzo vertical a la profundidad de  $3/4 D$ , originado por el peso de la cimentación y la maquinaria).

Si se emplea la fórmula de Hardin y Black para el cálculo de  $G$ , es recomendable también, determinar los esfuerzos efectivos a la mitad del bulbo de presiones ( $3/4 D$ ); es decir, se calcula  $\bar{\sigma}_0$  en función de:

1.  $\bar{\sigma}_v$  y  $\bar{\sigma}_h$  debidas al sobre peso del suelo, a esa profundidad,
2.  $\bar{\sigma}_v$  y  $\bar{\sigma}_h$  producidas por el peso de la cimentación.

Richart et al (15) propone que la profundidad equivalente sea aquella donde el valor de  $\bar{\sigma}_0$ , calculado a la orilla de la cimentación, sea mínimo (fig 14)

## 9. ALGUNAS FORMAS DE ESTIMAR DIRECTAMENTE $k$

1. Pruebas de placa. La estimación de  $k$  empleando pruebas de placa, se hace aplicando cargas repetidas (fig 15). La magnitud de las cargas estáticas y dinámicas debe ser similar a la esperada.

Barkan (2) reporta excelentes correlaciones entre los valores estimados de la frecuencia de resonancia (calculados con los resultados de pruebas de placa) y los de-

terminados experimentalmente.

Para extrapolar las rigideces medidas usando placas de áreas pequeñas, a las áreas que en realidad son usadas en el prototipo, se pueden evaluar las recomendaciones de Terzaghi (18) para cargas estáticas; es decir:

$$\text{Suelo cohesivo } K_{\text{prototipo}} = K_1 \text{Diam. } C$$

$$\text{Suelo no cohesivo } K_{\text{prototipo}} = K_1 \text{Diam. } \left(\frac{C+1}{2}\right)^2$$

donde:  $C = \frac{\text{tamaño menor de la cimentación}}{\text{tamaño menor de la placa}}$

2. Pruebas a base de un vibrador. La prueba consiste en colocar un pequeño vibrador sobre una placa de 12" a 30" de diámetro. La frecuencia de excitación se varía hasta alcanzar la condición de resonancia, y el valor de K se obtiene mediante la expresión:

$$k = (f_r \cdot 2 \pi)^2 M$$

donde: M = masa del vibrador y placa + la masa efectiva del suelo.

Los resultados que se obtienen mediante este procedimiento son muy similares a los de la prueba de placa, solo que resulta más complicado y difícil la interpretación correcta de los datos que se obtienen.

### 3. Correlaciones con el módulo de reacción elástico.

Para análisis preliminares de diseño, pueden emplearse las correlaciones que existen entre las constantes de resorte y el llamado módulo de reacción elástico. Dichas correlaciones son:

movimiento vertical	$k_v = C_u A$
movimiento horizontal	$k_h = C_h A$
movimiento de cabeceo	$k_r = C_r I'$
movimiento torcionante	$k_\phi = C_\phi I''$

donde  $A$  = área de contacto entre la cimentación y el suelo

$I'$  = segundo momento del área de contacto alrededor del eje vertical que pasa por el centroide del área y es normal al plano de cabeceo.

$I''$  = segundo momento del área de contacto alrededor del eje vertical que pasa por el centroide del área.

Los coeficientes  $C_u$ ,  $C_h$ ,  $C_r$  y  $C_\phi$  son los módulos de reacción que dependen del tipo de suelo, así como del tamaño y geometría de la cimentación. Existen, sin embargo, tablas que relacionan a dichos coeficientes solo en función del tipo de suelo. La siguiente tabla (V) es proporcionada por Barkan (2)

TABLA V. VALORES DE DISEÑO RECOMENDADOS  
POR BARKAN PARA  $C_v^*$

TIPO DE SUELO	CAPACIDAD DE CARGA ESTÁTICA PERMISIBLE EN KG/CM <sup>2</sup>	COEFICIENTE $C_v$ EN KG/CM <sup>3</sup>
Suelos blandos	<1.5	< 3
Suelos de resistencia media	1.5-3.5	3-5
Suelos resistentes (arcillas duras o arenas compactas)	3.5-5	5-10
Rocas	>5	>10

\*NOTA: Los valores de  $C_h$ ,  $C_r$  y  $C_\phi$  se pueden estimar usando las siguientes relaciones:

$$C_h = C_v/2; \quad C_r = 2C_v; \quad C_\phi = \frac{3}{4} C_v$$

## 10. CONCLUSIONES

1. La respuesta de cimentaciones de maquinaria se puede hacer a través de sistemas equivalentes de un grado de libertad; estos sistemas están constituidos por una masa concentrada que representa la masa de la maquinaria y la de la cimentación, uno o varios resortes que simulan la rigidez del suelo, y uno o varios amortiguadores que

representan la pérdida de energía que ocurre en el sistema máquina-cimentación-suelo.

2. La evaluación de los parámetros que rigen el comportamiento de los sistemas equivalentes, se puede efectuar satisfactoriamente mediante la teoría de cuerpos rígidos que vibran en un medio semi-infinito elástico.
3. El parámetro  $k$  (constante del resorte) es el que más importa en el diseño de cimentación de maquinaria. Este parámetro, junto con la masa  $M$ , determina el valor de la frecuencia natural del sistema equivalente ( $f_n$ ); dicha frecuencia es aproximadamente igual a la frecuencia donde ocurre las máximas vibraciones.

A frecuencias relativamente bajas y cercanas a la de resonancia, el comportamiento dinámico de las cimentaciones está regido fundamentalmente por  $k$ , mientras que a frecuencias altas ( $f \gg f_n$ ) es la masa  $M$  la que gobierna dicho comportamiento. Por otro lado, el amortiguamiento  $D_0$  desempeña su papel más importante en frecuencias de excitación cercanas a la de resonancia ( $\frac{2}{3}f_n \leq f \leq \frac{3}{2}f_n$ ); en frecuencias fuera de este rango, la influencia de dicho parámetro es prácticamente despreciable en la respuesta.

4. La propiedad del suelo que más varía e influye en

el valor de  $k$  es el módulo elástico al cortante  $G$ . Dicho módulo depende primordialmente de la relación de vacíos " $e$ " y de los esfuerzos efectivos de confinamiento  $\bar{\sigma}_0$ ; su estimación, por lo tanto, debe tomar en cuenta dichos factores.

**AGRADECIMIENTO.** Este trabajo fue realizado bajo el patrocinio de la Secretaría de Obras Públicas. El autor agradece a las autoridades de esta Secretaría todas las facilidades prestadas.

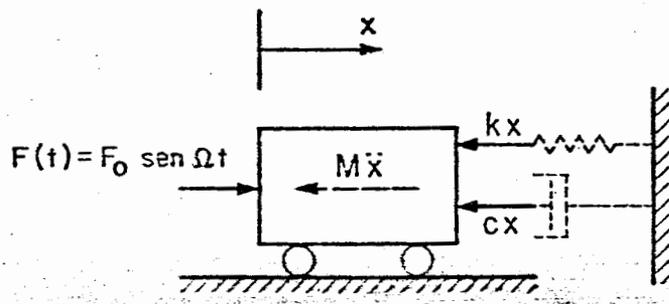


Fig 2. Fuerzas que actúan sobre un sistema de un grado de libertad

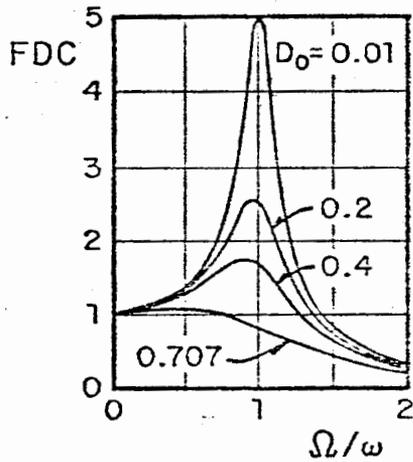


Fig 3. Curvas de amplificación

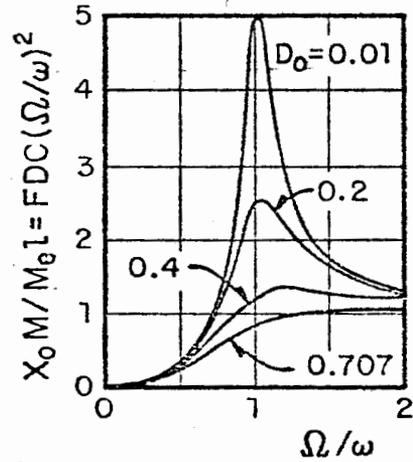


Fig 4. Curvas de respuesta en sistemas con masas excéntricas

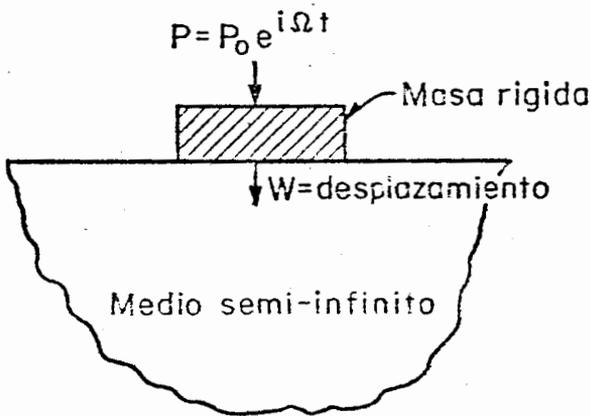


Fig 5a. Sistema de masa rigida en medio semi-infinito

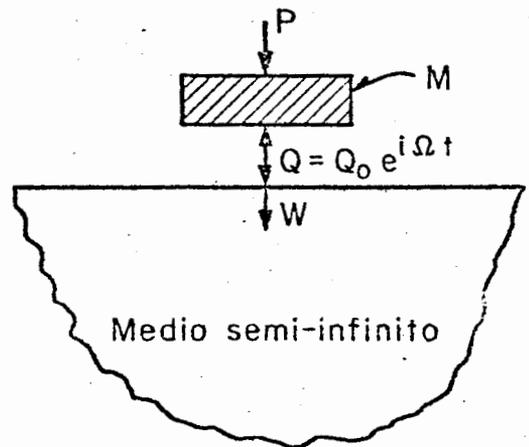


Fig 5b. Separación de las fuerzas que obran en el sistema

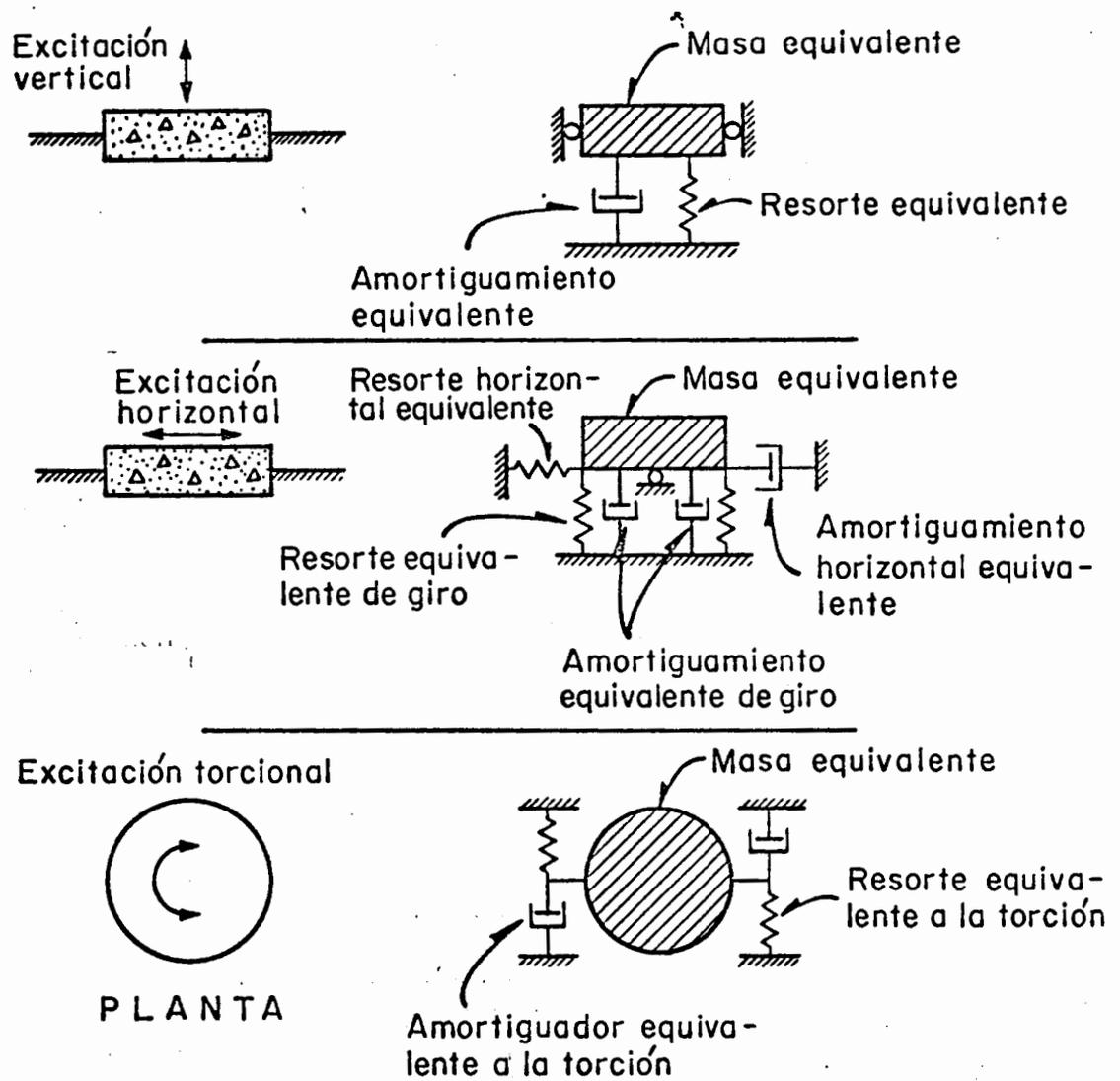


Fig 1. Sistemas equivalentes típicos (11)

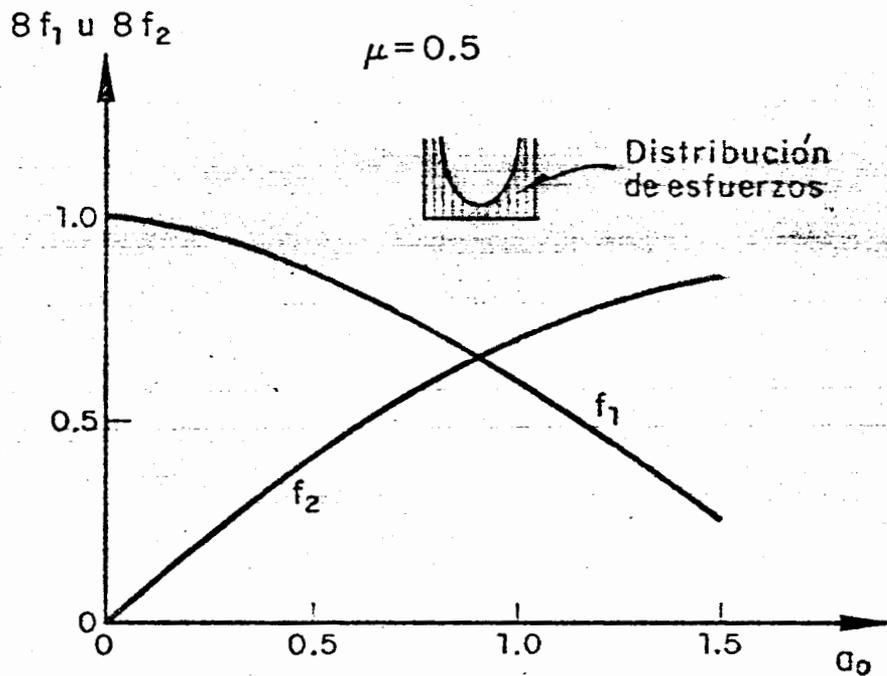
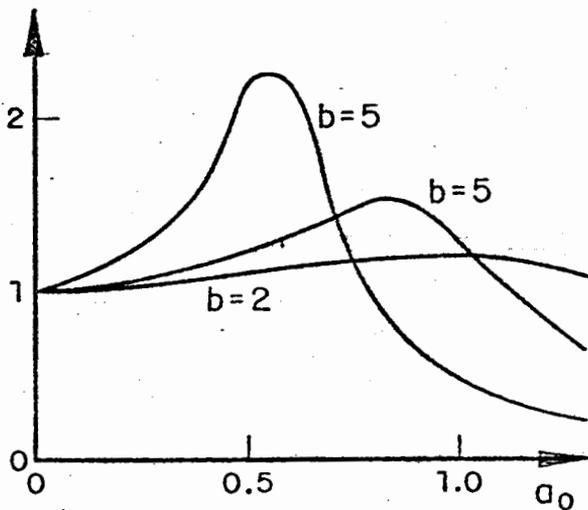


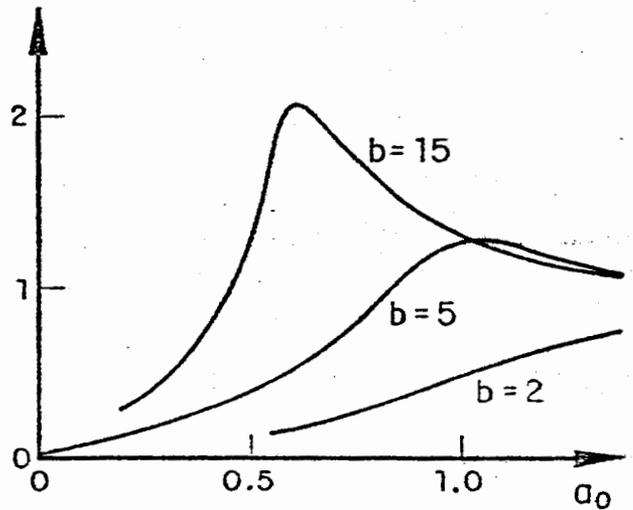
Fig 6. Valores de  $f_1$  y  $f_2$  en función de  $\alpha_0 = aR/C_s$

$$\frac{4GRW_0}{P_0(1-\mu)} = FDC_{m\acute{a}x}$$



(a)

$$\frac{W_0 M}{M_e L}$$



(b)

Fig 7. Curvas de amplificación dinámica en el semi-espacio elástico

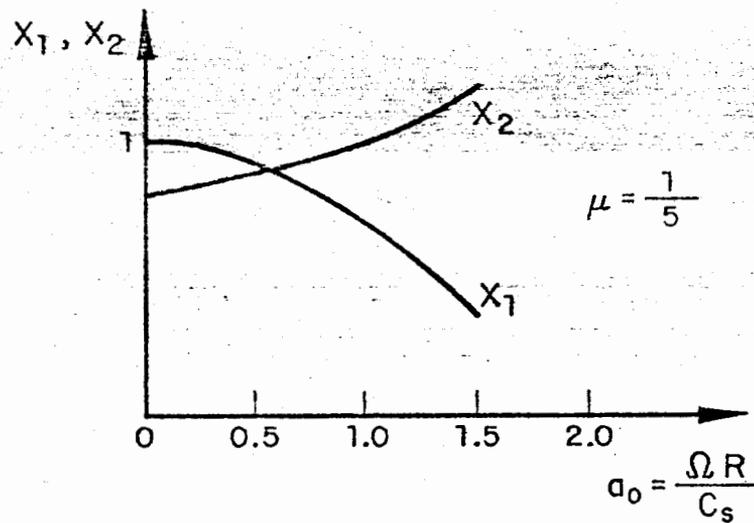


Fig 8. Variación de  $X_1$  y  $X_2$  en función de la relación adimensional de frecuencias  $\alpha_0$

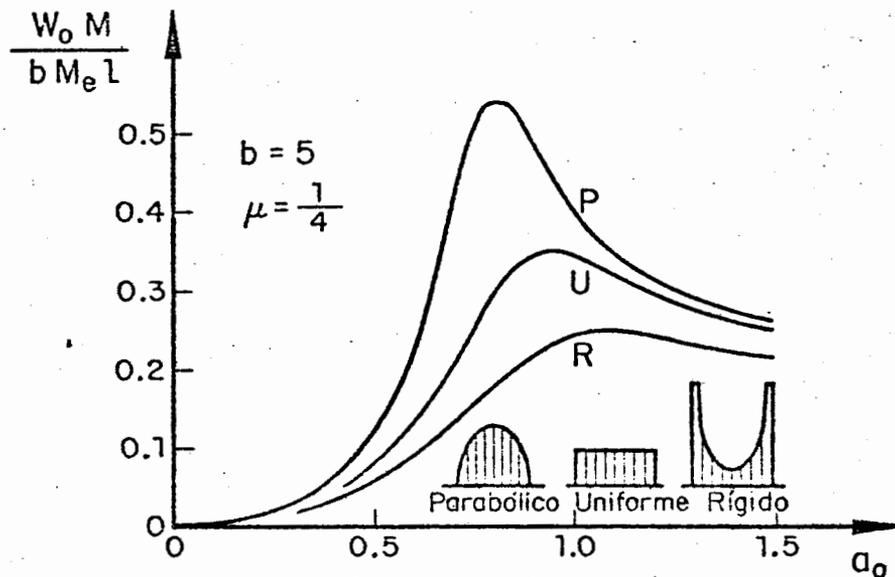
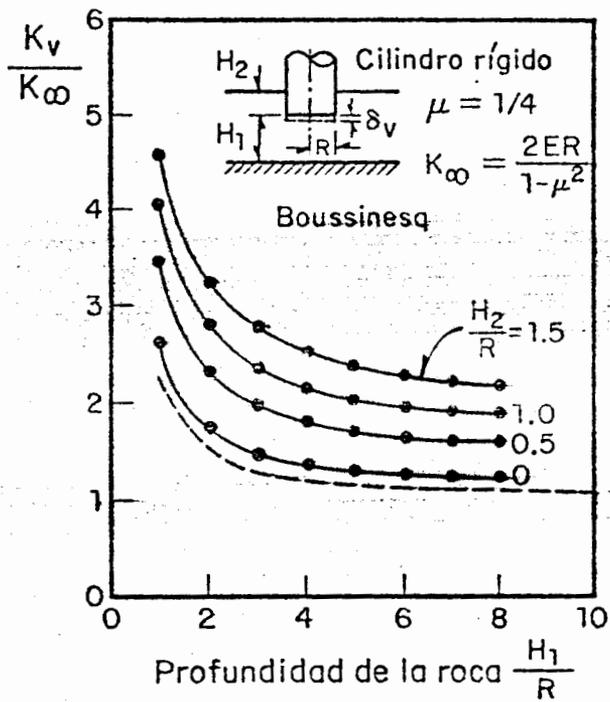
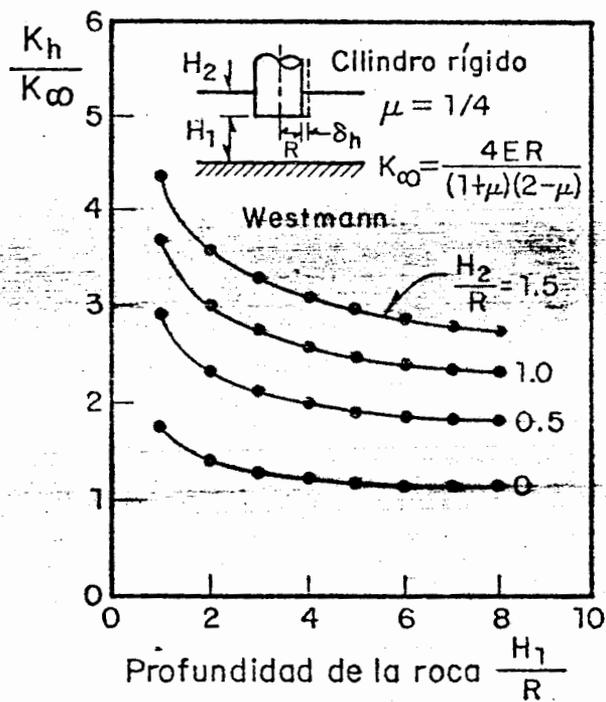


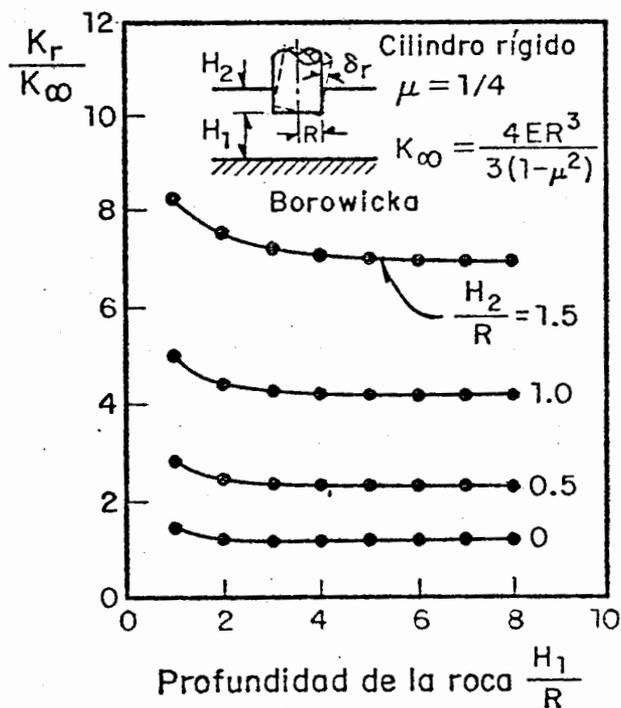
Fig 9. Efecto del tipo de distribución de esfuerzos en las curvas de respuesta (15)



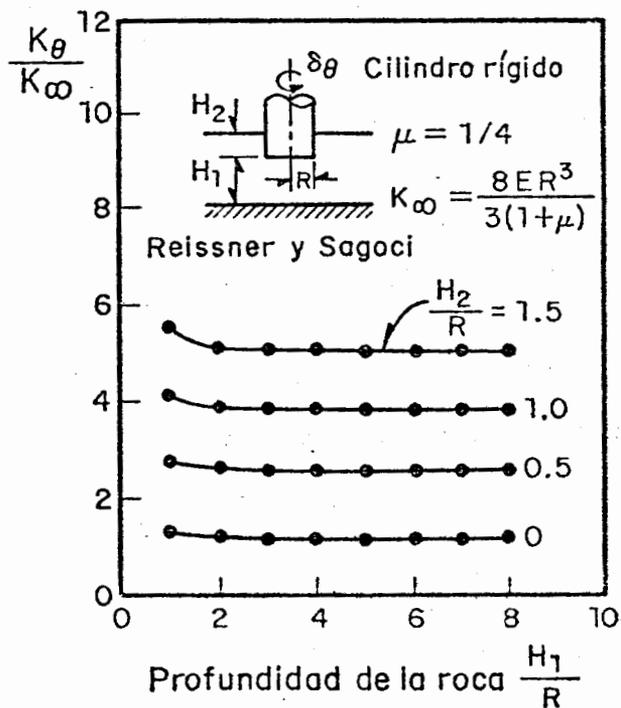
a) Modo vertical



b) Modo horizontal



c) Cabeceo



d) Modo torcional

Fig 10. Efecto del encajonamiento y la proximidad de la roca en el coeficiente K (10)

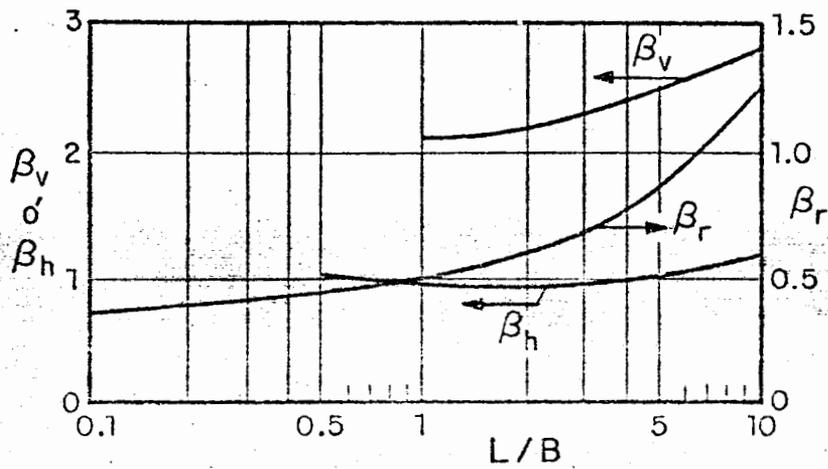


Fig 11. Coeficientes  $\beta_v$ ,  $\beta_h$  y  $\beta_r$  para zapatas rectangulares (21)

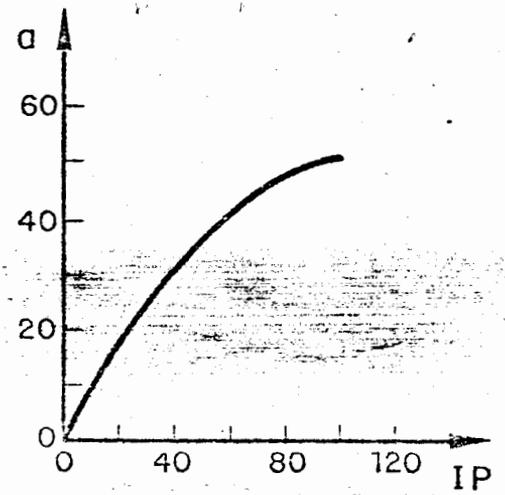
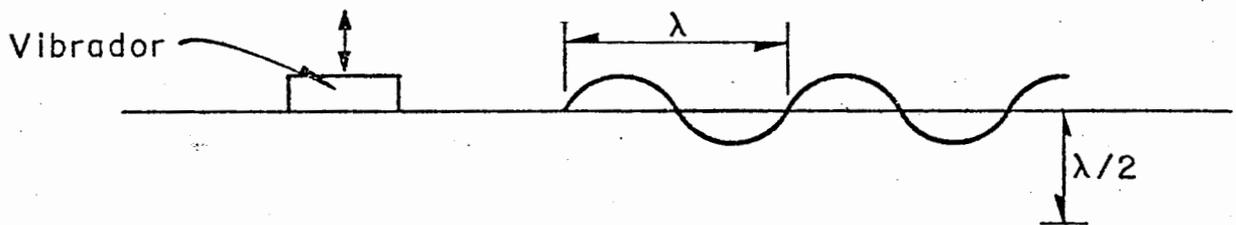


Fig 12. Parámetro  $a$  vs el índice de plasticidad (IP)



$\lambda$  = Longitud de onda

$C_s^* = f \lambda$  = Velocidad de ondas transversales

$f$  = Frecuencia de excitación

$G = \rho C_s^2$  = Módulo al cortante

\* Se está despreciando la diferencia entre las velocidades de onda Rayleigh y las transversales

Fig 13. Determinación del módulo al cortante mediante el uso de pequeños vibradores

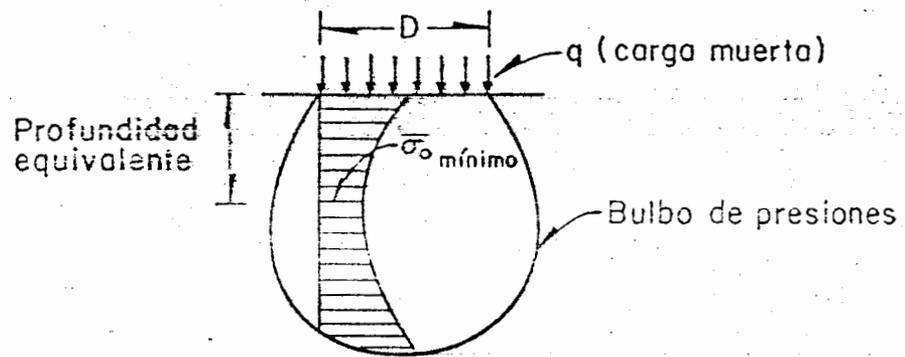


Fig 14 Determinación de la profundidad equivalente usando el procedimiento de Richart

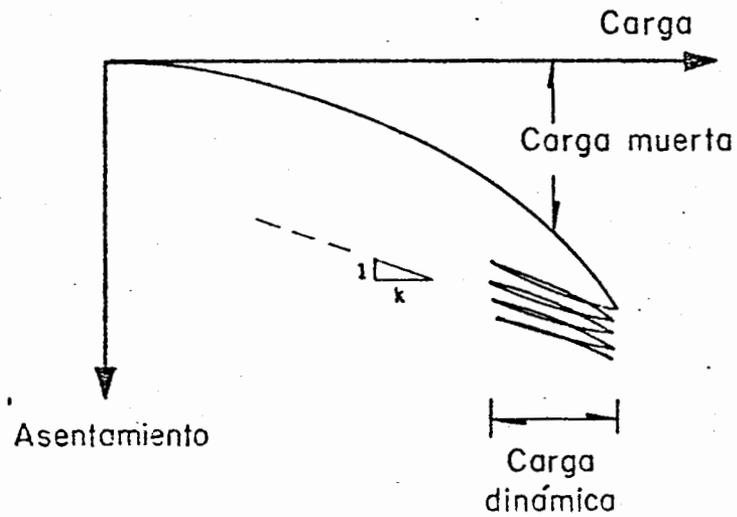


Fig 15 Determinación de  $k$  mediante pruebas de placa

## APENDICE I REFERENCIAS

- 1.- Awojobi, A. O., y Grootenhuis, P. (1965) "Vibration of Rigid Bodies on Semi-Infinite Elastic Media", Proceedings, Royal Society, Vol. 287. Londres, Inglaterra, pp. 27-63.
- 2.- Barkan, D. D. (1962) "Dynamics of Bases and Foundations", Mc Graw-Hill Book Co. Nueva York.
- 3.- Biggs, J. M. (1964) "Introduction to Structural Dynamics", Mc Graw-Hill Book Co. Nueva York.
- 4.- Blain, J. (1968) "Generalite's sur le Vibreur Goodman", Bulletin des Laboratoires Routiers. Paris, Francia.
- 5.- B y Croft, G. N. (1956) "Forced Vibrations of a Rigid Circular Plate on a Semi-infinite Elastic Space and on an Elastic Stratum", Philosophical Trans. Royal Society, Londres. Serie A. Vol. 248, pp. 327-368.
- 6.- Elorduy, J., Nieto, J. A. y Szekely, E. M. (1967) "Dynamic - Response of Bases of Arbitrary Shape Subjected to Periodic - Vertical Loading", Proc. International Symposium on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials. Albuquerque, N. M. Agosto.
- 7.- Flores, J. R. (1968) "Validity of Approximate Rules for ---- Square and Rectangular Foundations", Soil Dynamics Term ---- Project. Department of Civil Engineering, M.I.T.
- 8.- Flores, J. R. (1975) "Técnicas Vibratorias de Evaluación en Pavimentos". Reporte Interno. Instituto de Ingenieria UNAM.
- 9.- Hardin, B. D., y Drnevich, V. P. (1972) "Shear Modulus and - Damping in Soils II. Design Equations and Curves". Journal of the Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE. Vol. 98, No. - SM7. Julio. pp. 667-692.
- 10.- Johnson G. R., Christiano, P. and Howard I. (1975) "Stiffness Coefficients for Embedded Footings", Journal of the Geotechnical Eng'g Division. ASCE. Vol. 101, No. GT8. pp. 789-800.
- 11.- Lambe, T. W., and Whitman R. V. (1969) "Soil Mechanics" John Wiley & Sons, Inc. Nueva York. pp. 228.
- 12.- Lysmer, J. (1965) "Vertical Motion of Rigid Footings", Dept. of Civil Eng., Univ. Of Michigan Report to WES. Contract - - Report No. 3-115
- 13.- Reissner, E. (1936) "Stationare, axialsymmetrische durch eine Schuttelnde Masse erregte Schwingungen eines homogenen elastischen Halbraumes", Ingenieur Archiv, Vol. 7, Part 6. Diciembre, pp. 381-396.

- 14.- Richart, F. E., Jr., y Whitman, R. V. (1967), "Comparison of Footing Vibration Tests with Theory", J. Soil Mech. and Found. Div. Proc. ASCE. Vol. 93, No. SM6, Nov. pp. 143 - 168.
- 15.- Richart, F. E., Jr., Hall, J. R. y Woods, R. D. (1970) "Vibrations of Soils and Foundations", Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- 16.- Seed, H. B., y Idriss, I. M. (1970) "Soil Moduli and Damping Factors For Dynamic Response Analysis" Report No. EERC 70-10 University of California Berkeley, Calif. Diciembre.
- 17.- Sung, T. Y. (1953), "Vibrations in Semi-Infinite Solids due to Periodic Surface Loadings", Symposium on Dynamic Testing of Soils. ASTM-STP No. 156. pp. 35-64.
- 18.- Terzaghi, K. (1955) "Evaluation of coefficients of subgrade reaction". Geotechnique, V. pp. 297-326.
- 19.- Whitman, R. V. (1966) "Analysis of Foundation Vibrations". Proceedings of Vibration in Civil Engineering. Publicado por Butterworths. Londres, Inglaterra.
- 20.- Whitman, R. V. (1973). Notas de Dinámica de Suelos. Massachusetts Institute of Technology.
- 21.- Whitman, R. V., y Richart, F. E. Jr. (1967) "Design Procedures for Dynamically Loaded Foundations", J. Soil Mech. and Found. Div., Proc. ASCE. Vol. 93 No. SM6. Nov. pp. 169-193.

## APENDICE II NOMENCLATURA

Los símbolos empleados en el presente artículo se dan a continuación, excepto aquellos donde específicamente se indican.

$a$  = exponente empleado en la Ec. # 13

$a_0$  =  $\Omega R/C_s$ ; relación de frecuencias

$b$  =  $M/\rho R^3$ ; relación de masas

$B$  = ancho de cimentación

$B_v, B_h, B_r$  = coeficientes para zapatas rectangulares (Fig. 11)

$c$  = coeficientes de amortiguamiento

$c_{critico} = 2 \sqrt{kM}$

$C_s = \sqrt{G/\rho}$  ; velocidad de propagación de las ondas transversales

- $C_D = \sqrt{E/\rho}$ ; velocidad de ondas dilatantes  
 $D$  = diámetro de la cimentación  
 $D_0 = c/2 \sqrt{kM}$ ; relación de amortiguamiento  
 $E$  = módulo de Young del suelo  
 $f_1, f_2$  = funciones empleadas en la teoría del semi-espacio  
 $f_n$  = frecuencia de resonancia  
 $F(t)$  = fuerza que se aplica en la cimentación  
 $FDC$  = factor dinámico de carga  
 $G = E/2(1+\mu)$ ; módulo al cortante  
 $h$  = profundidad equivalente  
 $H$  = altura de probeta  
 $I$  = momento de inercia  
 $k$  = constante del resorte  
 $k_v = \frac{4GR}{1-\mu}$   
 $L$  = largo de la cimentación (en el plano de cabeceo)  
 $M$  = masa equivalente  
 $P$  = fuerza aplicada directamente por la máquina a la cimentación  
 $Q$  = fuerza aplicada por la cimentación al suelo  
 $R$  = radio de la cimentación o radio equivalente.  
 $S_u$  = resistencia no drenada del suelo  
 $T = 2\pi / \sqrt{k/M}$ ; período natural  
 $w$  = desplazamiento vertical del suelo  
 $x$  = desplazamiento del sistema equivalente  
 $X_0$  = amplitud de desplazamiento  
 $X_1 = \frac{1-\mu}{4} \frac{f_1}{f_1^2+f_2^2}$   
 $X_2 = \frac{1-\mu}{4} \frac{f_2/a_0}{f_1^2+f_2^2}$

## Nomenclatura griega

- $\alpha$  = ángulo de desplazamiento  
 $\gamma_m$  = peso volumétrico del suelo  
 $\lambda$  = longitud de onda  
 $\mu$  = relación de Poisson  
 $\rho$  = masa específica del suelo  
 $\sigma_0$  = esfuerzos de confinamiento  
 $\sigma_v$  = esfuerzos verticales normales  
 $\omega = \sqrt{k/M}$ ; frecuencia circular natural  
 $\Omega$  = frecuencia circular de excitación

## APENDICE III EJEMPLO DE APLICACION

Se requiere determinar las dimensiones que debe tener la cimentación cuadrada de una máquina que pesa 2720 Kg (6000 lb), tiene una fuerza dinámica de 680 Kg (1500 lb), y opera con una frecuencia de 10 ciclos por segundo. Los requisitos que debe cumplir la cimentación son: 1) la máquina necesitará quedar a 2 metros sobre el nivel natural del terreno, y 2) la velocidad de las partículas deberá ser menor de 0.075 cm/seg (0.03 pulg/seg).

Datos del terreno de cimentación. Se trata de un limo arcillo arenoso duro, con un peso volumétrico = 1.92 Ton/m<sup>3</sup> (120 lb/pie<sup>3</sup>). Los valores de la velocidad de onda al cortante, medidos in-situ, están dados por la Fig. 3-1.

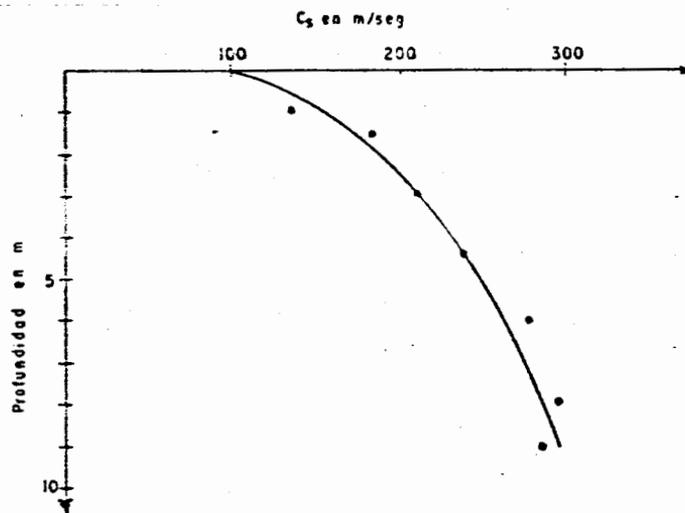


Fig 3-1 Valores in-situ de  $C_s$  vs profundidad

Los resultados de una prueba de placa cuadrada, de 1' x 1', están dados por la Fig. 3-2.

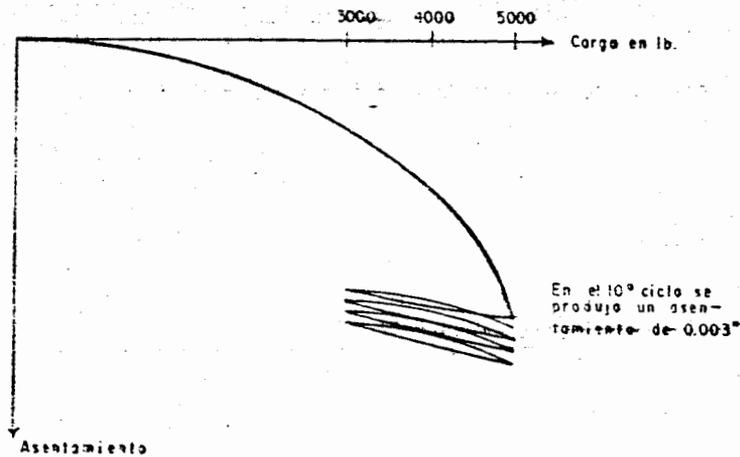


Fig 3-2 Datos de la prueba de Placa

Cálculo de G. El valor de k, usando los datos de la prueba de placa, es:

$$k = \frac{2000 \times 12}{0.003} = 8 \times 10^6 \text{ lb/pie} = 12 \times 10^6 \text{ Kg/m}$$

De la tabla III y Fig. 11, para una cimentación cuadrada y asignando un valor de  $\mu = 0.35$ , se tiene:

$$G = \frac{k_v (1-\mu)}{2.16 B} = \frac{8 \times 10^6 (1-0.35)}{2.16 \times 1} = 2.4 \times 10^6 \text{ lb/pie}^2$$

o sea,  $G = 1.187 \times 10^3 \text{ Kg/cm}^2 \dots\dots\dots(3-1)$

Se checará ahora este valor de G con las mediciones obtenidas in-situ de  $C_s$ . Para ello se determinará el valor del esfuerzo a mitad del bulbo de presiones en la placa. El radio equivalente para este caso sería:

$$r = \sqrt{1/\pi} = 0.564'$$

$$D = 1.12'$$

$$3/4 D = 0.85'$$

Los esfuerzos verticales a la mitad del bulbo:

$$\sigma_v = 0.42^* \times 4000 \text{ lb/pie}^2 + 0.85' \times 120 \text{ lb/pie}^3 = 1782 \text{ lb/pie}^2$$

\*Factor de esfuerzos correspondiente a una profundidad de  $\frac{3}{4}D$

$$\sigma_v = 8815 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Profundidad equivalente} = \frac{8.815}{1.92} = 4.6 \text{ m.}$$

De la Fig. 3-1 se lee:  $C_s = 240 \text{ m/seg}$ ; o sea:

$$G = \rho C_s^2 = \frac{1920}{9.8} \times 240^2 = 1.13 \times 10^7 \text{ Kg/m}^2$$

o lo que es lo mismo:  $G = 1.13 \times 10^3 \text{ Kg/cm}^2 \dots\dots\dots(3-2)$

y se ve que los valores de (3-1) y (3-2) son prácticamente iguales. Por lo tanto, se usará el valor de G dado por (3-2) en el diseño preliminar.

Diseño preliminar. Regresando nuevamente a la Tabla III, se ve que para cimentaciones cuadradas el valor de k está dado por:

$$k_v = \frac{G}{1-\mu} 2.16 B$$

Sustituyendo valores se obtiene:

$$k_v = \frac{1.13 \times 10^7}{0.65} \times 2.16 \times B = 3.75 \times 10^7 B \dots\dots\dots(3-3)$$

(B en metros)

Suponiendo que la frecuencia de operación es relativamente pequeña con respecto a la de resonancia, se puede aplicar la siguiente simplificación:

$$V_{\max} = \Omega X_o = \Omega \frac{P_o}{k} \left| \frac{1}{1 - (\Omega/\omega)^2} \right| \approx \Omega \frac{P_o}{k}$$

O sea, el valor requerido de k será

$$k = \frac{P_o \Omega}{\text{vel. de diseño/Factor de Seg.}} = \frac{680 \times (2\pi \times 10)}{0.075/2} \text{ Kg/cm}$$

$$k = 1.14 \times 10^8 \dots\dots\dots(3-4)$$

De las Ecs. (3-3) y (3-4) se obtiene que  $B = 3\text{m}$ . Por lo tanto, puede suponerse como diseño preliminar la cimentación mostrada por la Fig. 3-3.

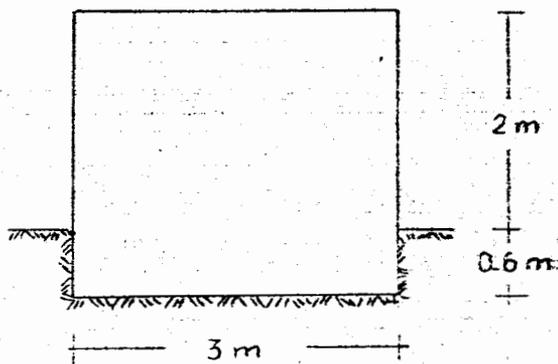


Fig. 3-3 Dimensiones preliminares del diseño de cimentación

Revisión del diseño preliminar. Haciendo ahora un análisis más detallado del diseño, se calculará la masa total del sistema:

a) Masa de la máquina

$$M_m = \frac{2720}{9.8} = 278 \frac{\text{Kg}}{\text{m/seg}^2}$$

b) Masa de la cimentación

$$M_m = \frac{\text{Vol} \times \gamma_{\text{concreto}}}{9.8} = \frac{3 \times 3 \times 2.6 \times 2400}{9.8} = \frac{56160}{9.8}$$

$$M_m = 5730 \text{ Kg/m/seg}^2$$

c) Masa efectiva de suelo

$$\text{Radio equivalente} = \sqrt{97 \pi} = 1.69 \text{ m.}; R^3 = 4.85 \text{ m}^3$$

$$b = \frac{M}{\rho R^3} = \frac{5730 + 278}{\frac{1920}{9.8} \times 4.85} = 6$$

$$B_v = \frac{1-\mu}{4} b = \frac{0.65 \times 6}{4} = 0.975$$

$$\text{De la Tabla III, } M_{ef.} = 0.27 \frac{M}{B_v} = \frac{0.27(6008)}{0.975} = 1663 \frac{\text{Kg}}{\text{m/seg}^2}$$

d) Masa total. Esta masa está dada por:

$$M_m + M_c + M_{ef} = 278 + 5730 + 1663 = 7671 \text{ Kg/m/seg}^2$$

Profundidad equivalente. Se estimará ahora el punto medio del bulbo de presiones. Para ello se calcularán primero los esfuerzos por peso propio al nivel de desplante.

$$\sigma_v = \frac{56,160 + 2720}{9} = 6.54 \text{ Ton/m}^2$$

A la mitad del bulbo de presiones los esfuerzos totales son:

$$\sigma_v (@ \frac{3}{4} D) = 0.42 \times 6.54 + \frac{3}{4} \times 3.33 \times 1.92 = 7.6$$

$$\text{Prof. equivalente} = \frac{7.6}{1.92} = 4 \text{ m.}$$

De la gráfica dada por la Fig. 3.1, se lee un valor de  $C_s = 230 \text{ m/seg}$ ; obteniendo ahora el valor de  $G$ , se tiene:

$$G = 230^2 \times \frac{1920}{9.8} = 1.03 \times 10^7 \text{ Kg/m}^2 = 1.03 \times 10^3 \text{ Kg/cm}^2$$

y el valor de  $k = 1.03 \times 10^7 \times 2.16 \times 3 = 1.03 \times 10^8 \frac{\text{Kg}}{\text{m}}$

Por tanto, la frecuencia natural del sistema es:

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.03 \times 10^8}{7671}} = 18.4 \text{ cps}$$

Cálculo de la velocidad máxima:

$$V_{\max} = \frac{\Omega P_0}{k} \frac{1}{1 - (\Omega/\omega)^2} = 62.8 \times \frac{680}{1.03 \times 10^8} \frac{1}{1 - (\frac{10}{18.4})^2}$$

$$V_{\max} = 5.8 \times 10^{-4} \text{ m/seg} = 0.058 \text{ cm/seg} \quad 0.075$$

Si se quiere tener un factor de seguridad mayor de  $0.075/0.058 = 1.29$ , deberá procurarse aumentar  $k$  sin que  $M$  aumente. Esto se consigue por ejemplo ampliando la base de la cimentación, pero reduciendo las dimensiones superiores. Para la cimentación mostrada en la Fig. 3-4, los resultados que se obtienen son los siguientes:

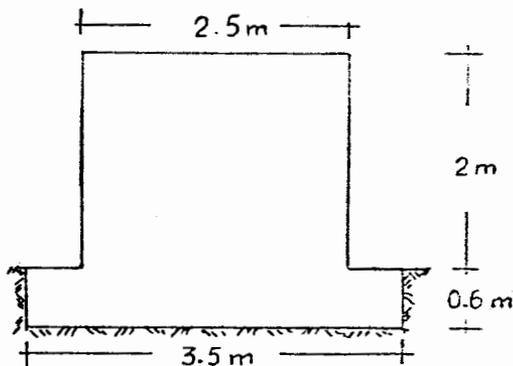


Fig. 3-4 Dimensiones Definitivas de la cimentación

$$M_m = 278 \text{ Kg/m/seg}^2$$

$$M_c = 4861 \text{ Kg/m/seg}^2$$

$$M_{ef} = 2504 \text{ Kg/m/seg}^2$$

$$M_{TOT} = 7643 \text{ Kg/m/seg}^2$$

$$C_s = 250 \text{ m/seg}$$

$$G = 1.22 \times 10^7 \text{ Kg/m}^2$$

$$k = 1.42 \times 10^8 \text{ Kg/m}$$

$$f_n = 21.7 \text{ cps}$$

$$V_{\max} = 0.038 \text{ cm/seg}$$

$$F.S. \approx 2$$

F/DEPFI/A-11/1980/EJ.2



702136