

# **DESCOMPRESION EN DEPOSITOS DE SUELOS IMPERMEABLES**

decompression of impermeable soil deposits

Leonardo Zeevaert, Ph. D.\*

JUNIO 1982

\* Profesor de la Sección de Mecánica de Suelos de la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería.

DESCOMPRESION EN DEPOSITOS DE SUELOS IMPERMEABLES

por

LEONARDO ZEEVAERT\*, Ph.D.

\* Profesor de la División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería,  
UNAM, México 21, D.F.

## SINOPSIS

Durante la descarga de depósitos de suelos finos con motivo de la excavación se observa en múltiples casos una expansión aproximadamente en relación directa a la descarga. Este fenómeno no parece estar de acuerdo con la acción reversible que expresa la "Teoría de Consolidación". La desviación de la teoría puede atribuirse al contenido de gas en los poros del suelo y en el agua de poro. Este trabajo está dedicado a investigar teóricamente la importancia de este fenómeno bajo deformación lateral nula.

## EXPANSION DEL GAS EN LOS POROS DEL SUELO

Los sedimentos finos como arcilla, arcilla limosa y limo arcilloso se encuentran en ambientes lacustres o marinos. Estos pueden considerarse de compresibilidad media a alta y muy alta, y algunos de ellos se comportan con gran plasticidad y viscosidad intergranular durante la compresión<sup>(1)</sup>. El coeficiente de compresibilidad volumétrica unitaria ( $m_{vc}$ ) puede llegar a ser hasta 0.1 cm<sup>2</sup>/kg. Cuando se descarga el suelo, éste muestra un rebote elástico que se efectúa con un coeficiente de expansión volumétrico unitario ( $m_{ve}$ ) mucho menor que el valor del coeficiente de compresibilidad volumétrico unitario ( $m_{vc}$ ). Por lo tanto, la relación del coeficiente de expansión ( $c_{ve}$ ) al de consolidación ( $c_{vc}$ ) tiene aproximadamente el siguiente valor

$$\frac{c_{ve}}{c_{vc}} \approx \frac{m_{vc}}{m_{ve}} \quad (1)$$

De la expresión (1) se reconoce que cuando el agua de poro está libre de aire, el retardamiento hidrodinámico por expansión se presenta más rápidamente que para la compresión debido a la consolidación.

Por otro lado, los poros del suelo y el agua de poro de los sedimentos finos lacustres contienen gas orgánico y dióxido de carbono, a causa de la descomposición de materia orgánica. El contenido de gas puede encontrarse en los poros del suelo y también en solución en el agua de poro, bajo la presión hidrostática existente. La acción bacteriana en estos suelos produce gas orgánico en forma de burbujas en los poros del suelo. Las muestras inalteradas de estos suelos nunca se presentan con 100% de saturación en el laboratorio. Cuando el suelo puede considerarse inorgánico el grado de saturación puede ser del orden de 98% a 99% dependiendo de la profundidad a la cual fue extraída la muestra. En los suelos inalterados que contienen materia orgánica, el grado de saturación determinado en el laboratorio puede ser mucho menor que 98%.

Supongamos que a la profundidad  $z$  de la superficie del terreno los poros de suelo contienen un pequeño volumen de gas  $v_b$ , y en el agua de poro un volumen de gas en solución de  $v_a$  bajo la presión  $(p_a + u)$ . En donde,  $p_a$  es la presión atmosférica y  $u$  la presión hidrostática existente en el agua de poro, Fig 1a. Al reducirse la presión del agua en  $\Delta u$  debido a un alivio de esfuerzos efectivos, el volumen de gas en los poros del suelo se incrementa y el gas disuelto en el agua de poro decrecerá bajo la presión;  $(p_a + u - \Delta u)$ .

La ley de Boyle-Mariotte establece que para la misma temperatura el producto del volumen de gas por la presión a la cual el gas está sometido es constante;  $P \cdot V = \text{constante}$ . Por otro lado, la ley de Henry<sup>(2)</sup> establece que el volumen de gas disuelto en el agua a la misma temperatura es proporcional al volumen del agua y a la presión. De aquí, que a una temperatura constante la ley de Boyle-Mariotte y Henry se pueden escribir como sigue:

$$(V_1 + \alpha V_w) P_1 = V_2 \cdot P_2 = \text{constante} \quad (2)$$

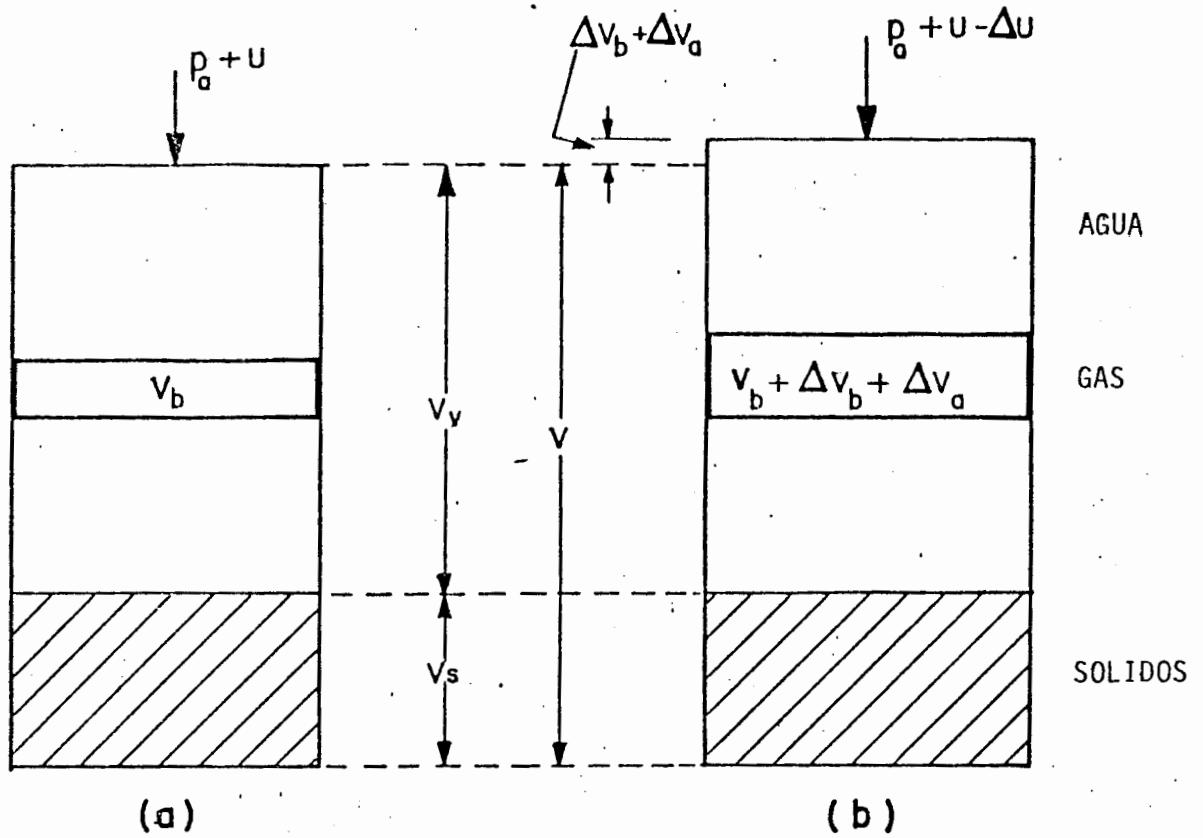


FIG 1. CONSTITUYENTES DEL SUELO

En donde,  $\alpha = 0.0187$  es el coeficiente para el aire a  $20^\circ\text{C}$  y a  $1.033 \text{ kg/cm}^2$  de presión. El valor de  $V_w$  puede ser considerado como el volumen de agua contenido en los poros del suelo<sup>(3)</sup>, Fig 2.

Según la expresión (2) obtenemos

$$(v_b + \alpha V_w)(p_a + u) = (v_b + \Delta v_b + \alpha V_w)(p_a + u - \Delta u)$$

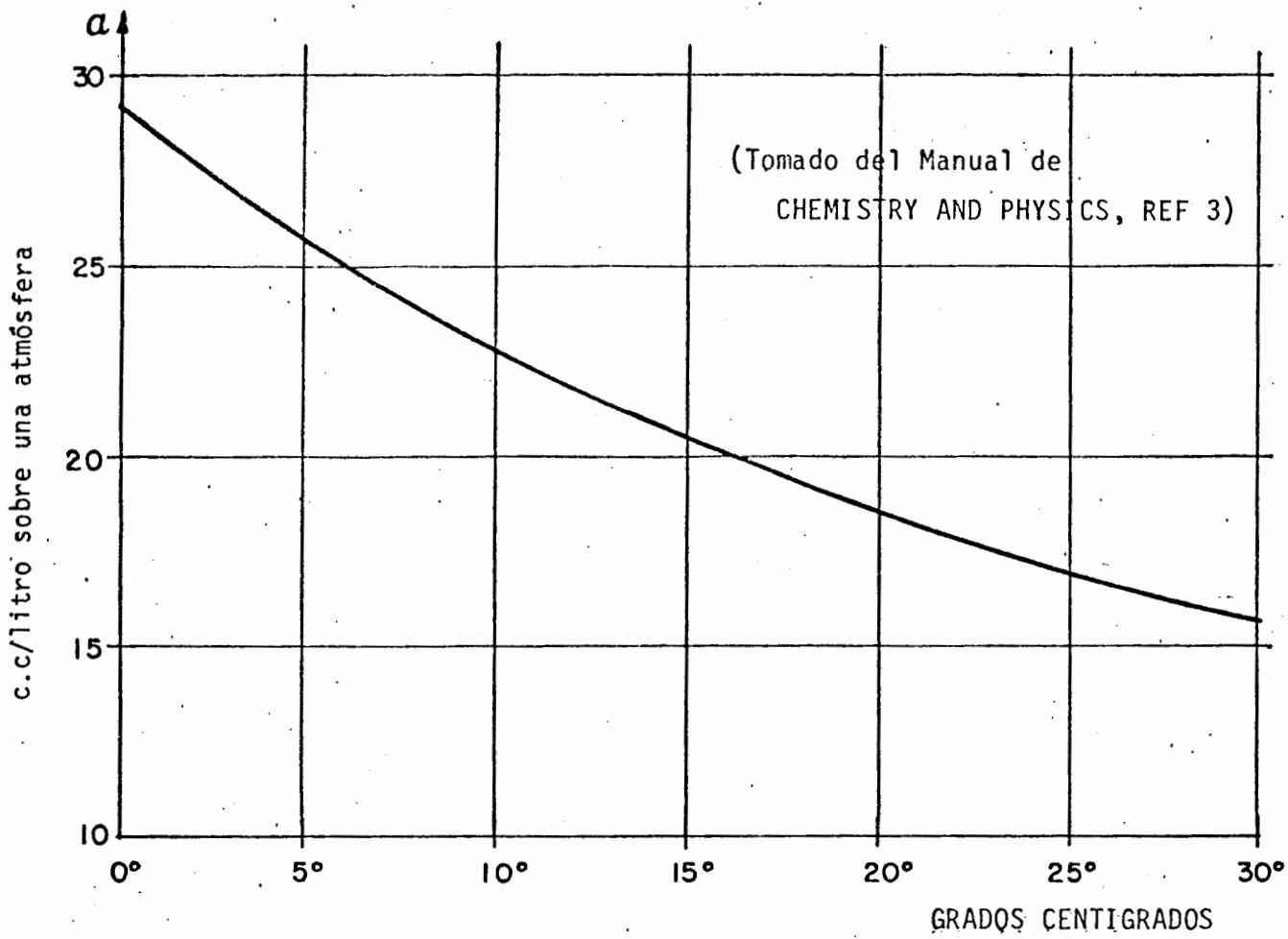


FIG 2. PARAMETRO DE LA LEY DE HENRY DEL AIRE A  
UNA ATMOSFERA DE PRESION LIBRE DE CO<sub>2</sub> Y  
NH<sub>3</sub>

Por consiguiente, el cambio en el volumen de gas a causa del cambio en la presión hidráulica  $\Delta u$  puede expresarse como sigue:

$$\Delta v_b = \frac{\Delta u}{p_a + u - \Delta u} (v_b + \alpha V_w) \quad (3)$$

La deformación volumétrica impuesta a la estructura del suelo a causa del incremento en el volumen de gas es:

$$\Delta \epsilon_{va} = \frac{\Delta v_b}{V} \quad (4)$$

en la cual  $V$  representa el volumen total del suelo, Fig 1b.

Por consiguiente

$$\Delta \epsilon_{va} = \frac{\Delta u}{p_a + u - \Delta u} \left( \frac{v_b}{V} + \alpha \frac{v_w}{V} \right) \quad (5)$$

aquí;  $\frac{v_b}{V} = n(1 - \%S_0)$ , y  $v_w/V = \%S_0 \cdot n$ , donde  $n$  y  $\%S_0$  son la porosidad y el grado de saturación inicial del suelo respectivamente, en la condición "in-situ". De la expresión (5) podemos determinar el coeficiente de expansión volumétrico unitario del gas. De acuerdo con  $m_{va} = \frac{\Delta \epsilon_{va}}{\Delta u}$ , obtenemos:

$$m_{va} = \frac{n \{1 - \%S (1 - \alpha)\}}{(p_a + u - \Delta u)} \quad (6)$$

Conociendo ( $m_{va}$ ) podremos calcular la deformación volumétrica del gas para un cambio  $\Delta u$  en la presión del agua:

$$\Delta \epsilon_{va} = m_{va} \cdot \Delta u \quad (7)$$

Obsérvese de (6), sin embargo, que ( $m_{va}$ ) es también una función del cambio de la presión del agua  $\Delta u$ , que se espera.

#### TEORIA DE CONSOLIDACION Y EXPANSION

La acción reversible de la "Teoría de Consolidación"<sup>(4)</sup> nos dá la expansión volumétrica de la estructura del suelo con el tiempo, si consideramos que el agua en los poros del suelo se encuentra 100% de-airada.

Por tanto,

$$\Delta \epsilon_{ve} = m_{ve} \cdot F(T_{ve}) \cdot \Delta \sigma \quad (8)$$

aquí el factor tiempo tiene el valor

$$T_{ve} = \frac{c_{ve}}{H^2} t \quad (9)$$

y el coeficiente de expansión

$$c_{ve} = \frac{k}{m_{ve} \cdot \gamma_w}$$

Expresemos el grado de expansión elástica promedio por  $\%U_e = F(T_{ve})$  y el porcentaje de expansión por  $U_e \% = 100\% F(T_{ve})$ .

La estructura del suelo se expande en un valor igual al cambio de volumen de gas hasta un esfuerzo efectivo igual a  $\Delta\sigma_1$ . La expansión retardada a causa del fenómeno hidrodinámico se presentará con un esfuerzo igual a  $(\Delta\sigma - \Delta\sigma_1) = \Delta\sigma_2$ .

A largo plazo el esfuerzo efectivo en la estructura del suelo será  $\Delta\sigma = \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2$  e igual al alivio de esfuerzo total. Por tanto, podemos escribir lo siguiente:

$$\Delta\varepsilon_{ve} = m_{ve} \Delta\sigma_1 + m_{ve} \Delta\sigma_2 \cdot F(T_{ve}) \quad (10)$$

La expansión del gas  $\Delta\varepsilon_{va}$  permite que se presente una deformación volumétrica en la estructura del suelo, debido al rebote elástico igual al primer término del segundo miembro de la ecuación (10), por consiguiente de (8) obtenemos (5)(6)

$$m_{va} \cdot \Delta u = m_{ve} \cdot \Delta\sigma_1$$

El cambio volumétrico debido a la expansión del gas se logra con  $\Delta u = \Delta\sigma$ , por tanto:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{m_{va}}{m_{ve}} \cdot \Delta\sigma \quad (11)$$

Sustituyendo en la (10) obtenemos

$$\Delta \epsilon_{va} = m_{va} \Delta \sigma + m_{ve} (\Delta \sigma - \frac{m_{va}}{m_{ve}} \Delta \sigma) F(T_{ve})$$

o bien

$$\Delta \epsilon_{va} = m_{ve} \Delta \sigma \left\{ \frac{m_{va}}{m_{ve}} + \left(1 - \frac{m_{va}}{m_{ve}}\right) F(T_{ve}) \right\} \quad (12)$$

Examinando la expresión (12) se puede reconocer que la expansión libre del suelo es una función de la relación  $\frac{m_{va}}{m_{ve}} = \%U_0$ , o grado de expansión inicial; llamemos también

$$\frac{\Delta \epsilon_{ve}}{m_{ve} \Delta \sigma} = \% \bar{U}_e , \quad \text{grado medio de expansión incluyendo el fenómeno hidrodinámico}$$

$$F(T_{ve}) = \%U_e , \quad \text{la función de Terzaghi para el grado medio de expansión (agua de poro de-airada).}$$

De acuerdo a las definiciones anteriores escribimos:

$$\% \bar{U}_e = \%U_0 + (1 - \%U_0) (\%U_e) \quad (13)$$

La expresión (13) puede ser escrita en la siguiente forma conveniente, Fig 2.

$$(100\% - \bar{U}_e \%) = (100\% - U_0 \%) + (100\% - U_0 \%) \left( \frac{U_e \%}{100\%} \right)$$

o bien

$$(100\% - \bar{U}_e \%) = (100\% - U_e \%) \frac{(100\% - U_0 \%) }{100\%} \quad (14)$$

La ecuación (14) es idéntica a la dada por Terzaghi<sup>(4)</sup> para la consolidación de suelos con contenido de gas, Fig 3. El grado de expansión libre o compresión a causa del contenido de gas se cuantifica por medio del valor

$$U_0 \% = 100 \% \frac{m_{va}}{m_{ve}}$$

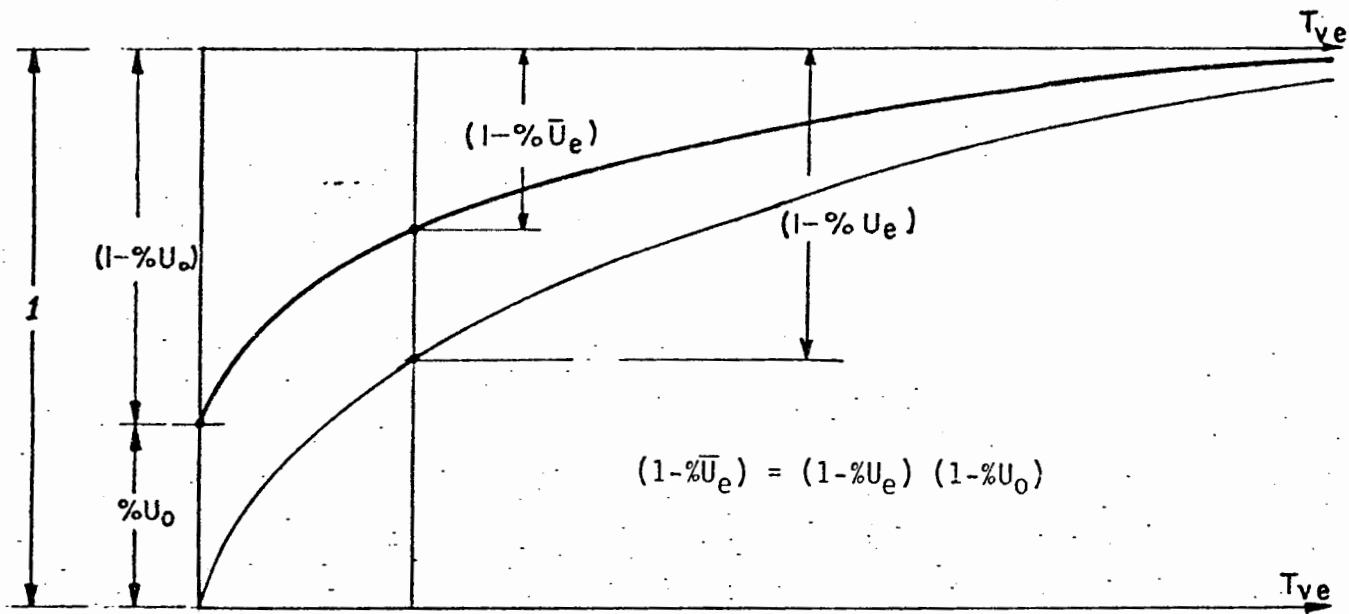


FIG 3. CURVA DE EXPANSION VS TIEMPO

Para el caso de la expansión usamos la expresión (6) obteniendo lo siguiente

$$\%U = \frac{n \{ 1 - \%S_0 (1 - \alpha) \}}{(p_a + u - \Delta u) m_{ve}} \quad (15)$$

De la (15) puede reconocerse que cuando  $\%U_0 \geq 1$  la expansión total se presenta al mismo tiempo que se descarga el suelo.

En suelos arcillosos, sin embargo, conteniendo minerales de arcilla activos el alivio de esfuerzos efectivos permite la entrada de moléculas de agua a la estructura del mineral de arcilla, produciéndose el hinchamiento del suelo. Llamaremos al fenómeno antes mencionado; EXPANSION "S" para establecer la diferen-

cia con la EXPANSION "E", esto es, expansión elástica<sup>(1)</sup>.

La EXPANSION "S" se presenta cuando la estructura del suelo se alivia de esfuerzos efectivos, y es una función lenta del tiempo que puede estar implícita con la expansión a largo plazo.

El fenómeno no ha sido completamente investigado. Sin embargo, en casos donde la expansión inicial  $\%U_0 \approx 1$ , como sucede en ocasiones en la arcilla limosa volcánica de la Cd. de México, la EXPANSION "S" puede ser observada fácilmente. Veánsen los casos reportados por el autor en la referencia (1), páginas 305 y 616.

#### EJEMPLO PRACTICO

Un depósito de arcilla volcánica de origen lacustre de 500 cm de espesor está limitado por un estrato de arena en la parte superior e inferior. El suelo está clasificado como una arcilla limosa café rojizo semirígida con conchas microscópicas y diatomeas. El suelo presenta compresibilidad alta. La muestra fue extraída de una profundidad de 14.75 m, bajo un esfuerzo efectivo vertical de  $0.97 \text{ kg/cm}^2$  y una presión hidráulica de  $1.02 \text{ kg/cm}^2$ . La presión atmosférica es  $0.771 \text{ kg/cm}^2$ . El suelo tiene las siguientes características geotécnicas estimadas para las condiciones "in-situ" de los datos de laboratorio

- |                                                        |                                         |
|--------------------------------------------------------|-----------------------------------------|
| 1) relación de vacíos                                  | $e = 7.0$                               |
| 2) porosidad                                           | $n = 0.88$                              |
| 3) grado de saturación                                 | $S_0 \% = 99\%$                         |
| 4) coeficiente unitario de compresibilidad volumétrica | $m_{VC} = 0.042 \text{ cm}^2/\text{kg}$ |

5) coeficiente unitario de expansión volumétrica

$$m_{ve} = 0.020 \text{ cm}^2/\text{kg}$$

6) coeficiente de consolidación por compresión

$$c_{vc} = 0.0005 \text{ cm}^2/\text{seg}$$

Los valores arriba mencionados corresponden a un rango de esfuerzo efectivo del orden de  $\sigma_0 = 0.97 \text{ K/cm}^2 \pm 25\%$ , y para un decremento o incremento de esfuerzos de  $0.25 \text{ K/cm}^2$ , respectivamente. La excavación que se lleva a cabo para colocar una cimentación reduce el esfuerzo efectivo al centro del estrato de arcilla en  $\Delta\sigma = 0.25 \text{ K/cm}^2$ , por tanto, deseamos conocer el fenómeno de expansión sobre la base de que la deformación horizontal es despreciable. Por lo cual, usamos las expresiones (14) y (15) respectivamente.

Sustituyendo los valores numéricos en (15) obtenemos

$$\%U_0 = \frac{0.88 \{1 - 0.99(1 - 0.0187)\}}{(0.77 + 1.02 - 0.25) 0.020}$$

$$\%U_0 = 0.81.$$

El valor máximo para obtener la expansión total libre del estrato del suelo es  $\%U_0 = 1$ .

De la (14), sin embargo, obtenemos  $(100\% - \bar{U}_e \%) = 0.19 (100\% - U_e \%)$ , o bien

$$\bar{U}_e \% = 81\% + 0.19 U_e \%$$

Este resultado muestra que la expansión del estrato tendrá lugar aproximadamente al mismo tiempo que el suelo sea descargado, y en un 81% de acuerdo a

$$\Delta\epsilon_{ve} = 0.81 m_{ve} \cdot \Delta\sigma$$

numéricamente:

$$\Delta\epsilon_{ve} = 0.81 (0.020) (0.25) = 0.00405$$

El estrato de arcilla limosa sufrirá una expansión libre del orden de  $0.00405 \times 500 = 2.03$  cm. Para este caso, se concluye que la acción reversible de la teoría de consolidación se aplica solamente en un 19%. Para estimar el retardamiento hidrodinámico de la segunda parte de la expansión calculamos el factor tiempo  $T_{ve} = \frac{c_{ve}}{H^2} t$ . De la (1) obtenemos el coeficiente de expansión,

$$c_{ve} = \frac{0.042}{0.020} (0.0005) = 0.00105 \text{ cm}^2/\text{seg}$$

de donde

$$T_{ve} = \frac{0.00105}{(250)^2} 3.15 \times 10^7 \cdot t_y \quad \text{o} \quad T_{ve} = 0.53 t_y$$

De lo anterior se concluye que el 19% de la expansión tiene lugar en dos años aproximadamente y el 81% se presentará en la misma proporción que se origine la descarga.

Ahora supongamos que queremos investigar la recompresión del estrato de arcilla. Por tanto, tenemos que empezar conociendo el grado de saturación reducido a causa de la descarga. En la condición de descarga obtuvimos antes un incremento de deformación volumétrica igual a  $\Delta\epsilon_{ve} = 0.00405$ . El grado de saturación en la condición de descarga es

$$\%S_u = \%S_e + \Delta(\%)$$

pero

$$\Delta(\%) = - \frac{\Delta\epsilon_{va}}{n}$$

$$\Delta(\%) = - \frac{0.00405}{0.88} = -0.0046$$

$$\%S_u = 0.985$$

Calculamos el grado de compresión inicial usando la expresión (15) como sigue:

$$\%U_0 = \frac{n \{1 - \%S_u(1 - \alpha)\}}{\{(p_a + u - \Delta u) + \Delta u\} m_{vc}}$$

sustituyendo valores numéricos

$$\%U_0 = \frac{\{1 - 0.985 (1 - 0.0187)\} 0.88}{\{(0.77 + 1.02 - 0.25) + 0.25\} 0.042}$$

$$\%U = 39\%$$

De estos resultados concluimos que al reaplicar la carga de  $\Delta\sigma = 0.25 \text{ kg/cm}^2$  el estrato de suelo se comprimirá en la misma proporción de la aplicación de dicha carga en un 39%. Después el suelo se satura y la teoría de consolidación es aplicable en un 61%, de donde:

$$\bar{U}_e \% = 39\% + 0.61 U_e \%$$

El factor tiempo de consolidación será:

$$T_{vc} = \frac{0.0005}{(250)^2} 3.15 \times 10^7 \cdot t_y$$

$$T_{vc} = 0.25 t_y$$

De donde se concluye que la consolidación teórica del estrato de arcilla limosa se presentará en aproximadamente cuatro años y la compresión total será del orden de:

$$\delta_u = 0.042 (500) (0.25) (0.39 + 0.61)$$

$$\delta_u \doteq 5.25 \text{ cm}$$

## CONCLUSIONES

El análisis aproximado que aquí se presentó para evaluar la EXPANSION "E" demuestra que el alivio de esfuerzos efectivos se puede presentar en gran parte durante la EXPANSION "E", y al mismo tiempo que se origina dicho alivio de esfuerzos. Esta conclusión está de acuerdo con las observaciones de campo efectuadas durante las excavaciones. Aun más, también se reconoce que la EXPANSION "S" puede ser importante en suelos que contienen minerales de arcilla activos. Este fenómeno es una función del tiempo. A la fecha solamente se han realizado observaciones de este fenómeno en el campo.

REFERENCIAS

1. Zeevaert, L., "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand Reinhold Co., New York
2. Chassagny, M., "Curso Elemental de Física", Hachete, Co., París, p. 192
3. Hodgman, C.D., "Handbook of Chemistry and Physics", Chemical Rubber Publ. Co., Cleveland Ohio, p. 1341
4. Terzaghi, K., "Theoretical Soil Mechanics", McGraw-Hill Co., p. 290
5. Skempton, A.W., "The Pore Pressure Coefficients A and B", Geotechnique, Vol. IX, 1954, London, p. 143
6. Kèsdi, A., "Manual de la Mecánica de Suelos", Universidad Central de Venezuela, Caracas (1975)

DECOMPRESSION OF IMPERMEABLE SOIL DEPOSITS

by

LEONARDO ZEEVAERT\*, Ph.D.

\* Professor at the División de Estudios de Posgrado, Facultad de Ingeniería,  
UNAM, México 21, D.F.

## SYNOPSIS

During unloading of fine soil deposits because of excavation it is observed in many cases a heave taking place approximately at the same unloading rate. This phenomenon appears not to be in general agreement with the reversible action given by the Theory of Consolidation. The deviation from the theory may be attributed to the gas content in the soil pores and in the pore water. This paper is devoted to investigate theoretically the importance of this phenomenon under zero lateral deformation.

## EXPANSION OF GAS IN THE SOIL PORES

The fine sediments like clay, silty clay and clayey silt are founded in lacustrine or marine environments. They may be considered of medium to high and very high compressibility, and some of them behave with large plasticity and intergranular viscosity during compression<sup>(1)</sup>. The coefficient of unit volume compressibility ( $m_{vc}$ ) may be as large as  $0.1 \text{ cm}^2/\text{kg}$ . When unloaded, the soil shows elastic rebound with a coefficient of unit volume expansion ( $m_{ve}$ ) much smaller than the value of the coefficient of unit volume compressibility ( $m_{vc}$ ). Therefore, the ratio of the coefficient of expansion ( $c_{ve}$ ) to that of consolidation ( $c_{vc}$ ) has approximately the following value

$$\frac{c_{ve}}{c_{vc}} \approx \frac{m_{vc}}{m_{ve}} \quad (1)$$

From expression (1) it is recognized that for soil pores free of air the hydrodynamic retarded expansion takes place faster than the compression due to consolidation.

On the other hand, the soil pores and pore water of lacustrine fine sediments contain gas, organic, and carbon dioxide, because of the decay of organic matter. The gas content may be encountered in the soil pores and also in solution in the pore water under the existent hydrostatic pore water pressure. The bacteria action in these soils produce free organic gas in the form of bubbles in the soil pores. Undisturbed samples of these soils never show in the laboratory 100% saturation. When the soil may be considered inorganic the degree of saturation may be on the order of 98% to 99% depending of the depth at which the sample was taken. In undisturbed soils containing organic matter, the degree of saturation determined in the laboratory may be much smaller than 98%.

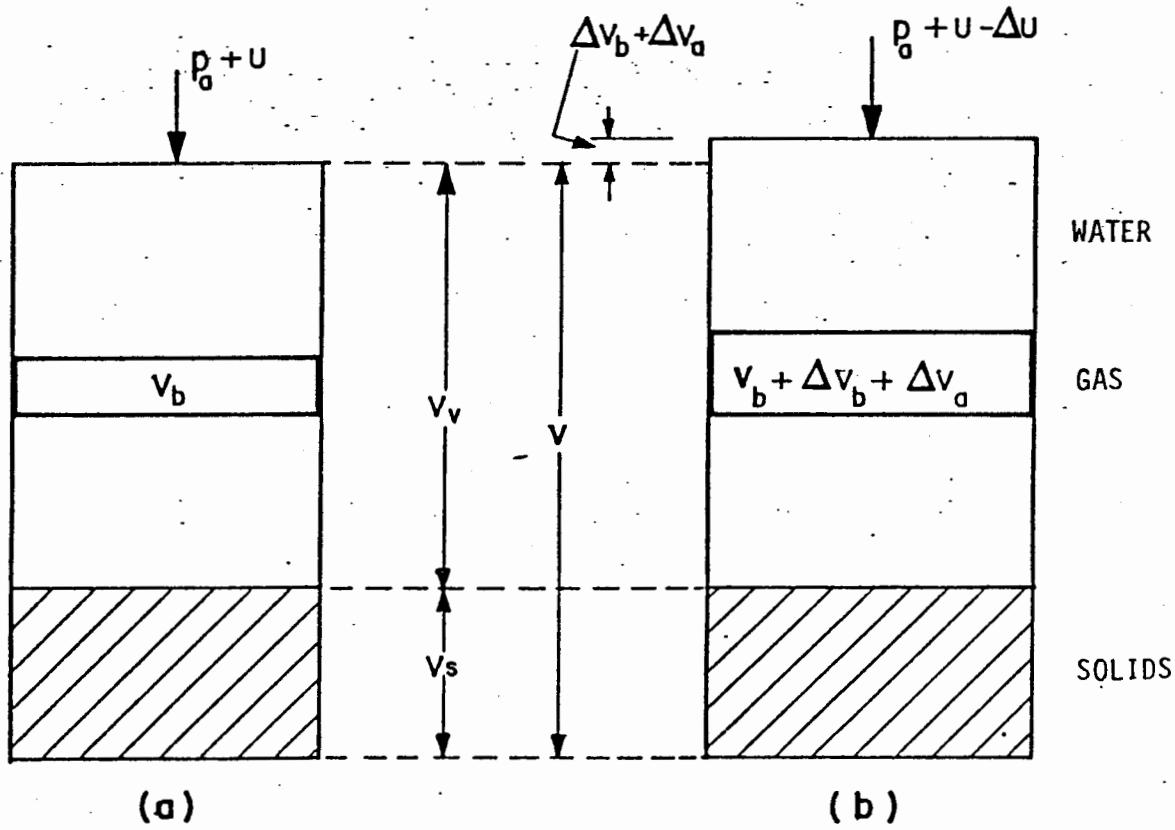


FIG 1. SOIL CONSTITUENTS

Assume that at a depth  $z$  from the ground surface the soil pores contain a small volume of gas  $v_b$ , and the pore water a volume of gas in solution of  $v_w$  under the pressure  $(p_a + u)$ . Here,  $p_a$  is the atmospheric pressure and  $u$  is the existent hydrostatic pore water pressure, Fig 1a. Upon reducing the pore water pressure in  $\Delta u$ , because of a relief in effective stress, the volume of gas in the soil pores will increase, and the dissolved gas in the pore water will decrease under the pressure;  $(p_a + u - \Delta u)$ .

The Boyle-Mariotte Law states that for the same temperature the product of the gas volume by the pressure at which the gas is subjected is a constant;  $P \cdot V = \text{constant}$ . On the other hand, Henry's Law<sup>(2)</sup> states that the volume of gas dissolved in water at the same temperature is proportional to the water volume, and pressure. Hence, at constant temperature accordingly to Boyle-Mariotte and Henry's Law we write:

$$(V_1 + \alpha V_w) P_1 = V_2 \cdot P_2 = \text{constant} \quad (2)$$

Here,  $\alpha = 0.0187$  is a coefficient for air at  $20^\circ\text{C}$ , and  $1.033 \text{ K/c}^2$  air pressure. The value of  $V_w$  may be considered to be the volume of water contained in the soil pores<sup>(3)</sup>, Fig 2.

According to (2) we obtain

$$(v_b + \alpha V_w) (p_a + u) = (v_b + \Delta v_b + \alpha V_w) (p_a + u - \Delta u)$$

Hence, the change in volume of gas because of the change in hydraulic pressure  $\Delta u$  may be written as follows:

$$\Delta v_b = \frac{\Delta u}{p_a + u - \Delta u} (v_b + \alpha V_w) \quad (3)$$

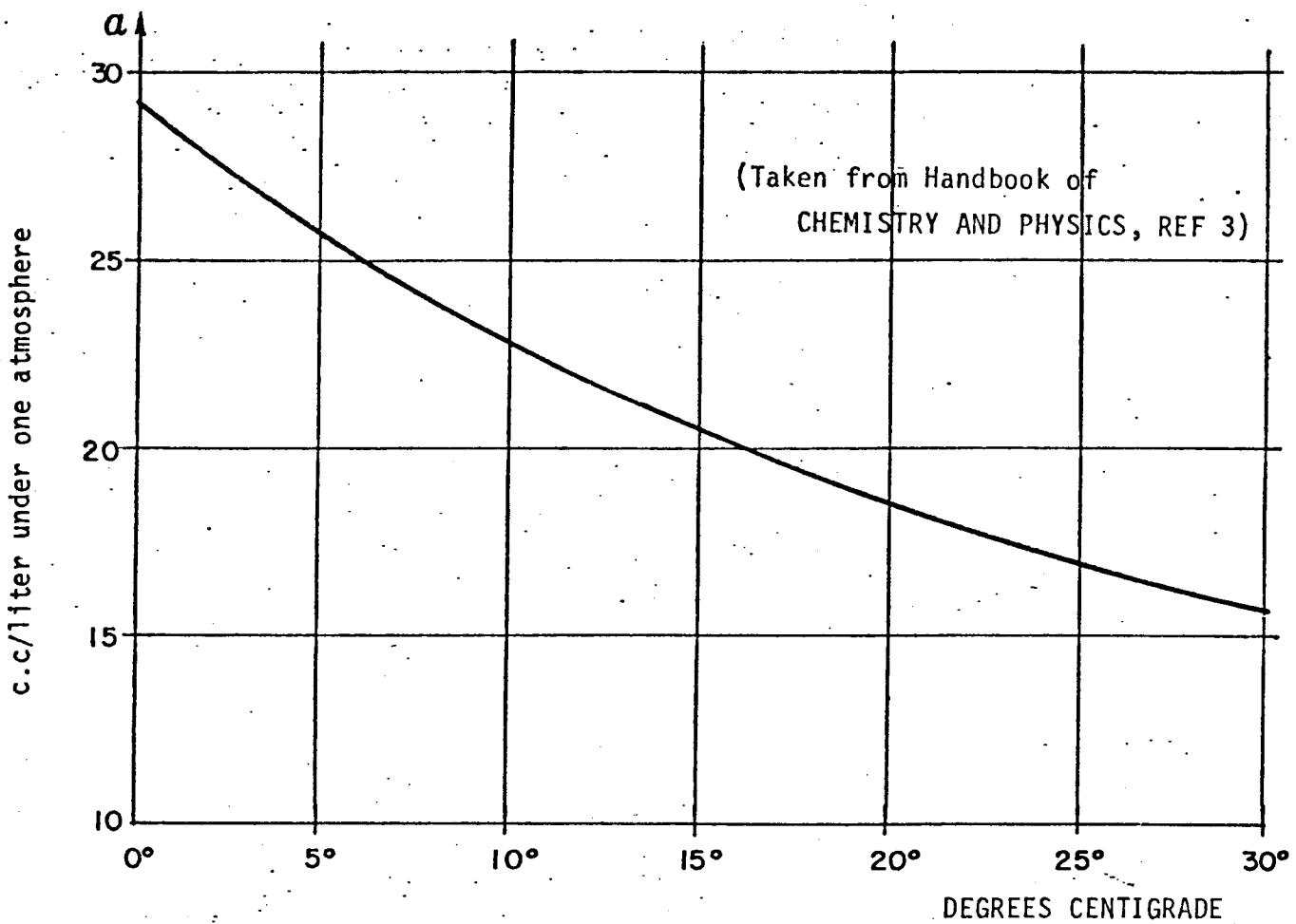


FIG 2. HENRY'S LAW PARAMETER FOR AIR AT ONE ATMOSPHERE PRESSURE, FREE OF CO<sub>2</sub> AND NH<sub>3</sub>

The volumetric strain imposed on the soil structure because of the increase in the gas volume is

$$\Delta \epsilon_{va} = \frac{\Delta v_b}{V} \quad (4)$$

in which  $V$  represents the soil total volume, Fig 1b.

Therefore, we write:

$$\Delta \epsilon_{va} = \frac{\Delta u}{p_a + u - \Delta u} \left( \frac{v_b}{V} + \alpha \frac{V_w}{V} \right) \quad (5)$$

here  $\frac{v_b}{V} = n(1 - \%S_0)$  and  $V_w/V = \%S_0 \cdot n$ , where  $n$  and  $\%S_0$  are the porosity and initial degree of saturation respectively, of the soil in the in-situ condition. From expression (5) we may determine the coefficient of unit volume expansion of the gas, according to  $m_{va} = \Delta\epsilon_{va}/\Delta u$ , we obtain:

$$m_{va} = \frac{n \{1 - \%S (1 - \alpha)\}}{(p_a + u - \Delta u)} \quad (6)$$

Knowing ( $m_{va}$ ) we calculate the volumetric gas strain for a change  $\Delta u$  in the water pore pressure:

$$\Delta\epsilon_{va} = m_{va} \cdot \Delta u \quad (7)$$

Notice from (6), however, that ( $m_{va}$ ) is also a function of the expected pore water pressure change  $\Delta u$ .

#### THEORY OF CONSOLIDATION AND EXPANSION

The reversible action of the Theory of Consolidation<sup>(4)</sup> gives us the volumetric expansion of the soil structure with time if we consider 100% de-aired water in the soil pores; hence,

$$\Delta\epsilon_{ve} = m_{ve} \cdot F(T_{ve}) \cdot \Delta\sigma \quad (8)$$

here the time factor has the value

$$T_{ve} = \frac{c_{ve}}{H^2} t \quad (9)$$

and the coefficient of expansion

$$c_{ve} = \frac{k}{m_{ve} \cdot \gamma_w}$$

We express the average degree of elastic expansion by  $\%U_e = F(T_{ve})$ , and the percent of expansion by  $U_e\% = 100\% F(T_{ve})$ .

The soil structure will expand in an equal value of the gas volume change and up to an effective stress equal to  $\Delta\sigma_1$ . The retarded expansion because of the hydrodynamic phenomenon takes place with a stress equal to  $(\Delta\sigma - \Delta\sigma_1) = \Delta\sigma_2$ .

On a long time basis the effective stress in the soil structure will be  $\Delta\sigma = \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2$  and equal to the total relieve of stress. Hence, we may write:

$$\Delta\varepsilon_{ve} = m_{ve}^{\Delta\sigma_1} + m_{ve}^{\Delta\sigma_2} \cdot F(T_{ve}) \quad (10)$$

The gas expansion  $\Delta\varepsilon_{va}$  allows to take place a soil structure volumetric strain due to elastic rebound equal to the first term of the second member of equation (10), hence from (8) we obtain<sup>(5)(6)</sup>

$$m_{va} \cdot \Delta u = m_{ve} \cdot \Delta\sigma_1$$

The volumetric change due to the gas expansion is achieved with  $\Delta u = \Delta\sigma$ , therefore:

$$\Delta\sigma_1 = \frac{m_{va}}{m_{ve}} \cdot \Delta\sigma \quad (11)$$

by substitution in (10) we obtain

$$\Delta\varepsilon_{va} = m_{va}^{\Delta\sigma} + m_{ve}^{\Delta\sigma} \left( \Delta\sigma - \frac{m_{va}}{m_{ve}} \Delta\sigma \right) F(T_{ve})$$

or

$$\Delta\varepsilon_{va} = m_{ve}^{\Delta\sigma} \left\{ \frac{m_{va}}{m_{ve}} + \left( 1 - \frac{m_{va}}{m_{ve}} \right) F(T_{ve}) \right\} \quad (12)$$

Examining expression (12) we may recognize that the free expansion of the soil is a function of the ratio  $\frac{m_{va}}{m_{ve}} = \%U_0$ , or initial degree of expansion, also we call:

$$\frac{\Delta e_{ve}}{m_{ve} \Delta \sigma} = \% \bar{U}_e \quad \text{average degree of expansion including the hydrodynamic phenomenon.}$$

$$F(T_{ve}) = \%U_e \quad \text{Terzaghi's function for average degree of expansion (de-aired pore water).}$$

According to the above definitions we write:

$$\% \bar{U}_e = \%U_0 + (1 - \%U_0) (\%U_e) \quad (13)$$

The expression (13) may be written in the following convenient form, Fig 2

$$(100\% - \bar{U}_e \%) = (100\% - U_0 \%) + (100\% - U_0 \%) \left( \frac{U_e \%}{100\%} \right)$$

or

$$(100\% - \bar{U}_e \%) = (100\% - U_e \%) \frac{(100\% - U_0 \%) }{100\%} \quad (14)$$

The equation (14) is identical with that given by Terzaghi<sup>(4)</sup> for consolidation of soils with gas content, Fig 3. The free degree of expansion or compression because of the gas content is rated by means of the value  $U_0 \% = 100\% m_{va}/m_{ve}$ .

In case of expansion using expression (6) the following is obtained

$$\%U = \frac{n \{ 1 - \%S_0 (1-\alpha) \}}{(p_a + u - \Delta u) m_{ve}} \quad (15)$$

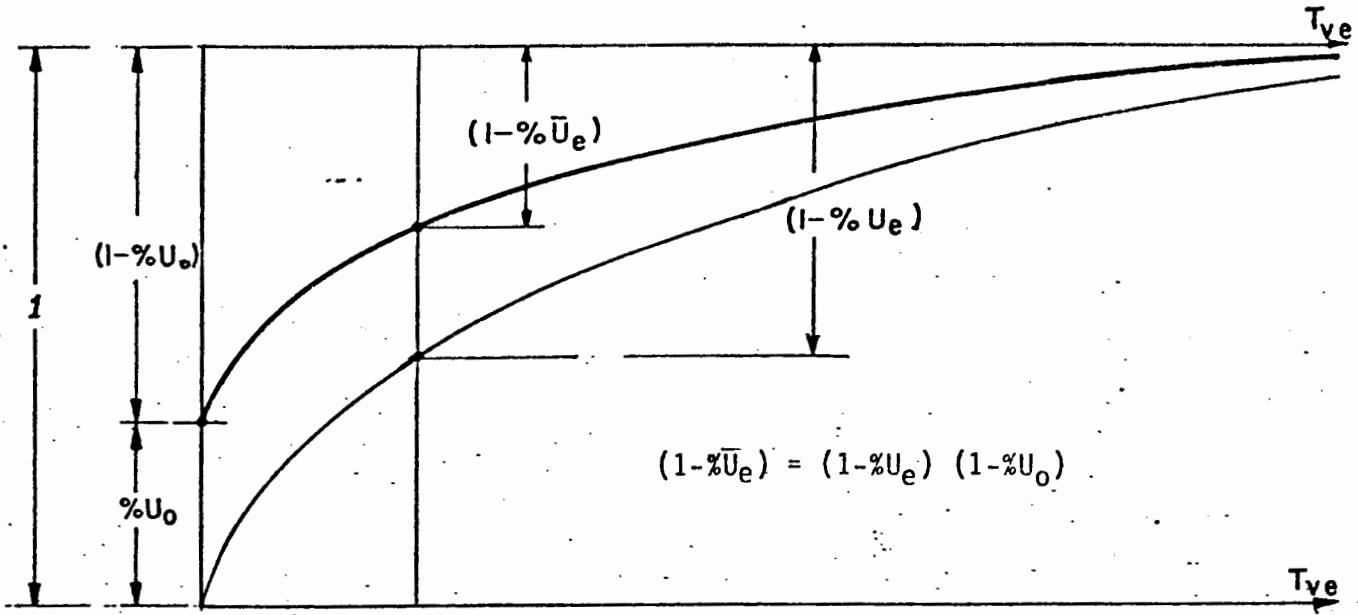


FIG 3. EXPANSION VS TIME CURVES

From (15) it may be recognized that when  $\%U_0 \geq 1$  the total expansion takes place at the same rate the soil deposit is unloaded.

In clayey soils, however, containing active clay minerals the relief of effective stress allows the entrance of water molecules in the clay mineral structure producing swelling of the soil. We call the above mentioned phenomenon the S-Heave to establish the difference with the E-Heave or elastic heave<sup>(1)</sup>.

The S-Heave will take place when the soil structure is relieved from effective stress, it is a slow function of time and it may be founded implicit in the

expansion on a long time basis. The phenomenon has not been thoroughly investigated. Nevertheless, in cases where for expansion  $\%U_0 \approx 1$ , like in Mexico City volcanic silty-clay, the S-Heave may be observed readily. See reported cases by the author in reference (1) pages 305 and 616.



#### PRACTICAL EXAMPLE

A volcanic clay of lacustrine origin 500 cm thick is limited by fine sand strata at top and bottom. The soil is classified as a semi-rigid reddish brown silty clay with microscopic shells and diatoms. The soil shows high compressibility. The sample was taken at a depth of 14.75 m under a vertical effective stress of  $0.97 \text{ K/c}^2$  and an hydraulic pressure of  $1.02 \text{ K/c}^2$ . The atmospheric pressure is  $0.771 \text{ K/c}^2$ . The soil has the following geotechnical characteristics estimated for in-situ conditions from the laboratory data.

1) void ratio	$e = 7.0$
2) porosity	$n = 0.88$
3) degree of saturation	$S_0 \% = 99.0\%$
4) coefficient of unit volume compressibility	$m_{vc} = 0.042 \text{ cm}^2/\text{kg}$
5) coefficient of unit volume expansion	$m_{ve} = 0.020 \text{ cm}^2/\text{kg}$
6) coefficient of consolidation in compression	$c_{vc} = 0.0005 \frac{\text{cm}^2}{\text{sec}}$

The above mentioned values correspond to a range of effective stress on the order of  $\sigma_0 = 0.97 \text{ K/c}^2 \pm 25\%$ , and for a decrement or increment of stress of  $0.25 \text{ K/c}^2$ , respectively. The excavation performed to place a foundation will reduce the effective stress at the center of the clay stratum in  $\Delta\sigma = 0.25 \text{ K/c}^2$ ,

therefore, we wish to learn on the expansion phenomenon on the basis that the horizontal strain is negligible. Therefore, we use expressions (14) and (15) respectively.

Substituting numerical values in (15) we obtain

$$\%U_0 = \frac{0.88 \{1 - 0.99(1 - 0.0187)\}}{(0.77 + 1.02 - 0.25)} 0.020$$

$$\%U_0 = 0.81$$

the maximum value to obtain total free expansion of the soil stratum is  $\%U_0 = 1$ .

From (14), however, we obtain  $(100\% - \bar{U}_e\%) = 0.19 (100\% - U_e\%)$  or

$$\bar{U}_e\% = 81\% + 0.19 U_e\%$$

This result shows that the expansion of the stratum will take place at the same rate the soil is unloaded, and to 81% according to

$$\Delta\varepsilon_{ve} = 0.81 m_{ve} \cdot \Delta\sigma$$

or

$$\Delta\varepsilon_{ve} = 0.81(0.020)(0.25) = 0.00405$$

The silty clay stratum will expand freely to  $0.00405 \times 500 = 2.03$  cm. For this case, therefore, the reversible action of the Theory of Consolidation applies only in 19%.

To estimate the hydrodynamic retardation of the second part of the expansion we calculate the time factor  $T_{ve} = \frac{c_{ve}}{H^2} t$ . From (1) we obtain the coefficient of expansion,

$$c_{ve} = \frac{0.042}{0.020} (0.0005) = 0.00105 \text{ cm}^2/\text{sec}$$

hence,

$$T_{ve} = \frac{0.00105}{(250)^2} 3.15 \times 10^7 \cdot t_y \quad \text{or} \quad T_{ve} = 0.53 t_y$$

Therefore, we conclude that 19% of the expansion will take place in approximately two years, and 81% will show at the unloading rate.

Now assume we wish to investigate the recompression of the clay stratum. Therefore, we have to start with the decreased degree of saturation because of the load relieve. In the unloaded condition we obtained before an increment of volumetric strain equal to  $\Delta \epsilon_{ve} = 0.00405$ . The degree of saturation in the unloaded condition is

$$\%S_u = \%S_e + \Delta (\%S)$$

but

$$\Delta (\%S) = - \frac{\Delta \epsilon_{va}}{n}$$

$$\Delta (\%S) = - \frac{0.00405}{0.88} = - 0.0046$$

hence  $\%S_u = 0.985$ .

We calculate the initial degree of compression using (15) as follows

$$\%U_0 = \frac{n \{1 - \%S_u (1 - \alpha)\}}{\{(p_a + u - \Delta u) + \Delta u\} m_{vc}}$$

substituting numerical values

$$\%U_0 = \frac{\{1 - 0.985(1 - 0.0187)\} 0.88}{\{(0.77 + 1.02 - 0.25) + 0.25\} 0.042}$$

$$U\% = 39\%$$

From this result we conclude that upon load reapplication of  $\Delta\sigma = 0.25 \text{ K/c}^2$ , the soil stratum will be compressed at the same rate of load application in 39%, afterwards the soil becomes saturated and the "Theory of Consolidation" applies in 61%, hence:

$$\bar{U}_e \% = 39\% + 0.61 U_e \%$$

The time factor for consolidation will be

$$T_{vc} = \frac{0.0005}{(250)^2} \cdot 3.15 \times 10^7 \cdot t_y$$

$$T_{vc} = 0.25 t_y$$

Therefore, the theoretical consolidation of the silty clay stratum will take place in approximately four years and the total compression will be on the order of:

$$\delta_u = 0.042 (500) (0.25) (0.39+0.61)$$

$$\delta_u \approx 5.25 \text{ cm}$$

## CONCLUSIONS

The approximate analysis here presented to evaluate E-Heave demonstrates that upon the relief of effective stresses a large part of the E-Heave may take place at the same rate of the stress relief. This conclusion is in accordance with field observations performed during excavations. Furthermore, it is also recognized that the S-Heave may be important in soils containing active clay minerals. This phenomenon is a function of time. Up to date only observational investigations of this phenomenon have been performed in the field.

REFERENCES

1. Zeevaert, L., "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand Reinhold Co., New York
2. Chassagny, M., "Curso Elemental de Física", Hachete, Co., Paris, p. 192
3. Hodgman, C.D., "Handbook of Chemistry and Physics", Chemical Rubber Publ. Co., Cleveland Ohio, p. 1341
4. Terzaghi, K., "Theoretical Soil Mechanics", McGraw-Hill Co., p. 290
5. Skempton, A.W., "The Pore Pressure Coefficients A and B", Geotechnique, Vol. IX, 1954, London, p. 143
6. Kèsdi, A., "Manual de la Mecánica de Suelos", Universidad Central de Venezuela, Caracas (1975)

F/DEPFI/D-45/1982/EJ.3



702329