



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MECÁNICA – MECATRÓNICA

DISEÑO DE UNA ARTICULACIÓN DE RODILLA PARA UN EXOESQUELETO  
UTILIZANDO UN *HARMONIC DRIVE*

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA MECÁNICA

PRESENTA:  
CRISTHIAN GOMEZ GONZALEZ

TUTORES PRINCIPALES  
DR. JESÚS MANUEL DORADOR GONZÁLEZ, FACULTAD DE INGENIERÍA  
M.I. SERAFÍN CASTAÑEDA CEDEÑO, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. MAYO 2016

**JURADO ASIGNADO:**

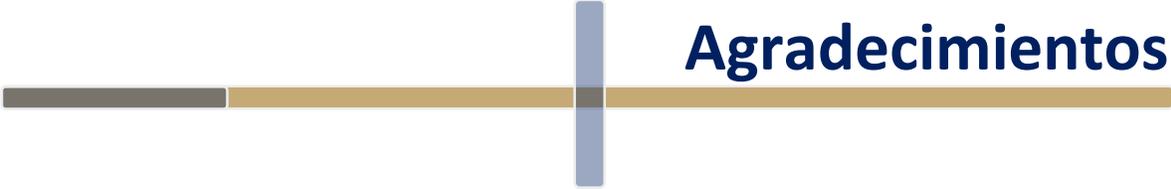
Presidente: Dr. Espinosa Bautista Adrián  
Secretario: Dr. González González Leopoldo A.  
Vocal: Dr. Dorador González Jesús Manuel  
1<sup>er.</sup> Suplente: M.I. Zepeda Sánchez Antonio  
2<sup>do.</sup> Suplente: M.I. Castañeda Cedeño Serafín

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: POSGRADO DE INGENIERÍA, FI  
UNAM

**TUTOR DE TESIS:**

DR. DORADOR GONZÁLEZ JESÚS MANUEL

-----  
**FIRMA**



# Agradecimientos

A mi familia por confiar en mí y por estar a mi lado en todo momento.

- A mi mamá por darme la vida y quererme tanto, por estar siempre al pendiente de mí y por brindarme su apoyo y comprensión.
- A mis hermanos por esa gran unión que tenemos y esos momentos agradables y desagradables que hemos compartido. A mi hermano por alegrarme y ayudarme siempre, a mi hermana por su valentía, su gran cariño y apoyo que me ha dado.
- A mis sobrinos y cuñados por los buenos deseos y por formar parte de mi familia.
- En especial a mi papá, que la vida ya no le permitió ver este escalón más de mi vida, pero todo es esto es gracias a él por inculcarme buenos valores con su ejemplo y sus grandes consejos.

A mi queridísimo amigo Pedro porque siempre me apoyó incondicionalmente; compartiéndome conocimiento, aconsejándome y enseñándome, pero, sobre todo, por haberme motivado a cumplir esto. También le agradezco por haber trabajado juntos durante todo este tiempo y poder convivir con él buenas experiencias.

A mis amigos de la maestría por haber trabajado juntos y por hacer amena las clases y ratos libres.

Al M.I. Serafín Castañeda por haberme aceptado a trabajar en este gran proyecto, también por sus consejos, conocimientos y por la paciencia que me tuvo durante la realización de este trabajo.

A mi alma mater, la Universidad Nacional Autónoma de México, por darme una vez más la oportunidad de crecer, aprender y madurar profesionalmente, siempre estaré orgulloso de formar parte de la máxima casa de estudios.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico que permitió dedicar toda mi atención en la realización de mis estudios y darme la oportunidad de desarrollarme profesionalmente.

Agradezco en lo que corresponde a la DGAPA de la UNAM, por el apoyo brindado del PAPIIT pues la presente tesis forma parte del proyecto IT102014 “Exoesqueleto de miembro inferior para pacientes con paraplejia”.

<b>Resumen</b> .....	1
<b>Introducción y objetivos</b> .....	2
<b>CAPÍTULO 1. Antecedentes y estado del arte</b> .....	5
1.1 Aplicación de los exoesqueletos .....	5
1.2 Tipos de actuadores en exoesqueletos .....	6
1.3 Tipos de Sistemas de actuación .....	10
1.3.1 Actuadores flexibles fijos.....	10
1.3.2 Actuadores flexibles variables.....	11
1.4 Sistemas de actuación en exoesqueletos .....	12
1.5 Exoesqueleto de miembros inferiores de la U.N.A.M.....	18
1.5.1 Detalles de la rodilla del exoesqueleto.....	19
1.6 Análisis Biomecánico .....	20
1.6.1 Rango de movimiento de la rodilla (pasivo).....	20
1.6.2 Ciclo de la marcha (CM) .....	20
1.6.3 Ciclo de marcha para subir/bajar escalares .....	23
1.6.4 Levantarse de una silla .....	27
<b>CAPÍTULO 2. Diseño Conceptual</b> .....	30
2.1 Requerimientos .....	30
2.1.1 Contradicciones técnicas y problema de diseño.....	31
2.1.2 Suposiciones .....	32
2.2 Especificaciones .....	33
2.2.1 Rango de movimiento (RM) .....	33
2.2.2 Selección del tipo de sistema de actuación .....	33
2.2.3 Peso y velocidad para el SA.....	34
2.2.4 Par y potencia para el SA .....	35
2.2.5 Rigidez del elemento elástico .....	36
2.3 Componentes del sistema de actuación .....	37
2.3.1 Actuador .....	38

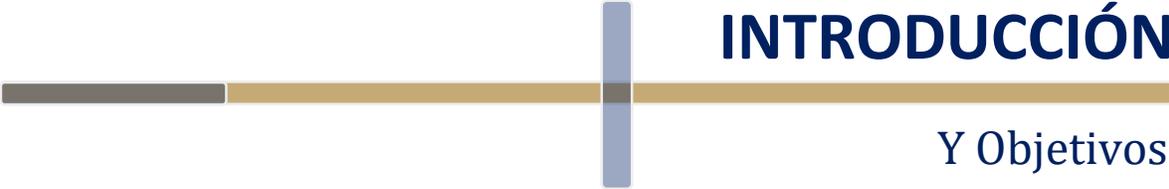
2.3.2	Sensor de posición.....	42
2.3.3	Sistema reductor: <i>Harmonic Drive</i> (HD).....	45
2.4	Configuración de los componentes del SA.....	51
<b>CAPÍTULO 3. Diseño de detalle .....</b>		<b>53</b>
3.1	Diseño del eje.....	53
3.1.1	Cálculo del diámetro del eje del punto A al B.....	54
3.1.2	Cálculo del diámetro del eje del punto B al C.....	58
3.1.3	Fijación del resorte en el eje.....	60
3.2	Diseño del Resorte .....	61
3.2.1	Tipo de resorte.....	61
3.2.2	Material del resorte.....	62
3.2.3	Espirales del resorte.....	65
3.2.4	Diseño del resorte y minimización del peso.....	66
3.3	Rodamiento.....	74
<b>CAPÍTULO 4. Simulaciones y resultados .....</b>		<b>77</b>
4.1	Simulación de elemento finito.....	77
4.2	Eje de salida .....	79
4.3	Resorte torsional de doble espiral .....	83
4.4	Base o carcasa del SA .....	89
4.5	Resumen de resultados.....	91
4.6	Resumen de piezas finales del sistema de actuación.....	93
4.7	Ensamble del SA en CAD.....	95
<b>Conclusiones y trabajo futuro .....</b>		<b>99</b>
<b>Bibliografía.....</b>		<b>103</b>
Apéndice A.....		108
Apéndice B.....		129
Apéndice C.....		140
Apéndice D.....		147

Las opciones de movilidad de las personas que sufren de alguna discapacidad motora de miembros inferiores está limitada principalmente por dispositivos que posiblemente, durante el tiempo, traen consecuencias de salud y sociales. Con la llegada de los exoesqueletos se pretende disminuir parte de estos problemas, sin embargo, estos dispositivos requieren de sistemas de actuación capaces de cumplir con los requerimientos.

En vista de lo anterior, en el presente trabajo se propone el diseño de un sistema de actuación para la articulación de rodilla de un exoesqueleto, el cual este está orientado a personas con problemas motrices o lesiones medulares y que, de alguna forma, puedan recobrar la movilidad de los miembros inferiores o, en su caso, sirva como dispositivo auxiliar de rehabilitación.

Para ello, se propone un sistema del tipo *Series Elastic Actuator* (SEA, por sus siglas en inglés) como solución al diseño del sistema de actuación de la articulación de rodilla, ya que cuenta con un elemento elástico novedoso, el cual hace que el sistema mejore en el control de fuerza y presente baja impedancia, en comparación con los actuadores denominados rígidos o comunes. Básicamente, este SEA está conformado por un motor eléctrico, un sistema de transmisión del tipo *Harmonic Drive*® y un resorte de doble espiral (*Doble Spiral spring* en inglés) en serie. Por lo cual, se presenta una configuración personalizada con transmisión directa rotatoria.

Por otra parte, se muestra la búsqueda y selección de los componentes comerciales del sistema de actuación: del actuador (motor eléctrico brushless), del reductor (*Harmonic Drive*® modelo *CSD*) y de los sensores para medir la posición angular tanto del motor como del eje de salida. También, se tiene el diseño de detalle y el CAD del elemento elástico (un resorte de doble espiral personalizado) así como de los demás elementos que conforman al sistema. Finalmente, se propone la configuración del sistema de actuación.



# INTRODUCCIÓN

## Y Objetivos

Perder la movilidad de los miembros inferiores por cualquier causa, es una situación difícil para quien lo padece, pues se trata de nuestro medio de transporte personal literalmente. Para estas personas sería maravilloso que volvieran a caminar, siendo optimistas, esto podría suceder en un futuro no muy lejano gracias a la tecnología.

Como sabemos, la medicina ha necesitado apoyarse de la tecnología a través de herramientas y equipo especializado, que facilitan el trabajo de los médicos y en la recuperación de los pacientes. Así mismo, investigadores han llevado la tecnología para mejorar la calidad de vida de las personas (Chávez et al., 2010).

La lesión medular (LM) por ejemplo, se ha convertido en un problema de salud pública, que afecta la calidad de vida (CV) de quien la padece, puesto que ocasiona discapacidad de por vida. Razones como el estilo de vida, condiciones socioeconómicas, educativas o padecimientos infecciosos, han provocado que su tendencia aumente (Jiménez H, 2004).

La prevalencia de la LM en USA, Australia y Europa se estima que esta entre 223 y 755 por millón de habitantes. Y la incidencia se encuentra entre 10.4 y 83 por millón de habitantes por año en el mundo (Wang S. et al., 2013) y en México es de 18.1 por millón (Sandino E.M., 2007).

Dos terceras partes de los pacientes con LM se estima que son parapléjicos, la mayoría de ellos son hombres etarios de 20 a 30 años (en edad productiva), quienes algunos son el sustento de sus familias. En una encuesta que menciona (Wang et al., 2013) el 59% de estos pacientes clasifican *volver a caminar* como su primera o segunda prioridad para mejorar su calidad de vida.

Debido a limitaciones de las órtesis pasivas, desde hace tiempo (aprox. en los 60's) investigadores comenzaron con el desarrollo de exoesqueletos, básicamente son estructuras que se usan sobre el cuerpo humano similar a una prenda de vestir, como lo describe el término en inglés "*wearable robots*", que sirve como apoyo para asistir los movimientos y/o aumentar las capacidades del cuerpo humano (Chávez et al., 2010).

A pesar de los grandes avances de los exoesqueletos (Wang et al., 2014; Kazerooni et al., 2004; Chu et al, 2006) existe la necesidad de mejorar la tecnología. En nuestro

país existen algunos desarrollos (Narváez P., 2011; Pérez M., 2011; López et al. 2014), sin embargo, es necesario un mayor esfuerzo ya que le es útil a nuestra sociedad.

En el Departamento de Ingeniería Mecatrónica del Centro de Ingeniería Avanzada de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M., el M.I. Serafín Castañeda Cedeño ha emprendido varios proyectos relacionados a esta área. Recientemente en colaboración al proyecto del M.I. Serafín Castañeda C. denominado “*IT102014-3 Exoesqueleto de miembro inferior para pacientes con paraplejia*” (enfocado a personas con lesiones medulares), han surgido varios temas de licenciatura.

Uno de estos temas fue la tesis de licenciatura titulado “*Diseño mecánico de un exoesqueleto de cadera y rodilla*”, presentado por Martín M. Luna Jurado y Carlos A. Rodríguez López en el 2015, el cual entregaron como resultado el diseño mecánico del sistema exoesquelético para miembros inferiores (Luna et al., 2015).

Una de las cuestiones importantes de los exoesqueletos se refiere a la movilidad de las articulaciones, dado a que requieren de actuadores que satisfagan ciertos criterios en términos de seguridad y controlabilidad. Los sistemas de actuación convencionales han servido, sin embargo, los altos pares de torsión y potencia necesaria en exoesqueletos, requieren de sistemas de actuación que garanticen un alto desempeño aunado a un diseño compacto y ligero (Sergi et al. 2012).

Partiendo de la necesidad de un sistema de actuación para el diseño mecánico del sistema exoesquelético de (Luna et al., 2015), es que surge el desarrollo de la presente tesis. La articulación de la rodilla es una de las articulaciones principales de las extremidades inferiores, aunque en una postura de pie (estática) trabaja en conjunto con la cadera y tobillo para soportar el peso del cuerpo. Si bien, tiene una mayor responsabilidad cuando se encuentra en movimiento, al soportar el cuerpo durante las rutinas y/o actividades complejas, requiriendo la demanda de mayor par torsional, lo cual esto muestra que es un elemento importante (Levangie, 2011, p. 396).

Debido a lo anterior se determinó, como primera prioridad, realizar el diseño del sistema de actuación para la rodilla, partiendo de que el diseño puede ser utilizado en las otras articulaciones activas, específicamente las de cadera.

Tomando en cuenta que recientemente los sistemas de actuación en aplicaciones de rehabilitación, prótesis y robots caminantes (Lagoda et al., 2010; Stienen et al., 2010, Laffranchi et al., 2011), emplean el uso de técnicas de actuación, por ejemplo, de actuadores flexibles (*compliant actuators*) y debido a la alta demanda de par torsional, se consideró desde un principio, el sistema de transmisión del tipo *Harmonic Drive*®.

Con base en lo anterior, esta tesis tiene los siguientes objetivos:

*Objetivo General*

- *Diseñar y evaluar un sistema de actuación para la articulación de rodilla de un exoesqueleto, orientado a personas que requieran de asistencia por pérdida parcial o completa del movimiento de miembros inferiores.*
- *Seleccionar y proponer una configuración de los elementos del sistema de actuación, así como el uso de un reductor Harmonic Drive, y que en conjunto cumpla con la función de transmitir el movimiento, soportar la carga del paciente y limitar el movimiento.*

*Objetivos secundarios:*

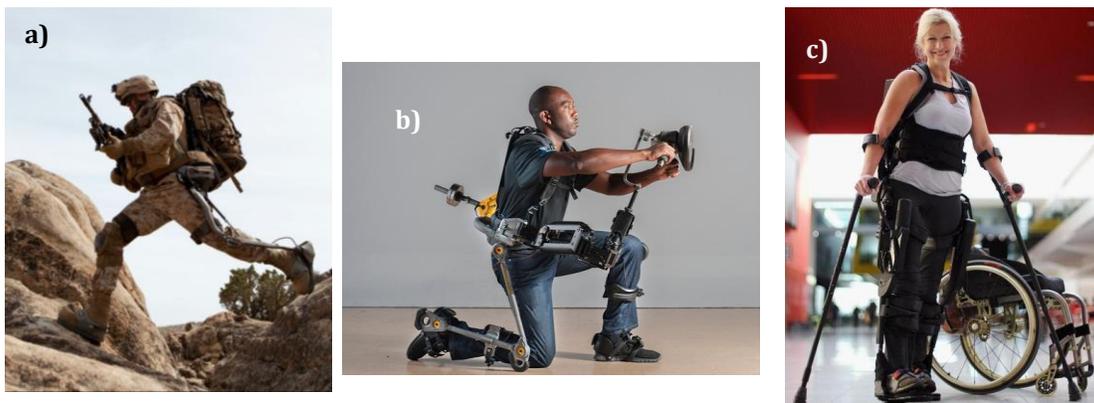
- *Recabar los datos de la articulación de rodilla de las principales actividades básicas de un ser humano; caminar, subir/bajar escaleras y levantarse de una silla.*
- *Búsqueda y selección de un actuador.*
- *Búsqueda y selección de un sistema de transmisión "Harmonic Drive"*
- *Diseño y selección de los componentes.*
- *Diseño en CAD del sistema de actuación.*

El diseño de este primer sistema de actuación para el exoesqueleto de (Luna et al., 2015), pretende ser una referencia en el diseño de las demás articulaciones y con la expectativa de ser implementado en el proyecto de "IT102014 Exoesqueleto de miembro inferior para pacientes con paraplejia". Además, da la pauta sobre el conocimiento en el desarrollo de estos novedosos sistemas de actuación (*compliant actuators*) para este tipo de robots en nuestro país.

### 1.1 Aplicación de los exoesqueletos

Las investigaciones sobre dispositivos exoesqueleticos para aumentar la fuerza humana comenzaron a finales de los 60's, casi en paralelo entre investigadores de U.S.A. y Yugoslavia (Dollar A, 2008). El objetivo en esos tiempos estaba enfocado al desarrollo de tecnología para aumentar las capacidades del cuerpo humano, especialmente para propósitos militares. Posteriormente, surgió el interés de usar esta tecnología para asistir personas con discapacidades físicas.

Desde entonces, estas dos ramas, dependiendo de su aplicación, han prevalecido hasta nuestros días (véase la **Figura 1.1**). A pesar de la diferencia en el uso, los dos campos se han enfrentado a los mismos retos y restricciones.



**Figura 1.1** Uso de exoesqueletos en aplicaciones para el aumento de fuerza/resistencia y rehabilitación. a) HULC, (Lockheed Martin), de uso militar. b) Fortis (Lockheed Martin) para mayor productividad en labores. c) Ekso Bionics (Homayoon Kazerooni) para discapacidad en miembros inferiores.

Cabe destacar que el término “exoesqueleto” es usado para describir un dispositivo que aumenta el rendimiento del usuario, en cambio, el término “órtesis activa” típicamente describe un dispositivo que incrementa la habilidad ambulatoria de una persona que sufre de alguna patología. Sin embargo, ocasionalmente, el término exoesqueleto es también empleado para describir ciertos dispositivos de asistencia, particularmente cuando este abarca mayor parte de los miembros inferiores (Dollar A, 2008).

Aunque la aplicación de los exoesqueletos es distinta debido a su uso, casi por lo regular los avances se dan en paralelo, generalmente los de uso militar aportan grandes avances en tecnología, por lo que parte de ellos son aplicados a exoesqueletos de rehabilitación.

Generalmente, los exoesqueletos de uso militar le dan la posibilidad al soldado de desplazarse en trayectos largos, soportando grandes cargas en condiciones climáticas adversas. También brindan mayor resistencia y productividad al usuario, gracias a esto recientemente se ha aplicado a cuestiones laborales (véase la **Figura 1.1b**).

Por otra parte, el dispositivo como aplicación médica tiene como objetivo asistir a pacientes que sufran de alguna discapacidad motora (parcial o completa) o problemas de coordinación muscular, que impide el control de equilibrio o que tienen problemas en movimientos básicos (flexión o extensión) de alguna articulación de los miembros inferiores del cuerpo.

## 1.2 Tipos de actuadores en exoesqueletos

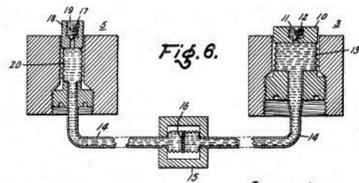
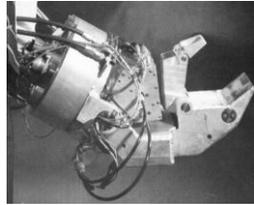
El diseño de los exoesqueletos a través de los años ha ido evolucionando significativamente, en los últimos años han tenido mejoras en la estructura, autonomía, portabilidad, interfaz, instrumentación, control y actuación, etc. (Chávez et al., 2010). En cuestión del tipo de actuadores, los investigadores han probado una gran variedad de ellos, desde hidráulicos, neumáticos y eléctricos (con movimiento lineal o rotacional)

La **Figura 1.2** se muestra una línea del tiempo del avance de algunos de los exoesqueletos más destacados en cuanto a su tecnología, el tipo de actuadores utilizados y su aplicación. Se puede decir que, si el objetivo es aumentar la fuerza del usuario, los de tipo hidráulico son mejores para esta aplicación, en cambio, los de tipo eléctrico son mejores para ayudar a mejorar la movilidad de personas con problemas motrices (rehabilitación).

En la actualidad, los exoesqueletos más notorios dedicados a esta área son, por ejemplo: HAL® -Cyberdyne [4], Ekso Bionics® [5], ReWalk Robotics™ [6] (Argo Medical Technologies), Rex Bionics [7], Marsi-Bionics [8], MIT-exoskeleton, NASA X1, Indego (Parker Hannifin) [10], Bodyweight Support Assist y Stride Management Assist [9] (de Honda) (véase la **Figura 1.3**), solo por mencionar algunos. Lamentablemente, la información técnica de la mayoría de los dispositivos no es mostrada, seguramente por cuestiones de seguridad atribuidas al financiamiento y patentes.



### Hardiman-Mosher 1960 -1971



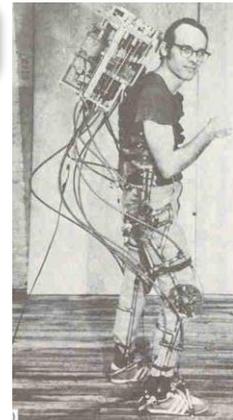
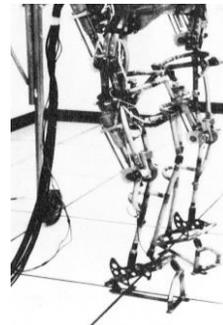
- Primer exoesqueleto presentado
- Nombre: “*Human Augmentation Research and Development Investigation*” (*HARDI por sus siglas en inglés*).
- Desarrollado por General Electric y la Universidad de Cornell, financiado por la oficina de investigación naval de U.S.A.
- Objetivo; aumentar la fuerza del usuario 25:1
- **Actuador:** En un principio se usaron **servos hidromecánicos** y posteriormente **servos electrohidráulicos (1968)**.

Fuente: (Dollar A., 2008), [1]

- Desarrollado en el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Wisconsin-Madison.
- Primero en desarrollar un modelo matemático del sistema musculoesquelético (predecir las fuerzas de los músculos dada la entrada de un movimiento).
- Pionero en el uso para ayudar a gente discapacitada, volver a caminar.
- **Actuador:** Actuador **Hidráulico**

Fuente: (Kazerooni H., 2008), [1]

### Seireg et al. 1970

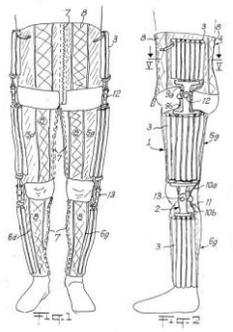


- Desarrollado en Institut National de la Sante et de la Recherche Medicale, Francia.
- El dispositivo permitía a los pacientes en rehabilitación a mantenerse en balance mientras incitaba los músculos a moverse, similar al concepto *master-slave*.
- **Actuador:** Actuadores **neumáticos** (piezas inflables de material compuesto).

Fuente: (Kazerooni H., 2008), (Dollar A., 2008), [1]



### AMOLL- Rabischong 1976



- Desarrollado en Kanagawa Institute of technology, Japón. Por Yamamoto Keijiro.
- Exoesqueleto con el propósito de asistir a enfermeras a trasladar pacientes.

• **Actuador:** Actuadores **neumáticos rotatorios** direct-drive.

Fuente: (Kazerooni H., 2008), (Dollar A., 2008)



HAL – (3,5)  
2002-2005

- Nombre: *Berkeley Lower Extremity Exoskeleton*.
- Desarrollado en el Universidad de Berkeley, USA, por H. Kazerooni et al.
- Enfoque militar encargado de aumentar la fuerza del piloto al cargar herramientas pesadas.

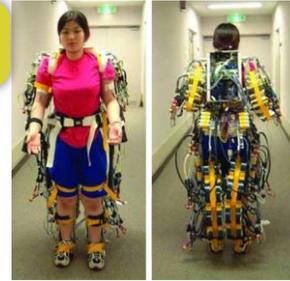
• **Actuador:** Actuadores **lineales hidráulicos** (1ra ver.) y **motores de CD y Harmonic Drive** (vers. Posteriores).

Fuente: (Kazerooni H., 2008), (Chávez C., 2010)



RoboKnee  
2004

Power assist suit  
2002



- Nombre: *Hybrid Assistive Leg*
- Desarrollado en la Universidad de Tsukuba por Yoshiyuki Sankai et al.
- Propósito de multiplicar la fuerza del usuario de 2 a 10 veces y rehabilitar.

• **Actuador:** **Motores de CD (brushless)** integrado con reductores **Harmonic Drive (HD)**. Transmisión directa.

Fuente: (Kazerooni H., 2008), (Dollar A., 2008)

BLEEX  
2004



- De Yobotics, Inc., USA por Pratt et al.
- Proponen un exoesqueleto de 1 GDL para la rodilla, mejorando la aplicación de fuerza y baja impedancia al usuario.
- Con el propósito de permitir al usuario subir escaleras y rendir mejor en la flexión para levantar objetos.

• **Actuador:** **Motores de CD lineales** y un sistema "*Serial Elastic Actuators*" (SEA)

Fuente: (Pratt et al. 2004), (Kazerooni H., 2008).

- Desarrollados por el programa de Exoesqueletos, *Defense Advanced Research Projects Agency* (DARPA por sus siglas en inglés).
  - Fundadores; Raytheon et al., Stephen Jacobsen.
  - Orientados al aumento de la capacidad de la fuerza, agilidad y resistencia humana del soldado.
  - **Actuador:** Actuadores **hidráulicos** de alta presión con sistema generador de energía y baterías.
- Fuente: (Dollar A., 2008), (Chávez et al., 2010), [3]

HUCL, XOS-(1,2)  
2008-2010



**Figura 1.2** Exoesqueletos relevantes a través del tiempo por su tecnología, aplicación y tipo de actuador.



**Figura 1.3** Exoesqueletos recientes orientados a la rehabilitación de personas con discapacidades motoras de miembros inferiores. *Bodyweight Support Assist (BSA)*, *Stride Management Assist (SMA)*

Pese a que, estos exoesqueletos (véase la **Figura 1.3**) no detallan técnicamente el tipo de componentes, algunos reportes mencionan que son del tipo eléctrico, además se puede observar, a simple vista, que no poseen grandes dimensiones, una de las ventajas que tienen los motores eléctricos, ya que cuentan con un sistema de transmisión para aumentar el par requerido. No obstante, existen artículos de investigación que aportan conocimiento sobre el tema.

## **1.3 Tipos de Sistemas de actuación**

La creación de sistemas mecatrónicos con propiedades bionaturales, desde el punto de vista de la actuación, han requerido de diseños de sistemas de transmisión complejos el cual pretenden emular lo más parecido a los sistemas orgánicos (músculos, tendones, articulaciones, huesos, etc.), es por ello que se han desarrollado diversas técnicas de actuación.

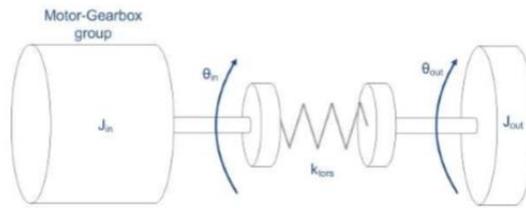
La tecnología en los actuadores, por ejemplo: eléctricos, neumáticos e hidráulicos han sido empleados efectivamente en varios campos de aplicaciones, tradicionalmente en el control de posición/par que proveen un preciso desplazamiento o fuerza en la ejecución de tareas. Sin embargo, debido a aplicaciones recientes como: teleoperación, robots para terapia o rehabilitación y robots de entrenamiento personal, los sistemas de actuación tradicionales no han sido los apropiados por los altos requerimientos de estas aplicaciones.

En el campo de robots usables sobre el cuerpo humano (de rehabilitación, prótesis o robots caminantes) existe el diseño de actuadores de flexibilidad fija y variable. Se han implementado porque tienen la capacidad de minimizar grandes fuerzas debido a impactos, ofrecen una interacción segura con el usuario y tienen la capacidad de almacenar y liberar energía los elementos elásticos pasivos (Laffranchi et al., 2011).

### **1.3.1 Actuadores flexibles fijos (*Fixed compliant actuators*)**

Los sistemas de actuación flexibles (FCA, por sus siglas en inglés) fueron desarrollados desde hace 15 años, estos representan los primeros intentos de actuación flexible. Los actuadores incorporan dentro de la estructura un elemento pasivo de rigidez fija (conocido en inglés como *fixed stiffness passive element*), comúnmente ubicado entre el actuador y la carga. Frecuentemente los elementos se encuentran en serie como se

muestra en la **Figura 1.4** (también existe la configuración en paralelo), un tipo particular de los FCA es la familia de los *Series Elastic Actuator* (Laffranchi et al., 2011).



**Figura 1.4** Esquema conceptual de un actuador elástico en serie, conocido en inglés como *Series Elastic Actuator* (SEA, por sus siglas en inglés)

Fuente: (Laffranchi et al., 2011)

Estos actuadores tienen una combinación en serie “motor-transmisión- elemento elástico-carga”, utilizan un motor y un elemento elástico por grado de libertad (GDL). La configuración de la **Figura 1.4** muestra que el movimiento entregado por el motor y el sistema de transmisión es una posición angular  $\theta_{in}$  y la posición angular de salida del elemento elástico es  $\theta_{out}$ , por lo tanto, la implementación de rigidez fija tiene dos variables de control. Gracias a la baja impedancia (atenuado por el elemento flexible en serie) y la baja fricción, los SEA pueden lograr una alta fidelidad de control de fuerza, por lo tanto, son adecuados para robots operados en ambientes hostiles. La fuerza o par entregado por el actuador puede ser estimado por medio de la ley de Hooke (Laffranchi et al., 2011).

SEA Lineal

SEA Rotacional

$$F = k_t x$$

$$T = k_t \theta_s$$

Donde:

$F, T$  es la fuerza/par aplicado por el actuador

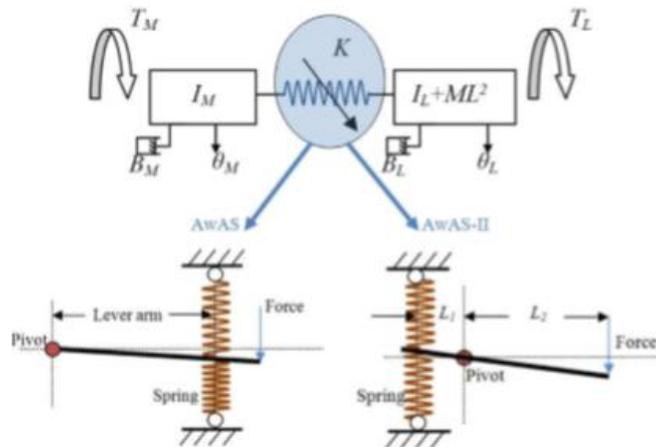
$k_t, k_t$  es la rigidez del elemento del resorte

$x, \theta_s$  es el desplazamiento de compresión lineal/rotacional

### 1.3.2 Actuadores flexibles variables (*Variable compliant actuators*)

Básicamente, los actuadores flexibles variables (VCA, por sus siglas en inglés) son actuadores que tienen la cualidad de regular pasivamente su elasticidad física. La ventaja que tienen en comparación con los FCA es que pueden regular tanto la rigidez como su posición y la capacidad de almacenar energía. La habilidad que tienen los músculos y tendones de cambiar su rigidez dependiendo de la función que deben

desempeñar, es uno de los motivos de la implementación de estos VCA, esto no sería posible con los sistemas robóticos rígidos convencionales. En los VCA también existen dos tipos de configuraciones, en serie y en paralelo u opuestos, además necesitan de dos o más actuadores para el equilibrio de la posición de la rigidez (véase la **Figura 1.5**). Si se requiere más información sobre este tema se puede consultar a (Laffranchi et al., 2011).



**Figura 1.5** Ejemplo de un esquema de un actuador flexible variable. Requiere mínimo dos actuadores para el equilibrio de la posición de rigidez.

Fuente: (Laffranchi et al., 2011)

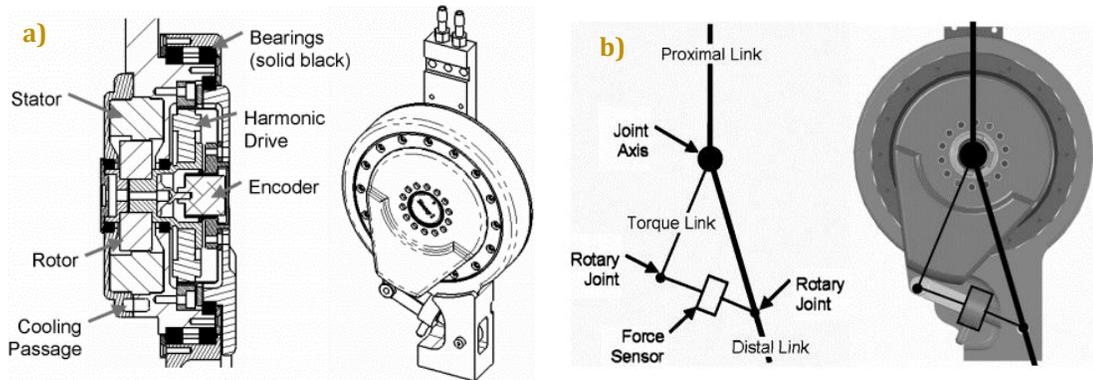
## 1.4 Sistemas de actuación en exoesqueletos

### *Exoesqueleto BLEEX*

El BLEEX (siglas de *Berkeley Lower Extremity Exoskeleton*) uno de los primeros exoesqueletos autónomos (por su fuente de alimentación portable) que demostró proveer al operador la capacidad de levantar cargas significativas con un mínimo de esfuerzo, en sus investigaciones mencionan que han utilizado actuadores desde cilindros hidráulicos bidireccionales (Chu et al, 2006) hasta motores eléctricos. En el artículo de (Zoss et al., 2006) muestra los detalles sobre el diseño de un sistema de actuación para las articulaciones del BLEEX con un motor eléctrico (véase la **Figura 1.6a**).

El diseño del sistema de actuación de la junta del BLEEX está compuesto por: un motor eléctrico brushless de rotor y estator separados (no preensamblado), con el fin de fijarlo dentro de la junta de la estructura mecánica, utilizaron una transmisión del

tipo *Harmonic Drive*® -modelo CSD- (que más adelante se detallará su principio de funcionamiento) ya que generan un alto par y ocupan poco espacio, lo que les permitió colocarlo como transmisión directa sobre la junta.



**Figura 1.6** a) Diseño del sistema de actuación para la junta de rodilla, b) Sensado del par a través de un sensor de fuerza

Fuente: (Zoss et al., 2006)

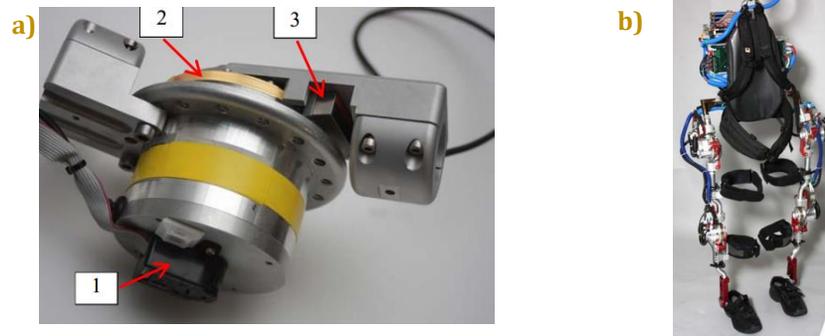
En cuanto a sensores, instalaron dentro del *harmonic drive* un mini encoder óptico para medir la posición angular del eje del motor y para calcular el par utilizaron un sensor de fuerza compacto, situado en el exterior a través de una configuración particular para capturar el par medido (véase la **Figura 1.6b**). Como soporte para los componentes móviles rotarios de la junta utilizaron tres grupos de rodamientos; uno principal que une a los dos eslabones, otro en el eje del motor y para la configuración del par (Torque link, véase la **Figura 1.6b**).

Las dimensiones finales de la articulación fueron de 15.56 cm de diámetro exterior y 6.45 cm de ancho, toda la junta peso en promedio 4.1kg. Destacan la comparación de este actuador eléctrico con un sistema de actuación hidráulico, el cual hubo un ahorro de consumo de energía por parte del actuador eléctrico (de 1145 a 598 W) pero a su vez hubo un aumento en el peso en la junta.

### ***Exoesqueleto Mina (IHMC)***

Mina (Neuhaus et al., 2011) es un exoesqueleto de cuatro GDL (dos en cada pierna, cadera y rodilla) para dar movilidad en las piernas de personas que sufren de paraplejia o paraparesis. Utiliza actuadores flexibles y sus elementos que lo componen: es un motor brushless (Moog BN34-25EU-02) y un reductor *harmonic drive* (SHD-20-160). Los actuadores están instrumentados por dos encoders incrementales, uno mide la posición del motor y otro a la salida. Estos actuadores generan picos de 60Nm de par,

por lo que la flexión elástica que tienen es de  $0.0025\text{rad}$  con una rigidez promedio de  $24\text{KNm/rad}$ . Un ejemplo del prototipo de sus sistemas de actuación se muestra en la **Figura 1.7a**.



**Figura 1.7** a) Actuator para las articulaciones de Mina: 1-Motor brushless, 2-Encoder a la salida del HD b) Prototipo real de Mina

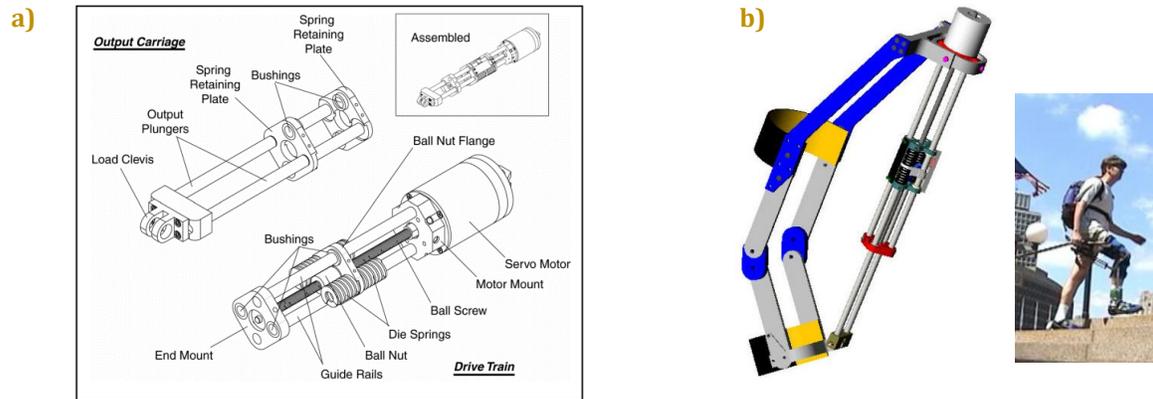
Fuente: (Neuhaus et al., 2011)

### **Exoesqueleto RoboKnee**

El RoboKnee (Pratt et al., 2004) es un exoesqueleto de un grado de libertad que asiste a la rodilla durante la marcha y principalmente al subir escaleras, utiliza la medición del ángulo de la articulación de la rodilla y fuerzas de reacción que se producen con el suelo para realizar un control de fuerza.

Su objetivo es que sea imperceptible para el usuario, para ello el exoesqueleto determina la intención del usuario y debe aplicar la fuerza en el momento y lugar apropiado. Además, no debe impedir el movimiento natural del usuario, esto mediante la baja impedancia que tiene el mecanismo. Para este último, proponen un diseño de actuación que reduce la impedancia mediante un sistema nombrado *Series elastic actuators (SEA, por sus siglas en inglés)*.

El mecanismo del RoboKnee se muestra en la **Figura 1.8a**, es un sistema de actuación SEA lineal conectado entre la parte superior e inferior de la órtesis de rodilla, de modo que, produce un par torsional sobre la rodilla. El actuador del RoboKnee consiste de dos sub-ensambles: un tren de transmisión y un elemento para transmitir el movimiento a la salida. Los dos están unidos a través de placas para fijar los resortes (similar a un sándwich) y transmitir el movimiento lineal por medio del tornillo de bolas y una tuerca enroscada (ensamble del RoboKnee, véase la **Figura 1.8b**).



**Figura 1.8** a) Una vista explosionada del actuador Serial Elastic Actuator del RoboKnee. Compuesto por un motor brushless acoplado a un tornillo de bolas (tren de transmisión) y conectado un carro para transmitir el movimiento lineal, junto a este tiene resortes lineales para ambas direcciones. b) Diseño del RoboKnee ensamblado. Fuente: (Pratt et al., 2004)

El sistema cuenta con: un sensor lineal para calcular la posición angular y celdas de carga ubicados en la parte inferior del pie, que miden el vector de fuerza de reacción del suelo. Con esta configuración lograron ofrecer un máximo de 1330 N (aprox. 133 Nm) y una velocidad máxima de 28 cm/s, el peso del actuador es de 1.13 kg, dimensiones de 45.5 x 5.8 cm, el cual trabaja a 24-48 V y 20 A.

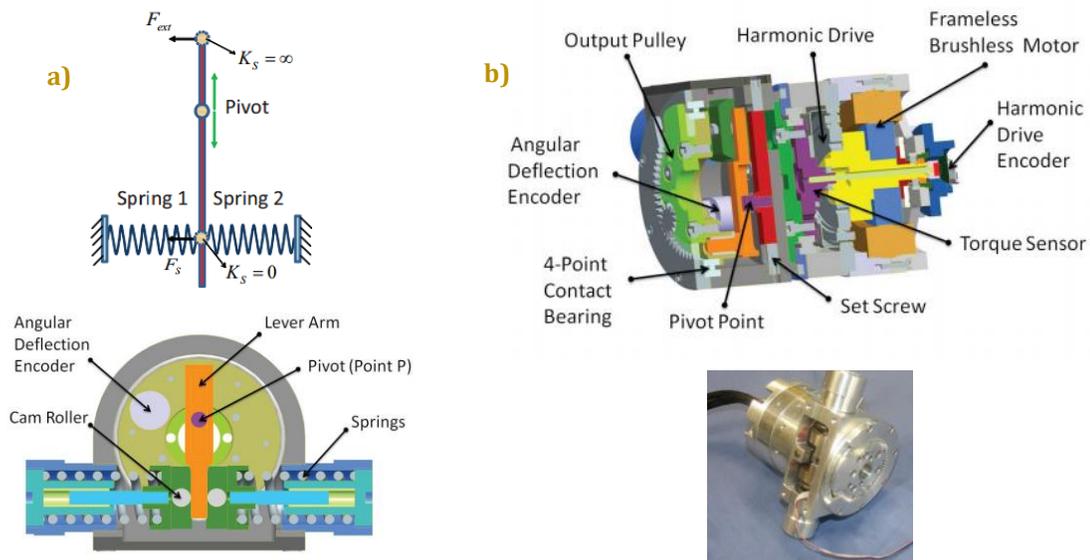
Otro mecanismo similar es el de (Dollar et al. 2008) con la diferencia de que el SEA lineal se encuentra en paralelo a la rodilla y el exoesqueleto es utilizado para reducir el esfuerzo al correr. También el exoesqueleto de dos grados de libertad de (López et al., 2014) desarrollado en el Cinestav, fue creado para el aumento de fuerza en los miembros inferiores, utiliza una configuración similar (sistema de actuación SEA lineal) para la articulación de rodilla, el cual estiman la fuerza producida en la rodilla a través del elemento elástico que funge como sensor de par, basado en la instrumentación de una órtesis de extremidad inferior que proporciona una amplificación de fuerza generada por el mecanismo ofreciendo una disminución de esfuerzo en las dos articulaciones.

### ***Exoesqueleto con un Compact-ARS***

En el exoesqueleto de (karavas et al., 2012) para la asistencia de la rodilla proponen un novedoso diseño de un sistema de actuación SEA, de nombre CompAct-ARS (siglas de *Actuator with Reconfigurable stiffness*). Clasificado dentro de los sistemas de actuación como *Variable Stiffness Actuator* (VSA, por sus siglas en inglés) (Laffranchi et al., 2011)

debido a que tiene la capacidad de reconfigurar el nivel de rigidez (manual) dependiendo del movimiento de la tarea (caminar, estar de cuclillas o levantarse de una silla) para proporcionar el par requerido.

Básicamente, la rigidez del actuador varía con relación al movimiento del pivote del brazo de palanca, que se encuentra entre los resortes, como se muestra en la **Figura 1.9a**, este actuador cuenta también con un reductor *Harmonic Drive* (CSD-25-100) y un motor brushless sub-ensamblado (Kollmorgen RBE1810), además contiene cuatro sensores (tres encoders ópticos y un potenciómetro lineal) de posición y uno de par (galgas extensométricas).



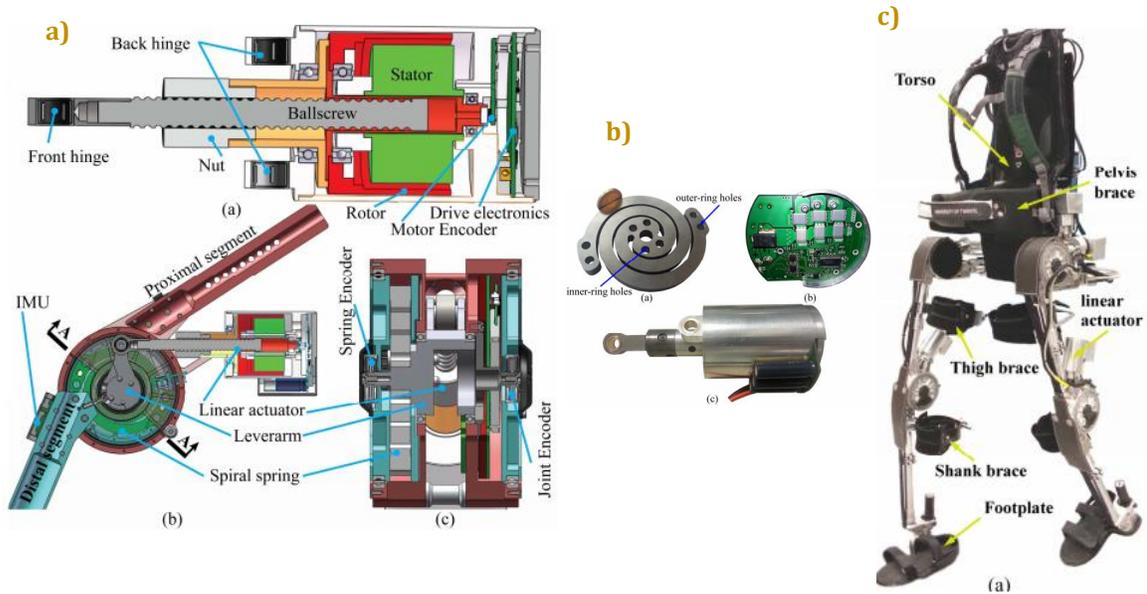
**Figura 1.9** a) Concepto del principio funcionamiento del CompAct-ARS; la rigidez se ajusta variando la localización del pivote. b) Sección del ensamble del CompAct-ARS y el prototipo real.

Fuente: (Karavas et al., 2012)

### ***Exoesqueleto MINDWALKER***

El MINDWALKER (MW) de (Wang et al., 2014) es un exoesqueleto que controla tanto la flexión/extensión de la cadera y rodilla como la abducción/aducción de la cadera (HAA) -6 GDL en total-, es capaz de desempeñar la colocación del pie sobre el suelo en dos dimensiones, gracias a la actuación HAA. Su uso va dirigido a personas parapléjicas para que puedan levantarse de una silla y caminar. Cada junta cuenta con sistemas de actuación SEA (véase la **Figura 1.10a-b**) (actualmente pocos exoesqueletos han usado SEA en sus diseños) los cuales pueden proporcionar picos de 100Nm de par y 960W de potencia. Además, es novedoso en cuanto a algoritmos de control y diseño, que hacen

que pueda estabilizarse y tener un buen balance (gracias al desplazamiento del centro de masa CoM) sin la ayuda de bastones en sujetos sanos, pero aún no en personas parapléjicas con lesión medular (*Spinal Cord Injury* en inglés).



**Figura 1.10** a) Vistas del ensamble del actuador de rodilla del MW. b) Elementos básicos del actuador; resorte de doble espiral, controlador del motor y motor lineal huesillo de bolas. c) Prototipo real del exoesqueleto MW. Fuente: (Wang et al., 2014), (Wang et al., 2013)

En cuanto al diseño del sistema de actuación del MW (Wang et al., 2013) este está compuesto básicamente de un actuador lineal (motor brushless, Hacker A60 7S V2) huesillo de bolas (SKF Sd 12X4) y un resorte de doble espiral. Tiene dos encoders uno para el motor (encoder magnético de 12-bits, iC-Haus GmbH) y otro para medir la flexión del resorte y control de par (17-bits, Netzer DS-25, alta precisión), el sistema completo pesa 2.9 Kg.

El resorte (torsional) de doble espiral (véase la **Figura 1.10b**) en serie fue desarrollado especialmente para conseguir la rigidez objetivo a través de minimizar el peso, está hecho de un alto grado de titanio en una sola pieza y pesa 220g con una rigidez de 820 Nm/rad, permite 100Nm de par de carga bidireccionalmente con una linealidad del 99.9 por ciento (Wang et al., 2013).

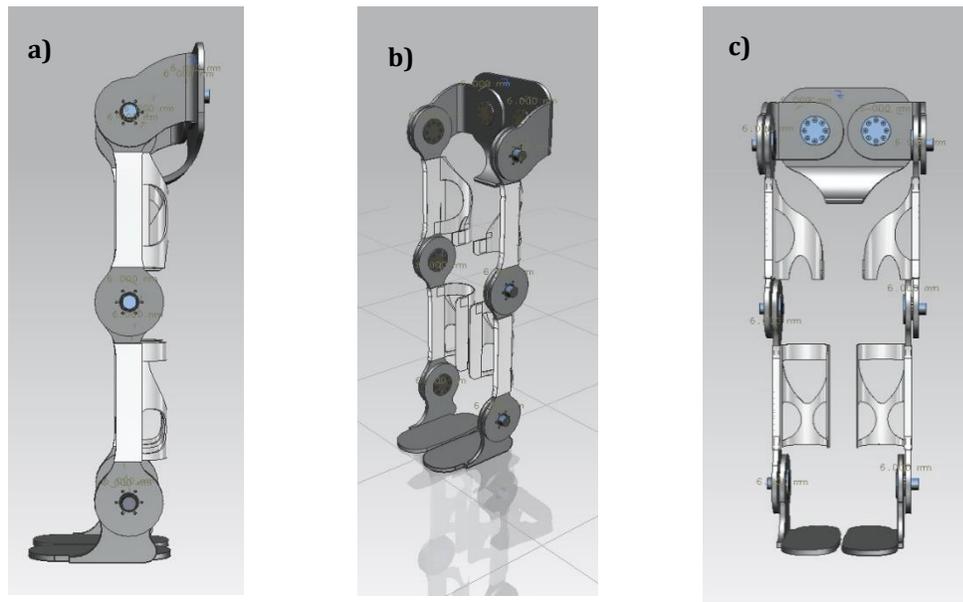
## 1.5 Exoesqueleto de miembros inferiores de la U.N.A.M.

El exoesqueleto de miembros inferiores diseñado en la tesis “*Diseño mecánico de un exoesqueleto de cadera y rodilla*” por (Luna et al., 2015), es un sistema mecánico no invasivo que tiene como objetivo final, asistir los movimientos de los miembros inferiores y proporcionar un aumento en las capacidades de la cadera y rodilla, orientado a personas con lesión medular torácica nivel 5.

El diseño final del exoesqueleto tiene como propósito cumplir con ciertos requerimientos, tales como: fácil mantenimiento, ergonómico, seguro, compacto, de fácil colocación y la utilización de piezas comerciales. El exoesqueleto en total cuenta con ocho grados de libertad, cuatro para cada pierna:

- Cadera: Flexión/Extensión (FEC)  
Aducción/Abducción (AAC)
- Rodilla: Flexión/Extensión (FER)
- Tobillo: Flexión/Extensión (FET)

Las dimensiones y cálculos fueron tomados a partir de medidas antropométricas directamente de un usuario con estatura de 1.84 m y peso aprox. de 78 kg, La **Figura 1.11** muestra el diseño final del exoesqueleto. De acuerdo a sus resultados tiene un peso total de 13.97 kg, construido en su totalidad por aluminio 6061 T6 y algunas piezas de fibra de carbono.

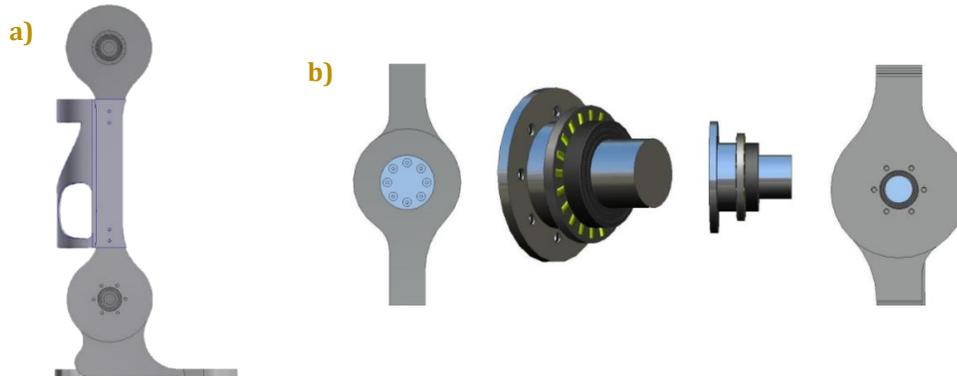


**Figura 1.11** a) Vista lateral b) Vista en isométrico y c) Vista frontal, del diseño final del sistema exoesquelético.

Fuente: Tesis de licenciatura de Luna et al. (2015).

### 1.5.1 Detalles de la rodilla del exoesqueleto

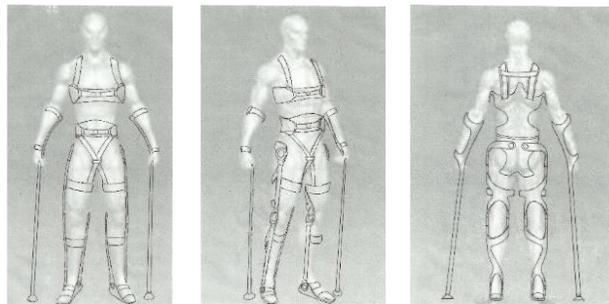
El diseño de la estructura de la rodilla al pie es como se muestra en la **Figura 1.12a**. La articulación de la rodilla tiene un radio externo de 75 mm y una longitud, de eje a eje, de 441 mm. El eje de la junta tiene diferentes diámetros escalonados (D1-76.2, D2-47, D3-40, D4-30 [mm]) como se ve en la **Figura 1.12b**.



**Figura 1.12** a) Vista lateral de la rodilla al pie del exoesqueleto. b) Componentes de la articulación de la junta

Fuente: Tesis de licenciatura de Luna et al. (2015).

En la **Figura 1.13** se muestran algunos de los bocetos del concepto general que se espera tener como modelo final.



**Figura 1.13** Bocetos del concepto final del Exoesqueleto. El cual incluye el soporte para la espalda y bastones para mantener el equilibrio.

En el diseño de exoesqueletos, los autores se basan principalmente en la información generada por investigaciones de análisis clínicos (Zoss et al., 2006; Karavas et al., 2012; Wang et al., 2013) para aproximar los pares de fuerza, posiciones angulares y potencia requerida en las juntas o articulaciones de los exoesqueletos. Tomando en cuenta las actividades básicas del ser humano, se decidió incluir: el ciclo de la marcha humana, subir/bajar escaleras y levantarse de una silla, que se muestran a continuación.

## 1.6 Análisis Biomecánico

### 1.6.1 Rango de movimiento de la rodilla (pasivo)

El rango pasivo de la rodilla en flexión generalmente se considera de 130° a 140° en una actividad de cuclillas, en algunos casos la flexión máxima de las rodillas quizá alcance los 160°, puesto que la cadera y las rodillas están flexionadas y el peso del cuerpo está superpuesto en la articulación. (Levangie et al., 2011, p. 412).

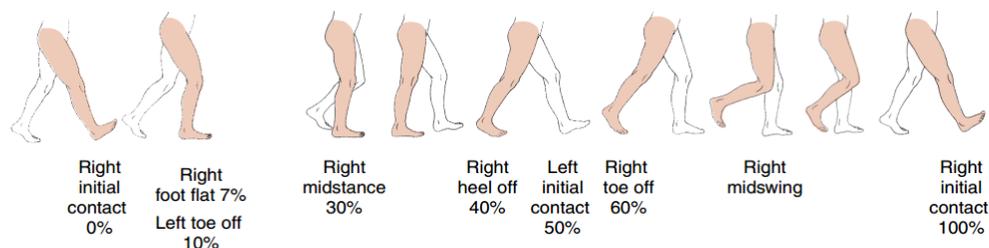
### 1.6.2 Ciclo de la marcha (CM)

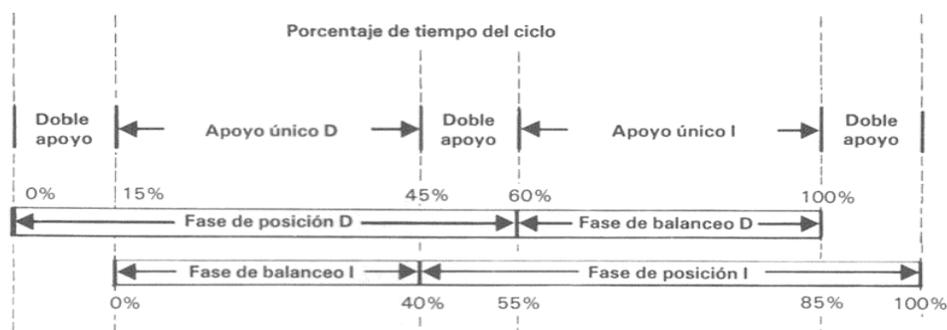
El conocimiento de la cinemática y cinética de la ambulación normal, provee a los médicos especialistas formar un análisis, identificar y corregir anomalías de la marcha humana, en nuestro caso, el propósito es tomar esos valores y usarlos de referencia para los requerimientos del diseño del sistema de actuación.

La acción de caminar probablemente sea uno de los estudios más completos de todos los movimientos del ser humano, generando de esta manera una vasta literatura sobre el tema debido a la diversidad de perspectivas disciplinarias y la variedad de tecnologías empleadas.

#### Fases del ciclo de la Marcha

Básicamente, la marcha se divide en segmentos para su fácil descripción y/o análisis de los eventos que ocurren. Un ciclo de marcha (CM) abarca dos eventos sucesivos para una misma extremidad: la *fase de apoyo* es cuando una parte del pie está en contacto con el piso (es el 60% del ciclo) y la *fase de balanceo* es cuando el pie no está en contacto con el piso (es el otro 40% restante) (**Figura 1.14**). En la marcha, el cuerpo es soportado por un pie casi el 80% del ciclo y en otras dos etapas, del 10% cada uno, es soportado por las dos extremidades.





**Figura 1.14** El ciclo de marcha abarca desde el contacto inicial de la extremidad (derecho) hasta el contacto sucesivo del mismo. La figura muestra las dos fases: de apoyo (posición D, I) y balanceo (balanceo D, I) de las dos extremidades. La fase de apoyo abarca el 60% del ciclo y el de balanceo el 40% (en un ciclo a velocidad normal). El incremento o decremento de la velocidad altera los porcentajes de cada fase.

Fuente: (Levangie et al., 2011)

### Velocidad de la Rodilla en el CM

La velocidad promedio en el CM reportado por (Levangie et al., 2011) es de aproximadamente 1.31 m/s con una longitud de zancada de entre 1.25 m y 1.5 m, prácticamente es una zancada por segundo (120 pasos/min de cadencia). La **Tabla 1.1** muestra valores similares de velocidad de diversas fuentes.

CHARACTERISTIC	MALE: MEAN (SD)	FEMALE: MEAN (SD)	SOURCE
Speed of walking (m/sec)	1.37 (0.22)	1.23 (0.22)	Finley and Cody <sup>15</sup>
	1.37 (0.17)	1.32 (0.16)	RLA <sup>8</sup>
	1.22-1.32*	1.10-1.29*	Oberg et al <sup>17</sup>
	1.34 (0.22)	1.27 (0.16)	Kadaba et al <sup>16</sup>
Length of one stride (m)	1.48 (0.18)	1.27 (0.19)	Finley and Cody <sup>15</sup>
	1.48 (0.15)	1.32 (0.13)	RLA <sup>8</sup>
	1.23-1.30*	1.07-1.19*	Oberg et al <sup>17</sup>
	1.41 (0.14)	1.30 (0.10)	Kadaba et al <sup>16</sup>
Step cadence (steps/min)	110 (10)	116 (12)	Finley and Cody <sup>15</sup>
	111 (7.6)	121 (8.5)	RLA <sup>8</sup>
	117-121*	122-130*	Oberg et al <sup>17</sup>
	112 (9)	115 (9)	Kadaba et al <sup>16</sup>

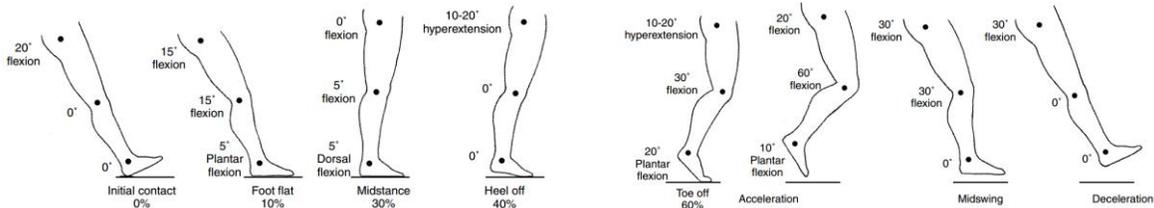
**Tabla 1.1** Valores de referencia de velocidad del CM, longitud de la zancada y cadencia de hombres y mujeres.

Fuente: (Levangie et al., 2011, p. 532)

Con los datos anteriores, la velocidad promedio en la rodilla es de 152 °/s, por otra parte, los datos presentados por (Verstraten K., 2012) dan 136 °/s, el cual menciona que la velocidad también se ve afectada por la edad, por lo tanto, la velocidad en personas de edad mayor es de 90 °/s.

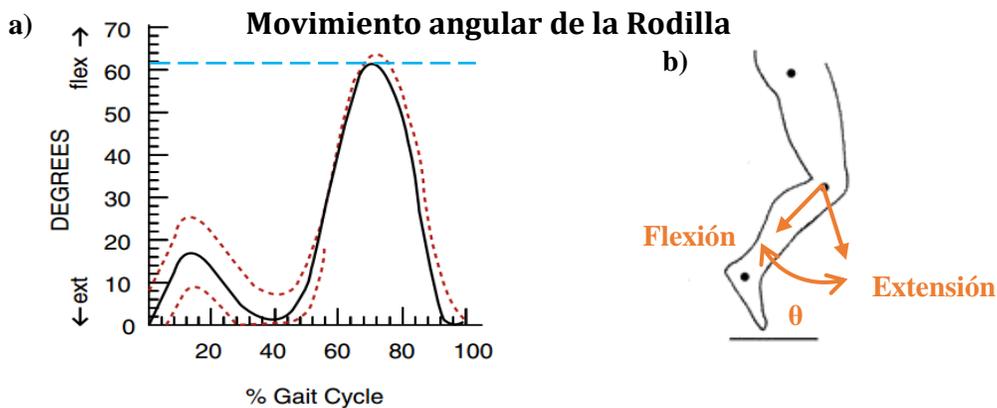
## Movimiento de la rodilla en el CM (Flexión/Extensión)

Durante el CM la rodilla realiza el movimiento de flexión/extensión, visto desde el plano sagital, la posición angular de la articulación va variando en las fases del ciclo como se muestra en la **Figura 1.15**.



**Figura 1.15** Movimiento angular de las articulaciones (Cadera, Rodilla, Tobillo) en el plano sagital.

Al inicio del contacto, la rodilla está totalmente recta (0°) y también justo antes del desprendimiento del dedo (aproximadamente en el 40% del ciclo de marcha). Durante la fase de balanceo, la rodilla alcanza su máxima flexión de más de 60° en el 70 % del ciclo de marcha. También se nota que hay un pequeño máximo en la fase de apoyo (10% del ciclo) de 15° como se muestra en la **Figura 1.16**.



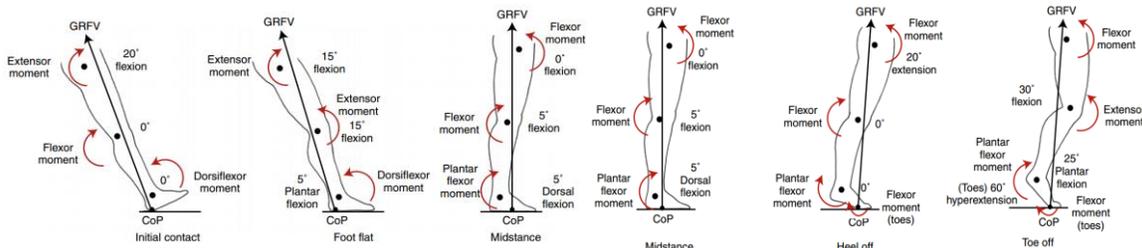
**Figura 1.16** a) Gráfica del movimiento angular de la articulación de rodilla (en grados) visto desde el plano sagital. La línea punteada en rojo representa la desviación estándar de los valores. b) Medición de la posición angular, flexión (horario) y extensión (anti horario). El inicio del ciclo empieza con el contacto del talón.

Fuente: (Levangie et al., 2011 p. 533)

## Momento de fuerza en la rodilla durante el CM

El vector de reacción de fuerza del suelo (GRFV, por sus siglas en inglés) varía su orientación durante el ciclo de marcha. Este vector nos permite conocer el momento de fuerza que realiza la articulación internamente. La **Figura 1.17** muestra, por ejemplo, los momentos de fuerza de la rodilla durante la *fase de apoyo*.

Si el GRFV es anterior al eje de la articulación de rodilla se genera un momento externo extensor y, para contrarrestar y mantener la posición de la articulación, los músculos generan un momento interno flexor. En cambio, si el GRFV es posterior al eje de la articulación de rodilla hay un momento externo flexor y la articulación genera un momento interno extensor (Levangie et al., 2011).

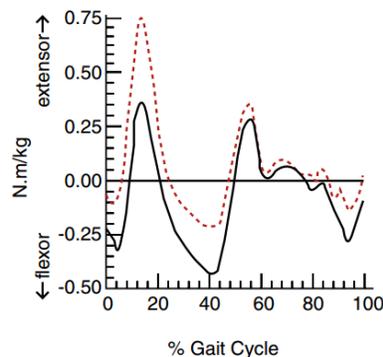


**Figura 1.17** Diagrama con la secuencia del centro de presión (CoP), vector de fuerza de reacción del suelo (GRFV) y momentos de fuerza internos en la fase de apoyo.

Fuente: (Levangie et al., 2011, p. 536)

La **Figura 1.18** muestra la gráfica de los momentos de fuerza de la articulación de la rodilla.

**Momento de fuerza en la Rodilla**



**Figura 1.18** Gráfica de momentos de fuerza internos en la articulación de rodilla durante el ciclo de la marcha.

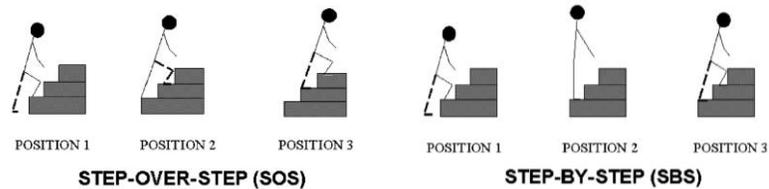
Fuente: (Levangie, 2011 p. 536)

### 1.6.3 Ciclo de marcha para subir/bajar escalares

Subir o bajar las escaleras es un movimiento básico requerido del cuerpo para actividades normales de la vida diaria, por ejemplo, ir de compras, usar el transporte público o simplemente andar en la casa o en edificios de varios pisos. La demanda de energía y parámetros requeridos para realizar esta tarea varía considerablemente en comparación con el CM. Algunos autores (Reid et al., 2007) clasifican el ciclo en “step-

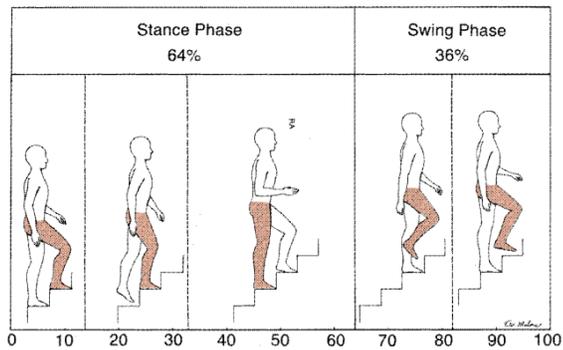
*over-step*” (SOS) o *step-by-step*” (SBS) (véase la **Figura 1.19**), el ciclo más utilizado en la mayoría de los análisis es el SOS.

El ciclo tiene algunas similitudes con el CM, ambos tienen la fase de apoyo y balanceo (véase la **Figura 1.20**) y los porcentajes únicamente son similares en el transcurso de subir las escaleras.



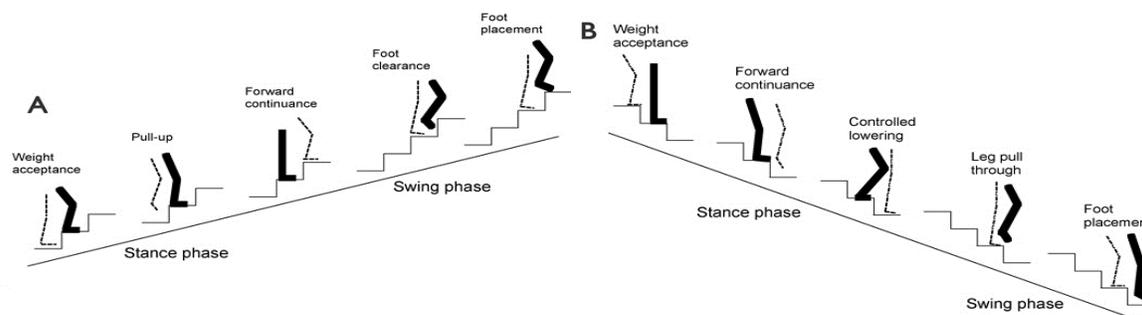
**Figura 1.19** Maneras de subir las escaleras.

### Ciclo de marcha para subir escaleras



**Figura 1.20** Fases (apoyo y balanceo u oscilación) y porcentajes (64% y 36% respectivamente) en el ciclo de marcha para subir escaleras.  
Fuente: (Levangie, 2011 p. 554)

Para subir las escaleras la fase de apoyo es dividido en tres sub-fases y la fase de oscilación en dos sub-fases (**Figura 1.21a**). Las subdivisiones de la fase de apoyo son: asentamiento del peso (*weight acceptance*), el cuerpo cambia hacia una posición adecuada para ser levantado, el levantamiento (*pull-up*) que es el soporte completo para el siguiente paso y continuidad hacia delante (*forward continuance*) donde el paso ascendente es completado y continúa la secuencia. Las subdivisiones de la fase de oscilación son: despegue del pie (*foot clearance*), la pierna se eleva para una etapa intermedia y colocación del pie (*foot placement*) donde el balanceo de la pierna se posiciona para colocar el pie y continuar con el siguiente paso (Novak et al., 2010).



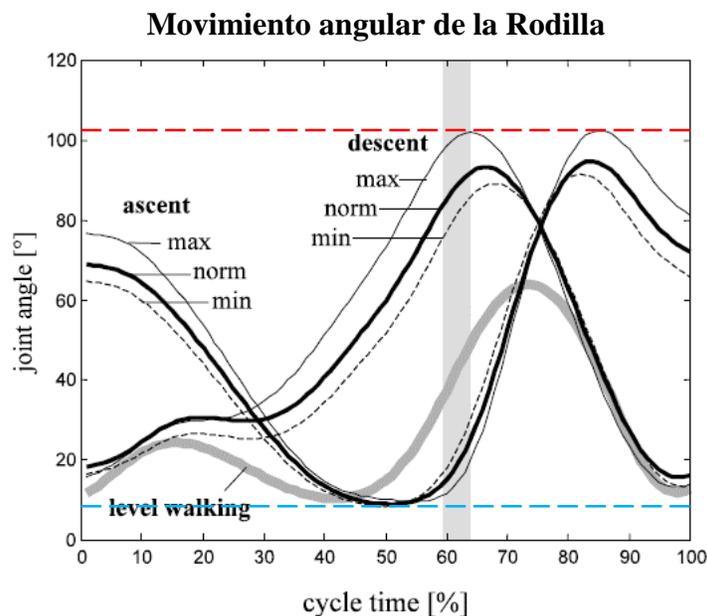
**Figura 1.21** A) Fases del ciclo de marcha para ascender, B) Fases del ciclo de marcha para descender.  
Fuente: (Novak et al., 2010)

Para descender las escaleras el proceso es similar al anterior, sin embargo, solo cambia la secuencia y dos fases, específicamente el descenso controlado (*controlled lowering*) y el arrastre de la pierna (*leg pull through*) (véase la **Figura 1.22b**) (Novak et al., 2010).

Debido a varios factores, las dimensiones de las escaleras, edad de los individuos de prueba, el método de captura de datos, condiciones iniciales de las pruebas, acondicionamiento de la información, entre otros, los resultados pueden variar entre uno y otro autor (Reid et al., 2007; Riener et al., 2002; Novak et al., 2010; Andriacchi et al., 1980; Wu et al., 2004). Sin embargo, los resultados cumplen con el mismo patrón de movimiento y en algunos casos la variación es mínima.

Un estudio realizado por (Riener et al., 2002) obtuvo ciertos resultados del ciclo a partir de pruebas sobre tres diferentes ángulos de inclinación de las escaleras. La inclinación mínima fue de  $24^\circ$ , la normal de  $30^\circ$  y la máxima de  $42^\circ$ . Las dimensiones de los escalones (inclinación normal) fueron de 17 cm (contrahuella) por 29 cm (huella), valores que concuerdan con el diseño de escaleras para ambientes públicos. En la inclinación mínima las dimensiones de los escalones son de 13.8 x 31 cm y en la inclinación máxima de 22.5 x 25 cm.

La gráfica del movimiento angular de la rodilla (en grados) del estudio de (Riener et al., 2002) se muestra en la **Figura 1.22**. El rango de movimiento durante estas pruebas existe una flexión máxima, tanto en ascenso como en el descenso, de entre  $90^\circ$  a  $100^\circ$ , casi un aumento de  $40^\circ$  en comparación con el CM.



**Figura 1.22** Gráfica de posición angular de la articulación de rodilla en ascenso (*ascent*) y descenso (*descent*) de las tres inclinaciones de escalera (*min*, *norm*, *máx.*). Como referencia se tiene la gráfica de la marcha en superficie plana (*level walking*). La línea vertical (59.6% - 63.7%) es cuando se produce el despegue del pie. El ciclo empieza con el contacto del pie (véase la Figura 7A y 7B).

Fuente: (Riener et al., 2002)

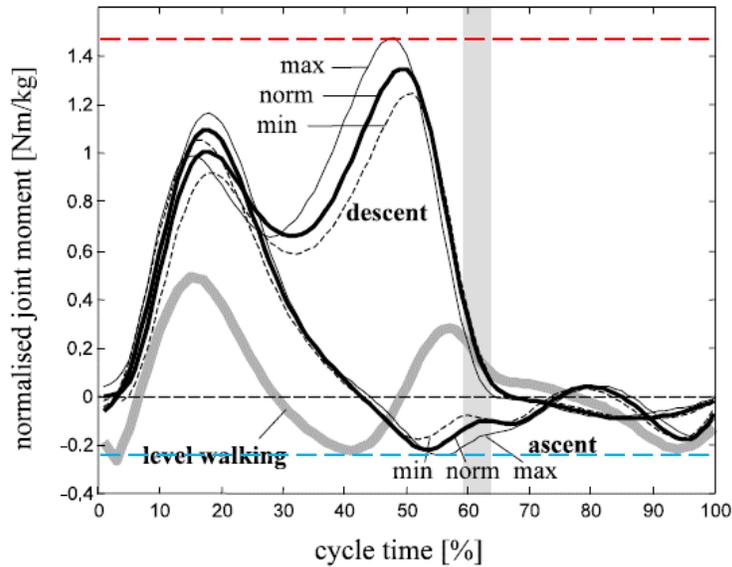
### Momento de fuerza en la rodilla en el ascenso/descenso.

No hay una dependencia significativa en la inclinación de las escaleras sobre los momentos de fuerza en la articulación durante la fase de oscilación (véase la **Figura 1.23**). En contraste, durante la fase de apoyo hay diferencias significativas.

A pesar de la cantidad de diferencias, los momentos extensores durante el ascenso y descenso son muy similares durante la primera mitad de la fase de apoyo (0-30% del ciclo), aumentando 0.7 Nm/kg a diferencia del CM. Sin embargo, hay una diferencia significativa en la segunda mitad (35 - 60% del ciclo) de la fase de apoyo para el movimiento en descenso, un máximo de entre 1.2 a 1.4 Nm/kg (Riener R. et al., 2002).

El momento extensor para las escaleras en descenso es tres veces (1 [Nm/kg] mayor a lo obtenido en el CM, a su vez, este momento de fuerza es el máximo requerido por las tres articulaciones (cadera, rodilla, tobillo), aunque el momento para el tobillo es ligeramente mayor en el CM.

### Momentos de fuerza para subir/bajar escaleras



**Figura 1.23** Gráfica de momentos de fuerza durante el ascenso (ascent) y descenso (descent) de la rodilla en las tres inclinaciones de la escalera (min, norm, máx.). “Level walking” es la referencia del CM en el plano. La línea vertical (59.6% - 63.7%) se refiere al momento del despegue del pie. El ciclo comienza con el contacto del pie.  
Fuente: (Riener R. et al., 2002)

La **Tabla 1.2** muestra los tiempos registrados de las pruebas, teniendo un promedio de 1.42s para el ascenso y de 1.20s para el descenso, con esto se observa que toma más tiempo subir que bajar las escaleras.

Inclination	Cycle duration $\pm$ S.D. (s)
<i>Ascent</i>	
Minimum	1.40 $\pm$ 0.10
Normal	1.41 $\pm$ 0.11
Maximum	1.47 $\pm$ 0.11
<i>Descent</i>	
Minimum	1.20 $\pm$ 0.13
Normal	1.19 $\pm$ 0.10
Maximum	1.22 $\pm$ 0.11
<i>Level walking</i>	1.11 $\pm$ 0.05

**Tabla 1.2** Los tiempos de duración del ciclo de marcha para las tres inclinaciones de la escalera, tanto en acenso como en descenso.

Fuente: (Riener R. et al., 2002)

### 1.6.4 Levantarse de una silla

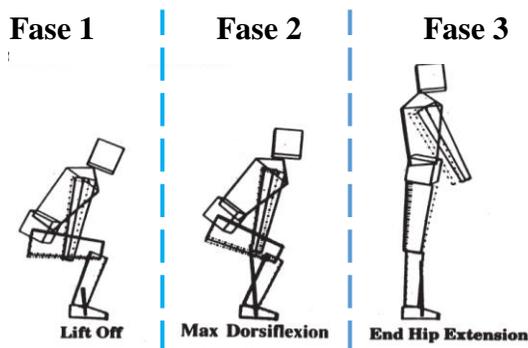
El movimiento para levantarse de una silla (STS, *sit to stand*) describe el cambio de postura del cuerpo de una posición sentada a una posición de pie. En términos biomecánicos se define como un movimiento de transición a una postura erguida,

requiere del movimiento del centro de masa, el cual parte de una posición estable a una inestable a través de la extensión de las extremidades inferiores. El movimiento STS es una habilidad importante debido a la relación de movilidad y funcionalidad, y es un prerrequisito para poder caminar (Wilhelmus M.J., 2008).

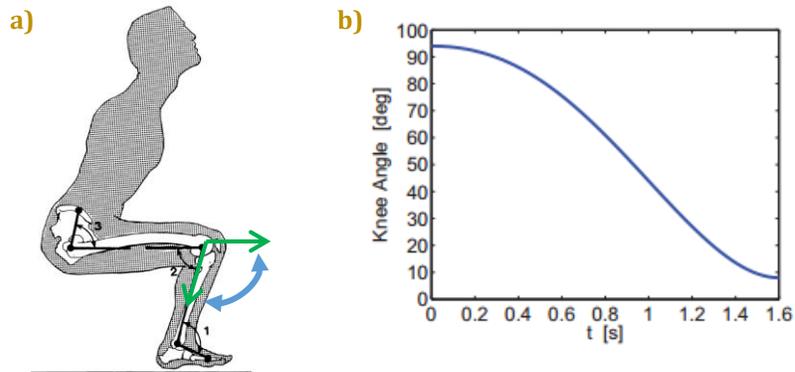
La ejecución del movimiento STS varía de persona en persona, hay varios factores que influyen en la manera de como desarrollan el movimiento, por ejemplo, la altura del asiento, el apoyo de los brazos, posición de los pies, edad y la fuerza de los músculos de las extremidades. Al igual que en los dos ciclos anteriores, el patrón de movimiento es similar entre los resultados que muestran los investigadores (Nuzik et al., 1986; Schenkman et al., 1990; Kim et al., 2009; Fotoohabadi et al., 2010; Kawamoto et al., 2002; Wang et al., 2008).

Generalmente los autores dividen el movimiento STS en tres fases (véase la **Figura 1.24**) (Nuzik et al., 1986). Durante el movimiento STS existe la variación de la posición angular de la rodilla, las gráficas de (Nuzik et al., 1986; Karavas et al., 2012) muestran el comportamiento de dicho movimiento donde se destaca un máximo de aprox. 90° (véase la **Figura 1.25**). Este movimiento STS es similar al de otros estudios (Fotoohabadi et al., 2010; Kawamoto et al., 2002; Wang et al., 2008) con diferencias de aprox.  $\pm 10^\circ$ . El tiempo registrado para el movimiento está entre 1.6s a 1.8s.

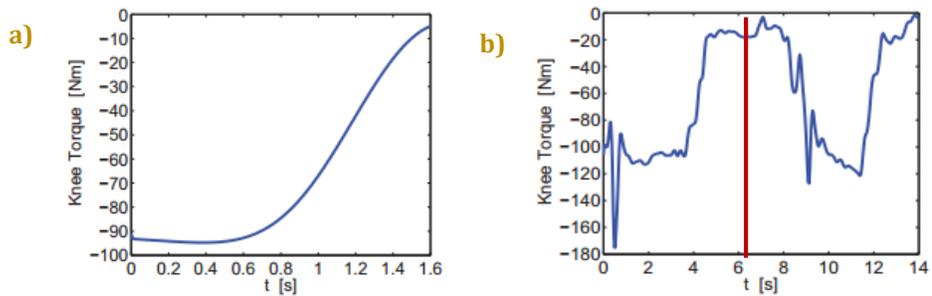
La gráfica de momento de fuerza en la rodilla durante el movimiento STS reportado por (Karavas et al., 2012) se muestra en la **Figura 1.26**, esta gráfica no está normalizada con respecto al peso, sin embargo, mencionan que las pruebas fueron llevadas a cabo con sujetos con pesos similares (82.5 kg), si se toma el momento pico de las gráficas y se normaliza se tiene un valor máximo de 1.21 Nm/kg. Los datos reportados de momento en la rodilla por otros autores (Kim et al., 2009; Kawamoto et al. 2002; Wang et al. 2008) muestran valores similares.



**Figura 1.24** Fases del movimiento ST (standing-up). Fase 1: Sentado, Fase 2: Flexión, Fase 3: Extensión  
Fuente: (Schenkman et al., 1990)



**Figura 1.25** a) Medición del ángulo de la rodilla, b) Gráfica de la posición angular durante el movimiento STS.  
Fuente: (Nuzik et al., 1986; Karavas et al., 2012)



**Figura 1.26** a) Gráfica de momentos de fuerza del STS simulado b) Gráfica de momentos de fuerza de un ciclo STS completo (levantarse y sentarse) con pruebas reales, la línea roja divide el ciclo y el lado izquierdo representa el movimiento para levantarse.  
Fuente: (Karavas et al., 2012)

En este capítulo se plantean y describen los requerimientos para el sistema de actuación (SA), el cual este trabajo se ajusta precisamente a la información del exoesqueleto de la UNAM (sección 1.5) y a los datos adquiridos de las funciones básicas de la rodilla (sección 1.6). También se presenta la selección de los componentes electromecánicos que interactúan en el sistema de actuación y la configuración para el arreglo de estos.

Es importante señalar que para llevar a cabo el diseño del sistema de actuación fue indispensable tener un enfoque holístico. Esto es, que el sistema se planteó como un todo, de modo que el diseño de una parte de éste, por muy pequeña que sea, ha de considerarse las repercusiones que este diseño puede acarrear al resto de componentes del sistema.

### 2.1 Requerimientos

Básicamente, el sistema de actuación (SA) debe proporcionarle movimiento a la articulación de la rodilla del exoesqueleto de la UNAM, el cual este a su vez, tiene como objetivo primordial permitirle recobrar la movilidad de los miembros inferiores a personas con deficiencias en la marcha debido a lesiones medulares (nivel 5).

Para ello, el sistema de actuación de la rodilla (SAR) debe poder realizar algunas de las funciones más básicas de uso diario, esto se traduce principalmente en la necesidad del par torsional de la articulación y de algunos otros parámetros.

En resumen, los requerimientos para el diseño del SA en este trabajo fueron determinados a partir de investigaciones, trabajos previos (del estado del arte) y en relación al trabajo en colaboración con el M.I. Serafín Castañeda C.

- Debe ser capaz el SAR de *asistir en los principales movimientos* como; levantarse de una silla, caminar sobre superficies planas y subir/bajar escaleras.
- El SAR debe tener un *rango de movimiento* (RM) similar a la de una rodilla humana. Y por seguridad del usuario, una de las funciones que debe realizar es limitar *el movimiento* para no exceder el RM permitido.

- En el caso de utilizarlo como auxiliar de rehabilitación, que no impida el movimiento del usuario, es decir, que responda rápidamente y trabaje acorde a la *velocidad natural* del ser humano
- El SAR debe tener *eficiencia energética*, ahorrando en lo posible energía y a través de la reducción del peso.
- El SAR debe ser *ligero* y también evitar pesos lo más alejado de los miembros, en otras palabras, que el tamaño del SEA deba ser *compacto*, sin tener componentes fuera del sistema y protegerlos del exterior.
- Debido a la *interacción con el usuario*, se deben reducir en lo mínimo el ruido, vibraciones y calor.
- El ensamble/desensamble del SAR debe permitir un fácil mantenimiento y que la transmisión del movimiento sea directa.
- El SAR debe utilizar componentes de fácil adquisición, durabilidad y reemplazables.

### 2.1.1 Contradicciones técnicas y problema de diseño

- Velocidad – par: Si se requiere de mayor velocidad en la junta, el par disminuye y, en caso contrario, si se requiere de mayor par la velocidad disminuye.
- Peso - par: Si se tienen componentes mecánicos de gran peso, el sistema de actuación requerirá de mayor par para moverlos, por ende, se necesitará de componentes más resistentes que tienen mayor peso.
- Dimensiones – par: Debido a la necesidad de mayor par, los componentes del sistema de transmisión son de dimensiones grandes, lo que requerirá de mayor par para moverlos.
- Tensión eléctrica – peso: A mayor diferencia de tensión eléctrica, la corriente consumida será menor para la potencia requerida, no obstante, para generar dicha tensión se necesita de más baterías que implica un aumento de peso.

El problema de diseño se refiere a que el SA proporcione el par necesario para generar movimiento angular en la junta de la rodilla del exoesqueleto (incluye mover el pie y el tobillo), que tenga el menor espacio y el menor peso posible, además que resista a fuerzas y momentos a los que estará sometido y pueda tener un buen control de posición y par torsional.

## 2.1.2 Suposiciones

Como el SA del exoesqueleto de la UNAM cuenta con cuatro GDL en cada pierna, el diseño propuesto por (Luna et al., 2015) contempla un grado de libertad por junta, esto implica tener un actuador en cada articulación de la rodilla.

Los datos obtenidos de los tres ciclos de (Levangie et al., 2011; Riener et al., 2002; Karavas et al., 2012) mencionan que fueron tomados de sujetos sanos y que a través de muchas pruebas sacaron el promedio, y con el fin de comparar los sujetos de prueba con diferentes pesos, los datos de par están expresados en Nm/kg.

Es necesario definir el peso del sujeto de prueba para el cual el SA sea diseñado. Se determinó con el grupo de trabajo que el sujeto de prueba sea de 78kg. Además de eso, el SA y la estructura del exoesqueleto aumentarán el peso de la pierna del usuario, incrementando los pares requeridos. Por lo tanto, haremos que SA, por lo menos, entregue cerca del 50% de par requerido, ya que el usuario podría contar con bastones para mantener el equilibrio y apoyarse en situaciones donde se demande mayor par.

Las funciones con mayor demanda de potencia se deben al ciclo de SBE (subir/bajar escaleras) y al levantarse de la silla (LS), ya que en el CM la potencia requerida no tiene picos grandes, incluso (Zoss et al., 2006) supone que no es necesario actuar la rodilla. Aunque, esta es una primera versión del diseño del SA para el exoesqueleto, con él se podrán ver las deficiencias y mejorarlo posteriormente.

Por otra parte, de acuerdo con (Levangie et al., 2011) la velocidad promedio para la marcha en individuos sanos es de aprox. 1.31 m/s (sección 1.6.2.2). La **Tabla 2.1** muestra los requerimientos por parte del exoesqueleto.

#	Características del exoesqueleto	Valor deseado
1	Actuador por junta en la rodilla	1
2	Objetivo máximo de velocidad al caminar	1.31 m/s
3	Máx. peso permitido del usuario	78 kg

**Tabla 2.1** Requerimientos técnicos por parte del exoesqueleto.

## 2.2 Especificaciones

Las especificaciones expresan en forma precisa y medible las características que debe tener el producto final. Básicamente, son los requerimientos convertidos en notaciones técnicas para su diseño. Para definir las especificaciones del SAR, se basó en la información de investigaciones existentes, detallada a continuación, y en los requerimientos antes mencionados, definiendo particularmente las características, propiedades y aspectos técnicos importantes.

### 2.2.1 Rango de movimiento (RM)

Para asegurar una buena interacción con el usuario, el RM del SA no debe exceder el RM biológico o natural del ser humano. Para ello, dentro del sistema, se tienen unos topes mecánicos que mantienen el RM deseado en caso de un mal funcionamiento, brindando a su vez seguridad al usuario. De este modo, se debe contemplar que el RM de la rodilla no debe limitar los movimientos de las funciones descritas en la sección 1.6.

Cabe señalar que la hiperextensión en la rodilla se puede presentar en algunas personas y en otras no, por lo que, para fines prácticos, en este trabajo, el movimiento se limitó a no tener hiperextensión, ya que sería peligroso para aquellas personas que no posean esta cualidad.

Resumiendo, la información del RM de la rodilla (**Apéndice A.1**) y con base en la información de los RM máximos presentados en la sección 1.5 y 1.6, se encontró que el RM está limitado por el RM de la rodilla del exoesqueleto, lo cual este sería el valor permitido para el sistema de actuación, dichos valores se presentan en la **Tabla 2.2**.

#	Junta	Actuador	RM máx. natural	RM deseable para las funciones	RM permitido por el Exoesqueleto
1	Rodilla (FER)	Requerido	1.5° -160°	0° - 100°	0° - 94°

**Tabla 2.2** Rango de movimiento de la rodilla. Flexión y Extensión de la rodilla (FER)

### 2.2.2 Selección del tipo de sistema de actuación

En materia de los sistemas de actuación, como se menciona en la sección 1.3, se ha desarrollado tecnología y diseños con la finalidad de mejorar la respuesta y el comportamiento de los actuadores, esto con el propósito de cumplir con los requerimientos de los sistemas robóticos más recientes (Laffranchi et al., 2011), entre

ellos los sistemas exoesqueléticos (Pratt et al., 2004; Sergi et al., 2012; Wang et al., 2013; Neuhaus et al., 2011; Dollar et al., 2008; Karavas et al., 2012).

Los actuadores flexibles básicamente tienen la integración de un elemento flexible (resorte), este elemento pretende simular las propiedades de los músculos, tendones, ligamentos, etc. Principalmente el comportamiento de poder variar la rigidez y liberar la energía almacenada, además de aportar una buena sensibilidad en el control de fuerza.

Los actuadores flexibles logran tener un rendimiento diferente, el cual no es posible obtenerlo con los sistemas de actuación convencionales (rígidos) (Robinson et al., 2000).

Los *actuadores flexibles variables* (AFV) se asemejan más al comportamiento de los músculos; sin embargo, no se recomiendan para aplicaciones de sistemas multi-grados de libertad en espacios limitados, esto se debe a que requieren de dos o más actuadores. Es evidente que por lo compacto y simplicidad, la familia de los SEA (*series elastic actuators*) son mejores en este aspecto, pues hacen uso de un solo actuador y un elemento elástico (Laffranchi et al., 2011).

En este trabajo, el diseño del SA se basará en una configuración del tipo SEA, gracias a las ventajas que ofrecen. Estos presentan esencial flexibilidad en los sistemas de actuación, desacoplado la inercia del motor a la salida y dejando una salida mecánica de baja impedancia a través de un espectro de frecuencia. Por lo tanto, los robots mejoran su capacidad intrínsecamente de absorber impactos y aumentar la interacción humano-robot (Karavas et al., 2012).

Ante la presencia de elementos pasivos que pueden almacenar y liberar energía durante un ciclo periódico, permite que la elasticidad en los robots sea más eficientes energéticamente comparado con sistemas de actuación tradicionales. Por otro lado, también se aprovecha el poder medir la fuerza o par directamente, sirviendo a su vez, como sensor de fuerza.

### **2.2.3 Peso y velocidad para el SA**

La causa de tener SA pesados se debe regularmente al tipo de transmisión, los motores eléctricos habitualmente requieren de estos sistemas para aumentar/disminuir par o velocidad, dependiendo de la aplicación. Basándose en los exoesqueletos existentes (de rehabilitación) el peso de los SA comúnmente varía de los 2kg a los 4kg (Zoss et al., 2006; Wang et al., 2013; Pratt et al., 2004; Sergi et al., 2012; Karavas et al., 2012)

aproximadamente. Esto nos da una perspectiva para delimitar dicha característica del SA.

En cuestión de la velocidad, la velocidad de la marcha puede variar debido a varios factores, el tipo de tecnología utilizada, las condiciones de los sujetos de prueba, entre otros. Sin embargo, tomando como referencia la información registrada por Levangie et al. (2011), el promedio de la velocidad del CM es de aproximadamente 1.31 m/s (sección 1.6), algunos otros registran aprox. 0.8 m/s (Narváez M.A., 2011; Karavas et al., 2012).

Por otra parte, la velocidad para el ciclo de subir o bajar escaleras (SBE) que presenta Riener et al. (2002) tiene un rango de 1.2 a 1.4 m/s, esto indica que se puede utilizar la velocidad promedio del CM, ya que entra en el intervalo del ciclo de SBE. Con esta información se pudo calcular la velocidad en la rodilla (**Apéndice A.3**), obteniendo una velocidad angular promedio de 152 °/s.

#### **2.2.4 Par y potencia para el SA**

Para determinar el par requerido se basó en la información de las gráficas generadas por análisis clínicos (Levangie et al., 2011; Riener et al. 2002). Un dato curioso del análisis de Zoss et al. (2006) menciona que la rodilla en la gráfica de potencia del CM su comportamiento parece más a un dispositivo disipador de energía, el cual en vez de utilizar un actuador puede ser sustituido, por ejemplo, por un amortiguador, en cambio no se puede decir lo mismo en la actividad de subir las escaleras debido a que la potencia aumenta considerablemente y es aquí donde es necesario el actuador.

Otra función que demanda par es en el momento de levantarse de la silla, Karavas et al. (2012) en su modelo simulado y real registra un pico máximo de 1.21 Nm/kg de par, esto se debe a que no existe apoyo en los brazos, por lo que podría disminuir si el usuario se apoyara con bastones. Tomando en cuenta los valores máximos de cada función y obteniendo su promedio (**Apéndice A.5**), se obtiene que el par requerido en la articulación es de aproximadamente 100 Nm

En cuanto a la potencia, el valor máximo registrado en las gráficas (Levangie et al., 2011) es de 2.5 W/kg para subir las escaleras (valor positivo representado como generación) y multiplicado por el peso del usuario nos da un valor máximo de 230 W (**Apéndice A.6**).

En el diseño del exoesqueleto se tiene la consideración de que el usuario pueda usar bastones, esto reduce en parte, el par requerido en actividades con mayor demanda, por lo que se puede considerar un valor menor al máximo mostrado en los cálculos.

## 2.2.5 Rigidez del elemento elástico

Considerando la importancia de que el diseño del SAR sea compacto y la transmisión del movimiento sea directa, se dio a la tarea de investigar los diferentes tipos de diseños de SEA en exoesqueletos, algunos mencionados en la sección 1.5. Los que mayor cumplían con estas características, eran configuraciones con elementos elásticos torsionales (Sergi et al., 2012; Dos Santos et al., 2013; Lagoda et al., 2010).

Lo innovador de este tipo de resortes son sus dimensiones y la función de trabajar en ambos sentidos, sin tener que acoplar dos o más elementos elásticos y, sobre todo, presentan un buen funcionamiento.

La rigidez es de las principales propiedades sobre el diseño de los resortes, pues este determina la impedancia mecánica a la salida y la sensibilidad del control de fuerza, este último es importante para un SA del tipo mecatrónico. De los diseños existentes y de acuerdo con estudios previos de (Wang et al. 2013), la cuasi-rigidez del humano en las articulaciones está por debajo de los 800 Nm/rad. En la Tabla del **Apéndice A.12** se muestran algunos de los diseños de resortes torsionales con su respectiva rigidez. La mayoría está por debajo de los 500 Nm/rad, esto se debe a que son usados en exoesqueletos para rehabilitación, sin embargo, el único que contempla una rigidez más grande es el MINDWALKER pues está enfocado a personas con paraplejia, esto nos indica que puede ser un valor adecuado para la rigidez de nuestro diseño.

De la información presentada anteriormente se pudo obtener la **Tabla 2.3** que muestra un resumen de las especificaciones de los requerimientos del SAR.

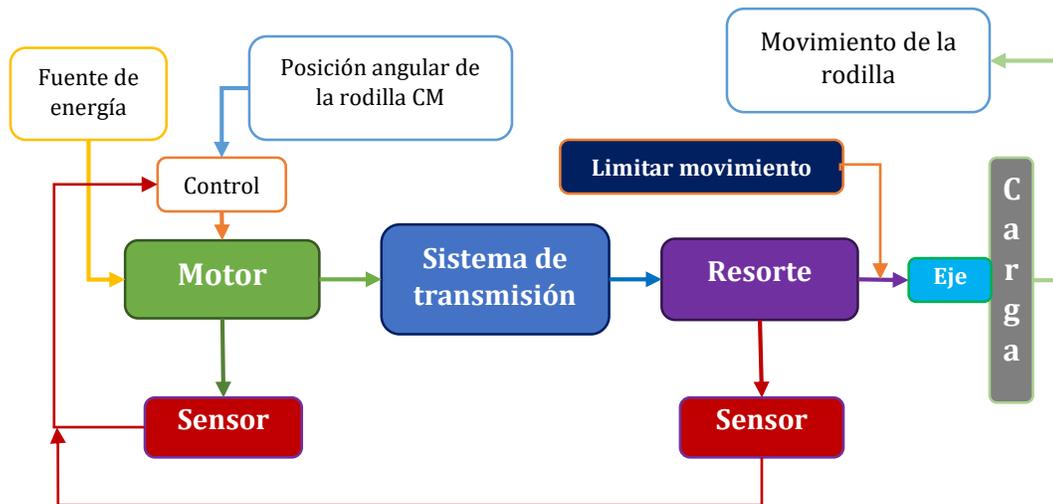
#	Variable	Símbolo	Valor deseado		Unidad
			Min.	Max.	
1	Par pico	$T$	~40 a 50	~100	Nm
2	Potencia pico	$P$	~30	>150	W
3	Rigidez del resorte	$K_r$	300	800	Nm/rad
4	Velocidad angular de la junta	$\omega_r$	10	>25	rpm
5	Resolución de par a la salida		1	<1	Nm
6	Peso del sistema de actuación	$w$	-	<4	kg

**Tabla 2.3** Especificaciones para el diseño del sistema de actuación de la rodilla.

## 2.3 Componentes del sistema de actuación

En este apartado se describen los componentes electromecánicos que han de ser instalados en el SA para hacer posible su funcionamiento. De este modo, los componentes comerciales básicos requeridos son un motor, un reductor y sensores de posición.

A grandes rasgos, el siguiente diagrama de la **Figura 2.1** muestra los componentes que conforman al sistema de actuación.



**Figura 2.1** Diagrama de los elementos que incluye el sistema de actuación para la rodilla del exoesqueleto.

Cada elemento cumple con cierta función dentro del sistema:

- *Motor*: es responsable de transformar la energía eléctrica en energía mecánica, la cual será transmitida a su eje, generando de este modo el movimiento de rotación para mover la rodilla, siendo este el elemento que realiza la función de mover.
- *Sistema de transmisión*: es el encargado de disminuir la velocidad del motor para convertirlo en aumento de par torsional, cumpliendo de esta forma la función de soportar la carga.
- *Sensores*: son los encargados de detectar la posición angular de los ejes del actuador, de esta forma el sistema puede ser estudiado y controlado en todo momento.

- *Resorte*: funge como sensor de par torsional para el control de fuerza, y a su vez, disminuye las impedancias mecánicas del sistema.
- *Limitar movimiento*: elemento de seguridad para evitar daño al usuario, impidiendo exceder el movimiento fuera del rango permitido.
- *Eje*: es el encargado de recibir el par torsional generado por el motor y lo transmite hacia la carga, logrando así el movimiento de la articulación.

Teniendo en cuenta esto y los requerimientos del SA, el siguiente paso es la selección de los componentes electromecánicos que han de ser integrados en el sistema, los cuales se detallan a continuación.

### 2.3.1 Actuador

Se puede decir que el actuador es uno de los elementos importantes del SAR, pues es el encargado de generar el movimiento para darle vida a las articulaciones. Como sabemos, existe una gran cantidad de tipos y diseños creados para diferentes aplicaciones, por ello, fue necesario una búsqueda de estos antes de encontrar el adecuado.

Antes de realizar su búsqueda, se tomaron ciertas consideraciones para delimitar la cantidad de actuadores existentes, estos criterios fueron tomados a partir del conocimiento adquirido por la literatura y de artículos de investigación relacionados al tema, ya que esto nos dio un amplio panorama sobre el tipo de actuadores utilizados en estas aplicaciones.

- La primera restricción fue buscar motores eléctricos, ya que ofrecen ciertas ventajas en comparación con los demás, por ejemplo: no poseen gran peso, sus dimensiones son aceptables y no requieren de dispositivos extras (compresores, sistemas hidráulicos, etc.), únicamente su fuente de alimentación.
- El segundo criterio fue buscar motores eléctricos con dimensiones adecuadas para el diseño, los motores sin escobillas o comúnmente conocidos como motor brushless tienen esa característica; pesan menos, sus dimensiones no son muy grandes, tienen buena eficiencia y requieren de poco mantenimiento. Precisamente son los más empleados en exosqueletos, aunque tienen la desventaja de que su control es un poco más complejo.
- Por otro lado, debido a que se requiere que la transmisión del movimiento sea directa, es decir, que no haya elementos fuera del sistema como bandas,

engranes, tendones, mecanismos, etc., los actuadores deben ser rotatorios (no lineales) para que puedan ser ensamblados directamente al reductor.

- Por último, se tomaron en cuenta sus características de operación como son el par torsional, la velocidad, la potencia, el voltaje y corriente, el tamaño, el peso, el tipo de ensamblaje, etc.

Así, tras su búsqueda se encontraron varios motores brushless de diferentes fabricantes, de los cuales los más destacados se pueden apreciar en la **Tabla 2.4** que muestra las especificaciones más importantes de nuestro interés.

Fabricante	RD	RD	RD	MN	MN	MN	PMW	PMW	PMW	I
Modelo	70x10	70x18	85	323772	429271	244879	XR15-03-A	XR15-03-B	XR15-03-D	
Potencia nominal [W]	270	370	450	90	90	90	102	74	113	4
Par nominal [Nm]	0.74	1.25	1.43	0.444	0.560	0.533	1.23	1.40	1.35	2
Velocidad Nominal [rpm]	3500	2200	3000	2590	2510	1610	2000	1900	900	3
Volt [V]	48	48	48	24	36	48	30	48	48	8
Corriente [A]	7	7	11	6.06	4.76	2.27	12	7.1	3.5	7
Peso [g]	230	340	370	600	600	600	1050	1050	1050	6
\$				295.05	295.05	295.05				1
Precio	€ 900	950-1255	1255							
£							1100	1100	1100	
Dimensiones [mm]	Ø 69 x 20.3	Ø 69 x 28.2	Ø 85 x 24.2	Ø 90 x 27 +25	Ø 90 x 27 +25	Ø 90 x 27 +25	Ø 150 x 32	Ø 150 x 32	Ø 150 x 32	5
Imagen										

**Tabla 2.4** Características de los motores brushless seleccionados. RoboDrive (RD), Maxon (MN), Power Motor Works (PMW), Nivel de Importancia (I). El precio está en dólares, euros y libras.

Para la selección del Motor Brushless CD (BLDC, por sus siglas en inglés) se tuvieron que considerar varios aspectos. El primer criterio que ayudó a descartar algunos de ellos fue calcular la constante del motor. Esta constante ( $k_m$ ) representa la relación de par ( $T$ ) sobre la raíz cuadrada de la potencia de entrada ( $\sqrt{P}$ ) en estado de paro del motor a 25°C.

$$k_m = \frac{T}{\sqrt{P}} \quad (2.1)$$

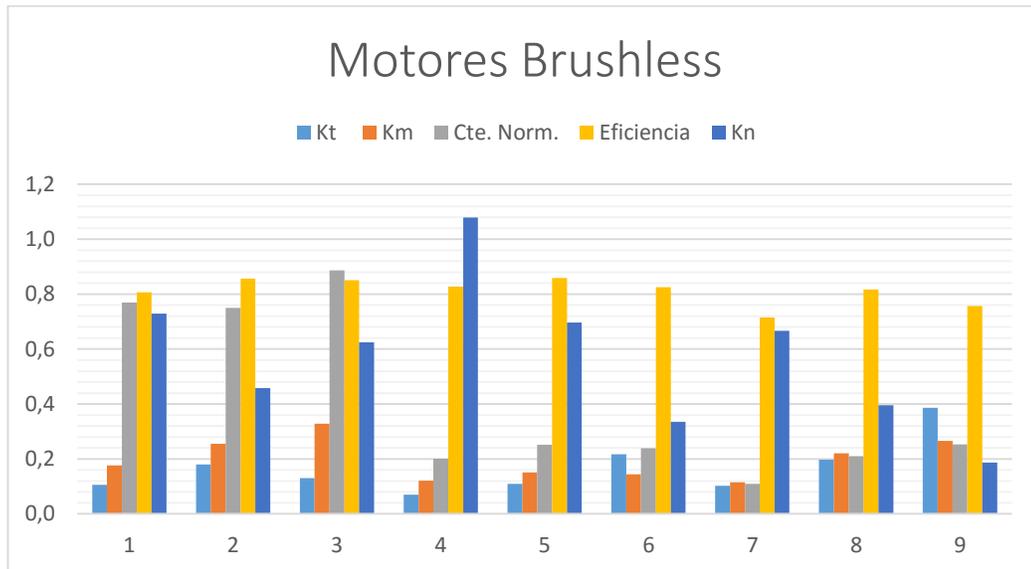
Esta relación es útil durante la selección de un motor brushless, porque indica la capacidad que tiene un motor para convertir de energía eléctrica a energía mecánica. Otra constante necesaria para calcular la constante del motor es la constante de par ( $k_t$ ), que se refiere al par producido por unidad de corriente. Además de estas constantes, también se incluyó; la constante de velocidad ( $k_n$ ), la eficiencia del motor y el valor de la constante del motor normalizada ( $k_m / m_m$ ). Este último indica la capacidad transformar la energía por unidad de masa del motor.

La deducción de las ecuaciones para calcular cada constante se puede ver en el **Apéndice A.7**. La **Tabla 2.5** muestra los resultados obtenidos de cada motor. En dicha tabla se puede apreciar en escala de colores los valores más importantes del motor, siendo el color verde el mejor y el rojo el peor.

No.	Modelo	Resist. [Ω]	Kt [Nm/A]	Kn [rpm/V]	Km [Nm/√W]	Cte. Norm. [(Nm/√W)/Kg]	Pmec [W]	Pel [W]	Efic. [%]
1 RD	70x10	0.470	0.106	72.92	0.177	0.77	271	336	81
2 RD	70x18	0.655	0.180	45.83	0.255	0.75	287	336	86
3 RD	85	0.210	0.130	62.50	0.328	0.89	449	528	85
4 MN	323772	0.343	0.071	135.00	0.120	0.20	120	145	83
5 MN	429271	0.522	0.109	88.00	0.151	0.25	147	171	86
6 MN	244879	2.280	0.217	44.00	0.144	0.24	89	108	82
7 PMW	XR15-03A	0.800	0.103	66.67	0.115	0.11	257	360	72
8 PMW	XR15-03B	0.800	0.197	39.58	0.220	0.21	278	340	82
9 PMW	XR15-03D	2.100	0.386	18.75	0.266	0.25	127	168	76

**Tabla 2.5** Parámetros importantes para la selección del motor brushless. Constante de par (Kt), Constante de velocidad (Kn), Constante del motor (Km), Constante Normalizada (Cte. Norm.), Potencia mecánica (Pmec), Potencia eléctrica (Pel), Eficiencia (Efic) RoboDrive (RB), Maxon (MN), Power Motor Works (PMW).

En la **Figura 2.1** se muestra una gráfica que compara únicamente los valores importantes para poder apreciarlos más fácilmente.



**Figura 2.1** Gráfica que compra los parámetros de cada motor.

En cuanto a eficiencia, la mayoría de los motores se encuentra dentro del rango, sin embargo, hay dos (7, 9) que pueden ser descartados tomando este criterio.

En la gráfica se puede observar que los motores de la marca *RoboDrive* tienen mejor valor de  $k_m$  y Cte. Norm. Además, tienen la característica de que son motores subensamblados, es decir, no cuentan con una carcasa o armazón para cubrir los elementos, gracias a esto, permiten que su ensamble sea más flexible. Por otro lado, sus dimensiones y par torsional son de los mejores. Sin embargo, tienen la limitante de que su precio es muy alto y, sobre todo, su ensamble debe ser muy preciso para evitar mal funcionamiento del motor.

Los de la marca *Pinted Motor Works* poseen un par excelente, y dos de ellos poseen buen valor de  $k_m$  (8,9), aunque no se puede decir lo mismo de su valor Cte. Norm (7-9), lo que nos indica que son muy pesados para poder generar par, aparte sus dimensiones son muy grandes, lo cual los descarta de ser una buena opción.

Por último, se tienen los motores de la marca *Maxon*, estos no tienen los mejores valores, pero tampoco los peores, lo cual se encuentran en el promedio. Dos de ellos (5, 6) tienen un valor aceptable de  $k_m$ , de los cuales se eligió el número 6, porque tiene mejor constante de par ( $k_t$ ) y su disponibilidad de compra eran mejores.

En cuanto a par, potencia, velocidad nominal, se encuentran dentro del rango requerido para la articulación de la rodilla, suficiente para el ciclo de la Marcha.

También las dimensiones del motor BLDC *Maxon* son aceptables para el SA, estos comercialmente se conocen como motores EC-Motor Flat. Adicionalmente, este tipo de motores tienen la ventaja de integrar el encoder de posición, que más adelante se menciona. La hoja de especificaciones del motor Maxon se puede ver en el **Apéndice B**.

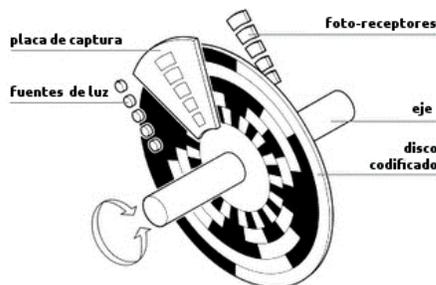
### 2.3.2 Sensor de posición

En la mayoría de los robots, resulta primordial recibir la información posible del sistema con el que se está trabajando, de otro modo no sería posible su implementación y control. Por tal motivo, la utilización de sensores en un robot se hace imprescindible.

En el actuador serán necesarios sensores que proporcionen la posición de los distintos elementos móviles que incorpora. Por tanto, el eje del motor será conectado a uno de ellos para poder controlar su funcionamiento. Del mismo modo, será necesaria la instalación de otro sensor de posición angular en el eje de salida ya que se pretende conocer la posición de la rodilla del exoesqueleto.

#### Sensor para el motor

Existen diferentes dispositivos electrónicos para adquirir la posición angular, los más conocidos por su practicidad son los encoders. Un encoder consiste en un sensor electromecánico, que conectado a un eje permite conocer la posición angular del mismo a través de un código digital.



**Figura 2.2** Principio de funcionamiento del encoder.

Precisamente existen dos tipos de encoder: absoluto e incremental. El primero de ellos tiene un código digital distinto para cada ángulo del eje. En cambio, el encoder incremental únicamente proporciona información sobre la variación del ángulo a partir de un cierto dato arbitrario, específicamente la posición del eje cuando el encoder fue encendido.

En el eje del motor, se necesita conocer tanto su velocidad como su posición angular, estos datos pueden ser utilizados para la teoría de control que se le aplicará. La posición angular de entrada servirá para calcular la diferencia que existe entre la entrada y la de salida, indispensable para el cálculo de par torsional.

En cualquier caso, este trabajo pretende conseguir un diseño compacto del sistema de actuación, por lo que se necesita un encoder con dimensiones reducidas capaz de realizar mediciones de forma precisa.

Después de una búsqueda, algunas opciones de encoders que se tomaron en cuenta para el motor se muestran en la **Tabla 2.7**, aunque después de haber seleccionado el motor de la marca Maxon, finalmente se optó por el encoder del mismo fabricante del motor, específicamente el encoder número 4, que tiene la gran ventaja de ser ensamblado al motor desde fábrica, gracias a esto se tiene un ahorro de espacio y de elementos extras para su ensamble.

Fabricante	Harmonic Drive		Maxon	Maxon	Maxon
No.	1	2	3	4	5
Modelo	MES-9	MEH-9	228452	453234	465802
Tipo de encoder	INC	INC	INC	INC	INC
Pulsos por revolución [Pulsos/Rev.]	100-500 1000	100-500 1000	500-1024	500-1024	512-1024
Voltaje [V]	5	5	5	5	5
Corriente [mA]	20	20	5 (por salida)	20 (por salida)	20 (por salida)
Max. Vel. Permitida [rpm]	6000	6000	18750	5000	30000
Fases en la salida	A, B, Z	A, B, Z	A, B, I	A, B	A, B, I
Señal de salida	Cuadrada/ volt	Cuadrada/ volt	TTL	EIA estándar RS422	EIA estándar RS422
Dimensiones [mm]	Ø13 x 20	Ø13 x 20		Ø90 x 26.9	Ø15.8 x 9
					
Precio			USD 127.75	USD 210.63	USD 104.75

**Tabla 2.7** Especificaciones importantes de los sensores para la posición del motor.

El encoder es del tipo incremental y tiene una resolución máxima de aproximadamente  $0.35^\circ$  por pulso, la velocidad máxima permitida es de 5000 rpm, valor que no será alcanzado por el motor. Su hoja de especificaciones se puede ver en el **Apéndice B** para más detalle.

### **Sensor para el eje de salida**

En el eje de salida, que es el eje de la articulación de la rodilla del exoesqueleto, interesa conocer su posición en todo momento para poder llevar a cabo un correcto estudio cinemático de la trayectoria de la rodilla durante el ciclo de la marcha. Además, algo importante e indispensable que debe tener este encoder es que debe ser capaz de detectar el más mínimo movimiento del eje, en otras palabras, debe tener una buena resolución.

La importancia de una buena resolución del sensor de posición se debe principalmente a la detección del movimiento del resorte torsional. Como se mencionó en la sección 1.3, los elementos elásticos de los sistemas SEA pueden fungir como sensores de fuerza o par, ya que el objetivo principal de estos sistemas se debe al control de fuerza. Para ello, es necesario detectar la diferencia de posición angular que existe entre la entrada y la salida del resorte torsional.

Sin embargo, la diferencia de posición angular del resorte estará por debajo de los  $10^\circ$  con una rigidez del resorte de 800 Nm/rad, resultados reportados por (Wang et al., 2013), se puede observar que la deflexión del resorte no es muy grande.

En vista de que se tiene contemplado obtener la misma rigidez del resorte, se pueden tomar como referencia dichos resultados para calcular la resolución del sensor. Poniendo el caso de que se requiera detectar 1Nm de par en el resorte, la resolución requerida debe ser de  $0.07162^\circ$ , es decir, aproximadamente 5030 pulsos/rev. Pero en dado caso de que se requiera mayor resolución de par para el control de fuerza, la resolución del sensor debe ser más grande.

Así, tras realizar una búsqueda de sensores con dicha resolución y, sobre todo, que tuviera un diseño que pudiera ser acoplado al eje, se encontró un encoder magnético incremental ASM® en forma de anillo, como se muestra en la **Figura 2.3**. Este está compuesto por un sensor de lectura modelo PMIS4 y un anillo de código magnético modelo PMIR7. Su cabezal, al recorrer la cinta magnetizada genera las señales típicas de los encoders, dos canales, la referencia, el error y sus correspondientes negadas. Su principio de funcionamiento se muestra en el **Apéndice A.8**.



**Figura 2.3** Sensor de posición para el eje de salida, encoder magnético incremental en anillo.

Este sensor cuenta con una resolución máxima de aproximadamente  $2 \times 10^{-3}$  grados, esto se traduce a 184, 320 pulsos/rev, lo cual es adecuado para tener un buen control de par. También es resistente ante impactos, vibración y humedad. Los modelos que se seleccionaron para esta aplicación son:

Escáner                      PMIS4-20-100-50KHZ-TTL-Z0-2M-S

Anillo magnético      PMIR7N-20-50-M-20

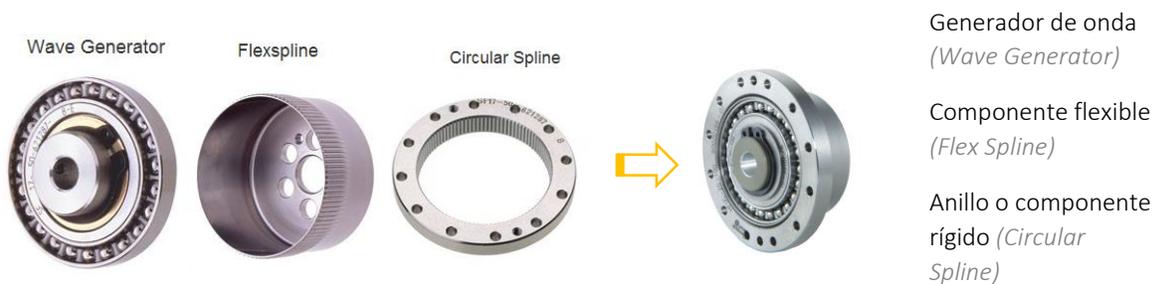
### 2.3.3 Sistema reductor: *Harmonic Drive* (HD)

La selección de este tipo de transmisión para nuestro diseño fue a partir de los buenos resultados que han obtenido trabajos existentes sobre la misma línea de investigación (véase sección 1.4), pero fundamentalmente se eligió por las ventajas que ofrece.

El mecanismo *Harmonic Drive* (HD) es un sistema de transmisión de potencia capaz de desarrollar elevadas relaciones de transmisión, aportando al conjunto una elevada exactitud en su posicionamiento, capacidad de transmisión de par, con una relación de poco peso y volumen, holguras despreciables, versatilidad y alta eficiencia [15].

Fue creado en el año 1955 por Walton Musser C., y actualmente es aceptado por la gran mayoría de científicos e ingenieros. Las transmisiones de tipo *Harmonic Drive* son ampliamente usadas en aplicaciones industriales, tales como: robótica, industria aeroespacial, equipos médicos o grandes imprentas.

El *Harmonic Drive* consigue transmitir potencia y par mediante tres elementos distintos y con funciones bien definidas, los cuales son; el *Wave Generator* (WG), el *Flex Spline* (FS) y el *Circular Spline* (CS), mostrados en la **Figura 2.4**.



**Figura 2.4** Componentes del reductor Harmonic Drive.

## Ventajas de la transmisión HD

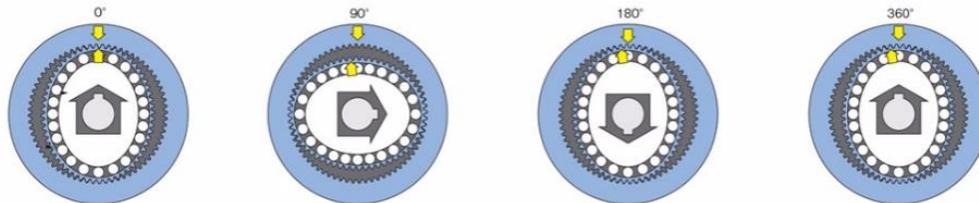
- *Diseño compacto y ligero.*
  - El sistema *Harmonic Drive* ofrece una excelente relación par/peso y par/volumen lo cual facilita su implementación en espacios reducidos, necesarios en este trabajo.
- *Alta capacidad de transmisión del par.*
  - Una de las características más destacables de este sistema reductor es la gran capacidad para transmitir par. Esto gracias a su principio de funcionamiento que más adelante se detalla.
- *Bajo desgaste y holgura nula.*
  - La superficie de contacto entre dientes es muy alta respecto a un sistema convencional. Esto se debe a que un 30% de todos los dientes del engranaje se encuentran engranados permanentemente. Lo cual, hay un menor desgaste de los dientes, ya que la carga soportada por el engranaje se reparte de forma más equitativa. Gracias a esto último, se reduce la holgura generada por un desgaste excesivo de los dientes.

## Funcionamiento y operación del Harmonic Drive (HD)

El engranaje del *Harmonic Drive* utiliza un principio de funcionamiento único, el cual se basa en la elasticidad mecánica de los metales, esto trae los beneficios de holgura nula, ahorro de peso y espacio.

El FS es ligeramente más pequeño en diámetro y tiene dos dientes menos que el CS, la forma elíptica del WG permite que los dientes del FS puedan acoplarse al CS. Los tres componentes de la transmisión pueden rotar a velocidades diferentes, aun estando en el mismo eje de rotación.

El mecanismo de rotación del *Harmonic Drive* (véase **Figura 2.5**) comienza su recorrido en el momento que el WG tiene la zona de engrane en su eje mayor, y cuando esta zona se desplaza 180° alrededor de la circunferencia del CS, entonces el FS, que posee dos dientes menos que el CS, tendrá un retraso de un diente relativo al CS. Por este engrane gradual y continuo de los dientes del engranaje, cada rotación del WG mueve al FS dos dientes hacia atrás sobre el CS [15].



**Figura 2.5** Mecanismo de operación de un *Harmonic Drive*.

### Selección del reductor *Harmonic Drive* (HD)

La empresa *Harmonic Drive*® en su página web [15] ofrece un gran catálogo sobre los distintos modelos de sistemas de transmisión, los cuales están orientados para cierto tipo de aplicación. En un principio se contempló la idea de utilizar un sistema de transmisión HD con motor incluido, específicamente los modelos FHA, los cuales dejaron de ser una buena opción, por el motivo de la relación peso/dimensión y su alto costo.

Posteriormente, se hizo únicamente la búsqueda de los modelos de sistema de transmisión HD, de los cuales los modelos indispensables para cumplir los objetivos marcados en el presente trabajo, refiriéndose a la reducción de peso y tamaño del conjunto, fueron los modelos de la serie CSD Ultra flat y FB que aparecen en la **Tabla 2.8**.

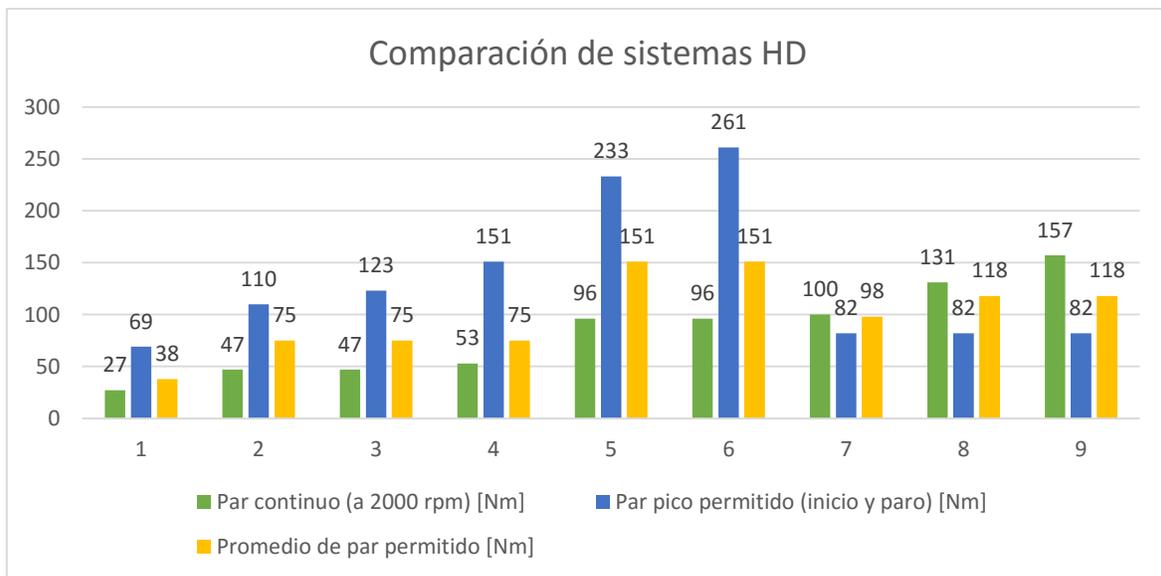
Cabe señalar que la serie CSD es la más empleada en sistemas exoesqueléticos existentes como es el caso de (Tagliamonte et al., 2010; Sergi et al., 2012; Zoss et al. 2006; Karavas et al., 2012), debido a sus ventajas de peso y dimensiones.

Modelo		CSD-25			CSD-32			FB-32		
No.		1	2	3	4	5	6	7	8	9
Relación de engranaje		50	100	160	50	100	160	100	131	157
Par nominal ( 2000 rpm)	Nm	27	47	47	53	96	96	100	131	157
Par pico permitido (inicio y paro)	Nm	69	110	123	151	233	261	82	82	82

Par promedio permitido	Nm	38	75	75	75	151	151	98	118	118
Limite promedio de velocidad de entrada	r/min		7500			7000			2300	
Peso	g		240			510				
Precio	USD		1550			1550				
Dimensiones	mm		Ø85 x 17			Ø110 x 22			Ø110 x 20.5	

**Tabla 2.8** Especificaciones de los reductores HD de la serie CSD y FB como posibles candidatos.

La **Figura 2.6** se aprecia mejor la comparación de los valores de par especificados por el fabricante.



**Figura 2.6** Gráfica comparativa de los reductores HD de la serie CSD y FB.

Para realizar la selección con buen criterio se han de tener en cuenta los requerimientos mencionados en la sección 2.2 y los siguientes:

- **Valores de Par demandados por la articulación**
  - Los valores de par demandados han de ser siempre menores que los soportados por el HD. Estos valores lo determinan las tres funciones básicas.
- **Relación de reducción de velocidad**
  - Es necesario el cálculo de la relación de velocidad del reductor, este parámetro determina la reducción máxima deseada; relaciona la velocidad del eje del motor con la velocidad de salida del HD.

- *Dimensiones*

- Esta limitación se debe tener en cuenta debido al espacio del que se dispone para el diseño del SA.

El par pico máximo alcanzado por la rodilla es de aproximadamente 100 Nm en la función de descender las escaleras, por lo que es el valor máximo que puede emplearse en el SA.

La velocidad de la rodilla en promedio es de 25 rpm y la velocidad del motor es de 1610 rpm, haciendo el cálculo con la siguiente ecuación nos da una relación ( $R$ ) de

$$R = \frac{vel.motor}{vel.rodilla} = 64.4$$

Por lo tanto, de acuerdo con la relación obtenida, este se encuentra dentro de dos posibles opciones de HD comerciales (50 y 100), sin embargo, el par generado a la salida del FS es un parámetro importante para su selección, considerando que se tiene como entrada el WG, siendo la configuración más empleada y, a su vez, útil para nuestro diseño (que más adelante se detalla) el cálculo de par en el FS para esta configuración se obtiene mediante la ecuación (A.16) del **Apéndice A.9**. Los resultados obtenidos de las dos opciones de HD se muestran en la siguiente tabla, tomando en cuenta que el par del motor es de 0.533 Nm.

$R$	$\tau_{WG}$	$\tau_{FS}$
100	0.533	53.3
50	0.533	26.7

Con los resultados anteriores y debido a los requerimientos de par y velocidad, los HD con relación  $N = 100$  cumplen con mejor rendimiento en cuanto a par, por lo que, el modelo de la opción 5 de la **Figura 2.6** cumple con las características requeridas.

Sin embargo, después de contactar con el fabricante, este recomendó usar un modelo similar al seleccionado, el cual tiene la característica de fácil montaje ya que cuenta con un elemento extra pre-ensamblado (*housing*), el objetivo de este elemento es porque requieren de una alta precisión de montaje para asegurar un buen funcionamiento del sistema HD, además por cuestiones de normas de seguridad del fabricante se recomendó dicho modelo al ser un dispositivo que estará en contacto directo con humanos.

En la **Figura 2.7** se muestra la diferencia del sistema HD del modelo CSD-2AGR (1er. modelo seleccionado) y el CSD-2UH (recomendado por el fabricante), cambiando notoriamente en dimensiones y peso. Finalmente, el sistema HD seleccionado es un

modelo CSD-32-100-2UH. Sus características se muestran en el **Apéndice B**, este modelo es el que se incluyó en el diseño del SA.

CSD-2AGR



CSD-2UH



**Figura 2.7** Diferencia del HD CSD-2AGR y el CSD-2UH.

Algunos otros datos del HD también se revisaron, por ejemplo, para poder mover el reductor al inicio, el par máximo necesario en el WG, sin carga a la salida, es de 0.18 Nm. Por otra parte, en el *Harmonic drive* se presenta un error cinemático, es decir, existe una diferencia entre la posición angular teórica y la real a la salida, este valor igualmente se conoce como holgura o Backlash y se calcula con la siguiente expresión

$$\theta_{er} = \theta_2 - \frac{\theta_1}{R} \quad (2.2)$$

El valor del backlash para el modelo seleccionado es de 1 arcmin, es decir,  $16^\circ \times 10^{-3}$  este valor no afectaría a la lectura del encoder magnético, siendo este menor a la resolución del encoder magnético.

Además, para que el HD tenga un buen funcionamiento, el fabricante recomienda cierto tipo de lubricante para evitar fricción entre los dientes, estas especificaciones se pueden ver en el **Apéndice B**.

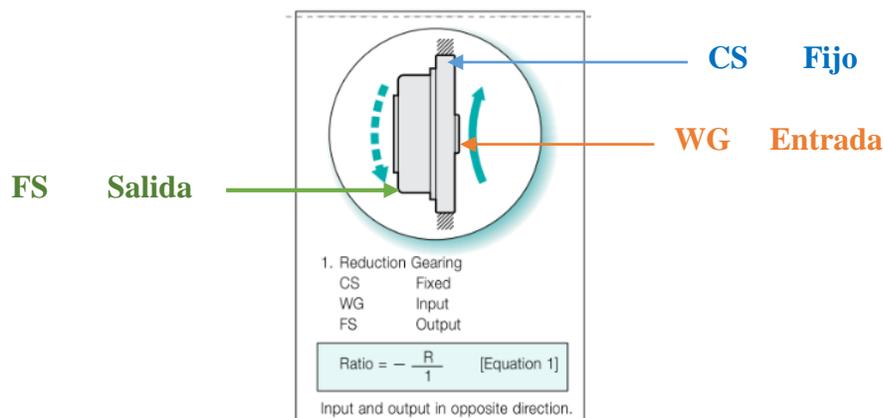
## 2.4 Configuración de los componentes del SA

Previo a la selección de los componentes se generaron ideas sobre las posibles configuraciones en cuanto a posición y pre ordenamiento de los componentes, para ello las combinaciones fueron establecidas mediante las siguientes restricciones

- Ocupar el espacio y tamaño asignado para la articulación de rodilla del exoesqueleto de (Luna et al., 2015), (véase la sección 1.5).
- El movimiento rotacional del motor debe ser directo al eje de salida.
- Que los componentes no se encuentren alejados del sistema.
- Que deba ser compacto y de fácil ensamblado

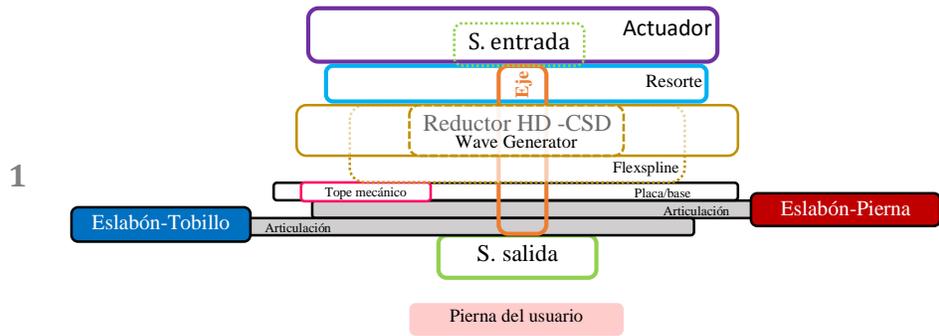
Las ideas generadas se pueden observar en la **Tabla 2.9**. El proceso de selección de la configuración final se llevó a cabo en paralelo con la selección de los componentes, puesto que se iban observando las características, dimensiones y funcionamiento de los mismos para que pudieran adaptarse a las propuestas. Sin embargo, después de haber seleccionado los componentes se optó por la opción número 4, ya que esta opción es la más utilizada por los sistemas SEA, esta configuración es la que se utilizó para el diseño en CAD del SA.

Con la configuración seleccionada de los componentes también se determinó la configuración de transmisión del HD, dado a que esta cuenta con siete configuraciones distintas para la transmisión del movimiento (**Apéndice A.10**). La opción uno fue la que se eligió (véase **Figura 2.8**), este tiene la característica de que la dirección de giro a la salida es el sentido inverso de la entrada.

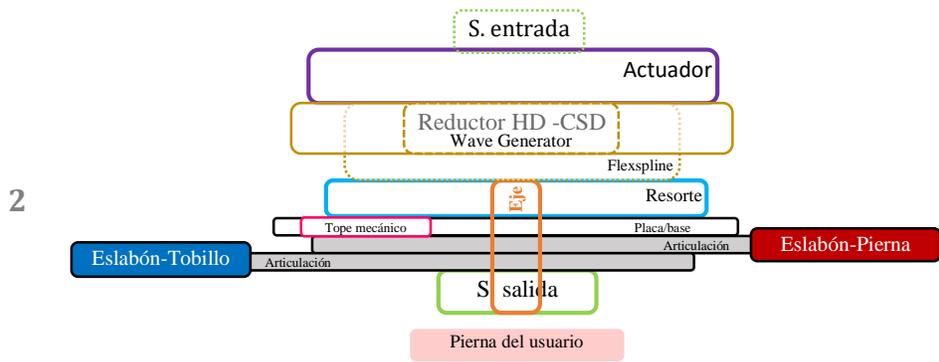


**Figura 2.8** Configuración 1 del Harmonic Drive seleccionado para el diseño.

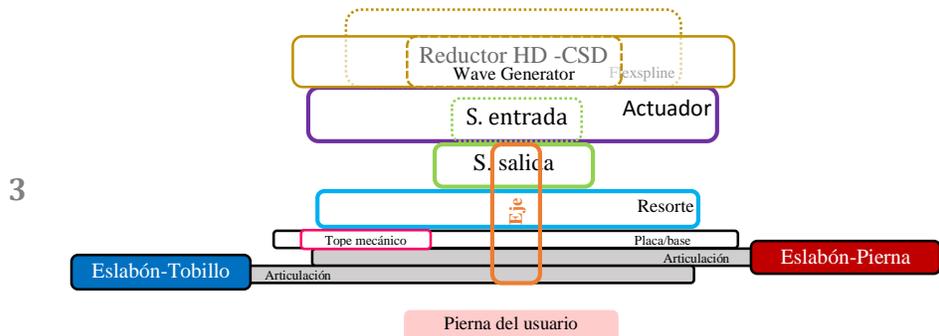
**No. Configuración**



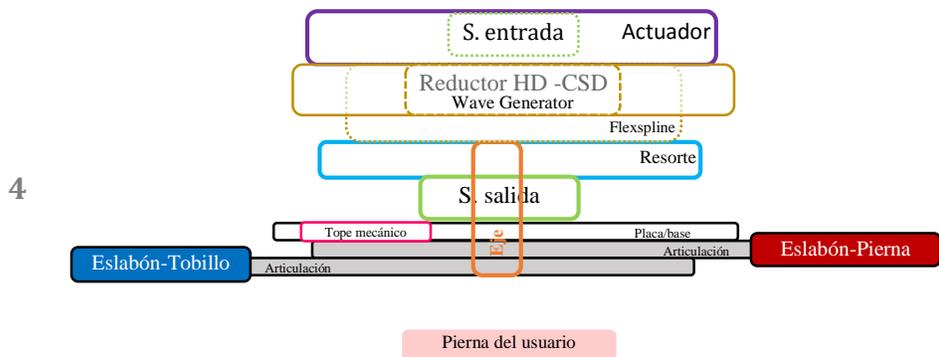
Resorte se encuentra entre el HD y el actuador, utilizando FS fijo al eje



Resorte sobre la carga y los sensores en los extremos



El CS del HD es el que transmite el movimiento hacia el resorte y este a la carga



La salida del HD es mediante el FS conectándose con el resorte y este a la carga

**Tabla 2.9** Propuestas de configuraciones para el arreglo de los componentes dentro del sistema de actuación.

### 3.1 Diseño del eje

El eje básicamente es un componente de dispositivos mecánicos que transmite movimiento rotatorio y potencia. Y para transmitir adecuadamente esas propiedades es necesario calcular sus dimensiones. El diámetro mínimo del eje es importante debido a que ciertos componentes (resorte de doble espiral y el sensor) del SAR se encuentran sobre este.

La carga a la que estará sometido el eje se compone de los siguientes elementos, algunos se desconocen y por lo tanto se hace una suposición de la información de exoesqueletos existentes y de la literatura:

- El peso de la persona, 78Kg
- El peso total del exoesqueleto, 42 Kg (aproximadamente)
  - De la estructura, 14 kg
  - De la instrumentación, 10 kg
  - Más un peso extra por motivo de sistemas no considerados aún y por practicidad en los cálculos, se agregan 16 Kg

Teniendo un peso total de 120 Kg, cabe mencionar que el peso total se aplica en el eje cuando la rodilla está en la fase de apoyo de los ciclos.

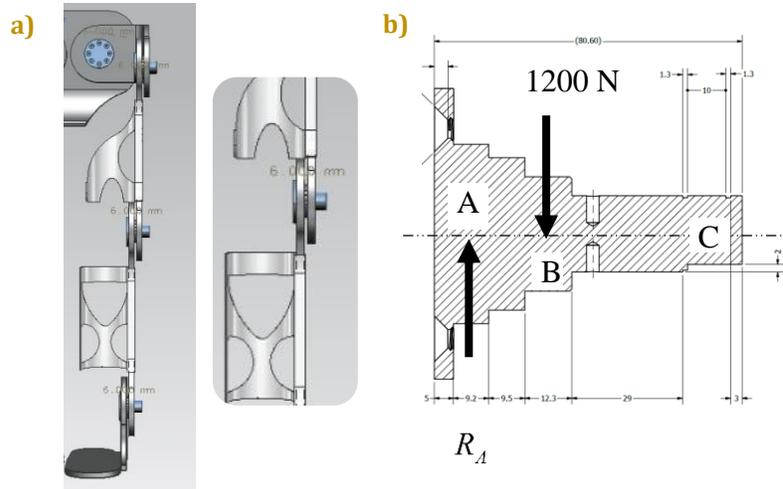
El material del eje es un aluminio 6061 T6, propuesto por (Luna et al., 2015). La **Tabla 3.1** muestra las propiedades mecánicas del material empleados en los cálculos del eje.

Propiedad	Símbolo	Valor	Unidad
Resistencia última	$S_u$	310	MPa
Resistencia de fluencia	$S_y$	276	MPa
Módulo de elasticidad	$E$	68.9	GPa
Resistencia a la fatiga	$S_n$	96.5	MPa
Relación de Poisson	$\nu$	0.33	
Resistencia de fluencia al corte	$S_{ys}$	207	MPa

**Tabla 3.1** Propiedades mecánicas del Aluminio 6061 T6

Fuente: [www.matweb.com](http://www.matweb.com)

El cálculo realizado por Luna et al. (2015) muestra un resultado de 19.9 mm de diámetro mínimo para el eje. Sin embargo, es necesario recalcularlo al aplicarle las cargas consideradas en este trabajo.



**Figura 3.1** a) Vista del eje de la rodilla en el exoesqueleto. b) Diagrama simplificado del eje con los puntos donde se encuentran aplicadas las cargas.

Para el análisis del eje, este se dividió en dos secciones; uno que va del punto A al punto B, considerado como una viga en voladizo para encontrar el esfuerzo cortante y el momento flexionante, este último es útil para el cálculo del diámetro del eje en esa sección. Y del punto B al punto C, se consideró como un eje fijo a torsión para determinar el diámetro mínimo.

### 3.1.1 Cálculo del diámetro del eje del punto A al B

Como se observa en la **Figura 3.1b**, el eje se puede analizar como una viga en voladizo el cual está sometido a una carga puntual en el punto B, por lo tanto, podemos calcular el momento flexionante máximo.

Resolviendo los cálculos para el eje, se obtuvo el diagrama de cargas de esfuerzo cortante y momento flexionante mostrados en la **Figura 3.2**. Dando como resultado un momento flexionante máximo de  $M = 23.4 \text{ Nm}$ .

#### Resolución:

Cálculo de las reacciones:

$$+\uparrow \sum F_y : \quad R_A - 1200\text{N} = 0 \quad R_A = 1200\text{N}$$

$$\sum M_A : \quad M - 1200\text{N}(0.02025\text{m}) = 0 \quad M = 24.30\text{Nm}$$

Diagrama de esfuerzos cortantes:

Tramo BB':

$$\begin{aligned}\sum F_y &= 0 \\ -V - 1200 \text{ N} &= 0 \\ V &= -1200 \text{ N}\end{aligned}$$

Diagrama de momentos flexionantes:

Tramo BB':

$$\begin{aligned}\sum M_{B'} &= 0 \\ M - 1200 \text{ N}(x) &= 0 \\ M &= 1200(x) \begin{cases} x = 0 & M = 0 \\ x = 0.02025 & M = 24.3 \text{ Nm} \end{cases}\end{aligned}$$

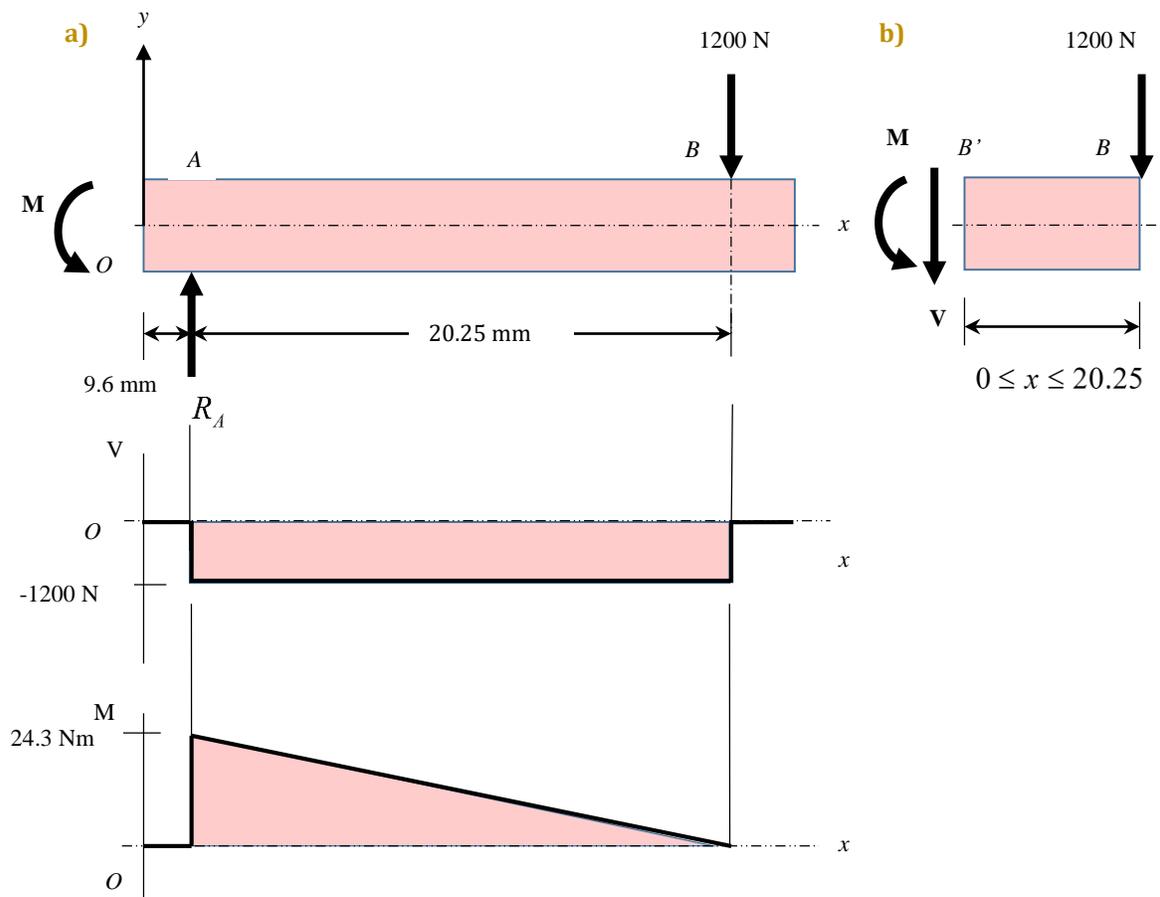


Figura 3.2 a) Diagramas de carga en el eje, fuerza cortante y momento flexionante. b) Diagrama del tramo BB'

Tomando como referencia a Mott R. L. (2006) para el procedimiento sobre el diseño del eje. El cual la ecuación (3.1) es la ecuación para el diseño de ejes, que es compatible con la norma ANSI B 106.IM-1985.

$$D = \left[ \frac{32N}{\pi} \sqrt{\left[ \frac{K_t M}{s'_n} \right]^2 + \frac{3}{4} \left[ \frac{T}{s_y} \right]^2} \right]^{1/3} \quad (3.1)$$

Donde:

- $N$  Factor de diseño
- $s'_n$  Resistencia a la fatiga modificada
- $K_t$  Factor geométrico de la concentración de esfuerzos
- $M$  Momento flexionante del eje
- $T$  Par máximo del eje
- $s_y$  Límite de elasticidad del material

### Factor de diseño, $N$

Es una medida de la seguridad relativa de un componente bajo la acción de una carga. Acerca de los valores recomendados del factor de diseño, se usará  $N=2.0$  en diseños típicos de ejes (materiales dúctiles), donde hay una confianza promedio en los datos de resistencia del material y de las cargas.

### Procedimiento para estimar la resistencia real a la fatiga $s'_n$

Si las características del material, o las condiciones de operación reales para una pieza de máquina, son distintas de aquellas para las que se determinó la resistencia a la fatiga, ésta se debe reducir, respecto del valor consultado.

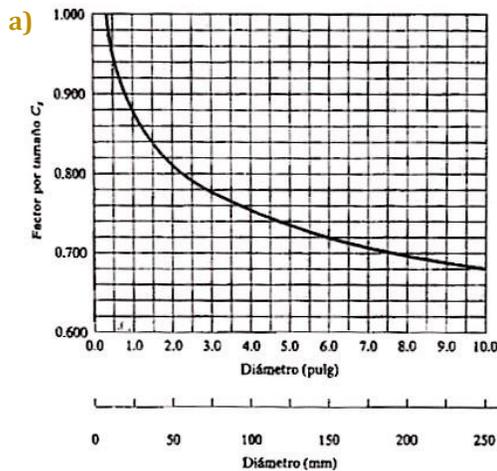
Para estimar la resistencia a la fatiga modificada  $S'_n$  del material, implico utilizar algunos de los factores a la resistencia a la fatiga:

- Se aplicó un factor de confiabilidad de  $C_R = 0.81$ , obtenido de la **Tabla 3.2**.
- También se aplicó un factor de tamaño  $C_s = 0.92$ , calculado con la información de la **Figura 3.3**. Considerando un diámetro de 15 mm para el cálculo.

Confiabilidad deseada $C_R$	
0.50	1.0
0.90	0.90
0.99	0.81
0.999	0.75

**Tabla 3.2** Factores de confiabilidad aproximados  $C_R$

Fuente: Mott R.L., 2006



b)

Unidades del Sistema Estadounidense Tradicional	
Rango de tamaño	Para $D$ en pulgadas
$D \leq 0.30$	$C_s = 1.0$
$0.30 < D \leq 2.0$	$C_s = (D/0.3)^{-0.11}$
$2.0 < D < 10.0$	$C_s = 0.859 - 0.02125D$
Unidades SI	
Rango de tamaño	Para $D$ en mm
$D \leq 7.62$	$C_s = 1.0$
$7.62 < D \leq 50$	$C_s = (D/7.62)^{-0.11}$
$50 < D < 250$	$C_s = 0.859 - 0.000837D$

Figura 3.3 a) Gráfica de factor por tamaño. b) Tabla de Factores de tamaño.

Fuente: Mott R.L., 2006

Por lo que, se obtuvo una resistencia a la fatiga estimada del aluminio 6061 T6 de

$$s'_n = s_n(C_R)(C_s) = 72.55 \text{ MPa}$$

### Factor de concentración de esfuerzos, $K_t$

Se contemplaron las concentraciones de esfuerzos durante el análisis de diseño. La mayor parte de los valores dependen de los diámetros del eje, y de las geometrías de los chaflanes y ranuras. Para un diseño preliminar debido a los cambios de diámetro en el eje, el factor de concentración de esfuerzos que se aplicó en el cálculo es  $K_t = 3$ , el cual se sugiere un valor relativamente alto para tener un resultado conservador como primera aproximación.

Por último, se realizó el cálculo sustituyendo los datos anteriores en la ecuación (3.1) para obtener el diámetro mínimo del eje del punto A al B, los cálculos se pueden ver en el **Apéndice C**. El cual nos dio un diámetro mínimo de  $D = 27.8 \text{ mm}$ , considerando el par de  $100 \text{ Nm}$  y el límite de elasticidad del material  $s_y$ .

### 3.1.2 Cálculo del diámetro del eje del punto B al C

La sección del punto B al punto C del eje, se puede analizar como un eje que está sometido a torsión, asumiendo que, el peso de los componentes no afectara significativamente ya que no son muy grandes, además el diseño ayudará a que disminuya el peso sobre esa sección del eje.

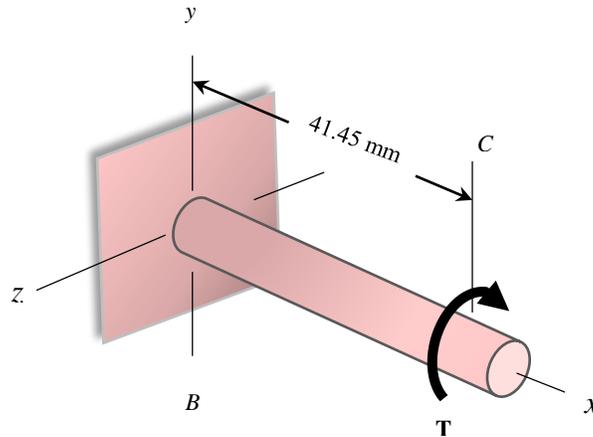


Figura 3.4 Diagramas del eje a torsión.

En la **Figura 3.4** se muestra el diagrama del eje que está fijo a un soporte en el punto B. En realidad, el soporte es la inercia que se desea hacer girar, pero para propósitos del análisis del diámetro se considerará como estático.

A través de la sección transversal se desarrollan esfuerzos cortantes. Para una barra sólida de sección circular en torsión se calcula mediante

$$\tau_{\max} = \frac{Tr}{J} \quad (3.2)$$

donde

- $T$  Par de torsión
- $r$  Radio de la superficie exterior
- $J$  Segundo momento polar del área

Como el eje es sólido, el segundo momento polar para una sección circular sólida es

$$J = \frac{\pi d^4}{32} \quad (3.3)$$

Sustituyendo la ecuación (3.3) en la ecuación (3.2) y despejando a  $d$  se tiene

$$d = \sqrt[3]{\frac{16T}{\pi \tau_d}} \quad (3.4)$$

Por lo que, con la ecuación (3.4) se puede calcular el diámetro mínimo del eje. Cabe señalar que el método de la predicción de falla por esfuerzo cortante máximo establece que un material dúctil comienza a ceder cuando el esfuerzo cortante máximo es un componente bajo carga es mayor que en un espécimen de prueba de tensión cuando se indica la fluencia (Mott R.L., 2006). Entonces, para calcular el esfuerzo cortante de diseño se debe considera que

$$\tau_{m\acute{a}x} < \tau_d = s_{sy} / N$$

Considerando la resistencia de fluencia al corte  $s_{sy}$  del material (aluminio 6061 T6), valor mostrado en la **Tabla 3.1**, y un factor de seguridad ( $N$ ) de 1.4. Nos dio un diámetro mínimo de  $d = 15.1$  mm y un diámetro nominal por cuestiones de ranuras de anillos de retención, el cual se aumenta un 6% más, se tiene  $d_{nom} = 16$  mm , los cálculos se muestran en el **Apéndice C**.

Una vez sabiendo el diámetro mínimo permisible, se decidió dejar el diámetro del eje a 20 mm por cuestiones de los elementos ubicados sobre el eje (sensor y resorte). Por lo que, se calculó el esfuerzo cortante máximo con dicho diámetro y se incluyó un factor de esfuerzos por el cambio de diámetro en el eje.

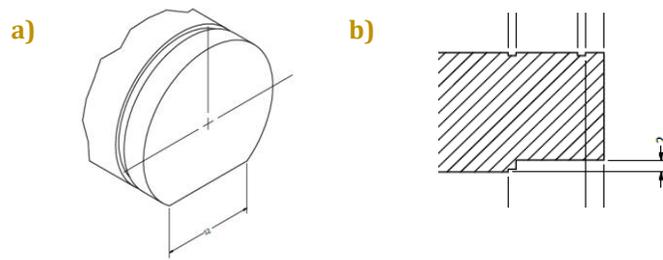
El valor de la relación de diámetros al inicio del eje es de  $D / d = 1.5$  , este valor es mayor que el producido por la ranura de los anillos, por lo cual, con este valor se tiene un factor de concentración de esfuerzos de aprox.  $k_{ts} = 2$  , dicho valor se obtuvo de la gráfica que se encuentra en el **Apéndice A.11**.

Multiplicando el factor de concentración de esfuerzo en la ecuación (3.2) se tiene la ecuación (3.5) y sustituyendo los valores antes mencionados, se obtuvo un esfuerzo cortante de  $\tau_{max} = 127$ MPa , esto nos indica que no habrá falla al no ser mayor por el esfuerzo de diseño que es de  $\tau_d = 147$ MPa .

$$\tau_{max} = k_{ts} \frac{Tr}{J} \quad (3.5)$$

Por otra parte, para transmitir la potencia del resorte de doble espiral al eje, se decidió realizar un corte plano sobre el eje, como se muestra en la **Figura 3.5**.

No se utilizó un cuñero puesto que el resorte se encuentra al final del eje y, sobre todo, el corte realizado permite una fácil manufactura. Debido a este cambio de geometría en el eje, el comportamiento de miembros con secciones transversales no circulares, al someterse a torsión, es radicalmente distinto (Mott R.L., 2006).



**Figura 3.5** a) Vista en isométrico del eje con el corte plano. b) Vista lateral del eje con el corte y sus medidas.

Las fórmulas de estos factores se expresan en forma parecida a la ecuación (3.2), los cuales son:

$$\text{Esfuerzo cortante torsional} \quad \tau_{\max} = \frac{T}{Q} \quad (3.6)$$

$$\text{Deflexión de secciones no circulares} \quad \theta = \frac{TL}{GK} \quad (3.7)$$

Y con la información de la figura del **Apéndice A.11** se calcularon los factores de  $K$  y  $Q$ . El resultado obtenido fue un  $\tau_{\max} = 84.7 \text{ MPa}$  sobre la sección plana y una deflexión de  $\theta = 2.8 \times 10^{-3} \text{ rad}$ , por lo tanto, el esfuerzo cortante no excede el valor de resistencia del material y la deflexión es prácticamente cero en esa sección geométrica (cálculos en el **Apéndice C**).

### 3.1.3 Fijación del resorte en el eje

Dado a que el resorte transmitirá únicamente el par torsional sobre el eje, este no producirá cargas de empuje apreciables. Sin embargo, si existiera movimiento en dirección axial, podría causar ruido, desgaste excesivo, vibración o desacoplamiento total de la transmisión.

Los anillos de retención se emplean con frecuencia para posicionar axialmente un componente sobre un eje o en un agujero de alojamiento. En el caso del eje fue necesario colocar dos anillos de retención para fijar el resorte de doble espiral.

La instalación de los anillos de retención requiere de ranuras sobre el eje para evitar el movimiento axial. Mediante el catálogo del fabricante (Rotor Clip, Inc.) se buscó el anillo de retención para un diámetro de eje de 20 mm, por lo que se seleccionó el modelo DSH-20-2, sus características se muestran en el **Apéndice B**.

## 3.2 Diseño del Resorte

### 3.2.1 Tipo de resorte

Como se ha mencionado, el resorte es un elemento importante de los SEA. Las estructuras elásticas que frecuentemente se utilizan en estos sistemas se pueden ver en la **Figura A.10** y en la **Tabla A.7** (del **Apéndice A.12**) se muestran algunos de estos ejemplos con sus configuraciones.

La elección sobre el tipo de resorte fue con base en los requerimientos, partiendo de que la transmisión del movimiento sea directa, y a su vez, compacto. Después de una revisión del estado del arte, se eligió que los resortes torsionales planos cumplieran con estos criterios.

En la **Tabla A.8** se muestran algunos modelos de resortes torsionales, de entre todos, los resortes de doble espiral ofrecen mejor rendimiento y ciertas ventajas en comparación con los demás. Esto se debe a que está formado por resortes en espiral, los cuales cuentan con las siguientes características:

- Se utilizan en aplicaciones en espacios pequeños por lo compacto.
- Su curva que relaciona par contra deformación o deflexión angular es lineal en los primeros 360°.
- Son relativamente obedientes comparado con otros tipos de componentes elásticos como los resortes helicoidales a tensión.
- Si el resorte tiene una deformación grande es capaz de proporcionar altos niveles de par incluso con una rigidez pequeña.
- El número de espiras debe ser un número entero para evitar grandes concentraciones de esfuerzos.
- Normalmente el diámetro interno se encuentra fijo a un eje y el diámetro externo se adjunta a un objeto que rotara o utilice el par del resorte.
- Su manufactura no es complicada por su geometría.

El diseño del resorte de doble espiral presentado por (Wang et al., 2013) se destaca por tener mejores características y rendimiento. Incluso, su sistema de actuación está diseñado para un exosqueleto (MINDWALKER) enfocado a personas con paraplejía. Debido a la similitud de la aplicación con este trabajo se determinó tomar como referencia la geometría del resorte.

### 3.2.2 Material del resorte

Antes de realizar los cálculos para el diseño del resorte es necesario elegir el material, ya que ciertas propiedades mecánicas del material son utilizadas en algunas ecuaciones.

La función principal de un resorte es almacenar energía elástica y cuando sea necesario liberarla de nuevo. Independientemente de su forma o uso, el mejor material para un resorte si la energía es almacenada por unidad de volumen es con un valor grande de  $M_1 = \sigma_f^2 / E$  y si la energía es almacenada por unidad de peso es con un valor grande de  $M_2 = \sigma_f^2 / \rho E$  (Ashby M.F., 2005). Otro aspecto importante es que no falle, es decir  $\sigma < \sigma_f$ .

Ashby M.F. (2005) muestra dos gráficas de materiales, las **Figuras A.8a** y **A.8b**, en ellas muestra mediante una línea en pendiente la familia de materiales con valores altos de  $M_1$  y  $M_2$  que quedan por debajo de la línea, lo que quiere decir que son las mejores opciones de materiales para resortes dependiendo de lo que se busque, volumen o peso.

De acuerdo con las gráficas, las mejores opciones para resortes en ambos criterios son

Material	$M_1$	$M_2$
Aleaciones de titanio (Ti)	4-12	0.9-2.6
CFRP (fibras de carbono reforzado con polímeros)	6-10	3.9-6.5
Acero para resortes	3-7	0.4-0.9
Nylon	1.5-2.5	1.3-2.1

**Tabla 3.3** Materiales para resortes con valores altos de  $M_1$  y  $M_2$

Partiendo de que se conocen los materiales aceptables para los resortes, se buscó específicamente el tipo de material. Una primera referencia fueron los materiales utilizados en los resortes de la **Tabla A.8**, en esta tabla se tienen, por igual, aleaciones de titanio, aleaciones de acero, entre otros.

Utilizando la base de datos de MatWeb.com se buscaron materiales que cumplieran con cuatro condiciones sobre las propiedades de los materiales; el módulo de Young o elasticidad ( $E$ ), la resistencia a la fluencia ( $s_y$ ), la densidad ( $\rho$ ) y la resistencia a la fatiga ( $s_f$ ). La **Tabla 3.4** muestra estos criterios de selección. El intervalo de las condiciones fue a partir de la revisión de la literatura y de la información sobre los resortes de la **Tabla A.8**.

Criterios de selección	Unidad
$100 < E < 210$	(GPa)
$1000 < s_y < 2500$	(MPa)
$400 < s_f < 600$	(MPa)
$\rho < 8$	(kg/m <sup>3</sup> )
$4 < (s_y / E)$	(-)

**Tabla 3.4** Condiciones para la elección del material del resorte.

Para delimitar la gran cantidad de materiales mostrados por la base de datos de MatWeb, también se recurrió a la literatura y manuales de resortes (Howell L.L., 2001; Ashby M.F., 2005; Carlson H., 1978) para buscar específicamente materiales de este tipo. Por otro lado, según Howell L.L. (2001), uno de los parámetros importantes en la selección de materiales para mecanismos flexibles es el número obtenido de la relación de resistencia de fluencia y módulo de elasticidad, los materiales con mayor número permiten que haya mayor deflexión antes de la falla.

La **Tabla 3.5** muestra una lista de la selección de materiales con sus propiedades mecánicas más importantes. Cabe mencionar que los aceros y aleaciones generalmente el valor sobre la resistencia a la fatiga no lo documentan. Sin embargo, a través de la literatura<sup>1</sup> se encontraron las ecuaciones (3.8 y 3.9) que permitieron estimar los valores del límite o resistencia a la fatiga de los aceros y aleaciones.

$$S'_e \approx 0.5S_u \quad \text{si } S_u < 1380\text{MPa} \quad (3.8)$$

$$S'_e \approx 690\text{MPa} \quad \text{si } S_u \geq 1380\text{MPa} \quad (3.9)$$

Después de comparar los materiales de la **Tabla 3.5** se concluyó que el mejor material para el resorte son las aleaciones de titanio, específicamente el Titanium Beta C (Ti-3Al-8V-6Cr-4Mo-4Zr; UNS R58640), este presenta mejores propiedades en comparación con los demás, su densidad es menor y su relación  $s_y / E$  es el más grande, este último nos indica que es un metal muy elástico, para un resorte es indispensable que deba deformarse elásticamente bajo carga sin sufrir ninguna deformación plástica. Como sabemos los polímeros son los que poseen estos valores de relación grandes, ya que son muy elásticos.

También lo destacado del titanio es su densidad, el cual lo hace un material adecuado para la disminución del peso del resorte. No obstante, debido a que es un material difícil de conseguir y su costo es elevado, al igual que su manufactura, se decidió buscar un material más económico y de fácil acceso, aunque las propiedades no sean las mejores para el resorte. En ese caso, la densidad del material no fue la

<sup>1</sup> Apuntes de Libardo Venegas Useche, Universidad Tecnológica de Pereira, Facultad de ingeniería mecánica, materia Diseño 1.

prioridad, puesto que la mayoría de los metales son aleaciones de acero y tienen una densidad mayor a la del titanio.

Material	$E$ [GPa]	$S_y$ [MPa]	$S_f$ [MPa]	$\rho_m$ [g/cm <sup>3</sup> ]	$\nu$ Poisson n	Relación $S_y / E$	$S_u$ [MPa]
Titanium Beta C (Ti-3Al-8V-6Cr-4Mo-4Zr), aged 425°C	104	1170	450	4.82	0.33	11.25	1240
Titanium (Ti-13-11-3), aged 450°C	110	1100	220	4.82	0.3	10.00	1170
Titanium (Ti-6Al-4V), grade 5	114	1110	680	4.43	0.33	9.74	1170
Titanium Alloy (Ti-6Al-6V-2Sn), annealed	115	1005	490	4.53	0.3	8.74	1090
AISI Grade 18Ni (300) Maraging Steel, nominal annealed	190	1910	690	8	0.3	10.05	1953
AISI Grade 18Ni (350) Maraging Steel, Aged RT	200	2200	690	8.08	0.3	11.00	2451
AISI Grade 18Ni (350) Maraging Steel, Annealed 815C	200	1460	690	8.08	0.3	7.30	1611
AISI 5160, oil quenched 830°C	205	1070	585	7.85	0.29	5.22	1170
AISI 6150, oil quenched 845°C	205	1225	620	7.85	0.29	5.98	1240
AISI 51B60, oil quenched 830°C	205	1070	585	7.85	0.29	5.22	1170
AISI 9260	205	1149	690	7.85	0.29	5.75	1525
AISI 9255	200	1007	585	7.85	0.29	5.04	1170
ASTM A228	210	1760	690	7.85	0.31	8.38	1760
420 Stainless steel	200	1360	690	7.8	0.24	6.80	2025
414 Stainless steel	200	1013	690	7.8	0.24	5.07	1795
Beryllium Copper, UNS C17300, TM08	130	1240	330	8.25	0.3	9.54	1310

**Tabla 3.5** Condiciones para la elección del material del resorte.

Fuente: MatWeb.com

Como materiales alternos al titanio se optó por aleaciones de acero, en tal caso el AISI Grade 18Ni posee mejores valores de flexibilidad de los cuales la serie 300 es buena opción por tener menor densidad. También buscando una aleación de fácil acceso y comercial se tiene el AISI 6150 (50CrVA), ya que es un metal que se utiliza para la construcción de muelles y su relación ronda entre 5 y 6. Además, son aceros de alta resistencia, lo cual es imprescindible para el resorte. Así mismo, se consideró el titanio de grado 5, que es un material muy utilizado en estructuras y componentes aeroespaciales, este último con la finalidad de observar su comportamiento y como punto de comparación.

### 3.2.3 Espirales del resorte

El resorte diseñado por Wang S., del cual se basó este trabajo, tiene como objetivo la precisión sobre la estimación de la rigidez y eliminación del *backlash* existente. Por ello, la geometría del resorte se basa principalmente de dos espirales de Arquímedes que trabajan en paralelo.

La espiral de Arquímedes<sup>2</sup> tiene la característica que entre dos espiras, la distancia de separación es constante (iguales a  $2\pi b$  si  $\theta$  es medido en radianes). Su ecuación en coordenadas polares  $(r, \theta)$  está dada por la expresión:  $r = a + b\theta$ , donde  $r$  es la distancia de la espiral al centro u origen,  $a$  es distancia del centro al inicio de la espira,  $b$  es una constante de amplitud o distancia entre dos espiras y  $\theta$  es el ángulo de giro.

Teniendo la información anterior, lo primero que se hizo fue construir las espirales de Arquímedes para el resorte, por practicidad se pasaron las ecuaciones de coordenadas polares a coordenadas rectangulares, quedando las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}x &= (a + b\theta)\text{Cos } \theta \\y &= (a + b\theta)\text{Sin } \theta\end{aligned}\tag{3.10}$$

En donde el valor de  $a$  para nuestro diseño se refiere al radio del círculo interno definido  $a = r_i$ , es decir, que la espiral no inicia en el centro y tiene un offset para darle espacio al radio del eje  $r_e = 10\text{mm}$ .

El valor de  $b$  es el espacio entre espiras, definido a partir de la diferencia de los radios en el cual se encuentra la espira. Por limitaciones de espacio para el diseño del resorte, después de varias pruebas se determinó que la espira estuviera contenida dentro de dos círculos con las siguientes dimensiones; el círculo interno con un radio de  $r_i = 19$  y el círculo externo de  $r_o = 42$ . La diferencia de estos radios establece el espacio entre espiras, por lo tanto

$$\Delta r = r_o - r_i = 23$$

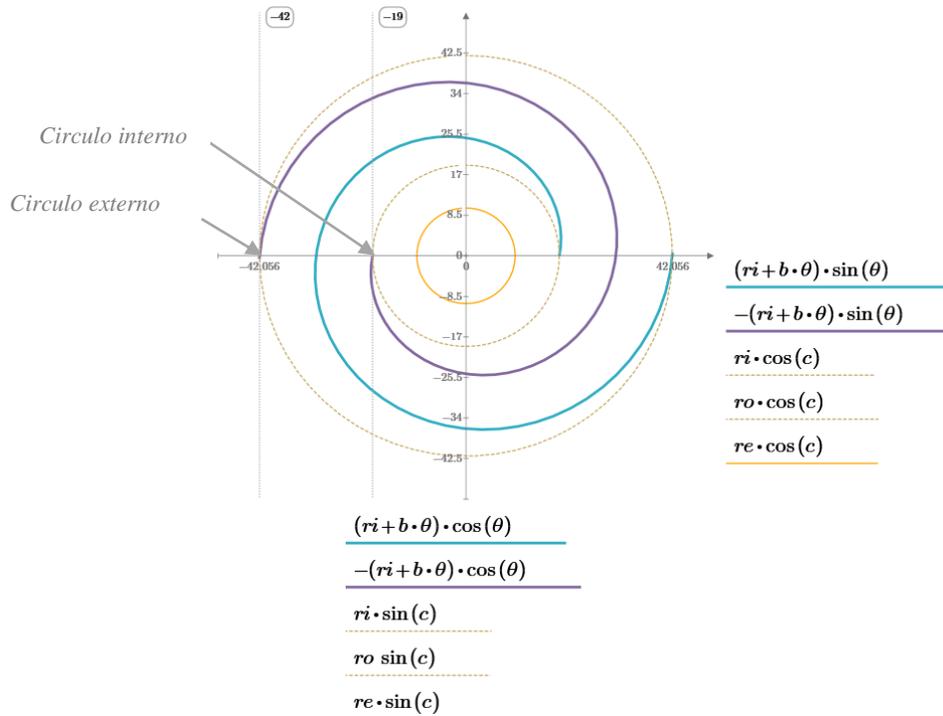
Sabiendo que la separación entre espiras es constante  $2\pi b$ , y entre el espacio del círculo interno y externo debe pasar una sola espira, en la sección 3.2.4.1 se explica el por qué, entonces el valor de  $b$  se puede obtener de la siguiente forma

$$b = \frac{\Delta r}{2\pi} = 3.661$$

---

<sup>2</sup> Obtuvo su nombre del matemático siciliano Arquímedes, quien vivió en el siglo III antes de Cristo. Se define como lugar geométrico de un punto moviéndose a velocidad constante sobre una recta que gira sobre un punto de origen fijo a velocidad angular constante.

Ahora, para graficar la espira, se sustituyeron los valores de  $a$  y  $b$  en la ecuación (3.10), quedando la espira de color azul mostrado en la **Figura 3.6**. Y para la otra espira de color morado, se utilizaron los mismos parámetros, pero en sentido negativo.



**Figura 3.6** Geometría del resorte formado por dos espirales de Arquímedes y cada espira se encuentra dentro de dos circunferencias.

### 3.2.4 Diseño del resorte y minimización del peso

Al resorte espiral en inglés se le conoce como; *spiral spring*, *spiral torsion spring*, *flat spiral spring* o *hair spiral spring*, a grandes rasgos, este resorte normalmente está hecho de una tira o alambre, ya sea de sección rectangular o circular, enrollado en forma de espiral, por lo general hay un espacio entre las espiras (SMI, 1991), como se muestra en la **Figura 3.7**.

Para el diseño de este tipo de resortes, entre otros, existen manuales y guías para su construcción, por ejemplo (Carlson H., 1978), (Wahl A.M., 1944), (SMI, 1991), [13], los cuales ayudan a calcular las dimensiones de los resortes más comunes, de los cuales también se tomaron como referencia. No obstante, el diseño de resortes en espiral de múltiples vueltas mencionados en estas guías difiere un poco del análisis del resorte de doble espiral. Por lo que, a continuación, se explica el análisis del resorte.

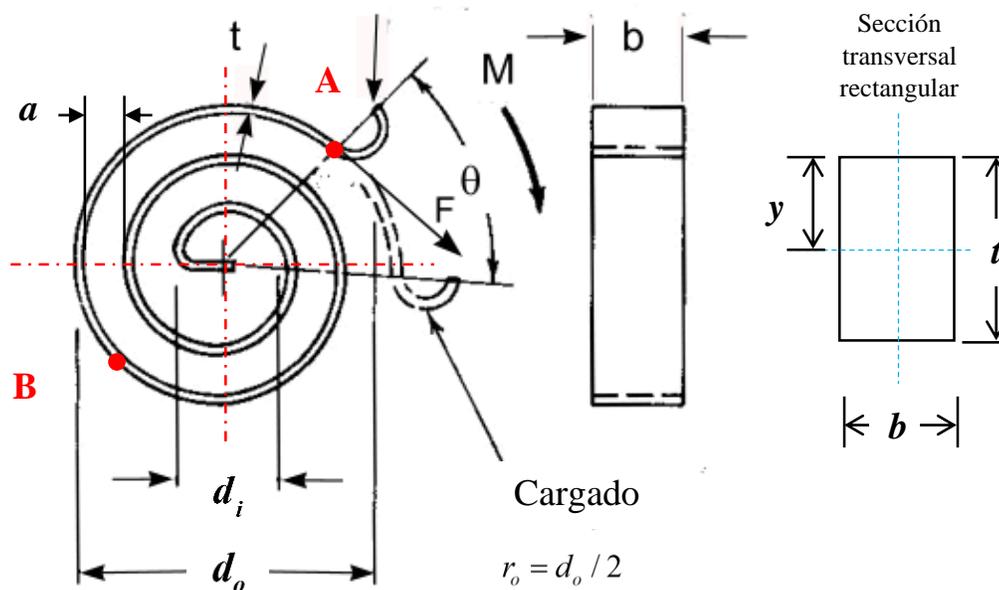
## Análisis del resorte de doble espiral

Para el análisis se optó utilizar la configuración de espiras de sección transversal rectangular, ya que es más fácil su manufactura pensando en su fabricación a futuro, puesto que se puede obtener el resorte en una sola pieza de una placa de metal.

En un resorte a torsión el esfuerzo principal al cual están sometidos es precisamente a flexión. Por tanto, el momento flexionante en el resorte espiral se da por  $T = Fr_o$  el cual se aplica en el extremo de la tira (punto A de la **Figura 3.7**), generando a su vez, un esfuerzo máximo que actúa en el punto B de la espira, por lo que este está dado por

$$\sigma_m = \frac{M_{\max} y}{I} \quad (3.11)$$

### Resorte torsional en espiral



**Figura 3.7** Diagrama del resorte espiral y sus variables.

Donde  $y$  es la distancia del eje neutro al extremo o lado de la barra sólida, para una barra de sección rectangular está dado por  $y = t/2$ . El momento de inercia  $I$  para la misma sección transversal de la barra es

$$I = \frac{bt^3}{12} \quad (3.12)$$

El momento flexionante en el resorte para múltiples vueltas es  $M_{\max} = M_B = 2T$ , esto se debe a que en el punto B del resorte de la **Figura 3.7** se produce el esfuerzo máximo, pero en el caso particular del resorte de doble espiral, dado a que son dos espiras en el resorte, el momento máximo se distribuye en ambas espirales quedando  $M_{\max} = T$  (Wahl A.M., 1944). Sin embargo, se debe agregar un factor de concentración de esfuerzos ( $\alpha$ ) en la ecuación (3.11), debido al número limitado de vueltas (Kroon et al., 1938).

Para determinar la constante  $\alpha$  de la espiral, fue necesario calcular el parámetro que relaciona el radio interno y el radio externo de la espiral, mediante la siguiente expresión

$$\lambda = \frac{r_o - r_i}{r_o} \quad (3.13)$$

Para la espiral del resorte<sup>3</sup> contemplada en este trabajo, que se definió en la sección 3.2.3, el parámetro de la espiral es de  $\lambda = 0.5$ . Con este parámetro y las gráficas presentadas por (Kroon et al., 1938) (véase **Apéndice A.14**), el factor de concentración es de aprox.  $\alpha = 1.42$ .

Sustituyendo el momento de inercia y agregando el factor de concentración de esfuerzos en la ecuación (3.11), el esfuerzo máximo del resorte queda como

$$\sigma = \alpha \left( \frac{6M_{\max}}{bt^2} \right) \quad (3.14)$$

Por otra parte, como las espiras del resorte de doble espiral están actuando en paralelo, la constante del resorte ( $k_i$ ) se obtiene a partir de la multiplicación del número de espiras por la constante de cada espira del resorte, es decir

$$k_i = ik \quad (3.15)$$

Donde  $i$  es el número de espiras del resorte y  $k$  es la constante de cada espira. Al igual que el esfuerzo, la constante del resorte también se ve afectada por el número limitado de vueltas (Kroon et al., 1938), por lo tanto se debe multiplicar un factor de corrección ( $\beta$ ) para la constante del resorte

$$k_i = i\beta k \quad (3.16)$$

La constante o rigidez del resorte de cada espiral se calcula con la siguiente expresión

---

<sup>3</sup> La espiral es de una vuelta, es decir, tiene 360°, el inicio de la espira comienza en el círculo interno y el final de la espira termina en el círculo externo.

$$k = \frac{E b t^3}{12 L} \quad (3.17)$$

También con la ley de Hooke se puede obtener la constante del resorte, siempre y cuando se tenga la deflexión del resorte

$$k_i = \frac{M}{\theta} \quad (3.18)$$

Para la deflexión angular del resorte con espiras de sección transversal rectangular se calcula con la siguiente expresión

$$\theta = \frac{12 T L}{E b t^3} \quad (3.19)$$

Por otro lado, como se desea minimizar el peso del resorte (que más adelante se detalla) es necesario calcular la longitud de la espira, ya que el peso del resorte depende de su geometría, por lo tanto, la longitud de una espira se obtiene con

$$L = \frac{\pi n (d_o + d_i)}{2} = \frac{\pi (r_o^2 - r_i^2)}{t + a} \quad (3.20)$$

$$n = \text{numero de vueltas} \quad n = \frac{r_o - r_i}{t + a} \quad (3.21)$$

La nomenclatura de las variables involucradas en el diseño del eje se muestra a continuación.

Variable	Descripción	Unidad
$a$	Espacio entre espiras	(mm)
$b$	Ancho de la tira del resorte	(mm)
$t$	Espesor de la tira del resorte	(mm)
$E$	Módulo de elasticidad del material	(MPa)
$k$	Rigidez del resorte	(Nm/rad)
$d_i = 2r_i$	Diámetro interno del resorte	(mm)
$d_o = 2r_o$	Diámetro externo del resorte	(mm)
$L$	Longitud del resorte	(mm)
$n$	Numero de espiras o vueltas	(-)
$\theta$	Deflexión angular	(rad)
$M$	Momento o par	(Nmm)
$\sigma$	Esfuerzo del resorte	(MPa)

## **Función objetivo del resorte**

Debido a la cantidad de variables que se tienen para el diseño del resorte, se decidió buscar un método para obtener las dimensiones adecuadas. El método utilizado fue a partir de la idea que propone Wang et al., (2013), el cual se refiere a mejorar la rigidez a partir de minimizar el peso del resorte en términos de las variables de la geometría del resorte.

Con el objetivo de que el diseño del resorte tenga que ser ligero, la masa del resorte debe ser mínima, por lo tanto este depende principalmente de la densidad del material del cual va a estar hecho y de su volumen, utilizando la fórmula para calcular la densidad y despejando la masa ( $m_r$ ) se tiene que

$$m_r = \rho_{mat} V_{resorte} \quad (3.22)$$

En donde el volumen del resorte se puede obtener calculando el volumen de la espira de sección rectangular, es decir

$$V_{resorte} = b t L \quad (3.23)$$

Y la densidad del material utilizado para el resorte es  $\rho_{mat}$ . Ahora, sustituyendo las ecuaciones (3.20) y (3.23) en la ecuación (3.22) obtenemos la ecuación (3.24).

$$m_{resorte} = \rho_{material} b t \left( \frac{\pi(r_o^2 - r_i^2)}{t + a} \right) \quad (3.24)$$

Como se observa en la ecuación (3.25), la geometría del resorte depende básicamente de tres variables ( $b, t$  y  $a$ ) que vienen siendo los valores a optimizar. Por otro lado, dadas las dimensiones disponibles del resorte, únicamente los parámetros que se fijaron fueron los radios de la espira,  $r_i = 19$  mm y  $r_o = 42$  mm que son los radios de las circunferencias donde quedan contenidas las espiras del resorte, esto con el fin de disminuir el número de variables y de no exceder las dimensiones permitidas.

Con lo anterior se pudo obtener la función objetivo para minimizar la masa del resorte, dejándolo así en términos de las variables ( $b, t, a$ )

$$\min M_s(b, t, a) = \rho_{material} b t \left( \frac{\pi(r_o^2 - r_i^2)}{t + a} \right) \quad (3.25)$$

Como el objetivo de este trabajo no es realizar un método de optimización, sino simplemente utilizarlo, para resolver la función (3.25) se utilizó como herramienta el software *Mathematica*. Ya que dentro de sus librerías se encuentra una función de

optimización “FindMinimum”, con el cual se pudieron encontrar las variables a optimizar.

Sin embargo, para resolver la función objetivo se determinaron ciertas restricciones a la cual está sometido. Como primera restricción se tiene que el número de vueltas de cada espira debe ser igual uno, puesto que, si es lo contrario, la rigidez del resorte disminuirá debido a que habrá más espiras delgadas. De tal manera que si, el número de vueltas es mínimo este podrá alcanzar una alta rigidez.

Por otra parte, el esfuerzo máximo producido por un par torsional no debe exceder el límite o resistencia a la fatiga del material. Esto se debe a que en cargas estáticas un resorte está sometido a estas cargas pocas veces, en cambio, en cargas cíclicas el resorte se encuentra sometido a repetidas flexiones, por tal motivo, los materiales tienden a fallar a un cierto número de ciclos, siendo así, debe ser capaz el resorte de resistir por lo menos unos cientos o millones de veces (Carlson H., 1978). Es por ello, que la resistencia a la fatiga del material se considera como límite máximo que debe tener el resorte. En el caso particular de los aceros, se agregó un factor de seguridad por el motivo de que la resistencia a la fatiga se estimó, dejando así un 20% menos del valor calculado.

También, un punto muy importante que se debe tomar en cuenta es evitar el contacto entre espiras, ya que si existiera una deflexión que ocasionara el contacto entre ellos provocaría mayor concentración de esfuerzos en el resorte.

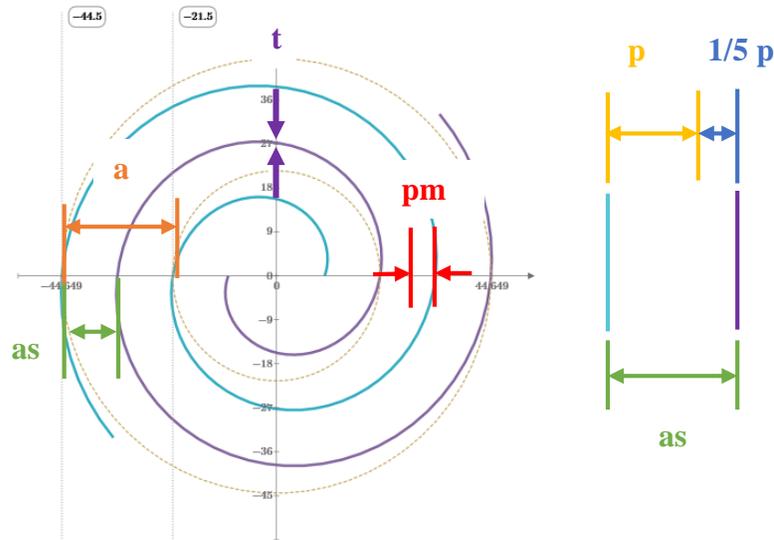
Durante la deflexión del resorte, las espiras tienden a acercarse uno al otro en ciertos puntos, por lo tanto existe un movimiento radial entre las espiras ( $p_m$ ) (véase **Figura 3.8**). Para calcular esta distancia, en el análisis de (Kroon et al., 1938) se tiene la siguiente expresión

$$p_m = \delta \theta_r r_o \quad (3.26)$$

Donde  $p_m$  es el movimiento radial máximo debido a la deflexión  $\theta_r$  del resorte y  $\delta$  es el valor de deflexión radial máximo (obtenido de tablas) de acuerdo con el valor  $\lambda$  de la espira.

En la espira mostrada de color azul en la **Figura 3.8** existe un espacio entre espiras ( $a$ ), sin embargo como hay dos espirales en el resorte, se debe encontrar el espacio entre la espira azul y morada ( $as$ ), por lo tanto

$$\begin{aligned} a &= 2as + t \\ as &= \frac{a - t}{2} \end{aligned} \quad (3.27)$$



**Figura 3.8** Relación del espacio entre espiras y el movimiento radial debido a la deflexión.

Al aplicarle la carga máxima al resorte debe haber un espacio entre la espira azul y morada para evitar contacto entre estos. Para ello, se propuso que debe existir un espacio de  $\frac{1}{5}as$ .

Suponiendo que el espacio  $as$  es el movimiento radial  $p$ , entonces el espacio entre espiras para que no haya contacto es

$$as = p + \frac{1}{5}p = \frac{6}{5}p \quad (3.28)$$

Si  $p$  es el movimiento radial máximo tenemos que  $p = p_m$ , por lo tanto sustituyendo la ecuación (3.26) en la ecuación (3.28) tenemos que

$$as = \frac{6}{5}\delta\theta_r r_o \quad (3.29)$$

Ahora, si la deflexión máxima es  $\theta_r = \theta_m$  podemos decir que es el espacio permitido cuando se le aplique la carga máxima

$$ap = \frac{6}{5}\delta\theta_m r_o \quad (3.30)$$

Finalmente, para que no exista contacto entre espiras se debe cumplir la desigualdad (3.31), es decir, el espacio  $as$  debe ser menor que el espacio permitido  $ap$  cuando existe la deflexión máxima del resorte.

$$\frac{a-t}{2} < ap \quad (3.31)$$

Para la espira de una vuelta, la deflexión radial máxima  $p_m$  a lo largo de la espira siempre ocurre aproximadamente a los  $180^\circ$  medidos desde el extremo final de este, por lo tanto su valor  $\delta = 0.23$  (obtenido de la gráfica del **Apéndice A.14**).

Otra condición es que los valores a calcular deben ser mayores a cero para evitar valores incongruentes. Además, de acuerdo con las especificaciones planteadas en capítulo 2, la rigidez total deseada para el resorte debe ser mayor o igual a  $800 \text{ Nm/rad}$ .

La **Tabla 3.6** muestra las restricciones mencionadas anteriormente, los cuales también se plantean en el programa *Mathematica* (véase **Apéndice C**).

Condición	Descripción
$n = \frac{r_o - r_i}{t + a} = 1$	El número de espiras debe ser igual a 1
$\sigma_{\max} \leq \frac{S_f}{C_{s,\sigma}}$	Esfuerzo máximo debe estar por debajo de la resistencia a la fatiga $S_f$
$\frac{a-t}{2} < ap$	El espacio entre espiras debe ser menor al espacio permitido para evitar contacto entre espiras.
$a, b, t, k_s > 0$	Las variables deben ser mayores a cero para no tener resultados negativos.
$k_s = k_{s,des}$	Rigidez deseada $k_{s,des} = 800 \text{ Nm/rad}$

**Tabla 3.6** Condiciones para resolver la función objetivo de la masa del resorte.

donde  $C_{s,\sigma} = 1.2$  Factor de seguridad para los aceros

Finalmente, los valores que se obtuvieron de las variables optimizadas para la geometría de cada espira del resorte se muestran en la **Tabla 3.7**, las dimensiones corresponden a los tres diferentes tipos de materiales propuestos.

Metal	m [g]	a [mm]	b [mm]	t [mm]	k [Nm/rad]	$\theta$ [°]
<b>Titanio Grado 5</b>	90	13.35	11	9.64	400	5.85
<b>AISI 6061</b>	139	14.13	10.5	8.86	709	4.39
<b>AISI 18Ni (300)</b>	131	14.39	10	8.60	574	5.43

**Tabla 3.7** Variables obtenidos de la función objetivo de los tres materiales seleccionados.

### 3.3 Rodamiento

El propósito de un cojinete/rodamiento es soportar una carga y al mismo tiempo permitir el movimiento relativo entre dos elementos de una máquina. En la unión que existe entre el eje del motor y el reductor *Harmonic Drive* (HD) se debe garantizar una buena transmisión del movimiento, para ello fue necesario un rodamiento que permitiera el libre giro de estos elementos, y así, evitar fricciones o cargas mínimas existentes.

Los componentes de un rodamiento típico, con contacto de rodadura, básicamente tienen una pista interior, una pista exterior, los elementos rodantes y el separador. El tipo de rodamiento se selecciona a partir del tipo de carga que se le aplicará; cargas radiales, axiales o ambas (si el lector desea mayor información sobre el tema recurrir a Mott R.L., 2006). Las cargas que posiblemente se presenten en la unión del eje con el HD sean cargas radiales, ya que no existen cargas axiales que afecten al movimiento.

Los rodamientos son fabricados con aleaciones de acero para resistir esfuerzos tan altos, pero a pesar de usar estos materiales de alta resistencia, todos los rodamientos tienen una duración finita. La relación entre la carga  $P$  y la duración  $L$  del rodamiento se puede determinar con

$$\frac{L_2}{L_1} = \left( \frac{P_1}{P_2} \right)^k \quad (3.32)$$

donde

$k = 3.0$	Factor para rodamientos de bolas
$k = 3.3$	Factor para rodamientos de rodillos
$P_1 = C$	Capacidad de carga dinámica básica
$P_2 = P_d$	Carga de diseño
$L_1 = 10^6$ rev.	Duración nominal $L_{10}$
$L_2 = L_d$	Duración de diseño

- La *capacidad de carga estática básica* ( $C_o$ ) es la carga que puede resistir el rodamiento sin deformación permanente de cualquier componente, lo da el fabricante.
- La *capacidad de carga dinámica básica* es la carga con la cual pueden funcionar los rodamientos para alcanzar una duración nominal ( $L_{10}$ ) de un millón de revoluciones (rev.).

- La *duración nominal* es la forma normal de presentar los resultados de muchas pruebas de rodamientos con determinado diseño. Representa la duración que podría alcanzar el 90% de los rodamientos con determinada carga nominal.

Por lo que, si se desea calcular la  $C$  requerida para determinada carga y duración de diseño, con la ecuación (3.32) se deduce la ecuación (3.33), y teniendo en cuenta que los datos de carga que aparecen en el catálogo del fabricante son para  $10^6$  revoluciones (rodamientos de SKF Industries utilizan este valor).

$$C = P_d \left( \frac{L_d}{10^6} \right)^{1/k} \quad (3.33)$$

Para especificar la carga de diseño sobre el rodamiento, a la cual se le conoce como carga *equivalente*. El método para determinar la carga equivalente cuando sólo se aplica una carga radial  $R$

$$P_d = VR \quad (3.34)$$

El factor  $V$  se le denomina *factor de rotación* y tiene un valor de 1.0 si lo que gira es la pista interior del rodamiento que es nuestro caso. Suponiendo que existe una carga radial máxima debido al peso del motor, se tiene que

$$P_d = (1.0)(0.6 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}) = 5.89 \text{ N}$$

La duración de diseño del rodamiento ( $L_d$ ) se calculó mediante la ecuación (3.35) con la suposición de que el usuario lo use tres horas diariamente durante un año, el total de esas horas nos da un aproximado de 1008 hr, comparándolo con la información de la **Figura A.9** puede entrar en el primer intervalo que es de 1000 – 2000 hr. Del catálogo, la velocidad nominal del motor es de  $v_m = 1610 \text{ rpm}$ , sustituyendo los valores en la ecuación (3.35) se tiene

$$L_d = (h)(v_m \text{ rpm})(60 \text{ min/hr}) \quad (3.35)$$

$$L_d = 1100 \text{ hr} * 1610 \text{ rpm} * 60 \text{ min/hr} = 1.062 \times 10^9 \text{ rev}$$

Una vez teniendo los datos se sustituyen en la ecuación (3.33) para obtener la carga dinámica básica  $C$  del rodamiento, el cual se obtuvo un valor de

$$C = 5.89 \text{ N} \left( \frac{1.062 \times 10^9 \text{ rev}}{10^6 \text{ rev}} \right)^{\frac{1}{3}} = 27.9 \text{ N}$$

Finalmente, con el valor obtenido de carga dinámica básica, el cual es muy pequeño, se comparó con el mostrado por el fabricante para seleccionar el rodamiento. El principal factor que se tomó en cuenta fue la dimensión del diámetro interno de 20 mm. A partir de la base de datos del fabricante (SKF Industries, Inc.) se seleccionó el modelo WBB1-8714-2ZS, sus características se muestran en el **Apéndice B**.

En este capítulo se muestra el diseño asistido por computadores (CAD, por sus siglas en inglés) de los componentes que fueron diseñados, así como los resultados obtenidos después de hacerles un análisis de elemento finito (FEA, por sus siglas en inglés) aplicándoles la carga correspondiente a la cual están sometidos, y así observar su comportamiento. También se muestra la configuración final de los componentes ensamblados en conjunto y montados sobre la estructura del exoesqueleto.

### 4.1 Simulación de elemento finito

Simulación es el proceso de diseñar un modelo de un sistema real y llevar a término experiencias con él, con la finalidad de comprender el comportamiento del sistema o evaluar nuevas estrategias (dentro de los límites impuestos por un cierto criterio o conjunto de ellos) para el funcionamiento del sistema<sup>4</sup>. Y gracias a esto también se puede tener el sistema de manera virtual antes de su construcción.

Los componentes mecánicos con formas básicas normalmente se pueden analizar por medio de métodos básicos de la mecánica para obtener soluciones aproximadas. En cambio, para componentes con mayor complejidad existe un gran número de técnicas numéricas que pueden ser resueltas rápidamente por computadora.

Habitualmente, estos software de diseño asistido por computadora (CAD) se utilizan de manera considerable, además el método de análisis que se integra perfectamente con el CAD es el *análisis de elemento finito* (FEA), el cual contiene los métodos numéricos. Por lo que, para este trabajo el software que se utilizó como herramienta fue el *Autodesk Inventor profesional 2016* (versión de estudiante).

Los resultados de los análisis por elemento finito ayudan a mejorar el diseño de nuevos productos o corregir los existentes, esto con la finalidad de garantizar si el diseño es capaz de cumplir con su función previo a su fabricación. Con los resultados del análisis se puede mejorar el rendimiento y fiabilidad del producto, reducir pruebas y prototipos físicos, evaluar diferentes diseños y materiales, así como optimizar el diseño.

---

<sup>4</sup> Definición por Shannon, Robert E., Johannes, James D. (1976). Systems simulation: the art and science. IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics. 6(10). pp. 723-724

En nuestro caso el análisis de las simulaciones de elemento finito se ocupó principalmente para saber si el material iba a fallar bajo ciertas cargas y observar los puntos donde se presentan los mayores esfuerzos para poder corregirlo. Para esto, el software *Autodesk Inventor*, así como otros, después del análisis presenta el esfuerzo máximo bajo el criterio de la máxima energía de distorsión o Von Mises, esto lo realiza mediante el cálculo de la energía de distorsión en un material dado, es decir, de la energía asociada con cambios en la forma del material (distinto de la energía asociada con el cambio de volumen en el mismo material).

Este método de la distorsión es el mejor estimador de falla para materiales dúctiles bajo cargas estáticas o para esfuerzos normales, cortantes o combinados totalmente reversibles (Mott R.L., 2006).

A partir del criterio<sup>5</sup>, un componente estructural dado, es seguro siempre y cuando, el valor máximo de la energía de distorsión por unidad de volumen en ese material permanezca más pequeño que la energía de distorsión por unidad de volumen requerida para hacer fluir una probeta del mismo material sometida a tensión<sup>6</sup>. Por tanto, el software aplica la siguiente expresión (4.1) para calcular el *esfuerzo de von Mises*, donde  $\sigma'$  es el esfuerzo de von Mises y  $\sigma_1, \sigma_2$  son los esfuerzos principales máximo y mínimo respectivamente. Se predice que existe falla cuando  $\sigma' > s_y$ .

$$\sigma' = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \quad (4.1)$$

Otro valor que podemos observar en el análisis, es el factor de seguridad<sup>7</sup>, este es el cociente entre el valor calculado de la capacidad máxima de un sistema y el valor del requerimiento esperado real a que se verá sometido.

Por ejemplo, en términos de carga, la máxima carga que puede soportar un elemento estructural o un componente de maquinaria en condiciones normales de uso es considerablemente más pequeña que la carga última, esta carga pequeña se conoce como carga permisible o de diseño. La razón de la carga última a la carga permisible se emplea para definir el factor de seguridad, esta definición también se puede traducir en términos de esfuerzo, el cual es el que utiliza el FEA utilizando la siguiente expresión

$$FS = \frac{\text{esfuerzo último}}{\text{esfuerzo permisible}} \quad (4.2)$$

En donde el esfuerzo último se refiere específicamente a la resistencia de fluencia del material, el cual limita a que el material permanezca dentro del intervalo

---

<sup>5</sup> También conocido como *criterio de Von Mises*, en honor al matemático germano-estadounidense Richard Von Mises (1883-1953).

<sup>6</sup> Beer & Jonshton, *Mecánica de materiales*, México, 5ta Ed., MacGraw Hill, 2011.

<sup>7</sup> Tiene la misma definición que el factor de diseño, pero por lo general difiere en su valor numérico.

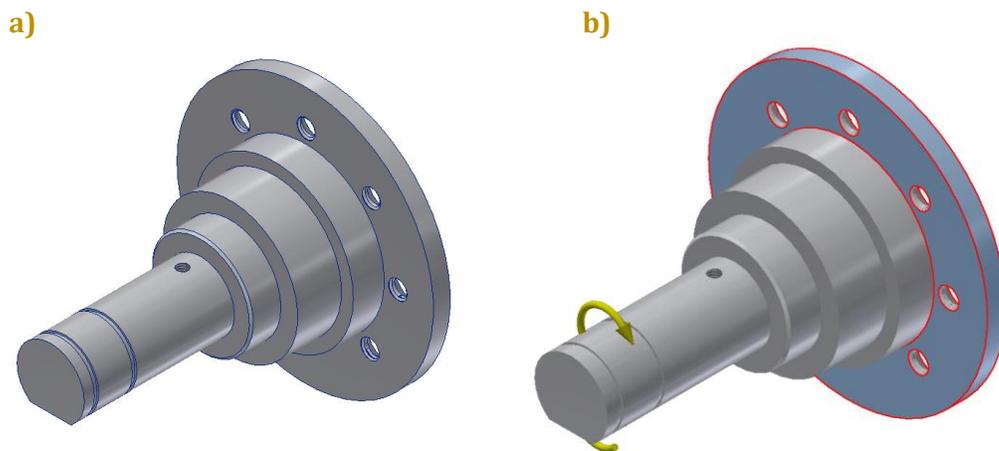
linealmente elástico, esto para evitar deformaciones plásticas permanentes cuando se libere la carga y el esfuerzo permisible es el esfuerzo de Von Mises calculado. Por este motivo es un número mayor que uno, que indica la capacidad en exceso que tiene el sistema por sobre sus requerimientos, para asegurar su desempeño seguro.

Los resultados de las simulaciones del análisis de elemento finito de las piezas diseñadas se muestran a continuación.

## 4.2 Eje de salida

Como se había mencionado en la sección 3.1 del diseño de detalle del eje, el diseño propuesto por (Luna et al., 2015) tuvo que modificarse para poder agregar los elementos del sistema de actuación (SA) contemplados en este trabajo. Precisamente el último escalón (el diámetro más pequeño) tuvo que ajustarse debido a que los resultados de la sección 3.1 indicaron que no era necesario el cambio de los demás diámetros.

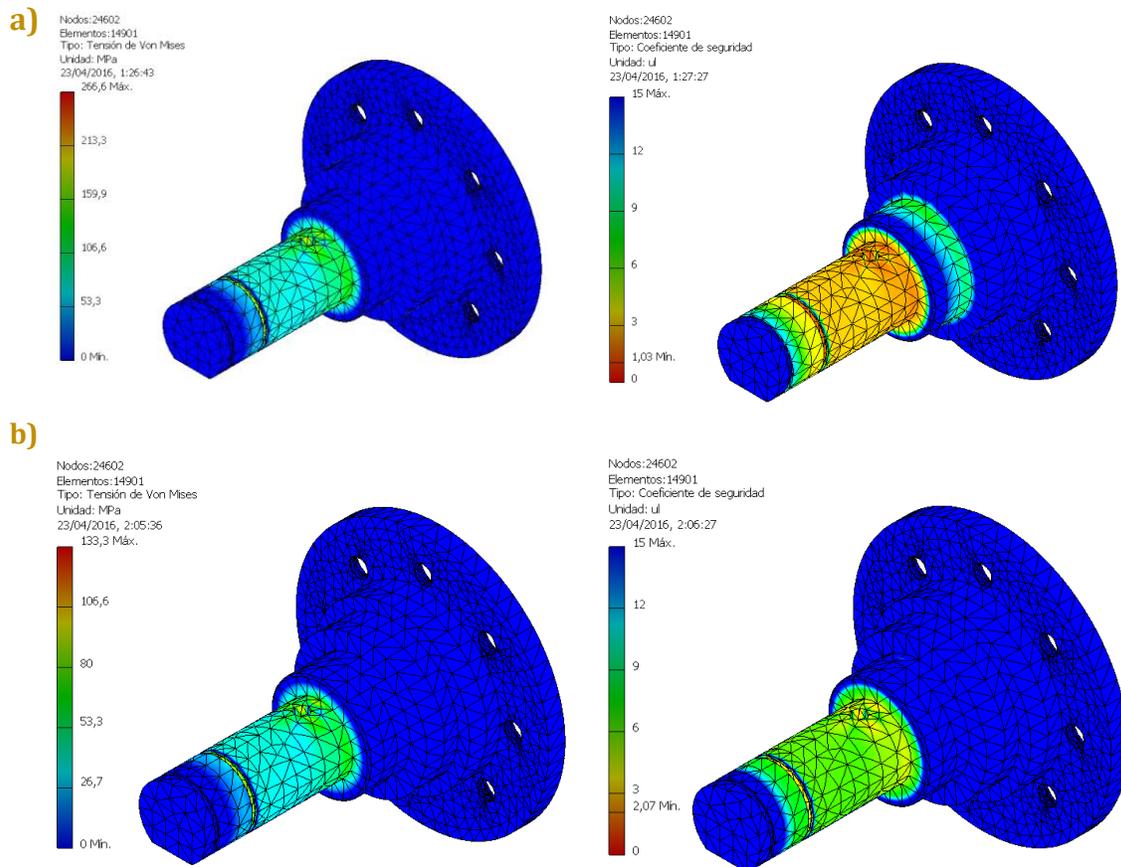
En la **Figura 4.1** se muestra el modelo en CAD del eje propuesto. Para hacer las simulaciones del FEA se restringió a que el eje estuviera fijo sobre la zona de contacto con el eslabón de carga y se aplicó un par torsional sobre el área de contacto del resorte (véase **Figura 4.1b**). El material utilizado para las simulaciones del eje es el aluminio 6061 T6, el cual fue propuesto por Luna et al. (2015).



**Figura 4.1** a) Apariencia del eje. b) Restricción (fijo; color azul) y carga del eje (Par: el área de contacto del resorte).

En las simulaciones se consideraron dos pruebas, la primera es la situación más crítica, cuando existe un par de 100 Nm (par promedio para la rodilla) y la otra prueba es precisamente el par otorgado por la configuración del motor y reductor HD, en este caso de acuerdo con lo obtenido en la sección 2.3.3 es un par ideal de 53 Nm.

En la **Figura 4.2** se puede observar el resultado de ambas pruebas. Las primeras imágenes (**Figura 4.2a**) hacen referencia a la situación más crítica, en estas se puede observar que el eje es capaz de soportar dicha carga manteniendo el esfuerzo máximo casi por debajo de la resistencia de fluencia del material (Aluminio 6061 T6,  $s_y = 276 \text{ MPa}$ ), estos esfuerzos máximos se deben a la concentración de esfuerzos producidos por las ranuras de los anillos de retención, ya que existe un cambio de diámetros en este lugar.



**Figura 4.2** Resultados del esfuerzo de Von Mises y el factor de seguridad de las simulaciones; a) Carga: 100 Nm, b) 50 Nm.

En cuanto a su factor de seguridad se obtuvo un valor de aproximadamente 1.03, el cual nos indica que no existen deformaciones permanentes para una situación de dicha magnitud. Sin embargo, para tener un mayor factor de seguridad en los casos donde la rodilla tiene picos máximos de par torsional, se sugiere un material que tuviera mayor resistencia de fluencia para soportar dichas cargas. Como propuesta de posibles materiales, puede ser un acero 1045 para ejes y si lo que se quiere es reducir el peso y además tener una buena resistencia se tiene el aluminio 7075 T6, este tiene una

resistencia a la fluencia de  $s_y = 572$  MPa prácticamente el doble del Al 6061 T6, algunas simulaciones con estos materiales se tienen en el **Apéndice A.15**.

Para la segunda prueba donde es casi la mitad de la carga máxima, por ende, se tiene un menor esfuerzo de Von Mises, aumentando el factor de seguridad al doble (FS=2.07), el cual se puede decir que el eje es seguro para esta carga.

Metal	T [Nm]	$\sigma'$ [MPa]	Despl [mm]	m [g]	FS
Aluminio 6061	100	266	0.1118	192	1.03
T6	53	133	0.0559		2.07

**Tabla 4.1** Resultados obtenidos de la simulación FEA de las cargas aplicadas en el eje.

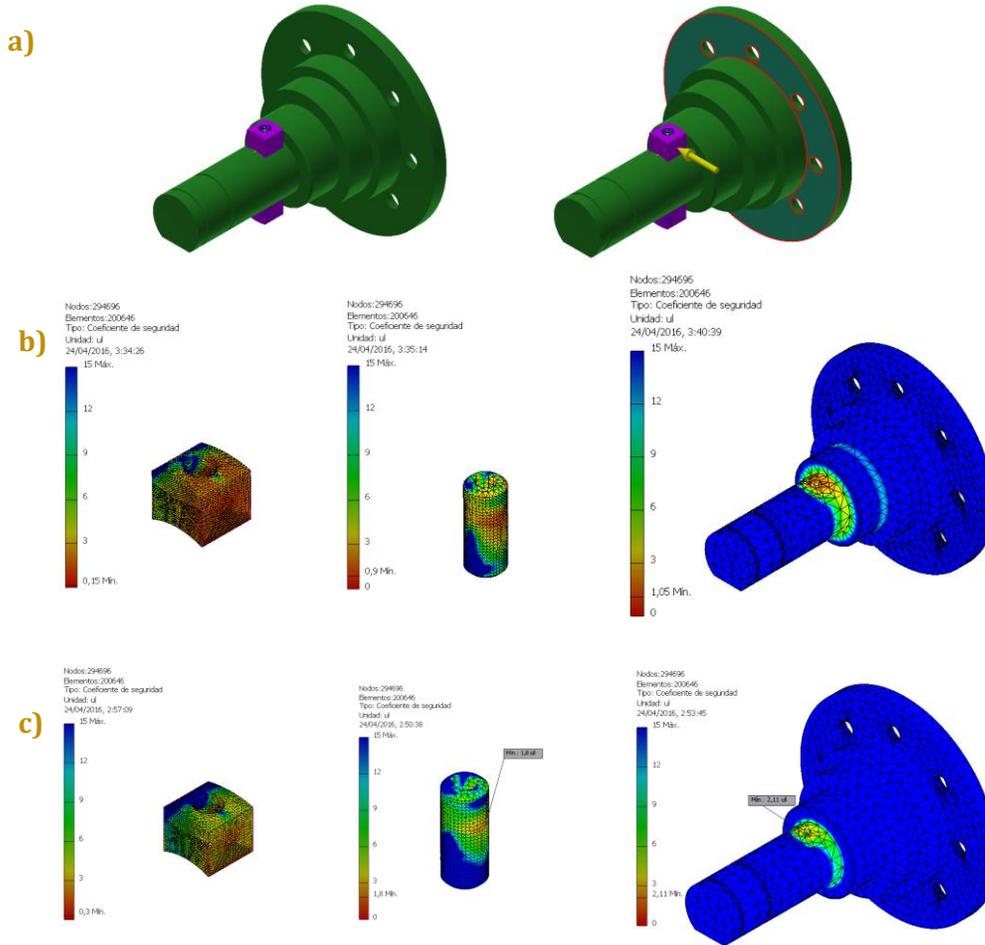
Sobre el eje se colocaron los indicadores para el límite del RM, estos tienen la función de prevenir un exceso de movimiento en la rodilla. Para ello, se colocaron dos tornillos separados a  $180^\circ$  sobre el eje y se colocaron unas piezas de un material menos resistentes para evitar dañar las piezas que estarán en contacto, de esta forma no se tendrá que cambiar toda la pieza en caso de que se desgasten o fallen, además de que podrán ser remplazados con facilidad.

La **Figura 4.3** muestra cómo se colocaron dichas piezas sobre el eje. Para los elementos que cubrirán los tornillos con menor resistencia se consideró usar Nylamid un polímero con alta resistencia mecánica muy utilizado en ingeniería, especialmente en aplicaciones donde las piezas están sometidas al desgaste como los engranes o levas.

Para la simulación, se fijó el eje y la carga se aplicó sobre la cara de las piezas de nylamid (véase **Figura 4.3**). Después de realizar las simulaciones se obtuvieron los siguientes resultados mostrados en la **Tabla 4.2** y en la **Figura 4.3**.

Material	Piezas	T [Nm]	$\sigma'$ [MPa]	Despl [mm]	m [g]	FS
Aluminio 6061 T6	Eje	100	261	0.024	192	1.05
		53	130	0.012		2.11
Acero 440C	Tornillo	100	764	0.059	2	0.9
		53	382	0.029		1.8
Nylamid	Pieza de Nylamid	100	544	0.234	0.037	0.15
		53	272	0.117		0.31

**Tabla 4.2** Resultados obtenidos de la simulación FEA de las cargas aplicadas en el eje.



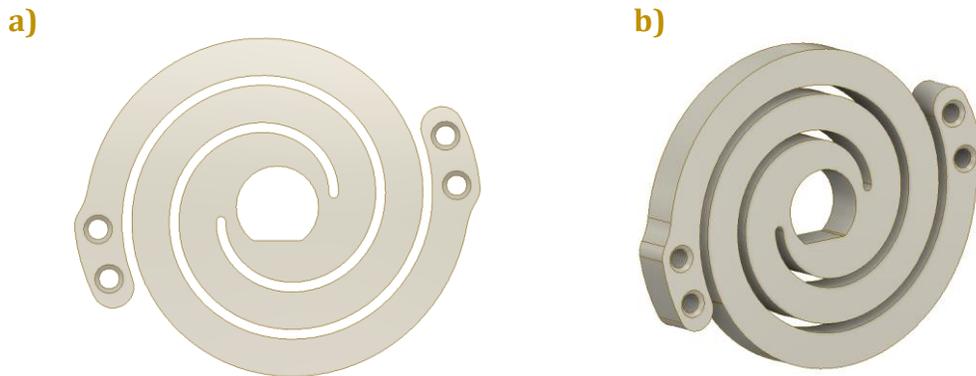
**Figura 4.3** Resultados de las simulaciones de los topes para el RM, a) Vista de las piezas y la aplicación de las cargas. b) Factor de seguridad de las piezas para un par de 100Nm. c) Factor de seguridad para un par de 50 Nm.

De acuerdo con los resultados, en ambos casos la pieza de nylamid no soporta las cargas, sin embargo, era lo que se esperaba para evitar una deformación en las piezas de contacto, por lo que estas son la que fallarían primero. En el caso de los tornillos se observa que en la situación más crítica su factor de seguridad es de 0.9, el cual nos indica que habría una deformación en el tornillo pero no fallaría puesto que la resistencia última del material ( $s_s = 861\text{MPa}$ ) está por debajo del esfuerzo máximo, el cual nos garantiza que no habrá falla. Siendo así podrían remplazarse fácilmente las piezas sin necesidad de cambiar completamente el eje o la base.

En el caso de la segunda prueba donde existe menor par torsional, se observa que no hay probabilidad de deformación del tornillo, aunque si en la pieza de nylamid. Estos topes mecánicos funcionan como limitadores del RM en caso de que exista error en la programación por lo que solo se utilizarían en estos casos, ya que el control del movimiento de SAR será programado para evitar sobrepasar el rango de movimiento permitido.

### 4.3 Resorte torsional de doble espiral

En general, la apariencia del resorte torsional de doble espiral es como se muestra en la **Figura 4.4**, se le agregó en cada extremo de la espira unos barrenos para poderlo sujetar y atornillar a un disco, de esta manera puede recibir el par torsional del reductor HD. En el centro se hizo la geometría del eje para transmitir la potencia.



**Figura 4.4** Vistas del resorte torsional de doble espiral. a) vista frontal, b) vista en isométrico.

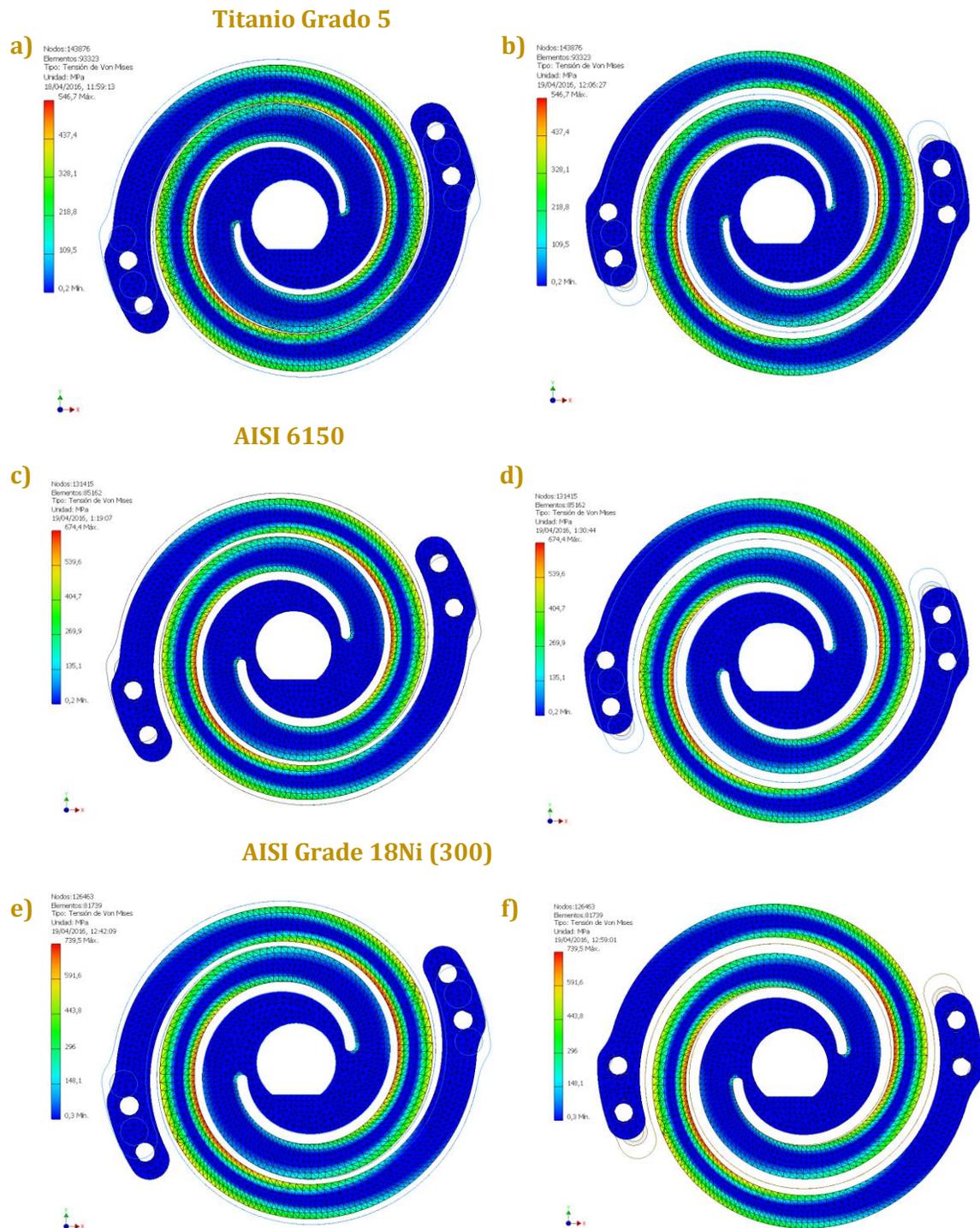
Al igual que al eje, al resorte de doble espiral (RDE) se le hicieron simulaciones de elemento finito (*Inventor 2016*) para observar el comportamiento de los tres tipos de materiales propuestos.

En las simulaciones, el resorte se fijó en el centro y se le aplicó una carga tangente en los extremos del resorte, esta carga se refiere a la que transmitirá el reductor HD al resorte. El momento máximo aplicado en la simulación del resorte fueron los 100 Nm. La carga se aplicó tanto en sentido horario como anti horario (véase **Figura 4.5**).



**Figura 4.5** Restricciones y cargas aplicadas para la simulación del análisis de elemento finito. En el centro se fijó y en las pestañas del resorte se aplicó la carga

Cabe señalar que las dimensiones del resorte son diferentes para cada material, dichas variables de la geometría del resorte (a, b, t) fueron obtenidas de la solución de la función objetivo (sección 3.2.4.2).



**Figura 4.6** Restricciones y cargas aplicadas para la simulación del análisis de elemento finito. En el centro se fijó y en las pestañas del resorte se aplicó la carga

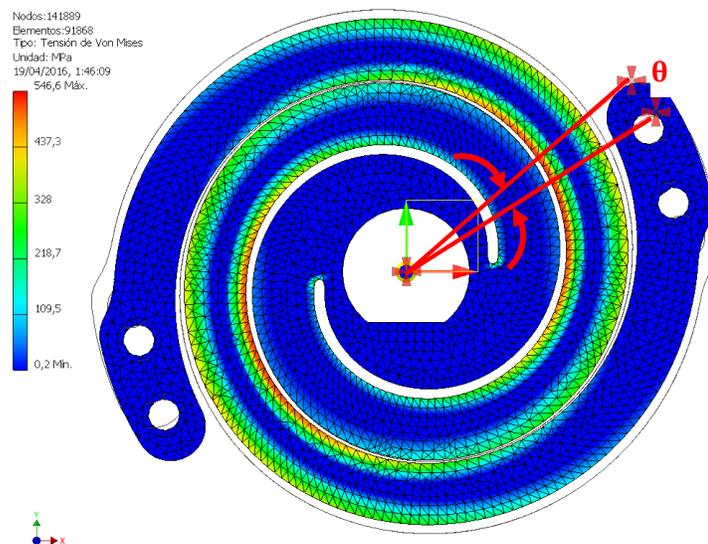
Después de correr las simulaciones del FEA, se obtuvieron los resultados de cada material, las imágenes de la **Figura 4.6** muestran el comportamiento del resorte de dichos resultados.

Como se puede observar en las imágenes, el esfuerzo máximo de Von Mises se concentra en el interior de las espiras, aproximadamente a los 180° medidos desde el extremo final de la espira, esto se esperaba ya que en el análisis del resorte (sección 3.2.4.1) se había contemplado dicha concentración de esfuerzos.

Al aplicarle la carga en ambos sentidos también se puede observar que los esfuerzos de Von Mises son similares y se concentran en el mismo punto, esto se debe principalmente a la geometría del resorte ya que es simétrico.

Debido a la flexión de las espiras estas tienden a acercarse, esto cuando la carga se aplica en sentido anti horario, por lo tanto, en los tres materiales se puede observar que no se tocan las espiras. Aunque en el caso del titanio (TiG5), debido al espesor de la espira ( $t=9.6$ ), estas tienden a acercarse más.

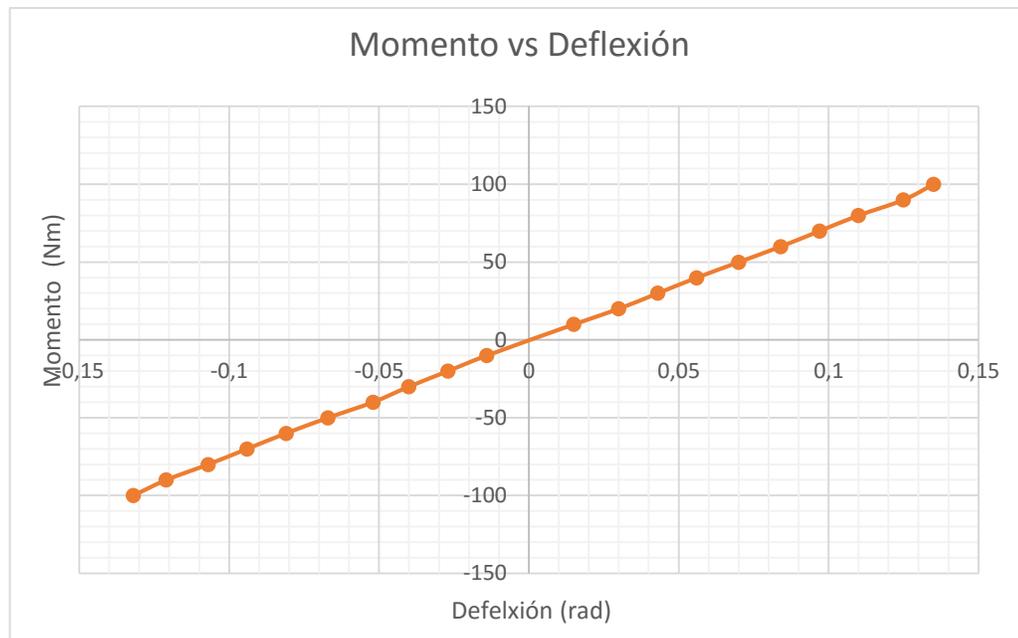
Otro parámetro importante a medir en las simulaciones, es la deflexión del resorte, ya que este nos indica la rigidez del mismo. Para medir la deflexión angular se tuvo que recurrir a una herramienta desde la computadora para medir la posición angular inicial y final (véase **Figura 4.7**). Después de ejecutar cada simulación se medía la posición angular del desplazamiento de los extremos de la espira.



**Figura 4.7** Medición de la deflexión del resorte.

Mediante esta forma también se pudo observar el comportamiento de la curva del resorte, precisamente comparar la relación que existe entre carga aplicada y la deflexión del resorte. Esto nos indica la linealidad del resorte, es decir, que si la deflexión es proporcional a la carga que se le aplica en todo el rango que soporta el

resorte. Para ello, se fue aplicando la carga gradualmente e ir midiendo la deflexión del resorte, finalmente se obtuvo una gráfica con dicha curva, el cual se muestra en la **Figura 4.8**, esta gráfica es del resorte con Titanio Grado 5 (TiG5), la curva de los otros dos metales es similar, por tal motivo solo se muestra este. Como se puede observar la curva del resorte es lineal, por tanto, nos indica que es sensible al par aplicado en el resorte, lo cual nos una confiabilidad de que no existan lecturas perdidas de par.



**Figura 4.8** Curva de la carga vs deflexión del resorte simulado.

El registro de información de las simulaciones realizadas en el resorte se muestra en la **Tabla 4.3**. En esta tabla se presentan los valores generados cuando se le aplica la carga máxima producido por el motor y el reductor seleccionados en este trabajo.

La carga máxima se consideró debido a que es la carga para la cual se diseñó el resorte y es el requerido para las funciones básicas. Y la otra carga porque es útil ver los resultados obtenidos al ser aplicados en el resorte.

De acuerdo con resultados se puede decir que la rigidez lograda con los tres tipos de metales es casi similar a la deseada (800 Nm/rad) con diferencias que rondan entre el 7 y 8%. Por lo tanto, los tres metales son una buena opción para la construcción del resorte. Sin embargo, la limitante es el peso puesto que se busca que sea ligero, de los tres el menos pesado es el TiG5, como era de esperarse, ya que es el que tiene menor densidad.

Metal	T [Nm]	$\sigma'$ [MPa]	$\theta$ (rad)	m [g]	k [Nm/rad]	FS	% $\sigma'$	% k
Titanio Beta C	100	546.6	7.7 (0.135)	242	740	2.01	+18.8	8
	53	289.7	4.2 (0.074)			3.8	-62.9	
AISI 6150	100	674.4	7.8 (0.136)	377	735	1.82	+8.7	8.84
	53	357.3	3.2 (0.56)			3.43	-73.5	
AISI Grade 18Ni (300)	100	739.5	7.7 (0.134)	358	746	2.7	+7.1	7.24
	53	392	3.9 (0.069)			5.1	-88.6	

**Tabla 4.3** Resultados obtenidos de la simulación FEA de los tres materiales propuestos para el resorte.

De los otros dos metales debido a su geometría el menos pesado es el AISI 18Ni (300) el cual puede quedar como primera opción para la construcción ya que pesa 358 g y su factor de seguridad es el más alto de los tres, esto es gracias a que tiene una resistencia a la fluencia de 1910 MPa, el cual lo hace un metal muy resistente a cargas de gran magnitud.

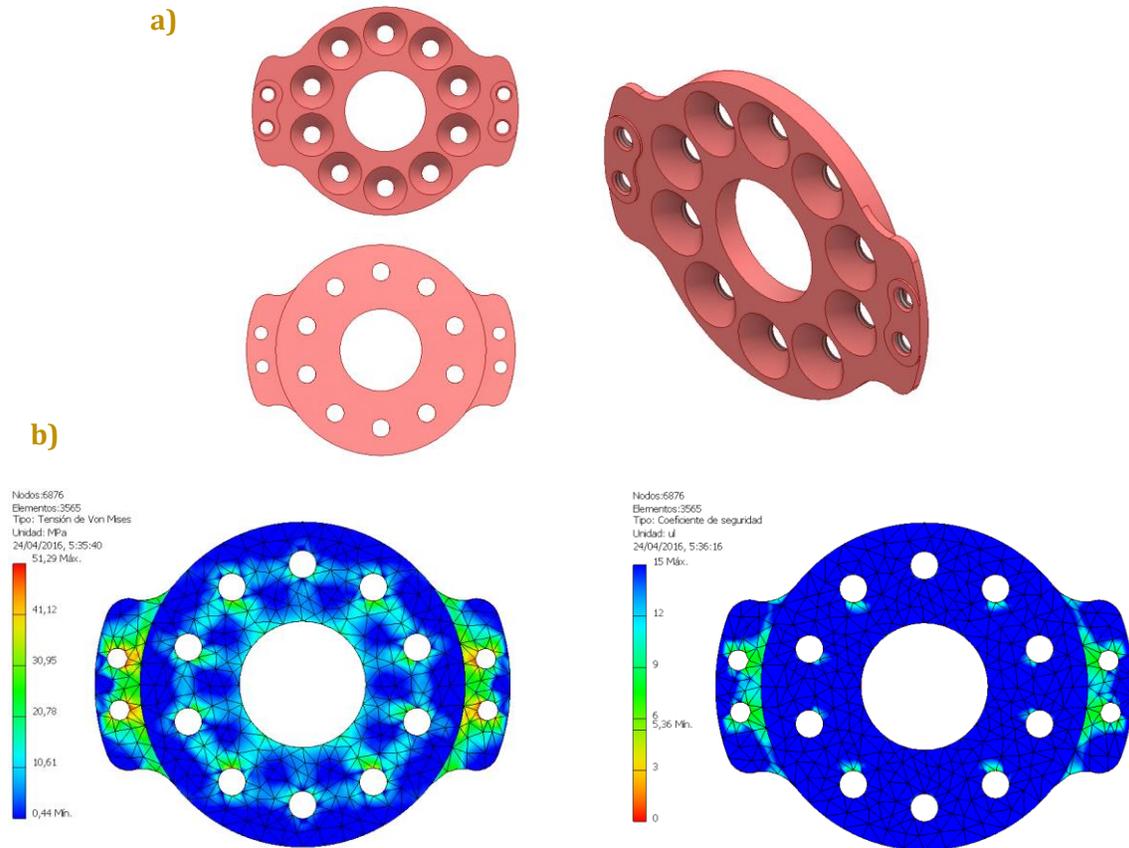
Por último, y no por ser el menos destacado es el AISI 6150, la ventaja que tiene este es que se puede conseguir comercialmente y su manufactura puede ser accesible.

En cuanto al esfuerzo máximo de Von Mises, el que mayor diferencia tuvo comparado con su correspondiente resistencia a la fatiga fue el titanio, un 18.8% por encima de su resistencia a la fatiga (cuando la carga se aplica en sentido anti horario), posiblemente se deba a los valores proporcionados por MatWeb ya que para el análisis se tomó un valor promedio de la resistencia a la fatiga. El que menos diferencia tuvo fue el AISI 18Ni (300) con un 7.1%.

En conclusión, para la construcción del resorte, tomando en cuenta las ventajas y desventajas que poseen entre uno y otro, se decidió que por cuestiones de accesibilidad el AISI 6150 es la mejor como primera opción, sin embargo, los otros dos materiales pueden servir como aplicación a futuro o dependiendo de la decisión del fabricante.

Por otra parte, para que el resorte pueda recibir el par torsional del reductor HD se tuvo que diseñar un disco que permitiera la unión entre estos, ya que el diámetro a la salida del HD (FlexSpline) es menor que el diámetro de los sujetadores del RDE.

En la siguiente **Figura 4.9a** se muestra dicha pieza. A grandes rasgos esta pieza se atornilla sobre el FlexSpline por medio de diez tornillos M8 (recomendado por el ensamble de HD) y a sus extremos tiene sus respectivos barrenos para sujetarse al RDE.



**Figura 4.9** Disco para transmitir la potencia del HD al RDS.

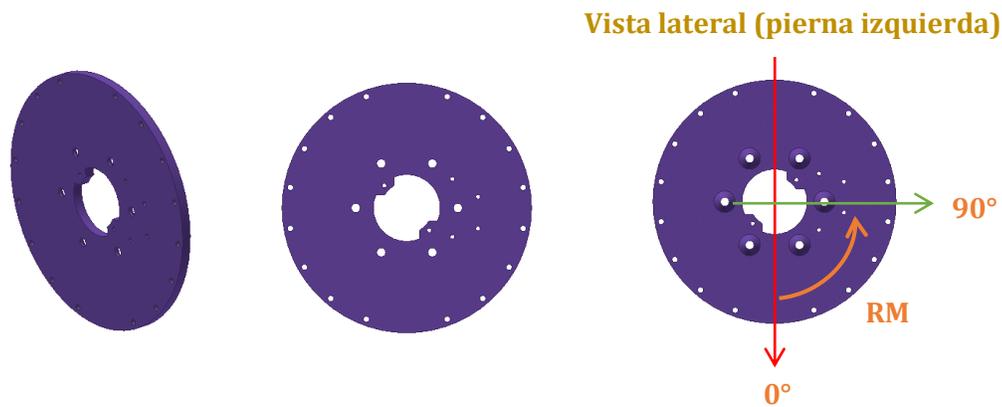
El material propuesto para la simulación fue el aluminio 6061 T6, esto por su fácil maquinabilidad y acceso del material. Con este material se tuvo un factor de seguridad de aprox. 5 al aplicarle la carga máxima (véase **Figura 4.9b**) y cuenta con peso de 50g, esto se logró gracias a que se eliminó material para reducir el peso.

## 4.4 Base o carcasa del SA

Una de las principales características que se requieren es este primer diseño es la modularidad del actuador, de modo que los componentes puedan ser fácilmente montados y extraídos del conjunto para realización de pruebas o remplazo de componentes.

Por tanto, esto hace que el diseño de la carcasa o piezas de soporte de los componentes electromecánicos esté orientado a conseguir elementos lo más sencillos posible para facilitar su fabricación, la cual ha de procurar que resulte económica debido a la cantidad de piezas, si se pretende como referencia inicial para las demás articulaciones.

En general, la base está compuesta de seis piezas para lograr una fácil manufactura. La primera pieza se fija en la junta de la rodilla del eslabón que sujeta la pierna del usuario, esta pieza tiene como objetivo retener el rodamiento contenido en la junta y limitar el RM por medio de unos topes que permiten únicamente girar de  $0^\circ$  a  $90^\circ$  (véase **Figura 4.2**), estos a su vez están cubiertos del mismo material nylamid como las piezas del eje, con esto se evitaría el desgaste de la base.

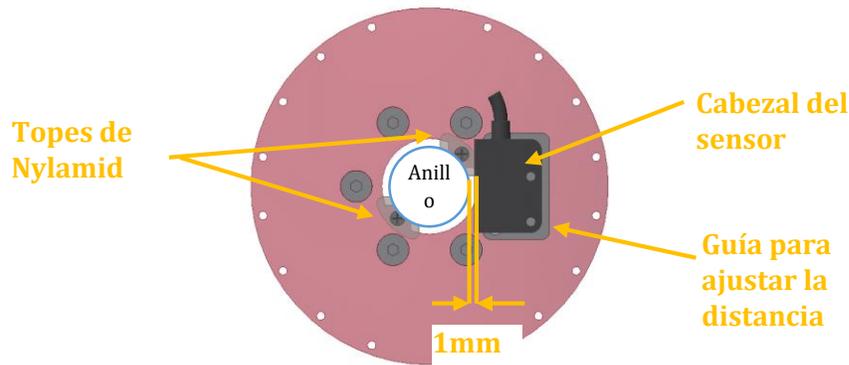


**Figura 4.10** Pieza 1 de la base y la posición de los topes.

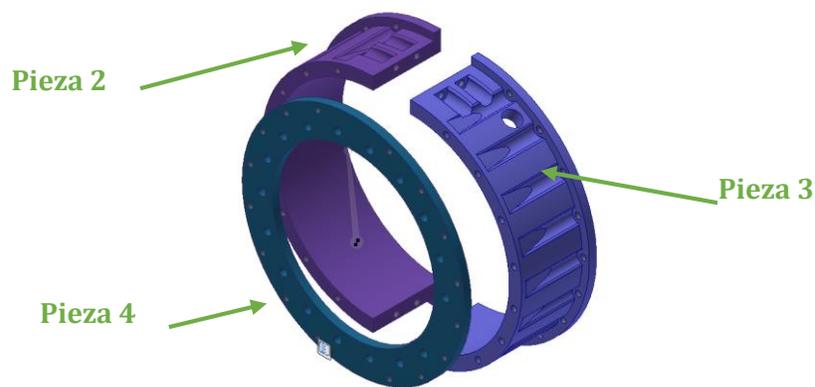
En esta parte también se fija el detector o cabezal del sensor magnético, el cual requiere que esté cerca del anillo magnético a una distancia de un milímetro como mínimo (véase **Figura 4.11**) pero para poder ajustarlo se diseñó una guía que permite fijarlo a la distancia requerida.

Las siguientes tres piezas que conforman la base o carcasa hacen la función de sujetar el reductor HD, principalmente el Circular-Spline (CS) que es la tierra del sistema de transmisión, sirviendo también como protección de los componentes.

La **Figura 4.12** muestra dichas piezas, el material que se propone para su fabricación es nylamid M, esto con el objetivo de reducir peso o en su caso aluminio 6061-T6, para este último en vez de tener un cilindro cerrado se puede construir por medio de dos placas de aluminio dobladas, ahorrándose el maquinado de un cilindro donde se puede desperdiciar mucho material.



**Figura 4.11** Espacio entre el anillo magnético y el cabezal o detector del sensor.



**Figura 4.12** Piezas 2, 3, 4 de la base.

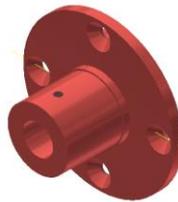
En el diseño de la base se consideraron las tolerancias sugeridas por el fabricante del reductor HD, ya que requiere cierta precisión para su ensamble, en el **Apéndice B** se muestra dicha información.

Las últimas dos piezas de la base fijan únicamente el motor BLDC al CS del reductor HD y a su vez permiten alinear el eje del motor, la **Figura 4.13** muestra estas piezas, la pieza 5 en el centro tiene un espacio para fijar el rodamiento seleccionado en la sección 3.3. Para la fabricación de estas piezas se propuso nylamid M, ya que no están sometidos a grandes cargas, únicamente el peso del motor brushless, por lo tanto, después de hacer sus simulaciones se comprobó que pueden soportar dicha carga.



**Figura 4.13** Pieza 5, 6 de la base.

Por último, se tiene un cople para poder unir el eje del motor al Wave-Generator y así poder transmitir el movimiento. Cada uno de los elementos que conforman el reductor se muestran a detalle en los planos con sus dimensiones correspondientes en el **Apéndice D**.



**Figura 4.14** Cople para unir el WG y el eje del motor brushless.

## 4.5 Resumen de resultados

### Actuador y reductor HD

Con la configuración del motor y el reductor estos son capaces de proporcionar un par teórico de 53 Nm a una velocidad de aproximadamente 16 rpm, este es un valor aceptable, ya que el mínimo permitido es de 10 rpm, con esto se tiene una potencia mecánica de aproximadamente 88.8 W.

### Resorte

La rigidez del resorte va a depender del tipo de material a fabricarlo, no obstante, con los tres materiales propuestos, la rigidez se encuentra cercano al valor deseado (sección 4.3) (800 Nm/rad) y soporta una carga máxima de 100 Nm.

Solo por mencionar, antes de la selección de un SEA, para medir el par del actuador se tenía pensado el uso de un sensor de par, sin embargo, estos tienen dimensiones muy grandes (que afectaban al diseño), son costosos, delicados y, sobre todo, para el control de par no son muy útiles por su alta rigidez, los cuales los elementos elásticos (resortes) son mejores en este aspecto, son robustos, estables y “económicos”.

### Eje

El eje es capaz de soportar la carga máxima, sin embargo, si se requiere un factor de seguridad mayor se podría proponer un material con mayor resistencia, de los cuales se proponen algunos comentados en dicha sección. Cabe destacar que con el par generado por el motor el factor de seguridad es el doble, lo cual garantiza un buen funcionamiento.

### Rango de Movimiento

El rango de movimiento (0° a 90° permitido) del SA puede que afecte en la función de subir o bajar escaleras, sin embargo, este rango está limitado por la estructura del exoesqueleto. Aunque, es posible modificar el RM si se desea con las dimensiones de los topes mecánicos de la base.

Resumiendo lo anterior, se tiene la siguiente **Tabla 4.4** con las especificaciones teóricas del SA diseñado.

#	Variable	Símbolo	Valor deseado	Valor obtenido	Unidad
1	Par permitido	$T$	100	53	Nm
2	Potencia pico	$P$	88 a >150	90	W
3	Rigidez del resorte	$K_r$	800	735 -746	Nm/rad
4	Velocidad angular de la junta	$\omega_r$	10 a >25	16	rpm
5	Resolución de par a la salida		1	$\sim 24 \times 10^{-3}$	Nm
6	Peso del sistema de actuación	$w$	<4	3.97	kg

**Tabla 4.4** Especificaciones del diseño del sistema de actuación SEA.

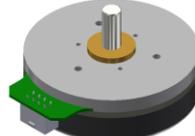
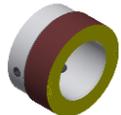
## 4.6 Resumen de piezas finales del sistema de actuación

La siguiente tabla presenta los componentes diseñados con sus materiales y pesos considerados para su posible fabricación.

#	Componente	Material	Peso [g]	Imagen
1	Carcasa-Base 1	Nylamid M	72	
2	Carcasa-Base 2	Nylamid M	53	
3	Carcasa-Base 3	Nylamid M	52	
4	Carcasa-Base 4	Nylamid M	24	
3	Carcasa-Base 5	Nylamid M	47	
4	Carcasa-Base 6	Nylamid M	28	
5	Eje	Aluminio 6061-T6	192	
6	Resorte de doble espiral (RDE)	AISI 6150	377	
7	Disco HD-RDE	Aluminio 6061-T6	50	

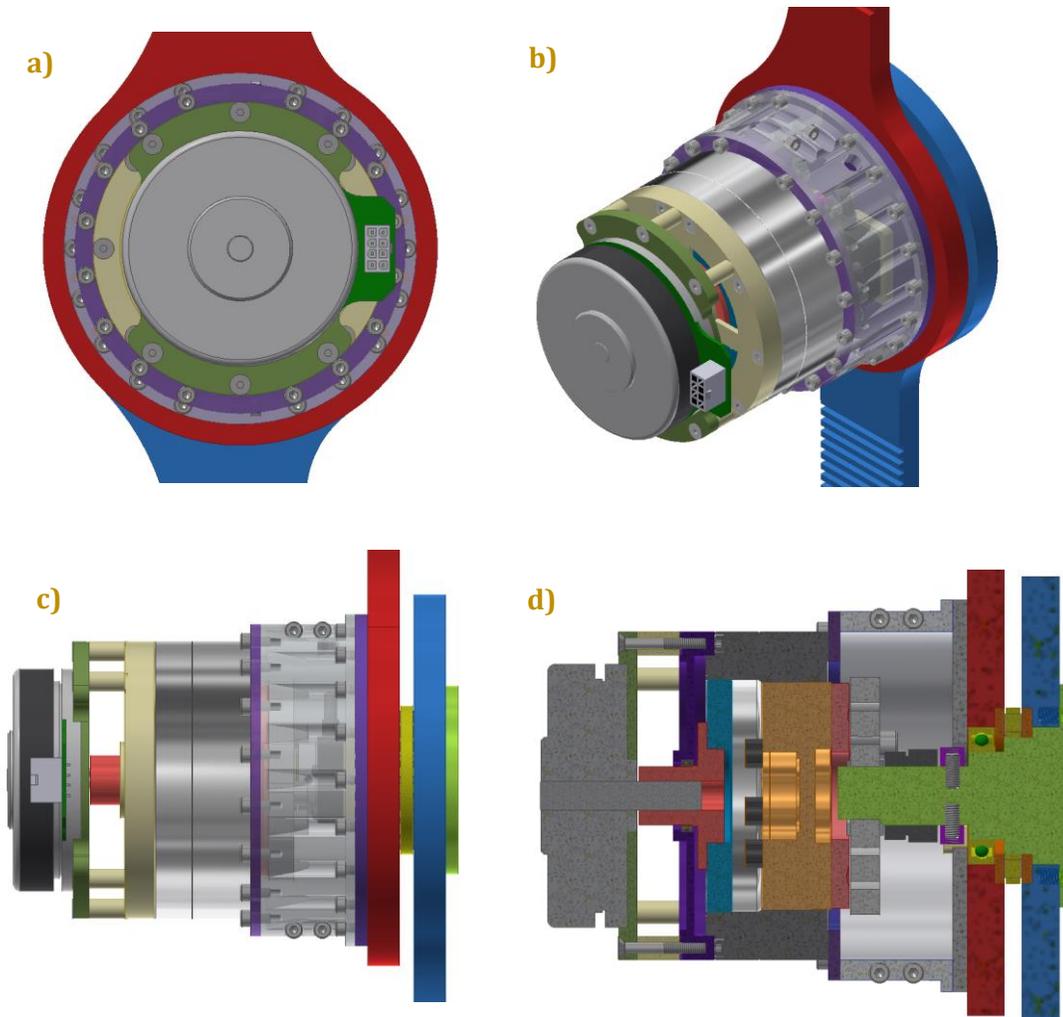
8	Cople	Aluminio 6061-T6	39	
9	Topes de mecánicos	Nylamid M	1x2=2	
10	Sufridera_B	Nylamid M	1x2=2	
11	Separadores	Nylamid M	1x6=6	
12	Placa-Guía Sensor	Nylamid M	5	

En esta otra lista se muestran los componentes electromecánicos seleccionados para el sistema de actuación.

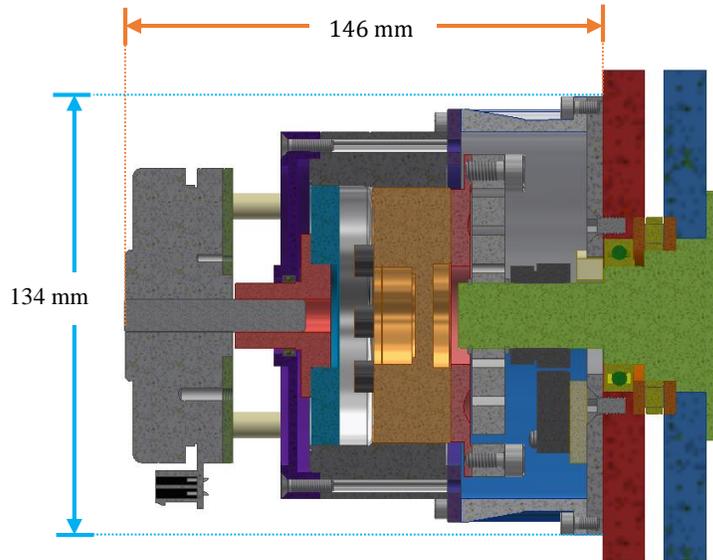
#	Componente	Fabricante	Modelo	Peso [g]	Imagen
1	Reductor	<i>Harmonic Drive</i>	(CSD-32-100-2UH)	2400	
2	Motor BLDC	<i>Maxon</i>	244879	600	
3	Encoder del motor	<i>Maxon</i>	453234	-	En el interior del motor
4	Anillo Magnético	<i>ASM</i>	PMIR7N-20-50-M-20	30	
5	Sensor (cabezal)	<i>ASM</i>	PMIS4-20-100-50KHZ-TTL-Z0-2M-S	-	

## 4.7 Ensamble del SA en CAD

En esta sección se puede apreciar el ensamble de las piezas del SA con la configuración propuesta.



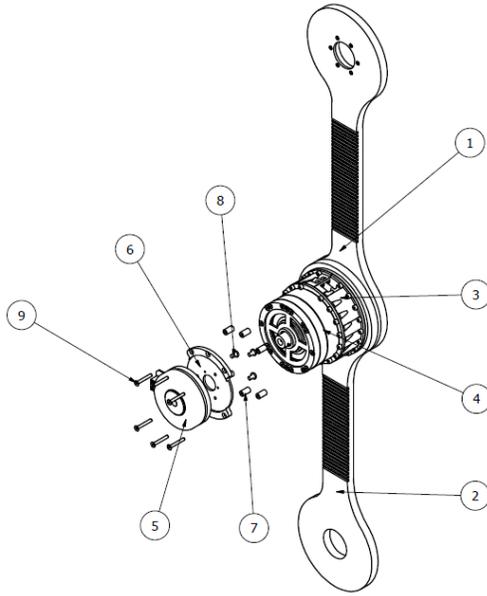
**Figura 4.15** *Vistas del arreglo general del SA propuesto, a) Frontal, b) Isométrico, c) Lateral y d) Corte interno*



**Figura 4.16** Dimensiones generales del SA.



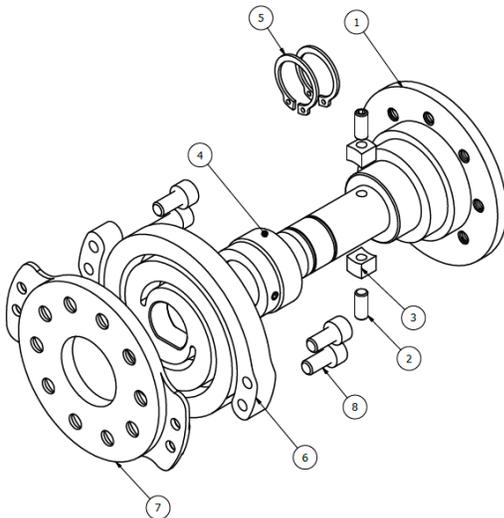
**Figura 4.17** Representación del SA sobre los eslabones del exoesqueleto para la pierna izquierda.



9	12	DIN 7991 M4X30	Acero	Tornillo avellanado y ranura hexagonal
8	3	M5 X 8	Acero	Tornillo con cabeza cilíndrica y ranura en cruz
7	1	Separdor	Nylamid M	Espaciadores para fijar el motor
6	1	Base-motor	Nylamid M	Disco para sujetar el motor
5	1	Motor Brushless	-----	Motor Brushless
4	-	HD-ensamble	-----	Ensamble del Harmonic Drive
3	-	Base-ensamble	-----	Ensamble de la base
2	1	Eslabon-Pantorilla	Aluminio 6061-T6	Eslabón-pantorilla del exoesqueleto
1	1	Eslabon-Muslo	Aluminio 6061-T6	Eslabón-muslo del exoesqueleto
ELEMENTO	CTDAD	Nº DE PIEZA	MATERIAL	DESCRIPCIÓN

LISTA DE PIEZAS

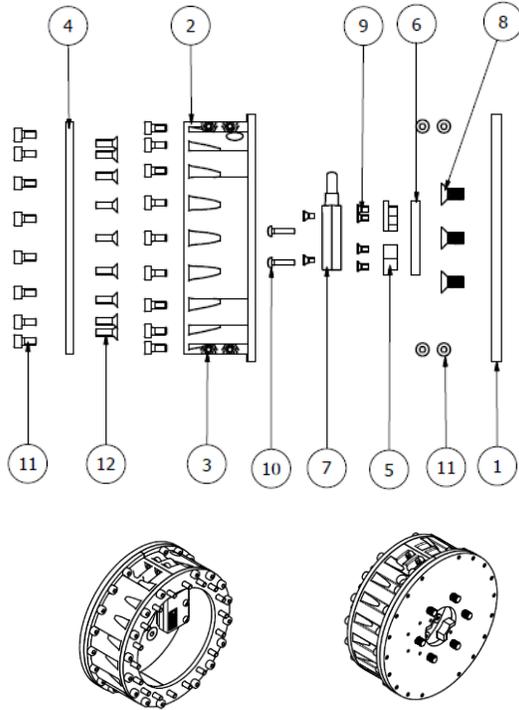
**Figura 4.18** Explosivo del arreglo general del SA y lista de partes.



8	4	DIN 912 - M6 x 12	Tornillo de cabeza cilíndrica	Acero, suave
7	1	Disco-HDRDS	Disco que une el resorte con el reductor HD	Aluminio 6061-T6
6	1	Resorte-RDS	Resorte de doble espiral	Acero AISI 6150
5	2	DSH-20	Anillo de retención	Acero, carbono
4	1	PMIR7N 20-50-M-20	Cinta magnética del sensor de posición	-
3	2	Tope -Eje	Tope para el eje de la articulación	Nylamid M
2	2	DIN EN ISO 4026 - M5 x 12	Tornillo sin cabeza con hueco hexagonal y punta plana	Acero inoxidable, 440C
1	1	Eje-Rodilla_1PIZ	Eje de la articulación de rodilla del exoesqueleto	Aluminio 6061-T6
ELEMENTO	CTDAD	Nº DE PIEZA	DESCRIPCIÓN	MATERIAL

LISTA DE PIEZAS

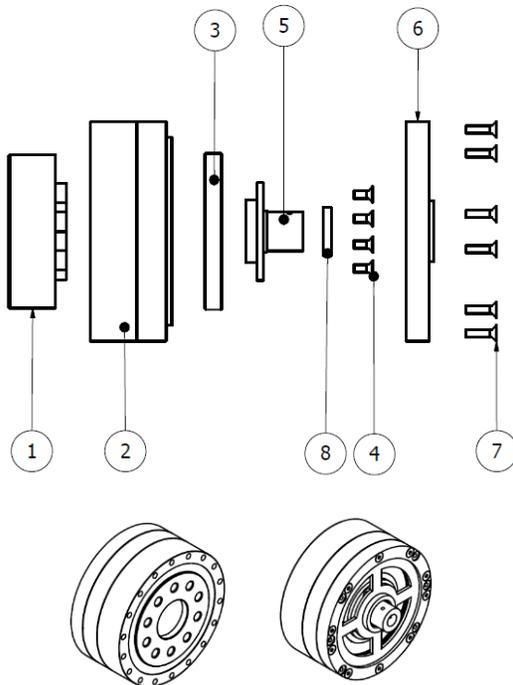
**Figura 4.19** Explosivo del ensamble del eje y lista de partes.



12	18	DIN 7991 - M4x12	Acero, suave	Tornillos de cabeza avellanada con hueco hexagonal
11	38	DIN 912 - M4 x 8	Acero, suave	Tornillo de cabeza cilíndrica
10	2	ISO 7045 - M3 x 12 - 4.8 - H	Acero	Tornillo para maquinaria de cabeza cilíndrica redondeada con ranura y hueco cruciforme
9	6	DIN EN ISO 7046-2 H - M3x6 - 8.8 - H1	Acero	Tornillos de cabeza plana avellanada (cabeza común) con hueco cruciforme tipo H o Z.
8	6	M6x12_exo	-----	
7	1	PMIS4	-----	El sensor magnetico para detectar la posición angular del eje
6	1	Placa_SenMag	Nylamid M	Placa para sujetar y ajustar el sensor magnético
5	2	Sufridera_B	Nylamid M	Sufridera para proteger los topes de la base
4	1	Anillo:HD-Base	Nylamid M	Pieza cuatro de la base
3	1	Base:3	Nylamid M	Pieza tres de la base
2	1	Base:2	Nylamid M	Pieza dos de la base
1	1	Base:1	Nylamid M	Pieza uno de la base
ELEMENTO	CTDAD	Nº DE PIEZA	MATERIAL	DESCRIPCIÓN

LISTA DE PIEZAS

**Figura 4.20** Explosivo del ensamble de la base y lista de partes.



8	1	WBB1-8714-2ZS	-----	BB1_004_104-Deep groove ball bearings, stainless steel, single row
7	10	DIN 7991 - M4x16	Acero, suave	Tornillos de cabeza avellanada con hueco hexagonal
6	1	Base:5	Nylamid M	Pieza cinco de la base
5	1	Cople-Motor	Aluminio 6061	Cople para el eje del motor
4	4	DIN 7991 - M4x10	Acero, suave	Tornillos de cabeza avellanada con hueco hexagonal
3	1	WG-x2UH	-----	Wave-Generator del Harmonic Drive
2	1	CS-x2UH	-----	Circular-Spline del Harmonic Drive
1	1	FS-2UH	-----	Flex-Spline del Harmonic Drive
ELEMENTO	CTDAD	Nº DE PIEZA	MATERIAL	DESCRIPCIÓN

LISTA DE PIEZAS

**Figura 4.21** Explosivo del ensamble del Harmonic Drive y lista de partes.

### Conclusiones

En la presente tesis se tiene finalmente una propuesta para el diseño de un sistema de actuación (SA) que puede ser incorporado en la articulación de rodilla del exosqueleto de la UNAM, el cual este está orientado a la asistencia de personas con problemas de movilidad en miembros inferiores.

Debido al campo de aplicación<sup>8</sup> del actuador, el diseño mecánico propuesto es un sistema de actuación flexible, mejor conocido como SEA (siglas de *series elastic actuator*), el haber tomado en consideración este tipo de sistema<sup>9</sup> el diseño cuenta con un elemento elástico que le da ciertas ventajas en comparación con los actuadores comunes, por ejemplo:

- Favorece en relación a la alta impedancia ocasionado por la gran reducción de transmisión del motor-reductor, permitiendo tener una baja impedancia mecánica<sup>10</sup> a la salida del sistema.
- Mejora su capacidad para absorber impactos.
- Es robusto ante la variación de cargas.
- Se logra una alta fidelidad en el control de fuerza<sup>11</sup>.

Por otra parte, con los parámetros requeridos de la junta para las diferentes funciones del usuario se logró evaluar los componentes que integran el SA. Así mismo, con base en los requerimientos se consiguió diseñar un sistema SEA personalizado de transmisión directa y rotatorio, que básicamente está compuesto por un motor brushless, un reductor HD y un resorte torsional.

---

<sup>8</sup>Refiriéndose a tareas biológicas de interacción con el mundo real (caminar, correr, lanzar y manipular), los robots son inferiores en comparación con las capacidades del ser humano, por lo tanto, es importante que un robot sea capaz de sensor y controlar la fuerza para interactuar con el ambiente y con el mismo.

<sup>9</sup>Ampliamente utilizado en robots y recientemente implementado en dispositivos para rehabilitación y exoesqueletos.

<sup>10</sup> Es la cantidad mínima de fuerza en un actuador a la salida para un movimiento de carga dada. (Robinson D.W., 2000).

<sup>11</sup> Necesario para robots operados en ambientes poco estructurados.

Debido a la integración de los componentes, durante el diseño del SA, surgieron ciertas dificultades en el diseño y selección de estos, por lo que fue necesario encontrar una solución factible para cada uno de ellos, teniendo las siguientes conclusiones.

### ***Resorte***

El diseño del resorte de doble espiral basado en la geometría del Wang et al. (2013) fue un reto debido a que se buscó principalmente la optimización de su rigidez<sup>12</sup> y su peso, además al no ser un componente comercial se tuvo que cumplir con el conjunto de requerimientos definidos, en cuanto a par máximo soportado y rigidez deseada, todo esto en un diseño compacto y ligero.

En conclusión, con la ayuda de la función objetivo y simulaciones FEA se evaluó el diseño del resorte, obteniendo como resultado tres posibles propuestas para su fabricación, los cuales cuentan con una rigidez cercana al valor deseado y soportan la carga máxima bidireccionalmente, también muestran un comportamiento lineal en su curva de par-deflexión (simulado), esto se traduce a una buena precisión en el sensado de par en la junta.

Además, el diseño del resorte permite que pueda ser fabricado en una sola pieza, sin requerir una manufactura compleja y, sobre todo, tiene la ventaja de ser incorporado en un diseño o configuración diferente al propuesto en este trabajo.

### ***Reductor HD***

El reductor *Harmonic Drive* resultó muy útil para el aumento de par, pues su diseño lo hace compacto, simple y eficaz. Sin embargo, el modelo final incluido en el diseño no permitió aprovechar dichas ventajas, esto se debió a que el fabricante recomendó el modelo CSD-2UH por cuestiones de precisión en tolerancias del ensamble y normas de seguridad, lo cual dio como resultado un aumento significativo de peso y dimensiones.

En cambio, el modelo CSD-2AGR, que fue la primera propuesta, le da al SA un diseño más compacto y ligero. No obstante, se eligió el modelo CSD-2UH como dispositivo de prueba para conocer su comportamiento sobre su funcionamiento y observar si es necesario el tipo de modelo para la aplicación.

En general, con la configuración y selección de componentes para el diseño del SA, se concluyó que este puede ser utilizado para realizar la función de caminar hasta con un peso total (usuario-exosqueleto) de 100 kg. En el caso de la función de levantarse de una silla y subir/bajar escaleras, el par no es suficiente, aunque podría aportar un 50%

---

<sup>12</sup> Es una medida cualitativa de la resistencia a las deformaciones elásticas producidas por un material, que contempla la capacidad de un elemento estructural para soportar esfuerzos sin adquirir grandes deformaciones.

aproximadamente para la realización de estas actividades, por lo que el usuario podría apoyarse de bastones o pasamanos para una menor demanda de par.

En cuanto a dimensiones y peso, el diseño no es ligero como se esperaba debido al modelo del HD. Sin embargo, si se consigue que el fabricante apruebe la adquisición del primer modelo seleccionado, comprobando que el diseño propuesto es seguro con el modelo 2UH, en un posterior diseño el peso del SA disminuiría considerablemente cerca de la mitad, esto traería también una reducción de dimensiones.

Se puede decir que el diseño es robusto, ya que puede resistir un par máximo de 100 Nm a la salida, lo cual puede servir como actuador para las articulaciones de la cadera. En cuanto al diseño de sus piezas que integra, no son complejas para su fabricación y ofrecen modularidad en caso de un cambio o remplazo posterior. Esto también trae ventajas puesto que podría ser adaptado como actuador para dispositivo de rehabilitación.

Por otro lado, se deja un antecedente sobre el diseño de un SEA para el exoesqueleto de la UNAM, también se deja información (programas en *Mathematica*) y referencias sobre el diseño del resorte torsional que pueden ser utilizados para futuros diseños de actuadores del exoesqueleto.

Personalmente, los conocimientos adquiridos complementan con el aprendizaje de licenciatura, ya que de alguna manera hay una mayor comprensión y ampliación de información sobre el diseño mecánico, consiguiendo de esta forma una mejor formación profesional.

## Trabajo futuro

El siguiente paso es la fabricación de las piezas y la construcción del sistema de actuación, de esta forma se podrán hacer las pruebas físicas correspondientes y observar el comportamiento real del sistema. Para ello, se debe tener un banco de pruebas donde se pueda comprobar el par y velocidad, también será necesario medir la rigidez real del resorte, ya que es probable que difiera del valor simulado, para esto es necesario la caracterización del conjunto motor-reductor HD y obtener la posición angular real a la salida del reductor, esto permitirá calcular la deflexión del resorte y así comprobar su rigidez.

También será necesario aplicar e implementar una teoría para el control de fuerza, las pruebas sobre esto serán necesarias, ya que la fuerza va a depender de la frecuencia del control en lazo cerrado, de acuerdo con investigaciones sobre este tema se debe encontrar el ancho de banda para comprobar que a baja frecuencia el sistema debe

entregar el par el máximo, y viceversa, a alta frecuencia debe tener un par menor, con esto también se tiene como resultado que a baja frecuencia la impedancia es baja y a alta frecuencia la impedancia aumenta.

Los dispositivos a mejorar para un próximo rediseño después de la realización de las pruebas, es el cambio de un actuador con mayor potencia y un reductor con menor peso, consiguiendo un ahorro de espacio y peso. En cuanto al peso del resorte podría disminuir si se contemplaran materiales compuestos, por ejemplo, la fibra de carbono podría ser una buena opción.

- **Andriacchi T.P., Andersson G.B.J., Fermier R.W., Stern D. & Galante J.O. (1980)** *A study of lower-limb mechanics during stair-climbing*. J. Bone and Joint Surg., 62-A: 749-757.
- **Ashby M.F. (2005)** *Materials selection in mechanical design*. ELSEVIER Butterworth-Heinemann. Ed. 3ra.
- **Budynas R. G. & Nisbett J. K. (2008)** *Diseño en ingeniería mecánica de Shigley*. McGraw-Hill Interamericana. Ed. 8va. México.
- **Carlson H. (1978)** *Spring designer's handbook*. Marcel Dekker. Inc. New York and Basel.
- **Castejón C., García-Prada J.C & Lara O.J. (2009)** *Modelado de una transmisión Harmonic Drive; análisis del error cinemático*. Revista Iberoamericana de Ingeniería Mecánica, Vol. 13, No. 2, pp. 51-65.
- **Celebi B., Yalcin M. & Patoglu V. (2013)** *AssistOn-Knee: A self-aligning knee exoskeleton*. IEEE/RSJ International conference on intelligent robots and systems. Tokyo, Japón.
- **Chávez, M.A. et al. (2010)** *Exoesqueletos para potenciar las capacidades humanas y apoyar la rehabilitación*. Revista Ingeniería Biomédica, Vol. 4, No. 7, Colombia.
- **Dollar A. M. & Herr H. (2008)** *Lower extremity exoskeletons and active orthoses: challenges and state-of-the-art*. IEEE Transactions on robotics, Vol. 24, No.1.
- **Dos Santos W.M., Caurin G.A. & Siqueira A. (2013)** *Torque control characterization of a rotatory series elastic actuator for knee rehabilitation*. IEEE
- **Drillis R., Contini R. & Bluestein M. (1966)** *Body segment parameters: a survey of measurement techniques*. Human Factors.
- **Fotoohabadi M.R., Tully E.A. & Galea M.P. (2010)** *Kinematics of rising from a chair: image-based analysis of the sagittal hip-spine movement pattern in elderly people who are healthy*. Phys Ther. 90:561-571
- **Hou X., Xia Y., Liu Y. & Liu H. (2014)** *Design and development of a rotatory serial elastic actuator for humanoid arms*. Springer International Publishing Switzerland. Part 1, LNAI 8917, pp. 266-277.

- **Howell L.L. (2001)** *Compliant mechanisms*. Jhon Wiley and Sons, Inc. United States of America.
- **Jiménez, B.L. et al. (2004)** *Evaluación de la calidad de vida en lesionados medulares*. Acta Ortopédica Mexicana, Vol. 18(2).
- **Jimin L., Yongtae K. & Jaeheung P. (2013)** *Compliant joint actuator with dual spiral springs*. IEEE/ASME Transactions on mechatronics. Vol. 18, No. 6.
- **Karavas N. C., Tsagarakis N. G. & Caldwell D. G. (2012)** *Design, modeling and control of a series elastic actuator for an assistive knee exoskeleton*. IEEE RAS/EMBS International conference on biomedical robotics and biomechatronics. Roma, Italia, Junio 24-27.
- **Kawamoto, H. & Sankai, Y. (2002)** *Power assist system HAL-3 for gait disorder person*. ICCHP 2002, pp. 196-203.
- **Kazerooni H., (2008)** *Exoskeletons for human performance augmentation*. Springer Handbook of Robotics, Part D: 773-793
- **Kim S.M., Lee S.Y., Kang H.C. & Jeong J.H. (2009)** *Study of knee and hip joints' moment estimation by biomechanical simulation during various motion changes*. WCECS, 2:20-22.
- **Kim Y., Lee J., & Park J. (2013)** *Compliant joint actuator with dual spiral springs*. IEEE/ASME Transactions on mechatronics, Vol. 18, No. 6.
- **Kroon R.P. & Davenport C.C. (1938)** *Spiral springs with a small number of turns*. Experimental Division, Westinghouse electric and Manufacturing Company.
- **Laffranchi M., Sumioka H., Sproewitz A., Gan D. & Tsagarakis N. G. (2011)** *Compliant actuators*. Adaptative Modular Arhitectures for Rich Motor Skills (AMARSi). EU FP7, Marzo.
- **Lagoda C., Schouten A., Stienen A., Hekman E. & Kooij H. (2010)** *Design of an electric series elastic actuated joint for robotic gait rehabilitation training*. IEEE RAS & EMBS, Int. Conf. on Biomedical Robotics and Biomechatronics (ICBRB), Tokyo, Japon, 26-29.
- **Levangie, P.K. & Norkin, C.C. (2011)** *Joint structure and function: a comprehensive analysis*. (5a ed.). USA, F.A. Davis Company.
- **López R., Aguilar H., Salazar S., Lozano R. & Torres J. A. (2014)** *Modelado y control de un exoesqueleto para la rehabilitación de extremidad inferior con dos grados de libertad*. ELSEVIER, Revista Iberoamericana de Automática e informática industrial, pp. 304-314.

- **Luna M. & Rodríguez C. (2015)** *Diseño mecánico de un exoesqueleto de cadera y rodilla*. México: UNAM, Facultad de Ingeniería. Tesis de Licenciatura en Ingeniería Mecatrónica.
- **Mott R.L. (2006)** *Diseño de elementos de máquinas*. Pearson Educación, Ed. 4ta., México. Páginas 944.
- **Narváez M. A. (2011)** *Órtesis activa de miembro inferior*. Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- **Neuhaus P. D., Noorden J. H., Craig T. J., Torres T., Kirschbaum J. & Pratt J. E. (2011)** *Design and evaluation of Mina: a robotic orthosis for paraplegics*. International Conference on Rehabilitation Robotics. Zurich, Switzerland. 29 Junio-1 Julio.
- **Novak, A. et al. (2010)** *Stair negotiation alters stability in older adults*. Consultado en mayo del 2014 de <http://lermagazine.com/article/stair-negotiation-alters-stability-in-older-adults>
- **Nuzik S., Lamb R., VanSant A. & Hirt S. (1986)** *Sit-to-stand movement pattern: a kinematic study*. Phys Ther, 66:1708-1713.
- **Pérez M.F. (2011)** *Diseño, análisis y modelado cinemático de un exoesqueleto pasivo de extremidad inferior con propósito de rehabilitación*. Tesis de Licenciatura. Ingeniería Mecatrónica. Universidad de las Americas Puebla. Escuela de Ingeniería. Consultado en octubre del 2014: [http://catarina.udlap.mx/u\\_dl\\_a/tales/documentos/lmt/perez\\_m\\_f/indice.htm](http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos/lmt/perez_m_f/indice.htm)
- **Pratt J.E., Collins S.H. & Krupp B.T. (2004)** *The RoboKnee: an exoskeleton for enhancing strength and endurance during walking*. IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). New Orleans, LA. Vol. 3, pp. 2430-2435.
- **Reid S.M., Lynn S.K., Musselman R.P. & Costigan P.A. (2007)** *Knee Biomechanics of Alternate Stair Ambulation Patterns*. Applied Sciences; *Biodynamics*, 7:3911-2005.
- **Riener, R., Rabuffetti, M. & Frigo, C. (2002)** *Stair ascent and descent at different inclinations*. Gait and Posture, Elsevier Science B.V., Germany, Munich, 15:32-44.
- **Robinson D.W. (2000)** *Design and analysis of series elasticity in closed-loop actuator force control*. Tesis: Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering. Massachusetts Institute of Technology.
- **Sandino, E.M. et al. (2007)** *Lesión de médula espinal y medicina regenerativa*. Salud pública de México, Vol. 49 No.6, Cuernavaca.

Consultado en junio del 2015 en: [http://scielo.unam.mx/scielo.php?pid=S0036-36342007000600011&script=sci\\_arttext](http://scielo.unam.mx/scielo.php?pid=S0036-36342007000600011&script=sci_arttext)

- **Sergi F., Accoto D., Carpino G., Tagliamonte N. L. & Guglielmelli E. (2012)** *Design and characterization of a compact rotatory series elastic actuator for knee assistance during overground walking.* ICBRB, Roma, Italia, 24-27.
- **Schenkman M., Berger R.A., Riley P.O., Mann R.W. & Hodge A. (1990)** *Whole-body movements during rising to standing.* Phys Ther, 70:638-648.
- **Spring Manufacturers Institute (SMI), Inc. (1991)** *Spiral torsion springs.* Handbook of spring design. United States of America. Pág. 30. Obtenido en junio del 2015, <http://www.springsandthings.com/pdf/spiral-torsion-springs.pdf>.
- **Stienen A.H., Hekman E. E., Aalsma A.M., Helm F.C. & Kooij H. (2010)** *Design of a rotational hydroelastic actuator for a powered exoskeleton for upper limb rehabilitation.* IEEE-TBE, Vol. 57, No. 3.
- **Tagliamonte N.L., Sergi F., Carpino G. Accoto D. & Guglielmelli E. (2010)** *Design of a variable impedance differential actuator for wearable robotics applications.* IEEE/RSJ International conference on intelligent robots and systems. Octubre 12-22, Taipei, Taiwan.
- **Verstraten K. J. (2012)** *Design of an actuated orthosis for support of sound leg of transfemoral dysvascular amputees.* Vrije Universiteit Brussel, Faculty of Engineering-Department of mechanical engineering. Thesis for the degree of Master.
- **Vukobratovic M. (2007)** *Active exoskeletal systems and beginning of the development of humanoid robotics.* Mechanics, automatic control and robotics, Vol. 6, pp.243-262
- **Wang H., Simpson K.J., Chamnongkich S., Kinsey T. & Mahoney O.M. (2008)** *Biomechanical influence of TKA designs with varying radii on bilateral TKA patients during sit-to-stand.* Dynamic Medicine 2008, 7:12.
- **Wang S., Meijneke C., Ketels A. & Kooij H. (2013)** *Modeling, design and optimization of mindwalker series elastic joint.* IEEE-ICRR, Washington USA.
- **Wang S. et al. (2014)** *Design and control of the MINDWALKER exoskeleton.* IEEE Transactions on neural system and rehabilitation Engineering.
- **Wahl A.M. (1944)** *Mechanical springs.* Ed. 1ra. Westinghouse electric and manufacturing company. Penton Publishing Company. United States of America.
- **Wilhelmus M.J. (2008)** *The sit-to-stand movement.* Tesis de doctorado. Erasmus Universiteit Rotterdam.

- **Wu W.L., Huang P.J., Lin C.J., Chen W.Y., Huang K.F., & Cheng Y.M., (2004)** *Lower extremity kinematics and kinetics during level walking and stair climbing in subjects with triple arthrodesis or subtalar fusion.* Gait Posture, 21:263-270.
- **Yali H. & Xingsong (2010)** *Biomechanics study of human lower limb walking: implication for design of power-assisted robot.* ICIRS, Taiwan, 18-22.
- **Chu A., Kazerooni H. & Zoss A. (2006)** *Biomechanical design of the Berkeley lower extremity exoskeleton (BLEEX).* IEEE/ASME Transactions on mechatronics, Vol 11, No. 2.
- **Zoss A. & kazerooni H. (2006)** *Design of an electrically actuated lower extremity exoskeleton.* Advanced robotics. Vol. 20, No. 9, pp. 967-988. Consultado en mayo 2015: [www.vsppub.com](http://www.vsppub.com).

## Sitios web

- [1]<http://cyberneticzoo.com/early-teleoperators/> [Consultado en noviembre del 2015].
- [2]<http://www.raai.org/library/papers/Vukobr/moskva.html> [Consultado en noviembre del 2015]
- [3]<http://www.army-technology.com/projects/raytheon-xos-2-exoskeleton-us/> [Consultado en septiembre del 2015]
- [4]<http://www.cyberdyne.jp/english/> [Consultado en mayo del 2014]
- [5]<http://intl.eksobionics.com> [Consultado en diciembre del 2015]
- [6]<http://rewalk.com> [Consultado en diciembre del 2015]
- [7]<http://www.rexbionics.com/> [Consultado en diciembre del 2015]
- [8]<http://www.marsibionics.com/> [Consultado en diciembre del 2015]
- [9]<http://corporate.honda.com/innovation/walk-assist/> [Consultado en diciembre del 2015]
- [10] <http://www.indego.com/indego/en/home> [Consultado en diciembre del 2015]
- [11]<http://www.exrx.net/Kinesiology/Segments.html> [Consultado en diciembre del 2015]
- [12]<http://www.saludyalgomas.com/tablasnutricionales/peso-de-distintas-partes-del-cuerpo/> [Consultado en agosto del 2014]
- [13]<http://www.mitcalc.com/doc/springs/help/en/springs.htm> [Consultado en: Julio del 2014]
- [14]<http://machinedesign.com/archive/how-speed-dc-motor-selection> [Consultado en septiembre del 2014]
- [15]<http://www.harmonicdrivegearhead.com/technology/harmonic-drive> [Consultado en marzo de 2014]



## **Apéndice A**

Cálculos e información adicional

## 1. Rango de movimiento de la rodilla

Recopilación de los rangos de movimiento de la rodilla para las funciones contempladas en este trabajo.

Posición Angular de la Rodilla [°]					
	Caminar	Escaleras		Silla	Pasivo
		Ascender	Descender	Levantarse (STS)	
Intervalo Flexión/extensión	70 - 0	100 - 10	100 - 15	95 - 0	160 - 0
Máximo	70°	100°	100°	95°	160°

**Tabla A.1** Rangos de movimiento de las funciones.

Fuente: Levangie et al, 2011; Riener et al., 2002; Karavas et al., 2013

## 2. Velocidad promedio de la marcha

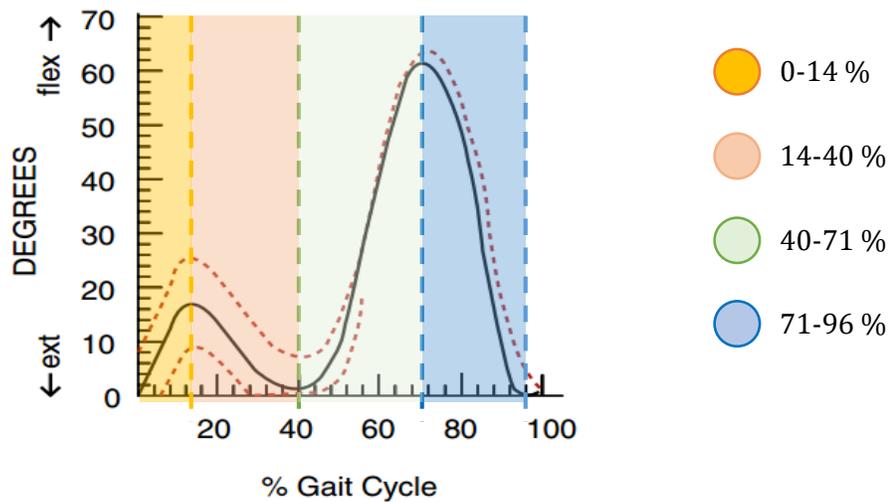
El promedio de velocidad del ciclo de marcha (CM) se obtuvo de la información presentada por (Levangie et al., 2011).

Ref.	Hombre [m/s]	Mujer [m/s]	
Finley y Cody	1.37	1.23	
RLA	1.37	1.32	
Oberg et al.	1.32	1.29	
Kadaba et al.	1.34	1.27	
	<b>Prom (H) [m/s]</b>	<b>Prom (M) [m/s]</b>	<b>Prom HM [m/s]</b>
	1.35	1.27	1.31

## 3. Calculo de velocidad de la rodilla

Con la gráfica de (Levangie et al., 2011) del movimiento angular de la rodilla se pudo estimar la velocidad dividiendo el ciclo en segmentos de acuerdo al sentido de giro (flexión o extensión), como se muestra en la **Figura A.1**, y con esta información se realizaron los cálculos.

### Gráfica del movimiento angular de la rodilla



**Figura A.1** Gráfica del movimiento angular de la rodilla en el ciclo de la marcha, segmentada de acuerdo al sentido de giro flexión/extensión.

Datos obtenidos del ciclo de la marcha (CM):

Velocidad promedio del ciclo de la marcha  $v_m = 1.31$  [m/s]

Distancia promedio de una zancada  $d_z = 1.375$  [m]

Como es necesario el tiempo que dura el ciclo de la marcha tenemos que

$$t_{CM} = \frac{d_z}{v_m} = \frac{1.375}{1.31} = 1.05 \text{ [s]}$$

Para calcular la velocidad angular en cada porcentaje del CM es necesario la siguiente fórmula

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$

En donde  $\omega$  es la velocidad angular de la rodilla en cada porcentaje,  $\theta$  es la posición angular en el intervalo y  $t$  es el tiempo transcurrido en cada intervalo.

Haciendo uso de los datos de la marcha y realizando los cálculos correspondientes, se obtuvo la **Tabla A.2** que muestra los resultados para cada intervalo de la gráfica, con lo que finalmente se tiene la velocidad angular de la rodilla de cada porcentaje y su promedio.

Porcentaje del CM			Posición angular		Velocidad angular	
Intervalo %	Absoluto %	Tiempo del intervalo [s]	Intervalo [°]	Absoluto [°]	[°/s]	[rad/s]
0 - 14	14	0.147	0 - 18	18	122.45	2.14
14 - 40	26	0.273	18 - 1	17	62.27	1.09
40 - 71	31	0.3255	1 - 62	61	187.40	3.27
71 - 96	25	0.2625	62 - 0	62	236.19	4.12
<b>Vel. Ang. Prom.</b>					152.08	2.65

**Tabla A.2** Velocidad angular de la rodilla en cada intervalo del CM.

Haciendo la conversión de unidades de la velocidad angular a rpm se tiene la **Tabla A.3** con el valor mínimo, máximo y el promedio la velocidad angular.

$$\omega_R \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) \rightarrow \omega_R \left( \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right)$$

$$\omega_R \left( \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) * \left( \frac{1 \text{ rev}}{6.28 \text{ rad}} \right) * \left( \frac{60 \cancel{\text{s}}}{1 \text{ min}} \right) \rightarrow 9.55 \omega_R \left( \frac{\text{rev}}{\text{min}} \right)$$

Vel. Angular $\omega_R$	rpm
Mínimo	10.38
Máximo	39.37
Promedio	25.35

**Tabla A.3** Velocidad angular en rpm para los valores min., máx. y el promedio.

#### 4. Cálculo del par en la rodilla por el aumento del peso del exoesqueleto

Durante la *fase de balanceo* del CM, la rodilla realiza un movimiento angular de aprox. 60°, solo en esta fase el pie se encuentra desprendido del suelo, el cual no existe una fuerza externa sobre la junta, únicamente mueve el tobillo y el pie. En este punto calcularemos ese par extra debido al peso del exoesqueleto, sin embargo, no se puede decir lo mismo en la *fase de apoyo* del CM, ya que todo el cuerpo es soportado por una pierna y el par aumenta significativamente.

## Calculo del par en la rodilla sin fuerzas externas

El eslabón del exoesqueleto que soporta el tobillo diseñado por Luna M. et al. (2015), tiene un peso aproximado de 1.65 kg y los soportes tibiales de 0.39 kg (véase **Figura A.2**) que da un total de 2.04 kg.

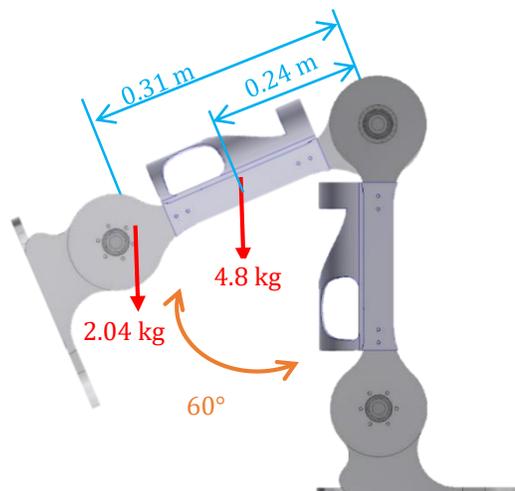


**Figura A.2** Vistas del eslabón tibial y el soporte. Ambos sujetan la pantorrilla y el pie.

Fuente: (Luna et al., 2015)

El porcentaje de peso del segmento de la rodilla al pie según Drillis et al. (1966), [11] y [12], es de 6.21 % en promedio. Si la persona pesa 78 kg, el peso de ese porcentaje es de 4.8 kg.

La distancia del centro de gravedad al centro de la junta de la rodilla del exoesqueleto es de 0.31 m, dato obtenido del CAD. Y la distancia del centro de gravedad de la Rodilla-Pie (RP) es de 0.24 m, obtenido a través del porcentaje dado por Drillis et al. (1966) y con las medidas antropométricas de la persona. El diagrama se muestra en la **Figura A.3**.



**Figura A.3** Diagrama del segmento de la rodilla al pie del exoesqueleto.

Fuente: (Luna et al., 2015)



## 5. Par promedio de la rodilla

Con los datos de las gráficas de la sección 1.6 se generó la **Tabla A.5** que contiene los valores máximos de par de las tres actividades básicas, los valores están normalizados con respecto al peso.

Momento máximo en los ciclos [Nm/kg]				
	Caminar	Escaleras		Silla
		Ascender	Descender	Levantarse
Extensor	0.46 (0.35)	1.1 (0.08)	1.35 (0.1)	1.21 (0.1)
Flexor	0.43 (0.18)	0.2 (0.05)	0.1	0.12 (0.08)

**Tabla A.5** Pares máximos de los tres ciclos. Los valores entre paréntesis se refieren al  $\pm$  de la desviación estándar.

Fuente: Levangie et al., 2011; Riener et al., 2002; Karavas et al., 2012

Tomando únicamente los valores máximos de par de cada función y multiplicándolo por el peso del usuario se puede obtener el par requerido. Por tanto, considerando que el peso del usuario es de 78kg y sumando el peso del exoesqueleto de 14kg, nos da un valor de 92 kg. Haciendo los cálculos se obtuvieron los siguientes resultados

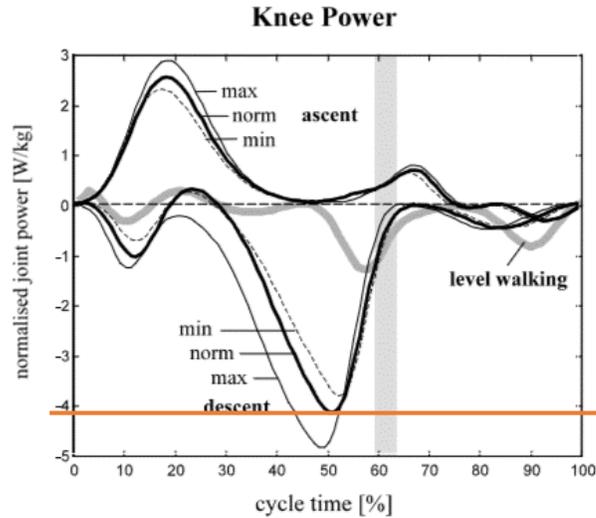
Función	78 kg	92 kg	Unidad
Caminar	35.8	42.3	Nm
Ascender	85.8	101.2	
Descender	105.3	124.3	
Levantarse	94.4	111.3	

Con estos resultados se obtuvo un promedio de 94.7 Nm, lo cual es el requerido para poder realizar dichas funciones, sin embargo, por simplicidad se dejó el valor en 100 Nm.

## 6. Potencia promedio de la rodilla

La siguiente **Figura A.4** muestra la gráfica sobre el comportamiento de la potencia en la rodilla para las funciones del CM y subir/bajar escaleras (SBE) (de tres inclinaciones de la escalera).

De la **Figura A.4** y la información de Levangie et al. (2011) se generó la **Tabla A.6** que muestra los valores máximos de potencia de la rodilla.



**Figura A.4** Gráfica de la potencia en la articulación durante el ciclo de la marcha y subir / bajar escaleras en diferentes ángulos de inclinación: min 24°, norm 30° y max. 42°.

Fuente: (Riener et al., 2002)

Potencia [W]			
	Caminar	Escaleras	
		Ascender	Descender
Genera	0.6 (0.5)	2.5 (0.5)	0.3
Absorbe	1.5 (0.5)	0.4	4 (0.3)

**Tabla A.6** Valores de potencia máximos de las gráficas del CM y SBE. Valores entre paréntesis se refiere al  $\pm$  de la desviación estándar.

Fuente: (Levangie et al., 2011; Riener et al., 2002; Yali et al., 2010)

Al igual que en el par, la potencia promedio para una persona de 78 kg es de 88.3 W y con el aumento de peso por parte del exoesqueleto (92 kg) es de 104.2 W, sin embargo, los picos máximos se deben a la actividad de subir las escaleras obteniendo picos máximos de más de 150W.

Función	78 kg	92 kg	
Caminar	46.8	55.2	W
Ascender	195	230	W
Descender	23.3	27.6	W

## 7. Ecuaciones para la selección del motor

La comparación de la constante del motor  $k_m$  y el tamaño del motor, son los más convenientes para la selección de un motor [14]. Algunos fabricantes proporcionan esta información, pero en algunos casos no.

Se puede obtener la constante del motor mediante la siguiente expresión

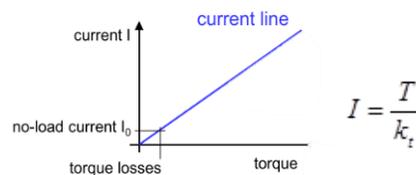
$$k_m = \frac{T}{\sqrt{P}} \quad (\text{A.3})$$

Pero como la mayoría de los fabricantes no dan la potencia de entrada, es necesario recurrir de la información que se tiene. Por lo que, la potencia de entrada se puede calcular a partir de

$$P = R I^2 \quad (\text{A.4})$$

Además, como el par producido por un motor es proporcional a la corriente de entrada, se tiene que

$$T = k_t I \quad (\text{A.5})$$



**Figura A.5** Gráfica de corriente ( $I$ ) contra par ( $T$ ) de un motor

Por lo tanto, la constante de par del motor se puede utilizar para los cálculos

$$k_t = \frac{T}{I} \quad (\text{A.6})$$

Si ahora, se despeja la corriente de (A.4) y sustituyendo en (A.6) tenemos

$$k_t = \frac{T}{\sqrt{P}} \sqrt{R} \quad (\text{A.7})$$

Finalmente, sustituyendo (A.3) en (A.7) y despejando  $k_m$ , obtenemos la siguiente ecuación (A.8), el cual es más accesible porque la mayoría de los fabricantes proporcionan la resistencia.

$$k_m = \frac{k_t}{\sqrt{R}} \left[ \frac{\text{Nm}}{\sqrt{\text{W}}} \right] \quad (\text{A.8})$$

Por otro lado, la constante de velocidad del motor se pudo obtener de la relación de revoluciones por minuto  $n$  sobre el voltaje  $V$ .

$$k_n = \frac{n}{V} \left[ \frac{\text{rpm}}{\text{Volt}} \right] \quad (\text{A.9})$$

La eficiencia del motor se calculó con la relación de potencia de salida  $P_{mec}$  entre la potencia de entrada  $P_{el}$

$$\eta_m = \frac{P_{mec}}{P_{el}} \quad (\text{A.10})$$

$$P_{mec} = \frac{\pi}{30} n T \quad (\text{A.11})$$

$$P_{el} = V I$$

Donde la  $T$  es el par (Nm),  $n$  la velocidad del motor (rpm),  $V$  el voltaje e  $I$  la corriente.

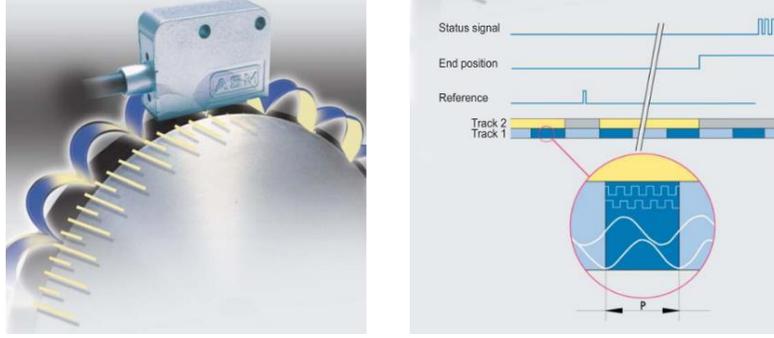
Y la constante del motor normalizado por unidad de masa es

$$\frac{k_m}{m_{motor}} \left[ \frac{(\text{Nm}/\sqrt{\text{W}})}{\text{kg}} \right] \quad (\text{A.12})$$

## 8. Funcionamiento del sensor magnético

El encoder magnético de la marca ASM cuenta con un cabezal-escáner (POSIMAG®) de magneto resistencia (MR, por sus siglas en inglés) y un medidor de escala magnética que es una tira flexible de acero con una capa de soporte magnético laminado en la parte superior. Este esta magnetizado en intervalos regulares con polos magnéticos de norte y sur. Y como protección contra factores externos mecánicos, la escala magnética está cubierta de una delgada capa de acero inoxidable.

Para la captura de posición, la magneto resistencia del cabezal muestrea campos magnéticos sinusoidales por encima del medidor de escala magnética (véase **Figura A.6**) de tal manera que el proceso es de libre contacto evitando el desgaste y raspaduras. La distancia del MR y la superficie del medidor de escala deben ser de 2mm. Las señales de seno y coseno generados por el cabezal del sensor están desplazados por 90° y sus salidas no tienen ningún *delay* ya que es compatible con comunicación RS422.



**Figura A.6** Principio de funcionamiento del sensor magnético para el eje de salida.

## 9. Par de torsión del *Harmonic Drive*

En catálogos comerciales, a cada *Harmonic Drive* se le asigna una relación de transmisión  $N$ , que describe su posición, velocidad y comportamiento de par (Castejón et al., 2009).

En particular, conociendo el valor de  $N$  y la posición de dos de los tres componentes del HD, puede saberse la rotación ideal del tercer componente, mediante la ecuación

$$\theta_{WG} = (N + 1)\theta_{CS} - N\theta_{FS} \quad (\text{A.13})$$

Donde

- $\theta_{WG}$  Posición angular del WG
- $\theta_{CS}$  Posición angular del CS
- $\theta_{FS}$  Posición angular del FS

De manera similar, dado que  $N$  es una constante bajo suposiciones ideales, la derivada de esta relación produce una restricción de velocidad dada por la ecuación (A.13)

$$\omega_{WG} = (N + 1)\omega_{CS} - N\omega_{FS} \quad (\text{A.14})$$

De las ecuaciones (A.13) y (A.14), se puede ver que, si  $\omega_{CS} = 0$ , el WG rotará  $N$  veces más rápido que el FS en la dirección opuesta. En una configuración diferente, si el FS está fijo, hace que el WG rote  $(N+1)$  veces más rápido que el CS en la misma dirección. Aplicando la ley de conservación de la energía a los tres componentes del HD, el par ideal se define como

$$\tau_{WG} = \left( \frac{1}{N + 1} \right) \tau_{CS} = - \left( \frac{1}{N} \right) \tau_{FS} \quad (\text{A.15})$$

De esta identidad, se puede comprobar que, el par en cada puerto del HD conduce al par ideal en los otros dos (Castejón et al., 2009). Por lo tanto, si de la ecuación (A.15) se desea conocer el par del FS, configuración más utilizada, se tiene que

$$\tau_{FS} = -N\tau_{WG} \quad (A.16)$$

$$\tau_{FS} = -\left(\frac{N}{N+1}\right)\tau_{CS} \quad (A.17)$$

Lo mismo sucede con la velocidad

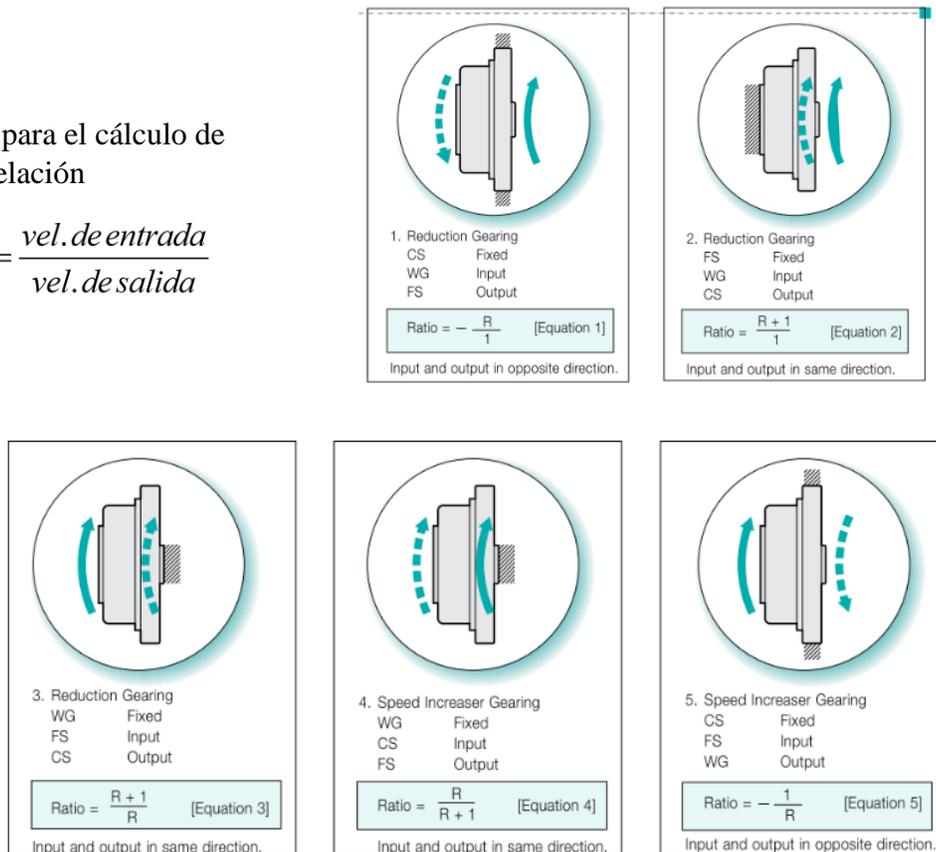
Si esta fijo  $\omega_{CS} = 0$  
$$\omega_{FS} = -\frac{\omega_{WG}}{N} \quad (A.18)$$

## 10. Configuraciones del *Harmonic Drive*

Es posible tener siete configuraciones diferentes del HD para la transmisión del movimiento, como se muestra en la siguiente **Figura A.7**. Por tanto, la configuración más utilizada y adecuada para este trabajo se optó por la configuración número 1.

Ec. para el cálculo de la relación

$$R = \frac{\text{vel. de entrada}}{\text{vel. de salida}}$$



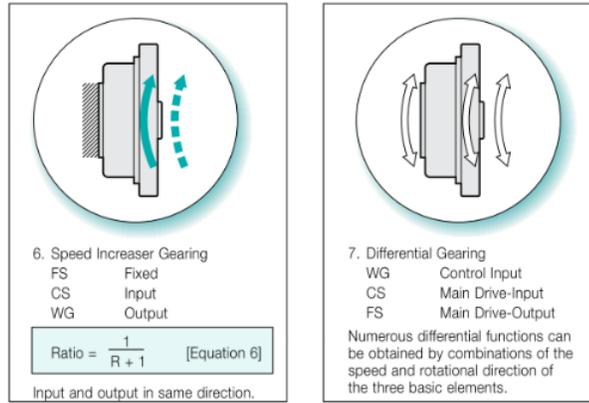
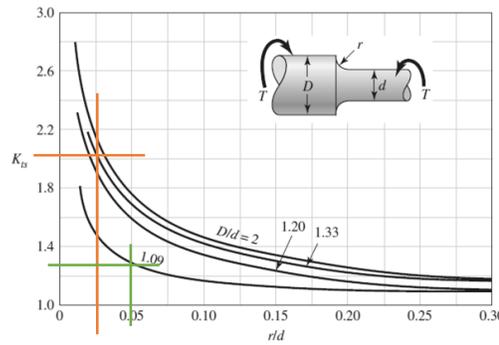


Figura A.7 Configuraciones para montar y transmitir el movimiento.

## 11. Tablas para el diseño del eje

$D/d=3/2=1.5$

$D/d=2/1.9=1.05$



Eje redondo con filete en el hombro en torsión.  $\tau_0 = Tc/J$ , donde  $c = d/2$  y  $J = \pi d^4/32$ .

Figura A.8 Gráfica del factor de concentración de esfuerzos debido a filete en el hombro en un eje redondo. El trazado anaranjado se debe al cambio de diámetro al inicio del eje y el trazado color verde al cambio de diámetro producido por la ranura del anillo de retención.

Fuente: (Budynas et al., 2008)

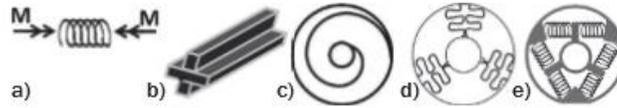
Forma de la sección transversal	$K = \text{para usar en } \theta = TL/GK$ $Q = \text{para usar en } \tau = T/Q$	El punto negro (•) indica la ubicación de $\tau_{máx}$						
		$h/r$	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
Eje redondo con una cara plana	$K = C_1 r^4$ $Q = C_2 r^3$	$C_1$	0.30	0.51	0.78	1.06	1.37	1.57
		$C_2$	0.35	0.51	0.70	0.92	1.18	1.57

Figura A.9 Método para determinar los valores de  $K$  y  $Q$  para la sección transversal del eje.

Fuente: (Mott R. L., 2006)

## 12. Información de resortes para sistemas de actuación flexibles

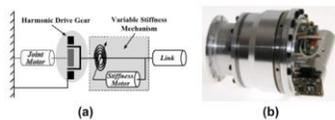
La Figura A.10 muestra algunas de las estructuras elásticas para sistemas SEA.



**Figura A.10** Diferentes tipos de estructuras elásticas para sistemas SEA (series elastic actuators). a) Resorte a tensión, bajo una fuerza axial. b) Barra de torsión. c) Resorte en espiral. d) Elementos con dobles radiales. e) Resorte cilíndrico tangencial.

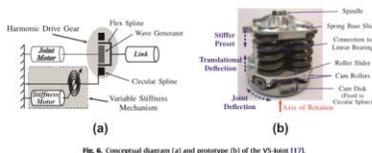
#	Fuente	Actuadores flexibles: configuración y tipo de resortes	Detalles
1	<a href="http://www.expo21xx.com/automation21xx/19005_st3_university/default.htm">http://www.expo21xx.com/automation21xx/19005_st3_university/default.htm</a>		Es utilizado en robots móviles, y cuenta con resortes helicoidales. El diseño hace el uso de del elemento central como diferencial mecánico. Y el resorte reduce la impedancia.
2	"Series Elastic Actuators for Man-Machine cooperation". Pott P.P. et al., Innovative small drives and micro-motor systems, 2013		Prototipo de un actuador SEA lineal, con un resorte helicoidal. Utilizado en una órtesis de rodilla.
3	"Admittance Control of a Human Centered 3 DOF robotic arm usinf differential elastic actuators". Legault M.A., Lavoie M.A., Cabana F. et al. IEEE, 2008	<p>S=Stator, R=Rotor, C=Torque Sensor, WG=Wave Generator, FS=Flexible Spline, CS=Circular Spline, Zigzag line represents the torsion spring</p>	Los actuadores son utilizados para un brazo robótico de 3 GDL en serie. Los actuadores utilizados son del tipo DEA, por sus siglas en inglés (diferential elastic actuator). Los cuales pueden regular la impedancia.
4	"Development of actuation system for wearable robots usisng spiral spring". Kim Y., Song C. y Park J. ICC, Automation and Systems, 2012		Actuadores utilizados para un exoesqueleto (RoboWear), con el que pretenden prevenir la fatiga en personas con discapacitadas. Hacen uso de resortes en espiral.
5	Kim et al., 2013		Actuador flexible para proporcionar seguridad, capacidad de almacenar energía y mejorar los niveles de rendimiento en tareas dinámicas. Utilizaron un sistema de actuación con doble espiral (individuales) para proporcionar una mayor obediencia y deformación en robots usables (ej. Exoesqueletos).

6 “Double actuation architectures for rendering variable impedance in compliant robots: a review”. Tagliamonte N.L., Sergi F., Accoto D., Carpino G. y Guglielmelli, SciVerse ScienceDirect, Mechatronics, 2012



Sistemas de arquitecturas que envuelven más de un elemento activo para cada grado de libertad actuado. El cual permiten regular por separado la posición e impedancia.

7 “A new variable stiffness design: matching requirements of the next robot generation”. Wolf sebastian y Hirzinger G., IEEE, 2008



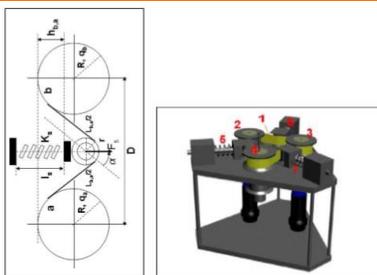
Sistema robótico que utiliza mecanismos VS-joints, es decir, varía la rigidez a través de un sistema programable, con un arreglo de resortes helicoidales.

8 “Clutchable series-elastic actuator: Implications for prosthetic knee design”. Rouse E.J., Mooney L.M. y Herr H.M., The international journal of robotics research, 2014



Prótesis para amputaciones a nivel de la rodilla, que trata de replicar los movimientos bilógicos a través de la utilización de un sistema del tipo CSEA (siglas de Clutchable series-elastic actuator). Varía la rigidez para proveer un par específico relacionado con la optimización de la dinámica de tareas particulares.

9 “Design and control of a variable stiffness actuator for safe and fast physical human/robot interaction”. Tonietti G., Schiavi R. y Bicchi A., International conference on robotics and automation, 2005



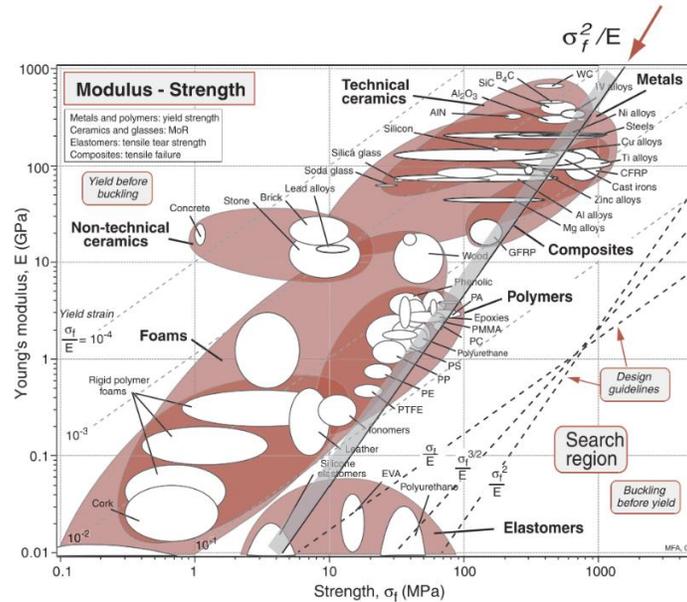
Presentan el diseño de un control de actuador para máquinas y robots con interacción física con humanos. El cual utilizan actuadores del tipo VSA, es decir, actuadores con rigidez variable, utilizan más de un actuador para variar dicho valor.

**Tabla A.7** Configuraciones y tipos de elementos elásticos utilizados en actuadores flexibles y su implementación en distintas aplicaciones.

Autor/año	Material	Módulo de Young [GPa]	Límite elástico [GPa]	Tensión de rotura [GPa]	Peso [g]	Rigidez [Nm/rad]	Diseño	Dimensiones De-Di-E [mm]
F. Sergi et al., 2012	VACO 180T (Maraging 300 Steel)	186	1.32	1.35	61.5	S-159 R-119		De - 85 Di - 12 E - 6
S. Wang et al., 2013, MILDWALKER	Alto Grado de Titanio	-	-	-	220	S-820		De - 83 Di - 37 E - 10.46
W. M. Dos Santos et al., 2013	Chromium vanadium steel (AISI 6150)	205	1.32	-	384	R-200		De - 125 E - 8
A. H. A. Stienen et al., 2010	Maraging steel (type 18Ni, alloy 350)	-	2.4	-	150	S-150		De - 60 Di - 17 E - 4.5 mm
L. N. Tagliamonte et al., 2010	Maraging steel (type 18Ni, alloy 350)	-	2.4	-	-	S-200		De - 70 Di - 10 E - 5
C. Lagoda et al., 2010, BioRob	Maraging steel (AISI grade 18Ni, 350)	200	2.32	-	235	S-353 R-219		De - 75 E - 15 mm
X. Hou et al., 2014	50CrVA	200	1.32	-	-	S-399.84		

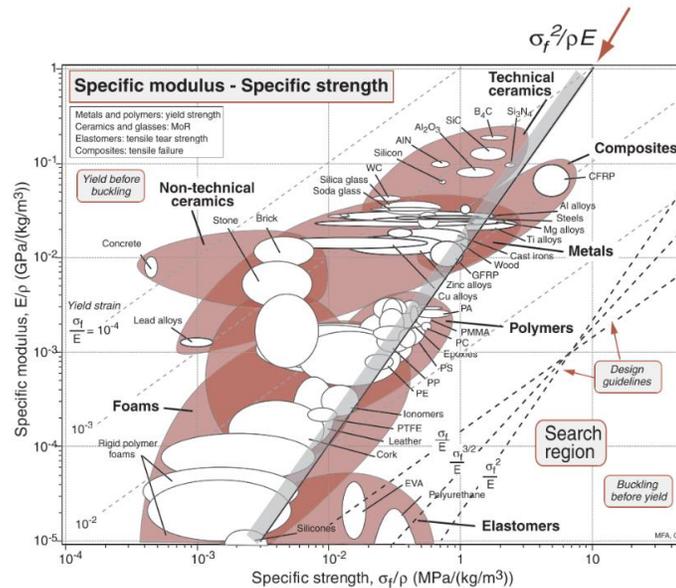
**Tabla A.8** Propiedades mecánicas y características de resortes torsionales del tipo SEA rotatorios, utilizados principalmente en exoesqueletos. La información faltante se debe a que los autores no lo mencionan en sus artículos. Diámetro exterior (De), Diámetro interior (Di), Espesor (E), Simulación (S), Real (R)

### 13. Tablas para la selección del material del resorte



**Figura A.11a** Gráfica de materiales el cual importa el volumen de los resortes (pequeños). La línea diagonal en color negro representa materiales con valores iguales de  $M_1 = \sigma_f^2 / E$ . Las mejores elecciones son los aceros por su alta resistencia y los que se encuentran por debajo de la línea.

Fuente: (Riener et al., 2002)



**Figura A.11b** Gráfica de materiales el cual importa el peso de los resortes (ligeros). La línea diagonal en color negro representa materiales con valores iguales de  $M_2 = \sigma_f^2 / \rho E$ . Los compuestos son buenos y los elastómeros son excelentes.

Fuente: (Riener et al., 2002)

Aplicación	Duración de diseño $L_{10}$ , h
Electrodomésticos	1000-2000
Motores de aviación	1000-4000
Automotores	1500-5000
Equipo agrícola	3000-6000
Elevadores, ventiladores industriales, transmisiones de usos múltiples	8000-15 000
Motores eléctricos, sopladores industriales, máquinas industriales en general	20 000-30 000
Bombas y compresores	40 000-60 000
Equipo crítico en funcionamiento durante 24 h	100 000-200 000

Fuente: Eugene A. Avallone y Theodore Baumeister III, editores, *Marks' Standard Handbook for Mechanical Engineers*, 9ª edición. Nueva York: McGraw-Hill, 1986.

Figura A.12 Duración recomendada para rodamientos.

Fuente: (Mott R.L., 2006), pág. 612

## 14. Tablas para las constantes del resorte; $\alpha$ , $\beta$ , $\delta$

FIG. 3.

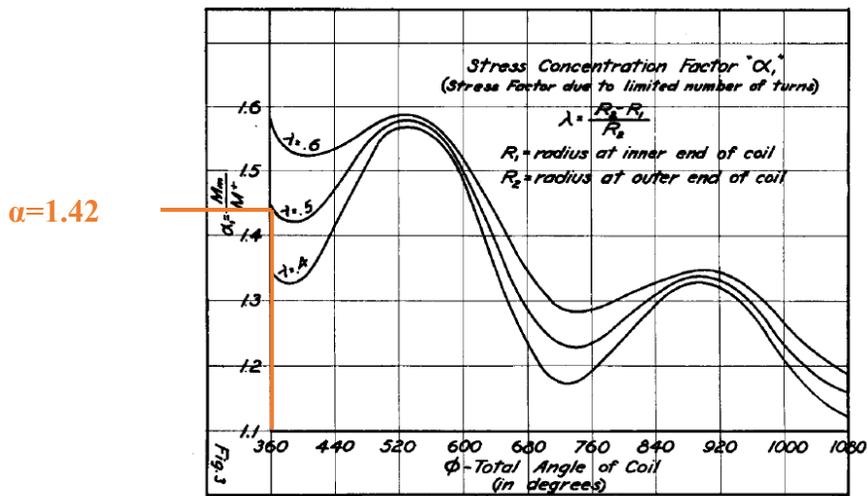


Figura A.13 Gráfica para obtener el factor de concentración de esfuerzos  $\alpha$  debido al número limitado de vueltas.

Fuente: (Kroon et al., 1938), pág. 173

FIG. 4.

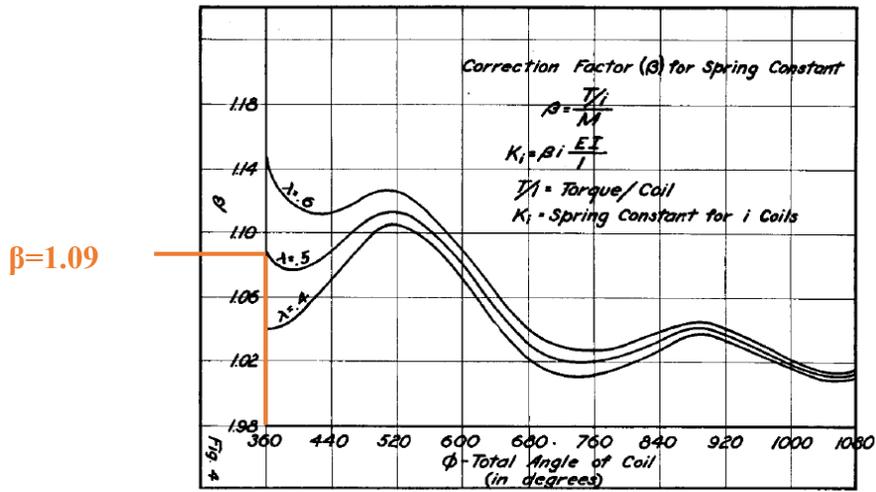


Figura A.14 Gráfica para obtener el factor de corrección de la constante del resorte  $\beta$  debido al número limitado de vueltas.

Fuente: (Kroon et al, 1938), pág. 173

FIG. 5.

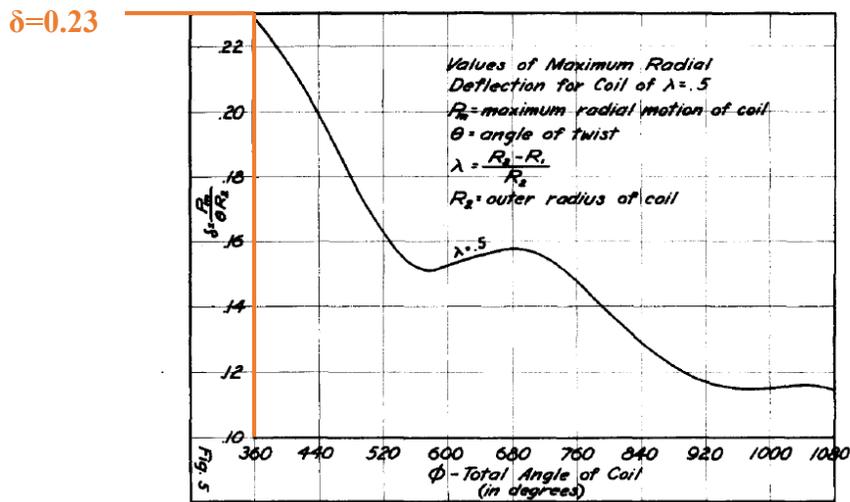


Figura A.15 Gráfica para obtener valor de deflexión radial máxima  $\delta$ , para la relación de radios de la espira  $\lambda = 0.5$ .

Fuente: (Kroon et al, 1938), pág. 174

## 15. Simulaciones FEA del eje con materiales propuestos

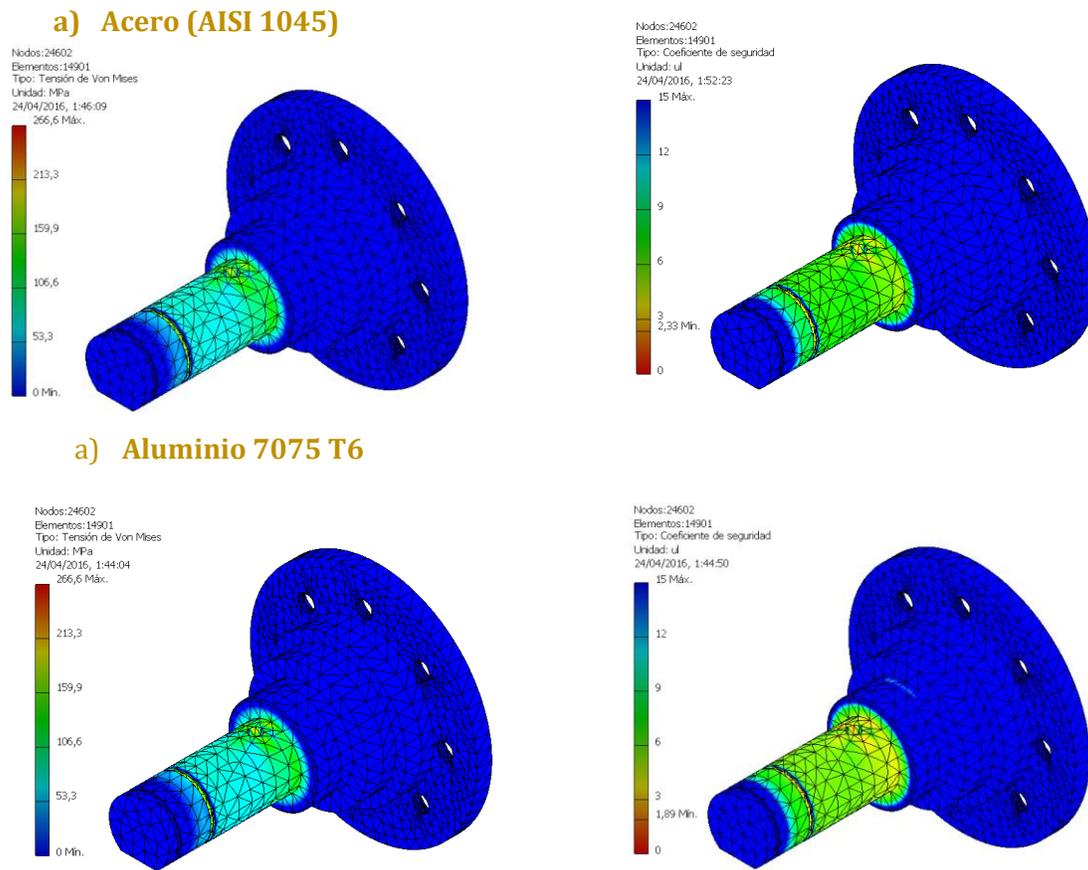
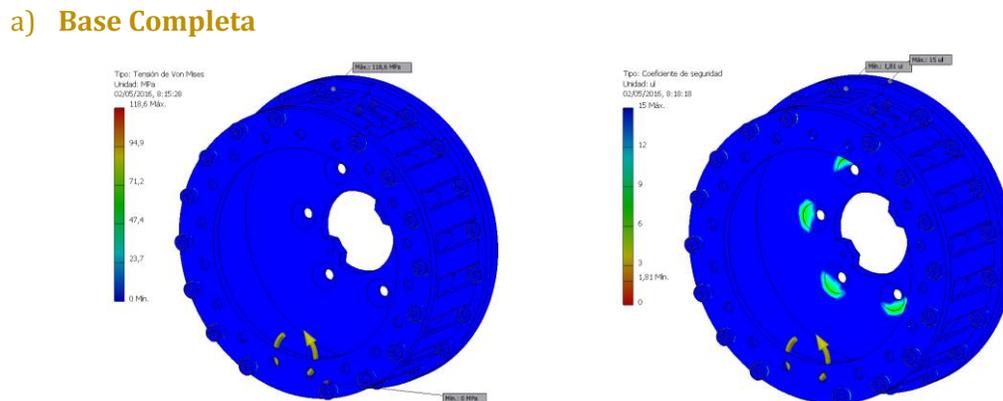
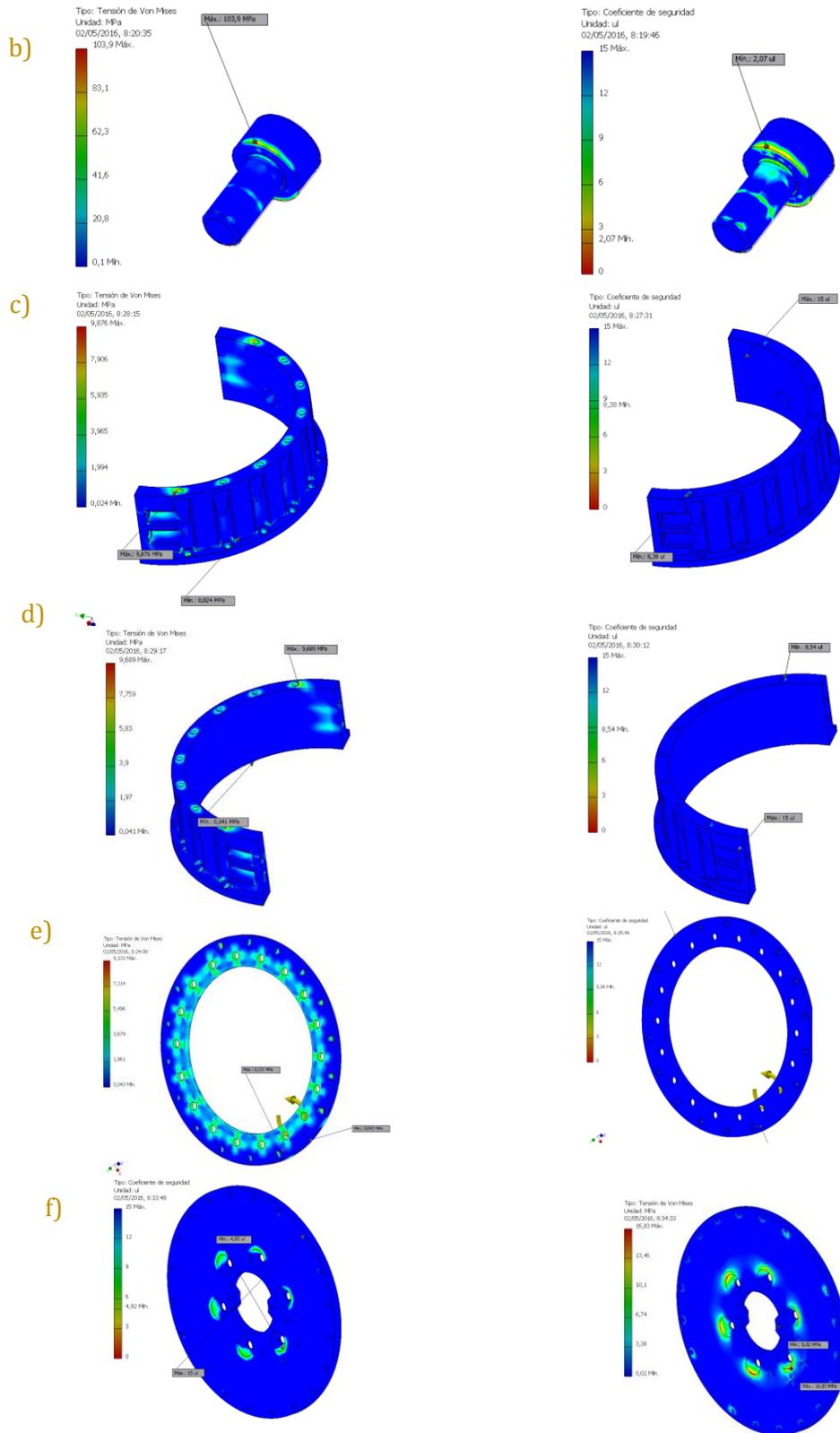


Figura A.16 Simulaciones del eje con materiales alternos para su fabricacion.

## 16. Simulaciones FEA de la base





**Figura A.17** Simulaciones de las piezas de la base. b) tornillos, c) base 2, d) base 3, e) base 4 y f) base 1

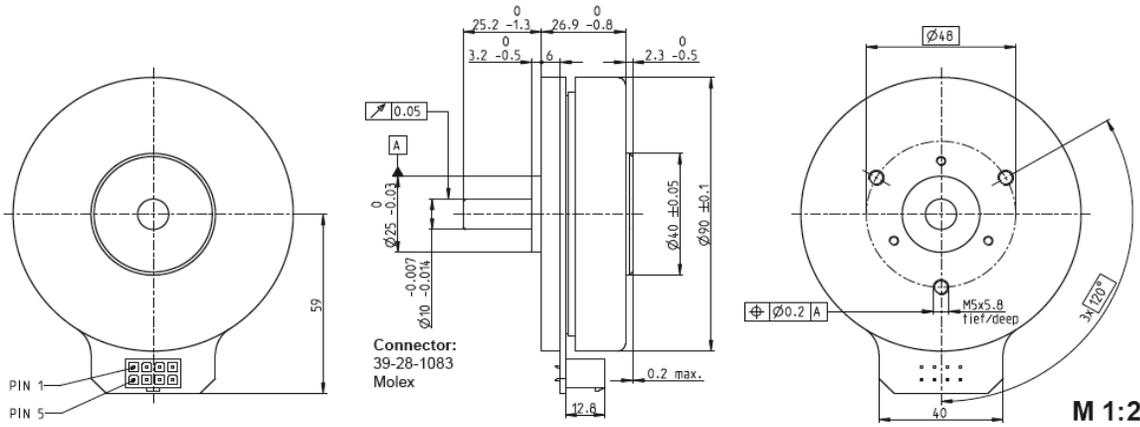


## **Apéndice B**

Hojas de especificaciones de los componentes  
comerciales

# 1. Especificaciones del Motor Eléctrico Brushless MAXON

## EC 90 flat $\varnothing 90$ mm, brushless, 90 Watt



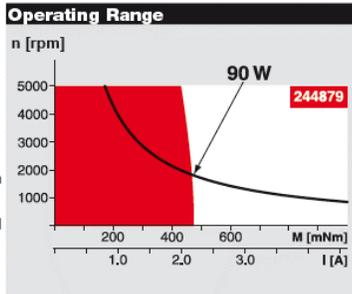
maxon flat motor

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

Part Numbers			
with Hall sensors	323772	429271	244879

Motor Data				
Values at nominal voltage				
1 Nominal voltage	V	24	36	48
2 No load speed	rpm	3190	3120	2080
3 No load current	mA	544	348	135
4 Nominal speed	rpm	2590	2510	1610
5 Nominal torque (max. continuous torque)	mNm	444	560	533
6 Nominal current (max. continuous current)	A	6.06	4.76	2.27
7 Stall torque	mNm	4940	7480	4570
8 Stall current	A	70	69	21.1
9 Max. efficiency	%	84	87	85
Characteristics				
10 Terminal resistance phase to phase	$\Omega$	0.343	0.522	2.28
11 Terminal inductance phase to phase	mH	0.264	0.625	2.5
12 Torque constant	mNm/A	70.5	109	217
13 Speed constant	rpm/V	135	88	44
14 Speed/torque gradient	rpm/mNm	0.659	0.423	0.462
15 Mechanical time constant	ms	21.1	13.6	14.8
16 Rotor inertia	gcm <sup>2</sup>	3060	3060	3060

Specifications	
Thermal data	
17 Thermal resistance housing-ambient	1.91 K/W
18 Thermal resistance winding-housing	2.6 K/W
19 Thermal time constant winding	46 s
20 Thermal time constant motor	283 s
21 Ambient temperature	-40...+100°C
22 Max. winding temperature	+125°C
Mechanical data (preloaded ball bearings)	
23 Max. speed	5000 rpm
24 Axial play at axial load < 15 N	0 mm
	> 15 N
25 Radial play	0.14 mm
26 Max. axial load (dynamic)	12 N
27 Max. force for press fits (static) (static, shaft supported)	183 N
28 Max. radial load, 5 mm from flange	8000 N
	68 N



**Operating Range**

**Comments**

- **Continuous operation**  
In observation of above listed thermal resistance (lines 17 and 18) the maximum permissible winding temperature will be reached during continuous operation at 25°C ambient.  
= Thermal limit.
- Short term operation**  
The motor may be briefly overloaded (recurring).
- **Assigned power rating**

Other specifications	
29 Number of pole pairs	12
30 Number of phases	3
31 Weight of motor	600 g

Values listed in the table are nominal.

Connection	
Pin 1	Hall sensor 1
Pin 2	Hall sensor 2
Pin 3	V <sub>Hall</sub> 4.5...18 VDC
Pin 4	Motor winding 3
Pin 5	Hall sensor 3
Pin 6	GND
Pin 7	Motor winding 1
Pin 8	Motor winding 2

Wiring diagram for Hall sensors see p. 35

Cable	
Connection cable Universal, L = 500 mm	339380
Connection cable to EPOS2, L = 500 mm	354045

**maxon Modular System** Overview on page 20–25

**Planetary Gearhead**

$\varnothing 52$  mm

4 - 30 Nm

Page 319

**Encoder MILE**

512 - 6400 CPT,

2 channels

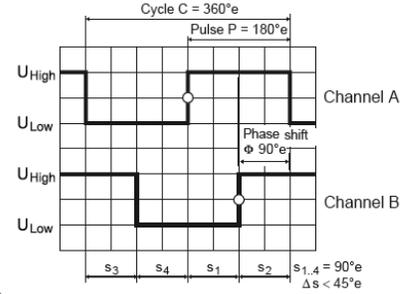
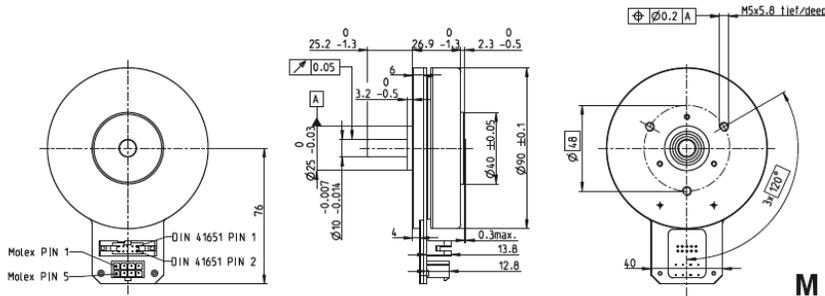
Page 344

Recommended Electronics:	
Notes	Page 24
ESCON Mod. 50/4 EC-S	379
ESCON Mod. 50/5	379
ESCON 50/5	380
ESCON 70/10	380
DEC Module 50/5	382
EPOS2 24/5, 50/5, 70/10	387
EPOS2 P 24/5	390
EPOS3 70/10 EtherCAT	393
MAXPOS 50/5	396

## 2. Especificaciones del Encoder incremental MAXON

### Encoder MILE 512–6400 CPT, 2 Channels, with Line Driver RS 422 Integrated into motor

maxon sensor



Direction of rotation cw (definition cw p. 106)

- Stock program
- Standard program
- Special program (on request)

#### Part Numbers

453234 409996 453233 411964 453232 411965 453231 411966

#### Type

Counts per turn	512	800	1024	1600	2048	3200	4096	6400
Number of channels	2	2	2	2	2	2	2	2
Max. operating frequency (kHz)	500	500	500	500	500	500	500	500
Max. speed (rpm)	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	4650



#### maxon Modular System

+ Motor	Page	+ Gearhead	Page	+ Brake	Page	Overall length [mm] / ● see Gearhead				
EC 90 flat	267					29.2	29.2	29.2	29.2	29.2
EC 90 flat	267	GP 52, 4 - 30 Nm	319			●	●	●	●	●

#### Technical Data

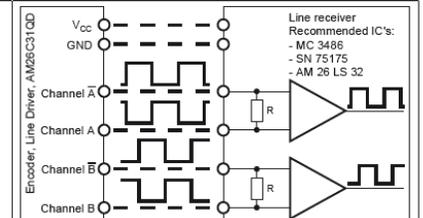
Supply voltage $V_{CC}$	$5V \pm 10\%$
Output signal driver used:	EIA Standard RS422 AM26C31QD
State length $s_n$ (500 rpm)	$90^\circ e \pm <45^\circ e$
Signal rise and fall times (typically, at $C_L = 120$ pF, $R_L = 100 \Omega$ )	20 ns
Operating temperature range	$-40 \dots +100^\circ C$
Moment of inertia of code wheel	$\leq 65$ gcm <sup>2</sup>
Output current per channel	min. -20 mA, max. 20 mA
Wiring diagram for Hall sensors see p. 35	

#### Pin Allocation

Connection motor	Connection Encoder
Pin 1 Hall sensor 1*	Pin 1 N.C.
Pin 2 Hall sensor 2*	Pin 2 $V_{CC}$
Pin 3 $V_{HALL}$ 4.5...18 VDC	Pin 3 GND
Pin 4 Motor winding 3	Pin 4 N.C.
Pin 5 Hall sensor 3*	Pin 5 Channel A
Pin 6 GND	Pin 6 Channel A
Pin 7 Motor winding 1	Pin 7 Channel B
Pin 8 Motor winding 2	Pin 8 Channel B
	Pin 9 Do not connect
	Pin 10 Do not connect

\*Internal pull-up (10 k $\Omega$ ) on pin 3 ( $V_{HALL}$ )  
**Connector:**  
 39-28-1083 Molex  
 DIN 41651/EN 60603-13

#### Connection example



Opt. terminal resistance  $R =$  typical 120  $\Omega$

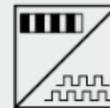
### 3. Especificaciones del Encoder Magnético Incremental ASM

## POSIROT® PMIS4, PMIR7, PMIR7N Incremental magnetic encoder rings



#### Magnetic rings for rotative applications with POSIROT® position sensor PMIS4

- All metal housing (sensor head PMIS4)
- Protection class IP67
- Highest EMC protection
- Large guiding distance of  $\pm 1$  mm
- Suitable for harsh environments
- Up to 184,320 pulses/360°
- For shaft diameters of 20, 27, 35 and 50 mm
- Magnet rings with index mark



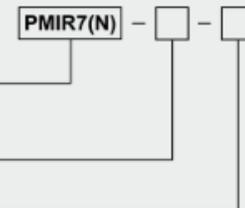
#### Order Code PMIR7, PMIR7N (magnetic ring)

**Model name**  
PMIR7  
PMIR7N

**Magnetic period**  
20 = 2 mm

**Number of poles and inner diameter [in mm]**

PMIR7: 50 - M - 27	PMIR7N: 50 - M - 20
64 - M - 35	64 - M - 20
90 - M - 50	90 - M - 20



#### Order Code PMIS4 (sensor head)

For specifications  
see page 59

**Model name**

**Magnetic period**  
20 = 2 mm

**Scaling factor**  
See table page 65

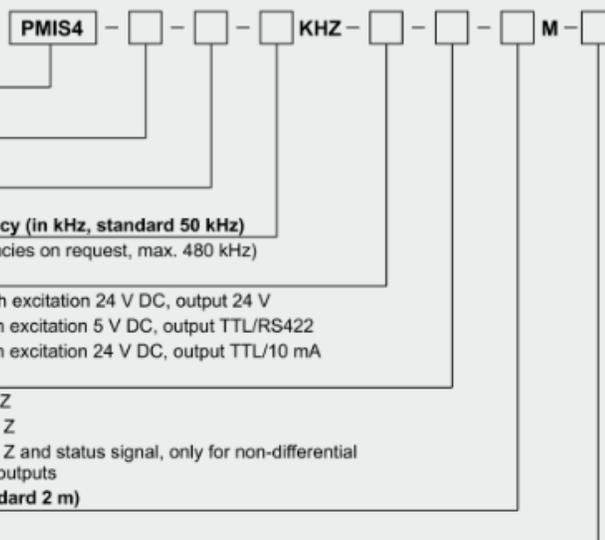
**Maximum pulse frequency (in kHz, standard 50 kHz)**  
50 / 20 / 10 (other frequencies on request, max. 480 kHz)

**Output**  
HTL = HTL output with excitation 24 V DC, output 24 V  
TTL = TTL output with excitation 5 V DC, output TTL/RS422  
TTL24V = TTL output with excitation 24 V DC, output TTL/10 mA

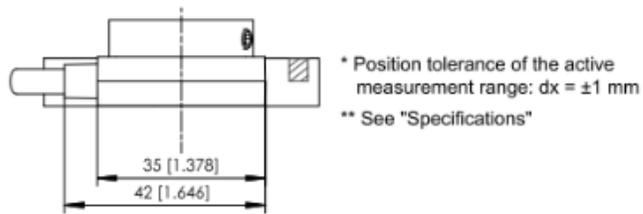
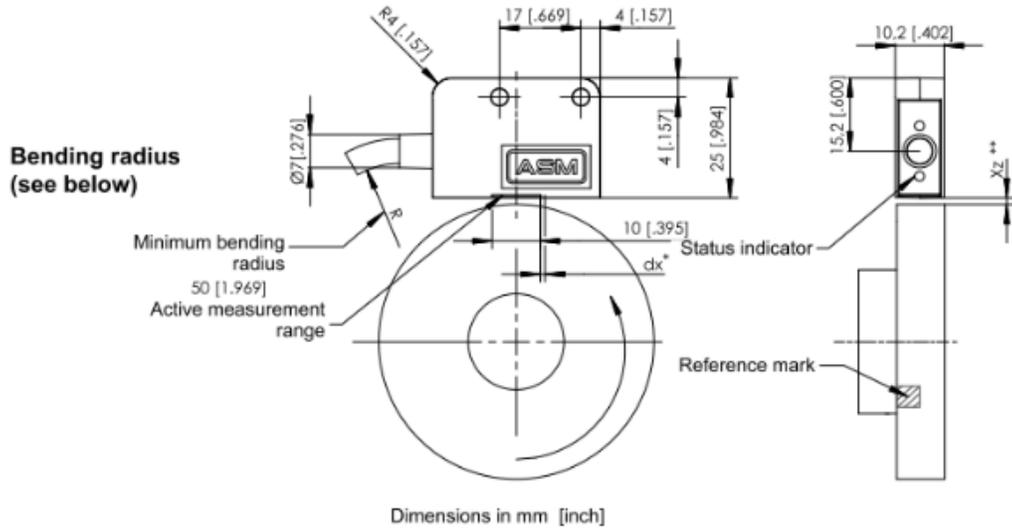
**Signal Z / status signal**  
Z0 = A/B w/o signal Z  
Z1 = A/B with signal Z  
Z3 = A/B with signal Z and status signal, only for non-differential (single-ended) outputs

**Cable length (in m, standard 2 m)**

**Connection**  
S = Open cable end



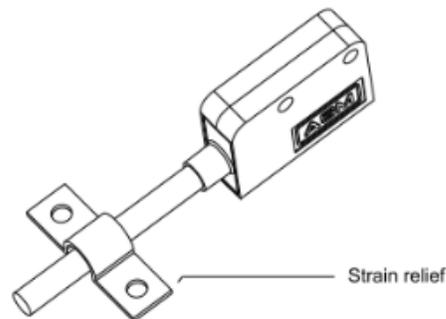
**PMIS4 & PMIR7N**  
**PMIS4 & PMIR4**



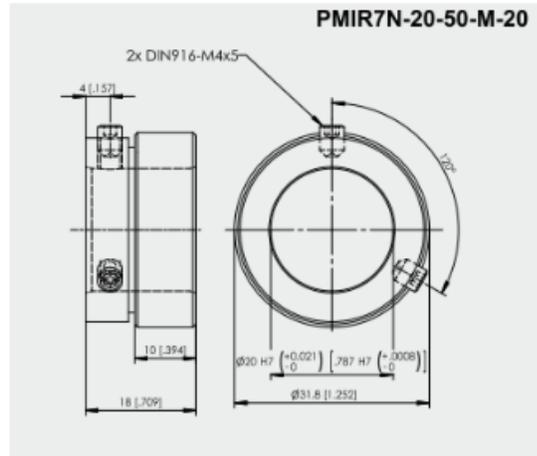
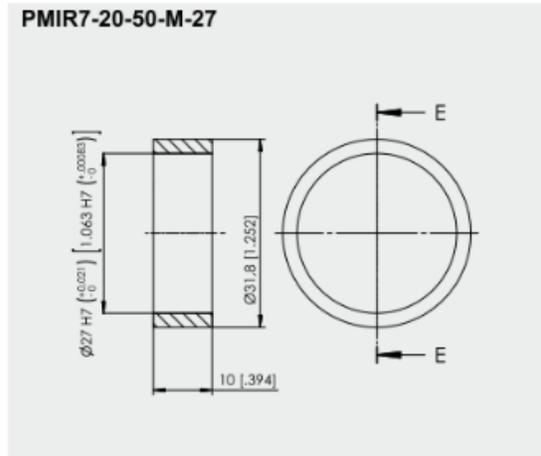
**Cable mounting and bending radius**

For all sensors with cable:

Cable diameter	Ø 5,2 mm	
Min. bending radius	in motion	not in motion
	10 x Ø, 10 million cycles	5 x Ø



**POSIROT®**  
**PMIR7, PMIR7N**  
**Dimensions**



**POSIROT®**  
**PMIS4**  
**Magnetic incremental encoder**



Specifications	Output	
		Incremental encoder output A/B with differential push-pull output, TTL/24 V-, TTL/RS-422- or HTL-compatible
Excitation voltage	10 ... 30 V DC or 5 V DC ±5 %	
Excitation current	50 mA to 300 mA, depending on pulse frequency, cable length and load	
Magnetic period of the sensor	2 mm	5 mm
Guided spacing between sensor and wheel $x_z$	0.1 ... 0.8 mm	0.1 ... 2 mm
Side tracking tolerance of the sensor	±1 mm	±1 mm
Linearity (sensor with magnetic wheel PMIR4)	±0.1°	±0.1°
Repeatability	±1 digit	±1 digit
Maximum pulse frequency $f_p$	50, 20, 10 kHz (standard 50 kHz, max. 480 kHz)	
Output signals	A, $\bar{A}$ , B, $\bar{B}$ signal Z, $\bar{Z}$ (optional) status signal $\bar{ERR}$ (optional)	
Material of housing	Zinc die casting	
Connection	Cable 8 wire, dia. 5 mm, open cable end. 15 pin D-Sub conn. at the cable end as option. Max. length of the integrated sensor cable: output TTL: 3 m; HTL/TTL24V: 20 m	
Weight (w/o cable and connector)	30 ±5 g	
Protection class (EN 60529)	IP67	
Environmental		
Shock	EN60068-2-27:1993, 50 g 6 ms, 100 shocks	
Vibration	EN60068-2-6:1995, 20 g, 10-2000 Hz, 10 cycles	
EMC	EN61326-1:2006	
Temperature	-40 ... +85 °C (-40 ... +185 °F)	

#### 4. Especificaciones del reductor *Harmonic Drive®* (CSD-32-100-2UH)

### Model and symbol

## CSD - 20 - 100 - 2UH - SP

Fig. 7-1

Model name	Model No.	Reduction ratio (Note 1)				Model	Special specification
CSD: Ultra-thin cup-shaped HarmonicDrive®	14	50	100	—	2UH: unit type (model 14-50) 2UF: A type in a hollow construction with increased capacity of the main ball bearing (model 14-40)	SP: special specifications such as shapes and performance None: standard product	
	17	50	100	—			
	20	50	100	160			
	25	50	100	160			
	32	50	100	160			
	40	50	100	160			
	50	50	100	160			

\* The reduction ratio indicates the value for the following condition. Input: wave generator, fixed: circular spline, output: flexspline

### ■ CSD-2UH

Fig. 7-2

Model	Reduction ratio	Rated torque at Input 2000r/min		Peak torque at start/stop		Permissible max. value of ave. load torque		Instantaneous permissible max. torque		Permissible max. input rotational speed (r/min)	Permissible ave. input rotational speed (r/min)		Inertia moment	
		Nm	kgfm	Nm	kgfm	Nm	kgfm	Nm	kgfm	Oil lubricant	Grease lubricant	i (X10 <sup>-3</sup> kgm <sup>2</sup> )	j (X10 <sup>-3</sup> kgms <sup>2</sup> )	
14	50	3.7	0.38	12	1.2	4.8	0.49	24	2.4	8500	3500	0.021	0.021	
	100	5.4	0.55	19	1.9	7.7	0.79	35	3.6					
17	50	11	1.1	23	2.3	18	1.9	48	4.9	7300	3500	0.054	0.055	
	100	16	1.6	37	3.8	27	2.8	71	7.2					
20	50	17	1.7	39	4.0	24	2.4	69	7.0	6500	3500	0.090	0.092	
	100	28	2.9	57	5.8	34	3.5	95	9.7					
	160	28	2.9	64	6.5	34	3.5	95	9.7					
25	50	27	2.8	69	7.0	38	3.9	127	13	5600	3500	0.282	0.288	
	100	47	4.8	110	11	75	7.6	184	19					
	160	47	4.8	123	13	75	7.6	204	21					
32	50	53	5.4	151	15	75	7.6	268	27	4800	3500	1.09	1.11	
	100	96	10	233	24	151	15	420	43					
	160	96	10	261	27	151	15	445	45					
40	50	96	10	281	29	137	14	480	49	4000	3000	2.85	2.91	
	100	185	19	398	41	260	27	700	71					
	160	206	21	453	46	316	32	765	78					
50	50	172	18	200	51	247	25	1000	102	3500	2500	8.61	8.78	
	100	329	34	686	70	466	48	1440	147					
	160	370	38	823	84	590	60	1715	175					

(Note) 1. Inertia moment:  $I = \frac{1}{4}GD^2$

### CSD-2UH Outline drawing

Fig. 10-1

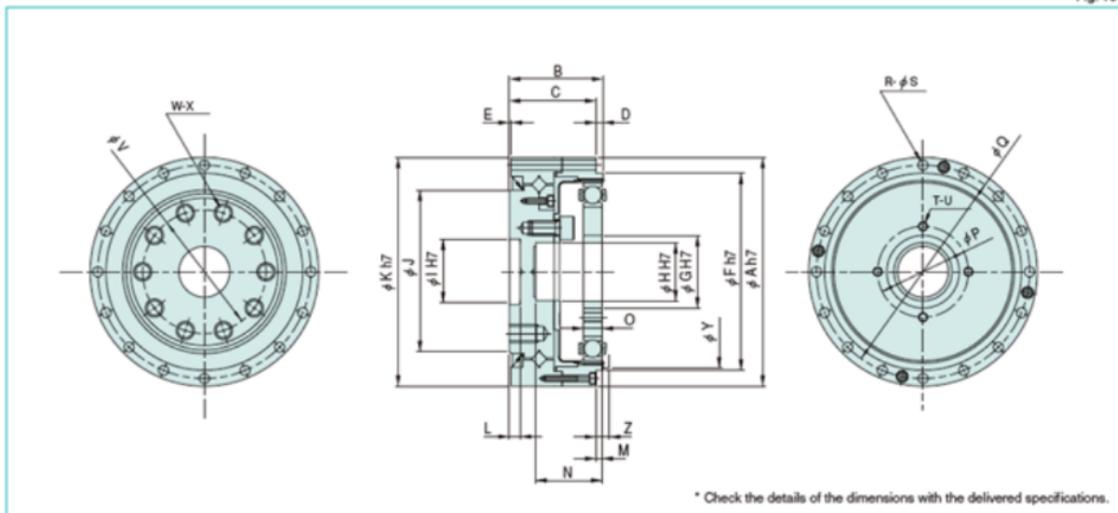


Table 10-1

Unit: mm

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	50
$\phi A$ h7		55	62	70	85	112	126	157
B		25	26.5	29.7	37.1	43	51.7	62.5
C		23	24.5	27.7	34.1	40	46.7	57.5
D		2	2	2	3	3	4	4
E		0.5	0.5	0.5	0.5	1	1	1
$\phi F$ h7		42.5	49.5	58	73	96	108.5	136
$\phi G$ H7		11	15	20	24	32	40	50
$\phi H$ H7		11	11	16	20	30	32	44
$\phi I$ H7		12	14	18	24	32	36	48
$\phi J$		31	38	45	58	78	90	112
$\phi K$ h7		55	62	70	85	112	126	157
L		4.5	4.5	4	4.5	5.5	7	8
M		1.7	1.7	1.7	2.6	2.5	2.4	3.2
N		16.9	18.2	18	22	26.5	30	40
O		4	5	5.2	6.3	8.6	10.3	12.7
$\phi P$ (PCD)		17	21	26	30	40	50	60
$\phi Q$ (PCD)		49	56	64	79	104	117.5	147
R		6	10	12	18	18	18	22
$\phi S$		3.4	3.4	3.4	3.4	4.5	5.5	6.6
T		4	4	4	4	4	4	4
U		M3	M3	M3	M3	M4	M5	M6
$\phi V$ (PCD)		25	27	34	42	57	72	88
W		10	8	8	8	10	10	10
X		M3×7	M5×8	M6×9	M8×12	M8×12	M10×15	M12×18
$\phi Y$		38	45	53	66	86	106	133
Z		1	1	1.5	1.5	2	2.5	3.5
Mass (kg)		0.35	0.46	0.65	1.2	2.4	3.6	6.9

### Main roller bearing specifications

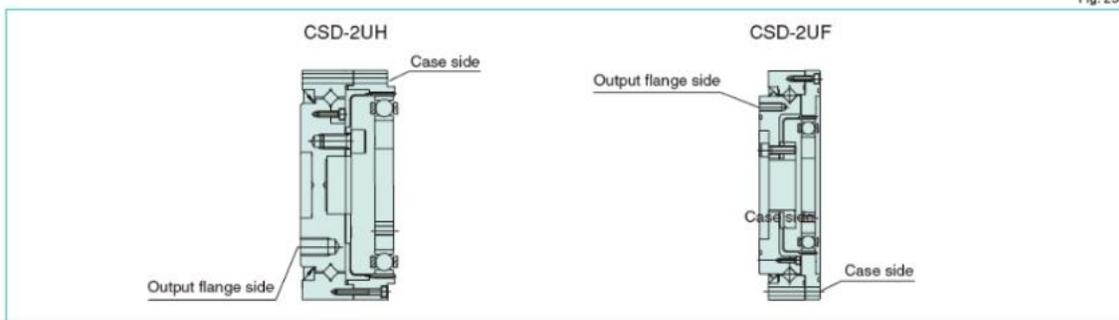
The specifications of the cross roller are shown in Table 20-1 and 2.

### CSD-2UH

Table 20-1

Model	Pitch circle dia. of roller dp m	Offset amount R m	Basic rated load				Permissible moment load		Moment rigidity		Permissible axial load Fa X 10 <sup>3</sup> N	Permissible radial load Fr X 10 <sup>3</sup> N
			Basic dynamic rated load C		Basic static rated load Co		Nm	kgfm	X 10 <sup>4</sup> Nm/red	kgfm /arc-min		
14	0.035	0.0095	47	480	60.7	620	41	4.2	4.38	1.3	10.1	6.74
17	0.0425	0.0099	52.9	540	75.5	770	64	6.5	7.75	2.3	11.3	7.58
20	0.050	0.0102	57.8	590	90	920	91	9.3	12.8	3.8	12.4	8.28
25	0.062	0.0130	96.0	980	151	1540	156	16	24.2	7.2	20.5	13.8
32	0.080	0.0144	150	1530	250	2550	313	32	53.9	16	32.1	2.15
40	0.096	0.0151	213	2170	365	3720	450	46	91	27	45.6	3.05
50	0.119	0.0192	348	3550	602	6140	759	77	171	51	74.4	4.99

Fig. 20-1



### ■ CSD-2UH

#### CSD-2UH: Installation of output flange side with transmission torque

Table 25-1

Item	Model	14	17	20	25	32	40	50
Number of bolts		10	8	8	8	10	10	10
Bolt size		M3	M5	M6	M8	M8	M10	M12
Installation of bolts: P.C.D.	mm	25	27	34	42	57	72	88
	Nm	2.4	10.8	18.4	44	44	74	74
Bolt tightening torque	Kgfm	0.24	1.10	1.87	4.5	4.5	7.6	7.6
	Nm	50	122	217	486	824	1665	2933
Bolt transmission torque	Kgfm	5.1	12.4	22.1	49.6	84.1	170	299

**CSD-2UH: Installation of case side with transmission torque**

Table 25-2

Item	Model	14	17	20	25	32	40	50
Number of bolts		6	10	12	18	18	18	22
Bolt size		M3	M3	M3	M3	M4	M5	M6
Installation of bolts: P.C.D.	mm	49	56	64	79	104	117.5	147
Bolt tightening torque	Nm	2.4	2.4	2.4	2.4	5.4	10.8	18.4
	Kgfm	0.24	0.24	0.24	0.24	0.55	1.10	1.87
Bolt transmission torque	Nm	43	82	112	207	461	833	1804
	Kgfm	4.4	8.4	11.4	21.1	47.0	85.0	184

Compatible grease varies depending on the model number. See the following compatibility table (Table 26-5). We recommend SK-1A and SK-2 for general use.

**Compatible grease for a reduction ratio of 30**

Table 26-5

Model	14	17	20	25	32	40	50
SK-1A	—	—	○	○	○	○	○
SK-2	○	○	△	△	△	△	△
4B No.2	□	□	□	□	□	□	□

- mark: Standard grease
- △ mark: Semi-standard grease
- mark: Recommended grease for long life and high load

**Grease characteristics**

Table 26-6

Grease	SK-1A	SK-2	4B No.2
Durability	○	○	◎
Fretting resistance	○	○	◎
Low-temperature performance	△	△	◎
Grease leakage	◎	◎	△

- Excellent ◎
- Appropriate ○
- Doubtful △

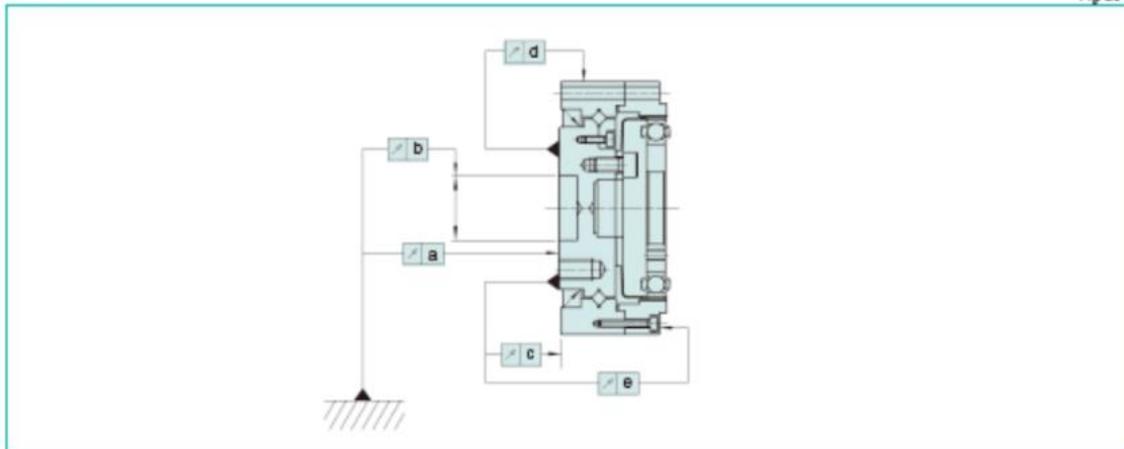
## Mechanical precision

The mechanical precision of the unit type is shown below.

Input: Wave Generator  
 Output: Circular Spine  
 Fixed: Flexspline

■ CSD-2UH

Fig. 23-1



**CSD-2UH**

Table 23-1  
Unit: mm

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	50
a		0.010	0.010	0.010	0.015	0.015	0.015	0.018
b		0.010	0.012	0.012	0.013	0.013	0.015	0.015
c		0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007	0.007
d		0.010	0.010	0.010	0.010	0.010	0.015	0.015
e		0.025	0.025	0.025	0.035	0.037	0.037	0.040

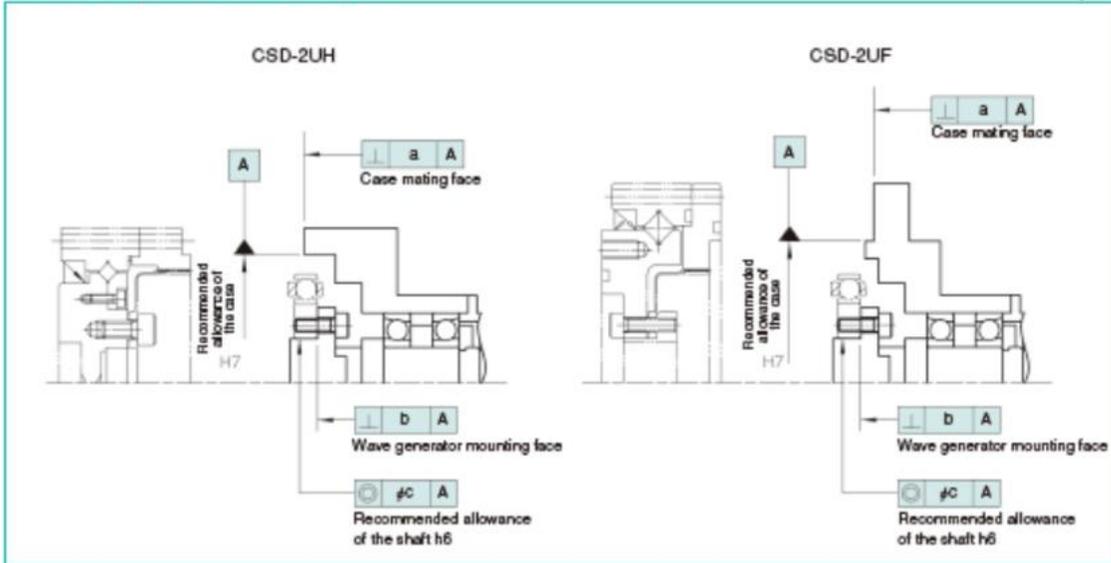
## Built-in precision

Built-in abnormality and forced-fitting that may deform the mounting surface may reduce the performance in a built-in design. Careful attention should be paid to the following points to maintain the recommended built-in case precision shown in Figure 24-1 and Table 24-1 and 24-2, and work out a design to avoid oil leakage to fully elicit the excellent performance.

- Contortion and deformation on the mounting surface
- Foreign matter caught
- Burr, embossment and abnormal position on the periphery of the tap area of the mounting hole
- Insufficient chamfering on the mounting spigot joint
- Abnormal roundness on the mounting spigot joint

### Recommended precision for the built-in case

Fig. 24-1



### CSD-2UH: Recommended precision for the built-in case

Table 24-1  
Unit: mm

Symbol	Model	14	17	20	25	32	40	50
a		0.011	0.015	0.017	0.024	0.026	0.026	0.028
b		0.008	0.010	0.012	0.012	0.012	0.012	0.015
φc		0.016	0.018	0.019	0.022	0.022	0.024	0.030

### Starting Torque for Component Sets (Ncm)

Table 25

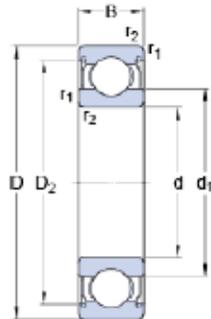
Ratio	Size	14	17	20	25	32	40	50
50	CSD	3.7	5.7	7.3	14	28	50	94
	SHD	6.2	19	25	39	60	95	-
100	CSD	2.4	3.3	4.3	7.9	18	29	56
	SHD	4.8	17	22	34	50	78	-
160	CSD	-	-	3.4	6.4	14	24	44
	SHD	-	-	22	33	47	74	-

## 5. Rodamiento SKF (WBB1-8714-2ZS)



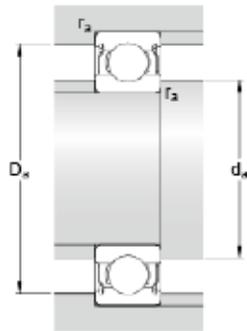
### WBB1-8714-2ZS

#### Dimensions



d		20	mm
D		25	mm
B		4	mm
d <sub>1</sub>	≈	21.35	mm
D <sub>2</sub>	≈	24	mm
r <sub>1,2</sub>	min.	0.15	mm

#### Abutment dimensions



d <sub>a</sub>	min.	21	mm
d <sub>a</sub>	max.	21	mm
D <sub>a</sub>	max.	24.5	mm
r <sub>a</sub>	max.	0.15	mm

#### Calculation data

Basic dynamic load rating	C	0.572	kN
Basic static load rating	C <sub>0</sub>	0.365	kN
Fatigue load limit	P <sub>u</sub>	0.016	kN
Reference speed		53000	r/min
Limiting speed		26000	r/min
Calculation factor	k <sub>r</sub>	0.015	
Calculation factor	f <sub>0</sub>	8.6	

#### Mass

Mass bearing	0.0035	kg
--------------	--------	----



## Apéndice C

Programas en *Mathematica*

## Cálculo del diametro del Eje de A a B

```

In[15]= d = 15; (*Diámetro propuesto para el cálculo del parámetro, [mm]*)
Sn = 96.5 * 106; (*Resistencia a la fatiga del material, [Pa]*)
Cs =  $\left(\frac{d}{7.62}\right)^{-0.11}$ ; (* Factor de tamaño*)
Cr = 0.81; (*Factor de confiabilidad*)
kt = 3; (*Factor geométrico de la concentración de esfuerzos *)
Nf = 2; (*Factor de diseño *)
Mf = 24.3; (*Momento flexionante del eje, [Nm]*)
Tor = 100; (*Par máximo en el eje, [Nm]*)
Sy = 276 * 106; (*Limite de elasticidad del material, [Pa]*)

Snp = Sn * Cs * Cr (*Resistencia a la fatiga modificada, [Pa]*)

d =  $\left(\frac{32 * Nf}{\pi} \sqrt{\left(\left(\frac{kt * Mf}{Snp}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{Tor}{Sy}\right)^2\right)}\right)^{(1/3)}$  (*Diámetro mínimo del eje [m]*)
dnominal = d * 1.06
(*Diámetro nominal del eje si existiera ranuras por anillos de retención*)

Out[24]= 7.25533 × 107
Out[25]= 0.0277823
Out[26]= 0.0294493

```

## Cálculo del diámetro del Eje de B a C sometido a torsión

```

ln[27]:= Tor = 100; (*Par máximo en la rodilla [Nm]*)
Sys = 207 * 106; (*Resistencia a corte del material [Pa]*)
Nd = 1.4; (*Factor de diseño*)
rd = Sys / Nd; (*Diseño por Esfuerzos Cortante [Pa] *)
kts = 2; (*Factor de concentracion
de esfuerzos por diferencia de diametros*)
De = 30; (*Diámetro del eje en el punto B*)
de = 20; (*Diámetro del eje sobre el punto C*)
Dd = De / de // N

deje =  $\sqrt{\frac{16 * Tor}{\pi * rd}}$  // N (*Diámetro mínimo del eje [m]*)

dnom = deje * 1.06
(*Diámetro nominal del eje si existiera ranuras por anillos de retención*)

tmax = kts  $\frac{16 * Tor}{\pi * (20 / 1000)^3}$  // N
(*Esfuerzo cortante torsional del eje diseñado, sin la sección plana*)

nu = 0.33; (*Relación de poisson del material*)
El = 68.9 * 109; (*Modulo de elasticidad del material [Pa]*)
Gc =  $\frac{El}{2 * (1 + nu)}$ ; (*Modulo de elasticidad en cortante [Pa]*)

Lp = 10 / 1000; (*Longitud del eje de la sección plana[m]*)
rc = (20 / 2) / 1000; (*Radio del eje real [m]*)
hc = (rc - 2 / 1000); (*Altura del centro del eje real al plano [m]*)
rhr = hc / rc; // N(*Relación de altura y radio*)
C1 = 1.37; (*Constante,
onsultado del Libro Mott 4ta ed., de la relación h/r*)
C2 = 1.18; (*Constante,
consultado del Libro Mott 4ta ed., de la relación h/r*)
kp = C1 * rc4;
Qp = C2 * rc3;
tmaxp = Tor / Qp (*Esfuerzo cortante torsional en la seccion plana*)
ed =  $\frac{Tor * Lp}{Gc * kp}$  (*Deflexion de secciones no circulares,
de la sección plana [rad]*)
ed / Degree (*Defelxió en grados*)

Out[34]= 1.5
Out[35]= 0.0151023
Out[36]= 0.0160084
Out[37]= 1.27324 × 108

```

Out[49]=  $8.47458 \times 10^7$

Out[50]= 0.00281801

Out[51]= 0.16146

## Cálculo del rodamiento

```
In[52]= Pc = 0.6 * 9.81; (*Carga aplicada[N]*)
Vf = 1; (*Factor de rotación*)
hr = 1100; (*Horas de uso [hr]*)
vm = 1610; (*Velocidad nominal del motor [rpm]*)
k = 3; (*Factor para rodamiento de bolas*)

Pd = Pc * Vf (*Carga equivalente*)
Ld = hr * vm * 60 (*Duración de diseño del rodamiento*)
Cn = Pd *  $\left(\frac{Ld}{10^6}\right)^{\frac{1}{k}}$  (*Carga dinámica*)
```

Out[57]= 5.886

Out[58]= 106260000

Out[59]= 27.879

## Cálculo de potencia del motor

```
In[8]= Voltaje = 48; (*[Volt]*)
Ic = 2.27; (*[Ampere]*)
Mo = 0.533; (*Par [Nm]*)
wm = 1600 * (2 * pi) * (1 / 60); (*Vel. motor [rad/s]*)

Pe = Voltaje * Ic (*Potencia eléctrica [Watts] -> [Nm/s]*)
Pm = Mo * wm (*Potencia mecánica [Watts]*)
Ef = Pm / Pe * 100 (*Eficiencia del motor*)
```

Out[12]= 108.96

Out[13]= 89.305

Out[14]= 81.9613

## Minimización del Peso del resorte

$$\min Ms(b, t, a) = \rho_s t b L$$

a = espacio entre espiras  
 b = ancho de la espira  
 t = espesor de la espira  
 L = longitud de la espira

### Datos

```

ri = 19; (*Radio interno del espiral, [mm]*)
ro = 42; (*Radio externo del espiral, [mm]*)
ps = 7.85 / 1000; (*Densidad del material, [g/mm^3]*)
ME = 205000; (*Modulo de Elasticidad, [MPa]*)
Sf = 620; (*Limite ó Resistencia a la fatiga del material, [MPa]*)
i = 2; (*Número de espiras del resorte*)
kt = 800 * 1000; (*Rigidez total del resorte, [Nmm/rad]*)
kd = kt / i; (*Rigidez deseada por cada espiral, [Nmm/rad]*)
T = 100 * 1000; (*Par máximo aplicado al resorte*)
Ta = T / i; (*Par aplicado en cada espira, [Nmm]*)
Mb = Ta; (*Momento flexionante max. del resorte, [Nmm]*)
alpha = 1.42; (*Factor de concentración de esfuerzo,
factor de esfuerzo debido al limitado número de vueltas*)
beta = 1.09; (*Factor de corrección para la constante del resorte,
debido al limitado número de vueltas*)
delta = 0.23; (*Valor para la deflexión radial máxima,
donde la máxima deflexión pm ocurre a 180°*)

Csigma = 1.2; (*Factor de seguridad,
aprox. 20% menos del valor de la resist a la fatiga*)

do = 2 * ro;
di = 2 * ri;
Meca
Meca

```

---

## Formulas de diseño: Resorte Espiral

```
Clear[t, b, a];

λ =  $\frac{r_o - r_i}{r_o}$  (*Parámetro para determinar las constantes
debido al num. limitado de vueltas del resorte*)

(*Número de vueltas o espiras*)
n =  $\frac{r_o - r_i}{(t + a)}$ 

(*Longitud de la espira*)
L =  $\frac{\pi * n * (d_o + d_i)}{2}$  (*mm*)

(*Esfuerzo del resorte*)
σm = α *  $\frac{6 * M_b}{b * t^2}$  (*MPa*)

(*Rigidez del resorte*)
ks = β *  $\frac{ME * b * t^3}{12 * L}$  (*Nmm/rad*)

(*Deflexión angular obtenido de la rigidez deseada*)
θk =  $\frac{M_b}{k_d}$  (*rad*)

(*Deflexion angular del resorte*)
θr =  $\frac{12 * T_a * L}{ME * b * t^3}$  (*rad*)

(*Espacio permitido entre la espira 1 y 2 ,
evitando que se toquen las espiras cuando existe la carga máxima*)
ap = 1.2 * δ * θr * ro

(*Espacio entre la espira 1 y 2 calculado*)
as = (a - t) / 2

(*Función objetivo; minimización de la masa*)
Ms = ρs * t * b * L

meca
 $\frac{23}{42}$ 
 $\frac{23}{a + t}$ 
```

$$\frac{1403\pi}{a+t}$$

$$\frac{426000.}{bt^2}$$

$$4.22466bt^3(a+t)$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{168360\pi}{41bt^3(a+t)}$$

$$\frac{149542.}{bt^3(a+t)}$$

$$\frac{a-t}{2}$$

$$\frac{34.6001bt}{a+t}$$

meca

## Función Objetivo

```
Clear[t, b, a];

RM = FindMinimum[
  {Ms, ks >= kd && n == 1 && a > 0 && b > 10.5 && t > 0 && ks > 0 && theta_r > 0 && sigma <= S_f / C_s && a_s >= a_p,
  (* && theta_r >= theta_k *) (* && 1 < b/t < 5 *) (* && ri/t > 2.15 *)},
  {{b, 10}, {t, 5}, {a, 8}}, MaxIterations -> 100000]

{ks, Ms, theta_r, a_p, a_s, sigma, L, n, b/t, ri/t} /. RM[[2]]
theta_r / Degree /. RM[[2]]

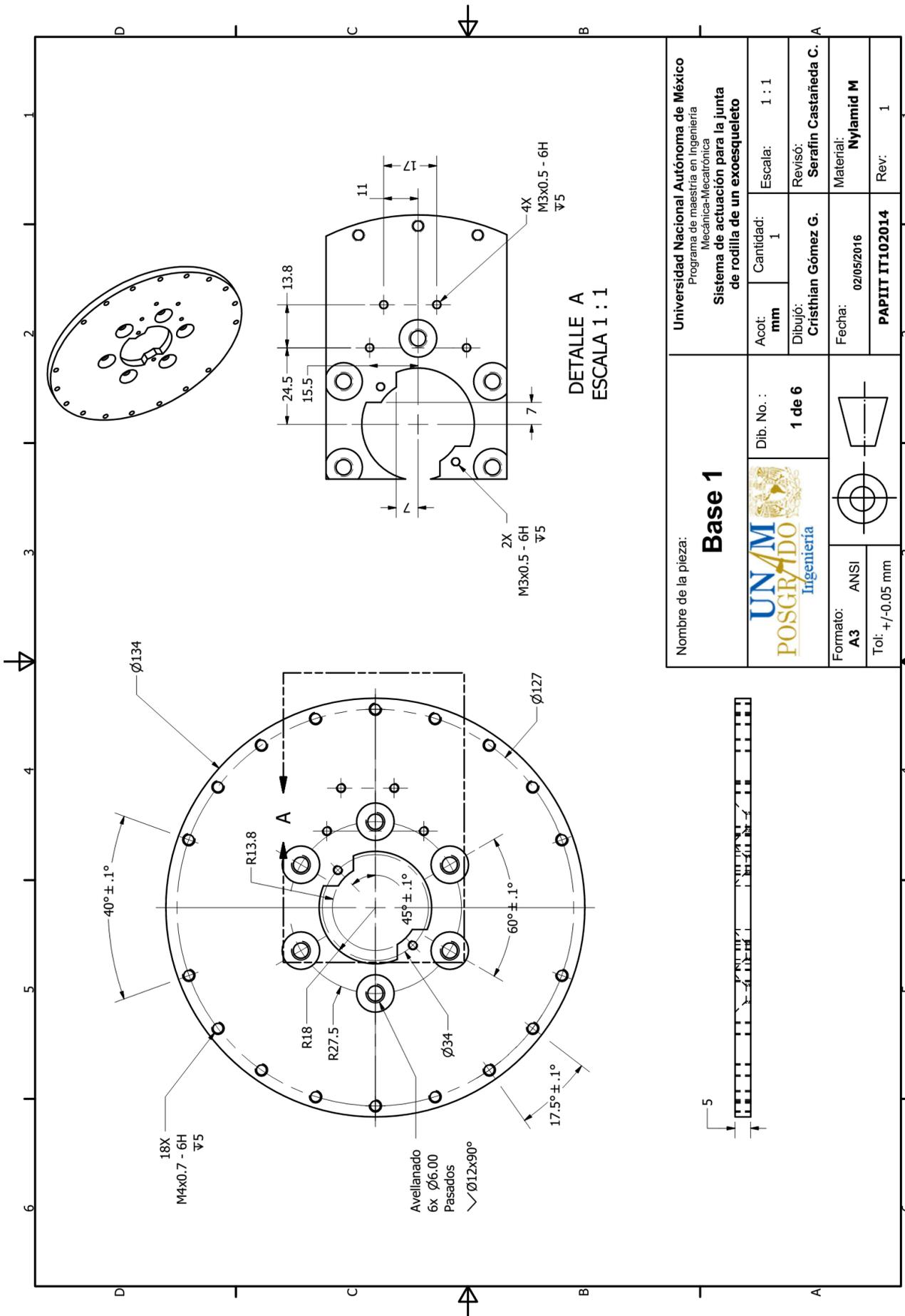
meca
{139.973, {b -> 10.5, t -> 8.86145, a -> 14.1385}}
{709943., 139.973, 0.0767667, 0.88988,
 2.63855, 516.667, 191.637, 1., 1.18491, 2.14412}
4.39841

meca
```



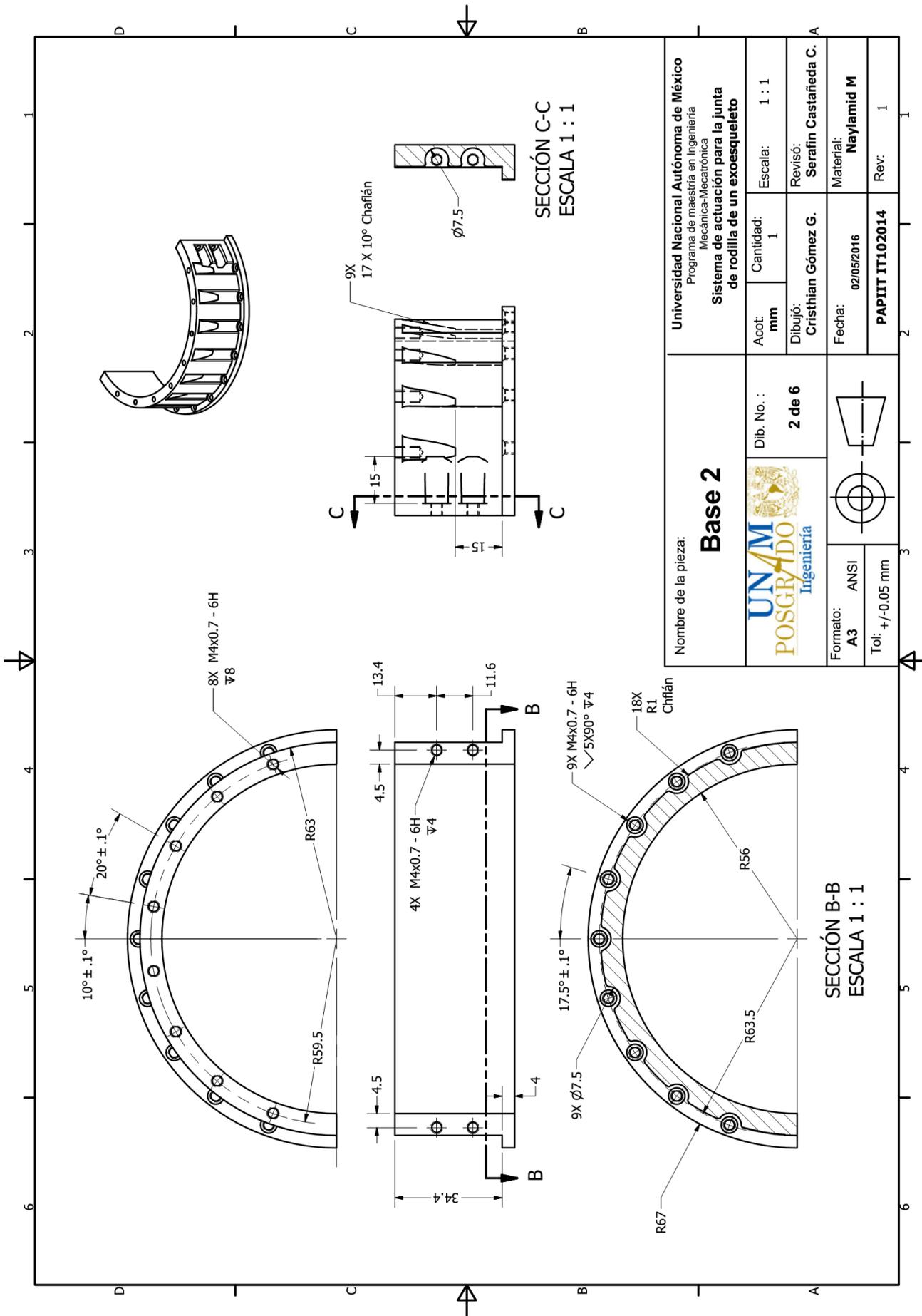
## Apéndice D

Planos

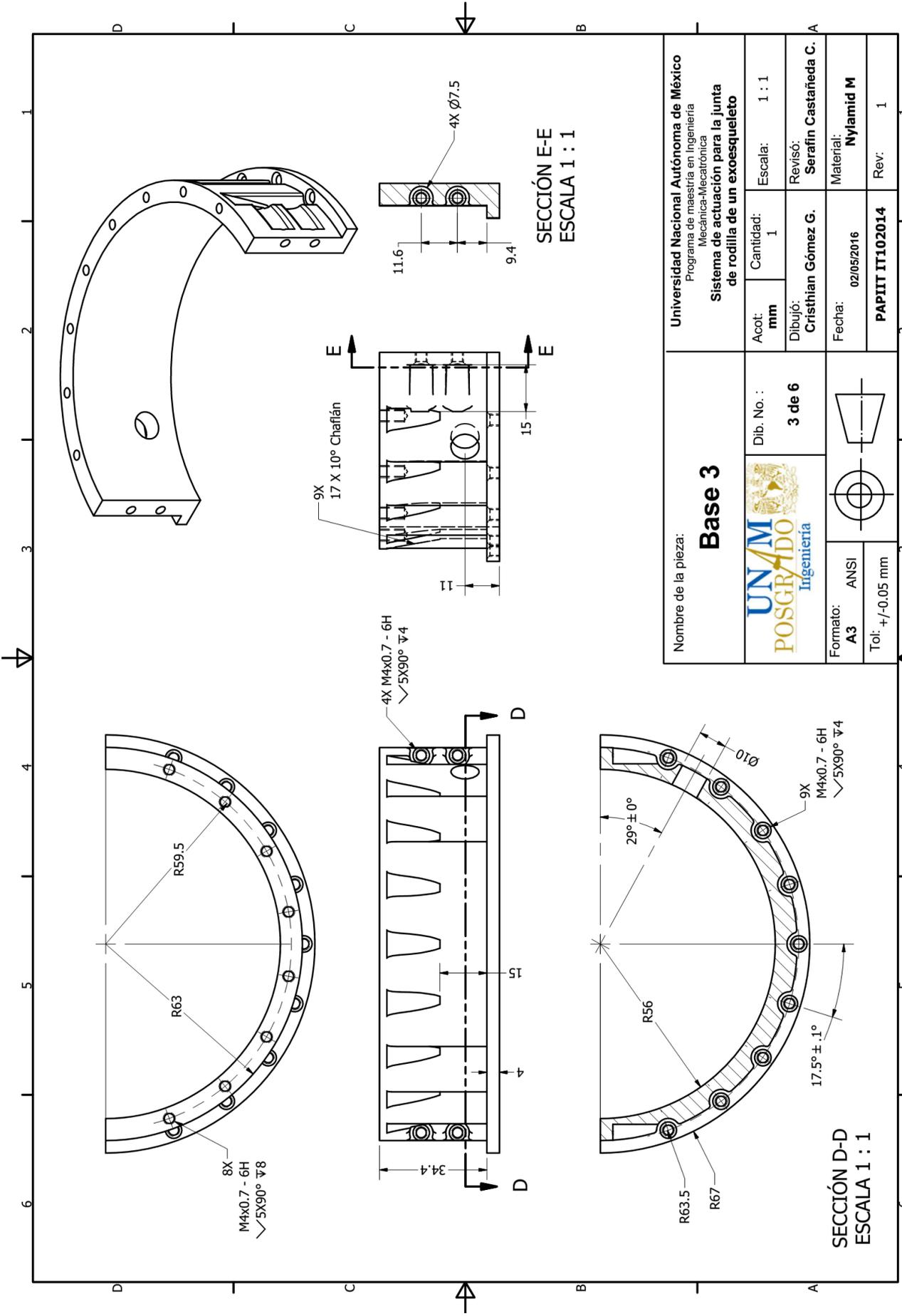


Nombre de la pieza: <b>Base 1</b>		Dib. No. : <b>1 de 6</b>		Escala: 1 : 1	
		Cantidad: 1		Revisó: <b>Serafin Castañeda C.</b>	
Formato: A3 ANSI		Fecha: 02/05/2016		Material: <b>Nylamid M</b>	
Tol: +/-0.05 mm				<b>PAPIIT IT102014</b> Rev: 1	

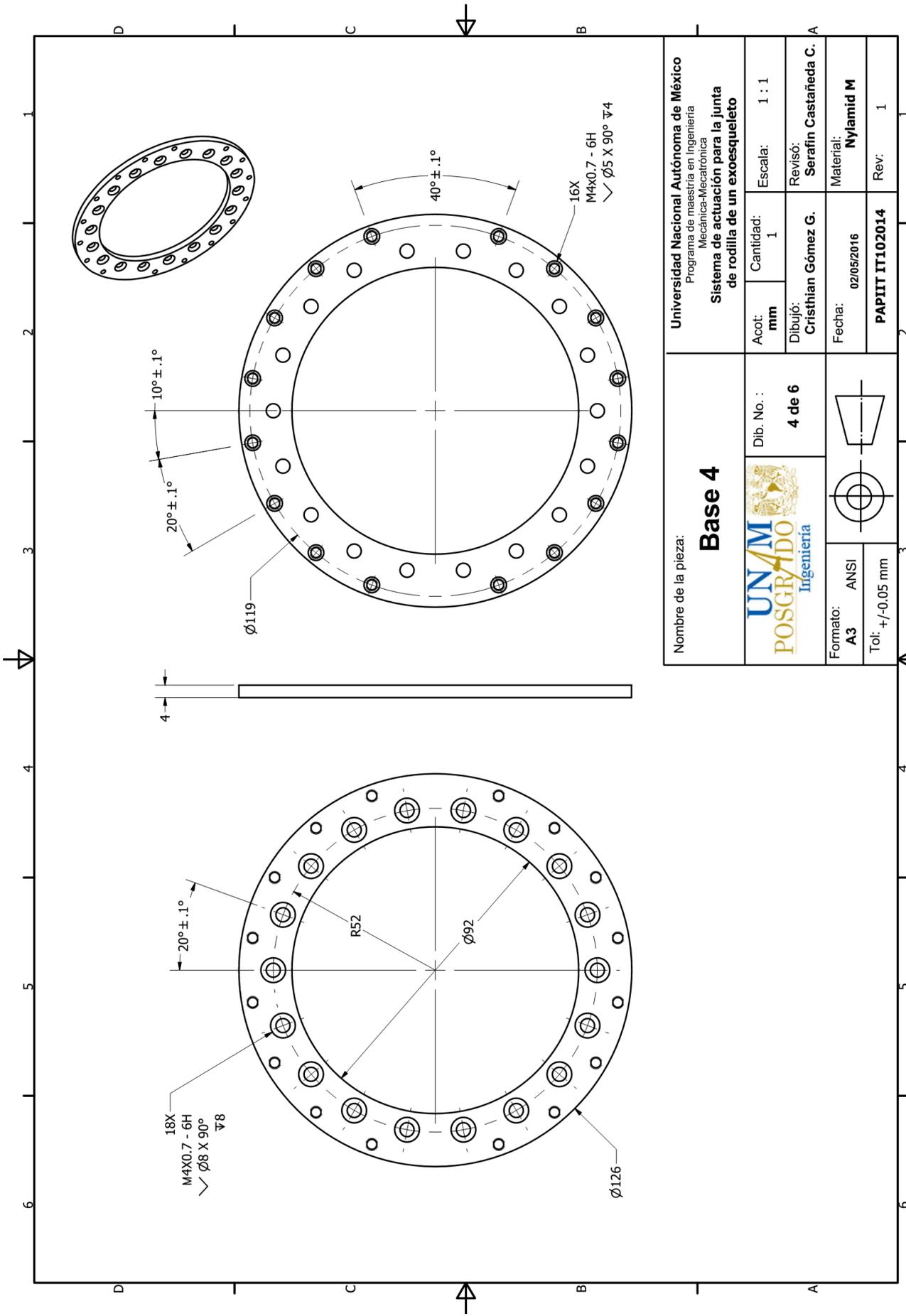
Universidad Nacional Autónoma de México  
 Programa de maestría en Ingeniería  
 Mecánica-Mecatrónica  
**Sistema de actuación para la junta  
 de rodilla de un exoesqueleto**



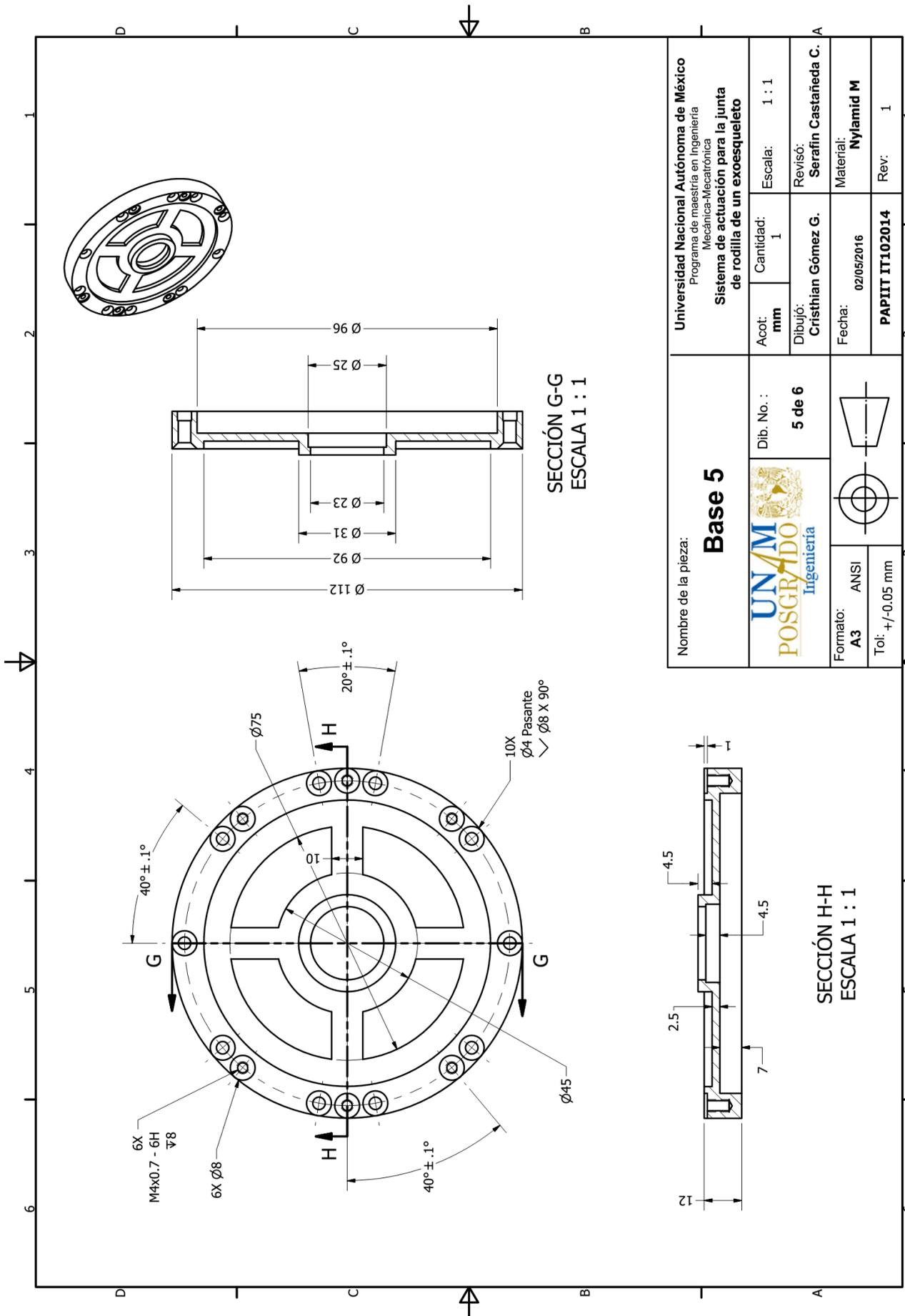
Nombre de la pieza: <b>Base 2</b> 	Dib. No. : <b>2 de 6</b>		Escala: 1 : 1
	Acot: mm	Cantidad: 1	Revisó: Serafin Castañeda C.
Formato: <b>A3</b> ANSI	Fecha: 02/05/2016	Material: <b>Naylamid M</b>	Rev: 1
Tol: +/-0.05 mm		<b>PAPIIT IT102014</b>	



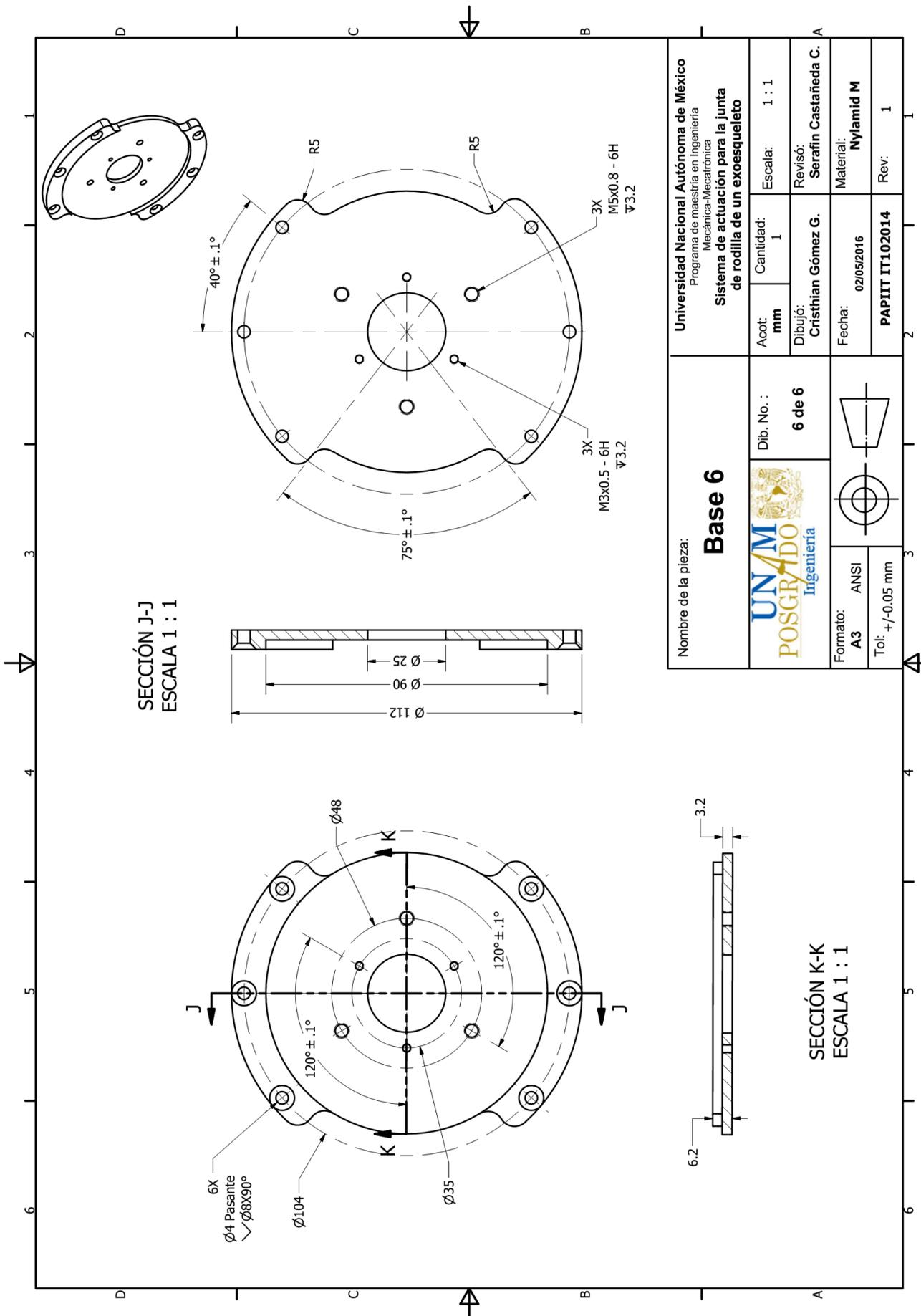
Nombre de la pieza: <b>Base 3</b>		Dib. No. : <b>3 de 6</b>				Universidad Nacional Autónoma de México Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica <b>Sistema de actuación para la junta          de rodilla de un exoesqueleto</b>	
Formato: <b>A3</b>	ANSI			Acot: <b>mm</b>	Cantidad: <b>1</b>	Escala: <b>1 : 1</b>	Revisó: <b>Serafin Castañeda C.</b>
Tol: $\pm 0.05$ mm				Dibujo: <b>Cristhian Gómez G.</b>	Fecha: <b>02/05/2016</b>	Material: <b>Nylamid M</b>	
				<b>PAPIIT IT102014</b>		Rev.: <b>1</b>	

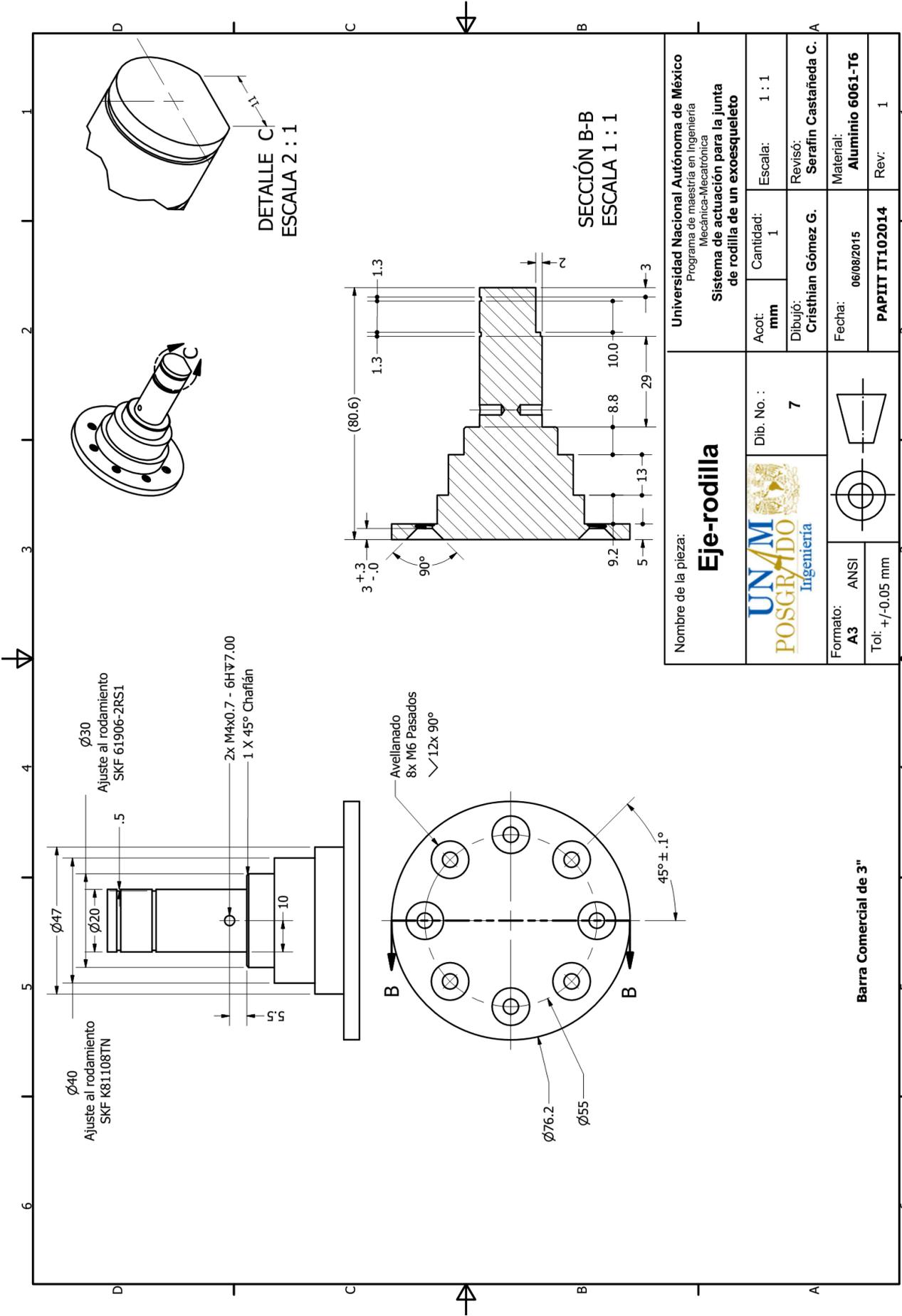


Nombre de la pieza: <b>Base 4</b>	Dib. No. : <b>4 de 6</b>	Universidad Nacional Autónoma de México Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica	
		Sistema de actuación para la junta de rodilla de un exoesqueleto	
Acot: mm	Cantidad: 1	Escala: 1 : 1	Revisó: Serafín Castañeda C.
Dibujó: Cristhian Gómez G.		Fecha: 02/05/2016	
Formato: A3 ANSI	Tol: $\pm 0.05$ mm	Título: PAPIIT IT102014	
Rev: 1			

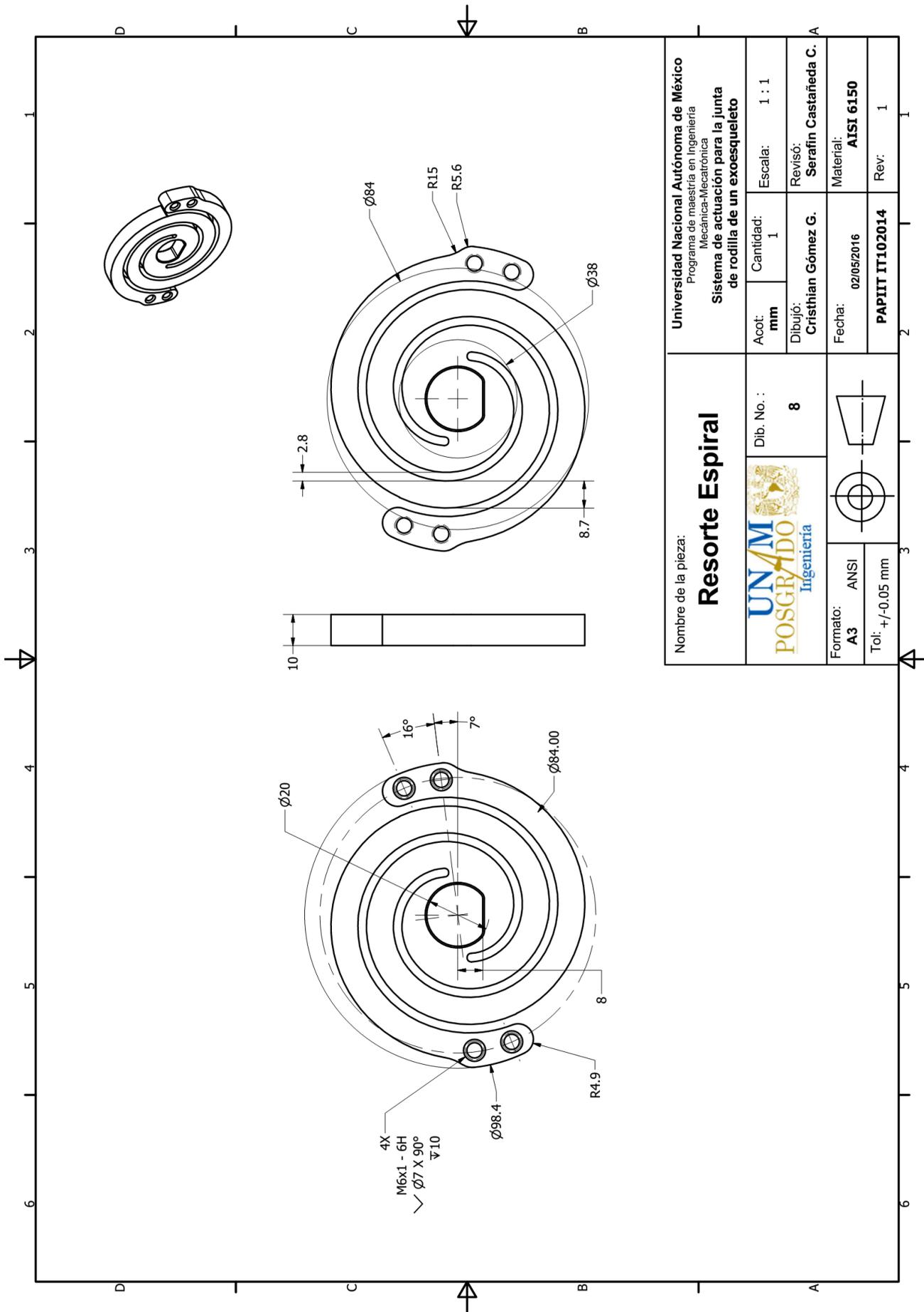


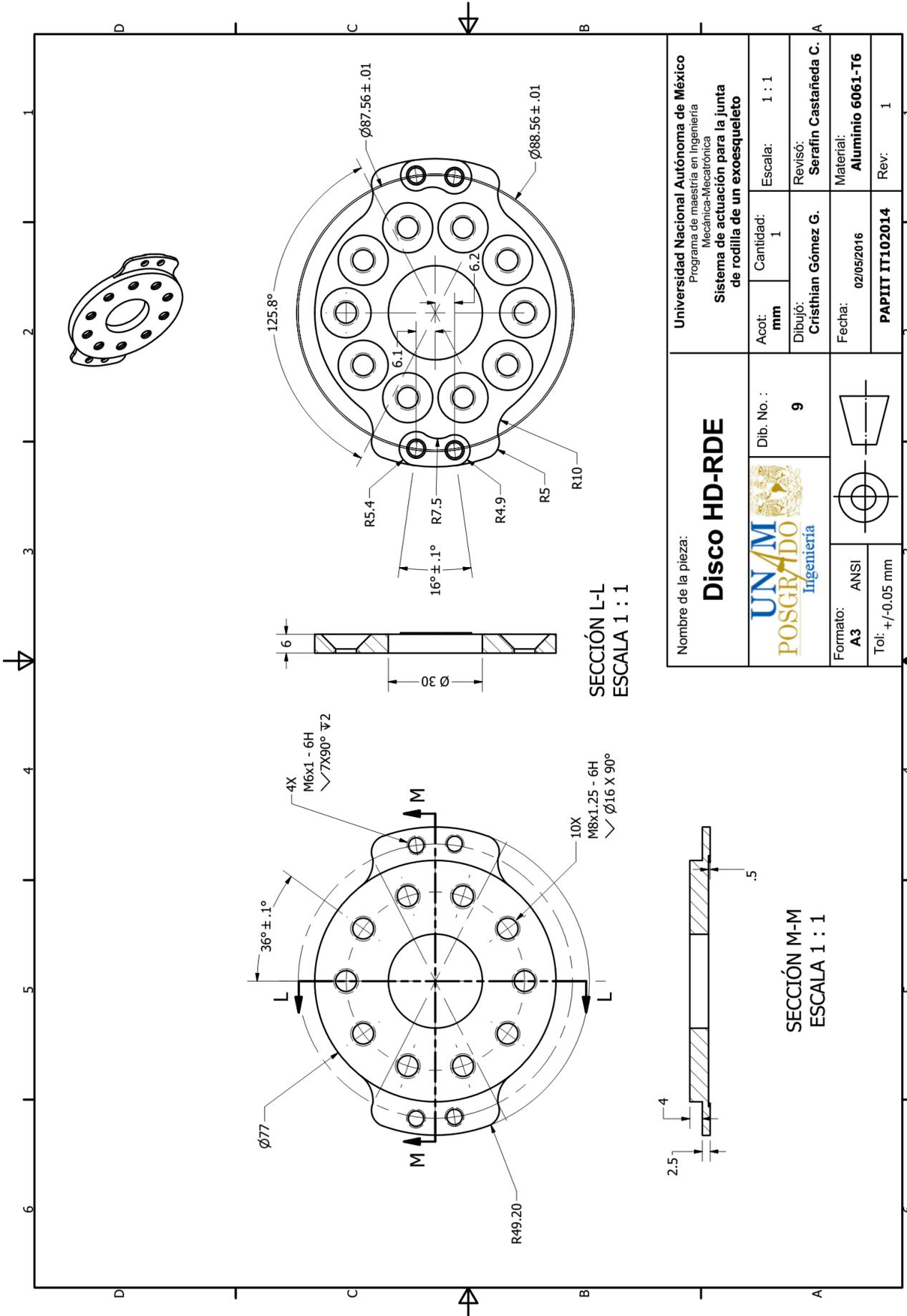
Nombre de la pieza: <b>Base 5</b>	Dib. No. : <b>5 de 6</b>	Universidad Nacional Autónoma de México Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica	
		Sistema de actuación para la junta de rodilla de un exoesqueleto	
UNAM POSGRADO Ingeniería	Acot: mm	Cantidad: 1	Escala: 1 : 1
	Formato: A3 ANSI	Dibujó: Cristhian Gómez G.	Revisó: Serafin Castañeda C.
Tol: +/-0.05 mm	Fecha: 02/05/2016	Material: Nylamid M	Rev: 1
PAPIIT IT102014			



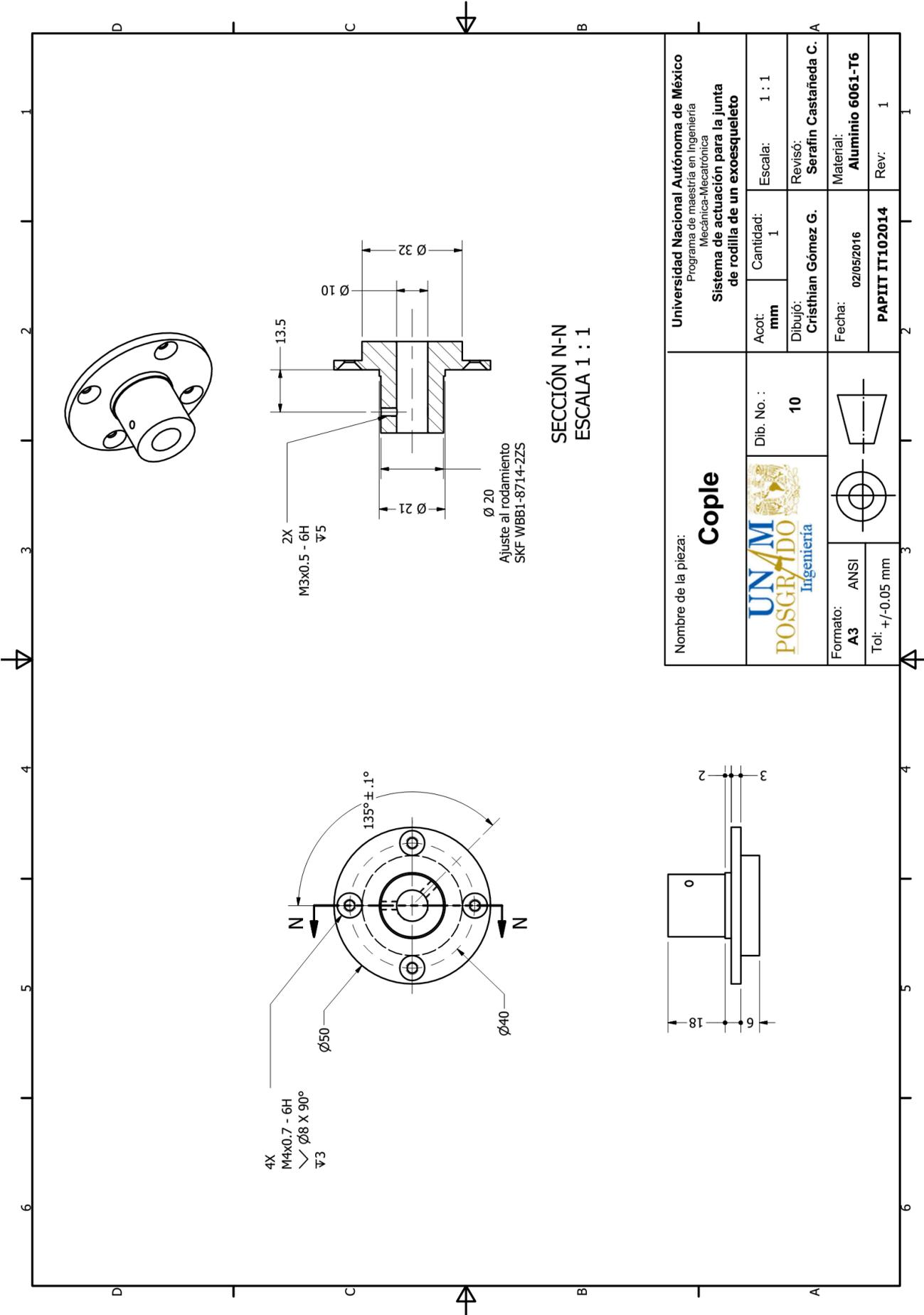


<b>Eje-rodilla</b> 		Nombre de la pieza: <b>Eje-rodilla</b>		Universidad Nacional Autónoma de México Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica	
		Dib. No. : <b>7</b>		<b>Sistema de actuación para la junta de rodilla de un exoesqueleto</b>	
Formato: <b>A3</b>	ANSI	Acot: <b>mm</b>	Cantidad: <b>1</b>	Escala: <b>1 : 1</b>	Revisó: <b>Serafin Castañeda C.</b>
Tol: <b>+/-0.05 mm</b>		Fecha: <b>06/08/2015</b>	Dibujo: <b>Cristhian Gómez G.</b>	Material: <b>Aluminio 6061-T6</b>	Rev: <b>1</b>
<b>Barra Comercial de 3"</b>		PAPIIT IT102014			



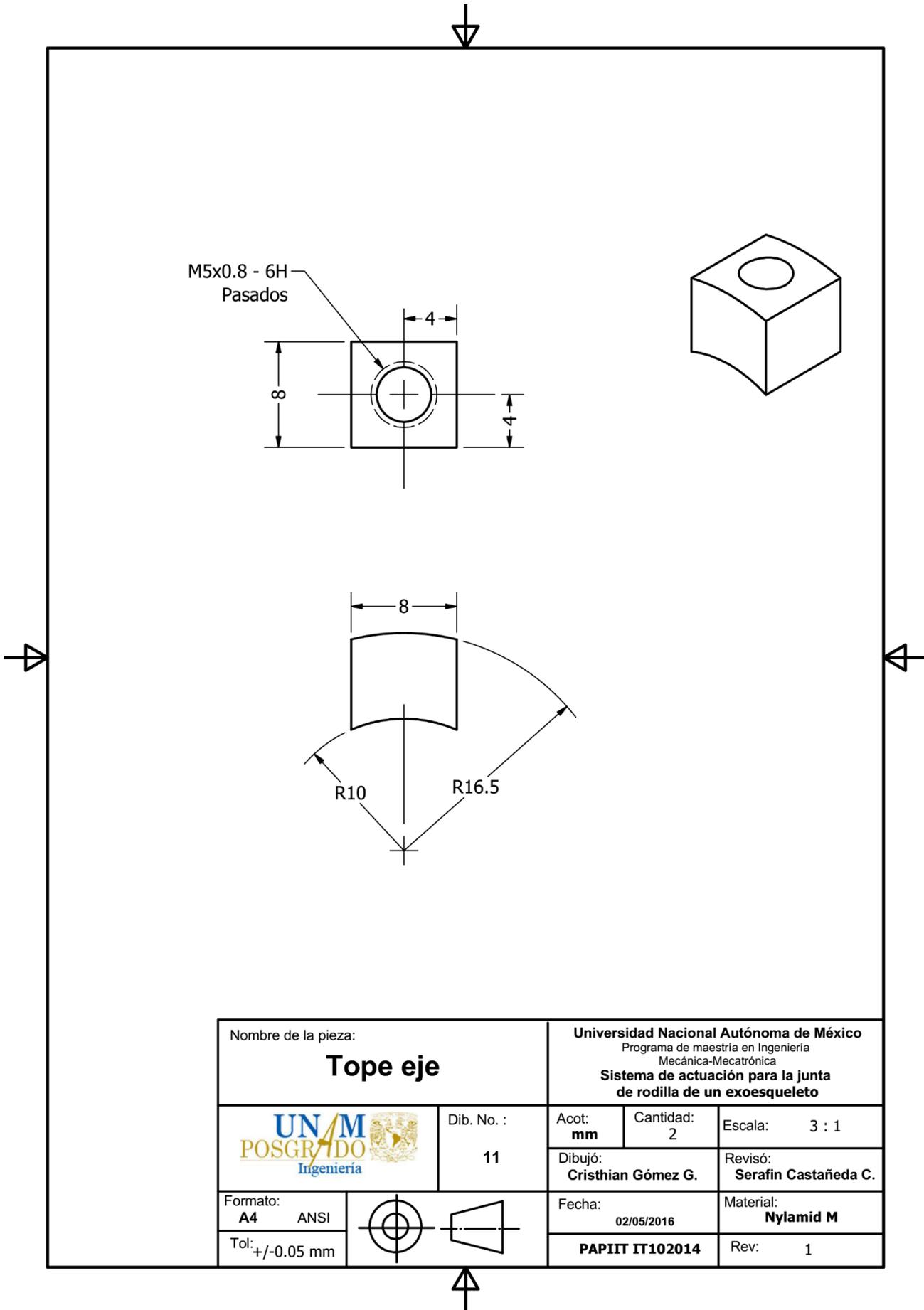


Nombre de la pieza: <b>Disco HD-RDE</b>		Dib. No. : <b>9</b>				Universidad Nacional Autónoma de México Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica <b>Sistema de actuación para la junta          de rodilla de un exoesqueleto</b>	
Formato: <b>A3</b>		ANSI		Formatos: <b>A3</b> ANSI Tol: $\pm 0.05$ mm		Cantidad: <b>1</b>	
Tol: $\pm 0.05$ mm		Escala: <b>1 : 1</b>		Revisó: <b>Serafin Castañeda C.</b>		Material: <b>Aluminio 6061-T6</b>	
Fecha: <b>02/05/2016</b>		Fecha: <b>02/05/2016</b>		Material: <b>Aluminio 6061-T6</b>		Rev: <b>1</b>	
PAPIIT IT102014		PAPIIT IT102014		PAPIIT IT102014		PAPIIT IT102014	

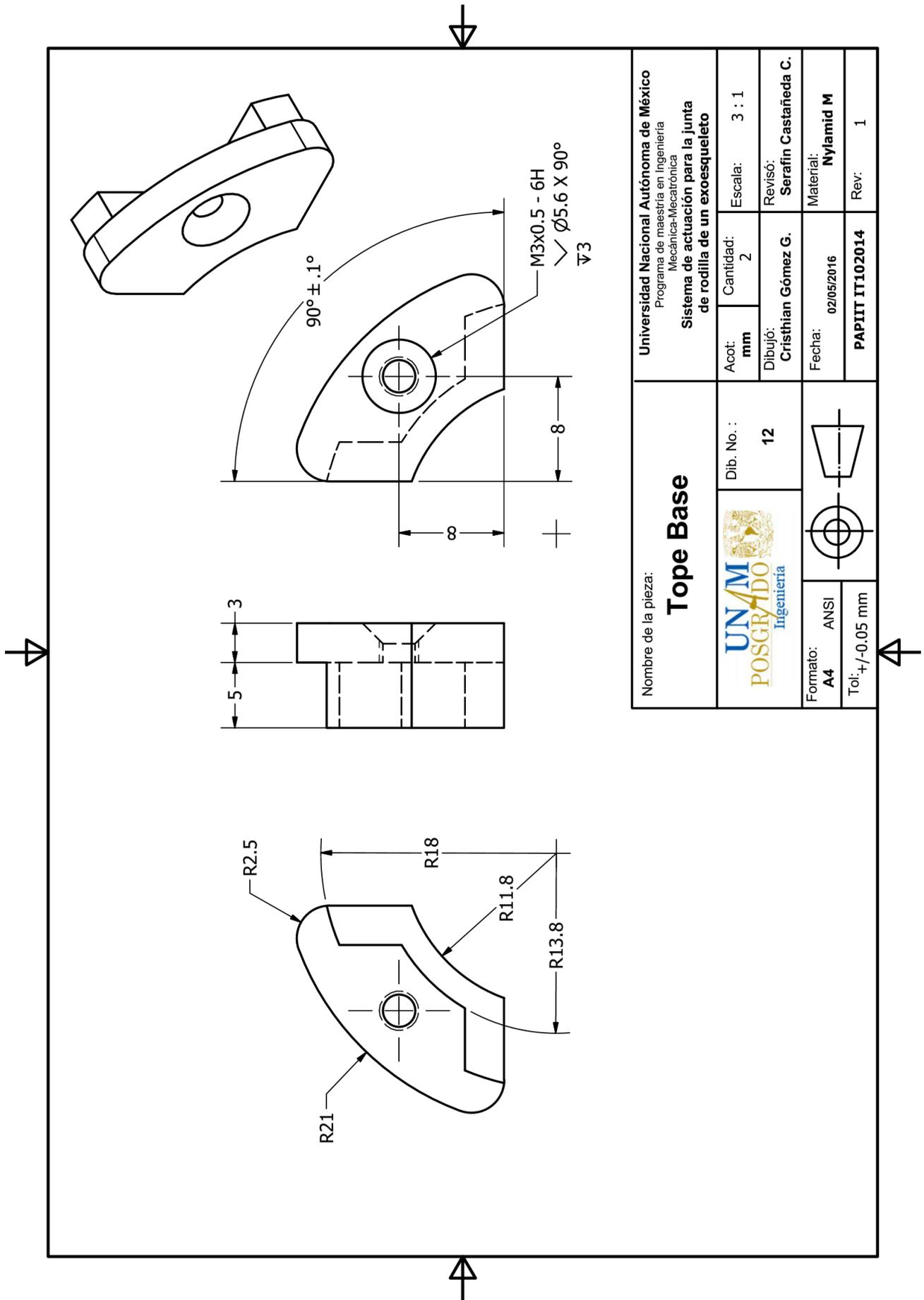


SECCIÓN N-N  
ESCALA 1 : 1

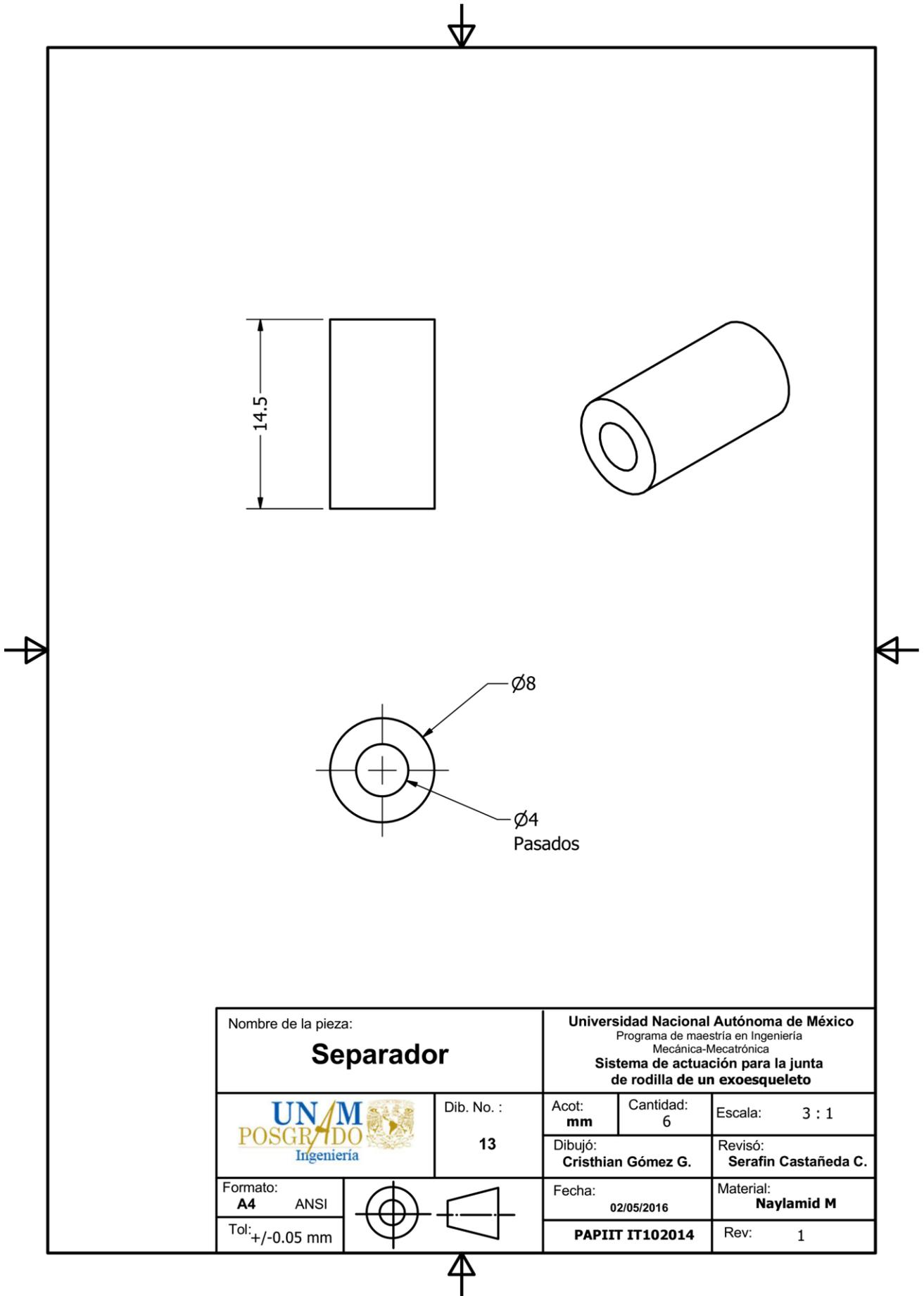
Nombre de la pieza: <b>Cople</b>	Universidad Nacional Autónoma de México Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica	
	Sistema de actuación para la junta de rodilla de un exoesqueleto	
Acot: mm	Cantidad: 1	Escala: 1 : 1
Dib. No. : 10	Dibujó: Cristhian Gómez G.	Revisó: Serafin Castañeda C.
Formato: A3 ANSI	Fecha: 02/05/2016	Material: Aluminio 6061-T6
Tol: $\pm 0.05$ mm	PAPIIT IT102014	
Rev: 1		

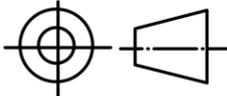


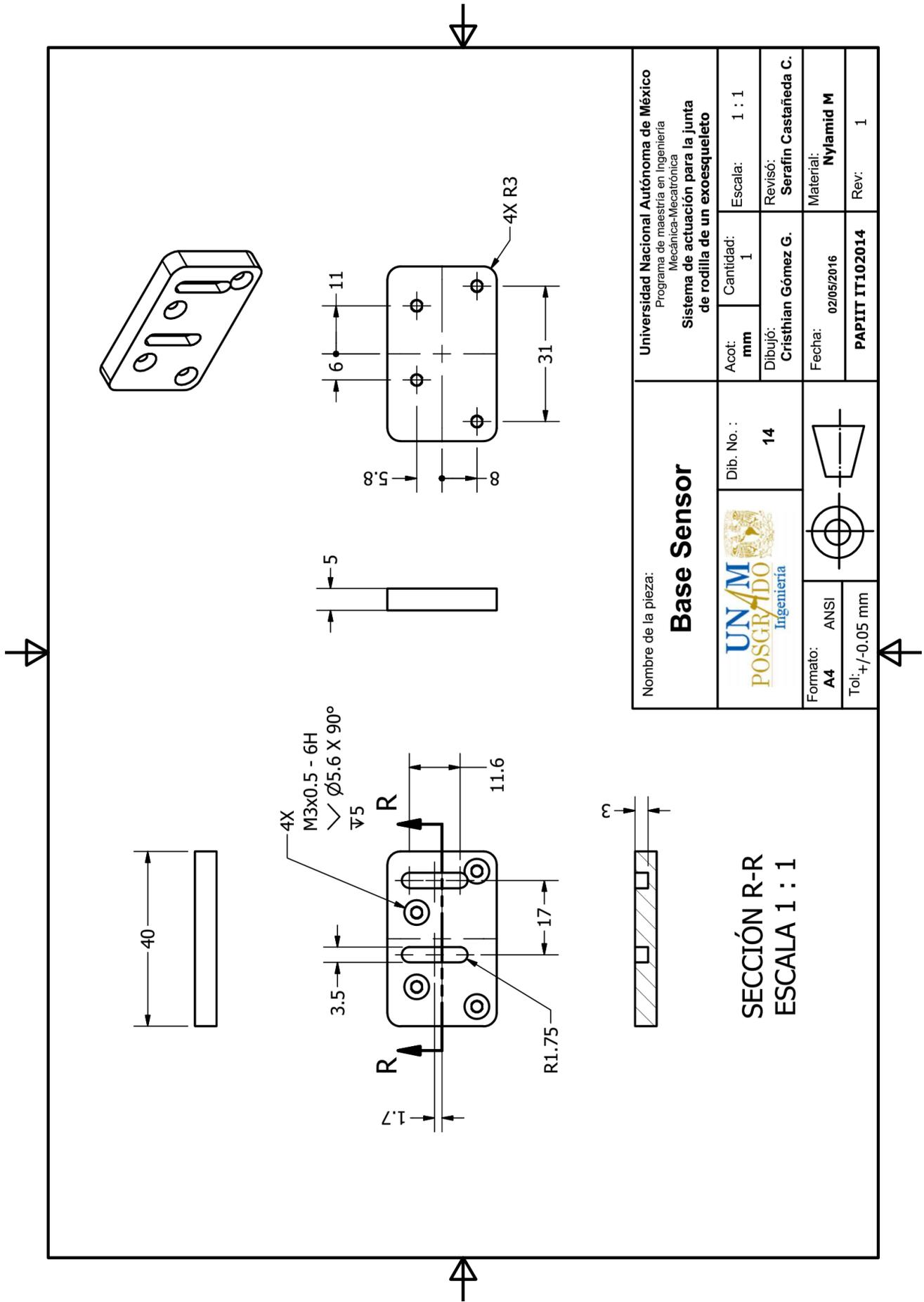
Nombre de la pieza: <b>Tope eje</b>		<b>Universidad Nacional Autónoma de México</b> Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica <b>Sistema de actuación para la junta          de rodilla de un exoesqueleto</b>		
	Dib. No. : <b>11</b>	Acot: <b>mm</b>	Cantidad: <b>2</b>	Escala: <b>3 : 1</b>
		Dibujó: <b>Cristhian Gómez G.</b>		Revisó: <b>Serafin Castañeda C.</b>
Formato: <b>A4</b> ANSI		Fecha: <b>02/05/2016</b>	Material: <b>Nylamid M</b>	
Tol: <b>+/-0.05 mm</b>		<b>PAPIIT IT102014</b>	Rev: <b>1</b>	



Nombre de la pieza: <b>Tope Base</b>		Dib. No. : <b>12</b>		Escala: 3 : 1	
		Cantidad: 2		Revisó: Serafin Castañeda C.	
Formato: A4 ANSI		Dibujó: Cristhian Gómez G.		Material: Nylamid M	
Tol: +/-0.05 mm		Fecha: 02/05/2016		Rev: 1	
Universidad Nacional Autónoma de México Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica <b>Sistema de actuación para la junta de rodilla de un exoesqueleto</b>		Acot: mm		PAPIIT IT102014	



Nombre de la pieza: <b>Separador</b>		<b>Universidad Nacional Autónoma de México</b> Programa de maestría en Ingeniería Mecánica-Mecatrónica <b>Sistema de actuación para la junta          de rodilla de un exoesqueleto</b>		
	Dib. No. : <b>13</b>	Acot: <b>mm</b>	Cantidad: <b>6</b>	Escala: <b>3 : 1</b>
		Dibujó: <b>Cristhian Gómez G.</b>		Revisó: <b>Serafin Castañeda C.</b>
Formato: <b>A4</b> ANSI		Fecha: <b>02/05/2016</b>		Material: <b>Naylamid M</b>
Tol: <b>+/-0.05 mm</b>		<b>PAPIIT IT102014</b>		Rev: <b>1</b>



SECCIÓN R-R  
ESCALA 1 : 1

Nombre de la pieza: <b>Base Sensor</b>		Dib. No. : <b>14</b>		Escala: 1 : 1	
		Cantidad: 1		Revisó: <b>Serafin Castañeda C.</b>	
Formato: <b>A4</b>		Dibujó: <b>Cristhian Gómez G.</b>		Material: <b>Nylamid M</b>	
Tol: $\pm 0.05$ mm		Fecha: 02/05/2016		Rev: 1	
		PAPIIT IT102014			