



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**”ANÁLISIS DE CONTROLABILIDAD Y
OBSERVABILIDAD DE UNA REPRESENTACIÓN DE
ORDEN REDUCIDO DE LOS SUBSISTEMAS
PRINCIPALES DE UN REACTOR NUCLEAR DE AGUA
LIGERA CON CIRCULACIÓN NATURAL”**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
INGENIERO ELÉCTRICO ELECTRÓNICO**

**PRESENTA:
DURÁN LÓPEZ OMAR**

**DIRECTOR DE TESIS:
DR. JAIME BALTAZAR MORALES SANDOVAL**

CIUDAD UNIVERSITARIA, Cd. Mx. 2015.



Dedicatoria

*A mis padres; que con su apoyo, amor y paciencia
he alcanzado todas la metas que me he propuesto*

*A mi hermana que ha sido una guía y consejo
toda mi vida*

Agradecimientos

*Dr. Jaime Baltazar Morales Sandoval
M.I. José Manuel Gallardo Villarreal
M.I. Emilio Martínez Camacho
A la Facultad de Ingeniería*

Índice general

Agradecimientos	1
Índice de siglas	5
Introducción	9
Objetivo	10
Definición del problema	10
Contenido	11
1. Análisis de modelos de orden reducido para la vasija del ESBWR.	13
1.1. Modelo de seis grupos de cinética puntual	14
1.2. Transferencia de calor del combustible al refrigerante	15
1.3. Realimentación de la reactividad en el núcleo	17
1.4. Desarrollo de los MOR del sistema de circulación natural	25
2. Análisis de controlabilidad y observabilidad del MOR-ESBWR	31
2.1. Teoría utilizada para el análisis	31
2.2. Linealización del modelo y sus desventajas	35
2.2.1. Linealización de la cinética puntual	35
2.2.2. Linealización del sistema de circulación natural	38
2.3. Análisis de observabilidad de la vasija de un ESBWR	41
2.3.1. Análisis de observabilidad de la cinética puntual	41
2.3.2. Análisis de observabilidad del sistema de circulación natural	44
2.4. Análisis de controlabilidad de la vasija de un ESBWR	46
2.4.1. Análisis de controlabilidad de la cinética puntual	46
2.4.2. Análisis de controlabilidad del sistema de circulación natural	51

3. Diseño de las propuestas del modelo experimental.	53
3.1. Software FreeCAD	53
3.2. Prototipo uno	54
3.3. Prototipo dos	56
4. Instrumentación y experimentación del modelo.	59
4.1. Software utilizado	59
4.2. Sensores y electrónica empleada	60
4.2.1. Calibración de los sensores con el programa utilizado	62
4.3. Pruebas preliminares del prototipo 1	63
4.4. Pruebas preliminares del prototipo 2	65
4.5. Relación flujo-presión y obtención de los parámetros desconocidos	68
5. Desarrollo de observador del sistema de circulación natural	75
5.1. Simulación del sistema	75
6. Propuesta de aplicación a la industria nuclear	79
6.1. Aplicación a la cinética puntual	80
Conclusiones	83
Apéndice A	85
Apéndice B	87
Bibliografía	89

Índice de siglas

AOO	Anticipated Operational Occurrence
ATWS	Anticipated Transient Without Scream
SLCS	Standby Liquid Control System
BWR	Boiling Water Reactor
ABWR	Advanced Boiling Water Reactor
ESBWR	Economic Simplified Boiling Water Reactor
MOR	Modelo de Orden Reducido
DPV	Depressurization Valve
IC	Isolation Condenser
GDCS	Gravity Driven Cooling System
RWCU/SDC	Reactor Water Cleanup/ Shutdown Cooling System
C	Core
LP	Lower Plenum
DC	Down Comer
BW	Bulk Water
CAD	Computer Aided Design
LGPL	Lesser General Public License
CAE	Computer Aided Engineering
MCAD	Mechanical Computer Aided Design
PLM	Product Lifecycle Management
CAX	Computer Aided technologies
OS	Operating System
GNU	GNU is Not Unix
GUI	Graphical User Interface

Índice de figuras

1.	Evolución de la familia de reactores nucleares BWR	9
1.1.	Vista superior de un ensamble de combustible	16
1.2.	Diagrama de bloques de las realimentaciones en la cinética puntual	20
1.3.	Diagrama de un ESBWR	26
1.4.	Representación simplificada del ESBWR	27
2.1.	Diagrama de bloques de la cinética puntual	47
3.1.	Vista completa con vasija cortada del primer prototipo construido	54
3.2.	Zoom de la admisión del primer prototipo	55
3.3.	Vista completa del segundo prototipo sin la vasija	56
3.4.	Zoom a la mitad del camino del Downcomer	57
3.5.	Zoom de la admisión del segundo prototipo	58
4.1.	Sensor de flujo a la izquierda, sensor de temperatura a la derecha	60
4.2.	Circuito convertidor de frecuencia a voltaje para adaptar la señal proveniente del sensor al arduino	61
4.3.	Microcontrolador Arduino Mega utilizado como tarjeta de adquisición de datos	61
4.4.	Módulo acoplador de señales	62
4.5.	Temperatura y flujo experimento 1 del prototipo 1	63
4.6.	Temperatura y flujo experimento 2 prototipo 1	64
4.7.	Temperatura y flujo experimento 1 prototipo 2	65
4.8.	Potencias de entrada y comportamiento del flujo	66
4.9.	Gráfica de flujo contra potencia del primer barrido de potencias	66
4.10.	Segundo barrido de potencias	67
4.11.	Flujo contra potencia obtenida del segundo barrido de potencias	67
4.12.	Flujo contra potencia de un ESBWR real	68
4.13.	Calidad del flujo y fracción de vacío	71
4.14.	Relacion del caudal con la presión	72

4.15. Relacion de la potencia con la presión	73
5.1. Modelo simulado del sistema de circulación natural temperatura y flujo	75
5.2. Puntos de equilibrio experimentales del sistema	76
5.3. Simulaciones del flujo con la planta lineal, flujo observado y error . . .	77
5.4. Simulaciones del flujo con la planta no-lineal, flujo observado y error . .	78
5.5. Datos obtenidos del flujo con la planta real, flujo observado y error . .	78

Introducción

Para el diseño y construcción de los nuevos modelos de reactores nucleares tipo BWR uno de los principales objetivos es la simplificación de los elementos que lo componen así como la reducción en la cantidad de éstos; ya que el reemplazo y mantenimiento de una gran cantidad de diferentes instrumentos es muy poco viable debido a las condiciones tan severas en las que operan, además de que el desarrollo de características pasivas de seguridad lleva a una menor dependencia de las acciones de un operador, y la no dependencia de generadores diesel para acciones de seguridad. Por lo tanto se hace reemplazo de elementos activos por pasivos; la consecuencia de reducción de elementos es la evolución a los nuevos prototipos de reactores nucleares como lo es el ABWR o el ESBWR; esta evolución se muestra en la Figura (1) para los reactores de la familia de agua en ebullición (BWR por sus siglas en inglés). El ESBWR y su predecesor más pequeño, el SBWR toman el proceso de simplificación a su conclusión lógica con el uso de una vasija más grande y un núcleo más corto para conseguir recirculación natural sin el uso de ninguna bomba.

El exitoso diseño, licencia, construcción y operación de la planta nuclear ESBWR será el comienzo de una nueva era de electricidad generada por energía nuclear segura, económi-

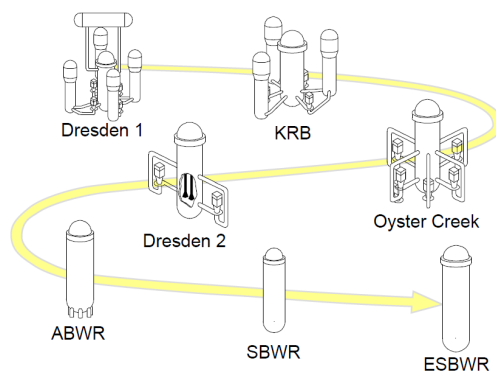


Figura 1: Evolución de la familia de reactores nucleares BWR

ca y amigable con el ambiente. El ESBWR es el primero de una nueva generación de plantas nucleares equipadas con tecnologías avanzadas y características que elevan la seguridad de la planta a nuevos niveles que mejoran significativamente la competitividad económica de la generación de energía por esta vía.

Sin embargo, algunos académicos plantean el uso de modelos de orden reducido para observar y controlar sistemas altamente complejos deseando cuantificar márgenes de incertidumbre en las predicciones. Por lo que el desarrollo de este trabajo va enfocado a hacer un análisis con el que se busca reducir la necesidad de instrumentos de medición para el modelo; así como también el sustentar los resultados obtenidos por medio de la experimentación con un prototipo a escala de un reactor de circulación natural. Para conseguir los objetivos se obtendrá un modelo de orden reducido de los sistemas que componen la vasija de un ESBWR, con ellos se propone una serie de mediciones aparentemente mínimas necesarias para garantizar la observabilidad y poder realizar las operaciones requeridas sin la necesidad de tener las lecturas de todas las variables de interés; sino más bien tener los valores de éstas variables por medio de observadores.

Objetivo:

Analizar la capacidad predictiva de modelos de orden reducido de un reactor tipo BWR de circulación natural durante operaciones normales o de eventos transitorios anticipados. En especial investigar la posibilidad de desarrollar un sistema de medición asistido por computadora que permita determinar el caudal individual de refrigeración de los ensambles de combustible de un reactor nuclear de circulación natural, utilizando la instrumentación estándar y/o el mínimo de detectores adicionales requeridos para tener incertidumbres menores al 8 %

Definición del problema:

Instalar medidores de flujo másico de refrigerante en cada uno de los ensambles de combustible no es viable, por las limitaciones físicas de espacio, durabilidad y las perturbaciones que cada uno de los sensores ejercería, entre otros problemas. Sin embargo con la instrumentación que normalmente se instala en los núcleos de los reactores nucleares y algunos elementos adicionales de medición se pretende investigar si con la ayuda de métodos computacionales se podría inferir o mejorar las mediciones de los flujos en canales importantes, utilizando modelos de orden reducido.

Contenido

A partir del estudio de la naturaleza de los componentes internos del ESBWR se estructuran los modelos matemáticos principales que se van a considerar a lo largo de este trabajo, se establecen las simplificaciones y las limitaciones del desarrollo.

El capítulo uno presenta los modelos de la dinámica de generación y transporte de energía en la vasija de un BWR típico, empezando con los de cinética de neutrones que controlan el proceso de fisión nuclear como fuente. Se analizan los elementos que afectan éste proceso, incluyendo la moderación energética de los neutrones y la transferencia de energía al refrigerante. Se señalan que cantidades son usualmente medidas con la instrumentación instalada en los BWR. También se señalan que variables y parámetros no pueden medirse directamente pero pueden estimarse con el uso de programas de computadora y cual es la postura adoptada para el análisis de controlabilidad y observabilidad aquí planteada para los modelos considerados.

En el capítulo dos se hace el análisis principal que le da el título al trabajo; controlabilidad y observabilidad de los principales modelos de la dinámica de la vasija de un BWR de circulación natural con la finalidad de identificar que señales son indispensables para mantener esas características.

En el capítulo tres se muestran y se describen los diferentes diseños de los prototipos del sistema de circulación natural con los que se trabajó experimentalmente; además se mencionan algunos de los problemas experimentales y desventajas más evidentes.

En el capítulo cuatro se muestran los resultados experimentales que fueron de utilidad para la caracterización del prototipo de circulación natural construido; además de que se describe la instrumentación con las que se obtuvieron los datos.

En el capítulo cinco se pone en práctica la teoría de observadores en el prototipo del circuito de circulación natural y se discuten los resultados.

En el capítulo seis se hace un análisis de posibles lugares que podrían usarse los obser-

vadores propuestos y usar MORs aún en caso de situaciones no comunes en la operación de las centrales nucleares con el principal objetivo de ampliar la aplicabilidad de dichos MORs.

Capítulo 1

Análisis de modelos de orden reducido para la vasija del ESBWR.

Objetivo del capítulo

Se estructuran los modelos matemáticos que definen los modelos simplificados de los procesos principales dentro de la vasija de un reactor de agua en ebullición con sistema de circulación natural incluyendo la cinética puntual, los cuales sean lo suficientemente descriptivos para seguir la operación normal y durante eventos anticipados (AOO, por sus siglas en inglés) y para un análisis lo más completo posible de las dinámicas más importantes que existen dentro de la vasija del reactor.

El diseño actual del ESBWR es el resultado de un gran esfuerzo de especialistas y de experiencias de operación en centrales nucleares y de experimentos en centros de investigación en muchos países del primer mundo. Reconociendo los beneficios de la simplificación a los sistemas de generación de energía eléctrica de potencia, los de mejora a la seguridad que requiere normalmente complejos componentes, con costos altos de asistencia, requisitos de garantía de calidad y las especificaciones técnicas; el ESBWR ha adoptado sistemas de seguridad pasiva, junto con un sistema primario de circulación natural.

Al acortar la longitud del combustible activo, la adición de aproximadamente 9 m de una chimenea central y el alargamiento de la vasija del reactor, el diseño del ESBWR eliminó el sistema de recirculación forzada, confiando completamente el flujo a través del núcleo a la circulación natural.

En condiciones adversas, el inventario de refrigerante en el núcleo del reactor y/o el control de alta presión y de remoción de calor se logra con el uso de condensadores de

aislamiento si el reactor se vuelve aislado del disipador normal de calor.

El reactor puede también ser despresurizado rápidamente para permitir la operación de múltiple de sistemas no de seguridad y para proveer agua de enfriamiento. Sin embargo, las últimas características de seguridad son pasivas, tanto para la inundación del núcleo como para la eliminación del calor de la contención.

La respuesta a transitorios anticipados con parada de emergencia del reactor (ATWS) se mejora mediante la adopción de sistemas que permiten el movimiento fino de las barras de control, que permiten la parada del reactor, ya sea mediante la inserción hidráulica o eléctrica. Además, la necesidad de una acción rápida del operador para evitar un ATWS se evita mediante la automatización de los procedimientos de emergencia tales como el reflujos de agua de alimentación y la inyección pasiva por el sistema de control del líquido en espera (SLCS por sus siglas en inglés) de agua boratada almacenada en los acumuladores a presión.

1.1. Modelo de seis grupos de cinética puntual

Para el desarrollo del comportamiento, dependiente del tiempo, de un núcleo de un reactor se usa el modelo de un solo grupo de energía; esto quiere decir que se postula que la producción, la difusión y la absorción de los neutrones ocurren a una sola energía. Esto hace posible despreciar el desaceleramiento en el tiempo de los neutrones de fisión y también su fuga y captura de resonancias mientras desaceleran. El término de neutrones retardados se incluye en la ecuación debido a que a pesar de ser una porción tan pequeña de la emisión de neutrones de fisión (0.65% para el U) tiene un efecto considerable en la dinámica del proceso que si no existiera no podría construirse un reactor nuclear controlable. Una pequeña fracción β de neutrones de fisión no son emitidos durante el evento de fisión, pero el decaimiento radioactivo de los productos de fisión emiten muchas partículas y entre ellas neutrones aunque esto se hace posteriormente, yendo desde fracciones de segundo hasta minutos de ocurrida la fisión; estos productos de fisión son llamados precursores de neutrones retardados.

Usualmente el modelo de la cinética puntual considera seis grupos de neutrones retardados y control de reactividad de fuentes externas y realimentación. Se representan por

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\rho - \beta}{l^*} n + \sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i + S \quad (1.1)$$

1.2. TRANSFERENCIA DE CALOR DEL COMBUSTIBLE AL REFRIGERANTE 15

$$\frac{dC_i}{dt} = \frac{\beta_i}{l^*} n - \lambda_i C_i \quad (1.2)$$

n = densidad neutrónica

ρ = reactividad $\frac{k-1}{k}$

k = factor efectivo de multiplicación

β_i = fracción de neutrones retrasados para el i -ésimo grupo

β = fracción de neutrones de fisión los cuales son retardados

$l^* = \frac{l}{k_\infty}$ tiempo de generación de los neutrones rápidos. Esta cantidad depende solo de la composición y del diseño del reactor.

$l = \frac{1}{v\Sigma_a}$ tiempo de vida del neutrón

v = velocidad promedio de los neutrones térmicos

Σ_a = Sección transversal macroscópica total de absorción para los neutrones térmicos

λ = constante de decaimiento del i -ésimo grupo

C_i = Precursor de concentración

S = Fuente de neutrones (no debido a las fisiones)

$\sum_{i=1}^6 \lambda_i C_i$ = Razón total de formación de neutrones retardados o término de la fuente de neutrones retardados

1.2. Transferencia de calor del combustible al refrigerante

La energía generada en una reacción por unidad de tiempo y volumen es la llamada Intensidad de fuente térmica volumétrica y es dada por:

$$q''' = GR \quad (1.3)$$

donde G = la energía por fisión

$$R = N_{ff} \bar{\sigma}_f \phi \quad (1.4)$$

N_{ff} = densidad de combustible fisionable

$\bar{\sigma}_f$ = sección transversal de fisiones microscópica efectiva (varía con la energía de los neutrones)

En muchos reactores de potencia los elementos de combustible son tubos de zircaloy

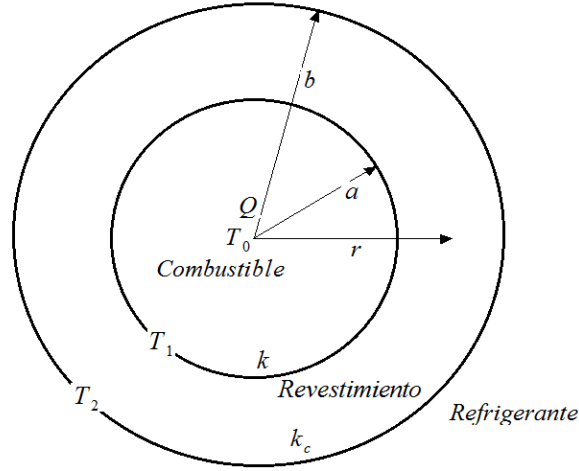


Figura 1.1: Vista superior de un ensamble de combustible

llenados con pastillas en la forma de cilindros, usualmente con un encamisado. El calor es prioritariamente removido de la superficie exterior por convección hacia el refrigerante, como se muestra en la Figura 1.1.

Para el análisis de la transferencia de calor del combustible al flujo refrigerante se hará uso de las siguientes variables

Q = fuente de calor uniforme por unidad de volumen y unidad de tiempo

k_c = conductividad

h = constante de transferencia de calor por convección

El calor saliente de la barra de combustible es

$$q = \pi a^2 l Q \quad (1.5)$$

Por condición de continuidad, en condiciones de estado estacionario, el calor generado en el combustible es igual al calor que pasa por conducción a la cubierta y este se transmite por convección al fluido refrigerante. Puede entonces probarse que si la conductividad del encamisado permanece constante

$$q = \pi a^2 l Q = \frac{2\pi k_c L (T_1 - T_2)}{\ln\left(\frac{a+b}{a}\right)} = 2\pi(a+b)Lh(T_2 - T_m) \quad (1.6)$$

1.3. Realimentación de la reactividad en el núcleo

Las causas para este fenómeno se pueden dividir en dos grandes grupos: debido a cambios isotópicos o debido a cambios de temperatura.

Los casos de realimentación debido a cambios isotópicos son usualmente muy lentos, ocurren en un periodo de horas o de años. Los más importantes son los siguientes:

- Quemado de combustible

Tras la reacción en cadena, el combustible fisible es consumido. Por lo tanto la ηf (tasa de generación de neutrones por neutrón absorbido en el combustible) decrece lentamente en el tiempo, causando una realimentación de reactividad negativa la cual tiene que ser compensada por la remoción de otra reactividad negativa en el núcleo (diluyendo ácido bórico en el agua moderadora, retirando las barras de control o reemplazando las barras de combustible muy quemadas por unas nuevas).

- Combustible procreado

Ya que en cualquier reactor hay isótopos fértiles cuyos núcleos pueden absorber electrones y a través de subsecuentes decaimientos radioactivos producen combustible fisible. Este mecanismo de procreación resulta en realimentación positiva de la reactividad, la cual es importante en reactores con bajo enriquecimiento. Generalmente los efectos del quemado llevan a parámetros diferentes del modelo de cinética nuclear pero como el proceso de cambios lleva generalmente días, para el seguimiento del reactor durante operación y AOO, simplemente se usan parámetros diferentes que se estiman con programas de computadora muy detallados que están fuera completamente del alcance de los MOR, y solo se usan los valores que ahí se estiman.

- Venenos de productos de fisión

Como los productos de fisión y sus hijos se acumulan en el reactor, estos nuevos isótopos pueden también absorber nuevos neutrones y decrementar el factor de utilización térmica f . Dos particulares venenos de productos de fisión ^{135}Xe y ^{149}Sm tienen una gran sección transversal de absorción para neutrones térmicos

y pueden causar severos efectos de reactividad negativa en la operación del reactor.

- Venenos quemables

En muchos reactores de potencia, pequeñas cantidades de material con gran sección transversal de absorción son incorporados en el material del núcleo. Tal material inicialmente decrece f , pero durante la operación del reactor es consumido y por lo tanto incrementa f y logra en cierta medida compensar la disminución en ηf causada por el consumo del combustible.

La temperatura en el material del núcleo afecta la razón en la que los neutrones interactúan con el material. Estos cambios en la razón de la interacción surge de los cambios de la concentración atómica, la probabilidad de reacción y los cambios de la geometría.

El transitorio de reactividad causado por los cambios de temperatura es usualmente muy rápido. Algo crucial para la seguridad de la operación del reactor es su diseño en el que se tenga sobre todo una realimentación negativa de reactividad cuando la temperatura del núcleo incrementa. Algunos de los mecanismos más importantes de realimentación de reactividad debido a la temperatura son los siguientes:

- Cambios en la concentración atómica

Muchos materiales se expanden conforme su temperatura incrementa; por lo tanto decrece su concentración atómica y su sección transversal macroscópica. Muchos LWRs son ligeramente sub moderados. El cociente moderador-combustible es menor que la razón que produce un máximo en k_∞ . Así como el moderador/refrigerante se calienta y se expande, algo es expulsado del núcleo, haciendo que el reactor sea incluso más sub moderado y así decrece k_{eff} . Un cambio incluso más severo en las densidades atómicas es causado por la formación de burbujas de vapor. Una mayor generación de vapor expulsa líquido del núcleo e introduce una gran reactividad negativa.

- Cambios en la distribución de la energía de los neutrones

Conforme la temperatura del material incrementa, los neutrones térmicos mantienen una distribución Maxwelliana de energía pero desplazando cada vez más

hacia altas energías. El espectro térmico se dice que es endurecido. Si toda la sección transversal en el núcleo tiene exactamente una dependencia de $1/v$ habría un cambio en la razón de la interacción térmica neutrónica. Sin embargo, la mayoría de los nucleídos pesados tienen resonancias cerca del extremo superior del rango de energía térmica y sus secciones transversales, consecuentemente, en la región de energía térmica no siguen exactamente una dependencia de $1/v$.

- Cambios en las interacciones de resonancia

El mecanismo de realimentación negativa de temperatura más importante en la mayoría de los reactores es aquel provocado por el cambio de la razón de interacciones neutrónicas con los materiales teniendo grandes secciones transversales para energías en la región de resonancias justo encima de la región térmica. Solo los neutrones epitérmicos (neutrones con energías encima de la región térmica) con energías iguales a la energía de resonancia interactúan con el combustible. Sin embargo, el incrementar la temperatura del combustible causa que sus átomos se muevan más rápidamente y la energía relativa entre un neutrón y un átomo de combustible cambie. Esta difusión de la energía térmica relativa permite a los neutrones con energías cerca de la energía de resonancia interactuar más fácilmente con los átomos de combustible, de este modo se aumenta la razón de la interacción neutrónica. La sección transversal efectiva se dice que sufre un ensanchamiento Doppler, y permite que más neutrones interactúen con el combustible, y frecuentemente ser absorbidos sin causar fisiones. Este efecto Doppler es el mecanismo de realimentación dominante en muchos reactores térmicos con bajo enriquecimiento de combustible.

- Cambios en la geometría

Cuando un gradiente térmico se produce en un núcleo, las barras de combustible sufren expansiones diferenciales resultando en, por ejemplo, una inclinación, lo cual cambia la geometría del núcleo y produce pequeños cambios negativos o positivos en la reactividad. Un cambio de geometría más severo es aquel causado por una condición accidental en la cual el combustible experimenta deformaciones inesperadas, derretimiento, o incluso que se disperse el combustible. Éste fenómeno es considerado fuera de los alcances de los modelos considerados en este trabajo.

Para mayor comprensión de la información de las realimentaciones de la cinética puntual se ilustran todas en el diagrama de bloques de la Figura 1.2

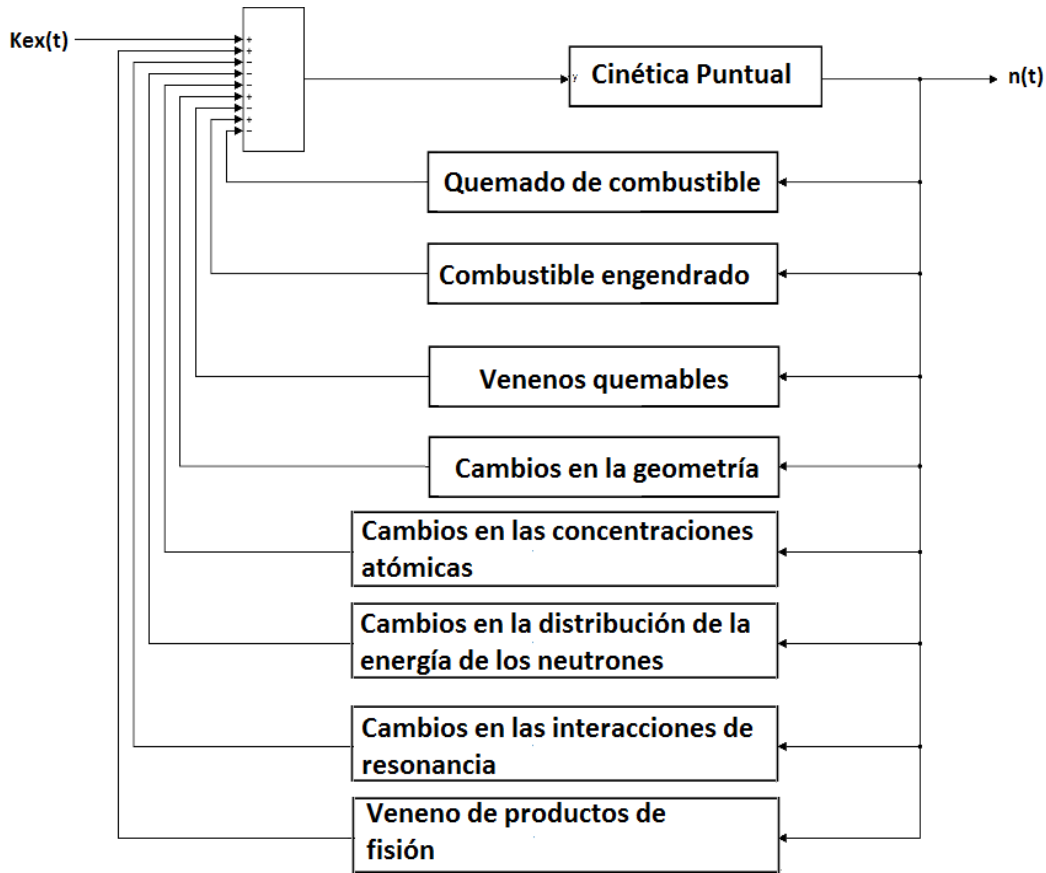


Figura 1.2: Diagrama de bloques de las realimentaciones en la cinética puntual

Para simplificar el problema de la realimentación de la reactividad se considerarán los casos de realimentación negativa por temperatura y realimentación negativa por venenos (las variables y parámetros de ésta sección no son directamente medibles, y se obtienen usualmente de programas de computadora especializada que hacen seguimiento del quemado del combustible).

Primero se asumirá que el reactor genera suficiente potencia como para cambiar la temperatura del moderador en un corto tiempo.

El calor del combustible causa un cambio en la temperatura del moderador y este cambio puede ser representado por un cambio de reactividad. Si en un rango pequeño estos efectos pueden ser considerados como lineales se tiene.

$$T_m = A\delta n \quad (1.7)$$

T_m = cambio de la temperatura del combustible

δn = cambio de la población de neutrones

Si T_w es la temperatura del moderador se tiene que

$$T_m = \tau \dot{T}_w + T_w \quad (1.8)$$

Por otra parte δk es proporcional a T_w por un coeficiente de temperatura C

$$\delta k = CT_w \quad (1.9)$$

Si $K_{TC} = AC$ se tiene que

$$\tau \dot{\delta k} + \delta k = K_{TC} \delta n \quad (1.10)$$

Si dividimos ambos lados de la ecuación entre δt y hacemos que $\delta t \rightarrow 0$ Se obtiene

$$\frac{d^2 k}{dt^2} \tau + \frac{dk}{dt} = K_{TC} \frac{dn}{dt} \quad (1.11)$$

Y por lo tanto

$$k = nK_{TC} - \tau \frac{dk}{dt} \quad (1.12)$$

Los parámetros de este modelo no son directamente medibles ni los valores de las variables de estado, pero pueden estimarse de señales en termopares o respuesta dinámica de otras variables. Para la realimentación debida a los venenos de productos de fisión se parte del conocimiento de que su reactividad introducida ρ_p es proporcional a la concentración promedio del veneno dentro del núcleo N_p Si

$$\rho_p = \frac{k'_{eff}-1}{k'_{eff}} - \frac{k_{eff}-1}{k_{eff}} \quad (1.13)$$

k'_{eff} = es el núcleo con el veneno incluido

k_{eff} = es el núcleo sin el veneno

Ya que el veneno cambia solo el factor de utilización térmica los dos factores de multiplicación se relacionan por $k'_{eff} = \frac{k_{eff}f'}{f}$, $k_{eff} = \epsilon p \eta f P_{NL}^f P_{NL}^{th}$.

Entonces

$$\rho_p = 1 - \frac{1}{k'_{eff}} \left(1 - \frac{1}{k_{eff}}\right) = \left(1 - \frac{f}{f'}\right) \frac{1}{\epsilon p \eta f P_{NL}^f P_{NL}^{th}}$$

Ya que $f' = \left(\frac{\Sigma_a}{\Sigma_a + \Sigma_a^P}\right) f$ y $f = \frac{\Sigma_a^F}{\Sigma_a^F + \Sigma_a^{NF}}$ considerando un núcleo homogéneo

Donde

Σ_a = Es la sección transversal de absorción macroscópica térmica del material del núcleo

Σ_a^P = Sección transversal de absorción macroscópica del veneno.

Se obtiene que

$$\rho_p = \left(1 - \frac{\Sigma_a}{\Sigma_a + \Sigma_a^P}\right) \frac{\Sigma_a^F + \Sigma_a^{NF}}{\Sigma_a^F \epsilon p \eta P_{NL}^f P_{NL}^{th}} = -\frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a} \frac{\Sigma_a^F + \Sigma_a^{NF}}{\Sigma_a^F \epsilon p \eta P_{NL}^f P_{NL}^{th}} \quad (1.14)$$

Para que la información obtenida arriba sea útil necesitamos ponerla de tal forma que ρ_p dependa de la densidad atómica de los venenos.

$$\rho_p = -\frac{\Sigma_a^P}{\Sigma_a} \left(\frac{\Sigma_a^F + \Sigma_a^{NF}}{\Sigma_a^F \epsilon \eta P_{NL}^f P_{NL}^{th}} \right) \quad (1.15)$$

$$\rho_p = -\frac{\sigma_a^P N_p}{\Sigma_f^F} \left(\frac{1}{\epsilon \nu p \eta P_{NL}^f P_{NL}^{th}} \right) \quad (1.16)$$

Las ecuaciones diferenciales que representan la concentración de los venenos ^{135}Xe , ^{135}I , ^{149}Pm y del ^{149}Sm son

$$\frac{dI(t)}{dt} = -\lambda_I I(t) + \gamma_I \Sigma_f \phi(t) \quad (1.17)$$

$$\frac{dX(t)}{dt} = \lambda_I I(t) + \gamma_X \Sigma_f \phi(t) - \lambda_X X(t) - \sigma_a^X \phi(t) X(t) \quad (1.18)$$

$$\frac{dP(t)}{dt} = -\lambda_P P(t) + \gamma_P \Sigma_f \phi(t) \quad (1.19)$$

$$\frac{dS(t)}{dt} = \lambda_P P(t) - \sigma_a^S \phi(t) S(t) \quad (1.20)$$

Donde

$I(t)$ = concentración atómica promedio del ^{135}I

$X(t)$ = concentración atómica promedio del ^{135}Xe

$P(t)$ = concentración atómica promedio del ^{149}Pm

$S(t)$ = concentración atómica promedio del ^{149}Sm

γ_I = tasa de producción para el ^{135}I

γ_X = tasa de producción para el ^{135}Xe

$\lambda_I = 2.9 * 10^{-5}$ Constante de decaimiento del ^{135}I

$\lambda_X = 2.1 * 10^{-5}$ Constante de decaimiento del ^{135}Xe

$\sigma_a^X = 3.5 * 10^{-18} [cm^2]$ Sección transversal microscópica de captura de neutrones térmicos del ^{135}Xe

$\sigma_a^S = 5 * 10^{-20} [cm^2]$ Sección transversal microscópica de captura de neutrones térmicos del ^{149}Sm

$\phi(t)$ = densidad del flujo térmico promedio en el núcleo

Por lo que nombraremos

ρ_{pXe} = La reactividad debida al ^{135}Xe

ρ_{pI} = La reactividad debida al ^{135}I

ρ_{pPm} = La reactividad debida al ^{149}Pm

ρ_{pSm} = La reactividad debida al ^{149}Sm

$\phi_T = \int_T \phi(E) dE$

donde el subíndice T en la integral significa que la integración se lleva a cabo en las energías térmicas, lo cual normalmente se toma sobre $5kT = 0.1eV$

$$\phi(E) = n(E)v(E) = \frac{2\pi n}{(\pi kT)^{3/2}} \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2} e^{-E/kT} \quad (1.21)$$

Ya que la exponencial en $\phi(E)$ cae a muy pequeños valores a estas energías, un muy pequeño error se hace conduciendo la integral a infinito; entonces

$$\phi_T = \frac{2\pi n}{(\pi kT)^{3/2}} \left(\frac{2}{m}\right)^{1/2} \int_0^\infty e^{-E/kT} dE = \frac{2n}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{2kT}{m}\right)^{1/2} \quad (1.22)$$

$$k = 8.617 * 10^{-5}$$

Si $T = \frac{0.1}{5k}$ entonces

$$\phi_T = \frac{2n}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{0.2}{5m} \right)^{1/2} \quad (1.23)$$

Los parámetros del modelo de la cinética puntual realimentada por la concentración de venenos y temperatura dependen de un gran número de variables, como condiciones y características de los elementos combustibles que constituyen el núcleo del reactor. La geometría, los materiales fisibles, fisionables, moderador, refrigerante, quemado de combustible, barras de control indudablemente sobresalen entre los más influyentes en los valores de ellos. De los éstos parámetros se conocen valores típicos, por ejemplo:

$$m = 1.674 * 10^{-24}[g]$$

Si el moderador es agua ligera:

$$\epsilon = 1.057$$

$$\eta = 1.322$$

$$f = 0.873$$

$$p = 0.723$$

$$k_{\infty} = 0.882$$

$$l = \frac{1}{v\Sigma_a} = \frac{1}{2.49*0.0197} = 20.38611$$

$$l^x = \frac{l}{k_{\infty}} = \frac{20.38611}{0.882} = 23.113$$

Si se tiene combustible ^{235}U con ensambles de combustible con un diámetro de 1.026[cm]

$$B_c = \left(\frac{2.405}{R} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{H} \right)^2 = \left(\frac{2.405}{0.513} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{3000} \right)^2 = 21.97$$

$$P_{NL}^{th} = \frac{1}{1+L^2B_c^2} = \frac{1}{1+(8.1*21.97^2)} = 2.55 * 10^{-4}$$

$$\tau = 27[cm^2]$$

$$P_{NL}^f = e^{-B_c^2\tau} = e^{-21.97^2*27} = 0$$

Para las constantes de decaimiento y las fracciones de neutrones retrasados se tienen los siguientes valores

1.4. DESARROLLO DE LOS MOR DEL SISTEMA DE CIRCULACIÓN NATURAL 25

Grupo	Constante de decaimiento	Fracción β_i
1	0.01785	0.00021
2	0.04405	0.00142
3	0.1607	0.00127
4	0.4347	0.00257
5	1.6393	0.00075
6	4.3478	0.00027

$$\beta = 0.0065$$

$$\sigma_f^{235U} = 587$$

$$\rho_U = 18.950[g/cm^3]$$

$$\Sigma_f^{235U} = \sigma_f^{235U} \frac{\rho_U N_a}{A_U} = 587 \frac{6.022 \cdot 10^{23} \cdot 18.950}{92} = 7.28 \cdot 10^{25}$$

Los valores que aquí se presentan han sido obtenidos del libro *Fundamentals of nuclear science and engineering* de Kenneth Shultis y Chard E. Faw. Sin embargo estimados más precisos pueden obtenerse con la ayuda de programas de computadora con los que se hace el seguimiento del núcleo de un BWR, de uso principalmente en administración del quemado del material fisil.

1.4. Desarrollo de los MOR del sistema de circulación natural

A partir del diagrama de la vasija del ESBWR Para el análisis y posterior construcción del prototipo experimental se harán las siguientes simplificaciones al diagrama de la Figura 1.3

- Solo se considerarán dos o tres canales paralelos
- Las cabezas de velocidad en el volumen de agua en el downcomer y en el pleno inferior son despreciables
- Los siguientes subíndices corresponden a los cambios de área y alturas importantes para el análisis: C(core), LP(lower plenum), DC(Downcomer), BW(Bulk Water)



Partes del ESBWR

1. Borde y tapa de la vasija
2. Restricción del flujo de vapor de salida
3. Boquilla de agua de alimentación
4. Aspersores de agua de alimentación
5. Soporte de la vasija
6. Cabeza del fondo de la vasija
7. Estabilizador
8. Anillos de revestimiento forjados
9. Envoltorio del núcleo
10. Soporte del escudo
11. Placa del núcleo
12. Guía superior
13. Soportes del combustible
14. Alojamiento de las barras de control
15. Tubos de guía de las barras de control
16. Alojamiento del núcleo
17. Chimenea
18. Particiones de la chimenea
19. Ensamble separador de vapor
20. Ensamble secador de vapor
21. DPV/IC salida
22. IC retorno
23. GDCS entrada
24. GDCS Entrada de la línea de compensación
25. RWCU/SDC salida
26. Guía de las barras de control

Figura 1.3: Diagrama de un ESBWR

1.4. DESARROLLO DE LOS MOR DEL SISTEMA DE CIRCULACIÓN NATURAL27

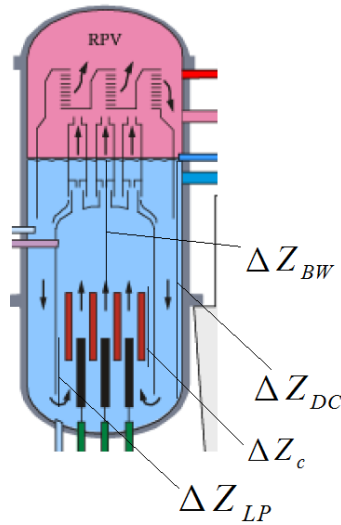


Figura 1.4: Representación simplificada del ESBWR

De acuerdo con el diagrama simplificado de la Figura 1.4 la ecuación diferencial que representa a cada lazo de circulación es obtenida de la aplicación de la segunda ley de Newton aplicada al fluido circulando por el downcomer , pleno inferior, núcleo del reactor chimenea y separadores hasta completar un circuito de circulación

$$\left(\frac{l_{LP}}{A_{LP}} + \frac{l_C}{A_C} \right) \dot{m}_{RLi} + \left(\frac{l_{BW}}{A_{BW}} + \frac{l_{DC}}{A_{DC}} \right) \dot{m}_{total} = P_{SP} - P_{Ci} + g\rho_{DC}\Delta Z_{DC} - g\rho_{LP}\Delta Z_{LP} - g\rho_C\Delta Z_C - g\rho_{BW}\Delta Z_{BW} - (k_{LP} + k_C)m_{RLi}^2 - (k_{DC} + k_{BW})m_{total}^2 \quad (1.24)$$

donde $i = \{1, 2, 3, 4\}$ son los canales centrales, los cuales 3 son los canales calientes y el otro es el de máxima potencia

$$m_{RLi} = \text{flujo másico de cada canal}, \quad m_{total} = \sum_{i=1}^4 m_{RLi}$$

$l_{LP}, l_C, l_{DC}, l_{BW}$ son las longitudes del pleno inferior, núcleo, downcomer y del bulkwater respectivamente.

$A_{LP}, A_C, A_{DC}, A_{BW}$ son las áreas transversales del pleno inferior, núcleo, downcomer y del bulkwater respectivamente.

$g(\rho_{DC}\Delta Z_{DC} - \rho_{LP}\Delta Z_{LP} - \rho_C\Delta Z_C - \rho_{BW}\Delta Z_{BW}) = \text{suma de las presiones debido a las}$

columnas de agua.

$k_{LP}, k_C, k_{DC}, k_{BW}$ son las constantes de proporcionalidad relacionadas con los cambios de área.

P_{SP} = la presión ejercida por el pleno superior y P_{Ci} = la presión ejercida por el núcleo para cada lazo de circulación.

Se aplicará el siguiente cambio de variables

$$R_1 = \left(\frac{l_{LP}}{A_{LP}} + \frac{l_C}{A_C} \right) \quad (1.25)$$

$$R_2 = \left(\frac{l_{BW}}{A_{BW}} + \frac{l_{DC}}{A_{DC}} \right) \quad (1.26)$$

$$H = g(\rho_{DC}\Delta Z_{DC} - \rho_{LP}\Delta Z_{LP} - \rho_C\Delta Z_C - \rho_{BW}\Delta Z_{BW}) \quad (1.27)$$

$$k_1 = k_{LP} + k_C \quad (1.28)$$

$$k_2 = k_{BW} + k_{DC} \quad (1.29)$$

Por lo tanto

$$R_1\dot{m}_{RLi} + R_2\dot{m}_{total} = P_{SP} - P_{Ci} + H - k_1m_{RLi}^2 - k_2m_{total}^2 \quad (1.30)$$

Para expresar la ecuación anterior en variables de estado se hace el siguiente arreglo matricial.

$$\begin{bmatrix} R_1 + R_2 & R_2 & R_2 & R_2 \\ R_2 & R_1 + R_2 & R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 & R_1 + R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 & R_2 & R_1 + R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{m}_{RL1} \\ \dot{m}_{RL2} \\ \dot{m}_{RL3} \\ \dot{m}_{RL4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{SP} - P_{C1} + H - k_1m_{RL1}^2 - k_2m_{total}^2 \\ P_{SP} - P_{C2} + H - k_1m_{RL2}^2 - k_2m_{total}^2 \\ P_{SP} - P_{C3} + H - k_1m_{RL3}^2 - k_2m_{total}^2 \\ P_{SP} - P_{C4} + H - k_1m_{RL4}^2 - k_2m_{total}^2 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

Para poder expresar esta ecuación en variables de estado es necesario obtener la inversa de la primer matriz de (1.4) y premultiplicarla por ambos lados de la ecuación matricial; esto siempre es posible, independientemente del valor de los componentes R_1 y R_2 ya que esta matriz es simétrica positiva definida y por lo tanto invertible.

1.4. DESARROLLO DE LOS MOR DEL SISTEMA DE CIRCULACIÓN NATURAL 29

$$\begin{bmatrix} \dot{m}_{RL1} \\ \dot{m}_{RL2} \\ \dot{m}_{RL3} \\ \dot{m}_{RL4} \end{bmatrix} = \frac{1}{(4R_2+R_1)R_1} \begin{bmatrix} 3R_2 + R_1 & -R_2 & -R_2 & -R_2 \\ -R_2 & 3R_2 + R_1 & -R_2 & -R_2 \\ -R_2 & -R_2 & 3R_2 + R_1 & -R_2 \\ -R_2 & -R_2 & -R_2 & 3R_2 + R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{SP} - P_{Ci} + H - k_1 m_{RL1}^2 - k_2 m_{total}^2 \\ P_{SP} - P_{Ci} + H - k_1 m_{RL2}^2 - k_2 m_{total}^2 \\ P_{SP} - P_{Ci} + H - k_1 m_{RL3}^2 - k_2 m_{total}^2 \\ P_{SP} - P_{Ci} + H - k_1 m_{RL4}^2 - k_2 m_{total}^2 \end{bmatrix} \quad (1.32)$$

Desarrollando la multiplicación de matrices obtenemos

$$\begin{aligned} \dot{m}_{RL1} = & \frac{1}{(4R_2+R_1)R_1} [R_1 (P_{SP} + H - k_2 m_{total}^2) + (3R_2 + R_1) (-k_1 m_{RL1}^2 - P_{C1}) \\ & + R_2 (k_1 (m_{RL2}^2 + m_{RL3}^2 + m_{RL4}^2) + (P_{C2} + P_{C3} + P_{C4}))] \end{aligned} \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{RL2} = & \frac{1}{(4R_2+R_1)R_1} [R_1 (P_{SP} + H - k_2 m_{total}^2) + (3R_2 + R_1) (-k_1 m_{RL2}^2 - P_{C2}) \\ & + R_2 (k_1 (m_{RL1}^2 + m_{RL3}^2 + m_{RL4}^2) + (P_{C1} + P_{C3} + P_{C4}))] \end{aligned} \quad (1.33)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{RL3} = & \frac{1}{(4R_2+R_1)R_1} [R_1 (P_{SP} + H - k_2 m_{total}^2) + (3R_2 + R_1) (-k_1 m_{RL3}^2 - P_{C3}) \\ & + R_2 (k_1 (m_{RL1}^2 + m_{RL2}^2 + m_{RL4}^2) + (P_{C1} + P_{C2} + P_{C4}))] \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{RL4} = & \frac{1}{(4R_2+R_1)R_1} [R_1 (P_{SP} + H - k_2 m_{total}^2) + (3R_2 + R_1) (-k_1 m_{RL4}^2 - P_{C4}) \\ & + R_2 (k_1 (m_{RL1}^2 + m_{RL2}^2 + m_{RL3}^2) + (P_{C1} + P_{C2} + P_{C3}))] \end{aligned} \quad (1.35)$$

Estos modelos muy sencillos del comportamiento de los subsistemas de la vasija se espera que sean lo suficientemente representativos para asegurar que con pocas mediciones se tenga la suficiente información para actuar y reconstruir los estados más importantes de la vasija de un ESBWR.

En resumen este capítulo se han presentado los modelos de orden reducido con los que se pretende hacer el seguimiento de la operación del reactor de circulación natural y se ha señalado que cantidades son directamente observables y cuales deben estimarse fuera de línea con la ayuda de programas especializados. Se señalan que variables resultan indispensables para mantener un modelo aceptable para los propósitos establecidos.

Capítulo 2

Análisis de controlabilidad y observabilidad del MOR-ESBWR

Objetivo del capítulo

Investigar la posibilidad de mejorar el conocimiento de los MOR y saber el impacto de la pérdida de ciertas mediciones básicas ya sea por experimentación, accidente o innovación; y a partir de ahí fundamentar las bases para la creación de un observador/estimador.

2.1. Teoría utilizada para el análisis

Dependencia lineal

Sea el conjunto de vectores $V = \{\bar{v}_1, \bar{v}_2, \dots, \bar{v}_n\}$ se dice que el conjunto V es linealmente dependiente, si existen escalares $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ no nulos que satisfagan a la ecuación

$$\alpha_1 \bar{v}_1 + \alpha_2 \bar{v}_2 + \dots + \alpha_n \bar{v}_n = 0 \quad (2.1)$$

Si la única solución a la ecuación es $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots = 0$ entonces el conjunto V será linealmente independiente

Campo vectorial

Un mapeo $f : D \rightarrow \mathbb{R}^n$, donde $D \subset \mathbb{R}^n$ es un dominio, se dice que es un campo vectorial sobre D . Un campo vectorial es una columna de dimensión n .

Campo covectorial

Es el transpuesto del campo vectorial. Es una fila de dimensión n .

Diferencial

Se tiene una función escalar de n variables independientes $h : D \rightarrow R$, la diferencial de h es un campo covectorial definido por

$$dh = \frac{\partial h}{\partial x} = \left[\frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \dots \quad \frac{\partial h}{\partial x_n} \right] \quad (2.2)$$

Derivada de Lie

Se tiene $h : D \rightarrow R$ y $f : D \rightarrow R^n$. La derivada de Lie de h con respecto a f o a lo largo de f , se escribe como $L_f h$ y se define por

$$L_f h(x) = \frac{\partial h}{\partial x} f(x) \quad (2.3)$$

en otras palabras la derivada de Lie es la proyección del gradiente de h en la dirección del vector f **Corchete de Lie**

Sean f y g dos campos vectoriales sobre $D \subset R^n$. El corchete de Lie de g y f se escribe como $[f, g]$, es un tercer campo vectorial definido por

$$[f, g](x) = \frac{\partial g}{\partial x} f(x) - \frac{\partial f}{\partial x} g(x) \quad (2.4)$$

donde $[\partial g / \partial x]$ y $[\partial f / \partial x]$ son matrices jacobianas

Observabilidad (Definición)

Si se considera un sistema dinámico descrito por $\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x)$; $y = h(x)$. Dos estados x_0 y x_1 se dice que son distinguibles si existe una función de entrada $\bar{u}(\diamond)$ tal que $y(\diamond, x_0, \bar{u}) \neq y(\diamond, x_1, \bar{u})$ donde $y(\diamond, x_i, \bar{u})$ $i = 1, 2$ es la función de salida para el sistema correspondiente a la función de entrada $u(\diamond)$ y la condición inicial $\bar{x}(0) = \bar{x}_0$. El sistema se dice (localmente) observable en $x_0 \in X$ si existe una vecindad N de \bar{x}_0 tal que todo $\bar{x} \in N$ un x_0 es distinguible de otro x_0 . Finalmente, el sistema es (globalmente) observable si es localmente observable para cada $x_0 \in X$

Para determinar observabilidad en sistemas no lineales se hace uso del siguiente teorema.

Teorema (Observabilidad)

Si se tiene el sistema representado por $\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i$; con un vector de mediciones de dimensión m $y = h(x)$ y se supone una $x_0 \in X$. Considerando las formas $(\mathbf{d}L_{Z_s} L_{Z_{s-1}} \dots L_{Z_1} h_j)(x_0)$, $s \geq 0$, $z_i \in \{f, g_1, \dots, g_m\}$ evaluado en x_0 . Se supone hay n filas linealmente independientes en este conjunto. Entonces el sistema es linealmente observable alrededor de x_0

Esta es una condición suficiente más no necesaria. Para determinar observabilidad global se hace uso del siguiente corolario.

Corolario (condición necesaria para observabilidad)

Se supone un sistema descrito por $\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x)$ $y = h(x)$ es observable. Entonces $\nabla O(x)$ tiene dimensión n para todo \bar{x} perteneciente a un subconjunto denso abierto de X

Donde $O(x)$ es el espacio de observación del sistema formado por la combinación lineal de funciones sobre el campo \mathbb{R} abarcado por todas las funciones de la forma

$$L_{Z_s} \dots L_{Z_1} h_j, s \geq 0, z_1, \dots, z_s \in \{f, g_1, \dots, g_m\} 1 \leq j \leq l \quad (2.5)$$

Para aplicar el corolario para observabilidad se requiere obtener el espacio de observabilidad $O(x)$

Una vez teniendo las expresiones que formarían el espacio de observación $O(x)$ el problema es encontrar una h_j que haga que el $\dim\{\nabla O(x)\} = n$ y de esa forma se obtendrá una función de salida que nos proporcione observabilidad global

Definición(Dimensión)

Se tiene que f_1, f_2, \dots, f_k son campos vectoriales en $D \subset \mathbb{R}^n$ en cualquier punto fijo $x \in D$, $f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)$ son vectores en \mathbb{R}^n y $\Delta(x) = \text{span}\{f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)\}$ es un sub espacio de \mathbb{R}^n

$$\dim\{\Delta(x)\} = \text{rank} [f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)] \quad (2.6)$$

El espacio de observabilidad se estructura de la siguiente manera:

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} L_f^0(h_1) & \dots & L_f^0(h_m) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ L_f^{n-1}(h_1) & \dots & L_f^{n-1}(h_m) \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Por lo que su gradiente resultará de la forma

$$\nabla \mathbf{O} = \begin{bmatrix} dL_f^0(h_1) & \dots & dL_f^0(h_m) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ dL_f^{n-1}(h_1) & \dots & dL_f^{n-1}(h_m) \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Teorema (Controlabilidad no lineal)

El sistema definido por $\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x)u_i$ es localmente accesible sobre x_0 si la distribución de accesibilidad C abarca el espacio n , donde n es el rango x y C es definido por

$$C = [g_1, g_2, \dots, g_m, [g_i, g_j], \dots, [ad_{g_i}^k, g_j], \dots, [f, g_i], \dots, [ad_f^k, g_i]] \quad (2.9)$$

Perturbaciones singulares

Este método es valioso en el análisis de sistemas cuyos órdenes de dinámica cambia como resultado de despreciar algunos elementos, o haciendo unas suposiciones para simplificar el problema. Se considera el sistema de ecuaciones diferenciales no-lineales

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (2.10)$$

$$\epsilon \dot{\mathbf{y}} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (2.11)$$

Donde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n$, y $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^m$. Para cada valor de ϵ diferente de cero, el sistema (2.10) consiste de $n + m$ ecuaciones diferenciales. Sin embargo si $\epsilon = 0$, el sistema (2.10) se convierte en un conjunto de n ecuaciones diferenciales, y m ecuaciones algebraicas.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (2.12)$$

$$0 = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (2.13)$$

Si es posible resolver el conjunto de m ecuaciones algebraicas para obtener una solución explícita de \mathbf{y} en términos de \mathbf{x} , de la forma

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (2.14)$$

Entonces se puede sustituir (2.14) en (2.12) Para obtener el conjunto de ecuaciones diferenciales

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}[\mathbf{x}, \mathbf{h}(\mathbf{x})] \quad (2.15)$$

Ya que si hacemos $\epsilon = 0$ en (2.11) es llamada perturbación singular ya que cambia el orden del sistema.

2.2. Linealización del modelo y sus desventajas

2.2.1. Linealización de la cinética puntual

Se estructurarán los sistemas de la forma $\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x)$; $y = h(x)$ debido a que es más útil para el desarrollo del resto del trabajo; sin embargo para la linealización se tomará en cuenta la estructura $\dot{x} = f(x, u)$ y $y = h(x, u)$

Para el análisis de la cinética puntual se hará el siguiente cambio de variables

$$G = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{0.2}{5m} \right)^{1/2}$$

$$F_j = \frac{\sigma_{\alpha_j}^{x_j}}{\Sigma_f^F} \left(\frac{1}{\epsilon v \eta P_{NL}^f P_{NL}^{th}} \right)$$

$$l = l^*$$

$$x_1 = n$$

$$\phi_T = x_1 G$$

$$x_i = C_i \text{ donde } i = 2, 3, 4, 5, 6, 7$$

$$x_8 = \text{Reactividad debida a la temperatura}$$

$$x_9 = I(t) = \text{Concentración de Yodo}$$

$$x_{10} = X(t) = \text{Concentración del Xenón}$$

$$x_{11} = P(t) = \text{Concentración del Promecio}$$

$$x_{12} = S(t) = \text{Concentración de Samario}$$

$$u_1 = \rho_{ref}$$

$$u_2 = S$$

Ya que la reactividad total de la cinética puntual es igual a la reactividad proporcionada por la posición de las barras de control u_1 , la temperatura x_8 y la de los venenos x_j con $j = \{9, 10, 11, 12\}$, entonces se reemplazará ρ por su expresión desarrollada.

$$\rho = u_1 - \left(x_8 + \sum_{j=9}^{12} F_j x_j \right) \quad (2.16)$$

Por lo tanto

$$\dot{x}_1 = -\frac{\beta}{l}x_1 + \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} + u_2 + \left(\frac{u_1 - \left(x_8 + \sum_{j=9}^{12} F_j x_j \right)}{l} \right) x_1 \quad (2.17)$$

$$\dot{x}_k = \frac{\beta_k}{l}x_1 - \lambda_{k-1}x_k \quad (2.18)$$

donde $k = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$$\dot{x}_8 = \frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau} \quad (2.19)$$

$$\dot{x}_9 = -\lambda_I x_9 + \gamma_I \Sigma_f x_1 G \quad (2.20)$$

$$\dot{x}_{10} = \lambda_I x_9 + \gamma_X \Sigma_f x_1 G - \lambda_X x_{10} - \sigma_a^X x_1 x_{10} G \quad (2.21)$$

$$\dot{x}_{11} = -\lambda_P x_{11} + \gamma_P \Sigma_f x_1 G \quad (2.22)$$

$$\dot{x}_{12} = \lambda_P x_{11} - \sigma_a x_1 x_{12} G \quad (2.23)$$

Entonces la matriz que representa a $f(x)$ se puede escribir como

$$\mathbf{f}(x) = \begin{bmatrix} -\frac{\beta}{l}x_1 + \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} - \left(\frac{x_8 + \sum_{j=9}^{12} F_j x_j}{l} \right) x_1 \\ \frac{\beta_1}{l}x_1 - \lambda_1 x_2 \\ \frac{\beta_2}{l}x_1 - \lambda_2 x_3 \\ \frac{\beta_3}{l}x_1 - \lambda_3 x_4 \\ \frac{\beta_4}{l}x_1 - \lambda_4 x_5 \\ \frac{\beta_5}{l}x_1 - \lambda_5 x_6 \\ \frac{\beta_6}{l}x_1 - \lambda_6 x_7 \\ \frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau} \\ -\lambda_I x_9 + \gamma_I \Sigma_f x_1 G \\ \lambda_I x_9 + \gamma_X \Sigma_f x_1 G - \lambda_X x_{10} - \sigma_a^X x_1 x_{10} G \\ -\lambda_P x_{11} + \gamma_P \Sigma_f x_1 G \\ \lambda_P x_{11} - \sigma_a x_1 x_{12} G \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{g}_1(x) = \left[\frac{x_1}{l} \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0 \right]^T \quad (2.25)$$

$$\mathbf{g}_2(x) = [1 \quad 0 \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T \quad (2.26)$$

Para obtener la representación lineal de la forma $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ y $y = \mathbf{C}\mathbf{x}$ se obtienen las matrices jacobianas siguientes

$$\mathbf{A} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x_e, u_e)} = [a_{i,j}] \quad (2.27)$$

$$a_{i,j} = \left\{ \begin{array}{l} a_{1,1} = \frac{-\beta + u_{e1} - \left(x_{e8} + \sum_{j=9}^{12} F_j x_{ej} \right)}{l} \\ a_{1,j} = \lambda_{j-1} \quad si \quad j = \{2, \dots, 7\} \\ a_{1,8} = \frac{x_1}{l} \\ a_{1,j} = \frac{F_j}{l} x_{e1} \quad si \quad j = \{9, \dots, 12\} \\ a_{i,1} = \frac{\beta_{i-1}}{l} \quad si \quad i = \{2, \dots, 7\} \\ a_{8,1} = \frac{K_{TC}}{\tau} \\ a_{9,1} = \gamma_I \Sigma_f G \\ a_{10,1} = \gamma_X \Sigma_f G - \sigma_a^X x_{e10} G \\ a_{11,1} = \gamma_P \Sigma_f G \\ a_{12,1} = \sigma_a x_{e12} G \\ a_{i,i} = -\lambda_{i-1} \quad si \quad i = \{2, \dots, 7\} \\ a_{8,8} = -\frac{1}{\tau} \\ a_{9,9} = -\lambda_I \\ a_{10,10} = \lambda_I - \lambda_X - \sigma_a^X x_{e1} G \\ a_{11,11} = -\lambda_P \\ a_{12,11} = \lambda_P \\ a_{12,12} = -\sigma_a x_{e1} G \\ a_{ij} = 0 \quad otro \quad caso \end{array} \right. \quad (2.28)$$

$$\mathbf{B} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{(x_e, u_e)} = \begin{bmatrix} \frac{x_{e1}}{l} & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x_e, u_e)} = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0] \quad (2.30)$$

Para el punto de equilibrio con $x_e = 0$ la reactividad debida a las barras de control no existe, sin embargo se tiene la ventaja que para las variables de estado $\{x_2, x_3, \dots, x_8\}$ las dinámicas son exactamente igual a las del sistema no lineal.

2.2.2. Linealización del sistema de circulación natural

Con motivo de simplificación de las ecuaciones se considerará el siguiente cambio de variables para el modelo de la circulación natural.

$$x_i = m_{RLi}$$

$u_1 = P_{SP}$; en el reactor real se puede variar sin embargo en el prototipo será una constante igual a la presión atmosférica

$$u_j = P_{Cj} \text{ donde } j = \{2, 3, \dots, m\}$$

$$A = \frac{R_1 H}{(nR_2 + R_1)R_1} \quad (2.31)$$

$$B = \frac{-k_2 R_1}{(nR_2 + R_1)R_1} \quad (2.32)$$

$$C = \frac{((n-1)R_2 + R_1)(-k_1)}{(nR_2 + R_1)R_1} \quad (2.33)$$

$$D = \frac{R_2 k_1}{(nR_2 + R_1)R_1} \quad (2.34)$$

$$E = \frac{R_1}{(nR_2 + R_1)R_1} \quad (2.35)$$

$$F = \frac{-((n-1)R_2 + R_1)}{(nR_2 + R_1)R_1} \quad (2.36)$$

$$G = \frac{-R_2}{(nR_2 + R_1)R_1} \quad (2.37)$$

Por lo que el vector f queda de la siguiente forma

$$f(x) = \begin{bmatrix} A + B \left(\sum_{j=1}^n x_j \right)^2 + Cx_1^2 + D \left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right)_{j \neq 1} \\ A + B \left(\sum_{j=1}^n x_j \right)^2 + Cx_2^2 + D \left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right)_{j \neq 2} \\ \vdots \\ A + B \left(\sum_{j=1}^n x_j \right)^2 + Cx_i^2 + D \left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right)_{j \neq i} \\ \vdots \\ A + B \left(\sum_{j=1}^n x_j \right)^2 + Cx_n^2 + D \left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right)_{j \neq n} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Y el conjunto de vectores \mathbf{g} es

$$\mathbf{g}_1(x) = \begin{bmatrix} E \\ E \\ E \\ \vdots \\ E \end{bmatrix} \quad \mathbf{g}_2(x) = \begin{bmatrix} F \\ G \\ G \\ \vdots \\ G \end{bmatrix} \quad \mathbf{g}_3(x) = \begin{bmatrix} G \\ F \\ G \\ \vdots \\ G \end{bmatrix} \quad \dots \quad \mathbf{g}_m(x) = \begin{bmatrix} G \\ G \\ G \\ \vdots \\ F \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

De modo que para la linealización se obtiene su conjunto de matrices $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$ en el punto de equilibrio x_e, u_e

$$\mathbf{A} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x_e, u_e)} =$$

$$2 \begin{bmatrix} B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Cx_{e1} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e2} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e3} & \dots & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{en} \\ B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e1} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Cx_{e2} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e3} & \dots & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{en} \\ B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e1} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e2} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Cx_{e3} & \dots & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{en} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e1} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e2} & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Dx_{e3} & \dots & B \sum_{j=1}^n x_{ej} + Cx_{en} \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Teóricamente el sistema de circulación natural tiene un número infinito de puntos de equilibrio por lo que existe una matriz \mathbf{A} para cada uno de ellos; sin embargo las matrices \mathbf{B} , \mathbf{C} y \mathbf{D} son siempre las mismas ya que

$$\mathbf{B} = \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \Big|_{(x_e, u_e)} = \begin{bmatrix} E & F & G & \dots & G \\ E & G & F & \dots & G \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E & G & G & \dots & F \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{C} = \frac{\partial h(x, u)}{\partial x} \Big|_{(x_e, u_e)} = \frac{\partial \sum_{j=1}^n x_j}{\partial x} = [1 \quad 1 \quad 1 \quad \dots \quad 1] \quad (2.42)$$

$$\mathbf{D} = \frac{\partial h(x, u)}{\partial u} \Big|_{(x_e, u_e)} = 0 \quad (2.43)$$

Para el caso del prototipo la presión P_{SP} no se puede variar por lo que será siempre una constante igual a la presión atmosférica, entonces la presión de entrada es

$$u_i = P_{SP} - P_{ci} \quad (2.44)$$

así que las matrices g_i y B se pueden reducir a

$$\mathbf{g}_1(x) = \begin{bmatrix} -F \\ G \\ G \\ \vdots \\ G \end{bmatrix} \quad \mathbf{g}_2(x) = \begin{bmatrix} G \\ -F \\ G \\ \vdots \\ G \end{bmatrix} \quad \dots \quad \mathbf{g}_m(x) = \begin{bmatrix} G \\ G \\ G \\ \vdots \\ -F \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -F & G & \dots & G \\ G & -F & \dots & G \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G & G & \dots & -F \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

La desventaja del modelo linealizado de la circulación natural es que por ejemplo el término \mathbf{A} , que es debido a las alturas del fluido en la vasija, se desprecia por completo y en el punto de equilibrio $x_e = u_e = 0$ los flujos no cuentan en la dinámica del sistema solo la entrada (técnicamente $u_e = A$ si $x_e = 0$ sin embargo al principio de la operación, en donde se hace referencia, la sumatoria de alturas de la ecuación (1.27) es igual a cero y en consecuencia el término \mathbf{A} es cero).

2.3. Análisis de observabilidad de la vasija de un ESBWR

2.3.1. Análisis de observabilidad de la cinética puntual

Debido a que las derivadas de Lie con respecto a g_i no contribuyen a la dimensión de O ya que

$$h = kL_{g_1}h \quad (2.47)$$

$$L_f L_{g_1}h = kL_f h \quad (2.48)$$

$$L_{g_2}h = cte \quad (2.49)$$

no se incluyen en el análisis; por lo que el espacio de observabilidad tiene la siguiente forma

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} L_f^0 h \\ L_f^1 h \\ L_f^2 h \\ \vdots \\ L_f^{n-1} h \end{bmatrix} \quad (2.50)$$

Para una mayor facilidad de lectura se hace el siguiente cambio de variables

$$a = \frac{\left(x_8 + \sum_{j=9}^{12} F_j x_j \right)}{l}$$

$$b = \frac{x_1^2 k_{TC} - x_8 x_1}{\tau l} + \frac{\lambda_I x_9 (F_{10} - F_9) x_1}{l} + \frac{\gamma_I \Sigma_f x_1^2 F_9}{l} + \frac{F_{10} \gamma_X \Sigma_f G x_1^2}{l} - \frac{F_{10} \lambda_X x_{10} x_1}{l} - \frac{\sigma_a^X F_{10} x_1^2 G x_{10}}{l} + \frac{(F_{12} - F_{11}) \lambda_P x_1 x_{11}}{l} + \frac{\gamma_P \Sigma_f x_1 G F_{11}}{l} - \frac{\sigma_a x_1 x_{12} F_{12}}{l}$$

$$c = \frac{2x_1 k_{TC} - x_8}{\tau l} + \frac{\lambda_I x_9 (F_{10} - F_9)}{l} + \frac{2\gamma_I \Sigma_f x_1 F_9}{l} + \frac{2\gamma_X \Sigma_f G x_1 F_{10}}{l} - \frac{F_{10} \lambda_X x_{10}}{l} - \frac{2\sigma_a^X F_{10} x_1 G x_{10}}{l} + \frac{(F_{12} - F_{11}) \lambda_P x_{11}}{l} + \frac{\gamma_P \Sigma_f G F_{11}}{l} - \frac{\sigma_a x_1 x_{12} F_{12}}{l} + \sum_{i=1}^6 \left[\left(-\frac{\beta}{l} \lambda_i - a \lambda_i - \lambda_i^2 \right) \left(\frac{\beta_i}{l} x_1 - \lambda_i x_{i+1} \right) \right] + \left(\frac{\beta x_1}{l^2} + \frac{\beta x_1^2}{l^2} + \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i x_{i+1}}{l} + \frac{2x_8 x_1^2}{l} - \frac{x_1}{\tau l} \right) \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau} \right) \left(\frac{\lambda_I (F_{10} - F_9) x_1}{l} \right) (-\lambda_I x_9 + \gamma_I \Sigma_f x_1 G) - \left(\frac{F_{10} \lambda_X x_1}{l} + \frac{\sigma_a^X F_{10} x_1^2 G}{l} \right) (\lambda_I x_9 + \gamma_X \Sigma_f x_1 G - \lambda_X x_{10} - \sigma_a^X x_1 x_{10} G) + \left(\frac{(F_{12} - F_{11}) \lambda_P x_1}{l} \right) (-\lambda_P x_{11} + \gamma_P \Sigma_f x_1 G) - \left(\frac{\sigma_a x_1 F_{12}}{l} \right) (\lambda_P x_{11} - \sigma_a x_1 x_{12} G)$$

$$d = \left(\frac{\beta x_1}{l^2} + \frac{\beta x_1^2}{l^2} + \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i x_{i+1}}{l} + \frac{2x_8 x_1^2}{l} - \frac{x_1}{\tau l} \right) \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau} \right) \left(\frac{\lambda_I (F_{10} - F_9) x_1}{l} \right) \lambda_I$$

Entonces

$$L_f^0 h = x_1 \quad (2.51)$$

$$L_f^1 h = -\frac{\beta}{l} x_1 + \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} - a x_1 \quad (2.52)$$

$$L_f^2 h = \left(\frac{\beta}{l} \right)^2 x_1 - \sum_{i=1}^6 \frac{\beta}{l} \lambda_i x_{i+1} + a \frac{\beta}{l} \beta x_1 + \frac{\beta}{l} a x_1^2 - a \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} + a^2 x_1^2 + \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\beta_i}{l} \lambda_i x_1 - \lambda_i^2 x_{i+1} \right) + b \quad (2.53)$$

$$L_f^3 h = \left(\frac{\beta}{l} \right)^2 + \left(1 + \frac{2x_1}{l} \right) a \frac{\beta}{l} + 2a^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i}{l} \lambda_i + c \quad (2.54)$$

Aquí se tiene que conforme se aumenta el orden k de la expresión $L_f^k h(x)$ aumentarán el número de términos que multiplican a cada x_i . A continuación se presentan los elementos del gradiente de observabilidad ∇O

$$dL_f^0 h(x) = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (2.55)$$

$$dL_f^1 h(x) = \left[-\frac{\beta}{l} - a \quad \lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \dots \quad \lambda_6 \quad \frac{x_1}{l} \quad \frac{F_9 x_1}{l} \quad \frac{F_{10} x_1}{l} \quad \frac{F_{11} x_1}{l} \quad \frac{F_{12} x_1}{l} \right] \quad (2.56)$$

Por cuestión de espacio y facilidad de lectura los vectores $dL_f^2 h(x)$ y $dL_f^3 h(x)$ están puestos de forma desglosada.

$$dL_f^2 h(x)_1 = \left(\frac{\beta}{l} \right)^2 + a \left(\frac{2\beta x_1}{l} + \frac{\beta}{l} + 2a x_1 \right) + \frac{2x_1 k_{TC}}{\tau l} + \frac{\lambda_I x_9 (F_{10} - F_9)}{l} + \frac{\gamma_I \Sigma_f 2x_1 F_9}{l} + \frac{F_{10} \gamma_X \Sigma_f G x_1^2}{l} - \frac{F_{10} \lambda_X x_{10}}{l}$$

$$dL_f^2 h(x)_i = -\frac{\beta}{l} \lambda_i - a \lambda_i + \lambda_i^2, \quad i = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$dL_f^2 h(x)_8 = -\frac{x_1}{\tau l}$$

$$dL_f^2 h(x)_9 = \lambda_I (F_{10} - F_9) x_1 + \frac{F_9}{l^2} \beta (x_1 + x_1^2) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} + \frac{2x_1^2 a F_9}{l}$$

$$dL_f^2 h(x)_{10} = \frac{F_{10}\lambda_X x_1}{l} - \frac{\sigma_a^X F_{10} x_1^2 G}{l} + \frac{F_{10}}{l^2} \beta (x_1 + x_1^2) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} + \frac{2x_1^2 a F_{10}}{l}$$

$$dL_f^2 h(x)_{11} = \frac{(F_{12}-F_{11})\lambda_P x_1}{l} + \frac{F_{11}}{l^2} \beta (x_1 + x_1^2) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} + \frac{2x_1^2 a F_{11}}{l}$$

$$dL_f^2 h(x)_{12} = -\frac{\sigma_a x_1 x_{12} F_{12}}{l} + \frac{F_{12}}{l^2} \beta (x_1 + x_1^2) - \frac{1}{l} \sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} + \frac{2x_1^2 a F_{12}}{l}$$

$$dL_f^3 h(x)_1 = \frac{2\beta}{l} + \frac{2k_{TC}}{\tau l} + \frac{2\gamma_I \Sigma_f F_9}{l} + \frac{2\gamma_X \Sigma_f G F_{10}}{l} - \frac{2\sigma_a^X F_{10} G x_{10}}{l} - \frac{\sigma_a x_{12} F_{12}}{l} + \sum_{i=1}^6 \left[-\frac{\beta}{l} \lambda_i - a \lambda_i - \lambda_i^2 \right] \frac{\beta_i}{l}$$

$$dL_f^3 h(x)_i = -\left(\frac{\beta}{l} - a\right) \lambda_i^2 - \lambda_i^3 + \frac{\lambda_1}{l} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \left(\frac{\lambda_I (F_{10} - F_9) x_1}{l}\right) (-\lambda_I x_9 + \gamma_I \Sigma_f x_1 G),$$

$$i = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$$

$$dL_f^3 h(x)_8 = \left(\frac{\beta}{l^2} + \frac{2\beta x_1}{l^3}\right) + 4\frac{a}{l} - \frac{1}{\tau l} + \sum_{j=1}^6 \left(\frac{\beta_j x_1}{l} - \lambda_j x_{j+1}\right) \frac{\lambda_j}{l} + \frac{4x_8 x_1^2}{l\tau} \left(\frac{\lambda_I (F_{10} - F_9) x_1}{l}\right) (-\lambda_I x_9 + \gamma_I \Sigma_f x_1 G)$$

$$dL_f^3 h(x)_9 = \left(\beta + \frac{2\beta x_1}{l}\right) \frac{F_9}{l^2} + 4\frac{a F_9}{l} + \sum_{i=1}^6 \left(\left(\frac{\beta_i x_1}{l} - \lambda_i x_{i+1}\right) \frac{\lambda_i F_9}{l}\right) + \frac{\lambda_I (F_{10} - F_9)}{l} - d - \left(\frac{F_{10} \lambda_X x_1}{l} + \frac{\sigma_a^X F_{10} x_1^2 G}{l}\right) \lambda_I$$

$$dL_f^3 h(x)_{10} = \left(\beta + \frac{2\beta x_1}{l}\right) \frac{F_{10}}{l^2} + 4\frac{a F_{10}}{l} + \sum_{i=1}^6 \left(\left(\frac{\beta_i x_1}{l} - \lambda_i x_{i+1}\right) \frac{\lambda_i F_{10}}{l}\right) - \frac{F_{10} \lambda_X}{l} - \frac{2\sigma_a^X F_{10} x_1 G}{l} + \left(\frac{F_{10} \lambda_X x_1}{l} + \frac{\sigma_a^X F_{10} x_1^2 G}{l}\right) (\lambda_X + \sigma_a^X x_1 G)$$

$$dL_f^3 h(x)_{11} = \left(\beta + \frac{2\beta x_1}{l}\right) \frac{F_{11}}{l^2} + 4\frac{a F_{11}}{l} + \sum_{i=1}^6 \left(\left(\frac{\beta_i x_1}{l} - \lambda_i x_{i+1}\right) \frac{\lambda_i F_{11}}{l}\right) + \frac{(F_{12}-F_{11})\lambda_P}{l} (1 - x_1 \lambda_P) - \left(\frac{\sigma_a x_1 F_{12}}{l}\right) \lambda_P$$

$$dL_f^3 h(x)_{12} = \left(\beta + \frac{2\beta x_1}{l}\right) \frac{F_{12}}{l^2} + 4\frac{a F_{12}}{l} + \sum_{i=1}^6 \left(\left(\frac{\beta_i x_1}{l} - \lambda_i x_{i+1}\right) \frac{\lambda_i F_{12}}{l}\right) - \frac{\sigma_a x_1 F_{12}}{l} + \frac{\sigma_a^2 x_1 F_{12} x_1 G}{l}$$

$$dL_f^2 h(x) = [dL_f^2 h(x)_1 \quad dL_f^2 h(x)_2 \quad \dots \quad dL_f^2 h(x)_{12}] \quad (2.57)$$

$$dL_f^3 h(x) = [dL_f^3 h(x)_1 \quad dL_f^3 h(x)_2 \quad \dots \quad dL_f^3 h(x)_{12}] \quad (2.58)$$

Si se ve el gradiente de observabilidad de la siguiente forma:

$$\nabla \mathbf{O} = \begin{bmatrix} \nabla O_{1,1} & \nabla O_{1,2} & \dots & \nabla O_{1,12} \\ \nabla O_{2,1} & \nabla O_{2,2} & \dots & \nabla O_{2,12} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \nabla O_{12,1} & \nabla O_{12,2} & \dots & \nabla O_{12,12} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Para verificar independencia lineal entre los renglones se verá la ecuación (2.1) de la siguiente forma

$$\alpha_1 \nabla O_{1,:} + \alpha_2 \nabla O_{2,:} + \dots + \alpha_{12} \nabla O_{12,:} = 0 \quad (2.60)$$

Observando los términos correspondientes a $\frac{\partial L_j^k h(x)}{\partial x_i}$ con $i = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ se ve que poseen la siguiente estructura $\nabla O_{1,i} = 0$, $\nabla O_{2,i} = \lambda_{i-1}$, $\nabla O_{3,i} = -\frac{\beta}{l} \lambda_{i-1} - \left(\frac{x_8 + \sum_{j=9}^{12} F_j x_j}{l} \right) \lambda_{i-1} +$
 λ_{i-1}^2 , $\nabla O_{4,i} = -\frac{\beta}{l} \lambda_i^2 - \left(\frac{x_8 + \sum_{j=9}^{12} F_j x_j}{l} \right) \lambda_i^2 + \lambda_i^3 + \dots$

Por inspección se tiene que para

$$\alpha_1 \nabla O_{1,i} + \alpha_2 \nabla O_{2,i} + \dots + \alpha_{12} \nabla O_{12,i} = 0 \quad (2.61)$$

que no es otra cosa que ver la ecuación (2.1) de forma desglosada. α_k es un escalar que depende de los valores de $\lambda_i, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, \dots$ pero nunca de $\lambda_{x \neq i}$ por lo tanto el conjunto $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{12}\}$ que satisface la ecuación (2.61) con un determinado valor de i es diferente para cualquier otro. Por lo tanto el conjunto de escalares que satisface la ecuación (2.1) no existe.

2.3.2. Análisis de observabilidad del sistema de circulación natural

Para generalizar los resultados de este trabajo se considerará un número definido de canales “n” esto con el objetivo de verificar observabilidad con el mayor número de canales posibles con una única medición propuesta; el caudal en el Downcomer debido a ser la medición más simple de obtener.

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} L_f^0 h(x) \\ L_f^1 h(x) \\ L_{g_1} L_f^1 h(x) \\ L_{g_2} L_f^1 h(x) \\ \vdots \\ L_{g_n} L_f^1 h(x) \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

$$L_f^0 h(x) = \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.63)$$

$$L_f^1 h(x) = nA + nB \left(\sum_{j=1}^n x_j \right)^2 + (C + D(n-1)) \left(\sum_{j=1}^n x_j^2 \right) \quad (2.64)$$

$$L_{g_i} L_f^1 h(x) =$$

$$\sum_{k=1}^n \left(2nB \sum_{j=1}^n x_j + 2(C + D(n-1))x_k \right)_{k \neq i} G + \left(2nB \sum_{j=1}^n x_j + 2(C + D(n-1))x_i \right) F \quad (2.65)$$

donde $i = \{1, 2, \dots, m\}$

Para elaborar el gradiente del espacio de observabilidad se hará un cambio de variables por motivo del espacio y para la comprensión de éste

$$\alpha = (C + D(n-1)) \quad (2.66)$$

$$\nabla \mathbf{O} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2nB \left(\sum_{j=1}^n x_j \right) + \alpha x_1 & 2nB \left(\sum_{j=1}^n x_j \right) + \alpha x_2 & \dots & 2nB \left(\sum_{j=1}^n x_j \right) + \alpha x_n \\ 2n^2 BG + 2nFBx_1 + 2\alpha Fx_1 & 2n^2 BG + 2nFBx_2 + 2\alpha Gx_2 & \dots & 2n^2 BG + 2nFBx_n + 2\alpha Gx_n \\ 2n^2 BG + 2nFBx_1 + 2\alpha Gx_1 & 2n^2 BG + 2nFBx_2 + 2\alpha Fx_2 & \dots & 2n^2 BG + 2nFBx_n + 2\alpha Gx_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 2n^2 BG + 2nFBx_1 + 2\alpha Gx_1 & 2n^2 BG + 2nFBx_2 + 2\alpha Gx_2 & \dots & 2n^2 BG + 2nFBx_n + 2\alpha Fx_n \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Independientemente del número de canales a considerar en el análisis el número de renglones independientes en el gradiente de observabilidad ∇O será igual a n ya que

no existe un conjunto de escalares $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n\}$ que sean diferentes de cero que satisfagan la ecuación (2.1) mientras $F \neq G$; por lo que se concluye que el sistema es observable.

2.4. Análisis de controlabilidad de la vasija de un ESBWR

2.4.1. Análisis de controlabilidad de la cinética puntual

Se requiere construir la matriz C de la forma (2.9) dado que nuestro objetivo es encontrar n columnas independientes el conjunto de vectores columna $[ad_{g_i}^k, g_j]$ no es de ninguna utilidad ya que todos poseen solo el primer término. Por lo tanto solo se buscarán los vectores columna $[ad_f^k, g_i]$.

La estructura del sistema de la cinética puntual también se puede ver de la siguiente manera

$$\mathbf{f}(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_{12}, u_1, u_2) \\ f_2(x_1, x_2) \\ f_3(x_1, x_3) \\ \vdots \\ f_8(x_1, x_8) \\ f_9(x_1, x_9) \\ f_{10}(x_1, x_9, x_{10}) \\ f_{11}(x_1, x_{11}) \\ f_{12}(x_1, x_{11}, x_{12}) \end{bmatrix} \quad (2.68)$$

Notamos que las entradas sólo se manifiestan en la primera ecuación, las dinámicas de los venenos son mucho más lentas que la de las ocho variables de estado restantes, x_1 es común a todas las ecuaciones y a partir de f_9 los componentes de f solo dependen de $\{x_1, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\}$. Observando estas características fundamento el desacople y seleccionando la densidad neutrónica como variable de entrada del segundo nuevo subsistema la estructura sería la siguiente

$$f'_1(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \dots, x_8, u_1, u_2) \\ f_2(x_1, x_2) \\ f_3(x_1, x_3) \\ \vdots \\ f_8(x_1, x_8) \end{bmatrix} \quad (2.69)$$

$$x_1 = u_3$$

$$f'_2(x) = \begin{bmatrix} f_9(x_9, u_3) \\ f_{10}(x_9, x_{10}, u_3) \\ f_{11}(x_{11}, u_3) \\ f_{12}(x_{11}, x_{12}, u_3) \end{bmatrix} \quad (2.70)$$

El desacople y la relación de los dos subsistemas se ilustran en la Figura 2.1.

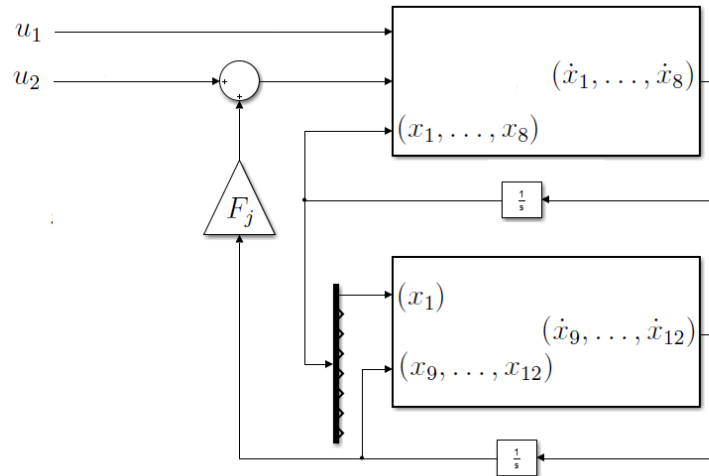


Figura 2.1: Diagrama de bloques de la cinética puntual

El análisis de f'_1 sería

$$[f, g_1] = \begin{bmatrix} -\sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} / l^* \\ \frac{\beta_1 x_1}{l^{*2}} \\ \frac{\beta_2 x_1}{l^{*2}} \\ \frac{\beta_3 x_1}{l^{*2}} \\ \frac{\beta_4 x_1}{l^{*2}} \\ \frac{\beta_5 x_1}{l^{*2}} \\ \frac{\beta_6 x_1}{l^{*2}} \\ \frac{K_{TC} x_1}{l^* \tau} \end{bmatrix} \quad (2.71)$$

$$[ad_f^2, g_1] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) \left(\sum_{i=1}^6 \lambda_i x_{i+1} / l^* \right) + 2 \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i \beta_i x_1}{l^{*2}} - \frac{K_{TC} x_1^2}{l^{*2} \tau} - \sum_{i=1}^6 \frac{\lambda_i^2 x_{i+1}}{l^*} \\ - \frac{\lambda_1 \beta_1 x_1}{l^*} + \frac{\beta_1}{l^{*2}} \left(\frac{\beta}{l^*} x_1 - \left(\frac{x_8+C}{l^*} \right) x_1 \right) \\ - \frac{\lambda_2 \beta_2 x_1}{l^*} + \frac{\beta_2}{l^{*2}} \left(\frac{\beta}{l^*} x_1 - \left(\frac{x_8+C}{l^*} \right) x_1 \right) \\ - \frac{\lambda_3 \beta_3 x_1}{l^*} + \frac{\beta_3}{l^{*2}} \left(\frac{\beta}{l^*} x_1 - \left(\frac{x_8+C}{l^*} \right) x_1 \right) \\ - \frac{\lambda_4 \beta_4 x_1}{l^*} + \frac{\beta_4}{l^{*2}} \left(\frac{\beta}{l^*} x_1 - \left(\frac{x_8+C}{l^*} \right) x_1 \right) \\ - \frac{\lambda_5 \beta_5 x_1}{l^*} + \frac{\beta_5}{l^{*2}} \left(\frac{\beta}{l^*} x_1 - \left(\frac{x_8+C}{l^*} \right) x_1 \right) \\ - \frac{\lambda_6 \beta_6 x_1}{l^*} + \frac{\beta_6}{l^{*2}} \left(\frac{\beta}{l^*} x_1 - \left(\frac{x_8+C}{l^*} \right) x_1 \right) \\ - \frac{K_{TC} x_1}{l^* \tau^2} + \frac{K_{TC}}{l^* \tau} \left(\frac{\beta}{l^*} x_1 - \left(\frac{x_8+C}{l^*} \right) x_1 \right) \end{bmatrix} \quad (2.72)$$

$$[f, g_2] = \begin{bmatrix} - \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) \\ \frac{\beta_1}{l^*} \\ \frac{\beta_2}{l^*} \\ \frac{\beta_3}{l^*} \\ \frac{\beta_4}{l^*} \\ \frac{\beta_5}{l^*} \\ \frac{\beta_6}{l^*} \\ \frac{K_{TC}}{\tau} \end{bmatrix} \quad (2.73)$$

$$[ad_f^2, g_2] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l^*} - \frac{x_8}{l^* \tau} \\ - \frac{\beta_1}{l^*} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) - \frac{\beta_1 \lambda_1}{l^*} \\ - \frac{\beta_2}{l^*} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) - \frac{\beta_2 \lambda_2}{l^*} \\ - \frac{\beta_3}{l^*} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) - \frac{\beta_3 \lambda_3}{l^*} \\ - \frac{\beta_4}{l^*} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) - \frac{\beta_4 \lambda_4}{l^*} \\ - \frac{\beta_5}{l^*} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) - \frac{\beta_5 \lambda_5}{l^*} \\ - \frac{\beta_6}{l^*} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) - \frac{\beta_6 \lambda_6}{l^*} \\ - \frac{K_{TC}}{\tau} \left(\frac{\beta}{l^*} + \frac{x_8+C}{l^*} \right) - \frac{K_{TC}}{\tau^2} \end{bmatrix} \quad (2.74)$$

$$\begin{aligned}
 [ad_f^3, g_2] = & \\
 & \left[\begin{array}{l}
 -\left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^3 + \left(\sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau}\right) \left(-\frac{\beta}{l} - \frac{x_8+C}{l}\right) - \left(2\left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) \frac{1}{l} - \frac{1}{l\tau}\right) \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \\
 \frac{\beta_1}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau} + \lambda_1 \left(\frac{\beta_1}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) + \frac{\beta_1 \lambda_1}{l}\right) + \frac{\beta_1}{l^2} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \\
 \frac{\beta_2}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau} + \lambda_2 \left(\frac{\beta_2}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) + \frac{\beta_2 \lambda_2}{l}\right) + \frac{\beta_2}{l^2} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \\
 \frac{\beta_3}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau} + \lambda_3 \left(\frac{\beta_3}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) + \frac{\beta_3 \lambda_3}{l}\right) + \frac{\beta_3}{l^2} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \\
 \frac{\beta_4}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau} + \lambda_4 \left(\frac{\beta_4}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) + \frac{\beta_4 \lambda_4}{l}\right) + \frac{\beta_4}{l^2} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \\
 \frac{\beta_5}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau} + \lambda_5 \left(\frac{\beta_5}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) + \frac{\beta_5 \lambda_5}{l}\right) + \frac{\beta_5}{l^2} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \\
 \frac{\beta_6}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau} + \lambda_6 \left(\frac{\beta_6}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) + \frac{\beta_6 \lambda_6}{l}\right) + \frac{\beta_6}{l^2} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right) \\
 \frac{K_{TC}}{\tau} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^2 + \sum_{i=1}^6 \frac{\beta_i \lambda_i}{l} - \frac{x_8}{l\tau} + \lambda_6 \left(\frac{K_{TC}}{l} \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right) + \frac{K_{TC}}{\tau^2}\right) + \frac{K_{TC}}{l\tau} \left(\frac{x_1 k_{TC} - x_8}{\tau}\right)
 \end{array} \right]
 \end{aligned} \tag{2.75}$$

Para demostrar controlabilidad se observarán los detalles como es el caso del primer término de las columnas correspondientes a $[ad_f^k, g_2]$ todas poseen el componente $(-1 * k) * \left(\frac{\beta}{l} + \frac{x_8+C}{l}\right)^k + \dots$ pero en el primer elemento de cada corchete de Lie el grado siempre es más grande que en el resto de los componentes. Esto hace que no exista un conjunto de escalares $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_8\}$ que hagan linealmente dependientes a los vectores columna $[ad_f^k, g_2]$ antes mencionados, por lo tanto el sistema es controlable.

Las nuevas matrices que representan al nuevo segundo “subsistema” son.

$$\mathbf{f}(x) = \begin{bmatrix} -\lambda_I x_9 \\ \lambda_I x_9 - \lambda_X x_{10} \\ -\lambda_P x_{11} \\ \lambda_P x_{11} \end{bmatrix} \tag{2.76}$$

$$\mathbf{g}(x) = \begin{bmatrix} \gamma_I \Sigma_f \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{0.2}{5m}\right)^{1/2}\right) \\ (\gamma_X \Sigma_f - \sigma_a^X x_{10}) \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{0.2}{5m}\right)^{1/2}\right) \\ \gamma_P \Sigma_f \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{0.2}{5m}\right)^{1/2}\right) \\ -\sigma_a \left(\frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{0.2}{5m}\right)^{1/2}\right) x_{12} \end{bmatrix} \tag{2.77}$$

Considérese el siguiente cambio de variables

$$a = [-\lambda_X (\sigma_a^X G - 1) G + \lambda_I \sigma_a^X G \lambda_I - (\sigma_a^X G - 1) \lambda_I \lambda_X]$$

$$b = \lambda_X (\lambda_I \gamma_I - \lambda_X \gamma_X) \Sigma_f G - \lambda_I^2 \gamma_I \Sigma_f G$$

$$c = (\sigma_a^X G - 1) \lambda_X$$

$$d = \sigma_a^X G \lambda_I$$

$$e = (\lambda_I \gamma_I - \lambda_X \gamma_X) \Sigma_f G$$

$$f = b \lambda_X + \lambda_I^3 \gamma_I \Sigma_f G \quad g = \sigma_a^X G \lambda_p$$

$$h = \lambda_p \gamma_p \Sigma_f G$$

Por lo tanto

$$[f, g] = \begin{bmatrix} -\lambda_I \gamma_I \Sigma_f G \\ cx_{10} + dx_9 + e \\ -h \\ x_{11}g + h \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

$$[ad_f^2, g] = \begin{bmatrix} \lambda_I^2 \gamma_I \Sigma_f G \\ ax_9 - b \\ h \lambda_p \\ (x_{11}g - h) \lambda_p \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

$$[ad_f^3, g] = \begin{bmatrix} -\lambda_I^3 \gamma_I \Sigma_f G \\ (\lambda_I - \lambda_X) ax_9 - f \\ -h \lambda_p^2 \\ (x_{11}g + h) \lambda_p^2 \end{bmatrix} \quad (2.80)$$

Entonces se puede construir la matriz de controlabilidad C de la siguiente manera

$$C = \begin{bmatrix} \gamma_I \Sigma_f G & -\lambda_I \gamma_I \Sigma_f G & \lambda_I^2 \gamma_I \Sigma_f G & -\lambda_I^3 \gamma_I \Sigma_f G \\ (\gamma_X \Sigma_f - \sigma_a^X x_{10}) G & cx_{10} + dx_9 + e & ax_9 - b & (\lambda_I - \lambda_X) ax_9 + f \\ \gamma_p \Sigma_f G & -h & h \lambda_p & -h \lambda_p^2 \\ -\sigma_a^X G x_{12} & (x_{11}g + h) & (x_{11}g - h) \lambda_p & (x_{11}g + h) \lambda_p^2 \end{bmatrix} \quad (2.81)$$

De igual manera aquí resulta evidente la inexistencia del conjunto de escalares que satisfacen la condición de dependencia lineal; por lo tanto se concluye que el sistema es

controlable.

2.4.2. Análisis de controlabilidad del sistema de circulación natural

De la definición de la matriz de controlabilidad C se considerarán solo los miembros de la parte izquierda (los definidos por g_i) ya que cada uno tiene una aportación al aumento de la dimensión de la matriz; los miembros de la forma $[ad_f^k, g_i]$ también podrían ser considerados. Los miembros de la forma $[g_i, g_j]$ no se toman en cuenta ya que $\frac{\partial g_i}{\partial x} = 0$ y por lo tanto no contribuyen a la dimensión de la matriz C , al igual que el vector g_1 .

$$C = \begin{bmatrix} F & G & \dots & G \\ G & F & \dots & G \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G & G & \dots & F \end{bmatrix} \quad (2.82)$$

Es evidente que las columnas de la matriz C son linealmente independientes; por lo tanto se garantiza la controlabilidad del sistema de circulación natural.

De los sistemas no lineales se obtiene información más confiable de en qué regiones del espacio de estados son observables y/o controlables los subsistemas considerados, sin embargo las limitaciones presentadas en el Capítulo 1 sobre las simplificaciones y dinámicas despreciadas nos indican que los resultados de este modelo nunca serán definitivos por ende el camino de trabajo se debe de orientar hacia aumentar la complejidad de los modelos para que con el uso de teoremas más especializados se llegue a conclusiones más aplicables del análisis y así ser aún más confiables ya que ésta es la necesidad primordial en este tipo de industria.

Capítulo 3

Diseño de las propuestas del modelo experimental.

Objetivo del capítulo

Encontrar la estructura del prototipo más fácil de construir, instrumentar y que mejor recree las condiciones y dinámicas internas partiendo de un diseño lo más parecido a un plano esquemático del reactor ESBWR

3.1. Software FreeCAD

FreeCAD es un modelador paramétrico 3D CAD de propósito general. El desarrollo es completamente de código abierto (Licencia LGPL). Este software está enfocado directamente a la ingeniería mecánica y al diseño de productos, sin embargo también cabe en una amplia gama de usos alrededor de la ingeniería, como la arquitectura u otras especialidades de la ingeniería.

FreeCAD cuenta con herramientas similares a Catia, SolidWorks o Solid Edge, y por lo tanto también cae en la categoría de MCAD, PLM, CAx y CAE. Es una función basada en un modelador paramétrico con una arquitectura modular de software, lo cual hace fácil proveer funcionalidad adicional sin modificar el núcleo del sistema.

Al igual que muchos modeladores 3D CAD modernos tiene varios componentes en 2D con el fin de esbozar formas 2D o extraer detalles del diseño de 3D para crear dibujos de producción en 2D, pero el dibujo directo en 2D (como AutoCAD LT) no es su enfoque, ni lo es la animación ni las formas orgánicas (como Maya, 3ds Max, Blender o Cinema 4D) aunque gracias a su gran capacidad de adaptación, FreeCAD podría llegar a ser

útil en un área mucho más amplia que su enfoque actual.

FreeCAD hace un uso intensivo de todas las grandes bibliotecas de código abierto que existen por ahí en el campo de la computación científica. Entre ellos se encuentran OpenCascade, un núcleo CAD de gran alcance, Coin3D, una encarnación de inventor abierto, Qt, el marco de interfaz de usuario de fama mundial y Python uno de los mejores lenguajes de programación disponibles. FreeCAD en sí también puede ser utilizado como una biblioteca por otros programas..

Este software también es totalmente multiplataforma, y actualmente se ejecuta sin problemas en los sistemas Windows y Linux/Unix y Mac OSX, con el mismo aspecto y funcionalidad en todas las plataformas.

3.2. Prototipo uno

El objetivo de construir el prototipo de esta manera es que así se guarda una mayor similitud con la vasija de un ESBWR real; de otra forma se tendrían que sacar conductos para dirigir el caudal a los sensores y luego conectarles otros conductos para dirigirlos al “núcleo” del prototipo (cada uno de éstos con sus respectivas perforaciones en la vasija del reactor).

La estructura de este diseño se muestra en la Figura (3.1).

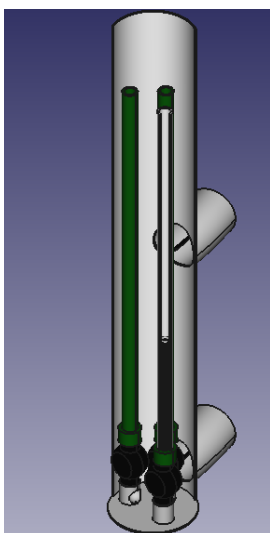


Figura 3.1: Vista completa con vasija cortada del primer prototipo construido

Los canales están puestos a 120° uno del otro a una distancia igual de las paredes, las entradas a los canales apuntan al centro; de esta manera se piensa que se guarda la simetría suficiente para que el prototipo tenga la misma respuesta de salida para señales de entrada idénticas. Sin embargo este diseño presenta algunas desventajas como una derivación a una baja altura que puede ser fuente de turbulencia a la entrada de uno o más sensores; además de que se tiene incertidumbre de la resistencia de los sensores de flujo al estar inmersos en el fluido que van a medir.

En la siguiente imagen se aprecian los sensores de flujo a la entrada de los canales y las resistencias que simulan el núcleo del sistema de circulación natural.

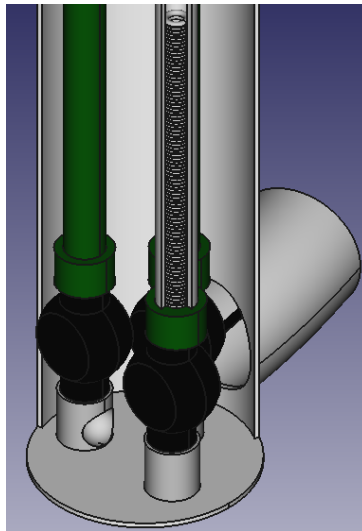


Figura 3.2: Zoom de la admisión del primer prototipo

De esta forma los parámetros del modelo matemático son los siguientes:

$$l_{LP} = \Delta Z_{LP} = 0.2[m] \quad A_{LP} = 5.026 * 10^{-5}[m^2]$$

$$l_C = \Delta Z_C = 0.4[m]$$

$$l_{BW} = \Delta Z_{BW} = 0.6[m] \quad A_C = 0.000506[m^2]$$

$$l_{DC} = \Delta Z_{DC} = 1.15[m] \quad A_{DC} = 0.031[m^2]$$

$$i = \{1, 2, 3\}$$

3.3. Prototipo dos

El objetivo de este segundo diseño es el tener los sensores de flujo en sus condiciones óptimas de operación pero con la desventaja de tener perforaciones en la vasija por donde corre el flujo así como una mayor resistencia hidráulica a la entrada de los canales debido a la mayor trayectoria a recorrer por las mangueras y los cambios de área a la entrada.

El diseño completo sin la carcasa radial se presenta en la Figura 3.3

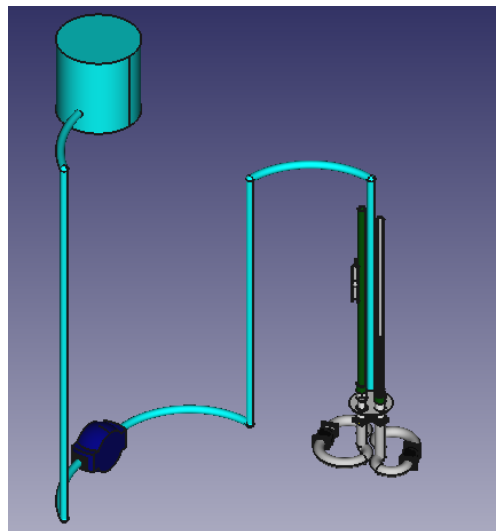


Figura 3.3: Vista completa del segundo prototipo sin la vasija

Las ventajas que presenta este diseño es que a las entradas de los canales se conserva una simetría prácticamente perfecta, además de que no existen fuentes de turbulencia no deseada debido a componentes extra de instrumentación.

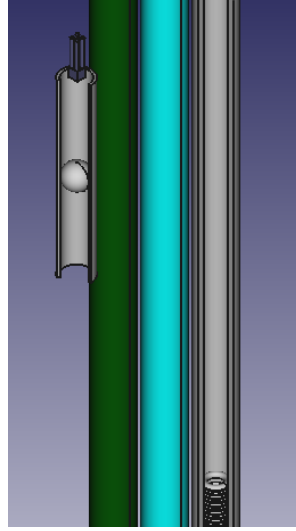


Figura 3.4: Zoom a la mitad del camino del Downcomer

De esta forma los parámetros del modelo matemático son los siguientes:

$$l_{LP} = 0.55[m] \quad \Delta Z_{LP} = 0.4[m] \quad A_{LP} = 5.026 * 10^{-5}[m^2]$$

$$l_C = \Delta Z_C = 0.40[m]$$

$$l_{BW} = \Delta Z_{BW} = 0.6[m] \quad A_C = 0.000506[m^2]$$

$$l_{DC} = \Delta Z_{DC} = 1.4[m] \quad A_{DC} = 0.031[m^2]$$

$$i = \{1, 2\}$$

Este segundo prototipo presenta una condición no deseada evidente: el conducto de admisión tiene cambios de geometría y la manguera que da el cambio de dirección limitará el flujo de forma considerable ya que es de un diámetro muy pequeño, esto quiere decir que a un cierto caudal límite la geometría dominará el gasto másico y no la potencia que se le inyecte al canal. Esa condición se hace evidente en la Figura 3.5

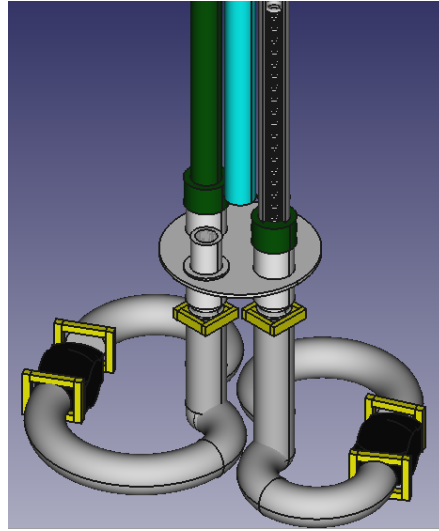


Figura 3.5: Zoom de la admisión del segundo prototipo

La gran diferencia entre el prototipo y el ESBWR real es su relación del volumen del downcomer entre el volumen del núcleo; en la realidad se tiene un núcleo grande y un downcomer chico lo que favorece la circulación natural; sin embargo en este modelo a escala el downcomer es muy grande.

Este prototipo experimental tendrá un periodo de vida relativamente corto, debido al tipo de materiales utilizados como: PVC para la vasija, conexiones del núcleo al pleno inferior y parte del pleno inferior, resistencias que tienden a oxidarse con el paso del tiempo al estar sumergidas en agua, sensores de flujo los cuales trabajan casi en el límite de temperatura recomendable para su operación continua y cubierta de protección que se desconoce el tiempo de deterioro para los sensores de temperatura. Las pruebas a realizar deben de hacerse en el menor tiempo requerido, ya que las piezas que están en lugares clave tienden a deformarse considerablemente (ya que están hechas de PVC) con la temperatura y cambian demasiado rápido los parámetros del sistema. Para obtener resultados más confiables en las mediciones y acercarse al comportamiento de un reactor real se debe de cambiar las piezas antes mencionadas por otras que se sepa que las condiciones de trabajo entren más holgadamente en su rango de operación.

Capítulo 4

Instrumentación y experimentación del modelo.

Objetivo del capítulo

Fundamentar la implementación de los sensores seleccionados, describir la electrónica empleada y conocer las características dinámicas más importantes de los prototipos construidos. Discutir sus ventajas y desventajas.

4.1. Software utilizado

Arduino

Arduino es una plataforma de hardware libre, basada en una placa con un microcontrolador y un entorno de desarrollo, diseñada para facilitar el uso de la electrónica en proyectos multidisciplinarios.

El software consiste en un entorno de desarrollo que implementa el lenguaje de programación Processing/Wiring y el cargador de arranque que es ejecutado en la placa.⁴ Se programa en el ordenador para que la placa controle los componentes electrónicos. Arduino puede tomar información del entorno a través de sus entradas analógicas y digitales, puede controlar luces, motores y otros actuadores. El microcontrolador en la placa Arduino se programa mediante el lenguaje de programación Arduino (basado en Wiring) y el entorno de desarrollo Arduino (basado en Processing). Los proyectos hechos con Arduino pueden ejecutarse sin necesidad de conectar a un ordenador.

Matlab

MATLAB (abreviatura de MATrix LABoratory, "laboratorio de matrices") es una herramienta de software matemático que ofrece un entorno de desarrollo integrado (IDE) con un lenguaje de programación propio (lenguaje M). Está disponible para las plataformas Unix, Windows, Mac OS X y GNU/Linux .

Entre sus prestaciones básicas se hallan: la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces de usuario (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes y con otros dispositivos hardware. El paquete MATLAB dispone de dos herramientas adicionales que expanden sus prestaciones, a saber, Simulink (plataforma de simulación multidominio) y GUIDE (editor de interfaces de usuario - GUI). Además, se pueden ampliar las capacidades de MATLAB con las cajas de herramientas (toolboxes); y las de Simulink con los paquetes de bloques (blocksets).

Las aplicaciones de MATLAB se desarrollan en un lenguaje de programación propio. Este lenguaje es interpretado, y puede ejecutarse tanto en el entorno interactivo, como a través de un archivo de script (archivos *.m). Este lenguaje permite operaciones de vectores y matrices, funciones, cálculo lambda, y programación orientada a objetos.

4.2. Sensores y electrónica empleada

Para la experimentación con el prototipo se consideran las mediciones de temperaturas a tres alturas y el flujo en los tres canales paralelos. De acuerdo con las características de los experimentos y las necesidades durante la construcción del prototipo se seleccionó el sensor de temperatura LM35 ya que las temperaturas límite del experimento (mínima de 20°C y una máxima de 95°C) están dentro del rango del sensor (-55°C a 150°C) y el sensor de flujo yf-s201 es capaz de soportar flujos de hasta 110°C y es bastante preciso a baja cantidad de flujo.



Figura 4.1: Sensor de flujo a la izquierda, sensor de temperatura a la derecha

El diseño del sensor de flujo nos da como salida de la medición una serie de pulsos cuya frecuencia es proporcional al gasto másico del agua que pasa a través de él; por lo que se requiere hacer una conversión; se optó porque esta fuera analógica y se escogió el circuito integrado LM331 para esta tarea.

La configuración requerida es la mostrada en la Figura 4.2.

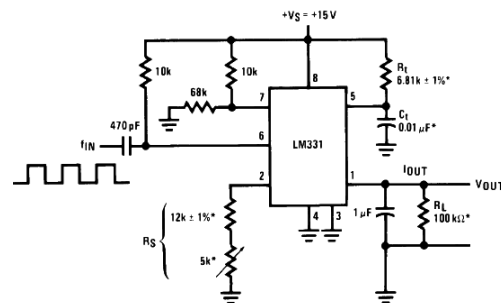


Figura 4.2: Circuito convertidor de frecuencia a voltaje para adaptar la señal proveniente del sensor al arduino

Para la adquisición de datos se utilizó el Arduino Mega como interfaz.



Figura 4.3: Microcontrolador Arduino Mega utilizado como tarjeta de adquisición de datos

Y para el acoplamiento de las señales a medir se diseñó un módulo electrónico a parte que se muestra en la Figura 4.4 y se explica a continuación.

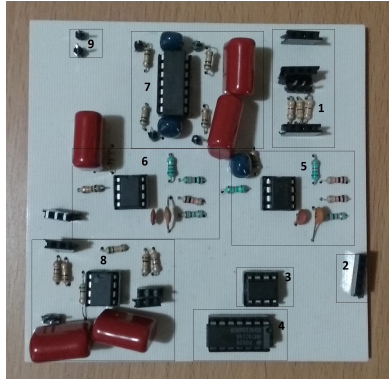


Figura 4.4: Módulo acoplador de señales

1. Sección donde se conectan las alimentaciones (header hembra de arriba), las salidas (header hembra de en medio) y las tierras (header hembra de abajo) de los sensores de temperatura.
2. En orden descendente se tienen: tierra, salida que va a la sección 5, salida que va a la sección 6 y alimentación de los sensores de flujo.
3. Seguidor de voltaje para el sensor de flujo.
4. Smith trigger para acoplar las señales provenientes del sensor de flujo a los convertidores de frecuencia a voltaje.
5. Convertidor de frecuencia a voltaje
6. Convertidor de frecuencia a voltaje
7. Filtros pasivos para eliminar el ruido.
8. Sección para el sensor de nivel.
9. Alimentación del módulo.

4.2.1. Calibración de los sensores con el programa utilizado

El microcontrolador Arduino tiene la capacidad de leer señales analógicas de 0 – 5 [V]; las cuales las interpreta como números al cual le corresponde 1024 a 5 [V] y 0 a 0 [V]. En el caso del sensor de flujo lo que se hizo fue pasar a través de él un caudal controlado de $\frac{1}{4}$ [l] y observar la lectura promedio del Arduino que fue de 709; por lo

tanto para la presentación de las lecturas de los experimentos la regla de correspondencia fue la siguiente:

$$caudal = lectura * \frac{0.25}{709} \quad (4.1)$$

Para el sensor de temperatura el proceso fue muy similar; solo que con dos puntos medidos como referencia; la regla de correspondencia obtenida fue:

$$temperatura = lectura * \frac{500}{1024} - 5 \quad (4.2)$$

4.3. Pruebas preliminares del prototipo 1

El objetivo es encontrar las faltantes del diseño para guardar el suficiente parecido con un ESBWR así como para descubrir si existe y de ser así medir la circulación natural del prototipo.

Después de la construcción se hicieron pruebas para verificar resistencia y comportamiento a potencia constante de la estructura y de los sensores. La distribución de temperatura se ilustra en la Figura 4.5

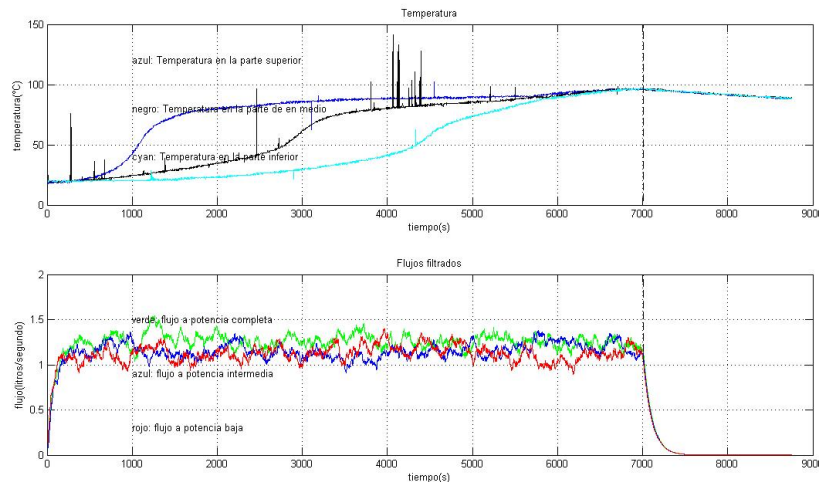


Figura 4.5: Temperatura y flujo experimento 1 del prototipo 1

Observando las características no lineales de las curvas y el gradiente de temperatura entre ellas se puede concluir que el proceso de transferencia de calor predominante en el experimento es por medio de convección y no conducción (al menos en los primeros

minutos mientras el pleno inferior no llegue a más de 80°C) por lo que se concluye que la circulación natural es lo suficientemente significativa para representar un ESBWR. De aquí nace la necesidad de construir un sistema para alimentar con agua fría con los objetivos de mantener dentro de un rango el nivel del agua y también para conservar la circulación natural ganada con la inyección de energía de las resistencias. Sin embargo en este primer experimento se ve que la potencia asignada a cada una de las resistencias no se refleja en los sensores de flujo; aparentemente este efecto se da por que la ubicación de las entradas de los sensores de flujo no es simétrica, lo cual provoca perturbaciones hidráulicas.

En una segunda prueba se obtuvieron los siguientes resultados

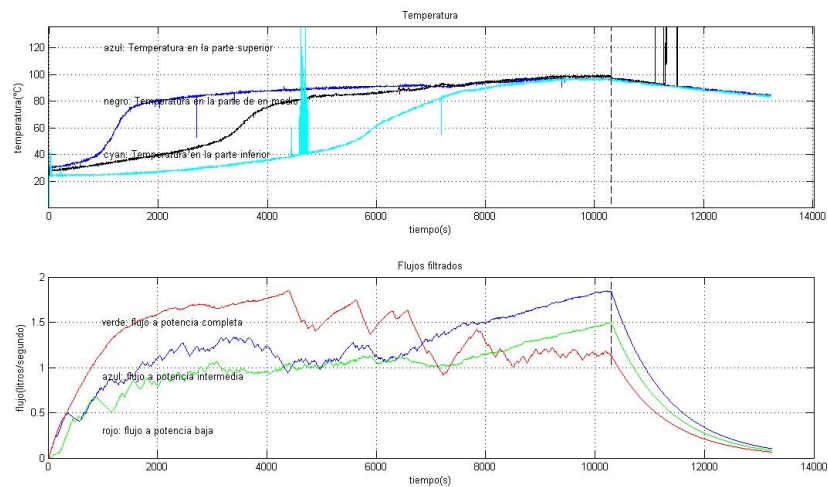


Figura 4.6: Temperatura y flujo experimento 2 prototipo 1

Con las gráficas resultantes de temperatura de los experimentos encontramos que su distribución es función de la distancia medida de arriba hacia abajo; hay un desfase en el tiempo y un aumento en la pendiente de las gráficas conforme se baja por el downcomer.

En esta prueba se colocaron los canales en una posición aleatoria; la turbulencia provocada en la T en donde se colocó el sensor y la posición relativa a las paredes del “downcomer” a la entrada de los canales provoca que los flujos no sean congruentes con la entrada de potencia a las resistencias lo que fuerza a la reconstrucción del prototipo con un diseño en el que no se alteren las entradas de los canales por su posición relativa. Además que en pruebas posteriores se observó que el tener los sensores inmersos en un

fluido exterior con una temperatura superior a los 80°C reduce demasiado la calidad de su respuesta y su tiempo de vida por lo que una de las características del siguiente diseño será que los sensores estén en el exterior de la cubierta del prototipo.

Para garantizar que la carcasa conserve su integridad se hará que esté apoyada sobre su base y esta a su vez sobre un soporte que no deforme; también ya no se harán perforaciones ni cortes para colocar los sensores de temperatura.

4.4. Pruebas preliminares del prototipo 2

En este primer experimento se aplicó una potencia de $633 [W]$ en un canal; de modo que se tenga el comportamiento a una entrada de potencia constante. Los resultados se muestran en la Figura 4.7.

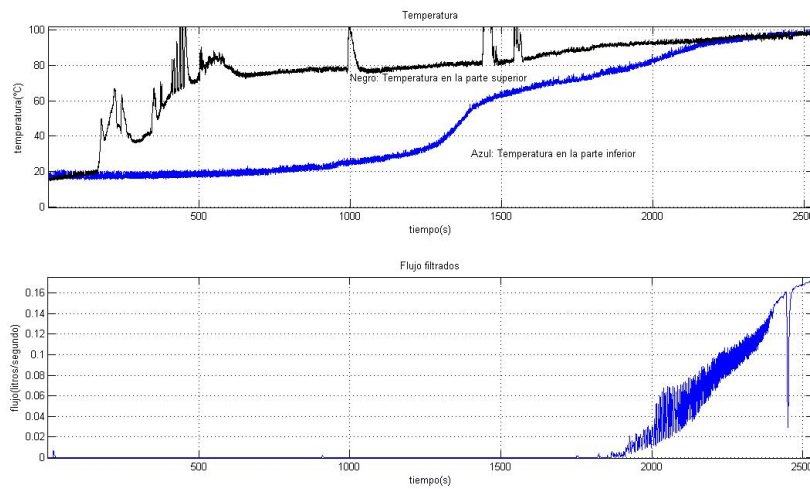


Figura 4.7: Temperatura y flujo experimento 1 prototipo 2

Al principio del calentamiento se muestra una marcada oscilación debida a que el agua del fondo del canal no está a una temperatura idónea para que al momento de pasar por el núcleo ésta sea inmediatamente convertida en vapor. Posteriormente se hizo un barrido de potencia para tomar lecturas de la magnitud del caudal correspondiente. Los resultados se muestran en la Figura 4.8.

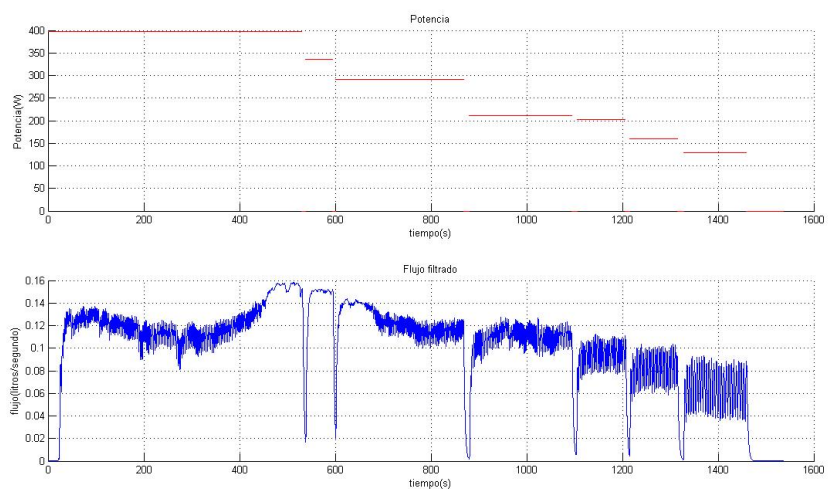


Figura 4.8: Potencias de entrada y comportamiento del flujo

Se había encontrado antes que en potencias superiores de los 6 [A] o 400 [W] el flujo ya no incrementa su valor por lo que la regla de correspondencia obtenida se ilustra en la Figura 4.9.

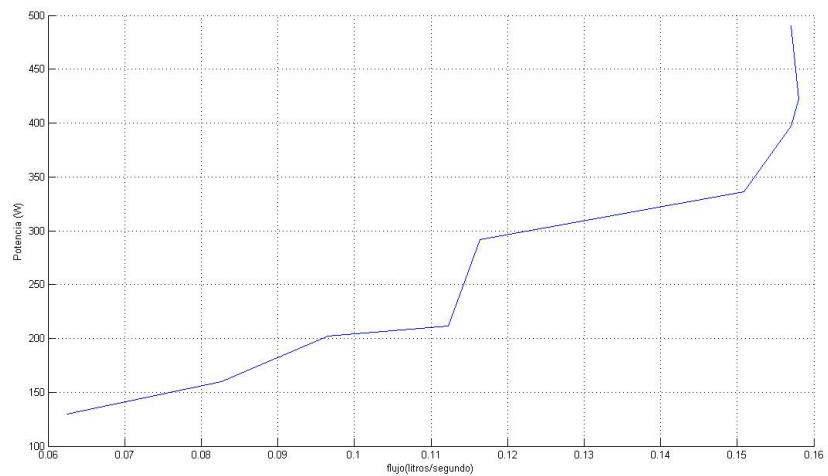


Figura 4.9: Gráfica de flujo contra potencia del primer barrido de potencias

Se realizó una segunda iteración con una mayor potencia de entrada para arrancar

la operación del reactor a escala. Con ese pequeño cambio se obtuvo una gran diferencia en las gráficas finales. La operación del prototipo fue la siguiente:

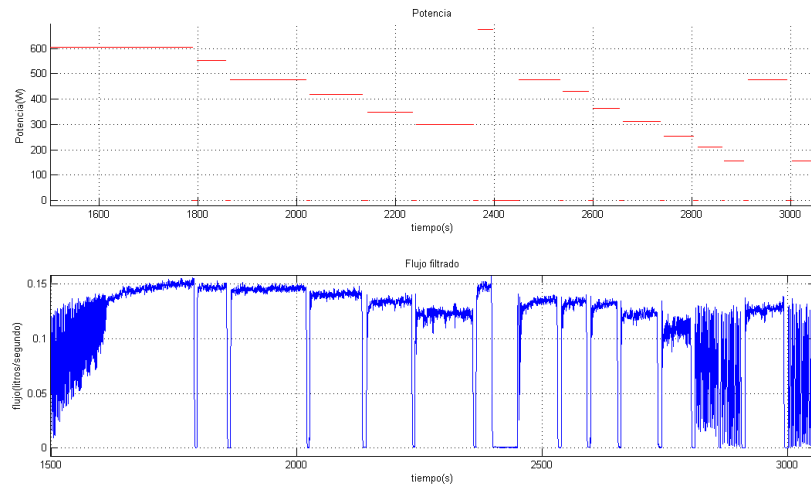


Figura 4.10: Segundo barrido de potencias

Con estos nuevos datos se obtuvo la siguiente relación entre el caudal y la potencia.

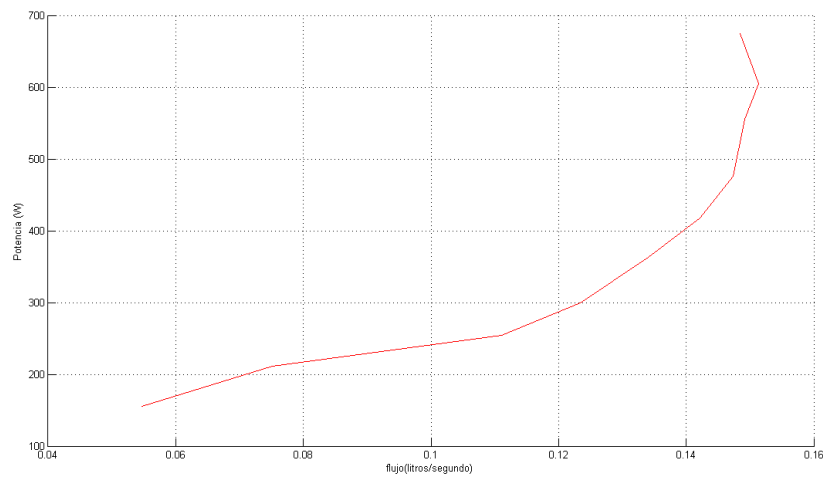


Figura 4.11: Flujo contra potencia obtenida del segundo barrido de potencias

Estos datos se obtuvieron cuando la resistencia del prototipo utilizaba casi toda la

energía suministrada para producir flujo; y no para calentar el agua.

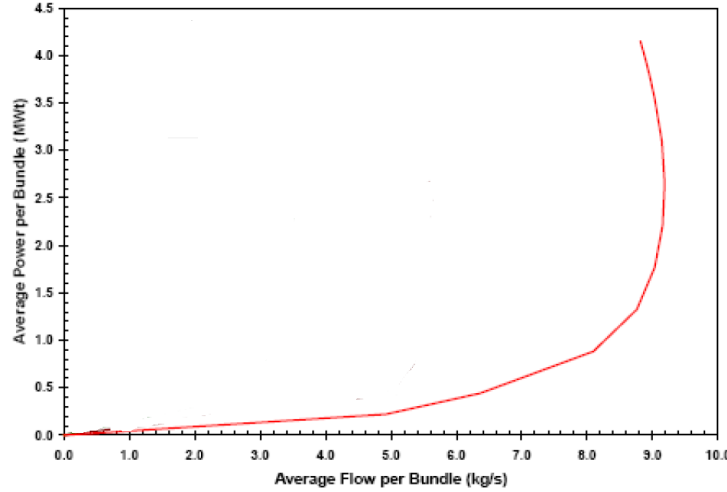


Figura 4.12: Flujo contra potencia de un ESBWR real

En la gráfica de abajo se agregó la relación entre el caudal y la potencia de un ESBWR real; se guarda una cierta relación entre las gráficas sin embargo también existen diferencias importantes obtenidas como es el caso de que el prototipo no tiene flujo medible a potencias muy pequeñas o éste no existe; además de que aparenta tener una especie de offset en su comportamiento; estos dos fenómenos en la operación el ESBWR no se presentan.

4.5. Relación flujo-presión y obtención de los parámetros desconocidos

Para este fin se escogió el método de mínimos cuadrados. Se tiene $y = f(x)$ entonces se supone que $f(x) = \sum_{j=0}^m c_j f_j(x)$ donde $\{f_j(x)\}_{j=1}^m$ es un conjunto de funciones linealmente independientes. Y donde se tiene $\{x_k, t_k\}_{k=1}^m =$ Conjunto de abscisas y ordenadas distintas.

$$E_{cm} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(y_k - \sum_{j=1}^m (c_j f_j(x_k)) \right)^2} \quad (4.3)$$

4.5. RELACIÓN FLUJO-PRESIÓN Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DESCONOCIDOS 69

E_{cm} = Error medio cuadrático

Se redefine el error a considerar ya que minimizar el error medio cuadrático es equivalente a minimizar $E_c = \sum_{k=1}^n \left(y_k - \sum_{j=1}^m (c_j f_j(x_k)) \right)^2$ donde m = Cantidad de valores de c_j y n = número de pares ordenados (x, y)

$\frac{\partial E_c}{\partial c_i} = \sum_{k=1}^n \left\{ 2 \left[y_k - \sum_{j=1}^m (c_j f_j(x_k)) \right] \right\} (-f_i(x_k)) = 0$ aquí nos da un conjunto de m ecuaciones con m incógnitas

$$\sum_{k=1}^n \left[\sum_{j=1}^m (c_j f_j(x_k)) \right] f_i(x_k) = \sum_{k=1}^n (y_k f_i(x_k)) \text{ donde } i \in [1, m]$$

Este conjunto de ecuaciones se puede expresar de la siguiente manera

$$\sum_{j=1}^m (c_j f_j(x_1)) f_i(x_1) + \sum_{j=1}^m (c_j f_j(x_2)) f_i(x_2) + \dots + \sum_{j=1}^m (c_j f_j(x_n)) f_i(x_n) = \sum_{k=1}^n y_k f_i(x_k) \quad (4.4)$$

lo que también puede verse como

$$c_1 \sum_{k=1}^n (f_1(x_k) f_i(x_k)) + c_2 \sum_{k=1}^n (f_2(x_k) f_i(x_k)) + \dots + c_m \sum_{k=1}^n (f_m(x_k) f_i(x_k)) = \sum_{k=1}^n y_k f_i(x_k) \quad (4.5)$$

Por lo tanto el conjunto de ecuaciones en forma matricial está dado por

$$\begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n (f_1(x_k) f_1(x_k)) & \sum_{k=1}^n (f_2(x_k) f_1(x_k)) & \dots & \sum_{k=1}^n (f_m(x_k) f_1(x_k)) \\ \sum_{k=1}^n (f_1(x_k) f_2(x_k)) & \sum_{k=1}^n (f_2(x_k) f_2(x_k)) & \dots & \sum_{k=1}^n (f_m(x_k) f_2(x_k)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=1}^n (f_1(x_k) f_m(x_k)) & \sum_{k=1}^n (f_2(x_k) f_m(x_k)) & \dots & \sum_{k=1}^n (f_m(x_k) f_m(x_k)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n y_k f_1(x_k) \\ \sum_{k=1}^n y_k f_2(x_k) \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^n y_k f_m(x_k) \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

La ecuación matricial anterior está en la forma $A * C = Y$; en dónde la matriz de interés es C por lo que se necesita efectuar la operación

$$C = (A)^{-1} Y \quad (4.7)$$

Una vez que se ha determinado formalmente el método con el que obtendremos los parámetros c_i se procede a determinar las variables.

Durante el último experimento para la verificación del comportamiento del prototipo se hizo un barrido de potencias; por lo que se tiene el flujo a diferentes presiones ejercidas por el núcleo pero se desconoce el valor de la presión P_{ci} y los parámetros k_i .

De acuerdo con la ecuación (2.44) se puede ver el modelo del sistema hidráulico para un solo lazo de la siguiente manera:

$$\Sigma_1 \frac{l}{A} \dot{m}_{RLi} + \Sigma_2 \frac{l}{A} \dot{m}_{total} - g(\Sigma \rho \Delta Z) - \alpha_i = -k_1 m_{RLi}^2 - k_2 \left(\sum_{j=1}^n m_j \right)^2 \quad (4.8)$$

Por lo que resulta la siguiente asignación de variables

$$y = \Sigma_1 \frac{l}{A} \dot{m}_{RLi} + \Sigma_2 \frac{l}{A} \dot{m}_{total} - g(\Sigma \rho \Delta Z) - \alpha \quad (4.9)$$

, donde i = La variable de estado seleccionada para la operación

$$f_1(x) = -m_{RLi}^2 \quad (4.10)$$

$$f_2(x) = - \left(\sum_{j=1}^n m_j \right)^2 \quad (4.11)$$

$$c_1 = k_1 \quad (4.12)$$

$$c_2 = k_2 \quad (4.13)$$

Para la programación de este método de identificación debemos de considerar

1. Si para las sumatorias tenemos un $\Delta t \rightarrow 0$; donde $\Delta t = t_k - t_{k-1}$ la suma se puede ver como una integral.
2. Se requiere tener la derivada del sistema para obtener los resultados; por lo que a la salida de las mediciones se debe de poner un derivador que por naturaleza son ruidosos; esto nos sugiere hacer uso de una teoría que nos reduzca o suprima por completo el ruido de las mediciones obtenidas.

4.5. RELACIÓN FLUJO-PRESIÓN Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DESCONOCIDOS 71

Para poder utilizar este método primero se requiere obtener la caída de presión en el núcleo; por lo que se hace uso de una correlación de la caída de presión debido al flujo de dos fases. El parámetro principal para definir si se necesita el análisis de dos fases o de una es la calidad del flujo que se obtiene por medio de un balance de energía.

$$\frac{d\dot{x}}{dL} = \frac{4\dot{q}}{\dot{m}d\Delta h_v} \quad (4.14)$$

Por lo que

$$\dot{x} = \int_{L_0}^{L_{out}} \left(\frac{4\dot{q}}{\dot{m}d\Delta h_v} \right)_{L_0}^{L_{fin}} \quad (4.15)$$

$$\dot{q} = \begin{cases} \frac{P_{total}}{A_{nucleo}} & \text{si } L \leq l_{nucleo} \\ 0 & \text{si } L > l_{nucleo} \end{cases} \quad (4.16)$$

Donde l_{nucleo} = longitud del núcleo, A_{nucleo} = área superficial del núcleo y P_{total} = potencia total del núcleo. Para el cálculo numérico se consideró que una vez que el suministro de calor se hace cero no se reduce la calidad a lo largo de la trayectoria ascendente del tubo, la distribución de potencia en la resistencia es uniforme y se tiene un Slip de 3. A continuación se muestran los resultados de la calidad y de la fracción de vacío estimados a lo largo del núcleo y de la chimenea.

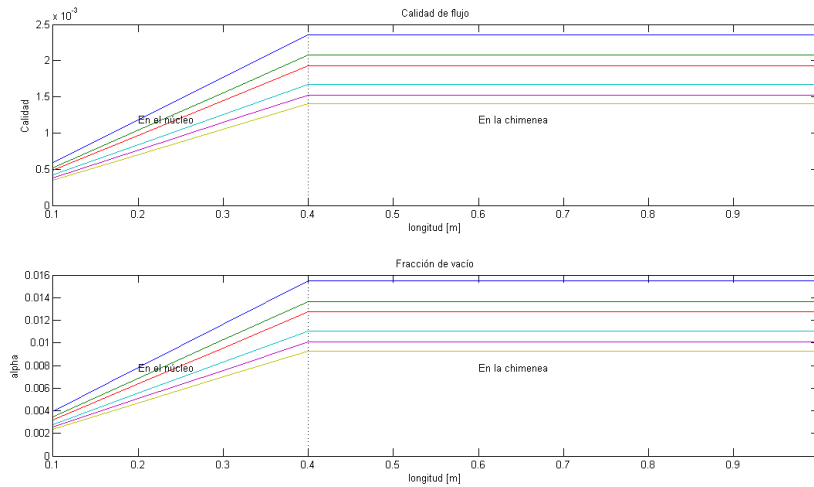


Figura 4.13: Calidad del flujo y fracción de vacío

La calidad y la fracción de vacío tienen la siguiente correspondencia de potencia y color de gráfica: azul 675[W], verde 604.9[W], rojo 554.9[W], cyan 476.3[W], morado

417.7[W], café 363[W].

En general la caída de presión se debería al cambio de forma ΔP_{forma} , aceleración ΔP_{ac} y altura de líquido ΔP_h lo cual se expresaría de la siguiente manera

$$\Delta P_{total} = \Delta P_h - \Delta P_{ac} - \Delta P_{forma} \quad (4.17)$$

Debido a que la calidad es demasiado pequeña se considera el análisis de una fase por lo tanto las caídas de presión no se deben a la aceleración de la mezcla sino a la altura de la columna del líquido en la chimenea y el núcleo y al cambio de forma. La relación de presión resultante se representa en las figuras (4.14) y (4.15).

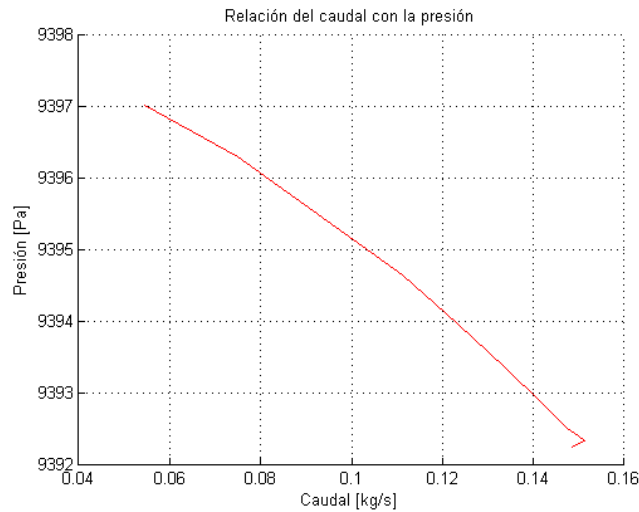


Figura 4.14: Relación del caudal con la presión

4.5. RELACIÓN FLUJO-PRESIÓN Y OBTENCIÓN DE LOS PARÁMETROS DESCONOCIDOS 73

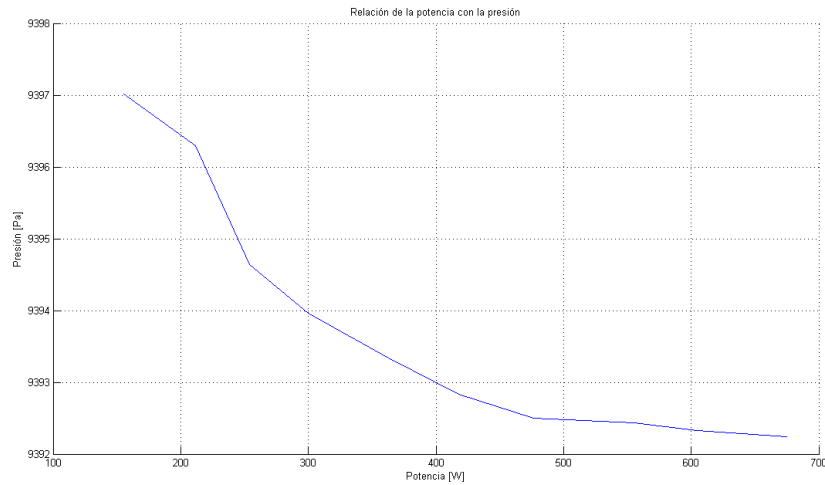


Figura 4.15: Relación de la potencia con la presión

Para la obtención de parámetros se utilizará la relación de caudal con la presión ya que se tienen los datos experimentales directos y con ellos se piensa que se tiene suficiente información para la reconstrucción. Al llevar a cabo los procedimientos de mínimos cuadrados se obtuvieron imprecisiones ya que la matriz que \mathbf{A} de la ecuación (4.7) es singular o muy cerca de serlo; por lo que se llevó a cabo la identificación con el modelo lineal. Los ajustes para el procedimiento son los siguientes: Si se tiene el modelo lineal $\dot{x} = \mathbf{A}x + \mathbf{B}u$ su matriz \mathbf{A} sería la matriz a identificar, se nombrarán a sus parámetros de la siguiente forma

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \omega \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

De las ecuaciones (2.32), (2.33) y (2.34) se obtienen

$$B' = \frac{B}{-k_2} \quad (4.19)$$

$$C' = \frac{C}{-k_1} \quad (4.20)$$

$$D' = \frac{B}{k_1} \quad (4.21)$$

$$f_1 = x_1 \quad (4.22)$$

$$f_2 = x_2 \quad (4.23)$$

$$y_1 = \dot{x}_1 + \alpha_1 F - \alpha_2 G \quad (4.24)$$

$$y_2 = \dot{x}_2 + \alpha_2 F - \alpha_1 G \quad (4.25)$$

Ya que los parámetros de la matriz \mathbf{A} dependen del valor de k_i se puede hacer la siguiente operación matricial

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -B'(x_{e1} + x_{e2}) & -C'x_{e1} \\ -B'(x_{e1} + x_{e2}) & D'x_{e2} \end{bmatrix}}_{H_1} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\begin{bmatrix} \gamma \\ \omega \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} -B'(x_{e1} + x_{e2}) & D'x_{e1} \\ -B'(x_{e1} + x_{e2}) & -C'x_{e2} \end{bmatrix}}_{H_2} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Entonces

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_1^{-1} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \end{bmatrix} = \mathbf{H}_2^{-1} \begin{bmatrix} \gamma \\ \omega \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Con el método de mínimos cuadrados se obtuvieron los siguientes parámetros k 's

$$k_1 = 1.45 * 10^4$$

$$k_2 = 1.2 * 10^4$$

Al aplicar el método elegido se tuvieron varias desventajas ya que la medición de flujo llevaba mucho ruido, los parámetros k varían rápidamente con la magnitud del caudal, los primeros resultados que arroja el método no son confiables ya que no se tiene suficiente información por lo tanto solo funciona si la operación dura mucho tiempo y como se mencionó antes si se utiliza el modelo no lineal las matrices que se necesitan para el cálculo son la mayor parte del procedimiento singulares.

Capítulo 5

Desarrollo de observador del sistema de circulación natural

Objetivo del capítulo

Encontrar un algoritmo de observación apto para reconstruir los estados del prototipo experimental, en un rango dado.

5.1. Simulación del sistema

La simulación consta del modelo matemático del sistema térmico y del hidráulico; la respuesta a una entrada escalón de potencia constante se muestra en la siguiente figura.

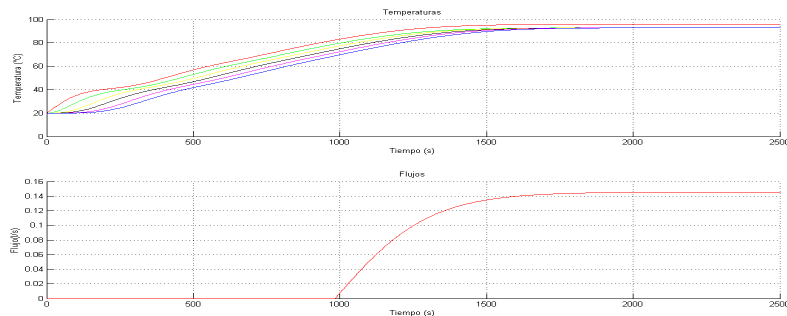


Figura 5.1: Modelo simulado del sistema de circulación natural temperatura y flujo

Los principales inconvenientes del sistema simulado es que no se representa la li-

mitación dominante del caudal que establece la geometría en un punto dado; así como tampoco la realimentación de vacíos que provoca el fenómeno por el que la gráfica de flujo contra potencia se establece un pequeño regreso, sin embargo esta correspondencia sí es de forma cuadrática como se establece en el comportamiento real; tanto en el prototipo como en el ESBWR real.

En la siguiente imagen están resaltados los flujos con su respectiva entrada de potencia en la que la derivada tiende a ser cero o es lo suficientemente pequeña; por lo tanto pueden ser considerados como los puntos de equilibrio experimentales del prototipo; retomando lo que se expresó en el capítulo dos que el modelo simplificado tiene una infinidad de puntos de equilibrio; en la práctica se ve que esto es verdad pero en un rango muy limitado de potencias.

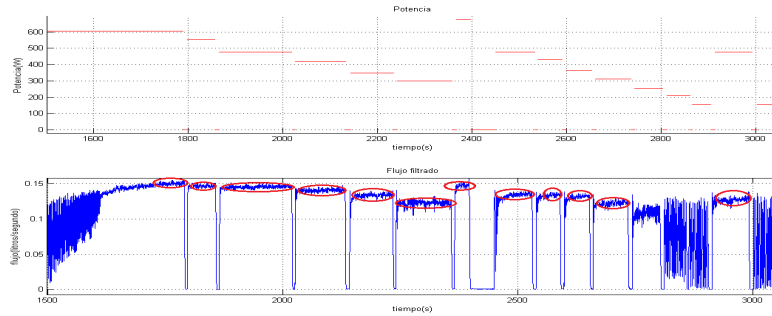


Figura 5.2: Puntos de equilibrio experimentales del sistema

Para el desarrollo del observador lineal se trabajará en una potencia intermedia; se evaluará su eficacia en la simulación y se concluirá si es viable implementarlo.

La potencia máxima antes de encontrar una correspondencia de menor flujo a mayor potencia es aproximadamente $600 [W]$ y la potencia mínima antes de encontrar una salida demasiado oscilatoria como para ser considerada un punto de equilibrio es aproximadamente $300 [W]$. De esta forma el punto de equilibrio para la linealización será a una entrada de $450 [W]$

Cuando para la linealización se escogen valores muy cercanos o iguales de m_{RLi} de punto de equilibrio la combinación (A, C) se vuelve no observable; por ello se eligen valores lo suficientemente cercanos para que esto no ocurra; sin embargo esto hace que el sistema lineal sea un poco asimétrico.

La matriz A del sistema linealizado se define como

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.720992129796722 & -0.416012475703448 \\ -0.415620900242876 & -0.618096377614082 \end{bmatrix}$$

Y la matriz de ganancias del observador óptimo de Kalman es

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} -0.0901855134133546 \\ -0.0796772570589212 \end{bmatrix}$$

Para el análisis preliminar del sistema se presenta las simulaciones del sistema linealizado con su observador.

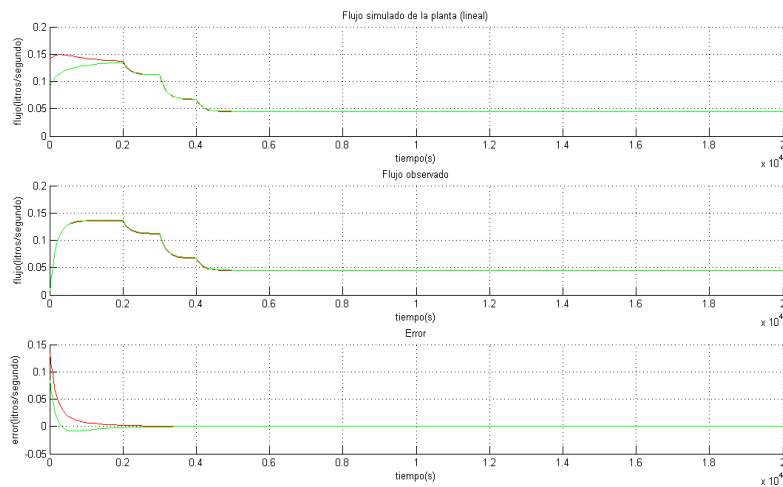


Figura 5.3: Simulaciones del flujo con la planta lineal, flujo observado y error

Como era de esperarse el seguimiento es perfecto; sin embargo no es así para el caso del modelo no lineal y para el caso de las mediciones de la planta real ya que poseen señales indeseadas al principio de la operación y a potencias bajas. A continuación se presentan los resultados de ambos casos.

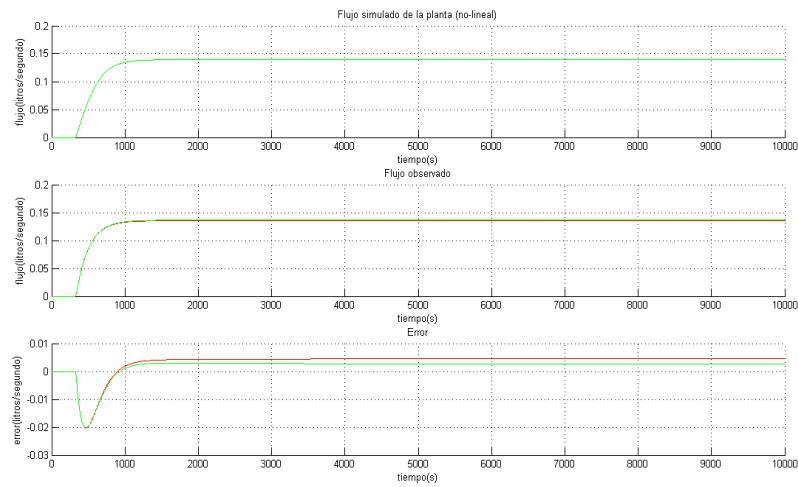


Figura 5.4: Simulaciones del flujo con la planta no-lineal, flujo observado y error

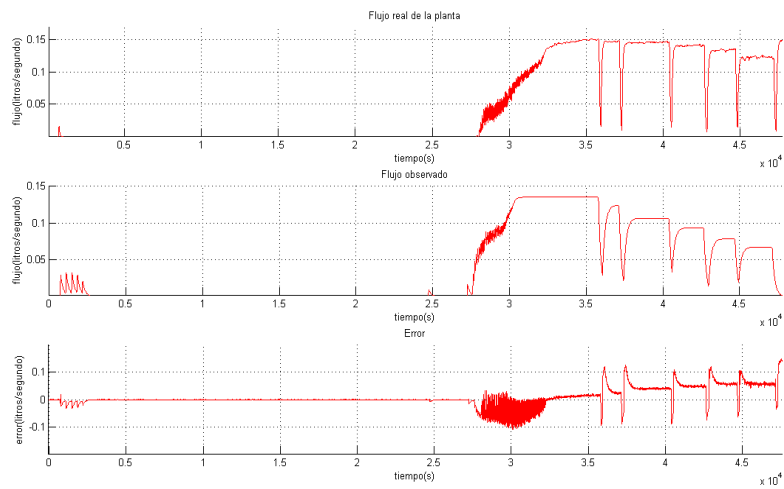


Figura 5.5: Datos obtenidos del flujo con la planta real, flujo observado y error

Capítulo 6

Propuesta de aplicación a la industria nuclear

Objetivo del capítulo

Discutir las diferentes posibles implementaciones así como las limitaciones de este trabajo.

Este trabajo no se hizo con la finalidad de reemplazar los protocolos ni los mecanismos de medición altamente probados en este tipo de industria; si no que se realizó con el fin de llenar uno de los huecos que existen en la seguridad de las directrices; se da a notar la necesidad de localizar una serie de variables clave con las que se puede calcular o deducir un comportamiento de referencia o con el objetivo de ser parte de un mecanismo de control o de toma de decisiones en caso de situaciones extraordinarias.

Al observar con atención los análisis fenomenológicos de los diferentes accidentes de la industria nuclear; por ejemplo Fukushima, y de los posibles futuros accidentes en los que la pérdida repentina o gradual de las mediciones de los instrumentos que monitorean las variables más importantes de los reactores nucleares sea un factor agravante o el factor protagonista de un desastre es necesario tener un reemplazo de la medición faltante ya sea por una medida indirecta confiable o por la reconstrucción de estados por medio de observadores.

En el caso del accidente de la planta nuclear de Fukushima Daiichi la pérdida de la energía eléctrica y la falta de información adecuada sobre el estado de la central dificultaron la respuesta eficaz de los operadores a los sucesos que se iban produciendo. Las directrices para la gestión de accidentes no abarcaban medidas de contingencia en caso de pérdida de la instrumentación necesaria para obtener los parámetros esencia-

les que permitieran a los operadores determinar el estado de la central nuclear. Es en esta situación donde se ve con mayor claridad que la pérdida de instrumentación es un grave problema que no basta con poner más sensores o hacerlos más resistentes para solucionarlo; ya que siempre puede existir una forma no pensada en la que éstos dejen de ser útiles; por lo tanto se debe formalizar una directriz para ser capaces de actuar sobrellevando esta situación.

Este análisis muestra como ejemplo dos variables en las que la inspección detallada de los modelos de los que forman parte reveló que son las medidas clave que se pueden utilizar para una reconstrucción de estados, las cuales no son solo válidas para el sistema lineal sino también para uno más completo, sin embargo los resultados de un observador de Luenberger, como era de esperarse, son útiles para un rango muy pequeño por lo que deben de explorarse diseños de algoritmos de observadores no lineales.

6.1. Aplicación a la cinética puntual

Para resolver parcialmente el problema de pérdida de instrumentación durante la operación se propondrá un algoritmo de reconstrucción de estados a partir de la siguiente deducción.

Se tienen $n_1 < n$ variables de estado directamente medibles y se requieren reconstruir $n_2 = n - n_1$.

Se parte el sistema de la siguiente manera:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1, x_2, u)$$

$$\dot{x}_2 = f_2(x_1, x_2, u)$$

$$y = x_1 \quad \dim(x) = n \quad \dim(x_1) = n_1$$

El estimador de variables de estado puede ser obtenido por:

$$\bar{x}_1 = y(t)$$

$$\bar{x}_2 = k_2 y + z \quad \text{evidentemente } \dim(z) = n_2$$

Se tiene la dinámica de z $\dot{z} = \phi(y, \bar{x}_2, u)$

A partir de la definición del error $e_2 = x_2 - \bar{x}_2$

Con lo que se puede reescribir a \bar{x}_2 como $\bar{x}_2 = k_2\bar{x}_1 + z$

Por lo que $\dot{\bar{x}}_2 = k_2\dot{\bar{x}}_1 + \dot{z}$

Y se obtiene la dinámica del error del estado observado

$$\dot{\bar{e}}_2 = \dot{x}_2 - \dot{\bar{x}}_2 = f_2(y, x_2, u) - k_2\bar{f}_1(y, \bar{x}_2, u) - \phi(y, \bar{x}_2, u)$$

Para llevar al error a un punto de estabilidad se requiere llevar la derivada a cero

$$0 = f_2(y, \bar{x}_2, u) - k_2\bar{f}_1(y, \bar{x}_2, u) - \phi(y, x_2, u)$$

Por lo que

$$\phi(y, x_2, u) = f_2(y, \bar{x}_2, u) - k_2\bar{f}_1(y, \bar{x}_2, u)$$

Entonces se obtiene que

$$\dot{\bar{x}}_2 = k_2\bar{f}_1(y, x_2, u) + (f_2(y, x_2, u) - k_2\bar{f}_1(y, x_2, u))$$

De modo que la $\bar{f}(x)$ el observador para el modelo de la cinética puntual sería

$$\bar{f}_1(x) = -\frac{\beta}{l}y + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \bar{x}_{i+1} - \left(\frac{\left(\bar{x}_8 + \sum_{j=9}^{12} F_j \bar{x}_j \right)}{l} \right) y$$

$$\bar{f}_2(x) = \begin{bmatrix} \frac{\beta_1}{l}y - \lambda_1 \bar{x}_2 \\ \frac{\beta_2}{l}y - \lambda_2 \bar{x}_3 \\ \frac{\beta_3}{l}y - \lambda_3 \bar{x}_4 \\ \frac{\beta_4}{l}y - \lambda_4 \bar{x}_5 \\ \frac{\beta_5}{l}y - \lambda_5 \bar{x}_6 \\ \frac{\beta_6}{l}y - \lambda_6 \bar{x}_7 \\ \frac{yk_{TC} - \bar{x}_8}{\tau} \\ -\lambda_I \bar{x}_9 + \gamma_I \Sigma_f y G \\ \lambda_I \bar{x}_9 + \gamma_X \Sigma_f y G - \lambda_X \bar{x}_{10} - \sigma_a^X y \bar{x}_{10} G \\ -\lambda_P \bar{x}_{11} + \gamma_P \Sigma_f y G \\ \lambda_P \bar{x}_{11} - \sigma_a y \bar{x}_{12} G \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

La función de esta estructura es, aprovechando que se demostró que la medida de la densidad neutrónica tiene la suficiente información para reconstruir todos los estados,

predecir el comportamiento de la cinética puntual pero con la condición de contar con las medidas de la u y de x_1 ya sea desde el comienzo de la operación de la planta o asignándole las condiciones iniciales pertinentes al momento del enlazamiento del observador. Ya que debido a que se dedujo este algoritmo a partir de la estabilización del error $\dot{e} = 0$ no se garantiza que el error e sea cero con otras condiciones iniciales diferentes a las del momento del enlazamiento con la planta.

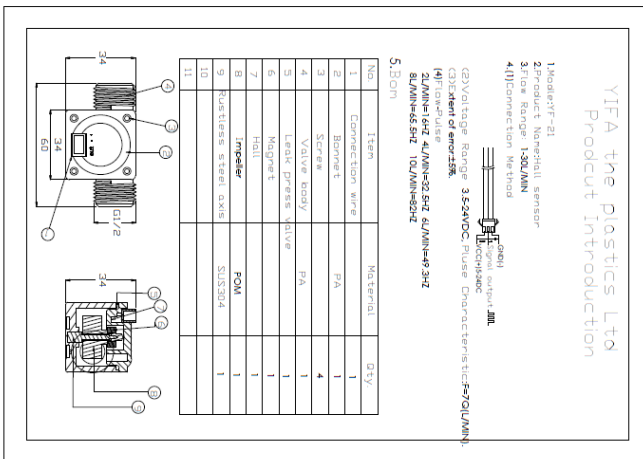
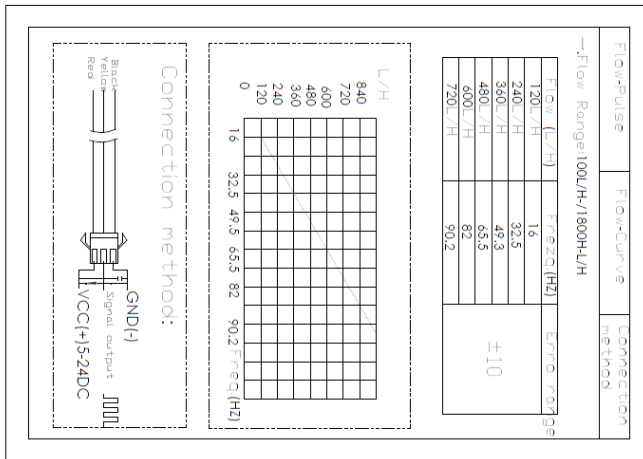
Conclusiones.

- Considerando el modelo simplificado utilizado a lo largo de este trabajo se verificó que es posible carecer de muchas mediciones para continuar la operación del reactor; el objetivo es encontrar las mediciones clave para diferentes casos de pérdida de instrumentación.
- En el caso de nuestro prototipo el análisis de controlabilidad del flujo en los diferentes canales es trivial; debido a que se tiene actuador en los dos ensambles resistivos.
- El análisis de observabilidad del sistema de circulación natural dio como resultado que la medición del flujo en el downcomer es suficiente para recrear todos los estados.
- Debido a las condiciones en las que debe de trabajar el prototipo (temperaturas mayores a los 90°C, presión de la columna de agua ligeramente mayor a la que ejerce un metro en el fondo y presurización si es que se trabaja con el prototipo completamente sellado) los materiales con los que se trabajó (PVC de las paredes de la vasija, plástico de los sensores y alambre galvanizado como soporte de parte de los componentes) deben de ser reemplazados por otros que sean completamente aptos y con ellos seamos capaces de hacer un número mayor de pruebas.
- Parte de las fallas y de la débil manifestación de la circulación natural es el gran tamaño del downcomer en relación con el del núcleo por lo que se debe de buscar un material para rellenar el espacio que ocupaba un gran volumen de agua en los experimentos; este material debe de tener la característica de ser resistente a las hostilidades de la operación además de que debe de ser fácilmente removible para el cambio o reparación de los componentes en el interior de la vasija.
- En el primer capítulo se establecieron las consideraciones para la simplificación del modelo a considerar por lo que inmediatamente se aceptaron limitaciones en el parecido con la realidad.

Para hacer un análisis más exhaustivo de controlabilidad y observabilidad, así como mejorar las simulaciones y predecir los detalles invisibles debido a la omisión de ciertas características dinámicas se deben de rechazar cada vez más omisiones y ampliar los alcances del modelo empleado.

- Observando los inconvenientes que detuvieron el progreso del desarrollo de este modelo experimental está la de la naturaleza del método de medición; debido a que la fuente de calor que provoca la circulación natural es una resistencia eléctrica y los sensores elegidos son por medio de efecto Hall; el actuador del sistema ejerce una interferencia directa sobre el sensor que no es predecible y aunque los efectos de la fuente se lograron reducir hasta ser básicamente imperceptibles se propone cambiar por completo la metodología de medición ya que si se presuriza el prototipo este puede alcanzar temperaturas dañinas para los sensores antes mencionados.
- El objetivo principal de llevar las incertidumbres al mínimo posible se vio frustrada en condiciones de rápidas variaciones de los parámetros principales; tales como en los casos experimentales con la entrada de control variante. Tal situación ocurrió cuando las condiciones de frontera y/o iniciales del experimento no lograban repetirse. Por ejemplo con la relación de presión con la potencia que cambiaba en cada experimento debido al deterioro de la resistencia y al acomodo de la misma en el canal así como cambios en la admisión. La obstrucción en las entradas de los canales y sensores de flujo por cambios de forma del piso de soporte y la acumulación de un sedimento en los impulsores de los sensores, por la desintegración del PVC. Otros factores influyeron adversamente, como la geometría de las paredes de la vasija y el pleno inferior; las últimas dos solo perjudicaban la estabilidad estructural del prototipo y no a la operación del sistema. Todos los factores antes mencionados alteraron los parámetros de los modelos que representan al sistema. Esto hace que los parámetros obtenidos en un caso no correspondan a los de la siguiente puesta en marcha, lo que condujo a que algunos parámetros utilizados en el desarrollo fueron obtenidos teóricamente. Aun queda trabajo por hacer ya que el intento de construir un prototipo viable para la experimentación y su posterior operación continua se logró solo parcialmente.

Apéndice A Sensor de flujo



Apéndice B

Sensor de temperatura LM35

LM35 Precision Centigrade Temperature Sensors

1 Features

- Calibrated Directly in Celsius (Centigrade)
- Linear + 10-mV/°C Scale Factor
- 0.5°C Ensured Accuracy (at 25°C)
- Rated for Full -55°C to 150°C Range
- Suitable for Remote Applications
- Low-Cost Due to Wafer-Level Trimming
- Operates from 4 V to 30 V
- Less than 60-µA Current Drain
- Low Self-Heating, 0.08°C in Still Air
- Non-Linearity Only ±¼°C Typical
- Low-Impedance Output, 0.1 Ω for 1-mA Load

2 Applications

- Power Supplies
- Battery Management
- HVAC
- Appliances

3 Description

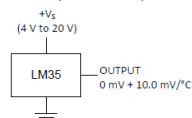
The LM35 series are precision integrated-circuit temperature devices with an output voltage linearly-proportional to the Centigrade temperature. The LM35 device has an advantage over linear temperature sensors calibrated in Kelvin, as the user is not required to subtract a large constant voltage from the output to obtain convenient Centigrade scaling. The LM35 device does not require any external calibration or trimming to provide typical accuracies of ±¼°C at room temperature and ±¼°C over a full -55°C to 150°C temperature range. Lower cost is assured by trimming and calibration at the wafer level. The low-output impedance, linear output, and precise inherent calibration of the LM35 device makes interfacing to readout or control circuitry especially easy. The device is used with single power supplies, or with plus and minus supplies. As the LM35 device draws only 60 µA from the supply, it has very low self-heating of less than 0.1°C in still air. The LM35 device is rated to operate over a -55°C to 150°C temperature range, while the LM35C device is rated for a -40°C to 110°C range (-10° with improved accuracy). The LM35-series devices are available packaged in hermetic TO transistor packages, while the LM35C, LM35CA, and LM35D devices are available in the plastic TO-92 transistor package. The LM35D device is available in an 8-lead surface-mount small-outline package and a plastic TO-220 package.

Device Information⁽¹⁾

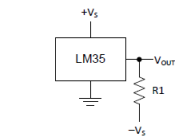
PART NUMBER	PACKAGE	BODY SIZE (NOM)
LM35	TO-CAN (3)	4.699 mm × 4.699 mm
	TO-92 (3)	4.30 mm × 4.30 mm
	SOIC (8)	4.90 mm × 3.91 mm
	TO-220 (3)	14.986 mm × 10.16 mm

(1) For all available packages, see the orderable addendum at the end of the datasheet.

Basic Centigrade Temperature Sensor
(2°C to 150°C)



Full-Range Centigrade Temperature Sensor



Choose $R_1 = -V_S / 50 \mu\text{A}$
 $V_{\text{OUT}} = 1500 \text{ mV}$ at 150°C
 $V_{\text{OUT}} = 250 \text{ mV}$ at 25°C
 $V_{\text{OUT}} = -550 \text{ mV}$ at -55°C

Bibliografía

- Kenneth Shultis y Chard E. Faw., Fundamentals of nuclear science and engineering. J. Editorial Marcel
- M. Vidyasagar, Nonlinear systems analysis, Prentice Hall
- John R. Lamarsh, Anthony J. Baratta Introduction to Nuclear Engineering Prentice Hall
- Samuel Glasstone, Alexander Sesonske, Nuclear Reactor Engineering Van nostrand Reinhold
- M. A. Schultz, Control of Nuclear Reactors and Power Plants, McGraw-Hill
- J. K. Hedrick and A. Girard, Control of Nonlinear Dynamic Systems: Theory and Applications
- M. M., El-Wakil Nuclear Heat Transport
- Elbert Hendricks, Ole Jannerup y Paul Haase Sorensen Linear Systems Control DETERMINISTIC AND STOCHASTIC METHODS, Springer
- Hassan K. Khalil, Nonlinear Systems Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ07458
- Panos J. Antsaklis, Anthony N. Michel, A linear systems primer, Birkhäuser