



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA CIVIL– GEOTECNIA

MÉTODO ANALÍTICO PARA EL ANÁLISIS, REVISIÓN Y DISEÑO DEL SISTEMA  
DE SOSTENIMIENTO DE TÚNELES CIRCULARES CONSTRUIDOS EN  
SUELOS SOMETIDOS A PROCESOS DE CONSOLIDACIÓN

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
DIEGO FERNANDO FORERO BUITRAGO

TUTOR  
DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD  
Instituto de Ingeniería, UNAM

Ciudad de México, Noviembre de 2016

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. RIGOBERTO RIVERA CONSTANTINO  
Secretario: DR. FERNANDO PEÑA MONDRAGÓN  
Vocal: GABRIEL AUVINET GUICHARD  
1<sup>er</sup> Suplente: M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA  
2<sup>do</sup> Suplente: M.I. FERMÍN SÁNCHEZ REYES

Lugar donde se realizó la tesis:  
INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS  
DR. GABRIEL AUVINET GUICHARD

---

FIRMA

## RESUMEN

Se presenta la ampliación de un método analítico aproximado (Pérez y Auvinet, 2016) para el análisis de los revestimientos (primario y secundario) que componen el sistema de sostenimiento de túneles construidos en suelos sometidos a consolidación.

El método se amplía: a) al incluir la solución analítica de Melan (1932) para representar la descarga por excavación; b) al considerar los efectos de la consolidación del suelo dentro de la interacción suelo-sistema de sostenimiento y c) al agregar el comportamiento esfuerzo deformación del suelo utilizando las ecuaciones de los modelos constitutivos Mohr Coulomb y Soft Soil.

Con el método analítico ampliado se obtienen resultados tanto a corto plazo (descompresión por excavación, descarga e interacción suelo-revestimiento primario) como a largo plazo (interacción suelo-sistema de sostenimiento por el efecto de la consolidación del suelo) de los esfuerzos y elementos mecánicos que actúan en la interfaz suelo-revestimiento; la distribución de esfuerzos y desplazamientos dentro de los revestimientos; los esfuerzos en la masa del suelo y un valor aproximado del asentamiento debido a la consolidación del suelo.

El método analítico ampliado se calibró con resultados de modelos numéricos realizados con el método del elemento finito (MEF) siguiendo los criterios para el diseño del revestimiento definitivo de túneles en suelos blandos (Rodríguez y Auvinet, 2010).

Se puede aplicar el método analítico ampliado en dos casos:

1 Diseño completo del sistema de sostenimiento. Los esfuerzos que actúan en el revestimiento primario son obtenidos de los esfuerzos geo-estáticos afectados por la descompresión y descarga del túnel. Los esfuerzos en el revestimiento secundario se calculan teniendo en cuenta los resultados de la interacción suelo-revestimiento primario, los parámetros efectivos de rigidez del suelo y el efecto de la consolidación.

2. Diseño del revestimiento secundario considerando mediciones de campo. El revestimiento primario se revisa con base en los resultados de las celdas de presión instaladas en la interfaz del túnel y se realiza el diseño del revestimiento secundario considerando el efecto de la consolidación. En este análisis no se consideran los efectos de la construcción (descompresión, descarga e interacción suelo-revestimiento primario).

La metodología se ilustra con el ejemplo de un túnel que formara parte del sistema de drenaje profundo de la ciudad de México.

## CONTENIDO

1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA .....	1
1.2. ANTECEDENTES.....	2
1.3. OBJETIVOS.....	3
1.3.1. Objetivo general .....	3
1.3.2. Objetivos específicos .....	3
1.4. ALCANCE .....	3
2. BASES TEÓRICAS .....	4
2.1. MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO .....	4
2.1.1. Ecuaciones de equilibrio, Timoshenko y Goodier (1970) .....	4
2.1.2. Ley de Hooke y relaciones esfuerzo deformación.....	5
2.1.3. Estado plano de deformaciones .....	6
2.1.4. Estado plano de esfuerzos.....	7
2.1.5. Deformación volumétrica unitaria.....	7
2.1.6. Módulo volumétrico ( $K$ ) .....	9
2.2. COMPORTAMIENTO DE TÚNELES CONSTRUIDOS EN SUELOS BLANDOS.....	9
2.2.1. Durante la excavación.....	9
2.2.2. Construcción del revestimiento primario y comportamiento a corto plazo .....	11
2.2.3. Construcción del revestimiento secundario y comportamiento a largo plazo.....	12
2.3. INSTRUMENTACIÓN EN TÚNELES.....	14
2.3.1. Piezometría .....	15
2.3.2. Deformaciones en el interior del túnel.....	17
2.3.3. Celdas de presión de tierra .....	19
2.4. CRITERIOS PARA EL DISEÑO DEL REVESTIMIENTO DEFINITIVO DE TÚNELES EN SUELOS BLANDOS (RODRÍGUEZ Y AUVINET, 2012) .....	20
2.4.1. Descripción de los criterios .....	20
2.4.2. Tipos de análisis utilizados en el modelado numérico.....	22

3. MÉTODO ANALÍTICO PARA EL DISEÑO Y REVISIÓN DEL REVESTIMIENTO DE TÚNELES CONSTRUIDOS EN SUELOS SOMETIDOS A PROCESOS DE CONSOLIDACIÓN CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE LA DESCARGA Y LA DESCOMPRESIÓN .....	24
3.1. METODOLOGÍA .....	25
3.1.1. Diseño del sistema de sostenimiento .....	25
3.1.2. Diseño del revestimiento secundario.....	33
3.2. AUTOMATIZACIÓN DEL MÉTODO ANALÍTICO .....	34
3.2.1. Datos requeridos .....	34
3.2.2. Resultados obtenidos.....	36
3.2.3. Representación gráfica .....	36
4. APLICACIONES.....	37
4.1. PARTE 1: ANÁLISIS DE UN TÚNEL A 20 METROS DE PROFUNDIDAD CONSTRUIDO EN SUELO BLANDO.....	37
4.1.1. Condiciones generales del ejemplo.....	37
4.1.2. Definición de la condiciones de análisis del método analítico .....	41
4.1.3. Definición de las condiciones de análisis en la modelización numérica.....	43
4.1.4. Resultados .....	44
4.2. PARTE 2: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD .....	74
4.2.1. Módulo de elasticidad del suelo .....	75
4.2.2. Relación de Poisson.....	78
4.2.3. Angulo de fricción.....	80
4.2.4. Factor de reducción de la rigidez Alpha ( $\alpha$ ).....	83
4.2.5. Resistencia a la compresión del concreto utilizado en el revestimiento primario ( $f'c$ ) .....	85
4.2.6. Resistencia a la compresión del concreto utilizado en el revestimiento secundario ( $f'c$ ).....	87
4.2.7. Espesor del revestimiento primario .....	89
4.2.8. Espesor del revestimiento secundario.....	91
4.2.9. Profundidad del túnel .....	92
5. CONCLUSIONES.....	96

6. REFERENCIAS .....	100
ANEXO 1. SOLUCIONES ANALÍTICAS PARA TÚNELES.....	104
ANEXO 2. MODELOS CONSTITUTIVOS .....	114
ANEXO 3. RESULTADOS ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD.....	122

## LISTA DE TABLAS

Tabla 1. Coeficiente de estabilidad tridimensional, Alberro 1987.....	10
Tabla 2. Resumen de los tipos de análisis con MEF (Rodriguez y Auvinet, 2012)	23
Tabla 3. Propiedades índice y parámetros de resistencia.....	38
Tabla 4. Parámetros de rigidez y compresibilidad.....	38
Tabla 5. Piezometría inicial .....	39
Tabla 6. Propiedades del concreto.....	40
Tabla 7. Etapas de análisis. ....	43
Tabla 8. Valores de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes en la interfaz suelo-revestimiento producidos por la descarga .....	46
Tabla 9. Resultados en la interfaz suelo-revestimiento primario considerando descarga .....	48
Tabla 10. Resultados en la interfaz suelo-revestimiento primario sin considerar la descarga .....	48
Tabla 11. resultados de esfuerzo radial y esfuerzo cortante en la interfaz suelo-revestimiento para los puntos de interés.....	53
Tabla 12. Valores de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes en la interfaz suelo-revestimiento producidos por la construcción del revestimiento secundario	57
Tabla 13. Esfuerzos radiales en la interfaz terreno-sistema de sostenimiento obtenidos con el método analítico para los diferentes abatimientos propuestos...	59
Tabla 14. Esfuerzos radiales en la interfaz terreno- sistema de sostenimiento obtenidos con el modelado numérico para los diferentes abatimientos propuestos .....	59
Tabla 15. Esfuerzos cortantes en la interfaz terreno- sistema de sostenimiento obtenidos con el método analítico para los diferentes abatimientos propuestos...	61
Tabla 16. Esfuerzos cortantes en la interfaz terreno- sistema de sostenimiento obtenidos con el modelado numérico para los diferentes abatimientos propuestos .....	61
Tabla 17. Esfuerzos radiales y cortantes que actúan en el revestimiento secundario para la condición de abatimiento total obtenidos con el método analítico.....	63
Tabla 18. Valores de referencia obtenidos con el método analítico para calcular los esfuerzos en el revestimiento secundario con la solución de Perez y Auvinet para el revestimiento .....	66

Tabla 19. Valores de referencia obtenidos con el modelado numérico utilizados para calcular los esfuerzos en el erevestimiento secundario con la solución de Perez y Auvinet para el revestimiento .....	67
Tabla 20. Valores máximos y mínimos de los esfuerzos en el revestimientos secundario obtenidos con el método analítico y el modelado numérico.....	68
Tabla 21. Resultados de esfuerzo radial en la clave, hastial y cubeta obtenidos con el método analítico y el modelado numérico .....	71
Tabla 22. Módulos de elasticidad efectivos del suelo.....	75

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Esfuerzos en las caras de un cubo diferencial, Deméneghi <i>et al</i> (2003)..	4
Figura 2. Deformación volumétrica de un elemento, Deméneghi <i>et al</i> (2003).....	8
Figura 3 Inyección de la lechada en es espacio anular entre el revestimiento primario y el suelo, Perez M, 2013. ....	11
Figura 4 . Representación de la el efecto de la descarga en un suelo balndo sometido a consolidación, notas de clase, 2015 .....	14
Figura 5. Piezómetro abierto tipo Casagrande, Conagua, 2012.....	16
Figura 6. Piezómetro de cuerda vibrante, Geokon, 2013. ....	17
Figura 7. Extensómetro de cinta, Geokon, 2002 .....	18
Figura 8. Secciones típicas para medir convergencias en túneles.....	18
Figura 9. Distanciómetro laser, Geokon, 2013 .....	19
Figura 10. Celdas de presión hidráulicas, John, 1988.....	20
Figura 11. Sistema de sostenimiento de un túnel sometido a un proceso de consolidación.....	21
Figura 12. Cálculo del desplazamiento máximo por descompresión total de la excavación .....	26
Figura 13. Cambio en la prsión de poro .....	30
Figura 14. Variación de la presión hidráulica sobre la clave del túnel debida al proceso de consolidación. ....	32
Figura 15. Datos de geometría requeridos .....	34
Figura 16. Datos de estratigrafía requeridos .....	35
Figura 17. Datos de la piezometría requeridos.....	35
Figura 18. Datos de los revestimientos requeridos .....	36
Figura 19. Gráficas obtenidas con la hoja de cálculo (izquierda) y con el programa Surfer 12 (derecha) .....	36
Figura 20. Sección de análisis ejemplo .....	38
Figura 21. Piezometría inicial .....	39
Figura 22. Estado inicial de esfuerzos.....	40
Figura 23. Condiciones piezométricas consideradas en los análisis a largo plazo	41
Figura 24. Puntos de análisis en el suelo.....	42

Figura 25. Puntos de análisis en los revestimientos.....	42
Figura 26. Geometría del modelo numérico y malla de elementos finitos .....	43
Figura 27. Comparación de las distribuciones de esfuerzos radiales (izquierda) y cortantes (derecha) iniciales (E0) en la interfaz terreno-revestimiento hallados con el método analítico y el modelo numérico. ....	45
Figura 28. Incrementos de esfuerzos radiales debidos a la descarga por construcción .....	47
Figura 29. Comparación de las distribuciones de esfuerzos radiales y cortantes en la interfaz suelo-revestimiento primario obtenidas con el método analítico y con el modelado numérico .....	49
Figura 30. Desplazamientos radiales debidos a la interacción con el revestimiento primario .....	50
Figura 31. Distribución de fuerzas axiales kN/m (izquierda) y momentos flexionantes kNm/m (derecha) producto de la interacción.....	51
Figura 32. distribución de esfuerzos radiales kPa (izquierda), tangenciales kPa (centro) y cortantes kPa (derecha) en el revestimiento primario .....	52
Figura 33. Esfuerzos totales verticales en el suelo debidos a la interacción suelo-revestimiento primario obtenidos con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha) .....	53
Figura 34. Exceso de presión de poro debido a la intreracción suelo-revestimiento primario obtenidos con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha). ....	54
Figura 35. Esfuerzos efectivos verticales en el suelo debidos a la interacción suelo-revestimiento primario obtenidos con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha).....	55
Figura 36. Relación de preconsolidación en el suelo debida a la interacción suelo-revestimiento primario obtenida con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha) .....	56
Figura 37. Incrementos de esfuerzos radiales (izquierda), tangenciales (centro) y cortantes (derecha) debidos a la construcción del revestimiento secundario .....	57
Figura 38. comparación de los esfuerzos radiales obtenidos con el método analítico y el método numérico para los diferentes abatimientos propuestos .....	60
Figura 39. comparación de los esfuerzos cortantes obtenidos con el método analítico y el método numérico para los diferentes abatimientos propuestos .....	62

Figura 40. Distribución de los esfuerzos radiales (izquierda) y esfuerzos cortantes (derecha) que actúan en el revestimiento secundario para la condición de abatimiento total obtenidos con el método numérico y el modelado numérico .....	64
Figura 41. Efecto de la descompresión lateral en el túnel .....	65
Figura 42. Comparación entre los resultados obtenidos al restar los esfuerzos en la interfaz suelo-revestimiento y los obtenidos con el modelado numérico directamente sobre el revestimiento secundario .....	66
Figura 43. Distribuciones de esfuerzos radiales (izquierda), tangenciales (centro) y cortantes (derecha) en el revestimiento secundario calculadas con los resultados obtenidos de restar los efectos en la interfaz terreno revestimiento hallados con el método analítico .....	67
Figura 44. distribuciones de esfuerzos radiales (izquierda), tangenciales (centro) y cortantes (derecha) en el revestimiento secundario calculadas con los resultados obtenidos en la interfaz entre los revestimientos utilizando el modelado numérico .....	68
Figura 45. Comparación de las fuerzas axiales y los momentos de flexión que actúan sobre el revestimiento secundario obtenidos con el método analítico y el modelado numérico .....	69
Figura 46. Esfuerzos totales verticales obtenidos con el método analítico y el modelado numérico para la condición de abatimiento total de la presión de poro $Abat=100\%$ .....	70
Figura 47. Comparación de la evolución de los esfuerzos radiales en la clave, en el hastial y en la cubeta obtenidos con el método analítico y el método numérico	71
Figura 48. Comparación de las distribuciones de esfuerzo radial obtenidas con el método analítico y el modelado numérico para las etapas más importantes de túnel .....	72
Figura 49. Variación del esfuerzo total con la magnitud del abatimiento piezométrico (tomado de Revista 225, Sociedad Mexicana de ingeniería Geotécnica) .....	73
Figura 50. Comparación entre los resultados de esfuerzo cortante obtenidos con el método analítico y el modelado numérico .....	73
Figura 51. Análisis de sensibilidad a variaciones del módulo de elasticidad efectivo del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario .....	76

Figura 52. Análisis de sensibilidad a variaciones del módulo de elasticidad efectivo del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento .....	77
Figura 53. Análisis de sensibilidad a variaciones de la relación de poisson del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario .....	79
Figura 54. Análisis de sensibilidad a variaciones de la relación de poisson del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento .....	80
Figura 55. Análisis de sensibilidad a variaciones del ángulo de fricción sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario .....	81
Figura 56. Análisis de sensibilidad a variaciones del ángulo de fricción sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento .....	83
Figura 57. Análisis de sensibilidad a variaciones del factor de reducción a la rigidez sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario .....	84
Figura 58. Análisis de sensibilidad a variaciones del factor de reducción a la rigidez sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento ....	85
Figura 59. Análisis de sensibilidad a variaciones de la resistencia a la compresión del concreto del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario.....	86
Figura 60. Análisis de sensibilidad a variaciones de la resistencia a la compresión del concreto del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento .....	87
Figura 61. Análisis de sensibilidad a variaciones de la resistencia a la compresión del concreto del revestimiento secundario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento.....	88

Figura 62. Análisis de sensibilidad a variaciones del espesor del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario .....	90
Figura 63. Análisis de sensibilidad a variaciones del espesor del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento .....	91
Figura 64. Análisis de sensibilidad a variaciones del espesor del revestimiento secundario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento .....	92
Figura 65. Análisis de sensibilidad a variaciones de la profundidad del túnel sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario .....	93
Figura 66. Análisis de sensibilidad a variaciones de la profundidad del túnel sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento ....	94
Figura 67. Nomenclatura para el análisis de un túnel circular (Einstein y Schwartz, 1979) .....	104
Figura 68. Análisis de un túnel circular considerando un estado inicial de esfuerzos correspondiente al peso del terreno en un punto de interés .....	105
Figura 69. Ubicación de puntos en la interfaz terreno-revestimiento donde se calculan esfuerzos radiales y cortantes con la solución de Einstein y Schwartz (1979) o con celdas de carga y que después son utilizados en la solución de Pérez y Auvinet (2013). .....	107
Figura 70. Fuerza normal debida a la descarga del suelo actuando en el eje del túnel, problema de Mindlin (1940) .....	112
Figura 71. Criterio de falla de Mohr Coulomb.....	114
Figura 72. Superficie de fluencia de Mohr Coulomb.....	116
Figura 73. Relación logarítmica entre la deformación volumétrica y el esfuerzo principal.....	117
Figura 74. Superficie de fluencia del modelo Soft Soil en el plano (p'-q).....	119
Figura 75. Representación de la superficie total de fluencia del modelo Soft Soil en el plano de esfuerzos principales (Plaxis 2015). .....	120



## 1. INTRODUCCIÓN

### 1.1. PLANTEAMIENTO Y JUSTIFICACIÓN DEL PROBLEMA

Los túneles son obras lineales de gran longitud, que en la mayoría de los casos deben atravesar por distintos tipos de suelos o rocas. Por tanto, determinar las variaciones en la estratigrafía del terreno es importante. Sin embargo, hacerlo de forma detallada es difícil, muchas veces por falta de información, otras porque la geología de la zona es heterogénea y a veces porque no es posible realizar exploración geotécnica en la zona de interés. Por lo anterior, los modelos geotécnicos desarrollados con la información disponible solo permiten hacer una estimación aproximada de las condiciones del sitio y como consecuencia el diseño de los revestimientos del túnel está sujeto a cierta incertidumbre.

Para subsanar esto, es conveniente realizar análisis considerando las posibles variaciones de las propiedades del suelo y los espesores de los estratos, obteniéndose para cada caso, las solicitaciones que actuarán en los sostenimientos y/o revestimientos durante su construcción y vida útil. Con lo anterior se logra obtener un panorama de las condiciones más desfavorables a las que podría estar sometido el túnel.

Las soluciones analíticas permiten determinar dichas solicitaciones mediante análisis rápidos modificando las variables de interés (propiedades del suelo y espesores de los estratos), sin embargo éstas solo son útiles para cálculos específicos, ya sea de interacción, cálculo de desplazamientos o de esfuerzos. Por tanto, para tener un panorama completo del comportamiento del túnel es necesario utilizar varias de estas soluciones.

El instituto de Ingeniería de la UNAM (Pérez y Auvinet, 2016) desarrolló un método analítico para el análisis y diseño de túneles, el cual integra las soluciones analíticas de Einstein y Schwartz (1979) y Pérez y Auvinet (2012c). Con este método se puede hacer un análisis aproximado de los esfuerzos y deformaciones que actúan en los revestimientos del túnel a corto y a largo plazo. Al comparar los resultados de este método analítico con los obtenidos de modelos numéricos se evidenció que a corto plazo son satisfactorios para túneles profundos y que a largo plazo el método permite representar la descompresión lateral del túnel pero no el incremento de esfuerzo que se genera por el abatimiento de las presiones de poro (efecto de la consolidación), en las zonas cercanas a la clave y a la cubeta del túnel.

Con base en el párrafo anterior se deduce que el método analítico necesita adaptaciones para ser utilizado en túneles someros y para considerar los efectos inducidos por la consolidación. La primera adaptación consiste en considerar el cambio en los esfuerzos alrededor del túnel debido a la diferencia de peso entre el

material excavado y el peso del revestimiento primario (descarga por construcción). La segunda adaptación consiste en incluir el efecto que tiene la variación de la presión de poro del suelo en el sistema de sostenimiento.

Al incluir dichas adaptaciones en el método analítico, se puede realizar el diseño considerando la mayoría de los factores que intervienen durante la construcción y a lo largo de vida útil del túnel. Con este método se pueden realizar estudios de sensibilidad, análisis paramétricos y análisis de confiabilidad. No requiere de personal especializado para su aplicación y ayuda a validar los resultados obtenidos con el método del elemento finito de manera rápida.

## 1.2. ANTECEDENTES

Tamez, *et al.* (1997) presentaron un procedimiento aproximado para estimar los incrementos de presión sobre el revestimiento de un túnel, inducidos por el proceso de consolidación. El procedimiento se basa en el mecanismo de prisma deslizando en la clave (Tamez, 1997)

Zaldívar *et al.* (2012) presentaron una metodología para determinar la distribución de esfuerzos y desplazamientos en el suelo alrededor de un túnel, considerando el cierre de la excavación (Alberro, 1983) y el “efecto burbuja” (Auvinet y Rodríguez, 2010) utilizando las ecuaciones de Melan (1932)

“Autores como Einstein y Schwartz (1979); Reséndiz y Romo (1981); Sagaseta (1987); Matsumoto y Nishioka (1991); Verruijt y Booker (1996) y Loganathan y Poulos (1998) han intentado modelar la interacción suelo-revestimiento contribuyendo con el entendimiento del mecanismo de interacción” Bobet (2001).

Pérez y Auvinet (2013) propusieron dos soluciones analíticas para túneles circulares. Con la primera se pueden obtener los campos de esfuerzos y desplazamientos alrededor de un túnel circular. Con la segunda se obtienen los mismos campos pero en el interior del revestimiento. Ambas soluciones consideran un medio infinito y toman en cuenta como condiciones de frontera en la interfaz terreno-revestimiento dos polinomios de cuarto grado que representan las distribuciones de esfuerzo radial y esfuerzo cortante.

Pérez y Auvinet (2016) Presentaron un método analítico aproximado para obtener los esfuerzos y desplazamientos que actúan en la interfaz suelo-revestimiento de un túnel, este método permite hacer análisis a corto plazo y a largo plazo. El método brinda buenos resultados para túneles profundos.

En este trabajo se hace una revisión detallada de los trabajos desarrollados por Einstein y Schwartz (1979); Pérez y Auvinet (2013) y Zaldívar *et al.* (2012).

## 1.3. OBJETIVOS

### 1.3.1. Objetivo general

Proponer una nueva metodología analítica aproximada para el análisis, revisión y diseño de túneles construidos en suelos sometidos a procesos de consolidación basándose en el método analítico de Pérez y Auvinet (2016) y considerando los efectos de la descarga por excavación e interacción suelo-estructura inducida por el proceso de consolidación.

### 1.3.2. Objetivos específicos

- Presentar una descripción del comportamiento de los túneles construidos en suelos sometidos a procesos de consolidación durante su construcción y funcionamiento, así como una breve revisión de la instrumentación utilizada para evaluar su comportamiento.
- Presentar brevemente la mecánica del medio continuo utilizada, las soluciones de Einstein y Schwartz (1979); Melan, (1932); Pérez y Auvinet (2013) y los modelos constitutivos Mohr Coulomb y Soft Soil
- Describir los pasos que componen el método analítico y presentar los cálculos que se realizan en cada paso.
- Automatizar el método analítico en una hoja de cálculo.
- Verificar si los resultados obtenidos al aplicar el método analítico corresponden con los obtenidos por el Método del Elemento Finito al seguir los “criterios para el diseño del revestimiento definitivo de túneles en suelos blandos” propuestos por el instituto de Ingeniería (Rodríguez y Auvinet, 2010).
- Realizar el análisis de una sección de túnel que formará parte del drenaje profundo de la ciudad de México utilizando el método analítico y comparar los resultados con los obtenidos de modelizar la misma sección utilizando un programa basado en el método del elemento finito (MEF)
- Realizar un análisis de sensibilidad de los parámetros que se utilizan en el método analítico para determinar cuáles son los más importantes en el diseño del túnel

## 1.4. ALCANCE

Esta investigación tiene como alcance proporcionar un método para realizar la evaluación de la sección transversal del revestimiento de túneles construidos con máquinas tuneladoras en suelos sometidos a procesos de consolidación. Los efectos tridimensionales que puedan presentarse no son considerados en el análisis. Sin embargo la metodología utilizada se puede ampliar para otras condiciones si se tienen en cuenta las consideraciones adecuadas.

## 2. BASES TEÓRICAS

### 2.1. MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUÓ

#### 2.1.1. Ecuaciones de equilibrio, Timoshenko y Goodier (1970)

Considerando que el elemento de tamaño diferencial, que hace parte de un medio continuo, elástico e isótropo, y que está sometido al sistema de cargas mostrado en la Figura 1 se encuentra en equilibrio, se debe cumplir que:

$$\sum F_X = \sum F_Y = \sum F_Z = 0$$

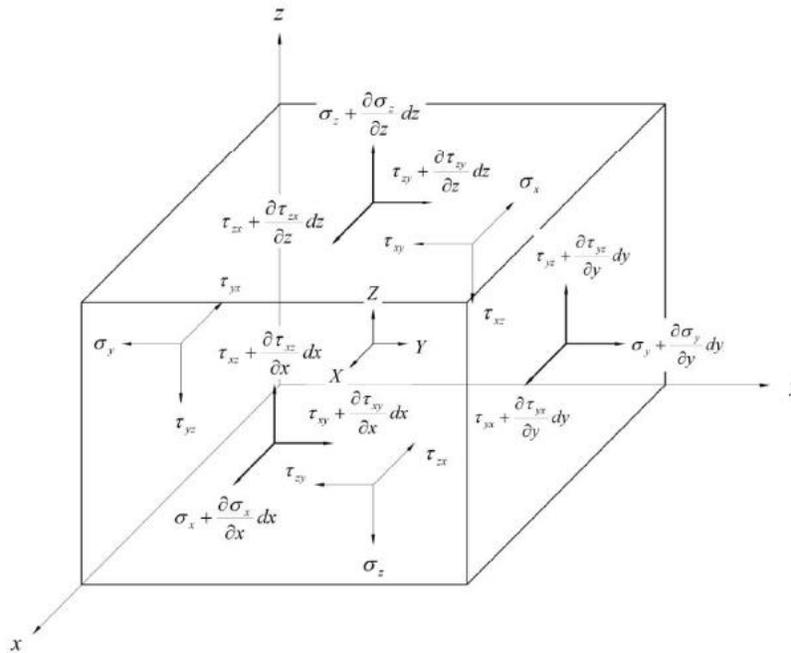


Figura 1. Esfuerzos en las caras de un cubo diferencial, Deméneghi *et al* (2003)

Los esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  son normales a las caras superficiales del elemento y son los que producen las deformaciones axiales, el subíndice indica la dirección en la que estos actúan; los esfuerzos cortantes  $\tau_{xy}$ ,  $\tau_{yz}$  y  $\tau_{zx}$  son esfuerzos paralelos a las caras del elemento y son los responsables de las deformaciones angulares; la dirección del esfuerzo está dada por el primer subíndice y la cara del elemento sobre la que actúa esta dada por el segundo, finalmente las fuerzas  $X$ ,  $Y$ , y  $Z$ , son las fuerzas de cuerpo en cada una de las direcciones.

Para el equilibrio de fuerzas, los esfuerzos que coinciden con el sentido ascendente de los ejes coordenados son positivos y los que van en sentido contrario negativos.

Por tanto, al hacer el equilibrio de fuerzas en cada una de las direcciones se tiene:

$$\begin{aligned}
\sum F_x &= \left( \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} d_x \right) d_y d_z - \sigma_x d_y d_x + \left( \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} d_y \right) d_z d_x - \tau_{yx} d_z d_x \\
&\quad + \left( \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} d_z \right) d_x d_y - \tau_{zx} d_x d_y + X d_x d_y d_z = 0 \\
\sum F_y &= \left( \tau_{xy} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} d_x \right) d_y d_z - \tau_{xy} d_y d_z + \left( \sigma_y + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} d_y \right) d_x d_z - \sigma_y d_x d_z \\
&\quad + \left( \tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} d_z \right) d_x d_y - \tau_{zy} d_x d_y + Y d_x d_y d_z = 0 \\
\sum F_z &= \left( \tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} d_x \right) d_y d_z - \tau_{xz} d_y d_z + \left( \tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} d_y \right) d_x d_z - \tau_{yz} d_x d_z \\
&\quad + \left( \sigma_z + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} d_z \right) d_x d_y - \sigma_z d_x d_y + Z d_x d_y d_z = 0
\end{aligned} \tag{1}$$

Simplificando y dividiendo entre el volumen del elemento  $d_x d_y d_z$ :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + X &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + Y &= 0 \\
\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0
\end{aligned} \tag{2}$$

Si se toman momentos con respecto al centro del elemento diferencial, se ve que las componentes de esfuerzo normal no producen giro, y que para mantener la condición de equilibrio los esfuerzos cortantes deben cumplir:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy} ; \tau_{zx} = \tau_{xz} ; \tau_{yz} = \tau_{zy} \tag{3}$$

### 2.1.2. Ley de Hooke y relaciones esfuerzo deformación

Robert Hooke (1635-1703) estableció experimentalmente la relación entre las componentes de esfuerzo y deformación, hoy conocida como la ley de Hooke, la cual establece las siguientes relaciones para un cuerpo sometido a una carga axial:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} ; \varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} ; \varepsilon_z = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \tag{4}$$

Si se asume que un cuerpo es sometido al mismo tiempo a cargas axiales en las tres direcciones, los valores de deformación quedan dados por las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]\end{aligned}\tag{5}$$

Así mismo se puede comprobar que para el estado de esfuerzos ya descrito se tienen estas relaciones:

$$\gamma_{xz} = \frac{1}{G} \tau_{xz}, \quad \gamma_{yz} = \frac{1}{G} \tau_{yz}, \quad \gamma_{zx} = \frac{1}{G} \tau_{zx}\tag{6}$$

Donde  $E$ ,  $\nu$  y  $G$  son el módulo de elasticidad, la relación de Poisson y el módulo de corte, respectivamente.

### 2.1.3. Estado plano de deformaciones

Existen ciertas condiciones para las cuales las componentes de deformación en uno de los ejes coordenados son iguales a cero, generalmente esto sucede en cuerpos en los cuales una de sus dimensiones es muy grande (Túneles, presas o cimentaciones corridas), por tanto si este cuerpo es cargado mediante fuerzas perpendiculares continuas a la dirección longitudinal, puede suponerse que todas las secciones rectangulares están en iguales condiciones, de forma que cualquier desplazamiento en la dirección axial sea imposible, a este estado se le conoce como deformación plana.

Dado que las condiciones son las mismas en todas las secciones rectas, y asumiendo que la longitud en  $z$  es muy grande, es suficiente con considerar una rebanada contenida entre dos secciones separadas una longitud unitaria. Las componentes de desplazamiento  $u$  y  $v$  dependen solamente de  $x$  e  $y$ , pero no de  $z$ , puesto que el desplazamiento longitudinal  $w$  es cero.

$$\varepsilon_z = \frac{1}{2} \gamma_{xz} = \frac{1}{2} \gamma_{yz} = 0\tag{7}$$

Por tanto si se iguala a cero la deformación en  $z$  de las ecuaciones 5 se tiene:

$$\sigma_z = \nu * (\sigma_x + \sigma_y)\tag{8}$$

Sustituyendo en las relaciones correspondientes para  $\varepsilon_x$ ,  $\varepsilon_y$  y  $\gamma_{xz}$ :

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [(1 - \nu^2)\sigma_x - \nu(1 + \nu)\sigma_y]\tag{9}$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} [(1 - \nu^2)\sigma_y - \nu(1 + \nu)\sigma_x]$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} = \frac{2(1 + \nu)}{E} \tau_{xz}$$

#### 2.1.4. Estado plano de esfuerzos

Al igual que en la deformación plana, un estado de esfuerzos plano se produce cuando la variación del esfuerzo en una dirección es igual a cero. Por ejemplo si una placa delgada es cargada mediante fuerzas aplicadas en su contorno, paralelas al plano de la placa y distribuidas uniformemente en su espesor, las componentes de la tensión  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\tau_{xz}$  y es denominado estado plano de esfuerzos Timoshenko y Goodier (1970). Este estado de esfuerzos se presenta comúnmente en muros; las ecuaciones que representan esta condición de análisis son:

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \quad (10)$$

Para esta condición las ecuaciones de deformación se reducen a las siguientes:

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} (\sigma_x - \nu\sigma_y)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E} (\sigma_y - \nu\sigma_x)$$

$$\varepsilon_z = -\frac{\nu}{E} (\sigma_x + \nu\sigma_y)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G}$$
(11)

#### 2.1.5. Deformación volumétrica unitaria

Considerando un prisma rectangular que experimenta las deformaciones indicadas en la Figura 2.

Las deformaciones unitarias son:

$$\varepsilon_x = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta u}{\Delta x} \cong \frac{\Delta u}{\Delta x}$$

$$\varepsilon_y = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta y} \cong \frac{\Delta v}{\Delta y}$$

$$\varepsilon_z = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta w}{\Delta z} \cong \frac{\Delta w}{\Delta z}$$
(12)

Los volúmenes inicial y final valen, respectivamente

$$V = (\Delta x)(\Delta y)(\Delta z) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} V' &= (\Delta x + \varepsilon_x \Delta x)(\Delta y + \varepsilon_y \Delta y)(\Delta z + \varepsilon_z \Delta z) \\ &= (\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)(1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) \end{aligned} \quad (14)$$

$$V' = (\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_x \varepsilon_z + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z) \quad (15)$$

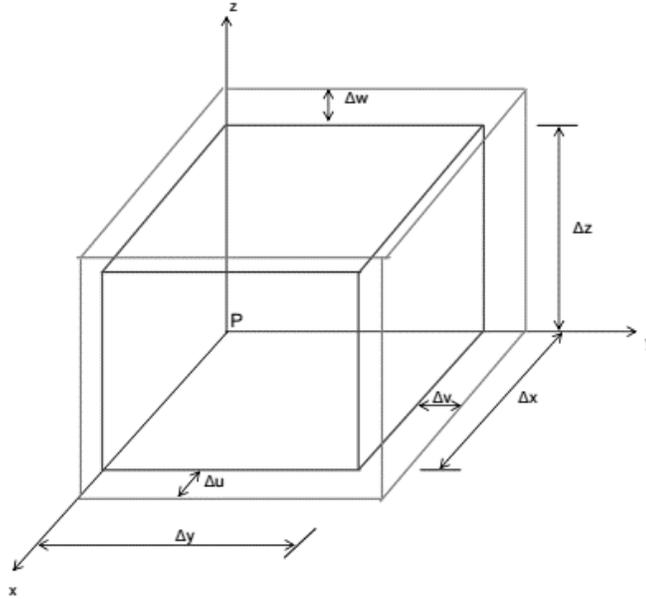


Figura 2. Deformación volumétrica de un elemento, Deméneghi *et al* (2003)

Despreciando los productos de orden superior

$$V' = (\Delta x)(\Delta y)(\Delta z)(1 + \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (16)$$

Se tiene que la deformación volumétrica unitaria está definida como:

$$\varepsilon_v = \frac{V' - V}{V} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (17)$$

Por tanto, la deformación volumétrica unitaria es igual a la suma de las deformaciones unitarias lineales. Teniendo en cuenta que el esfuerzo medio se define como sigue:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (18)$$

Reemplazando las ecuaciones (5) en la ecuación (17) se tiene:

$$\varepsilon_v = \frac{3(1 - 2\nu)}{E} \sigma_m \quad (19)$$

### 2.1.6. Módulo volumétrico (K)

El módulo volumétrico de un material determina cuanto se comprimirá el material ante una cierta cantidad de presión externa, la relación entre el cambio en la presión y la fracción del volumen que se comprime es llamada módulo bulk.

Este módulo se puede relacionar con el módulo de elasticidad ( $E$ ) y el módulo de rigidez cortante ( $G$ ) del material con la siguiente expresión:

$$K = \frac{EG}{3(3G - E)} \quad (20)$$

## 2.2. COMPORTAMIENTO DE TÚNELES CONSTRUIDOS EN SUELOS BLANDOS

### 2.2.1. Durante la excavación

En el diseño de la excavación de túneles en suelos blandos existen dos aspectos a considerar: el primero es la estabilidad del frente de la excavación y el segundo es el control de los asentamientos inducidos por la misma.

Los dos aspectos mencionados dependen de varios factores que incluyen las condiciones geológicas, geotécnicas e hidráulicas del sitio, la geometría y profundidad del túnel y en especial medida el método de excavación utilizado.

Es por ello que se debe ser muy cuidadoso al momento de determinar el procedimiento constructivo que se ha de utilizar.

En general durante la excavación se produce un cambio en el estado de esfuerzos de la masa del suelo, que pasa de ser tridimensional en el frente a un estado bidimensional a medida que el túnel avanza, por otro lado se sabe que el avance del escudo induce esfuerzos cortantes en el suelo, incrementos en la presión de poro y remoldeo del suelo adyacente a la excavación, por tanto la excavación no solo producirá efectos inmediatos en el suelo, sino que generara consecuencias que dependerán del tiempo.

Para evaluar la estabilidad del frente de un túnel excavado en suelos cohesivos se puede utilizar la teoría de las líneas características (Alberro 1987). La cual se resume en la siguiente ecuación.

$$\frac{\gamma h + q - \sigma_a}{c} < N_{ct} \frac{h}{D} \quad (21)$$

Donde

$\gamma$  = Peso volumétrico medio del suelo hasta el eje del túnel, en t/m<sup>3</sup>

$h$  = Profundidad al piso del túnel, en m

$\sigma_a$  = Presión en el frente del túnel, en t/m<sup>2</sup>

$q$  = Sobrecarga en la superficie, en t/m<sup>2</sup>

$D$  = Diámetro de excavación del túnel, en m

$c$  = Cohesión ponderada a lo largo de la superficie de falla, en t/m<sup>2</sup>

$N_{ct}$  = Coeficiente de estabilidad tridimensional (adimensional).

El coeficiente de estabilidad tridimensional está en función de la relación  $h/D$ , en la siguiente tabla se presentan algunos de sus valores.

Tabla 1. Coeficiente de estabilidad tridimensional, Alberro 1987.

$h/D$	$N_{ct}$
1.5	3.77
2	4.48
2.2	4.64
3	5.2
3.8	5.65

Para otras relaciones de  $h/D$  es conveniente obtener el coeficiente  $N_{ct}$  al trazar las redes características (Alberro 1987)

A partir de la anterior ecuación, el factor de seguridad (FS) se obtendrá con la siguiente expresión.

$$FS = \frac{cN_{ct}}{\gamma h + q - \sigma_a} \frac{h}{D} \quad (22)$$

Para garantizar la estabilidad del frente, el factor de seguridad obtenido debe ser igual o superior a 1.5. (CFE, 2016)

En cuanto a los desplazamientos, ya se mencionó que dependen de manera importante del proceso constructivo, sin embargo es inevitable que se presenten movimientos hacia el interior o el exterior del túnel y en la superficie del terreno.

Por otra parte, se tiene que los movimientos hacia dentro o fuera del túnel que se presentan en la etapa de excavación son normalmente instantáneos y se producen por la diferencia de esfuerzos entre la masa del suelo y el frente de excavación. Por ejemplo si se utilizan métodos convencionales de excavación o un escudo con frente presurizado pero cuya presión neta en el frente sea menor que los esfuerzos horizontales iniciales, es común que el desplazamiento ocurra hacia dentro del túnel, debido a la descompresión en el avance de excavación.

En los suelos blandos cuando la tuneladora no cuenta con escudo es común que el avance de la excavación no sea mayor a un metro, esto se debe a que si se permiten deformaciones muy grandes estas suelen producir reducciones indeseables en la resistencia al esfuerzo cortante del suelo, y como consecuencia grandes presiones en el futuro revestimiento (Rico y Castillo, 1978). Por otro lado si se utiliza un método de excavación con escudo presurizado y la presión neta en el frente del túnel es mayor que los esfuerzos horizontales iniciales, entonces se desarrollará un campo de desplazamientos hacia fuera del túnel.

En zonas urbanas es muy importante mantener por debajo de límites tolerables los movimientos en la superficie del terreno debidos a la excavación del túnel, ya que dichos desplazamientos pueden llegar a dañar edificios e infraestructura aledaña al trazo del túnel, Este control se hace utilizando una instrumentación adecuada.

### 2.2.2. Construcción del revestimiento primario y comportamiento a corto plazo

En suelos blandos, para que los asentamientos producidos por la excavación no sobrepasen los límites permisibles, se debe instalar inmediatamente después de la excavación un revestimiento primario o temporal, esto, debido a que el suelo por sí mismo no puede alcanzar una condición de equilibrio final.

Normalmente el escudo presenta un diámetro mayor que el del revestimiento primario y durante la instalación del mismo tiende a generarse una oquedad entre el suelo y el revestimiento (sobre excavación); si este espacio no se rellena rápidamente se pueden generar desplazamientos radiales no deseados; por tanto para que se pueda lograr el contacto y evitar dichos desplazamientos se debe inyectar un mortero de fraguado rápido el cual rellena el espacio anular, tal como se muestra en la Figura 3

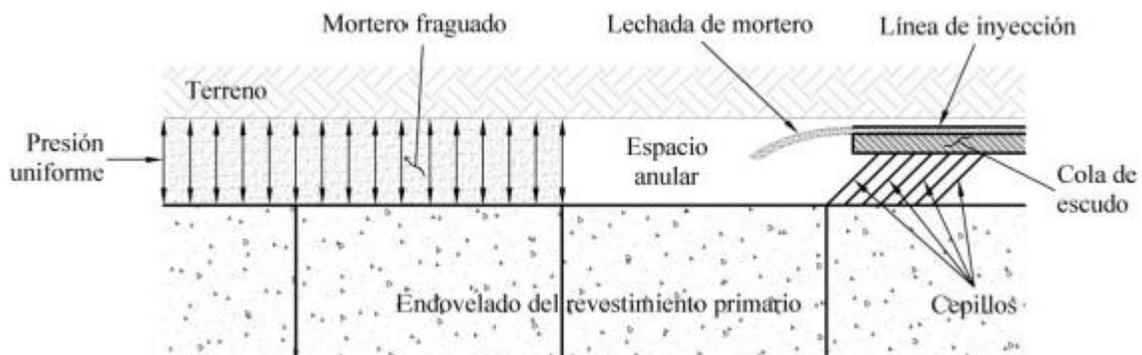


Figura 3 Inyección de la lechada en es espacio anular entre el revestimiento primario y el suelo, Perez M, 2013.

La lechada se inyecta de tal manera que se genere una presión uniforme la cual garantiza el contacto entre los dos materiales y le genera el primer incremento de

esfuerzos al revestimiento. Cuando la lechada fragua, inicia el proceso de interacción entre el suelo y el revestimiento, este proceso genera un nuevo estado de esfuerzos en la masa del suelo y le induce al revestimiento ciertas solicitaciones.

En el caso de las arcillas del valle de México, es común suponer que el revestimiento primario se ve obligado a soportar la presión total que transmite la masa del suelo, es decir que no se tiene en cuenta la descompresión, debido a que en este tipo de suelos las condiciones iniciales tienden a re-establecerse a mediano plazo. (Auvinet y Rodríguez, 2010). Sin embargo, se debe considerar la descarga que se produce al remover el suelo de la excavación, ya que genera un incremento de esfuerzos en la clave del túnel y una disminución en la cubeta del mismo, generando una variación en el estado de esfuerzos inicial.

Así mismo, el proceso de interacción suelo-revestimiento primario genera un cambio en el estado de esfuerzos, que viene acompañado de un exceso de presión de poro en el suelo, el cual se disipa rápidamente (Gutiérrez y Schmitter, 2010), no obstante también produce una alteración del estado de esfuerzos que se debe considerar para el cálculo de las deformaciones.

Por otro lado es sabido que los túneles son estructuras sobre compensadas, lo que ocasiona que el revestimiento primario tenga la tendencia a ascender, lo cual es conocido como efecto burbuja. Este efecto se debe a que la diferencia de pesos entre el suelo excavado y el revestimiento primario genera un esfuerzo diferencial ascendente, el cual se transmite por el revestimiento. Si el revestimiento es rígido, se trasmite mayor parte de la carga hacia la clave del túnel, pero si este es flexible, el revestimiento se deforma y no se transmite carga a la parte superior del túnel. Por tanto la emersión aparente depende en gran medida de la rigidez del revestimiento primario. Es importante hacer la consideración de este comportamiento durante su funcionamiento.

En ciertas ocasiones el revestimiento primario es suficiente para soportar las solicitaciones que el suelo le trasmite, sin embargo en suelos como los del valle de la ciudad de México, los cuales están sometidos al abatimiento de la presión de poro, es necesaria la instalación de otro revestimiento, llamado revestimiento secundario o definitivo, el cual se encargara de asumir las solicitaciones que se generan a largo plazo.

### **2.2.3. Construcción del revestimiento secundario y comportamiento a largo plazo**

Como ya se mencionó, los túneles en suelos blandos requieren un elemento estructural para garantizar su estabilidad durante la construcción (revestimiento primario o temporal). Además, cuando en el medio se puedan presentar cambios

en los esfuerzos durante la etapa de servicio, es necesario un revestimiento secundario o definitivo. Los cambios en los esfuerzos alrededor de un túnel después de su construcción pueden producirse, por (Flores, 2010):

- Sismos.
- Excavaciones o construcciones superficiales en las que el bulbo de esfuerzos se extiende hasta la profundidad del túnel.
- Construcción de cimentaciones profundas cercanas al túnel.
- Construcción de otros túneles aledaños.
- Cambio en las condiciones piezométricas por bombeo local o regional del agua de los estratos permeables o por filtraciones excesivas a través del revestimiento del túnel.
- Fenómenos de hinchamiento

Por tanto en una ciudad como la ciudad de México en la cual pueden presentarse todas las situaciones arriba señaladas es casi seguro que los túneles deban ser diseñados contemplando un revestimiento secundario.

En este documento se considerará solo la condición de “cambio en los esfuerzos producto del abatimiento”.

El abatimiento de la presión de poro generará la consolidación del medio que rodea el túnel. Debido a la descarga producida por la excavación, el suelo debajo del túnel se encuentra pre-consolidado, lo cual implica que durante el proceso de consolidación el suelo bajo el túnel se asentará menos que el suelo circundante (emersión aparente).

Dicha emersión ocasiona que el suelo alrededor del túnel tienda a colgarse del revestimiento primario y genere un cambio en el estado de esfuerzos. Por tanto el túnel se somete a condiciones estructuralmente desfavorables siendo cargado verticalmente en la clave y sufriendo una descarga en los hastiales debida a la disminución de la presión de poro. La ecuación ( 23 ) (Terzaghi 1943) permite determinar la descarga horizontal, y la Figura 4 presenta un esquema de cómo se distribuye la misma.

$$\Delta\sigma_x = \Delta U * (1 - k_0) \quad ( 23 )$$

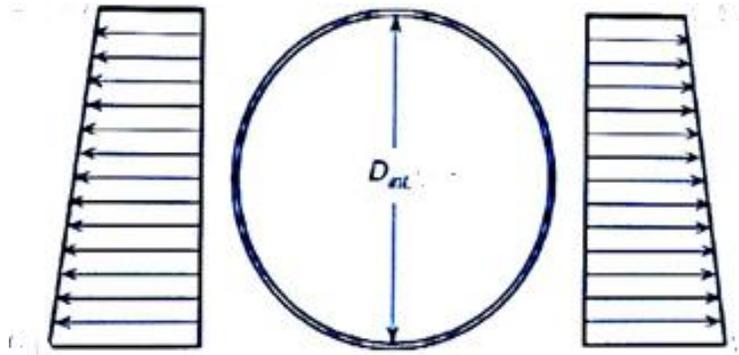


Figura 4 . Representación de la el efecto de la descarga en un suelo balndo sometido a consolidación, notas de clase, 2015

Dónde:

$\Delta U$  = Abatimiento generado en el suelo a una determinada profundidad.

$k_0$  = Coeficiente de empuje de tierra en reposo

### 2.3. INSTRUMENTACIÓN EN TÚNELES

La instrumentación de un túnel tiene como objetivo principal conocer y evaluar el comportamiento real de la obra y de las estructuras aledañas, durante la construcción del túnel y su etapa de funcionamiento. Esto con el fin de verificar hipótesis y criterios de diseño y brindar seguridad a la comunidad afectada por la construcción del túnel. Finalmente la instrumentación es una herramienta fundamental para calibrar los modelos de cálculo y con esto optimizar los diseños durante la construcción de igual forma, permite detectar cualquier anomalía en el comportamiento esperado de la estructura y planear alternativas para solucionarlo.

Dado que los túneles son obras de gran extensión y que debido a ello realizar una exploración geotécnica detallada es muy costoso, en muchos casos los diseños se deben realizar con ausencia de información significativa de las propiedades del suelo; esto trae consigo grados de incertidumbre elevados. Por otra parte el comportamiento del suelo no siempre es el esperado, así que el ingeniero debe contar con herramientas que le permitan conocer en tiempo real el comportamiento del túnel, razón por la cual, en la actualidad la instrumentación se ha convertido en una práctica común.

Cuando la instrumentación, se realiza e interpreta bien, no sólo permite establecer el comportamiento de una estructura y la evolución de sus condiciones de estabilidad o de servicio, sino que también permite verificar toda la concepción de su proyecto, así como el cumplimiento, en el caso particular de que se trate, de las teorías de que se haya hecho uso en dicho proyecto; de esta manera, la instrumentación geotécnica y topográfica cumple un cometido que va más allá de obtener información sobre la estructura objeto de las mediciones y se convierte en

un poderoso medio para verificar el cumplimiento de las concepciones teóricas en la realidad de las obras.

El método analítico presentado en esta tesis emplea los resultados de varios instrumentos, en primer lugar se utilizan los resultados de los piezómetros para definir el perfil piezométrico y obtener la distribución de la presión de poro inicial; se utilizan los deformímetros para comparar las convergencias calculadas con el método con las medidas dentro del túnel. Finalmente se utilizan las celdas de carga para realizar la revisión del revestimiento primario. A continuación se presentan algunos de los instrumentos de medición más utilizados para la instrumentación de los túneles.

### **2.3.1. Piezometría**

#### *Piezómetros tipo Casagrande*

Permite conocer la presión de poro dentro de un punto específico del subsuelo, que corresponde a la ubicación del bulbo piezométrico. Está compuesto básicamente por una serie de tubos de PVC de 1" de diámetro, en su parte inferior lleva un tramo ranurado de un metro de longitud (Bulbo), cuya posición dentro del barreno está en función del perfil obtenido durante la exploración previa. La cámara piezométrica está formada con un filtro de grava alrededor del bulbo; seguida de materiales arenosos de transición y finalmente de un tapón de lechada de cemento.

El piezómetro de Casagrande tiene la ventaja de ser simple y económico, además es adecuado para la mayoría de los suelos, sin embargo presenta la desventaja de que no se pueden medir presiones de poro negativas (Conagua, 2012), además que en suelos finos su tiempo de estabilización es muy largo.

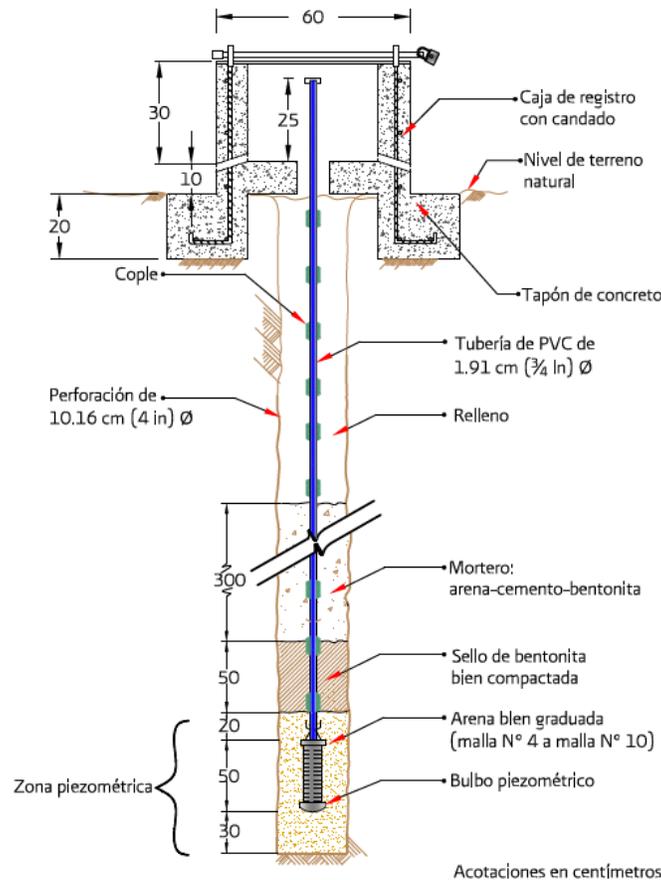


Figura 5. Piezómetro abierto tipo Casagrande, Conagua, 2012.

### *Piezómetros de cuerda vibrante*

El uso de estos piezómetros permite tener registro de los cambios en la presión de poro inducidos por la modificación del estado de esfuerzos, ya sea por aplicación de cargas en superficie o por bombeo de mantos acuíferos. (Meza y Auvinet, 2010).

El piezómetro utiliza un diafragma sensible de acero inoxidable al cual se conecta un elemento de cuerda vibrante, el diafragma es sensible a los cambios de presión, lo cual ocasiona que se desvíe y esta desviación se mide como un cambio en la tensión y frecuencia de vibración del elemento de cuerda vibrante. El cuadrado de la frecuencia de vibración se relaciona directamente con la presión aplicada al diafragma, cerca de la cuerda se encuentran dos bobinas, una con imán y la otra con una pieza polar, cuando el piezómetro está ubicado en el lugar en el que se desea conocer la presión, se aplica un pulso a las bobinas y esto provoca que la cuerda vibre en su frecuencia principal, logrando así determinar la presión del agua. (Geokon, 2013)

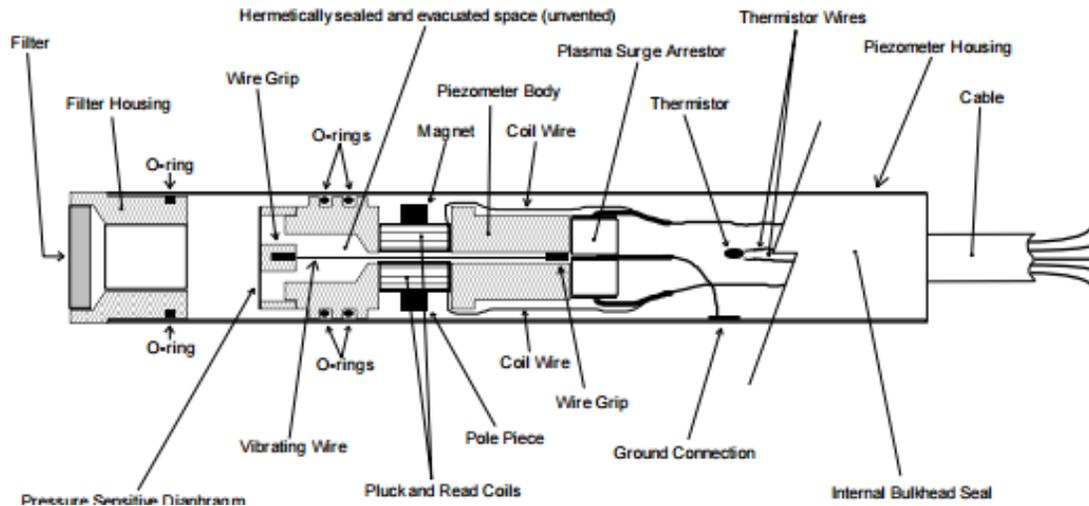


Figura 6. Piezómetro de cuerda vibrante, Geokon, 2013.

### 2.3.2. Deformaciones en el interior del túnel

El cambio en la distancia entre dos puntos al interior del revestimiento de un túnel es conocido como divergencia si los dos puntos se alejan o convergencia si estos se acercan, estas lecturas permiten determinar la estabilidad del túnel.

Dichas lecturas se pueden determinar por varios métodos, pero los más conocidos son las mediciones con extensómetro de cinta y el distanciómetro laser, a continuación se describen estos equipos.

#### *Medición de distancias diametrales (Convergencia – Divergencia) con extensómetro de cinta*

El dispositivo de lectura se compone básicamente de una cinta de acero inoxidable (Figura 7), la cinta cuenta con agujeros perforados a intervalos regulares, esta cinta se puede estirar entre dos puntos con ayuda de unos ganchos ubicados en los extremos de la misma, luego se fija un perno en uno de los agujeros de la cinta y se procede a tensarla, cuando el indicador registra la tensión correcta se puede tomar la distancia entre los dos puntos. El esquema de la cinta y su modo de empleo se muestran a continuación. (Geokon, 2002-2009)

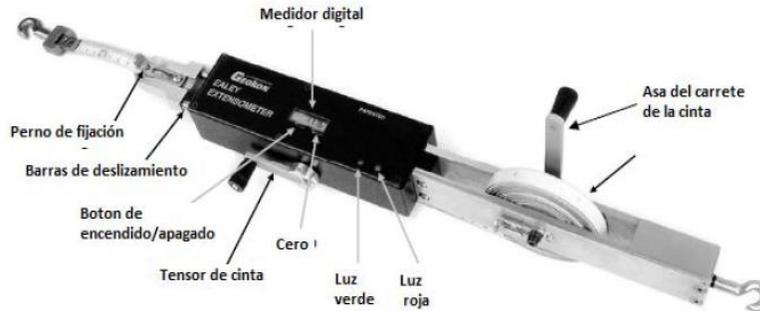


Figura 7. Extensómetro de cinta, Geokon, 2002

Para utilizar el extensómetro de cinta es necesario disponer una serie de puntos de lectura en la sección que se desee analizar, estos puntos consisten en armellas que se anclan a la cara interior del revestimiento. La geometría de la sección instrumentada puede ser simple o compuesta, en la sección simple solo se disponen tres armellas, mientras que en la sección compuesta se instalan cinco, tal como se muestra en la Figura 8, por otro lado la lectura de convergencia obtenida es relativa, es decir que solo se conoce la variación de la distancia entre las armellas, pero no su movimiento absoluto. (Meza y Auvinet, 2010).

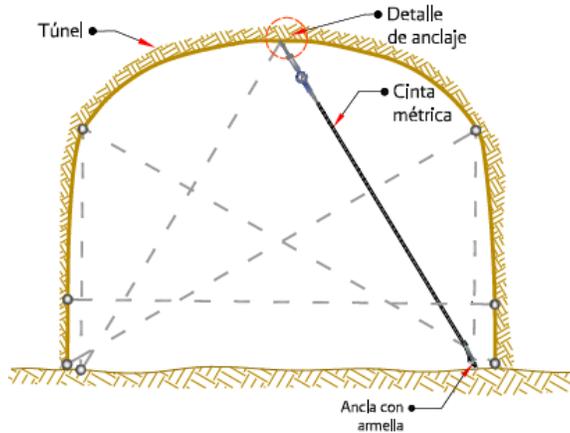


Figura 8. Secciones típicas para medir convergencias en túneles

*Medición de distancias diametrales (Convergencia–Divergencia) con distanciómetro laser.*

Este aparato es mucho más práctico que el extensómetro de cinta, ya que basta con pintar dos marcas en lados opuestos del revestimiento, en una se apoya el equipo y en la otra se apunta el medidor laser para registrar la distancia entre los dos puntos, cuenta con la ventaja de que no se requiere de personal especializado, así mismo es más seguro ya que no es necesario subir hasta la clave del túnel para registrar la lectura.



Figura 9. Distanciómetro laser, Geokon, 2013

### 2.3.3. Celdas de presión de tierra

Una celda de presión consta de cuatro partes básicas: una cápsula plana llenada de líquido, un sensor, un cable eléctrico y una unidad de lectura. Las celdas de presión se pueden dividir en dos categorías en función de su aplicación; celdas de presión en suelos y celdas de contacto. Las celdas de presión en suelos se instalan en el interior de una masa de suelo o relleno y las celdas de presión de contacto se usan para medir las presiones de tierra que actúan sobre estructuras enterradas. En el caso de las celdas de presión en suelos, se tienen dos tipos: de diafragma e hidráulicas. (Conagua, 2012)

En este apartado se hablara de las celdas que miden el esfuerzo en el revestimiento del túnel es decir las celdas de presión. La mayoría de estas celdas son diseñadas con el objetivo de medir presiones estáticas con variaciones lentas del esfuerzo. En el caso de requerir la lectura de cargas dinámicas como las producidas por sismos, se debe seleccionar una celda especial.

Como ya se mencionó existen dos mecanismos para determinar la presión que ejerce el suelo sobre el túnel, el primero es por medio de un sistema hidráulico y el segundo por medio de un diafragma, en este caso se hablara de las de tipo hidráulico. La celda consiste en dos platos circulares de acero inoxidable soldados uno al otro en su periferia, entre los dos platos existe un espacio relleno con fluido hidráulico.

La celda se ubica de tal manera que la presión del suelo comprima los dos platos, con lo que provoca que la presión se transmita directamente al fluido en el interior de la celda. La lectura registrada representa el valor de la presión total del suelo, por lo que para obtener el valor de la presión efectiva es necesario el uso paralelo de un piezómetro. En la Figura 10 se muestra un esquema de estas celdas.

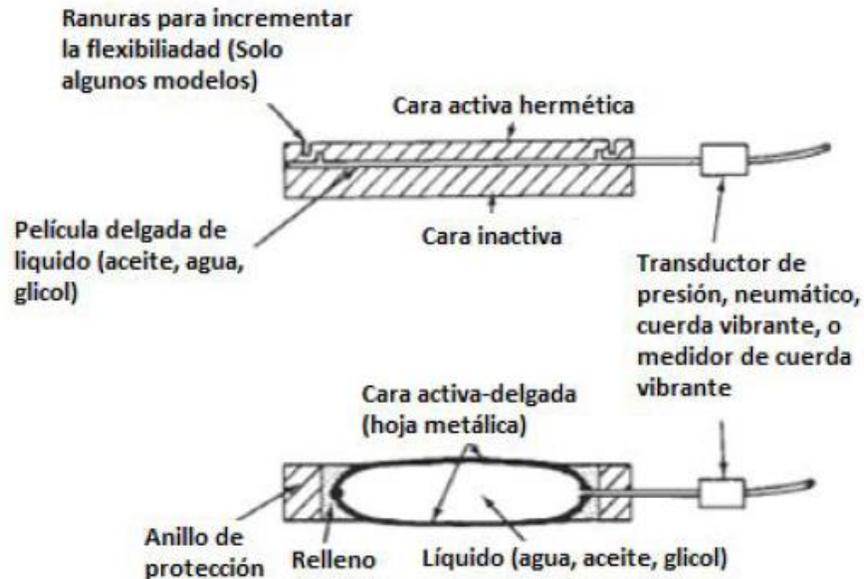


Figura 10. Celdas de presión hidráulicas, John, 1988

## 2.4. CRITERIOS PARA EL DISEÑO DEL REVESTIMIENTO DEFINITIVO DE TÚNELES EN SUELOS BLANDOS (RODRÍGUEZ Y AUVINET, 2012)

### 2.4.1. Descripción de los criterios

A continuación se presentan los *criterios para el diseño del revestimiento definitivo de túneles en suelos blandos* (Rodríguez y Auvinet, 2012), los cuales se utilizan en esta tesis para validar los resultados obtenidos con el método analítico.

Los criterios se utilizan para representar el comportamiento de los revestimientos que componen el sistema de sostenimiento y las solicitaciones a las cuales serán sometidos durante su construcción y funcionamiento. La metodología propuesta se compone de cuatro etapas de análisis, estas etapas se simulan con ayuda de un programa basado en la teoría del elemento finito, en él se tiene en cuenta la interacción entre cada uno de los elementos que componen el medio, así como las propiedades físicas y mecánicas de los materiales que se modelizan.

Se considera que los revestimientos de los túneles construidos en el valle de la Ciudad de México están sujetos a un doble proceso de consolidación, el primero debido a la construcción del revestimiento primario y el segundo debido al abatimiento de la presión de poro en el suelo.

Dado el proceso constructivo practicado en este tipo de túneles, donde el revestimiento secundario se instala hasta mucho tiempo después del primario, se considera que el primer proceso de consolidación solo actúa sobre el revestimiento primario (Gutiérrez y Schmitter, 2010) mientras que el segundo

actúa sobre los dos revestimientos “a largo plazo”. Las etapas de análisis se describen a continuación.



Figura 11. Sistema de sostenimiento de un túnel sometido a un proceso de consolidación  
Etapa 1 (EN1). Excavación del túnel y materialización inmediata del revestimiento  
primario (Análisis plástico):

Se modela la excavación del túnel teniendo en cuenta la descarga producida por el suelo que se retira, se supone que la construcción del revestimiento primario es inmediata, no se admiten cambios en la geometría de la excavación y por tanto no se considera la relajación de esfuerzos por descompresión, esto debido a que para los suelos blandos como las arcillas lacustres de la ciudad de México las condiciones iniciales de esfuerzos tienden a volver a su estado inicial a mediano plazo (Auvinet y Rodríguez, 2010). Para simular adecuadamente la interacción entre el terreno y el revestimiento, se tiene en cuenta el efecto de las juntas en las dovelas, para ello se utilizó el parámetro de reducción de la rigidez  $\alpha$  (el cual afecta reduce el espesor del revestimiento), dicho parámetro puede hallarse con un análisis preliminar a partir de un proceso iterativo de las convergencias obtenidas con modelos geotécnicos y estructurales o con base en la literatura existente; en esta etapa se considera que el túnel es impermeable y por tanto no hay flujo de agua hacia adentro del mismo, por tanto se mantienen las condiciones hidráulicas iniciales.

Etapa 2 (EN2). Disipación de la presión de poro debida a la excavación del túnel y la construcción del revestimiento primario (Análisis de consolidación).

El cambio en el estado de esfuerzos debido a la etapa precedente, trae consigo un incremento de la presión de poro; este incremento puede ser positivo en algunas zonas y negativo en otras. Se asume que el exceso de presión de poro generado se logra disipar poco después de la excavación del túnel (Gutiérrez y Schmitter, 2010) y por tanto solo afecta al revestimiento primario. El proceso de disipación se realiza mediante una etapa de análisis de consolidación, en la cual el exceso de presión se reduce hasta un valor mínimo. Esta etapa es muy importante ya que al disiparse dicha presión algunas zonas del suelo circundante al túnel quedan pre-consolidadas.

Etapa 3 (EN3). Construcción del revestimiento definitivo y abatimiento de las presiones de poro en el medio (Análisis plástico).

Se modela la construcción inmediata del revestimiento secundario, así mismo se genera un abatimiento de la presión de poro, el cual puede ser propuesto por el usuario. Para tener en cuenta el contacto entre los dos revestimientos se agrega una interfaz entre ellos con la cual se pretende conocer los esfuerzos sobre cada uno de los revestimientos. El módulo de elasticidad del concreto se ve afectado por el factor de reducción por flujo plástico ( $F_R$ ).

Etapa 4 (EN4). Se modela la consolidación del medio debido al exceso de presión de poro generado por el abatimiento de las presiones intersticiales y la construcción del revestimiento secundario.

Se asume que el exceso de presión de poro propuesto (abatimiento) se disipa hasta un valor mínimo; en esta etapa se obtienen los esfuerzos en la interfaz suelo-revestimiento producidos por dicho proceso. Es importante saber que en esta etapa se generan esfuerzos significativos sobre el revestimiento debido a la emersión aparente del túnel.

Resultados: Los esfuerzos utilizados para el diseño del revestimiento primario son los que se obtienen en la etapa 2 del análisis, y los utilizados para diseñar el revestimiento definitivo se obtienen al restar los esfuerzos obtenidos en la etapa 4 y la etapa 2.

#### **2.4.2. Tipos de análisis utilizados en el modelado numérico**

Los tipos de análisis que se realizan mediante el método de elemento finito son en términos de esfuerzos totales o esfuerzos efectivos. La selección del tipo de análisis depende del problema que se analice. Los análisis se pueden dividir en tres tipos:

- Análisis en términos de esfuerzos totales con parámetros no drenados
- Análisis en términos de los esfuerzos efectivos con parámetros drenados

- Análisis en términos de los esfuerzos efectivos con parámetros drenados y condiciones iniciales no drenadas.

En la Tabla 2 se muestra un resumen de los tipos de análisis que se pueden realizar en suelos saturados mediante el MEF, estos análisis están en función de los parámetros que intervienen, de la condición inicial considerada y del modelo constitutivo que se emplee para modelar el material.

Tabla 2. Resumen de los tipos de análisis con MEF (Rodríguez y Auvinet, 2012)

Tipo de análisis	Parámetros	Condición inicial	Modelo constitutivo	Aplicación
Esfuerzos totales	No-drenados (E, $v$ , y C)	-----	MC	Capacidad de carga y desplazamientos inmediatos
Esfuerzos efectivos	Drenados (E' y $v'$ )	Drenada, sin generación de incremento de presión de poro inicial	MC	Desplazamientos diferidos
			SS	
			CCM	
			S-CLACY1	
	Drenados (E' y $v'$ ) No drenados (C)	No drenada, con generación de incremento de presión de poro inicial (parámetros estimados a partir de los drenados)	MC	Problemas relacionados con el proceso de consolidación
			SS	
			CCM	
			S-CLAY1	
			MC	

### 3. MÉTODO ANALÍTICO PARA EL DISEÑO Y REVISIÓN DEL REVESTIMIENTO DE TÚNELES CONSTRUIDOS EN SUELOS SOMETIDOS A PROCESOS DE CONSOLIDACIÓN CONSIDERANDO LOS EFECTOS DE LA DESCARGA Y LA DESCOMPRESIÓN

Generalmente los túneles sometidos a procesos de consolidación se construyen con un sistema de sostenimiento que se compone de dos tipos de revestimiento (ver Figura 11). Si el túnel se construye con maquina tuneladora el primer tipo de revestimiento se conoce como revestimiento primario o temporal y está conformado por anillos de dovelas prefabricadas que deberán resistir las solicitaciones por construcción. El segundo revestimiento es el secundario o definitivo y su diseño deberá asumir las solicitaciones a largo plazo producto del cambio en el estado de esfuerzos generado por el abatimiento de la presión de poro en el terreno; éste generalmente se construye por medio de una cimbra deslizante.

En este trabajo se presenta un método analítico para el análisis, revisión y diseño del sistema de sostenimiento de túneles circulares sometidos a procesos de consolidación, considerando los efectos de la descarga y el abatimiento de la presión de poro. El método consiste en representar las fases a las que estará sometido el túnel a lo largo de su construcción y funcionamiento. Las fases son las siguientes.

- Estado inicial de esfuerzos
- Excavación del túnel
- Relajación de esfuerzos
- Construcción del revestimiento primario
- Interacción suelo – revestimiento primario
- Disipación del exceso de presión de poro debida a la construcción del revestimiento primario
- Construcción del revestimiento secundario.
- Abatimiento de las presiones en el suelo y disipación de la presión de poro debida a la construcción del revestimiento secundario
- Interacción suelo–sistema de sostenimiento y consolidación debida al abatimiento de las presiones.

El método se basa en las soluciones analíticas de Einstein y Schwartz (1979); Melan (1932); Pérez y Auvinet (2013); los modelos constitutivos Soft Soil y Mohr Coulomb y conceptos básicos de la mecánica de suelos.

El método permite determinar los esfuerzos y las deformaciones en la interfaz suelo-revestimiento, así como los esfuerzos en el terreno y al interior de los

revestimientos, de igual forma, con éste método se puede obtener un valor aproximado del asentamiento debido a la consolidación del terreno.

### 3.1. METODOLOGÍA

El método analítico aquí presentado puede utilizarse en dos tipos de análisis: el primero se denomina “diseño del sistema de sostenimiento”, éste consiste en diseñar los revestimientos primario y secundario. El segundo, llamado “diseño del revestimiento secundario” consiste en revisar el comportamiento del revestimiento primario con base en los resultados de la instrumentación y posteriormente realizar el diseño del revestimiento secundario.

Para el análisis de un túnel en 2D en un plano transversal, resulta conveniente usar coordenadas polares en un sistema de referencia con origen en el centro del túnel. A continuación se presentan los pasos que se deben seguir para cada análisis y se describe detalladamente los cálculos que se deben realizar en cada paso.

#### 3.1.1. Diseño del sistema de sostenimiento

##### *Paso 1. Estado de esfuerzos inicial.*

Con base en la estratigrafía del terreno y las condiciones hidráulicas iniciales, se obtienen los esfuerzos totales existentes en el terreno (verticales,  $\sigma_v$  y horizontales  $\sigma_h = \sigma_v K$ ). La relación entre esfuerzos totales horizontal y vertical ( $K$ ) se calcula con la siguiente expresión:

$$K = \frac{k_0 \sigma'_v + U}{\sigma'_v + U} \quad (24)$$

El valor de  $k_0$  se puede calcular con la expresión de Mayne y Kulhaway (1982), que considera el efecto de la preconsolidación ( $OCR$ ).

$$k_0 = (1 - \sin \phi) OCR^{\sin \phi} \quad (25)$$

Donde

$k_0$  = coeficiente de empuje de tierras en reposo

$\sigma'_v$  = esfuerzo vertical efectivo en el punto de análisis

$U$  = presión de poro en el punto de análisis

A partir de los esfuerzos  $\sigma_v$  y  $\sigma_h$  se calculan los esfuerzos radiales ( $\sigma_R^0$ ), tangenciales ( $\sigma_\theta^0$ ) y cortantes ( $\tau_{R\theta}^0$ ) iniciales, utilizando las siguientes expresiones.

$$\begin{aligned} \sigma_R^0 &= \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} + \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \cos 2\theta \\ \sigma_\theta^0 &= \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} - \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \cos 2\theta \end{aligned} \quad (26)$$

$$\tau_{R\theta}^0 = \frac{\sigma_h - \sigma_v}{2} \sin 2\theta$$

El estado de esfuerzos inicial se define como  $E0$ .

$$E0 = \{\sigma_R^0, \sigma_\theta^0, \tau_{R\theta}^0\}$$

Nota: el subíndice indica la dirección del esfuerzo y el superíndice indica el estado de esfuerzos al cual corresponde.

*Paso 2. Descompresión por excavación.*

Se asume que la construcción del revestimiento primario se hace de forma inmediata. El diámetro de la excavación es un poco mayor que el del revestimiento primario (línea punteada Figura 12), con lo cual el suelo tiene la posibilidad de deformarse dicha diferencia (*Gap*). Para suelos blandos la reducción de esfuerzos producida por la disminución de la sección transversal de la excavación (descompresión) es nula (capítulo 2.2.2)  $E1 = E0$ , sin embargo, si el túnel está construido en un suelo más competente, dicha descompresión puede variar significativamente el estado de esfuerzos inicial.

Para obtener la reducción de los esfuerzos debidos a la descompresión, se calcula el valor de deformación radial máxima ( $u_R \text{ máx}$ ) haciendo uso de la solución de Pérez y Auvinet (2012), ecuación (A1. 14), teniendo en cuenta parámetros de rigidez del suelo no drenados e igualando a cero las ecuaciones (A1. 17).

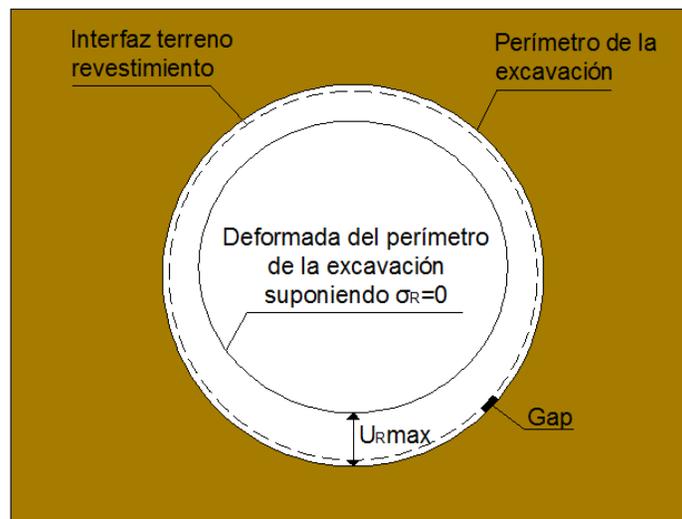


Figura 12. Cálculo del desplazamiento máximo por descompresión total de la excavación

Después se calcula el valor de  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{Gap}{u_R \text{ máx}}$$

Dónde

$\lambda$  = Parámetro de descompresión del suelo.

$Gap$  = Espacio entre el perímetro de la excavación y el revestimiento primario.

$u_R máx$  = Desplazamiento radial máximo considerando esfuerzos radiales iguales a cero y suponiendo que no existe revestimiento.

Luego se calculan los esfuerzos radiales reducidos  $\sigma_R^\lambda$ .

$$\sigma_R^\lambda = \sigma_R^0 * (1 - \lambda)$$

Finalmente se calcula el estado de esfuerzos descomprimido ( $E1$ ) haciendo uso de las ecuaciones (A1. 11) a (A1. 13).

$$E1 = \{\sigma_R^1, \sigma_\theta^1, \tau_{R\theta}^1\}$$

*Paso 3. Cálculo de la descarga.*

La distribución de los incrementos de esfuerzo generados por la descarga (diferencia de pesos entre el suelo excavado y el revestimiento primario) se calcula con la solución de Melan (1932), ecuaciones (A1. 24) a (A1. 27). Los incrementos calculados con esta solución están en coordenadas cartesianas ( $\Delta\sigma_x^{des}, \Delta\sigma_y^{des}, \Delta\tau_{xy}^{des}$ ), sin embargo, es necesario calcularlos en coordenadas polares ( $\Delta\sigma_R^{des}, \Delta\sigma_\theta^{des}, \Delta\tau_{R\theta}^{des} = \Delta E des$ ). Las ecuaciones utilizadas son las siguientes:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_R^{des} &= \frac{\Delta\sigma_x^{des} + \Delta\sigma_y^{des}}{2} + \frac{\Delta\sigma_x^{des} - \Delta\sigma_y^{des}}{2} \cos 2\theta + \Delta\tau_{xy}^{des} \sin 2\theta \\ \Delta\sigma_\theta^{des} &= \frac{\Delta\sigma_x^{des} + \Delta\sigma_y^{des}}{2} - \frac{\Delta\sigma_x^{des} - \Delta\sigma_y^{des}}{2} \cos 2\theta - \Delta\tau_{xy}^{des} \sin 2\theta \\ \Delta\tau_{R\theta}^{des} &= \frac{\Delta\sigma_x^{des} - \Delta\sigma_y^{des}}{2} \sin 2\theta - \Delta\tau_{xy}^{des} \cos 2\theta \end{aligned} \quad (27)$$

Estos incrementos ( $\Delta E des$ ) se suman al estado de esfuerzos obtenido después de la descompresión ( $E1$ ) con lo cual se obtiene el estado de esfuerzos ( $E2$ ).

$$E2 = E1 + \Delta E des = \{\sigma_R^2, \sigma_\theta^2, \tau_{R\theta}^2\}$$

*Paso 4. Interacción suelo – revestimiento primario.*

Se calcula la interacción entre el revestimiento primario y el terreno con la solución de Einstein y Schwartz (1979). De este paso se obtienen los esfuerzos radiales  $\sigma_R^{RP}$ , los esfuerzos cortantes  $\tau_{R\theta}^{RP}$ , las fuerzas axiales  $T^{RP}$  y los momentos  $M^{RP}$  que actúan sobre el revestimiento primario; así mismo, se obtienen los desplazamientos radiales  $u_s^{RP}$  y los desplazamientos circunferenciales  $v_s^{RP}$ . Los esfuerzos tangenciales  $\sigma_\theta^{RP}$  se obtienen en el siguiente paso.

Para el caso de un revestimiento primario con dovelas, se deben tener en cuenta las siguientes consideraciones:

Para considerar el efecto de las juntas se aplicará un factor de reducción de rigidez ( $\alpha$ ) directamente al espesor del anillo ( $e$ ). Las relaciones de compresibilidad  $C$  (A1. 9) y flexibilidad  $F$  (A1. 10) se calculan considerando dicho factor:

$$C_1 = \frac{ER(1 - v_{s1}^2)}{E_{s1}A_{s1}(1 - v^2)} \quad F_1 = \frac{ER^3(1 - v_s^2)}{\alpha E_{s1}I_{s1}(1 - v^2)}$$

Un valor inicial de  $\alpha$  para la relación de rigidez ( $F_1$ ) generalmente puede considerarse igual a 0.35. Sin embargo, se recomienda que este valor se ajuste utilizando un modelo estructural del revestimiento endovelado. El factor de reducción estará en función de las convergencias obtenidas con la ecuación (A1. 5) y las obtenidas con el modelo estructural. Este modelo debe tomar en cuenta la rigidez al giro de las juntas longitudinales en el revestimiento primario en función de la geometría de la junta, de la fuerza axial actuante y de la rigidez del concreto.

Con las relaciones de rigidez  $F_1$  y  $C_1$  se aplicarán las ecuaciones (A1. 1) a (A1. 6), tomando en cuenta que se utilizan parámetros de rigidez del terreno no drenados ( $E_u$  y  $v_u$ ). El módulo de elasticidad del concreto ( $E_{s1}$  en MPa) se determina en función de la resistencia a la compresión del concreto y teniendo en cuenta las normativas vigentes. Para este caso analizado en el capítulo 4.1 se utiliza la siguiente expresión:

$$E_{s1} = 4400\sqrt{f'_{c1}}$$

Dónde:

$f'_{c1}$  = Resistencia a la compresión simple del concreto usado para construir el revestimiento primario (MPa).

Por otro lado se calcula el valor de ( $P1$ ) ecuación ( 28 ) el cual representa el esfuerzo vertical total en cada uno de los puntos de análisis (Pérez M, 2012).

$$P1 = \frac{\sigma_{\theta}^2 + \sigma_R^2}{2} + \frac{\sigma_{\theta}^2 - \sigma_R^2}{2} \cos 2\theta + \tau_{R\theta}^2 \sin 2\theta \quad (28)$$

Luego, ( $K1$ ) expresa la relación de esfuerzos totales, ecuación ( 29 ).

$$K1 = \frac{(P1 - U)k_0 + U}{P1} \quad (29)$$

#### *Paso 5. Estado de esfuerzos después de la interacción.*

La solución de Einstein y Schwartz no permite obtener los esfuerzos tangenciales  $\sigma_{\theta}^{RP}$  en la interfaz suelo-revestimiento (Anexo A11) debidos a la interacción, por

tanto, para completar el tensor de esfuerzos se utiliza la solución de Pérez y Auvinet, (2013) Ecuación (A1. 11), considerando que los valores de  $f_\theta$  y  $g_\theta$  (ecuaciones (A1. 17) y (A1. 18)) se obtienen al reemplazar los valores de esfuerzo radial  $\sigma_R^{RP}$  y esfuerzo cortante  $\tau_{R\theta}^{RP}$  obtenidos en el paso anterior.

Este nuevo estado de esfuerzos se denota como  $ERP$ .

$$ERP = \{ \sigma_R^{RP}, \sigma_\theta^{RP}, \tau_{R\theta}^{RP} \}$$

*Paso 6. Esfuerzos producidos por la construcción del revestimiento secundario.*

Al igual que en el Paso 3, se utiliza la solución de Melan (1932) (ecuaciones (A1. 24) a (A1. 27)), para calcular los incrementos de esfuerzo, esta vez producto de la construcción del revestimiento secundario. Los parámetros de rigidez del suelo utilizados son totales y el valor del peso del revestimiento secundario ( $Q_2$ ) se calcula como sigue (Zaldívar *et al.* 2010):

$$Q_2 = -[\pi(r - e_1)^2 - \pi(r_i)^2]\gamma_c$$

Dónde:

$Q_2$  =Peso del revestimiento secundario (kN)

$r$  = Radio externo del túnel

$r_i$  = Radio interno del túnel

$e_1$  = Espesor del revestimiento primario

$\gamma_c$  =Peso volumétrico del concreto kN/m<sup>3</sup>.

Los incrementos de esfuerzo obtenidos se transforman en coordenadas polares ( $\Delta ERS$ ) con las ecuaciones ( 27 ) y se suman al estado de esfuerzos  $ERP$ , así se obtiene el estado de esfuerzos  $E3$ .

$$E3 = ERP + \Delta ERS$$

*Paso 7. Abatimiento de la presión de poro.*

Se considera que durante la vida útil del túnel pueden presentarse abatimientos de la presión de poro en el suelo (Figura 13). El cambio en la presión de poro se calcula con la siguiente expresión:

$$\Delta U = U \left( \frac{\text{Abatimiento}(\%)}{100} \right)$$

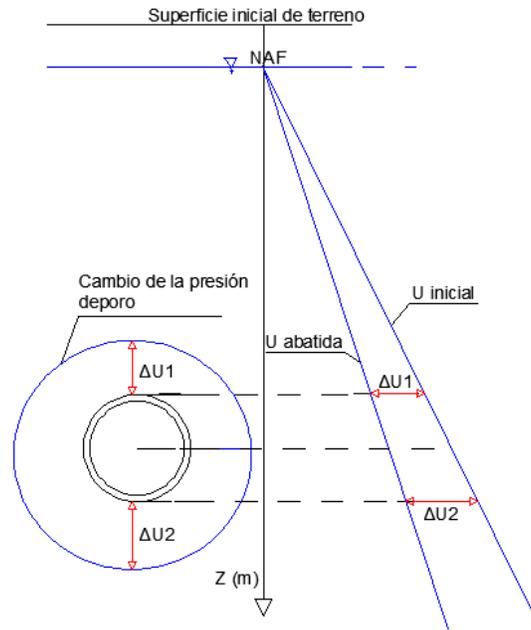


Figura 13. Cambio en la presión de poro

*Paso 8. Interacción suelo-sistema de sostenimiento debida al abatimiento de la presión de poro inicial.*

El cambio en la presión de poro (Paso 7) generará un cambio de los esfuerzos totales en la interfaz terreno-revestimiento. Se hace la hipótesis de que estos incrementos de esfuerzos totales pueden obtenerse introduciendo en el cálculo de interacción el cambio de la presión de poro como se muestra a continuación:

$$E4 = \{ \sigma_R^3 + \Delta U, \sigma_\theta^3, \tau_{R\theta}^3 \} = \{ \sigma_R^4, \sigma_\theta^4, \tau_{R\theta}^4 \}$$

Los valores de  $P2$  y  $K2$  que se utilizan en las ecuaciones (A1. 1) a (A1. 6), se calculan con las ecuaciones ( 28 ) y ( 29 ) pero utilizando los valores del estado de esfuerzos  $E4$

El cálculo de la interacción se realiza al igual que en el Paso 4, pero teniendo en cuenta los parámetros drenados del suelo. Se obtienen los esfuerzos radiales  $\sigma_R^{ABT}$  y cortantes  $\tau_{R\theta}^{ABT}$  debidos al abatimiento.

Se plantea como hipótesis que el revestimiento primario ya asumió la carga para la cual fue diseñado, por tal razón en el análisis de interacción a largo plazo solo se considera que el revestimiento secundario asume la totalidad cargas debidas al proceso de consolidación. Para determinar las propiedades de rigidez del revestimiento se afecta el valor del módulo de elasticidad por el factor  $F_R$  y se considera solamente el espesor del revestimiento secundario.

Con este espesor se determinan las rigideces que intervendrán en la interacción, ecuaciones (A1. 9) y (A1. 10).

*Paso 9. Cálculo del estado de esfuerzos después de la interacción suelo – sistema de sostenimiento.*

Tal como en el Paso 5, se utiliza la Ecuación (A1. 11) para determinar los esfuerzos tangenciales  $\sigma_{\theta}^{ABT}$ , considerando que los valores de  $f_{\theta}$  y  $g_{\theta}$  (ecuaciones (A1. 17) y (A1. 18)) se obtienen al reemplazar los valores de esfuerzo radial  $\Delta\sigma_R^{ABT}$  y esfuerzo cortante  $\Delta\tau_{R\theta}^{ABT}$  obtenidos en el Paso 8. Se asume que dichos esfuerzos actúan directamente en la interfaz entre los dos revestimientos. Adicionalmente los valores de  $S_y$  y  $S_x$  utilizados en las expresiones (E, F, G, J y L) de las ecuaciones (A1. 16) son reemplazados por los valores de  $P2$  y  $K2P2$  respectivamente.

De este paso se obtiene el estado de esfuerzos después de la interacción con el sistema de sostenimiento debido al abatimiento de la presión de poro inicial. A este estado de esfuerzos se le denomina estado de esfuerzos abatido  $EABT$ .

$$EABT = \{ \sigma_R^{ABT}, \sigma_{\theta}^{ABT}, \tau_{R\theta}^{ABT} \}$$

*Paso 10. Cálculo del asentamiento.*

En el cálculo del asentamiento debido al abatimiento se utilizan dos modelos constitutivos para simular el comportamiento esfuerzo-deformación del suelo, el modelo Mohr Coulomb para suelos rígidos y el Modelo Soft Soil para suelos blandos.

Solo se considera la deformación elástica del modelo Mohr Coulomb, la cual se obtiene con la Ecuación ( 19 ). En esta ecuación el valor de  $\sigma_m$  es igual a la diferencia entre el esfuerzo octaédrico normal efectivo ( $p'$ ) correspondiente al estado de esfuerzos  $EABT$  y el estado de esfuerzos  $E0$ .

$$p' = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3} - U$$

Por otro lado el modelo Soft Soil, considera deformaciones elásticas y plásticas. Para el cálculo de las deformaciones elásticas se utiliza la ecuación (A2. 8), y para el cálculo de las deformaciones plásticas se utiliza la ecuación (A2. 15). La deformación volumétrica total es igual a la suma de las deformaciones plásticas y las deformaciones elásticas obtenidas analíticamente.

Luego se determina el asentamiento total del suelo, para ello se halla la deformación en cada punto sobre una línea vertical. Esto se hace multiplicando la deformación volumétrica por la distancia entre los puntos de análisis. Finalmente, se obtiene el asentamiento total en superficie al sumar todas las deformaciones sobre las secciones verticales. Con lo anterior se consigue determinar la geometría deformada del medio y la posición del túnel (Figura 14).

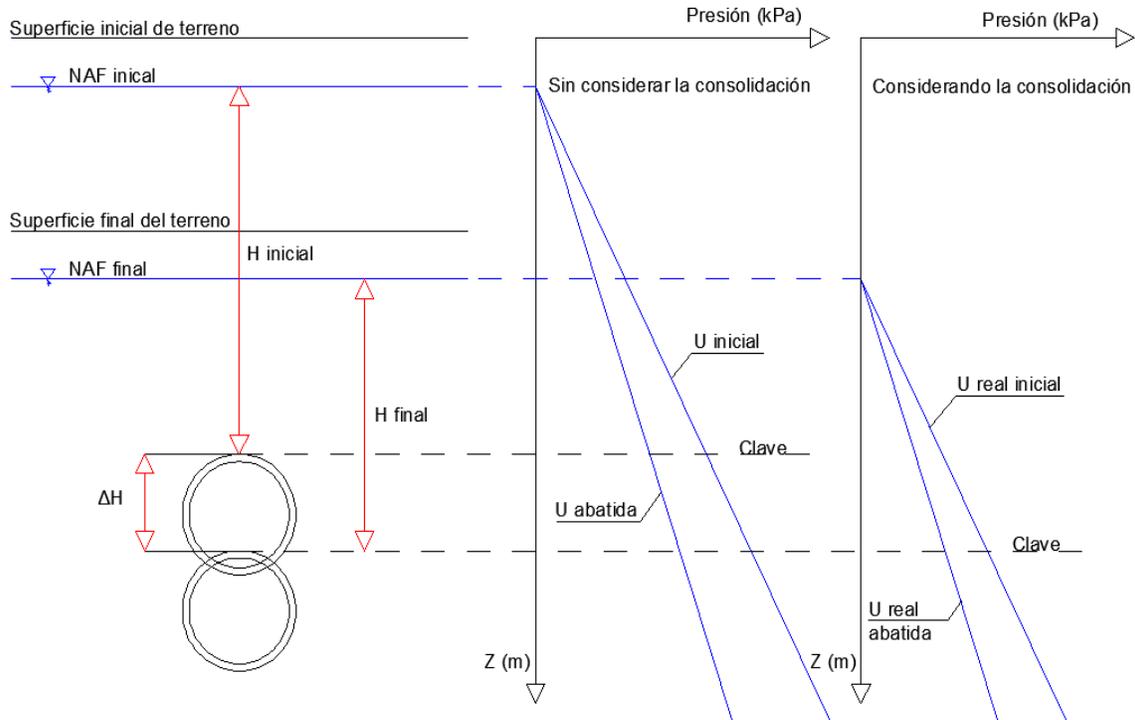


Figura 14. Variación de la presión hidráulica sobre la clave del túnel debido al proceso de consolidación.

**Paso 11. Abatimiento considerando el asentamiento en superficie.**

Se debe hacer una corrección de la presión de poro considerada en el análisis de interacción, ya que a medida que la presión de poro en el suelo se abate, paralelamente se inicia un proceso de consolidación en el suelo (Paso 10), con lo cual el espesor del suelo sobre la clave del túnel ( $H$ ) se reduce y con él, la presión de poro que actúa sobre el túnel. De no ser considerada la variación en la presión, se sobre estimaría el cambio en la presión de poro que se considera en análisis de interacción suelo-sistema de sostenimiento. La presión que se debe considerar es la correspondiente a la geometría deformada, tal como se muestra en la Figura 14.

Se calcula la distribución de presión de poro real  $U^{Real}$  para cada punto de análisis con base en la nueva geometría. Luego se calcula el cambio en la presión de poro considerando el mismo abatimiento que se propuso en el Paso 7.

$$\Delta U^{Real} = U^{Real} \left( \frac{\text{Abatimiento}(\%)}{100} \right)$$

**Paso 12. Cálculo de la interacción suelo – sistema de sostenimiento teniendo en cuenta el abatimiento real.**

Se procede de igual forma que en el Paso 8, dejando constantes las propiedades utilizadas para el terreno y para el revestimiento. Se obtienen los esfuerzos

radiales  $\sigma_R^{SS}$ , los esfuerzos cortantes  $\tau_{R\theta}^{SS}$ , las fuerzas axiales  $T^{SS}$  y los momentos  $M^{SS}$  que actúan sobre el sistema de sostenimiento para el abatimiento real, así mismo se obtienen los desplazamientos radiales  $u_R^{SS}$  y los desplazamientos circunferenciales  $v_\theta^{SS}$ .

*Paso 13. Cálculo del estado de esfuerzos teniendo en cuenta el abatimiento real.*

Al igual que en los Pasos 5 y 9, se utiliza la Ecuación (A1. 11) para determinar los esfuerzos tangenciales  $\sigma_\theta^{SS}$ , considerando que los valores de  $f_\theta$  y  $g_\theta$  (ecuaciones (A1. 17) y (A1. 18)) se obtienen al reemplazar los valores de esfuerzo radial  $\sigma_R^{SS}$  y esfuerzo cortante  $\tau_{R\theta}^{SS}$  obtenidos en el Paso 12. Adicionalmente los valores de  $S_y$  y  $S_x$  utilizados en las expresiones (E, F, G, J y L) de las ecuaciones (A1. 16). Son reemplazados por los valores de  $P2$  y  $K2P2$  respectivamente.

De este paso se obtiene el estado de esfuerzos después de la interacción con el sistema de sostenimiento debida al abatimiento real, a este estado de esfuerzos se le denomina estado de esfuerzos para el sistema de sostenimiento *ESS*.

$$ESS = \{ \sigma_R^{SS}, \sigma_\theta^{SS}, \tau_{R\theta}^{SS} \}$$

*Paso 14. Cálculo del asentamiento real.*

Se procede igual que en el Paso 10, solo que el valor de  $\sigma_m$  es igual a la diferencia entre el esfuerzo octaédrico efectivo ( $p'$ ) correspondiente al estado de esfuerzos *ESS* y el estado de esfuerzos *E0*.

### **3.1.2. Diseño del revestimiento secundario**

Al igual que en el análisis de diseño del sistema de sostenimiento, el primer paso es establecer el estado de esfuerzos existente, sin embargo en el análisis de diseño del revestimiento secundario, el revestimiento primario ya ha sido construido y se posee información de las celdas de carga dispuestas en el túnel. Por tanto, los esfuerzos desarrollados en los Pasos 2, 3, y 4 no pueden ser obtenidos, y se procede a determinar directamente el estado de esfuerzos después de la interacción del revestimiento primario con el suelo (Paso 5).

Conociendo este estado de esfuerzos es posible revisar si el revestimiento primario fue diseñado adecuadamente o si por el contrario los esfuerzos a los que está sometido son mayores o menores a los que se predijeron en el diseño inicial. Esto permite tomar decisiones en cuanto al diseño del revestimiento secundario.

Después se sigue el mismo procedimiento que en el análisis de diseño desde el Paso 6.

### 3.2. AUTOMATIZACIÓN DEL MÉTODO ANALÍTICO

Para aplicar el procedimiento anteriormente descrito, se elaboró una hoja de cálculo en el programa Microsoft Excel 2010. Con esta hoja se puede modelizar la geometría requerida para el análisis, es decir túneles de diversos diámetros a diversas profundidades y con espesores de revestimiento variables, así mismo permite seleccionar la profundidad y distancia horizontal desde centro del túnel hasta la cual se desea obtener resultados. Los resultados se obtienen en tres grupos: resultados en la interfaz terreno-revestimiento, resultados en el suelo y resultados en los revestimientos. Para cada uno de estos grupos se genera una malla de puntos; para la interfaz terreno-revestimiento se puede seleccionar el ángulo de evaluación (1°, 3°, 7.5° 15° y 45°); para el terreno, se selecciona el número de intervalos en el eje X y en el eje Y; y para los revestimientos, se selecciona el ángulo de evaluación y el número de intervalos en los que se quiere dividir cada revestimiento. El intervalo de evaluación que se seleccione depende de la precisión que se requiera en los gráficos de resultados, en cada punto de análisis se ingresaron las ecuaciones de las soluciones analíticas y los modelos constitutivos descritos.

A continuación se presentan algunos de los aspectos más relevantes de la misma.

#### 3.2.1. Datos requeridos

- *Geometría:* se ingresa la profundidad del centro del túnel, el radio interior, el espesor del revestimiento primario, el espesor del revestimiento secundario, la profundidad máxima de análisis, la distancia horizontal de análisis medida desde el centro del túnel y el número de intervalos de análisis en la dirección horizontal y vertical.

Datos generales			Dimensiones del modelo	
Número de estratos	N	8.00	Profundidad máxima	60.00
Nivel de aguas freáticas	Z <sub>w</sub>	5.00	Valor máximo de x	45
Centro del tunel	h <sub>i</sub>	20.00	Número de intervalos en y	80
Radio interior del túnel	r <sub>i</sub>	3.50	Número de intervalos en x	40
Espesor RP	e <sub>1</sub>	0.40	Valor del intervalo en y	-0.75
Espesor RS	e <sub>2</sub>	0.40	Valor del intervalo en x	1.13
Sobre-excavación	d	0.00	Número de análisis	3321
Radio exterior	r <sub>e</sub>	4.30		
Cota de la clave	C.clav	15.70	Piezometría?	si
Cota cubeta	C.cub	24.30	MC no drenado?	si
Peso volumétrico del agua	γ <sub>w</sub>	10.00	MC con fuerzas de filtración?	si

Figura 15. Datos de geometría requeridos

- *Estratigrafía del terreno:* la hoja permite modelar una sección con 10 estratos de suelo. Para los estratos duros se deben ingresar los siguientes

datos: espesor (m), peso volumétrico del suelo ( $\gamma$  kN/m<sup>3</sup>), cohesión ( $c'$  kN/m<sup>2</sup>), ángulo de fricción ( $\phi'$  °), módulo de elasticidad ( $E'$ ) y relación de Poisson ( $\nu$ ). Para los suelos blandos se deben ingresar adicionalmente los datos de relación de vacíos ( $e$ ), relación de pre consolidación ( $OCR$ ), índice de re-compresión ( $Cr$ ) e índice de compresibilidad ( $Cc$ ). Los datos se deben ingresar como parámetros drenados. La hoja realiza el cálculo de los parámetros no drenados en función del modelo constitutivo que se elija para representar el comportamiento esfuerzo deformación.

Estrato	Espesor (m)	Prof. (m)	w(%)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	$C'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi'$ (°)	OCR	Cr	Cc	Modelo	$E'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\nu'$
1.00	2.00	2.00	33.00	14.00	20.00	40.00	1.00	-	-	MC	5000.00	0.30
2.00	3.00	5.00	293.00	11.30	0.00	35.00	1.00	0.38	4.55	SS	500.00	0.33
3.00	9.00	14.00	293.00	11.30	0.00	35.00	1.00	0.38	4.55	SS	500.00	0.33
4.00	12.00	26.00	241.00	11.60	0.00	35.00	1.00	0.26	3.74	SS	500.00	0.33
5.00	2.00	28.00	56.00	15.00	100.00	30.00	1.00	-	-	MC	20000.00	0.33
6.00	10.00	38.00	165.00	12.00	0.00	35.00	1.00	0.15	2.56	SS	500.00	0.33
7.00	6.50	44.50	40.00	16.00	100.00	30.00	1.00	-	-	MC	25000.00	0.33
8.00	15.50	60.00	115.00	13.20	0.00	35.00	1.00	0.10	1.79	SS	500.00	0.33

Figura 16. Datos de estratigrafía requeridos

- *Piezometría del terreno*: para generar las condiciones hidráulicas iniciales la hoja permite seleccionar entre una piezometría o utilizar una distribución de presión hidrostática, en el caso de la piezometría se deben ingresar los valores de presión a distintas profundidades. Si se va a considerar abatimiento de las presiones en el terreno para análisis a largo plazo, se debe ingresar el porcentaje de abatimiento que se considerará.

Piezometría		
	Profundidad (m)	Presión (kPa)
1	0	0
2	-5	0
3	-15	-100
4	-31	-200
5	-40	-230
6	-45	-230
7	-50	-200
8	-55	-150
9	-57	-100
10	-60	-30

Figura 17. Datos de la piezometría requeridos

- *Propiedades del concreto*: Se debe ingresar la resistencia a la compresión del concreto ( $f'_c$ ) y la relación de Poisson del concreto ( $\nu_s$ ), en el caso del revestimiento primario se debe ingresar el valor del factor de reducción de rigidez ( $\alpha$ ) y para análisis a largo plazo el valor del factor de reducción por flujo plástico ( $F_R$ ).

Propiedades del recubrimiento primario				Propiedades del recubrimiento secundario				Sistema de sostenimiento			
Rigidez		Reducción de rigidez		Rigidez		Reducción de rigidez		Rigidez		Reducción de rigidez	
$f'_c$ (Mpa)	35.00	$\alpha$	0.50	$f'_c$ (Mpa)	50.00	$\alpha$	1.00	$f'_c$ (Mpa)	50.00	$n$	0.84
$v_s$	0.15	A	0.20	$v_s$	0.15	A	0.40	$v_s$	0.15	A	0.60
$E_s$ (kPa)	2.60E+07	$I_s$	6.67E-04	Fr	0.57	$I_s$	5.33E-03	Fr	0.57	$I_s$	1.80E-02
EI	1.74E+04	$e_{\text{equivalente}}$	0.20	$E_s$ (kPa)	17734238.07	EI	9.46E+04	$E_s$ (kPa)	1.77E+07		
EA	5.21E+06			EA		EA	7.09E+06				
$\gamma_c$	24.00										

Figura 18. Datos de los revestimientos requeridos

### 3.2.2. Resultados obtenidos

- Esfuerzos, desplazamientos y los elementos mecánicos que actúan en el revestimiento para los análisis a corto y largo plazo.
- Distribución de esfuerzos, y desplazamientos en los revestimientos a corto y a largo plazo.
- Distribución de esfuerzos en el terreno a corto y a largo plazo.
- Asentamiento aproximado debido al proceso de consolidación.

### 3.2.3. Representación gráfica

Para los resultados obtenidos en la interfaz terreno - revestimiento, se hace una representación esquemática comparando los resultados a corto plazo con los obtenidos a largo plazo; el valor de cero está definido por la interfaz suelo-revestimiento. Estas graficas fueron elaboradas en Excel.

Para las distribuciones de esfuerzos y desplazamientos para el revestimiento y el terreno se utilizó el programa Surfer 12, en él se generaron mapas de contorno con escala a color.

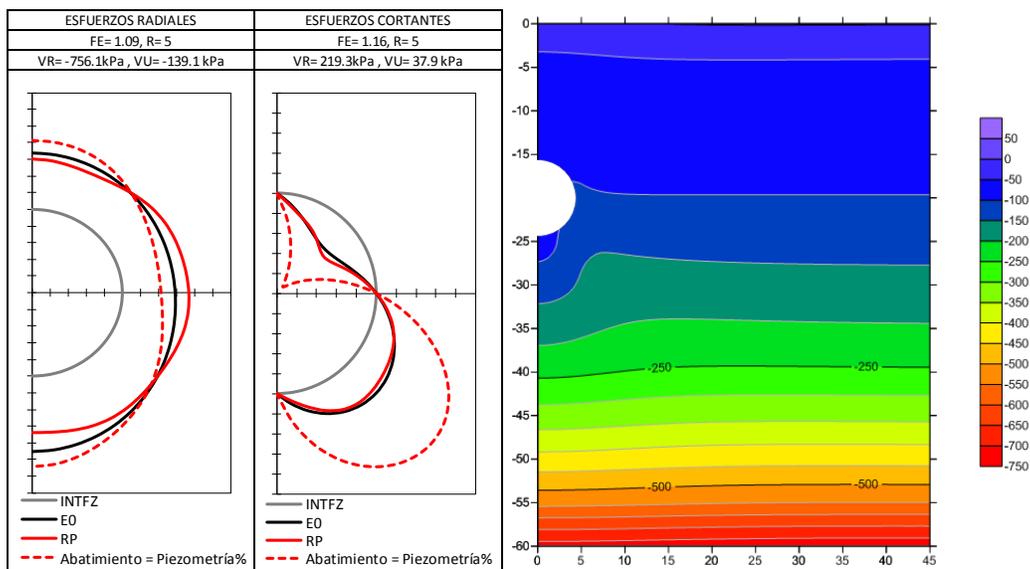


Figura 19. Gráficas obtenidas con la hoja de cálculo (izquierda) y con el programa Surfer 12 (derecha)

## 4. APLICACIONES

Este capítulo se divide en dos partes: en la primera se realiza el análisis de una sección de túnel que formará parte del sistema de drenaje de la Ciudad de México; dicha sección se analizó con el método analítico presentado en esta tesis. Se hace una descripción de las condiciones generales consideradas para el análisis, tales como: la geometría del modelo, la estratigrafía, las propiedades de los materiales y las condiciones piezométricas.

Se presentan resultados a corto plazo y a largo plazo considerando los siguientes abatimientos (20%, 40%, 60% 80% y 100%). Los resultados obtenidos son: Esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales, momentos y convergencias en la interfaz suelo-revestimiento; esfuerzos totales y efectivos (verticales y horizontales) en el terreno; esfuerzos radiales y tangenciales en el concreto de los revestimientos y asentamientos en superficie para los abatimientos propuestos. Adicionalmente, se realizó el modelado numérico de la sección, utilizando el programa de elemento finito Plaxis 2D. Finalmente se compararon los resultados del método analítico con los del modelado numérico.

En la segunda parte de este capítulo se utiliza el método analítico para realizar análisis paramétricos de la sección analizada en la primera parte, esto con el fin de determinar cuáles son las propiedades o parámetros que tienen mayor relevancia sobre los resultados. Las variables de análisis fueron los parámetros de rigidez tanto del suelo como de los revestimientos, las propiedades de resistencia y la geometría de la sección. En esta parte solo se considera la condición de abatimiento total para el análisis a largo plazo.

### 4.1. PARTE 1: ANÁLISIS DE UN TÚNEL A 20 METROS DE PROFUNDIDAD CONSTRUIDO EN SUELO BLANDO

#### 4.1.1. Condiciones generales del ejemplo

El túnel analizado se encuentra ubicado a 20 metros de profundidad, su diámetro interior será de 7.0 metros, el túnel contará con dos revestimientos de concreto: el primero de ellos compuesto por dovelas y el segundo colado in situ como un elemento continuo, ambos revestimientos tienen un espesor de 40 centímetros. El perfil estratigráfico es típico de la Zona III de la Ciudad de México, compuesto por una costra superficial (CS), seguida de la primera serie arcillosa de alta compresibilidad (B1 y B2), unos lentes de limos rígidos (C), la segunda serie arcillosa de mediana a alta compresibilidad (D), la capa dura (E) y los depósitos profundos (F).

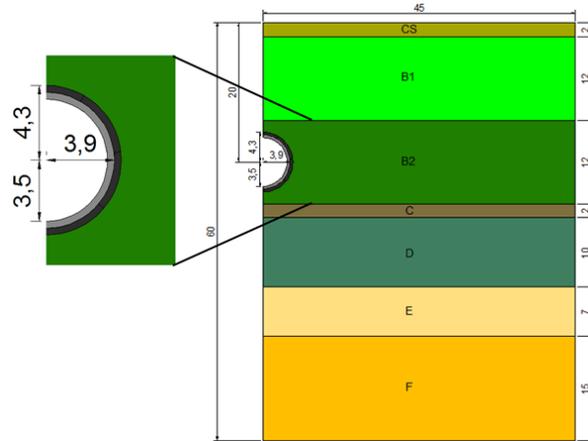


Figura 20. Sección de análisis ejemplo

Las propiedades índice y los parámetros de resistencia de dichos materiales se muestran en la (Tabla 3), los parámetros de rigidez y de compresibilidad en la (Tabla 4).

Las propiedades de compresibilidad de los estratos blandos B, D y F se obtuvieron a partir de pruebas de consolidación unidimensional y los parámetros de resistencia de pruebas triaxiales consolidadas no drenadas con medición de la presión de poro (CU). Para los estratos duros como el C y el E, los parámetros de resistencia y compresibilidad se obtuvieron a partir de pruebas triaxiales no consolidadas no drenadas (UU). Se sabe que el módulo de elasticidad no drenado de los materiales rígidos de la zona lacustre de la ciudad de México se puede determinar a partir del módulo de elasticidad drenado utilizando la teoría de la elasticidad.

Tabla 3. Propiedades índice y parámetros de resistencia

Estrato	H(m)	w(%)	$\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	e	$c'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\phi'$ (°)
CS	2	33	14	-	20	40
B1	12	293	11.3	6.6	0	35
B2	12	241	11.6	5.5	0	35
C	2	56	15	-	100	30
D	10	165	12	3.9	0	35
E	7	40	16	-	100	30
F	15	115	13.2	2.9	0	35

Tabla 4. Parámetros de rigidez y compresibilidad

Estrato	$C_r$	$C_c$	$E'$ (kN/m <sup>2</sup> )	$v'$	$E$ (kN/m <sup>2</sup> )	$v$
CS	-	-	5000	0.3	5769	0.39
B1	0.38	4.55	500	0.33	5000	0.5
B2	0.26	3.74	500	0.33	5000	0.5
C	-	-	20000	0.33	22556	0.43
D	0.15	2.56	500	0.33	5000	0.5
E	-	-	25000	0.33	28195	0.43
F	0.1	1.79	500	0.33	5000	0.5

Las condiciones hidráulicas fueron definidas con base en las lecturas de piezómetros instalados a diferentes profundidades, de ellas se puede evidenciar un abatimiento significativo de las condiciones hidrostáticas. (Figura 21)

Tabla 5. Piezometría inicial

Piezómetro	Profundidad (m)	Presión (kPa)
1	0	0
2	-5	0
3	-15	-100
4	-31	-200
5	-40	-230
6	-45	-230
7	-50	-200
8	-55	-150
9	-57	-100
10	-60	-30

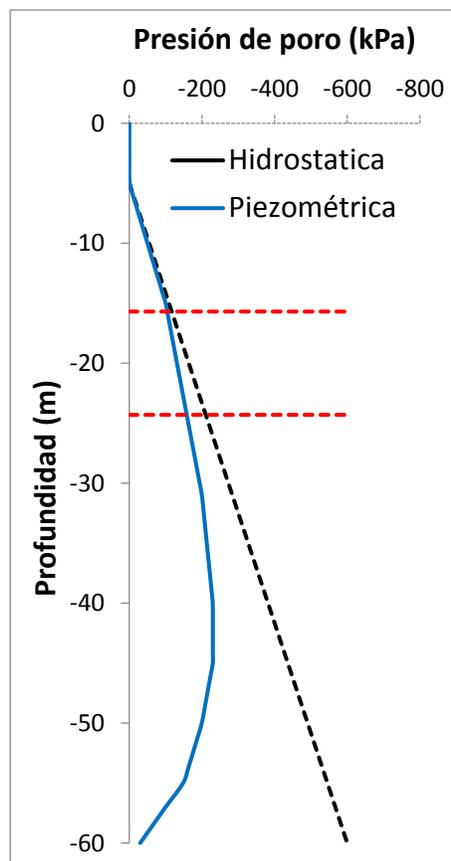


Figura 21. Piezometría inicial

Las propiedades de los revestimientos se presentan en la Tabla 6.

Para el revestimiento primario se seleccionó un valor preliminar de  $\alpha$  igual a 0.5. EL valor que se utiliza para el diseño definitivo se obtiene de un análisis iterativo entre las divergencias obtenidas del análisis geotécnico y de un análisis estructural. Para el revestimiento secundario, el valor del módulo de elasticidad se multiplica por el factor de reducción a la rigidez por flujo plástico ( $F_R$ ) que para este caso es de 0.57, por tal razón el módulo de elasticidad del revestimiento secundario es menor que el del revestimiento primario.

Tabla 6. Propiedades del concreto

	Revestimiento primario	Revestimiento secundario
Espesor (m)	0.4	0.4
$f'_c$ (Mpa)	35	50
$v_s$	0.15	0.15
$\gamma_c$ (kN/m <sup>3</sup> )	24	24
$\alpha$	0.5	1
$F_R$	1	0.57
E (kPa)	2.60E+07	1.77E+07
EI (kN/m)	1.74E+04	9.46E+04
EA (kNm <sup>2</sup> /m)	5.21E+06	7.09E+06

Los esfuerzos verticales totales iniciales (ET) en el terreno se calcularon a partir del producto del espesor de cada estrato por su peso volumétrico, los esfuerzos verticales efectivos (EE) se obtuvieron al restarle la presión de poro (U) definida en la Figura 21 a los esfuerzos totales iniciales.

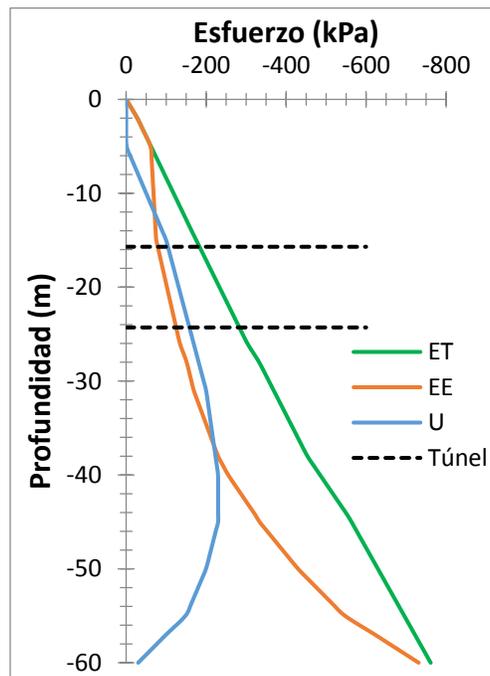


Figura 22. Estado inicial de esfuerzos

Para los análisis a largo plazo donde se consideró el efecto de la consolidación por el abatimiento de la presión de poro se utilizaron los abatimientos mostrados en la Figura 23.

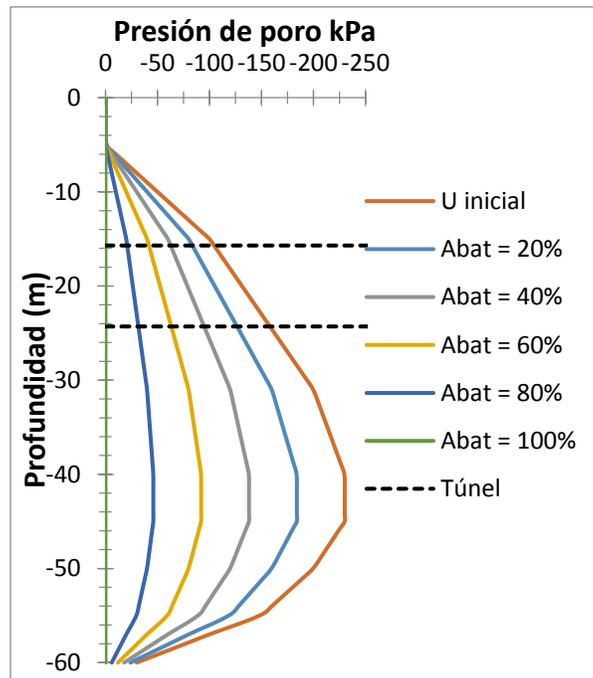


Figura 23. Condiciones piezométricas consideradas en los análisis a largo plazo

#### 4.1.2. Definición de la condiciones de análisis del método analítico

Como se mencionó en el capítulo 3.2, el método analítico requiere como dato de entrada la geometría de la sección. Dicha sección se define con base en unos análisis preliminares que se realizan en el programa de elemento finito, donde se determina la distancia necesaria de las fronteras para que no incidan en los resultados del análisis. Para este caso se obtuvo que para una distancia de 45 metros a partir del eje horizontal y una profundidad máxima de análisis es de 60 metros las fronteras no incidían en los resultados del modelo numérico. En el método analítico se consideraron las mismas dimensiones que en el modelo numérico, esto con el fin de que las gráficas de resultados sean similares. La sección utilizada en el método analítico se definió como sigue:

- Para los cálculos en la interfaz, el intervalo de evaluación fue de  $7.5^\circ$ ;
- Para los cálculos en el suelo se consideraron 40 intervalos en el eje X y 80 en el eje Y, con lo cual se tiene una malla con aproximadamente 3321 puntos de análisis espaciados cada 1.13 m en X y cada 0.75 m en Y;
- Para los cálculos en el revestimiento se escogieron 5 intervalos y un ángulo de evaluación de  $1^\circ$ . Las mallas con los puntos de análisis del suelo y los revestimientos se muestran en las Figura 24 y Figura 25.

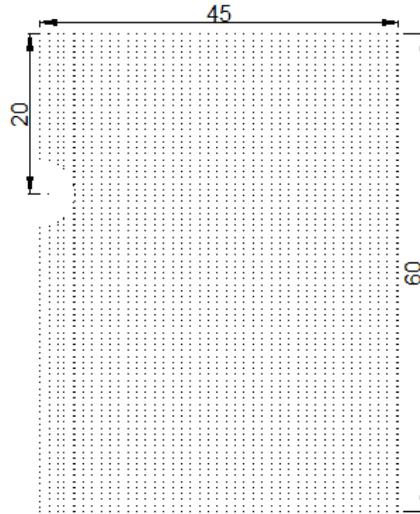


Figura 24. Puntos de análisis en el suelo

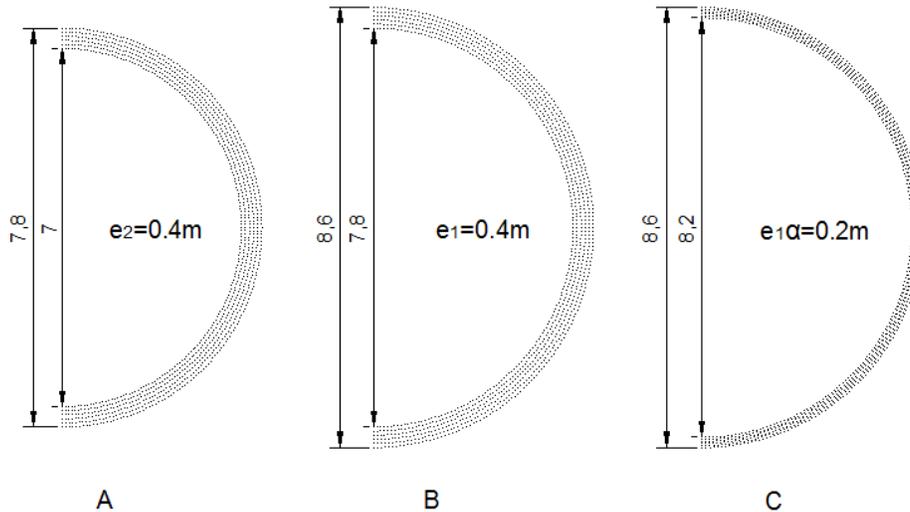


Figura 25. Puntos de análisis en los revestimientos

En el caso de los revestimientos se muestran tres mallas, la primera (Figura 25 A) corresponde a la malla del revestimiento secundario; la segunda corresponde al revestimiento primario sin considerar el efecto de la reducción de la rigidez producido por las juntas entre dovelas (Figura 25 B), este efecto se considera al multiplicar el espesor por el valor de  $\alpha$  (Paso 4) por el espesor del revestimiento primario. En la Figura 25 C se puede ver el espesor del revestimiento que se toma en cuenta para el análisis.

El suelo donde se encuentra construido el túnel es blando, y por tanto la descompresión producto de la excavación es nula (capítulo 2.2.1), así que su efecto no fue considerado en este ejercicio.

Los análisis de esfuerzos en la interfaz terreno-revestimiento se realizaron en términos de esfuerzos totales, utilizando parámetros de rigidez no drenados en el análisis a corto plazo, para los análisis a largo plazo se utilizaron los parámetros de rigidez efectivos.

#### 4.1.3. Definición de las condiciones de análisis en la modelización numérica

En este ejercicio, debido a que se requiere considerar el efecto del proceso de consolidación en el túnel, el análisis se efectuó en términos de los esfuerzos efectivos, considerando parámetros drenados y condiciones iniciales no drenadas (capítulo 2.4.2).

Para modelar el comportamiento de los suelos duros se utilizó el modelo constitutivo Mohr-Coulomb (capítulo A21) con condición de análisis drenada y para el de los suelos blandos el modelo Soft Soil (capítulo A22) no drenado.

Con el fin de obtener cálculos más detallados en la zona de interés, se refinó la malla en la zona cercana al túnel tal como se muestra en la Figura 26.

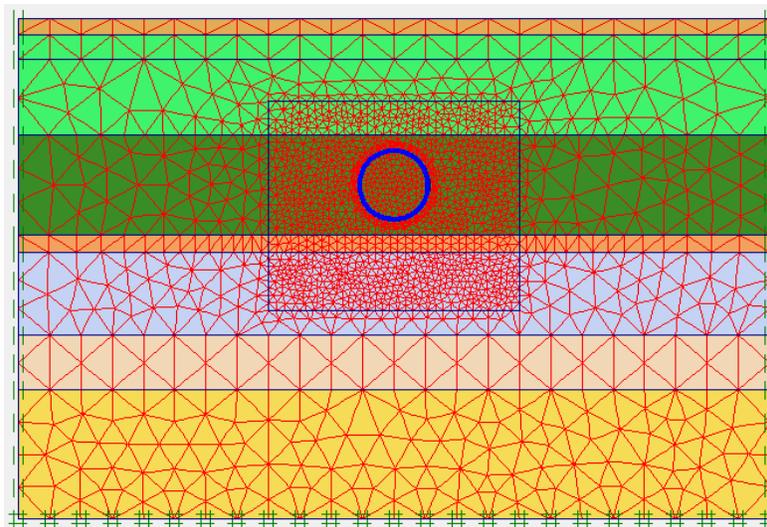


Figura 26. Geometría del modelo numérico y malla de elementos finitos

Para representar el comportamiento de los materiales se utilizaron los mismos modelos constitutivos que en el método analítico. El revestimiento primario se modeló como un elemento de volumen al cual se le asignaron las propiedades descritas en la Tabla 6. El revestimiento secundario se modeló como un elemento viga.

Se definieron 14 etapas de análisis, las cuales se presentan en la Tabla 7.

Tabla 7. Etapas de análisis.

Etapa	Nombre	Representa	Tipo de Análisis
-	E0	Estado inicial de esfuerzos	N/A

1	RP	Construcción Revestimiento primario	Plástico (no drenado)
2	Cons. RP	Consolidación del exceso de presión de poro por construcción	Consolidación
3	RS	Construcción Revestimiento secundario	Plástico (no drenado)
4	Cons. RS	Consolidación del exceso de presión de poro por construcción	Consolidación
5	Abat.=20%	Abatimiento del 20%	Plástico (no drenado)
6	Cons. Abat.=20%	Consolidación debida al abatimiento 20%	Consolidación
7	Abat.=40%	Abatimiento del 40%	Plástico (no drenado)
8	Cons. Abat.=40%	Consolidación debida al abatimiento 40%	Consolidación
9	Abat.=60%	Abatimiento del 60%	Plástico (no drenado)
10	Cons. Abat.=60%	Consolidación debida al abatimiento 60%	Consolidación
11	Abat.=80%	Abatimiento del 80%	Plástico (no drenado)
12	Cons. Abat.=80%	Consolidación debida al abatimiento 80%	Consolidación
13	Abat.=100%	Abatimiento del 100%	Plástico (no drenado)
14	Cons. Abat=100%	Consolidación debida al abatimiento 100%	Consolidación

Las etapas de análisis 1 y 2 se establecieron al igual que en los criterios para el diseño del revestimiento definitivo de túneles en suelos blandos (capítulo 2.4), sin embargo la etapa 3 no, debido a que en dichos criterios se modela la construcción del túnel y el abatimiento de la presión de poro al mismo tiempo debido a que solo se considera un abatimiento. En este análisis se consideraron 5 abatimientos y se separó la etapa de construcción del túnel y la del primer abatimiento (20%). Las etapas 5, 7, 9, 11 y 13 simulan los abatimientos que se consideraron para este análisis 20%, 40%, 60%, 80% y 100% respectivamente, los resultados obtenidos en las etapas 6, 8, 10, 12 y 14 (final de la consolidación), se comparan con los resultados del método analítico.

#### 4.1.4. Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento, en el suelo y en los revestimientos primario y secundario. Se hace la comparación entre los resultados obtenidos con el método analítico y la modelización numérica.

Como se mencionó en el Paso 1 del método analítico, es conveniente que los resultados en la interfaz se transformen a coordenadas polares. En este trabajo

los resultados obtenidos se rigen bajo la convención de signos de la mecánica del medio continuo, la cual considera que los esfuerzos de compresión son negativos y los esfuerzos de tensión son positivos.

Para realizar las gráficas de resultados en la interfaz los valores se normalizaron con respecto a un factor de escala (FE) que está relacionado con el radio del túnel (R) y a un valor de referencia (VR) del resultado a mostrar.

Por ejemplo si el valor de referencia es de -300 kPa, el radio del túnel es de 5 m y el factor de escala es de 0.5 cada una de las unidades de la figura presentada tendrá el siguiente valor:

$$\text{Valor de una unidad} = \frac{-300 \text{ kPa}}{5\text{m} * 0.5} = -120 \frac{\text{kPa}}{\text{m}}$$

### 1. ESTADO INICIAL DE ESFUERZOS EN LA INTERFAZ TERRENO-REVESTIMIENTO

Para las gráficas del esfuerzo radial se utilizó como valor de referencia el valor del esfuerzo radial inicial máximo (-283.1 kPa), el factor de escala seleccionado es de 1.32, por tanto cada unidad de la gráfica corresponde a un esfuerzo de -50 kPa. Para los esfuerzos cortantes se tiene que el esfuerzo cortante inicial máximo es de 33.9 y el factor de escala es de 0.39, por tanto cada unidad de la gráfica de esfuerzos cortantes equivale a 20 kPa. Dado que los resultados se muestran en un sistema de coordenadas polares, se toma como cero a la interfaz suelo-revestimiento y los valores se deben medir de manera perpendicular esta.

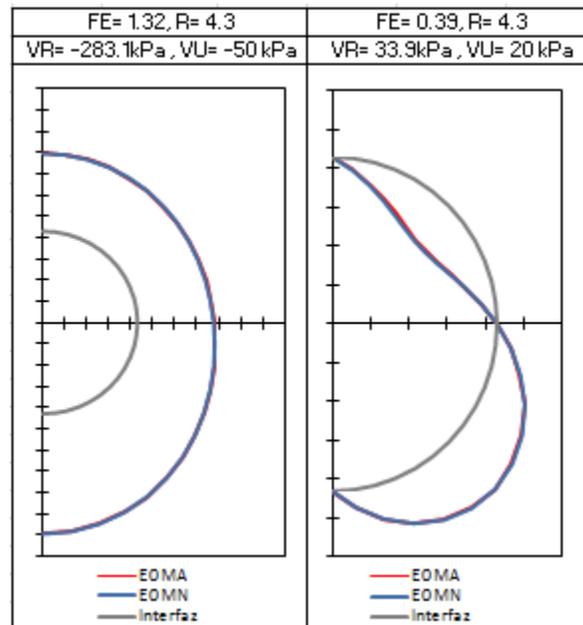


Figura 27. Comparación de las distribuciones de esfuerzos radiales (izquierda) y cortantes (derecha) iniciales (E0) en la interfaz terreno-revestimiento hallados con el método analítico y el modelo numérico.

Como se puede ver los resultados iniciales son iguales para método analítico y el modelado numérico, por tanto los resultados que se muestran en las etapas siguientes serán comparados con este estado de esfuerzos, ya que es una referencia válida para el análisis.

## 2. EFECTOS DE LA EXCAVACIÓN

Se consideró que el revestimiento primario se colocó inmediatamente después de la excavación, por tanto el efecto de la descompresión no se tiene en cuenta. La excavación genera una descarga en el suelo, la cual al entrar en contacto con el revestimiento produce una redistribución de los esfuerzos. Los incrementos de esfuerzo producidos por dicha descarga se calcularon con la solución de Melan (1932). En la Tabla 8 se muestran los incrementos de esfuerzos producidos por la descarga.

Tabla 8. Valores de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes en la interfaz suelo-revestimiento producidos por la descarga

Ángulo(°)	$\Delta\sigma_R^{\text{des}}$ (kPa)	$\Delta\sigma_\theta^{\text{des}}$ (kPa)	$\Delta\tau_{\theta r}^{\text{des}}$ (kPa)
90	-30.7	2.7	0.0
82.5	-28.2	0.5	8.3
75	-21.6	-5.4	14.0
67.5	-12.9	-12.8	15.5
60	-4.7	-19.1	12.7
52.5	0.8	-22.3	6.9
45	2.6	-21.5	0.3
37.5	1.3	-17.1	-4.8
30	-1.4	-10.9	-7.1
22.5	-3.7	-5.0	-6.6
15	-4.0	-0.8	-4.2
7.5	-1.9	1.2	-1.7
0	1.8	1.7	-0.7
-7.5	5.5	2.1	-1.7
-15	7.6	4.1	-4.2
-22.5	7.4	8.3	-6.6
-30	5.1	14.4	-7.2
-37.5	2.3	20.6	-4.9
-45	1.1	25.0	0.2
-52.5	2.9	25.9	6.8
-60	8.4	22.8	12.6
-67.5	16.5	16.5	15.4
-75	25.2	9.2	13.9
-82.5	31.9	3.4	8.2
-90	34.3	1.2	0.0

La solución de Melan permite determinar los incrementos de esfuerzos no solo en la interfaz, sino también en el suelo, en la Figura 28 se muestra la distribución de esfuerzos radiales. La escala de colores está en (kPa).

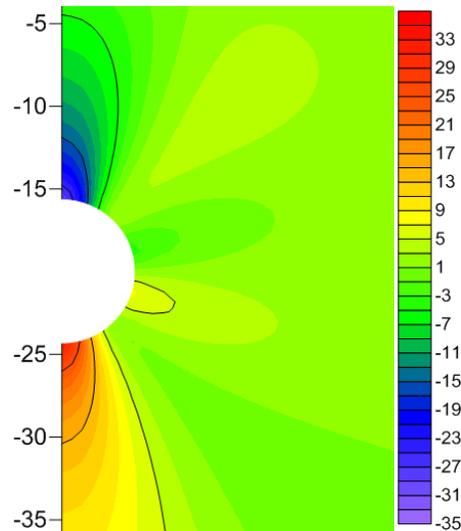


Figura 28. Incrementos de esfuerzos radiales debidos a la descarga por construcción

Como se puede ver en la Figura 28, la descarga produce un incremento del estado de esfuerzos en la parte superior del túnel, mientras que en la parte inferior el esfuerzo se reduce. Estos incrementos en el estado de esfuerzos se suman al estado de esfuerzos inicial y con el valor resultante se realiza el análisis de interacción.

### 3. INTERACCIÓN SUELO-REVESTIMIENTO PRIMARIO.

Cuando el revestimiento primario se instala, los esfuerzos en el suelo interactúan con él; el revestimiento se deforma a causa de los esfuerzos que recibe del suelo y estos a su vez se redistribuyen. El revestimiento al ser un elemento estructural se ve sometido a fuerzas axiales y momentos de flexión.

Con la solución de Einstein y Schwartz se determinaron los esfuerzos radiales y cortantes debidos a la interacción, así mismo se obtuvieron los desplazamientos radiales, las fuerzas axiales y los momentos de flexión que actúan en la interfaz suelo-revestimiento.

Con el objetivo de determinar si el cálculo de la descarga influye de manera significativa en el análisis se presentan resultados de interacción considerando la descarga y sin considerarla, es decir tomando como valores de entrada para la interacción los esfuerzos iniciales. Los resultados se muestran en la Tabla 9 y Tabla 10 respectivamente.

Tabla 9. Resultados en la interfaz suelo-revestimiento primario considerando descarga

Ángulo(°)	$\sigma_R^{RP}$ (kPa)	$\tau_{r\theta}^{RP}$ (kPa)	Desp. radial <sup>RP</sup> (m)	T <sup>RP</sup> kN/m	M <sup>RP</sup> kNm/m
90	-179.8	0.0	-0.030	-695.1	84.0
82.5	-183.0	-139.1	-0.028	-687.9	77.5
75	-182.0	-142.4	-0.022	-672.0	61.9
67.5	-180.3	-147.6	-0.016	-662.2	44.8
60	-178.2	-154.7	-0.011	-673.9	30.4
52.5	-175.8	-163.4	-0.006	-713.3	16.8
45	-173.4	-173.4	-0.001	-771.3	0.0
37.5	-171.1	-184.1	0.006	-828.7	-20.4
30	-169.4	-195.3	0.013	-869.1	-40.3
22.5	-168.5	-206.3	0.019	-890.5	-55.6
15	-168.9	-216.6	0.022	-904.7	-65.7
7.5	-170.9	-225.7	0.025	-924.3	-72.7
0	-174.7	-233.2	0.026	-949.9	-76.9
-7.5	-180.5	-238.7	0.026	-969.9	-75.7
-15	-188.4	-242.0	0.023	-973.3	-67.3
-22.5	-198.1	-243.0	0.018	-961.7	-53.0
-30	-209.3	-241.9	0.012	-949.6	-36.5
-37.5	-221.7	-238.9	0.006	-951.0	-19.3
-45	-234.6	-234.6	-0.001	-966.6	0.0
-52.5	-247.2	-229.4	-0.009	-983.1	22.9
-60	-258.9	-224.0	-0.017	-983.8	46.3
-67.5	-268.9	-219.0	-0.023	-962.4	63.7
-75	-276.6	-214.9	-0.025	-927.2	71.0
-82.5	-281.4	-212.3	-0.025	-895.4	70.7
-90	-283.1	-211.4	-0.025	-882.8	69.5

Tabla 10. Resultados en la interfaz suelo-revestimiento primario sin considerar la descarga

Ángulo(°)	$\sigma_R^{RP}$ (kPa)	$\tau_{r\theta}^{RP}$ (kPa)	Desp. radial <sup>RP</sup> (m)	T <sup>RP</sup> kN/m	M <sup>RP</sup> kNm/m
90	-158.6	0.0	-0.022	-625.9	60.5
82.5	-159.1	-5.9	-0.021	-629.5	58.6
75	-160.3	-11.5	-0.019	-640.1	52.9
67.5	-162.4	-16.5	-0.016	-657.5	43.7
60	-165.2	-20.6	-0.011	-681.1	31.4
52.5	-168.7	-23.4	-0.006	-710.1	16.6
45	-172.9	-24.8	-0.001	-743.4	0.0
37.5	-177.6	-24.6	0.005	-779.9	-17.4
30	-182.8	-22.7	0.011	-818.1	-34.7
22.5	-188.2	-19.1	0.017	-856.4	-50.5
15	-193.9	-13.9	0.021	-893.2	-63.7
7.5	-199.7	-7.4	0.025	-927.0	-73.2
0	-205.5	0.0	0.026	-956.3	-78.1
-7.5	-211.1	7.9	0.026	-980.1	-77.7
-15	-216.5	15.6	0.024	-997.5	-71.6
-22.5	-221.5	22.7	0.020	-1008.4	-60.0
-30	-226.2	28.4	0.014	-1012.9	-43.5

-37.5	-230.3	32.4	0.007	-1011.7	-23.0
-45	-233.9	34.2	-0.001	-1005.9	0.0
-52.5	-237.0	33.6	-0.009	-997.0	23.8
-60	-239.6	30.5	-0.017	-986.6	46.7
-67.5	-241.5	25.2	-0.024	-976.4	66.8
-75	-242.9	18.0	-0.029	-967.9	82.4
-82.5	-243.8	9.3	-0.033	-962.2	92.4
-90	-244.0	0.0	-0.034	-960.3	95.8

Se graficaron los resultados de esfuerzo radial y esfuerzo cortante obtenidos con el método analítico considerando la descarga (línea roja), sin considerar la descarga (línea verde) y se compararon con los resultados obtenidos con el modelado numérico (línea azul) el cual considera la descarga. Los factores de escala y valores de referencia utilizados se muestran en cada figura.

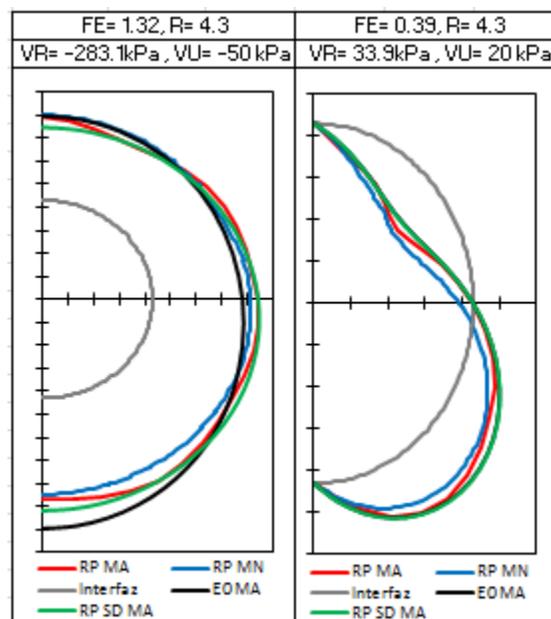


Figura 29. Comparación de las distribuciones de esfuerzos radiales y cortantes en la interfaz suelo-revestimiento primario obtenidas con el método analítico y con el modelado numérico

Como se puede ver de la Figura 29, la distribución de esfuerzos radiales obtenida al considerar la descarga presenta una mejor relación con la distribución del elemento finito. Por otro lado se puede ver que al no considerar la descarga se subestima el valor de esfuerzo radial que actúa en la clave y se sobrestima el que actúa en la cubeta. Así mismo se ve que al incluir la descarga se obtiene una distribución de esfuerzos más uniforme. Es decir que al no considerar la descarga se asume que el revestimiento primario está sometido a un estado de esfuerzos más desfavorable que el que en realidad tiene.

En conclusión la distribución de esfuerzos que se asemeja mejor a las solicitaciones que actúan en el revestimiento primario es la que considera la

descarga, por tanto los siguientes análisis se basan en los resultados obtenidos de la interacción considerando la descarga.

De la Figura 29 se puede ver que el esfuerzo en la cubeta del túnel disminuyó de manera considerable mientras que el esfuerzo en el hastial aumentó. Por otro lado el esfuerzo en la clave del túnel no presenta variaciones significativas lo anterior debido a que la descarga del túnel incrementó el esfuerzo en la parte superior del túnel pero la interacción lo redujo, dándose como resultado una variación pequeña del esfuerzo en esta zona. La disminución del esfuerzo radial en la cubeta y el aumento del mismo en el hastial favorecen el funcionamiento del túnel, ya que las cargas se asemejan a una distribución homogénea y por tanto el desviador se es menor.

Para la gráfica de desplazamientos radiales se tomó como valor de referencia el desplazamiento radial máximo (0.03 m) y se utilizó un factor de escala de 0.35, así que cada unidad de la gráfica equivale a 0.02 m.

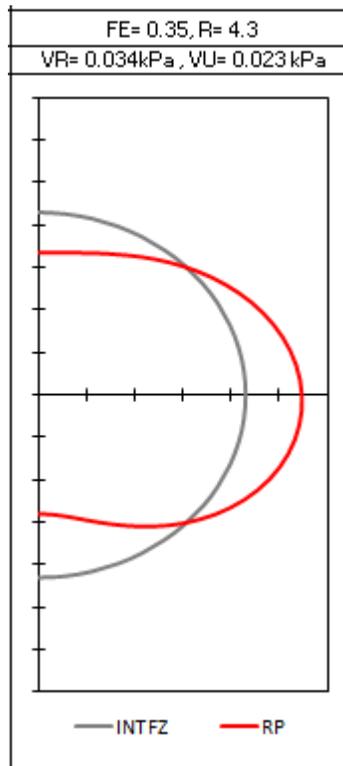


Figura 30. Desplazamientos radiales debidos a la interacción con el revestimiento primario

El modo de deformación observado en la Figura 30 es consistente con la distribución de esfuerzos radiales obtenida. La disminución de esfuerzo en la cubeta del túnel indica que el revestimiento se deformó hacia adentro y el incremento de esfuerzo radial en el hastial sugiere que el revestimiento transfirió

parte de la carga vertical recibida hacia el hastial con lo cual se deformó hacia afuera.

Los resultados de fuerza axial y momentos de flexión obtenidos con el método analítico se comparan con los del método numérico. Las distribuciones obtenidas se muestran en la Figura 31, los valores de referencia corresponden al valor máximo registrado en el método analítico, en las figuras se pueden apreciar los factores de escala utilizados para cada distribución y los valores correspondientes a una unidad.

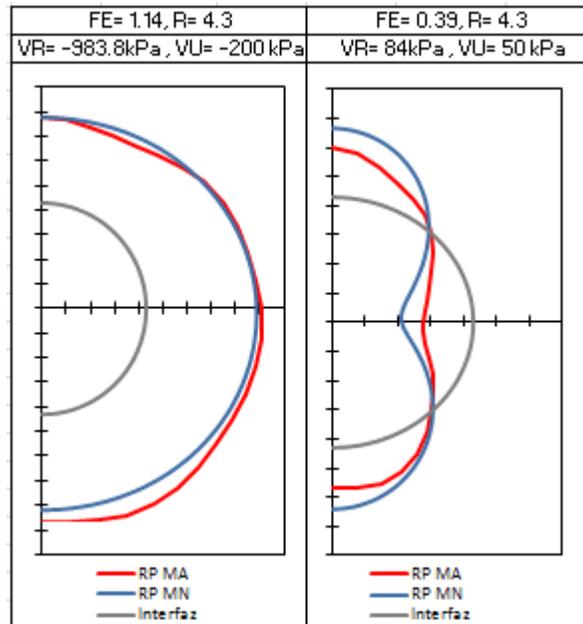


Figura 31. Distribución de fuerzas axiales kN/m (izquierda) y momentos flexionantes kNm/m (derecha) producto de la interacción

De la distribución de fuerzas axiales se puede apreciar que los valores obtenidos con el método analítico difieren muy poco de los resultados del método numérico. Estas diferencias dependen de la distancia a las condiciones de frontera superior y la interacción entre los estratos. Se observa que estas distribuciones tienen una forma similar a la de los esfuerzos radiales. La distribución de momentos presenta valores más grandes en la clave, en el hastial y en la cubeta. El momento es igual a cero a  $45^\circ$  y a  $-45^\circ$ . En la clave y cubeta actúan momentos positivos, los cuales someten a tensión a la parte interna del túnel, mientras que en el hastial ocurre lo contrario y la tensión se genera en el exterior del túnel, con lo cual la zonas más susceptibles a presentar fisuras de tensión son la parte superior interna del túnel y la parte exterior de los hastiales, es decir en el contacto con el suelo. Lo anterior se puede ver con mayor claridad en la distribución de esfuerzos tangenciales dentro del revestimiento (Figura 32 centro).

Con la solución de Pérez y Auvinet para el revestimiento (capítulo A13) se obtuvieron los diagramas de esfuerzos en el interior del revestimiento primario, los resultados se muestran en la siguiente figura.

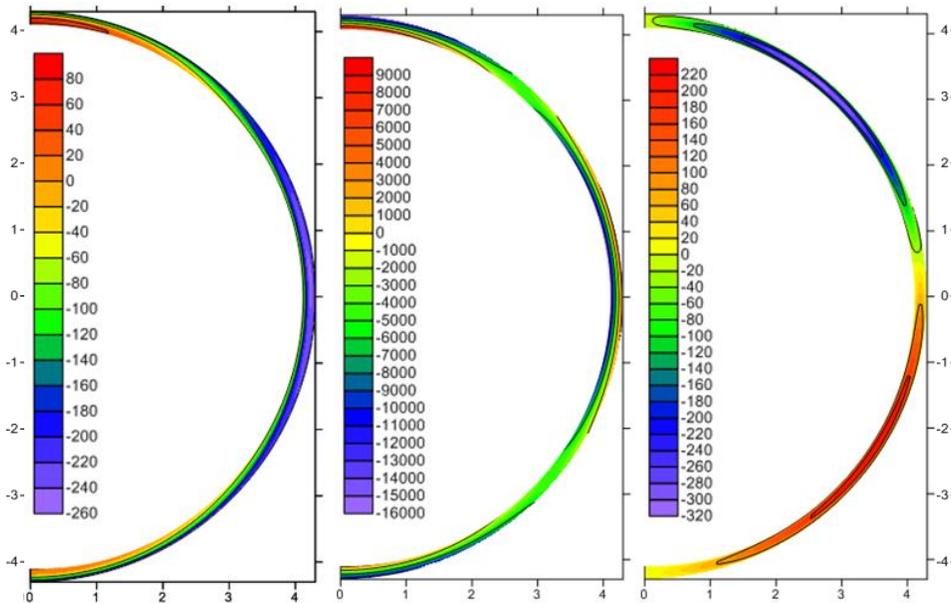


Figura 32. distribución de esfuerzos radiales kPa (izquierda), tangenciales kPa (centro) y cortantes kPa (derecha) en el revestimiento primario

De la Figura 32 se aprecia que el nivel de esfuerzos radiales (izquierda) y cortantes (derecha) desarrollados durante la interacción suelo-revestimiento primario son pequeños y por tanto no tienen un efecto importante sobre el revestimiento. Por otro lado los esfuerzos tangenciales presentan zonas donde los valores de tensión y compresión son relativamente altos. Para este caso los esfuerzos de compresión máximos producto de la interacción suelo-revestimiento primario (16 MPa) son aproximadamente iguales al 50% de la resistencia a la compresión del mismo (35 MPa), por tanto no se presentan problemas de falla por compresión. Sin embargo los valores máximos de tensión en la clave y la cubeta (9 MPa) superan la resistencia a la tensión del concreto utilizado para las dovelas. Por la anterior los anillos de dovelas deben tener el refuerzo necesario para asumir los esfuerzos de tensión producidos por la interacción suelo-revestimiento primario.

Las gráficas anteriores son de gran ayuda, ya que al conocer las zonas donde se generan concentraciones de esfuerzos se puede definir si es necesario utilizar refuerzo en el revestimiento, y de ser así determinar la cuantía necesaria y así prevenir agrietamientos por tensión.

Los resultados obtenidos en la interfaz permiten determinar el estado de esfuerzos en la masa del suelo, para ello se utilizó la solución de Pérez y Auvinet para el

suelo (capítulo A12). En esta solución se toman los resultados de esfuerzo radial y esfuerzo cortante obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento a ( $90^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $0^\circ$ ,  $-45^\circ$  y  $-90^\circ$ ) y se extrapolan al suelo tomando como condición de frontera el estado de esfuerzos inicial.

Tabla 11. resultados de esfuerzo radial y esfuerzo cortante en la interfaz suelo-revestimiento para los puntos de interés.

$\Theta$ en Grados	$\sigma_R$ (kPa)	$\tau_{r\Theta}$ (kPa)
90	-179.83	0.00
45	-179.37	-27.44
0	-204.27	0.00
-45	-224.80	30.50
-90	-220.32	0.00

La solución brinda resultados de esfuerzo radial, tangencial y cortante, sin embargo los resultados obtenidos en el suelo se presentan en un sistema de coordenadas cartesianas con el fin de compararlos con los resultados obtenidos con el modelado numérico. Los valores en las gráficas se encuentran en (kPa).

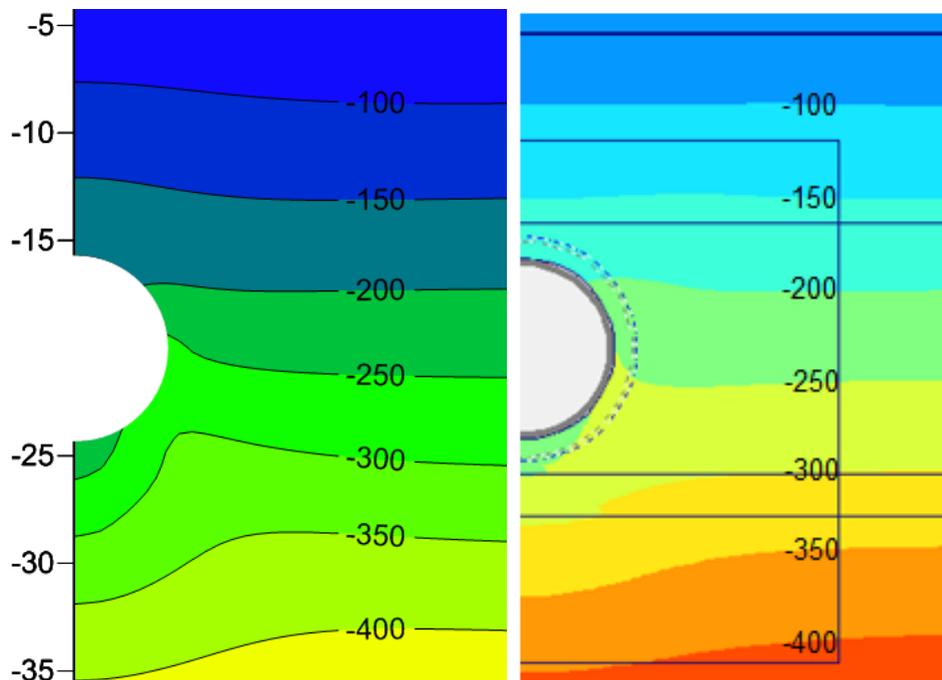


Figura 33. Esfuerzos totales verticales en el suelo debidos a la interacción suelo-revestimiento primario obtenidos con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha)

De la Figura 33, se puede ver que los resultados en el suelo son consistentes con los de la interfaz. El esfuerzo en el hastial incrementó y el esfuerzo en la cubeta disminuyó significativamente, por otro lado el esfuerzo en la clave del túnel no muestra variaciones importantes. También se ve que lejos del túnel, los esfuerzos

no presentan variaciones, por tanto la interacción solo afecta al suelo cercano al túnel.

Las variaciones en las curvas de isovalores se ven más pronunciadas en el método analítico que en el modelado numérico, esto se debe a que el método analítico no considera la interacción entre elementos sino que es un análisis individual para cada punto.

El cambio en el estado de esfuerzos produce un exceso de presión de poro, dicho exceso de presión producido durante la interacción se calcula con los incrementos de esfuerzos principales, los cuales se obtienen al restar los esfuerzos principales iniciales a los obtenidos por la interacción suelo-revestimiento con la solución de Pérez y Auvinet para el suelo.

La ecuación ( 30 ) es la utilizada para calcular el exceso de presión de poro. En ella se utilizan los parámetros de Skempton para la consideración de un suelo saturado,  $B=1$  y con comportamiento elástico,  $A=1/3$ .

$$\Delta U = B\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_3 - \Delta\sigma_1) \quad (30)$$

En la Figura 34 se muestra la distribución del exceso de presión de poro en el suelo, la escala de colores está en (kPa).

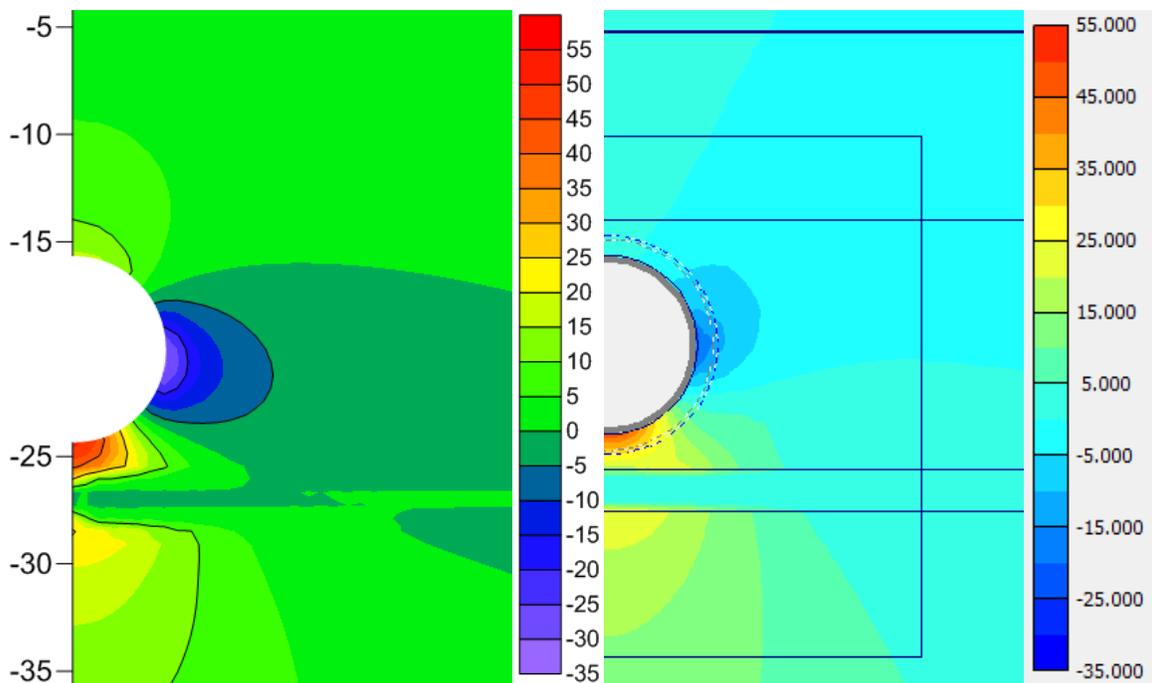


Figura 34. Exceso de presión de poro debido a la interacción suelo-revestimiento primario obtenidos con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha).

En la Figura 34 (izquierda) obtenida con el método analítico se evidencia un exceso de presión de poro sobre la clave del túnel que no aparece en el modelo

numérico Figura 34 (derecha). Esto se debe a que la solución analítica utilizada para determinar los esfuerzos en el suelo no considera la superficie del terreno como condición de frontera. Este exceso de presión de poro se debe tener presente ya que afecta los resultados en el suelo tal como se verá más adelante.

El exceso de presión de poro se suma al valor de la presión de poro inicial y así se obtiene la presión de poro en el suelo al momento de la interacción; si se resta este valor al esfuerzo total se obtiene la distribución de esfuerzos efectivos en el terreno (Figura 35). Las unidades están en (kPa)

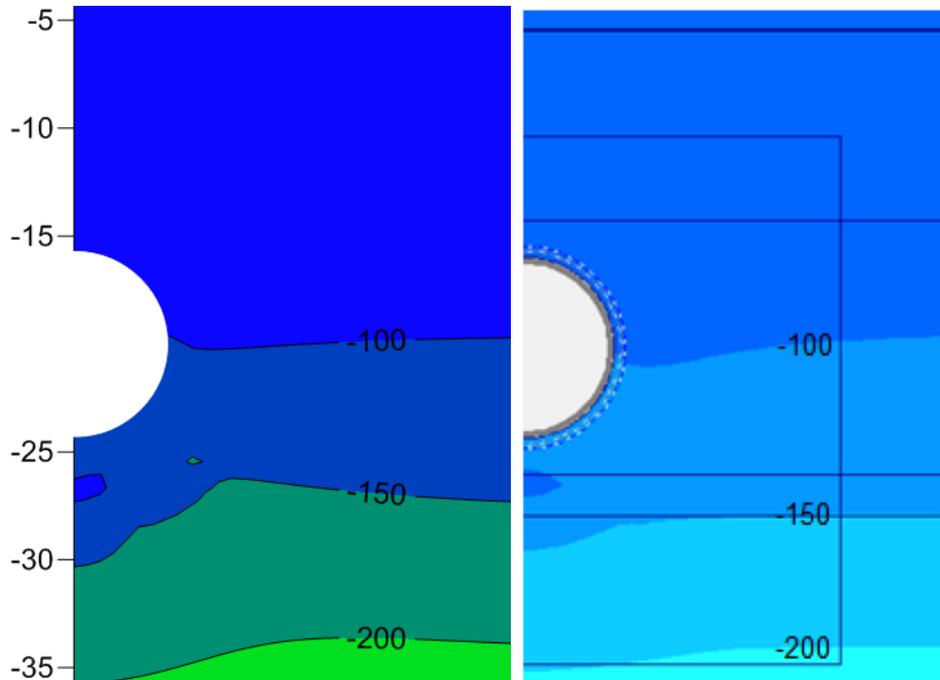


Figura 35. Esfuerzos efectivos verticales en el suelo debidos a la interacción suelo-revestimiento primario obtenidos con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha)

Como se puede ver de la Figura 35, el esfuerzo efectivo en la cubeta del túnel disminuyó debido a la interacción entre el suelo y el revestimiento, adicionalmente, cuando el exceso de presión de poro positivo en la parte inferior del túnel se disipe, el esfuerzo efectivo se reducirá aún más con lo cual el suelo se pre-consolidara, lo anterior se puede ver en la Figura 36.

El hecho de que el suelo se pre-consolide debajo del túnel afecta significativamente los análisis a largo plazo. Ya que el suelo debajo del túnel es menos deformable y cuando se produce el asentamiento por consolidación se aprecia una emersión aparente del túnel. En términos de esfuerzos este efecto es muy importante ya que el suelo alrededor al túnel trata de “colgarse” de este produciendo incrementos de esfuerzos radiales y cortantes, esto se mostrara con mayor claridad en el análisis a largo plazo.

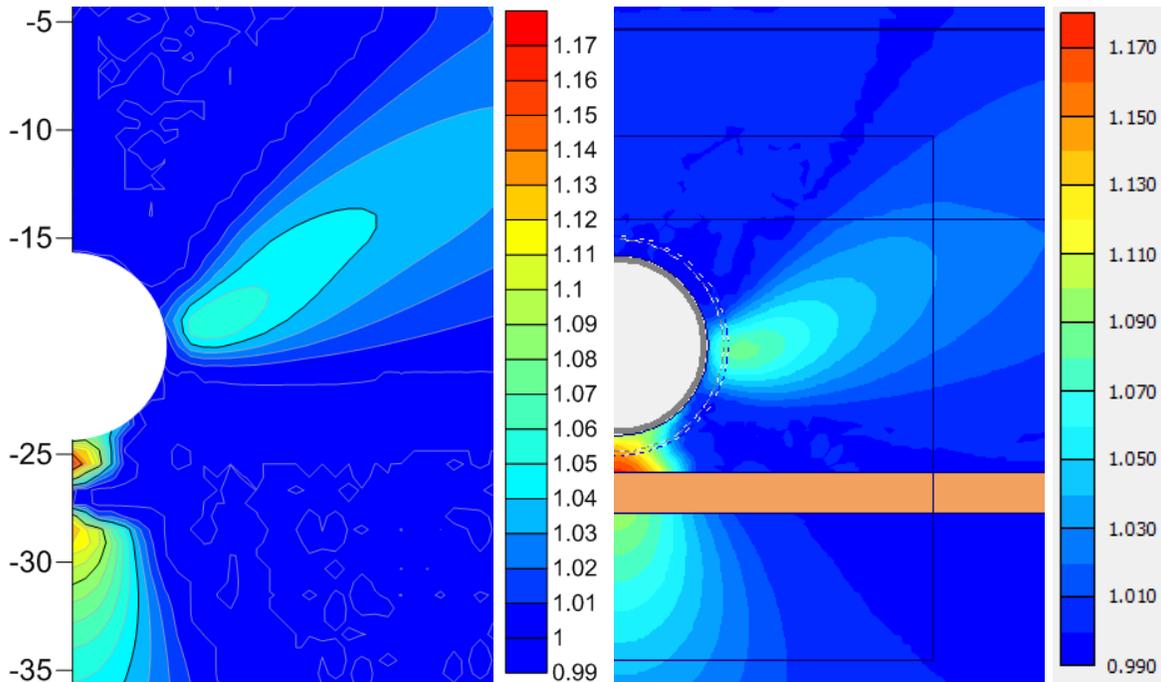


Figura 36. Relación de preconsolidación en el suelo debida a la interacción suelo-revestimiento primario obtenida con el método analítico (izquierda) y el modelado numérico (derecha)

#### 4. CONSTRUCCIÓN DEL REVESTIMIENTO SECUNDARIO

Al igual que con la descarga, se utiliza la solución de Melan para determinar los incrementos de esfuerzos generados por la construcción del revestimiento secundario. La distribución de esfuerzos obtenida se muestra a continuación. Las unidades están en (kPa).

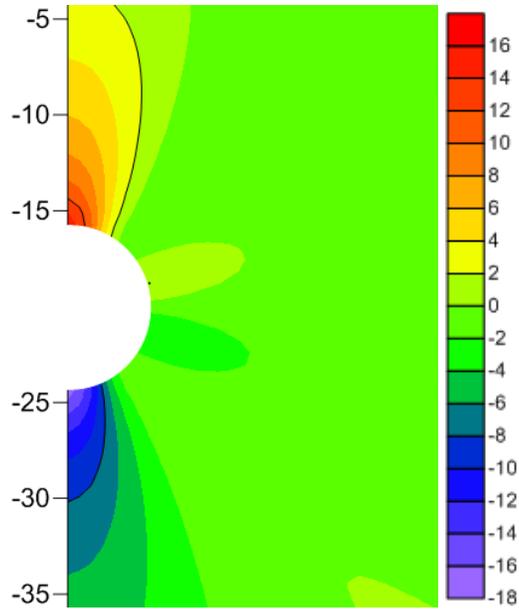


Figura 37. Incrementos de esfuerzos radiales (izquierda), tangenciales (centro) y cortantes (derecha) debidos a la construcción del revestimiento secundario

Los resultados de esfuerzo radial, tangencial y cortante debidos a la construcción del revestimiento secundario se muestran en la Tabla 12.

Tabla 12. Valores de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes en la interfaz suelo-revestimiento producidos por la construcción del revestimiento secundario

Ángulo(°)	$\Delta\sigma_R^{RS}$ (kPa)	$\Delta\sigma_\theta^{RS}$ (kPa)	$\Delta\sigma_{\theta r}^{RS}$ (kPa)
90	16.1	-1.4	0.0
82.5	14.8	-0.2	-4.3
75	11.3	2.8	-7.3
67.5	6.7	6.7	-8.1
60	2.5	10.0	-6.7
52.5	-0.4	11.7	-3.6
45	-1.4	11.2	-0.2
37.5	-0.7	9.0	2.5
30	0.7	5.7	3.7
22.5	1.9	2.6	3.4
15	2.1	0.4	2.2
7.5	1.0	-0.6	0.9
0	-1.0	-0.9	0.4
-7.5	-2.9	-1.1	0.9
-15	-4.0	-2.2	2.2
-22.5	-3.8	-4.4	3.5
-30	-2.7	-7.5	3.8
-37.5	-1.2	-10.8	2.6
-45	-0.6	-13.1	-0.1
-52.5	-1.5	-13.6	-3.5

-60	-4.4	-11.9	-6.6
-67.5	-8.7	-8.6	-8.1
-75	-13.2	-4.8	-7.3
-82.5	-16.7	-1.8	-4.3
-90	-18.0	-0.6	0.0

Al comparar los resultados de la Figura 28 con los de la Figura 37 se puede ver que los esfuerzos tienen signo contrario, esto se debe a que en la primera se representa una descarga y en la segunda la carga que le transmite al suelo el revestimiento secundario. Los incrementos de esfuerzo obtenidos no son significativos si se comparan con el estado de esfuerzos de un túnel profundo, sin embargo en un túnel somero sí pueden implicar una variación importante.

La construcción del revestimiento secundario incrementa el esfuerzo en la cubeta del túnel mientras que la clave lo reduce, en el caso de los hastiales no se evidencian cambios en los esfuerzos. Estos incrementos de esfuerzo se suman a los obtenidos de la interacción suelo-revestimiento primario y se convierten en el estado de esfuerzos inicial para los análisis a largo plazo.

##### 5. EFECTO DE LA CONSOLIDACIÓN (ANÁLISIS A LARGO PLAZO)

Para este análisis se consideraron cinco abatimientos (20%, 40%, 60%, 80% y 100%), en cada uno de ellos se obtuvieron los resultados en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el método analítico y el método numérico.

Dado que se quiere evaluar el efecto de la consolidación, los análisis se realizaron con parámetros de rigidez efectivos. Por otro lado se plantea como hipótesis que el revestimiento primario ya asumió su carga de diseño y por tanto los efectos de la consolidación solo afectan al revestimiento secundario.

Los resultados de esfuerzo radial y esfuerzo cortante que a continuación se muestran fueron obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento, y por tanto los esfuerzos que actúan sobre el revestimiento secundario son iguales a la resta de los resultados obtenidos en la interfaz a largo plazo y los obtenidos en la interfaz para la interacción suelo-revestimiento primario.

Los resultados del método analítico para cada abatimiento se obtuvieron de repetir los Pasos 7 al 14, mientras que en el modelado numérico se obtuvieron de generar etapas consecutivas de abatimiento y disipación del exceso de presión de poro (Tabla 7).

A continuación se muestran los resultados de esfuerzo radial y tangencial en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento inducidos por el efecto de la consolidación del terreno debido a los diferentes abatimientos propuestos. En el método analítico dichos esfuerzos son obtenidos del paso 12 (para cada abatimiento). En la

modelización numérica los resultados mencionados corresponden a las etapas 6, 8, 10, 12 y 14.

Tabla 13. Esfuerzos radiales en la interfaz terreno-sistema de sostenimiento obtenidos con el método analítico para los diferentes abatimientos propuestos

Ángulo	Abat=20%	Abat=40%	Abat=60%	Abat=80%	Abat=100%
	$\sigma_R^{ABT}$ (kPa)				
90	-182.8	-200.5	-216.4	-230.6	-243.5
82.5	-184.7	-201.8	-217.1	-230.9	-243.3
75	-188.5	-203.8	-217.5	-229.8	-240.9
67.5	-190.0	-202.6	-213.8	-223.8	-232.9
60	-186.5	-195.7	-203.5	-210.6	-217.0
52.5	-178.6	-183.5	-187.9	-191.6	-194.9
45	-169.5	-170.1	-170.6	-170.8	-170.8
37.5	-162.7	-159.1	-155.7	-152.5	-149.2
30	-159.7	-152.5	-145.5	-138.9	-132.6
22.5	-160.1	-149.7	-139.8	-130.4	-121.4
15	-162.7	-149.9	-137.7	-126.0	-114.9
7.5	-166.9	-152.5	-138.7	-125.5	-112.9
0	-172.9	-157.7	-143.1	-129.1	-115.8
-7.5	-181.5	-166.4	-151.8	-137.9	-124.5
-15	-193.0	-178.9	-165.3	-152.3	-139.8
-22.5	-206.8	-194.7	-183.1	-172.0	-161.3
-30	-220.8	-212.0	-203.5	-195.4	-187.6
-37.5	-232.4	-228.1	-223.9	-219.8	-216.0
-45	-239.8	-241.0	-242.0	-243.1	-244.1
-52.5	-243.5	-250.8	-257.9	-264.6	-271.2
-60	-246.1	-259.9	-273.1	-285.8	-298.1
-67.5	-250.7	-270.5	-289.5	-307.8	-325.5
-75	-257.9	-282.6	-306.4	-329.3	-351.4
-82.5	-264.9	-292.9	-319.8	-345.7	-370.7
-90	-267.9	-297.0	-325.0	-351.9	-377.9

Tabla 14. Esfuerzos radiales en la interfaz terreno- sistema de sostenimiento obtenidos con el modelado numérico para los diferentes abatimientos propuestos

Ángulo	Abat=20%	Abat=40%	Abat=60%	Abat=80%	Abat=100%
	$\sigma_R^{ABT}$ (kPa)				
90.0	-200.3	-212.0	-221.6	-230.1	-237.9
82.5	-197.7	-209.1	-218.3	-226.6	-234.1
75.0	-200.1	-211.3	-220.2	-228.3	-235.5
67.5	-193.6	-202.9	-210.3	-217.0	-223.0
60.0	-192.1	-200.4	-206.7	-212.3	-217.3
52.5	-184.8	-189.3	-192.4	-195.1	-197.5
45.0	-178.5	-175.4	-172.7	-170.1	-167.3
37.5	-174.4	-176.6	-176.6	-176.2	-175.5
30.0	-176.0	-179.2	-178.0	-175.7	-172.5
22.5	-162.4	-154.9	-145.6	-136.3	-127.2

15.0	-162.0	-150.5	-149.3	-145.7	-141.0
7.5	-164.8	-148.8	-131.5	-115.5	-100.3
0.0	-174.7	-160.7	-145.3	-128.4	-110.9
-7.5	-176.9	-164.4	-150.8	-137.1	-122.8
-15.0	-190.9	-184.5	-180.0	-174.0	-166.3
-22.5	-194.9	-186.7	-174.4	-160.6	-146.4
-30.0	-207.4	-201.1	-190.9	-180.6	-170.5
-37.5	-220.9	-217.1	-211.1	-204.3	-197.2
-45.0	-242.3	-244.4	-243.8	-242.2	-240.1
-52.5	-250.6	-258.8	-263.5	-266.8	-269.1
-60.0	-264.9	-277.3	-286.6	-294.7	-302.1
-67.5	-276.0	-293.8	-308.5	-321.7	-333.7
-75.0	-296.0	-320.7	-341.4	-360.4	-378.3
-82.5	-289.8	-314.2	-336.3	-357.2	-377.0
-90.0	-296.6	-323.3	-347.5	-370.6	-392.7

Con los valores de las dos tablas anteriores, se realizaron graficas comparativas entre los resultados obtenidos con el método analítico y el método numérico. Para todas las gráficas se tomó como valor de referencia el esfuerzo radial inicial máximo (-283.1 kPa), el factor de escala utilizado es de 1.32, por tanto el valor correspondiente a una unidad es de 50 kPa.

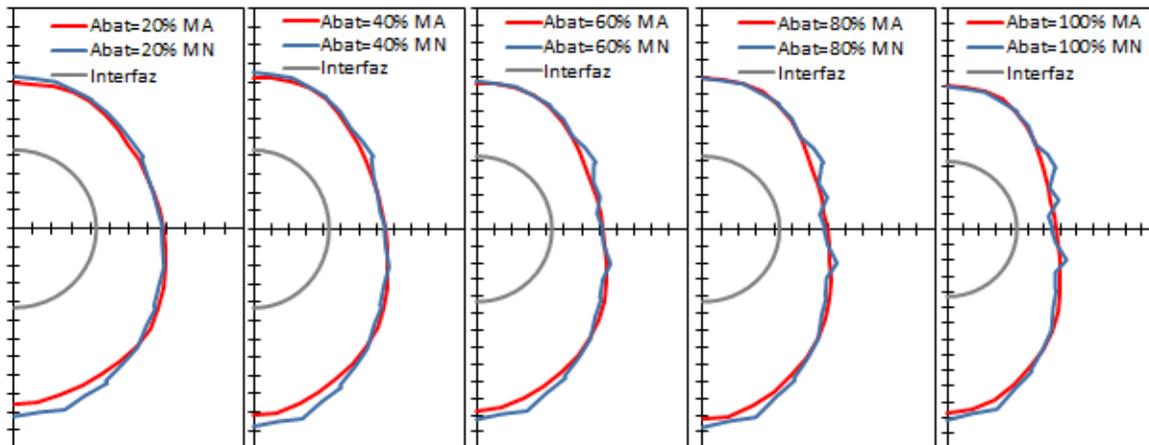


Figura 38. comparación de los esfuerzos radiales obtenidos con el método analítico y el método numérico para los diferentes abatimientos propuestos

De la Figura 38 se aprecia que los resultados obtenidos con el método analítico (línea roja) y el modelado numérico (línea azul) tienen una variación mínima, con lo cual se comprueba que el método analítico brinda buenos resultados en términos de los esfuerzos radiales. En cuanto a la forma de la distribución de esfuerzos se aprecia que a medida que el abatimiento aumenta el esfuerzo radial en la clave y en la cubeta también lo hace, por otro lado el esfuerzo radial en el hastial disminuye. El decremento del esfuerzo radial se debe al desconfinamiento lateral que sufre el suelo debido a la disminución de la presión de poro, mientras

que el aumento de esfuerzo en la clave y el la cubeta del túnel se debe a la interacción producida por la consolidación del suelo.

Los esfuerzos cortantes obtenidos se muestran en las siguientes tablas:

Tabla 15. Esfuerzos cortantes en la interfaz terreno- sistema de sostenimiento obtenidos con el método analítico para los diferentes abatimientos propuestos

Ángulo	Abat=20%	Abat=40%	Abat=60%	Abat=80%	Abat=100%
	$\tau_{re}^{ABT}$ (kPa)				
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-8.0	-11.0	-13.7	-16.2	-18.4
75	-16.4	-22.1	-27.3	-32.0	-36.3
67.5	-24.4	-32.3	-39.5	-46.1	-52.1
60	-30.6	-39.7	-48.4	-56.3	-63.5
52.5	-33.7	-43.4	-52.7	-61.2	-69.1
45	-34.0	-43.5	-52.6	-61.2	-69.0
37.5	-32.6	-41.4	-49.6	-57.5	-64.9
30	-30.4	-37.8	-44.8	-51.5	-57.8
22.5	-26.8	-32.5	-37.9	-43.1	-48.1
15	-20.7	-24.6	-28.3	-31.9	-35.2
7.5	-11.6	-13.6	-15.5	-17.3	-19.1
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	13.2	15.3	17.3	19.2	21.0
-15	26.6	30.9	35.1	39.1	42.9
-22.5	38.8	45.4	51.9	58.0	63.9
-30	47.7	56.7	65.4	73.8	81.8
-37.5	51.6	62.8	73.6	83.9	93.9
-45	50.1	63.0	75.3	87.2	98.7
-52.5	44.6	58.2	71.3	83.9	96.1
-60	37.1	50.3	63.1	75.4	87.2
-67.5	29.1	40.6	51.8	62.5	72.8
-75	20.6	29.1	37.4	45.3	53.0
-82.5	10.8	15.4	19.8	24.0	28.1
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Tabla 16. Esfuerzos cortantes en la interfaz terreno- sistema de sostenimiento obtenidos con el modelado numérico para los diferentes abatimientos propuestos

Ángulo	Abat=20%	Abat=40%	Abat=60%	Abat=80%	Abat=100%
	$\tau_{re}^{ABT}$ (kPa)				
90.0	0.0	-0.1	-0.1	-0.1	-0.1
82.5	9.0	11.2	13.5	15.7	17.9
75.0	18.1	22.5	27.0	31.5	35.9
67.5	25.3	31.3	37.6	43.9	50.0
60.0	31.6	39.3	47.4	55.4	63.1
52.5	36.5	44.3	52.6	61.1	69.6

45.0	40.7	49.0	56.9	64.7	72.2
37.5	41.8	54.0	65.6	77.0	88.2
30.0	44.7	59.8	73.1	85.8	98.2
30.0	44.7	59.8	73.1	85.8	98.2
22.5	38.1	47.7	56.2	64.0	71.6
15.0	33.3	43.0	54.2	65.4	76.6
7.5	23.3	32.1	40.3	47.4	53.7
0.0	13.6	21.1	27.6	33.5	38.7
0.0	13.6	21.1	27.6	33.5	38.7
-7.5	2.0	6.3	9.8	12.8	15.5
-15.0	-8.9	-8.2	-9.2	-10.8	-12.6
-22.5	-19.4	-22.6	-27.5	-32.7	-37.7
-30.0	-27.9	-34.7	-42.3	-49.6	-56.3
-30.0	-27.9	-34.7	-42.3	-49.6	-56.3
-37.5	-34.1	-42.4	-50.9	-59.0	-66.9
-45.0	-38.5	-48.2	-57.8	-67.1	-76.5
-52.5	-38.4	-47.9	-57.7	-67.7	-77.7
-60.0	-35.2	-43.1	-52.1	-61.7	-71.5
-60.0	-35.2	-43.1	-52.1	-61.7	-71.5
-67.5	-29.2	-36.5	-45.0	-53.9	-62.9
-75.0	-21.5	-27.4	-34.4	-41.7	-49.1
-82.5	-11.0	-14.0	-17.7	-21.5	-25.4
-90.0	0.0	-0.2	-0.2	-0.2	-0.3

Al igual que con los esfuerzos radiales se realizaron graficas comparativas entre los esfuerzos cortantes obtenidos con ambos métodos. Para estas gráficas se tomó como valor de referencia el esfuerzo cortante inicial máximo (33.9 kPa), se utilizó un factor de escala de 0.39 y por tanto cada unidad de la gráfica equivale a 20 kPa.

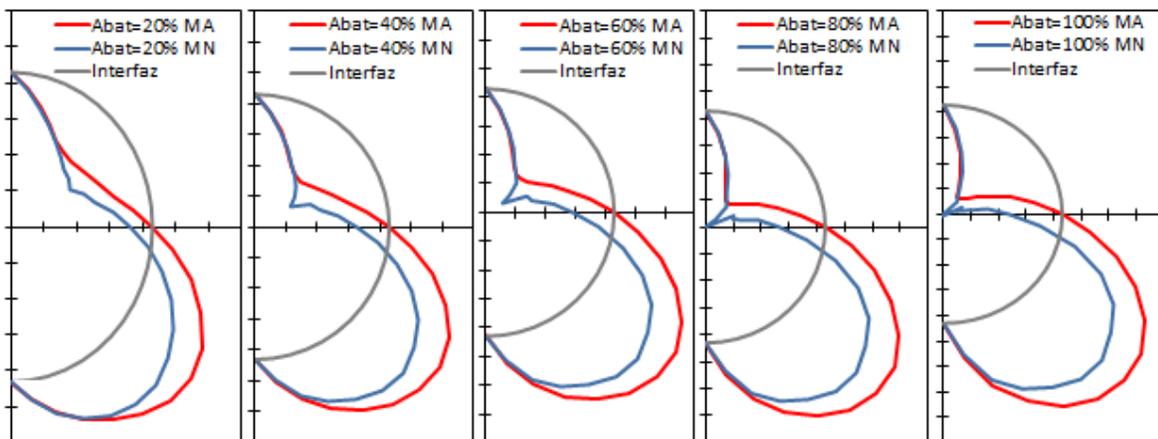


Figura 39. comparación de los esfuerzos cortantes obtenidos con el método analítico y el método numérico para los diferentes abatimientos propuestos

De la Figura 39 se puede ver que el incremento de esfuerzo cortante es igual para ambos métodos, sin embargo se aprecia un cierto desfase entre los resultados; esto se debe a que la solución analítica utilizada para obtener los esfuerzos

cortantes en la interfaz terreno-revestimiento (Einstein y Schwartz, 1979) es simétrica en ambos ejes por ser para un medio infinito y por lo tanto el esfuerzo en el hastial es igual a cero. Esta condición de frontera sobrestima el esfuerzo cortante.

El incremento de esfuerzo cortante se debe a que el suelo alrededor del túnel trata de colgarse al revestimiento a medida que avanza el proceso de consolidación.

Como ya se mencionó, se hace la hipótesis de que el revestimiento primario ya recibió la carga para la cual estaba diseñado y por tanto el revestimiento secundario recibe todas las solicitaciones producidas por la interacción debida a la consolidación.

Para obtener los resultados en el revestimiento secundario se deben restar los valores obtenidos de la interacción con el revestimiento primario a los debidos a la consolidación (Rodríguez y Auvinet, 2012). A continuación se muestran los valores de esfuerzo radial y esfuerzo cortante que actúan sobre el revestimiento secundario para el abatimiento total de la presión de poro (Abat=100%).

Tabla 17. Esfuerzos radiales y cortantes que actúan en el revestimiento secundario para la condición de abatimiento total obtenidos con el método analítico.

Ángulo	Abat=100% MA-RP MA		Abat=100% MN-RP MN	
	$\sigma_R^{RS}$ (kPa)	$\tau_{r\theta}^{RS}$ (kPa)	$\sigma_R^{RS}$ (kPa)	$\tau_{r\theta}^{RS}$ (kPa)
90	-60.9	0.0	-171.4	-0.3
82.5	-63.9	-10.8	-157.1	-17.1
75	-68.8	-23.2	-157.8	-33.1
67.5	-67.2	-35.7	-116.9	-40.6
60	-52.3	-44.2	-87.7	-44.6
52.5	-24.6	-46.0	-56.5	-48.3
45	8.6	-42.3	-25.2	-46.6
37.5	38.4	-36.8	10.6	-39.1
30	59.5	-32.0	36.1	-32.4
22.5	71.9	-27.6	54.3	-19.5
15	78.9	-21.3	37.4	-1.5
7.5	83.6	-11.9	70.9	18.5
0	85.5	0.0	83.9	33.3
-7.5	81.7	13.6	85.7	40.3
-15	69.2	28.6	47.0	55.7
-22.5	48.4	44.5	49.4	45.9
-30	23.6	58.7	6.4	69.1
-37.5	0.1	67.6	0.0	58.1
-45	-19.2	69.1	13.8	42.4
-52.5	-36.6	64.8	-19.6	42.0
-60	-57.4	57.7	-35.2	38.7
-67.5	-85.2	49.4	-42.1	30.0
-75	-116.9	38.0	-50.2	21.7
-82.5	-143.2	21.2	-51.3	10.6

-90	-153.5	0.0	-52.6	-0.1
-----	--------	-----	-------	------

Las distribuciones mostradas en la Figura 40 se obtienen considerando que los dos revestimientos trabajan como uno solo, es decir que se considera que la junta entre los dos revestimientos es infinitamente rígida.

Por lo anterior se puede ver que la distribución de esfuerzos radiales que actúa en el revestimiento secundario presenta zonas de compresión y zonas de tensión. Las zonas de compresión están cerca de la clave (90°) y la cubeta (-90°) del túnel, mientras que las de tensión en la zona cercana al hastial (45° a -45°).

Las zonas de tensión se deben al desconfinamiento lateral que sufre el túnel debido a la disminución de la presión de poro.

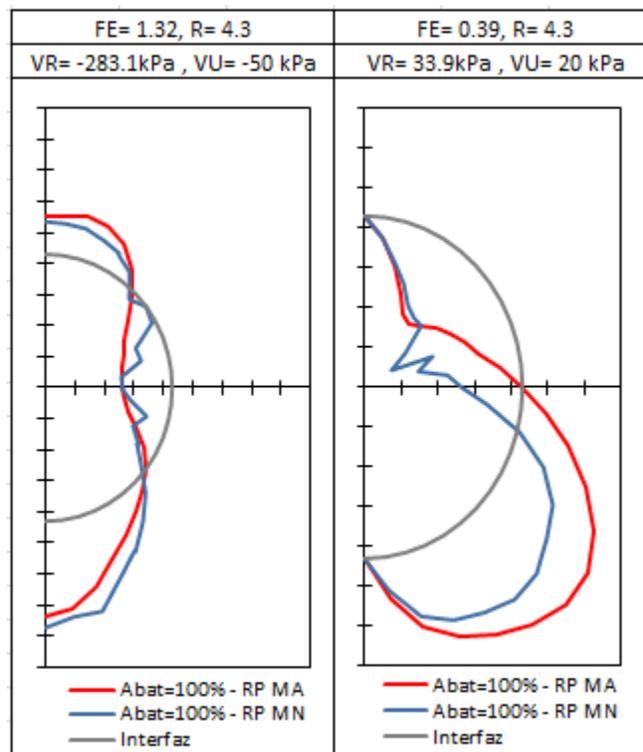


Figura 40. Distribución de los esfuerzos radiales (izquierda) y esfuerzos cortantes (derecha) que actúan en el revestimiento secundario para la condición de abatimiento total obtenidos con el método numérico y el modelado numérico

Sin embargo esta descompresión actúa sobre el revestimiento primario y en la realidad no se transmite al revestimiento secundario ya que los dos elementos están separados por una junta fría. Esta junta tiene cierta resistencia a la tensión, pero cuando es superada, los revestimientos se separan y los esfuerzos de tensión se transmiten al revestimiento secundario de otra manera.

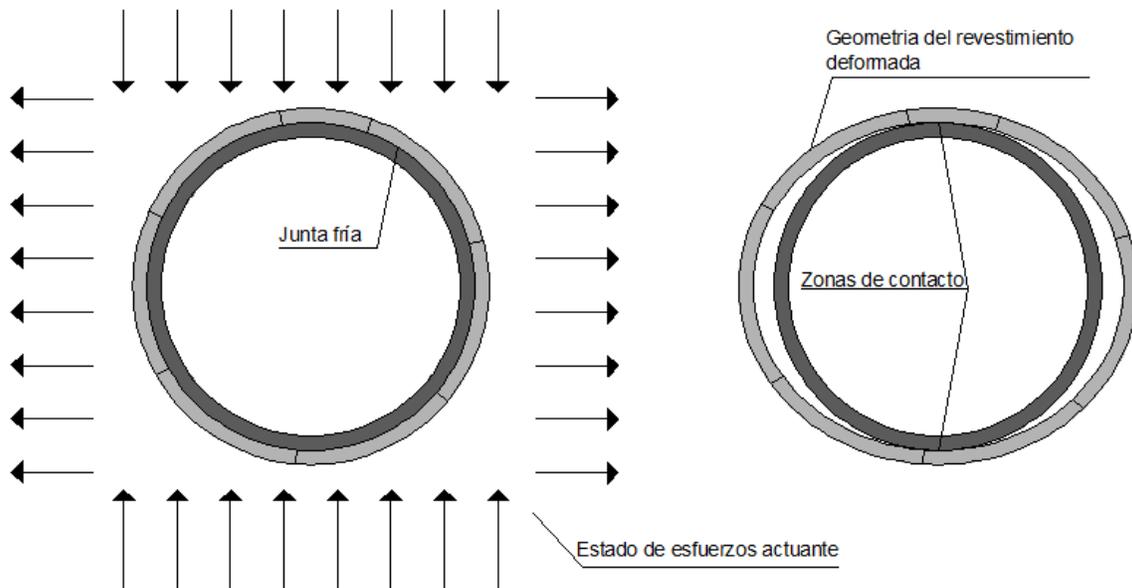


Figura 41. Efecto de la descompresión lateral en el túnel

En la Figura 41 se muestra el mecanismo de deformación del revestimiento primario producido por la interacción por consolidación. De la Figura 41 se aprecia que los revestimientos no están en contacto en la zona lateral y por tanto los esfuerzos de tensión no pueden ser transmitidos al revestimiento secundario. En lugar de eso el revestimiento primario le transmite una carga mayor a las zonas cercanas a la clave y la cubeta del túnel.

El modelado numérico permite diseñar la interfaz entre los dos revestimientos, de manera que actúen por separado, es decir que la junta entre los revestimientos sea fría. En la Figura 42 se muestran los resultados de esfuerzo radial (izquierda) y cortante (derecha) registrados en la interfaz entre los dos revestimientos (línea amarilla) al diseñar la interfaz. En ella se puede apreciar que el revestimiento secundario no está sometido a esfuerzos de tensión y que los esfuerzos de compresión son mayores en las zonas cercanas a la clave y a la cubeta. Así mismo se ve que los esfuerzos cortantes que actúan en el revestimiento secundario son menores a los obtenidos de restar los efectos en la interfaz terreno-revestimiento (líneas roja y azul).

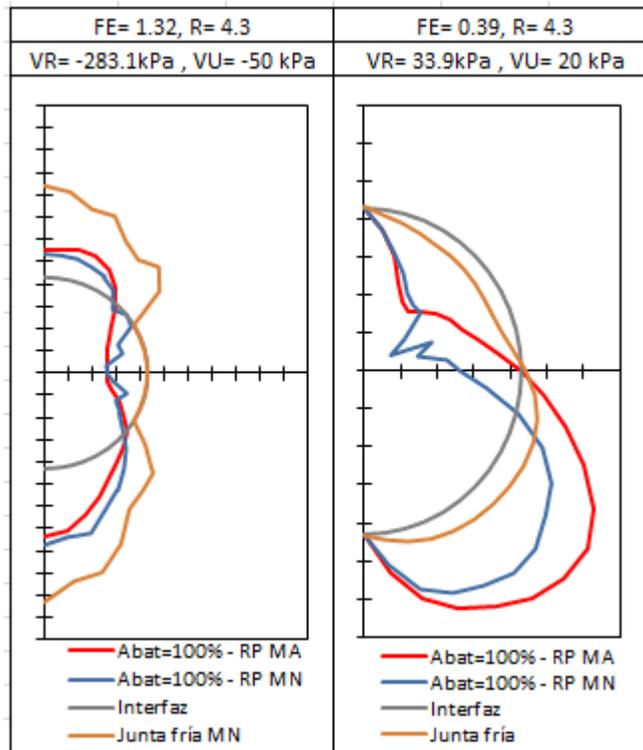


Figura 42. Comparación entre los resultados obtenidos al restar los esfuerzos en la interfaz suelo-revestimiento y los obtenidos con el modelado numérico directamente sobre el revestimiento secundario

Aunque las distribuciones de esfuerzos son significativamente diferentes, los efectos que producen en el revestimiento secundario son equivalentes. Utilizando la solución de Pérez y Auvinet para el revestimiento, se determinaron los esfuerzos dentro del concreto para la distribución de esfuerzos obtenida con el método analítico (línea roja) y la distribución de esfuerzos obtenida directamente sobre el revestimiento secundario con el modelado numérico (línea amarilla). Las unidades de las Figura 43 y Figura 44 están en (kPa).

Tabla 18. Valores de referencia obtenidos con el método analítico para calcular los esfuerzos en el revestimiento secundario con la solución de Perez y Auvinet para el revestimiento

$\Theta$ en Grados	$\sigma_R$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\tau_{r\Theta}$ (kN/m <sup>2</sup> )
90	-61.0	0.0
45	8.6	-42.3
0	85.5	0.0
-45	-19.3	69.1
-90	-153.5	0.0

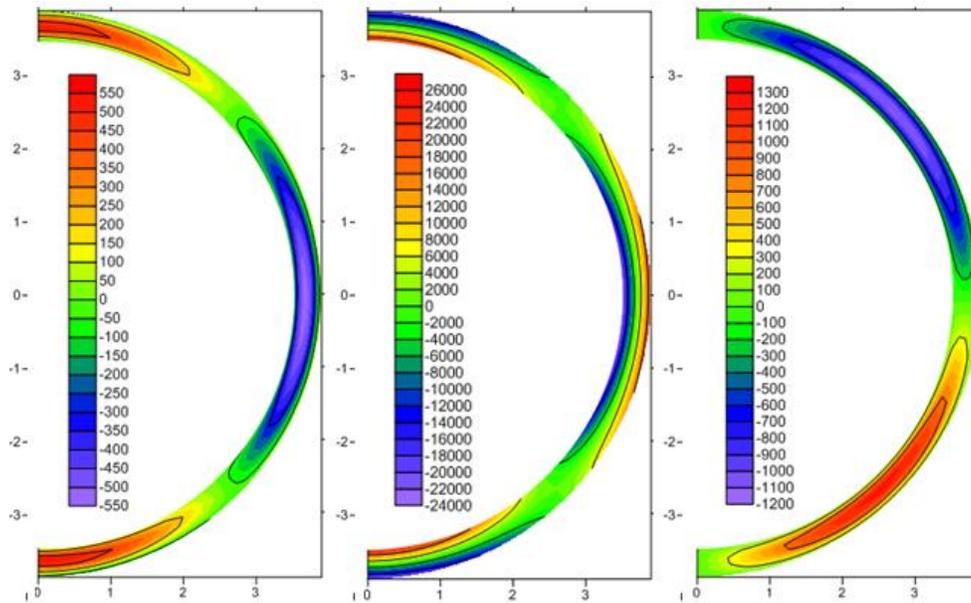


Figura 43. Distribuciones de esfuerzos radiales (izquierda), tangenciales (centro) y cortantes (derecha) en el revestimiento secundario calculadas con los resultados obtenidos de restar los efectos en la interfaz terreno revestimiento hallados con el método analítico

Tabla 19. Valores de referencia obtenidos con el modelado numérico utilizados para calcular los esfuerzos en el erevestimiento secundario con la solución de Perez y Auvinet para el revestimiento

$\Theta$ en Grados	$\sigma_R$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\tau_{r\theta}$ (kN/m <sup>2</sup> )
90	-205.6	-1.0
45	-121.5	9.2
0	1.0	-2.5
-45	-104.3	-13.5
-90	-257.1	-3.7

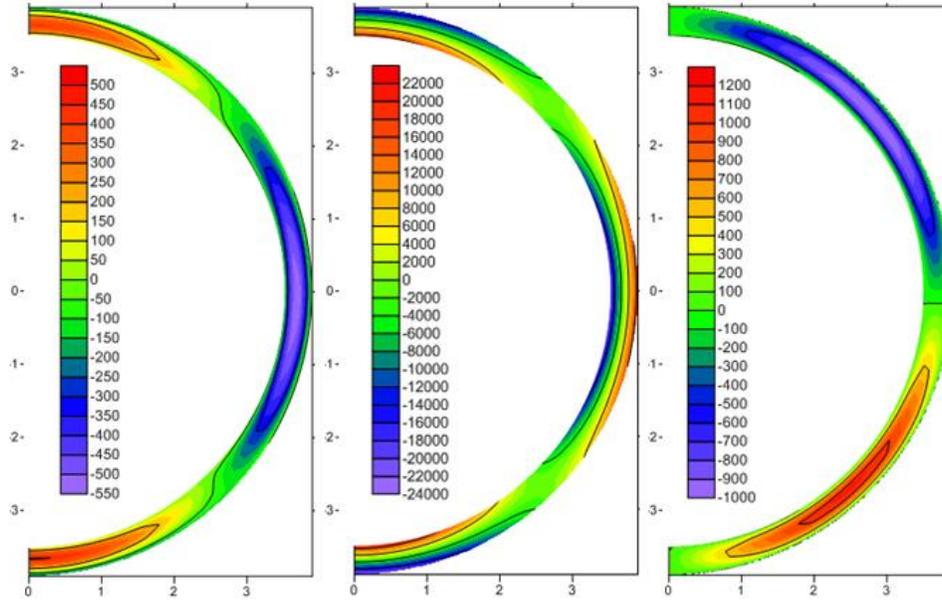


Figura 44. distribuciones de esfuerzos radiales (izquierda), tangenciales (centro) y cortantes (derecha) en el revestimiento secundario calculadas con los resultados obtenidos en la interfaz entre los revestimientos utilizando el modelado numérico

De la Figura 43 y Figura 44 se puede ver que las distribuciones tanto de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes son iguales además las zonas donde se presentan las mayores concentraciones de esfuerzos son la mismas, por tanto se concluye que el efecto de las dos distribuciones de esfuerzos sobre el revestimiento secundario es el mismo. En la siguiente tabla se hace una comparación entre los valores máximos y mínimos de cada uno de los esfuerzos.

Tabla 20. Valores máximos y mínimos de los esfuerzos en el revestimientos secundario obtenidos con el método analítico y el modelado numérico

	Método analítico		Modelado numérico	
	Máximo	Mínimo	Máximo	Mínimo
Esfuerzos radiales (kPa)	543	-539.6	459	-537
Esfuerzos tangenciales (kPa)	24425	-23177	21276	-22417
Esfuerzos cortantes (kPa)	1236	-1106	1134	-994

Con base en los resultados de la tabla Tabla 20 se concluye que para determinar los esfuerzos en el revestimiento secundario es válido tomar la resta de los resultados del análisis a largo plazo (por consolidación) y los obtenidos de la interacción con el revestimiento primario.

Al analizar los resultados de la distribución de esfuerzos tangenciales Figura 43 (Centro) se puede ver que hay zonas de tensión (color rojo) y compresión (color azul) bien definidas. La resistencia a la tensión del concreto (5 MPa) es aproximadamente el 10% de la resistencia a la compresión (50 MPa) y se tiene que los valores máximos de tensión en el revestimiento secundario (24.4 MPa)

son cinco veces más grandes que la resistencia a la tensión del concreto utilizado, por tanto el concreto seguramente presentará fisuras de tensión. Adicionalmente de la gráfica de la derecha se aprecian concentraciones importantes de esfuerzos cortantes, dichos esfuerzos pueden generar planos de falla en el revestimiento.

Por lo anterior es recomendable que el revestimiento definitivo contemple el acero necesario para tomar los esfuerzos de tensión que el concreto no puede soportar.

En cuanto a las fuerzas axiales y los momentos de flexión, se muestran los resultados sobre el revestimiento secundario obtenidos con el método analítico y los obtenidos directamente sobre el revestimiento secundario con el modelo numérico, estos valores se comparan con los obtenidos para el revestimiento primario.

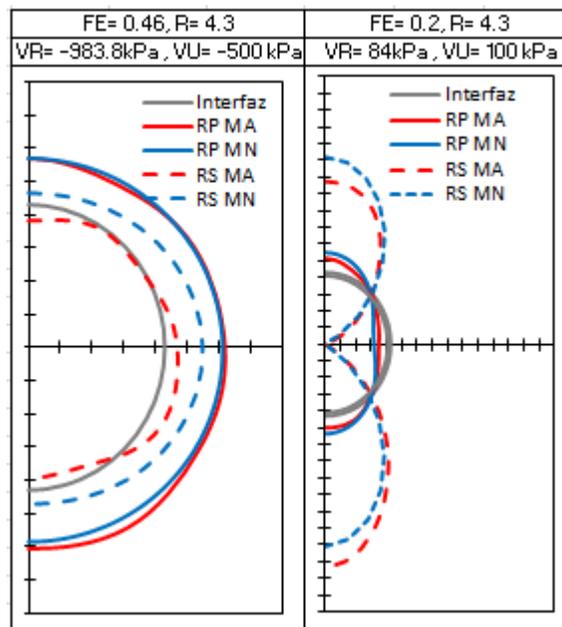


Figura 45. Comparación de los fuerzas axiales y los momentos de flexión que actúan sobre el revestimiento secundario obtenidos con el método analítico y el modelado numérico

De la Figura 45 se puede ver que con el modelo analítico se subestiman las fuerzas axiales que actúan sobre el revestimiento secundario en comparación con el método numérico. Así mismo se puede ver que las fuerzas axiales del revestimiento secundario son menores que las que actúan en el revestimiento primario. Se cree que las diferencias entre estos valores son debidas al coeficiente de rigidez a la flexión utilizado en la solución de Einstein y Schwartz (1979)

Por otro lado se tiene que los valores de momentos de flexión son muy similares entre el método numérico y el método analítico tanto a corto como a largo plazo. También se puede ver que los valores de momento flector sobre el revestimiento secundario son de entre 6 a 9 veces mayores a los que actúan en el revestimiento

primario, con lo cual se deduce que el revestimiento secundario está sometido a condiciones más desfavorables que el primario.

Para el suelo circundante al túnel se determinaron los esfuerzos al igual que en el análisis a corto plazo, para ello se utilizaron los valores de la Tabla 18, los resultados se muestran a continuación. Las unidades de la figura están en (kPa).

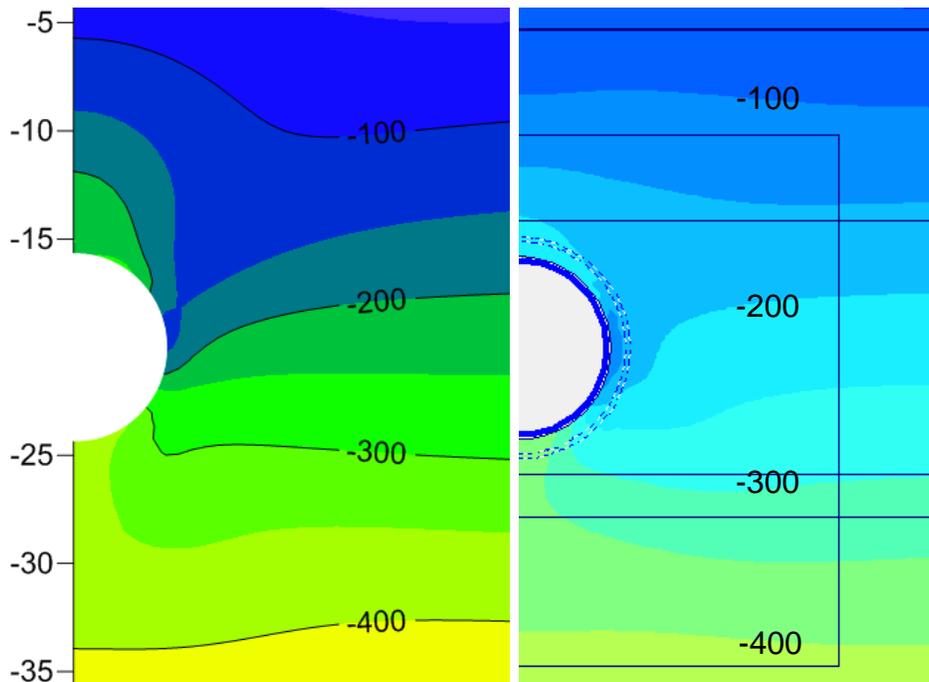


Figura 46. Esfuerzos totales verticales obtenidos con el método analítico y el modelado numérico para la para la condición de abatimiento total de la presión de poro  $Abat=100\%$

De la Figura 46 se puede apreciar claramente el incremento de esfuerzo que se produce sobre y bajo el túnel, adicionalmente se puede apreciar la reducción de esfuerzo en la zona cercana al hastial. Estos esfuerzos son evidentes solo en la zona cercana al túnel; así mismo se puede ver que los efectos son mucho más pronunciados en los resultados del modelo analítico, lo cual se debe a que los resultados son obtenidos de un análisis individual en cada uno de los puntos y no teniendo en cuenta la interacción entre elementos como en el modelado numérico.

## RESUMEN DE RESULTADOS

Para mostrar con mayor claridad la variación de los esfuerzos en la interfaz a medida que el suelo se consolida, se extrajeron los resultados de esfuerzo radial en la clave ( $90^\circ$ ), en el hastial ( $0^\circ$ ) y en la cubeta ( $-90^\circ$ ) obtenidos con el método analítico y la modelización numérica y se presenta una gráfica donde se muestra la evolución de dichos esfuerzos a lo largo de las etapas de análisis.

Tabla 21. Resultados de esfuerzo radial en la clave, hastial y cubeta obtenidos con el método analítico y el modelado numérico

Etapa	Método analítico (kPa)			Modelización numérica (kPa)		
	clave	Hastial	Cubeta	clave	Hastial	Cubeta
E0	-183.3	-174.7	-281.4	-182.9	-173.6	-283.1
RP	-179.8	-204.3	-223.5	-182.9	-192.4	-221.3
RS	-163.8	-205.2	-237.3	-177.5	-190.8	-243.5
Abat=20%	-181.7	-174.7	-263.4	-197.7	-170.7	-296.6
Abat=40%	-198.9	-159.8	-290.7	-209.1	-156.5	-323.3
Abat=60%	-214.4	-145.5	-317.0	-218.3	-141.0	-347.5
Abat=80%	-228.3	-131.8	-342.3	-226.6	-124.0	-370.6
Abat=100%	-240.7	-118.8	-366.7	-234.1	-106.4	-392.7

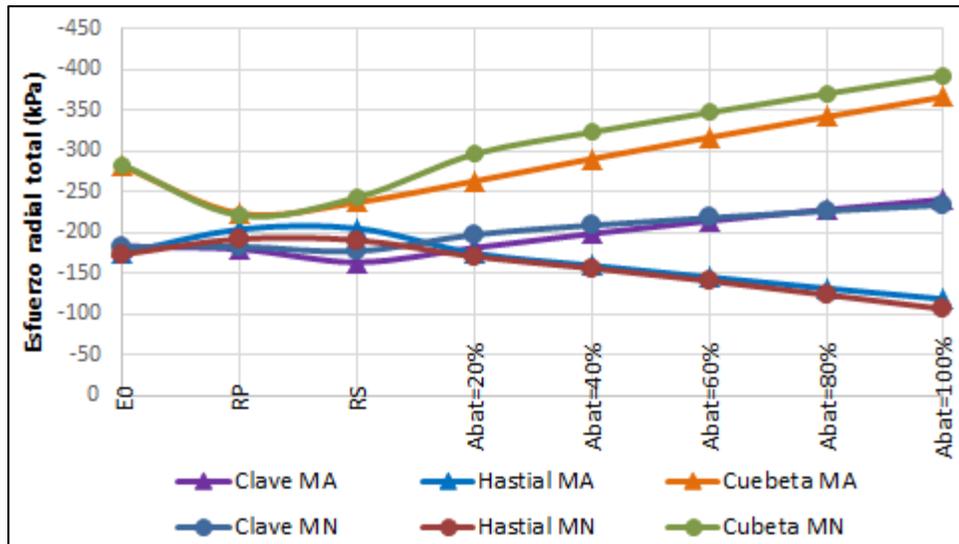


Figura 47. Comparación de la evolución de los esfuerzos radiales en la clave, en el hastial y en la cubeta obtenidos con el método analítico y el método numérico

De la Figura 47 se aprecia que en el estado inicial de esfuerzos el esfuerzo radial en la clave y en el hastial es similar, mientras que el esfuerzo en la cubeta es más grande. En la interacción con el revestimiento primario, el esfuerzo en la cubeta disminuye y el esfuerzo en el hastial aumenta un poco con lo cual se obtiene un estado de esfuerzos casi homogéneo. La instalación del revestimiento primario incrementa el esfuerzo en la cubeta y lo disminuye en el hastial.

En las etapas correspondientes a los abatimientos se observa que la variación de los esfuerzos tiene una tendencia lineal. La variación del esfuerzo en el hastial (descompresión) es aproximadamente igual al cambio en la presión de poro multiplicado por uno menos el coeficiente de presión de tierra en reposo  $k_0$ .

$$\Delta\sigma_x = \Delta U(1 - k_0)$$

Por su parte el incremento de esfuerzo en la clave y la cubeta es aproximadamente igual al abatimiento correspondiente a cada etapa de análisis.

$$\Delta\sigma_y \cong \Delta U$$

En la Figura 48 se muestra esquemáticamente una comparación de las distribuciones de esfuerzo radial entre el método analítico y el método numérico para las etapas de interacción suelo-revestimiento primario y para la condición de abatimiento total (Abat=100%), así mismo se muestra el esfuerzo radial que actuará en el revestimiento secundario (Abat=100%-RP) para la condición de abatimiento total.

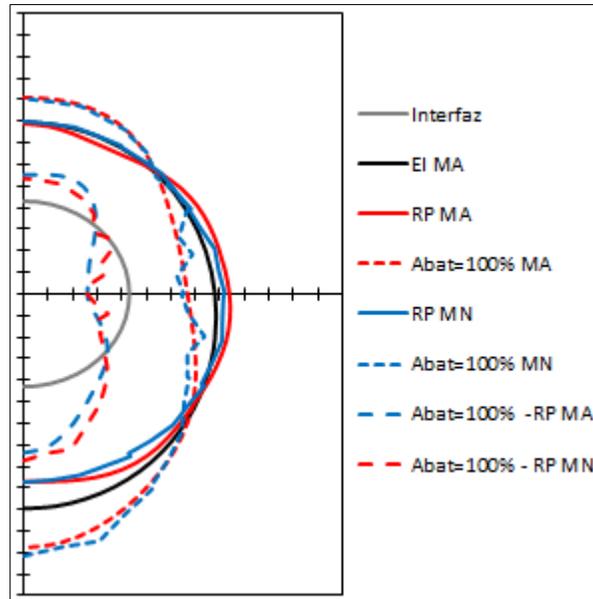


Figura 48. Comparación de las distribuciones de esfuerzo radial obtenidas con el método analítico y el modelado numérico para las etapas más importantes de túnel

De la anterior gráfica se puede ver que la condición más desfavorable a la que se somete el túnel es para el análisis a largo plazo con un abatimiento total de la presión de poro, ya que el esfuerzo radial vertical es máximo y el esfuerzo confinante horizontal es mínimo, por tanto el túnel está sometido a un esfuerzo desviador muy grande. Por otro lado se ve que el revestimiento primario presenta una distribución de esfuerzos casi homogénea por lo cual no tiene mayores problemas. En cuanto al revestimiento secundario aunque la distribución de esfuerzos es más pequeña que la del revestimiento primario, la forma en la que actúan los esfuerzos sobre este es más agresiva que para el revestimiento primario.

En la Figura 47 se puede ver el mayor avance logrado en esta investigación ya que se pudo obtener el valor del incremento de esfuerzo radial en la clave, el cual no se podía calcular por medio de soluciones analíticas (Rodríguez y Auvinet, 2012). Este avance se logró al considerar la interacción producida por el abatimiento de la presión de poro en el análisis a largo plazo.

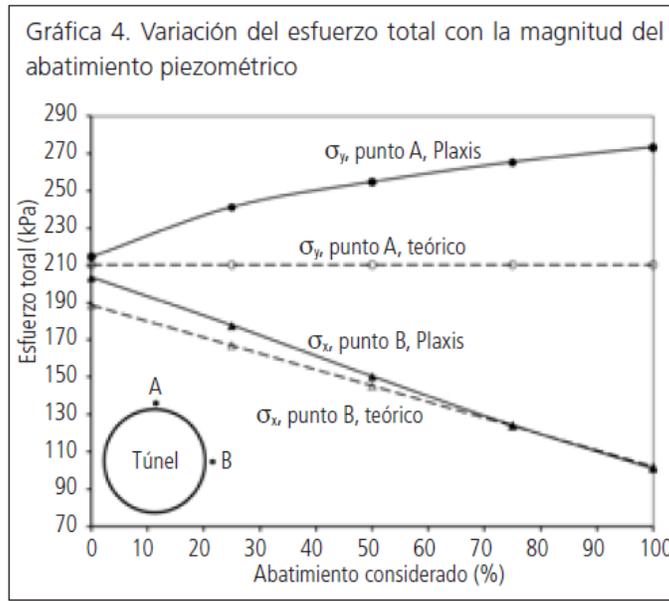


Figura 49. Variación del esfuerzo total con la magnitud del abatimientos piezométrico (tomado de Revista 225, Sociedad Mexicana de ingeniería Geotecnica)

Al igual que para los esfuerzos radiales, se extrajeron los valores de esfuerzo cortante más representativos de cada una de las etapas. En este caso se seleccionaron los valores registrados a ( $45^\circ$ ) y a ( $-45^\circ$ ) ya que son donde se registran los esfuerzos cortantes más grandes.

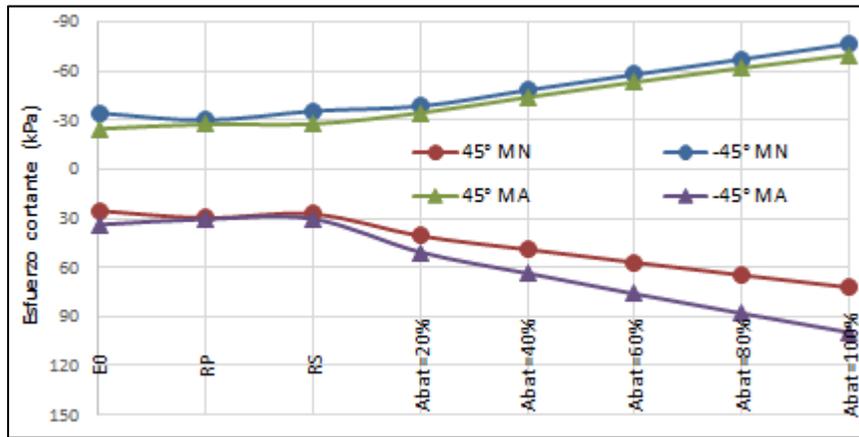
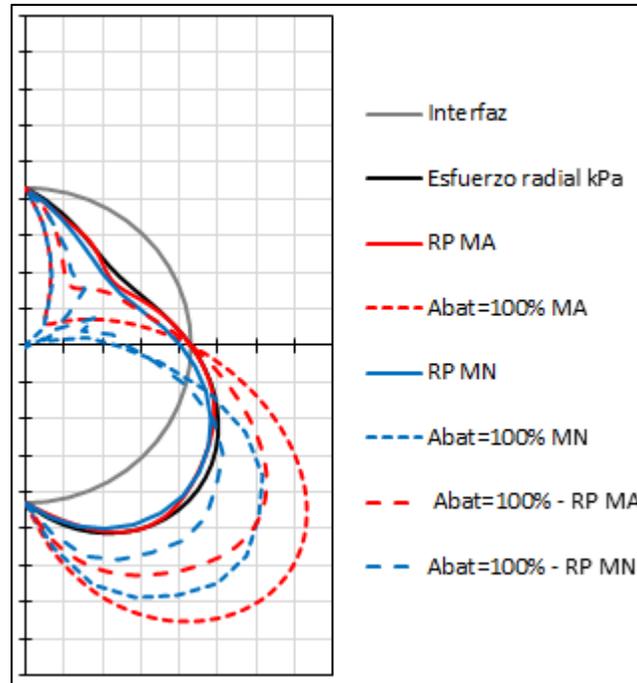


Figura 50. Comparación entre los resultados de esfuerzo cortante obtenidos con el método analítico y el modelado numérico

También se presentan de manera esquemática las distribuciones de esfuerzos cortantes para los mismos casos que en el esfuerzo radial.



De las anteriores gráficas se puede apreciar que a medida que se disminuye la presión de poro y que se genera el proceso de consolidación, el esfuerzo cortante aumenta, lo cual es debido a los movimientos diferenciales entre el túnel y el suelo circundante.

Finalmente se puede concluir que el método analítico permite obtener un panorama completo de los esfuerzos a los que se ve sometido el sistema de sostenimiento del túnel a lo largo de su vida útil.

#### 4.2. PARTE 2: ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

Se realiza un análisis de sensibilidad de los parámetros y las propiedades que se utilizaron en el ejemplo de aplicación (capítulo 4.1). El análisis consiste en modificar uno de los valores de entrada, ya sea un parámetro del suelo (módulo de elasticidad, relación de Poisson y ángulo de fricción), un parámetro del concreto (resistencia a la compresión) o una propiedad geométrica (profundidad del túnel, diámetro externo y espesor de los revestimientos) dejando todos los demás constantes. Se determinó cuál fue la incidencia de dicha modificación en los resultados más importantes como esfuerzos radiales, esfuerzos tangenciales, fuerzas axiales y momentos de flexión

Los resultados se obtienen a corto plazo (interacción suelo revestimiento primario) y a largo plazo (interacción por consolidación considerando la condición de abatimiento total).

Se tomaron los resultados de esfuerzo radial, fuerzas axiales y momentos de flexión en la clave, hastial y cubeta del túnel para cada uno de los análisis. Con

estos valores se realizaron gráficas en las cuales se ve la variación de estos valores con la modificación de los parámetros analizados. Para los esfuerzos cortantes se tomaron los valores de esfuerzo a 45° y a -45°. Los resultados obtenidos se muestran en su totalidad en el ANEXO 3. RESULTADOS ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

El intervalo de valores seleccionado para los parámetros del suelo y del concreto se basó en los resultados más comunes que se obtienen de pruebas de laboratorio, para las características geométricas se utilizó un intervalo entre 0.5 a 2 veces el valor inicial.

#### 4.2.1. Módulo de elasticidad del suelo

El módulo de elasticidad del terreno en condiciones no drenadas ( $E$ ), puede calcularse a partir del módulo de elasticidad del terreno en condiciones drenadas ( $E'$ ). En las arcillas blandas de la ciudad de México, el módulo elástico en condiciones no drenadas del terreno es 5 a 12 veces mayor que el módulo en condiciones drenadas. En terrenos rígidos se cumple aproximadamente la relación:  $E = 1.13E'$ , de la teoría de la elasticidad.

Para fines prácticos se asumió que el valor del módulo de elasticidad del terreno en condiciones no drenadas es 10 veces mayor que el módulo en condiciones drenadas, tanto para materiales rígidos como para materiales blandos. Los valores del módulo de elasticidad utilizados van desde 500 kPa hasta 50000 kPa.

Los valores de módulo de elasticidad utilizados se muestran en la Tabla 22.

Tabla 22. Módulos de elasticidad efectivos del suelo

Módulo de elasticidad (kPa)
500
1000
2000
3000
4000
5000
10000
20000
50000

Con estos módulos se realizó el análisis de los esfuerzos y elementos mecánicos que actúan en la interfaz suelo-revestimiento a corto y a largo plazo.

#### ANÁLISIS A CORTO PLAZO

El esfuerzo radial disminuye a medida que incrementa el módulo de elasticidad, lo cual es coherente, ya que a mayor módulo de elasticidad el suelo soporta esfuerzos mayores para deformarse un determinado valor, por tanto durante la interacción el suelo le trasmite menor esfuerzo al revestimiento.

En la parte inicial de la gráfica de esfuerzos radiales se observa una curvatura con forma parabólica. Se observa que los esfuerzos radiales son más sensibles cuando el módulo de elasticidad del terreno es bajo (terreno blando).

La reducción del esfuerzo radial en la clave y la cubeta para un módulo de 50000 kPa está entre el 25% y 30% del valor obtenido para un módulo de 500 kPa, mientras que en el hastial la reducción es aproximadamente del 15%.

Por su parte los esfuerzos cortantes no presentaron una variación significativa con el incremento del módulo de elasticidad, tal como se ve en la Figura 51 (Superior derecha)

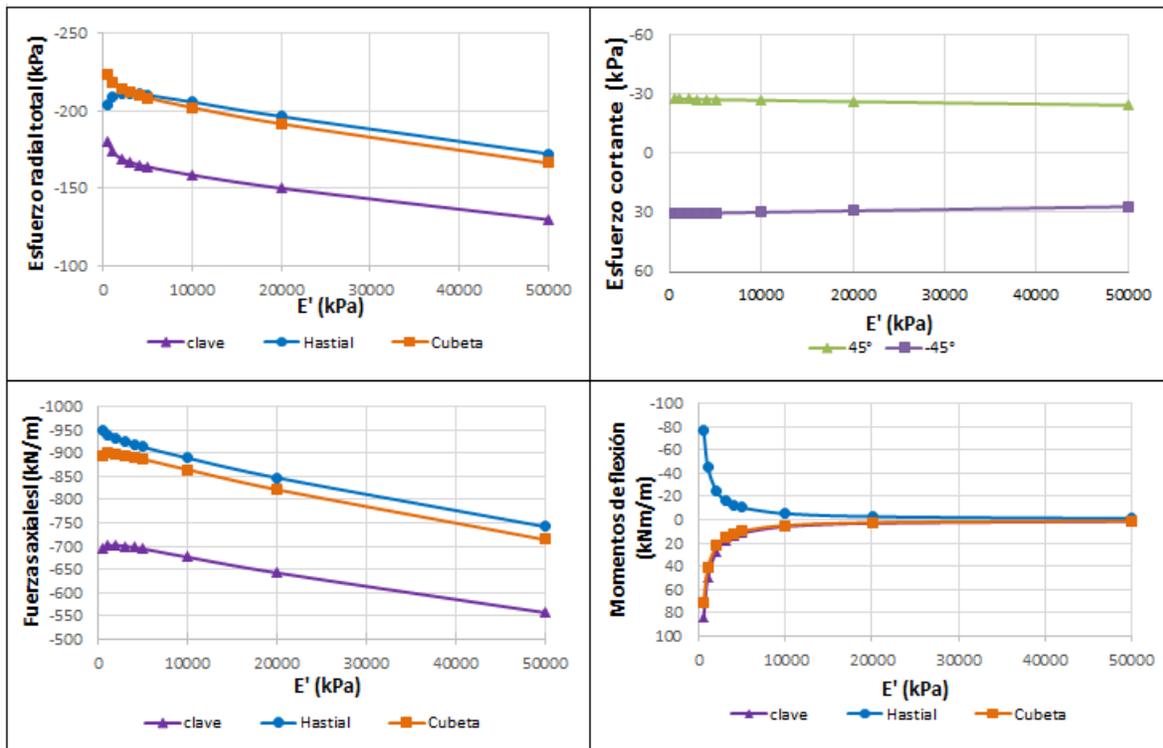


Figura 51. Análisis de sensibilidad a variaciones del módulo de elasticidad efectivo del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario

La gráfica de fuerzas axiales presenta una forma similar al cambio de los esfuerzos radiales, la variación de la fuerza axial es uniforme y cercana a un 20% del valor inicial. Teniendo en cuenta el valor de módulo de elasticidad utilizado en el ejercicio descrito anteriormente es de 500 kPa y que el valor máximo analizado

en esta parte del capítulo es de 50000 kPa, se tienen que la variación es de un 2.5 % del valor inicial por cada kPa.

Por lo general el módulo de elasticidad de una arcilla del valle de México varía entre 500 kPa y 5000 kPa, siendo el último un material competente. Por tanto teniendo en cuenta el análisis anterior, se puede considerar que el esfuerzo radial variaría como máximo un 10%.

Por su parte los momentos de flexión se ven modificados de manera importante con una variación relativamente pequeña del módulo de elasticidad, tal como se ve en la Figura 51 (inferior derecha). Dónde el valor de momento disminuye prácticamente a cero para un módulo de elasticidad de 5000 kPa.

De lo anterior se concluye que el módulo de elasticidad del suelo afecta principalmente a los momentos de flexión y se ratifica la importancia de determinar apropiadamente el módulo de elasticidad efectivo del suelo, ya que afecta directamente el valor de momento que utilizara para el diseño del revestimiento primario.

#### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

Se presentan las mismas gráficas comparativas que para el análisis a corto plazo.

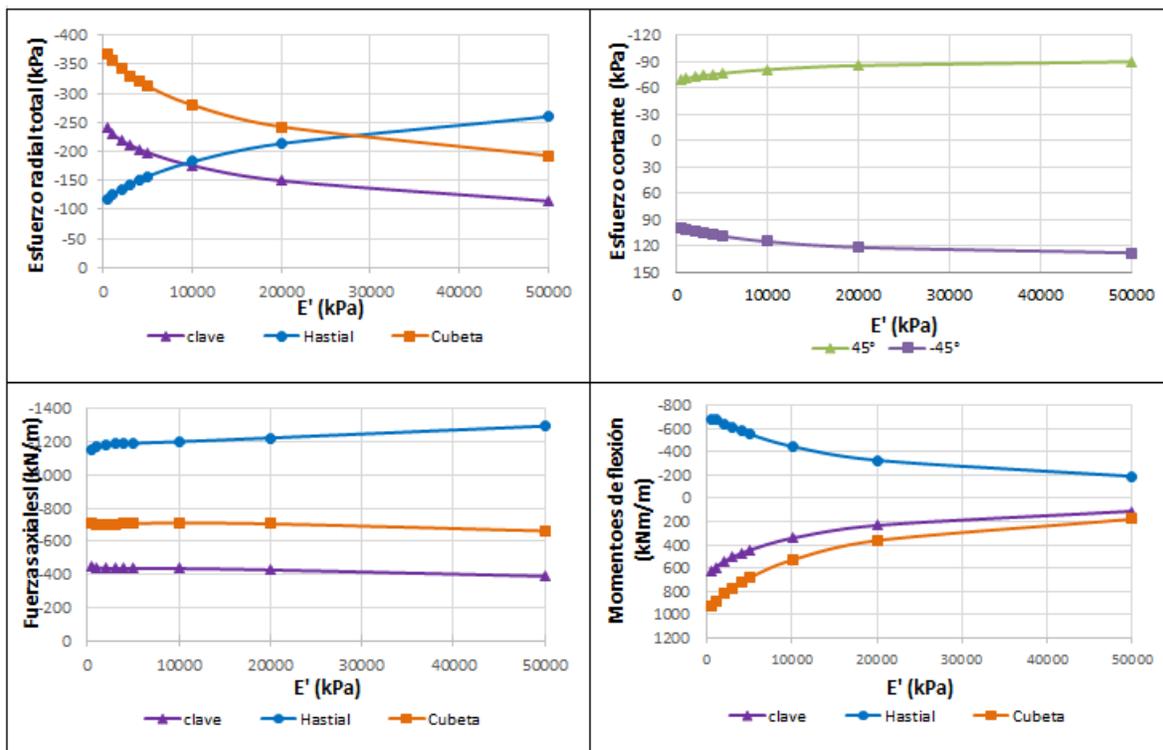


Figura 52. Análisis de sensibilidad a variaciones del módulo de elasticidad efectivo del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

Para el análisis a largo plazo se aprecia que el incremento del módulo de elasticidad del terreno disminuye el esfuerzo en la clave y la cubeta del túnel mientras que en el hastial aumenta. Este efecto se ve de forma más clara antes de los 10000 kPa, ya que la variación de los valores tiende a ser parabólica. Este comportamiento se debe a que a mayor módulo el suelo le trasmite un menor esfuerzo al túnel en las zonas cercanas a la clave y a la cubeta. El revestimiento trata de transmitir parte de dicha carga lateralmente, sin embargo el suelo es más rígido y opone mayor resistencia, y por tanto el esfuerzo en el hastial aumenta.

Los esfuerzos cortantes al igual que los radiales presentan una variación más grande para los módulos de elasticidad menores a 10000 kPa. Para este valor se tienen esfuerzos cortantes mayores entre el 30% y el 50% de los obtenidos para el análisis con un módulo de elasticidad de 500 kPa.

A pesar del incremento de los esfuerzos radiales, las fuerzas axiales no presentan una variación significativa, lo contrario ocurre con los momentos de flexión, los cuales disminuyen aproximadamente al 50% de su valor inicial para un módulo de elasticidad de 10000 kPa.

#### **4.2.2. Relación de Poisson**

Los valores utilizados para el análisis de la variación de los resultados modificando la relación de Poisson se muestran en la siguiente tabla:

Relación de Poisson ( $\nu$ )
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45

#### **ANÁLISIS A CORTO PLAZO**

Dado que para el análisis a corto plazo se considera que el material es no drenado y que por tanto la relación de Poisson es cercana a 0.5, la variación de este valor no influye en el análisis a corto plazo. Tal como se aprecia en la Figura 53.

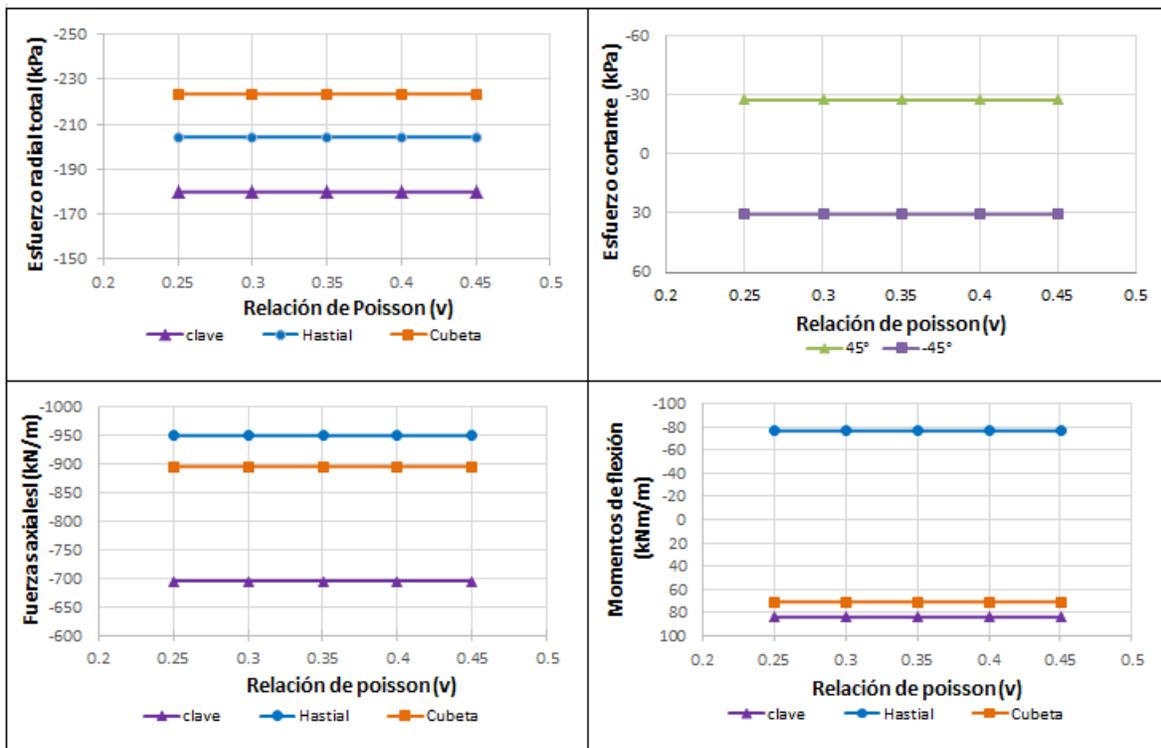


Figura 53. Análisis de sensibilidad a variaciones de la relación de poisson del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario

### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

En el análisis a largo plazo si se considera la variación de la relación de Poisson, sin embargo dicha variación no genera ningún cambio en los resultados tal como se ve en la Figura 54.

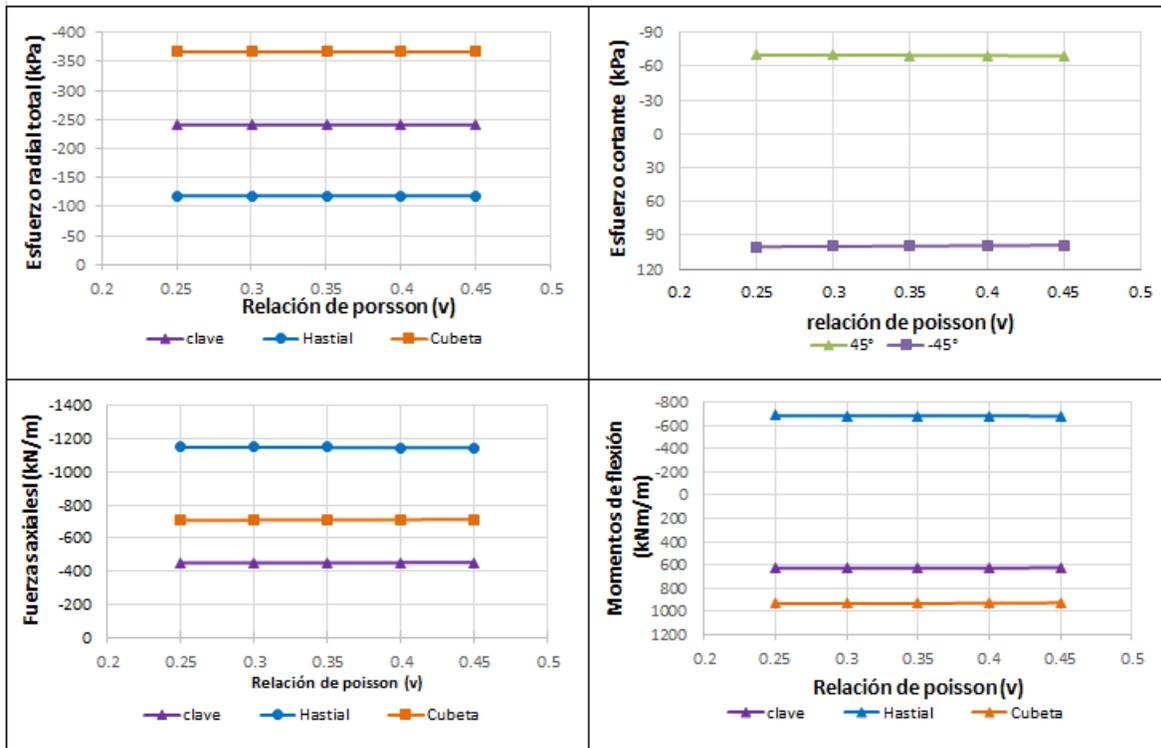


Figura 54. Análisis de sensibilidad a variaciones de la relación de poisson del suelo sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

#### 4.2.3. Angulo de fricción

Los valores de ángulo de fricción utilizados se muestran en la siguiente tabla.

Angulo de fricción ( $\varphi$ )
10
15
20
25
30
35
40
45

#### ANÁLISIS A CORTO PLAZO

En este trabajo se consideró que el coeficiente de empuje de tierras en reposo  $K_0$  se calcula en función del ángulo de fricción utilizando la ecuación ( 25 ). Por tanto, aunque el ángulo de fricción no intervenga de forma explícita en los análisis de interacción, si modifica la relación de esfuerzos en el terreno y por tanto el estado

inicial de esfuerzos (Pérez y Auvinet, 2016). Por tal motivo se realizó el análisis paramétrico del ángulo de fricción.

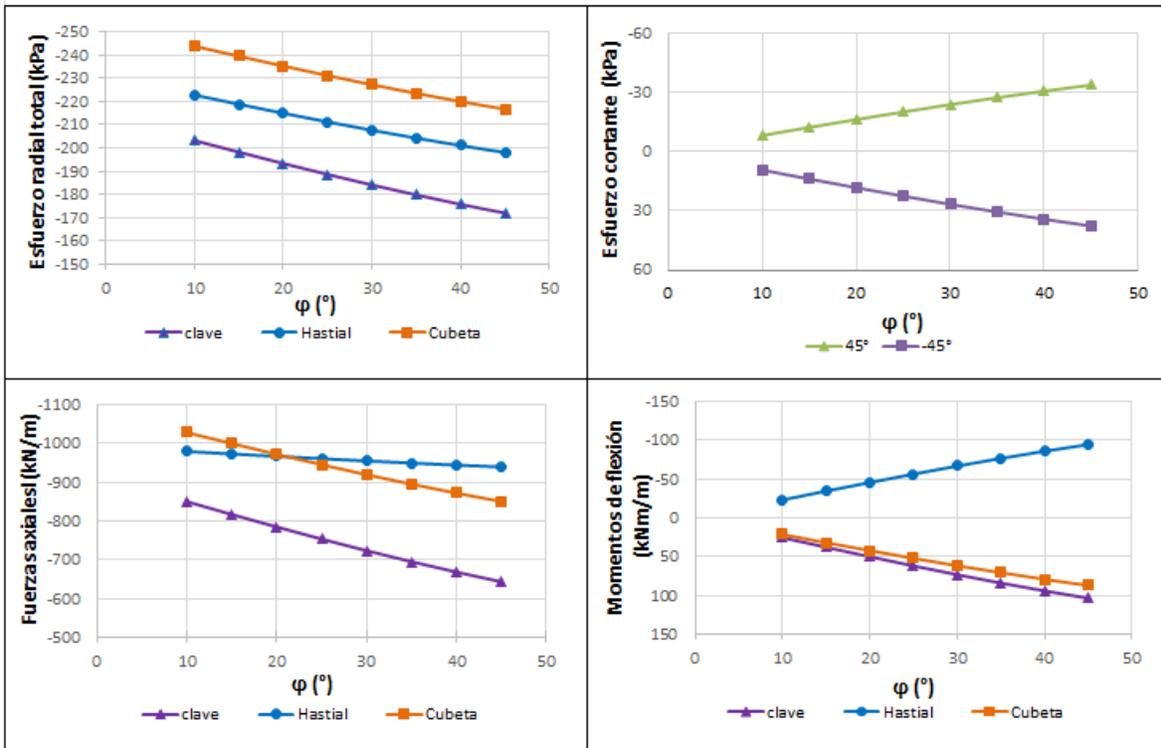


Figura 55. Análisis de sensibilidad a variaciones del ángulo de fricción sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario

Conforme crece el ángulo de fricción en el terreno, se observa que el valor del esfuerzo radial producto de la interacción terreno-revestimiento primario disminuye (Figura 55 superior izquierda) Esto ocurre en cualquier punto alrededor del túnel y corresponde a una menor condición de esfuerzos en el terreno antes de la interacción. La disminución del esfuerzo radial ocurre de manera constante y es ligeramente mayor en la clave del túnel, donde la disminución de esfuerzo radial es de 0.9 kPa por cada grado. En el hastial y la cubeta la disminución es de 0.7 kPa por grado, lo cual indica que de 10° a 45° el esfuerzo en la interfaz disminuye entre el 10% y el 15% del valor obtenido para un ángulo de 10°.

La variación del ángulo de fricción afecta de forma contraria a los esfuerzos cortantes, ya que a medida que el ángulo aumenta el esfuerzo cortante también lo hace. Para este caso el incremento fue de 8 kPa para un ángulo de fricción de 10° a 35 kPa para un ángulo de 45°. Estos valores no son muy grandes, pero se debe a que el túnel es relativamente somero, por tanto para un túnel más profundo la incidencia del ángulo de fricción en los resultados puede ser mayor.

Como ya se ha visto, los esfuerzos radiales guardan relación con las fuerzas axiales y por tanto estas se reducen también. La reducción de las fuerzas axiales es más notoria en el eje vertical del túnel. En el hastial dicha reducción no es significativa.

Por su parte los momentos de flexión aumentan con el incremento del ángulo de fricción, de la Figura 56 (inferior derecha) se puede ver que la clave y la cubeta están sometidos a momentos positivos mientras que el hastial presenta momentos negativos, como ya se vio anteriormente los momentos positivos pueden inducir fisuras de tensión al interior de túnel, por tanto a medida que el ángulo de fricción aumenta dichas fisuras tienen mayor probabilidad de presentarse.

### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

Los esfuerzos radiales a largo plazo presentan una reducción pequeña en la clave y en la cubeta, mientras que en el hastial la disminución es más representativa, esto se debe a que el esfuerzo radial en la clave y la cubeta en el análisis a largo plazo se debe principalmente al cambio en la presión de poro ( $\Delta U$ ), mientras que la disminución del esfuerzo horizontal en el hastial depende del coeficiente de empuje de tierra en reposo ( $\Delta U(1 - k_0)$ ). La variación del esfuerzo en la clave y la cubeta es menor al 10% entre los valores obtenidos para un ángulo de fricción de  $10^\circ$  y uno de  $45^\circ$ , mientras que en el hastial llega hasta un 55%.

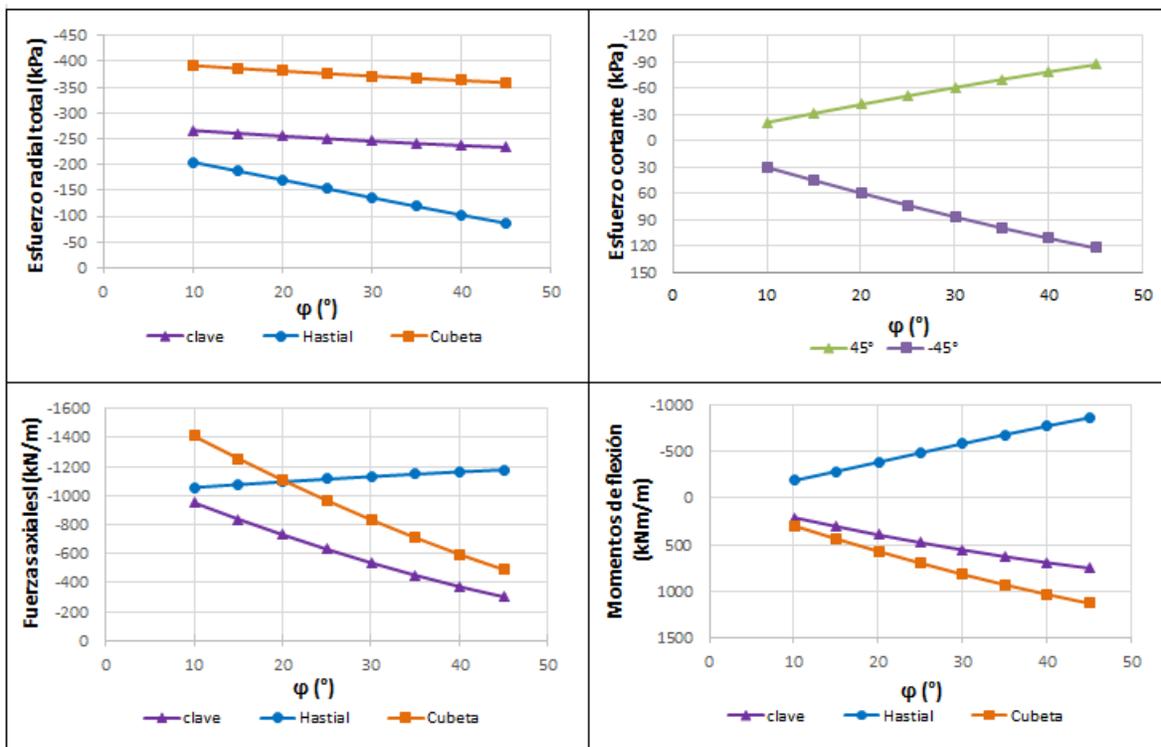


Figura 56. Análisis de sensibilidad a variaciones del ángulo de fricción sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

Como ya se ha mencionado el incremento del esfuerzo cortante a largo plazo se debe al movimiento diferencial entre el túnel y el suelo circundante. Al considerar un ángulo de fricción mayor la resistencia al esfuerzo cortante es mayor y por tanto para un determinado desplazamiento se desarrolla un esfuerzo cortante más grande. Lo anterior explica el incremento de esfuerzo cortante mostrado en la Figura 56 (superior derecha). La variación en los resultados llega a ser del 3 kPa por cada grado.

En cuanto a las fuerzas axiales se tiene que la reducción en la clave y la cubeta es del 65% entre los valores obtenidos con un ángulo de fricción de 10° y uno de 45°, la fuerza en el hastial solo aumento un 10% para los mismos ángulos de fricción. Los momentos de flexión por su parte, muestran una dependencia grande con el ángulo de fricción, ya que los valores a largo plazo varían de 200 kNm/m hasta 1100 kNm/m, es decir 450%, por tanto este valor es el más susceptible a la variación del ángulo de fricción.

#### 4.2.4. Factor de reducción de la rigidez Alpha ( $\alpha$ )

Los valores utilizados en los análisis son los siguientes:

Alpha ( $\alpha$ )
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8

#### ANÁLISIS A CORTO PLAZO

La distribución de los esfuerzos radiales que actúan en la interfaz suelo-revestimiento del túnel depende directamente de la rigidez del revestimiento. A mayor rigidez, el túnel se deforma menos y por tanto el esfuerzo que actúa en el túnel de forma vertical se reduce menos que con un revestimiento flexible; así mismo, al no presentar grandes deformaciones, el esfuerzo que se transmite a los hastiales es menor. Lo anterior explica que en la Figura 57 los valores de esfuerzo en la clave y la cubeta sean mayores con un valor de alpha mayor y el esfuerzo en el hastial sea menor.

Por otro lado se aprecia que la magnitud del esfuerzo que aumenta en la clave y la cubeta es proporcional al esfuerzo que disminuye en el hastial.

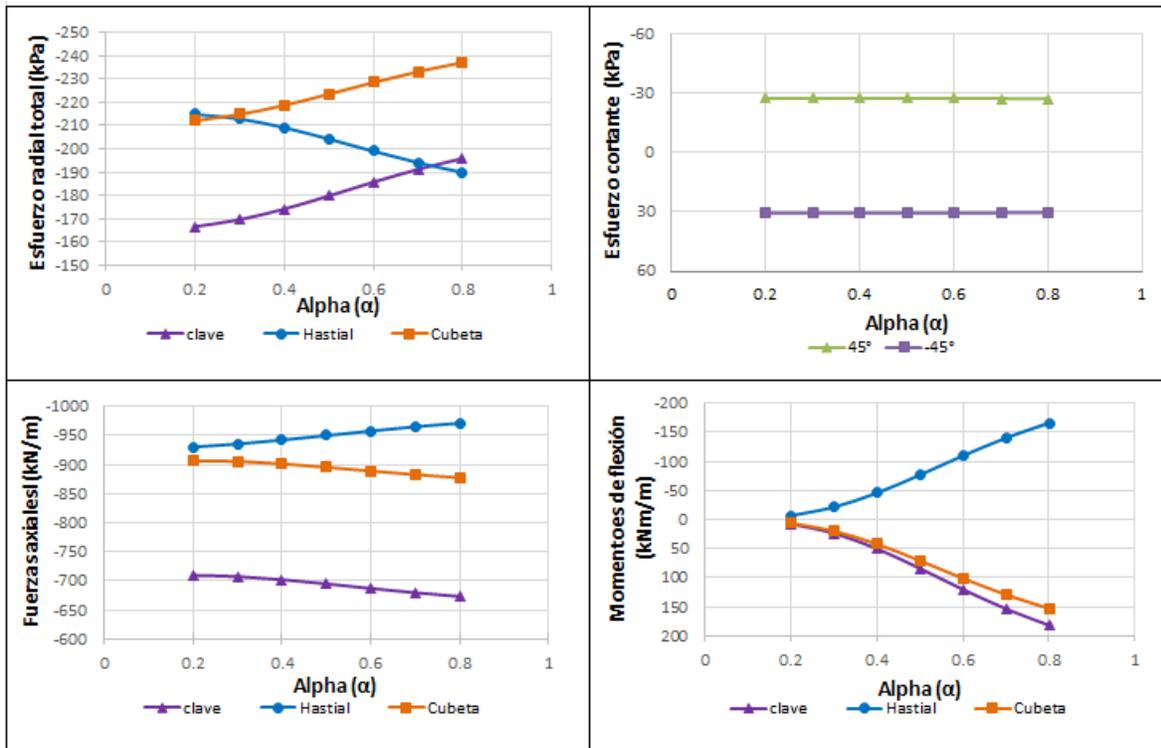


Figura 57. Análisis de sensibilidad a variaciones del factor de reducción a la rigidez sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario

Los esfuerzos cortantes no se ven afectados al modificar el valor de alpha.

Las fuerzas axiales presentan una variación inversa a la de los esfuerzos axiales, aumentando en el hastial y disminuyendo en la clave y cubeta. Esta variación es del orden del 10% entre el resultados obtenido para un valor de alpha de 0.2 y uno de 0.8

En cuanto a los momentos la variación es significativa, aumentando desde un valor de 5 kNm/m para un alpha de 0.2 hasta 160 kNm/m para un alpha de 0.8.

#### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

Dado que el factor de reducción de rigidez solo afecta al revestimiento primario y como ya se ha mencionado para el análisis a largo plazo se asume que el revestimiento primario no ayuda a soportar las cargas a largo plazo, la modificación de dicho factor no genera una variación significativa en los resultados a largo plazo.

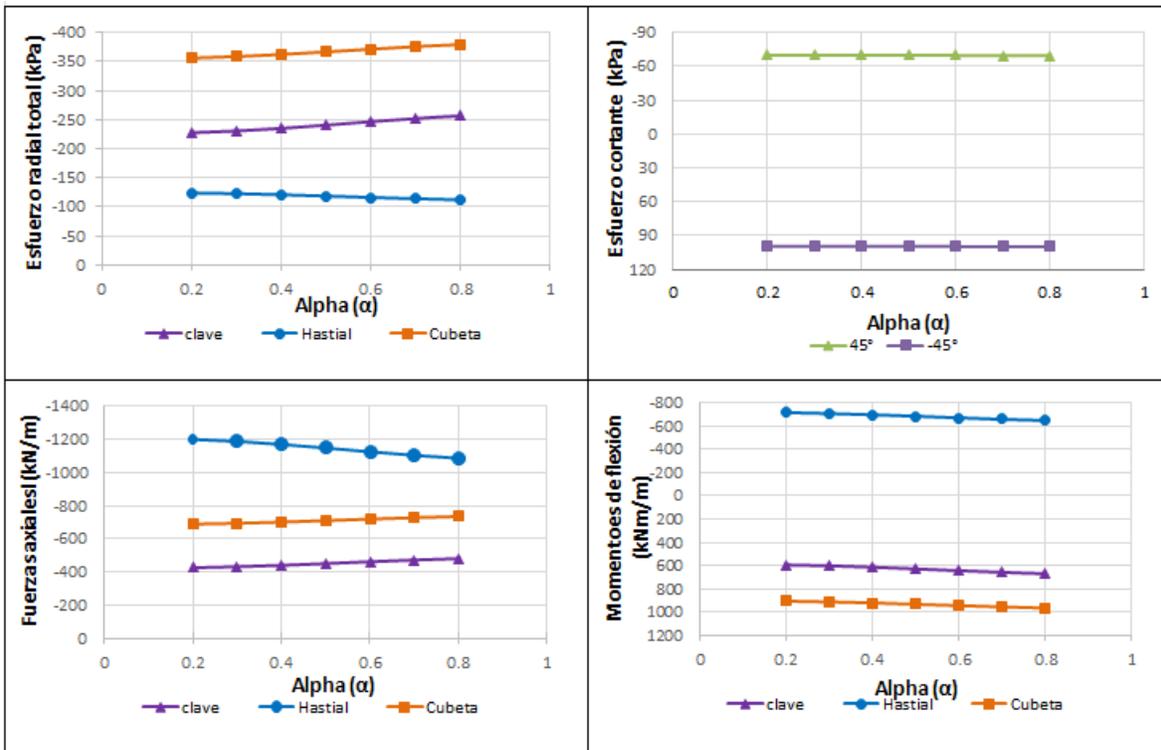


Figura 58. Análisis de sensibilidad a variaciones del factor de reducción a la rigidez sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

Las pequeñas variaciones evidenciadas se deben a que el estado de esfuerzos inicial para el análisis a largo plazo se modifica (Figura 57 superior derecha e izquierda)

#### 4.2.5. Resistencia a la compresión del concreto utilizado en el revestimiento primario ( $f'_c$ )

El módulo de elasticidad del concreto se determina con base en la resistencia a la compresión, así que tanto la rigidez axial ( $EA$ ) como la rigidez a la flexión ( $EI$ ) del revestimiento dependen de la resistencia a la compresión.

A continuación se muestran los resultados obtenidos de modificar la resistencia a la compresión del revestimiento primario.

Resistencia a la compresión $f'_c$ (MPa)
20
25
30
35
40

45
50

**ANÁLISIS A CORTO PLAZO**

Se puede ver que el cambio en la resistencia a la compresión del concreto no genera modificaciones importantes en lo esfuerzos radiales que actúan en el revestimiento, sin embargo se aprecia que la tendencia es similar a la que se obtuvo al aumentar el valor de alpha, es decir que el esfuerzo en el hastial disminuye mientras que en la clave y la cubeta aumenta.

El hecho de que la resistencia a la compresión no genere una variación tan notoria como el valor de alpha, se debe a que este último afecta directamente el espesor del revestimiento, el cual modifica de manera más importante las rigideces del revestimiento.

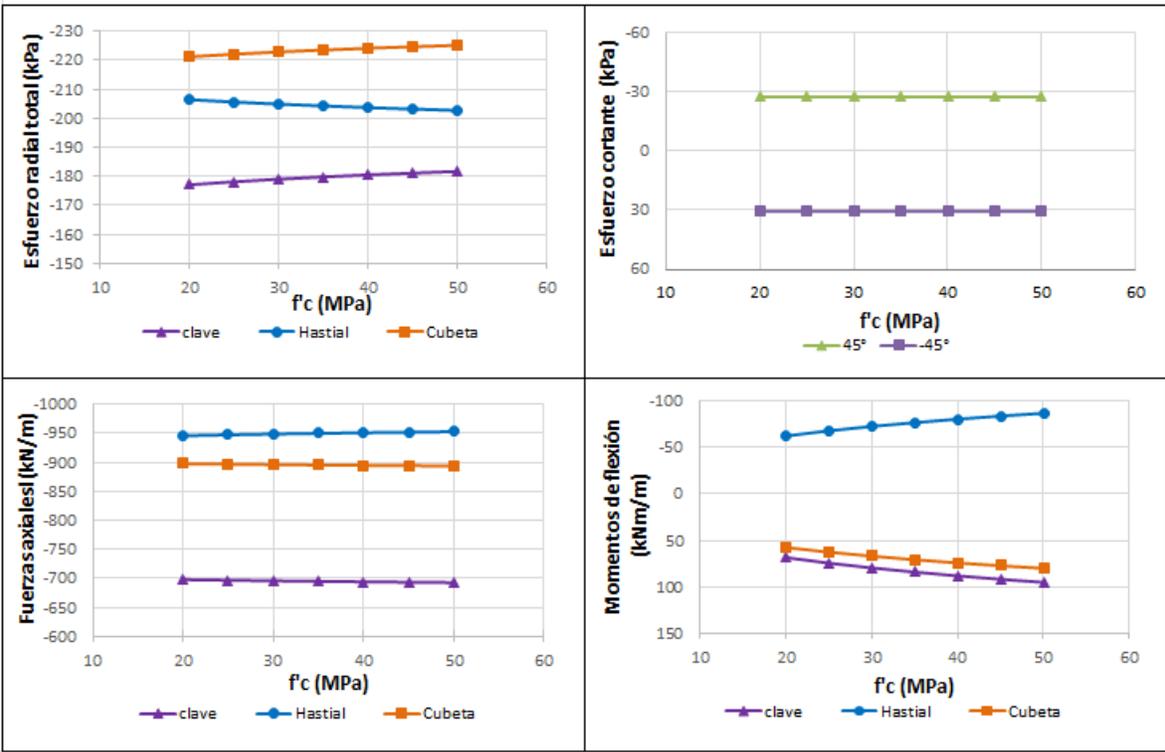


Figura 59. Análisis de sensibilidad a variaciones de la resistencia a la compresión del concreto del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario

Como se ve en la Figura 59 (superior derecha e inferior izquierda) el cambio de la resistencia a la compresión del revestimiento primario no genera cambios en los esfuerzos cortantes ni en las fuerzas axiales.

El incremento en los momentos presenta una dependencia lineal con el incremento de la resistencia a la compresión del concreto. Para este caso, dicho incremento es del 40% entre los valores obtenidos para una  $f'_c$  de 20 MPa y una  $f'_c$  de 50 MPa. Como ya se ha mencionado el incremento depende del estado de esfuerzos, por tanto la variación puede ser mayor para un túnel más profundo.

#### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

El revestimiento primario no ayuda a soportar las sollicitaciones a largo plazo, razón por la cual no se evidencia ninguna modificación en los resultados del análisis de interacción por consolidación.

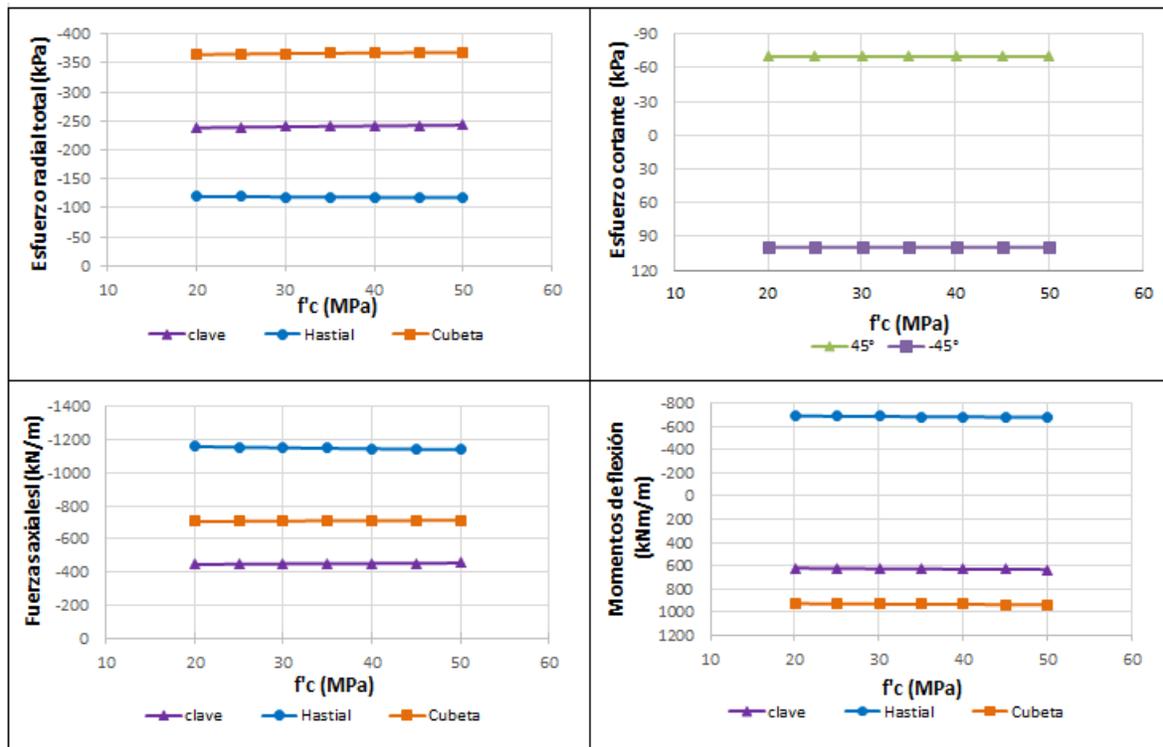


Figura 60. Análisis de sensibilidad a variaciones de la resistencia a la compresión del concreto del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

#### 4.2.6. Resistencia a la compresión del concreto utilizado en el revestimiento secundario ( $f'_c$ )

La modificación de la resistencia a la compresión del revestimiento secundario solo afecta al análisis a largo plazo, por tanto no se presentan resultados para el análisis de interacción suelo-revestimiento primario.

Los valores de resistencia a la compresión utilizados se muestran en la siguiente tabla.

Resistencia a la compresión $f'c$ (MPa)
20
25
30
35
40
45
50

### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

De la Figura 61 se puede ver que la modificación de la resistencia a la compresión del concreto utilizado para construir el revestimiento secundario no afecta los resultados para el análisis de interacción por consolidación.

Esto es consistente con los análisis realizados anteriormente donde se puede ver que la modificación de los parámetros del concreto no afecta a los análisis a largo plazo, mientras que las propiedades del suelo si lo hacen. Con base en lo anterior se puede concluir que los esfuerzos y elementos mecánicos obtenidos en el análisis a largo plazo no dependen de las propiedades del concreto utilizadas para construir el revestimiento secundario.

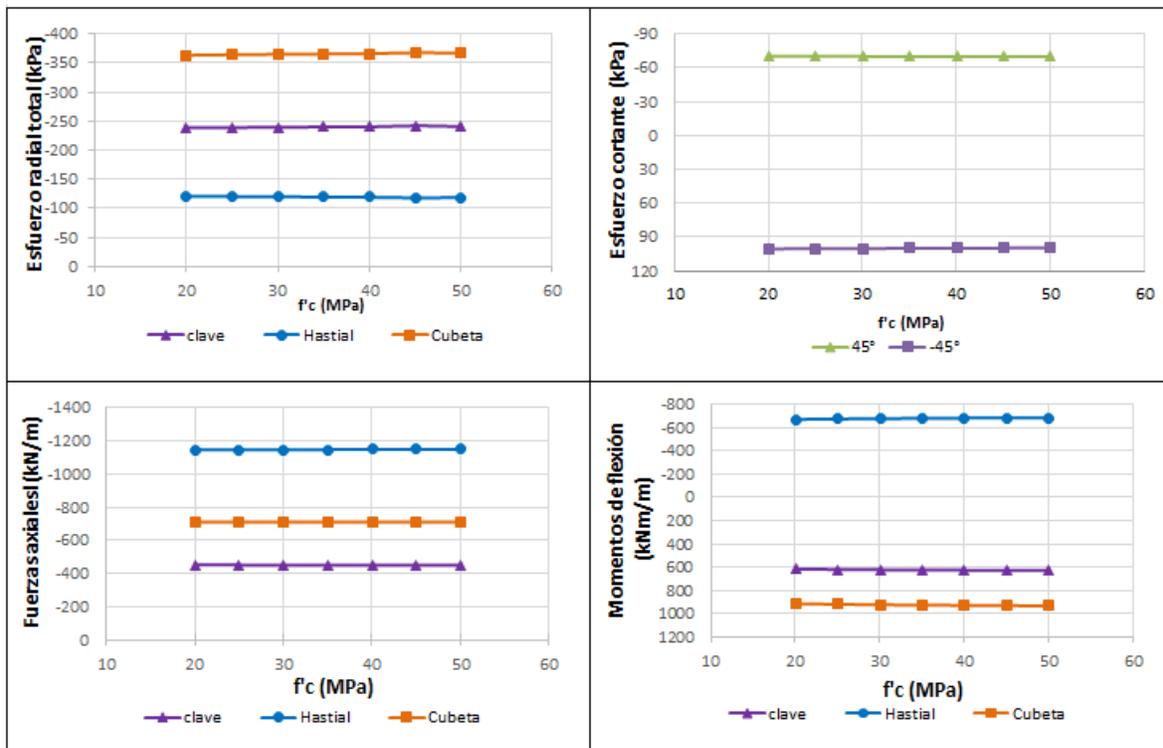


Figura 61. Análisis de sensibilidad a variaciones de la resistencia a la compresión del concreto del revestimiento secundario sobre los resultados de esfuerzos radiales,

esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

#### 4.2.7. Espesor del revestimiento primario

Los valores utilizados se muestran en la siguiente tabla

Espesor del revestimiento primario (m)
0.20
0.25
0.30
0.35
0.40
0.45
0.50

#### ANÁLISIS A CORTO PLAZO

El incremento del espesor del revestimiento primario tiene el mismo efecto que el aumento del factor de reducción a la rigidez. A medida que aumenta el espesor, el esfuerzo en la clave y la cubeta aumenta y el del hastial disminuye. Como ya se ha mencionado, esto se debe a que al aumentar el espesor también aumenta la rigidez del revestimiento.

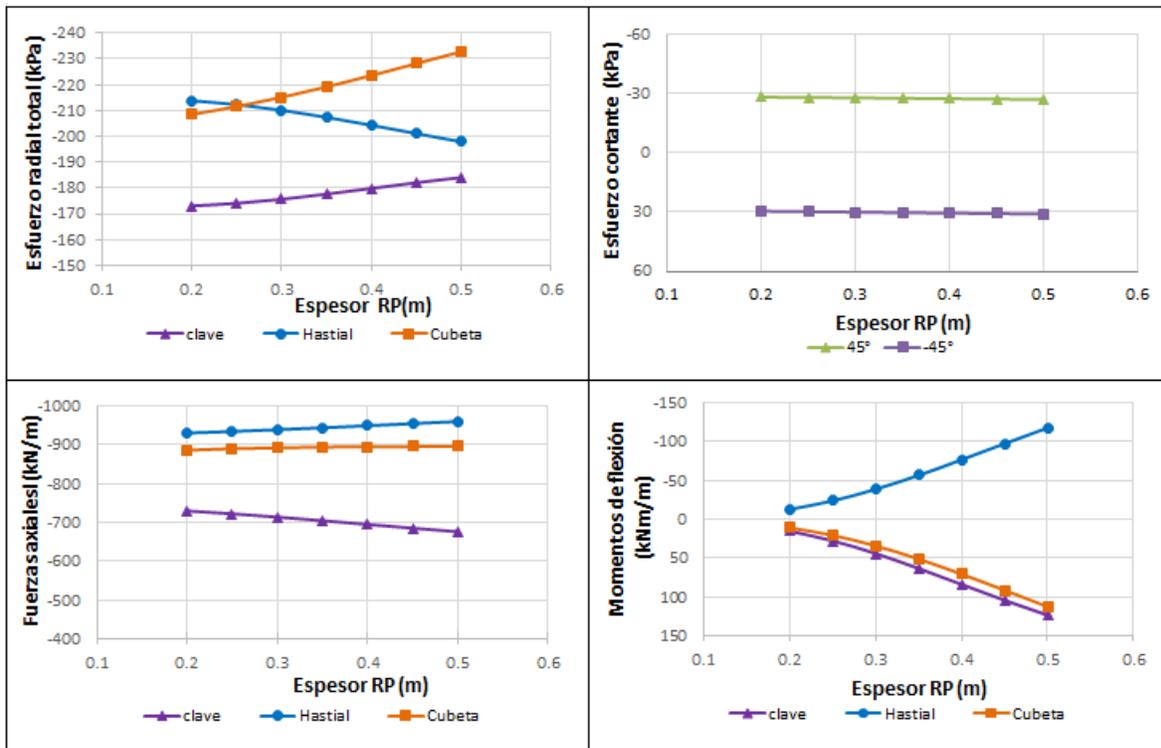


Figura 62. Análisis de sensibilidad a variaciones del espesor del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario

El cambio del espesor no afecta el valor del esfuerzo cortante que actúa en el revestimiento primario. Las fuerzas axiales aumentan tanto en la cubeta como en el hastial del túnel, mientras en la clave disminuyen.

En cuanto a los momentos de flexión se observa un incremento importante a medida que aumenta el espesor. Lo anterior es debido a que a mayor rigidez del revestimiento, este presenta mayor oposición a la flexión y por tanto el momento aumenta.

De los anteriores resultados puede discernirse que a menor espesor el revestimiento estará sometido a menores elementos mecánicos, sin embargo se debe considerar que la distribución de esfuerzos que actúa en la interfaz terreno-revestimiento primario es menos uniforme y por tanto se generaran mayores esfuerzos cortantes y tangenciales en el revestimiento.

### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

De las gráficas se puede ver que el cambio en el espesor del revestimiento primario no afecta significativamente los resultados del análisis a largo plazo. Las variaciones que se aprecian, se deben a la variación del estado de esfuerzos inicial.

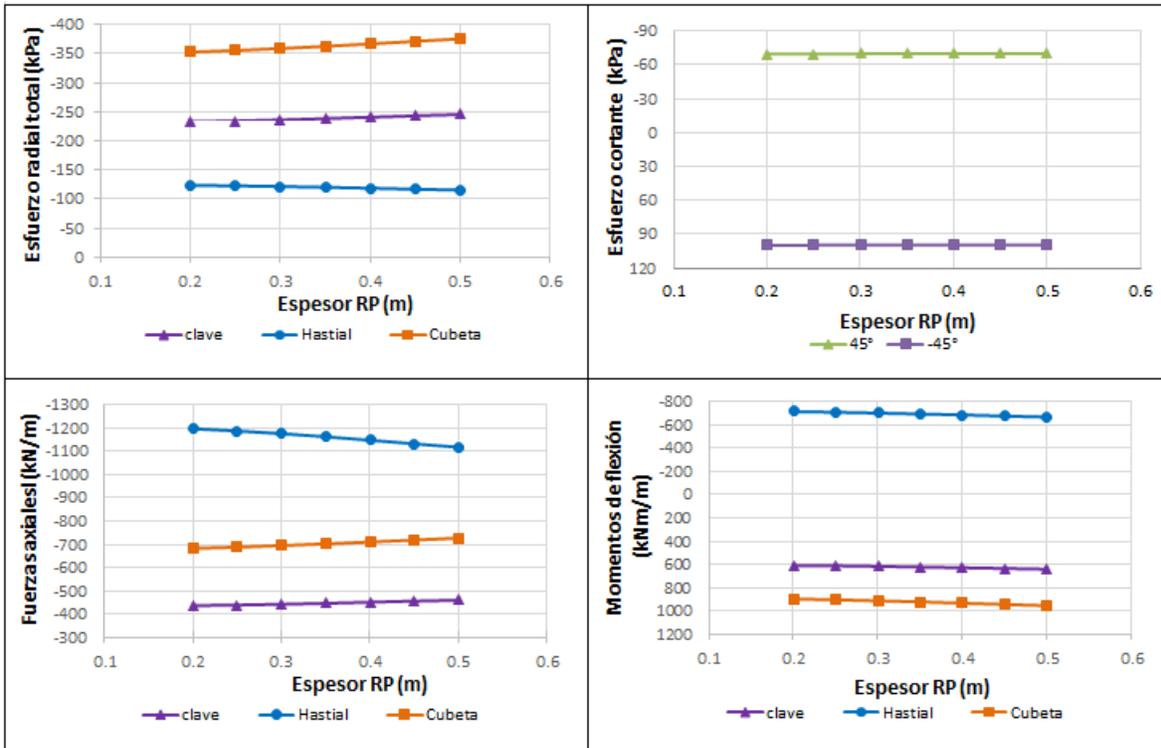


Figura 63. Análisis de sensibilidad a variaciones del espesor del revestimiento primario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

#### 4.2.8. Espesor del revestimiento secundario

##### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

De la Figura 64 se puede ver que tanto los esfuerzos radiales, las fuerzas de axiales y los momentos de flexión presentan un pequeño incremento conforme el espesor del revestimiento secundario aumenta, por su parte los esfuerzos cortantes disminuyen a medida que aumenta el espesor del revestimiento secundario. Por tanto se tiene que el espesor del revestimiento secundario no influye de manera importante en los resultados.

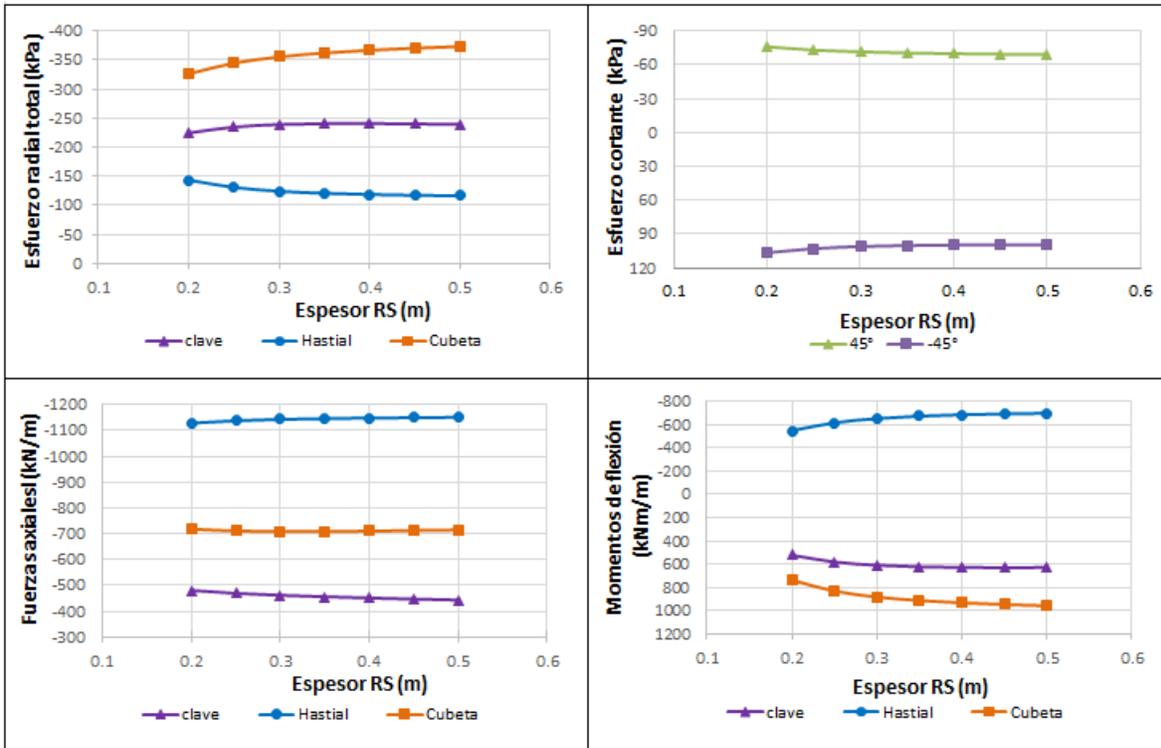


Figura 64. Análisis de sensibilidad a variaciones del espesor del revestimiento secundario sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

#### 4.2.9. Profundidad del túnel

Se realizó el análisis considerando las siguientes profundidades:

Profundidad del túnel (m)
15
20
25
30
35
40
45
50

La profundidad máxima de análisis es de 50 metros debido a que la sección estudiada cuenta con 60 metros de profundidad. Las profundidades del túnel son medidas al centro del mismo, es decir a la altura del hastial.

#### ANÁLISIS A CORTO PLAZO

El estado de esfuerzos inicial es mayor a mayor profundidad y por lo tanto los esfuerzos que actúan en la interfaz terreno-revestimiento también los son, los

resultados no presentan una pendiente constante debido a dos razones; los cambios en el peso volumétrico del suelo que afecta al estado de esfuerzos y los cambios en las rigideces de los materiales. En todo caso la variación es pequeña y por tanto se puede inferir que los esfuerzos radiales obtenidos de la interacción suelo revestimiento primario dependen mayormente del estado de esfuerzos inicial.

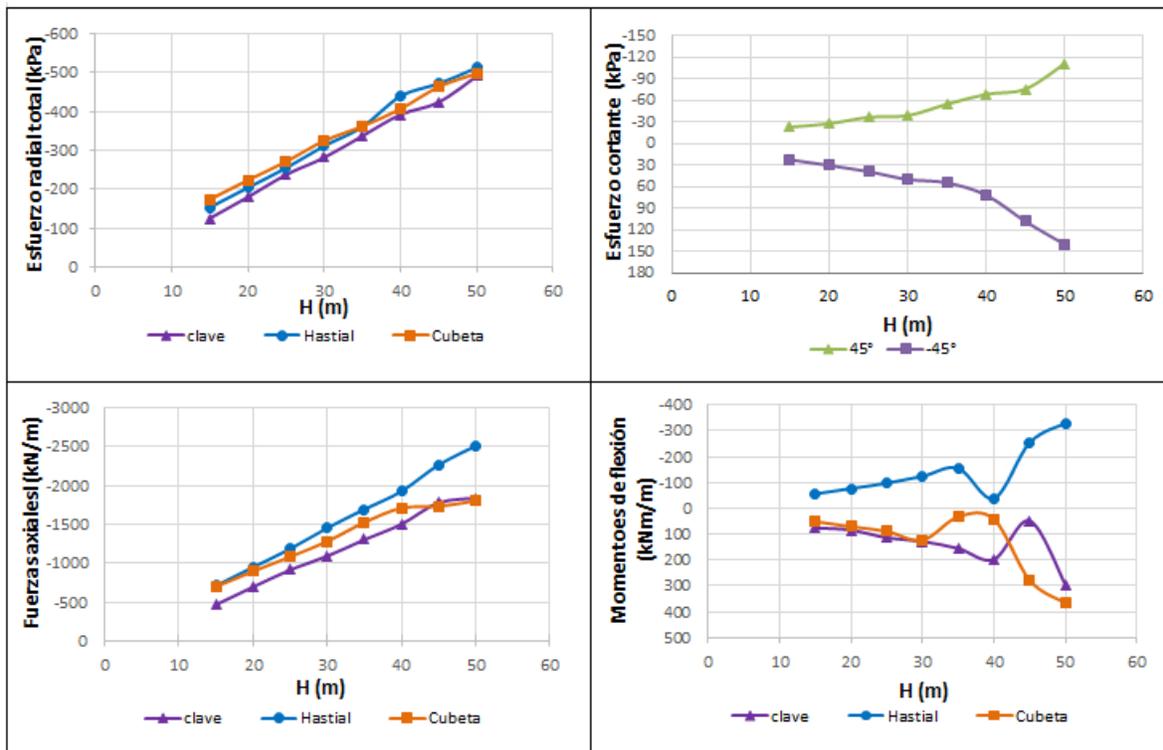


Figura 65. Análisis de sensibilidad a variaciones de la profundidad del túnel sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-revestimiento primario

Lo mismo pasa con los esfuerzos cortantes, los cuales incrementan a medida que aumenta la profundidad, para estos valores se nota una mayor dependencia de las propiedades del suelo, ya que la pendiente de los resultados aumenta significativamente a partir de los 40 metros, donde el material presenta una mayor rigidez.

Las fuerzas radiales al igual que los esfuerzos radiales dependen principalmente del estado de esfuerzos inicial.

En cuanto a los momentos de flexión, se tienen que los valores son menores cuando el punto de análisis se encuentra en un estrato con un módulo de elasticidad mayor, lo anterior es consistente con los resultados obtenidos al variar el módulo de elasticidad. Esto se evidencia especialmente a la profundidad de 40 metros, ya que para esta, la cubeta y el hastial del túnel se encuentran en un suelo

con un módulo de elasticidad de 25000 kPa mientras que la clave en un suelo con módulo de elasticidad de 500 kPa.

### ANÁLISIS A LARGO PLAZO

Se puede ver que los esfuerzos radiales tienden a aumentar con la profundidad, sin embargo, presentan una variación significativa a partir de la profundidad de 35 metros, esto se debe a que ahí se encuentra un estrato rígido con un módulo de elasticidad de 25000 kPa, es decir 50 veces mayor al del estrato inmediatamente superior, este contraste en las rigideces se evidencia en los resultados ya que como se vio en el primer análisis donde el parámetro analizado fue el módulo de elasticidad, para un módulo de elasticidad mayor el esfuerzo radial en la clave y en la cubeta disminuye mientras que en el hastial aumenta. Por tanto las variaciones en los esfuerzos radiales se deben principalmente al cambio en la rigidez del suelo y no debido a la profundidad.

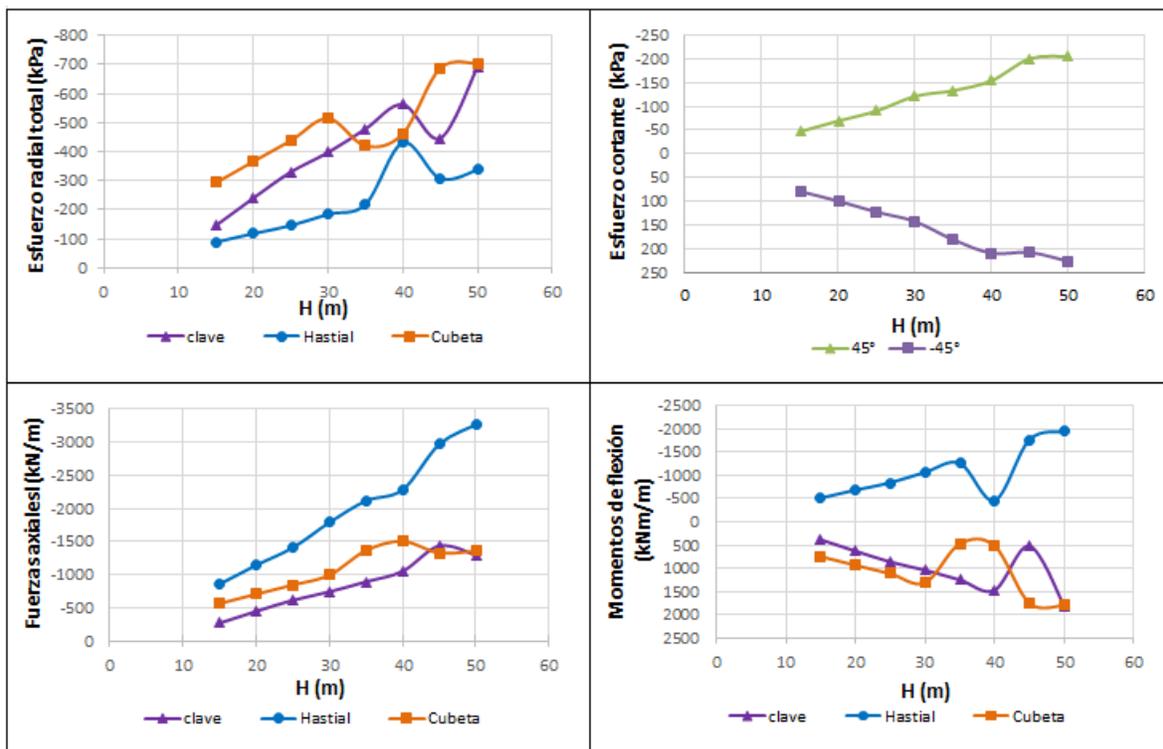


Figura 66. Análisis de sensibilidad a variaciones de la profundidad del túnel sobre los resultados de esfuerzos radiales, esfuerzos cortantes, fuerzas axiales y momentos de flexión obtenidos en la interfaz suelo-sistema de sostenimiento

Los esfuerzos cortantes presentan una mayor dependencia con la profundidad y se ven menos afectados por los cambios en la rigidez del material, tal como se ve en la Figura 66. Las fuerzas axiales presentan una tendencia similar a la de los esfuerzos radiales.

Los momentos también presentan una relación directa con la profundidad para los primeros metros, no obstante cuando el túnel se sitúa en el material rígido los valores de momento disminuyen, esto dado que para un valor de módulo grande se tienen momentos menores que con uno pequeño.

## 5. CONCLUSIONES

Se presentó un método analítico detallado basado en las soluciones analíticas de Einstein y Schwartz, Pérez y Auvinet, Melan y conceptos básicos de la mecánica de suelos, que permite realizar el análisis de los revestimientos que componen el sistema de sostenimiento de túneles construidos en suelos sometidos a procesos de consolidación.

Este método analítico se calibró con los resultados obtenidos de un programa basado en el método de elemento finito y con base en ello se concluye lo siguiente:

- El efecto de la descarga producida por la excavación se puede representar apropiadamente con la solución de Melan. Esta descarga influye de manera importante en la distribución de los esfuerzos radiales que actúan sobre el revestimiento primario, debido a que incrementa el esfuerzo en la parte superior del túnel y lo reduce en la parte inferior, con lo cual el esfuerzo desviador disminuye. Este efecto tiene mayor relevancia en los túneles someros, ya que el valor de la descarga es grande en relación al estado de esfuerzos inicial.
- La interacción entre el suelo y el revestimiento primario produce una reducción de los esfuerzos radiales en las zonas cercanas a la clave y la cubeta del túnel. Esta reducción se debe a que el revestimiento asume parte de la carga y la trasmite hacia los hastiales, razón por la cual el esfuerzo radial incrementa en la zona lateral del túnel. Con lo anterior se obtiene una distribución de esfuerzos casi homogénea, favoreciendo el funcionamiento del revestimiento primario.
- El efecto combinado de la descarga y la interacción suelo-revestimiento primario produce un exceso de presión de poro positivo en la parte inferior del túnel. Dicho exceso incrementa el valor del esfuerzo efectivo vertical, sin embargo, cuando éste se disipa, el esfuerzo efectivo reduce su valor y el suelo cercano a la parte inferior del túnel queda pre-consolidado.
- Se verificó que los esfuerzos radiales y cortantes, así como las fuerzas axiales y momentos de flexión que actúan en el revestimiento primario se pueden estimar de manera muy precisa utilizando el método analítico. Se observó que el estado de esfuerzos actuante en el revestimiento primario, al ser aproximadamente homogéneo, produce fuerzas axiales de compresión y momentos de flexión relativamente pequeños.
- La carga producida por la construcción del revestimiento secundario no influye significativamente en el estado de esfuerzos del suelo que se toma como referencia para el análisis a largo plazo.

- Se verificó que a medida que se abate la presión de poro y se inicia el proceso de consolidación, los esfuerzos radiales en la clave, en la cubeta, y los esfuerzos cortantes aumentan. Este efecto se produce ya que el suelo por debajo del túnel se deforma en menor medida que el suelo adyacente, generando que el suelo cercano al túnel se “cuelgue” del revestimiento. Por otro lado, a medida que la presión de poro en el suelo disminuye, el túnel sufre un desconfinamiento lateral, es decir que el esfuerzo radial en el hastial disminuye.
- Se concluye que el efecto de la consolidación debida al cambio en la presión de poro del suelo se puede incluir satisfactoriamente en la metodología, al sumar el valor del abatimiento a la componente radial del estado de esfuerzos obtenido después de la construcción del revestimiento secundario.
- Se evidenció que el incremento de esfuerzo radial en las zonas cercanas a la clave y a la cubeta del túnel es aproximadamente igual al valor del cambio en la presión de poro (abatimiento). Así mismo se demostró que este cambio también incide de manera significativa en los esfuerzos tangenciales.
- Se verificó que el valor de la descarga lateral producida por el abatimiento es aproximadamente igual a  $\Delta U(1 - k_0)$ , comprobando que los esfuerzos a los que estará sometido el túnel a largo plazo dependen principalmente de la piezometría inicial.
- El sistema de sostenimiento estará sometido a una condición de carga desfavorable a largo plazo, ya que el esfuerzo en la clave aumenta y el del hastial disminuye, con lo cual el esfuerzo desviador es mayor.
- El esfuerzo desviador generado por la consolidación induce que los momentos actuantes en el revestimiento secundario sean mayores que los que actúan en el revestimiento primario. Lo anterior produce zonas donde los esfuerzos de tensión se concentran. Dichos esfuerzos superan la resistencia a la tensión del concreto y pueden generar fisuras en el concreto. Adicionalmente los esfuerzos cortantes que actúan en el revestimiento secundario son grandes y facilitan la aparición de planos de falla.

De los análisis de sensibilidad realizados se concluye:

- A mayor módulo de elasticidad efectivo del suelo, los resultados tanto de esfuerzos como de elementos mecánicos obtenidos en la interacción con el revestimiento primario son menores.
- En el análisis a largo plazo se puede apreciar que el módulo de elasticidad efectivo del suelo influye de forma similar que en el análisis a corto plazo,

excepto en los resultados obtenidos en el hastial, en el cual los valores de esfuerzo radial y fuerza axial aumentan. La variación en los resultados se debe a que a mayor módulo de elasticidad del suelo, se genera mayor resistencia a la deformación, por tanto cuando el túnel trata de distribuir las cargas radiales provenientes de las zonas cercanas a la clave y la cubeta hacia los hastiales, el esfuerzo aumenta en el hastial.

- La variación de módulo de elasticidad del suelo afecta principalmente a los momentos de flexión. A mayor módulo menor momento de flexión.
- La mayor variación de los resultados se presenta en el intervalo entre 500 kPa y 5000 kPa. Esta variación ocurre de forma parabólica, por tanto la determinación del módulo de elasticidad es muy importante en el análisis de interacción.
- La relación de Poisson del suelo es un factor irrelevante en el análisis de interacción, ya que la variación del mismo no genera cambios en los resultados a corto plazo ni a largo plazo.
- El ángulo de fricción presenta una relación lineal con todos los valores de esfuerzo y de elementos mecánicos que actúan en el túnel.
- En el análisis de sensibilidad del ángulo de fricción se obtuvo que los resultados de esfuerzos y elementos mecánicos obtenidos de la interacción suelo-revestimiento a corto y a largo plazo tienen una relación lineal con el estado de esfuerzos inicial para cada análisis. Esto es claro ya que el ángulo de fricción solo afecta el valor del coeficiente de empuje de tierra en reposo ( $k_0$ ), el cual está ligado directamente al estado de esfuerzos. Lo mismo se evidenció en el análisis de sensibilidad de la profundidad del túnel donde se obtuvo una relación lineal de los resultados con la profundidad (en los suelos con el mismo módulo de elasticidad).
- Para el análisis a corto plazo se tiene que a mayor ángulo de fricción el estado de esfuerzos inicial es menor y por tanto los esfuerzos radiales son menores, los esfuerzos cortantes aumentan ya que también lo hace la resistencia al corte del suelo, las fuerzas axiales dependen del estado de esfuerzos y por tanto son menores y los momentos de flexión aumentan ya que el suelo es más rígido.
- Para el análisis a largo plazo se tiene una tendencia similar, sin embargo los esfuerzos radiales en la clave y la cubeta no disminuyen tanto, debido a que el esfuerzo radial a largo plazo depende principalmente del cambio en la presión de poro, por su parte el esfuerzo radial en el hastial disminuye a mayor medida con el incremento del ángulo de fricción ya que la descompresión lateral está en función del coeficiente de empuje de tierra en reposo. Por otro lado las fuerzas axiales en el hastial aumentan a mayor ángulo de fricción, sin embargo el incremento no es significativo. Para el

caso analizado los momentos tienen un incremento diez veces mayor que en el análisis a corto plazo.

- De los análisis de sensibilidad del factor de reducción a la rigidez ( $\alpha$ ) y el espesor del revestimiento primario se obtuvo que a mayor sección transversal los esfuerzos radiales en la clave y la cubeta aumentan mientras que en hastial disminuyen, por otro lado los esfuerzos cortantes no dependen de la sección del túnel, las fuerzas axiales tienen un comportamiento contrario a los esfuerzos radiales y los momentos de flexión aumentan significativamente. Sin embargo esto solo ocurre a corto plazo, ya que los resultados obtenidos debido a la interacción por consolidación no se ven afectados.
- Los resultados a largo plazo no dependen de la rigidez del revestimiento secundario. Lo anterior debido a que el incremento de esfuerzo vertical depende únicamente del abatimiento de la presión de poro, y la disminución del esfuerzo horizontal depende de la expresión  $\Delta U(1-K_0)$ . Por tanto los resultados a largo plazo solo dependen del abatimiento de la presión de poro.
- Los resultados a corto plazo dependen principalmente de la rigidez del suelo y del espesor del revestimiento primario, mientras que a largo plazo dependen fundamentalmente del cambio en la presión de poro y del ángulo de fricción del suelo.

## 6. REFERENCIAS

Alberro J., (1983). "Presiones de roca en túneles e interacción roca-revestimiento". Series de investigación del instituto de Ingeniería, UNAM.

Alberro J., (1987). "Líneas características y estabilidad de las excavaciones en las arcillas del valle de México". Instituto de Ingeniería, UNAM.

Auvinet G., (2015). "Keynote IE Foundations & Ground improvement". XV Congreso Panamericano de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Buenos Aires, Argentina.

Auvinet G. y Rodríguez J., (2010). "Análisis, diseño, construcción y comportamiento de obras subterráneas en suelos". XXV Reunión nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica. Sesión 1 Obras Subterráneas, p. 33-36, Acapulco, Guerrero.

Bobet A., (2001). "Analytical solutions for shallow tunnels in saturated ground". Journal of Engineering Mechanics, ASCE Vol. 127 (12). p. 1258-1266.

Comisión Federal de Electricidad, (2016). "Manual de diseño de obras Civiles". Cap.B.5.1. Túneles y lumbreras en suelos, Sección B: Geotecnia.

Comisión Nacional Del Agua, (2012). "Manual de Mecánica de Suelos, Instrumentación y Monitoreo del Comportamiento de Obras Hidráulicas". p. 208.

Covitur Volumen 1., (1987). "Manual de Diseño Geotécnico". p. 166-169.

Covitur Volumen 2., (1988). "Manual de Diseño Geotécnico". p. 67.

Davis R.O., Selvadurai A.P.S., (2009). "Pasticity and Geomechanics". Cambridge University Press.

Deméneghi A, et al., (2003). "Fundamentos de mecánica del medio continuo". Departamento de Geotecnia de la División de ingeniería Civil, Topografía y Geodésica de la facultad de ingeniería, UNAM.

Einstein H.H. y Schwartz C.W., (1979). "Simplified Analysis for Tunnel Supports". Journal of the Geotechnical Engineering Division, ASCE, 105(4). p. 499-518.

Enrique S.V., Efraín O.S., Federico M. y Elvira L.P., (2005). "Síntesis Geotécnica de la cuenca del valle de México". TGC Geotecnia S.A, México D.F. p. 153.

Flores F.A., (2010). "Análisis del comportamiento estático de túneles excavados en suelos blandos". Tesis para obtener el grado de maestro en Ingeniería, UNAM.

Geokon, (2002-2009). "Instruction Manual. Model 1610. The Geokon Ealey Tape Extensometer". Geokon, Inc. p. 1-2.

Geokon, (2012). "Manual de instrucciones. Modelo 6100. Sonda de Inclímetro". MEMS. p. 2-5.

Geokon, (2013). "Manual de instrucciones. Modelo 4500. Piezómetro de cuerda vibrante". Geokon, Inc. p. 1.

Geokon, (2013). "Instruction manual. Modelo 4425. VW convergence Meter". Geokon, Inc. p. 2.

Gobierno del Distrito Federal, (2004c). "Normas técnicas complementarias sobre criterios y acciones para el diseño estructural de las edificaciones". Gaceta Oficial del Distrito Federal, Decima cuarta época, 6 de Octubre, Tomo II, No. 103 BIS.

Gutiérrez L.E. y Schmitter J.J., (2010). "Variación de la relación  $K_0$  en un subsuelo arcilloso, durante el paso de un escudo presurizado". Memorias de la XXV Reunión nacional de Mecánica de Suelos, p. 613-617, Acapulco, Guerrero.

John D., (1988). "Geotechnical Instrumentation for monitoring field performance". Unite State of America. Wiley.

Lambe T. y Whitman R., (1990). "Mecánica de suelos". Editorial Limusa México, capítulo 26.

Loganathan N. y Poulos H. G., (1998). "Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays". J. Geotech and Geoenviron. Engrg., ASCE, 124(9). p. 846-856.

Mayne P.W. y Kulhawy F.H., (1982). " $K_0$ -OCR relationships in soil". J. Geotech. Engrg. ASCE 108, No. GT6: 851-872.

Melan, (1932). "Der Spanningzustand der durch eine Einselkraft im Inner beanspruchten Haldshiebe Zangew". Math Mech. pp. 189-207.

Meza B. y Auvinet G., (2010). "Instrumentación de túneles en suelos blandos". Memoria, simposio de Jóvenes Geotecnistas. México D.F.

Notas de clase, (2015). "Mecánica de suelos aplicada". Universidad Nacional Autónoma de México.

Pérez M.A. y Auvinet G., (2012a). "Solución analítica para la determinación del campo de esfuerzos alrededor de una excavación circular con presión interna uniforme". 2° Simposio Internacional Sobre túneles y lumbreras en suelos y roca. Ciudad de México.

Pérez M.A. y Auvinet G., (2012b). "Interacción terreno-revestimiento de un túnel, bajo la condición de deslizamiento completo". 2° Coloquio de jóvenes Geotecnistas, Torre de Ingeniería, UNAM, ciudad de México.

Pérez M.A. y Auvinet G., (2012c). "Solución analítica para la determinación de campos de esfuerzos y desplazamientos alrededor de un túnel circular". XXVI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Cancún Quintana Roo, México.

Pérez M. A. (2013). "Distribución de esfuerzos y desplazamientos alrededor de un túnel circular y en su revestimiento". Tesis para obtener el grado de Maestro en Ingeniería. Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, UNAM.

Pérez M.A. y Auvinet G., (2016). "Método analítico para realizar análisis de interacción terreno-revestimiento para túneles circulares". XV Congreso Colombiano de Geotecnia Sesión 2B, Obras y estructuras geotecnicas, Cartagena, Colombia.

Plaxis 2D, (2009). "Material Models Manual". Delft University of technology & Paxis b.v., The Netherlands

Rico R. y Castillo H., (1978). "La ingeniería de suelos en las vías terrestres". Editorial Limusa, p. 367,368.

Rivera C., (2005). "Fundamentos de mecánica de medio continuo". Apuntes de la Facultad de Ingeniería UNAM.

Rodríguez J.F. y Auvinet G. (2012). "Criterios para el diseño del revestimiento definitivo de túneles en suelos blandos". Revista de la Sociedad Mexicana de Ingeniería Geotécnica, No. 225: 20-28. Ciudad de México.

Tamez E., Rangel J.L. y Holguín E., (1997). "Diseño geotécnico de túneles". TGC Geotecnia S.A de C.V., p. 76-80

Terzaghi K. (1943). "Liner plate tunnels on Chicago subway". Transactions, ASCE, Vol. 108, p. 970.

Timoshenko S.P. y Goodier J.N., (1970). "Theory of Elasticity". New York: McGraw-Hill, 3<sup>rd</sup> Edition.

Zaldívar S.F., Rodríguez J.F. y Auvinet G., (2012). "Esfuerzos y desplazamientos alrededor de un túnel considerando el "efecto burbuja". 2° Simposio Internacional Sobre túneles y lumbreras en suelos y roca, Ciudad de México.

## ANEXO 1. SOLUCIONES ANALÍTICAS PARA TÚNELES

A través de los años se han desarrollado diferentes tipos de soluciones analíticas para el estudio de los túneles, cada una de estas soluciones fue desarrollada teniendo en cuenta sus propias hipótesis y con el fin de solucionar un problema en específico en cuanto el análisis de los túneles, ya sea el cálculo de esfuerzos debidos a la interacción entre el terreno y el revestimiento; los desplazamientos debidos a la construcción del túnel o la modificación en el estado de esfuerzos del suelo. A continuación se muestran algunas de ellas.

### A11. Análisis simplificado para soportes de túneles (Einstein y Schwartz 1979)

Los elementos geotécnicos que actuarán sobre el revestimiento de túneles circulares se pueden calcular con la solución analítica de Einstein y Schwartz (1979). Esta solución resuelve el problema de interacción terreno-revestimiento con base en el concepto de rigidez relativa de Burns y Richard (1964). Considera que el terreno está sometido a un estado bidimensional de esfuerzos iniciales. Dicho estado se define por los esfuerzos vertical  $P$  (igual al peso del terreno en el centro del túnel) y horizontal  $KP$  en el mismo lugar geométrico Figura 67 .El parámetro  $K$  es la relación entre los esfuerzos horizontal y vertical.

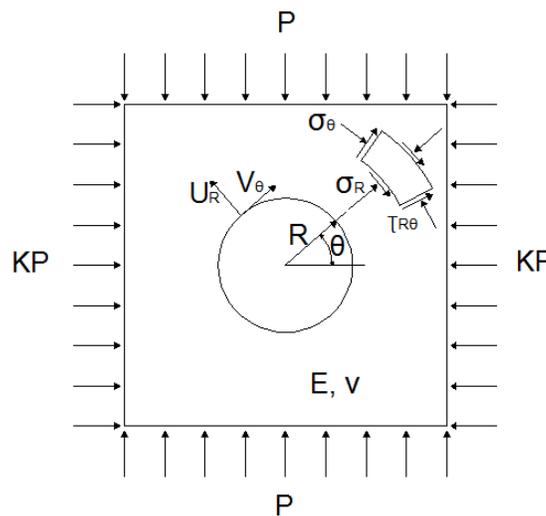


Figura 67. Nomenclatura para el análisis de un túnel circular (Einstein y Schwartz, 1979)

Lo anterior significa que en cualquier punto del terreno el estado inicial de esfuerzos es el mismo. Esta suposición es válida cuando las variaciones de esfuerzos alrededor del túnel se consideren despreciables respecto al nivel de esfuerzos en el terreno. Lo anterior sucede en túneles profundos y/o de diámetro pequeño para los cuales  $h/D \geq 7$ ; donde  $h$  es la profundidad a la clave del túnel y  $D$  es el diámetro del mismo. Cuando no se cumpla la desigualdad anterior se podrá

considerar que el esfuerzo vertical inicial  $P$  en cada punto de interés ( $Q_0$ ), corresponde al esfuerzo vertical asociado al peso propio del material en ese mismo punto (Pérez M., 2015) Figura 68.

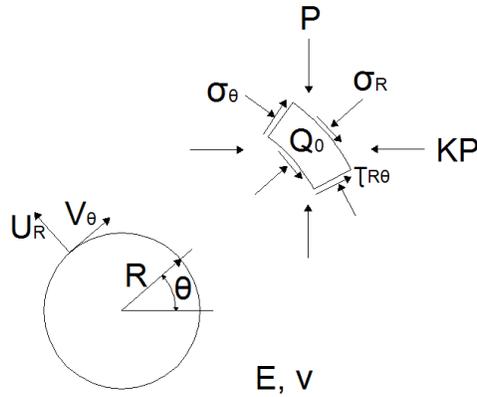


Figura 68. Análisis de un túnel circular considerando un estado inicial de esfuerzos correspondiente al peso del terreno en un punto de interés

La solución de Einstein y Schwartz permite calcular distribuciones de esfuerzos radiales y cortantes así como fuerzas axiales y momentos que actuarán sobre el revestimiento, ecuaciones: (A1. 1) (A1. 2) (A1. 3) y (A1. 4). También permite calcular la distribución de desplazamientos radiales y circunferenciales en la interfaz terreno-revestimiento (A1. 5) y (A1. 6)

$$\sigma_R = \frac{1}{2}P(1 + K)(1 - a_0) - \frac{1}{2}P(1 - K)(1 - 6a_2 + 4b_2) \cos 2\theta \quad (A1. 1)$$

$$\tau_{R\theta} = \frac{1}{2}P(1 - K)(1 + 6a_2 - 2b_2) \sin 2\theta \quad (A1. 2)$$

$$\frac{T}{PR} = \frac{1}{2}(1 + K)(1 - a_0) + \frac{1}{2}(1 - K)(1 + 2a_2) \cos 2\theta \quad (A1. 3)$$

$$\frac{M}{PR^2} = \frac{1}{4}(1 - K)(1 - 2a_2 + 2b_2) \cos 2\theta \quad (A1. 4)$$

$$\frac{u_s E}{PR(1 + \nu)} \frac{1}{2}(1 + K)a_0 + \frac{1}{2}(1 - K)[4(1 - \nu)b_2 - 2a_2] \cos 2\theta \quad (A1. 5)$$

$$\frac{\nu_s E}{PR(1 + \nu)} = -(1 - K)[a_2 + (1 - 2\nu)b_2] \sin 2\theta \quad (A1. 6)$$

Donde

$\sigma_R$  = Esfuerzo radial en la interfaz terreno-revestimiento

$\tau_{R\theta}$  = Esfuerzo cortante en la interfaz terreno-revestimiento

$T$  = Fuerza axial sobre el revestimiento

$M$  = Momento que actuará sobre el revestimiento

$u_R$  = Desplazamiento radial del revestimiento

$v_\theta$  = Desplazamiento circunferencial del revestimiento

$P$  = Esfuerzo vertical inicial asociado al peso del terreno

$K$  = Relación entre los esfuerzos horizontal y vertical

$R$  = Radio exterior del revestimiento

$\theta$  = Ángulo polar que se mide a partir del eje horizontal y en sentido anti horario.

Las constantes  $a_0$ ,  $a_2$  y  $b_2$  se calculan a partir de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{CF(1-\nu)}{C+F+CF(1-\nu)} \\ a_2 &= \beta b_2 \\ b_2 &= \frac{C(1-\nu)}{2[C(1-\nu)+4\nu-6\beta-3\beta C(1-\nu)]} \end{aligned} \quad (\text{A1.7})$$

Donde

$$\beta = \frac{(6+F)C(1-\nu)+2F\nu}{3F+3C+2CF(1-\nu)} \quad (\text{A1.8})$$

Las relaciones de compresibilidad y flexibilidad  $C$  y  $F$  se calculan de la siguiente forma:

$$C = \frac{ER(1-\nu_s^2)}{E_s A_s (1-\nu^2)} \quad (\text{A1.9})$$

$$F = \frac{ER^3(1-\nu_s^2)}{E_s I_s (1-\nu^2)} \quad (\text{A1.10})$$

Donde

$E$  = Módulo elástico del terreno

$\nu$  = Relación de Poisson del terreno

$R$  = Radio exterior del revestimiento

$E_s$  = Módulo elástico del revestimiento

$\nu_s$  = Relación de Poisson del revestimiento

$A_s$  = Área de la sección del túnel

La solución analítica de Einstein y Schwartz no proporciona una ecuación para calcular esfuerzos tangenciales ( $\sigma_\theta$ ), los cuales son importantes para el método

que aquí se presenta. Para ello se utiliza la solución analítica para el terreo de Pérez y Auvinet, 2013.

### A12. Solución analítica para el terreno (Pérez y Auvinet 2012)

Esta solución permite calcular la distribución de los esfuerzos radiales, cortantes y tangenciales en la interfaz suelo-revestimiento del túnel a partir de valores puntuales de esfuerzos radiales y cortantes en determinados puntos de la misma Figura 69, los valores puntuales pueden ser calculados previamente utilizando las ecuaciones (A1. 1) y (A1. 2) o con base en resultados de celdas instrumentadas en el túnel ver capítulo 2.3.3. Con esta solución también se pueden obtener los desplazamientos radiales y circunferenciales.

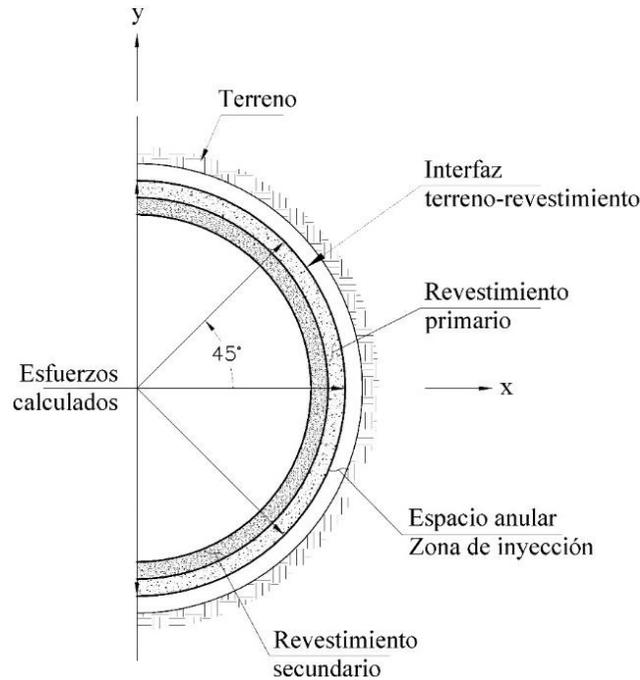


Figura 69. Ubicación de puntos en la interfaz terreno-revestimiento donde se calculan esfuerzos radiales y cortantes con la solución de Einstein y Schwartz (1979) o con celdas de carga y que después son utilizados en la solución de Pérez y Auvinet (2013).

Las ecuaciones son las siguientes.

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta} = & 2(3Ar^{-4} + 10Br^{-6}) \cos(4\theta) + 2(6Cr^{-5} + Dr^{-3}) \sin(3\theta) \\ & + 2(E + 3Gr^{-4}) \cos(2\theta) \\ & + (Hr^{-1} + 2Ir^{-3}) \sin(\theta) - Jr^{-2} + 2L \end{aligned} \quad (\text{A1. 11})$$

$$\begin{aligned} \sigma_R = & -2(9Ar^{-4} + 10Br^{-6}) \cos(4\theta) - 2(6Cr^{-5} + 5Dr^{-3}) \sin(3\theta) \\ & - 2(E + 2Fr^{-2} + 3Gr^{-4}) \cos(2\theta) \\ & - (Hr^{-1} + 2Ir^{-3}) \sin(\theta) + Jr^{-2} + 2L \end{aligned} \quad (\text{A1. 12})$$

$$\tau_{R\theta} = -4(3Ar^{-4} + 5Br^{-6}) \sin(4\theta) + 6(2Cr^{-5} + Dr^{-3}) \cos(3\theta) + 2(E - Fr^{-2} - 3Gr^{-4}) \sin(2\theta) - (Hr^{-1} - 2Ir^{-3}) \cos(\theta) \quad (\text{A1. 13})$$

$$u_R = \frac{1+v}{E} \left\{ \begin{array}{l} 2[Ar^{-3}(3-2v) + 2Br^{-5}] \cos(4\theta) \\ + [3Cr^{-4} + Dr^{-2}(5-4v)] \sin(3\theta) \\ - \left\{ 2[Er - 2Fr^{-1}(1-v) - Gr^{-3}] + \frac{1}{2}(S_x - S_y)r \right\} \cos(2\theta) \\ - (H \ln r - Ir^{-2}) \sin(\theta) - \frac{1}{2} [2Jr^{-1} + (S_x + S_y - 4L)(1-2v)r] \end{array} \right\} \quad (\text{A1. 14})$$

$$v_\theta = \frac{1+v}{E} \left\{ \begin{array}{l} 4(Ar^{-3}v + Br^{-5}) \sin(4\theta) \\ - [3Cr^{-4} - Dr^{-2}(1-4v)] \cos(3\theta) \\ + \left\{ 2[Er - Fr^{-1}(1-2v) + Gr^{-3}] + \frac{1}{2}(S_x - S_y)r \right\} \sin(2\theta) \\ - [H(1 - \ln r) + Ir^{-2}] \cos(\theta) \end{array} \right\} \quad (\text{A1. 15})$$

Donde

$r$  = Distancia radial del centro de la excavación a cualquier punto en el terreno,

$\theta$  = Ángulo polar medido del eje  $x$  hacia el eje  $y$

$A, B, C, \dots, J$  y  $L$  = constantes que se calculan a partir de las ecuaciones (A1. 16)

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{6}a^4(f_4 - g_4); & B &= \frac{1}{20}a^6(2f_4 - 3g_4); & C &= \frac{1}{24}a^5(3f_3 + 5g_3); \\ D &= -\frac{1}{4}a^3(f_3 + g_3); & E &= -\frac{1}{4}(S_x - S_y); & F &= \frac{1}{2}a^2(S_x - S_y - f_2 + g_2); \\ G &= -\frac{1}{12}a^4[3(S_x - S_y) - 2f_2 + 4g_2]; & H &= -\frac{1}{2}a(f_1 + g_1); & I &= -\frac{1}{4}a^3(f_1 - g_1); \\ J &= -\frac{1}{2}a^2(S_x + S_y - 2f_0); & L &= \frac{1}{4}(S_x + S_y) \end{aligned} \quad (\text{A1. 16})$$

Donde

$a$  = Distancia radial del centro de la excavación a cualquier punto en la interfaz terreno-revestimiento

$S_x$  = Esfuerzo horizontal inicial total en coordenadas cartesianas, asociado al peso propio en cualquier punto de la interfaz terreno-revestimiento

$S_y$  = Esfuerzo vertical inicial total en coordenadas cartesianas, asociado al peso propio en cualquier punto de la interfaz terreno-revestimiento.

$f_0, f_1, f_2, f_3,$  y  $f_4$  se calculan a partir de las expresiones (A1. 17).

$$\begin{aligned}
f_0 &= \frac{1}{8}(f_{90^\circ} + f_{-90^\circ}) + \frac{1}{4}(f_{0^\circ} + f_{45^\circ} + f_{-45^\circ}) \\
f_1 &= \frac{1}{4}(f_{90^\circ} - f_{-90^\circ}) + \frac{\sqrt{2}}{4}(f_{45^\circ} - f_{-45^\circ}) \\
f_2 &= \frac{1}{2}f_{0^\circ} - \frac{1}{4}(f_{90^\circ} + f_{-90^\circ}) \\
f_3 &= \frac{1}{4}(f_{-90^\circ} - f_{90^\circ}) + \frac{\sqrt{2}}{4}(f_{45^\circ} - f_{-45^\circ}) \\
f_4 &= \frac{1}{8}(f_{90^\circ} + f_{-90^\circ}) + \frac{1}{4}(f_{0^\circ} - f_{45^\circ} - f_{-45^\circ})
\end{aligned} \tag{A1. 17}$$

Donde

$f_{90^\circ}$ ,  $f_{45^\circ}$ ,  $f_{0^\circ}$ ,  $f_{-45^\circ}$  y  $f_{-90^\circ}$ , son valores puntuales de los esfuerzos radiales en la interfaz terreno-revestimiento y en los ángulos indicados por los subíndices Figura 69 calculados con la solución de Einstein y Schwartz o con celdas de carga.

Las expresiones para calcular las constantes  $g_4$ ,  $g_3$ ,  $g_2$ , y  $g_1$ , son las siguientes:

- Cuando los valores puntuales del esfuerzo cortante se obtienen por medio de un análisis de interacción con la solución de Einstein y Schwartz:

$$\begin{aligned}
g_4 &= f_4; & g_3 &= -\frac{\sqrt{2}}{4}(g_{45^\circ} + g_{-45^\circ}); \\
g_2 &= -\frac{1}{2}(g_{45^\circ} - g_{-45^\circ}); & g_1 &= \frac{\sqrt{2}}{4}(g_{45^\circ} + g_{-45^\circ})
\end{aligned} \tag{A1. 18}$$

Donde

$g_{45^\circ}$  y  $g_{-45^\circ}$ , son valores puntuales de esfuerzos cortantes en la interfaz terreno-revestimiento y en los ángulos indicados por los subíndices.

- Cuando se desea conocer las distribuciones de esfuerzos y desplazamientos en la interfaz suelo-revestimiento, con base en los resultados de las celdas de carga, los valores de  $g_{45^\circ}$  y  $g_{-45^\circ}$  se calculan como sigue:

$$\begin{aligned}
g_{45^\circ} &= -\sqrt{2} * f_3 - f_2 \\
g_{-45^\circ} &= -\sqrt{2} * f_3 + f_2
\end{aligned} \tag{A1. 19}$$

### A13. Solución analítica para el revestimiento (Pérez y Auvinet 2012)

Esta solución permite determinar la distribución de esfuerzos radiales, tangenciales y cortantes en el interior del revestimiento del túnel tomando como referencia los valores de esfuerzos radial y cortante en la interfaz suelo-revestimiento (Figura 69). Las ecuaciones utilizadas son las siguientes:

$$\begin{aligned}\sigma_R = & -2(6Ar^2 + 10Br^{-6} + 9Cr^{-4} + 5Dr^4) \cos(4\theta) \\ & - 2(3Er + 6Fr^{-5} + 5Gr^{-3} + 2Hr^3) \sin(3\theta) \\ & - 2(I + 3Jr^{-4} + 2Kr^{-2}) \cos(2\theta) - [2(Mr^{-3} - Nr) \\ & + 3Or^{-1}] \sin(\theta) + 2Pr^{-1}[\sin(\theta) + 2\theta \cos(\theta) - \ln(r)\sin(\theta)] \\ & + 2Q + Rr^{-2}\end{aligned}\quad (A1. 20)$$

$$\begin{aligned}\sigma_\theta = & 2(6Ar^2 + 10Br^{-6} + 3Cr^{-4} \\ & + 15Dr^4)\cos(4\theta) + 2(3Er + 6Fr^{-5} + Gr^{-3} + 10Hr^3) \sin(3\theta) \\ & + 2(I + 3Jr^{-4} + 6Lr^{-2}) \cos(2\theta) \\ & + [2(Mr^{-3} + 3Nr - Pr^{-1}(1 + \ln r)) + Or^{-1}] \sin(\theta) + 2Q \\ & - Rr^{-2}\end{aligned}\quad (A1. 21)$$

$$\begin{aligned}\tau_{R\theta} = & 4(3Ar^2 - 5Br^{-6} - 3Cr^{-4} \\ & + 5Dr^4) \sin(4\theta) - 6(Er^{-5} - 2Fr^{-5} - Gr^{-3} - 2Hr^3) \cos(3\theta) \\ & + 2(I - 3Jr^{-4} - Kr^{-2} + 3Lr^{-2}) \sin(2\theta) \\ & + [2(Mr^{-3} - Nr + Pr^{-1} \ln r) - Or^{-1}] \cos(\theta)\end{aligned}\quad (A1. 22)$$

Donde

$r$  = Distancia radial del centro de la excavación a cualquier punto en el interior del revestimiento,

$\theta$  = Ángulo polar medido del eje  $x$  hacia el eje  $y$

$A, B, C, \dots, Q$  y  $R$  = constantes que se calculan a partir de las ecuaciones

$$\begin{aligned}A = & \frac{(a^{12} + a^{10}b^2 + a^8b^4 + a^6b^6 - a^4b^8)f_1}{3(a^{14} + a^{12}b^2 + a^{10}b^4 - 15a^8b^6 + 15a^6b^8 - a^4b^{10} - a^2b^{12} - b^{14})} \\ B = & \frac{(a^{10}b^{10} - 5a^{12}b^8 + a^8b^{12} - a^6b^{14})f_1}{5(a^{14} + a^{12}b^2 + a^{10}b^4 - 15a^8b^6 + 15a^6b^8 - a^4b^{10} - a^2b^{12} - b^{14})}\end{aligned}\quad (A1. 23)$$

$$\begin{aligned}
C &= -\frac{(a^{10}b^8 - 8a^{12}b^6 + a^8b^{10} + a^6b^{12} + a^4b^{14})f_1}{6(a^{14} + a^{12}b^2 + a^{10}b^4 - 15a^8b^6 + 15a^6b^8 - a^4b^{10} - a^2b^{12} - b^{14})} \\
D &= \frac{a^4(3a^8 + 8a^2b^6 + 5b^8)f_1}{10(a^{16} - 16a^{10}b^6 + 30a^8b^8 - 16a^6b^{10} + b^{16})} \\
E &= \frac{a^3[(a^6 + a^4b^2 + a^2b^4)(3f_2 - g_2) + 9b^6(f_2 + g_2)]}{12(a^2 + b^2)^3(a^4 + 4a^2b^2 + b^4)} \\
F &= \frac{a^3b^4[4a^4(3f_2 - g_2) + (b^4 + a^2b^2)(3f_2 + 5g_2)]}{24(a^2 + b^2)^3(a^4 + 4a^2b^2 + b^4)} \\
G &= \frac{a^5b^6[a^6(3f_2 - g_2) + (b^6 + a^2b^4 + a^4b^2)(f_2 + g_2)]}{4(a^2 + b^2)^3(a^4 + 4a^2b^2 + b^4)} \\
H &= \frac{a^3\left[\frac{a^6}{4}(f_2 - g_2) - b^6(f_2 - g_2) + \frac{a^2b^4}{4}(3f_2 + 5g_2)\right]}{2(a^2 + b^2)^4(a^4 + 4a^2b^2 + b^4)} \\
I &= \frac{a^2[(a^4 + 2b^4 + a^2b^2)f_3 - 2b^4g_3]}{2(a^2 + b^2)^3}; \quad J = \frac{a^4b^4[(3a^2 + b^2)f_3 - 2b^2g_3]}{6(a^2 + b^2)^3} \\
K &= \frac{a^2b^2[(2a^4 + b^4 + a^2b^2)f_3 - (b^4 + a^2b^2)g_3]}{2(a^2 + b^2)^3}; \quad L = \frac{a^2[(a^2 + 3b^2)f_3 - (a^4 + 3b^2)g_3]}{6(a^2 + b^2)^3} \\
M &= \frac{[a^3b^4(1 - 4\ln a + \ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta) - a^5b^2(1 - 3\ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta)]f_4}{8(a^4 - b^4)(\ln a - \ln b)} \\
&\quad - \frac{[a^3b^4(1 - 3\ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta) - a^5b^2(1 - 3\ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta)]g_4}{8(a^4 - b^4)(\ln a - \ln b)} \\
N &= \frac{[a^3(1 - 4\ln a + \ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta) - ab^2(1 - 3\ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta)]f_4}{8(a^4 - b^4)(\ln a - \ln b)} \\
&\quad - \frac{[a^3(1 - 3\ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta) - ab^2(1 - 3\ln b - \ln r + 2\theta \cot \theta)]g_4}{8(a^4 - b^4)(\ln a - \ln b)} \\
O &= \frac{a(f_4 + g_4)[2\theta \tan \theta (1 + \ln b - \ln r)]}{4 \tan \theta (\ln a - \ln b)}; \quad P = \frac{a(f_4 - g_4)}{2(\ln a - \ln b)} \\
Q &= \frac{a^2f_5}{2(a^2 - b^2)}; \quad R = \frac{a^2b^2f_5}{a^2 - b^2}
\end{aligned}$$

Las funciones  $f_i$  y  $g_i$  se calculan con las ecuaciones (A1. 17) y (A1. 18) respectivamente.

$a$  = Radio exterior del revestimiento

$b$  = Radio interior del revestimiento

#### A14. Solución de Melan (1932).

La solución de Melan permite determinar los campos de esfuerzos y desplazamientos en un medio continuo producidos por una carga lineal de longitud infinita. Por tanto esta solución es útil para simular el efecto de la descarga del suelo producto de la excavación del túnel (“efecto burbuja”) y el efecto de la construcción de los revestimientos del mismo. Esta solución también puede encontrarse integrando las ecuaciones de Mindlin (1940)

La solución de Melan se basa en la teoría de la elasticidad, por tal razón los esfuerzos y desplazamientos obtenidos con la misma se consideran instantáneos. La descarga total del suelo se representa como una fuerza vertical equivalente tal como se muestra en la figura.

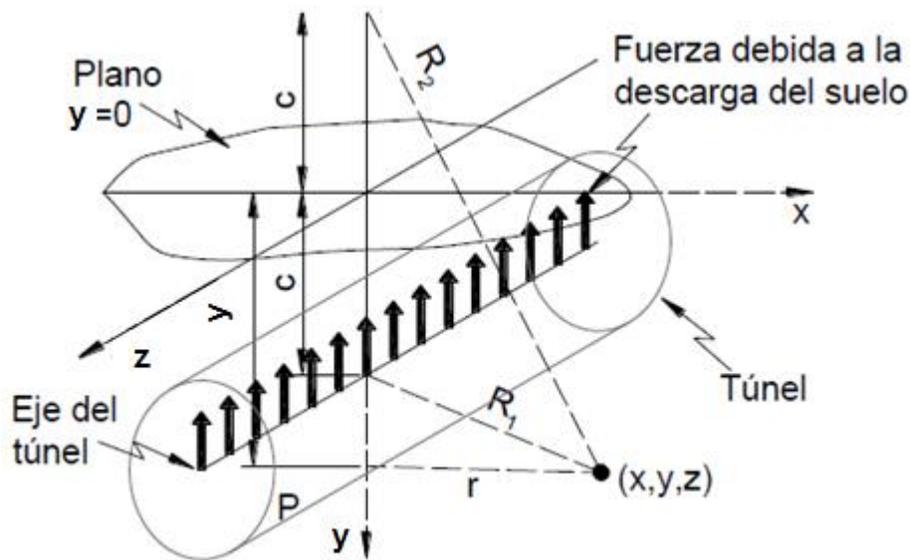


Figura 70. Fuerza normal debida a la descarga del suelo actuando en el eje del túnel, problema de Mindlin (1940)

La magnitud de la fuerza debida a la descarga del suelo puede determinarse como:

$$Q_1 = \gamma \pi a^2 - P_r \quad (A1. 24)$$

Dónde:

$Q_1$  = Fuerza debida a la descarga del suelo por unidad de longitud

$\gamma$  = Peso volumétrico del suelo excavado

$a$  = Radio de la excavación

$P_r$  = Peso del revestimiento primario.

El incremento de esfuerzos generado por la descarga  $P$ , puede calcularse como sigue:

$$\Delta\sigma_y = \frac{Q_{1-2}}{\pi} \left\{ \frac{m+1}{2m} \left[ \frac{(y-c)^3}{R_1^4} + \frac{(y+c)}{R_2^4} [(y-c)^2 + 2cy] - \frac{8cy(y+c)x^2}{R_2^6} \right] + \frac{m-1}{4m} \left( \frac{y-c}{R_1^2} + \frac{3y+c}{R_2^2} - \frac{4yx^2}{R_2^4} \right) \right\} \quad (\text{A1. 25})$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{Q_{1-2}}{\pi} \left\{ \frac{m+1}{2m} \left[ \frac{(y-c)x^2}{R_1^4} + \frac{(y+c)(x^2 + 2c^2) - 2cx^2}{R_2^4} + \frac{8cy(y+c)x^2}{R_2^6} \right] + \frac{m-1}{4m} \left( -\frac{y-c}{R_1^2} + \frac{y+3c}{R_2^2} + \frac{4yx^2}{R_2^4} \right) \right\} \quad (\text{A1. 26})$$

$$\Delta\tau_{xy} = \frac{Q_{1-2}x}{\pi} \left\{ \frac{m+1}{2m} \left[ \frac{(y-c)^2}{R_1^4} + \frac{z^2 - 2cy - c^2}{R_2^4} + \frac{8cy(y+c)^2}{R_2^6} \right] + \frac{m-1}{4m} \left( \frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2} + \frac{4y(c+y)}{R_2^4} \right) \right\} \quad (\text{A1. 27})$$

Con:

$$m = \frac{1-\nu}{\nu}$$

Dónde:

$c$  =distancia desde la superficie del medio hasta el eje longitudinal del túnel.

$R_1$  =distancia radial a partir del centro del túnel a cualquier punto en el medio

$R_2$  =distancia radial a partir de un punto imaginario colocado a una distancia  $c$  por encima de la superficie hasta el punto de interés en el medio.

Dado que esta solución es elástica, se puede utilizar el principio de superposición, sumando a los esfuerzos iniciales los incrementos de esfuerzo obtenidos con las ecuaciones de Melan y así hallar un estado de esfuerzos más realista para análisis posteriores.

## ANEXO 2. MODELOS CONSTITUTIVOS

### A21. Modelo Mohr-Coulomb (MC)

El modelo Mohr Coulomb es un modelo lineal elástico con plasticidad perfecta. La parte lineal elástica del modelo está basada en la ley de Hooke para elasticidad isotrópica, por otro lado, la plasticidad perfecta está basada en el criterio de falla de Mohr Coulomb.

La plasticidad implica que existen deformaciones irreversibles, y con el fin de determinar si estas se generan en un análisis, se utiliza una función (f) de fluencia, la cual asocia el estado de esfuerzos con las deformaciones que se producen. La fluencia está relacionada con la condición de  $f=0$ . Dicha condición puede ser representada como una superficie en el espacio de esfuerzos principales. La superficie de fluencia define el límite entre el comportamiento elástico y el plástico, es decir que para un estado de esfuerzos representado por un punto dentro de la superficie de fluencia, el comportamiento es puramente elástico y las deformaciones son reversibles, ecuaciones ( 5 ). (Plaxis 2015)

El criterio de falla de MC se expresa como sigue:

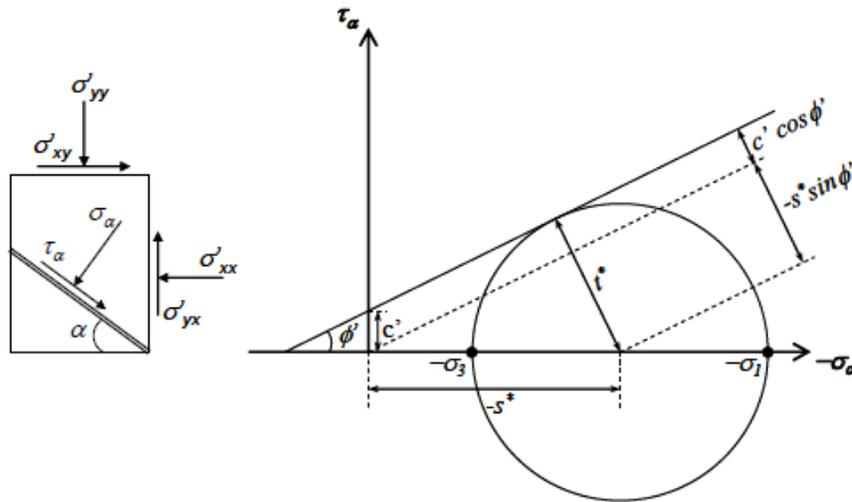


Figura 71. Criterio de falla de Mohr Coulomb.

$$\tau_{\alpha} \leq c' - \sigma_{\alpha} \tan \varphi' \quad (\text{A2. 1})$$

, o bien:

$$\tau^* \leq c' \cos \varphi' - S^* \sin \varphi' \quad (\text{A2. 2})$$

, donde:

$$\tau^* = \sqrt{\frac{1}{4}(\sigma'_{xx} - \sigma'_{yy})^2 + \sigma'^2_{xy}} = \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_1) \quad (\text{A2. 3})$$

, y

$$S^* = \frac{1}{2}(\sigma'_{xx} + \sigma'_{yy}) = \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_1) \quad (\text{A2. 4})$$

Sustituyendo las ecuaciones (A2. 3) y (A2. 4) en (A2. 2), se tiene:

$$\frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_1) \leq c' \cos \varphi' - \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_1) \sin \varphi' \quad (\text{A2. 5})$$

Si se tienen en cuenta las tres componentes de esfuerzo que definen el estado de esfuerzos del suelo, se tiene que el criterio de fluencia para el modelo MC costa de seis funciones, que en términos de los esfuerzos principales se escriben, como:

$$\begin{aligned} f_1 &= \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_3) \sin \varphi' - c' \cos \varphi' \leq 0 \\ f_1 &= \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_2) \sin \varphi' - c' \cos \varphi' \leq 0 \\ f_1 &= \frac{1}{2}(\sigma'_3 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_3 + \sigma'_1) \sin \varphi' - c' \cos \varphi' \leq 0 \\ f_1 &= \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_3) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_3) \sin \varphi' - c' \cos \varphi' \leq 0 \\ f_1 &= \frac{1}{2}(\sigma'_1 - \sigma'_2) + \frac{1}{2}(\sigma'_1 + \sigma'_2) \sin \varphi' - c' \cos \varphi' \leq 0 \\ f_1 &= \frac{1}{2}(\sigma'_2 - \sigma'_1) + \frac{1}{2}(\sigma'_2 + \sigma'_1) \sin \varphi' - c' \cos \varphi' \leq 0 \end{aligned} \quad (\text{A2. 6})$$

Al graficar estas funciones en el espacio de esfuerzos principales se obtiene que la superficie de fluencia tiene la forma de una pirámide hexagonal, como la que se muestra en la siguiente figura

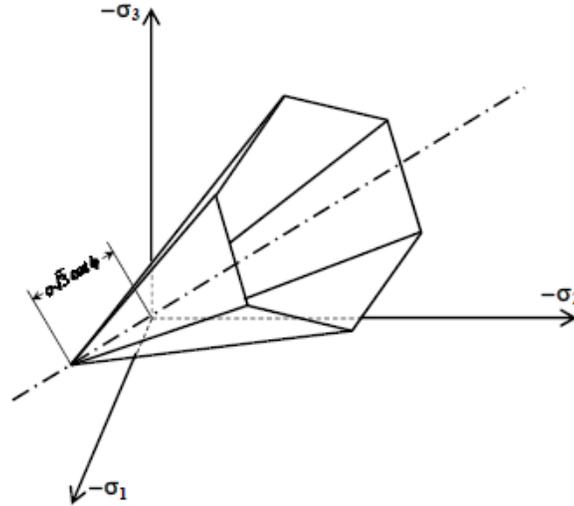


Figura 72. Superficie de fluencia de Mohr Coulomb

## A22. Modelo Soft Soil (SS) (Plaxis 2015)

Este modelo se utiliza para representar el comportamiento de los suelos blandos. Se considera como suelos blandos a las arcillas normalmente consolidadas o con un grado de preconsolidación muy pequeño, limos arcillosos y turbas. Una característica especial de estos materiales es su alto grado de compresibilidad. Según los resultados presentados por Jambu (Lectura Rankine, 1985). Las arcillas normalmente consolidadas presentan un módulo odométrico  $E_{oed}$  entre 1 y 4 MPa, el cual es del orden de diez veces menos que los valores obtenidos para arenas no cementadas, los cuales oscilan entre 10 y 50 MPa. Lo anterior ilustra la extrema compresibilidad de los suelos blandos.

Algunas características del modelo Soft Soil son:

- Deformaciones dependientes de la rigidez (Comportamiento de compresión logarítmica)
- Diferencia entre carga primaria y descarga-recarga.
- Esfuerzo de preconsolidación
- Comportamiento de falla de acuerdo con el criterio de Mohr Coulomb

*Estados de esfuerzo y deformación isotrópicos ( $\sigma'_1 = \sigma'_2 = \sigma'_3$ )*

En el modelo Soft Soil, se asume que existe una relación logarítmica entre el cambio volumétrico,  $\varepsilon_v$ , y el cambio en el esfuerzo efectivo principal  $p'$ , esta relación se puede escribir como sigue:

$$\varepsilon_v - \varepsilon_v^0 = -\lambda \ln \left( \frac{p' + c \cot \varphi}{p^0 + c \cot \varphi} \right) \quad (\text{A2. 7})$$

La anterior ecuación es para el comportamiento en la rama de compresión virgen.

Con el fin de mantener la validez de la ecuación anterior se fija el valor de  $p'$  igual a la unidad de esfuerzo. El parámetro  $\lambda^*$  es el índice de compresión modificado, el cual determina la compresibilidad del material en la rama de carga primaria. Note que  $\lambda^*$  difiere del índice  $\lambda$  usado por Buland (1965). La diferencia es que la ecuación anterior es una función de la deformación volumétrica en lugar de la relación de vacíos. Graficando la anterior ecuación se obtiene una línea recta como la mostrada en la Figura 73.

Durante la descarga y recarga isotrópica se puede apreciar una trayectoria lineal diferente, la cual puede ser formulada así:

$$\varepsilon_v^e - \varepsilon_v^{e0} = -k^* \ln \left( \frac{p' + c \cot \varphi}{p^0 + c \cot \varphi} \right) \quad (\text{A2. 8})$$

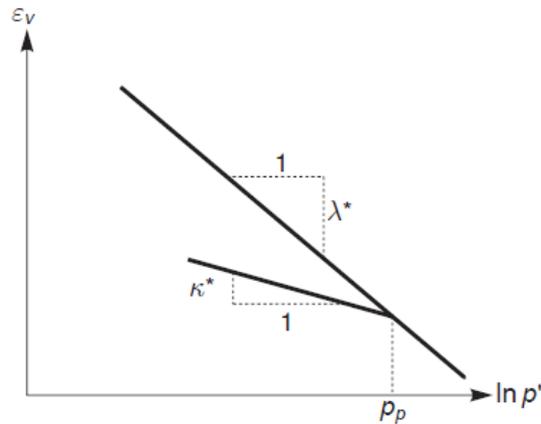


Figura 73. Relación logarítmica entre la deformación volumétrica y el esfuerzo principal.

De nuevo, un valor mínimo de  $p'$  es seleccionado igual a un esfuerzo unitario. El parámetro  $k^*$  es el módulo de expansión modificado, el cual determina la compresibilidad del material en el proceso de descarga y posterior recarga. Note que  $k^*$  difiere de  $k$  usado por Burland. La relación  $\lambda^*/k^*$  es, sin embargo igual a la relación de Burland  $\lambda/k$ . La respuesta durante la descarga y la recarga se asume que es elástica como lo denota el superíndice e en la ecuación anterior. El comportamiento elástico está descrito por la ley de Hooke ( 5 ), por tanto la ecuación anterior implica dependencia lineal entre la deformación y el módulo de bulk tangente como sigue:

$$K = \frac{E'}{3(1 - 2\nu)} = \frac{p' + c \cot \varphi}{k^*} \quad (\text{A2. 9})$$

Pueden existir un número infinito de líneas de descarga y recarga, cada una corresponde a un esfuerzo de preconsolidación en particular  $p_p$ . El esfuerzo de preconsolidación representa el esfuerzo más alto que ha experimentado el suelo. Durante la descarga y la recarga este esfuerzo permanece constante. Sin embargo en el proceso de carga, el esfuerzo de pre-consolidación incrementa con el nivel de esfuerzos, lo que causa deformaciones volumétricas irreversibles (plásticas). (Plaxis 2015)

### *Función de fluencia*

La función de fluencia en el modelo Soft Soil está definida como:

$$f = \bar{f} - p_p \quad (\text{A2. 10})$$

Donde  $\bar{f}$  es una función del estado de esfuerzos  $(p', \tilde{q})$  y el esfuerzo de pre-consolidación  $p_p$ , es una función de deformación plástica como se muestra a continuación.

$$\bar{f} = \frac{\tilde{q}^2}{M^2(p' + c \cot \varphi)} + p' \quad (\text{A2. 11})$$

$$p_p = p_p^0 \exp\left(\frac{-\varepsilon_v^p}{\lambda^* - k^*}\right) \quad (\text{A2. 12})$$

Por último  $\tilde{q}$  es una cantidad de esfuerzo desviador definida como sigue:

$$\tilde{q} = \sigma'_1 + (\alpha - 1)\sigma'_2 - \alpha\sigma'_3 \quad (\text{A2. 13})$$

Dónde:

$$\alpha = \frac{3 + \sin \varphi}{3 - \sin \varphi} \quad (\text{A2. 14})$$

La función de fluencia ( $f = 0$ ) describe una elipse en el plano  $(p', \tilde{q})$ , como la mostrada en la Figura 74. El parámetro M en la ecuación (A2. 11) determina la altura de la elipse, pero no se debe confundir con el parámetro M del modelo Cam Clay, ya que este valor no está asociado a la superficie de falla. La altura de la elipse es responsable de la relación de esfuerzos horizontales y verticales en la compresión unidimensional primaria.

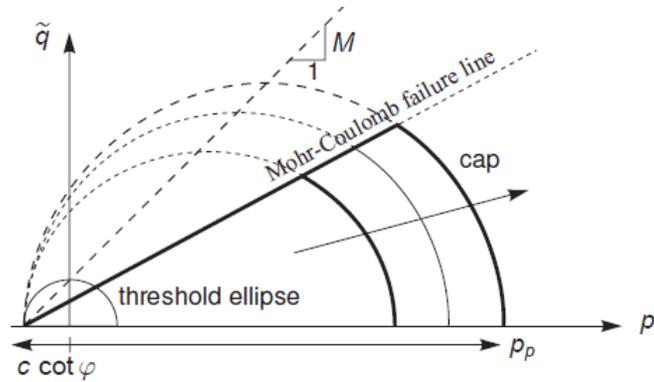


Figura 74. Superficie de fluencia del modelo Soft Soil en el plano ( $p'$ - $q$ )

Como resultado, el parámetro  $M$ ; determina principalmente el coeficiente de empuje lateral de tierra  $K_0^{nc}$ . Debido a esto, el valor de  $M$  puede ser escogido de tal manera que un valor conocido de  $K_0^{nc}$  se corresponda con el valor de la compresión unidimensional primaria. Tal interpretación y uso del parámetro  $M$  difiere de la idea original de la línea del estado crítico, pero asegura una correspondencia apropiada del  $K_0^{nc}$ .

En el modelo Soft Soil la falla se define con el criterio de falla de Mohr Coulomb, el cual es función de los parámetros de resistencia  $\phi$  y  $C$ . El esfuerzo de pre-consolidación  $p_p$  determina la extensión de la elipse a lo largo del eje  $p'$ . Durante la carga, un número infinito de elipses puede existir, tal como se muestra en la Figura 74, dónde cada elipse corresponde a un valor determinado de  $p_p$ .

En el modelo Soft Soil, la función de fluencia (A2. 11) describe la deformación volumétrica irreversible en la compresión primaria, y forma el contorno de la superficie de fluencia, para modelar el estado de falla, se utiliza la función de fluencia de Mohr Coulomb para un plástico perfecto. Esta función de fluencia es representada por una línea recta en el espacio  $(p', q)$  como se muestra en la Figura 74, la pendiente de la línea de falla es un poco más pequeña que la pendiente de la línea  $M$ .

Toda la superficie de fluencia está definida por las líneas remarcadas en la Figura 74, las cuales representan la frontera del área de esfuerzos elásticos. La línea de falla está fija, pero la superficie de fluencia (la parte curva) puede incrementarse debido a la compresión primaria, por tanto el criterio de falla es independiente de la superficie de fluencia. Las trayectorias de esfuerzo dentro de esta superficie producen solamente deformaciones elásticas, mientras que las trayectorias de esfuerzo que crucen dicha frontera generalmente producen tanto desplazamientos tanto elásticos como plásticos.

Como ya se mencionó las deformaciones elásticas son calculadas con la teoría de la elasticidad, mientras que las deformaciones plásticas se determinan como sigue:

$$\varepsilon_v^p - \varepsilon_v^{p0} = (\lambda^* - k^*) \ln \left( \frac{p' + c \cot \varphi}{p^0 + c \cot \varphi} \right) \quad (\text{A2. 15})$$

En el caso que el suelo tenga deformaciones tanto elásticas como plásticas la deformación volumétrica total se calcula como la suma de las ecuaciones (A2. 8) y (A2. 15).

Para estados de esfuerzo generales  $(p', \tilde{q})$ , el comportamiento plástico del modelo Soft Soil está definido por la combinación de la superficie de fluencia y las funciones de fluencia de Mohr Coulomb. El contorno total presentado en el espacio de esfuerzos principales se muestra en la siguiente figura.

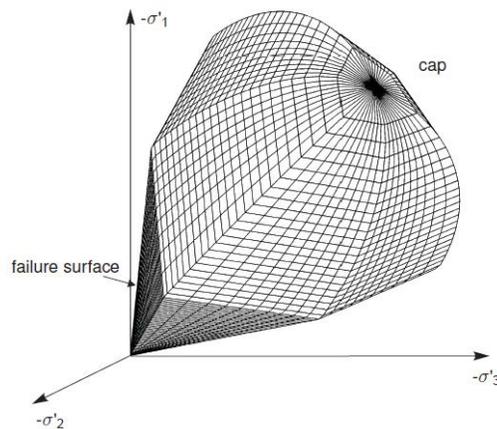


Figura 75. Representación de la superficie total de fluencia del modelo Soft Soil en el plano de esfuerzos principales (Plaxis 2015).

#### *Coefficientes de compresión y expansión modificados.*

Estos parámetros pueden ser obtenidos de la prueba de compresión isotrópica incluyendo descarga isotrópica. Cuando se grafica el esfuerzo principal como una función de la deformación volumétrica para materiales arcillosos, la gráfica se aproxima a dos líneas rectas, ver Figura 73. La pendiente de la línea de compresión primaria brinda el valor del índice de compresión modificado, y la pendiente de la línea de descarga brinda el coeficiente de expansión modificado. Note que hay una diferencia entre los índices modificados  $\lambda^*$  y  $k^*$  y los índices originales utilizados en el modelo Cam Clay  $\lambda$  y  $k$ . Los últimos están definidos en términos de la relación de vacíos en lugar de la deformación volumétrica.

Por otro lado los parámetros  $\lambda^*$  y  $k^*$  pueden ser obtenidos a partir de la prueba de consolidación unidimensional, a continuación se presentan las relaciones

existentes entre dichos parámetros y los parámetros  $C_c$  de compresión y  $C_s$  de expansión obtenidos en la prueba de consolidación unidimensional.

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{1 + e} = \frac{C_c}{2.3(1 + e)} \quad (\text{A2. 16})$$

$$k^* = \frac{k}{1 + e} \cong \frac{2C_s}{2.3(1 + e)} \quad (\text{A2. 17})$$

En las relaciones (A2. 16) y (A2. 17). el valor de la relación de vacíos se asume constante, de hecho, e varía durante la prueba de consolidación, pero este cambio será relativamente pequeño, Por tal razón se puede utilizar el promedio de la relación de vacíos obtenida durante la prueba o su valor inicial.

No hay una relación exacta entre  $k^*$  y el índice de expansión, debido a que la relación de esfuerzos verticales horizontales y verticales cambia durante la descarga unidimensional, para esta aproximación se asume que el promedio del estado de esfuerzos durante la descarga es un estado de esfuerzos isótropo, es decir que el esfuerzo horizontal y el vertical son iguales.

En la práctica es asumido comúnmente que el comportamiento de descarga es equivalente al de la re-compresión, lo cual podría no ser correcto, por tanto  $k^*$  debe estar basado en  $C_s$  más que en  $C_r$ .

El factor 2.3 se obtiene de la relación entre el logaritmo en base 10 y el logaritmo natural.

### ANEXO 3. RESULTADOS ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD

En este anexo se muestran las tablas con los resultados obtenidos para los análisis de sensibilidad más importantes, es decir que se omiten los resultados obtenidos para el análisis de la relación de Poisson, la resistencia a la compresión del concreto y el espesor del revestimiento secundario.

#### MODULO DE ELASTICIDAD EFECTIVO DEL SUELO

Resumen de resultados 1. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo (°)	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500	1000	2000	3000	4000	5000	10000	20000	50000
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-179.8	-173.7	-169.1	-166.8	-165.2	-163.9	-158.6	-150.1	-129.9
82.5	-176.7	-171.0	-166.8	-164.6	-163.0	-161.8	-156.6	-148.3	-128.4
75	-169.7	-165.0	-161.5	-159.6	-158.2	-157.0	-152.2	-144.2	-125.0
67.5	-163.7	-160.2	-157.4	-155.9	-154.6	-153.6	-149.1	-141.4	-122.8
60	-163.3	-160.8	-158.6	-157.3	-156.2	-155.2	-150.8	-143.2	-124.6
52.5	-169.5	-167.9	-166.3	-165.1	-164.1	-163.2	-158.8	-150.9	-131.4
45	-179.4	-178.9	-177.9	-177.0	-176.1	-175.1	-170.6	-162.3	-141.6
37.5	-188.3	-189.2	-189.1	-188.4	-187.6	-186.7	-182.2	-173.5	-151.6
30	-193.4	-195.6	-196.3	-195.9	-195.2	-194.4	-190.0	-181.1	-158.5
22.5	-195.1	-198.3	-199.6	-199.5	-198.9	-198.2	-193.8	-184.9	-162.0
15	-196.2	-200.1	-201.9	-201.9	-201.4	-200.7	-196.4	-187.4	-164.4
7.5	-199.2	-203.6	-205.6	-205.8	-205.3	-204.6	-200.3	-191.2	-167.8
0	-204.3	-208.9	-211.1	-211.3	-210.8	-210.2	-205.7	-196.4	-172.4
-7.5	-209.2	-213.7	-215.9	-216.0	-215.5	-214.8	-210.2	-200.7	-176.1
-15	-211.8	-215.8	-217.5	-217.5	-216.9	-216.2	-211.5	-201.8	-176.9
-22.5	-212.2	-215.2	-216.3	-216.1	-215.4	-214.6	-209.7	-200.0	-175.2
-30	-212.9	-214.8	-215.3	-214.7	-213.9	-213.0	-208.0	-198.2	-173.4
-37.5	-217.0	-217.7	-217.4	-216.5	-215.6	-214.5	-209.3	-199.3	-174.1
-45	-224.8	-224.2	-223.0	-221.8	-220.6	-219.5	-213.9	-203.4	-177.5
-52.5	-233.6	-231.4	-229.2	-227.6	-226.2	-224.9	-218.8	-207.9	-181.1
-60	-238.8	-235.0	-231.8	-229.8	-228.2	-226.7	-220.3	-209.1	-181.9
-67.5	-237.6	-232.6	-228.6	-226.4	-224.6	-223.1	-216.6	-205.4	-178.4
-75	-231.0	-225.6	-221.3	-218.9	-217.2	-215.6	-209.2	-198.4	-172.1
-82.5	-223.5	-218.2	-213.9	-211.6	-209.9	-208.4	-202.2	-191.7	-166.3
-90	-220.3	-215.0	-210.9	-208.6	-206.9	-205.4	-199.3	-188.9	-163.9

Resumen de resultados 2. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo (°)	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500 Tr <sub>e</sub> (kPa)	1000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	2000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	3000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	4000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	5000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	10000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	20000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	50000 Tr <sub>e</sub> (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-7.8	-7.8	-7.8	-7.8	-7.8	-7.8	-7.7	-7.5	-7.0
75	-13.5	-13.5	-13.5	-13.4	-13.4	-13.4	-13.2	-12.9	-12.0
67.5	-16.9	-16.9	-16.9	-16.8	-16.8	-16.8	-16.5	-16.1	-15.0
60	-19.9	-19.9	-19.9	-19.8	-19.8	-19.7	-19.5	-19.0	-17.6
52.5	-23.7	-23.7	-23.7	-23.6	-23.6	-23.5	-23.2	-22.6	-21.0
45	-27.4	-27.5	-27.4	-27.3	-27.3	-27.2	-26.9	-26.2	-24.3
37.5	-28.8	-28.8	-28.7	-28.7	-28.6	-28.5	-28.2	-27.4	-25.5
30	-26.4	-26.4	-26.3	-26.3	-26.2	-26.1	-25.8	-25.2	-23.4
22.5	-21.0	-21.0	-21.0	-20.9	-20.9	-20.8	-20.5	-20.0	-18.6
15	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3	-14.2	-14.0	-13.7	-12.7
7.5	-7.4	-7.4	-7.4	-7.3	-7.3	-7.3	-7.2	-7.0	-6.5
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	7.7	7.7	7.7	7.6	7.6	7.6	7.5	7.3	6.8
-15	14.7	14.7	14.7	14.6	14.6	14.6	14.4	14.0	13.0
-22.5	20.0	20.0	20.0	20.0	19.9	19.9	19.6	19.1	17.8
-30	23.9	23.9	23.8	23.8	23.7	23.7	23.3	22.8	21.1
-37.5	27.2	27.2	27.2	27.1	27.1	27.0	26.6	26.0	24.1
-45	30.5	30.5	30.5	30.4	30.3	30.2	29.9	29.1	27.0
-52.5	32.2	32.3	32.2	32.1	32.1	32.0	31.6	30.8	28.6
-60	30.3	30.3	30.2	30.2	30.1	30.0	29.6	28.9	26.8
-67.5	24.1	24.1	24.0	24.0	23.9	23.9	23.6	23.0	21.3
-75	15.5	15.5	15.5	15.4	15.4	15.4	15.2	14.8	13.7
-82.5	7.2	7.2	7.1	7.1	7.1	7.1	7.0	6.8	6.3
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 3. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500 T (kN/m)	1000 T (kN/m)	2000 T (kN/m)	3000 T (kN/m)	4000 T (kN/m)	5000 T (kN/m)	10000 T (kN/m)	20000 T (kN/m)	50000 T (kN/m)
90	-695.1	-701.1	-702.2	-700.2	-697.3	-694.1	-676.7	-642.7	-557.4
82.5	-687.9	-693.3	-694.1	-692.0	-689.0	-685.8	-668.6	-635.1	-551.0
75	-672.0	-676.0	-676.0	-673.6	-670.7	-667.5	-650.6	-618.2	-536.9
67.5	-662.2	-664.6	-663.7	-661.1	-658.0	-654.8	-638.2	-606.6	-527.4
60	-673.9	-675.0	-673.1	-670.2	-666.9	-663.6	-646.7	-614.8	-535.2
52.5	-713.3	-712.9	-710.1	-706.7	-703.1	-699.5	-681.6	-648.2	-564.9
45	-771.3	-769.2	-765.1	-761.1	-757.0	-753.1	-733.8	-698.0	-609.0
37.5	-828.7	-824.6	-819.0	-814.2	-809.7	-805.4	-784.6	-746.6	-652.2
30	-869.1	-863.0	-856.0	-850.7	-845.8	-841.1	-819.4	-779.9	-682.1
22.5	-890.5	-882.9	-875.0	-869.2	-864.1	-859.2	-837.0	-796.8	-697.4
15	-904.7	-896.1	-887.5	-881.5	-876.2	-871.2	-848.6	-808.0	-707.6
7.5	-924.3	-915.0	-905.9	-899.6	-894.1	-889.1	-866.0	-824.6	-722.4
0	-949.9	-940.1	-930.7	-924.2	-918.5	-913.3	-889.6	-847.1	-742.2
-7.5	-969.9	-960.3	-950.7	-944.2	-938.4	-933.1	-908.9	-865.5	-758.1
-15	-973.3	-964.4	-955.4	-948.9	-943.3	-938.0	-913.6	-869.9	-761.6
-22.5	-961.7	-954.2	-946.0	-939.9	-934.4	-929.3	-905.2	-861.7	-753.9
-30	-949.6	-943.6	-936.5	-930.8	-925.5	-920.4	-896.7	-853.4	-746.0
-37.5	-951.0	-946.6	-940.4	-935.0	-929.9	-924.9	-901.2	-857.5	-748.9
-45	-966.6	-964.1	-958.9	-953.8	-948.8	-943.8	-919.6	-874.8	-763.2
-52.5	-983.1	-982.6	-978.6	-973.9	-969.0	-964.0	-939.4	-893.4	-778.5
-60	-983.8	-985.4	-982.9	-978.6	-973.8	-969.0	-944.3	-897.8	-781.4
-67.5	-962.4	-965.7	-964.3	-960.4	-956.0	-951.3	-927.2	-881.3	-766.3
-75	-927.2	-931.3	-930.5	-927.0	-922.8	-918.3	-895.1	-850.6	-739.3
-82.5	-895.4	-899.6	-898.9	-895.6	-891.5	-887.2	-864.8	-821.8	-714.2
-90	-882.8	-886.9	-886.2	-882.9	-878.9	-874.6	-852.5	-810.1	-704.0

Resumen de resultados 4. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500 M (kNm/m)	1000 M (kNm/m)	2000 M (kNm/m)	3000 M (kNm/m)	4000 M (kNm/m)	5000 M (kNm/m)	10000 M (kNm/m)	20000 M (kNm/m)	50000 M (kNm/m)
90	84.0	49.1	26.8	18.4	14.1	11.4	5.8	2.9	1.2
82.5	77.5	45.3	24.7	17.0	13.0	10.5	5.3	2.7	1.1
75	61.9	36.2	19.7	13.6	10.4	8.4	4.3	2.2	0.9
67.5	44.8	26.2	14.3	9.8	7.5	6.0	3.1	1.6	0.6
60	30.4	17.8	9.7	6.7	5.1	4.1	2.1	1.1	0.4
52.5	16.8	9.8	5.4	3.7	2.8	2.3	1.2	0.6	0.2
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-20.4	-11.9	-6.5	-4.5	-3.4	-2.8	-1.4	-0.7	-0.3
30	-40.3	-23.6	-12.9	-8.9	-6.7	-5.4	-2.8	-1.4	-0.6
22.5	-55.6	-32.5	-17.7	-12.2	-9.3	-7.5	-3.8	-1.9	-0.8
15	-65.7	-38.4	-21.0	-14.4	-11.0	-8.9	-4.5	-2.3	-0.9
7.5	-72.7	-42.5	-23.2	-16.0	-12.2	-9.8	-5.0	-2.5	-1.0
0	-76.9	-44.9	-24.5	-16.9	-12.9	-10.4	-5.3	-2.7	-1.1
-7.5	-75.7	-44.3	-24.2	-16.6	-12.7	-10.2	-5.2	-2.6	-1.1
-15	-67.3	-39.4	-21.5	-14.8	-11.3	-9.1	-4.6	-2.3	-0.9
-22.5	-53.0	-31.0	-16.9	-11.6	-8.9	-7.2	-3.7	-1.8	-0.7
-30	-36.5	-21.3	-11.6	-8.0	-6.1	-4.9	-2.5	-1.3	-0.5
-37.5	-19.3	-11.3	-6.2	-4.2	-3.2	-2.6	-1.3	-0.7	-0.3
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	22.9	13.4	7.3	5.0	3.8	3.1	1.6	0.8	0.3
-60	46.3	27.1	14.8	10.2	7.7	6.3	3.2	1.6	0.6
-67.5	63.7	37.2	20.3	14.0	10.7	8.6	4.4	2.2	0.9
-75	71.0	41.5	22.7	15.6	11.9	9.6	4.9	2.5	1.0
-82.5	70.7	41.3	22.6	15.5	11.8	9.6	4.9	2.5	1.0
-90	69.5	40.6	22.2	15.2	11.6	9.4	4.8	2.4	1.0

Resumen de resultados 5. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500 $\sigma_R$ (kPa)	1000 $\sigma_R$ (kPa)	2000 $\sigma_R$ (kPa)	3000 $\sigma_R$ (kPa)	4000 $\sigma_R$ (kPa)	5000 $\sigma_R$ (kPa)	10000 $\sigma_R$ (kPa)	20000 $\sigma_R$ (kPa)	50000 $\sigma_R$ (kPa)
90	-240.9	-230.8	-219.3	-211.0	-204.1	-198.0	-175.7	-149.7	-114.7
82.5	-240.7	-231.0	-219.9	-211.8	-205.1	-199.2	-177.4	-151.9	-117.5
75	-238.6	-230.0	-220.0	-212.6	-206.4	-201.1	-181.0	-157.4	-125.1
67.5	-231.0	-224.1	-215.9	-209.8	-204.7	-200.2	-183.3	-163.2	-135.1
60	-215.7	-211.0	-205.3	-201.0	-197.3	-194.1	-181.8	-166.9	-145.2
52.5	-194.2	-191.9	-189.0	-186.7	-184.8	-183.1	-176.4	-167.9	-154.5
45	-170.8	-170.8	-170.7	-170.5	-170.4	-170.2	-169.4	-168.0	-164.2
37.5	-149.9	-151.9	-154.4	-156.2	-157.7	-159.1	-164.1	-169.7	-176.4
30	-133.9	-137.5	-142.2	-145.9	-149.0	-151.8	-162.3	-174.9	-192.2
22.5	-123.2	-128.1	-134.7	-140.0	-144.5	-148.6	-164.2	-183.3	-211.0
15	-117.3	-123.1	-131.3	-137.9	-143.7	-148.9	-168.8	-193.6	-230.3
7.5	-115.6	-122.2	-131.5	-139.1	-145.8	-151.8	-175.0	-204.0	-247.3
0	-118.8	-125.6	-135.6	-143.7	-150.9	-157.4	-182.4	-213.6	-260.1
-7.5	-127.5	-134.3	-144.3	-152.5	-159.8	-166.2	-191.3	-222.4	-268.1
-15	-142.6	-149.0	-158.3	-166.0	-172.8	-178.8	-202.1	-230.6	-271.6
-22.5	-163.8	-169.2	-177.2	-183.7	-189.5	-194.6	-214.1	-237.7	-270.2
-30	-189.4	-193.4	-199.2	-204.0	-208.1	-211.8	-225.7	-242.1	-263.3
-37.5	-216.9	-219.0	-222.0	-224.4	-226.5	-228.3	-235.1	-242.7	-250.9
-45	-244.1	-243.8	-243.5	-243.3	-243.1	-242.8	-241.8	-239.9	-234.6
-52.5	-270.2	-267.5	-263.7	-260.8	-258.2	-255.9	-247.0	-235.7	-218.0
-60	-296.2	-291.0	-283.9	-278.4	-273.6	-269.3	-253.0	-233.2	-204.6
-67.5	-322.8	-315.2	-305.1	-297.2	-290.4	-284.3	-261.5	-234.2	-196.5
-75	-348.0	-338.4	-325.8	-315.9	-307.4	-299.9	-271.6	-238.2	-193.3
-82.5	-366.8	-355.9	-341.6	-330.3	-320.7	-312.2	-280.1	-242.6	-192.9
-90	-373.9	-362.5	-347.6	-335.8	-325.8	-316.9	-283.5	-244.5	-193.1

Resumen de resultados 6. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500 Tr <sub>e</sub> (kPa)	1000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	2000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	3000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	4000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	5000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	10000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	20000 Tr <sub>e</sub> (kPa)	50000 Tr <sub>e</sub> (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-18.6	-18.4	-18.5	-18.7	-18.9	-19.1	-19.7	-20.0	-19.2
75	-36.7	-36.4	-36.6	-37.1	-37.5	-37.9	-39.2	-40.1	-38.8
67.5	-52.6	-52.4	-52.9	-53.7	-54.3	-55.0	-57.1	-58.8	-57.8
60	-64.1	-64.2	-65.1	-66.2	-67.1	-67.9	-70.9	-73.6	-73.7
52.5	-69.7	-70.3	-71.6	-72.9	-74.0	-75.1	-78.8	-82.5	-84.5
45	-69.7	-70.7	-72.4	-73.9	-75.2	-76.4	-80.7	-85.3	-89.6
37.5	-65.5	-66.9	-68.9	-70.5	-71.9	-73.2	-77.8	-83.2	-89.8
30	-58.4	-60.0	-62.1	-63.7	-65.1	-66.3	-71.0	-76.8	-85.0
22.5	-48.5	-50.1	-52.0	-53.5	-54.8	-55.9	-60.2	-65.6	-74.2
15	-35.6	-36.8	-38.3	-39.5	-40.4	-41.3	-44.6	-49.0	-56.1
7.5	-19.2	-19.9	-20.8	-21.4	-21.9	-22.4	-24.3	-26.7	-30.8
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	21.2	21.9	22.8	23.5	24.0	24.5	26.5	29.1	33.4
-15	43.3	44.6	46.2	47.5	48.6	49.6	53.5	58.4	66.2
-22.5	64.5	66.2	68.4	70.2	71.8	73.2	78.5	85.1	95.0
-30	82.6	84.4	86.9	89.1	90.9	92.5	98.8	106.3	116.4
-37.5	94.8	96.5	99.1	101.3	103.3	105.0	111.5	118.9	127.7
-45	99.6	100.9	103.3	105.5	107.3	109.0	115.2	121.8	128.1
-52.5	97.0	97.9	99.9	101.8	103.5	104.9	110.4	115.7	119.2
-60	88.0	88.5	90.1	91.6	93.0	94.3	98.7	102.8	103.9
-67.5	73.5	73.7	74.8	76.0	77.1	78.0	81.5	84.3	84.1
-75	53.5	53.5	54.2	55.1	55.8	56.5	58.8	60.7	59.9
-82.5	28.4	28.4	28.7	29.1	29.5	29.9	31.1	32.0	31.5
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 7. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500 T (kN/m)	1000 T (kN/m)	2000 T (kN/m)	3000 T (kN/m)	4000 T (kN/m)	5000 T (kN/m)	10000 T (kN/m)	20000 T (kN/m)	50000 T (kN/m)
90	-452.0	-442.7	-438.2	-437.4	-437.3	-437.4	-436.5	-428.1	-390.2
82.5	-466.3	-457.2	-452.6	-451.7	-451.6	-451.6	-450.6	-442.0	-404.1
75	-506.1	-497.4	-492.9	-491.8	-491.5	-491.4	-489.7	-480.6	-442.9
67.5	-562.8	-554.9	-550.5	-549.2	-548.7	-548.3	-545.6	-535.9	-499.1
60	-624.5	-618.2	-614.3	-612.9	-612.1	-611.4	-607.7	-597.8	-564.0
52.5	-682.1	-678.4	-675.8	-674.5	-673.6	-672.8	-668.7	-659.7	-632.4
45	-734.3	-734.4	-734.0	-733.3	-732.6	-731.9	-728.5	-722.3	-706.1
37.5	-788.2	-793.0	-795.4	-795.8	-795.7	-795.4	-794.0	-792.8	-792.4
30	-851.3	-861.3	-867.1	-868.9	-869.7	-870.2	-872.0	-877.4	-896.1
22.5	-926.7	-941.5	-950.5	-953.6	-955.3	-956.5	-961.4	-973.5	-1012.2
15	-1008.1	-1026.7	-1038.2	-1042.4	-1044.8	-1046.5	-1054.1	-1072.0	-1127.9
7.5	-1084.4	-1105.2	-1118.1	-1122.9	-1125.7	-1127.8	-1137.0	-1158.6	-1226.2
0	-1147.8	-1168.9	-1181.9	-1186.7	-1189.4	-1191.5	-1200.8	-1223.4	-1294.7
-7.5	-1195.8	-1215.3	-1227.0	-1231.1	-1233.4	-1235.1	-1242.9	-1263.2	-1329.4
-15	-1226.0	-1242.2	-1251.6	-1254.5	-1256.0	-1257.0	-1262.1	-1277.3	-1330.1
-22.5	-1231.7	-1243.7	-1250.0	-1251.6	-1252.1	-1252.3	-1254.0	-1262.4	-1296.4
-30	-1204.3	-1211.4	-1214.7	-1215.1	-1214.7	-1214.3	-1212.7	-1214.3	-1227.3
-37.5	-1140.6	-1143.3	-1144.0	-1143.3	-1142.5	-1141.6	-1137.9	-1133.6	-1127.1
-45	-1049.5	-1048.5	-1047.3	-1046.2	-1045.2	-1044.2	-1039.7	-1031.4	-1008.9
-52.5	-949.1	-945.4	-943.0	-941.9	-941.1	-940.4	-936.3	-926.0	-892.3
-60	-857.7	-852.4	-849.6	-849.0	-848.6	-848.4	-845.7	-835.2	-795.0
-67.5	-786.5	-780.4	-777.9	-777.9	-778.3	-778.7	-778.1	-768.9	-726.0
-75	-738.0	-731.8	-730.0	-730.8	-731.9	-732.9	-734.7	-727.4	-684.2
-82.5	-710.5	-704.4	-703.2	-704.6	-706.3	-707.8	-711.5	-705.9	-663.4
-90	-701.6	-695.5	-694.6	-696.2	-698.1	-699.9	-704.3	-699.3	-657.3

Resumen de resultados 8. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Módulo de elasticidad efectivo del suelo (kPa)								
	500 M (kNm/m)	1000 M (kNm/m)	2000 M (kNm/m)	3000 M (kNm/m)	4000 M (kNm/m)	5000 M (kNm/m)	10000 M (kNm/m)	20000 M (kNm/m)	50000 M (kNm/m)
90	627.5	590.8	542.6	505.1	473.2	445.3	343.1	231.8	110.5
82.5	611.5	576.5	529.8	493.4	462.4	435.2	335.7	227.2	108.8
75	558.9	528.5	487.0	454.1	425.9	401.2	310.3	210.9	102.2
67.5	462.6	439.4	406.3	379.5	356.4	336.0	260.9	178.5	87.9
60	325.6	310.9	288.6	270.1	254.0	239.8	187.1	129.0	64.7
52.5	164.3	157.9	147.2	138.1	130.1	123.0	96.5	67.1	34.4
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-154.4	-150.3	-141.6	-133.5	-126.3	-119.8	-95.2	-67.7	-36.6
30	-296.2	-290.2	-274.7	-259.8	-246.2	-233.9	-187.2	-134.6	-74.6
22.5	-426.6	-419.9	-398.9	-378.0	-358.8	-341.3	-274.7	-199.3	-112.8
15	-541.6	-534.5	-509.0	-482.9	-458.8	-436.8	-352.9	-257.6	-147.9
7.5	-631.1	-623.4	-594.1	-564.0	-536.1	-510.6	-413.3	-302.6	-174.9
0	-684.9	-676.0	-643.9	-611.2	-580.9	-553.3	-447.9	-327.9	-189.7
-7.5	-695.9	-685.5	-651.9	-618.3	-587.4	-559.2	-451.8	-329.9	-189.7
-15	-658.7	-646.7	-613.6	-581.2	-551.6	-524.7	-422.5	-306.9	-174.4
-22.5	-567.1	-554.6	-524.6	-496.1	-470.3	-446.9	-358.3	-258.4	-144.5
-30	-419.1	-408.2	-384.8	-363.3	-343.9	-326.4	-260.4	-186.3	-102.2
-37.5	-223.4	-216.7	-203.6	-191.8	-181.3	-171.9	-136.4	-96.8	-52.0
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	228.7	220.0	205.4	192.8	181.8	171.9	135.1	94.2	48.6
-60	447.2	428.7	399.2	374.1	352.2	332.7	260.3	180.2	91.3
-67.5	646.6	618.2	574.2	537.6	505.6	477.3	372.2	256.2	127.9
-75	815.1	777.7	721.3	674.7	634.2	598.4	465.6	319.3	157.9
-82.5	931.7	888.1	823.1	769.6	723.1	682.1	530.1	362.8	178.6
-90	974.0	928.1	859.9	803.9	755.3	712.4	553.5	378.6	186.1

## ÁNGULO DE FRICCIÓN

Resumen de resultados 9. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10	15	20	25	30	35	40	45
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-203.3	-198.3	-193.4	-188.7	-184.1	-179.8	-175.8	-172.0
82.5	-199.1	-194.3	-189.7	-185.2	-180.9	-176.7	-172.9	-169.3
75	-189.4	-185.2	-181.1	-177.1	-173.3	-169.7	-166.3	-163.1
67.5	-181.0	-177.3	-173.7	-170.2	-166.9	-163.7	-160.7	-157.9
60	-179.7	-176.2	-172.8	-169.5	-166.3	-163.3	-160.5	-157.8
52.5	-186.7	-183.1	-179.5	-176.0	-172.7	-169.5	-166.5	-163.8
45	-198.3	-194.3	-190.3	-186.5	-182.9	-179.4	-176.1	-173.1
37.5	-208.4	-204.2	-200.0	-195.9	-192.0	-188.3	-184.8	-181.6
30	-213.6	-209.3	-205.1	-201.0	-197.1	-193.4	-189.9	-186.6
22.5	-214.5	-210.4	-206.3	-202.4	-198.6	-195.1	-191.7	-188.6
15	-214.7	-210.8	-206.9	-203.2	-199.6	-196.2	-193.0	-190.0
7.5	-217.5	-213.6	-209.8	-206.1	-202.6	-199.2	-196.1	-193.1
0	-222.8	-218.9	-215.0	-211.3	-207.7	-204.3	-201.1	-198.1
-7.5	-228.2	-224.1	-220.2	-216.4	-212.7	-209.2	-205.9	-202.8
-15	-230.8	-226.7	-222.8	-219.0	-215.3	-211.8	-208.5	-205.4
-22.5	-230.7	-226.8	-222.9	-219.2	-215.6	-212.2	-209.0	-206.0
-30	-231.2	-227.3	-223.5	-219.9	-216.3	-212.9	-209.8	-206.8
-37.5	-236.0	-232.0	-228.0	-224.2	-220.5	-217.0	-213.7	-210.6
-45	-245.8	-241.3	-237.0	-232.7	-228.7	-224.8	-221.2	-217.8
-52.5	-257.0	-252.0	-247.1	-242.4	-237.9	-233.6	-229.5	-225.8
-60	-263.7	-258.4	-253.2	-248.2	-243.4	-238.8	-234.5	-230.5
-67.5	-262.2	-257.0	-251.8	-246.9	-242.1	-237.6	-233.3	-229.4
-75	-253.6	-248.8	-244.1	-239.5	-235.2	-231.0	-227.1	-223.4
-82.5	-243.9	-239.6	-235.3	-231.2	-227.3	-223.5	-220.0	-216.7
-90	-239.7	-235.6	-231.5	-227.6	-223.9	-220.3	-217.0	-213.9

Resumen de resultados 10. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10	15	20	25	30	35	40	40
	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-2.4	-3.5	-4.7	-5.8	-6.8	-7.8	-8.8	-9.7
75	-4.1	-6.1	-8.0	-9.9	-11.8	-13.5	-15.1	-16.6
67.5	-5.1	-7.6	-10.1	-12.5	-14.7	-16.9	-18.9	-20.8
60	-6.0	-9.0	-11.9	-14.7	-17.3	-19.9	-22.3	-24.5
52.5	-7.2	-10.7	-14.1	-17.5	-20.7	-23.7	-26.6	-29.2
45	-8.3	-12.4	-16.4	-20.2	-23.9	-27.4	-30.7	-33.8
37.5	-8.7	-13.0	-17.2	-21.2	-25.1	-28.8	-32.2	-35.5
30	-8.0	-11.9	-15.7	-19.4	-23.0	-26.4	-29.6	-32.5
22.5	-6.4	-9.5	-12.5	-15.5	-18.3	-21.0	-23.5	-25.9
15	-4.3	-6.5	-8.5	-10.6	-12.5	-14.3	-16.1	-17.7
7.5	-2.2	-3.3	-4.4	-5.4	-6.4	-7.4	-8.2	-9.1
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	2.3	3.5	4.6	5.6	6.7	7.7	8.6	9.4
-15	4.4	6.6	8.8	10.8	12.8	14.7	16.5	18.1
-22.5	6.1	9.0	11.9	14.8	17.5	20.0	22.4	24.7
-30	7.2	10.8	14.2	17.6	20.8	23.9	26.7	29.4
-37.5	8.2	12.3	16.2	20.1	23.7	27.2	30.5	33.6
-45	9.2	13.8	18.2	22.5	26.6	30.5	34.2	37.6
-52.5	9.8	14.5	19.2	23.8	28.1	32.2	36.1	39.7
-60	9.2	13.7	18.1	22.3	26.4	30.3	33.9	37.3
-67.5	7.3	10.9	14.3	17.7	21.0	24.1	27.0	29.7
-75	4.7	7.0	9.2	11.4	13.5	15.5	17.3	19.1
-82.5	2.2	3.2	4.3	5.3	6.2	7.2	8.0	8.8
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 11. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10	15	20	25	30	35	40	45
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-850.3	-817.3	-785.0	-753.7	-723.7	-695.1	-668.3	-643.3
82.5	-834.1	-803.0	-772.6	-743.1	-714.8	-687.9	-662.6	-639.1
75	-797.0	-770.4	-744.4	-719.2	-695.0	-672.0	-650.4	-630.3
67.5	-765.6	-743.6	-722.1	-701.3	-681.2	-662.2	-644.3	-627.7
60	-764.1	-744.9	-726.2	-708.0	-690.5	-673.9	-658.3	-643.8
52.5	-798.3	-780.2	-762.5	-745.4	-728.9	-713.3	-698.6	-684.9
45	-852.6	-835.3	-818.4	-802.0	-786.3	-771.3	-757.2	-744.2
37.5	-902.1	-886.4	-871.2	-856.4	-842.2	-828.7	-816.0	-804.2
30	-929.9	-917.0	-904.3	-892.0	-880.3	-869.1	-858.5	-848.8
22.5	-937.9	-927.8	-918.0	-908.4	-899.2	-890.5	-882.3	-874.6
15	-941.7	-933.8	-926.1	-918.7	-911.5	-904.7	-898.3	-892.3
7.5	-955.5	-948.9	-942.4	-936.1	-930.0	-924.3	-918.8	-913.8
0	-979.9	-973.5	-967.2	-961.2	-955.4	-949.9	-944.7	-939.8
-7.5	-1002.5	-995.6	-988.8	-982.2	-975.9	-969.9	-964.3	-959.1
-15	-1011.3	-1003.2	-995.3	-987.6	-980.3	-973.3	-966.7	-960.6
-22.5	-1007.0	-997.4	-988.0	-978.8	-970.1	-961.7	-953.9	-946.6
-30	-1004.6	-992.9	-981.4	-970.4	-959.7	-949.6	-940.1	-931.2
-37.5	-1020.4	-1005.6	-991.2	-977.2	-963.7	-951.0	-939.0	-927.8
-45	-1057.0	-1037.8	-1019.0	-1000.8	-983.3	-966.6	-951.0	-936.5
-52.5	-1098.6	-1074.0	-1050.0	-1026.7	-1004.3	-983.1	-963.1	-944.5
-60	-1121.0	-1091.8	-1063.2	-1035.6	-1009.0	-983.8	-960.0	-937.9
-67.5	-1109.6	-1078.2	-1047.6	-1017.9	-989.4	-962.4	-936.9	-913.2
-75	-1070.6	-1040.1	-1010.3	-981.3	-953.6	-927.2	-902.4	-879.3
-82.5	-1028.8	-1000.4	-972.7	-945.8	-920.0	-895.4	-872.3	-850.9
-90	-1011.1	-983.7	-957.0	-931.2	-906.4	-882.8	-860.5	-839.9

Resumen de resultados 12. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10 M (kNm/m)	15 M (kNm/m)	20 M (kNm/m)	25 M (kNm/m)	30 M (kNm/m)	35 M (kNm/m)	40 M (kNm/m)	45 M (kNm/m)
90	25.4	37.9	50.1	61.9	73.2	84.0	94.1	103.6
82.5	23.5	35.0	46.2	57.1	67.6	77.5	86.9	95.6
75	18.7	27.9	36.9	45.6	53.9	61.9	69.3	76.3
67.5	13.5	20.2	26.7	33.0	39.0	44.8	50.2	55.2
60	9.2	13.7	18.1	22.4	26.5	30.4	34.1	37.5
52.5	5.1	7.6	10.0	12.4	14.7	16.8	18.9	20.7
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-6.2	-9.2	-12.2	-15.0	-17.8	-20.4	-22.9	-25.2
30	-12.2	-18.2	-24.0	-29.7	-35.1	-40.3	-45.2	-49.7
22.5	-16.8	-25.1	-33.1	-40.9	-48.4	-55.6	-62.3	-68.5
15	-19.9	-29.7	-39.2	-48.4	-57.3	-65.7	-73.7	-81.0
7.5	-22.0	-32.8	-43.4	-53.6	-63.4	-72.7	-81.5	-89.7
0	-23.3	-34.7	-45.8	-56.6	-67.0	-76.9	-86.1	-94.7
-7.5	-22.9	-34.2	-45.2	-55.8	-66.0	-75.7	-84.9	-93.4
-15	-20.4	-30.4	-40.1	-49.6	-58.7	-67.3	-75.5	-83.0
-22.5	-16.1	-23.9	-31.6	-39.1	-46.2	-53.0	-59.4	-65.4
-30	-11.0	-16.5	-21.7	-26.9	-31.8	-36.5	-40.9	-44.9
-37.5	-5.8	-8.7	-11.5	-14.2	-16.8	-19.3	-21.6	-23.8
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	6.9	10.3	13.6	16.9	19.9	22.9	25.6	28.2
-60	14.0	20.9	27.6	34.1	40.3	46.3	51.9	57.1
-67.5	19.3	28.7	38.0	46.9	55.5	63.7	71.4	78.5
-75	21.5	32.0	42.3	52.3	61.9	71.0	79.6	87.5
-82.5	21.4	31.9	42.2	52.1	61.6	70.7	79.2	87.2
-90	21.0	31.3	41.4	51.2	60.5	69.5	77.8	85.6

Resumen de resultados 13. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10	15	20	25	30	35	40	45
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-265.9	-260.4	-255.1	-250.0	-245.3	-240.9	-236.9	-233.3
82.5	-266.2	-260.6	-255.2	-250.0	-245.2	-240.7	-236.7	-233.0
75	-265.5	-259.5	-253.8	-248.4	-243.3	-238.6	-234.3	-230.5
67.5	-260.6	-254.1	-247.7	-241.8	-236.2	-231.0	-226.2	-221.9
60	-249.4	-242.0	-234.9	-228.1	-221.6	-215.7	-210.1	-205.1
52.5	-232.8	-224.5	-216.4	-208.6	-201.2	-194.2	-187.6	-181.6
45	-214.7	-205.5	-196.3	-187.5	-178.9	-170.8	-163.1	-155.9
37.5	-199.6	-189.4	-179.2	-169.2	-159.4	-149.9	-140.9	-132.4
30	-190.4	-179.0	-167.5	-156.1	-144.9	-133.9	-123.3	-113.3
22.5	-187.4	-174.7	-161.7	-148.7	-135.8	-123.2	-111.0	-99.3
15	-189.6	-175.3	-160.8	-146.2	-131.6	-117.3	-103.3	-90.0
7.5	-195.4	-179.8	-163.8	-147.6	-131.5	-115.6	-100.2	-85.4
0	-204.5	-187.6	-170.4	-153.1	-135.8	-118.8	-102.2	-86.4
-7.5	-217.5	-199.7	-181.6	-163.4	-145.3	-127.5	-110.3	-94.0
-15	-235.1	-216.5	-197.7	-179.0	-160.6	-142.6	-125.3	-108.8
-22.5	-256.1	-237.2	-218.4	-199.7	-181.4	-163.8	-146.9	-130.9
-30	-278.3	-259.8	-241.4	-223.5	-206.1	-189.4	-173.5	-158.7
-37.5	-298.7	-281.4	-264.4	-247.9	-232.0	-216.9	-202.7	-189.4
-45	-316.0	-300.5	-285.5	-271.0	-257.1	-244.1	-231.8	-220.5
-52.5	-330.9	-317.7	-304.9	-292.7	-281.1	-270.2	-260.0	-250.7
-60	-345.8	-335.0	-324.5	-314.5	-305.1	-296.2	-288.0	-280.5
-67.5	-362.2	-353.6	-345.2	-337.3	-329.8	-322.8	-316.3	-310.4
-75	-378.9	-372.1	-365.6	-359.3	-353.5	-348.0	-342.9	-338.3
-82.5	-391.9	-386.4	-381.1	-376.0	-371.2	-366.8	-362.7	-359.0
-90	-396.9	-391.8	-387.0	-382.3	-377.9	-373.9	-370.1	-366.7

Resumen de resultados 14. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10	15	20	25	30	35	40	40
	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-6.1	-9.0	-11.6	-14.1	-16.5	-18.6	-20.6	-22.4
75	-11.9	-17.5	-22.7	-27.7	-32.4	-36.7	-40.6	-44.2
67.5	-16.7	-24.7	-32.3	-39.5	-46.2	-52.6	-58.5	-63.9
60	-20.0	-29.6	-38.8	-47.7	-56.1	-64.1	-71.5	-78.4
52.5	-21.2	-31.6	-41.7	-51.4	-60.8	-69.7	-78.1	-86.0
45	-20.7	-31.0	-41.1	-51.0	-60.5	-69.7	-78.4	-86.6
37.5	-19.1	-28.6	-38.2	-47.5	-56.7	-65.5	-74.0	-81.9
30	-16.7	-25.2	-33.7	-42.1	-50.3	-58.4	-66.1	-73.4
22.5	-13.7	-20.7	-27.8	-34.8	-41.8	-48.5	-55.1	-61.3
15	-9.9	-15.1	-20.2	-25.4	-30.6	-35.6	-40.4	-45.0
7.5	-5.3	-8.1	-10.9	-13.7	-16.5	-19.2	-21.9	-24.4
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	5.9	9.0	12.1	15.2	18.2	21.2	24.1	26.8
-15	12.3	18.6	24.9	31.1	37.3	43.3	49.0	54.5
-22.5	18.7	28.1	37.5	46.7	55.8	64.5	72.9	80.8
-30	24.4	36.5	48.5	60.2	71.6	82.6	93.0	102.7
-37.5	28.5	42.6	56.3	69.7	82.5	94.8	106.4	117.2
-45	30.5	45.3	59.8	73.7	87.0	99.6	111.5	122.4
-52.5	30.2	44.7	58.7	72.2	85.0	97.0	108.3	118.6
-60	27.7	40.9	53.6	65.8	77.3	88.0	98.1	107.3
-67.5	23.2	34.3	44.9	55.0	64.6	73.5	81.7	89.3
-75	17.0	25.0	32.8	40.1	47.0	53.5	59.4	64.9
-82.5	9.0	13.3	17.4	21.3	24.9	28.4	31.5	34.4
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 15. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10	15	20	25	30	35	40	45
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-950.7	-837.7	-730.8	-630.7	-537.6	-452.0	-373.8	-303.3
82.5	-957.7	-846.7	-741.5	-642.8	-551.0	-466.3	-388.9	-318.9
75	-973.0	-868.5	-769.0	-675.1	-587.4	-506.1	-431.6	-363.8
67.5	-983.7	-890.6	-801.4	-716.7	-637.0	-562.8	-494.2	-431.6
60	-978.2	-901.0	-826.5	-755.3	-687.8	-624.5	-565.6	-511.4
52.5	-954.7	-896.1	-839.1	-784.2	-731.7	-682.1	-635.6	-592.6
45	-923.3	-883.4	-844.3	-806.1	-769.4	-734.3	-701.3	-670.5
37.5	-900.2	-877.2	-854.2	-831.5	-809.5	-788.2	-767.9	-748.9
30	-897.4	-888.5	-879.2	-869.9	-860.5	-851.3	-842.3	-833.7
22.5	-917.5	-920.2	-922.4	-924.2	-925.6	-926.7	-927.5	-928.0
15	-955.7	-967.2	-978.3	-988.8	-998.8	-1008.1	-1016.7	-1024.6
7.5	-1003.2	-1020.6	-1037.6	-1053.9	-1069.6	-1084.4	-1098.3	-1111.1
0	-1056.6	-1076.0	-1095.0	-1113.4	-1131.0	-1147.8	-1163.5	-1178.2
-7.5	-1117.0	-1133.9	-1150.3	-1166.2	-1181.4	-1195.8	-1209.2	-1221.7
-15	-1184.9	-1194.0	-1202.7	-1211.0	-1218.7	-1226.0	-1232.7	-1238.8
-22.5	-1254.0	-1249.8	-1245.4	-1240.9	-1236.3	-1231.7	-1227.3	-1222.9
-30	-1311.7	-1289.3	-1267.2	-1245.5	-1224.5	-1204.3	-1185.1	-1167.1
-37.5	-1347.0	-1303.2	-1260.3	-1218.7	-1178.6	-1140.6	-1104.7	-1071.5
-45	-1358.7	-1292.2	-1227.5	-1165.2	-1105.7	-1049.5	-996.9	-948.3
-52.5	-1356.8	-1268.2	-1182.5	-1100.4	-1022.4	-949.1	-880.8	-817.9
-60	-1356.3	-1247.1	-1141.9	-1041.6	-946.7	-857.7	-775.2	-699.4
-67.5	-1367.3	-1239.5	-1116.7	-999.9	-889.6	-786.5	-691.0	-603.6
-75	-1388.7	-1245.2	-1107.5	-976.7	-853.3	-738.0	-631.4	-533.9
-82.5	-1409.9	-1255.6	-1107.5	-966.8	-834.3	-710.5	-596.0	-491.3
-90	-1418.8	-1260.5	-1108.7	-964.4	-828.5	-701.6	-584.2	-476.8

Resumen de resultados 16. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Ángulo de fricción efectivo del suelo (°)							
	10 M (kNm/m)	15 M (kNm/m)	20 M (kNm/m)	25 M (kNm/m)	30 M (kNm/m)	35 M (kNm/m)	40 M (kNm/m)	45 M (kNm/m)
90	207.2	303.2	393.5	477.8	555.8	627.5	693.0	752.2
82.5	200.9	294.3	382.3	464.7	541.1	611.5	675.9	734.3
75	181.1	266.1	346.6	422.4	493.2	558.9	619.3	674.4
67.5	147.1	217.0	283.7	347.1	406.8	462.6	514.4	561.9
60	101.3	150.1	197.2	242.3	285.1	325.6	363.4	398.3
52.5	50.0	74.4	98.2	121.2	143.3	164.3	184.1	202.6
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-44.9	-67.5	-89.9	-112.0	-133.6	-154.4	-174.2	-193.0
30	-84.6	-127.7	-170.8	-213.5	-255.5	-296.2	-335.3	-372.3
22.5	-120.1	-181.8	-244.0	-306.0	-367.1	-426.6	-484.0	-538.5
15	-151.0	-229.2	-308.2	-387.2	-465.3	-541.6	-615.3	-685.4
7.5	-175.3	-266.3	-358.4	-450.5	-541.8	-631.1	-717.4	-799.5
0	-190.6	-289.4	-389.3	-489.2	-588.1	-684.9	-778.2	-867.1
-7.5	-195.2	-295.8	-397.3	-498.5	-598.5	-695.9	-789.9	-879.1
-15	-187.3	-283.0	-378.9	-474.2	-567.7	-658.7	-746.0	-828.6
-22.5	-164.1	-247.0	-329.5	-410.8	-490.3	-567.1	-640.5	-709.6
-30	-123.6	-185.3	-246.2	-305.8	-363.6	-419.1	-471.8	-521.2
-37.5	-67.2	-100.3	-132.7	-164.1	-194.5	-223.4	-250.7	-276.1
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	71.1	105.3	138.4	170.1	200.3	228.7	255.2	279.6
-60	140.5	207.8	272.4	334.1	392.5	447.2	498.1	544.9
-67.5	204.5	302.0	395.4	484.3	568.2	646.6	719.4	786.1
-75	258.5	381.5	499.3	611.1	716.6	815.1	906.3	989.8
-82.5	295.8	436.4	571.0	698.8	819.3	931.7	1035.8	1131.2
-90	309.2	456.3	597.0	730.6	856.4	974.0	1082.8	1182.4

## FACTOR DE REDUCCIÓN A LA RIGIDEZ (ALPHA)

Resumen de resultados 17. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-166.6	-169.6	-174.2	-179.8	-185.8	-191.3	-195.9
82.5	-164.5	-167.3	-171.5	-176.7	-182.2	-187.3	-191.6
75	-159.8	-162.1	-165.5	-169.7	-174.1	-178.1	-181.6
67.5	-156.4	-158.1	-160.6	-163.7	-166.9	-169.8	-172.3
60	-158.1	-159.4	-161.2	-163.3	-165.5	-167.5	-169.2
52.5	-166.3	-167.2	-168.3	-169.5	-170.8	-171.9	-172.9
45	-178.7	-179.1	-179.3	-179.4	-179.5	-179.5	-179.6
37.5	-190.6	-190.4	-189.5	-188.3	-187.0	-185.7	-184.6
30	-198.6	-197.8	-195.9	-193.4	-190.7	-188.1	-186.0
22.5	-202.5	-201.2	-198.6	-195.1	-191.3	-187.7	-184.7
15	-205.1	-203.5	-200.4	-196.2	-191.7	-187.5	-183.9
7.5	-209.2	-207.4	-203.9	-199.2	-194.2	-189.6	-185.6
0	-214.9	-212.9	-209.2	-204.3	-199.0	-194.1	-189.9
-7.5	-219.6	-217.7	-214.0	-209.2	-204.0	-199.2	-195.1
-15	-220.9	-219.3	-216.1	-211.8	-207.2	-202.9	-199.3
-22.5	-219.2	-218.0	-215.5	-212.2	-208.6	-205.2	-202.4
-30	-217.5	-216.8	-215.2	-212.9	-210.5	-208.2	-206.3
-37.5	-219.0	-218.9	-218.1	-217.0	-215.7	-214.6	-213.5
-45	-223.9	-224.4	-224.7	-224.8	-224.9	-225.0	-225.0
-52.5	-229.2	-230.5	-231.9	-233.6	-235.3	-236.8	-238.1
-60	-231.0	-232.9	-235.6	-238.8	-242.1	-245.2	-247.8
-67.5	-227.2	-229.7	-233.2	-237.6	-242.1	-246.3	-249.9
-75	-219.5	-222.2	-226.2	-231.0	-236.0	-240.7	-244.7
-82.5	-212.1	-214.8	-218.7	-223.5	-228.6	-233.2	-237.1
-90	-209.1	-211.8	-215.6	-220.3	-225.3	-229.8	-233.7

Resumen de resultados 18. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-7.9	-7.9	-7.9	-7.8	-7.8	-7.8	-7.8
75	-13.5	-13.5	-13.5	-13.5	-13.5	-13.4	-13.4
67.5	-16.9	-16.9	-16.9	-16.9	-16.9	-16.8	-16.8
60	-19.9	-19.9	-19.9	-19.9	-19.9	-19.8	-19.8
52.5	-23.8	-23.8	-23.7	-23.7	-23.7	-23.6	-23.6
45	-27.5	-27.5	-27.5	-27.4	-27.4	-27.4	-27.3
37.5	-28.8	-28.8	-28.8	-28.8	-28.7	-28.7	-28.6
30	-26.4	-26.4	-26.4	-26.4	-26.3	-26.3	-26.3
22.5	-21.0	-21.0	-21.0	-21.0	-21.0	-20.9	-20.9
15	-14.4	-14.4	-14.4	-14.3	-14.3	-14.3	-14.3
7.5	-7.4	-7.4	-7.4	-7.4	-7.3	-7.3	-7.3
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	7.7	7.7	7.7	7.7	7.7	7.6	7.6
-15	14.7	14.7	14.7	14.7	14.7	14.6	14.6
-22.5	20.1	20.1	20.1	20.0	20.0	20.0	19.9
-30	23.9	23.9	23.9	23.9	23.8	23.8	23.7
-37.5	27.3	27.3	27.3	27.2	27.2	27.1	27.1
-45	30.6	30.6	30.5	30.5	30.5	30.4	30.4
-52.5	32.3	32.3	32.3	32.2	32.2	32.1	32.1
-60	30.3	30.3	30.3	30.3	30.2	30.2	30.1
-67.5	24.1	24.1	24.1	24.1	24.0	24.0	24.0
-75	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5	15.4	15.4
-82.5	7.2	7.2	7.2	7.2	7.1	7.1	7.1
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 19. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-709.7	-707.7	-702.4	-695.1	-687.2	-679.8	-673.5
82.5	-701.1	-699.4	-694.6	-687.9	-680.6	-673.8	-668.0
75	-682.1	-681.0	-677.3	-672.0	-666.3	-660.9	-656.3
67.5	-668.8	-668.4	-665.9	-662.2	-658.2	-654.3	-651.0
60	-677.5	-677.7	-676.3	-673.9	-671.3	-668.7	-666.6
52.5	-713.9	-714.8	-714.3	-713.3	-712.0	-710.7	-709.5
45	-768.2	-769.9	-770.8	-771.3	-771.7	-771.9	-772.1
37.5	-821.2	-823.9	-826.3	-828.7	-831.1	-833.2	-835.0
30	-857.3	-860.9	-864.8	-869.1	-873.4	-877.3	-880.7
22.5	-875.4	-879.8	-884.8	-890.5	-896.3	-901.6	-906.1
15	-887.5	-892.3	-898.0	-904.7	-911.5	-917.8	-923.0
7.5	-905.5	-910.7	-916.9	-924.3	-931.8	-938.7	-944.5
0	-930.2	-935.6	-942.1	-949.9	-957.8	-965.1	-971.2
-7.5	-950.4	-955.8	-962.3	-969.9	-977.8	-985.0	-991.0
-15	-955.5	-960.5	-966.5	-973.3	-980.3	-986.7	-992.2
-22.5	-946.9	-951.3	-956.2	-961.7	-967.3	-972.5	-976.8
-30	-938.2	-941.9	-945.6	-949.6	-953.6	-957.2	-960.2
-37.5	-943.2	-946.1	-948.6	-951.0	-953.3	-955.3	-957.1
-45	-962.8	-964.9	-966.0	-966.6	-967.1	-967.4	-967.6
-52.5	-983.8	-985.1	-984.5	-983.1	-981.3	-979.5	-978.0
-60	-989.4	-989.6	-987.4	-983.8	-979.7	-975.8	-972.5
-67.5	-971.6	-971.1	-967.6	-962.4	-956.6	-951.1	-946.4
-75	-938.1	-937.2	-933.1	-927.2	-920.7	-914.5	-909.3
-82.5	-906.4	-905.4	-901.3	-895.4	-888.9	-882.8	-877.6
-90	-893.5	-892.6	-888.6	-882.8	-876.4	-870.4	-865.2

Resumen de resultados 20. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2 M (kNm/m)	0.3 M (kNm/m)	0.4 M (kNm/m)	0.5 M (kNm/m)	0.6 M (kNm/m)	0.7 M (kNm/m)	0.8 M (kNm/m)
90	7.4	23.5	50.1	84.0	119.9	153.3	181.6
82.5	6.8	21.6	46.2	77.5	110.7	141.4	167.6
75	5.4	17.3	36.9	61.9	88.3	112.9	133.7
67.5	3.9	12.5	26.7	44.8	63.9	81.6	96.7
60	2.7	8.5	18.1	30.4	43.4	55.5	65.7
52.5	1.5	4.7	10.0	16.8	24.0	30.7	36.4
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-1.8	-5.7	-12.2	-20.4	-29.1	-37.2	-44.1
30	-3.5	-11.3	-24.0	-40.3	-57.5	-73.5	-87.1
22.5	-4.9	-15.5	-33.1	-55.6	-79.3	-101.4	-120.1
15	-5.8	-18.4	-39.2	-65.7	-93.9	-119.9	-142.1
7.5	-6.4	-20.3	-43.3	-72.7	-103.8	-132.7	-157.2
0	-6.7	-21.5	-45.8	-76.9	-109.7	-140.2	-166.1
-7.5	-6.6	-21.2	-45.1	-75.7	-108.1	-138.2	-163.7
-15	-5.9	-18.8	-40.1	-67.3	-96.1	-122.8	-145.5
-22.5	-4.7	-14.8	-31.6	-53.0	-75.7	-96.8	-114.7
-30	-3.2	-10.2	-21.7	-36.5	-52.0	-66.5	-78.8
-37.5	-1.7	-5.4	-11.5	-19.3	-27.6	-35.2	-41.7
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	2.0	6.4	13.6	22.9	32.7	41.7	49.4
-60	4.1	12.9	27.6	46.3	66.1	84.4	100.0
-67.5	5.6	17.8	38.0	63.7	91.0	116.2	137.7
-75	6.2	19.8	42.3	71.0	101.4	129.5	153.5
-82.5	6.2	19.7	42.1	70.7	100.9	129.0	152.8
-90	6.1	19.4	41.4	69.5	99.2	126.7	150.1

Resumen de resultados 21. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-227.7	-230.7	-235.2	-240.9	-246.8	-252.2	-256.8
82.5	-228.2	-231.1	-235.4	-240.7	-246.4	-251.6	-256.0
75	-227.8	-230.2	-234.0	-238.6	-243.5	-248.0	-251.8
67.5	-222.6	-224.5	-227.4	-231.0	-234.7	-238.2	-241.1
60	-210.2	-211.5	-213.4	-215.7	-218.1	-220.3	-222.2
52.5	-191.7	-192.3	-193.1	-194.2	-195.2	-196.2	-197.0
45	-171.0	-171.0	-170.9	-170.8	-170.6	-170.5	-170.4
37.5	-152.3	-151.8	-150.9	-149.9	-148.8	-147.8	-147.0
30	-137.8	-136.9	-135.6	-133.9	-132.1	-130.5	-129.1
22.5	-128.0	-126.9	-125.3	-123.2	-121.1	-119.1	-117.4
15	-122.6	-121.3	-119.5	-117.3	-114.9	-112.7	-110.9
7.5	-121.1	-119.8	-117.9	-115.6	-113.2	-111.0	-109.1
0	-124.2	-122.9	-121.0	-118.8	-116.4	-114.2	-112.3
-7.5	-132.7	-131.5	-129.7	-127.5	-125.2	-123.1	-121.3
-15	-147.4	-146.3	-144.6	-142.6	-140.5	-138.5	-136.9
-22.5	-167.9	-166.9	-165.5	-163.8	-161.9	-160.2	-158.8
-30	-192.5	-191.8	-190.7	-189.4	-188.0	-186.7	-185.6
-37.5	-218.6	-218.2	-217.6	-216.9	-216.2	-215.5	-214.9
-45	-243.8	-243.9	-244.0	-244.1	-244.2	-244.3	-244.4
-52.5	-267.6	-268.2	-269.1	-270.2	-271.3	-272.3	-273.2
-60	-291.2	-292.4	-294.1	-296.2	-298.4	-300.5	-302.2
-67.5	-315.4	-317.2	-319.7	-322.8	-326.0	-329.0	-331.6
-75	-338.6	-340.8	-344.0	-348.0	-352.1	-355.9	-359.1
-82.5	-356.2	-358.7	-362.3	-366.8	-371.5	-375.8	-379.5
-90	-362.8	-365.4	-369.2	-373.9	-378.7	-383.3	-387.1

Resumen de resultados 22. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-17.6	-17.9	-18.2	-18.6	-19.1	-19.5	-19.8
75	-35.0	-35.4	-36.0	-36.7	-37.4	-38.1	-38.7
67.5	-50.7	-51.1	-51.8	-52.6	-53.4	-54.2	-54.9
60	-62.5	-62.9	-63.4	-64.1	-64.8	-65.5	-66.0
52.5	-68.9	-69.1	-69.4	-69.7	-70.1	-70.5	-70.8
45	-69.8	-69.8	-69.8	-69.7	-69.7	-69.6	-69.6
37.5	-66.6	-66.3	-66.0	-65.5	-65.1	-64.6	-64.2
30	-60.1	-59.7	-59.1	-58.4	-57.6	-56.9	-56.3
22.5	-50.4	-50.0	-49.4	-48.5	-47.7	-46.9	-46.3
15	-37.2	-36.8	-36.3	-35.6	-34.9	-34.2	-33.7
7.5	-20.2	-19.9	-19.6	-19.2	-18.8	-18.5	-18.2
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	22.1	21.9	21.6	21.2	20.8	20.5	20.2
-15	44.7	44.4	43.9	43.3	42.6	42.0	41.5
-22.5	66.2	65.8	65.2	64.5	63.8	63.1	62.6
-30	83.9	83.6	83.2	82.6	82.0	81.4	80.9
-37.5	95.5	95.4	95.1	94.8	94.5	94.2	93.9
-45	99.5	99.5	99.6	99.6	99.7	99.7	99.8
-52.5	96.1	96.3	96.6	97.0	97.4	97.8	98.1
-60	86.5	86.9	87.4	88.0	88.7	89.3	89.8
-67.5	71.8	72.2	72.8	73.5	74.2	74.9	75.5
-75	52.0	52.4	52.9	53.5	54.1	54.7	55.2
-82.5	27.5	27.7	28.0	28.4	28.7	29.1	29.4
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 23. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-427.2	-432.9	-441.4	-452.0	-463.1	-473.3	-482.1
82.5	-441.9	-447.5	-455.9	-466.3	-477.2	-487.3	-495.9
75	-483.0	-488.3	-496.3	-506.1	-516.5	-526.1	-534.2
67.5	-542.4	-547.1	-554.1	-562.8	-571.9	-580.3	-587.5
60	-608.8	-612.4	-617.8	-624.5	-631.5	-637.9	-643.4
52.5	-673.5	-675.6	-678.5	-682.1	-685.8	-689.3	-692.2
45	-735.4	-735.2	-734.8	-734.3	-733.8	-733.2	-732.7
37.5	-800.7	-797.9	-793.6	-788.2	-782.5	-777.2	-772.8
30	-876.1	-870.4	-861.9	-851.3	-840.2	-829.9	-821.1
22.5	-962.9	-954.5	-942.1	-926.7	-910.5	-895.6	-882.9
15	-1053.4	-1042.8	-1027.3	-1008.1	-988.0	-969.4	-953.6
7.5	-1135.1	-1123.2	-1105.8	-1084.4	-1061.9	-1041.1	-1023.5
0	-1199.6	-1187.4	-1169.7	-1147.8	-1124.9	-1103.7	-1085.8
-7.5	-1244.2	-1232.7	-1216.2	-1195.8	-1174.4	-1154.6	-1137.9
-15	-1267.1	-1257.4	-1243.3	-1226.0	-1207.8	-1191.0	-1176.8
-22.5	-1262.9	-1255.5	-1244.9	-1231.7	-1218.0	-1205.3	-1194.5
-30	-1224.1	-1219.4	-1212.6	-1204.3	-1195.5	-1187.3	-1180.4
-37.5	-1149.2	-1147.2	-1144.3	-1140.6	-1136.7	-1133.1	-1130.1
-45	-1048.3	-1048.6	-1049.0	-1049.5	-1050.0	-1050.4	-1050.8
-52.5	-940.0	-942.2	-945.3	-949.1	-953.0	-956.7	-959.8
-60	-843.1	-846.6	-851.6	-857.7	-864.1	-870.0	-875.0
-67.5	-768.4	-772.7	-778.9	-786.5	-794.4	-801.8	-808.0
-75	-718.1	-722.9	-729.7	-738.0	-746.8	-754.9	-761.7
-82.5	-689.8	-694.7	-701.8	-710.5	-719.6	-728.0	-735.2
-90	-680.6	-685.6	-692.8	-701.6	-710.8	-719.3	-726.5

Resumen de resultados 24. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Factor de reducción a la rigidez (Alpha)						
	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8
	M (kNm/m)	M (kNm/m)	M (kNm/m)	M (kNm/m)	M (kNm/m)	M (kNm/m)	M (kNm/m)
90	593.4	601.2	612.9	627.5	642.9	657.0	669.1
82.5	579.7	587.0	597.9	611.5	625.8	639.0	650.2
75	533.5	539.3	548.1	558.9	570.3	580.8	589.7
67.5	445.9	449.8	455.5	462.6	470.1	477.0	482.8
60	317.4	319.3	322.1	325.6	329.2	332.5	335.4
52.5	162.3	162.8	163.5	164.3	165.2	166.1	166.8
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-156.8	-156.3	-155.4	-154.4	-153.3	-152.2	-151.4
30	-304.8	-302.9	-299.9	-296.2	-292.4	-288.8	-285.8
22.5	-443.2	-439.4	-433.7	-426.6	-419.2	-412.4	-406.6
15	-565.9	-560.2	-551.9	-541.6	-530.9	-520.9	-512.5
7.5	-660.5	-653.6	-643.6	-631.1	-618.1	-606.1	-595.8
0	-715.6	-708.4	-697.9	-684.9	-671.3	-658.7	-648.0
-7.5	-724.0	-717.3	-707.8	-695.9	-683.6	-672.1	-662.4
-15	-680.7	-675.5	-668.0	-658.7	-649.0	-640.0	-632.4
-22.5	-581.4	-578.0	-573.1	-567.1	-560.8	-555.0	-550.0
-30	-425.9	-424.3	-422.0	-419.1	-416.0	-413.2	-410.8
-37.5	-225.1	-224.7	-224.1	-223.4	-222.6	-221.9	-221.3
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	226.5	227.0	227.8	228.7	229.6	230.5	231.2
-60	439.7	441.5	444.1	447.2	450.5	453.6	456.2
-67.5	631.9	635.4	640.5	646.6	653.1	659.1	664.1
-75	793.3	798.5	805.9	815.1	824.6	833.5	841.0
-82.5	904.8	911.2	920.4	931.7	943.6	954.5	963.8
-90	945.2	952.0	961.8	974.0	986.6	998.3	1008.3

## ESPESOR REVESTIMIENTO PRIMARIO

Resumen de resultados 25. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-173.0	-174.0	-175.6	-177.6	-179.8	-182.0	-184.0
82.5	-170.0	-171.1	-172.6	-174.6	-176.7	-178.9	-180.9
75	-163.1	-164.2	-165.7	-167.6	-169.7	-171.8	-173.7
67.5	-157.5	-158.7	-160.1	-161.8	-163.7	-165.6	-167.5
60	-158.3	-159.3	-160.5	-161.8	-163.3	-164.8	-166.3
52.5	-167.0	-167.5	-168.1	-168.8	-169.5	-170.3	-171.0
45	-180.7	-180.4	-180.1	-179.8	-179.4	-179.0	-178.6
37.5	-193.7	-192.6	-191.3	-189.8	-188.3	-186.7	-185.2
30	-201.6	-200.0	-198.0	-195.8	-193.4	-191.0	-188.6
22.5	-204.2	-202.5	-200.4	-197.8	-195.1	-192.2	-189.5
15	-205.3	-203.7	-201.6	-199.0	-196.2	-193.2	-190.3
7.5	-208.4	-206.9	-204.8	-202.2	-199.2	-196.1	-193.1
0	-213.8	-212.3	-210.1	-207.4	-204.3	-201.1	-197.9
-7.5	-218.3	-216.9	-214.8	-212.2	-209.2	-206.1	-203.0
-15	-218.9	-217.9	-216.3	-214.2	-211.8	-209.2	-206.7
-22.5	-215.9	-215.6	-214.9	-213.7	-212.2	-210.5	-208.9
-30	-213.3	-213.7	-213.8	-213.5	-212.9	-212.3	-211.6
-37.5	-215.1	-215.9	-216.4	-216.8	-217.0	-217.1	-217.2
-45	-221.6	-222.5	-223.3	-224.1	-224.8	-225.5	-226.2
-52.5	-228.9	-229.9	-231.1	-232.3	-233.6	-234.9	-236.2
-60	-231.7	-233.1	-234.8	-236.7	-238.8	-240.9	-243.0
-67.5	-227.3	-229.3	-231.7	-234.5	-237.6	-240.7	-243.8
-75	-217.8	-220.4	-223.5	-227.1	-231.0	-235.0	-239.0
-82.5	-208.5	-211.5	-215.1	-219.1	-223.5	-228.1	-232.8
-90	-204.6	-207.8	-211.5	-215.7	-220.3	-225.1	-230.0

Resumen de resultados 26. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-8.4	-8.3	-8.1	-8.0	-7.8	-7.7	-7.6
75	-14.1	-13.9	-13.8	-13.6	-13.5	-13.3	-13.2
67.5	-17.0	-17.0	-17.0	-16.9	-16.9	-16.9	-16.8
60	-19.7	-19.8	-19.8	-19.9	-19.9	-19.9	-19.9
52.5	-23.9	-23.8	-23.8	-23.8	-23.7	-23.7	-23.6
45	-28.2	-28.1	-27.9	-27.6	-27.4	-27.2	-27.0
37.5	-30.0	-29.7	-29.4	-29.1	-28.8	-28.5	-28.1
30	-27.5	-27.2	-26.9	-26.6	-26.4	-26.1	-25.8
22.5	-21.6	-21.4	-21.3	-21.1	-21.0	-20.8	-20.7
15	-14.5	-14.5	-14.4	-14.4	-14.3	-14.3	-14.2
7.5	-7.4	-7.4	-7.4	-7.4	-7.4	-7.4	-7.4
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	7.6	7.6	7.6	7.7	7.7	7.7	7.7
-15	14.4	14.5	14.6	14.6	14.7	14.7	14.8
-22.5	19.3	19.5	19.7	19.9	20.0	20.2	20.3
-30	22.6	22.9	23.2	23.6	23.9	24.1	24.4
-37.5	25.8	26.2	26.5	26.9	27.2	27.5	27.9
-45	29.5	29.8	30.0	30.3	30.5	30.7	30.9
-52.5	31.9	32.0	32.1	32.2	32.2	32.3	32.4
-60	30.3	30.3	30.3	30.3	30.3	30.3	30.3
-67.5	23.8	23.9	23.9	24.0	24.1	24.1	24.2
-75	14.8	15.0	15.2	15.3	15.5	15.6	15.8
-82.5	6.6	6.7	6.9	7.0	7.2	7.3	7.4
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 27. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-729.9	-722.5	-714.0	-704.7	-695.1	-685.5	-676.3
82.5	-718.2	-711.8	-704.4	-696.3	-687.9	-679.4	-671.2
75	-691.4	-687.6	-683.0	-677.7	-672.0	-666.3	-660.7
67.5	-670.3	-669.2	-667.3	-664.9	-662.2	-659.4	-656.5
60	-675.8	-676.1	-675.7	-675.0	-673.9	-672.8	-671.6
52.5	-715.5	-715.4	-715.0	-714.2	-713.3	-712.2	-711.2
45	-777.1	-775.9	-774.5	-772.9	-771.3	-769.6	-767.9
37.5	-836.2	-834.3	-832.4	-830.6	-828.7	-826.8	-824.9
30	-873.2	-871.9	-870.8	-869.9	-869.1	-868.3	-867.4
22.5	-886.9	-887.4	-888.1	-889.2	-890.5	-891.8	-893.0
15	-892.9	-895.3	-898.0	-901.2	-904.7	-908.2	-911.5
7.5	-907.3	-910.8	-914.9	-919.4	-924.3	-929.2	-934.0
0	-931.0	-935.0	-939.5	-944.5	-949.9	-955.3	-960.6
-7.5	-950.3	-954.5	-959.2	-964.4	-969.9	-975.6	-981.1
-15	-951.4	-956.2	-961.6	-967.3	-973.3	-979.4	-985.4
-22.5	-936.3	-942.3	-948.5	-955.0	-961.7	-968.5	-975.2
-30	-922.7	-929.2	-935.9	-942.7	-949.6	-956.5	-963.3
-37.5	-927.8	-933.8	-939.5	-945.3	-951.0	-956.6	-962.2
-45	-953.0	-956.8	-960.3	-963.6	-966.6	-969.6	-972.5
-52.5	-980.8	-982.1	-982.8	-983.1	-983.1	-982.9	-982.7
-60	-989.0	-988.8	-987.7	-985.9	-983.8	-981.4	-979.1
-67.5	-967.7	-967.7	-966.7	-964.8	-962.4	-959.7	-957.0
-75	-926.0	-927.9	-928.5	-928.2	-927.2	-925.9	-924.4
-82.5	-886.4	-890.3	-892.9	-894.5	-895.4	-895.8	-896.1
-90	-870.2	-875.0	-878.5	-881.0	-882.8	-884.0	-884.9

Resumen de resultados 28. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2 M (kNm/m)	0.25 M (kNm/m)	0.3 M (kNm/m)	0.35 M (kNm/m)	0.4 M (kNm/m)	0.45 M (kNm/m)	0.5 M (kNm/m)
90	15.2	27.8	44.2	63.4	84.0	104.5	123.7
82.5	13.9	25.5	40.6	58.4	77.5	96.7	114.7
75	10.8	19.9	32.0	46.3	61.9	77.7	92.9
67.5	7.5	14.0	22.7	33.2	44.8	56.7	68.3
60	5.0	9.4	15.3	22.5	30.4	38.6	46.8
52.5	2.8	5.3	8.5	12.5	16.8	21.3	25.7
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-3.6	-6.6	-10.5	-15.3	-20.4	-25.6	-30.6
30	-7.0	-13.0	-20.8	-30.1	-40.3	-50.6	-60.5
22.5	-9.5	-17.7	-28.5	-41.4	-55.6	-70.1	-84.0
15	-11.1	-20.7	-33.4	-48.8	-65.7	-83.2	-100.2
7.5	-12.1	-22.7	-36.8	-53.8	-72.7	-92.3	-111.5
0	-12.8	-23.9	-38.8	-56.9	-76.9	-97.6	-118.0
-7.5	-12.6	-23.5	-38.2	-56.0	-75.7	-96.2	-116.4
-15	-11.1	-20.8	-33.8	-49.6	-67.3	-85.8	-104.0
-22.5	-8.5	-16.1	-26.4	-38.9	-53.0	-67.9	-82.7
-30	-5.8	-10.9	-18.0	-26.6	-36.5	-46.9	-57.3
-37.5	-3.1	-5.8	-9.5	-14.1	-19.3	-24.8	-30.3
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	3.8	7.1	11.5	16.9	22.9	29.1	35.2
-60	7.7	14.4	23.4	34.3	46.3	58.7	71.0
-67.5	10.5	19.7	32.1	47.0	63.7	81.1	98.2
-75	11.3	21.4	35.2	52.0	71.0	91.0	111.1
-82.5	10.8	20.7	34.3	51.3	70.7	91.6	112.8
-90	10.4	20.0	33.3	50.1	69.5	90.4	111.8

Resumen de resultados 29. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-233.1	-234.4	-236.2	-238.4	-240.9	-243.3	-245.5
82.5	-233.5	-234.6	-236.3	-238.4	-240.7	-243.0	-245.1
75	-232.6	-233.5	-234.9	-236.7	-238.6	-240.6	-242.3
67.5	-226.5	-227.2	-228.2	-229.5	-231.0	-232.4	-233.8
60	-212.8	-213.2	-213.9	-214.7	-215.7	-216.6	-217.6
52.5	-192.7	-192.9	-193.2	-193.7	-194.2	-194.7	-195.2
45	-170.4	-170.5	-170.6	-170.7	-170.8	-170.9	-171.1
37.5	-150.7	-150.6	-150.4	-150.2	-149.9	-149.7	-149.5
30	-135.7	-135.5	-135.0	-134.5	-133.9	-133.3	-132.8
22.5	-126.0	-125.6	-124.9	-124.1	-123.2	-122.3	-121.5
15	-121.0	-120.3	-119.5	-118.4	-117.3	-116.1	-115.0
7.5	-120.1	-119.3	-118.3	-117.0	-115.6	-114.3	-112.9
0	-123.9	-122.9	-121.7	-120.3	-118.8	-117.2	-115.6
-7.5	-133.1	-132.0	-130.7	-129.2	-127.5	-125.8	-124.1
-15	-148.4	-147.3	-145.9	-144.3	-142.6	-140.8	-139.1
-22.5	-169.4	-168.3	-166.9	-165.4	-163.8	-162.0	-160.3
-30	-194.1	-193.2	-192.1	-190.8	-189.4	-187.9	-186.5
-37.5	-219.8	-219.3	-218.6	-217.8	-216.9	-216.0	-215.0
-45	-244.2	-244.2	-244.2	-244.1	-244.1	-244.0	-243.8
-52.5	-266.8	-267.5	-268.4	-269.3	-270.2	-271.1	-272.0
-60	-289.2	-290.7	-292.3	-294.2	-296.2	-298.3	-300.3
-67.5	-312.5	-314.6	-317.1	-319.8	-322.8	-325.9	-329.0
-75	-335.2	-337.8	-340.8	-344.2	-348.0	-351.8	-355.7
-82.5	-352.6	-355.5	-358.8	-362.6	-366.8	-371.2	-375.6
-90	-359.2	-362.2	-365.6	-369.5	-373.9	-378.4	-382.9

Resumen de resultados 30. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-18.0	-18.1	-18.3	-18.4	-18.6	-18.8	-19.0
75	-35.7	-35.9	-36.1	-36.4	-36.7	-37.0	-37.2
67.5	-51.6	-51.7	-52.0	-52.2	-52.6	-52.9	-53.2
60	-63.2	-63.4	-63.6	-63.8	-64.1	-64.4	-64.7
52.5	-69.2	-69.3	-69.4	-69.5	-69.7	-69.9	-70.1
45	-69.6	-69.6	-69.6	-69.7	-69.7	-69.8	-69.8
37.5	-65.9	-65.8	-65.7	-65.6	-65.5	-65.4	-65.4
30	-59.2	-59.1	-58.9	-58.6	-58.4	-58.1	-57.9
22.5	-49.7	-49.5	-49.2	-48.9	-48.5	-48.2	-47.9
15	-36.7	-36.5	-36.3	-35.9	-35.6	-35.2	-34.9
7.5	-20.0	-19.9	-19.7	-19.5	-19.2	-19.0	-18.8
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	22.2	22.0	21.8	21.5	21.2	20.9	20.7
-15	45.0	44.7	44.3	43.8	43.3	42.7	42.2
-22.5	66.7	66.3	65.8	65.2	64.5	63.9	63.2
-30	84.6	84.2	83.7	83.2	82.6	81.9	81.3
-37.5	96.1	95.8	95.5	95.2	94.8	94.4	94.0
-45	99.7	99.7	99.7	99.7	99.6	99.6	99.5
-52.5	95.8	96.1	96.4	96.7	97.0	97.4	97.7
-60	85.9	86.4	86.9	87.4	88.0	88.7	89.3
-67.5	71.1	71.6	72.2	72.8	73.5	74.2	74.9
-75	51.5	51.9	52.4	52.9	53.5	54.1	54.7
-82.5	27.3	27.5	27.7	28.0	28.4	28.7	29.0
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 31. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2	0.25	0.3	0.35	0.4	0.45	0.5
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-437.3	-439.7	-443.1	-447.3	-452.0	-456.6	-460.8
82.5	-452.1	-454.4	-457.7	-461.8	-466.3	-470.8	-474.9
75	-493.3	-495.3	-498.3	-502.0	-506.1	-510.3	-514.1
67.5	-551.9	-553.5	-556.0	-559.2	-562.8	-566.4	-569.7
60	-616.2	-617.4	-619.3	-621.7	-624.5	-627.3	-630.0
52.5	-676.8	-677.6	-678.8	-680.3	-682.1	-683.9	-685.8
45	-732.9	-733.2	-733.5	-733.9	-734.3	-734.9	-735.6
37.5	-792.1	-791.7	-790.8	-789.6	-788.2	-787.0	-786.1
30	-862.8	-861.2	-858.5	-855.1	-851.3	-847.6	-844.4
22.5	-947.8	-944.4	-939.5	-933.4	-926.7	-920.0	-913.8
15	-1039.9	-1034.4	-1026.9	-1017.9	-1008.1	-998.1	-988.6
7.5	-1126.2	-1118.5	-1108.7	-1097.1	-1084.4	-1071.4	-1058.8
0	-1196.9	-1187.6	-1176.0	-1162.5	-1147.8	-1132.6	-1117.8
-7.5	-1247.9	-1237.7	-1225.4	-1211.2	-1195.8	-1179.8	-1164.0
-15	-1275.8	-1265.9	-1254.1	-1240.6	-1226.0	-1210.7	-1195.5
-22.5	-1274.0	-1265.4	-1255.4	-1244.1	-1231.7	-1218.8	-1205.8
-30	-1234.3	-1228.2	-1221.1	-1213.0	-1204.3	-1195.0	-1185.6
-37.5	-1155.9	-1152.8	-1149.2	-1145.1	-1140.6	-1135.7	-1130.7
-45	-1050.1	-1050.0	-1049.9	-1049.8	-1049.5	-1049.1	-1048.5
-52.5	-937.3	-939.8	-942.7	-945.8	-949.1	-952.4	-955.6
-60	-837.3	-841.6	-846.5	-851.9	-857.7	-863.7	-869.7
-67.5	-761.3	-766.5	-772.5	-779.2	-786.5	-794.0	-801.6
-75	-711.0	-716.5	-722.9	-730.1	-738.0	-746.3	-754.6
-82.5	-683.0	-688.5	-695.0	-702.4	-710.5	-718.9	-727.5
-90	-674.1	-679.6	-686.1	-693.5	-701.6	-710.1	-718.7

Resumen de resultados 32. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Espesor del revestimiento primario (m)						
	0.2 M (kNm/m)	0.25 M (kNm/m)	0.3 M (kNm/m)	0.35 M (kNm/m)	0.4 M (kNm/m)	0.45 M (kNm/m)	0.5 M (kNm/m)
90	607.4	610.7	615.4	621.2	627.5	633.9	639.6
82.5	593.1	596.0	600.3	605.7	611.5	617.4	622.7
75	544.8	547.0	550.3	554.4	558.9	563.5	567.6
67.5	453.8	455.1	457.1	459.7	462.6	465.6	468.3
60	321.3	321.9	322.9	324.1	325.6	327.0	328.4
52.5	163.1	163.3	163.5	163.9	164.3	164.8	165.2
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-155.1	-155.0	-154.9	-154.6	-154.4	-154.1	-153.9
30	-300.2	-299.6	-298.7	-297.5	-296.2	-295.0	-293.8
22.5	-436.3	-434.7	-432.5	-429.7	-426.6	-423.6	-420.7
15	-558.6	-555.7	-551.7	-546.9	-541.6	-536.3	-531.2
7.5	-655.4	-650.9	-645.2	-638.5	-631.1	-623.6	-616.3
0	-714.1	-708.5	-701.6	-693.6	-684.9	-675.9	-667.1
-7.5	-726.2	-720.3	-713.1	-704.9	-695.9	-686.7	-677.5
-15	-685.4	-680.1	-673.7	-666.5	-658.7	-650.5	-642.4
-22.5	-586.5	-582.6	-578.0	-572.8	-567.1	-561.2	-555.2
-30	-429.5	-427.4	-424.9	-422.1	-419.1	-415.9	-412.6
-37.5	-226.4	-225.8	-225.1	-224.3	-223.4	-222.4	-221.4
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	225.9	226.5	227.1	227.9	228.7	229.5	230.2
-60	436.7	438.9	441.4	444.2	447.2	450.3	453.4
-67.5	626.1	630.3	635.2	640.7	646.6	652.8	659.0
-75	785.4	791.4	798.4	806.4	815.1	824.1	833.2
-82.5	895.9	903.1	911.5	921.2	931.7	942.8	953.9
-90	936.0	943.6	952.5	962.8	974.0	985.7	997.6

## PROFUNDIDAD DEL TÚNEL

Resumen de resultados 33. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15	20	25	30	35	40	45
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-125.1	-179.8	-237.5	-281.7	-337.2	-392.4	-424.4
82.5	-122.0	-176.7	-233.2	-278.4	-333.8	-387.7	-421.3
75	-115.0	-169.7	-223.3	-270.7	-326.2	-377.0	-414.8
67.5	-109.2	-163.7	-214.5	-259.9	-319.8	-367.6	-410.8
60	-109.0	-163.3	-213.2	-262.2	-319.3	-366.1	-415.0
52.5	-115.4	-169.5	-220.5	-272.1	-326.1	-374.1	-428.9
45	-125.5	-179.4	-232.4	-286.7	-336.7	-387.0	-448.7
37.5	-134.9	-188.3	-242.9	-300.7	-346.1	-398.2	-467.5
30	-140.5	-193.4	-248.0	-310.2	-351.2	-403.4	-480.6
22.5	-142.7	-195.1	-248.3	-302.3	-352.5	-423.1	-487.6
15	-144.2	-196.2	-247.8	-303.2	-353.2	-426.6	-492.5
7.5	-147.8	-199.2	-250.0	-306.3	-355.9	-432.1	-498.9
0	-153.3	-204.3	-254.9	-311.7	-360.8	-439.8	-472.4
-7.5	-158.1	-209.2	-259.6	-316.7	-365.5	-445.5	-475.9
-15	-160.7	-211.8	-273.1	-319.1	-367.4	-445.6	-475.9
-22.5	-161.2	-212.2	-271.2	-318.6	-366.7	-440.6	-472.6
-30	-162.2	-212.9	-269.4	-318.4	-366.2	-435.0	-469.6
-37.5	-166.5	-217.0	-272.3	-321.7	-369.3	-433.8	-471.0
-45	-174.5	-224.8	-277.0	-329.2	-381.1	-437.8	-477.8
-52.5	-183.4	-233.6	-287.7	-337.9	-386.2	-442.9	-486.3
-60	-188.8	-238.8	-293.8	-342.9	-387.2	-442.8	-490.3
-67.5	-187.7	-237.6	-291.4	-340.9	-381.8	-434.5	-486.1
-75	-181.2	-231.0	-281.9	-333.3	-371.8	-420.3	-475.2
-82.5	-173.9	-223.5	-271.5	-324.8	-362.3	-407.1	-463.8
-90	-170.7	-220.3	-267.0	-321.2	-358.4	-401.7	-459.0

Resumen de resultados 34. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15	20	25	30	35	40	45
	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)	$T_{re}$ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-7.0	-7.8	-10.6	-12.1	-14.7	-18.7	-19.8
75	-11.8	-13.5	-18.2	-21.6	-26.6	-33.7	-36.3
67.5	-14.4	-16.9	-22.7	-24.6	-35.3	-44.5	-49.1
60	-16.6	-19.9	-26.6	-29.5	-42.5	-53.3	-59.6
52.5	-19.7	-23.7	-31.5	-34.6	-49.4	-61.8	-69.0
45	-22.8	-27.4	-36.3	-38.8	-54.5	-68.3	-75.6
37.5	-23.9	-28.8	-37.9	-39.9	-55.4	-69.3	-76.6
30	-21.6	-26.4	-34.5	-36.5	-50.6	-63.0	-70.1
22.5	-16.7	-21.0	-27.2	-33.6	-41.0	-44.4	-57.3
15	-11.0	-14.3	-18.4	-23.2	-28.6	-31.0	-40.5
7.5	-5.5	-7.4	-9.4	-12.0	-14.9	-16.2	-21.2
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	5.6	7.7	9.6	12.3	15.5	17.1	25.6
-15	10.7	14.7	16.2	23.7	30.0	33.4	50.3
-22.5	14.4	20.0	22.1	33.0	41.9	47.0	71.4
-30	17.0	23.9	26.5	40.0	50.8	57.6	87.9
-37.5	19.7	27.2	30.4	45.6	57.7	65.8	100.4
-45	22.7	30.5	39.1	50.1	54.8	71.9	108.5
-52.5	24.7	32.2	41.3	51.7	56.2	73.8	109.8
-60	23.5	30.3	38.8	48.0	52.2	68.4	101.3
-67.5	18.6	24.1	30.7	38.6	42.3	55.4	82.4
-75	11.6	15.5	19.6	25.7	28.6	37.4	56.5
-82.5	5.2	7.2	9.0	12.4	14.0	18.3	28.2
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 35. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15	20	25	30	35	40	45
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-467.4	-695.1	-915.8	-1092.5	-1305.9	-1504.3	-1780.0
82.5	-460.1	-687.9	-905.5	-1085.8	-1300.1	-1495.4	-1769.4
75	-444.2	-672.0	-882.5	-1072.0	-1288.9	-1477.3	-1747.5
67.5	-434.0	-662.2	-866.7	-1100.0	-1288.0	-1471.1	-1738.2
60	-445.0	-673.9	-878.8	-1115.3	-1312.6	-1498.6	-1764.8
52.5	-483.2	-713.3	-927.1	-1163.6	-1369.5	-1567.8	-1833.7
45	-539.8	-771.3	-999.4	-1232.8	-1447.7	-1664.2	-1929.2
37.5	-595.7	-828.7	-1069.5	-1300.4	-1525.0	-1758.1	-2022.2
30	-634.7	-869.1	-1115.3	-1348.7	-1582.3	-1824.3	-2089.7
22.5	-654.7	-890.5	-1134.7	-1382.6	-1616.8	-1844.8	-2129.7
15	-667.3	-904.7	-1144.1	-1403.0	-1640.6	-1865.1	-2158.1
7.5	-685.9	-924.3	-1160.9	-1427.2	-1667.0	-1892.8	-2190.7
0	-711.2	-949.9	-1186.4	-1455.5	-1695.8	-1928.0	-2268.1
-7.5	-731.3	-969.9	-1204.9	-1475.0	-1713.5	-1952.2	-2281.8
-15	-736.6	-973.3	-1194.1	-1473.1	-1707.5	-1949.4	-2261.0
-22.5	-728.7	-961.7	-1181.6	-1451.1	-1679.8	-1921.6	-2208.1
-30	-721.6	-949.6	-1169.4	-1425.8	-1647.1	-1889.6	-2144.4
-37.5	-728.8	-951.0	-1176.6	-1413.4	-1626.3	-1875.4	-2091.7
-45	-750.4	-966.6	-1191.3	-1415.8	-1638.7	-1882.6	-2054.7
-52.5	-772.4	-983.1	-1209.9	-1419.0	-1651.9	-1893.0	-2018.5
-60	-778.2	-983.8	-1208.2	-1406.0	-1647.6	-1881.3	-1964.5
-67.5	-761.3	-962.4	-1177.4	-1370.8	-1617.4	-1836.3	-1887.5
-75	-729.7	-927.2	-1128.6	-1323.3	-1570.4	-1770.1	-1802.5
-82.5	-700.3	-895.4	-1084.9	-1282.8	-1527.8	-1711.2	-1735.6
-90	-688.4	-882.8	-1067.5	-1267.0	-1510.8	-1687.7	-1710.3

Resumen de resultados 36. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-revestimiento primario para el análisis a corto plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15 M (kNm/m)	20 M (kNm/m)	25 M (kNm/m)	30 M (kNm/m)	35 M (kNm/m)	40 M (kNm/m)	45 M (kNm/m)
90	75.7	84.0	113.4	127.9	154.8	196.7	48.2
82.5	69.4	77.5	104.6	119.6	145.6	184.6	45.6
75	54.3	61.9	83.3	98.9	122.2	154.4	38.9
67.5	38.2	44.8	60.1	18.6	93.5	117.7	30.3
60	25.4	30.4	40.6	12.9	65.0	81.5	21.3
52.5	14.0	16.8	22.4	7.0	35.0	43.8	11.4
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-17.0	-20.4	-26.9	-8.1	-39.3	-49.1	-12.7
30	-33.0	-40.3	-52.7	-16.0	-77.4	-96.2	-25.0
22.5	-44.3	-55.6	-72.1	-89.1	-108.5	-27.4	-35.4
15	-50.6	-65.7	-84.4	-106.5	-131.2	-33.2	-43.4
7.5	-54.3	-72.7	-92.6	-118.1	-146.9	-37.3	-48.9
0	-56.1	-76.9	-97.2	-124.0	-155.1	-39.5	-254.6
-7.5	-55.5	-75.7	-95.2	-121.5	-152.7	-39.3	-253.1
-15	-49.2	-67.3	-21.2	-108.6	-137.4	-35.7	-230.6
-22.5	-38.2	-53.0	-16.8	-87.3	-110.8	-29.0	-189.0
-30	-26.1	-36.5	-11.6	-61.1	-77.7	-20.5	-134.4
-37.5	-14.0	-19.3	-6.2	-32.4	-40.9	-10.9	-71.2
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	17.5	22.9	29.3	36.6	9.3	12.2	77.9
-60	36.0	46.3	59.3	73.4	18.6	24.4	154.8
-67.5	49.1	63.7	81.3	102.3	26.1	34.2	218.2
-75	53.2	71.0	89.9	118.0	30.6	40.0	259.0
-82.5	50.9	70.7	88.7	122.6	32.3	42.2	278.2
-90	49.0	69.5	86.7	122.9	32.7	42.7	283.3

Resumen de resultados 37. Esfuerzo radial sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15	20	25	30	35	40	45
	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)	$\sigma_R$ (kPa)
90	-146.9	-240.9	-330.3	-397.9	-478.8	-562.7	-446.3
82.5	-148.1	-240.7	-328.8	-395.4	-476.2	-557.6	-449.0
75	-149.9	-238.6	-322.6	-386.5	-466.7	-541.4	-455.6
67.5	-148.5	-231.0	-308.5	-305.4	-446.4	-513.2	-462.8
60	-141.3	-215.7	-285.0	-302.8	-413.7	-473.9	-467.3
52.5	-128.9	-194.2	-254.3	-296.4	-371.6	-426.8	-468.3
45	-114.7	-170.8	-221.8	-288.7	-326.9	-378.6	-467.9
37.5	-102.3	-149.9	-192.8	-283.1	-286.6	-334.7	-469.2
30	-93.4	-133.9	-170.4	-282.3	-255.0	-298.5	-474.5
22.5	-88.0	-123.2	-155.1	-201.5	-233.2	-392.6	-483.8
15	-85.5	-117.3	-146.1	-189.8	-220.3	-401.1	-495.1
7.5	-85.7	-115.6	-143.0	-184.2	-215.6	-414.1	-506.0
0	-89.3	-118.8	-146.1	-185.3	-219.1	-431.1	-307.5
-7.5	-97.7	-127.5	-156.1	-194.5	-231.5	-451.3	-317.8
-15	-111.2	-142.6	-268.3	-212.5	-253.0	-471.7	-339.8
-22.5	-129.5	-163.8	-286.3	-239.4	-282.8	-488.3	-372.8
-30	-151.0	-189.4	-301.8	-273.1	-319.0	-497.3	-414.5
-37.5	-173.2	-216.9	-312.5	-310.7	-358.6	-496.6	-461.3
-45	-194.1	-244.1	-300.3	-349.3	-421.9	-487.9	-509.0
-52.5	-213.8	-270.2	-331.3	-387.2	-419.5	-475.5	-554.8
-60	-233.8	-296.2	-361.5	-424.3	-416.6	-465.0	-597.0
-67.5	-255.4	-322.8	-391.2	-460.1	-415.9	-459.8	-634.8
-75	-276.9	-348.0	-418.4	-492.0	-417.5	-460.0	-666.1
-82.5	-293.6	-366.8	-438.2	-514.8	-420.0	-462.5	-687.5
-90	-300.0	-373.9	-445.6	-523.1	-421.1	-463.9	-695.2

Resumen de resultados 38. Esfuerzo cortante sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15	20	25	30	35	40	45
	Trθ (kPa)	Trθ (kPa)	Trθ (kPa)	Trθ (kPa)	Trθ (kPa)	Trθ (kPa)	Trθ (kPa)
90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
82.5	-11.5	-18.6	-25.4	-30.6	-36.8	-43.1	-51.4
75	-23.0	-36.7	-49.6	-59.4	-71.7	-83.1	-100.5
67.5	-33.8	-52.6	-70.2	-91.0	-101.6	-116.8	-143.7
60	-42.0	-64.1	-84.7	-110.5	-122.9	-140.8	-176.5
52.5	-46.3	-69.7	-91.3	-120.6	-133.4	-153.3	-195.8
45	-46.8	-69.7	-90.5	-121.5	-133.4	-154.5	-200.8
37.5	-44.7	-65.5	-84.3	-115.1	-125.3	-146.3	-192.9
30	-40.7	-58.4	-74.3	-102.8	-111.2	-130.1	-173.5
22.5	-34.7	-48.5	-61.1	-79.4	-91.9	-116.4	-143.4
15	-25.9	-35.6	-44.3	-57.6	-66.8	-83.6	-103.2
7.5	-14.3	-19.2	-23.8	-30.6	-35.9	-44.6	-54.4
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-7.5	16.3	21.2	26.0	32.4	38.5	48.6	52.8
-15	33.7	43.3	56.3	64.5	76.8	98.4	103.1
-22.5	51.0	64.5	85.0	94.3	111.4	144.8	146.9
-30	65.8	82.6	109.9	119.1	139.1	181.8	180.7
-37.5	75.7	94.8	127.0	135.8	156.8	204.2	201.6
-45	79.3	99.6	122.6	142.6	181.1	209.4	207.8
-52.5	76.8	97.0	119.0	139.0	175.4	198.8	199.2
-60	69.5	88.0	107.4	126.1	157.4	175.6	177.3
-67.5	58.1	73.5	89.0	104.7	129.1	142.7	144.4
-75	42.6	53.5	64.3	75.6	92.1	101.5	102.2
-82.5	22.7	28.4	33.9	39.8	48.1	53.0	53.1
-90	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Resumen de resultados 39. Fuerzas axiales sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15	20	25	30	35	40	45
	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)	T (kN/m)
90	-275.6	-452.0	-619.7	-746.5	-898.0	-1055.2	-1436.6
82.5	-286.9	-466.3	-636.7	-765.7	-922.0	-1079.3	-1462.4
75	-318.0	-506.1	-684.2	-819.8	-989.5	-1147.9	-1534.9
67.5	-361.9	-562.8	-751.7	-1055.1	-1087.5	-1250.2	-1640.2
60	-409.1	-624.5	-825.1	-1121.3	-1197.8	-1372.0	-1761.6
52.5	-452.8	-682.1	-893.2	-1183.0	-1305.3	-1499.2	-1886.5
45	-493.3	-734.3	-953.5	-1241.2	-1405.7	-1627.8	-2011.9
37.5	-537.8	-788.2	-1013.6	-1304.4	-1506.9	-1759.6	-2142.3
30	-593.9	-851.3	-1083.3	-1381.1	-1621.2	-1897.5	-2281.8
22.5	-662.2	-926.7	-1166.3	-1514.9	-1753.0	-1968.6	-2425.6
15	-735.0	-1008.1	-1256.1	-1631.2	-1892.6	-2073.4	-2558.6
7.5	-804.1	-1084.4	-1340.8	-1726.2	-2020.1	-2180.8	-2663.5
0	-862.9	-1147.8	-1411.5	-1790.2	-2116.2	-2283.9	-2966.9
-7.5	-916.1	-1195.8	-1463.8	-1822.5	-2169.0	-2376.5	-2975.1
-15	-955.9	-1226.0	-1428.5	-1826.4	-2173.3	-2438.3	-2917.4
-22.5	-974.3	-1231.7	-1470.7	-1800.4	-2126.3	-2448.5	-2801.6
-30	-960.1	-1204.3	-1476.7	-1736.4	-2028.1	-2391.5	-2634.6
-37.5	-910.5	-1140.6	-1440.0	-1633.7	-1885.3	-2267.7	-2425.0
-45	-834.8	-1049.5	-1291.5	-1502.0	-1814.4	-2097.9	-2188.8
-52.5	-751.1	-949.1	-1163.8	-1360.2	-1689.7	-1915.5	-1948.5
-60	-677.1	-857.7	-1046.7	-1228.5	-1570.8	-1752.9	-1728.1
-67.5	-622.3	-786.5	-953.0	-1120.8	-1474.2	-1629.6	-1545.7
-75	-587.4	-738.0	-887.3	-1043.2	-1406.9	-1549.4	-1411.6
-82.5	-568.8	-710.5	-848.8	-996.8	-1368.6	-1506.5	-1330.2
-90	-563.0	-701.6	-836.2	-981.4	-1356.2	-1493.3	-1303.0

Resumen de resultados 40. Momentos de flexión sobre la interfaz suelo-sistema de sostenimiento para el análisis a largo plazo.

Ángulo	Profundidad del túnel (m)						
	15 M (kNm/m)	20 M (kNm/m)	25 M (kNm/m)	30 M (kNm/m)	35 M (kNm/m)	40 M (kNm/m)	45 M (kNm/m)
90	382.7	627.5	860.6	1036.9	1247.7	1466.7	518.9
82.5	376.2	611.5	835.3	1004.6	1210.0	1417.0	503.5
75	351.1	558.9	755.7	905.6	1093.3	1268.7	456.2
67.5	297.5	462.6	618.0	277.3	894.4	1028.5	375.9
60	213.3	325.6	430.2	194.1	624.7	715.6	266.2
52.5	109.1	164.3	215.2	98.2	314.5	361.3	136.8
45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37.5	-105.3	-154.4	-198.5	-93.5	-295.1	-344.5	-134.2
30	-206.7	-296.2	-376.9	-179.7	-564.0	-660.0	-259.6
22.5	-304.9	-426.6	-536.9	-697.3	-806.8	-301.5	-371.1
15	-395.0	-541.6	-674.8	-876.2	-1016.4	-374.9	-462.0
7.5	-468.1	-631.1	-780.3	-1004.3	-1175.1	-430.0	-524.3
0	-515.0	-684.9	-842.1	-1067.8	-1262.0	-462.6	-1767.9
-7.5	-533.3	-695.9	-851.8	-1060.3	-1261.6	-468.5	-1729.2
-15	-513.7	-658.7	-295.2	-981.0	-1167.1	-440.7	-1565.5
-22.5	-448.6	-567.1	-257.5	-828.7	-978.5	-374.9	-1288.5
-30	-334.1	-419.1	-192.3	-604.2	-705.5	-272.3	-916.1
-37.5	-178.3	-223.4	-103.2	-319.9	-369.2	-142.1	-474.7
-45	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
-52.5	181.0	228.7	280.4	327.8	122.5	139.0	469.7
-60	353.0	447.2	545.8	640.7	237.3	265.1	901.9
-67.5	511.6	646.6	783.7	921.8	337.6	373.7	1272.6
-75	648.6	815.1	980.0	1152.6	417.6	460.6	1561.7
-82.5	745.8	931.7	1113.3	1307.9	470.2	518.4	1748.0
-90	781.4	974.0	1161.0	1363.2	488.6	538.9	1812.7