



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**INGENIERÍA ELÉCTRICA – CONTROL**

**ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS EN MODELOS**  
**REDUCIDOS DE ESTRUCTURAS CIVILES**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
MIGUEL ÁNGEL GARCÍA ILLESCAS

TUTOR PRINCIPAL  
DR. LUIS AGUSTÍN ÁLVAREZ-ICAZA LONGORIA, INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM  
COMITÉ TUTOR  
DR. YU TANG XU, FACULTAD DE INGENIERÍA UNAM  
DR. DAVID MURIÀ VILA, INSTITUTO DE INGENIERÍA UNAM

CIUDAD UNIVERSITARIA, CD. MX., ENERO 2017

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Esteva Maraboto Luis

Secretario: Dr. Tang Xu Yu

1er. Vocal: Dr. Álvarez-Icaza Longoria Luis Agustín

2do. Vocal: Dr. Murià Vila David

3er. Vocal: Dr. Álvarez Gallegos Joaquín

Esta tesis se realizó en el laboratorio de control de vibraciones de Instituto de Ingeniería, UNAM.

TUTOR DE TESIS:

Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza Longoria

---

# Agradecimientos

- A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Instituto de Ingeniería, por los medios y materiales facilitados a fin de lograr los objetivos planteados en el presente trabajo.
- Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo en la realización del trabajo de investigación de doctorado por medio de la beca número: 339372 otorgada al becario con número de CVU: 329899.
- Al Dr. Luis Agustín Álvarez-Icaza por permitirme formar parte de su equipo de trabajo así como por sus observaciones y aportaciones hechas a lo largo de la realización de este trabajo.
- A mi familia, por su apoyo incondicional y motivación para seguir creciendo y siendo mejor cada día.
- A los compañeros del laboratorio así como a los integrantes de la comunidad de control por sus conocimientos y experiencias compartidas.



# Resumen

Se presenta un esquema de identificación en línea de modelos estables de edificios a cortante, utilizando mínimos cuadrados recursivos como método de identificación y reducción de modelos. Un problema en aplicaciones en tiempo real, por ejemplo en el diseño de sistemas de control de vibraciones, consiste en que el proceso de identificación paramétrica debe realizarse en línea procurando un mínimo costo computacional. Así mismo, la identificación de un modelo estable contribuye al desarrollo de estrategias de control más robustas. Con base en lo anterior, se establece un criterio en la selección de grados de libertad maestros durante el proceso de identificación de modelos de orden reducido. Así mismo, se establecen condiciones bajo las cuales se garantiza la estabilidad del modelo identificado. Para validar lo anterior, se realizan simulaciones intensivas donde se comprueba la estabilidad de cada modelo de orden reducido identificado comparando, posteriormente, su dinámica con respecto a la de un modelo nominal. Esto se hace tanto para modelos unidimensionales como tridimensionales: dos direcciones de movimiento de traslación y una de rotación sobre el plano horizontal. Los resultados muestran que con una selección simétrica de grados de libertad maestros, el modelo identificado reproduce eficazmente la dinámica del modelo nominal. Así mismo, las condiciones de estabilidad muestran un mínimo impacto en la recuperación de los parámetros modales con la ventaja de preservar la estabilidad del modelo identificado. Los resultados se validan a través de pruebas experimentales en un edificio a escala de cinco pisos.



# Abstract

An on-line identification scheme for stable shear building models using recursive least squares is presented. A problem in real-time applications, for instance in the design of vibration control systems, is that the parametric identification process must be performed on-line for a minimum computational cost. On the other hand, the identification of a stable model contributes to the development of more robust control strategies. Based on the above, a criterion in the selection of master degrees of freedom during the identification of reduced order models is presented. Additionally, stability conditions are developed in order to ensure the stability of the identified model. Intensive simulations are performed where the stability of each identified reduced order model is verified and, subsequently, its dynamic is compared with that of a nominal model. Simulations are performed with one-dimensional and three-dimensional models: two directions of translation movement and one of rotation on the horizontal plane. Results show that with a symmetric selection of master degrees of freedom, the identified model effectively reproduces the dynamic of the nominal model. Stability conditions show a minimum impact on the recovery of the modal parameters preserving the stability of the identified model. To validate the above, experimental parametric identification tests are performed on a five-story scale structure.





# Índice general

|  |            |
|--|------------|
| <b>Resumen</b>   | <b>v</b>   |
| <b>Abstract</b>  | <b>VII</b> |
| <b>1. Introducción</b>   | <b>1</b>   |
| 1.1. Control de vibraciones . . . . .                              | 1          |
| 1.2. Estimación y reducción de modelos . . . . .                   | 6          |
| 1.2.1. Métodos de estimación . . . . .                             | 6          |
| 1.2.2. Métodos de reducción . . . . .                              | 7          |
| 1.3. Objetivos . . . . .   | 9          |
| 1.3.1. Definición del problema . . . . .                           | 9          |
| 1.3.2. Objetivos y alcances . . . . .                              | 10         |
| 1.4. Estructura del trabajo . . . . .                              | 11         |
| <b>2. Modelo de edificios</b>                                      | <b>13</b>  |
| 2.1. Modelo unidimensional (1D) . . . . .                          | 13         |
| 2.2. Modelo tridimensional (3D) . . . . .                          | 16         |
| 2.3. Parametrización del sistema . . . . .                         | 19         |
| 2.3.1. Parametrización clásica . . . . .                           | 19         |
| 2.3.2. Parametrización alternativa . . . . .                       | 20         |
| 2.3.3. Diferencias en la parametrización . . . . .                 | 21         |
| 2.4. Mediciones angulares . . . . .                                | 23         |
| <b>3. Reducción de modelos</b>                                     | <b>25</b>  |
| 3.1. Reducción de modelos por medio de mínimos cuadrados . . . . . | 26         |

|           |   |            |
|-----------|---|------------|
| 3.2.      | Comparación de modelos de orden reducido . . . . .  | 27         |
| 3.3.      | Simulaciones . . . . .                              | 31         |
| 3.3.1.    | Caso unidimensional . . . . .                       | 31         |
| 3.3.2.    | Caso tridimensional . . . . .                       | 39         |
| <b>4.</b> | <b>Condiciones de estabilidad</b>                   | <b>51</b>  |
| 4.1.      | Círculos de Gershgorin . . . . .                    | 51         |
| 4.2.      | Condiciones de estabilidad 1D . . . . .             | 53         |
| 4.3.      | Condiciones de estabilidad 3D . . . . .             | 58         |
| 4.4.      | Simulaciones . . . . .                              | 61         |
| <b>5.</b> | <b>Plataforma experimental</b>                      | <b>73</b>  |
| 5.1.      | Equipo experimental . . . . .                       | 73         |
| 5.2.      | Centro de comando . . . . .                         | 74         |
| 5.3.      | Panel de control . . . . .                          | 75         |
| 5.4.      | Mesa vibradora . . . . .                            | 76         |
| 5.5.      | Instrumentación . . . . .                           | 80         |
| 5.6.      | Centro de adquisición de datos . . . . .            | 81         |
| 5.7.      | Caracterización de la estructura . . . . .          | 82         |
| 5.8.      | Observaciones . . . . .                             | 84         |
| <b>6.</b> | <b>Resultados experimentales</b>                    | <b>89</b>  |
| 6.1.      | Identificación paramétrica unidimensional . . . . . | 89         |
| 6.2.      | Identificación paramétrica tridimensional . . . . . | 96         |
| <b>7.</b> | <b>Conclusiones y trabajo a futuro</b>              | <b>105</b> |
| 7.1.      | Conclusiones . . . . .                              | 105        |
| 7.2.      | Trabajo a futuro . . . . .                          | 108        |
| <b>A.</b> | <b>Calibración y conexión de sensores</b>           | <b>109</b> |
| A.1.      | Sensores de aceleración . . . . .                   | 109        |
| A.2.      | Sensores de desplazamiento . . . . .                | 111        |
| A.3.      | Conexión de sensores . . . . .                      | 112        |

|  |            |
|--|------------|
| <b>B. Registros sísmicos</b>   | <b>113</b> |
| B.1. Loma prieta . . . . .   | 114        |
| B.2. El centro . . . . .   | 115        |
| B.3. Santiago de Chile . . . . .                                       | 116        |
| <b>C. Resultados experimentales</b>                                    | <b>117</b> |
| C.1. Caracterización de la estructura . . . . .                        | 117        |
| C.2. Resultados experimentales de identificación paramétrica . . . . . | 118        |
| <b>Bibliografía</b>  | <b>129</b> |



# Índice de figuras

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Zonas sísmicas a lo largo del mundo . . . . .   | 2  |
| 1.2. Cinturón de Fuego del Pacífico . . . . .  | 3  |
| 1.3. Zonas sísmicas en México . . . . .  | 3  |
| 2.1. Edificio con un grado de libertad por piso . . . . .  | 14 |
| 2.2. Edificio con tres grados de libertad por piso . . . . .   | 16 |
| 2.3. Número de parámetros en la ley de adaptación 3D . . . . .   | 22 |
| 2.4. Número de elementos en la matriz de covarianza en la ley de adaptación 3D . . . . .   | 22 |
| 2.5. Ubicación de sensores de aceleración en las direcciones $X$ y $Y$ . . . . .   | 24 |
| 3.1. Distribución de puntos a lo largo de los errores modales y de dinámica . . . . .  | 35 |
| 3.2. Distribución de puntos dentro de los errores de dinámica, caso 1D . . . . .   | 37 |
| 3.3. Puntos <i>outliers</i> e inestables en el caso unidimensional . . . . .   | 37 |
| 3.4. Matrices $M_{pr}$ obtenidas al reducir el modelo a uno de tres, cuatro y seis GDL<br>(arriba a abajo) empleando los sismos de: Loma Prieta, Santiago de Chile y El<br>Centro (izquierda a derecha). Caso 1D . . . . . | 38 |
| 3.5. Distribución de puntos dentro de los errores de dinámica, caso 3D . . . . .   | 40 |
| 3.6. Puntos <i>outliers</i> e inestables en el caso tridimensional . . . . .   | 41 |
| 3.7. Matrices $M_{pr}$ obtenidas al reducir el modelo a uno de tres, cuatro y seis GDL<br>(arriba a abajo) empleando los sismos de: Loma Prieta, Santiago de Chile y El<br>Centro (izquierda a derecha). Caso 3D . . . . . | 42 |
| 3.8. Matrices MAC obtenidas al reducir el sistema: casos 1 (izquierda) y 2 (derecha) . . . . .   | 45 |
| 3.9. Formas modales identificadas al reducir el sistema: casos 1 (izquierda) y 2 (derecha) . . . . .   | 45 |
| 3.10. Reducción caso uno: desplazamientos en los pisos dos (izquierda) y cuatro (derecha) . . . . .  | 47 |

|   |     |
|---|-----|
| 3.11. Reducción caso dos: desplazamientos en los pisos cuatro (izquierda) y doce (derecha)  | 48  |
| 3.12. Error de dinámica por nivel de reducción: casos 1D (izquierda) y 3D (derecha)   | 49  |
| 4.1. Círculos de Gershgorin en una matriz de diagonal dominante   | 56  |
| 4.2. Garantía de un amortiguamiento mínimo  | 58  |
| 4.3. Casos de modelos estimados inestables ante variaciones en los parámetros iniciales<br>y la ganancia en la matriz de covarianza           | 64  |
| 4.4. Matrices MAC sin y con el uso de restricciones de estabilidad  | 67  |
| 4.5. Variación del error en la estimación de frecuencias sin restricciones de estabilidad   | 69  |
| 4.6. Variación del error en la estimación de frecuencias con restricciones de estabilidad   | 70  |
| 4.7. Tiempo de ejecución del proceso de identificación empleando condiciones de esta-<br>bilidad aplicadas en diferentes intervalos de tiempo | 70  |
| 4.8. Aceleraciones estimadas con el uso de condiciones de estabilidad, pisos 1 y 2  | 71  |
| 4.9. Aceleraciones estimadas con el uso de condiciones de estabilidad, pisos 3 y 4  | 72  |
| 5.1. Diagrama de conexiones entre los subsistemas de la plataforma experimental   | 74  |
| 5.2. Panel de control   | 76  |
| 5.3. Altura entre pisos y ubicación de centros de masa ( $CM$ ) y de rigidez ( $CR$ )   | 79  |
| 5.4. Diagrama de bode del filtro y del integrador ideal   | 82  |
| 5.5. Elementos entre la base y el primer piso del edificio experimental   | 86  |
| 5.6. Principales componentes de la plataforma experimental  | 87  |
| 5.7. Espectro en frecuencia de las aceleraciones registradas en los pisos 1 y 5   | 88  |
| 6.1. Ajuste de la ganancia $\alpha_i$ en la matriz de covarianza inicial  | 90  |
| 6.2. Aceleración en la base del edificio cuando se excita con el sismo: Loma Prieta   | 91  |
| 6.3. Aceleración en la base del edificio cuando se excita con el sismo: Santiago de Chile   | 92  |
| 6.4. Aceleración en la base del edificio cuando se excita con el sismo: El Centro   | 92  |
| 6.5. Frecuencias estimadas empleando información reducida   | 94  |
| 6.6. Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco. Caso 1D  | 96  |
| 6.7. Aceleraciones estimadas en los pisos uno y cinco. Caso 3D  | 103 |
| B.1. Sismo <i>Loma Prieta</i> componentes EO (superior) y NS (inferior)   | 114 |
| B.2. Sismo <i>El Centro</i> componentes EO (superior) y NS (inferior)   | 115 |

|  |     |
|--|-----|
| B.3. Sismo <i>Santiago de Chile</i> componentes EO (superior) y NS (inferior) . . . . .                                    | 116 |
| C.1. Aceleración registrada en la base de la estructura, dirección $X$ . . . . .   | 120 |
| C.2. Aceleración registrada en la base de la estructura, dirección $Y$ . . . . .   | 120 |
| C.3. Respuesta en frecuencia pisos 1-5. Dirección $X$ . . . . .  | 121 |
| C.4. Respuesta en frecuencia pisos 1-5. Dirección $Y$ . . . . .  | 122 |
| C.5. Respuesta en frecuencia pisos 1-5. Dirección $\theta$ . . . . .   | 123 |
| C.6. Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco (superior a inferior) con sismo<br>Loma Prieta . . . . .       | 124 |
| C.7. Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco (superior a inferior) con sismo<br>Santiago de Chile . . . . . | 125 |
| C.8. Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco (superior a inferior) con sismo<br>El Centro . . . . .         | 126 |
| C.9. Parámetros estimados durante el proceso de reducción e identificación . . . . .                                       | 127 |
| C.10. Matrices MAC obtenidas durante el proceso de reducción e identificación . . . . .                                    | 128 |





# Índice de tablas

|  |    |
|--|----|
| 1.1. Sismos de mayor intensidad en México . . . . .  | 5  |
| 2.1. Dimensión de las matrices en la ley de adaptación vectorial y matricial . . . . .   | 21 |
| 2.2. Multiplicaciones necesarias para calcular la matriz de covarianza y de parámetros . . . . .   | 21 |
| 3.1. Parámetros del modelo de referencia . . . . .   | 32 |
| 3.2. Nivel de reducción y número de combinaciones de cada grupo . . . . .  | 33 |
| 3.3. Resultados de estimación y reducción de modelos para el caso unidimensional . . . . .   | 34 |
| 3.4. Puntos <i>outliers</i> caso unidimensional . . . . .  | 34 |
| 3.5. Resultados de estimación y reducción de modelos para el caso tridimensional . . . . .   | 39 |
| 3.6. Puntos <i>outliers</i> caso tridimensional . . . . .  | 40 |
| 3.7. Parámetros nominales de rigidez y de amortiguamiento para un edificio tridimensional de doce pisos. Los parámetros de rigidez presentan una ganancia de $1 \times 10^3$ . . . . . | 43 |
| 3.8. Frecuencias del modelo nominal ( $f_{mn}$ ) y del modelo reducido ( $f_{mr}$ ) . . . . .  | 44 |
| 3.9. Autovalores del modelo nominal y del modelo de orden reducido . . . . .   | 46 |
| 4.1. Valores nominales de masa y masa inercial . . . . .   | 62 |
| 4.2. Coeficientes nominales de rigidez . . . . .   | 62 |
| 4.3. Coeficientes nominales de amortiguamiento . . . . .   | 63 |
| 4.4. Frecuencias y radios de amortiguamiento nominales . . . . .   | 63 |
| 4.5. Número de casos inestables sin proyección matricial (* ruido añadido) . . . . .   | 65 |
| 4.6. Error promedio en las frecuencias fundamentales estimadas sin y con el uso de restricciones de estabilidad empleando el sismo de Loma Prieta (* ruido añadido) . . . . .          | 65 |
| 4.7. Error promedio en las frecuencias fundamentales estimadas sin y con el uso de restricciones de estabilidad empleando el sismo de Santiago de Chile (* ruido añadido) . . . . .    | 66 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 4.8.  | Frecuencias estimadas sin y con el uso de restricciones de estabilidad ( $[Hz]$ ) . . . . .  | 68  |
| 4.9.  | Radios de amortiguamiento estimados sin y con el uso de restricciones de estabilidad . . . . .   | 68  |
| 4.10. | Ejemplo de una matriz MAC con valores numéricos . . . . .  | 69  |
| 5.1.  | Masa de cada uno de los componentes de la estructura . . . . .   | 77  |
| 5.2.  | Coefficientes de masa, rigidez y amortiguamiento obtenidos por modelado . . . . .  | 78  |
| 5.3.  | Centros de masa, rigidez y excentricidades $[cm]$ . . . . .  | 78  |
| 5.4.  | Parámetros asociados a la matriz $M^{-1}K$ , obtenidos por modelado . . . . .  | 83  |
| 5.5.  | Frecuencias (Hz) del edificio a escala . . . . .   | 83  |
| 5.6.  | Parámetros estimados de la matriz $M^{-1}K$ . . . . .  | 84  |
| 5.7.  | Parámetros estimados de la matriz $M^{-1}C$ . . . . .  | 84  |
| 5.8.  | Ángulos de giro (grados) . . . . .   | 85  |
| 5.9.  | Relación entre frecuencias de rotación y de traslación . . . . .   | 85  |
| 6.1.  | Resultados de estimación con información completa. Dirección X . . . . .   | 93  |
| 6.2.  | Resultados de estimación con información completa. Dirección Y . . . . .   | 93  |
| 6.3.  | Resultados de estimación con información reducida. Dirección X . . . . .   | 94  |
| 6.4.  | Resultados de estimación con información reducida. Dirección Y . . . . .   | 94  |
| 6.5.  | Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de<br>excitación el registro sísmico: Loma Prieta . . . . . | 95  |
| 6.6.  | Número de elementos de la matriz de covarianza . . . . .   | 99  |
| 6.7.  | Polos del modelo tridimensional identificado . . . . .   | 100 |
| 6.8.  | Identificación de modelo tridimensional con información reducida: frecuencias na-<br>turales y frecuencias estimadas en (Hz) . . . . .   | 101 |
| 6.9.  | Tiempos de duración de los registros sísmicos y tiempo de ejecución del proceso de<br>identificación en (s) . . . . .                    | 102 |
| A.1.  | Calibración de acelerómetros . . . . .   | 110 |
| A.2.  | Calibración de sensores láser . . . . .  | 111 |
| A.3.  | Conexiones de sensores en tarjetas PCI-6221 . . . . .  | 112 |
| C.1.  | Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de<br>excitación el registro sísmico: Loma Prieta . . . . . | 119 |

|  |     |
|--|-----|
| C.2. Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de excitación el registro sísmico: Santiago de Chile . . . . . | 119 |
| C.3. Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de excitación el registro sísmico: El Centro . . . . .         | 119 |



# Capítulo 1

## Introducción

En este capítulo se describe la importancia del uso de sistemas de control de vibraciones en edificios y el papel que desempeña la estimación paramétrica en su desarrollo. Se mencionan los principales métodos de atenuación de vibraciones que han sido utilizados en estructuras civiles, con énfasis en los edificios. Se presenta el estado del arte en la estimación paramétrica y el uso de modelos reducidos de edificios, los cuales disminuyen los requerimientos en instrumentación y cálculo computacional al implementar los sistemas de control. Posteriormente, se describen los objetivos y el alcance bajo los cuales se desarrolla el presente trabajo.

### 1.1. Control de vibraciones

En las últimas décadas, la industria de la construcción ha crecido a fin de satisfacer las necesidades de vivienda, oficinas y centros comerciales a través del levantamiento de grandes edificios, los cuales se diseñan siguiendo normas que garantizan su seguridad y vida útil ante eventos adversos como sismos y cargas de viento. En este trabajo se consideran edificios propensos a sufrir daños debido a sismos. La Fig. 1.1 muestra las principales zonas donde se registran sismos de gran intensidad, las cuales concuerdan con las regiones próximas al Anillo de Fuego del Pacífico, ver Fig. 1.2, en el cual se concentran la mitad de los volcanes activos así como las fronteras entre las principales placas tectónicas causantes de la mayor actividad sísmica global. El anillo cubre 400 km de longitud comenzando desde Chile, pasando por la cordillera de los Andes, hasta cruzar Centro América y ascender hacia los Estados Unidos y Canadá. Posteriormente, el anillo

comienza su descenso, a partir de las islas Aleutianas, pasando por las costas de Rusia, Japón, Taiwan, Filipinas, Indonesia, Papúa Nueva Guinea y Nueva Zelanda. Se observa, el diseño de edificios capaces de soportar perturbaciones sísmicas es un importante tema de investigación en varios países incluyendo a México cuyo territorio se divide en cuatro zonas sísmicas, ver Fig. 1.3, clasificadas de acuerdo a la cantidad de sismos registrados históricamente:

- En la zona A no se han reportado temblores en los últimos 80 años y no se espera ocurran con aceleraciones mayores a 0.1 g
- En las zonas B y C se han presentado temblores de forma esporádica con aceleraciones menores a 0.7 g
- En la zona D se han reportado, con mayor ocurrencia, intensos temblores con aceleraciones superiores a 0.7 g

La principal zona de riesgo abarca los estados de la costa del Pacífico: Chiapas, Colima, Oaxaca, Guerrero, Michoacán y Jalisco, debido a la interacción de las placas oceánicas de Cocos y Rivera que subducen con las de Norteamérica y del Caribe, sobre la costa del Pacífico. En la Tab. 1.1 se muestran algunos de los sismos de gran intensidad (Cruz-Atienza, 2013) que han ocurrido a lo largo de la historia en México.

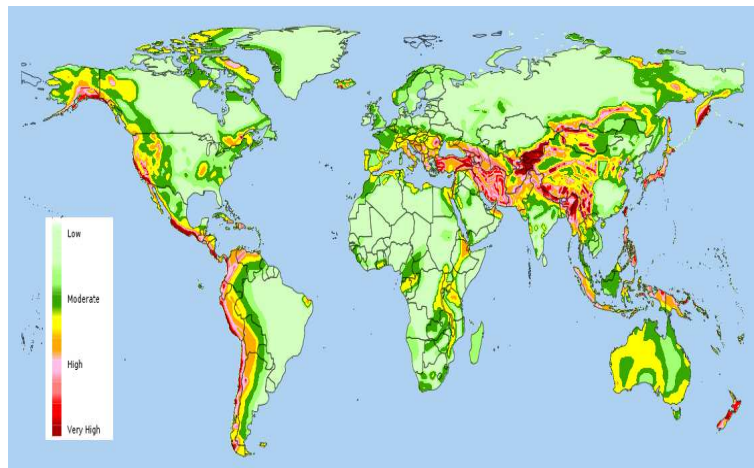


Figura 1.1: Zonas sísmicas a lo largo del mundo



Figura 1.2: Cinturón de Fuego del Pacífico



Figura 1.3: Zonas sísmicas en México

Durante el diseño y construcción de edificios, se recurre a diferentes estrategias a fin de contrarrestar el efecto causado por los sismos, evitando que sufran de daño estructural y garantizando su adecuado funcionamiento bajo criterios de seguridad. De acuerdo a los actuadores y los algoritmos utilizados, los sistemas de atenuación de vibraciones se clasifican en tres tipos: pasivos, activos y semi-activos. A continuación se describen las principales características de cada uno de ellos.

- **Sistemas pasivos.** Absorben las vibraciones aislando la estructura del movimiento del suelo mediante amortiguadores utilizando principalmente: amortiguadores por masa sintonizada, amortiguadores viscoelásticos y de fricción seca. Estos dispositivos se consideran pasivos ya que no requieren de energía externa, como tampoco necesitan sensores ni actuadores,

para su funcionamiento, siendo ésta su principal ventaja. Su inconveniente radica en que presentan una misma respuesta o capacidad para disipar energía independientemente de la perturbación sísmica

- **Sistemas activos.** Emplean sensores y actuadores que, por medio de sistemas de control, permiten modificar la respuesta de la estructura acorde al objetivo bajo el cual son diseñados. Los tendones y cables fueron los primeros sistemas activos y se emplearon en el diseño de puentes reduciendo las deformaciones y vibraciones causadas por vientos de carga. En edificios se emplean amortiguadores de masa activa, los cuales reducen significativamente el movimiento de la estructura cuando ocurre un sismo. Sin embargo, la demanda de grandes fuerzas, en los actuadores, representa una desventaja ya que necesitan de una fuente de energía externa para su funcionamiento
- **Sistemas semi-activos.** Emplean actuadores capaces de modificar su respuesta ante una perturbación sísmica, cambian su capacidad de disipar energía, reduciendo eficazmente las vibraciones en el edificio. Se emplean principalmente amortiguadores: semi-activos por masa sintonizada, magnetoreológicos y electrorreológicos; los cuales funcionan como sistemas pasivos ante la falta de energía. Así, los sistemas semi-activos representan una alternativa a los sistemas activos debido al bajo costo en términos de energía, simplicidad de *hardware*, robustez y fiabilidad de los actuadores. Existen sistemas híbridos que combinan las ventajas y beneficios tanto de sistemas semi-activos como activos logrando grandes niveles de atenuación de vibraciones

Las estrategias de control empleadas en sistemas semi-activos y activos abarcan desde control óptimo, control  $H_\infty$ , control basado en redes neuronales hasta control basado en pasividad, entre otros. En los trabajos de Fisco y Adeli (2011a, 2011b) y Korkmaz (2011) se dispone de información detallada sobre los sistemas de atenuación de vibraciones incluyendo los actuadores y controladores utilizados en su implementación.



Tabla 1.1: Sismos de mayor intensidad en México

| Magnitud  | Fecha      | Lugar               | Daños   |
|-----------|------------|---------------------|---|
| 8.6 $M_L$ | 28/03/1787 | Costas de Oaxaca    | Inundaciones en seis kilómetros tierra adentro cerca de Pochutla, hoy Puerto Ángel, con una extensión de 450 km a lo largo de las costas oaxaqueñas. Bajas víctimas ya que las costas estaban escasamente pobladas  |
| 8.1 $M_L$ | 19/09/1985 | Costas de Michoacán | Los daños ocurrieron en la ciudad de México con 5,000 pérdidas humanas, 50,000 heridos y 250,000 personas sin hogar. Más de 750 edificios colapsados o dañados. Pérdidas económicas del 2.1% del PIB nacional   |
| 7.8 $M_L$ | 27/07/1957 | Sureste de Acapulco | La zona más afectada fue la Ciudad de México en donde se registró un saldo de 700 muertos y 2,500 heridos   |
| 7.5 $M_L$ | 20/03/2012 | Ometepec, Guerrero  | Generó un tsunami de aproximadamente 1.5 metros de altura y un levantamiento de la costa de cerca de 70 centímetros en el poblado de Punta Maldonado. Este sismo se distingue por tener la mayor cantidad de réplicas registradas: 44 eventos de magnitud superior a 4.5 durante los primeros 30 días posteriores |
| 7.2 $M_L$ | 04/04/2010 | Mexicali, B.C.      | Se registraron dos decesos, cerca de 100 lesionados y daños severos en la infraestructura de canales de riego, vivienda, carreteras, puentes, escuelas y hospitales. Las zonas afectadas fueron, principalmente, las ciudades de Ensenada, Mexicali y Tijuana   |
| 7.0 $M_L$ | 19/11/1912 | Acambay, Edo. Méx.  | La ruptura del sismo, sobre una falla normal, se extendió unos 50 kilómetros de largo dejado, sobre la superficie de la tierra, fracturas con más de un metro de altura. Varios poblados quedaron severa o completamente destruidos   |

## 1.2. Estimación y reducción de modelos

Algunos sistemas de control de vibraciones emplean la información sobre el comportamiento de la estructura y su entorno, la cual se obtiene a través de la instalación de sensores que miden, por ejemplo, la velocidad del viento o la aceleración del suelo, a fin de prevenir la presencia de perturbaciones que puedan dañar la estructura. No obstante, estas estrategias no son muy eficientes por lo cual se recurre a técnicas de control desarrolladas a partir de un modelo matemático del edificio, obteniendo información más precisa y exacta sobre su dinámica. Por lo tanto, la estimación paramétrica representa un tópico importante en la investigación y desarrollo de sistemas de control de vibraciones en edificios.

### 1.2.1. Métodos de estimación

La identificación paramétrica de modelos de edificios es un tópico importante en la ingeniería civil en aplicaciones como: monitoreo de salud estructural, detección de daño y sistemas de control de vibraciones. Así, Garrido et al. (2004), Garrido y Concha (2011), Saeed et al. (2008) y Maosheng et al. (2010) emplean métodos recursivos y señales de excitación sísmica en un edificio a fin de estimar sus parámetros. El ruido ambiental, (Andersen et al., 2008) y (Le et al., 2010), representa una fuente de información a través de la cual se identifican los parámetros del edificio sin poner en riesgo su integridad; a costo de una lenta convergencia paramétrica. En (Jimenez y Alvarez-Icaza, 2006) se emplea un observador adaptable a fin de recuperar los desplazamientos y velocidades en conjunto con los parámetros modales del edificio. En los trabajos de Yang et al. (2004) y Benfratello et al. (2009) se realiza la identificación paramétrica a partir de excitaciones desconocidas. Algunos métodos de estimación funcionan en el dominio de la frecuencia o emplean herramientas matemáticas que operan en el dominio del tiempo y de la frecuencia como en los trabajos de Ruzzene et al. (1997), Slavič et al. (2003), Jin et al. (2005), Preisig (2010), Le y Paultre (2012) y Min y Sun (2013) donde se obtiene la información modal de la estructura por medio de *wavelets*. Varios métodos de identificación se ejecutan fuera de línea; requieren del filtrado y procesamiento de las señales medidas, así como la ejecución de algoritmos cuyos cálculos matemáticos demandan grandes cantidades de procesamiento computacional.

La estimación por medio de mínimos cuadrados (MC) sigue siendo ampliamente utilizada por su fácil implementación en línea con un bajo costo computacional y porque trabaja tanto con señales de ruido ambiental como señales de excitación sísmica. Así, MC provee de información paramétrica, la cual se actualiza de forma periódica permitiendo el diseño de observadores y sistemas de control de vibraciones en línea. La señal de excitación debe cumplir la condición de excitación persistente (Ioannou y Sun, 1996) para garantizar la convergencia de los parámetros hacia los valores reales. Ante la falta de excitación persistente, los parámetros convergen a valores constantes, no necesariamente los reales, lo cual puede originar modelos estimados inestables. Un modelo inestable tiene implicaciones sobre la eficacia en los sistemas de control como en la ausencia de sentido físico en los parámetros estimados. Para resolver esto último, se recurre a métodos de proyección (Ioannou y Fidan, 2006) que aseguran la estabilidad del modelo estimado. Por otro lado, conforme se trabaja con estructuras grandes y estructuras en cuyos modelos se considera más de un grado de libertad (GDL) por piso, la identificación paramétrica se realiza a expensas de un mayor costo computacional por lo cual se recurre a modelos estimados de orden reducido.

### 1.2.2. Métodos de reducción

Los modelos de orden reducido (MOR) buscan representar al sistema original con suficiente exactitud, acorde al objetivo bajo el cual son utilizados, aportando una disminución en el coste computacional cuando se utilizan en tareas que demandan grandes cantidades de procesamiento en intervalos cortos de tiempo. En los edificios, un MOR facilita realizar análisis modal, ubicación de daño estructural y control de vibraciones en tiempo real, principalmente.

Los primeros métodos de condensación se desarrollaron empleando una transformación de coordenadas modales a partir del problema del autovalor; el MOR es escrito en función de los GDL de la estructura donde se presenta la acción de una fuerza externa (grados de libertad maestros GDLM) mientras, los GDL restantes (grados de libertad esclavos GDLE) son extraídos del modelo a través de dicha transformación. Así, el primer método de reducción fue propuesto por Guyan (1965) utilizando una transformación estática a partir de la relación  $F = Kx$ . Posteriormente, se desarrollaron métodos de condensación dinámica e iterativa tomando en cuenta los efectos iner-

ciales a fin de obtener un MOR más exacto y preciso, ver (Leung, 1978), (Ye y Qu, 2000), (Qu y Fu, 2000), (Jung et al., 2004b) y (Choi et al., 2008); siendo pocos los métodos, (Friswell et al., 2001) y (Jung et al., 2004a), que consideran el amortiguamiento durante el proceso de reducción. Los MOR obtenidos a partir de dichas técnicas son de fácil interpretación, en el sentido físico de sus parámetros y propiedades modales. En los trabajos de Li y Paganini (2002), Polyuga y van der Schaft (2010) y Carlberg et al. (2015) se emplea descomposición LMI, igualdad de momentums y subespacios de Krylov para preservar las propiedades de controlabilidad y observabilidad en el MOR; expanden y evalúan la respuesta del sistema, generalmente en el dominio de la frecuencia, conservando los GDLs con mayores índices de controlabilidad y observabilidad. Estos métodos presentan el inconveniente de que las matrices del sistema pierden su estructura original dando lugar a modelos de difícil interpretación y sentido físico. Una amplia revisión y comparación de métodos de reducción se encuentra disponible en los trabajos de Koutsovasilis y Beitelschmidt (2008), Al-Shudeifat et al. (2009) y Besselink et al. (2013).

Un problema durante la reducción de modelos es la ausencia de una guía o criterio en la selección de GDLs lo cual puede generar un MOR con una dinámica imprecisa e inexacta, comparada con la del modelo original, tal como se muestra en (Koutsovasilis y Beitelschmidt, 2008). Un criterio ampliamente reportado, (O'Callahan y Li, 1994), consiste en seleccionar como GDLs aquellos con menores cocientes de rigidez entre masa. El método de independencia efectiva (IE), (Papadopoulos y Garcia, 1998), cuantifica las mediciones y su contribución en la reconstrucción de la respuesta del sistema; maximiza la matriz de información Fisher preservando los GDLs más significativos. Li et al. (2007) demuestran que existe una relación entre el método IE y aquellos donde se maximiza la matriz de energía cinética del sistema, mostrando similares resultados en la selección de GDLs. Criterios similares se encuentran en (Jeong et al., 2012) y (Li, 2003) donde se utilizan cocientes de Rayleigh y gradientes de energía para evaluar su distribución y variación en los GDLs eligiendo aquellos con mayores índices como GDLs.

La reducción de modelos está relacionada con la óptima ubicación de sensores en un edificio. La diferencia está en que la reducción de modelos se realiza en estructuras completa o parcialmente instrumentadas, mientras la ubicación de sensores, la cual se hace durante la etapa de instrumentación de la estructura, busca maximizar la información recuperada con una cantidad mínima o limitada de sensores. Por lo tanto, los criterios de selección de GDLMs son conjuntamente utilizados tanto en la reducción de modelos como ubicación de sensores. Así mismo, varios métodos de condensación parten de conocer la información completa del sistema, delegando a herramientas de *software* obtener el mejor modelo reducido acorde a ciertos objetivos y criterios, siendo ineficaces en aplicaciones en tiempo real.

## 1.3. Objetivos

### 1.3.1. Definición del problema

Cuando se trabaja con estructuras proclives a sufrir de daño estructural, ante la presencia de sismos, se recurre al uso de sistemas de atenuación de vibraciones los cuales conforme son más eficaces presentan mayores exigencias tanto en la instrumentación como en las mediciones, a través de las cuales se recupera la dinámica de la estructura y su entorno. Algunos sistemas de control utilizan modelos del edificio, previamente estimados. Sin embargo, los edificios muestran cambios en sus parámetros, cuando acontecen sismos de gran magnitud (Bodin et al., 2012), debiendo actualizar su modelo de forma periódica. Por otro lado, instrumentar de manera completa un edificio representa un inconveniente en términos económicos, especialmente si se hace después de su diseño y construcción, debido a mayores requerimientos en la instalación y conexión de sensores, sistemas de adquisición y procesamiento de datos, entre otros factores.

Como se mencionó previamente, la estimación por medio de MC tiene la ventaja de utilizar diferentes señales de excitación, es fácil de implementar y opera en línea debido a su baja demanda de procesamiento, a diferencia de otros métodos. No obstante, el coste computacional sigue siendo un problema intrínseco al orden del modelo del edificio. Así mismo, la falta de excitación persistente puede ocasionar modelos estimados inestables, incluso con parámetros acotados. Con base en lo anterior, los objetivos del presente trabajo se presentan a continuación.

### 1.3.2. Objetivos y alcances

- Desarrollar una metodología de reducción e identificación en línea de modelos estables de edificios a través del uso de mínimos cuadrados. De esta manera, una reducción en los costes de procesamiento y cálculo computacional favorece, entre otras cosas, la incorporación de sistemas de atenuación de vibraciones durante el proceso de estimación.
- Para validar la metodología de reducción de modelos, empleando mínimos cuadrados, se propone comparar y evaluar la dinámica de un modelo de orden reducido con respecto a la de un modelo original, ante la presencia de una perturbación externa. Esto, se realiza a través de simulaciones intensivas donde se generan modelos de referencia de estructuras, con diferentes características, sobre las cuales se aplica el criterio de identificación y reducción de modelos utilizando mínimos cuadrados. Las simulaciones se llevan a cabo con modelos unidimensionales como tridimensionales.
- La condición de estabilidad del modelo estimado se aborda con el uso de círculos de Gershgorin, lo cuales son una herramienta matemática utilizada en la ubicación de los autovalores de un sistema permitiendo comprobar su estabilidad. Así, se propone el desarrollo de condiciones o restricciones de estabilidad las cuales se integran al proceso de estimación y reducción por medio de mínimos cuadrados. Dichas condiciones se desarrollan procurando tengan un mínimo impacto en la convergencia de los parámetros y un mínimo costo en términos computacionales
- A fin de comprobar la eficacia de las condiciones de estabilidad propuestas, así como su impacto en la recuperación de la información paramétrica, se hacen simulaciones masivas donde se comparan los resultados, por ejemplo, en la recuperación de las frecuencias naturales del sistema sin y con el uso de las restricciones de estabilidad. Así mismo, se evalúa la estabilidad del modelo identificado. Las simulaciones se llevan a cabo con modelos unidimensionales como tridimensionales.

- En el laboratorio de control de vibraciones del Instituto de Ingeniería de la UNAM, se dispone de una estructura a escala de cinco pisos, provista de instrumentación, la cual permite realizar pruebas experimentales a través de las cuales validar los trabajos de investigación propuestos. Se realizan pruebas de identificación en línea con información completa y reducida garantizando la estabilidad del modelo identificado, tanto en una como tres dimensiones.

## 1.4. Estructura del trabajo

El presente trabajo se divide en capítulos donde se aborda: el modelo de edificios unidimensionales y tridimensionales (capítulo 2), la metodología en la reducción de modelos empleando mínimos cuadrados como método de reducción y estimación paramétrica (capítulo 3) y el desarrollo de condiciones de estabilidad las cuales se incorporan al proceso de identificación en línea (capítulo 4). Posteriormente, se describe la plataforma experimental (capítulo 5) y las pruebas experimentales llevadas a cabo (capítulo 6). Finalmente, se analizan los resultados y se concluye sobre el trabajo realizado (capítulo 7). Se añaden apéndices los cuales aportan información complementaria.





## Capítulo 2

# Modelo de edificios

En el presente capítulo se describe el modelo empleado para representar el comportamiento de una estructura a cortante. Se considera como modelo unidimensional (1D) aquel que representa la dinámica de un edificio, sometido a una excitación externa, considerando una dirección de movimiento de traslación. El modelo tridimensional (3D) representa la dinámica de la estructura cuando es sometida a una excitación externa en dos direcciones ortogonales añadiendo un grado de libertad, el cual corresponde al movimiento de rotación generado en el edificio alrededor del eje vertical. Dicho movimiento se aproxima a través del uso de dos señales de aceleración registradas en una misma dirección. En el modelo se asume que la estructura se encuentra empotrada al suelo, no se toma en cuenta la interacción suelo-estructura (Kocak y Mengi, 2000), (Kausel, 2010) y (Lou et al., 2011). Adicionalmente, se describe la parametrización del sistema en conjunto con las leyes de adaptación utilizadas durante el proceso de identificación.

### 2.1. Modelo unidimensional (1D)

El edificio se modela por medio de parámetros concentrados donde cada piso tiene un coeficiente de masa  $m$ , rigidez  $k$  y amortiguamiento  $c$ . La señal de excitación corresponde a una aceleración sísmica la cual actúa sobre la base del primer piso. La Fig. 2.1 muestra el esquema para una estructura de  $n$  pisos, considerando  $X$  como dirección de desplazamiento. La ecuación de equilibrio del sistema corresponde a:

$$M_x \ddot{U}_x + C_x \dot{U}_x + K_x U_x = -M_x 1_{n \times 1} \ddot{U}_{gx} \quad (2.1)$$

donde  $\ddot{U}_{gx} \in \mathfrak{R}$  es la señal de excitación sísmica, mientras  $U_x$ ,  $\dot{U}_x$  y  $\ddot{U}_x \in \mathfrak{R}^{n \times 1}$  corresponden, respectivamente, a las señales de desplazamiento, velocidad y aceleración en cada uno de los pisos del edificio:

$$U_x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \dot{U}_x = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} \quad \ddot{U}_x = \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \vdots \\ \ddot{x}_n \end{bmatrix}$$

Las matrices de rigidez  $K_x = K_x^T > 0$  y amortiguamiento  $C_x = C_x^T > 0$  son de estructura tridiagonal y están dadas por:

$$K_x = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & k_n \end{bmatrix} \quad C_x = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & \cdots & 0 \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \cdots & 0 \\ 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & c_n \end{bmatrix}$$

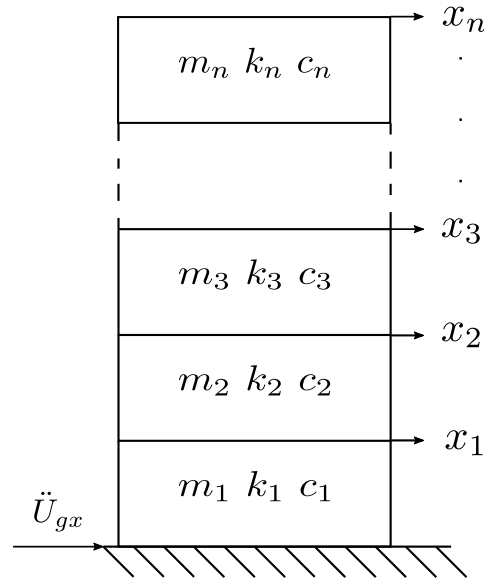


Figura 2.1: Edificio con un grado de libertad por piso

La matriz de masa  $M_x = M_x^T > 0$  es de tipo diagonal cuyos elementos corresponden a la masa en cada piso de la estructura:

$$M_x = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & m_n \end{bmatrix}$$

Las matrices  $M_x$ ,  $K_x$  y  $C_x$  son de dimensión  $n \times n$  y son matrices positivas definidas. Utilizando los desplazamientos y velocidades como variables de estado,  $\xi_{2n \times 1} = [U_x^T, \dot{U}_x^T]^T$ , el modelo de la estructura es escrito como:

$$\dot{\xi}_{2n \times 1} = A\xi + \Pi\ddot{x}_g \quad (2.2a)$$

$$\psi_{n \times 1} = D\xi \quad (2.2b)$$

donde:

$$A_{2n \times 2n} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_n \\ -M_x^{-1}K_x & -M_x^{-1}C_x \end{bmatrix} \quad \Pi_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} 0_{n \times 1} \\ -1_{n \times 1} \end{bmatrix}$$

$$D_{n \times 2n} = \begin{bmatrix} -M_x^{-1}K_x & -M_x^{-1}C_x \end{bmatrix}$$

La salida  $\psi$  del sistema corresponde a la aceleración absoluta registrada en cada uno de los pisos del edificio. A diferencia de los desplazamientos y velocidades, una señal de aceleración se obtiene, con mayor facilidad, a partir de mediciones. Cuando se considera que el desplazamiento del edificio ocurre en la dirección del eje  $Y$ , ortogonal a  $X$ , el modelo se obtiene a partir de los desplazamientos y velocidades en  $Y$  tomando en cuenta los coeficientes de rigidez y amortiguamiento en los marcos paralelos a dicho eje. En ambos casos, el modelo comparte una misma estructura.

## 2.2. Modelo tridimensional (3D)

En el modelo 3D se consideran dos direcciones de movimiento de traslación ( $X$ ,  $Y$ ) y una de rotación ( $\theta$ ) sobre el plano horizontal, como se observa en la Fig. 2.2. El modelo se basa en la hipótesis de diafragma de piso rígido donde cada piso se considera como un cuerpo indeformable en el plano, la distancia relativa entre sus partículas es constante aun bajo los efectos de fuerzas externas. Se considera que las vigas de la estructura presentan una rigidez a la flexión infinita e incluso mostrando deformaciones, éstas son inferiores comparadas a las deformaciones en las columnas de la estructura. De esta forma, la estructura se modela por medio de parámetros concentrados donde cada piso tiene tres grados de libertad: dos en las direcciones ortogonales  $X$  y  $Y$  y uno en la dirección  $\theta$ . En el modelo, el movimiento vertical no se toma en consideración.

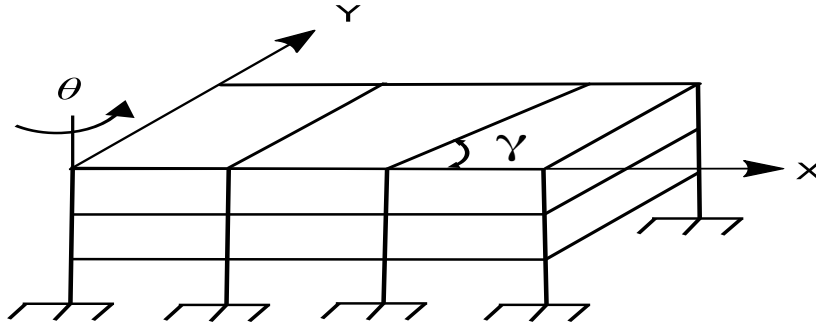


Figura 2.2: Edificio con tres grados de libertad por piso

La ecuación de equilibrio del sistema es:

$$M\ddot{U} + C\dot{U} + KU = -M\ddot{U}_g \quad (2.3)$$

donde las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento corresponden a:

$$M_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} M_x & 0 & 0 \\ 0 & M_y & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \quad K_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xy} & K_{x\theta} \\ K_{yx} & K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{\theta x} & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \quad C_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} C_{xx} & C_{xy} & C_{x\theta} \\ C_{yx} & C_{yy} & C_{y\theta} \\ C_{\theta x} & C_{\theta y} & C_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

El elemento  $K_{x\theta}$ , por ejemplo, representa los efectos de rotación en la dirección  $\theta$  cuando un marco de la estructura es sometido a una fuerza externa en la dirección  $X$ . Las submatrices de rigidez se obtienen de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
K_{xx} &= \sum_{j=1}^f K_{dj} \cos^2 \gamma_j & K_{xx} &= K_{xx}^T > 0 \\
K_{xy} = K_{yx} &= \sum_{j=1}^f K_{dj} \cos \gamma_j \sin \gamma_j & K_{xy} &= K_{xy}^T > 0 \\
K_{x\theta} = K_{\theta x} &= \sum_{j=1}^f K_{dj} r_j \cos \gamma_j & K_{x\theta} &= K_{x\theta}^T > 0 \\
K_{yy} &= \sum_{j=1}^f K_{dj} \sin^2 \gamma_j & K_{yy} &= K_{yy}^T > 0 \\
K_{y\theta} = K_{\theta y} &= \sum_{j=1}^f K_{dj} r_j \sin \gamma_j & K_{y\theta} &= K_{y\theta}^T > 0 \\
K_{\theta\theta} &= \sum_{j=1}^f K_{dj} r_j^2 & K_{\theta\theta} &= K_{\theta\theta}^T > 0
\end{aligned}$$

siendo  $f$  el número de marcos de la estructura. La matriz  $K_{dj}$  es la matriz de rigidez correspondiente al marco  $j$  mientras  $\gamma_j$  es el ángulo que forma dicho marco con respecto al sistema de referencia y  $r_j$  es su distancia perpendicular con respecto al mismo. La matriz de amortiguamiento se obtiene de forma análoga a la de rigidez. En este trabajo se consideran modelos de edificios con marcos perpendiculares entre si, no hay efecto de acoplamiento en las direcciones  $X$  y  $Y$ , tal que:  $K_{xy} = K_{yx} = C_{xy} = C_{yx} = 0$ . La matriz de masa tiene tres componentes: dos asociados con la masa en cada piso,  $M_x = M_y$ , y uno con el momento de inercia  $I$  en cada piso de la estructura. Así, el momento de inercia depende del largo y ancho, dimensiones  $a$  y  $b$ , en cada piso y se relaciona con la masa  $m_i$  de acuerdo a:

$$I_i = \frac{m_i}{12}(a^2 + b^2), \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento satisfacen:

$$M = M^T > 0, \quad K = K^T > 0 \quad \text{y} \quad C = C^T > 0$$

es decir, son positivas definidas<sup>1</sup>. Las submatrices son de estructura tridiagonal y se construyen de forma similar al caso unidimensional.

---

<sup>1</sup>Una descripción más detallada se encuentra disponible en los trabajos de Angeles Cervantes (2010) y Chopra (2001)

Las señales de desplazamiento, velocidad y aceleración en las direcciones  $X$ ,  $Y$  y  $\theta$  corresponden a:

$$U_{3n \times 1} = \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_\theta \end{bmatrix} \quad \dot{U}_{3n \times 1} = \begin{bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{U}_\theta \end{bmatrix} \quad \ddot{U}_{3n \times 1} = \begin{bmatrix} \ddot{U}_x \\ \ddot{U}_y \\ \ddot{U}_\theta \end{bmatrix}$$

cuyos elementos  $U_x$ ,  $U_y$  y  $U_\theta$ , así como sus derivadas, son de dimensión  $n \times 1$  y tienen una estructura semejante a  $U_x$ , definida en el modelo unidimensional. Mientras,  $\ddot{U}_g$  es la aceleración externa que ejerce efecto en la estructura:

$$\ddot{U}_{g3n \times 3n} = \begin{bmatrix} l_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \\ 0_{n \times 1} & l_{n \times 1} \\ 0_{n \times 1} & 0_{n \times 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{U}_{gx} \\ \ddot{U}_{gy} \end{bmatrix}$$

donde  $l_{n \times 1}$  es un vector de unos y  $0_{n \times 1}$  un vector ceros. La componente  $\ddot{U}_{gx}$  representa la aceleración en la dirección  $X$  en tanto  $\ddot{U}_{gy}$  en la dirección  $Y$ . Considerando como estados:  $\xi_{6n \times 1} = [U^T, \dot{U}^T]^T$ , el modelo puede escribirse de la siguiente manera:

$$\dot{\xi}_{6n \times 1} = A\xi + \Pi\ddot{U}_g \quad (2.4a)$$

$$\psi_{3n \times 1} = D\xi \quad (2.4b)$$

donde:

$$A_{6n \times 6n} = \begin{bmatrix} 0_{3n \times 3n} & I_{3n} \\ -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix} \quad \Pi_{6n \times 3n} = \begin{bmatrix} 0_{3n \times 3n} \\ l_{3n \times 3n} \end{bmatrix}$$

$$D_{3n \times 6n} = \begin{bmatrix} -M^{-1}K & -M^{-1}C \end{bmatrix}$$

La salida corresponde a las aceleraciones absolutas en las direcciones  $X$ ,  $Y$  y  $\theta$ . Se observa, en variables de estado, el modelo unidimensional y tridimensional comparten la misma estructura.

## 2.3. Parametrización del sistema

La salida del sistema puede representarse como el producto de un vector de parámetros y una matriz función de los estados, lo cual se llamará parametrización clásica o vectorial del sistema. No obstante, la salida también puede ser escrita como el producto de una matriz de parámetros y un vector regresor de estados, llámese a esta parametrización alternativa o matricial. A continuación se muestra la estructura de ambas parametrizaciones para el caso unidimensional<sup>2</sup>, en tres dimensiones sólo varía la dimensión de los vectores y matrices, para posteriormente examinar sus diferencias optando por utilizar, en lo sucesivo, el caso matricial debido a un menor costo computacional durante el proceso de identificación.

### 2.3.1. Parametrización clásica

En la parametrización clásica (Ioannou y Fidan, 2006), la salida  $\psi$  del sistema se expresa como el producto de un vector de parámetros y una matriz regresor de estados, esto es:

$$\psi_{n \times 1} = V_{n \times 4n-2} \Theta_{4n-2 \times 1} \quad (2.5)$$

donde:

$$V = [V_k, V_c] \quad \text{y} \quad \Theta = [\Theta_k^T, \Theta_c^T]^T$$

Los elementos  $V_k$  y  $\Theta_k$  corresponden a:

$$V_k = - \begin{bmatrix} x_1 & x_1 - x_2 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & x_2 - x_1 & x_2 - x_3 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & x_3 - x_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & x_n - x_{n-1} \end{bmatrix} \quad \Theta_k = \begin{bmatrix} k_1/m_1 \\ k_2/m_1 \\ k_2/m_2 \\ \vdots \\ k_n/m_n \end{bmatrix}$$

donde la matriz  $V_k$  se forma a partir de las señales de desplazamiento, mientras que el vector  $\Theta_k$  depende de los parámetros que son la razón de la rigidez entre la masa. De forma análoga,  $V_c$  se construye con las señales de velocidad y  $\Theta_c$  depende de los parámetros que son la razón del amortiguamiento entre la masa. Las matrices  $V_k$  y  $V_c$  son de dimensión  $n \times 2n - 1$  mientras que los

<sup>2</sup>Se omiten los subíndices de la dirección  $X$  y  $Y$  por cuestión de simplicidad

vectores  $\Theta_k$ , y  $\Theta_c$  son de dimensión  $2n - 1$ . Empleando mínimos cuadrados, la ley de adaptación paramétrica corresponde a:

$$\hat{\psi} = V\hat{\Theta} \quad (2.6a)$$

$$\dot{\hat{\Theta}} = \frac{1}{\phi^2}\Gamma V^T \tilde{\psi} \quad (2.6b)$$

$$\dot{\Gamma} = -\frac{1}{\phi^2}\Gamma V^T V \Gamma \quad (2.6c)$$

donde  $\hat{\psi}$  es la salida estimada,  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$  es el error a la salida y  $\Gamma = \Gamma^T > 0$  representa la matriz de covarianza, la cual está constituida por  $(4n - 2) \times (4n - 2)$  elementos.

### 2.3.2. Parametrización alternativa

En la parametrización propuesta, la salida se escribe como el producto de una matriz de parámetros y un vector regresor de estados:

$$\psi_{n \times 1} = \theta_{n \times 2n} W_{2n \times 1} \quad (2.7)$$

donde:

$$W = [U_x^T, \dot{U}_x^T]^T \quad \text{y} \quad \theta = [-M_x^{-1}K_x, -M_x^{-1}C_x]$$

Los elementos de  $W$  corresponden a los desplazamientos y velocidades en la dirección  $X$ , mientras tanto, la matriz  $\theta^3$  depende de las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento del sistema. Con mínimos cuadrados, la salida estimada y la ley de adaptación corresponden a:

$$\hat{\psi} = \hat{\theta}W \quad (2.8a)$$

$$\dot{\hat{\theta}}^T = \frac{1}{\phi^2}\Upsilon W \tilde{\psi}^T \quad (2.8b)$$

$$\dot{\Upsilon} = -\frac{1}{\phi^2}\Upsilon W W^T \Upsilon \quad (2.8c)$$

donde  $\hat{\psi}$  es la salida estimada,  $\tilde{\psi} = \psi - \hat{\psi}$  es el error a la salida y  $\Upsilon = \Upsilon^T > 0$  representa la matriz de covarianza, la cual está constituida por  $2n \times 2n$  elementos.

---

<sup>3</sup>Sin pérdida de generalidad,  $\theta$  se emplea como dirección de movimiento y como matriz de parámetros



### 2.3.3. Diferencias en la parametrización

En el modelo de tres dimensiones, la parametrización del sistema se realiza de manera similar al caso unidimensional de tal forma que la ley de adaptación presenta la misma estructura que las ecuaciones (2.6) y (2.8), de acuerdo con la parametrización empleada. La única diferencia está en el tamaño del regresor de estados y la matriz/vector de parámetros, como se aprecia en la Tab. 2.1. Asumiendo que el producto de dos matrices  $A_{m \times n} B_{n \times r}$  involucra  $mnr$  multiplicaciones, la Tab. 2.2 muestra el número necesario de multiplicaciones para calcular la derivada de la matriz de covarianza y de la matriz/vector de parámetros, elementos que deben ser integrados durante el proceso de identificación. Es de observar que, en el modelo 3D, utilizando la parametrización matricial, la matriz de parámetros está constituida por las submatrices asociadas a  $M^{-1}K$  y  $M^{-1}C$  donde cada una conlleva  $3n - 2$  parámetros dando un total de:  $42n - 28$ . Esto es, asumiendo que el edificio tiene marcos perpendiculares y considerando sólo los elementos de la diagonal inferior, principal y superior en las matrices a bloques, forzando su estructura tridiagonal.

Tabla 2.1: Dimensión de las matrices en la ley de adaptación vectorial y matricial

| Modelo | Parametrización clásica |                                | Parametrización alternativa |                |
|--------|-------------------------|--------------------------------|-----------------------------|----------------|
| 1D     | $V$                     | $n \times (4n - 2)$            | $W$                         | $2n \times 1$  |
|        | $\Theta$                | $(4n - 2) \times 1$            | $\theta$                    | $n \times 2n$  |
|        | $\Gamma$                | $(4n - 2) \times (4n - 2)$     | $\Upsilon$                  | $2n \times 2n$ |
| 3D     | $V$                     | $3n \times (20n - 10)$         | $W$                         | $6n \times 1$  |
|        | $\Theta$                | $(20n - 10) \times 1$          | $\theta$                    | $3n \times 6n$ |
|        | $\Gamma$                | $(20n - 10) \times (20n - 10)$ | $\Upsilon$                  | $6n \times 6n$ |

Tabla 2.2: Multiplicaciones necesarias para calcular la matriz de covarianza y de parámetros

|                | Parametrización clásica               |                  | Parametrización alternativa |
|----------------|---------------------------------------|------------------|-----------------------------|
| $\dot{\Theta}$ | $460n^2 - 430n + 100$                 | $\hat{\theta}$   | $108n^3 + 18n^2$            |
| $\dot{\Gamma}$ | $17200n^3 - 25200n^2 + 12300n - 2000$ | $\dot{\Upsilon}$ | $432n^3 + 36n^2$            |
| Total          | $17200n^3 - 24740n^2 + 11870n - 1900$ | Total            | $544n^3 + 68n^2 - 42n + 28$ |

Bajo las suposiciones anteriores, las Figs. 2.3-2.4 muestran, respectivamente, el número de parámetros y de elementos en la matriz de covarianza, acorde al número de pisos, empleando ambas parametrizaciones en el proceso de identificación tridimensional. Se observa que al utilizar la

parametrización matricial, existe una reducción sustancial en el número de elementos de la matriz de covarianza a costo de un incremento lineal en la cantidad de parámetros. En un edificio de diez pisos, por ejemplo, hay 36,100 contra 3,600 elementos en la matriz de covarianza, 392 contra 190 parámetros en tanto se requieren 14,842,800 contra 550,408 multiplicaciones, en el cálculo de sus derivadas, utilizando la parametrización clásica y la matricial, respectivamente. Puesto que  $36100 \approx 10(3600)$ ,  $14,842,800 \approx 27(550,408)$  y  $190 \approx 0.5(392)$ , se observa claramente un ahorro computacional considerable a expensas de un aumento en la cantidad de parámetros.

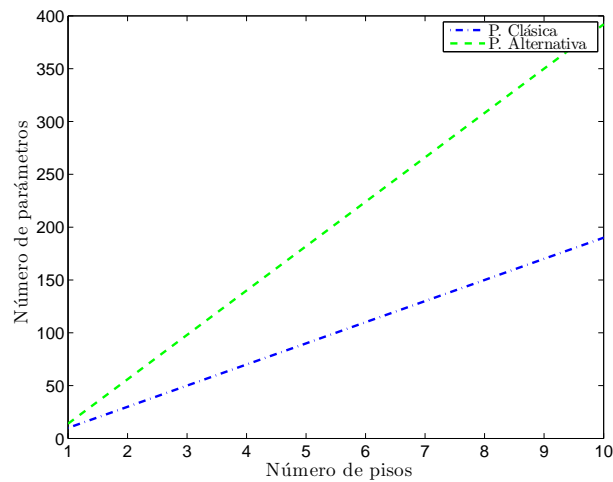


Figura 2.3: Número de parámetros en la ley de adaptación 3D

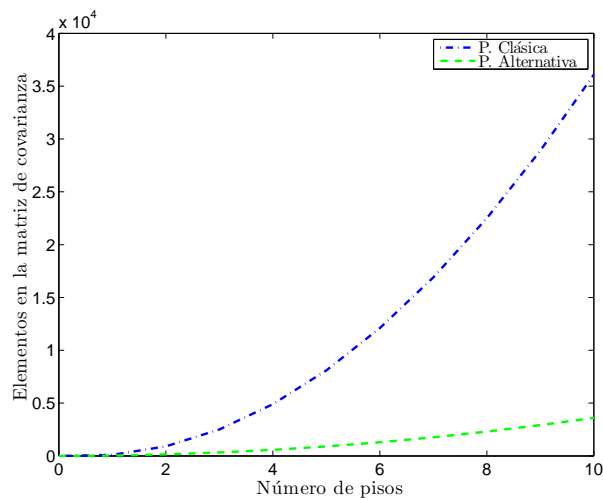


Figura 2.4: Número de elementos en la matriz de covarianza en la ley de adaptación 3D

## 2.4. Mediciones angulares

La salida del sistema se obtiene a través del uso de acelerómetros, ubicados en cada uno de los pisos de la estructura, los cuales registran mediciones absolutas. Esto es, la aceleración que sufre la estructura consta de dos componentes: la aceleración del suelo con respecto a un sistema de referencia inercial y la aceleración de la estructura con respecto al suelo. Tomando como ejemplo el caso unidimensional (2.1), esto es:

$$\ddot{U}_x^t = \ddot{U}_{gx} + \ddot{U}_x$$

y reescribiendo la ecuación de equilibrio:

$$M_x(\ddot{U}_x + \ddot{U}_{gx}) + C_x\dot{U}_x + K_xU_x = 0$$

se observa que las señales de aceleración son absolutas contrario a los desplazamientos y velocidades, los cuales son relativos y se obtienen por medio de:

$$\dot{x}_i = \int (\ddot{x}_i - \ddot{x}_0) dt \quad (2.9a)$$

$$x_i = \int (\dot{x}_i - \dot{x}_0) dt \quad (2.9b)$$

$$\forall i = 1, \dots, n$$

donde  $\ddot{x}_0 = \ddot{U}_{gx}$  es la aceleración en la base en la estructura. Mientras en el caso unidimensional se emplean mediciones en una dirección ( $X$  o  $Y$ ), en el caso tridimensional se necesitan las señales de desplazamiento, velocidad y aceleración angulares:

$$U_\theta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \\ \theta_n \end{bmatrix} \quad \dot{U}_\theta = \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} \quad \ddot{U}_\theta = \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix}$$

A partir del análisis de la cinemática de un diafragma, sujeto a dos movimientos de traslación y uno de rotación, Angeles Cervantes (2010) demuestra que la aceleración angular puede obtenerse

por medio de dos señales de aceleración, registradas en una misma dirección y separadas entre si una distancia  $D$  en la dirección opuesta. Para mostrar lo anterior, en la Fig. 2.5 se observan dos sensores de aceleración, direcciones  $Y$  y  $Y_N$ , separados una distancia  $D = 0.5L$  en la dirección  $X$ <sup>4</sup> de tal forma que las señales en la dirección  $\theta$  se obtienen por medio de las siguientes expresiones:

$$\sin \theta = \frac{Y_N - Y}{D} \quad \dot{\theta} = \frac{\dot{Y}_N - \dot{Y}}{D \cos \theta} \quad \text{y} \quad \ddot{\theta} = \frac{\ddot{Y}_N - \ddot{Y} + \dot{\theta}^2 D \sin \theta}{D \cos \theta}$$

donde  $\theta$  es el ángulo de giro del diafragma. Considerando mínimos ángulos de giro, como ocurre en edificios reales, las componentes angulares pueden aproximarse por medio de las ecuaciones:

$$\sin \theta_i = \frac{Y_{N_i} - Y_i}{D} \quad (2.10a)$$

$$\dot{\theta}_i = \frac{\dot{Y}_{N_i} - \dot{Y}_i}{D} \quad (2.10b)$$

$$\ddot{\theta}_i = \frac{\ddot{Y}_{N_i} - \ddot{Y}_i}{D} \quad (2.10c)$$

$$\forall i = 1, \dots, n$$

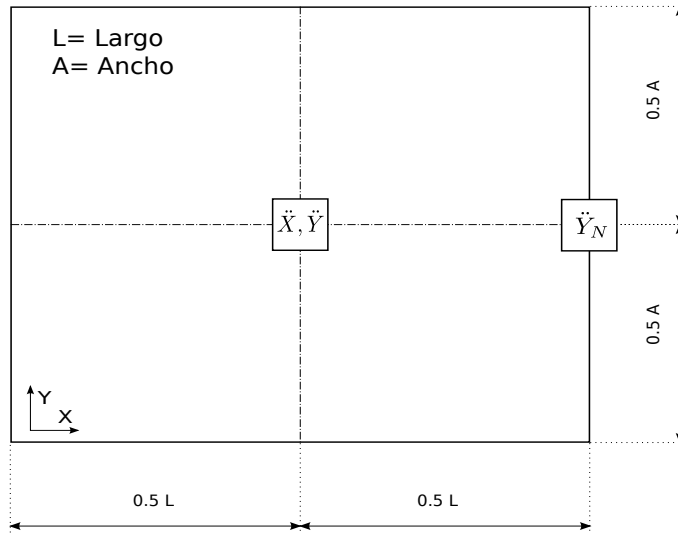


Figura 2.5: Ubicación de sensores de aceleración en las direcciones  $X$  y  $Y$

<sup>4</sup>Una mejor aproximación se obtiene conforme la distancia de separación entre los sensores es mayor

## Capítulo 3

# Reducción de modelos

Se plantea una metodología de estimación y reducción de modelos de edificios por medio de mínimos cuadrados (MC). Para ello, se realiza un análisis estadístico a partir de simulaciones masivas. Se construyen modelos *nominales* de estructuras, con diferentes niveles de asimetría en masa y rigidez, sobre los cuales, se identifican modelos de orden reducido (MOR) cuyas propiedades modales y respuesta dinámica se comparan con respecto a las del modelo nominal. Se construye una métrica a partir de la cual se obtiene una constelación de puntos que permite establecer un criterio en la selección de grados de libertad maestros (GDLM) durante el proceso de reducción e identificación con MC. Para ello, se plantea como hipótesis la existencia una relación lineal entre los errores modales y errores de respuesta, resultado de comparar los modelos de orden reducido y nominales, de tal forma que los MOR con menores errores presentan característica afines en la selección de GDLM. Las simulaciones se realizan con estructuras con uno y tres grados de libertad (GDL) por piso. Los resultados se sintetizan a través del uso de tablas y gráficas, se presenta un ejemplo simulado. El criterio se valida de manera práctica en el capítulo asociado a los resultados experimentales.

### 3.1. Reducción de modelos por medio de mínimos cuadrados

Son pocos los métodos que consideran el amortiguamiento<sup>1</sup> durante el proceso de reducción siendo, en su mayor parte, un amortiguamiento de Rayleigh; proporcional a las matrices de masa y de rigidez  $C = \eta M + \delta K$ . En este sentido, MC representa una opción como método de reducción y estimación en línea ya que proporciona, de forma periódica, información paramétrica del sistema, tomando en cuenta tanto el efecto de rigidez como el de amortiguamiento. Considerando que las mediciones de aceleración se encuentran disponibles en un conjunto de  $m < n$  pisos de la estructura, la salida del sistema, en el caso tridimensional, es escrita como:

$$\psi_{3m \times 1}^* = \theta_{3m \times 6m} W_{6m \times 1} \quad (3.1)$$

donde  $\psi^*$ , de dimensión  $3m \times 1$ , representa las señales de aceleración registradas en los  $m$  pisos de la estructura en las tres direcciones de movimiento. Mientras que:

$$W = [-U_{1 \times 3m}^T \quad -\dot{U}_{1 \times 3m}^T]^T$$

$$\theta = [M^{-1}K_{3m \times 3m} \quad M^{-1}C_{3m \times 3m}]$$

corresponden, respectivamente, a los desplazamientos y velocidades en los  $m$  pisos de la estructura y a la matriz de parámetros del sistema. Cuando se reduce el modelo de un edificio, no se dispone de parámetros nominales con respecto a los cuales comparar sus valores estimados. Por ello, se extrae la información modal: frecuencias naturales, formas modales y factores de participación; la cual puede ser comparada con respecto a la de un modelo nominal, comparando los primeros  $m$  modos de vibración del sistema a lo largo de los GDLM. Asumiendo conocidos los estados, se emplea la siguiente ley de adaptación:

$$\hat{\psi}^* = \hat{\theta} W \quad (3.2a)$$

$$\dot{\hat{\theta}}^T = \frac{1}{\phi^2} \Upsilon W \tilde{\psi}^{*T} \quad (3.2b)$$

$$\dot{\Upsilon} = -\frac{1}{\phi^2} \Upsilon W W^T \Upsilon \quad (3.2c)$$

---

<sup>1</sup>En aplicaciones como control de vibraciones se precisa de un modelo matemático estable

donde  $\tilde{\psi}^* = \psi^* - \hat{\psi}^*$  representa el error entre las aceleraciones reales y estimadas en los  $m$  pisos de la estructura, considerando las tres direcciones de movimiento.  $\Upsilon = \Upsilon^T > 0 \in \mathfrak{R}^{6m \times 6m}$  corresponde a la matriz de covarianza, mientras que  $\phi > 0$  garantiza que los parámetros estimados permanezcan acotados. Bajo excitación persistente, los parámetros presentan convergencia, en el sentido de MC, al mejor valor posible.

La ley de adaptación 3.2 corresponde al caso de estimación y reducción<sup>2</sup> de modelos tridimensionales. En el caso unidimensional, la ley de adaptación presenta una misma estructura con la única diferencia en la dimensión de las matrices ya que depende de las señales de desplazamiento y velocidad en una sola dirección así como de los parámetros correspondientes.

### 3.2. Comparación de modelos de orden reducido

La comparación entre un modelo nominal u original y un MOR se hace evaluando y comparando sus propiedades modales y su respuesta dinámica, a lo largo de los GDLM, ante una señal de excitación. Diversos métodos de reducción, al no considerar la presencia de amortiguamiento, comparan la respuesta impulso del sistema. Con MC, se evalúa la respuesta del modelo nominal y MOR cuando ambos son excitados, por ejemplo, con un registro sísmico, comparando su dinámica de una forma más rigurosa. Así, se propone una métrica que relaciona las propiedades modales y la respuesta del sistema; permitiendo generar un conjunto de puntos para su posterior análisis estadístico.

El modelo tridimensional de una estructura de  $n$  pisos conlleva a la existencia de  $n^* = 3n$  modos de vibración:  $n$  modos asociados a las frecuencias de vibración en la dirección  $X$ ,  $n$  a las frecuencias en la dirección  $Y$  y  $n$  a las frecuencias en la dirección  $\theta$ . De forma análoga, un modelo tridimensional de orden reducido  $m$  implica la existencia de  $m^* = 3m$  modos de vibración. Considerando como GDLM aquellos pisos de la estructura completamente instrumentados, se dispone de las aceleraciones en cada una de las direcciones, la comparación entre modelos nominales y

---

<sup>2</sup>Considérese que un modelo estimado o identificado conlleva reducción, en lo que resta del presente capítulo, a fin de evitar redundancia.

reducidos, se inicia ordenando, de forma creciente, las primeras  $m^*$  frecuencias:

$$\begin{aligned} f_{mr} &= [f_{r_1}, f_{r_2} \cdots, f_{r_{m^*}}] \quad \text{tal que} \quad f_{r_i} < f_{r_{i+1}} \\ f_{mc} &= [f_{n_1}, f_{n_2} \cdots, f_{n_{m^*}}] \quad \text{tal que} \quad f_{n_i} < f_{n_{i+1}} \end{aligned}$$

donde los subíndices  $r$  y  $n$  corresponden, respectivamente, al modelo nominal y al MOR. Posteriormente, las formas modales y los factores de participación se organizan siguiendo el mismo orden. Esto permite comparar los primeros  $m^*$  modos de vibración, generalmente los más representativos del sistema, como se describe a continuación:

- Los primeros  $m^*$  periodos, cuyo orden es decreciente al ser recíprocos a las frecuencias, son comparados generando un conjunto de  $3m$  errores para, posteriormente, integrarlos por medio de:

$$\epsilon_\tau = \sum_{j=1}^{m^*} \|\tau_r^j - \tau_n^j\| \quad (3.3)$$

- En un MOR, las formas modales son dimensión  $3m < 3n$ , comparadas a las del modelo nominal. Considerando, por ejemplo, la  $j$ -ésima forma modal en ambos casos:

$$\begin{aligned} \phi_{mr}^j &= [\phi_{mr_x}^j, \phi_{mr_y}^j, \phi_{mr_\theta}^j] \in \mathfrak{R}^{3m \times 1} \\ \phi_{mn}^j &= [\phi_{mn_x}^j, \phi_{mn_y}^j, \phi_{mn_\theta}^j] \in \mathfrak{R}^{3n \times 1} \end{aligned}$$

éstas se componen de vectores de dimensión  $m$  y  $n$  asociados a cada una de las direcciones de movimiento de la estructura. Seleccionando los  $m$  componentes correspondientes a los GDLM, en cada uno de los vectores de la forma modal del sistema nominal, ambas formas modales se vuelven de dimensión  $3m$ . Esto permite proyectar la  $j$ -ésima forma modal del MOR sobre la correspondiente al modelo nominal:

$$\varrho_{r,n}^j = \frac{\phi_{mn}^{jT} \phi_{mr}^j}{\phi_{mn}^{jT} \phi_{mn}^j} \phi_{mn}^j \quad (3.4)$$

para, posteriormente, obtener su norma de distancia y añadir los errores de la siguiente manera:

$$\epsilon_\phi = \sum_{j=1}^{m^*} \|\varrho_{r,n}^j - \phi_{mn}^j\| \quad (3.5)$$



- Los factores de participación son comparados de forma análoga:

$$\epsilon_{fp} = \sum_{j=1}^{m^*} \|f p_r^j - f p_n^j\| \quad (3.6)$$

A fin de evitar problemas de escalamiento, las formas modales y los factores de participación son normalizados con respecto a su norma. Los periodos se normalizan con respecto al primer periodo fundamental  $\tau_0 = 1/f_{mn}^{(0)}$  del modelo nominal. Los errores modales 3.3-3.6 se suman a través del uso de coeficientes de ponderación:  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$ ; los cuales permiten generar una norma:

$$d = \alpha_1 \epsilon_\phi + \alpha_2 \epsilon_\tau + \alpha_3 \epsilon_{fp} \quad (3.7)$$

La dinámica de un MOR, generalmente, es comparada con la de un modelo nominal por medio de la respuesta impulso o escalón. En este caso, la comparación se realiza excitando la estructura con un registro sísmico, en dos direcciones ortogonales, para, posteriormente, comparar sus desplazamientos registrados a lo largo de los  $m$  pisos, en cada una de las direcciones:

$$\tilde{x} = \sum_{j=1}^m \frac{\|x_{mr}^{(j)} - x_{mo}^{(j)}\|}{\|x_{mo}^{(j)}\|}, \quad \tilde{y} = \sum_{j=1}^m \frac{\|y_{mr}^{(j)} - y_{mo}^{(j)}\|}{\|y_{mo}^{(j)}\|}, \quad \tilde{\theta} = \sum_{j=1}^m \frac{\|\theta_{mr}^{(j)} - \theta_{mo}^{(j)}\|}{\|\theta_{mo}^{(j)}\|}$$

Posteriormente, se obtiene el valor promedio de los errores:

$$\tilde{x}_m = \frac{\tilde{x} + \tilde{y} + \tilde{\theta}}{3} \quad (3.8)$$

Las ecuaciones 3.7 y 3.8 proporcionan una métrica de comparación entre los errores modales y errores en la respuesta dinámica cuando un MOR es comparado con respecto a un modelo nominal. Así, la reducción puede realizarse en un conjunto de  $C_n^m = \Gamma$  combinaciones:

$$\Gamma = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

de tal forma que, aplicando el proceso de comparación para cada uno de los  $\Gamma$  casos, los errores modales y de respuesta se organizan bajo la hipótesis de que  $\tilde{x}_m$  y  $d$  coinciden con una apropiada

selección de coeficientes alfa:

$$\begin{bmatrix} \tilde{x}_m^1 \\ \vdots \\ \tilde{x}_m^\Gamma \end{bmatrix} = \alpha_1 \begin{bmatrix} \epsilon_\phi^1 \\ \vdots \\ \epsilon_\phi^\Gamma \end{bmatrix} + \alpha_2 \begin{bmatrix} \epsilon_\tau^1 \\ \vdots \\ \epsilon_\tau^\Gamma \end{bmatrix} + \alpha_3 \begin{bmatrix} \epsilon_{fp}^1 \\ \vdots \\ \epsilon_{fp}^\Gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d^1 \\ \vdots \\ d^\Gamma \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

a través de la cual, la norma de distancia  $|d - \tilde{x}_m|$  se minimiza ajustando de forma recursiva los coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$ , por medio de MC convencionales, excluyendo aquellos puntos, *outliers*, más alejados del grupo de acuerdo a un coeficiente de correlación deseado.

En el caso unidimensional, el proceso de comparación se realiza considerando la dinámica de la estructura cuando ésta es excitada en una sola dirección, tomando en cuenta los parámetros modales correspondientes. Así, las frecuencias, formas modales y factores de participación son de dimensión  $n$  y  $m$  en, respectivamente, el modelo nominal y el MOR. Los  $m$  desplazamientos se comparan a lo largo de los GDLM en una dirección. Como en el caso tridimensional, los errores modales se añaden empleando coeficientes de ponderación para, posteriormente, minimizar la norma  $|d - \tilde{x}_m|$  por medio de MC convencionales. En ambos casos, el resultado consiste en un conjunto de puntos a partir de los cuales se realiza un análisis estadístico.

La métrica propuesta permite comparar los modos de vibración del MOR con respecto a los más representativos del modelo nominal. Bajo este enfoque, se plantea la siguiente suposición:

- Los modelos de orden reducido, cuyas propiedades modales y respuesta dinámica se asemejan a las del sistema nominal, presentan características afines en la selección de grados de libertad maestros.

la cual permite establecer un criterio en la selección de GDLM empleando MC como método de identificación y reducción de modelos de edificios en línea. Para corroborar lo anterior, se realizan extensas simulaciones como se describe a continuación.

### 3.3. Simulaciones

Las simulaciones se realizan a través de la construcción de modelos nominales de edificios, ya sea en una o tres dimensiones, a partir de un conjunto de parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento, los cuales se distribuyen ya sea de forma uniforme o con una disminución proporcional a lo largo de sus pisos; simulando asimetría en sus parámetros. Posteriormente, se realiza la identificación y reducción de modelos por medio de MC, de acuerdo a las  $\Gamma$  combinaciones en la selección de GDLM, obteniendo como resultado un conjunto de MOR que, de acuerdo a la metodología propuesta, se comparan con respecto a los modelos nominales. Resultado de la comparación, se obtiene una constelación de puntos cuyas coordenadas corresponden a los errores modales y errores de respuesta dinámica. Para analizar dichos puntos, estos se clasifican en tres grupos:

- Grupo 1 Los GDLMs engloban pisos: inferiores, intermedios y superiores
- Grupo 2 Los GDLMs engloban pisos: inferiores y superiores
- Grupo 3 Los GDLMs engloban pisos: intermedios  $\cap$  intermedios-inferiores  $\cap$  intermedios-superiores

Esto permite corroborar si los MOR, representativos de un modelo nominal, comparten características en la selección de GDLM al pertenecer en su mayoría a uno de los grupos. De forma heurística, se ha observado que con una selección simétrica de GDLM se logran recuperar los primeros modos de vibración del sistema con cierto nivel de precisión y exactitud, a comparación de seleccionar GDLM con otro enfoque.

#### 3.3.1. Caso unidimensional

Se generan modelos nominales de estructuras de doce pisos ya que estos pueden ser reducidos a modelos de tres, cuatro y seis GDL, sin representar una carga sustancial en la realización de simulaciones masivas. Para ello, se utilizan los parámetros de la Tab. 3.1, los cuales se obtienen a partir de los datos de un modelo experimental, ver Jiménez Fabián (2006).

Tabla 3.1: Parámetros del modelo de referencia

| Parámetros                  | Número de marco |      |      |      |
|-----------------------------|-----------------|------|------|------|
|                             | 1               | 2    | 3    | 4    |
| m [kg]                      | 98.3            | 94.5 | 95.3 | 97.8 |
| c [ $\frac{N \cdot s}{m}$ ] | 120             | 119  | 117  | 122  |
| k [ $\frac{N}{m}$ ]         | 516             | 484  | 601  | 604  |

Se generan 45 estructuras de doce pisos, consideradas como modelos nominales, asignando, en los pisos sucesivos, los valores de masa y rigidez de acuerdo al siguiente criterio:

- Una tercera parte de los modelos nominales presenta una reducción de masa y rigidez, a lo largo de sus pisos, de:  $8 \pm \epsilon \%$
- Una tercera parte de los modelos nominales presenta una reducción de masa y rigidez, a lo largo de sus pisos, de:  $15 \pm \epsilon \%$
- Una tercera parte de los modelos nominales presenta una reducción de masa y rigidez, a lo largo de sus pisos, de:  $23 \pm \epsilon \%$

donde  $\epsilon$  se utiliza para añadir una pequeña variación de los parámetros. Este criterio tiene como base, ver Bhattacharya y Chakraborty (2010), los límites de operación bajo los cuales las estructuras presentan una reducción de masa y rigidez sin poner en riesgo su funcionamiento ni la seguridad del usuario. Es decir, se generan estructuras con rangos admisibles de asimetría. Posteriormente, se procede a realizar la identificación por medio de MC empleando la ley de adaptación (3.2) acondicionada para el caso unidimensional:  $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^{m \times 2m}$ ,  $W \in \mathbb{R}^{2m \times 1}$ ,  $\hat{\psi} \in \mathbb{R}^m$  y  $\Upsilon \in \mathbb{R}^{2m \times 2m}$ . La identificación se hace empleando como fuentes de excitación los registros sísmicos: Loma Prieta, Santiago de Chile y El Centro; cuyas componentes norte-sur y este-oeste se presentan en el apéndice B.

Los MOR se construyen a través de los parámetros recuperados al finalizar el proceso de identificación; a través de los cuales se extrae la información paramétrica, la cual es comparada de acuerdo a la metodología propuesta. Posteriormente, se compara su dinámica con respecto a la del modelo nominal excitando ambos sistemas con los registros sísmicos previamente mencionados. Este proceso se repite para un número idéntico de combinaciones de GDLM, ver Tab. 3.2, pertenecientes a los grupos uno y tres; los casos pertenecientes al grupo dos se preservan íntegra-

mente. De esta manera, se comparan MOR asociados a los grupos uno y tres de forma equitativa. Posteriormente, con los errores modales (3.3), (3.5) y (3.6) y el error (3.8), se minimiza la norma de distancia  $|d - \tilde{x}_m|$  ajustando los coeficientes  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y  $\alpha_3$ , por medio de MC convencionales, excluyendo los puntos *outliers* hasta obtener una correlación de 0.8. Finalmente, se selecciona una cantidad representativa, con un valor mínimo del 80 %, de los puntos de asociados a cada uno de los grupos. Esto se hace a fin de evitar problemas de escala en los errores modales y de respuesta dinámica ocasionados por puntos muy distantes del resto.

Tabla 3.2: Nivel de reducción y número de combinaciones de cada grupo

| Nivel de reducción    | Número de combinaciones |       |       |
|-----------------------|-------------------------|-------|-------|
|                       | Gpo 1                   | Gpo 2 | Gpo 3 |
| 12 $\rightarrow$ 3    | 64                      | 48    | 64    |
| 12 $\rightarrow$ 4    | 139                     | 68    | 139   |
| 12 $\rightarrow$ 6    | 56                      | 28    | 56    |
| Combinaciones totales | 259                     | 144   | 259   |

Las simulaciones, utilizando las 45 estructuras nominales y los tres registros sísmicos, implican un total de 34,965, 19,440 y 34,965 MOR que, respectivamente, corresponden a combinaciones dentro de los grupos uno, dos y tres. En la Tab. 3.3 se sintetiza los resultados de la siguiente forma:

- Con un límite superior del 100 %, se clasifican los errores  $\tilde{x}_m^i$ , correspondientes a los MOR, en tres rangos:

$$[0, \tilde{x}_{m_{inf}}], \quad (\tilde{x}_{m_{inf}}, \tilde{x}_{m_{med}}] \quad \text{y} \quad (\tilde{x}_{m_{med}}, \tilde{x}_{m_{sup}}]$$

- Se ordenan los MOR de acuerdo a los GDLM, con los cuales fueron estimados. Se obtiene la cantidad de combinaciones pertenecientes a los grupos uno, dos y tres. Posteriormente, se calcula el número de MOR cuyo error  $\tilde{x}_m^i$  se ubica dentro de cada rango de error

Esto se hace para cada nivel de reducción y empleando cada uno de los registros sísmicos. Así, se observa que, conforme el nivel de reducción es menor, 12  $\rightarrow$  6, el error máximo  $\tilde{x}_m$  se reduce sustancialmente, lo cual es congruente ya que se dispone de una mayor información sobre la dinámica estructural al emplear una mayor cantidad de GDLM durante la identificación. Así mismo, los MOR correspondientes al grupo uno se ubican, en su mayor parte, dentro del primer error. Mientras que, los MOR correspondientes al grupo tres se distribuyen a lo largo de los tres errores.

La Tab. 3.4 muestra los puntos que fueron eliminados ya sea por representar modelos estimados inestables o por ser puntos *outliers* debido tanto al proceso de eliminación ( $^\circ$ ), con el cual se garantiza una correlación de 0.8 entre los puntos restantes, como al proceso de muestreo ( $^*$ ) realizado para cada grupo de MOR. Se observa que los MOR asociados al grupo tres presentan una mayor cantidad de casos inestables y puntos *outliers*, en comparación con aquellos del grupo uno. Esto se debe a que los MOR pertenecientes al grupo tres presentan una menor correlación entre ellos, al igual que una mayor dispersión, tal y como se observa en la Fig. 3.1.

Tabla 3.3: Resultados de estimación y reducción de modelos para el caso unidimensional

| GDLM  | $\tilde{x}_m$ | Gpo1 | Gpo2 | Gpo3 | $\tilde{x}_m$     | Gpo1 | Gpo2 | Gpo3 | $\tilde{x}_m$ | Gpo1 | Gpo2 | Gpo3 |
|-------|---------------|------|------|------|-------------------|------|------|------|---------------|------|------|------|
| 3     | 35            | 2233 | 870  | 813  | 17                | 2536 | 1091 | 1180 | 6             | 1893 | 671  | 300  |
|       | 67            | 223  | 334  | 401  | 34                | 4    | 395  | 669  | 12            | 116  | 136  | 145  |
|       | 100           | 0    | 197  | 779  | 50                | 0    | 13   | 298  | 18            | 0    | 0    | 41   |
| 4     | 34            | 4843 | 1506 | 2608 | 31                | 5460 | 2118 | 3758 | 5             | 4657 | 1617 | 1328 |
|       | 67            | 111  | 345  | 698  | 61                | 0    | 293  | 1105 | 10            | 0    | 90   | 271  |
|       | 100           | 0    | 164  | 1632 | 92                | 0    | 0    | 397  | 16            | 0    | 0    | 78   |
| 6     | 8             | 1064 | 595  | 136  | 4                 | 1660 | 678  | 79   | 4             | 1774 | 905  | 1242 |
|       | 15            | 479  | 286  | 674  | 8                 | 341  | 224  | 846  | 9             | 0    | 0    | 326  |
|       | 22            | 27   | 4    | 167  | 12                | 0    | 0    | 274  | 13            | 0    | 0    | 140  |
| Sismo | Loma Prieta   |      |      |      | Santiago de Chile |      |      |      | El Centro     |      |      |      |

Tabla 3.4: Puntos *outliers* caso unidimensional

| Casos             | Gpo1 | Gpo2 | Gpo 3 |
|-------------------|------|------|-------|
| Atípicos $^\circ$ | 2711 | 3272 | 10399 |
| Atípicos $^*$     | 4357 | 1865 | 2338  |
| Inestables        | 885  | 1776 | 1865  |
| Total             | 7953 | 6913 | 14602 |

Una forma de analizar los resultados consiste en normalizar las *matrices* por renglón, para ello se dividen los elementos con respecto a su suma por renglón. Esto permite examinar como se distribuyen los puntos asociadas a los grupos uno, dos y tres a lo largo de cada uno de los intervalos de error. Empleando el sismo Loma Prieta, por ejemplo, la reducción  $12 \rightarrow 3$  tiene una matriz  $M_p$  con un valor normalizado por renglón  $M_{pr}$  de:

$$M_p = \left[ \begin{array}{c|ccc} 35 & 2233 & 870 & 813 \\ 67 & 223 & 334 & 401 \\ 100 & 0 & 197 & 779 \end{array} \right] \quad M_{pr} = \left[ \begin{array}{c|ccc} 35 & 0.570 & 0.222 & 0.207 \\ 67 & 0.232 & 0.348 & 0.418 \\ 100 & 0 & 0.201 & 0.798 \end{array} \right]$$

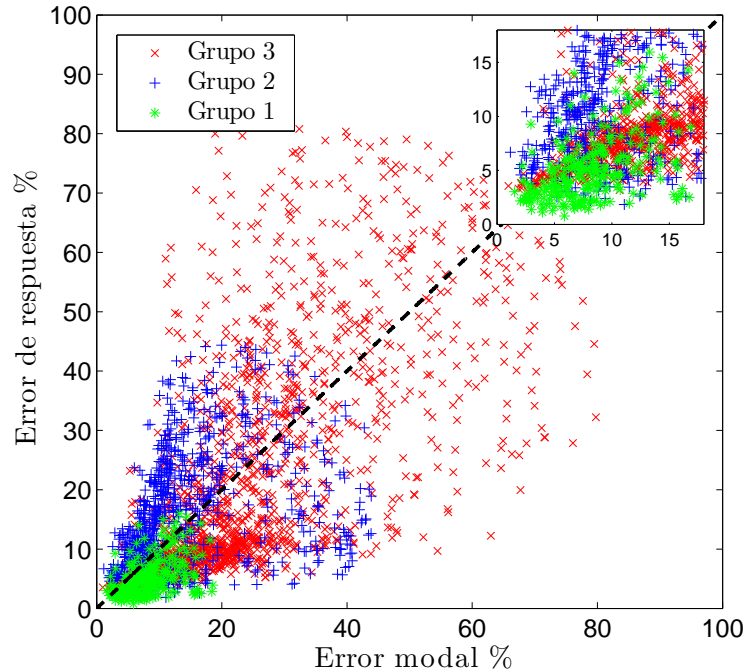


Figura 3.1: Distribución de puntos a lo largo de los errores modales y de dinámica

donde se observa que en el intervalo de error  $[0 - 35]$ , el 57% de los puntos pertenecen al grupo uno, mientras que el 22 y 20% corresponden, respectivamente, a los grupos dos y tres. Es decir, dentro del primer intervalo de errores se dispone de una mayor cantidad de MOR clasificados dentro grupo uno. La distribución de puntos a lo largo de los tres errores corresponde a:

- Intervalo de error  $[0 - 35]$ : 57, 22 y 20% de puntos pertenecientes, respectivamente, a los grupos uno, dos y tres
- Intervalo de error  $(35 - 67]$ : 23, 34 y 41% de puntos pertenecientes, respectivamente, a los grupos uno, dos y tres
- Intervalo de error  $(67 - 100]$ : 0, 20 y 79% de puntos pertenecientes, respectivamente, a los grupos uno, dos y tres

Mientras en el segundo intervalo de errores los puntos se distribuyen de forma creciente, en el tercer intervalo de errores no se presentan elementos asociados al grupo uno. En contraparte, los MOR pertenecientes al grupo tres se distribuyen a lo largo de los tres intervalos de error con una mayor concentración en el tercer intervalo, a diferencia de MOR pertenecientes a otros grupos.

Este comportamiento se mantiene para cada conjunto de simulaciones masivas tal y como se observa en la Fig. 3.4 donde se muestran, de forma gráfica, las matrices normalizadas por renglón para cada uno de los casos. Es decir, con una selección simétrica de GDLM se dispone de un MOR cuya probabilidad de presentar un comportamiento dinámico equiparable al de un modelo nominal es mayor en comparación con MOR identificados a través de una selección de GDLM no-simétrica, en cuyo caso no se dispone de certeza sobre su similitud con respecto al modelo nominal. En la Tab. 3.3 no se presentan los errores modales, no obstante estos son similares a los errores de respuesta dinámica.

Otra forma de interpretar los resultados consiste en normalizar las matrices por columna, donde se observa la distribución de los elementos asociados a cada uno de los grupos a lo largo de los errores  $\tilde{x}_{m_{inf}}$ ,  $\tilde{x}_{m_{med}}$  y  $\tilde{x}_{m_{sup}}$ . Siguiendo con el mismo ejemplo, reducción  $12 \rightarrow 3$  empleando el registro sísmico Loma Prieta, la matriz  $M_p$  y su valor normalizado por columna  $M_{pc}$  son:

$$M_p = \left[ \begin{array}{c|ccc} 35 & 2233 & 870 & 813 \\ 67 & 223 & 334 & 401 \\ 100 & 0 & 197 & 779 \end{array} \right] \quad M_{pc} = \left[ \begin{array}{c|ccc} 35 & 0.909 & 0.621 & 0.407 \\ 67 & 0.090 & 0.238 & 0.201 \\ 100 & 0 & 0.140 & 0.390 \end{array} \right]$$

Se observa, los elementos del grupo uno se distribuyen en un 90 y 10 % entre los errores  $\tilde{x}_{m_{inf}}$  y  $\tilde{x}_{m_{med}}$ . Mientras que, los elementos del grupo dos se ubican a lo largo de los tres errores con una mayoría del 62 % dentro del primer error. En contraste, los puntos del grupo tres se distribuyen de manera similar a lo largo de los tres intervalos de error. Repitiendo este proceso para cada conjunto de simulaciones y obteniendo el valor promedio, así como la desviación estándar, de distribución de los puntos asociados a cada uno de los grupos a lo largo de los tres errores, la Fig. 3.2 muestra los resultados de forma simplificada. Cabe señalar, los errores  $\tilde{x}_{m_{inf}}$ ,  $\tilde{x}_{m_{med}}$  y  $\tilde{x}_{m_{sup}}$  se promediaron para posteriormente ser normalizados con respecto a su valor máximo. Así, entre el 80 y 100 % de los MOR pertenecientes al grupo uno se ubican dentro del primer error mientras que, de forma acumulativa, entre el 90 y 100 % dentro del segundo error. Los MOR pertenecientes al grupo dos muestran un comportamiento similar a los del grupo uno. En cambio, los MOR asociados al grupo tres presentan grandes niveles de dispersión a lo largo de los tres errores, por ejemplo en el error inferior se concentran entre el 25 y 75 % de sus elementos y en el segundo error entre el 60 y 100 %.



Los resultados concuerdan con las observaciones hechas en la práctica donde se recomienda extraer la información paramétrica del sistema por medio de mediciones registradas en  $m$  pisos, para edificios regulares en elevación, seleccionados de forma simétrica. Finalmente, la Fig. 3.3 muestra los puntos *outliers* normalizados con respecto al total de puntos correspondientes a cada uno de los grupos.

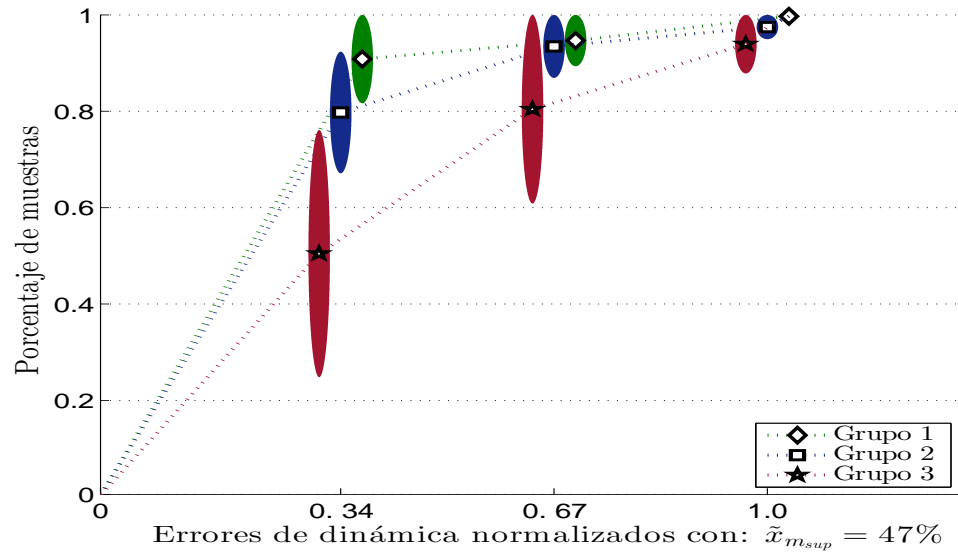


Figura 3.2: Distribución de puntos dentro de los errores de dinámica, caso 1D

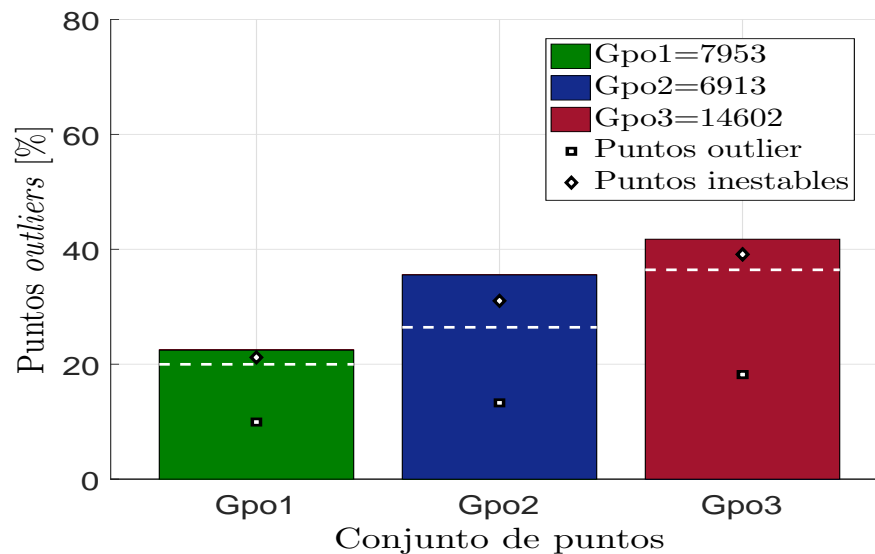


Figura 3.3: Puntos *outliers* e inestables en el caso unidimensional

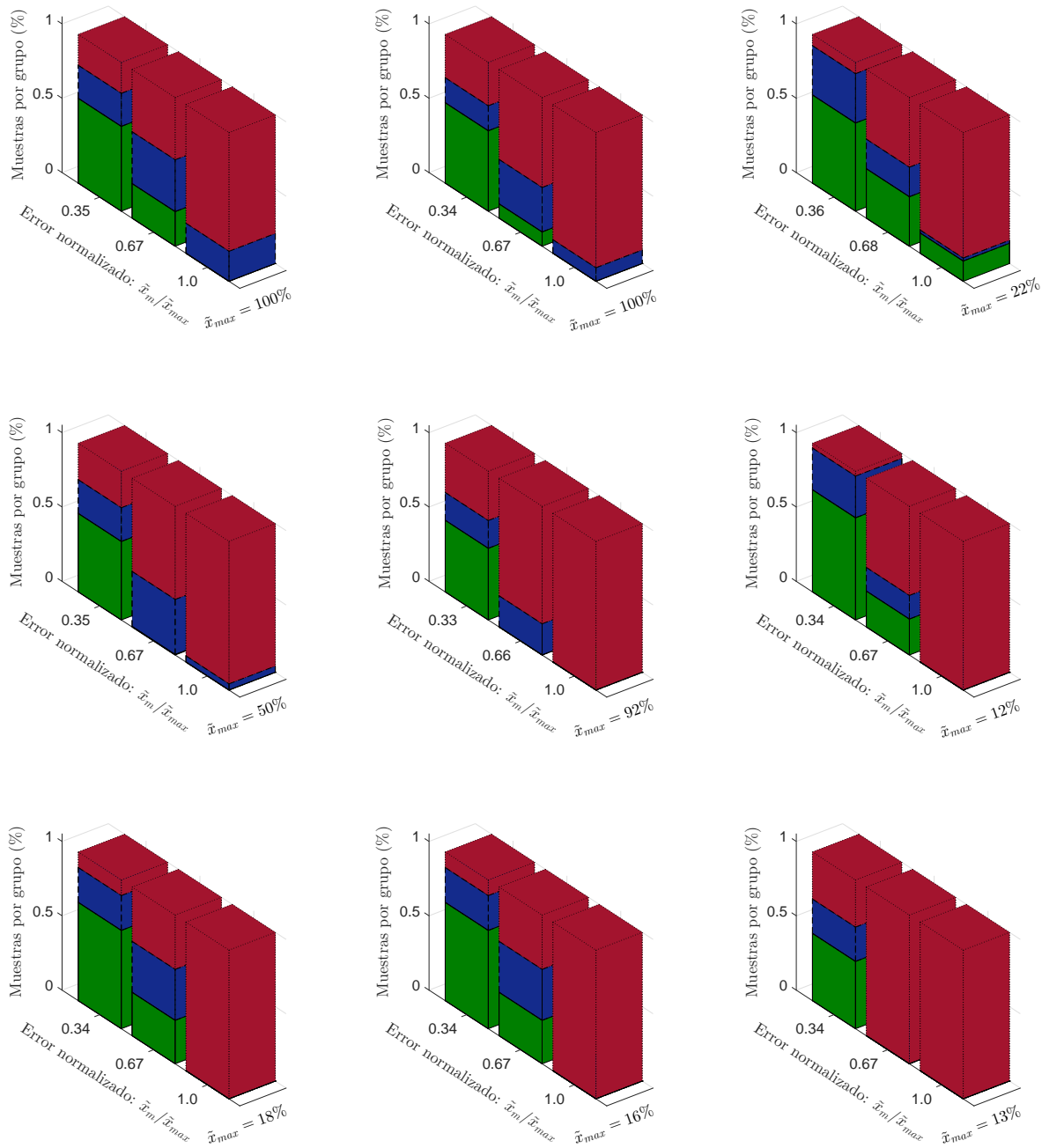


Figura 3.4: Matrices  $M_{pr}$  obtenidas al reducir el modelo a uno de tres, cuatro y seis GDL (arriba a abajo) empleando los sismos de: Loma Prieta, Santiago de Chile y El Centro (izquierda a derecha). Caso 1D

### 3.3.2. Caso tridimensional

En el caso tridimensional, el proceso bajo el cual se generan modelos nominales de estructuras es análogo al caso unidimensional salvo que se consideran los parámetros asociados los cuatro marcos de la estructura como se observa en la Tab. 3.1. Posterior a ello, la identificación de MOR se lleva a cabo tomando en cuenta la ley de adaptación (3.2). Los GDLM se condicionan a incluir los GDL correspondientes a las direcciones  $X$ ,  $Y$  y  $\theta$ , es decir se consideran pisos con mediciones disponibles en las tres direcciones. Así, la comparación entre los MOR y modelos nominales, tanto de propiedades modales como de respuesta dinámica, se realiza de forma semejante al caso unidimensional. De igual forma, se descartan los puntos más distantes, manteniendo una correlación de 0.8 entre los puntos restantes, y se realiza un muestro para cada conjunto o grupo de MOR de acuerdo a la selección de GDLM. Los resultados se muestran en la Tab. 3.5 en donde, se observa, se mantiene una predisposición de los MOR pertenecientes al grupo uno a ubicarse dentro de los primeros dos rangos de error. En tanto, los MOR pertenecientes al grupo tres se distribuyen a lo largo de los tres intervalos de error; no permiten establecer con certeza un criterio sobre emplear GDLM no simétricos durante el proceso de identificación. En la Fig. 3.7 se muestran las *matrices* normalizadas por renglón donde se aprecia se mantiene un comportamiento similar al caso unidimensional tanto para los MOR pertenecientes a los grupos uno y tres.

Tabla 3.5: Resultados de estimación y reducción de modelos para el caso tridimensional

| GDLM  | $\tilde{x}_m$ | Gpo1 | Gpo2 | Gpo3 | $\tilde{x}_m$     | Gpo1 | Gpo2 | Gpo3 | $\tilde{x}_m$ | Gpo1 | Gpo2 | Gpo3 |
|-------|---------------|------|------|------|-------------------|------|------|------|---------------|------|------|------|
| 3     | 44            | 1616 | 465  | 526  | 25                | 2247 | 814  | 931  | 19            | 2361 | 1586 | 815  |
|       | 67            | 219  | 186  | 941  | 47                | 58   | 245  | 674  | 37            | 0    | 137  | 979  |
|       | 90            | 0    | 0    | 249  | 70                | 0    | 0    | 194  | 54            | 0    | 0    | 429  |
|       |               |      |      |      |                   |      |      |      |               |      |      |      |
| 4     | 36            | 3295 | 321  | 1286 | 15                | 5511 | 884  | 2386 | 14            | 4964 | 2011 | 1907 |
|       | 57            | 2022 | 647  | 1942 | 28                | 0    | 415  | 916  | 28            | 20   | 198  | 1927 |
|       | 78            | 0    | 7    | 855  | 42                | 0    | 77   | 378  | 42            | 0    | 0    | 857  |
|       |               |      |      |      |                   |      |      |      |               |      |      |      |
| 6     | 34            | 911  | 549  | 801  | 16                | 2202 | 942  | 1196 | 10            | 1615 | 726  | 504  |
|       | 56            | 1404 | 256  | 680  | 30                | 231  | 120  | 713  | 20            | 165  | 0    | 615  |
|       | 79            | 38   | 0    | 574  | 44                | 0    | 0    | 352  | 30            | 0    | 0    | 82   |
|       |               |      |      |      |                   |      |      |      |               |      |      |      |
| Sismo | Loma Prieta   |      |      |      | Santiago de Chile |      |      |      | El Centro     |      |      |      |

La Fig. 3.5 muestra, de forma acumulativa, como se distribuyen los puntos asociados a cada grupo a lo largo de los errores  $\tilde{x}_{m_{inf}} - \tilde{x}_{m_{sup}}$ , con un error promedio máximo de 59%. Como en el caso unidimensional, esta gráfica sintetiza el comportamiento de todas las simulaciones. Se

observa, entre un 65 y 100 % de los puntos correspondientes al grupo uno se concentran en el primer rango de error mientras que en el segundo se ubican entre el 80 y 100 %. Los elementos del grupo dos presentan un comportamiento similar a los del grupo uno. En cambio, los elementos correspondientes al grupo tres se distribuyen entre un 30 y 50 % a lo largo del primer rango de error, entre un 70 y 90 % a lo largo del segundo y entre un 95 y 100 % en el tercero.

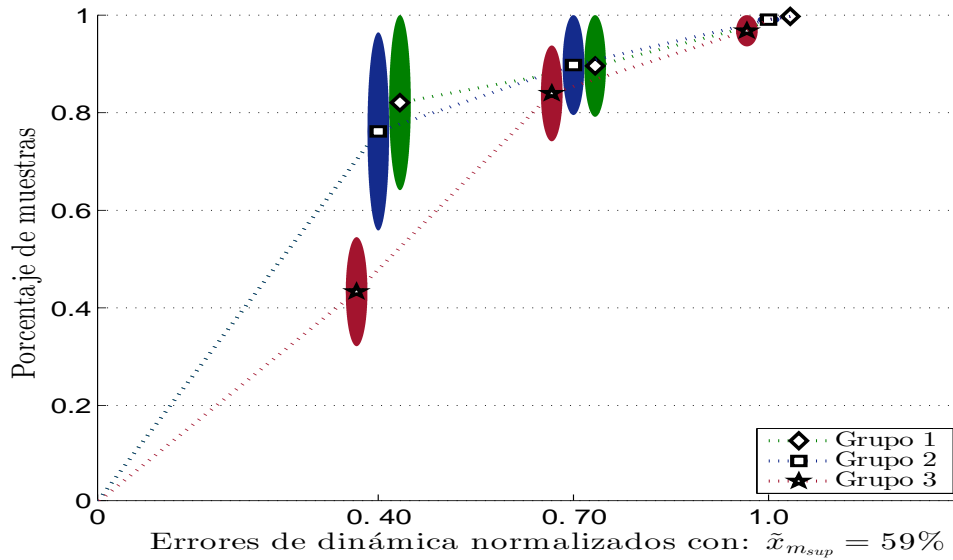


Figura 3.5: Distribución de puntos dentro de los errores de dinámica, caso 3D

Similar al caso unidimensional, la Tab. 3.6 muestra el número de puntos *outlier* y el número de MOR inestables para el caso tridimensional. En tanto, en la Fig. 3.6 se observan los puntos *outliers*, incluyendo los casos inestables, normalizados con respecto al número total de MOR acorde a la selección de GDLM. Así, los MOR correspondientes al grupo tres implican una mayor cantidad de puntos *outliers* como casos inestables, similar al caso unidimensional.

Tabla 3.6: Puntos *outliers* caso tridimensional

| Casos                 | Gpo1 | Gpo2 | Gpo 3 |
|-----------------------|------|------|-------|
| Atípicos <sup>o</sup> | 1450 | 919  | 2796  |
| Atípicos <sup>*</sup> | 2626 | 1140 | 1714  |
| Inestables            | 2415 | 6795 | 6771  |
| Total                 | 6491 | 8854 | 11281 |

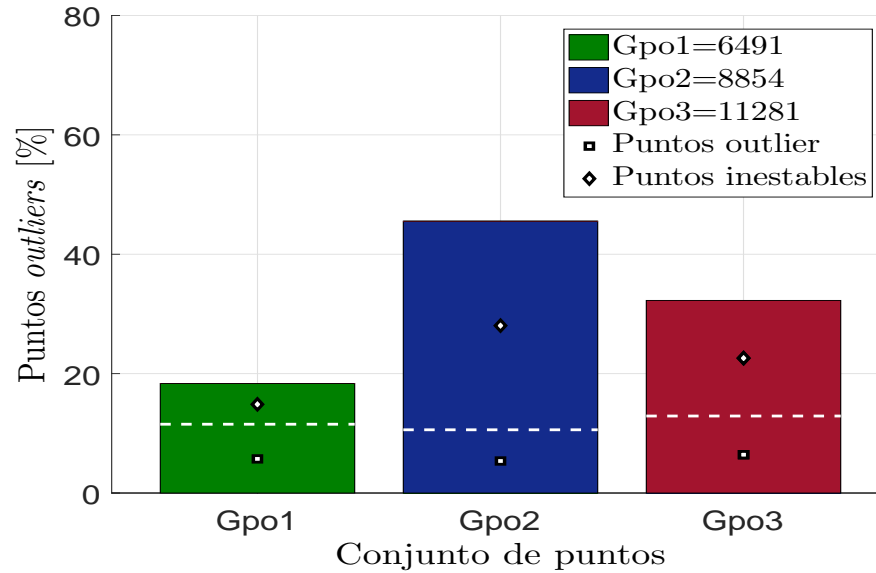


Figura 3.6: Puntos *outliers* e inestables en el caso tridimensional

Los resultados son consistentes en ambos casos, unidimensional y tridimensional, permitiendo establecer lo siguiente:

1. Modelos de orden reducido cuyos GDLM presentan una distribución simétrica (grupo uno) muestran, con alta probabilidad, propiedades modales y una respuesta dinámica equiparables a las de un modelo nominal
2. Modelos de orden reducido cuyos GDLM corresponden a mediciones en los pisos inferiores y superiores (grupo dos) presentan propiedades modales y una respuesta dinámica comparables a las de un modelo nominal. No obstante, exhiben una mayor dispersión a lo largo de los errores
3. Modelos de orden reducido cuyos GDLM no presentan simetría (grupo tres) no presentan, de forma consistente, propiedades modales y una respuesta dinámica equiparables a las de un modelo nominal

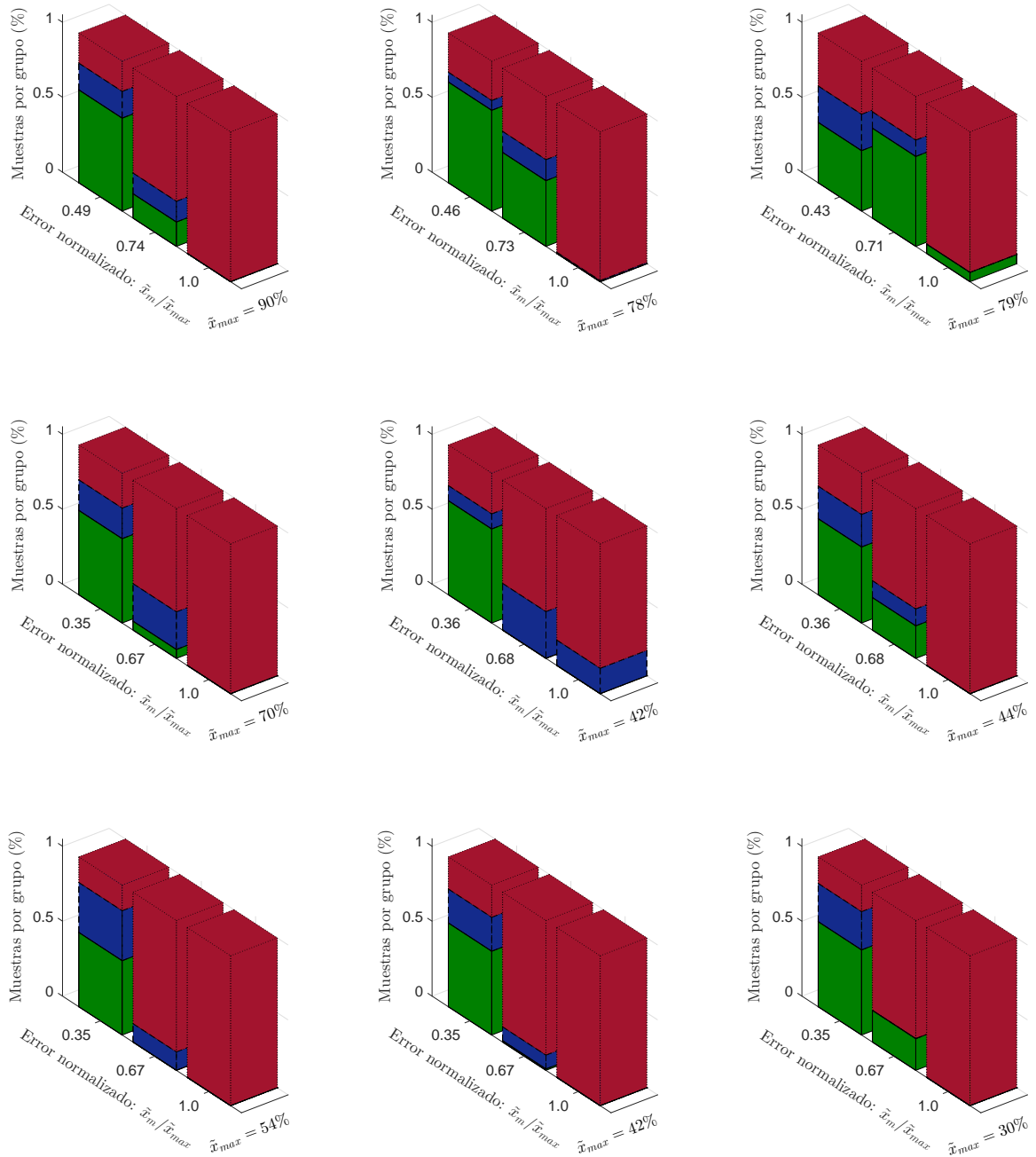


Figura 3.7: Matrices  $M_{pr}$  obtenidas al reducir el modelo a uno de tres, cuatro y seis GDL (arriba a abajo) empleando los sismos de: Loma Prieta, Santiago de Chile y El Centro (izquierda a derecha). Caso 3D

Para corroborar las observaciones anteriores, se toma como ejemplo un edificio tridimensional<sup>3</sup> de doce pisos cuyos parámetros de masa son los siguientes:

$$M = [385, 392, 377, 379, 301, 301, 297, 291, 223, 219, 205, 223] [kg]$$

$$I_m = [104, 106, 102, 102, 81, 81, 80, 79, 60, 59, 55, 60] [kg \times m^2]$$

mientras, los parámetros de rigidez y amortiguamiento se muestran en la Tab. 3.7 omitiendo, por cuestión de espacio, las unidades. Se aprecia, los valores de masa y rigidez conllevan una reducción uniforme de entre el 8 y 10 %, a lo largo de los pisos del edificio. Durante el proceso de identificación se utilizó el registro sísmico El Centro, cuyas componentes norte-sur y este-oeste se encuentran en el apéndice B. Dicho registro sísmico se utiliza para evaluar y comparar tanto las propiedades modales como la respuesta dinámica entre el modelo nominal y los MOR.

Tabla 3.7: Parámetros nominales de rigidez y de amortiguamiento para un edificio tridimensional de doce pisos. Los parámetros de rigidez presentan una ganancia de  $1 \times 10^3$

| Submatriz      | $k_1$ | $k_2$ | $k_3$ | $k_4$ | $k_5$ | $k_6$ | $k_7$ | $k_8$ | $k_9$ | $k_{10}$ | $k_{11}$ | $k_{12}$ |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|
| $xx$           | 1035  | 1022  | 1048  | 1049  | 803   | 784   | 797   | 791   | 553   | 564      | 592      | 614      |
| $yy$           | 1035  | 1051  | 1053  | 1015  | 791   | 810   | 828   | 789   | 562   | 616      | 587      | 565      |
| $\theta\theta$ | 1518  | 1544  | 1494  | 1493  | 1236  | 1165  | 1181  | 1222  | 848   | 857      | 872      | 823      |
| $x\theta$      | 242   | 238   | 238   | 238   | 188   | 190   | 188   | 183   | 136   | 139      | 135      | 132      |
| $y\theta$      | 187   | 183   | 189   | 190   | 148   | 151   | 145   | 143   | 98    | 100      | 100      | 101      |
| Submatriz      | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | $c_5$ | $c_6$ | $c_7$ | $c_8$ | $c_9$ | $c_{10}$ | $c_{11}$ | $c_{12}$ |
| $xx$           | 199   | 203   | 203   | 197   | 203   | 203   | 203   | 196   | 202   | 202      | 197      | 197      |
| $yy$           | 199   | 203   | 203   | 197   | 202   | 203   | 196   | 196   | 202   | 196      | 197      | 202      |
| $\theta\theta$ | 224   | 222   | 227   | 221   | 227   | 222   | 220   | 227   | 221   | 229      | 222      | 228      |
| $x\theta$      | 45    | 46    | 46    | 45    | 46    | 46    | 46    | 46    | 46    | 45       | 46       | 45       |
| $y\theta$      | 53    | 54    | 52    | 54    | 54    | 54    | 54    | 54    | 52    | 54       | 53       | 54       |

Así, los resultados corresponden una reducción de doce a tres pisos seleccionando los GDLM de acuerdo a los casos siguientes:

- Caso 1:  $GDLMs = [2, 3, 4]$
- Caso 2:  $GDLMs = [4, 8, 12]$

<sup>3</sup>Por cuestión de simplicidad se omite el ejemplo unidimensional. En el caso tridimensional, los errores al comparar un modelo de orden reducido y uno nominal suelen ser mayores por lo cual representa un ejemplo adecuado para reducir el modelo

Para el primer caso, la selección de GDLM se hace a lo largo de los primeros pisos del edificio. En tanto, en el segundo caso los GDLM presentan una distribución simétrica. Los resultados se muestran comenzando por las frecuencias del sistema nominal comparadas con respecto a las del MOR acorde a la selección de GDLM tal y como se observa en la Tab. 3.8. En el primer caso sólo las primeras tres frecuencias del MOR se aproximan a las del modelo nominal con errores menores al 10 %. Para el caso dos, las primeras cuatro frecuencias del MOR presentan errores menores al 1 % en comparación con las frecuencias del modelo nominal; entre la quinta y séptima frecuencia los errores son menores al 10 %. Es decir, se recuperan las frecuencias fundamentales con mayor precisión y exactitud al emplear GDLM seleccionados de forma simétrica.

Tabla 3.8: Frecuencias del modelo nominal ( $f_{mn}$ ) y del modelo reducido ( $f_{mr}$ )

| $f_{mn}$ | $f_{mr}$ | $\tilde{f}\%$ | $f_{mn}$ | $f_{mr}$ | $\tilde{f}\%$ |
|----------|----------|---------------|----------|----------|---------------|
| 1.14     | 1.11     | 2.69          | 1.14     | 1.14     | 0.06          |
| 1.19     | 1.14     | 3.84          | 1.19     | 1.19     | 0.19          |
| 2.79     | 2.78     | 0.57          | 2.79     | 2.77     | 0.84          |
| 2.92     | 3.26     | 11.37         | 2.92     | 2.90     | 0.64          |
| 3.04     | 4.24     | 39.09         | 3.04     | 2.96     | 2.84          |
| 4.70     | 7.66     | 62.69         | 4.70     | 4.19     | 10.88         |
| 4.89     | 9.17     | 87.40         | 4.89     | 4.56     | 6.68          |
| 6.83     | 15.30    | 123.92        | 6.83     | 9.25     | 35.33         |
| 7.08     | 20.65    | 191.56        | 7.08     | 20.63    | 191.33        |
| Caso 1   |          |               | Caso 2   |          |               |

En cuanto a las formas modales, las Figs. 3.8-3.9 muestran, respectivamente, las matrices MAC y las primeras tres formas modales del modelo nominal comparadas con respecto a las del MOR. Las formas modales se evalúan y comparan a lo largo de los GDLM considerando las tres direcciones de movimiento. Tal y como ocurre con las frecuencias, por medio de una distribución simétrica de GDLM, se recuperan las formas modales con mayor precisión y exactitud. La Tab. 3.9 muestra los primeros nueve autovalores del modelo nominal y del modelo reducido para el caso dos ( $GDLM = [4, 8, 12]$ ).



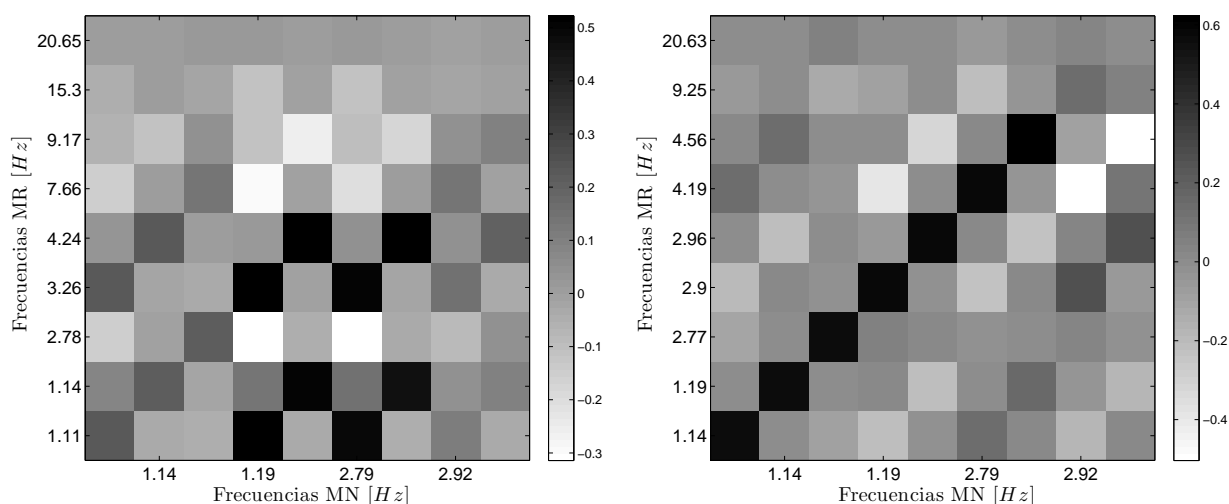


Figura 3.8: Matrices MAC obtenidas al reducir el sistema: casos 1 (izquierda) y 2 (derecha)

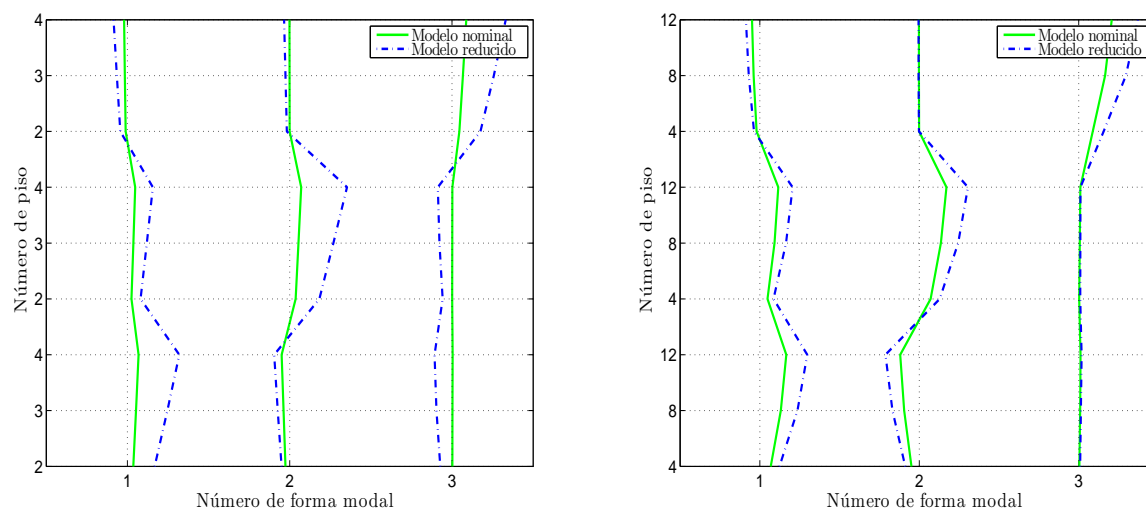


Figura 3.9: Formas modales identificadas al reducir el sistema: casos 1 (izquierda) y 2 (derecha)

Finalmente, se compara la dinámica del modelo nominal con respecto a la del MOR excitando ambos sistemas con el registro sísmico El Centro comparando, posteriormente, los desplazamientos registrados en el piso inferior y superior. Así, la Fig. 3.10 muestra los desplazamientos registrados en los pisos 2 y 4 (caso uno) tomando en cuenta las tres direcciones de desplazamiento. De forma similar, la Fig. 3.11 muestra los desplazamientos en los pisos 4 y 12 (caso dos) considerando las tres direcciones de desplazamiento. Se observa que al seguir el criterio de reducción, seleccionar GDLM de forma simétrica, el MOR reproduce favorablemente la dinámica del modelo original.

Tabla 3.9: Autovalores del modelo nominal y del modelo de orden reducido

| Modelo nominal        | Modelo reducido       |
|-----------------------|-----------------------|
| $-0.005 \pm 7.211 i$  | $-0.005 \pm 7.206 i$  |
| $-0.006 \pm 7.492 i$  | $-0.017 \pm 7.477 i$  |
| $-0.027 \pm 17.578 i$ | $-0.789 \pm 17.431 i$ |
| $-0.044 \pm 18.402 i$ | $-0.274 \pm 18.245 i$ |
| $-0.049 \pm 19.161 i$ | $-0.885 \pm 18.591 i$ |
| $-0.114 \pm 29.583 i$ | $-1.820 \pm 26.341 i$ |
| $-0.127 \pm 30.769 i$ | $-1.968 \pm 28.637 i$ |
| $-0.226 \pm 42.949 i$ | $-4.793 \pm 57.916 i$ |
| $-0.258 \pm 44.500 i$ | $-8.632 \pm 129.35 i$ |

Con base en las simulaciones intensivas, como con el ejemplo anterior, se confirma que MC representa una opción como método de reducción e identificación en línea de modelos de edificios. Se verifica que existe una relación proporcional entre los errores modales y el error de respuesta dinámica cuando los MOR son comparados con respecto a los modelos nominales. Esta relación permite establecer una guía en la selección de GDLM, ubicación de sensores visto desde otro enfoque, la cual sugiere seleccionar GDLM con una distribución simétrica; pisos inferiores, medios y superiores. De esta forma, con una alta probabilidad, se obtienen MOR cuyas propiedades modales y comportamiento dinámico se asemejan a las de un modelo nominal. Esto es congruente con las recomendaciones prácticas donde se sugiere extraer la información de un sistema por medio de mediciones registradas a través de sensores ubicados de forma simétrica a lo largo de la estructura. Así mismo, en ubicación de sensores, la matriz Fisher suele proporcionar una distribución perfectamente simétrica de puntos sobre los cuales colocar los sensores manteniendo una consistencia con los resultados proporcionados.

Una diferencia entre la metodología propuesta y los criterios de ubicación de sensores es que estos últimos parten de conocer la información completa del sistema a partir de la cual evalúan las diversas configuraciones bajo las cuales pueden ser colocados los sensores a fin de recuperar de forma óptima la mayor información paramétrica del sistema. En el caso de MC, se realiza tanto estimación como condensación de modelos a partir de valores previamente estimados de los coeficientes de rigidez, amortiguamiento y masa del edificio; los cuales pueden obtenerse con base en un análisis precedente de sus masas y los materiales que componen sus columnas.

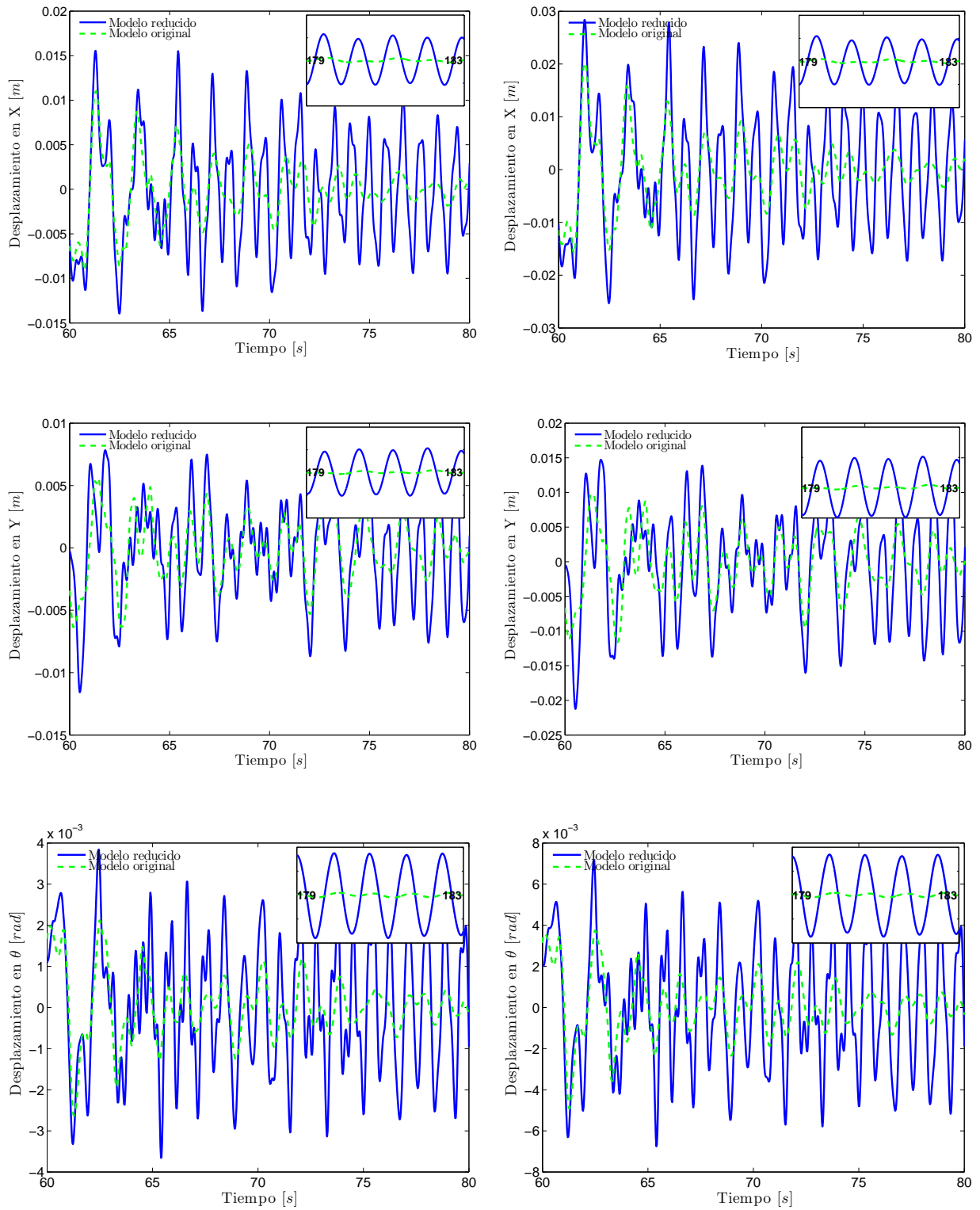


Figura 3.10: Reducción caso uno: desplazamientos en los pisos dos (izquierda) y cuatro (derecha)

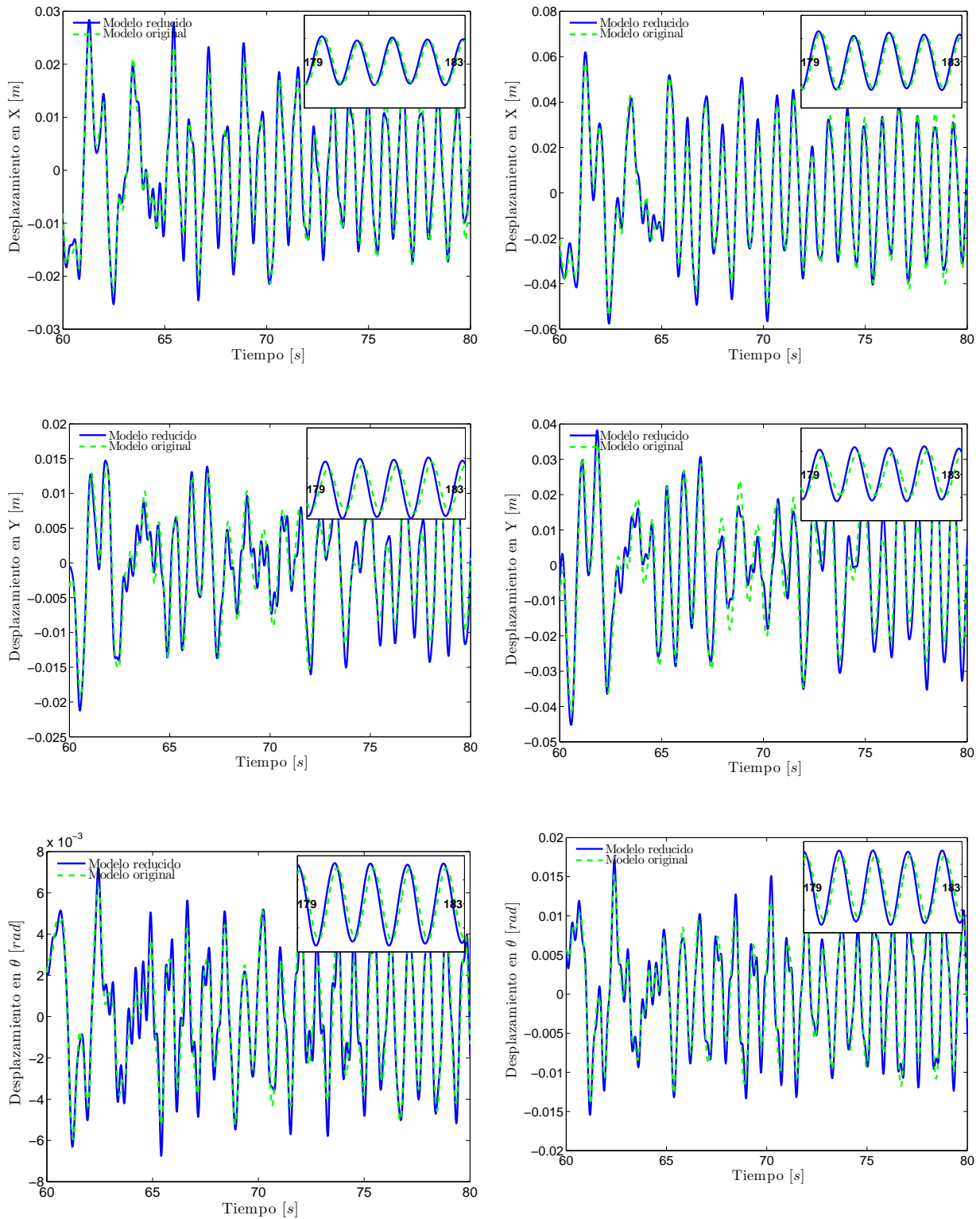


Figura 3.11: Reducción caso dos: desplazamientos en los pisos cuatro (izquierda) y doce (derecha)

En cuanto al nivel de reducción, la Fig. 3.12 muestra el error promedio de dinámica ( $\bar{x}_m$ ) obtenido acorde al nivel de reducción y tomando en cuenta todas las simulaciones. Cuanto mayor es el nivel de reducción, las selección de GDLM debe hacerse de forma más rigurosa y cuidadosa siguiendo la recomendación de elegir GDLM con una distribución simétrica. Conforme el nivel de reducción es menor, al disponer de una mayor cantidad de información de la dinámica del edificio, los errores en las propiedades modales y en la respuesta dinámica, al comparar un MOR con respecto a un modelo nominal, disminuyen significativamente. Esto último se aprecia en el caso unidimensional. En el caso tridimensional, los errores también disminuyen conforme el nivel de reducción es menor; no obstante el radio de disminución es menor en comparación al caso unidimensional.

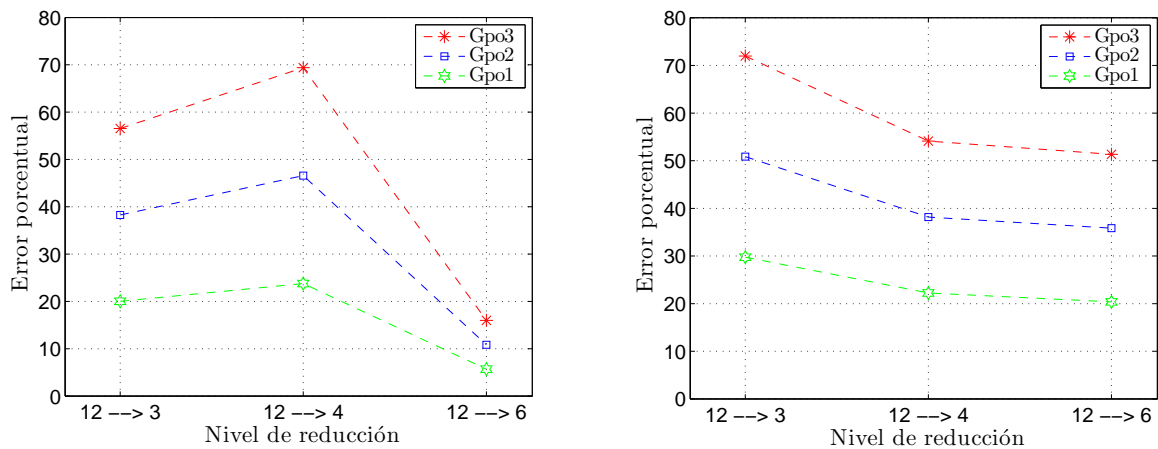


Figura 3.12: Error de dinámica por nivel de reducción: casos 1D (izquierda) y 3D (derecha)



## Capítulo 4

# Condiciones de estabilidad

En este capítulo se presentan las condiciones de estabilidad propuestas para realizar estimación y reducción de modelos por medio de mínimos cuadrados con la ventaja de garantizar un modelo estimado estable. Para ello, se aprovecha la estructura tridiagonal a bloques de las matrices del sistema y se emplean círculos de Gershgorin, los cuales son utilizados como una herramienta de análisis de estabilidad de sistemas dinámicos. Para evaluar la eficacia de las condiciones propuestas, se realizan simulaciones con modelos tridimensionales, que son estimados bajo diferentes condiciones de: parámetros iniciales, ganancia en la matriz de covarianza y señales de excitación. Se comparan las propiedades del modelo estimado, con y sin la integración de condiciones de estabilidad, con respecto al modelo original a fin de evaluar el impacto de las restricciones sobre la convergencia paramétrica .

### 4.1. Círculos de Gershgorin

Los círculos de Gershgorin son utilizados para analizar la estabilidad de sistemas dinámicos, por ejemplo: protocolos de consenso de sistemas multiagentes (Cepeda-Gomez y Olgac, 2013), interconexión de redes neuronales en circuitos eléctricos (Alecsandrescu y Goras, 2008), estimación de modelos empleados en el monitoreo de glucosa en pacientes con diabetes tipo 1 (Turksoy, Bayrak, Quinn, Littlejohn, y Cinar, 2013) y en la reconstrucción, a partir de un conjunto de muestras, de funciones desconocidas (Cohen, Davenport, y Leviatan, 2013), entre otras aplicaciones.

Así, los círculos de Gershgorin (CG) proporcionan una región dentro de la cual se encuentran los autovalores de una matriz  $P$  de diagonal dominante, cuyos elementos satisfacen:

$$|P(i, i)| \geq \sum_{j=1, j \neq i}^n |P(i, j)|, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Se construyen tanto por renglón como por columna. Para el  $i$ -ésimo renglón, el correspondiente CG tiene un centro  $C_i$  y radio  $R_i$  dados por:

$$C_i = P(i, i)$$

$$R_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |P(i, j)|$$

Por otro lado, una matriz tridiagonal  $T$  tiene autovalores reales si:

$$T(i, j) * T(j, i) > 0, \quad \forall i, j = 1, \dots, n, \quad (4.1)$$

Una matriz de diagonal dominante y con estructura tridiagonal será llamada matriz tridiagonal dominante en lo que resta del trabajo escrito. Empleando ambas propiedades, los CGs pueden ser calculados al sustraer dos matrices tridiagonales dominantes:  $M_1 \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  y  $M_2 \in \mathfrak{R}^{n \times n}$  cuyos  $i$ -ésimos renglones son:

$$R_{M1i} = [0, \dots, -l_{1i}, c_{1i}, -l_{u1i}, \dots, 0]$$

$$R_{M2i} = [0, \dots, -l_{2i}, c_{2i}, -l_{u2i}, \dots, 0]$$

donde  $l_{li} > 0$  y  $l_{ui} > 0$  son, respectivamente, los elementos inferior y superior con respecto al elemento de la diagonal principal  $c_i$ , relacionados por:

$$c_i = l_{li} + l_{ui} + \delta_i \geq l_{li} + l_{ui}; \delta_i \geq 0 \quad (4.2)$$

Observe que los signos de  $c_i$ ,  $l_{li}$  y  $l_{ui}$  se obtienen de las matrices definidas en la Ec. (2.1). La



sustracción de ambos renglones  $R_{M1i} - R_{M2i} = R_{Si}$  corresponde a:

$$R_{Si} = [0, \dots, -l_{l1} + l_{l2}, c_1 - c_2 - l_{u1} + l_{u2}, \dots, 0] \quad (4.3)$$

El CG resultante tiene un centro  $C_{Si}$  y radio  $R_{Si}$  dados por:

$$C_{Si} = c_1 - c_2 = l_{l1} - l_{l2} + l_{u1} - l_{u2} + \delta_1 - \delta_2 \quad (4.4a)$$

$$|R_{Si}| = |-l_{l1} + l_{l2}| + |-l_{u1} + l_{u2}| \quad (4.4b)$$

Si se desea un GC con centro  $C_{Si} < 0$ , entonces es necesario que se cumpla:

$$l_{l2} > l_{l1} \quad (4.5a)$$

$$l_{u2} > l_{u1} \quad (4.5b)$$

$$\delta_2 > \delta_1 \quad (4.5c)$$

Dado que las diferencias dentro del operador valor absoluto son positivas, esto es  $-l_{l1} + l_{l2} > 0$  y  $-l_{u1} + l_{u2} > 0$ , el radio puede ser escrito como  $R_{Si} = -l_{l1} + l_{l2} - l_{u1} + l_{u2}$  y su valor, comparado con la magnitud del centro, es tal que  $|R_{Si}| < |C_{Si}|$ . Si la sustracción se repite para los  $n$  renglones de las matrices  $M_1$  y  $M_2$ , la diferencia  $M_1 - M_2$  resulta en una matriz tridiagonal con CGs en el semiplano izquierdo con autovalores reales y negativos. Es decir:  $M_1 - M_2 < 0$  y por lo tanto  $M_1 < M_2$ .

## 4.2. Condiciones de estabilidad 1D

La evolución de mínimos cuadrados es determinada por la ley de adaptación. (2.8) cuyo parámetros estimados no garantizan que  $M$ ,  $K$ ,  $C$  sean matrices positivas definidas y tengan estructura tridiagonal. Para lograr esto, debe imponerse una secuencia de restricciones en los parámetros estimados garantizando así la estabilidad del modelo estimado. Las condiciones de estabilidad se desarrollan para la parametrización matricial, en la parametrización clásica pueden emplearse técnicas de proyección como aquellas disponibles en (Ioannou y Sun, 1996). La matriz  $M^{-1}K$  tiene la siguiente forma<sup>1</sup>:

---

<sup>1</sup>Subíndice  $x$  es omitido para facilitar la explicación

$$M^{-1}K_{n \times n} = \begin{bmatrix} \frac{k_1+k_2}{m_1} & -\frac{k_2}{m_1} & 0 & \cdots & 0 \\ -\frac{k_2}{m_2} & \frac{k_2+k_3}{m_2} & -\frac{k_3}{m_2} & \cdots & 0 \\ 0 & -\frac{k_3}{m_3} & \frac{k_3+k_4}{m_3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & \frac{k_n}{m_n} \end{bmatrix}$$

y es tridiagonal dominante cuyos elementos satisfacen:

$$\left(-\frac{k_i}{m_{i-1}}\right) \left(-\frac{k_i}{m_i}\right) > 0, \quad \forall i = 2, \dots, n \quad (4.6)$$

por lo tanto  $M^{-1}K$  tiene autovalores reales y positivos ya que sus CGs se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo. La matriz  $M^{-1}C$  cumple, de forma análoga, las mismas condiciones. El sistema definido en la Ec. (2.1) satisface la ecuación característica:

$$A^2 + C_M A + K_M = 0 \quad (4.7)$$

donde  $A$  es la matriz asociada al sistema definido en la Ec. (2.2) y:

$$C_M = \text{diag}\{M^{-1}C, M^{-1}C\}$$

$$K_M = \text{diag}\{M^{-1}K, M^{-1}K\}$$

La primera condición para asegurar estabilidad es que las matrices  $K_M > 0$  y  $C_M > 0$ . Esto es equivalente a:

$$M^{-1}K > 0 \quad (4.8a)$$

$$M^{-1}C > 0 \quad (4.8b)$$

Sin embargo, las anteriores condiciones no son suficientes para garantizar estabilidad. Es necesaria una segunda condición que combina  $C_M$  y  $K_M$ . La siguiente aproximación de autovalores:

$$\Lambda = \frac{-C_M \pm \sqrt{C_M C_M - 4K_M}}{2} \quad (4.9)$$

corresponde a la solución matricial de la Ec. (4.7) cuando  $C_M A = A C_M$ , lo cual ocurre en el caso

donde  $m_1 = m_2 = \dots = m_n$ . No obstante, cuando  $C_M A \neq A C_M$ , la Ec. (4.9) sigue representando una buena aproximación para obtener los autovalores de la Ec. (4.7). Si el argumento dentro de la raíz cuadrada cumple con:

$$C_M C_M - 4K_M < 0 \quad (4.10)$$

los autovalores del sistema son complejos conjugados. La desigualdad anterior se satisface fácilmente ya que los elementos de rigidez en la matriz  $K_M$  son mayores en magnitud comparados con los coeficientes de amortiguamiento en la matriz  $C_M$ . La condición (4.10) puede ser reescrita como:

$$C_M C_M < \lambda_{max}(C_M) C_M < 4K_M \quad (4.11)$$

donde  $\lambda_{max}(C_M)$  es el máximo autovalor posible de  $C_M$  el cual, usando CGs, tiene como cota superior:

$$\lambda_{max}(C_M) \leq \max \sum_{i=1}^n |C_M(i, i) + C_M(i, i \pm 1)| \quad (4.12)$$

Es de observar que, por construcción,  $C_M(i, i) = -(C_M(i, i-1) + C_M(i, i+1))$ . No obstante, en el proceso de estimación se asume:

$$C_M(i, i) = -(C_M(i, i-1) + C_M(i, i+1)) + \delta_{C_M(i)} \quad (4.13)$$

$$K_M(i, i) = -(K_M(i, i-1) + K_M(i, i+1)) + \delta_{K_M(i)} \quad (4.14)$$

donde  $\delta_{C_M(i)}$  y  $\delta_{K_M(i)}$  se toman en cuenta a fin de evitar forzar la igualdad e intervenir en la convergencia paramétrica. En la Fig. 4.1,  $\lambda_{max}(C_M)$  corresponde al punto a lo largo del eje horizontal, dentro de los CGs, que está más distante a partir del origen y hacia la parte derecha. Utilizando  $\lambda_{max}(C_M)$ , la condición (4.10) es equivalente a:

$$(\alpha_{MC}) C_M < K_M$$

donde  $\alpha_{MC} = \lambda_{max}(C_M)/4$ . Empleando las condiciones (4.5) y Ec. (4.13), es fácil observar que la

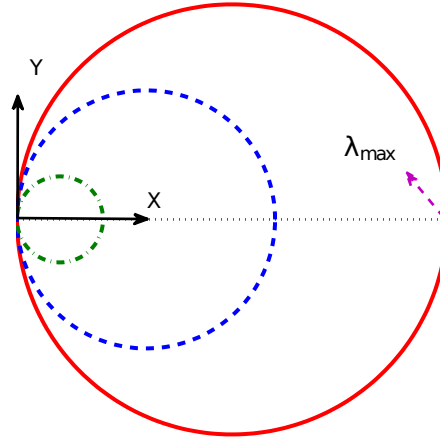


Figura 4.1: Círculos de Gershgorin en una matriz de diagonal dominante

última desigualdad se satisface si:

$$K_{M(i,i\pm 1)} > \alpha_{MC} C_{M(i,i\pm 1)} \quad (4.15a)$$

$$\delta_{K_M(i)} > \alpha_{MC} \delta_{C_M(i)} \quad (4.15b)$$

$$\forall i = 1, \dots, n \quad (4.15c)$$

garantizando que la matriz tridiagonal  $(\alpha_{MC})C_M - K_M$  tenga CGs en el semiplano izquierdo y, por lo tanto, los autovalores del sistema sean complejos conjugados.

Es de notar que, los autovalores del sistema pueden ser considerados como la suma de una parte real y una imaginaria donde la parte real depende de la matriz  $M^{-1}C$ . Por construcción  $M^{-1}C(i, i) = -(M^{-1}C(i, i-1) + M^{-1}C(i, i+1))$  tal que la matriz  $M^{-1}C$  tiene CGs con radios y centros de igual magnitud, sus autovalores pueden valer cero. Por redondeo inherente al proceso de estimación con MC, los autovalores de  $-M^{-1}C$  puede volverse negativos dando lugar a un sistema inestable. Para evitar este problema, un amortiguamiento mínimo debe ser garantizado, esto es que los CGs de la matriz  $M^{-1}C$  se fuerza tengan un radio de menor magnitud que la de su centro:  $|R_i| < |C_i|$ . En la Fig. 4.2, este amortiguamiento mínimo corresponde a  $\zeta_m = \cos(\beta)$  y

es garantizado introduciendo una mínima distancia  $d_m$  con respecto al eje imaginario tal que:

$$d_m = \zeta_m |\lambda_i| \quad (4.16)$$

donde  $\lambda_i = \sigma_i \pm j\omega_{d_i}$  es un autovalor estimado de  $M^{-1}C$ . El amortiguamiento mínimo se logra multiplicando la diagonal de la matriz  $M^{-1}C$  por un factor  $1 + \epsilon$  con  $\epsilon > d_m > 0$ . Las condiciones para garantizar estabilidad durante la estimación por medio de MC, caso unidimensional, se introducen por medio del siguiente procedimiento:

1. El primer paso es mantener la estructura tridiagonal de las matrices:  $\widehat{M^{-1}C}$  y  $\widehat{M^{-1}K}$ . Para lograr esto, dichas matrices son multiplicadas elemento por elemento por una matriz tridiagonal dada por:

$$R_{n \times n} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

2. Posteriormente, se garantiza que los autovalores del sistema sean complejos conjugados. Para tal propósito, cuando la condición (4.15) no es satisfecha para algún renglón  $i$ -ésimo, entonces cada elemento en el lado derecho de la desigualdad es multiplicado por una ganancia mínima  $g \in (0, 1)$  tal que (4.15) se satisface.
3. Finalmente, se asegura que los autovalores de  $M^{-1}C > 0$  tengan parte real positiva. Si en un renglón la Ec. (4.16) no se cumple, el correspondiente elemento diagonal en la matriz  $M^{-1}K > 0$  es multiplicado por  $1 + \epsilon$ ,  $\epsilon > d_m$  a fin de garantizar un amortiguamiento mínimo del sistema.

El impacto de las condiciones de estabilidad propuestas, sobre la convergencia paramétrica como en el costo computacional, se discute en las secciones posteriores.

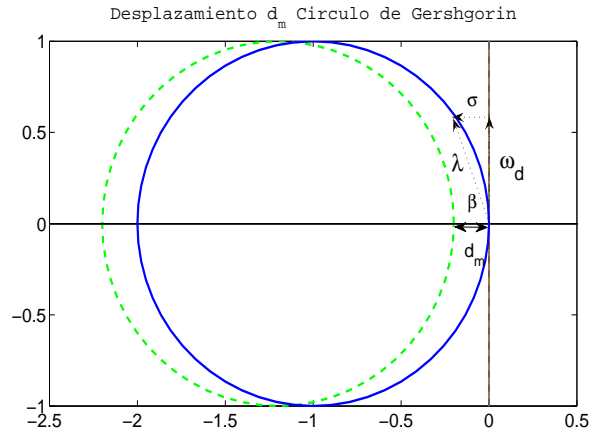


Figura 4.2: Garantía de un amortiguamiento mínimo

### 4.3. Condiciones de estabilidad 3D

La ecuación característica para el modelo de tres dimensiones presenta la misma estructura que la Ec. (4.7), donde las matrices corresponden a aquellas definidas en Ec. (2.3), cuya forma, al ser más compleja, dificulta replicar las condiciones de estabilidad del modelo 1D así como el procedimiento con el cual se introducen el proceso de estimación. Las matrices  $M^{-1}K$  y  $M^{-1}C$  no son tridiagonales ni de diagonal dominante. Asumiendo que la masa en un piso de la estructura es conocida, las matrices  $M^{-1}K$  y  $M^{-1}C$  pueden ser desacopladas dando lugar a las matrices  $M$ ,  $K$  y  $C$  tal que la estabilidad del sistema es garantizada si son positivas definidas, es decir:

$$M > 0 \quad K > 0 \quad C > 0 \quad (4.17)$$

A partir de la matriz  $M^{-1}K$ , cuya estructura es de la forma:

$$M^{-1}K_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} M_x^{-1}K_{xx} & 0 & M_x^{-1}K_{x\theta} \\ 0 & M_y^{-1}K_{yy} & M_y^{-1}K_{y\theta} \\ I^{-1}K_{\theta x} & I^{-1}K_{\theta y} & I^{-1}K_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

si se asume conocida la masa  $m_1$  en el primer piso del edificio, la matriz  $M^{-1}K$  puede ser escrita como el producto de:

$$M^{-1}K_{3n \times 3n} = \begin{bmatrix} m_t^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & m_t^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & I_m^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 & K_{x\theta} \\ 0 & K_{yy} & K_{y\theta} \\ K_{\theta x} & K_{\theta y} & K_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

con  $m_t = [m_1, m_2, \dots, m_n]$  y  $I_m = [I_1, I_2, \dots, I_n]$ . Un conocimiento preciso de la masa  $m_1$  no es necesario ya que, posteriormente, se incorporan las matrices obteniendo  $M^{-1}K$  y  $M^{-1}C$ . La matriz  $M$  se recupera a partir de la matriz de rigidez  $M^{-1}K$  debido a que sus valores presentan menor variación como incertidumbre durante el proceso de estimación con MC. Como las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento son simétricas, las condiciones de matrices positivas definidas pueden ser aplicadas en ellas. Reescribiendo la matriz  $K$ :

$$K = \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B} \\ \bar{C} & \bar{D} \end{bmatrix}; \quad \bar{A} = \begin{bmatrix} K_{xx} & 0 \\ 0 & K_{yy} \end{bmatrix} \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} K_{x\theta} \\ K_{y\theta} \end{bmatrix} \quad \bar{C} = \begin{bmatrix} K_{\theta x} & K_{\theta y} \end{bmatrix} \quad \bar{D} = K_{\theta\theta}$$

y empleando el lema de inversión matricial, el determinante de  $K$  está dado por:

$$\det(K) = \det(\bar{A})\det(\bar{D} - \bar{C}\bar{A}^{-1}\bar{B}) \quad (4.18)$$

Por lo tanto, la matriz  $K$  es positiva definida si:

$$\bar{A} > 0 \quad (4.19a)$$

$$\bar{D} - \bar{C}\bar{A}^{-1}\bar{B} > 0 \quad (4.19b)$$

Observar que las matrices en  $K$  son de estructura tridiagonal. La primera condición  $\bar{A} > 0$  es garantizada si se cumple:  $K_{xx} > 0$  y  $K_{yy} > 0$ . La segunda condición,  $\bar{D} > \bar{C}\bar{A}^{-1}\bar{B}$ , se satisface si:

$$K_{\theta\theta} > K_{\theta x}K_{xx}^{-1}K_{x\theta} + K_{\theta y}K_{yy}^{-1}K_{y\theta}$$

A fin de evitar la inversión de las submatrices, una condición suficiente es garantizar que:

$$K_{xx} > K_{x\theta} \quad y \quad K_{yy} > K_{y\theta}$$

lo cual permite reescribir:

$$K_{\theta\theta} > K_{\theta x} + K_{\theta y} > K_{\theta x}K_{xx}^{-1}K_{x\theta} + K_{\theta y}K_{yy}^{-1}K_{y\theta}$$

En síntesis, las condiciones para garantizar que  $K$  sea positiva definida son:  $K_{xx}, K_{yy}, K_{\theta\theta} > 0$  y se debe cumplir:

$$K_{xx} > K_{x\theta} \quad (4.20a)$$

$$K_{yy} > K_{y\theta} \quad (4.20b)$$

$$K_{\theta\theta} > K_{\theta x} + K_{\theta y} \quad (4.20c)$$

Expresiones similares pueden ser derivadas para la matriz de amortiguamiento  $C$ . En función de los parámetros estimados, la matriz de rigidez tiene la forma:

$$\hat{K} = \begin{bmatrix} \hat{K}_{xx} & 0 & \hat{K}_{x\theta} \\ 0 & \hat{K}_{yy} & \hat{K}_{y\theta} \\ \hat{K}_{\theta x} & \hat{K}_{\theta y} & \hat{K}_{\theta\theta} \end{bmatrix}$$

la cual depende de los parámetros estimados vía mínimos cuadrados tal que su simetría no puede ser garantizada. Esto hace necesario simetrizar la matriz  $\hat{K}$  como:

$$\hat{K}_S = \frac{1}{2}(\hat{K} + \hat{K}^T)$$

Para verificar si la matriz  $\hat{K}_S$  es positiva definida, las condiciones (4.20) pueden ser empleadas, sustituyendo sus submatrices en lugar de las de la matriz  $K$ . Se sigue un proceso, de forma análoga, para verificar si la matriz  $\hat{C}_S$  es positiva definida. Así, la secuencia de condiciones para garantizar la estabilidad del modelo 3D, utilizando mínimos cuadrados como método de estimación, es la siguiente:

1. Las matrices estimadas  $\widehat{M^{-1}K}$  y  $\widehat{M^{-1}C}$  son desacopladas en  $\hat{M}$ ,  $\hat{K}_S$  y  $\hat{C}_S$  donde se obtiene la parte simétrica de las matrices de rigidez y amortiguamiento. Usando una matriz  $R$ , la estructura tridiagonal se garantiza para cada submatriz en  $\hat{K}_S$  y  $\hat{C}_S$ .
2. Para garantizar las condiciones (4.20), se sigue un procedimiento similar al caso unidimensional para cada submatriz dentro de las desigualdades. Esto es, se asegura las submatrices sean de diagonal dominante y se garantiza, tomando como ejemplo  $K_{xx} > K_{x\theta}$ , que los



elementos de la diagonal inferior y superior cumplan:  $K_{xx}(i, i \pm 1) > K_{x\theta}(i, i \pm 1)$ , para todo  $i$ -ésimo renglón. Al final, se asegura que  $\hat{K}_S$  sea una matriz positiva definida. Se sigue un camino análogo para garantizar que  $\hat{C}_S$  también sea positiva definida.

3. Los parámetros estimados se reconstruyen por medio de:

$$\widehat{M^{-1}K} = \hat{M}^{-1} \hat{K}_S$$

$$\widehat{M^{-1}C} = \hat{M}^{-1} \hat{C}_S$$

En este paso se elimina la incertidumbre de la masa que se asume conocida en el primer piso.

La anterior secuencia se introduce durante el proceso de estimación ya sea en cada iteración o de forma periódica cada cierto número de iteraciones evitando interferir, lo menos posible, en la convergencia paramétrica.

#### 4.4. Simulaciones

Se realizan varias simulaciones a fin de evaluar la efectividad y el impacto de las condiciones de estabilidad propuestas sobre la recuperación de las frecuencias; se comparan los resultados cuando no se hace uso de las condiciones con respecto a cuando son integradas al proceso de estimación. El valor inicial de los parámetros estimados tiene un efecto en la convergencia paramétrica, ante la ausencia de excitación persistente (Ioannou y Sun, 1996). Por ello, las simulaciones se realizan a partir de diferentes condiciones iniciales en las matrices  $M^{-1}K$ ,  $M^{-1}C$  y con diferentes ganancias iniciales en la matriz de covarianza  $\Upsilon$ . Los resultados se presentan por medio de tablas, las cuales sintetizan las simulaciones masivas, mientras que un caso típico se muestra a fin de ilustrar de forma más detallada los resultados de emplear las condiciones de estabilidad propuestas. Las simulaciones son para un edificio de cuatro pisos cuyos parámetros de masa, rigidez y amortiguamiento se muestran, respectivamente, en las tablas 4.1, 4.2 y 4.3. Las frecuencias naturales y los radios de amortiguamiento del sistema se muestran en la Tab. 4.4, donde es claro las frecuencias más pequeñas tienen asociado un menor radio de amortiguamiento.

Tabla 4.1: Valores nominales de masa y masa inercial

| Masa/Piso | 1   | 2   | 3   | 4   | Unidades       |
|-----------|-----|-----|-----|-----|----------------|
| $M$       | 385 | 386 | 393 | 386 | $kg$           |
| $I_m$     | 104 | 104 | 106 | 104 | $kg \cdot m^2$ |

Tabla 4.2: Coeficientes nominales de rigidez

| Matriz/Parámetro   | $k_1$ | $k_2$ | $k_3$ | $k_4$ | Unidades     |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|--------------|
| $K_{xx}$           | 1117  | 1035  | 1117  | 1156  | $kN/m$       |
| $K_{yy}$           | 1088  | 1022  | 1011  | 1100  | $kN/m$       |
| $K_{\theta\theta}$ | 929   | 940   | 918   | 935   | $kN \cdot m$ |
| $K_{x\theta}$      | 120   | 117   | 113   | 108   | $kN$         |
| $K_{y\theta}$      | 145   | 149   | 150   | 146   | $kN$         |

La estructura es excitada por medio de dos registros sísmicos ortogonales: Santiago de Chile (1985) y Loma Prieta (1989) cuyas gráficas de aceleración y espectro de frecuencia se muestran en el apéndice B. El sismo de Santiago de Chile presenta una aceleración máxima de 2  $[m/s^2]$  mientras el sismo de Loma Prieta una de 3  $[m/s^2]$ , ambos tienen una frecuencia fundamental de 1  $[Hz]$ . Los registros sísmicos se emplearon con y sin ruido. El ruido añadido fue de 5% con respecto al valor eficaz de potencia de las señales.

Las simulaciones se realizan comenzando por elegir un valor inicial de la matriz  $\widehat{M^{-1}K}_{t=0}$  para, posteriormente, variar los valores iniciales de la matriz  $\widehat{M^{-1}C}_{t=0}$  y la ganancia en la matriz de covarianza  $\Upsilon_{t=0}$ , dentro de un rango. De forma más específica, se siguen los siguientes pasos:

- Se elige un valor inicial de:

$$\widehat{M^{-1}K}_{t=0} = [0.125, \quad 0.25, \quad 0.5, \quad 0.75]M^{-1}K$$

- Se elige un valor inicial de:

$$\widehat{M^{-1}C}_{t=0} = [0.05, \quad 0.10, \quad \dots, \quad 0.95, \quad 1]M^{-1}C$$

- La matriz de covarianza:

$$\Upsilon = \text{diag}\{6 \times 10^4 * \text{ones}(1, 12), \alpha_c * \text{ones}(1, 12)\}$$

Tabla 4.3: Coeficientes nominales de amortiguamiento

| Matriz/Parámetro   | $c_1$ | $c_2$ | $c_3$ | $c_4$ | Unidades         |
|--------------------|-------|-------|-------|-------|------------------|
| $C_{xx}$           | 210   | 237   | 240   | 220   | $kg/s$           |
| $C_{yy}$           | 241   | 241   | 230   | 210   | $kg/s$           |
| $C_{\theta\theta}$ | 211   | 211   | 211   | 214   | $kg \cdot m^2/s$ |
| $C_{x\theta}$      | 23    | 23    | 23    | 24    | $kg \cdot m/s$   |
| $C_{y\theta}$      | 35    | 35    | 34    | 30    | $kg \cdot m/s$   |

Tabla 4.4: Frecuencias y radios de amortiguamiento nominales

| Frecuencia natural [Hz] | Radio de amortiguamiento [%] |
|-------------------------|------------------------------|
| 2.81                    | 0.20                         |
| 2.91                    | 0.19                         |
| 5.23                    | 0.37                         |
| 8.19                    | 0.55                         |
| 8.55                    | 0.54                         |
| 12.51                   | 0.83                         |
| 12.94                   | 0.84                         |
| 15.10                   | 1.08                         |
| 15.13                   | 1.06                         |
| 15.81                   | 1.06                         |
| 23.15                   | 1.65                         |
| 28.33                   | 2.03                         |

es multiplicada por una ganancia inicial dentro del rango:

$$\alpha_c = [10^{-5}, 5 \times 10^{-5}, 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}, \dots, 10^3, 5 \times 10^3, 10^4, 5 \times 10^4]$$

El número total de simulaciones realizadas corresponde a  $4 \times 20 \times 20 = 1,600$ , para cada registro sísmico. Analizando la estabilidad del modelo estimado, al final del proceso de estimación, la Fig. 4.3 muestra la existencia de casos inestables, marcados con  $\diamond$ , bajo diferentes condiciones iniciales y empleando ambos registros sísmicos. En las subgráficas, el renglón superior se obtiene al utilizar el sismo de Loma Prieta mientras el renglón inferior corresponde al caso del sismo de Santiago de Chile. Se observa claramente que la influencia de grandes valores iniciales en la ganancia de la matriz de covarianza genera casos inestables. No obstante, casos inestables ocurren aún con mínimos valores iniciales tal como ocurre en el sismo de Loma Prieta. Simulaciones realizadas con otros sismos muestran que sin el uso de condiciones de estabilidad, no es posible evitar la estimación de modelos inestables de edificios.

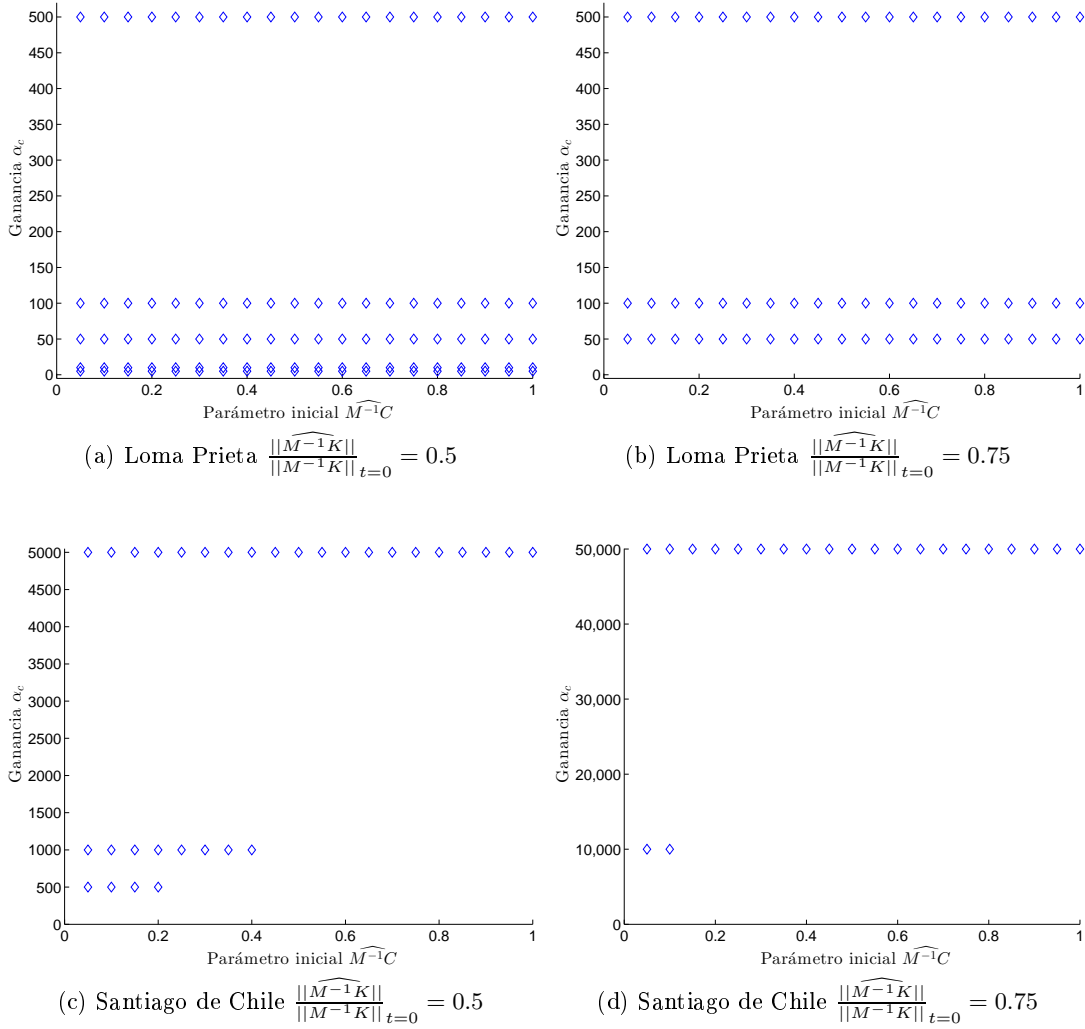


Figura 4.3: Casos de modelos estimados inestables ante variaciones en los parámetros iniciales y la ganancia en la matriz de covarianza

La Tab. 4.5 muestra la cantidad de casos inestables en cada conjunto de 400 simulaciones empleando los sismos de Loma Prieta y Santiago de Chile sin y con la presencia de ruido añadido, símbolo \*. A partir de la primera columna, se observa que conforme el valor inicial de  $\widehat{M^{-1}K}|_{t=0}$  se acerca a su valor nominal, el número de casos inestables es menor, no obstante en todos los casos se presentó la identificación de modelos inestables. Añadir ruido a los registros sísmicos no cambia el efecto de la ausencia de excitación persistente en el número de casos inestables. El error en la recuperación de las frecuencias se muestra en las tablas 4.6 y 4.7 las cuales muestran el error promedio de las frecuencias estimadas sin (SRE) y con (CRE) el uso de las restricciones de estabilidad. Se observa, la incorporación de las condiciones de estabilidad no afecta significativamente la recuperación en las frecuencias al mantener un error similar al que se obtiene sin su uso, con el

Tabla 4.5: Número de casos inestables sin proyección matricial (\* ruido añadido)

| $\frac{\ \widehat{M^{-1}K}\ }{\ M^{-1}K\ _{t=0}}$ |                 | Número de casos inestables<br>sin restricciones de estabilidad |             |              |
|---|-----------------|--|-------------|--------------|
| 0.125   | 97              | 96   | 218         | 223          |
| 0.25  | 91              | 86   | 184         | 190          |
| 0.50  | 72              | 64   | 180         | 181          |
| 0.75  | 22              | 20   | 140         | 140          |
| Sismo   | Santiago, Chile | Santiago, Chile*   | Loma Prieta | Loma Prieta* |

Tabla 4.6: Error promedio en las frecuencias fundamentales estimadas sin y con el uso de restricciones de estabilidad empleando el sismo de Loma Prieta (\* ruido añadido)

| $\frac{\ \widehat{M^{-1}K}\ }{\ M^{-1}K\ _{t=0}}$ | Frecuencia error |       | Frecuencia error |       |
|---|------------------|-------|------------------|-------|
|   | % SRE            | % CRE | % SRE            | % CRE |
| 0.125   | 0.53             | 0.04  | 0.53             | 0.06  |
|   | 1.83             | 1.96  | 2.03             | 2.16  |
|   | 22.67            | 22.84 | 22.57            | 22.64 |
| 0.25  | 0.58             | 0.30  | 0.59             | 0.28  |
|   | 1.57             | 1.65  | 1.75             | 1.83  |
|   | 9.64             | 5.23  | 9.64             | 9.52  |
| 0.50  | 0.49             | 0.38  | 0.51             | 0.38  |
|   | 1.07             | 1.11  | 1.19             | 1.23  |
|   | 6.12             | 6.11  | 6.14             | 6.13  |
| 0.75  | 0.28             | 0.26  | 0.29             | 0.26  |
|   | 0.54             | 0.56  | 0.61             | 0.62  |
|   | 3.01             | 3.01  | 3.02             | 3.02  |
| Sismo   | Loma Prieta      |       | Loma Prieta*     |       |

valor añadido de garantizar un modelo estimado estable. Así mismo, un valor inicial de  $\widehat{M^{-1}K}|_{t=0}$  cercano a su valor nominal proporciona un menor error en las frecuencias estimadas.

A fin de verificar el impacto de las condiciones de estabilidad, sobre la estimación paramétrica, se examina la recuperación de las formas modales por medio de matrices MAC, las cuales relacionan las formas modales del modelo estimado con las del modelo nominal (Pastor, Binda, y Harčarik, 2012). Por ejemplo, la  $i$ -ésima forma modal estimada  $\hat{\phi}_i$  es comparada con la  $j$ -ésima forma modal nominal  $\phi_j$  por medio de:

$$MAC(i, j) = \frac{|\hat{\phi}_i^T \phi_j|}{|\hat{\phi}_i^T \hat{\phi}_i| |\phi_j^T \phi_j|} \quad (4.21)$$

La Fig 4.4 muestra la gráfica de la matriz MAC, bajo diferentes condiciones iniciales, empleando el registro sísmico de Santiago de Chile durante el proceso de estimación. Cada gráfica

Tabla 4.7: Error promedio en las frecuencias fundamentales estimadas sin y con el uso de restricciones de estabilidad empleando el sismo de Santiago de Chile (\* ruido añadido)

| $\frac{\ \widehat{M^{-1}K}\ }{\ M^{-1}K\ _{t=0}}$ | Frecuencia error<br>% SRE | Frecuencia error<br>% CRE | Frecuencia error<br>% SRE | Frecuencia error<br>% CRE |
|---|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| 0.125   | 0.61                      | 0.17                      | 0.62                      | 0.14                      |
|   | 0.54                      | 3.70                      | 0.53                      | 7.04                      |
|   | 15.81                     | 16.02                     | 15.69                     | 16.05                     |
| 0.25  | 0.71                      | 0.42                      | 0.73                      | 0.41                      |
|   | 0.40                      | 0.62                      | 0.39                      | 0.61                      |
|   | 11.83                     | 11.69                     | 11.54                     | 11.04                     |
| 0.50  | 0.70                      | 0.56                      | 0.72                      | 0.58                      |
|   | 0.32                      | 0.38                      | 0.32                      | 0.38                      |
|   | 7.69                      | 7.63                      | 7.50                      | 7.45                      |
| 0.75  | 0.45                      | 0.41                      | 0.46                      | 0.43                      |
|   | 0.21                      | 0.21                      | 0.20                      | 0.21                      |
|   | 3.77                      | 3.76                      | 3.68                      | 3.67                      |
| Sismo   | Santiago, Chile           |                           | Santiago, Chile*          |                           |

corresponde al valor promedio obtenido a partir de las 400 simulaciones efectuadas para cada caso, es decir al tener una imagen clara significa existe consenso entre la formas modales estimadas y aquellas correspondientes al modelo original. En la parte izquierda y derecha se muestran las matrices MAC obtenidas sin y con el uso de condiciones de estabilidad. Los resultados indican que el uso de restricciones de estabilidad no afecta, al contrario tiene un impacto positivo, en la recuperación de las formas modales.

Los resultados se muestran de una forma más detallada a partir de un caso particular de estimación paramétrica con y sin el uso de las restricciones de estabilidad. Sean los siguientes valores iniciales:

$$\frac{\|\widehat{M^{-1}K}\|}{\|M^{-1}K\|_{t=0}} = 0.7, \quad \frac{\|\widehat{M^{-1}C}\|}{\|M^{-1}C\|_{t=0}} = 0.5$$

y sea la siguiente matriz de covarianza:

$$\Upsilon = \begin{bmatrix} \Upsilon_{12 \times 12}^p & 0_{12 \times 12} \\ 0_{12 \times 12} & 0.01 I_{12 \times 12} \end{bmatrix}$$

donde:

$$\Upsilon^p = \begin{bmatrix} 60000 I_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} & 60000 I_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} \\ 0_{4 \times 4} & 0_{4 \times 4} & 60000 I_{4 \times 4} \end{bmatrix}$$

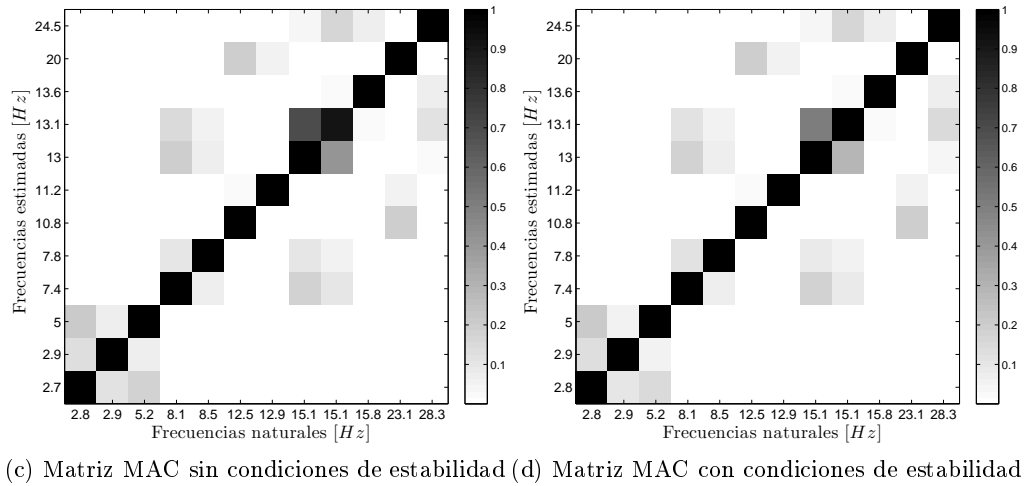
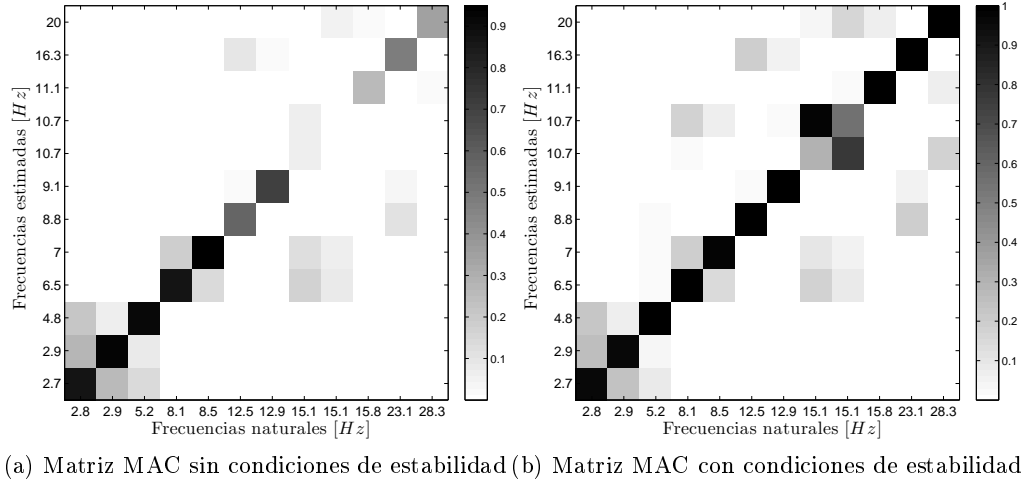


Figura 4.4: Matrices MAC sin y con el uso de restricciones de estabilidad

mientras  $I_{a \times a}$  y  $0_{a \times a}$  son, respectivamente, una matriz identidad y una matriz de ceros de dimensión  $a \times a$ . La incorporación de las restricciones de estabilidad muestra un mínimo impacto en el proceso de estimación, como puede observarse en las tablas 4.8 y 4.9, las cuales muestran las primeras frecuencias y radios de amortiguamiento con y sin su uso. El error en las frecuencias es mínimo en las primeras dos, permaneciendo por debajo del 17% en el resto, en ambos casos, con y sin el método de proyección matricial. La estimación de los radios de amortiguamiento es menos precisa y exacta, en ambos casos. Las Figs. 4.5-4.6 muestran la dinámica del error en la identificación de las frecuencias fundamentales con y sin el método de proyección matricial. Se observa que, a partir de condiciones iniciales aceptables y una matriz de covarianza adecuada, las restricciones de estabilidad no presentan un gran impacto sobre recuperación frecuencial.

Tabla 4.8: Frecuencias estimadas sin y con el uso de restricciones de estabilidad ( $[Hz]$ )

| Frecuencia nominal | Frecuencia estimada SRE | Error % | Frecuencia estimada CRE | Error % |
|--------------------|-------------------------|---------|-------------------------|---------|
| 2.81               | 2.82                    | 0.51    | 2.82                    | 0.46    |
| 2.91               | 2.90                    | 0.24    | 2.90                    | 0.25    |
| 5.23               | 5.00                    | 4.54    | 5.00                    | 4.52    |
| 8.19               | 7.26                    | 11.27   | 7.26                    | 11.27   |
| 8.55               | 7.67                    | 10.26   | 7.67                    | 10.26   |
| 12.51              | 10.48                   | 16.22   | 10.48                   | 16.22   |

Tabla 4.9: Radios de amortiguamiento estimados sin y con el uso de restricciones de estabilidad

| Nominal % | SRE % | CRE % |
|-----------|-------|-------|
| 0.20      | 0.10  | 0.10  |
| 0.19      | 0.10  | 0.10  |
| 0.37      | 0.20  | 0.20  |
| 0.55      | 0.31  | 0.31  |
| 0.54      | 0.30  | 0.30  |
| 0.83      | 0.50  | 0.50  |

El método de proyección matricial influye en el costo computacional. La Fig. 4.7 muestra el tiempo que necesita el algoritmo de mínimos cuadrados con un muestreo base de 2  $[ms]$  y el tiempo necesario al implementar las condiciones de estabilidad, empleando el sismo de Santiago de Chile, con 117  $[s]$  de duración, como señal de excitación. Las simulaciones se realizan por medio de una computadora con un procesador con frecuencia de trabajo de 3.6  $[GHz]$  y 8  $[GB]$  de memoria. El máximo gasto computacional ocurre cuando las restricciones de estabilidad son aplicadas en cada iteración, es decir cada 2  $[ms]$ . Conforme las restricciones se introducen con una menor frecuencia, el costo computacional se reduce drásticamente. Es claro que en cualquier caso, el costo computacional es menor al tiempo que dura el sismo permitiendo trabajar en tiempo real. En el caso de grandes estructuras, con el modelo en 3D, el número de parámetros aumenta con un orden de  $n^2$  por lo cual no es conveniente introducir las condiciones de estabilidad en cada iteración durante el proceso de identificación.



Tabla 4.10: Ejemplo de una matriz MAC con valores numéricos

| Modo      | 1         | 2         | 3          | 4         | 5         | 6          | 7          | 8         | 9         | 10         | 11         | 12         |
|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|------------|------------|-----------|-----------|------------|------------|------------|
| <b>1</b>  | <b>99</b> | 15        | 17         | 0.0       | 0.1       | 0.4        | 0.1        | 0.1       | 0.6       | 0.0        | 0.0        | 0.1        |
| <b>2</b>  | 17        | <b>99</b> | 7.5        | 0.0       | 0.0       | 0.0        | 0.5        | 0.0       | 0.0       | 0.6        | 0.0        | 0.0        |
| <b>3</b>  | 22        | 6.6       | <b>100</b> | 0.4       | 0.7       | 0.0        | 0.1        | 0.0       | 0.1       | 0.0        | 0.5        | 0.5        |
| <b>4</b>  | 0.3       | 0.1       | 0.8        | <b>99</b> | 8.5       | 0.0        | 0.3        | 19        | 9.6       | 0.2        | 0.2        | 0.3        |
| <b>5</b>  | 0.1       | 0.2       | 0.3        | 13        | <b>99</b> | 0.0        | 0.0        | 10        | 5.2       | 0.1        | 0.2        | 0.0        |
| <b>6</b>  | 0.8       | 0.0       | 0.7        | 0.3       | 0.1       | <b>100</b> | 0.9        | 0.1       | 0.5       | 0.0        | 19         | 1.3        |
| <b>7</b>  | 0.0       | 0.5       | 0.1        | 0.3       | 0.3       | 1.8        | <b>100</b> | 0.9       | 0.6       | 0.6        | 5.3        | 1.1        |
| <b>8</b>  | 0.1       | 0.2       | 0.0        | 19        | 7.7       | 0.3        | 1.4        | <b>99</b> | 45        | 1.2        | 0.1        | 1.3        |
| <b>9</b>  | 0.2       | 0.1       | 0.1        | 17        | 7.0       | 0.6        | 1.3        | 82        | <b>83</b> | 1.9        | 0.4        | 7.9        |
| <b>10</b> | 0.1       | 0.6       | 0.2        | 0.2       | 0.1       | 0.0        | 0.7        | 0.5       | 2.2       | <b>100</b> | 0.6        | 7.3        |
| <b>11</b> | 0.0       | 0.0       | 0.6        | 0.3       | 0.3       | 19.2       | 5.2        | 0.1       | 1.0       | 0.7        | <b>100</b> | 0.6        |
| <b>12</b> | 0.1       | 0.0       | 0.5        | 0.3       | 0.0       | 1.2        | 1.1        | 3.1       | 16        | 7.3        | 0.6        | <b>100</b> |

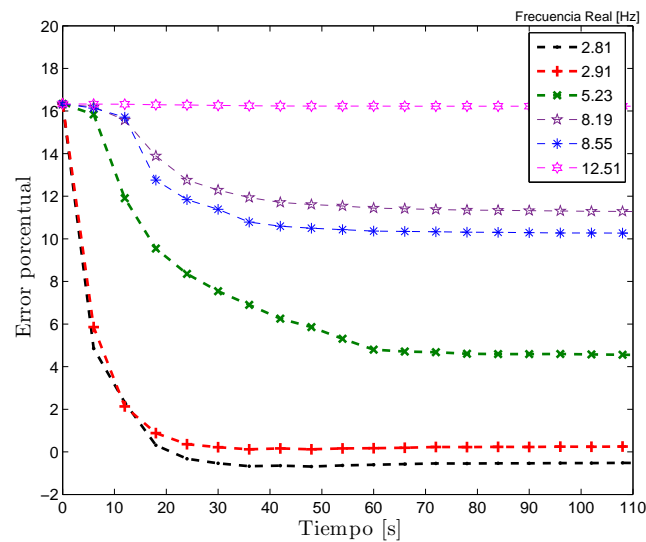


Figura 4.5: Variación del error en la estimación de frecuencias sin restricciones de estabilidad

Las condiciones de estabilidad no afectan de forma significativa los resultados correspondientes a las aceleraciones estimadas. En las Figs. 4.8 y 4.9 se observan las aceleraciones reales y estimadas al finalizar el proceso de identificación en conjunto con su error relativo y porcentual integro. Se observa que, en general, los errores son menores al 15% en las direcciones  $X$  y  $Y$ , la aceleración estimada presentan un correcto seguimiento con respecto a la real. Sin embargo, en la dirección de  $\theta$  los errores son superiores alcanzado valores de hasta un 60% en el primer piso y disminuyendo en los pisos subsecuentes. Esto puede deberse a la matriz de covarianza inicial cuyo ajuste o sintonización no es un tema trivial.

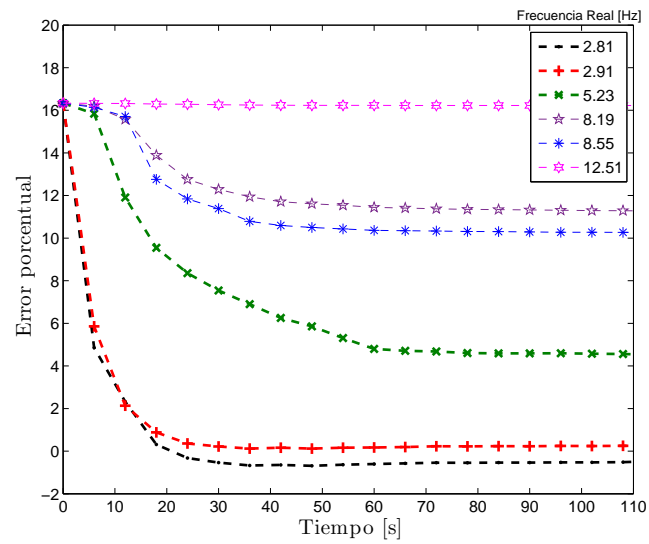


Figura 4.6: Variación del error en la estimación de frecuencias con restricciones de estabilidad

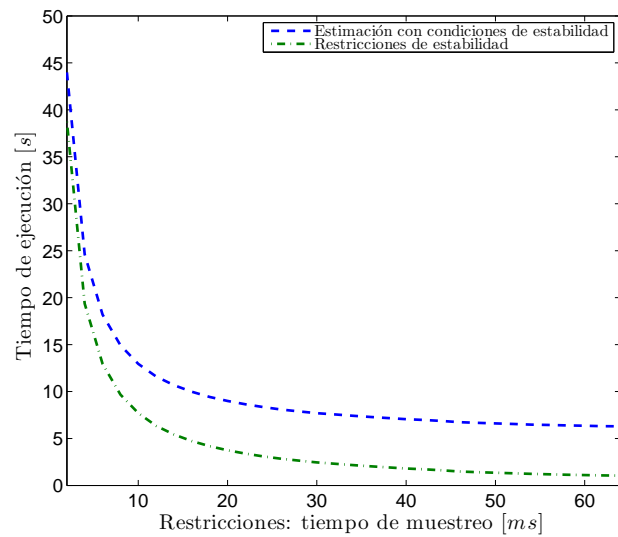


Figura 4.7: Tiempo de ejecución del proceso de identificación empleando condiciones de estabilidad aplicadas en diferentes intervalos de tiempo

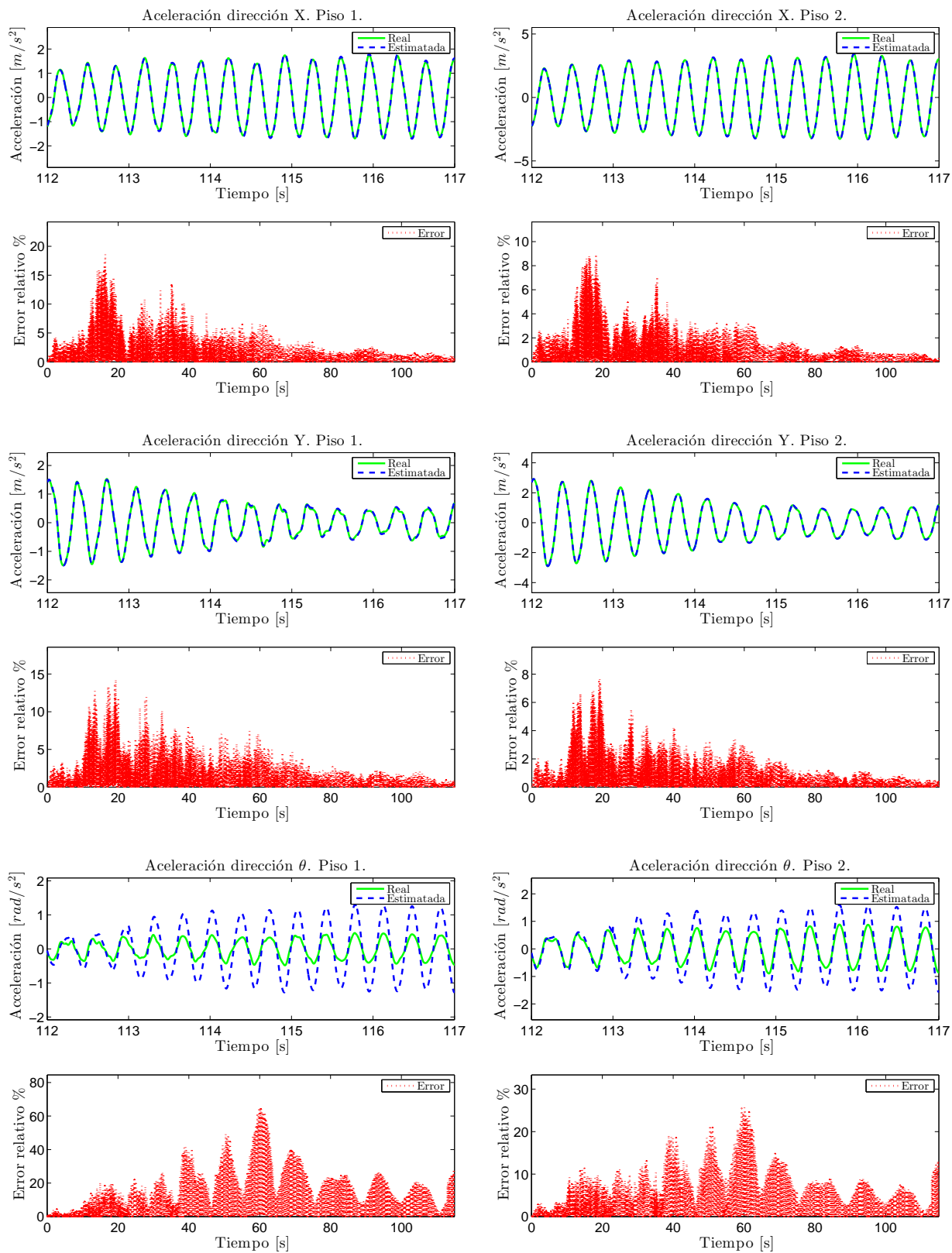


Figura 4.8: Aceleraciones estimadas con el uso de condiciones de estabilidad, pisos 1 y 2

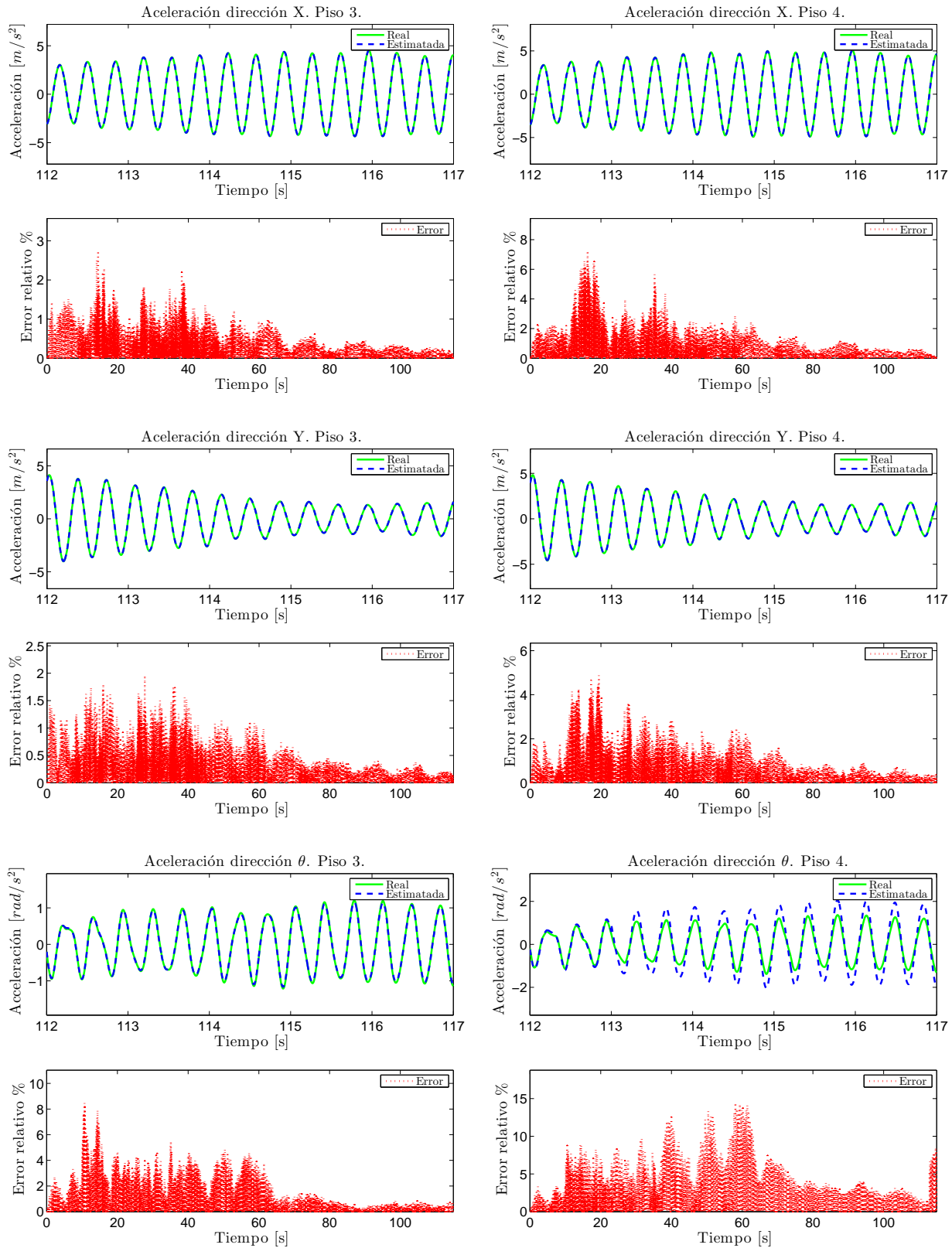


Figura 4.9: Aceleraciones estimadas con el uso de condiciones de estabilidad, pisos 3 y 4

## Capítulo 5

# Plataforma experimental

En este capítulo se describe la plataforma por medio de la cual realizan pruebas experimentales. Se muestra el funcionamiento de la mesa vibradora así como su operación por medio de comandos provenientes del panel de control o del centro de comandos. Se menciona la instrumentación con la cual está provista la plataforma experimental: sensores de desplazamiento y de aceleración así como una interfaz entre la plataforma y el centro de adquisición de datos, donde se visualizan las señales registradas durante las pruebas experimentales. Finalmente, se muestran los resultados de caracterizar la estructura por medio del modelado y la estimación de sus frecuencias fundamentales cuando es excitada por medio de barridos de frecuencia.

### 5.1. Equipo experimental

La plataforma experimental consiste en una mesa vibradora sobre la cual se coloca el modelo a pequeña escala de un edificio de cinco pisos permitiendo reproducir señales de excitación sísmica en dos direcciones, gracias a dos motores colocados de forma ortogonal en direcciones  $X$  y  $Y$ , y realizar la adquisición de datos por medio de sensores de desplazamiento y aceleración ubicados en cada uno de los pisos. La información puede ser procesada para fines de identificación paramétrica, diseño de observadores y estrategias de control de vibraciones empleando como actuadores amortiguadores magnetoreológicos. Así, la plataforma experimental, ver Fig. 5.1, cuenta con los subsistemas: mesa vibradora, panel de control, centro de comando, instrumentación y centro de adquisición de datos<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup>Para mayor información, consultar la tesis de doctorado: Identificación paramétrica tridimensional de un edificio (Angeles Cervantes, 2010)

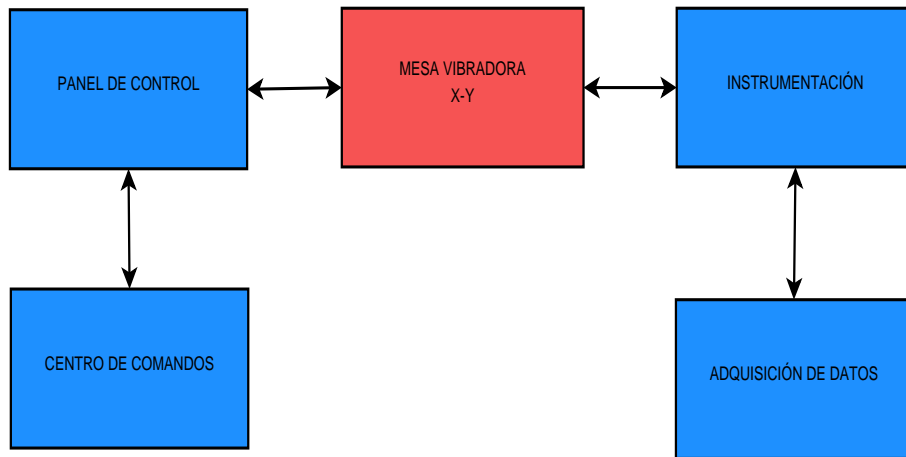


Figura 5.1: Diagrama de conexiones entre los subsistemas de la plataforma experimental

## 5.2. Centro de comando

El centro de comando consiste en una computadora con sistema operativo *Windows XP*, la cual cuenta con dos tarjetas, modelo *PCI-6713* (National Instruments Co, 2014b), de la empresa *National Instruments* y una licencia de *Matlab* de la empresa *MathWorks* por medio de las cuales se generan las trayectorias de movimiento de la estructura para ser enviadas a los motores a través del software especializado *Motion planer* de la empresa *Park*. La comunicación entre la computadora y los actuadores de los motores es mediante un puerto serie con velocidad de 9600 *baudios por segundo*. El software realiza el ajuste de los parámetros de operación de los motores y recibe comandos de usuario a través de interruptores en el panel de control. Así, las principales funciones del software corresponden a:

- INICIO. Realiza un barrido del área de trabajo identificando los límites de recorrido y la presencia de obstáculos que impidan la operación de la estructura. Programa los parámetros de operación de los motores
- MANUAL. Reconoce comandos a través de los interruptores del panel de control permitiendo operar la estructura dentro del área de trabajo

- SEGUIMIENTO: Reproduce los movimientos generados por el usuario. Los motores entran en un lazo de seguimiento de una señal externa de voltaje, generada por medio del centro de comandos, con un muestreo de 2 [ms]

La generación de trayectorias se realiza por medio del software *Simulink* y se ejecuta en tiempo real. El programa envía las señales a los convertidores de tipo digital/analógico disponibles en las tarjetas de adquisición de datos. Las principales señales que se pueden generar son:

- ESCALÓN. De amplitud variable
- SENOIDAL. De amplitud y frecuencias deseadas
- BARRIDO DE FRECUENCIA. De amplitud e intervalo de frecuencia variable con un límite de 20 [Hz], la mesa vibradora se bloquea al no ser capaz de reproducir señales de mayor frecuencia
- SISMO. Se pueden reproducir registros sísmicos, en una o dos direcciones, con un adecuado escalamiento en magnitud y frecuencia a fin de no exceder los límites de movimiento de la estructura así como evitar entrar en resonancia con un determinado modo de vibración

La supervisión del movimiento de la estructura se hace por medio de sensores de aceleración y de desplazamiento en los ejes X y Y. Las mediciones se visualizan a través del centro de adquisición de datos y mediante el software *Simulink*.

### 5.3. Panel de control

Consiste en un gabinete, ver Fig. 5.2, el cual contiene los actuadores de los servomotores lineales y su fuente de alimentación. Alberga interruptores, botones y luces indicadoras que permiten el manejo de la mesa vibradora. Cuenta con botones de emergencia que desactivan el sistema. El panel de control permite operar la mesa vibradora en dos modos: MANUAL y AUTO.



Figura 5.2: Panel de control

- En modo MANUAL se realiza un barrido del área de trabajo verificando la presencia de obstáculos que puedan interferir en el movimiento de la estructura. Por medio del botón RUN, la mesa vibradora realiza un recorrido a la posición de referencia cero que corresponde al centro del área de trabajo. Así mismo, se permite realizar movimientos discretos de la estructura de  $\pm 5[mm]$  para, por ejemplo, la calibración de sensores
- En modo AUTO, se entra en fase de seguimiento de una señal externa, que es generada por medio de *Simulink* y es recibida a través de un convertidor digital/análogo integrado al actuador de los motores

#### 5.4. Mesa vibradora

La base de la estructura consiste en una placa de aluminio de  $80 \times 80 [cm]$  y una altura de  $60 [cm]$  empotrada a un zócalo de concreto. En la parte superior de la base, se tiene una placa de acero sobre la cual se colocan dos motores de forma ortogonal uno sobre el otro para, posteriormente, colocar una placa de aluminio sobre la cual se sujeta la estructura de ensayo. La mesa vibradora soporta una carga máxima de  $100 [kg]$ . La estructura de trabajo tiene cinco pisos



delimitados por una placa de aleación de aluminio de  $66.5 \times 55$  [cm] con un cuarto de pulgada de espesor y una masa de 8.38 [kg]. Las columnas que sujetan los pisos son tres de latón y una de aluminio de un cuarto de pulgada con un módulo inercial  $I = 1.35 \times 10^{-10}$  [m<sup>4</sup>]. La rigidez en cada piso, debido a las columnas, se obtiene por medio de:

$$kl_i = 12 \frac{E_L I}{h_i^3}, \quad \forall i = 1, \dots, 5$$

$$ka_i = 12 \frac{E_A I}{h_i^3}, \quad \forall i = 1, \dots, 5$$

donde  $kl_i$  y  $ka_i$  corresponden, respectivamente, a la rigidez en el  $i$ -ésimo piso debido a las columnas de latón y de aluminio,  $h_i$  representa la altura entre pisos de la estructura mientras, el módulo de Young de los materiales está dado por:

- Módulo de Young del latón ( $E_L$ ):  $95 \times 10^9$  [N/m<sup>2</sup>]
- Módulo de Young del aluminio ( $E_A$ ):  $69 \times 10^9$  [N/m<sup>2</sup>]

El primer piso de la estructura tiene una masa adicional de 1.63 [kg], la cual corresponde a un punto de unión entre la estructura y el amortiguador magnetoreológico, disponible para realizar pruebas de control de vibraciones; en este trabajo se desacopló el amortiguador. A fin provocar rotación en la estructura, aumentando la excentricidad en uno de sus pisos, se agregó en el tercer piso una placa de acero ( $\rho_{acero} = 7.85 \times 10^3$  [kg/m<sup>3</sup>]) de media pulgada de ancho y de  $20 \times 20$  [cm]. En la Tab. 5.1 se muestran los valores de masa de los componentes que conforman la estructura.

Tabla 5.1: Masa de cada uno de los componentes de la estructura

| Elemento                      | Masa [kg] |
|-------------------------------|-----------|
| Placa de aleación de aluminio | 8.385     |
| Placa de aleación de acero    | 4.082     |
| Zócalo del amortiguador       | 1.632     |
| Columna de aluminio           | 0.191     |
| Columna de latón              | 0.609     |
| Caja de sensores              | 0.200     |

El amortiguamiento de la estructura puede aproximarse empleando técnicas como: decremento logarítmico (Wang, Lü, Jin, y Zhang, 2013), relación entre las frecuencias fundamentales y su ancho de banda (Wu, 2015), etc. En este trabajo, se parte de un amortiguamiento proporcional,

amortiguamiento Rayleigh, de 5 % con respecto a los valores de rigidez; posteriormente se realiza un ajuste a través de pruebas experimentales de identificación paramétrica. La masa inercial  $I_m$  se relaciona con la masa  $m_i$  por medio de:

$$I_{m_i} = \frac{m_i}{12}(a^2 + b^2)$$

donde  $a = 0.665 [m]$  y  $b = 0.55 [m]$  representan, respectivamente, el largo y el ancho en cada piso de la estructura. Por lo tanto, los valores de masa inercial se obtienen de acuerdo a:

$$I_{m_i} = \rho \cdot m_i = 0.0621 \cdot m_i$$

La Tab. 5.2 muestra los valores de masa, rigidez y amortiguamiento que se obtienen a partir de los componentes que integran la estructura: masas y columnas. Se omite la masa inercial al ser proporcional a la masa  $m_i$ .

Tabla 5.2: Coeficientes de masa, rigidez y amortiguamiento obtenidos por modelado

| Piso  | 1     | 2     | 3      | 4     | 5     | Unidades  |
|-------|-------|-------|--------|-------|-------|-----------|
| $m_i$ | 10.58 | 8.99  | 13.08  | 8.99  | 8.99  | [kg]      |
| $k_i$ | 18.06 | 12.33 | 12.333 | 12.33 | 12.33 | [kN/m]    |
| $c_i$ | 903.4 | 616.8 | 616.8  | 616.8 | 616.8 | [N · s/m] |

A partir de los valores de masa y rigidez, en cada uno de los pisos de la estructura, se calculan los centros de masa, centros de rigidez y sus diferencias o excentricidades tal como se muestra en la Tab. 5.3. La mayor excentricidad se presenta en el tercer piso, debido a la placa de acero que fue añadida.

Tabla 5.3: Centros de masa, rigidez y excentricidades [cm]

| Piso | Centro de masa |       | Centro de rigidez |       | Excentricidad |      |
|------|----------------|-------|-------------------|-------|---------------|------|
|      | X              | Y     | X                 | Y     | X             | Y    |
| 1    | 33.25          | 24.07 | 35.42             | 29.24 | 2.17          | 5.16 |
| 2    | 33.25          | 27.50 | 35.42             | 29.24 | 2.17          | 1.74 |
| 3    | 27.27          | 23.40 | 35.42             | 29.24 | 8.14          | 5.84 |
| 4    | 33.25          | 27.50 | 35.42             | 29.24 | 2.17          | 1.74 |
| 5    | 33.25          | 27.50 | 35.42             | 29.24 | 2.17          | 1.74 |

La Fig. 5.3 muestra, de manera cualitativa, la altura de los pisos de la estructura y los cuadrantes donde se ubican de los centros de masa y de rigidez en cada piso del edificio a escala.

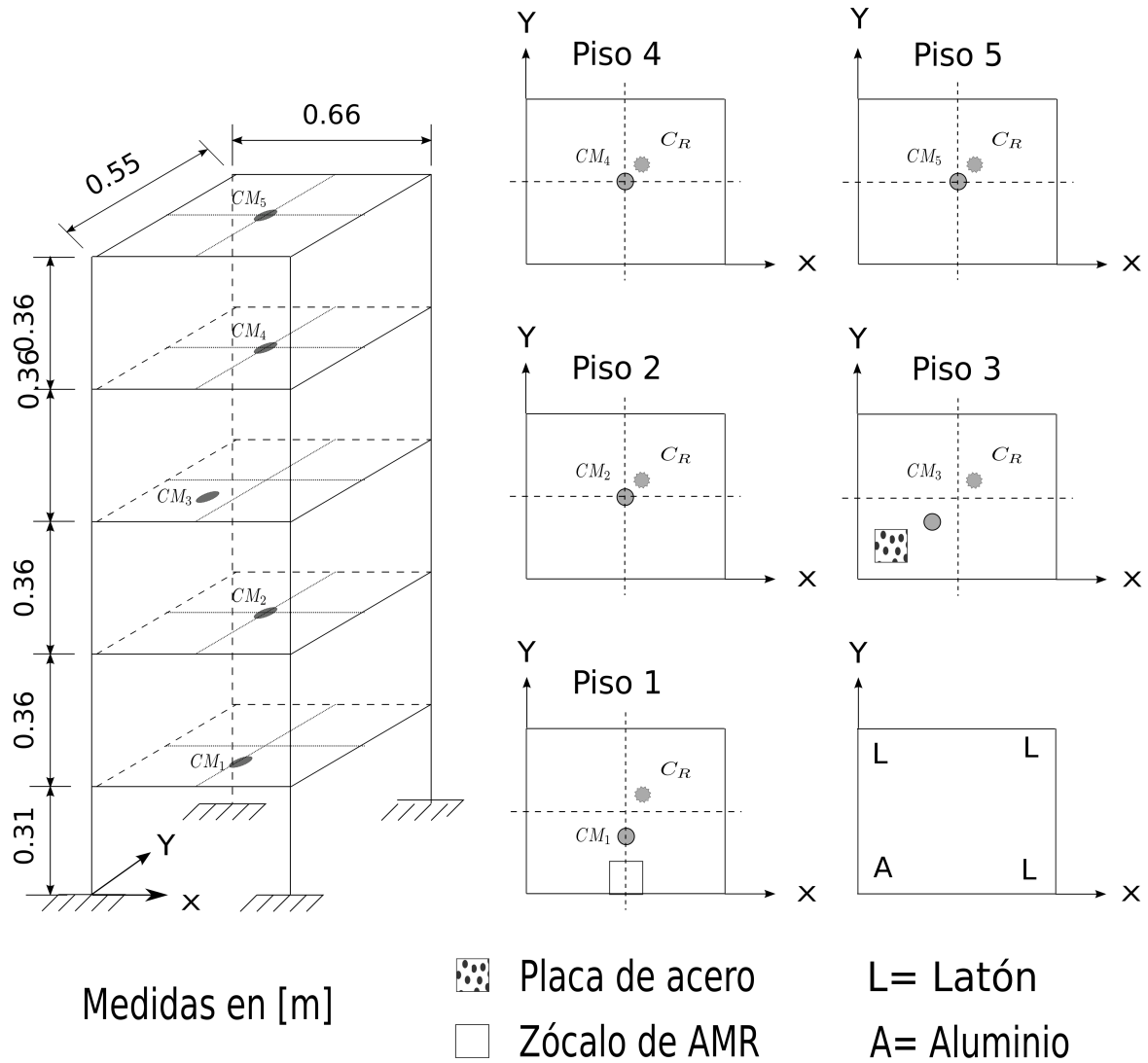


Figura 5.3: Altura entre pisos y ubicación de centros de masa ( $CM$ ) y de rigidez ( $CR$ )

Se observa, el centro de rigidez se encuentra en el segundo cuadrante del sistema cartesiano. En tanto, el centro de masa coincide con el centro geométrico, excepto en los pisos uno y tres que corresponden a aquellos donde se agregó una masa. En el piso tres, donde la excentricidad es mayor, el centro de masa se encuentra en el cuarto cuadrante.

## 5.5. Instrumentación

La estructura se encuentra instrumentada con sensores de aceleración y de desplazamiento montados tanto en la base como en cada uno de sus pisos. Los sensores de aceleración se emplean en el diseño de observadores de estados, en métodos de estimación paramétrica y en el desarrollo de sistemas de control de vibraciones. Por otro lado, los sensores de desplazamiento se utilizan con fines de verificación y validación de los algoritmos mencionados previamente. En un caso práctico, resulta complejo realizar mediciones de desplazamiento al necesitar un sistema de referencia inercial.

Se dispone de 12 sensores de desplazamiento de tipo láser los cuales registran los desplazamientos en las direcciones este-oeste (X) y norte-sur (Y) tanto en la base como en cada piso del edificio. Se sitúan a los laterales de la mesa vibradora mediante una estructura mecánica que permite modificar su posición verticalmente haciendo viable simular pisos con diferente altura. Los sensores corresponden al modelo optoNCDT 1302 de la empresa *Micro-Epsilon* (Micro-Epsilon Co, 2008) funcionan vía triangulación láser y sus principales características son: miden hasta 200 [mm] con una resolución de 0.1 [mm] y un muestreo a 750 [Hz], proporcionan una salida digital vía comunicación serial RS232 así como una salida analógica de corriente eléctrica en un rango de 4-20 [mA]. Empleando una resistencia de precisión de 500 [ $\Omega$ ] entregan una señal de voltaje de 2-10 [V] a razón de 2.5 [cm/V]. Los sensores se situaron, a partir de la posición cero de la mesa vibradora, a fin de registrar desplazamientos de  $\pm 10$  [cm] permitiendo un área de trabajo de 20 [cm].

Se cuenta con 18 acelerómetros de la empresa *Analog Devices* modelo ADXL203 (Analog Devices Inc, 2014) con un rango de medición de  $\pm 1.7$  [g], resolución de 1 [mg] y una salida de voltaje a razón de 1000 [mV/g]. Proporcionan una salida de 2.5 [V] al medir una aceleración de 0 [g]. Se dispone de tres acelerómetros en la base y en cada piso de la estructura a fin de medir tanto las aceleraciones longitudinales como angulares. Las aceleraciones en las direcciones X y Y se obtienen por medio de dos sensores ubicados en el centro geométrico de la estructura mientras un tercer sensor, ubicado a 0.30 [m] del centro geométrico en dirección X, proporciona una medición de aceleración en la dirección  $Y_N$  (Y norte) la cual permite estimar la aceleración angular, ver Ec. (2.10).

## 5.6. Centro de adquisición de datos

Las señales de los sensores son recibidas en el centro de adquisición de datos compuesto por una estación de trabajo y dos tarjetas de adquisición de datos permitiendo verificar el desplazamiento y aceleración en la base y en cada piso de la estructura. La estación de trabajo consiste en una computadora de la empresa *Advantech* la cual cuenta con un procesador *Core<sup>TM</sup> i7-4770S* de 3.1 [GHz], disco duro de 500 [GB] y una memoria de 8 [GB]. Las tarjetas de adquisición de datos corresponden al modelo PCI-6221 de *National Instruments* (National Instruments Co, 2014a) el cual cuenta con 16 entradas analógicas de 16 bits a 250 kS/s. Las mediciones de los sensores se registran por medio de convertidores analógico/digitales y se visualizan a través del software *simulink*. En el apéndice A se muestra la calibración de los sensores y su conexión hacia las tarjetas de adquisición de datos. Ambos sensores presentan un comportamiento lineal donde se considera que su ordenada al origen puede variar por lo cual se obtiene su valor inicial u *offset* a partir del valor promedio, con base en un conjunto de mediciones, trabajando en la posición cero de la estructura.

Las señales requieren de una etapa de filtrado eliminando componentes de altas frecuencias como ruido y componentes de bias. Así mismo, se requiere integrar las señales de aceleración para obtener las velocidades y desplazamientos relativos necesarios para realizar el proceso de estimación paramétrica. Con base en lo anterior, se emplea un filtro inteligente (Gavin, Morales, y Reilly, 1998) cuya función de transferencia es:

$$H(s) = \frac{S^4}{S^5 + 7.54 S^4 + 21.3329 S^3 + 26.8424 S^2 + 12.6736 S} \quad (5.1)$$

El filtro atenúa las componentes senoidales con frecuencias menores a 1 [Hz] (6.28 [rad/s]) mientras, a frecuencias mayores, presenta un comportamiento semejante comparado al integrador puro en términos de magnitud. La Fig. 5.4 muestra su diagrama de bode comparado con respecto al integrador:  $H(s) = 1/S$ . Se observa, se requiere una etapa de compensación de fase. En la integración ideal, la señal cambia de fase en 90 grados de retraso lo cual ocurre con el filtro a partir de 16 [Hz] ( $10^2$  [rad/s]). La adquisición de datos se realiza en intervalos de muestreo de 1 [ms] mientras, las señales de excitación son generadas con intervalos de tiempo de 2 [ms].

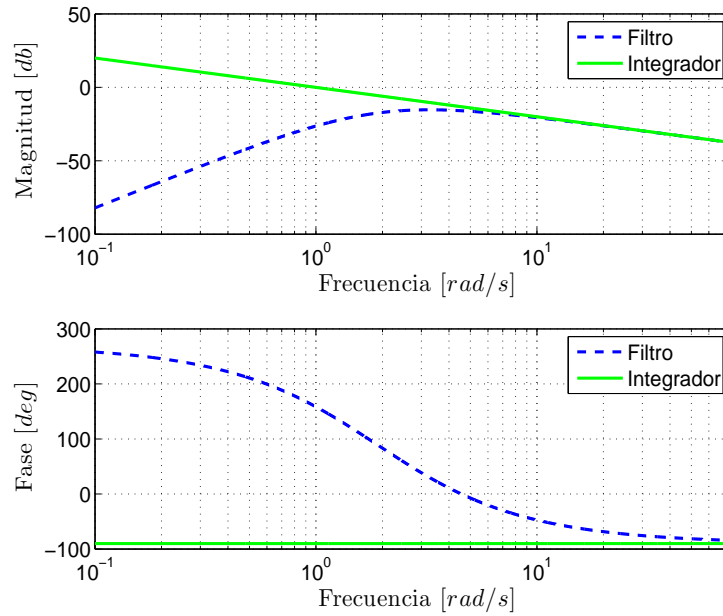


Figura 5.4: Diagrama de bode del filtro y del integrador ideal

## 5.7. Caracterización de la estructura

El modelo de la estructura puede aproximarse a través del modelado por excentricidades, equivalente al modelado por medio de marcos rígidos, en conjunto con los valores de masa y rigidez de la Tab. 5.2. De esta manera, los valores de la matriz  $M^{-1}K$ , obtenidos por medio del modelado de la estructura, se muestran en la Tab. 5.4. Dichos valores permiten obtener una aproximación de las frecuencias fundamentales de la estructura. No obstante, la mesa vibradora facilita realizar pruebas experimentales con señales de excitación senoidal con barrido de frecuencia, causando efecto de resonancia en los modos de vibración del edificio. Esto permite observar las frecuencias fundamentales a través del espectro en frecuencia de las mediciones de aceleración. Además, la riqueza frecuencial de un barrido de frecuencia facilita la convergencia de los parámetros de la estructura durante el proceso de estimación. Con base en lo anterior, se estimaron los parámetros de la estructura utilizando la ley de adaptación (2.8), adaptada al caso tridimensional, en conjunto con señales de excitación tipo chirp cuyas características se muestran a continuación.

Tabla 5.4: Parámetros asociados a la matriz  $M^{-1}K$ , obtenidos por modelado

| Submatriz                | $\frac{k_1}{m_1}$ | $\frac{k_2}{m_1}$ | $\frac{k_2}{m_2}$ | $\frac{k_3}{m_2}$ | $\frac{k_3}{m_3}$ | $\frac{k_4}{m_3}$ | $\frac{k_4}{m_4}$ | $\frac{k_5}{m_4}$ | $\frac{k_5}{m_5}$ |
|--------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $M_x^{-1}K_{xx}$         | 1708              | 1166              | 1371              | 1371              | 943               | 943               | 1371              | 1371              | 1371              |
| $M_y^{-1}K_{yy}$         | 1708              | 1166              | 1371              | 1371              | 943               | 943               | 1371              | 1371              | 1371              |
| $M_x^{-1}K_{x\theta}$    | -88               | -20               | -24               | -80               | -55               | -16               | -24               | -24               | -24               |
| $M_y^{-1}K_{y\theta}$    | 37                | 25                | 29                | 111               | 76                | 20                | 29                | 29                | 29                |
| $I^{-1}K_{\theta\theta}$ | 5123              | 3498              | 4113              | 4113              | 2829              | 2829              | 4113              | 4113              | 4113              |
| $I^{-1}K_{\theta x}$     | -1422             | -328              | -386              | -1290             | -887              | -265              | -386              | -386              | -386              |
| $I^{-1}K_{\theta y}$     | 597               | 407               | 479               | 1799              | 1237              | 329               | 479               | 479               | 479               |

Las señales senoidales con barrido de frecuencia son generadas de 0.5 a 20 [Hz] con una duración de 60 [s] en intervalos de tiempo de 2 [ms]. Su amplitud se ajusta a fin de evitar mediciones de aceleración superiores a 17 [m/s<sup>2</sup>], máxima aceleración medible. La Fig. 5.7 muestra el espectro en frecuencia correspondiente a las señales de aceleración registradas en el primer y quinto piso de la estructura. Las frecuencias de la estructura son fácilmente identificables, en las direcciones  $X$  y  $Y$ , a través de los valores máximos en las gráficas. No obstante, en la dirección  $\theta$ , las frecuencias fundamentales no se pueden identificar adecuadamente; al aproximar la rotación por medio de dos señales, en la dirección  $Y$ , se presenta interferencia entre dichas señales y la de rotación, en el espectro en frecuencia. En el apéndice C se muestra el espectro en frecuencia de cada uno pisos de la estructura en las tres direcciones. La Tab. 5.5 muestra las frecuencias obtenidas vía modelado y a través del análisis del espectro en frecuencia cuando la estructura es excitada con señales de barrido de frecuencia. Se observa una variación del 10 % en las frecuencias en las direcciones  $X$  y  $Y$ , contrario a la dirección  $\theta$  donde las frecuencias no muestran semejanza alguna.

Tabla 5.5: Frecuencias (Hz) del edificio a escala

| Método   | Dirección X | Dirección Y | Dirección $\theta$ |
|----------|-------------|-------------|--------------------|
| Espectro | 1.48        | 1.48        | 1.48               |
|          | 4.59        | 4.66        | 2.27               |
|          | 6.97        | 7.20        | 4.66               |
|          | 9.65        | 9.96        | 6.63               |
|          | 10.81       | 11.10       | 10.86              |
| Modelado | 1.69        | 1.69        | 2.94               |
|          | 4.94        | 4.94        | 8.56               |
|          | 7.43        | 7.43        | 12.87              |
|          | 9.84        | 9.84        | 17.04              |
|          | 10.71       | 10.71       | 18.55              |

Las tablas 5.6 y 5.7 muestran, respectivamente, los parámetros estimados asociados a las matrices  $M^{-1}K$  y  $M^{-1}C$ . Se observa, los parámetros estimados de  $M^{-1}K_{xx}$  y  $M^{-1}K_{yy}$  son proporcionales a los que se obtienen por medio de modelado; presentan una disminución promedio del 10 %. En cambio, los restantes parámetros estimados no presentan similitud con aquellos que se obtienen por medio del modelado del edificio.

Tabla 5.6: Parámetros estimados de la matriz  $M^{-1}K$ 

| Submatriz                | $\frac{k_1}{m_1}$ | $\frac{k_2}{m_1}$ | $\frac{k_2}{m_2}$ | $\frac{k_3}{m_2}$ | $\frac{k_3}{m_3}$ | $\frac{k_4}{m_3}$ | $\frac{k_4}{m_4}$ | $\frac{k_5}{m_4}$ | $\frac{k_5}{m_5}$ |
|--------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $M_x^{-1}K_{xx}$         | 1366              | 1048              | 1196              | 1254              | 840               | 879               | 1366              | 1320              | 1174              |
| $M_y^{-1}K_{yy}$         | 1571              | 1117              | 1201              | 1248              | 815               | 837               | 1128              | 1227              | 1119              |
| $M_x^{-1}K_{x\theta}$    | 298               | -213              | 154               | 183               | -77               | -240              | 41                | -160              | 45                |
| $M_y^{-1}K_{y\theta}$    | 210               | -148              | 203               | 271               | -84               | -286              | 231               | 51                | 291               |
| $I^{-1}K_{\theta\theta}$ | 2450              | -992              | 392               | 703               | 919               | -142              | 810               | 1045              | 1433              |
| $I^{-1}K_{\theta x}$     | -330              | 605               | 523               | 416               | -312              | 133               | 489               | -163              | 247               |
| $I^{-1}K_{\theta y}$     | 888               | -1631             | -323              | 335               | 568               | 422               | -1506             | -368              | -674              |

Tabla 5.7: Parámetros estimados de la matriz  $M^{-1}C$ 

| Submatriz                | $\frac{c_1}{m_1}$ | $\frac{c_2}{m_1}$ | $\frac{c_2}{m_2}$ | $\frac{c_3}{m_2}$ | $\frac{c_3}{m_3}$ | $\frac{c_4}{m_3}$ | $\frac{c_4}{m_4}$ | $\frac{c_5}{m_4}$ | $\frac{c_5}{m_5}$ |
|--------------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $M_x^{-1}C_{xx}$         | 2.215             | 1.721             | 1.860             | 2.677             | 1.995             | 1.917             | 2.153             | 2.285             | 2.999             |
| $M_y^{-1}C_{yy}$         | 1.571             | 1.117             | 1.201             | 1.248             | 0.815             | 0.837             | 1.128             | 1.227             | 1.119             |
| $M_x^{-1}C_{x\theta}$    | -0.037            | -0.008            | -0.018            | -0.020            | -0.021            | -0.008            | -0.010            | -0.009            | -0.008            |
| $M_y^{-1}C_{y\theta}$    | 0.012             | 0.009             | 0.007             | 0.040             | 0.028             | 0.009             | 0.006             | 0.013             | 0.010             |
| $I^{-1}C_{\theta\theta}$ | 1.751             | 1.234             | 1.446             | 1.434             | 0.991             | 0.994             | 1.443             | 1.431             | 1.433             |
| $I^{-1}C_{\theta x}$     | -0.503            | -0.127            | -0.115            | -0.441            | -0.315            | -0.108            | -0.130            | -0.128            | -0.136            |
| $I^{-1}C_{\theta y}$     | 0.218             | 0.129             | 0.178             | 0.635             | 0.435             | 0.109             | 0.172             | 0.173             | 0.169             |

## 5.8. Observaciones

En las matrices que relacionan el movimiento en las direcciones  $X$  y  $Y$  con el movimiento en la dirección  $\theta$ , los parámetros no presentan convergencia durante el proceso de estimación siendo las principales causas las siguientes:

- Durante las pruebas experimentales con registros sísmicos, descritas en el capítulo siguiente, se registraron mínimos ángulos de giro tal y como se observa en la Tab. 5.8, donde el mayor ángulo se registró en el quinto piso de la estructura cuando ésta fue excitada con el sismo de Loma Prieta.



Tabla 5.8: Ángulos de giro (grados)

| Piso | Loma Prieta | Santiago de Chile | El centro |
|------|-------------|-------------------|-----------|
| 1    | 0.41        | 0.23              | 0.14      |
| 2    | 0.63        | 0.32              | 0.23      |
| 3    | 0.75        | 0.48              | 0.26      |
| 4    | 0.91        | 0.55              | 0.27      |
| 5    | 1.33        | 0.60              | 0.47      |

- En estructuras propensas a sufrir movimientos de rotación, la relación  $\beta = \omega_\theta/\omega_x$  representa un índice el cual permite clasificar a las estructuras en tres variantes:

$\beta \leq 0.7$  Estructuras flexibles a la torsión

$\beta = 1.0$  Estructuras moderadamente rígidas a la torsión

$\beta \geq 1.5$  Estructuras rígidas a la torsión

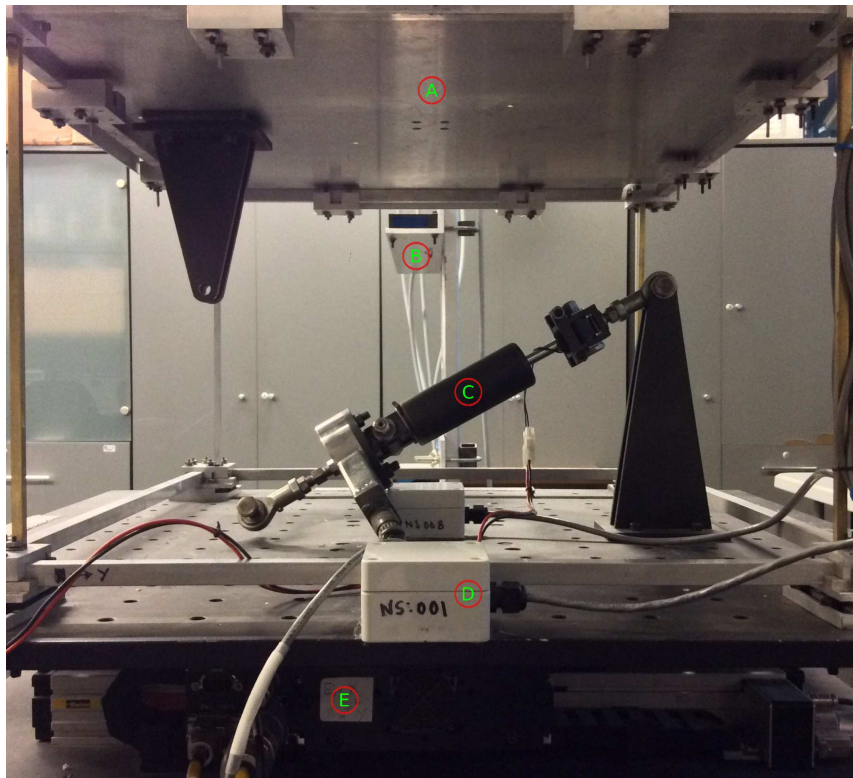
Esto es, estructuras con índices  $\beta \leq 0.7$  son más proclives a presentar movimientos de rotación, a comparación de estructuras donde  $\beta \geq 1.5$ , ante una misma señal de excitación, tal y como se demuestra en el trabajo de Hao y Ip (2013). También, en dicho trabajo se analiza el efecto de las excentricidades sobre la respuesta del sistema, se demuestra que existe un incremento en la torsión conforme aumentan las excentricidades. Dicho incremento no es lineal y se considera significativo a partir de excentricidades normalizadas, con respecto a la longitud del piso en la misma dirección, con valores de 0.3. Así, en el caso de la plataforma experimental, a partir de los parámetros obtenidos por medio de su modelado, la Tab. 5.9 muestra la relación entre las frecuencias en la dirección  $\theta$  y la dirección  $X$ . Se observa, la relación es la misma en cada piso con un valor de 1.73. Así mismo, los máximos valores de excentricidad, presentes en el tercer piso, son de:  $\bar{e}_x = e_x/d_x = 0.12$  y  $\bar{e}_y = e_y/d_y = 0.10$ . Es decir, la estructura es resistente a los movimientos angulares aunado a que sus excentricidades son mínimas como para generar movimientos de torsión significativos. Lo anterior concuerda con los mínimos ángulos de giro reportados previamente.

Tabla 5.9: Relación entre frecuencias de rotación y de traslación

| Piso                     | 1     | 2     | 3     | 4     | 5     |
|--------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $\omega_\theta/\omega_x$ | 1.739 | 1.732 | 1.732 | 1.731 | 1.732 |

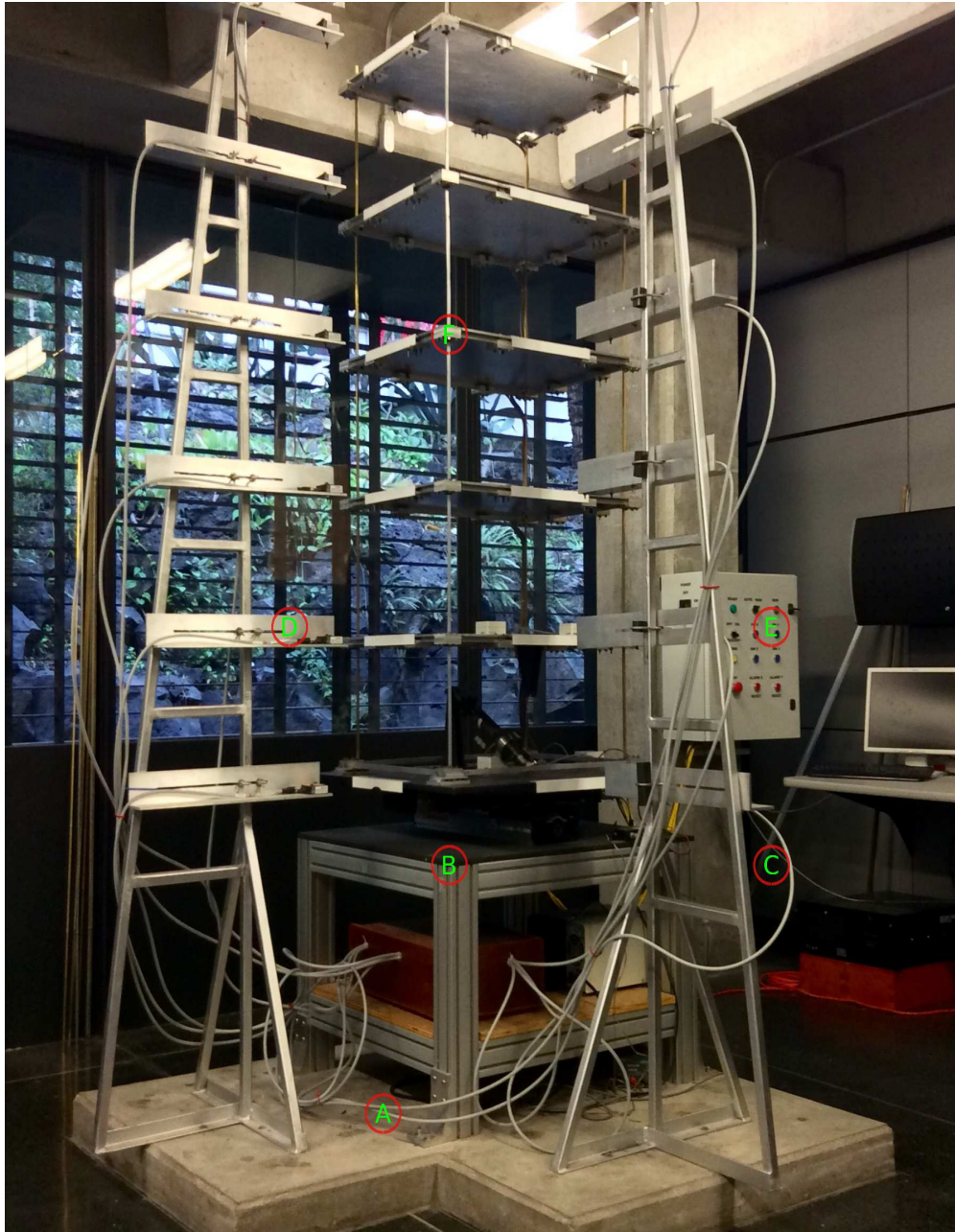
Los puntos anteriores sugieren que el edificio a escala consiste en un sistema mecánico desacoplado. Es decir, presenta pequeños movimientos de rotación cuando se somete a excitaciones en las direcciones  $X$  y  $Y$ , lo cual provoca una falta de excitación persistente en la dirección  $\theta$  dificultando así la convergencia de los parámetros estimados en dicha dirección.

La Fig. 5.6 muestra la plataforma experimental y los elementos que la integran: base empujada a un zócalo de concreto, servomotores, edificio a escala, centro de adquisición de datos, panel de control e instrumentación. Adicionalmente, en la Fig. 5.5 se observa el amortiguador magnetoreológico y su estructura mecánica de unión entre la base y el primer piso del edificio. Así mismo, se observa la disposición de los sensores láser de desplazamiento y de los sensores de aceleración, a lo largo de los pisos de la estructura.



- |                                   |  |
|-----------------------------------|--|
| A) Placa aleación de aluminio     | D) Sensor bidireccional de aceleración   |
| B) Sensor láser de desplazamiento | E) Servomotores colocados ortogonalmente |
| C) Amortiguador magnetoreológico  |  |

Figura 5.5: Elementos entre la base y el primer piso del edificio experimental



- |  |                                     |
|--|-------------------------------------|
| A) Base empotrada a un zócalo de concreto    | D) Sensores láser de desplazamiento |
| B) Montaje de servomotores y mesa vibradora  | E) Panel de control                 |
| C) Centro de comandos y adquisición de datos | F) $n$ -ésimo piso del edificio     |

Figura 5.6: Principales componentes de la plataforma experimental

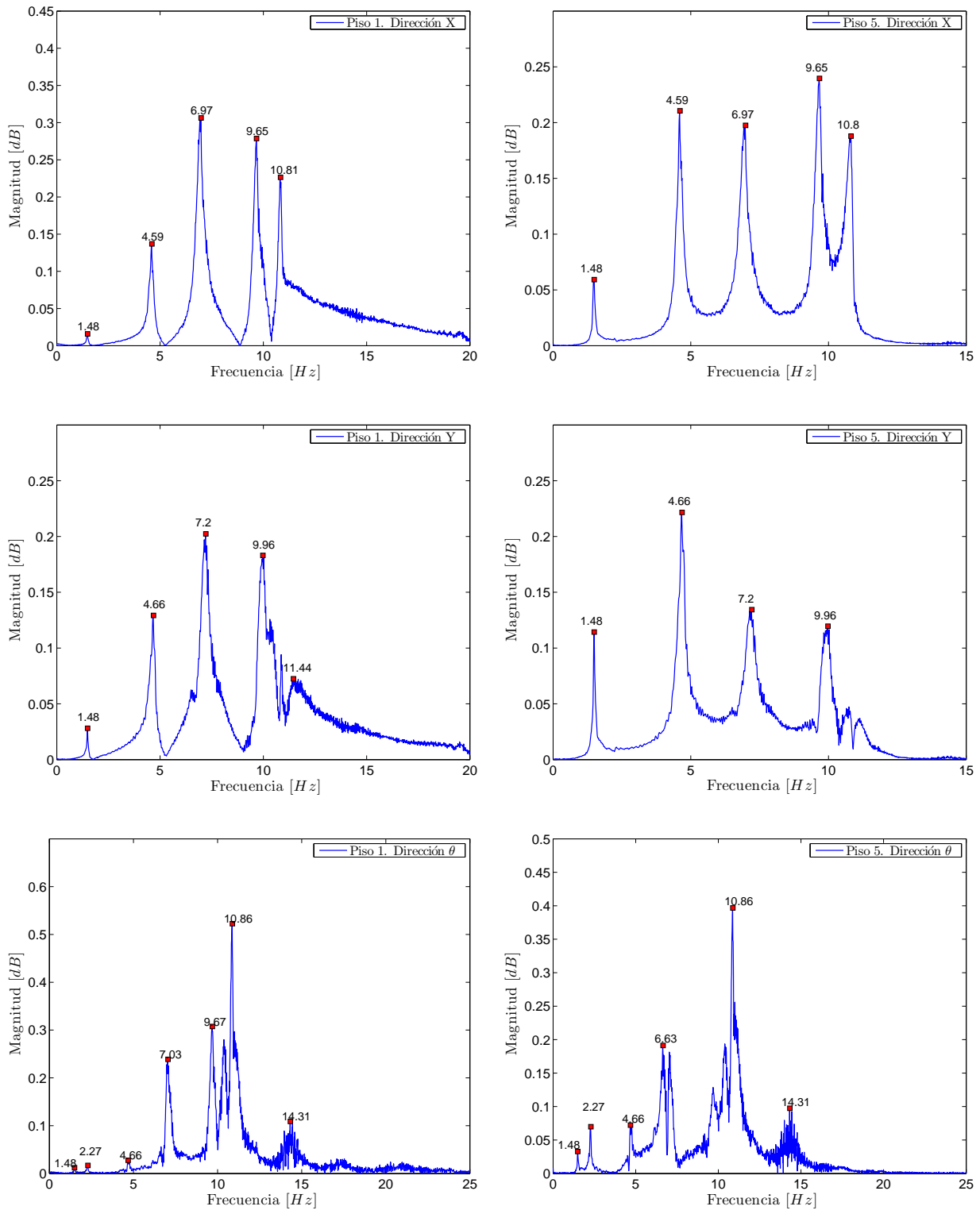


Figura 5.7: Espectro en frecuencia de las aceleraciones registradas en los pisos 1 y 5

## Capítulo 6

# Resultados experimentales

En este capítulo se presentan los resultados experimentales de estimación de parámetros vía mínimos cuadrados empleando información completa y reducida del sistema, sin el uso de condiciones de estabilidad. Esto permite analizar si existe una mejoría en los resultados de identificación al reducir el orden del modelo del edificio. Posteriormente, se incorporan las condiciones de estabilidad al proceso de estimación a fin de verificar su eficacia así como su efecto en la identificación paramétrica. Esto se ilustra a través de un ejemplo, tanto para el caso unidimensional como tridimensional, donde se identifica un modelo de orden reducido y estable del edificio a escala. Los experimentos se hicieron en línea excitando el edificio en dos direcciones ortogonales por medio de tres registros sísmicos, independientemente de si la identificación se realiza tomando en cuenta una o tres direcciones de movimiento.

### 6.1. Identificación paramétrica unidimensional

En modelos de edificios con marcos perpendiculares, el efecto de acoplamiento entre los movimientos en las direcciones  $X$  y  $Y$  es mínimo pudiendo omitirlo. De esta forma, los resultados de identificación paramétrica en dos dimensiones equivalen a realizar la identificación en cada una de ellas de forma independiente. Siendo así, la identificación se realiza utilizando la ley de adaptación (2.8) con una matriz inicial de covarianza:

$$\Upsilon = \text{diag}\{\alpha_i \times 1_{1 \times 5}, 0.01 \times 0_{1 \times 5}\} \quad (6.1)$$

cuya ganancia  $\alpha_i$  se construye a partir de una familia de funciones exponenciales:

$$\alpha_i = \exp\left\{\frac{\tau}{1.45+\delta}\right\}$$

donde el factor  $\delta$  disminuye su razón de cambio permitiendo que tome valores dentro de diferentes rangos de magnitud. La Fig. 6.1 muestra, bajo diferentes condiciones en  $\delta$ , los valores de  $\alpha_i$  a largo de setenta iteraciones.

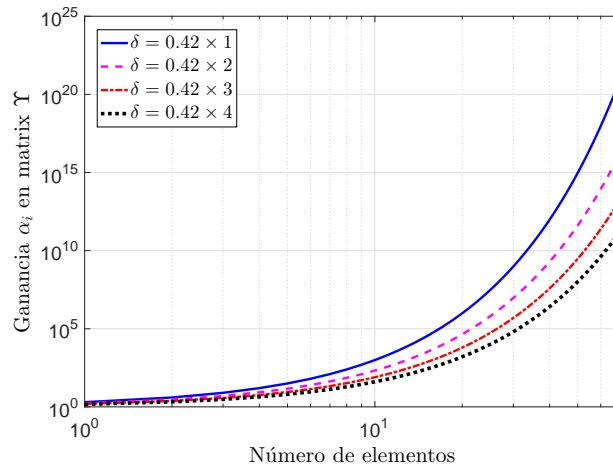


Figura 6.1: Ajuste de la ganancia  $\alpha_i$  en la matriz de covarianza inicial

Durante el proceso de identificación, los valores de los parámetros iniciales se obtienen con base en los datos de las Tabs. 5.6-5.7. Es decir, se consideran como valores reales,  $M^{-1}K^*$  y  $M^{-1}C^*$ , los parámetros obtenidos durante el proceso de caracterización de la estructura. Por lo tanto, los valores nominales corresponden a:

$$\text{Dirección X: } M^{-1}K^* = M^{-1}K_{xx}, \quad M^{-1}C^* = M^{-1}C_{xx}$$

$$\text{Dirección Y: } M^{-1}K^* = M^{-1}K_{yy}, \quad M^{-1}C^* = M^{-1}C_{yy}$$

Las condiciones iniciales, bajo las cuales se hace la identificación paramétrica, son:

$$\widehat{M^{-1}K} = 1 \pm 0.3M^{-1}K^*$$

$$\widehat{M^{-1}C} = 0.7M^{-1}C^*$$

donde se observa, los valores iniciales de rigidez corresponden a un 70 % y un 130 % de los nominales mientras que los valores iniciales de amortiguamiento a un 70 %. Estos valores se eligen suponiendo un caso real donde, con base en una estimación previa de los parámetros, se suelen obtener valores próximos a los reales. En los experimentos se utilizaron tres registros sísmicos: Loma Prieta, Santiago de Chile y El Centro; cuyas principales características y componentes de aceleración en las direcciones  $X$  y  $Y$  se muestran en el apéndice B. Estos registros se transforman en señales de desplazamiento, las cuales, posteriormente y través de convertidores digitales/analógicos, se envían a los actuadores de los motores como señales de voltaje. Los registros se escalan en magnitud evitando sobrepasar los límites de operación de la mesa vibradora. Las Figs. 6.2, 6.3 y 6.4 muestran las aceleraciones registradas en la base del edificio en ambas direcciones.

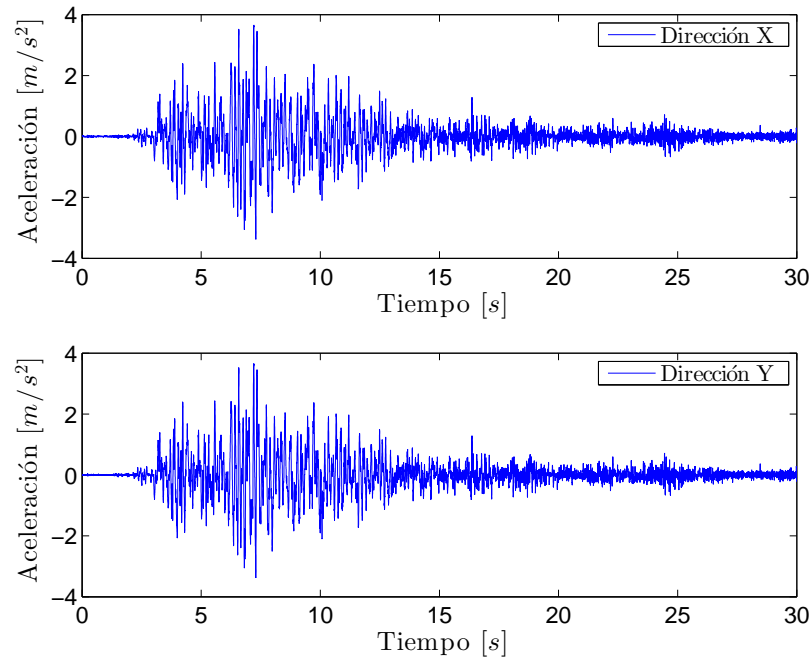


Figura 6.2: Aceleración en la base del edificio cuando se excita con el sismo: Loma Prieta

Utilizando la información completa del sistema, mediciones registradas en los cinco pisos de la estructura, los resultados se observan en las Tabs. 6.1 y 6.2 las cuales muestran, respectivamente, el error de identificación de las frecuencias fundamentales del edificio. Con la excepción de estimación en la dirección  $Y$ , condición inicial  $0.7M^{-1}K^*$ , los errores en las primeras dos frecuencias son menores al 7% a diferencia de las frecuencias superiores donde el error se encuentra alrededor del 15%. Empleando únicamente las mediciones de aceleración registradas en los pisos uno, tres y

cinco, los resultados de identificación mejoran de forma significativa tal y como se observa en las Tabs. 6.3 y 6.4, se obtienen errores menores al 6 %.

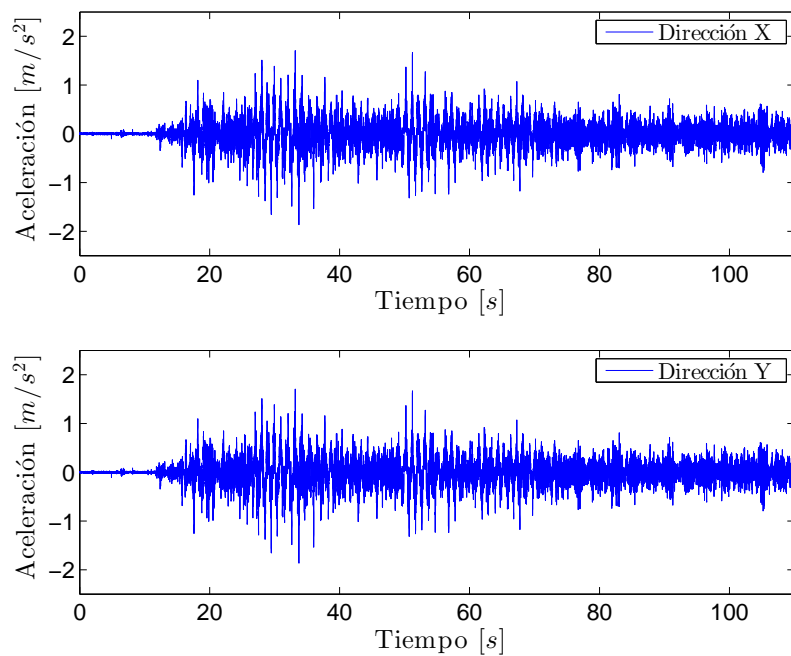


Figura 6.3: Aceleración en la base del edificio cuando se excita con el sismo: Santiago de Chile

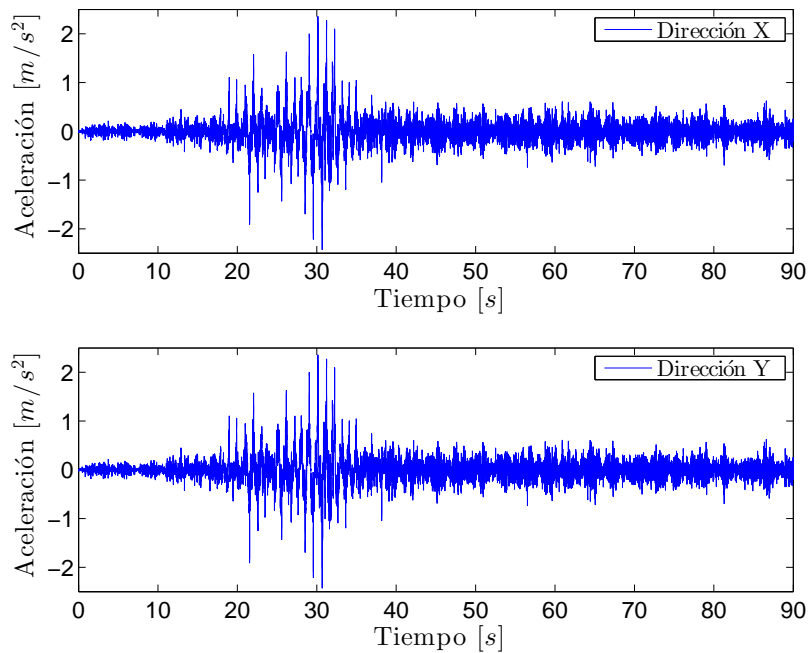


Figura 6.4: Aceleración en la base del edificio cuando se excita con el sismo: El Centro



Tabla 6.1: Resultados de estimación con información completa. Dirección X

| $\frac{\ \widehat{M^{-1}K}\ }{\ M^{-1}K\ _{t=0}}$ | Frecuencia<br>real (Hz) | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % |
|---|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0.7   | 1.48                    | 0.42                  | 0.75                  | 0.40                  |
|   | 4.59                    | 5.31                  | 5.84                  | 7.32                  |
|   | 6.97                    | 7.52                  | 12.32                 | 9.26                  |
|   | 9.65                    | 14.76                 | 17.65                 | 11.19                 |
|   | 10.81                   | 14.51                 | 16.61                 | 13.37                 |
| 1.3   | 1.48                    | 0.27                  | 2.17                  | 1.40                  |
|   | 4.59                    | 2.50                  | 3.32                  | 3.74                  |
|   | 6.97                    | 2.08                  | 16.92                 | 19.18                 |
|   | 9.65                    | 5.14                  | 25.23                 | 16.24                 |
|   | 10.81                   | 0.48                  | 11.93                 | 11.54                 |
| Terremoto   |                         | Loma Prieta           | Santiago de Chile     | El Centro             |

Tabla 6.2: Resultados de estimación con información completa. Dirección Y

| $\frac{\ \widehat{M^{-1}K}\ }{\ M^{-1}K\ _{t=0}}$ | Frecuencia<br>real (Hz) | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % |
|---|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0.7   | 1.48                    | 0.63                  | 4.96                  | 9.25                  |
|   | 4.66                    | 10.42                 | 10.43                 | 10.40                 |
|   | 7.20                    | 12.00                 | 11.00                 | 10.90                 |
|   | 9.96                    | 18.27                 | 15.52                 | 15.34                 |
|   | 11.10                   | 17.23                 | 16.68                 | 16.81                 |
| 1.3   | 1.48                    | 2.23                  | 1.42                  | 4.74                  |
|   | 4.66                    | 0.18                  | 2.70                  | 4.82                  |
|   | 7.20                    | 7.87                  | 4.69                  | 7.02                  |
|   | 9.96                    | 3.77                  | 1.78                  | 1.93                  |
|   | 11.10                   | 6.32                  | 6.15                  | 6.32                  |
| Terremoto   |                         | Loma Prieta           | Santiago de Chile     | El Centro             |

Se observa que, al reducir el modelo del edificio, los resultados muestran una mejoría en la recuperación de las frecuencias fundamentales. Como siguiente paso se integran las condiciones de estabilidad durante los últimos instante del proceso de identificación<sup>1</sup>. Para ello, se toma como ejemplo el proceso de identificación en la dirección  $X$ , condición inicial  $0.7M^{-1}K^*$ , empleando como señal de excitación el registro sísmico Loma Prieta. La matriz inicial de covarianza se diseña con una ganancia  $\alpha_i$ , la cual se ajusta tal y como se mencionó previamente. Así, en la Fig. 6.5 se observa, a partir la iteración número cuarenta, las frecuencias estimadas presentan convergencia hacia un valor constante.

<sup>1</sup>Como trabajo a futuro debe diseñarse una estrategia para incorporar las condiciones de estabilidad de forma sistemática procurando reducir su impacto sobre los resultados de estimación

Tabla 6.3: Resultados de estimación con información reducida. Dirección X

| $\frac{\ \widehat{M^{-1}K}\ }{\ M^{-1}K\ _{t=0}}$ | Frecuencia<br>real (Hz) | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % |
|---|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0.7   | 1.48                    | 0.08                  | 1.56                  | 2.52                  |
|   | 4.59                    | 2.41                  | 7.44                  | 3.35                  |
|   | 6.97                    | 6.90                  | 4.22                  | 2.19                  |
| 1.3   | 1.48                    | 0.28                  | 3.25                  | 2.52                  |
|   | 4.59                    | 2.36                  | 8.25                  | 6.71                  |
|   | 6.97                    | 6.91                  | 6.21                  | 0.85                  |
| Terremoto   |                         | Loma Prieta           | Santiago de Chile     | El Centro             |

Tabla 6.4: Resultados de estimación con información reducida. Dirección Y

| $\frac{\ \widehat{M^{-1}K}\ }{\ M^{-1}K\ _{t=0}}$ | Frecuencia<br>real (Hz) | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % | Frecuencia<br>error % |
|---|-------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| 0.7   | 1.48                    | 0.18                  | 3.04                  | 0.42                  |
|   | 4.67                    | 6.71                  | 1.43                  | 8.17                  |
|   | 7.20                    | 9.59                  | 0.02                  | 12.83                 |
| 1.3   | 1.48                    | 0.05                  | 4.06                  | 3.83                  |
|   | 4.67                    | 6.96                  | 0.32                  | 12.07                 |
|   | 7.20                    | 9.06                  | 0.56                  | 11.44                 |
| Terremoto   |                         | Loma Prieta           | Santiago de Chile     | El Centro             |

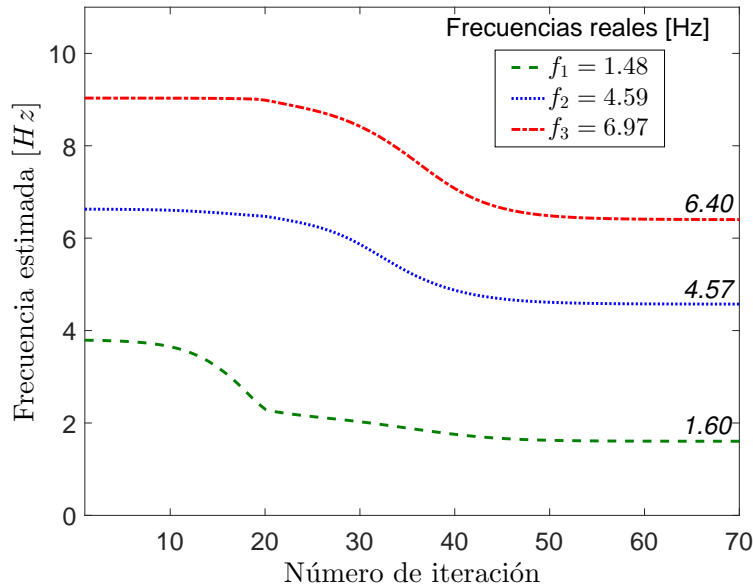


Figura 6.5: Frecuencias estimadas empleando información reducida

En la Tab. 6.5 se muestran los autovalores así como las frecuencias estimadas. Se observa un incremento en los errores debido a la integración de las condiciones de estabilidad al proceso de identificación. En tanto, los parámetros recuperados, al finalizar el proceso de identificación, corresponden a:

$$\widehat{M^{-1}K} = \begin{bmatrix} 1412 & -536 & 0 \\ -318 & 648 & -329 \\ 0 & -484 & 484 \end{bmatrix} \quad \widehat{M^{-1}C} = \begin{bmatrix} 1.65 & -0.68 & 0 \\ -0.71 & 1.48 & -0.76 \\ 0 & -0.48 & 0.48 \end{bmatrix}$$

Tabla 6.5: Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de excitación el registro sísmico: Loma Prieta

| Polos del sistema    | Frecuencias estimadas (Hz) | Error % |
|----------------------|----------------------------|---------|
| $-0.146 \pm 10.07 i$ | 1.60                       | 8.37    |
| $-0.737 \pm 28.72 i$ | 4.57                       | 0.42    |
| $-1.136 \pm 40.19 i$ | 6.40                       | 8.20    |

La matriz MAC se obtiene al comparar las formas modales asociadas a las primeras tres frecuencias fundamentales de la estructura para posteriormente evaluar estas en los GDL asociados a los pisos uno, tres y cinco de la estructura. Así, la matriz MAC corresponde a:

$$MAC = \begin{bmatrix} \mathbf{76} & 16 & 16 \\ 12 & \mathbf{80} & 20 \\ 06 & 12 & \mathbf{85} \end{bmatrix}$$

La Fig. 6.6 muestra las señales de aceleración estimadas en los pisos uno, tres y cinco. Las aceleraciones se muestran a partir de los 15 [s], instante en el cual presentan convergencia con respecto a las mediciones de aceleración. También, se observa que en el primer piso existe un mayor error entre las aceleraciones reales y estimadas; esto puede deberse al acoplamiento de los motores en la base de la estructura así como la presencia de ruido ya que ocurre independientemente de la señal de excitación. En el apéndice C se muestran los parámetros estimados, las matrices MAC y las señales de aceleración cuando se realiza la identificación paramétrica en la dirección  $X$ , con cada uno de los registros sísmicos, utilizando instrumentación reducida e incorporando las condiciones de estabilidad.

Señales de aceleración real y estimada durante el proceso de identificación empleando el sismo Loma Prieta. Identificación en la dirección  $X$  con instrumentación de pisos uno tres y cinco.

- Aceleraciones piso 1: Superior-Derecho
- Aceleraciones piso 3: Inferior-Izquierdo
- Aceleraciones piso 5: Inferior-Derecho

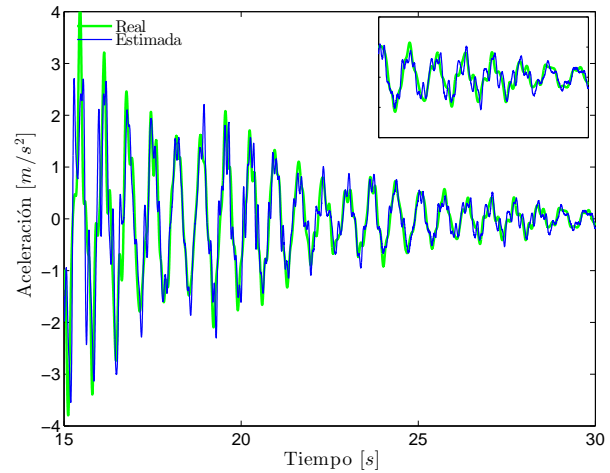
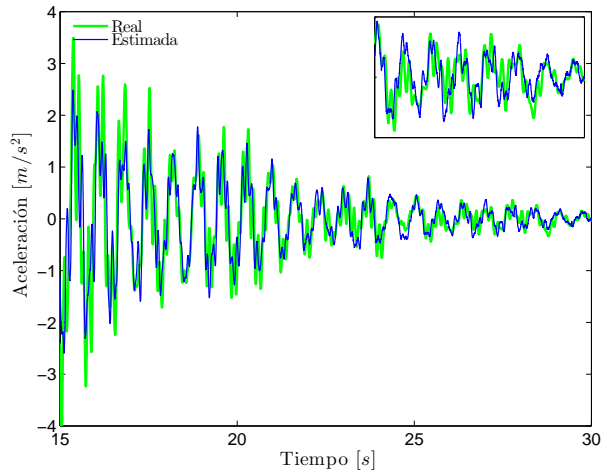
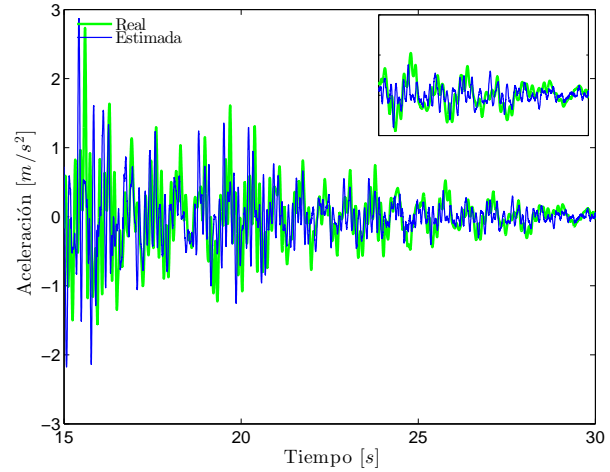


Figura 6.6: Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco. Caso 1D

## 6.2. Identificación paramétrica tridimensional

En el caso unidimensional, se observó una falta de excitación persistente cuando se utilizaba la información completa del sistema, durante el proceso de identificación. Al reducir el sistema, la cantidad de parámetros disminuye derivando en una mejoría en los resultados. Esto se comprobó comparando las frecuencias y formas modales del MOR con respecto a las del modelo nominal. En caso tridimensional, los resultados no fueron alentadores ya que la estructura precisa de señales de excitación con una mayor riqueza frecuencial aunado al hecho de que esta no presenta movimientos de rotación significativos. No obstante, se presenta un ejemplo de estimación y reducción tridimensional cuando se emplea el sismo de Loma Prieta como señal de excitación.

Una forma de compensar la falta de excitación persistente consiste en excluir, del proceso de identificación, los parámetros cuyo valor se considera cero:  $K_{xy} = K_{yx} = C_{xy} = C_{yx} = 0$ . Para ello, cabe recordar que las aceleraciones están dadas por:

$$\begin{bmatrix} \psi_x \\ \psi_y \\ \psi_\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_t^{-1}K_{xx} & 0 & m_t^{-1}K_{x\theta} \\ 0 & m_t^{-1}K_{yy} & m_t^{-1}K_{y\theta} \\ I_m^{-1}K_{\theta x} & I_m^{-1}K_{\theta y} & I_m^{-1}K_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x \\ U_y \\ U_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} m_t^{-1}C_{xx} & 0 & m_t^{-1}C_{x\theta} \\ 0 & m_t^{-1}C_{yy} & m_t^{-1}C_{y\theta} \\ I_m^{-1}C_{\theta x} & I_m^{-1}C_{\theta y} & I_m^{-1}C_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{U}_x \\ \dot{U}_y \\ \dot{U}_\theta \end{bmatrix}$$

Así, la aceleración en la dirección  $\theta$  se encuentra constituida por elementos que dependen del momento de inercia, el cual es constante ya que los pisos de la estructura tienen un mismo largo y ancho, dado por:

$$I_m = \frac{m_t}{12}(a^2 + b^2) = \varrho m_t$$

donde  $\varrho = (a^2 + b^2)/12$ . De esta forma, las submatrices función del momento de inercia pueden recuperarse por medio de una relación de proporción, por ejemplo:

$$I_m^{-1}K_{\theta x} = \varrho^{-1}m_t^{-1}K_{x\theta}, \quad K_{\theta x} = K_{x\theta}$$

tal que la aceleración en la dirección  $\theta$  queda determinada por:

$$\psi_\theta^* = \begin{bmatrix} I_m^{-1}K_{\theta\theta} & I_m^{-1}C_{\theta\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_\theta \\ \dot{U}_\theta \end{bmatrix} = \theta_\theta W_\theta \quad (6.2)$$

con:

$$\psi_\theta^* = \psi_\theta - \begin{bmatrix} I_m^{-1}K_{\theta x} & I_m^{-1}C_{\theta x} & I_m^{-1}K_{\theta y} & m_t^{-1}C_{\theta y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x \\ \dot{U}_x \\ U_y \\ \dot{U}_y \end{bmatrix}$$

En tanto, se observa que las aceleraciones correspondientes a las direcciones  $X$  y  $Y$  pueden ser escritas como:

$$\psi_x = \begin{bmatrix} m_t^{-1}K_{xx} & m_t^{-1}C_{xx} & m_t^{-1}K_{x\theta} & m_t^{-1}C_{x\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_x \\ \dot{U}_x \\ U_\theta \\ \dot{U}_\theta \end{bmatrix} = \theta_x W_x \quad (6.3)$$

$$\psi_y = \begin{bmatrix} m_t^{-1}K_{yy} & m_t^{-1}C_{yy} & m_t^{-1}K_{y\theta} & m_t^{-1}C_{y\theta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_y \\ \dot{U}_y \\ U_\theta \\ \dot{U}_\theta \end{bmatrix} = \theta_y W_y \quad (6.4)$$

Con base en lo anterior, el problema de identificación en tres dimensiones puede ser escrito como tres problemas independientes, esto es:

$$\psi_x = \theta_x W_x \quad \psi_y = \theta_y W_y \quad \psi_\theta^* = \theta_\theta W_\theta \quad (6.5a)$$

$$\dot{\theta}_x^T = \frac{1}{\phi^2} \Upsilon_x W_x \tilde{\psi}_x^T \quad \dot{\theta}_y^T = \frac{1}{\phi^2} \Upsilon_y W_y \tilde{\psi}_y^T \quad \dot{\theta}_\theta^T = \frac{1}{\phi^2} \Upsilon_\theta W_\theta \tilde{\psi}_\theta^T \quad (6.5b)$$

$$\dot{\Upsilon}_x = -\frac{1}{\phi^2} \Upsilon_x W_x W_x^T \Upsilon_x \quad \dot{\Upsilon}_y = -\frac{1}{\phi^2} \Upsilon_y W_y W_y^T \Upsilon_y \quad \dot{\Upsilon}_\theta = -\frac{1}{\phi^2} \Upsilon_\theta W_\theta W_\theta^T \Upsilon_\theta \quad (6.5c)$$

donde  $\Upsilon_x$  y  $\Upsilon_y$  son matrices de covarianza de dimensión  $4n \times 4n$ , mientras que  $\Upsilon_\theta$  es de  $2n \times 2n$ . Reduciendo la cantidad de parámetros a estimar, la falta de excitación persistente se contrarresta disminuyendo las componentes frecuenciales necesarias en las señales de excitación. Otra forma de aminorar la falta de excitación persistente consiste en reducir el modelo de  $n$  a  $m$  GDL. Por otro lado, la Tab. 6.6 muestra los elementos de la matriz o matrices de covarianza al realizar la estimación empleando la ley de adaptación (2.6), la ley de adaptación (2.8) o desacoplando el problema de identificación de modelos tridimensionales. Se observa que, pese a reestructurar el problema de estimación, se preserva un ahorro en términos computacionales ya que el número de elementos de las matrices de covarianza  $\Upsilon_x$ ,  $\Upsilon_y$  y  $\Upsilon_\theta$  es el mismo que el de la matriz  $\Upsilon$  y este, comparado con el número de elementos de  $\Gamma$ , es menor con un factor aproximado de 15.

Tabla 6.6: Número de elementos de la matriz de covarianza

| Estimación  | Matriz de covarianza                      | Elementos      | n=5   | m=3  |
|-------------|---|----------------|-------|------|
| Vectorial   | $\Gamma$                                  | $(28n - 14)^2$ | 15876 | 4900 |
| Matricial   | $\Upsilon$                                | $36n^2$        | 900   | 324  |
| Desacoplada | $\Upsilon_x, \Upsilon_y, \Upsilon_\theta$ | $36n^2$        | 900   | 324  |

Como se mencionó previamente, se empleó el registro sísmico Loma Prieta durante el proceso de identificación en conjunto con las ecuaciones (6.5). Las matrices de covarianza se ajustaron con base en el error observado en las aceleraciones. Es decir, se precisó de un ajuste manual en sus ganancias. Así, las matrices de covarianza empleadas corresponden a:

$$\Upsilon_x = \text{diag}\{10^5 \times 1.5_{1 \times 3}, 10^3 \times 1_{1 \times 3}, 10^5 \times 1_{1 \times 3}, 10^3 \times 1_{1 \times 3}\}$$

$$\Upsilon_y = \text{diag}\{10^5 \times 1.5_{1 \times 3}, 10^3 \times 1_{1 \times 3}, 10^5 \times 1_{1 \times 3}, 10^3 \times 1_{1 \times 3}\}$$

$$\Upsilon_\theta = \text{diag}\{10^5 \times 1.5_{1 \times 3}, 10^4 \times 1_{1 \times 3}\}$$

donde el subíndice  $1 \times 3$  indica que el valor que lo precede se multiplica por un vector de unos de dimensión  $1 \times 3$ . Los parámetros nominales se obtienen a partir de la Tab. 5.4, la cual cuenta con los parámetros razón de rigidez entre masa obtenidos por medio del modelado de la estructura. Los parámetros nominales de razón de amortiguamiento entre masa, se consideran proporcionales en un 10 % con respecto a los anteriores. Esto se hace debido a que, durante el proceso de caracterización de la estructura, se presentaron problemas de signo con algunos de los parámetros estimados; debido principalmente a la falta de excitación persistente. Más aún, en el proceso de reducción, el modelo virtual e inicial de tres pisos se construye seleccionando parámetros de la Tab. 5.4 con un factor de peso del 70 %. La información utilizada durante el proceso de reducción y estimación corresponde a las aceleraciones en los pisos uno, tres y cinco a lo largo de las tres direcciones. Finalmente, las condiciones de estabilidad se incorporaron al finalizar el proceso de identificación y se aplican con mayor énfasis en la matriz simétrica  $\hat{C}_S$ , la cual es mayormente responsable en la identificación de modelos inestables, proporcionando una mayor libertad a la matriz  $\hat{K}_S$ ; recordar que en el caso tridimensional, las matrices se desacoplan en  $\hat{M}$ ,  $\hat{K}_S$  y  $\hat{C}_S$  asegurando que estas sean positivas definidas para posteriormente reincorporarse al proceso de identificación.

Las matrices obtenidas al finalizar el proceso de estimación corresponden a:

$$\widehat{M^{-1}C} = \begin{bmatrix} 1.29 & -0.64 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.29 & 0.57 & 0 \\ -0.66 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3.25 & -0.81 & 1 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.95 & -0.54 \\ 0 & 0 & 0 & 12.72 & -0.93 & 0 & 2.45 & -1.22 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.06 & 1.08 & -0.02 & -0.78 & 0.90 & -0.33 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -0.02 & 10 & 0 & -0.93 & 0.54 \\ -20.87 & 51.32 & 0 & 39.58 & -11.19 & 0 & 79.25 & -21.56 & 0 \\ 12.33 & -17.19 & 13.30 & -26.37 & 17.19 & -13.11 & -28.77 & 34.42 & -5.61 \\ 0 & 46.35 & -16.70 & 0 & -13.68 & 16.70 & 0 & -12.25 & 33.45 \end{bmatrix}$$

$$\widehat{M^{-1}K} = \begin{bmatrix} 1744 & -639 & 105 & 0 & 0 & 0 & -63 & 45 & 0 \\ -856 & 1071 & -547 & 0 & 0 & 0 & -85 & -24 & 19 \\ 168 & -746 & 629 & 0 & 0 & 0 & 0 & 73 & -54 \\ 0 & 0 & 0 & 1827 & -675 & 139 & 199 & -114 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1039 & 1237 & -633 & -39 & 102 & -63 \\ 0 & 0 & 0 & 119 & -754 & 635 & 0 & -57 & 33 \\ -1018 & 732 & 0 & 3216 & -1849 & 0 & 3209 & -231 & -488 \\ -1376 & -395 & 318 & -633 & 1651 & -1022 & -308 & 1804 & -759 \\ 0 & 1177 & -883 & 0 & -931 & 543 & -106 & -1656 & 1808 \end{bmatrix}$$

La Tab. 6.7 muestra los polos del sistema sin y con el uso de restricciones de estabilidad. Se observa, en una estimación libre, existen polos del sistema con parte real positiva aunado a la presencia de dos polos puramente reales. En tanto, con el uso de restricciones de estabilidad se preserva la estabilidad del sistema.

Tabla 6.7: Polos del modelo tridimensional identificado

| Estimación libre    | Estimación con restricciones |
|---------------------|------------------------------|
| $-2.07 \pm 58.37 i$ | $-18.90 \pm 53.07 i$         |
| $-9.56 \pm 46.46 i$ | $-5.25 \pm 48.03 i$          |
| $3.37 \pm 46.25 i$  | $-1.51 \pm 46.45 i$          |
| $4.25 \pm 32.00 i$  | $-45.61 \pm 32.01 i$         |
| $4.66 \pm 30.70 i$  | $-3.63 \pm 31.20 i$          |
| $-1.41 \pm 24.09 i$ | $-2.42 \pm 30.53 i$          |
| $6.13 \pm 7.80 i$   | $-10.24 \pm 22.91 i$         |
| $5.53 \pm 7.80 i$   | $-3.31 \pm 9.90 i$           |
| $-134.11, -24.13$   | $-5.20 \pm 8.95 i$           |



En tanto, la Tab. 6.8 muestra las frecuencias reales y estimadas, las cuales fueron ordenadas acorde a las direcciones. Para realizar esto último, se analizó el sistema desacoplado, suprimiendo los elementos de acoplamiento como  $K_{xq}$ , para posteriormente y de forma progresiva ir incorporándolos. Así, supervisando la evolución de las frecuencias, se observó que estas no presentaban cambios significativos sino graduales y mínimos; al presentar diferencias mínimas se deduce la dirección correspondiente a las frecuencias concuerda con aquellas identificadas al analizar el sistema sin acoplamiento. En la Tab. 6.8 se aprecia la similitud entre las frecuencias reales y estimadas en las direcciones  $X$  y  $Y$ . No obstante, en la dirección  $\theta$  se presentan grandes errores de identificación.

Tabla 6.8: Identificación de modelo tridimensional con información reducida: frecuencias naturales y frecuencias estimadas en (Hz)

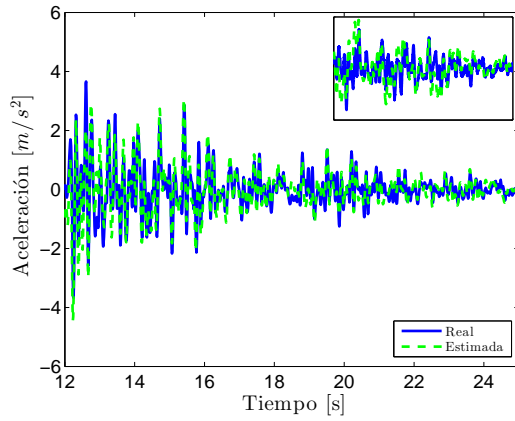
| Dirección | Frecuencia real | Frecuencia estimada | Error % |
|-----------|-----------------|---------------------|---------|
| $X$       | 1.48            | 1.72                | 16.21   |
|           | 4.59            | 4.82                | 5.01    |
|           | 6.97            | 6.69                | 4.01    |
| $Y$       | 1.48            | 1.52                | 2.70    |
|           | 4.66            | 5.02                | 6.07    |
|           | 7.20            | 7.74                | 7.50    |
| $\theta$  | 2.27            | 4.11                | 81.05   |
|           | 4.66            | 8.93                | 91.63   |
|           | 6.63            | 9.91                | 49.47   |

En la Fig. 6.7 se observan las aceleraciones reales y estimadas en los pisos uno y cinco en cada una de las direcciones; las componentes del tercer piso se omiten por cuestión de simplicidad, no obstante presentan un comportamiento similar en términos de seguimiento de las componentes reales. Así, se observa que en las direcciones  $X$  y  $Y$  las aceleraciones estimadas procuran seguir a las reales, después de doce segundos. En cuanto a la dirección  $\theta$  se observa no se logra un seguimiento adecuado. Esto último, es de esperar pues se observó desde la etapa de caracterización de la estructura que esta no presentaba excitación persistente en la dirección  $\theta$  aunado a mostrar mínimos radios de giro. Finalmente, la Tab. 6.9 muestra tanto los tiempos que duran los registros sísmicos como el tiempo que tarda en ejecutarse el proceso de identificación tomando en cuenta los tres registros sísmicos con tres y cinco GDL y conforme a la ley de adaptación utilizada. Se observa claramente un ahorro computacional al emplear la parametrización matricial o desacoplar el problema de identificación tridimensional en tres casos independientes; no obstante por la misma etapa de separación y posterior incorporación de las submatrices, se registra un aumento en

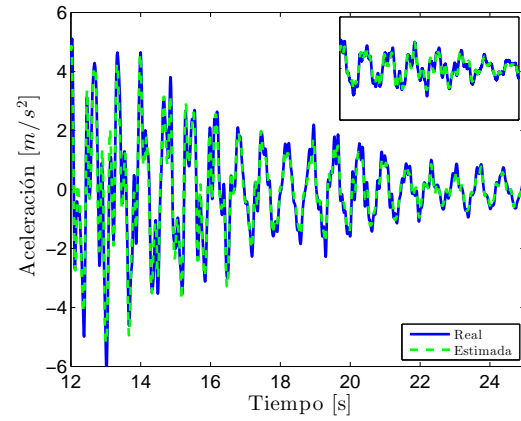
Tabla 6.9: Tiempos de duración de los registros sísmicos y tiempo de ejecución del proceso de identificación en (s)

| Estimación/Sismo | Loma Prieta | Santiago de Chile | El Centro | GDL |
|------------------|-------------|-------------------|-----------|-----|
|                  | 32          | 122               | 97        |     |
| Vectorial        | 12          | 47                | 38        | 8   |
| Matricial        | 3           | 14                | 11        |     |
| Desacoplada      | 9           | 35                | 28        |     |
| Vectorial        | 39          | 155               | 123       | 5   |
| Matricial        | 5           | 19                | 14        |     |
| Desacoplada      | 11          | 48                | 33        |     |

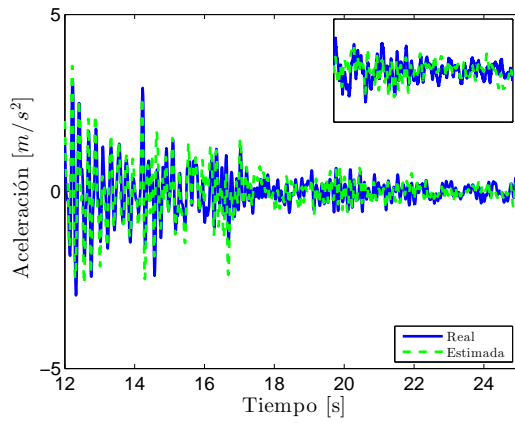
los tiempos de ejecución. Al emplear la parametrización vectorial, y conforme el número de GDL aumenta, el proceso de identificación precisa de mayores tiempos de ejecución, los cuales son superiores a la duración de los registros sísmicos dificultando la realización de pruebas en tiempo real.



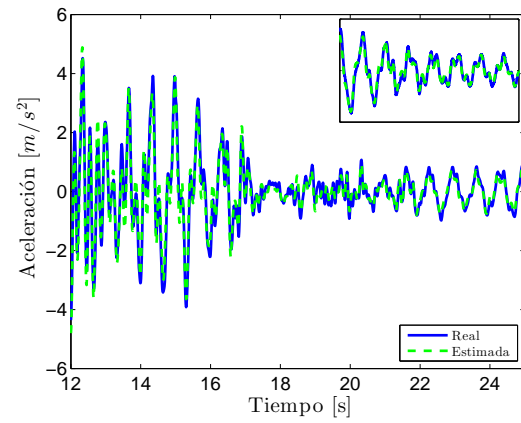
(a) Dirección X: piso 1



(b) Dirección X: piso 5



(c) Dirección Y: piso 1



(d) Dirección Y: piso 5

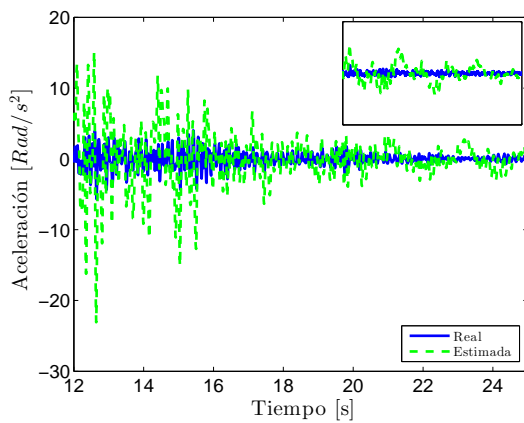
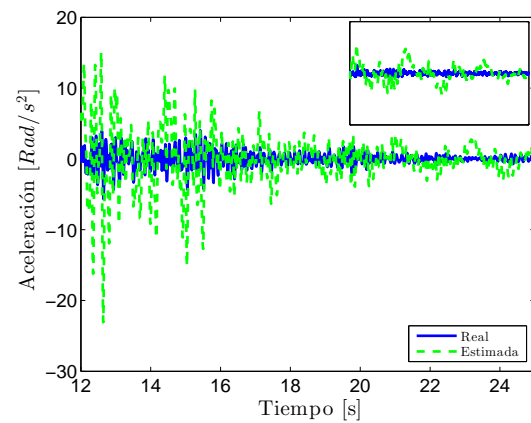
(e) Dirección  $\theta$ : piso 1(f) Dirección  $\theta$ : piso 5

Figura 6.7: Aceleraciones estimadas en los pisos uno y cinco. Caso 3D



## Capítulo 7

# Conclusiones y trabajo a futuro

En el presente capítulo se analizan los resultados obtenidos con base en el trabajo propuesto. Se presentan los objetivos logrados y su alcance para, posteriormente, proponer puntos sobre los cuales hace falta un análisis o desarrollo más detallado a futuro.

### 7.1. Conclusiones

En el presente trabajo se abordaron dos temas relacionados con la identificación paramétrica por medio de mínimos cuadrados. El primero consiste en la reducción de modelos mientras que el segundo en el uso de condiciones de estabilidad durante el proceso de identificación. Los resultados del presente trabajo se muestran a continuación.

1. Se emplea una parametrización matricial, ver Ec. 2.6, del sistema, la cual conlleva a una reducción en los elementos de la matriz de covarianza. Proporciona un ahorro computacional durante el proceso de identificación y reducción de modelos por medio de mínimos cuadrados cuyo impacto es más evidente cuando se trabaja con modelos de edificios tridimensionales

2. Se propone una métrica de comparación entre modelos estimados de orden reducido y modelos nominales de edificios donde se integran las propiedades modales y la respuesta dinámica de ambos, cuando estos son excitados por medio de un registro sísmico. A través de simulaciones intensivas, se demuestra existe una relación lineal entre los errores modales y errores en la respuesta dinámica, producto de la comparación de modelos, la cual permite establecer un criterio de selección de GDLM durante el proceso de identificación y reducción de modelos por medio de mínimos cuadrados
  
3. Acorde a los GDLM empleados durante el proceso de identificación, los modelos de orden reducido fueron clasificados en tres grupos. Así, se observó que con una selección simétrica de GDLM: pisos inferiores, medios y superiores; se obtiene un modelo de orden reducido cuyas propiedades modales y comportamiento dinámico son equiparables a los de un modelo nominal, contrario a modelos identificados a partir de otro tipo de selección de GDLM. Esto se verificó por medio de simulaciones masivas de edificios con uno y tres grados de libertad por piso, sobre los cuales se identificaron modelos con diferentes niveles de reducción. Se mostró como ejemplo un edificio tridimensional de doce pisos el cual, siguiendo el criterio expuesto, fue reducido a uno de tres recuperando eficientemente los primeros modos de vibración del edificio real y mostrando, además, un comportamiento dinámico equiparable
  
4. A partir del uso de círculos de Gershgorin y propiedades matemáticas, se proponen condiciones bajo las cuales se garantiza y mantiene la estabilidad de los modelos identificados durante el proceso de estimación. Se hicieron simulaciones masivas, tanto con modelos unidimensionales como tridimensionales, a fin de verificar el impacto de las condiciones de estabilidad sobre la convergencia paramétrica. Por medio de análisis modal, se observó que la estimación de las frecuencias y las formas modales no se afecta de forma significativa, al emplear las condiciones de estabilidad propuestas; incluso en ocasiones los resultados de estimación fueron mejores. Esto se debe a que las condiciones de estabilidad consisten en comparaciones entre los elementos de las matrices de rigidez y de amortiguamiento que, desde un sentido físico, son fáciles de cumplir. Por ejemplo, en edificios donde se procuran bajos niveles de excentricidad, a fin de evitar daños debido a efectos de rotación, la matriz  $K_{x\theta} = E_y K$ , con excentricidad en la dirección  $Y$ , generalmente es mucho menor que  $K_{xx}$ , se satisface:  $K_{xx} > K_{x\theta}$ . Lo mismo ocurre con las demás restricciones

5. Se modificó la instrumentación de la estructura comenzando por sensores de aceleración, los cuales proporcionan mediciones con bajos niveles de ruido y con un rango de operación de 0-1.5 (g), registran aceleraciones de hasta  $15 [m/s^2]$ . Posteriormente, se instalaron sensores láser de desplazamiento, los cuales sirven para validar algoritmos de identificación, observadores de estados así como monitorear los desplazamientos reales en los diferentes niveles del edificio a escala. La plataforma experimental fue provista de sensores suficientes para registrar mediciones, tanto de aceleración como de desplazamiento, en las direcciones  $X$  y  $Y$ . Las componentes de rotación se aproximaron por medio del uso de dos registros de aceleración en la dirección  $Y$ . En las pruebas experimentales se emplearon filtros inteligentes que integran las señales de aceleración obteniendo velocidades y desplazamientos; la incorporación de observadores se dificulta en los modelos tridimensionales
6. Con el uso de señales de excitación tipo chirp, se identificaron los parámetros nominales de la estructura de forma satisfactoria. Esto es, se identificaron las frecuencias fundamentales de la estructura analizando el espectro en frecuencia de las mediciones de aceleración en cada uno de sus pisos. Así mismo, se cotejaron los parámetros estimados con respecto a aquellos obtenidos a partir de su modelado, considerando las propiedades de las masas y columnas en cada uno de sus pisos, obteniendo valores muy similares
7. Se realizaron pruebas de identificación en línea considerando una y tres direcciones de desplazamiento. En general, en el caso unidimensional los resultados fueron satisfactorios ya sea con una estimación completa o reducida; se observó que al reducir el modelo del edificio, las frecuencias y formas modales se recuperaron con menores errores. Más aún, al incorporar condiciones de estabilidad, los errores de estimación no cambiaron de forma significativa. En el caso tridimensional, los resultados resultaron prometedores debido a la falta de excitación persistente en las señales de excitación y a la ausencia de excentricidades significativas; debido a una distribución uniforme de masas y una mínima asimetría de rigidez

## 7.2. Trabajo a futuro

El presente trabajo se desarrolló con la finalidad de hacer tanto reducción como estimación de modelos de edificios en línea, asegurando la estabilidad del modelo identificado. Esto favorece la incorporación de tareas cuya ejecución debe ser en tiempo real. Por ejemplo, se pueden incorporar sistemas de control de vibraciones y observadores de estados, asegurando la estabilidad en lazo cerrado, donde un modelo de orden reducido proporciona un ahorro computacional significativo en términos de procesamiento. No obstante, hace falta profundizar sobre algunos aspectos como se menciona a continuación.

- *Reducción de modelos.* Se sugiere explorar por guías más precisas sobre la selección de grados de libertad maestros durante el proceso de reducción, esto puede ser a través del uso de otras métricas de comparación entre modelos de orden reducido y nominales. Así mismo, se sugiere realizar un análisis minucioso sobre el nivel de reducción de un modelo con base en la información que se desee recuperar del mismo
- *Condiciones de estabilidad.* Hace falta realizar un análisis más riguroso sobre el instante en el cual se introducen o eliminan las restricciones de estabilidad durante el proceso de estimación. Así mismo, se debe plantear un proceso inteligente con el cual introducir las condiciones de estabilidad buscando no afectar en lo posible la convergencia paramétrica. Por ejemplo, ante la ausencia de perturbaciones sísmicas, las restricciones de estabilidad pueden omitirse permitiendo al proceso de estimación mejorar los resultados de identificación
- *Mesa vibradora.* No se lograron adecuados resultados de identificación en términos de rotación. Si bien, en una estructura real se procuran bajos niveles de excentricidad, en un modelo a escala las excentricidades pueden modificarse a fin de probar, entre otras cosas, los algoritmos de identificación paramétrica, identificación de daño estructural y sistemas de control de vibraciones. Así, la estructura debe modificarse ya sea modificando la distribución de masas o generando diferencias de rigidez entre sus pisos.



# Apéndice A

## Calibración y conexión de sensores

En este apartado se describe la metodología bajo la cual fueron calibrados los sensores de aceleración y de desplazamiento durante la etapa de instrumentación de la estructura. Así mismo, se muestra la ubicación y conexión de los sensores con respecto a las entradas en las tarjetas de adquisición de datos.

### A.1. Sensores de aceleración

Los acelerómetros se calibraron utilizando estos mismos como inclinómetros, registrando su salida analógica de voltaje ( $\nu$ ) conforme se hacían rotar de -90 a 90 grados con incrementos de 5, dando un total de  $N=36$  mediciones. Para realizar lo anterior, los acelerómetros fueron montados en un teodolito<sup>1</sup> el cual permitió hacerlos rotar de cinco en cinco grados con gran precisión. A partir de los ángulos de giro, las aceleraciones *reales* se obtuvieron por medio de:

$$y_i = g \sin(\theta_i), \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (\text{A.1})$$

donde  $g = 9.81 [m/s^2]$  es la aceleración gravitacional. Los sensores tienen un comportamiento lineal, de acuerdo al fabricante, por lo cual se utilizó una ecuación de recta con la cual se obtuvieron las aceleraciones *estimadas*, a partir de las mediciones a la salida de los acelerómetros:

$$\hat{y}_i = m\nu_i + b, \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (\text{A.2})$$

---

<sup>1</sup>Instrumento de medición utilizado en topografía para el registro de ángulos con altos índices de precisión

donde  $m$  [ $g/V$ ] es la pendiente de la recta mientras  $b$  [ $g$ ] la ordenada al origen. Por medio de un ajuste de mínimos cuadrados, comparando las aceleraciones *reales* con respecto a las aceleraciones *estimadas*, la Tab. A.1 muestra los valores de  $m$  y  $b$  obtenidos para cada sensor, así como el coeficiente de correlación  $\gamma$  entre los datos medidos. También, se muestra la esperanza y desviación estándar del error entre las mediciones de aceleración y las aceleraciones obtenidas a partir de la ecuación de recta:

$$e_i = y_i - \hat{y}_i = g \sin(\theta_i) - (mv_i + b), \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (\text{A.3})$$

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i, \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (e_i - E)^2$$

En el último renglón de la Tab. A.1 se muestra la señal para la cual se emplearon los sensores. El sensor NS006 presentó una falla a su salida en la dirección  $X$  por lo cual se omite en la tabla.

Tabla A.1: Calibración de acelerómetros

| Sensor       | $m$ [ $g/V$ ] | $b$ [ $g$ ] | $E$                    | $\sigma$ | $\gamma$ | Señal |
|--------------|---------------|-------------|------------------------|----------|----------|-------|
| NS002 (X)    | 0.1707        | -0.0114     | $1.96 \times 10^{-4}$  | 0.0018   | 1        | AX2   |
| NS002 (Y)    | 0.1686        | +0.0217     | $2.46 \times 10^{-17}$ | 0.0030   | 1        | AY2   |
| NS003 (X)    | 0.1675        | +0.0018     | $1.96 \times 10^{-4}$  | 0.0014   | 1        | AX5   |
| NS003 (Y)    | 0.1670        | +0.0160     | $1.71 \times 10^{-17}$ | 0.0023   | 1        | AY5   |
| NS004 (X)    | 0.1698        | +0.0075     | $1.98 \times 10^{-17}$ | 0.0012   | 1        | AX3   |
| NS004 (Y)    | 0.1687        | +0.0114     | $1.16 \times 10^{-17}$ | 0.0055   | 1        | AY3   |
| NS005 (X)    | 0.1691        | -0.0173     | $1.96 \times 10^{-4}$  | 0.0022   | 1        | AX1   |
| NS005 (Y)    | 0.1674        | +0.0350     | $6.55 \times 10^{-18}$ | 0.0043   | 1        | AY1   |
| NS006 (Y)    | 0.1710        | -0.0072     | $1.96 \times 10^{-4}$  | 0.0012   | 1        | AYN5  |
| NS007 (X)    | 0.1686        | -0.0042     | $1.96 \times 10^{-4}$  | 0.0014   | 1        | AX4   |
| NS007 (Y)    | 0.1687        | -0.0073     | $4.33 \times 10^{-17}$ | 0.0022   | 1        | AY4   |
| NS008 (X)    | 0.1688        | -0.0100     | $6.55 \times 10^{-18}$ | 0.0061   | 1        | AX0   |
| NS008 (Y)    | 0.1693        | +0.0139     | $1.03 \times 10^{-17}$ | 0.0011   | 1        | AY0   |
| NS009 (X)    | 0.1699        | +0.0022     | $1.62 \times 10^{-16}$ | 0.0054   | 1        | NA    |
| NS009 (Y)    | 0.1679        | +0.0318     | $1.28 \times 10^{-16}$ | 0.0047   | 1        | AYN4  |
| NS010 (X)    | 0.1684        | +0.0007     | $2.82 \times 10^{-17}$ | 0.0016   | 1        | NA    |
| NS010 (Y)    | 0.1676        | +0.0226     | $7.01 \times 10^{-17}$ | 0.0075   | 1        | AYN3  |
| NS011 (X)    | 0.1694        | -0.0021     | $1.68 \times 10^{-17}$ | 0.0011   | 1        | NA    |
| NS011 (Y)    | 0.1684        | +0.0327     | $1.54 \times 10^{-17}$ | 0.0047   | 1        | AYN2  |
| NS012 (X)    | 0.1713        | -0.0110     | $1.31 \times 10^{-17}$ | 0.0061   | 1        | NA    |
| NS012 (Y)    | 0.1677        | +0.0217     | $1.72 \times 10^{-17}$ | 0.0032   | 1        | AYN1  |
| NA=No aplica |               |             |                        |          |          |       |

## A.2. Sensores de desplazamiento

Los sensores de desplazamiento se calibraron midiendo su salida analógica ( $v$ ) de voltaje conforme la estructura fue desplazada de  $-7.5$  a  $7.5$  [cm] con intervalos de  $5$  [mm], registrando un total de  $N=30$  mediciones. Los desplazamientos ( $d_i$ ) de la estructura se realizaron con ayuda del software *Motion Planner* de la empresa Parker. A partir de la salida de los sensores, los desplazamientos se obtienen por medio de:

$$\hat{d}_i = mv_i + b, \quad \forall i = 1, \dots, N$$

donde  $m$  [cm/V] es la pendiente de la recta mientras  $b$  [cm] la ordenada al origen. La Tab. A.2 muestra los valores de  $m$  y  $b$  obtenidos a partir de mínimos cuadrados así como el coeficiente de correlación  $\gamma$  entre los datos medidos. Se muestra la esperanza y desviación estándar del error entre los desplazamientos realizados y los que se registraron a través de la salida de los sensores:

$$e_i = d_i - \hat{d}_i = d_i - (mv_i + b), \quad \forall i = 1, \dots, N \quad (\text{A.4})$$

$$E = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N e_i \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (e_i - E)^2$$

Tabla A.2: Calibración de sensores láser

| Sensor | $m$ [cm/V] | $b$ [cm] | $E \times 10^{-15}$ | $\sigma$ [cm] | $r$ |
|--------|------------|----------|---------------------|---------------|-----|
| DY0    | 2.5137     | -14.9757 | 74.0                | 0.020         | 1   |
| DY1    | 2.5161     | -14.8934 | -2.5                | 0.032         | 1   |
| DY2    | 2.5029     | -14.9342 | -1.6                | 0.035         | 1   |
| DY3    | 2.5296     | -14.9597 | -1.1                | 0.038         | 1   |
| DY4    | 2.4908     | -14.7296 | -31.7               | 0.028         | 1   |
| DY5    | 2.5147     | -15.0395 | 1.7                 | 0.027         | 1   |
| DX0    | 2.5245     | -15.0308 | 46.5                | 0.018         | 1   |
| DX1    | 2.5095     | -14.9202 | 1.5                 | 0.022         | 1   |
| DX2    | 2.5192     | -15.0355 | 3.4                 | 0.024         | 1   |
| DX3    | 2.5043     | -14.8397 | -3.2                | 0.020         | 1   |
| DX4    | 2.5085     | -14.9009 | 1.0                 | 0.022         | 1   |
| DX5    | 2.5090     | -15.0167 | -2.2                | 0.026         | 1   |

### A.3. Conexión de sensores

La conexión de los sensores se realiza por medio de dos cajas de conexiones modelo SCB-68 de *National Instruments* (National Instruments Co, 2014c) las cuales se acoplan con las tarjetas de adquisición de datos. La Tab. A.3 muestra la conexión de los sensores, su ubicación en los canales de la tarjeta y sus ganancias obtenidas durante el proceso de calibración. Las ganancias tienen como unidades  $[cm/V]$  y  $[g/V]$  para, respectivamente, los sensores de desplazamiento y de aceleración. Los canales F-X y F-Y se reservan para el uso de amortiguadores magnetoreológicos con fines de control de vibraciones.

Tabla A.3: Conexiones de sensores en tarjetas PCI-6221

| PCI-16221 (1) |       |           |     | PCI-16221 (2) |       |          |     |
|---------------|-------|-----------|-----|---------------|-------|----------|-----|
| Señal         | Canal | Ganancia  | Pin | Señal         | Canal | Ganancia | Pin |
| DX0           | ACH6  | 2.5245    | 25  | AX1           | ACH0  | 0.1691   | 68  |
| DX1           | ACH0  | 2.5095    | 68  | AX2           | ACH1  | 0.1707   | 33  |
| DX2           | ACH1  | 2.5192    | 33  | AX3           | ACH2  | 0.1698   | 65  |
| DX3           | ACH2  | 2.5043    | 65  | AX4           | ACH3  | 0.1686   | 30  |
| DX4           | ACH3  | 2.5085    | 30  | AX5           | ACH4  | 0.1675   | 28  |
| DX5           | ACH4  | 2.5090    | 28  | AY1           | ACH8  | 0.1674   | 34  |
| DY0           | ACH14 | 2.5137    | 58  | AY2           | ACH9  | 0.1686   | 66  |
| DY1           | ACH8  | 2.5161    | 34  | AY3           | ACH10 | 0.1687   | 31  |
| DY2           | ACH9  | 2.5029    | 66  | AY4           | ACH11 | 0.1687   | 63  |
| DY3           | ACH10 | 2.5296    | 31  | AY5           | ACH12 | 0.1670   | 61  |
| DY4           | ACH11 | 2.4908    | 63  | AYN1          | ACH5  | 0.1677   | 60  |
| DY5           | ACH12 | 2.5147    | 61  | AYN2          | ACH13 | 0.1684   | 26  |
| F-X           | ACH5  | Reservado | 60  | AYN3          | ACH6  | 0.1676   | 25  |
| F-Y           | ACH13 | Reservado | 26  | AYN4          | ACH14 | 0.1679   | 58  |
| AX0           | ACH7  | 0.1688    | 57  | AYN5          | ACH17 | 0.1710   | 57  |
| AY0           | ACH15 | 0.1693    | 23  |               |       |          |     |

## Apéndice B

# Registros sísmicos

En este apartado se muestran los registros sísmicos utilizados tanto en las simulaciones como en las pruebas experimentales realizadas con la plataforma experimental. Cabe señalar, en los experimentos, los sismos se convierten en señales de voltaje las cuales son enviadas a los motores por medio del programa *Simulink* y a través de los convertidores de tipo digital/analógico. Dichas señales de voltaje son escaladas en amplitud a fin de evitar sobrepasar los límites de operación de la mesa vibradora. No obstante, las señales de voltaje generan desplazamientos semejantes a los registros sísmicos. A continuación, se describen las principales características de los sismos para, posteriormente, mostrar sus componentes de aceleración en las direcciones este-oeste y norte-sur.

Existen diversas escalas que cuantifican la intensidad de un sismo siendo las más utilizadas la escala Richter y la escala de momento (Hanks y Kanamori, 1979). En este trabajo se utiliza la escala de momento  $M_w$  ya que mide la intensidad de un sismo en términos de la energía liberada. Esto es, se basa en el momento sísmico:

$$M_o = \mu AD \quad [N \cdot m]$$

el cual es igual a la rigidez de la tierra ( $\mu \approx 30 [GPa]$ ) multiplicada por el desplazamiento (D) ocurrido en la falla geológica y el área (A) de ruptura a lo largo de la misma.

## B.1. Loma prieta

El primer registro sísmico corresponde al terremoto de Loma Prieta ( $6.9 M_w$ ), ocurrido el 17 de octubre de 1989 en la Bahía de San Francisco California a las 5:04 pm, hora local. Con una duración aproximada de 15 [s], una profundidad de 19 [km] y una aceleración máxima de 0.65 [g], registrada en el epicentro. La Fig. B.1 muestra las componentes este-oeste y norte-sur con su espectro en frecuencia.

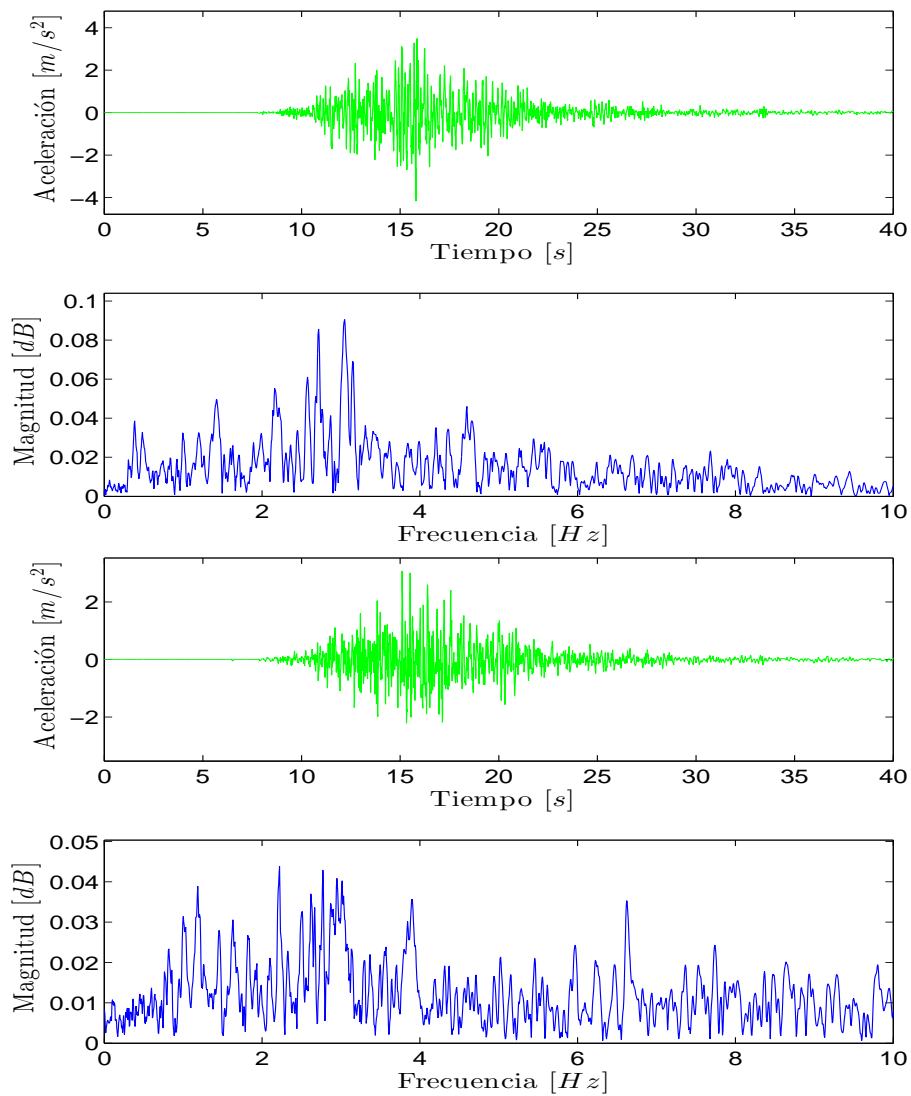


Figura B.1: Sismo *Loma Prieta* componentes EO (superior) y NS (inferior)

## B.2. El centro

El registro sísmico El centro ( $8.0 M_w$ ) corresponde al terremoto ocurrido en México el 19 de septiembre de 1985 a las 7:18 am, hora local. Debido a la profundidad del sismo, 12 [km], y a la inestabilidad del suelo, el terreno registró movimientos durante tres minutos. Este sismo presentó dos replicas de gran magnitud, una de  $7.5 M_w$  el 20 de septiembre con una duración de 30 [s] y otra de  $7.0 M_w$  el 30 de abril de 1986. La Fig. B.2 muestra las componentes este-oeste y norte-sur con su espectro en frecuencia.

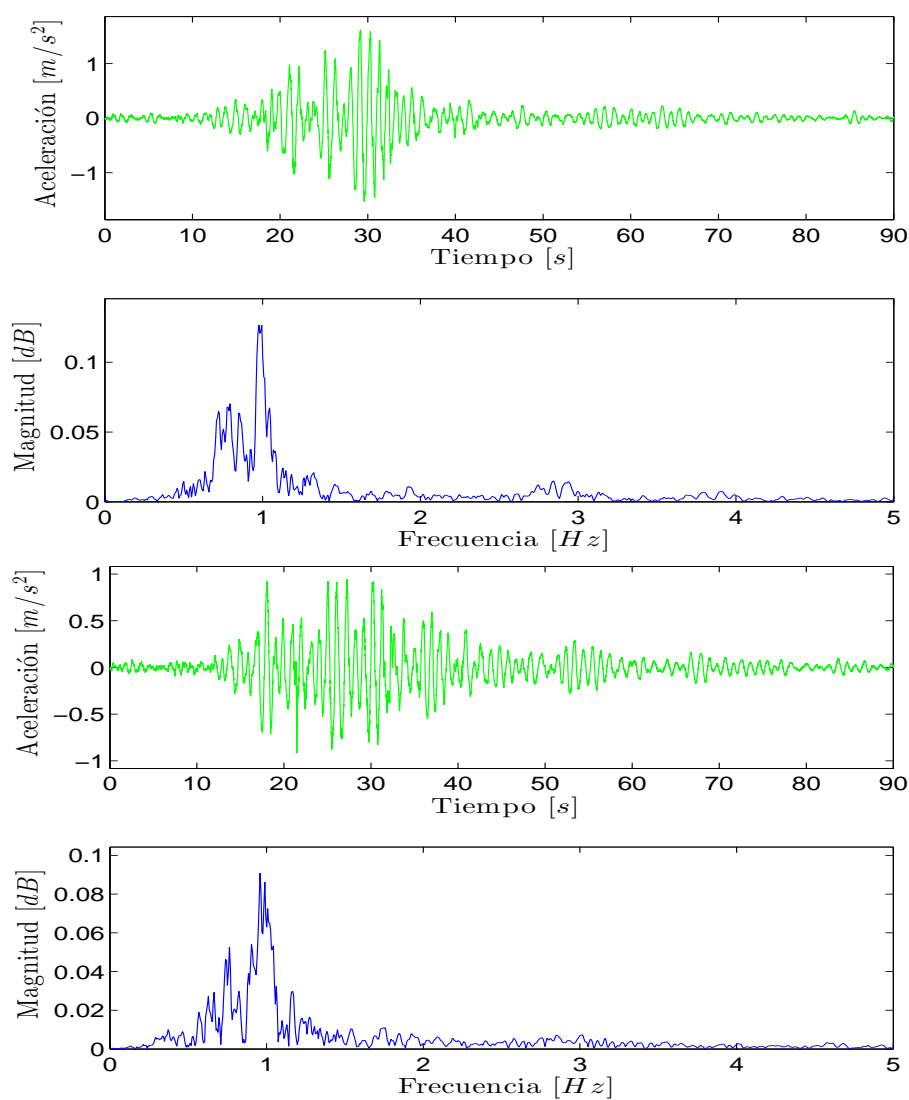


Figura B.2: Sismo *El Centro* componentes EO (superior) y NS (inferior)

### B.3. Santiago de Chile

El 3 de marzo de 1985 se registró un terremoto en Santiago de Chile a las 7:47 pm, hora local. Con una duración de aproximadamente un minuto y una profundidad de 33 [km], ha sido uno de los sismos de mayor intensidad ( $8.0 M_w$ ) registrados en Chile. La Fig. B.3 muestra las componentes este-oeste y norte-sur con su espectro en frecuencia .

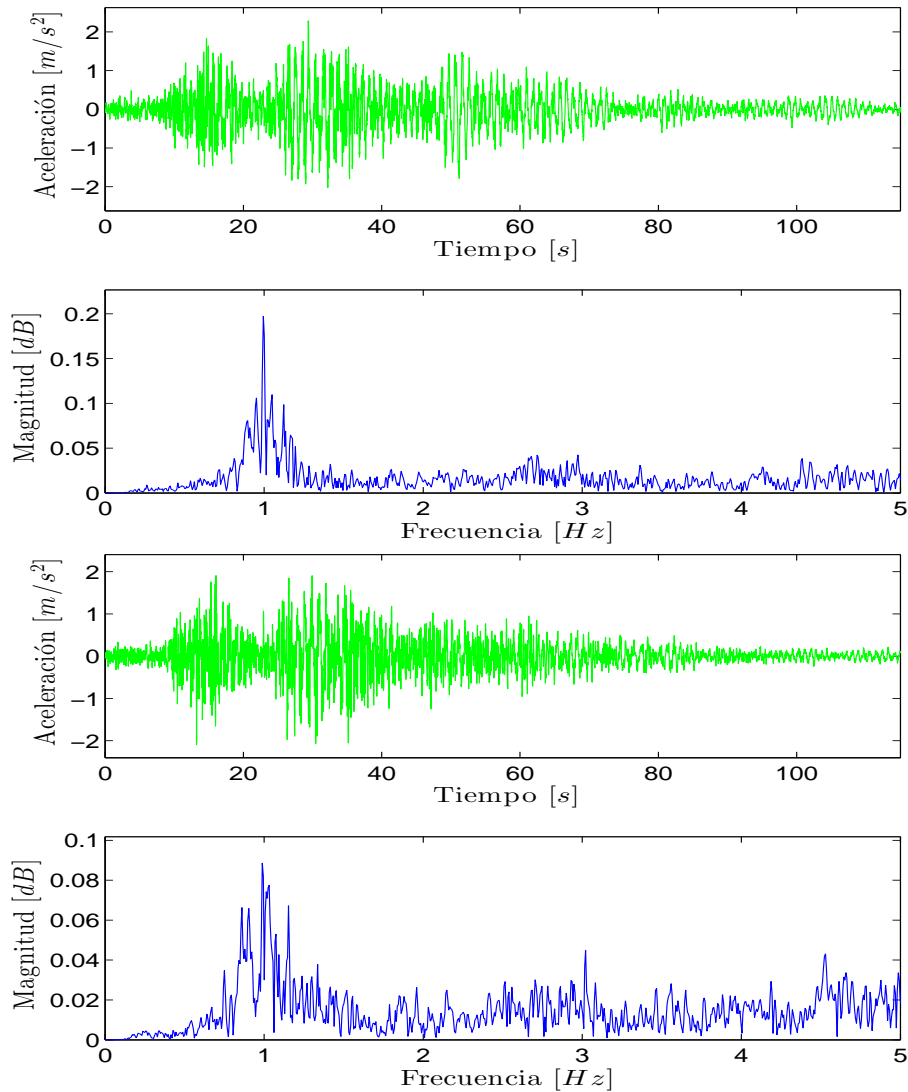


Figura B.3: Sismo *Santiago de Chile* componentes EO (superior) y NS (inferior)



## Apéndice C

# Resultados experimentales

En este apartado se muestran los resultados experimentales obtenidos durante la etapa de caracterización de la estructura así como durante el proceso de identificación de modelos. Esto es, mientras los parámetros nominales del edificio a escala se obtienen excitando la estructura por medio de señales de tipo chirp o barrido de frecuencia, en los experimentos de reducción e identificación paramétrica en línea se emplearon como señales de excitación los registros: Loma Prieta, Santiago de Chile y El Centro. De esta forma, este apartado se divide en dos secciones, la primera enfocada a la caracterización de la estructura y la segunda hacia las pruebas de identificación de parámetros.

### C.1. Caracterización de la estructura

En esta sección se muestra el espectro en frecuencia correspondiente a las señales de aceleración, registradas tanto en la base como en cada piso de la estructura, en las direcciones  $X$ ,  $Y$  y  $\theta$ , durante la etapa de caracterización de la estructura. Esto es, excitando la estructura, en ambas direcciones, con un barrido de frecuencia de 0.5-20 [Hz] y una duración de 60 [s], en intervalos de 2 [ms]. Las Figs. C.1 y C.2 muestran, respectivamente, las aceleraciones registradas en la base de la estructura en las direcciones  $X$  y  $Y$ . Cabe señalar que la mesa vibradora no tiene la capacidad de reproducir señales con frecuencias mayores a 20 [Hz].

Las Figs. C.3 y C.4 muestran, respectivamente, el espectro en frecuencia de las señales de aceleración registradas en cada uno de los pisos en las direcciones  $X$  y  $Y$ . Se observa, las frecuencias naturales se pueden identificar a través de los valores pico en las gráficas existiendo consenso en sus valores al comparar el espectro en frecuencia asociado a cada uno de los pisos de la estructura. En contraste, la Fig. C.5 muestra el espectro en frecuencia de las aceleraciones registradas en la dirección  $\theta$ . En este último caso, las frecuencias angulares no se identifican con claridad ya que, al ser aproximadas por medio de dos señales de aceleración en la dirección  $Y$ , se observa interferencia entre señales de aceleración lineal y angular.

## C.2. Resultados experimentales de identificación paramétrica

En esta sección se muestran los resultados obtenidos durante el proceso de identificación y reducción de modelos, caso unidimensional, empleando registros sísmicos como señales de excitación. Así, las Figs. C.6-C.8 muestran las aceleraciones reales y estimadas en los pisos uno, tres y cinco de la estructura cuando ésta es sujeta, respectivamente, a las señales de excitación: Loma Prieta, Santiago de Chile y El Centro. Estas gráficas corresponden al proceso de reducción e identificación por medio de mínimos cuadrados en la dirección  $X$  con el uso de condiciones de estabilidad al finalizar dicho proceso. Así, debido a la amplia duración de los sismos, como a la existencia de un efecto transitorio en la convergencia paramétrica, los resultados se muestran durante los últimos instantes del proceso de estimación. Se observa que las aceleraciones estimadas siguen de forma razonable a las reales, excepto durante los cambios abruptos debido a la presencia de componentes de alta frecuencia. Esto es más notorio en el primer piso de la estructura.

La incorporación de las condiciones de estabilidad se hizo a fin de verificar su eficacia como su impacto en la recuperación de las frecuencias fundamentales de la estructura. Así, las Tabs. C.1-C.3 muestran, para cada uno de los casos, los polos del sistema y las frecuencias estimadas. Se observa que los errores en las frecuencias presentan un ligero incremento en las primeras dos frecuencias y uno mayor en la tercera, no obstante los errores son aceptables en las primeras dos.

En cuanto a los parámetros estimados, la Fig. C.9 muestra su convergencia considerando, para cada uno de los casos, tanto aquellos que representan la razón de la rigidez entre la masa como los que corresponden a la razón del amortiguamiento entre la masa. Se observa, a través de una ampliación durante los últimos instantes, que los parámetros presentan un cambio debido, principalmente, a la condición de diagonal dominante que se fuerza sobre las matrices que se construyen con los parámetros estimados. En el ejemplo tridimensional, presentado en el capítulo de pruebas experimentales, se observó que si las condiciones de estabilidad se fuerzan únicamente en las matrices función del amortiguamiento entre las masa, los resultados en la recuperación de las frecuencias no se modifican de forma significativa al tiempo que se preserva la estabilidad del modelo identificado. Es decir, queda como una tarea a futuro desarrollar una metodología para incorporar las condiciones de estabilidad durante todo el proceso de identificación. Finalmente, la Fig. C.10 muestra las matrices MAC calculadas al finalizar el proceso de identificación. Se observa se recuperan de forma aceptada tanto las frecuencias como las formas modales.

Tabla C.1: Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de excitación el registro sísmico: Loma Prieta

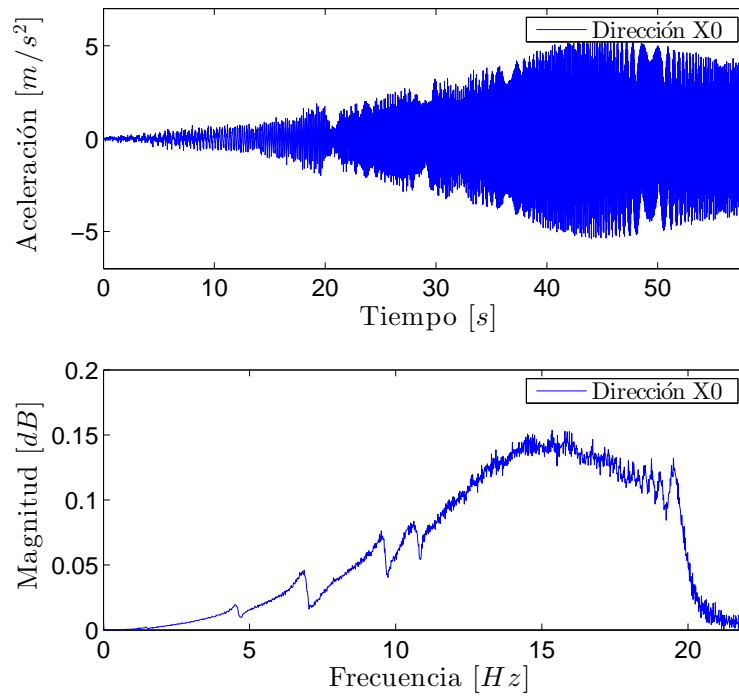
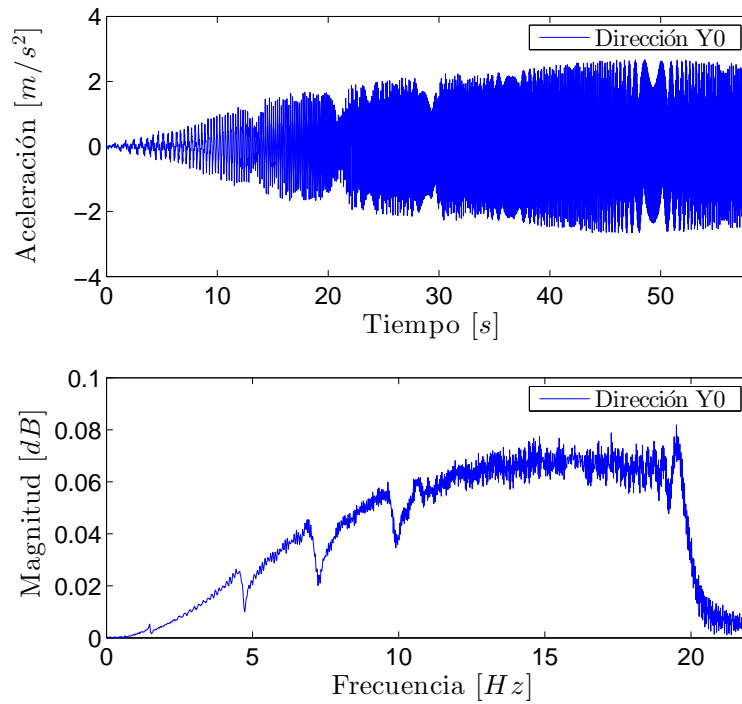
| Polos del sistema    | Frecuencias estimadas (Hz) | Error % |
|----------------------|----------------------------|---------|
| $-0.146 \pm 10.07 i$ | 1.60                       | 8.37    |
| $-0.737 \pm 28.72 i$ | 4.57                       | 0.42    |
| $-1.136 \pm 40.19 i$ | 6.40                       | 8.20    |

Tabla C.2: Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de excitación el registro sísmico: Santiago de Chile

| Polos del sistema    | Frecuencias estimadas (Hz) | Error % |
|----------------------|----------------------------|---------|
| $-0.167 \pm 9.35 i$  | 1.48                       | 0.59    |
| $-0.743 \pm 30.60 i$ | 4.87                       | 6.07    |
| $-1.140 \pm 38.56 i$ | 6.14                       | 11.93   |

Tabla C.3: Autovalores y frecuencias del modelo de orden reducido, empleando como señal de excitación el registro sísmico: El Centro

| Polos del sistema    | Frecuencias estimadas (Hz) | Error % |
|----------------------|----------------------------|---------|
| $-0.124 \pm 9.13 i$  | 1.45                       | 1.79    |
| $-0.661 \pm 28.99 i$ | 4.61                       | 0.50    |
| $-1.229 \pm 38.97 i$ | 6.20                       | 11.00   |

Figura C.1: Aceleración registrada en la base de la estructura, dirección  $X$ Figura C.2: Aceleración registrada en la base de la estructura, dirección  $Y$

Espectro en frecuencia correspondiente a las señales de aceleración, X, de los pisos 1-5 de la estructura cuando esta es excitada con una señal chirp de 0-20 [Hz] con una duración de 60 [s] en ambas direcciones.

- Piso 1: Superior-Derecho
- Piso 2: Intermedio-Izquierdo
- Piso 3: Intermedio-Derecho
- Piso 4: Inferior-Izquierdo
- Piso 5: Inferior-Derecho

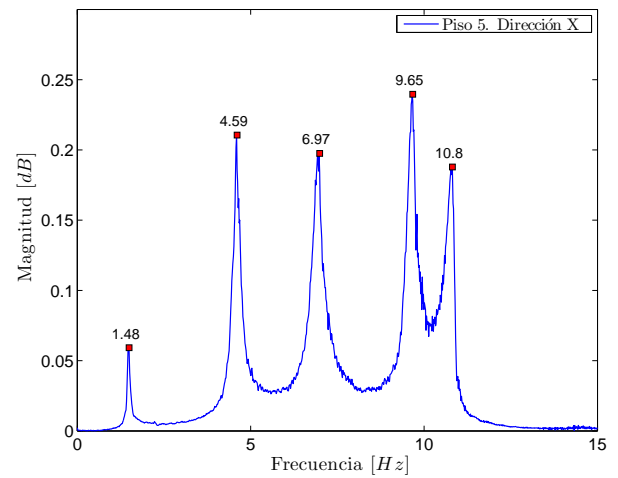
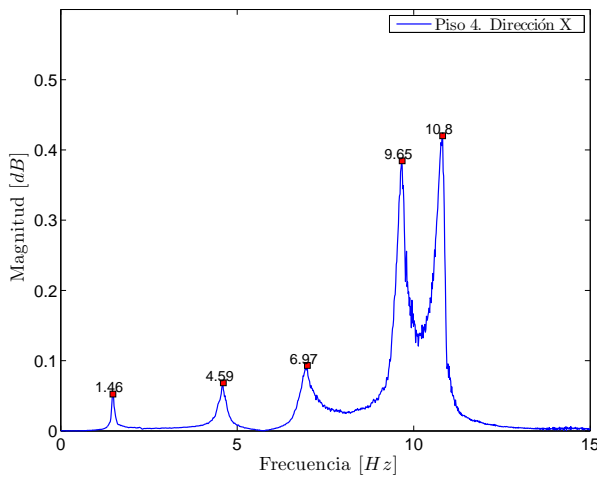
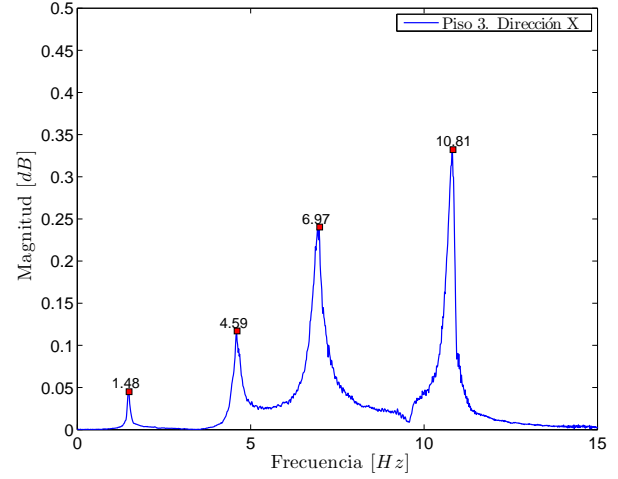
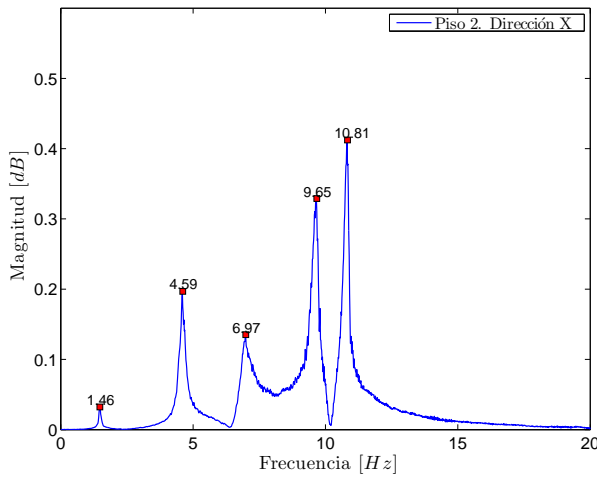
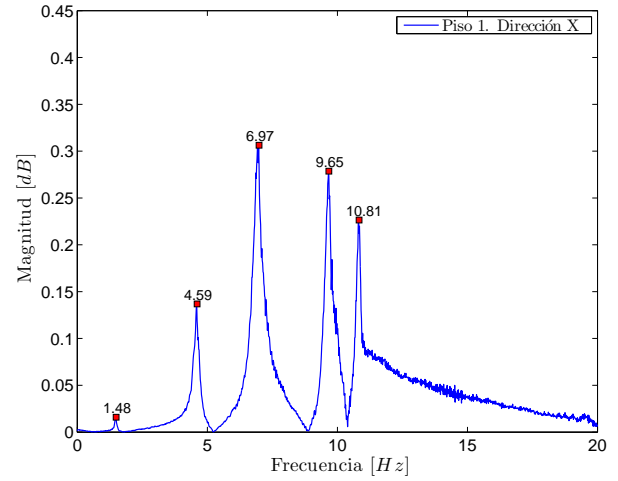


Figura C.3: Respuesta en frecuencia pisos 1-5. Dirección X

Espectro en frecuencia correspondiente a las señales de aceleración, dirección Y, de los pisos 1-5 de la estructura cuando esta es excitada con una señal chirp de 0-20 [Hz] con una duración de 60 [s] en ambas direcciones.

- Piso 1: Superior-Derecho
- Piso 2: Intermedio-Izquierdo
- Piso 3: Intermedio-Derecho
- Piso 4: Inferior-Izquierdo
- Piso 5: Inferior-Derecho

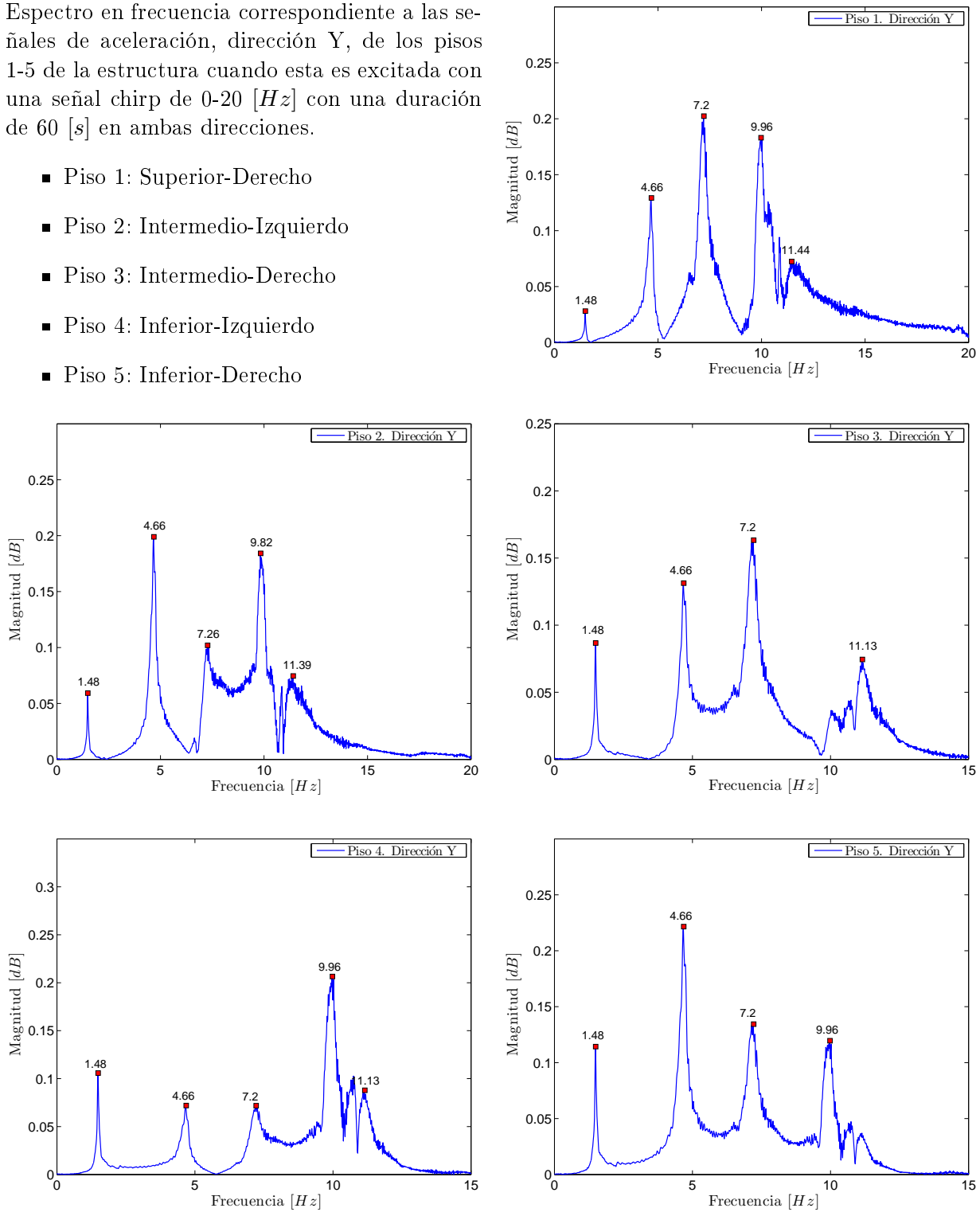


Figura C.4: Respuesta en frecuencia pisos 1-5. Dirección Y

Espectro en frecuencia correspondiente a las señales de aceleración, dirección  $\theta$ , de los pisos 1-5 de la estructura cuando esta es excitada con una señal chirp de 0-20 [Hz] con una duración de 60 [s] en ambas direcciones.

- Piso 1: Superior-Derecho
- Piso 2: Intermedio-Izquierdo
- Piso 3: Intermedio-Derecho
- Piso 4: Inferior-Izquierdo
- Piso 5: Inferior-Derecho

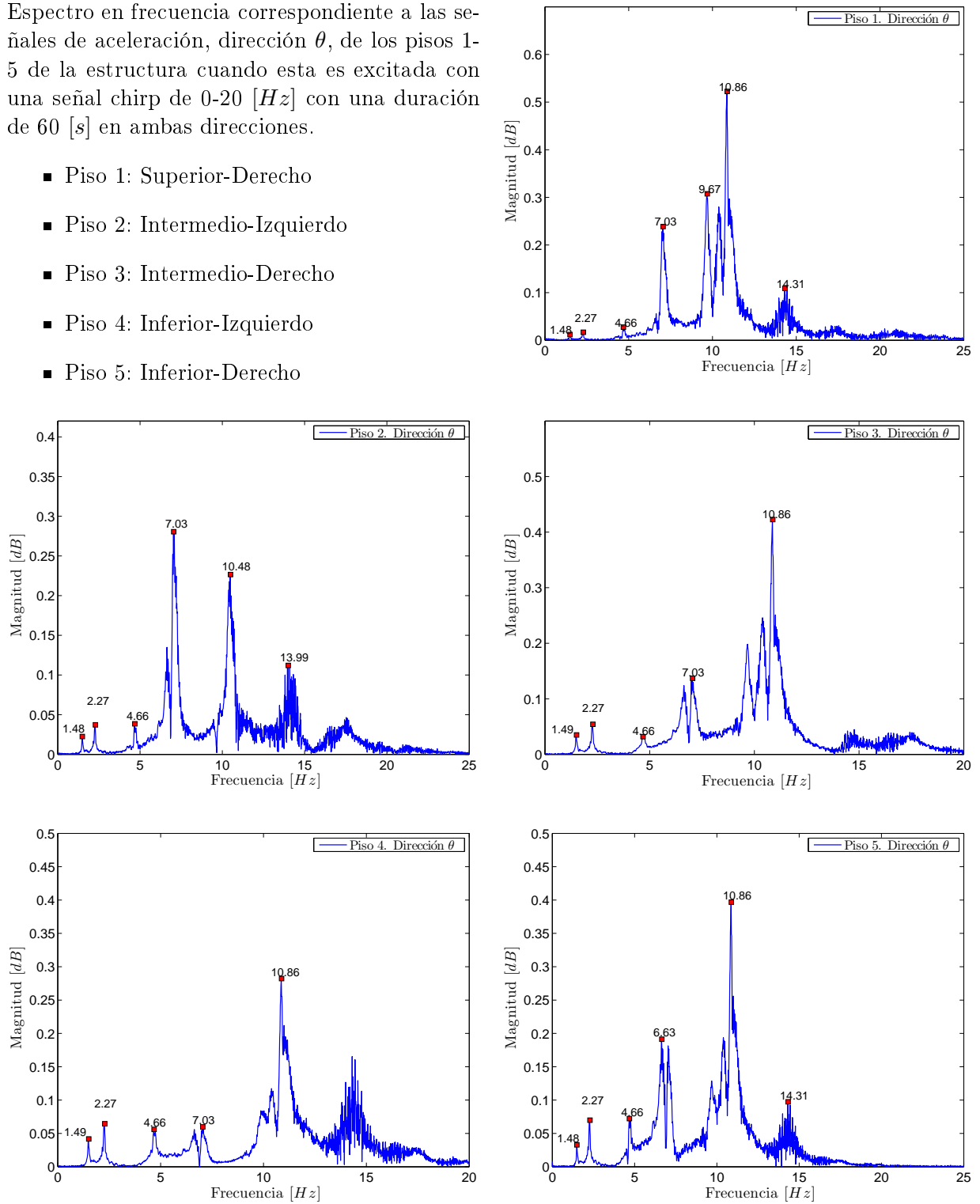


Figura C.5: Respuesta en frecuencia pisos 1-5. Dirección  $\theta$

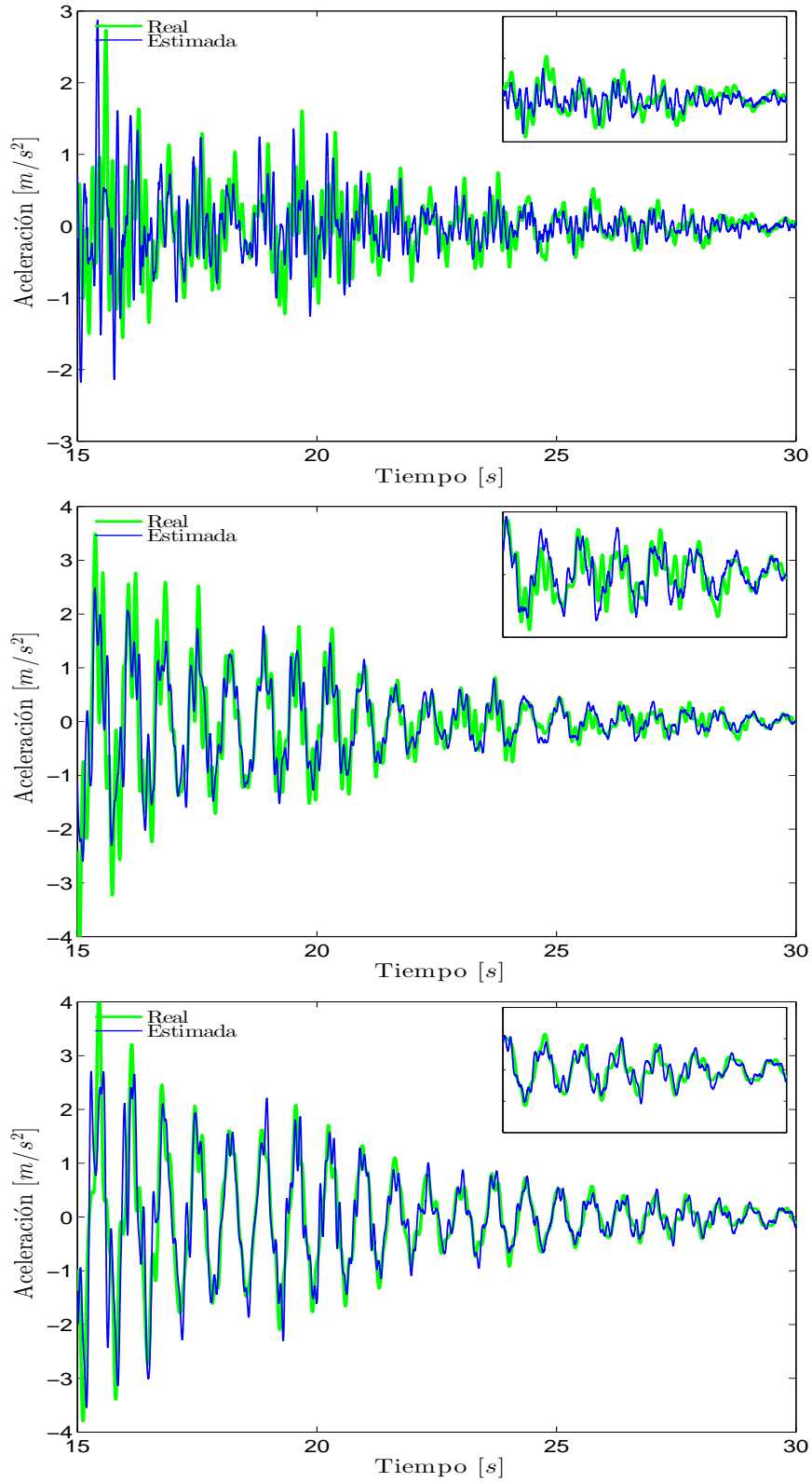


Figura C.6: Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco (superior a inferior) con sismo Loma Prieta



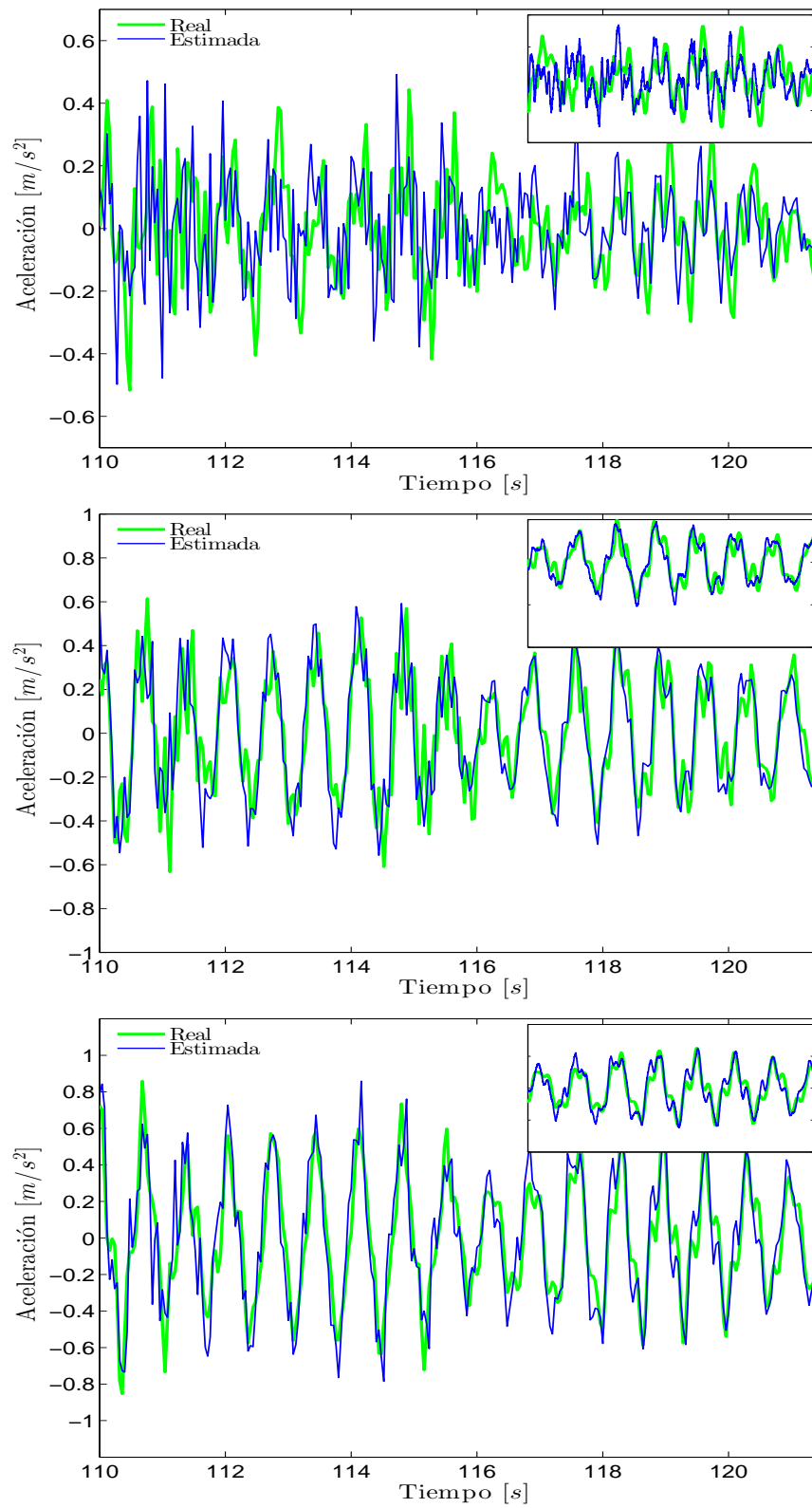


Figura C.7: Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco (superior a inferior) con sismo Santiago de Chile

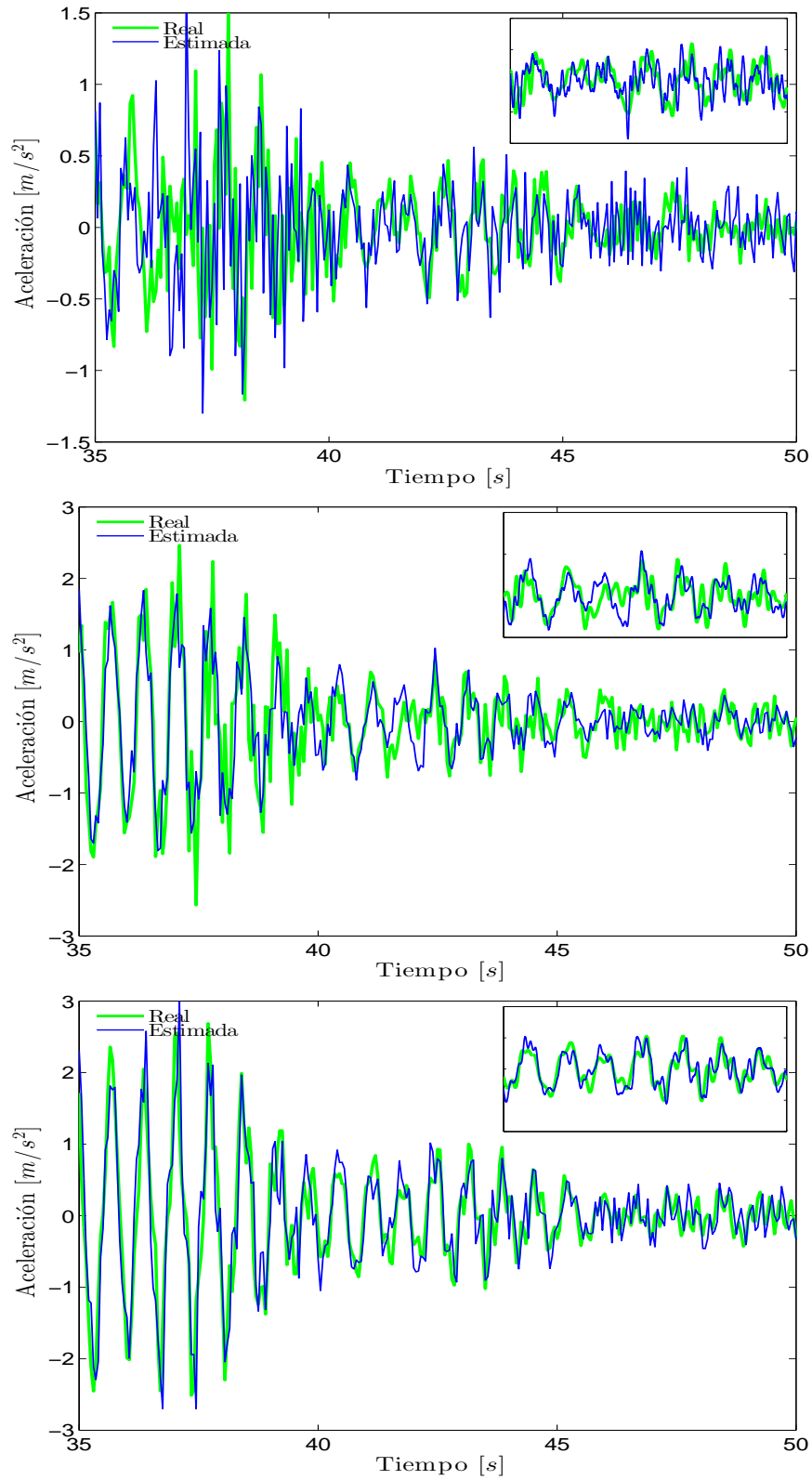


Figura C.8: Aceleraciones estimadas en los pisos uno, tres y cinco (superior a inferior) con sismo El Centro

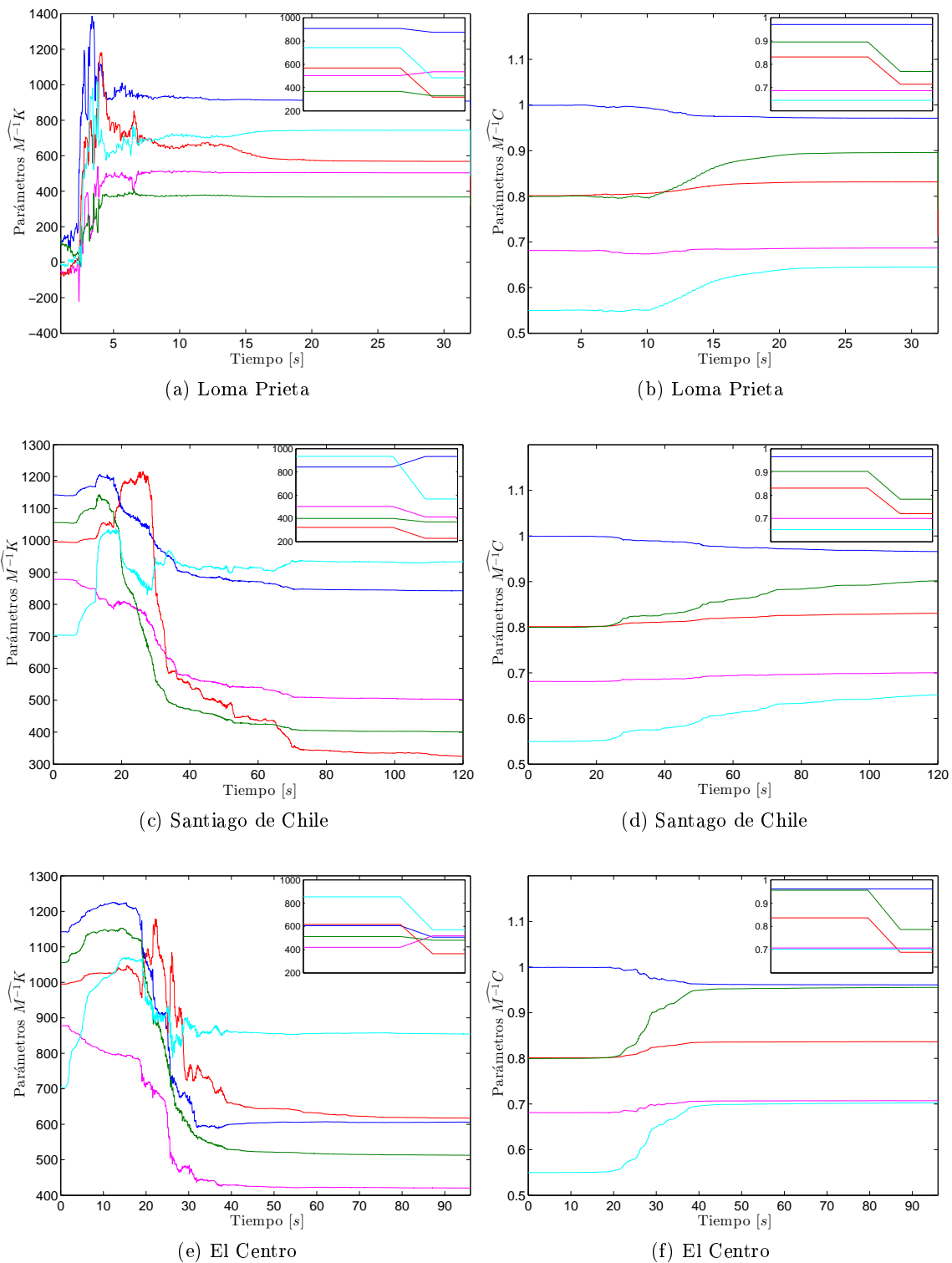
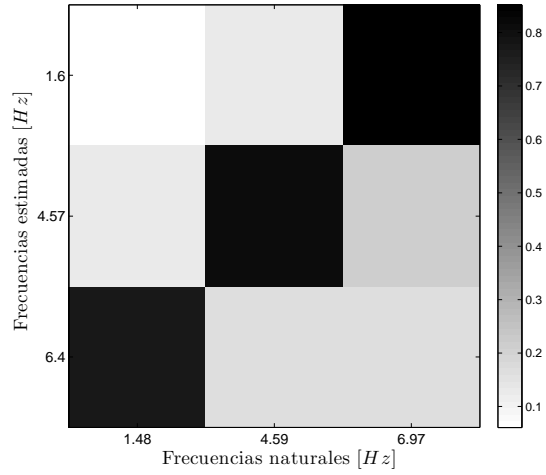
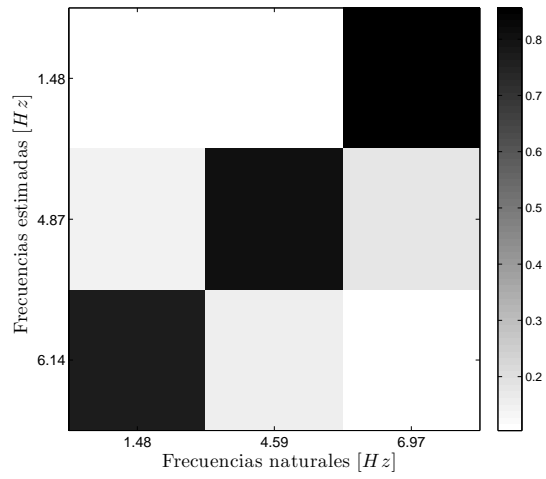


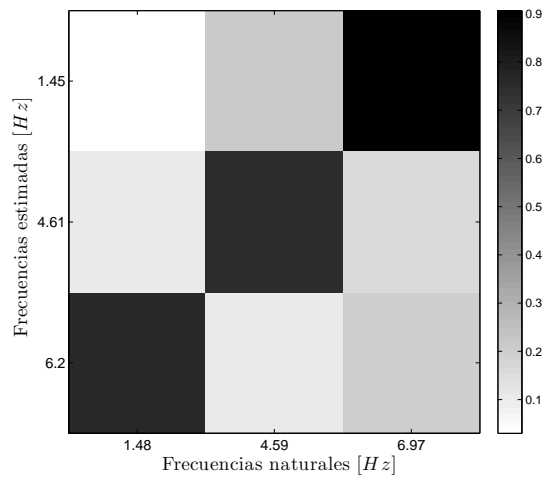
Figura C.9: Parámetros estimados durante el proceso de reducción e identificación



(a) Loma Prieta



(b) Santiago de Chile



(c) El Centro

Figura C.10: Matrices MAC obtenidas durante el proceso de reducción e identificación

# Bibliografía

- Alecsandrescu, I., y Goras, L. (2008). Gershgorin circles associated to double grid second order cellular neural networks. *Acta Technica Napocensis Electronics and Telecommunications*, 49(1), 1–7.
- Al-Shudeifat, M. A., Butcher, E. A., y Burton, T. D. (2009). Comparison of order reduction methodologies and identification of NNMs in structural dynamic systems with isolated nonlinearities. En *Proceedings of the International Modal Analysis Conference, Orlando, FL*.
- Analog Devices Inc. (2014). *Datasheet ADXL103/ADXL203*. Descargado 2016-04-27, de [www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADXL103\\_203.pdf](http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADXL103_203.pdf)
- Andersen, P., Brincker, R., Ventura, C., y Cantieni, R. (2008). Modal Estimation of Civil Structures Subject to Ambient and Harmonic Excitation. En *Proceedings of the XXVI IMAC: Conference and Exposition on Structural Dynamics* (pp. 4–7).
- Angeles Cervantes, M., J. (2010). *Identificación paramétrica tridimensional de un edificio* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Benfratello, S., Cavaleri, L., y Papia, M. (2009). Identification of stiffness, dissipation and input parameters of multi degree of freedom civil systems under unmeasured base excitations. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24(2), 190–198.
- Besselink, B., Tabak, U., Lutowska, A., Van de Wouw, N., Nijmeijer, H., Rixen, D. J., . . . Schilders, W. H. A. (2013). A comparison of model reduction techniques from structural dynamics, numerical mathematics and systems and control. *Journal of Sound and Vibration*, 332(19), 4403–4422.
- Bhattacharya, S., y Chakraborty, S. (2010). Estimation of storey shear of a building with mass and stiffness variation due to seismic excitation. *International journal of civil and structural engineering*, 1(3), 635.

- Bodin, P., Vidale, J., Walsh, T., Çakir, R., y Çelebi, M. (2012). Transient and long-term changes in seismic response of the natural resources building, Olympia, Washington, due to earthquake shaking. *Journal of Earthquake Engineering*, 16(5), 607–622.
- Carlberg, K., Tuminaro, R., y Boggs, P. (2015). Preserving Lagrangian Structure in Nonlinear Model Reduction with Application to Structural Dynamics. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 37(2), B153–B184.
- Cepeda-Gomez, R., y Olgac, N. (2013). Exact stability analysis of second-order leaderless and leader-follower consensus protocols with rationally-independent multiple time delays. *Systems & Control Letters*, 62(6), 482–495.
- Choi, D., Kim, H., y Cho, M. (2008). Iterative method for dynamic condensation combined with substructuring scheme. *Journal of Sound and Vibration*, 317(1-2), 199–218.
- Chopra, A. K. (2001). *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.
- Cohen, A., Davenport, M. A., y Leviatan, D. (2013). On the Stability and Accuracy of Least Squares Approximations. *Foundations of Computational Mathematics*, 13(5), 819–834.
- Cruz-Atienza, V. (2013). *Los sismos: una amenaza cotidiana* (I. de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México y Centro de Instrumentación y Registro Sísmico A. C., Ed.). La caja de cerillos.
- Fisco, N. R., y Adeli, H. (2011a). Smart structures: Part I - Active and semi-active control. *Scientia Iranica*, 18(3A), 275–284.
- Fisco, N. R., y Adeli, H. (2011b). Smart structures: Part II - Hybrid control systems and control strategies. *Scientia Iranica*, 18(3), 285–295.
- Friswell, M., Penny, J. E. T., y Garvey, S. D. (2001). Model reduction for structures with damping and gyroscopic effects. En *Proceedings of the International Seminar on Modal Analysis* (Vol. 3, pp. 1151–1158).
- Garrido, R., y Concha, A. (2011). Parametric identification of seismically excited buildings using acceleration measurements. En *Proceedings of the 8th International Conference on Electrical Engineering Computing Science and Automatic Control (CCE 2011)* (pp. 1–6).
- Garrido, R., Rivero-Angeles, F. J., Martinez-Garcia, J. C., Martinez-Guerra, R., y Gomez-Gonzalez, B. (2004). Gradient algorithm for structural parameter estimation and nonli-

- near restoring forces. En *Proceedings of the 2004 American Control Conference* (Vol. 5, pp. 4770–4775).
- Gavin, H. P., Morales, R., y Reilly, K. (1998). Drift-free integrators. *Review of Scientific Instruments*, 69(5), 2171–2175.
- Guyan, R. J. (1965). Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA Journal*, 3(2), 380.
- Hanks, T. C., y Kanamori, H. (1979). A moment magnitude scale. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 84(B5), 2348–2350.
- Hao, H., y Ip, J. (2013). Torsional Responses of Building Structures to Earthquake Loadings Defined in AS1170.4-2007. En *Conference paper no. 11* (Vol. Paper No: 11, p. 14pp).
- Ioannou, P., y Fidan, B. (2006). *Adaptive Control Tutorial*. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Ioannou, P., y Sun, J. (1996). *Robust Adaptive Control*. Upper Saddle River, NJ: PTR Prentice Hall.
- Jeong, J., Baek, S., y Cho, M. (2012). Dynamic Condensation in a Damped System Through Rational Selection of Primary Degrees of Freedom. *Journal of Sound and Vibration*, 331(7), 1655–1668.
- Jimenez, R., y Alvarez-Icaza, L. (2006). A state observer for a building with a magneto-rheological damper and parameter uncertainty. En *Proceedings of the 2006 American Control Conference* (pp. 6–pp).
- Jiménez Fabián, R. E. (2006). *Observadores adaptables para edificios con amortiguadores magneto-reológicos* (Tesis Doctoral no publicada). Universidad Nacional Autónoma de México.
- Jin, G., Sain, M. K., y Spencer, B. F. (2005). Frequency domain system identification for controlled civil engineering structures. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(6), 1055–1062.
- Jung, Y. K., Qu, Z. Q., y Jung, D. S. (2004a). Dynamic condensation method of nonclassically damped vibration systems. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 8(6), 625–633.
- Jung, Y. K., Qu, Z. Q., y Jung, D. S. (2004b). Structural dynamic condensation method with an iterative scheme. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 8(2), 205–211.
- Kausel, E. (2010). Early history of soil–structure interaction. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 30(9), 822–832.

- Kocak, S., y Mengi, Y. (2000). A simple soil–structure interaction model. *Applied Mathematical Modelling*, 24(8–9), 607–635.
- Korkmaz, S. (2011). A review of active structural control: Challenges for engineering informatics. *Computers and Structures*, 89(23–24), 2113–2132.
- Koutsovasilis, P., y Beitelshmidt, M. (2008). Comparison of model reduction techniques for large mechanical systems. *Multibody System Dynamics*, 20(2), 111–128.
- Le, T., Tamura, Y., y Yoshida, A. (2010). Modal parameter estimation from ambient data using time-frequency analysis. En *Proceedings of the Int'l Conference of Noise and Vibration (ISMA 2010)* (pp. 20–22).
- Le, T.-P., y Paultre, P. (2012). Modal identification based on continuous wavelet transform and ambient excitation tests. *Journal of Sound and Vibration*, 331(9), 2023–2037.
- Leung, A. Y.-T. (1978). An accurate method of dynamic condensation in structural analysis. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 12(11), 1705–1715.
- Li, D. S., Li, H. N., y Fritzen, C. P. (2007). The connection between effective independence and modal kinetic energy methods for sensor placement. *Journal of Sound and Vibration*, 305(4–5), 945–955.
- Li, L., y Paganini, F. (2002). LMI approach to structured model reduction via coprime factorizations. En *Proceedings of the 2002 American Control Conference* (Vol. 2, pp. 1174–1179). IEEE.
- Li, W. (2003). A Degree Selection Method of Matrix Condensations for Eigenvalue Problems. *Journal of Sound and Vibration*, 259(2), 409–425.
- Lou, M., Wang, H., Chen, X., y Zhai, Y. (2011). Structure–soil–structure interaction: Literature review. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 31(12), 1724–1731.
- Maosheng, G., Jing, S., Kashima, T., y Lili, X. (2010). Application of ARX and RARX Methods in Structural Parameter Identification. En *Proceedings of the Third International Conference on Information and Computing (ICIC 2010)* (Vol. 1, pp. 85–88).
- Micro-Epsilon Co. (2008). *Instruction manual optoncdt 1302*. Descargado 2016-04-27, de [www.micro-epsilon.com/download/manuals/man-optoNCDT-1302-en.pdf](http://www.micro-epsilon.com/download/manuals/man-optoNCDT-1302-en.pdf)
- Min, Z. H., y Sun, L. M. (2013). Wavelet-based structural modal parameter identification. *Structural Control and Health Monitoring*, 20(2), 121–138.



- National Instruments Co. (2014a). *Datasheet NI 6221*. Descargado 2016-04-27, de [www.ni.com/datasheet/pdf/en/ds-15](http://www.ni.com/datasheet/pdf/en/ds-15)
- National Instruments Co. (2014b). *Datasheet NI 6713*. Descargado 2016-04-27, de <http://www.ni.com/datasheet/pdf/en/ds-155>
- National Instruments Co. (2014c). *Datasheet NI SCB-68*. Descargado 2016-04-27, de [www.ni.com/datasheet/pdf/en/ds-467](http://www.ni.com/datasheet/pdf/en/ds-467)
- O'Callahan, J., y Li, P. (1994). An automatic selection of reduced degrees of freedom. En *Proceedings of the 12th International Modal Analysis* (Vol. 2251, pp. 481–485).
- Papadopoulos, M., y Garcia, E. (1998). Sensor Placement Methodologies for Dynamic Testing. *AIAA Journal*, 36(2), 256–263.
- Pastor, M., Binda, M., y Harčarik, T. (2012). Modal assurance criterion. *Procedia Engineering*, 48, 543-548.
- Polyuga, R. V., y van der Schaft, A. (2010). Structure preserving model reduction of port-Hamiltonian systems by moment matching at infinity. *Automatica*, 46(4), 665–672.
- Preisig, H. A. (2010). Parameter Estimation using Multi-Wavelets. *Computer Aided Chemical Engineering*, 28, 367–372.
- Qu, Z. Q., y Fu, Z. F. (2000). An Iterative Method for Dynamic Condensation of Structural Matrices. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14(4), 667–678.
- Ruzzene, M., Fasana, A., Garibaldi, L., y Piombo, B. (1997). Natural Frequencies and Dampings Identification Using Wavelet Transform: Application to Real Data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 11(2), 207–218.
- Saeed, K., Mechbal, N., Coffignal, G., y Verge, M. (2008). Recursive modal parameter estimation using output-only subspace identification for structural health monitoring. En *Proceedings of the 16th Mediterranean Conference on Control and Automation* (pp. 77–82).
- Slavič, J., Simonovski, I., y Boltežar, M. (2003). Damping identification using a continuous wavelet transform: application to real data. *Journal of Sound and Vibration*, 262(2), 291–307.
- Turksoy, K., Bayrak, E. S., Quinn, L., Littlejohn, E., y Cinar, A. (2013). Guaranteed stability of recursive multi-input-single-output time series models. En *Proceedings of the 2013 American Control Conference* (pp. 77–82).
- Wang, J., Lü, D., Jin, F., y Zhang, C. (2013). Accuracy of the half-power bandwidth method

with a third-order correction for estimating damping in multi-DOF systems. *Earthquake Engineering and Engineering Vibration*, 12(1), 33–38.

Wu, B. (2015). A correction of the half-power bandwidth method for estimating damping. *Archive of Applied Mechanics*, 85(2), 315–320.

Yang, J. N., Pan, S., y Lin, S. (2004). Identification and tracking of structural parameters with unknown excitations. En *Proceedings of the 2004 American Control Conference* (Vol. 5, pp. 4189–4194).

Ye, Y., y Qu, Z. Q. (2000). Iterative methods for dynamic condensation of structural matrices. En *Proceedings of the Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers* (pp. 1776–1782).