



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE INGENIERÍA

“Optimización Estructural Evolutiva:
Diseño óptimo de la estructura de un
satélite basado en el análisis de vibraciones
mecánicas y cargas estáticas”

T E S I S

Que para obtener el título de:

Ingeniero Mecánico

Presenta:

Josué David Orellana Barbosa

Director de Tesis:

Dr. Fernando Velázquez Villegas



Ciudad Universitaria

Octubre de 2010.

Agradecimientos

A quienes con su sacrificio, comprensión y amor hicieron de este trabajo, posible...mis padres.

A la memoria de Jesús Barbosa...

A la Universidad Nacional Autónoma de México por el apoyo proporcionado para la realización de este trabajo a través del proyecto IN108909 “Herramientas Computacionales para el Diseño Óptimo en Proyectos de Ingeniería e Innovación Tecnológica” del Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la Dirección General de Asuntos de Personal Académico (DGAPA).

Contenido

Introducción

- Descripción
- Justificación
- Objetivos

Capítulo I. Marco teórico

Pag.

1.1.	Introducción.....	6
1.1.1.	Descripción general del satélite.....	7
1.1.2.	Clasificación.....	7
1.1.3.	Selección de materiales.....	8
1.1.4.	Condiciones de operación del satélite.....	9
1.1.4.1.	Cargas cuasi estáticas (cargas presentes durante el lanzamiento).....	9
1.1.4.2.	Vibraciones senoidales (banco de pruebas mecánicas).....	10
1.1.5.	Requerimientos y especificaciones.....	11
1.1.6.	Descripción de la estructura.....	11
1.1.7.	Marco.....	12
1.1.8.	Placas.....	14
1.1.9.	Estructura completa marco-placas.....	15
1.1.10.	Distribución de los subsistemas (cargas estáticas).....	16
1.1.11.	Vibraciones mecánicas.....	23

Capítulo II. Optimización estructural

2.1.	Introducción.....	25
2.2.	Análisis por elementos finitos de la estructura.....	26
2.2.1.	Descripción general del método del análisis por elementos finitos.....	27
2.2.2.	Análisis de esfuerzos y energía de deformación debido a las cargas estáticas.....	29
2.2.3.	Análisis de modos de vibración y frecuencias naturales de la estructura.....	35
2.3.	Optimización Topológica.....	39

Capítulo III. Estructura Óptima

3.1.	Introducción.....	43
3.2.	Análisis de resultados del proceso de optimización.....	43
3.3.	Comparativos entre estados inicial y óptimo de la estructura.....	55
3.4.	Metodología propuesta.....	58

Conclusiones

Referencias

Capítulo I. Marco teórico.

1.1. Introducción.

Los satélites se pueden clasificar de acuerdo con su tamaño, misión, entre otras clasificaciones (que serán especificadas más adelante), sin embargo, todos los satélites puestos en órbita deben cumplir con ciertas consideraciones de diseño que de manera general pueden enlistarse como se muestra a continuación [2]:

- Tamaño
- Peso
- Cargas (dinámicas y estáticas)
- Materiales

De acuerdo con su misión, los satélites llevan a bordo distintos tipos de instrumentos (por ejemplo, un satélite que estudia el Universo, lleva a bordo un telescopio; un satélite que ayuda a predecir el clima, lleva a bordo una cámara para seguir el movimiento de las nubes) y/o subsistemas entendiendo a estos últimos como la unión de dos o más instrumentos que tienen una función específica; por ejemplo, un subsistema de poder genera, almacena y distribuye energía eléctrica en un satélite. Los instrumentos y los subsistemas en un satélite están diseñados, construidos y probados por separado[5]. Una vez instalados los diferentes instrumentos y subsistemas, el satélite se prueba en condiciones similares a las que se encontrará durante el lanzamiento y en el espacio. Si el satélite pasa todas las pruebas con éxito, está listo para ser lanzado.

Además, por razones de compatibilidad electromagnética, así como por razones de equilibrio estático y por la necesidad de acomodar los distintos instrumentos dentro de un espacio limitado; la distribución de los instrumentos y subsistemas será distinta en cada satélite, lo que deriva en que cada satélite tendrá su propia configuración o forma, ejemplos de satélites se muestran en las figuras 1.1 y 1.2.



Figura 1.1. Ejemplo de satélite (1).

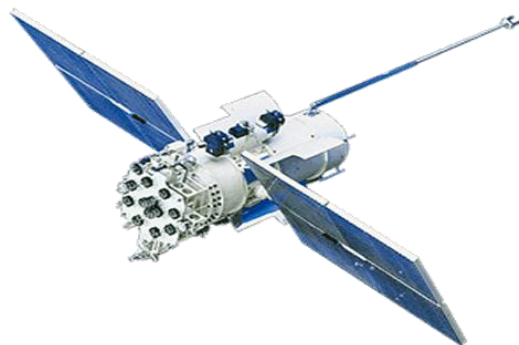


Figura 1.2. Ejemplo de satélite (2).

Las estructuras satelitales deben soportar principalmente cargas dinámicas generadas por vibraciones mecánicas producidas durante el lanzamiento y vuelo del cohete lanzador, es decir, la estructura debe ser lo suficientemente rígida para soportarlas. Estas estructuras deben satisfacer, a su vez, dimensiones predeterminadas o predefinidas; los materiales, de igual modo, deben cumplir también con ciertas especificaciones. Al mismo tiempo, la estructura debe ser lo más ligera posible, tanto para el ahorro en los costos de material, como para utilizar el espacio destinado para el satélite al máximo. Este satélite está formado, estructuralmente hablando, por placas, en las cuales se montan diversos dispositivos o subsistemas (carga útil y de servicio) [5, 6, 7]. Estas placas están unidas a un marco cuya función es proporcionar mayor rigidez a toda la estructura. Cada subsistema se considera como una carga estática puntual sobre la placa de la cual esté sujeto.

1.1.1. Descripción del Satélite.

1.1.2. Clasificación.

La clasificación de los satélites se realiza con base en las siguientes características principales: la misión, la órbita, la masa y el sistema de estabilización [2]. De esta forma los diferentes tipos de satélites son los que se señalan en la tabla 1.2. El satélite estudiado en este trabajo tiene las siguientes características: múltiples misiones, de baja órbita (LEO por sus siglas en inglés), micro (ya que su peso máximo es de 25kg). Hay que señalar que los microsátélites tienen una masa entre los 10 y los 100kg. Una clasificación más simple se lleva a cabo con base en la masa del satélite [6,7], tal como lo muestra la tabla 1.1.

Satélite artificial	Masa [kg.]
Satélite grande	>1000
Satélite mediano	500-1000
Satélite pequeño	100-500
Microsatélite	10-100
Nanosatélite	1-10
Picosatélite	0.1-1
Femosatélite	<0.1

Tabla 1.1. Clasificación de satélites según su masa [6].

Misión	Órbita	Masa	Sistema de estabilización
Meteorología	Baja órbita	Grande (>1000 Kg)	De 3 ejes
Observación de recursos naturales	Mediana órbita	Mediano (500-1000 Kg)	Spin
Comunicación	Geo sincronizado	Pequeño (<500 kg)	explosivos
Ciencias espaciales		Mini, micro	
Militar		Nano, pico	
Multi-misiones		Femto	

Tabla 1.2. Clasificación de satélites según su misión, órbita, masa y sistema de estabilización. [2].

De acuerdo con la clasificación de satélites presentada en la tabla 1.1, resulta que el satélite en estudio es un **microsatélite**, debido a que debe cumplir que el peso máximo de éste sea de 25 kg.

1.1.3. Selección de materiales.

Para la selección de un material apropiado para una aplicación determinada en la estructura, es necesario saber cada uno de los requerimientos que dicha estructura debe cumplir y expresarlos en términos de las propiedades de dicho material, para determinar cuál es el mejor.

En el caso de la estructura de un satélite, los requerimientos que debe cumplir el material de la estructura son los siguientes [2]:

- Ligero
- Alta resistencia.
- Alta rigidez.
- Resistencia a la corrosión, a la fractura y a la fatiga.
- Bajo coeficiente de expansión térmica y alta conductividad térmica.
- Fácil de manufacturar.

Es importante mencionar que para el diseño óptimo estructural mediante paquetes comerciales (por ejemplo *GENESIS*), como en el presente trabajo, y además tomando en cuenta únicamente deformaciones elásticas, sólo se requieren algunas propiedades físicas como lo son: el módulo de Young (E), el coeficiente de Poisson (ν) y la densidad (ρ) principalmente.

Unos materiales que ya han sido empleados en estructuras de satélites son las aleaciones de aluminio (6061 T6 y 7075 T6) de las cuales se muestran a continuación sus principales propiedades mecánicas en la tabla 1.3 [13].

Aleación de aluminio.	Densidad [kg/m ³]	Módulo de elasticidad. E[GPa]	Coefficiente de Poisson. ν
6061-T6	2700	68	0.32
7075-T6	2800	72	0.33

Tabla 1.3. Propiedades mecánicas de las aleaciones de aluminio 6061-T6 y 7075-T6.

Por otro lado, los usos más frecuentes del aluminio 7075 se encuentran en piezas mecánicas, industria del plástico, partes estructurales de aeronaves y otras aplicaciones donde se requiere muy alta resistencia mecánica y buena resistencia a la corrosión.

1.1.4. Condiciones de operación del satélite.

El satélite presenta diferentes condiciones de operación en diferentes etapas, es decir, durante el lanzamiento y puesta en órbita se presentan varios tipos de vibraciones mecánicas; una vez en el espacio, el satélite está expuesto a condiciones extremas de temperatura entre otros factores. Aunado a esto, el satélite es sometido a pruebas mecánicas que deben ser satisfechas para poder ser lanzado.

Uno de los objetivos de diseño es que, dados los valores de frecuencias de las pruebas mecánicas, las frecuencias naturales de la estructura no deben estar cerca o ser iguales a los valores de frecuencias de las pruebas mecánicas para evitar resonancia (el fenómeno de la resonancia se explica en el punto 1.1.4.2 del presente capítulo). En las estructuras satelitales existen distintos tipos de cargas dinámicas, cada carga es crítica para diferentes partes de la estructura; así mismo, varios tipos de cargas aparecen en cada una de las etapas de la puesta en órbita de un satélite. Usualmente las cargas dinámicas presentes en la estructura de un satélite se dividen en cargas cuasiestáticas (cargas presentes durante el lanzamiento) y vibraciones senoidales (banco de pruebas mecánicas) [5].

1.1.4.1. Cargas cuasiestáticas (cargas presentes durante el lanzamiento y puesta en órbita).

Este término (cargas cuasiestáticas) es usado usualmente para describir las cargas dinámicas que actúan en la estructura entera, ya sean éstas, vibraciones mecánicas como tales o algunas de tipo transitorio y de poca duración que ocurren principalmente a la hora del cierre de los motores del cohete lanzador. La frecuencia de estas vibraciones puede no ser significativa y casi siempre está por debajo de los valores de las frecuencias naturales de la estructura de un satélite y, por lo tanto, no causarán desplazamientos o aceleraciones importantes en la estructura del satélite; aunque, si las frecuencias de las vibraciones mecánicas (transitorias o no) se acercan a valores de frecuencia natural de la estructura, pueden ocasionar resonancia aunque

ésta será momentánea.

Las cargas cuasiestáticas se presentan en las tres direcciones del sistema de referencia y actúan de manera simultánea en toda la estructura del satélite; aunado a esto, cada cohete tendrá sus propios valores de frecuencias de cargas cuasiestáticas[5].

1.1.4.2. Vibraciones senoidales (banco de pruebas mecánicas).

Durante el lanzamiento pueden aparecer diferentes valores en las frecuencias de las vibraciones transmitidas a la estructura por el cohete, éstas son de tipo transitorio por lo general. La estructura del satélite debe soportar los rangos de frecuencia exigidos por la empresa lanzadora. Para validar el diseño de la estructura se utiliza un banco de pruebas llamado “shaker” [5], que simula las vibraciones generadas en el lanzamiento y la puesta en órbita. La prueba se inicia con una frecuencia de 5Hz; la cual se incrementa gradualmente dos octavos cada 10 segundos, donde cada octavo equivale al doble de la frecuencia anterior, por lo tanto, en un minuto la frecuencia se incrementa de 5 a 10 y a 100 Hz, esto continua hasta alcanzar 100 Hz [5]. En la tabla 1.4 se muestran los valores de las frecuencias y sus tiempos de duración a las que es sometida la estructura del microsatélite durante las pruebas mecánicas.

Frecuencias de la máquina vibratoria “Shaker” [Hz]	Tiempo de duración de la frecuencia [s]
5	10
10	10
20	10
40	10
80	10
100	10

Tabla 1.4. Frecuencias y sus tiempos de duración de la máquina de pruebas de vibración.

Cualquier satélite considerado pequeño tiene frecuencias de resonancia en este rango, las cuales pueden causar que la estructura presente respuestas de órdenes de magnitud más grandes que los especificados para dicha prueba [5,6]. Por ello es de gran importancia que en el diseño óptimo de la estructura se consideren.

Es importante mencionar que los valores más altos de frecuencia en la estructura de un satélite se presentan en la parte del despegue debido al ruido reflejado en el cohete por la base de lanzamiento; así como la gran presión que ejerce el aire justo después del despegue, llegando dichas vibraciones a valores cercanos a los 4000 ó 8000 Hz. Estos valores de frecuencia se

presentan en el cohete lanzador mismo y parte de estas vibraciones son transmitidas a la estructura del satélite [6,7].

1.1.5. Requerimientos y especificaciones.

El conjunto de requerimientos de diseño para la estructura del satélite son: ligera, tamaño compacto, rígida, resistente a la fatiga, resistente a la corrosión, fácil manufactura y alta conductividad [2]. Las aleaciones de aluminio 6061-T6 y 7075-T6 satisfacen varios de los requerimientos mencionados [5]. Es importante mencionar que para llevar a cabo el análisis por elementos finitos de la estructura así como su optimización, es necesario definir con qué material se está trabajando en términos de sus propiedades mecánicas, de las cuales sólo se necesitan las mostradas en la tabla 1.3.

Para el diseño óptimo de la presente estructura se utiliza como material de trabajo la aleación de aluminio 7075 junto con sus correspondientes propiedades mecánicas especificadas en la tabla 1.3 [13]. Por otro lado, en cuanto a las especificaciones de diseño con referencia en los requerimientos mencionados líneas arriba, se consideran los siguientes datos:

- Masa menor a 25kg.
- Dimensiones externas máximas de (30x30x30)cm. (Cubo)
- Vibraciones mecánicas aplicadas de hasta 100Hz. (tabla 1.4)

1.1.6. Descripción de la estructura.

Debido a la complejidad de la estructura y los cálculos asociados con el análisis de su comportamiento, es necesario emplear métodos numéricos que brinden una adecuada aproximación a los resultados reales. El análisis por elementos finitos (FEA por sus siglas en inglés) desde hace un par de décadas se ha consolidado como la herramienta indicada para realizar dichos cálculos. Además, gracias al poder de cómputo actualmente disponible, las complicaciones de tiempo y capacidad ya no representan una limitante [4].

A manera de descripción general de la estructura del satélite la cual se optimizará, está formada por dos elementos estructurales que han sido estudiados por el método del Elemento Finito que son los marcos en tres dimensiones y las placas (Plates). Es importante mencionar que el elemento marco que rodea a la estructura completa así como a cada una de las placas exteriores será considerado como un elemento no diseñable, es decir, no se optimizará dicho elemento, esta consideración es válida si se toma en cuenta que la función de dicho marco es proporcionar mayor rigidez a la estructura entera; la parte o región que se optimiza en la estructura son las cuatro placas interiores. La estructura final, al no tener ya placas completas que contengan

material ineficiente (material que tiene un nivel de esfuerzos bajos o nulo y que sólo aumenta el peso de una estructura) sino placas optimizadas con un nivel de esfuerzos distribuidos de manera casi uniforme, pesará menos que la estructura original.

Como se mencionó anteriormente, los diversos subsistemas montados en la estructura, ya sea en una placa o en cualquier punto de la estructura, serán considerados como cargas estáticas puntuales, dichas cargas generan eventualmente esfuerzos en las placas interiores ya sea que se apliquen en las placas mismas o en algún punto del marco, esto es debido a que el marco y las placas están unidos. Al hacer el análisis por elementos finitos de la estructura, tomando en cuenta las cargas estáticas presentes en ésta, se puede apreciar la distribución de los esfuerzos en las placas (en el capítulo II se muestra tanto la distribución de esfuerzos como la distribución de energía de deformación).

1.1.7. Marco.

Tanto el marco como las placas en la estructura, están diseñadas con los valores de las propiedades mecánicas para la aleación de aluminio 7075, como una descripción general de los elementos marco, podemos decir que están constituidos por la unión de vigas por sus extremos, entendiendo por vigas a los miembros estructurales largos sobre los que actúan cargas perpendiculares al eje longitudinal y cuya sección transversal se mantiene constante a lo largo de la longitud de la viga, otra característica esencial para la descripción de una viga es el hecho de que la longitud de esta última es mucho mayor que su anchura y grosor [3]. En el caso de la estructura en estudio, el marco exterior está hecho de barras de sección transversal cuadrada cuyo lado mide 1.5 cm, y como se mencionó anteriormente, todo el marco exterior forma un cubo de 30x30x30 cm; el marco que rodea a cada una de las cuatro placas interiores también es de sección transversal cuadrada aunque cuyo lado mide 1 cm. En el capítulo 2 se dan características más específicas acerca de los elementos estructurales que conforman la estructura en términos de la teoría del Análisis por Elementos Finitos. A continuación se muestra en la figura 1.3 el modelo del marco exterior que ha sido diseñado.

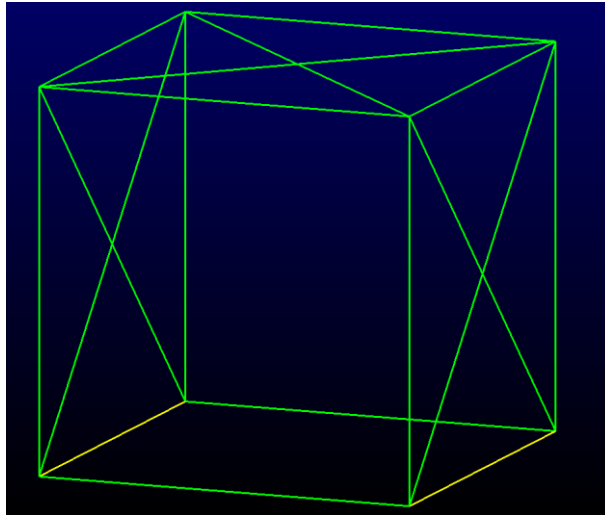


Figura 1.3. Marco exterior de la estructura de micro satélite.

En la figura 1.4 se muestran los marcos que rodean a cada una de las placas interiores. Y en la figura 1.5 se muestra el marco total de la estructura.

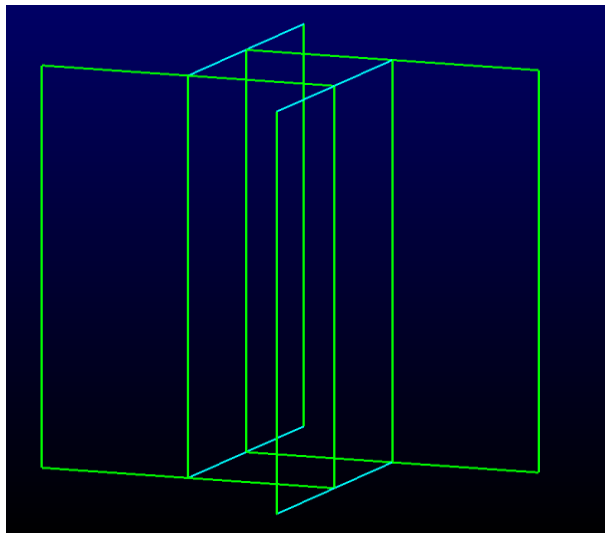


Figura 1.4. Marcos que rodean a cada una de las placas interiores.

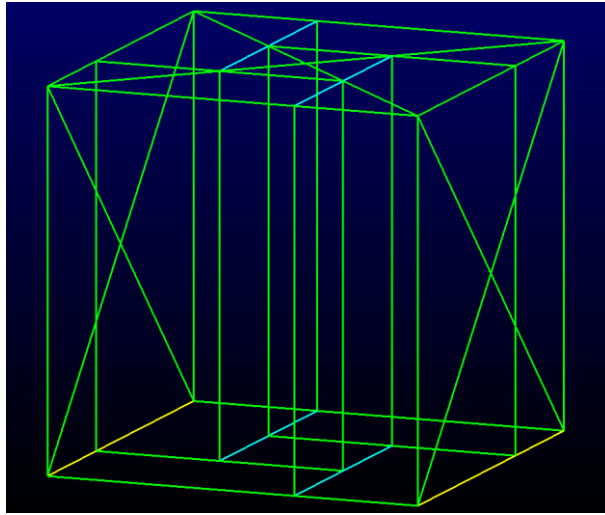


Figura 1.5. Marco completo en la estructura de microsatélite.

1.1.8. Placas.

De acuerdo con la estructura satelital original, ésta contiene placas en donde van montados o fijados los distintos dispositivos que se encuentran en el satélite. Se puede entender por “placa” un cuerpo sólido compuesto por dos superficies de iguales dimensiones cuya distancia de separación entre dichas superficies define el espesor de la placa; la longitud de dicho espesor se asume pequeña comparada con las dimensiones laterales (largo y ancho) de la placa [3]. El espesor propuesto y utilizado en este caso de estudio es de 5 mm, la altura de cada una de las placas es de 30 cm, el ancho es de 30 cm en las placas exteriores y de 20 cm para las placas interiores. En la figura 1.6 se muestra la configuración de las placas en la estructura original del satélite.

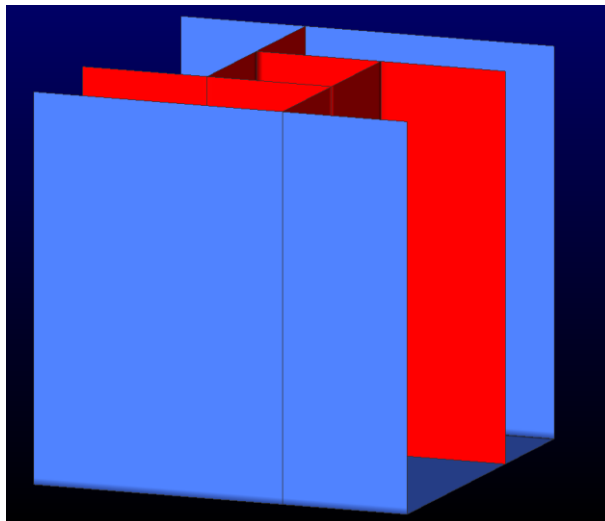


Figura 1.6. Configuración de las placas en la estructura de microsatélite.

Las dos placas exteriores, la placa que se encuentra en la base así como el marco en su totalidad, constituyen la región de no diseño, es decir, el proceso de optimización es aplicado a las cuatro placas interiores de la estructura.

1.1.9. Estructura completa marco-placas (estructura que se optimizará).

La unión de las placas y el marco exterior constituyen la estructura entera del satélite en estudio; con respecto a las placas a optimizar (placas diseñables), cada placa está unida a distintos puntos del marco exterior y a otras dos placas; se ha considerado que cada placa en la estructura está rodeada por un marco, es decir, cada placa está fija a un marco, la función de las placas exteriores consiste en cubrir la parte interior del satélite a modo de tapas, las placas exteriores están colocadas de manera opuesta una de la otra, en los otros dos espacios restantes en donde tenemos barras cruzadas del marco exterior van colocados paneles solares y estos también cubren la parte interior del satélite. En la figura 1.7, se muestra la configuración completa de la estructura satelital en estudio.

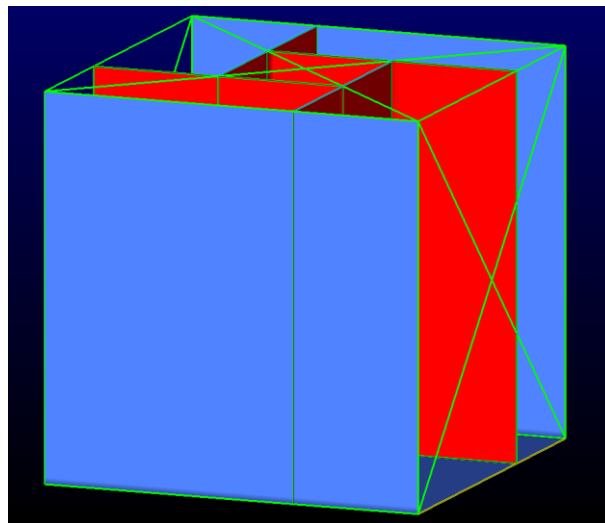


Figura 1.7. Estructura de microsatélite completa (unión marco-placas).

1.1.10. Distribución de los subsistemas (cargas estáticas).

El microsatélite en estudio lleva montado en él varios dispositivos con diferentes masas, una de las consideraciones de diseño es la carga estática (debida al peso de cada dispositivo) presente en cualquier punto de la estructura, en la tabla 1.5, se presenta una lista de los dispositivos con sus respectivas masas que van montados o fijados en la estructura. Para llevar a cabo el diseño óptimo de la estructura considerando las cargas estáticas, sólo se necesita como dato la masa de cada dispositivo para conocer su peso, y la posición de cada dispositivo en la estructura.

Número	Dispositivo	Masa [g]
1	Antena UHF	100
2	Antena GPS	82
3	Baterías (6 pilas)	160
4	GPS de abordo	50
5	Computadora IFC-1000	200
6	Magnetómetro Mag-3	100
7	Tarjeta de distribución de potencia PDB-100A	400
8	Receptor	40
9	Seguidor de estrellas	1000
10	Sensor de sol	300
11	Transmisor TR-150	250

Tabla 1.5. Dispositivos y sus masas en gramos en el microsatélite.

Sin embargo, en diferentes etapas del despegue y puesta en órbita, se presentan diferentes valores de aceleración [5], es decir, la aceleración llega a adquirir valores cercanos a los 5 g ($1g=9.81 \text{ m/s}^2$), esto es cinco veces la aceleración gravitatoria terrestre. Debido a esto, se ha considerado en el diseño de la estructura, cinco veces el peso de cada dispositivo. En la tabla 1.6 se muestra el peso de cada dispositivo bajo esta consideración, dicho peso constituye la fuerza o el valor de la carga estática en la estructura.

Dispositivo	Peso [N]
Antena UHF	5
Antena GPS	4.1
Baterías (6 pilas)	8
GPS de abordó	2.5
Computadora IFC-1000	10
Magnetómetro Mag-3	5
Tarjeta de distribución de potencia PDB-100A	20
Receptor	2
Seguidor de estrellas	50
Sensor de sol	15
Transmisor TR-150	12.5

Tabla 1.6. Peso de cada dispositivo con 5 veces la aceleración gravitatoria terrestre.

Existen dos aspectos fundamentales que se deben tomar en cuenta para distribuir los diversos dispositivos que van montados o fijados en cualquier parte de la estructura del satélite; uno es considerar la compatibilidad electromagnética entre los dispositivos del satélite, cabe aclarar que el estudio o los efectos de la compatibilidad electromagnética es ajeno al comportamiento mecánico de la estructura, sin embargo, existen algunas consideraciones que se deben tomar en cuenta para la distribución de los dispositivos tomando en cuenta los efectos de la compatibilidad electromagnética, dichas consideraciones se exponen a continuación:

- 1) La computadora de abordó IFC-100, debe estar lo más alejada posible del transmisor TR-150.
- 2) La antena UHF va colocada en el centro de la parte superior de la estructura (en la unión de las dos barras en la parte superior de la estructura).
- 3) Tanto el transmisor TR-150 como el receptor deben estar cerca el uno del otro y a su vez estos deben estar cerca de la antena UHF.
- 4) La antena GPS debe estar cercana al GPS de abordó.
- 5) El banco de baterías, que consta de 6 pilas puede ir colocado en cualquier punto de la estructura pero debe estar cerca de la tarjeta de distribución de potencia PDB-100A.
- 6) El magnetómetro Mag-3 puede ir en cualquier punto de la estructura.
- 7) Tanto el sensor de sol como el seguidor de estrellas junto con la antena GPS van montados en cualquiera de las placas que cubren el satélite, es decir, en las placas exteriores de la estructura.

El otro aspecto fundamental es considerar el equilibrio estático en la estructura, cada dispositivo en la estructura tiene su propia masa, por tanto, generará un momento del peso de cada dispositivo con respecto al centro de masa de la estructura, dicho lo cual, la suma algebraica de los momentos que actúan en la estructura debido al peso de cada dispositivo debe ser igual a cero para que la estructura, en su totalidad, esté en equilibrio. Debido a las

longitudes de las placas que son relativamente pequeñas (máximo 30cm) y considerando que la estructura es totalmente simétrica con respecto a su centro de masa, es decir, en cualquier punto a lo largo del eje de simetría de la estructura, el cual es la línea recta que va del centro de la base al punto de unión entre las dos barras que se encuentran en la parte superior de la estructura.

Considerando los efectos de la compatibilidad electromagnética se hace una distribución aproximada de los dispositivos, una vez dispuestos estos, se hace el cálculo de los momentos de los pesos de cada uno de los dispositivos y se plantea la ecuación: $\sum M_i = 0$ en términos de las coordenadas de la ubicación de estos.

Si se considera que el momento de una fuerza con respecto a un punto está dado por la expresión:

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} [Nm] \dots \dots \dots ec.1$$

Donde \vec{F} es la fuerza y \vec{r} es un vector que se conoce como brazo y éste va del punto en cuestión a un punto cualquiera de la línea de acción de \vec{F} .

Para el caso de la estructura en estudio se tiene que cada fuerza es el peso de cada dispositivo que está dado por el producto de la masa por la aceleración, que en este caso es:

$$\vec{a} = 5\vec{g}$$

Entonces cada carga estática se calcula de la siguiente manera:

$$\vec{F} = \vec{W}_{dispositivo} = m_{dispositivo} \bullet 5\vec{g} \dots \dots \dots ec.2$$

Donde: $g \approx 10 \left[\frac{m}{s^2} \right]$

Si se considera que el sistema de referencia es el que se muestra en la figura 1.8 y donde el origen se encuentra en el centro de la estructura (sobre el plano "XZ" con el eje "Y" perpendicular a este plano en dirección positiva), y además, si se considera que la coordenada "Y" de cada elemento es cero debido a la suposición de que el centro de masa se encuentra a lo largo del eje de simetría (que coincide con el eje "Y" de la estructura), y que el peso de cada elemento sólo tiene la componente "Y" (en dirección negativa), se llega a que cada momento del peso con respecto al centro de masa está dado por la siguiente expresión:

$$M_i = W_i z_i \hat{i} - W_i x_i \hat{k} \dots \dots \dots ec.3$$

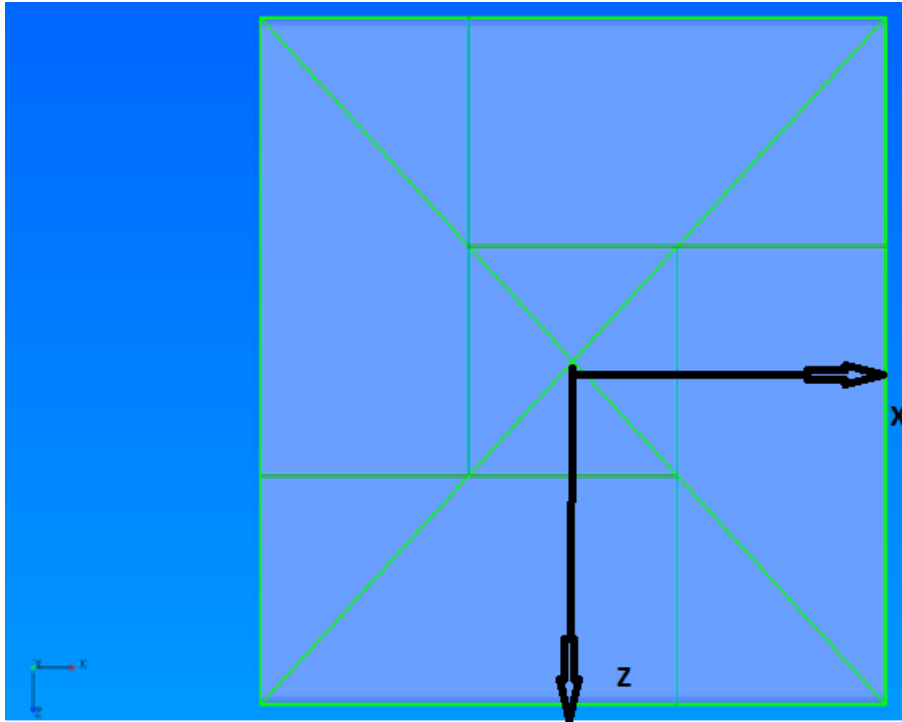


Figura 1.8. Sistema de referencia para el cálculo de los momentos de los dispositivos.

El dispositivo 1 se encuentra en el centro de la parte superior de la estructura, sus coordenadas son (0,0,0) y por tanto su momento es 0, es decir, $M_1=0$; a continuación se muestran las ecuaciones de los momentos de cada uno de los once dispositivos de acuerdo con la ecuación 3.

$$M_1 = 0$$

$$M_2 = 4.1Z_2\hat{i} - 4.1X_2\hat{k}$$

$$M_3 = 8Z_3\hat{i} - 8X_3\hat{k}$$

$$M_4 = 2.5Z_4\hat{i} - 2.5X_4\hat{k}$$

$$M_5 = 10Z_5\hat{i} - 10X_5\hat{k}$$

$$M_6 = 5Z_6\hat{i} - 5X_6\hat{k}$$

$$M_7 = 20Z_7\hat{i} - 20X_7\hat{k}$$

$$M_8 = 2Z_8\hat{i} - 2X_8\hat{k}$$

$$M_9 = 50Z_9\hat{i} - 50X_9\hat{k}$$

$$M_{10} = 15Z_{10}\hat{i} - 15X_{10}\hat{k}$$

$$M_{11} = 12.5Z_{11}\hat{i} - 12.5X_{11}\hat{k}$$

Ahora bien, la suma de los momentos tiene que ser cero para que la estructura esté en equilibrio estático, esto es, la suma de los momentos en la dirección “x” como en la dirección “z” tiene que ser cero.

Los dispositivos 9 y 10 están colocados cada uno en una de las placas exteriores de la estructura y a lo largo del eje “z”, es decir, la coordenada “x” tanto del dispositivo 9 como del 10, es cero, la coordenada “z” para el dispositivo 9 es 15 y para el dispositivo 10 es de -15. Por lo tanto:

$$M_9=750i+0k \text{ y } M_{10}=-225i+0k.$$

Se ha considerado que el momento de una fuerza con respecto a un punto es un vector y éste se define en términos de sus componentes. De acuerdo al sistema de referencia que se ha planteado, cada momento está dado por sus componentes “i” y “k” que representan los vectores unitarios del eje “x” y del eje “z” respectivamente.

Como se ha mencionado anteriormente, la suma de los momentos con respecto al centro de masa tiene que ser cero para que la estructura esté en equilibrio, esto da lugar a dos ecuaciones, es decir, la suma de los momentos en la dirección “i” y la suma de los momentos en la dirección “k”. Las ecuaciones 4 y 5 muestran la suma de los momentos de las componentes “i” y de las componentes “k” respectivamente:

$$\sum M_i(\hat{i})=0$$

$$4.1Z_2 + 8Z_3 + 2.5Z_4 + 10Z_5 + 5Z_6 + 20Z_7 + 2Z_8 + 12.5Z_{11} = -525 \dots \dots \dots ec.4$$

$$\sum M_i(\hat{k})=0$$

$$-4.1Z_2 - 8Z_3 - 2.5Z_4 - 10Z_5 - 5Z_6 - 20Z_7 - 2Z_8 - 12.5Z_{11} = 0 \dots \dots \dots ec.5$$

En la tabla 1.7 se muestran los valores para las coordenadas “x” y “z” que cumplen con las ecuaciones 4 y 5, así como los valores de los momentos de las componentes “i” y “k”.

Dispositivo	Coordenadas "x"	Coordenadas "z"	Momento (i) Nm	Momento (k) Nm
Antena UHF	0	0	0	0
Antena GPS	4	-15	-61.5	16.4
Baterías (6 pilas)	0	-5	-40	0
GPS de abordó	0	5	12.5	0
Computadora IFC-1000	13	-5	-50	130
Magnetómetro Mag-3	5	0	0	25
Tarjeta de distribución de potencia PDB-100 ^a	-5	-13	-260	-100
Receptor	-5	0	0	-10
Seguidor de estrellas	0	15	750	0
Sensor de sol	0	-15	-225	0
Transmisor TR-150	-5	-10	-125	-62.5
Σ			1	-1.1

Tabla 1.7. Coordenadas de los dispositivos y valores de los momentos con respecto al centro de masa considerado.

El resultado de la suma de los momentos tanto para la dirección “i” como para la dirección “k” no es cero, esto es debido a que cada carga sólo puede ser colocada (para su correspondiente análisis por elementos finitos) en un nodo determinado; donde cada nodo es el punto de unión de los elementos finitos que forman una placa, de tal suerte que, cada nodo tiene coordenadas específicas, en las cuales, muy probablemente no coincidan con aquellas coordenadas que cumplan con las ecuaciones 4 y 5 de manera exacta, pese a esta situación, los valores resultantes de 1 y -1.1 son muy pequeños comparados con los valores de los momentos de las cargas, por lo cual, se puede afirmar que la estructura está efectivamente en equilibrio estático.

En las figuras 1.9 y 1.10 se puede observar la distribución de las cargas estáticas en la estructura, que corresponden a la distribución de los dispositivos, quedando de este modo la estructura en equilibrio estático.

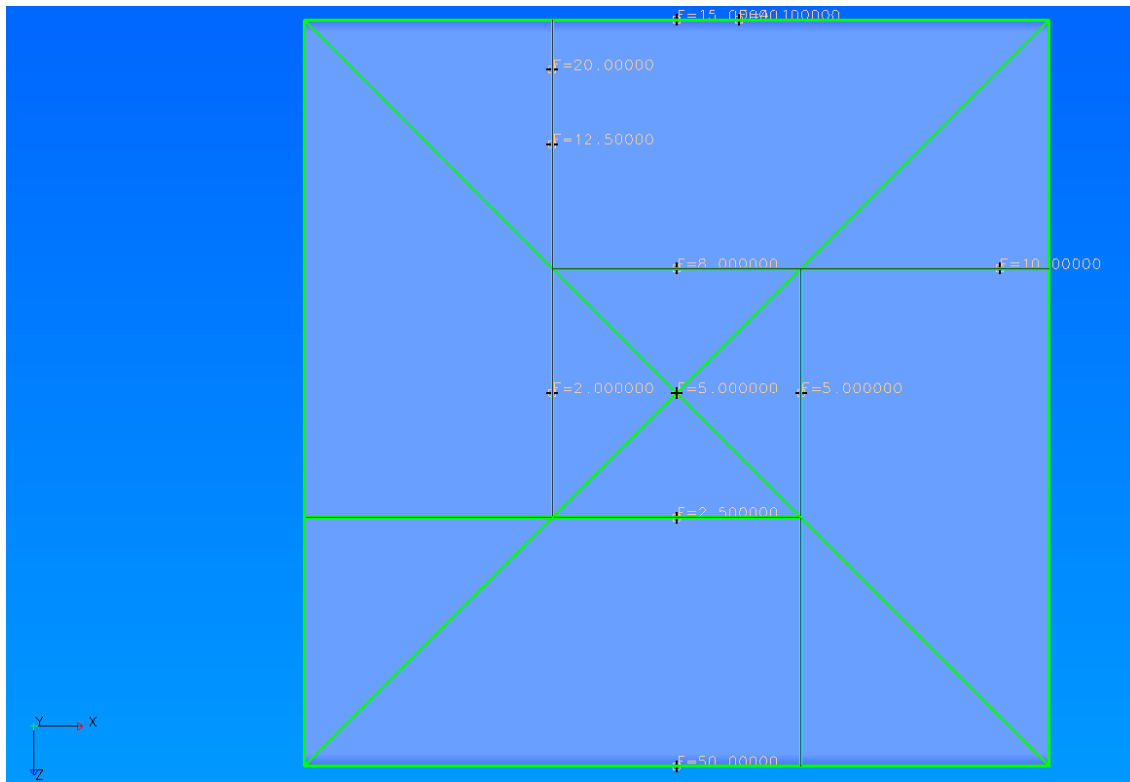


Figura 1.9. Distribución de las cargas estáticas en la estructura con cada carga colocada en una de las placas y en el centro de la estructura, cada carga está representada por un pequeño segmento perpendicular a cada placa y por una cruz en la carga que se encuentra en el centro de la estructura.

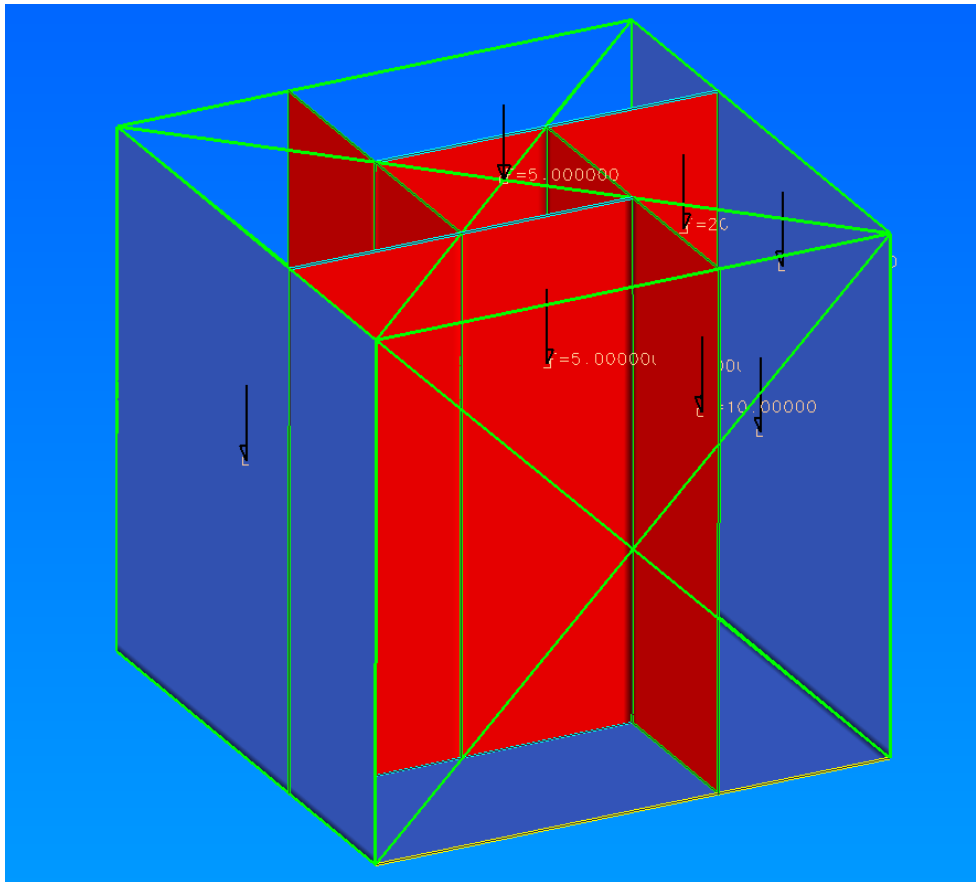


Figura 1.10. Distribución de las cargas estáticas en la estructura.

1.1.11. Vibraciones mecánicas (cargas dinámicas).

Se ha tomado en cuenta que, para que el microsatélite en estudio pueda ponerse en órbita, es necesario que supere con éxito las pruebas mecánicas que exige la empresa lanzadora, las cuales consisten, como ya se ha expuesto, en aplicar distintos valores de vibraciones mecánicas a la estructura referidos en la tabla 1.4 del presente capítulo.

Para comprender un poco la naturaleza de las pruebas mecánicas a las cuales se somete un satélite, se expone a continuación una descripción somera acerca de las vibraciones mecánicas; no obstante, en el capítulo 2 se da más detalle acerca de las vibraciones mecánicas.

En general, a un movimiento repetitivo se le llama vibración u oscilación; una vibración se puede entender también como una perturbación auto sostenida en un medio. Si una vibración se desarrolla dentro de un medio material, entonces se dice que es una vibración mecánica.

Existen cuatro tipos de vibraciones mecánicas [3]:

- 1) Vibraciones periódicas armónicas simples. Este tipo de vibraciones se puede representar mediante las funciones trigonométricas seno o coseno como:

$$x(t) = X \cos \omega t$$

Donde “X” es la amplitud, “ ω ” es la frecuencia y “t” es el tiempo.

- 2) Vibraciones periódicas no armónicas. Aunque este tipo de vibraciones tienen un periodo (tiempo que tarda una onda en hacer un ciclo) definido, la vibración en cada ciclo, no se puede expresar en términos de las funciones trigonométricas.
- 3) Vibraciones no periódicas transitorias. Es el tipo de perturbación que no tiene periodo ni se puede expresar en términos de las funciones trigonométricas y después de un tiempo corto se llega al estado original.
- 4) Vibraciones no periódicas tipo Random. En este tipo de vibraciones, no tienen periodo, el desplazamiento es totalmente aleatorio y el tiempo de la perturbación es mucho más largo que en las vibraciones de tipo transitorio.

La aplicación de una fuerza impulsora externa y alternativa a un sistema capaz de vibrar produce lo que se conoce como oscilación forzada, ahora bien, hay algo muy importante que observar cuando se varía la fuerza de impulsión externa: cuando la frecuencia de la oscilación forzada se acerca a la frecuencia natural del sistema o del cuerpo, la oscilación resultante o la respuesta del cuerpo o sistema aumentará en su amplitud de forma dramática. Es decir, la amplitud de vibración llegará a un máximo cuando la frecuencia de una carga dinámica sea igual a la frecuencia natural del sistema, a esta condición se le conoce como resonancia. Y resulta que en esa frecuencia especial de resonancia la energía se transfiere en forma mucho más eficiente lo que puede causar efectos no deseados en un sistema ya que el desplazamiento de la onda puede ser tan grande que puede ocasionar que el sistema falle [3].

Capítulo II. Optimización estructural.

2.1. Introducción.

En una estructura, sea cual fuere ésta, sometida a cualesquiera tipos de cargas, muy probablemente existen zonas o regiones de ella donde el material es utilizado ineficientemente, esto es, material que es subutilizado o sobre utilizado. Dada esta situación, uno de los principales objetivos de la optimización estructural es obtener una estructura, en la cual, el material contenido en ella, soporte de manera equitativa (o lo más equitativamente posible) las cargas a las cuales está sometida. Para llevar a cabo la optimización estructural, existen varios métodos y enfoques acerca del cómo lograr o llegar a la estructura óptima [12].

En la literatura, por lo general, la optimización estructural se divide en tres principales clases: optimización de tamaño o dimensiones, optimización geométrica o de forma y optimización topológica [10].

En la optimización de tamaño, la variable de diseño es por ejemplo el área de la sección transversal de una barra o de una viga; sea cual fuere la sección del miembro estructural en cuestión, los valores de las variables de diseño en este tipo de optimización están restringidos a valores determinados mayores que cero, es decir, los miembros estructurales no pueden ser removidos de la estructura de la cual forman parte [10].

En la optimización de forma, las coordenadas principales de un miembro estructural constituyen las variables de diseño, esto es que, al cambiar estas coordenadas en cualquier miembro estructural, cambiará en cierto grado la forma de éste; la optimización de forma es frecuentemente utilizada en miembros estructurales de sección transversal constante [10].

La optimización topológica, a diferencia de las dos clases de optimización mencionadas anteriormente, cambia de manera esencial la forma de la estructura en cuestión, esto es debido a que, en la optimización topológica, la estructura está formada o subdividida en “elementos” los cuales son retirados y/o son redistribuidos en ésta, en un espacio que es llamado “región topológica” [9,10].

Allende las diferentes técnicas, métodos y criterios dentro de la optimización topológica, ésta puede ser descrita en una forma más simple y general: los elementos que constituyen una estructura, o una región topológica, son removidos de la estructura y/o son redistribuidos en ella con base en criterios tales como el esfuerzo, el desplazamiento, la energía de deformación,

entre otros; esto es realizado de manera iterativa de acuerdo con una función objetivo determinada, así pues, a cada iteración o ciclo, la estructura “evoluciona” hacia un óptimo [11]. Tanto el modelado de la estructura como los cálculos asociados con el análisis de su comportamiento, se realizan con base en el método de los elementos finitos; el cual, desde hace un par de décadas se ha consolidado como la herramienta indicada para realizar dichos cálculos. Además, gracias al poder de cómputo actualmente disponible, las complicaciones de tiempo y capacidad ya no representan una limitante [4].

2.2. Análisis por elementos finitos de la estructura.

Como una aproximación a un concepto, o idea básica acerca del método de los elementos finitos, se puede decir que, un problema complicado se reemplaza por uno más simple para poder solucionarlo. Debido a que el problema real es reemplazado por uno más simple, su solución será solamente una aproximación, es decir, la solución que brinde el método de los elementos finitos no será exacta sino tan sólo una aproximación; esto es debido a que las herramientas matemáticas existentes no son capaces de dar una solución exacta (y en ocasiones, ni una aproximación) a muchos (o la mayoría) de los problemas reales, sin embargo, dicha solución aproximada del análisis por elementos finitos puede ser, en la mayoría de los casos, mejorada en gran medida en función de la capacidad computacional disponible [10].

En el análisis por elementos finitos, el modelo u objeto en estudio que representa también el espacio o región de solución es considerado como la unión o interconexión de muchos y pequeños elementos llamados elementos finitos [9].

En la actualidad, la mayoría de las computadoras realizan rápidos procesos de ejecución de cálculos involucrados en el análisis por elementos finitos haciendo de este método viable para la solución de muchos problemas en ingeniería.

En los puntos subsecuentes del presente capítulo se da una descripción más detallada acerca del método de los elementos finitos, las ecuaciones fundamentales así como los resultados de los análisis de esfuerzos, energía de deformación, modos de vibración y frecuencias naturales de la estructura en estudio. Es importante mencionar que la descripción general del método de los elementos finitos presentada en el siguiente punto es sucinta y esquemática ya que sólo pretende describir o dar una idea acerca del cómo fueron, o son logrados los resultados en cualquier paquete comercial de FEM o al menos la mayoría de los paquetes comerciales.

2.2.1. Descripción general del método de los elementos finitos.

En el método del análisis por elementos finitos, el “continuo” o “cuerpo” que puede ser un sólido, un líquido o un gas, está representado o formado por un ensamblaje de subdivisiones o elementos que forman el continuo o cuerpo, llamados, “elementos finitos”. Se considera que dichos elementos están interconectados entre sí en puntos específicos llamados nodos o puntos nodales, es decir, los nodos usualmente están situados en las fronteras o vecindades de cada elemento de tal modo que un elemento adyacente a otro está conectado a éste en sus puntos nodales o nodos. Ya que la verdadera variación de una o varias variables como lo son el desplazamiento, el esfuerzo, la temperatura, la presión o la velocidad dentro de un continuo no son conocidas, se asume que la variación de las variables dentro de cada elemento pueden ser aproximadas por una función simple. Estas funciones de aproximación conocidas también como modelos de interpolación son definidas en términos de los valores de las variables en los nodos. Cuando las ecuaciones de las variables se expresan como ecuaciones de equilibrio para el continuo entero, los valores desconocidos quedarán ahora en términos de los valores de las variables en los puntos nodales. Mediante la solución de las ecuaciones de equilibrio, las cuales están generalmente en forma de ecuaciones matriciales, se conoce el valor de las variables en cada nodo. Una vez conocidos los valores en cada nodo, los modelos de interpolación definen el valor de las variables en todas partes del continuo.

Un problema de análisis por elementos finitos siempre es resuelto mediante un proceso ordenado de pasos. Para el caso de un problema estructural estático, el mencionado proceso ordenado puede quedar descrito de la siguiente manera [8]:

Paso 1. Discretización o mallado de la estructura.

El primer paso en el método de los elementos finitos es dividir la estructura o región de solución en subdivisiones o elementos. Por lo tanto, la estructura es modelada con un número conveniente de elementos finitos. El número, tipo (cuadrado o triangular), tamaño y disposición de los elementos es determinado por el diseñador.

Paso 2. Selección de un modelo de interpolación apropiado.

Ya que los valores de desplazamiento en una estructura compleja bajo cualquier condición de carga, no pueden ser calculados de manera exacta, se asume un intervalo de solución conveniente en cada elemento, para, aproximarse a los valores desconocidos de desplazamiento. El modelo de interpolación asumido con su respectivo rango de valores debe ser simple desde el punto de vista computacional y usualmente el modelo de interpolación es llevado en forma de polinomio.

Paso 3. Derivación de los elementos de la matriz de rigidez así como de los vectores de carga.

A partir del modelo de interpolación asumido para el desplazamiento, la matriz de rigidez \mathbf{K} y el vector de carga \mathbf{P} (para cada elemento) son derivados considerando las condiciones de equilibrio. Se puede decir que la matriz de rigidez es una función en términos de las variables de diseño que definen a la estructura y además es una matriz simétrica.

Paso 4. Ensamble de las ecuaciones de los elementos para obtener las ecuaciones de equilibrio.

Debido a que la estructura está compuesta (por lo general) por muchos elementos finitos, cada elemento de las matrices de rigidez y cada vector de carga se ensamblan para formar las ecuaciones de equilibrio, dando lugar a una ecuación matricial de la siguiente forma:

$$[\mathbf{K}][\mathbf{u}] = [\mathbf{P}]$$

Donde los elementos de la matriz “u” corresponden a los desplazamientos nodales, “K” es la matriz de rigidez ya ensamblada y “P” es el vector de las fuerzas en los nodos, presentes en cualquier punto nodal de la estructura.

Paso 5. Solución de la ecuación de equilibrio $[\mathbf{K}][\mathbf{u}] = [\mathbf{P}]$.

Las ecuaciones de equilibrio no son inmutables, es decir, éstas cambian de acuerdo con las condiciones de frontera. De tal modo que, después de que las condiciones de frontera son incorporadas a la ecuación de equilibrio $[\mathbf{K}][\mathbf{u}] = [\mathbf{P}]$ y al solucionar dicha ecuación en términos de la matriz de desplazamientos nodales, es decir, $[\mathbf{u}] = [\mathbf{K}^{-1}][\mathbf{P}]$ se obtienen los valores de los desplazamientos nodales.

Paso 6. Cálculo de los esfuerzos y/o energía de deformación.

Una vez determinados los valores de la matriz “u”, si es requerido, se pueden obtener los valores del esfuerzo y energía de deformación usando las ecuaciones básicas para el cálculo del esfuerzo y energía de deformación respectivamente [8].

2.2.2. Análisis de esfuerzos y energía de deformación debido a las cargas estáticas.

Se ha considerado que cada uno de los dispositivos va fijado o montado en diversos puntos de la estructura, causando así un determinado estado de esfuerzos y energía de deformación en dichos puntos, para obtener los valores tanto del esfuerzo como de la energía de deformación es necesario realizar un análisis por elementos finitos a la estructura en estudio, como primera consideración en este proceso de análisis (como ya se ha planteado anteriormente) se debe tener la estructura subdividida o discretizada de manera adecuada, esto es, el adecuado mallado de los elementos estructurales que forman la estructura; las placas exteriores cuyas dimensiones son de 30 x 30 cm están subdivididas en 3600 elementos, es decir, el número de subdivisiones en cada dirección donde se encuentran las placas es de 60. A continuación, se muestra en la figura 2.1, el mallado de una de las placas exteriores (ambas idénticas) de la estructura del microsatélite.

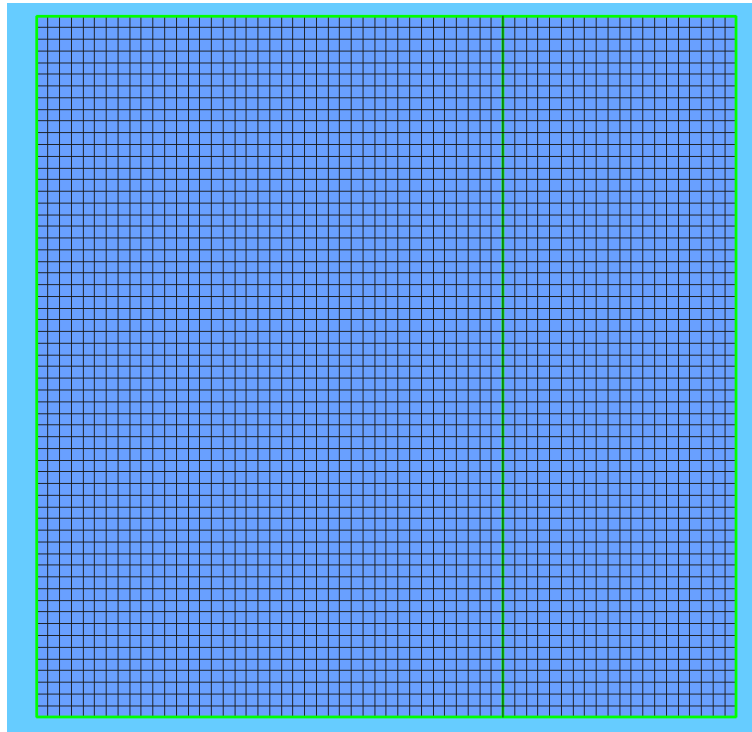


Figura 2.1. Mallado de placa exterior.

Por otro lado, tomando en cuenta las dimensiones de las placas interiores que son de 20 cm de lado por 30 cm de alto son discretizadas en 40 y 60 subdivisiones respectivamente dando lugar cada una de las placas interiores a 2400 elementos. En la figura 2.2 se muestra el mallado de las placas interiores de la estructura.

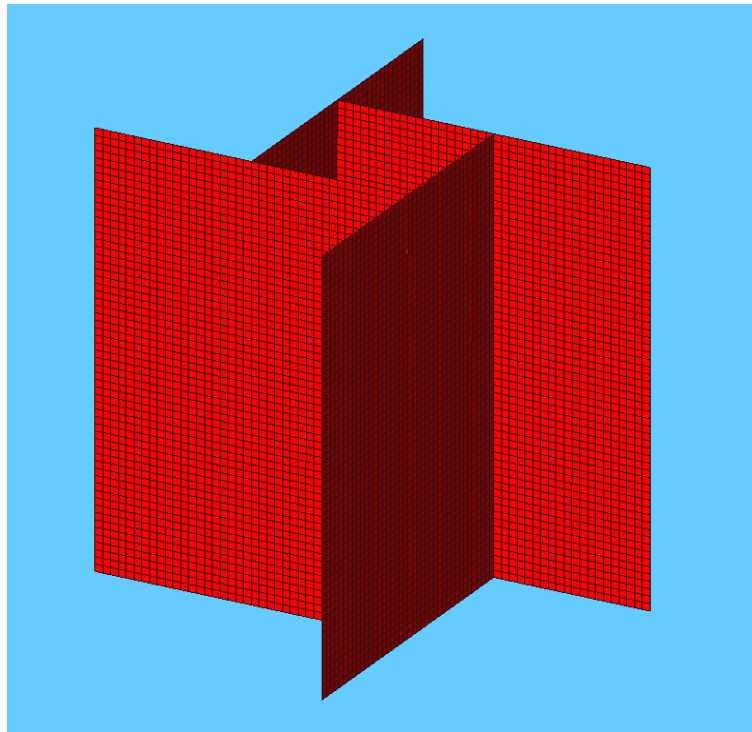


Figura 2.2. Mallado de placas interiores.

Para realizar el análisis por elementos finitos de la estructura y sus consecuentes resultados de esfuerzos y energía de deformación para cada elemento, es necesario considerar las condiciones de frontera (empotramientos) para cada una de las placas interiores, esto es, cada placa está empotrada en su contorno. De modo que, las cargas estáticas consideradas, así como los empotramientos planteados junto con el mallado de las placas constituyen el caso estático de análisis de la estructura.

Por otro lado, el esfuerzo de von Mises es usado para determinar la aparición de una falla en un material o en un elemento estructural determinado. El criterio de falla establece que el esfuerzo de von Mises σ_{VM} debe ser menor que el esfuerzo de fluencia del material σ_Y , es decir:

$$\sigma_{VM} \leq \sigma_Y$$

Para el material empleado en el diseño de la estructura de microsatélite (aleación de aluminio 7075-T6) se tiene un valor de esfuerzo de fluencia de 480 MPa [13].

Para el cálculo de los esfuerzos, así como para la energía de deformación en cada elemento de la estructura, es necesario contar con una convención de signos para las fuerzas y para los esfuerzos; debido a que en la estructura en estudio sólo se tiene una carga que se encuentra en el marco exterior (zona no diseñable) y todas las demás cargas se encuentran en las placas tanto

exteriores (no diseñables) como interiores (diseñables), se centra la atención en la convención de signos del elemento placa el cual se muestra en la figura 2.3.

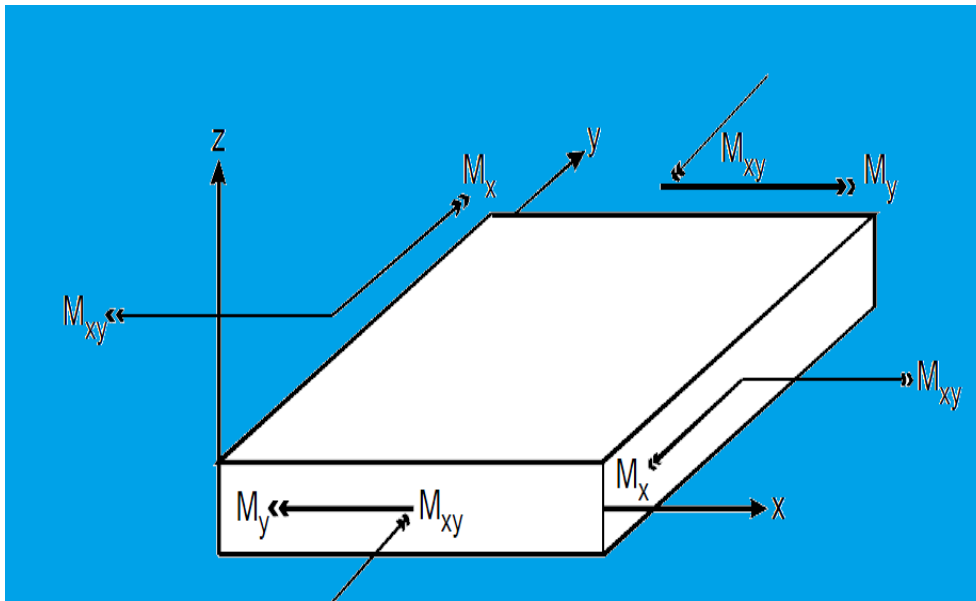


Figura 2.3. Convención de signos en el elemento placa.

Empleando la convención de signos mostrada en la figura 2.3, se muestra a continuación la ecuación para el cálculo del esfuerzo de von Mises en cada elemento de las placas [9]:

$$\sigma_{VM} = \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2}{2} + 3\sigma_{xy}^2}$$

A continuación se presentan algunas imágenes donde se muestra la distribución de los esfuerzos (de von Mises), sin embargo, es muy importante dejar claro que, aunque se tienen elementos estructurales distintos (elementos placa y marco), la estructura está constituida como un todo único.

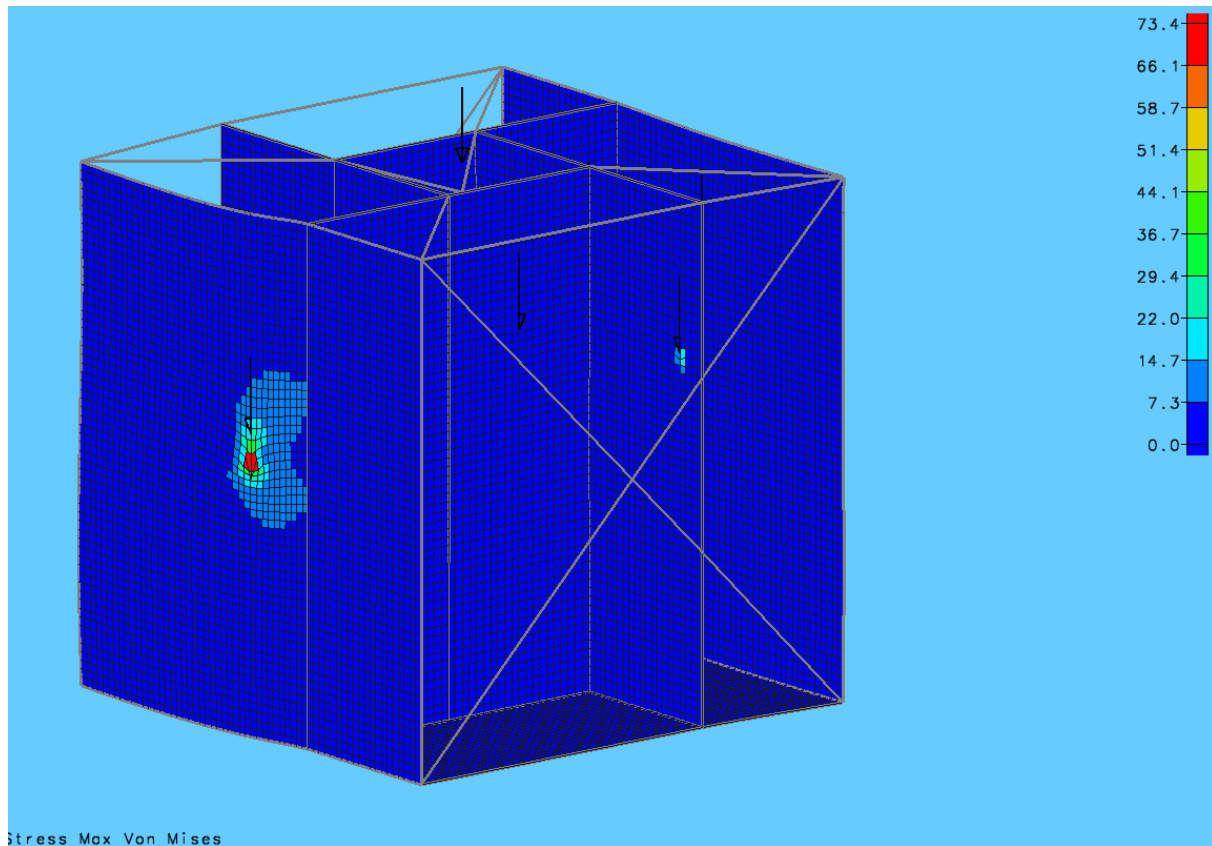


Figura 2.4. Distribución de los esfuerzos de von Mises en la estructura, la gama de colores ubicada en el extremo superior derecho de dicha figura muestra que los elementos que tengan un color rojo tendrán un valor de 734 KPa, 587 KPa para los elementos que tengan color amarillo y así sucesivamente.

En la figura 2.4 se muestra la distribución de esfuerzos (de von Mises) en la estructura, la gama de colores ubicada en el extremo superior derecho de dicha figura muestra que los elementos que tengan un color rojo tendrán un valor de 734 KPa, 587 KPa para los elementos que tengan color amarillo y así sucesivamente de acuerdo con la gama de colores.

Debido a que las unidades de cada una de las fuerzas presentes en la estructura son newtons (N)[Ref ulti] y las dimensiones de la estructura son centímetros (cm), las unidades del esfuerzo de von Mises son N/cm^2 que corresponden a 10000 Pa, es decir, $1\text{N}/\text{cm}^2=10000\text{ Pa}$, por lo que cada valor de la gama de colores está multiplicado por 10000 para que las unidades resultantes sean Pascal, de modo que:

$$73.4 \times 10^4 = 734 \text{ kPa.}$$

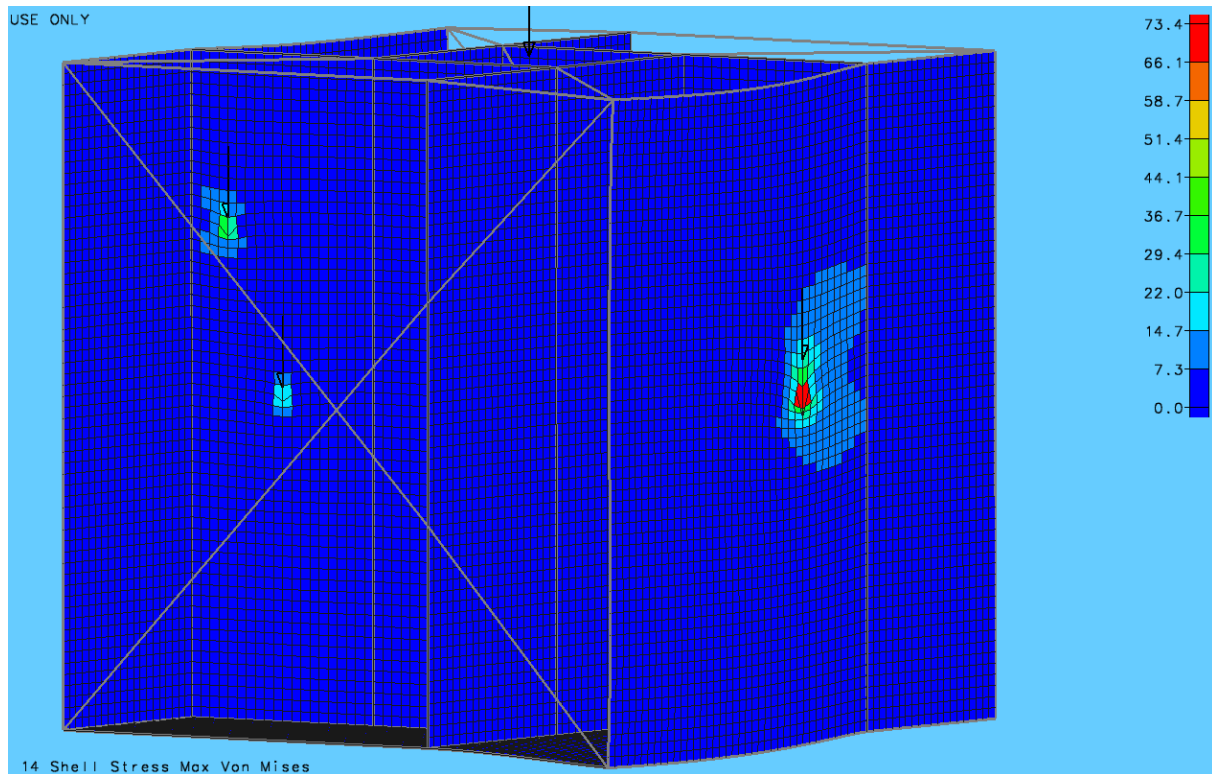


Figura 2.5. Distribución del esfuerzo de von Mises en una de la placas interiores, de acuerdo a la gama de colores en el extremo superior derecho, se observa el valor máximo de esfuerzo de von Mises en las placas interiores que corresponde a 441 kPa.

En la figura 2.5 se presenta la distribución de esfuerzos de von Mises en una de las placas interiores la cual contiene el valor de esfuerzo más alto en las placas interiores que corresponde a 441 KPa.

Por otro lado, la energía de deformación aparece cuando se aplican cargas a un cuerpo que deforman el material. Si no se pierde energía en forma de calor, el trabajo externo efectuado por las cargas se convertirá en trabajo interno llamado: energía de deformación. Esta energía, que siempre es positiva, se almacena en el elemento estructural donde es aplicada una carga, es decir, la energía de deformación es causada por la acción de los esfuerzos [9].

Los valores de la energía de deformación de la estructura son calculados empleando la convención de signos mostrada en la figura 2.3 y con base en la siguiente ecuación:

$$ESE_j = \frac{1}{2} U_j^T [K_j] U_j$$

Donde, U_j es el desplazamiento asociado a cada elemento j y K_j es la matriz de rigidez de cada elemento j [9].

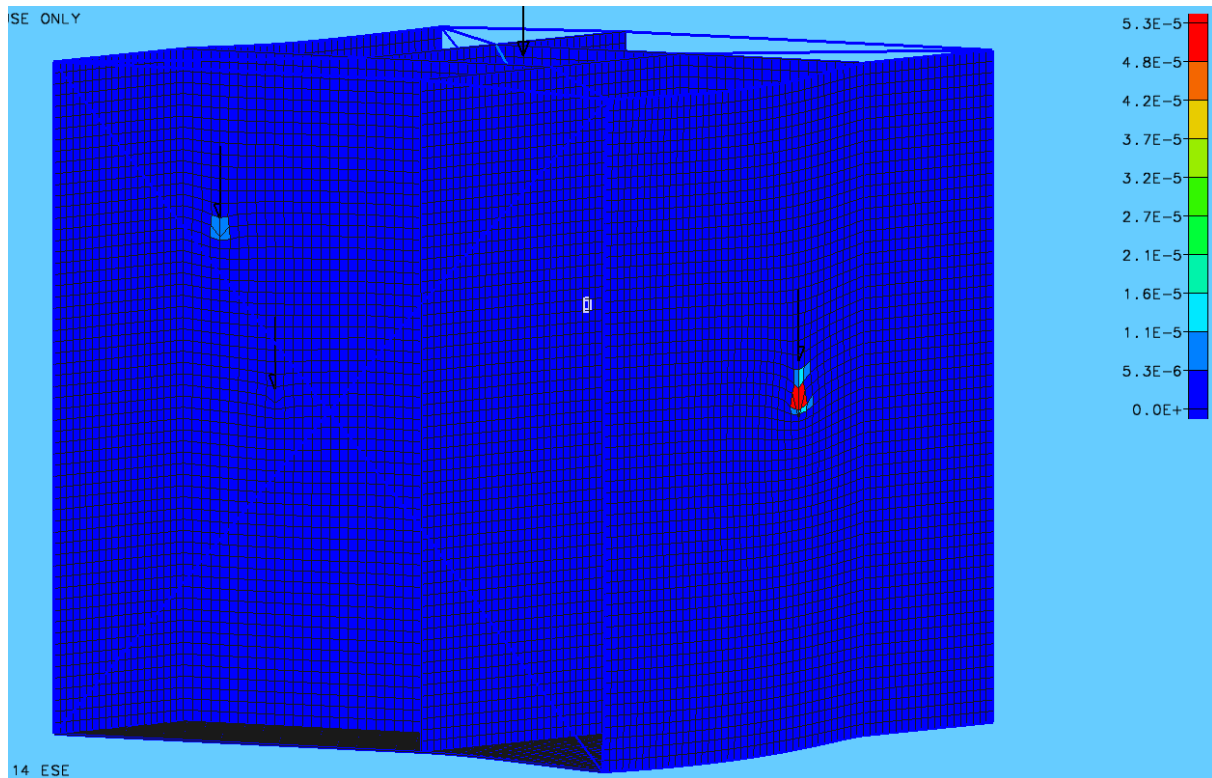


Figura 2.6. Distribución de los valores de energía de deformación en la estructura. La gama de colores en el extremo superior derecho muestra la distribución de los valores de energía de deformación en la estructura.

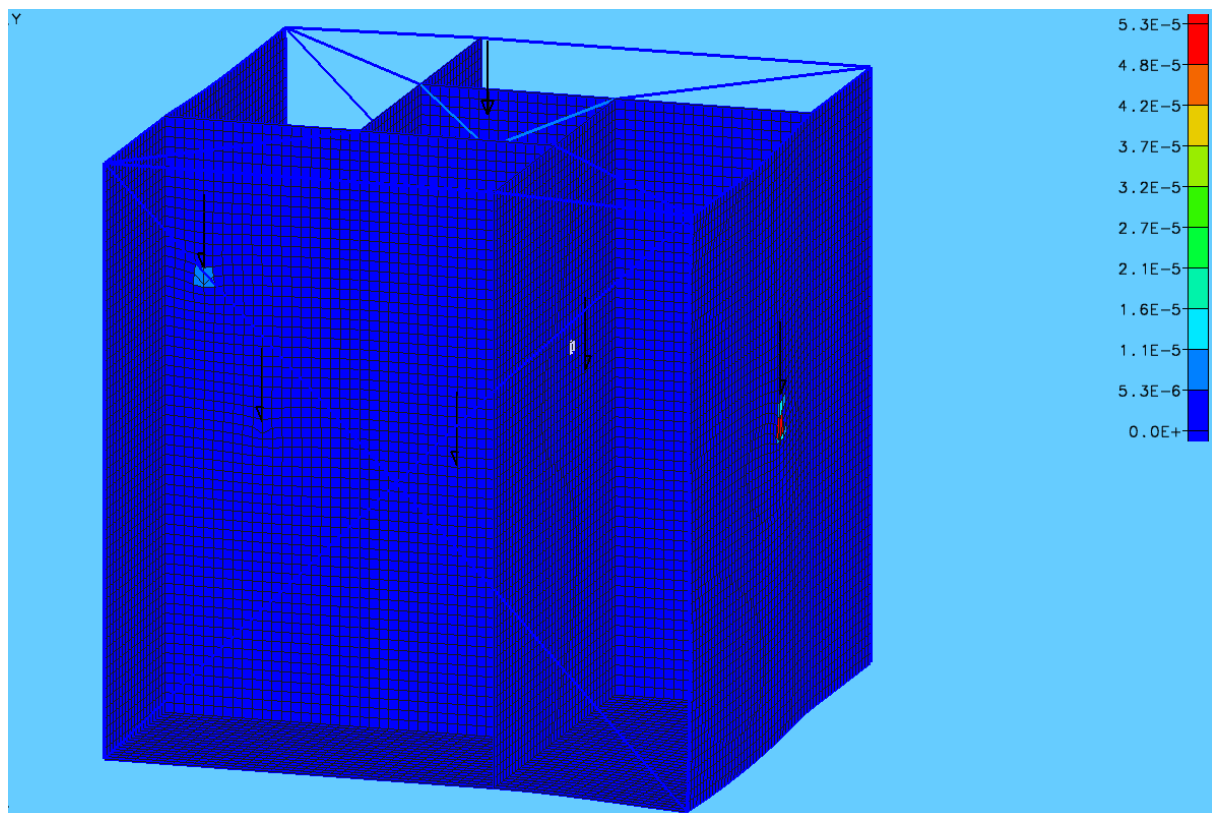


Figura 2.7. Distribución de los valores de energía de deformación en una de las placas interiores.

En las figuras 2.6 y 2.7, se muestra la distribución de los valores de energía de deformación a lo largo de la estructura, de igual modo, los puntos de la estructura con los valores más grandes de energía de deformación coinciden con los valores más grandes de esfuerzo, y a su vez, dichos puntos coinciden con las cargas de mayor magnitud en la estructura.

2.2.3. Análisis de modos de vibración y frecuencias naturales de la estructura.

Se ha tomado en cuenta que la restricción, o las restricciones de diseño para la estructura de microsatélite en estudio son que las frecuencias naturales que presenta la estructura no deben ser iguales o muy cercanas a los valores de las frecuencias que son aplicadas a ésta durante las pruebas mecánicas (las frecuencias de las pruebas mecánicas se presentan en la tabla 1.3 del capítulo 1), por tanto, es necesario conocer las frecuencias naturales de la estructura, esto representa un problema conocido como “problema de eigenvalores” cuya solución produce el valor numérico de los eigenvalores con sus correspondientes eigenfunciones [3]. El problema general de hallar las frecuencias naturales de una estructura o elemento estructural junto con sus respectivos modos de vibración se puede aplicar a estructuras en 1,2 y 3 dimensiones, dicho problema puede quedar descrito de la siguiente manera:

La ecuación de movimiento oscilatorio (vibración) para una estructura o elemento estructural no amortiguado (en vibración libre) está dada en la forma de una ecuación diferencial en derivadas parciales como [3]:

$$M(\bar{X}) \frac{\partial^2 \omega(\bar{X}, t)}{\partial t^2} + L[\omega(\bar{X}, t)] = 0,$$

Donde, $M(\bar{X})$ representa la distribución de masa de la estructura, $L[\omega(\bar{X}, t)]$ es la distribución de rigidez en la misma y t es el tiempo. Para las frecuencias naturales de vibración, se asume que el desplazamiento dado por: $\omega(\bar{X}, t)$ es una función armónica que está dada por:

$$\omega(\bar{X}, t) = W(\bar{X})e^{i\omega t}$$

Donde, $W(\bar{X})$ denota la forma de un modo de vibración, también llamada eigenfunción o modo normal de vibración y ω indica la frecuencia natural. Usando estas dos ecuaciones de arriba, junto con sus correspondientes condiciones de frontera, se llega a la siguiente ecuación que define el problema de eigenvalores para una estructura o elemento estructural [3]:

$$L[W] = \lambda M[W]$$

Donde, $\lambda = \omega^2$ es el eigenvalor de la estructura o elemento estructural.

Los paquetes comerciales como GENESIS realizan este tipo de análisis con tan sólo ingresar el rango de frecuencias de interés (junto con la correspondiente estructura ya modelada), con referencia en los valores de frecuencias de las pruebas mecánicas, se ha manejado un rango de análisis que va de 5 a 100 Hz, el resultado del análisis del problema de eigenvalores para la estructura de microsatélite en estudio se muestra a continuación; se muestran, por un lado, las imágenes correspondientes para cada uno de los modos de vibración encontrados en el rango indicado (5-100 Hz) y, por otro lado, se muestran en la tabla 2.1 los resultados correspondientes a cada uno de los modos de vibración encontrados en el rango especificado.

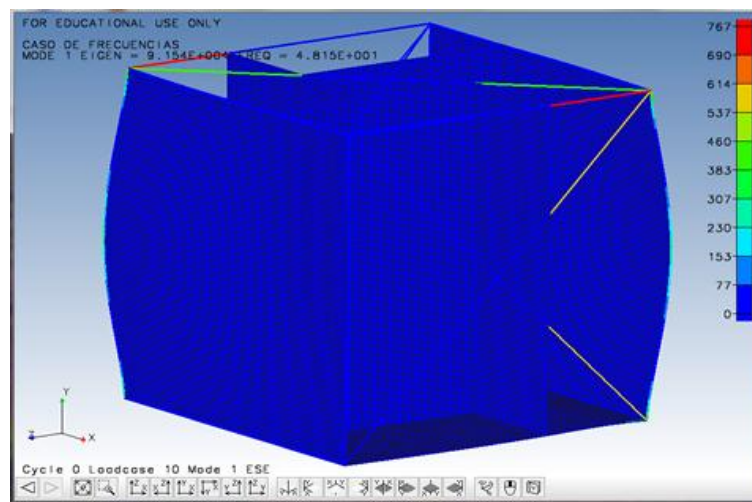


Figura 2.8. Modo 1 de vibración.

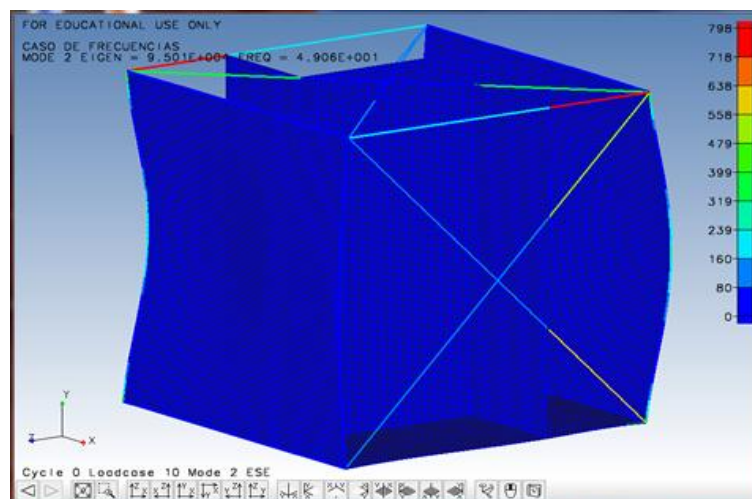


Figura 2.9. Modo 2 de vibración.

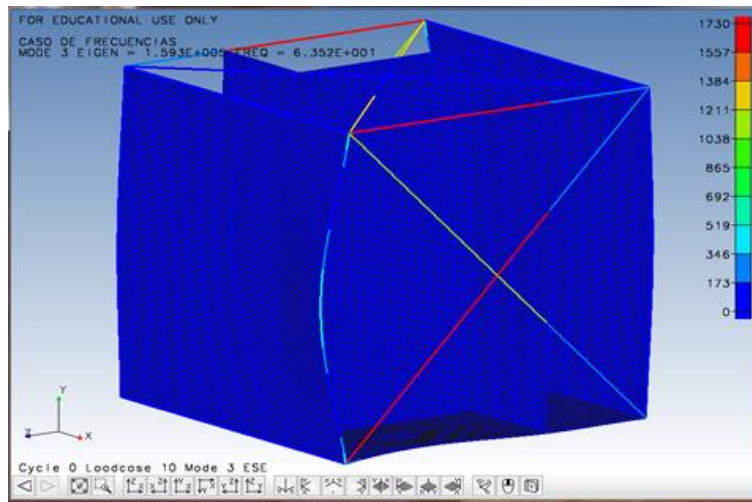


Figura 2.10. Modo 3 de vibración.

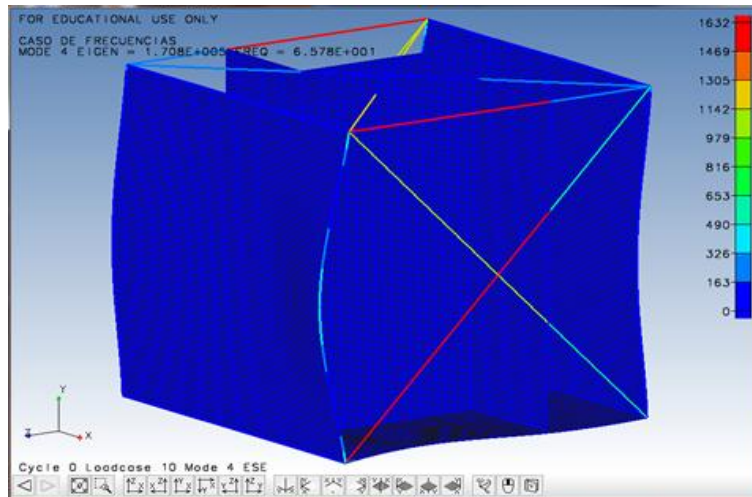


Figura 2.11. Modo 4 de vibración.

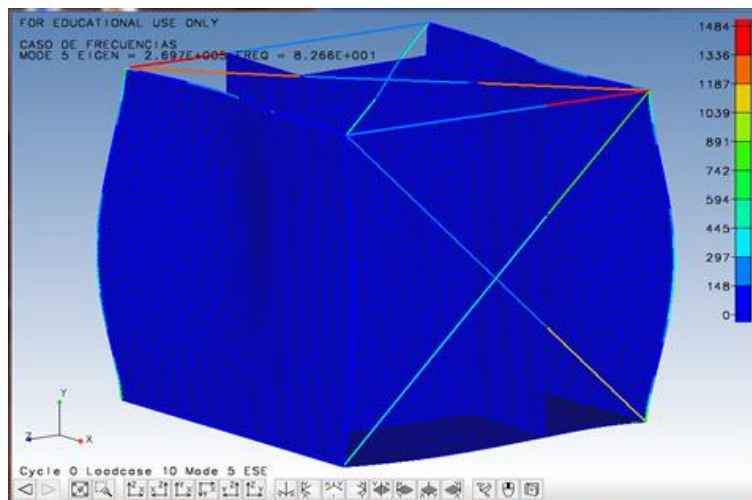


Figura 2.12. Modo 5 de vibración.

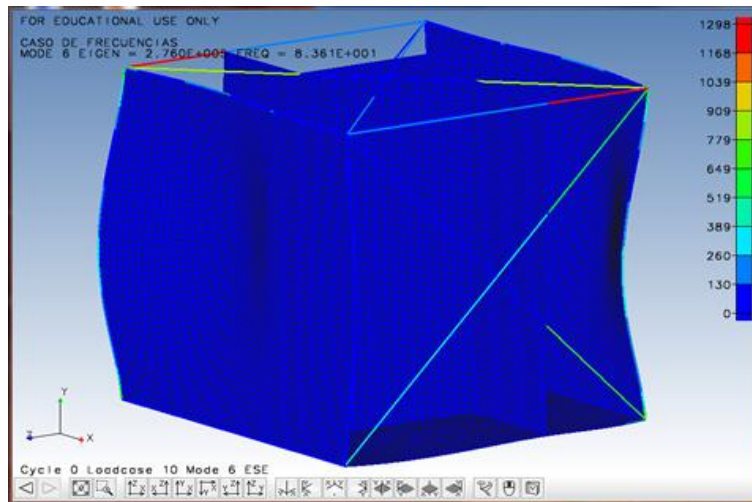


Figura 2.13. Modo 6 de vibración.

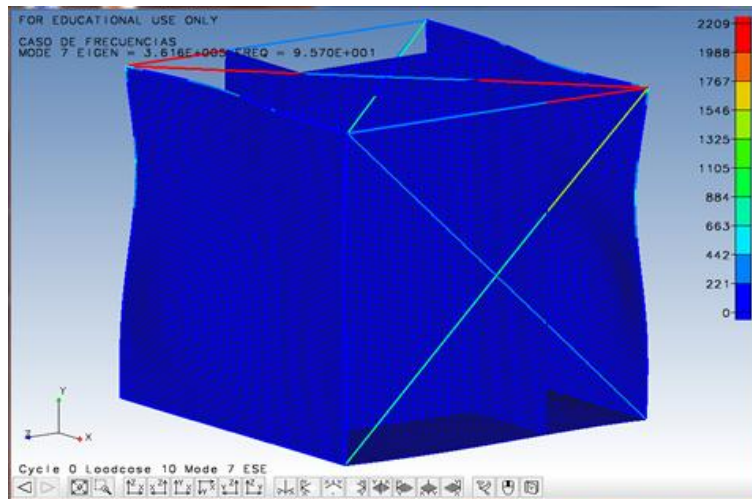


Figura 2.14. Modo 7 de vibración.

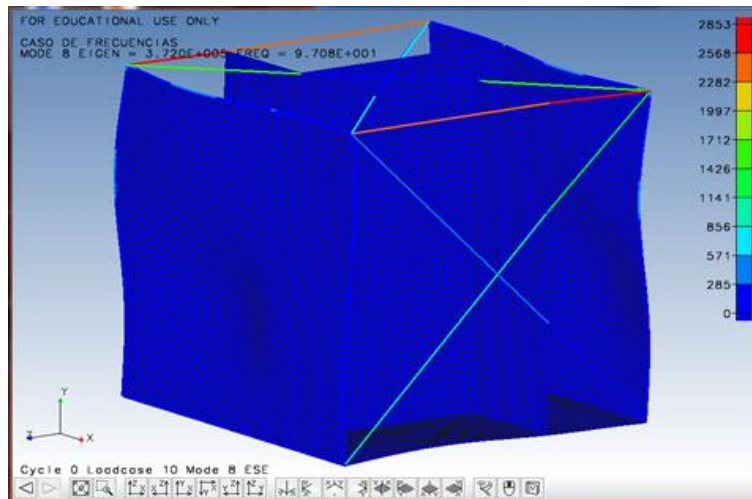


Figura 2.15. Modo 8 de vibración.

Modo	Frecuencia natural (ω) Hz
1	48.15
2	49.06
3	63.52
4	65.78
5	82.66
6	83.61
7	95.71
8	97.08

Tabla 2.1. Correspondencia entre los modos de vibración con sus frecuencias en ciclos por cada segundo (Hz).

La tabla 2.1 muestra el valor de las frecuencias naturales que corresponden a cada uno de los modos de vibración, esto quiere decir que, en el rango de 5 a 100 Hz, la estructura presenta 8 modos de vibración (con sus correspondientes frecuencias). Al comparar los valores de las frecuencias naturales que presenta la estructura con los valores de las frecuencias de la prueba mecánica, se observa que las frecuencias de los modos 1, 2, 5, 6, 7 y 8 están cercanas a los valores de 40, 80 y 100 Hz respectivamente.

2.3. Optimización Topológica.

La optimización topológica representa un caso especial en el diseño de la configuración de elementos que constituyen una estructura. Es importante aclarar que, el modelo o estructura resultante de la optimización topológica brinda solamente un diseño conceptual, es decir, casi siempre resulta en una estructura de formas muy irregulares las cuales son de imposible o difícil manufactura. Esto quiere decir que el diseño de estructuras mediante optimización topológica provee una idea (bastante acertada) acerca del cómo puede ser creada una estructura o elementos estructurales de fabricación viable; asimismo, esto puede ser logrado empleando otras clases de optimización, por ejemplo, la optimización de tamaño y de forma respectivamente [11,12].

La optimización topológica se puede realizar con base en diferentes criterios y/o métodos; sin embargo, el método sobre el cual está basada la optimización topológica en el presente trabajo es el conocido como “método o criterio de densidad”.

Además de la descripción del criterio de densidad (que es descrita en este punto) de la optimización topológica empleada en este trabajo, es importante tener presente que, dicho criterio es sólo una parte del proceso de optimización implicado en este caso de estudio (estructura de microsatélite).

En la estructura de microsatélite bajo el proceso de optimización topológica se consideran los objetivos de diseño, a saber, mínima masa y mínima energía de deformación; así como las restricciones de diseño, que las frecuencias naturales de los modos de vibración de la estructura no deben caer en los valores de las frecuencias de vibración que son aplicadas a la estructura durante las pruebas mecánicas aplicadas a ésta, esto último es logrado mediante la maximización de las frecuencias naturales de la estructura que estén cercanas o que sean del mismo valor que las frecuencias de las pruebas mecánicas referidas en la tabla 1.3 del capítulo 1; tomando en cuenta los resultados del análisis de los modos de vibración y frecuencias naturales de la estructura referidos en la tabla 2.1, se tiene que, las frecuencias naturales de la estructura a maximizar son las frecuencias de los modos de vibración 1,2,5,6,7 y 8 respectivamente.

Una vez considerados los objetivos y las restricciones de diseño basados en los resultados del análisis por elementos finitos, se determina la región de la estructura que es optimizada, o los elementos estructurales que necesitan ser optimizados, a esta región se le conoce también como región de diseño o región topológica. Para el caso de la estructura de microsatélite en estudio, la región de diseño corresponde a las placas interiores de la estructura, es decir, el marco exterior junto con las placas exteriores y la placa base quedan fuera del proceso de optimización.

Básicamente la optimización topológica es usada para encontrar la distribución óptima de material en una región de diseño, a diferencia de otras clases de optimización como lo son la optimización de forma o de tamaño, la optimización topológica no requiere de un diseño de detalle inicial, es decir, usualmente el proceso de optimización topológica comienza con un bloque (sólido, placa, etc) de material dado formado por un gran número de elementos finitos donde los elementos finitos innecesarios en dicho bloque son retirados [12].

Para el presente caso de estudio, la optimización topológica realiza su proceso mediante la creación de variables de diseño asociadas con el módulo de Young y con la densidad de cada elemento que conforman la región de diseño; dichas variables de diseño toman valores entre 0 y 1, donde un elemento cuyo valor es 1 indica que dicho elemento tiene su valor de rigidez y masa normales, y un elemento con valor 0 indica que ese elemento no tiene masa y por tanto ningún valor de rigidez. Con referencia en esto último, hay un aspecto sumamente importante que debe ser tomado en cuenta, a saber, los resultados de los análisis de esfuerzos y de energía de deformación, entre otros, sólo son válidos en los límites de las variables de diseño cuyo valor sea 0 ó 1. La razón de esto se debe a que las propiedades del material no cambian en la realidad, es decir, esto es tan sólo un método para identificar qué elementos retener (elementos de valor 1) y qué elementos retirar (elementos con valor cercano o igual a 0) [9].

Cuando los objetivos, restricciones y región de diseño son determinados, se realiza el proceso de optimización topológica la cual es realizada con base en el criterio de densidad cuyo procedimiento puede ser descrito de manera general como se muestra a continuación.

El método de la densidad requiere de la creación de ecuaciones que relacionen las variables de diseño (densidad de los elementos) y las variables ligadas a las propiedades de los materiales (módulo de Young) de la siguiente manera [9]:

$$E(X) = E_0 RV^2 + E_0(1 - RV^2)X^{RV1}$$

$$\rho(X) = \rho_0 X$$

$$TMIN \leq X \leq 1$$

Donde:

$E(X)$ -- Es el módulo de Young.

E_0 -- Es el valor del módulo de Young inicial (el valor cuyo dato es requerido para el diseño del modelo de elementos finitos de la estructura).

$\rho(X)$ -- Es la densidad.

ρ_0 -- Es la densidad inicial, del mismo modo, es un dato requerido para el diseño de la estructura inicial.

X -- Es la variable de diseño topológica, la cual representa la fracción de volumen.

$TMIN$ -- Es el valor mínimo de la variable de diseño topológica.

$RV1$ -- Es un valor que es dado por el paquete comercial (GENESIS) que usualmente toma valores entre 2 y 3.

$RV2$ -- Es un parámetro que representa la relación $\frac{E_{MIN}}{E_0}$ dónde E_{MIN} es el valor mínimo del módulo de Young, $RV2$ toma valores entre 0 y 1, el programa empleado proporciona un valor de 10^{-6} .

Estas ecuaciones crean una relación entre el módulo de Young y la densidad, en teoría, estas ecuaciones son válidas solamente si las variables de diseño toman los valores de 0 ó 1 respectivamente. Como se mencionó anteriormente, si una variable de diseño toma el valor de 1, entonces, el elemento con dicho valor (1) es necesitado en la estructura; por otro lado, si una variable de diseño toma el valor de 0, entonces, el elemento con este valor, no es necesitado en la estructura, es decir, dicho elemento puede ser removido o eliminado.

Ahora bien, si la densidad de un elemento cambia durante el proceso de optimización, cambiará también el valor de su módulo de Young, y si además el valor de la densidad se vuelve cero durante el proceso de optimización, dicho elemento desaparece o es retirado de la estructura.

Para evitar que la matriz de rigidez de la estructura sea singular, se requiere que, el valor del módulo de Young sea más grande o igual al valor más pequeño encontrado, esto puede quedar representado de la siguiente manera [9]:

$$E_i \geq 0.0001$$

Es importante mencionar que, las ecuaciones que relacionan la densidad y el módulo de Young para el método de densidad descrito líneas arriba, no son la única manera posible, es decir, existen muchas otras maneras para relacionar la densidad con el módulo de Young.

Para comprender aún más el proceso de optimización topológica que ha sido utilizado en esta tesis, es necesario mencionar que un dato fundamental es requerido para su realización; debido a que la optimización es realizada de manera iterativa, es decir, la estructura óptima se desarrolla o evoluciona a través de ciclos en los cuales se busca obtener la mejor distribución de material cumpliendo con los objetivos y restricciones de diseño planteados (que son descritos en detalle en el capítulo III), resultando la estructura correspondiente al último ciclo como el óptimo, esto es, el proceso se realiza con la misma cantidad de material en cada ciclo, por lo que dicho dato fundamental requerido es la cantidad de material que se desea mantener en la región de diseño, este dato es conocido en el paquete comercial empleado como “límite superior de masa” que usualmente toma los valores de 0.2 ó 0.3, el valor de 0.2 quiere decir que se retendrá el 20% del total de la masa inicial de la región de diseño (el 80% de material es retirado) y así sucesivamente, por lo que a cada ciclo del proceso de optimización le corresponde la misma masa (y por ende el mismo volumen), es decir, para el caso de un valor de límite superior de masa de 0.2 es retirado de la región de diseño 80% del material desde el inicio del proceso de optimización por lo que cada ciclo representa una diferente y cada vez mejor distribución de los elementos cuya masa total es el 20% de la masa inicial de la región de diseño [9].

Capítulo III. Estructura Óptima.

3.1. Introducción.

El último punto del capítulo II esboza de manera general el proceso de optimización topológica empleada en el presente caso de estudio, en este capítulo se muestran los resultados del proceso de optimización topológica aplicada a la estructura de microsatélite junto con el enlistado de los objetivos y restricciones de diseño. Los resultados del proceso de optimización topológica son presentados desde dos ópticas diferentes, es decir, por un lado se muestran los resultados del método de densidad (en cada ciclo) los cuales son verdaderos y, por otro lado, se presenta una aproximación (basada en el resultado del método de densidad) de la forma resultante de la región de diseño en cada ciclo la cual se conoce como isosuperficie de densidad; se presentan los comparativos entre los estados inicial y final de la estructura con respecto a su masa y valores de sus frecuencias de los modos de vibración. Por último, se propone una metodología de diseño la cual puede emplearse en trabajos futuros.

3.2. Análisis de resultados del proceso de optimización.

Para iniciar el proceso de optimización utilizando el paquete comercial empleado para este caso de estudio (GENESIS), es necesario precisar, tanto los objetivos de diseño como las restricciones de diseño así como el límite superior de masa.

Con referencia en el caso estático, es decir, el caso que contempla las cargas estáticas junto con sus correspondientes empotramientos, se tiene que el objetivo es minimizar la energía de deformación, aumentando con esto la rigidez de la estructura resultante. Y con referencia en el caso dinámico, es decir, el caso que corresponde a los modos de vibración y frecuencias naturales de la estructura, tenemos las restricciones de diseño, que son, como se ha mencionado anteriormente, que las frecuencias naturales de la estructura no deben estar cerca o ser iguales a las frecuencias de las vibraciones mecánicas aplicadas a la estructura durante la etapa de las pruebas mecánicas; estas restricciones de diseño son cumplidas mediante la maximización de las frecuencias naturales de la estructura cuyos valores estén cercanos o sean iguales a las frecuencias de vibración de las pruebas mecánicas referidos en la tabla 1.3 del capítulo 1, aunado a esto, el proceso de optimización realizado para la estructura de microsatélite ha trabajado con un valor de límite superior de masa de 0.3 para la región de diseño, la cual, como se ha indicado anteriormente corresponde a las cuatro placas interiores de la estructura, esto

quiere decir que se retirará el 70% de la masa de las cuatro placas interiores.

En la figura 3.1 se muestra la región de diseño, es decir, la región que se optimiza, representada por las cuatro placas interiores en color rojo. Con los datos hasta aquí asentados, se inicia el proceso de optimización topológica el cual ha requerido de 26 ciclos para llegar a la estructura óptima que corresponde a la estructura de mejor distribución de los elementos restantes de la región de diseño.

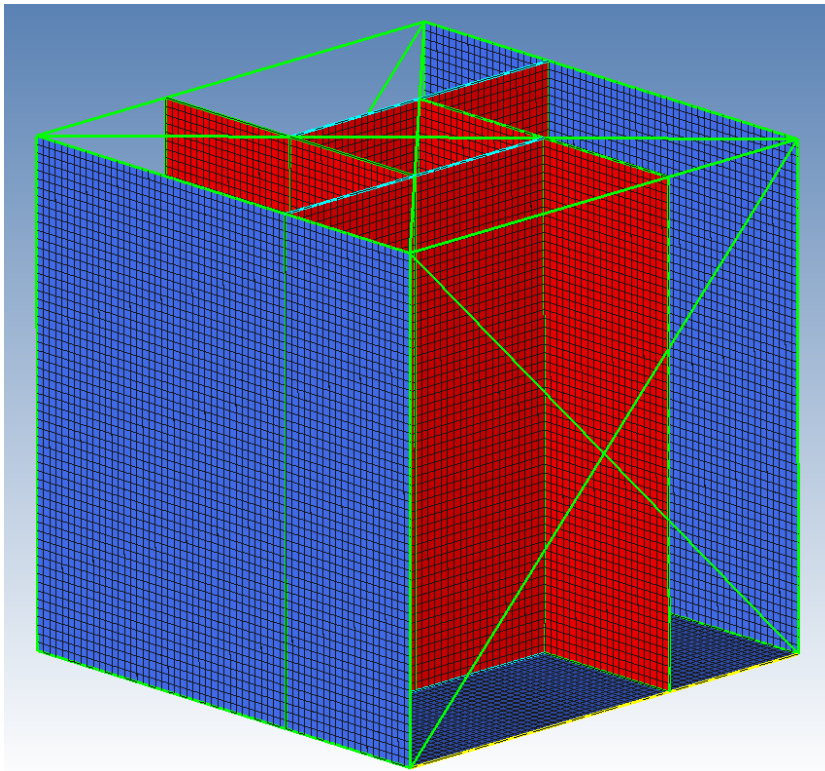
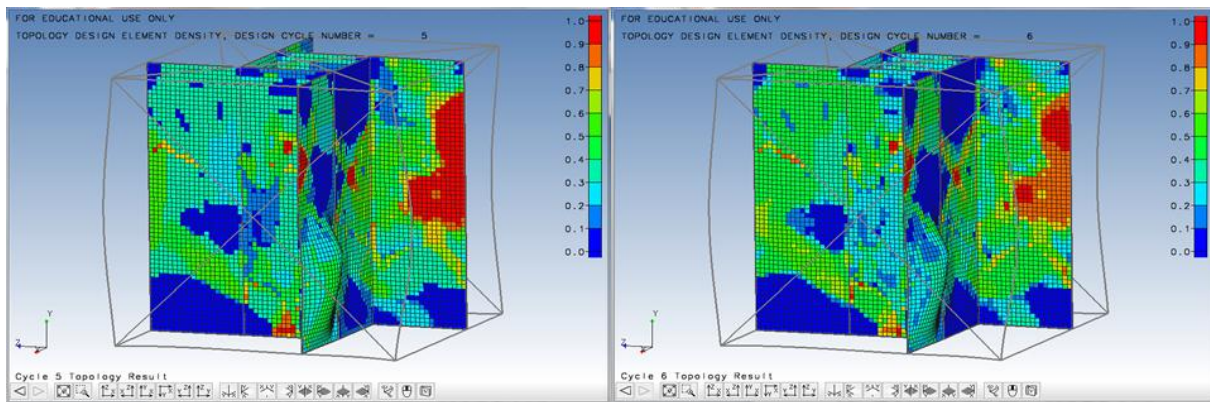
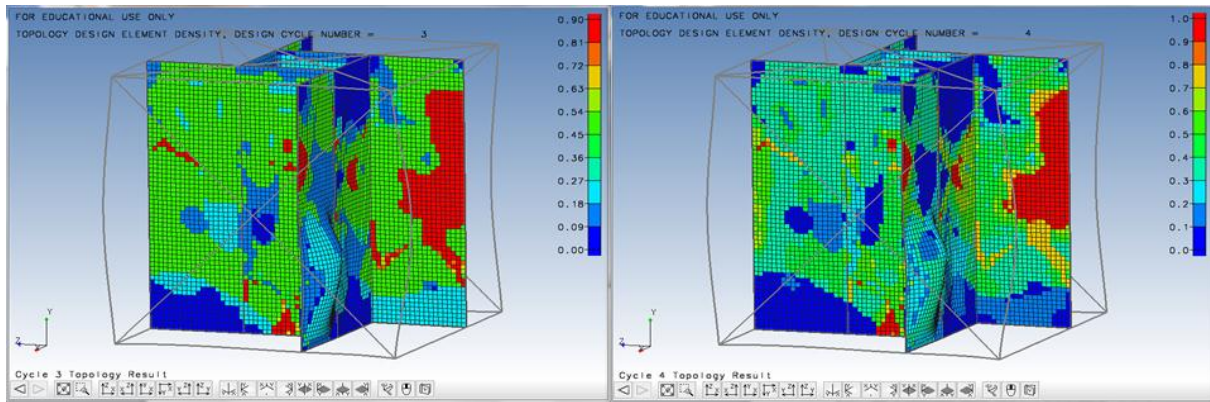
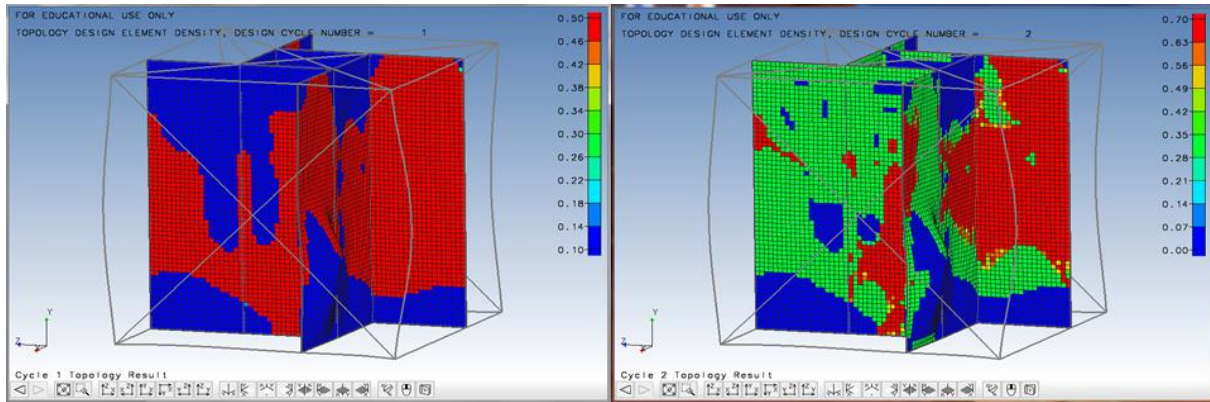
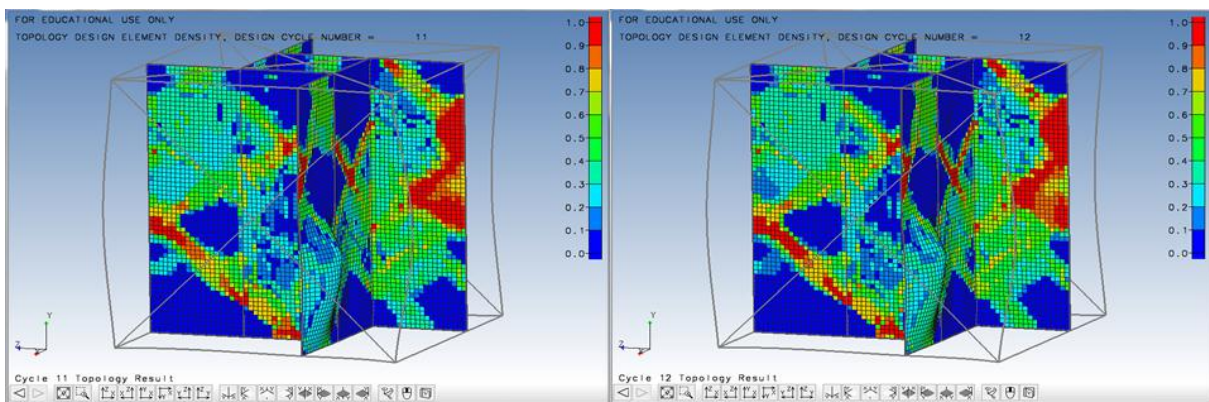
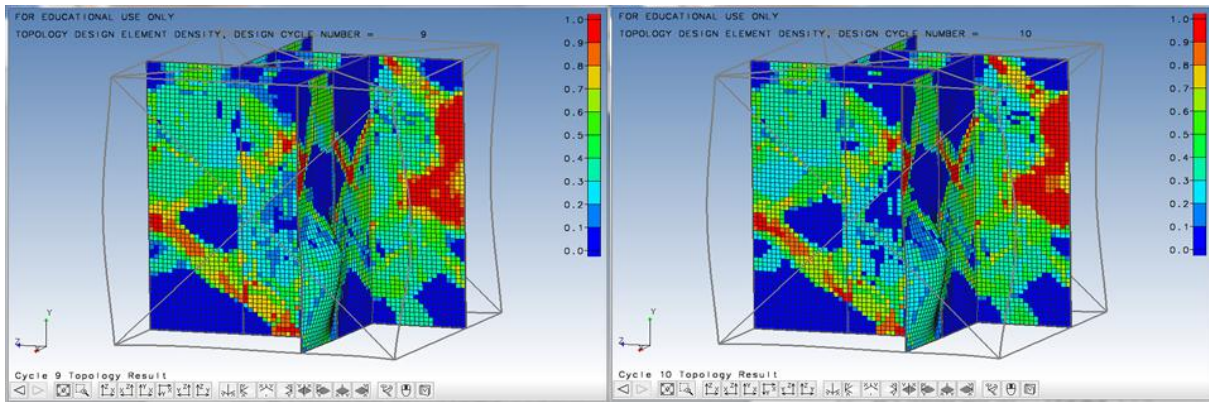
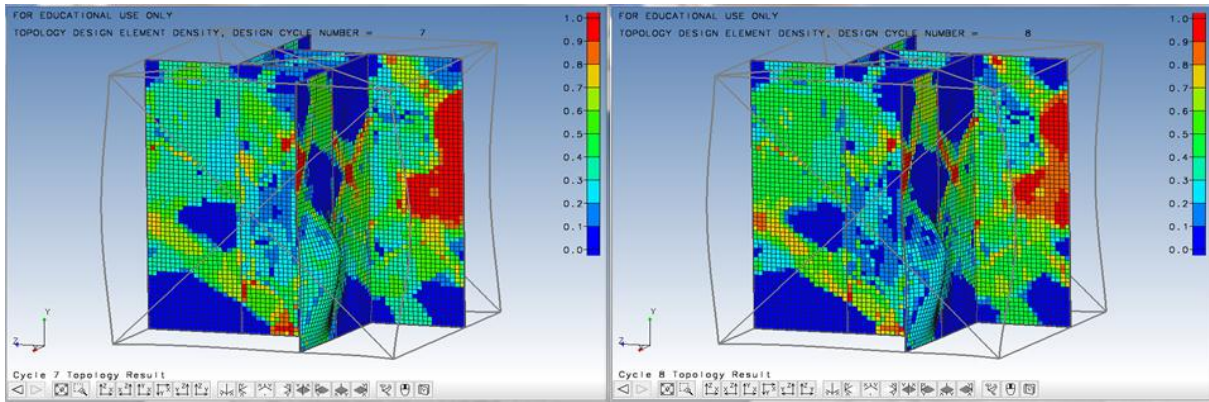
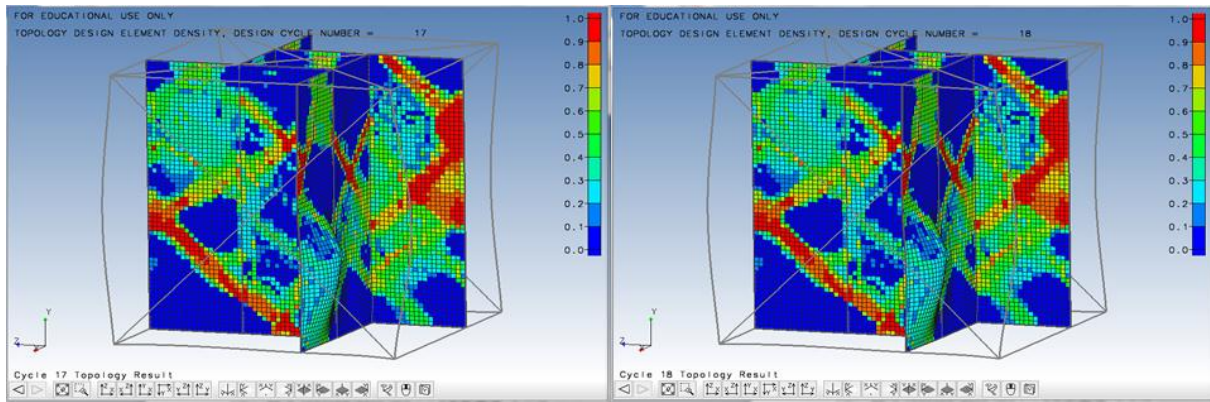
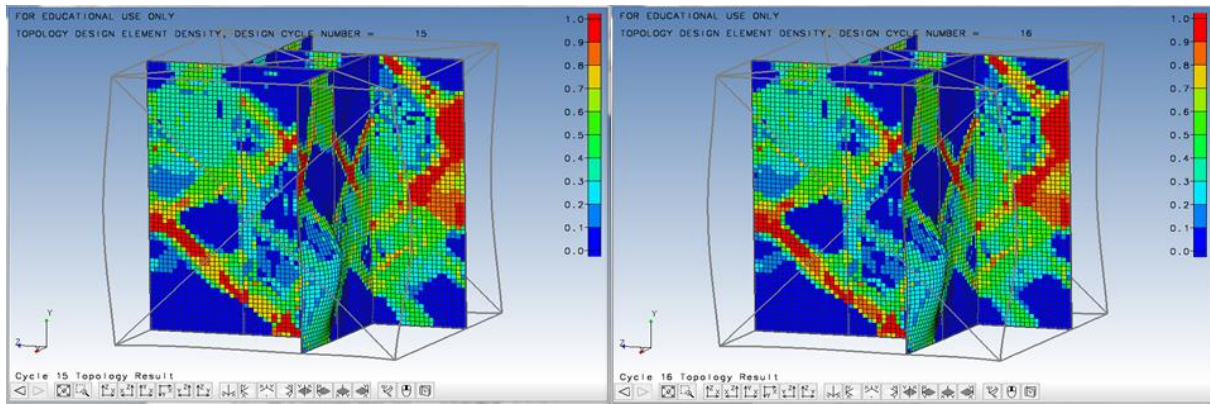
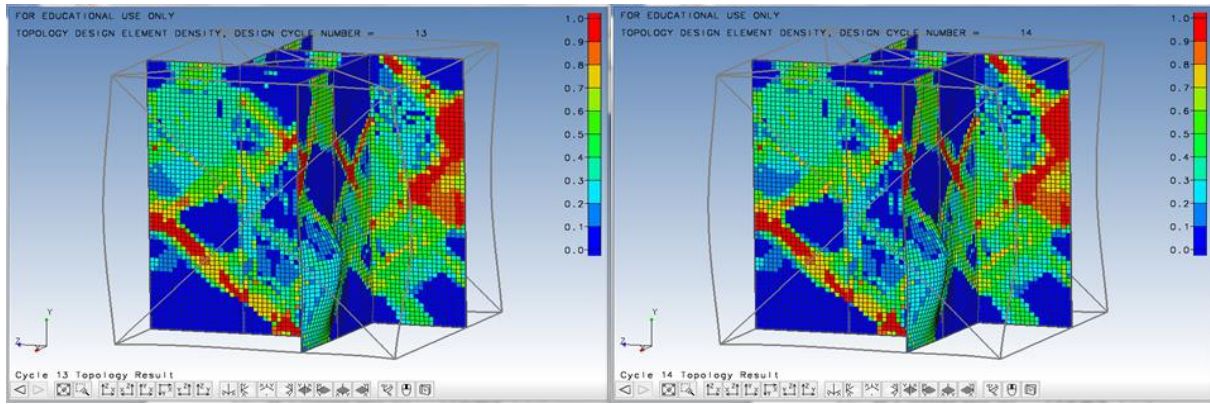


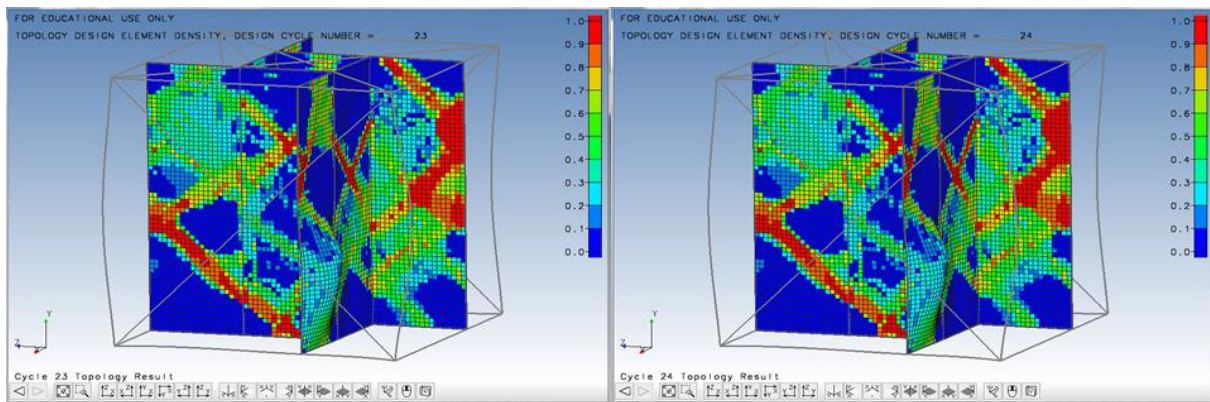
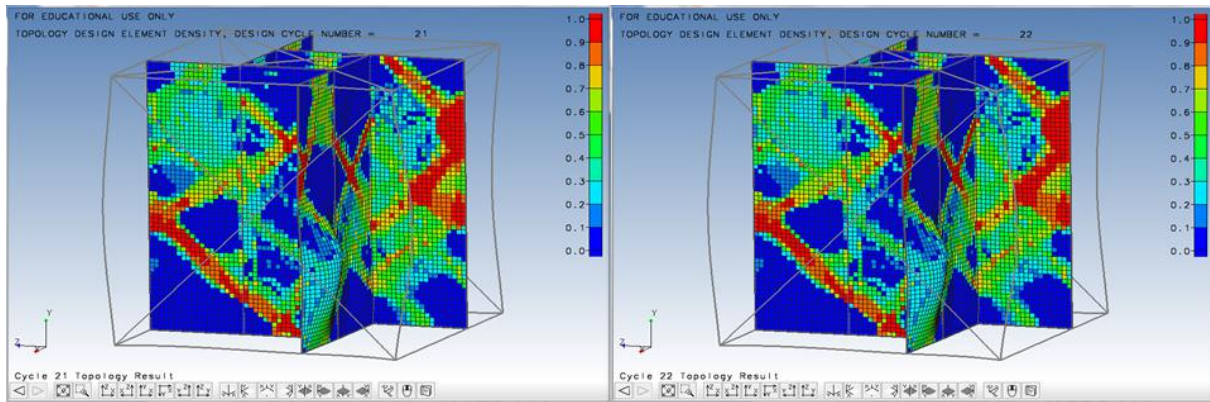
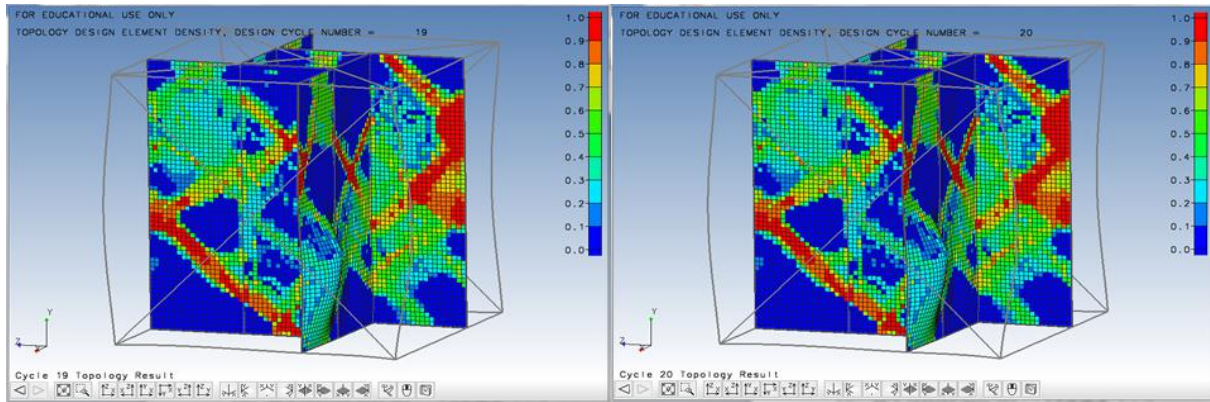
Figura 3.1. Región de diseño representada por las placas rojas (placas interiores de la estructura).

A continuación, en las siguientes figuras, se muestra de manera secuencial los resultados correspondientes al método de densidad desde el ciclo 1 hasta el ciclo 26 (dónde el orden es de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo), de este modo, se puede observar la evolución que va teniendo la región de diseño a lo largo de cada uno de los ciclos hasta llegar a óptimo que corresponde a la estructura del ciclo 26. A modo de nota, es importante mencionar que el paquete comercial empleado en este trabajo permite ocultar grupos o elementos estructurales de nuestra elección, de modo que, se han ocultado las placas no diseñables que corresponden a las placas azules de la figura 3.1, para así, tener una mejor perspectiva de los resultados del proceso de optimización.









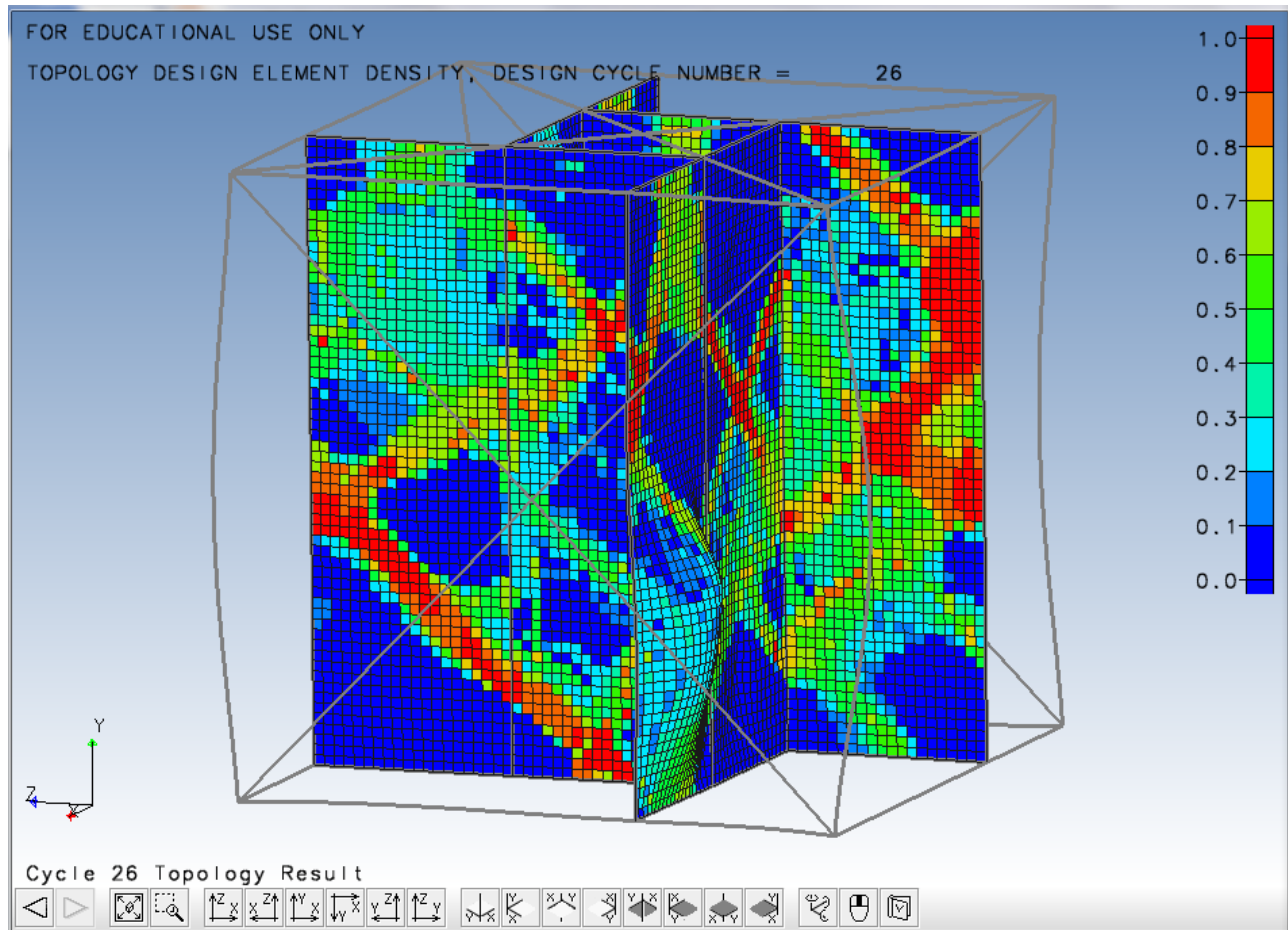
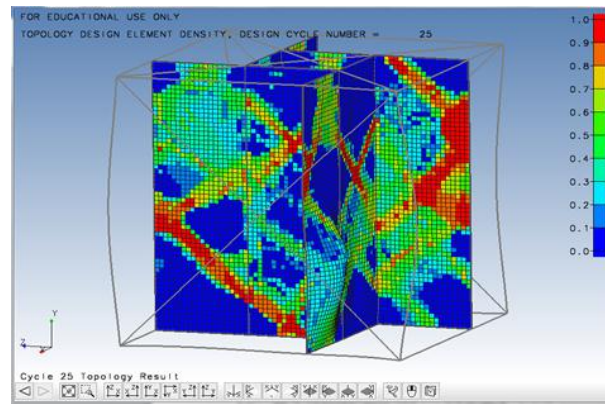
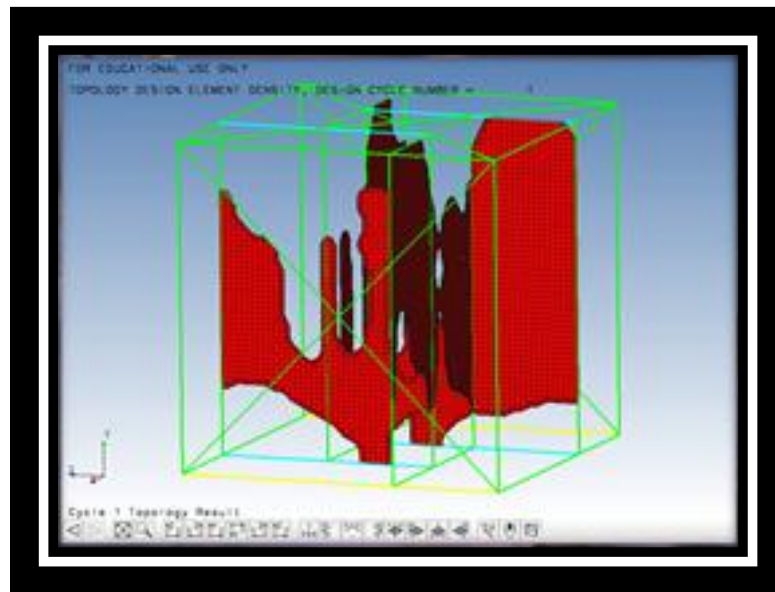


Figura 3.2. Ciclo 26 del proceso de optimización topológica (estructura óptima).

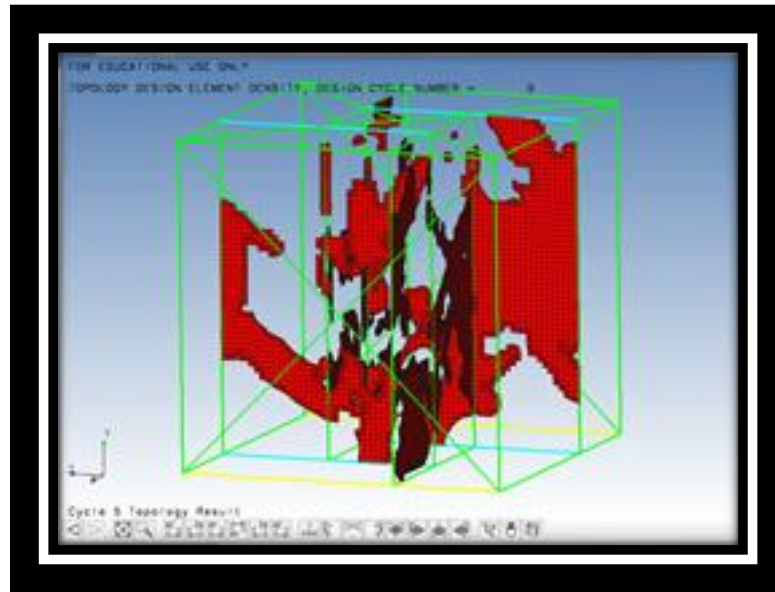
La imagen 3.2 correspondiente al ciclo 26 es la estructura óptima, y donde se puede observar en el extremo superior derecho la gama de colores con su escala de valores de densidad de los elementos, con referencia en lo expuesto respecto al método de densidad, se puede afirmar que

los elementos en azul fuerte (con valor de cero) pueden y/o deben ser retirados de las placas a las cuales pertenecen, logrando así una estructura de menor peso que la original.

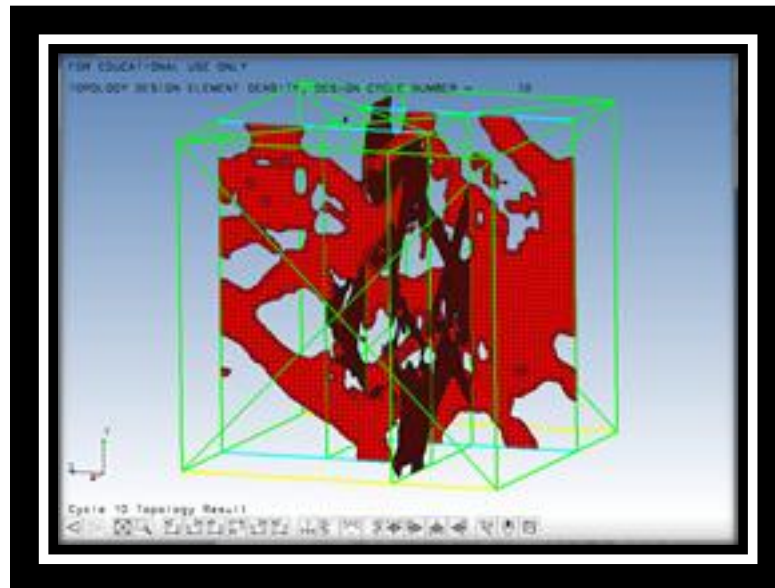
La isosuperficie de densidad, por otro lado, muestra una aproximación de cómo resultaría la forma de la región de diseño bajo el proceso de optimización, la forma de la isosuperficie de densidad se basa en los resultados del método de densidad, es decir, muestra cómo quedaría una estructura en cada ciclo incluyendo la estructura óptima. A continuación se muestra cómo evoluciona la forma de la región de diseño a través de sus 26 ciclos de diseño requeridos (se muestran sólo algunos ciclos), en el ciclo 26, que corresponde a la estructura óptima, se muestra en la figura 3.3, ésta corresponde a la distribución óptima de material en la región de diseño.



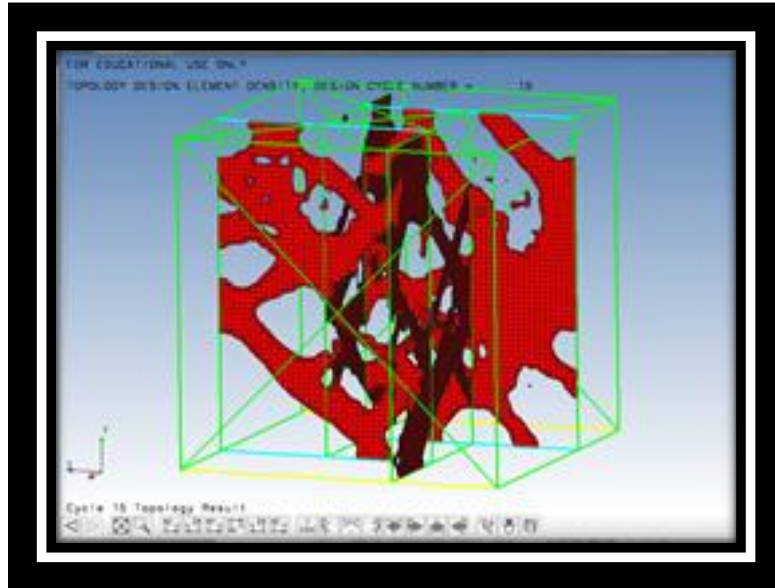
Ciclo 1.



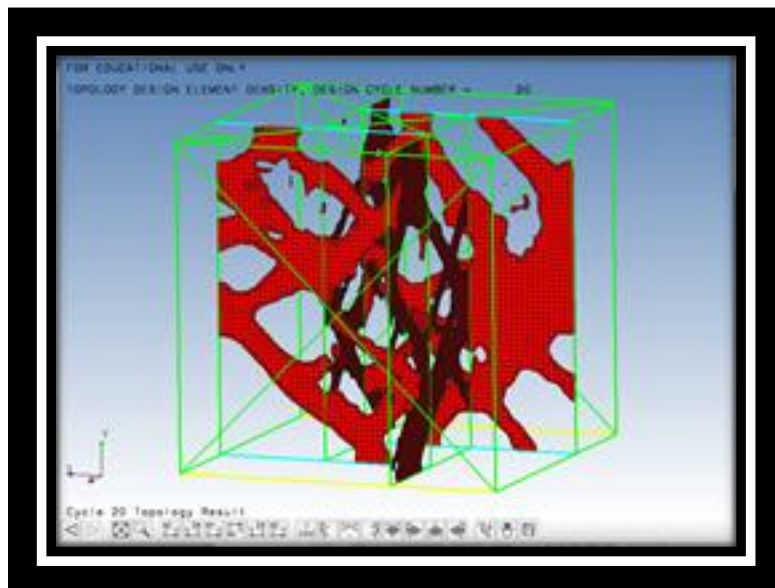
Ciclo 5.



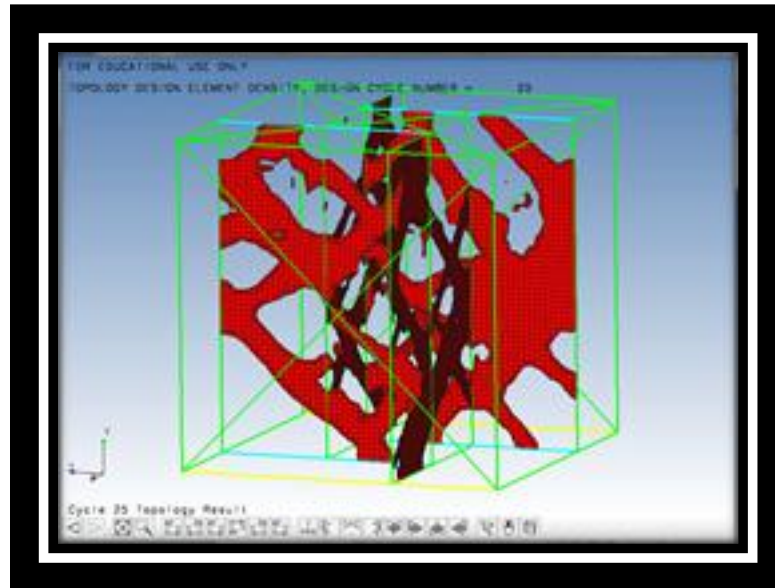
Ciclo 10.



Ciclo 15.



Ciclo 20.



Ciclo 25.

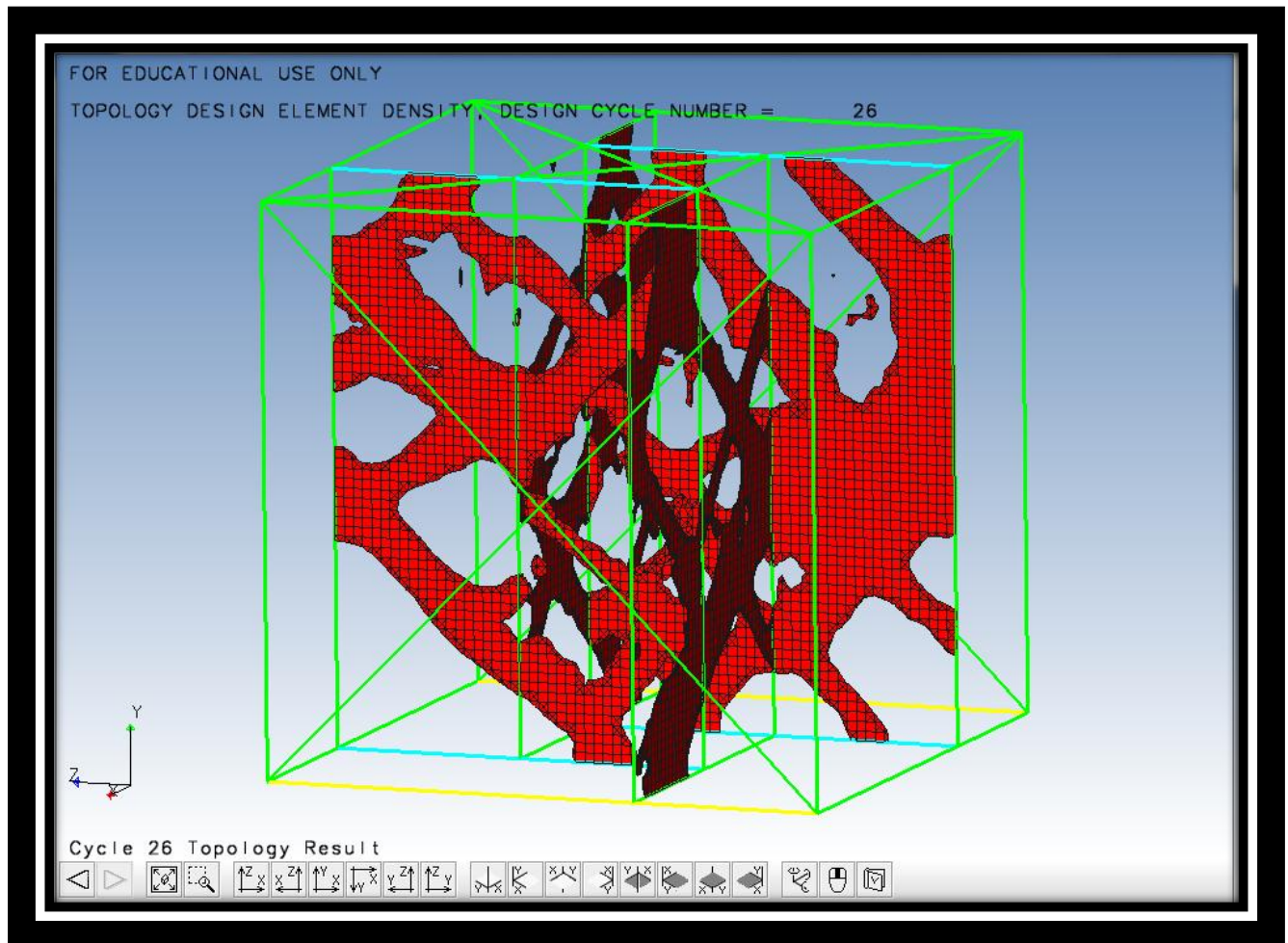


Figura 3.3. Ciclo 26. Estructura óptima, distribución óptima de material en la región de diseño.

3.3. Comparativos entre estados inicial y óptimo de la estructura.

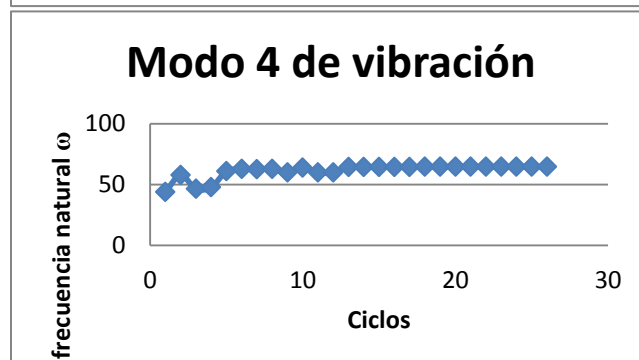
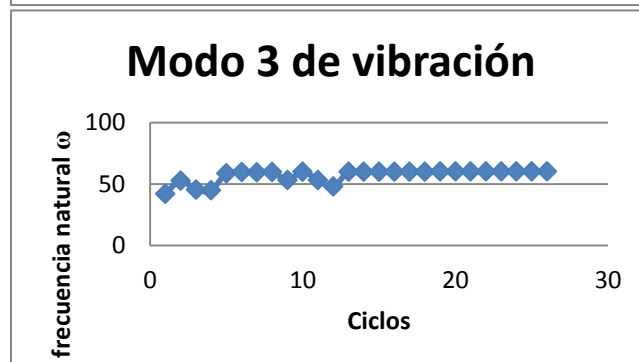
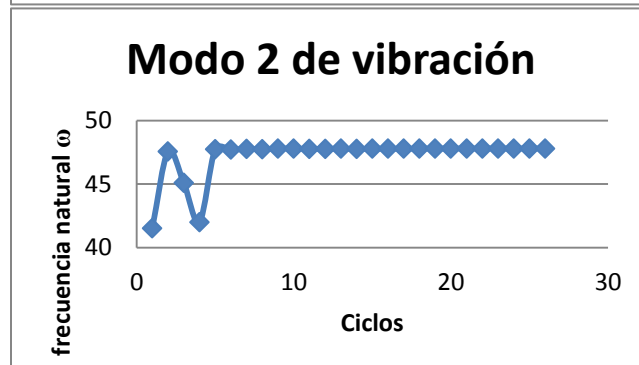
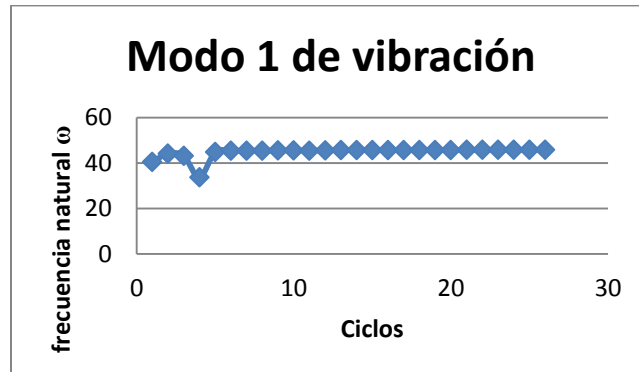
A continuación, se presenta en la tabla 3.1 una comparativa entre la masa y la frecuencia de los modos de vibración de la estructura en su estado inicial y óptimo.

Modo de vibración	Estructura inicial. Masa=12.13172 kg. Frecuencia Hz.	Estructura óptima. Masa=9.776697 kg. Frecuencia Hz.
1	48.15	45.78
2	49.06	47.8
3	63.52	60.23
4	65.78	64.69
5	82.66	65.55
6	83.61	72.51
7	95.7	73.2
8	97.08	77.43

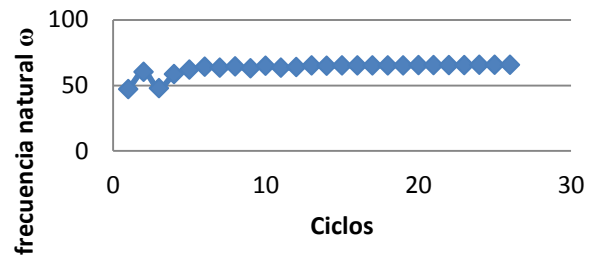
Tabla 3.1. Comparativos entre estructura original y óptima considerando la masa y las frecuencias de los modos de vibración.

Se observa en la tabla 3.1 que los valores de las frecuencias de los modos 1 y 2 correspondientes a la estructura óptima están más cerca del valor de 40 Hz que los valores de las frecuencias de los mismos modos en la estructura original, las frecuencias, en efecto, incrementan su valor, o tienen esa tendencia, sin embargo, al eliminar el 70% de la masa en la región de diseño, el valor de las frecuencias en el ciclo 1 (por ejemplo) es de distinto valor que las frecuencias en la estructura original, esto debido a que desde el inicio del proceso de optimización es retirado 70% de la masa en la región de diseño; por otro lado, al maximizar las frecuencias se obtiene una estructura más rígida que minimizando las mismas; si se considera el tiempo de duración de la prueba en cada punto de vibración, se observa que es pequeño (10 [s]), por lo cual, es poco probable que la estructura falle, además, 45.78 y 47.8 Hz no están muy cercanos al valor de 40 Hz, es decir, el valor más cercano se encuentra a más de 5 unidades del valor crítico (40 Hz) por lo que se puede decir que, la reducción de masa de la estructura cumple con las restricciones de diseño planteadas. Las frecuencias de los modos 3 y 4 no forman parte del proceso de optimización debido a que sus valores de frecuencia en la estructura original no están cerca de valor alguno de frecuencia de las vibraciones mecánicas que son aplicadas a la estructura durante las pruebas mecánicas. Y se puede observar también que las frecuencias de los modos 5, 6, 7 y 8 en la estructura óptima están considerablemente alejados de las frecuencias de 80 y 100 Hz que corresponden a las frecuencias de vibración de las pruebas mecánicas. Se muestra a continuación los gráficos que representan la tendencia de los valores de frecuencia de los 8 modos de vibración en estudio a través de cada uno de los ciclos de diseño.

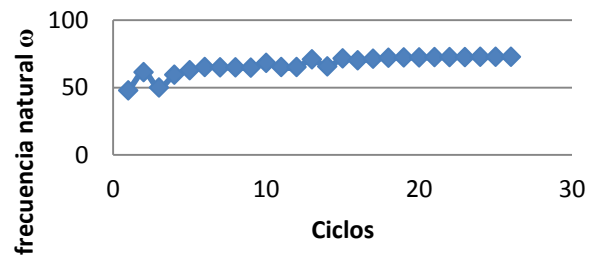
- Tendencia de los modos de vibración:



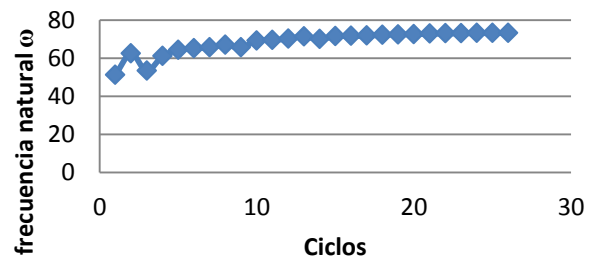
Modo 5 de vibración



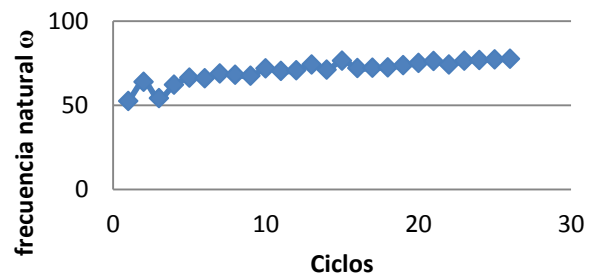
Modo 6 de vibración



Modo 7 de vibración



Modo 8 de vibración



En cada uno de los modos de vibración se observa un incremento en el valor de la frecuencia del ciclo 1 con respecto al ciclo 26 en cada modo de vibración.

Con respecto a la masa de la estructura óptima, se observa que es 19.412% menor que la estructura original (casi un 20%), esto significa que se logra obtener una estructura de menor peso que cumple con los requerimientos establecidos de carga estática y vibraciones mecánicas.

3.4. Metodología propuesta.

En este trabajo se ha presentado el proceso de diseño mediante optimización topológica aplicado a la estructura de un microsatélite, sin embargo, aunque las características tanto de la estructura de microsatélite a optimizar como de los objetivos y restricciones de diseño son muy específicas, es posible presentar una metodología que puede ser empleada en trabajos futuros. Dicha metodología es independiente de la forma y configuración de la estructura, de los requerimientos de la estructura e incluso de los objetivos y restricciones de diseño. A continuación se presenta una descripción de los pasos en el proceso de diseño empleado para este trabajo, dichos pasos constituyen la metodología propuesta, no obstante teniendo presente que el contenido de la descripción de cada paso puede variar de un caso a otro.

1) Modelado de la estructura.

En esta primera etapa se genera tanto el marco como cada una de las placas cuya unión de estos dos tipos de elementos (marco y placas) dará lugar a una estructura constituida como un todo.

2) Definición de los casos de carga (estático, dinámico, etc.).

- Definición del caso estático:

Una vez modelada la estructura entera, se definen los puntos (nodos) donde van aplicadas las cargas estáticas junto con sus correspondientes valores, así como los puntos de empotramiento, es decir, los puntos o nodos donde la estructura está restringida en cuanto a su posibilidad de movimiento o desplazamiento.

- Definición de caso dinámico:

Para conocer las frecuencias naturales de una estructura, es necesario definir el rango de frecuencias de nuestro interés. Por ejemplo, en el caso de esta tesis el rango de interés es de 5 a 100 Hz.

3) Análisis por elementos finitos de la estructura.

Una vez obtenido el modelo de la estructura junto con sus correspondientes condiciones de frontera naturales y esenciales se realiza el análisis por elementos finitos cuyo resultado dará información acerca del nivel de esfuerzos, energía de deformación, entre otros, en cada

elemento de la estructura, así como las frecuencias naturales de ésta.

4) Definición del objetivo de diseño.

Existen diferentes objetivos de diseño, entendiendo por estos variables las cuales se maximizan o minimizan, en este caso el objetivo de diseño es la minimización de la masa.

5) Definición de la restricción de diseño.

De igual modo existen diferentes restricciones de diseño, éstas son cantidades físicas que tienen un valor específico, es decir, tienen un límite superior e inferior el cual no se sobrepasa entendiendo por esto que el diseño final cumple con las restricciones establecidas que en este caso la estructura está restringida a valores de frecuencia de alrededor de 100 Hz.

6) Optimización.

Esta es la etapa donde se retira material ineficiente de la estructura con base en el objetivo de diseño preestablecido y cumpliendo con la restricción dada, por otro lado, los resultados del análisis por elementos finitos son los valores de referencia para retirar o no material, esto en un proceso iterativo y paulatino, de tal suerte que la estructura evoluciona hacia la forma óptima considerada el diseño final.

Conclusiones

La optimización estructural representa una herramienta muy importante en el diseño de estructuras. Las estructuras pueden ser muy variadas así como los requerimientos que deben cumplir, sin embargo, el método del análisis por elementos finitos se puede aplicar a diferentes problemas físicos como diferentes son también los objetivos y restricciones de diseño en la optimización estructural. Esto quiere decir que la optimización estructural puede ser aplicada a muchos tipos de estructuras con diferentes condiciones de operación.

No obstante los diferentes objetivos y restricciones de diseño, es muy común que se busque obtener una estructura de máxima rigidez y mínima masa, el reducir la masa de una estructura puede reflejarse en ahorros considerables específicamente cuando el material de la estructura es de elevado costo, por ejemplo, las aleaciones de aluminio. Debido al tipo de estructura diseñada en el presente caso de estudio y al hecho de que está sometida a cargas estáticas y dinámicas, es necesario utilizar herramientas computacionales para realizar tanto el análisis por elementos finitos de la estructura como la optimización misma. Y debido a que herramientas computacionales de alto potencial están actualmente disponibles, la optimización estructural representa una herramienta sumamente útil en el diseño de estructuras al mismo tiempo que genera ahorros que pueden ser eventualmente muy altos.

Una vez concluido este trabajo se contará con una propuesta de estructura satelital la cual tiene que integrarse con el conjunto de dispositivos que conforman el satélite para detallar el diseño, su análisis y evaluación.

El diseño final de la estructura depende de la configuración de las cargas y empotramientos así como del objetivo y la restricción de diseño, por lo tanto, la estructura final cambiará según varíen estos cuatro aspectos, lo que no cambia es el método para llevar a cabo la optimización de la estructura, dicho lo cual, se concluye que es posible establecer una metodología generalizada para el diseño de estructuras satelitales independientemente del tipo de satélite.

Los trabajos futuros, en el corto y mediano plazo, involucrados en el diseño del microsatélite en estudio, pueden incluir: el diseño de detalle, en cuanto a su construcción y dimensiones en todas partes de la estructura, y puede incluir también cambios en la configuración misma de la estructura.

Referencias

- [1] Y.M. Xie, G.P. Steven, "Evolutionary Structural Optimization", Springer, 1997.
- [2] Tae Song Jang, "Spacecraft Structures & mechanisms". April 10, 2007
- [3] Rao, S.S. "Vibration of continuous systems". Hoboken, New Jersey, 2007.
- [4] Chandrupatla, T.R., Belegundu, A. "Introducción al estudio del elemento en ingeniería". México. 1999.
- [5] Fortescue Peter, John Stark. Spacecraft Systems Engineering. 3a. Ed. Editorial: John Wiley & Sons Inc. 2003.
- [6] S. Gao, K. Clark, M. Unwin, J. Zackrisson, W. A. Shiroma, J. M. Akagf, K. Maynarcf, P. Garner, L. Boccia, G. Amendola, G. Massa, C. Underwood, M. Brenchley, M. Pointer and M.N. Sweeting "Antennas for Small Satellites" *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, Vol. 51, No. 4, August 2009, pp. 41-42.
- [7] M.N. Sweeting and C.I. Underwood, "Small-Satellite Engineering and Applications", in P. Fortescue et. al. (eds), Spacecraft Systems Engineering, West Sussex, John Wiley & Sons. 2008.
- [8] Singiresu S. Rao, "The Finite Element method in engineering", Elsevier Science & Technology Books. Diciembre 2004.
- [9] Vanderplaats Garret N. "Design reference manual" Vol.2. noviembre 2009.
- [10] Pasi Tanskanen, "A multiobjective and fixed elements based modification of the evolutionary structural optimization method. Elsevier, enero 2006.
- [11] Querin, O. M., "Evolutionary Structural Optimization: Stress Based Formulation and Implementation", Thesis Doctoral, University of Sydney Australia, April 1997, pp. 1-246.
- [12] Francavilla A., Ramakrishnan C.V., Zinkiewicz O.C., "Optimization of shape to minimize stress minimize stress concentration", *Journal of Strain Analysis* 1975; 10: 63-70.
- [13] delmetal. Metales no ferrosos. Aluminio 7075.
- [14] Norma Oficial Mexicana de Unidades de Medición. NOM-008-SCFI-2002.