



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA CIVIL – GEOTECNIA

INTERPRETACIÓN DE LA RESPUESTA SÍSMICA DE LOS SUELOS BLANDOS DEL
VALLE DE MÉXICO A TRAVÉS DE LA TRANSFORMADA HILBERT-HUANG

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
CARLOS DAVID MARTÍNEZ ZARAZUA

TUTOR:
Dra. SILVIA RAQUEL GARCÍA BENÍTEZ, INSTITUTO DE INGENIERÍA

CIUDAD DE MÉXICO, ENERO DEL 2017

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. EDUARDO BOTERO JARAMILLO

Secretario: M. I. AGUNTÍN DEMÉNEGHI

Vocal: Dra. SILVIA RAQUEL GARCÍA BENÍTEZ

1^{er.} Suplente: Dr. LEONARDO ALCÁNTARA NOLASCO

2^{d o.} Suplente: Dr. NEFTALI SARMIENTO SOLANO

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

CIUDAD DE MÉXICO, MÉXICO, INSTITUTO DE INGENIERÍA, UNAM

TUTOR DE TESIS:

Dra SILVIA RAQUEL GARCÍA BENÍTEZ

Índice

1	Introducción	1
2	Series de tiempo.....	2
2.1	Clasificación de las señales.....	2
2.1.1	Continuas y discretas.....	2
2.1.2	Periódicas y no periódicas.....	3
2.1.3	Lineales y no lineales.....	3
2.2	Análisis de tiempo-frecuencia en señales.....	4
2.2.1	Transformada de Fourier.....	4
2.2.2	Ondeletas.....	6
3	Transformada Hilbert-Huang.....	9
3.1	Frecuencia instantánea.....	10
3.2	Funciones de modo intrínsecas.....	12
3.3	Método de Descomposición Empírica en Modos.....	14
3.4	El Espectro de Hilbert.....	19
4	Análisis de respuestas con la THH.....	23
4.1	Descripción del sujeto de estudio.....	23
4.1.1	Ubicación.....	23
4.1.2	Estratigrafía y propiedades índice.....	25
4.1.3	Efectos de sitio.....	29
4.2	Base de datos: registros de aceleraciones.....	31
4.3	DEM de los registros de aceleraciones.....	33
4.4	Aceleración máxima del suelo y amplitud máxima instantánea.....	54
4.5	Frecuencia fundamental y frecuencia instantánea.....	56
4.6	FMI3, el modo secundario, el modo que evoluciona.....	57
4.7	FMI4, el modo gemelo.....	60
4.8	FMI5, el modo fundamental.....	62
4.9	FMI1 y FMI2, los modos artificiales.....	64
4.10	El espectro de Hilbert en el análisis de movimientos de terreno.....	72
5	Conclusiones.....	77
6	Referencias.....	78

LISTADO DE FIGURAS

- Figura 2-1 a) Ejemplo de señal continua y b) Ejemplo de una señal discreta
- Figura 2-2 Ejemplo de una señal periódica
- Figura 2-3 Ejemplo de la transformada de Fourier para un impulso unitario
- Figura 2-4 Ejemplo de la transformada de Fourier para una sinusoidal
- Figura 2-5 a) Wavelet Morlet de anchura y amplitud arbitraria. b) Construcción de la wavelet Morlet (azul discontinua) como una curva sinusoidal (verde) modulada por una gaussiana (rojo)
- Figura 3-1 Interpretación física de la frecuencia instantánea. (a) fase plana para las funciones de $xt = \alpha + \text{sent.} : a \alpha = 0 ; b \alpha < 1 ; c \alpha > 1$. (b) La función de fase desenvuelta de las funciones modeladas. (c) La frecuencia instantánea calculada de acuerdo con la ecuación (15) (Modificada de Huang et al., 1998)
- Figura 3-2 Una típica función de modo intrínseco con el mismo número de cruces por cero y extremos, y simétrica en las envolventes superior e inferior con respecto al cero (Modificada de Huang et al., 1998)
- Figura 3-3 Proceso de tamizado: (a) señal original; (b) la señal original en línea negra, con líneas verdes las envolventes superior e inferior y la línea roja representa la media; (c) la diferencia entre la original y m_1 en azul. (García, 2012)
- Figura 3-4 Ilustración que muestra los efectos del proceso periódico de tamizado: a) muestra el resultado de la Figura 3-3 (c), el resultado sigue siendo asimétrico y aun no se puede considerar como FMI; (b) muestra el resultado después de tres procesos de tamizado, el resultado es mucho mejor pero se requieren de más procesos para poder eliminar la simetría. El FMI final se muestra en la Figura 3-2 después de 9 procesos de tamizado (Modificado de Huang et al., 1998)
- Figura 3-5 Espectro de Hilbert para los datos de viento. La energía aparece en líneas de esqueleto, las cuales representan a cada FMI Modificado de Huang et al., 1998)
- Figura 3-6 Datos de áreas recolectadas del 4 al 9 de octubre de 1994 en el puerto de Kahului, Maui (Modificada de Huang et al., 1998).
- Figura 3-7 Espectro de Hilbert del tsunami del 5 de octubre de 1994 en el puerto de Kahului, Maui (Modificada de Huang et al., 1998).
- Figura 4-1 Ubicación de la estación SCT (Modificada de Google Earth)
- Figura 4-2 Zonificación geotécnica actual (Modificada de NTC para Diseño y Construcción de Cimentaciones-RCDF, 2004)
- Figura 4-3 Columna estratigráfica en el sitio SCT y registro de resistencia de punta, q_c , para los estudios de 1986 y 2000
- Figura 4-4 Contenido de agua W , peso volumétrico γ y perfiles de resistencia no drenada (Modificada de Ovando et al., 2007)
- Figura 4-5 Velocidad de onda de corte en el sitio SCT (Modificada de González, 2012)
- Figura 4-6 Espectros de respuesta para los sitios SCT y CU (Romo & Seed, 1986)
- Figura 4-7 Espectros de energía de entrada para diferentes estaciones localizadas en el valle de México en el sismo del 19 de septiembre de 1985, $\xi=5\%$ en escala logarítmica (Modificada de Reinoso, 2002)
- Figura 4-8 Espectros elásticos de energía de entrada para sismos de diferentes magnitudes, $\xi=5\%$ (Modificada de Reinoso, 2007)
- Figura 4-9 Ubicación de los epicentros (obtenida de Google Earth)
- Figura 4-10 FMIs obtenidas del evento del 19 de septiembre de 1985
- Figura 4-11 FMIs obtenidas del evento del 24 de octubre de 1993
- Figura 4-12 FMIs obtenidas del evento del 10 de diciembre de 1994
- Figura 4-13 FMIs obtenidas del evento del 11 de enero de 1997
- Figura 4-14 FMIs obtenidas del evento del 15 de junio de 1999
- Figura 4-15 FMIs obtenidas del evento del 30 de septiembre de 1999
- Figura 4-16 FMIs obtenidas del evento del 21 de julio del 2000

- Figura 4-17 FMI's obtenidas del evento del 22 de enero del 2003
- Figura 4-18 FMI's obtenidas del evento del 26 de abril del 2011
- Figura 4-19 Figura 4-19 FMI's obtenidas del evento del 5 de mayo del 2011
- Figura 4-20 Prueba de integridad para el evento del 19 de septiembre de 1985
- Figura 4-21 Prueba de integridad para el evento del 24 de octubre de 1993
- Figura 4-22 Prueba de integridad para el evento del 10 de diciembre de 1994
- Figura 4-23 Prueba de integridad para el evento del 11 de enero de 1997
- Figura 4-24 Prueba de integridad para el evento del 15 de junio de 1999
- Figura 4-25 Prueba de integridad para el evento del 30 de septiembre de 1999
- Figura 4-26 Prueba de integridad para el evento del 21 de julio del 2000
- Figura 4-27 Prueba de integridad para el evento del 22 de enero del 2003
- Figura 4-28 Prueba de integridad para el evento del 26 de abril 2011
- Figura 4-29 Prueba de integridad para el evento del 5 de mayo del 2011
- Figura 4-30 Diagrama de cajas para los FMI's, a) incluyendo el sismo 19/09/1985 Michoacán, b) sismos $M \leq 7.5$
- Figura 4-31 Diagramas de cajas de f_n , a) incluyendo los doce modos, b) con exclusión de los primeros dos modos, las frecuencias de contenidos no relacionados con suelos.
- Figura 4-32 a) Espectros de Fourier de los FMI3 y b) Relación entre la amplitud máxima instantánea y M
- Figura 4-33 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes espectrales con respecto a la magnitud para los FMI3
- Figura 4-34 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes de Fourier con respecto a la profundidad focal para los FMI3
- Figura 4-35 Espectros de Fourier del FMI3 a) para sismos interplaca y b) para sismos intraplaca
- Figura 4-36 Variación de la frecuencia fundamental en la escala del tiempo para los FMI3
- Figura 4-37 Espectros de Fourier de los FMI4 y b) Relación entre la amplitud máxima y M
- Figura 4-38 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes espectrales con respecto a la magnitud para los FMI4
- Figura 4-39 Variación de la frecuencia fundamental con respecto a la profundidad focal para los FMI4
- Figura 4-40 Espectros de Fourier del FMI4 a) para sismos interplaca y b) para sismos intraplaca
- Figura 4-41 Variación de la frecuencia fundamental en la escala del tiempo para los FMI4
- Figura 4-42 a) Espectros de Fourier de los FMI5 y b) Relación entre la amplitud máxima y M
- Figura 4-43 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes espectrales con respecto a la magnitud para los FMI5
- Figura 4-44 Variación de la frecuencia fundamental con respecto a la profundidad focal para los FMI5
- Figura 4-45 Espectros de Fourier del FMI5 a) para sismos interplaca y b) para sismos intraplaca
- Figura 4-46 Variación de la frecuencia fundamental en la escala del tiempo para los FMI5
- Figura 4-47 Relación señal/ruido para: a) Sismo de 19 de septiembre de 1985 con magnitud M8.1 y b) Sismo del 5 de mayo del 2011 con magnitud M5.5.
- Figura 4-48 Descripción gráfica del MR (función seno)
- Figura 4-49 Algunos ejemplos de MR calculados a partir de comportamientos conocidos
- Figura 4-50 Ruido blanco
- Figura 4-51 Sismo del 19 de septiembre de 1985
- Figura 4-52 Sismos del 10 de diciembre de 1994
- Figura 4-53 Sismo del 11 de enero de 1997
- Figura 4-54 Sismo del 22 de enero del 2003
- Figura 4-55 a) Registro del evento del 19 de septiembre de 1985, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.
- Figura 4-56 a) Registro del evento del 24 de octubre de 1993, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.
- Figura 4-57 a) Registro del evento del 15 de junio de 1999, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.
- Figura 4-58 a) registro del evento del 5 de mayo del 2011, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.

LISTADO DE TABLAS

Tabla 4-1	Propiedades índice para el sitio SCT
Tabla 4-2	Características de los eventos sísmicos
Tabla 4-3	Registros de los eventos utilizados
Tabla 4-4	Mapas de recurrencia

1 Introducción

Debido al riesgo que corren importantes zonas pobladas en todo el mundo, lo relacionado con la acción y la manifestación de los sismos es de primordial interés para diversas ramas científicas. La identificación y adecuada caracterización de los movimientos de terreno es un aspecto básico en el diseño sismo-resistente de obras civiles. La exploración de mejores herramientas de análisis de señales es fundamental si reconocemos que es a través de lo que medimos que interpretamos la realidad. Como geotecnistas nuestro conocimiento sobre la respuesta de los suelos está en función directa de lo que somos capaces de observar, registrar e interpretar. La confianza en las conclusiones sobre i) los efectos de las cargas sísmicas cuando alteran a los depósitos de materiales naturales, ii) el patrón o los patrones que rigen los procesos de respuesta y iii) las características de las ondas que se miden en sitio y su relación con las que parten desde la fuente que emite, depende totalmente de la calidad de los visores aplicados en el estudio del fenómeno y del conocimiento que de ellos se desprende.

A este respecto, en esta investigación se presenta a la Transformada Hilbert-Huang THH como la herramienta ideal para el análisis científico de las ondas de entrada, los movimientos de las masas de suelo y las complejas manifestaciones en superficie. La THH, compuesta por la Descomposición Empírica en Modos DEM y la Transformada de Hilbert TH, permite desarrollar mejores y más contundentes análisis ingenieriles de los sistemas oscilando a través de ventajosas descripciones tridimensionales (espacio 3D [*tiempo-frecuencia-intensidad*]).

Para señalar algunas de las ventajas teóricas y prácticas de la THH se analiza el proceso de respuesta de un sitio en la Ciudad de México. El sujeto en estudio es la conocida estación acelerográfica SCT, sitio icónico en los análisis de respuestas de suelos blandos y efectos de sitio en todo el mundo. La base de datos es producto de la compilación de eventos registrados durante 26 años (desde el sismo de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 hasta el sismo del 5 mayo del 2011) que cubren un amplio rango de magnitudes ($3 \leq M \leq 8.1$), profundidades (desde 9 y hasta 82 km) y fuentes sismogénicas (intraplaca e interplaca).

Como hipótesis de trabajo se considera que i) la información monitoreada durante los eventos sísmicos (acelerogramas) contiene a los efectos y a las causas del fenómeno y ii) si la interpretación del comportamiento de los suelos vibrando depende de los visores que se usen para observar los datos registrados, entonces las diferencias entre lo que se pronostica con los modelos analíticos y lo que se observa en la naturaleza podrían deberse a limitantes en el método de estudio/observación.

A partir de las descripciones detalladas de los registros de aceleraciones obtenidos en el sitio, en esta investigación se pretende dar respuesta a una de las demandas prácticas más importantes cuando se diseña y/o revisa la actuación de las estructuras desplantadas en el suelo: el esclarecimiento de los patrones de movimiento para su uso en ecuaciones de pronóstico de respuesta ante distintas combinaciones de entradas sísmicas. El exitoso paradigma matemático, la Transformada Hilbert-Huang, en combinación con un robusto almacén de registros de aceleraciones, representan la dupla ideal para alcanzar la tarea planteada.

2 Series de tiempo

Las señales o series de tiempo tienen un papel sumamente importante en la vida diaria. La voz, la música, el video y muchos de los fenómenos físicos de la vida cotidiana los interpretamos a través de series de tiempo. Una serie de tiempo es una secuencia ordenada de números que describe las tendencias y variaciones de una cantidad física. Las mediciones consecutivas de una cantidad física tomada en diferentes tiempos crean una señal típica en ingeniería. El tiempo es la variable independiente, mientras que el valor que toma dicha señal en ese instante de tiempo es la variable dependiente (Fernández, 2007).

En un contexto ingenieril, las señales son portadoras de información y el objetivo de un investigador es extraer información útil de ellas y desechar la indeseable, esta es la forma más simple de procesamiento de señales. El método para extraer la información depende del tipo de vector y de la naturaleza de la información.

2.1 Clasificación de las señales

2.1.1 Continuas y discretas

Una señal continua es aquella que puede tomar cualquier valor en cualquier instante de tiempo, es decir, es una función continua en el tiempo y en amplitud y se representa comúnmente como $x(t)$. De lo contrario, si la señal está definida únicamente en instantes enteros del tiempo, es decir, que su variable dependiente puede tomar cualquier valor real o complejo en ciertos intervalos de tiempo, se dice que es una señal discreta y se denota como $x[n]$ (Fernández, 2007).

Existen señales continuas en el tiempo y discretas en amplitud, es decir, señales que están definidas en todo instante de tiempo t , pero únicamente pueden tomar ciertos valores de amplitud fijados anticipadamente (no necesariamente reales). Estas señales se consideran continuas.

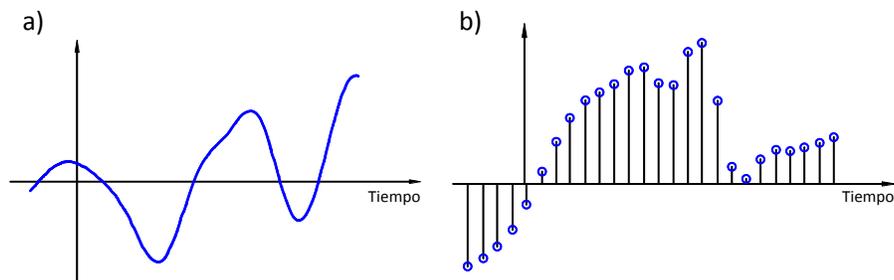


Figura 2-1 a) Ejemplo de señal continua y b) Ejemplo de una señal discreta

2.1.2 Periódicas y no periódicas

Una señal es periódica si completa un patrón dentro de un marco de tiempo medible, denominado periodo, y repite ese patrón en periodos idénticos subsecuentes. Cuando se completa un patrón completo, se dice que se ha completado un ciclo. El periodo se define como la cantidad de tiempo (expresado en segundos) necesarios para completar un ciclo completo. La duración de un periodo, puede ser diferente para cada señal, pero es constante para una determinada señal periódica.

Una señal aperiódica, o no periódica, cambia constantemente sin exhibir ningún patrón o ciclo que se repita en el tiempo.

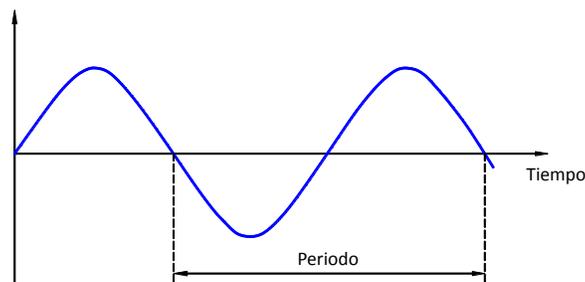


Figura 2-2 Ejemplo de una señal periódica

2.1.3 Lineales y no lineales

Un sistema lineal es aquel que satisface el principio de superposición: si una entrada consiste en la suma ponderada de varias señales, entonces la salida es simplemente la superposición (es decir, la suma ponderada) de las respuestas del sistema a cada una de estas señales. Matemáticamente, sea $y_1(t)$ la respuesta del sistema continua a una entrada $x_1(t)$, y sea $y_2(t)$ la salida correspondiente a la entrada $x_2(t)$. Entonces el sistema es lineal si (Rondón, 2005):

1. La respuesta a $x_1(t) + x_2(t)$ es $y_1(t) + y_2(t)$
2. La respuesta a $a x_1(t)$ es $a y_1(t)$, donde a es una constante compleja cualquiera.

La primera de estas dos propiedades se refiere a la propiedad de aditividad, la cual establece que la salida debida a dos o más entradas se puede hallar sumando las salidas que se obtienen cuando se aplica por separado cada una de las entradas. En lo que respecta a la segunda propiedad, se refiere a la propiedad de proporcionalidad, la cual significa que si la entrada es multiplicada por una constante, entonces la salida también se multiplicará por dicha constante.

Una señal de un sistema no lineal representa un comportamiento que no se puede expresar como la suma de los comportamientos de sus descriptores. En particular, el comportamiento de un sistema no lineal no está sujeto al principio de superposición. Usualmente, los sistemas no lineales son difíciles (o imposibles) de modelar debido a que el valor que tomará su variable dependiente en cada instante de tiempo no es posible predecir (Oppenheim, 2011).



2.2 Análisis de tiempo-frecuencia en señales.

En esta sección se presentan algunas herramientas de análisis de señales. Para estudiar las series de tiempo se han desarrollado varios métodos; el más usado en todo el mundo y en muchos campos científicos es la Transformada de Fourier y la Transformada rápida de Fourier (García, 2012), pero debido a las limitantes de aplicación que estas Transformadas poseen se han desarrollado métodos alternativos tales como Ondeletas (Ruíz, 2015), Transformada Z (Oppenheim, 2011), entre otras. Cada método tiene ventajas e inconvenientes cuando se aplican a estudios específicos. A continuación se describen las características básicas de cada opción de análisis. Esta presentación no pretende ser exhaustiva (ni matemática ni prácticamente) sino servir como un marco simple para ponderar la oferta de la propuesta de este trabajo de investigación. Para el lector interesado en el tema se recomienda la lectura de Oppenheim 2011 y Ruíz 2015.

2.2.1 Transformada de Fourier

2.2.1.1 Series de Fourier

El análisis de Fourier surgió a partir del intento del matemático francés, Jean Baptiste Joseph Fourier, por hallar la solución a un problema práctico, la conducción del calor en un anillo de hierro. Demostró que se puede obtener una función discontinua a partir de la suma de funciones continuas. Esta tesis fue defendida por Fourier ante la Academia Francesa, lo que causó severas objeciones de los matemáticos más importantes de su época como Lagrange y Laplace. El problema central consistía en la representación de funciones periódicas en términos de una serie de funciones trigonométricas por lo que esta representación toma el nombre de serie trigonométrica o serie de Fourier.

La serie de Fourier se define de la siguiente manera:

Dada una función $f(t)$, esta puede ser descompuesta como una serie de funciones seno y coseno:

$$f(t) = \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(n\omega t) + b_n \text{sen}(n\omega t)) \quad (1)$$

donde t es el tiempo, ω la frecuencia y a_0 y b_0 son los coeficientes de los términos seno y coseno (coeficientes de Fourier) de la serie, dados por:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(n\omega t) dt \quad (2)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \text{sen}(n\omega t) dt \quad (3)$$

En la última expresión T es el periodo de la función $f(x)$. Las integrales para los coeficientes a_0 y b_0 también suelen hacerse sobre el intervalo $[-T/2, T/2]$, sin embargo pueden hacerse sobre cualquier intervalo de longitud T

2.2.1.2 La transformada de Fourier

En el análisis de Fourier se trata a una función no periódica como si fuera una función con periodo infinito, esto permitió representarla como una integral cuya variable de integración fuera una frecuencia que se mueve de manera continua. El procedimiento es básicamente suponer que cada una de las frecuencias fundamentales ω_n tienen cambios infinitesimales, con lo cual se obtiene la siguiente expresión:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad (4)$$

donde $F(\omega)$ está dada por:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-2\pi i \omega t} dt \quad (5)$$

A la función $F(\omega)$ de la ecuación (5) se le llama transformada de Fourier de la función $f(t)$. Esta función proporciona la representación, en el dominio continuo de frecuencias, de la función $f(t)$. A la ecuación (4) se le conoce como la *transformada inversa de Fourier*, proceso con el que se recupera la función original.

La transformada de Fourier debe ser adaptada para utilizarla con datos monitoreados, la versión discreta de la transformada original, llamada Transformada de Fourier Discreta, TFD. Sin embargo, en la práctica no se utiliza la TFD y se opta por otro algoritmo que es más eficiente en cuanto al tiempo de cómputo: la Transformada Rápida de Fourier, TRF.

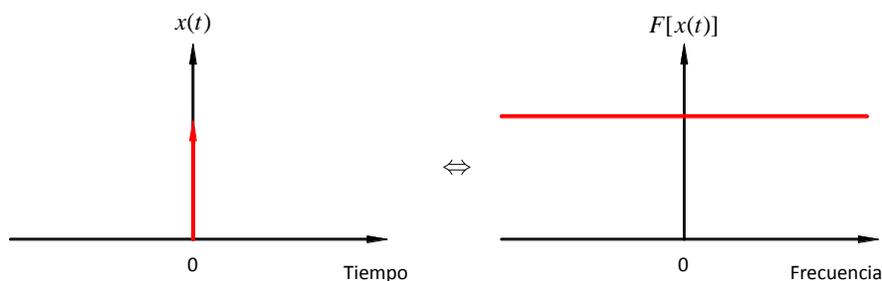


Figura 2-3 Ejemplo de la transformada de Fourier para un impulso unitario

2.2.1.3 La transformada Rápida de Fourier

Para 1946 Denis Gabor adaptó la Transformada de Fourier para poder analizar una pequeña sección de la señal en un determinado tiempo (ventana) en lo que se conoce como la transformada rápida de Fourier (FFT). Esta forma particular de la transformada de Fourier intenta salvar las desventajas que presenta la transformada original para analizar señales que ocurren en diferentes tiempos. Para una señal $f(t)$, la FFT se define como:

$$X_{STFT}(a, f) = \int f(t)g^*(t-a)dt \quad (6)$$

donde $g(t-a)$ es una versión desplazada de una ventana en el tiempo (puerta) $g(t)$ que extrae una porción de la señal $f(t)$. En otras palabras, la puerta $g(t-a)$ con un lapso limitado, selecciona y extrae solamente una porción de la señal $f(t)$ para ser analizada por la Transformada de Fourier. A pesar de las propiedades favorables de la FFT, esta transformada no es la mejor solución para localizar los eventos en tiempo y frecuencia de la señal, una desventaja clara es la elección de la longitud de la ventana, por ejemplo, una ventana demasiado corta no puede capturar todo el evento y una demasiado larga podría capturar dos o más eventos a la vez.

Detalles sobre los procesos, características y límites de aplicación de la TF y la FFT se pueden encontrar en Díaz 2012.

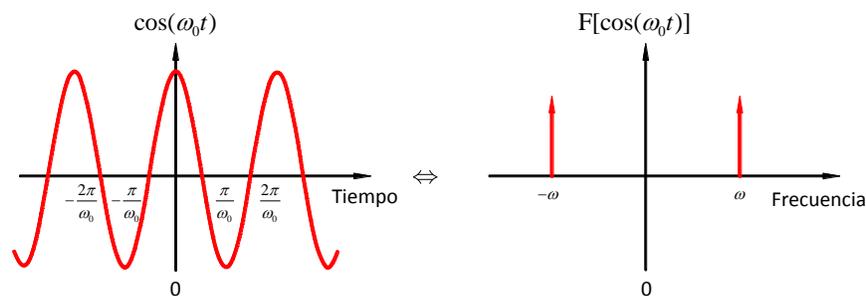


Figura 2-4 Ejemplo de la transformada de Fourier para una sinusoidal

2.2.2 Ondeletas

Una ondeleta es una pequeña onda con energía finita concentrada en el tiempo o en el espacio. Sirve como una función básica para el análisis de fenómenos transitorios, no estacionarios, o en los que varía el tiempo. La transformada de Fourier se concentra alrededor de una frecuencia específica mientras que la ondeleta tiene características de onda libre oscilando con la habilidad de admitir simultáneamente análisis en el tiempo y la frecuencia. Las ondeletas son usadas para analizar señales de manera similar a expansiones complejas (función seno y coseno) típicas del análisis de Fourier, la diferencia es que las señales están descompuestas dentro de una serie de funciones básicas locales. El término “ondeleta” fue introducido, en el contexto de una transformación matemática, en 1984 por (Grossmann y Morlet, 1984). La ondeleta es una expansión de dos parámetros de una señal en términos de función base particular o de la ondeleta madre. El análisis

temporal se lleva a cabo con una concentración de alta frecuencia de la ondeleta prototipo (Ruíz, 2015).

2.2.2.1 Ondeleta continua

De manera muy general, la Transformada continua Ondeleta o simplemente la Ondeleta de una función $f(t)$ es la descomposición de $f(t)$ en un conjunto de funciones $\psi_{s,\tau}(t)$, que forman una base que son llamadas “ondeletas”, se define como:

$$W_f(s, \tau) = \int f(t)\psi_{s,\tau}^*(t) dt \quad (7)$$

Las ondeletas son generadas a partir de la traslación y cambio de escala de una misma función ondeleta $\psi(t)$, llamada la “Ondeleta madre”, y se define como:

$$\psi_{s,\tau}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-\tau}{s}\right) \quad (8)$$

donde s es el factor de escala, y τ es el factor de traslación.

Las ondeletas $\psi_{s,\tau}(t)$ generadas de la misma función ondeleta madre $\psi(t)$ tienen diferente escala s y ubicación τ , pero tienen todas la misma forma. Se utilizan siempre factores de escala $s > 0$. Las Ondeletas son dilatadas cuando la escala $s > 1$, y son contraídas cuando $s < 1$. Así, cambiando el valor de s se cubren rangos diferentes de frecuencias. Valores grandes del parámetro s corresponden a frecuencias de menor rango, o una escala grande de $\psi_{s,\tau}(t)$. Valores pequeños de s corresponden a frecuencias de mayor rango o una escala muy pequeña de $\psi_{s,\tau}(t)$.

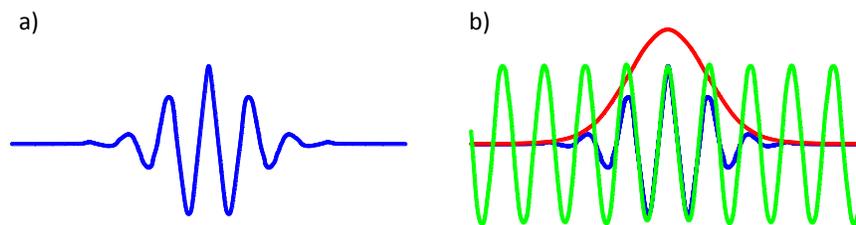


Figura 2-5 a) Wavelet Morlet de anchura y amplitud arbitraria. b) Construcción de la wavelet Morlet (azul discontinua) como una curva sinusoidal (verde) modulada por una gaussiana (rojo)



2.2.2.2 Ondeleta discreta

Cuando la función $f(t)$ es continua y las ondeletas son continuas con factor de escala y traslación discretas, la ondeleta resulta en una serie de coeficientes ondeletas que se conoce como descomposición en series ondeleta. La función $f(t)$ puede ser reconstruida desde los coeficientes ondeletas discretos $W_f(s, \tau)$, de la siguiente manera:

$$f(t) = A \sum_s \sum_\tau W_f(s, \tau) \psi_{s, \tau}(t) \quad (9)$$

donde A es una constante que no depende de $f(t)$. A estas funciones ondeletas continuas con factores de escala y traslación discretos se las denomina ondeletas discretas. Los factores de escala y traslación de las ondeletas discretas pueden ser expresados como:

$$s = s_0^i \quad \text{y} \quad \tau = k\tau_0 s_0^i \quad (10)$$

donde el exponente i y la constante k son enteros, y $s_0 > 1$ es un paso fijo de dilatación.

El factor de traslación τ depende del paso de dilatación s , ecuación (10). Entonces, a partir de la ecuación (8) y con la ecuación (10), las correspondientes ondeletas discretas quedan expresadas como:

$$\psi_{i,k}(t) = s_0^{-i/2} \psi(s_0^{-i}t - k\tau_0) \quad (11)$$

A través de la ecuación (11), la Transformada Ondeleta de una función continua es realizada a frecuencias y tiempos discretos que corresponden a muestreos con distintas traslaciones (tiempo) y distintas dilataciones (o cambios de escala). El paso de muestreo en tiempo es pequeño para el análisis utilizando ondeletas de pequeña escala mientras que es grande para el análisis con ondeletas de gran escala. La posibilidad de variar el factor de escala s permite usar ondeletas de escala muy pequeña para concentrar el análisis en singularidades de la señal. Cuando solo los detalles de la señal son de interés, unos pocos niveles de descomposición son necesarios. Por lo tanto el análisis ondeleta provee una forma más eficiente de representar señales transitorias.

3 Transformada Hilbert-Huang

El análisis de datos es la manera más directa para estudiar la realidad. En la ingeniería sirve para dos propósitos: determinar los parámetros necesarios para construir un modelo y validar las imágenes de lo modelado. Es muy común que las mediciones físicas sean insuficientes, y al tratarse de fenómenos naturales, tengan un carácter no estacionario y representan procesos no lineales (Huang et al., 1998).

Históricamente, el análisis espectral de Fourier ha sido el método ineludible para examinar series de tiempo, de hecho el término “espectro” se ha convertido en poco menos que un sinónimo de la transformada de Fourier. En parte debido a su destreza y en parte debido a su simplicidad, el análisis de Fourier ha dominado el análisis de datos desde poco después de su introducción y ha sido aplicado a todo tipo de investigaciones. A pesar de que el análisis de Fourier es válido para condiciones muy generales, existen restricciones cruciales para que el análisis espectral de Fourier sea totalmente válido: el sistema que genera los datos debe ser lineal y éstos deben ser estrictamente periódicos y estacionarios, de lo contrario, el espectro resultante carece de sentido (Huang & Wu, 2008).

Pocos registros, ya sea de fenómenos naturales o fuentes artificiales, pueden satisfacer plenamente las definiciones formales matemáticas de estacionalidad. La dificultad para definirla radica básicamente en que no se pueden tener datos suficientes para cubrir todos los puntos posibles en un plano de fase, sólo podemos tener datos por periodos de tiempo finitos muy acotados así que se recurre a aproximaciones muy generales (Huang & Atton-Okine, 2005). Aparte de estacionalidad el análisis espectral de Fourier también requiere linealidad. A pesar de que muchos fenómenos naturales pueden ser aproximados por sistemas lineales también tienen la tendencia a ser no lineales cuando ocurren algunas variaciones paramétricas.

Si se reconoce que los datos disponibles en general son de duración finita, no estacionarios y provienen de sistemas que frecuentemente son no lineales, el análisis espectral de Fourier debe verse como una herramienta de uso limitado. El uso indiscriminado del análisis espectral de Fourier y la aceptación despreocupada de la supuesta estacionalidad y linealidad de los datos puede generar resultados engañosos. El espectro de Fourier define los componentes armónicos globalmente por lo que se necesitan muchos componentes adicionales para simular datos no estacionarios no uniformes. Esto desvía la energía a un dominio de frecuencias mucho más amplio. Estos armónicos espurios no representan la verdadera densidad de energía en el espacio de las frecuencias. Los componentes de Fourier pueden tener sentido matemático, pero en realidad no tienen sentido físico en lo absoluto. Por ejemplo, un registro de campo cercano durante un terremoto muy severo, de duración muy corta, se aproxima prácticamente a una función delta y su espectro de Fourier es sin duda una lejana representación y conduce a deducciones artificiales, poco sonoras respecto al fenómeno que generó los datos (Huang, 2014).

En este trabajo de tesis se presentará un nuevo método de análisis de datos, la Transformada Hilbert-Huang, THH. Compuesta por la Descomposición Empírica en Modos, DEM, y el espectro de Hilbert, la THH trabaja sobre la extracción directa de la energía asociada con oscilaciones intrínsecas.



A continuación se describen las bases teóricas que hacen de este trabajo de Tesis un documento auto-contenido. Al lector interesado en profundizar en el tema se recomienda la lectura de (Huang, 2014).

3.1 Frecuencia instantánea

La comunidad científica ha aceptado los conceptos energía instantánea o envolvente instantánea de señal, pero la frecuencia instantánea ha sido sumamente controversial (Boashasha 1992; Cohen 1995). Cuando se piensa en Fourier y su frecuencia en toda la longitud de los datos con una amplitud constante surge la necesidad de relacionarla con la frecuencia instantánea por lo que ésta se piensa en términos de una función seno o coseno. Así, se necesita al menos una oscilación completa de una onda seno o coseno para definir el valor de la frecuencia local y nada más corto que una onda completa lo hará. Tal definición no tendría sentido para datos no estacionarios para los cuales la frecuencia cambia de valor de tiempo en tiempo. Una dificultad de la frecuencia instantánea es que no hay una manera única para definirla. Sin embargo, la Transformada de Hilbert permite enmarcarla adecuadamente (Cohen, 1995). Para una serie de tiempo arbitrario, $X(t)$, su Transformada de Hilbert, $Y(t)$, se expresa como (Huang et al., 2009)

$$Y(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{X(t')}{t-t'} dt' \quad (12)$$

donde P indica el valor principal de Cauchy. Esta transformada existe para todas las funciones de clase L^p (Titchmarsh, 1948). Con esta definición, $X(t)$ y $Y(t)$ forman el par conjugado completo, entonces se puede tener una señal analítica, $Z(t)$ como

$$Z(t) = X(t) + iY(t) = a(t)e^{i\theta(t)}, \quad (13)$$

en la que

$$a(t) = [X^2(t) + Y^2(t)]^{1/2}, \quad \theta(t) = \arctan\left(\frac{Y(t)}{X(t)}\right) \quad (14)$$

Teóricamente, hay una infinidad de maneras para definir la parte imaginaria, pero la transformada de Hilbert proporciona una única forma para definir la parte imaginaria de modo que el resultado es una función analítica. Un breve tutorial sobre la transformada de Hilbert con el énfasis en su interpretación física puede ser encontrado en (Bendat & Piersol, 1986). Esencialmente la ecuación (12) define la transformada de Hilbert como la convolución de $X(t)$ con $1/t$; por lo tanto, se pone énfasis en las propiedades locales de $X(t)$. En la ecuación (13), la expresión en

coordenadas polares aclara aún más el carácter local de esta representación, es el mejor ajuste local de una amplitud y variación de fase de una función trigonométrica a $X(t)$. La frecuencia instantánea queda definida como (Huang et al., 2009)

$$\omega = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (15)$$

Esto conduce a Cohen (1995) a introducir el término “función monocomponente”. Para un único valor en función del tiempo, en cualquier momento dado, sólo existe un valor de frecuencia que lo obliga a representar un componente, por consiguiente un “monocomponente”.

Se considerarán algunos ejemplos sencillos para ilustrar el concepto (Huang et al., 1998),

$$x(t) = \text{sen}(t) \quad (16)$$

Su transformada de Hilbert es simplemente $\cos(t)$. La forma gráfica en $x-y$ es un simple círculo con radio unitario como se muestra en la Figura 3-1a. La función fase es una línea recta como es indicado en la Figura 3-1b, y la frecuencia instantánea se ilustra en la Figura 3-1c, esta es una constante tal y como se esperaba. Si nos movemos fuera de la media una cantidad α , entonces.

$$X(t) = \alpha + \text{sen}(t) \quad (17)$$

El diagrama de fase de $x-y$ todavía es un simple círculo independientemente del valor de α , pero el centro del círculo estará desplazado por el valor de α como se ilustra en la Figura 3-1a. Si $\alpha < 1$, el centro del círculo está todavía dentro del círculo inicial. Bajo esta condición, la función ya ha violado una restricción, su espectro de Fourier tiene un término DC. Sin embargo, la frecuencia media de cruces por cero es todavía la misma como en el caso de $\alpha = 0$, pero la función fase y la frecuencia instantánea serán muy diferentes como se muestra en la Figura 3-1b. Si $\alpha > 1$, el centro queda fuera del círculo, así, la función ya no satisface las condiciones requeridas. Entonces, tanto la función fase como la frecuencia instantánea asumirán valores negativos como se puede observar en las Figura 3-1b y 3-1c. Estos simples ejemplos ilustran físicamente que, para una simple señal tal como una función seno, la frecuencia instantánea puede ser definida solamente si restringimos la función a ser simétrica con respecto a nivel cero (Huang et al., 1998).

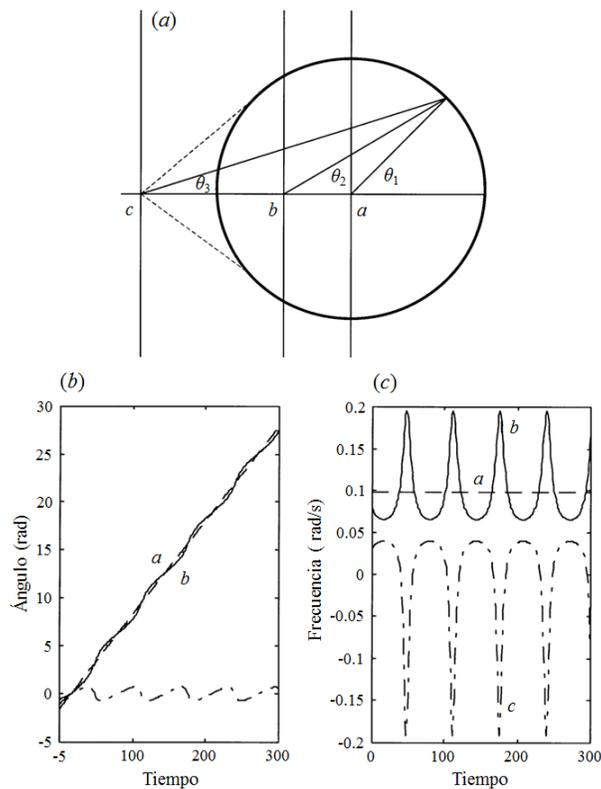


Figura 3-1 Interpretación física de la frecuencia instantánea. (a) fase plana para las funciones de $x(t) = \alpha + \text{sen}(t)$.: (a) $\alpha = 0$; (b) $\alpha < 1$; (c) $\alpha > 1$. (b) La función de fase desenvuelta de las funciones modeladas. (c) La frecuencia instantánea calculada de acuerdo con la ecuación (15) (Modificada de Huang et al., 1998)

En general, cualquier onda de forma asimétrica podrá ser equivalente al caso de $\alpha < 1$, con alfa distinta de cero. Con el fin de tener una frecuencia instantánea significativa, esta restricción local tendría que ser utilizada en lugar de las restricciones globales dadas anteriormente. Además, esta restricción local también sugiere un método para descomponer los datos en componentes para los cuales la frecuencia instantánea puede ser definida. Los ejemplos representados anteriormente, sin embargo, conducen a la definición de una clase de funciones, basadas en sus propiedades locales, denominadas funciones de modo intrínsecas FMI para las cuales la frecuencia instantánea puede ser definida en todas partes (Chu et al., 2014).

3.2 Funciones de modo intrínsecas

Físicamente, las condiciones necesarias para definir una frecuencia instantánea significativa es que las funciones sean simétricas con respecto a la media local cero y que tengan el mismo número de cruces por cero y el mismo número de extremos. Huang et al. (1998), basados en estas observaciones, propusieron un tipo de funciones denominadas funciones de modo intrínsecas con la siguiente definición formal:

Una función de modo intrínseco, FMI, es una función que satisface dos condiciones: 1) en todo el conjunto de datos, el número de extremos y el número de cruces por cero debe ser igual o diferir en 1; y 2) en cualquier punto, el promedio de la envolvente definida por el máximo local y la envolvente definida por el mínimo local debe ser cero.

La primera condición es similar a los requerimientos tradicionales de una banda estrecha para un proceso estacionario Gaussiano, la segunda es la idea original: modificar el requisito clásico global a uno local para que la frecuencia instantánea no tenga fluctuaciones no deseadas introducidas por ondas de forma asimétrica. Idealmente el requisito debería ser que la media local de los datos sea cero pero para datos no estacionarios, la media local implica una escala de tiempo local y ésta es imposible definir. Como sustituto se usa la media local de la envolvente definida por el máximo local y el mínimo local para forzar la simetría. Esto es una aproximación necesaria para evitar la falta de definición de una escala de tiempo local. Con el enfoque físico y la aproximación aquí adoptada, el método no siempre garantiza una frecuencia instantánea perfecta bajo cualquier condición, sin embargo, incluso en las peores condiciones la frecuencia instantánea así definida sigue siendo consistente con la física del sistema estudiado (Huang, 2014).

El nombre de funciones de modo intrínsecas es adoptado porque son modos de oscilación embebidos en los datos. Cada FMI implica solo un modo de oscilación, no permite montar a ninguna onda compleja. Una FMI no se limita a una señal de banda estrecha y puede ser modulada en amplitud y frecuencia. Una típica FMI se muestra en la Figura 3-2.

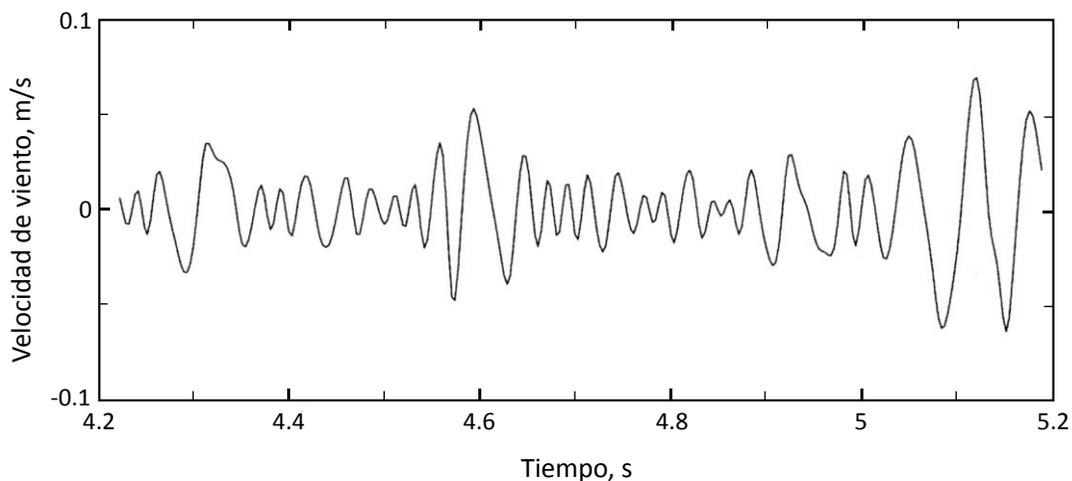


Figura 3-2 Una típica función de modo intrínseco con el mismo número de cruces por cero y extremos, y simétrica en las envolventes superior e inferior con respecto al cero (Modificada de Huang et al., 1998)

Teniendo claro el concepto de FMI, se demostrará que la definición dada en la ecuación (15) brinda la mejor frecuencia instantánea. Una FMI después de la transformada de Hilbert puede ser expresada con la ecuación(13). Si se realiza la transformada de Fourier en $Z(t)$, se tendría



$$W(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)e^{-\theta(t)} e^{-i\omega t} dt, = \int_{-\infty}^{\infty} a(t)e^{i(\theta(t)-\omega t)} dt \quad (18)$$

Después por el método de fase estacionaria (Capson, 1967), la máxima contribución a $W(\omega)$ esta dada por la frecuencia que satisfaga la condición

$$\frac{d}{dt}(\theta(t) - \omega t) = 0 \quad (19)$$

Por lo tanto la ecuación (15) se mantiene. Aunque matemáticamente, la aplicación del método de la fase estacionaria requiere un parámetro grande para la función exponencial, la adopción puede ser justificada si la frecuencia, ω , es alta en comparación con la escala inversa local del tiempo de la variación de la frecuencia. Por lo tanto, esta definición se ajusta mejor para cambiar gradualmente la amplitud. Incluso con esta condición, esto sigue siendo una mejor definición de la frecuencia instantánea que la frecuencia de cruces por cero; es también mejor que la definición integral sugerida por Cohen (1995). Además, está de acuerdo con la definición de frecuencia para la teoría de ondas clásica (Whitham, 1975).

En una función cualquier variación de frecuencia se designa como una modulación de frecuencia. Hay dos tipos de modulación de frecuencia: la inter-onda y la intra-onda. Las de primer tipo son familiares, la frecuencia de oscilación está cambiando gradualmente con las ondas en un sistema dispersivo. El segundo tipo es menos familiar pero es un fenómeno común: cualquier deformación de la onda de la forma sinusoidal implica la modulación de frecuencia intra-onda. En el pasado este tipo de fenómenos eran tratados como distorsiones amónicas, pero estas deformaciones son mejor vistas como la modulación de frecuencia intra-onda, que es un concepto más físico (Huang & Wu, 2008).

3.3 Método de Descomposición Empírica en Modos

La mayor parte de los datos registrados no son naturalmente FMIs. Huang y sus colaboradores (1998) introdujeron un método para hacer frente a datos no lineales y no estacionarios mediante la descomposición de la señal original de manera intuitiva, directa, a posteriori y adaptativa.

La descomposición está basada en las siguientes suposiciones:

1. La señal tiene al menos dos extremos, un máximo y un mínimo;
2. La escala de tiempo característica se define por el lapso de tiempo entre los extremos; y
3. Si los datos carecen totalmente de extremos y sólo contiene puntos de inflexión, entonces éstos se reconocen y así se obtienen los extremos.

La esencia de este método es identificar los modos de oscilación intrínsecas en sus escalas características. Según Drazin (1992), el primer paso del análisis de datos es el de examinar los datos de manera visual, a partir de esta examinación, se pueden identificar las diferentes escalas directamente de dos maneras:

- Por el lapso de tiempo entre las sucesivas alternancias de valores máximos y el mínimo local;
- Y por el lapso de tiempo entre los sucesivos cruces por cero.

Cada ondulación define una escala característica de los datos, intrínseca al proceso. Se ha adoptado al lapso de tiempo entre las sucesivas alternancias entre los valores máximos y mínimos como la definición de la escala de tiempo para los modos de oscilaciones intrínsecas, ya que no sólo ofrece una resolución mucho más fina de los modos de oscilación sino que se puede aplicar a los datos con media distinta de cero, o bien a todos los valores positivos o todos los valores negativos, sin cruces por cero. Un modo sistemático para la extracción de los modos de oscilación, es designado como el proceso de tamizado, el cual es descrito a continuación (Huang et al., 2008).

Una vez identificados los extremos se conectan con una línea envolvente superior y de la misma manera se unen a los mínimos locales con una envolvente inferior. Las envolventes superior e inferior deben cubrir todos los datos entre ellas. La media es designada como m_1 y la diferencia entre los datos y m_1 es el primer componente, h_1 , es decir;

$$X(t) - m_1 = h_1 \quad (20)$$

El procedimiento está ilustrado en la Figura 3-3, en la Figura 3-3a se muestra la serie de datos, en la Figura 3-3b los datos más las envolventes (línea verde) y su media (línea roja) y en la Figura 3-3c la diferencia entre la serie de datos y el promedio local de acuerdo con la ecuación (20) Idealmente, h_1 podría ser una FMI ya que en su construcción se satisfacen todos los requerimientos.

El proceso de tamizado tiene dos propósitos: eliminar las ondas encimadas y hacer el perfil de onda más simétrico. En el tamizado, h_1 es tratado como la serie de datos, entonces

$$h_1 - m_{11} = h_{11} \quad (21)$$

La Figura 3-4a muestra la mejora de la señal después del segundo proceso de tamizado, pero todavía hay máximos locales por debajo de la línea de cero. Después de otro cribado, el resultado se muestra en la Figura 3-4b. Ahora todos los máximos locales son positivos, y todos los mínimos locales son negativos, pero muchas ondas siguen siendo asimétricas. Se puede repetir este proceso de tamizado k veces, hasta que h_{1k} sea una FMI, es decir

$$h_{1(k-1)} - m_{1k} = h_{1k} \quad (22)$$

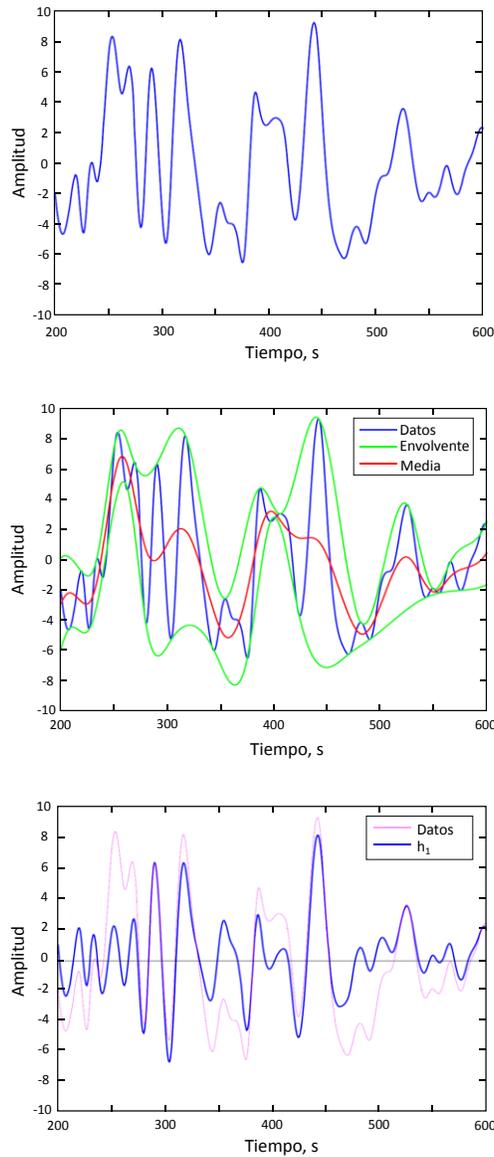


Figura 3-3 Proceso de tamizado: (a) señal original; (b) la señal original en línea negra, con líneas verdes las envolventes superior e inferior y la línea roja representa la media; (c) la diferencia entre la original y m_1 en azul. (García, 2012)

El resultado se muestra en la Figura 3-2 después de nueve procesos de tamizado. A continuación se designa como

$$c_1 = h_{1k} \quad (23)$$

El primer componente FMI a partir de la serie de datos

Como se describió anteriormente, el proceso es efectivamente como de cribado: para separar el mejor modo local a partir de los primeros datos basados solo en la escala de tiempo característico. Para garantizar que los componentes FMI conservan suficiente sentido físico en amplitud y frecuencia, se tiene que determinar un criterio para detener el proceso de tamizado. Esto se puede

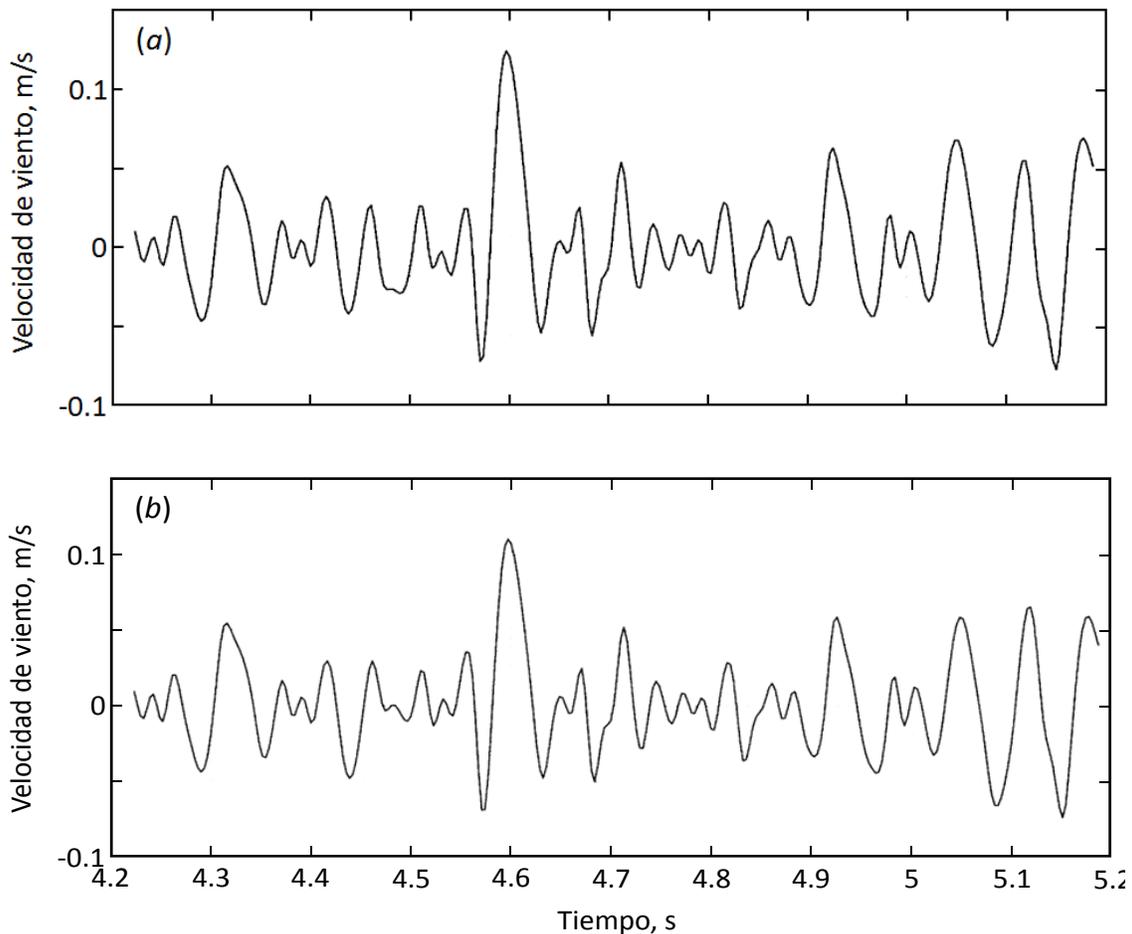


Figura 3-4 Ilustración que muestra los efectos del proceso periódico de tamizado: a) muestra el resultado de la Figura 3-3 (c), el resultado sigue siendo asimétrico y aun no se puede considerar como FMI; (b) muestra el resultado después de tres procesos de tamizado, el resultado es mucho mejor pero se requieren de más procesos para poder eliminar la simetría. El FMI final se muestra en la Figura 3-2 después de 9 procesos de tamizado (Modificado de Huang et al., 1998)



conseguir limitando el tamaño de la desviación estándar, calculándola a partir de dos procesos de cribado consecutivos de la siguiente manera

$$SD = \sum_{t=0}^T \left[\frac{\left| \left(h_{1(k-1)}(t) - h_{1k}(t) \right) \right|^2}{h_{1(k-1)}^2(t)} \right] \quad (24)$$

Un valor típico para la desviación estándar se puede ajustar entre 0.2 y 0.3.

Si c_1 podría contiene la máxima escala o el componente de menor periodo de la señal, entonces, se puede separar del resto de los datos por

$$X(t) - c_1 = r_1 \quad (25)$$

Como el residuo, r_1 , todavía contiene información de los componentes con periodo más largo, este es tratado como los nuevos datos y es sometido al mismo proceso de tamizado como se describió anteriormente. El procedimiento puede ser repetido subsecuentemente en todas las r_j , y el resultado es

$$r_1 - c_2 = r_2, \dots, r_{n-1} - c_n = r_n \quad (26)$$

El proceso de tamizado puede ser detenido por cualquiera de los siguientes criterios predeterminados: o bien cuando el componente c_n , o el residuo r_n , se vuelven tan pequeños que es menor que el valor predeterminado de consecuencia sustancial, o cuando el residuo, r_n , se convierte en una función monótonica desde la cual no más FMI pueden ser extraídas. Incluso para datos con media cero, el residuo final todavía puede ser diferente de cero; para datos con una tendencia, el residuo final debería ser una tendencia. Mediante la suma de las ecuaciones (26) y (27), finalmente obtenemos

$$X(t) = \sum_{i=1}^n c_i + r_n \quad (27)$$

En consecuencia, hemos logrado una descomposición de una serie de datos en n-modos empíricos, y un residuo, r_n , el cual puede ser ya sea la tendencia de la media o bien una constante. Como se ha discutido aquí, la aplicación del método DEM, no requiere una media o cero de referencia; DEM sólo necesita la localización del extremo local. El cero de referencia para cada componente podría ser generado por el proceso de tamizado. Sin la necesidad del cero de referencia, DEM elimina la etapa

problemática de la eliminación de los valores medios de la gran expresión DC en datos con media distinta de cero (Huang et al., 1998).

3.4 El Espectro de Hilbert

Después obtener los FMIs se puede aplicar sin dificultad la transformada de Hilbert a cada componente y calcular la frecuencia instantánea de acuerdo con la ecuación (15). Después de haber realizado la transformada de Hilbert en cada componente FMI, los datos pueden ser expresados de la siguiente forma:

$$X(t) = \sum_{j=1}^n a_j(t) \exp\left(i \int \omega_j(t) dt\right) \quad (28)$$

Se ha dejado de lado al residuo r_n , a propósito, porque es una función monótona o constante. Aunque la transformada de Hilbert puede tratar la tendencia monótonica como parte de una oscilación más larga, la energía involucrada en la tendencia residual podría ser sobrevaluada. Considerando la incertidumbre de la tendencia más larga, y en el interés de la información contenida en los otros componentes, el componente final no-FMI debería dejarse de lado. Sin embargo, éste no-FMI podría ser incluida si consideraciones físicas justifican su inclusión (Huang & Attoh-Okine, 2005).

La ecuación (28) da tanto la amplitud como la frecuencia de cada componente como función del tiempo. Los mismos datos expandidos en una representación de Fourier serían presentados de la siguiente manera

$$X(t) = \sum_{j=1}^{\infty} a_j e^{i\omega_j t} \quad (29)$$

Con ambas a_j y ω_j como constantes. El contraste entre las ecuaciones (28) y (29) es claro: los FMI representan una expansión de Fourier generalizada. La amplitud variable y la frecuencia instantánea no sólo han mejorado considerablemente la eficiencia de la expansión sino que también han permitido la expansión el manejo de datos no estacionarios. Con la expansión FMI, la amplitud y la frecuencia modulada también son claramente separadas. Por lo tanto, se ha salvado la restricción de la amplitud constante y frecuencia fija de la expansión de Fourier y se tiene una amplitud variable y una representación adaptativa de la frecuencia.

La ecuación (28) también permite representar la amplitud y la frecuencia instantánea como función del tiempo en un gráfico tridimensional, en el cual la amplitud puede ser dibujada en contornos de igual magnitud en un plano frecuencia-tiempo. Esta distribución frecuencia-tiempo de la amplitud es designada como el espectro de amplitud de Hilbert, $H(\omega, t)$, o simplemente espectro de Hilbert. Si la amplitud al cuadrado es más deseable, comúnmente para representar la densidad de

energía, entonces los valores al cuadrado de la amplitud pueden ser sustituidos para producir el espectro de energía de Hilbert (Chu et al., 2014).

Un ejemplo del espectro de Hilbert en el formato de mapas de colores para los datos de viento se muestra en la Figura 3-5. El espectro muestra una apariencia muy diferente en comparación con su correspondiente representación en el espectro de wavelet. Mientras que el espectro de Hilbert solo aparece en forma de esqueleto con énfasis en las variaciones de frecuencias para cada FMI, el resultado del análisis de Wavelet proporciona un mapa de contornos de energía con una rica distribución en los armónicos más altos.

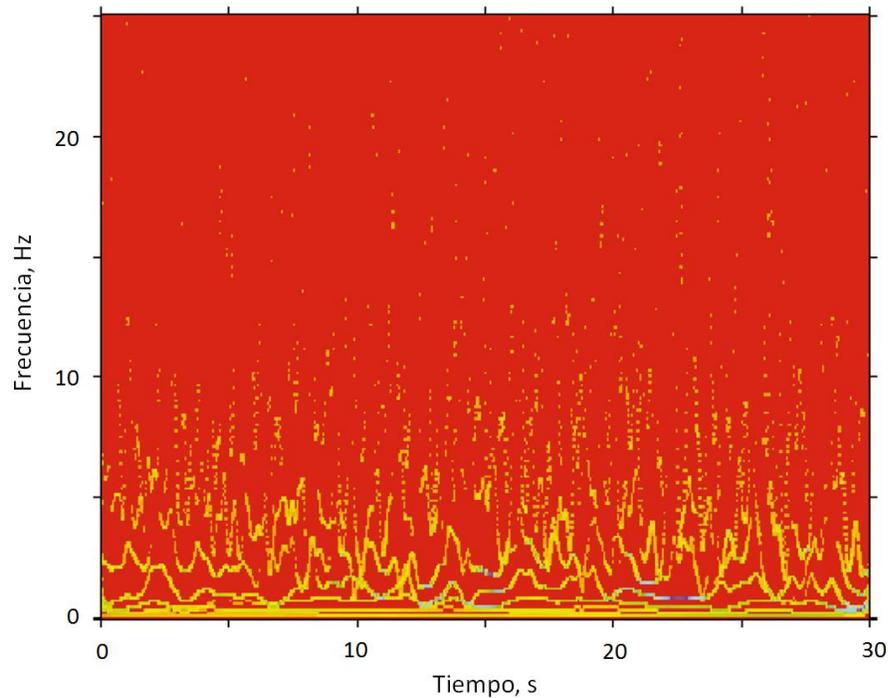


Figura 3-5 Espectro de Hilbert para los datos de viento. La energía aparece en líneas de esqueleto, las cuales representan a cada FMI (Modificado de Huang et al., 1998).

El espectro marginal del EH se puede definir como la densidad de la energía instantánea, IE

$$IE(t) = \int_{\omega} H^2(\omega, t) d\omega \quad (30)$$

Obviamente, esta IE también depende del tiempo, la cual puede ser utilizada para comprobar la fluctuación de la energía (Huang et al., 1998).

En la Figura 3-7 se presenta el EH para el indicador de mareas que fueron grabados durante cinco días en el puerto de Kahului, Maui. Del 4 al 9 de octubre de 1994 fueron grabados los índices de mareas con un espaciado de 1 min (Figura 3-6) registrando el 5 de octubre las olas inducidas por un tsunami que crearon cambios en los niveles de agua en una magnitud considerable comparable con las de la marea. Aunque los datos de las mareas se analizan tradicionalmente con la expansión de Fourier, las ondas añadidas del tsunami son transitorias. La combinación, por tanto, hace que toda la serie temporal no sea estacionaria. El análisis con la expansión de Fourier no puede ser realizada debido a que los datos transitorios y la marea contendrían muchos componentes armónicos en el mismo rango de frecuencias.

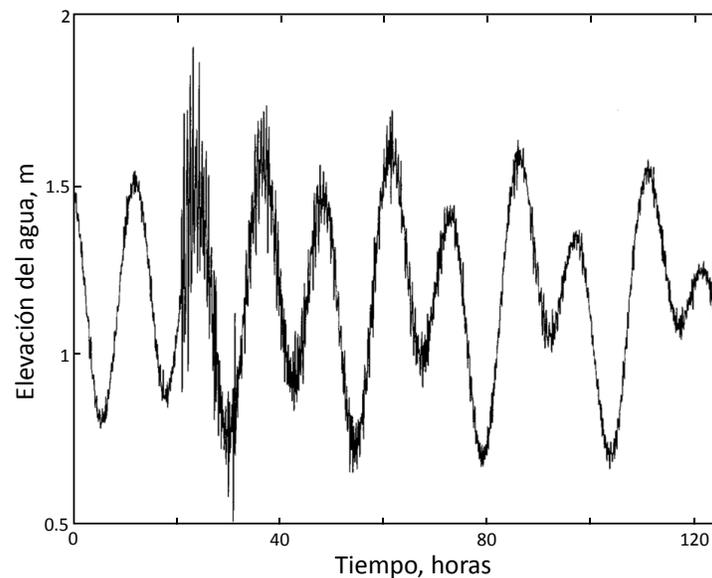


Figura 3-6 Datos de áreas recolectadas del 4 al 9 de octubre de 1994 en el puerto de Kahului, Maui (Modificada de Huang et al., 1998).

Después de aplicar el método DEM se obtuvieron ocho componentes FMIs, los cuales se pueden dividir fácilmente en dos grupos: la señal de alta frecuencia que representa las ondas inducidas por el tsunami y los componentes de baja frecuencia que representan a la marea. Es importante señalar que únicamente el método DEM es capaz de actuar como filtro que separa la marea y el tsunami sin dificultad.

En el EH se puede observar claramente el comportamiento de ambos fenómenos. En la parte superior se encuentra el comportamiento del tsunami, fenómeno que presenta gran irregularidad tanto en frecuencia como en amplitud, mostrando valores de amplitud que van desde los más bajos hasta la parte más intensa a las 30 horas que corresponde a la llegada de las ondas del tsunami. En la parte de bajas frecuencias se encuentra el comportamiento de la marea, como se puede observar, la marea diurna en color amarillo presenta un comportamiento constante tanto en frecuencia como en amplitud durante todo el tiempo de grabación, mostrando claramente los efectos del arribo de las ondas del tsunami a las 30 horas y regresando a su comportamiento normal después de un cierto tiempo; para el caso de la marea semi-diurna en color rojo se observa que su frecuencia no es constante, pero se encuentra en un rango mucho más acotado y también presenta unas pequeñas

variaciones en intensidad, este tipo de mareas es más susceptible a los efectos producidos por el tsunami.

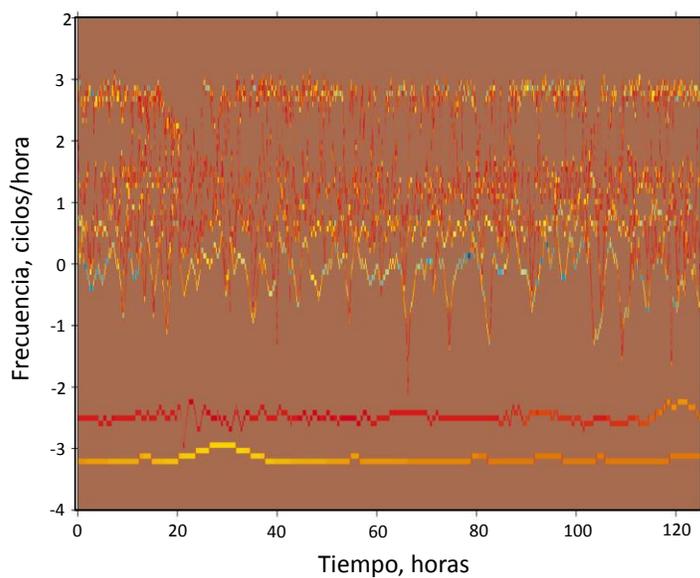


Figura 3-7 Espectro de Hilbert del tsunami del 5 de octubre de 1994 en el puerto de Kahului, Maui (Modificada de Huang et al., 1998).

4 Análisis de respuestas con la THH

4.1 Descripción del sujeto de estudio

Para explotar la THH en el análisis de respuesta sísmica es de vital importancia conocer a detalle las características geotécnicas del sitio en estudio.

4.1.1 Ubicación

La estación acelerográfica SCT se encuentra ubicada entre el conjunto de edificios pertenecientes a la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT), Av. Xola (Eje 4 Sur) y Eje Central Lázaro Cárdenas (Figura 4-1).

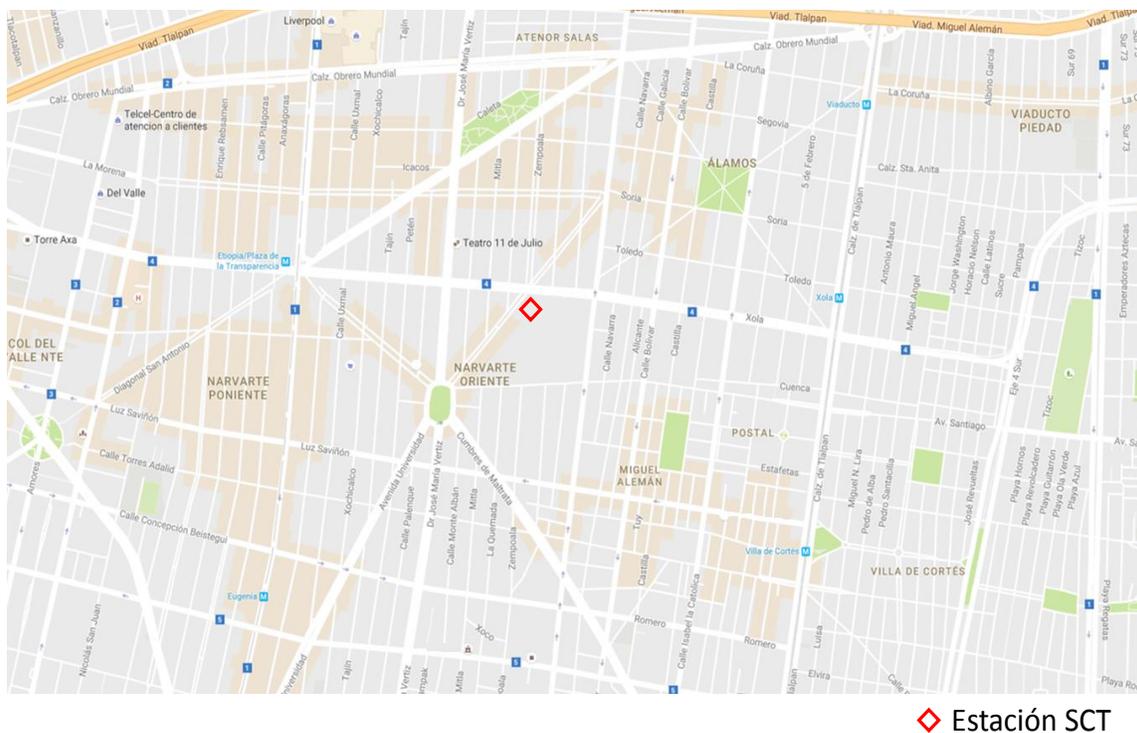


Figura 4-1 Ubicación de la estación SCT (Modificada de Google Earth)

De acuerdo con las Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Cimentaciones vigentes para la Ciudad de México (RCDF 2004), la estación SCT pertenece a la Zona III o también llamada Zona de Lago (Figura 4-2).

En la exploración de 1986 se ejecutaron un sondeo de cono eléctrico y uno continuo con extracción de muestras de suelo inalteradas en el que se midió la velocidad de propagación de ondas de corte V_s (sonda suspendida y down hole). En lo que respecta al estudio realizado en el 2000 se llevaron a cabo, nuevamente, un sondeo continuo con extracción de muestras inalteradas hasta los 40 m, un sondeo de cono eléctrico hasta los 30 m de profundidad y la medición de la propagación de las ondas de corte (sonda suspendida).

En la Figura 4-3 se presenta la secuencia estratigráfica para el sitio SCT obtenida a mediados de los 80 (Jaime et al., 1987). A partir de esta información, y para propósitos de este trabajo, se definió una estratigrafía simplificada compuesta por 7 estratos hasta la profundidad de 40 m; con dos estratos arcillosos y otros que se componen de materiales limosos y arenosos. La estratigrafía simplificada es congruente con los diferentes estratos presentes en el subsuelo de la zona. En la misma Figura 4-3 se muestran dos perfiles de resistencia de punta q_c , uno registrado en 1986 y el otro 14 años después. Se observan los efectos del hundimiento regional en el subsuelo debido principalmente al bombeo de agua (reducción del espesor de estratos compresibles) y en ciertas profundidades se verifica el endurecimiento con el incremento en los valores de resistencia, esta rigidización es más evidente muy cerca de la superficie y en las profundidades mayores.

En la Tabla 4-1 se presentan los valores de las propiedades obtenidas en el laboratorio para las muestras inalteradas (1986 y 2000). Las propiedades índices que se determinaron son: contenido de agua, límite líquido, límite plástico, índice de plasticidad y peso volumétrico.

En la Tabla 4-1 se puede observar la reducción en el contenido de agua (en algunos estratos es significativa), lo cual es consistente con el hecho de que la consolidación inducida por bombeo se propaga hacia arriba desde la base de los suelos arcillosos hasta la superficie; como consecuencia del decremento del contenido de agua en el suelo, el peso volumétrico tiene a incrementarse y confirman que los estratos del suelo se densifican y ganan fuerza. En la Figura 4-4 se muestra, como ejemplo de esta situación, la variación del contenido de agua, el peso volumétrico y los perfiles de resistencia no drenada registrados con una separación en el tiempo de ≈ 30 años (de 1952 a 1986).

Para algunos investigadores (entre otros Aguilar et al., 2003, Ovando et al., 2006) el cambio más dramático se observa en las propiedades dinámicas, ya que se infiere que como producto del hundimiento regional y consecuente disminución del espesor del suelo compresible, se produce un cambio en la estructura del suelo que se traduce en un incremento de capacidad para amplificar las ondas sísmicas de entrada. Como un ejemplo observe la Figura 4-5 en la que se muestran los registros de V_s en las dos campañas de exploración. Se aprecia un ligero incremento en la velocidad.

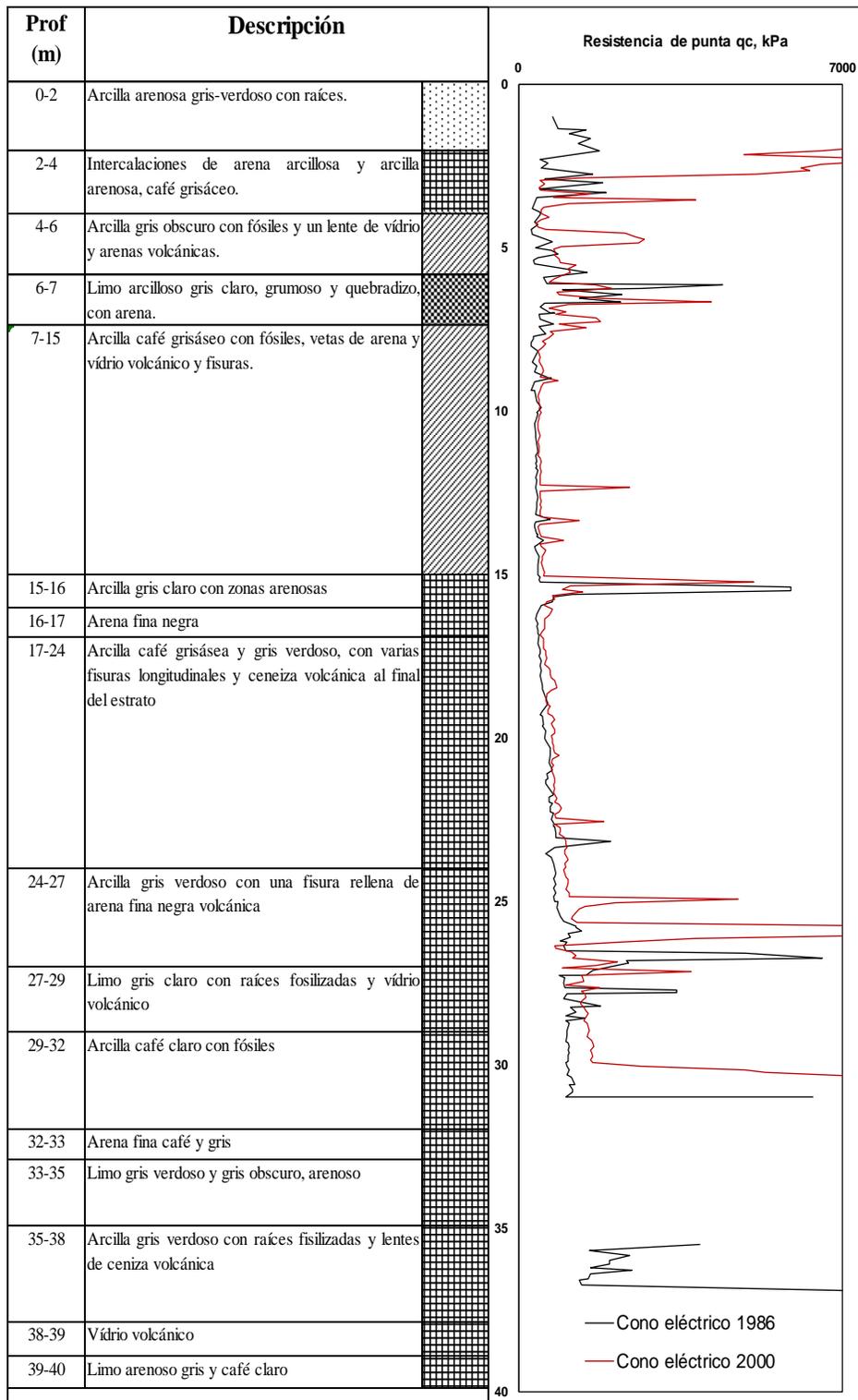

 Figura 4-3 Columna estratigráfica en el sitio SCT y registro de resistencia de punta, q_c , para los estudios de 1986 y 2000

Tabla 4-1 Propiedades índice para el sitio SCT

Prof m	γ , kg/m ³		w, %		LP, %		LL, %		IP, %	
	1986	2000	1986	2000	1986	2000	1986	2000	1986	2000
0 - 4	1824	1593	50	47	40	50	80	85	40	35
4 - 10	1427	1378	100	106	40	50	150	100	110	50
10 - 15	1151	1127	400	256	75	130	420	350	345	220
15 - 25	1243	1287	225	219	60	90	260	220	200	130
25 - 30	1345	1464	200	145	50	80	210	195	160	115
30 - 36	1763	1778	50	27	20	60	60	90	40	30
36 - 40	1376	1327	100	119	50	85	240	210	190	125

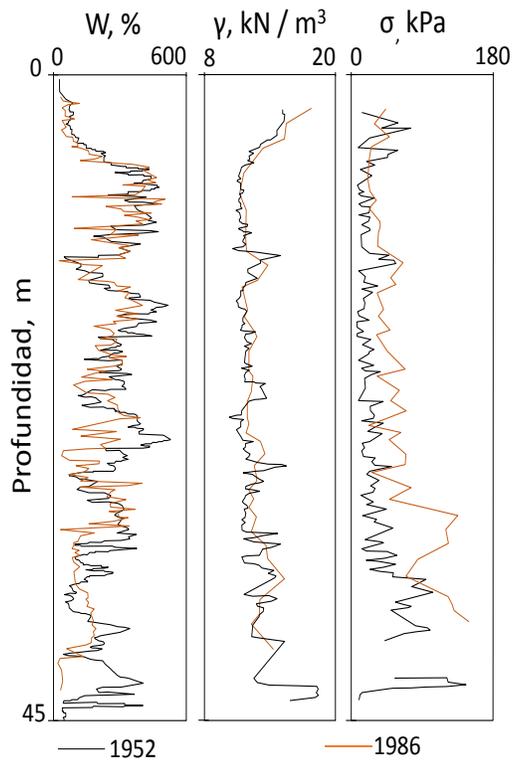


Figura 4-4 Contenido de agua W, peso volumétrico γ y perfiles de resistencia no drenada (Modificada de Ovando et al., 2007)

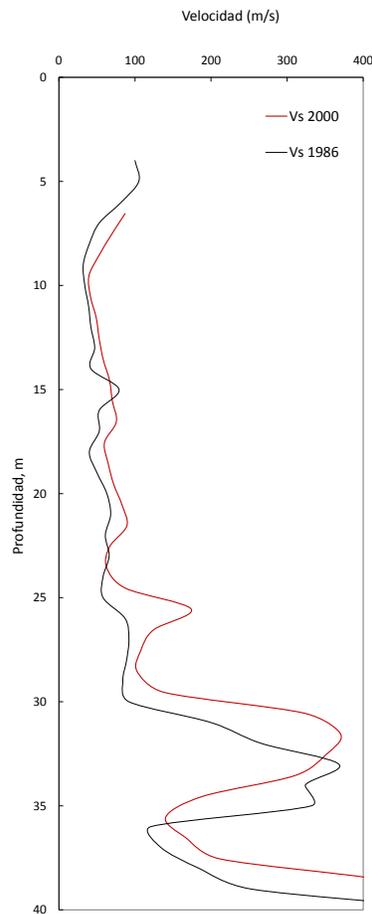


Figura 4-5 Velocidad de onda de corte en el sitio SCT (Modificada de González, 2012)

4.1.3 Efectos de sitio

Uno de los problemas más importantes y frecuentes en la ingeniería geotécnica es la evaluación de la respuesta del suelo. En condiciones ideales, un análisis completo de la respuesta de sitio modela el mecanismo de ruptura en la fuente de un sismo, la propagación de ondas a través de la tierra hacia la superficie del macizo rocoso bajo un sitio en particular y, con base en lo anterior determina la forma en que el movimiento registrado en la superficie del terreno está influenciado por los suelos que yacen sobre la roca (Kramer, 1996), a esto último lo llamamos “efectos locales de sitio”. La medida de la influencia depende de las propiedades de los materiales, la topografía, la estratificación, y las características del movimiento de entrada. La susceptibilidad de un suelo para amplificar la señal sísmica depende directamente de sus propiedades dinámicas, principalmente de la rigidez (determinada a partir del módulo de cortante dinámico, G) y el amortiguamiento. Los materiales arcillosos plásticos y blandos como los de SCT (índice de plasticidad alto) generalmente amplifican la excitación sísmica, principalmente cuando tiene su energía concentrada en los periodos largos. Para conocer la amplificación en forma teórica es necesario recurrir a modelos de propagación de ondas, de forma empírica la técnica más usada es la de cocientes espectrales o funciones de transferencia empíricas.

Esta técnica se basa en el principio de superposición, sin embargo, está limitada al análisis de sistemas lineales. El comportamiento no lineal se puede analizar pero es necesario emplear un procedimiento iterativo con propiedades lineales equivalentes del suelo. A pesar de que el proceso de cálculo involucra el uso de números complejos, el tratamiento del problema es relativamente simple. Una historia de aceleraciones del macizo rocoso representada como una serie de Fourier, será el dato de entrada. Cada término en la serie de Fourier de las aceleraciones del macizo rocoso se multiplica por una función de transferencia para así obtener una serie de Fourier del movimiento en la superficie del terreno, es decir, se obtiene un dato de salida. El movimiento en la superficie del terreno puede expresarse en el dominio del tiempo aplicando la inversa de la transformada de Fourier. La función de transferencia determina la forma en que cada frecuencia del movimiento del macizo rocoso se amplifica o reduce por el depósito de suelo (Fernández, 2014).

4.1.3.1 Efectos de amplificación en el valle de México

En el valle de México se manifiestan de manera dramática los efectos de amplificación dinámica en depósitos lacustres. La ciudad de México es particularmente vulnerable a sismos de subducción ocurridos en las costas del Pacífico. Las ondas sísmicas provenientes de esa región se atenúan en el trayecto hacia la ciudad de México, la cual se encuentra localizada a más de 250 km de distancia; sin embargo, al internarse a los estratos blandos originados por la desecación artificial de los antiguos lagos de Xochimilco, Texcoco, Xaltocan, Zumpango y Chalco, se presenta una importante amplificación y un significativo incremento en la duración. La amplificación se debe al entrampamiento de ondas por el contraste entre las características dinámicas de los depósitos superficiales y de la roca basal, mientras que el incremento en la duración del movimiento depende del arribo de ondas de periodo largo que sufren menos atenuación que las de periodo corto (Reinoso, 2007).

Como ejemplo notable, considere el sismo de Michoacán (19/09/1985) en el que las aceleraciones pico registradas en la zona de lago (sitios SCT y CDAO) fueron hasta 5 veces más grandes que aquellas registradas en el sitio CU (considerado firme-roca). Los contenidos de frecuencia de los registros en SCT y CDAO también eran muy diferentes a los del registro en el sitio CU; el periodo dominante fue de aproximadamente 2 segundos en el sitio SCT. En la Figura 4-6 se presenta el espectro de respuesta (Romo y Seed, 1986) en el que se puede observar el pronunciado efecto de los suelos blandos característicos de la zona de lago, las aceleraciones espectrales del sitio SCT son casi 10 veces más grandes que las registradas en el sitio UNAM.

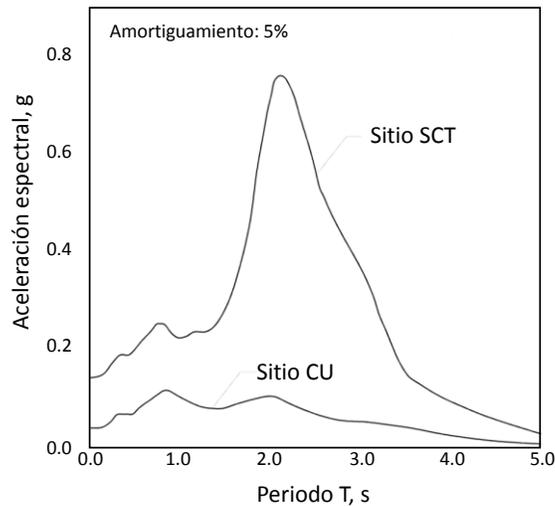


Figura 4-6 Espectros de respuesta para los sitios SCT y CU (Romo & Seed, 1986)

Debido a que los espectros de energía son especialmente sensibles a la amplificación del movimiento, a manera de poder comprender mejor el fenómeno se presenta en la Figura 4-7 los espectros de energía de entrada, E_i , del mismo sismo de Michoacán para algunas estaciones ubicadas en el valle de México. La distribución geográfica permite conocer la gran diferencia que hay en el movimiento entre las diferentes zonas geotécnicas. Las estaciones SCT y Central de Abastos (CD) se localizan en la zona del lago, mientras que las estaciones Viveros (VI) y CU se localizan en zona de transición y suelo firme, respectivamente. Se observa que los efectos de amplificación son bastante evidentes para las estaciones SCT y CD. Por ejemplo, los valores máximos de cada espectro son los siguientes: la estación SCT tiene $E_{i\text{máx}}=22.7 \text{ m}^2/\text{s}^2$, la estación CD tiene $E_{i\text{máx}}=13.7 \text{ m}^2/\text{s}^2$ y en las estaciones VI y CU tienen un valor de aproximadamente $0.2 \text{ m}^2/\text{s}^2$. Se observa que los valores máximos en terreno blando son muy superiores a las zonas de terreno firme y transición ya que en las estaciones SCT y CD se registraron valores máximos de 113 y 68 veces el valor obtenido en las estaciones VI y CU (Reinoso, 2002).

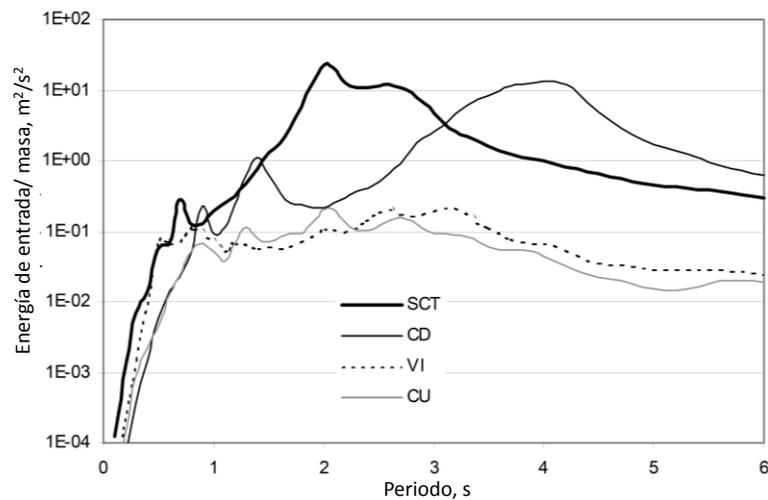


Figura 4-7 Espectros de energía de entrada para diferentes estaciones localizadas en el valle de México en el sismo del 19 de septiembre de 1985, $\xi=5\%$ en escala logarítmica (Modificada de Reinoso, 2002)

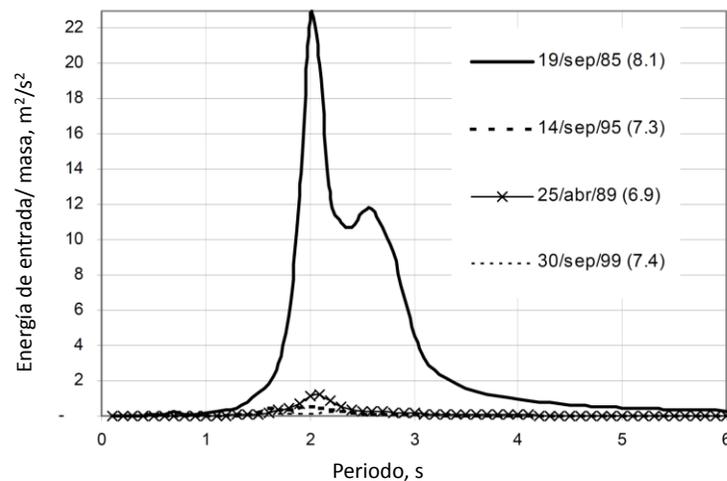


Figura 4-8 Espectros elásticos de energía de entrada para sismos de diferentes magnitudes, $\xi=5\%$ (Modificada de Reinoso, 2007)

4.2 Base de datos: registros de aceleraciones

La respuesta sísmica del sitio SCT se estudiará con un conjunto de 21 series de tiempo de aceleraciones registradas desde 1985 y hasta el 2011 (Tabla 5-1). Las magnitudes cubren un rango de 3.5M a 8.1M. Las profundidades focales van de 4 km a 82 km mientras que las distancias epicentrales cubren rangos cercanos (≈ 31 km) a lejanos (≈ 928 km). La situación de los epicentros califica a estos sismos como intra e interplaca, aunque mayormente provienen de la subducción mexicana (Figura 4-1).



Tabla 4-2 Características de los eventos sísmicos

No.	Fecha	Magnitud	Epicentro		Profundidad focal km	Distancia epicentral
			Lat N	Long W		
1	19/09/1985	8.1	18.08	102.94	15	425
2	04/01/1986	5.4	19.53	107.98	9	928
3	05/01/1986	3.5	19.41	99.44	< 5	31
4	24/10/1993	6.6	16.54	98.98	19	315
5	23/05/1994	5.6	18.03	100.57	23	212
6	10/12/1994	6.3	18.02	101.56	20	296
7	15/07/1996	6.5	17.45	101.16	20	302
8	11/01/1997	6.9	17.91	103.04	16	442
9	22/05/1997	6.0	18.41	101.81	59	305
10	19/07/1997	6.5	15.86	98.35	5	400
11	20/04/1998	5.9	18.37	101.21	66	245
12	15/06/1999	7.0	18.18	97.51	69	219
13	21/06/1999	6.2	17.99	101.72	54	267
14	30/09/1999	7.6	15.95	97.03	16	442
15	29/12/1999	6.1	18.02	101.68	82	307
16	21/07/2000	5.9	18.09	98.97	48	145
17	09/08/2000	7.0	17.99	102.66	16	402
18	08/10/2001	6.1	16.94	100.14	4	291
19	22/01/2003	7.6	18.60	104.22	9	541
20	26/04/2011	5.5	16.71	99.69	7	302
21	05/05/2011	5.5	16.61	98.91	11	309

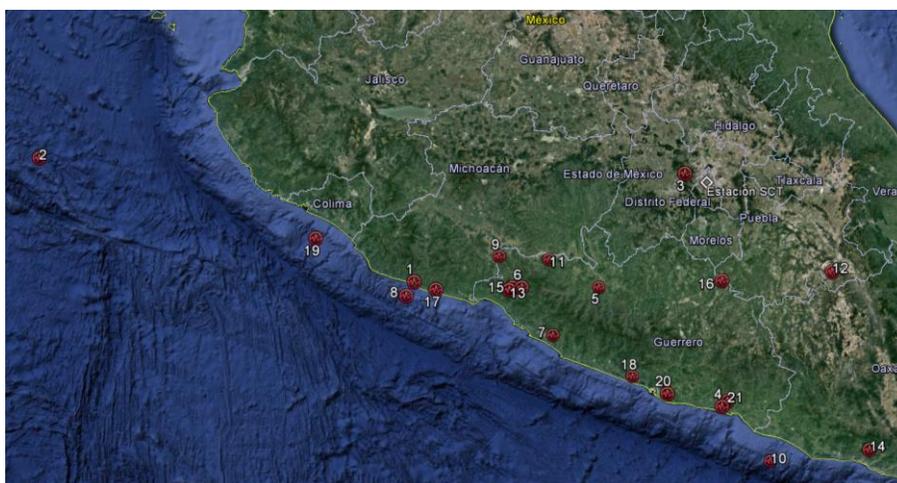


Figura 4-9Ubicación de los epicentros (imagen base obtenida de Google Earth, 2016)

4.3 DEM de los registros de aceleraciones

Cuando se aplicó la DEM a los acelerogramas se obtuvieron oscilaciones intrínsecas que van de 7 a 12 para todas las series analizadas que se consideran correctas (para detalles y validez del proceso se recomienda revisar Wu et al., 2001). Los resultados para los registros mostrados en la Tabla 4-2 se muestran en las Figura 4-10 a la 4-19. Estas respuestas fueron elegidas por ser representativas de sismos menores y el máximo registrado en la etapa moderna del país, distancias epicentrales lejanas y las más cercanas, además de ejemplos de mecanismos de generación intra e interplaca.

Tabla 4-3 Registros de los eventos utilizados

No.	Fecha	Magnitud	Epicentro		Profundidad focal km	Distancia epicentral
			Lat N	Long W		
1	19/09/1985	8.1	18.08	102.94	15	425
2	24/10/1993	6.6	16.54	98.98	19	315
3	10/12/1994	6.3	18.02	101.56	20	296
4	11/01/1997	6.9	17.91	103.04	16	442
5	15/06/1999	7.0	18.18	97.51	69	219
6	30/09/1999	7.6	15.95	97.03	16	442
7	21/07/2000	5.9	18.09	98.97	48	145
8	22/01/2003	7.6	18.60	104.22	9	541
9	26/04/2011	5.5	16.71	99.69	7	302
10	05/05/2011	5.5	16.61	98.91	11	309

Como se dijo anteriormente, entre los FMIs existen modos sustanciales y modos *basura*. Para discriminar entre las componentes que corresponden a los suelos vibrando y aquellas que provienen de fuentes ajenas al fenómeno de respuesta, es necesaria una prueba de integridad. La teoría detrás de la DEM asegura que al sumar todos los modos, desde el primero hasta el último, se reconstruye totalmente la señal original; así la prueba de integridad indica que se deben sumar uno a uno los modos al residuo R y en cada adición esta señal debe compararse con la serie original para decidir cuáles son los que reconstituyen la serie de tiempo y cuáles son desechables.

Se usan los ejemplos de las Figura 4-10 a la Figura 4-19 para ilustrar el procedimiento y demostrar que oscilaciones son sustanciales y cuáles pueden ser descartadas dentro de la respuesta analizada. En las Figura 4-20 a la Figura 4-29 se muestran las señales que resultan de sumarle el residuo a cada uno de los modos (en acumulado). Se observa claramente que en todos los casos, la suma de los primeros dos modos más el residuo está lejos de corresponder a la señal original pero cuando se añaden los modos 3, 4 y 5 prácticamente el registro original es recuperado. Agregar los modos 6 en adelante no modifica sustancialmente a la señal obtenida anteriormente.

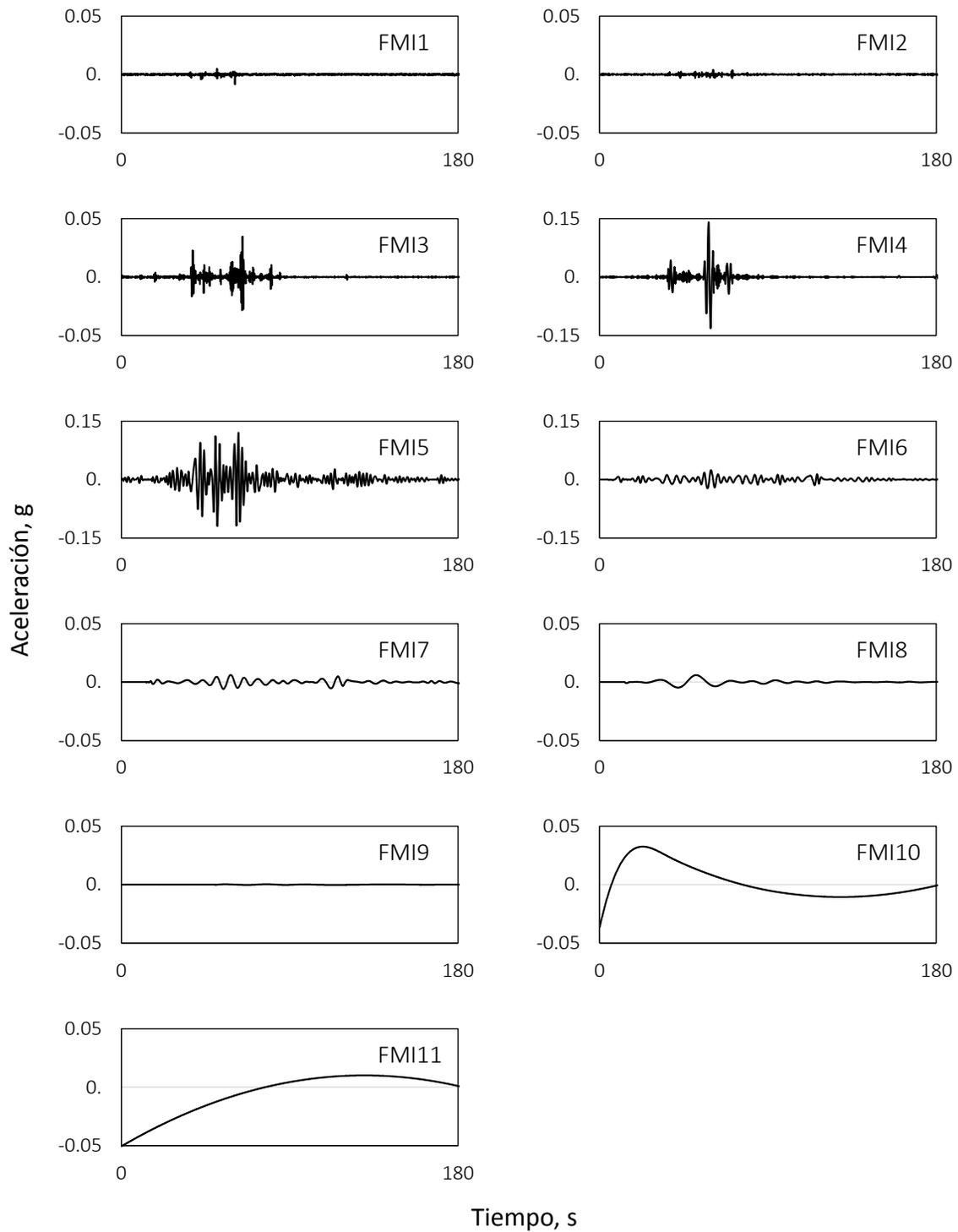


Figura 4-10 FMIs obtenidas del evento del 19 de septiembre de 1985

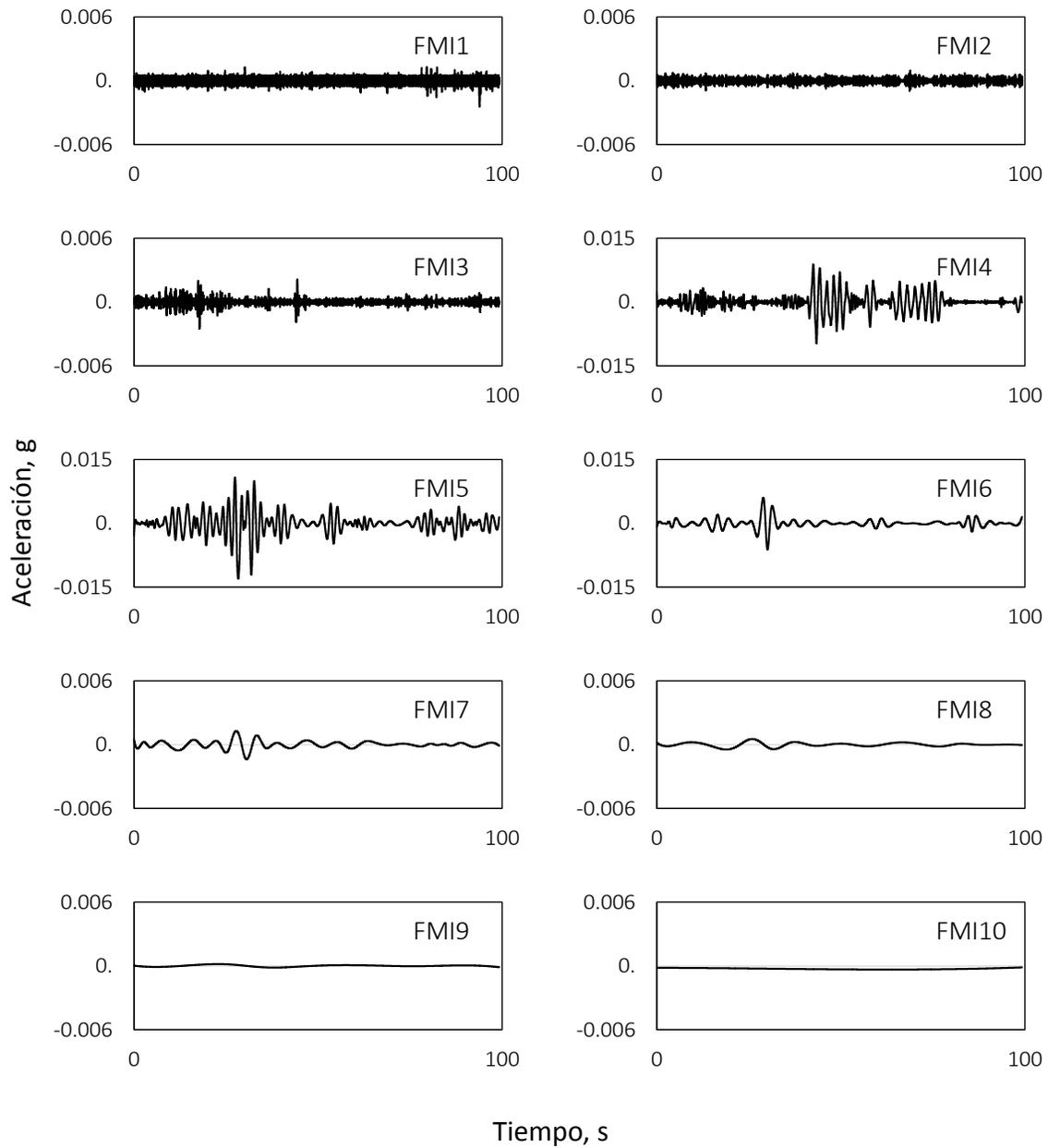


Figura 4-11 FMIs obtenidas del evento del 24 de octubre de 1993

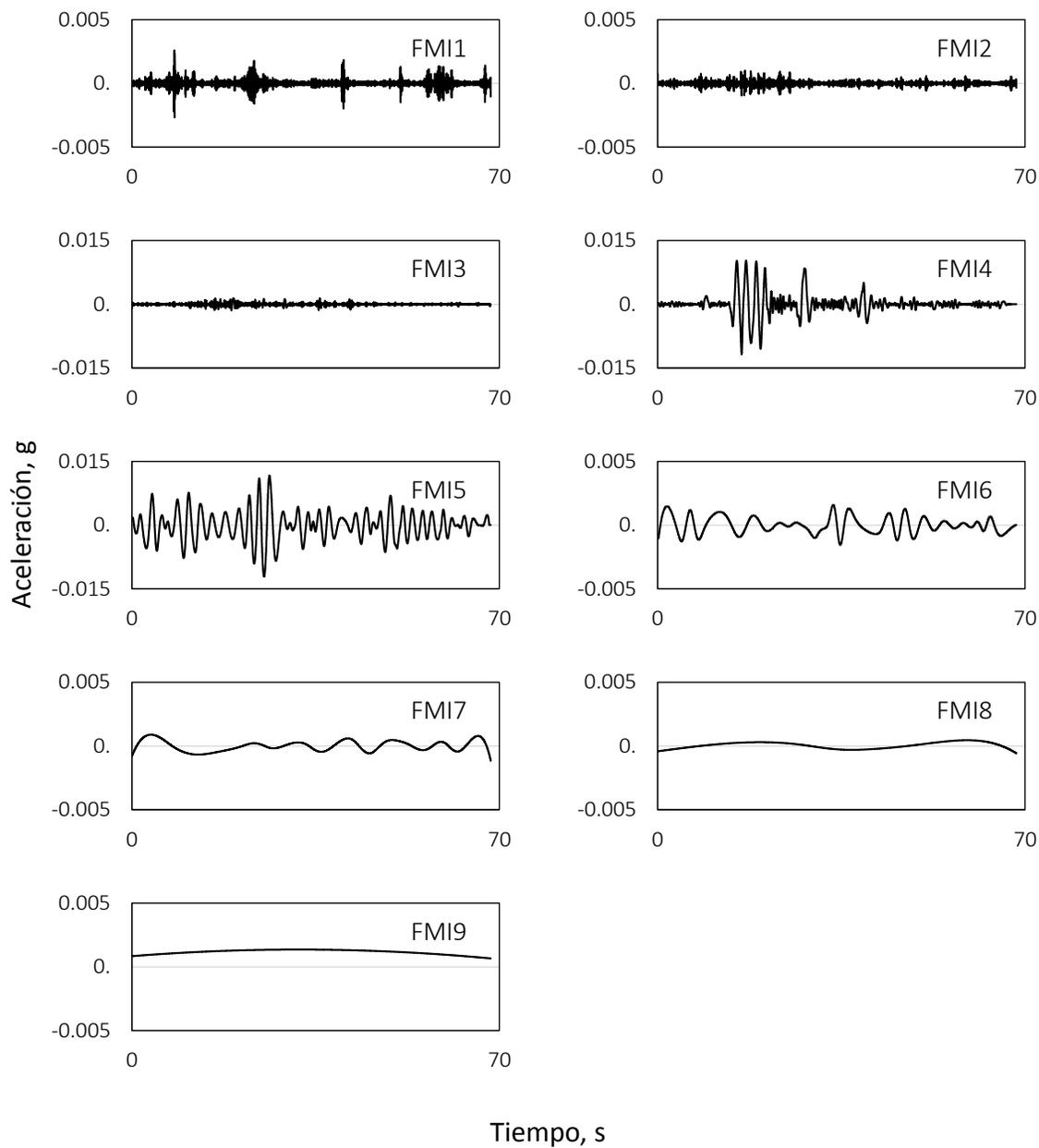


Figura 4-12 FMIs obtenidas del evento del 10 de diciembre de 1994

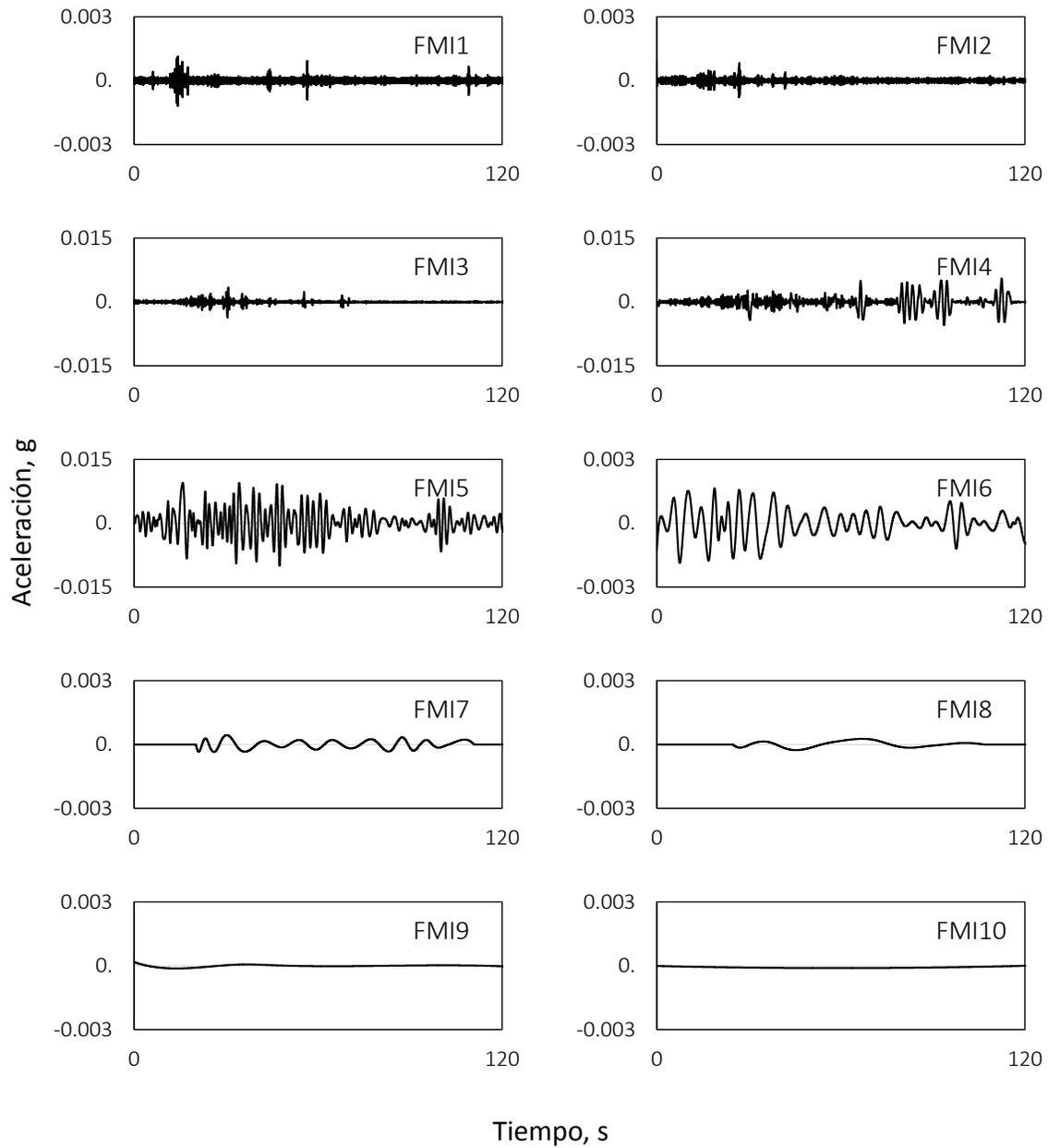


Figura 4-13 FMIs obtenidas del evento del 11 de enero de 1997

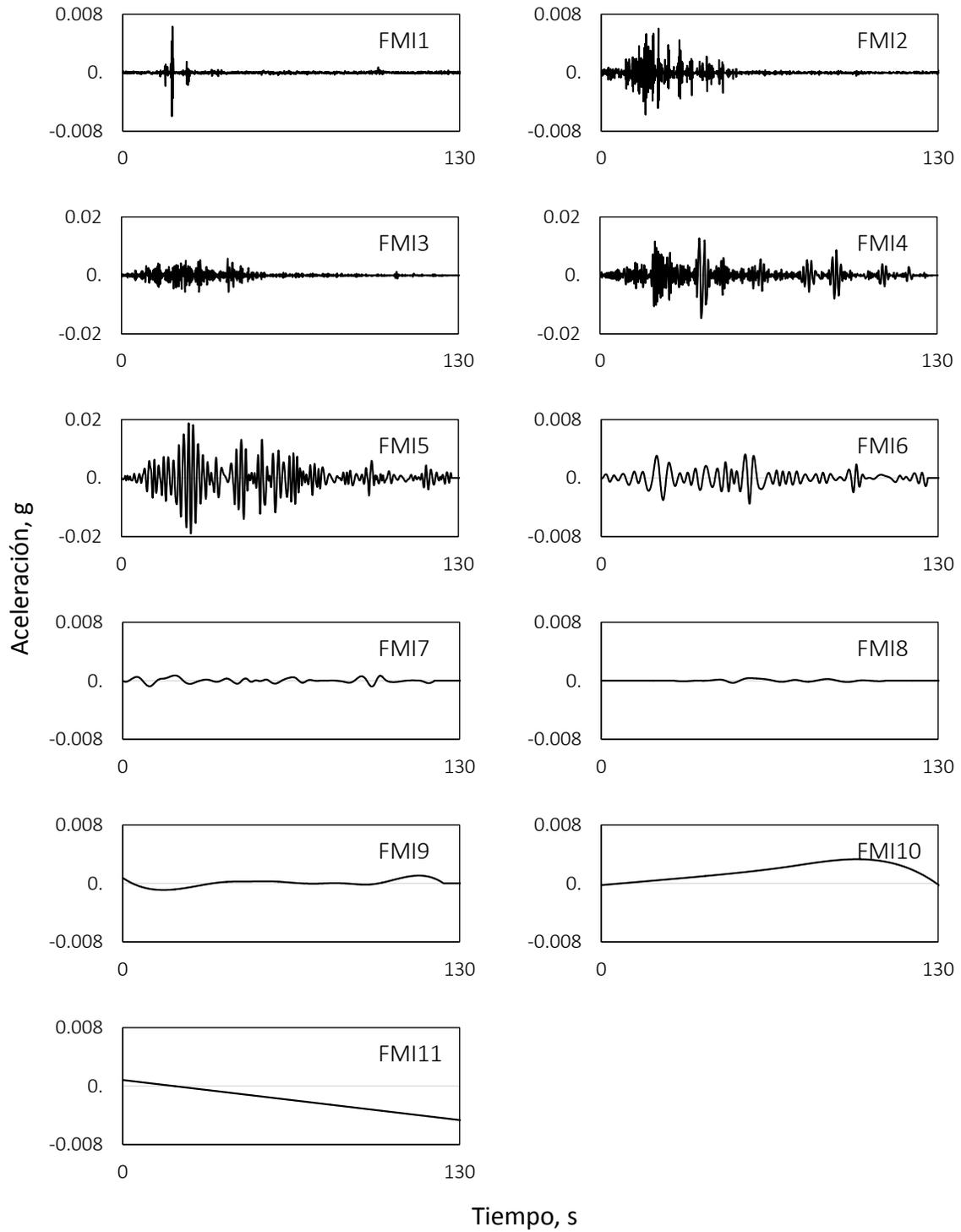


Figura 4-14 FMIs obtenidas del evento del 15 de junio de 1999

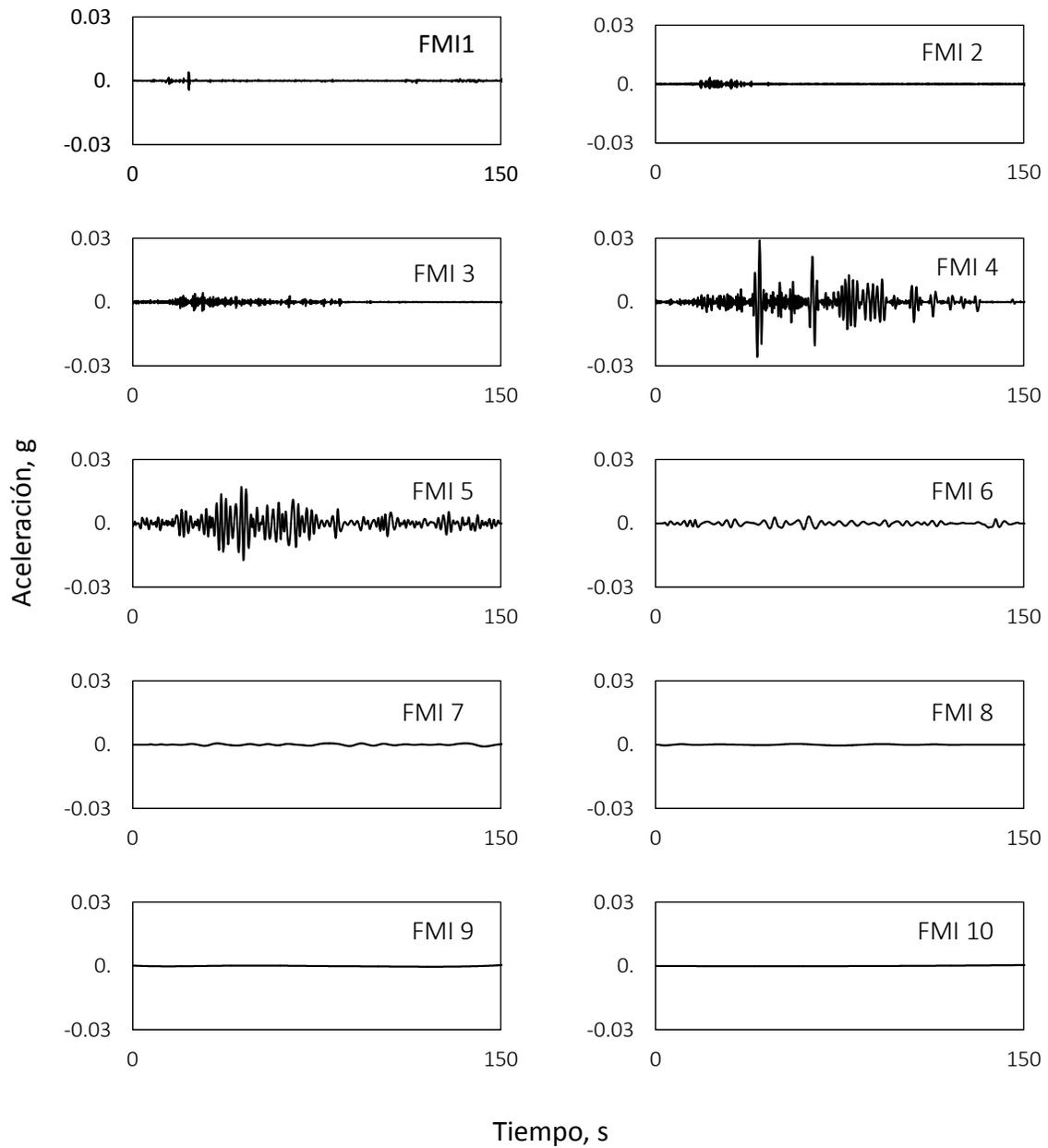


Figura 4-15 FMIs obtenidas del evento del 30 de septiembre de 1999

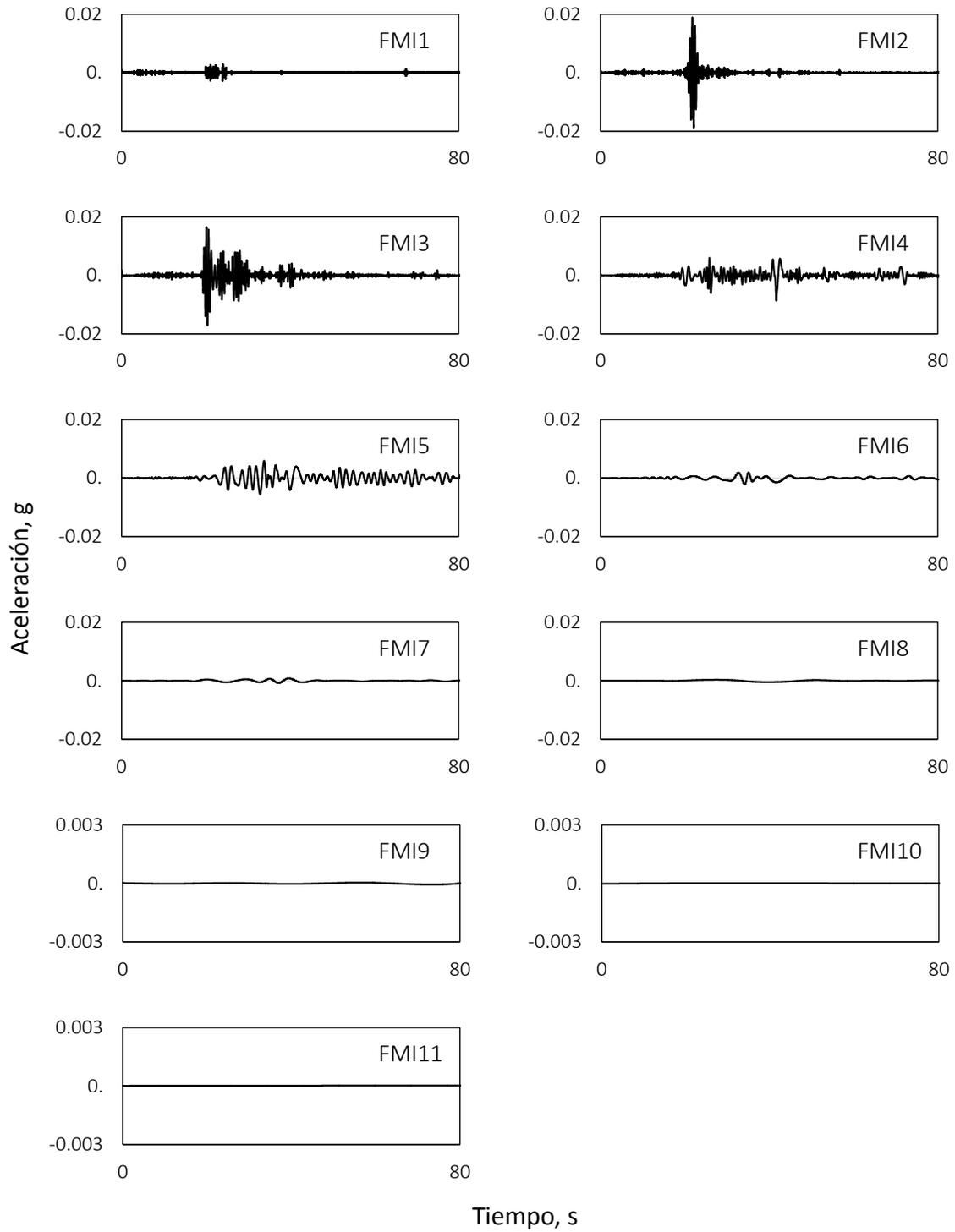


Figura 4-16 FMIs obtenidas del evento del 21 de julio del 2000

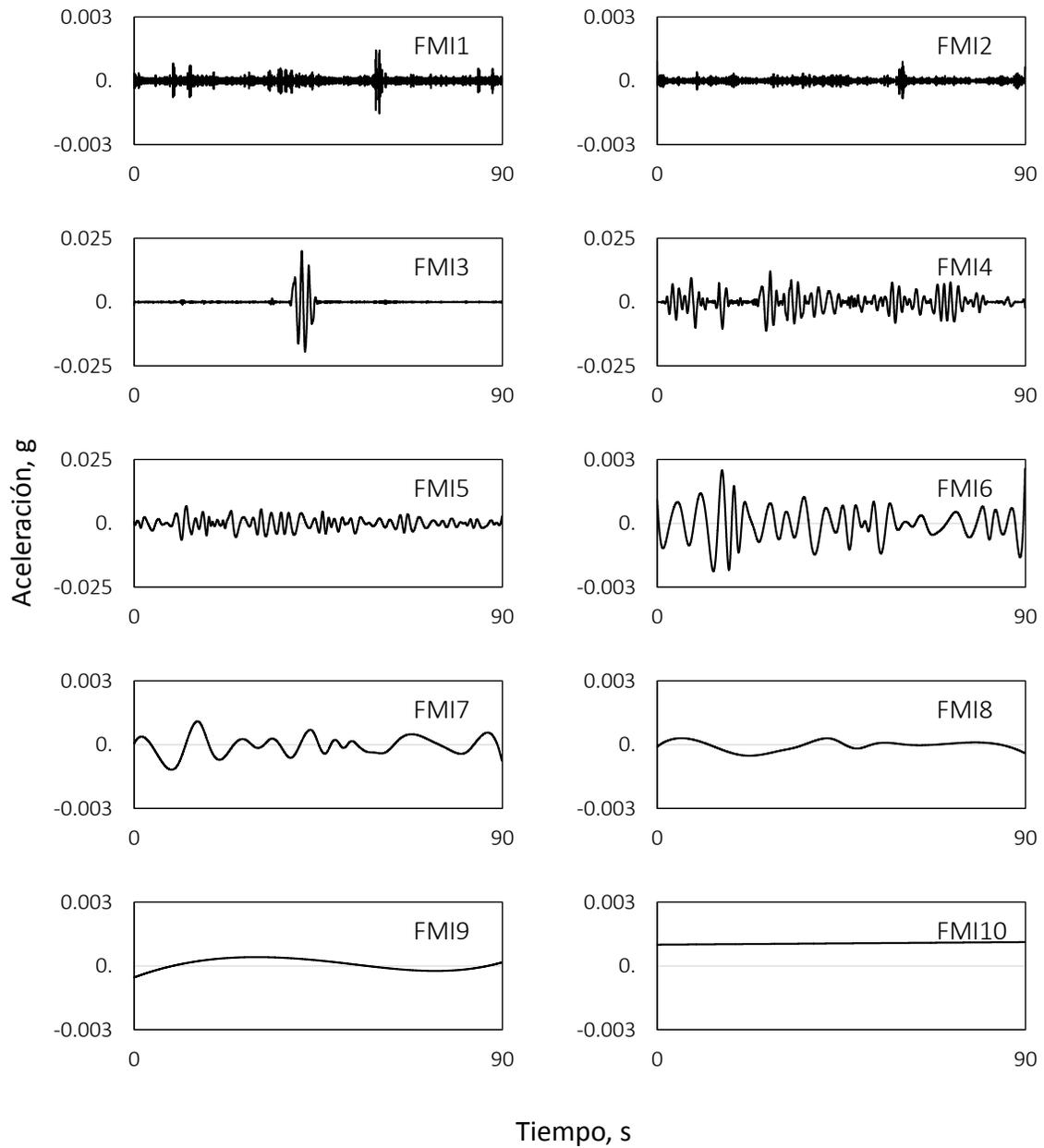


Figura 4-17 FMIs obtenidas del evento del 22 de enero del 2003

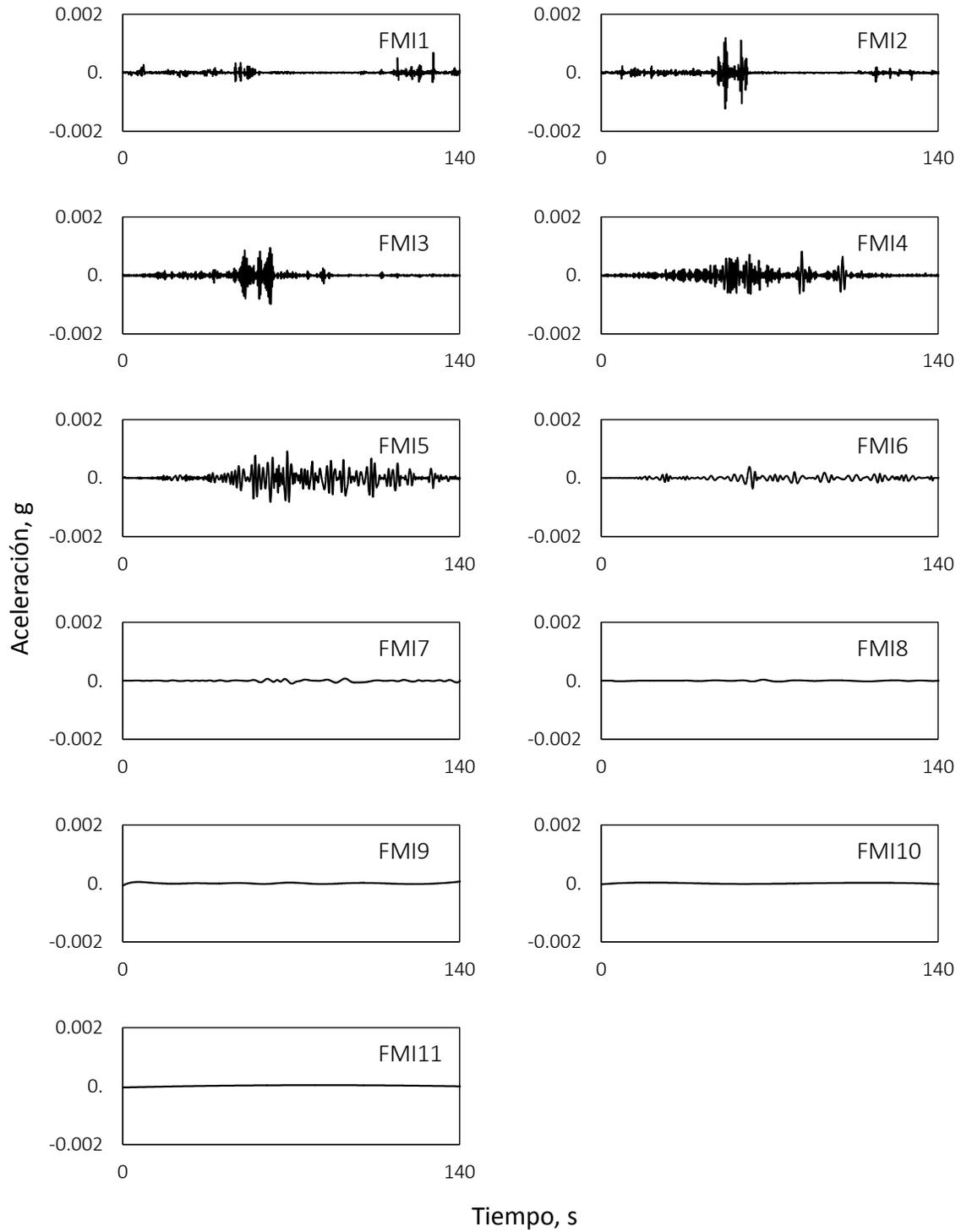


Figura 4-18 FMIs obtenidas del evento del 26 de abril del 2011

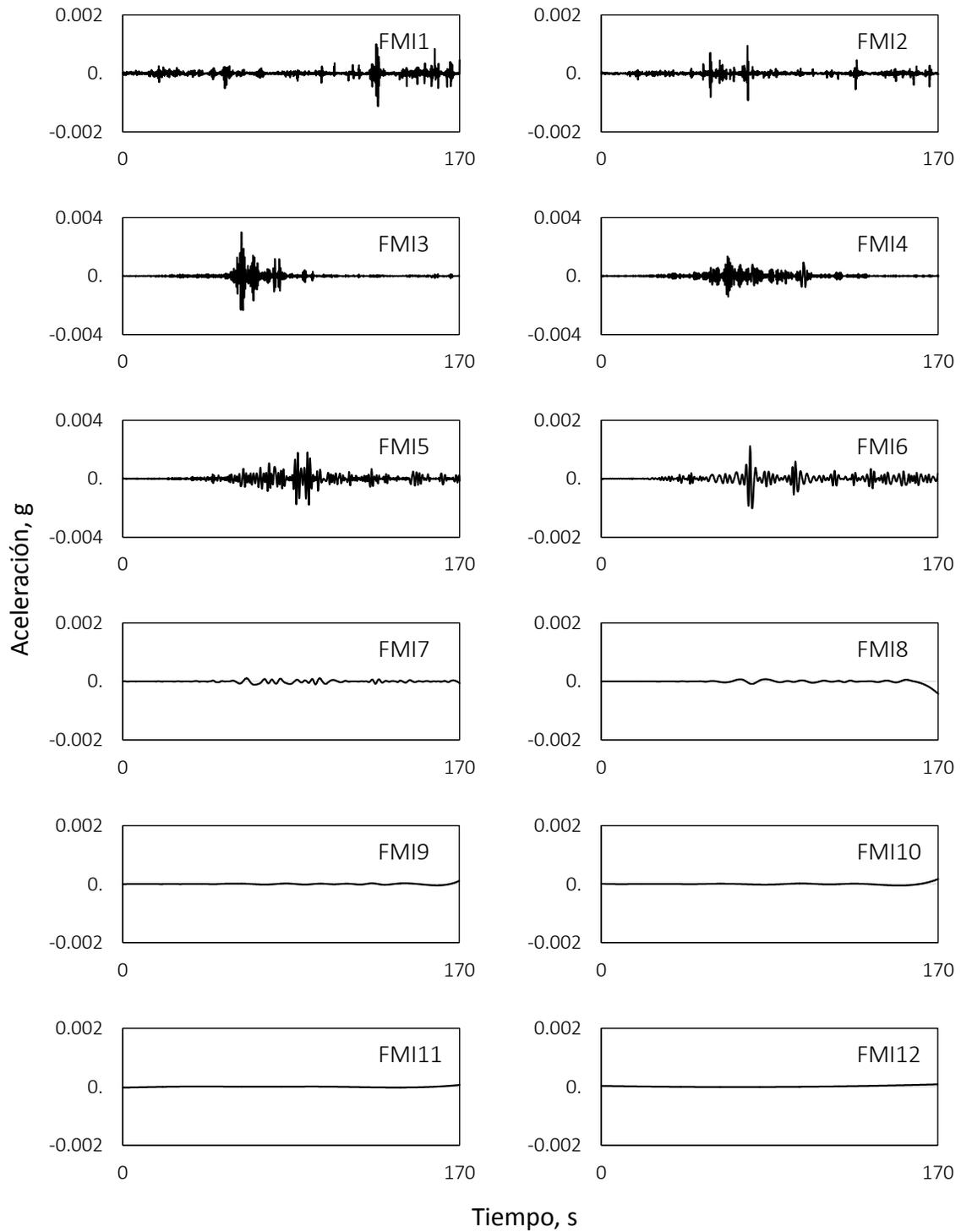


Figura 4-19 FMIs obtenidas del evento del 5 de mayo del 2011

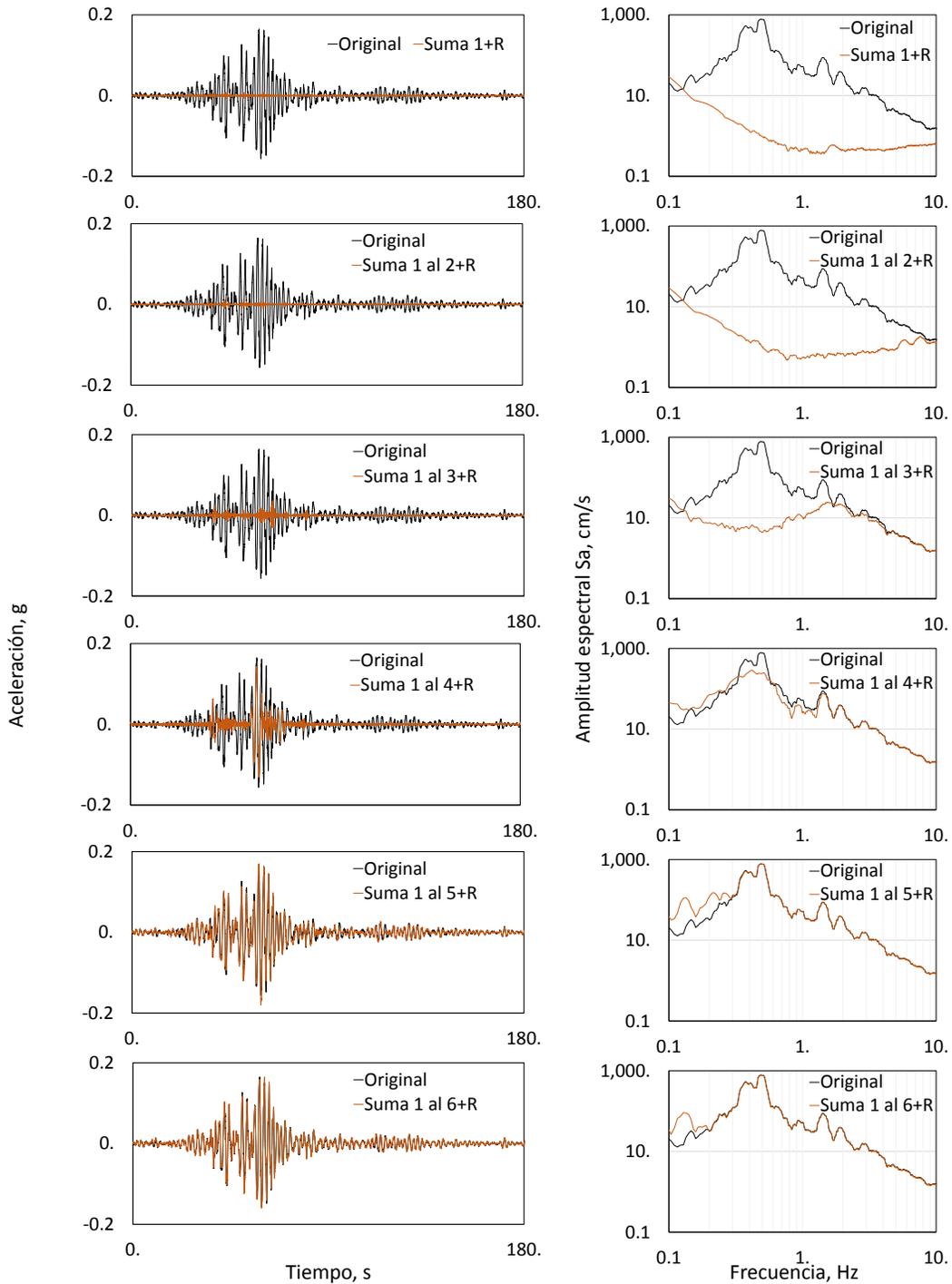


Figura 4-20 Prueba de integridad para el evento del 19 de septiembre de 1985

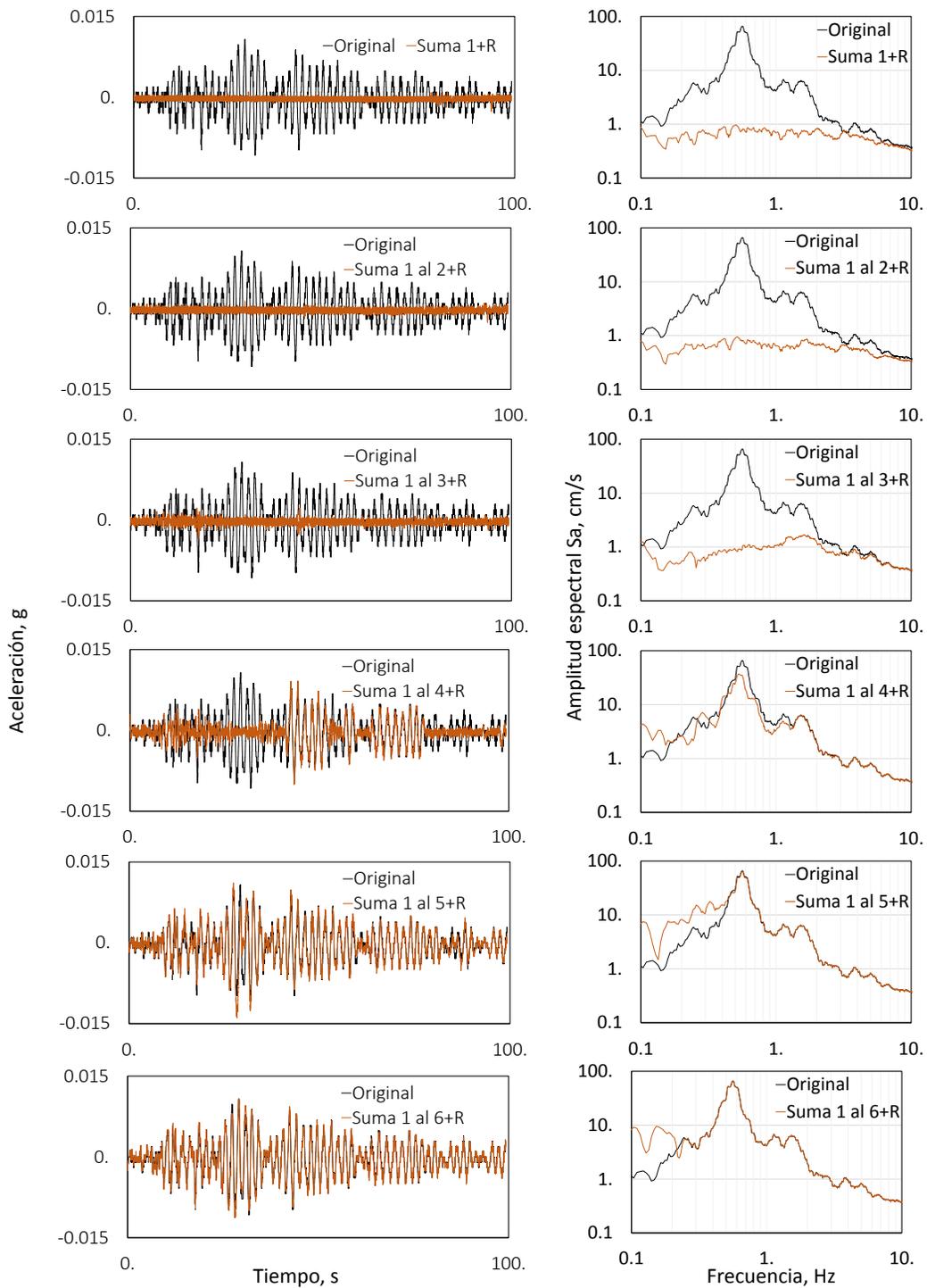


Figura 4-21 Prueba de integridad para el evento del 24 de octubre de 1993

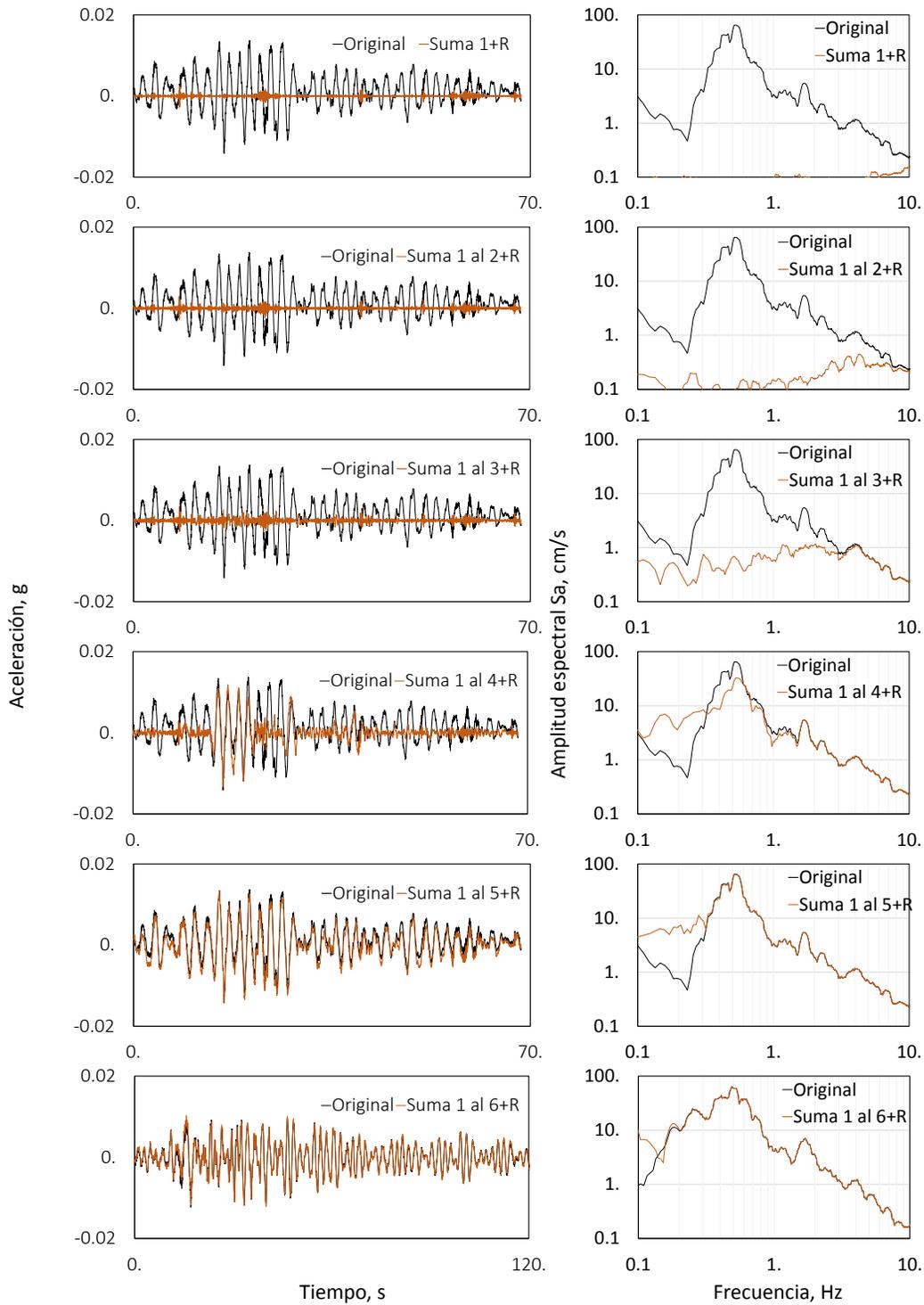


Figura 4-22 Prueba de integridad para el evento del 10 de diciembre de 1994

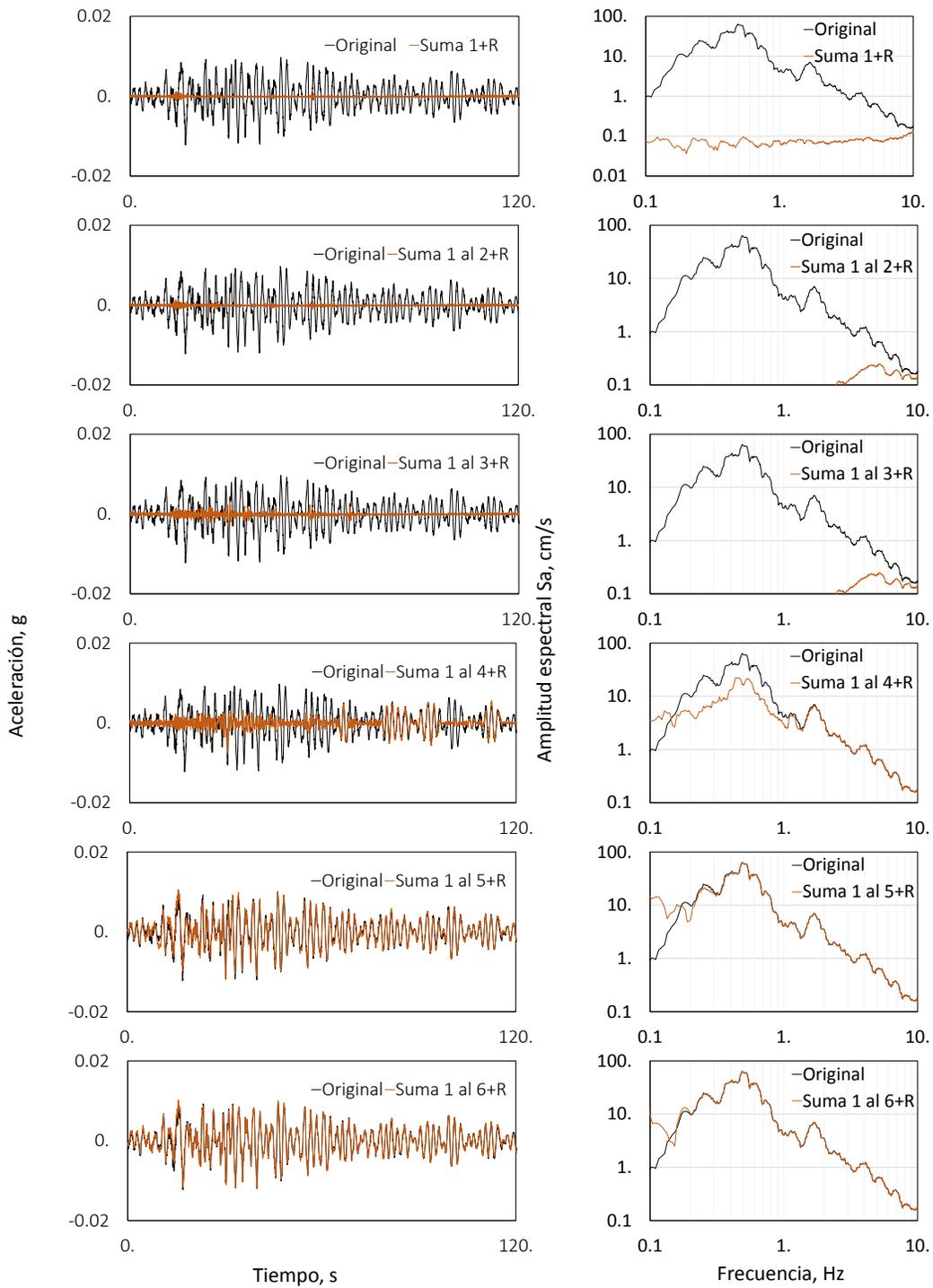


Figura 4-23 Prueba de integridad para el evento del 11 de enero de 1997

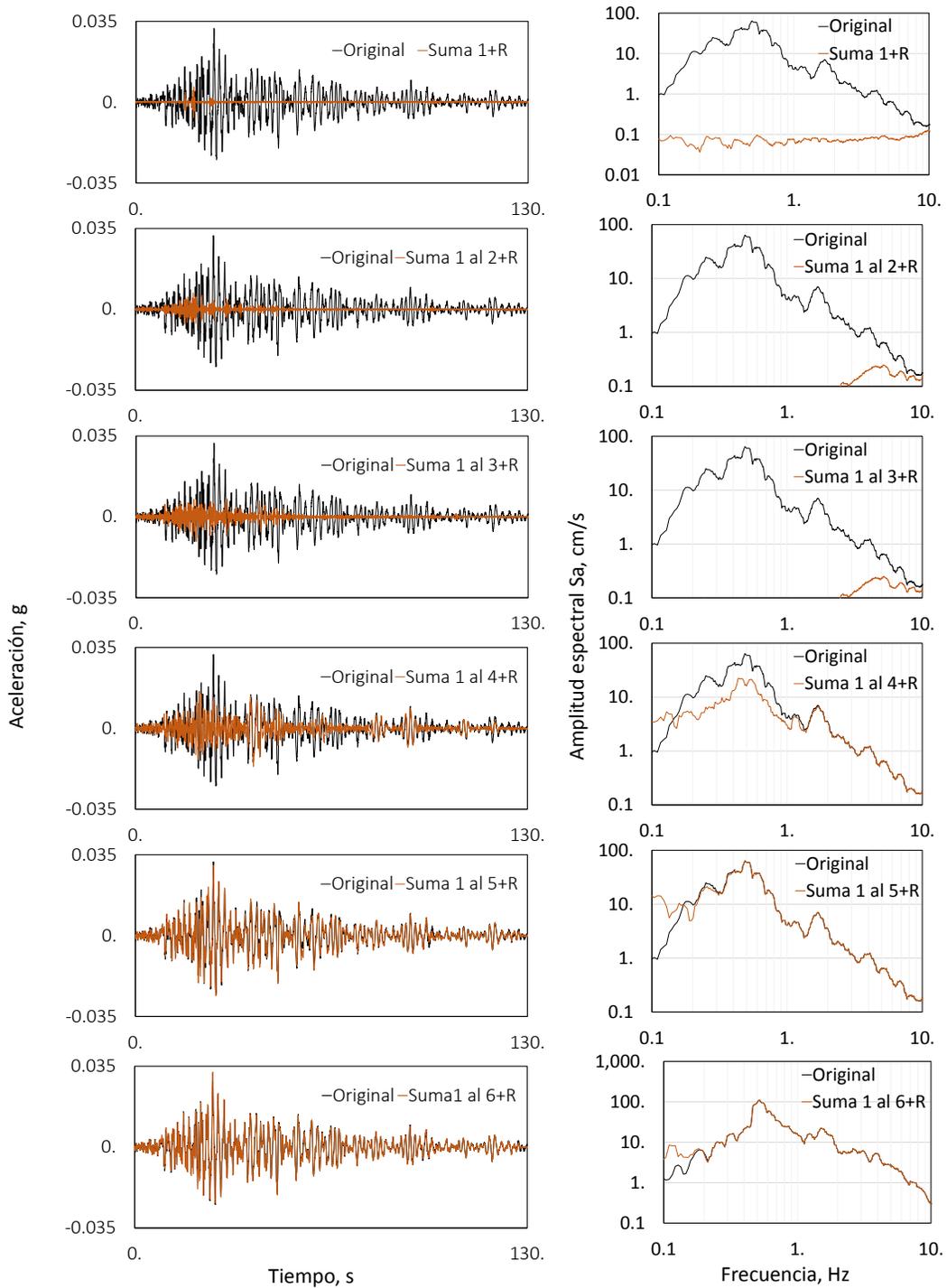


Figura 4-24 Prueba de integridad para el evento del 15 de junio de 1999

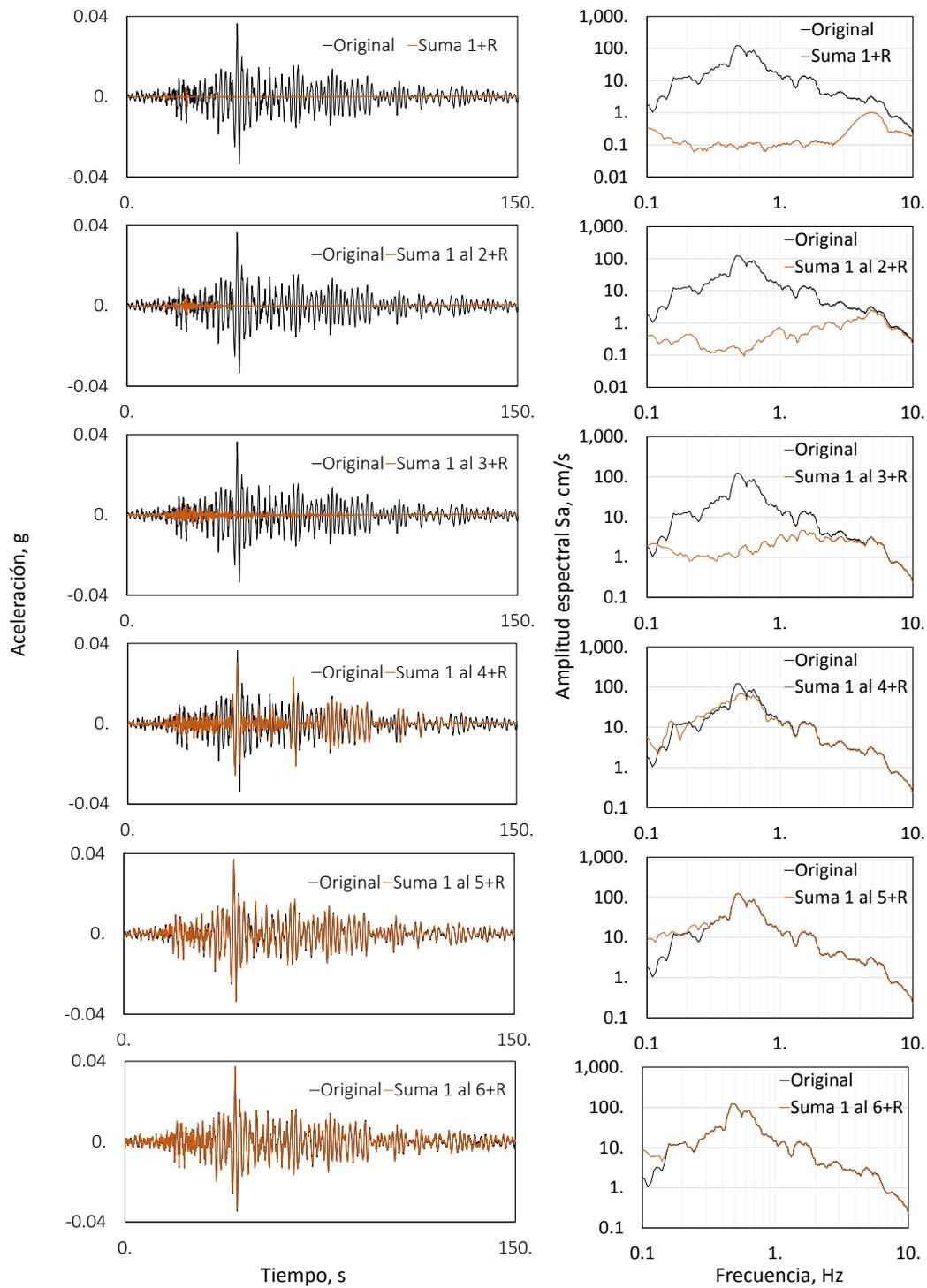


Figura 4-25 Prueba de integridad para el evento del 30 de septiembre de 1999

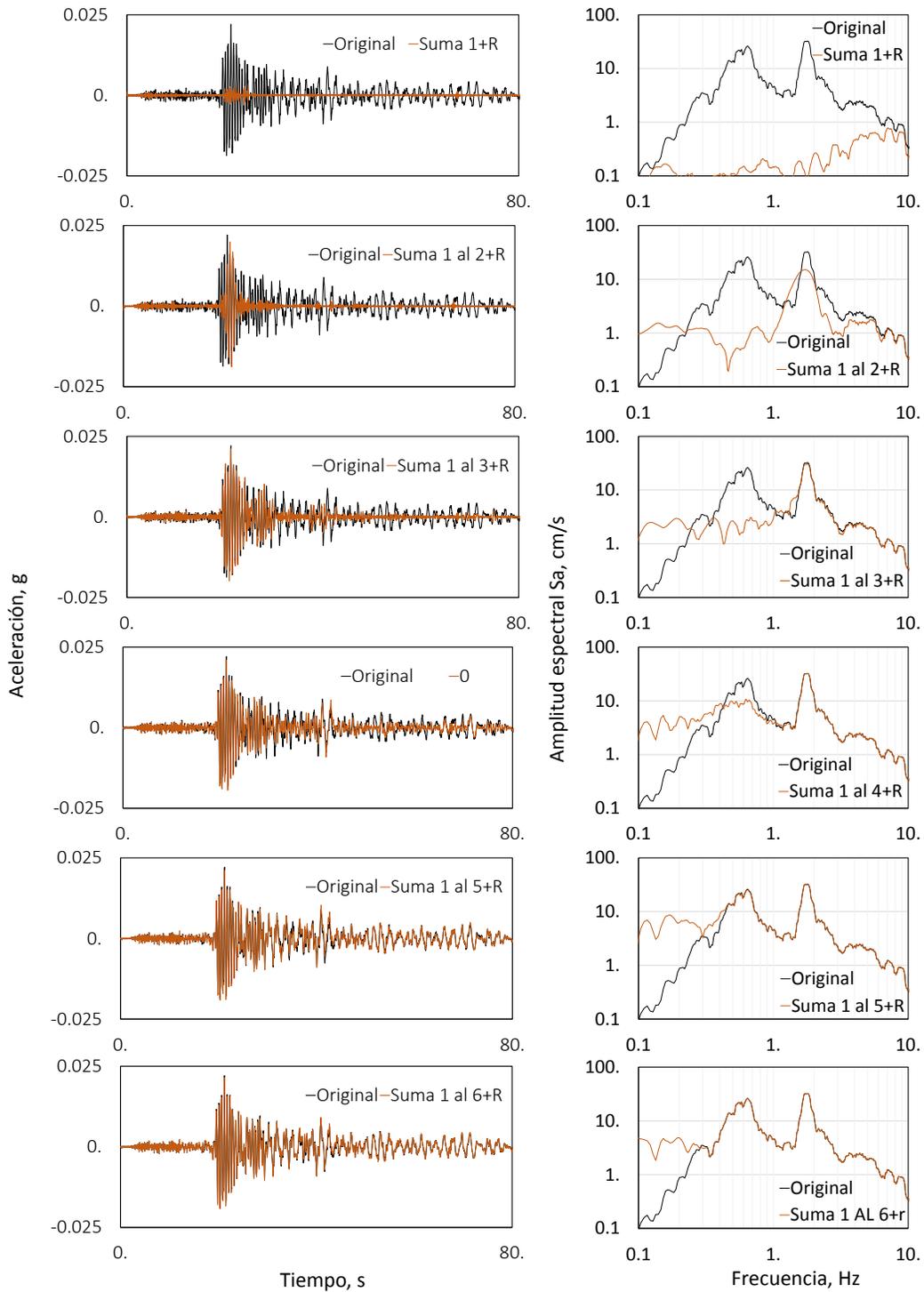


Figura 4-26 Prueba de integridad para el evento del 21 de julio del 2000

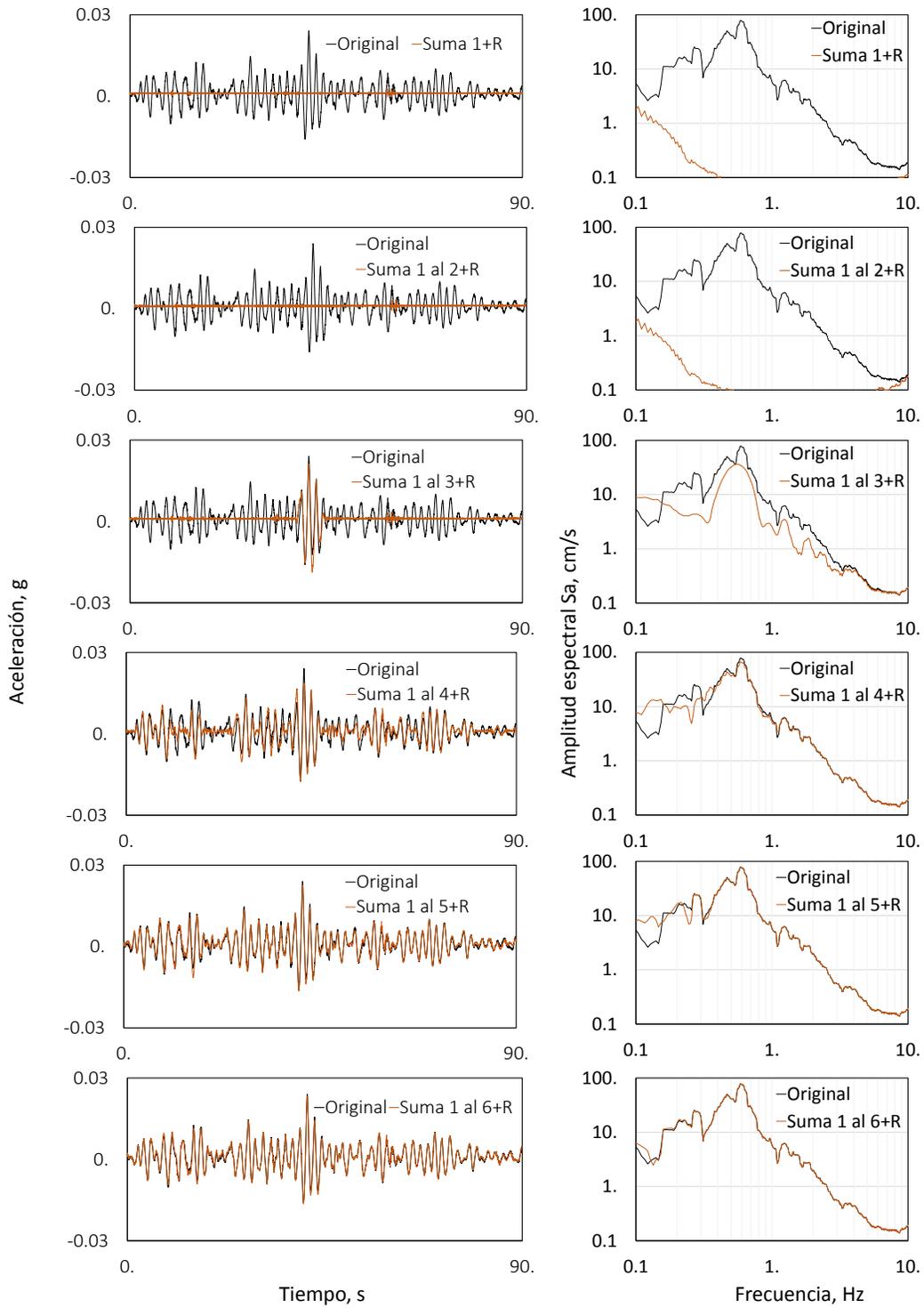


Figura 4-27 Prueba de integridad para el evento del 22 de enero del 2003

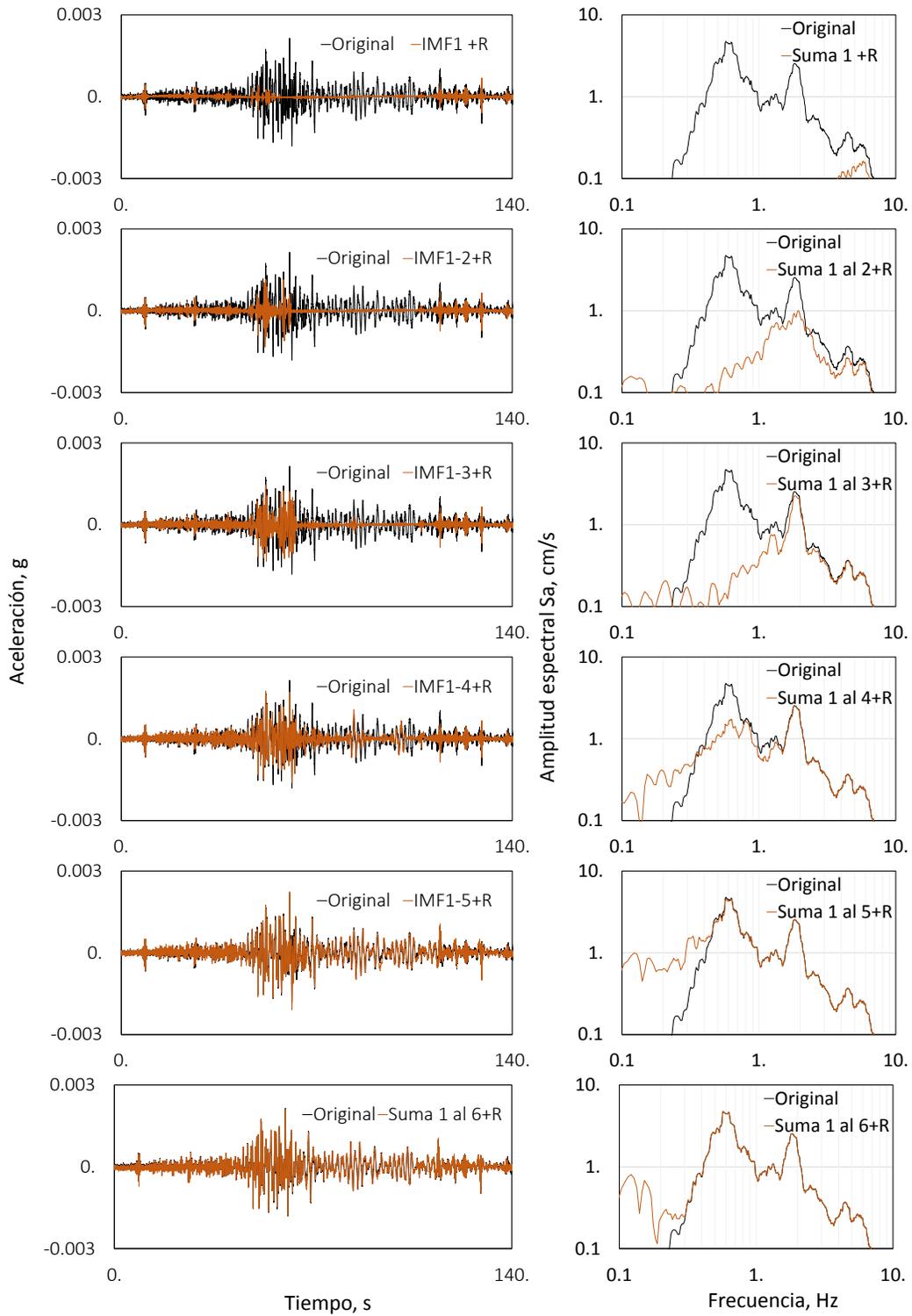


Figura 4-28 Prueba de integridad para el evento del 26 de abril 2011

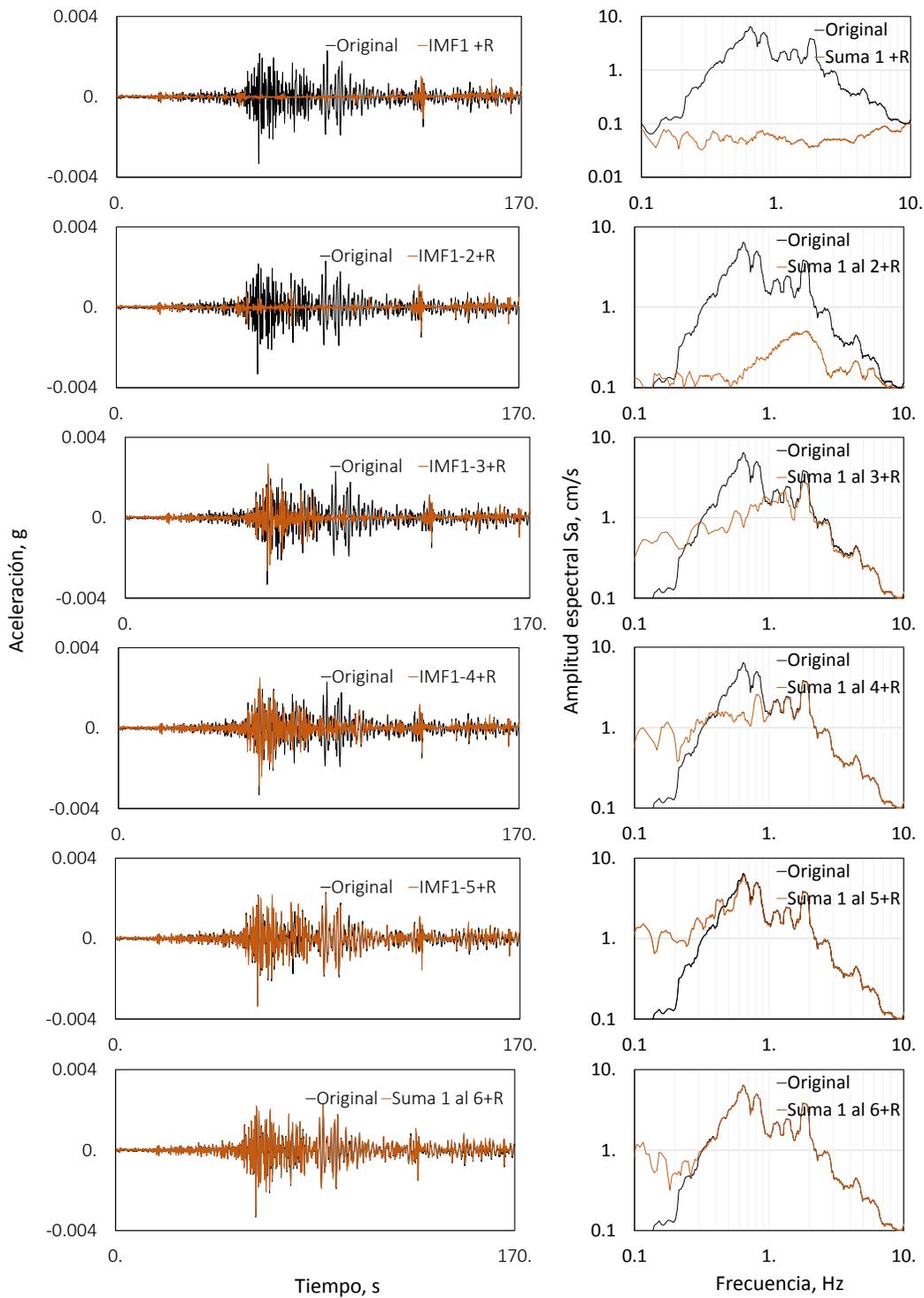


Figura 4-29 Prueba de integridad para el evento del 5 de mayo del 2011



Este procedimiento se aplicó a todo el conjunto de datos y la integridad se confirmó para cada individuo en todo el conjunto de análisis. Como resultado global, se comprobó que, con diferencias mínimas entre las señales originales y la suma de los componentes, los primeros cinco FMIs conducen a los acelerogramas originales y son los modos sustanciales en todas las respuestas.

4.4 Aceleración máxima del suelo y amplitud máxima instantánea

La aceleración máxima del terreno AMT es la componente con valor máximo (absoluto) en la serie de datos registrados durante un evento sísmico (Campbell, KW; Y. Bozorgnia, 2003). En un temblor los daños a edificios e infraestructura se relacionan muy estrechamente con la intensidad del movimiento de ahí que la AMT sea una de las mejores medidas para estudiar los efectos de la sacudida, incluso sobre el dígito que describe la magnitud del sismo. Si se reconoce que i) la suma acumulada de los modos de oscilación intrínsecos conducen a la señal original, ii) hay modos que pueden ser descartados de la suma pues no contribuyen sustancialmente a la recuperación de la señal original y iii) hay modos que no pueden ser asociados a masas de suelo oscilando, entonces resulta lógico buscar los modos que son sustanciales, que son *naturales* a depósitos en movimiento y que contienen amplitudes máximas instantáneas que pueden ser relacionadas directamente con las AMT registradas.

Para analizar las respuestas debe considerarse que existen condiciones que categorizan a los movimientos de entrada (magnitud, distancias fuente-sitio, profundidad focal, mecanismo de generación), que existen otras muchas variables que se desconocen o son de muy difícil medición pero igualmente los condicionan y que el número de modo (por su intensidad y su frecuencia) también representa un parámetro a ser considerado. Debido al grado de complejidad en la población (registros del sujeto de estudio) y estas características se recurre a alternativas de análisis de conjuntos más detalladas. Para examinar las oscilaciones se utilizará estadística descriptiva, específicamente diagramas de caja, para lograr una visión general de la distribución de los datos y la posibilidad de detectar valores atípicos.

La Figura 4-30 muestra el diagrama de caja de las amplitudes máximas de los FMIs de los 10 contenidos en el conjunto de datos. Como se observa, los FMI, FM2 y FM3 para todos los eventos registrados tienen las menores amplitudes máximas si se comparan con las obtenidas en los modos 4 y 5 además sus cajas son muy estrechas (casi sin cambios entre todos los sujetos estudiados). Cuando las cajas se analizan tomando en cuenta el sismo del 85 claramente el atípico es este terremoto, su extraordinaria amplitud hace que las cajas de casi todos los modos, excepto el 3,4 y5, parezcan no sustanciales y muy cercanas a ser inmutables. Los bigotes son muy pequeños en todos los modos lo que indica que el sismo del 85 debe ser identificado individualmente pues no pertenece a los patrones de la historia sísmica de SCT, antes y después del gran terremoto.

Para el modo 3, la parte más alta de la caja es mayor que la más baja lo que quiere decir que las amplitudes comprendidas entre el 25% y el 50% de la población (de amplitudes) está más dispersa que entre el 50% y el 75%. El bigote de la parte más alta es más largo que el de la más baja por lo que el 25% de las amplitudes menores están más concentradas que el 25% de las mayores. Para los modos 4 y 5, los que responden mayormente durante el gran terremoto de 1985, las cajas tienen tamaños mucho mayores que para los modos mayores (>6) y los menores (<3). Si se elimina el

evento de Michoacán 1985, las cajas mantienen el comportamiento pero ahora se pueden observar detalles significativos:

- Las cajas de los modos mayores, $FMI \geq 6$, son muy pequeñas lo que significa que son modos no sustanciales, estas oscilaciones no contribuyen a la respuesta registrada, lo anterior deriva de probar que, incluso durante el extraordinario sismo de 1985 (19/09/1985 M8.1), no existen amplitudes atípicas (considerables).
- Las cajas de los modos menores, $FMI < 3$, tienen una diferencia intercuartílica mayor pero constante en los modos, su amplitud es considerable y, como se observó en las pruebas de integridad, son necesarias para la recuperación de la señal original.
- Las cajas de los FMI3, FMI4 y FMI5 son sustanciales, sin el sismo del 85, estas cajas son las más grandes lo que significa que los valores de amplitud varían fuertemente (relativo al conjunto de amplitudes estudiado), los bigotes más altos son los más grandes, es decir, la concentración de las amplitudes mayores es menor. Con el sismo del 85 se observa que son estos tres los modos que reaccionan a la extraordinaria energía de entrada y no lo hacen los demás modos.

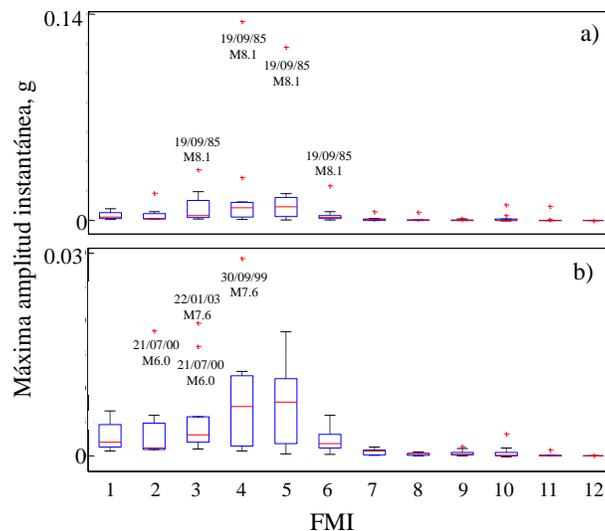


Figura 4-30 Diagrama de cajas para los FMIs, a) incluyendo el sismo 19/09/1985 Michoacán, b) sismos $M \leq 7.5$

Una fotografía general de comportamiento lleva a concluir que los modos con amplitudes máximas y cuyas cajas son más grandes (amplitudes que cambian fuertemente entre los sujetos estudiados) son los modos centrales FMI4 y FMI5. Esto se conserva para todos los rangos paramétricos probados: magnitudes bajas y extremas, epicentros en subducción, intraplaca y normales, distancias fuente-sitio muy cercanas y lejanas y profundidades focales desde someras hasta profundas. Estos modos son llamados *fundamentales o sustanciales* pues son las oscilaciones más intensas y parecen responder a la magnitud, el mecanismo de generación, la distancia y algunas otras condiciones que no podemos medir o desconocemos pero que caracterizan a la energía de entrada.



4.5 Frecuencia fundamental y frecuencia instantánea

La devastación que han sufrido varias comunidades del mundo por la acción sísmica ha puesto en evidencia las fallas en el conocimiento y/o en la interpretación de la amplificación de las ondas sísmicas cuando pasan por los estratos de suelo y roca. La visión básica es que a medida que la energía del sismo se propaga a través del medio, su amplificación o atenuación se relaciona principalmente con el período natural fundamental T_n del depósito. El período T_n o frecuencia fundamental f_n de un depósito de suelo depende del espesor de los estratos, rigidez y densidad. Sin embargo la determinación de estas características no es una actividad que se haya resuelto de manera concluyente y existen aún inconsistencias e incertidumbres asociadas con los procesos de obtención. Los procedimientos teóricos para determinar el periodo natural conducen a soluciones cerradas, pero ninguno de estos métodos está libre de inconvenientes y controversias.

Por esto, no son pocos los investigadores que tienden a corroborar los cálculos de T_n con datos registrados en la superficie del arreglo durante eventos sísmicos. La mejor táctica para decidir sobre el periodo fundamental de un depósito de suelo es primero calcularlo utilizando un método abstracto y después comparar este valor con lo expuesto por datos de aceleraciones registradas en el sitio. Para los depósitos de suelo blando en la Ciudad de México el enfoque más aceptado para calcular T_n es considerar que, en la Zona del Lago, los depósitos son semi-infinitos, homogéneos y que sobreyacen un lecho de roca rígida, con velocidades de onda de corte constantes en toda su profundidad H (Kramer, 1996). De esta manera el periodo natural T_n correspondiente al enésimo modo de vibración está dada por $T_n = 4H / (2n-1) V_s$, por lo que el periodo natural T correspondiente al modo fundamental ($n = 1$) está dada por,

$$T_n = \frac{4H}{V_s} \quad (31)$$

donde $V_s = \sqrt{G/\rho}$, G es el módulo de rigidez y ρ es la densidad, la ecuación anterior puede expresarse como $T = 4H\sqrt{\rho/G}$. Esto significa, en términos muy simples y generales, que la rigidización de los depósitos de suelo debería tener un efecto inmediato y tangible sobre el valor de T_n o f_n . El periodo natural en código para SCT (depósito desde 0.0m y hasta la primera capa dura a $Z \sim 40$ m) es $T_n = 2.0s$ (o $f_n = 0.5$ Hz). Mientras que a través de la técnica de microtemores (Lermo y Chávez-García, 1994) y con MDOF Sistema de Múltiples Grados de Libertad (Bozorgnia y Bertero, 2004) se obtienen valores de $T_n = 2.1s$.

Para relacionar la DEM, las frecuencias instantáneas y el concepto tradicional de frecuencia/periodo fundamental se analizaron los modos y su contenido frecuencial. Para cada serie FMI se obtuvo la f_n (frecuencia en la que se alcanza la máxima amplitud espectral) a partir de sus espectros de Fourier. En la Figura 4-31 se presenta el diagrama de caja de las f_n versus FMI.

Lo que salta a la vista, y es lógico, es que la frecuencia del modo se va haciendo cada vez más pequeña a medida que aumenta su número y se acerca al residuo. Es necesario apuntar que la forma espectral de los modos 1 y 2 es muy cercana a una banda ancha, lo que dificultó la detección de la f_n . pero en su mayoría (descartando los de identificación ambigua) tienen frecuencias muy altas que

difícilmente pueden asociarse a suelos y sus vibraciones *naturales*. Ya que en la prueba de integridad y en el análisis de cajas de amplitudes se determinó que estos modos son importantes para la reconstrucción del registro y al no poder relacionarlas con vibraciones de un suelo cohesivo serán consideradas oscilaciones provenientes de infraestructura civil y serán estudiadas más profundamente en secciones posteriores.

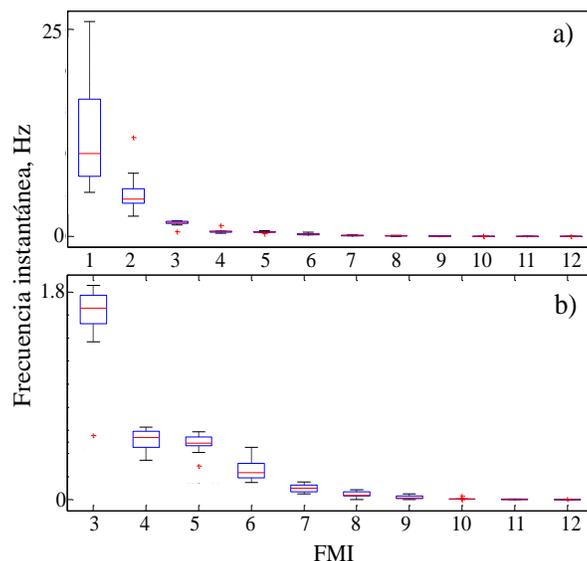


Figura 4-31 Diagramas de cajas de f_n , a) incluyendo los doce modos, b) con exclusión de los primeros dos modos, las frecuencias de contenidos no relacionados con suelos.

Tomando como base el ancho de las cajas, los últimos modos, del FMI6 al FMI12, serán descartados como oscilaciones propias de la respuesta ya que sus amplitudes son despreciables y sus niveles de frecuencias muy cercanas al cero, muy por debajo de las que se consideran para suelos blandos en vibración. Entonces son los modos FMI3, FMI4 y FMI5 las oscilaciones consideradas para el análisis de los movimientos de terreno.

4.6 FMI3, el modo secundario, el modo que evoluciona

Las tendencias de f de los espectros de Fourier (Figura 4-32a) y las amplitudes máximas instantáneas (Figura 4-32b) en los modos más importantes (FMI3, FMI4 y FMI5) muestran que el FMI3 se puede asociar con el T_2 o f_2 del depósito de suelo. El segundo modo de vibrar ha sido estimado utilizando el método MDOF (Lermo y Chávez-García, 1994) y su valor ~ 1.4 Hz, es muy cercano al f_n de la FMI3.

El patrón de comportamiento de las amplitudes máximas, como era de esperarse, indica que el valor se incrementa conforme el dígito de la M crece, aunque dos puntos son atípicos: el del sismo del 21 de julio del 2000 de $M6$ con epicentro en la colindancia entre Puebla y Guerrero, y el del sismo de 1985 ($M8.1$) epicentro en Michoacán cuya amplitud es casi 8 veces el valor alcanzado en el sismo de magnitud más cercana ($M7.5$). Por otro lado, si se observan los valores de frecuencias fundamentales de sus espectros de Fourier (Figura 4-33) existe una ligera tendencia a ser menor conforme la magnitud crece, tiende a 1.5 Hz.

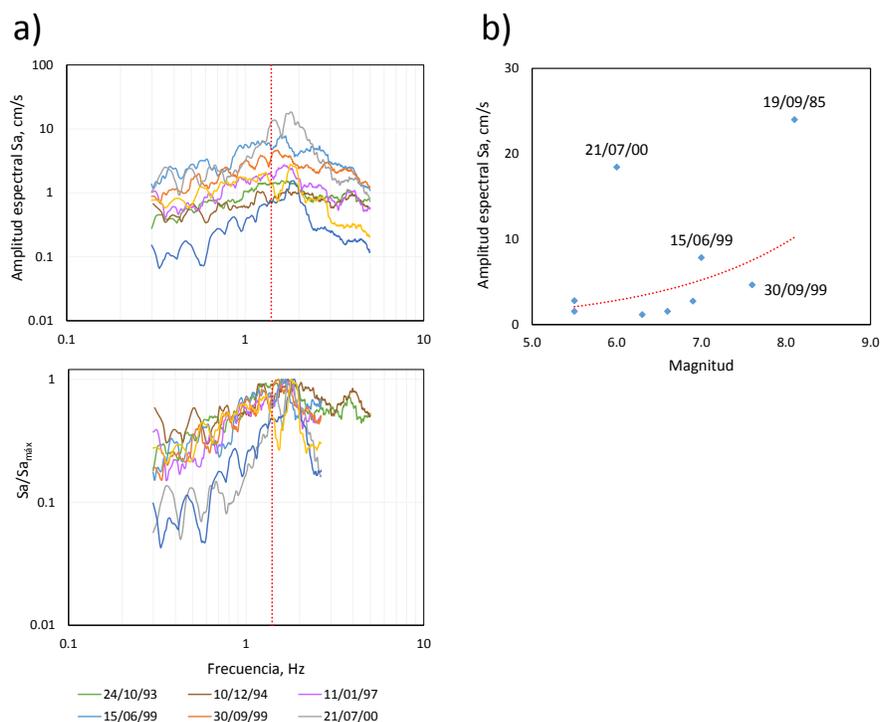


Figura 4-32 a) Espectros de Fourier de los FMI3 y b) Relación entre la amplitud máxima instantánea y M

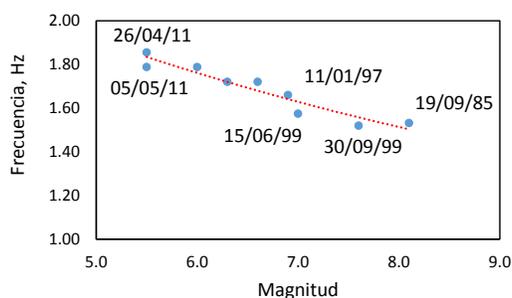


Figura 4-33 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes espectrales con respecto a la magnitud para los FMI3

La tendencia de valores de frecuencias de la Figura 4-33, al compararlas con las mostradas en la Figura 4-34, la variación de f_n con respecto a la profundidad focal, se concluye que no existen evidencias contundentes para declarar la responsabilidad de una u otra variable en el valor de f_n . Incluso la Figura 4-35 muestra esta misma situación (clases de acuerdo con la sismogénesis). Es el espacio de la Figura 4-36 la que permite mejores interpretaciones sobre la naturaleza de la respuesta y su evolución. Los valores de f_n parecen no depender de la magnitud (o energía de entrada), la sismogénesis, la profundidad focal, la directividad o la distancia epicentral; lo que parece marca la tendencia de cambio de ≈ 1.4 Hz hasta ≈ 1.8 Hz es la variable tiempo. En los cerca de 30 años que separan a las mediciones el FMI3 ha cambiado su frecuencia natural en casi 0.4 Hz.

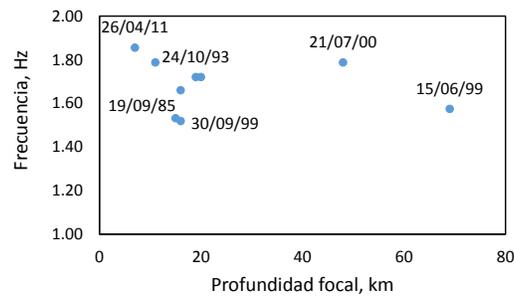


Figura 4-34 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes de Fourier con respecto a la profundidad focal para los FMI3

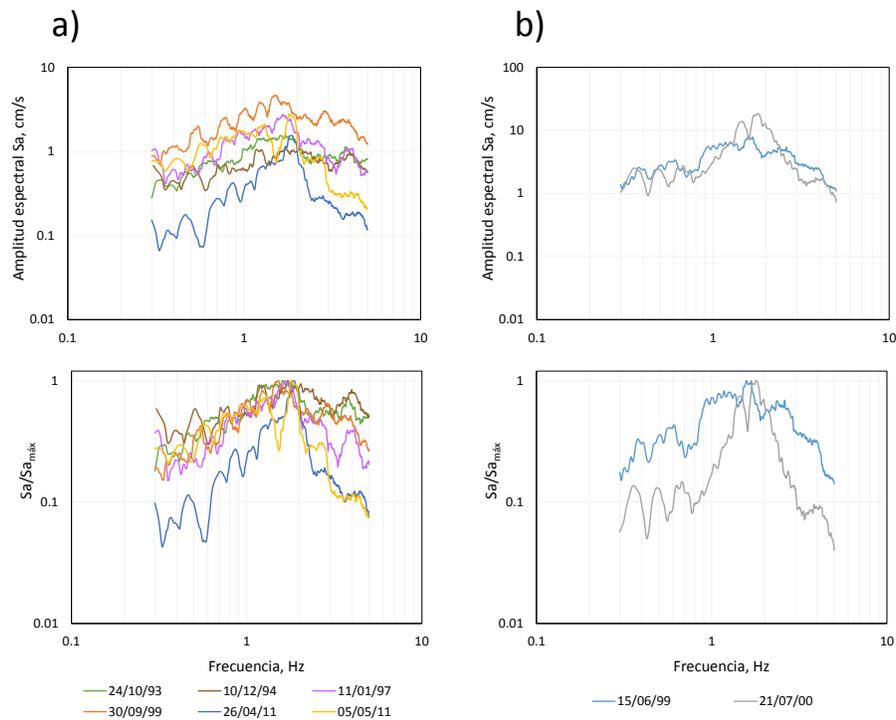


Figura 4-35 Espectros de Fourier del FMI3 a) para sismos interplaca y b) para sismos intraplaca.

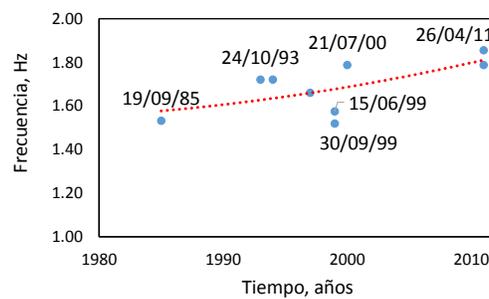


Figura 4-36 Variación de la frecuencia fundamental en la escala del tiempo para los FMI3

4.7 FMI4, el modo gemelo

En la Figura 4-37a se representa el comportamiento en amplitud máxima y la frecuencia fundamental (en espectro de Fourier) de los FMI4. Cuando se estudia el conjunto de individuos se observa que la frecuencia natural está alrededor de los 0.5 Hz, valor muy cercano a la f_1 de SCT, pero no es una constante en la respuesta ya que existen algunos eventos con espectros “anchos” que dificultan la elección de la frecuencia natural y algunos otros presentan otro pico, en frecuencias más altas, con amplitudes importantes.

Resulta interesante observar las tendencias de la Figura 4-37b en la que se ratifica que el terremoto del 85 es el atípico por excelencia en la historia sísmica del valle. Estudiando la amplitud máxima expresada en este modo se encontró que el FMI4 difiere fuertemente del comportamiento del FMI3 en órdenes de aceleración máxima entre eventos, en el caso del FMI3 la amplitud máxima instantánea en el sismo del 85 es del orden de 8 veces lo registrado en el evento más cercano a él (en magnitud, sismo del 30 de septiembre de 1999) mientras que en este modo es de casi 15 veces.

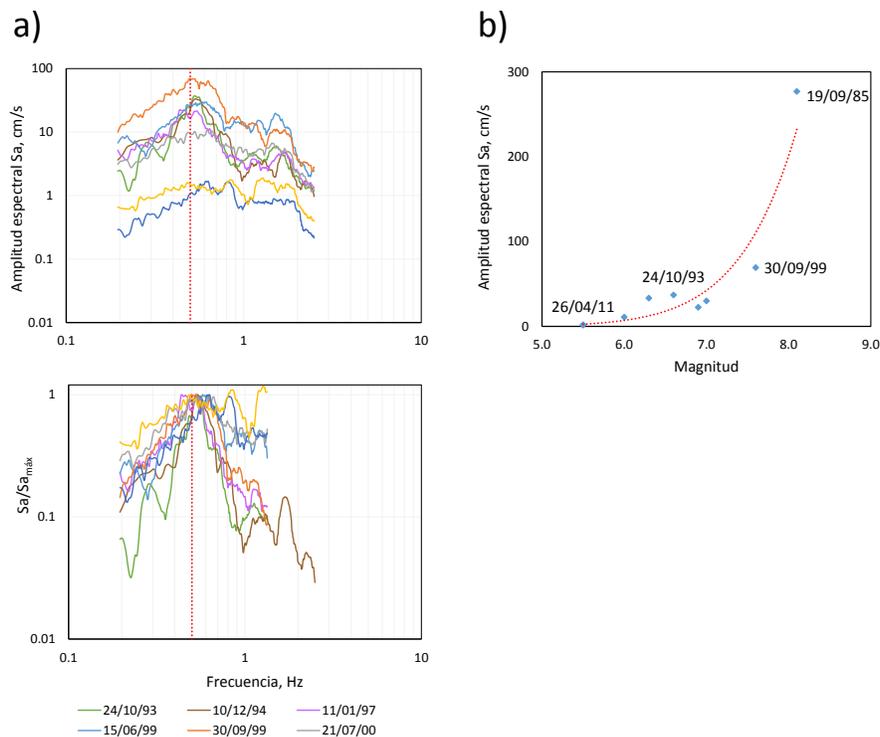


Figura 4-37 Espectros de Fourier de los FMI4 y b) Relación entre la amplitud máxima y M

Si se analiza la f_n , descartando los sismos del 24 de abril del 2011 y del 21 de julio del 2000, el valor es 0.5Hz y no cambia con la magnitud, ni con la profundidad focal ni tampoco con la sismogénesis (Figuras 4-38, 4-39 y 4-40).

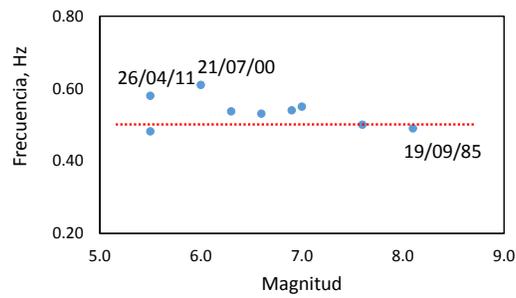


Figura 4-38 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes espectrales con respecto a la magnitud para los FMI4

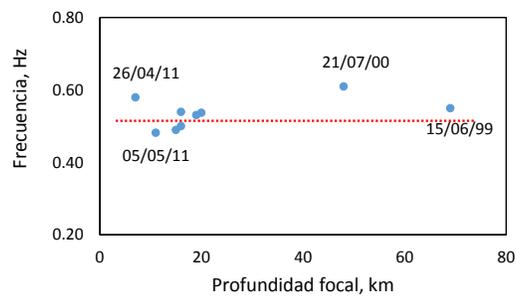


Figura 4-39 Variación de la frecuencia fundamental con respecto a la profundidad focal para los FMI4

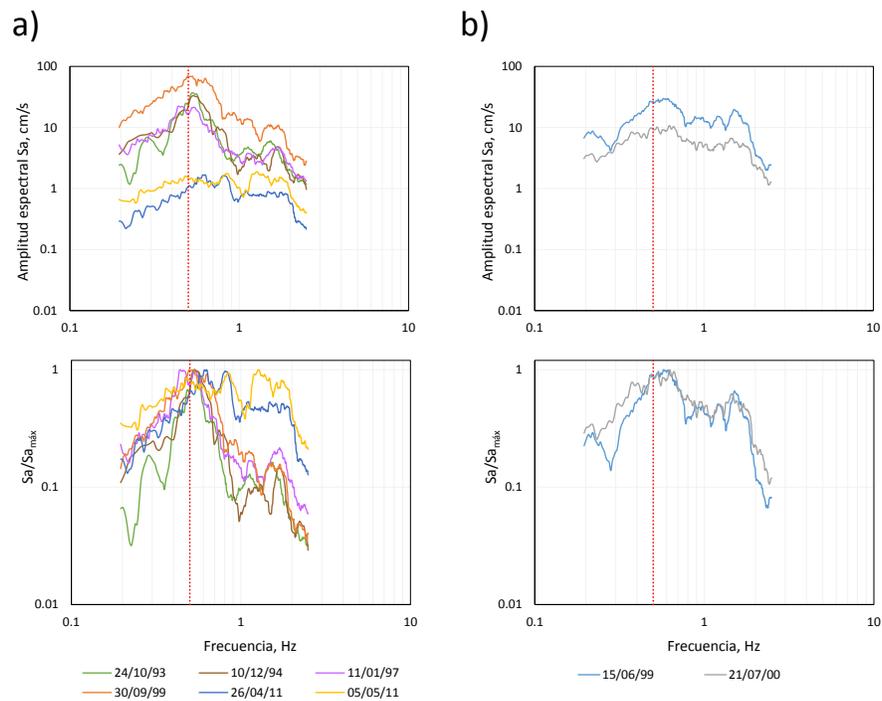


Figura 4-40 Espectros de Fourier del FMI4 a) para sismos interplaca y b) para sismos intraplaca.

A diferencia de la tendencia del modo llamado aquí “secundario” (el FMI3) este modo (el FMI4) no modifica la frecuencia fundamental en las casi tres décadas de monitoreo de respuestas, conserva el valor alrededor de los 0.5 Hz (el valor de f_n del sitio SCT).

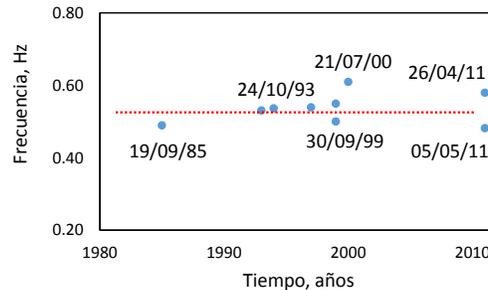


Figura 4-41 Variación de la frecuencia fundamental en la escala del tiempo para los FMI4

4.8 FMI5, el modo fundamental

Los atributos de los espectros de FMI5 (Figura 4-42a) llevan a confirmar lo que intuitivamente se pensaba cuando se analizaron las gráficas de cajas: el FMI5 puede considerarse la oscilación o función intrínseca *fundamental*. A diferencia de los espectros para los modos 3 y 4, este conjunto presenta una forma espectral muy cerrada, es decir, son muy semejantes. El valor de f_n en todos los espectros es igual a 0.5 Hz ($T_n = 2.0$ s). Cuando se normalizan los espectros (versiones escaladas con respecto a su máxima amplitud espectral) se observa una forma única, distintiva, que no cambia a pesar del tipo de evento (intraplaca o interplaca en la Figura 4-45) o profundidad focal (Figura 4-44), magnitud (Figura 4-43). Además algo que resulta sumamente interesante es que la tendencia de la Figura 4-46, que presenta la variación de esta frecuencia en el tiempo de registro, es monotónica, es decir no hay evidencia de modificación sustancial de su valor. Al igual que el FMI4 cuando se analizan las amplitudes (Figura 4-37b), los valores atípicos del sismo de 1985 son del orden de 15 veces mayores a las registradas en el sismo que más se le acerca (el de M7.6, del 30 de septiembre de 1999 en Oaxaca).

Con base en estos resultados se puede señalar que: i) el efecto de la rigidez aún no modifica el patrón de respuesta del depósito (por lo menos con las capacidades de los registro de los aparatos actuales), ii) las componentes en la señal registrada cuyo origen es el entorno urbano es alto y debería ser considerado y más profundamente estudiado y iii) los cambios en las propiedades dinámicas, en esta etapa del proceso de consolidación, parece que afectan más directamente a la capacidad de amplificación del depósito de suelo que a la frecuencia fundamental.

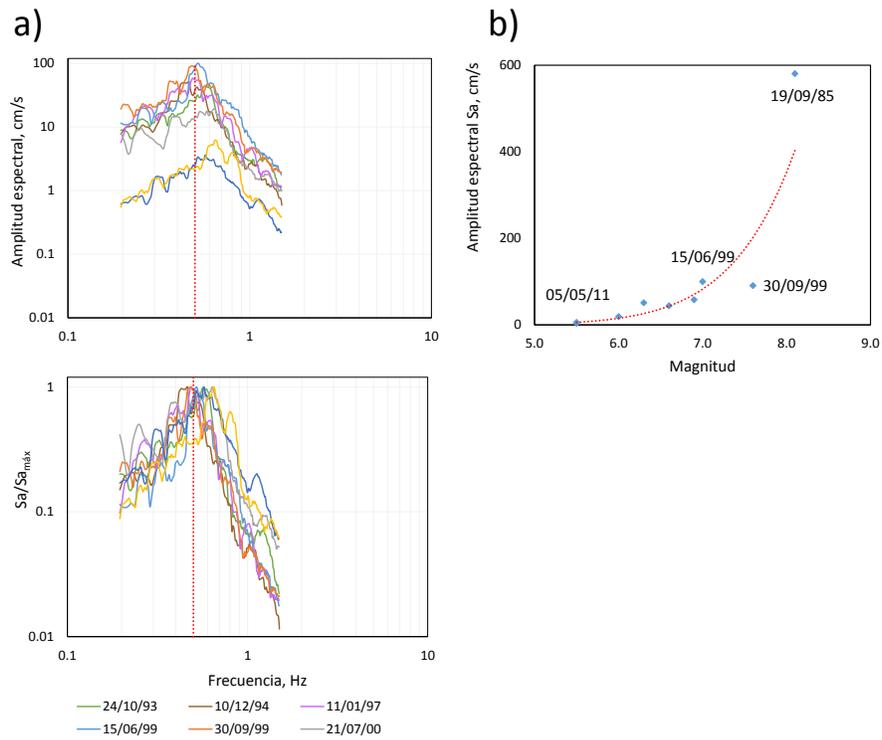


Figura 4-42 a) Espectros de Fourier de los FMI5 y b) Relación entre la amplitud máxima y M

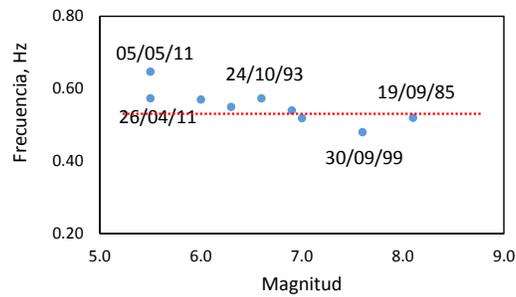


Figura 4-43 Comportamiento de la frecuencia a la que se presentan las máximas amplitudes espectrales con respecto a la magnitud para los FMI5

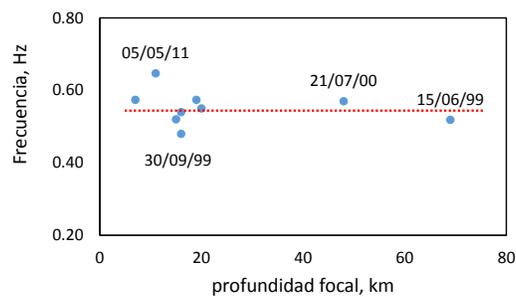


Figura 4-44 Variación de la frecuencia fundamental con respecto a la profundidad focal para los FMI5

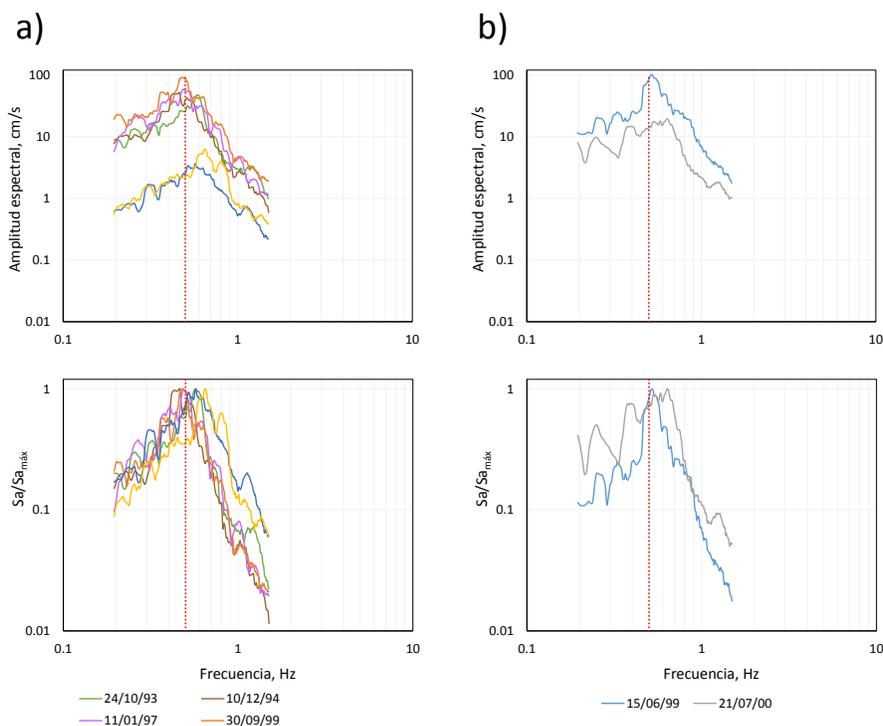


Figura 4-45 Espectros de Fourier del FMI5 a) para sismos interplaca y b) para sismos intraplaca.

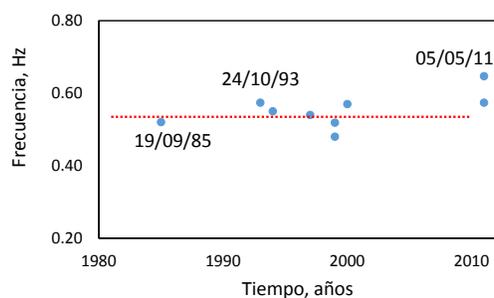


Figura 4-46 Variación de la frecuencia fundamental en la escala del tiempo para los FMI5

4.9 FMI1 y FMI2, los modos artificiales

Con base en lo mostrado durante la reintegración de la señal original (prueba de integridad) los modos FMI1 y FMI2 son importantes para recuperar totalmente el acelerograma registrado por lo que se buscaron indicios en las cajas de amplitudes máximas y de frecuencias que condujeran el análisis de dichas oscilaciones. Su característica más sobresaliente es los valores altos de frecuencia. Los niveles de amplitud, sin ser despreciables, son muy menores si se comparan con las amplitudes de los modos 3-4 y 5. Su espectro de Fourier es una gráfica plana: en todas las frecuencias se muestra la misma amplitud.

Esta particularidad condujo a usar el concepto en Comunicación de ruido: “toda señal no deseada que se mezcla con la señal útil”. Restringiendo el uso del término a este nivel de simpleza, en este trabajo de investigación se llama *ruido* a estos modos para acotar su caracterización.

Para medir la influencia de los modos ruido se realizaron ejercicios sencillos de relación señal/ruido y un ejemplo de los resultados se muestra en la Figura 4-47. Al observar estos espectros de potencia se deduce que la relación entre el acelerograma original y el modo analizado es muy alta, es decir el ruido no interfiere en la . La probabilidad de errores en las interpretaciones de las respuestas depende del valor de la relación señal/ruido. Cuanto mayor sea esta relación, más destaca la señal sobre el ruido y, por tanto, menor es la probabilidad de error. Cuando el ruido se añade a una señal con distorsión, la probabilidad de error crece rápidamente.

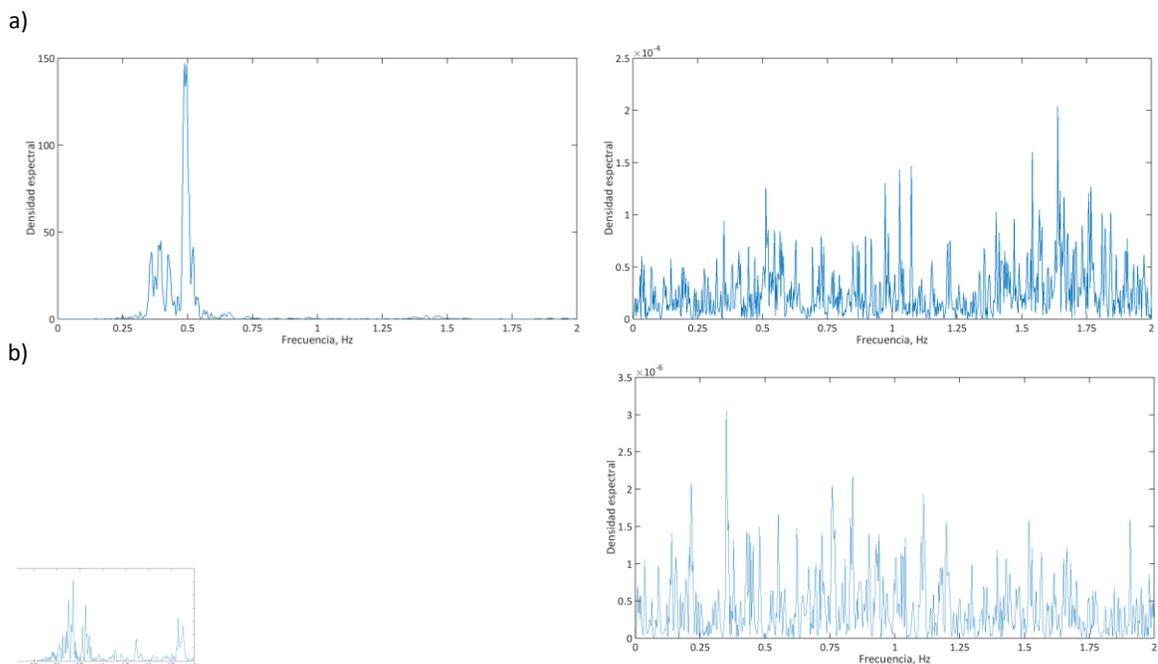


Figura 4-47 Densidad espectral de la señal original (registro superficie) y del modo “ruido” para: a) evento 19 de septiembre de 1985 M8.1 y b) evento 5 de mayo del 2011 M5.5.

El espacio tiempo y el espectro de Fourier no permiten reconocer ni al sistema generador ni a su dinámica. En esta investigación se usa una representación bidimensional de la Teoría del Caos llamada Mapas de recurrencia MR para explorar el tipo de sistema que generó las señales modo “ruido” y decidir sobre el patrón de comportamiento expuesto en los datos. Algunos sujetos son elegidos como representativos de los resultados obtenidos para todo el conjunto de modos 1 y 2 calculados de la base de eventos total.

Las herramientas de la teoría del caos que se usan para los análisis de series de tiempo (Kantz y Schreiber 1997) se pueden clasificar en herramientas métricas, dinámicas y topológicas.

La aproximación métrica depende del cálculo de distancias del atractor (conjunto al que un sistema evoluciona después de un tiempo suficientemente largo) del sistema. La aproximación dinámica tiene que ver con el cómputo de la divergencia de las orbitas cercanas a través de la estimación de los exponentes de Lyapunov mientras que los métodos topológicos se caracterizan por el estudio



de la organización del atractor e incluyen a los mapas de retornos cerrados y a los Mapas de Recurrencia MR (Eckmann et al., 1986).

Los MR son representaciones complejas, visualmente atractivas, muy útiles en la búsqueda de correlaciones ocultas entre datos de alta complejidad. Para generar un MR de un conjunto de registros experimentales el primer paso es reconstruir la dinámica del sistema mediante la incorporación de la serie de tiempo unidimensional en un espacio de reconstrucción de d_E -dimensiones utilizando el método de coordenadas retrasadas. Dado un sistema cuya dimensión topológica es d , el muestreo de una única variable de estado es equivalente a la proyección de la dinámica del espacio de fase de dimensión d sobre un eje.

Con una trayectoria en el espacio embebido se construye un MR calculando la distancia entre cada par de puntos (y_i, y_j) utilizando una norma apropiada y sombreando (coloreando) cada pixel (i, j) del mapa (o gráfico 2D) de acuerdo con esa distancia. Entonces, los datos experimentales o serie de tiempo y comportamiento deben estar dispuestos como:

$$Q_s = \{x_1, x_2, \dots, x_N\} \quad (32)$$

y la reconstrucción de las coordenadas retrasadas de la dinámica en el espacio de fase de las observaciones x está regida por dos parámetros, dimensión embebida d_E y tiempo de retraso τ . Con esto en mente, la trayectoria resultante en RdE se expresa como:

$$\{y_1, y_2, \dots, y_m\} \quad (33)$$

donde $m = N - (d_E - 1)\tau$, y

$$y_k = \{x_k, x_{k+\tau}, x_{k+2\tau}, \dots, x_{k+(d_E-1)\tau}\} \quad (34)$$

para $k=1, 2, \dots, m$. Nótese que el uso de $d_E = 1$ genera simplemente la serie de tiempo original; una incorporación unidimensional es equivalente a no incorporar en lo absoluto.

La correcta elección de d_E y τ es crítica para este tipo de reconstrucción de espacio de fase y debe realizarse muy cuidadosamente, sólo valores correctos de estos dos parámetros responden al sustento teórico del Teorema de Takens (Takens, 1981; Packard et al., 1980; Sauer et al., 1991) y son topológicamente equivalentes a la dinámica original del espacio de fase.

Asumiendo que la incorporación de retraso de coordenadas se ha llevado a cabo correctamente, es natural suponer que el MR de una trayectoria reconstruida tiene gran parecido con un MR de la verdadera dinámica y las condiciones concluidas de la observación del mapa pueden ser tomadas como válidas y sólidamente soportadas desde el punto de vista de la dinámica no lineal.

Ahora, cuando se construye un MR debe considerarse que éstos se basan en las distancias mutuas entre los puntos de una trayectoria, por lo que el primer paso siempre es elegir una norma D . En

este trabajo se utiliza la norma máxima (Euclideana para una sola dimensión) y fue elegida por dos razones: i) para facilitar la implementación debido a la distancia máxima que surge en los cálculos de recurrencia (la diferencia entre las mediciones mayor y menor en las series de tiempo) y ii) porque es independiente de la dimensión embebida d_E . Esto significa que podemos hacer comparaciones directas entre MR generados usando diferentes valores de d_E sin necesidad de ajustar la escala de los mapas. Así la matriz de recurrencia A se define como:

$$A(i, j) = D(y_i, y_j), 1 \leq i, j \leq m \quad (35)$$

donde

$$D(y_i, y_j) = \max_{1 < k < d_E} |x_{i+(k-1)\tau} - x_{j+(k-1)\tau}| \quad (36)$$

Como ya se mencionó el propósito inicial de los MR es visualizar trayectorias en el espacio de fase, lo cual es extremadamente ventajoso en sistemas de gran dimensión. Los MR dan una visión global de la evolución en el tiempo de estas trayectorias ya que las series de tiempo abarcan tanto las ordenadas y las abscisas y cada punto (i, j) en el plano está sombreado (coloreado) de acuerdo con la distancia entre los dos puntos correspondientes de trayectoria y_i y y_j (Figura 4-48).

Detallar la matemática y las demostraciones de los postulados están fuera del alcance de este trabajo, se recomienda al lector interesado en el tema la revisión de Hinrichsen y Pritchard (2005).

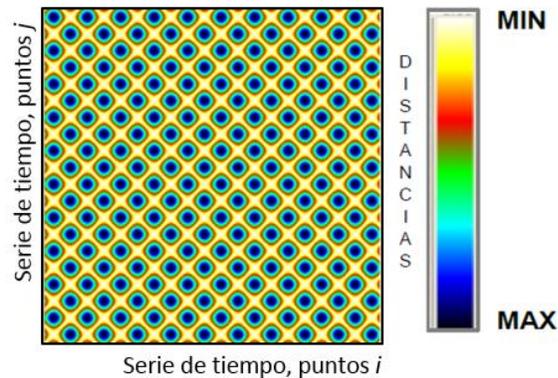


Figura 4-48 Descripción gráfica del MR (función seno)

La Figura 4-49 muestra MR generados a partir de conjuntos de datos muy diferentes: desde una serie de tiempo derivada por el muestreo de la función seno (t) hasta la serie que representa el ruido blanco. El MR de la onda senosoidal es relativamente fácil de entender, cada uno de los "bloques" de color representa la mitad de un periodo de la señal. Los MR en el fondo de la Figura 4-49, generados a partir de conjuntos de datos caóticos, son mucho más complicados. Ellos también tienen estructuras de bloques que semejan lo que se esperaría de una señal periódica pero esto en realidad no resulta de una periodicidad tan evidente.

En el caso de datos de origen caótico los elementos estructurales repetidos en el mapa requieren una explicación más profunda. Los puntos de recurrencencia del ruido blanco no existen y despliegan simplemente manchas distribuidas en un patrón aleatorio homogéneo, lo que significa que la variable registrada carece de estructuras deterministas. En las Figuras 4-51 a la 4-54 se muestran los MR calculados para algunos de los modos “ruido”.

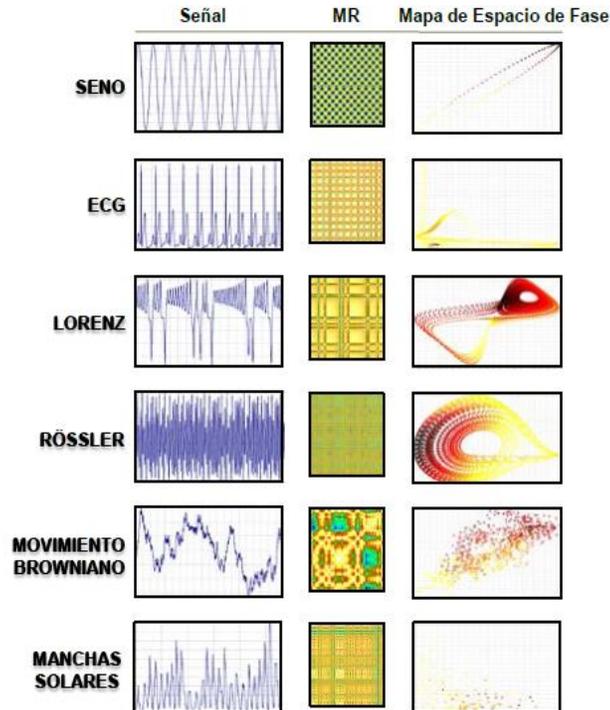


Figura 4-49 Algunos ejemplos de MR calculados a partir de comportamientos conocidos

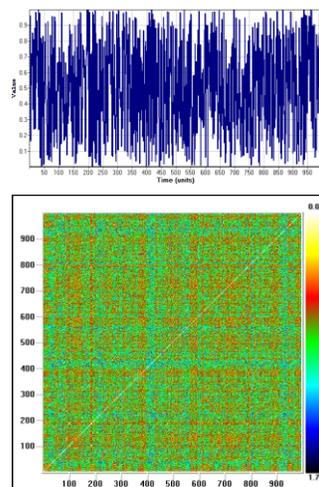


Figura 4-50 Ruido blanco

Tabla 4-4 Mapas de recurrencia

No.	Fecha	Magnitud	Profundidad focal km	Dimensión embebida		Retraso	
				FMI1	FMI2	FMI1	FMI2
1	19/09/1985	8.1	15	2	13	10	2
2	24/10/1993	6.6	19	6	14	10	3
3	10/12/1994	6.3	20	3	1	10	2
4	11/01/1997	6.9	16	8	7	10	2
5	15/06/1999	7	69	4	21	10	5
6	30/09/1999	7.6	16	2	1	10	2
7	21/07/2000	6	48	8	2	10	5
8	22/01/2003	7.6	9	8	13	8	2
9	26/04/2011	5.5	7	10	1	9	3
10	05/05/2011	5.5	11	5	1	10	2
11	Ruido blanco			4	1		

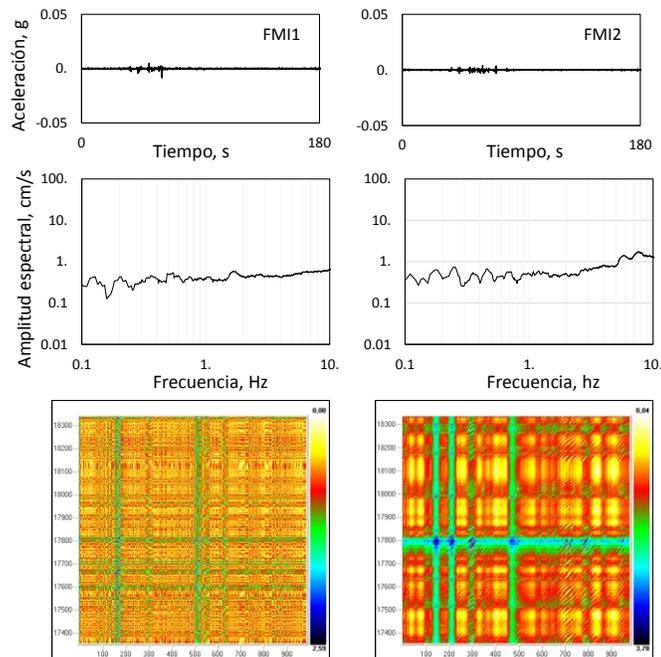


Figura 4-51 Sismo del 19 de septiembre de 1985

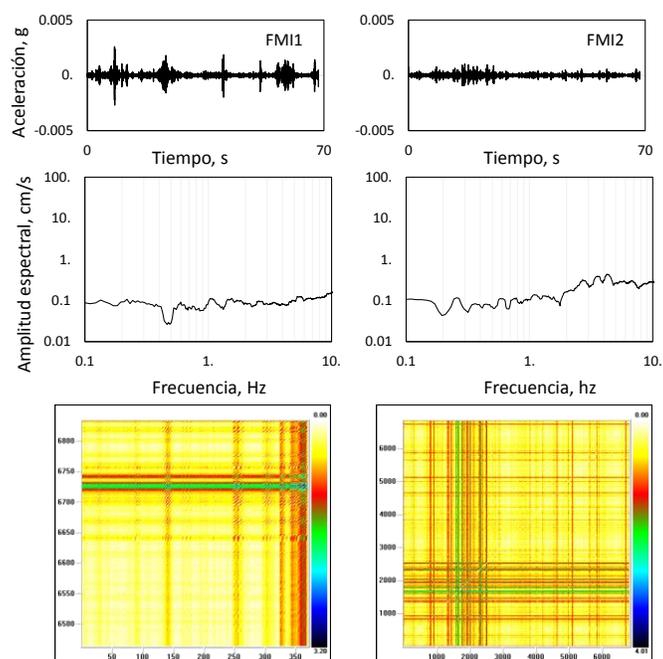


Figura 4-52 Sismos del 10 de diciembre de 1994

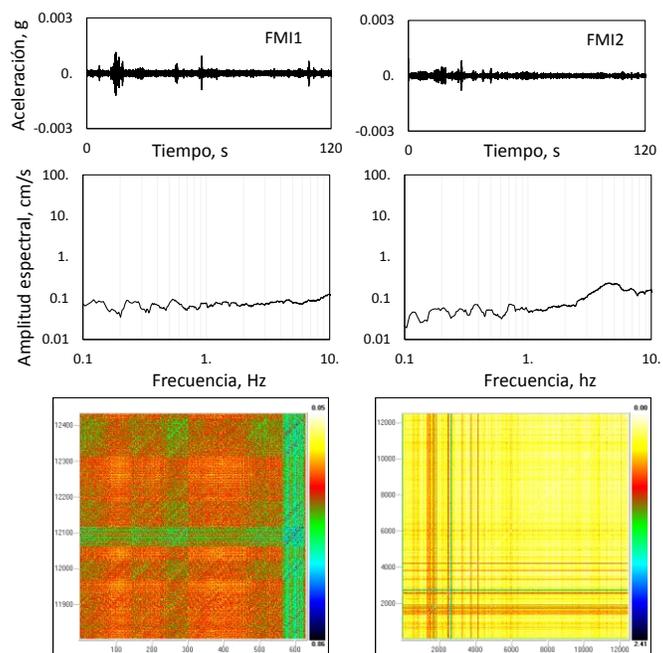


Figura 4-53 Sismo del 11 de enero de 1997

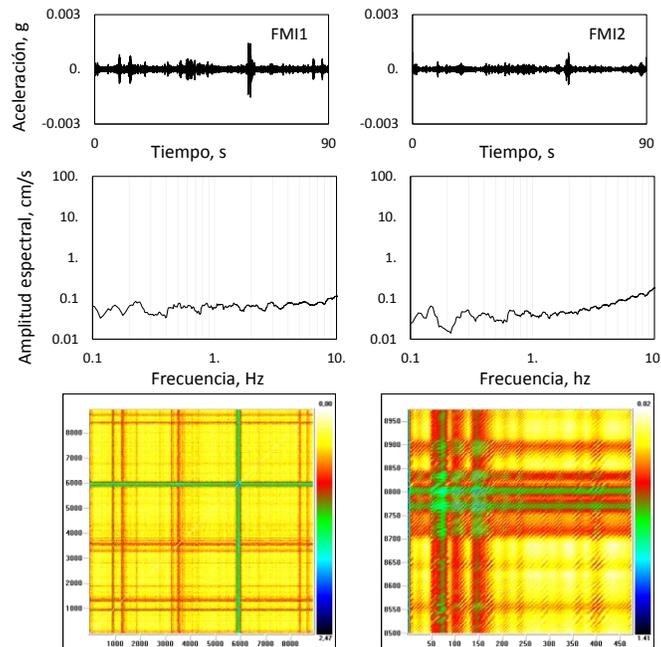


Figura 4-54 Sismo del 22 de enero del 2003

Las estructuras de un MR en términos generales pueden clasificarse como (Marwan, 2003):

- Los MR homogéneos son típicos de sistemas en los que los tiempos de relajación son cortos en comparación con el tiempo que generó el MR. Un ejemplo es la serie aleatoria estacionaria (véase el MR del ruido blanco-uniformemente distribuido- en la Figura 4-49).
- Los sistemas periódicos y cuasi-periódicos tienen MR con estructuras recurrentes (diagonales cortadas o estructuras tablero de ajedrez). Relaciones irracionales de frecuencia causan estructuras recurrentes cuasi periódicas más complejas (ver los ejemplos de ECG, Lorenz, Rössler y manchas solares), sin embargo, aún para sistemas cuyas oscilaciones no son fácilmente reconocibles, los MR revelan claramente los patrones de recurrencia.
- Cambios abruptos en la dinámica (eventos extremos) causan áreas blancas y bandas frías.

De acuerdo con lo observado en el conjunto de datos en estudio, las estructuras de MR son relacionables con cambios abruptos y se describen más correctamente como interrumpidas o intermitentes. Las estructuras en estos MR son excepcionalmente similares a los obtenidos de series de aceleraciones registradas en superficie (detalles y ejemplos en García et al., 2016).

Existen tiras verticales y horizontales que marcan estados rectangulares (clusters) donde se desarrollan las aceleraciones máximas, hay cambios bruscos entre las partes intensas y las partes con amplitudes mínimas. Estos modos se pueden definir como eventos que contiene sub-eventos extremos sostenidos durante algunos segundos que desvanecen. Entonces, los modos pueden ser categorizados como provenientes de fuentes ajenas a los suelos pero que vibran en sincronía con éstos, aunque no pertenecen al sistema generador natural (depósitos de arcillas blandas).

4.10 El Espectro de Hilbert en el análisis de movimientos de terreno

La presentación de las ventajas de la THH se completa con el análisis de los Espectros de Hilbert. Los eventos ejemplo en secciones anteriores se toman para representar las descripciones gráficas en el espacio [tiempo-frecuencia-intensidad]. Estos sujetos son tomados como una muestra suficiente, sin embargo se aclara que las conclusiones parten de lo verificado para todos los eventos registrados en la Tabla 4-1

El primer espectro de Hilbert corresponde al sismo de Michoacán del 19 de septiembre de 1985 (Figura 4-55a), evento que provocó grandes afectaciones en la zona centro del país con epicentro frente a las costas del Pacífico (M8.1 y profundidad focal: 15 Km). El EH, mostrado en la Figura 4-55b ilustra cuantitativamente la distribución temporo-frecuencial de las aceleraciones del terreno. En el espectro se muestra el inicio del movimiento fuerte a los 50 s, con duración de 20 s, activando frecuencias que van desde los 0.4 hasta 1.5 Hz. La intensidad más alta ($a_{\text{máx}} \sim 160 \text{ cm/s}^2$) en 0.5 Hz está rodeada por una zona importante de energía (curvas de isoaceleración $\sim 100 - 120 \text{ cm/s}^2$) en una banda más ancha de frecuencias (desde 0.3 hasta 1 Hz).

Un detalle importante de la Figura 4-55b es la línea “clara” (vea Figura 4-55c para ubicar los claros) que permanece en todo el evento, con decremento de nivel de aceleraciones conforme avanza el tiempo, banda de frecuencias instantáneas con ancho constante con una media alrededor de $f=0.5$ Hz que corresponde con la frecuencia fundamental del sitio SCT. Presenta un máximo de 40 cm/s^2 . Se aprecia que a los 60 s hay una gran alteración y se presentan las máximas intensidades en color negro, esto corresponde al arribo de las ondas S y a la parte más intensa del evento.

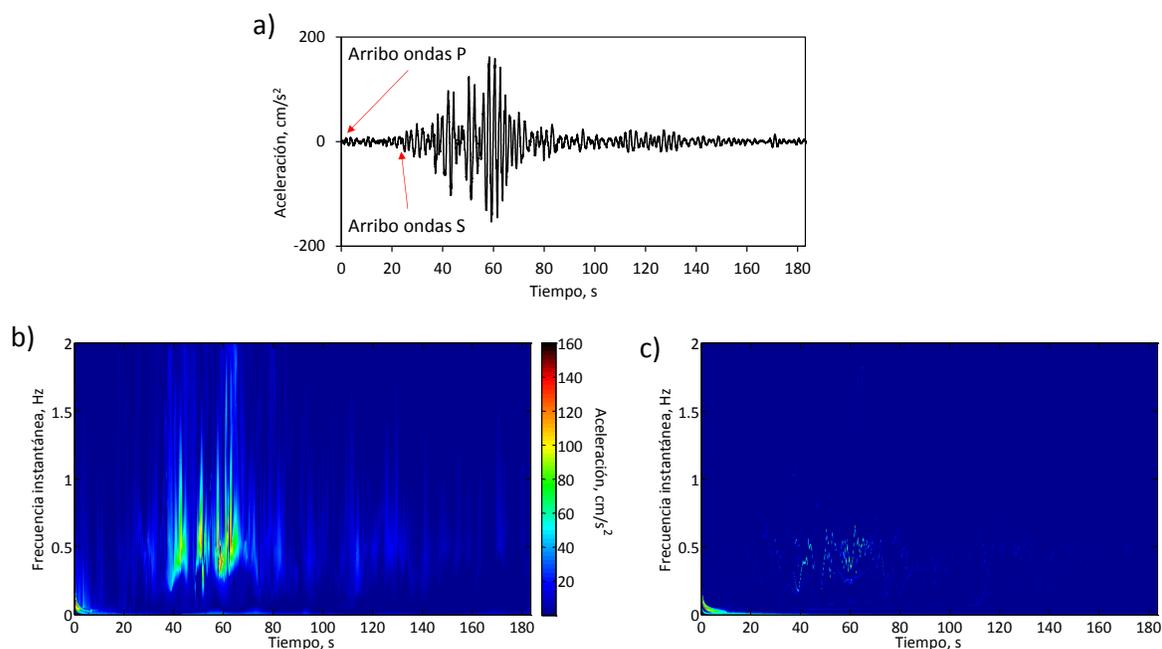


Figura 4-55 a) registro del evento del 19 de septiembre de 1985, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.

Otro evento fue el que se registró el día 24 de octubre de 1993 con epicentro frente a las costas de Guerrero, con M6.6 y una profundidad focal de 19 km. El espectro de Hilbert (Figura 4-56b) muestra dos conjuntos de movimientos fuertes con arribos en los tiempos 25 y 45 s. El primer paquete tiene una duración de 10 s activando frecuencias que van desde los 0.3 hasta los 0.8 Hz con intensidades

asociadas a los 14 cm/s^2 . El segundo paquete de ondas tiene una duración de 5 s y activo frecuencias de 0.4 a 0.7 Hz con una intensidad menor a los 10 cm/s^2 . La intensidad más alta ($I_{\text{máx}} \sim 14 \text{ cm/s}^2$) en 0.5 Hz se presenta a los 30 s y se encuentra rodeada por una zona importante de energía (curvas de isoaceleración $\sim 12 \text{ cm/s}^2$) activando frecuencias que van desde 0.4 hasta 0.7 Hz.

Para este evento en la Figura 4-56c se puede observar con mayor facilidad la oscilación alrededor de la frecuencia de 0.5 Hz con alteraciones a los 30 y 40 s correspondientes a las partes intensas del sismo, en el primer arribo a los 30 s se puede apreciar claramente la aparición de una onda que altera esta oscilación constante y ocasiona las máximas aceleraciones (relacionable con el arribo de las ondas S).

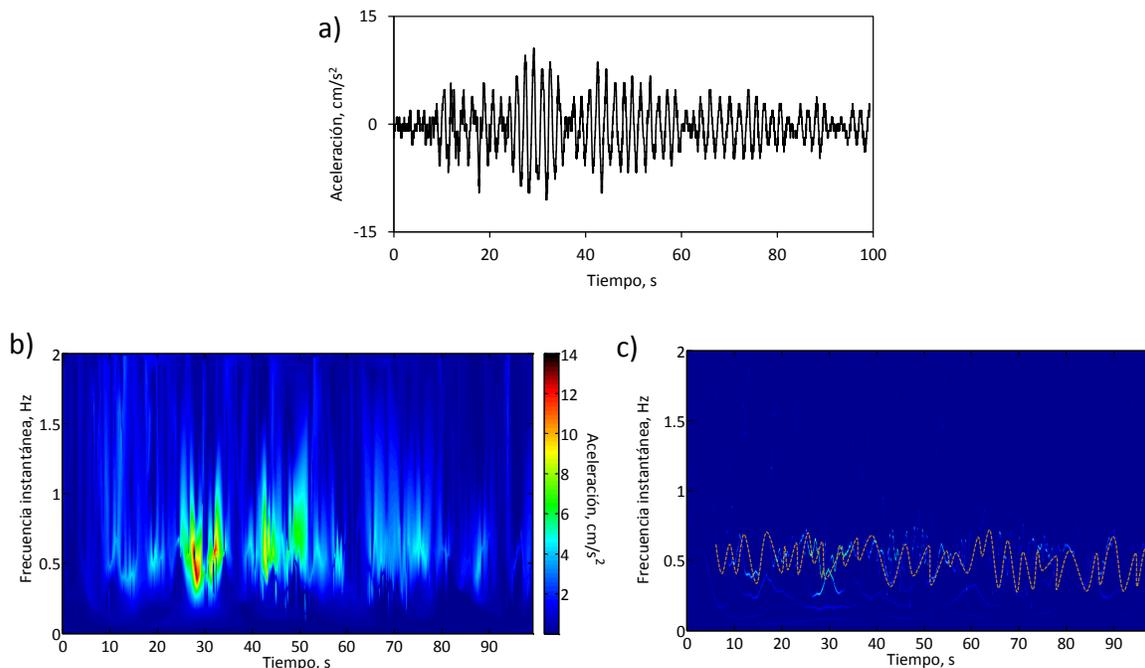


Figura 4-56 a) registro del evento del 24 de octubre de 1993, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.

El evento registrado el 15 de junio de 1999 de $M6.5$ presenta una sismogénesis distinta, epicentro en el estado de Puebla a una profundidad focal de 69 km (intraplaca). El EH de la Figura 4-57b muestra, al igual que el evento de 1993, dos conjuntos de movimientos a los 25 y 40 s con intensidades de 20 cm/s^2 , activando frecuencias que van desde los 0.3 hasta 1.7 Hz para el primer arribo y 0.4 a los 0.7 Hz para el segundo. Los eventos se presentan con duración de 10 s para el primer caso y escasos 3 s para el segundo arribo. La intensidad más alta registra ($I_{\text{máx}} \sim 20 \text{ cm/s}^2$) a los 30 s se ubica de igual manera en los 0.5 Hz y es envuelta por curvas de isoaceleración de 10 y 12 cm/s^2 formando una banda de frecuencias más ancha que el evento anterior (0.3 a 1.7 Hz).

Cabe señalar que, para este evento, la presencia de contaminación en frecuencias mayores es mucho mayor que para los eventos provenientes de la zona de subducción. Sin embargo, en la Figura 4-57c se puede apreciar la misma oscilación *básica* que aparece en todo el evento con una banda de frecuencias con media alrededor de la frecuencia de 0.5 Hz.

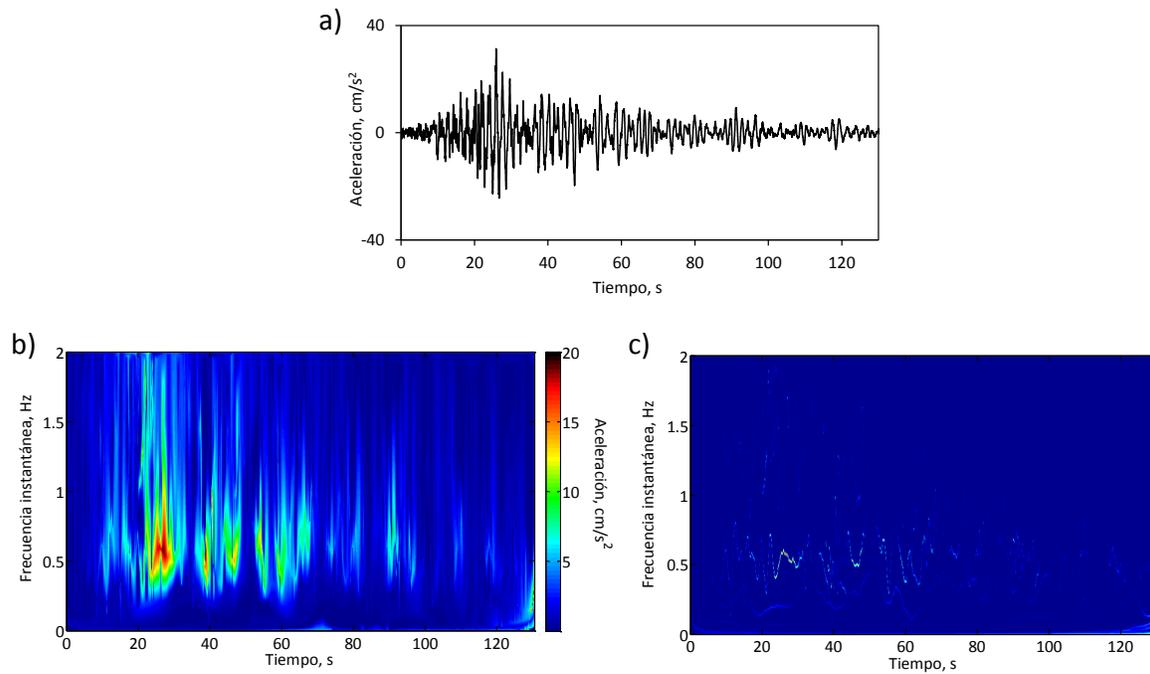


Figura 4-57 a) registro del evento del 15 de junio de 1999, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.

Se presenta un evento menor, el registrado el 5 de Mayo del 2011 en las costas de Michoacán con M5.5 y una profundidad focal de 11 km. Este evento al presentar una magnitud considerablemente pequeña se ve mayormente influenciada por los primeros modos, los modos ruido. En su EH (Figura 4-58b) se aprecia esta influencia. Hay frecuencias mucho más altas con aceleraciones relativamente mayores, éstas corresponden a sistemas ajenos al suelo y son relacionables con los modos 1 y 2.

En la Figura 4-58b se aprecia un primer arribo a los 60 s activando frecuencias desde los 0.3 Hz hasta frecuencias de 1 Hz debidas al suelo y un segundo movimiento a los 90 s con una duración de 10 s con frecuencias que oscilan desde 0.5 hasta 1.1 Hz, la aceleración más alta de 2 cm/s² ubicada a los 60 s en una frecuencia de 0.5 Hz. Si se observa la Figura 4-58c, de igual manera, se presenta la misma oscilación a lo largo de todo el evento con apariciones de ondas en la parte inferior que enriquecen la onda seno y la llevan a las máximas amplitudes.

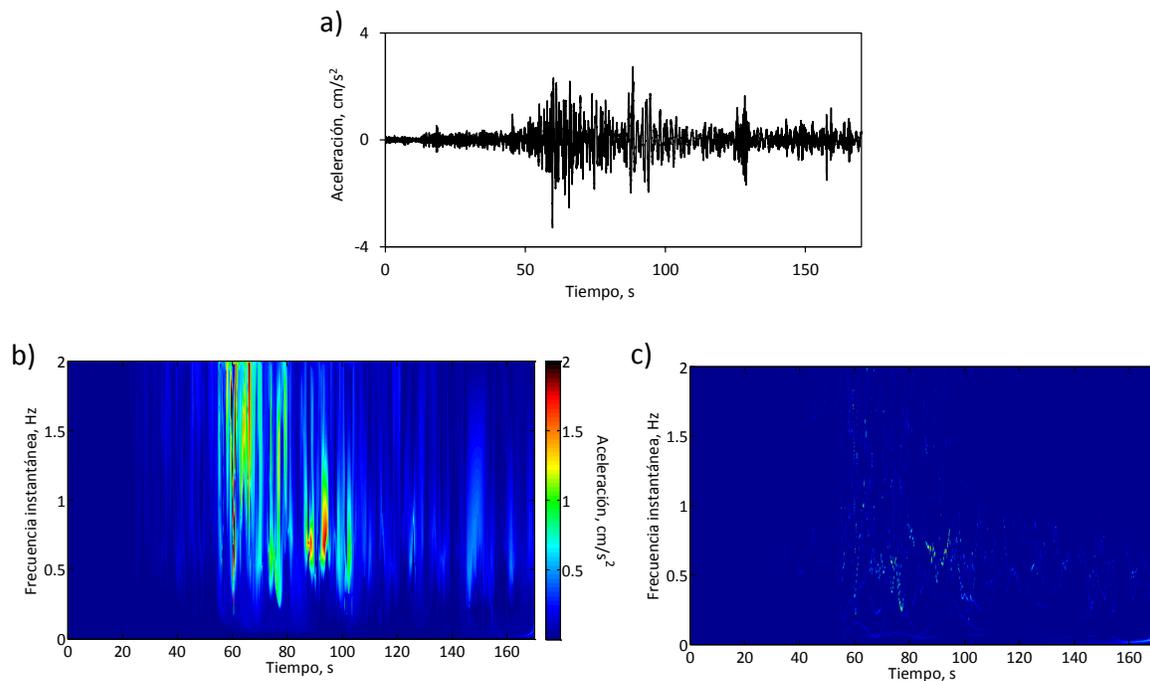


Figura 4-58 a) registro del evento del 5 de mayo del 2011, b) espectro de Hilbert interpolado y c) espectro marginal de Hilbert.

Como se puede apreciar, el uso de los espectros de Hilbert para la interpretación de los eventos sísmicos presenta grandes ventajas la lectura de las respuestas a través del contenido frecuencial, la distribución de la intensidad y su dependencia temporal. En los EH se observa directamente la duración de la sacudida, el arribo de los distintos tipos de ondas, los rangos de frecuencia activados y las verdaderas aceleraciones sufridas por el suelo. De acuerdo con esto, y ya que las amplitudes (intensidades) y las frecuencias son parámetros clave usados como índices para caracterizar y definir las entradas sísmicas; se recomienda precaución en el uso indiscriminado de valores obtenidos de métodos restrictivos, ya que existen diferencias entre los contenidos de frecuencia y energía que pueden ser críticos cuando se están analizando efectos de sitio.

Algunas de sus más admirables ventajas es la simpleza con la que permite observar la influencia en los registros de fuentes ajenas al depósito de suelo. Esto no es posible, de manera tan directa y objetiva, con otros métodos.



5 Conclusiones

Con base en los hallazgos conseguidos hasta esta etapa de la investigación, se puede concluir que la THH permite extraer algunas importantes características de los movimientos de los suelos, como respuesta a la entrada de ondas sísmicas, que se distorsionan o enmascaran cuando se estudian con otras técnicas de procesamiento de datos / análisis de series de tiempo.

Aspectos tan significativos como definición de fuentes de ruido, tiempo de duración de la fase intensa, periodo fundamental, frecuencias instantáneas naturales y potencial de amplificación, pudieron ser aclarados, corroborados o incluso invalidados usando esta poderosa herramienta. Sin intención de catalogar lo aquí expuesto como absoluto, se presentan las características de las oscilaciones obtenidas con THH y se confrontan con las generadas con herramientas convencionales para llamar la atención de los profesionales y los estudiosos relacionados con el tema, de tal forma que se eviten peligrosas conclusiones derivadas de malas interpretaciones.

En este estudio se muestra a la DEM, de la THH, como una alternativa de herramienta de análisis para series de tiempo de aceleraciones. Los modos de oscilación obtenidos de la DEM pueden contener información observable, física e inherente a los movimientos de terreno. Por los exploraciones y las consideraciones teóricas se puede afirmar que descomponer los movimientos en sus modos fundamentales acerca al observador a las oscilaciones más *naturales* lo que permite llegar a conclusiones, sobre el comportamiento de los depósitos, más simples y directas pero sobre todo correctas.

A pesar de que las propiedades de los suelos en el sitio SCT han cambiado, y lo seguirán haciendo, notado y aceptado por causa de la subsidencia regional, parece que aún hace falta mucho trabajo en las actividades de monitoreo, en los planteamientos teóricos y en la aplicación de conceptos y su prueba práctica (medido contra evaluado) para establecer íntegramente el patrón de variación en las respuestas sísmicas de los suelos blandos del sitio.

No obstante, con base en los resultados encontrados se puede señalar que: i) la *rigidización* aún no modifica el patrón raíz de respuesta del depósito, es decir, el modo fundamental en términos de frecuencia parece no ser vulnerable a los nimios cambios registrados en las propiedades dinámicas (por lo menos con las capacidades de registro de los aparatos actuales), ii) la oscilación que parece responder a la intuición ingenieril de la rigidización del depósito y su correspondiente cambio en la frecuencia de vibración, es un modo secundario, iii) las componentes en la señal registrada cuyo origen pudiera ser el entorno urbano deberían ser consideradas más explícitamente en los modelos de respuesta y más profundamente estudiadas y iv) parece que los cambios en las propiedades índice, mecánicas y dinámicas, en esta etapa del proceso de consolidación, afectan más profundamente a la capacidad de amplificación del depósito de suelo al no verificarse corrimiento en la frecuencia fundamental del depósito.

Los descubrimientos de este estudio alertan sobre peligrosas deficiencias en i) la determinación de la aptitud de los registros para establecer tendencias de manifestaciones específicas, ii) la elección de la técnica de análisis de series de tiempo para cada problema de ingeniería y el establecimiento de sus límites de aplicación y por lo tanto de la validez de los conceptos derivados y iii) los procesos de calibración de los modelos teóricos.

6 Referencias

- Aguilar, R. Cambios en los espectros de diseño sísmico del Valle de México debidos al hundimiento regional. México D. F.
- Aguilar, R. Efecto del hundimiento regional en las propiedades dinámicas del suelo. México D. F.
- Alberro, J. e Hiriart, G. (1973). Resistencia a largo plazo de las arcillas del Valle de México. Series del Instituto de Ingeniería, UNAM
- Anderson, J. G. (1991), Strong motion seismology. Rev. Geophys. Suppl. 29, 700{720.
- Auvinet, G. y Rodríguez , J. (2006). Inclusiones rígidas como alternative de cimentación en los suelos lacustres de la Ciudad de México. XXIII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Tuxtla Gutiérrez, México.
- Base Nacional de Sismos Fuertes (1999). Base Mexicana de datos de sismos fuertes. Sociedad Mexicana de Ingeniería Sísmica. A. C.
- Benedetto, J. & Frazier, M. (1994). Wavelets, mathematics and applications. CRC Press, Florida, USA
- Boashash, B. (1992). Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. I. Fundamentals. *Proceedings of the IEEE*.
- Bonetti, C., & García, S. (2012). Determinación cognitiva de las propiedades dinámicas del suelo a partir de información sísmica. XXVI Reunión Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Cancún, Quintana Roo, México.
- Bozorgnia, Y., & Bertero, V. (2004). Earthquake engineering: from engineering seismology to performance-based engineering. CRC press.
- Bufaliza, M. (1984). Atenuación de intensidades sísmicas con la distancia en sismos mexicano
- Campbell, K. W., & Bozorgnia, Y. (2003). Updated near-source ground-motion (attenuation) relations for the horizontal and vertical components of peak ground acceleration and acceleration response spectra. Bulletin of the Seismological Society of America.
- Cohen, L. (1995). Time-frequency analysis. Prentice hall.
- Chu, P. C., Fan, C., & Huang, N. (2014). Derivative-optimized empirical mode decomposition for the Hilbert–Huang transform. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 259, 57-64.
- Díaz, G., & Mandujano, N. (2012). Detección de arritmias basada en la transformada discreta wavelet. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México.
- Faccioli, E. and Reséndiz, D., (1976). Soil dynamics: Behavior including liquefaction. Developments in Geothnical Engineering, by Lomnitz, C y Rosenblueth, E (Editors).
- Fernández, A. (2014). Análisis geotécnico de respuesta dinámica. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, México D. F.
- Fernández, M. (2007). Señales y sistemas de comunicación, Universidad de Valladolid, España



- Franco Casas, F. (2002). Evaluación de las propiedades geotécnicas del sitio SCT a 15 años del sismo de 1985. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM. México.
- García, E. (2012). Estudios de ciclos económicos utilizando análisis en tiempo y frecuencia de series de tiempo en el caso de México. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México.
- García, S. y Romo, M. (2012). Análisis temporo-frecuencia de la intensidad sísmica.
- García, S., Alcantara, L. (2015). Hilbert-Huang en la respuesta sísmica de los suelos blandos. XX Congreso Nacional de ingeniería Sísmica, Acapulco, México.
- García, S. (2009). Computo aproximado en la solución de problemas geosismicos. Tesis de Doctorado, Facultad de ingeniería, UNAM, México.
- García, S., Villalobos-Castaldi, F. (2016). Empirical decomposition is seismic response for soft soils.
- García, S., Martínez, C. (2016). Descomposició empírica de la resposta sísmica para suelos blandos. XXVIII Reunió Nacional de Ingeniería Geotécnica, Mérida, México.
- García, S.R., H. Solís-Estrella, K. Ramírez-Amaro, F. Correa, S. García, J. Figueroa-Nazuno, y A. Angeles-Yreta, Descomposición Empírica en Modos: una interpretación sísmica, Memorias del XV Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica. Mexico.
- Gobierno del Distrito Federal (2004). Normas técnicas complementarias para diseño y construcción de cimentaciones. Gaceta oficial del Distrito Federal
- Gobierno del Distrito Federal (2004). Normas técnicas complementarias para diseño por sismo. Gaceta oficial del Distrito Federal
- Gomez, B., A., (2002). "Interpretation of Soil Effect at Mexico City Valley Using Accelerograph High Density Arrays", Ph. D. Thesis. Facultad de Ingeniería, Universidad Autónoma de Mexico, Mexico. (In Spanish).
- González, R. (2012). Estado actual y perspectivas a futuro de las condiciones del Centro Nacional de la SCT desde el punto de vista geotécnico. Tesis de Maestría, Facultad de ingeniería, UNAM, México.
- González, R., Ovando, E., Ossa, A. (2014). Hundimiento regional en el antiguo lago de Texcoco. XXVII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos e Ingeniería Geotécnica, Puerto Vallarta, Jalisco, México.
- Goupillaud, P., Grossmann, A., & Morlet, J. (1984). Cycle-octave and related transforms in seismic signal analysis. *Geoexploration*.
- Hernández, D. (2008). Análisis sísmico de tanques elevados bajo acción sísmica por la base. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México.
- Huang, N. E. (2014). *Hilbert-Huang transform and its applications* (Vol. 16). World Scientific.
- Huang, N. E., & Attoh-Okine, N. O. (Eds.). (2005). *The Hilbert-Huang transform in engineering*. CRC Press.
- Huang, N. E., & Wu, Z. (2008). A review on Hilbert-Huang transform: Method and its applications to geophysical studies. *Reviews of Geophysics*, 46(2).
- Huang, N. E., Shen, Z. and Long S. R., (1998), The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis. *Proc. R. Soc. Lond. A*, pages 903–995.

- Huang, N. E., Wu, M. L., Qu, W., Long, S. R., & Shen, S. S. (2003). Applications of Hilbert–Huang transform to non-stationary financial time series analysis. *Applied stochastic models in business and industry*, 19(3), 245-268.
- Huang, N. E., Wu, Z., Long, S. R., Arnold, K. C., Chen, X., & Blank, K. (2009). On instantaneous frequency. *Advances in adaptive data analysis*, 1(02), 177-229.
- Jaime, A. (1987). Características dinámicas de la arcilla de Valle de México. Tesis de Doctorado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Jaime, A., Romo, M. y Ovando, E. (1987). Características del suelo en el sitio SCT. Informe interno, Instituto de Ingeniería, UNAM, México.
- Kramer, S. (1996). Geotechnical earthquake engineering. Prentice Hall, Series in civil engineering and engineering mechanic .
- Lermo, J. (1988). Natural Periods of sites in the Valley of Mexico from microtremor measurements. *Earthquake spectral*.
- Lermo, J., y Chávez García, FJ (1994). Evaluación del sitio vigente en la Ciudad de México: periodo dominante y amplificación relativa de las fuertes registros de movimiento y microtemblores. *Dinámica de Suelos e Ingeniería Sísmica*.
- Mánica, M. (2013). Comportamiento dinámico de inclusiones rígidas. Tesis de Maestría, Facultad de ingeniería, UNAM, México.
- Manjarrez, L. (2014). Relaciones neuronales para determinar la atenuación del valor de la aceleración máxima en superficie en sitios en roca para zonas de subducción. Tesis de Maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Marsal, R. y Mazari, M. (1959). El subsuelo de la Ciudad de México. Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Mayer, Y. (1993). *Wavelets: algorithms and applications*. SIAM, Philadelphia, USA
- Méndez, E. (1991). Evolución de la propiedades de la arcilla de la Ciudad de México. Tesis de Licenciatura, IPN, México.
- Oppenheim, A. (2011). *Tratamiento de señales en tiempo discreto*. España: Pearson
- Ordaz, M., Reinoso, E., Singh, S., Vera, E. y Jara, J. (1989). Espectros de respuesta en diversos sitios del Valle ante temblores postulados en la brecha de Guerrero. *Memorias del VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica y VII Congreso Nacional de Ingeniería Estructural*, Acapulco, México.
- Ovando, E. y Ossa, A. (2004). Modelo elastovistoplástico para la consolidación de los suelos y su aplicación al hundimiento regional de la Ciudad de México. *Memorias de la XXII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos*, Guadalajara, México.
- Ovando, E., Ossa, A. y Romo, M. (2007). The sinking is Mexico City: the Its effects on soil properties and seismic response. *Soil dynamics and earthquake engineering*
- Ovando, E., Ossa, A., Romo, M. (2007). The sinking of Mexico City: Its effects on soil properties and seismic response. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 27 p. 333–343
- Reinoso, E. (2007). *Riesgo sísmico de la Ciudad de México*. Academia de Ingeniería, México.



- Reinoso, E. y Huerta, B. (2002). Espectros de energía de movimientos fuertes registrados en México. Ingeniería sísmica, México.
- Rodríguez, J. (2010). Modelado del comportamiento de pilotes e inclusiones sometidos a consolidación regional, en la zona lacustre de la Ciudad de México. Tesis de Doctorado, Facultad de Ingeniería, UNAM, México.
- Romo, M. (1990). Comportamiento dinámico de la arcilla de la Ciudad de México y su repercusión en la ingeniería de cimentaciones. Memorias del simposio el subsuelo de la cuenca de México y su relación con la ingeniería en cimentaciones a cinco años del sismo, México.
- Rondón, N. (2005). La transformada Z y algunas aplicaciones. Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia.
- Ruiz, G. (2015). Transformada wavelet en hidráulica. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México.
- Santoyo, E., Ovando, E., Mosser, F. y León, E. (2005). Síntesis geotécnica de la cuenca del Valle de México. TGC geotécnica, México.
- Seed, H. y Romo, M. (1988). The Mexico earthquake of September 19, 1985 relationship between soil conditions and earthquake ground motions. Earthquake spectral.
- Serrano, E. (2000). Introducción a la transformada Wavelet y sus aplicaciones el procesamiento de señales. Universidad Nacional de General San Martín, Buenos Aires, Argentina.
- Su, S. C., Wen, K. L., & Huang, N. E. (2014). A New Dynamic Building Health Monitoring Method Based on the Hilbert-Huang Transform. *Terrestrial, Atmospheric and Oceanic Sciences*, 25(3), 289-318.
- Titchmarsh. E. C., (1948), Introduction to the Theory of Fourier Integrals. Oxford University Press.
- Tsai, H. C., Wang, C. Y., Huang, N. E., Kuo, T. W., & Chieng, W. H. (2015). Railway track inspection based on the vibration response to a scheduled train and the Hilbert–Huang transform. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*, 229(7), 815-829.
- Zhang, R., Ma S., Hartzell S., (2003), Signatures of the seismic source in MED-based characterization of the 1994 Northridge, California, earthquake recordings, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 93 (1), 501–518.