

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA
MECÁNICA E INDUSTRIAL

TESIS

"Simulación numérica
de un flujo alrededor de
un cuerpo de sección
transversal cuadrada
que vibra"

Que para obtener el Título de

INGENIERO MECÁNICO

PRESENTA:

RICARDO FABIAN ESPINOSA
MACHORRO

Director: Dr. Martín Salinas Vázquez



Ciudad Universitaria, Junio 2010

Agradecimientos.

Primeramente doy gracias a mi familia que me apoyaron durante todo este tiempo en mi carrera y me dieron fuerza para seguir adelante durante toda mi vida, gracias por su apoyo tanto económico como espiritual, en especial a mi madre y a mi hermana.

A mis amigos y allegados: Cristina A. Zavala, Francisco Camou, Oscar Navarro, Fernando Reyes, Juan Carlos Chávez, Alejandro Muñoz, Ramón Morales, Ricardo Govantes y familia, Liliana Rupit, Cynthia Trueba, Cynthia Ávila, Edgar Hernández, Ing. Raúl Escalante, sin ustedes no podría haber terminado con esta etapa en mi vida.

Al Dr. Martín Salinas Vázquez por brindarme la oportunidad de trabajar con el y exhortarme a trabajar más duro, por ayudarme a tener más conocimiento, por apoyarme en lo que necesité y por la amistad y los buenos momentos.

Al Dr. William Vicente por el apoyo y su amistad en mi estancia en el instituto de ingeniería.

A mis compañeros de la torre de Ingeniería por toda su amistad para con mi persona y el apoyo mutuo.

A mis amigos durante la carrera, por todo lo que convivimos juntos.

A la DGAPA por el apoyo recibido.

A la Facultad de Ingeniería por estos años tan buenos y por todo lo que recibí de ella y por toda la educación que brindaron para mi.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por ser como mi casa, que me convirtió en un profesionalista y una mejor persona.

Índice general.	
Agradecimientos.	1
PREFACIO.	4
CAPÍTULO 1.	5
INTRODUCCIÓN.	5
1.1.- Presentación del tema.	5
1.2.- Justificación del tema.	6
1.3.- Objetivos.	6
CAPÍTULO 2.	8
MARCO TEÓRICO.	8
2.1.- Antecedentes.	8
CAPÍTULO 3.	22
ECUACIONES DE GOBIERNO.	22
3.1 Ecuaciones de gobierno del fenómeno.	22
3.2 Esquema numérico y modelo de turbulencia.	23
3.2.1 Simulación de Grandes Escalas (LES) [9].	23
3.2.2 Esquema Numérico.	30
CAPÍTULO 4.	32
CONDICIONES INICIALES.	32
Y DE FRONTERA.	32
4.1.- Condiciones iniciales.	32
4.2.- Transformación Galileana.	32
4.3.- Condiciones de frontera.	37
4.3.1.- Características de las condiciones de frontera de las ecuaciones de Navier-Stokes.	38
4.3.2.- Entrada subsónica.	42
4.3.3.- Flujo de salida subsónico no reflejante.	44
4.3.4.- Pared adiabática deslizante.	46
4.4.- Método de Fronteras Inmersas [11].	46
4.5.- Características del dominio computacional.	48
4.6 Características de las simulaciones.	50
CAPÍTULO 5.	51
RESULTADOS.	51
5.1 Obtención de los resultados.	51
5.1.1 Valores promedio.	51
5.1.2 Valores RMS.	52
5.1.3 Coeficiente de arrastre y sustentación. (CD y CL).	53
5.2 Topología del flujo.	53
5.2.1 Valores promedio.	55
5.2.1.1 Velocidad promedio.	55
5.2.1.1.1 Componente U.	55

5.2.1.1.2 Componente <i>V</i> .	56
5.2.1.1.3 Componente <i>W</i> .	57
5.2.1.2 Contornos de Presión.	57
5.2.1.3 Valores RMS (fluctuaciones)	58
5.2.1.3.1 $u'u'$ (<i>u</i> RMS).	58
5.2.1.3.2 $v'v'$ (<i>v</i> RMS).	59
5.2.1.3.3 $w'w'$ (<i>w</i> RMS).	60
5.2.1.3.4 $u'v'$ (<i>uv</i> RMS).	61
5.2.1.4 Coeficiente de arrastre y coeficiente de sustentación (<i>CD</i> , <i>CL</i>).	62
5.2.1.5 Estructuras turbulentas.	64
5.2.1.5.1 Iso-superficies <i>Q</i> .	64
5.2.1.5.2 Iso-superficies de presión.	66
5.3 Cambios en la topología del flujo debido a la vibración.	67
5.3.1 Comparación entre los valores promedio	67
5.3.1.1 Velocidad promedio.	67
5.3.1.1.1 Componente <i>U</i> .	67
5.3.1.1.2 Componente <i>V</i> .	69
5.3.1.2 Presión promedio.	71
5.3.1.3 Comparación entre los valores RMS (fluctuaciones).	73
5.3.1.3.1 Fluctuaciones $u'u'$.	73
5.3.1.3.2 Fluctuaciones $v'v'$.	75
5.3.1.3.3 Fluctuaciones $w'w'$.	77
5.3.1.3.4 Fluctuaciones $u'v'$.	79
5.3.1.4 Variación de <i>CD</i> y <i>CL</i> conforme a la vibración y desplazamiento de la sección.	81
5.3.1.5 Estructuras turbulentas.	83
Conclusiones.	89
Referencias.	92

PREFACIO.

La mecánica de fluidos tiene una ya larga historia que puede remontarse al siglo XVIII donde comenzó a andar por los tiempos obteniendo una gran cantidad de conocimientos obtenidos todos por científicos e ingenieros y provocando así que esta sea una gran disciplina en nuestros días. Su estudio no termina y no parece que quiera terminar, ya que todo el conocimiento recopilado hace que aparezcan mas dudas y esta siga y siga teniendo mucha gente metida en su estudio.

Durante su transcurso ha dado muchos frutos, la mecánica de fluidos con sus múltiples trabajos y estudios nos ha dado una forma diferente de ver al mundo, entre los cuales está el trabajo publicado por el ingeniero Prandtl (1875 – 1953) que habla de la teoría de la capa límite que ayudo a explicar muchos de los fenómenos en los fluidos y en la nueva era de al aeronáutica que comenzaba en esos años. Gracias a la teoría de Prandtl se ha logrado con éxito la comprensión y el estudio de múltiples fenómenos que tratan de flujos que pasan alrededor de un cuerpo, fenómenos que siguen en estudio y parte de ellos es el tema presentado. El presente trabajo cubre algunos objetivos y puntos, todo con el fin de que el tema se desarrolle de una forma satisfactoria.

Basándose en investigaciones previas realizadas en los últimos años en todo el mundo que han generado una cantidad de conocimiento, este trabajo de investigación tendrá un punto de partida; en el solo se intenta simular, explicar y corroborar los resultados obtenidos en las anteriores investigaciones del fenómeno en estudio bajo determinadas condiciones; sirviendo de esta forma como un apoyo para las futuras investigaciones del mismo tema de una manera mas profunda, o como parte del mismo tema pero aún más completo del que este trabajo solo tendrá cabida en una pequeña fracción del mismo, simplemente servirá para tratar de comprender un fenómeno que sigue en estudio y del cual se tiene más que profundizar.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN.

1.1.- Presentación del tema.

Este trabajo se enfocará a la simulación numérica de un flujo que pasa a través de un cuerpo prismático de sección transversal cuadrada y esta se encuentra vibrando a diferentes frecuencias con un número de Reynolds fijo ($Re=600$), pudiendo analizar los fenómenos que ocurren en el área de estudio. Para este fin el presente trabajo se estructura a manera de capítulos para que la presentación sea lo menos confusa y compleja posible.

Para exponer el tema se presentan primeramente el capítulo 2, antecedentes del fenómeno que estamos estudiando, en el que se explican las características y conceptos dándole así una finalidad introductoria. En el capítulo 3 se explican las ecuaciones que gobiernan al fenómeno, formulándolas en sus expresiones más adecuadas para utilizarlas en la solución numérica y en el modelo de turbulencia que se presenta en este mismo capítulo. En el capítulo 4 se establecen las condiciones iniciales y de frontera las cuales son lo más importante para definir el problema exitosamente, y además se explican los distintos métodos y modelos empleados para llevar a cabo la simulación numérica. Por último los resultados, se muestran de manera estadística, algunas características del fenómeno; este apartado hay graficas de variables utilizadas y la visualización de las estructuras turbulentas presentes alrededor del cuerpo.

Para finalizar esta tesis se presentan las conclusiones y las sugerencias sobre el trabajo, donde se mencionan los resultados que encontramos y la buena correlación entre lo numérico y experimental, dándole punto final con las sugerencias adecuadas sobre el tema.

1.2.- Justificación del tema.

Los flujos inestables alrededor de un cuerpo son un tema de importancia práctica, así como conocer si el cuerpo se induce a vibrar, por ejemplo la estimación de la frecuencia de desprendimiento de los vórtices es requerida para el diseño de estructuras expuestas en un flujo. La frecuencia de desprendimiento de vórtices y mas general el comportamiento de la estela depende de diferentes aspectos del campo de flujo entre otros factores. Esto se ha estudiado extensivamente en cuerpos cilíndricos, pero resulta necesario extenderlos a otros tipos de geometrías de tipo natural o construido por el hombre.

Este tipo de geometrías son de mucho interés para los ingenieros ya que casi todo lo que se construye tiene secciones transversales cuadradas o forma cercana a ella, como en el diseño de estructuras tales como intercambiadores de calor, puentes, edificios, u otras cosas que generen vibraciones y emisiones acústicas.

Otras aplicaciones para las cuales el fenómeno resulta de gran importancia son por ejemplo en las investigaciones de intercambiadores de calor de sección transversal cuadrada, en los cuales es necesario saber el comportamiento que presentan para aumentar la transferencia de calor.

1.3.- Objetivos.

De acuerdo con los alcances establecidos en este trabajo de investigación que abarcan la comprensión y comprobación de los resultados obtenidos en investigaciones previas acerca de un flujo alrededor de un cuerpo de sección transversal cuadrada que vibra se tienen los siguientes objetivos:

1.- Realizar satisfactoriamente la simulación numérica de un flujo subsónico alrededor de un cuerpo de sección trasversal cuadrada que vibra a ciertos números de frecuencias, este debe ser lo suficientemente largo para desprejar los efectos laterales.

2.- Elaborar gráficas de la información obtenida de la simulación que nos permita caracterizar el fenómeno y comprueban nuestra investigación.

3.- Visualizar los contornos y las estructuras turbulentas para una apreciación del fenómeno, y así poder explicar que es lo que ocurre de acuerdo a los datos.

CAPÍTULO 2.

MARCO TEÓRICO.

2.1.- Antecedentes.

En los últimos años el flujo alrededor de cuerpos cilíndricos finos ha sido un tema que ha tenido intensa investigación debido a su importancia en la ingeniería. En el presente siglo, estos estudios han ganado más atención debido al incremento de los programas computacionales que sirven para su estudio, mejoramiento de la instrumentación para su medición experimental y también el mayor conocimiento de los fenómenos de estudio. Una gran cantidad de estas investigaciones han sido acerca del tema de flujo alrededor de cilindros. El problema es que la ingeniería necesita más de estos estudios y no solo cilindros circulares, también se deben de estudiar otras formas geométricas, tales como prismas de sección transversal cuadrada con aristas cortantes. Las estructuras que típicamente tiene su sección transversal cuadrada o forma cercana a ella tienen características arquitectónicas en edificios, puentes, chimeneas, etc. [1].

De los grandes avances de mecánica de fluidos es la idea de Ludwig Prandtl, en 1904, en donde dio vida e introdujo el concepto de capa límite, que es una región delgada sobre la superficie de un cuerpo sometido al flujo de un fluido en la cual los efectos viscosos son muy importantes pero fuera de esta capa el fluido se comporta como un fluido no viscoso; solo la relativa importancia de los efectos viscosos (debido a los gradientes de velocidad) son diferentes dentro o fuera de la capa límite. Esta idea fue lo que unió a la teoría y la práctica permitiendo la solución de problemas de flujo viscoso que eran imposibles por medio de las ecuaciones de Navier Stokes.[2]

Muchos fenómenos se explican gracias a la teoría de Prandtl, y tienen su gran importancia, especialmente en la aerodinámica, también algunas características del flujo alrededor de cuerpos cilíndricos delgados conforme el número de Reynolds va aumentando.

El número de Reynolds es el parámetro primario que determina el comportamiento de los fluidos newtonianos y se calcula mediante la ecuación 1, donde U y L representan la velocidad y la longitud características del flujo, ρ es la densidad del fluido, μ la viscosidad dinámica del fluido, y ν la viscosidad cinemática (fig. 1).

$$\text{Re} = \frac{\rho U L}{\mu} = \frac{U L}{\nu}, \quad (1)$$

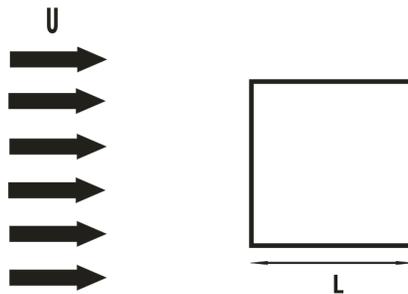


Figura 1. Para calcular el número de Reynolds se toma en cuenta el flujo y la longitud transversal por donde este pasará.

En general lo primero que se debe de hacer al estudiar un flujo es estimar el valor del número de Reynolds. Valores muy pequeños de Re indican movimiento lento y viscoso, donde los efectos de la inercia son despreciables. Valores de Re moderados corresponden al flujo laminar, caracterizado por variaciones suaves. Valores altos de Re suelen estar asociados al flujo turbulento, caracterizado por fuertes fluctuaciones aleatorias de alta frecuencia superpuestas a un flujo medio, que también experimenta variaciones suaves con el tiempo [3].

Con los fluidos reales no existe “deslizamiento” en las fronteras, la velocidad del fluido con respecto a la frontera es cero; como resultado de esto, el gradiente de la velocidad y el esfuerzo cortante tienen valores máximos en la frontera y disminuyen hacia el interior del fluido. En estos casos cerca de la pared la pendiente del gradiente de velocidad se hace muy grande, y el único esfuerzo tangencial viscoso de importancia se encuentra dentro de una capa relativamente delgada, próxima a la frontera; fuera de esta capa, los

gradientes de velocidad disminuyen rápidamente y el esfuerzo tangencial viscoso es pequeño.

Esta estrecha zona es llamada capa límite (Fig. 2) y tiene un espesor, este espesor es el que se “desprende” cuando los efectos viscosos son mayores a los inerciales [3].

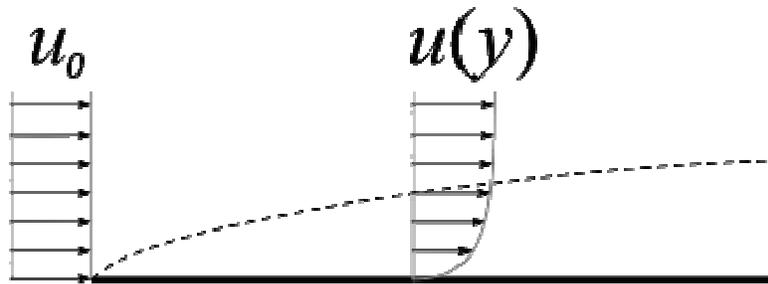


Figura 2. En la figura podemos ver cómo va ocurriendo la separación de la capa límite en una placa plana. U_0 es la velocidad de entrada del flujo, esta velocidad varía conforme al eje y cerca de la placa.

A números de Reynolds bajos ($Re < 1$) el flujo que pasa por un cilindro es caracterizado por el hecho de que la presencia del cuerpo y los efectos viscosos que lo acompañan son sentidos a lo largo de una gran porción del espacio. Para $Re = 1$, los efectos viscosos son de algunos diámetros en cualquier dirección del cilindro [2]. El fluido rodea perfectamente al cuerpo y adopta su forma como lo muestra la Fig. 3.

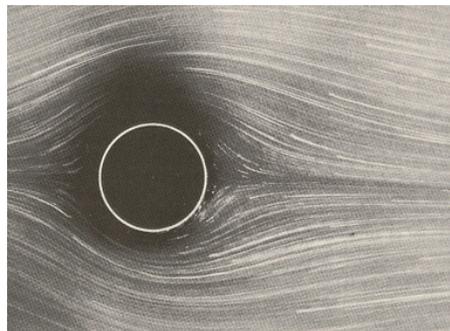


Figura 3. En la figura se ve cómo el flujo laminar toma la forma del cuerpo y pareciera que se pega a él.

En números de Reynolds con valores por debajo de la unidad, el flujo no sufre separación de la capa límite. Se dice que hay desprendimiento de la capa

límite cuando, en función del incremento del número de Reynolds, se reduce la región localizada delante del cilindro en la cual los efectos viscosos son importantes. Al separarse el flujo en un punto a lo largo de un cuerpo un par de vórtices simétricos constantes se forman detrás del cuerpo. Para cilindros de sección circular esto ocurre alrededor de $Re \approx 3.5$, la región de recirculación crece conforme el número de Reynolds aumenta. En un número de Reynolds crítico ($Re = Re_{cr}$) que ocurre cuando el camino de vórtices llega a ser inestable y una oscilación periódica en el tiempo de la estela desarrolla inestabilidades de Von Kármán. El fenómeno periódico es referido como desprendimiento de vórtices. El patrón de flujo de la estela antisimétrico es llamado vórtices de Von Kármán que vemos en la Fig. 4 [4].



Figura 4. El esquema muestra la trayectoria de los vórtices denominados camino de Von Kármán.

La teoría de capa límite es muy interesante y clarificadora y nos da un conocimiento cualitativo sólido del comportamiento de los flujos viscosos, pero a causa de la separación, la teoría no permite un cálculo cuantitativo completo del campo fluido.

Cuando un cuerpo de forma arbitraria se sumerge en una corriente fluida, el fluido ejercerá sobre él fuerzas y momentos. Si el cuerpo tiene formas y orientación arbitrarias, las fuerzas y momentos que ejerce el fluido sobre él tienen componentes según los tres ejes coordenados. Es costumbre elegir un eje paralelo a la corriente no perturbada, positivo aguas abajo. La fuerza sobre el cuerpo según este eje se denomina resistencia o también conocido como arrastre, y el momento alrededor de él, momento de balance. La resistencia o arrastre corresponde a una pérdida de cantidad de movimiento y debe vencerse de alguna manera si queremos que el cuerpo avance aguas arriba en

la corriente fluida. Una segunda componente muy importante de la fuerza es la que normalmente equilibra al peso. Se denomina sustentación y es perpendicular a la resistencia. El momento alrededor de este eje se denomina momento de guiñada. La tercera componente, que no proporciona ni pérdida ni ganancia, es la fuerza lateral y el momento alrededor de su eje es el momento de cabeceo. Cuando el cuerpo es simétrico con respecto al plano formado por los ejes de sustentación y resistencia, la fuerza lateral y los momentos de guiñada y balanceo desaparecen, reduciéndose el problema al caso bidimensional: dos fuerzas, sustentación y resistencia, y un momento, el de cabeceo.

El movimiento de un cuerpo sumergido en un fluido está relacionado con las componentes de arrastre y de sustentación de la fuerza dinámica resultante, visto en la Fig. 5, ejercida por el fluido sobre el cuerpo. El arrastre, es decir, la resistencia al movimiento, es la componente de la fuerza resultante, en la dirección del flujo relativo delante del cuerpo, y la sustentación es la componente normal a esa dirección.

Los coeficientes adimensionales de estas fuerzas, C_d y C_l , son parámetros útiles para expresar las componentes de la fuerza dinámica de estado permanente, que actúa sobre un cuerpo sumergido.

$$\text{Arrastre total} = D = C_d \rho U_0^2 \frac{A}{2}$$

$$\text{Sustentacion total} = L = C_l \rho U_0^2 \frac{A}{2}$$

La densidad ρ , es la del fluido en el que el cuerpo está sumergido; la velocidad U_0 es la velocidad del flujo relativo, inalterado por el cuerpo, aguas arriba de éste.

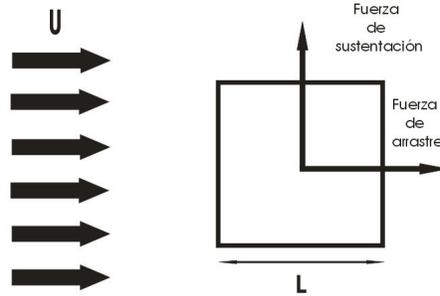


Figura 5. En la figura se ve cómo actúa la fuerza de arrastre y sustentación en un cuerpo.

De los conceptos de similitud dinámica podemos esperar que los cocientes de la fuerza dinámica dependan de la geometría, y de parámetros adimensionales que describan el comportamiento dinámico del movimiento del fluido.

Al tener un cuerpo en un fluido sometido a una variación temporal de las fuerzas de sustentación y de arrastre hacen que este comience a vibrar, y para estudiar esa frecuencia de vibración que está relacionada con el comportamiento del flujo necesitamos conocer otro parámetro adimensional que es el número de Strouhal que nos dice que si el flujo es oscilatorio, este interviene a través de las condiciones de entrada, que vemos en la Fig. 6. Los valores adimensionales de las fuerzas y momentos, de la fricción y el transporte de calor, etc., en estos flujos oscilatorios, serán funciones del número de Reynolds y el número de Strouhal.

$$St = \frac{\omega L}{U} , \quad (2)$$

Este parámetro se debe su nombre al físico alemán V. Strouhal, que en 1878 hizo experimentos con alambres que vibraban en el aire y se calcula con la ecuación (2), donde **St** es el numero de Strouhal, ω la frecuencia de oscilación del flujo y **U** la velocidad [5].

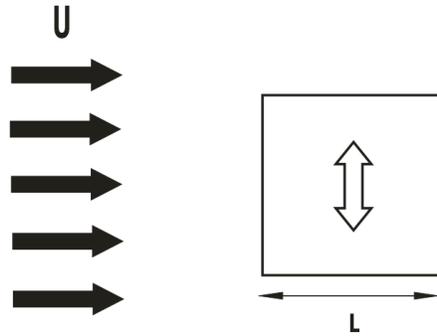


Figura 6. Si nuestro cuerpo de estudio vibra a cierta frecuencia hay que usar el número de Strouhal.

Para poder estudiar un fluido es importante la experimentación, pero también la simulación numérica para saber si los resultados obtenidos con la experimentación concuerdan, además esto sirve para encontrar nuevas teorías sobre el flujo en estudio. Entre estos estudios se encontró que el flujo se comporta diferente variando el número de Reynolds y se vio que hay transiciones de flujo así como bidimensional y tridimensional, igualmente si tiene un flujo oscilatorio se tienen diferentes comportamientos.

Los flujos en capas límites pueden ser bidimensionales o tridimensionales. Los vectores velocidad de las capas bidimensionales están contenidos en planos, a los cuales, a su vez, son todos paralelos. Los vectores velocidad de los casos tridimensionales, pueden ser coplanares, pero divergen lateralmente, o más generalmente, no serán coplanares si no oblicuos [3].

La transición de bidimensional a tridimensional en la estela de un flujo ha sido objeto de muchos estudios, sobre todo en secciones circulares y de gran interés para los ingenieros. Para esto varios investigadores han hecho lo suyo como por ejemplo Sohankar que sus experimentos arrojaron valores para la separación de la capa límite con un número de $Re_{cr} = 51.2$; y para la transición de flujo se desarrolla a $170 < Re_{cr2} < 190$.

Las visualizaciones de flujo también son importantes y algunos investigadores han podido observar que la transición tiene varias formas de presentarse y unas de ellas las más importantes son los distintos modos de inestabilidad del

flujo y visualización de la turbulencia, Hama y Gerrard que revelan que la estela en el régimen de transición toma la forma de ondulaciones tridimensionales sobre los primeros vórtices de Von Kármán [6]. En la estela el flujo es inestable y recircula formando vórtices en una estructura antisimétrica pero con cierta frecuencia.

Un número alto de investigaciones (conjunto de experimentales con simulaciones numéricas) en el cilindro circular muestra que los modos más vistos de las inestabilidades son los modos A y B que son los relevantes para la transición de flujo de bidimensional a tridimensional, estos variando con números de Reynolds y también dependen de la frecuencia de oscilación del cilindro.

Se ha encontrado que el número de Reynolds según investigaciones de Williamson para la transición de flujo bidimensional a tridimensional es de $Re_A = 190$ y para la transición del modo B el número de Reynolds es $Re_B = 230-260$ [7].

Antes de conocer los modos tridimensionales del flujo, los modos bidimensionales son importantes y vistos tanto experimental como numéricamente ya que de estos salen las inestabilidades tridimensionales. El modo 2S, visto en la Fig. 7, es un modo simple bidimensional con dos vórtices por ciclo de la misma manera que el camino de Kármán, y el modo 2P visto en la Fig. 8, que comprende dos pares de vórtices formados cada uno por el movimiento de la sección.

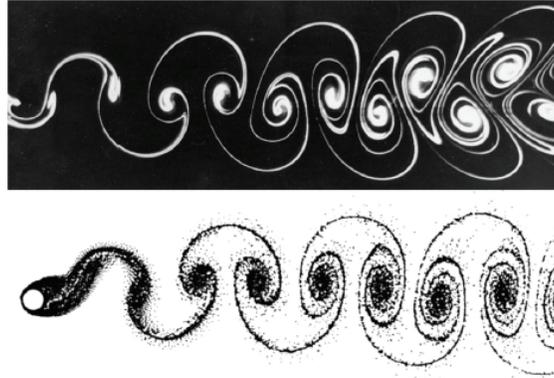


Figura 7. Modo 2S, modo simple bidimensional con dos vórtices por ciclo.

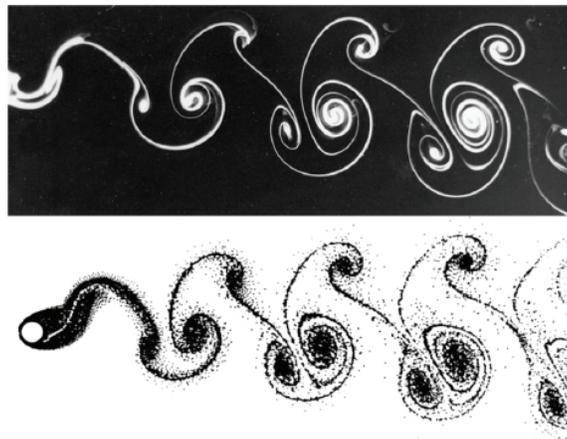


Figura 8. Modo 2P, comprende dos pares de vórtices formados cada uno por el movimiento de la sección.

Después de estos modos bidimensionales, aparecen los tridimensionales que son los más importantes ya que todo en la naturaleza es tridimensional; el primero de ellos es el modo A que es una inestabilidad muy similar en carácter a la de un cilindro fijo (no vibrante) la cual lo caracteriza como la formación de una escala larga y pesada de vorticidad longitudinal y esta tiene una medida de longitud de onda de cuatro cilindros de diámetro (D_0) y suele aparecer a números de Reynolds bajos de magnitud $188 < Re < 190$. El modo A mantiene la simetría espacio temporal del flujo base (en términos del campo de velocidad). La vorticidad longitudinal muestra que primero se forma un vórtice en la parte posterior del cilindro que contiene ambas regiones positiva y negativa de la vorticidad [8].

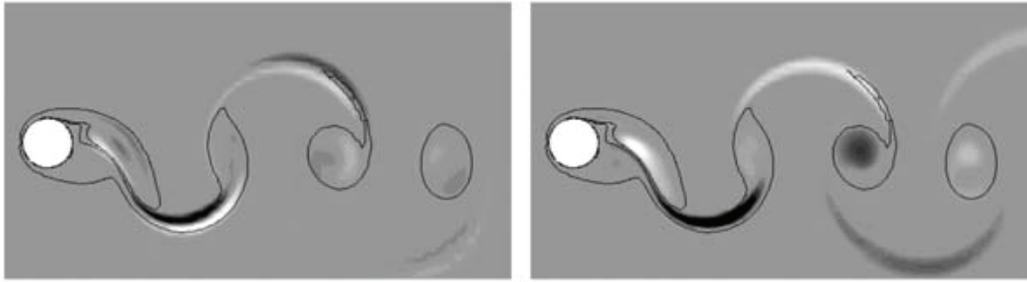


Figura 9. Modo A, vorticidad longitudinal (izquierda) y transversal (derecha) del modo.

Después aparece el modo B que es una inestabilidad diferente pero aun así tiene una analogía con el cilindro fijo. La simetría del modo es la misma en ambos casos, la vorticidad longitudinal repite cada medio periodo base y a diferencia del modo A se describe como un tubo continuo de vorticidad longitudinal en su comienzo de formación, el modo B es caracterizado por una corta, pero a escala más fina de serpeteos de vórtices y tienen una longitud de onda longitudinal cerca de un cilindro de diámetro [9].

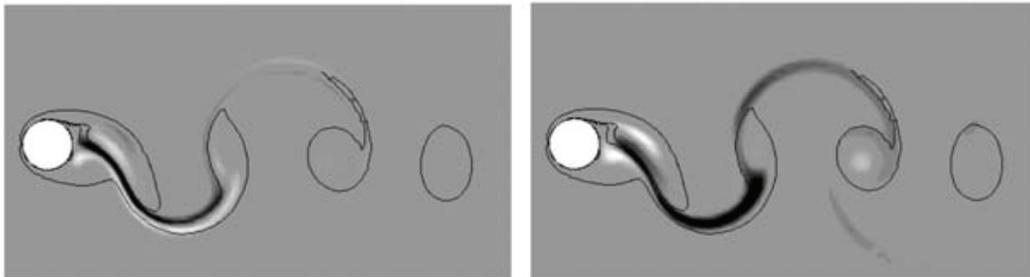
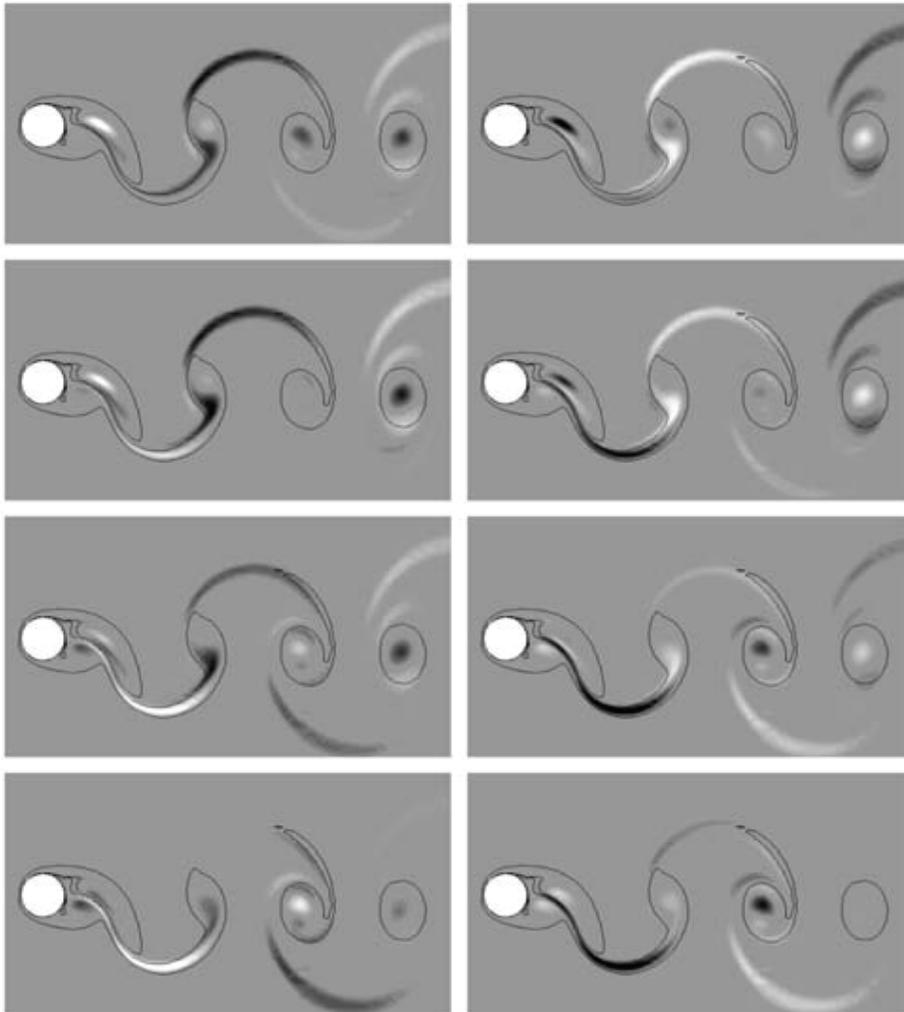


Figura 10. Modo B, vorticidad longitudinal (izquierda) y transversal (derecha) del modo.

El efecto de oscilación en el modo A se da al incrementar la frecuencia de oscilación, esto afecta el periodo de la longitud de onda del modo y en cuanto al número de Reynolds, presenta una transición de flujo de bidimensional a tridimensional dentro de un Reynolds menor [8]; en cuanto al modo B, si uno aumenta la frecuencia de oscilación del cilindro este no se ve muy fuertemente afectado y los valores se mantienen casi constantes.

Otro modo importante es el modo QP y según lo descubierto por Blackburn; el modo es crítico cuando llega a números de Reynolds de 377 esto para un cilindro fijo, pero el efecto de oscilación reduce este número a un $Re = 301$ con

una oscilación de $A^* = 0.1$ y si incrementamos el número de Reynolds también incrementa la oscilación necesaria para volver crítico el flujo [8]. La existencia del modo fue deducida por un crecimiento en la tasa de oscilaciones y observando los campos de perturbaciones. Este modo juega un rol pequeño en los flujos experimentales ya que siempre se encuentra en régimen crítico a números de Reynolds mayores que los modos A y B y una frecuencia muy baja de oscilación.



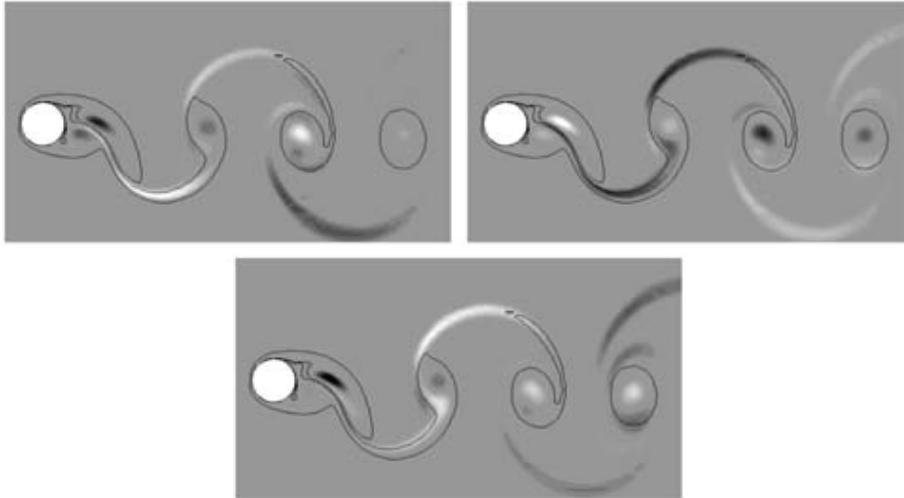


Figura 11. Vorticidad longitudinal para el modo QP cuando $A^*=0.3$ y $Re = 350$, las imágenes se leen de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha; se ve como el modo se repite cada dos periodos base.

Con la experimentación de oscilación se descubrió que existen dos nuevos modos subarmónicos y tridimensionales que salen de los modos 2S al P+S, llamados modos SS y SL. El modo SL visto en la Fig. 12, fué detectado después de la transición al P+S, la primer S designa que el modo es subarmónico y la segunda S indica que el modo tienen una longitud de onda más grande que el otro modo subarmónico. La naturaleza subarmónica del modo se destaca comparando periodos enteros separados (cambia el signo del campo de perturbaciones), el modo se origina en la región entre la que se forma la estela de vórtices más cercana, pero esto no pasa cada ciclo, sólo ocurre en la mitad donde los vórtices del par se desvanece el modo P+S, esto se puede observar en la figura de vorticidad longitudinal. Comparando los campos de perturbación el modo SL para un cilindro fijo es similar al de cilindro vibrante. El modo SS visto en la Fig. 13, su segunda S significa que tiene una longitud de onda más corta que el modo SL, su estructura de longitud de onda transversal muestra que este modo es más fuerte y esto aparenta que es originado en la más fuerte vorticidad de la configuración P+S, esto lo vemos en la figura de vorticidad longitudinal del modo.

Los modos SS y SL se distinguen por que el modo SL es apoyado por el vórtice que no es dividido y el modo SS es apoyado por el vértice que es dividido, además de que la longitud de onda del modo SS es un poco más pequeña.

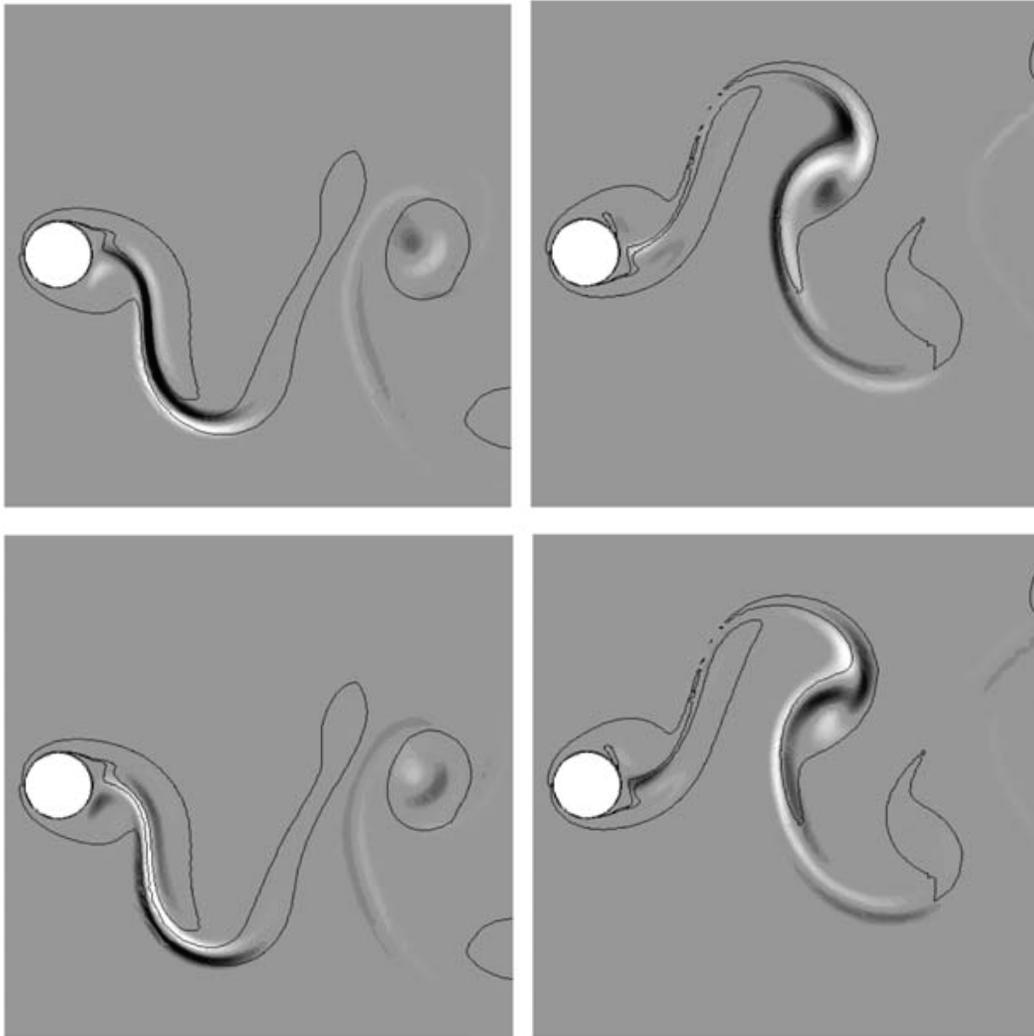


Figura 12. Vorticidad longitudinal para el modo SL

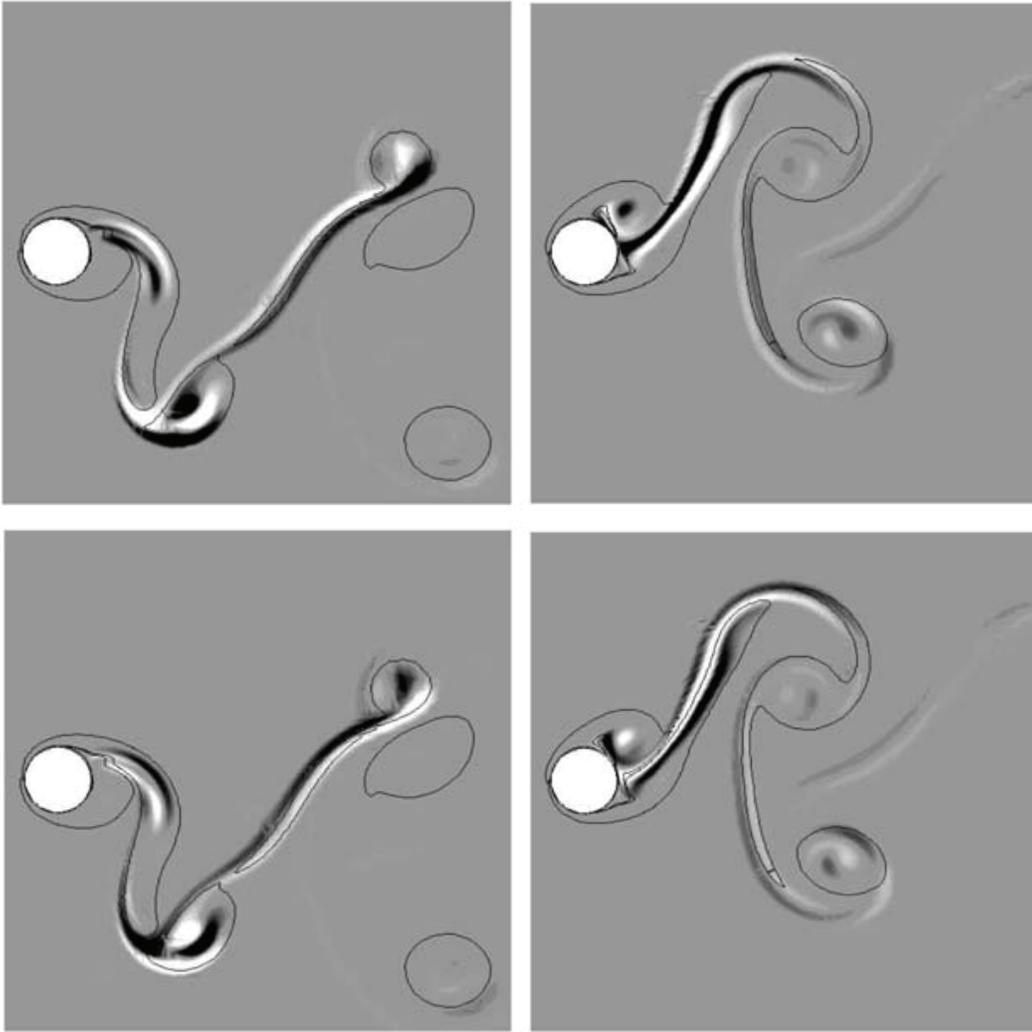


Figura 13. Vorticidad longitudinal para el modo SS.

CAPÍTULO 3

ECUACIONES DE GOBIERNO

3.1 Ecuaciones de gobierno del fenómeno.

En un marco de referencia cartesiano x, y, z las ecuaciones de flujo compresible de Navier – Stokes pueden ser escritas de la forma:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F_i}{\partial x_i} = S. \quad (3.1)$$

Donde U es un vector de cinco componentes definido por

$$U = {}^T(\rho, \rho u_1, \rho u_2, \rho u_3, \rho e). \quad (3.2)$$

Se considera además que $u = (u_1, u_2, u_3)$ es el vector velocidad, ρ es la densidad. También el vector velocidad se escribe como $u = (u, v, w)$. La ecuación (3.1) representa la evolución de la densidad (ecuación de continuidad), cantidad de movimiento y energía total definida para un gas ideal como

$$\rho e = \rho C_v T + \frac{1}{2} \rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2). \quad (3.3)$$

F_i son flujos donde $\forall i \in \{1, 2, 3\}$, y para un fluido Newtoniano esta dado por,

$$F_i = \begin{pmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_1 + p \delta_{i1} - 2\mu S_{i1} \\ \rho u_i u_2 + p \delta_{i2} - 2\mu S_{i2} \\ \rho u_i u_3 + p \delta_{i3} - 2\mu S_{i3} \\ (\rho e + p) u_i - 2\mu u_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

$k = \rho C_p \kappa$ es la conductividad térmica y κ la difusividad térmica. δ_{ij} es el índice de Kronecker y S_{ij} es el componente divergencia del tensor deformación. Despreciando la viscosidad, S_{ij} se escribe,

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u}) \delta_{ij} \right). \quad (3.5)$$

La viscosidad molecular se establece a través de la ley empírica Sutherland,

$$\mu(T) = \mu(T_{ref}) \left(\frac{T}{T_{ref}} \right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1 + \frac{S}{T_{ref}}}{1 + \frac{S}{T}} \right). \quad (3.6)$$

Donde S , T_{ref} y $\mu(T_{ref})$ son funciones del gas. La conductividad $k(T)$ se obtiene asumiendo que el número molecular de Prandtl es,

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{k} = \frac{C_p \mu(T)}{k(T)}, \quad (3.7)$$

Para este análisis se considera de 0.7. La ecuación clásica de estado para gas ideal referente a la presión estática p , la temperatura T , y la densidad ρ ,

$$p = R\rho T, \quad (3.8)$$

cierra el sistema, con $R = C_p - C_v$. También se debe recordar que $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

es constante.

Debe observarse que el término forzado es equivalente a la imposición de un gradiente de presión de un flujo medio y constituye un camino conveniente y convencional para alcanzar de manera numérica la homogeneidad en la dirección del flujo.

3.2 Esquema numérico y modelo de turbulencia.

3.2.1 Simulación de Grandes Escalas (LES) [9]

La técnica LES (Large-eddy simulation) consiste en hacer pruebas para simular únicamente las grandes escalas del flujo; las pequeñas escalas son filtradas hacia fuera, pero estadísticamente influye en el movimiento la escala grande. Las ecuaciones de LES son encontradas por la aplicación de un filtro espacial

de bajo transcurso $G_\Delta(x)$ de tamaño Δ en las ecuaciones de Navier – Stokes. Esto elimina las escalas más pequeñas que el filtro de tamaño Δ llamado escala submalla. Matemáticamente, la operación de filtrado corresponde a la integral de convolución de alguna cantidad $f(x,t)$ del flujo por la función filtro $G_\Delta(x)$, en la forma,

$$\bar{f}(x,t) = \int f(y,t)G_\Delta(x-y)dy. \quad (2.9)$$

La parte submalla es la desviación del flujo actual con respecto al campo filtrado.

$$f = \bar{f} + f'. \quad (2.10)$$

La aplicación del filtro a las ecuaciones compresibles de Navier – Stokes produce,

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \bar{F}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \bar{F}_3}{\partial x_3} = 0, \quad (2.11)$$

con

$$\bar{\rho e} = \bar{\rho C_v T} + \frac{1}{2} \overline{\rho(u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)}, \quad (2.12)$$

y

$$\bar{\rho} = \overline{\rho R T}. \quad (2.13)$$

Para derivar un formalismo tan cercano como sea posible al formalismo incompresible, es común en modelos de turbulencia estadística y en LES introducir el promedio de Favre. Se denota por \tilde{f} el peso – densidad filtrado de f , definido como:

$$\tilde{f} = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}}. \quad (2.14)$$

Entonces se tiene que,

$$U = {}^T (\bar{\rho}, \bar{\rho \tilde{u}}_1, \bar{\rho \tilde{u}}_2, \bar{\rho \tilde{u}}_3, \bar{\rho \tilde{e}}), \quad (2.15)$$

y la energía total resuelta se escribe,

$$\overline{\rho e} = \overline{\rho \tilde{e}} = \overline{\rho C_v \tilde{T}} + \frac{1}{2} \overline{\rho (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)}. \quad (2.16)$$

Los flujos resueltos $\overline{F_i}$ son,

$$\overline{F_i} = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho u_i u_1} + \overline{p \delta_{i1}} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho u_i u_2} + \overline{p \delta_{i2}} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho u_i u_3} + \overline{p \delta_{i3}} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

con la ecuación filtrada de estado,

$$\overline{p} = \overline{\rho R \tilde{T}}, \quad (2.18)$$

Se puede introducir el tensor esfuerzo - submalla $\overline{\zeta}$ con componentes,

$$\zeta_{ij} = -\overline{\rho u_i u_j} + \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j}, \quad (2.19)$$

el cual se puede dividir en sus partes isotrópica y desviador, la siguiente ecuación lo denota:

$$\zeta_{i,j} = \underbrace{\zeta_{ij} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \delta_{ij}}_{\tau_{i,j}} + \frac{1}{3} \zeta_{ll} \delta_{ij}. \quad (2.20)$$

Entonces, las ecuaciones (2.17) y (2.18) pueden ser leídas como,

$$\overline{F_i} = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}_i} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_1} + \left(\overline{p} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \right) \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S_{i1}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_2} + \left(\overline{p} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \right) \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S_{i2}} \\ \overline{\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_3} + \left(\overline{p} - \frac{1}{3} \zeta_{ll} \right) \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S_{i3}} \\ \overline{(\rho e + p) u_i} - \overline{2\mu u_j S_{ij}} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}, \quad (2.21)$$

y

$$\bar{\rho}\tilde{e} = \bar{\rho}C_v\tilde{T} + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\tilde{u}_1^2 + \tilde{u}_2^2 + \tilde{u}_3^2) - \frac{1}{2}\zeta_{||}, \quad (2.22)$$

Una formulación elegante fue propuesta por Comte & Lesieur (1997), a través de la introducción de una macro – presión y una macro – temperatura definida como,

$$\varpi = \bar{p} - \frac{1}{3}\zeta_{||}, \quad (2.23)$$

y la macro – temperatura,

$$\mathcal{G} = \tilde{T} - \frac{1}{2C_v\bar{\rho}}\zeta_{||}. \quad (2.24)$$

La ecuación filtrada de estado (2.18) puede ser escrita como,

$$\varpi = \bar{\rho}R\mathcal{G} + \frac{3\gamma - 5}{6}\zeta_{||}. \quad (2.25)$$

La ventaja principal de esta ecuación es que podemos derivar un sistema cerrado de ecuaciones en las cuales el desconocido $\zeta_{||}$ del tensor submalla no aparece explícitamente más extenso. De hecho, puede ser demostrado que la energía total resuelta se escribe,

$$\bar{\rho}\bar{e} = \bar{\rho}C_c\mathcal{G} + \frac{1}{2}\bar{\rho}(\bar{u}_1^2 + \bar{u}_2^2 + \bar{u}_3^2). \quad (2.26)$$

Además, para $\gamma = 1.4$, fue demostrado por Comte y Lesieur (1997) que se justifica completamente despreciar el segundo término del lado derecho de la ecuación (2.25). Podemos entonces escribir,

$$\varpi \approx \bar{\rho}R\mathcal{G}. \quad (2.27)$$

Esto hace que ϖ sea calculable si $\bar{\rho}$ y \mathcal{G} son conocidas.

Necesitamos introducir después el vector de flujo de calor, denotado por Q , con componentes,

$$Q_i = -(\overline{\rho e + p})u_i + (\overline{\rho \varepsilon} + \varpi)u_i, \quad (2.28)$$

La expresión exacta para los flujos filtrados entonces se convierte en,

$$\overline{F}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}}_i \\ \overline{\rho \tilde{u}}_i \tilde{u}_1 + \varpi \delta_{i1} - \tau_{i1} - \overline{2\mu S}_{i1} \\ \overline{\rho \tilde{u}}_i \tilde{u}_2 + \varpi \delta_{i2} - \tau_{i2} - \overline{2\mu S}_{i2} \\ \overline{\rho \tilde{u}}_i \tilde{u}_3 + \varpi \delta_{i3} - \tau_{i3} - \overline{2\mu S}_{i3} \\ (\overline{\rho \varepsilon} + \varpi)u_j - Q - \overline{2\mu u}_j S_{ij} - k \frac{\partial T}{\partial x_i} \end{pmatrix}. \quad (2.29)$$

El sistema descrito arriba se puede cerrar haciendo uso de los modelos submalla comunes basados en una viscosidad turbulenta,

$$\tau_i \approx \overline{\rho \nu}_t \tilde{S}_{ij}. \quad (2.30)$$

$$Q_i \approx \overline{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i}. \quad (2.31)$$

Los términos restantes no calculables son los términos de viscosidad molecular y difusivo, que se pueden considerar de menor importancia cuando el número de Reynolds es suficientemente grande. Por lo tanto simplemente reemplazamos (2.29) por,

$$\overline{F}_i = \begin{pmatrix} \overline{\rho \tilde{u}}_i \\ \overline{\rho \tilde{u}}_i \tilde{u}_1 + \varpi \delta_{i1} - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho \nu}_t) \tilde{S}_{i1} \\ \overline{\rho \tilde{u}}_i \tilde{u}_2 + \varpi \delta_{i2} - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho \nu}_t) \tilde{S}_{i2} \\ \overline{\rho \tilde{u}}_i \tilde{u}_3 + \varpi \delta_{i3} - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho \nu}_t) \tilde{S}_{i3} \\ (\overline{\rho \varepsilon} + \varpi) \tilde{u}_i - 2(\overline{\mu} + \overline{\rho \nu}_t) \tilde{S}_{ij} \tilde{u}_j - \left[\overline{k} + \overline{\rho} C_p \frac{\nu_t}{Pr_t} \right] \frac{\partial \mathcal{G}}{\partial x_i} \end{pmatrix}. \quad (2.32)$$

En donde $\overline{\mu}$ y \overline{k} son ligadas con \mathcal{G} a través de la relación de Sutherland (2.6), un número de Prandtl molecular constante es asumido

$Pr = C_p \frac{\overline{\mu}(\mathcal{G})}{\overline{k}(\mathcal{G})} = 0.7$. Obsérvese que uno de los aspectos notables de esta

formulación es que el sistema LES se puede deducir fácilmente de las ecuaciones compresibles de Navier – Stokes originales con los cambios siguientes:

$$u_i \rightarrow \tilde{u}_i, \rho \rightarrow \bar{\rho}, T \rightarrow \mathcal{G}, p \rightarrow \varpi, e \rightarrow \tilde{e}, \mu \rightarrow \bar{\mu} + \bar{\rho}v_t, k \rightarrow \bar{k} + \bar{\rho}C_p \frac{v_t}{Pr_t}$$

Esto proporciona al código numérico un fácil uso para el LES sin modificaciones severas.

Las expresiones para v_t y Pr_t utilizadas en las siguientes simulaciones compresibles corresponden a los modelos incompresibles descritos en Métais y Lesieur (1996), la única diferencia es que aquí se utiliza un promedio de Favre, antes descrito. Nuestro modelo submalla es el modelo selectivo de la función de la estructura propuesto por David (1993), la viscosidad local del remolino, esta dado por,

$$v_t(x, \Delta, t) = C_{ssf} \sqrt{\tilde{F}_2(x, \Delta, t)}. \quad (2.33)$$

Donde C_{ssf} puede ser expresado como función de la constante de Kolmogorov

$$C_k : C_{ssf} = f\left(Ck^{-\frac{3}{2}}\right). \quad C_{ssf} \text{ toma el valor de } 0.104 \text{ para } C_k = 1.4. \quad \Delta \text{ se}$$

toma igual a $(\Delta x \Delta y \Delta z)^{\frac{1}{3}}$, donde Δx , Δy y Δz , son los tamaños de la malla locales en las tres direcciones espaciales.

$\tilde{F}_2(x, \Delta, t)$ es la función de estructura de segundo orden de la velocidad construida con el campo \tilde{u} . \tilde{F}_2 es calculado en el punto x con un promedio estadístico local de las diferencias de la velocidad de cuadro de los seis puntos más cercanos que rodean al punto x en la malla computacional. La interpolación se basó sobre la ley de $\frac{2}{3}$ de Kolmogorov que se usa para la función estructura de la velocidad.

Según lo propuesto por David (1993), la viscosidad turbulenta se apaga cuando la turbulencia no es lo suficientemente tridimensional. El criterio para tres dimensiones es definido como sigue: considérese en un momento dado que el ángulo entre el vector de vorticidad en un punto dado de la malla y su medio aritmético de los seis puntos vecinos más cercanos. La viscosidad turbulenta se cancela en los puntos donde este ángulo es más pequeño que 20° . Finalmente, el número de Prandtl turbulento se toma igual a 0.6, con lo que cierra la ecuación de la energía.

El código numérico usa coordenadas generalizadas. La adaptación a las coordenadas generalizadas se realiza introduciendo una matriz Jacobiana que transforma una geometría compleja de malla no uniforme o geometría curvilínea, en un sistema de coordenadas Cartesiano (x, y, z) , dentro de una geometría ortogonal simple con malla uniforme en el sistema de coordenadas generalizadas (ξ_1, ξ_2, ξ_3) donde las ecuaciones se pueden resolver más fácilmente. Para este caso, simplemente consiste en una transformación de una malla no uniforme en el espacio físico (x, y, z) dentro de una malla uniforme en el espacio computacional (ξ_1, ξ_2, ξ_3) . Cada término en la matriz Jacobiana inversa (J^{-1}) se expresa como funciones analíticas de las medidas $\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}$. Las medidas son introducidas y calculadas por el esquema interno de primer orden, entonces la matriz (J) es calculada directamente de (J^{-1}) .

La ecuación (2.1) se puede volver a escribir como,

$$\frac{\partial \hat{U}}{\partial t} + \frac{\partial \hat{F}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial \hat{G}}{\partial \xi_2} + \frac{\partial \hat{H}}{\partial \xi_3} = \hat{S}, \quad (2.34)$$

Con

$$\begin{aligned}
 \hat{U} &= \frac{U}{J}, \\
 \hat{F} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_1}{\partial x_3} H \right) \right], \\
 \hat{G} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_2}{\partial x_3} H \right) \right], \\
 \hat{H} &= \frac{1}{J} \left[\left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_1} F \right) + \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_2} G \right) + \left(\frac{\partial \xi_3}{\partial x_3} H \right) \right], \\
 \hat{S} &= \frac{1}{J} S.
 \end{aligned} \tag{2.35}$$

J es el determinante de la matriz (J) y U es función de las coordenadas cartesianas y del tiempo.

2.3.2 Esquema Numérico.

El sistema en coordenadas generalizadas se resuelve por medio de una extensión del completo esquema explícito McCormack, de segundo orden en el tiempo y cuarto orden en el espacio, desarrollado por Gottlieb & Turkel (1976). Debe observarse que cuando se usa U tiende a ser reemplazada por \bar{U} definida por la ecuación (2.16) cuando la técnica LES es considerada. El esquema numérico es un esquema corrector – predictor definido en una dimensión por,

Predictor

$$U_j^{(1)} = U_j^{(n)} + \frac{1}{6} \lambda \left(-f_{j+2}^{(n)} + 8f_{j+1}^{(n)} - 7f_j^{(n)} \right) + (\delta t) S_j^{(n)}, \tag{2.36}$$

Corrector

$$U_j^{n+1} = \frac{1}{2}(U_j^{(n)} + (U_j^{(1)})) + \frac{1}{12}\lambda(7f_{j-2}^{(1)} - 8f_{j-1}^{(1)} + f_j^{(1)}) + \frac{1}{2}(\delta t)S_j^{(1)}. \quad (2.37)$$

Los índices $(n), (n+1)y(1)$ simbolizan respectivamente para los valores de la función al tiempo t , tiempo $t + \delta t$ y al paso – sub – tiempo. Obsérvese que las discretizaciones espaciales intermedias son esquemas no centrados de primer orden con un predictor adelantado (*upwind*) y un corrector atrasado (*downwind*). Como se especifica arriba el esquema resultante es de cuarto orden en el espacio.

La formulación generalizada en tres dimensiones se escribe,

Predictor

$$U_{i,j,k}^1 = U_{i,j,k}^n - J_{i,j,k}^P \left[\begin{array}{l} \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6}(\hat{F}_{i+1,j,k}^n - \hat{F}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6}(\hat{F}_{i+2,j,k}^n - \hat{F}_{i+1,j,k}^n) \right] \\ + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[\frac{7}{6}(\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6}(\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n) \right] \\ + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[\frac{7}{6}(\hat{G}_{i+1,j,k}^n - \hat{G}_{i,j,k}^n) - \frac{1}{6}(\hat{G}_{i+2,j,k}^n - \hat{G}_{i+1,j,k}^n) \right] \end{array} \right], \quad (2.38)$$

Corrector

$$U_{i,j,k}^{n+1} = \frac{1}{2}[U_{i,j,k}^1 + U_{i,j,k}^n] - \frac{1}{2}J_{i,j,k}^C \left[\begin{array}{l} \frac{\Delta t}{\Delta \xi_1} \left[\frac{7}{6}(\hat{F}_{i,j,k}^1 - \hat{F}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6}(\hat{F}_{i-1,j,k}^1 - \hat{F}_{i-2,j,k}^1) \right] \\ + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_2} \left[\frac{7}{6}(\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6}(\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] \\ + \frac{\Delta t}{\Delta \xi_3} \left[\frac{7}{6}(\hat{G}_{i,j,k}^1 - \hat{G}_{i-1,j,k}^1) - \frac{1}{6}(\hat{G}_{i-1,j,k}^1 - \hat{G}_{i-2,j,k}^1) \right] \end{array} \right]. \quad (2.39)$$

CAPÍTULO 4.
CONDICIONES INICIALES
Y DE FRONTERA.

4.1.- Condiciones iniciales.

Para iniciar la simulación numérica fue necesario definir las características del fenómeno estableciendo las condiciones iniciales y de frontera con el fin de resolver adecuadamente las ecuaciones de gobierno.

La velocidad del flujo cuyas componentes son u , v , w fueron dadas para las condiciones iniciales como

$$\begin{aligned}u &= 1 \\v &= 0, \\w &= 0\end{aligned}$$

donde u es considerada la velocidad de referencia en todo el dominio. Del mismo modo la presión P_0 y la temperatura T_0 también fueron consideradas con el valor adimensional.

Conforme transcurre el tiempo de cómputo los valores de las variables se ven modificados hasta que converjan a un valor y se estabilicen.

4.2.- Transformación Galileana.

Como el cuerpo vibra a cierta frecuencia y nuestro interés del cálculo son las caras del prisma (por lo cual la malla es más fina en esas partes), tendríamos que tener un dominio más fino y adecuarlo a las frecuencias de oscilación, o si no tener una malla que es dependiente del tiempo, esto provocaría tener un cálculo más complejo, pero Galileo Galilei en 1632 con una observación [13] se puede hacer una simplificación del cálculo, que consiste en una transformación Galileana.

La transformación de Galileo es una transformación de coordenadas y velocidades que deja invariante las ecuaciones de Newton, esto equivale a que la transformación entre las coordenadas de un sistema referencial inercial y otro sistema inercial que se mueve respecto al primero sea una transformación de Galileo. Esto quiere decir que se tiene un sistema A en reposo y un sistema B en movimiento, a velocidad constante V_x , respecto del primero a lo largo del sentido positivo del eje x , y si las coordenadas de un punto del espacio para A son (x, y, z) y para B son (x', y', z') , se puede establecer un conjunto de ecuaciones de transformación de coordenadas bastante sencillo (Fig. 14). Así, si se quiere hallar las coordenadas A de B a partir de B se tienen las ecuaciones:

$$\begin{aligned}x' &= x, \\y' &= y \pm v_x t, \\z' &= z, \\t' &= t.\end{aligned}$$

Entonces la relación de la velocidad entre el sistema móvil y un sistema fijo esta dado por:

$$\begin{aligned}\dot{x}' &= \dot{x}, \\ \dot{y}' &= \dot{y} \pm v_x, \\ \dot{z}' &= \dot{z}.\end{aligned}$$

Donde el punto indica la derivada de las ecuaciones que definen las coordenadas que se obtiene al derivar las primeras ecuaciones. Estas ecuaciones no son ni más ni menos que las responsables de nuestra forma de sumar o restar velocidades relativas. Si la velocidad del sistema móvil es constante, entonces al derivar nuevamente, se obtiene que la aceleración sea invariante:

$$\begin{aligned}\ddot{x}' &= \ddot{x}, \\ \ddot{y}' &= \ddot{y}, \\ \ddot{z}' &= \ddot{z},\end{aligned}$$

donde los dos puntos indican la derivada segunda de las ecuaciones que definen las coordenadas.

Igualmente, tanto la conservación de la masa, la conservación de la energía y la conservación de la cantidad de movimiento se siguen cumpliendo y son invariantes, para un sistema inercial. Si existe aceleración del sistema móvil, aparecen fuerzas no inerciales que son sentidas solo por un observador dentro del sistema móvil, pero no por un observador que se encuentra en el sistema fijo. En este caso ni la aceleración, ni las fuerzas son invariantes para el sistema móvil.

Si la velocidad relativa está dada por:

$$v(x, y, z) = v(x', y', z') + Vr,$$

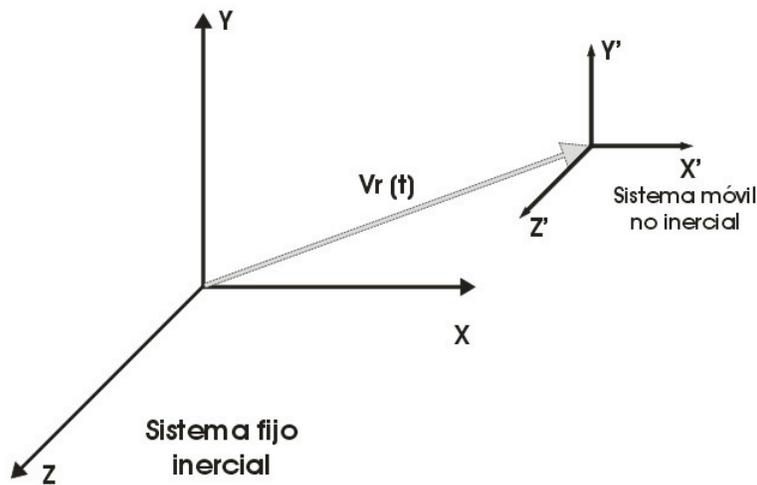


Figura 14.

y la velocidad relativa no es constante en el tiempo, $Vr = f(t)$, entonces:

$$a(x, y, z) = a(x', y', z') + a_r,$$

donde a_r es la aceleración relativa, $a_r = \frac{\partial Vr}{\partial t}$. Las fuerzas que están

actuando sobre el volumen de control que se acelera, sin rotación, con respecto al sistema inercial, estarán dadas por:

$$\vec{F} = \vec{F}_S + \vec{F}_B - \rho a_r.$$

Considerando específicamente para este estudio, que el prisma tiene solo un desplazamiento vertical:

$$y = A \cos(2\pi\omega t),$$

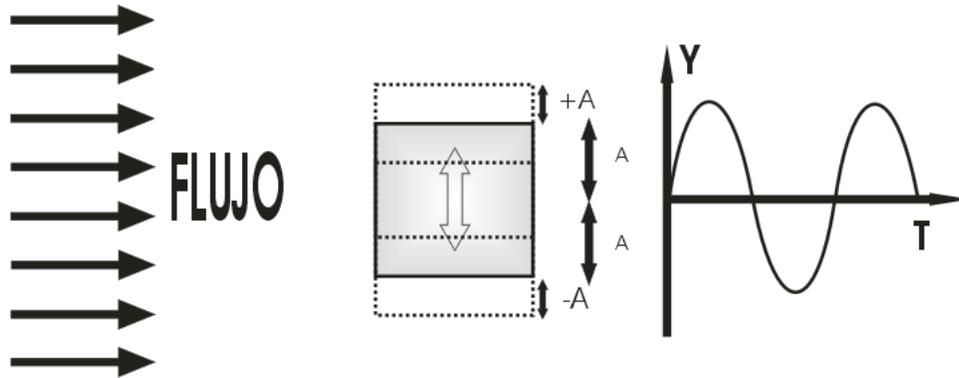


Figura 15.

donde A es el desplazamiento vertical y ω la frecuencia de movimiento. Al derivar se tiene que la velocidad del prisma es igual a:

$$\dot{y} = -(2\pi\omega)y' \text{sen}(2\pi\omega t).$$

Al derivar nuevamente se observa que el sistema no es inercial:

$$y = -(2\pi\omega)^2 A \cos(2\pi\omega t).$$

Entonces, habrá una fuerza debida a la aceleración del prisma con respecto al sistema inercial fijo, que afectará al movimiento.

Sabiendo que:

$$\frac{\partial}{\partial x'} = \frac{\partial}{\partial x},$$

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial t} - V_r \frac{\partial}{\partial x},$$

donde V_r es la velocidad del sistema móvil con respecto al sistema fijo. Las ecuaciones de transporte con respecto al sistema no inercial se mantendrán prácticamente sin cambio, solo se añadirá el efecto de la fuerza no inercial, en la dirección vertical de la ecuación de conservación de cantidad de movimiento, debida a la aceleración del prisma, esta fuerza estará dada como:

$$S_y = -\rho y,$$

$$S'_y = \rho(2\pi\omega)^2 A \cos(2\pi\omega t).$$

Estrictamente esto produce un trabajo en la ecuación de la conservación de energía dado por:

$$S'_y = -y\rho(2\pi\omega)A \sin(2\pi\omega t),$$

donde y es la velocidad local del fluido. Sin embargo éste término es proporcional al número de Mach al cuadrado y para valores pequeños del número de Mach ($M < 0.3$), este término es despreciable.

Finalmente para tener todo el sistema de referencia móvil, la condición de frontera de entrada se basa en fijar las velocidades, estarán dadas por

$$u = U_{ref} = 1,$$

$$v = -\dot{y} = (2\pi\omega)A \sin(2\pi\omega t),$$

$$w = 0.$$

Adimensionalmente tenemos $\frac{A}{L}$. Si $\frac{A}{L} = 0.1$, significa que habrá un desplazamiento del 10% de la longitud del lado del prisma verticalmente, tanto hacia arriba como hacia abajo.

En resumidas palabras el sistema esta oscilando, teniendo por lo tanto un flujo oscilatorio, mientras que el prisma se mantiene fijo.

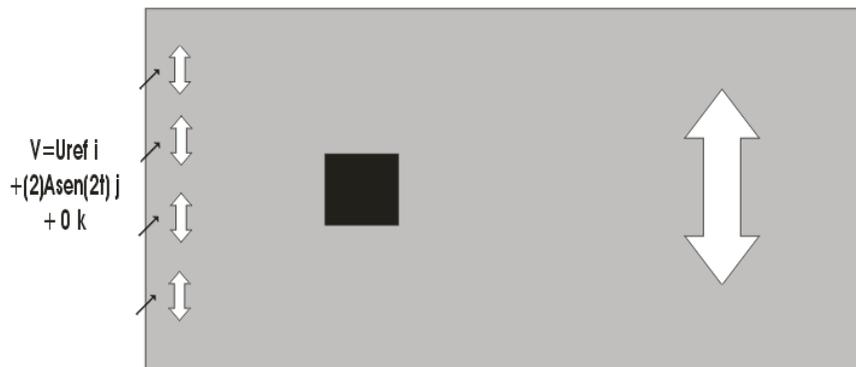


Figura 16.

4.3.- Condiciones de frontera.

Para llevar a cabo una simulación numérica la definición de las condiciones de frontera es una parte crucial en el trabajo. En este caso se utilizó el método conocido como NSCBC (Navier-Stokes Characteristic Boundary Conditions) y muy particularmente las condiciones de frontera elaboradas por Poinso y Lele [10], las cuáles son válidas tanto para las ecuaciones de Euler como para las ecuaciones de Navier-Stokes. El método NSCBC parte de las ecuaciones de Euler para después hacer extensivo el análisis a las ecuaciones de Navier-Stokes, es decir, el método reduce a las condiciones de frontera de Euler cuando el término viscoso desaparece.

La idea principal al utilizar este método consiste en que una vez cerca de la frontera las ecuaciones no sean resueltas como en el resto del dominio sino de una manera distinta basándose en la propagación en forma de ondas de las variables. Esto puede modelarse matemáticamente al descomponer una ecuación hiperbólica, como la ecuación compresible de Navier-Stokes, en ondas acústicas (Thompson, 1990) por medio de las cuales se propagan las variables. Dichas ondas, las cuales corresponden en número a la cantidad de variables resueltas, poseen ciertas velocidades características asociadas a las amplitudes de las ondas. Estas velocidades son desde el punto de vista matemático los valores característicos locales del sistema hiperbólico. Las cinco velocidades características están dadas por $u+c$, $u-c$ y tres de ellas con velocidad u , donde c corresponde a la velocidad local del sonido y u a la velocidad local del flujo. Esto significa que tres variables viajan a una misma velocidad u mientras que otra lo hace a una velocidad mayor (dada por la cantidad c) pero anticipándose a las otras y “recabando” información sobre las condiciones del dominio de “adelante”. La última variable, la cuál viaja a una velocidad $u-c$, lo hace en dirección contraria. Dicha variable es muchas ocasiones la más difícil de determinar.

Para resolver las ecuaciones de onda para las condiciones del flujo que es subsónico y compresible, el método propone que tanto las velocidades como la

temperatura se conozcan. De esta manera se tiene cuatro condiciones de frontera físicas (para u_1, u_2, u_3 y T) y otra conocida como condición de frontera “suave” a resolver que corresponde a la variable ρ necesaria para el método numérico. Es necesario para aventajar la solución en el tiempo determinar las amplitudes L de las diferentes ondas que cruzan las fronteras, cuyo desarrollo aparece en el siguiente apartado.

4.3.1.- Características de las condiciones de frontera de las ecuaciones de Navier-Stokes.

Para un flujo viscoso compresible las ecuaciones de dinámica de fluidos en coordenadas cartesianas son:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (m_i) = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} [(\rho E + p)u_i] = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j \tau_{ij}) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial m_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (m_i u_j) + \frac{\partial p}{\partial x_i} = \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j}, \quad (4.3)$$

donde

$$\rho E = \frac{1}{2} \rho u_k u_k + \frac{p}{\gamma - 1}, \quad (4.4)$$

$$m_i = \rho u_i, \quad (4.5)$$

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right). \quad (4.6)$$

Aquí, p es la presión termodinámica, m_i es la cantidad de movimiento ρu_i en la dirección x_i , ρE es la energía total (cinética e interna). El flujo de calor a lo largo de x_i llamado q_i esta dado por

$$q_i = \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}. \quad (4.7)$$

La conductividad térmica λ es obtenida del coeficiente de viscosidad μ conforme a

$$\lambda = \mu \frac{C_p}{Pr}, \quad (4.8)$$

donde Pr es el número de Prandtl.

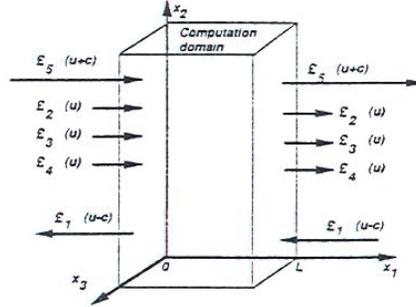


Figura 17. Ondas acústicas dejando y entrando al dominio computacional a través del plano de entrada ($x_1=0$) y el plano de salida ($x_1=L$) [10]

Se considera ahora una frontera localizada en $x_1 = L$ (figura 4.1) Usando el análisis para modificar los térmicos hiperbólicos (convectivos) en las fronteras el sistema se reescribe:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + d_1 \frac{\partial}{\partial x_2} (m_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (m_3) = 0, \quad (4.9)$$

$$\left[\begin{array}{l} \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{1}{2} (u_k u_k) d_1 + \frac{d_2}{\gamma - 1} + m_1 d_3 + m_2 d_4 + m_3 d_5 + \\ \frac{\partial}{\partial x_2} [(\rho E + p) u_2] + \frac{\partial}{\partial x_3} [(\rho E + p) u_3] \end{array} \right] = \frac{\partial}{\partial x_i} (u_j \tau_{ij}) - \frac{\partial q_i}{\partial x_i},$$

(4.10)

$$\frac{\partial m_1}{\partial t} + u_1 d_1 + \rho d_3 + \frac{\partial}{\partial x_2} (m_1 u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (m_1 u_3) = \frac{\partial \tau_{1j}}{\partial x_j}, \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial m_2}{\partial t} + u_2 d_1 + \rho d_4 + \frac{\partial}{\partial x_2} (m_2 u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (m_2 u_3) + \frac{\partial p}{\partial x_2} = \frac{\partial \tau_{2j}}{\partial x_j}, \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial m_3}{\partial t} + u_3 d_1 + \rho d_5 + \frac{\partial}{\partial x_2} (m_3 u_2) + \frac{\partial}{\partial x_3} (m_3 u_3) + \frac{\partial p}{\partial x_3} = \frac{\partial \tau_{3j}}{\partial x_j}, \quad (4.13)$$

Los términos diferentes entre los sistema de ecuaciones (4.9 – 4.13) se modelan a partir de una descomposición local de las ecuaciones de Navier-Stokes en ecuaciones de onda. El vector \mathbf{d} esta dado por el análisis de características (Thompson) y puede ser expresado como:

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{c^2} \left[L_2 + \frac{1}{2}(L_5 + L_1) \right] \\ \frac{1}{2}(L_5 + L_1) \\ \frac{1}{2\rho c}(L_5 - L_1) \\ L_3 \\ L_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial m_1}{\partial x_1} \\ \frac{\partial(c^2 m_1)}{\partial x_1} + (1-\gamma)\mu \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_1} \\ u_1 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \\ u_1 \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \end{bmatrix}. \quad (4.14)$$

Donde las L iesima son las amplitudes de las ondas características asociadas con cada velocidad característica λ_i . Estas velocidades están dadas por:

$$\lambda_1 = u_1 - c, \quad (4.15)$$

$$\lambda_5 = u_i - c, \quad (4.16)$$

$$\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = u_1, \quad (4.17)$$

Donde c es la velocidad del sonido para un gas ideal:

$$c^2 = \frac{\gamma P}{\rho}, \quad (4.18)$$

λ_1 y λ_5 son las velocidades de ondas acústicas moviéndose en el dominio en la dirección x_1 ; u es la velocidad convectiva (la velocidad a la cual el fluido localmente viajará en la dirección x_1) donde λ_2 es la velocidad de convección de la entropía y λ_3 y λ_4 son las velocidades de convección u_2 y u_3 respectivamente.

Las L_i están dadas por:

$$L_1 = \lambda_1 \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right), \quad (4.19)$$

$$L_2 = \lambda_2 \left(c^2 \frac{\partial p}{\partial x_1} - \frac{\partial p}{\partial x_1} \right), \quad (4.20)$$

$$L_3 = \lambda_3 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} \right), \quad (4.21)$$

$$L_4 = \lambda_4 \left(\frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right), \quad (4.22)$$

$$L_5 = \lambda_5 \left(\frac{\partial p}{\partial x_1} + \rho c \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right). \quad (4.23)$$

Una simple interpretación física de las L_i esima puede ser dado como la linealización de las ecuaciones de Navier-Stokes para ondas acústicas no viscosas unidimensionales. Consideremos ondas propagándose a la velocidad $\lambda = u_1 - c$. Si p' y u' son las perturbaciones de presión y de velocidad, las amplitudes de onda $A_1 = p' - \rho c u'$ se conservan a lo largo de la línea característica $x + \lambda_1 t = \text{const}$, así que:

$$\frac{\partial A_1}{\partial t} + \lambda_1 \frac{\partial A_1}{\partial x_1} = 0 \quad \text{ò} \quad \frac{\partial A_1}{\partial t} + L_1 = 0.$$

En una localización dada $(-L_1)$ representa la variación en el tiempo de la amplitud de onda A_1 . Por analogía, llamaremos a las L_i 's la variación de amplitud de las ondas características cruzando la frontera. Esta relación entre las L_i y la amplitud de ondas cruzando las fronteras es la mayor ventaja de los modelos de ecuaciones de conservación.

La aproximación usada en la técnica NSCBC es para inferir valores para la variación de la amplitud de las ondas en casos multidimensionales viscosos examinando un problema no viscoso unidimensional (LODI por sus siglas en inglés) asociado localmente.

En cada punto de la frontera se pueden obtener tales sistemas LODI considerando el sistema de ecuaciones (4.9 – 4.13) y omitiendo el término viscoso transversal. Las ecuaciones resultantes son fáciles de interpretar y nos permiten inferir valores para las variaciones de amplitud de onda considerando el flujo localmente como no viscoso y unidimensional.

El sistema LODI puede ser lanzado en muchas diferentes formas dependiendo de la elección de las variables. En términos de variables primitivas, el sistema LODI es

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{c^2} \left[L_2 + \frac{1}{2} (L_5 + L_1) \right] = 0, \quad (4.24)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{2} (L_5 + L_1) = 0, \quad (4.25)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{2\rho c} (L_5 - L_1) = 0, \quad (4.26)$$

$$\frac{\partial u_2}{\partial t} + L_3 = 0, \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial u_3}{\partial t} + L_4 = 0, \quad (4.28)$$

4.3.2.- Entrada subsónica.

Muchas condiciones de frontera físicas existen para entradas subsónicas. Aquí describimos un caso donde todas las componentes de velocidad u_1, u_2, u_3 así como la temperatura T son definidas. Estas cantidades pueden cambiar con el tiempo y son funciones de la localización espacial en el plano de entrada $x_1=0$. La densidad (o presión) se debe resolver a partir de las condiciones de frontera

$$u_1(0, x_2, x_3, t) = U(x_2, x_3, t),$$

$$u_2(0, x_2, x_3, t) = V(x_2, x_3, t),$$

$$u_3(0, x_2, x_3, t) = W(x_2, x_3, t),$$

$$T(0, x_2, x_3, t) = T(x_2, x_3, t).$$

Este caso es típico de simulación directa de flujos turbulentos donde deseamos el control del cortante de entrada y perturbaciones del flujo introducido. Para un flujo subsónico tridimensional, cuatro ondas características están entrando al dominio: L_2 , L_3 , L_4 , y L_5 , mientras que una de ellas (L_1) está saliendo del dominio a una velocidad $\lambda_1 = u_1 - c$. Tenemos cuatro condiciones de frontera físicas para u_1, u_2, u_3 y T , y una condición de frontera suave para ρ . La relación no viscosa es necesaria para este caso. Para avanzar la solución en el tiempo en la frontera, necesitamos determinar las amplitudes L iesima de las diferentes ondas cruzando la frontera. Solo una de estas ondas (L_1) puede ser obtenida de puntos interiores. Las otras están dadas por el procedimiento siguiente.

Paso 1. Las velocidades de entrada u_1, u_2, u_3 son impuestas, por lo tanto, las ecuaciones (4.11), (4.12), (4.13) no son necesarias. La temperatura de entrada es impuesta y la ecuación de la energía (4.10) tampoco es necesaria.

Paso 2. Como la velocidad de entrada u_1 es impuesta, la relación sugiere la siguiente expresión para L_1 :

$$L_5 = L_1 - 2\rho c \frac{dU}{dt}, \quad (4.29)$$

Como la temperatura en la entrada es dada, la relación LODI da una estimación de la amplitud de onda de la entropía L_2 :

$$L_2 = \frac{1}{2}(\gamma - 1)(L_5 + L_1) + \frac{\rho c^2}{T} \frac{dT}{dt},$$

Las relaciones de LODI (4.27) y (4.28) muestran que $\mathcal{L}_3 = -dV/dt$ y

$$L_4 = -\frac{dW}{dt}.$$

Paso 3. La densidad ρ puede obtenerse usando la ecuación (4.9),

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + d_1 + \frac{\partial}{\partial x_2}(\rho u_2) = 0, \quad (4.9)$$

donde d_1 está dado por la ecuación (4.14).

$$d_1 = \frac{1}{c^2} \left[L_2 + \frac{1}{2}(L_5 + L_1) \right].$$

L_1 es resuelta de puntos interiores usando la ecuación 4.19. L_2 y L_5 han sido determinadas del paso 2. En este caso L_3 , L_4 no son necesarias.

4.3.3.- Flujo de salida subsónico no reflejante.

Como salida del dominio se tiene una condición de flujo subsónico no reflejante, esto con el fin de evitar un conjunto de ondas reflejadas dentro del dominio que propicien ruido. Es imposible generar una condición de frontera 100% reflejante pero esto a su vez resulta conveniente dado que las pocas ondas que resulten reflejadas al interior del dominio puedan proporcionar información de las condiciones que se tienen al final.

Si consideramos una salida subsónica donde queremos implementar una condición de frontera no reflejante, nosotros vemos que cuatro longitudes de onda, L_2 , L_3 , L_4 y L_5 salen del dominio mientras una de ellas (L_1) está entrando a una velocidad $\lambda_1 = u_1 - c$. Considerando una condición de frontera no viscosa para las variables primitivas se generarán ondas reflejadas. Por ejemplo, si se coloca la presión estática en la salida $p = p_\infty$ conducirá a un problema bien definido, sin embargo, creará ondas reflejantes. Se necesita añadir información física en la presión estática media p_∞ para que el conjunto de condiciones de frontera se mantenga bien definido. Con esto la presión media en el dominio es cercana a p_∞ . Un atractivo pero costoso camino para

hacer que sea parecida la solución en las fronteras con alguna solución analítica entre la frontera y el infinito. Se ha elegido un simple método (Poinsot and Lele, 1992) requiriendo sólo una pequeña modificación en el procedimiento básico del NSCBC:

Paso1. Se tiene una condición de frontera física especial: la presión en el infinito es impuesta. Esta condición no fija alguna de las variables dependientes en la frontera y se guardan todas las ecuaciones de conservación en el sistema de ecuaciones (4.9) – (4.13).

Paso2. La condición de presión constante en el infinito es usada para obtener la variación de amplitud de la onda entrante L_1 : si la presión de salida no es cercana a p_∞ , ondas reflejadas entrarán al dominio atravesando la salida para traer la presión media a un valor cercano a p_∞ . Un camino sencillo para asegurar definirlo bien es colocar:

$$L_1 = K(p - p_\infty) \quad (4.10)$$

Donde K es una constante: $K = \sigma(1 - M^2)c/L$. M es el máximo número de Mach en el flujo, L es una longitud característica del dominio y σ es una constante.

Algunos problemas son bastante simples para permitir la determinación de un valor exacto. Entonces la ecuación anterior se reescribe como:

$$L_1 = K(p - p_\infty) + L_1^{exacto}$$

El segundo término asegurara una precisión de máquina derivadas entre ambos lados de la frontera mientras el primer término guardara el valor medio alrededor de p_∞ .

Paso 3. Todos los L_i con $i \neq 1$ pueden ser estimadas a partir de puntos interiores. L_1 está dada por la ecuación (4.30) y el sistema de ecuaciones (4.9) – (4.13) puede ser usado para ventajar la solución en el tiempo en la frontera.

4.3.4.- Pared adiabática deslizante.

Las paredes deslizantes son condiciones de frontera útiles en algunas soluciones computacionales. Están caracterizados por sólo una condición no viscosa: la velocidad normal a la pared es cero ($u_1(L, x_2, x_3, t) = 0$). Las relaciones de viscosidad corresponden a esfuerzos tangenciales y flujos de calor nulos a través de la pared. Como la velocidad normal es cero, las amplitudes de onda L_2 , L_3 y L_4 son cero. Una onda L_5 está dejando el dominio a través de la pared mientras una onda reflejada L_1 está entrando al dominio:

Paso 1: La velocidad u_1 normal a la pared es cero y la ecuación (4.11) no es necesaria.

Paso 2: La relación de LODI (4.26) sugiere que la amplitud de la onda reflejada sea: $L_1 = L_5$.

Paso 3: L_3 es obtenida de puntos interiores y L_1 es colocada en L_5 . Las derivadas a lo largo de x_1 de los esfuerzos tangenciales viscosos τ_{12}, τ_{13} y del flujo de calor normal q_1 en la pared son obtenidos usando la condición viscosa en la pared: $q_1=0, \tau_{12} = \tau_{13} = 0$. Las variables restantes (ρ, u_2, u_3 y T) son obtenidas por integración de las ecuaciones (4.9) – (4.10) y (4.12) – (4.13)

4.4.- Método de Fronteras Inmersas [11].

La aproximación de mallado convencional para simular flujos con fronteras inmersas complejas es usado para discretizar las ecuaciones de gobierno en una malla curvilínea que conforma a las fronteras. La imposición de condiciones de frontera es en gran medida simplificada y resuelta pudiendo ser fácilmente diseñada para mantener precisión adecuada y conservación de propiedades. Sin embargo, dependiendo de la complejidad geométrica de las fronteras inmersas, la generación de la malla y la calidad de la misma, estas condiciones se pueden complicar.

Una aproximación diferente consiste en usar simples mallas cartesianas, las cuáles simplifican en gran medida la generación de la malla y además tienen grandes ventajas con respecto al método convencional de *cuerpo-ajustado* en simulación de flujos con fronteras en movimiento, formas complicadas o cambios topológicos. De esta manera las fronteras inmersas pueden cortar a través de la malla de una manera arbitraria. El principal desafío es tratar a la frontera en una forma que no impacte desfavorablemente la precisión y la conservación de propiedades y la solución fundamental. Esto es especialmente crítico para flujos viscosos donde una inadecuada resolución de las capas límite pueden reducir la fidelidad de la solución numérica.

El método de fronteras inmersas (IBM)¹ recientemente ha ganado popularidad para simulación de flujos con geometrías complejas y está diseñado para simular una gran variedad de flujos.

La geometría de la frontera inmersa es definida por unos puntos marcadores. Las celdas cuyo centro yace dentro del cuerpo inmerso y tiene al menos una celda vecina cuyo centro de celda se encuentra fuera del cuerpo, es marcada como “celda fantasma”. El resto de las celdas con centros dentro del cuerpo, los cuáles no están adyacentes a la frontera inmersa, son marcadas como celdas “sólidas” (Fig. 4.2).

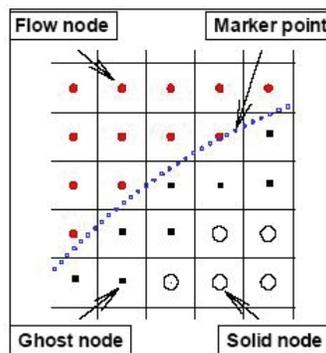


Figura 18. Se muestran en una malla cartesiana los puntos marcadores, los nodos de flujo, los nodos fantasma y los nodos sólidos.

¹ Por sus siglas en inglés Immersed Boundary Method

La idea básica en este método consiste en calcular de manera computacional las variables del flujo para las celdas fantasma, tales que las condiciones de frontera en las cercanías de las estas celdas sean satisfechas. Para calcular el valor en el centro de las celdas fantasma una “sonda normal” es extendida de este nodo a las fronteras inmersas (a un punto llamado punto “frontera-interceptada”) y es llevado hasta un punto del fluido. De esta manera cuatro centros de celdas que rodean la punta de prueba son identificados para después emplear una interpolación bilineal en el dominio computacional y, de esta manera, calcular los valores en la punta de prueba. Las variables en el correspondiente nodo fantasma son subsecuentemente calculados extrapolándolos tal que satisfagan apropiadamente las condiciones de frontera.

Para el caso tratado en este trabajo en el cuerpo simulado, no existieron las celdas fantasma pues no había celdas que estuvieran dentro y fuera de la frontera sumergida (recuérdese que es un prisma de sección transversal cuadrada) por lo que tampoco la técnica de la interpolación fue necesaria. El método de fronteras sumergidas sirvió para crear una frontera dentro del dominio que sería considerada como el cuerpo de interés.

4.5.- Características del dominio computacional.

El cuerpo prismático de sección transversal cuadrada usado en este trabajo tiene una longitud unitaria L por lado en su sección transversal y su centro está localizado a cuatro unidades de longitud tanto en x como en z del origen en un dominio rectangular muy grande con el fin de minimizar los efectos de las fronteras en el desarrollo del flujo. Dicho dominio está constituido por 180 nodos en la dirección x , 139 en y y 80 en la dirección z lo que hace que se tengan un total de poco más de dos millones de nodos. Así mismo posee $6L$ unidades de longitud en z , aproximadamente $20L$ en x y $15L$ en y (figura 4.3.1), L es el lado del cuadrado. Se realizó un refinamiento de la malla, cerca de las paredes del cilindro, siguiendo una función tangente hiperbólica, con lo que se tiene que el primer punto desde cualquier pared esta a $0.01L$.

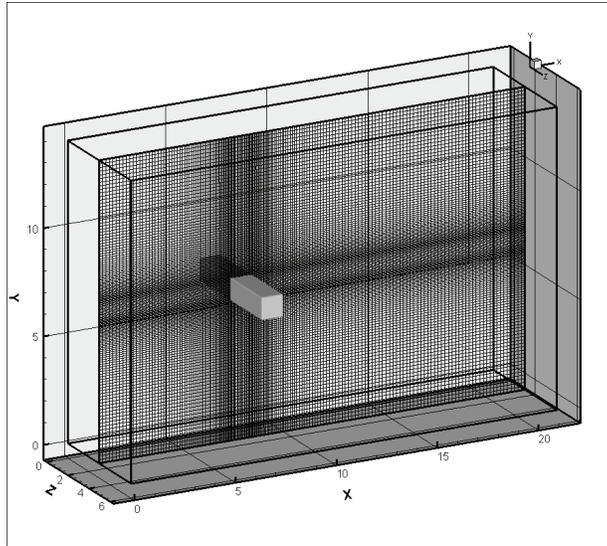


Figura 19. Dominio de cálculo.

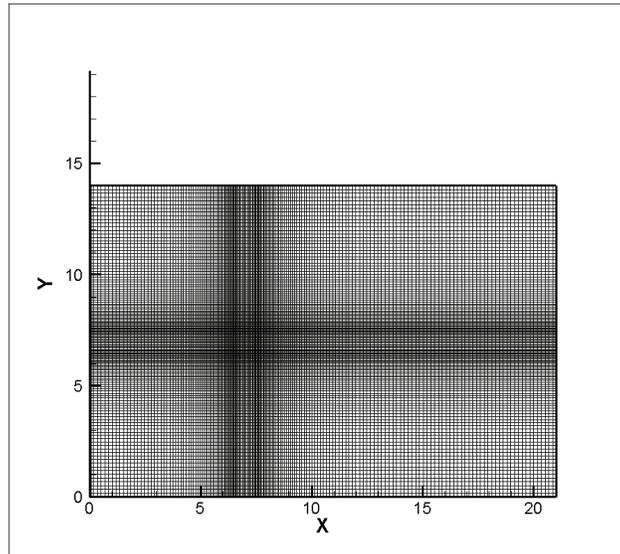


Figura 20. Malla en el plano x-y, donde también se observa la longitud del dominio en Z y en X.

El flujo aquí considerado es compresible. En la salida del flujo se usó una condición *Espanja*, la cual permite salir a los vórtices del dominio computacional con un mínimo de reflexiones [12].

Todas las variables están adimensionalizadas en función de las variables de entrada: velocidad (U_0), presión (P_0) y temperatura (T_0), así como de uno de los lados de la sección transversal cuadrada (L) del prisma. A partir de esto, la simulación se llevó a cabo a bajo las siguientes condiciones:

Parámetros	Unidades.
Re=500	$\frac{U_0 L}{\nu(T_0)}$
M=0.3	$\frac{U_0}{\gamma R T_0}$
Pr=0.7	$\frac{\mu(T_0) C_p}{k(T_0)}$

Donde C_p y γ son constantes y tienen los valores de $C_p =$, y $\gamma = 1.4$.

4.6 Características de las simulaciones.

Para llegar a resultados satisfactorios las simulaciones realizadas tienen características como lo es el tiempo de simulación, número de simulaciones, y cada una de estas conlleva variables a resaltar como lo es la frecuencia de vibración y el desplazamiento del cilindro de sección transversal cuadrada. A continuación se presenta una tabla con cada una de las características de las simulaciones.

Simulación	Frecuencia	Desplazamiento	Número de Reynolds
1	0	10%	650
2	0.175	10%	650
3	0.35	10%	650
4	0.175	20%	650
5	0.175	30%	650

Tabla 1.

Cada una de las simulaciones tarda un tiempo máquina y fueron desarrolladas en un procesador HP Integrity 4460 con dos procesadores Itanium II. El tiempo aproximado de cálculo para 100 unidades de tiempo es entre 40 a 48 horas de tiempo máquina de un solo procesador.

CAPÍTULO 5.

RESULTADOS.

Los resultados obtenidos y presentados son los de las variables más importantes para entender el fenómeno, las cuales lo describen y sirven para poder analizarlo y comprobarlo. Para poder hacerlo, hay que compararlo con resultados (experimentales y simulaciones) obtenidos por otros investigadores en pruebas similares. Los resultados son presentados en forma de visualizaciones de contornos, visualizaciones tridimensionales del flujo, algunas gráficas y comparaciones entre las mismas para así poder relacionarlas con su estado físico.

Las variables medidas fueron: velocidad, presión, temperatura y densidad generadas a partir de su valor promedio temporal y espacial.

Como fue explicado en el capítulo 3, nuestras variables de estudio se pueden descomponer en dos partes, una son los valores promedio, la otra son sus respectivas fluctuaciones, todo esto para resolver las ecuaciones de movimiento, y por último para visualizar el flujo tenemos las iso-superficies de presión y las iso-superficies Q. A continuación se presenta primero la forma en la que obtuvimos los resultados, después la topología del flujo y por último los cambios de las características del flujo a diferentes frecuencias, llevando un orden en el cual se presenta; primero los valores promedio, después los valores RMS o fluctuaciones, los coeficientes de arrastre y sustentación, y finalmente las iso-superficies.

5.1 Obtención de los resultados.

En la siguiente sección de resultados presentamos como obtuvimos en el programa nuestras variables de estudio.

5.1.1 Valores promedio.

En las simulaciones fueron registrados los valores promedio de las componentes de velocidad, presión, temperatura y densidad. Los resultados son cantidades estadísticas evaluadas, promediadas tanto en el tiempo total como en una dirección del dominio. En este trabajo se utilizó como dirección transversal homogénea a z .

Para obtener los valores promedio se efectuó, en el caso del promedio en el tiempo, la integración de la variable dividida entre el tiempo de cálculo total.

$$\bar{Z} = \frac{1}{T} \int z dt ,$$

donde \bar{z} es la media de alguna variable z , T el tiempo total y z el valor de la variable instantáneo en un determinado momento.

La expresión anterior no es más que la media aritmética de una variable continua en la que sucesivos valores son multiplicadas por su correspondiente unidad de tiempo para después ser sumadas y al final divididas entre el tiempo total. Dicha unidad de tiempo está dada por:

$$t = \frac{L}{U},$$

donde t es la unidad de tiempo adimensional, L es la unida de longitud de la sección transversal del cuerpo en estudio y U es la velocidad media del flujo.

De manera similar se llevó a cabo el promedio a lo largo de una dirección homogénea en el dominio

$$\bar{Z}_z = \frac{1}{L_z} \int \bar{Z} dz,$$

donde \bar{Z}_z es el valor medio espacial de la variable a lo largo de una dirección homogénea, L_z es el valor de longitud del dominio en una dirección dada y \bar{Z} es la variable promedio en el tiempo.

Tal y como dice esta última expresión de lo que se trata es de sumar el producto de las variables promedio con su correspondiente valor de posición en la dirección deseada y posteriormente dividir la suma total entre la longitud del dominio en esa misma dirección.

5.1.2 Valores RMS.

Los valores RMS son una medida estadística utilizada para cuantificar los valores promedio de las fluctuaciones ya sea de presión o velocidad respecto de la media en un flujo turbulento. Para comprender el significado y la importancia de las RMS es necesario conocer como se define matemáticamente como:

$$X_{RMS} = \left(\overline{X^2} - \bar{X}^2 \right)^{1/2}$$

Donde $\bar{X} = \frac{1}{T} \int x dt$ es la media de la variable y $\overline{X^2} = \frac{1}{T} \int x^2 dt$ es la media del cuadrado de la variable. Estadísticamente hablando la expresión anterior corresponde a la desviación estándar de una variable aleatoria

continua, entendiendo por variable aleatoria continua cualquier regla que asocia un número con cada resultado del espacio muestral de algún experimento, cuyo conjunto de posibles valores es todo un intervalo de números. Esta desviación estándar es el cuadrado de la desviación esperada alrededor de la media y da una medida cuantitativa de cuanta dispersión hay en la distribución o la población de valores x . De acuerdo con esto podemos decir que la RMS indica cuantitativamente que tanta variación existe entre los valores que componen el experimento o el fenómeno analizado con respecto a la media de la variable en cuestión en dicho fenómeno.

Por tanto, si denotamos a la fluctuación de una variable X , la desviación estándar de X su valor medio instantáneo se define como:

$$X = X - \bar{X}$$

En esta sección se mostrarán los resultados obtenidos para el cálculo de la RMS para las componentes de la velocidad, para esto nos basaremos nuevamente en gráficas sobre las cuáles se observarán las desviaciones en cada uno de los planos analizados anteriormente.

5.1.3 Coeficiente de arrastre y sustentación. (CD y CL).

Como ya fue definido en el capítulo 2 el coeficiente de arrastre y sustentación es parte importante para nuestro estudio, y en esta parte se presentan los resultados obtenidos para cada una de las simulaciones. Para obtener la gráfica del coeficiente de sustentación y de arrastre se calculó la integral de la presión, en las caras superior e inferior y en las caras izquierda y derecha respectivamente, donde el promedio de ambas y su diferencia nos dan un valor constante.

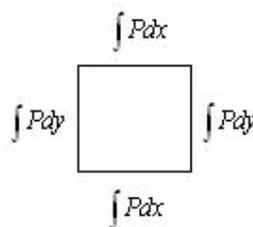


Figura 21. Integrales para obtener CD y CL.

5.2 Topología del flujo.

En la topología se caracteriza el flujo comenzando desde cómo se va desarrollando hasta que se transforma en tridimensional, ya en la tridimensionalidad, la parte que nos interesa, son las visualizaciones de la turbulencia y lo que pasa con la sección transversal al ser sometida a diferentes frecuencias y desplazamientos.

El flujo se va desarrollando y haciéndose tridimensional mientras pasa el tiempo, esto significa que las simulaciones tienen una respuesta transitoria, comenzando desde un valor cero hasta llegar a un valor característico para las constantes impuestas antes de lanzar los cálculos y de estos valores el programa calcula cada una de las variables a estudiar.

Para estudiar el fenómeno es primordial conocer cómo se va desarrollando el flujo conforme el tiempo pasa.

El flujo bidimensional primero presenta el desprendimiento de la capa límite, la cual por su separación provoca que en la parte de atrás de nuestra sección se van formando dos vórtices simétricos los cuales dan pie a lo que dedujo Von Kármán, ya cuando el flujo es totalmente tridimensional se forma el camino, el cual nos muestra los vórtices atrás de una sección. También podemos observar el desprendimiento de la capa límite la cual Kármán y Levi vieron esta capa de separación que se va enrollando poco a poco, primero simétricamente a ambos lados del cuerpo hasta que una perturbación destruye su simetría, después de lo cual se inicia el movimiento periódico.

El flujo alrededor de un cuerpo se traduce como la formación de una capa límite alrededor de un cuerpo y de la estela detrás del mismo debido a la formación de un perfil deficitario por la presencia del cuerpo, la obtención del punto de desprendimiento de la capa límite es un trabajo complejo, pero en el caso de una sección transversal cuadrada este está bien definido y se encuentra en sus aristas. El desprendimiento crea dos recirculaciones cada una en cada lado del cuadrado, las cuales son muy semejantes de forma y magnitud desde un punto de vista instantáneo y promedio.

La formación de estos vórtices instantáneos, implica la creación de zonas de baja presión en su centro y su desprendimiento alternado es causa de las vibraciones mecánicas y de fenómenos acústicos sobre el cilindro.

En la Fig. 22 presentamos los resultados, donde el dominio de cálculo indica el número de pared en estudio o donde es posible encontrar información relevante.

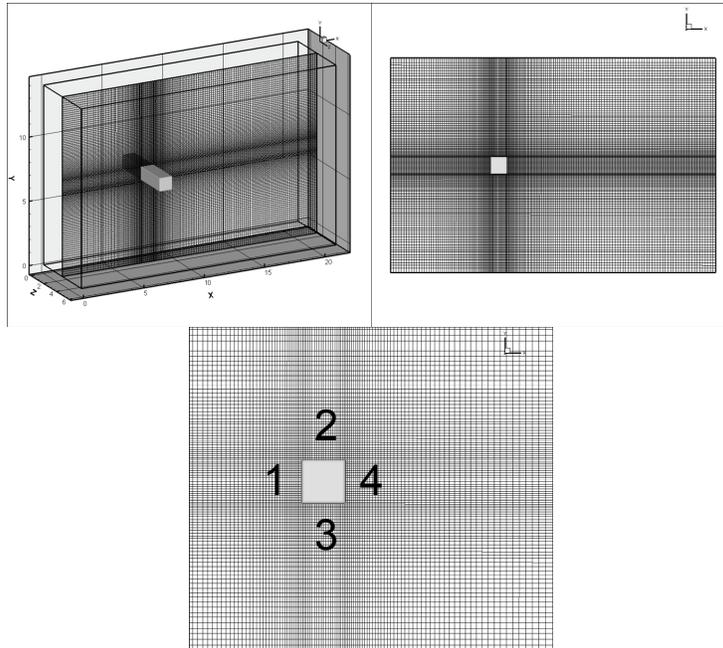


Figura 22. En la figura podemos ver el dominio de cálculo en el cual hacemos referencias para nuestros resultados.

5.2.1 Valores promedio.

5.2.1.1 Velocidad promedio.

5.2.1.1.1 Componente U de la velocidad.

En la Fig. 23 podemos observar como es el comportamiento y los contornos de los valores de la componente de la velocidad U en un plano XY a través de la sección transversal cuadrada.

La componente U de la velocidad representa que el flujo va en dirección X de nuestro dominio de cálculo por lo cual en la figura siempre tenemos valores positivos lo que nos dice que el flujo nunca va en dirección negativa.

El flujo de entrada no tiene muchas variaciones hasta que el flujo comienza a sentir la presencia del cuerpo donde el valor de la velocidad es cero, viendo que ésta tiende a aumentar cerca de las paredes 2 y 3 de la sección comenzando a tener ese aumento cerca de las aristas de la sección transversal, que es el lugar donde se separa nuestra capa límite (zona B), este aumento de velocidad es más marcado en las aristas y comienza a disminuir mientras se aleja de ellas, debido esto, a la viscosidad del flujo permitiendo que el perfil sea deficitario provocando que en la parte de atrás del cuerpo (zona A) tengamos valores muy bajos de velocidad comparándolo con el de entrada ($U_0=1$). Mientras nos alejamos de esta zona vemos que el flujo, comienza a estabilizarse nuevamente y llega casi a los mismos valores de

entrada comprobando con esto que el flujo gracias a la viscosidad del mismo, tiende a tomar su forma original cuando no hay algún cuerpo que perturbe su paso.

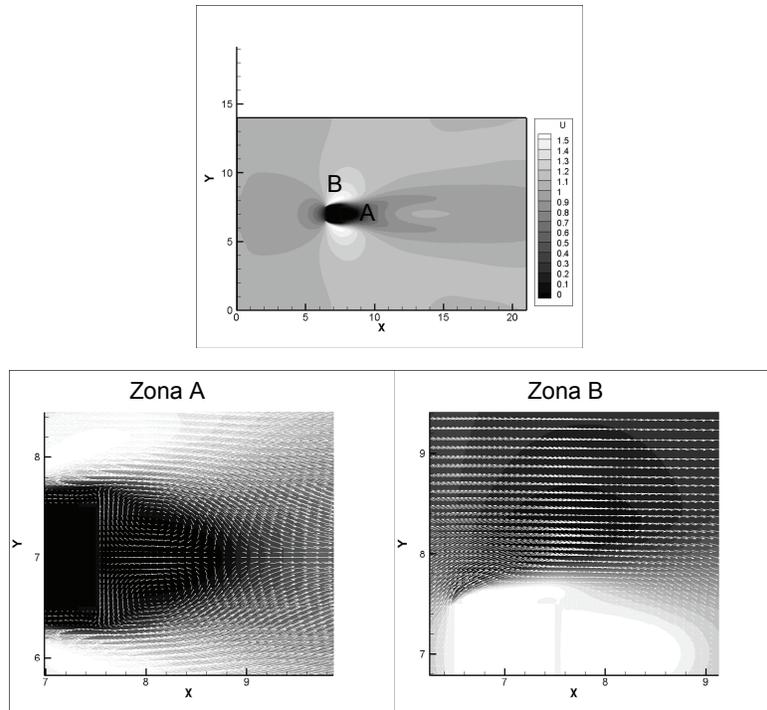


Figura 23. Contornos de la componente de la velocidad U (arriba). Contornos de la componente de la velocidad U con un zoom y presentando los vectores (u,v) (abajo).

5.2.1.1.2 Componente V de la velocidad.

En la Fig. 24 podemos observar el comportamiento y los contornos de la componente de la velocidad V la cual nos indica que la velocidad va en dirección Y con respecto a nuestro dominio de cálculo. La componente V en la velocidad dice si esta actúa de arriba hacia abajo (negativa) y de abajo hacia arriba (positiva). También podemos observar que ésta casi no tiene modificaciones, pero en cuanto la velocidad en componente V comienza a sentir al cuerpo comienza a variar cuando choca con la sección transversal, la componente de la velocidad V tiene variación máxima junto a la pared 1 de la sección transversal cuadrada, y se comienza a mover desde que choca con la sección transversal y en ese punto en el centro de la sección la velocidad se parte en dos, una sección positiva y una negativa, las dos secciones tienen los mismos valores pero uno negativo y otro positivo, haciendo énfasis en esa sección vemos los máximos valores se encuentran en la parte más cercana a la pared 1 de la sección y especialmente en la sección donde las aristas se presentan, con esto podemos ver que, ese punto es muy importante, ya que como se mencionó es el punto donde se separa la capa límite.

También en la misma figura podemos ver qué en la parte donde está la pared número 4 de la sección transversal cerca de ella tenemos que se presentan lugares donde la velocidad tiene cambios importantes que es donde se genera la turbulencia.

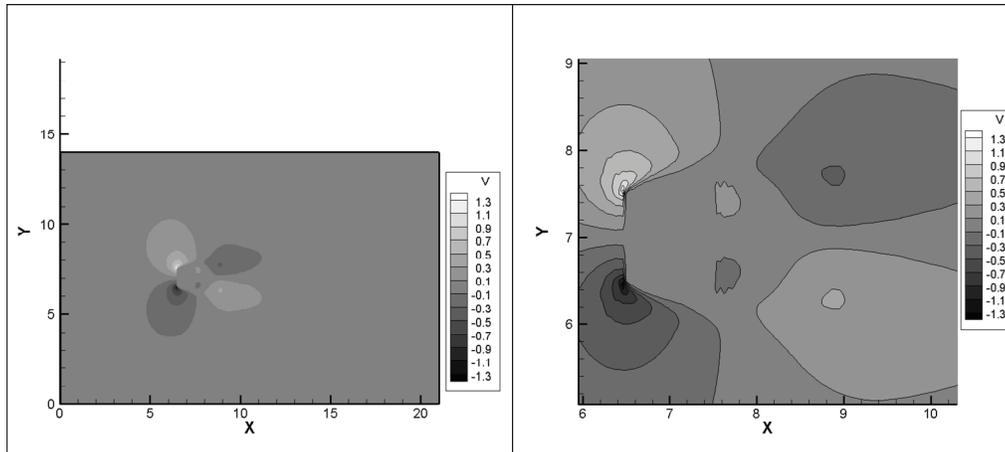


Figura 24. Contornos de la componente de la velocidad V (izquierda). Zoom al contorno de la componente de la velocidad V (derecha).

5.2.1.1.3 Componente W de la velocidad.

El promedio de la tercera componente de velocidades W es igual a cero en todo el dominio debido a que la dirección homogénea es Z, por esto no hay resultados sobre esta componente.

5.2.1.2 Contornos de Presión.

En la Fig. 25 podemos ver los contornos y los valores de la presión obtenidas en las simulaciones.

La presión tiene un valor de entrada igual a la unidad, y ésta no tiene variaciones hasta que el flujo comienza a sentir la presencia del cuerpo, el flujo comienza a variar incrementándose cada vez mas mientras el flujo se acerca a la sección transversal cuadrada teniendo un valor máximo ($P_{max}=1.2$) en la pared 1 de la sección transversal, esto es debido a que el flujo se concentra en esa parte y es la región en la cual las componentes de la velocidad comienzan a variar.

Viendo los contornos de presión es posible darse cuenta que en y cerca de las paredes 2 y 3 de la sección hay presiones bajas (Fig. 25), y que también nos muestra el punto donde se separa la capa límite, debido a esto la sección comienza a vibrar por la aparición de vórtices provocando en esas zonas lugares donde hay recirculación de flujo. Este fenómeno es el fenómeno llamado lock in y lock on el cual provoca que aumente o disminuya la presión y que cambie la forma de moverse del cuerpo parándolo o empujándolo, dependiendo de cómo se esté moviendo la sección transversal [14]. Este fenómeno es muy importante ya que hace que incremente o disminuya nuestro

coeficiente de sustentación debido a las presiones instantáneas que veremos más adelante en la sección transversal que presentaremos más adelante. Cuando se hace vibrar un cuerpo es como si uno tuviera un cuerpo más grande, y de ahí la razón que los contornos de presión tienen un valor bajo en la cara 2 y 3 de la sección.

Junto a la pared 4 podemos observar que está cerca el lugar donde el valor de la presión es mínimo (0.7), en este lugar es donde los vórtices mas grandes se generan y también es la zona en que el cuerpo tiende a ser jalado hacia atrás gracias a la fuerza de arrastre que presentaremos más adelante. En la misma figura podemos observar los contornos de presión junto con los vectores (u,v) que nos indican que lugar es el cual aparece la mayor cantidad de las recirculaciones.

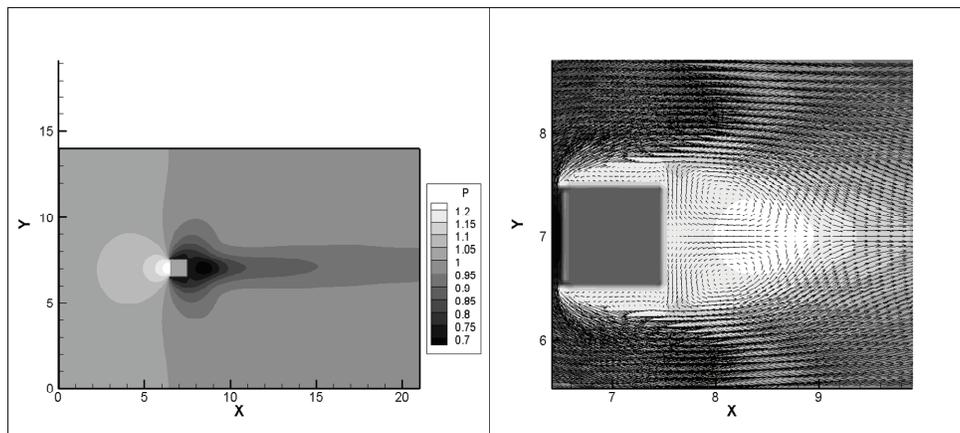


Figura 25. Contornos de presión (izquierda) presentados con los vectores (u, v) en zoom para ver de dónde salen en promedio la vorticidad en la sección de estudio (derecha).

5.2.1.3 Valores RMS (fluctuaciones)

Los valores RMS son valores que son complementarios a los promedio para poder tener una visión completa del fenómeno, estos nos dicen que tanto se mueve una partícula si se le inyecta energía de otra partícula, es decir si una partícula con dirección de la velocidad U le inyecta energía de otra con dirección U se puede ver como esta tiende a moverse, sumando estos valores más los valores promedio tenemos lo que es el resultado total de nuestro estudio.

5.2.1.3.1 $u'u'$ (u RMS).

Las fluctuaciones $u'u'$ son partículas que se les inyecta energía turbulenta en la componente U de la velocidad U_0 , estas fluctuaciones nos dicen cual es el esfuerzo normal de los esfuerzos de Reynolds en la dirección X que sirven para resolver las ecuaciones del fenómeno.

Contornos de fluctuaciones $u'u'$.

En la Fig. 26 podemos observar las fluctuaciones $u'u'$ que actúan sobre la sección transversal cuadrada, estas fluctuaciones no reportan ningún cambio hasta que están muy cerca de las aristas de la sección transversal teniendo como valores máximos los lugares cercanos a las paredes 2 y 3, para esto vemos que en esa parte las fluctuaciones mayores en la dirección U son lugares donde puede generarse mayor número de recirculaciones, viendo así que nuestros valores obtenidos en la presión, son lugares en que el flujo se perturba mas, extendiéndose a la parte trasera de la sección en la cual si vemos la turbulencia es la parte donde existe mayor valor de ella. También si observamos los contornos de las fluctuaciones $u'u'$ junto con los vectores (u,v) podemos decir que el mayor número de estas fluctuaciones tienen lugar en la parte cercana al lugar donde se generan en promedio los vórtices y el gradiente de velocidad es máximo, lo que nos dice que la mayoría de estas fluctuaciones son gracias a la vorticidad. Estas fluctuaciones se concentran en la parte donde la presión es menor comprobando que son debidas a las recirculaciones.

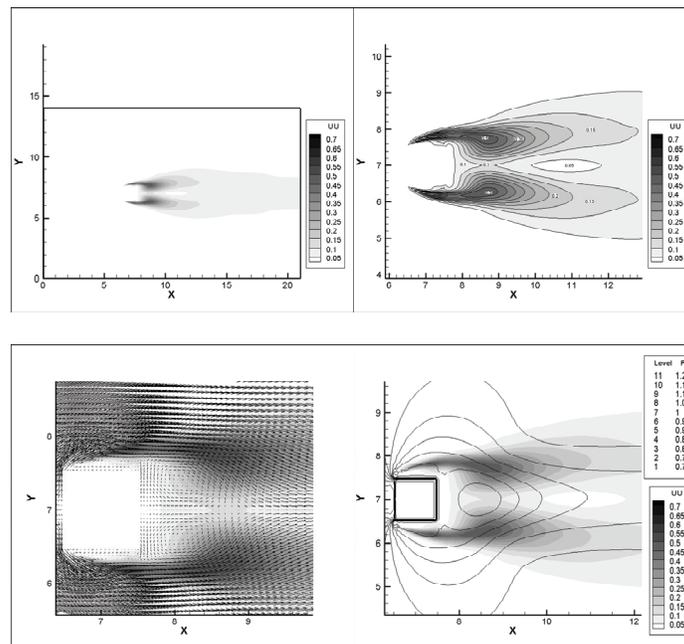


Figura 26. Contornos $u'u'$. Con valores (arriba izquierda), con zoom y valores importantes (arriba derecha), con vectores (u,v) (abajo izquierda), contornos de presión con líneas de flujo $u'u'$ (abajo derecha).

5.2.1.3.2 $v'v'$ (v RMS).

Las fluctuaciones $v'v'$ indican el esfuerzo normal en la dirección Y. En la Fig. 27 podemos observar que no hay cambios de esfuerzo solo en la parte de atrás de la sección transversal cuadrada, observando esta parte vemos que las fluctuaciones $v'v'$ se concentran más en la zona A de la figura, viendo así que esa parte es donde se tiene que es la sección trasera de donde se genera la

vorticidad en promedio. Estas fluctuaciones se extienden hasta el final del dominio de cálculo pero mientras más se acerca a la parte derecha del dominio, estas se van disipando gracias a la viscosidad misma del fluido. Observando la Fig. 27, tenemos que las fluctuaciones en su mayor valor se encuentran cerca de donde se tiene la menor presión promedio del fenómeno y que estas se encuentran también en la zona donde el flujo con vectores (u, v) comienza a desplazarse con el mismo sentido con el que entra y que es el mismo lugar donde el gradiente de velocidades es máximo.

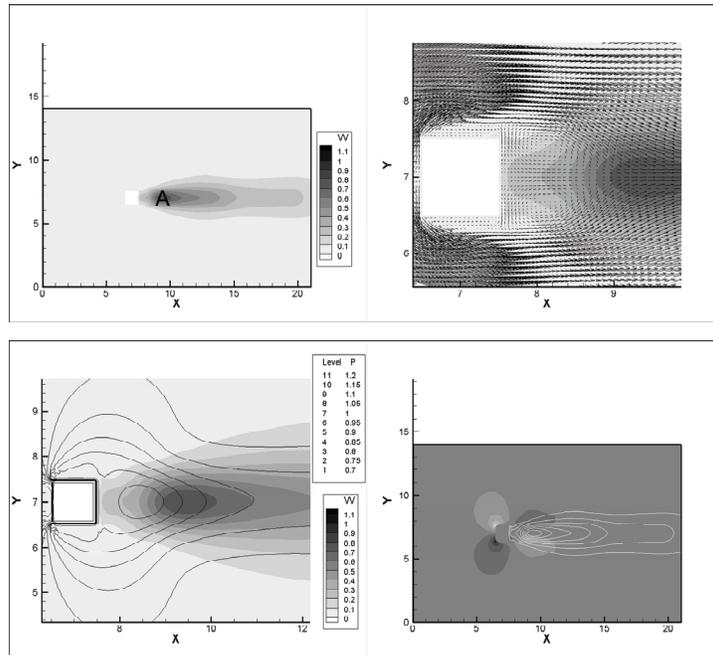


Figura 27. Contornos de las fluctuaciones $v'v'$. Contorno (arriba izquierda), con vectores (u, v) (arriba derecha), contorno con líneas de flujo de presión promedio (abajo izquierda), contorno de velocidad V promedio con líneas de flujo $v'v'$ (abajo derecha).

5.2.1.3.3 $w'w'$ (w RMS).

Las fluctuaciones $w'w'$ nos dicen cual es la magnitud del esfuerzo normal en la dirección Z . En la Fig. 28 podemos ver que no tiene variaciones, solo en la parte trasera de la sección transversal cuadrada con valores máximos en la región central cerca de donde se genera la menor presión que es donde se generan las recirculaciones de flujo y el gradiente de velocidades es máximo, y al igual observando los contornos vemos que su mayor valor de estas fluctuaciones es donde el flujo comienza a ir en la misma dirección que la de entrada y justo atrás donde se tiene que es la región de mayor recirculación de flujo observándola con los vectores (u, v).

Los valores de las fluctuaciones $w'w'$ son muy pequeños debido a que Z es la dirección homogénea y puede variar en menor magnitud que las otras dos direcciones.

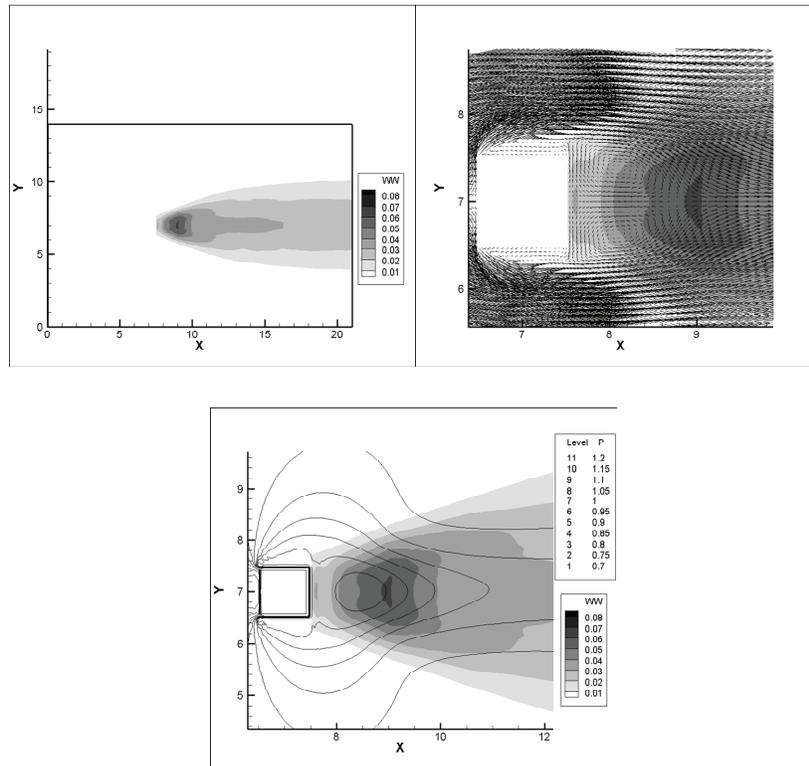


Figura 28. Contornos de las fluctuaciones $w'w'$, contorno (arriba izquierda), zoom al contorno de las fluctuaciones $w'w'$ son vectores (u, v) (arriba derecha), contorno $w'w'$ con líneas de flujo de presión promedio (abajo).

5.2.1.3.4 $u'v'$ (uv RMS).

Las fluctuaciones $u'v'$ nos dicen cual es el esfuerzo cortante en la dirección Z de los esfuerzos de Reynolds. Estos valores indican si son más blancas que van en dirección positiva (arriba) y si son más oscuras estas van en dirección negativa (abajo).

En la Fig. 29 podemos ver en la parte cercana a la cara 2 y 3 de la sección hay fluctuaciones cortantes, esto comprueba lo antes mencionado que en esa parte de los contornos se generan recirculaciones, también cerca de la cara 4 del cilindro podemos observar mas fluctuaciones que son generadoras de vórtices, donde se puede ver mayor cantidad de fluctuaciones es donde se conjuntan las fluctuaciones u' con las v' que en esta parte es donde hay mucha más turbulencia y esto nos dice que el flujo tiende a ir hacia la parte trasera de la sección lo cual nos traduce que la mayor turbulencia se produce en esa zona cercana a la de baja presión y que el flujo tiende a recircular como lo dice con los contornos de presión y los vectores de velocidad.

Observando las fluctuaciones $u'v'$ con líneas de flujo de presión podemos ver que estas se generan siempre muy cerca de donde los gradientes de velocidad son máximos, donde los valores de presión son mínimos, y también que estas tiende a ir hacia esa zona donde la presión es mínima. Observando los vectores (u,v) con los contornos de las fluctuaciones $u'v'$ podemos darnos

cuenta que al igual que todas las demás fluctuaciones aparecen exactamente atrás de donde se tiene la mayor recirculación promedio.

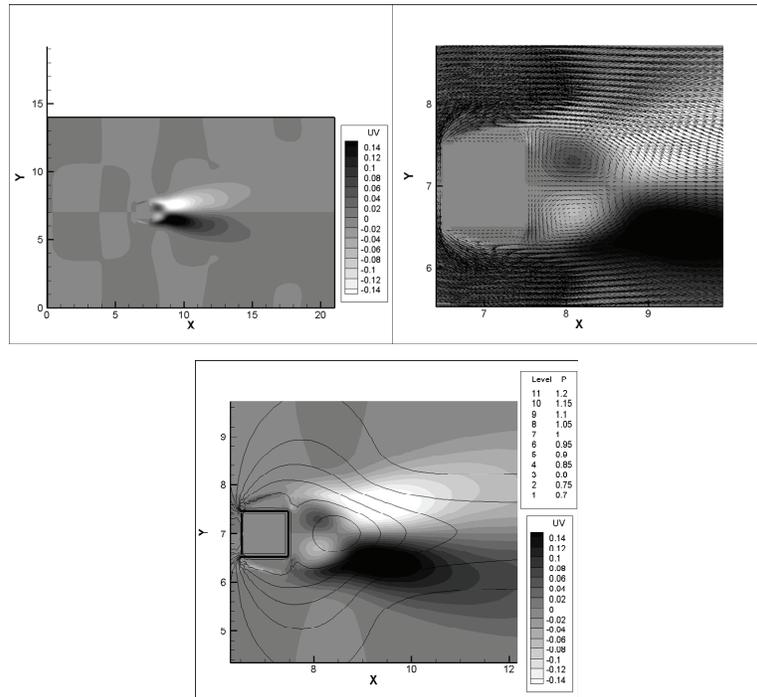


Figura 29. Contornos de las fluctuaciones $u'v'$ presentados con flujo (arriba izquierda), con líneas de flujo de presión (arriba derecha) y con vectores (u,v) (abajo).

5.2.1.4 Coeficiente de arrastre y coeficiente de sustentación (C_D , C_L).

En la primera sección de resultados presentamos como se obtiene el coeficiente de arrastre y sustentación en nuestro trabajo de tesis, ahora en la siguiente sección presentamos nuestros resultados de la simulación numérica a través de la sección transversal cuadrada sin vibración impuesta a la sección transversal.

En la Fig. 32 podemos observar la gráfica del coeficiente de arrastre y la gráfica del coeficiente de sustentación en su variación con el tiempo. Podemos ver que estos valores van fluctuando conforme el tiempo transcurre y tiene máximos y mínimos los cuales son puntos interesantes para su estudio y por eso cuando se obtiene el promedio pareciera que a la sección no le ha pasado nada y por lo cual nos da un valor cercano a cero en la sustentación como resultado, y en cuanto al arrastre siempre tiene valores significativos ya que observando los promedios de presión siempre se tiene que hay una presión alta cerca de la cara 1 de la sección transversal y una presión baja cerca de la cara 4 de la misma.

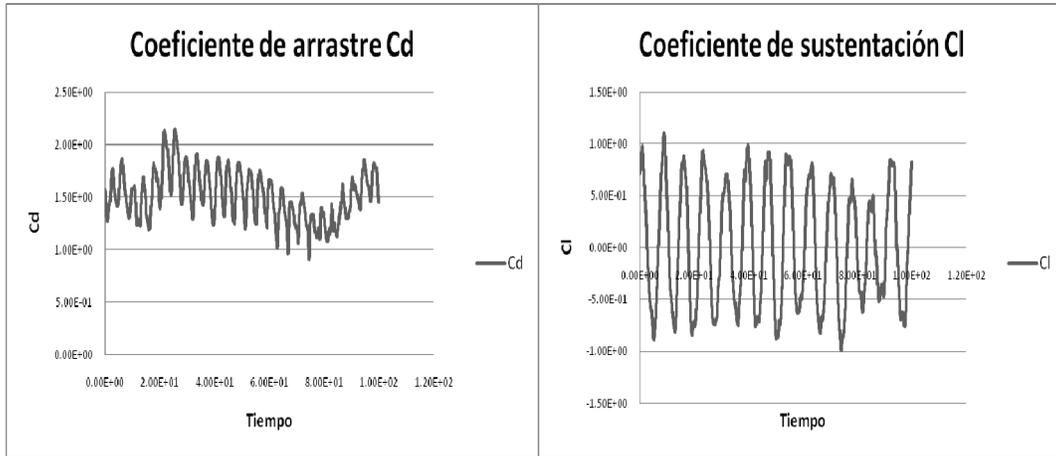


Figura 30. Gráfica de coeficiente de arrastre (izquierda) y de sustentación (derecha).

Los resultados obtenidos para el coeficiente de arrastre y sustentación promedio, su desviación estándar y la suma del promedio mas la desviación son:

	Cantidad
Promedio CD	1.515455752
Promedio CL	0.022652294
Desviación estándar CD	0.235279593
Desviación estándar CL	0.576361942
Promedio más desviación CD	1.750735344
Promedio menos desviación CD	1.280176159
Promedio más desviación CL	0.599014237
Promedio menos desviación CL	-0.553709648

Tabla 2.

En la tabla 2 podemos observar que el coeficiente de sustentación promedio es de magnitud importante comparado con el de arrastre que es casi cero; esto debido a que en promedio la sustentación actúa de igual manera en las caras 2 y 3 de la sección y por tanto se podría decir que es cero. En tanto el coeficiente de arrastre es importante ya que como vimos en los promedios de presión tenemos que hay presiones altas y bajas importantes en la parte cercana a las caras 1 y 4 de la sección transversal respectivamente, y llega a tener un valor promedio cercano a 1.5.

En tanto si sumamos la desviación estándar mas el promedio de el arrastre y la sustentación tenemos que el arrastre aumenta y la sustentación también llegando esta a tener el valor de más de la tercera parte del arrastre y entonces esto nos dice que la sustentación se vuelve una variable de importancia en ciertos puntos donde puede provocar que la sección pueda levantarse. Si le restamos al promedio la varianza tenemos el mismo resultado pero ahora la sustentación representa 0.4 veces el arrastre.

5.2.1.5 Estructuras turbulentas.

Las estructuras turbulentas son presentadas por medio de iso-superficies de presión y Q . Las iso-superficies como su nombre lo dice son superficies que son de un mismo valor, o sea actúan como un filtro de valores, estas iso-superficies están formadas por varios slices del flujo, por lo que se puede ver la tridimensionalidad del mismo; los slices son contornos que en conjunto sirven para caracterizar al flujo y poderlo visualizar tridimensionalmente, pero uno solo es simplemente un plano en cualquier dirección del flujo.

En la Fig. 31 podemos ver un par de slices de los cuales se conforman las iso-superficies, primero viendo los de presión en los cuales vemos el camino de Von Kármán y el fenómeno de lock-in y lock-on en la sección transversal; y los de velocidad que los cuales nos sirven para calcular las iso-superficies Q .

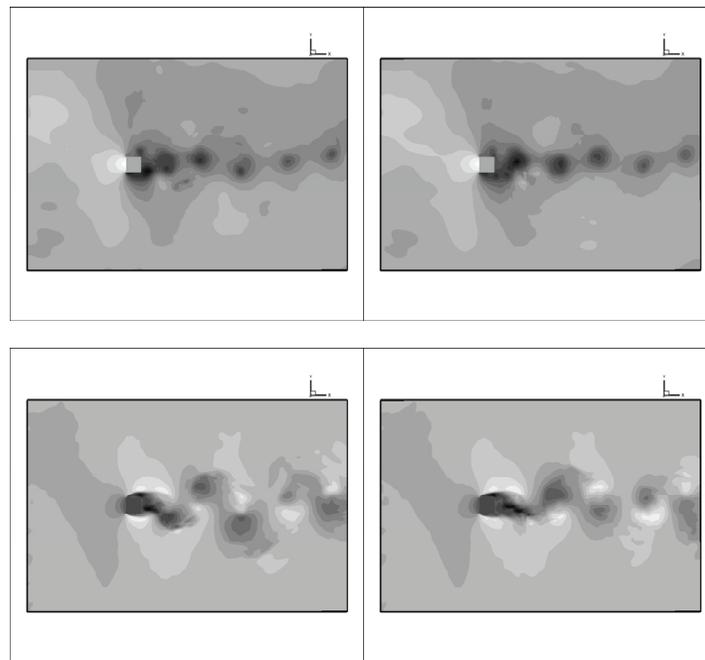


Figura 31. Slices de presión (arriba) y de velocidad (abajo) en los planos $k=1$ (derecha) y $K=40$ (izquierda) respectivamente.

5.2.1.5.1 Iso-superficies Q .

Las iso-superficies de criterio Q son el segundo invariante del tensor gradiente de velocidad.

En esta parte de los resultados presentamos las iso-superficies Q (son una forma de medir la vorticidad) y de presión, que son las variables más importantes para conocer más a fondo nuestro fenómeno. Las iso-superficies como su nombre lo dice son superficies que manejan el mismo valor, por ejemplo si el valor de la iso-superficie Q es 100 solo mostrará aquella iso-

superficie cuyo valor es el mismo, es decir son como un filtro de valores y mostraran solo mas iso-superficies que contengan el valor 100. Las iso-superficies Q muestran cómo se comporta la turbulencia (energéticamente hablando) el flujo, esto nos dice que a tal valor de Q tenemos tanta magnitud de vorticidad.

En la Fig. 32 podemos observar la iso-superficie Q 100 coloreada con los contornos de presión que nos indican cuales son los lugares donde es mayor la energía de la vorticidad y donde es generada esta misma en tres y dos dimensiones para identificar mejor los lugares, en la misma figura podemos observar una iso-superficie de presión con valor de 0.85 con la cual identificamos que lugares son los que hay vorticidad considerable y un slice de presión en el cual nos referimos a él para ver donde es el lugar donde existen las recirculaciones.

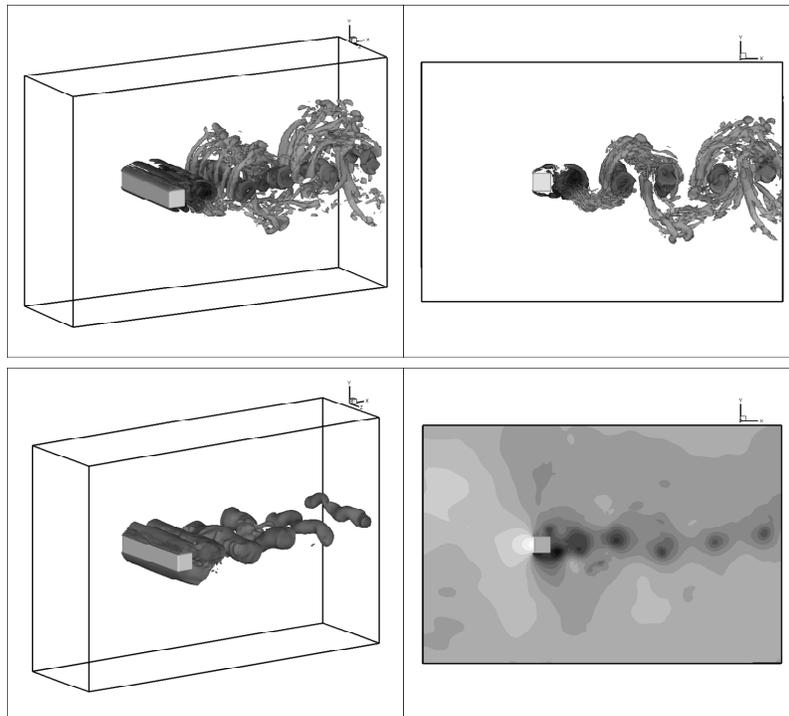


Figura 32. Iso-superficie Q=100 en 3d (arriba izquierda), Iso-superficie Q=100 en 2d (arriba derecha), Iso-superficie P=0.82 en 3d (abajo izquierda), slice de presión (abajo derecha).

En la Fig. 33 podemos observar que mientras menor valor de Q tengamos más notable es la vorticidad, pero al cambiar este valor y ponerlo a un valor en el que sea visible la vorticidad tenemos que esta es más energética, razón por la cual la coloreamos con los contornos de presión para observar mejor que donde la presión es menor es el lugar donde se genera la vorticidad de mayor energía.

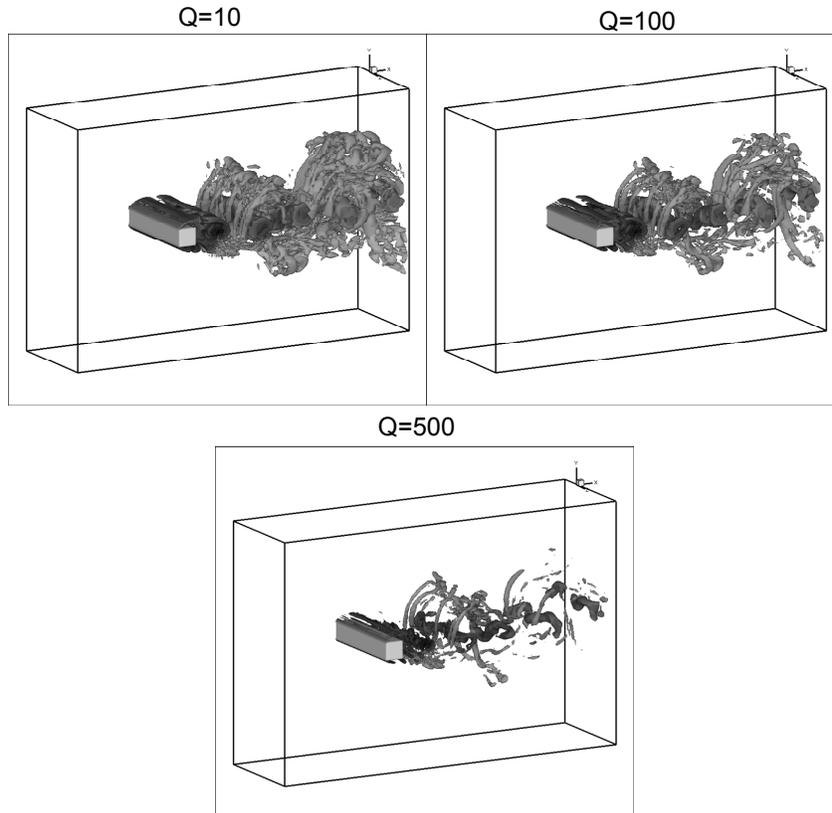


Figura 33. Turbulencia coloreada con la presión, con $Q=10$ (arriba izquierda), $Q=100$ (arriba derecha) y $Q=500$ (abajo) para notar que turbulencia es mas energética.

5.2.1.5.2 Iso-superficies de presión.

Las iso-superficies de presión nos indican que lugares son donde uno tiene un mismo valor de presión, estas sirviéndonos para ver en que parte del flujo la turbulencia es de mayor energía. También estos valores de iso-superficies nos sirven para poder ver y comprobar en qué lugar tendríamos más arrastre y sustentación en nuestra sección y el porqué de su vibración, si lo vemos en slices y como se van moviendo estas mismas ya sea acercándose o alejándose de la sección transversal.

En la Fig. 34 podemos ver que la presión menor valor está más cercana a la sección transversal y que esta es donde se genera la vorticidad más energética, y que mientras le aumentamos el valor de iso-superficie esta nos va mostrando otros lugares donde la vorticidad es menos energética pero también es importante para poder visualizar hacia donde el flujo tiende a girar.

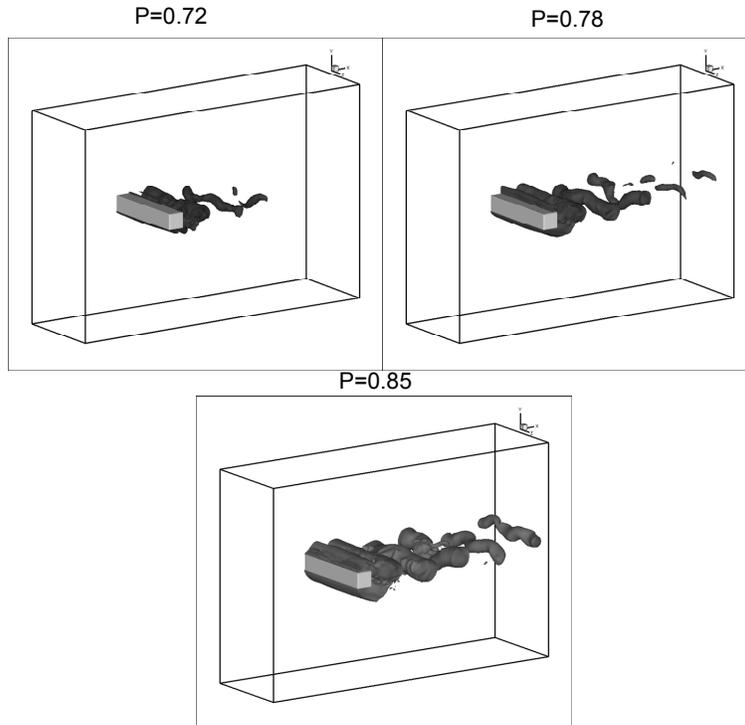


Figura 34. Iso-superficies de presión las cuales muestran iso-superficies a valores $P= 0.72$ (arriba izquierda), $P= 0.78$ (arriba derecha) y $P=0.82$ (abajo).

5.3 Cambios en la topología del flujo debido a la vibración.

En nuestro trabajo de tesis simulamos el flujo a distintos valores de frecuencia, como presentamos en la tabla 1, podemos ver que las frecuencias revisadas son la simulación sin frecuencia impuesta, simulación con frecuencia natural, y la simulación con el doble de la frecuencia natural, además de las simulaciones con frecuencia natural impuesta con un mayor desplazamiento de la sección transversal. El valor de la frecuencia natural se obtuvo de un trabajo anterior de tesis en el cual se simuló para la misma sección transversal pero en este caso a diferentes números de Reynolds obteniendo de estas simulaciones el número de Strouhal el cual nos dice a que frecuencia vibra la sección transversal cuando el flujo turbulento pasa a través de ella. A continuación presentamos los resultados obtenidos de nuestras simulaciones haciendo comparaciones entre ellas y con resultados obtenidos por otros investigadores, observando las diferencias entre cada uno de los resultados.

5.3.1 Comparación entre los valores promedio

5.3.1.1 Velocidad promedio.

5.3.1.1.1 Componente U de la velocidad.

En la Fig. 35 podemos observar los valores promedio para la velocidad, todas concordando en que no siempre tendremos un aumento o disminución de

nuestros valores, lo cual indica que nuestra vorticidad depende mucho de los valores de vibración que usemos, podemos observar que no hay una tendencia a disminuir o aumentar los valores de la componente de la velocidad U.

En la Fig. 35 podemos observar que al aumentar la vibración de la sección a la frecuencia natural en que vibra la misma se tiene que la región donde la componente de la velocidad U es menor, esta disminuye y que la región donde la velocidad tiene un valor máximo también disminuye, y si volvemos a aumentar la vibración al doble de la frecuencia natural, esta misma región donde la componente de la velocidad es menor aumenta de tamaño lo mismo que con la región donde la componente de la velocidad U es mayor.

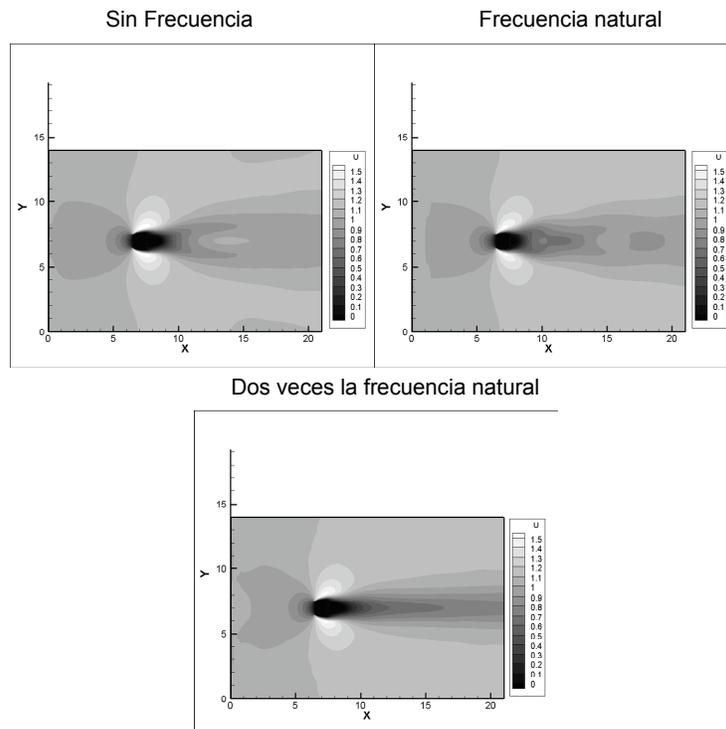


Figura 35. Contornos de la componente de la velocidad U promedio para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

En la Fig. 36 podemos ver que hay casos en que aumenta la región donde los valores de U promedio son mayores y en otras disminuye esa región, y también se puede observar que en donde aumenta la región donde los valores de la componente de la velocidad U es menor, aumenta la región donde los valores de la misma componente. Los cual nos dice que hay casos en los que puede ser mayor la vorticidad o menor. Cuando aumentamos el desplazamiento de la sección a un 20% podemos observar que la región donde la componente de la velocidad es mayor al igual que la región donde esta misma componente es de menor valor. Si aumentamos el desplazamiento de la sección a un 30% observamos que la región donde la componente de velocidad tiene un mayor valor disminuye drásticamente al igual que la región donde el valor de la misma componente es menor.

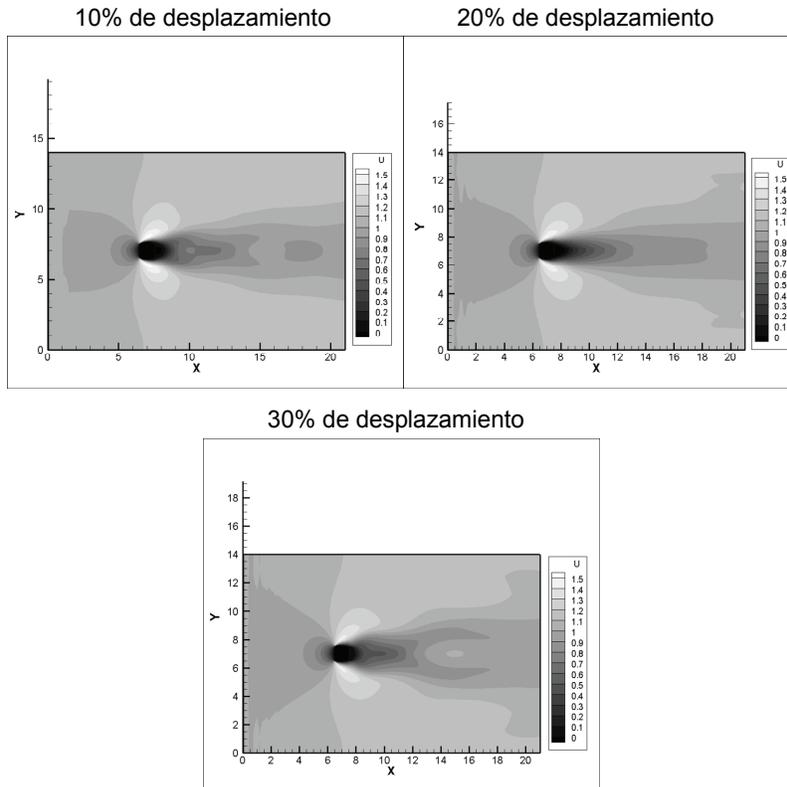


Figura 36. Contornos de la componente de la velocidad U promedio para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

5.3.1.1.2 Componente V de la velocidad.

En la componente V de la velocidad podemos observar muy pocas diferencias ya que son de valores muy pequeños y casi sin importancia pero tenemos que mencionar.

Al observar la Fig. 37 al aumentar la velocidad de vibración de la sección a la velocidad de la frecuencia natural de aparición de los vórtices, podemos ver que las regiones tanto positivas como negativas disminuyen, y al volver a aumentar la velocidad de vibración al doble de la frecuencia natural, las regiones se hacen más débiles y de menor valor pero se hacen un poco grande transversalmente hablando. En conclusión, se conserva el mismo comportamiento del flujo, al chocar con la sección se divide el flujo en valores positivos y negativos y estos tienden a regresar para unirse otra vez al pasar el cuerpo.

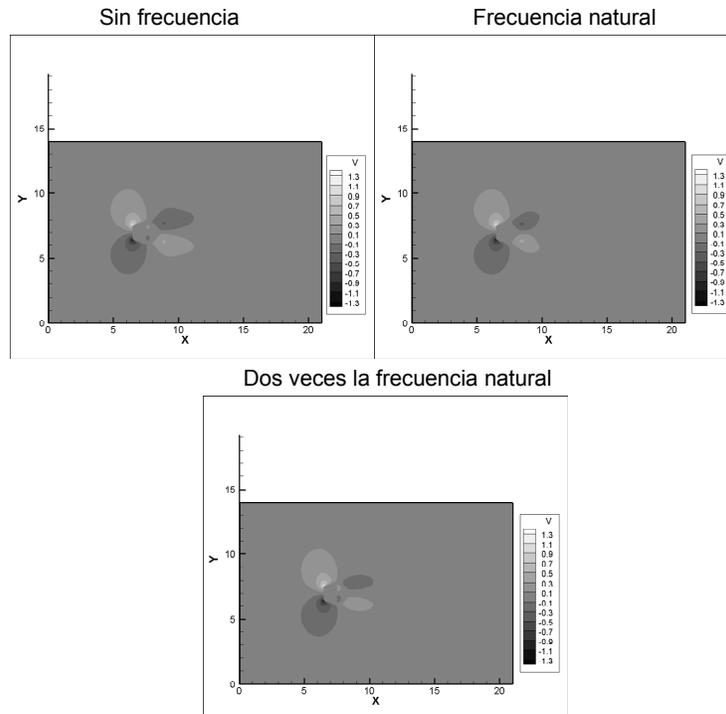


Figura 37. Contornos de la componente de la velocidad V promedio para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

Si la variable de estudio es el desplazamiento de la sección transversal como en la Fig. 38, tenemos que mientras aumente este valor se va haciendo más grande y disipándose difícilmente en el flujo tendiendo a generar otras zonas donde esta componente de la velocidad tenga un valor.

En la Fig. 38 podemos ver que al aumentar el desplazamiento de la sección a un 20% vemos que la región del flujo al pasar la sección aumenta de tamaño y si volvemos a aumentar el desplazamiento a un 30% vemos que esta misma región del flujo detrás de la sección se parte en dos.

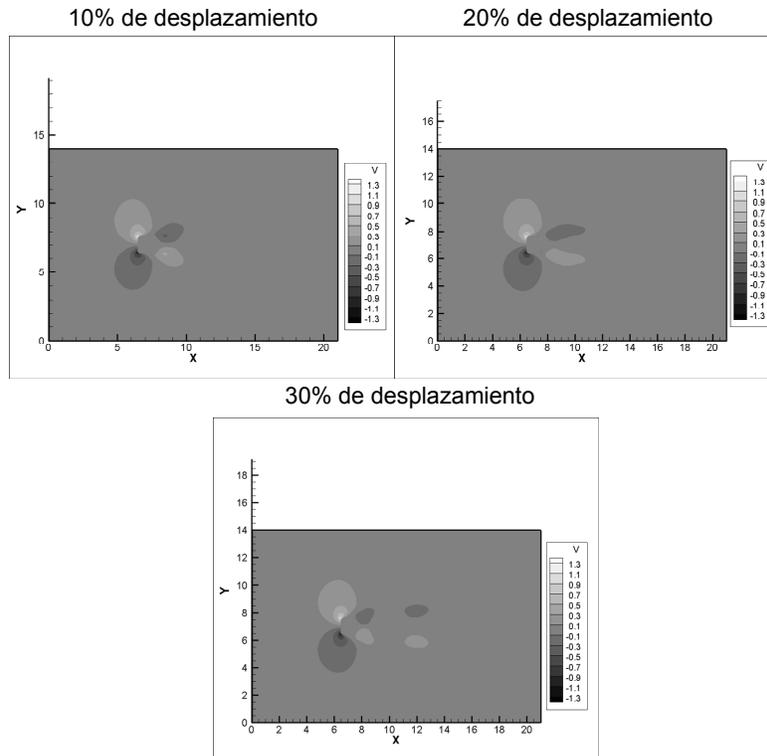


Figura 38. Contornos de la componente de la velocidad V promedio para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

5.3.1.2 Presión promedio.

Si comparamos los valores promedio de presión y observando los contornos de presión podemos ver que en la figura 39, que si nuestra variable es la vibración de la sección tenemos que la presión aumenta y disminuye dependiendo de la velocidad de vibración, no siempre puede aumentar o disminuir según lo comentado por Shuzo Murakami en el artículo CFD analysis of wind structure interaction for oscillating cylinders [13], el compara el desplazamiento de la sección con la fuerza de arrastre, no siempre obtuvo resultados que le mostraran una tendencia, si no que dependía si el desplazamiento de la sección se desfasaba con el coeficiente de arrastre y sustentación en una grafica de las dos variables, Shuzo Murajami observó que dependiendo del desfase si era positivo o negativo el coeficiente de arrastre aumentaba o disminuía.

En la Fig. 39 podemos observar que al aumentar la vibración de la sección transversal a la velocidad de la frecuencia natural de aparición de los vórtices, la región donde la presión promedio es mayor (cuando choca con la cara 1 de la sección) disminuye, y la región donde la presión promedio es menor, aumenta de valores. Al aumentar la velocidad de vibración de la sección al doble de la frecuencia natural de aparición de los vórtices, la región donde la presión promedio es de mayor magnitud, se conserva, pero la región donde la

presión promedio es de menor magnitud disminuye a un valor menor al de cuando la sección no vibra forzadamente.

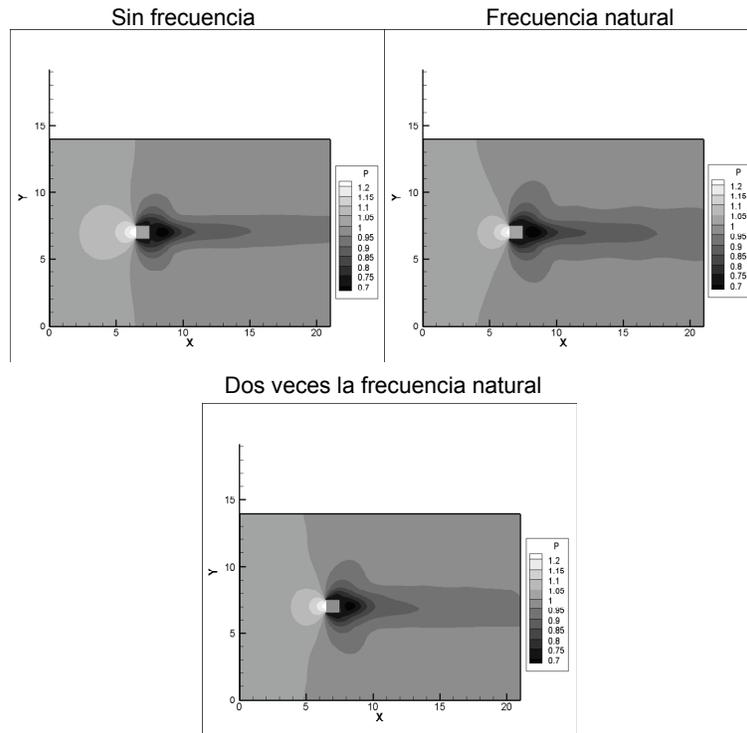


Figura 39. Contornos de presión promedio para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

En la Fig. 40, la variable de estudio es el desplazamiento de la sección, podemos ver una tendencia a que la presión tiende a disminuir de valor teniendo menor región donde la presión es de valor más pequeño comparándolo con el valor de entrada, y observamos también que la presión alta en la sección transversal va aumentando de valor, lo que nos provocaría un arrastre mayor. Al aumentar el valor del desplazamiento de un 10% a un 20% vemos que la región donde la presión es de mayor valor (cerca de la cara 1 de la sección transversal) aumenta, y la región donde la presión es de menor valor vemos que disminuye, y al aumentar el valor del desplazamiento de un 20% a un 30%, vemos que la región donde la presión es máxima aumenta de valor en gran cantidad, y la región donde la presión es mínima, vuelve a disminuir.

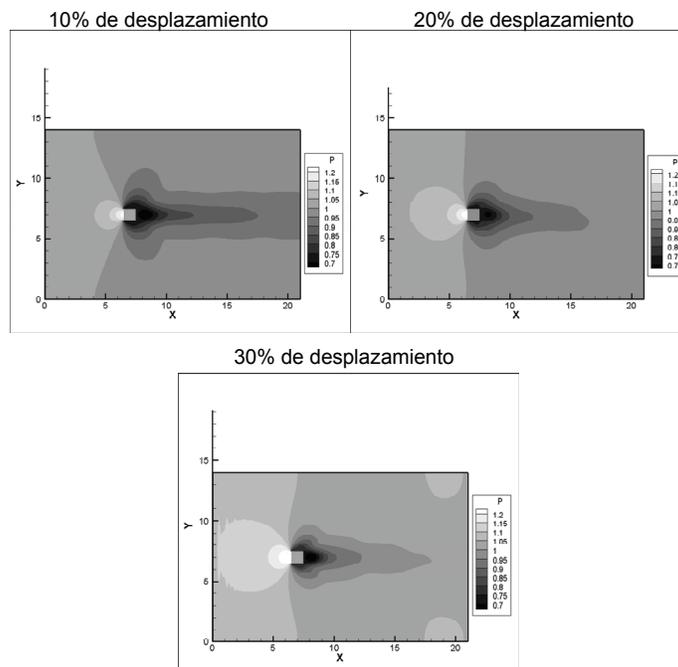


Figura 40. Contornos de presión promedio para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

5.3.1.3 Comparación entre los valores RMS (fluctuaciones).

5.3.1.3.1 Fluctuaciones $u'u'$.

En la Fig. 41 podemos ver que las diferencias entre las fluctuaciones $u'u'$ en cuanto si aumentamos la velocidad de vibración de la sección de los resultados obtenidos, si observamos las fluctuaciones son diferentes en cuanto a valores y nos muestra que puede aumentar o disminuir la fluctuación esto debido a lo que explica Shuzo Murakami que como ya fue mencionado a veces estos valores pueden ser aumentados o disminuidos. En la Fig. 41 podemos observar que al aumentar la vibración de la sección a la frecuencia natural de aparición de los vórtices, vemos que las fluctuaciones $u'u'$ aumentan de valor concentrándose en el lugar cerca de donde la presión es mínima y donde aparecen los vórtices, y también en ese mismo lugar el gradiente de velocidad es máximo, y al volver a aumentar la vibración de la sección al doble de la frecuencia de aparición de los vórtices vemos que estos valores disminuyen comparándolos con las otras fluctuaciones de las simulaciones sin frecuencia de vibración y con frecuencia forzada (frecuencia natural).

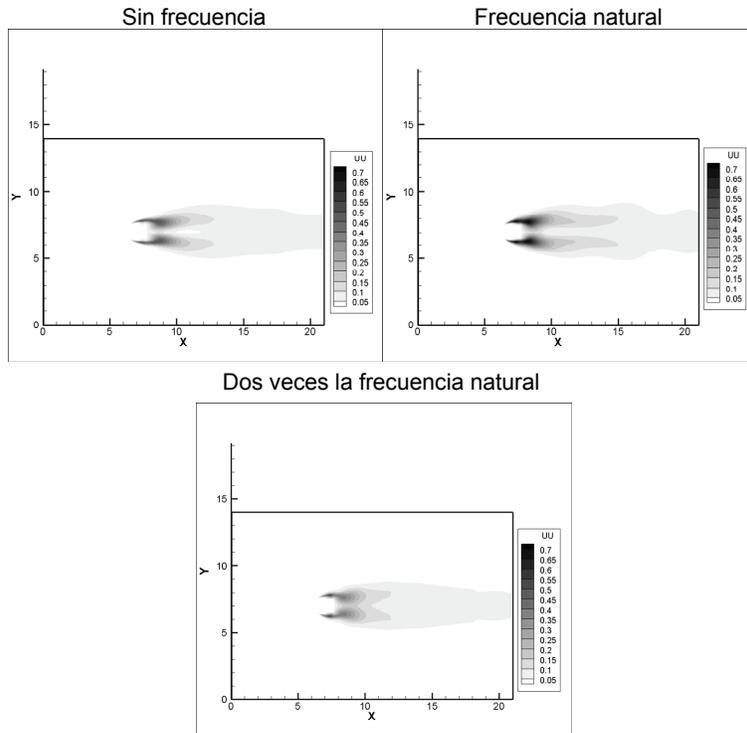


Figura 41. Contornos de las fluctuaciones $u'u'$ para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

También podemos observar el mismo comportamiento en la Fig. 42, en la cual la variable a analizar es el aumento del desplazamiento no siempre hay un comportamiento que tenga una tendencia a un aumento o una disminución de valores. Al simular el flujo aumentando el desplazamiento de la sección de un 10% a un 20% vemos que los valores de las fluctuaciones $u'u'$ disminuyen muy notoriamente y que al aumentar el desplazamiento de la sección a 30% vemos que estos valores también disminuyen comparándolos con los de la simulación con un desplazamiento de 10%, pero que son mayores a los de la simulación con 20% de desplazamiento.

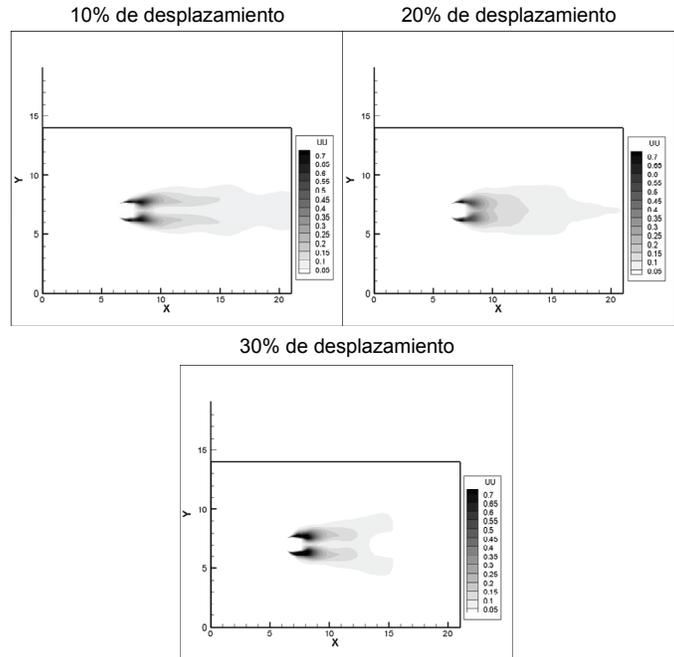


Figura 42. Contornos de las fluctuaciones $u'u'$ para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

5.3.1.3.2 Fluctuaciones $v'v'$.

En la Fig. 43 podemos ver que las diferencias entre las fluctuaciones si aumentamos la vibración vemos que este tipo de fluctuación va disminuyendo, el esfuerzo normal en la dirección Y, todo esto gracias a la viscosidad del flujo y a la disminución de las recirculaciones de flujo.

Al aumentar la velocidad de vibración a la velocidad de aparición de los vórtices vemos que los valores máximos se concentran en la parte donde la presión es mínima y mismo en la parte trasera de donde se forman los vórtices también en ese mismo lugar es donde el gradiente de velocidad es mínimo, y que las fluctuaciones comienzan a separarse, al volver a aumentar la velocidad de vibración al doble de la frecuencia natural, vemos que los valores de estas fluctuaciones disminuyen en gran magnitud.

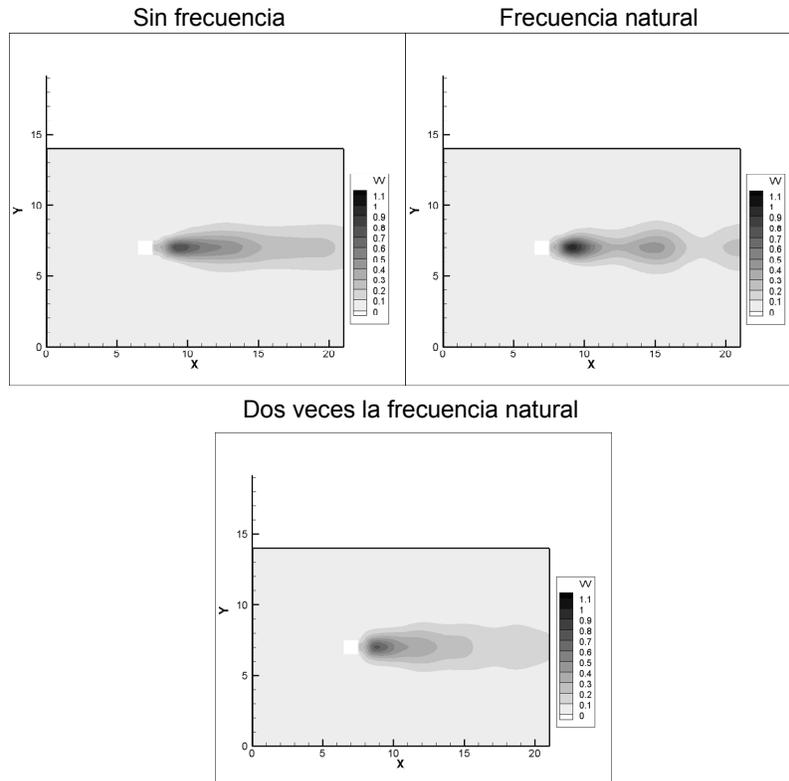


Figura 43. Contornos de las fluctuaciones $v'v'$ para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

Al observar la Fig. 44 podemos ver que las fluctuaciones al aumentar el desplazamiento de la sección, estas no tienen un comportamiento que tiendan a algo si no que hay variaciones lo cual nos comprueba que el esfuerzo normal puede aumentar o disminuir si aumentamos el desplazamiento, lo que si podemos ver es que el flujo tiende a aumentar de tamaño y a separarse en la parte derecha de nuestro dominio de cálculo, lo cual nos dice que los esfuerzos de Reynolds en esta dirección aumentan.

Al aumentar el desplazamiento de la sección de un 10% a un 20% vemos que las fluctuaciones disminuyen en gran magnitud pero comienzan a hacerse de mayor tamaño en la dirección Y del dominio de cálculo, y que al volver a aumentar el desplazamiento de la sección a un 30% las fluctuaciones aumentan de valor y de tamaño en la dirección Y del dominio de cálculo concentrándose los valores más altos en la misma región atrás de donde se generan los vórtices y la región donde la presión es mínima y el gradiente de velocidad es máximo.

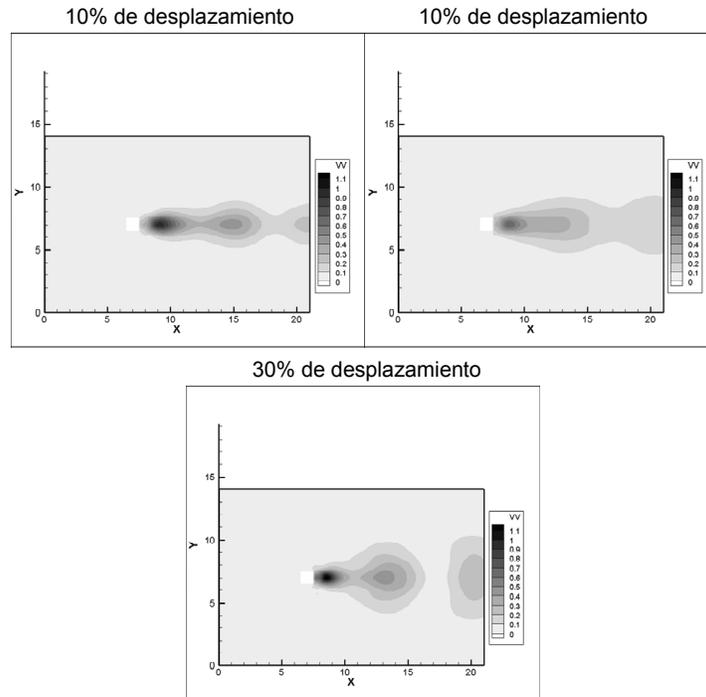


Figura 44. Contornos de las fluctuaciones $v'v'$ para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

5.3.1.3.3 Fluctuaciones $w'w'$.

En la Fig. 45 podemos ver las diferencias entre las fluctuaciones $w'w'$, si aumentamos la vibración de la sección, vemos que estas tienden a aumentar lo que nos dice que hay más variaciones en la turbulencia en la dirección Z del dominio de cálculo y que estas fluctuaciones nos provocan un flujo turbulento más pronunciado. Al aumentar la vibración de la sección a la velocidad de aparición de los vórtices, vemos que las fluctuaciones $w'w'$ aumentan de valor y que al volver a aumentar la vibración de la sección al doble de la frecuencia de aparición de los vórtices, vemos que estas fluctuaciones aumentan de valor en gran magnitud.

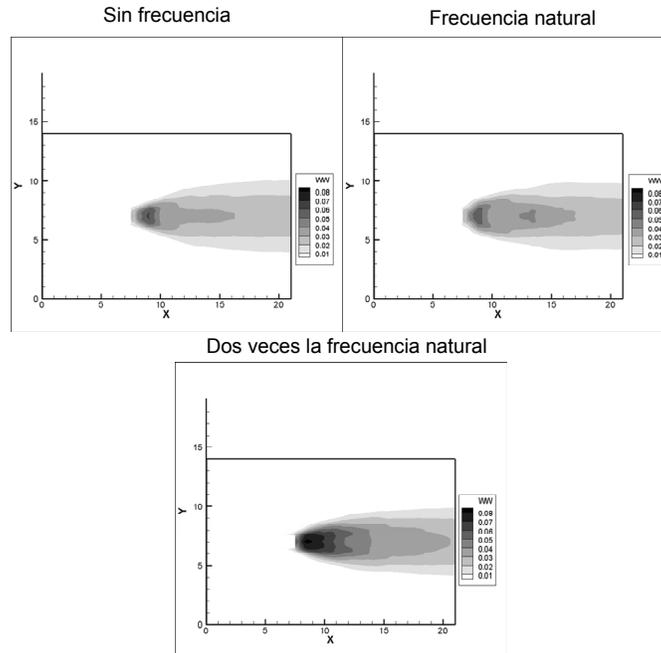


Figura 45. Contornos de las fluctuaciones $w'w'$ para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

En la Fig. 46 podemos ver las diferencias entre las fluctuaciones si aumentamos el desplazamiento de la sección no tienen una tendencia a aumentar o a disminuir si no que estas varían, lo que nos comprueba una vez mas lo ya mencionado y descubierto por Shuzo Murakami. Al aumentar el desplazamiento de la sección de un 10% a un 20%, vemos que los valores de las fluctuaciones aumentan en gran medida, y al volver a aumentar el desplazamiento vemos que estos valores disminuyen pero se ven un poco distorsionados debido a las condiciones de frontera.

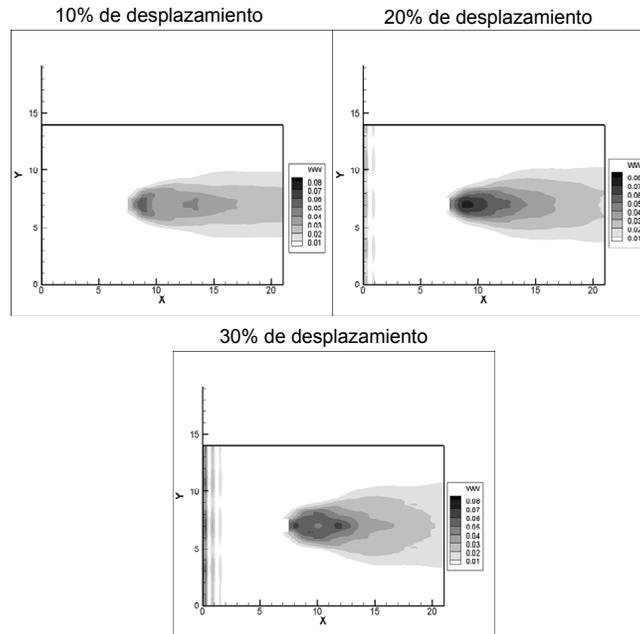


Figura 46. Contornos de las fluctuaciones $w'w'$ para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

5.3.1.3.4 Fluctuaciones $u'v'$.

En cuanto a las fluctuaciones $u'v'$ o esfuerzo cortante de los esfuerzos de Reynolds podemos observar en la Fig. 47 si la variable de estudio es el aumento de la vibración, al aumentar la vibración de la sección a la velocidad de aparición de los vórtices vemos que las fluctuaciones $u'v'$ tienden a disiparse y ser de menor valor y que al volver a aumentar la frecuencia de vibración al doble de la frecuencia de aparición de los vórtices vemos que estas fluctuaciones vuelven a disminuir de valores, en conclusión podemos ver que los valores se van disipando más hacia la parte de atrás teniendo así menor turbulencia.

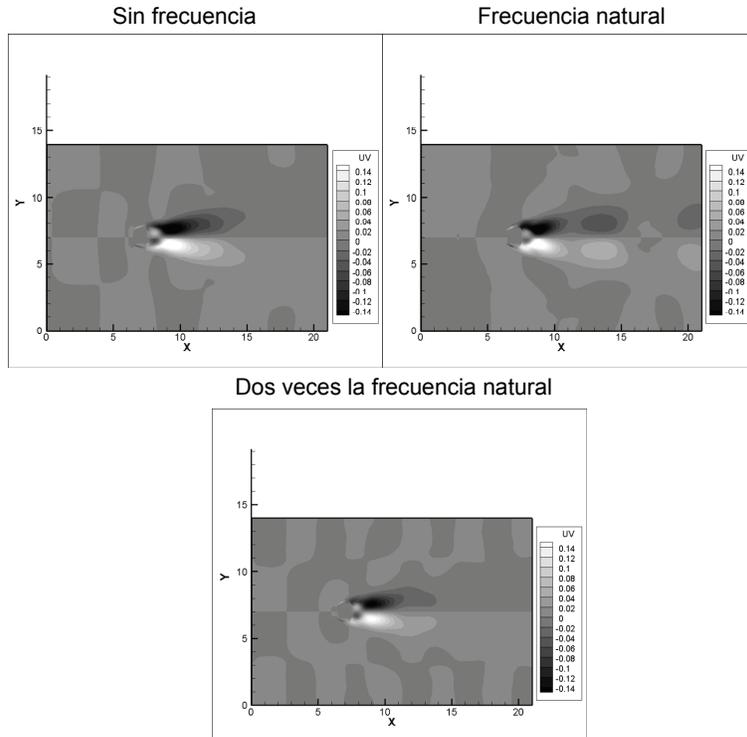


Figura 47. Contornos de las fluctuaciones $u'v'$ para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

Si la variable de estudio es el desplazamiento de la sección se puede observar en la Fig. 50, vemos que al aumentar el desplazamiento de la sección de un 10% a un 20%, los valores de las fluctuaciones aumentan y tienden a no disiparse tan fácilmente, y al aumentar el desplazamiento a un 30% vemos que aparecen fluctuaciones separadas de las primarias lo que dice que estos valores aumentan y se van acumulando en la parte trasera del perfil cuando ya ha pasado el flujo diciéndonos esto que mientras más esfuerzo cortante tenemos, la vorticidad va aumentando energéticamente en esta parte, también vemos una separación de los valores o mejor dicho que tienen otros lugares donde comienzan a aumentar y esto provoca que el flujo tenga más recirculaciones.

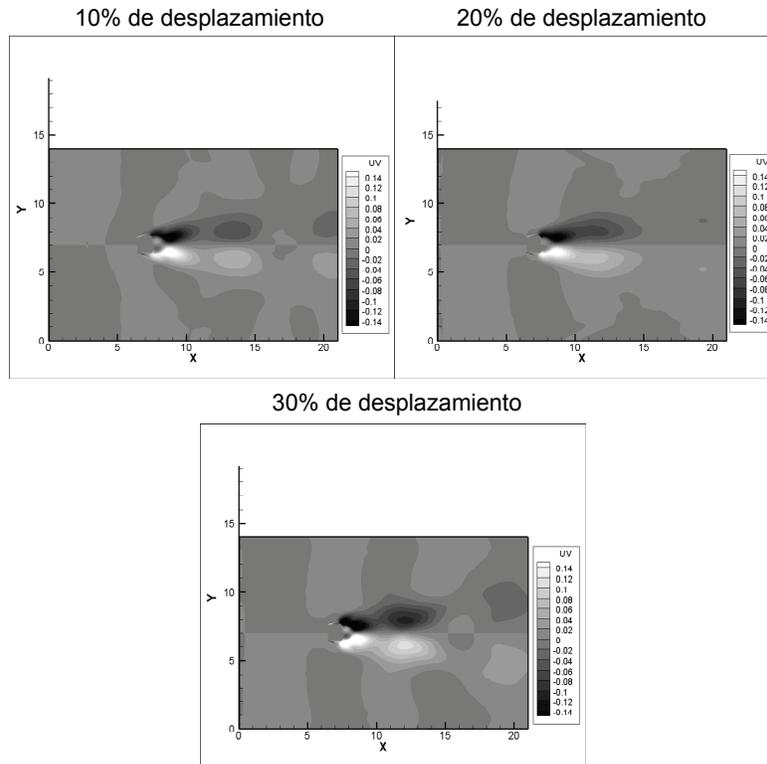


Figura 48. Contornos de las fluctuaciones $u'v'$ para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

5.3.1.4 Variación de CD y CL conforme a la vibración y desplazamiento de la sección.

Nuestra variable de estudio más importante es el coeficiente de arrastre y sustentación ya que es lo que nos podría decir que pasa con la sección si esta está sometida a un flujo y nuestro cuerpo comienza a vibrar de manera más rápida o también si esta se desplaza a cierta vibración en mayor cantidad.

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos para las simulaciones de flujo en la sección transversal variando la frecuencia de vibración y el desplazamiento de la misma.

Sin frecuencia con 10% de desplazamiento	Frecuencia 0.175 con 10% de desplazamiento	Frecuencia 0.175 con 20% de desplazamiento	Frecuencia 0.175 con 30% de desplazamiento	Frecuencia 0.35 con 10% de desplazamiento
Cd promedio 1.515455752	Cd promedio 1.291061836	Cd promedio 1.308137941	Cd promedio 1.519084209	Cd promedio 0.008054956
CI promedio 0.022652294	CI promedio -0.000917361	CI promedio 0.004120095	CI promedio 0.003641717	CI promedio 1.248408422
Desviación Cd 0.235279593	Desviación Cd 0.116881456	Desviación Cd 0.201746076	Desviación Cd 0.177167001	Desviación Cd 0.133156807
Desviación CI 0.576361942	Desviación CI 0.41306935	Desviación CI 0.446994127	Desviación CI 0.459272607	Desviación CI 0.515607806
Promedio más desviación Cd 1.750735344	Promedio más desviación Cd 1.407943292	Promedio más desviación Cd 1.509884017	Promedio más desviación Cd 1.69625121	Promedio más desviación Cd 1.381565229
Promedio menos desviación Cd 1.280176159	Promedio menos desviación Cd 1.17418038	Promedio menos desviación Cd 1.106391865	Promedio menos desviación Cd 1.341917208	Promedio menos desviación Cd 1.115251615
Promedio más desviación CI 0.599014237	Promedio más desviación CI 0.412151989	Promedio más desviación CI 0.451114222	Promedio más desviación CI 0.462914324	Promedio más desviación CI 0.523662762
Promedio menos desviación Cd -0.553709648	Promedio menos desviación Cd -0.413986711	Promedio menos desviación Cd -0.442874032	Promedio menos desviación Cd -0.45563089	Promedio menos desviación Cd -0.50755285

Tabla 3.

Observando los resultados obtenidos y presentados en la tabla 3 podemos observar que nuestro coeficiente de sustentación es casi cero en todos los casos.

En tanto el coeficiente de arrastre podemos observar que si aumentamos la vibración de la sección, vemos como este coeficiente disminuye de valor y si la variable es el desplazamiento, el valor de este coeficiente aumenta,

También obtuvimos la variación estándar de los resultados obtenidos para el arrastre y la sustentación, estos valores se los sumamos y los restamos a los promedios ya que así nos podría decir que tendencia tendríamos en los picos cuando el coeficiente de arrastre y sustentación son máximos.

Si sumamos el promedio más la desviación estándar correspondiente tenemos que, si la variable de estudio es la velocidad de vibración de la sección, podemos observar que no hay una tendencia a un aumento o a que disminuya, pero si la variable de estudio es el desplazamiento de la sección una frecuencia de vibración podemos ver que tanto el arrastre como la sustentación van en aumento. Si dividimos la sustentación entre el arrastre estos valores varían pero manteniéndose alrededor de 0.3, esto nos dice que la sustentación es casi la tercera parte de el arrastre.

Si le restamos al promedio la desviación estándar correspondiente tenemos que, el arrastre tiende a disminuir cuando aumentamos la vibración de la sección, también podemos comentar es en que en todos los casos si dividimos la sustentación entre el arrastre tenemos que este valor es mayor que 0.3 y en casos mayor que 0.4 esto nos dice que la sustentación es un valor importante y que se debe de tomar en cuenta ya que la sustentación supera la tercera parte de el arrastre. No hay tendencia de valores que podamos observar si aumentamos el desplazamiento de la sección.

5.3.1.5 Estructuras turbulentas.

En la siguiente sección de resultados presentamos las diferencias encontradas al aumentar la vibración y el desplazamiento de la sección transversal en las iso-superficies Q y de presión.

Viendo la Fig. 49 vemos que al aumentar la velocidad de vibración de la sección transversal cuadrada a la velocidad de la frecuencia de aparición de los vórtices, observamos que la turbulencia comparada con la figura de la turbulencia sin vibración impuesta existe que la turbulencia se va disipando rápidamente pero las bajas presiones (Fig. 51) se ven aumentadas muy cerca de la región donde sería la pared número 4 de la sección, y al volver a aumentar la velocidad de vibración de la sección al doble de la frecuencia natural de aparición de los vórtices vemos que este fenómeno se repite, aumentando la vorticidad con más energía cerca de la sección transversal.

En conclusión de esto, tenemos que mientras aumenta la frecuencia de vibración de la sección, podemos observar que la turbulencia se disipa más rápidamente, esto quiere decir que es menos energética en la parte derecha del dominio de cálculo, pero en respuesta a eso vemos que la vorticidad de mayor energía se concentra junto a la sección del lado derecho, donde sabemos y hemos demostrado que es el lugar donde la vorticidad es generada en primera instancia todo esto provocado por el perfil deficitario o más bien la presencia del cuerpo, esto lo podemos observar mejor en la Fig. 50 que son las iso-superficies Q en dos dimensiones. Esto puede ser comprobado observando también las iso-superficies de presión (Fig. 51) que nos dicen con un valor mínimo donde es la vorticidad más fuerte, lo que nos diría que la presión baja se va concentrando cada vez más en la parte cercana a la pared 4 de la sección transversal lo que nos provocaría un arrastre de mayor magnitud.

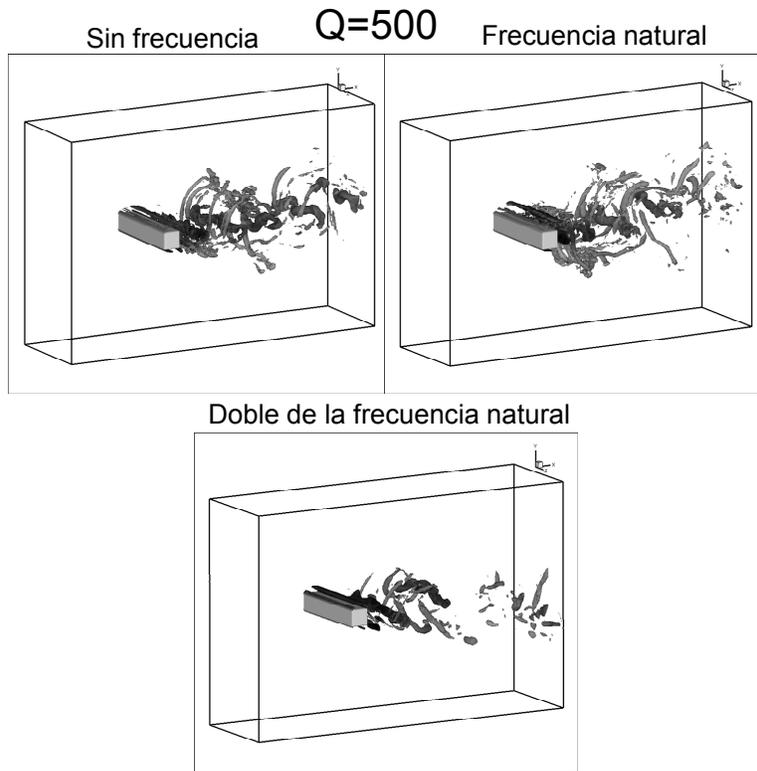


Figura 49. Iso-superficies $Q=500$ para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

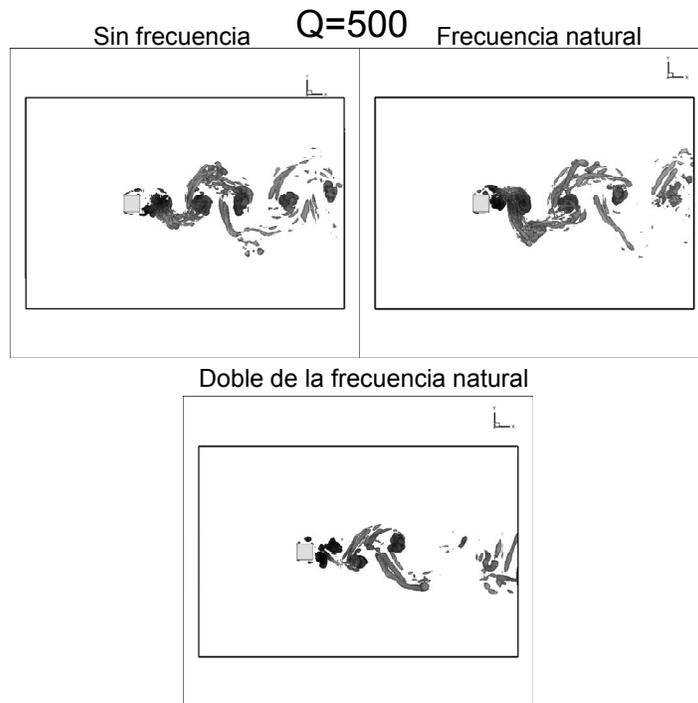


Figura 50. Iso-superficies $Q=500$ en 2d para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

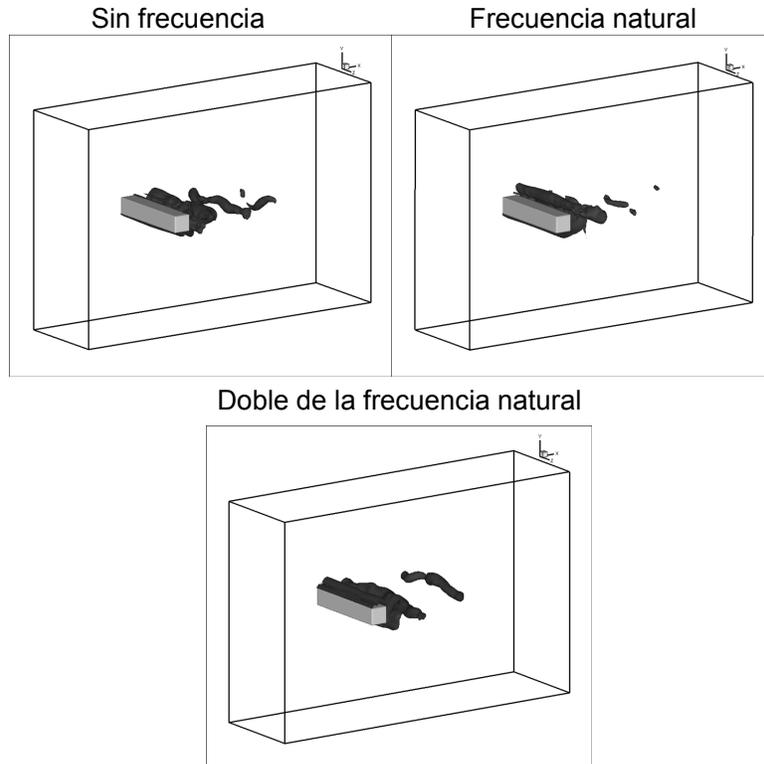


Figura 51. Iso-superficies $P=0.72$ para las frecuencias cero (arriba izquierda), frecuencia natural (arriba derecha), doble de la frecuencia natural (abajo).

Si aumentamos el desplazamiento de la sección a un 20% vemos que la turbulencia se disipa en menor cantidad pero aun se sigue acumulando en la parte trasera de la sección cerca de la pared número 4, al mismo tiempo observamos que las presiones mínimas también lo hacen y en este caso se acumulan también cerca de las paredes número 2 y 3 de la sección, y al volver a aumentar el desplazamiento a un 30% se ve el mismo comportamiento pero en menor magnitud.

En conclusión a esto, se ve el mismo comportamiento que con el aumento de la frecuencia de vibración (Fig. 52), pero en vez de aumentar los valores de vorticidad en la parte de atrás de la sección, estos parece que disminuyeran también comprobándolo también en las iso-superficies de presión (Fig. 54), viendo la misma tendencia a que la baja presión se acumule cerca de la sección transversal. Observando la Fig. 53 podemos ver mejor este comportamiento ya que son las iso-superficies Q en dos dimensiones.

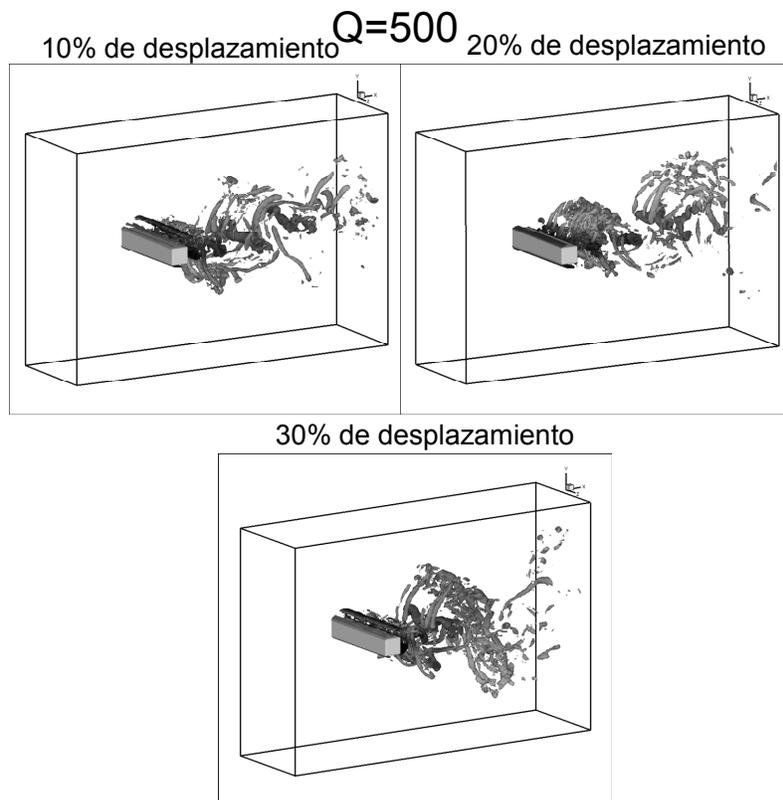


Figura 52. Iso-superficies $Q=500$ para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

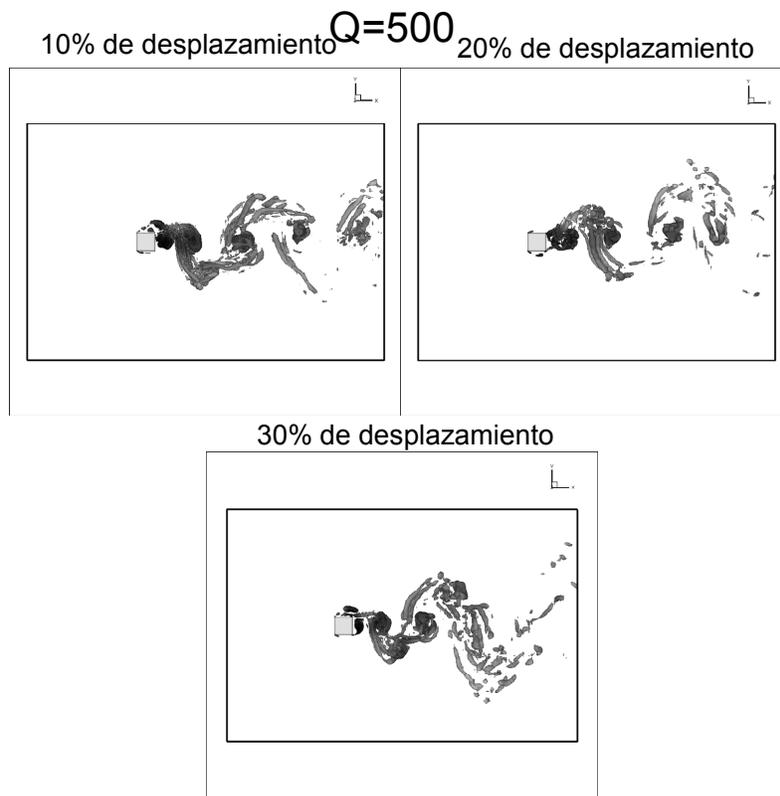


Figura 53. Iso-superficies $Q=500$ para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

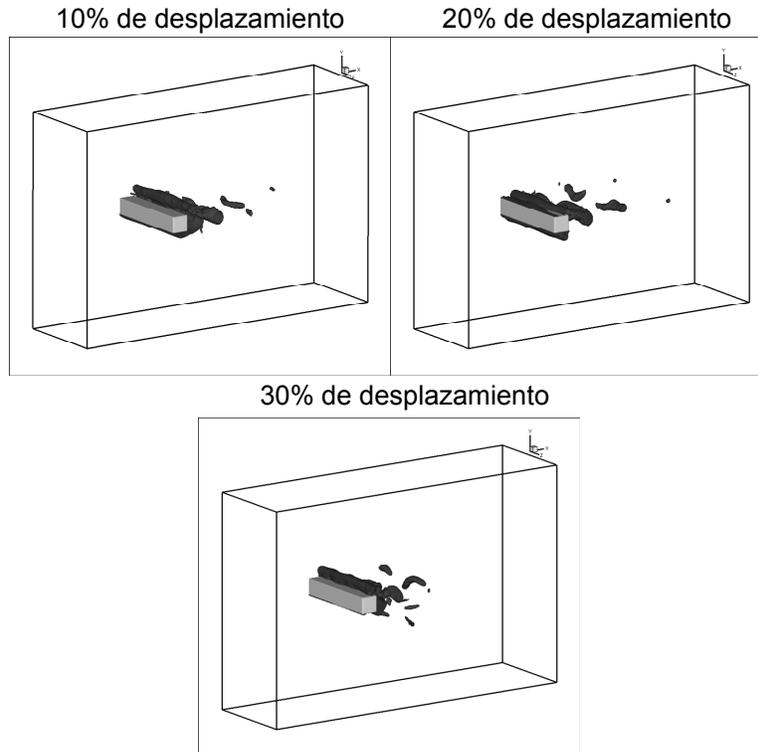


Figura 54. Iso-superficies de presión con $P=0.72$ para la frecuencia natural con desplazamiento de 10% (arriba izquierda), desplazamiento de 20% (arriba derecha), desplazamiento de 30% (abajo).

También se puede observar que el origen la vorticidad mientras más distancia se desplaza la sección, esta se va acercando a la sección, debido a lo mismo de que la presión baja se va acumulando.

Mientras aumentamos la velocidad de vibración o el desplazamiento en la vibración podemos ver que la turbulencia se va disipando al final pero se va concentrando más atrás de nuestra sección transversal cuadrada, comprobándolo con las iso-superficies de presión, podremos ver que esto es real, lo que le llamo yo concentración es como una presión menor atrás de la sección y esto haría que nuestra turbulencia con el tiempo sea más grande.

En la frecuencia natural podemos observar cómo se forman los rollos más constantes pero cuando aumentamos la velocidad o el desplazamiento, estos rollos van disminuyendo de energía turbulenta los más alejados de la sección pero los que están cerca van aumentando de tamaño.

Conclusiones.

En este trabajo de tesis se presentó la simulación numérica del flujo turbulento tridimensional alrededor de un prisma de sección transversal cuadrada que vibra a diferentes frecuencias. Las características del flujo están dadas por un $Re= 650$, $Ma=0.5$, y $Pr=0.7$. Para llevar a cabo la simulación se utilizó la Simulación de Grandes Escalas (LES), cuya característica esencial es resolver las ecuaciones para las fluctuaciones de mayor tamaño, modelando el efecto de las pequeñas fluctuaciones sobre ellas.

También fueron presentadas las condiciones iniciales y de frontera. En cuanto las condiciones iniciales fueron modificadas por la vibración de la sección de estudio ya que no podíamos tener un dominio de cálculo dependiente del tiempo por los recursos computacionales disponibles utilizando la transformación Galileana para poder hacer uso de ellos; las condiciones de frontera están basadas en el método NSCBC, método sencillo que nos permite manejar las complicadas ecuaciones de Navier-Stokes en forma de ondas acústicas. Otras características de las condiciones de frontera fueron su condición de tipo periódico, debido a las direcciones homogéneas del dominio y por su facilidad de implementación con buena precisión, y su condición de salida no reflejante, para evitar el rebote de ondas no necesarias dentro del dominio.

La manera de simular el cuerpo sólido basado en el método de fronteras inmersas (IBM) resulta ser más sencillo, sacrifica memoria de cálculo en comparación a otros métodos que resultan más tardados con la transferencia de información.

Todo lo anterior conforma la simulación de un flujo cuya validez está demostrada por los datos arrojados por ésta y presentados en la sección de resultados. Con base en esto podemos confiar en que el fenómeno presentado aquí tiene similitud con la realidad.

En los resultados vimos que para la presión promedio tenemos que por la presencia del perfil hace que tengamos zonas de baja presión, en las cuales se forman las recirculaciones, que pudimos observar con los vectores de velocidad (u,v) y también estos mismos nos ayudaron a observar el punto donde se levanta la capa límite todos observados en la Fig. 25 y que como se vió en el artículo "Simulación de la turbulencia de un flujo que pasa alrededor de un cilindro de sección cuadrada a partir de la utilización de la simulación de grandes escalas y de fronteras inmersas" de Martin Salinas, este punto está bien definido y es en las aristas de la sección transversal cuadrada, las zonas de baja presión son diferentes cuando cambia la vibración de la sección y el desplazamiento visto en la Fig. 39.

Con las velocidades promedio vemos que hay cambios interesantes cerca de la sección transversal, al formarse la estela vimos que en la zona de baja presión atrás de la sección transversal, los vectores (u,v) de la velocidad cambian y

pareciera que van saliendo del centro de esta zona lo que nos indica que en ese punto es donde se forman los vórtices y el flujo tiende a recircular. También para las fluctuaciones o valores RMS nos explican algo más de la formación de la estela, estos valores se concentran en la parte o muy cerca de donde se forman los vórtices, mejor dicho cerca de la cara número 4 de la sección (estos números de cara los propusimos en la Fig. 22 en la parte de resultados) viendo que conforme varían las fluctuaciones, la vorticidad es mayor o menor dependiendo de la frecuencia de vibración.

En las iso-superficies Q que son superficies que filtran un solo valor y que nos sirven para ver que tan energética es la turbulencia y observamos sus características principales en la Fig. 32, podemos ver la vorticidad que se forma atrás de la sección gracias al perfil deficitario que esta misma provoca por su presencia dentro del flujo tomando en cuenta que la vorticidad más energética es la que tiene el número más grande de filtro, y se comprueba que esta tiene mucho más energía mediante las iso-superficies de presión y mismo en las figuras que aparecen coloreadas por valores de presión.

En cuanto al coeficiente de arrastre y sustentación muestran los resultados en las tablas 2 y 3 que la sustentación a través del tiempo pareciera ser cero, y el arrastre si tiene un valor promedio importante. Al hacer la desviación estándar y sumarla al promedio pudimos ver que hay puntos que tomar en cuenta donde la sustentación es la tercera parte del arrastre, y que estos puntos son los que deberíamos de estudiar, ya que si lo vemos desde el punto de vista promedio pareciera que la sustentación es cero pero hay fluctuaciones a través del tiempo que son pudiesen tener algún valor de importancia.

Las diferencias mostradas al cambiar la frecuencia de vibración y el desplazamiento de la sección transversal fueron las mismas observadas por Shuzo Murakami en una investigación de simulación numérica hecha por él en conjunto con otros investigadores, el cual nos dice que no siempre se tendrá un aumento de las características del flujo si no que habrá diferencias dependiendo de la frecuencia de vibración y del desplazamiento de la sección transversal.

En conclusión, podemos observar que la turbulencia no es siempre la misma, ya sea si tenemos más vibración o más desplazamiento de la sección, esta varía y depende de la frecuencia impuesta a la sección lo cual nos dice que hay puntos en que la turbulencia puede tener un máximo y un mínimo. También la fuerza de arrastre es muy marcada la diferencia cuando la sección vibra ya que también disminuye o aumenta dependiendo de la frecuencia de vibración de la sección.

Para trabajo a futuro hay que estudiar a fondo las frecuencias en las que hay puntos máximos, ya sea que sean los puntos donde aumente a un máximo la turbulencia o disminuya a un valor muy pequeño, ya que esto nos podría servir para otras aplicaciones dependiendo de lo que queramos diseñar con este tipo de secciones. Otro problema también es el arrastre generado en la sección, y podríamos ahondar en ese tema para contrarrestar esta fuerza.

También debemos de hacer hincapié en las frecuencias de vibración que pudiesen aumentar o disminuir la sustentación y el arrastre, ya que esto nos podría servir a futuro para trabajos de transferencia de calor, construcciones y ahorro de material sobre ellas.

Referencias.

- [1] Vortex-Induced Vibrations, C. H. K. Williamson and R. Govardhan.
- [2] Munson, Young, Fundamentals of fluid mechanics, Ed John Wiley & Sons. Inc. Third Edition Update.
- [3] Dinamica de los fluidos, James Daily, Donald Harleman, Editorial Trillas Mexico.
- [4] A. Sohankar, C. Norberg, L. Davidson, Simulation of three-dimensional flow around a square cylinder at moderate Reynolds numbers.
- [5] White, Mecánica de fluidos, Cuarta edición, Mc Graw Hill.
- [6] Characteristics of square cylinder wake transition flows. S. C. Luo, T Chew and T Ng.
- [7] A. K. Saha, G. Biswas, and K. Muralidhar, Three dimensional study of flow past a square Cylinder at low Reynolds number. Int. J. Heat Fluid Flow 24, 53-65 (2002)
- [8] Three dimensional transition in the wake of a transversely oscillating cylinder, Justin S. Letonini, M. C. Thompson and K. Hourigan.
- [9] C.H.K. Williamson, Three-dimensional wake transition, J. Fluid Mech. 328, (1996).
- [10] R. Ghias, R. Mittal and T. S. Lund, A non-body conformal grid method for simulation of compressible flows with complex immersed boundaries, 42nd AIAA Aerospace Science Meeting and Exhibit (2004).
- [11] J. L. Devore. Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias, Ed. Thompson-Learning, Quinta Edición.
- [12] M. Salinas Vázquez, W. Vicente Rodríguez, E. Chol Orea y V. Leyva García, Simulación de la turbulencia de un flujo que pasa alrededor de un cilindro de

sección cuadrada a partir de la utilización de la simulación de grandes escalas y de fronteras inmersas.

[13] Shuzo Murakami, Akashi Mochida, Shigehiro Sakamoto, CFD analysis of wind-structure interaction for oscillating square cylinders.