



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MAESTRÍA EN INGENIERÍA ELÉCTRICA – SISTEMAS ELÉCTRICOS DE  
POTENCIA

MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN EN  
TRANSFORMADORES

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ORESTES ZULUETA MORALES

TUTORES  
DR. GONZALO SANDOVAL RODRÍGUEZ  
DR. RAFAEL ESCARELA PÉREZ

POSGRADO FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, CIUDAD DE MÉXICO, JUNIO 2017



**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. Frédéric Trillaud Pighi  
Secretario: Dr. Daniel Guillen Aparicio  
1<sup>er.</sup> Vocal: Dr. Gonzalo Sandoval Rodríguez  
2<sup>do.</sup> Vocal: Dr. Rafael Escarela Pérez  
3<sup>er.</sup> Vocal: Dr. Juan Carlos Olivares Galván

Ciudad Universitaria, Ciudad de México.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Gonzalo Sandoval Rodríguez

---

**FIRMA**

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Rafael Escarela Pérez

---

**FIRMA**



# Agradecimientos

A mi familia por todo su apoyo, amor y sobre todo su guía que sin ella no hubiera sido posible la realización de estos estudios de posgrado.

A mis tutores el Dr. Gonzalo Sandoval Rodríguez y el Dr Rafael Escarela Pérez por haberme aceptado como su alumno, y por su orientación y supervisión durante todo el desarrollo de esta investigación.

Al CONACYT por su apoyo económico, que me permitió dedicarme a tiempo a completo a los estudios de posgrado.

A los profesores del colegio de Sistemas Eléctricos de Potencia por compartir sus conocimientos.

A mis compañeros de grupos por compartir esta experiencia juntos.

A todos los que de una forma u otra han hecho esto posible.



# Resumen

Cualquier cambio brusco de la tensión de alimentación resulta en una corriente de irrupción en los transformadores. La corriente de irrupción presenta varios efectos dañinos para el transformador y la red eléctrica. Su manifestación afecta la calidad de la energía de la red en la proximidad del transformador, ya que mientras se presenta la corriente de irrupción puede caer el voltaje del sistema y deformar la forma de onda del voltaje. La amplitud de la corriente de irrupción puede ser tan alta como la corriente de cortocircuito, lo cual podría confundir a las protecciones del transformador y provocar un disparo falso de éstas. La corriente de irrupción también provoca que los devanados del transformador estén expuestos a esfuerzos mecánicos que pueden dañar el transformador.

En la presente investigación se presenta un modelado a detalle de un transformador monofásico, de 120 VA, de núcleo tipo acorazado, usando el método de Circuitos Magnéticos Equivalentes el cual ofrece resultados rápidos y precisos. Las permeancias asociadas al flujo de dispersión del circuito magnético equivalente para cada devanado son calculadas numéricamente, pero antes se derivan expresiones generales para cuando una sección del devanado se encuentra en el interior de la ventana del núcleo, en el exterior de la ventana del núcleo y adyacente al núcleo, y en el exterior de la ventana del núcleo y aislado del núcleo.

Un código computacional para simular la corriente de irrupción, bajo diferentes valores de ángulo de conmutación y flujo residual fue desarrollado, este código tiene en cuenta la no linealidad del núcleo. Mediante la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo se analiza el comportamiento de la corriente de irrupción. Los resultados de las simulaciones del código computacional son comparados con resultados experimentales para validar el método.



# Abstract

Any abrupt changes of the supply voltage result in an inrush current of transformers. The inrush current has several damaging effects for the transformer and its associated electric grid. It also affects the quality of the grid power in the proximity of the transformer, because the existence of inrush current causes system voltage drops and deformation of the voltage waveform. The amplitude of the inrush current can be as high as the short-circuit current, which could trigger the transformer protections. Inrush current also causes transformer windings to be exposed to mechanical stress that may damage the transformer.

Detailed modeling of a 120 VA shell type single-phase transformer is developed in this thesis, using the Equivalent Magnetic Circuits method, which offers fast and accurate results. The permeabilities associated with the leakage flux of the equivalent magnetic circuit for each winding are calculated numerically, but general expressions are derived for sections of the windings located inside the core window, outside the core window and adjacent to the core, outside the core window and isolated from the core.

A computational code was developed to simulate the inrush current, under different operating conditions. This code takes into account the non linearity of the core. The short-time Fourier Discrete Transformer is employed to analyze the behavior of the inrush current. The results of the computational code simulations are compared with experimental results to validate the method.



# Índice general

Índice de figuras	v
Lista de Tablas	xI
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Antecedentes . . . . .	1
1.2. Motivación de la Tesis . . . . .	5
1.3. Objetivos . . . . .	6
1.4. Objetivos Específicos . . . . .	6
1.5. Hipótesis . . . . .	6
1.5.1. Hipótesis General . . . . .	6
1.5.2. Hipótesis Específicas . . . . .	7
1.6. Organización de la Tesis . . . . .	7
<b>2. MODELADO DEL CIRCUITO MAGNÉTICO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR</b>	<b>9</b>
2.1. Introducción . . . . .	9
2.2. Configuración del transformador . . . . .	10
2.3. Permeancia de dispersión . . . . .	12
2.3.1. Caso 1: Permeancia de dispersión de la sección de devanado interior a la ventana del núcleo . . . . .	16
2.3.2. Caso 2: Permeancia de dispersión de la sección del devanado exterior adyacente al núcleo . . . . .	24
2.3.3. Caso 3: Permeancia de dispersión de la sección del devanado exterior y aislada del núcleo . . . . .	28

## ÍNDICE GENERAL

---

2.4.	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ . . . . .	31
2.5.	Permeancia de dispersión del devanado $\beta$ . . . . .	33
2.6.	Obtención de los valores de las permeancias de dispersión de los devanados $\alpha$ y $\beta$ . . . . .	35
2.7.	Cálculo de las permeancias del núcleo . . . . .	38
2.7.1.	Permeancia de las columnas verticales extremas del núcleo . . . . .	38
2.7.2.	Permeancia de la columna vertical central del núcleo . . . . .	39
2.7.3.	Permeancia de las columnas horizontales del núcleo . . . . .	39
2.8.	Circuito magnético equivalente . . . . .	40
<b>3.</b>	<b>SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN</b> . . . . .	<b>45</b>
3.1.	Introducción . . . . .	45
3.2.	Características de la corriente de irrupción . . . . .	45
3.3.	Condiciones de vacío . . . . .	47
3.4.	Simulación de la corriente de irrupción . . . . .	48
3.4.1.	Modelado de la curva B-H . . . . .	50
3.5.	Resultado de las simulaciones . . . . .	51
3.5.1.	Efecto del flujo residual en la corriente de irrupción . . . . .	59
3.5.2.	Efecto del ángulo de conmutación en la corriente de irrupción . . . . .	61
<b>4.</b>	<b>ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN</b> . . . . .	<b>65</b>
4.1.	Introducción . . . . .	65
4.2.	Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo . . . . .	66
4.2.1.	Aplicación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo . . . . .	67
4.2.2.	Comprobación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo . . . . .	68
4.2.3.	Resultados de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo . . . . .	71
4.3.	Factor de distorsión armónica total . . . . .	77
4.4.	Valor eficaz de la corriente de irrupción . . . . .	84
4.5.	Espectro de frecuencias de la corriente de irrupción . . . . .	90
4.6.	Voltaje en el primario del transformador . . . . .	97

4.6.1. Sistema fuerte . . . . .	97
4.6.2. Sistema débil . . . . .	98
4.6.3. THD para el sistema fuerte y débil . . . . .	101
4.6.4. Espectro de frecuencias para el sistema fuerte y débil . . . . .	102
<b>5. VALIDACIÓN DEL MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA CO- RRIENTE DE IRRUPCIÓN</b>	<b>105</b>
5.1. Cálculo de la corriente en estado estable . . . . .	105
5.2. Comparación entre resultados experimentales y simulados . . . . .	106
<b>6. CONCLUSIONES</b>	<b>111</b>
6.1. Conclusiones . . . . .	111
6.2. Aportaciones . . . . .	112
6.3. Recomendación para trabajos futuros . . . . .	113
<b>A.</b>	<b>115</b>
A.1. Cálculo de flujo máximo . . . . .	115
A.2. Método de Runge Kutta de cuarto orden . . . . .	115
A.3. Código para la simulación y análisis de la corriente de irrupción . . . . .	116
<b>REFERENCIAS</b>	<b>129</b>



# Índice de figuras

2.1. Transformador bajo estudio . . . . .	10
2.2. Vista transversal frontal del transformador . . . . .	11
2.3. Vista transversal lateral del transformador . . . . .	11
2.4. Vista superior del transformador . . . . .	12
2.5. Vista frontal de las trayectorias del flujo de dispersión . . . . .	13
2.6. Vista lateral de las trayectorias del flujo de dispersión . . . . .	14
2.7. Vista transversal superior del transformador . . . . .	15
2.8. Trayectoria de flujo de la sección del devanado interior a la ventana del núcleo . . . . .	17
2.9. Permeancia de dispersión de los tubos de flujos horizontales y vericales .	21
2.10. Permeancias de dispersión para el caso 1 . . . . .	23
2.11. Trayectoria del flujo de dispersión de la sección del devanado exterior adyacente al núcleo . . . . .	24
2.12. Permeancias de dispersión para el caso 2 . . . . .	28
2.13. Trayectoria del flujo de dispersión del sección del devanado exterior aislada al núcleo . . . . .	29
2.14. Permeancias de dispersión para el caso 3 . . . . .	31
2.15. Vista sección transversal del transformador . . . . .	38
2.16. Circuito magnético equivalente del transformador . . . . .	40
2.17. Circuito magnético equivalente reducido 1 del transformador . . . . .	41
2.18. Circuito magnético equivalente reducido 2 del transformador . . . . .	42
2.19. Circuito magnético equivalente reducido 3 del transformador . . . . .	43

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

3.1. Transformador con secundario abierto . . . . .	47
3.2. Diagrama de bloques del código para la simulación de la corriente de la corriente de irrupción . . . . .	49
3.3. Curva de magnetización obtenida en el laboratorio del transformador bajo estudio . . . . .	51
3.4. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual cero y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	52
3.5. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual cero y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	53
3.6. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual cero y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	53
3.7. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	54
3.8. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	54
3.9. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	55
3.10. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	55
3.11. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	56
3.12. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	56
3.13. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual $-80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	57
3.14. Lazo de histéresis genérico de un transformador de potencia . . . . .	59
3.15. Energización del núcleo considerando flujo residual . . . . .	60
3.16. Descripción gráfica de la generación de la corriente de irrupción considerando flujo residual . . . . .	60
3.17. Simulación de la corriente de irrupción para ángulo de conmutación $0^\circ$ y flujo residual cero, 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ . . . . .	61
3.18. Representación del fenómeno de la corriente de irrupción . . . . .	62

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

3.19. Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulos de conmutación $0^\circ$ , $45^\circ$ y $90^\circ$ . . . . .	63
4.1. Aplicación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo . .	68
4.2. Comparación entre la corriente obtenida de la simulación y la recuperada con las componentes espectrales con $N=167$ . . . . .	69
4.3. Comparación entre la corriente obtenida de la simulación y la recuperada con las componentes espectrales con $N=256$ . . . . .	70
4.4. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual cero y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	71
4.5. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual cero y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	72
4.6. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual cero y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	72
4.7. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	73
4.8. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	73
4.9. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	74
4.10. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	74
4.11. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	75
4.12. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	75

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

4.13. Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de $-80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	76
4.14. Factor de distorsión armónica total para flujo residual cero y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	78
4.15. Factor de distorsión armónica total para flujo residual cero y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	78
4.16. Factor de distorsión armónica total para flujo residual cero y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	79
4.17. Factor de distorsión armónica total para flujo residual de $50\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	79
4.18. Factor de distorsión armónica total para flujo residual de $50\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	80
4.19. Factor de distorsión armónica total para flujo residual de $50\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	80
4.20. Factor de distorsión armónica total para flujo residual de $80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	81
4.21. Factor de distorsión armónica total para flujo residual de $80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	81
4.22. Factor de distorsión armónica total para flujo residual de $80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	82
4.23. Factor de distorsión armónica total para flujo residual de $-80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	82
4.24. Corriente eficaz por período para flujo residual cero y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	85
4.25. Corriente eficaz por período para flujo residual cero y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	85
4.26. Corriente eficaz por período para flujo residual cero y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	86
4.27. Corriente eficaz por período para flujo residual de $50\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	86

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

4.28. Corriente eficaz por período para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	87
4.29. Corriente eficaz por período para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	87
4.30. Corriente eficaz por período para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	88
4.31. Corriente eficaz por período para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	88
4.32. Corriente eficaz por período para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	89
4.33. Corriente eficaz por período para flujo residual de $-80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	89
4.34. Espectro de frecuencias para flujo residual cero y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	91
4.35. Espectro de frecuencias para flujo residual cero y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	91
4.36. Espectro de frecuencias para flujo residual cero y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	92
4.37. Espectro de frecuencias para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	92
4.38. Espectro de frecuencias para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	93
4.39. Espectro de frecuencias para flujo residual de 50 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	93
4.40. Espectro de frecuencias para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $0^\circ$ . . . . .	94
4.41. Espectro de frecuencias para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $45^\circ$ . . . . .	94
4.42. Espectro de frecuencias para flujo residual de 80 % del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	95
4.43. Espectro de frecuencias para flujo residual de $-80\%$ del $\Phi_{\text{máx}}$ y ángulo de conmutación $90^\circ$ . . . . .	95

## ÍNDICE DE FIGURAS

---

4.44. Transformador conectado a la red eléctrica . . . . .	97
4.45. Voltaje en el primario del transformador cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte . . . . .	99
4.46. Voltaje en el primario del transformador cuando el transformador es conectado a un sistema débil . . . . .	99
4.47. Voltaje en el primario del transformador vs voltaje del sistema vs co- rriente de irrupción . . . . .	100
4.48. THD del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte	101
4.49. THD del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema débil	102
4.50. Espectro de frecuencias del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte . . . . .	103
4.51. Espectro de frecuencias del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema débil . . . . .	103
5.1. Circuito para el cálculo de la corriente en estado estable . . . . .	106
5.2. Comparación entre resultados experimentales y simulados . . . . .	107
5.3. Corriente de irrupción experimental 1 . . . . .	108
5.4. Corriente de irrupción experimental 2 . . . . .	109
5.5. Corriente de irrupción experimental 3 . . . . .	109

# Lista de Tablas

2.1. Dimensiones del transformador . . . . .	36
3.1. Casos de estudios . . . . .	52
3.2. Resumen de la corriente de irrupción para los diferentes casos . . . . .	58
4.1. Comparación del error cuadrático medio (A) por periodo para N=167 y N=256 . . . . .	71
4.2. Resumen de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo para los diez casos de estudio . . . . .	77
4.3. Resumen del THD de la corriente de irrupción para los casos de estudio	83
4.4. Resumen de la corriente eficaz para el primer periodo . . . . .	90
4.5. Armónicos de la corriente de estado estable y su porcentaje respecto a la fundamental . . . . .	96
4.6. Espectro de frecuencia del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte y débil . . . . .	104
5.1. Comparación de la $I_{\text{máx}}$ por período para resultados experimentales y simulado . . . . .	107



# Lista de Símbolos

<b>Símbolos</b>	<b>Descripción</b>
$E$	Energía almacenada en el interior de la bobina
$\mu_0$	Permeabilidad del aire
$H$	Intensidad del campo magnético
$N_1$	Número de vueltas del devanado primario
$P$	Permeancia
$i$	Corriente que circula en la bobina
$l_p$	Longitud de la trayectoria del flujo
$a_p$	Área encerrada por la trayectoria
$w_w, h_w$	Ancho y alto de la bobina
$l_i$	Longitud del devanado en el interior de la bobina
$A_h, A_v$	Área transversal del tubo de flujo horizontal y vertical
$l_{htf}, l_{vtf}$	Longitud del tubo de flujo horizontal y vertical
$P_{htf}, P_{vtf}$	Permeancia de dispersión del tubo de flujo horizontal y vertical
$w_e, h_e$	Ancho y alto del tubo de flujo vertical y horizontal
$P_{\alpha l}, P_{\beta l}$	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ y $\beta$
$P_{\alpha li}$	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ que es interior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{\alpha le}$	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ que es exterior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{\alpha ali}$	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ de la trayectoria interior de la sección del devanado que es interior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{\alpha eali}$	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ de la trayectoria exterior de la sección del devanado que es interior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{\alpha ale}$	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ de la trayectoria interior de la sección del devanado que es exterior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{\alpha eale}$	Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$ de la trayectoria exterior de la sección del devanado que es interior con respecto a la ventana del núcleo

$P_{\beta li}$	Permeancia de dispersión del devanado $\beta$ que es interior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{\beta le}$	Permeancia de dispersión del devanado $\beta$ que es exterior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{i\beta li}$	Permeancia de dispersión del devanado $\beta$ de la trayectoria interior de la sección del devanado que es interior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{e\beta li}$	Permeancia de dispersión del devanado $\beta$ de la trayectoria exterior de la sección del devanado que es interior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{i\beta le}$	Permeancia de dispersión del devanado $\beta$ de la trayectoria interior de la sección del devanado que es exterior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{e\beta le}$	Permeancia de dispersión del devanado $\beta$ de la trayectoria exterior de la sección del devanado que es exterior con respecto a la ventana del núcleo
$P_{cve}$	Permeancia de la columna vertical extrema
$P_{ch}$	Permeancia de la columna horizontal
$P_{cvc}$	Permeancia de la columna vertical central
$l_{cve}$	Longitud de la columna vertical extrema
$l_{cvc}$	Longitud de la columna vertical central
$l_{ch}$	Longitud de la trayectoria de flujo en la columna horizontales superior inferior
$w_{cvc}$	Ancho de las columnas verticales central
$w_{cve}$	Ancho de las columnas verticales extremas
$d_c$	Profundidad del núcleo
$A_{ch}$	Área transversal de la columna horizontal del núcleo
$A_{cve}$	Área transversal de la columna vertical extrema del núcleo
$A_{cvc}$	Área transversal de la columna vertical central del núcleo
$\Phi$	Flujo magnético
$e_1$	Voltaje inducido en el devanado primario
$i_\phi$	Corriente de excitación
$R_1$	Resistencia del devanado primario
$L_{(\phi)}$	Inductancia no lineal vista por desde el devanado primario
$B$	Densidad de flujo
$V_p$	Voltaje pico
$\theta$	Ángulo de conmutación del voltaje
$\Phi_r$	Flujo magnético residual
$\Phi_{max}$	Flujo magnético máximo
$w$	Función ventana
$Fs$	Frecuencia de muestreo
$THD$	Factor de distorsión armónico total de la corriente

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

El objetivo de este capítulo es proporcionar una revisión general de lo que se ha trabajado con respecto al modelado y simulación de la corriente de irrupción en transformadores. Además se plantean los objetivos de este trabajo de tesis y la motivación de la investigación. Por último, se presenta la organización del trabajo.

### 1.1. Antecedentes

Michael Faraday en 1831 descubre la ley de inducción electromagnética a partir de los estudios de Hans Christian Oersted, siendo esta ley la base para producir electricidad a partir del magnetismo. Nikola Tesla a finales del siglo XIX, comenzó a trabajar con la generación, uso y transmisión de electricidad de corriente alterna. Lucien Gaulard de Francia y John Gibbs de Inglaterra en 1881, hicieron una demostración de un transformador de energía en Londres. George Westinghouse se interesó en el transformador y comenzó a experimentar con redes de corriente alterna en Pittsburgh. Él trabajó en refinar el diseño del transformador y en diseñar una red práctica de energía de corriente alterna. Westinghouse utilizó el transformador para transmitir la electricidad a distancias más largas. Haciendo posible el suministro de electricidad a negocios y hogares que se encontraban lejos de las plantas generadoras. En 1886, Westinghouse y William Stanley instalaron el primer sistema de energía de corriente alterna de voltaje múltiple en Great Barrington, Massachusetts [1].

La energización del transformador es una operación habitual transitoria, la cual puede provocar una corriente de irrupción cuya magnitud puede oscilar entre 10 y 20 veces la corriente nominal del equipo [2]. Esta corriente en el transformador también puede ser causada por la ocurrencia de un fallo externo, recuperación de la tensión después de liberar un fallo externo y sincronización de un generador [3]-[4]. En general cualquier cambio brusco en la tensión de alimentación del transformador resulta en una corriente de irrupción en los transformadores.

La corriente de irrupción presenta varios efectos dañinos para el transformador y la red eléctrica. Por ejemplo, afecta la calidad de la energía de la red en la proximidad del transformador, ya que mientras se presenta la corriente de irrupción cae el voltaje del sistema [5]. La amplitud de la corriente de irrupción puede ser tan alta como la corriente de cortocircuito [6], lo cual podría confundir a las protecciones del transformador y provocar un disparo innecesario de éstas, lo que se traduce también en la pérdida temporal de la capacidad de suministro de energía. La corriente de irrupción también provoca que los devanados del transformador estén expuestos a mayores esfuerzos mecánicos que pueden dañar el transformador [7]-[8].

La asimetría en la corriente de irrupción y la presencia de una componente exponencialmente amortiguada, generan armónicas no características (como segunda y cuarta, las cuales van cambiando de valor eficaz con el tiempo, además de una componente de corriente directa amortiguada) [9] a las contenidas en la corriente de excitación del transformador (tercera, quinta y séptima principalmente)[10].

La simulación de la corriente de irrupción es bastante compleja, ya que su valor de pico depende del ángulo de conmutación, la resistencia e inductancia del devanado primario, la característica de la curva de histéresis, donde se deben tener en cuenta los flujos de saturación y residual [11].

Desde la década de los 30 se empezó a estudiar la corriente de irrupción, debido a los efectos desfavorables que provoca para el transformador y para los sistemas eléctricos de potencia.

Varias fórmulas analíticas existen en la literatura para el cálculo de la corriente de irrupción, las cuales son utilizadas comúnmente por los fabricantes para la estimación del primer pico de la corriente de irrupción y el tiempo de amortiguamiento.

En 1961 Holcomb presentó un método para el cálculo del pico de la corriente de irrupción para el primer y cualquier ciclo sucesivo. Para la derivación de las ecuaciones que modelan la corriente de irrupción, varias suposiciones fueron hechas; como que la impedancia de la fuente de tensión de excitación se desprecia, es decir, el transformador está conectado a un bus infinito. El devanado del transformador tiene impedancia infinita hasta que se satura el núcleo. La histéresis y las pérdidas parásitas se desprecian cuando el núcleo está saturado [12].

En 1996 Bertagnolli propone una ecuación basada en una exponencial decreciente continua de la corriente de irrupción. Esta ecuación es útil para cálculos rápidos a mano debido a su simplicidad [13].

También se han realizado varios estudios sobre los factores de los cuales depende la corriente de irrupción, y se han propuesto técnicas para mitigar los efectos perjudiciales que provoca ésta.

En 1981 R. Yacamini y Abu-Nasser proponen una técnica para modelar la corriente de irrupción en transformadores monofásicos e investigar el efecto de la variación de factores como flujo remanente, ángulo de conmutación, resistencia del transformador y del sistema sobre la corriente de irrupción. El programa fue probado con mediciones en terreno a un transformador de 6 MVA y se encontró que da buenos resultados [14].

En 1993 Lin y otros proponen un método sencillo para simular la corriente de irrupción usando mediciones en tiempo real. El método propuesto representa a la corriente de irrupción bajo diferentes condiciones de carga, las cuales incluyen factor de potencia del transformador, ángulo de conmutación y flujo remanente. Los resultados obtenidos a partir del método de simulación son muy precisos porque incorporan la característica de saturación y la curva de histéresis. Los resultados de la simulación se compararon con resultados experimentales mostrando una buena relación [15].

En el 2007 S. G. Abdulsalam y W. Xu proponen una estrategia de mitigación de la corriente de irrupción basado en la inserción de una resistencia en el neutro y energización controlada. Aunque experimentos y resultados de simulación han demostrado la eficacia del esquema, el problema de cómo seleccionar el resistor del neutro para un óptimo rendimiento no ha sido completamente resuelto. Esta técnica se limita sin embargo a transformadores conectados en estrella a tierra [16].

Desde la década de 1960 muchos esfuerzos se han dedicado al desarrollo de modelos computacionales para transformadores. Esto ha demostrado ser una tarea difícil, principalmente debido a la naturaleza no lineal del comportamiento del transformador. A diferencia de los sistemas lineales, no existen técnicas de solución generales para las ecuaciones no lineales. Incluso soluciones numéricas pueden ser difíciles para ciertos tipos de ecuación no lineal [17]. Buenos trabajos de modelos existen para transformadores en el estado estacionario. A pesar del progreso significativo, sin embargo, no ha sido desarrollado un modelo completamente satisfactorio para transformadores bajo condiciones transitorias [18].

En 1987 J. Takehara y otros presentaron el cálculo de la corriente de irrupción basado en el método de los elementos finitos. En este método, las ecuaciones de campos magnéticos y circuitos eléctricos se resuelven simultáneamente. Con elementos finitos es posible investigar los esfuerzos mecánicos en el bobinado, la distribución de flujo interno y su condición térmica. Sin embargo, consume mucho tiempo de cómputo y no es adecuado para estudios de impacto de la corriente de irrupción a la red [19].

En 2005 Abdolmutaleb Abou-Safe y Gordon Kettleborough presentan un modelo para un transformador saturado sin carga y predice la corriente de irrupción cuando el transformador se conecta a la fuente de alimentación. El modelo utiliza parámetros del núcleo no lineales, los cuales varían de acuerdo con el estado magnético y las propiedades no lineales del núcleo. Una comparación entre los resultados experimentales y simulados, prueba la validez del modelo para el estudio detallado del fenómeno de la corriente de irrupción [20].

En el 2012 P. S. Moses y otros consideran la estructura del núcleo y el ángulo de conmutación en investigaciones de la corriente de irrupción de los transformadores trifásicos con núcleo de múltiples piernas. El modelo del núcleo del transformador de tres piernas desarrollado en esta investigación, considera la histéresis, y tiene en cuenta la distribución del flujo en el núcleo, el cual no es el mismo en transformadores monofásicos que en transformadores trifásicos de distintas geometrías [21].

En el 2013 Puneet Kumar Singh y D K Chaturvedi, utilizaron redes neuronales para modelar y simular la corriente de irrupción de un transformador monofásico. Los datos con los que se entrena la red neuronal son obtenidos a través de experimentos [22].

En el 2014 Yahiou y A. Bayadi describió un sistema para medir la corriente de irrupción que se compone principalmente de una tarjeta de adquisición y un código de LabVIEW<sup>®</sup>. Por otra parte, se presenta un algoritmo para el cálculo de la curva de saturación teniendo en cuenta las pérdidas reactivas del núcleo de hierro, produciendo con ello una inductancia no lineal. Esta curva se utiliza para simular la corriente de irrupción con el software de ATP-EMTP [23]. Este software proporciona modelos de transformadores, que junto con los elementos no lineales, describen la histéresis del núcleo del transformador y las características de saturación.

En el 2015 Taghikhani y otros presentaron un método para la evaluación y simulación de la corriente de irrupción en varios transformadores utilizando matrices operacionales y la transformada de Hartley. Diferente a la mayor parte de los trabajos anteriores, los cálculos en el dominio del tiempo y de la frecuencia se llevan a cabo simultáneamente. La viabilidad y la eficacia del método se ilustró con un código de Matlab<sup>®</sup>, que se desarrolló para obtener la forma de onda en el dominio del tiempo y la frecuencia con alta precisión. Los resultados son útiles para identificar y evaluar los efectos armónicos de la corriente de irrupción en varios transformadores [24].

En el 2015 y otros presentaron un método para el cálculo de la inductancia de dispersión. El método se basa en cálculo analítico de la intensidad del campo utilizando la ley de Ampere en las regiones fuera del núcleo del transformador. Los cálculos del método propuesto demuestran que es más consistente que los cálculos de un análisis de elementos finitos 3D [25].

## **1.2. Motivación de la Tesis**

El conocimiento preciso del comportamiento de la corriente de irrupción en transformadores ante determinados estados de operación es necesario para la manipulación de los sistemas eléctricos y su protección. Los efectos perjudiciales asociados a la corriente de irrupción para los sistemas eléctricos de potencia y la complejidad del cálculo de la corriente de irrupción, son motivos para realizar una investigación acerca de este fenómeno. Este trabajo se enfoca en un modelado detallado del transformador para la simulación de la corriente de irrupción, permitiendo analizar su comportamiento, bajo diversas condiciones de operación tales como ángulo de conmutación y flujo residual.

El modelado del transformador se realiza por el método de Circuitos Magnéticos Equivalentes, ya que proporciona el justo medio entre los métodos convencionales empíricos, que tienen tiempos rápidos de simulación, una precisión limitada y flexibilidad, y el método de elementos finitos que requiere largos tiempos de simulación, pero que ofrece una alta precisión y flexibilidad.

### 1.3. Objetivos

Modelar y simular la corriente de irrupción en transformadores, con el propósito de analizar el impacto de ésta en la calidad de energía.

### 1.4. Objetivos Específicos

- Modelar el transformador usando el método de circuitos magnéticos equivalentes.
- Utilizar el modelo de circuito magnético para simular el comportamiento de la corriente de irrupción de un transformador, bajo diferentes condiciones de operación (variación del ángulo de conmutación y diferentes cantidades de flujo remanente en el núcleo).
- Analizar el impacto de la corriente de irrupción en la calidad de la energía (amplitud corriente, contenido armónico, amortiguamiento de la componente de CD).

### 1.5. Hipótesis

En esta sección se plantean las hipótesis generales y específicas de este trabajo de tesis.

#### 1.5.1. Hipótesis General

- El modelo matemático de la corriente de irrupción de un transformador involucra dos modelos matemáticos no lineales, uno para el circuito eléctrico equivalente y otro para el circuito magnético equivalente, los cuales deben resolverse de manera iterativa para obtener la forma de onda de la corriente de irrupción y determinar

parámetros como valor eficaz y niveles de distorsión, para valorar el efecto de ésta en la calidad de la energía en la red donde se encuentra conectado el primario del transformador.

### 1.5.2. Hipótesis Específicas

- La corriente de irrupción presenta un espectro amplio de frecuencias, conteniendo tanto frecuencias pares como impares, a diferencia de la corriente de estado estable que solo presenta frecuencias impares.
- La magnitud del primer pico de la corriente de irrupción, depende del ángulo de conmutación y del flujo residual.

## 1.6. Organización de la Tesis

### *Capítulo 1: Introducción*

En este capítulo se presenta una revisión del estado del arte del tema de la investigación. Además del objetivo general del trabajo, de los objetivos específicos que se plantearon para darle cumplimiento al objetivo general. También se presenta la motivación y la hipótesis general y específicas de éste trabajo de tesis.

### *Capítulo 2: Modelado del circuito magnético equivalente del transformador*

En este capítulo se modela el circuito magnético equivalente del transformador, el cual está compuesto por las permeancias asociadas al flujo de dispersión, y las del núcleo. Para el cálculo de las permeancias de dispersión de cada devanado, fueron derivadas expresiones generales para los casos donde, el devanado se encuentra en el interior de la ventana, en el exterior de la ventana adyacente al núcleo y aislado de éste.

### *Capítulo 3: Simulación de la corriente de irrupción*

Se plantean algunas características de la corriente de irrupción, y el algoritmo para la simulación de la corriente de irrupción, el cual considera la no linealidad del núcleo. El algoritmo considerado permite evaluar varios factores de los que depende la corriente de irrupción, para analizar su comportamiento.

### *Capítulo 4: Análisis de la corriente de irrupción*

Se analiza la corriente de irrupción mediante la aplicación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo. Esta transformada divide la señal en una ventana de un ciclo y cada una de ellas se la aplica la Transformada Discreta de Fourier. Permite ver el comportamiento de la corriente tanto en el dominio de la frecuencia como del tiempo. Además se analiza el espectro de frecuencias, factor de distorsión armónico total y valor eficaz de la corriente para varios casos de estudios.

*Capítulo 5: Validación del modelado y simulación de la corriente de irrupción*

Se realiza una comparación de los resultados obtenidos en las simulaciones y experimentales que se encuentran plasmados en trabajos anteriores con el objetivo de validar los resultados obtenidos mediante el código de simulación desarrollado.

*Capítulo 6: Conclusiones*

En este capítulo se presentan las conclusiones del trabajo y se mencionan algunas recomendaciones para trabajos futuros.

## Capítulo 2

# MODELADO DEL CIRCUITO MAGNÉTICO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR

### 2.1. Introducción

Los transformadores son dispositivos electromagnéticos estáticos que permiten partiendo de una tensión alterna conectada a su entrada, obtener otra tensión alterna mayor o menor que la anterior en la salida del transformador.

El transformador consta esencialmente de un circuito magnético cerrado sobre el que se arrollan dos bobinados, de forma que ambos bobinados están entrelazados por el mismo flujo magnético mutuo. El circuito magnético está constituido por láminas de materiales ferromagnéticos de poco espesor apiladas y aisladas entre sí, para evitar corrientes parásitas y pérdidas.

En este capítulo se presenta un modelado del circuito magnético equivalente de un transformador monofásico, el cual está compuesto por las permeancias de dispersión y las permeancias del núcleo.

## 2.2. Configuración del transformador

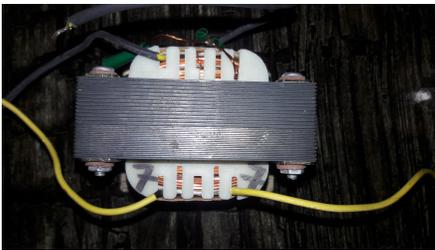
El transformador modelado es monofásico de 120 VA, 125/24 volt, de núcleo tipo acorazado, el cual se muestra en la Figura 2.1.



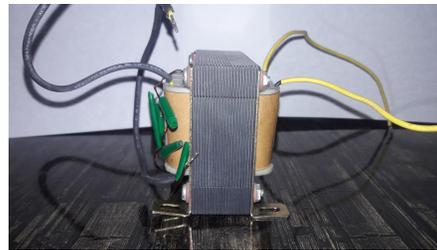
(a) Vista frontal



(b) Vista transversal frontal



(c) Vista Superior



(d) Vista lateral

**Figura 2.1:** Transformador bajo estudio

Las sección transversal frontal y lateral del transformador son mostradas en la Figura 2.2 y Figura 2.3 respectivamente. La región gris es el núcleo, la región verde es el devanado  $\alpha$  y la región amarilla es el devanado  $\beta$ . Las variables  $\alpha$  y  $\beta$ , son usadas para denotar los devanados primarios y secundarios respectivamente.

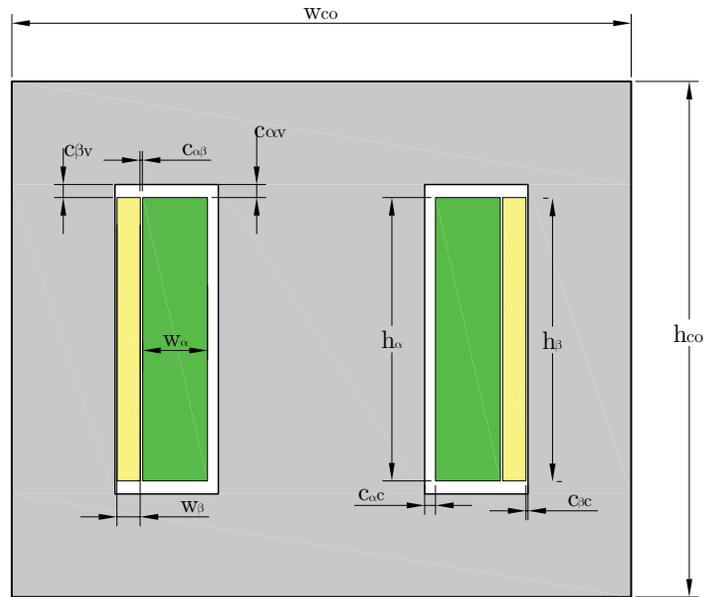


Figura 2.2: Vista transversal frontal del transformador

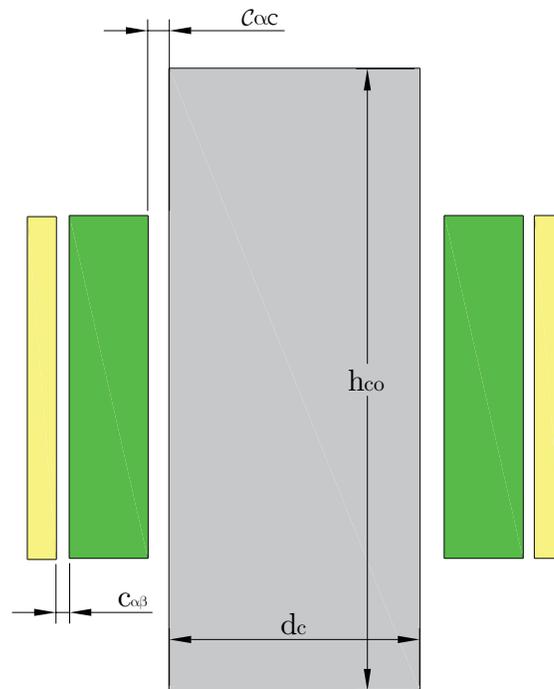


Figura 2.3: Vista transversal lateral del transformador

La flexión de una bobina se logra en un radio que está relacionado con el radio de los conductores de la bobina como se ilustra en la vista superior mostrada en la Figura 2.4

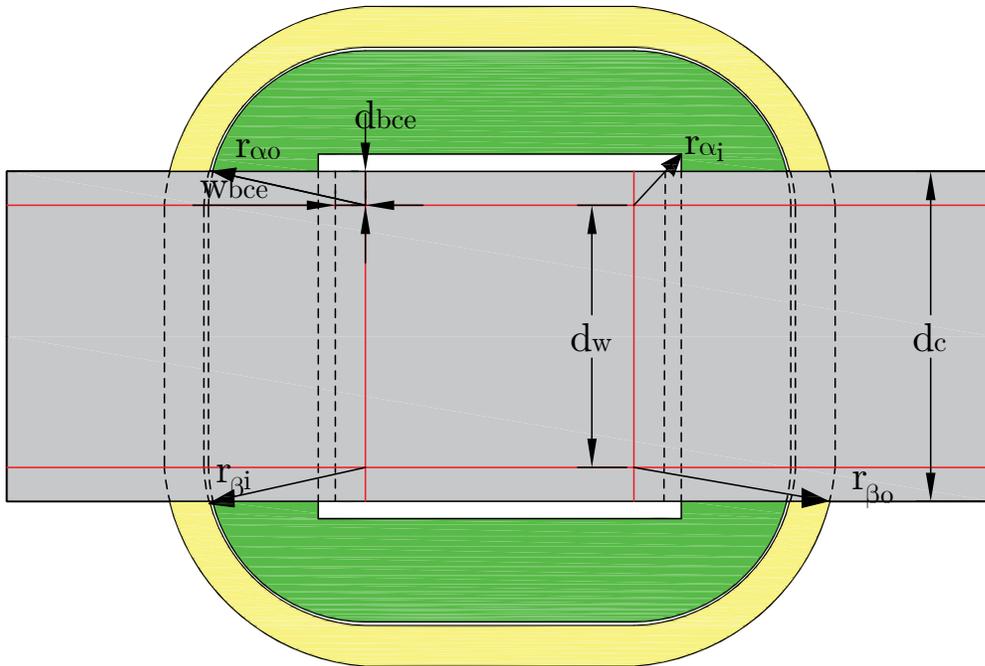


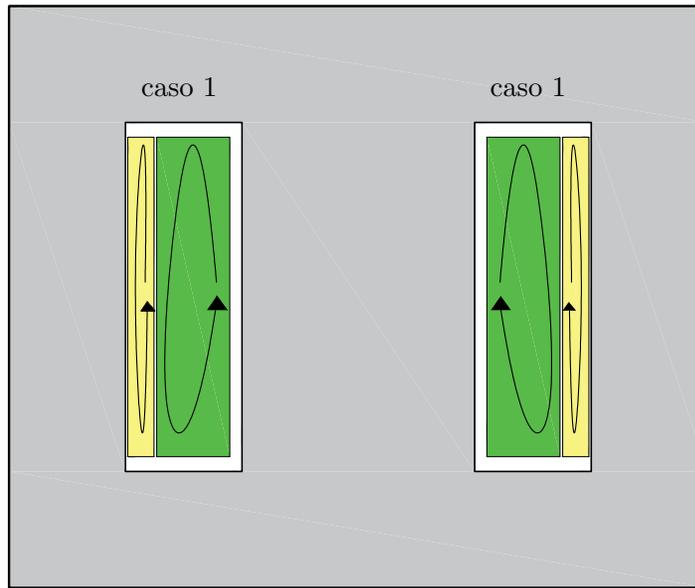
Figura 2.4: Vista superior del transformador

### 2.3. Permeancia de dispersión

Las permeancias de dispersión están asociadas con las trayectorias de flujo que no tienen una trayectoria completa dentro del núcleo. La trayectoria del flujo de dispersión se ve afectada por el hecho de si la bobina está dentro o fuera de la ventana del núcleo y también depende de si la bobina está enrollada directamente en la columna del núcleo o enrollada alrededor de otra bobina. Para simplificar el análisis de la trayectoria del flujo de dispersión, el núcleo es considerado de permeabilidad infinita.

Antes de establecer permeancias de dispersión específicas para los devanados primario y secundario, es conveniente derivar expresiones para las trayectorias generales del flujo de dispersión representadas en la Figura 2.5 y la Figura 2.6. En particular de

la Figura 2.5 y la Figura 2.6, se puede observar que las expresiones son necesarias para los casos: a) una sección de bobina se encuentra dentro de la ventana del núcleo, b) una sección de bobina está fuera de la ventana del núcleo y adyacente al núcleo y c) cuando una sección de bobina está fuera de la ventana del núcleo y separada del núcleo.

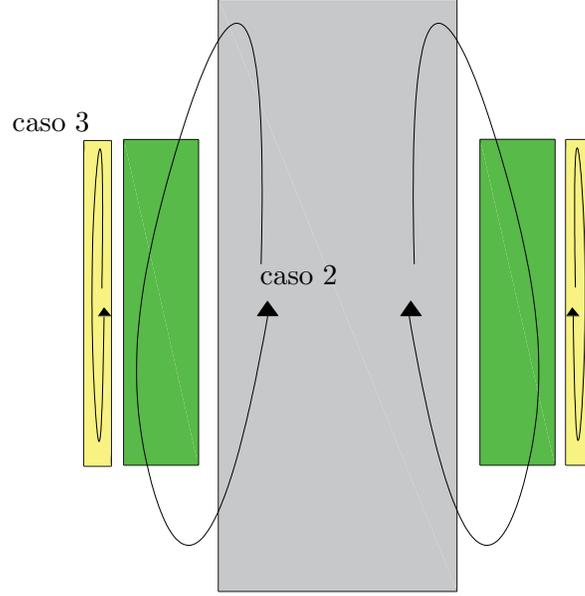


**Figura 2.5:** Vista frontal de las trayectorias del flujo de dispersión

Antes de derivar expresiones de las permeancias, es útil definir algunos detalles geométricos adicionales. En primer lugar, dentro de los modelos, el subíndice  $j$  se utiliza para representar  $\alpha$  o  $\beta$ . Además, la distancia entre el punto central del radio de curvatura y los bordes del núcleo se definen por las variables  $d_{bce}$  y  $w_{bce}$ . Estos son mostrados en la Figura 2.7.

Como se muestra, extendiendo una línea horizontal desde el punto central del radio de curvatura a la bobina, se proporciona la ubicación donde comienza la flexión con relación al borde horizontal del núcleo. Del mismo modo, extendiendo una línea vertical desde el punto central del radio de curvatura a la bobina, se proporciona la ubicación donde la flexión termina con relación al borde vertical del núcleo.

Dado que cada bobina se divide en una parte que es interior para la ventana del núcleo y otra parte que es exterior, es conveniente definir qué parte se considera como



**Figura 2.6:** Vista lateral de las trayectorias del flujo de dispersión

interior y cual se considera como exterior. Para ello, es muy útil la Figura 2.7, donde se muestran las variables que definen las dimensiones de la sección transversal superior. En la Figura 2.7, la sección de la bobina que es interior a la ventana se muestra con una línea central sólida y la sección que es exterior se muestra con una línea central discontinua. El punto que separa las secciones interior y exteriores de la bobina se da cuando la línea central de la bobina se intersecta con una línea que se extiende desde el borde de núcleo como se muestra en la Figura 2.7.

El ángulo  $\theta_j$  para cada bobina, que se muestra en la Figura 2.7, se calcula como:

$$\theta_j = \sin^{-1} \left( \frac{d_{bce}}{r_{pro_j}} \right) \quad (2.1)$$

donde  $j$  es  $\alpha$  o  $\beta$ , y el radio promedio de los devanados es  $r_{pro_j}$ :

$$r_{pro_j} = \frac{r_{ji} + r_{jo}}{2} \quad (2.2)$$

$$\theta_j = \sin^{-1} \left( \frac{2d_{bce}}{r_{ji} + r_{jo}} \right) \quad (2.3)$$

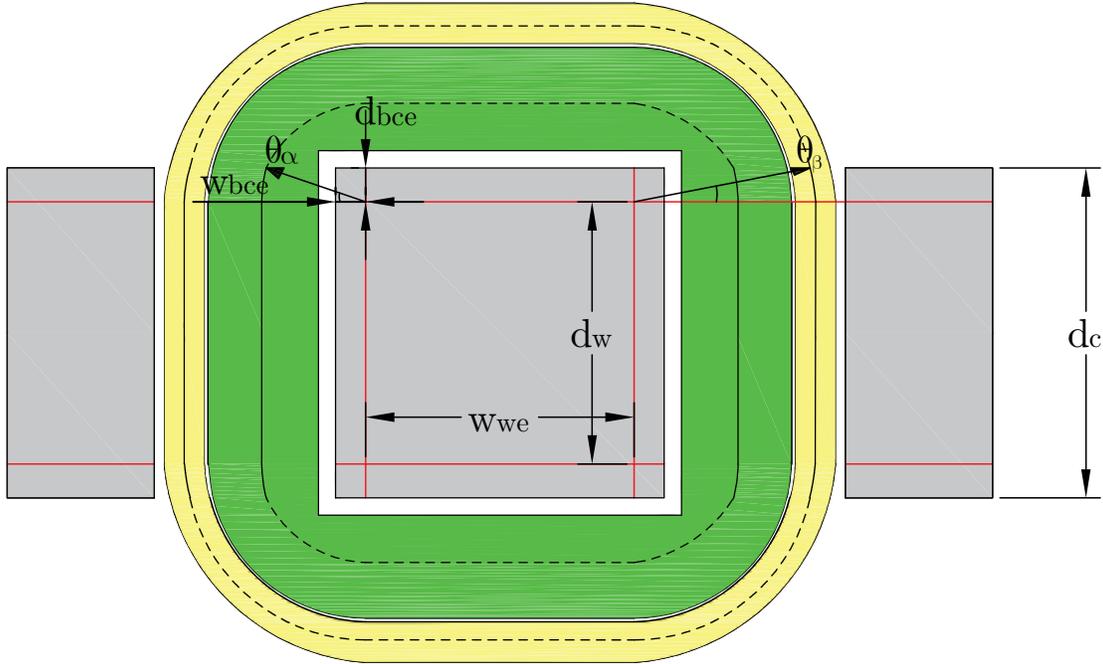


Figura 2.7: Vista transversal superior del transformador

Para el devanado  $\alpha$ , el radio interior  $r_{\alpha i}$  es:

$$r_{\alpha i} = w_{bce} + c_{\alpha c} \quad (2.4)$$

Para el devanado  $\beta$ , el radio interior  $r_{\beta i}$  es:

$$r_{\beta i} = r_{a0} + c_{\alpha\beta} \quad (2.5)$$

El radio exterior se calcula como:

$$r_{j0} = r_{ji} + w_j \quad (2.6)$$

La longitud de la sección recta del devanado se expresa como:

$$d_w = d_c - 2d_{bce} \quad (2.7)$$

donde  $d_c$  es la profundidad del núcleo. La longitud de las secciones interior y exterior de la bobina se pueden encontrar con las ecuaciones (2.8) y (2.9), respectivamente. La longitud interior está calculada en el interior de una sola ventana y la longitud exterior en un solo lado, tal que:

$$\begin{aligned} l_{ji} &= d_w + 2\theta_j r_{pro_j} \\ l_{ji} &= d_w + 2\theta_j \left( \frac{r_{ji} + r_{jo}}{2} \right) \\ l_{ji} &= d_w + \theta_j (r_{ji} + r_{jo}) \end{aligned} \quad (2.8)$$

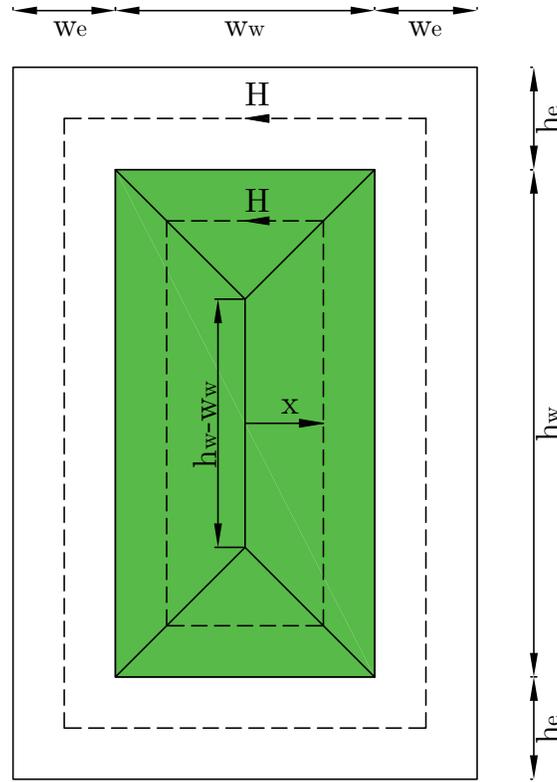
$$\begin{aligned} l_{je} &= w_{we} + 2 \left( \frac{\pi}{2} - \theta_j \right) r_{pro_j} \\ l_{je} &= w_{we} + 2 \left( \frac{\pi}{2} - \theta_j \right) \left( \frac{r_{ji} + r_{jo}}{2} \right) \\ l_{je} &= w_{we} + \left( \frac{\pi}{2} - \theta_j \right) (r_{ji} + r_{jo}) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Después de definir las trayectorias de dispersión y sus longitudes, se obtienen expresiones para las permeancias de dispersión de los devanados primario y secundario.

Para obtener las expresiones, se supone que la intensidad del campo magnético y la ruta indicada en las Figuras 2.5 y 2.6 están en la misma dirección, y que la magnitud de la intensidad del campo magnético es constante sobre la trayectoria. También se ha asumido que, dentro de una bobina, la densidad de corriente es uniforme.

### 2.3.1. Caso 1: Permeancia de dispersión de la sección de devanado interior a la ventana del núcleo

La primera trayectoria considerada es la asociada con la porción del devanado interior a la ventana del núcleo. Las dos trayectorias que forman la base de esta derivación se muestra en la Figura 2.8. Se observa que hay una trayectoria dentro de la bobina de la ventana y una que es externa a la bobina de la ventana, pero interna al núcleo.



**Figura 2.8:** Trayectoria de flujo de la sección del devanado interior a la ventana del núcleo

Para calcular la permeancia asociada con el flujo de dispersión dentro de la bobina de la ventana, se aplica un análisis basado en la energía.

Específicamente, es útil expresar la energía almacenada en el interior de la bobina de la ventana en términos del campo magnético [25]:

$$E = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V H^2 dV \quad (2.10)$$

donde  $H$  es la intensidad del campo magnético,  $\mu_0$  es la permeabilidad del aire, y  $V$  es el volumen de la ventana del devanado. La energía dentro de la ventana del devanado también se puede expresar en términos de corriente de la bobina ( $i$ ), el número de

vueltas de la bobina ( $N$ ), y la permeancia de dispersión ( $P$ ) como:

$$E = \frac{1}{2}PN^2i^2 \quad (2.11)$$

Se aplicó la ley de Ampere a la trayectoria interior mostrada en la Figura 2.8, suponiendo que el campo magnético es uniforme en la trayectoria, es decir:

$$Hl_p = \frac{a_p}{w_w h_w} Ni \quad (2.12)$$

donde  $l_p$  es la longitud de la trayectoria,  $a_p$  es el área encerrada por la trayectoria, y  $w_w$  y  $h_w$  ancho y alto respectivamente de la bobina, cantidades que se calculan como:

$$l_p = 2|h_w - w_w| + 8x \quad 0 < x < x_{\text{máx}} \quad (2.13)$$

$$a_p = 2x|h_d - w_d| + 4x^2 \quad 0 < x < x_{\text{máx}} \quad (2.14)$$

donde  $x_{\text{máx}} = \min\left(\frac{h_w}{2}, \frac{w_w}{2}\right)$

La diferencial del volumen de integración en la ecuación (2.10) se expresa como:

$$dV = l_p l_i dx \quad (2.15)$$

donde  $l_i$  representa la longitud interior del devanado de la ventana del núcleo. Sustituyendo de las ecuaciones (2.12) a la (2.15) en la ecuación (2.10), se encuentra que:

$$E = \frac{1}{2}\mu_o \int_0^{x_{\text{máx}}} \left( \frac{a_p}{w_w h_w l_p} Ni \right)^2 l_p l_i dx \quad (2.16)$$

$$E = \frac{1}{2}\mu_o \frac{N^2 i^2 l_i}{w_w^2 h_w^2} \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{a_p^2}{l_p} dx \quad (2.17)$$

$$E = \frac{1}{2}\mu_o \frac{N^2 i^2 l_i}{w_w^2 h_w^2} \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{(2x|h_w - w_w| + 4x^2)^2}{2|h_w - w_w| + 8x} dx \quad (2.18)$$

La solución de la integral en la ecuación (2.18) es:

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{(2x|h_w - w_w| + 4x^2)^2}{2|h_w - w_w| + 8x} dx = \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{4x^2|h_w - w_w|^2 + 16x^3|h_w - w_w| + 16x^4}{2|h_w - w_w| + 8x} dx \quad (2.19)$$

Dividiendo esta expresión entre 2 y sustituyendo  $h_w - w_w = k_1$ , da:

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{2x^2k_1^2 + 8x^3k_1 + 8x^4}{2k_1 + 8x} dx \quad (2.20)$$

Reorganizando se observa que:

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{2x^2k_1^2 + 8x^3k_1 + 8x^4}{k_1 + 4x} dx = \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{8x^4 + 8x^3k_1 + 2x^2k_1^2}{4x + k_1} dx \quad (2.21)$$

Realizando una división de polinomios al argumento de la integral (2.21) se obtiene:

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \left( 2x^3 + \frac{3}{2}x^2k_1 + \frac{1}{8}xk_1^2 - \frac{1}{32}k_1^3 + \frac{1}{32} \frac{k_1^4}{4x + k_1} \right) dx \quad (2.22)$$

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} 2x^3 dx + \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{3}{2}x^2k_1 dx + \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{8}xk_1^2 dx - \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{32}k_1^3 dx + \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{32} \frac{k_1^4}{4x + k_1} dx \quad (2.23)$$

$$2 \frac{x^4}{4} \Big|_0^{x_{\text{máx}}} + k_1 \frac{3}{2} \frac{x^3}{3} \Big|_0^{x_{\text{máx}}} + \frac{1}{8} k_1^2 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{x_{\text{máx}}} - \frac{1}{32} k_1^3 x \Big|_0^{x_{\text{máx}}} + \frac{k_1^4}{32} \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{4x + k_1} dx \quad (2.24)$$

donde  $x_{\text{máx}}$  se definió como:

$$\begin{aligned} x_{\text{máx}} &= \min\left(\frac{h_w}{2}, \frac{w_w}{2}\right) \\ x_{\text{máx}} &= \frac{1}{2} \min(h_w, w_w) \end{aligned} \quad (2.25)$$

Si se expresa  $k_2 = \min(h_w, w_w)$ , entonces:

$$x_{\text{máx}} = \frac{k_2}{2} \quad (2.26)$$

Evaluando  $x_{\text{máx}}$  en la ecuación (2.24) se obtiene:

$$\frac{k_2^4}{32} + \frac{k_1 k_2^3}{16} + \frac{k_1^2 k_2^2}{64} - \frac{k_1^3 k_2}{64} + \frac{k_1^4}{128} \ln \left( \frac{2k_2}{k_1} + 1 \right) \quad (2.27)$$

$$\frac{1}{128} \left( 4k_2^4 + 8k_1 k_2^3 + 2k_1^2 k_2^2 - 2k_1^3 k_2 + k_1^4 \ln \left( \frac{2k_2}{k_1} + 1 \right) \right) \quad (2.28)$$

La solución de la integral se sustituye en la ecuación (2.18) tal que:

$$E = \frac{1}{2} \mu_o \frac{N^2 i^2 l_i}{w_w^2 h_w^2} \frac{1}{128} \left( 4k_2^4 + 8k_1 k_2^3 + 2k_1^2 k_2^2 - 2k_1^3 k_2 + k_1^4 \ln \left( \frac{2k_2}{k_1} + 1 \right) \right) \quad (2.29)$$

Igualando las ecuaciones (2.10) y (2.29), se puede obtener la permeancia de dispersión asociada con la trayectoria del flujo de dispersión interno en la bobina:

$$P_{ili} = \frac{\mu_o l_i}{128 w_w^2 h_w^2} \left( 4k_2^4 + 8k_1 k_2^3 + 2k_1^2 k_2^2 - 2k_1^3 k_2 + k_1^4 \ln \left( \frac{2k_2}{k_1} + 1 \right) \right) \quad (2.30)$$

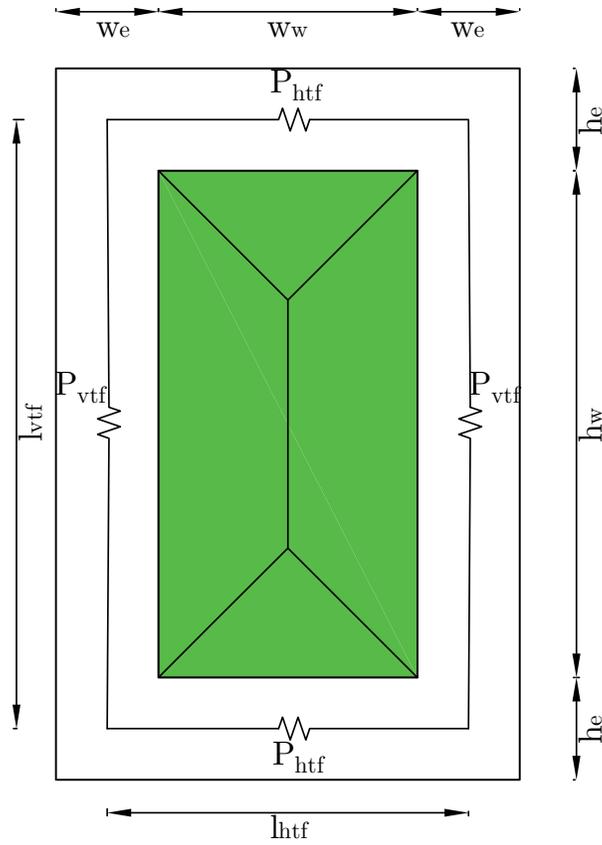
donde

$$k_1 = |h_w - w_w| \quad (2.31)$$

y

$$k_2 = \text{mín}(h_w, w_w) \quad (2.32)$$

La permeancia de la trayectoria del flujo de dispersión exterior al devanado de la ventana, pero interior al núcleo, se calcula dividiendo la trayectoria de dispersión en dos tubos de flujo verticales y dos tubos de flujo horizontales que están enlazados en serie, esto se puede observar en la Figura 2.9.



**Figura 2.9:** Permeancia de dispersión de los tubos de flujos horizontales y vericales

Así, la permeancia de dispersión de los tubos de flujo horizontales se calcula como:

$$P_{htf} = \frac{\mu_0 A_h}{l_{htf}} \quad (2.33)$$

donde  $A_h$  es el área del tubo de flujo horizontal, y  $l_{htf}$  es la longitud del tubo de flujo horizontal.

El área de los tubos de flujos horizontales está dada por:

$$A_h = h_e l_i \quad (2.34)$$

mientras que la longitud del tubo de flujo horizontal es:

$$l_{htf} = w_w + w_e \quad (2.35)$$

Sustituyendo (2.34) y (2.35) en (2.33), se obtiene:

$$P_{htf} = \frac{\mu_0 h_e l_i}{w_w + w_e} = \frac{\mu_0 l_i}{\frac{w_w + w_e}{h_e}} \quad (2.36)$$

La permeancia de dispersión de los tubos de flujo verticales es:

$$P_{vtf} = \frac{\mu_0 A_v}{l_{vtf}} \quad (2.37)$$

donde  $A_v$  es el área del tubo de flujo vertical, y  $l_{vtf}$  es la longitud del tubo de flujo vertical.

El área de los tubos de flujos verticales se obtiene de:

$$A_v = w_e l_i \quad (2.38)$$

y la longitud del tubo de flujo vertical es:

$$l_{vtf} = h_w + h_e \quad (2.39)$$

Sustituyendo (2.38) y (2.39) en (2.37), da como resultado:

$$P_{vtf} = \frac{\mu_0 w_e l_i}{h_w + h_e} = \frac{\mu_0 l_i}{\frac{h_w + h_e}{w_e}} \quad (2.40)$$

La permeancia de dispersión total del flujo de dispersión exterior al bobinado de la ventana pero interior al núcleo, se calcula de la siguiente manera:

$$\frac{1}{P_{eli}} = \frac{1}{P_{htf}} + \frac{1}{P_{vtf}} + \frac{1}{P_{htf}} + \frac{1}{P_{vtf}} \quad (2.41)$$

$$\frac{1}{P_{eli}} = \frac{2}{P_{htf}} + \frac{2}{P_{vtf}} \quad (2.42)$$

$$\frac{1}{P_{eli}} = 2 \left( \frac{1}{P_{htf}} + \frac{1}{P_{vtf}} \right) \quad (2.43)$$

$$\frac{1}{P_{eli}} = 2 \left( \frac{1}{\frac{\mu_0 l_i}{\frac{w_w + w_e}{h_e}}} + \frac{1}{\frac{\mu_0 l_i}{\frac{h_w + h_e}{w_e}}} \right) \quad (2.44)$$

$$\frac{1}{P_{eli}} = 2 \left( \frac{w_w + w_e}{h_e} + \frac{h_w + h_e}{\mu_0 l_i} \right) \quad (2.45)$$

$$\frac{1}{P_{eli}} = \frac{2}{\mu_0 l_i} \left( \frac{w_w + w_e}{h_e} + \frac{h_w + h_e}{w_e} \right) \quad (2.46)$$

$$P_{eli} = \frac{\mu_0 l_i}{2 \left( \frac{w_w + w_e}{h_e} + \frac{h_w + h_e}{w_e} \right)} \quad (2.47)$$

Finalmente la permeancia de dispersión para el caso 1 es:

$$P_{li} = P_{ili} + P_{eli} \quad (2.48)$$

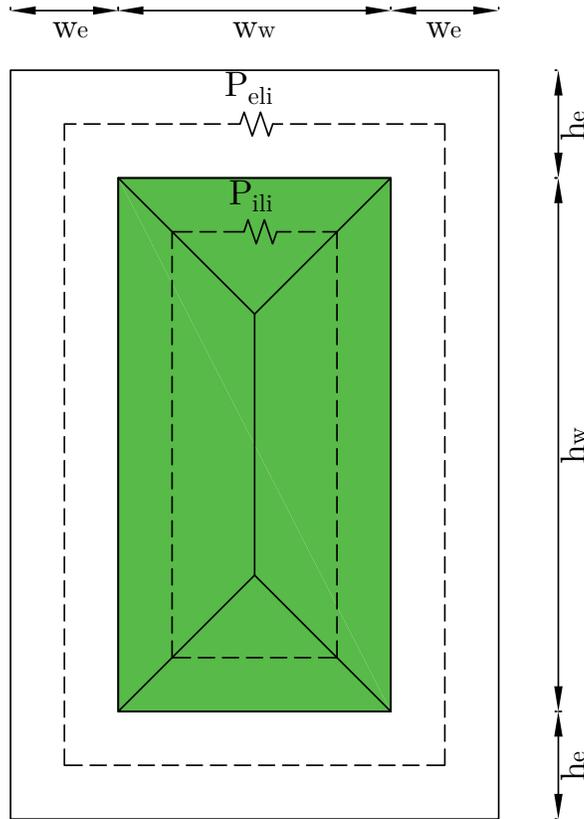
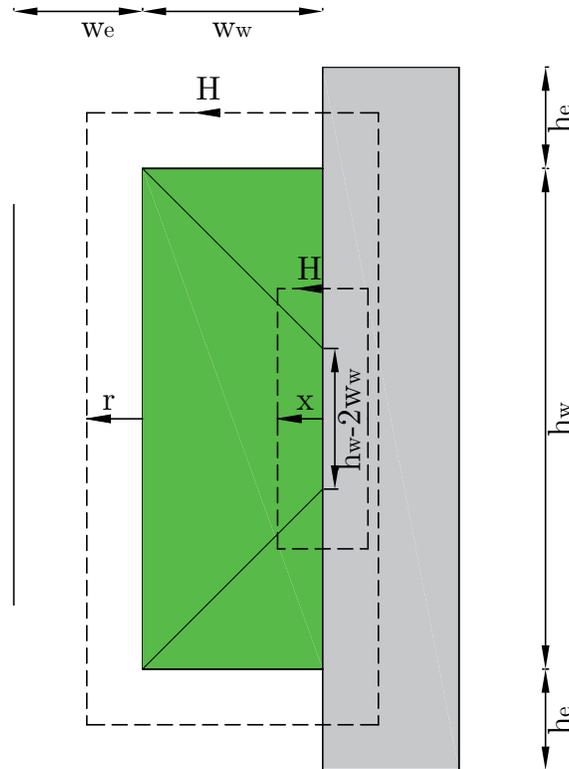


Figura 2.10: Permeancias de dispersión para el caso 1

2.3.2. Caso 2: Permeancia de dispersión de la sección del devanado exterior adyacente al núcleo



**Figura 2.11:** Trayectoria del flujo de dispersión de la sección del devanado exterior adyacente al núcleo

En la Figura 2.11 se muestran las trayectorias del flujo de dispersión de una sección de bobina externa a la ventana del núcleo y adyacente al núcleo.

La longitud de la trayectoria del flujo y el área del conductor encerrada por la trayectoria para el cálculo de la permeancia asociada con la trayectoria del flujo de dispersión interno a la bobina se expresan como:

$$l_p = |h_w - 2w_w| + 4x \quad (2.49)$$

y

$$a_p = x |h_w - 2w_w| + 2x^2 \quad (2.50)$$

Sustituyendo (2.49) y (2.50) en (2.12), y considerando  $x_{\text{máx}} = \text{mín} \left( \frac{hw}{2}, w_w \right)$ , da como resultado:

$$E = \frac{1}{2} \mu_o \frac{N^2 i^2 l_i}{w_w^2 h_w^2} \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{(x |h_w - 2w_w| + 2x^2)^2}{|h_w - 2w_w| + 4x} dx \quad (2.51)$$

Para la solución de la integral, se sustituye  $|h_w - 2w_w| = k_1$ , tal que:

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{(x k_1 + 2x^2)^2}{k_1 + 4x} dx \quad (2.52)$$

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{4x^4 + 4k_1 x^3 + k_1^2 x^2}{4x + k_1} dx \quad (2.53)$$

Realizando una división de polinomios, la integral (2.53) queda como:

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \left( x^3 + \frac{3}{4} k_1 x^2 + \frac{1}{16} k_1^2 x - \frac{1}{64} k_1^3 + \frac{1}{64} \left( \frac{k_1^4}{4x + k_1} \right) \right) dx \quad (2.54)$$

$$\frac{x^4}{4} \Big|_0^{x_{\text{máx}}} + \frac{3}{4} k_1 \frac{x^3}{3} \Big|_0^{x_{\text{máx}}} + \frac{1}{16} k_1^2 \frac{x^2}{2} \Big|_0^{x_{\text{máx}}} - \frac{1}{64} k_1^3 x \Big|_0^{x_{\text{máx}}} + \frac{1}{64} k_1^4 \int_0^{x_{\text{máx}}} \left( \frac{1}{4x + k_1} \right) dx \quad (2.55)$$

donde  $x_{\text{máx}}$  se definió como:

$$\begin{aligned} x_{\text{máx}} &= \text{mín} \left( \frac{hw}{2}, w_w \right) \\ x_{\text{máx}} &= \frac{1}{2} \text{mín} (h_w, 2w_w) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Si se expresa  $k_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{mín} (h_w, 2w_w)$  entonces:

$$x_{\text{máx}} = \frac{\sqrt{2} k_2}{2} \quad (2.57)$$

Evaluando  $x_{\text{máx}}$  en la ecuación (2.55), se obtiene:

$$\frac{1}{16}k_2^4 + \frac{\sqrt{2}}{16}k_1k_3^3 + \frac{1}{64}k_1^2k_2^2 - \frac{\sqrt{2}}{128}k_1^3k_2 + \frac{1}{256}k_1^4 \ln\left(1 + \frac{2\sqrt{2}k_2}{k_1}\right) \quad (2.58)$$

Sustituyendo el resultado de la integral en (2.51) se obtiene:

$$E = \frac{1}{2}\mu_o \frac{N^2 i^2 l_e a}{w_w^2 h_w^2} \frac{1}{256} (16k_2^4 + 16\sqrt{2}k_1k_2^3 + 4k_1^2k_2^2 - 2\sqrt{2}k_1^3k_2 + k_1^4 \ln(1 + \frac{2\sqrt{2}k_2}{k_1})) \quad (2.59)$$

Igualando las ecuaciones (2.59) y (2.11), proporciona la permeancia asociada con el flujo de dispersión en el interior de la porción del bobinado exterior y adyacente al núcleo:

$$P_{ilea} = \frac{\mu_o l_{ea}}{256 w_w^2 h_w^2} (16k_2^4 + 16\sqrt{2}k_1k_2^3 + 4k_1^2k_2^2 - 2\sqrt{2}k_1^3k_2 + k_1^4 \ln(1 + \frac{2\sqrt{2}k_2}{k_1})) \quad (2.60)$$

donde

$$k_1 = |h_w - 2w_w| \quad (2.61)$$

y

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{mín}(h_w, 2w_w) \quad (2.62)$$

La permeancia de dispersión de la trayectoria exterior de la bobina, que es exterior y adyacente al núcleo, se expresa como:

$$P_{elea} = \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{\mu_o l_{ea}}{l_p} dr \quad (2.63)$$

donde  $x_{\text{máx}} = \text{mín}(h_e, w_e)$  y la longitud de la trayectoria se calcula como:

$$l_p = h_w + 2w_w + \pi r \quad (2.64)$$

Sustituyendo (2.64) en (2.63) resulta en:

$$P_{elea} = \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{\mu_0 l_{ea}}{h_w + 2w_w + \pi r} dr \quad (2.65)$$

$$P_{elea} = \mu_0 l_{ea} \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{h_w + 2w_w + \pi r} dr \quad (2.66)$$

La solución de la integral

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{h_w + 2w_w + \pi r} dr \quad (2.67)$$

se lleva a cabo sustituyendo  $u = h_w + 2w_w + \pi r$ , tal que:

$$\begin{aligned} du &= \pi dr \\ dr &= \frac{1}{\pi} du \\ u(0) &= h_w + 2w_w \\ u_{\text{máx}} &= h_w + 2w_w + \pi x_{\text{máx}} \end{aligned} \quad (2.68)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{h_w + 2w_w}^{h_w + 2w_w + \pi x_{\text{máx}}} \frac{1}{u} du \quad (2.69)$$

$$\frac{1}{\pi} \ln(u) \Big|_{h_w + 2w_w}^{h_w + 2w_w + \pi x_{\text{máx}}} \quad (2.70)$$

$$\frac{1}{\pi} \ln\left(\frac{h_w + 2w_w + \pi x_{\text{máx}}}{h_w + 2w_w}\right) \quad (2.71)$$

y

$$\frac{1}{\pi} \int_{h_w + 2w_w}^{h_w + 2w_w + \pi x_{\text{máx}}} \frac{1}{u} du = \frac{1}{\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi x_{\text{máx}}}{h_w + 2w_w}\right) \quad (2.72)$$

Sustituyendo el resultado de la integral en (2.66) da como resultado:

$$P_{elea} = \frac{\mu_0 l_{ea}}{\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi x_{\text{máx}}}{h_w + 2w_w}\right) \quad (2.73)$$

donde la longitud del segmento del devanado exterior  $l_{ea}$ , se puede calcular usando (2.9).

La permeancia de dispersión total asociada con la sección del devanado externo a la ventana del núcleo y adyacente al núcleo se obtiene como:

$$P_{lea} = P_{ilea} + P_{elea} \quad (2.74)$$

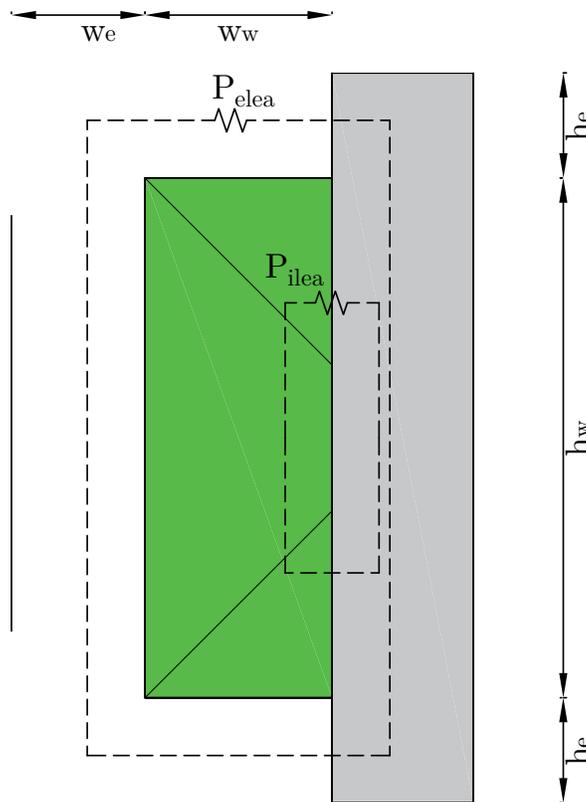
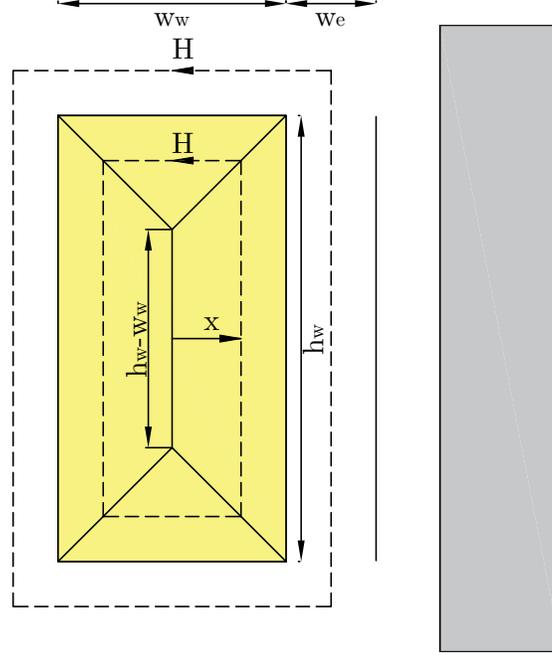


Figura 2.12: Permeancias de dispersión para el caso 2

### 2.3.3. Caso 3: Permeancia de dispersión de la sección del devanado exterior y aislada del núcleo

Mediante la comparación de las trayectorias de dispersión interiores de la Figura 2.8 y la Figura 2.13, se puede observar que la trayectoria interior del flujo de dispersión de la sección del devanado exterior, que está aislado del núcleo, es la misma que la



**Figura 2.13:** Trayectoria del flujo de dispersión del sección del devanado exterior aislada al núcleo

trayectoria interior de una sección del devanado en el interior de la ventana del núcleo, tal que:

$$P_{ilei} = \frac{\mu_0 l_i}{128 w_w^2 h_w^2} \left( 4k_2^4 + 8k_1 k_2^3 + 2k_1^2 k_2^2 - 2k_1^3 k_2 + k_1^4 \ln \left( \frac{2k_2}{k_1} + 1 \right) \right) \quad (2.75)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  están dadas por (2.31) y (2.32). La permeancia de dispersión que representa a el flujo externo al devanado se expresa como:

$$P_{elei} = \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{\mu_0 l_{ei}}{l_p} dr \quad (2.76)$$

donde  $x_{\text{máx}} = w_e$  y la longitud de la trayectoria se calcula como:

$$l_p = 2h_w + 2w_w + 2\pi r \quad (2.77)$$

Ahora sustituyendo (2.77) en (2.76), da:

$$P_{elei} = \frac{\mu_0 l_{ei}}{2} \int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{h_w + w_w + \pi r} dr \quad (2.78)$$

La solución de la integral:

$$\int_0^{x_{\text{máx}}} \frac{1}{h_w + w_w + \pi r} dr \quad (2.79)$$

se obtiene sustituyendo  $u = h_w + w_w + \pi r$ , tal que:

$$\begin{aligned} du &= \pi dr \\ dr &= \frac{1}{\pi} du \\ u(0) &= h_w + w_w \\ u_{\text{máx}} &= h_w + w_w + \pi r_{\text{máx}} \end{aligned} \quad (2.80)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{h_w + w_w}^{h_w + w_w + \pi x_{\text{máx}}} \frac{1}{u} du \quad (2.81)$$

$$\frac{1}{\pi} \ln(u) \Big|_{h_w + w_w}^{h_w + w_w + \pi x_{\text{máx}}} \quad (2.82)$$

$$\frac{1}{\pi} \ln\left(\frac{h_w + w_w + \pi x_{\text{máx}}}{h_w + w_w}\right) \quad (2.83)$$

$$\frac{1}{\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi x_{\text{máx}}}{h_w + w_w}\right) \quad (2.84)$$

y

$$\frac{1}{\pi} \int_{h_w + w_w}^{h_w + w_w + \pi x_{\text{máx}}} \frac{1}{u} du = \frac{1}{\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi w_e}{h_w + w_w}\right) \quad (2.85)$$

Sustituyendo el resultado de la integral en la ecuación (2.78) se obtiene:

$$P_{elei} = \frac{\mu_0 l_{ei}}{2\pi} \ln\left(1 + \frac{\pi w_e}{h_w + w_w}\right) \quad (2.86)$$

La permeancia de dispersión total de la sección del devanado exterior aislada del núcleo se calcula como:

$$P_{lei} = P_{ilei} + P_{elei} \quad (2.87)$$

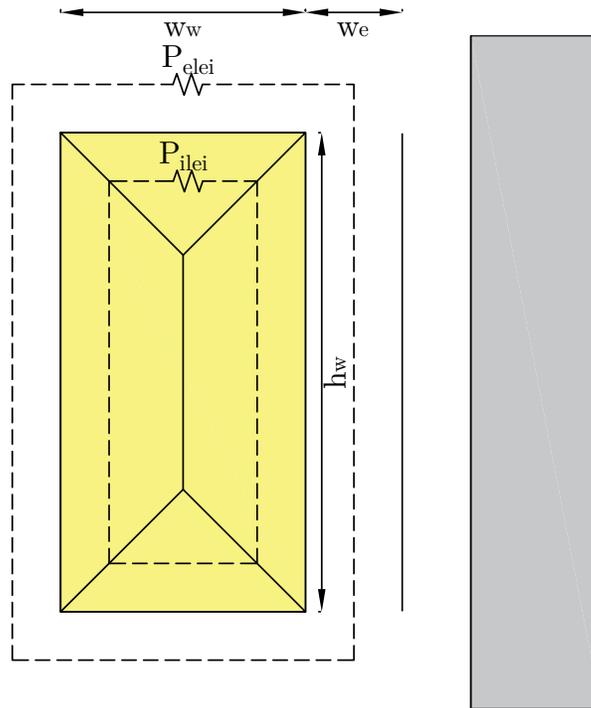


Figura 2.14: Permeancias de dispersión para el caso 3

## 2.4. Permeancia de dispersión del devanado $\alpha$

Usando la permeancia de dispersión para la sección de bobina descrita en la sección (2.3), la permeancia de dispersión de la bobina- $\alpha$   $P_{\alpha l}$  se puede obtener en dos partes: una que representa la trayectoria del flujo de dispersión que es interior con respecto a la ventana del núcleo,  $P_{\alpha li}$ , y una que representa la trayectoria del flujo de dispersión que es exterior con respecto a la ventana de núcleo,  $P_{\alpha le}$ . Usando el caso 1 en la sección

(2.3.1), la permeancia  $P_{\alpha li}$  se expresa como:

$$P_{\alpha li} = P_{i\alpha li} + P_{e\alpha li} \quad (2.88)$$

En (2.88) se utiliza (2.30) y (2.47), tal que:

- a) La permeancia de dispersión de la trayectoria interior de la porción del devanado  $\alpha$  que se encuentra en el interior de la ventana del núcleo se expresa como:

$$P_{i\alpha li} = \frac{\mu_0 l_{\alpha i}}{128 w_{\alpha}^2 h_{\alpha}^2} (4k_{\alpha i2}^4 + 8k_{\alpha i1} k_{\alpha i2}^3 + 2k_{\alpha i1}^2 k_{\alpha i2}^2 - 2k_{\alpha i1}^3 k_{\alpha i2} + k_{\alpha i1}^4 \ln(1 + \frac{2k_{\alpha i2}}{k_{\alpha i1}})) \quad (2.89)$$

- b) La permeancia de dispersión de la trayectoria exterior de la porción del devanado  $\alpha$  que se encuentra en el interior de la ventana se expresa como:

$$P_{e\alpha li} = \frac{\mu_0 l_{\alpha i}}{\left( \frac{1}{2} (h_{ci} + h_{\alpha}) \left( \frac{1}{c_{ac}} + \frac{1}{c_{\alpha\beta}} \right) + \frac{(2w_{\alpha} + c_{ac} + c_{\alpha\beta})}{c_{av}} \right)} \quad (2.90)$$

donde

$$k_{\alpha i1} = |h_{\alpha} - w_{\alpha}| \quad (2.91)$$

y

$$k_{\alpha i2} = \text{mín}(h_{\alpha}, w_{\alpha}) \quad (2.92)$$

Aplicando el caso 2 en la sección (2.3.2), la permeancia  $P_{\alpha le}$  se obtiene como:

$$P_{\alpha le} = P_{i\alpha le} + P_{e\alpha le} \quad (2.93)$$

Sustituyendo (2.60) y (2.73) en (2.93) da como resultado:

- a) La permeancia de dispersión de la trayectoria interior de la porción del devanado  $\alpha$  que se encuentra en el exterior de la ventana del núcleo y adyacente a éste se expresa como:

$$P_{iale} = \frac{\mu_o l_{\alpha e}}{256 w_{\alpha}^2 h_{\alpha}^2} (16 k_{\alpha e 2}^4 + 16 \sqrt{2} k_{\alpha e 1} k_{\alpha e 2}^3 + 4 k_{\alpha e 1}^2 k_{\alpha e 2}^2 - 2 \sqrt{2} k_{\alpha e 1}^3 k_{\alpha e 2} + k_{\alpha e 1}^4 \ln(1 + \frac{2 \sqrt{2} k_{\alpha e 2}}{k_{\alpha e 1}})) \quad (2.94)$$

- b) La permeancia de dispersión de la trayectoria exterior de la porción del devanado  $\alpha$  que se encuentra en el exterior de la ventana del núcleo y adyacente a éste se expresa como:

$$P_{eale} = \frac{\mu_o l_{\alpha e}}{\pi} \ln \left( 1 + \frac{\pi \text{mín}((c_{\alpha\beta} + 0.5 w_{\beta}), 0.5 (h_{co} - h_{\alpha}))}{2 w_{\alpha} + 2 c_{\alpha c} + h_{\alpha}} \right) \quad (2.95)$$

donde

$$k_{\alpha e 1} = |h_{\alpha} - 2 w_{\alpha}| \quad (2.96)$$

y

$$k_{\alpha e 2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{mín}(h_{\alpha}, 2 w_{\alpha}) \quad (2.97)$$

## 2.5. Permeancia de dispersión del devanado $\beta$

En esta sección se calculan las permeancias de dispersión del devanado  $\beta$ . La permeancia de dispersión asociada al flujo de dispersión de la porción de la bobina  $\beta$  que está en el interior de la ventana del núcleo, se calcula considerando el caso 1 en la sección (2.3.1). Realizando una sustitución de los subíndices, se obtiene que:

$$P_{\beta li} = P_{i\beta li} + P_{e\beta li} \quad (2.98)$$

La sustitución de (2.30) y (2.47) en (2.98) lleva a las siguientes expresiones:

- a) La permeancia de dispersión de la trayectoria interior de la porción del devanado  $\beta$  que se encuentra en el interior de la ventana del núcleo se expresa como:

$$P_{i\beta i} = \frac{\mu_0 l_{\beta i}}{128 w_{\beta}^2 h_{\beta}^2} (4k_{\beta i 2}^4 + 8k_{\beta i 1} k_{\beta i 2}^3 + 2k_{\beta i 1}^2 k_{\beta i 2}^2 - 2k_{\beta i 1}^3 k_{\beta i 2} + k_{\beta i 1}^4 \ln(1 + \frac{2k_{\beta i 2}}{k_{\beta i 1}})) \quad (2.99)$$

- b) La permeancia de dispersión de la trayectoria exterior de la porción del devanado  $\beta$  que se encuentra en el interior de la ventana del núcleo se expresa como:

$$P_{e\beta i} = \frac{\mu_0 l_{\beta i}}{\left( \frac{1}{2} (h_{ci} + h_{\beta}) \left( \frac{1}{c_{\beta c}} + \frac{1}{c_{\alpha \beta}} \right) + \frac{(2w_{\beta} + c_{\beta c} + c_{\alpha \beta})}{c_{\beta v}} \right)} \quad (2.100)$$

donde

$$k_{\beta i 1} = |h_{\beta} - w_{\beta}| \quad (2.101)$$

y

$$k_{\beta i 2} = \text{mín}(h_{\beta}, w_{\beta}) \quad (2.102)$$

La permeancia de dispersión asociada a la porción del devanado  $\beta$  que está en el exterior de la ventana, denotada por  $P_{\beta le}$ , se obtiene aplicando el caso 3 en la sección (2.3.3), tal que:

$$P_{\beta le} = P_{i\beta le} + P_{e\beta le} \quad (2.103)$$

La sustitución de (2.75) y (2.86) en (2.103) da como resultado:

- a) La permeancia de dispersión de la trayectoria interior de la porción del devanado  $\beta$  que está en el exterior de la ventana del núcleo se obtiene como:

$$P_{i\beta le} = \frac{\mu_0 l_{\beta e}}{128 w_{\beta}^2 h_{\beta}^2} (4k_{\beta e 2}^4 + 8k_{\beta e 1} k_{\beta e 2}^3 + 2k_{\beta e 1}^2 k_{\beta e 2}^2 - 2k_{\beta e 1}^3 k_{\beta e 2} + k_{\beta e 1}^4 \ln(1 + \frac{2k_{\beta e 2}}{k_{\beta e 1}})) \quad (2.104)$$

b) La permeancia de dispersión de la trayectoria exterior de la porción del devanado  $\beta$  que está en el exterior de la ventana del núcleo se obtiene como:

$$P_{e\beta le} = \frac{\mu_0 l_{\beta e}}{2\pi} \ln(1 + \frac{\pi(w_{\beta} + c_{\alpha c} + c_{\alpha\beta})}{h_{\beta} + w_{\beta}}) \quad (2.105)$$

donde

$$k_{\beta e 1} = |w_{\beta} - h_{\beta}| \quad (2.106)$$

y

$$k_{\beta e 2} = \text{mín}(w_{\beta}, h_{\beta}) \quad (2.107)$$

## 2.6. Obtención de los valores de las permeancias de dispersión de los devanados $\alpha$ y $\beta$

Obtenidas las expresiones para el cálculo de las permeancias de dispersión del devanado  $\alpha$  y  $\beta$  en las secciones (2.4) y (2.5), se sustituye en estas expresiones los valores de las dimensiones del transformador mostradas en la Tabla 2.1

Para el cálculo de  $P_{\alpha li}$ , es necesario calcular antes las constantes  $\theta_{\alpha}$ ,  $l_{\alpha i}$  y  $l_{\alpha e}$ , las cuales son calculadas sustituyendo el subíndice  $j$  por  $\alpha$  en las ecuaciones (2.1), (2.8) y (2.9), las cuales quedan de la siguiente forma:

$$\theta_{\alpha} = \sin^{-1} \left( \frac{2d_{bce}}{r_{\alpha i} + r_{\alpha o}} \right), \quad (2.108)$$

$$l_{\alpha i} = d_w + \theta_{\alpha} (r_{\alpha i} + r_{\alpha o}) \quad (2.109)$$

## 2. MODELADO DEL CIRCUITO MAGNÉTICO EQUIVALENTE DEL TRANSFORMADOR

---

<i>Símbolo</i>	<i>Valor(mm)</i>
$w_{we}$	19.5
$d_{bce}$	6.9
$d_c$	28.7274
$d_w$	14.9274
$r_{\alpha i}$	6.0375
$r_{\alpha o}$	14.9975
$r_{\beta i}$	15.3975
$r_{\beta o}$	18.8475
$c_{\alpha v}$	1.7
$c_{\alpha c}$	1.5
$c_{\alpha \beta}$	0.4
$c_{\beta c}$	0.9
$c_{\beta v}$	1.7
$w_{cvc}$	28.5750
$w_{ch}$	14.2875
$w_{cve}$	14.2875
$w_{co}$	85.7250
$w_{wc}$	14.2875
$h_{co}$	71.4375
$h_{\alpha}$	38.67
$h_{\beta}$	38.67
$w_{\alpha}$	8.96
$w_{\beta}$	3.45
$l_{ch}$	35.7185
$l_{cv}$	56.35625

**Tabla 2.1:** Dimensiones del transformador

y

$$l_{\alpha e} = w_{we} + \left(\frac{\pi}{2} - \theta_{\alpha}\right) (r_{\alpha i} + r_{\alpha o}) \quad (2.110)$$

Sustituyendo los valores de la Tabla 2.1 en las ecuaciones (2.108), (2.109), (2.110), (2.4),

(2.6), (2.89) y (2.90), se obtiene:

$$P_{\alpha li} = 8.4931 \times 10^{-10} \quad \text{Wb/A-vueltas} \quad (2.111)$$

El valor de  $P_{\alpha le}$  se encuentra sustituyendo los valores de la Tabla 2.1 en las ecuaciones (2.108),(2.110), (2.4), (2.6), (2.94) y (2.95):

$$P_{\alpha le} = 3.9071 \times 10^{-9} \quad \text{Wb/A-vueltas} \quad (2.112)$$

También para el cálculo de  $P_{\beta li}$ , es necesario calcular antes las constantes  $\theta_\beta$ ,  $l_{\beta i}$  y  $l_{\beta e}$ , las cuales son calculadas sustituyendo el subíndice  $j$  por  $\beta$  en las ecuaciones (2.1), (2.8) y (2.9), las cuales quedan de la siguiente forma:

$$\theta_\beta = \sin^{-1} \left( \frac{2d_{bce}}{r_{\beta i} + r_{\beta o}} \right), \quad (2.113)$$

$$l_{\beta i} = d_w + \theta_\beta (r_{\beta i} + r_{\beta o}) \quad (2.114)$$

y

$$l_{\beta e} = w_{we} + \left( \frac{\pi}{2} - \theta_\beta \right) (r_{\beta i} + r_{\beta o}) \quad (2.115)$$

Sustituyendo los valores de la Tabla 2.1 en las ecuaciones (2.113), (2.114), (2.99), (2.100), se obtiene:

$$P_{\beta li} = 4.9218 \times 10^{-10} \quad \text{Wb/A-vueltas} \quad (2.116)$$

El valor de  $P_{\beta le}$  se encuentra sustituyendo los valores de la Tabla 2.1 en las ecuaciones (2.113), (2.115), (2.104) y (2.105), tal que:

$$P_{\beta le} = 4.4735 \times 10^{-9} \quad \text{Wb/A-vueltas} \quad (2.117)$$

## 2.7. Cálculo de las permeancias del núcleo

Para obtener con precisión el flujo en el núcleo, se divide el núcleo del transformador en siete tubos de flujo, los cuales se pueden observar en la Figura 2.15. La permeancia de cada tubo es calculada como una función de la longitud del tubo de flujo, el área de la sección transversal y la permeabilidad del material del núcleo.

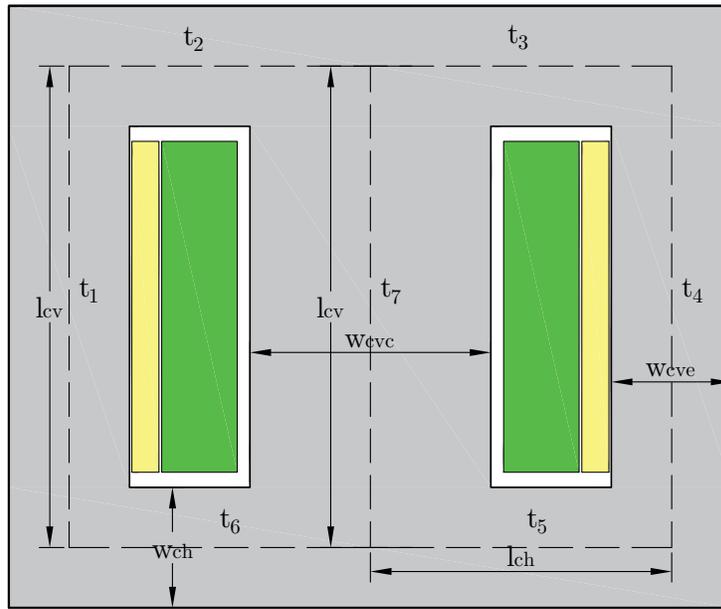


Figura 2.15: Vista sección transversal del transformador

### 2.7.1. Permeancia de las columnas verticales extremas del núcleo

La permeancia  $P_{cve}$  es la asociada a las dos columnas verticales extremas del núcleo, la cual puede ser calculada de la siguiente manera:

$$P_{cve}(\Phi_{cve}) = \frac{A_{cve}\mu_{cve}(\Phi_{cve}/A_{cve})}{l_{cve}} \quad (2.118)$$

donde  $\Phi_{cve}$  es el flujo en las columnas verticales extremas,  $l_{cve}$  es la longitud de las trayectorias de flujo en las columnas verticales de los extremos del núcleo,  $\mu_{cve}$  es la permeabilidad del material del núcleo, la cual depende del flujo magnético y  $A_{cve}$  es el

área de la sección transversal del núcleo en las columnas verticales extremas, la cual se calcula como:

$$A_{cve} = w_{cve}d_c \quad (2.119)$$

donde  $w_{cve}$  es el ancho de las columnas verticales extremas del núcleo y  $d_c$  es la profundidad del núcleo.

### 2.7.2. Permeancia de la columna vertical central del núcleo

La permeancia  $P_{cvc}$  es la asociada a la columna vertical central del núcleo, la cual puede ser calculada de la siguiente manera:

$$P_{cvc}(\Phi_{cvc}) = \frac{A_{cvc}\mu_{cvc}(\Phi_{cvc}/A_{cvc})}{l_{cvc}} \quad (2.120)$$

donde  $\Phi_{cvc}$  es el flujo en la columna vertical central,  $l_{cvc}$  es la longitud de la trayectoria de flujo en la columna vertical central del núcleo,  $\mu_{cvc}$  es la permeabilidad del material del núcleo, la cual depende del flujo magnético y  $A_{cvc}$  es el área de la sección transversal del núcleo en la columna vertical central, la cual se calcula como:

$$A_{cvc} = w_{cvc}d_c \quad (2.121)$$

donde  $w_{cvc}$  es el ancho de la columna vertical central del núcleo y  $d_c$  es la profundidad del núcleo.

### 2.7.3. Permeancia de las columnas horizontales del núcleo

La permeancia  $P_{ch}$  es la asociada a las columnas horizontales inferior y superior del núcleo, la cual puede ser calculada de la siguiente manera:

$$P_{ch}(\Phi_{ch}) = \frac{A_{ch}\mu_{ch}(\Phi_{ch}/A_{ch})}{l_{ch}} \quad (2.122)$$

donde  $\mu_{cvc}$  es la permeabilidad del material del núcleo, la cual depende del flujo magnético,  $l_{ch}$  es la longitud de la trayectoria de flujo en las columnas horizontales superior e inferior,  $\Phi_{ch}$  es el flujo magnético en las columnas horizontales superior e inferior y  $A_{ch}$

es el área de la sección transversal del núcleo en las columnas horizontales superior e inferior, la cual se calcula como:

$$A_{ch} = w_{ch}d_c \quad (2.123)$$

donde  $w_{ch}$  es el ancho de las columnas horizontales del núcleo y  $d_c$  es la profundidad del núcleo.

## 2.8. Circuito magnético equivalente

Una vez calculadas las permeancias de dispersión de cada devanado y las permeancias del núcleo, se puede establecer el Circuito Magnético Equivalente, el cual se muestra en la Figura 2.16

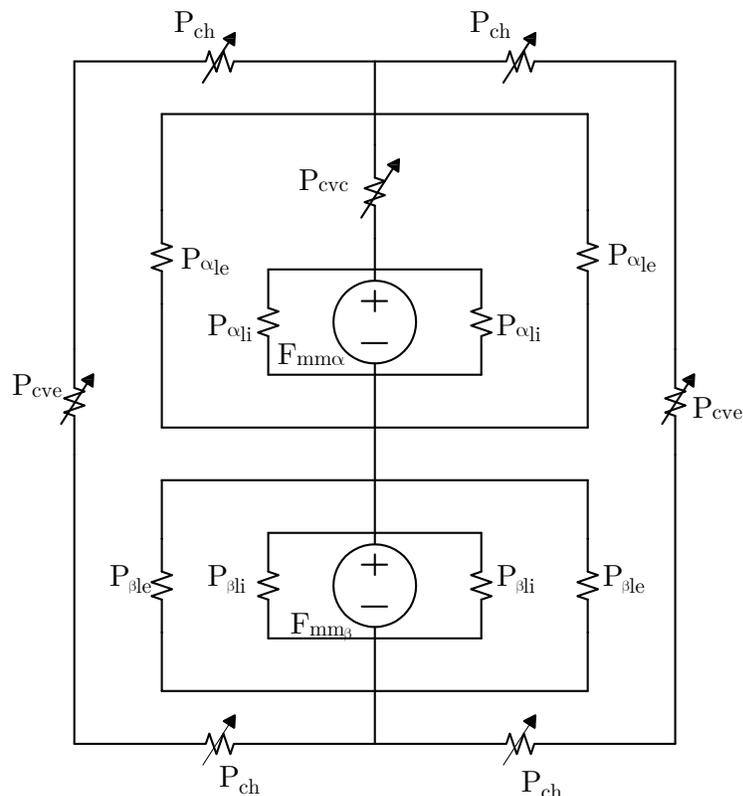


Figura 2.16: Circuito magnético equivalente del transformador

De la Figura 2.16, se observa que las permeancias  $P_{ch}$ ,  $P_{cve}$  y  $P_{cvc}$  no son lineales, porque dependen del flujo que este circulando por cada columna en cada instante de tiempo.

Las permeancias  $P_{\alpha li}$  y  $P_{\beta li}$  son las asociadas a la sección del devanado que se encuentra en el interior de la ventana, para los devanados primario y secundario respectivamente, se obtuvieron solamente para una ventana, y este transformador posee dos ventanas, por lo que se colocó en el circuito magnético de la Figura 2.16 dos  $P_{\alpha li}$  y  $P_{\beta li}$  conectadas en paralelo, representando cada una, la permeancia para cada ventana. Lo mismo sucede para las permeancias  $P_{\alpha le}$  y  $P_{\beta le}$ , las cuales están asociadas a la sección del devanado que se encuentra en el exterior de la ventana, para los devanados primario y secundario respectivamente, las que fueron obtenidas para un solo lado.

Este circuito magnético equivalente de la Figura 2.16 queda reducido al circuito de la Figura 2.17, si se suman las permeancias que se encuentran en paralelo.

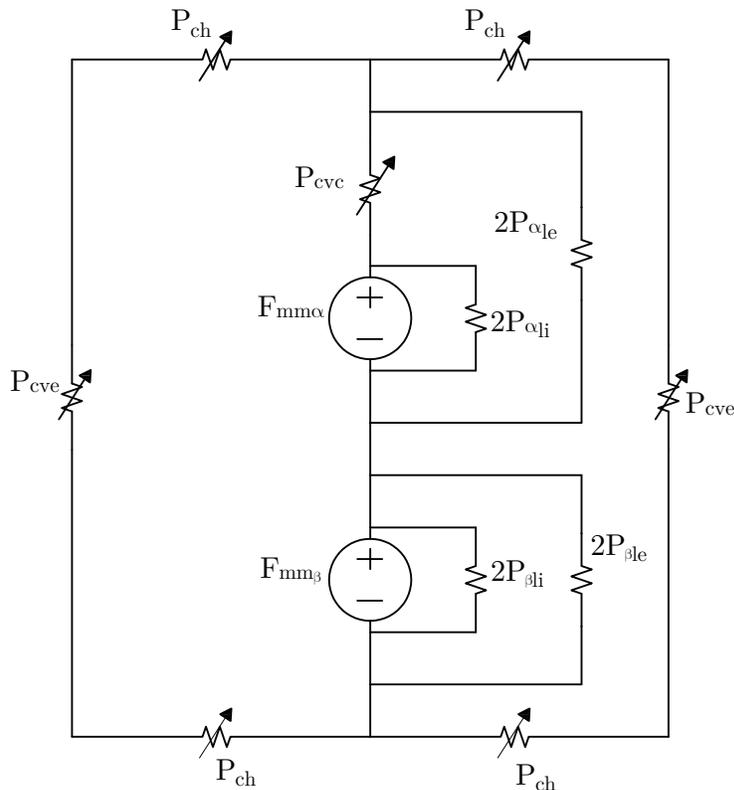


Figura 2.17: Circuito magnético equivalente reducido 1 del transformador

Sumando las permeancias  $P_{\beta le}$  y  $P_{\beta li}$ , que están en paralelo se obtiene la permeancia  $P_{\beta l}$  como está en la ecuación (2.124) y el circuito magnético equivalente de la Figura 2.17 se puede reducir al de la Figura 2.18

$$P_{\beta l} = 2P_{\beta li} + 2P_{\beta le} \quad (2.124)$$

$$P_{\beta l} = 9.9313 \times 10^{-9} \quad \text{Wb/A-vueltas} \quad (2.125)$$

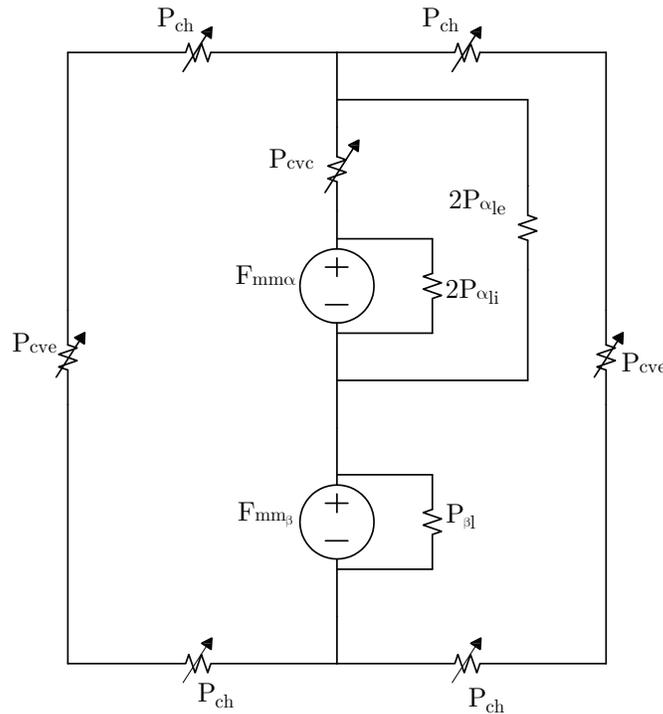
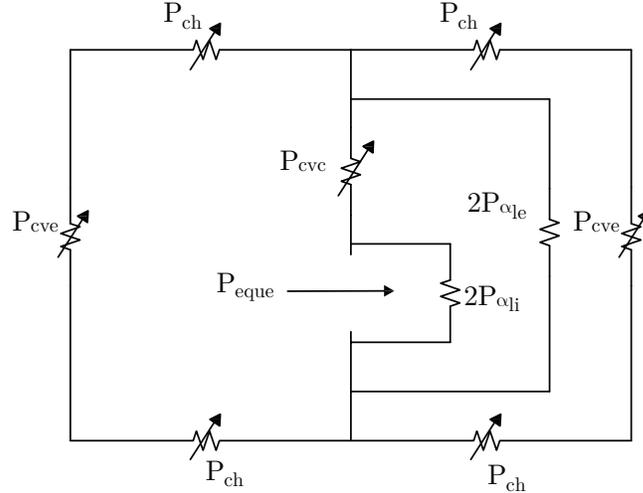


Figura 2.18: Circuito magnético equivalente reducido 2 del transformador

Como se calcula la corriente de irrupción en vacío, es decir cuando solamente el devanado primario está energizado solo es de interés la permeancia vista desde el devanado primario cuando el secundario está abierto y para el cálculo de ésta se considera la Figura 2.19

La permeancia equivalente vista desde el devanado primario considerando que solo éste está energizado, se obtiene de la siguiente forma:



**Figura 2.19:** Circuito magnético equivalente reducido 3 del transformador

1. Se suman en paralelo las ramas que contienen a las permeancias  $P_{cve}$  y  $P_{ch}$ .
2. La permeancia resultante del paso 1 se suma en paralelo con  $2P_{\alpha e}$ .
3. La permeancia resultante del paso 2 se suma en serie con  $P_{cvc}$ .
4. Finalmente la  $P_{eque}$  es la suma en paralelo de la permeancia resultante del paso 3 con  $2P_{\alpha i}$ .

La permeancia equivalente vista por el devanado primario, la cual será utilizada en el Capítulo 3 para el cálculo de la inductancia  $L = N_1^2 P_{eque}$ , se muestra en la ecuación (2.126).

$$P_{eque} = \frac{P_{cvc}(2P_{ch}P_{cve} + 2P_{\alpha e}(2P_{cve} + P_{ch}))}{P_{cvc}(2P_{cve} + P_{ch}) + 2P_{ch}P_{cve} + 2P_{\alpha e}(2P_{cve} + P_{ch})} + P_{\alpha i} \quad (2.126)$$



## Capítulo 3

# SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

### 3.1. Introducción

En este capítulo se presentan los fundamentos teóricos referentes al fenómeno de la corriente de irrupción en los transformadores y se presenta un algoritmo para la simulación de ésta. Este algoritmo es capaz de considerar los parámetros de los cuales depende esta corriente, por lo que es posible realizar varias simulaciones considerando distintos valores de ángulo de conmutación y flujo residual.

### 3.2. Características de la corriente de irrupción

La corriente de irrupción puede presentar las siguientes características [26], [2], [27], [28]:

- Valor pico inicial elevado, de 10 a 20 veces el valor pico de la corriente nominal del transformador.
- Duración de varios ciclos.
- Amplio espectro de componentes armónicas, predominando la 2<sup>a</sup> armónica.

La corriente de irrupción es un evento transitorio que puede generar la operación indebida de los sistemas de protección asociados al transformador perjudicando la calidad y la confiabilidad de la energía entregada al consumidor, generando efectos tales como [29],[18]:

- Elevado calentamiento en los bobinados, provocando daños de aislamiento.
- Producción excesiva de esfuerzos mecánicos debido a las fuerzas magnéticas inducidas.
- Caída de tensión temporal en el sistema eléctrico de potencia.
- Sobretensiones debido a fenómenos de resonancia armónica en sistemas con filtros eléctricos.

Por otro lado, la intensidad y la duración de la corriente de irrupción dependen de los siguientes factores [27]:

- Valor instantáneo de la tensión aplicada al transformador en el instante de energización.
- Magnitud y sentido del flujo residual en el núcleo magnético.
- Resistencia e inductancia equivalente serie del circuito alimentador.
- Resistencia e inductancia de dispersión del bobinado primario del transformador.
- Características magnéticas y geométricas del núcleo.
- Valor de la resistencia de pre-inserción del interruptor.
- Impedancia de carga conectada al secundario.
- Velocidad de cierre de los contactos del interruptor.
- Existencia de bobinado terciario conectado en delta en transformadores trifásicos.

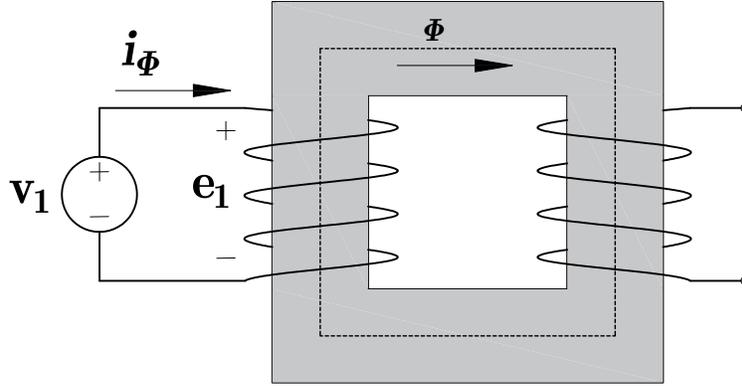


Figura 3.1: Transformador con secundario abierto

### 3.3. Condiciones de vacío

La Figura 3.1, muestra en forma esquematizada a un transformador con el circuito secundario abierto y un voltaje alterno  $v_1$  aplicado en sus terminales principales.

Una pequeña corriente de estado estacionario  $i_\phi$ , denominada corriente de excitación, fluye en el devanado primario y establece un flujo alterno en el circuito magnético. Este flujo induce una fuerza electromotriz (fem) en el devanado principal igual a:

$$e_1 = \frac{d\lambda_1}{dt} = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.1)$$

donde  $\lambda_1$  representa los encadenamientos de flujo del devanado principal,  $\Phi$  es flujo en el núcleo que vincula ambos devanados y  $N_1$  número de vueltas en el devanado principal.

Esta fem, junto con la caída de voltaje en la resistencia principal  $R_1$ , deberán equilibrar el voltaje aplicado  $v_1$ , por lo tanto surge la siguiente expresión:

$$v_1 = R_1 i_\phi + e_1 \quad (3.2)$$

Considerando  $v_1 = V_p \sin(\omega t + \theta)$ , la ecuación (3.2) se puede escribir como:

$$V_p \sin(\omega t + \theta) = R_1 i_\phi + N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.3)$$

Sustituyendo  $i_\Phi = \frac{N_1 \Phi}{L(\Phi)}$  en la ecuación (3.3) se tiene la siguiente ecuación diferencial de primer orden que gobierna la condición de vacío del transformador:

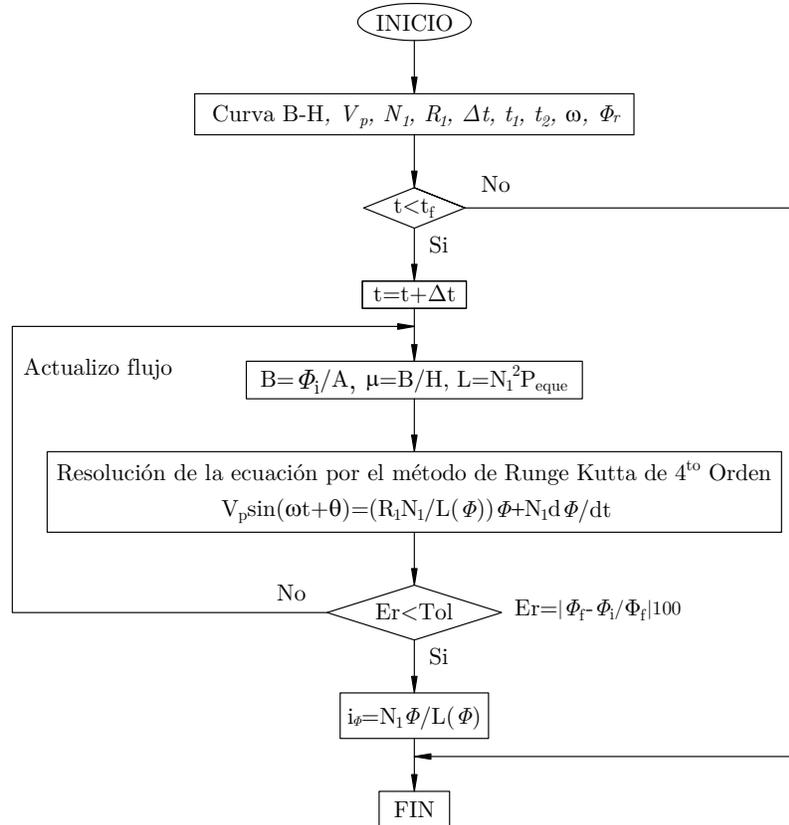
$$V_p \sin(\omega t + \theta) = \frac{R_1 N_1}{L(\Phi)} \Phi + N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.4)$$

#### 3.4. Simulación de la corriente de irrupción

Debido a que la ecuación (3.4) es una ecuación diferencial de primer orden no lineal y a que la inductancia depende del flujo magnético, ésta fue resuelta numéricamente por el método de Runge Kutta de cuarto orden (Apéndice (A.2)), obteniendo primero el flujo magnético y posteriormente la corriente. En la Figura 3.2 se muestra un diagrama de bloques del código que fue utilizado para la simulación de corriente de irrupción, el cual se describe a continuación.

##### Descripción del diagrama de flujo mostrado en la Figura 3.2.

1. En el primer bloque se cargan los datos: a) la curva  $B - H$ , b)  $V_p$ , c) resistencia del devanado primario, d) tiempo inicial y final para los cuales se realiza la simulación, e)  $\Delta t$  y f) valor de ángulo de conmutación y flujo residual requeridos para realizar la simulación.
2. En el segundo bloque se inicia un proceso de iteración temporal hasta llegar al tiempo final de simulación.
3. En el tercer bloque se define el tiempo, sumando el  $\Delta t$  al tiempo anterior.
4. En el cuarto bloque con un valor de flujo magnético se calcula la densidad de flujo  $B = \frac{\Phi}{A}$ , con el que se obtiene  $H$  (intensidad del campo magnético) de la curva  $B - H$ , y por lo tanto la permeabilidad magnética,  $\mu = \frac{B}{H}$ , así como la permeancia equivalente vista desde el devanado primario, para el caso cuando éste está energizado. Posteriormente se calcula la inductancia como:  $L = N_1^2 P_{eque}$ .
5. En el quinto bloque se resuelve la ecuación diferencial para el método de Runge Kutta de 4<sup>to</sup> orden para un instante de tiempo.



**Figura 3.2:** Diagrama de bloques del código para la simulación de la corriente de la corriente de irrupción

6. En el sexto bloque se calcula el error relativo y se compara con una tolerancia, si no se cumple que este error sea menor que la tolerancia, se toma como valor de flujo nuevo el obtenido al resolver la ecuación diferencial en el quinto bloque, y se regresa al cuarto bloque. Este proceso se repite hasta que se cumpla la condición de que el error sea menor que la tolerancia especificada por el usuario.
7. En el séptimo bloque se calcula la corriente como:  $i_{\phi} = \frac{N_1 \Phi}{L(\Phi)}$ , una vez obtenido el valor de flujo magnético para ese instante de tiempo.
8. Se almacenan los valores de corriente y de flujo para ese instante de tiempo y se pasa al segundo bloque hasta llegar al tiempo final de simulación.

La implementación en Matlab<sup>®</sup> [30] de los pasos anteriormente descritos pueden visualizarse en el Apéndice (A.3).

#### 3.4.1. Modelado de la curva B-H

Las gráficas que representan la relación  $B/H$  se llaman comúnmente curvas  $B - H$ , curvas de magnetización o curvas de saturación y son muy útiles en el diseño y análisis del comportamiento de los transformadores eléctricos.

La curva de magnetización del transformador bajo estudio se muestra en la Figura 3.3, ésta se obtuvo experimentalmente mediante las ecuaciones (3.5) y (3.6).

$$B = \frac{V_1}{\sqrt{2}\pi f N_1 A} \quad (3.5)$$

donde:

$V_1$  es voltaje rms del devanado primario.

$N_1$  es el número de vueltas del devanado primario.

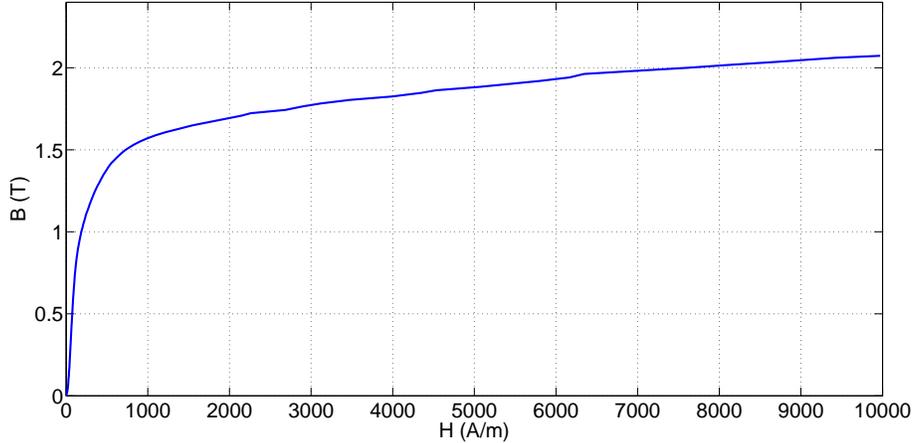
$A$  es el área del sección transversal del núcleo.

$$H = \frac{i_\phi N_1}{l} \quad (3.6)$$

donde:

$i_\phi$  es la corriente de excitación.

$l$  es la longitud media de la trayectoria del flujo.



**Figura 3.3:** Curva de magnetización obtenida en el laboratorio del transformador bajo estudio

Para determinar  $H$  (intensidad del campo magnético) a partir de  $B$  (densidad de flujo) de la curva de magnetización cuando se realizó las simulaciones, se utilizó interpolación lineal.

### 3.5. Resultado de las simulaciones

Se realizaron simulaciones para distintos valores de ángulo de conmutación y flujo residual, con el objetivo de analizar el impacto de estos parámetros en la corriente de irrupción.

Los ángulos de conmutación analizados son  $\theta = 0^\circ$ ,  $\theta = 45^\circ$  y  $\theta = 90^\circ$ . Comúnmente el flujo residual puede ser tan alto como del 80 % del flujo máximo [14], [31], [9], [32] por lo que se seleccionó éste valor para las simulaciones. Un flujo residual igual a cero no ocurre en la realidad pero para estudios se puede suponer su existencia para analizar qué pasaría si se cumpliera esta condición ideal. También se seleccionó un valor de flujo residual del 50 % del flujo máximo, considerando una condición intermedia entre el mínimo y el máximo valor que podría alcanzar el flujo residual. La definición del  $\Phi_{\text{máx}}$  se encuentra en el Apéndice (A.1)

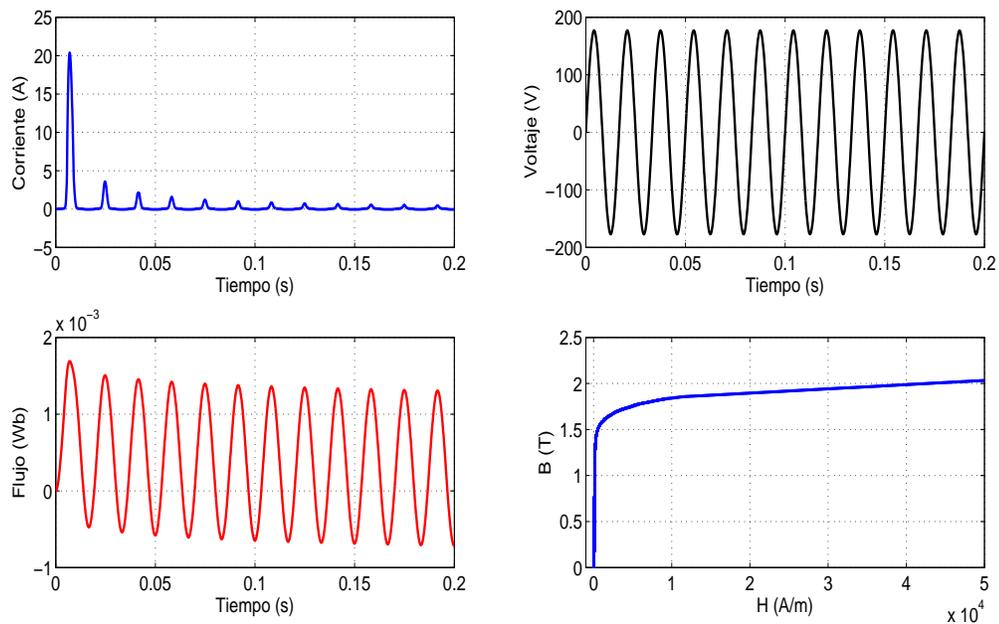
En la Tabla 3.1 se muestra como se agrupo los casos de estudios para la simulación de la corriente de irrupción y su posterior análisis.

### 3. SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

No.Caso	Flujo residual	Ángulo de conmutación
1	0	0°
2	0	45°
3	0	90°
4	50 % del $\Phi_{\text{máx}}$	0°
5	50 % del $\Phi_{\text{máx}}$	45°
6	50 % del $\Phi_{\text{máx}}$	90°
7	80 % del $\Phi_{\text{máx}}$	0°
8	80 % del $\Phi_{\text{máx}}$	45°
9	80 % del $\Phi_{\text{máx}}$	90°
10	-80 % del $\Phi_{\text{máx}}$	90°

**Tabla 3.1:** Casos de estudios

De la Figura 3.4 a la 3.12, se muestran las simulaciones para los casos de estudios mostrados en la Tabla 3.1.



**Figura 3.4:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual cero y ángulo de conmutación 0°

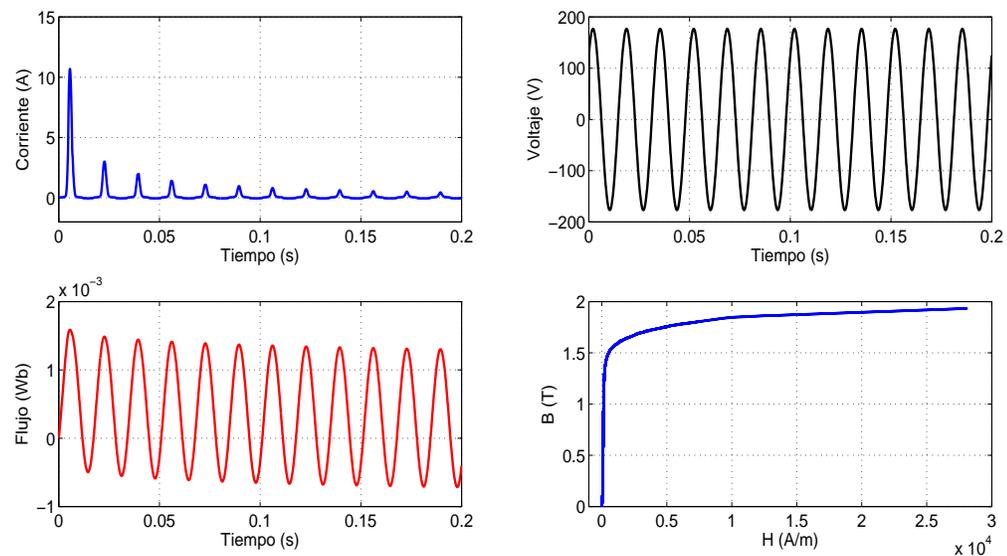


Figura 3.5: Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual cero y ángulo de conmutación 45°

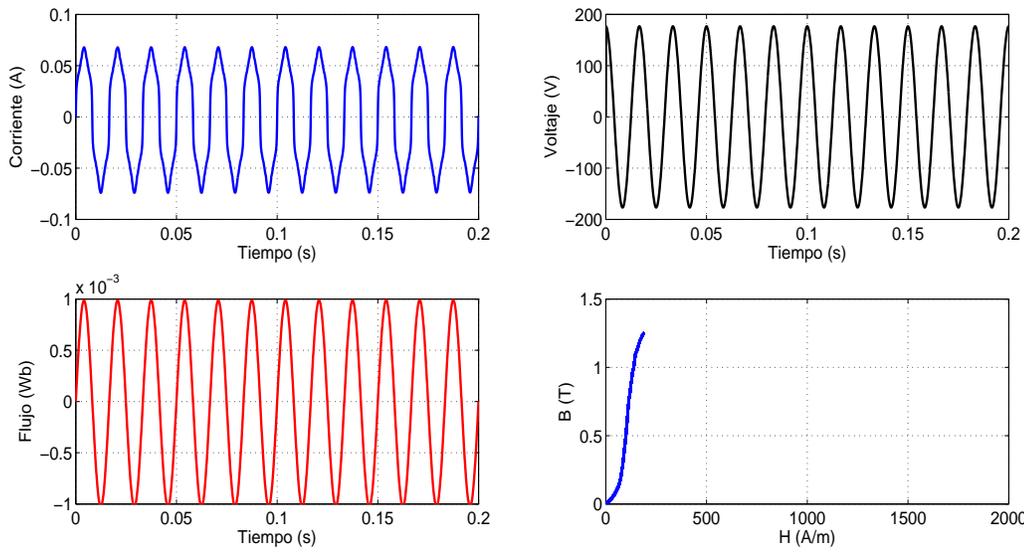
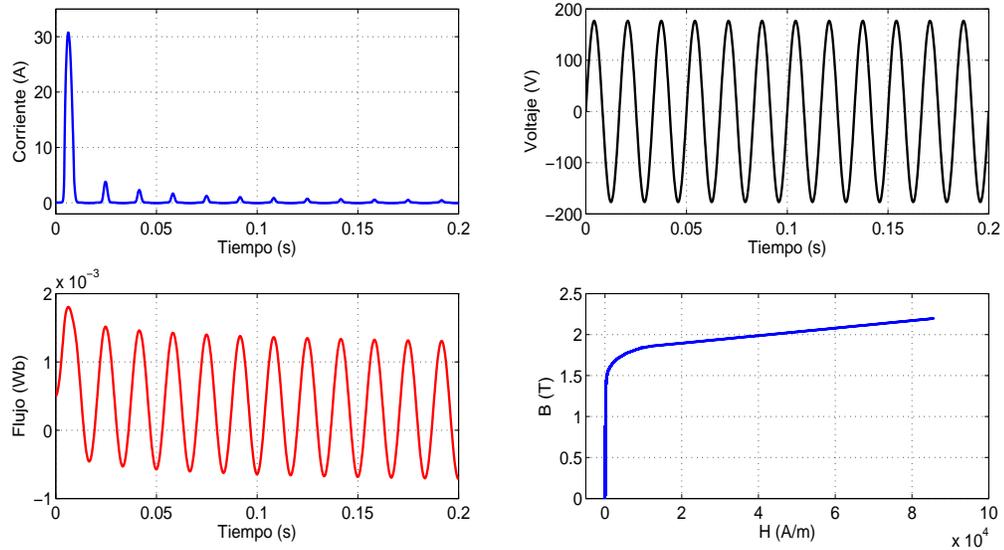
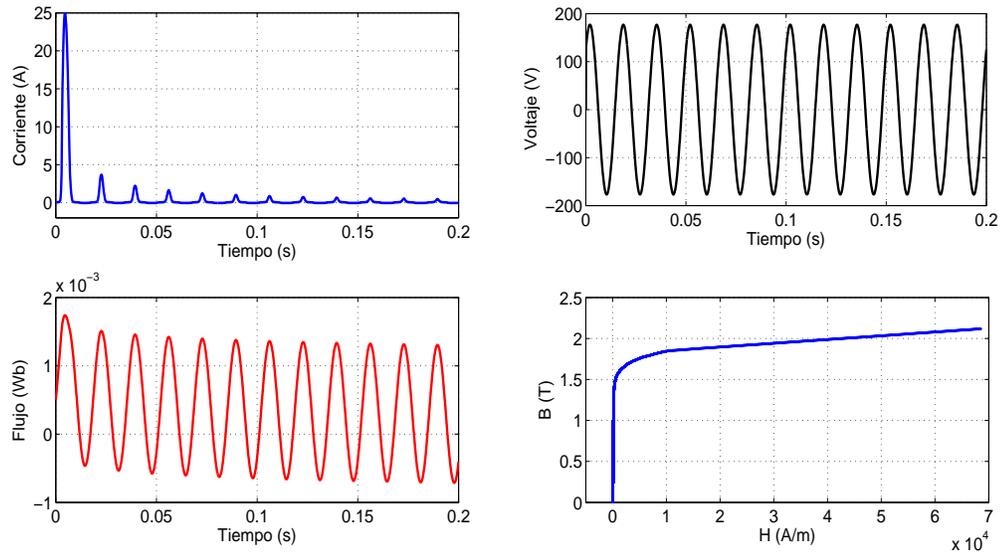


Figura 3.6: Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual cero y ángulo de conmutación 90°

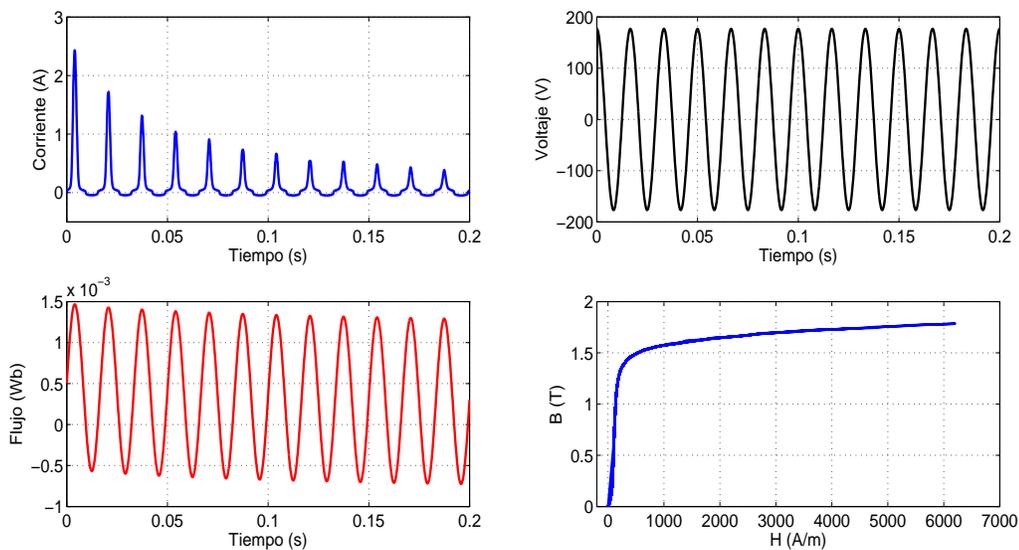
### 3. SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN



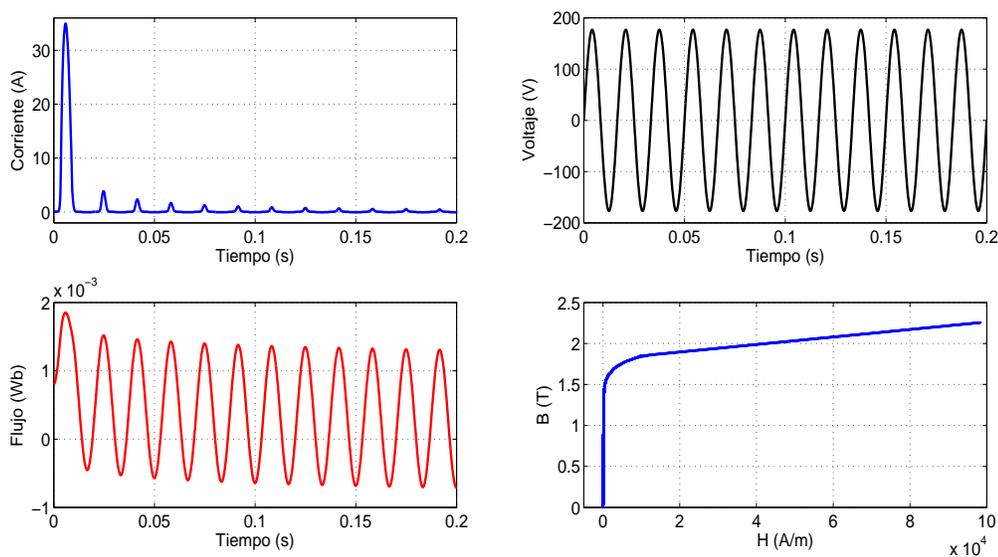
**Figura 3.7:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$



**Figura 3.8:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$

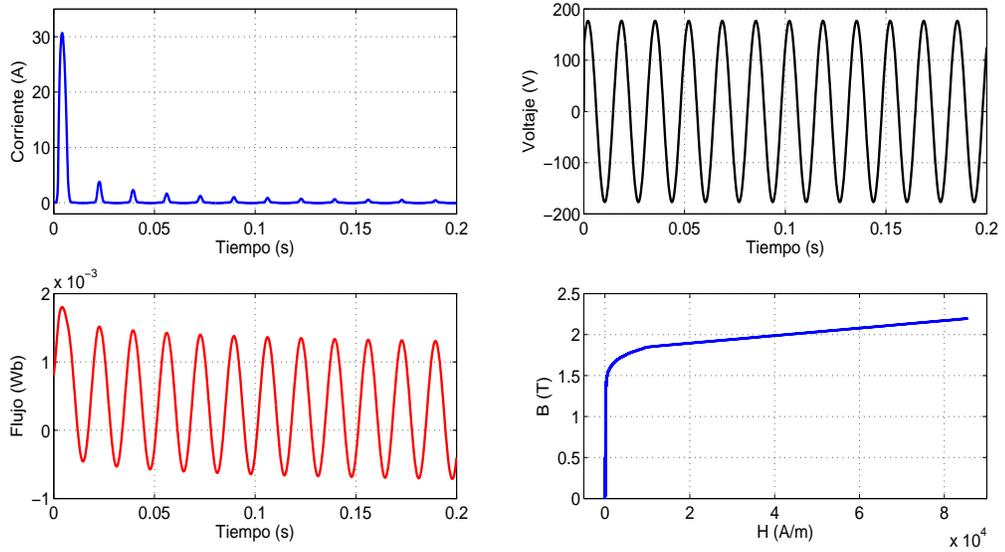


**Figura 3.9:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

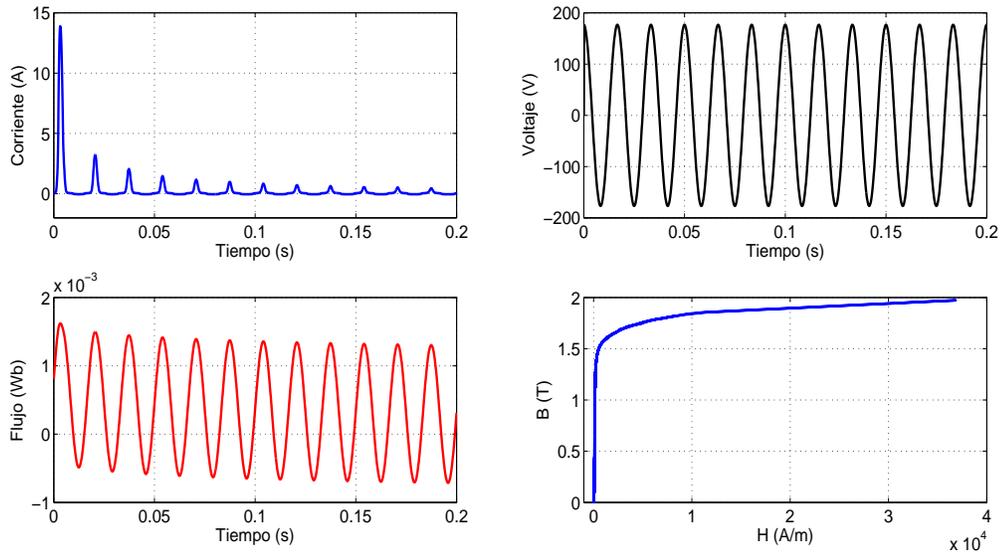


**Figura 3.10:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$

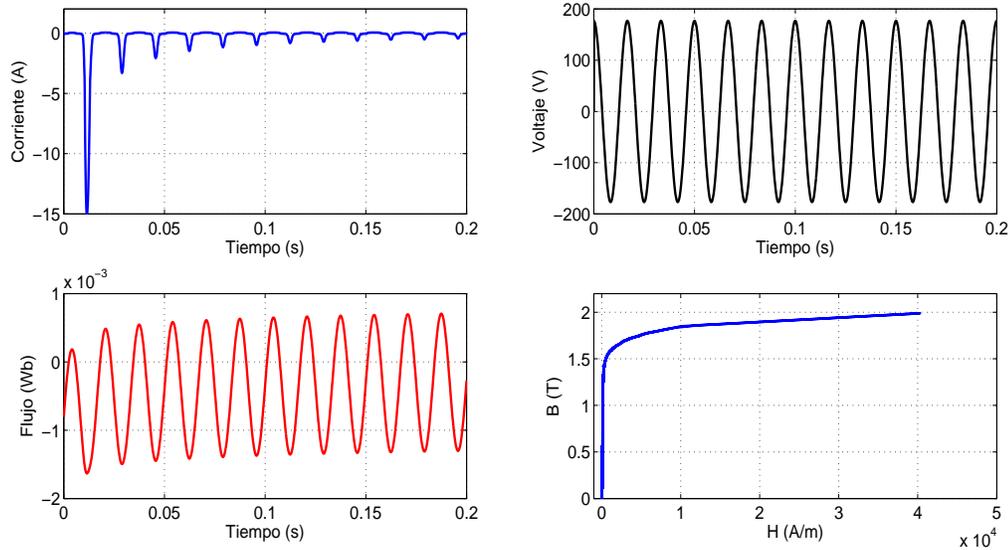
### 3. SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN



**Figura 3.11:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$



**Figura 3.12:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$



**Figura 3.13:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual  $-80\%$  del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

En la Tabla 3.2 se resumen los valores pico de la corriente de irrupción para el primer ciclo, el tiempo donde ocurre el pico de la corriente de irrupción y el ciclo donde se amortigua la corriente de irrupción para los casos simulados.

Para determinar el ciclo donde se amortigua la corriente de irrupción se toman las siguientes consideraciones:

- Se toma el pico de la corriente de irrupción de cada período.
- Se compara el pico de la corriente del período  $n$  con el del período  $n+1$ .
- Si se cumple que tiene una semejanza de más de un  $90\%$  se considera que se amortigua la señal.

De la Tabla 3.2 se observa que el pico máximo de la corriente de irrupción es de  $34.9351$  (A) y se presenta para el caso 7, que corresponde a flujo residual del  $80\%$  del flujo máximo y ángulo de conmutación igual a  $0^\circ$ .

El valor de pico mínimo es  $0.0702$  (A) y se presenta para el caso 3, que corresponde a flujo residual cero y ángulo de conmutación de  $90^\circ$ , este valor corresponde al pico en

### 3. SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

---

<i>No. Caso</i>	<i><math>I_{\text{máx}}</math> en el primer ciclo (A)</i>	<i>Tiempo donde ocurre la <math>I_{\text{máx}}</math> (seg)</i>	<i>Tiempo de amortiguamiento (ciclos)</i>
1	20.3672	0.0070	6
2	10.6908	0.0055	6
3	$I_{\text{máx}}$ de estado estable es 0.072		
4	30.7512	0.0062	7
5	24.9903	0.0047	7
6	2.4297	0.0039	5
7	34.9351	0.0058	7
8	30.6549	0.0041	7
9	13.8879	0.0032	6
10	-15.1271	0.0115	6

**Tabla 3.2:** Resumen de la corriente de irrupción para los diferentes casos

estado estacionario. También se llega a la conclusión de que la corriente de irrupción disminuye su valor pico a medida de que el ángulo de conmutación va aumentando de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .

Respecto al tiempo donde ocurre el pico máximo, se puede concluir que toma un valor máximo de 0.0115 (seg) para el caso 10, y un valor mínimo de 0.0032 (seg) para el caso 9. Además de que el tiempo del pico disminuye a medida que el ángulo de conmutación va aumentando de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .

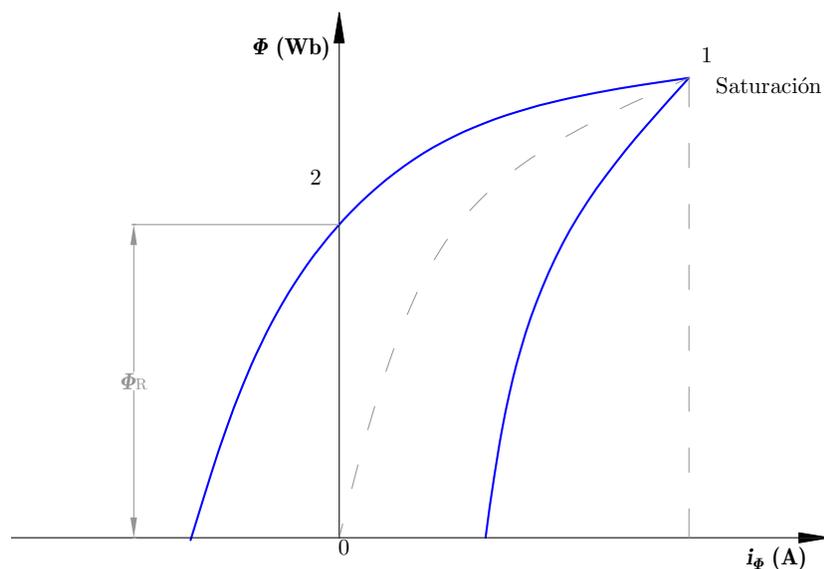
Independientemente del valor de flujo residual, que es difícil de estimar y controlar, un ángulo de conmutación igual a  $0^\circ$  o cercano a éste, provoca una mayor corriente de irrupción por lo que sería aconsejable, energizar el transformador con un ángulo de conmutación cercano a  $90^\circ$  y tratar de reducir el valor de flujo residual para evitar grandes valores de corriente de irrupción.

En las secciones (3.5.1) y (3.5.2) se da una explicación de como el flujo residual y el ángulo de conmutación intervienen en el fenómeno de la corriente de irrupción.

### 3.5.1. Efecto del flujo residual en la corriente de irrupción

Cuando un transformador es des-energizado, la corriente de magnetización tiende a cero mientras que el flujo sigue la curva de histéresis del núcleo, esto resulta en un flujo residual en el núcleo. Esto se puede explicar, debido que todo material ferro magnético, después de ser sometido a una magnetización, no retorna a su estado original después de salir de la influencia del campo magnético externo.

La Figura 3.14 muestra el lazo de histéresis de un núcleo genérico de un transformador de potencia. Cuando el núcleo del transformador se satura (al aumentar la corriente de magnetización  $i_\phi$  hasta que el flujo magnético alcance el punto 1 del lazo de histéresis) el flujo magnético del núcleo  $\Phi$  recorrerá el camino 1-2 cuando el campo externo es removido. Del origen al punto 2 (0-2) se llama flujo magnético residual [33]



**Figura 3.14:** Lazo de histéresis genérico de un transformador de potencia

Al momento de energizar nuevamente el transformador, el flujo de magnetización entrante se suma con el flujo residual, provocando que el transformador sobrepase el punto rodilla en la curva de magnetización correspondiente al material magnético del núcleo. Dependiendo de la magnitud del flujo residual presente en el núcleo, la magnitud del primer pico de la corriente de irrupción tendrá un incremento significativo. La Figura

3.15 y 3.16 muestran un descripción gráfica del efecto del flujo residual en la corriente de irrupción [31], [32], [34].

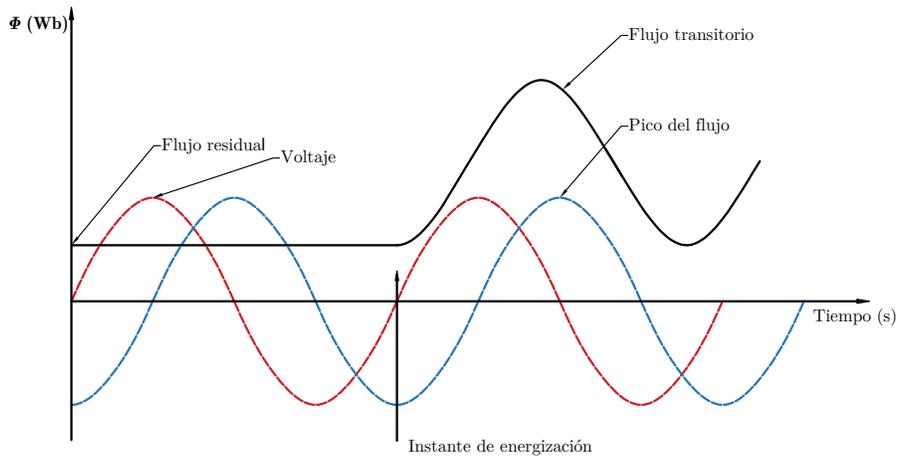


Figura 3.15: Energización del núcleo considerando flujo residual

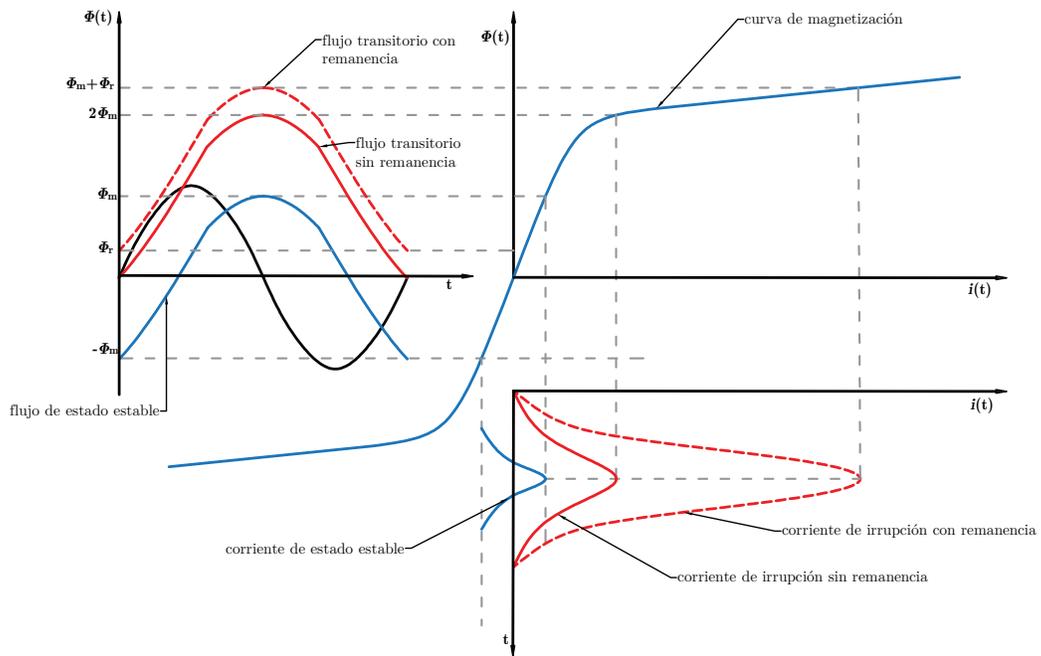
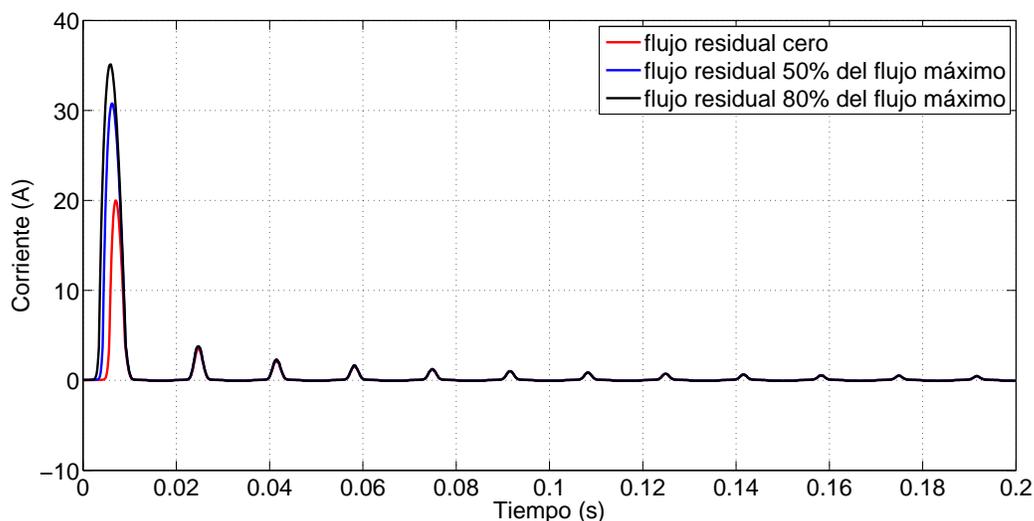


Figura 3.16: Descripción gráfica de la generación de la corriente de irrupción considerando flujo residual

Se seleccionaron los casos 1, 4 y 7, los cuales tienen un ángulo de conmutación de  $0^\circ$  y flujo residual cero, 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  respectivamente. Estos casos se muestran en la Figura 3.17 y se observa el efecto de la variación del flujo residual sobre la corriente de irrupción.

A medida de que se va considerando un valor más elevado para el flujo residual y un mismo valor de ángulo de conmutación, el pico de la corriente de irrupción va aumentando, esto es debido a que mayor serán los valores de densidad de flujo en lo que trabaja el transformador en la curva de magnetización y por consiguiente mayor será el valor de pico de la corriente de irrupción.



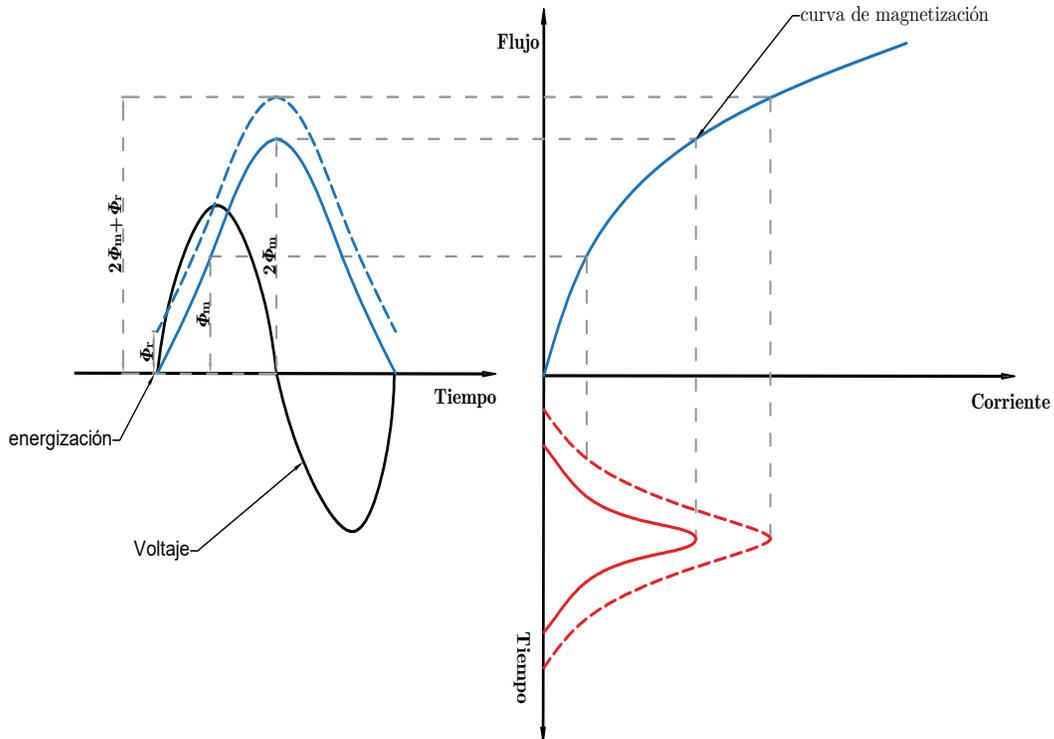
**Figura 3.17:** Simulación de la corriente de irrupción para ángulo de conmutación  $0^\circ$  y flujo residual cero, 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$

### 3.5.2. Efecto del ángulo de conmutación en la corriente de irrupción

Suponiendo que un transformador es energizado en el curso positivo del cruce por cero del voltaje aplicado, esto podría requerir que el flujo en el núcleo llegara a  $\Phi_{\text{máx}}$  cuando el voltaje pico es alcanzado y continúe su incremento a  $2\Phi_{\text{máx}}$  cuando el voltaje retorne a su cruce por cero nuevamente (como se muestra en la Figura 3.18 por la línea azul discontinua). La demanda excesiva del flujo podría saturar el núcleo y resultar en

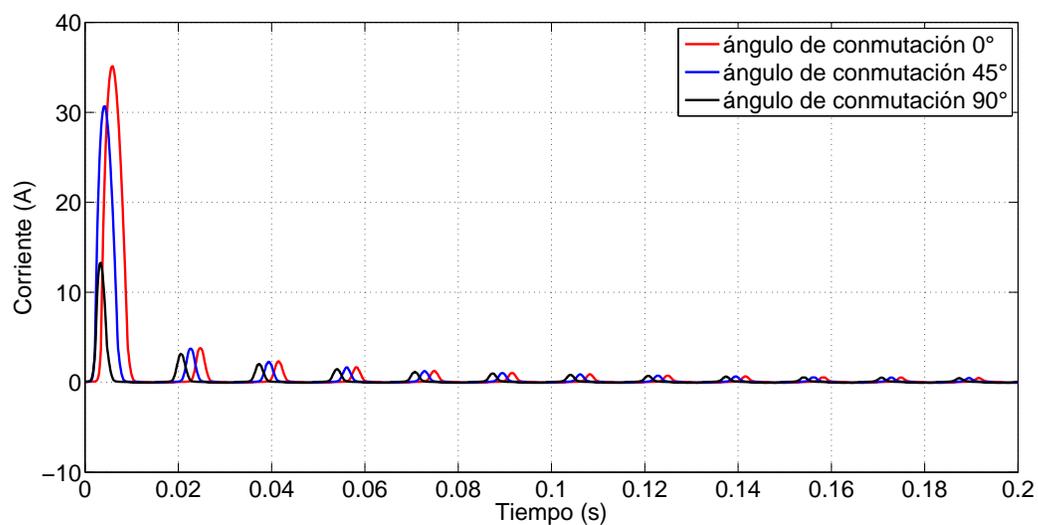
### 3. SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

un fuerte aumento de la corriente de irrupción. Provocando que el pico máximo de la corriente de irrupción se presente para ángulo de conmutación de  $0^\circ$  [35].



**Figura 3.18:** Representación del fenómeno de la corriente de irrupción

Se seleccionaron los casos 7, 8 y 9, los cuales tienen flujo residual del 80% del  $\Phi_{m\acute{a}x}$  y ángulos de conmutación de  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$  respectivamente. Estos casos se muestran en la Figura 3.19 y se observa el efecto de la variación del ángulo de conmutación sobre la corriente de irrupción. Se arriba a la conclusión de que la corriente de irrupción disminuye su valor pico a medida de que el ángulo de conmutación va aumentando de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ .



**Figura 3.19:** Simulación de la corriente de irrupción para flujo residual 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulos de conmutación  $0^\circ$ ,  $45^\circ$  y  $90^\circ$



## Capítulo 4

# ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

### 4.1. Introducción

La calidad de suministro eléctrico es la normalización del suministro eléctrico mediante reglas que fijan los niveles, parámetros básicos, forma de onda, armónicos, niveles de distorsión armónica, interrupciones, etc [36].

Es habitual que existan reglas [36] que regulen la calidad del suministro eléctrico según los países o zonas de suministro, así como, los diversos sistemas: baja, media o alta tensión, corriente alterna o continua, sistemas monofásicos, bifásicos o trifásicos, todos ellos englobados entre los distintos modos de generar o transportar electricidad.

La calidad de suministro suele referirse a la calidad de la forma de onda de tensión o corriente en sistemas de tensión alterna, no obstante, existen normativas que también contemplan las perturbaciones de las ondas de intensidad propias del consumo que ejerce el cliente sobre la tensión suministrada por la fuente, que en muchos casos es la compañía eléctrica.

Una fuente de suministro de energía perfecta sería aquella que estuviese siempre disponible, dentro de las tolerancias de tensión y frecuencia exigibles y presentase un perfil de onda senoidal libre de perturbaciones.

El grado de desviación aceptable respecto al caso senoidal depende de las aplicaciones del usuario, del tipo de equipos que tenga instalados y de la percepción de sus

propias necesidades [37].

Los defectos de la calidad de la energía pueden clasificarse en cinco tipos [37]:

- Distorsión armónica
- Cortes en el suministro
- Oscilaciones de la tensión
- Caídas y picos de tensión
- Fenómenos transitorios

En este capítulo se utilizó la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo para obtener, valor eficaz, distorsión armónica total y espectro de frecuencias de la corriente de irrupción.

## 4.2. Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo

La transformada de Fourier denominada así por Joseph Fourier [38], es una transformación matemática empleada para transformar señales entre el dominio del tiempo (o espacial) y el dominio de la frecuencia, que tiene muchas aplicaciones en la física y la ingeniería. Es reversible, siendo capaz de transformarse en cualquiera de los dominios al otro. El propio término se refiere tanto a la operación de transformación como a la función que produce.

Para aplicar la Transformada Discreta de Fourier (DFT, por sus siglas en inglés) a una señal real, se puede hacer de las siguientes maneras:

1. Obtener la DFT para toda la señal bajo estudio (lo que resulta impráctico, especialmente para señales de larga duración).
2. Dividir la señal en ventanas y a cada ventana aplicar la DFT.

Cuando la señal bajo estudio no es periódica y tiene forma asimétrica, tal como lo es la corriente de irrupción, es mejor dividir la señal de corriente en un cierto número de ventanas para poder aplicar a cada una de ellas la DFT. A esta aplicación de la

DFT en ventanas de corta duración se le denomina Transformada de Fourier de Corto Tiempo. La cual se define así [39]:

$$X[l, k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] w[n - l(N/Fs)] e^{-j \frac{2\pi k(n-l(N/Fs))}{N}} \quad (4.1)$$

donde:

$X[l, k]$ : muestras de tiempo y frecuencia.

$x[n]$ : señal en tiempo discreto.

$w$ : función ventana.

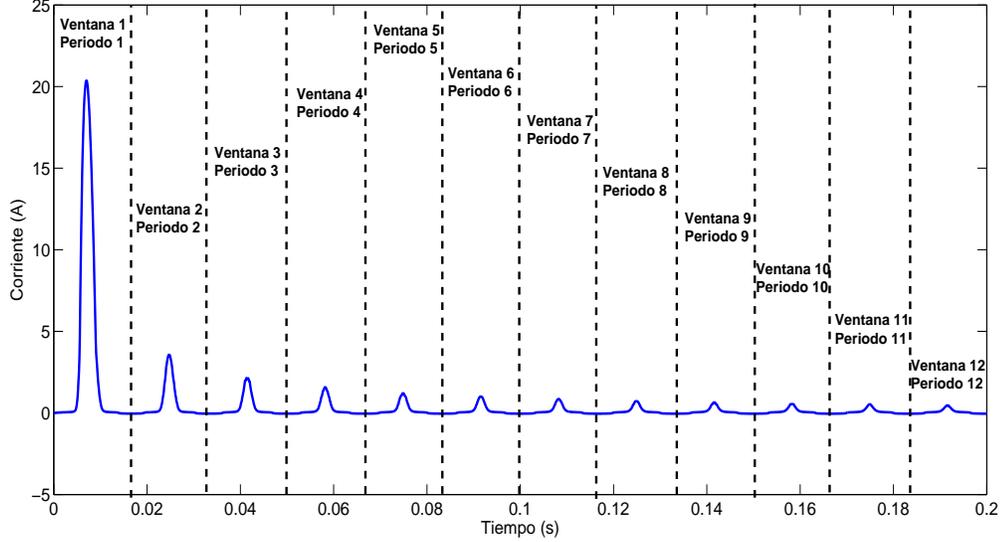
$N$ : número de muestras por ventana.

$Fs$ : frecuencia de muestreo.

Como puede apreciarse de la ecuación (4.1) la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo, nos da muestras tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, esto resulta ser una ventaja ya que se pueden notar cambios en la señal bajo estudio simultáneamente en el tiempo y la frecuencia.

#### 4.2.1. Aplicación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo

Para aplicar la Transformada Discreta de Fourier la señal bajo estudio fue dividida en ventanas de una duración de 16.66 ms, que corresponden a un período como se muestra en la Figura 4.1.



**Figura 4.1:** Aplicación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo

Debido a que el  $\Delta t = 10^{-4}$  la frecuencia de muestreo  $F_s$  es igual a:

$$F_s = \frac{1}{\Delta t} = \frac{1}{10^{-4}} = 10^4 \quad (4.2)$$

Lo que provoca que cada periodo tenga un número de muestras de 167. Una vez obtenido las 167 muestras discretas por periodo, se aplica la Transformada Discreta de Fourier a cada periodo y se obtiene las componentes espectrales por periodo.

#### 4.2.2. Comprobación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo

En esta sección se comprueba la eficacia de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo para determinar el espectro de frecuencia de la corriente de irrupción. Además se determina cual es  $N$  (número de muestras) idóneo para la aplicación de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo en la ecuación (4.1).

Se seleccionó el caso de estudio 7 (ángulo de conmutación de  $0^\circ$  y flujo residual del 80% del  $\Phi_{m\acute{a}x}$ ), a este caso de estudio se la aplicó la Transformada Discreta de Fourier

de Corto Tiempo, y con las componentes espectrales se recuperó la forma de onda de la corriente original mediante la ecuación (4.3).

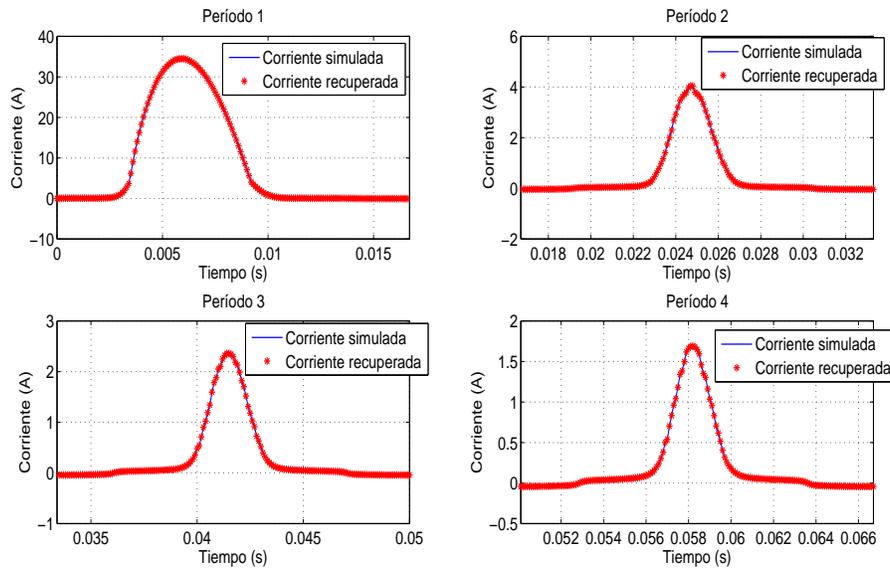
$$i_{\Phi}(t) = \sum_{n=1}^N I(n) \cos(2\pi f(n)t + \theta(n)) \quad (4.3)$$

donde:

$I$  es la magnitud de las componentes espectrales

$\theta$  es el ángulo de fase de las componentes espectrales

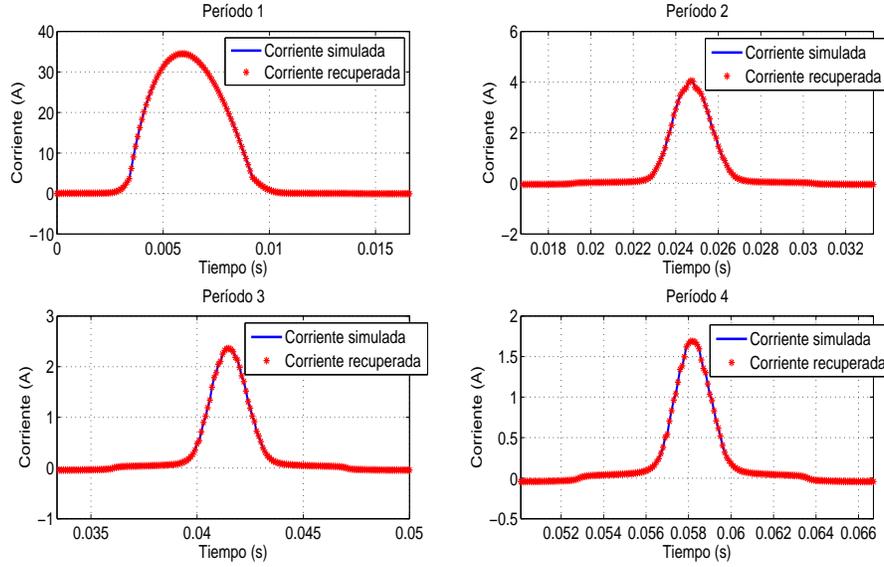
En la Figura 4.2 se muestra la forma de onda de la corriente original y la recuperada con las componentes espectrales, este resultado se obtuvo con  $N=167$ .



**Figura 4.2:** Comparación entre la corriente obtenida de la simulación y la recuperada con las componentes espectrales con  $N=167$

Para obtener un mejor rendimiento de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo, se rellena con ceros a la derecha el vector muestras. El nuevo número de muestras tiene que ser igual a la potencia de dos mas cercana de la longitud original del vector de muestras. En nuestro caso en particular el número de muestras original es de 167, por lo que la potencia de dos mas cercana y superior a 167 es 256, que será la nueva  $N$  (número de muestras) que se utilizará en la aplicación de la Transformada

Discreta de Fourier de Corto Tiempo. La comparación entre la forma de onda de la señal original y la recuperada con las componentes espectrales se muestra en la Figura 4.3.



**Figura 4.3:** Comparación entre la corriente obtenida de la simulación y la recuperada con las componentes espectrales con  $N=256$

De la observación de las Figuras 4.2 y 4.3, se desprende que usando  $N=167$  y  $N=256$ , la forma de onda de la corriente se recupera bien. Ahora para seleccionar cuál  $N$  es más idóneo se calculó el error cuadrático medio como está en la ecuación (4.4).

$$Ecm = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^T (i_s - i_r)^2}{N}} \quad (4.4)$$

donde:

$i_s$  es la corriente simulada en cada instante de tiempo

$i_r$  es la corriente recuperada en cada instante de tiempo

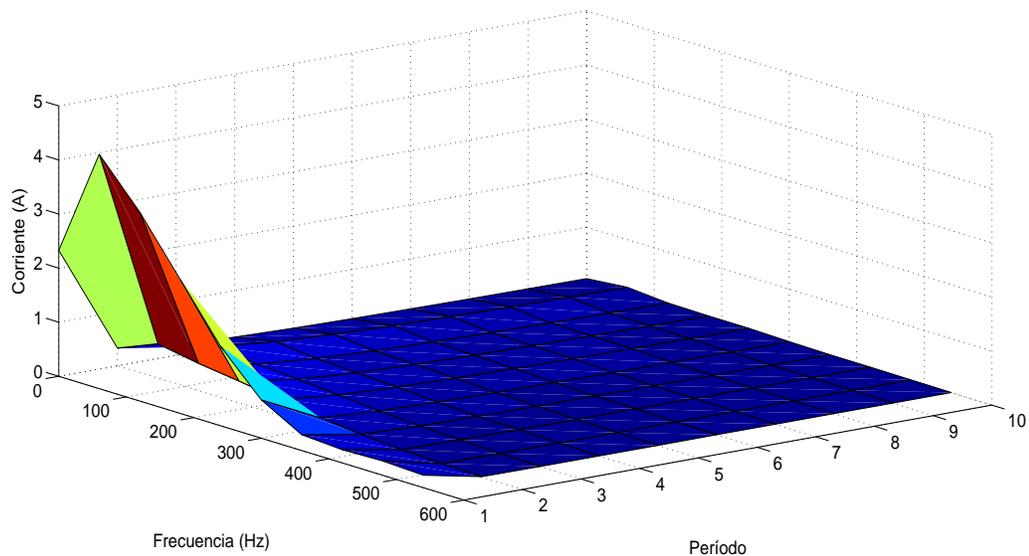
En la Tabla 4.1 se muestra el error cuadrático medio para cuando se recupera la forma de onda de la corriente con  $N=167$  y  $N=256$ , de ella se desprende que el error es mucho menor cuando se utiliza un  $N=256$ , el cual fue el utilizado en las simulaciones.

Período	N=167	N=256
1	0.0018	$0.2820 \times 10^{-13}$
2	0.0003	$0.0470 \times 10^{-13}$
3	0.0001	$0.0303 \times 10^{-13}$
4	0.0004	$0.0252 \times 10^{-13}$
5	0.0002	$0.0201 \times 10^{-13}$

**Tabla 4.1:** Comparación del error cuadrático medio (A) por periodo para N=167 y N=256

### 4.2.3. Resultados de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo

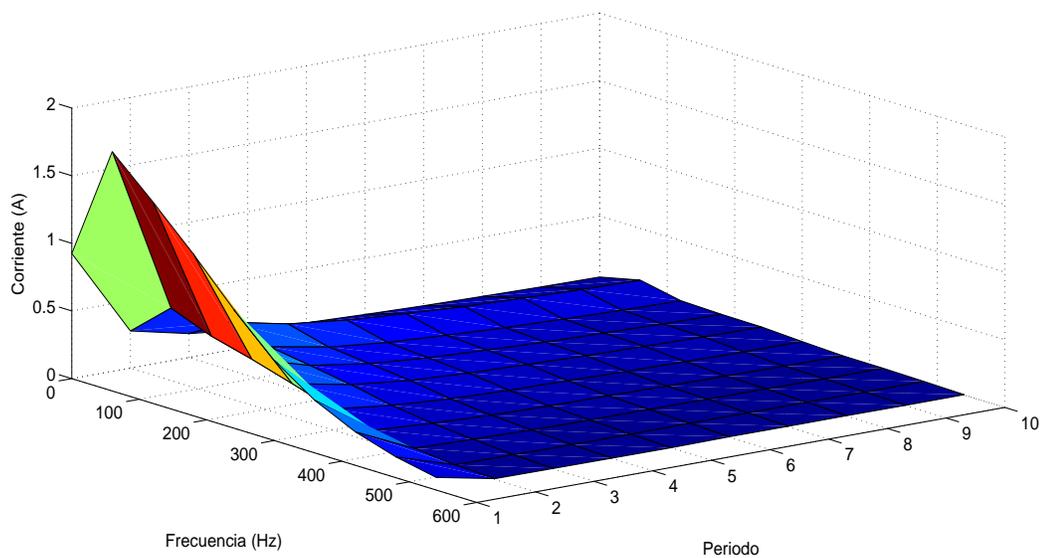
Una vez comprobado la eficacia de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo para obtener las componentes espectrales de la señal bajo estudio y seleccionado el N idóneo, se aplicó la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo para los 10 casos de estudios. Los resultados se muestran de la Figura 4.4 a la 4.13, donde se muestra el comportamiento de las componentes espectrales por periodo.



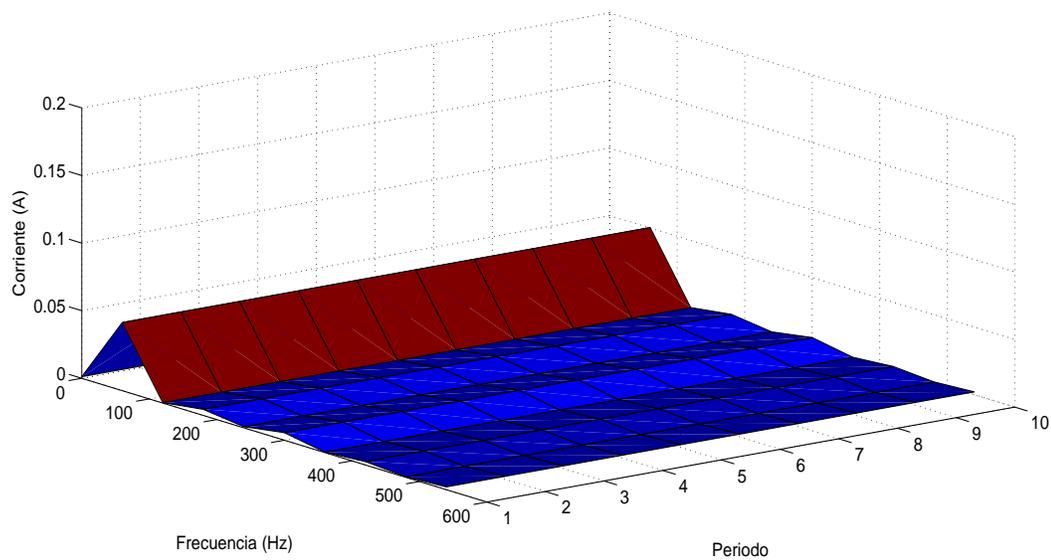
**Figura 4.4:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $0^\circ$

#### 4. ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

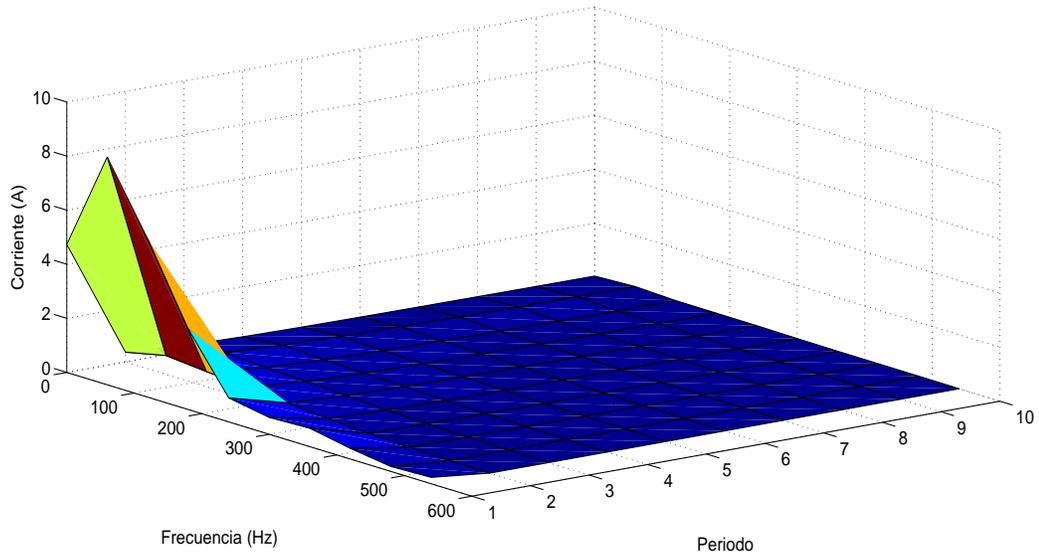
---



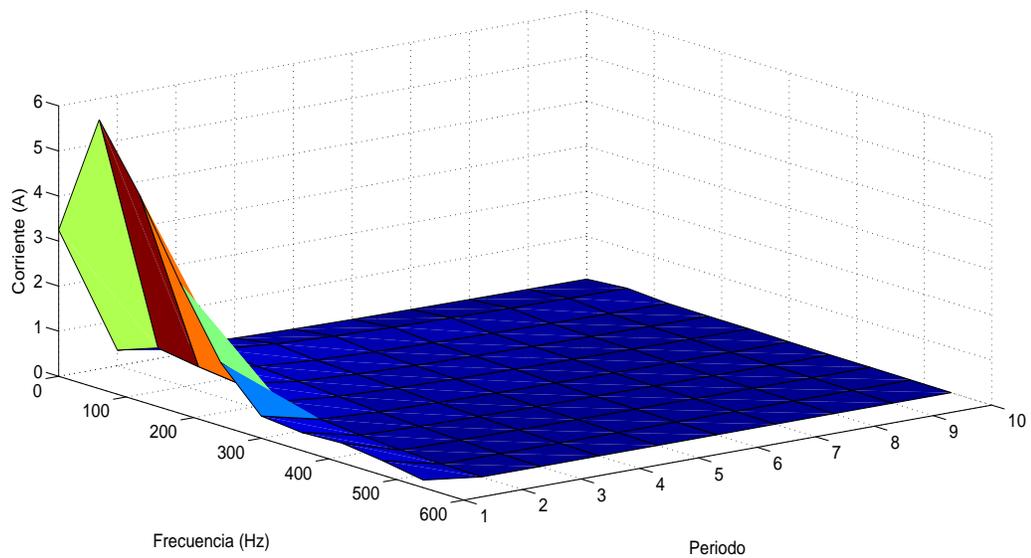
**Figura 4.5:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $45^\circ$



**Figura 4.6:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $90^\circ$



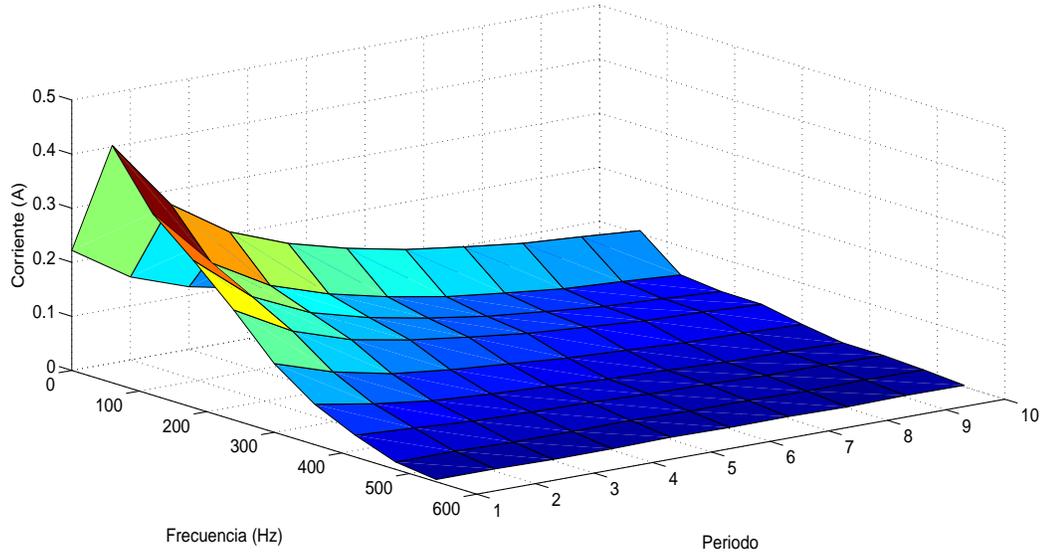
**Figura 4.7:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$



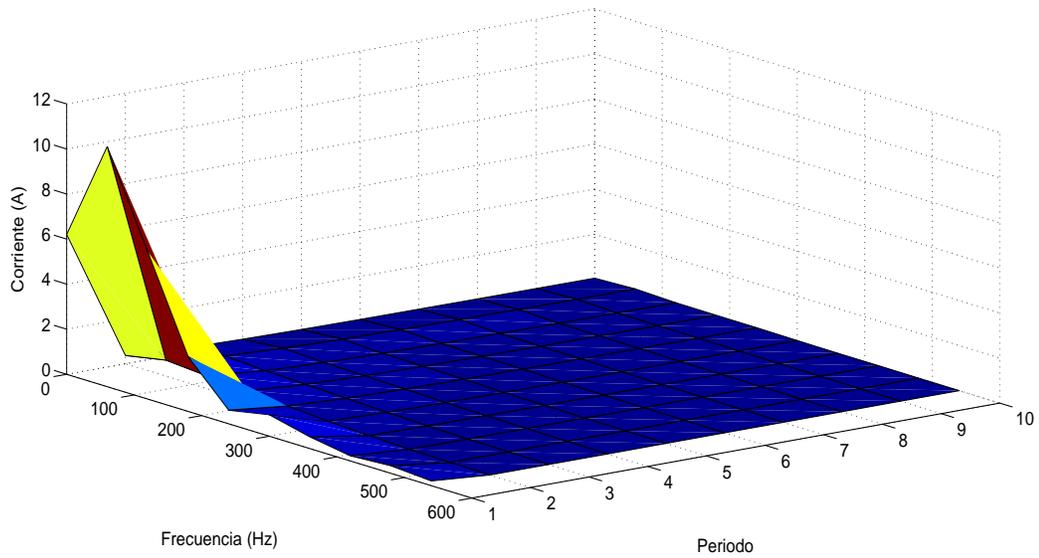
**Figura 4.8:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$

#### 4. ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

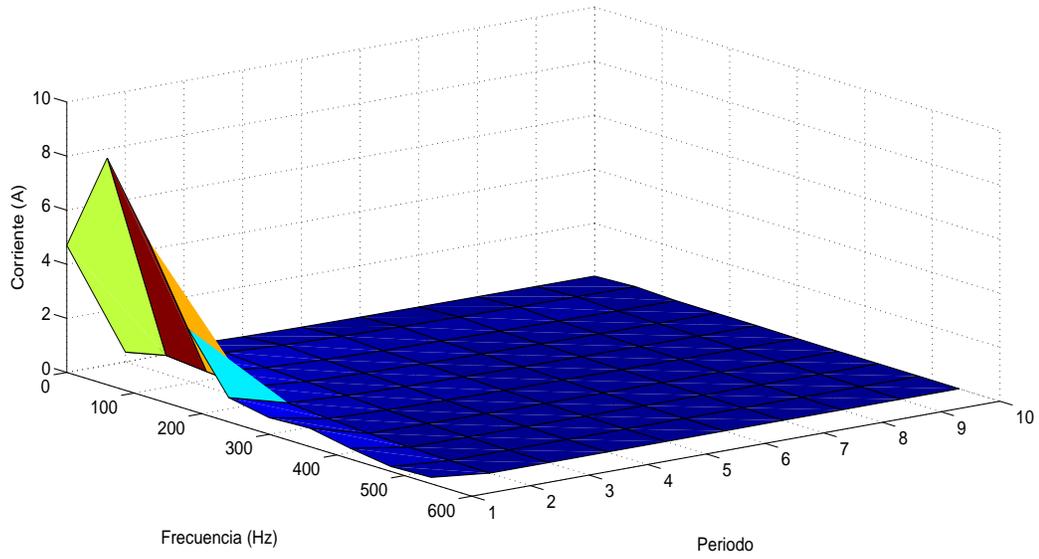
---



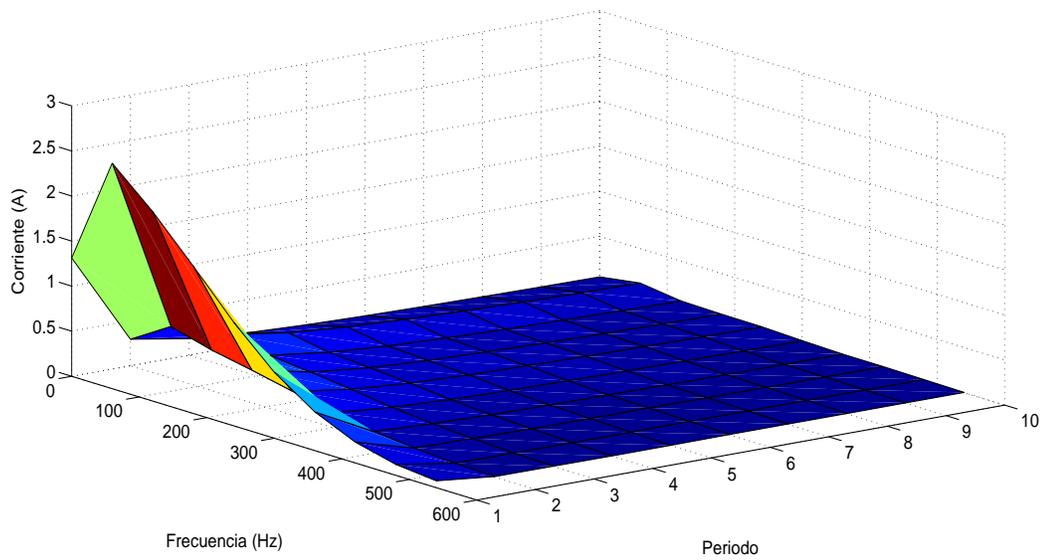
**Figura 4.9:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$



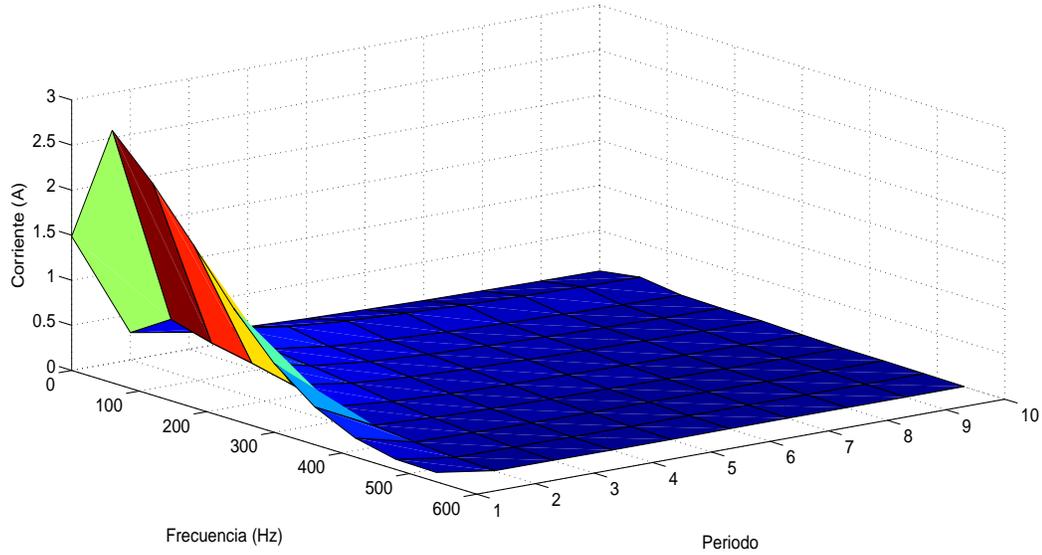
**Figura 4.10:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$



**Figura 4.11:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$



**Figura 4.12:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$



**Figura 4.13:** Comportamiento de la corriente de irrupción respecto al tiempo y la frecuencia para flujo residual de  $-80\%$  del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

En la Tabla 4.2 se muestra un resumen de  $I_{\text{máx}}$ , frecuencia a la que ocurre y periodo donde se presenta esta. Se desprende que la corriente de irrupción, esta dominada por componentes espectrales de baja frecuencia. Las cuales se van amortiguando al transcurrir el tiempo.

El tiempo en el cual la onda de la corriente de irrupción queda presente en el transformador depende de la constante de amortiguamiento ( $R_1/L(\Phi)$ ) la cual no es constante,  $R_1$  es constante pero  $L(\Phi)$  cambia con la saturación del núcleo del transformador. Durante los primeros ciclos, la saturación es alta y  $L(\Phi)$  es baja. Por lo tanto, la razón inicial de decaimiento de la corriente de irrupción es alta. Debido a las pérdidas en el núcleo la saturación decae,  $L(\Phi)$  se incrementa reduciendo la relación de descomposición.

Así, la decadencia de la corriente de irrupción comienza con una velocidad inicial elevada y se reduce progresivamente, el fenómeno total dura unos pocos milisegundos.

No.Caso	$I_{\text{máx}}$ (A)	Frecuencia de la $I_{\text{máx}}$ en (Hz)	Período de la $I_{\text{máx}}$
1	4.3361	60	1
2	1.7695	60	1
3	0.0500	60	1
4	8.4251	60	1
5	5.9705	60	1
6	0.4388	60	1
7	10.6592	60	1
8	8.3901	60	1
9	2.5019	60	1
10	2.8005	60	1

**Tabla 4.2:** Resumen de la Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo para los diez casos de estudio

### 4.3. Factor de distorsión armónica total

En esta sección se obtiene el factor de distorsión armónica total [28] (THD, por sus siglas en inglés) para cada período de la corriente de irrupción de los casos de estudios presentados en la Tabla 3.1.

El factor de distorsión es una medida del alejamiento de la forma de una función cualquiera con respecto a otra con forma de onda sinusoidal pura. Este factor de distorsión, normalmente se expresa en porcentaje y se calcula de la siguiente forma [28]:

$$THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^H I_h^2}}{I_1} \quad (4.5)$$

donde:

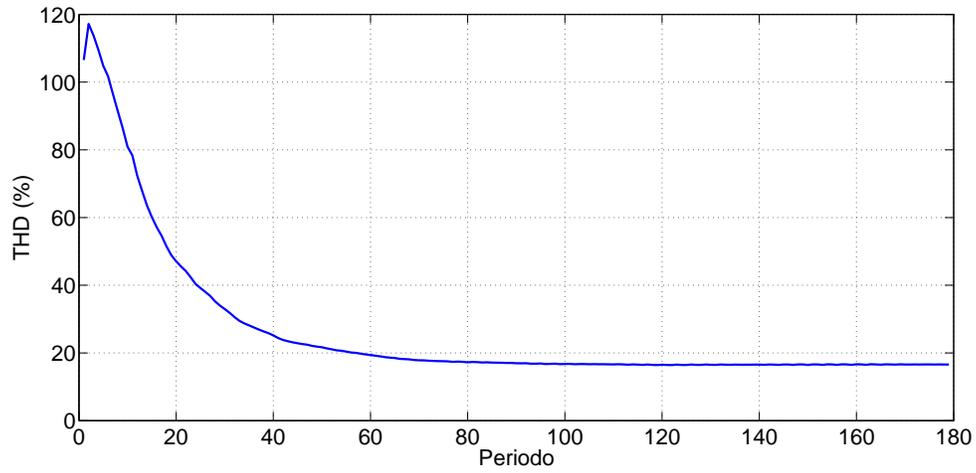
$I_1$  es la corriente rms de la componente fundamental

$I_h$  es la corriente rms para las armónicas

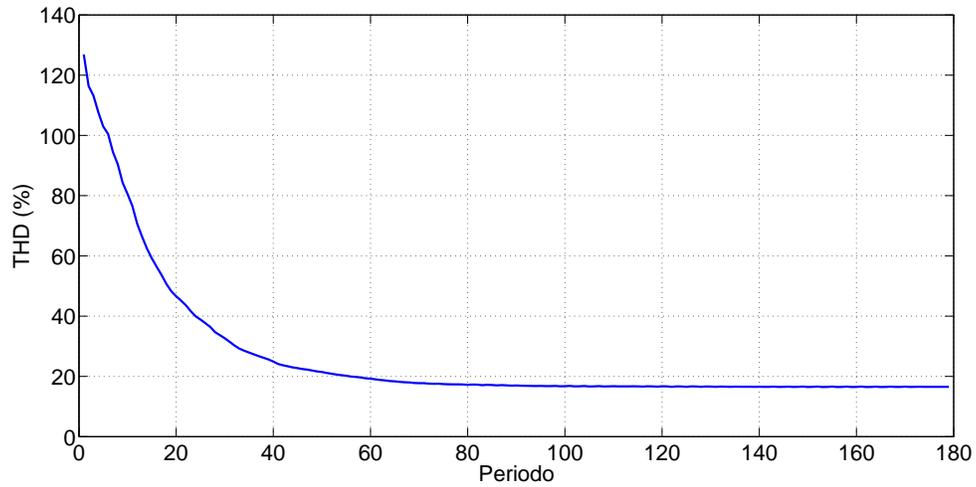
$H$  es la máxima armónica considerada

#### 4. ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

---



**Figura 4.14:** Factor de distorsión armónica total para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $0^\circ$



**Figura 4.15:** Factor de distorsión armónica total para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $45^\circ$

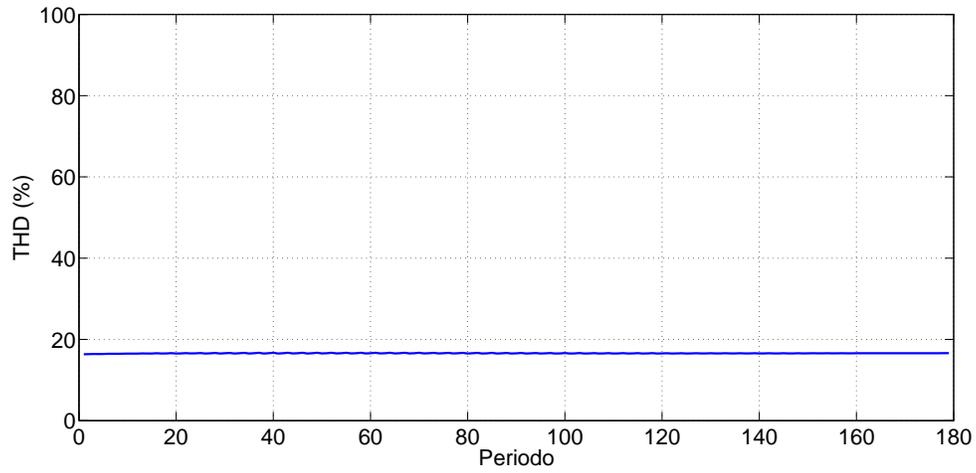


Figura 4.16: Factor de distorsión armónica total para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $90^\circ$

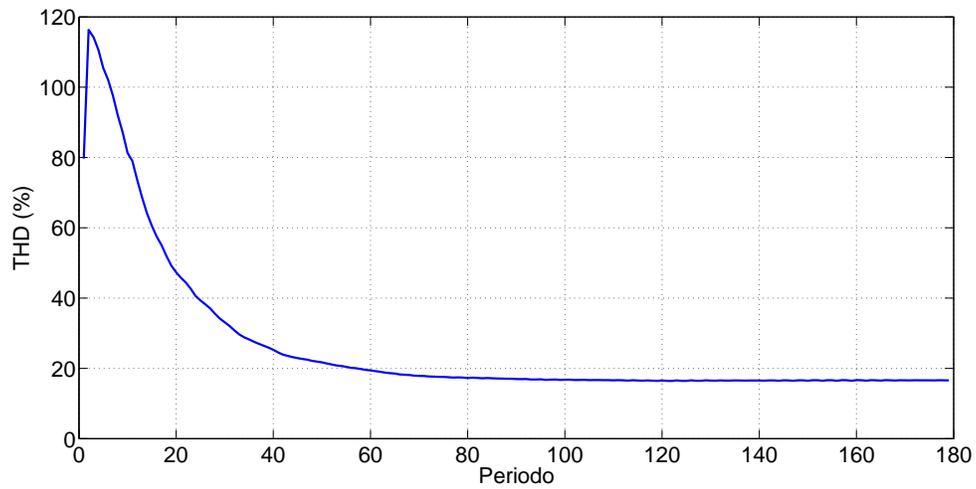
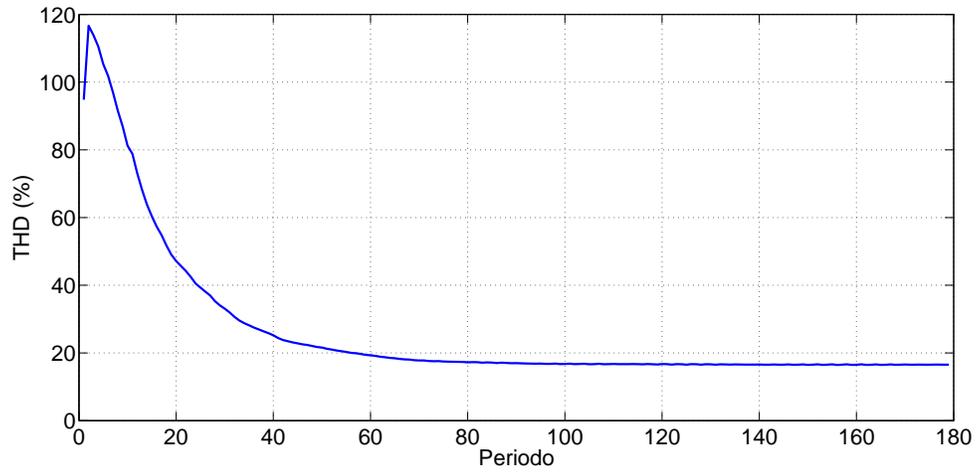


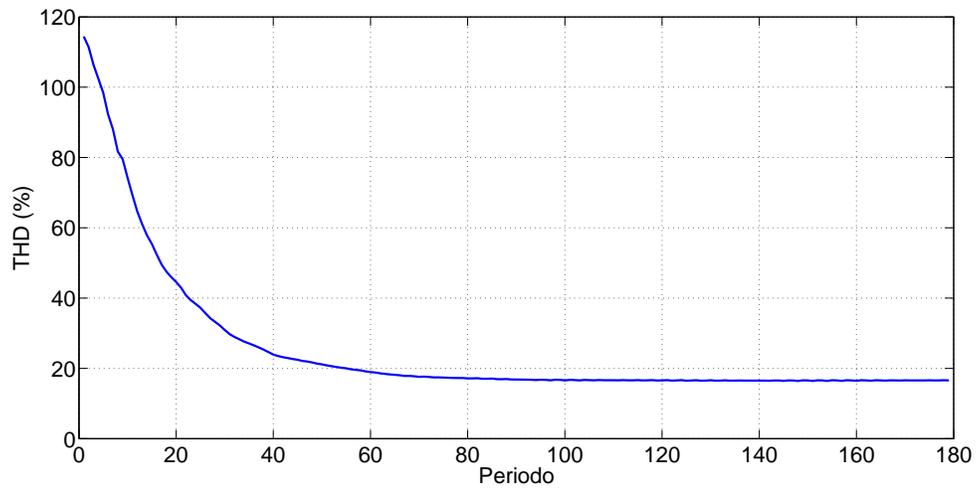
Figura 4.17: Factor de distorsión armónica total para flujo residual de 50% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$

#### 4. ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

---



**Figura 4.18:** Factor de distorsión armónica total para flujo residual de 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$



**Figura 4.19:** Factor de distorsión armónica total para flujo residual de 50 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

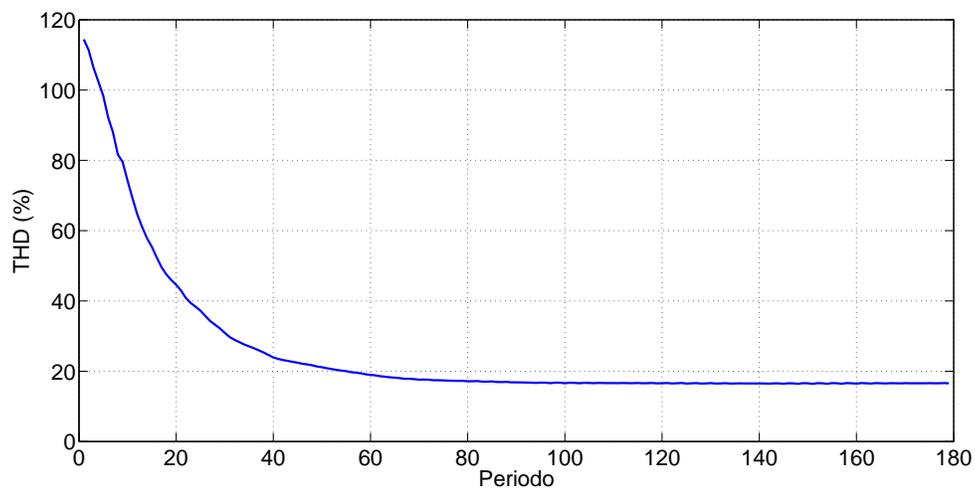


Figura 4.20: Factor de distorsión armónica total para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$

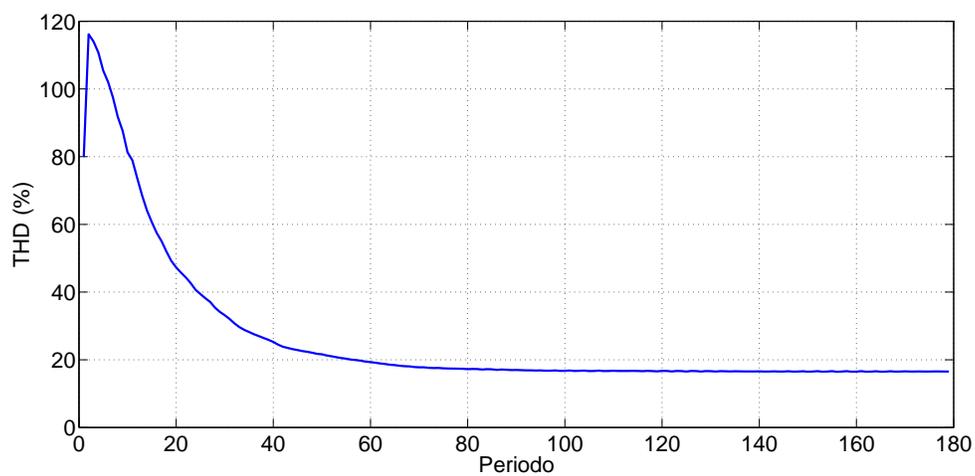
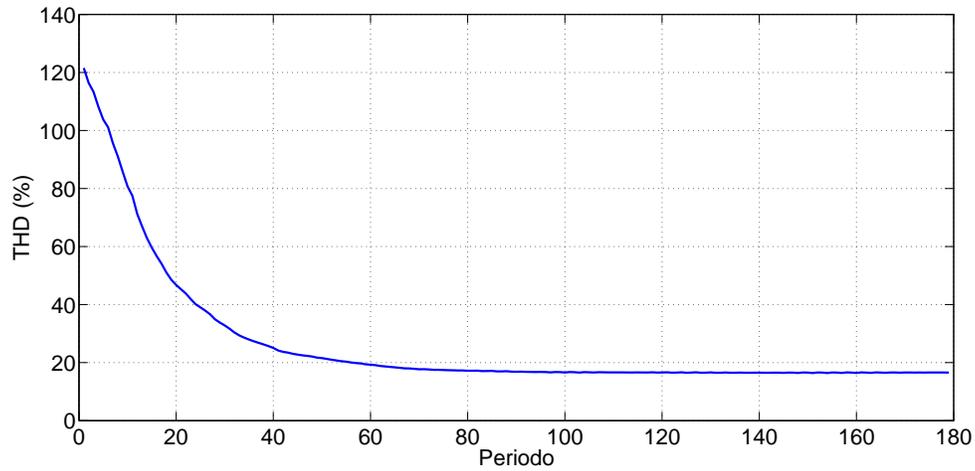
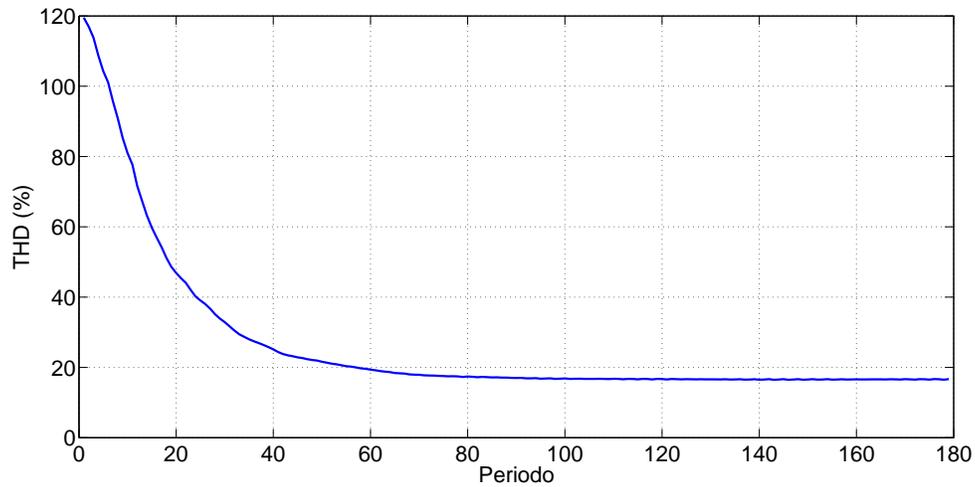


Figura 4.21: Factor de distorsión armónica total para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$



**Figura 4.22:** Factor de distorsión armónica total para flujo residual de 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$



**Figura 4.23:** Factor de distorsión armónica total para flujo residual de  $-80\%$  del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

En la Tabla 4.3 se muestra un resumen del THD máximo de la corriente, período donde se presenta y valor final del THD para cada caso. De la que se desprende que el THD de la corriente de irrupción oscila entre 116 % y 126 %.

<i>No.Caso</i>	$THD_{\text{máx}}$ (%)	<i>Período donde se presenta el <math>THD_{\text{máx}}</math></i>	<i>THD final</i>
1	117	2	17
2	126	1	17
3	17	constante	17
4	116	2	17
5	116	2	17
6	114	1	17
7	116	2	17
8	116	2	17
9	121	1	17
10	119	1	17

**Tabla 4.3:** Resumen del THD de la corriente de irrupción para los casos de estudio

En el estandar 519 de la IEEE del 2014 [40] es donde se establecen los limites de distorsión de corriente, pero no es válido aplicar estos requerimientos en el interior de instalaciones y a eventos transitorios como es el caso de la corriente de irrupción obtenida en este trabajo de tesis.

El factor de distorsión de la corriente obtenido en este trabajo de tesis sirve para tener una idea cuántica y gráfica de cuanto alejado puede llegar a estar la forma de onda de la corriente de irrupción con respecto a una sinusoidal pura.

El THD en los casos de estudio 1, 4, 5, 7 y 8 que corresponde a las Figuras 4.14, 4.17, 4.18, 4.20 y 4.21 presenta un comportamiento similar, en los cuales el THD máximo se alcanza en el segundo periodo. Esto se debe a que en el segundo periodo la proporción la magnitud de la componente fundamental es menor que para el primer periodo, lo que provoca que la relación entre la sumatoria del cuadrado de las magnitudes de las componentes armónicas y la magnitud de la corriente para la componente fundamental sea mayor en el segundo ciclo.

En todos los casos de estudios a partir del ciclo 80 se alcanza el THD de estado estable el cual corresponde a 17%, el cual se puede considerar bajo para la corriente de excitación de estado estable, esto se debe que en estado estable el transformador se mantiene operando en la región lineal de la curva de magnetización.

#### 4.4. Valor eficaz de la corriente de irrupción

En esta sección se calcula el valor eficaz de la corriente de irrupción por período para cada caso de la Tabla 3.1. El valor eficaz de la corriente por período se calcula de dos formas representadas en las ecuaciones (4.6) y (4.7). La primera utiliza las componentes espectrales de la corriente y la segunda todas las muestras de corriente tomadas en cada período:

$$I = \sqrt{\sum_{h=0}^H I_h^2} \quad (4.6)$$

donde:

$I_h$  es la corriente rms para cada armónica

$H$  es la máxima armónica considerada

$$I = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N i(n)^2} \quad (4.7)$$

donde:

$i(n)$  es el valor discreto de corriente

$N$  es el número máximo de muestras

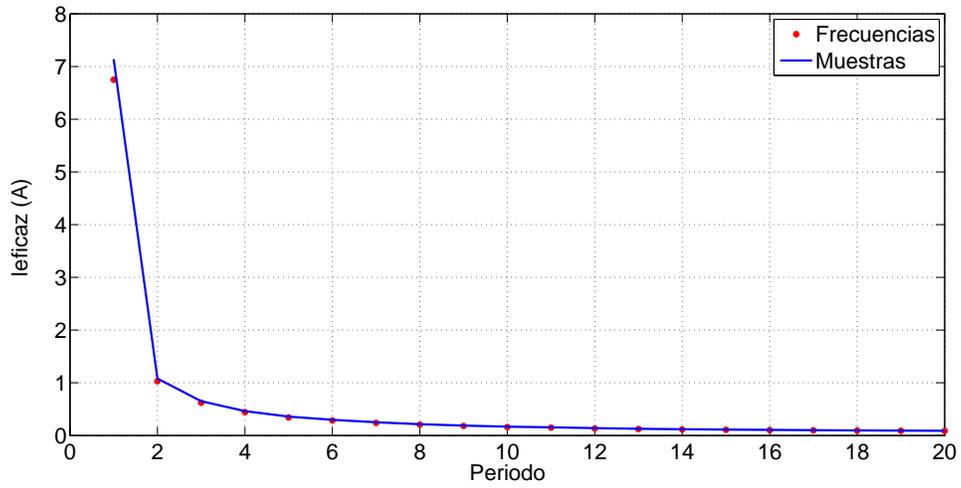


Figura 4.24: Corriente eficaz por período para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $0^\circ$

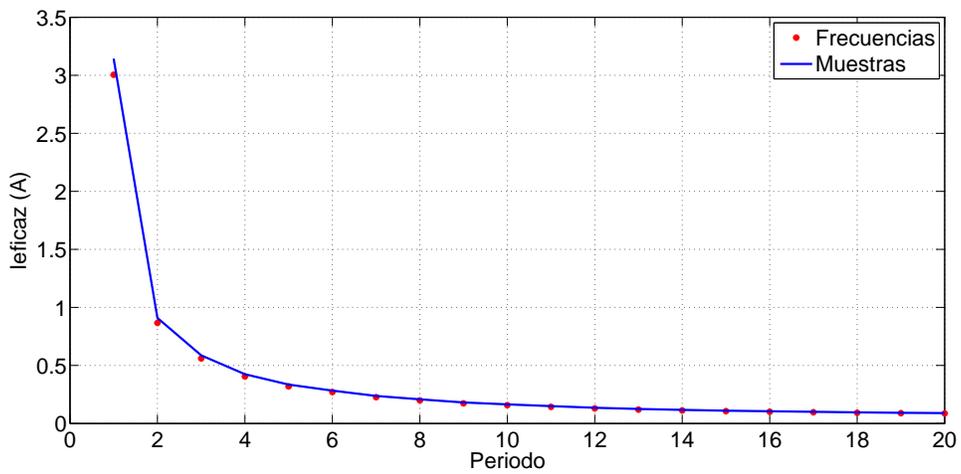
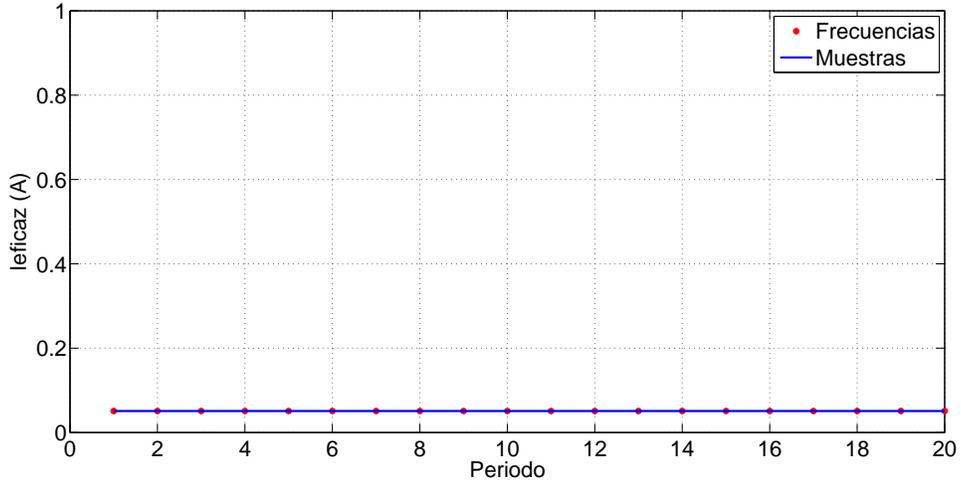
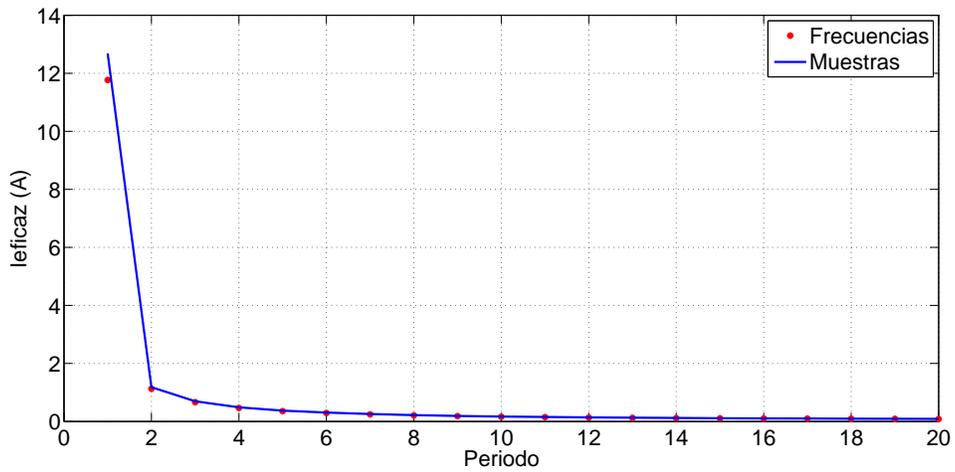


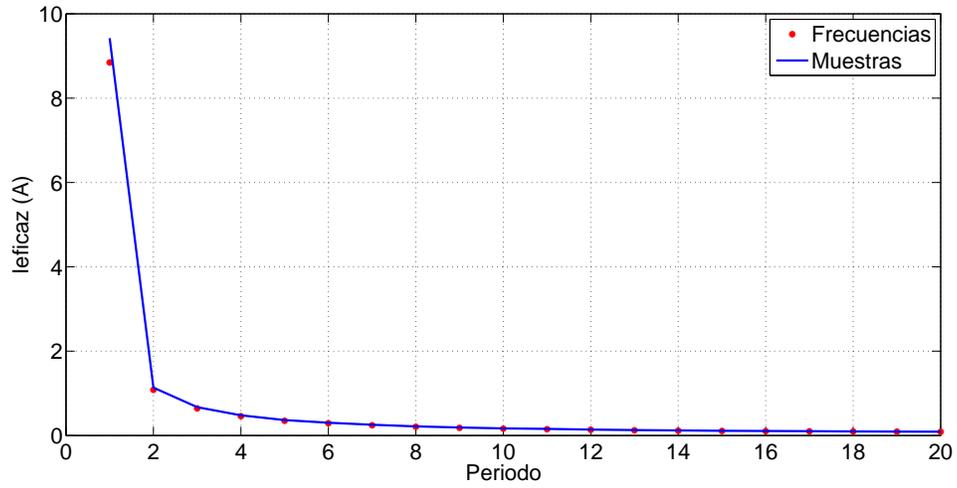
Figura 4.25: Corriente eficaz por período para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $45^\circ$



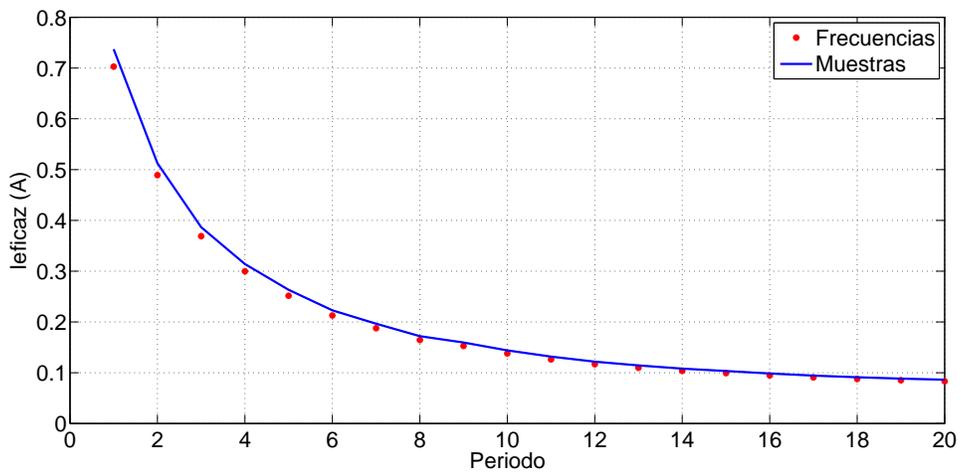
**Figura 4.26:** Corriente eficaz por período para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $90^\circ$



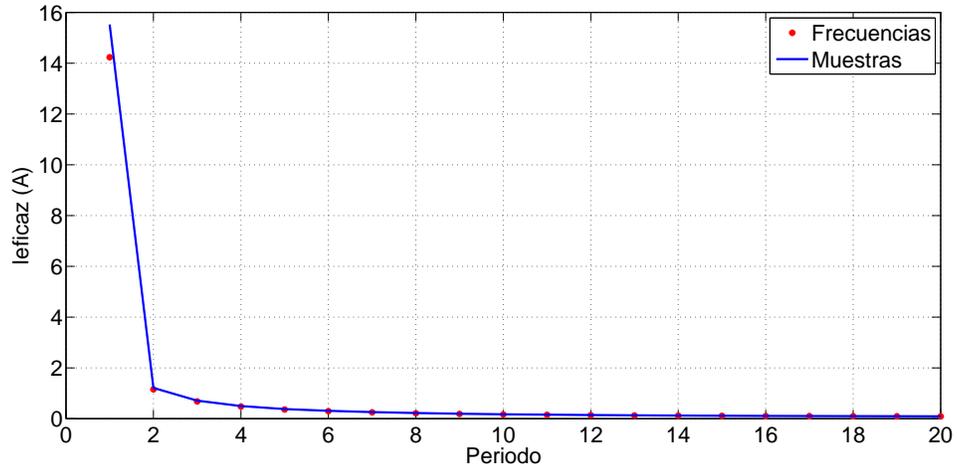
**Figura 4.27:** Corriente eficaz por período para flujo residual de 50% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$



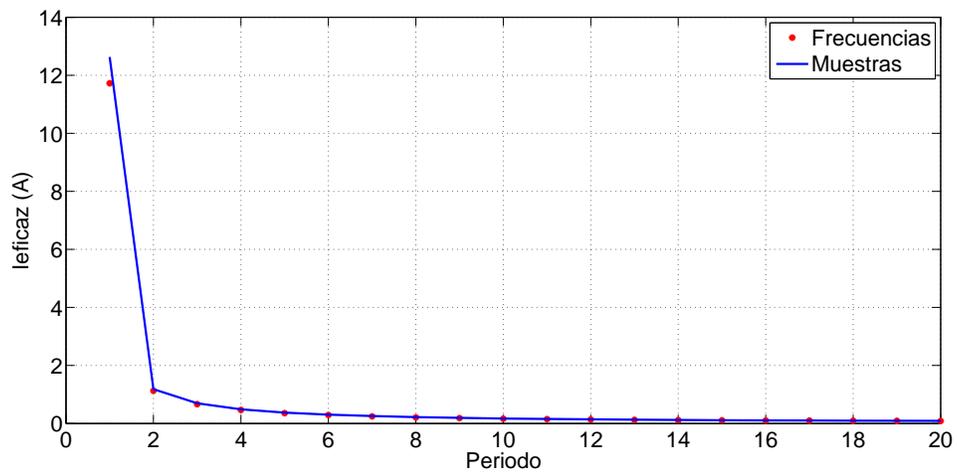
**Figura 4.28:** Corriente eficaz por período para flujo residual de 50% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$



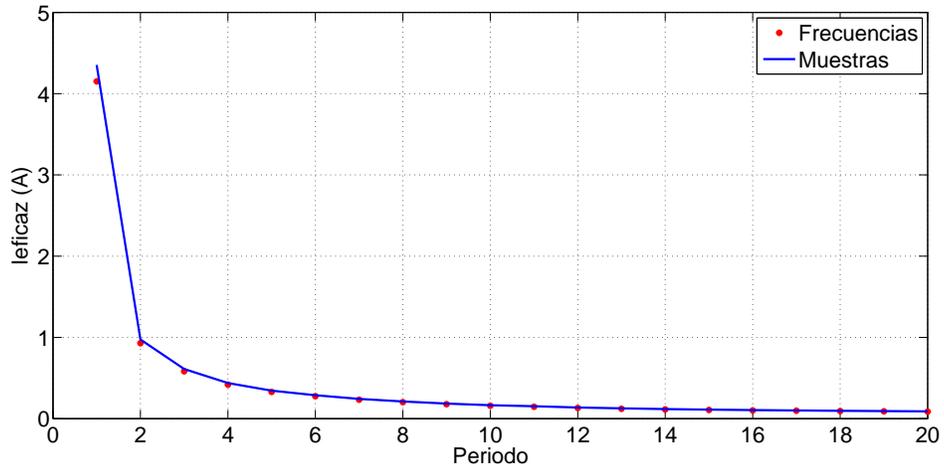
**Figura 4.29:** Corriente eficaz por período para flujo residual de 50% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$



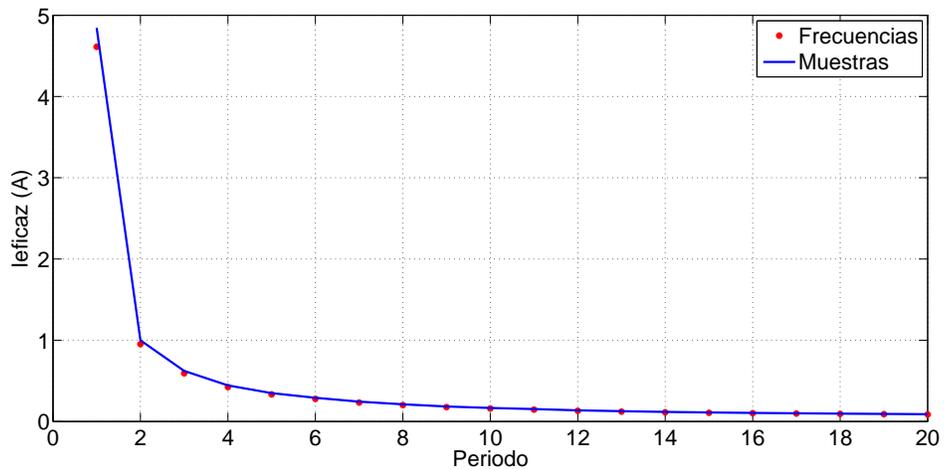
**Figura 4.30:** Corriente eficaz por período para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$



**Figura 4.31:** Corriente eficaz por período para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$



**Figura 4.32:** Corriente eficaz por período para flujo residual de 80% del  $\Phi_{máx}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$



**Figura 4.33:** Corriente eficaz por período para flujo residual de  $-80\%$  del  $\Phi_{máx}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

<i>No.Caso</i>	$I_{\text{máx}}$ con la ecuación (4.6)	$I_{\text{máx}}$ con la ecuación (4.7)	Error (%)
1	6.7496	7.1398	5
2	3.0043	3.1436	4
3	0.0511	0.0511	0.0007
4	11.7675	12.6847	7
5	8.8453	9.4228	6
6	0.7029	0.7371	4
7	14.2332	15.5269	7
8	11.7242	12.0023	7
9	4.1507	4.3534	4
10	4.6110	4.8451	5

**Tabla 4.4:** Resumen de la corriente eficaz para el primer periodo

Observando de las Figuras 4.24 a la 4.32, se obtiene que el valor eficaz, utilizando cualquiera de las dos vías, tienen valores similares y el mismo comportamiento. Sin embargo existe una pequeña diferencia en valores para los primeros períodos, lo cual se debe a que cuando se utiliza la ecuación (4.6) que comprende los valores de corriente para las distintas frecuencias, se están despreciando los valores de las interarmónicas.

La máxima corriente eficaz se alcanza para el primer ciclo y su magnitud depende del pico máximo que alcanza la corriente de irrupción en ese periodo. Independientemente del valor que tiene la corriente eficaz para el primer ciclo que es distinto es todos los casos de estudio, la diferencia en el cálculo de la corriente eficaz utilizando las ecuaciones (4.6) y (4.7) va disminuyendo para los ciclos sucesivos.

## 4.5. Espectro de frecuencias de la corriente de irrupción

De las Figuras 4.34 a la 4.42, se muestra el espectro de frecuencia de la corriente de irrupción para los diez casos de estudio analizados, para los cuatro primeros períodos de cada caso de estudio.

## 4.5 Espectro de frecuencias de la corriente de irrupción

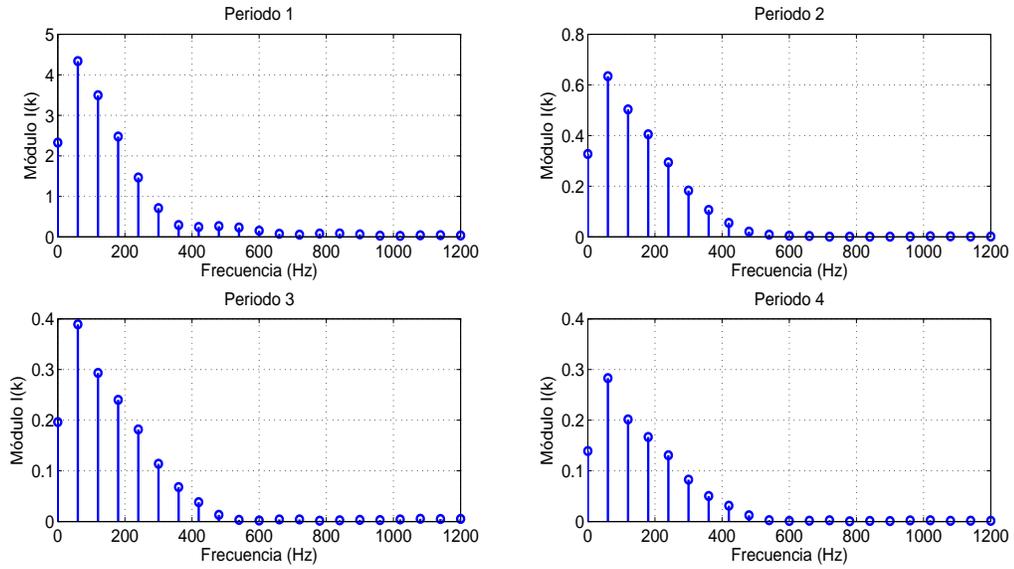


Figura 4.34: Espectro de frecuencias para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $0^\circ$

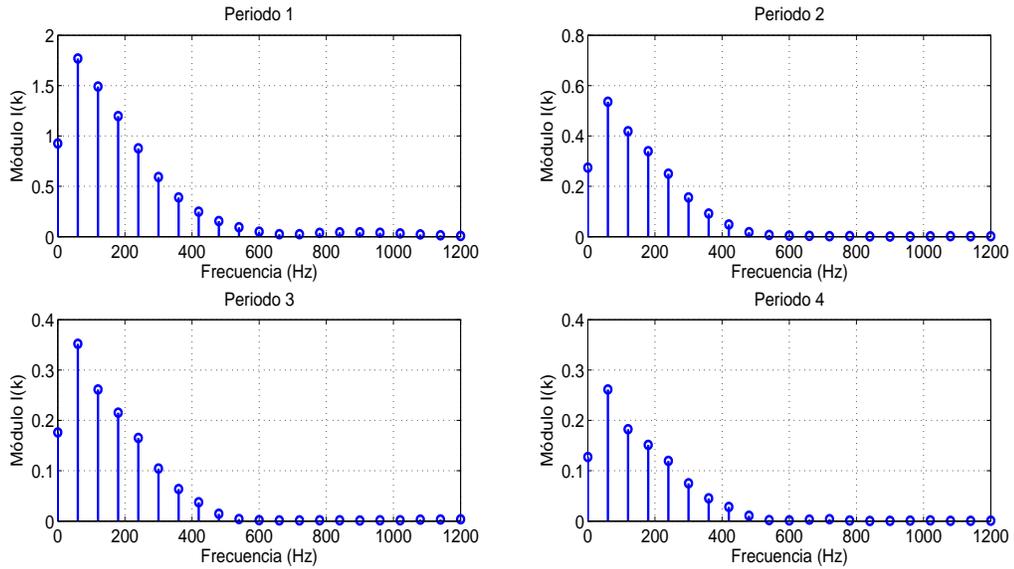
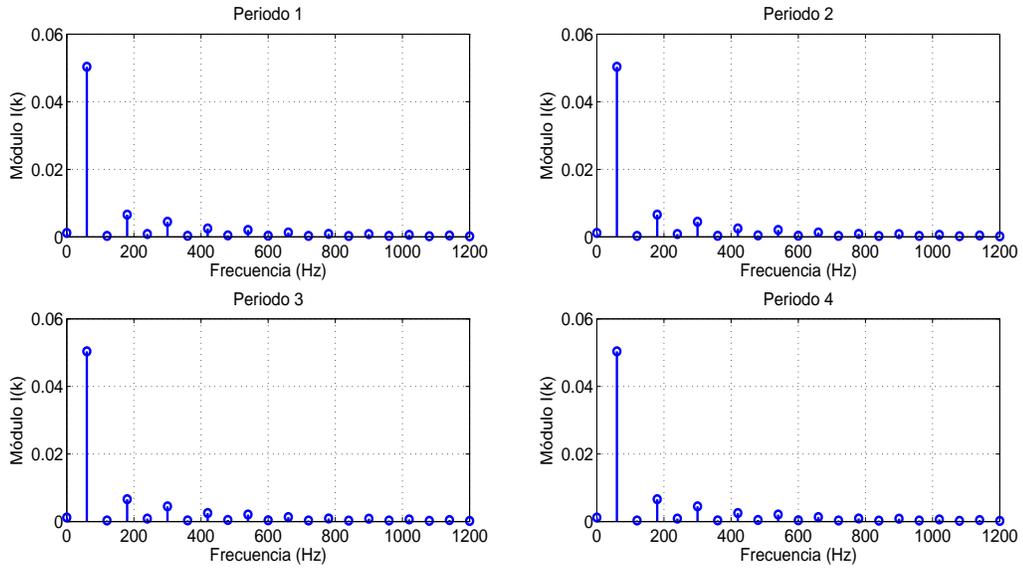
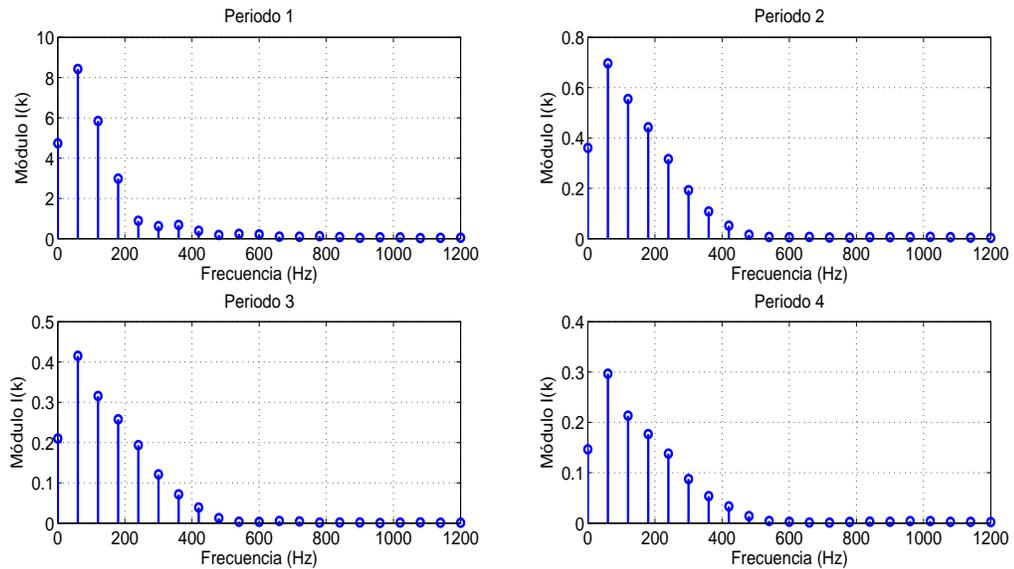


Figura 4.35: Espectro de frecuencias para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $45^\circ$

#### 4. ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRUPCIÓN



**Figura 4.36:** Espectro de frecuencias para flujo residual cero y ángulo de conmutación  $90^\circ$



**Figura 4.37:** Espectro de frecuencias para flujo residual de 50% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$

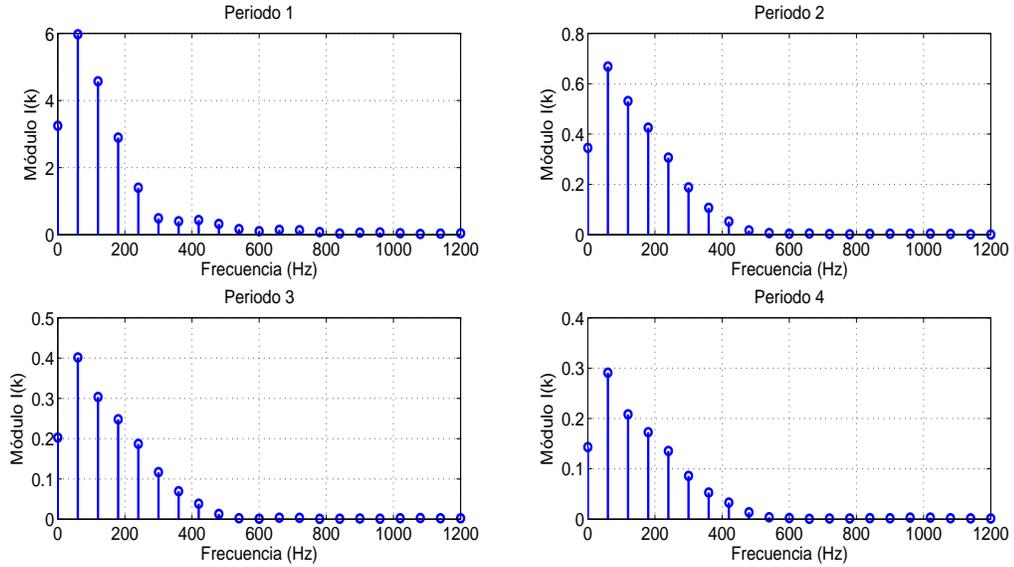


Figura 4.38: Espectro de frecuencias para flujo residual de 50% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$

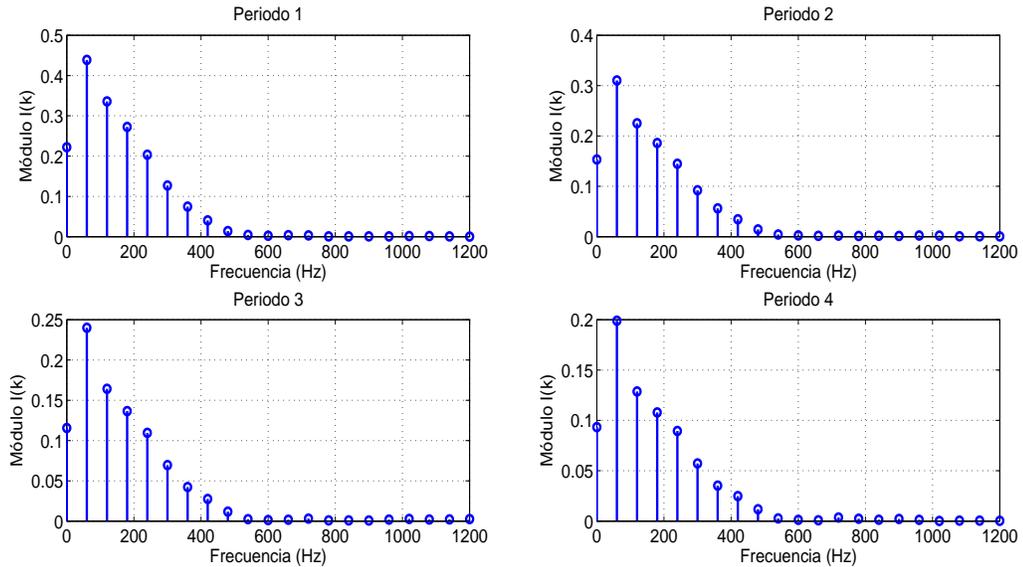
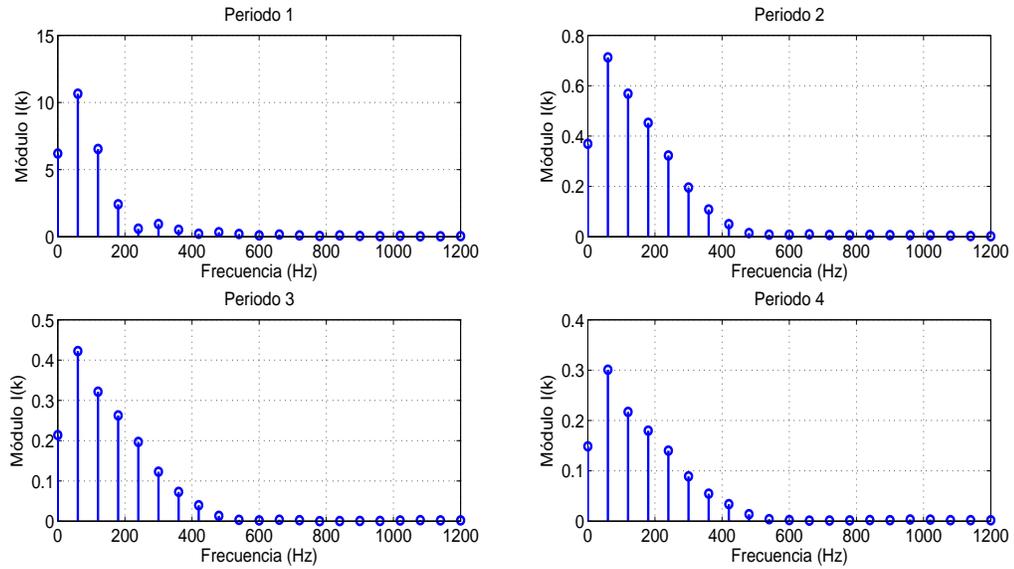
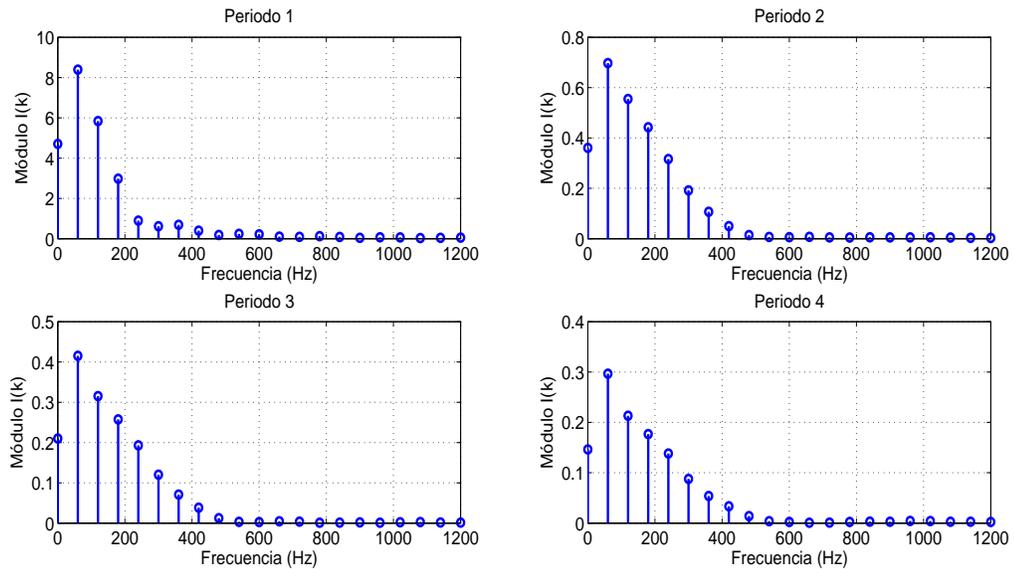


Figura 4.39: Espectro de frecuencias para flujo residual de 50% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

#### 4. ANÁLISIS DE LA CORRIENTE DE IRUPCIÓN

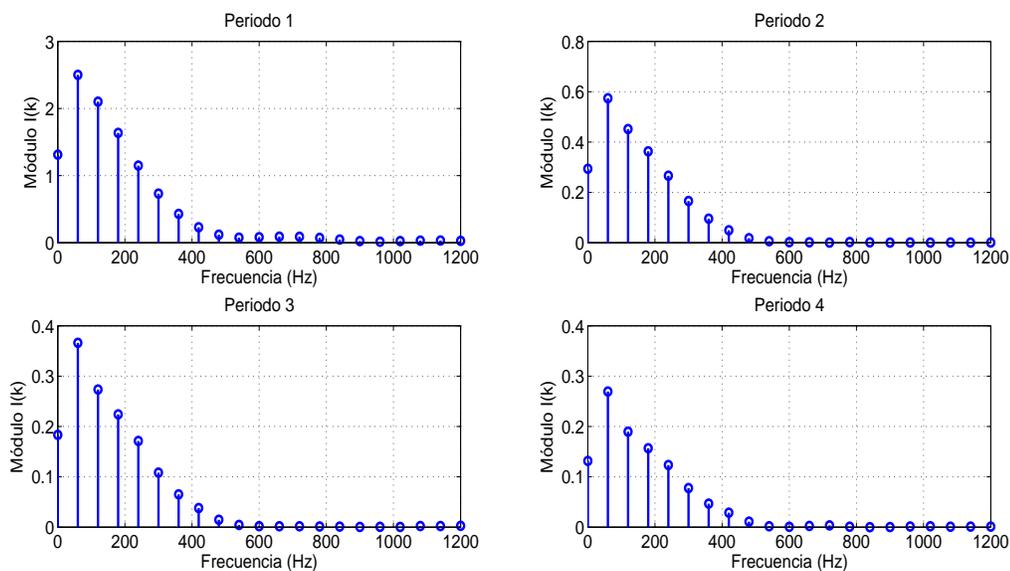


**Figura 4.40:** Espectro de frecuencias para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $0^\circ$

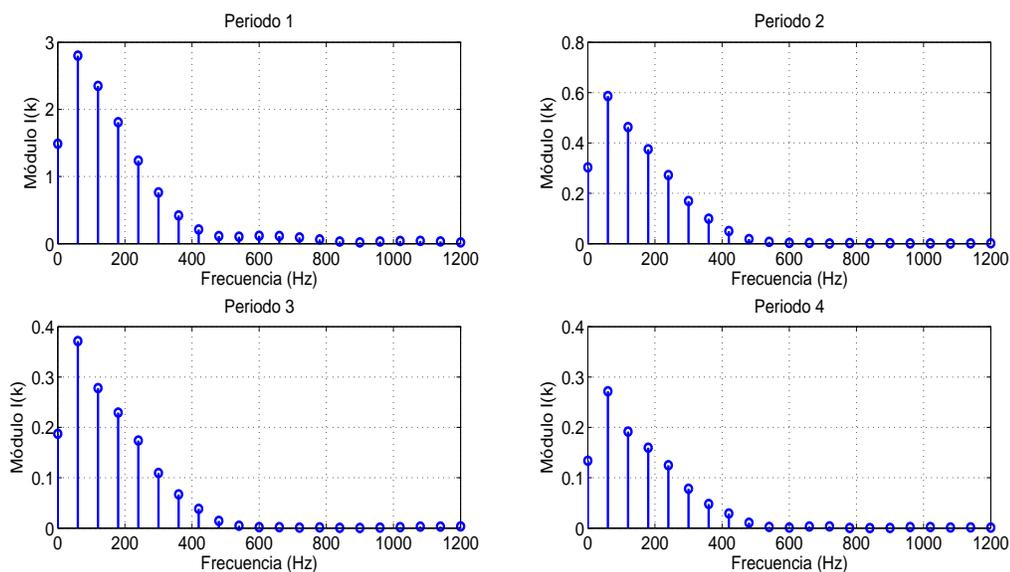


**Figura 4.41:** Espectro de frecuencias para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $45^\circ$

## 4.5 Espectro de frecuencias de la corriente de irrupción



**Figura 4.42:** Espectro de frecuencias para flujo residual de 80% del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$



**Figura 4.43:** Espectro de frecuencias para flujo residual de  $-80\%$  del  $\Phi_{\text{máx}}$  y ángulo de conmutación  $90^\circ$

Del análisis de estos casos se desprende que el espectro de frecuencias de la corriente de irrupción posee tanto frecuencias pares como impares, a diferencia de la corriente de estado estable que solo presenta frecuencias impares, debido a la asimetría de la corriente de irrupción provocada por la saturación extrema del núcleo presentada cuando éste es energizado.

Los valores de corriente para las frecuencias pares se van amortiguando hasta desaparecer en estado estable. Cuando se energiza el transformador alcanza una alta saturación, lo que provoca que la corriente alcance valores elevados y deforme la forma de onda de la corriente de excitación, haciéndola asimétrica con respecto al eje horizontal, lo que trae consigo componentes de frecuencias pares. Sin embargo como consecuencia de los efectos del amortiguamiento dado por las pérdidas en el núcleo, la saturación decae provocando que la corriente tienda a la corriente de excitación de estado estable que es simétrica con respecto al eje horizontal y solo posee componentes de corrientes para las frecuencias impares.

También presenta una componente de corriente directa(CD) que se va amortiguando en cada período hasta desaparecer para el estado estable. La magnitud de la componente de corriente directa depende directamente del flujo residual.

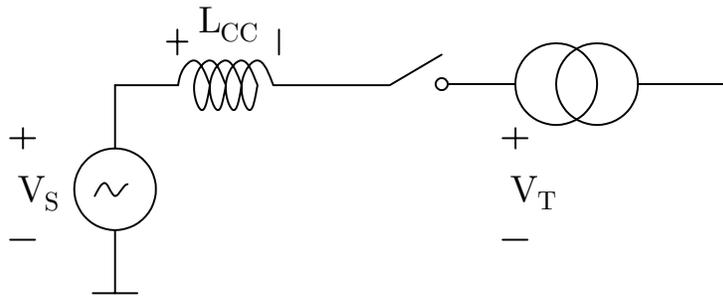
El caso de estudio 3 (flujo residual cero y ángulo de conmutación de  $90^\circ$ ) corresponde a la corriente de excitación de estado estable y es el resultado al que los demás casos de estudios deben arribar una vez desaparecido el transitorio, se muestra en la Tabla 4.5 las componentes armónicas que presenta la corriente de excitación de estado estable y su porcentaje respecto a la componente fundamental la cual tiene una magnitud de 0.0504 (A).

Armónicos (Hz)	Corriente rms (A)	Por ciento respecto a la fundamental (%)
180	0.0066	13
300	0.0045	8.9
420	0.0025	4.9

**Tabla 4.5:** Armónicos de la corriente de estado estable y su porcentaje respecto a la fundamental

## 4.6. Voltaje en el primario del transformador

En esta sección se analiza el efecto de la corriente de irrupción sobre el voltaje en el primario del transformador cuando éste es conectado a un sistema fuerte y a un sistema débil.



**Figura 4.44:** Transformador conectado a la red eléctrica

En la Figura 4.44 se muestra un esquema de cuando el transformador es conectado a la red eléctrica, el cual se describe también por la ecuación (4.8):

$$V_S = L_{cc} \frac{di_\phi}{dt} + V_T \quad (4.8)$$

donde  $V_S$  es el voltaje del sistema,  $L_{cc}$  es la inductancia de cortocircuito en el punto donde se conecta el transformador y  $i_\phi$  es la corriente de irrupción.

### 4.6.1. Sistema fuerte

Para el sistema fuerte se considera una corriente de cortocircuito  $I_{cc} = 2500$  (A). Entonces la potencia de cortocircuito  $S_{cc}$  es:

$$\begin{aligned} S_{cc} &= V_L \cdot I_{cc} \\ S_{cc} &= 125 \cdot 2500 \\ S_{cc} &= 312500 \quad (\text{VA}) \end{aligned} \quad (4.9)$$

La reactancia de cortocircuito se calcula como:

$$X_{cc} = \frac{V_L^2}{S_{cc}} = \frac{125^2}{312500} = 0.05 \quad (\Omega) \quad (4.10)$$

Por lo tanto la inductancia de cortocircuito para el sistema fuerte es:

$$L_{ccF} = \frac{X_{cc}}{\omega} = \frac{0.05}{377} = 1.3263 \times 10^{-4} \quad (\text{H}) \quad (4.11)$$

#### 4.6.2. Sistema débil

Para el sistema débil se considera una corriente de cortocircuito  $I_{cc} = 250$  (A). Entonces la potencia de cortocircuito  $S_{cc}$  es:

$$\begin{aligned} S_{cc} &= V_L \cdot I_{cc} \\ S_{cc} &= 125 \cdot 250 \\ S_{cc} &= 31250 \quad (\text{VA}) \end{aligned} \quad (4.12)$$

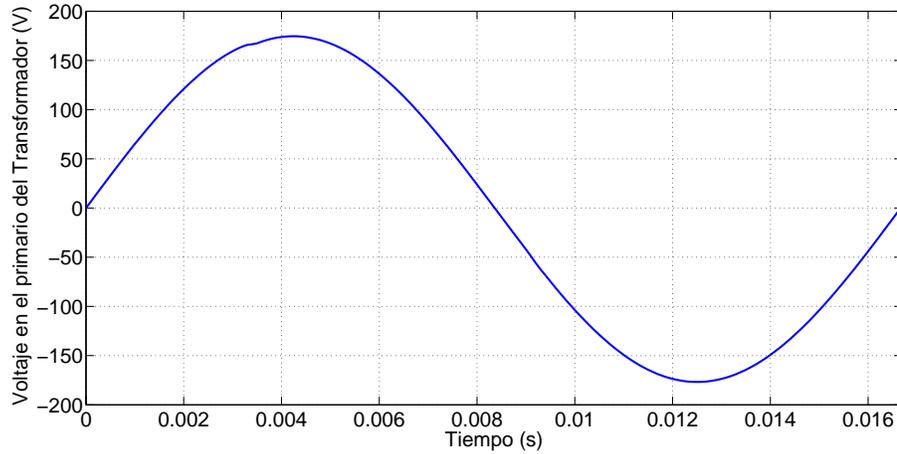
La reactancia de cortocircuito se calcula como:

$$X_{cc} = \frac{V_L^2}{S_{cc}} = \frac{125^2}{31250} = 0.5 \quad (\Omega) \quad (4.13)$$

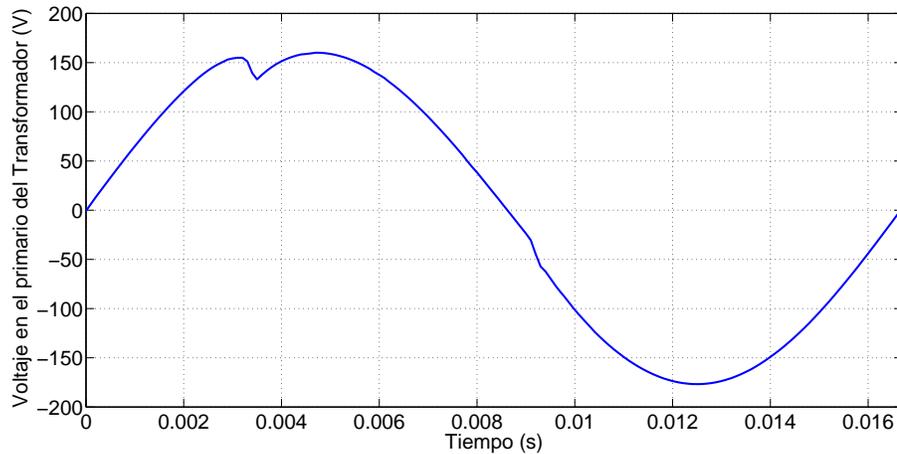
Por lo tanto la inductancia de cortocircuito para el sistema débil es:

$$L_{ccD} = \frac{X_{cc}}{\omega} = \frac{0.5}{377} = 1.3263 \times 10^{-3} \quad (\text{H}) \quad (4.14)$$

Una vez calculada  $L_{ccF}$  y  $L_{ccD}$  se obtiene el voltaje en el primario del transformador resolviendo la ecuación (4.8), para cuando la corriente de irrupción se genera con ángulo de conmutación de  $0^\circ$  y flujo residual de 80 % del  $\Phi_{\text{máx}}$ .



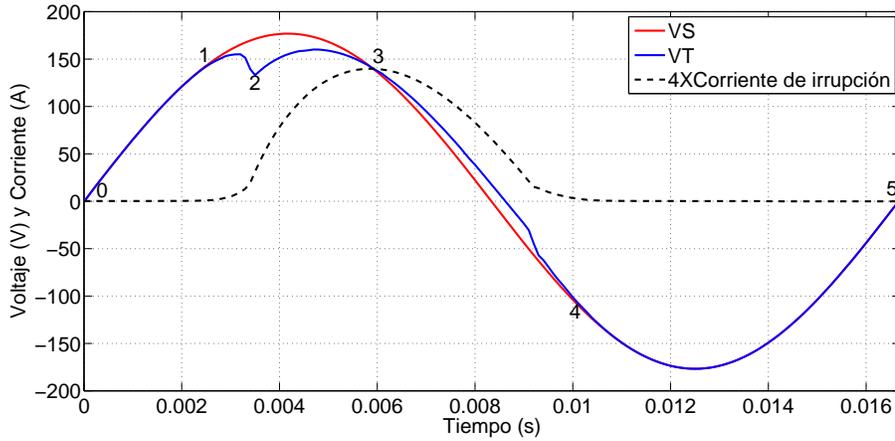
**Figura 4.45:** Voltaje en el primario del transformador cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte



**Figura 4.46:** Voltaje en el primario del transformador cuando el transformador es conectado a un sistema débil

Observando la Figura 4.45 se aprecia que cuando el sistema es fuerte la forma de onda del voltaje en el punto  $V_T$  no se distorsiona ante la presencia de la corriente de irrupción. Por otra parte de la Figura 4.46 se obtiene que para un sistema débil, la corriente de irrupción deforma la forma de onda del voltaje en el primario del transformador, afectando la calidad de la energía.

Para una mejor explicación de este fenómeno se analiza la Figura 4.47, donde se grafica: a) voltaje del sistema (rojo), b) voltaje en el primario del transformador (azul) y c) corriente de irrupción (negro en líneas discontinuas). Es de interés destacar que la corriente de irrupción esta multiplicada por un factor de escala para una mejor visualización.



**Figura 4.47:** Voltaje en el primario del transformador vs voltaje del sistema vs corriente de irrupción

Del punto 0 al punto 1 de la Figura 4.47 la corriente de irrupción es 0, por lo tanto  $\frac{di_\phi}{dt}$  de la ecuación (4.8) es 0 y  $V_S$  es igual a  $V_T$ .

A partir del punto 1 al punto 3 la corriente comienza a crecer, siendo  $\frac{di_\phi}{dt}$  positiva, provocando que  $V_T$  sea menor que  $V_S$ . El punto 2 se alcanza cuando  $\frac{di_\phi}{dt}$  alcanza su máximo valor.

En el punto 3 la corriente de irrupción tiene su máximo valor y  $\frac{di_\phi}{dt}$  es cero, por lo que  $V_S$  es igual a  $V_T$ .

A partir del punto 3 hasta el punto 4 la corriente de irrupción comienza a decrecer y  $\frac{di_\phi}{dt}$  toma signo negativo, siendo en este intervalo  $V_T$  mayor que  $V_S$ .

A partir del punto 4 hasta el punto 5 la corriente de irrupción es 0, por lo tanto  $\frac{di_\phi}{dt}$  es 0 y  $V_S$  es igual a  $V_T$ .

Además se observan dos fenómenos asociados a la corriente de irrupción:

- a) Entre el punto 3 y el punto 4 la forma de onda del voltaje en el punto  $V_T$  tiene un incremento cuando la polaridad es positiva y un decremento cuando la polaridad es negativa.
- b) El punto de cruce por cero de la forma de onda del voltaje  $V_T$  tiene un desplazamiento hacia la derecha con respecto a la forma de onda del voltaje  $V_S$ .

### 4.6.3. THD para el sistema fuerte y débil

En las Figuras 4.48 y 4.49 se muestra el THD del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte y débil respectivamente.

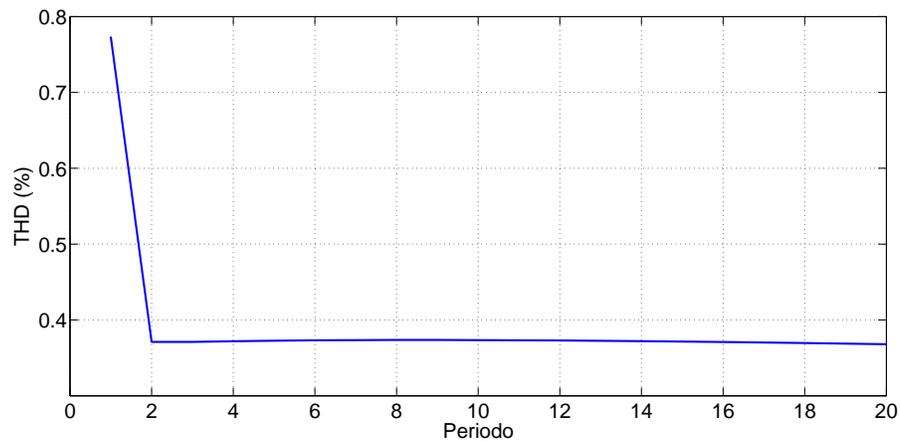
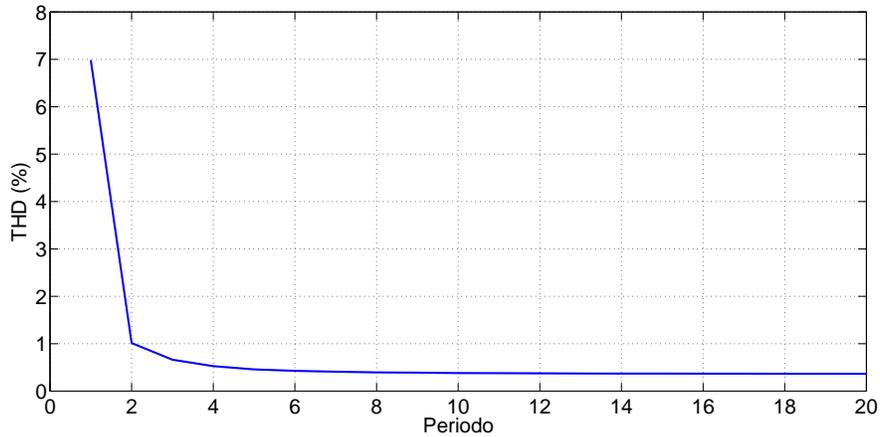


Figura 4.48: THD del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte



**Figura 4.49:** THD del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema débil

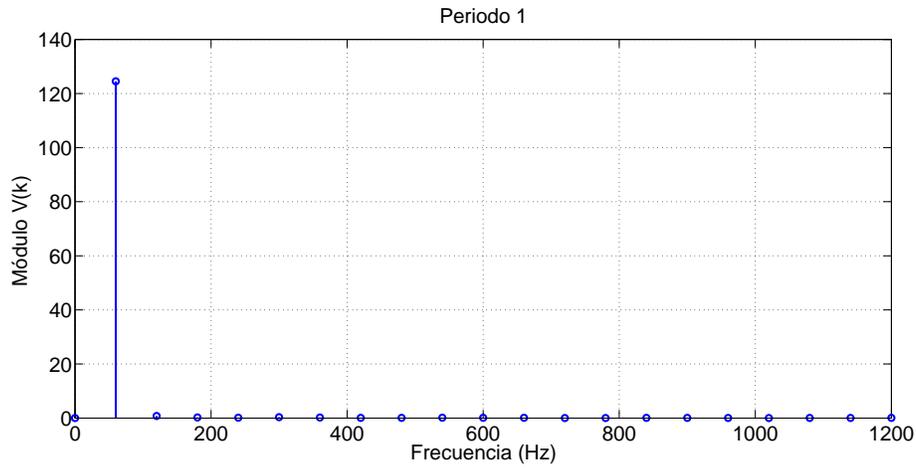
El THD máximo del voltaje para el sistema fuerte es de 0.77% mientras que para el sistema débil es de 7%, esta diferencia se ocasiona por la potencia de cortocircuito en el punto donde se conecta el transformador.

En el sistema fuerte la potencia de cortocircuito es elevada ocasionando que la reactancia de la red sea pequeña y por lo tanto la inductancia de cortocircuito también es pequeña, y ante la presencia de la corriente de irrupción la forma de onda del voltaje en el primario del transformador no se deforma.

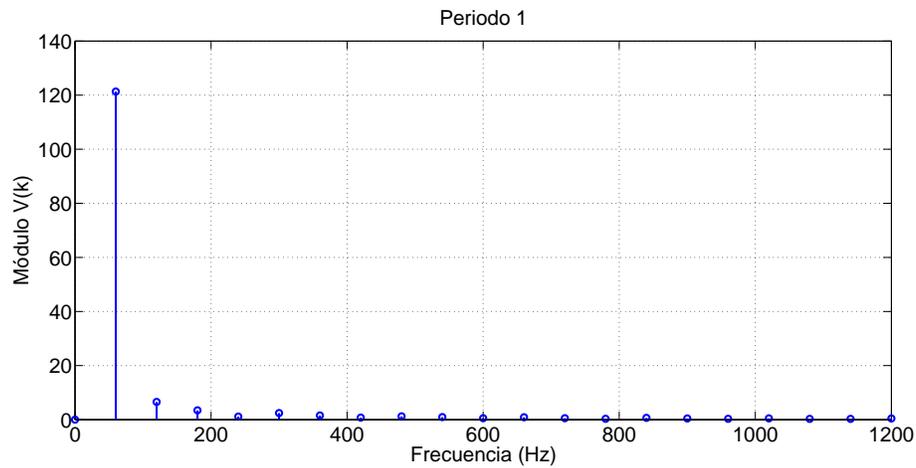
Por lo contrario para el sistema débil la potencia de cortocircuito es pequeña, por consiguiente la inductancia de cortocircuito es elevada, lo que provoca que ante la presencia de la corriente de irrupción se deforme la forma de onda del voltaje en el primario del transformador.

#### 4.6.4. Espectro de frecuencias para el sistema fuerte y débil

En las Figuras 4.50 y 4.51 se muestra el espectro de frecuencias del voltaje en el primario del transformador cuando es conectado a un sistema fuerte y débil respectivamente.



**Figura 4.50:** Espectro de frecuencias del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte



**Figura 4.51:** Espectro de frecuencias del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema débil

En la Tabla 4.6 se muestra los valores de voltaje para las frecuencia de 0 a 540 Hz para el sistema fuerte y débil.

<i>Frecuencia (Hz)</i>	<i>Voltaje sistema fuerte (V)</i>	<i>Voltaje sistema débil (V)</i>
0	0.0031	0.0024
60	124.5169	121.3353
120	0.7787	6.5626
180	0.2252	3.4551
240	0.1472	1.1456
300	0.3255	2.4457
360	0.2110	1.5788
420	0.0832	0.7749
480	0.0690	1.2630
540	0.1320	0.9540

**Tabla 4.6:** Espectro de frecuencia del voltaje cuando el transformador es conectado a un sistema fuerte y débil

Observando la Tabla 4.6 se obtiene que para el sistema fuerte los valores de voltajes para las frecuencias de 0 y 60 (Hz) es mayor que para el sistema débil. Mientras que para las frecuencias de 120 a 540 (Hz) para el sistema débil los valores de voltaje son mayores que para el sistema fuerte, esto se debe a que la inductancia de cortocircuito en el sistema débil es alta, lo que provoca que se deforme la forma de onda del voltaje en el primario del transformador cuando se presenta la corriente de irrupción.

## Capítulo 5

# VALIDACIÓN DEL MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN

Para validar el modelado y simulación de la corriente de irrupción, se realizó una comparación entre resultados experimentales disponibles en [41] y una simulación realizada en este trabajo de tesis. Además se comparan mediciones realizadas sin control del ángulo de conmutación y desconocimiento del flujo residual con simulaciones realizadas en este trabajo de tesis y en busca de similitudes entre ambas.

### 5.1. Cálculo de la corriente en estado estable

El circuito para el cálculo de la corriente en estado estable se muestra en la Figura 5.1.

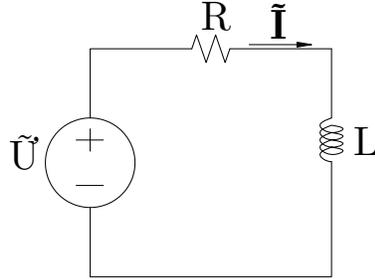


Figura 5.1: Circuito para el cálculo de la corriente en estado estable

$$\tilde{V} = \tilde{I}(R + j\omega L) \quad (5.1)$$

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}}{R + j\omega L} \quad (5.2)$$

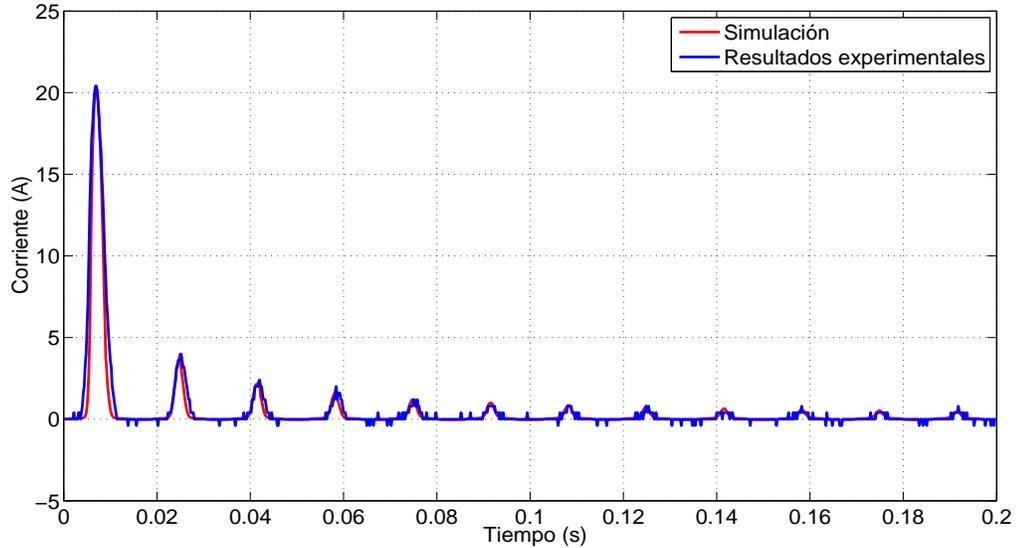
El valor de corriente de estado estable calculado es  $\tilde{I}_c = 0.0495$  (A) para la frecuencia de 60 (Hz) y la corriente de estado estable obtenido de las simulaciones para la frecuencia de 60 (Hz) es  $\tilde{I}_s = 0.0504$  (A).

La comparación de ambas resulta en un error de 1.7%, el cual se le atribuye a la inductancia utilizada en el cálculo de  $\tilde{I}_c$ . Esta inductancia fue obtenida con la pendiente de la región lineal de la curva  $B-H$ , ya que es en la región donde opera el transformador en estado estable.

## 5.2. Comparación entre resultados experimentales y simulados

Al transformador estudiado se le hicieron mediciones en el laboratorio, las cuales se reportan en [41]. Estas mediciones reales se usan para validar los resultados obtenidos.

En la Figura 5.2 se muestra una comparación de los resultados experimentales y simulados para ángulo de conmutación de  $0^\circ$  y flujo residual cero.



**Figura 5.2:** Comparación entre resultados experimentales y simulados

En la Tabla 5.1 se muestra una comparación del pico de la corriente de irrupción por período para los resultados experimentales y simulados.

El error se considera pequeño, por lo que se puede decir que el modelado y simulación de la corriente de irrupción realizado en este trabajo de tesis, son una buena aproximación del comportamiento real del transformador.

<i>Período</i>	$I_{\text{máx}} \text{ experimental}$	$I_{\text{máx}} \text{ simulada}$	<i>Error %</i>
1	20.4	20.3954	0.0226
2	4	3.9854	0.3650
3	2.4	2.3971	0.1208
4	2	1.9783	1.0850
5	1.2	1.2086	0.7201

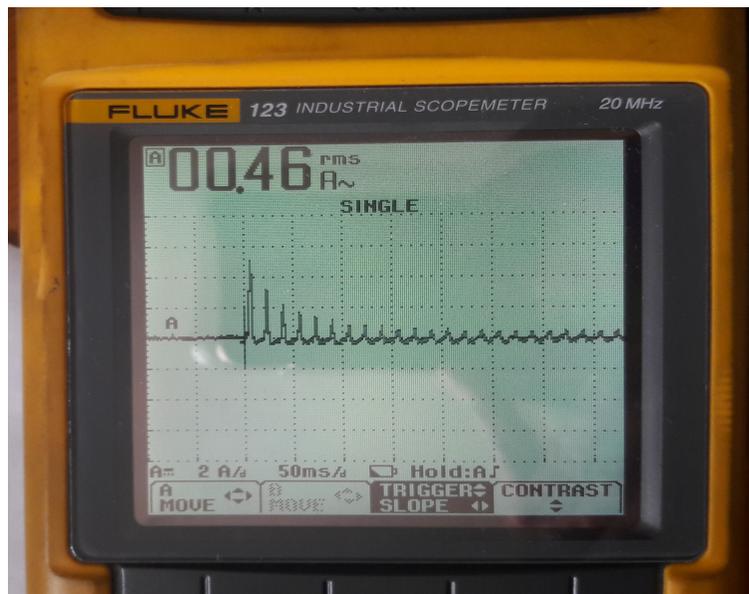
**Tabla 5.1:** Comparación de la  $I_{\text{máx}}$  por período para resultados experimentales y simulado

Las Figuras 5.3 a la 5.5 proporcionan mediciones hechas sin control sobre el ángulo de conmutación y desconocimiento del valor de flujo residual, pero sirven para comparar los resultados de las simulaciones con los experimentales.

## 5. VALIDACIÓN DEL MODELADO Y SIMULACIÓN DE LA CORRIENTE DE IRUPCIÓN

---

Del análisis de ésta se desprende que la forma de onda obtenida de los experimentos es muy similar a las obtenidas en las simulaciones, el tiempo de amortiguamiento de la corriente de irrupción de las Figuras 5.3 a la 5.5 esta entre 0.1 (seg) y 0.15 (seg), el cual es semejante al tiempo de amortiguamiento obtenido en las simulaciones, el cual está entre seis y siete períodos que equivale a 0.1 (seg) y 0.12 (seg). Además en los experimentos se alcanzan valores pico de la corriente de irrupción, para el primer ciclo de 10 y 20 (A), como también se presentan en los casos dos y uno respectivamente de las simulaciones.



**Figura 5.3:** Corriente de irrupción experimental 1

## 5.2 Comparación entre resultados experimentales y simulados

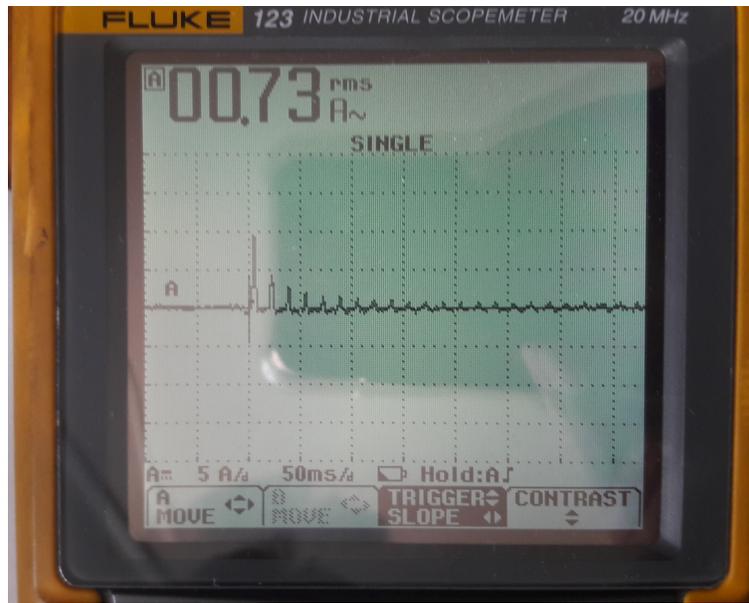


Figura 5.4: Corriente de irrupción experimental 2

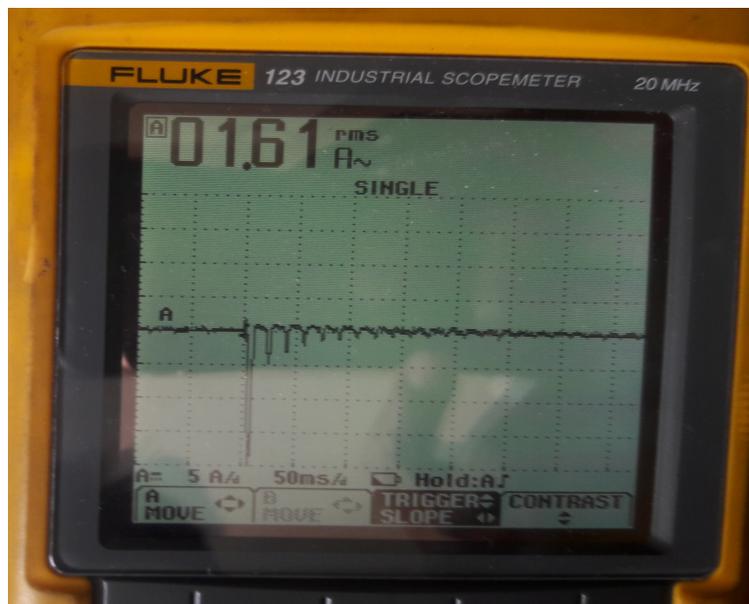


Figura 5.5: Corriente de irrupción experimental 3



## Capítulo 6

# CONCLUSIONES

### 6.1. Conclusiones

En este trabajo de tesis se mostró que se puede utilizar el método de Circuito Magnético Equivalente para el modelado y simulación de la corriente de irrupción. El circuito magnético equivalente quedó compuesto por las permeancias del núcleo, la fuerza magnetomotriz de cada devanado y las permeancias de dispersión.

Las expresiones analíticas presentadas para el cálculo de las permeancias de dispersión representan una alternativa para el cálculo de éstas. Presentando resultados rápidos, precisos y de menor esfuerzo computacional que el método de Elementos Finitos. Para la derivación de estas expresiones analíticas debe tenerse en cuenta: si el devanado se encuentra en el interior de la ventana del núcleo, en el exterior de la ventana del núcleo y adyacente a éste y en el exterior de la ventana del núcleo y aislado de éste.

La magnitud del flujo residual y el ángulo de conmutación son factores determinantes en el comportamiento de la corriente de irrupción. Presentándose una corriente de irrupción mas elevada, cuando el ángulo de conmutación es de  $0^\circ$ .

La corriente de irrupción presenta un amplio espectro de frecuencias, conteniendo tanto frecuencias pares como impares, a diferencia de la corriente de excitación de estado estable que solo presenta frecuencias impares. Esto es debido a la asimetría de la corriente de irrupción, provocada por la saturación extrema del núcleo presentada cuando éste es energizado.

Las componentes espectrales de baja frecuencia son las dominantes en la corriente de irrupción. La magnitud de la corriente para las frecuencias pares va disminuyendo por ciclos hasta desaparecer en estado estable, debido a que el transformador pasa de operar de la zona extremadamente-saturable de la curva B-H cuando es energizado a la zona saturable cuando esta en estado estable. La corriente de irrupción también presenta una componente de CD amortiguada, su magnitud es en función del flujo residual.

En este trabajo se observó que el cálculo del valor eficaz de la corriente de irrupción por período puede ser realizado por las ecuaciones (4.6) y (4.7), donde la primera utiliza las componentes espectrales de la corriente y la segunda utiliza las muestras de corriente tomadas en cada período. Estas dos vías muestran resultados similares excepto para los primeros ciclos, por lo que es aconsejable utilizar la ecuación (4.7) para el cálculo de la corriente eficaz en todos los ciclos.

De las simulaciones realizadas para los distintos valores de flujo residual y ángulo de conmutación, se concluyó que el *THD* de la corriente de irrupción oscila entre 116 % y 126 %.

La corriente de irrupción puede deformar la forma de onda del voltaje si el transformador es conectado a un sistema débil, afectando la calidad de la energía.

Una comparación entre resultados experimentales y una simulación de la corriente de irrupción para flujo residual cero y ángulo de conmutación de  $0^\circ$  muestran una buena correlación en cuanto a forma de onda, tiempo de amortiguamiento y valor pico de la corriente por período. Demostrando la veracidad del modelado y simulación de la corriente de irrupción realizada en este trabajo de tesis.

### 6.2. Aportaciones

- Se presenta un método numérico para el cálculo de la inductancia equivalente vista desde el devanado primario para transformadores monofásicos. Este método utiliza el circuito magnético equivalente del transformador donde se calcularon las permeancias de dispersión. Las permeancias de dispersión, son derivadas de expresiones analíticas que se obtuvieron para las secciones del devanado interior a la ventana del núcleo, y exterior a la ventana del núcleo adyacente y aislada.

- Se implementó un algoritmo para la simulación de la corriente de irrupción que considera la no linealidad del núcleo. Es capaz de evaluar diferentes valores de ángulo de conmutación y flujo residual.

### 6.3. Recomendación para trabajos futuros

A partir de los resultados obtenidos en esta investigación se pueden hacer las siguientes recomendaciones para trabajos futuros:

- Considerar el fenómeno de histéresis en el modelado de la curva B-H.
- Realizar el modelado y simulación de la corriente de irrupción para transformadores trifásicos.
- Proponer técnicas para la mitigación de la corriente de irrupción.



# Apéndice A

## A.1. Cálculo de flujo máximo

$$e_1 = N_1 \frac{d\phi}{dt} \quad (\text{A.1})$$

$$\phi = \phi_{\text{máx}} \sin \omega t \quad (\text{A.2})$$

$$e_1 = \omega N_1 \phi_{\text{máx}} \cos \omega t \quad (\text{A.3})$$

El valor r.m.s del voltaje inducido  $V_1$ , es obtenido por la división de la ecuación anterior por  $\sqrt{2}$ ,

$$V_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} f N_1 \phi_{\text{máx}} = \sqrt{2} \pi f N_1 \phi_{\text{máx}} \quad (\text{A.4})$$

$$\phi_{\text{máx}} = \frac{V_1}{\sqrt{2} \pi f N_1} \quad (\text{A.5})$$

## A.2. Método de Runge Kutta de cuarto orden

El más popular de los métodos de Runge Kutta es el de cuarto orden. El siguiente es la forma comúnmente usada, por lo tanto, le llaman método clásico de Runge Kutta de cuarto orden:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) h \quad (\text{A.6})$$

donde

$$\begin{aligned}
 k_1 &= f(x_i, y_i) \\
 k_2 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right) \\
 k_3 &= f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right) \\
 k_4 &= f(x_i + h, y_i + k_3h)
 \end{aligned}
 \tag{A.7}$$

En este trabajo de tesis  $y_{i+1}$  es el flujo en el tiempo futuro,  $y_i$  es el flujo en tiempo actual y  $h$  es el delta de tiempo.

### A.3. Código para la simulación y análisis de la corriente de irrupción

En esta sección se presenta el código que se desarrollo para la simulación de la corriente de irrupción, bajo diferentes valores de angulo de conmutación y flujo residual. Además a la señal obtenida se la aplica la Transformada Discreta de Fourier de Corto de Tiempo, y se obtiene valor eficaz, THD y espectro de frecuencia.

```

1  %CODIGO DESARROLLADO PARA SIMULAR LA CORRIENTE DE IRRUPCIÓN
   %
2  %AUTOR: ORESTES ZULUETA MORALES %
3  % UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO %
4
5  clc
6  clear all
7  close all
8
9  %Datos de entrada
10 V=125;% Voltaje rms
11 ti=0; %Tiempo inicial
12 tf=2; %Tiempo final
13 deltat=10^-4; %Delta t
14 teta=pi/2; % Ángulo del voltaje al cual es energizado el
   transformador
15 f=60; % Frecuencia en Hz
16 w=2*pi*f; % frecuencia angular
17 N1=472; %Número de vueltas del devanado primario
18 R1=4.63;% Resistencia del devando primario
19 Lcc=1.3263e-004; %Inductancia de corto circuito del sistema
   fuerte

```

```

20 Lcc=6.6313e-004; %Inductancia de corto circuito del sistema
    débil
21 mu_o=4*pi*10^-7; %Permeabilidad del aire
22 T=1/f ; % Período
23 No_T=tf/T ; %Número de Periodo que tienen el intervalo de
    tiempo
24 Fs=1/deltat ; % Frecuencia de muestreo, cuantas muestras hay en
    1 seg
25
26 % Curva B.H
27 [Tablas DIR]=uigetfile('*.xls','Cargar los datos de la Curva B
    -H:');
28 CurvaBH=xlsread(Tablas,'BH');
29 h=CurvaBH(:,2);
30 b=CurvaBH(:,1);
31
32 % Datos para el cálculo del circuito magnético equivalente
33 N_beta=91;
34 I_alpha=0.96;
35 I_beta=0;
36 w_cvc=28.5750*10^-3;
37 w_ch=14.2875*10^-3;
38 w_cve=14.2875*10^-3;
39 d_c=28.7274*10^-3;
40 l_ch=35.7185*10^-3;
41 l_cv=56.35625*10^-3;
42 mu_o=4*pi*10^-7 ;
43 P_alphale=3.9071e-009;
44 P_betal=9.9313e-009;
45 P_alphali= 8.4931e-010;
46
47 % Cálculo de las Áreas
48 A_cve=w_cve*d_c ;
49 A_cvc=w_cvc*d_c;
50 A_ch=w_ch*d_c;
51
52 %Ecuación del flujo máximo
53 flux_m=V/(sqrt(2)*pi*f*N1);
54
55
56 % Flujo residual

```

## A.

---

```
57 flux_r=0*flux_m ;
58
59 tt(1)=0;
60 t(1)=0;
61 n=1;
62 Tol=0.05;
63 flux=flux_r ;
64 flux_almacenado(1)=flux ;
65
66 while t<tf
67
68     n=n+1; % Contador
69     t=t+deltat; % Tiempo
70     Error=1;
71     Cont=0; % Contador
72
73     while (Error>Tol & Cont<200)
74         Cont=Cont+1; % Contador para saber el número de
75             iteraciones
76         flux_old=flux; % Guarda el valor de flujo en la
77             variable flujo nuevo
78         B=flux/A_cvc; % Calcula B
79         B=abs(B);
80
81         %% %%MODELADO DE LA CURVA B-H UTILIZANDO INTERPOLACIÓN
82         if B==0;
83             mu=0.0010048;
84         end
85
86         if B>0 & B<b(end)
87             H=interp1(b,h,B);
88             mu=B/H;
89         end
90
91         if B>=b(end)
92             H=217960*B-393120;
93             mu=B/H;
94         end
95
96     % Permeancias del núcleo
97     Pch=(A_ch*mu)/l_ch ;
98     Pcve=(A_cve*mu)/l_cv ;
```

```

96     Pcvc=(A_cvc*mu)/l_cv ;
97
98     % Permeancia equivalente vista por el devanado
          primario
99     P_eque=(Pcvc*(2*Pch*Pcve+2*P_alphale*(2*Pcve+Pch)))/(
          Pcvc*(2*Pcve+Pch)+2*Pch*Pcve+2*P_alphale*(2*Pcve+
          Pch))+2*P_alphali ;
100    Lo=(N1^2)*P_eque;    % Inductancia de magnetizacion
101
102    L=Lo;    % Inductancia del devanado primario
103    R=R1;    % Resistencia del devanado primario
104
105    syms T
106    syms FLUX
107
108    dfluxdt=((V*sqrt(2)*sin(w*T+teta))/N1)-(R1*FLUX)/L;
109
110    T=tt(n-1);
111    FLUX=flux_almacenado(n-1);
112    k1=eval(dfluxdt);
113    T=tt(n-1)+(1/2)*deltat;
114    FLUX=flux_almacenado(n-1)+(1/2)*k1*deltat;
115    k2=eval(dfluxdt);
116    T=tt(n-1)+(1/2)*deltat;
117    FLUX=flux_almacenado(n-1)+(1/2)*k2*deltat;
118    k3=eval(dfluxdt);
119    T=tt(n-1)+deltat;
120    FLUX=flux_almacenado(n-1)+k3*deltat;
121    k4=eval(dfluxdt);
122
123    flux=flux_almacenado(n-1)+(1/6)*(k1+2*k2+2*k3+k4)*
          deltat;
124
125    flux_new=flux;
126    Error=(abs((flux_new-flux_old)/flux_new))*100;
127 end
128
129 %Cálculo de la corriente de irrupción para ese instante
          de tiempo
130 I=(N1*flux)/L;
131
132 % Voltaje del sistema

```

## A.

---

```
133     Vs(n)=125*sqrt(2)*sin(2*pi*60*t);
134
135     %Almacenamiento de datos
136     flux_almacenado(n)=flux;
137     L_almacenado(n)=L;
138     R_almacenado(n)=R;
139     I_almacenado(n)=I;
140     B_almacenado(n)=B;
141     mu_almacenado(n)=mu;
142     Lot(n)=Lo;
143     tt(n)=t;
144     Cont_almacenado(n)=Cont;
145
146     end
147
148     % Derivación hacia delante para el primer valor
149     didt(1)=(I_almacenado(2)-I_almacenado(1))/deltat;
150
151     % Derivación centrales para los valores intermedios
152     for n=2:length(I_almacenado)-1
153         didt(n)=(I_almacenado(n+1)-I_almacenado(n-1))/(2*deltat);
154     end
155
156     % Derivación hacia atras para el último valor
157     didt(length(I_almacenado))=(I_almacenado(length(I_almacenado))
        -I_almacenado(length(I_almacenado)-1))/deltat;
158
159     % Cálculo del voltaje en el primario del transformador
160     for n=1:length(tt)
161         VT(n)=Vs(n)-Lcc*didt(n);
162     end
163
164     % Gráfica de corriente de irrupción vs tiempo
165     figure(1)
166     plot(tt,I_almacenado,'LineWidth',2)
167     xlabel('Tiempo(s)','FontSize',14)
168     ylabel('Corriente(A)','FontSize',14)
169     title('Corriente de Irrupción','FontSize',14)
170     grid on
171
172     % Gráfica de voltaje en el primario vs tiempo
173     figure(2)
```

```

174 plot(tt,VT, 'LineWidth',2)
175 xlabel('Tiempo(s)', 'FontSize',14)
176 ylabel('Voltaje en el primario del Transformador(V)', 'FontSize
    ',14)
177 title('Voltaje vs Tiempo', 'FontSize',12)
178 grid on
179
180 No_iter_max=max(Cont_almacenado); %Número de iteraciones
    máximas
181 Posicion_iter_max=find(Cont_almacenado==max(Cont_almacenado));
    % Posición de las iteraciones máximas
182
183 % Instante de tiempo donde ocurre el máximo número de
    iteraciones
184 for i=1:length(Posicion_iter_max)
185     n=Posicion_iter_max(i);
186     tiempo_iter_max(i)=tt(n);
187 end
188
189 fprintf('Numero de iteraciones maxima realizadas en el cálculo
    de flujo: %3.0f\n', No_iter_max)
190 Valor_Max_I=max(I_almacenado); % Valor pico de la corriente
    de irrupción
191 Posicion_Imax=find(I_almacenado==Valor_Max_I); % Posición de
    la máxima corriente
192 Tiempo_Imax=tt(Posicion_Imax); % Instante de tiempo donde
    ocurre la máxima corriente
193
194 % Impresión del pico de la corriente
195 fprintf('Pico de la corriente de irrupcion(A): %3.4f\n',
    Valor_Max_I)
196 fprintf('Tiempo donde ocurre el pico de la corriente de
    irrupcion(seg): %3.4f\n',Tiempo_Imax)
197
198
199 % Almacena todos los valores de corriente por períodos
200 NMC=round(T*Fs); %Número de muestras por ciclos
    (167 muestras)
201 NMS=length(I_almacenado); %Número de muestras de la
    señal
202 NCS= fix(NMS/NMC); %Número de ciclos de la señal
203 IPeriodos=zeros(NCS,NMC);

```

## A.

---

```
204
205 for n=0:NCS-1
206     j=n+1;
207     V_P=I_almacenado(1,NMC*n+1:NMC+n*NMC);
208     IPeriodos(j,:)=V_P;
209 end
210
211 % Cálculo de la Imáx por período
212 for p=1:size(IPeriodos,1)
213     Imax_P(p,1)=max(IPeriodos(p,:));
214 end
215
216
217 N= 2^nextpow2(NMC); % Número de muestras por períodos
218
219
220 % Cálculo de la Transformada Discreta de Fourier de Corto
    Tiempo
221 for p=1:size(IPeriodos,1)
222     j=sqrt(-1);
223     IPeriodos_X=IPeriodos(p,:);
224
225     for k=1:N
226         for n=1:N
227             Periodo(n)=IPeriodos_X(n)*exp(-j*(2*pi*(k-1)*((n-1)
                -p*(N/Fs)))/N);
228         end
229         FFT_P(p,k)=sum(Periodo);
230     end
231 end
232
233 FFT_P= FFT_P/N; % Divide entre el número de muestras por
    período
234 FFT_P=FFT_P(:,1:N/2+1);
235
236 Mod_FFT_P=abs(FFT_P); % Valor absoluto de todos los elementos
    de las matriz de transformadas
237 Mod_FFT_P(:,2:end)=2*Mod_FFT_P(:,2:end);
238 Ang_FFT_P=angle(FFT_P);
239
240 Veficaz_ModFFTP=(1/sqrt(2))*Mod_FFT_P; % Valor eficaz del
    módulo de los valores de la DFT para cada periodo
```

```

241 Anggrado_AngFFTP=(180/pi)*Ang_FFTP; % Ángulo en grado de la
    DFT
242
243 fs=f*(0:NMC-1); % Frecuencia para graficar
244
245 Tiempo=1:1:size(Mod_FFTP,2);
246
247 for n=1:NCS
248     for k=1:size(Veficaz_ModFFTP,2)
249         Frecuencia_V(n,k)=fs(k);
250     end
251 end
252
253 [Periodos ,Frecuencia]=meshgrid(1:1:10,60*(0:1:9)); %Periodos=
    de 1 a 10 Freceuncia de 0: 1140 Hz
254
255 % Gráfica de la Transformada Discreta de Fourier de Corto
    Tiempo
256 figure(3)
257 view(3)
258 surface(Periodos ,Frecuencia ,Veficaz_ModFFTP(1:10,1:10)')
259 xlabel('Período','FontSize',14)
260 ylabel('Frecuencia (Hz)','FontSize',14)
261 zlabel('Corriente (A)','FontSize',14)
262 title('Corriente vs frecuencia vs período','FontSize',14)
263 grid on
264
265 % Cálculo del valor eficaz de la corriente por período
266 for p=1:size(IPeriodos,1)
267     for n=1:size(IPeriodos,2)
268         Ii(p,n)=(IPeriodos(p,n))^2;
269     end
270     Ie(p)=sqrt((1/size(IPeriodos,2))*sum(Ii(p,:)));
271 end
272
273
274 for n=1:size(Veficaz_ModFFTP,1)
275     for h=1:size(Veficaz_ModFFTP,2)
276         Ih(n,h)=(Veficaz_ModFFTP(n,h))^2;
277     end
278     I(n)=sqrt(sum(Ih(n,:)));
279 end

```

## A.

---

```
280
281 Periodo=1:1:NCS;
282
283 % Gráfica de la corriente eficaz por período
284 figure(4)
285 hold on
286 plot(Periodo,I,'r','LineWidth',2)
287 plot(Periodo,Ie,'b','LineWidth',2)
288 xlabel('Períodos','FontName','Book Antiqua','FontSize',14)
289 ylabel('Ieficaz','FontName','Book Antiqua','FontSize',14)
290 title('Ieficaz vs Períodos','FontName','Book Antiqua','
      FontSize',14)
291 legend('Frecuencias','Muestras','FontName','Book Antiqua','
      FontSize',14)
292 grid on
293 hold off
294
295 % Factor de distorsión armónica total
296 for n=1:size(Veficaz_ModFFTP,1) % Para todos los períodos
297     for h=3:size(Veficaz_ModFFTP,2)
298         thd(n,h)=(Veficaz_ModFFTP(n,h))^2;
299     end
300     THDI(n)=(1/Veficaz_ModFFTP(n,2))*sqrt(sum(thd(n,:))
      );
301 end
302
303
304 THD_max=max(100*THDI); %THD máximo
305 Periodo_THD_max=find(100*THDI==THD_max); % Período donde se
      tiene el THD max
306
307 % Impresión del THD máximo
308 fprintf('THD_max: %3.4f\n',THD_max)
309 fprintf('Período donde ocurre el THD max: %3.4f\n',
      Periodo_THD_max)
310
311 % Gráfica del THD
312 figure(5)
313 plot(Periodo,100*THDI,'LineWidth',2)
314 xlabel('Períodos','FontName','Book Antiqua','FontSize',14)
315 ylabel('THDi','FontName','Book Antiqua','FontSize',14)
```

```

316 title('THDi vs Períodos', 'FontName','Book Antiqua','FontSize'
      ,14)
317 grid on
318
319 % Gráfica del espectro de frecuencias
320 figure(6)
321 subplot(2,2,1),stem(fs(1,1:21),Veficaz_ModFFTP(1,1:21),'o','
      LineWidth',2),title('Período 1','FontSize',14),xlabel('
      Frecuencia (Hz)','FontSize',14),ylabel('Módulo I(k)','
      FontSize',14),grid on;
322 subplot(2,2,2),stem(fs(1,1:21),Veficaz_ModFFTP(2,1:21),'o','
      LineWidth',2),title('Período 2','FontSize',14),xlabel('
      Frecuencia (Hz)','FontSize',14),ylabel('Módulo I(k)','
      FontSize',14),grid on;
323 subplot(2,2,3),stem(fs(1,1:21),Veficaz_ModFFTP(3,1:21),'o','
      LineWidth',2),title('Período 3','FontSize',14),xlabel('
      Frecuencia (Hz)','FontSize',14),ylabel('Módulo I(k)','
      FontSize',14),grid on;
324 subplot(2,2,4),stem(fs(1,1:21),Veficaz_ModFFTP(4,1:21),'o','
      LineWidth',2),title('Período 4','FontSize',14),xlabel('
      Frecuencia (Hz)','FontSize',14),ylabel('Módulo I(k)','
      FontSize',14),grid on;
325
326 %ANÁLISIS DEL VOLTAJE EN EL PRIMARIO DEL TRANSFORMADOR
327
328 % Almacena los valores de voltaje de cada periodo en una
      matriz
329 for n=0:NCS-1
330     j=n+1;
331     Volt_P=VT(1,NMC*n+1:NMC+n*NMC);
332     VPeriodos(j,:)=Volt_P;
333 end
334
335 % Transformada Discreta de Fourier de Corto Tiempo para el
      voltaje
336 for p=1:size(VPeriodos,1)
337     j=sqrt(-1);
338     VPeriodos_X=VPeriodos(p,:);
339     for k=1:N
340         for n=1:N

```

## A.

---

```
341         PERIODO(n)=VPeriodos_X(n)*exp(-j*(2*pi*(k-1)*((n-1)
           -p*(N/Fs)))/N);
342     end
343     FFT_PVolt(p,k)=sum(PERIODO);
344 end
345 end
346
347 FFT_PVolt= FFT_PVolt/N;
348 FFT_PVolt=FFT_PVolt(:,1:N/2+1);
349
350 Mod_FFT_PVolt=abs(FFT_PVolt);
351 Mod_FFT_PVolt(:,2:end)=2*Mod_FFT_PVolt(:,2:end);
352 Ang_FFT_PVolt=angle(FFT_PVolt);
353
354 Veficaz_ModFFTPVolt=(1/sqrt(2))*Mod_FFT_PVolt;
355 Angrado_AngFFTPVolt=(180/pi)*Ang_FFT_PVolt;
356
357 %Factor de distorsión del voltaje
358 for n=1:size(Veficaz_ModFFTPVolt,1)
359     for h=3:size(Veficaz_ModFFTPVolt,2)
360         thdv(n,h)=(Veficaz_ModFFTPVolt(n,h))^2;
361     end
362     THDV(n)=(1/Veficaz_ModFFTPVolt(n,2))*sqrt(sum(thdv(
           n,:))); %Raiz cuadrada de la sumatoria
363 end
364
365 % Gráfica del THD de voltaje
366 figure(7)
367 plot(Periodo,100*THDV,'LineWidth',2)
368 xlabel('Períodos','FontSize',14)
369 ylabel('THDv','FontSize',14)
370 title('THDv vs Períodos','FontSize',14)
371 grid on
372
373 % Gráfica del espectro de frecuencias para el voltaje
374 figure(8)
375 stem(fs(1,1:21),Veficaz_ModFFTPVolt(1,1:21),'o','LineWidth',2)
376 title('Período 1','FontSize',14)
377 xlabel('Frecuencia (Hz)','FontSize',14)
378 ylabel('Módulo V(k)','FontSize',14)
379 grid on
380
```

```
381 figure(9)
382 subplot(2,2,1),plot(tt(1:2001),I_almacenado(1:2001),'b','
    LineWidth',2), xlabel('Tiempo (s)', 'FontName','Arial','
    FontSize',14), ylabel('Corriente (A)', 'FontName','Arial','
    FontSize',14), grid on;
383 subplot(2,2,2),plot(tt(1:2001),Vs(1:2001),'k','LineWidth',2),
    xlabel('Tiempo (s)', 'FontName','Arial','FontSize',14),
    ylabel('Voltaje (V)', 'FontName','Arial','FontSize',14),
    grid on;
384 subplot(2,2,3),plot(tt(1:2001),flux_almacenado(1:2001),'r','
    LineWidth',2), xlabel('Tiempo (s)', 'FontName','Arial','
    FontSize',14), ylabel('Flujo (Wb)', 'FontName','Arial','
    FontSize',14), grid on;
385 subplot(2,2,4),plot(H_almacenado,B_almacenado,'b','LineWidth'
    ,2), xlabel('H (A/m)', 'FontName','Arial','FontSize',14),
    ylabel('B (T)', 'FontName','Arial','FontSize',14), grid on;
```

A.

---

# REFERENCIAS

- [1] RTE, “<http://rte.mx/el-transformador-electrico-historia-y-perspectiva>,” RTE Mexico, Tech. Rep., 2013. 1
- [2] M. Oliveira, A. Bretas, O. Perrone, J. Reversat, H. Muñoz, and R. O. Paucar, “Principales características de la corriente inrush en transformadores,” Master’s thesis, Universidad Federal de Rio Grande del Sur, 2009. 2, 45
- [3] L. F. Blume and A. Boyajian, “Transformer engineering,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1951. 2
- [4] K. Karsai, D. Kerényi, and L. Kiss, “Large power transformers,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1987. 2
- [5] M. Nagpal, T. G. Martinich, A. Moshref, K. Morison, and P. Kundur, “Assessing and limiting impact of transformer inrush current on power quality,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 21, no. 2, pp. 890–896, 2006. 2
- [6] M. Jamali, M. Mirzaie, and S. Asghar-Gholamian, “Calculation and analysis of transformer inrush current based on parameters of transformer and operating conditions,” *Elektronika ir Elektrotechnika*, vol. 109, no. 3, pp. 17–20, 2011. 2
- [7] M. Steurer and K. Frohlich, “The impact of inrush currents on the mechanical stress of high voltage power transformer coils,” *IEEE Transactions on power delivery*, vol. 17, no. 1, pp. 155–160, 2002. 2
- [8] A. Adly, “Computation of inrush current forces on transformer windings,” *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 37, no. 4, pp. 2855–2857, 2001. 2

## REFERENCIAS

---

- [9] S. P. Patel, "Fundamentals of transformer inrush," in *Protective Relay Engineers, 2011 64th Annual Conference for.* IEEE, 2011, pp. 290–300. 2, 51
- [10] M. M. H. Garcia, "Dynamic harmonic analysis of transformers," *IEEE Latin America Transactions*, 2011. 2
- [11] B. Kovan, F. De Leon, D. Czarkowski, Z. Zabbar, and L. Birenbaum, "Mitigation of inrush currents in network transformers by reducing the residual flux with an ultra-low-frequency power source," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 26, no. 3, pp. 1563–1570, 2011. 2
- [12] J. Holcomb, "Distribution transformer magnetizing inrush current," *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Part III: Power Apparatus and Systems*, vol. 80, no. 3, pp. 697–702, 1961. 3
- [13] G. Bertagnolli, "Short-circuit duty of power transformers," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2013. 3
- [14] R. Yacamini and A. Abu-Nasser, "Numerical calculation of inrush current in single-phase transformers," in *IEE Proceedings B-Electric Power Applications*, vol. 128, no. 6. IET, 1981, pp. 327–334. 3, 51
- [15] C. Lin, C.-L. Cheng, C.-L. Huang, and J.-C. Yeh, "Investigation of magnetizing inrush current in transformers. ii. harmonic analysis," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 8, no. 1, pp. 255–263, 1993. 3
- [16] S. G. Abdulsalam and W. Xu, "A sequential phase energization method for transformer inrush current reduction—transient performance and practical considerations," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no. 1, pp. 208–216, 2007. 3
- [17] W. H. Press, B. P. Flannery, and S. A. Teukolsky, "Wt vetterling numerical recipes—the art of scientific computing," *Cambridge U niversity Press*, vol. 1, p. 988, 1986. 4

- [18] X. Chen and P. Neudorfer, “Digital model for transient studies of a three-phase five-legged transformer,” in *IEE Proceedings C (Generation, Transmission and Distribution)*, vol. 139, no. 4. IET, 1992, pp. 351–358. 4, 46
- [19] J. Takehara, M. Kitagawa, T. Nakata, and N. Takahashi, “Finite element analysis of inrush currents in three-phase transformers,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 23, no. 5, pp. 2647–2649, 1987. 4
- [20] A. Abou-Safe and G. Kettleborough, “Modeling and calculating the inrush currents in power transformers,” *Damascus Univ. Journal*, vol. 21, no. 1, 2005. 4
- [21] P. S. Moses, M. A. Masoum, and M. Moghbel, “Effects of iron-core topology on inrush currents in three-phase multi-leg power transformers,” in *Power and Energy Society General Meeting, 2012 IEEE*. IEEE, 2012, pp. 1–6. 4
- [22] P. K. Singh and D. Chaturvedi, “Modeling and simulation of single-phase transformer inrush current using neural network,” *Instrumentation & Communication Engineering*, 2013. 4
- [23] A. Yahiou and A. Bayadi, “Transformer core modeling for magnetizing inrush current investigation.” *MJMS*, vol. 1, pp. 077–088, 2014. 5
- [24] M. Taghikhani, A. Sheikholeslami, and Z. Taghikhani, “Harmonic modeling of inrush current in core type power transformers using hartley transform,” *Iranian Journal of Electrical & Electronic Engineering*, vol. 11, no. 2, 2015. 5
- [25] A. Taher, S. Sudhoff, and S. Pekarek, “Calculation of a tape-wound transformer leakage inductance using the mec model,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 30, no. 2, pp. 541–549, 2015. 5, 17
- [26] C. Akuner and O. Ozgonenel, “A study on magnetizing inrush current of different core materials,” *signal*, vol. 1, no. 1, p. 4, 2006. 45
- [27] L. D. M. F. C. Guerra, L. L. Araujo, “Corrientes transitorias de magnetizacion en transformadores de potencia,” in *In: VII Conferencia Brasileira sobre Qualidade da Energia Electrica*, 2009. 45, 46

## REFERENCIAS

---

- [28] J. Arrillaga and N. R. Watson, *Power system harmonics*. John Wiley & Sons, 2004. 45, 77
- [29] S. Asghar, “Elimination of inrush current of transformers and distribution lines,” in *Power Electronics, Drives and Energy Systems for Industrial Growth, 1996., Proceedings of the 1996 International Conference on*, vol. 2. IEEE, 1996, pp. 976–980. 46
- [30] I. The MathWorks, *Matlab*, [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com), 05 2017. [Online]. Available: [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com) 50
- [31] A. Al-Khalifah and E. El-Saadany, “Investigation of magnetizing inrush current in a single-phase transformer,” in *Power Engineering, 2006 Large Engineering Systems Conference on*. IEEE, 2006, pp. 165–171. 51, 60
- [32] S. V. Kulkarni and S. Khaparde, *Transformer engineering: design and practice*. CRC Press, 2004, vol. 25. 51, 60
- [33] M. Oliveira, A. Bretas, O. Perrone, J. Reversat, H. Muñoz, and R. O. Paucar, “Principales características de la corriente inrush en transformadores,” *UNaM University*, 2015. 59
- [34] J. H. Brunke and K. J. Frohlich, “Elimination of transformer inrush currents by controlled switching. i. theoretical considerations,” *IEEE Transactions on power delivery*, vol. 16, no. 2, pp. 276–280, 2001. 60
- [35] J. Peng, “Assessment of transformer energisation transients and their impacts on power systems,” Ph.D. dissertation, University of Manchester, 2013. 62
- [36] M. Monzón, “Calidad de suministro eléctrico: Huecos de tensión, mitigación de sus efectos en las plantas industriales,” *Publicaciones Universidad Carlos III de Madrid, Madrid*, 2013. 65
- [37] S. Ramírez Castaño, E. A. Cano Plata *et al.*, “Calidad del servicio de energía eléctrica,” 2006. 66

- [38] K. R. Rao, D. N. Kim, and J. J. Hwang, *Fast Fourier transform-algorithms and applications*. Springer Science & Business Media, 2011. 66
- [39] A. V. Oppenheim, *Discrete time signal processing*. Pearson Education India, 1999. 67
- [40] *IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems*, 2014. 83
- [41] Á. R. Hernández Santiago, F. P. Espino Cortés, and J. C. Olivares Galván, “Análisis del uso de la corriente de energización como método para la detección de fallas internas en transformadores,” Master’s thesis, Instituto Politécnico Nacional, 2016. 105, 106