



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

**INSTRUCTIVO DEL LABORATORIO DE
ELEMENTOS DE CONTROL
AUTOMÁTICO.**

ING. ROBERTO CANALES

de seguir un procedimiento sistemático en la elaboración del reporte, de cada práctica al final de este instructivo se presentan los escritos, "Reporte de Laboratorio" y "Proyecto de Laboratorio".

PRESENTACION

El instructivo del laboratorio de Elementos de Control Automático tiene como objetivo dar habilidades prácticas y despertar el interés del alumno para el conocimiento y operación de los elementos y sistemas de control automático. Como consecuencia de las modificaciones a los planes y programas de estudio de 1980, la materia de Ingeniería de Control I, se modificó a fin de adecuar el programa para los alumnos del área de mecánica e ingeniería industrial, lo cual dio origen a la materia de Elementos de Control Automático.

En lo que respecta a laboratorio, la modificación se hizo en los sistemas de control con los cuales trabaja el alumno durante el curso, de manera que estos sistemas son representativos de los equipos más difundidos en la industria. Los equipos con los que trabaja el alumno son: computadora analógica EAI180 el entrenador de procesos termicos (PT326), el mecanismo de control neumático (PCM140), el sistema de control de nivel (CA1100), y el equipo de medición auxiliar.

En las primeras sesiones de laboratorio se explica el principio de funcionamiento de los equipos mencionados, de manera que el alumno pueda escoger la brigada en la cual se integra para trabajar a lo largo del semestre en prácticas consideradas fijas. Durante las últimas sesiones se pretende que la brigada desarrolle un proyecto de laboratorio, con el objetivo de promover la creatividad del alumno así como su ingenio para plantear soluciones a problemas de interés técnico en el área de control automático y de una complejidad tal que se pueda desarrollar en el lapso especificado. Con la idea de

Actualmente se está revisando el conjunto de prácticas para mejorarlas en lo posible y desarrollar otras nuevas tratando de cubrir o complementar el programa de la materia, por ello es del interés de la coordinación el recibir los comentarios y sugerencias que deseen hacer los alumnos o maestros.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria D. F. octubre de 1981.
EL COORDINADOR DE LOS LABORATORIOS DEL
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE CONTROL.

Ing. Gustavo Alberto Oropeza García.

CAJA
50



UNAM



611057

FACULTAD DE INGENIERÍA



CAJA 50
611057



INDICE

FACULTAD DE INGENIERIA
ELEMENTOS DE CONTROL AUTOMATICO

INTRODUCCIONES TEORICAS.

Introducción a la Computadora Analógica	-----	1
Introducción Teórica al Entrenador de - Procesos (Pt 326)	-----	18
Introducción al Posicionador Neumático (PCM 140)	-----	25
Introducción a la Unidad Reguladora de Procesos (CA 1100)	-----	36
FRATICAS.		
Módulos Analógicos (LEAI)	-----	42
Control con Realimentación (IPT)	-----	46
Sistemas de Primer Orden (IPOM) Medi- ción de Nivel (ICA 1100)	-----	52
Realimentación.	-----	61
Modelado del Sistema (IIPT)	-----	67
Acciones de Control (III CA)	-----	70

Control Posicast (IIIPT)	-----	75
Lugar de las Raices de un Sis- tema de 2do. orden (III PCM T40)	-----	78

APENDICES

Programación de Computadora Analó- gica.	-----	A1
Modelos Matemáticos de Procesos.	-----	A19
Técnicas de Determinación de los Máximos de una Ecuación Diferencial para Escalamiento en Amplitud.	-----	C1

G-

611057



PROLOGO

El presente instructivo ha sido desarrollado como material básico para la realización de las prácticas del laboratorio de Ingeniería de Control I, su enfoque es la demostración del comportamiento de los sistemas de control y la enseñanza de técnicas experimentales para el análisis de los mismos.

Los antecedentes académicos que el alumno debe poseer al cursar el laboratorio son del área de Matemáticas, Electricidad, Termodinámica, Mecánica, Métodos Numéricos y Sistemas y Circuitos Electromecánicos I.

El instructivo se compone de tres partes, en la parte A se presenta el principio de funcionamiento de las computadoras analógicas, así como de cuatro de los 5 equipos con que cuenta el laboratorio, estos son:

- 3 Servomecanismos de corriente directa
- 1 Entrenador de procesos térmicos
- 2 Posicionadores neumáticos
- 1 Control de nivel

La parte B del instructivo está compuesta de 21 prácticas, éstas se desarrollan en grupos de 3 a 4 alumnos (Brigada) según el programa semestral de trabajo que aparece en este instructivo y la secuencia de realización se ha pensado de forma que el alumno cubra con anterioridad (en el curso teórico) los conceptos a demostrar con la

práctica o los conceptos mediante los cuales se espera que obtenga los resultados; una vez que se integran las brigadas cada una trabaja con una computadora analógica y un equipo de control a lo largo del semestre, evitando así consumir demasiado tiempo en familiarizarse con el equipo.

En la parte C del instructivo se presentan 3 apéndices:

- A) Programación analógica
- B) Modelos Matemáticos de Procesos
- C) Técnica de Determinación de los Máximos de una Ecuación Diferencial.

Estos apéndices sirven como material de consulta para el buen desarrollo de las prácticas.

El proceso de diseño y revisión de las prácticas de laboratorio ha sido constante y se justifica por las necesidades de dar una amplia gama de posibilidades para el aprovechamiento del alumno, así como para utilizar de la mejor manera los equipos de que dispone el laboratorio, sin embargo el instructivo adolece de errores y es deber de alumnos y profesores colaborar en su mejoramiento.



PARTE A INTRODUCCIONES TEÓRICAS

CAPÍTULO I

Introducción a la Computadora Analógica

1. Modelos y Simulación
2. Computadora Analógica EN-180
 - 2.1. Módulos analógicos
 - 2.1.1. Amplificadores Operacionales de C. D.
 - a) Descripción física
 - b) Amplificador Operacional Realimentado
 - c) Relación Entradas-Salidas de un Amplificador Operacional Realimentado
 - 2.1.2. Sumadores.
 - 2.1.3. Integradores
 - 2.1.4. Potenciómetro
 - 2.1.5. Fuentes de voltaje
 - 2.2. Módulos de operación
 - 2.3. Módulos de Medición
 - 2.4. Otros dispositivos

CAPÍTULO II

Introducción teórica al servomecanismo modular de c. d. MS 150

1. Generalidades
 - 1.1. Control de velocidad
 - 1.2. Control de posición
2. Servomecanismo modular MS-150
 - 2.1. Fuente de poder (D.S.)
 - 2.2. Servoamplificador (S.A.)

2.3. Preamplificador (P.A.)

2.4. Unidad operacional (OU)

2.5. Tacómetro (M.T.)

2.6. Potenciómetro (AU)

2.7. Potenciómetro de entrada (IP)

2.8. Potenciómetro de salida (O.P.)

2.9. Freno magnético

2.10. Precauciones

CAPÍTULO III

Introducción Teórica al Entrenador de Procesos IT326

1. Introducción
2. Proceso
3. Descripción de Proceso
4. Sistema de malla cerrada
5. Control Continuo
6. Control de Dos Posiciones.

CAPÍTULO IV

Introducción Teórica al Posicionador neumático PCN140

1. Generalidades
2. Sistema Básico de malla abierta
 - 2.1. Acción de la Lengüeta en Cauillevér
 - 2.2. Acción del pistón y las toberas
3. Sistema de Malla Cerrada.
 - 3.1. Acción de la barra de realimentación.
 - 3.2. Unidad de Retraso Mecánico.
4. Descripción del equipo
 - 4.1. Alimentación.

4.2 Válvula de Control

4.3 Medidores

4.4 Generador de Señales

4.5 Precauciones.

CAPITULO V

Introducción Teórica al Regulador de Procesos CA 1100 ——— 50

1. Actuador

2. Planta

3. Transductor de Nivel

4. Regulador

PARTE B. PRACTICAS

BLOQUE I

IEAI	Módulos Analógicos	56
IMS	Funcionamiento del Servomotor de C.D. MS150	60
IPT	Control de Temperatura con Realimentación	66
ICA	Funcionamiento del Transductor y Regulador de Nivel Hidráulico	70

BLOQUE II

II EAI	Realimentación	73
IIMS	Control de Velocidad de un Motor	79
IIPCM	Sistema de Primer Orden	84
II IPT	Modelado y Simulación del Sistema PT	86

BLOQUE III

IIIMS	Control de Posición	89
IIICA	Acciones de Control	97
IIIPCM	Lugar de las Raíces de un Sistema de 2o. orden	102
II IPT	Control Postcast	106
IIIEAI-PT	Modelado y Simulación Analógica del PT-126	109
IIIEAI-MS	Modelado y Simulación Analógica del MS-150	112
IIIEAI-PCM	Modelado y Simulación Analógica del PCM-140	116
III-CMP	Reducción de las Perturbaciones externas mediante la Realimentación	120

BLOQUE IV

IVEAI	Respuesta en Frecuencia	122
IV PT	Estabilidad y Lugar Geométrico	127
IV PT	Respuesta a la Frecuencia en el entrenador de procesos	132
LA I	Simulación de una Reacción Química Simple	134
LA II	Sistemas de Control del Movimiento Pupilar	135

PARTE C. APENDICES

A).	Programación Analógica	136
A.1	Generalidades	
A.2	Diagramas de Bloques	
A.3	Corrida Saturación y Escalamiento.	
A.4	Simulación de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes.	
A.5	Simulación de Polinomios de Grado M:	
A.6	Sistemas de ecuaciones diferenciales	
A.7	Simulación de funciones de transferencia	
A.8	Escalamiento.	

B). Modelos Matemáticos de Procesos _____ 156

B.1 Introducción

B.2 Sistemas Autorregulables y no - autorregulables.

B.3 Método de ZIEGLER-NICHOLS

B.4 Sistema de segundo orden

C). Técnica de Determinación de máximas de una ecuación diferencial para escalamiento en amplitud _____ 170

2.- Lineamientos generales

a) El laboratorio obliga a los alumnos inscritos en la materia de Ing. de Control I y a los que requieran -- acreditar el extraordinario de la materia y que hayan agotado el plazo de validez para el curso del laboratorio. El periodo durante el que se considera acreditado el laboratorio es el semestre en que se cursa y tres semestres más.

b) Calificación.

La calificación del laboratorio representa el 15% de la calificación final de la materia. Se adoptará cualquiera de los criterios siguientes para otorgar la calificación final del laboratorio.

		10.	20.
Reportes	50%	50	50
Exámenes	30%	30	30
Proyectos	20%	20	
Asistencia	20%		20
		100	100

c) Asistencia

El porcentaje de asistencia mínimo es del 80% o sea, el alumno está obligado a asistir a 13 sesiones. Un retardo se considera 10 min. después de la hora de entrada y dos retardos equivalen a una falta. La sesión es de 2 horas continuas y se cursa una vez por semana.

d) Desarrollo de Prácticas

El grupo se dividirá en 4 brigadas, al inicio de la sesión cada brigada recibirá del instructor la forma del reporte para entregar los resultados obtenidos al finalizar la sesión.

I.- INTRODUCCION A LA COMPUTADORA ANALOGICA.

1.- MODELOS Y SIMULACION.

El hombre para explicarse los fenómenos que lo rodean, recurre a la creación de los modelos. Estos pueden definirse como la representación simbólica de las características de un proceso.

La gran mayoría de los modelos que se encuentran en la ingeniería son aquellos descritos por ecuaciones diferenciales.

Las ecuaciones diferenciales pueden resolverse mediante diversas técnicas, estas pueden ser analíticas o computacionales. Según la forma de manipulación de las variables, las computadoras se clasifican en 2 grandes grupos: analógicas y digitales.

En las computadoras analógicas las variables son continuas y resuelven los modelos a partir de la interconexión de circuitos electrónicos cuyo comportamiento es análogo al de la ecuación que se desea resolver, a este proceso se le conoce como simulación. Para llevar a efecto esta simulación la computadora analógica dispone de módulos establecidos (integradores, sumadores y potenciómetros) que nos auxilian para completar el modelo. Las computadoras digitales en cambio emplean variables discretas y para la solución de los modelos se valen de métodos numéricos iterativos.

Pregunta 1.- Describa 3 modelos matemáticos de fenómenos físicos. De cuántas maneras diferentes puede resolverlo?

Pregunta 2.- Dé un ejemplo de un método numérico para computadora digital que nos resuelva un modelo.

2.- COMPUTADORA ANALOGICA. EAI-180.

Consta de 3 módulos principales: analógicos, de medición y de operación. (Vea FIGURA I-0).

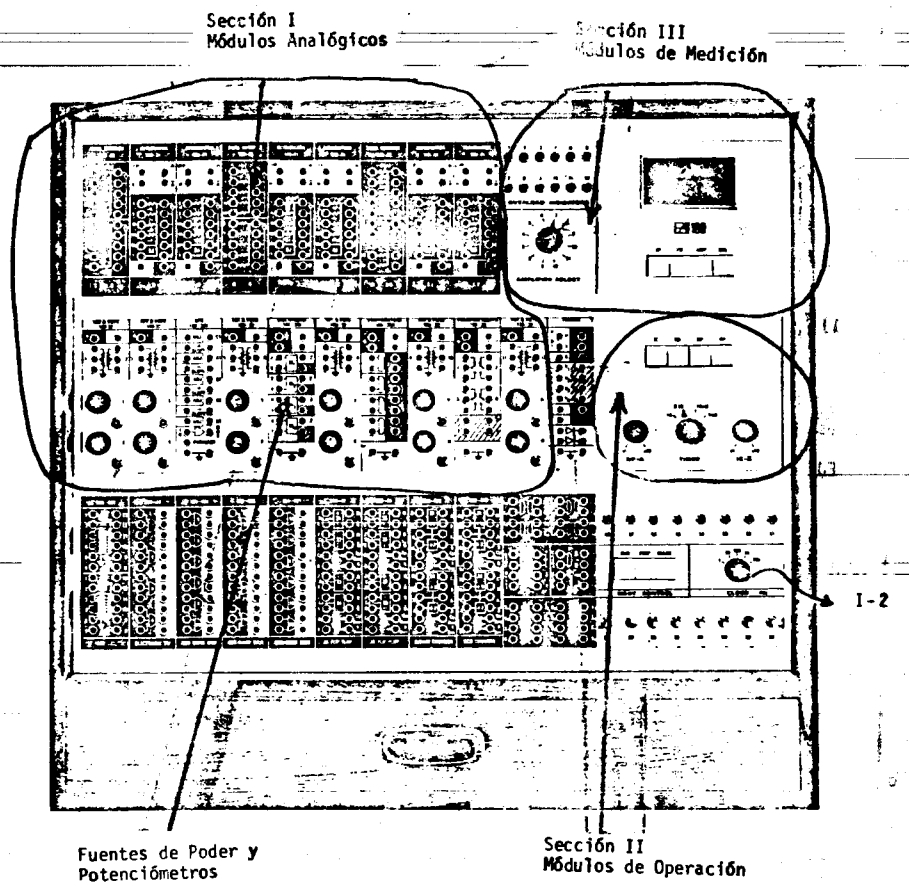
2.1 Módulos analógicos. (Sección I, Fig. I-0)

Básicamente existen tres módulos analógicos diferentes: amplificadores operacionales, potenciómetros y fuentes de voltaje de C.D.

2.1.1 Amplificadores operacionales de C.D.

a) DESCRIPCION FISICA:

Son dispositivos electrónicos que amplifican una señal de voltaje.



ASPECTO FISICO DE LA COMPUTADORA ANALOGICA EAI - 180

FIG. I - 0

Se representan simbólicamente mediante la figura siguiente:

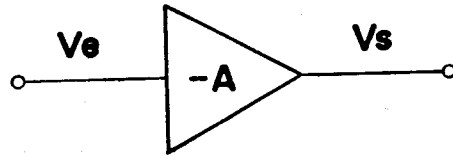


FIGURA I-1

Donde V_e y V_s son los voltajes de entrada y salida y $-A$ es la ganancia del amplificador que se define como sigue:

$$1) \quad -A = \frac{V_s}{V_e}$$

Nótese que el voltaje de salida V_s tiene signo OPUESTO AL VOLTAJE de entrada; esto se debe a la característica del amplificador. A este tipo de amplificador se le conoce como amplificador inversor.

EJEMPLO: supongamos un voltaje de entrada V_e en forma escalón a la entrada de un amplificador operacional ideal de ganancia $A = 100$. La salida V_s será de la forma:

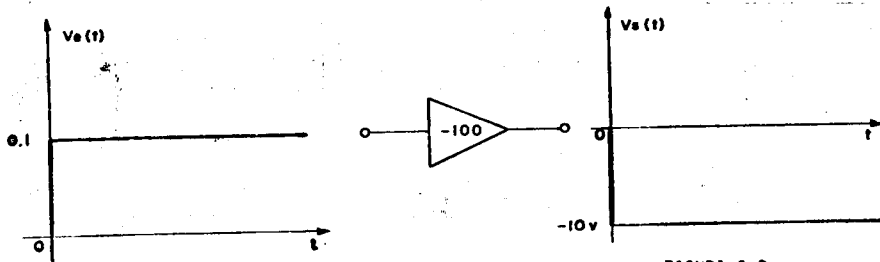


FIGURA I-3

En forma general la constante A es del orden de 10^6 , lo que teóricamente equivaldría que para una entrada de 0.1V , obtuviéramos una salida de 10^5V que es físicamente imposible nos lo dé un circuito de esas características. La gráfica que relaciona la entrada y la salida en el dominio del tiempo de un amplificador operacional es de la forma:

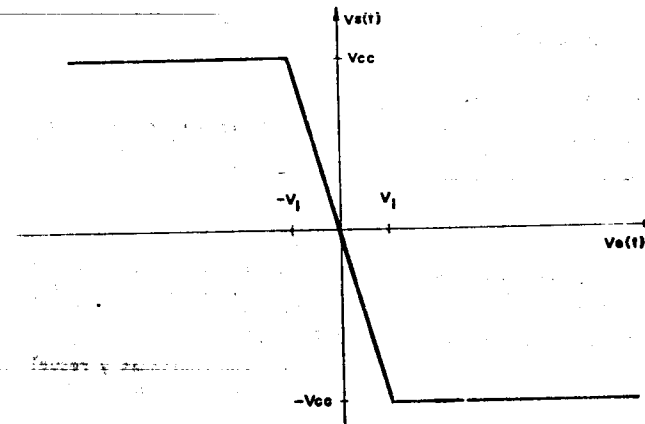


FIGURA I-4

por lo que para voltajes de entrada $-V_1 \geq V_e \geq V_1$ el $V_s = \pm V_{cc}$.

Este voltaje V_{cc} es el voltaje de alimentación del amplificador (en nuestro caso aproximadamente $\pm 13\text{V}$).

Pregunta 3.- ¿Qué valores tendrá V_1 para una ganancia $A = 10^6$ y $V_{cc} = \pm 13\text{V}$?

¿Es práctico trabajar con este rango de voltajes de entrada? ¿Porqué?

b) AMPLIFICADOR OPERACIONAL REALIMENTADO:

Para poder trabajar el amplificador en un rango de V más grande, es necesario disminuirle su ganancia, esto es:

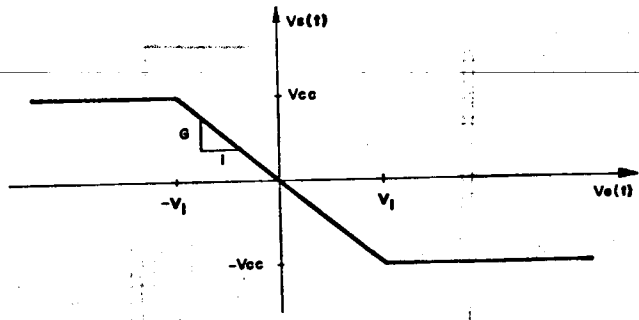


FIGURA I-5

Para lograr esto lo realimentamos de la siguiente manera:

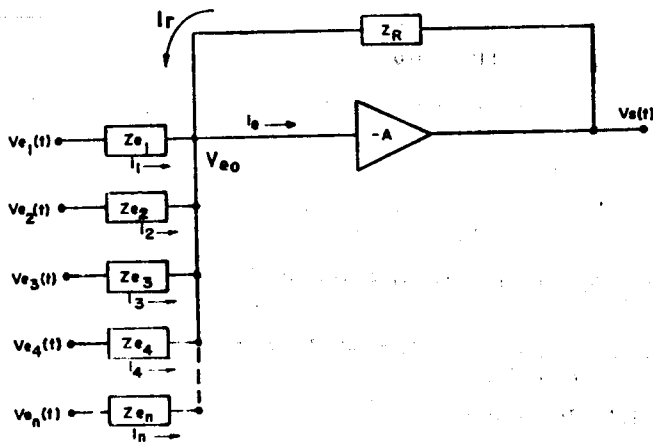


FIGURA I-6

Como se ha visto en la teoría, la ganancia de un sistema realimentado es menor que la de un sistema de malla abierta.

Pregunta 4.- Exprese el amplificador operacional realimentado mediante la notación de diagramas de bloques, y calcule la ganancia global del sistema $\frac{V_s(s)}{V_e(s)}$

(considere infinita la impedancia de entrada al amplificador).

c) RELACION ENTRADAS-SALIDAS DE UN AMPLIFICADOR OPERACIONAL REALIMENTADO.

De la figura I-6 trabajando en el dominio de "S" se tiene debido a las características físicas de los amplificadores operacionales.*

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n + I_r = 0 \quad (1)$$

ya que $I_e = 0$

además

$$I_1 = \frac{V_{e1} - V_{e0}}{Z_{e1}}$$

$$I_n = \frac{V_{en} - V_{e0}}{Z_{en}}$$

$$I_r = \frac{V_s - V_{e0}}{Z_R}$$

por lo que sustituyendo en (1) y tomando en cuenta que $V_{e0} = 0$

$$\frac{V_{e1}}{Z_{e1}} + \frac{V_{e2}}{Z_{e2}} + \dots + \frac{V_{en}}{Z_{en}} + \frac{V_s}{Z_R} = 0 \quad (2)$$

* Alta impedancia de entrada y alta ganancia.

o sea

$$V_s = - \frac{Z_R}{Z_{e_1}} V_{e_1} - \frac{Z_R}{Z_{e_2}} V_{e_2} - \dots - \frac{Z_R}{Z_{e_n}} V_{e_n}$$

La demostración de la fórmula anterior puede consultarla en - Ingeniería Eléctrica.- Hammond PP399, 6 en K. Ogata, Modern - Control Engineering, pag. 259.

2.1.2 Sumadores. (FIGURA I-8).

Los sumadores son amplificadores operacionales en los que tanto la impedancia de realimentación como la de entrada son resistencias. Su representación esquemática se muestra en la figura I-7.

A partir de la fórmula obtenida anteriormente:

$$V_s = - \left[\frac{10^6}{10^6} V_{e_1} + \frac{10^6}{10^5} V_{e_2} \right]$$

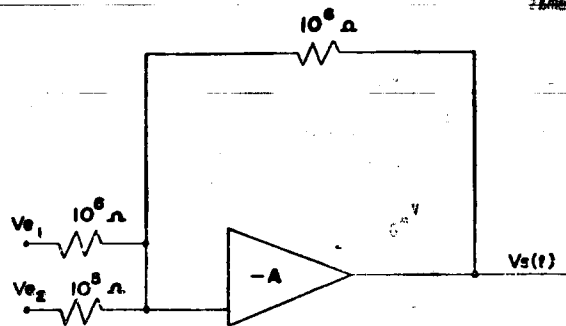


FIGURA I-7

Por lo que ese dispositivo actúa como sumador. Los factores - que multiplican a los sumandos se pueden variar ya sea cambiando la resistencia de realimentación o la resistencia de entrada. (Nótese el signo menos afuera del corchete).

En la computadora EAI-180 existen 6 sumadores con la siguiente representación:

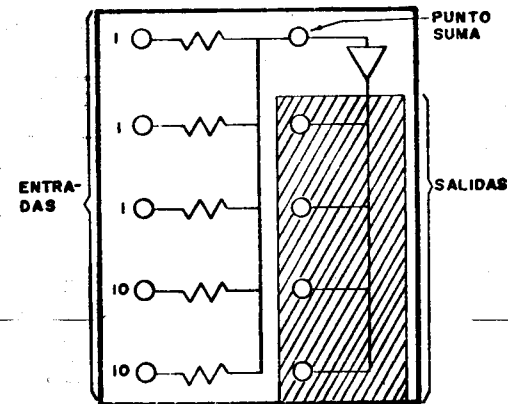


FIGURA I-8

y se dispone de botellas de 2 patas para realimentar el amplificador operacional. Esta se realiza puentando una terminal de salida con una de entrada. Las terminales de salida se encuentran en rojo y las de entrada en verde.

Las resistencias etiquetadas con un 1 son de $10^6 \Omega$ y las etiquetadas con un 10 son de $10^5 \Omega$.

Variando estos parámetros, es posible obtener ganancias de 1, 10 y 0.1.

Pregunta 5.- Represente simbólicamente los circuitos para ganancias de 1, 10 y 0.1.

2.1.3 Integradores.

Si realimentamos mediante un capacitor en un amplificador operacional, la ganancia será una función de S -- operador de Laplace. (La impedancia de un capacitor

$$Z_c = \frac{1}{sC}) .$$

De modo que:

$$G(s) = -\frac{1}{sRC} = -\frac{1}{sRC}$$

la ganancia a su vez también es igual:

$$G(s) = \frac{V_s(s)}{V_e(s)} = -\frac{1}{sRC} \quad \therefore \quad V_s(s) = -\frac{1}{s} \frac{1}{RC} V_e(s)$$

si antitransformamos obtenemos que:

$$V_s(t) = -\left[\frac{1}{RC} \int_{t_1}^{t_2} V_e(t) dt + C.I. \right]$$

por lo que concluimos que un amplificador operacional con impedancia de realimentación mediante un capacitor constituye un integrador.

En la computadora EAI-180 se dispone de 6 integradores representados como se muestra en la figura I-9.

El capacitor etiquetado con un 100 tiene un valor de $10^{-8}F$ y el de 1 es de $10^{-6}F$.

Combinando estos valores con los de las resistencias podemos asignar diferentes ganancias.

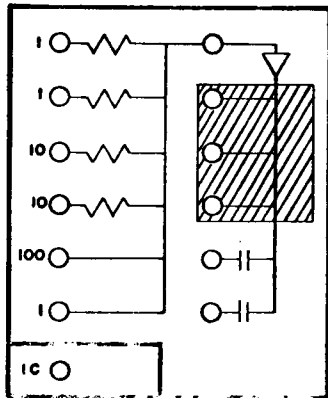


FIGURA I-9

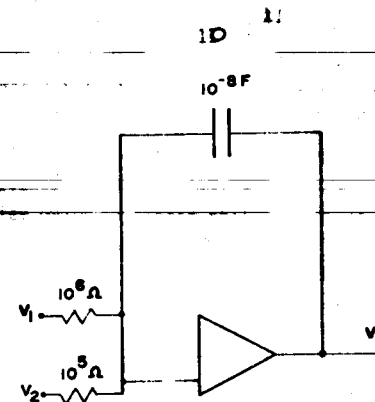


FIGURA I-10

Pregunta 6.- Exprese el $V_s(t)$ en función de los voltajes $V_1(t)$ y $V_2(t)$ para la figura I-10.

a) CONDICIONES INICIALES:

Las condiciones iniciales de la integral se introducen en la terminal marcada IC. (FIGURA I-9).

El circuito de condiciones iniciales es el de la FIGURA I-11. Aparece ahora el relevador K_3 que se había ignorado en diagramas anteriores. Tampoco aparece K_3 sobre el tablero de la máquina.

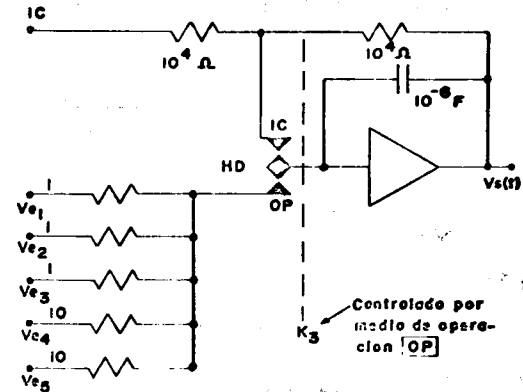


FIGURA I-11.

El relevador K_3 tiene tres posiciones controladas por los botones de modo de operación. (Ver sección módulos de operación).

Para modo IC (condiciones iniciales) el contactor se encuentra en la posición superior (figura I-12) con lo que el condensador se carga hasta alcanzar el potencial de la terminal IC. -- Por lo tanto el voltaje de salida tendrá el mismo valor que la entrada en IC, pero con signo cambiado.

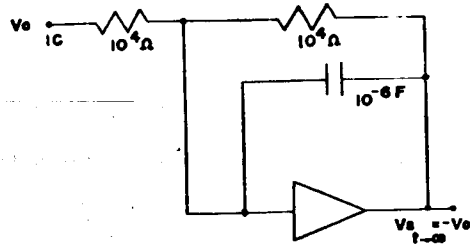


FIGURA I-12

Para el modo HD del ingles "hold" (mantener), se desconectan las entradas y el condensador conserva el potencial al que se encontraba antes de la interrupción.

Finalmente en el modo OP las entradas se conectan al amplificador, figura I-13, iniciándose así la integración a partir del voltaje al que se encontraba el condensador.

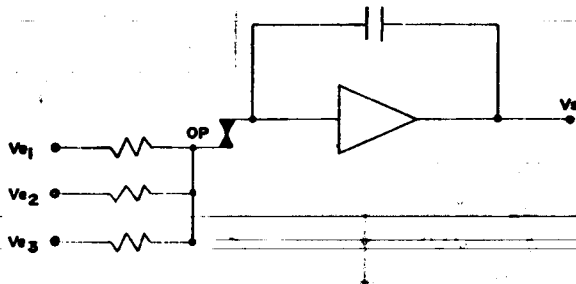


FIGURA I-13

2.1.4 Potenciómetros.

Un voltaje V_e , puede multiplicarse por un factor mediante un potenciómetro.

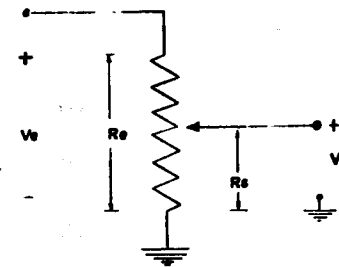
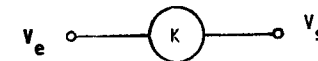


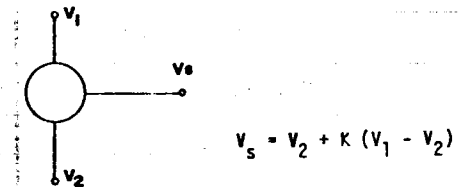
FIGURA I-14

La representación simbólica de este circuito es la siguiente:



donde K es la relación entre R_s y R_e

En la computadora analógica se disponen de dos tipos de potenciómetros, los aterrizados como el descrito anteriormente, y no aterrizados (figura I-15). Que se representan simbólicamente como:



$$V_s = V_2 + K(V_1 - V_2)$$

FIGURA I-15

2.1.5 Fuentes de voltaje.

Para darle valores a las entradas, existen fuentes de voltaje de referencia ($\pm 10v$) los cuales se combinan con los potenciómetros para obtener los valores específicos.

2.2 Módulos de Operación. (Sección II)

Controlan el funcionamiento de los integradores.

El botón del modo en uso se ilumina internamente, para señalarlo. (Figura II-0)

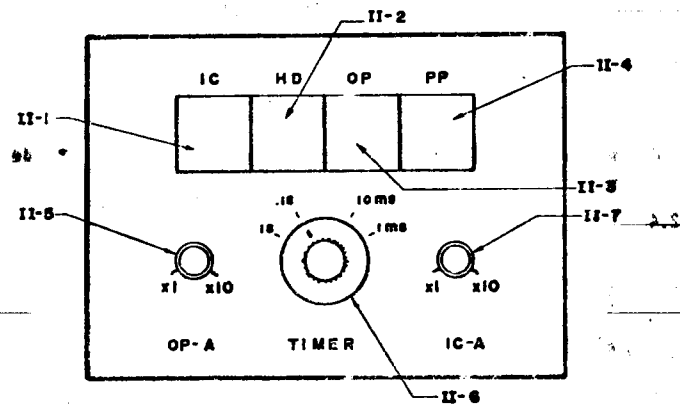


FIGURA II-0

Estos operan de cuatro modos diferentes:

- a) Oprimiendo el botón IC (II-1).

A la salida de los integradores tendremos las condiciones iniciales que se le hayan suministrado por la terminal IC con signo cambiado.

También se emplea este modo de funcionamiento para desaturar los amplificadores operacionales cuando su capacidad de salida ha sido rebasada ($\pm 12V$); la saturación se indica mediante los focos (III-1), en los módulos de medición.

- b) Oprimiendo el botón HD (II-2).

Se detiene el proceso de integración en el momento que se ---

oprime el botón HD.

- c) Oprimiendo el botón OP (II-3).

Los integradores se hallan operando en su modo normal.

- d) Oprimiendo el botón PP (II-4).

Accionamos un dispositivo que produce señales de control repetitivas que se envían al modo OP e IC para hacer que la operación oscile entre ambos. Las frecuencias de operación se pueden ajustar en los rangos que se muestran en la tabla II-1 mediante las perillas (II-5, 6, 7).

PERIODO DEL "TIMER"	TIEMPO EN EL MODO DE OP.	TIEMPO EN EL MODO IC.
1 seg.	1 a 10 seg.	.1 a 1 seg.
.1 seg.	.1 a 1 seg.	.01 a 1 seg.
10 ms	10 a 100 ms.	1 a 10 ms
1 ms	1 a 10 ms	.1 a 1 ms

Tabla II-1

2.3 Módulos de Medición. (Sección III, Fig. III-0)

Consta de un voltmetro digital (III-2) y 4 botones (III, 3, 4, 5, 6) que controlan su operación, una perilla selectora de amplificador (III-7) y los focos (III-1) indicadores de saturación.

- a) Voltmetro digital (III-2).

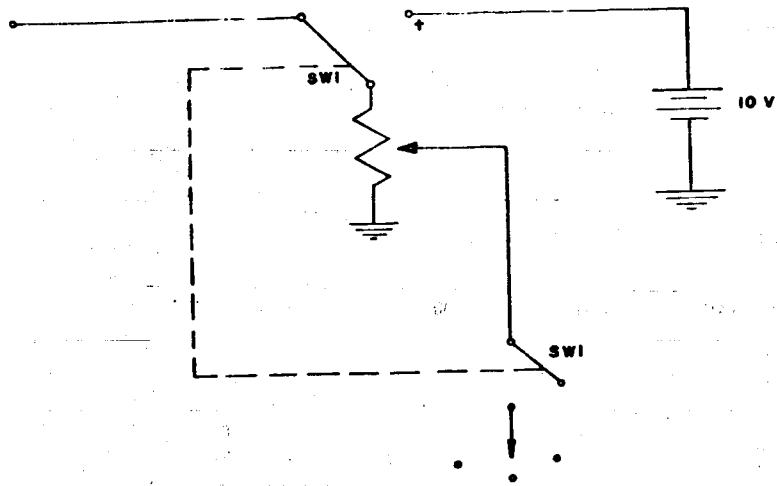
Muestra las mediciones en unidades máquina.

1 u.m. = 10 volts.

- b) Controles del voltmetro.

b1) Botón SP (III-3)

Nos sirve para leer los voltajes que existen en los potenciómetros con sólo apretar el switch correspondiente. El diagrama eléctrico se muestra a continuación:



MODULOS DE MEDICION

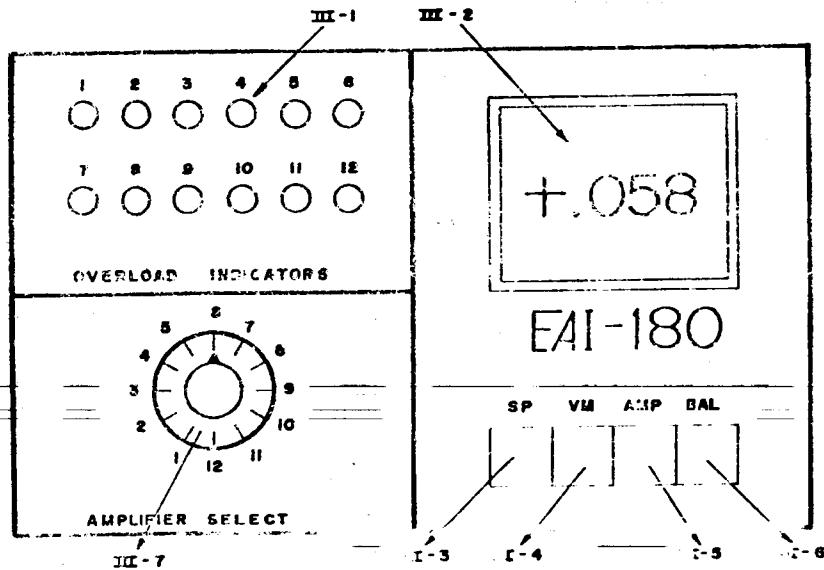


FIGURA III-0

En la posición normal (1a del dibujo) el switch no está oprimido.

De acuerdo al diagrama cuando la lectura de los potenciómetros se hace con el botón SP, los voltajes serán siempre positivos e independientes de la alimentación normal.

Un circuito análogo existe para los potenciómetros no aterrizados.

b2) BOTON VM (III-4)

Accionando este botón el voltmetro mide cualquier voltaje entre $\pm 10V$ por la entrada DPM.

b3) BOTON AMP (III-5)

Mide las salidas del amplificador, que se halla previamente seleccionado mediante la perilla (III-7).

b4) BOTON BAL (III-6)

No es de uso normal y se emplea para ajustar el voltaje de desviación en los operacionales.

2.4 Otros Dispositivos.

Además de los 3 módulos descritos anteriormente la computadora analógica EAI-180 dispone de los siguientes dispositivos: (vea FIGURA I-0).

a) Generador de pulsos

De la terminal C_p se puede obtener un tren de pulso de 4 volts y frecuencia variable que se ajusta con la perilla (1-2) de la figura I-0.

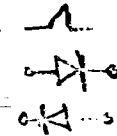
b) Generador de impulsos.

En la terminal P se observa un tren de impulsos de 4 volts y de frecuencia variable que se ajusta con la misma perilla.

c) Generador de rampa.

De la terminal marcada.

d) Diodos de uso general.



RESUMEN:

DESCRIPCION DEL CIRCUITO	CIRCUITO	SIMBOLO DE PROGRAMACION
POTENCIOMETRO ATERRIZADO		$0 < K < 1$
POTENCIOMETRO NO ATERRIZADO		
INVERSOR		<p>el número representa la Ganancia</p>
SUMADOR		
INTEGRADOR		\circ C.I. $Vs = -\frac{1}{C} \int (n \alpha + C.I.)$

CAPITULO II

INTRODUCCION TEORICA AL SERVOMECANISMO MODULAR DE

D. C. MS-150.

II - INTRODUCCION TEORICA AL SERVOMECANISMO MODULAR DE
D. C. MS-150.

1.- GENERALIDADES

Es muy común encontrar en la industria mecanismos que controlen velocidad o posición. Los mecanismos que llevan a cabo este control pueden tener diferentes grados de complejidad según los requerimientos del proceso.

1.1.- CONTROL DE VELOCIDAD.

La velocidad de giro de un motor de C.D. se puede regular variando el voltaje de alimentación a las terminales de armadura, manteniendo el voltaje de campo constante. A esta configuración se le conoce como control de armadura. Los diagramas eléctrico y de bloques se muestran a continuación:

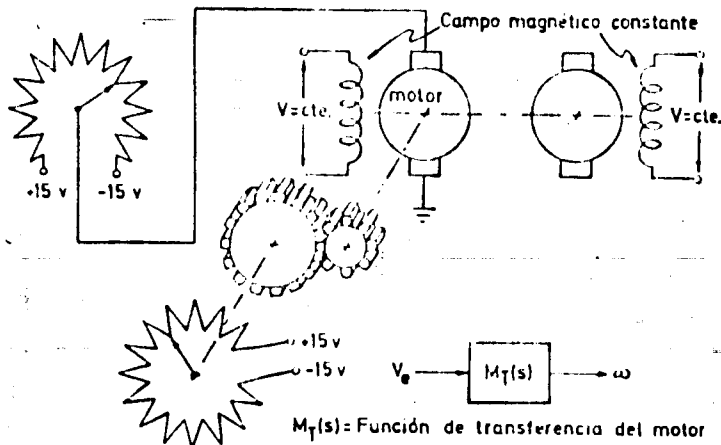


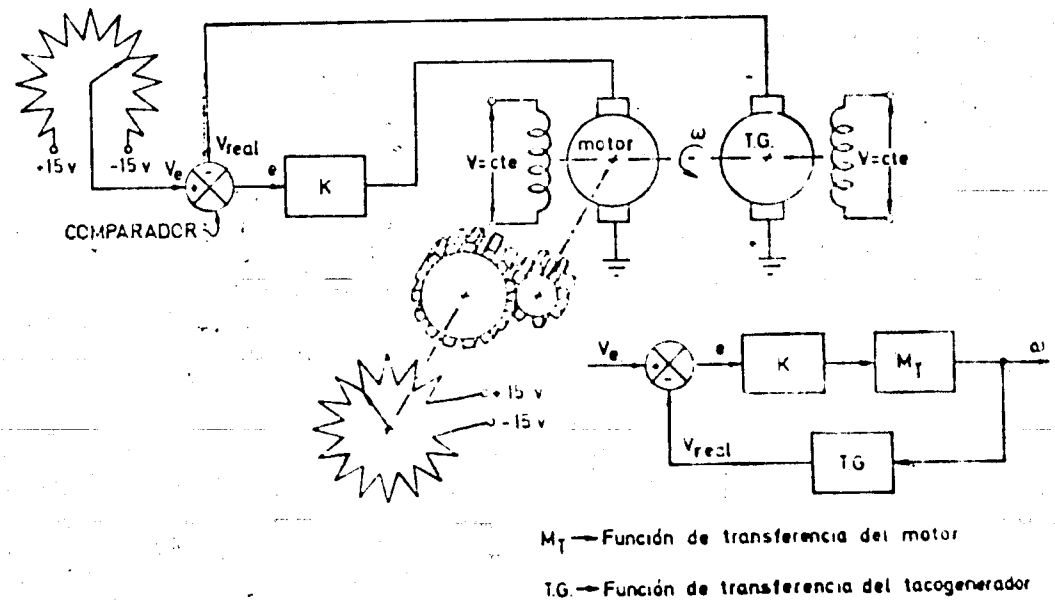
FIGURA 11-1.

Para esta configuración el voltaje de entrada es independiente de la velocidad angular y por lo tanto se denomina control de malla abierta.

Si se introducen perturbaciones en la carga del rotor la velocidad se desviará del valor deseado. Para solucionar este problema se suministra una información sobre el estado de la velocidad a la entrada del sistema, lo que constituye una realimentación. Los diagramas serían:

Pregunta 1.-

Obtenga la función de transferencia $\omega(s)/V_e(s)$ para el sistema de la figura 11-2.



M_T → Función de transferencia del motor
TG → Función de transferencia del tacogenerador

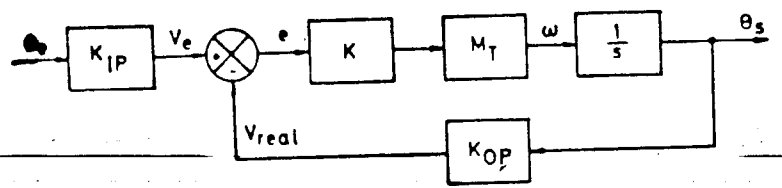
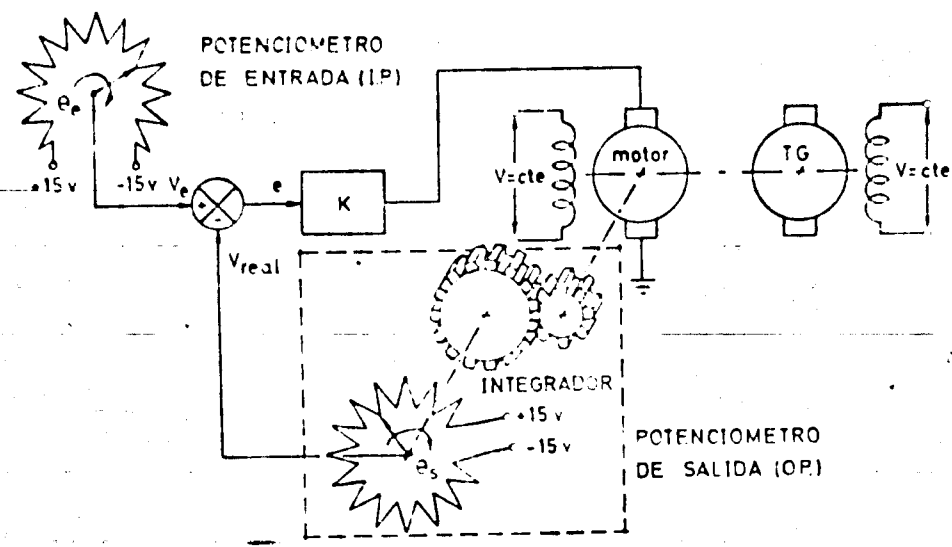
FIGURA 11-2.

1.2.- CONTROL DE POSICIÓN.

Si lo que se desea controlar es la posición de una masa y no su velocidad de giro, es necesario suministrar información de esa posición, la cual se obtiene a partir de la integración de la velocidad

$$\theta = \int_{t_0}^{t_1} v(t) dt.$$

Un modo de lograr esta integración se muestra en la Figura II-3.



K_{IP} —Pendiente de la característica $V_e - \theta_e$.
 V_{real} —Voltaje de realimentación

FIGURA II-3.

De modo que cuando $V_{real} = V_A$ la señal de error será igual a cero y el motor se parará.

Pregunta 2.-

Obtenga la función de transferencia $\theta_s(s)/\theta_e(s)$

Pregunta 3.-

Realimente junto con θ_s , la variable ω y obtenga la nueva función de transferencia $\theta_s(s)/\theta_e(s)$

Pregunta 4.-

Obtenga teóricamente la gráfica θ_s contra V_e del potenciómetro de entrada. ¿Qué valor tiene la pendiente?

Pregunta 5.-

Investigue y explique 2 aplicaciones de control de velocidades y 3 de control de posición empleados comúnmente en la práctica.

2 SERVO MECANISMO MODULAR MS-150

A continuación se procederá a describir los elementos que constituyen al servomecanismo modular MS-150 de C-D.

El MS-150 puede funcionar como un control de posición o de velocidad según las conexiones que se realicen en él.

El diagrama de funcionamiento del MS-150 para control de velocidad es el siguiente:

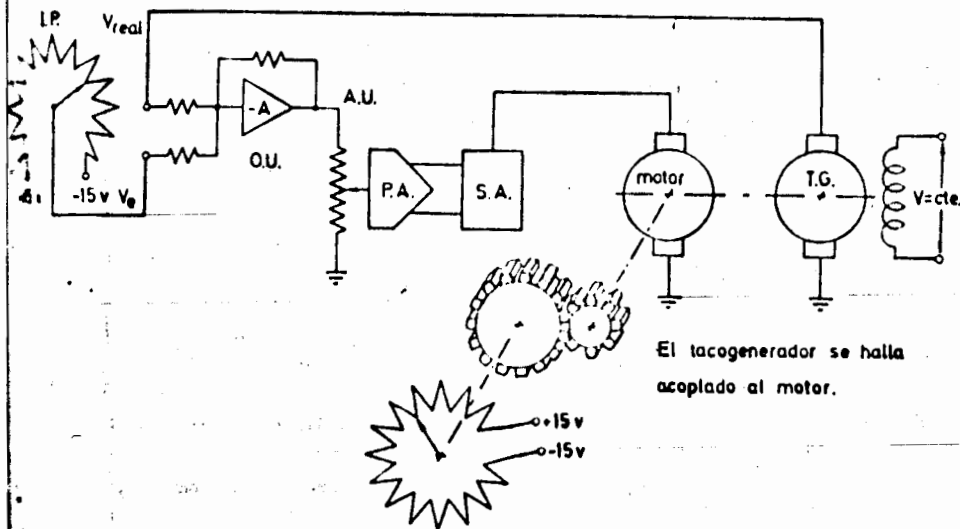


FIGURA II-4.

Para el control de posición el diagrama es el siguiente:

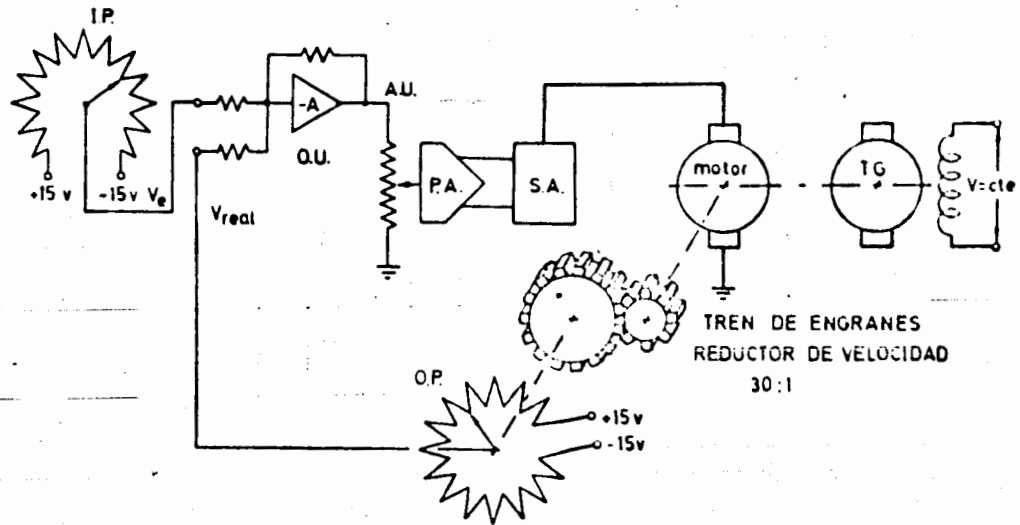


FIGURA II-5.

IP, QU, AU, PA, SA, MT y OP son módulos independientes cuyo funcionamiento se explica en seguida.

2.1.- FUENTE DE PODER (Power Supply)

Suministra la energía para las unidades del Servomecanismo.

Tiene conexión fija con el servo-amplificador y es posible tomar los voltajes de alimentación para diferentes unidades de la misma terminal.

2.2.- SERVO-AMPLIFICADOR SA.

Controla directamente al motor.

El motor es de directa y se cambia su velocidad mediante variacio-

nes en la corriente de armadura y/o de campo.

Conexiones para que el control sea de armadura "A" o de campo "F" - (fielo).

A _____ (línea continua)

F - - - - (línea cortada)

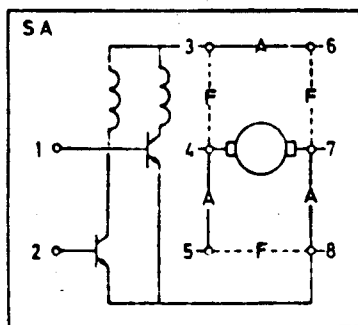


FIGURA 11-6.

Con la conexión F el motor (su velocidad) es más sensible a las variaciones de voltaje y más propenso a la inestabilidad. Normalmente se usará la conexión "A" (control de armadura), a menos que se aclare lo contrario.

Algunas de sus características esenciales son:

- Solo funciona con voltajes de entrada (en "1" ó "2" POSITIVOS).
- Con un voltaje en "1" gira en un sentido, con un voltaje en "2" gira en sentido contrario (cada uno está conectado a una bobina del campo y éstas están enrolladas en sentido contrario).
- Debido a la fricción estática se requiere un voltaje mínimo para que el motor arranque.

2.3.- PREAMPLIFICADOR PA.

Para que funcione debe alimentarse con +15v, - 15v y a tierra - - - "COM" del sa.

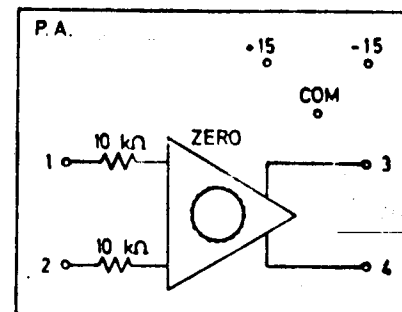


FIGURA 11-7

A la entrada "1" y/o "2" se conecta un voltaje cualquiera. Si se conecta un voltaje a "1" y otro a "2" éstos se suman como en el O.U.- (Ver 2.4)

La salida siempre será positiva, 25 veces el voltaje de entrada (pero 15V es el voltaje máximo de salida).

Si la entrada (o suma) es positiva la salida será positiva en "3" y "cero" en "4".

Si es negativa la entrada, la salida será positiva por "4" y cero en "3".

Por las características de los amplificadores la salida puede no ser cero, aún siendo la entrada nula; por lo que es necesario medir la salida y girar la perilla marcada "ZERO" hasta que efectivamente lo sea. También se puede utilizar esto y hacer que el "cero" sea el voltaje necesario para vencer la fricción del motor (ver 2.3c) para que con cualquier entrada por pequeña que sea gire el motor.

La utilidad del Pre-Amplificador es que si se conectan sus salidas a las entradas del Servo-Amplificador (S.A.) se puede hacer que el motor gire (ver 2.2a) a pesar de que la entrada del Pre-Amplificador sea negativa (y gira en sentido contrario).

UNIDAD OPERACIONAL O. U. (Operational Unit).

Puede tener muchos usos (ver instructivo de la computadora analógica) pero aquí se usa fundamentalmente como sumador.

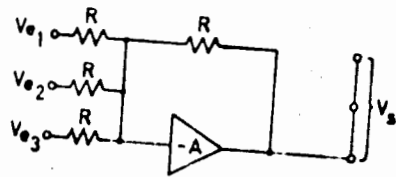


FIGURA 11-6

Esto quiere decir que el voltaje de salida será:

$$V_s = -(V_{e1} + V_{e2} + V_{e3})$$

Para que funcione es necesario que esté conectado a +15v, -15v y a tierra "COM"

No se deben conectar voltajes diferentes a la misma entrada;

La salida en cualquier 6 es idéntica.

Tiene un selector que permite 3 modos diferentes de realimentación; la posición normal será la primera a través de una resistencia.

La perilla "SET AMP ZERO DEL O.U." nos ajusta la salida para que a voltaje de entrada nulo se obtenga voltaje de salida cero.

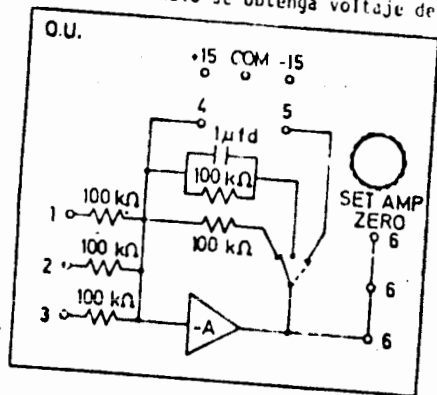


FIGURA 11-9

2.5.- TACÓMETRO M. T. (MOTOR TACHOGENERADOR).

Es un pequeño generador que da un voltaje proporcional a la velocidad angular del eje del motor (entre 2.7 y 3V. por cada 1000 rpm).

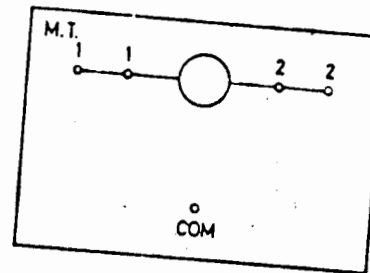


FIGURA 11-10

El punto "COM" está internamente conectado a tierra para usar o medir el voltaje generado es necesario referir a tierra conectando -- "1" ó "2" a "COM" y la otra terminal al voltmetro.

2.6.- POTENCIÓMETRO A. U. (ATTENUATION UNITS).

Se utilizan como divisores de voltaje.

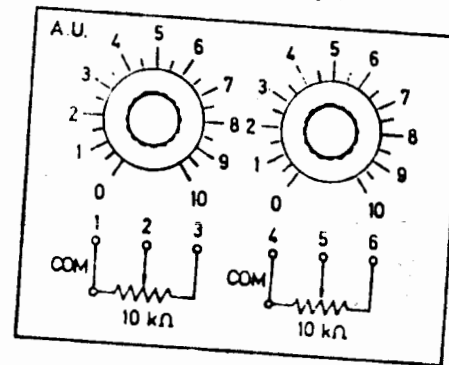


FIGURA 11-11

4

Ejemplo: si el punto "1" está conectado a tierra y el "3" a 15V; -- si se ha girado la perilla a la mitad (a 0) la salida en "2" será de 7.5 volts.

El voltaje a la salida del cursor será de una porción del voltaje -- total, según la porción que se haya tomado de la resistencia.

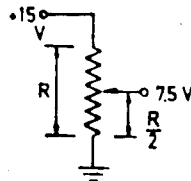
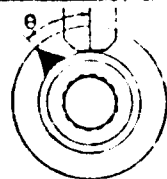
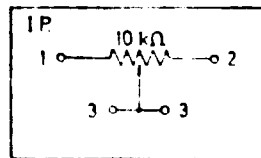


FIGURA II-12.

2.7.- POTENCIOMETRO DE ENTRADA I.F. (INPUT POTENCIOMETER)

Tiene las mismas características que los potenciómetros antes mencionados (ver 2.6).

En todos ellos si se conecta un voltaje de + 15 volts a un extremo ("1") y de - 15 volts en el otro ("2") al girar el disco la salida ("3") variará entre dichos voltajes y a la mitad será de 0 volts.



Escala frontal

FIGURA II-13

A cada ángulo girado corresponderá un voltaje

$$V_3 = \frac{15V}{180^\circ} \theta$$

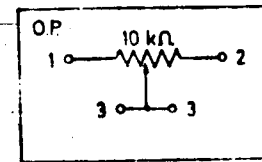
2.8.- POTENCIOMETRO DE SALIDA O. P. (OUTPUT POTENCIOMETER)

Tiene las mismas características que los potenciómetros anteriores (ver 2.6 y 2.7)

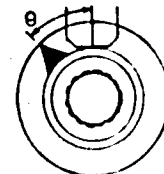
En este caso el giro de la perilla no es manual sino mediante el -- giro del "eje lento" del motor.

El eje lento se encuentra a un costado del motor y gira 30 veces -- más despacio que el eje rápido.

Generalmente se conectarán + 15V y - 15V, "1" y "2". El voltaje en "3" es proporcional al ángulo girado.



$$V_3 = \frac{15V}{180^\circ} \theta$$



Escala frontal

FIGURA II-14

2.9.- FRENO MAGNÉTICO.

El objeto del freno magnético es el de simular carga al motor; para esto se hace girar el disco ligero entre los polos del imán, teniendo cuidado de que no lo roce en ninguna de sus posiciones. Su funcionamiento se basa en el principio de las corrientes de FOUCAULT.

2.10.- PRECAUCIONES.

a) No sobrepasar los (2) dos amperes.

- b) Apagarlo cada vez que se hacen conexiones.
- c) Colectar 1^a unidad operacional (O.U.) y el preamplificador (P.A.) a +15V, -15V y tierra "COM", siempre que se usen.

CAPITULO III

INTRODUCCION TEORICA AL ENTRENADOR DE PROCESOS

PT326

III.- INTRODUCCION TEORICA AL ENTRENADOR DE PROCESOS

PT326

1.- INTRODUCCION .

El simulador de procesos PT326 es un sistema controlable de calentamiento de aire. Tiene las características básicas de una planta real que además del proceso contiene un mecanismo de control versátil en cuanto que puede operar como un control proporcional ó ON-OFF tanto en malla abierta como en malla cerrada.

2.- PROCESO .

El aire de la atmósfera es forzado mediante un ventilador a circular a través de un tubo en el que se halla localizada una rejilla eléctrica de calentamiento con la cual el aire intercambia calor para obtener la temperatura deseada.

El sistema de control pretende que la temperatura del aire sea igual en todo momento a una temperatura determinada o valor fijado que se puede variar en un rango de 40° a 80° C.

Un diagrama del proceso completo se muestra en la Figura III-1.

3.- DESCRIPCION DEL PROCESO .

Sigamos el diagrama; moviendo la perilla del potenciómetro del valor fijado enviamos una señal de voltaje hacia el primer sumador.- Suponiendo que no hemos introducido ninguna señal en la conexión D y que el switch (SW1) de perturbación escalón se halla desconectado, será ésta la única señal que entrará al primer sumador y el valor de su salida (V_U) se podrá medir en °C en el medidor de valor fijado; ésta es la temperatura a la que se desea se encuentre el aire a la salida del proceso.

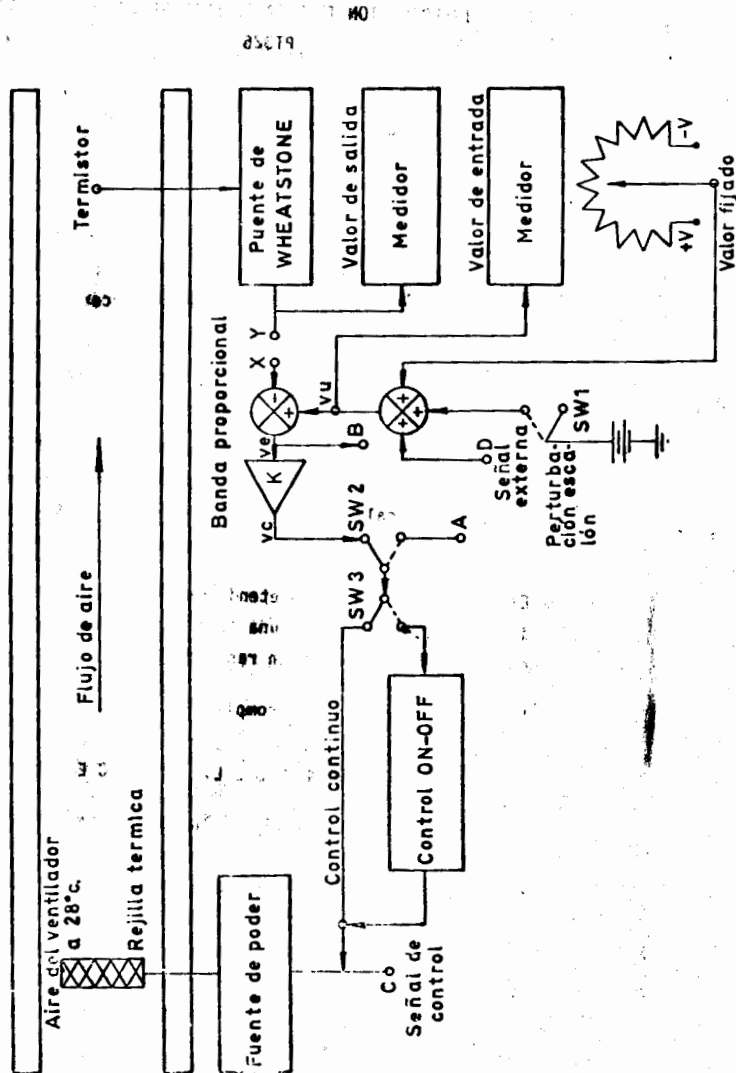


FIGURA III-1.

34

Si las terminales X e Y no se hallan conectadas la salida del segundo sumador (V_e) será igual a la señal fijada (V_u) y podemos medirla en la terminal B.

La señal (V_e) entra a un amplificador de ganancia variable que la multiplica por una constante (K) de modo que a la salida de él, tendremos una señal $V_c = KV_e$.

El switch SW2 nos permite puentear el amplificador para el caso en que se desea introducir algún otro control entre las terminales A y B (control proporcional + integral, proporcional + integral + derivativo, etc.) A lo largo del curso se operará con el switch en la terminal superior.

El elemento de control que va a procesar la señal V_c puede ser de tipo continuo o un control de 2 posiciones (encendido-apagado), el cual se selecciona con el switch SW3. La forma de la señal controladora se puede observar en la terminal C.

Esta señal de voltaje alimenta una fuente de poder que hace circular una corriente por la rejilla térmica para dar un valor deseado de temperatura al aire que fluye a través de un ducto. Dentro de este ducto se encuentra un termo-resistor, el que se halla conectada a un circuito puente que transduce la temperatura de salida a voltaje; las variaciones de este voltaje se pueden observar en la terminal "Y" y/o leerse directamente en °C en el medidor de salida.

- Pregunta 1.- ¿Qué función cumple el switch 2? ¿el switch 3?
 Pregunta 2.- ¿En qué terminal se mide eléctricamente la temperatura de salida? ¿la de entrada?
 Pregunta 3.- ¿Qué representa el voltaje en la terminal B?
 Pregunta 4.- ¿Qué representa la señal de voltaje en la terminal C? Compárela con la señal B para malla abierta y cerrada (control continuo).

4.- SISTEMA MALLA CERRADA.

El proceso descrito anteriormente puede representarse en forma de diagrama de bloques de la siguiente manera:

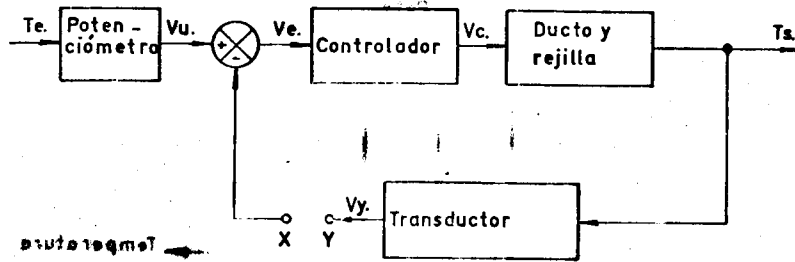


FIGURA III-2

De donde se puede observar que al puentear las terminales X e Y - establecemos una realimentación de la señal de salida (V_y) hacia un sumador, que lo compara con la señal de entrada (V_u), generando una señal de error (V_e), éste constituye un sistema de malla - cerrada.

5.- CONTROL CONTINUO .

Dá únicamente acción proporcional, por medio del ajuste de la banda proporcional ésto es, el rango completo de valores de desviación (V_e), que causarán que la salida del controlador varíe sobre el rango completo de trabajo.

De la Figura III-3 se observa que la ganancia es:

$$K = \frac{\text{Cambio de la señal de salida}}{\text{Cambio de la señal de entrada}}$$

donde K es adimensional por estar el denominador y numerador en las mismas unidades.

En algunos controladores, las señales de entrada y salida pueden ser expresadas en diferentes unidades, por ejemplo un cambio en la temperatura puede causar un cambio en la presión, y para evitar factores de conversión, la relación salida/entrada puede ser expresada como "Banda Proporcional". Esto es el rango de la señal de entrada que causará que el controlador trabaje sobre su rango completo de operación, y es expresada como un porcentaje del rango de la condición controlada (la cual se conoce mediante el elemento de medición). La relación entre ganancia y banda proporcional es:

$$K = \frac{100}{\%PB}$$

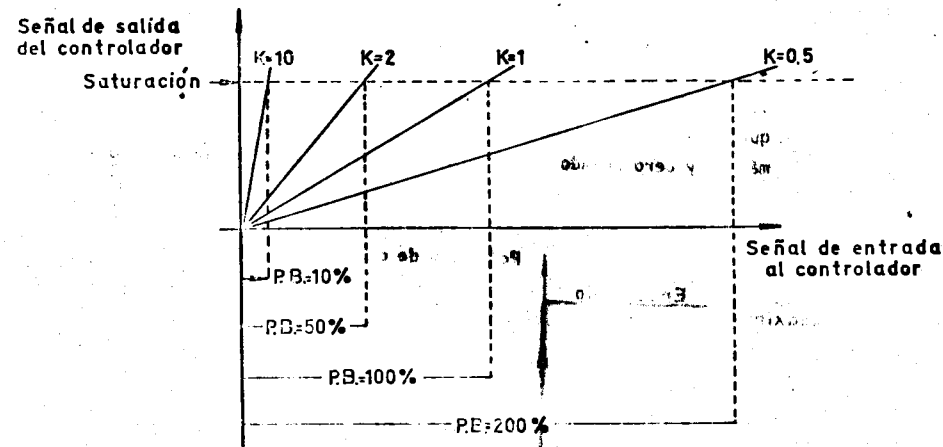


FIGURA III-3

6.- CONTROL DE 2 POSICIONES.

También se les conoce como control ON-OFF, opera sólo en los estados encendido o apagado según el nivel de la variable controlada.

Con este tipo de control se tienen ajustes de la potencia máxima de calentamiento y del traslazo introducido en el sistema.

Potencia Máxima de calentamiento.

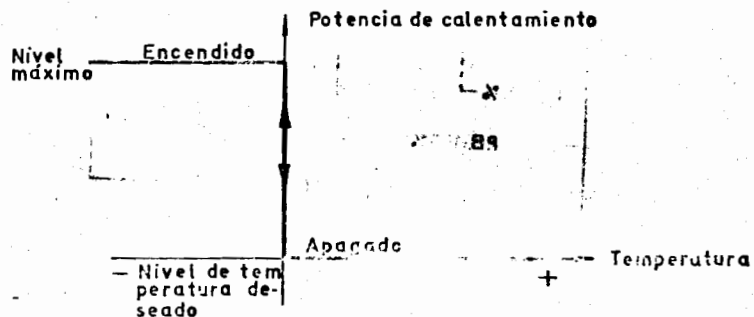
Este ajuste permite regular la potencia aplicada al calentador durante los periodos de "encendido" entre 15 y 80 watts.

Con un sistema de control ON-OFF el controlador proporciona potencia máxima de calentamiento cuando la temperatura medida empieza a ser menor al límite inferior de temperatura fijada y lo hace hasta que el proceso alcanza el límite superior, en este momento se apaga el controlador y permanece así hasta que vuelve a llegarse al valor de temperatura inferior, repitiéndose nuevamente el ciclo.

Al rango entre la temperatura inferior y superior se le conoce --- como traslazo.

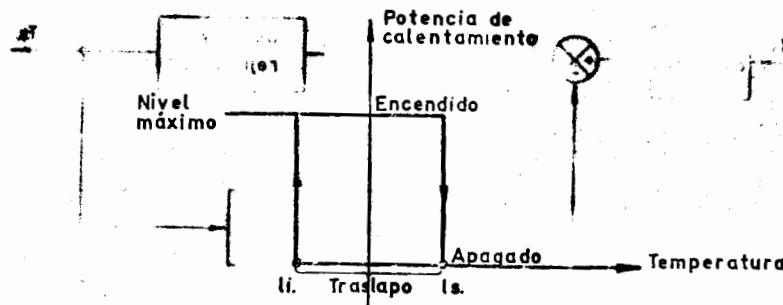
Traslazo.

Con traslazo "cero" la señal de salida del controlador ocasiona -- que la potencia aplicada al calentador alterne entre los niveles -- máximo y cero cuando la condición de control vaya hacia abajo o -- arriba del nivel deseado.



Con un traslazo dado, la señal de salida del controlador ocasiona que la potencia aplicada al calentador alterne entre los niveles máximo y cero cuando la variable controlada esté abajo de su límite inferior o arriba de su límite superior.

Para un traslazo dado se tiene la siguiente característica del -- proceso.



Pregunta 5.- ¿Qué fenómeno se puede presentar en un control ON-OFF sin traslazo?

Ref.: Ogata Pg. 153.

CAPITULO IV

INTRODUCCION TEORICA AL POSICIONADOR

NEUMATICO PCM140

INTRODUCCION TEORICA AL POSICIONADOR NEUMATICO (PCM 140)

1.- GENERALIDADES

El PCM140 es un servomecanismo neumático de control de posición.

Todos sus elementos son mecánicos y se hallan a la vista para ilustrar su funcionamiento (Figura IV-0).

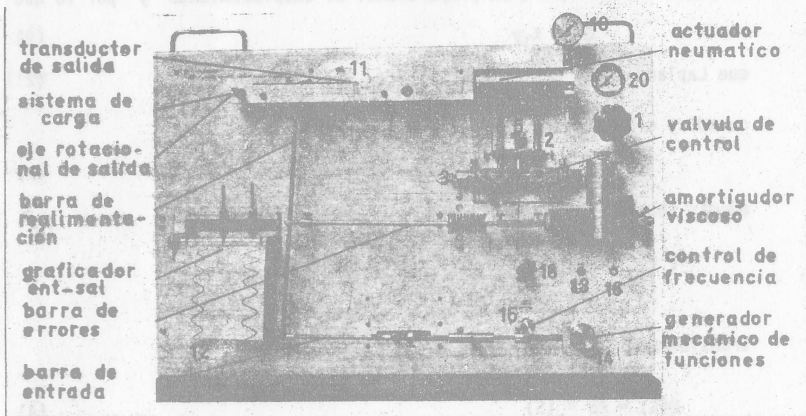


FIGURA IV-0

El sistema se halla estructurado de modo tal que se dispone de módulos que representan elementos puros (un amortiguador viscoso, resorte y -- masa) que pueden añadirse al sistema básico de malla cerrada para modi--ficar el orden del sistema.

2.- SISTEMA BASICO DE MALLA ABIERTA

El desplazamiento de un pistón neumático es controlado mediante una --lengueta que se halla colocada entre 2 toberas de la siguiente manera (vea Figura IV-1).

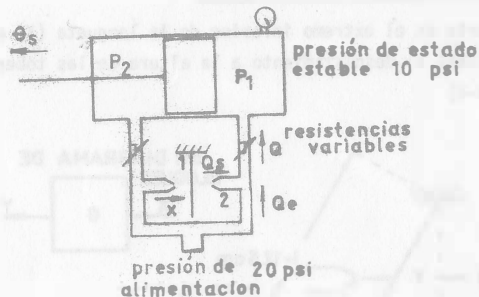


FIGURA IV-1

Al desplazar la lengüeta (1) hacia la derecha (X), obstruimos el flujo de aire de la tobera (1-2) generando un desequilibrio de presión ($P_1 > P_2$), éste a su vez provoca un desplazamiento del pistón en el sentido señalado (θ_s).

2.1.- ACCION DE LA LENGUETA EN CANTILIVER.

El desplazamiento en el extremo inferior de la lengüeta (X) es directamente proporcional al desplazamiento a la altura de las toberas (Y) -- (vea Figura IV-2)

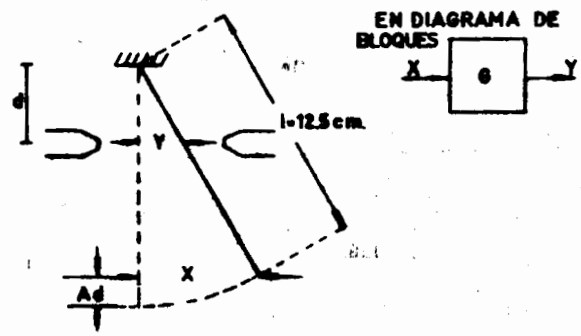


FIGURA IV-2

Pregunta # 1.

Obtenga el valor de la ganancia del cantiliver G en función de d (longitud de la chapaleta l = 12.5 cm). Considere $\Delta d = 0$

2.2.- ACCION DEL PISTON Y LAS TOBERAS.

Cuando el sistema se halla operando como un sistema de primero o segundo orden es posible despreciar los efectos de inercia y cargas resistivas en el pistón, de modo que las presiones a ambos lados de él se consideran iguales y ctes. consecuentemente el gasto Q_e que fluye a través de cada uno de los ductos se mantiene constante (vea Figura IV-1).

De acuerdo a las consideraciones anteriores se puede establecer la ecuación de equilibrio:

$$Q_e = Q_s + Q \quad (1)$$

donde

- Q_e $\frac{\Delta}{\Delta t}$ gasto de aire de alimentación
- Q_s $\frac{\Delta}{\Delta t}$ gasto de aire que se va a la atmósfera
- Q $\frac{\Delta}{\Delta t}$ gasto de aire que se va al cilindro

se puede suponer que Q es proporcional al desplazamiento "y" por lo que

$$Q = K_1 y \quad (2)$$

que Laplace queda $Q(S) = K_1 Y(S)$ (2')

cuando $y = 0$ esto implica que $Q = 0$ teniendo que

$$Q_e = Q_s \quad (3)$$

además sabemos que

$$Q = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Delta V}{\Delta t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Delta A \theta_s}{\Delta t} = A \frac{d \theta_s}{dt}$$

transformando

$$Q(S) = AS \theta_s(S) \quad (4)$$

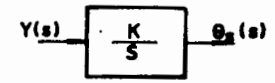
combinando (2') y (4) y asignando $K = \frac{K_1}{A}$

$$Q(S) = Q(S)$$

$$K_1 Y(S) = AS \theta_s(S)$$

$$\frac{\theta_s(S)}{Y(S)} = \frac{K_1}{A} \frac{1}{S} = \frac{K}{S} \quad (5)$$

que en diagrama de bloque



Debe observarse que la acción del pistón y las toberas efectúan una integración.

3.- SISTEMA DE MALLA CERRADA

3.1.- ACCION DE LA BARRA DE REALIMENTACION.

Como sabemos de la teoría, un sistema realimentado requiere de un sensor y una unidad comparadora que genere la señal de error. Esto se logra en este sistema colocando una barra de error entre el extremo de la lengüeta y el punto medio de la barra de realimentación (véase Figura IV-3).

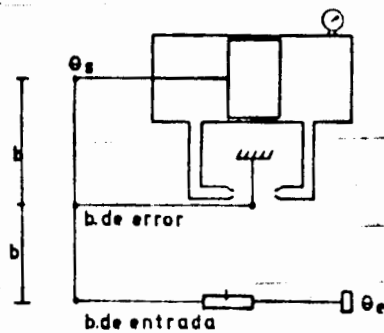


FIGURA IV-3

Analicemos su funcionamiento (véase Figura IV-4).

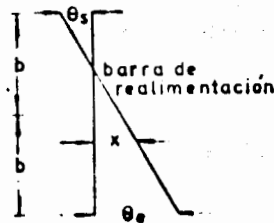
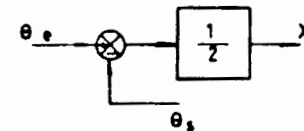


FIGURA IV-4

Al aplicar un desplazamiento θ_e a la barra de entrada, el punto medio de la barra de realimentación experimenta un desplazamiento X obstruyendo la tobera y causando un movimiento θ_s en el pistón. Analizando los triángulos semejantes obtenemos que:

$$X = \frac{1}{2} (\theta_e - \theta_s) \tag{6}$$

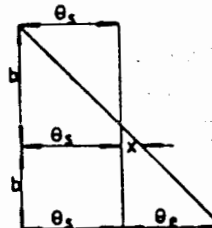
que en diagrama de bloque se representa como:



Concluyendo que la barra de realimentación realiza la función de comparación.

Pregunta # 2.

Demuestre la relación dada por la ecuación (6) (auxíliase de la ley de los senos o de la siguiente Figura).



Pregunta # 3.

Obtenga el modelado en diagrama de bloques del sistema malla cerrada de 1er. orden.

Pregunta # 4.

La función de transferencia para el modelado anterior se puede expresar como $\frac{X(s)}{Z(s)} = \frac{1}{1 + \tau \cdot S}$. Exprese τ en función de K y G.

Pregunta # 5.

Para una entrada escalón⁽¹⁾ $z_e(t) = A_e U_{-1}(t)$ calcule $x_s(t)$. ¿Qué valor tendrá x_s para $t = \tau$?

3.2.- UNIDAD DE RETRASO MECANICO.

Los sistemas reales presentan retrasos de tiempo debido a fricciones, longitud de las líneas, etc. Para poder simular estos fenómenos en el PCMI40 se dispone de un amortiguador y un resorte que se colocan como se muestra en la Figura IV-5. La inclusión de estos mecanismos eleva el orden original del sistema.

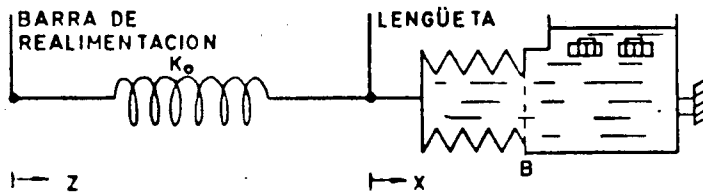


FIGURA IV-5

El modelado de esta unidad de retraso se obtiene a continuación. Como sabemos:

$$F_R = K_0(Z - X)$$

$$F_B = B \frac{dx}{dt}$$

Donde F_R y F_B son las fuerzas que actúan sobre el resorte y el amortiguador respectivamente.

Transformando lo anterior:

$$F_R(S) = K_0(Z(S) - X(S))$$

$$F_B(S) = B S X(S)$$

como $F_R = F_B$

$$K_0(Z(S) - X(S)) = B S X(S)$$

$$\frac{X(S)}{Z(S)} = \frac{K_0}{K_0 + B S} = \frac{1}{1 + \tau_0 S}$$

$$\frac{X(S)}{Z(S)} = \frac{1}{1 + \tau_0 S} \quad (7)$$

y en diagrama de bloques:



Pregunta # 6.

Exprese τ_0 de la ecuación (7) en función de B y K_0 .

Pregunta # 7.

Añada a su diagrama de bloques la unidad de retraso mecánico.

Pregunta # 8.

Calcule la función de transferencia $\frac{\theta_s(s)}{\theta_e(s)}$ nueva.

Pregunta # 9.

Si expresamos $\frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \xi \omega_n s + \omega_n^2}$ qué valores tendrían ξ y ω_n en función de K, G, B y K_0 .

Pregunta # 10.

Calcule la respuesta a escalón (2) $\theta_s(t) = H_e U_{-1}(t)$

4.- DESCRIPCIÓN DEL EQUIPO. (REFIERASE A LA FIGURA IV-0)

4.1.- ALIMENTACION:

Abra la llave (0 - 18) totalmente y ajuste el regulador (0 - 1) hasta leer en (0 - 20) una presión de alimentación de 20 psi.

4.2.- VALVULA DE CONTROL:

(0 - 2). Las restricciones variables (0 - 3) deben mantenerse totalmente abiertas. La distancia de las toberas a la lengüeta se ajusta con los tornillos (0 - 4) ajuste de cero de modo que para un $\theta_e = 0$ ésta se halle en posición vertical y la presión del pistón (0 - 10) sea aproximadamente 10 psi. (Figura IV-6).

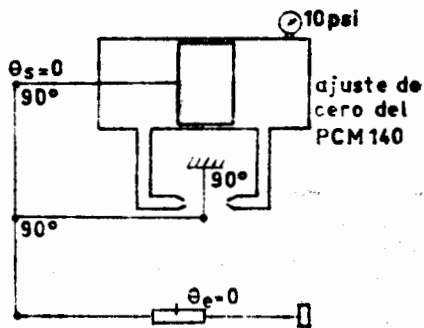


FIGURA IV-6.

La ganancia de la válvula G se ajusta con el tornillo (0 - 5).

4.3. MEDIDORES:

Sobre el marco del pistón y en la parte posterior de la barra de entrada se halla una cinta de carbón con resistencia de 200 Ω / in² (0-11) - alimentada con 12.5 V para seguir eléctricamente los desplazamientos -- de entrada y salida. Estos voltajes pueden tomarse de las terminales -- (0 - 12). También se cuenta con un graficador de papel que funciona al operar el apagador (0 - 13).

4.4. GENERADOR DE SEÑALES:

(0 - 14) es un dispositivo mecánico que nos puede generar funciones escalón y rampa mediante una leva, y seno con un balero. Se enciende con el switch (0 - 16). La frecuencia de la señal se puede variar con la -- perilla (0 - 15).

4.5.- PRECAUCIONES.

4.5.1.- Las barras de entrada y salida cuentan con unos topes previamente fijadas para limitar sus rangos de desplazamiento si observa que las plumas o la barra de realimentación golpean entre sí o con los toques de sus desplazamientos, infórmese al instructor. No realice los ajustes por su cuenta, los resultados de su práctica dependerán de estos ajustes.

4.5.2.- Para operar manualmente la entrada retire el resorte (0 - 17) que solo debe de colocarse cuando se introduzca la entrada mediante el generador mecánico de señales.

4.5.3.- Al variar la ganancia de la válvula de control cuide que la barra de error se mantenga horizontal.

4.5.4.- Cuando opere con el amortiguador no lo incline porque el recipiente no es sellado y se sale el aceite.

Referencias:

- (1) Raven "Automatic Control Engineering". pp. 54-57.
- (2) K. Ogata "Modern Control Engineering". pp. 171-173.

CAPITULO V

INTRODUCCION TEORICA AL REGULADOR DE

PROCESOS CA1100

V UNIDAD REGULADORA DE PROCESOS CA1100

INTRODUCCION TEORICA

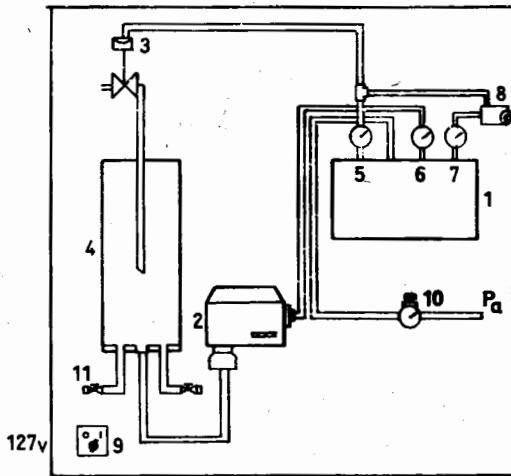


FIGURA V-1

- | | |
|---|--|
| (1) REGULADOR | (7) PRESION DE LA CAMARA DE RETRASO (P) |
| (2) TRANSDUCTOR DE NIVEL | (8) UNIDAD DE RETRASO |
| (3) ACTUADOR | (9) CONTROL DE ENCENDIDO DE LA BOMBA |
| (4) TANQUE DEL PROCESO | (10) CONTROL DE LA PRESION DE ALIMENTACION (P _A) |
| (5) PRESION DE CONTROL (P _C) | (11) VALVULAS DE DESAGUE |
| (6) PRESION DEL TRANSDUCTOR (P _T) | |

Es muy común que en un proceso industrial se desee controlar la cantidad de fluido contenida en un tanque, ya sea para mantener un gasto o un nivel constante. La unidad CA1100 es un sistema de control en el que se pretende controlar el nivel de la columna de agua, para lograrlo se dispone de un transductor de nivel (1-2) que nos da información de la altura de la columna, esta información se compara con el valor de altura fijado en el regulador o controlador (1-1) si existe alguna diferencia entre estos valores (error) el controlador envía una señal de control para que el actuador (1-3) obstruya o permita el paso de agua y con esto se controla el nivel de la columna.

Pregunta 1.

Investigue 3 aplicaciones industriales de los controladores de nivel. - Explíquelos.

El aparato, que funciona con potencia neumática se representa esquemáticamente en la Figura V-1, consta de 4 unidades fundamentales -- que son:

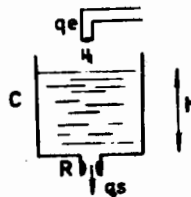
- 1.- Actuador (1-3) es una válvula de control que actúa mediante un diafragma que obstruye el gasto de entrada al aumentar la presión de control (P_c).
- 2.- Planta (1-4) constituida por el tanque y 2 válvulas de desague. Durante el proceso se mantiene una de las válvulas abierta y se simulan perturbaciones al gasto mediante la otra válvula.

Pregunta 2.

Modele la planta en variables de estado (1) y exprese a partir de ese modelo la relación

$$\frac{H(s)}{Q_e(s)}$$

- | | | |
|---|-------------------------|-------------------------|
| C | $\frac{\Delta}{\Delta}$ | capacitancia hidráulica |
| R | $\frac{\Delta}{\Delta}$ | resistencia hidráulica |



3.- Transductor de Nivel (1-2). Nos convierte la presión hidráulica debido a la altura de la columna de agua del tanque en una presión neumática. Opera bajo el principio de balance de fuerzas, un diagrama simplificado de su principio de funcionamiento se muestra en la figura V-2.

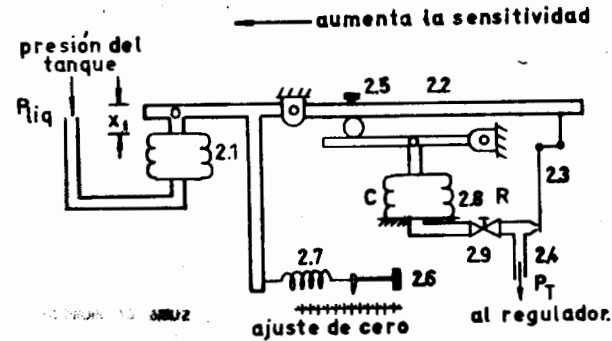


FIGURA V-2

Pregunta 3.

Obtenga el modelado del conjunto Tobera-restricción-FUELLE (2.4, 2.9, 2.8) (2)

El fuelle (2-1) detecta la presión de la columna de agua (P_{liq}) y ejerce una fuerza sobre la barra (2-2). En el extremo derecho de la barra se halla una cinta metálica que tapa la tobera (2-4) causando un incremento de presión P_T . Existen 2 fuerzas de reacción que se oponen a P_{liq} , estos son la ejercida por el resorte (2-7) que se regula con el tornillo (2-6) y se conoce como ajuste de cero y una fuerza debida a P_T que se ejerce sobre el punto de apoyo (2-5) al expanderse el fuelle (2-8). Un diagrama de cuerpo libre del transductor se muestra en la Figura V-3. El tornillo 2-9 es un ajuste de amortiguamiento del fuelle y se halla previamente ajustado. No debe

moverse por ningún motivo.

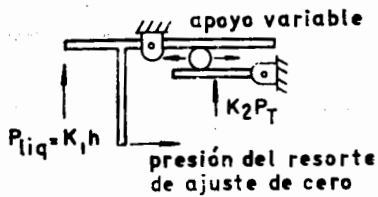


FIGURA V-3

El punto de apoyo variable (2-5) fija la ganancia del transductor - y también nos varía la sensibilidad del aparato.

Pregunta 4.

Obtenga las ecuaciones de equilibrio (suma de fuerzas y suma de momentos) del diagrama de cuerpo libre de la Figura V-3.

4.- Regulador (1-1), opera como unidad de comparación y amplificador neumático. La Figura V-4 muestra su principio de operación.

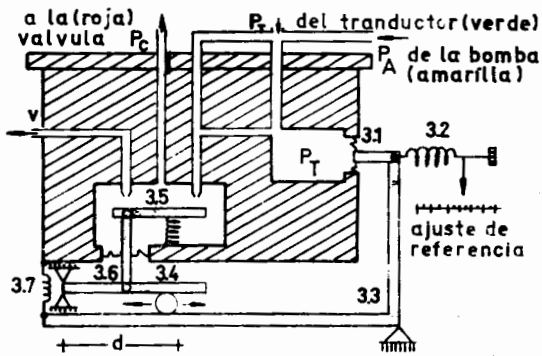


FIGURA V-4.

El diafragma (3-1) detecta los ΔP_T , y compara esa presión con la -- ejercida por el resorte (3-2) generando una señal de error que viaja por la barra (3-3) y se transmite en el punto de apoyo (3-4) a -- un juego de barras que obstruye la ventilación y destapa el ducto -- proveniente de la bomba. La presión P_c resultante constituye la se-- ñal controladora y se transmite a la válvula de control (actuador).

La distancia d del punto de apoyo (3-4), puede variarse y así -- -- cambiar la magnitud del momento ejercido, ésto constituye el ajuste de la ganancia.

El diafragma (3-6) se halla unido a la barra y al deformarse por la acción de P_c , ejerce una fuerza que restituye el equilibrio de -- fuerzas en la barra (3-3).

Además de estas 4 unidades fundamentales, el CA1100 cuenta con una unidad de retraso (1-8) que trabaja como integrador para obtener -- control proporcional + integral. Este dispositivo se analizará cuan do sea utilizado en un experimento posterior.

En un costado del regulador se halla un resorte (3-7) que debe de -- colocarse para el caso en que se opere con una banda proporcional -- mayor o igual que 15%.

Pregunta 5.

Explique la función del resorte 3-2, como es que ajusta la referencia de altura.

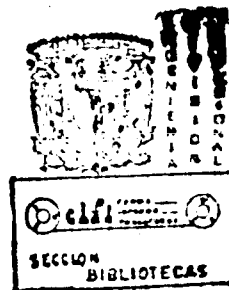
REFERENCIAS :

(1) K. Ogata "Modern Control Engineering". pp 106-109.

(2) IDEM. pp. 177.

BLOQUE I

- IEAI Módulos analógicos.
- IMS FUNCIONAMIENTO DEL SERVOMOTOR DE C.D.
MS-150.
- IPT Control de temperatura con realimenta
ción.
- ICA Funcionamiento del transductor y regu
lador de nivel hidráulico.

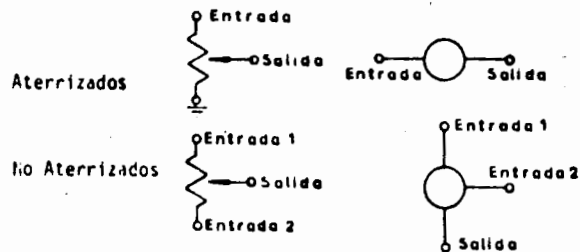


PRACTICA I EAI
MODULOS ANALOGICOS 11.1.66

OBJETIVOS DE APRENDIZAJE

- Potenciómetros.
- Uso del Voltmetro digital.
- Sumadores (con diferentes ganancias).
- Integradores (con diferentes ganancias, condiciones iniciales y modos de operación).
- Uso del osciloscopio (para observación de funciones de la computadora).

a) Potenciómetros. Hay dos tipos de potenciómetros



Nótese que el cursor, cuya posición depende del giro de la perilla, es la salida. Los potenciómetros aterrizados multiplican el voltaje de entrada por un factor que varía desde cero hasta uno. Para medir este factor se usa el voltmetro en SP (siempre cuando se usa debe estar la computadora en IC y no en operación).

R1 en un potenciómetro aterrizado mida el valor máximo. R2 y el valor mínimo (hágalo usando SP y oprimiendo la palanca que está junto a la perilla).

Haga la misma operación con un potenciómetro no aterrizado. R3 -- ¿funciona para este tipo de potenciómetros esta forma de medir? UD

b) Medición de Voltajes.

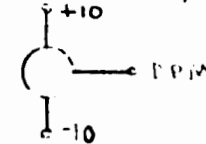
Usando el voltmetro en VM y con una conexión saliéndose de ---- "DPH" se puede medir el voltaje en un potenciómetro, fuente o amplificador.

NOTA: Cuando se hacen mediciones con VM y AMP la lectura del voltmetro debe multiplicarse por 10.

Conecte un voltaje de $-10V$ a la entrada de un potenciómetro aterrizado $-10V$ \rightarrow K \rightarrow DPH

Mida entre qué límites de voltaje varía la salida R4 0 volts y -10 volts. Mida los límites ahora, con una entrada de $+10V$ R5 0 y 10.

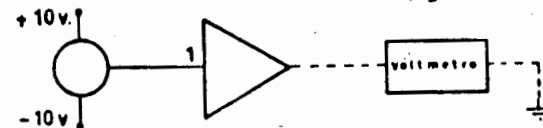
Haga la siguiente conexión (en un potenciómetro no aterrizado)



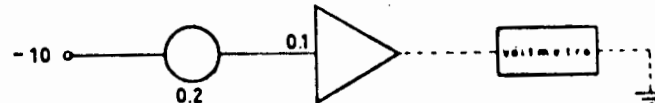
Mida los límites de variación de voltaje a la salida R6 0 y 10.

c) Sumadores. Ajuste un potenciómetro no aterrizado a valor de $+5.0$ volts (conecte las entradas a $+10$ y -10 volts).

Conecte el cursor a la entrada del sumador con ganancia 1. Mida la salida con el voltmetro en AMP y con el selector de amplificado res indicando el amplificador sumador que se esté usando. R7 ¿Cuánto marca el voltmetro? R8 ¿Cuántos volts? -5 volts



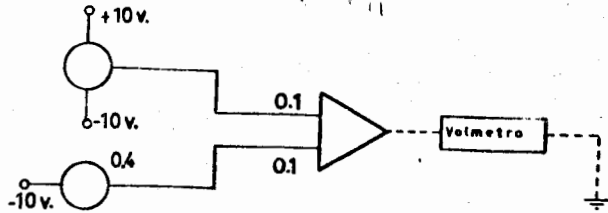
ahora alambre el siguiente diagrama:



R9 ¿Cuántos volts marca el voltmetro?

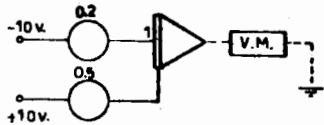
Realmente el sumador para que tenga ganancia de 10. Para la misma entrada 10 ¿Qué voltaje se obtiene a la salida? Para observar la operación sustra, utilice el potenciómetro no aterrizado de $+5V$ y prepare un potenciómetro que suministre -4.0 volts. Realmente el sumador para que tenga 2 entradas con ganancia de 0.1. Conecte to-

do como en la figura



R11 ¿Cuánto es la salida del amplificador en volts?

d) INTEGRADORES. Alambre el siguiente circuito con -5 volts de condiciones iniciales.



$$y = - \left[\frac{1}{RC} \int_0^t V_{ed} dt + I.C. \right]$$

Seleccione el amplificador y use AMP. En caso de ser variable la medición, diga entre qué extremos varía. ¿Cuánto vale en modo IC? R13.

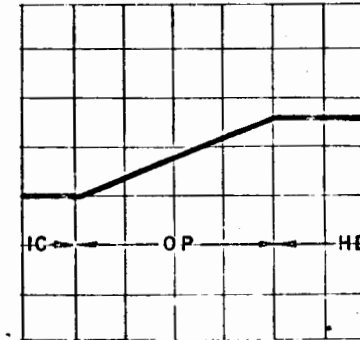
R14 ¿Cuánto vale en modo OP?

El oprimir el botón HD hace que la operación quede fija. Oprima OP y a los 4 segundos oprima HD. R15 ¿Cuánto vale la salida?

Note que los focos rojos indican cuando el valor del voltaje llegó a su límite (Saturación). Una vez saturado se debe volver a IC.

Repita las observaciones con un osciloscopio. Seleccione un barrido interno lento, de 1 cm/seg y una escala vertical de 5 volts/cm.

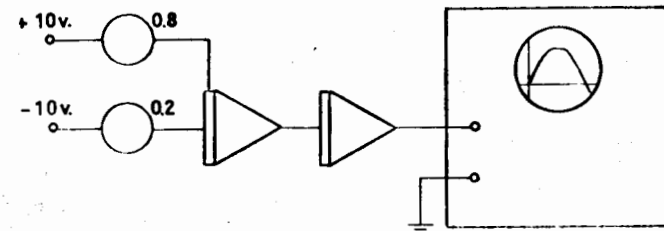
Debe observarse la siguiente figura:



La figura es una rampa de condiciones iniciales de -5V y pendiente +2.0. El valor que se obtiene depende del momento que se oprime HD.

Si se desea producir una rampa de voltaje con condiciones iniciales -8 volts y pendiente +2.0v (medidos a la salida del integrador, R16 -- ¿Cuántos volts deben aplicarse como condiciones iniciales? R17 ¿Cuántos volts deben aplicarse a la entrada?

La rampa es la integral de una constante. La parábola es la integral de una rampa. Integre la rampa y obtenga una parábola. Muestre la parábola al instructor por medio del osciloscopio.



Calcule la ecuación de la parábola por integración de la rampa. -- R18 ¿La ecuación es? (Hágalo técnicamente).

PRACTICA 1 MS

FUNCIONAMIENTO DEL SERVO MOTOR DE CORRIENTE DIRECTA

MS 150

Objetivos:

- Familiarizar al alumno con el manejo de los elementos que constituyen esta unidad.
- Comprensión de la función que desempeña cada dispositivo en el funcionamiento global del sistema.

Desarrollo:

Consiste en obtener la relación entrada-salida de cada uno de los elementos que constituyen el sistema.

Característica del potenciómetro de entrada IP.

Este potenciómetro es un medio para producir un voltaje de entrada al control de velocidad, proporcional a la posición angular de su perilla:

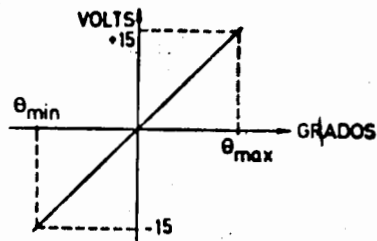


FIGURA 1

R1. Genere una gráfica como la de la figura 1 dando valores al ángulo y midiendo el voltaje de salida. Comience por localizar la posición del cursor que dé cero volts como salida. (Esta posición puede no corresponder con el cero de la escala graduada). A partir de este

punto mida el voltaje para desplazamientos de 30° hasta llegar al tope del cursor, primero en un sentido y después en otro.

R2. ¿Cuál es la constante del potenciómetro de entrada? (volts/grado) = K_{IP} (en este caso la relación entrada-salida es una constante dada por la pendiente de recta).

Característica del Sumador OU.

El sumador es un amplificador operacional cuyo funcionamiento es idéntico al de los amplificadores de la computadora analógica.

R3. Dibuje una gráfica acotada de voltaje de salida contra voltaje de entrada, para entradas 0, +5, +10, +12, +13, +14 v +15 volts. No olvide ajustar antes el cero. (Para el procedimiento a seguir vea la introducción teórica 2.4). ¿Qué ganancia obtuvo? K_{OU} =

Característica del Atenuador AU.

El atenuador es un potenciómetro similar al que se usa en la computadora analógica

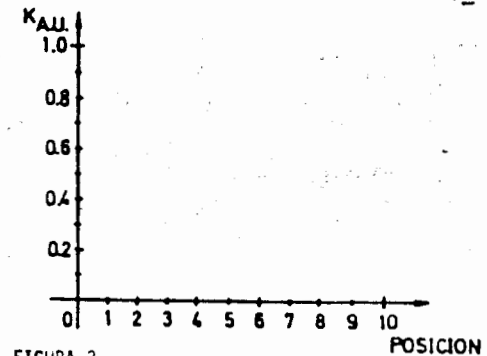
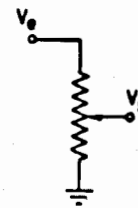


FIGURA 2

Manteniendo el V_e constante e igual a 10V, mida los valores del voltaje de salida para las diferentes posiciones marcadas en el atenuador. A partir de los valores que obtuvo dibuje la gráfica del valor de r en AU

función de la posición de la perilla, recuerde que $V_s = V_{AU} \cdot e$

Característica del preamplificador P.A.

El preamplificador se distingue por tener dos salidas. La razón es que el motor tiene dos bobinas de campo: una se activa para que el motor gire en un sentido y la otra para que gire en sentido contrario. El control de armadura se realiza conectándola en serie con la bobina de campo que se utilice en ese momento.

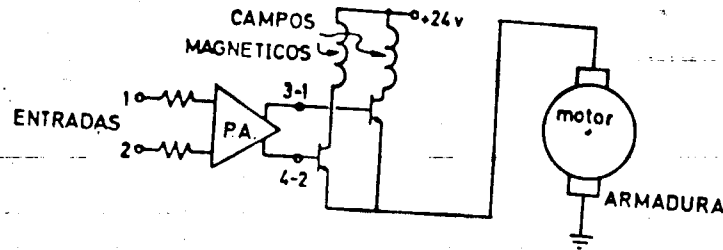
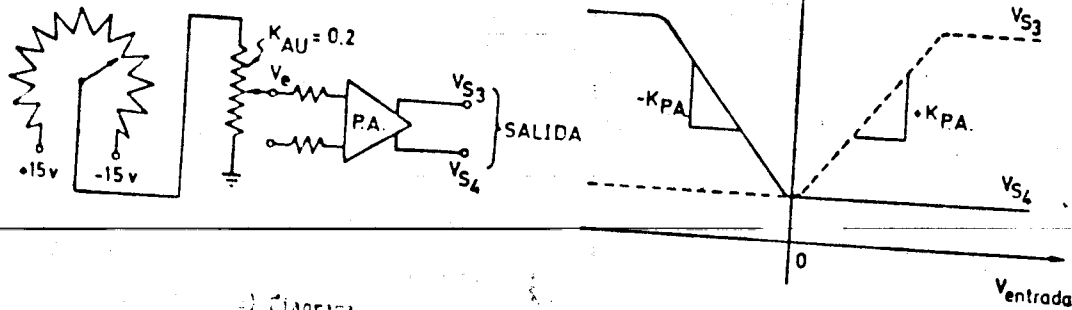


FIGURA 3



a) Diagrama

FIGURA 4

b) Gráfica

Para obtener la relación de entrada-salida del P.A. primero es necesario ajustar el cero de éste. El procedimiento para lograrlo es el siguiente:

Con A.U. en "2" es decir $V_{AU} = 0.2$ ajuste IP para que la salida de AU (o sea la entrada del PA) valga cero.

Gire la perilla del PA marcada con cero hasta que ambas salidas -- tengan el mismo valor, el cual a su vez es el mínimo posible.

Con el P.A. ajustado varíe el IP para que la entrada V_e tome los valores de: $0, \pm 0.1, \pm 0.2, \pm 0.3, \pm 0.4$ y ± 0.5 volts. (La entrada puede ser en cualquiera de las terminales 1 ó 2 del PA).

RS con la tabla de valores obtenidos se deben dibujar dos gráficas semejantes a las que aparecen en la figura 4.b

Característica del motor.

Se desea observar el modo de operación del motor MT cuyas entradas se encuentran conectadas mediante el cable negro a la unidad SA. --- Alambre en SA las conexiones para control de armadura del MT (vea la introducción teórica I!-2.2).

Mediante el IP aplique un voltaje de -5V a +5V a una de las terminales de SA. P6 ¿Qué observó? P7 ¿Es la velocidad proporcional al -- voltaje?

Repita el procedimiento para la otra entrada de SA RB ¿Qué sucede con el sentido de giro?

Característica del Tacogenerador TG.

El tacogenerador es un sistema cuya entrada es la velocidad angular del eje del motor en rpm ó rads/seg y cuya salida son volts generados.

Para medir la constante K_{TG} del tacogenerador, se conecta el circui

to hasta aquí empleado al servoamplificador SA (conecte las terminales de salida de PA a las de entrada de SA).

Debe observarse que el tacogenerador se encuentra montado en forma integral al motor MT.

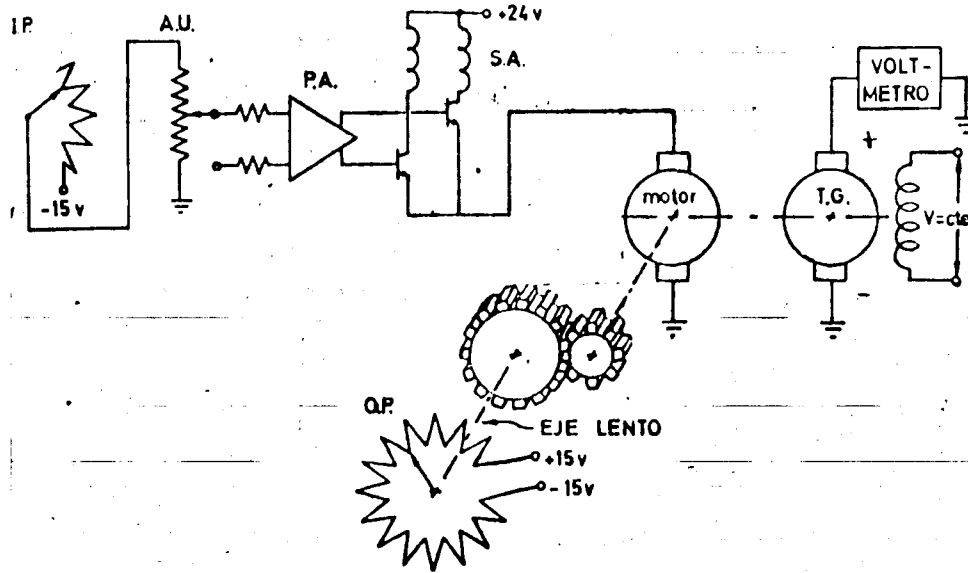


FIGURA 5

Aterrice la terminal negativa del TG y tome las lecturas del positivo a tierra.

El motor debe tener acoplado el potenciómetro de salida a su eje lento. No debe usarse el freno u otras cargas.

Para encontrar K_{TG} ajuste IP hasta dar una velocidad tal que la salida de T.G. sean 6 volts constantes; aterrice la terminal negativa de TG y tome las lecturas del positivo a tierra. Cunte las revoluciones de OP en 30 seg. Con este número calcule primero las rpm del eje lento y luego las del eje rápido, recordando que la relación es 30:1.

R9 Dé la constante del generador K_G , en (volts/rad/seg) y en ---- (volts/1000 rpm).

Emplearemos también la constante inversa $K_G^{-1} = \frac{1}{K_G}$

que nos da las revoluciones del motor correspondientes a un voltaje generado a la salida del TG.

Potenciómetro de salida OP.

El OP es un potenciómetro similar al IP con la única diferencia que se puede acoplar el cursor al eje lento del motor para obtener un control de posición.

PRACTICA 157
CONTROL DE TEMPERATURA CON REALIMENTACION

OBJETIVO:

Analizar:

- a) la característica estática del control de temperatura para el funcionamiento en malla abierta y malla cerrada y diferentes ganancias (1).
- b) la característica dinámica (curva de respuesta) del control de temperatura para el funcionamiento en malla abierta y malla cerrada y diferentes ganancias (2).

a) CARACTERISTICA ESTADICA.

La característica estática de un proceso se conoce como la gráfica de la variación de la señal salida en función de la variación de la señal entrada en estado estable.

Mediante la perilla de SET VALUE aumente la temperatura fijada en incrementos de 10°C leyendo la temperatura de salida para cada valor. (Auxíliase de los medidores de temperatura de salida y temperatura fijada, vea la Figura 1).

R1 Hágalo para malla abierta y malla cerrada con los valores de banda proporcional de 200, 50 y 30 de modo que obtenga 6 curvas diferentes y dibúelas. Coloque la ganancia del aire en 60°.

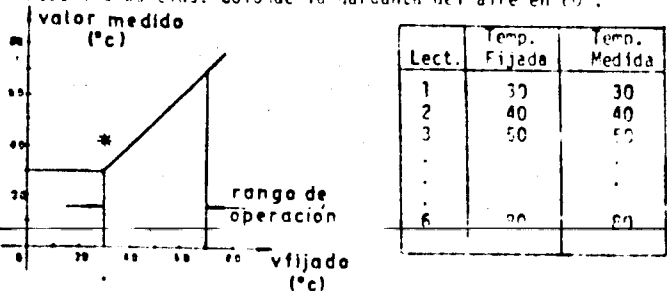


FIGURA 1.- Característica estática del control de temperatura.

R2 De las curvas obtenidas seleccione la configuración que más se aproxime al caso ideal. Considere linealidad, rango de operación y ganancia.

*Auxíliase del tornillo de balance para obtener 30°C en el valor -- fijado y el valor medido, para PB = 100%; una vez ajustado este tornillo no lo mueva al cambiar P.B.

b) CARACTERISTICA DINAMICA.

Ajuste el valor fijado a 30°C conservando la ganancia en 60°C.

Aplice el escalón interno mediante el switch (SW1).

En un osciloscopio (barrido 0.5 seq/cm.) observe el escalón aplicado y la señal de salida para los siguientes controles:

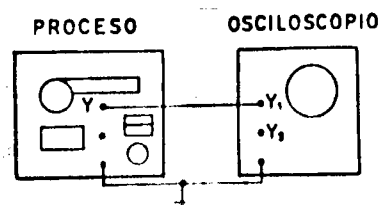


FIGURA 2

- a) Malla abierta, PB a 200, 50 y 5.
- b) Malla cerrada, PB a 100, 50 y 30.

R3 De qué valor es el escalón? $u(t) =$ _____ volts.

R4 Grafique las formas observadas.

NOTA: La señal de entrada para malla abierta puede observarse en el punto (B) y para malla cerrada en TRIGGER CRO pero con signo cambiado y multiplicado por una constante.

R5 ¿Qué sucede con el nivel de la señal de salida (antes de aplicar el escalón) al aumentar la ganancia?

R6 ¿Qué efecto tiene este fenómeno sobre la respuesta escalón? (Explice en términos de saturación).

R7 ¿Son iguales la respuesta a escalón de subida y la de bajada? Explique su respuesta.

c) RESPUESTA A ONDA CUADRADA.

Coloque la perilla de SET VALUE en "0" y ajuste el generador de señales con $f = 0.15$ Hz, rango de entrada de 0-5V, para que en un canal se tenga una onda triangular (OFFSEET BIPOLAR, SIMETRIA N, AMP 2V).

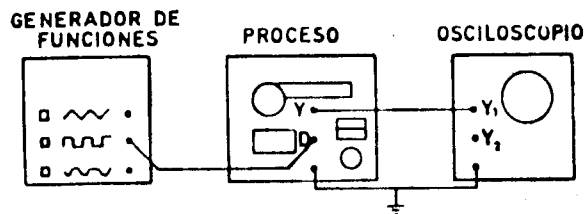


FIGURA 3

Solicite la ayuda del instructor para este punto.

Emplee la onda triangular como barrido externo y aplique en "external" la onda cuadrada.

R8 Hágalo para los casos a) y b) anteriores y dibuje las formas observadas.

R9 Coloque la banda proporcional en 5% para malla cerrada, ¿Qué se observa? dibújelo. ¿A qué se debe esto?

Ref.

(1) K. CGATA "Modern Control Engineering", PP 190-193

(2) I D E M , PP 228-239

PRACTICA ICA

UNIDAD REGULADORA DE PROCESOS

CA1100

PRACTICA ICA

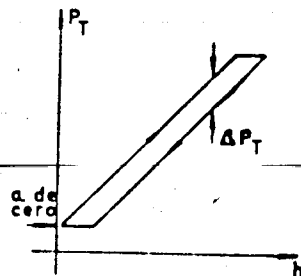
FUNCIONAMIENTO DEL TRANSDUCTOR Y EL REGULADOR.

OBJETIVOS:

- a) Que el alumno se familiarice con los mecanismos del sistema y obtenga sus curvas de comportamiento.

I.- TRANSDUCTOR

El transductor es un dispositivo que convierte la presión hidráulica debido a la altura de la columna de agua, en una presión neumática proporcional. Para obtener un buen desempeño en el sistema es necesario que su relación entrada-salida sea una función lineal. Sin embargo cuando se obtiene experimentalmente la característica entrada-salida del instrumento, éste presenta el fenómeno de histéresis. El cual consiste en que para un mismo valor de excitación el valor de salida para la parte ascendente, es distinto del valor de salida para la parte descendente de la característica. Esto se debe a la construcción y tipo de instrumento.



- 1) Complete la siguiente tabla y grafíquela para banda proporcional de 4%: recuerde que la ganancia se modifica con el tornillo 2.5 (ver el concepto de banda proporcional en el inciso 5 del capítulo III).

h/cm	0	5	10	15	20	25	30	25	20	15	10	5	0
P_T /psi	2.5												

llenado vaciado del tanque

AYUDA:

Para llenar el tanque mantenga la bomba apagada y auxilie de la lata. Recuerde que la presión del transductor se lee en el medidor (1.6); y que el ajuste de cero se realiza con el tornillo (2.6).

Para obtener una mejor linealidad en el rango de trabajo se puede aumentar el nivel de cero y disminuir la sensibilidad.

- 2) Repita el inciso 1) para una banda proporcional del 20%.
- 3) Calcule el máximo error de histéresis ΔP_T que se obtiene de las gráficas 1) y 2).
- 4) ¿Qué efecto tiene el ajuste de cero en el compartimiento del transductor? ¿Qué efecto da sensibilidad. Considere linealidad y rango de operación.

II.- REGULADOR

Los cambios de presión sentidos por el transductor son comparados con una señal de referencia generando así una señal de error, ésta es generalmente insuficiente para accionar el actuador, por lo que es necesaria una etapa de amplificación entre comparador y actuador. El regulador del CA1100 realiza los procesos de comparación y amplificación. La señal de referencia (altura deseada en el tanque del proceso), se fija con la perilla (3.2) y la ganancia del amplificador se regula con el ajuste de banda proporcional ($PB = 100/K_p$), mediante el apoyo (3.4). K_p = ganancia proporcional.

La ganancia del regulador se puede calcular a partir de la definición de ganancia como $K_p = \Delta P_c / \Delta P_T$, donde P_c es la presión de control y P_T la del transductor.

- 1) Calcule experimentalmente los valores de K_p para PB = 40, 20, 10 y 5%.

AYUDA:

Coloque la sensibilidad en su máximo valor (banda proporcional del transductor = 4%).

Con la bomba apagada ajuste el cero del transductor a $P_T = 4$ psi y mueva la referencia (valor fijado) hasta que la señal de control sea $P_c = 7.5$ psi. Auxíliase de la lata para obtener $\Delta P_c = 7.5$ psi y mida ΔP_T . Repita el proceso para los diferentes valores de PB.

- 2) Calcule teóricamente K_p para PB = 40, 20, 10 y 5% y obtenga el error respecto a la medición experimental.
- 3) ¿En dónde se realiza el proceso de comparación? Explique su mecanismo.

BLOQUE II

IIEAI Realimentación.

IIMS Control de velocidad de un motor.

IIPCM Sistema de primer orden.

IIPT Modelado y simulación del sistema PT.

PRACTICA # II EAI

REALIMENTACION

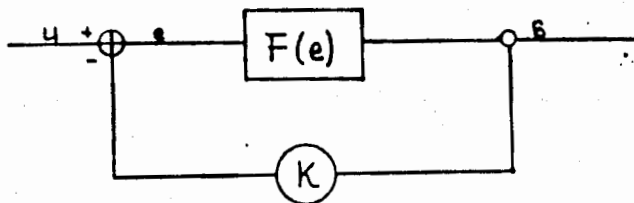
OBJETIVO. Observar dos de los efectos de la realimentación: a) Disminución de no-linealidades en la característica entrada-salida de la planta.

b) Posibilidad de disminuir los efectos de ruido de una planta.

En ambos casos el sistema realimentado pierde ganancia para ganar fidelidad en la salida con respecto a la señal de entrada.

OTRAS METAS DE APENDIZAJE. Uso del modo de operación repetitivo; sincronización de una onda periódica en el osciloscopio (barrido externo); uso de un generador de ruido.

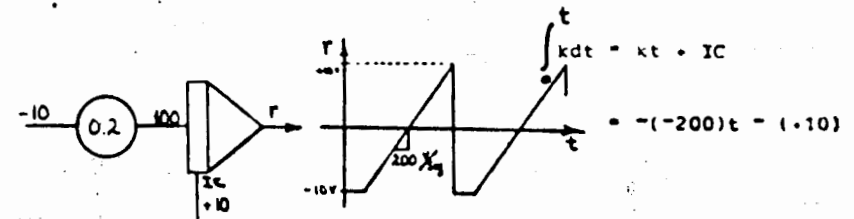
I. Disminución de no-linealidades. Se estudia un sistema del tipo:



Donde es posible variar K ; y $F(e)$ es una función no-lineal de "e".

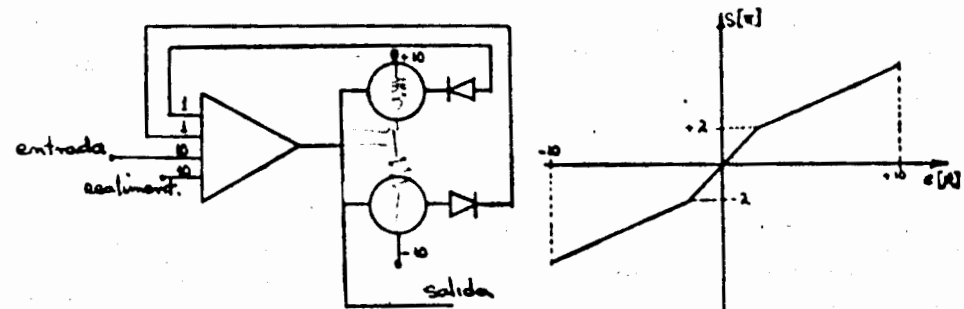
Alámbrase un integrador como generador de señales que produzca rampas en forma repetitiva. La forma de las

rampas y el circuito que las genera son:



Véalo en el osciloscopio. En operación repetitiva \square FP. Con el TIMER en 10 ms, ajustando el tiempo de operación (con la perilla \odot OP) para que lleque la rampa a +10v antes de volver a las condiciones iniciales (cuyo tiempo se debe reducir al mínimo con la perilla \odot IC).

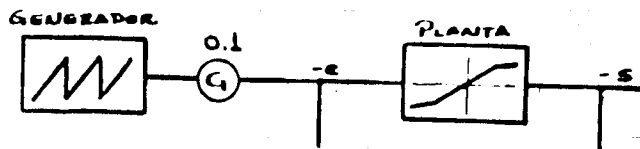
b) Ahora alambre la planta de característica no lineal, que será un sumador con diodos en la trayectoria de realimentación; la conducción de los diodos dependerá de la magnitud y signo de la salida del sumador.



Note el sentido de los diodos y las dos entradas a los potenciómetros no aterrizados.

Observe la salida en el osciloscopio usando

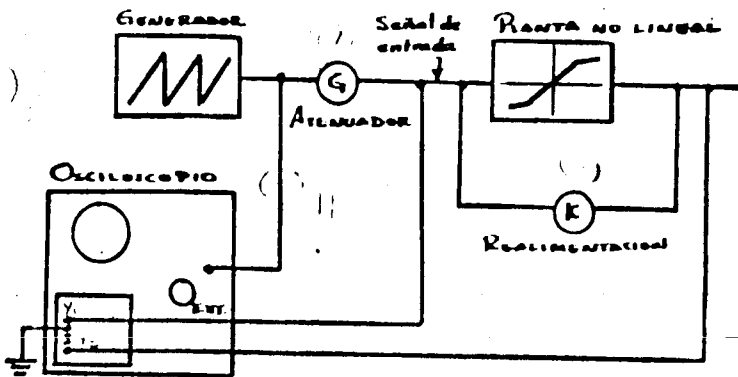
como entrada la rampa. Los pots se deben ajustar hasta obtener quiebres simétricos entre 2 y 3 volts. Use un potenciómetro entre la planta y la rampa con valor de 0.1. En forma de bloques sería:



Note el signo negativo de la salida debido a que el sumador invierte la señal de entrada.

c) Establezca un camino para la realimentación a través de un potenciómetro aterrizado.

Para sincronizar la salida del sistema con el osciloscopio y poder observar directamente la característica entrada-salida, se utiliza la señal diente de sierra sin atenuar (antes de G) como barrido horizontal.



Haremos las observaciones por pasos. Ajuste

$G = 0.1$ y $K = 0.0$.

En un canal del osciloscopio se observa la entrada y en el otro la salida. R1 ¿Cómo es la salida respecto a la entrada en magnitud? R2 ¿Y en forma? Asegúrese de tener las dos señales a la misma escala (en el osciloscopio) y además que la señal de salida esté en la entrada B del osciloscopio (para que las dos señales tengan el mismo sentido).

Observe lo que pasa al aumentar el valor de K. Con $K = 1.0$ R3 ¿Cómo es la salida con respecto a la entrada en magnitud R4 y forma? R5 ¿En cuánto estima la disminución de la ganancia?

Debido a que la ganancia se ha reducido, es necesario aumentar la amplitud de la señal de entrada para que la salida sea del rango deseado. Aumente G hasta que el sistema esté a punto de saturarse. ¿Aparecen de nuevo los quiebres en la señal de salida? R6. R7. Explique.

II. Disminución de ruido en una planta.

Ahora desalambré únicamente la planta no lineal, la cual será substituida por una planta con ruido. Una definición útil en éste experimento es la de la Relación Señal-Ruido que se puede definir:

$$RSR = \frac{\text{VALOR SEÑAL}}{\text{VALOR RUIDO}} \quad (\text{se tomarán los valores pico a pico})$$

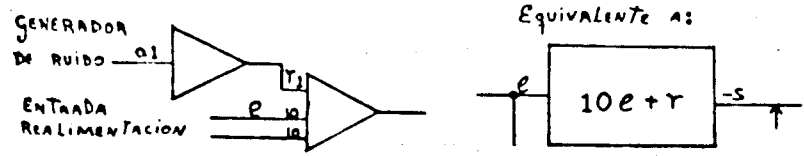
En nuestro experimento se logrará que la señal sea grande con respecto al ruido, o sea que la RSR sea lo mayor posible.

El ruido se toma de un generador a través de la

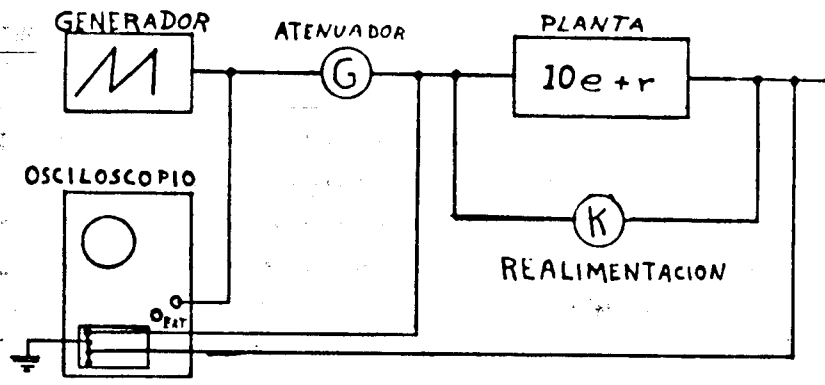
Handwritten notes:
 1 - 2 V_{0.2V}
 R2 = 0.11
 quiebres

línea coaxial de distribución. Conéctese ésta al osciloscopio. R8 ¿Qué observas? R9 ¿De qué magnitud?

Alambre la siguiente planta:



Con objeto de disminuir la señal de ruido, se usa un sumador con ganancia de 0.1; El esquema general será:



Ajuste $K = 0.0$ (realimentación nula). Varíe la amplitud de la señal de entrada (variando G). R10 ¿De cuánto es la máxima RSR sin riesgo de saturación? R11 ¿De cuánto es la mínima RSR?

Ahora realimentamos la planta al máximo con $K = 1.0$. R12 ¿Que le pasa a la ganancia? R13 ¿En cuánto varió la RSR?

Aumente la señal de entrada hasta el máximo valor posible sin saturación (aumentando G) R14 ¿Cual es el valor de la RSR? R15 ¿En cuanto estima la disminución de la ganancia? Mida lo necesario.

7.2 S

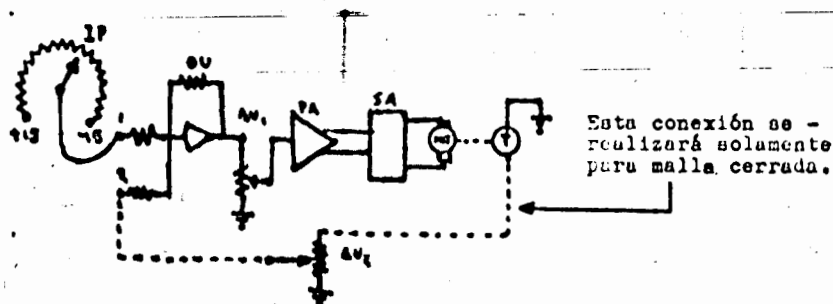
PRACTICA II MS

CONTROL DE VELOCIDAD DE UN MOTOR

- Objetivos. 1) Observar los efectos de la realimentación en un sistema de control electromecánico.
- 2) Interconectar las unidades para formar un control de velocidad.

Se trata de construir un sistema de control de velocidad, tal que una vez que se fija una velocidad, ésta se mantenga dentro de ciertos límites a pesar de que varíe la carga del motor. Se compara un control de malla abierta con uno realimentado.

Para realizar esta práctica es necesario haber respondido previamente las preguntas 1, 2, 3, 4 y 5 de la introducción teórica del aparato.



Efectúe las conexiones con el PS apagado. Asegúrese de que el amplificador operacional (OU) y el pre-amplificador (PA) tengan alimentación de + 15 volts y tierra "COM" que se pueden tomar del PS y SA. Observe que las resistencias del AU deben aterrizararse.

Encienda el aparato. Partiendo desde cero, aumente lentamente el valor de AV. Gire la perilla del potenciómetro de entrada IP y vea como para cada posición del motor gira a una velocidad constante diferente. Note que el motor tarda algunos segundos en alcanzar su velocidad final cada vez que se hace un cambio.

Observe que hay una zona muerta, es decir un rango para el ángulo de IP en el cual el motor está parado.

La zona muerta se debe a la fricción estática del rotor del motor, pues se opone a todo movimiento mientras que el par motor no logra romperla y poner en movimiento al rotor.

Se desea hacer la velocidad del motor proporcional

cional al desplazamiento angular de la perilla IP, a partir del ángulo marcado como cero. Si al poner IP en cero sigue girando el motor, puede deberse a que IP tiene la perilla corrida y/o a que los amplificadores del servosistema tienen un corrimiento del cero a sus salidas. (vea 3c de la introducción teórica).

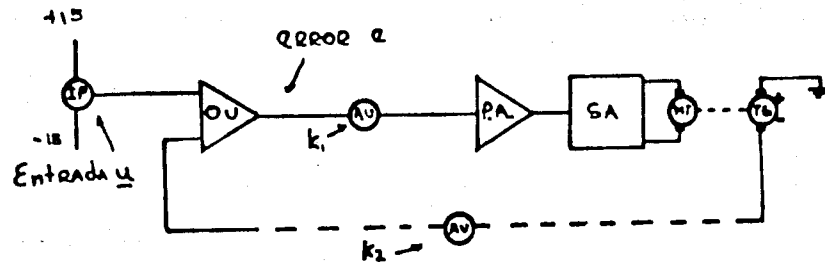
La forma de ajustar los ceros de los amplificadores, es comenzando por las etapas finales y terminar por las etapas de entrada. a) Desconéctese la entrada del pre-amplificador. Ajuste la perilla de cero del módulo PA para que el motor consuma el mínimo de corriente según el medidor sobre el módulo de fuente (PS). b) Conecte de nuevo la entrada del PA y ahora desconecte el (o las) entrada(s) del amplificador operacional OU. Para hacer con más precisión este ajuste, ponga el potenciómetro atenuador en 10 (para que no haya atenuación de la señal) y mueva el cero del OU hasta volver a ajustar el motor a cero velocidad y mínimo consumo. Devuelva el atenuador a su valor inicial y conecte de nuevo la entrada del OU.

Si después de ajustar los ceros no se detiene el motor al poner IP en cero, puede deberse a que la perilla está corrida. Esto se verifica fácilmente conectando un voltímetro a la salida del IP ajustado a cero grados. Si la perilla está corrida pida ayuda al instructor (Si está muy apretada la perilla, se puede romper el potenciómetro por dentro al tratar de ajustarla). Recuerde que es posible trabajar con la perilla corrida si se determina el ángulo que corresponde a cero volts.

IIa) Malla abierta. Los experimentos de la práctica IIMS consisten en medir la ganancia del servosistema y los efectos de una carga progresiva del sistema con malla abierta y con varios grados de realimentación.

Primero se ajustará la velocidad del motor sin carga. Después se determinará la ganancia (salida/entrada) sin carga. Por último se medirá la velocidad del motor disminuida al aplicar un freno magnético que produce una fuerza opositora proporcional a la velocidad del motor.

Como entrada se tomará el voltaje medido a la salida del potenciómetro IP. Como salida se tomará el voltaje que produce el tacogenerador TV, que es proporcional a la velocidad angular del motor.



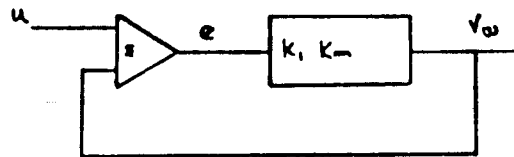
Ajuste IP para que la salida de TG (V_w) sea 8.0 ± 0.2 volts (positivos o negativos). El ángulo al que se ajusta IP por lo pronto no es importante. Interesa tener una velocidad inicial conocida, aunque sea en términos de volts.

Mueva la perilla del AU de malla directa de modo que obtenga una ganancia que denominaremos $K_1 = 8/10$ (por cada volt de entrada se tendrá 0.2 volt de salida).

Mida V_w al aplicar el freno en posición 2 (vea inciso 9 de la introducción teórica) y en posición 4. R_1 y R_2 .

Determine la ganancia V_w/u .

IIb) Malla cerrada. Retire el freno (posición cero) Ahora realimente el sistema conectando la salida del tacogenerador a la entrada OU, pasando por un atenuador AU ajustado inicialmente a 10. Entonces $K_2 = 1.00$ y la realimentación es unitaria.



$K_m =$ ganancia del motor

Si no se ha movido IP de la posición que se colocó anteriormente, la velocidad debe bajar al realimentarse el sistema. Si la velocidad, por lo contrario se incrementa, la polaridad de la realimentación es positiva, cuando lo que queremos es realimentación negativa. Para invertir la polaridad, inviértase la conexión de TG: El "COM" (tierra) y la salida se intercambian.

En estas condiciones ($K_1 = 0.8$ y $K_2 = 1.0$), se ajusta nuevamente IP para que $V_w = 8.0 \pm 0.2$ volts.

III. Mida la ganancia (V_w/u). ¿Que efecto tuvo la realimentación? Ahora mida la velocidad V_w al colocar el freno en posiciones 2 y 4. R_3 y R_4 .

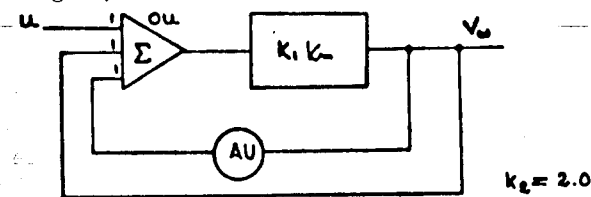
Para ver el efecto sobre el sistema de aumentar la ganancia de malla sin aumentar la realimentación, haga $K_1 = 1.0$ (posición 10). Ahora la ganancia de malla $K_2 K_1 K_m$ es diez veces mayor.

Con freno en cero, ajuste V_w a 8.0 volts. Mida la ganancia salida/entrada R_5 y el valor de V_w con freno en 2, R_6 y con freno en 4 R_7 .

Para observar el efecto de cambiar la realimentación, permaneciendo constante la ganancia de la trayectoria directa, repita las mediciones cuando $K_1 = 1.0$ y $K_2 = 0.5$ (posición 5 del AU correspondiente) Recuerde poner inicialmente el freno en cero. $V_w/u = R_8$, freno en 2, $V_w = R_9$; freno en 4, $V_w = R_{10}$.

Repita las mediciones cuando $K_1 = 1.0$ y $K_2 = 2.0$.

Para hacer $K_2 = 2.0$, utilice la posición 10 del AU y conecte otro alambre desde V_w hasta la entrada de OU, (ver figura)



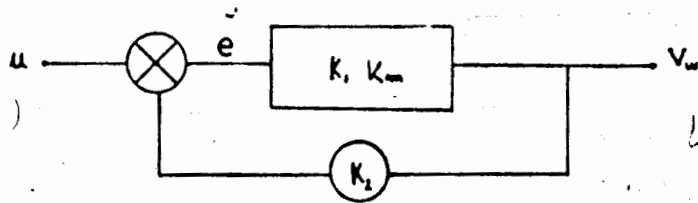
Ganancia = R_{12} ; freno en 2, $V_w = R_{13}$; freno en 4, $V_w = R_{14}$.

Las variaciones de la velocidad al cargar el motor con el freno magnético se pueden observar en una gráfica de voltaje de salida (V_w) contra posición del freno (θ_p). Obtenga las diferentes gráficas para los siguientes casos:

- | | | | |
|----|---------------|-------------|-----------------------|
| a) | malla abierta | $K_1 = 0.8$ | |
| b) | " | $K_1 = 1$ | |
| c) | " | cerrada | $K_1 = 0.8$ $K_2 = 1$ |
| d) | " | " | $K_1 = 1$ $K_2 = 2$ |

III. Análisis de resultados

El sistema se puede representar en forma simplificada como



Entonces la ganancia estática salida/entrada es:

$$\frac{V_w}{u} = \frac{K_1 K_m}{1 + K_2 K_1 K_m}$$

R15 ¿Qué factor afecta más la ganancia V_w/u suponiendo $K_2 K_1 K_m \gg 1$.

R16 ¿Qué factor determina que la velocidad angular sea inmune a las variaciones de carga? (Considere K_1, K_2 ; V_w/u ó $K_1 K_2 K_m$)

Si se nos pide ganancia $V_w/u \approx 0.8$, máxima inmutabilidad posible a variaciones de carga, pero restricción en la ganancia de malla tal que $K_1 K_2 \leq 0.675$, R17 ¿Cuánto debe valer K_1 ? R18 ¿y K_2 ?

R19 ¿De qué factor ó factores depende que zona muerta sea pequeña? (Considere $K_1, K_2, W/u$ y K_m mínimamente).

PRACTICA N.º II FCM

SISTEMA DE PRIMER ORDEN

NOTA: El reporte de la práctica debe de acompañarse de las gráficas obtenidas en clase, debidamente identificadas. Para poder desarrollar la práctica deben de entregarse al iniciarse la sesión las respuestas a las 5 primeras preguntas de la introducción teórica.

EXPERIMENTAR :

- El efecto de la ganancia sobre la constante de tiempo para un sistema de primer orden.
- Determinar el valor de la ganancia por el que se presenta el fenómeno de saturación.

DESARROLLO

Como se vio en la introducción teórica la función de transferencia para el sistema de primer orden viene dada por:

$$\frac{\phi_o}{\phi_i} = \frac{1}{1 + \tau s}$$

Por lo que una vez determinada τ se halla completamente definido el sistema.

Preg. 1. ¿Cómo determinaría usted experimentalmente τ (Utilice una señal escalón de entrada) Recuerde que τ es una constante de tiempo que viene dada en segundos, por lo que es necesario medir la velocidad del papel.

Preg. 2

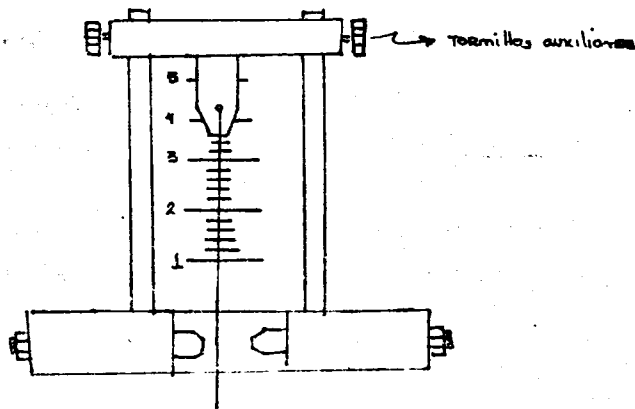
Hágalo para una posición de 1.4 en la escala del controlador.

Esta se mide tomando como referencia la parte inferior de la base de la lengüeta

Asegúrese que se halle ajustado el cero (vea int. técnica) y en caso contrario solicite la ayuda de su instructor. Aplique manualmente la señal de entrada.

Preg. 3. Si se desea obtener un valor de ξ de 0.3 seg, que posición en la escala fijará. (Hágalo mediante prueba y error)

Preg. 4. Aumente la ganancia hasta el máximo valor (posición 5). Auxíliase de los tornillos para sostenerlo en esa posición. Aplique el escalón de entrada. Explique qué sucede.



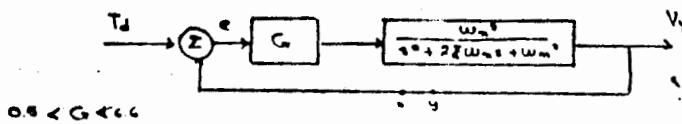
Modelado del Sistema.

OBJETIVOS :

- Que el alumno emplee las técnicas de modelado para un sistema físico.
- Que contraste el modelo obtenido con la realidad y determine los rangos de validez del mismo.

TEORIA

El entrenador de procesos PT 326, puede aproximarse como un sistema de segunda orden con un controlador proporcional de ganancia variable.



R1 Obtenga la función de Transferencia $\frac{V_y}{T_d}$ para malla cerrada.

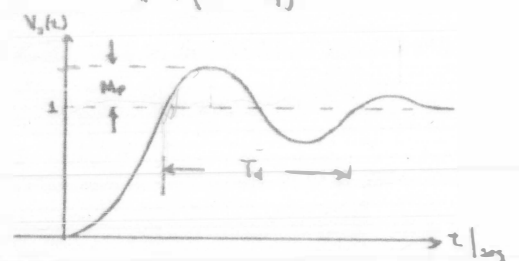
R2 Exprese la en la forma $\frac{V_y}{T_d} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

R3 Encuentre las relaciones de K, ω_n y ζ con G_c, ω_n y ζ .

R3 ¿ Qué representa K en la función de transferencia ?

La determinación de ω_{n1} y ξ_1 para el sistema de mallo cerrada se puede efectuar a partir de la respuesta a escalón, sabiendo que :

$$\xi_1 = \frac{L_m M_p \sqrt{\pi^2 + (L - M_p)^2}}{\pi^2 + (L - M_p)^2} \quad \text{y} \quad \omega_d = \omega_{n1} \sqrt{1 - \xi_1^2}$$



PROCEDIMIENTO

Ajuste $G = 2.5$ y la ganancia en 40° . Aplique en la terminal EXT un escalón que nos resulte en un $AI_s = 10^\circ$ ponga como $T_{30} = 35^\circ$ y mediante el tornillo de balance haga que este valor de salida coincida con el de salida antes de aplicar el escalón. Grafique la curva de salida y efectúe las mediciones pertinentes.

R4 $\xi_1 =$ $\omega_{n1} =$ $K =$ ¿ Cómo puedes determinar experimentalmente K ?

R5 $\xi =$ $\omega_n =$

R6 Obtenga el patrón de polos y ceros para ese valor de $G = 2.5$

R7 Cambie la ganancia a $G = 1$ y repita el procedimiento para determinar ξ_1 y ω_{n1} . Coloque las nuevas raíces en el patrón de polos y ceros anterior. El resultado es el esperado ?

Recuerda el concepto de lugar de las raíces. ¿ Qué sucedió ?

Un procedimiento alternativo para modelar un sistema es a partir de la misma respuesta a escalón, pero en mallo abierta. [APENDICE B. Modelos matemáticos de procesos]

R8 Aplicando el método de Smith enunciado en el apéndice B, obtén los valores de ξ y ω_n $\omega_n =$ $\xi =$

R9 Repite los puntos R6 y R7 para este nuevo procedimiento.

R10 ¿ Qué modelo resultó más acertado para la ganancia fijada ($G = 2.5$)

R11 ¿ Qué modelo resultó más acertado al modificar la ganancia.

R12 Explica lo sucedido en base al concepto de punto de equilibrio.

R13 Anexa las gráficas obtenidas.

Esta práctica te es de gran utilidad para desarrollar tu trabajo final, hazla con determinimiento y razona cada uno de los puntos que toca.

B L O Q U E I I I

III MS	CONTROL DE POSICION
III CA	ACCIONES DE CONTROL
III PCM	LUGAR DE LAS RAICES DE UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN.
III PT	CONTROL POSICAST
IIIEAI-PT	MODELADO Y SIMULACION ANALOGICA DEL PT-326.
IIIEAI-MS	MODELADO Y SIMULACION ANALOGICA DEL MS-150.
IIIEAI-PCM	MODELADO Y SIMULACION ANALOGICA DEL PCM-140.
III-CSMP	REDUCCION DE LAS PERTURBACIONES EXTERNAS MEDIANTE LA REALIMENTACION.

PRACTICA III MS

CONTROL DE POSICION.

Objetivos:

- 1) Alambrear un sistema que controle una posición angular.
- 2) Modelar en forma de reogramas el sistema y a partir de él determinar su función de transferencia.

I.- Servo de Posición: Real e Ideal.- Un control de posición puede tomar diversas formas dependiendo de aquello cuya posición se va a controlar. Por ejemplo, la posición vertical de una horquilla de montacargas, la posición de un buril de un torno de control numérico, la posición (angular) de una antena parabólica para enlace telefónico vía satélite, la posición de un elevador antes de abrirse la puerta, cuya posición también ha de controlarse. En esta práctica se estudiará un control de posición angular.

Las experiencias que se logran son directamente trasladables prácticamente a todos los controles de posición. Todos ellos tienen señal de error, ganancia de malla, fricción, inercia, límites a la velocidad, etc.

Nuestro problema central es hacer que una perilla "de salida" gire por acción del sistema de control hasta una posición idéntica a la de otra perilla "de entrada" que nosotros giramos con los dedos.



ENTRADA



SALIDA

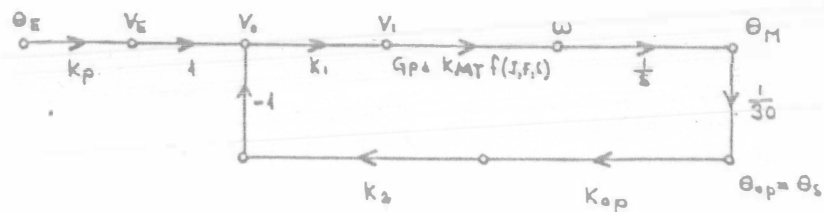
¿Cómo nos gustaría que respondiera la perilla de salida?
¿Cuáles son las características del servo ideal?

La respuesta no es única. Podríamos pedir que la posición de la salida fuera idéntica a la de entrada en todo tiempo. Que el sistema respondiera instantáneamente y con precisión absoluta. Pero esto no es siempre deseado.

ble. (Además, nunca es posible). No queremos que la puerta de un elevador se cierre demasiado rápido, pues no daría tiempo a la gente de quitarse de su camino. Si la respuesta no es instantánea, habrá que especificar el tipo de movimiento que es conveniente entre dos posiciones.

El medio que utilizaremos para mover la perilla de salida es un motor de corriente directa controlado por armadura. La velocidad de este motor es aproximadamente proporcional al voltaje aplicado. El voltaje que se aplica al motor es proporcional a la diferencia de posición entre entrada y salida. Si la diferencia es grande, el motor responderá rápidamente con un movimiento que tiende a anular dicha diferencia de posición. Si la diferencia es cero, el voltaje es cero, sin embargo el motor puede seguirse moviendo por razón de su inercia. En este caso el control podría incluso ser inestable.

El control de posición se puede representar en forma de reograma de la siguiente manera:



Se efectuaron las siguientes asignaciones:

$K_P = K_{IP} = K_{OP}$ = ganancia de los potenciómetros de entrada y salida.

K_1 = ganancia del atenuador de malla directa.

K_2 = ganancia del atenuador de malla de realimentación.

G_{PA} = ganancia del preamplificador.

$f(J, F, S)$ = función de la inercia J , la fricción F y la variable S que representa la dinámica del motor.

K_{MT} = ganancia del motor

R1.- Obtenga la función de transferencia θ_o/θ_e considerando $f(J, F, S) = \frac{1}{1+5ms}$

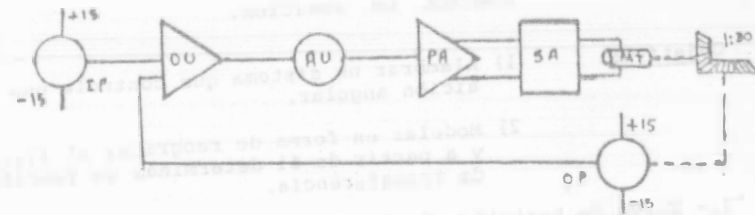
R2.- Determine:

- Ganancia de trayectoria directa.
- Ganancia de realimentación.
- Ganancia de malla.
- Señal de error.



II CONTROL BASE

Alambre el siguiente sistema.



No olvide conectar la realimentación. Ajuste el cero del - PA y OU como se hizo con anterioridad. Tenga cuidado al manejar los acoplamientos que se utilizan para unir el potenciómetro OP con la flecha lenta (a través de la reducción de engranes) del motor. Alínea las flechas lo mejor posible. Ajuste la ganancia de los atenuadores.

$$K_1 = 0.2 \text{ y } K_2 = 1$$

Si el servomecanismo se desboca, apáguelo nuevamente. Puede estar equivocada la polaridad del potenciómetro de salida. Corríjala invirtiendo las conexiones de ± 15 volts sobre el OP.

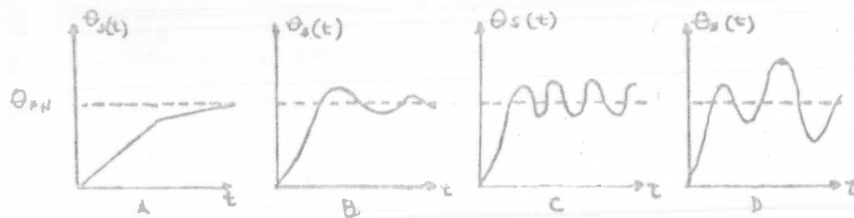
Cada vez que se pida un giro del potenciómetro de entrada IP, se implica un giro brusco con los dedos de 0° a 45° - aproximadamente. (\odot de 45° a 0°).

Gire IP. El potenciómetro de salida OP debe girar y finalmente ocupar una posición parecida a la de IP. Si OP gira en sentido contrario a IP, cambiar las conexiones de ± 15 volts de IP.

Primero se observarán las respuestas del sistema al variar la ganancia de la trayectoria directa dada por el atenuador AU.

Auxiliarse de un osciloscopio para determinar sus respuestas.

En forma aproximada, las repuestas del servomecanismo tendrán alguna de las siguientes formas:



Diga qué forma tiene la respuesta, identificándola con la letra A, B, C ó D, para los siguientes valores de AU: ($K_2=1$)

Valor K_1	posición de AU	respuesta No.
0.05	0.5	R3
0.1	1.0	R4
0.2	2.0	R5
0.4	4.0	R6
1.0	10.0	R7

Note que para pequeños valores de AU es posible girar IP sin que responda OP. (Verifíquelo con AU = 1, es decir $K_1 = 0.1$) Esto se debe a que los contactos del motor introducen fricción estática en el rotor. El resultado es una "zona muerta". Cuando el voltaje aplicado al motor es

pequeño, el rotor no tiene el par suficiente para despegarse, no gira y no hay respuesta. El efecto de la zona muerta es hacer poco preciso al servo de posición.

Mida la zona muerta en forma aproximada para $K_1 = 0.05$, moviendo despacio IP hasta que OP comience a responder. R8 (En grados).

Ahora se observará el efecto de variar la ganancia de realimentación. Ajuste $K_1=0.20$ y agregue otra conexión de realimentación entre CP y OU; así la ganancia de realimentación $K_2=2.0$.

Compare las respuestas de $K_1=0.2$, $K_2=1.0$ con la de $K_1=0.2$, $K_2=2.0$.

R10 ¿Cuál es más rápida? (frecuencia)

R11 ¿Cuál se amortigua más rápido?

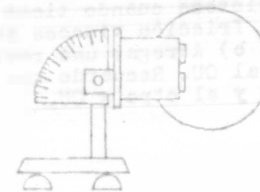
R12 ¿Cuál es más precisa en su condición estática?

Conteste: Primera o segunda.

Observe la ganancia Θ_s/Θ_e para las respuestas con realimentación $K_2=1$ y $K_2=2$.

R13 ¿Cuál tiene mayor ganancia de entrada-salida?

Observe el efecto de aumentar la carga de tipo fricción viscosa. Con $K_1=0.2$ y 0.6 pruebe a meter el freno totalmente.

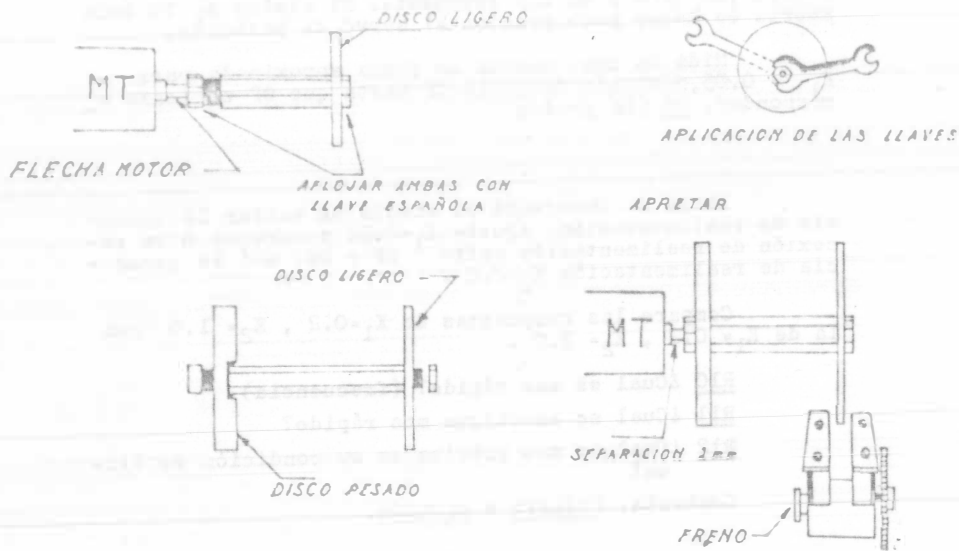


¿Qué efectos tiene el freno sobre las respuestas? R14.

Observe el efecto de aumentar la inercia J. Para esta prueba, ajuste de nuevo $K_1=0.2$, $K_2=1.0$, freno en 4.0.

Utilizando las llaves españolas afloje el disco de inercia ligero y deslice el ensamble fuera de la fle-

cha del motor. Inserte el disco de inercia pesado en el otro extremo del ensamble, sin apretar ninguna tuerca. Deslice el ensamble de nuevo sobre la flecha y apriete suavemente ambas tuercas.

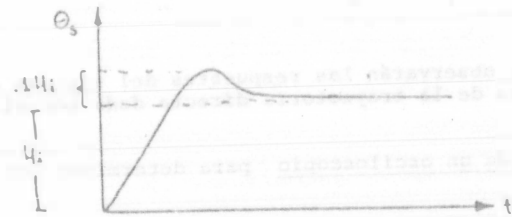


Observe la forma de las respuestas a giros bruscos para $K_1 = 0.1, 0.2, 0.4$.

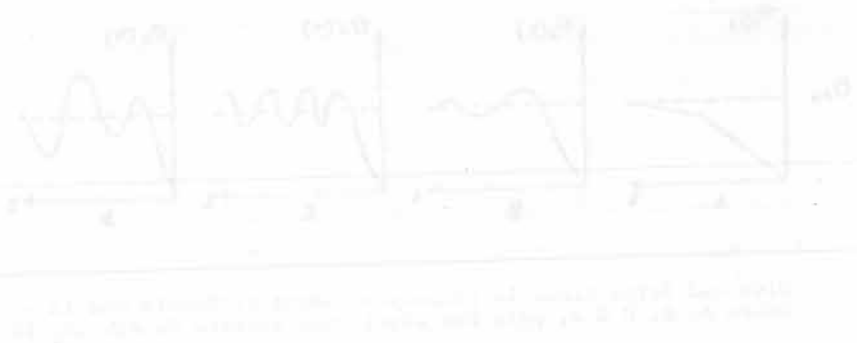
R15 ¿ Cual es el efecto de aumentar J?

- Hay dos formas sencillas de compensar el sistema cuando tiene exceso de inercia:
- Aumentar la fricción viscosa para que el sistema sea mas lento.
 - Agregar una realimentación del tacogenerador TG al OU. Recuerde que un lado de TG se conecta a CCM y el otro a CU.

III. Diseño . Deseamos obtener un control de posición cuya respuesta a escalón sea de la forma:



¿Que valores de AU y θ_0 (posición del freno) emplea? R16.



ACCIONES DE CONTROL.

CAL100
PRACTICA III CA

OBJETIVOS:

- a) Observar el desempeño del sistema para las diferentes acciones de control.
- b) Ver el efecto de la ganancia de malla directa para un control proporcional.

T E O R I A

En los sistemas de control de malla cerrada un controlador procesa la señal de error para generar una acción controladora que tienda a reducir el error. Los controladores se clasifican de acuerdo a la manera en que procesan la señal de error.

La FIGURA 1, muestra el diagrama de bloque de un controlador junto con un elemento de medición.



FIGURA 1.

Algunas de las formas más comunes de procesar la señal -- son:

1.- Controladores ON-OFF.

La señal de control toma cualquiera de entre 2 valores distintos según la magnitud del error.

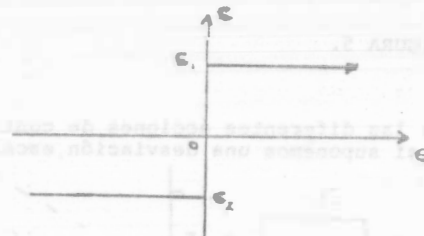


FIGURA 2.

2.- Controladores proporcionales.

Obsérvese que estos presentan un error de estado estable; ya que si $e = 0$ c será también igual a 0.

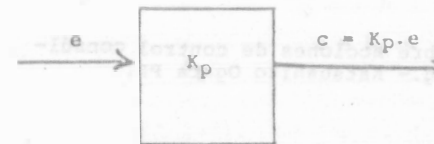


FIGURA 3.

3.- Controladores proporcional más integral.

Hace que la señal de control varíe 2 veces más rápido si el error se duplica, y además le suma a la integral del error un valor proporcional a él.

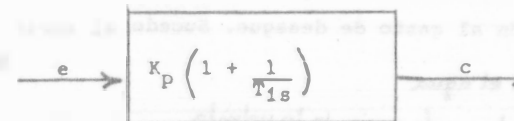


FIGURA 4.

4.- Controladores proporcional + integral + derivativo.

El factor derivativo de gran utilidad en los períodos transitorios, se suma con las características de un control proporcional + integral.

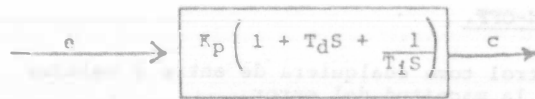


FIGURA 5.

El funcionamiento de las diferentes acciones de control se puede visualizar si suponemos una desviación escalón:

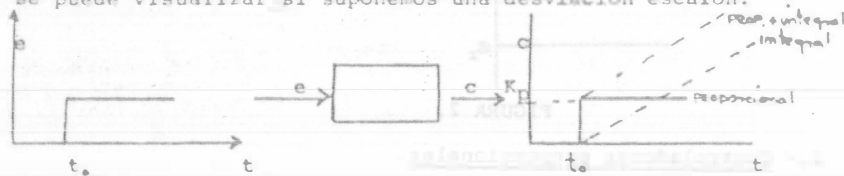
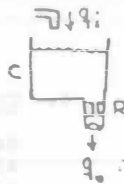


FIGURA 6.

Para más información sobre acciones de control consúltese: Modern Control Eng.- Katsushiko Ogata PP.

1.- CONTROL PROPORCIONAL

La FIGURA 7 muestra la estructura del diagrama de bloques del sistema con control proporcional: 1) Obtenga el modelado de la planta (tanque-válvula de desague); - y coloque en cada bloque la función de transferencia correspondiente. Considerando:

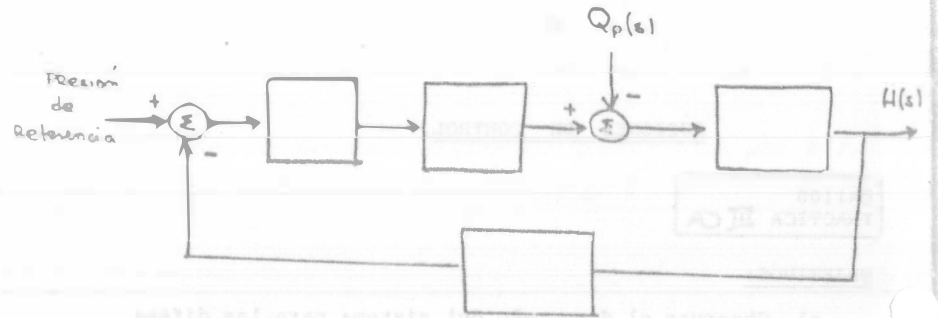


- K_p = Función de transferencia del controlador.
- K_T = Función de transferencia del transductor.

Q_p = Perturbación al gasto de desague. Sucede al abrir la válvula

$P_g = \gamma = 1$ para el agua

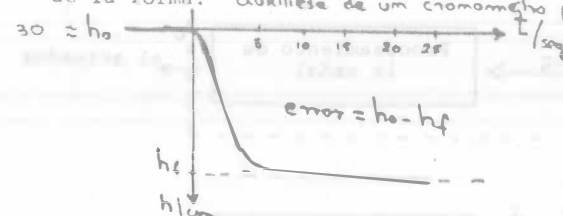
K_v = función de transferencia de la válvula



NOTA: Obsérvese que la perturbación Q_p se considera independiente del nivel h .

- 2) Obtenga la función de transferencia $\frac{H(s)}{P(s)}$ y a partir de ella calcule el error de estado estable. Auxíliase del teorema del valor final.
- 3) Determine experimentalmente el error de estado estable para PB = 40, 20, 10 y 5%. Para ello ajuste la zona de transmisión del transductor a 20% y el ajuste de cero a 3 pal.

La respuesta a perturbación escalón del sistema es de la forma: Auxíliase de un cronómetro para obtener las q_i



Dependiendo esta de las características del sistema.

Fije $h_0 \approx 30$ cm, introduzca la perturbación y una vez asentado el transitorio determine el error.

4) ¿Qué efecto tiene la ganancia sobre el error de estado estable?

¿Qué efecto sobre el tiempo de asentamiento?

¿Si aumentásemos la ganancia indefinidamente que sucedería?

5) ¿Qué medida tomaría usted para reducir el error -- de estado estable?

¿Qué medida para anularlo? (considere la posibilidad de modificar el controlador)



LUGAR DE LAS RAICES DE UN SISTEMA DE 2o. ORDEN

PRACTICA III PCM140

Objetivos:

- Que el alumno obtenga a partir de datos experimentales el lugar geométrico de las raíces del Sistema Neumático de control de posición.
- Que a partir de la respuesta a escalón determine los -- parámetros del sistema.

NOTA: El reporte de la práctica debe de acompañarse de -- las gráficas obtenidas en clase debidamente identificadas, así como la respuesta a las últimas preguntas de la introducción teórica.

Procedimiento:

La técnica del lugar de las raíces requiere expresar la -- función de transferencia en la forma $\frac{K_1 q(s)}{P(s) + K_1 q(s)}$

R1.- Expresar la función obtenida en la pregunta 8 de -- la introducción teórica en esta forma, denotando $K_1 = K/2G$.

R2.- Obtenga el lugar geométrico de las raíces de la -- ecuación característica, definiendo las acotaciones (en función de ζ_0) para $K_1 = 0$ y el punto de ruptura.

R3.- Para qué ganancia se presenta el punto de ruptura.

Para modelar el sistema de la Figura I, es necesario obtener los valores numéricos de K_1 y ζ_0 ; los cuales pueden determinarse a partir de los parámetros ω_n y ζ de -- la forma normalizada de la ecuación de segundo orden:

(vea pregunta 3) de la introducción teórica).

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

R4.- Resuelva la ecuación normalizada y determine sus -- raíces para una determinada ganancia, anótelos en -- la Figura II.

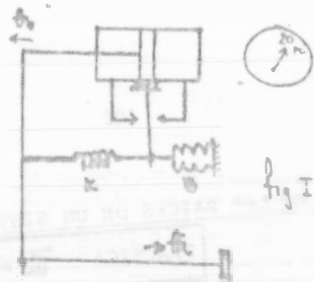


FIGURA I.

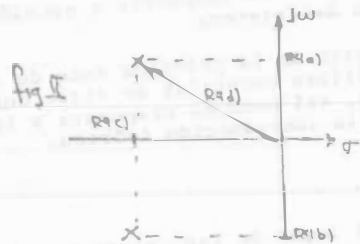


FIGURA II.

La respuesta a escalón del sistema se halla definida por:

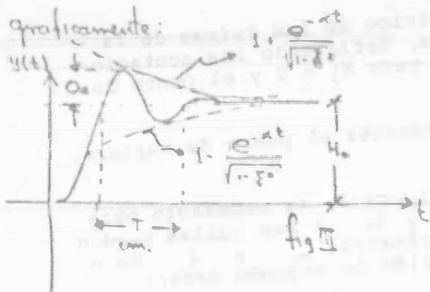


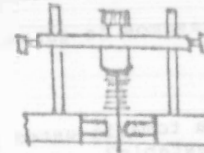
FIGURA III

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-at}}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin(\omega_0 t + \phi)$$

Donde $a \triangleq$ amortiguamiento real $= \xi \omega_n$
 $\xi \triangleq$ amortiguamiento relativo
 $\omega_0 \triangleq$ frecuencia real $= \omega_n \sqrt{1-\xi^2}$

Obsérvese que $y(t)$ está compuesto de un producto de una exponencial-decreciente y un seno con frecuencia real ω_0 . ω_0 puede determinarse a partir de la medición del período T . (Para medir el período real, es necesario dividir T entre la velocidad del papel $v = 2.66$ cm/seg.).

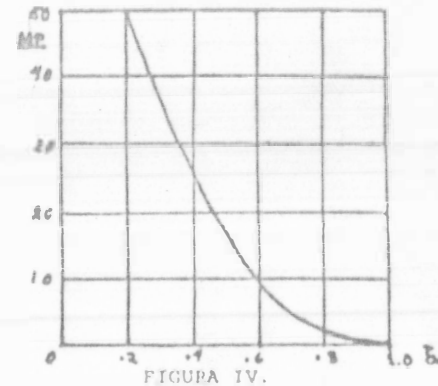
R5.- Aplique manualmente un escalón al sistema y determine ω_0 para mínima ganancia.



El sobrepaso máximo M_p , se define como $M_p = \frac{O_s}{H_0}$ (vea Figura III) y depende del amortiguamiento relativo ξ por la siguiente relación:

$$M_p = e^{-\xi / \sqrt{1-\xi^2}}$$

que gráficamente se puede representar con la siguiente Figura IV.



R6.- De la gráfica de respuesta a escalón mida M_p y determine el valor de ξ

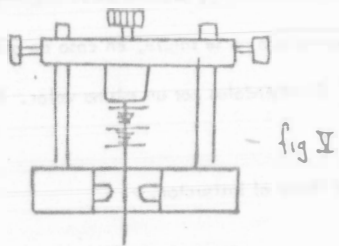
R7.- A partir de ω_0 y ξ calcule ω_n , K_1 y ζ_0 (Cuenta con 2 ecuaciones simultáneas con 2 incógnitas).

R8.- Sustituya estos valores numéricos en el lugar de las raíces dibujado en R2.

R9.- Repita el procedimiento para la chapaleta en la siguiente posición (Fig V)

Determine ω_n , ξ , K_1 y ζ_0

Repita en la misma gráfica, R8 para estos nuevos valores.



R10.- Compare los valores de K_1 obtenidos. ¿Porque se hallan dispuestas las raíces de esa manera?

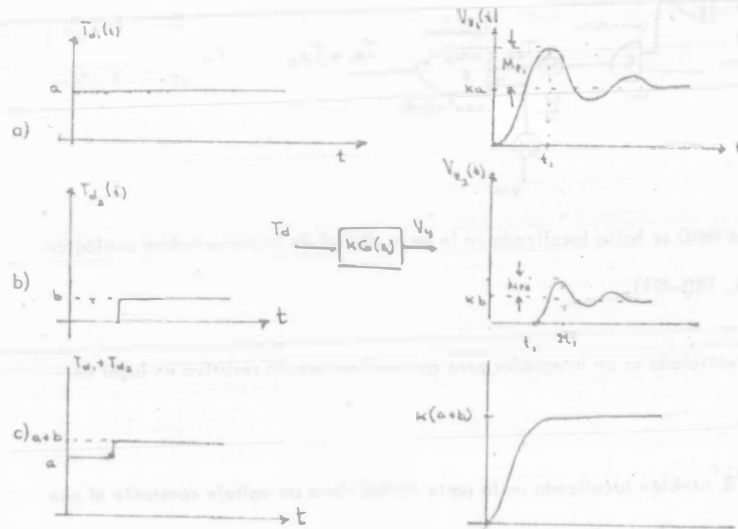
III PT

CONTROL POSICAS T

Una técnica de control empleada para mejorar la operación de algunos sistemas, es la denominada control Posicast (OGATA : Modern Control Engineering Pg. 282).

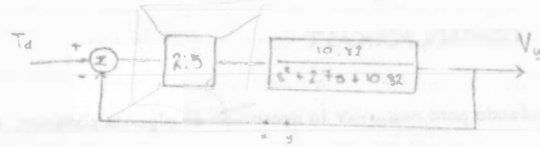
Esta consiste en aplicar el principio de superposición a un sistema lineal de manera que a partir de la cancelación de algunos transitorios, se obtenga una respuesta sin oscilaciones.

Es decir ; si a un sistema subamortiguado se le aplican las siguientes señales de entrada, se puede lograr una respuesta como la de la Fig. c).



El objetivo de la práctica es aplicar esta técnica de control al PT 326, observar la forma de onda y determinar los valores de a, b y t_0 .

El RT 326 se puede modelar mediante un sistema de segundo orden de la siguiente manera; (para PB = 40%, G = 2,5).



$$\ddot{y} + 2.7\dot{y} + 10.92y = 10.72x$$

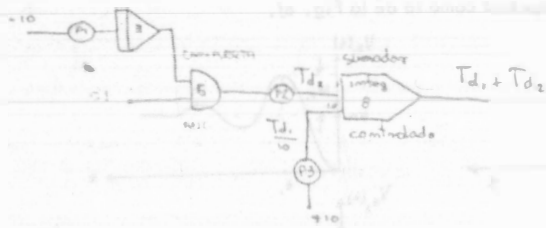
R1 Obtenga los valores de a, b y t_p si se desea un h = 7.45 (Emplee las fórmulas de sobrepaso máximo y tiempo de pico para un sistema de 2o. orden).

$$h = a + b$$

$$b = aM_p$$

Para generar la señal compuesta $Td_1 + Td_2$ siga las siguientes instrucciones.

1.- Efectúe el siguiente alambrado en la computadora analógica.



$a = 7.45$
 $b = (7.45 - 0)M_p$
 $b = 0.4$
 $b = 2.7 \times 0.4 = 1.08$
 $a = 2.15$

La compuerta AND se halla localizada en la parte digital de la computadora analógica (panel verde, 180-421).

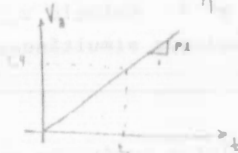
El sumador controlado es un integrador pero con realimentación resistiva en lugar de capacitiva.

La terminal S1 también localizada en la parte digital tiene un voltaje constante al que designaremos V_L (1 lógico) y el cual se acciona con el switch S1.

2.- Mida el valor del voltaje $V_L \approx 3.72$, conectando la terminal S1 al DPM y poniendo

el switch en la posición 1.

3.- El integrador 3 nos genera una rampa cuya pendiente debe ajustarse de manera que la computadora AND cambie su estado en el tiempo t_1 calculado previamente; de modo que ajuste el potenciómetro a: $P1 = \frac{1.4}{t_1}$ (1.4 V es el voltaje que hace conmutar la compuerta)



Los otros potenciómetros deben ajustarse a:

$$P2 = \frac{b}{V_L} \approx \frac{b}{3.72}$$

$$P3 = \frac{a}{10}$$

4.- Accione la computadora al modo OP y observe en el osciloscopio la señal $Td_1 + Td_2$. Asegúrese que el sumador controlado no se ture, en caso de que ésta suceda disminuya los valores de Td_1 y Td_2 dividiéndolos por un mismo valor. (Por ejemplo $\frac{Td_1}{2}$ y $\frac{Td_2}{2}$)

Si no logra observar la señal llame al instructor.

R2 Grafique la respuesta del sistema a la entrada Td_1 únicamente, para hacer esto, retire Td_2 del sumador controlado.

R3 En la misma hoja, hágalo para Td_2 (ahora retire Td_1)

R4 ¿ Qué observó? comente. Anote los valores de P1, P2 y P3.

R6 Accionando P1, P2 y P3 trate de lograr una respuesta como la de la fig. c). Explique lo que ha hecho en base a los nuevos valores de los potenciómetros.

R7 ¿ Se logra la respuesta ideal? ¿ Por qué?

PRACTICA III EAI-PT

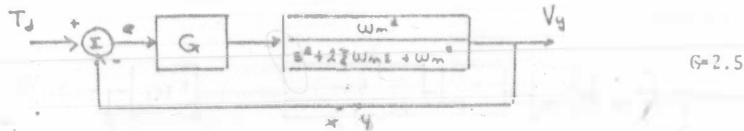
Modelado y Simulación Analógica del PT 326

Objetivos:

- * Dado un sistema físico y un modelo en variables de estado, simular su comportamiento y ajustar los parámetros del modelo hasta lograr que las respuestas de ambos sistemas sean lo más parecidas posible.
- * Utilizar el modelo para estudiar el comportamiento del sistema bajo condiciones iniciales no nulas.

Desarrollo:

En la práctica PT obtuviste los valores de ξ y ω_n que se utilizan para modelar el comportamiento del PT 326 de la siguiente manera



R1 Expresa el modelo en variables de estado, sustituye los valores numéricos calculados en:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} V_y(t) \\ V_y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ V_y(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \\ / \end{bmatrix} T_d$$

R2 Dibuja el diagrama de simulación analógica (consulta el apéndice de programación analógica pg 121)

R3 Determina a partir de la función de transferencia los máximos de la ecuación y procede a escalarla en amplitud. Dibuja el nuevo diagrama escalado. Considera $V_y [MAX] = 10$

Si realimentas un integrador con una resistencia en lugar de un capacitor, puedes controlar su operación con las teclas de IC y OP. Emplea este método para aplicar un escalón de 3.5V ($\approx 10^\circ C$) simultáneamente al sistema real y al simulado. Asegurate de tener 3.5V cuando ya está conectado el voltaje a ambos sistemas, recuerda el efecto de carga que te reduce el voltaje.

R4 Gráfica en la misma hoja la respuesta a escalón del sistema físico y del simulado. No olvides hacer coincidir las temperaturas a $35^\circ C$ en el sistema físico antes de aplicar el escalón.

R5 ¿En qué difieren más las respuestas? (considera sobrepaso, histéresis, frecuencia de oscilación, amortiguamiento, retraso de tiempo).

R6 ¿Cómo es la respuesta de subida respecto a la de bajada en el sistema real? Explica tu respuesta.

R7 Varía ξ hasta lograr que las curvas sean lo más parecidas posibles

Para este nuevo ajuste $\xi = \underline{\hspace{2cm}}$

EVOLUCION DEL ESTADO

Operando con el sistema simulado, se desea investigar la evolución del estado. Para esto investigamos el valor de $\underline{x}(-)$ y lo aplicamos como condiciones iniciales, posteriormente se busca una señal que haga $\underline{x}(t) = 0$

R8 Mida los valores de $V_y(-)$ y $\dot{V}_y(-)$ para $T_d = 3.5V$

Aplique esos valores como condiciones iniciales

59. Variando el valor de la señal de entrada, determine a qué

señal $X(s)$ se debe a la salida $Y(s)$ en un sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 1. El sistema de control en lazo abierto se muestra en el diagrama de bloques de la figura 2.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 3.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 4.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 5.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 6.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 7.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 8.

El sistema de control en lazo cerrado con retroalimentación negativa se muestra en el diagrama de bloques de la figura 9.

III EAI-MS Modelado y Simulación Analógica del MS-150

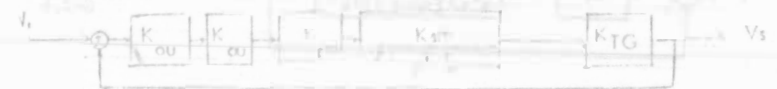
Objetivos :

- Dado un sistema físico, determinar experimentalmente un modelo matemático.
- Simular ese modelo en computadora analógica y ajustar sus parámetros mediante un procedimiento de prueba y error hasta lograr que sus curvas de respuesta sean lo más parecidas posible.

Desarrollo :

(A) Control de velocidad

El modelo en diagrama de bloques de el MS operando como un control de velocidad es el siguiente :



Donde : K_{ou} , K_{au} , K_{pa} , K_{sm} y K_{tg} , representan las ganancias del ou , au , pa , sm y tg respectivamente.

τ_{sm} es la constante de tiempo del motor.

En la práctica obtuviste los valores de las K mediante un análisis de estado estable ; ahora procederemos a efectuar un análisis dinámico para determinar el valor de τ_{sm}

R1. Obtén la función de transferencia de malla abierta $\frac{Vs}{Vi}$

Considera $K_t = K_{ou} \times K_{au} \times K_{pa} \times K_{sm} \times K_{tg}$

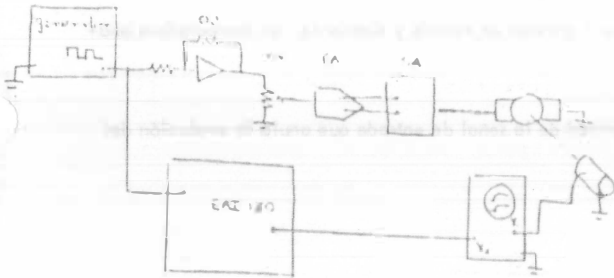
R2. De qué orden es el sistema ? Cómo puedes determinar τ_{sm} ?

R3. Aplica un tren de pulsos de 3, 4 y 5V a 0.05 Hz a la entrada del SA, gráfico --

las curvas de respuesta y determina los diferentes valores de τ_{sm} para cada uno de ellos. Emplea una señal triangular de 0.05 Hz como barrido.

R4 Calcula τ_{sm} como un promedio aritmético de los valores obtenidos en R3.

Alámbralo el control de velocidad para malla abierta con $K_{av} = 0.2$



R5 Dibuja el diagrama de simulación analógica de la función de transferencia $\frac{V_s}{V_i}$ y alámbralo en la computadora.

Aplica un tren de pulsos de 0.65 V y $f = 0.05$ Hz simultáneamente al MS y al sistema simulado.

R6 Grafica ambas respuestas en la misma hoja

R7 Calcula la función de transferencia $\frac{V_s}{V_i}$ para malla cerrada.

R8 Dibuja el nuevo diagrama analógico y alámbralo en la computadora para $K_{av}=0.2$

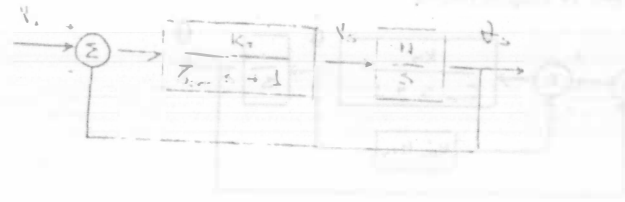
R9 Aplica la misma señal simultáneamente al sistema físico y al simulado pero ahora para malla cerrada. Ahora emplea un escalón de entrada de 4 V. Observa ambas respuestas en el osciloscopio. ¿Qué sucedió con la constante tiempo? ¿Qué pasó con la ganancia? Explica tus respuestas.

B Control de Posición

Para lograr el control de posición en el MS150 se acopla al eje del motor un tren de engranes con una razón N, al cual se le acopla a su vez un potenciómetro que opera co-

mo transductor de posición. Este potenciómetro representa una inercia y una fricción viscosa, los cuales se proyectan afectadas por un factor N^2 a la inercia y la fricción del motor, variando considerablemente el valor de τ_{sm} .

El diagrama de bloques del control de posición es el siguiente :



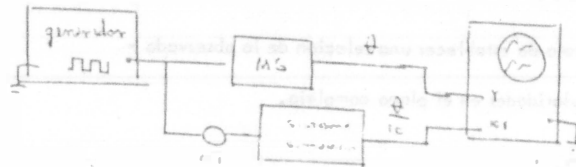
R10 Obtén la función de transferencia $\frac{\theta_s}{V_i}$. Exprésala en la forma $\frac{K_s}{s^2 + 2\xi W_n s + W_n^2}$

R11 A partir de la respuesta a escalón (tren de pulsos positivo de $f = 0.1$ Hz y $10V$ de entrada) determina ξ y W_n . Hazlo para $K_{av} = .5$ $\xi =$
 $W_n =$.

R12 Dibuja el diagrama de simulación analógica y alámbralo en la computadora.

R13 Aplica simultáneamente al sistema físico y al simulado el tren de pulsos y gráfico ambas respuestas.

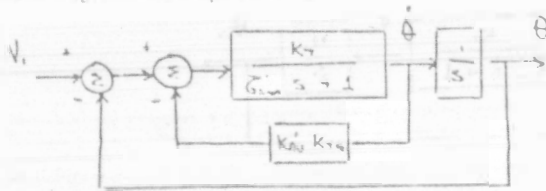
Para evitar la necesidad de escalar en amplitud pueden reducir la magnitud de la señal de entrada al sistema simulado en un factor de 10, de manera que la señal de salida será 10 veces más pequeña respecto de la del sistema físico, esto es :



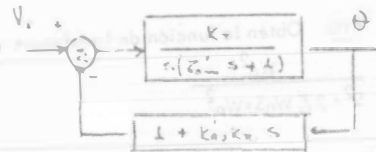
Realimentación Tacométrica Adicional.

Un método muy empleado para mejorar el desempeño de los servomecanismos es añadir realimentación tacométrica. Este método es muy sencillo y relativamente económico.

El nuevo diagrama de bloques resulta



R14 Expresa ese diagrama de bloques en la forma:



¿Son equivalentes ambos diagramas?

Encuentra los nuevos valores ξ y ω_n .

R15 ¿Qué efecto tuvo el realimentar la velocidad en los parámetros ξ y ω_n ?

Realimenta la velocidad en el sistema físico; hazlo conectando la terminal - del tacogenerador a la unidad operacional a través de un atenuador.

R16 Grafica la respuesta para diferentes valores de $K_{th} K_{v_0}$ de realimentación.

Señala aquel para el cual deja de existir sobreposo; calcula los valores de ξ y ω_n para ese ajuste. ¿Qué sucede con el tiempo de levantamiento? ¿qué sucede con el tiempo de asentamiento? ¿Qué sucede con el sobreposo?

R17 Sustituye esos nuevos valores en tu alambrado analógica y grafica la respuesta.

Comenta sobre lo experimentado, trata de establecer una relación de lo observado con la posición relativa de las singularidades en el plano complejo.

PRACTICA III EAI-PCM

Modelado y Simulación Analógica del PCM 140

Objetivos:

- Dado un sistema físico obtener un modelo y simularlo en computadora analógica.
- Determinar la magnitud de la señal de entrada que anula la evolución del estado.

Advertencia al alumno:

Para poder desarrollar esta práctica es necesario haber estudiado con anterioridad los siguientes temas:

- a) Modelos matemáticos de procesos, determinación de ξ y ω_n . (análisis de sus amortiguamiento y frecuencia natural de oscilación)
- b) Escalamiento en amplitud.
- c) Sumatoria de funciones de transferencia.

Desarrollo

1. SISTEMA DE PRIMER ORDEN.

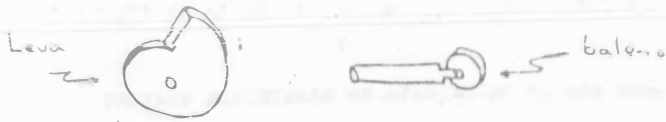
En la práctica II PCM obtuviste la respuesta a escalón del PCM y a partir de ella determinaste su función de transferencia de la forma:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{K}{1 + \tau s}$$

R1 Simula en la computadora analógica esa ecuación de primer orden ($K=1.2$).

Dibuja el diagrama empleado.

Solicita al instructor te facilite la leva del generador de funciones y el bajero de la barra de entrada y pide que te explique su funcionamiento.

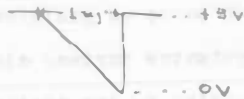


Gira la perilla de ajuste de velocidad del motor hasta el tope, para esta posición se tiene mínima velocidad de giro de la leva.

Apretala bien la leva y asegúrate que el balero gire por el borde de la leva; coloca el resorte de la barra de entrada.

Realiza los ajustes necesarios para activar el aparato (presión de alimentación, ajuste de cero, etc). Coloca la base inferior del cantilever en la posición marcada como 2, para este valor $K \approx 1.2$

Enciende el generador de señales y observa la señal de entrada, en el osciloscopio.



Si no logras observar la señal llama al instructor.

R2 Aplica simultáneamente al sistema físico y al simulado la señal generada con la leva y grafica las curvas θ vs t .

R3 Compara la respuesta de rampa y de escalón de ambos sistemas y di en qué difieren más. Explica tu respuesta.

II SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN.

Solicita al instructor te facilite el amortiguador y el resorte.



Maneja este último con mucho cuidado NO LO INCLINES NI LO INTENTES COMPRIMIR POR NINGUN MOTIVO.

Coloca ambos elementos en el PCM, ajusta el amortiguador a la posición 9. Repite el ajuste de cero.

R4 El orden del sistema es ahora de 2°, explica por qué?

Retira la leva, el balero y el resorte.

R5 Aplica la señal de entrada manualmente, grafica la curva resultante.

R6 Aplicando uno de los métodos propuestos en el apéndice C (modelos matemáticos de procesos), calcula ζ y ω_n . Considera $\theta = 0$.

R7 ¿ Por qué la curva de respuesta no presenta sobrepaso ni oscilación?

R8 Expresa el modelo en variables de estado.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_o \\ \dot{\theta}_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dots \\ \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_o \\ \dot{\theta}_o \end{bmatrix} + \dots \theta_i$$

R9 Dibuja el diagrama de computadora que simule el modelo.

Alambra el modelo e introduce una señal de entrada $\theta_i = 3V$.

Si observas que los amplificadores se saturan, auxiliate del apéndice de escalamiento en amplitud, para obtener tu diagrama escalado; hazlo ordenadamente y no te saltes ningún paso.

R10 Dibuja el nuevo diagrama escalado.

R11 Repite R2 y R3 para este nuevo arreglo.

Varía el potenciómetro que modela ζ tratando de aproximar las curvas de respuesta.

R12 El mejor acercamiento entre el modelo y el sistema físico se logra con $\zeta = \dots$

Del sistema simulado observa en el osciloscopio $\dot{\theta}_o(t)$ para una entrada es calón manual.

R13 Grafica la curva de $\dot{\theta}_o(t)$, $\dot{\theta}_o[MAX] = \underline{\hspace{2cm}}$

Porque tiene esa forma la curva?

R14 Cómo podrías determinar del sistema simulado con precisión el punto de inflexión?

III EVOLUCION DEL ESTADO.

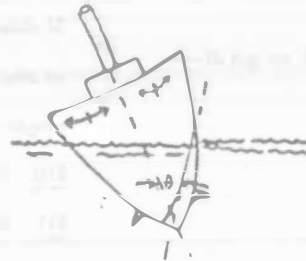
Operando con el sistema simulado se desea investigar la evolución del estado. Para esto determinamos $\underline{x}(\infty)$ y lo aplicamos como condiciones iniciales a los integradores, posteriormente se busca un valor de θ_i que haga $\dot{\underline{x}}(t) = 0$

R15 Varie el valor de la señal de entrada y auxiliándose del osciloscopio determine aquel que haga $\dot{\underline{x}}(t) = 0$

$$\theta_i(t) = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\dot{\underline{x}} = 0$$

R16 $\theta_o(\infty) = \underline{\hspace{2cm}}$ y $\dot{\theta}_o(\infty) = \underline{\hspace{2cm}}$



PRÁCTICA III - CSMP

REDUCCIÓN DE LAS PERTURBACIONES EXTERNAS MEDIANTE LA REALIMENTACION

CONCEPTOS

- que el alumno maneje un paquete de simulación digital
- que aprecie el efecto que tienen la ganancia de realimentación y la ganancia de directa para reducir la influencia del ruido.

Para el desarrollo de esta práctica el alumno debe consultar el manual de usuario para el sistema 1130-CSMP, que se encuentra a su disposición en el CeCAFi.

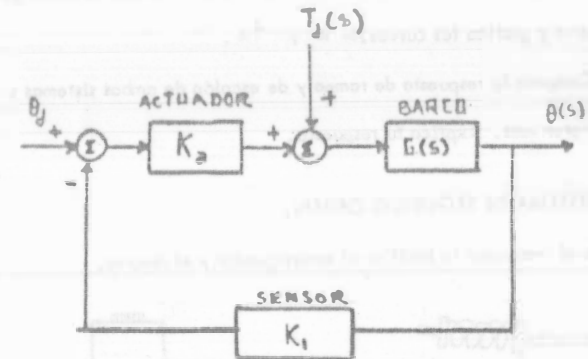
El reporte de la práctica debe ir acompañado de las codificaciones y curvas de la computadora correspondiente.

DESARROLLO:

Para comodidad de los pasajeros los barcos de gran calado disponen de un dispositivo de control que corrige la posición de las aletas inferiores con el propósito de mantener el barco en posición vertical.

Este mecanismo consta de las siguientes partes: a) sensor de verticalidad; b) actuador que corrige la posición de las aletas.

Este proceso se puede modelar en el diagrama de bloques de la siguiente manera:



Donde:

$\theta_d \triangleq$ es la posición deseada (observe que ésta es igual a cero)

$K_a \triangleq$ es la ganancia del actuador

$T_d(t) \triangleq$ son las perturbaciones introducidas por el oleaje

$G(s) \triangleq 4/(s^2 + 0.4s + 4)$ es la función de transferencia del barco

$\theta(t) \triangleq$ es la posición real del barco

$K_1 \triangleq$ es la ganancia del sensor.

Se desea investigar el efecto de las perturbaciones sobre la verticalidad del barco para diferentes valores de K_a y K_1 .

- R1 Obtenga la función de transferencia $\theta(s)/T_d(s)$ que efecto tiene hacer $K_1 = 0$ en la función de transferencia.
- R2 Dibuje el alambrado para simulación digital en CSEMP de esa función de transferencia. Considere $T_d(s) = 1/s$
- R3 Efectúe la simulación para $K_a = 1$ y $K_1 = 0$. Grafique $\theta(t)$ explique en relación al problema la forma de onda obtenida.

Utilice:

tiempo de integración	0.1
tiempo total	10.0
cota máxima de graficación	2.0
cota mínima de graficación	0.0
tiempo de impresión	0.2

- R4 Repita el punto R3 pero con $K_1 = 1$ compare la nueva curva obtenida con la anterior. Explique que sucedió.
- R5 Obtenga una aproximación a la función de transferencia $\theta(s)/T_d(s)$ cuando $K_a, K_1 \gg 1$ que efecto tendrá T_d sobre θ al aumentar K_a, K_1 ?
- R6 Aumente K_a hasta el valor $K_a = 10$. Compare con las curvas anteriores. Explique los resultados obtenidos.

B L O Q U E IV

- IV EAI Respuesta en frecuencia.
- IV MS Estabilidad y lugar geométrico de las raíces de un control de posición.
- IV PT Respuesta a la frecuencia en el entregador de procesos.

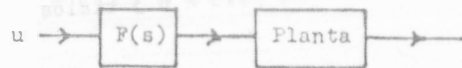
PRACTICA IV EAI

RESPUESTA EN FRECUENCIA

Objetivo. Ejercitar uno de los métodos más comunes en el análisis y diseño de un sistema físico: El diagrama de Bode.

I. **Problema.** Se tiene una planta de control con amortiguamiento muy bajo. Para evitar la resonancia se pone un filtro en cascada, con función de transferencia

$$F(s) = \frac{s^2 + 3600}{s^2 + 60s + 800}$$



Haga un diagrama de polos y ceros de $F(s)$. R1.

¿Con esto, cuánto vale el amortiguamiento para el filtro? R2.

¿A que frecuencia tiene resonancia la planta, es decir, que frecuencia elimina el filtro? R3.

Para simular el filtro, es necesario encontrar un diagrama de bloque que simule $F(s)$, es decir, que tenga la misma función de transferencia.

Una manera de encontrar un diagrama de bloque, es generar una ecuación diferencial a partir de $F(s)$. Esto se logra introduciendo una variable intermedia $x(t)$.

$$\text{Si } F(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{(s^2 + 3600) X(s)}{(s^2 + 60s + 800) X(s)}$$

Entonces $Y(s)/X(s)$ podría ser el resultado de tomar la transformada de Laplace del sistema:

$$y(t) = \ddot{x}(t) + 3600 x(t)$$

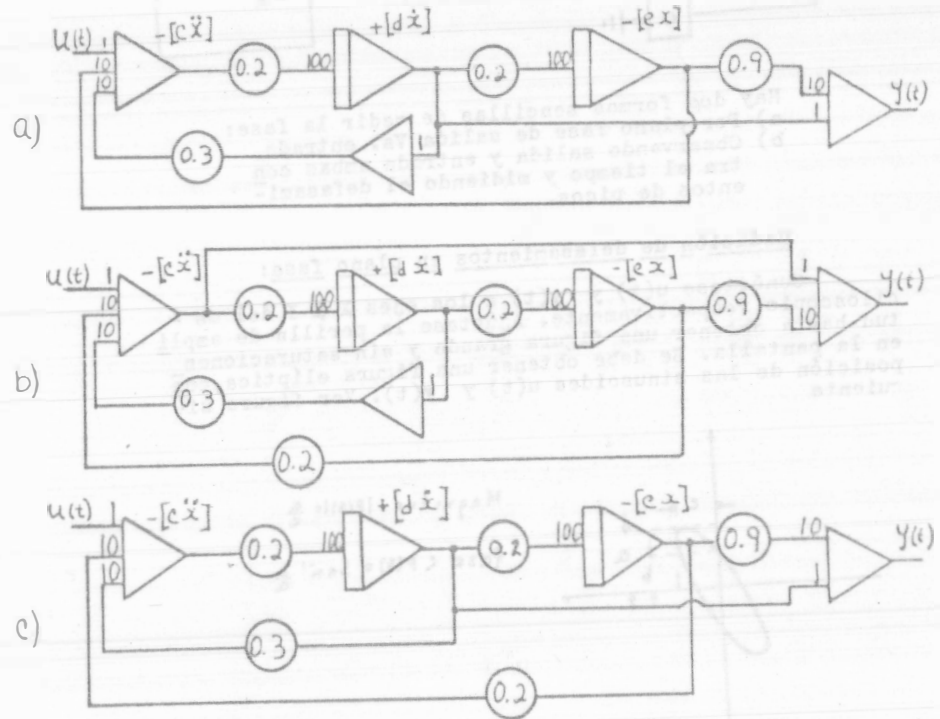
$$u(t) = \ddot{x}(t) + 60 \dot{x}(t) + 800 x(t)$$

Con estas ecuaciones se puede generar el diagrama de bloque. Es necesario escoger un escalamiento por

amplitud tal que las variables intermedias $\ddot{x}(t), \dot{x}(t)$ y $x(t)$ todas tengan amplitudes del mismo orden de magnitud para las frecuencias de interés.

Las frecuencias que se van a analizar están en el intervalo 10 hasta 200 rads/seg.

Escogiendo como frecuencia de escalamiento 20 rads/seg, nos queda un diagrama escalado: a, b ó c R4.

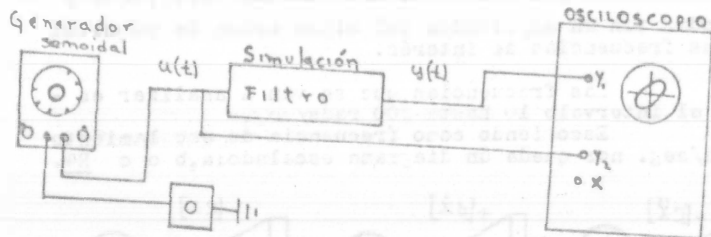


R4 = [a] [b] ó [c]

¿Cuánto valen las constantes de escalamiento a, b y c? R5, R6 y R7.

(Consulte técnica de escalamiento por amplitud, en el apéndice de programación analógica).

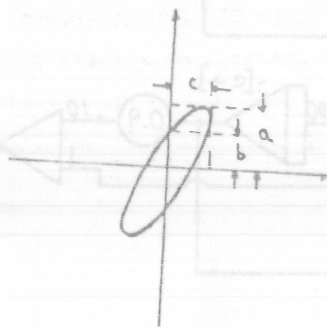
18. Encuentre el diagrama de Bode en magnitud y fase -



Hay dos formas sencillas de medir la fase:
 a) Por plano fase de salida Vs. entrada
 b) Observando salida y entrada ambas contra el tiempo y midiendo el defasamiento de picos.

Medición de defasamientos en plano fase:

Conéctese u(t) y y(t) a los ejes X e Y del osciloscopio, respectivamente. Ajustese la perilla de amplitud hasta obtener una figura grande y sin saturaciones en la pantalla. Se debe obtener una figura elíptica, como posición de las sinusoides u(t) y y(t). Ver figura siguiente.

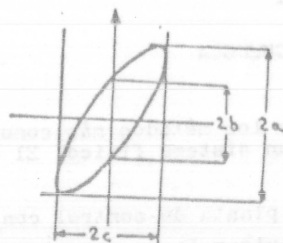


Magnitud $|F(s)| = \frac{c}{a}$

fase $\angle F(s) = \text{Sen}^{-1} \frac{b}{a}$

No se olvide tomar en cuenta las escalas de las perillas de amplitud X y Y al medir a, b y c. Puede re-

sultar más cómodo medir 2a, 2b y 2c:



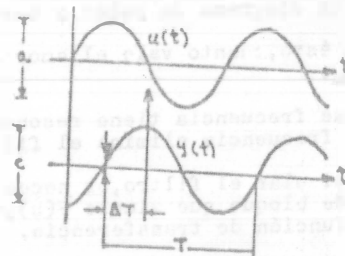
Medición de defasamiento comparando contra tiempo:

Se conectan u(t) y y(t) a los ejes Y₁ y Y₂ de un osciloscopio de dos canales. Se ajusta el barrido interno hasta alcanzar a ver en la pantalla solo 2 o 3 ciclos de ambas señales.

magnitud = $\frac{c}{a} = |F(s)|$

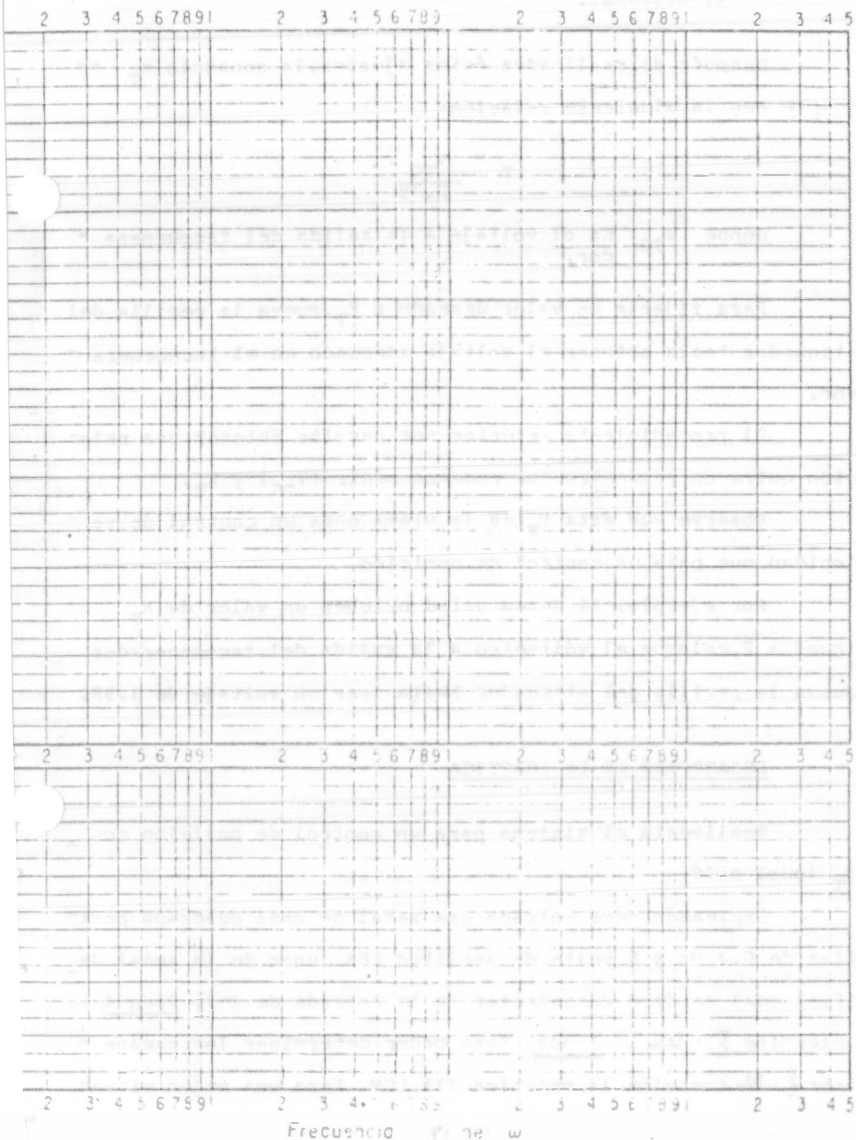
fase: $\frac{T}{360^\circ} = \frac{\Delta T}{|F(s)|}$

$\angle F(s) = \frac{\Delta T}{T} = 360^\circ$



No olvidar escalas de Y₁ y Y₂. La escala de X es irrelevante si se conoce la frecuencia.

Utilize la hoja logarítmica anexa para trazar el diagrama de Bode.



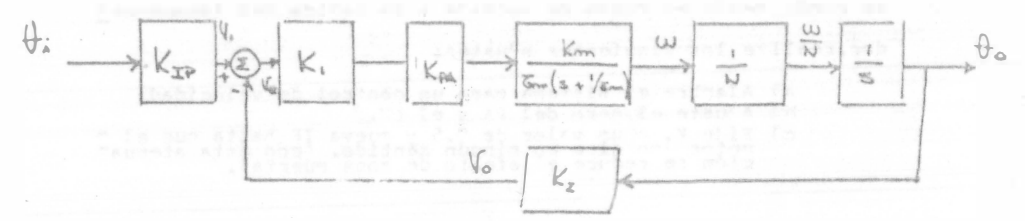
PRACTICA IV MS

ANÁLISIS DE ESTABILIDAD Y LUGAR GEOMÉTRICO DE LAS RAÍCES PARA UN CONTROL DE POSICIÓN EN EL SERVO DE D.C.

- Objetivo.
- a) Determinar a partir de datos experimentales, el lugar geométrico de las raíces.
 - b) Obtener a partir del lugar de las raíces, la ganancia crítica (Cruce del eje imaginario).
 - c) Compensación del sistema a partir de la modificación del lugar de las raíces.

NOTA. Para la realización de esta práctica, lea el procedimiento empleado en la práctica III PCM y repase los conceptos del lugar geométrico y análisis de estabilidad de Routh-Hurwitz. Las preguntas que deben entregarse resueltas antes de elaborar la práctica, son R1, 2, 3, 6, 7, 10, 11 y 12.

TEORIA. Un control de posición se puede modelar mediante el siguiente diagrama de bloques:



Donde: θ_i : Posición angular del potenciómetro de entrada.

θ_o : Posición angular del potenciómetro de salida.

K_1 : Constante del atenuador.

K_{ea} : Constante del potenciamplificador.

K_m : Constante de velocidad del motor.

τ_m : Constante de tiempo del motor.

N : Relación de engranes.

Prog. 1. Obtenga la función de transferencia $\frac{\theta_o}{\theta_i}$ y exprese la ecuación característica como $1 + \frac{K_T}{s(s + 1/\tau_m)} = 1 + G(s)H(s)$

Donde $K_T = \frac{K_1 K_{ea} K_m K_A}{N}$

Prog. 2. Obtenga el lugar geométrico de las raíces.

$\omega > K_T > 0$, sabiendo que $\tau_m = 0.25$ seg. ¿Para que valor de K_T se hace inestable el sistema?

Prog. 3. Calcule la razón de amortiguamiento ζ y la frecuencia natural ω_n del sistema para K_T igual a 10. (Vea práctica III PCM).

AJUSTES PREVIOS

Con el propósito de fijar una ganancia K_m conocida, que se pueda medir en forma de voltaje a la salida del tacogenerador, realice los siguientes ajustes:

- Alambre el sistema para un control de velocidad.
- Ajuste el cero del IA y el CI.
- Fije K_1 a un valor de 0.5 y mueva IP hasta que el motor no gire en ningún sentido. (con esta atenuación se reduce el efecto de zona muerta).

- Para ahora K_1 igual a cero. (Para evitar que se desbogue el motor al aplicar una entrada).
- Gire IP un ángulo de 57° respecto a la posición original. (Esto equivale a introducir un radián de error al sistema).

Después de realizados éstos ajustes, la ganancia K_T cumple con la siguiente relación:

$$K_T = \frac{V_{TG}}{0.19}$$

Donde V_{TG} : Es el voltaje a la salida del tacogenerador.

Para fijarle un valor deseado a K_T , mueva la perilla del atenuador hasta obtener el voltaje adecuado en el tacogenerador.

El procedimiento anterior nos permite obtener una relación entre un parámetro que podemos medir (V_{TG}) y K_T .

Observe que ésta V_{TG} es la misma para un control de velocidad que para un control de posición.

Por ejemplo, si desea usted obtener un valor de K_T igual a 2, coloque el voltímetro a la salida del tacogenerador y mueva la perilla del atenuador hasta leer un voltaje de 1.58.

DESARROLLO DE LA PRACTICA

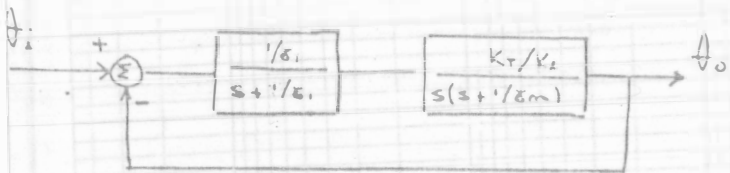
Realmente el sistema para un control de posición con K_T igual a 10.

Empleando como entrada una señal de onda cuadrada positiva de 0.2 Hz y 6 volts de amplitud (En lugar de la señal de IP, el cual se debe desconectar de la entrada de CI), Prog 4: determine ζ y ω_n . Ayuda: Para poder determinar los parámetros ζ y ω_n , consulte la práctica III PCM. Para una mejor visualización

lización de ω_m , auxíliase del filtro de AC de que dispone el osciloscopio.

R5. En la traza del lugar de las raíces obtenida en R2, señale las raíces obtenidas experimentalmente en R4. ¿Coincide el resultado experimental con el análisis teórico? ¿Porqué?

Si se introduce una constante de tiempo adicional en la trayectoria directa, el diagrama de bloques resultante queda como sigue:



Freg. 6. Obtenga el lugar geométrico de las raíces para esta nueva configuración considerando $\delta_1 = 0.1$ seg.

Freg. 7. Mediante el arreglo de Routh-Hurwitz determine el valor de K_T para el que el sistema se hace inestable.

El efecto de introducir una constante de tiempo adicional en el BS se logra realimentando el OU con una impedancia capacitor-resistencia en paralelo (Selector de realimentación del OU en la posición 2)

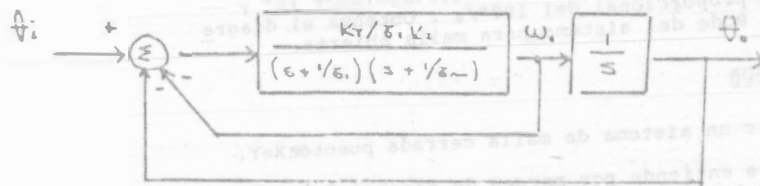
Freg. 8. Aplicando al sistema la onda cuadrada

empleada en R4 determine el valor de K_T que hace inestable el sistema. No rebase ése valor por que puede dañar el equipo. ¿que valor tiene K_1 ?

Freg. 9. Calcule el error relativo

$$e = \frac{\text{Valor teórico} - \text{Valor experim.}}{\text{Valor experimental}}$$

La compensación de éste sistema para aumentar el rango dinámico de ganancias en modo estable, se puede lograr realimentando la señal de velocidad simultáneamente a la señal de posición; en el diagrama de bloques esto se representa de la siguiente manera:



Freg. 10. Obtenga θ_o/θ_i

Freg. 11. Determine el lugar de las raíces para esta nueva configuración.

Freg. 12. ¿ llega a hacerse inestable el sistema para algún valor de K_T ? Explique su respuesta.

Freg. 13. Compruebe sus resultados experimentalmente. (No olvide introducir aparte de la realimentación de posición, una realimentación de velocidad). Hágalo para $K_1=1, 2, \dots, 10$.

ENTRENADOR DE PROCESOS

RESPUESTA A LA FRECUENCIA

PT-326
PRACTICA IV

OBJETIVO:

A partir del diagrama de Bode del sistema a malla - abierta, se obtendrán algunos valores característicos del sistema a malla cerrada.

I.- MALLA ABIERTA

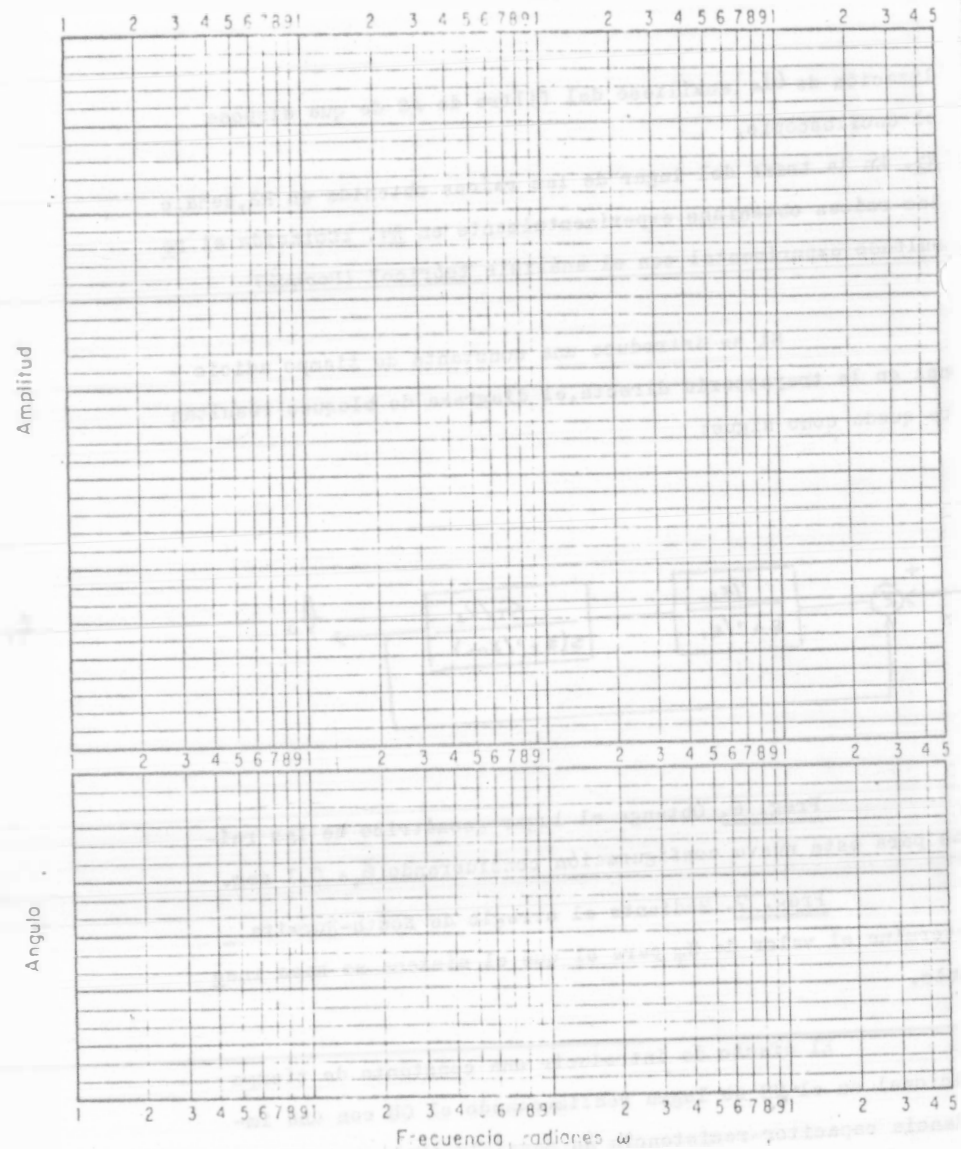
Un método muy empleado para obtener la traza de Bode - de un sistema consiste en observar el efecto de la frecuencia en la amplitud y fase de la señal de salida, dado que la señal de entrada tiene una amplitud constante.

- 1).- Explique brevemente en qué consiste la traza de Bode y cuáles son sus características más sobresalientes.
- 2).- Para frecuencias $0.1 < f < 6$ Hz, valor fijado de 35°C , ángulo del estrangulador 40° y -- banda proporcional del 100% . Obtenga el diagrama de Bode del sistema para malla abierta.

II.- MALLA CERRADA

Para obtener un sistema de malla cerrada puentes XEY.

- 3).- ¿Qué se entiende por margen de ganancia? Calcúlelo por la traza obtenida en el punto 2) y diga -- cuál es la ganancia mínima de oscilación.
- 4).- Demuestre su resultado. Auxíliese de una onda cuadrada que puede obtener del generador de señales a una frecuencia de .2 Hz.
- 5).- Aumente el % PB al doble del valor obtenido en 3) ¿Qué sucede al sistema?. Grafique sus respuestas.



SIMULACIÓN DE UNA REACCIÓN QUÍMICA SIMPLE

En un proceso químico se lleva a efecto la siguiente reacción: $A \rightarrow B \rightarrow C$. La cual ocurre a volumen y temperatura constantes.

Se desea investigar el tiempo en el cual se presenta la máxima cantidad del producto B, así como la magnitud de éste.

Las ecuaciones que describen la dinámica del sistema expresadas en forma normalizada son:

$$\begin{aligned} \dot{N}_A(t) &= \begin{bmatrix} -K_1 & 0 \\ K_1 & -K_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_A \\ N_B \end{bmatrix} \\ \dot{N}_B(t) &= \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ N_A & N_B \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_A \\ N_B \end{bmatrix} \end{aligned}$$

donde

K_1 = const. de razón de la reacción A (seg^{-1})

K_2 = const. de razón de la reacción B (seg^{-1})

N_0 = concentración inicial de A (mol/l_1)

N_A , N_B y N_C = concentraciones normalizadas de A, B y C (adimensional)

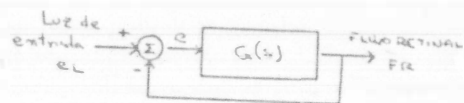
Se considera que toda la concentración inicial es del producto A y la final es del produc-

Considere $K_1 = 0,2 \text{ seg}^{-1}$ $K_2 = 0,4, 0,2, 0,02 \text{ seg}^{-1}$

SISTEMA DE CONTROL DEL MOVIMIENTO PUPILAR

La pupila humana es un dispositivo de control que regula el flujo de entrada de luz a la retina (FR), variando su diámetro.

El sistema se puede representar en diagrama de bloques como



A partir de las experimentaciones realizadas (REF 1), se ha determinado que en un rango de frecuencias de 0 a 4 cps, la pupila responde de una manera que puede ser descrita por

$$G(s) = \frac{K e^{-0.18s}}{(1+0.1s)^3}$$

Donde K representa una ganancia que depende de la naturaleza del tejido y su rango de variación es $0.1 < K < 8$.

Para altos valores de ganancia el sistema se torna inestable, lo que se conoce como "oscilaciones pupilares inducidas".

El propósito del experimento es: a) determinar el valor crítico de K, auxiliándonos de la respuesta a escalón y determinar la frecuencia de oscilación. b) Obtener la traza de Bode del sistema y comprobar si el margen de ganancia coincide con el valor calculado anteriormente.

NOTA: Aproxime el retraso de tiempo mediante la 1a. aproximación de Padé. (REF 2)

(REF 1) STARK L. "Stability, oscillation & Noise in the Human Pupil Servomechanism", Biomedical Electronics Issue Proc. IRE Vol 47 # 11 Nov. 1959

(REF 2) Notas de Laboratorio de Control "Simulación analógica del servo electrohidráulico"

UNAM FI

A P E N D I C E S

- A) PROGRAMACION ANALOGICA
- B) MODELADO MATEMATICO DE PROCESOS FISICOS
- C) TECNICA DE DETERMINACION DE MAXIMOS DE
UNA ECUACION DIFERENCIAL

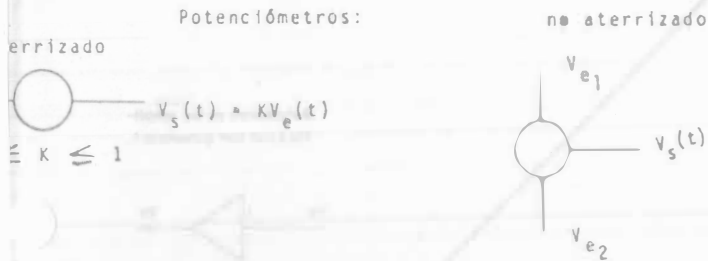
A. - PROGRAMACION.

A.1) Generalidades.- Programar la computadora analógica con el sistema en:

- A partir del modelo matemático del sistema por simular, hacer un diagrama de bloque con las conexiones que se deben realizar entre módulos.
- Determinar los valores de los potenciómetros y las ganancias de los amplificadores en términos de los parámetros del sistema.
- Redactar un conjunto de instrucciones de control y medición.

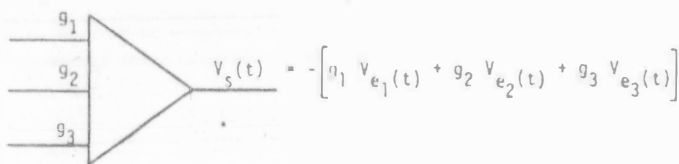
Resumen de módulos analógicos, sus funciones y su símbolo.

Fuentes -10 $+10$

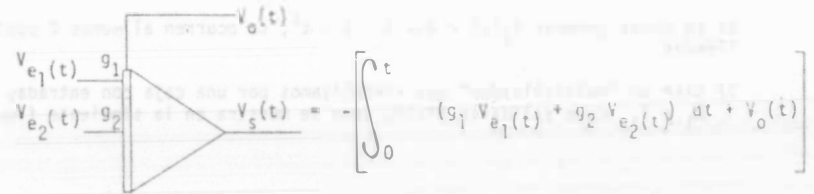


$$V_s(t) = V_{e2}(t) + K(V_{e1}(t) - V_{e2}(t))$$

Sumadores:



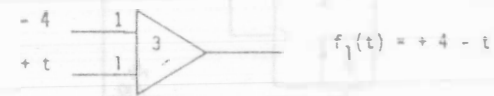
Integradores:



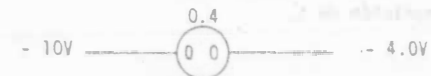
A.2) Diagrama de Bloque.- Supongamos que se desea generar la función.

$$f_1(t) = 4 - t \text{ para } 0 < t < 10 \text{ seg.}$$

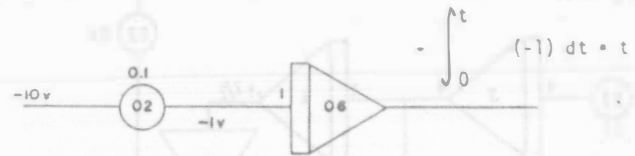
$f_1(t)$ es en primer lugar una suma, por lo cual se requerirá un sumador. Tomando en cuenta la inversión de signo que introduce el sumador:



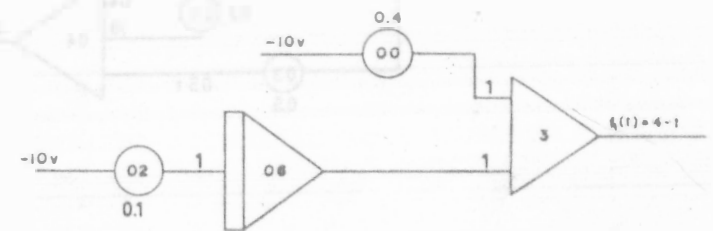
Generar -4 no es problema:



La función t se puede expresar como la integral de la unidad:



Interconectando:

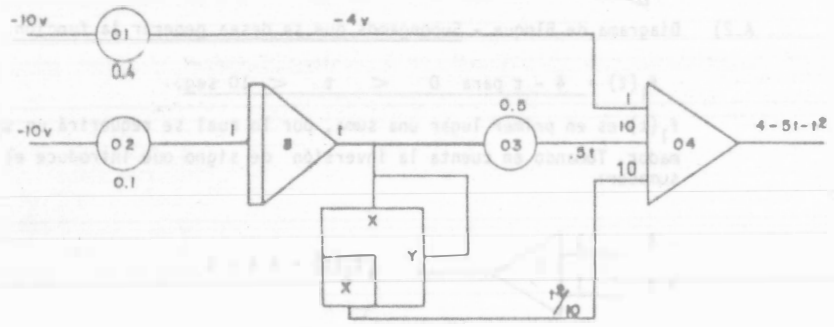


Una vez conectados los módulos y ajustados los potenciómetros según el diagrama sólo resta conectar el amplificador 3 a un graficador y trabajar la máquina en OP durante 10 segundos.

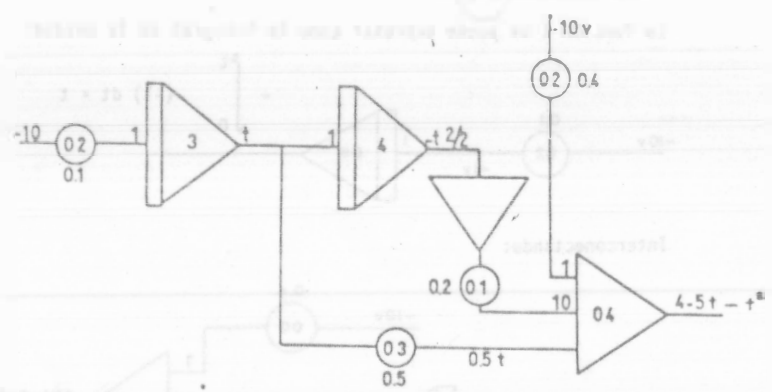
Nótese que los módulos están numerados y que el número se acostumbra escribir dentro del símbolo respectivo.

Si se desea generar $f_2(t) = 4 - 5 \cdot t - t^2$, se ocurren al menos 2 posibilidades.

1) Usar un "multiplicador" que simbolizamos por una caja con entradas X_1 y Y_1 cuya salida es $XY/10$, como se muestra en la siguiente figura:



2) Generar t^2 por integración de t .



En la práctica se preferiría la segunda forma, por motivos de simplicidad y mayor exactitud de los integradores respecto de los multiplicadores. Por extrapolación de este ejemplo se puede programar cualquier polinomio. Posteriormente se da un método eficiente.

Con relación al ejemplo anterior es conveniente introducir los conceptos de escalamiento de las variables y de una corrida en la computadora.

A.3) Corrida, Saturación y Escalamiento. Una corrida es una simulación completa o parcial de un problema que se caracteriza por un ciclo de condiciones iniciales (IC) y operación (OP) de los integradores de la computadora. En el ejemplo anterior se describió la simulación de la función $f_1(t) = 4 - t$ para $0 \leq t \leq 10$ seg. Para este fin, se activan los integradores durante 10 segundos. La corrida dura 10 segundos.

También se programó la simulación de la función $f_2(t) = 4 - 5t - t^2$. Si esta función se corre durante 10 segundos, al final de la corrida, $f_2(t) = 4 - 50 - 100 = -146$. Implícito en el programa está la relación 1 volt = 1 - unidad de $f_2(t)$. Entonces el resultado debe ser -146 volts. Pero sabemos que tanto los amplificadores como los integradores tienen una salida V_s limitada al intervalo $-10 \leq V_s \leq 10$ volts.

¿Qué sucederá en este caso? Sucede que el amplificador se satura. Si graficamos la salida del amplificador respecto a su entrada a ganancia 1.0, obtenemos la figura A-1.

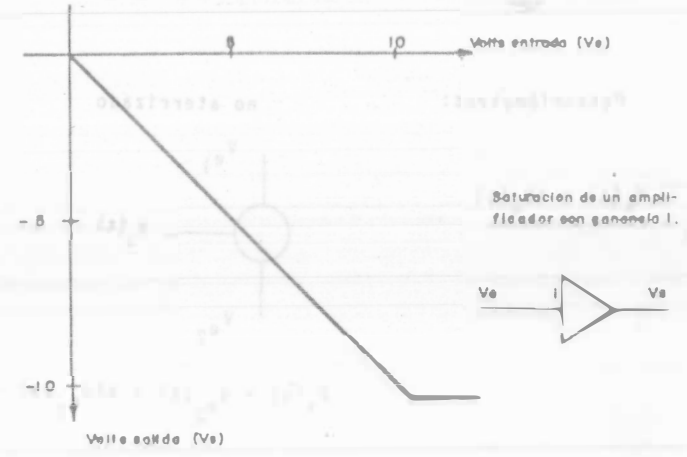


Figura A-1

Esto se debe a que los componentes electrónicos del amplificador han llegado a su límite de amplificación. Una vez alcanzado un voltaje entre 12 y 13 volts ya no es posible seguir aumentando el voltaje de salida. Entonces ésta permanece constante, independientemente de la entrada.

La condición de saturación debe evitarse a toda costa durante la corrida. Si durante la corrida ocurre saturación en uno de los módulos del programa, los resultados quedan invalidados, pues la saturación es una desconexión temporal entre causa y efecto, lo cual produce resultados arbitrarios.

¿Pero acaso estamos limitados a simular funciones que no pasen de 10 unidades?

Estamos limitados a simular funciones que no pasen de 10 volts, pero a través de un factor de escala apropiado, podemos simular cualquier número de unidades. Si es necesario simular t^3 hasta $t = 10$, simulamos $\frac{1}{100} t^3$ que es una variable escalada cuyo

valor máximo es 10 volts: cuando $t = 10$ seg, $t^3 = 1000$ y $\frac{1}{100} t^3 = 10$

Por el momento se ignoran los problemas de escalamiento, pues -- posteriormente se les dedica una sección.

A.4) Simulación de ecuaciones diferenciales lineales con coeficientes constantes. Veamos como resolver las ecuaciones del tipo:

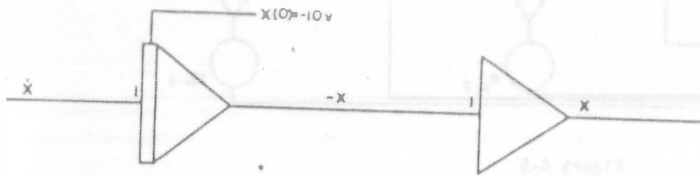
$$x^n(t) + a_{n-1} x^{n-1}(t) + \dots + a_1 \dot{x}(t) + a_0 x(t) = f(t)$$

(se utiliza la notación $\frac{dn}{dt} x(t) = \dot{x}^n(t)$).

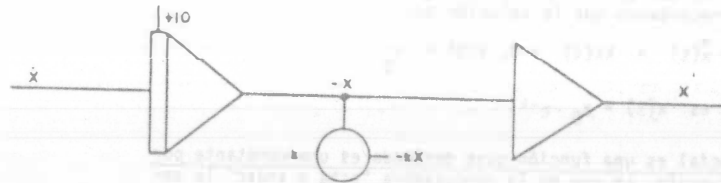
Comenzaremos por la más sencilla:

$$\dot{x} + kx = 0, \text{ con } x(t=0) = -10 \text{ volts.}$$

Se puede escribir $\dot{x} = -kx$. Si de alguna forma dispusiéramos de $\dot{x}(t)$, sólo tendríamos que conectar un integrador para llegar a la función:



Pero si a la función $\dot{x}(t)$ lo multiplicamos por una constante k , encontraremos lo que se buscaba.



Ya que $\dot{x}(t) = -kx(t)$ según la definición del problema. Entonces -- basta conectar la salida del integrador a su entrada, para quedar resuelto el problema. Si queremos gráficas $+x(t)$, se alambra como en la figura A-2.

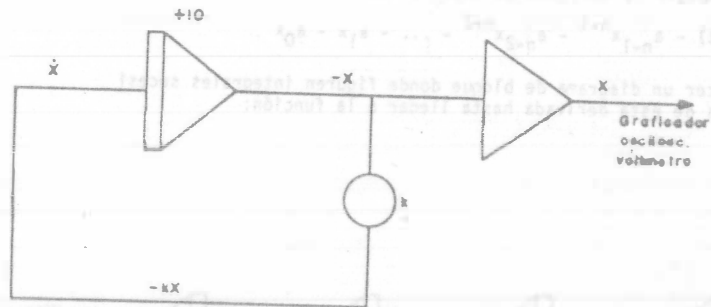


Figura A-2

A primera vista puede causar sorpresa la programación de ecuaciones diferenciales, especialmente las homogéneas, como el caso anterior. Surge la pregunta ¿se obtuvo la solución de la nada?, se comienza por suponer que se dispone de la derivada, se integra y luego se dice que se ha encontrado la derivada. El proceso se aclara si recordamos que la solución de:

$$\dot{x}(t) + kx(t) = 0, x(0) = x_0$$

$$\text{es } x(t) = x_0 e^{-kt}$$

La exponencial es una función cuya derivada es una constante por la misma función. Lo que en la computadora "echa a andar" la solución es la condición inicial. En efecto, si $x_0 = 0$ obtendríamos la solución nula $x(t) = 0$ para todo tiempo.

De este primer ejemplo se deduce el procedimiento para resolver una ecuación del tipo

$$x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x + a_0x = f(t)$$

y además $f(t)$ conocida.

1o.- Despejar la derivada de mayor orden:

$$x^n = f(t) - a_{n-1}x^{n-1} - a_{n-2}x^{n-2} - \dots - a_1x - a_0x$$

2o.- Hacer un diagrama de bloque donde figuren integrales sucesivas de esta derivada hasta llegar a la función:

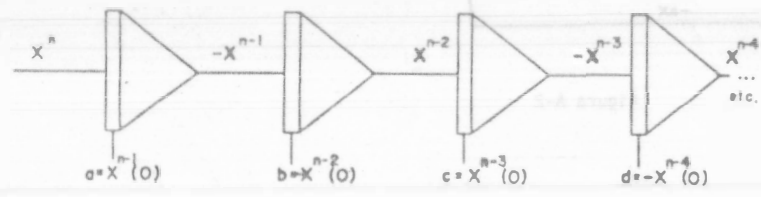


Figura A-3

Deben figurar las condiciones iniciales con su signo apropiado.

3o.- Multiplicar cada una de las derivadas por su coeficiente, cuidando de invertir previamente el signo cuando sea necesario.

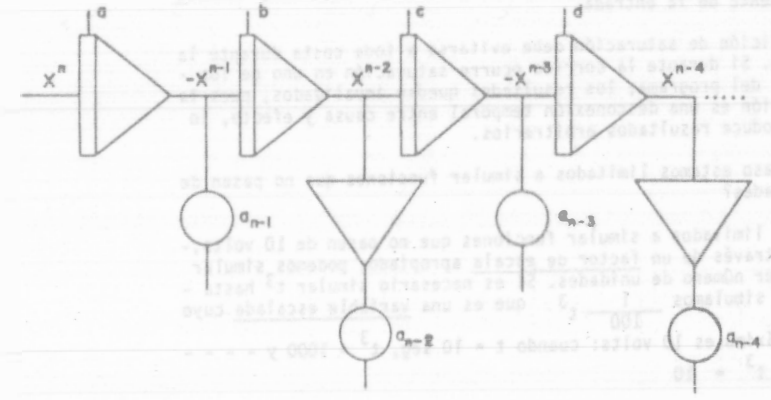


Figura A-4

4o.- Sumar los términos de la función y sus derivadas con la función forzadora si existe, para formar la derivada de mayor orden.

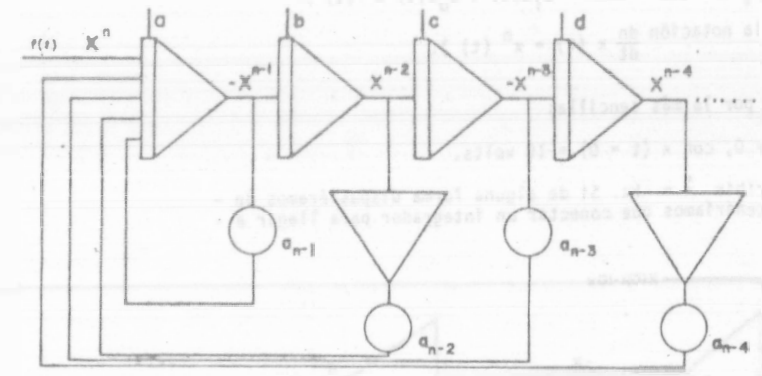


Figura A-5

Ejemplo: programar $\ddot{x} + 10\dot{x} + 2x = 4e^{-0.2t}$

La función exponencial sabemos generarla a través de su ecuación diferencial.

$\dot{u} = 0.2u$, $u(0) = 4$ tiene como solución $4e^{-0.2t}$

Entonces el diagrama de bloque completo es:

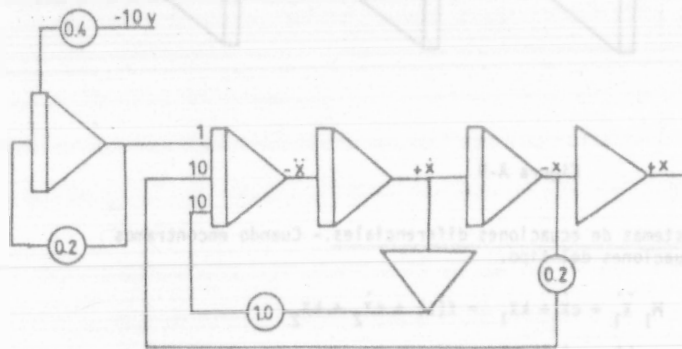


Figura A-6

En realidad hay muchos diagramas de bloque que resuelven la misma ecuación diferencial.

Difieren entre sí, sólo en el número y orden de inversiones y sumas. Es relevante distinguir dos variantes:

- Cuando la derivada de mayor orden no aparece como la salida de un amplificador, sino solamente como entrada.
- Cuando sí aparece como salida.

Los ejemplos hasta aquí han sido del primer tipo. Esta variante es de preferirse cuando la derivada de mayor orden no se va a medir, ni se requiere en alguna otra parte del programa. Las ventajas son: simplicidad, economía de módulos y el ahorro de escalamiento para esta variable.

Veamos un ejemplo de problema donde es necesario la variante b del diagrama de bloque.

Se requiere simular un sistema masa resorte con ecuación $m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = f(t)$ y lo que nos interesa como respuesta es precisamente la aceleración. Entonces el diagrama se genera a par-

tir de:

$$\ddot{x} = \frac{f(t)}{m} - \frac{c}{m}\dot{x} - \frac{k}{m}x$$

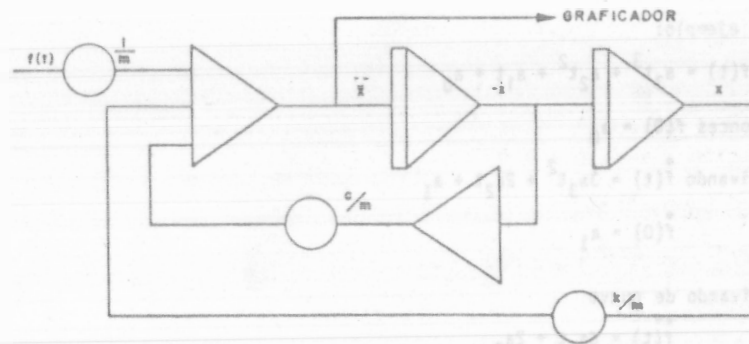


Figura A-7

Si bastara conocer el desplazamiento, se podría alamburar:

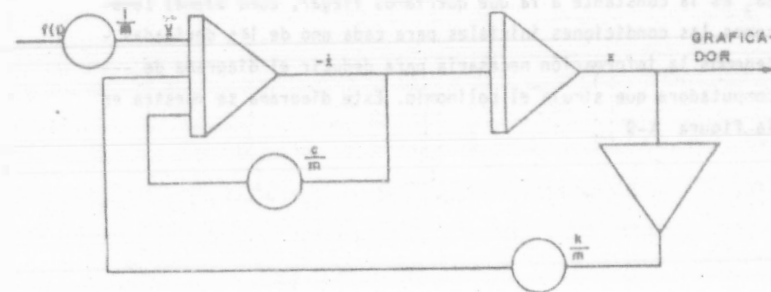


Figura A-8

A.5) Simulación de Polinomios de Grado N. Se vio como es posible formar potencias sucesivas de t por Integración. El polinomio se forma después, sumando las potencias, después de multiplicarlas por factores constantes que representan los coeficientes del polinomio. (Sección 2).

Otra manera de programar polinomios es derivando respecto al tiempo N veces hasta llegar a una constante y varias condiciones iniciales:

Por ejemplo:

$$\text{si } f(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0$$

$$\text{entonces } f(0) = a_0$$

$$\text{derivando } \dot{f}(t) = 3a_3 t^2 + 2a_2 t + a_1$$

$$\text{y } \dot{f}(0) = a_1$$

derivando de nuevo

$$\ddot{f}(t) = 6a_3 t + 2a_2$$

$$\text{y } \ddot{f}(0) = 2a_2$$

la tercera derivada es:

$$\dddot{f}(t) = 6a_3$$

$$\dddot{f}(0) = 6a_3$$

6a₃ es la constante a la que queremos llegar, como además conocemos las condiciones iniciales para cada uno de las derivadas - tenemos la información necesaria para deducir el diagrama de computadora que simula el polinomio. Este diagrama se muestra en la figura A-9

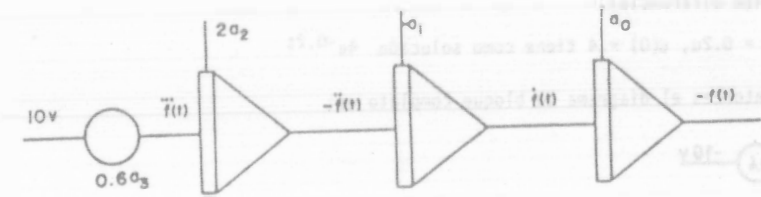


Figura A-9

A.6) Sistemas de ecuaciones diferenciales.- Cuando encontramos ecuaciones del tipo.

$$M_1 \ddot{x}_1 + c\dot{x}_1 + kx_1 = f(t) + c\dot{x}_2 + kx_2$$

$$a) M_2 \ddot{x}_2 + c\dot{x}_2 + kx_2 = c\dot{x}_1 + kx_1$$

correspondientes a problemas como las masas acopladas de - la figura A-10

Inicialmente $x_1 = x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x}_2(0) = 0$

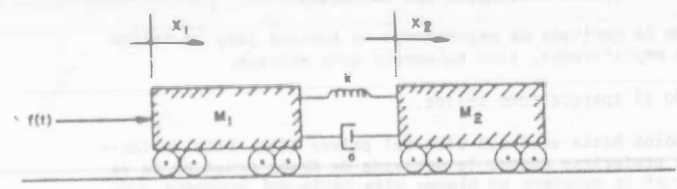


Figura A-10

el procedimiento para encontrar el diagrama de bloque se parece al de la sección A.4)

1o.- Despejar las derivadas de más alto orden:

$$\ddot{x}_1 = \frac{f(t)}{M_1} + \frac{k}{M_1} x_2 + \frac{c}{M_1} \dot{x}_2 - \frac{k}{M_1} x_1 - \frac{c}{M_1} \dot{x}_1$$

b)

$$\ddot{x}_2 = \frac{c}{M_2} \dot{x}_1 + \frac{k}{M_2} x_1 - \frac{c}{M_2} \dot{x}_2 - \frac{k}{M_2} x_2$$

2o.- Suponemos que existen estas derivadas y por integración generamos las demás derivadas y variables dependientes. Se introducen las condiciones iniciales en los casos en que son no nulas.

3o.- Multiplicando por los coeficientes apropiados, se pueden generar todos los términos del miembro derecho de las ecuaciones b).

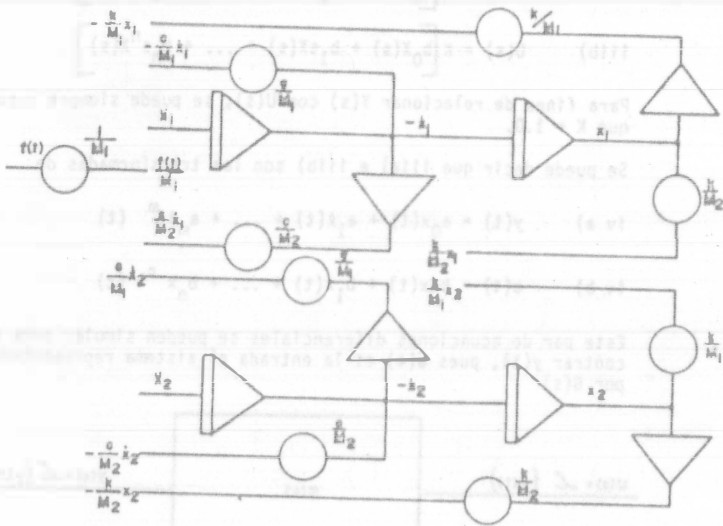


Figura A-11

Finalmente, se suman los términos que contribuyen a dar -- una de las derivadas de mayor orden. Figura. A-11.

Este mismo procedimiento se utiliza para los modelos dados en forma matricial en términos de variables de estado. --- Figura A-13

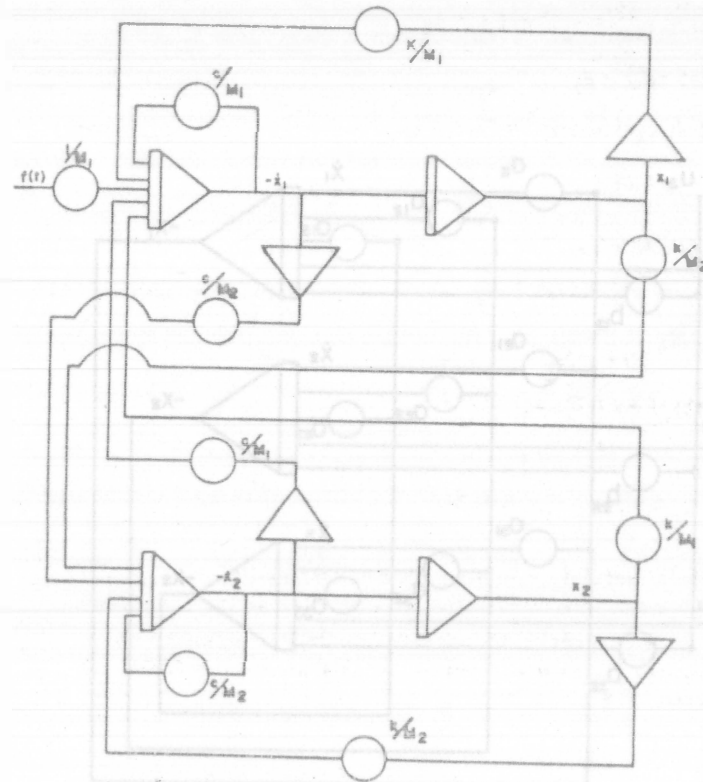


Figura A-12

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

su diagrama analógico:

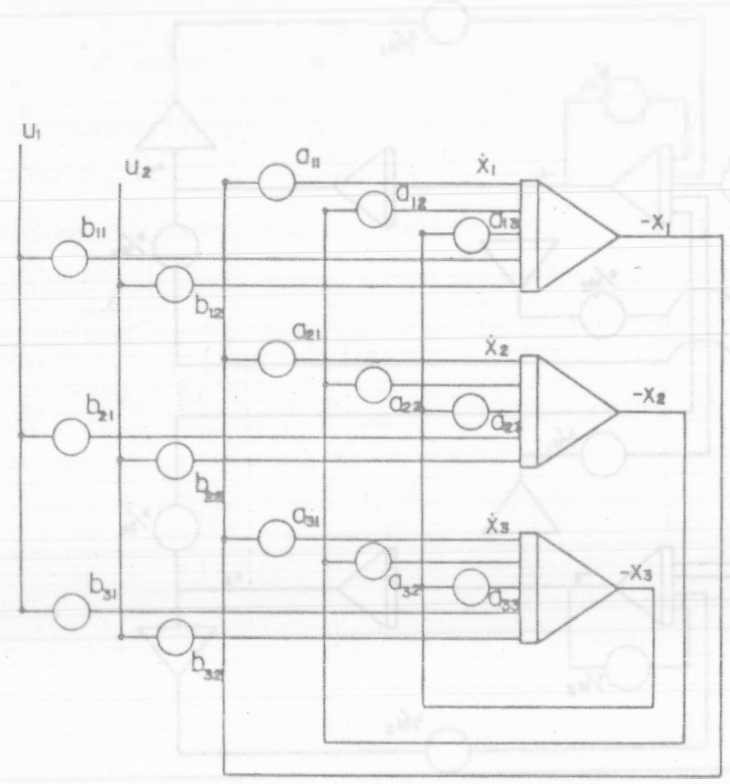


Figura A-13

A.7) Simulación de funciones de transferencia.

Dada la función de transferencia

$$1) \quad G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_0 + a_1 s + \dots + a_m s^m}{b_0 + b_1 s + \dots + b_n s^n} \quad m \leq n$$

Podemos simularla para condiciones iniciales nulas, introduciendo una variable intermedia:

Sea $X(s) = \mathcal{L}\{x(t)\}$. Entonces

$$ii) \quad \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{a_0 X(s) + a_1 s X(s) + \dots + a_m s^m X(s)}{b_0 X(s) + b_1 s X(s) + \dots + b_n s^n X(s)}$$

Y podemos considerar que

$$iii a) \quad Y(s) = K [a_0 X(s) + a_1 s X(s) + \dots + a_m s^m X(s)]$$

$$iii b) \quad U(s) = K [b_0 X(s) + b_1 s X(s) + \dots + b_n s^n X(s)]$$

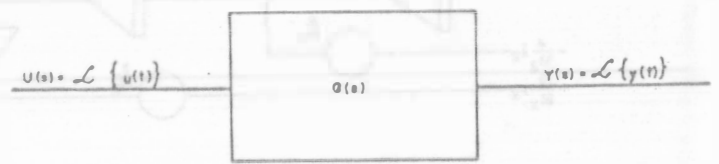
Para fines de relacionar $Y(s)$ con $U(s)$, se puede siempre suponer que $K = 1.0$.

Se puede decir que iii a) e iii b) son las transformadas de

$$iv a) \quad y(t) = a_0 x(t) + a_1 \dot{x}(t) + \dots + a_m x^{(m)}(t)$$

$$iv. b) \quad u(t) = b_0 x(t) + b_1 \dot{x}(t) + \dots + b_n x^{(n)}(t)$$

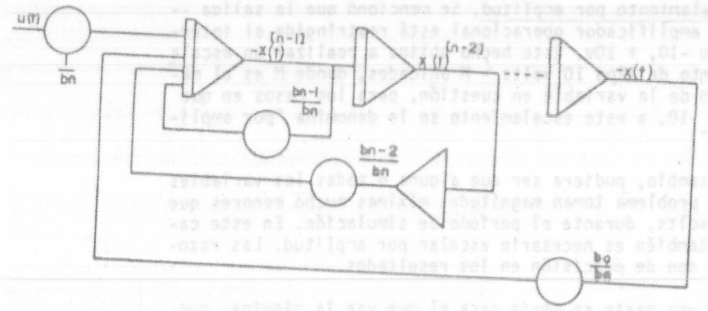
Este par de ecuaciones diferenciales se pueden simular para encontrar $y(t)$, pues $u(t)$ es la entrada al sistema representado por $G(s)$



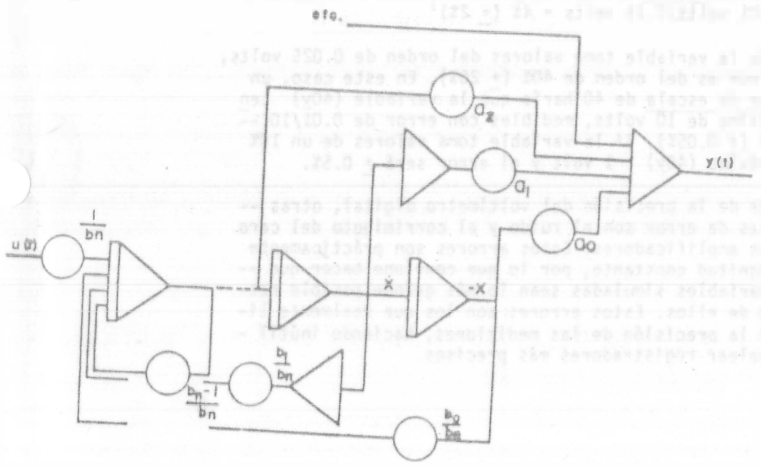
Es decir $u(t)$ siempre es dato.

Primero se simula iv b)

$$x^{(n)}(t) = \frac{1}{b_n} u(t) - \frac{b_0}{b_n} x(t) - \frac{b_1}{b_n} \dot{x}(t) - \frac{b_2}{b_n} \ddot{x}(t) - \dots - \frac{b_{n-1}}{b_n} x^{(n-1)}(t)$$



A continuación se suman las derivadas de x(t) con los coeficientes tales que se obtenga y(t)



Por ejemplo: queremos observar la respuesta de un filtro con función de transferencia:

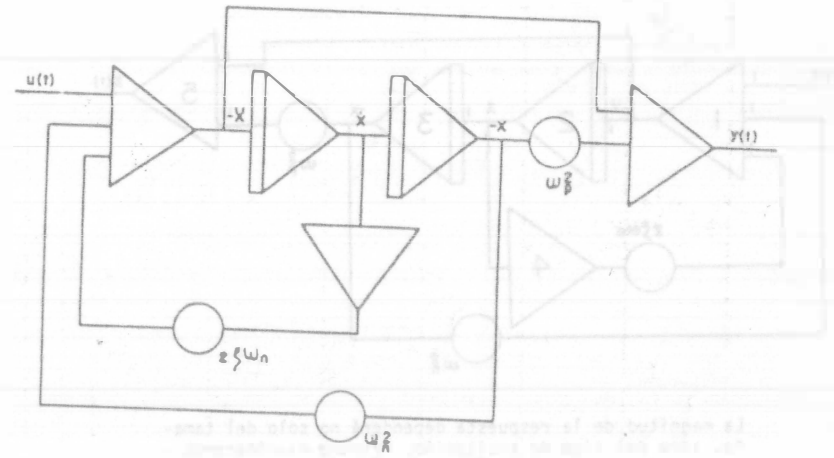
$$F(s) = \frac{s^2 + \omega_p^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{Y(s)}{U(s)}$$

Suponemos que numerador y denominador de F(s) actúan como operadores diferenciales sobre una u(t) con x(0) = 0. Se obtiene:

$$y(t) = \ddot{x}(t) + \omega_p^2 x(t) \quad u(t) = \ddot{x}(t) + 2\xi\omega_n \dot{x}(t) + \omega_n^2 x(t)$$

$$\ddot{x}(t) = u(t) - 2\xi\omega_n \dot{x}(t) - \omega_n^2 x(t)$$

Cuyo diagrama de bloque es:



De los diagramas de bloque que resultan al simular funciones de transferencia se deduce al porqué de las restricciones $m \leq n$; Si $m \geq n$, sería necesario utilizar la operación derivada para obtener y(t).

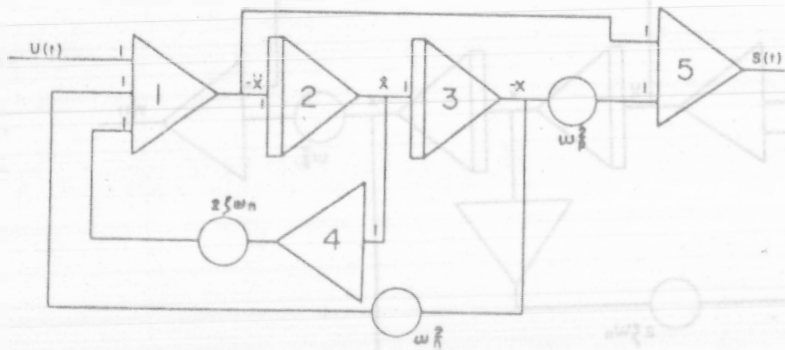
las variables, pero no indica como obtenerlos. Por eso comenzaremos dando ejemplos en los que si se trata el problema de la estimación de máximos.

Para estimar los máximos en éste y muchos otros casos, debe tomarse en cuenta que si el sistema es lineal es posible escalar una variable cualquiera, escalando las entradas. Las derivadas e integrales de esta variable no necesariamente quedan convenientemente escaladas.

Supóngase que se va a estudiar la respuesta de un filtro con función de transferencia,

$$G(s) = \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + 2\omega_n s + \omega_n^2} = \frac{S(s)}{U(s)}$$

Según la sección A.7 el diagrama de bloques para la analógica es:



La magnitud de la respuesta dependerá no solo del tamaño, sino del tipo de excitación. Primero examinaremos el caso de entrada escalón y después el de una entrada periódica.

A entrada escalón la respuesta tiene una parte oscilatoria de frecuencia cercana a ω_n , la frecuencia natural del sistema, y otra parte constante. Como se vio en A. 7, $G(s)$ da origen a dos ecuaciones:

$$S(t) = X + \omega_n^2 X$$

$$U(t) = X + 2\omega_n X + \omega_n^2 X$$

A. 8. ESCALAMIENTO

A.8.1. Introducción. Existen dos tipos de escalamiento: por amplitud y por tiempo. Cada uno de estos escalamientos se realiza generalmente por conveniencia o preferencia del operador (factores externos a la computadora analógica) o por limitaciones de los dispositivos que forman la computadora. Estas limitaciones causan errores en las soluciones que se pueden disminuir haciendo un escalamiento.

A.8.2. Escalamiento por amplitud. Se mencionó que la salida del amplificador operacional está restringida al intervalo $-10, +10$ v. Este hecho obliga a realizar un escalamiento de tipo $10 \text{ volts} = M \text{ unidades}$, donde M es el máximo de la variable en cuestión, para los casos en que $M > 10$, a este escalamiento se le denomina "por amplitud".

En cambio, pudiera ser que alguna o todas las variables del problema toman magnitudes máximas mucho menores que 10 volts, durante el periodo de simulación. En este caso también es necesario escalar por amplitud. Las razones son de precisión en los resultados.

Por una parte es obvio para el que use la máquina, que la precisión de los aparatos medidores y registradores, es bien limitada. En una máquina típica de 10 volts, el voltímetro digital marca volts con centésimas. Si el máximo de una cierta variable $y(t)$ es 0.25 volts, la precisión máxima con que se puede determinar su valor es $0.01 \text{ volts} / 0.25 \text{ volts} = 4\% (\pm 2\%)$.

Cuando la variable tome valores del orden de 0.025 volts, el error es del orden de $40\% (\pm 20\%)$. En este caso, un factor de escala de 40 haría que la variable $(40y)$ tenga máximo de 10 volts, medibles con error de $0.01/10 = 0.1\% (\pm 0.05\%)$. Si la variable toma valores de un 10% del máximo (40y) 1 volt y el error será $\pm 0.5\%$.

Aparte de la precisión del voltímetro digital, otras fuentes de error son el ruido y el corrimiento del cero en los amplificadores. Estos errores son prácticamente de magnitud constante, por lo que conviene hacer que las variables simuladas sean lo más grande posible respecto de ellos. Estos errores son los que realmente limitan la precisión de las mediciones, haciendo inútil el emplear registradores más precisos.

A P E N D I C E B

Modelos matemáticos de Procesos

INTRODUCCION

Las técnicas que se presentan en esta sección tienen las siguientes características:

- 1.- Los parámetros en el modelo son determinados a partir de la respuesta a escalón para el proceso en malla abierta.
- 2.- La determinación de los parámetros del modelo se realiza a través de una gráfica y/o cálculos simples que pueden efectuarse manualmente.

Existen otras técnicas de modelado de sistemas, tales como la respuesta en frecuencia (Ref. 1) y las técnicas de identificación en línea empleando procedimientos estadísticos. El presente análisis se limitará a aquellas técnicas que cumplan con las características descritas por los puntos 1 y 2.

Para iniciar nuestro estudio, consideremos los modelos generales -- que pueden resultar apropiados para la mayoría de los procesos a estudiar.

SISTEMAS AUTOREGULABLES Y NO AUTOREGULABLES

Si una perturbación de tipo escalón es introducida como señal de entrada en un proceso térmico, el proceso alcanzará un nuevo nivel de temperatura. A los sistemas de ese tipo se les denominan autoregulables y su dinámica puede ser descrita mediante una o más constantes de tiempo. Pero si esta señal escalón es introducida a sistemas tales como procesos de control de nivel, la salida del proceso (el nivel del líquido), no alcanzará un nuevo nivel, sino que crecerá o decrecerá indefinidamente.

Ref. 1 : Murrill, P. W., R. W. Pike, & C. L. Smith "Dynamic Mathematical Models" Chemical Engineering Sept 9, 1968-Agosto 25, 1969.

A estos sistemas se les conoce como no autoregulables y su dinámica debe de contener al menos un término integral y posiblemente una o más constantes de tiempo.

Una respuesta típica de procesos no autoregulables se muestra en la figura 1, para un sistema cuya función de transferencia se halla descrita -- por:

$$G(s) = \frac{0.6}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

Como primera aproximación a esta función de transferencia se recurre al modelo:

$$G_m(s) = \frac{k e^{-\theta s}}{s}$$

Donde k representa la ganancia del sistema y se obtiene como la pendiente de la curva de respuesta y θ , que es la magnitud de la zona muerta se calcula en la intersección de la tangente con la base de tiempos. Este ejemplo nos ilustra el empleo del tiempo muerto para aproximar constantes de tiempo.

Para procesos autoregulables el modelo más simple contiene una sola constante de tiempo, dando como resultado:

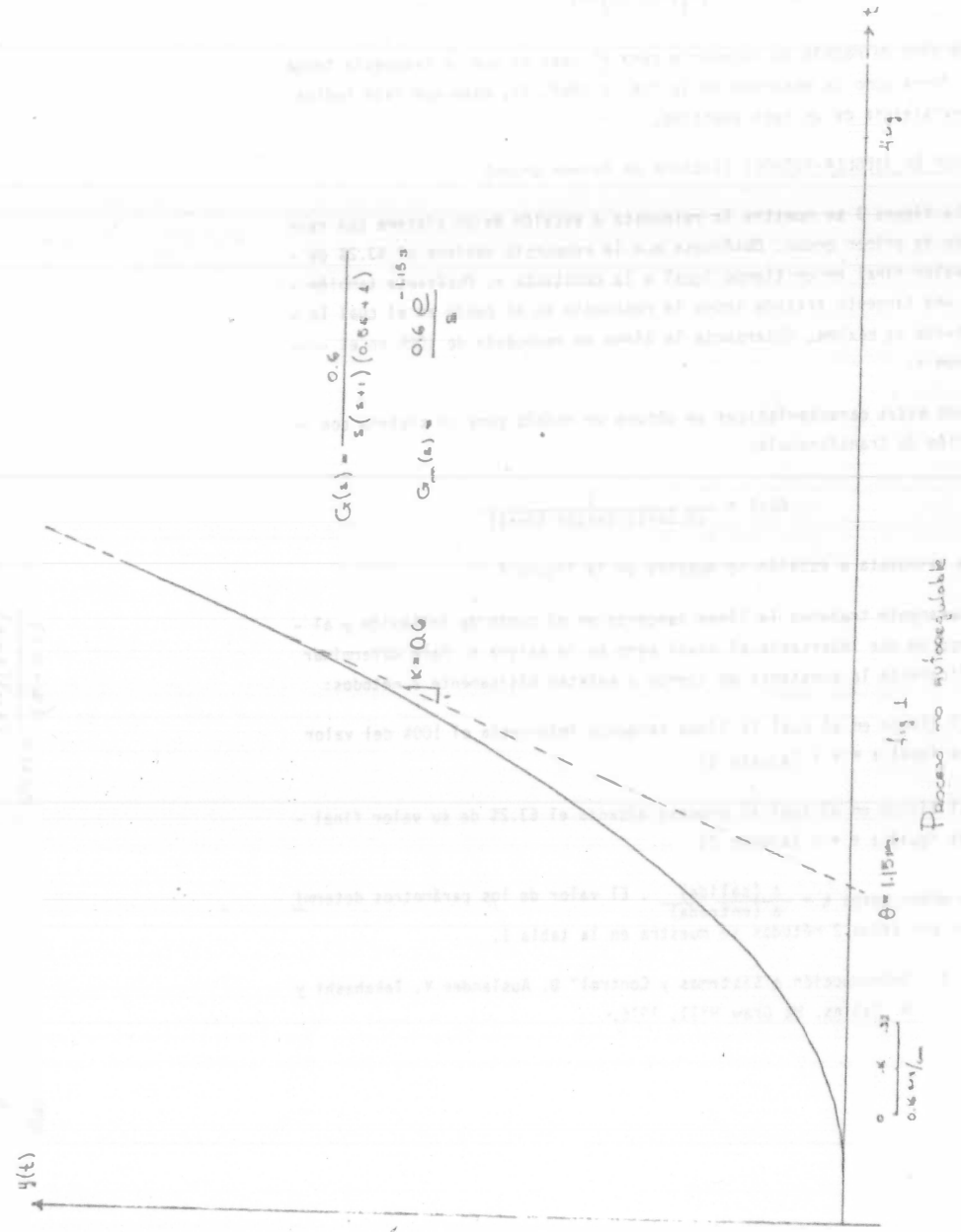
$$G_m(s) = \frac{k e^{-\theta s}}{\tau s + 1}$$

Si la aproximación no resulta buena se recurre a 2 constantes de tiempo τ_1 y τ_2

$$G_m(s) = \frac{k e^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)} = \frac{k e^{-\theta s}}{\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2 \frac{s}{\omega_n} + 1}$$

Para el caso de procesos industriales, es muy difícil encontrar respuestas a escalón de malla abierta que presenten un sobrepaso, lo que hace imposible la aplicación de las técnicas de determinación de ζ y ω_n partir de M_p y w_d . (Ref. 2).

Si se desea aumentar la complejidad del modelo, el siguiente paso es añadir un cero:



$$G(s) = \frac{0.6}{s(s+1)(0.5s+1)}$$

$$G_m(s) = \frac{0.6 e^{-1.15s}}{s}$$

$$G_m(s) = \frac{k e^{-Bs} \left(\frac{s}{a} + 1 \right)}{(t_1 s + 1)(t_2 s + 1)}$$

Este tipo de modelo es necesario para el caso en que la respuesta tenga una forma como la mostrada en la fig. 2 (Ref. 3), dado que esto indica la existencia de un cero positivo.

METODO DE ZIEGLER-NICHOLS (Sistema de Primer Orden)

En la figura 3 se muestra la respuesta a escalón de un sistema con retraso de primer orden. Obsérvese que la respuesta obtiene el 63.2% de su valor final en un tiempo igual a la constante τ . Obsérvese también que una tangente trazada sobre la respuesta en el punto en el cual la derivada es máxima, interseca la línea de respuesta de 100% en el tiempo τ .

Usando estas características se obtuvo un modelo para un sistema con función de transferencia:

$$G(s) = \frac{1}{(0.5s+1)(s+1)^2(2s+1)}$$

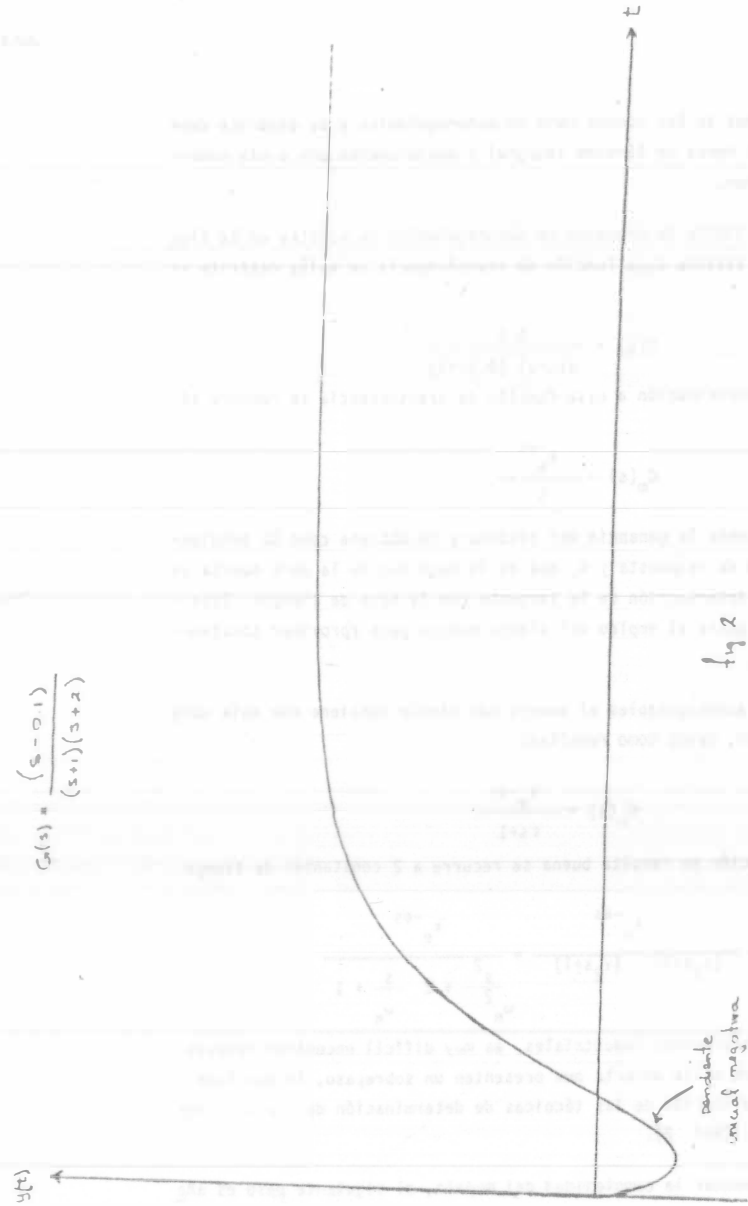
cuya respuesta a escalón se muestra en la figura 4.

Primamente trazamos la línea tangente en el punto de inflexión y al tiempo en que interseca el nivel cero se le asigna a . Para determinar gráficamente la constante de tiempo τ existen básicamente 2 métodos:

- a) El tiempo en el cual la línea tangente interseca el 100% del valor es igual a $a + \tau$ (ajuste 1)
- b) El tiempo en el cual el proceso alcanza el 63.2% de su valor final es igual a $a + \tau$ (ajuste 2)

Para ambos casos $k = \frac{A \text{ (salida)}}{B \text{ (entrada)}}$. El valor de los parámetros determinados por estos 2 métodos se muestra en la tabla 1.

REF. 2: "Introducción a Sistemas y Control" D. Auslander y Takahashi y M. Rabins. Mc Graw Hill, 1976.



$$G(s) = \frac{(s-0.1)}{(s+1)(s+2)}$$

fig 2
Proceso de fase no mínima (cero en Re s > 0)

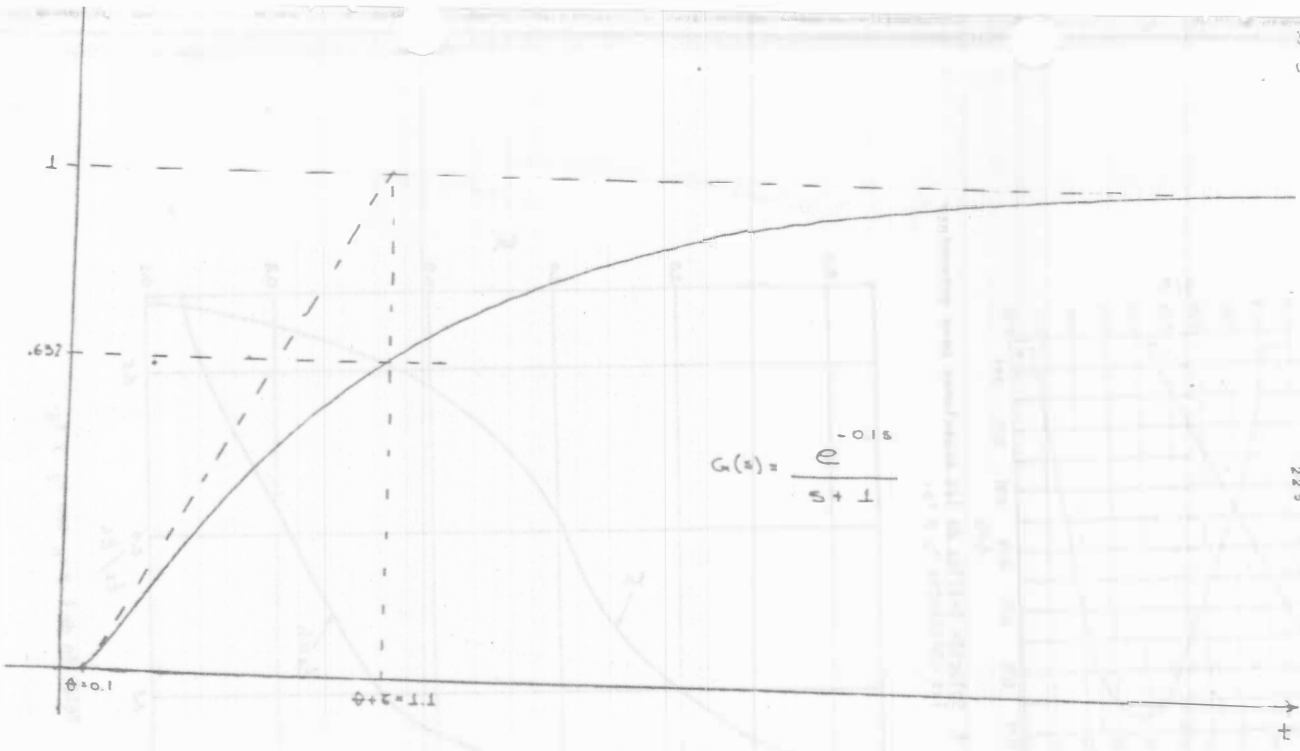


Fig 3
Sistema de primer orden con retardo puro

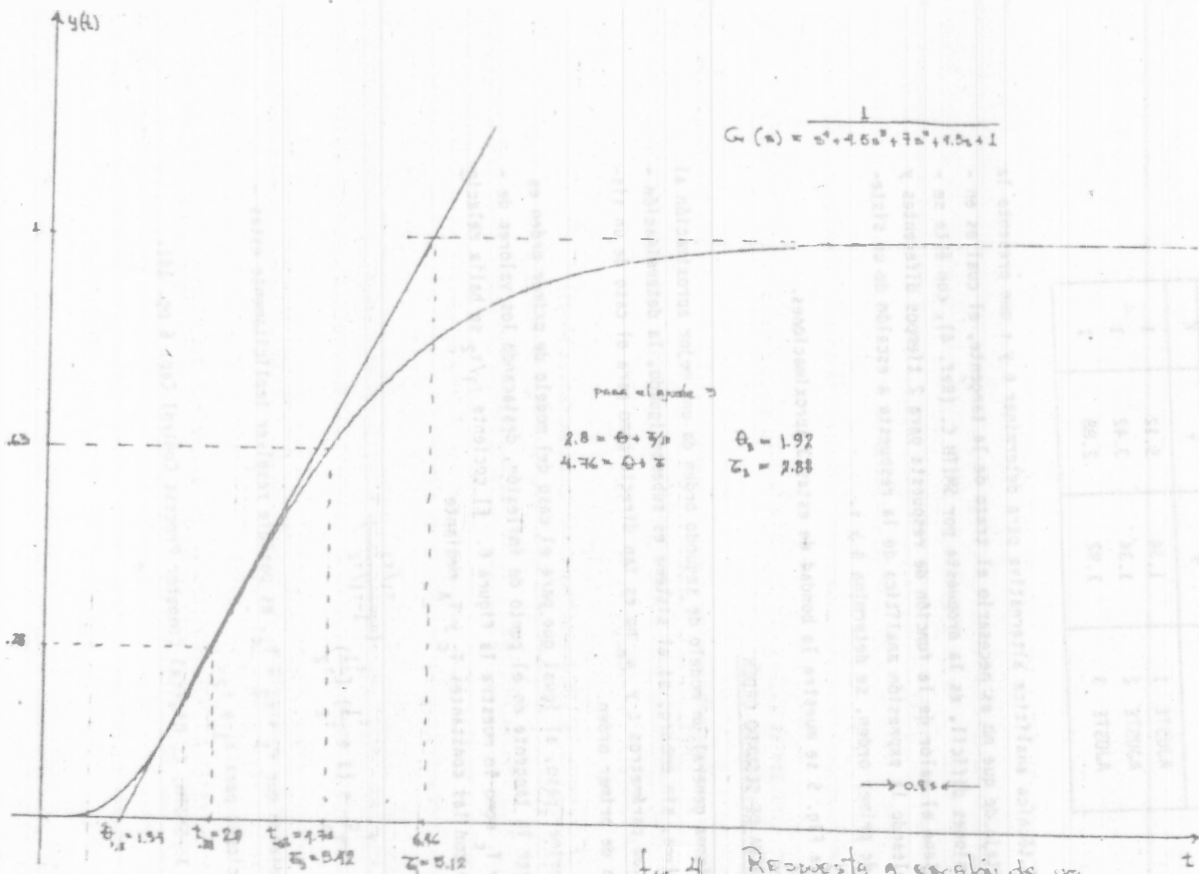


Fig 4 Respuesta a excitación de un sistema con función de Transf. $G(s)$

	Constante Ganancia		
	θ	τ	K
AJUSTE 1	1.34	5.12	1
AJUSTE 2	1.34	3.42	1
AJUSTE 3	1.92	2.88	1

Una técnica analítica alternativa para determinar θ y τ que presenta la ventaja de que no es necesario el trazo de la tangente, el cual es en ocasiones difícil, es la propuesta por SMITH C. (Ref. 4), con ésta se obtiene el valor de la función de respuesta para 2 tiempos diferentes y empleando la expresión analítica de la respuesta a escalón de un sistema de primer orden, se determina θ y τ .

En la Fig. 5 se muestra la bondad de estas 3 aproximaciones.

SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN

En forma general un modelo de segundo orden da una mejor aproximación al sistema, sin embargo si el sistema es subamortiguado, la determinación de los parámetros ζ y ω_n no es tan directo como para el caso de un sistema de primer orden.

El primer paso, al igual que para el caso del modelo de primer orden es trazar la tangente en el punto de inflexión, destacando los valores de T_A y T_C como lo muestra la figura 6. El cociente τ_1/τ_2 se halla relacionado con las constantes T_C y T_A mediante

$$\frac{T_C}{T_A} = \left(1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}\right) \left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right) \left(\frac{\tau_1/\tau_2}{1 - \tau_1/\tau_2}\right)$$

conociendo que $\tau_1 + \tau_2 = T_C$, es posible resolver implícitamente estas ecuaciones para τ_1 y τ_2 .

REF. 3: SMITH, C. Digital Computer Process Control Cap. 6 pg. 141.

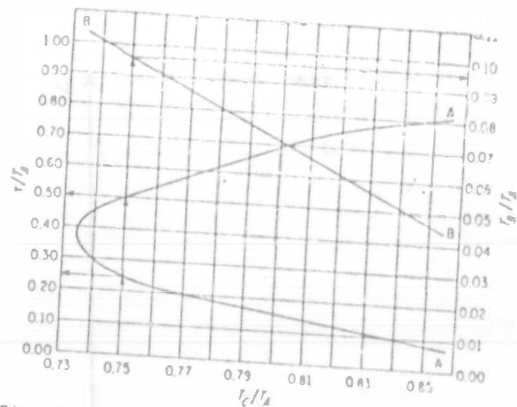


Fig. 6 Solución Gráfica de las ecuaciones para determinar las constantes τ_1 y τ_2 .

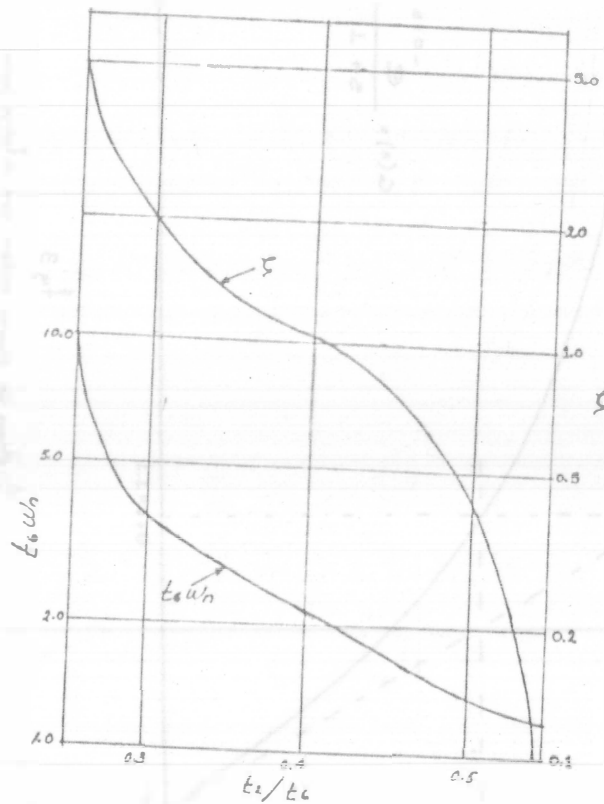


Fig. 9 Relación de ζ y ω_n con t_2 y t_6 .

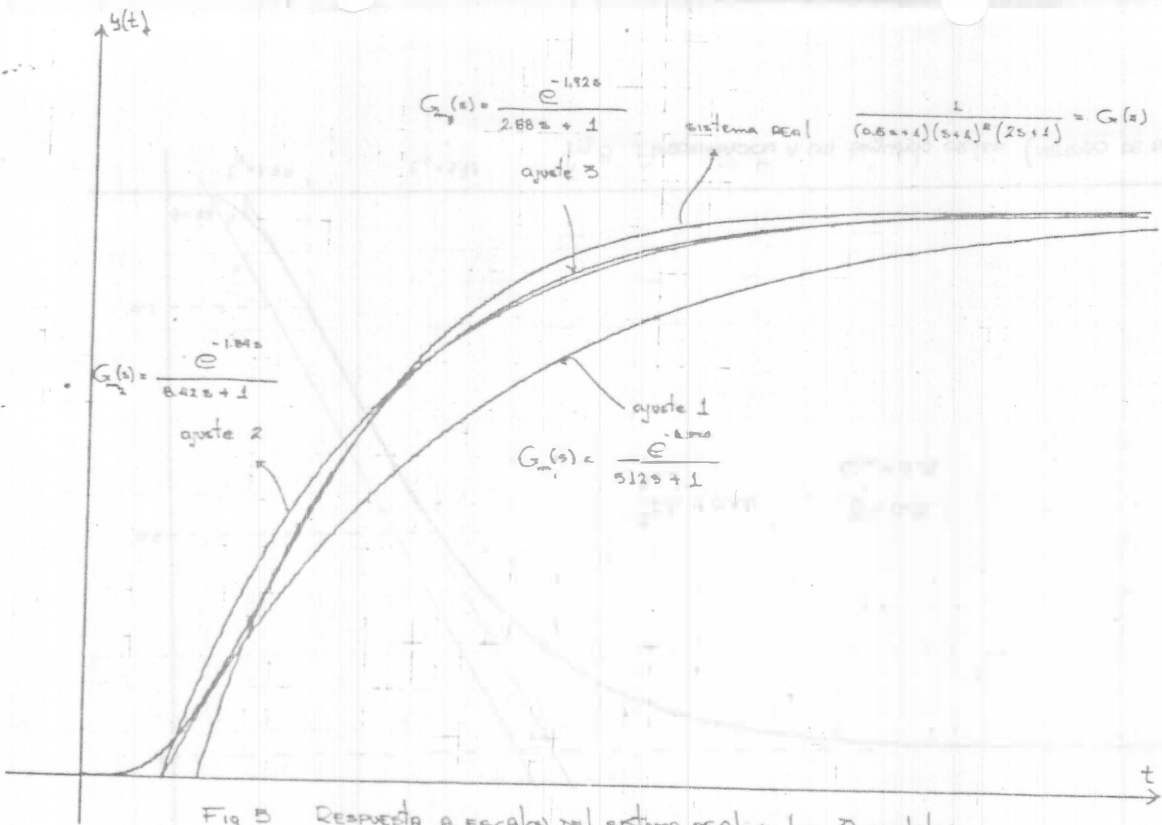


Fig 5 RESPUESTA A ESCALON DEL SISTEMA REAL y los 3 modelos

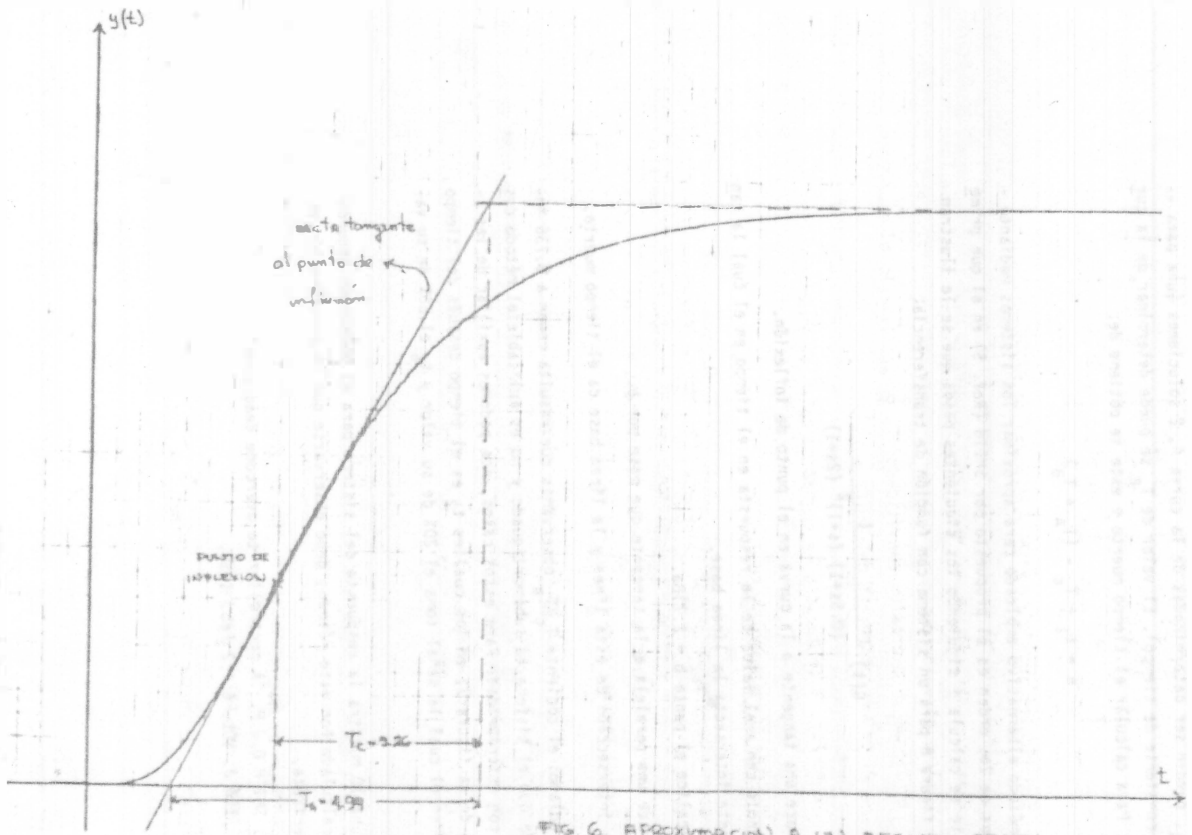


FIG 6. APROXIMACION A UN SEGUNDO ORDEN

La gráfica de la figura 7 facilita este cálculo. Para cada valor de T_C/T_A , pueden ser determinadas de la curva A, 2 soluciones (una para cada constante de tiempo). El valor de T_B se puede determinar de la curva B. Para calcular el tiempo muerto θ este se obtiene de:

$$\theta = T_1 + T_C - (T_A + T_B)$$

Otro método alternativo empleado para aproximar los sistemas mediante modelos de 2o. orden es el propuesto por SMITH (Ref. 5) en el que primeramente se calcula θ siguiendo los siguientes pasos que se le ilustran en la figura 8 para un sistema con función de transferencia:

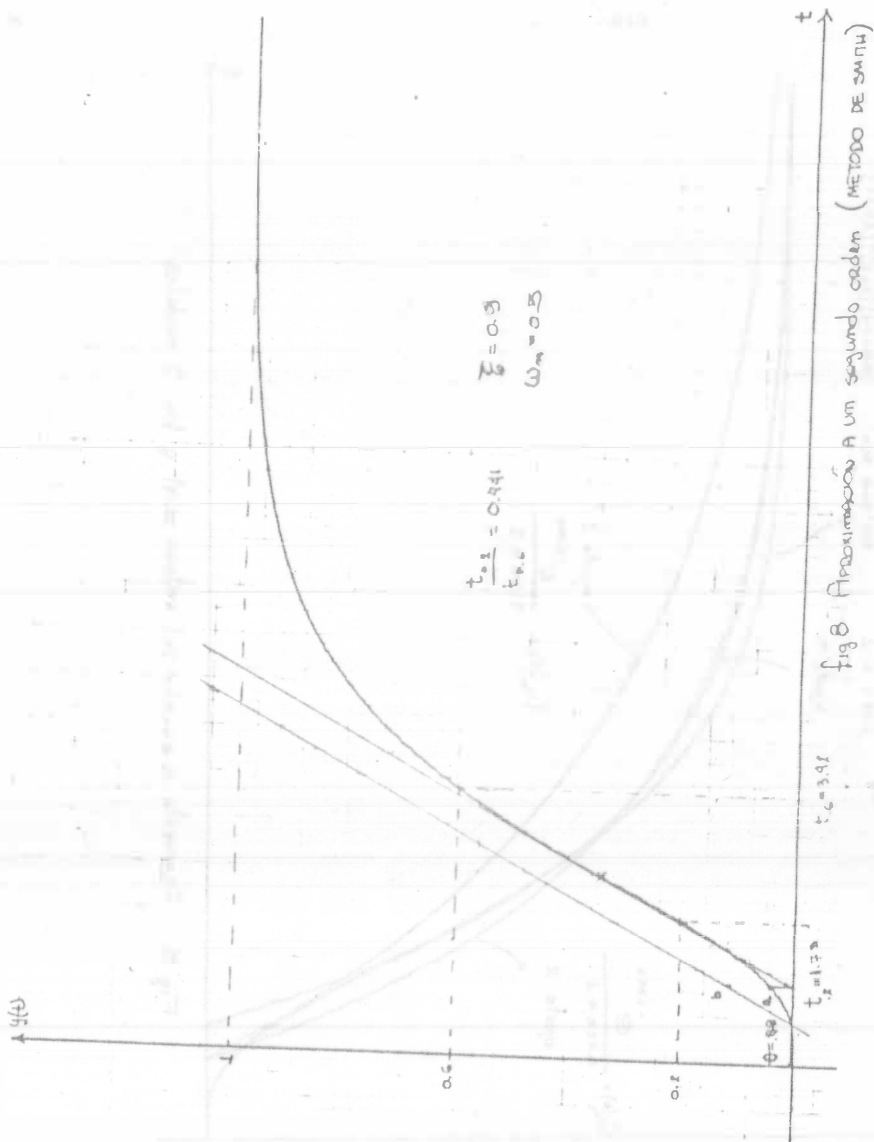
$$G(s) = \frac{1}{(0.5s+1)(s+1)^2(2s+1)}$$

- 1.- Trace una tangente a la curva en el punto de inflexión.
- 2.- Denote con a el valor de la respuesta en el tiempo en el cual la tangente intersecta la línea base.
- 3.- Localice el punto $b = 2.718a$.
- 4.- Trace una paralela a la tangente que pase por b .
- 5.- La intersección de esta línea y la línea base da el tiempo muerto.

Si calculamos el cociente T_C/T_A , observamos que resulta menor a 0.736 indicando que el sistema es subamortiguado y no es aplicable el método descrito con anterioridad. Para estos casos, nos podemos auxiliar de las curvas de la figura 9, en los cuales t_2 es el tiempo después del tiempo muerto en el cual la señal toma el 20% de su valor y t_6 el 60% de su valor.

La figura 10 muestra la respuesta del sistema para el modelo de segundo orden calculado por este método; debe observarse que la aproximación es casi perfecta.

REF. 4: SMITH O.J.M. "A controller to overcome dead time" ISA J. VOL. 6 # 2 Feb. 1959.



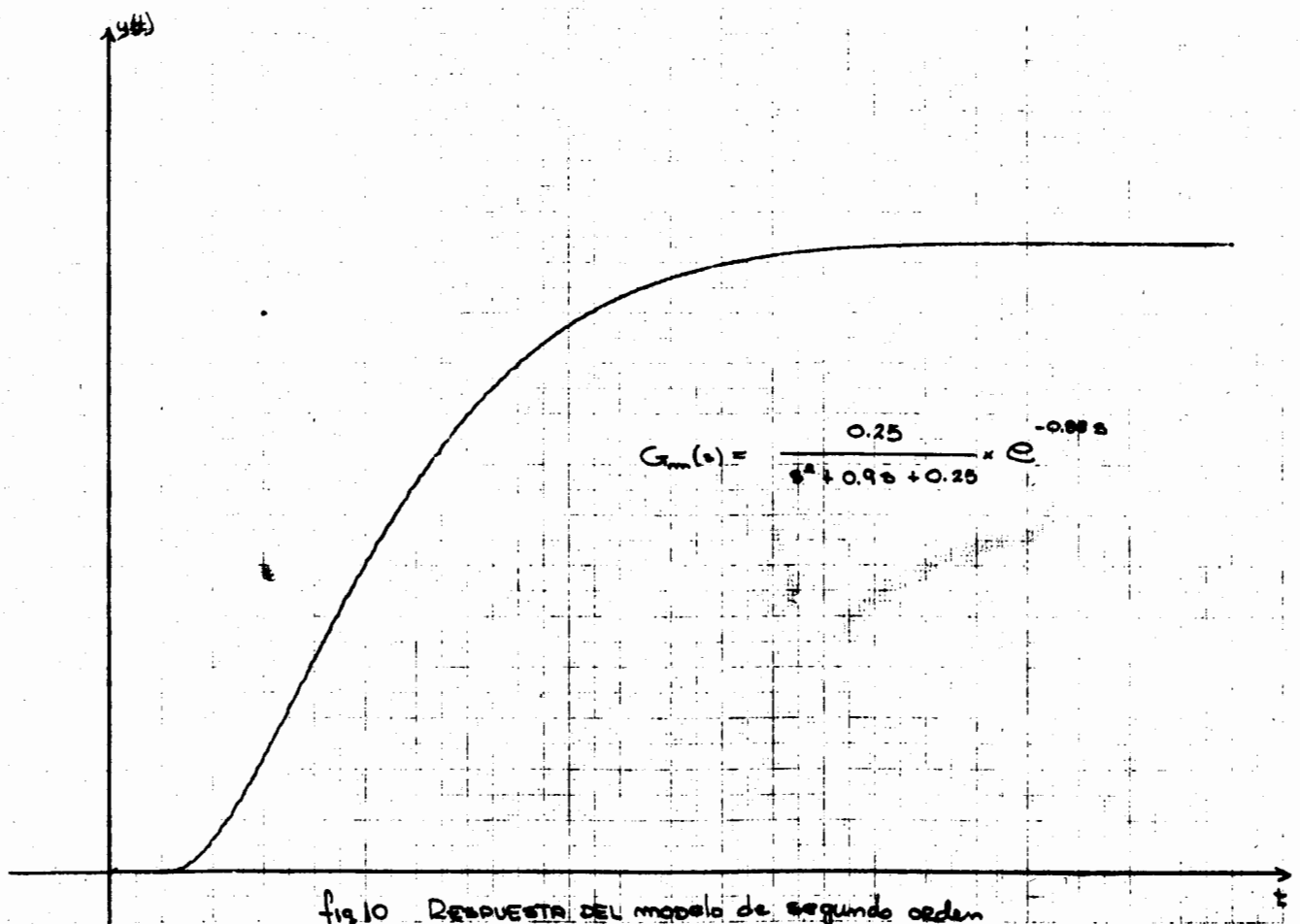


fig.10 Respuesta del modelo de segundo orden

TECNICA DE DETERMINACION DE LOS MAXIMOS DE UNA ECUACION DIFERENCIAL
PARA ESCALAMIENTO EN AMPLITUD.

En este apéndice se presenta una regla sencilla, muy útil para la determinación de los máximos de una ecuación diferencial cualquiera. Estos se obtienen de examinar las constantes de tiempo y las frecuencias naturales del sistema. No es necesario resolver la ecuación diferencial.

Comencemos por considerar los 2 tipos de funciones que aparecen frecuentemente en los sistemas lineales, exponenciales y senoides amortiguados. - Las relaciones entre los valores máximos de la variables y los máximos de sus derivadas son muy sencillas :

Para la función exponencial :

$$\begin{aligned}x(t) &= Ae^{kt} \\ \dot{x}(t) &= kAe^{kt} \\ \ddot{x}(t) &= k^2Ae^{kt} \\ \text{etc.}\end{aligned}$$

Si el sistema es estable $k < 0$ y

$$\begin{aligned}x(\text{MAX}) &= A \\ \dot{x}(\text{MAX}) &= kA \\ \ddot{x}(\text{MAX}) &= k^2A \\ \text{etc.}\end{aligned}$$

De modo que los valores máximos de las variables y sus derivadas forman una progresión geométrica.

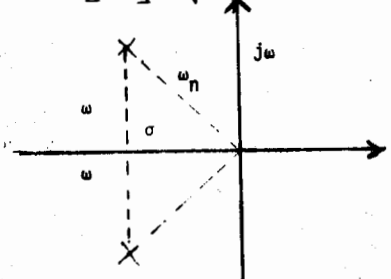
Para la senoidal amortiguada :

$$\begin{aligned}x &= Ae^{\sigma t} \text{ sen } (\omega t + \theta) \\ \dot{x} &= A \left[e^{\sigma t} \omega \cos (\omega t + \theta) + \sigma e^{\sigma t} \text{ sen } (\omega t + \theta) \right] \\ \dot{x} &= Ae^{\sigma t} \left[\omega \cos (\omega t + \theta) + \sigma \text{ sen } (\omega t + \theta) \right] \\ \dot{x} &= Ae^{\sigma t} (\sigma^2 + \omega^2)^{1/2} \text{ sen } (\omega t + \theta')\end{aligned}$$

Para que el sistema sea estable $\sigma < 0$; el máximo de $e^{\sigma t}$ es 1. Una buena aproximación se logra suponiendo el siguiente máximo para $\dot{x}(t)$

$$\dot{x}[\text{MAX}] = A$$

$$\dot{x}[\text{MAX}] = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2} (A)$$



Localización de las raíces.

Considerando que el peor caso (máxima amplitud) ocurre cuando $\sigma = 0$ (no hay amortiguamiento), entonces $\omega = \omega_n$, por tanto :

$$\dot{x}[\text{MAX}] = \sqrt{\omega_n^2} (A) = \omega_n A$$

$$\dot{x}[\text{MAX}] = \sqrt{\sigma^2 + \omega^2} (A) = \omega_n A$$

De manera que para senoides amortiguadas los máximos estimados también forman una progresión geométrica.

El cálculo de la frecuencia natural no amortiguada es muy sencillo aún sin resolver la ecuación diferencial ; así por ejemplo para la ecuación :

$$a\ddot{x} + b\dot{x} + cx = 0 \quad \omega_n = \sqrt{c/a}$$

Extendiendo esta regla para una ecuación de orden n, tenemos :

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 \dot{x} + a_0 x = 0$$

Una buena aproximación para la frecuencia natural es la siguiente:

$$\bar{\omega} = \sqrt[3]{|a_0/a_n|}$$

Esta fórmula funciona muy bien cuando las raíces de la ecuación característica no difieren mucho en magnitud.

Empleando este procedimiento para el EHS-160

$$V_{rv} = \frac{k_1 \times 2.66 \times 10^8}{S^3 + 6.51 \times 10^2 S^2 + 2.16 \times 10^5 S + 5.32 \times 10^8}$$

La frecuencia promedio

$$\bar{\omega} = \sqrt[3]{\frac{5.32 \times 10^8}{1}} = .81 \times 10^3$$

Asignando a x [MAX] = 1, es posible fijar los máximos de las derivadas superiores sabiendo que

$$\begin{aligned} \dot{x} [MAX] &= \bar{\omega} \times x [MAX] \\ \ddot{x} [MAX] &= \bar{\omega}^2 \times x [MAX] \end{aligned}$$

ETC.

$$\dot{x} [MAX] = .81 \times 10^3$$

$$\ddot{x} [MAX] = 6.51 \times 10^5$$

$$\ddot{\ddot{x}} [MAX] = 5.31 \times 10^8$$

Una vez encontrados estos valores máximos, se sigue el procedimiento normal de escalamiento.

Existe una regla para la ecuación de orden n:

$$S^n + a_{n-1} S^{n-1} + \dots + a_1 S + a_0 = 0$$

DETERMINACIÓN DE LOS MÁXIMOS DE LA RESPUESTA EN AMPLITUD

En esta sección se presenta una regla sencilla, muy útil para la obtención de los máximos de una ecuación característica de un sistema. Esta regla es exacta cuando las raíces de la ecuación característica del sistema no se encuentran demasiado lejos de la parte real del eje imaginario.

Para determinar los máximos de la respuesta en amplitud de un sistema, se debe encontrar la raíz real de la ecuación característica del sistema. Si esta raíz es real y negativa, los máximos de la respuesta en amplitud se encuentran en la parte real del eje imaginario.

La regla es:

$$\begin{aligned} x(t) &= A e^{-\zeta \omega_n t} \\ \dot{x}(t) &= -\zeta \omega_n A e^{-\zeta \omega_n t} \\ \ddot{x}(t) &= \zeta^2 \omega_n^2 A e^{-\zeta \omega_n t} \\ &\dots \end{aligned}$$

este procedimiento se aplica a:

$$\begin{aligned} A &= (XAM) \\ \dot{A} &= (XAM) \\ \ddot{A} &= (XAM) \\ &\dots \end{aligned}$$

De modo que los máximos de las variables y sus derivadas forman una