



FACULTAD DE INGENIERIA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

APUNTE
49

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



601960

G.- 601960

**GLORIA MATA HERNANDEZ
GUILLERMO ROJAS REYES
HECTOR TRUJILLO ARRIAGA**

**PRACTICA DE
LABORATORIO DE
CONTROL ANALOGICO Y
ELEMENTOS DE CONTROL
AUTOMATICO**

**DIVISION DE INGENIERIA MECANICA Y ELECTRICA
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA DE CONTROL**



FACULTAD DE INGENIERIA

APUNTE 49

FACULTAD DE INGENIERIA UNAM.



601960

G.- 601960

PROLOGO

El presente manual de prácticas está dedicado a los laboratorios de Control Analógico y Elementos de Control Automático. Esta edición es una versión corregida y ampliada en cuanto a los temas presentados, con un nuevo formato de presentación; el número de prácticas sigue siendo el mismo que el anterior.

El enfoque para uno u otro laboratorio lo dará cada profesor debiéndose realizar por lo menos, 9 prácticas por semestre.

Cada una de las prácticas tiene el siguiente formato: introducción teórica al tema en estudio, objetivos de la práctica, equipo y material, desarrollo y análisis de datos y resultados.

El manual se compone de 4 partes: 3 de prácticas y una de apéndices.

La primera parte de prácticas, se realizan en la computadora analógica EAI-180, que es un instrumento con el cual es posible simular en tiempo real diversos sistemas ya sea eléctricos, mecánicos, químicos, ecológicos, etc, mediante la solución del modelo matemático del sistema o proceso. Consta de una introducción teórica a la computadora analógica y siete prácticas, en las que se simulan y analizan diversos sistemas de primero, segundo y tercer orden.

En todas se utiliza la computadora analógica y equipo básico de laboratorio tal como osciloscopio, multímetro, graficador, etc .

La segunda parte de prácticas está dedicada al servomecanismo modular de corriente directa MS-150, que es un equipo para analizar el control de velocidad, posición y los diferentes modos de control: proporcional, derivativo, integral, etc. Consta de una introducción teórica de cada uno de los módulos y su interconexión y cinco prácticas, de las cuales las cuatro primeras se realizan con el equipo mencionado y la quinta consiste en simular el funcionamiento de dicho equipo en la computadora analógica; en las cinco se utiliza el equipo básico de laboratorio y en la cuarta se requiere además de 2 capacitores y 2 resistencias que el alumno deberá traer.

G- 601960

La tercera parte también es de prácticas, están diseñadas para realizarse con el entrenador de procesos PT-326, éste es un equipo que permite simular un proceso real de control de la temperatura del aire que circula en un ducto. Consta de una introducción teórica al PT-326 y cinco prácticas, que al igual que en el caso anterior, cuatro se realizan con este equipo y la quinta se simula en la computadora analógica.

En la cuarta parte se presentan 9 apéndices de los cuales los primeros 8 (Apéndice A, B, ... H) están dedicados a temas específicos de aplicaciones con la computadora analógica tales como: programación analógica, simulación de ecuaciones simultáneas, polinomios, generación de funciones, etc, y en el último se presentan copias de hojas especiales para el trazo de gráficos de respuesta en frecuencia con diversos métodos.

Este manual de prácticas fue realizado por el Ing Guillermo Rojas Reyes quien elaboró las partes referentes al Servomecanismo y Entrenador de Procesos y la suscrita a cuyo cargo estuvieron las partes correspondientes a la Computadora Analógica y los Apéndices. Ha sido elaborado con base en el trabajo desarrollado por el Ing Héctor Trujillo Arriaga quien delineó el contenido de las prácticas.

Sabemos que existen algunas diferencias en el formato de esta edición, las cuales no pudieron ser corregidas del todo debido a la urgencia que se tiene para tener a tiempo la impresión y hacer posible que el alumno disponga de él lo mas pronto posible.

Finalmente agradeceríamos a todas las personas que nos hicieran conocer los detalles y errores que se encontrasen así como las sugerencias para mejorar este material.

ING GLORIA MATA HERNANDEZ

INDICE

PROLOGO	
INTRODUCCION TEORICA A LA COMPUTADORA ANALOGICA	1
PRACTICA No 1 MODULOS ANALOGICOS	25
PRACTICA No 2 SIMULACION DE UNA PLANTA NO LINEAL EN LA COMPUTADORA ANALOGICA	37
PRACTICA No 3 SIMULACION DE UNA REACCION QUIMICA	45
PRACTICA No 4 SIMULACION DE UN SISTEMA ECOLOGICO: RELACION DEPREDADOR - PRESA	53
PRACTICA No 5 DETECCION DE MAXIMOS Y MINIMOS	59
PRACTICA No 6 CONTROL DE LA ESTABILIDAD DE UN SISTEMA REALIMENTADO	65
PRACTICA No 7 RESPUESTA EN FRECUENCIA	71
INTRODUCCION TEORICA AL SERVOMECANISMO MODULAR DE CORRIENTE DIRECTA	79
PRACTICA No 1 MODULOS BASICOS	89
PRACTICA No 2 CONTROL DE VELOCIDAD	99
PRACTICA No 3 CONTROL DE POSICION	105
PRACTICA No 4 ACCIONES DE CONTROL	111
PRACTICA No 5 SIMULACION DEL SERVOMECANISMO MODULAR MS-150	121
INTRODUCCION TEORICA AL ENTRENADOR DE PROCESOS PT-326	127
PRACTICA No 1 DETERMINACION DE LAS CARACTERISTICAS ESTATICAS Y DINAMICAS EN EL ENTRENADOR DE PROCESOS	133

PRACTICA No 2 CALCULO DE LOS PARAMETROS DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DEL ENTRENADOR DE PROCESOS CONSIDERADO COMO UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN A ENTRADA ESCALON	139
PRACTICA No 3 CONTROL POSICAST	145
PRACTICA No 4 RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL ENTRENADOR DE PROCESOS	151
PRACTICA No 5 SIMULACION DEL ENTRENADOR DE PROCESOS	157
APENDICE A INTRODUCCION A LA PROGRAMACION ANALOGICA	A1
APENDICE B SIMULACION DE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES SIMULTANEAS	B1
APENDICE C SIMULACION DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA	C1
APENDICE D SIMULACION DE ECUACIONES CON VARIABLES DE ESTADO	D1
APENDICE E SIMULACION DE POLINOMIOS DE GRADO 'N'	E1
APENDICE F ESCALAMIENTO EN TIEMPO	F1
APENDICE G ESCALAMIENTO EN AMPLITUD	G1
APENDICE H GENERACION DE FUNCIONES	H1
APENDICE I PLANTILLAS PARA GRAFICACION DE RESPUESTA EN FRECUENCIA	I1
BIBLIOGRAFIA	

ADICION

INTRODUCCION TEORICA A LA COMPUTADORA ANALOGICA

Una computadora analógica es un dispositivo (eléctrico, electrónico o mecánico) capaz de realizar determinado tipo de operaciones matemáticas, las cuales describen el comportamiento de un sistema o proceso real, y con una correcta interpretación pueden simular dicho sistema o proceso. Por ejemplo, una regla de cálculo puede considerarse como una computadora analógica, ya que realiza operaciones aritméticas a partir de la suma de las longitudes de dos reglillas con escalas logarítmicas.

El elemento básico de una computadora analógica electrónica es el amplificador de voltaje de *cd* de alta ganancia conocido comúnmente como Amplificador Operacional, con el cual se pueden realizar operaciones tales como: suma algebraica, inversión de signo, integración, derivación, multiplicación, etc.

Los resultados obtenidos de la computadora se presentan en forma de voltajes, los cuales se pueden observar en un osciloscopio o ser presentados gráficamente como una función del tiempo haciendo uso de un graficador. Dichos voltajes pueden representar, dependiendo del sistema real que se analice, la temperatura en una caldera, la de una incubadora o la de un invernadero, la intensidad de corriente que circula en una línea de alta tensión, la concentración de un producto químico o de alguna proteína en la sangre de una persona, la aceleración angular en la flecha de un motor, el número de personas que viven en una ciudad, etc.

En general, una computadora analógica electrónica puede simular el comportamiento dinámico de sistemas o cualquier tipo de procesos mediante la solución de ecuaciones que generalmente son diferenciales o integrodiferenciales y que caracterizan a dicho sistema o proceso real.

Los elementos de una computadora analógica como la que se muestra en la figura 1, se pueden clasificar de la siguiente manera:

- I.- Componentes Lineales
- II.- Componentes no Lineales
- III.- Componentes Lógicos o Digitales
- IV.- Módulo de Medición
- V.- Módulo de Operación

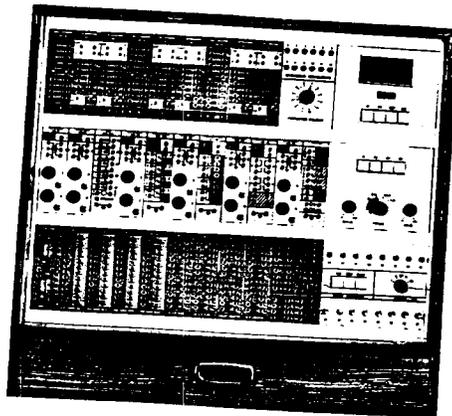


Figura 1. Computadora Analógica EAI-180

I COMPONENTES LINEALES

Estos elementos son los que constituyen una computadora analógica elemental y básicamente se agrupan en tres módulos:

- Fuentes de voltajes de ± 10 Volts
- Amplificadores Operacionales
- Potenciómetros

Fuentes de voltaje. - Las fuentes de voltaje generan una señal de voltaje constante para excitar a los diferentes elementos de la computadora que lo requieran. Esta señal se puede tomar directamente de la fuente correspondiente o modificar su valor mediante el uso de potenciómetros.

Amplificadores Operacionales. - Es un amplificador de cd de ganancia muy alta, que se utiliza para realizar diversas operaciones matemáticas tales como: cambio de signo, suma e integración dependiendo de la forma en que esté configurado. La figura 2 muestra un diagrama esquemático del amplificador operacional ideal.

Los voltajes de salida y entrada V_s y V_e respectivamente, están relacionados por la siguiente ecuación:

$$V_s = -A V_e$$

o bien

$$-A = \frac{V_s}{V_e}$$

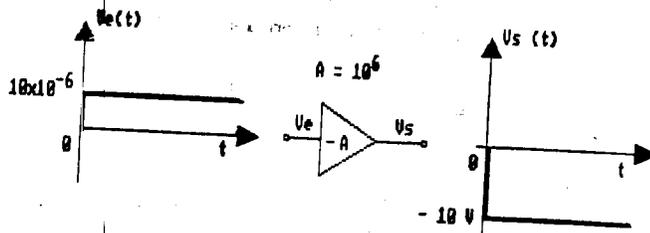


Figura 2. Diagrama esquemático, señal de entrada y salida de un amplificador operacional.

donde $-A$ es el factor de amplificación o ganancia y el signo negativo indica un cambio de polarización de la salida con respecto a la entrada.

La constante A es un número adimensional cuyo valor varía entre 10^6 y 10^8 dependiendo de las características particulares del elemento, técnicamente significa que si se aplica una entrada de $10 \mu V$ ($10 \times 10^{-6} V$), la salida que se obtendría es de $-10 V$ como se muestra en la figura 2.

Prácticamente esto no es posible, ya que el amplificador operacional puede proporcionar a la salida un voltaje máximo que

se conoce como voltaje de saturación, siendo éste precisamente el voltaje de polarización del elemento. La figura 3 muestra la relación entrada-salida del amplificador operacional real.

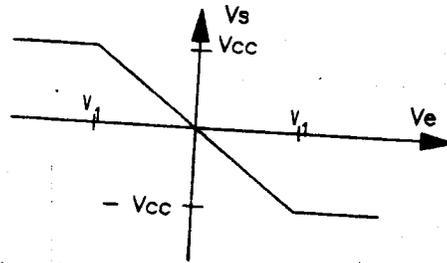


Figura 3. Gráfica de la relación entrada-salida de un amplificador operacional real.

Para obtener mayor utilidad de este dispositivo, es necesario disminuir la ganancia del amplificador, lo que se logra mediante una realimentación como la que se indica en la figura 4.

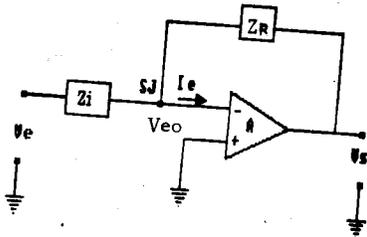


Figura 4. Diagrama esquemático de un amplificador operacional realimentado.

Realimentando el amplificador operacional y tomando en cuenta que la impedancia interna de entrada es muy alta (generalmente de 10^6 a 10^8 K Ω), la corriente de entrada es despreciable, o sea:

$$i_e \sim 0$$

entonces, el amplificador tiende a mantener el voltaje V_{eo} a un potencial de tierra. Bajo estas condiciones, el amplificador se puede utilizar en diversas configuraciones tales como sumador e integrador entre otras.

SUMADOR

La configuración del amplificador operacional como sumador se muestra en la figura 5.

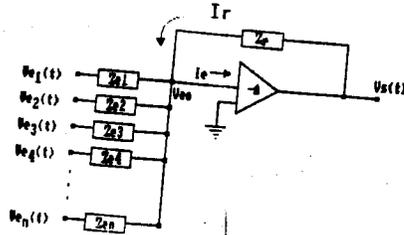


Figura 5. Diagrama esquemático de un amplificador operacional en configuración de sumador.

Aplicando la ley de corrientes de Kirchoff al nodo suma de la figura 5, se tiene

$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n + I_r = I_e = 0 \quad (1)$$

Si $V_{eo} = 0$, entonces se tienen las siguientes relaciones:

$$I_1 = \frac{V_{e1} - V_{eo}}{Z_{e1}} = \frac{V_{e1}}{Z_{e1}}$$

$$I_2 = \frac{V_{e2} - V_{eo}}{Z_{e2}} = \frac{V_{e2}}{Z_{e2}}$$

$$\vdots$$

$$I_n = \frac{V_{en} - V_{eo}}{Z_{en}} = \frac{V_{en}}{Z_{en}}$$

$$I_r = \frac{V_s - V_{eo}}{Z_r} = \frac{V_s}{Z_r}$$

Sustituyendo estas relaciones en la ecuación (1) se llega a

$$\frac{V_{e1}}{Z_{e1}} + \frac{V_{e2}}{Z_{e2}} + \dots + \frac{V_{en}}{Z_{en}} + \frac{V_o}{Z_r} = 0 \quad (2)$$

despejando V_o se llega a

$$V_o = - \left[\frac{Z_r V_{e1}}{Z_{e1}} + \frac{Z_r V_{e2}}{Z_{e2}} + \dots + \frac{Z_r V_{en}}{Z_{en}} \right] \quad (3)$$

Si las impedancias $Z_{e1}, Z_{e2}, \dots, Z_{en}$ y Z_r son puramente resistivas, esto es:

$Z_r = R_r$ - Resistencia de realimentación

$Z_{ei} = R_{ei}$ - Resistencia de entrada del voltaje V_{ei} , para $i=1,2,\dots,n$

Entonces, el voltaje de salida es una relación lineal de la SUMA de los voltajes de entrada, donde la ganancia para cada voltaje de entrada se calcula como el cociente del valor de la resistencia de realimentación entre el valor de la resistencia de entrada.

Con el empleo de la realimentación se obtiene un mejor manejo de la ganancia del amplificador operacional, es decir, con la misma resistencia de realimentación se pueden obtener diferentes relaciones de ganancia para cada resistencia de entrada particular. En la figura 6 se muestra la curva característica del dispositivo realimentado.

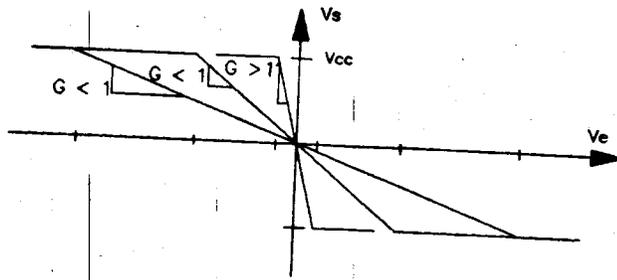


Figura 6. Relación entrada-salida de un amplificador operacional realimentado.

Las computadoras analógicas con que cuenta el laboratorio de Ingeniería de Control, como la mostrada en la figura 1, contienen 6 sumadores (o inversores dependiendo de la configuración) independientes, cada uno tiene 5 resistencias, tres de ellas con valor de $1\text{ M}\Omega$ y dos de $100\text{ K}\Omega$, e identificadas para fines prácticos con los números de 1 y 10 respectivamente tal y como se indica en la figura 7.

Observe que la resistencia de mayor valor ($1\text{ M}\Omega$) tiene el identificador de menor valor (1) y la resistencia de menor valor ($100\text{ K}\Omega$) esta identificada con el número mayor (10); de esta forma, para determinar la ganancia del amplificador con el valor de las resistencias ó del identificador se deben calcular de acuerdo a la Tabla 1.

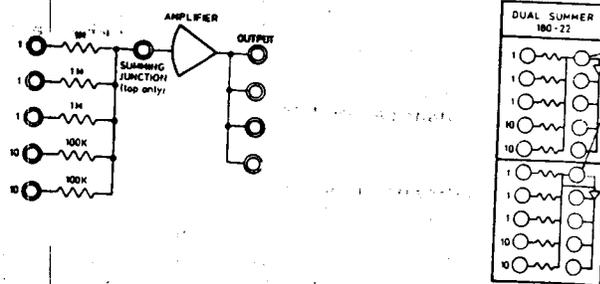


Figura 7. Diagrama esquemático de un amplificador operacional en configuración de sumador/inversor.

Rr		Re		Ganancia.	
Valor	Identific	Valor	Identific	$\frac{Rr \text{ [ohms]}}{Re \text{ [ohms]}}$	$\frac{Re \text{ Identif}}{Rr \text{ Identif}}$
10 ⁵	10	10 ⁵	10	1	1
10 ⁵	1	10 ⁵	10	10	10
10 ⁵	10	10 ⁵	1	.1	.1
10 ⁵	1	10 ⁵	1	1	1

Tabla 1. Cálculo de ganancia para un sumador.

INTEGRADOR

El amplificador operacional puede utilizarse como un integrador si se usa un capacitor como impedancia de realimentación y una resistencia como impedancia de entrada tal y como se muestra en la figura 8.

En este caso se sigue cumpliendo la relación (3) pero ahora

$$Z_r = \frac{1}{sC} \quad \text{- Impedancia de realimentación}$$

$$Z_{ei} = R_{ei} \quad \text{- Resistencia de entrada del voltaje } V_{ei}, \text{ para } i = 1, 2, \dots, n$$

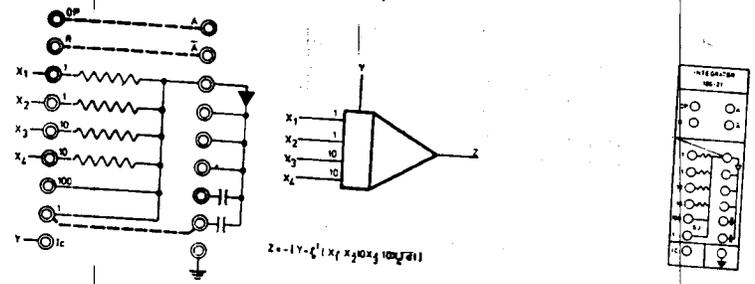


Figura 8. Diagrama esquemático de un integrador en la computadora analógica.

Sustituyendo los valores de las impedancias en la ecuación (3) se obtiene en el dominio de la variable s (transformada de Laplace):

$$V_o(s) = - \left[\frac{1}{sCrRe1} V_{e1}(s) + \frac{1}{sCrRe2} V_{e2}(s) + \dots + \frac{1}{sCrRen} V_{en}(s) \right]$$

o bien en el dominio del tiempo:

$$V_o(t) = - \left[\frac{1}{CrRe1} \int_0^t V_{e1} dt + \frac{1}{CrRe2} \int_0^t V_{e2} dt + \dots + \frac{1}{CrRen} \int_0^t V_{en} dt \right]$$

El voltaje de salida es entonces igual a la suma de las integrales de los voltajes de entrada y la ganancia para cada entrada esta dada por el inverso del producto del valor del capacitor por la resistencia de entrada.

Este tipo de computadoras (modelo EAI-18) tienen 6 integradores. Cada uno consiste de un amplificador operacional, interruptores para el modo de control y los siguientes componentes:

- a) Dos resistencias de 1 M Ω (identificadas con el número 1).
- b) Dos resistencias de 100 K Ω (identificadas con el número 10).
- c) Una resistencia de 10 K Ω para la entrada de condiciones iniciales.
- d) Un capacitor de 1 μ f (identificado con el número 1).
- e) Un capacitor de 0.01 μ f (identificado con el número 100).

Con los valores anteriores se pueden obtener diferentes valores de ganancia, la cual se puede calcular con el valor de los elementos o el valor del identificador tal como se muestra en la Tabla 2.

Valor F	Valor Identif.	Valor Ω	Valor Identif.	$\frac{1}{CR}$	Ganancias CR [Identif x Identif]
10^{-6}	1	10^6	1	1	1
10^{-5}	1	10^5	10	10	10
10^{-4}	100	10^4	1	100	100
10^{-3}	100	10^3	10	1000	1000

Tabla 2. Cálculo de ganancia para un integrador.

La localización de los sumadores e integradores en la computadora analógica se muestra en la figura 9.

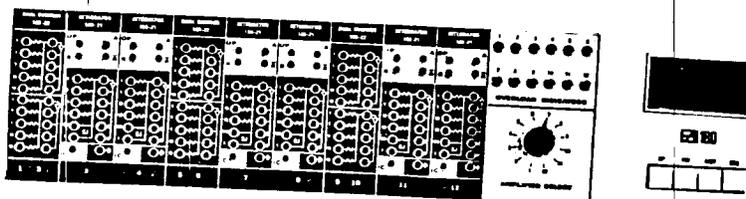


Figura 9. Localización de los amplificadores operacionales en la computadora analógica.

El circuito que controla los integradores es el que se muestra en la figura 10, con el cual la computadora analógica opera bajo diferentes formas, las cuales se describirán en la parte V de esta introducción.

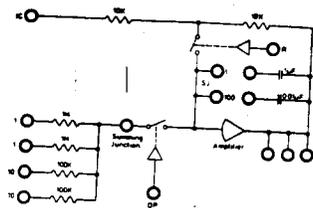


Figura 10. Diagrama esquemático del circuito de control para los integradores.

Potenciómetros.- En la computadora analógica existen dos tipos de potenciómetros:

- Potenciómetros aterrizados
- Potenciómetros no aterrizados

En los potenciómetros aterrizados una de las terminales está conectada a la tierra física. En los potenciómetros no aterrizados las dos terminales están libres y se les puede conectar diferentes voltajes; esto se muestra en la figura 11.

El voltaje de salida de los potenciómetros V_s varía de acuerdo a al valor de K ($0 < K < 1$).

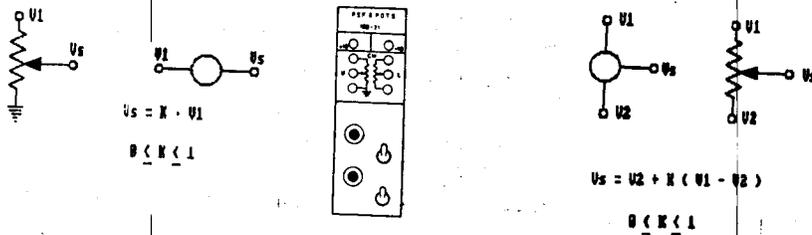


Figura 11. Diagrama esquemático y de alambrado de los potenciómetros aterrizados y no aterrizados.

II COMPONENTES NO LINEALES

Los componentes no lineales están localizados en la parte central de la computadora analógica como se muestra en la figura 12 y son los siguientes:

- Diodos
- Relevadores
- Comparadores
- Multiplicadores
- Generador de funciones con base en el diodo, DFB (Diodo Function Generation)
- Generador de pulsos
- Generador de impulsos

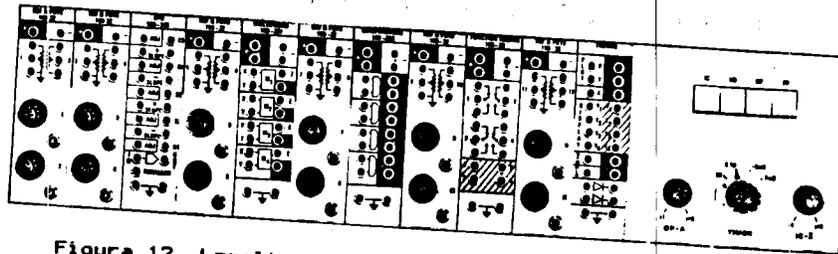


Figura 12. Localización de los componentes no lineales.

Diodos. - En esta computadora analógica se dispone de dos diodos de propósito general, localizados en la parte inferior del módulo de línea troncal (denotado: TRUNKS).

Relevadores. - Este módulo contiene cuatro relevadores independientes cuyo diagrama esquemático se muestra en la figura 13.

El cambio de posición de los interruptores puede ser operado por las siguientes señales:

- Señales lógicas de control A y \bar{A} , localizadas en la parte superior de los integradores.
- Señales de salida de los componentes lógicos.
- Cualquier señal lógica.

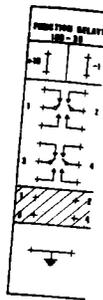


Figura 13. Diagrama esquemático y localización de los relevadores en la computadora analógica.

Comparadores.- Esta unidad contiene cuatro comparadores electrónicos independientes cuyo diagrama esquemático y localización se muestra en la figura 14.

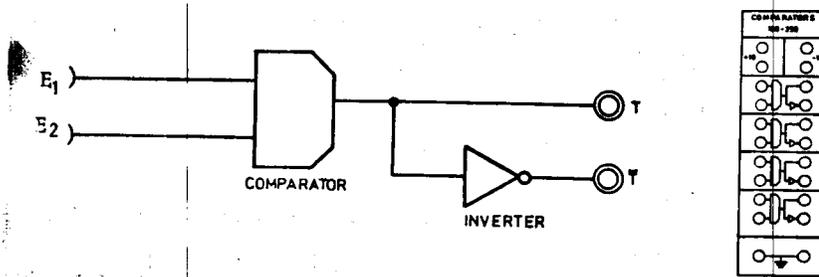


Figura 14. Diagrama esquemático y localización de los comparadores en la computadora analógica.

La función de esta unidad es comparar dos voltajes analógicos E_1 y E_2 para producir una señal lógica de salida. La tabla de verdad con la que operan los comparadores es la siguiente:

Condiciones de entrada	Salida	
	T	\bar{T}
$E_1 > E_2$	1	0
$E_1 < E_2$	0	1

donde 1 lógico ~ 5 V

0 lógico ~ 0 V

Multiplicadores.- Se cuenta con cuatro multiplicadores los cuales se pueden configurar para realizar operaciones tales como multiplicación, división, elevación al cuadrado y extracción de raíz cuadrada.

En la figura 15 se muestra la localización de los multiplicadores y las formas de conexión para realizar las cuatro operaciones.

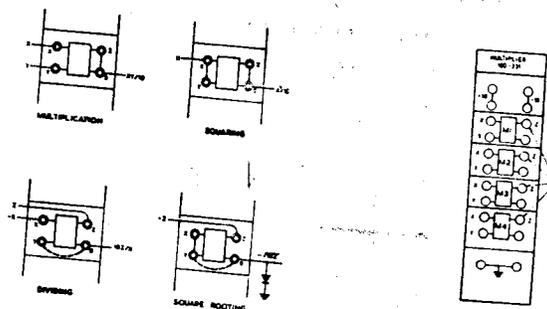


Figura 15. Configuración y localización de los multiplicadores en la computadora analógica.

Generador de funciones DFG.- Esta unidad es un generador de puntos de ruptura fijos y pendiente variable. Hay cuatro puntos de ruptura localizados a ± 2 V, ± 4 V, ± 6 V y ± 8 V, además de un ajuste de pendiente central. El diagrama esquemático y su localización se muestra en la figura 16.

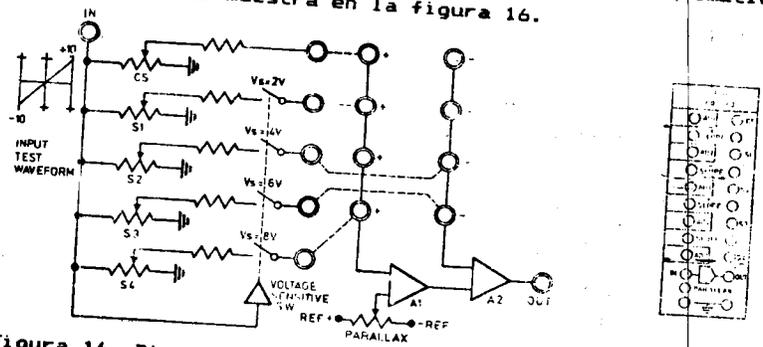


Figura 16. Diagrama esquemático y localización del DFG en la computadora analógica.

Si se aplica a la entrada del generador una señal rampa de amplitud de +10 V a -10 V (que puede ser generada por un integrador), la salida del DFG vista en el osciloscopio será como la que se muestra en la figura 17. Los puntos de corte son ajustados con S₁, S₂, S₃ y S₄ así como las pendientes positivas y negativas.

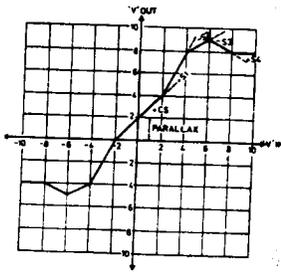


Figura 17. Salida típica del DFG con entrada rampa.

Generador de pulsos.— La salida de este generador está identificada como CP (Clock Pulses), de la que se puede obtener un tren de pulsos con amplitud de 4 V aproximadamente y frecuencia variable de acuerdo a la perilla de selección de frecuencias del reloj digital. En la terminal \overline{CP} se obtiene la señal CP invertida. EL diagrama de este generador se muestra en la figura 18.

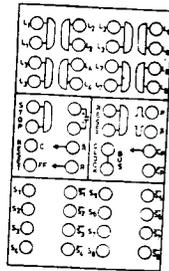


Figura 18. Diagrama esquemático y localización de la salida de reloj CP y salida del tren de impulsos en la computadora analógica.

Generador de impulsos.— La terminal de salida de este generador está identificada con la letra P y su inverso \overline{P} . Se obtiene un tren de impulsos de amplitud de 4 V aproximados y con frecuencia variable de acuerdo a la posición de la perilla selectora de frecuencias del reloj digital. En la figura 18 se muestra en diagrama correspondiente.

COMPONENTES LOGICOS O DIGITALES

El módulo digital mostrado en la figura 19 se compone de los siguientes elementos:

- Flip flops J-K
- Contadores binarios
- Contadores BCD
- Compuertas de dos entradas
- Compuertas de tres entradas
- Interruptores electrónicos

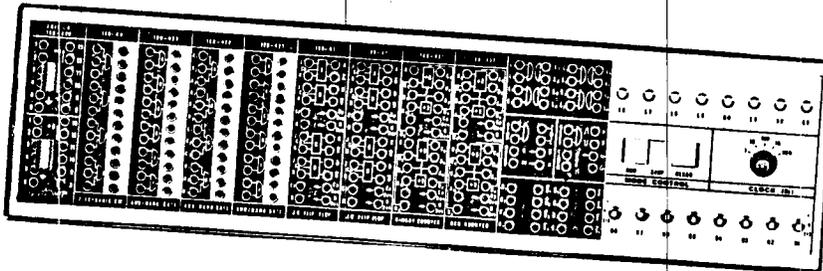


Figura 19. Localización de los componentes lógicos en la computadora analógica.

Flip flops J-K.- Esta sección contiene 4 flip flops J-K maestro/esclavo (master/slave) los cuales tienen una configuración como la que se muestra en la figura 20.

La tabla de verdad del flip flop J-K es la siguiente:

J	K	Q_{t+1}	Q_t	- Estado del flip flop antes del pulso de reloj.
0	0	Q_t	0	
0	1	0	0	- Estado del flip flop despues del pulso de reloj.
1	0	1	0	
1	1	Q_t	1	

Estos flip flops pueden ser conectados para formar:

- Contadores binarios
- Registros de corrimiento
- Registros de almacenamiento
- Contadores BCD

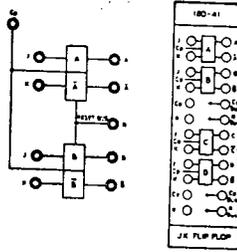


Figura 20. Diagrama esquemático y localización de los Flip Flops en la computadora analógica.

Contadores binarios.— Esta sección está formada por dos contadores binarios independientes de 4 estados, los cuales están divididos cada uno en 2 etapas para dividir por 2 y por 8 tal y como se muestra en la figura 21.

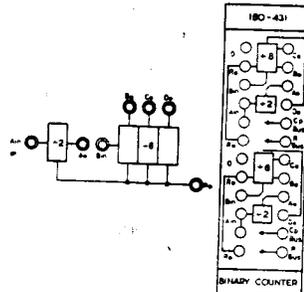


Figura 21. Diagrama de bloques y localización de los contadores binarios.

Los contadores pueden ser usados en dos formas:

- i) Como contador binario de 4 bits, cuando la salida de la etapa divisora por 2 se conecta a la entrada de la etapa divisora por 8; de esta forma el contador operará en el modo binario normal, retornando a 0000 cada 16 pulsos.
- ii) Cuando no se realiza la conexión anterior, las dos etapas del contador pueden usarse independientemente para la operación binaria divisora de 2 y de 8.

Contadores BCD.- Esta sección está formada por dos contadores BCD los cuales son divididos en 2 etapas: una que divide por 2 y otra por 5, como se muestra en la figura 22.

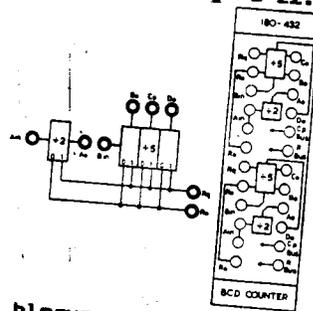


Figura 22. Diagrama de bloques y localización de los contadores BCD en la computadora analógica.

El contador puede ser usado en 3 formas:

- i) Como contador de décadas BCD, en el cual se conecta la salida de la etapa divisora por 2 a la entrada de la etapa divisora por 5.
- ii) Para la realización de la operación de división simétrica por 10, se realiza conectando la salida de la última etapa (D) a la entrada de la primera etapa (A). Cuando se aplica una señal de pulsos simétrica a la etapa divisora por 5, un décimo de la frecuencia de la señal aparecerá en la salida de la etapa A.
- iii) Si no se realiza ninguna conexión, el contador puede ser usado como un divisor de frecuencias por 5 y por 2.

Compuertas de dos entradas.- Esta sección contiene 6 compuertas AND independientes con salidas invertidas, el diagrama de bloques y localización se muestra en la figura 23. Estas compuertas pueden ser conectadas para formar una compuerta OR.

Compuertas de tres entradas.- Esta sección contiene 4 compuertas NAND independientes, dos de las cuales tienen salida invertida

como se muestra en la figura 24. Las salidas pueden conectarse para formar compuertas OR.

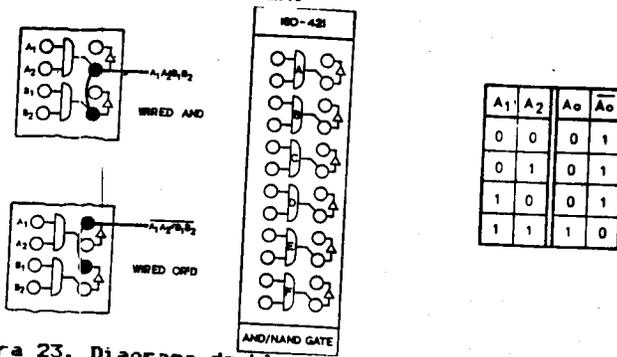


Figura 23. Diagrama de bloques y localización de las compuertas AND de dos entradas en la computadora analógica.

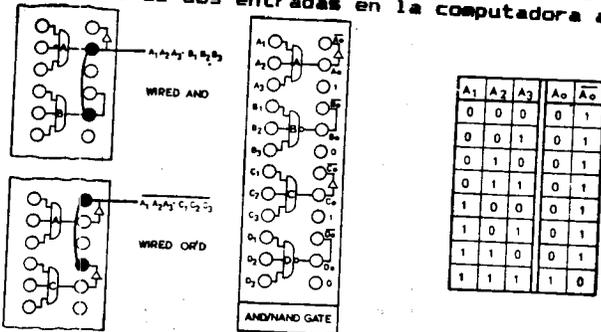


Figura 24. Diagrama de bloques y localización de las compuertas NAND de tres entradas en la computadora analógica.

Interruptores electrónicos.- Esta sección contiene 4 interruptores electrónicos de 3 entradas, cuyo estado es determinado por la presencia de señales lógicas en la compuerta de control tal y como se muestra en la figura 25.

Un '0' lógico aplicado a cualquier entrada, abrirá el interruptor, éste estará cerrado cuando todas las entradas se encuentren en '1' lógico.

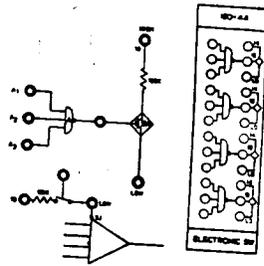


Figura 25. Diagrama de bloque y localización del interruptor electrónico en la computadora analógica.

IV MODULO DE MEDICION

Este módulo contiene un voltmetro digital integrado o bien un par de bornes para conectarse a un voltmetro externo cuya salida depende de un conjunto de botones conectados internamente de una forma específica para realizar la medición de los niveles de voltaje en los diferentes componentes, la función de dichos botones se describirá brevemente en esta sección. La localización en la computadora analógica se muestra en la figura 26.

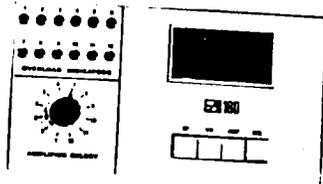


Figura 26. Localización del voltmetro y botones de control en la computadora analógica.

SP - Solo Potenciómetros (Single Potentiometers). - Este botón se oprime cuando se desea medir el valor de la constante K ($0 \leq K \leq 1$) de los potenciómetros independientemente del voltaje aplicado en sus terminales, al presionar la palanca situada al

lado de cada potenciómetro. Así mismo, se podrá conocer directamente el voltaje a la salida del potenciómetro si se utiliza un multímetro externo (en la escala de 0 a 10 V) ó indirectamente si la lectura es leída en la pantalla de la computadora (escala de 0 a 1 V, unidades máquina).

VM - Voltmetro (Voltmeter). - Oprimiendo este botón se puede medir el voltaje en cualquier parte de la computadora analógica. La terminal positiva de prueba esta identificada como DPM y la de referencia se conecta internamente a tierra al oprimir dicho botón.

AMP - Amplificadores (AMplifiers). - Presionando este botón, se presenta en el display el voltaje de salida del amplificador que esté indicado en la perilla selectora de amplificador localizada al lado izquierdo de estos botones.

BAL - BALance (BALance). - Normalmente esta forma de medición no se utiliza. Es un auxiliar para el ajuste de los amplificadores operacionales y no es conveniente que se oprima ya que deshabilita la operación de dichos elementos.

V MODULO DE OPERACION

Existen diferentes modos de operación, los cuales son seleccionados mediante botones cuya descripción se dará a continuación. La figura 27 muestra la localización de este módulo en la computadora analógica.

IC - Condiciones Iniciales (Initial Conditions). - Los integradores son los únicos elementos que pueden tener un valor de condiciones iniciales ($V_a \neq 0$ para $t = 0$) y cuando se requieren se aplica un voltaje a la terminal identificada como IC.

Al oprimir el botón IC se interrumpe la operación de la computadora analógica y los voltajes de salida de los integradores son fijados a los valores requeridos por las condiciones iniciales del problema.



Figura 27. Localización del módulo de operación en la computadora analógica.

HD - Retener (Hold).- Oprimiendo este botón, los integradores son desconectados temporalmente y las demás variables se mantienen en un valor constante, posteriormente se puede continuar la operación al oprimir el botón DP.

OP - Operación (Operation).- Cuando se oprime este botón la computadora opera bajo el modo normal.

PP - Operación repetitiva (rePetitive operation).- Al oprimir el botón PP la computadora realiza una operación repetitiva, de IC a DP, operando continuamente todos los integradores utilizados.

Intervalo de Integración.- El intervalo de integración puede ser ajustado en diferentes rangos mediante el uso de las perilla Timer (Reloj), DP-A e IC-A, localizadas de acuerdo a la figura 27. Los tiempos en que puede ser ajustado el periodo de integración es como se muestra en la tabla 4.

PERIODO TIMER	OP-A	IC-A
1 s	1 s a 10 s	0.1 s a 1 s
0.1 s	0.1 s a 1 s	0.01 s a 0.1 s
10 ms	10 ms a 100 ms	1 ms a 10 ms
1 ms	1 ms a 10 ms	0.1 ms a 1 ms

Tabla 4. Rangos del intervalo de integración.

Con la perilla OP-A se varia el tiempo de operación de los integradores y con la perilla IC-A se controla el tiempo en que la salida permanece en condiciones iniciales.

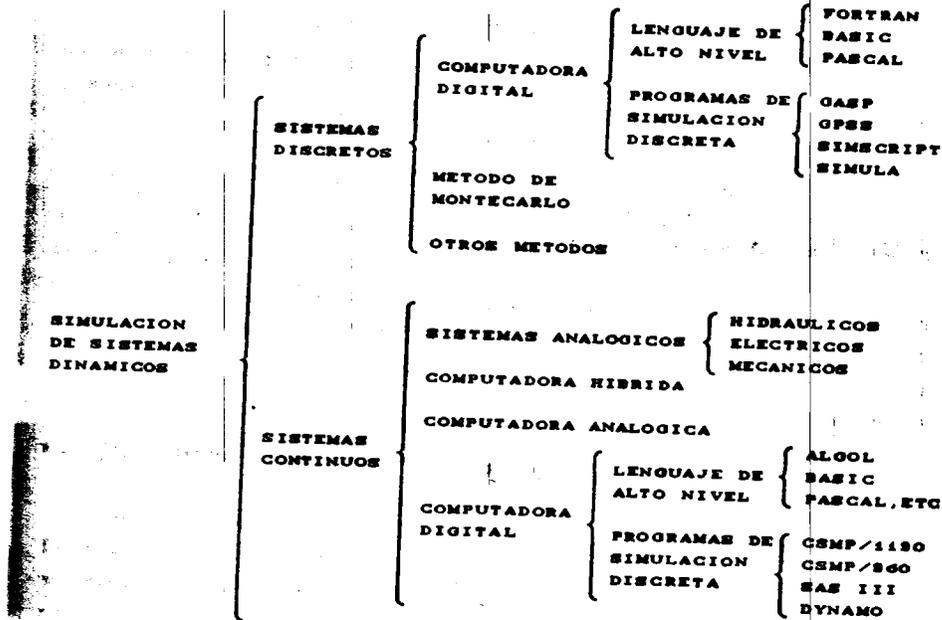
RESUMEN DE CONEXIONES BASICAS CON POTENCIOMETROS Y AMPLIFICADORES

MODELO	CIRCUITO ELÉCTRICO	OPAMP
POTENCIOMETRO BIEN AJUSTADO $V_s = R_2$		
POTENCIOMETRO NO AJUSTADO $V_s = e_2 + R_2(e_1 - e_2)$		
INVERSOR $V_s = -V_o$		
SEMPLE $V_s = \left[\frac{R_1}{R_2} + 1 \right] \left[\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_2}{R_1} \right]$		
INTEGRADOR $V_s = -\left[\frac{1}{RC} \int (e_1 + e_2) dt \right]$		

MODULOS ANALOGICOS

INTRODUCCION

Un tema de gran interés no sólo en ingeniería sino en cualquier área científica, es la de simulación de sistemas, es decir, el diseño matemático de sistemas reales mediante el cual se puede representar y determinar el comportamiento dinámico en el tiempo. Existen diferentes métodos de simulación de sistemas y se pueden clasificar de la siguiente forma:



El comportamiento de sistemas dinámicos, continuos e invariables en el tiempo generalmente se puede describir mediante ecuaciones diferenciales (lineales o no lineales), integrodiferenciales, parciales, etc.

La computadora analógica es una herramienta la cual puede describir el comportamiento de este tipo de sistemas, mediante la solución de las ecuaciones diferenciales y de esta forma es posible obtener y analizar algunas o todas las variables del sistema que se esté simulando.

¹ Los elementos principales que componen una computadora analógica son los siguientes:

- Fuentes independientes de voltaje
- Potenciómetros
- Inversores
- Sumadores
- Integradores

Interconectando adecuadamente estos elementos, se puede obtener la solución del modelo matemático del sistema que se quiere simular, observando las variables de interés en un osciloscopio o en un graficador.

Fuentes de voltaje.- Las mediciones de voltaje de las fuentes se realizan con la terminal DPM que funciona como la punta de prueba positiva de un voltmetro y la punta negativa está internamente conectada a tierra al oprimir en botón VM (Mnemónico: VoltMetro). La lectura observada está dada en unidades máquina, donde cada una de estas unidades es igual a 10 volts.

Potenciómetros.- Existen dos tipos de potenciómetros en la computadora analógica: aterrizados y no aterrizados.

La figura 1 muestra el diagrama esquemático y eléctrico de ambos. Todos los potenciómetros tienen al lado una pequeña palanca que al accionarla se conecta un voltaje de +10 V a la terminal superior del potenciómetro y al oprimir el botón marcado con SP (Mnemónico: Solo Potenciómetros) se puede medir o ajustar el valor de la

¹ Se sugiere que se lea la Introducción teórica a la Computadora Analógica para conocer más detalles ó características de los elementos que la componen.

constante K de un potenciómetro aterrizado directamente en el display.

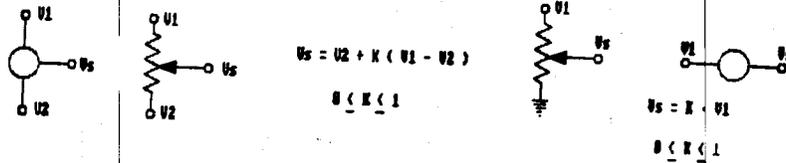


Figura 1. Diagrama esquemático y eléctrico de los potenciómetros aterrizados y no aterrizados.

La figura 2 muestra el circuito de los potenciómetros aterrizados y no aterrizados al accionar la palanca asociada.

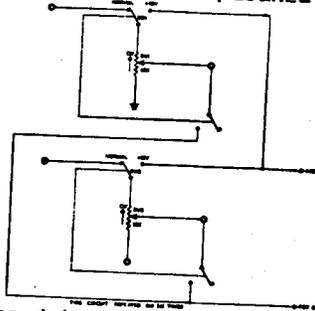


Figura 2. Diagrama del circuito de control de los potenciómetros aterrizados y no aterrizados.

Inversores. - El amplificador operacional se puede utilizar como inversor si las resistencias de entrada y realimentación tienen el mismo valor, esto es, se tendrá una ganancia unitaria; el voltaje de salida será el mismo que el de la entrada pero con signo contrario. La figura 3 muestra esta configuración.

Sumadores. - El amplificador operacional se puede utilizar como sumador, realimentando el amplificador con una resistencia y alimentando varios voltajes a las resistencias de entrada. Algunas configuraciones del sumador se muestran en la figura 4.

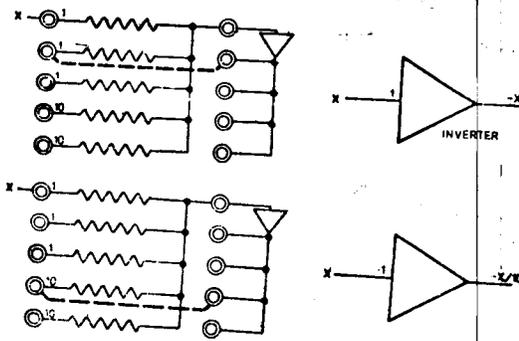


Figura 3. Configuración del inversor.

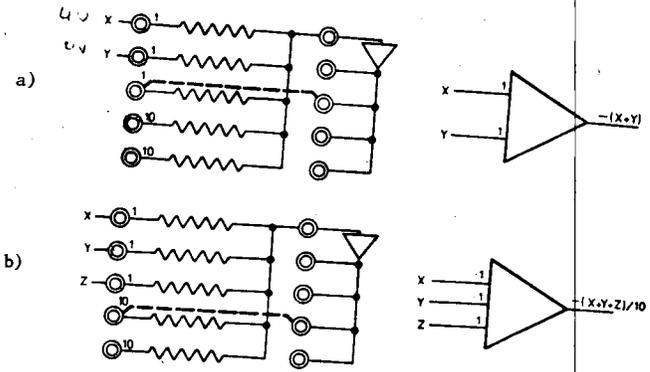


Figura 4. Configuraciones del sumador.

Integradores.- El ⁹⁹ amplificador operacional funciona como integrador si las entradas son resistivas y la realimentación es capacitiva. La configuración del integrador con cuatro entradas es la que se muestra en la figura 5. Al integrar una constante se genera una rampa que es una función de primer orden de la forma:

$$y(t) = - \frac{K}{(R C)} t - IC$$

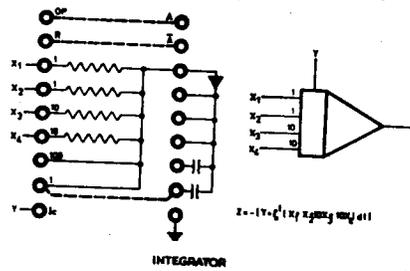


Figura 5. Configuración del integrador.

Integrando la señal rampa, se genera una parábola que tiene dos raíces, esto es dos cruces por cero. La función general es del tipo:

$$y(t) = \frac{K}{(2RC)} t^2 - IC$$

Volviendo a integrar la función cuadrática se obtiene una función cúbica que tiene tres raíces, o bien tres cruces por cero. La expresión general es de la siguiente forma:

$$y(t) = \frac{K}{(6RC)} t^3 - IC$$

Generalizando, para cualquier valor de n:

$$y(t) = \frac{K}{(n!RC)} t^n - IC$$

Por lo que para n grandes la amplitud se reduce en forma considerable. Cabe mencionar que el orden de la función corresponde al número de integradores que se utilizarían para generar dicha función.

Los integradores son los únicos elementos que operan con o sin condiciones iniciales (IC). El punto Y de la figura 5 indica simbólicamente esta entrada y físicamente corresponde al borne etiquetado con IC.

Los valores de condiciones iniciales son fijados con las fuentes de voltaje a través de potenciómetros ajustados al valor deseado. Para que los integradores operen, se debe oprimir el botón marcado con OP (Mnemónico: OPeración).

Si se desea que la operación se repita continuamente se debe oprimir la tecla marcada con PP (Mnemónico: oPeración rePetitiva).

Solución de ecuaciones simultáneas.- Un método sencillo para resolver un sistema de ecuaciones simultáneas en la computadora analógica es el siguiente:

- Se despeja una de las variables de la primera ecuación.
- Se despeja otra variable de la segunda ecuación.
- Para sistemas de n ecuaciones se continúa este procedimiento hasta tener despejadas las n variables de las n ecuaciones.
- Se alambra en la CA las operaciones indicadas en cada variable despejada.

Por ejemplo, si se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$X + Y = 5 \quad (1)$$

$$2X - Y = 4 \quad (2)$$

Siguiendo los pasos descritos anteriormente, las variables despejadas pueden ser:

$$Y = 5 - X \quad \text{y} \quad X = \frac{(4 + Y)}{2} \quad (3)$$

$$X = 5 - Y \quad \text{y} \quad Y = 2X - 4 \quad (4)$$

A partir de las ecuaciones (3) ó (4) se alambra en la computadora, asegurándose que las ganancias y los signos correspondan al sistema a resolver.

OBJETIVOS

- Familiarizar al alumno con los diferentes elementos básicos de una computadora analógica mediante la operación de los mismos.
- Ilustrar algunos conceptos básicos en la simulación de sistemas.

EQUIPO Y MATERIAL

Computadora Analógica
Osciloscopio
Multímetro
Cables de conexión

DESARROLLO

a) FUENTES INDEPENDIENTES DE VOLTAJE

- Localice las fuentes de voltaje.
- Si la computadora no tiene display, conecte un voltmetro digital en las terminales bananas roja y negra.
- Conecte la salida de una de las fuentes a la terminal identificada como DPM y oprima el botón marcado con VM (Mnemónico: VoltMetro).
- Verifique y anote el voltaje de cada una de las fuentes.

b) POTENCIOMETROS

- Localice los potenciómetros aterrizados y no aterrizados y seleccione uno aterrizado.
- Accione la palanca correspondiente y oprima el botón SP.
- Varie el potenciómetro de un extremo a otro. Anote el rango de valores de K y de voltaje.
- Seleccione un potenciómetro no aterrizado y repita los dos últimos puntos.
- Conecte el borne inferior a tierra y repita los dos penúltimos pasos.
- Conecte +10 V al borne superior y -10 V al borne inferior de un potenciómetro no aterrizado.

- Mida el rango de valores de la constante K .
- Verifique la operación de dos ó tres potenciómetros más.

c) INVERSORES

- Localice un amplificador operacional.
- Seleccione dos resistencias del mismo valor, una de entrada y otra de realimentación. Conecte como está indicado en la figura 3, de esta forma se tendrá ganancia unitaria.
- Conecte a la entrada del amplificador un voltaje menor a 10 V haciendo uso de un potenciometro y mida el voltaje en magnitud y signo que se obtiene a la salida del amplificador.

d) SUMADORES

- Alambre dos potenciómetros aterrizados para obtener voltajes menores a 5 V positivos o negativos.
- Siguiendo la configuración de la figura 4a, alimente el voltaje de los potenciómetros a las entradas X y Y respectivamente. La ganancia debe ser unitaria.
- Mida el voltaje de salida en magnitud y signo.
- Alimente el voltaje de los potenciómetros a otras entradas de tal forma que se tenga una ganancia de 10.
- Mida el voltaje de salida.
- Modifique la ganancia a 0.1 y mida el voltaje de salida.
- Alambre el amplificador para que una entrada tenga una ganancia de 1 y la otra de 0.1 y mida el voltaje de salida.

e) SOLUCION DE ECUACIONES SIMULTANEAS

- Alambre el diagrama de la figura 6 ó el de la figura 7.
- Mida el valor de voltaje en los puntos X y Y.

f) INTEGRADORES

- Alambre el diagrama de la figura 8.
- Conecte el osciloscopio a la salida del integrador y opere el integrador oprimiendo la tecla DP.
- Mida la pendiente de la señal generada, la amplitud a $t = 0.0$ y la amplitud final.

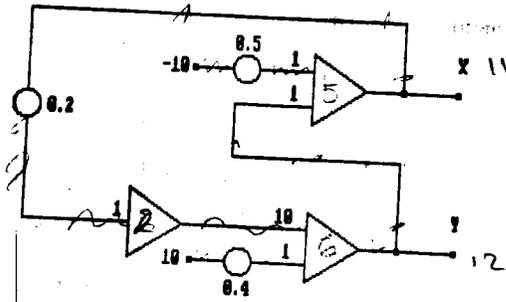


Figura 6. Alabrado de computadora de un sistema de ecuaciones.

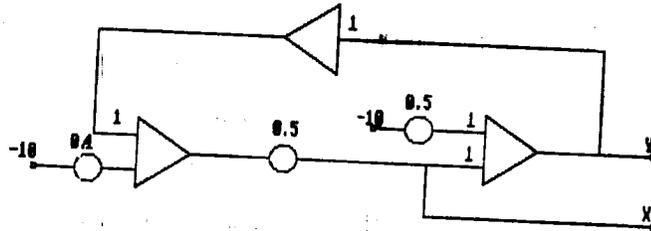


Figura 7. Alabrado de computadora de un sistema de ecuaciones.

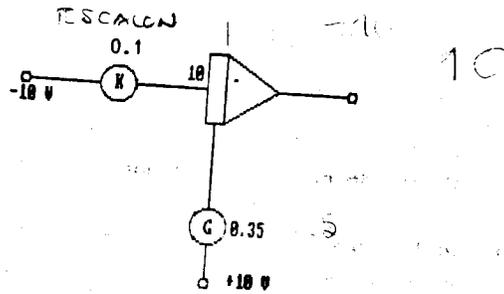


Figura 8. Alabrado de computadora para generar una rampa.

- Conecte la salida del integrador a otro diferente para obtener el alabrado de la figura 9.

- Conecte el osciloscopio a la salida del segundo integrador.
- Observe y dibuje la señal generada.
- Conecte la salida del segundo integrador a un tercero para obtener un albrado como el que se muestra en la figura 10.

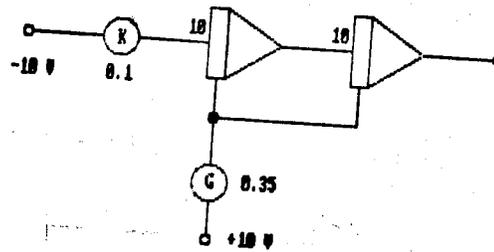


Figura 9. Albrado para generar una función cuadrática.

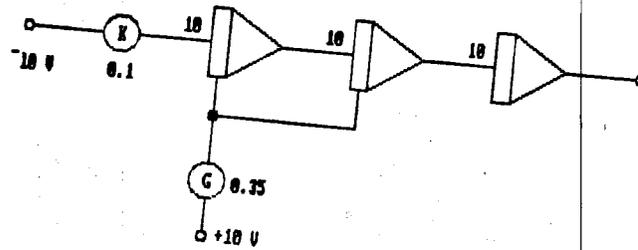


Figura 10. Albrado para generar una función de tercer orden.

- Conecte el osciloscopio a la salida del tercer integrador.
- Observe y dibuje la señal generada.

ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 1.- ¿Cuántas fuentes de voltaje positivas y negativas tiene la computadora analógica ?
- 2.- ¿Qué lecturas de voltaje se obtienen ?
- 3.- ¿Cuántos tipos de potenciómetros aterrizados y no aterrizados tiene la computadora analógica ?
- 4.- ¿Cuál es el rango de valores de K y voltajes de salida de los potenciómetros aterrizados ?
- 5.- ¿Se puede medir la K y el voltaje de salida de un potenciómetro no aterrizado de la misma forma que uno aterrizado, porqué ?
- 6.- ¿Cuál es el rango de valores de K y voltajes de salida de los potenciómetros no aterrizados al conectar el borne inferior a tierra ?
- 7.- ¿Cuál es el rango de valores de K y voltajes de salida de los potenciómetros no aterrizados si se conectan voltajes en ambos extremos ?
- 8.- ¿Qué voltaje de entrada aplicó al inversor ?
- 9.- ¿Funciona el amplificador operacional como inversor con la configuración utilizada, porqué ?
- 10.- ¿Qué voltajes de entrada aplicó al sumador ?
- 11.- ¿Funciona el amplificador operacional como sumador con las configuraciones utilizadas porqué ?
- 12.- ¿Cómo afectó la salida del sumador al variar las ganancias ?
- 13.- El diagrama de alambrado para la solución de ecuaciones, ¿ A qué ecuaciones corresponden ?
- 14.- ¿Los voltajes medidos en los puntos X y Y corresponden a la solución del sistema ?
- 15.- Al alambrear el primer integrador ¿ Qué señal se genera ?
- 16.- Los valores de la pendiente de la señal generada y la amplitud a $t = 0.0$, ¿ A qué valores de los elementos interconectados corresponden ?
- 17.- ¿La amplitud final era la esperada, porqué ?

18.-¿Qué señal obtiene con el diagrama de la figura 9 ?

19.-¿Qué señal obtiene con el diagrama de la figura 10 ?

20.-¿Cuántas raíces tienen las funciones de las señales generadas, porqué ?

PRACTICA No.2
SIMULACION DE UNA PLANTA NO LINEAL EN LA
COMPUTADORA ANALOGICA

INTRODUCCION

En todos los sistemas reales, es muy frecuente que las variables que se manejan, tanto intermedias como de salida, varíen en mayor o menor grado con respecto a las variables esperadas, es decir, existen errores debidos principalmente a dos causas:

a) Que la señal de interés se contamine con ruido, esto es, una señal no deseada, generalmente de poca amplitud, alta frecuencia y un amplio ancho de banda que puede modificar considerablemente la morfología de las señales en estudio y por lo tanto puede inducir a interpretaciones erróneas ya sea en detectores automatizados o por un operario humano.

Esto se presenta con mucha frecuencia en sistemas de comunicaciones (Radio AM y FM, televisión, teléfono, etc), en el registro de señales fisiológicas (electrocardiogramas, electromiograma, electroencefalograma, etc), tan sólo por mencionar algunos ejemplos conocidos.

b) El otro problema es que el procesamiento de la señal de información se realiza mediante diversos dispositivos que pueden ser eléctricos, mecánicos, electrónicos, neumáticos, etc, y generalmente presentan restricciones en su rango lineal de operación, por lo que la señal procesada sufre modificaciones debido a las no linealidades de dichos dispositivos.

Una de las técnicas que ayuda a disminuir estos problemas es realimentando el sistema en estudio. Cabe mencionar, que aunque esta técnica es muy útil, no es necesariamente la mejor y en muchos casos tampoco es la mas adecuada; sin embargo es de gran ayuda en el análisis de sistemas no muy complejos.

Considere un sistema de control representado por el diagrama de bloques de la figura 1.

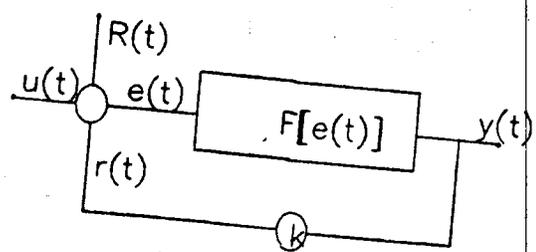


Figura 1 Diagrama de bloques de un sistema de control.

En donde:

- $u(t)$ - Entrada del sistema
- $y(t)$ - Salida del sistema
- $e(t)$ - Señal de error
- $r(t)$ - Señal de realimentación
- $F[e(t)]$ - Planta
- $R(t)$ - Ruido o perturbación externa
- K - Constante de realimentación

Un sistema real cuya configuración es similar a la del diagrama de bloques de la figura 1 es el de la planta no lineal que se muestra en la figura 2 y esta formado por tres bloques principales que son:

- Un generador de diente de sierra que se utiliza como señal de entrada $u(t)$ y como señal de barrido externo para el osciloscopio
- Una planta no lineal $F[e(t)]$
- Un generador de ruido $R(t)$

El punto suma o nodo comparador del diagrama de bloques, corresponde al sumador de la figura 2 cuyas entradas a éste son: la salida del generador de ruido, un potenciómetro (G) que limita

la amplitud de la señal de entrada y la señal de realimentación.

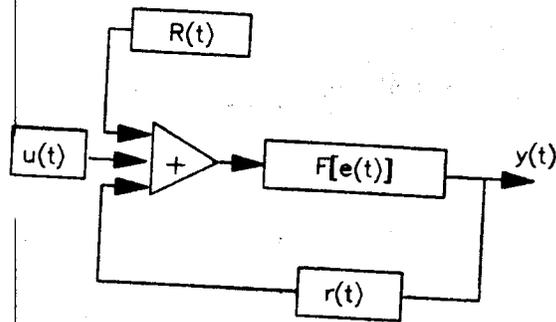


Figura 2 Diagrama general de la planta no lineal.

OBJETIVOS

- Simular una planta no lineal en la computadora analógica
- Observar algunos de los efectos producidos al realimentar el sistema de la planta no lineal, tales como:
Disminución de la ganancia, de las no linealidades y del ruido.

EQUIPO Y MATERIAL

Computadora Analógica
Osciloscopio
Multímetro digital
Cables de conexión

- b) **Alambrado de la planta lineal.**
- Realice el alambrado de la planta no lineal de acuerdo al diagrama de la figura 3, y realimente con un potenciómetro (K).
 - Ajuste para que la ganancia del sumador sea de 10 y el valor inicial de la constante del potenciómetro 'K' de realimentación sea cero.
- c) **Alambrado del generador de ruido.**
- El ruido que se alimentará a la planta no lineal se simula mediante una señal de pulsos que se puede obtener con un generador de señales o bien del el generador de pulsos que se localiza dentro de los componentes lógicos en la computadora analógica. La señal de pulsos tiene una amplitud aproximada de 5 Vpp y una frecuencia variable que se selecciona con décadas de 1 a 10 KHz.
 - Conecte la salida del generador de pulsos a un potenciómetro aterrizado (A) y éste a un interruptor el cual se conectará a la entrada del sumador con ganancia unitaria.
- d) **Sin conectar el generador de ruido a la planta no lineal, (interruptor abierto), observe la relación señal de salida contra la señal de entrada (función de transferencia) en el osciloscopio en el modo X-Y, conectando la salida y la entrada del sistema a los canales Y y X respectivamente tal y como se indica en la figura 3.**
- Verifique que los dos canales estén calibrados y en la misma escala de voltaje.
 - Varíe el valor de los potenciómetros 'S' e 'I' (Superior e Inferior) y observe que controlan.
 - Se sugiere variar los potenciómetros para que los quiebres sean simétricos con respecto a los ejes coordenados, aunque esto no es estrictamente necesario.
- e) **A partir de la gráfica de la función de transferencia, mida y anote de acuerdo a la Tabla 1, los valores de las señales de**

entrada y salida para diferentes valores de la constante de realimentación 'K' y determine la ganancia del sistema en cada caso.

K	V_o	V_e	$G = \frac{V_o}{V_e}$
0.0	-----	-----	-----
0.2	-----	-----	-----
0.5	-----	-----	-----
0.8	-----	-----	-----
1.0	-----	-----	-----

Tabla 1

- f) Cierre el interruptor para que la planta quede alimentada con ruido. Ajuste el potenciómetro 'A' para que la señal de ruido tenga una amplitud pico a pico entre 0.5 y 1 V, o bien, donde se observe la mejor respuesta del sistema.
- g). Ajuste los controles del osciloscopio del tal forma que opere en el modo X-Y y observe la curva de relación salida-entrada de la planta no lineal sumada con el ruido.
- h) A partir de la gráfica observada, mida los valores de acuerdo a la tabla 2.

K	Amplitud de la señal de salida	Amplitud del ruido a la salida
0.0	-----	-----
0.2	-----	-----
0.5	-----	-----
0.8	-----	-----
1.0	-----	-----

Tabla 2.

ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 1.- ¿Cómo se define la relación señal a ruido ?
- 2.- ¿Qué otros métodos existen para la disminución de ruido en un sistema ?
- 3.- Al generar la señal de diente de sierra, ¿Qué se modifica al variar la perilla IC-A, OP-A y el potenciómetro 'P'?
- 4.- Dibuje y acote la señal que observa en el osciloscopio a la salida del integrador.
- 6.- Cuando no está conectada la señal de ruido ¿Cómo se modifica la función de transferencia al variar los potenciómetros 'S' e 'I' ?
- 7.- Con los valores de la tabla 1, grafique la curva de Ganancia contra los valores de 'K'.
- 8.- ¿De acuerdo a la gráfica anterior, ¿Cómo se comporta el sistema?
- 9.- Con base a los datos de la tabla 2, realice las siguientes gráficas :
 - La señal de ruido contra los valores de 'K'
 - La señal de salida contra los valores de 'K'
 - La relación señal de salida/ruido contra 'K'
- 10.- ¿Qué concluye de las curvas graficadas ?

PRACTICA No.3

SIMULACION DE UNA REACCION QUIMICA

INTRODUCCION

En el área de la ingeniería se requiere entre otras cosas del conocimiento de la teoría de sistemas lineales así como de modelos matemáticos que ayuden a identificar determinados tipos de fenómenos. De la misma forma, la ingeniería biomédica y la química requieren de modelos matemáticos para observar y definir la dinámica de sus sistemas.

En el área de la química es muy frecuente encontrar reacciones en cadena que se pueden simular con muy buena precisión mediante modelos matemáticos que se basan en la teoría de los sistemas compartamentales. Este tipo de reacciones son conocidas con el nombre de reacciones consecutivas en donde a partir de la concentración de una sustancia inicial A, se forma un producto intermedio B el cual a su vez actúa como el precursor de un producto final C.

Los sistemas compartamentales también se presentan frecuentemente en farmacocinética para determinar el comportamiento tanto cualitativo como cuantitativo de medicamentos en el cuerpo humano. Los sistemas compartamentales pueden analizarse mediante los modelos compartamentales.

La unidad básica de los modelos compartamentales es la región mínima del cuerpo humano o de alguna sustancia que contiene únicamente el material de interés (medicamento o alguna sustancia en especial), y debe cumplir además con las leyes de conservación de la materia.

Un modelo compartamental puede estar constituido por n compartimientos, y se representa por un conjunto de n ecuaciones diferenciales de primer orden que se obtienen llevando a cabo un balance de materia para cada compartimiento.

$$\begin{aligned} \frac{dX_1}{dt} &= k_{11}X_1 + k_{12}X_2 + \dots + k_{1n}X_n + u_1 \\ \frac{dX_2}{dt} &= k_{21}X_1 + k_{22}X_2 + \dots + k_{2n}X_n + u_2 \\ &\vdots \\ \frac{dX_n}{dt} &= k_{n1}X_1 + k_{n2}X_2 + \dots + k_{nn}X_n + u_n \end{aligned} \quad (1)$$

en donde

$$\frac{dX_i}{dt}, \quad i=1, \dots, n$$

$$X_i, \quad i=1, \dots, n$$

$$k_{nn}, \quad n=1, \dots, n$$

$$u_i, \quad i=1, \dots, n$$

n

Variación de la cantidad de sustancia en el i ésimo compartimiento.
 Cantidad de sustancia en el i ésimo compartimiento.
 Tasas ó constantes de rapidez.
 Entrada de la sustancia al i ésimo compartimiento.
 Número total de compartimientos

En un experimento real existen generalmente j compartimientos observables, es decir, $1 < j < n$.
 Mediante el empleo de matrices, el sistema de ecuaciones diferenciales se puede escribir de la siguiente forma:

$$\frac{dX}{dt} = AX(t) + Bu(t) \quad \text{y} \quad Y(t) = CX(t) \quad (2)$$

en donde:

$$\frac{dX}{dt} = \left[\begin{array}{cccc} \frac{dX_1}{dt} & \frac{dX_2}{dt} & \dots & \frac{dX_n}{dt} \end{array} \right]^T$$

y

- A es una matriz de $n \times n$, cuyos elementos son las tasas ó constantes de rapidez de las transformaciones del sistema.
- B es una matriz de $n \times m$, en donde m es el número de compartimientos que reciben sustancias externas.
- C es una matriz de $j \times n$, siendo j el número de compartimientos observados.
- u vector de entradas.
- Y vector de salidas.

Para identificar teóricamente el problema, es necesario tomar en cuenta dos conceptos aplicables a sistemas que estén representados por la expresión (2); dichos conceptos son los de controlabilidad y observabilidad.

Un sistema que se rige por la ecuación (2) es completamente controlable si y solo si la matriz de controlabilidad:

$$P = \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

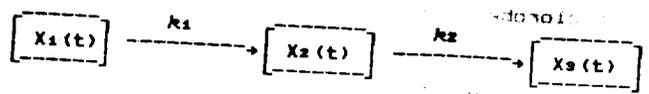
es de rango n .

Un sistema que se rige por la ecuación (2) es completamente observable si y solo si la matriz de observabilidad:

$$Q = \begin{bmatrix} C^T & A^T C^T & A^{2T} C^T & \dots & A^{(n-1)T} C^T \end{bmatrix}$$

es de rango n .

Una reacción consecutiva se considera como un sistema compartamental y se puede representar de la siguiente manera:



Las ecuaciones diferenciales que representan la dinámica de este

sistema son:

$$\frac{dX_1}{dt} = -k_1 X_1 \quad (3)$$

$$\frac{dX_2}{dt} = k_1 X_1 - k_2 X_2 \quad (4)$$

$$\frac{dX_3}{dt} = k_2 X_2 \quad (5)$$

Donde se debe cumplir la siguiente restricción ideal:

$$\frac{dX_1}{dt} + \frac{dX_2}{dt} + \frac{dX_3}{dt} = K = \frac{dX_1(0)}{dt} \quad (6)$$

o bien:

$$\frac{dX_3}{dt} = \frac{dX_1(0)}{dt} - \frac{dX_1}{dt} - \frac{dX_2}{dt} \quad (7)$$

Para un caso particular las diferentes concentraciones pueden ser:

SISTEMA FORMAL

$$\frac{dX_1}{dt} \text{ - Benceno (C}_6\text{H}_6\text{)}$$

$$\frac{dX_2}{dt} \text{ - Monoclorobenceno (C}_6\text{H}_5\text{Cl)}$$

$$\frac{dX_3}{dt} \text{ - Diclorobenceno (C}_6\text{H}_4\text{Cl}_2\text{)}$$

SISTEMA TRIVIAL

$$\frac{dX_1}{dt} \text{ - Agua de pipa}$$

$$\frac{dX_2}{dt} \text{ - Tepache}$$

$$\frac{dX_3}{dt} \text{ - Vinagre}$$

Este sistema también se puede representar en forma matricial de la siguiente forma:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 & 0 \\ k_1 & -k_2 & 0 \\ 0 & k_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{bmatrix}$$

$$Y(t) = X_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 & X_2 & X_3 \end{bmatrix}^T$$

OBJETIVOS

- Que el alumno se ejercite en la simulación de sistemas compartamentales haciendo uso de la computadora analógica.
- Hacer del conocimiento del alumno las aplicaciones de la teoría de sistemas lineales en otras áreas.
- Obtener las curvas de concentración en función del tiempo de reacción.

EQUIPO Y MATERIAL

Computadora analógica
 Osciloscopio
 Graficador
 Cables de conexión

DESARROLLO

- a) Alambre en la computadora analógica el diagrama de la figura 1.
- b) Coloque adecuadamente las escalas de amplitud y tiempo del osciloscopio para observar una a una señales X_1 , X_2 y X_3 (concentraciones).
- c) Grafique una a una y en la misma hoja las señales X_1 , X_2 y X_3 para los valores de las constantes k_1 y k_2 que se indican a continuación:

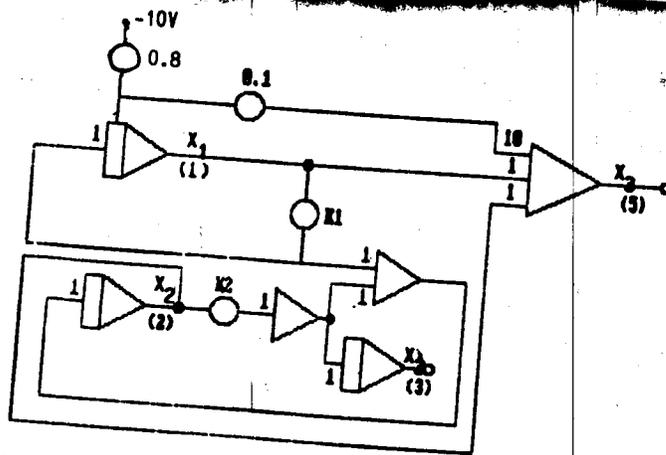


Figura 1. Alambrado en computadora analógica para la simulación de una reacción química simple.

$\frac{dX_i(0)}{dt}$	K_1	K_2
8	0.5	1.0
8	0.5	0.5
8	0.4	0.8
8	0.3	0.8
8	0.25	0.4
8	0.1	0.025

- d) Observe y grafique las curvas para el caso en que $K_2 = 0$.
- e) Si es posible simule este sistema en computadora digital con los programas de simulación CSMP/360, CSMP/1130, DYNAMO, etc. y compare los resultados.

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 1.- Verifique si el alabrado de la figura 1 corresponde al sistema propuesto.
- 2.- Determine un alabrado alternativo para el mismo sistema.
- 3.- ¿Qué unidades deben tener y que representan las constantes k_1 y k_2 ?
- 4.- Verifique que de acuerdo con la ecuación (7) y utilizando las ecuaciones (3) y (4), la ecuación (5) se cumple.
- 5.- Verifique teóricamente y prácticamente si el sistema es controlable y observable, explique claramente.
- 6.- ¿Qué sucede si en la ecuación (4) el valor de k_2 se hace cero? Corresponde a lo observado experimentalmente, incluya la gráfica y explique claramente.
- 7.- Determine las expresiones analíticas para $X_1(t)$, $X_2(t)$ y $X_3(t)$.
- 8.- Grafique $X_1(t)$, $X_2(t)$ y $X_3(t)$ contra el tiempo para $k_1=0.5$ y $k_2=1$. ¿Cómo interpreta la gráfica ?

SIMULACION DE UN SISTEMA ECOLOGICO.
RELACION DE PREDADOR- PRESA

INTRODUCCION

En los estudios ecológicos, es muy importante el pronóstico de la cantidad de individuos de las diferentes especies que habitan en una determinada región (habitat), ya que con anticipación se pueden realizar diversos estudios de interés tal como tomar las medidas necesarias para evitar la extinción o sobrepoblación de las especie, entre otros.

Existen muchos factores que influyen en la supervivencia de las especies, tales como: disponibilidad de alimento y agua, de lugares adecuados para la crianza (nidos, madrigueras, etc) así como de ciertas especies que son alimento de otras.

Uno de los métodos clásicos que describen el comportamiento de un sistema ecológico, es el desarrollado por Lotka y Volterra. Este es un modelo matemático de interacción entre dos especies: una depredadora (por ejemplo coyotes) y otra presa (por ejemplo conejos), el cual está descrito por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = [E_1 - G_1 N_2(t)] N_1(t) + N_1(0) \quad (1)$$

$$\frac{dN_2(t)}{dt} = - [E_2 - G_2 N_1(t)] N_2(t) + N_2(0) \quad (2)$$

Donde:

$N_1(t)$ - Número de individuos de la especie presa (conejos)

$N_2(t)$ - Número de individuos de la especie depredadora (coyotes)

E_1 - Tasa de crecimiento de la especie presa en ausencia

de la depredadora

- Es - Tasa de mortalidad de la especie depredadora en ausencia de la presa
- Es - Daño que causa la especie depredadora en el crecimiento de la presa
- Es - Beneficio que aporta la especie presa, en el crecimiento de la especie depredadora
- $N_1(0)$ - Población inicial de la especie presa ($t=0$)
- $N_2(0)$ - Población inicial de la especie depredadora ($t=0$)

De acuerdo con la ecuaciones (1) y (2) existe un punto de equilibrio que no depende del número de individuos de las poblaciones iniciales, en el que si las condiciones no se modifican, las dos especies coexisten sin cambios en la cantidad de individuos de ambas especies, es decir, la variación del número de individuos de cada una de las especies es cero.

El modelo matemático a simular es uno de los mas sencillos, sin embargo es de gran utilidad para los fines que persigue la práctica. Dicho modelo no toma en cuenta algunos factores tales como:

- Disponibilidad de refugios para la especie presa.
- Disponibilidad de agua y otros alimentos.
- Modificación de la tasa de enfermedades para ambas especies.
- Modificación de las condiciones ambientales.
- Interacción de otras especies incluyendo al ser humano, etc.

Cabe mencionar que actualmente existen modelos mucho mas completos los cuales proporcionan información mas detallada.

OBJETIVOS

- Simular en la computadora analógica un sistema sencillo de ecuaciones diferenciales no lineales.
- Introducir al alumno en el empleo de los multiplicadores analógicos.
- Hacer del conocimiento del alumno la utilidad de la simulación de sistemas en el área ecológica.

EQUIPO Y MATERIAL

Computadora analógica
Osciloscopio
Graficador
Multímetro digital
Cables de conexión

DESARROLLO

- a).- Alambre en la computadora analógica el diagrama que se muestra en la figura 1

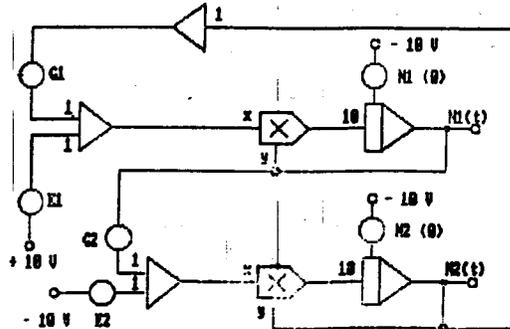


Figura 1. Alambrado de computadora analógica del sistema ecológico Depredador-presa.

- b).- Conecte los canales Y y X del osciloscopio a los puntos $N_1(t)$ y $N_2(t)$ respectivamente.

- c).- Se sugieren los siguientes valores de los potenciómetros para las constantes y condiciones iniciales, o bien, ajuste a otros valores sin llegar a saturación.

$N_1(0)$	$N_2(0)$	E_1	E_2	G_1	G_2
0.75	0.46	0.055	0.2	0.093	0.629
0.79	0.574	0.039	0.17	0.143	0.414

- d).- Ajuste las escalas de amplitud y tiempo del osciloscopio y obtenga la gráfica $N_1(t)$ y $N_2(t)$ contra tiempo.
e).- Verifique si los valores finales corresponden a:

$$N_1(t) = \frac{E_2}{G_2} \quad \text{y} \quad N_2(t) = \frac{E_1}{G_1}$$

- f).- Coloque los controles del osciloscopio en posición X-Y para observar la gráfica $N_1(t)$ contra $N_2(t)$
g).- Repita el inciso f) para observar ahora la gráfica $N_2(t)$ contra $N_1(t)$
h).- Modifique los parámetros propuestos para el sistema y observe que pasa. (Se recomienda modificar en primer lugar los valores de condiciones iniciales y posteriormente los parámetros E_1 y E_2).

ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 1.- Verifique si el alambrado de la figura 1 corresponde a las ecuaciones (1) y (2).
- 2.- Proponga un diagrama equivalente para las ecuaciones (1) y (2).
- 3.- A partir de las ecuaciones (1) y (2) verifique que la condición de equilibrio se presenta para los valores de :

$$N_1(t) = \frac{E_2}{G_2} \quad \text{y} \quad N_2(t) = \frac{E_1}{G_1}$$

- 4.- ¿Las relaciones anteriores se cumplen para los valores experimentales y teóricos ?
- 5.- ¿Qué sucede teórica y experimentalmente si $N_1(0) = 0$ en la ecuación (2) ?
- 6.- ¿Qué sucede teórica y prácticamente si $N_2(0) = 0$ en la ecuación (1) ?
- 7.- ¿Qué unidades deben tener las constantes E_1 , E_2 , G_1 y G_2 ?

DETECCION DE MAXIMOS Y MINIMOS

INTRODUCCION

En muchas aplicaciones prácticas, es de suma importancia conocer con precisión el momento en que ocurren algunos eventos críticos en la dinámica de diversos sistemas. Por ejemplo, en el campo de la conservación de alimentos se debe conocer el momento exacto en que se presenta la concentración máxima de un producto para poder agregarle un reactivo tal como un conservador (inhibidor de la reacción) de manera que se mantenga alta dicha concentración durante el mayor tiempo posible; otro ejemplo aplicado al área ecológica es el determinar los valores máximos en la concentración de agentes contaminantes en el medio ambiente de una ciudad a fin de alertar a la población y poder tomar las medidas de seguridad en caso de que se requiera.

Para poder predecir el comportamiento de un sistema, es necesario determinar el modelo matemático así como las características dinámicas que rigen a dicho sistema, de esta forma se puede simular y analizar su respuesta bajo diferentes condiciones.

La relación de salida-entrada (función de transferencia) de un sistema de segundo orden es la siguiente:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{k\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

La figura 1 muestra el diagrama de bloques de un sistema lineal, de segundo orden, de parámetros concentrados y el cual puede representar la dinámica de un sistema mecánico traslacional o también un sistema eléctrico como los mostrados en la figura 2.

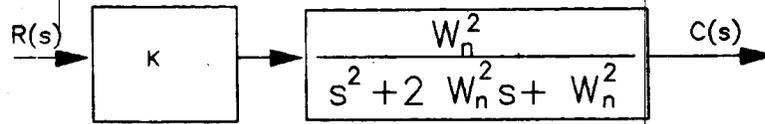
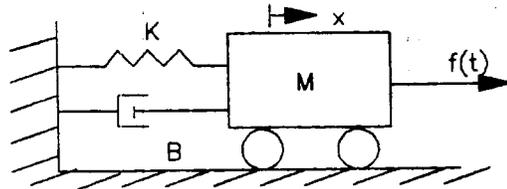


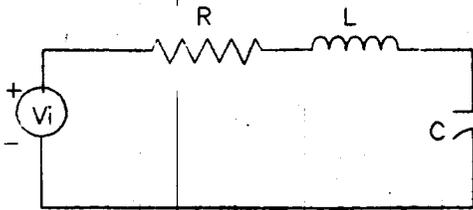
Figura 1. Diagrama de bloques de un sistema de 2° orden.



$$f(t) = M \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + Kx$$

$$\frac{x(s)}{F(s)} = \frac{\frac{1}{M}}{s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M}}$$

(a) Sistema mecánico traslacional y función de transferencia.



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$

(b) Sistema eléctrico y función de transferencia.

Figura 2. Sistemas de segundo orden.

La respuesta a entrada escalón para sistemas con estas características esta dada por la siguiente expresión:

$$x(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta \omega t}}{(1 - \zeta^2)^{1/2}} \text{sen}(\omega t + \phi)$$

donde

$$\phi = \text{tang}^{-1} \frac{(1 - \zeta^2)^{1/2}}{\zeta}$$

Para determinar los tiempos en que ocurren los desplazamientos máximos o mínimos del sistema mecánico ó algunos de los parámetros característicos tales como: tiempo de sobrepaso t_p , tiempo de asentamiento t_s , sobrepaso M_p , etc, de la respuesta transitoria del sistema eléctrico (indicados en la figura 3), se calcula la primera derivada de la ecuación de la respuesta del sistema y ésta se iguala a cero, de esta forma se obtienen los puntos en que ocurren los valores críticos ya sea máximos o mínimos.

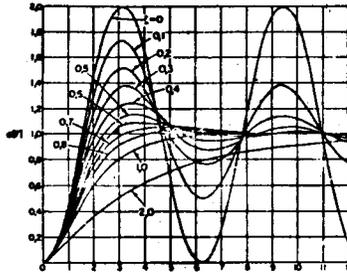


Figura 3. Respuesta a escalón cuando $0 < \zeta < 1$ de un sistema de 2o orden.

Para que se requiere igualar a cero una derivada, se hace necesario utilizar un comparador el cual funciona de acuerdo a la tabla de verdad mostrada en la figura 4.

También se hace uso de un módulo integrador utilizado como restreador retenedor (S/H) cuyo diagrama esquemático y de funcionamiento se muestra en la figura 5. Este elemento tiene la función de mantener el voltaje de la señal muestreada cuando la

entrada de control tiene un '1' lógico.

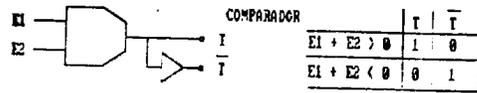


Figura 4. Diagrama esquemático y tabla de verdad del comparador.

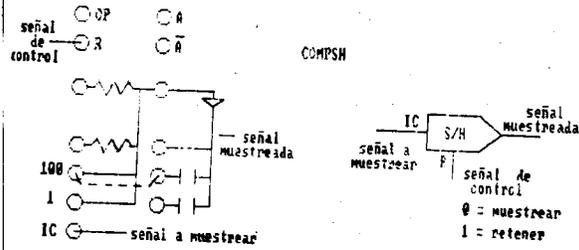


Figura 5. Diagrama esquemático y de alambado del muestreador/retenedor.

OBJETIVOS

- Simular un sistema de segundo orden en la computadora analógica.
- Determinar algunos parámetros de un sistema eléctrico.
- Familiarizar al alumno en el empleo de los módulos comparador y muestreador/retenedor de la computadora analógica.

EQUIPO Y MATERIAL

Computadora analógica
Osciloscopio
Graficador
Cables de conexión

DESARROLLO

- Alambre el sistema de la figura 6. La posición 1 y 2 del muestreador/retenedor corresponde a la detección de máximos y mínimos respectivamente.
- Conecte un canal del osciloscopio al punto 'X' para observar y graficar la respuesta del sistema.
- En la misma hoja de papel y con las mismas escalas, conecte el canal del osciloscopio a la salida del muestreador/retenedor en la posición 1.

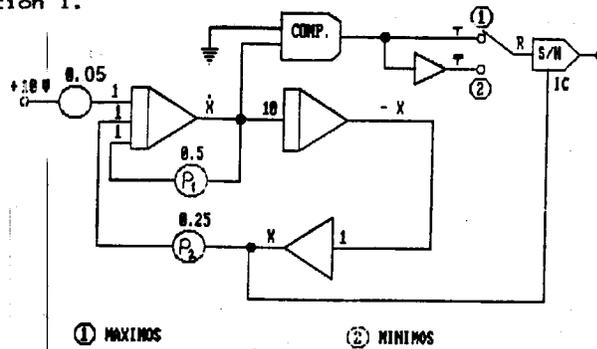


Figura 6. Alambrado de un sistema de segundo orden para la detección de máximos y mínimos.

- d) Repita el punto anterior pero ahora en la posición 2.
- e) Mida el tiempo de sobrepaso t_p y el sobrepaso M_p , de acuerdo al especificado en la figura 3.
- f) Observe que pasa si se varía ligeramente los potenciómetros P_1 y P_2 . Verifique si se siguen detectando los máximos y mínimos.

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 1.- Proponga un sistema que cumpla con la función de transferencia del diagrama mostrado en la figura 1.
- 2.- Obtenga la ecuación diferencial del sistema a estudiar a partir del diagrama de la figura 6.
- 3.- Indique cuál es la función de cada uno de los componentes de la figura 6.
- 4.- Determine el valor teórico de la frecuencia natural no amortiguada y de la relación de amortiguamiento ζ del sistema mostrado en la figura 6.
- 5.- Presente en una gráfica la respuesta del sistema así como los puntos máximos y mínimos.
- 6.- Explique claramente en que afecta a la respuesta del sistema cuando se varían los potenciómetros 1 y 2.
- 7.- Calcule los valores teóricos del sobrepaso y tiempo de sobrepaso y compárelos con los medidos prácticamente.
- 8.- ¿Con que parámetros se varía la relación de amortiguamiento ζ ?

CONTROL DE LA ESTABILIDAD DE UN SISTEMA REALIMENTADO

INTRODUCCION

En el análisis de los sistemas de control realimentados, es de gran importancia el estudio de la estabilidad tanto en la etapa de diseño como en la de construcción, ya que el conocer el grado de estabilidad del sistema permite predecir sus características y de esta forma es posible evitar fallas o daños provocados por respuestas fuera de los límites normales.

La mayoría de los métodos de cálculo utilizados para determinar la estabilidad de un sistema proporcionan información acerca de la localización de las raíces de la ecuación característica en el plano s .

Un sistema será estable si todas las raíces de la ecuación característica tienen parte real negativa; si por lo menos se tiene una raíz con parte real positiva, el sistema será inestable. Existen pruebas simples que pueden ser aplicadas directamente en la ecuación característica para determinar la estabilidad del sistema, una de ellas es la de inspección. En esta prueba, la existencia de todas las derivadas y signos algebraicos de los coeficientes se determinan por inspección. Si alguna derivada falta, el sistema es inestable; por ejemplo si en una ecuación característica contiene la tercera y primera derivada ($d^3\phi/dt^3$, $d\phi/dt$) y la segunda derivada ($d^2\phi/dt^2$) no está presente, entonces el sistema es inestable. También, todos los coeficientes deben tener el mismo signo ya sea positivo o negativo para que el sistema sea estable. Esta prueba no es determinante, si por simple inspección el sistema es inestable, se puede utilizar otro método para confirmar los resultados.

Una de las técnicas más utilizadas para determinar la existencia o no de raíces positivas es el Criterio de Estabilidad de Routh, el

cual es aplicado a ecuaciones características de orden n de la forma:

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 0$$

El criterio se aplica utilizando la tabla de Routh de la forma:

s^n	a_n	a_{n-2}	a_{n-4}
s^{n-1}	a_{n-1}	a_{n-3}	a_{n-5}
	b_1	b_2	b_3
	c_1	c_2	c_3

donde a_n, a_{n-1}, \dots, a_0 son coeficientes reales de la ecuación característica y $a_0 \neq 0$ y

$$b_1 = \frac{a_{n-1} a_{n-2} - a_n a_{n-3}}{a_{n-1}}$$

$$b_2 = \frac{a_{n-1} a_{n-4} - a_n a_{n-5}}{a_{n-1}}$$

$$c_1 = \frac{b_1 a_{n-3} - a_{n-1} b_2}{b_1}$$

$$c_2 = \frac{b_1 a_{n-5} - a_{n-1} b_3}{b_1}$$

.....

La tabla se continua vertical y horizontalmente hasta que se

obtingan ceros. Cualquier renglón puede ser multiplicado por una constante antes de determinar el siguiente y esto no afectará el resultado de la tabla. Todas las raíces de esta ecuación característica tendrán parte real negativa únicamente si los elementos de la primera columna de la tabla de Routh tienen el mismo signo y por tanto el sistema sería estable. Contrariamente, el número de raíces con parte real positiva será igual al número de cambios de signo y el sistema será inestable.

El diagrama de bloques de la figura 1 muestra un sistema de tercer orden realimentado el cual será ejemplo para la realización de la práctica.

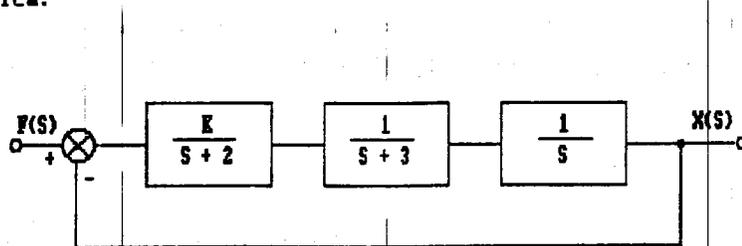


Figura 1. Diagrama de bloques de un sistema de 3^{er} orden realimentado.

El alambrado de computadora analógica para el sistema de la figura 1 se puede obtener de dos formas:

- Realizando un alambrado directamente del diagrama de bloques.
- Realizando un alambrado a partir de la función de transferencia del diagrama de bloques.

OBJETIVOS

- Familiarizar al alumno con el concepto de estabilidad e inestabilidad de un sistema de control.
- Aplicar el criterio de estabilidad de Routh en un modelo experimental.

tabla 1.

k	Valores teóricos			Valores experimentales		
	ω_n	ω_d	α	ω_n	ω_d	α
10						
15						
20						
25						
30						
40						

- c) Observe para que valores de K y W el sistema se hace inestable.
- d) Grafique la respuesta $X(t)$, estableciendo adecuadamente las escalas de amplitud y tiempo en el graficador para diferentes valores de K como se indica en la tabla 1
- e) Observe la variación en la frecuencia real de oscilación y el factor de amortiguamiento.
- f) Determine la ganancia del sistema en estado estable.

ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 1.- Para el sistema de la figura 1 aplique el criterio de estabilidad de Routh y determine el rango de valores de K para que el sistema sea estable.
- 2.- Bosqueje el lugar geométrico de las raíces de la función de transferencia $G(s) = X(s)/F(s)$
- 3.- ¿Para que valores de K y ω el sistema se hace inestable teórica y prácticamente?
- 4.- ¿Cuánto vale la ganancia del sistema en estado permanente, teórica y prácticamente?
- 5.- ¿Cuál es el valor de la frecuencia real de oscilación ω_d y el factor de amortiguamiento ζ para diferentes valores de K ?
- 6.- ¿Cuánto vale la frecuencia natural de oscilación ω_n ?
- 7.- ¿Qué concluye acerca de la variación en la frecuencia real de oscilación y el factor de amortiguamiento?
- 8.- Grafique la respuesta $X(t)$ para diferentes valores de K .
- 9.- Obtenga el patrón de polos y ceros del sistema.
- 10.- Verifique que los alambros de computadora de las figuras 2 y 3 corresponden al sistema de la figura 1.

RESPUESTA EN FRECUENCIA

INTRODUCCION

Las técnicas de respuesta en frecuencia son de gran utilidad por sus aplicaciones prácticas en el diseño de sistemas de control, ya que proporcionan información invaluable acerca del comportamiento dinámico del sistema.

Cuando una señal senoidal de amplitud y frecuencia constante se aplica a la entrada de un sistema físico lineal y la salida llega a su estado permanente, entonces, la señal de salida es también una señal senoidal de la misma frecuencia que la entrada pero diferente en amplitud y fase. El término respuesta en frecuencia de un sistema, es utilizado para designar la respuesta senoidal en estado estable en todo el rango de frecuencias $0 < \omega < \infty$ de la señal aplicada a la entrada del sistema.

La información del análisis de respuesta en frecuencia comúnmente se presenta en gráficas, las cuales son obtenidas a partir de la función de transferencia, de la que se pueden determinar los valores de la relación de amplitud de salida y entrada así como el ángulo de defasamiento entre la señal de entrada (considerada como referencia) y la de salida en toda la gama de frecuencia de interés.

Existen varios métodos para determinar la respuesta en frecuencia, utilizados para diseñar y analizar sistemas de control. Dichos métodos proporcionan información acerca de la estabilidad absoluta y relativa de sistemas lineales y no lineales, además de las características de respuesta en frecuencia y todos ellos se basan en la función de transferencia del sistema.

Diagrama de Bode o logarítmico. Este método representa la función de transferencia en dos diagramas; uno que presenta en las ordenadas la magnitud de la función de transferencia en unidades de decibeles (db) y el otro presenta el ángulo de fase, ambos en

función de la frecuencia en escala logarítmica.

Diagrama de Nyquist o polar. En este método la función de transferencia $G(j\omega)$ es una función compleja de la variable ω y puede ser graficada en dos dimensiones con ω como parámetro y expresada en cualquiera de las siguientes formas equivalentes:

$$G(j\omega) = |G(j\omega)| \angle \phi(\omega)$$

$$G(j\omega) = \text{Re } G(j\omega) + j \text{Im } G(j\omega)$$

Diagrama de Nichols. Llamado también logaritmo de la amplitud en función de la fase. Este método es una combinación de los dos anteriores, las gráficas se realizan en coordenadas rectangulares con valores de la magnitud en escala logarítmica en función del ángulo de fase, dentro del rango de valores deseados de ω .

Considere un filtro paso-bajas cuya función de transferencia es la siguiente:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s^2 + 3600}{s^2 + 60s + 800} \quad (1)$$

Para poder simular el comportamiento del filtro en la computadora analógica es necesario que la función de transferencia esté en función del tiempo, por lo que se ha de introducir la variable intermedia $X(s)$ de la siguiente manera:

$$G(s) = \frac{Y(s) X(s)}{U(s) X(s)} = \frac{(s^2 + 3600) X(s)}{(s^2 + 60s + 800) X(s)} \quad (2)$$

De la ecuación (2) se pueden obtener las ecuaciones diferenciales

que generaron la función $G(s)$ y son las siguientes:

$$y(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 3600 x(t) \quad (3)$$

$$u(t) = \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + 60 \frac{dx(t)}{dt} + 800 x(t) \quad (4)$$

A partir de las ecuaciones (3) y (4) se puede obtener el diagrama de computadora que representa la función de transferencia $G(s)$.

Para obtener el diagrama de alabrado, primero se despeja la derivada de mayor orden de la ecuación (4) que contiene $u(t)$, se obtiene el alabrado para esta ecuación y posteriormente se completa el alabrado de acuerdo a las operaciones que se indican en la ecuación en que aparece la salida $y(t)$ ¹.

Para obtener prácticamente la respuesta en frecuencia de un sistema es necesario medir tres parámetros: amplitud, defasamiento de la señal de salida y entrada y frecuencia en un rango de interés.

Existen dos métodos para la medición de dichos parámetros:

- 1.- Medición de magnitud y fase en el plano de fase, en el cual se conecta la señal de entrada y salida a los canales X y Y respectivamente, del osciloscopio y se habilita para que opere en modo X-Y. Las mediciones se realizan de acuerdo a las magnitudes indicadas en la figura 1.

en donde:

$$|G(s)| = \frac{2a}{2c} = \frac{a}{c}$$

$$\phi = \text{sen}^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

¹ Para más detalles y ejemplos se recomienda referirse a los Apéndices.

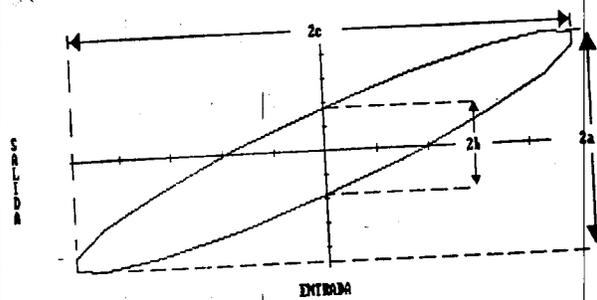


Figura 1. Medición de manitud y fase en el plano X-Y

2.- Medición de la amplitud y fase en el plano Y - t. Se conectan las señales de la misma forma que en el punto anterior pero con operación normal del osciloscopio y se realizan las mediciones de acuerdo a la figura 2.

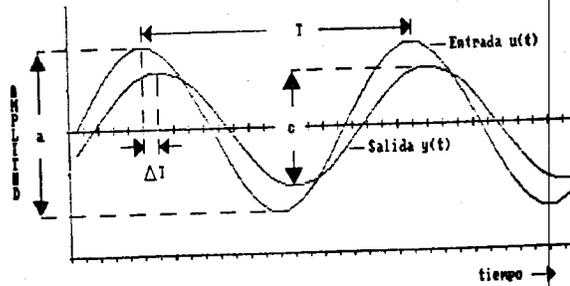


Figura 2. Medición de magnitud y fase en el plano Y - t.

en donde:

$$|G(s)| = \frac{c}{a}$$

$$\phi = \frac{\Delta T}{T} \cdot 360^\circ$$

OBJETIVOS

- Familiarizar al alumno con los diferentes métodos para obtener y representar la respuesta en frecuencia de sistemas de control.
- Analizar las variaciones de magnitud y fase que se producen a la salida del sistema analizado al aumentar la frecuencia de excitación.
- Familiarizar al alumno en la obtención de datos experimentales para el análisis de respuesta en frecuencia.

EQUIPO Y MATERIAL

Computadora Analógica
Generador de funciones
Osciloscopio
Cables de conexión

DESARROLLO

- a) Alambre en la computadora el diagrama que se muestra en la figura 3.

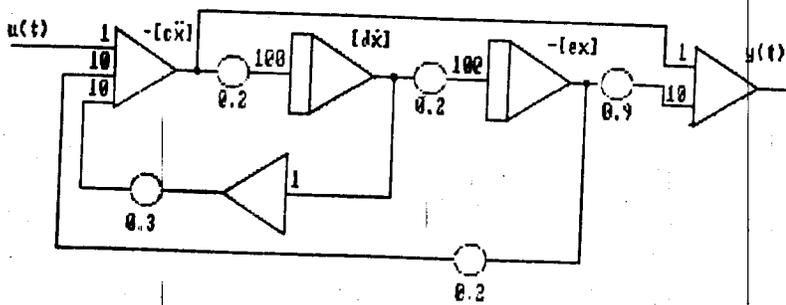


Figura 3. Alambrado de computadora analógica de un filtro paso-bajas.

ANÁLISIS DE DATOS Y RESULTADOS

- 1.- ¿Cuánto vale la ganancia en estado estable del filtro paso-bajas cuya función de transferencia se da en la ecuación (1)?
- 2.- ¿Cuánto vale el factor de amortiguamiento?
- 3.- ¿Cuál es la frecuencia de corte del filtro?
- 4.- ¿Las ecuaciones (3) y (4) corresponden al alambrado de computadora de la figura 3?
- 5.- Proponga un alambrado diferente para el mismo sistema.
- 6.- Con los datos de la Tabla 1 obtenga los siguientes diagramas:
 - Traza de Bode: Magnitud en db vs $\log_{10} \omega$ y ángulo de fase vs $\log_{10} \omega$.
 - Traza de Nyquist: $\text{Im } G(j\omega)$ vs $\text{Re } G(j\omega)$.
 - Traza de Nichols: Magnitud en db vs ángulo de fase.
- 7.- ¿Qué significa, como se obtiene y cuánto vale el Margen de Ganancia? Identifique el factor en la traza de Bode y Nyquist.
- 8.- ¿Qué significa, como se obtiene y cuánto vale el Margen de Fase? Identifique el factor en la traza de Bode.

INTRODUCCION TEORICA

SERVOMECANISMO MODULAR DE CORRIENTE DIRECTA

INTRODUCCION

Es muy común encontrar en la industria ciertos mecanismos que controlen la velocidad de giro o la posición de elementos rotatorios. Los mecanismos que llevan a cabo estos tipos de control pueden ser tan complejos como lo sea el proceso que se esta controlando.

CONTROL DE VELOCIDAD

La velocidad de giro de un motor de C.D. puede ser regulada variando el voltaje de alimentación a las terminales de armadura, manteniendo constante el voltaje aplicado a las terminales de campo. A esta configuración se le conoce como Control de Armadura.

El diagrama eléctrico que representa a este tipo de control se muestra a continuación:

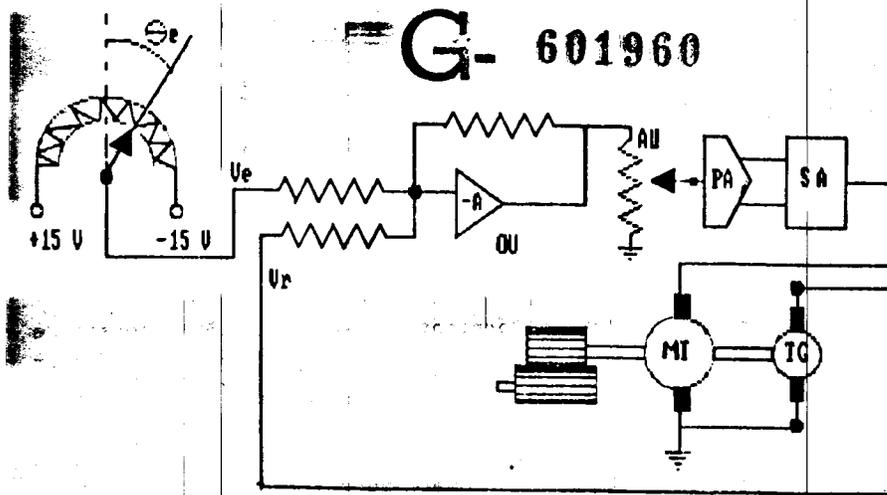


Figura 1. Diagrama eléctrico que representa al Control de velocidad.



CONTROL DE POSICION

Por otra parte, si lo que se desea controlar es la posición angular de una masa, y no su velocidad de giro, es necesario obtener la información necesaria de la posición de salida y que esta sea susceptible de ser comparada con una cierta posición de referencia, para así obtener, mediante la acción de control, la posición deseada. El diagrama eléctrico que representa a este tipo de control, se muestra en la figura 2.

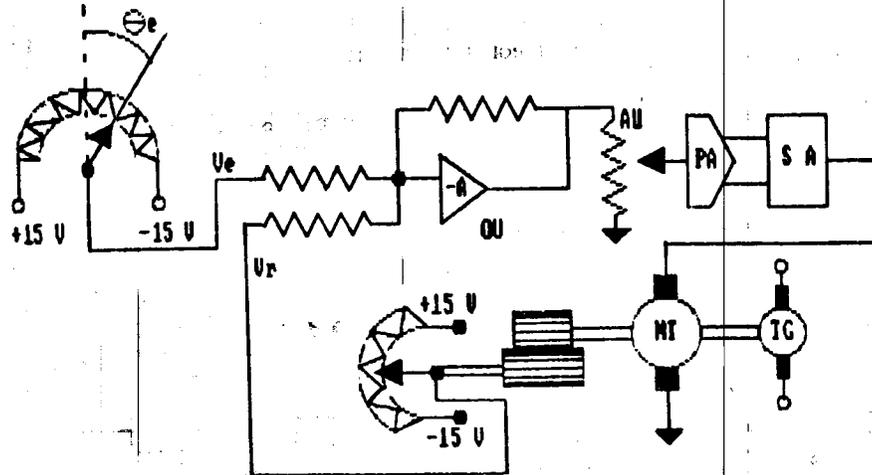


Figura 2. Diagrama eléctrico que representa al Control de Posición.

El Servomecanismo Modular de Corriente Directa (MS-150), consta de un conjunto de módulos cada uno con una función particular, que al interconectarse entre sí conforman a todo el sistema. A continuación se enlistan estos elementos y se da una breve descripción de sus características.

FUENTE DE PODER (Power Supply (PS))

Este módulo posee dos fuentes dobles e independientes de voltaje.

con los siguientes valores: +15 Volts y -15 Volts cada una, que suministran la energía necesaria para que puedan operar los diferentes módulos del sistema. De esta unidad pueden tomarse los voltajes de alimentación y polarización para los módulos que así lo requieran. Este módulo tiene además un ampermetro que indica la corriente consumida por la carga y que para protección del equipo no debe ser mayor de 2 Amperes.

SERVOAMPLIFICADOR (Servo-Amplifier (SA))

Este módulo controla directamente al motor y se puede configurar para tener control de campo, o bien de armadura, dependiendo de las conexiones que se realicen. El diagrama esquemático que muestra las conexiones necesarias para obtener un control de campo o de armadura se muestra en la figura 3.

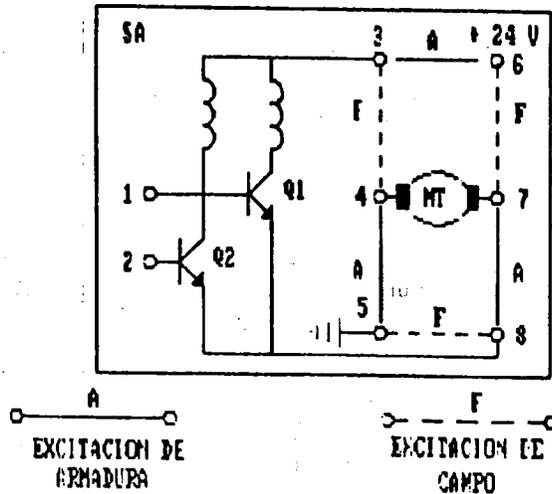


Figura 3. Diagrama esquemático del Servoamplificador, que muestra además las conexiones necesarias para obtener un control de campo o de armadura.

En el diagrama esquemático, se muestran también dos inductancias que representan a los embobinados de campo y que poseen las mismas

características, por cuanto al mismo número de vueltas y calibre del conductor, por lo tanto si se aplican voltajes del mismo valor a estos embobinados la rem inducida tendrá el mismo valor, pero signo contrario, ocasionando con esto que el motor no gire. También en el diagrama se muestran dos transistores de potencia, que cuando son puestos en conducción promueven el giro del motor en uno o en otro sentido dependiendo del voltaje aplicado a cada transistor.

Con un voltaje positivo conectado a la terminal "1", el motor girará en un sentido y con otro voltaje también positivo conectado a la "2" el sentido de giro será contrario. Para que el motor gire en un sentido, o en otro, es necesaria una diferencia de potencial entre las terminales "1" y "2". Por lo tanto, cuando se apliquen voltajes positivos, tanto en la entrada "1" como en la entrada "2", el motor girará en un sentido o en otro, dependiendo de en cual de las terminales se aplique el mayor potencial. Debido a la fricción estática, se requiere de la aplicación de un voltaje mínimo para que el motor empiece a girar, sin embargo el nivel de voltaje requerido para que el motor comience a girar en un sentido no es el mismo que el requerido para que lo haga en sentido contrario. Debe tenerse siempre la precaución de NO APLICAR VOLTAJES NEGATIVOS, con objeto de no dañar a los transistores al polarizarlos inversamente. Por otra parte, cuando se conectan las terminales del Servoamplificador para obtener una excitación de campo (F), la velocidad del motor es más sensible a las variaciones del voltaje de excitación y por lo tanto más propenso a la inestabilidad. Contrariamente a esto, con la excitación de armadura (A), se logra un comportamiento más estable del sistema.

PREAMPLIFICADOR (Pre-amplifier (PA))

El Preamplificador tiene un diagrama esquemático, el cual se muestra en la figura 4.

Como se observa en el diagrama esquemático del Preamplificador, el principal elemento del mismo es un amplificador, el cual puede estar constituido por cuatro etapas diferenciales, construidas por transistores, conectadas en cascada, o bien por amplificadores operacionales contenidos en circuitos integrados, de lógica TTL.

En ambos casos, puesto que un amplificador es un elemento capaz de proporcionar una determinada ganancia, esto es; para un cierto voltaje de entrada se puede obtener un voltaje mayor, menor o igual a la salida, para proporcionar esta ganancia el amplificador operacional requiere de ciertos voltajes llamados de polarización, y que para el caso del Preamplificador serán de +15V, -15V y un cierto voltaje de referencia, llamado COM. Este elemento proporciona dos voltajes de salida, que por lo general son

positivos, con características diferentes; ya que para voltajes de entrada positivos, no importando en cual de las dos terminales de entradas se apliquen ("1" o "2"), mientras que en la salida 3 el voltaje "VS3" aumentará hasta llegar al nivel de saturación, determinado por el voltaje de polarización positivo, en la salida 4 el voltaje permanecerá aproximadamente constante. Caso contrario ocurre cuando los voltajes aplicados a las terminales de entrada son negativos, porque entonces el voltaje que variará será "VS4" hasta alcanzar el nivel de saturación positivo, mientras que en la salida 3 el voltaje será aproximadamente constante.

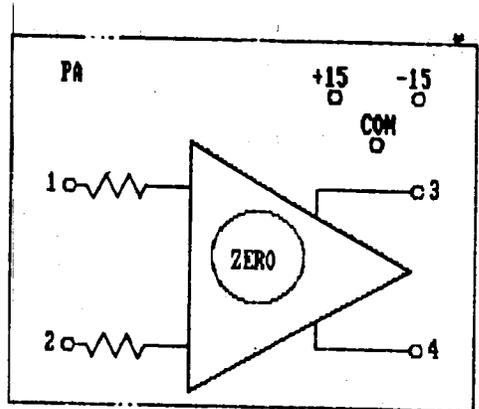


Figura 4. Diagrama esquemático del Preamplificador.

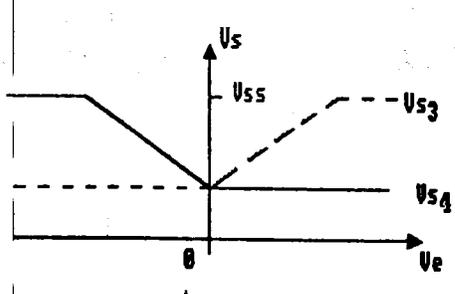


Figura 5. Gráfica que muestra la característica de operación del Preamplificador.

Como se observa de la figura 5, independientemente de cual de los dos casos se presente, siempre habrá una diferencia de potencial positiva entre las terminales 3 y 4, la cual será la responsable de hacer girar al motor en uno o en otro sentido. Ahora bien, cuando no se apliquen voltajes en ninguna de las dos entradas, o cuando estas se conecten a la terminal COM proporcionada por la Fuente de Poder, teóricamente no debería estar presente a la salida ningún voltaje, sin embargo esto no ocurre; ya que en un amplificador real a la salida bajo entrada nula se tendrán presentes los llamados voltajes de offset. Para anular estos voltajes se encuentra un tornillo de balance, el cual al regularse ajusta a un nivel de voltaje del mismo valor tanto en la salida "3", como en la "4", con respecto a COM, es decir la diferencia de potencial entre estas dos salidas será nula, lográndose con esto la calibración del Preamplificador, cuya característica de operación se muestra en la figura superior.

UNIDAD OPERACIONAL (Operational Unit (OU))

Este módulo, básicamente es utilizado como sumador, y en un sistema de Control vendría a ocupar el lugar del nodo comparador o punto suma.

Esta Unidad se basa en un amplificador operacional, el cual debido a su característica intrínseca de proporcionar una ganancia regulable debe polarizarse con los voltajes de +15V, -15V y COM proporcionados por la Fuente de Poder.

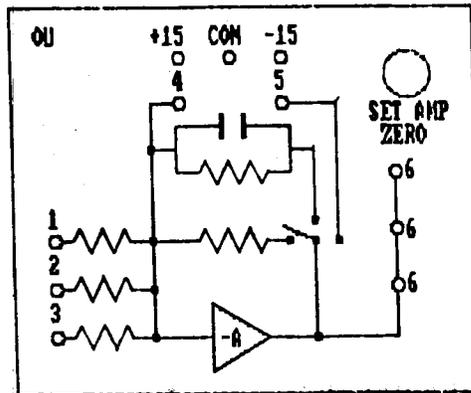


Figura 6. Diagrama esquemático de la Unidad Operacional (OU).

Este módulo tiene dos perillas: una selectora, que sirve para fijar el tipo de realimentación que se utilizará, pudiendo ser: en el primer caso una realimentación de tipo resistiva, en el segundo una realimentación resistiva-capacitiva o en el tercer caso, la posibilidad de introducir otro tipo de realimentación, que pudiera ser: resistiva, resistiva-capacitiva, inductiva, etc...

La figura 6 muestra el diagrama de la Unidad Operacional y en ella se observan los diferentes tipos de realimentación que se pueden obtener.

La configuración que generalmente se utilizará es la de sumador. Cuando se utiliza esta configuración, se tiene que las relaciones que existen entre las resistencias de realimentación y las de entrada son iguales a 1, de manera tal que si se aplica un voltaje de +1 Volt a una de las entradas y a las restantes entradas no se aplica voltaje alguno, a la salida se tendrá un voltaje de -1Volt, debido esto a la característica inversora del amplificador. De la figura 7 se deduce que el voltaje a la salida de este módulo está dada por la siguiente ecuación:

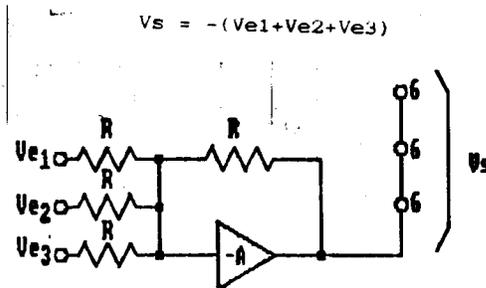


Figura 7. Grafica de la Unidad Operacional, trabajando bajo la configuración de sumador.

TACOGENERADOR (Tacho-Generator (TG))

Este elemento, que se encuentra en la parte superior del motor, consiste de un pequeño generador, que proporciona un pequeño voltaje proporcional a la velocidad angular del eje rápido del motor, puede generar de 2.7 a 3.0 volts por cada 1000 rpm. Para medir, o en su caso emplear el voltaje generado por este elemento, es necesario conectar cualquiera de sus terminales a tierra, pudiendo determinarse el voltaje generado, entre la terminal libre y COM.

En caso de que lleguen a invertirse estas terminales, el voltaje generado cambia de signo. La figura 8, muestra el diagrama esquemático del Tacogenerador, que se puede apreciar en la parte superior del motor.

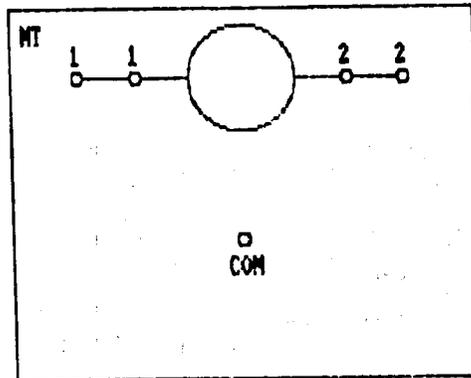


Figura 8. Diagrama esquemático del Tacogenerador (TG).

MOTOR

En la parte inferior de la unidad que contiene al Tacogenerador se encuentra el Motor, el cual es uno del tipo de los de corriente directa, el cual como sabemos convertirá energía eléctrica en mecánica, para hacer esto requiere de un voltaje de alimentación el cual se provee mediante el valor de +24 volts generados por la Fuente de Poder, y un voltaje de control proporcionado a la entrada del Servoamplificador.

Así la velocidad del motor podrá ser controlada mediante este voltaje. Nuestro motor de corriente directa posee dos ejes, uno el llamado eje rápido el cual girará a una determinada velocidad en función del voltaje aplicado, y el segundo llamado eje lento el cual girará en proporción de 1:30 con respecto al eje rápido, esto es que dará una vuelta por 30 del eje rápido. Esto es muy útil ya que en ocasiones no podrán observarse las revoluciones del eje rápido debido a la velocidad del mismo, pero sí podrá conocerse la velocidad real. En otras ocasiones podría necesitarse la integración de la velocidad, es decir la posición angular, con objeto de realizar algún control de posición y entonces será de gran utilidad el eje lento, pues éste hace las veces de integrador mecánico.

POTENCIOMETROS DE ENTRADA Y SALIDA

Estos potenciómetros son del tipo no aterrizado, esto es que requieren dos valores de polarización para proporcionar voltaje en el cursor, pero como son del tipo angular su comportamiento se rige bajo la siguiente expresión (cuando se polarice con una diferencia de potencial de +15 V.).

$$V_s = \frac{15 V}{180} (\theta)$$

Donde θ es el ángulo de giro

En otras palabras, éste es un transductor de posición angular a voltaje

Estas dos unidades: el potenciómetro de entrada (IP) y el de salida (OP) poseen similares características, inclusive ambas poseen un filtro RC con objeto de minimizar los efectos de ruido y propiciar una relación salida/entrada más cercana a la característica lineal.

La única diferencia consiste en la presencia de topes físicos en la unidad IP que no existen en la unidad OP con objeto de poder acoplar a esta última unidad con el eje lento del Motor.

Salvo esta diferencia, las características de operación para una y otra unidad son las mismas.

El diagrama esquemático para las unidades de entrada y salida se muestra en la figura 9.

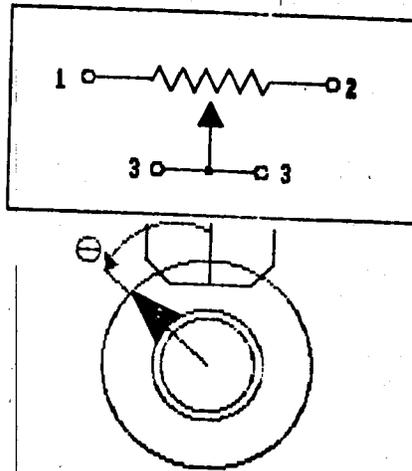


Figura 9. Diagrama esquemático de los potenciómetros de entrada y de salida.

UNIDAD ATENUADORA (Attenuator Unit (AU)).

En este módulo se encuentran dos potenciómetros no aterrizados del tipo de los usados en la computadora analógica, es decir son potenciómetros que requieren de dos valores de referencia, y son empleados como divisores de voltaje y la salida es tomada del cursor señalado con una flecha. Estos potenciómetros tienen una impedancia aproximada de $10\text{ K}\Omega$. La Unidad Atenuadora se muestra en la figura 10.

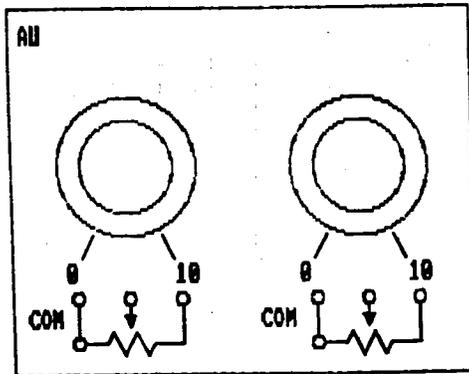


Figura 10. Diagrama esquemático de la Unidad Atenuadora.

FRENO MAGNETICO.

Con este elemento se simulan cargas al motor. consiste de un iman que tiene la peculiaridad de poderse colocar en distintas posiciones para abarcar a una mayor o menor área al introducir el disco en el entrehierro.

Su principio de operación se basa en las corrientes parásitas de Foucault o corrientes de Eddy.

SERVOMECANISMO MODULAR DE CORRIENTE DIRECTA

PRACTICA no. 1 MODULOS BASICOS INTRODUCCION

En la práctica profesional el ingeniero puede encontrar con relativa frecuencia sistemas o procesos que trabajan con servomecanismos.

El uso de los servomecanismos puede tener como finalidad el controlar la velocidad de máquinas centrifugas, generadores, motores, etc...

Pueden usarse también para controlar la posición de antenas parabólicas, rastreadores solares, elevadores, etc...
O bien, pueden utilizarse para controlar tanto la velocidad como la posición de robots industriales, prótesis mioeléctricas, brazos-robot, etc...

El Servomecanismo de Corriente Directa (MS-150) está conformado por un conjunto de módulos o elementos con características particulares, que es muy importante el conocer con el fin de comprender el funcionamiento del sistema, ya sea que éste se encuentre funcionando en configuración de malla abierta o cerrada.

El sistema MS-150 fué diseñado para un uso experimental, en particular de estudiantes que recién comienzan a trabajar con sistemas de control, en especial si se desea observar el efecto cualitativo de la configuración de malla cerrada.

En esta primera práctica con el Servomecanismo Modular de Corriente Directa, el alumno caracterizará a cada uno de los módulos que conforman al sistema, esto es obtendrá la relación salida/entrada de cada uno de ellos.
Mediante la realización de esta práctica, se espera que el alumno se familiarice con el uso del MS-150 para un mejor aprovechamiento en futuras prácticas.

POTENCIOMETROS DE ENTRADA Y SALIDA

La práctica comenzará con la caracterización de estas unidades de entrada y salida.

El Potenciómetro de entrada (Input Potentiometer (IP)) tiene un diagrama esquemático como el que se muestra en la figura 1.

Cuando es polarizado, el IP funciona como un transductor que convierte la posición angular de la flecha del potenciómetro en un voltaje proporcional a ese desplazamiento angular, como se muestra en la figura 2.

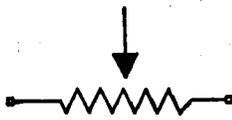


Figura 1. Diagrama esquemático del Potenciómetro de Entrada.



Figura 2. Diagrama a bloques del Potenciómetro de Entrada

Al obtener la relación: $V_{VALIDA} / \theta_{ENTRADA}$ puede construirse una característica que en forma ideal será como la mostrada en la figura 3.

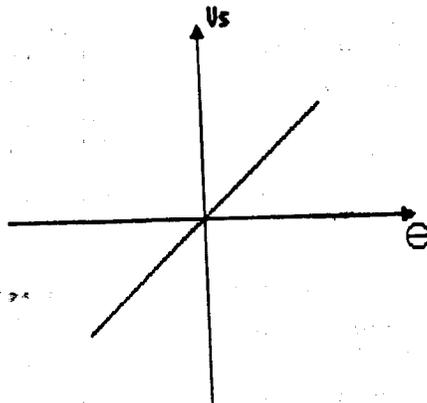


Figura 3. Característica ideal del Potenciómetro de Entrada.

Cabe hacer notar que aunque vienen en módulos por separado, el Potenciómetro de Entrada y el Potenciómetro de Salida solo difieren en un aspecto: el Potenciómetro de Entrada tiene un tope físico que le impide realizar un ciclo completo, y el Potenciómetro de Salida no; esto se explica debido a que éste último se acopla, por lo general, al eje lento del Motor y por ello debe tener libertad de movimiento.

Salvo esta diferencia, ambos potenciómetros son semejantes y por lo tanto son válidas las relaciones obtenidas para el Potenciómetro de Entrada (Input Potentiometer (IP)) en el Potenciómetro de Salida (Output Potentiometer (OP)), y viceversa.

UNIDAD ATENUADORA (Attenuator Unit (AUD))

Este módulo consta de un simple potenciómetro no aterrizado, con un valor nominal de aproximadamente 10KΩ. Como sabemos, un potenciómetro de este tipo multiplicará por una constante al voltaje de entrada proporcionando un voltaje de salida en el cursor, el cual a lo sumo será del mismo valor del de entrada. Si establecemos una cierta K_{AU} que sea igual a la relación: Voltaje de Salida / Voltaje de Entrada, y si el voltaje de entrada se mantiene constante, entonces el rango de valores de K_{AU} estará comprendido entre 0.0 y 1.0.

Si el elemento es lineal, al graficar K_{AU} vs posición, presentará una característica como la que se muestra en la figura 4.

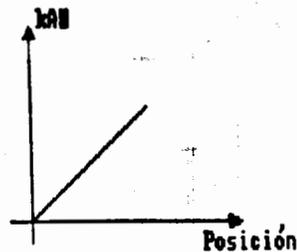


Figura 4. Característica ideal de la Unidad Atenuadora (AUD).

UNIDAD OPERACIONAL (Operational Unit (OUD)).

Este módulo consta de un amplificador operacional con tres entradas y la posibilidad de varias formas de realimentación.

Para su caracterización utilizaremos la configuración de sumador inversor de la Unidad Operacional. Cuando es utilizada esta configuración, la Unidad Operacional funciona como el nodo comparador o punto suma de los diagramas de bloques utilizados en la teoría de Control.

Como sabemos, en los amplificadores operacionales bajo entrada de cero volts, puede generarse un voltaje de desajuste (Voffset) que se reflejará a la salida del amplificador.

Debido a esto, siempre es necesario hacer un ajuste de cero o calibración previa a cualquier medición que se desee realizar.

La forma de realizar esta calibración consiste en verificar que cuando se tiene un voltaje cero en la entrada de la Unidad Operacional, a la salida se obtenga también un voltaje cero con respecto a tierra (COM), si esto no ocurre debe moverse el potenciómetro de ajuste de cero hasta conseguir la calibración.

Si se grafica la relación: $V_{SALIDA} / V_{ENTRADA}$ para valores positivos y negativos se puede obtener una característica parecida a la mostrada en la figura 5.

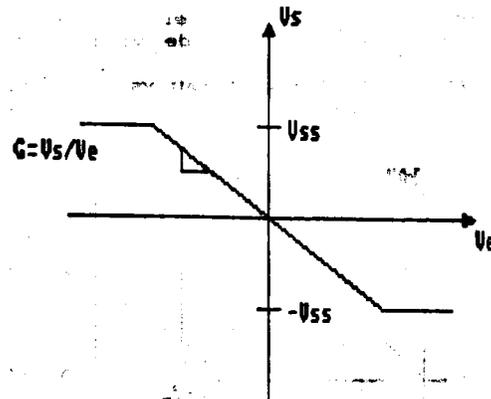


Figura 5. Curva característica de la Unidad Operacional.

PREAMPLIFICADOR (Pre-amplifier Unit (PA)).

El Preamplificador se caracteriza por tener dos salidas diferentes, pero complementarias, debido a que siempre se conecta al Servoamplificador, suministrando los voltajes de control al motor.

Debido a las características inherentes a su fabricación, el motor posee dos embobinados de campo con idénticas características excepto que sus devanados fueron enrollados con sentidos contrarios.

De tal manera, que si la corriente base-emisor (I_{BE}) de cada uno de los transistores es de igual amplitud y sentido, en cada uno de los embobinados que se encuentran conectados a los colectores de los transistores se generan campos magnéticos de igual magnitud, pero sentidos opuestos, y por consiguiente la flecha del motor no gira.

Esto puede garantizarse si los voltajes medidos con respecto a tierra en las bases de Q_1 y Q_2 son iguales.

Así, para calibrar al módulo Preamplificador, los voltajes con respecto a tierra en las dos salidas (V_{S3} y V_{S4}) del PA deben ser iguales en magnitud y signo.

En otras palabras, la diferencia de potencial entre V_{S3} y V_{S4} debe ser igual a cero. Si esto no ocurriera, deberá procederse a mover el potenciómetro de ajuste de cero hasta lograr la calibración.

Si se grafica la relación de los voltajes de las dos salidas del PA, con respecto a tierra, debido a los voltajes aplicados a la entrada del Preamplificador, puede obtenerse una curva parecida a la que se muestra en la figura 6.

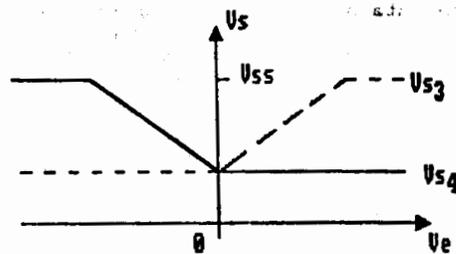


Figura 6. Característica ideal del Preamplificador.

Cabe mencionar que, debido a sus características de diseño, el Preamplificador proporciona una ganancia aproximada de 30, esto significa que para valores cercanos a $+0.5$ Volts a la entrada, los voltajes de V_{S3} y V_{S4} estarán cerca de los niveles de saturación ($+V_{CC}$), debido a ello se sugiere utilizar el alambrado mostrado en la figura 7, para proporcionar voltajes de valores reducidos con una buena precisión.

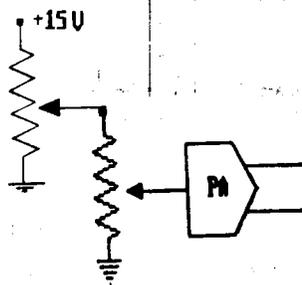


Figura 7. Alambrrado para obtener la característica del Preamplificador.

Se recomienda fijar las constantes de los dos potenciómetros a un valor igual a 1.0 ($K_{AU1} = K_{AU2} = 1.0$). Polarizar al primer potenciómetro con un valor de voltaje de +15 Volts o -15 Vots y variar el valor de la constante del primer potenciómetro a un valor tal que empiece a cambiar del nivel de saturación la salida correspondiente (V_{s+} para valores positivos y V_{s-} para valores negativos de V_e), y a partir de ese instante, reducir ahora K_{AU} para obtener el valor deseado de V_e .

MOTOR (Motor Unit (MT)).

Esta unidad representa a la planta en un diagrama de bloques. El motor recibe los voltajes de alimentación y control del Servoamplificador a través del cable que los conecta. Cuando se somete al motor a una entrada escalón., éste presenta un comportamiento semejante al que se observa en un sistema de primer orden.

De esta respuesta se desprenden dos parámetros que son muy significativos, que caracterizan completamente al motor y definen su comportamiento, estos dos parámetros son: la ganancia y la constante de tiempo.

Si se grafica el voltaje proporcionado por el Tacogenerador (el cual es un transductor que genera un voltaje proporcional a la velocidad angular), puede obtenerse una gráfica de la respuesta como la que se muestra en la figura 8.

Cabe mencionar que:

La ganancia en régimen estable se define como la relación de la amplitud de la señal de salida entre la amplitud de la señal de entrada (esta ganancia puede ser mayor, menor o igual a 1).

La constante de tiempo se define como el lapso de tiempo transcurrido desde el inicio de la respuesta hasta que esta alcanza el 63.2 % del valor de régimen estable.

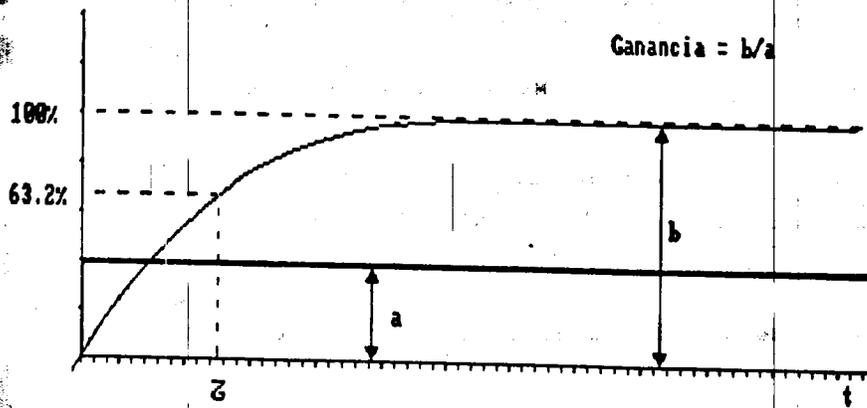


Figura 8. Gráfica para calcular la ganancia y la constante del Motor

TACOGENERADOR (Taco-Generator (TG)).

Este elemento básicamente está constituido por un transductor que, como ya se mencionó, genera un determinado voltaje proporcional a la velocidad angular de la flecha del motor. Para obtener el valor de esta constante (K_{ro}) es necesario que el motor se encuentre en régimen estable, es decir que no haya oscilaciones significativas en el voltaje de salida, no importando su valor.

Se recomienda hacer las observaciones de la velocidad real en el eje lento con el objeto de lograr una mayor precisión en las lecturas, recordando también que el eje lento gira una vuelta por treinta que completa el eje rápido.

OBJETIVOS

- a: Que el alumno aprenda a caracterizar cada uno de los elementos que conforman al Servomecanismo Modular de Corriente Directa (MS-150).
- b: También que relacione la organización modular del MS-150 con la representación de diagramas de bloques aprendida en la Teoría de Control.

c: Así mismo, que la práctica sirva para que el alumno se familiarice con el uso del MS-150.

MATERIAL Y EQUIPO

Osciloscopio de memoria
Graficador
Conectores para osciloscopio
Multímetro digital
Cables de conexión

DESARROLLO

Antes de iniciar la práctica tome en cuenta las siguientes recomendaciones:

Apague la fuente de poder al hacer conexiones o desconexiones.
Desalambrar las conexiones al pasar a un nuevo módulo y Preguntar a su profesor si tiene dudas.

1. Polarice el Potenciómetro de Entrada o el de Salida con +15Volts y -15Volts.
2. Con el multímetro digital determine la posición de la carátula que corresponda al valor de cero volts en el cursor. (que podrá o no coincidir con los cero grados mecánicos).
3. A partir de este punto de referencia varíe el ángulo en incrementos regulares (se recomiendan incrementos de 20°, hasta completar un ciclo o hasta que se llegue al tope mecánico), y registre el valor obtenido a la salida del potenciómetro utilizado.
4. Polarice la Unidad Atenuadora con +10 Volts y COM.
5. Mida y tabule el voltaje de salida para cada una de las posiciones marcadas en la carátula del potenciómetro.
6. Polarice la Unidad Operacional, asegurándose de utilizar la configuración de sumador-inversor.
7. Calibre la Unidad Operacional.
8. Utilizando el módulo de la Unidad Atenuadora, alimente a la Unidad Operacional con los siguientes voltajes: ± 2 V., ± 4 V., ± 8 V., ± 12 V. y ± 14 V. y registre los voltajes a la salida de módulo OU.
9. Polarice al Preamplificador con +15 Volts, COM y -15Volts.
10. Calibre al PA.
11. Alimente al PA con voltajes de ± 0.05 V., ± 0.1 V., ± 0.2 V., ± 0.3 V., ± 0.4 V., ± 0.5 V. y ± 0.6 V. (se recomienda utilizar el alambrado mostrado en la figura 7). y registre los voltajes en las salidas V_{s3} y V_{s4} con respecto a tierra para cada uno de esos valores.
12. Alambre el SA a manera de tener una excitación de tipo armadura (referirse a la Introducción Teórica).
13. Alabre el diagrama mostrado en la figura 9.

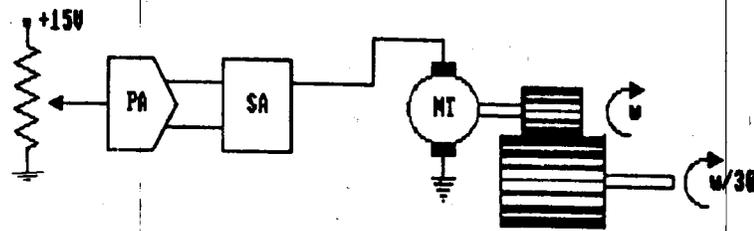


Figura 9. Alambrado para obtener la característica del Motor.

- ajuste el potenciómetro de tal manera que se obtenga un voltaje aproximadamente constante en el Tacogenerador (se recomienda un valor entre 2 y 6 Volts), con una de las terminales del TG conectada a COM.
14. Cambie la polarización de +15 Volts por un valor de -15 Volts y reporte el efecto que esto provocó.
 15. Una vez obtenido un valor constante en la terminal del TG apague la fuente de poder.
 16. Encienda la fuente y observe la respuesta.
 17. Cuando se obtenga una respuesta parecida a la mostrada en la figura 8, almacénela en un osciloscopio de memoria y posteriormente regístrela, bien acotada, en un graficador.
 18. Registre el voltaje de salida (en el TG) y el de entrada (la diferencia de potencial $V_{s3} - V_{s4}$).
 19. Varie el valor del voltaje de entrada (modificando la posición del potenciómetro de la Unidad Atenuadora).
 20. Registre el efecto producido.
 21. Alambre el circuito mostrado en la figura 10.

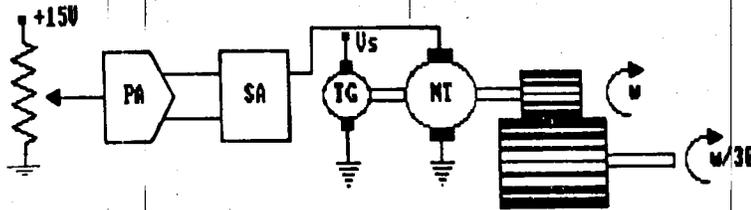


Figura 10. Alambrado para obtener la constante del Tacogenerador.

22. Aplique la entrada escalón (encienda la fuente de poder), y espere a que el voltaje en el TG sea aproximadamente constante (se recomienda un valor entre +2 y + 6 Vots), ajuste K_{auz} a manera de lograr esto.
23. Registre el número de RPM del eje rápido (se recomienda acoplar al eje lento el potenciómetro de salida).
24. Tome varias lecturas de la actividad 23.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

- a) Con la tabulación realizada para el Potenciómetro de Entrada o el de Salida, obtenga una gráfica acotada de voltaje de salida contra grados de entrada.
- b) ¿Cuánto vale la ganancia K_{IP} (Volts/grado) del Potenciómetro utilizado? (ajuste los datos obtenidos por el método de Mínimos Cuadrados).
- c) Con los datos tabulados para la Unidad Atenuadora dibuje una gráfica acotada de los valores de K_{AU} con respecto a las posiciones de la perilla.
- d) ¿Cuánto vale la ganancia K_{AU} ($V_{\text{SALIDA}} / V_{\text{ENTRADA}}$) del módulo OU?
- e) Con base en los datos del punto 11 grafique la característica del PA.
- f) Basándose en la gráfica de la respuesta a entrada escalón para el motor, determine la ganancia y la constante de tiempo del mismo.
- g) ¿Qué efecto tiene en la constante de tiempo el variar la amplitud de la entrada escalón? Justifique su respuesta.
- h) ¿Cuánto vale K_{ω} en Volts/1000 RPM?
- i) ¿Cuánto vale K_{ω} en Volts/rad/seg?
- j) ¿Cuánto vale $K_{\omega^{-1}}$ y qué significado físico tiene?
- k) Reporte sus gráficas bien acotadas.

PRACTICA NO. 2
CONTROL DE VELOCIDAD

INTRODUCCION

Una de las variables que se emplean con mayor frecuencia para el control de algunos sistemas, es la velocidad.

Supongamos que varios motores de corriente directa se encuentran conectados a la misma fuente de alimentación y regulan la tensión del hilo en una industria textil o la del papel en una rotativa de algún diario de alto tiraje. Es fácil imaginar el efecto tan desastroso que puede provocar el que los motores no se encuentren sincronizados en velocidad.

Por otra parte, supongamos que cierta banda transportadora de una industria de cosméticos o farmacéutica debe recorrer cierta distancia en cierto intervalo de tiempo con objeto de hacer pasar un envase por diferentes inyectores que lo llenarán de varias sustancias, le pondrán su tapa, lo etiquetarán y lo empacarán con otros.

Si no se realizara un control de velocidad, o si éste fallara, la operación debería pasarse a modo manual para no parar la producción.

Estos son algunos ejemplos, bastante simples, pero que nos dan una idea de la importancia del Control de Velocidad.

Existen otros muchos sistemas en los cuales la velocidad lineal y/o angular debe controlarse en forma muy precisa (por ejemplo en una planta embotelladora, en una centrifuga, en una planta hidroeléctrica en los motores de sus generadores que proporcionan voltaje trifásico a una frecuencia predeterminada, etc...).

En esta práctica se desea alambrear un sistema de Control de Velocidad, utilizando el Servomecanismo de Corriente Directa (MS-150), de manera tal que si se designa a una cierta velocidad como la de referencia, el sistema tienda a mantener esta velocidad independientemente de las variaciones de carga que afecten al motor, realizando esto para las configuraciones de malla abierta y malla cerrada, y para diferentes valores de ganancia.

Los experimentos realizados a malla abierta consisten en medir la ganancia del sistema y observar el efecto de la carga en dicha ganancia.

Los experimentos realizados a malla cerrada consisten en observar los efectos de la realimentación y la carga en la ganancia del sistema.

El alumno debe tomar en cuenta que:

Debe apagar la fuente de poder al momento de hacer conexiones o desconexiones.

El Preamplificador y la Unidad Operacional requieren de ciertos voltajes de polarización y no debe equivocarse al alimentarlos. El Servoamplificador debe manejar un Control de Armadura. (referirse a la introducción teórica). Si se desea verificar la calibración, inicie en el elemento más cercano al motor (en este caso el módulo PA).

Existe una zona muerta, es decir existe un cierto rango de giro del IP en el que el motor no responde, lo cual se debe fundamentalmente a la fricción estática y a la inercia del rotor que se opone a todo movimiento mientras el par rotor no logre vencer esta fricción.

El motor requiere cierto tiempo para llegar a su régimen estable de operación, lo cual está relacionado con la constante del motor.

Al momento de realimentar (al aumentar el valor de KAU_2 desde cero). Si no se han modificado las posiciones de IP y de KAU_1 de trayectoria directa, la velocidad del motor debe disminuir, si esto no ocurre y si por el contrario la velocidad aumenta, entonces el sistema está operando con una realimentación positiva y para solucionar este problema deben invertirse las conexiones en el TG (la terminal que estaba conectada al potenciómetro KAU_2 de realimentación, que ahora se conecte a COM y la que estaba conectada en COM que ahora alimente al potenciómetro de retroalimentación).

Si aún tiene dudas pregunte a su profesor.

OBJETIVOS

- a: Que el alumno comprenda la importancia del Control de velocidad
- b: También, que aprenda a alambrear el Control de Velocidad en el MS-150.
- c: Así mismo, que observe y determine los efectos de la retroalimentación en el Control de Velocidad.

MATERIAL Y EQUIPO

Multímetro digital
Cables de conexión

DESARROLLO

1. Alambre el diagrama mostrado en la figura 1

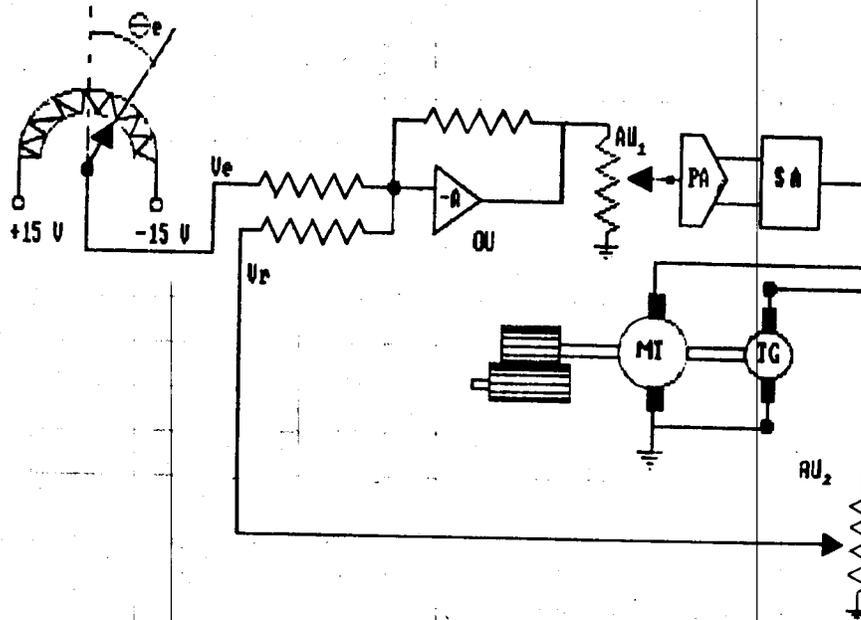


Figura 1. Diagrama del alambado para el Control de Velocidad del Servomecanismo de C. D. a malla abierta o malla cerrada.

2. Ajuste la constante del Potenciómetro de la Unidad Atenuadora de retroalimentación a cero. ($K_{AU} = 0$) a manera de tener la configuración de malla abierta.
3. Calibre las unidades OU y PA. Considere que la señal de entrada es la obtenida a la salida del Potenciómetro de Entrada y como señal de salida la obtenida en el Tacogenerador.
4. Ajuste la constante del potenciómetro de la Unidad Atenuadora utilizada como K_{AU} a 0.2 (si se alimenta con +15V se obtiene +3V a la salida).
5. Ajuste el Potenciómetro de Entrada a manera de obtener un voltaje aproximado constante en el TG, una de cuyas terminales se conecta a tierra (COM).
6. Con el motor apagado coloque el freno magnético en el eje rápido hasta la posición 10, y posteriormente retírelo hasta la posición 0 y verifique que no roza con el disco y tome lecturas del valor del voltaje de salida y el valor del voltaje

de entrada para las posiciones del freno de:
2, 4, 6, 8 y 10 a manera de llenar una tabla como la que se muestra:

$KAU_1 = 0.2$			
$KAU_2 = 0$			
Posicion del freno magnético	V_s	V_e	Ganancia = $\frac{V_s}{V_e}$
2			
4			
6			
8			
10			

7. Genere las tablas correspondientes, pero ahora con los siguientes valores de KAU_1 y KAU_2

$KAU_1 = 0.2$ $KAU_2 = 0.2$

$KAU_1 = 0.2$ $KAU_2 = 0.5$

$KAU_1 = 0.2$ $KAU_2 = 0.8$

$KAU_1 = 0.5$ $KAU_2 = 0.2$

$KAU_1 = 0.1$ $KAU_2 = 0.2$

$KAU_1 = 0.2$ $KAU_2 = 2.0$

Con las mismas posiciones del freno indicadas en la tabla.

Cabe hacer notar que:

La ganancia de $KAU_2 = 2.0$ se obtiene con $KAU_2 = 1.0$ y conectando otro cable del Tacogenerador al punto suma (Unidad Operacional).

ANALISIS DE RESULTADOS

1. Reporte las tablas generadas en la sesión práctica.

2. Obtenga las gráficas de: Ganancia con respecto a la posición del freno y voltaje de salida en el IG con respecto a la posición del freno magnético para cada una de las tablas obtenidas.
3. El sistema de Control de Velocidad, puede representarse en una forma muy simplificada como se muestra en la figura 2.

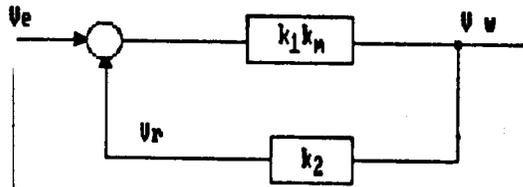


Figura 2. Diagrama a bloques del Servomecanismo para la configuración de malla cerrada.

Con base en esta figura determine la expresión de la ganancia.

4. Suponiendo que el producto $K_1 K_2 K_m \gg 1$ y considerando los diversos factores que definen al sistema ($K_1, K_2, K_m, K_1 * K_m$ etc...) responda a las siguientes preguntas:
 - a) ¿Qué factor afecta en mayor medida a la ganancia?
 - b) ¿Qué factor determina que la salida del sistema, (velocidad angular), sea inmune a las variaciones de la carga?
5. Reporte cuales son los efectos que tiene la realimentación en el comportamiento del sistema cuando este funciona como un control de velocidad.

SERVOMECANISMO MODULAR DE CORRIENTE DIRECTA

PRACTICA No. 3

CONTROL DE POSICION

INTRODUCCION

El ingeniero puede encontrar durante su práctica profesional una gran cantidad de sistemas que hacen uso de alguna forma del Control de Posición.

Encontramos el Control de Posición, por ejemplo: en la orientación adecuada de una antena parabólica con objeto de lograr una mejor calidad de recepción, tanto de audio como de video en un sistema de TVRO. O en algunos casos, controlar la posición de satélites artificiales como los que forman parte del Sistema de Satélites Morelos, donde una antena (TTAC) realiza telemetría y control desde el centro CONTEL de Izatapalapa en la Ciudad de México.

Otro ejemplo, puede ser el controlar la posición de un rastreador solar, o el controlar el nivel del piso en que un elevador debe abrir sus puertas.

En la práctica anterior, el alumno aprendió a realizar el Control de Velocidad del Servomecanismo Modular de Corriente Directa, y observó que debía comparar la velocidad asociada al voltaje V_e proporcionado por el Potenciómetro de Entrada con la velocidad asociada al proporcionado por el Tacogenerador con una de sus terminales aterrizada, llamada V_s .

En esta práctica se desea desarrollar un sistema de Control de Posición angular.

Específicamente, se desea controlar la posición de la carátula del Potenciómetro de Salida de manera tal que sea proporcional a un giro manual en la carátula del Potenciómetro de Entrada.

Es decir, comparará las posiciones asociadas a los voltajes proporcionados por los desplazamientos angulares de dos potenciómetros, uno de ellos alimentado con $+15V$ y $-15V$, y movido manualmente por el alumno y el otro también alimentado con $+15V$ y $-15V$, pero controlado por el movimiento del eje lento del Servomecanismo MS-150, para que finalmente sean comparados en el punto suma (OUD).

En la teoría de Control se estudió que al realimentar positivamente el error tiende a aumentar, pero esto se invertía si la realimentación era del tipo negativo. Ambos efectos podrán visualizarse en esta práctica.

El Control de Posición se puede representar en forma de diagrama de bloques, como se muestra en la figura 1.

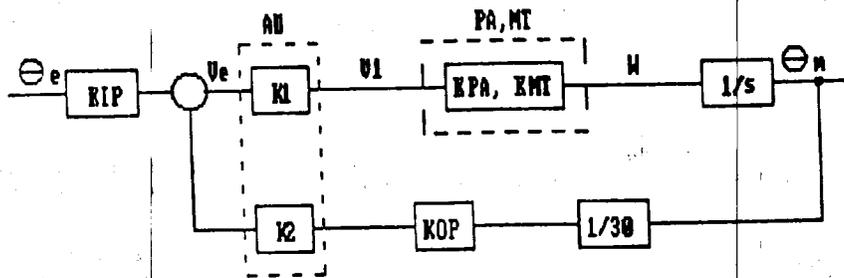


Figura 1. Diagrama de bloques para el Servomecanismo MS-150, funcionando como un Controlador de posición.

donde:

$K_P = K_{IP} = K_{OP}$ = Ganancia de los potenciómetros de entrada y de salida.

K_1 = Ganancia de la Unidad Atenuadora de trayectoria directa.

K_2 = Ganancia de la Unidad Atenuadora de la trayectoria de realimentación.

$f(J, F, S)$ = Variable en función de la inercia del motor (J), la fricción (F), y la variable compleja "S", que representa la dinámica del motor.

K_{MT} = Ganancia del motor.

Debemos considerar que en un Control de Posición es de gran importancia que haya una detención suave en cualquier posición, sin embargo esto depende de las características físicas del sistema a controlar, en nuestro caso el motor primero requiere vencer un par de arranque por fricción estática.

El alumno deberá también observar que existe un determinado ángulo para el cual, el Potenciómetro de Salida no responde al giro de la flecha del de Entrada, es decir existe una señal de entrada mínima requerida para que el sistema responda. A este efecto se le llama de "zona muerta", el mismo podrá observarse en el transcurso de la practica.

OBJETIVOS

- a: Que el alumno se familiarice con el Servomecanismo Modular de Corriente Directa funcionando como un Control de Posición.
- b: También que el alumno observe el efecto de la realimentación en el Control de Posición.

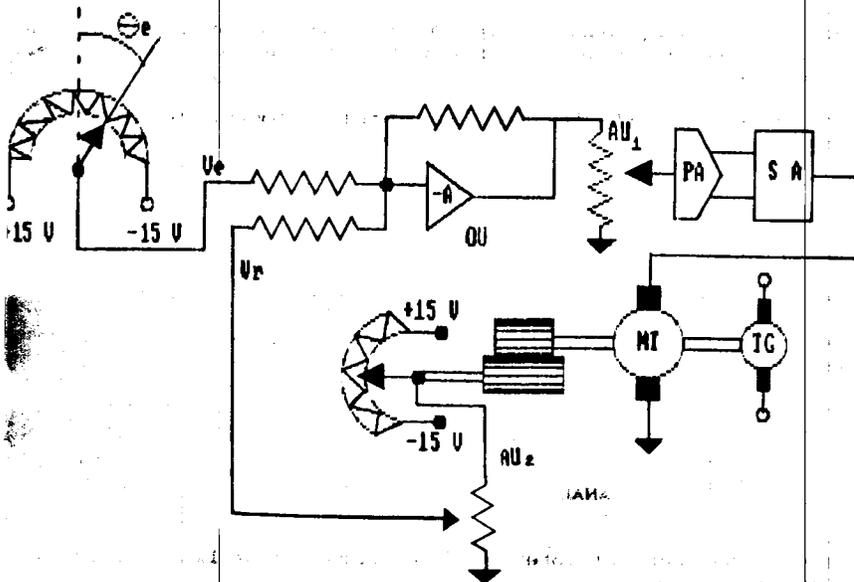
: Así mismo, que obtenga el modelo matemático y la función de transferencia del Servomecanismo MS-150, funcionando como un controlador de la posición para utilizarlos en posteriores prácticas.

MATERIAL Y EQUIPO

sciloscopio de memoria.
onectores para osciloscopio.
ultimetro digital.
ables de conexión.

DESARROLLO

ambre al Servomecanismo Modular de Corriente Directa para que unione como un controlador de posición, como se muestra en la figura 2.



Recuerde apagar la fuente de poder tanto al hacer conexiones como al desconectarlas.

Ajuste a cero y polarice con +15V., -15V. y COM a los módulos OU y PA.

Ajuste las ganancias de las Unidades Atenuadoras para que tengan los siguientes valores:

$KAU_1 = 0.2$ (ganancia de trayectoria directa).

$KAU_2 = 1.0$ (ganancia de retroalimentación).

Es posible que se pierda el control del Servomecanismo. Si esto sucede, el sistema se encuentra realimentado positivamente.

Para corregir esto, invierta los voltajes de polarización del Potenciómetro de Salida (OP).

Gire el Potenciómetro de Entrada (IP), con un movimiento suave de aproximadamente 10° , el Potenciómetro de Salida deberá girar en el mismo sentido que lo hizo el de entrada con una respuesta transitoria antes de alcanzar la estabilidad, si el sentido de giro fuese contrario, y si se desea corregir, intercambie los voltajes de polarización en el IP.

Observe la respuesta en el osciloscopio

Cuando observe una respuesta que alcance la estabilidad y reúna los requisitos antes mencionados almacénela en la memoria del osciloscopio.

Posteriormente, usando la memoria de osciloscopio, registre las señales obtenidas bajo los siguientes valores de las constantes de las Unidades Atenuadoras, a la vez que determina los valores de los voltajes en los potenciómetros de salida y de entrada, para las posiciones del freno magnético que se indican a continuación.

$KAU_1 = 0.2$ $KAU_2 = 0.2$ posiciones del freno: 2, 6 y 10.

$KAU_1 = 0.2$ $KAU_2 = 0.8$ posiciones del freno: 2, 6 y 10.

$KAU_1 = 0.2$ $KAU_2 = 1.0$ posiciones del freno: 2, 6 y 10.

$KAU_1 = 0.8$ $KAU_2 = 0.2$ posiciones del freno: 2, 6 y 10.

$KAU_1 = 1.0$ $KAU_2 = 0.2$ posiciones del freno: 2, 6 y 10.

$KAU_1 = 1.0$ $KAU_2 = 1.0$ posiciones del freno: 2, 6 y 10.

$KAU_1 = 1.0$ $KAU_2 = 2.0$ posiciones del freno: 2, 6 y 10.

ANALISIS DE RESULTADOS.

a) Reporte las graficas obtenidas para cada uno de las actividades antes mencionadas.

b) De la figura 1. determine la expresión para la función de transferencia θ_m / θ_e , si se considera que:

$$r(C,F,S) = \frac{1}{1 + r_{ms}}$$

- c) ¿Cuánto valen las siguientes ganancias?
c.1) ganancia de trayectoria directa
c.2) ganancia de realimentación
c.3) ganancia de malla
- d) ¿Cuál de estas respuestas presenta el menor tiempo de asentamiento?
- e) ¿Cuál de estas respuestas presenta el mayor factor de amortiguamiento?
- f) ¿Cuál de ellas presenta la mayor frecuencia real de oscilación?
- g) ¿Cuál de las respuestas presenta la mayor ganancia?
- h) ¿Cuál es el efecto que tiene la ganancia de trayectoria directa en el control de la posición?
- i) ¿Cuál es el efecto que tiene la ganancia de realimentación?
- j) Finalmente, determine cual es el efecto de la carga en el control de la posición.
Justifique todas sus respuestas.

SERVOMECANISMO MODULAR DE CORRIENTE DIRECTA

PRACTICA No. 4

ACCIONES DE CONTROL

INTRODUCCION

Cuando se realiza el análisis teórico o el diseño práctico de todo sistema de control, uno de los puntos más importantes a considerar es el tipo de acción de control para el sistema de interés.

Debido a que los sistemas de control no se pueden controlar de la misma manera, es decir un controlador puede ser eficaz para un sistema determinado; pero no será igualmente eficaz para otro cualquiera, ya que no tendrán un mismo ancho de banda o una misma frecuencia de corte, ni un rango de valores de ganancia para permanecer dentro de su respectiva región de estabilidad, etc... Por todas las características intrínsecas de cada sistema se hace necesario el determinar un controlador adecuado al sistema.

Un control automático compara el valor de salida de una planta con el valor deseado, determina la desviación y produce una señal de control que reduce la desviación a un valor pequeño. La forma como el control automático produce la señal de control recibe el nombre de acción de control.

En la teoría de Control, dentro de la literatura clásica, se hacen mención de algunos de los modos de control más comúnmente utilizados, estos son:

1. El Control Proporcional (P).
2. El Control Proporcional + Derivativo (PD).
3. El Control Proporcional + Integral (PI).
4. El Control Proporcional + Integral + Derivativo (PID).

El realizar esta práctica, tiene como una de sus finalidades primordiales el poder introducir al alumno al estudio de los diferentes modos o acciones de control estudiados en la teoría de Control y que también son utilizadas, con algunas variantes en la práctica de la ingeniería.

Estas diferentes acciones de control se ejemplificarán mediante la aplicación al sistema más viable para este fin: el Servomecanismo Modular de Corriente Directa, el cual se alambra como un sistema que controle la posición angular, con la particularidad de que la comparación entre los voltajes de entrada y de retroalimentación, para obtener el voltaje de error se realizará con base en el concepto de comparación de voltajes al utilizar la configuración de retroalimentación negativa.

CONTROL PROPORCIONAL (P).

Esquemáticamente, una acción de control proporcional puede representarse como se muestra en la figura 1.

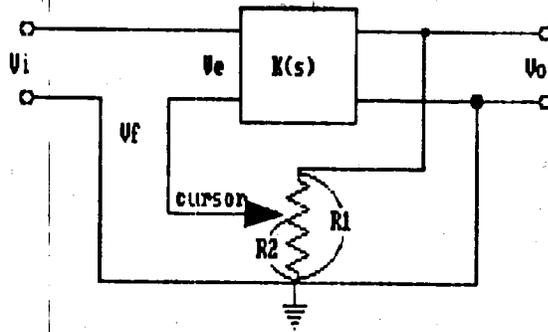


Figura 1. Diagrama a bloques para un sistema con acción de control proporcional.

Donde:

- Vi : representa la señal de entrada.
- Ve : la señal de error.
- Vf : la señal de retroalimentación
- Vo : la señal de salida y
- K(s): representa la función de transferencia de la planta y está determinada por la siguiente función de transferencia:

$$K(s) = \frac{K_{sm}}{s + \tau_{sm}} * \frac{K_t}{s}$$

- En esta función de transferencia,
- K_{sm} : representa la ganancia del motor.
- K_t : representa la ganancia del tacogenerador.
(K_t = 1 / 30) y
- τ_{sm} : la constante de tiempo del motor.

De acuerdo con el diagrama de la figura 1, podemos determinar las siguientes relaciones:

$$V_o = K * V_e \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$V_e = V_i - V_f \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$V_f = \frac{V_o * R_2}{R_1} \dots\dots\dots (3)$$

Al sustituir la ecuación (3) en la ecuación (2) tenemos:

$$V_e = V_i - \frac{V_o * R_2}{R_1} \dots\dots\dots (4)$$

finalmente, al sustituir (4) en (1), se obtiene:

$$\begin{aligned} V_o &= K * \left[V_i - \frac{V_o * R_2}{R_1} \right] \\ &= K * V_i - K * \frac{V_o * R_2}{R_1} \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

al factorizar, tenemos que:

$$V_o * \left[1 + K * \frac{R_2}{R_1} \right] = K * V_i \dots (6)$$

Si R_2 es mayor de cero y $K * \frac{R_2}{R_1}$ es mucho mayor de 1, lo cual generalmente es cierto, entonces:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1}{R_2} = K_p \dots\dots\dots (7)$$

Es decir, se tiene un sistema con acción de control proporcional, en donde el parámetro K_p puede modificarse ajustando la relación de resistencias $\frac{R_1}{R_2}$, ubicadas en la trayectoria de retroalimentación y determinadas por la posición del potenciómetro de la Unidad Atenuadora.

CONTROL PROPORCIONAL + DERIVATIVO (PD).

En forma esquemática una acción de control PD, puede representarse como se muestra en la figura 2. De acuerdo con esta figura, se cumplen las siguientes condiciones:

$$V_o = K * (V_i - V_f) \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{V_f}{V_o} = \frac{1}{(R_d * C_d)S + 1} \dots\dots\dots (9)$$

Al sustituir (8) en (9) y factorizando, se obtiene:

$$K * V_i = V_o * \left[1 + \frac{K}{(R_d * C_d)S + 1} \right] \dots\dots\dots (10)$$

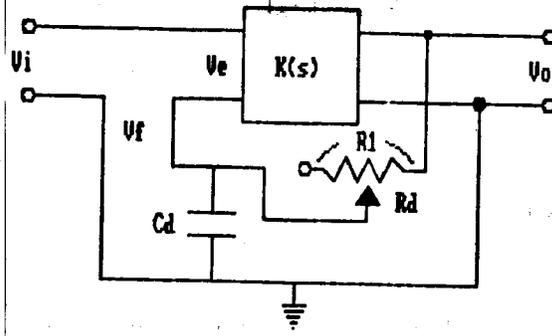


Figura 2. Diagrama a bloques para un sistema con acción de control proporcional + derivativo.

Si $\frac{K}{(R_d * C_d)S + 1}$ es mucho mayor de 1, entonces:

$$\frac{V_o}{V_i} = (R_d * C_d)S + 1 = T_d S + 1 \dots (11)$$

Por lo que se tiene un control proporcional + derivativo.

CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL (PI)

Esquemáticamente, una acción de control del tipo PI se puede representar como se muestra en la figura 3.

Del circuito eléctrico mostrado en la figura 3, se pueden obtener las siguientes relaciones:

$$V_o = K * (V_i - V_f) \dots (12)$$

$$\frac{V_f}{V_o} = \frac{R_2}{R_1 + \frac{1}{SC_i}} \dots (13)$$

Sustituyendo (13) en (12) y factorizando, se llega a:

$$V_o * \left[1 + \frac{K * R_2 * SC_i}{(R_1 * SC_i + 1)} \right] = K * V_i \dots (14)$$

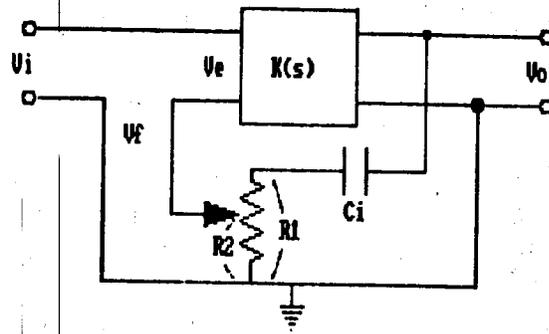


Figura 3. Diagrama a bloques de un sistema con acción de control proporcional + integral.

Si $\frac{K * R_2 * C_1 S}{R_1 * C_1 S + 1}$ es mucho mayor que 1, entonces:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1}{R_2} + \frac{1}{R_2 * C_1 S}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{R_1}{R_2} + \frac{1}{T_I S} \dots \dots \dots (15)$$

$$\frac{V_o}{V_i} = K_p + \frac{1}{T_I S} \dots \dots \dots (16)$$

Donde : $T_I = R_2 * C_1$

Por lo que se tiene una acción de control proporcional + integral.

ACCION DE CONTROL PROPORCIONAL + INTEGRAL + DERIVATIVA (PID).

Esquemáticamente, este tipo de control se puede representar de la manera que se muestra en la figura 4.

De acuerdo con el circuito que se muestra líneas abajo, se cumplen las siguientes relaciones:

$$\frac{V_o}{V_i} = K_p * \left[T_d S + \left(1 + \frac{K_d}{R_1} + \frac{T_d}{T_I} \right) + \frac{1}{T_I S} \right]$$

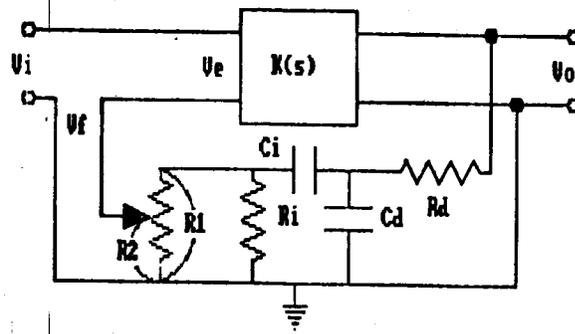


Figura 4. Diagrama a bloques de un sistema con acción de control PID.

$$\frac{V_o}{V_i} = K_p * T_d S + K_p * \left(1 + \frac{R_d}{R_i} + \frac{T_d}{T_i} \right) + \frac{K_p}{T_i S}$$

Donde:

$$K_p = \frac{R_1}{R_2}$$

$$T_d = R_d * C_d$$

$$T_i = R_i * C_i$$

Por lo tanto, se tiene un control proporcional + integral + derivativo.

$$\text{Si } A = 1 + \frac{R_d}{R_i} + \frac{T_d}{T_i}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = A * K_p * \left[1 + \frac{T_d S}{A} + \frac{1}{A * T_i S} \right] \quad (17)$$

Posteriormente, durante el desarrollo de la práctica, se le proporcionarán al alumno un conjunto de diagramas que utilizan al Servomecanismo Modular de Corriente Directa, donde al controlar la posición angular del motor se puedan mostrar los efectos de las diferentes acciones de control en un sistema real.

OBJETIVOS.

- Introducir al alumno en el concepto de las diferentes acciones de control
- Que el alumno se familiarice con el concepto de comparación de voltajes en un sistema retroalimentado.
- Finalmente, que el alumno observe en forma experimental los efectos que producen en un sistema real las diferentes acciones de control y los compare con los efectos teóricos esperados.

MATERIAL Y EQUIPO.

Osciloscopio de memoria.
Multímetro digital.
Cables de conexión.
Capacitores de: $1\mu\text{F}$ y $10\mu\text{F}$.
Resistencias de $1\text{K}\Omega$ y $10\text{K}\Omega$.

DESARROLLO.

- Realice el alambrado que se muestra en la figura 5, para que el Servomecanismo de Corriente Directa funcione con acción de control proporcional.

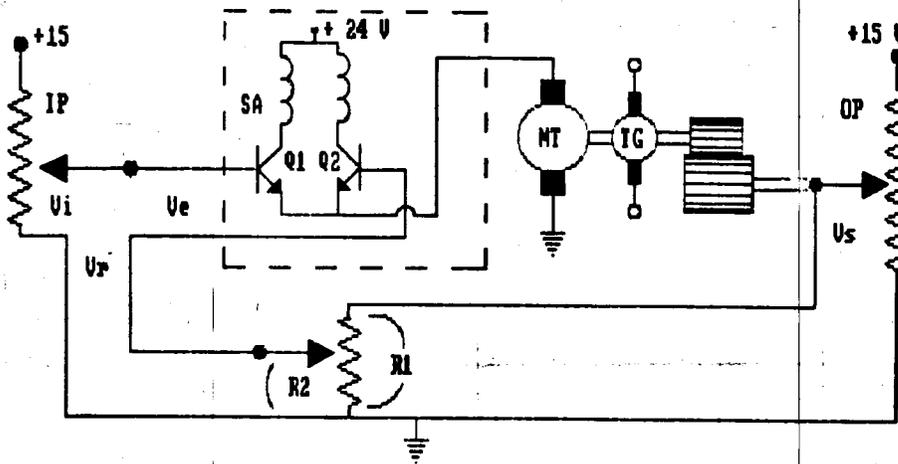


Figura 5. Diagrama del alambrado en el MS-150, para que funcione como un sistema con control proporcional.

2. Coloque la posición del cursor del potenciómetro de tal manera que se tenga una constante de 0.2.
3. Coloque en un canal del osciloscopio la señal correspondiente al voltaje de entrada y en el canal restante la señal que se presenta en el cursor del potenciómetro de salida.
4. Reduzca la amplitud del voltaje de entrada al mínimo posible, de tal manera que la flecha del motor no gire todavía.
5. Aumente gradualmente la amplitud de la señal de entrada hasta que se registre una ligera respuesta en la señal de salida.
6. Aplique al potenciómetro de entrada un giro manual de unos 10° , que se vea reflejado con un desplazamiento similar en el potenciómetro de salida, (si es necesario modifique la constante de éste potenciómetro, hasta llegar al valor de 1.0).
7. Una vez que haya obtenido un comportamiento subamortiguado, almacene ambas señales, la de entrada y la de salida, en la memoria del osciloscopio.
8. Obtenga los parámetros más relevantes de la respuesta de salida, como son: el sobrepaso, el tiempo de levantamiento y el tiempo de pico.
9. Con el auxilio del multímetro digital, determine los valores de los voltajes V_i , V_e y V_s .
10. Realice el alambrado del circuito con acción de control proporcional + derivativa, que se muestra en la figura 6.

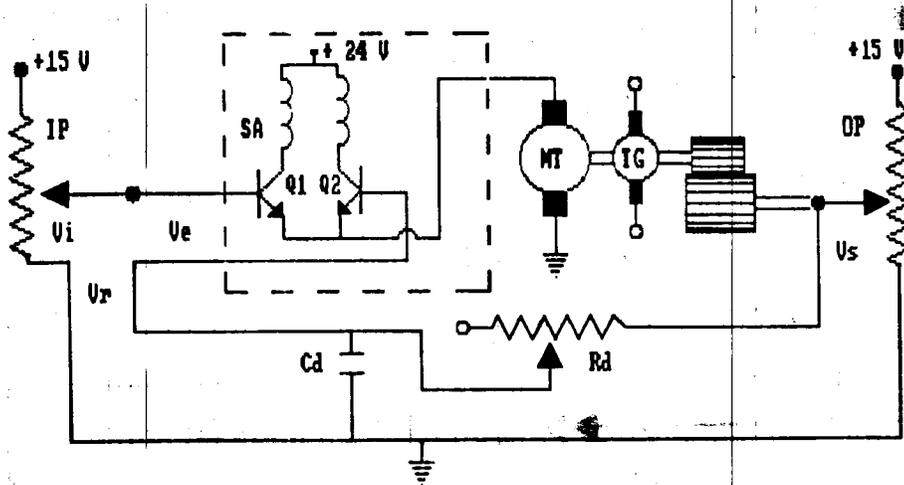


Figura 6. Diagrama del alambrado en el sistema MS-150, para que funcione como un sistema de control proporcional + derivativo.

11. Realice los pasos del 2 al 9 con dos diferentes valores del capacitor.
12. Ahora, alambre el sistema MS-150 para que funcione como un sistema con acción de control proporcional + integral tal y como se muestra en el diagrama de la figura 7.

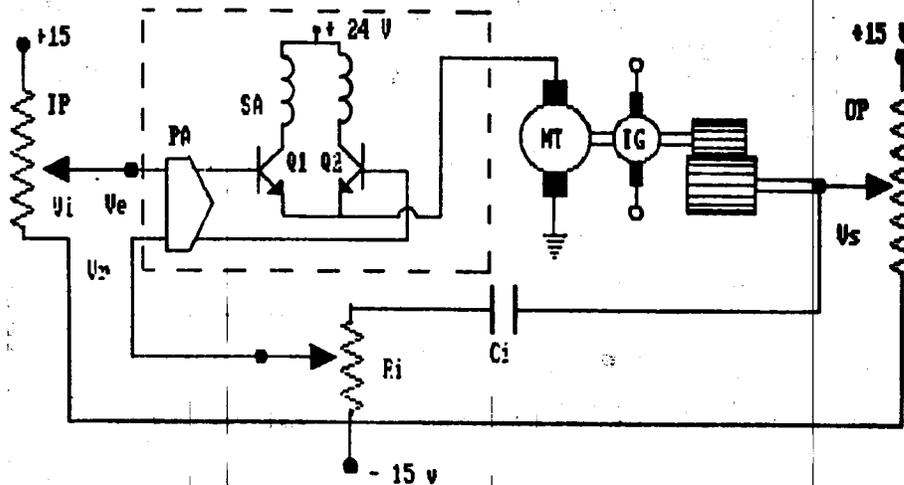


Figura 7. Diagrama del alambrado en el sistema MS-150, para que realice una acción de control del tipo PI.

13. Repita los pasos del 2 al 9 con dos valores diferentes del capacitor.
14. Realice el alambrado con el sistema MS-150 que se muestra en la figura 8.
15. Repita los incisos del 2 al 9, bajo las siguientes condiciones:
 - a) $R_d=1K\Omega$, $R_i=10K\Omega$
 $C_i=10\mu F$ y $C_d=1\mu F$
 - b) $R_d=1K\Omega$, $R_i=10K\Omega$
 $C_i=1\mu F$ y $C_d=10\mu F$
 - c) $R_d=10K\Omega$, $R_i=1K\Omega$
 $C_i=10\mu F$ y $C_d=1\mu F$.

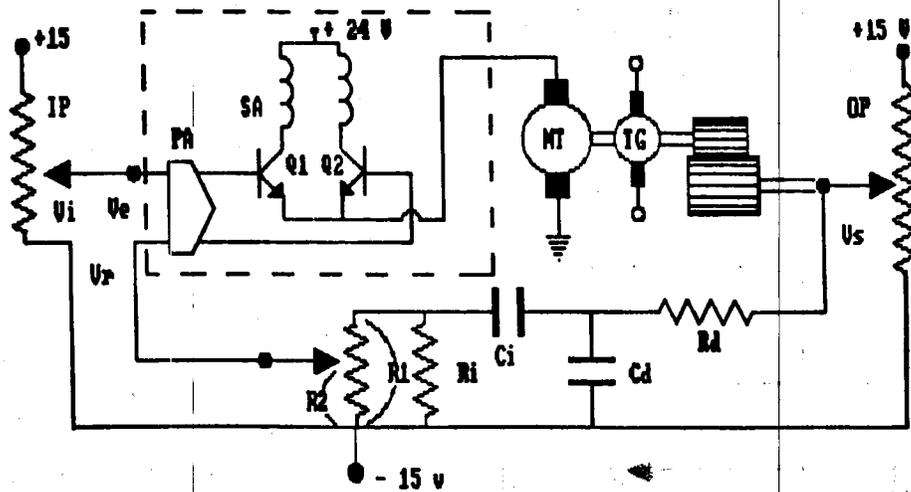


Figura 8. Diagrama del alambrado en el sistema MS-150 de un sistema con acción de control del tipo PID.

ANÁLISIS DE RESULTADOS.

- Obtenga las funciones de transferencia para todos los alambrados que realizó en la sesión práctica.
- Verifique experimentalmente la ecuación (2).
- Determine las diferencias prácticas que se presentan en el comportamiento del sistema bajo las diferentes acciones de control.
- Cuantifique la modificación que se presenta en la ganancia del sistema bajo las diferentes acciones de control.
- Determine las semejanzas y diferencias que se presentan entre el modelo teórico y el sistema real.
- Determine, para nuestro sistema en particular, cual de las acciones de control aplicadas es la más conveniente, considere efectos tales como: ganancia, rapidez de respuesta, sobrepaso, estabilidad, etc...

SERVOMECANISMO MODULAR DE CORRIENTE DIRECTA

PRACTICA No. 5

SIMULACION DEL SERVOMECANISMO MODULAR MS-150

INTRODUCCION.

En la vida práctica es de suma importancia el establecer representaciones matemáticas de procesos o sistemas, con el objeto de simular su comportamiento por medio de dispositivos analógicos o digitales, y de esta forma conocer de la forma más aproximada posible su comportamiento teórico, para después trasladar estos resultados a la práctica. Es decir, el establecer un modelo matemático del sistema nos ayudará para reconocer mejor al sistema y predecir con una muy buena aproximación sus comportamientos futuros, bajo diferentes excitaciones.

Supongamos que deseamos conocer el comportamiento de un controlador de posición de un sistema rastreador de satélites o de un sistema controlador de antena parabólica para recepción de datos en alguna banda de frecuencias claramente especificada (como las bandas C y Ku manejadas por el sistema de satélites Morelos).

Por otra parte, supóngase que se desea conocer el comportamiento bajo carga de un sistema de motores de corriente directa y que no es posible, o no es recomendable el realizar pruebas que puedan dañar al equipo en cuestión, es decir que no se admitan pruebas "destructivas".

Es menester, por lo tanto establecer el mayor número posible de parámetros que sirvan para caracterizar completamente al sistema por analizar.

A lo largo del semestre, el alumno ha podido reconocer en el Servomecanismo Modular de Corriente Directa, un gran instrumento para comprender los controladores tanto de velocidad, como de posición.

Así también, el alumno dedicó una o dos sesiones para caracterizar a todos y cada uno de los elementos que conforman al sistema MS-150.

Por lo tanto, el alumno se encuentra en disponibilidad para realizar un modelado matemático del MS-150, para posteriormente simular su comportamiento en el sistema analógico más poderoso que tiene a su disposición: la Computadora Analógica.

Para realizar esta práctica, se requiere que el alumno haya obtenido, con base en el cúmulo de información que ha reunido hasta este momento, un modelo matemático del Servomecanismo MS-150 que pueda funcionar tanto como un controlador de velocidad como de posición.

Así como, que traiga preparado un diagrama del alambrado en Computadora Analógica para su conexión y prueba durante la sesión práctica.

EL SISTEMA MS-150 COMO CONTROLADOR DE VELOCIDAD

CASO 1) MALLA ABIERTA.

El diagrama del Servomecanismo funcionando como controlador de velocidad a malla abierta, es el más simple de los sistemas y se puede representar, mediante un diagrama de bloques como los estudiados en la teoría de Control, como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Diagrama de bloques del Servomecanismo MS-150 utilizado como un controlador de velocidad a malla abierta.

Donde:

K_{IP} : es la constante asociada al Potenciómetro de Entrada.
 K_{OU} : es la ganancia proporcionada por la Unidad Operacional.
 K_{AU} : representa la ganancia de la Unidad Atenuadora.
 K_{PA} : representa a la ganancia del Preamplificador.
 La función de transferencia de la planta, que en nuestro caso es el Motor queda determinada por:

$$HCS = \frac{KSM}{sM + 1}$$

CASO 2) MALLA CERRADA.

El diagrama a bloques correspondiente al sistema MS-150, utilizado como un controlador de velocidad a malla cerrada, se muestra en la figura 2.

Como se observa, incluye una constante K_{ro} que representa la ganancia proporcionada por el Tacogenerador.

Cabe hacer notar que la realimentación utilizada es negativa, con objeto de minimizar los errores al efectuar la comparación en el punto suma (Unidad Operacional).

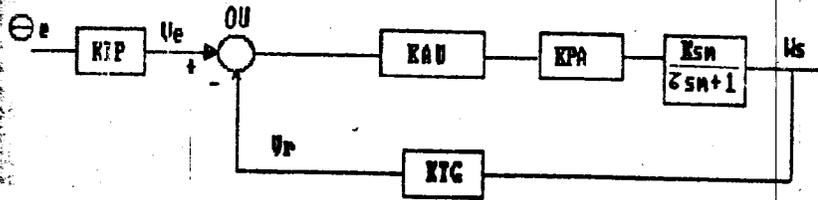


Figura 2. Diagrama a bloques del Servomecanismo MS-150 utilizado como un controlador de velocidad a malla cerrada.

EL SISTEMA MS-150 COMO CONTROLADOR DE POSICION.

La aplicación del Servomecanismo utilizado como un controlador de posición incluye la utilización de un elemento integrador, con objeto de que teniendo presente a la velocidad, al integrar esta variable obtengamos la posición angular.

Se debe incluir además la relación de velocidades existentes entre el eje lento y el rápido, la cual como sabemos es de 1:30. Se incluye una constante K_{OP} , la cual representa la ganancia proporcionada por el Potenciómetro de Salida. Finalmente, la constante K_{Auz} , representa la ganancia de la Unidad Atenuadora utilizada en la realimentación.

El diagrama completo del Servomecanismo MS-150 utilizado como controlador de posición se muestra en la figura 3.

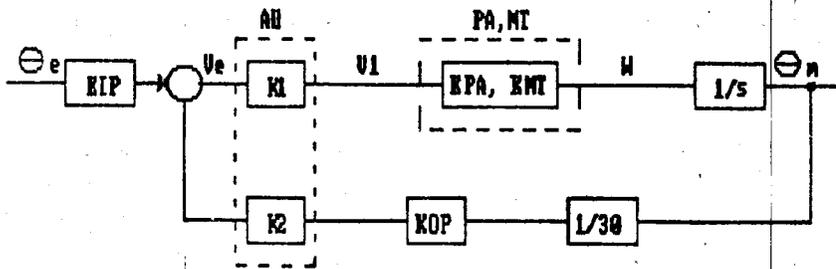


Figura 3. Diagrama a bloques del Servomecanismo MS-150 utilizado como un controlador de posición a malla cerrada.

EL SISTEMA MS-150 CON RETROALIMENTACION TACOMETRICA ADICIONAL

Una de las técnicas más ampliamente utilizadas para mejorar el comportamiento de los servomecanismos, consiste en agregar una señal de retroalimentación tacométrica adicional, incluye la utilización del Preamplificador como segundo punto suma, de esta manera se realimenta la velocidad al mismo tiempo que la posición angular.

El diagrama completo que muestra este tipo de realimentación se muestra en la figura 4.

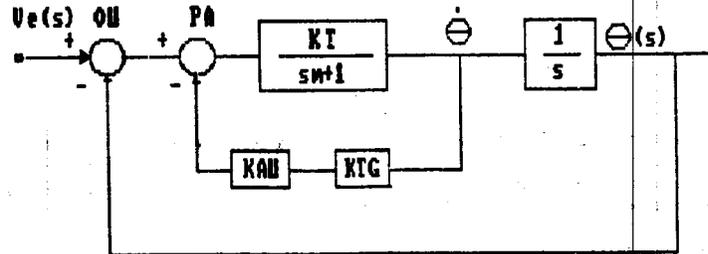


Figura 4. Diagrama a bloques del Servomecanismo MS-150 utilizado como controlador de posición usando retroalimentación tacométrica adicional.

Antes de iniciar la práctica el alumno deberá haber obtenido los siguientes modelos matemáticos:

El Servomecanismo utilizado como controlador de velocidad a malla cerrada.

El sistema MS-150 utilizado como controlador de posición a malla cerrada.

Y finalmente, como controlador de posición a malla cerrada con retroalimentación tacométrica adicional.

Además, deberá haber obtenido los alambrados en Computadora Analógica para los tres modelos mencionados líneas arriba.

OBJETIVOS

- Que el alumno comprenda la importancia de la simulación para la caracterización de sistemas reales.
- Que también utilice la Computadora Analógica como una eficaz ayuda para este fin.

c: Finalmente, que reconozca las posibles utilizaciones que puede tener el Servomecanismo y los diferentes comportamientos que puede presentar bajo la aplicación de entradas conocidas.

MATERIAL Y EQUIPO

Osciloscopio de memoria.
Multímetro digital.
Graficador.
Cables de conexión.
Conectores para osciloscopio

DESARROLLO

Realice el alambrado en Computadora Analógica del Servomecanismo utilizado como controlador de velocidad malla cerrada.

Se sugiere fijar el valor de K_{AU1} en 0.2.
Aplique una entrada escalón al sistema simulado de aproximadamente +1V.

Observe su respuesta en el osciloscopio.
Cuando obtenga una gráfica aceptable, regístrela en el graficador.

Realice las conexiones necesarias para simular al Servomecanismo MS-150 como controlador de posición.

Fije los valores de la constante K_{AU1} a 0.2 y K_{AU2} a 1.0.
Aplique una entrada escalón de aproximadamente +1 V.
Observe la respuesta en el osciloscopio y posteriormente regístrela en el graficador.

Finalmente, realice el alambrado en Computadora Analógica para el sistema MS-150 con retroalimentación tacométrica adicional.
Fije el valor de K_{AU} en 0.2.

Aplique una entrada escalón al sistema simulado de aproximadamente +1V.

Observe su respuesta y posteriormente regístrela en el graficador.

ANALISIS DE RESULTADOS.

- a) Reporte las gráficas obtenidas en la sesión práctica.
- b) Determine la función de transferencia del sistema mostrado en la figura 1.
- c) Si se considera al factor K_T como al producto $K_{OU} \cdot K_{AU} \cdot K_{PA} \cdot K_{MT} \cdot K_{TO}$. ¿De qué orden es el sistema?
- d) Determine la función de transferencia del sistema que aparece en la figura 2.

- d) Con respecto al sistema simulado como controlador de velocidad a malla abierta y a malla cerrada. ¿Qué efecto tiene la realimentación en la constante de tiempo? Justifique su respuesta.
- e) Con respecto al sistema simulado como controlador de posición, determine los siguientes parámetros: sobrepaso, tiempo de pico, tiempo de levantamiento y frecuencia real de oscilación.
- f) Determine la mejoría que se presenta en los parámetros antes citados al utilizar la retroalimentación taométrica adicional.
- g) Reporte las similitudes y diferencias que existen entre los sistemas simulados y los comportamientos reales para las tres configuraciones del sistema MS-150 utilizadas en la práctica.
- h) Reporte los alambrados que utilizó en la práctica.
- i) Si utilizó alguna técnica de escalamiento, repórtela.
- j) Determine los beneficios que se obtienen al simular sistemas reales y las diferencias intrínsecas que tiene el sistema simulado con respecto al real, considere efectos tales como el factor de banda, la zona muerta, el sobrepaso, el huelgo, etc.

INTRODUCCION TEORICA
ENTRENADOR DE PROCESOS (PT-326)

INTRODUCCION

El Entrenador de Procesos (Process Trainer PT-326) como el que se muestra en la figura 1, es un sistema controlable de calentamiento de aire, el cual presenta las características básicas de un proceso real, cuenta con un mecanismo de control que puede accionar ya sea en el modo proporcional o en el de ON-OFF y que es operable tanto a malla abierta como a malla cerrada.

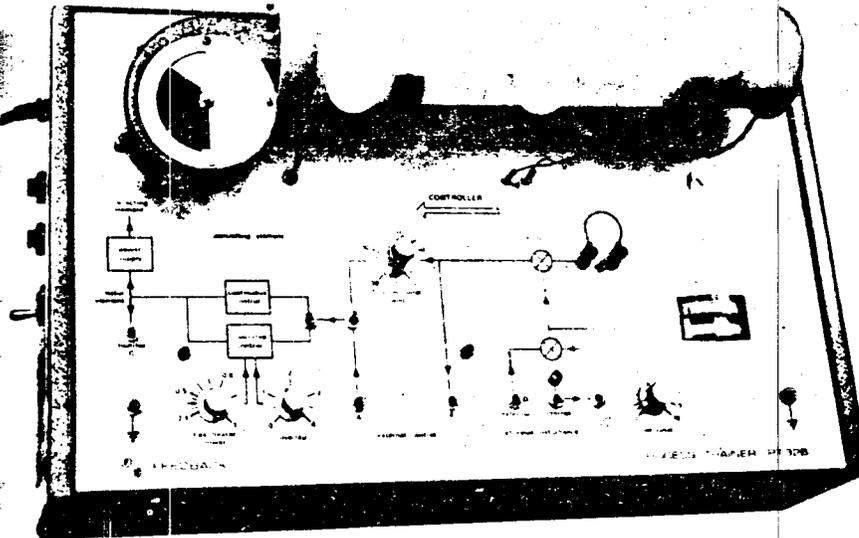


Figura 1. Entrenador de Procesos (PT-326)

El aire de la atmósfera es forzado, mediante un ventilador a circular a través de un ducto en el que se halla localizada una rejilla de calentamiento con la cual el aire intercambia calor para obtener la temperatura deseada. La función del sistema de control es que la temperatura del aire dentro del ducto sea en todo momento del mismo valor que la temperatura fijada en el termómetro de entrada. El diagrama que ilustra el proceso completo se muestra en la figura 2.

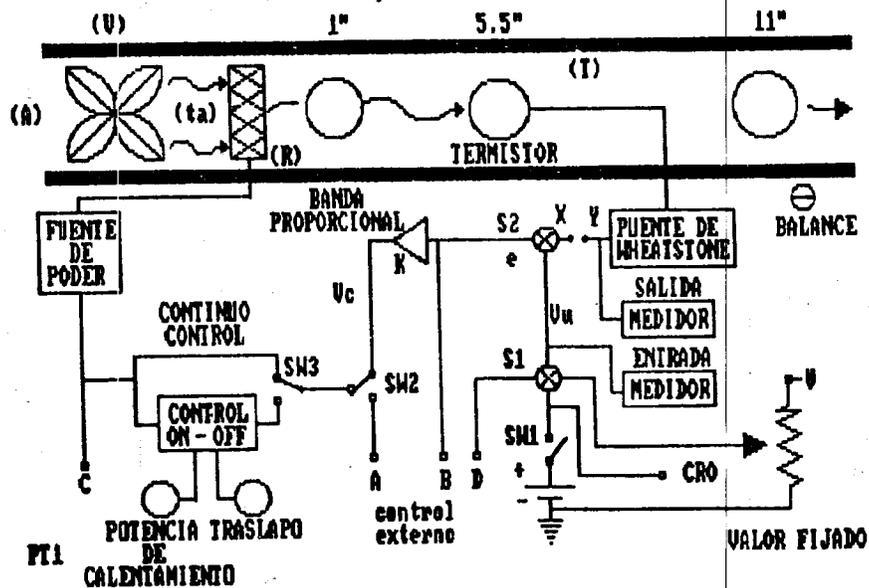


Figura 2. Diagrama esquemático del Entrenador de Procesos.

DESCRIPCION DEL SISTEMA

EL SISTEMA FUNCIONANDO A MALLA ABIERTA

Observando el diagrama, podemos darnos cuenta que en el sumador de excitaciones de entrada (S1) se puede obtener en un momento dado la suma de las tres entradas posibles al Entrenador de Procesos actuando en forma conjunta o por separado, generando una señal de entrada única (V_u) a la salida del sumador S1, la suma algebraica de estas señales se puede medir en grados centígrados en el medidor de valor fijado, esta será la temperatura a la que se desea se encuentre el aire dentro del ducto.

Si las terminales X e Y no son conectadas a la salida del segundo sumador (S2) se tendrá una cierta variable (V_e) igual a la señal fijada V_u , la cual se puede medir en la terminal B.

Después, la señal V_e entra a un amplificador de ganancia variable que la multiplica por una constante (K) de tal manera que a la salida de este amplificador tendremos una cierta señal proporcional a V_e ($V_c = K V_e$).

Si la palanca del interruptor SW2 se encuentra en la posición inferior, la señal V_c se desconecta pudiéndose, entonces tener dos posibilidades:

1. Si se conectan las terminales A y B entonces la ganancia de trayectoria directa es unitaria o sea $V_c=V_e$.
2. También entre las terminales A y B se puede conectar cualquier tipo de control (por ejemplo el proporcional+derivativo, el proporcional+derivativo+integrativo, etc...).

El interruptor SW2 nos permite "puentear" el amplificador de ganancia variable, sin embargo normalmente este interruptor se usa en la posición superior.

El procesamiento de la señal V_c puede ser de tipo continuo o de dos posiciones (ON-OFF) dependiendo de la posición de la palanca del interruptor SW3. A la salida de esta etapa se tiene una señal controladora susceptible de ser observada en la terminal C si se conecta un canal del osciloscopio en esta terminal.

Esta señal controladora alimenta a su vez a una fuente de poder que hace circular una corriente eléctrica a través de una rejilla termica (R), que se encuentra a la entrada del tubo o ducto (T), mediante un ventilador (V) el aire de la atmósfera (A) se toma la temperatura ambiental (TA) y es obligado a pasar a través de una garganta que se comunica con el ducto y la salida de éste está abierta a la atmósfera. Dentro del ducto o tubo se tiene un elemento detector, el cual es sensible a los cambios de temperatura llamado termistor, el cual forma parte de una de las ramas de un puente de Wheatstone, transduciéndose la temperatura de salida a un nivel de voltaje.

Las variaciones de este voltaje se pueden observar en la terminal mediante un osciloscopio o, mediante el termómetro de salida leer en grados centígrados las variaciones de temperatura dentro del ducto.

EL SISTEMA FUNCIONANDO A MALLA CERRADA

El sistema descrito anteriormente se puede representar en un diagrama de bloques como el que se muestra en la figura 3.

De esta figura podemos observar que al puentear las terminales X e Y establecemos una realimentación de la señal de salida (V_y) hacia el sumador, que lo compara con la señal de entrada (V_u), generando una señal de error (V_e), todo esto constituye un sistema real trabajando a malla cerrada.

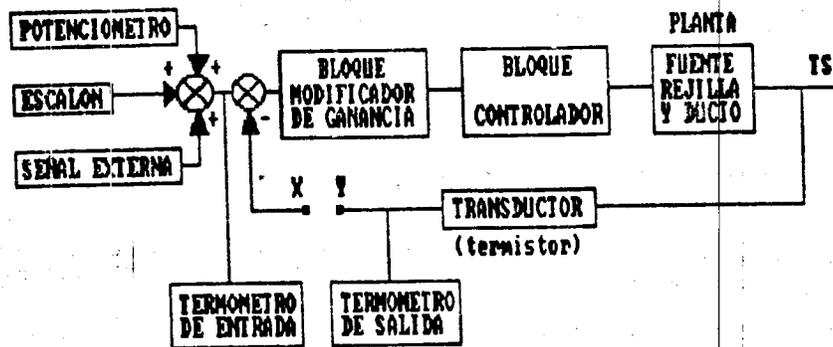


Figura 3. Representación en un diagrama a bloques del Entrenador de Procesos.

EL SISTEMA FUNCIONANDO CON UN CONTROL CONTINUO

Este tipo de control genera únicamente acción proporcional, por medio del ajuste de la banda proporcional. De la figura 4 se observa que la ganancia (K) queda determinada por la siguiente relación:

$$K = \frac{\text{Cambio en la señal de salida}}{\text{Cambio en la señal de entrada}}$$

Donde K es adimensional por poseer el numerador y el denominador las mismas unidades.

Las señales de entrada y salida pueden ser expresadas en diferentes unidades, por ejemplo un cambio en la temperatura puede causar un cambio en la presión, y con el objeto de evitar el uso de factores de conversión, la relación salida/entrada puede ser expresada en términos de la "Banda Proporcional", entendiéndose por este concepto el rango de valores de la señal de entrada que causará que el controlador trabaje sobre su rango completo de operación, que generalmente se expresa como un porcentaje del rango de la variable controlada, la cual se puede determinar mediante el elemento de medición.

La relación que existe entre la ganancia y la banda proporcional se muestra a continuación.

$$K = \frac{100 \%}{\% \text{ F.B.}}$$

EL SISTEMA FUNCIONANDO CON UN CONTROL DE DOS POSICIONES

A este tipo de control también se le conoce como un control de dos pasos, control ON-OFF o Control de Encendido-Apagado. Usando este tipo de control se puede ajustar tanto la potencia máxima de calentamiento como el traslazo introducido en el sistema.

Variando el potenciómetro que regula la potencia máxima de calentamiento se puede regular la potencia consumida por el calentador durante los periodos de apagado y encendido (entre 15 y 80 Watts).

Con el sistema de control ON-OFF se proporciona la potencia máxima de calentamiento deseada cuando la temperatura medida empieza a ser menor al límite inferior de temperatura fijada y se mantiene hasta que la temperatura alcanza el límite superior, en este momento se apaga el controlador y permanece en este estado hasta que se vuelve a caer al nivel inferior, repitiéndose de nuevo el ciclo.

Al rango que existe entre la temperatura inferior y superior se le conoce como traslazo. Con un valor determinado de traslazo, la señal de salida del controlador propicia que la potencia consumida en el calentador alterne entre los niveles máximo y cero cuando la variable controlada este abajo de su límite inferior o arriba de su límite superior, como se muestra en la figura 4.

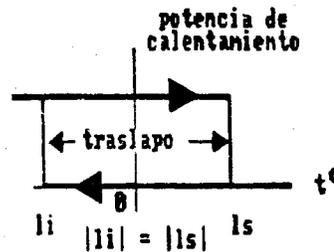


Figura 4. Gráfica de proceso para un traslazo determinado.

FORMAS DE APLICAR UNA ENTRADA AL SISTEMA

A este sistema se le pueden aplicar entradas de tres formas diferentes, a saber:

1. Variando la perilla del valor fijado (SET VALUE).
2. Se puede aplicar una señal escalón interna accionando en interruptor SW1, esta señal se puede observar si se conecta un canal del osciloscopio a la terminal CRO.
3. Puede introducirse una señal de excitación de cualquier forma (por ejemplo: una señal escalón, una señal rampa, una señal senoidal, etc...), pero su amplitud no debe alcanzar un valor de voltaje mayor a 5 Volts, o una variación de 10 grados centígrados en el termómetro de salida.

El Entrenador de Procesos PT-326 es un sistema que debido a sus características, permite la apreciación en una forma clara de los conceptos que se estudian en la teoría de Control que se imparte en la Facultad de Ingeniería.

Que el alumno sea capaz de transportar esos conceptos teóricos, que pudieran parecerle difíciles, al campo práctico es el objetivo que persiguen las prácticas subsecuentes.

Si esto se logra, la existencia de estas prácticas quedara plenamente justificada.

PRACTICA NO. 1

DETERMINACION DE LAS CARACTERISTICAS ESTATICA Y DINAMICA EN EL ENTRENADOR DE PROCESOS.

INTRODUCCION

En la vida práctica es de suma importancia para el ingeniero el poder controlar la temperatura de los medios en los que realiza un gran número de actividades. Para darnos una idea de esto, a continuación se mencionan varios ejemplos, ampliamente conocidos, en los que la temperatura de los procesos debe ser controlada:

El control de temperatura en hospitales: en las salas de cuidados intensivos, incubadoras, autoclaves, esterilizadores, etc.; el control de temperatura en hoteles, teatros, granjas y en general sitios poco ventilados donde se concentre una gran cantidad de personas o animales; el control de temperatura en laboratorios de investigación: biológicos, bioquímicos, farmacéuticos, etc.; el control de temperatura en invernaderos, fábricas de cemento, hornos de fundición, salas de computadoras, etc..

Es muy importante, así mismo, el conocer si el sistema que nos ocupa puede considerarse como un sistema lineal, ya que si esto es así, podemos aplicarle técnicas analíticas muy conocidas de la teoría de Control.

Nuestra primera práctica con el PT se divide en dos partes fundamentales que son: la determinación de la característica estática y la determinación de la característica dinámica de nuestro Entrenador de Procesos. Para la primera parte nos interesa tan solo la respuesta del sistema en régimen estable en ausencia de entrada. Para la segunda parte nos interesa la respuesta dinámica, esto es la que considera el régimen transitorio de la respuesta hasta que alcance el régimen estable bajo la excitación de una entrada conocida, por ser sumamente conocida y fácil de caracterizar utilizaremos la entrada escalón de amplitud variable. Ambas características nos serán de gran utilidad para conocer mejor a nuestro sistema para caracterizarlo adecuadamente y usar ese conocimiento en prácticas posteriores.

OBJETIVOS

- a: Analizar la característica estática del Entrenador de Procesos: Process Trainer PT 326 para las configuraciones de malla abierta y malla cerrada para diferentes valores de ganancia.
- b: Analizar la respuesta dinámica del Entrenador de Procesos para las configuraciones de malla abierta y malla cerrada con varios valores de ganancia.

c: A partir de los anteriores análisis, que el alumno determine si este sistema tiene las propiedades de un sistema lineal, y pueda considerarse como tal.

MATERIAL Y EQUIPO

Entrenador de Procesos (Process Trainer PT 326).
Cables de conexión.
Osciloscopio.
Graficador.
Conectores para osciloscopio.

DESARROLLO

Antes de realizar cualquier medición o práctica con este sistema es necesaria su calibración, para hacer esto siga los siguientes pasos:

- a: Coloque el elemento detector (termistor) en la abertura colocada a cinco y media pulgadas de la rejilla (resistencia eléctrica).
- b: Coloque la lámina deslizante situada a la entrada del ventilador (garganta) en la posición de sesenta grados.
- c: Ajuste la Banda Proporcional a un valor de 100%, es decir, ganancia unitaria. (una manera equivalente de hacer esto, es conectar las terminales identificadas con las letras A y B, al mismo tiempo que el interruptor SW2 se posiciona hacia abajo, a fin de "puentear" al potenciómetro que regula la Banda Proporcional.
- d: Retire el puente que sirve para determinar la configuración, de manera tal que se obtenga la de malla abierta.
- e: Ajuste el potenciómetro de SET VALUE (valor fijado) de manera que el termómetro de entrada indique aproximadamente el valor de la temperatura ambiente (aproximadamente 20 grados centígrados).
- f: Con la ayuda del tornillo de BALANCE, ajuste la temperatura del termómetro de salida para que indique exactamente el mismo valor que indica el termómetro de entrada.

Una vez realizada esta calibración, no deberá modificarse la posición del tornillo de balance.

La calibración debe hacerse de esta manera debido a las siguientes razones:

- a: El ventilador maneja a la entrada aire a temperatura ambiente, por lo que si la ganancia es unitaria se espera que en la salida se tenga el mismo valor.
- b: En todo experimento se requiere de un punto de referencia, a partir del cual medir las variables de interés, esta referencia no tiene porque ser necesariamente igual a cero.

- c: Aunque no debería importar el tipo de configuración, es recomendable la de malla abierta, debido a que en malla cerrada no siempre se tiene la ganancia deseada.
- d: En Instrumentación se dice que cualquier sistema de registro es más lineal en la zona central que en los extremos, por lo que no es conveniente iniciar el experimento cerca de alguna de estas zonas extremas.
- e: Se considera que con aberturas de la garganta del ventilador relativamente pequeñas (menores de 60 grados), el flujo que se presenta en el ducto es de tipo laminar. A aberturas mayores, el flujo que se presenta se considera turbulento.

DETERMINACION DE LA CARACTERISTICA ESTATICA

Se conoce como la característica estática de un proceso a la gráfica de los valores de salida (respuesta) de un sistema o proceso, con respecto a los valores de entrada (excitación) cuando el sistema considerado opera en estado estable.

Mediante la perilla de SET VALUE modifique los valores de la temperatura de entrada en incrementos regulares (de cinco o diez grados centígrados), y registre la temperatura de salida para cada uno de estos incrementos.

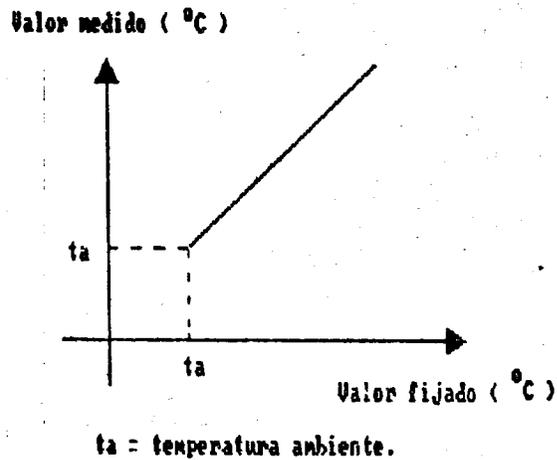


Figura 1. Gráfica de calibración y de la respuesta estática del Entrenador de Procesos.

Haga esto para malla abierta y malla cerrada, para los valores de Banda Proporcional (P.B.) de 200%, 100%, 50% y 30%, de tal manera que se obtengan ocho tablas de resultados y con esta información pueda dibujar ocho gráficas diferentes, como la que se muestra en la figura 1, una vez que haya realizado la aproximación pertinente por algún método de regresión numérico.

DETERMINACION DE LA CARACTERISTICA DINAMICA

Es importante que se verifique la calibración antes de seguir avanzando en esta sesión. En esta parte de la práctica se analizará como se comporta la salida del sistema en función del tiempo cuando se le aplica una señal de excitación conocida.

Una de las señales más conocidas es la entrada escalón. Esta entrada se puede aplicar a nuestro sistema de diversas maneras:

- a: Con el interruptor identificado con SW1 en el Entrenador de Procesos.
- b: Generando un voltaje constante con una fuente, un potenciómetro y un relevador de una computadora analógica, como se muestra en la figura 2.
- c: Con un generador de funciones que genere una onda cuadrada a una frecuencia muy baja (aproximadamente 0.5 Hz).

Si se proporciona el escalón con el primer método observe en el osciloscopio que este escalón interno es negativo, sin embargo, en el termómetro de entrada se observa una variación positiva.

Por otra parte si se sigue el segundo método, utilice el relevador para sincronizar la aplicación del escalón con el barrido de tiempo del graficador, este barrido se puede generar con la computadora analógica integrando una constante y conectando la rampa resultante al canal x del graficador, o bien con la fuente de poder y la base de tiempo que se proporciona en el laboratorio.

Se sugiere para los métodos segundo y tercero una amplitud de -2 volts (verifique que el escalón aplicado produzca una variación positiva en el termómetro de entrada)

Recuerde que los aparatos deben tener una misma referencia, por lo que deben poseer una tierra común. El escalón interno suministrado con el interruptor SW1 se puede observar en la terminal identificada como TRIGGER CRO del Entrenador de Procesos.

Los escalones generados externamente se deben suministrar por la terminal identificada como EXTERNAL.

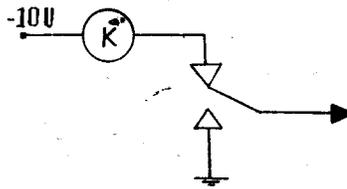


Figura 2. Alambrado en la computadora analógica para obtener un escalón externo para el P.T.

Aplique una señal escalón de -2 volts para las siguientes condiciones:

- a: Malla abierta para valores de B.P. de 200%, 100%, 50% y 40%
- b: Malla cerrada para los mismos valores de B.P.

Grifique las señales de respuesta para cada caso, de tal forma que se obtengan gráficas como la mostrada en la figura 3.

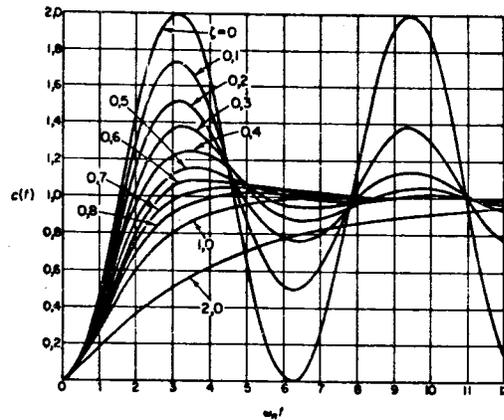


Figura 3. Gráficas de la respuesta dinámica del Entrenador de Procesos para una determinada ganancia para malla abierta y malla cerrada.

Posteriormente, aplique una entrada escalón con amplitud de -2 volts, generada externamente a la terminal EXTERNAL del Entrenador

de Procesos para malla cerrada, con ganancia de 2.5 y después, modifique la amplitud del escalón a -3 volts y a -5 volts para las mismas condiciones. Grafique las tres respuestas obtenidas.

Para un mismo valor de la amplitud de la excitación, utilizando el escalón interno de -2 volts, ahora varíe la posición del termistor de la posición intermedia, para la cual ha venido realizando la totalidad de la práctica, a la posición más cercana a la resistencia de calentamiento y grafique la respuesta resultante.

Finalmente, coloque el termistor en la posición más alejada y vuelva a graficar la respuesta resultante.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

1. Con base en las gráficas obtenidas de la parte correspondiente a la respuesta estática determine cual de ellas se aproxima más a la característica lineal, utilice un método de regresión numérico.
2. Auxiliándose de las gráficas de las respuestas obtenidas en la parte correspondiente a la respuestas dinámica determine si el sistema es o no lineal y justifique su respuesta.
3. Haciendo uso de las gráficas de la respuesta dinámica para malla abierta y malla cerrada determine el efecto que tiene la realimentación en la ganancia de régimen estable.
4. Al cambiar el termistor de posición y con base en las respuestas ya graficadas ¿observa algún cambio cualitativo en la respuesta? Justifique.
5. ¿Cómo se determina si un sistema es o no lineal?
6. ¿Bajo que condiciones se obtienen los siguientes tipos de respuesta de un sistema lineal e invariante?
 - a) libre
 - b) forzada
 - c) transitoria
 - d) permanente
 - e) homogénea
 - f) particular
7. ¿Qué implica que un sistema posea las siguientes cualidades?
 - a) causal
 - b) dinámico
 - c) determinístico
 - d) parámetros concentrados
 - e) lineal
 - f) continuo
 - g) invariante en el tiempo
8. Con base en todo lo anterior ¿podemos considerar a nuestro PT como un sistema lineal?

PRACTICA NO. 2

CALCULO DE LOS PARAMETROS DE LA RESPUESTA TRANSITORIA DEL ENTRENADOR DE PROCESOS CONSIDERADO COMO UN SISTEMA DE SEGUNDO ORDEN A ENTRADA ESCALON.

INTRODUCCION

En el análisis y diseño de los sistemas dinámicos es de suma importancia el poder calcular de la manera más precisa y en lo posible, los valores de los parámetros que determinan el comportamiento de la respuesta en el tiempo del sistema. Por cuanto a la teoría de los sistemas de segundo orden, debido a que estos han sido estudiados exhaustivamente, se puede decir que su teoría ya está completamente desarrollada, sin embargo existen muchos otros sistemas de orden superior (de los que hacen mayoría en la vida práctica), en los cuales el cálculo de sus parámetros es muy complicado o la teoría no está suficientemente desarrollada

Afortunadamente, si un sistema de alto orden presenta dos polos dominantes complejos conjugados, se puede considerar (con una buena aproximación) que su comportamiento general es parecido al de uno de segundo orden. Este es el caso del Entrenador de Procesos, y a partir de ahora nuestro sistema será considerado como un sistema de segundo orden (aunque en realidad es de tercero), se obtendrán sus parámetros con base en su respuesta al ser excitado por una entrada escalón, finalmente se analizará el comportamiento de sus polos sobre el lugar geométrico al variar la ganancia de trayectoria directa.

En un diagrama a bloques, el Entrenador de Procesos se puede representar como se muestra en la figura 1, donde el valor G se puede variar para tener diferentes valores de ganancia de trayectoria directa.

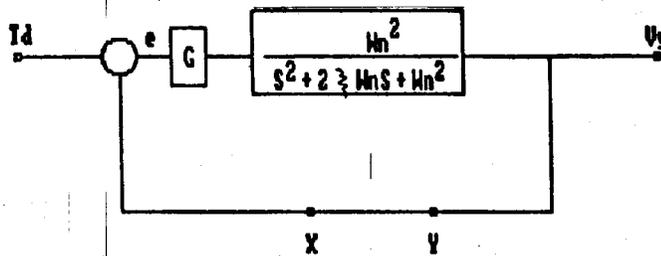


Figura 1. Diagrama a bloques simplificado del Entrenador de Procesos para obtener la función de transferencia.

Los parámetros más importantes que nos interesan conocer de un sistema de segundo orden a entrada escalón, son los siguientes:

ζ : Factor de amortiguamiento
 ω_n : Frecuencia natural no amortiguada
 ω_d : Frecuencia real de oscilación
 α : Factor de decaimiento exponencial
 M_p : Sobrepaso, Sobretiro o Sobreimpulso
 t_l : Tiempo de levantamiento
 t_a : Tiempo de asentamiento.

Los cuales se muestran gráficamente en la figura 2

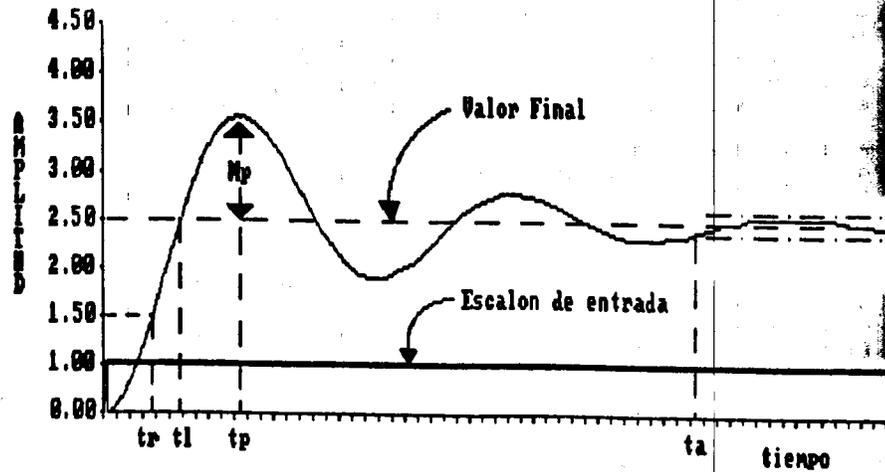


Figura 2. Respuesta típica de un sistema de segundo orden a entrada escalón.

Las expresiones matemáticas que se obtienen a partir de un análisis teórico de los sistemas de segundo orden para el cálculo de estos parámetros son las siguientes:

$$M_p = e^{(-\zeta\pi) / \sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\zeta = \sqrt{(\ln^2(M_p) / (\ln^2(M_p) \pi^2))}$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$$

La relación que existe entre estos parámetros se muestra en la figura 3.

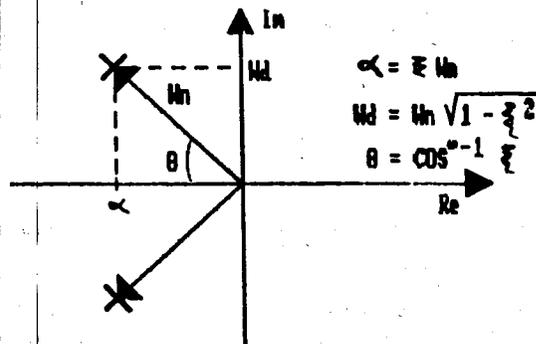


Figura 3. Parámetros más importantes de la respuesta transitoria de un sistema de segundo orden.

OBJETIVOS

- a: Obtener experimentalmente los parámetros que definen el comportamiento en el tiempo del Entrenador de Procesos, al aplicársele una entrada escalón.
- b: Se analizará el comportamiento de los polos al variar la Banda Proporcional (Ganancia).
- c: Se deducirá experimentalmente el rango de valores de la ganancia de trayectoria directa para que el sistema tenga un comportamiento subamortiguado y el valor para el cual el sistema entra en un régimen críticamente estable.
- d: Se analizará el compromiso entre los siguientes conceptos: Realimentación, Ganancia y Estabilidad.

MATERIAL Y EQUIPO

Entrenador de Procesos (Process Trainer PT 326)
Cables de conexión
Osciloscopio
Graficador
Conectores para osciloscopio.

DESARROLLO

Calibre el Entrenador de Procesos. Genere una entrada escalón externa que proporcione un incremento de temperatura entre 5 y 10 grados centígrados en el termómetro de salida. O bien utilice la señal interna que proporciona el PT., con el fin de obtener la respuesta a entrada escalón del Entrenador de Procesos.

Realice este experimento para los siguientes valores de banda proporcional: 200%, 100%, 50%, 40%, 20% y 10%, para la configuración de malla cerrada y el termistor a $5 \frac{1}{2}$ pulgadas.

Ahora, deje fija la banda proporcional en 40% y con la malla cerrada, proceda a variar la posición del termistor a $1.5 \frac{1}{2}$ y 11 pulgadas, aplicando el escalón interno del PT.

Registre las respuestas del sistema en el graficador (formatee la hoja de papel en tiempo y amplitud para que las mediciones que haga sean lo más precisas posible).

ANALISIS DE RESULTADOS

1. Calcule todos los parámetros que considere pertinentes para describir completamente la respuesta transitoria de este sistema.
2. Obtenga el patrón de polos y ceros del sistema para cada una de las diferentes ganancias utilizadas. Considere:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}} \quad M_p = \frac{V_{M_p} - V_{\text{valor final}}}{V_{\text{valor final}}}$$

3. Obtenga matemáticamente la función de transferencia $V(s) / T_d(s)$ para malla cerrada.
4. Reacomode la función de transferencia obtenida de manera que pueda representar con una estructura similar a la siguiente:

$$\frac{V_y(s)}{I_d(s)} = \frac{K \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta \omega_n s + \omega_n^2}$$

5. Obtenga las relaciones que se presentan entre los parámetros de la planta: G , ω_n , α , ξ (a malla abierta) en función de los parámetros del sistema: K , ω_n , α , ξ (a malla cerrada) y viceversa
6. Obtenga las expresiones analíticas de:
 - a) M_p
 - b) t_p
 - c) t_i
 - d) t_a (para 1%, 2% y 5%)
 - e) ω_d
7. Responda las siguientes preguntas:
 - ¿Qué representa el valor de K en la función de transferencia?
 - ¿Qué unidades tiene?
 - ¿Qué efecto tiene en los parámetros de la respuesta transitoria el variar de posición al elemento sensor?
8. Determine el compromiso que existe entre ganancia de malla directa y estabilidad del sistema.

PRACTICA NO. 3

CONTROL POSICAST

INTRODUCCION

Quando es aplicada una señal de entrada a cualquier sistema lineal e invariante en el tiempo es de esperarse que la respuesta siga fielmente a esta señal de excitación, tal como se muestra en la figura 1.

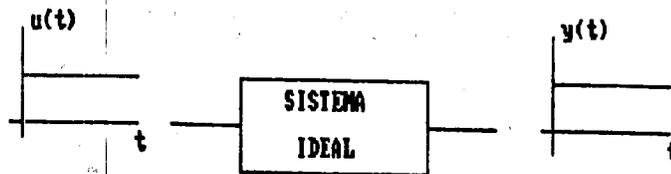


Figura 1. Respuesta a entrada escalón de un sistema ideal.

En los sistemas reales esto no es posible, debido a que estos presentan un desfase en el tiempo de aparición de la señal de respuesta con respecto al tiempo de aplicación de la señal de entrada (debido a la causalidad del sistema) y un comportamiento transitorio antes de alcanzar el régimen estable de operación, como se muestra en la figura 2.

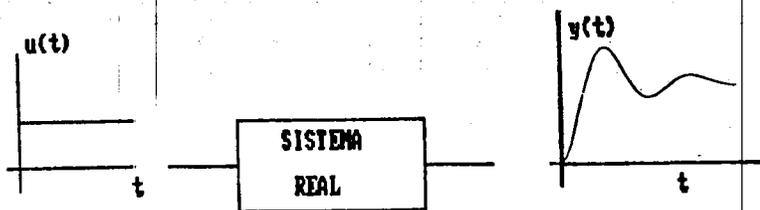


Figura 2. Respuesta a entrada escalón de un sistema real.

Sin embargo, en algunas ocasiones es deseable que este comportamiento transitorio no se presente, lo cual puede lograrse de muy diversas maneras utilizándose una u otra, dependiendo del tipo del sistema. Algunas de las técnicas más utilizadas en Control involucran la relocalización de los polos, mediante la realimentación del estado, o empleando un controlador y un compensador.

Por fortuna, si el sistema considerado es lineal y de segundo orden, el procedimiento se simplifica mucho con el empleo del llamado CONTROL POSICAST (desarrollado por J.F. Calverty y llamado de esta manera por O.J.M. Smith).

Fundamentalmente, este método consiste en la aplicación del Principio de Superposición a un sistema lineal, de forma tal que se promueva la anulación de los comportamientos transitorios debido a la aplicación de dos entradas: la primera, de magnitud constante estará presente para un tiempo t mayor o igual a cero y la segunda, también de amplitud constante, pero menor que la primera, se presente para un tiempo $t = t_p$, donde $t_p = \pi / \omega_d$, esto es retrasada en el tiempo.

La aplicación de las entradas en esta forma es con el objeto de obtener una respuesta sin oscilaciones, muy similar a la que se obtendría con un sistema de primer orden.

La descripción de este método se muestra en la figura 3.

Consideremos al Entrenador de Procesos, el cual es un sistema lineal, invariante en el tiempo y de parámetros concentrados, al cual se le aplica una entrada en $t = 0$ que produce una salida a partir de $t=0$, si a este mismo sistema se le aplica otra entrada de menor amplitud y claramente retrasada en el tiempo, que produce otra salida de amplitud proporcional a esta segunda entrada y también retrasada, si el sistema es lineal y se excita con la suma de las dos entradas, es de esperarse que la respuesta del sistema sea la suma de las dos salidas.

Esto se puede lograr con una muy buena aproximación si se aplica con propiedad el teorema del valor final y se obtienen de la manera más exacta posible los parámetros de la respuesta transitoria del sistema a entrada escalón.

En la práctica número dos del Entrenador de Procesos se obtuvo un conjunto de gráficas de la respuesta transitoria a entrada escalón y se determinaron los parámetros más importantes de dicha respuesta, como lo son: el tiempo de pico, el sobrepaso, el tiempo de levantamiento y el tiempo de asentamiento. Ahora, para la realización de esta práctica se requieren dos datos de una de las gráficas, de preferencia la obtenida a malla cerrada y 2.5 de ganancia.

Estos dos parámetros necesarios son: El tiempo de pico y el Sobrepaso.

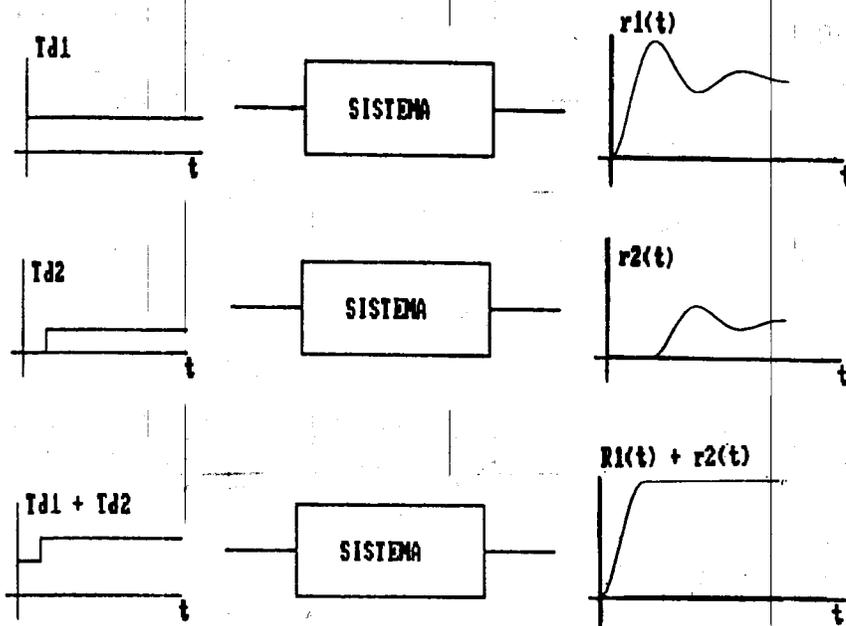
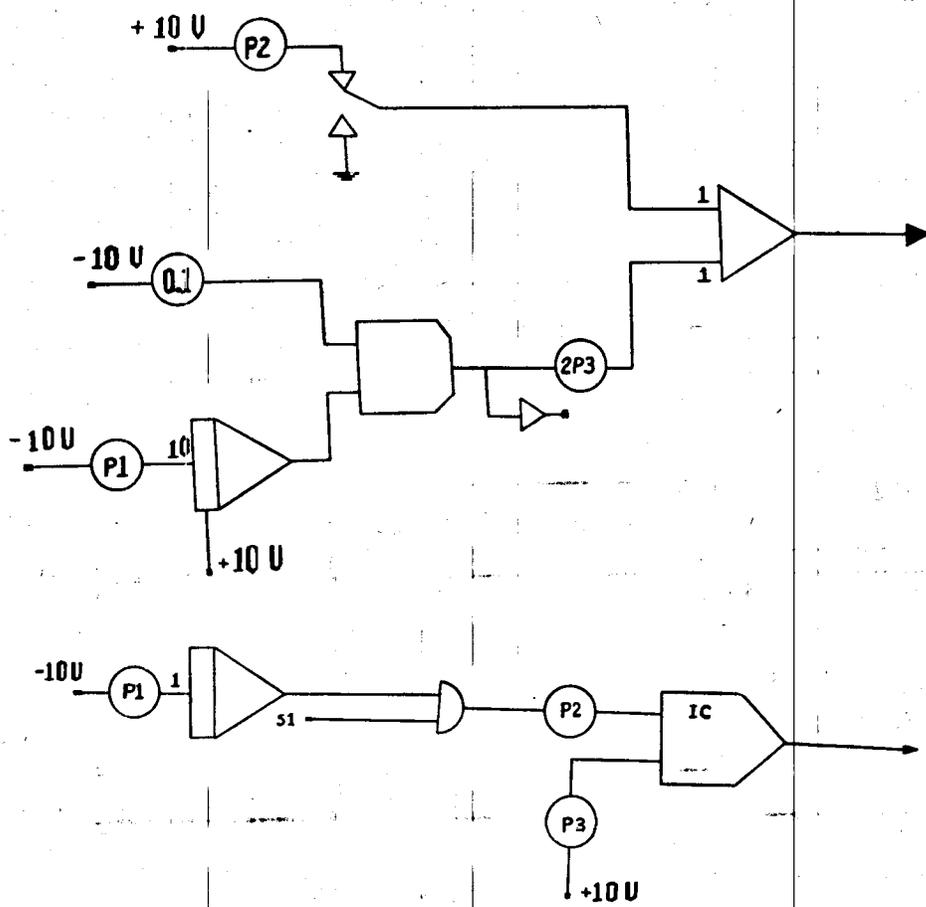


Figura 3. Descripción gráfica del Control Posicast.

Por otra parte, recordemos que el Teorema del valor final establece que: Dado que existe $f(\infty)$ y éste es el límite cuando t tiende a infinito, lo cual implica que todos los polos de $F(S)$ están en el semiplano izquierdo del plano S (excepto por un polo simple en el origen), y que también el producto $SF(S)$ cumple esa condición. Entonces, el valor al que tiende la función $f(t)$ cuando t tiende a infinito es igual al valor al que tiende el producto $SF(S)$ cuando S tiende a cero.



Figuras 4 Diagramas de los posibles alambrados en Computadora Analógica para la realización del Control Posicast.

Lo cual se puede expresar con la siguiente ecuación:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} (SF(S))$$

Al aplicar las dos ecuaciones obtenidas para el caso de que se desee obtener una señal constante y sin oscilaciones de amplitud

Igual a 5 Volts, para un tiempo t mayor que t_p , se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$K(a+b) = 5.0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$K a (1.0 + M_p) = 5.0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

Para poder generar la señal de entrada al Entrenador de Procesos (en realidad la suma de dos entradas defasadas en el tiempo) se pueden utilizar varios arreglos, utilizando la computadora analógica, dos de los cuales se muestran en la figura 4.

Para colocar un valor adecuado en los potenciómetros (recordemos que la constante de los potenciómetros se encuentra dentro del rango comprendido entre 0 y 1), estos valores se calculan utilizando las siguientes ecuaciones:

$$P_1 = t_p - 0.1 \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$P_2 = a / 10.0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$P_3 = b / 10.0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

Donde el valor del potenciómetro P_1 determina el tiempo de aparición del segundo escalón (dicho tiempo debe coincidir con el tiempo de sobrepaso provocado por el primero), el valor de P_2 el tamaño del primer escalón y el de P_3 el tamaño del segundo (la relación que debe existir entre los tamaños del segundo escalón y del primero debe ser aproximada al valor que tenga el Sobrepaso).

DESARROLLO

Verifique que el Entrenador de Procesos se encuentre bien calibrado, antes de iniciar la práctica.

Alambre cualquiera de los circuitos que se proponen para la realización del Control Posicast.

Asegúrese de que a la salida del sumador se presenten los dos escalones invertidos.

Calibre los potenciómetros a los valores obtenidos con anterioridad y que resultan de la teoría resumida en la introducción a esta práctica.

Una vez obtenidos los dos escalones negativos, con las amplitudes y defasamientos requeridos, aplique la salida del sumador a la entrada EXTERNAL del Entrenador de Procesos.

Observe en el osciloscopio la señal generada por esta entrada y mediante un graficador registre :

1. La primera entrada y la salida resultante
2. La segunda entrada y la salida resultante
3. La suma de ambas entradas y la salida final.

En caso de no obtener la salida deseada se sugiere variar primero el potenciómetro P1 y en segunda y tercera instancias los potenciómetros P3 y P2.

ANALISIS DE RESULTADOS

En el informe de la práctica se deberá reportar:

1. El conjunto de gráficas generadas en la práctica
2. Los cálculos necesarios para obtener los valores de los potenciómetros, así como la gráfica que dió origen a esos valores.
3. La respuesta a las siguientes preguntas:
¿Obtuvo la señal deseada con los primeros valores de P1, P2 y P3?
Si no fue así, reporte los valores finales y la justificación posible para este cambio.
¿Qué señales observó a la salida de cada elemento del alambrado?
4. Demuestre la validez matemática de las ecuaciones 1, 2, 3, 4 y 5.
5. Enuncie el principio de causalidad
6. Enuncie el principio de linealidad
7. Enuncie el principio del teorema del valor inicial
8. Con base en todo lo anterior
¿Podemos afirmar que el Control Posicast es perfectamente aplicable a nuestro Entrenador de Procesos?. Justifique su respuesta.

PRACTICA NO. 4

RESPUESTA EN FRECUENCIA DEL ENTRENADOR DE PROCESOS

INTRODUCCION

El análisis de respuesta en frecuencia es una técnica que sirve de gran utilidad al ingeniero cuando éste desea caracterizar al sistema en estudio. Básicamente, el análisis de respuesta en frecuencia consiste en estudiar el efecto que produce las variaciones en la frecuencia de la señal de excitación, en la respuesta del sistema. Aunque esta técnica es de uso común en Ingeniería Eléctrica no está reñida con el estudio de la electrónica y otras áreas afines. La mejor manera de realizar esto, consiste en la aplicación de una señal senoidal de frecuencia variable como excitación.

Entre algunos de los beneficios que arroja el estudio de la respuesta en frecuencia, se encuentran la posibilidad de establecer: el tipo de sistema, el ancho de banda del mismo, las frecuencias laterales, la frecuencia central, el margen de ganancia, el margen de fase y para algunos casos particulares; la frecuencia de resonancia o el factor de calidad. Por sí solos, cada uno de estos parámetros poseen una gran importancia.

Por ejemplo, el ancho de banda nos sirve para delimitar el rango de frecuencias para la cual el sistema en estudio opera adecuadamente. Este ancho de banda se encuentra delimitado por las frecuencias laterales. Incluso, si desconociéramos el tipo de sistema en estudio, bastaría hacer un barrido de frecuencias, para conocer, si este sistema es operable a frecuencias bajas, medias o altas.

Para el caso del nuestro Entrenador de Procesos, sabemos de antemano que no soportaría amplitudes demasiado grandes en el nivel de la señal senoidal de excitación, porque se dañaría, o en el mejor de los casos, alcanzaría niveles de saturación que no proporcionarían ninguna información. Por otra parte, sabe que tiene también un ancho de banda limitado ubicado en las frecuencias bajas.

Una vez que se realizó un barrido de frecuencias y que se tomaron datos de la magnitud y el ángulo de defasamiento para valores de frecuencia, puede procederse a un análisis utilizando la conocida Traza de Bode (Magnitud en dB contra frecuencia en Hz en escala logarítmica) o de Nyquist (j ω contra R ω).

En esta práctica se pretende analizar el comportamiento de la señal de salida del Entrenador de Procesos cuando este es excitado por una señal senoidal.

Básicamente, existen dos formas de analizar la respuesta en frecuencia. La primera consiste en la observación de las dos señales, la de respuesta y la de excitación con respecto al tiempo, donde se registra la magnitud de ambas señales para de esta forma evaluar la ganancia (amplitud de la señal de salida/amplitud de la señal de entrada), así como el ángulo de defasamiento entre ambas señales para una frecuencia determinada, para este caso se tiene que:

$$\text{MAGNITUD : } |H(\omega)|_{\text{db}} = 20 \log_{10} \left(\frac{c}{a} \right)$$

$$\text{ANGULO DE DEFASAMIENTO : } \angle H(\omega) = \left[\frac{\Delta T}{T} \right] (360^\circ)$$

Este procedimiento se muestra en la figura 1.

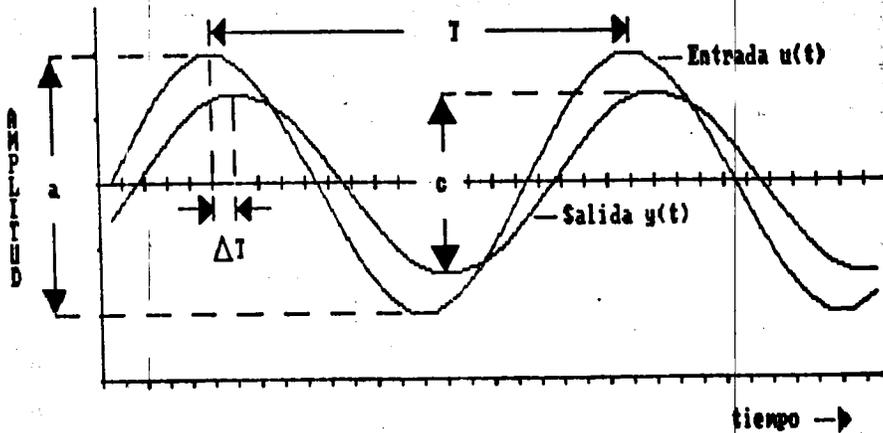


Figura 1. Método para obtener las relaciones de magnitud y ángulo de defasamiento de dos señales con respecto al tiempo.

La segunda forma de evaluar la respuesta en frecuencia, consiste en obtener las relaciones de magnitud y ángulo analizando la figura de Lissajous, que resulta de graficar la señal de salida con respecto a la señal de entrada. (usando el modo x-y de un osciloscopio de dos canales).

Para este caso, se tiene que:

$$\text{MAGNITUD : } |H(\omega)|_{dB} = 20 \log_{10} \left(\frac{a}{c} \right)$$

$$\text{ANGULO DE DEFASAMIENTO : } \angle H(\omega) = \text{sen}^{-1} \left(\frac{b}{a} \right)$$

La figura 2. Muestra este segundo método.

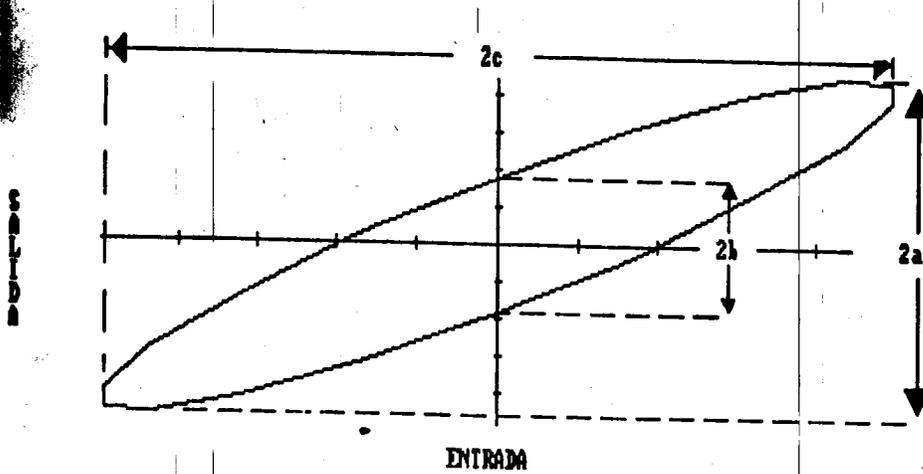


Figura 2. Método para obtener las relaciones de magnitud y ángulo de dos señales utilizando la figura de Lissajous.

OBJETIVOS

- a: Analizar la respuesta del Entrenador de Procesos a malla abierta y a malla cerrada cuando se excita con una señal de amplitud constante y frecuencia variable.
- b: Que el alumno se familiarice con algunos conceptos afines al tema, como son: Traza de Bode, Traza de Nyquist y Ancho de banda.
- c: Que el alumno aprenda a utilizar las dos formas básicas para obtener la respuesta en frecuencia de un determinado sistema.

MATERIAL Y EQUIPO

Entrenador de Procesos
Computadora Analógica
Osciloscopio de memoria
Graficador
Generador de funciones
Multímetro digital
Cables de conexión
Conectores para osciloscopio.

DESARROLLO

Calibre el Entrenador de procesos.

Ajuste el PT para que opere bajo las siguientes condiciones:

- a: Garganta en 40°
- b: Ganancia unitaria (B.P. = 100%)
- c: Termistor a $5 \frac{1}{2}''$
- d: malla abierta

Obtenga del generador de señales una señal senoidal de una amplitud de 2V de pico a pico (o un valor que produzca oscilaciones no mayores de 10°C en el termómetro de salida) y la frecuencia más baja que pueda obtener con el generador de funciones.

Conecte a la entrada EXTERNAL del Entrenador de Procesos la señal obtenida del generador de funciones.

Conecte la señal de salida del generador de funciones al canal x del osciloscopio y la salida del Entrenador de Procesos al canal y, como se muestra en la siguiente figura.

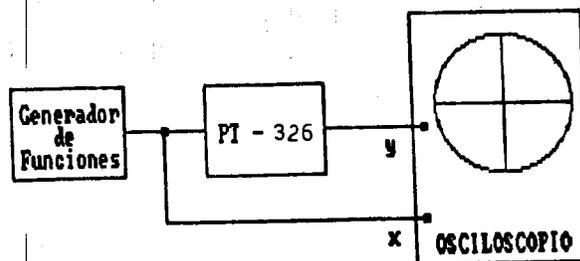


Figura 3. Diagrama esquemático para obtener la respuesta en frecuencia del Entrenador de Procesos.

Elija uno de los dos métodos sugeridos para observar la respuesta en frecuencia. Mida en el osciloscopio los valores de las señales de salida y entrada. En caso de no ser posible, utilice la memoria de osciloscopio.

Registre en un graficador las señales observadas en el osciloscopio cuidando de realizar los registros de magnitud y escala de tiempo para un buen formateo. Una vez hecho esto, pase a otra frecuencia en los intervalos de las señales de frecuencia que usted crea convenientes.

Recuerde que el ancho de banda del PT es limitado y cuando llegue al límite la aguja indicadora del VALOR MEDIDO solo registrará vibraciones sin alcanzar niveles de oscilación.

Haga lo anterior de nuevo, pero ahora con la configuración de malla cerrada.

Repita los pasos anteriores para las ganancias de 0.5 y 2 para las dos configuraciones. (tenga cuidado de no saturar al Entrenador de Procesos: en caso necesario, disminuya el valor de la amplitud de la señal de entrada). No olvide calibrar al Entrenador de Procesos en cada cambio de ganancia.

ANALISIS DE RESULTADOS

1. Reporte las gráficas obtenidas en la practica bien acotadas.
2. Obtenga la Traza de Bode de magnitud y ángulo para cada una de las configuraciones y las distintas ganancias utilizadas.
3. Obtenga la Traza de Nyquist para cada una de las configuraciones de las ganancias manejadas.
4. Determine el ancho de banda del Entrenador de Procesos.
5. Determine, si es posible, el margen de ganancia y el margen de fase de las trazas de Bode obtenidas.
6. Haga un resumen de los siguientes conceptos:
 - a) Traza de Bode
 - b) Traza de Nyquist
7. ¿ En qué consisten y cómo se obtienen?
 - a) el margen de ganancia
 - b) el margen de fase
8. ¿Qué tan útil es el estudio de la respuesta en frecuencia en sistemas tan lentos como PT? Justifique su respuesta.

PRACTICA NO. 5

SIMULACION DEL ENTRENADOR DE PROCESOS

INTRODUCCION

En muchos y variados campos de la vida práctica del ingeniero es indispensable el lograr un control preciso sobre las variaciones de temperatura de un determinado proceso o sistema.

En ocasiones las variaciones de temperatura se pueden presentar dentro de un rango relativamente pequeño por ejemplo: el control de temperatura de un invernadero, o muy grande: como en el control de temperatura de un horno de fundición.

Sin embargo, en ocasiones, resulta difícil o peligroso tener acceso directo a los sistemas o procesos para registrar las variaciones de temperatura, por ejemplo: existen hornos que están trabajando las 24 horas del día y que no pueden pararse porque se añarían o se destruirían. Por otra parte hay otros sistemas en los que no se pueden realizar mediciones directas, aparte de que las variaciones de temperatura son muy lentas como la temperatura de algunos cuerpos celestes.

Algunos otros sistemas son muy complejos y registran variaciones de temperatura imprevistas como: la temperatura corporal del ser humano, ya sea que se trate de un recién nacido o de una persona de edad avanzada y enferma. O bien, el sistema forma un banco de información muy grande a lo largo del tiempo que puede estar o no incluido dentro del rango de vida de un ser humano (unas decenas de años) o fuera de éste (varias centenas de años cuando se estudian sistemas con miles de años de vida como es el caso de la estrella de nuestro sistema solar). Recordemos por ejemplo que las variaciones de temperatura en el sol afectan la temperatura de la superficie de la tierra y por ende la vida animal y vegetal que existe en ella.

Por ello se hace necesario generar representaciones del sistema en cuestión, lo más exactas posible con el objeto de predecir o determinar comportamientos futuros o pasados. Esto es, generar modelos del sistema.

El tipo de modelos que manejamos como ingenieros es del tipo matemático y así podemos caracterizar una gran variedad de sistemas como son: mecánicos, eléctricos, hidráulicos, neumáticos, biológicos, químicos, etc... Y algunas ocasiones se hace necesario el uso de algunas técnicas auxiliares como son: el escalamiento tanto en magnitud como en frecuencia, el uso de analogías, el estudio de la respuesta en frecuencia y otras.

A esta altura del semestre, el alumno ha desarrollado una serie de prácticas con un sistema de control de temperatura. Le ha aplicado diversas entradas conocidas y ha observado los diferentes efectos

que tienen la realimentación y la ganancia en el Entrenador de Procesos. Por lo tanto ha reunido un volumen de información que es suficiente para caracterizar al PT, esto es generar un modelo matemático del sistema, para posteriormente simular su comportamiento bajo ciertas condiciones de operación y excitaciones conocidas. Finalmente, se hace necesario comparar los resultados obtenidos de la simulación con los resultados obtenidos experimentalmente para conocer si nuestro modelo matemático es una aceptable aproximación o es necesaria alguna modificación al mismo.

En prácticas anteriores, el alumno ha podido familiarizarse con la computadora analógica y con el Entrenador de Procesos.

Para realizar esta práctica se pretende que el alumno haya obtenido con anterioridad el modelo matemático del Entrenador de Procesos y lo simule posteriormente, durante la sesión práctica aplicándole varias señales de excitación y que compare el comportamiento del sistema simulado con el del sistema real.

Como usted sabe la relación salida/entrada del PT puede manejarse como la de un sistema de segundo orden. Esto es, con una función de Transferencia $H(s)$ como la que sigue:

$$H(s) = \frac{Vu(s)}{Td(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi_1\omega_n s + \omega_n^2} \quad \dots (1)$$

En la práctica número 2, se calculó con base en los resultados experimentales los valores de los parámetros más importantes del sistema como son: K_1 , α_1 , ξ_1 y ω_{d1} (el subíndice implica el comportamiento a malia cerrada) mismos que se van a usar para simular el Entrenador de Procesos.

Existen dos formas básicas de representar el modelo matemático de un sistema como éste a saber:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2c\frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = K\omega_n^2 u(t) \quad \dots (2)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K\omega_n^2 \end{bmatrix} U(t) \quad \dots (3)$$

Por otra parte, en las prácticas número 3 y 4 con la Computadora Analógica se trabajó con sistemas representados en forma similar a la que se encuentra arriba de estas líneas, y que es conocido como REPRESENTACION EN VARIABLES DE ESTADO.

ACTIVIDADES PREVIAS

1. Obtenga de prácticas anteriores con el Entrenador de Procesos, de preferencia bajo las siguientes condiciones: ganancia de 2.5, garganta en 40° , posición de termistor en 5 1/2 pulgadas y malla cerrada; los valores de K_1 , ξ_1 y ω_{n1} .
 2. A partir de esos datos genere un modelo matemático del Entrenador de Procesos.
 3. Genere el diagrama de alambrado para simular este sistema en computadora analógica.
- Se sugiere consultar los apéndices de programación analógica y de escalamiento en amplitud.

OBJETIVOS

- a: Que el alumno obtenga el modelo matemático de un sistema real.
- b: Que simule el comportamiento del modelo obtenido en computadora analógica y
- c: Que infiera la utilidad del modelado, la simulación y el escalamiento.

MATERIAL Y EQUIPO

Computadora Analógica
Entrenador de Procesos
Osciloscopio de memoria
Generador
Multímetro digital
Cables de conexión
Conectores para osciloscopio

DESARROLLO

Monte en la Computadora Analógica el modelo matemático del Entrenador de Procesos obtenido con anterioridad.

Calibre al Entrenador de Procesos y póngalo a operar para que funcione con las mismas condiciones que generaron al modelo matemático; ganancia de 2.5, garganta 40%, posición del termistor 5 1/2 pulgadas y malla cerrada (de preferencia utilice el mismo PT).

Alambre en la computadora analógica la señal de entrada que será un escalón de -2 Volts. Se sugiere utilizar el siguiente diagrama:

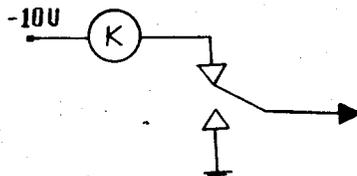


Figura 1. Diagrama para obtener el escalón externo

No olvide que para que el relevador conmute es necesario una conexión de la zona de control de los relevadores a la terminal A de la Computadora Analógica.

Conecte esta señal de excitación en la entrada EXTERNAL del Entrenador de Procesos y en la entrada del alambrado en la Computadora Analógica.

Aplique la entrada oprimiendo OP.

Observe las respuestas utilizando los dos canales del osciloscopio como se muestra en la figura 2.

Grafique las señales de respuesta obtenidas. Si es necesario, modifique los valores de sus potenciómetros, a manera de obtener el mayor parecido posible de las dos señales. Se sugiere el siguiente orden: en primero y después.

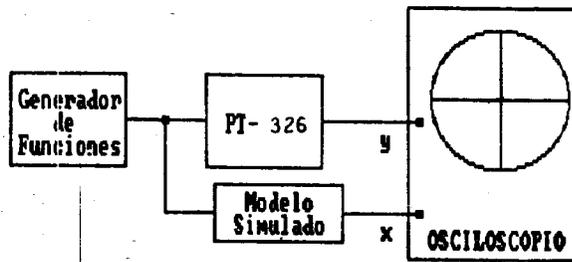


Figura 2. Diagrama esquemático para obtener la respuesta del del sistema real y del modelo simulado del PT-326

ANALISIS DE RESULTADOS

1. Anexe la o las gráficas que generaron al modelo del Entrenador de Procesos.
2. Reporte los valores de K_1 , α_1 , ξ_1 , ω_{n1} y ω_{d1}
3. Incluya el modelo matemático del Entrenador de Procesos en las dos representaciones que se aluden en la INTRODUCCION.
4. Incluya también el alambrado en computadora analógica antes y después de efectuar el escalamiento.
5. Anexe las gráficas obtenidas durante la práctica, formateadas tanto en magnitud como en tiempo.
6. Si existió alguna corrección en los valores de los potenciómetros explique el o los motivos para tal corrección y el efecto que tuvieron.
7. Analizando las dos gráficas obtenidas en la práctica obtenga los siguientes parámetros de cada una de las respuestas:
 - a) M_p
 - b) t_p
 - c) t_l
 - d) t_n a 5%
 - e) α
 - f) ξ
 - g) ω_n
 - h) ω_d
 - i) el patron de polos

8. Cuando se aplica la entrada escalón al sistema, se obtiene una determinada forma de la señal de salida.
¿ Es igual esta señal de salida cuando se aplica el escalón que cuando se deja de aplicar? Justifique su respuesta.

APENDICE A

INTRODUCCION A LA PROGRAMACION ANALOGICA

GENERACION DE FUNCIONES MATEMATICAS

Considere una función que se desea simular en la CA¹ dentro del intervalo $0 < t < 10$ seg.

$$f(t) = 4 - t \quad (1)$$

La relación que define a $f(t)$ es una suma de dos términos, por lo que se requiere de un sumador. Se debe tomar en cuenta que el amplificador operacional en configuración de sumador o integrador invierte el signo a la salida. El diagrama de la suma se muestra en la figura A1.

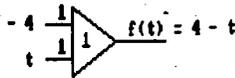


Figura A1

El valor de la constante se genera con una fuente (que tiene valor fijo de ± 10 V) y un potenciómetro (con $0 < K < 1$) el cual se fija al valor deseado, esto se muestra en la figura A2.

La variable de tiempo t se obtiene al integrar una constante unitaria como se indica en la figura A3.

Interconectando los diagramas anteriores, se obtiene el diagrama final para la función $f(t)$ indicado en la figura A4 y la señal se puede observar en un osciloscopio al operar la computadora analógica durante 10 segundos o el tiempo especificado.

¹ CA- Computadora Analógica

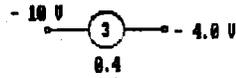


Figura A2

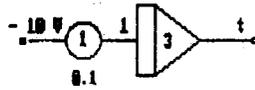


Figura A3

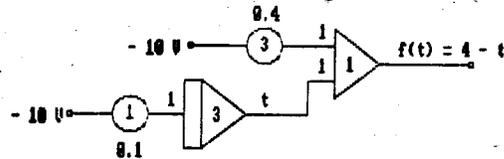


Figura A4

Se recomienda identificar en el diagrama, cada uno de los elementos utilizados, con el número del elemento asignado en la CA con el fin de evitar errores o confusiones en el alambrado.

Para simular una función cuadrática de la forma:

$$f(t) = 4 - 5t - t^2 \quad (2)$$

se tienen dos alternativas: utilizar un multiplicador analógico² quedando el alambrado como se muestra en la figura A5, o bien, generar el término t^2 mediante una doble integración como se

² Las diferentes conexiones para los multiplicadores se detallan en la Introducción Teórica a la Computadora Analógica

4. Con las variables intermedias obtenidas, realizar las operaciones algebraicas que se requieran (sumar, multiplicar por una constante, cambiar de signo, etc) y sumarias para determinar el valor de la derivada de mayor orden.

EJEMPLO 1

1. Considere la ecuación diferencial cuya forma general es la siguiente:

$$x^n + a_{m-1}x^{n-1} + a_{m-2}x^{n-2} + \dots + a_1x^1 + a_0 = f(t)$$

en donde:

$$x^n = \frac{d^n x}{dt^n}$$

2. Despejando la derivada de mayor orden :

$$x^n = f(t) - a_{m-1}x^{n-1} - a_{m-2}x^{n-2} - \dots - a_1x^1 - a_0$$

3. Integrando sucesivamente hasta obtener la variable dependiente e incluyendo los valores de condiciones iniciales en caso de que existan, como se muestra en la figura A7.
4. Realizar las operaciones adicionales que requiera la ecuación diferencial original, como se indica en la figura A8.

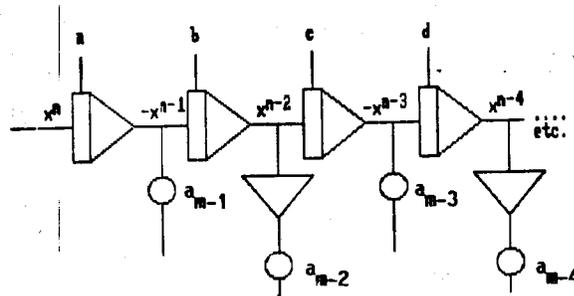


Figura A 7

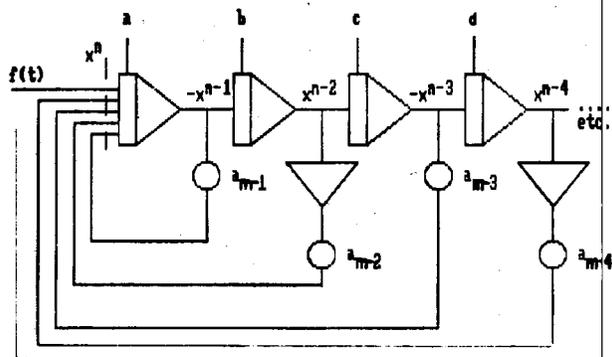


Figura A8

EJEMPLO 2

1. Considere la siguiente ecuación diferencial con condiciones iniciales diferentes de cero que se desea simular en la CA :

$$\frac{d x}{d t} + k x = 0 \quad x(0) = 10 \quad (3)$$

2. Despejando la derivada de mayor orden, se puede reescribir de las dos formas siguientes:

$$\frac{d x}{d t} = - k x \quad x(0) = 10 \quad (4)$$

$$\dot{x} = - k x \quad (4a)$$

3. El diagrama de alambrado se realiza integrando la primera derivada para obtener la variable dependiente $-x$, como se muestra en la figura A9 y con ella se alambra el término del lado derecho de la igualdad.
4. La variable se multiplica por la constante k utilizando un potenciómetro y este producto junto con las condiciones iniciales previamente especificadas definen la ecuación (4). La figura A10 muestra el diagrama completo.

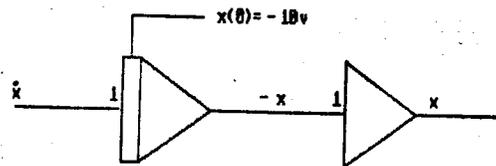


Figura A9

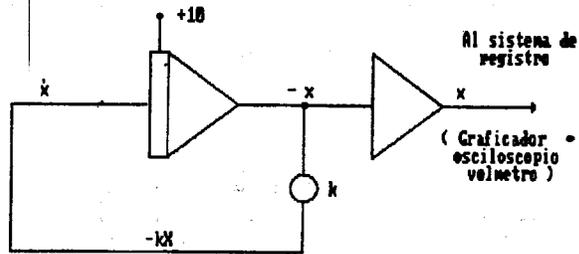


Figura A10

EJEMPLO 3

Se tiene la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^3 x}{dt^3} + 10 \frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} = 4 e^{-0.2t} = u(t) \quad (6)$$

La función exponencial se genera a partir de la solución de la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{du(t)}{dt} = -0.2 u \quad u(0) = 4.0$$

El diagrama de alambrado se presenta en la figura A11.

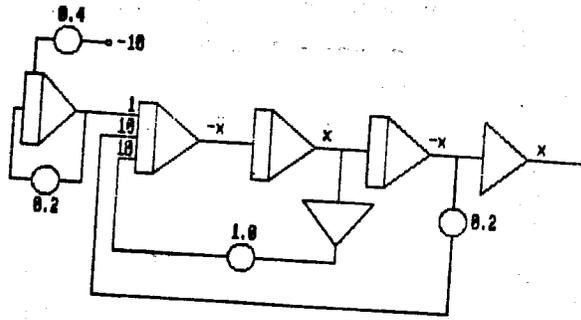


Figura A11

EJEMPLO 4

Se desea simular un sistema mecánico de masa-resorte-amortiguador ($M - B - K$), en donde la variable de interés es la aceleración representada por la segunda derivada:

$$M \frac{d^2 x}{dt^2} + B \frac{dx}{dt} + Kx = f(t)$$

Despejando la derivada de mayor orden, se tiene:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{f(t)}{M} - \frac{B}{M} \frac{dx}{dt} - \frac{K}{M} x$$

El diagrama para esta ecuación se muestra en la figura A12. Si se desea conocer únicamente la velocidad o el desplazamiento, esto es, la primera derivada o la variable dependiente el diagrama se reduce al mostrado en la figura A13.

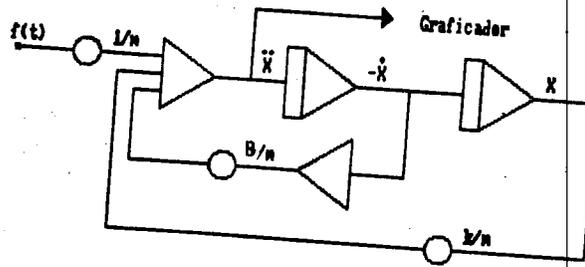


Figura A12

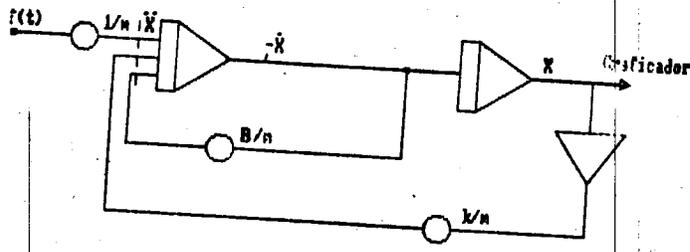


Figura A13

De los ejemplos presentados anteriormente, se hace notar que existen por lo menos dos alambrados diferentes con los que se obtiene exactamente la misma solución para el mismo sistema. Por otro lado, se debe considerar que los amplificadores operacionales están diseñados para operar con un voltaje de salida máximo de ± 10 v, por lo que si el sistema simulado sobrepasa este voltaje se tiene que modificar las constantes, el tiempo de operación o bien, aplicar la técnica de escalamiento en amplitud descrita en el Apéndice 6.

A P E N D I C E B

SIMULACION DE SISTEMAS DE ECUACIONES DIFERENCIALES SIMULTANEAS

Se tiene un sistema eléctrico R - L - C serie, que se muestra en la figura B1, con condiciones iniciales diferentes de cero, al cual se le aplica a la entrada una señal escalón.

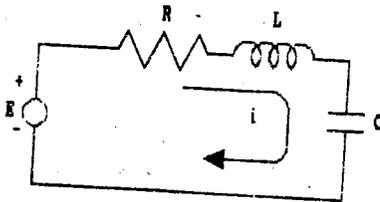


Figura B1

Este sistema se puede representar mediante dos formas equivalentes:

- a) Con una ecuación diferencial lineal de segundo orden, que para obtenerla se parte de la suma de voltajes en cada elemento, esto es:

$$E(t) = V_R + V_L + V_C \tag{1}$$

y las leyes para cada elemento son:

$$V_R = R i_R \tag{2}$$

$$V_L = L \frac{d i_L}{d t} \tag{3}$$

$$i_C = C \frac{d V_C}{d t} \tag{4}$$

y ya que es un circuito serie, se tiene:

$$i_R = i_L = i_C = i \quad (5)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2), (3), (4) y (5) en la ecuación (1), se obtiene:

$$E(t) = R i + L \frac{d i}{d t} + v_C \quad (6)$$

y substituyendo la ecuación (4) en la (6) se llega a :

$$E(t) = R C \frac{d v_C}{d t} + L C \frac{d^2 v_C}{d t^2} + v_C \quad (7)$$

Despejando la derivada de mayor orden se llega a la ecuación diferencial de segundo orden :

$$\frac{d^2 v_C}{d t^2} = \frac{E(t)}{L C} - \frac{R}{L} \frac{d v_C}{d t} - v_C \quad (8)$$

y un posible alambrado para la ecuación (8) es el que se muestra en la figura B2.

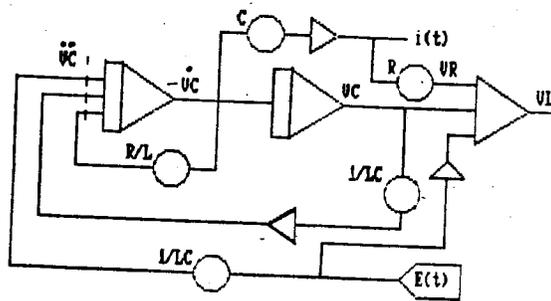


Figura B2

b) El sistema también se puede representar con dos ecuaciones

diferenciales lineales. La primera se obtiene a partir de la ecuación (6) despejando la derivada de mayor orden, esto es:

$$\frac{d i}{d t} = \frac{1}{L} \left[E(t) - R i - V_c \right] \quad (9)$$

y la segunda se obtiene a partir de la ecuación (4)

$$\frac{d V_c}{d t} = \frac{1}{C} i \quad (10)$$

con las ecuaciones (9) y (10) se puede realizar el alambrado de la figura B3.

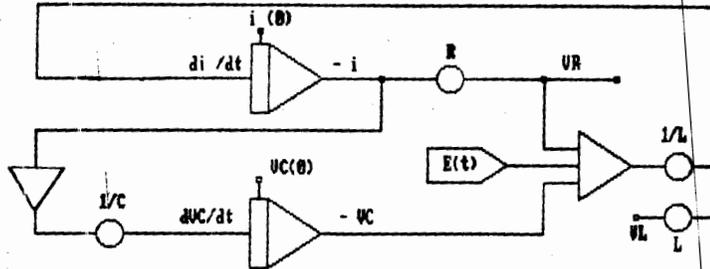


Figura B3

De este ejemplo se hace notar que:

- Con cualquiera de los dos alambrados se requieren dos integradores, esto es, se necesitan el orden de la ecuación diferencial integradores.
- Existen por lo menos dos formas diferentes de simular el mismo sistema.
- Con el diagrama de la figura B2 no es posible aplicar condiciones iniciales a la corriente del inductor $i_L(0)$.
- Con el diagrama de la figura B3 se tienen los elementos para dar las condiciones iniciales a todas las variables que lo requieran.

- Con cualquiera de los dos alambrados se pueden obtener todas las variables de interés.

Se tiene ahora un sistema mecánico masa-resorte-amortiguador M-K-B como el que se muestra en la Figura B4, con condiciones iniciales nulas. Las ecuaciones diferenciales que representan este sistema son:

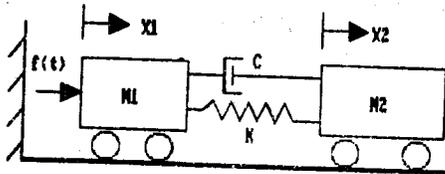


Figura B4

$$M_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} + C \frac{dx_1}{dt} + K x_1 = f(t) + C \frac{dx_2}{dt} + K x_2 \quad (11)$$

o bien

$$M_1 \ddot{x}_1 + C \dot{x}_1 + K x_1 = f(t) + C \dot{x}_2 + K x_2 \quad (11a)$$

$$M_2 \frac{d^2 x_2}{dt^2} + C \frac{dx_2}{dt} + K x_2 = C \frac{dx_1}{dt} + K x_1 \quad (12)$$

o bien

$$M_2 \ddot{x}_2 + C \dot{x}_2 + K x_2 = C \dot{x}_1 + K x_1 \quad (12a)$$

Despejando las derivadas de mayor orden de las ecuaciones (11a) y (12a) se tiene:

$$\ddot{x}_1 = \frac{f(t)}{M_1} + \frac{C}{M_1} \dot{x}_2 + \frac{K}{M_1} x_2 - \frac{C}{M_1} \dot{x}_1 - \frac{K}{M_1} x_1 \quad (13)$$

$$\ddot{x}_2 = \frac{C}{M_2} \dot{x}_1 + \frac{K}{M_2} x_1 - \frac{C}{M_2} \dot{x}_2 - \frac{K}{M_2} x_2 \quad (14)$$

Un posible alambrado para este sistema es el de la figura B5.

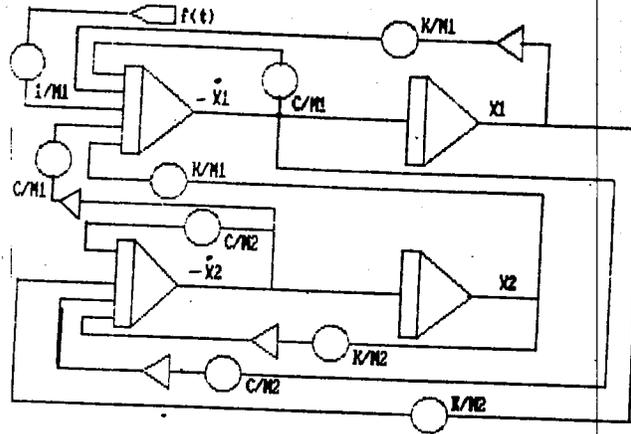


Figura B 5

APENDICE C

SIMULACION DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA

En términos generales, la función de transferencia es la expresión matemática que relaciona la salida con la entrada y generalmente se expresa en función de la variable s .

Algunas veces se tiene directamente la función de transferencia y en otras se tiene indirectamente en el diagrama de bloques del sistema. De cualquiera de las dos formas se puede hacer el diagrama para la simulación, sin embargo, conviene conocer las funciones de transferencia más sencillas para poder identificar cada término en el diagrama de bloques.

La computadora analógica maneja variables en el dominio del tiempo, por lo que para poder simular la función de transferencia se debe obtener la ecuación diferencial que originó la función en cuestión.

SIMULACION DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE 1° Y 2° ORDEN

EJEMPLO 1

Considere la siguiente función de transferencia de un sistema de primer orden:

$$B(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s} \quad (1)$$

Para obtener la ecuación diferencial de la ecuación (1), se hace la multiplicación cruzada y se aplica la transformada inversa de Laplace, esto es:

$$\frac{d x}{d t} = f(t) \quad (2)$$

El diagrama de alabrado y de bloque se presenta en la figura C1.



Figura C1

EJEMPLO 2

Se tiene la función de transferencia de un sistema dada por:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{s + a} \quad (3)$$

Nuevamente, haciendo la multiplicación cruzada y aplicando la transformada inversa de Laplace, se tiene:

$$\frac{d x}{d t} + a x(t) = f(t)$$

o bien

$$\frac{d x}{d t} = f(t) - a x(t) \quad (4)$$

Esta es la ecuación original de la que se obtiene la función de transferencia (3). El diagrama de alambrado y de bloque se muestra en la figura C2.

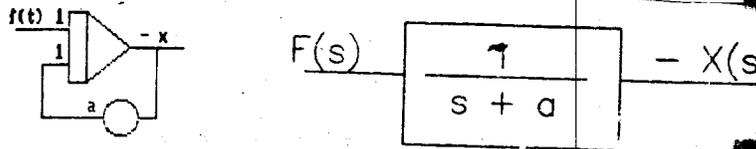


Figura C2

EJEMPLO 3

Se tiene un sistema de segundo orden cuya función de transferencia es la siguiente:

$$\frac{X(s)}{F(s)} = \frac{w_n^2}{s^2 + 2\zeta w_n s + w_n^2} \quad (5)$$

Haciendo la multiplicación cruzada de la función (5) y aplicando la transformada inversa de Laplace se tiene:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\zeta w_n \frac{dx}{dt} + w_n^2 x(t) = w_n^2 f(t) \quad (6)$$

El diagrama para simular la ecuación diferencial (6) es el que se muestra en la figura C3.

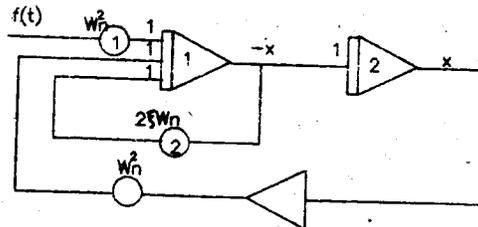


Figura C3

EJEMPLO 4

Se tiene el diagrama de bloques del sistema de segundo orden con realimentación negativa unitaria que se muestra en la figura C4. El diagrama de bloques se puede reordenar como se ilustra en la figura C5, a fin de identificar claramente cada bloque. Los dos bloques de la figura C5 se alambra en forma similar a la de los ejemplos 1 y 2. Para el nodo suma se tiene la relación:

$$E(s) = F(s) - X(s) \quad (7)$$

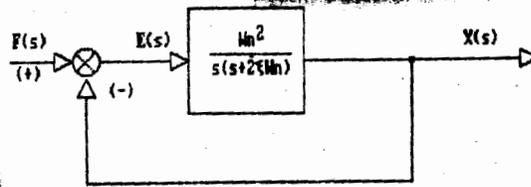


Figura C4

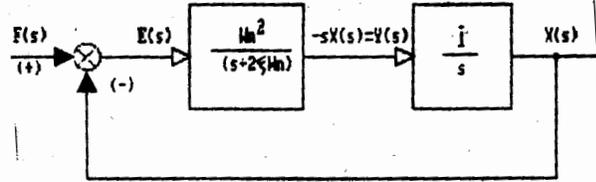


Figura C5

Los diagramas de alambrado para simular los dos bloques y el nodo suma se muestra en la figura C6 y el diagrama completo del sistema en la figura C7.

Las posiciones de los integradores se pueden intercambiar sin que se afecte la variable de salida $x(t)$, sin embargo, con este arreglo no es posible observar la primera derivada $\frac{dx}{dt}$ en caso de que sea requerida. Este diagrama se ilustra en la figura C8.

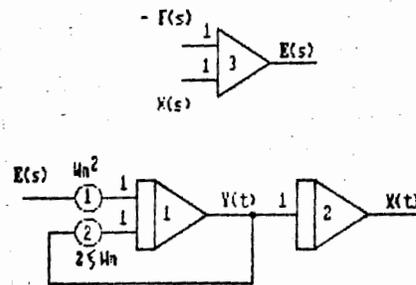


Figura C6

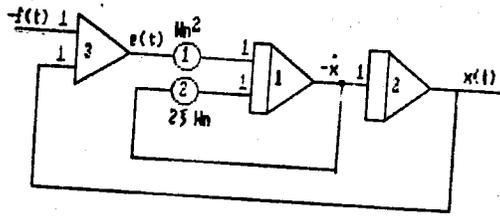


Figura C7

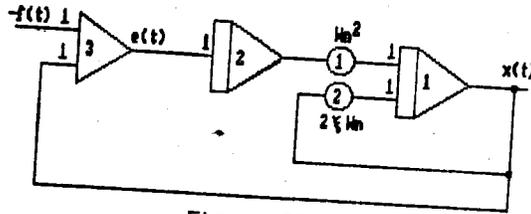


Figura C8

El simular un sistema a partir de la función de transferencia tiene la ventaja de utilizar menos amplificadores operacionales. Simular un sistema a partir del diagrama de bloques permite analizar independientemente cada bloque para después interconectarlos, es mucho más sencillo, y da la facilidad de detectar errores.

SIMULACION DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE ORDEN SUPERIOR

Cuando se reduce un diagrama de bloques a uno solo y la función de transferencia resultante es un cociente de polinomios en función de la variable s , resulta difícil simular la función mediante el método descrito anteriormente, ya que aparecen derivadas de la función excitación que no se tienen disponibles, por lo que se tiene que usar otra técnica de simulación. Se tiene un sistema con la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{a s^3 + b s^2 + c s + d}{s^4 + e s^3 + g s^2 + h s + i} \quad (8)$$

Si se hace la multiplicación cruzada y se aplica la transformada inversa de Laplace, se obtienen derivadas de la

$$[s^4 + e s^3 + g s^2 + h s + i] X(s) = [a s^3 + b s^2 + c s + d] F(s) \quad (9)$$

función de excitación: $\frac{d^3 f}{dt^3}$, $\frac{d^2 f}{dt^2}$ y $\frac{df}{dt}$ que no están disponibles.

Para evitar esto, se divide la ecuación (9) entre la variable s elevada al mayor exponente que aparece en el numerador de la ecuación (8) y se agrupan los términos de ambos lados de la igualdad que tengan la misma potencia de s , esto es:

$$sX(s) = -[eX(s) - aF(s)] - [gX(s) - bF(s)] \frac{1}{s} - [hX(s) - cF(s)] \frac{1}{s^2} - [iX(s) - dF(s)] \frac{1}{s^3} \quad (10)$$

Esta ecuación se puede programar en la computadora analógica con el diagrama de la figura C9.

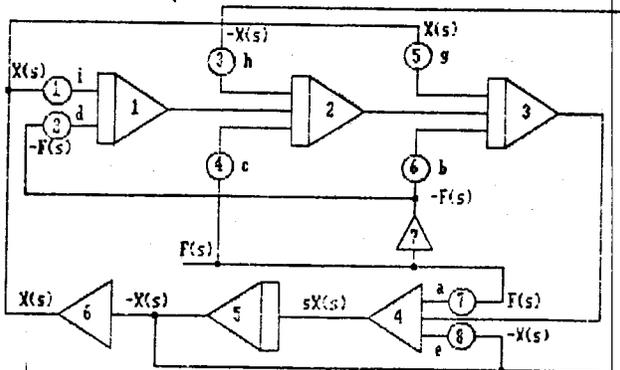


Figura C 9
C-6

Este técnica se puede extender para simular funciones de transferencia de cualquier orden (limitada por el número de integradores, sumadores, etc disponibles), el diagrama de bloques se muestra en la figura C10.

Si en el numerador no existe potencia de s , no es necesario hacer la factorización de las diferentes potencias de s .

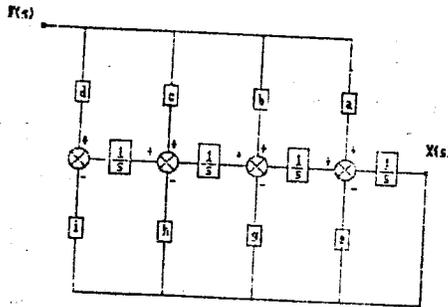


Figura C10

SIMULACION DE FUNCIONES DE TRANSFERENCIA DE ORDEN SUPERIOR EN FORMA NORMALIZADA

Si en una función de transferencia los polinomios del numerador y del denominador se pueden expresar en forma factorizada, la simulación es mucho más sencilla.

La ecuación (8) se puede factorizar de la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{K (s + Z_1) (s + Z_2) (s + Z_3)}{(s + P_1) (s + P_2) (s + P_3) (s + P_4)} \quad (11)$$

entonces, se pueden separar los factores de la siguiente forma:

$$G_1(s) = \frac{X_1(s)}{F_1(s)} = \frac{(s + Z_1)}{(s + P_1)}$$

$$G_2(s) = \frac{X_2(s)}{F_2(s)} = \frac{(s + Z_2)}{(s + P_2)}$$

$$G_3(s) = \frac{X_3(s)}{F_3(s)} = \frac{(s + Z_3)}{(s + P_3)}$$

$$G_4(s) = \frac{X_4(s)}{F_4(s)} = \frac{K}{(s + P_4)}$$

Se puede simular cada uno de ellos y conectarlos en cascada, esto es $G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s) \cdot G_3(s) \cdot G_4(s)$.

Para ilustrar el procedimiento se simulará el factor $G_1(s)$.

Primero se realiza la multiplicación cruzada, se divide la expresión entre s para no tener derivadas de la función de excitación y se despeja la variable dependiente:

$$(s + P_1) X_1(s) = (s + Z_1) F_1(s)$$

$$X_1(s) + \frac{P_1 X_1(s)}{s} = F_1(s) + \frac{Z_1 F_1(s)}{s}$$

$$X_1(s) = F_1(s) + [Z_1 F_1(s) - P_1 X_1(s)] \frac{1}{s}$$

Esta última ecuación se alambra como se muestra en la figura C11. Este método de simular presenta la desventaja de no utilizar óptimamente los amplificadores operacionales en la computadora analógica.

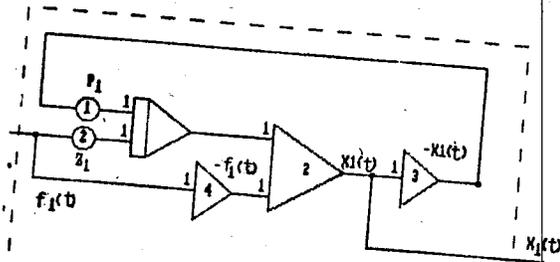


Figura C11

APENDICE D

SIMULACION DE ECUACIONES CON VARIABLES DE ESTADO

Algunas técnicas de simulación de sistemas en el dominio del tiempo se basan en el concepto de variables de estado, las cuales permiten analizar sistemas no lineales, variables en el tiempo, de múltiples entradas y salidas y son de gran utilidad también en el estudio de los sistemas discretos.

La técnicas de simulación de un sistema en variables de estado, consiste en simular un conjunto de n ecuaciones diferenciales simultáneas de primer orden en lugar de simular una ecuación diferencial de orden n .

La representación matemática de sistemas dinámicos lineales, continuos de parámetros concentrados e invariantes con el tiempo está dada por:

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t) \quad (1)$$

$$y(t) = C x(t) + D u(t) \quad (2)$$

donde:

$x(t)$ - Vector de estado del sistema de dimensión n .

$u(t)$ - Vector de entradas aplicadas al sistema de dimensión r .

$y(t)$ - Vector de salidas del sistema de dimensión m .

A, B, C, D - Son matrices de coeficientes constantes de orden $n \times n$, $n \times r$, $m \times n$ y $m \times r$.

Y a partir de estos conjuntos de matrices se realiza la simulación del sistema.

EJEMPLO I

Se tiene una ecuación diferencial de segundo orden la cual se desea simular en variables de estado.

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \zeta \omega_n \frac{dx}{dt} + \omega_n^2 x = \omega_n^2 f(t) \quad (3)$$

Despejando la derivada de mayor orden se tiene:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -2 \zeta \omega_n \frac{dx}{dt} - \omega_n^2 x + \omega_n^2 f(t) \quad (4)$$

Estableciendo las variables de estado y recordando que $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$

$$x_1 = x \quad (5)$$

$$x_2 = \dot{x}_1 = \dot{x} \quad (6)$$

Sustituyendo las variables de estado (5) y (6) en la ecuación (4) queda de la forma:

$$\dot{x}_2 = -2 \zeta \omega_n x_2 - \omega_n^2 x_1 + \omega_n^2 f(t) \quad (7)$$

reescribiendo la ecuación (6)

$$\dot{x}_1 = x_2 \quad (8)$$

Con las ecuaciones (7) y (8) se tiene un sistema de dos ecuaciones diferenciales lineales de primer orden, que se pueden expresar en forma matricial de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_n^2 & -2\zeta\omega_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_n^2 \end{bmatrix} f$$

$$x(t) = A x(t) + B u(t)$$

Un posible alambrado de este sistema se presenta en la figura D1.

EJEMPLO 3

Se tiene un sistema descrito por la siguiente función de transferencia:

$$B(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{5(s+2)(s+4)}{(s+1)(s+3)(s+5)} \quad (9)$$

Esta función de transferencia se puede expresar también de la siguiente forma:

$$B(s) = \frac{5s^2 + 30s + 40}{s^3 + 9s^2 + 23s + 15} \quad (10)$$

Las ecuaciones que generaron la función de transferencia (9) ó (10) son las siguientes:

$$y(t) = 5 \frac{d^2 x}{dt^2} + 30 \frac{dx}{dt} + 40 x \quad (11)$$

$$u(t) = \frac{d^3 x}{dt^3} + 9 \frac{d^2 x}{dt^2} + 23 \frac{dx}{dt} + 15 x \quad (12)$$

Estableciendo las variables de estado se tiene:

$$\dot{x}_1 = x \quad (13)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 \quad (14)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_2 \quad (15)$$

Despejando de la ecuación (12) la derivada de mayor orden y expresándola en función de las variables de estado (13), (14) y (15) se tiene:

$$\dot{x}_3 = u(t) - 9x_3 - 23x_2 - 15x_1 \quad (16)$$

y expresando la ecuación (11) de la salida con las variables de

Estado se tiene:

$$y(t) = 40 x_1 + 30 x_2 + 5 x_3$$

(17)

Con las ecuaciones (13) a la (17) se establece el sistema matricial

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -15 & -23 & -9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$x(t) = A \quad x(t) + B \quad u(t)$

$$y(t) = [40 \quad 30 \quad 5] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$y(t) = C \quad x(t)$

Un posible alabrado de este sistema se presenta en la figura D3.

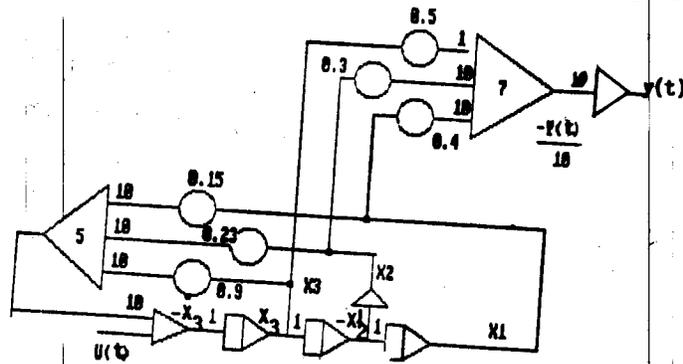


Figura D3

EJEMPLO 4

La función de transferencia del ejemplo 3 también se puede expresar de la siguiente forma:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{k_1}{(s+1)} + \frac{k_2}{(s+3)} + \frac{k_3}{(s+5)} \quad (18)$$

en donde las constantes k_1 , k_2 y k_3 se determinan por el método de fracciones parciales:

$$k_1 = (s+1) G(s) \Big|_{s=-1} = \frac{5(1)(3)}{(2)(4)} = 1.875$$

$$k_2 = (s+3) G(s) \Big|_{s=-3} = \frac{5(-1)(1)}{(-2)(2)} = 1.25$$

$$k_3 = (s+5) G(s) \Big|_{s=-5} = \frac{5(-3)(-1)}{(-4)(-2)} = 1.875$$

La representación del sistema en variables de estado es:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$\dot{x}(t) = A x(t) + B u(t)$$

$$y = [1.875 \quad 1.25 \quad 1.875] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$y(t) = B x(t)$$

El diagrama de alambrado para simular este sistema se muestra en la Figura D4.

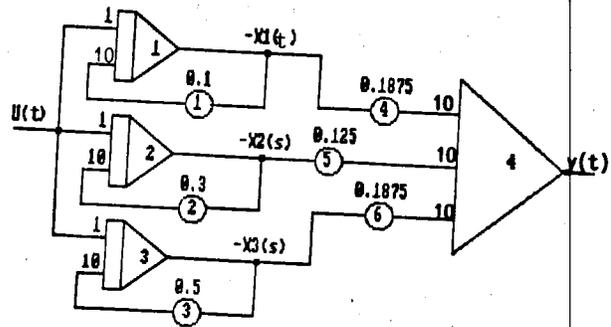


Figura D4

A P E N D I C E E

SIMULACION DE POLINOMIOS DE GRADO 'N

La idea fundamental en la simulación de polinomios, se basa en el concepto de la derivación.

Considere un polinomio de tercer orden que se desea simular en la computadora analógica, cuya función es la siguiente:

$$f(t) = a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0 \quad (1)$$

Al evaluar el polinomio (1) en $t = 0$ se tiene la primera condición inicial de la función, esto es:

$$f(0) = a_0 \quad (2)$$

Si se obtiene la primera derivada del polinomio y se evalúa para $t = 0$ se tendrá la segunda condición inicial :

$$\frac{d f(t)}{d t} = 3 a_3 t^2 + 2 a_2 t + a_1 \quad (3)$$

$$\frac{d f(0)}{d t} = a_1 \quad (4)$$

Derivando nuevamente la función (3) se obtiene la segunda derivada del polinomio y evaluando en $t = 0$ se tiene la correspondiente condición inicial:

$$\frac{d^2 f(t)}{d t^2} = 6 a_3 t + 2 a_2 \quad (5)$$

$$\frac{d^2 f(0)}{d t^2} = 2 a_2 \quad (6)$$

Derivando nuevamente la función (5) para obtener la tercera derivada del polinomio, se tiene:

$$\frac{d^3 f(t)}{d t^3} = 6 a_3 \quad (7)$$

Finalmente, el polinomio (1) se puede simular a partir de la ecuación diferencial (7) y las condiciones iniciales obtenidas a $t = 0$ (2), (4) y (6).

El diagrama para simular el polinomio en cuestión se presenta en la figura E1.

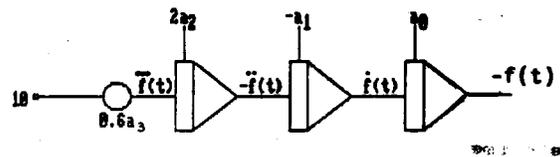


Figura E1

Con la computadora analógica se puede simular polinomios de alto orden; la limitante es dada por el número de integradores disponibles.

APENDICE F

ESCALAMIENTO EN TIEMPO

En muchas áreas de trabajo, existe la necesidad de simular el modelo de un sistema que presenta un comportamiento en el tiempo demasiado rápido (una explosión, una reacción química, etc) ó bien, demasiado lento (el crecimiento de una población, el desplazamiento de las placas terrestres, modelos de mecánica celeste, etc). En ambos casos es posible controlar la velocidad de la simulación y a este proceso se le conoce como *Escalamiento en tiempo*, y consiste fundamentalmente en establecer una relación proporcional entre las variables independientes del equipo y del sistema real, esto es:

$$r = \lambda t \quad (1)$$

donde:

r - Tiempo que dura la simulación en la computadora analógica.

λ - Factor de escala de tiempo.

t - Tiempo real que dura la simulación.

Si $\lambda = 1$, entonces $r = t$ y el tiempo de computadora es el mismo que el tiempo del tiempo real de la simulación.

Si $\lambda > 1$, la simulación en la computadora es mas lenta por un factor de λ ; y si $\lambda < 1$ el tiempo de simulación será λ veces más rápido.

Para escalar en tiempo, se sustituye el valor de r en la variable independiente incluyendo las derivadas.

Sea la siguiente ecuación diferencial cuya variable independiente es t :

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = u(t) \quad (2)$$

o bien

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -a_1 \frac{dy(t)}{dt} - a_0 y(t) + u(t) \quad (3)$$

de la ecuación (1)

$$t = \frac{\tau}{\lambda} \quad y \quad dt = \frac{1}{\lambda} d\tau \quad (4)$$

Sustituyendo el valor de t y dt en cada una de las derivadas se tiene:

$$\frac{dy(t)}{dt} = \lambda \frac{dy(\tau/\lambda)}{d\tau} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left[\frac{dy(t)}{dt} \right] = \lambda \frac{d}{d\tau} \left[\lambda \frac{dy(\tau/\lambda)}{d\tau} \right]$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = \lambda^2 \frac{d^2 y(\tau/\lambda)}{d\tau^2} \quad (6)$$

Sustituyendo las derivadas (5) y (6) en (3):

$$\lambda^2 \frac{d^2 y(\tau/\lambda)}{d\tau^2} = -a_1 \lambda \frac{dy(\tau/\lambda)}{d\tau} - a_0 y(\tau/\lambda) + u(\tau/\lambda)$$

o bien:

$$\frac{d^2 y(\tau/\lambda)}{d\tau^2} = -\frac{a_1}{\lambda} \frac{dy(\tau/\lambda)}{d\tau} - \frac{a_0}{\lambda^2} y(\tau/\lambda) + \frac{1}{\lambda^2} u(\tau/\lambda) \quad (7)$$

Esta es la ecuación (7) escalada en tiempo a simular.
En ecuaciones de segundo y tercer orden, la frecuencia natural es la raíz cuadrada del coeficiente de la variable dependiente entre

el cociente del término de segundo orden. Entonces, para la ecuación (2)

$$\omega_n = \sqrt{a_0} \quad \text{rad/seg} \quad (\text{tiempo real})$$

y para la ecuación escalada en tiempo:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{a_0}{\lambda^2}} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{a_0} \quad (\text{tiempo de computadora})$$

Se observa que la velocidad angular (frecuencia natural no amortiguada) depende de λ al realizar el escalamiento en tiempo, y si se considera que, en general, ω_n es una buena aproximación de la frecuencia de oscilación ω_d del sistema, es posible hacer que dicha solución sea más rápida o más lenta en la computadora.

EJEMPLO

Se desea simular el sistema eléctrico de la figura F1 en la computadora analógica, considerando que el capacitor se encuentra inicialmente descargado.

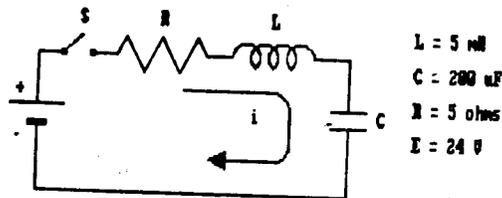


Figura F1

Aplicando la LKV se tiene:

$$E(t) = V_R + V_L + V_C \quad (8)$$

en donde:

$$V_R = R i(t)$$

$$V_L = L \frac{d i(t)}{d t}$$

$$V_C = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

sabiendo que :

$$i(t) = \frac{d q(t)}{d t}$$

$$\frac{d i(t)}{d t} = \frac{d^2 q(t)}{d t^2}$$

Sustituyendo (10) y (11) en las leyes de elementos (9) y éstas a su vez en la ley de conjuntos (8) se tiene la ecuación diferencial de segundo orden:

$$E(t) = L \frac{d^2 q(t)}{d t^2} + R \frac{d q(t)}{d t} + \frac{1}{C} q(t) \quad (12)$$

donde las condiciones iniciales son :

$$q(0) = 0 \quad \text{y} \quad \frac{d q(0)}{d t} = 0$$

Definiendo $x(t) = -\frac{q(t)}{C}$, la ecuación (12) se puede expresar de la siguiente manera:

$$LC \frac{d^2 x(t)}{d t^2} + RC \frac{d x(t)}{d t} + x(t) = E(t) \quad (13)$$

Dividiendo la ecuación (13) entre LC y sustituyendo los valores numéricos, se tiene:

$$\frac{d^2 x(t)}{d t^2} + 10^8 \frac{d x(t)}{d t} + 10^{10} x(t) = (24 \times 10^6) \quad (14)$$

Si se analiza esta ecuación, se determina que la frecuencia natural no amortiguada $\omega_n = 10^5$ rad/seg, el factor de amortiguamiento $\zeta = 0.5$ y el tiempo de asentamiento $t_s = 8 \times 10^{-8}$ seg.

Se observa que la respuesta de este sistema es demasiado rápida y se tendría problemas con el equipo de registro, por lo que se desea reducir la velocidad de respuesta en un factor $\lambda = 10^3$.

Escalando en tiempo la ecuación (14), se obtiene una ecuación análoga a la (7), esto es:

$$\frac{d^2 x(\tau/\lambda)}{d \tau^2} + \frac{10^8}{\lambda} \frac{d x(\tau/\lambda)}{d \tau} + \frac{10^{10}}{\lambda^2} x(\tau/\lambda) = \frac{24 \times 10^6}{\lambda^2}$$

y sustituyendo el valor de λ se llega a:

$$\frac{d^2 x(\tau/\lambda)}{d t^2} + \frac{d x(\tau/\lambda)}{d t} + x(\tau/\lambda) = 24$$

Esta es la ecuación escalada en tiempo, la frecuencia natural no amortiguada $\omega_n = 1$ rad/seg, el factor de amortiguamiento se mantiene en el mismo valor $\zeta = 0.5$ y el tiempo de asentamiento es de 8 seg.

Un posible diagrama para simular este sistema se presenta en la figura F2.

En la técnica de escalamiento en tiempo, sólo se modifica la duración de la simulación, sin afectar la amplitud de las variables.

Por otro lado, se deben considerar dos fuentes importantes de error al escalar en tiempo:

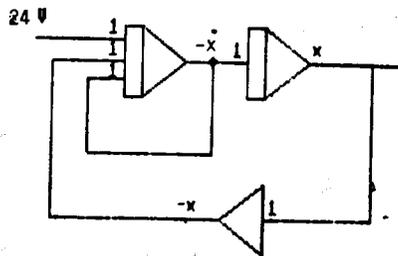


Figura F2

- Los amplificadores operacionales presentan un retraso en el tiempo de respuesta, por lo que se debe de tomar en cuenta en la simulación de sistemas de alta frecuencia.
- Los amplificadores operacionales también presentan corrientes de cero (Off set), generalmente de magnitud mucho menor a la de las señales que se manejan, sin embargo, ese valor puede ir incrementándose de integrador a integrador conforme transcurre el tiempo de simulación, por lo que la duración de cualquier simulación debe estar limitada en tiempo.

APENDICE G

ESCALAMIENTO EN AMPLITUD

La amplitud de las variables físicas que determinan el comportamiento de todos los sistemas o procesos varían de uno a otro, pueden ser de amplitud pequeña como el desplazamiento producido en una pieza por efecto de la temperatura o bien, pueden ser de mayor orden como el voltaje de líneas de transmisión.

En cualquier caso, si se desea simular un sistema en la computadora analógica, debe existir una correlación directa entre las variables de la computadora y las variables del sistema real, de tal forma que éstas no excedan del voltaje de diseño de los amplificadores (± 10 V) de lo contrario éstos se saturarían y se obtendrían resultados equivocados o nulos.

Una técnica que permite relacionar las magnitudes máximas de la variable (y derivadas) del sistema real con la variable de la computadora (voltaje máximo a la salida de los amplificadores operacionales) es la de *Escala en amplitud*; la cual se basa en determinar un factor de escala α proporcional entre ambas magnitudes, esto es:

$$e_{oi}(t) = \alpha_i \dot{x}(t) \quad (1)$$

en donde

$e_{oi}(t)$ - Voltaje de salida del i -ésimo amplificador.

α_i - Factor de escala por amplitud.

$\dot{x}(t)$ - Variable ó i -ésima derivada de la variable $x(t)$.

Despejando el factor de escala de (1)

$$\alpha_i \leq \frac{|e_{oi}(t) \text{ max}|}{|\dot{x}(t) \text{ max}|} = \frac{|\pm 10 \text{ V}|}{|\dot{x}(t) \text{ max}|} \frac{\text{volts de la computadora}}{\text{unidades de la variable}}$$

Los valores máximos de $x(t)$ y sus derivadas son estimados. Existen varios métodos para determinarlos, en éste apéndice se verán con

ejemplos.

El factor de escala por amplitud α es siempre un número positivo y el producto $\alpha x(t)$ es la variable escalada en amplitud y se representa por el voltaje $e_{oi}(t)$ a la salida de algún amplificador. Estas variables son las que se manipulan durante el proceso de simulación.

EJEMPLO 1

Se pretende saber si la variable $q(t)=30 \text{ m}^2/\text{seg}$ puede ser representada en la computadora analógica tomando la siguiente analogía:

$$1 \text{ volt} = 1 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$$

o sea

$$\alpha_1 = 1 \frac{\text{V}}{\frac{\text{m}^2}{\text{seg}}}$$

Entonces, $q(t)_{\text{max}}$ estará representada por un voltaje $e_1(t)$ como:

$$e_1(t) = \alpha_1 q(t) = 30 \text{ V}$$

$e_1(t)$ sobrepasa el voltaje límite de $\pm 10 \text{ V}$, por lo que no es posible usar ese factor de escala.

Si la analogía es ahora de:

$$1 \text{ volt} = 5 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$$

o sea

$$\alpha_1 = \frac{1}{5} \frac{\text{V}}{\frac{\text{m}^2}{\text{seg}}}$$

Se tiene que el voltaje $e_1(t)$ representando a $q(t)_{\text{max}}$ tiene un valor de:

$$e_1(t) = \alpha_1 q(t) = 6 \text{ V}$$

este valor no excede el rango de operación de los amplificadores por lo que si se puede usar ese factor de escala.

EJEMPLO 2

En un circuito eléctrico se tiene un voltaje $v(t)$ cuyo valor máximo es $v(t) = 0.02 \text{ V}$.

Si el factor de escala se toma como $\alpha = 1$, el voltaje $e_1(t)$ de la computadora (que representa el voltaje del circuito) será muy pequeño. Este valor es inconveniente, ya que al obtener la solución para $v(t)$ se pueden perder las características mas relevantes.

Si la analogía se toma como:

$$1 \text{ V (computadora)} = 0.005 \text{ V (del circuito)}$$

o sea:

$$\alpha_1 = \frac{1}{0.005} \frac{\text{V}}{\text{V}}$$

entonces $v(t) = 0.02 \text{ V}$ queda representado por el voltaje $e_1(t)$ de la computadora como:

$$e_1(t) = \alpha_1 v(t) = \frac{0.02}{0.005} = 4 \text{ V}$$

que es un valor mas adecuado para trabajar, sin embargo no es la mejor analogía ya que unicamente se utiliza el 40 % de la magnitud del voltaje de los amplificadores de la computadora.

EJEMPLO 3

La variable $r(t)$ varía como se muestra en la figura B1 y sus dos primeras derivadas toman valores en los intervalos indicados. Determinar los factores de escala correspondientes así como las variables de computadora escaladas.

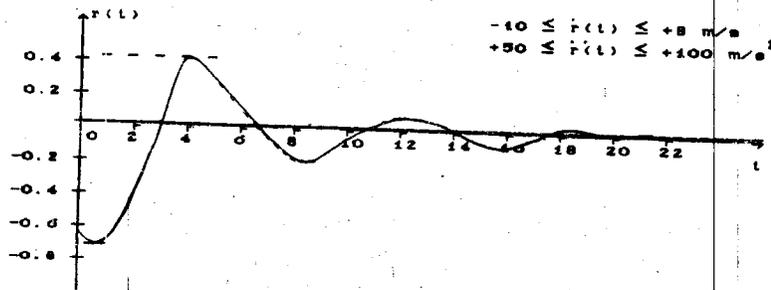


Figura G1

Los voltajes a la salida de los tres amplificadores (la variable y sus derivadas) son respectivamente:

$$e_1(t) = \alpha_1 r(t)$$

$$e_2(t) = \alpha_2 \dot{r}(t)$$

$$e_3(t) = \alpha_3 \ddot{r}(t)$$

Los factores de escala se determinan de la siguiente forma:

$$\alpha_1 = \frac{10}{|-0.74|} = \frac{10}{0.74} = 13.51 \quad \frac{V}{m}$$

$$\alpha_2 = \frac{10}{|-10|} = \frac{10}{10} = 1 \quad \frac{V}{\frac{m}{s}}$$

$$\alpha_3 = \frac{10}{|+100|} = \frac{10}{100} = 0.1 \quad \frac{V}{\frac{m}{s^2}}$$

EJEMPLO 4

Se tiene un sistema mecánico, en donde la expresión que define la

dinámica del sistema es la siguiente:

$$\ddot{x} = \frac{B_2 - B_1}{m} \dot{x} - \frac{K}{m} x \quad (2)$$

con la condición:

$$B_2 = \frac{B_1}{2} \quad (3)$$

en donde:

- $B_2 = 10 \text{ Kg-s} / \text{m}$
- $m = 4 \text{ Kg-m}^2 / \text{m}$
- $K = 100 \text{ Kg} / \text{m}$

- $x_0 = 0.1 \text{ m} = x(t) |_{t=0}$
- $\dot{x}_0 = 0 \text{ m/s} = \dot{x}(t) |_{t=0}$

Utilizando la notación de operador se tiene:

$$\dot{x} = \frac{1}{D} \left[\ddot{x} \right] + \dot{x}_0 \quad (4)$$

Sustituyendo (2) en (4) se tiene:

$$\dot{x} = \frac{1}{D} \left[\frac{B_2 - B_1}{m} \dot{x} - \frac{K}{m} x \right] + \dot{x}_0 \quad (5)$$

y para la variable:

$$x = \frac{1}{D} \left[x \right] + x_0 \quad (6)$$

Si se introducen los factores de escala α_1 y α_2 en (5) y (6) respectivamente, quedan establecidas las ecuaciones en forma de voltaje:

$$e_1 = -\alpha_1 \dot{x} = -\frac{1}{D} \left[\frac{B_2 - B_1}{m} \alpha_1 \dot{x} - \frac{K}{m} \alpha_1 x \right] - \alpha_1 \dot{x}_0$$

o bien:

$$e_1 = -\alpha_1 \dot{x} = -\frac{1}{D} \left[-\frac{B_2}{m} \alpha_1 \dot{x} - \frac{K}{m} \alpha_1 x \right] - \alpha_1 \dot{x}_0 \quad (7)$$

por la condición $B_2 = B_1/2$. Para e_2 se tiene:

$$e_2 = \alpha_2 \dot{x} = -\frac{1}{D} \left[-\alpha_2 \dot{x} \right] + \alpha_2 \dot{x}_0 \quad (8)$$

Antes de continuar se harán algunas observaciones:

- Como la ecuación del sistema es de segundo orden, se utilizarán dos integradores para la simulación.
- Las condiciones iniciales también quedan escaladas, están indicadas por el segundo término del lado derecho y tienen el signo correspondiente a la variable (o derivada).
- Los signos de la variable y derivada escaladas ($+\alpha_1 x$ y $-\alpha_1 \dot{x}$) van alternados y han sido elegidos arbitrariamente. El signo que precede al operador de integración corresponde al cambio de signo introducido por el integrador.
- Los términos en paréntesis cuadrados son las entradas al integrador y tendrán una relación de signo (\pm) tal que con el signo del operador ($\pm 1/D$) den la relación de signo de la variable escalada ($\pm \alpha x$).

Una vez obtenidas las relaciones (7) y (8) se pueden representar en el diagrama de alambrado de computadora como el que se muestra en la figura G2.

Con este circuito se puede establecer la analogía de las constantes del sistema y las de la computadora y determinar los valores de E_1 , G_1 , K_1 , etc.

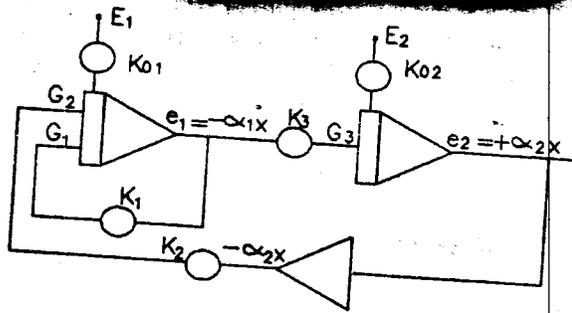


Figura B2

Para el primer integrador se tiene la siguiente expresión:

$$e_1 = -\alpha_1 x = -\frac{1}{D} \left[-B_1 K_1 \alpha_1 \dot{x} - B_2 K_2 \alpha_2 x \right] + K_{01} E_1 \quad (9)$$

y para el segundo integrador se tiene:

$$e_2 = +\alpha_2 x = -\frac{1}{D} \left[-B_3 K_3 \alpha_1 \dot{x} \right] + K_{02} E_2 \quad (10)$$

En estas ecuaciones, las condiciones iniciales siempre se toman positivas.

Comparando las expresiones (7) y (8) con (9) y (10) respectivamente, se tiene la siguiente analogía:

$$-B_1 K_1 \alpha_1 \dot{x} = -\frac{B_2}{m} \alpha_1 \dot{x} \quad (11)$$

$$-B_2 K_2 \alpha_2 x = -\frac{k}{m} \alpha_1 x \quad (12)$$

$$K_{01} E_1 = -\alpha_1 x_0 \quad (13)$$

$$-B_3 K_3 \alpha_1 \dot{x} = -\alpha_2 \dot{x} \quad (14)$$

$$K_{02} E_2 = \alpha_2 x_0 \quad (15)$$

En las expresiones (11), (12) y (14), la variable x y su derivada se cancelan, al igual que con los signos. Esto debe ser una forma de verificar el procedimiento correcto.

Para determinar el valor de los factores de escala α_1 y α_2 es necesario conocer el valor máximo aproximado de la variable $x(t)$ y su derivada.

El primero es especificado y tiene un valor de:

$$x(t) = 0.1 \text{ m} = x_0$$

Para determinar el valor de la primera derivada de $x(t)$ se sabe que al multiplicar un desplazamiento por una frecuencia angular se obtienen unidades de velocidad.

La frecuencia angular (ω_n) para el sistema de la ecuación (2) está dada por

$$\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{100}{4}} = 5 \text{ rad / seg}$$

por tanto el máximo para la primera derivada es:

$$\dot{x}(t) = x_{\max} \omega_n = (0.1) (5) = 0.5 \text{ m/s}$$

Con estos valores máximos se determinan los factores de escala:

$$\alpha_1 = \frac{10}{x_{\max}} = \frac{10}{0.5} = 20 \frac{\text{V}}{\text{m/s}}$$

$$\alpha_2 = \frac{10}{x_{\max}} = \frac{10}{0.1} = 100 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

Despejando y evaluando las constantes de las expresiones (11) a (15), considerando que el valor de K es menor a 1 y fijando un valor a las ganancias G , se tiene:

$$K_1 = \frac{B_2}{B_1} = \frac{2.5}{10} < 1 \text{ y si } B_1 = 10 \rightarrow K_1 = 0.25$$

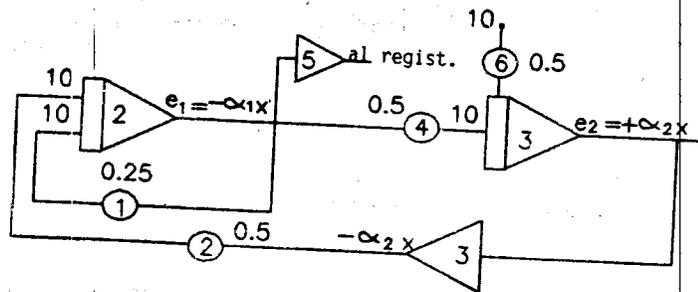
$$K_2 = \frac{\alpha_1 K}{\alpha_2 B_2} = \frac{5}{10} < 1 \text{ y si } B_2 = 10 \rightarrow K_2 = 0.5$$

$$E_1 = -\frac{\alpha_1 x_0}{K_{o1}} = 0 \text{ ya que } x_0 = 0$$

$$K_3 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 B_3} = \frac{5}{10} < 1 \text{ y si } B_3 = 10 \rightarrow K_3 = 0.5$$

$$K_{o2} = -\frac{\alpha_2 x_0}{E_2} = \frac{5}{10} < 1 \text{ y } E = 10 \rightarrow K_{o2} = 0.5$$

La figura B3 muestra el diagrama completo con los valores obtenidos.



la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2 \frac{dx}{dt} + 4x = f(t)$$

(16)

Sujeto a las condiciones iniciales:

$$\frac{dx(0)}{dt} = 0 \quad \text{y} \quad x(0) = 20$$

Primero se determinarán los valores máximos aproximados de la variable y sus derivadas, para lo cual se considera que la excitación $f(t) = 0$.

El máximo de la variable $x(t)$ está dado por la condición inicial:

$$x_{\max} = x_0 = 20$$

El máximo de la primera derivada $\dot{x}(t)$ se obtiene multiplicando el desplazamiento por la frecuencia angular del sistema, de esta forma se obtienen unidades de velocidad y volviendo a multiplicar por la frecuencia angular se obtienen unidades de aceleración.

$$w_n = \sqrt{4} = 2 \text{ rad/seg}$$

entonces:

$$x_{\max} = w_n x = (2)(20) = 40 \text{ m/seg}$$

y la segunda derivada queda:

$$\ddot{x}_{\max} = w_n^2 x = (4)(20) = 80 \text{ m/seg}^2$$

Los valores máximos esperados se toman como enteros, esto es, si en uno de ellos se determina 41.28 el valor máximo estimado se toma de 45 ó 50.

Con estos valores, se obtienen las variables escaladas como se indica en la siguiente tabla:

Variable Original	Máximo esperado	Variable escalada
\ddot{x}	20	$[\ddot{x} / 20]$
\dot{x}	40	$[\dot{x} / 40]$
x	80	$[x / 80]$

La variable original y derivadas quedarán sustituidas por la variable escalada de la siguiente forma:

$$\ddot{x} = 20 [\ddot{x} / 20] \quad (17)$$

$$\dot{x} = 40 [\dot{x} / 40] \quad (18)$$

$$x = 80 [x / 80] \quad (19)$$

Sustituyendo (17), (18) y (19) en la ecuación original (16):

$$80 [\ddot{x} / 80] = - (2) (40 [\dot{x} / 40]) - (4) (20 [x / 20]) \quad (20)$$

y dividiendo la ecuación entre 80 se tiene:

$$[\ddot{x} / 80] = - (1) [\dot{x} / 40] - (1) [x / 20] \quad (21)$$

El diagrama escalado para el sumador se presenta en la figura G4. Para escalar los integradores se sigue un procedimiento similar:

La ecuación no escalada para el integrador es:

$$\dot{x} = - \int \ddot{x} dt$$

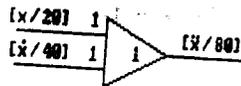


Figura G4

sustituyendo la variable escalada se tiene:

$$-40 \left[-\dot{x} / 40 \right] = - \int 80 \left[\ddot{x} / 80 \right] dt$$

y dividiendo entre -40

$$\left[-\dot{x} / 40 \right] = \int (2) \left[\ddot{x} / 80 \right] dt$$

El factor de signo \pm se ha de incluir de acuerdo al cambio de signo producido por cada uno de los integradores. La constante de valor 2 se puede separar en las ganancias de un amplificador y un potenciómetro, quedando la ecuación a simular:

$$\left[-\dot{x} / 40 \right] = \int (10) (0.2) \left[\ddot{x} / 80 \right] dt$$

El diagrama para este integrador se muestra en la figura 65.

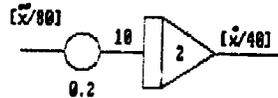


Figura 65

Como la condición inicial para la velocidad es cero, no se incluye. Si esta condición fuera diferente de cero la variable escalada sería $\left[\dot{x} / 40 \right]$.

Para el tercer integrador se tiene la ecuación no escalada:

$$\dot{x} = - \int \ddot{x} dt$$

sustituyendo las variables escaladas se tiene:

$$(20) \left[-\dot{x} / 40 \right] = - \int - (40) \left[\ddot{x} / 80 \right] dt$$

dividiendo entre 20 y agrupando términos para obtener ganancias en el amplificador y potenciómetro utilizados, se tiene:

$$\left[\frac{x}{20} \right] = \int (10) (0.2) \left[-\frac{\dot{x}}{40} \right] dt$$

El diagrama para este integrador se ilustra en la figura 66 incluyendo las condiciones iniciales.

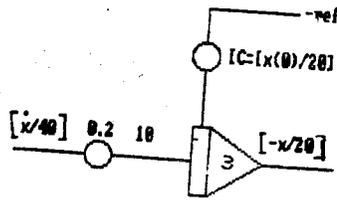


Figura 66

El diagrama escalado completo para este sistema se muestra en la figura 67.

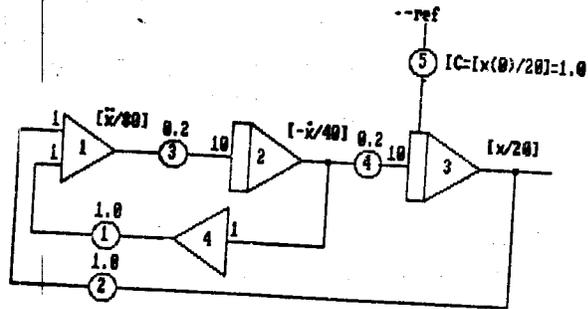


Figura 67

APENDICE H

GENERACION DE FUNCIONES

GENERACION DE UNA SEÑAL EXPONENCIAL

Esta señal se puede obtener a partir de la solución de una ecuación diferencial de primer orden con condiciones iniciales diferentes de cero.

Si se desea generar la función exponencial siguiente:

$$y(t) = 5 e^{-0.3t}$$

se obtiene la derivada de la señal:

$$\frac{d y(t)}{d t} = - (0.3) (5) e^{-0.3t} = -(0.3) y(t)$$

Esto es, la función que se desea simular se puede obtener de la solución de la siguiente ecuación diferencial:

$$\frac{d y(t)}{d t} + 0.3 y(t) = 0$$

sujeta a las condiciones iniciales:

$$y(0) = 5$$

En la figura H1 se muestra el diagrama de alambrado para simular esta función.

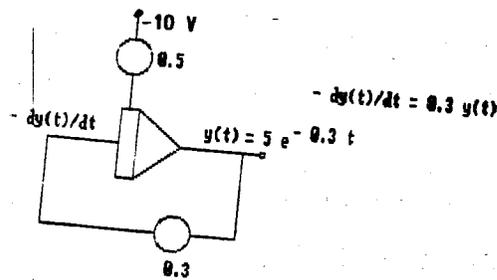


Figura H1

GENERACION DE UNA ONDA SENOIDAL - COSENOIDAL

Estas señales se generan a partir de una ecuación diferencial de segundo orden con un factor de amortiguamiento ζ igual a cero, esto es:

$$y(t) = A \text{ sen } (\omega t)$$

$$\frac{d y(t)}{d t} = \omega A \text{ cos } (\omega t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{d t^2} = -\omega^2 A \text{ sen } (\omega t) = -\omega^2 y(t)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{d t^2} + \omega^2 y(t) = 0 \quad \rightarrow \quad \zeta = 0$$

El diagrama de alambrado se muestra en la figura H2.

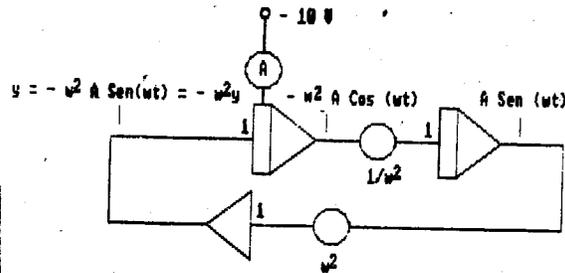


FIGURA H2

GENERACION DE DIENTE DE SIERRA

Esta señal se puede generar mediante la integración de una constante y operando la computadora en modo repetitivo. El diagrama se muestra en la figura H3.

GENERADOR DE FUNCIONES

A partir del generador de onda senoidal, se puede obtener la señal

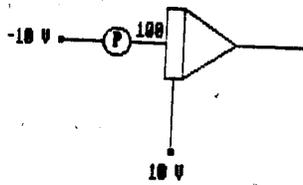


Figura H3

cuadrada, conectando la onda senoidal a un amplificador operacional en configuración de inversor con una ganancia muy grande, de esta forma se satura el amplificador y forma la señal deseada. La onda triangular se puede obtener integrando la señal cuadrada.

El diagrama para este generador se muestra en la figura H4.

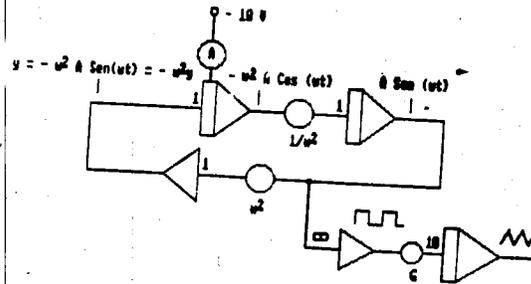


Figura H4

GENERADOR DE UN ESCALON

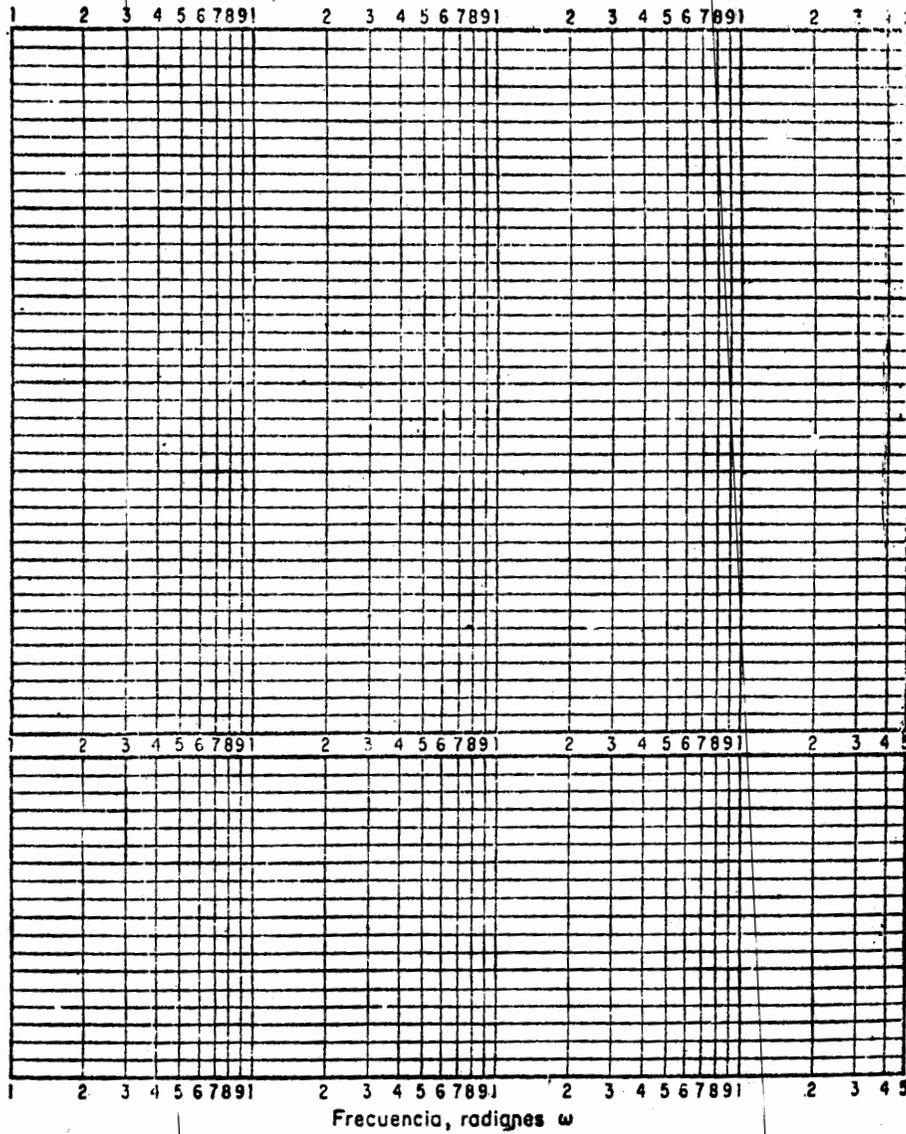
La señal escalón se puede obtener de las siguientes formas:

- Con una fuente de voltaje constante y un potenciómetro aterrizado para graduar la amplitud. Esto genera un escalón constante para todo tiempo.
- Igual que en a) pero conectando la salida del potenciómetro a un sumador. Esto genera un escalón de amplitud constante, al oprimir el botón de operación de la computadora. Debe tomarse en cuenta en cambio de signo introducido por el sumador.

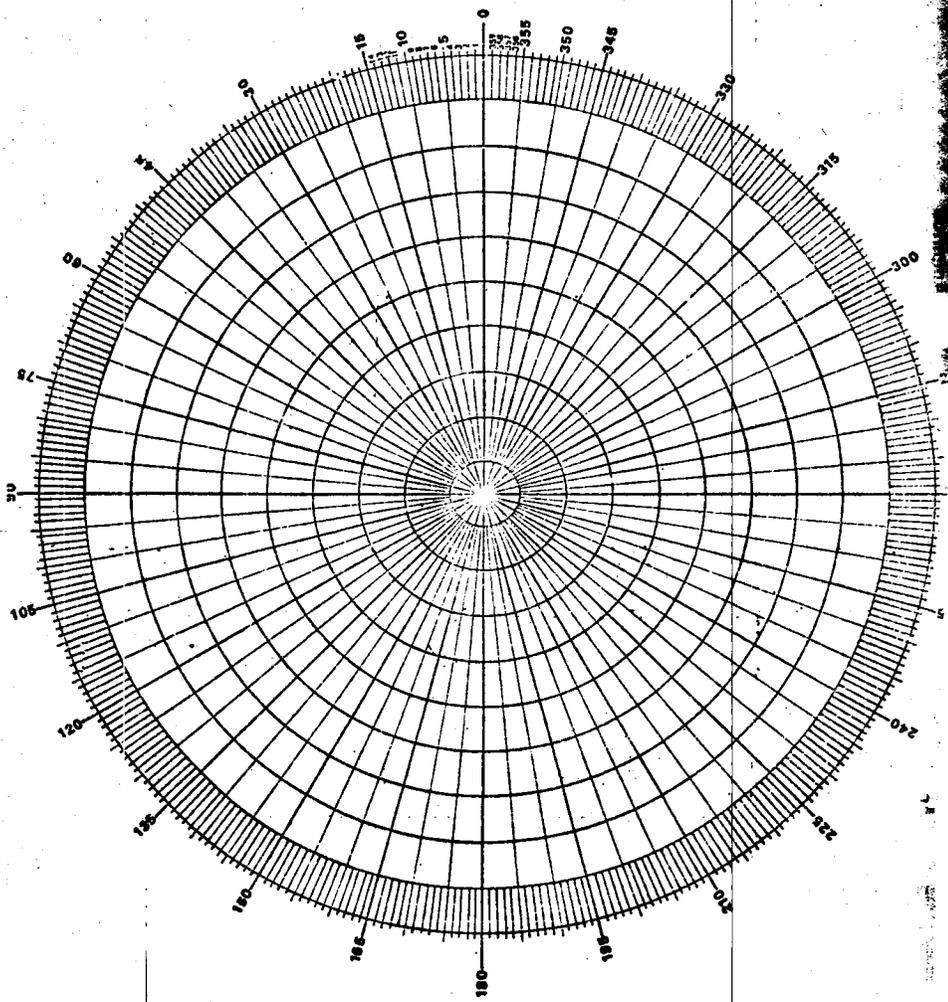
c) Igual que a) pero conectando a la salida del potenciómetro a un relevador. Esto genera un escalón constante cuando el relevador conmuta debido a la presencia de un '1' lógico en la terminal que lo controla.

Amplitud

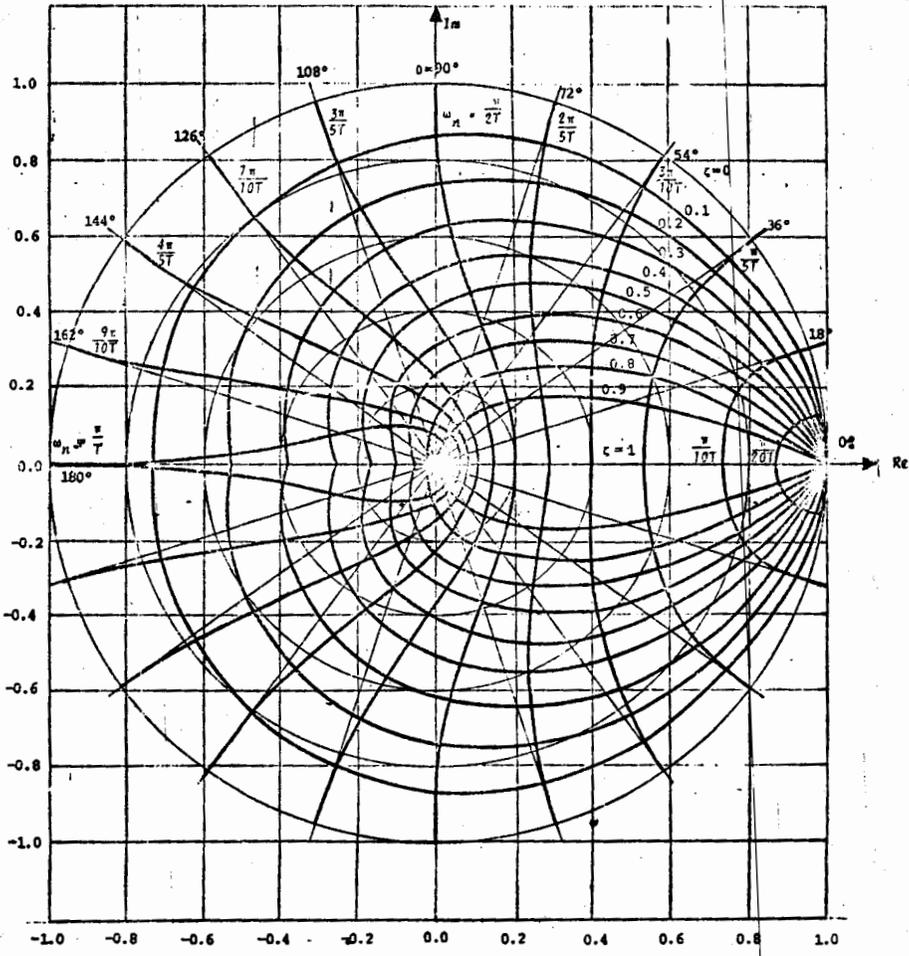
Angulo

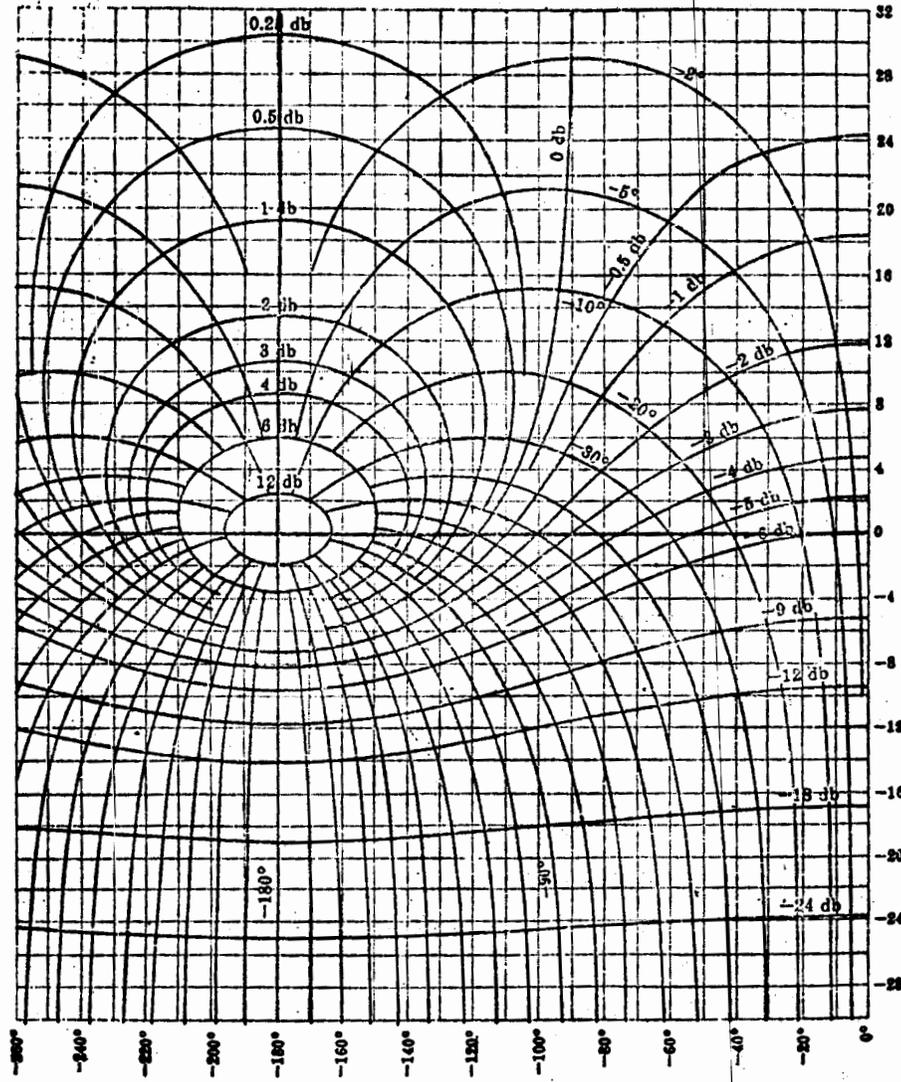


H-1



H-2





Angulo de fase

BIBLIOGRAFIA

- Canales, R.R., Barrera, R.R., Análisis de Sistemas Dinámicos y Control Automático, Limusa, México 1980.
- Cannon, R.H., Dynamics of Physical Systems, Mc. Graw-Hill, New York 1967.
- Coughlin, R.F., Driscoll, F.F., Circuitos Integrados Lineales y Amplificadores Operacionales, Prentice-Hall, México 1987.
- D'Azzo, J.J., Houpis, C.H., Linear Control Systems, Simon & Schuster, New York 1974.
- Desoer, Charles A., Kuh, Ernest S., Basic Circuit Theory, Mc. Graw-Hill, Japón 1983.
- EAI Electronic Associates Pty. Ltd., EAI-180 Computer Operator's Reference and Maintenance Manual, EAI, Australia 1972.
- Feedback Instruments Limited, Modular Servo type Ms-150, Introductory Experiment, FIL, Crowborough Sussex England 1982.
- Feedback Instruments Limited, Process Trainer, PI-326, FIL, Crowborough Sussex England 1982.
- Graeme & Tobey, Amplificadores Operacionales diseño y aplicación, Diana, México 1971.
- Hayt, W.H., Kemmerly, Jack E., Análisis de Circuitos en Ingeniería, Mc. Graw-Hill, México 1988.
- Ogata K., Dinámica de Sistemas, Prentice-Hall, México 1987.
- Ogata K., Ingeniería de Control Moderna, Prentice-Hall, México 1987.
- Revista Contactos, Vol. III, Num. 4, Octubre-Diciembre, Reacciones Consecutivas, Solís Correa Hugo E., U.A.M., México 1988.
- Revista de Ingeniería, Vol. XLVII, Num. 1, Enero-Marzo, Aplicación de la Teoría de Control a los Fenómenos Fisiológicos, Lara y Zavala Rolando, U.N.A.M., México 1977.