



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

“CONSTRUCCIÓN DE MODELOS DE VISUALIZACIÓN DE EXPLOTACIÓN PRIMARIA BAJO ANÁLISIS DE INCERTIDUMBRE”

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO PETROLERO
P R E S E N T A :
RAÚL ALEJANDRO HERNÁNDEZ RODRÍGUEZ



DIRECTOR DE TESIS:
Ing. Ulises Neri Flores

CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO, DF.

2010

AGRADECIMIENTOS

Por ser lo que me inspira a retar al futuro:

A mi Esposa, Gisa Lorin Ramírez Avilés.

A mi Hijo, Raúl Alejandro Hernández Ramírez.

A mi Hija, Isabela Hernández Ramírez.

Por todas las cosas que hemos vivido juntos:

A mi Abuela, Isabel Flores (qepd)

A mi Cuñado, Elariv Yáñez Godínez.

A mi Sobrina, Samantha Yáñez Hernández.

A mis Padres.

A mis entrañables amigos:

Arturo Santillán León, Alfredo Bautista Pulido, Maria Luisa Rioja Sánchez, Gustavo Sosa Ocaña, Israel Alvarado Olivera, Héctor Espinosa Huerta, Raúl Pérez Reséndiz, Iván Arellano, Martha Alicia Fernández Creener, Jorge Hernández, Aideé Aragón Santos, Elia del Carmen Barbosa Criollo, Noé Maldonado Jarquin, Alejandro Mar Álvarez, Andrea Turrubiate Murguía, Edgard Sánchez González, Rodrigo Orantes López, Lastiri Pérez Gallardo, Alejandro Cortés Cortés, Rey David Gómez Barrios, Ulises Neri Flores, Juan Manuel Hernández Espinosa.

Por todas las enseñanzas recibidas:

Act. Gregorio Topálian Dakesián, Mat. Felipe Segundo Cuevas, I.Q. Félix Núñez Orozco, Dr. Rafael Rodríguez Nieto, Ing. Manuel Villamar Viguera, Ing. Ramón Domínguez Betancourt, Dr. Víctor Hugo Arana Ortiz, a todos los profesores de la Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M.

Por todo el apoyo recibido:

Ulises Neri Flores, Erika Yukie Imai, Walter Teokritoff, José Rodríguez, Daniel González Perea, Samuel Camacho Romero, Isabel Mora Nava, Oswaldo Espinola, Gabriel Alvigini, Schlumberger - Merak, Rocío de la Torre, Israel Castro, José Luis Hernández Ramírez, Ignacio Castro, Hugo Flores Mendez, Raúl León Ventura, David Trujillo Escalona, Marlene Valtierra Hernández, Araceli Ponce Muñoz, PEMEX CDE AIPRA.

Índice

Índice.....	1
Introducción.....	3
Objetivos	5
Capítulo 1. Probabilidad y Estadística: Generalidades.....	6
Estadística Descriptiva.	6
Probabilidad.....	15
Probabilidad Condicional, Teorema de Bayes y Árboles de Decisión.	31
Simulación Monte Carlo.....	43
Capítulo 2. Ingeniería de Yacimientos: Generalidades.	55
Recursos y Reservas de Hidrocarburos.	55
Métodos de Cálculo de Volúmenes Originales en Sitio y Reservas	67
Teoría de Declinación Tradicional: Modelo Exponencial	74
Capítulo 3. Evaluación Económica: Generalidades.....	85
Evaluación Económica.	85
Método de Flujo de Efectivo Descontado.	90
Número Óptimo de Pozos.	97
Unidades de Inversión	100
Capítulo 4. Metodología de Visualización.....	102
Metodología FEL: Generalidades.	102
Descripción de la Metodología <i>FEL</i>	106
Visualización tipo <i>Fast Track</i>	111
Capítulo 5. Aplicación.....	115

Datos Generales.....	115
Planteamiento.....	118
Análisis de Resultados.	121
Conclusiones y Recomendaciones.....	131
Referencias.....	134
Nomenclatura.....	136
Índice de Figuras.....	140
Apéndice A. Complemento de Probabilidad y Estadística.....	142
Apéndice B. Complemento de Ingeniería Petrolera.	156
Apéndice C. Complemento de Evaluación Económica.	160

Introducción

Actualmente la industria petrolera en México está aplicando técnicas de administración de proyectos de exploración y explotación que están basadas en la visualización, conceptualización, y la definición de proyectos. La estructura bien definida y esquematizada de dichas técnicas les permite ser aplicadas en cualquier campo científico. Sin embargo, el uso de dichas técnicas se ve limitado por su costo de aplicación, pues se requiere de un equipo multidisciplinario específico para poder llevarla a cabo, además del uso de herramientas tecnológicas de diseño que permitan llevar a cabo los estudios específicos de cada área involucrada. A la par, el tiempo requerido para mostrar resultados es cercano a los ocho meses en el caso optimista, extendiéndose la duración de una sola fase hasta por dos años, cuando el estimado de dicha fase es de cuatro meses. La aplicación de dichas técnicas está enfocada al desarrollo de proyectos que contienen varios campos petroleros o varios yacimientos. Lo anterior, junto con el costo de aplicación de las técnicas mencionadas, indica que existen limitantes para cuando se requiera estudiar la factibilidad técnico-económica de desarrollar un solo campo o un solo yacimiento. Entonces, los puntos claves a optimizar son, el tiempo de entrega de resultados para disminuir la incertidumbre y el impacto del riesgo en la toma de decisiones, y los costos asociados a la visualización de escenarios de explotación. Como la toma de decisiones para desarrollar el campo o el yacimiento está basada en los resultados finales del análisis de visualización, se requiere de una solución que permita la rápida toma de decisiones en base a: planteamientos más rápidos de escenarios de explotación, evaluaciones técnico-económicas de dichos escenarios y al análisis eficaz y eficiente de los datos de entrada y de los resultados. La metodología propuesta en este trabajo está basada en técnicas

de análisis de incertidumbre y riesgo como la estadística descriptiva, la teoría de probabilidad, el análisis de riesgo en decisiones en base al Teorema de Bayes y la obtención de rangos de incertidumbre en base a la técnica de Simulación Monte Carlo, además de caminar siempre de la mano con los aspectos técnicos de los estudios de yacimientos, considerando a la parte superficial del sistema integral de producción únicamente al nivel de escenario de inversiones. Se revisa la teoría y práctica referente a las materias de análisis estadístico y probabilista, recursos y reservas de hidrocarburos, teoría de declinación de la producción, técnicas de análisis de incertidumbre y riesgo, y los aspectos relevantes a la evaluación económica, así como una revisión, general y resumida, a la literatura respectiva a las metodologías de administración de proyectos basadas en visualización, conceptualización y definición. La metodología propuesta es aplicable a proyectos de desarrollo de explotación primaria. Se presenta un ejemplo de aplicación.

Objetivos

- I. Plantear y aplicar una metodología de visualización técnico-económica para la rápida toma de decisiones en el diseño de desarrollo de explotación primaria o reactivación de la explotación primaria de un campo o un yacimiento petrolero.
- II. Revisar de manera general la teoría necesaria para la aplicación la metodología propuesta.
- III. Diseñar una metodología que proponga la visualización técnico-económica del desarrollo de explotación primaria o reactivación del desarrollo de explotación primaria de un campo o yacimiento petrolero.

Capítulo 1. Probabilidad y Estadística: Generalidades.

Estadística Descriptiva¹. La estadística es conocida como la ciencia que se encarga de recolectar, organizar, resumir y analizar datos a fin de obtener ciertas conclusiones a partir de ellos. Se divide en dos áreas de estudio: estadística paramétrica y estadística no paramétrica. Dentro de la estadística paramétrica encontramos la estadística descriptiva y la estadística inferencial. Se puede definir a la estadística descriptiva como el conjunto de métodos para la organización, resumen y presentación de datos. Cuando se tiene un *conjunto*² arbitrario de datos bien definidos, que representan a una población, y es de interés el conocer cierta información proveniente de esta, debido a la posibilidad de no tener información de cada uno de los elementos, entonces, tomaremos un *subconjunto* de datos de la población al cual llamaremos *muestra* y del cual si obtendremos información. Comúnmente, dichos elementos son mediciones de observaciones hechas sobre propiedades, fenómenos o comportamientos de algún tipo específico, como: porosidad, permeabilidad, presión capilar, tasas de declinación, gastos de producción, costos de perforación, etc. A las *observaciones* hechas las llamaremos *datos* y a las *características numéricas* de la muestra de datos las llamaremos *estadísticos*. Hay que tener en cuenta que un *parámetro* y un *estadístico* son muy parecidos en cuanto a que son características numéricas asociadas a un *conjunto* de datos. Sin embargo, el *parámetro* se asocia a la *población* (el conjunto total de datos) y el *estadístico* a la *muestra* de la *población*,

¹ Se revisarán los conceptos pertenecientes a la estadística, específicamente estadística descriptiva, que se consideren de utilidad directa para el desarrollo exitoso del presente trabajo.

² Colección de objetos bien definidos que poseen una o varias propiedades en común.

además de que el *parámetro* es fijo y el *estadístico* puede cambiar dependiendo de la *muestra*, es por eso que la *muestra*, junto con su *estadístico*, hacen *inferencias* o suposiciones fundamentadas sobre los *parámetros* de una *población*. Las *muestras*³ de la *población* pueden obtenerse de forma *aleatoria*⁴ y se definen mediante dos propiedades:

1. Una muestra aleatoria debe de ser *objetiva (unbiased)*, esto es que cada elemento en la muestra tenga la misma oportunidad de ser elegido de entre los elementos idénticamente distribuidos.

2. Una muestra aleatoria debe de ser independiente, esto significa que la elección de un elemento de la población no tiene influencia en la selección de otro elemento de la misma población.

Entonces, como la muestra aleatoria produce un resultado independiente y objetivo, de tal forma que el tamaño de la muestra se incrementa, podemos tener oportunidad de conocer la verdadera naturaleza de la población, es decir la *distribución* que la representa. Para conocer el número de muestras aleatorias de una población, se puede aplicar el análisis combinatorio de muestras: el número de muestras de *n* elementos que pueden obtenerse de una población de *N* elementos está dado por,

$$C_n^N = \frac{N!}{n!(N-n)!} \dots\dots\dots 1$$

*Si el muestreo es conducido de tal forma que las combinaciones de las muestras tienen igual oportunidad de ser seleccionadas, se dice que el programa de muestreo es aleatorio y el resultado es una muestra aleatoria*⁵. El método de muestreo afecta significativamente la habilidad de realizar inferencias sobre los datos bajo análisis, pues

³ La Simulación Monte Carlo y el Hipercubo Latino son técnicas de muestreo que utilizan una computadora.

⁴ Sin orden alguno

⁵ Mendenhall, 1971

debemos de conocer la *probabilidad de ocurrencia* de una *observación* antes de hacer una *inferencia estadística*⁶. Por esta situación, el *reemplazo* juega un papel importante en las técnicas de muestreo. Se puede muestrear con o sin reemplazo. Muestrear sin reemplazo nos asegura que en la muestra no se repita un valor varias veces, y muestrear con reemplazo nos da oportunidad de seleccionar un valor de nuestra muestra varias veces. Cuando las observaciones del muestreo que presentan determinadas características son sistemáticamente excluidas de la muestra de estudio, ya sea deliberada o inadvertidamente, el muestreo se considera *subjetivo (biased)*. En la industria petrolera, cuando se hacen análisis estadísticos, los analistas se enfrentan a esta situación con bastante frecuencia. Por ejemplo, si es de interés estudiar el volumen de poros de una unidad de yacimiento para la estimación de reservas, comúnmente se utiliza un rango de valores de porosidad definido por un intervalo de valores que el analista fija al hacer el cálculo, así deliberadamente ocurre un sesgo del valor del volumen de poros a un valor mayor. En otras palabras, se elige la muestra que más conviene a ciertos intereses. En otro ejemplo, el proceso de perforación de pozos para el desarrollo de un campo o un yacimiento implica necesariamente la toma de muestras sin reemplazo, pues un mismo pozo, bajo sus características técnicas, no puede ser perforado dos veces. Además de que los datos de la muestra ofrecerán sólo una imagen escueta, incompleta y falsa, de la reserva que realmente pudiera esperarse en la realidad. El muestreo aplicado a esta actividad (también conocida como programa de perforación) es sumamente tendencioso y dependiente, cualquier programa de perforación está sesgado hacia datos de alta porosidad, alta permeabilidad, espesor neto significativo, y en última instancia, de alto gasto inicial de producción, baja tasa de declinación y bajos costos. Además de que el éxito o fracaso de los pozos cercanos influirá en nuevas localizaciones y perforaciones. Como resultado, los datos de la muestra representan un subconjunto minúsculo y muy pobre de la población, y esto implica que en la realidad nunca se conocerá la verdadera distribución de los datos de la población de la reserva esperada. Esto es resultado de hacer un muestreo subjetivo.

⁶ Suposición fundamentada en técnicas de probabilidad y estadística.

Se mencionaba que la Estadística Descriptiva ayuda a organizar y presentar datos de manera ordenada. Complementando lo anterior, esto es que dichos datos se representen gráficamente mediante el uso de *histogramas*. Un *histograma* es una representación visual de una *distribución de frecuencias*, proporciona la forma de la distribución de los datos e información de las *medidas de tendencia central* y de las *medidas de dispersión*, ya sea de la *muestra* o de la *población*. Una *distribución de frecuencias* es un resumen compacto de datos, divide al *rango* de datos en *intervalos*, llamados comúnmente *intervalos de clase* o *bins*. Se debe de tener cierto criterio para que el número de intervalos de clase representen correctamente la distribución de los datos y de ser posible deben de ser de igual anchura. El número de intervalos de clase está en función de la cantidad y dispersión de las observaciones o datos presentes en la muestra. Un histograma con muy pocos o muchos intervalos de clase puede no proporcionar información alguna de la muestra. Comúnmente un histograma puede ser bien representado con un rango de cinco a veinte intervalos, y si se desea, se puede aproximar el número de intervalos⁷ con la raíz cuadrada del número de observaciones o elementos presentes en la muestra. Es decir:

$$\text{intervalos} = \sqrt{n} \dots\dots\dots 2$$

La organización va a depender del número de observaciones o datos distintos que se tengan y de las veces que se repitan. En base a lo anterior, los datos se pueden estructurar de tres maneras distintas:

- *Tipo I.* Cuando se tiene un número pequeño de observaciones casi todas distintas, éstas se darán por extensión, y su representación gráfica será por diagrama de puntos.
- *Tipo II.* Cuando se tiene un gran número de observaciones pero muy pocas distintas, se organizan en una tabla de frecuencias, es decir, cada uno de los

⁷ También se conocen como *Clases*

valores acompañado de la frecuencia con la que se presenta. Su representación gráfica es por medio de un diagrama de barras.

- *Tipo III.* En el caso de que haya muchas observaciones, la mayoría de ellas distintas, se pueden agrupar en intervalos e indicando el número de observaciones o datos que caen dentro de cada intervalo. Su representación gráfica es por medio de un histograma de frecuencias.

En el *Apéndice A* se presenta el soporte matemático correspondiente la teoría de la Probabilidad y los aspectos matemáticos de la Estadística que son necesarios para el planteamiento del presente trabajo. Este soporte es de mucha utilidad ya que en ocasiones no se cuenta con paquetes que contienen la funcionalidad de construir gráficos de calidad o simple y sencillamente, no se está de acuerdo con los resultados que arrojan.

Una vez que los datos están representados ordenadamente, podemos proceder a calcular las *medidas de tendencia central*, las *medidas de posición* y las *medidas de dispersión*. Las *medidas de tendencia central* tienen como fin obtener información que resuma y represente a toda la muestra con un solo valor. Este valor debería estar situado al centro de la distribución de datos, para el caso en el que los datos de la muestra sean homogéneos. La primera medida de tendencia central es la *media*. Para calcular la *media*⁸ es muy importante tomar en cuenta el tipo y la distribución de los datos. La *media aritmética* está definida de la siguiente manera:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^r x_i \cdot n_i}{n} \dots\dots\dots 3$$

En el caso que se cuente con un histograma que presente intervalos de clase de distinta amplitud, entonces se usa la media ponderada:

⁸ En el presente trabajo se trabajará únicamente con la media aritmética. Sin embargo, si es de interés del lector, también existen la media geométrica y la media armónica cuyas aplicación son más específicas y sofisticadas.

$$\bar{x}_p = \frac{\sum_{i=1}^r x_i \cdot w_i \cdot n_i}{\sum_{i=1}^r n_i \cdot w_i} \dots\dots\dots 4$$

Para los valores ordenados, la *mediana* es el valor que deja la mitad de las observaciones en la recta real a la izquierda y la otra mitad a la derecha. Es decir, el 50% de los datos son menores o iguales que la *mediana* y el otro 50% mayor o igual a ésta. El cálculo de la *mediana* depende del tipo de la representación gráfica y del número de datos presente en la muestra (*Ver Anexo A*). La *moda absoluta* de una distribución, es el valor que más veces se repite. Sin embargo, en una muestra puede o no haber moda absoluta. Cuando los datos están ordenados y agrupados, se emplean las *modas relativas*, es decir, el valor que más se repite dentro de un intervalo de clase, y en el caso de que exista moda absoluta al intervalo que la contiene se le denomina *intervalo modal*.

La *media* es la mejor de las medidas de representación, pues la *moda* es bastante inestable y un pequeño cambio en las observaciones puede afectarle mucho, mientras que la *mediana* es insensible al tamaño de los datos, permaneciendo constante si, por ejemplo, se alteran arbitrariamente las observaciones extremas. Por otra parte, si se dispone de las modas y medianas de dos distribuciones hay que conocer cada uno de los datos de éstas para calcular la moda y mediana de la distribución conjunta. La *media* por el contrario es sensible a las alteraciones de los datos y al tamaño de éstos. Si se conocen las medias de dos conjuntos de datos, basta con saber los tamaños de ambos grupos para calcular la media global.

Las *medidas de posición* o *cuantiles de orden k* son los elementos que dividen a una distribución en *k* partes de tal forma que en cada una de estas partes haya el mismo número de elementos. Se conocen tres principales medidas de posición: *cuartiles*, *deciles* y *percentiles*. Los *cuartiles* dividen a la distribución en cuatro partes iguales, por lo tanto hay tres cuartiles: Q_1 , Q_2 y Q_3 . Los *deciles* dividen en diez partes a la distribución, por lo tanto habrá nueve deciles: $D_1, D_2, D_3, \dots, D_9$. Los *percentiles* dividen

a la distribución muestral en cien partes, por lo tanto habrá noventa y nueve percentiles: $P_1, P_2, P_3, \dots, P_{99}$. La *mediana* de la muestra ordenada y agrupada, coincide con el segundo cuartil, quinto decil, y quincuagésimo percentil o percentil cincuenta, es decir:

$$Me = Q_2 = D_5 = P_{50} \dots\dots\dots 5$$

Comúnmente se usan los percentiles P_{10}, P_{50} y P_{90} , para realizar cálculos en las metodologías de visualización para el desarrollo de campos. Es muy común el error de confundir el valor mínimo, más probable y máximo, con los percentiles mencionados, respectivamente. El valor mínimo es el valor más pequeño de la muestra y el máximo el valor más grande, y definen el rango de la muestra, además de que el más probable, adelantándonos un poco, es asignado al valor esperado de la muestra. Nunca el P_{10} coincidirá con el mínimo y el P_{90} con el máximo. Para el caso del P_{50} o mediana y el más probable o valor esperado, pudieran llegar a coincidir, solo bajo ciertas circunstancias que más adelante se comentarán. Diferenciar estos conceptos es de suma importancia ya que si se utilizan para realizar una Simulación Monte Carlo, los resultados pueden ser sesgados, además de erróneos y fuera de contexto con la parte técnica de ingeniería de yacimientos, concluyendo en resultados erróneos de la evaluación económica del proyecto llevando a la toma de decisiones incorrecta. Puntualizando, el significado del uso de los percentiles P_{10}, P_{50} y P_{90} , como valores de interés para analizar comportamientos bajo metodologías estocásticas, obedecen al rango de valores que cubren al ser utilizados, es decir, por ejemplo, para el valor del P_{10} se cubre el 10% de datos cuyos valores son menores o iguales a este, para el valor del P_{50} se cubre el 50% de datos cuyos valores son menores o iguales a este, y, finalmente, para el valor del P_{90} se cubre el 90% de datos cuyos valores son menores o iguales a este. Es de suma importancia tener claro este concepto, ya que es muy utilizado en las técnicas de visualización de desarrollo de campos, además de que se utiliza para definir a los recursos y a las reservas de hidrocarburos de manera probabilística, como se verá más adelante.

Las *medidas de dispersión* indican el nivel de concentración de los datos con respecto a la media, es decir su dispersión. Por otra parte, también informan sobre la bondad de los promedios calculados como representantes de los datos de la muestra en estudio. La *varianza* y su raíz cuadrada positiva, la *desviación estándar*, son las más importantes medidas de dispersión, y están ligadas a la media como medida de representación. Están definidas, respectivamente, como:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^r (x_i - \bar{x})^2 \cdot n_i}{n} \dots\dots\dots 6$$

$$S = +\sqrt{S^2} \dots\dots\dots 7$$

El uso de dos expresiones para un mismo concepto obedece a la facilidad de manejo de la varianza, ya que la desviación estándar contiene las mismas unidades que los datos de la muestra de la que proviene. Ambas son siempre positivas y valen cero solo en el caso de que todos los valores coincidan con la media (representatividad absoluta de la media, caso sumamente ideal en la práctica). La *desviación absoluta* es una medida muy poco usada para medir la dispersión de los datos, sin embargo, no significa que no sirva. También se le conoce como *desviación promedio*, y se define como:

$$D_m = \frac{\sum_{i=1}^r |x_i - \bar{x}| \cdot n_i}{n} \dots\dots\dots 8$$

El *coeficiente de variación* se define como el cociente entre la desviación estándar y el valor absoluto de la media. Se trata de una medida adimensional, toma en cuenta el rango de valores en el que se mueve la distribución de la muestra, permite comparar la dispersión de varias distribuciones de datos. Además de lo anterior, el *coeficiente de variación* da información sobre la representatividad de la media, aunque no hay valores fijos de comparación, pues depende de circunstancias tales como el número de

observaciones, se puede considerar, a efectos prácticos, una cota de 0.5 como límite para admitir que la media representa aceptablemente al conjunto de la distribución.

$$C_V = \frac{s}{|\bar{x}|} \leq 0.5 \dots\dots\dots 9$$

Para completar los conceptos básicos de *estadística descriptiva* que son necesarios para analizar los datos que se nos proporcionan bajo metodologías estocásticas en las técnicas de visualización de desarrollo de campos, es necesario conocer los llamados momentos de la distribución de datos de la muestra. Existen momentos con respecto al origen y momentos con respecto a la media, siendo estos últimos los más utilizados. Se definen como:

$$m_k = \frac{\sum_{i=1}^r (x_i - \bar{x})^k \cdot n_i}{n} \dots\dots\dots 10$$

Dicho concepto es importante para poder determinar las medidas de forma de la distribución muestral: *simetría* y *curtosis*. El *coeficiente de simetría* indicará si la distribución es simétrica y, en caso de no serlo, el tamaño y la tendencia de su asimetría. Para ello, se distinguen dos tipos de distribuciones, las que tienen forma de campana y las que no la tienen. Para el primer caso se utiliza la expresión:

$$A_s = \frac{\bar{x} - M_e}{s} \dots\dots\dots 11$$

$A_s = 0$, *distribución simétrica*

$A_s < 0$, *distribución asimétrica negativa*

$A_s > 0$, *distribución asimétrica positiva*

Para la opción menor a cero la distribución se tiende a la derecha, en el caso mayor a cero se tiende a la izquierda. Para el caso en el que la distribución muestral no tiene forma de campana o se desconoce este hecho, la simetría se calcula con la siguiente expresión,

$$g_1 = \frac{m_3}{S^3}$$

El resultado se analiza de igual forma que para el caso en el que tiene forma de campana. Cuando la distribución es simétrica la media, mediana y la moda coinciden en el mismo valor. La *curtosis* se puede mencionar como el grado de apuntamiento de la distribución muestral, y su cálculo está dado por:

$$g_2 = \frac{m_4}{S^4}$$

Cuando el valor del coeficiente de curtosis es igual a 3 se dice que es *mesocúrtica* y coincide con una campana de gauss o distribución normal. Si es menor a 3 se dice que es *platicúrtica* y si es mayor que es *leptocúrtica*. Los conceptos descritos anteriormente son suficientes, pero no absolutos, para comenzar a ordenar y agrupar datos para utilizarlos en las metodologías de análisis de visualización.

Probabilidad. La teoría matemática que modela los fenómenos aleatorios es conocida como *Probabilidad*. Los fenómenos o los *experimentos aleatorios* deben contraponerse a los fenómenos o *experimentos deterministas*, en los cuales el resultado de un experimento, realizado bajo condiciones determinadas, produce un resultado único o previsible, por ejemplo, el agua calentada a una temperatura de cien grados centígrados, a presión atmosférica estándar, se transforma en vapor. Un fenómeno o *experimento aleatorio* es aquel que, a pesar de realizarse bajo las mismas condiciones una y otra vez, tiene como resultados posibles un conjunto de *alternativas*,

por ejemplo, lanzar un dado o una moneda, calcular el volumen de hidrocarburos contenidos en un yacimiento utilizando todos los valores de porosidad provenientes de los núcleos de los pozos del yacimiento, etc. Los procesos reales que se modelan como procesos aleatorios pueden no serlo realmente. Por ejemplo, tirar una moneda o un dado no son procesos aleatorios en un sentido estricto, ya que no se reproducen exactamente las mismas condiciones iniciales que lo determinan sino sólo unas pocas. Los procesos reales que se modelan mediante distribuciones de probabilidad corresponden a modelos complejos donde no se conocen todos los parámetros que intervienen o no son reproducibles sus condiciones iniciales. Para simplificar, generalmente a este tipo de problemas también se les considera aleatorios aunque estrictamente hablando no lo sean. En 1933, el matemático soviético Andrei Kolmogorov propuso un sistema de axiomas para la teoría de la probabilidad, basado en la teoría de conjuntos y en la teoría de la medida, desarrollada pocos años antes por Lebesgue, Borel y Frechet entre otros. Esta aproximación axiomática que generaliza el marco clásico de la probabilidad, la cual obedece a la regla de cálculo de casos favorables sobre casos posibles, permitió el modelado matemático de sofisticados fenómenos aleatorios. Actualmente, estos fenómenos encuentran aplicación en las más variadas ramas del conocimiento, como puede ser la física (donde corresponde mencionar el desarrollo de las difusiones y el movimiento Browniano), o las finanzas (donde destaca el modelo de Black y Scholes para la valuación de acciones). En la industria petrolera es muy importante tener presentes los conceptos de probabilidad, ya que en muchas ocasiones se carece de datos suficientes para proporcionar respuestas asociadas a estudios técnicos especializados.

En la sección de Estadística se hablaba de muestras de datos para su organización y ordenamiento. Ahora se hablará de los *espacios muestrales*. Un *espacio muestral* es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. Por ejemplo, si el experimento es el estudio de núcleos de un campo, un espacio muestral serán todos los posibles valores de porosidad que se obtengan.

Dentro de los *espacios muestrales* se encuentran los *espacios finitos*, *espacios infinitos numerables* y *espacios continuos*. Los *espacios muestrales finitos* contienen pocos elementos y se pueden contar fácilmente (el rango de porosidades características de un yacimiento en base a las porosidades promedio de estos). Los *espacios muestrales infinitos numerables* contienen muchos elementos pero se pueden contar (el rango de real de porosidades en un yacimiento). Los *espacios continuos* contienen elementos que no se pueden contar (los valores de la recta numérica entre 0 y 1). A todo subconjunto del espacio muestral se le denomina suceso. Por ejemplo, regresando al estudio de núcleos, del espacio muestral de la porosidad proveniente de dicho estudio se pueden obtener *subconjuntos de datos* (*sucesos* o *eventos*), por ejemplo, si se dividiera al yacimiento en bloques (*experimento*), los *eventos* serían las características de la propiedad porosidad ocurrente en cada bloque y los *elementos* de cada evento los rangos de porosidades de cada bloque.

Es muy importante tener conocimiento de la relación existente entre *sucesos*, así como los diferentes tipos de sucesos que pueden ocurrir:

- Implicación: un suceso *A* implica un suceso *B* siempre que se verifique que *A* provoca la ocurrencia de *B*. Por ejemplo, la perforación de un pozo (*suceso A*) implica su terminación (*suceso B*).
- Suceso contrario: Dado un *suceso A*, se define el suceso contrario de *A* como A^c , y se define como aquel que se presenta si y solo si no se presenta *A*. Por ejemplo, si se tiene una terminación en agujero descubierto (*suceso A*), el suceso contrario sería que la terminación fuera con tubería de revestimiento y disparos (*suceso A^c*).
- Unión de sucesos: la ocurrencia del *suceso $C=A \cup B$* está sujeta a la ocurrencia de *A*, de *B*, o de ambos. El éxito comercial de un proyecto *C* (*suceso C*) estará en base a la integración del proyecto *A* (*suceso A*) y el proyecto *B* (*suceso B*).

- Suceso seguro (*espacio muestral*): el suceso seguro es aquel que siempre ocurre, se denota por $\Omega=AUA'$. Debe de haber un proyecto de exploración como primer paso en la industria.
- Intersección de sucesos: se dice que la ocurrencia del suceso $C=A\cap B$, está condicionada a la ocurrencia de A y B . Por ejemplo, para que un pozo fluya (*suceso C*) es necesario que exista buena porosidad (*suceso A*) y buena permeabilidad (*suceso B*).
- Suceso Imposible: es el suceso que nunca ocurre, se denota por \emptyset . Por ejemplo, nunca debe de calcularse la declinación tradicional de un pozo cuando este se encuentra en periodo transiente.
- Sucesos incompatibles: se dice que dos sucesos son incompatibles cuando al ocurrir uno de ellos no ocurre el otro presentándose el suceso imposible en su intersección. Por ejemplo, si el pozo es de gas, jamás se le debe de instalar una bomba.

Como puede apreciarse, existe una correspondencia biunívoca⁹ entre conjuntos¹⁰ y sucesos,

Sucesos	Conjuntos
Suceso seguro	Conjunto universo
Suceso elemental	Punto del conjunto universo
Suceso	Subconjunto
Sucesos incompatibles	(Sub) Conjuntos disjuntos
Unión de sucesos	Unión de (sub) conjuntos
Suceso imposible	(Sub) Conjunto vacío
Suceso contrario	(Sub) Conjunto complementario
Intersección de sucesos	Intersección de (sub) conjuntos
Sistema completo	Partición

Se puede apreciar a la probabilidad como la medida de cuantificar la incertidumbre de que se obtenga un determinado suceso al realizar un experimento aleatorio. La probabilidad es la característica de un suceso del que existen razones para creer que se realizará o que ocurrirá. Para datos agrupados en intervalos los sucesos tienden a

⁹ Uno a uno.

¹⁰ No es intención del presente trabajo profundizar en el tema de conjuntos.

ser representados por la marca de clase, o por el elemento en sí, en una tabla de frecuencias, representando su probabilidad de ocurrencia como la frecuencia relativa. La probabilidad P de aparición de un suceso x_{bin} de un total de n casos posibles igualmente factibles¹¹ es la razón entre el número de ocurrencias n_{bin} de dicho suceso y el número total de casos posibles n .

$$P\{x_{bin}\} = \frac{n_{bin}}{n} \dots\dots\dots 12$$

La probabilidad es un número (*frecuencia relativa*) entre 0 y 1. Cuando la ocurrencia del suceso es imposible se dice que su probabilidad es 0 y cuando siempre tiene que ocurrir su probabilidad es 1. Existen tres tipos de probabilidad: *probabilidad discreta*, *probabilidad continua* y la *probabilidad condicional*. Esta última se tocará más adelante y es de suma importancia su revisión ya que el diseño correcto de un *árbol de decisión*, así como su análisis, están fundamentados en este tema. Por otra parte, se revisarán a continuación la probabilidad discreta y la probabilidad continua. Para conseguir un mejor entendimiento de estos conceptos es importante la revisión de lo que significa *variable aleatoria*. Al realizar un *experimento* se debe obtener una abstracción cuantificada de éste que permita agrupar los *sucesos* según determinadas características comunes y que consecuentemente facilite su manejo y su aplicación matemática. Esto se logra asignando un número real a cada suceso del *espacio muestral*. Dicha función con la cual se realiza esta correspondencia recibe el nombre de *variable aleatoria* y se denota comúnmente con una letra mayúscula, (p.e. X). Más formalmente, se define la *variable aleatoria* con o cualquier función medible que asocia a cada suceso un número real¹². Si se profundiza en la idea de la *variable aleatoria* como abstracción de los resultados de un *experimento aleatorio*, y puesto que cada *suceso* tiene una determinada probabilidad de ocurrencia, se puede trasladar dicha probabilidad al valor correspondiente de la *variable aleatoria*, por lo que se puede hablar de la probabilidad de que una *variable aleatoria* tome un determinado valor. Cuando en un estudio de visualización se presentan las *distribuciones de probabilidad*

11 Una de las propiedades para definir una muestra.
 12 Revisar axiomas de Kolmogorov.

de ocurrencia de los sucesos que intervienen en los cálculos, se debe de tener conocimiento de cómo se debe de leer la información. De aquí que es de suma importancia conocer lo que es una *función de densidad* y lo que es una *función distribución* o *función de de probabilidad acumulada*. La *función de densidad*, o *densidad de probabilidad* de una *variable aleatoria*, es una función a partir de la cual se obtiene la probabilidad de cada valor que toma la variable. En el caso de *variables aleatorias discretas*, la *función de densidad*, que se denota matemáticamente como $f_X(x)$, coincide con la *frecuencia relativa* en una tabla de frecuencias (ya sea para representaciones gráficas del Tipo II o del Tipo III). Es decir,

$$f_X(x) = \begin{cases} f_1 = n_1/n, & \text{si } x = x_1 \\ f_2 = n_2/n, & \text{si } x = x_2 \\ \dots \\ f_r = n_r/n, & \text{si } x = x_r \end{cases} \dots\dots\dots 13$$

La *distribución de probabilidad* de la *variable aleatoria discreta* se obtiene a través del sumatoria (o suma acumulada) de la *función de densidad*, es decir, la distribución de probabilidad coincide con la frecuencia relativa acumulada,

$$F_X(x_r) = P(X \leq x_r) = \sum_{i=1}^r f_i = F_r \dots\dots\dots 14$$

Más explícitamente,

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } -\infty < x < x_1 \\ f_1, & \text{si } x_1 \leq x < x_2 \\ f_1 + f_2, & \text{si } x_2 \leq x < x_3 \\ \dots \\ f_1 + \dots + f_{i-1} + f_i, & \text{si } x_i \leq x < x_{i+1} \\ \dots \\ f_1 + \dots + f_r, & \text{si } x_r \leq x < \infty \end{cases} \dots\dots\dots 15$$

En el caso de *variables aleatorias continuas*, la *función de densidad* se denota matemáticamente de la siguiente manera. Para $f_X(x)$, siendo una función que ejerce

sobre los números reales, se dice que es la *función de densidad* de la *variable aleatoria* X si para cualquier intervalo real (a, b) se cumple que,

$$P(X \in (a, b)) = \int_a^b f_x(x) dx \dots\dots\dots 16$$

Y su función de distribución o probabilidad acumulada,

$$F_X(x) = P(X \leq x) = P(X \in (0,1)) = \int_0^1 f_x(x) dx \dots\dots\dots 17$$

La *esperanza matemática* de la *variable aleatoria*, $E(X)$, se le conoce también como *media*, *valor esperado*, o *valor promedio*, para el caso discreto coincide con la *media aritmética* y la *media ponderada* para representaciones gráficas de los Tipos II y III, según sea el caso, y se denota por,

$$E(X) = \begin{cases} \sum_x x f_X(x) = \bar{x} & \text{si } X \text{ es discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx & \text{si } X \text{ es continua} \end{cases} \dots\dots\dots 18$$

La *varianza*, como recordatorio, es el grado de dispersión de los diferentes valores tomados por la *variable aleatoria*, para el caso discreto coincide, de igual forma que la *media aritmética*, para la *varianza* de las representaciones gráficas de los Tipos II y III, y se denota por,

$$Var(X) = E[(X - E(X))^2] = \begin{cases} \sum_x (x - E(X))^2 f_X(x) = \bar{x} & \text{si } X \text{ es discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - E(X))^2 f_X(x) dx & \text{si } X \text{ es continua} \end{cases} \dots\dots\dots 19$$

Finalmente la función generadora de momentos se denota por,

$$E[(X - \bar{x})^n] = \begin{cases} \sum_x (x - \bar{x})^n f_X(x) & \text{si } X \text{ es discreta} \\ \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^n f_X(x) dx & \text{si } X \text{ es continua} \end{cases} \dots\dots\dots 20$$

Existen teoremas referentes a *medias* y *varianzas* que son de utilidad para el análisis de estudios de visualización. En cuanto a la *esperanza matemática*:

1. Si c es una constante, entonces,

$$E(cX) = cE(X)$$

2. Si X y Y son variables aleatorias, entonces,

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

3. Si X y Y son variables aleatorias independientes, entonces,

$$E(XY) = E(X)E(Y)$$

Para la *varianza*,

1. Si c es una constante, entonces,

$$\text{Var}(cX) = c^2\text{Var}(X)$$

2. La cantidad $E[(X-a)^2]$ es mínima cuando,

$$a = \mu = E(X)$$

3. Si X y Y son variables aleatorias independientes,

$$\text{Var}(X - Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$$

$$\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$$

Estos teoremas aplican para la *varianza*, no así para la *desviación estándar*. Para aplicarlos es necesario transformar la *desviación estándar* a *varianza*.

La *probabilidad discreta* es aquella en la que la probabilidad de ocurrencia de un *suceso*, o *variable aleatoria*, puede tomar sólo ciertos valores diferentes que son el resultado de la cuenta de alguna característica de interés. Este tipo de probabilidad está enfocada hacia los denominados *conjuntos discretos*. Un *conjunto* es *discreto* si está formado por un número finito de elementos, o si sus elementos se pueden enumerar en secuencia de modo que haya un primer elemento, un segundo elemento, un tercer elemento, y así sucesivamente hasta el *n*-elemento. Una *variable aleatoria* es *discreta* si su conjunto de valores posibles es un *conjunto discreto*, es decir, toma un número finito de valores numerables. Las *distribuciones de probabilidad discreta* más importantes son:

- *Distribución Uniforme Discreta*. El primer modelo probabilista que se estudia es el uniforme discreto, que consiste en distribuir a partes iguales la masa de probabilidad entre un número infinito de valores. Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución uniforme discreta sobre el conjunto de valores de la muestra si *la probabilidad de X tome cualquiera de estos valores es la misma, es decir, $1/n$* . Por ejemplo, en los juegos de azar.
- *Distribución Bernoulli*. La realización de ensayos repetidos e independientes constituyen un experimento de Bernoulli cuando cada una de ellas tiene dos posibles resultados A y B , con probabilidades de ocurrencia, invariantes a lo largo de todo el proceso, p y $q=1-p$, respectivamente. Los dos posibles resultados suelen identificarse a menudo como *éxito* y *fracaso*, y la variable aleatoria que se asocia al experimento toma los valores 1 para el éxito y 0 para el fracaso. Por ejemplo, al perforar un pozo (experimento) la probabilidad de que sea productivo (*éxito*) o sea seco (*fracaso*). Algo a notar en esta distribución es que no necesariamente el éxito se asocia a algo bueno y el fracaso a algo malo.

- *Distribución Binomial.* La distribución de probabilidad por la cual se rige el número de éxitos, x , al realizar n ensayos Bernoulli independientes y con probabilidades de éxito iguales, p , se le denomina distribución binomial. Por ejemplo, si tuviera un experimento en el que hay tres resultados o sucesos diferentes pero solo uno es de interés, entonces este será el éxito (p) y la unión de los otros dos será el fracaso ($1-p$).
- *Distribución Geométrica.* Una variable aleatoria X definida como el número de fracasos antes de obtener el primer éxito en realizaciones sucesivas e infinitas de ensayos Bernoulli independientes y con idénticas probabilidades de éxito, p , se dirá que sigue una distribución geométrica. Por ejemplo, determinar el número de pozos secos perforados antes de perforar el primer pozo productor.
- *Distribución Binomial Negativa.* Una variable aleatoria X definida como el número de fracasos antes del r -ésimo éxito en realizaciones sucesivas e infinitas de un experimento Bernoulli, independientes y con igual probabilidad, p , se dirá que sigue una distribución binomial negativa.
- *Distribución Hipergeométrica.* Supongamos que se tiene un conjunto de M objetos de los cuales K son de una primera clase y $M-K$ de una segunda. Si tomamos de este conjunto una muestra aleatoria de tamaño n , la muestra es entonces sin reemplazo y el orden de los objetos seleccionados no importa. El espacio muestral de este experimento consiste entonces de todas las posibles muestras de tamaño n que se pueden obtener del conjunto mayor de tamaño M . Esta distribución se entiende mejor puntualizando lo que hace: dada una urna compuesta por N_1 bolas blancas y N_2 negras, de la que se extraen n bolas sin reemplazo, ¿Cuál es la probabilidad de que haya r bolas blancas y $n-r$ bolas negras entre las n bolas extraídas? La diferencia que existe entre un experimento con distribución binomial y uno con distribución hipergeométrica

radica en que en la binomial la extracción se hace con reemplazo y en la hipergeométrica sin reemplazo. Esta distribución nos ayudará a conocer la probabilidad de ocurrencia de pozos productores (r) y pozos secos ($n-r$) de un área determinada con n pozos.

- *Distribución de Poisson.* Se considera una determinada eventualidad que se produce en un soporte continuo (tiempo, línea, área, espacio, etc.), de forma independiente y con una cierta estabilidad para una unidad de soporte predeterminada. Como ejemplos se pueden considerar el número de coches que pasan por un semáforo en un periodo de tiempo, el número de defectos por metro cuadrado de una pieza de tela, el número de hormigas de una cierta especie en un metro cúbico de tierra, determinada permeabilidad y porosidad en cierta área de un yacimiento, etc. Las condiciones de soporte continuo, independiente y con estabilidad caracterizan al denominado proceso de Poisson, y su variable aleatoria está definida por *el número de eventos que se producen en una región de tamaño fijo*. La distribución de Poisson, denotada por $P(\lambda)$ aparece históricamente al considerar el número de llamadas telefónicas realizadas por unidad de tiempo a un mismo teléfono, siendo λ el número medio de llamadas. Además, se puede observar que en la distribución Poisson la mayor parte de la masa de probabilidad queda repartida entre un número relativamente pequeño de valores, siendo posible que tome otros valores pero con una probabilidad bastante pequeña. Por ello, a la distribución de Poisson se le llama distribución de los sucesos raros.

La *probabilidad continua* es aquella en la que la probabilidad de ocurrencia de un suceso, o variable aleatoria, puede tomar una serie de valores infinitos o no numerables. Una variable aleatoria es continua si su conjunto de posibles valores es todo un intervalo de números. Esto es, si para algún $a < b$, cualquier número x entre a y b es posible. Las distribuciones de probabilidad discreta más importantes son¹³:

¹³ Existen distribuciones cuya aplicación es puramente matemática.

- *Distribución Uniforme Continua.* Es la extensión natural de la distribución uniforme discreta, es decir, aquella que toma con igual probabilidad valores dentro de dos conjuntos cualesquiera de igual amplitud e incluidos en el intervalo de valores posibles de la variable.
- *Distribución Exponencial.* La distribución exponencial es el equivalente continuo de la distribución geométrica discreta. Esta distribución describe procesos en los que es de interés conocer *el tiempo hasta que ocurre un determinado evento, sabiendo que, el tiempo que pueda ocurrir desde cualquier instante dado t , hasta que ello ocurra en un instante t_f , no depende del tiempo transcurrido anteriormente en el que no ha pasado nada.* En un proceso de Poisson donde se repite sucesivamente un experimento a intervalos de tiempo iguales, el tiempo que transcurre entre la ocurrencia de dos sucesos consecutivos sigue un modelo probabilista exponencial. Ejemplos para la distribución exponencial son los tiempos dentro accidentes con probabilidad invariable, el tiempo que tarda una partícula radiactiva en desintegrarse, el tiempo que puede transcurrir la terminación de un pozo para comenzar a producir, el tiempo que transcurre para que se presente dos veces un accidente fatal durante una intervención a un pozo.
- *Distribución Gamma.* El tiempo hasta que el suceso número k ocurre en un proceso de Poisson de intensidad λ es una variable aleatoria con distribución gamma. Eso es la suma de k variables aleatorias independientes de distribución exponencial con parámetro λ .
- *Distribución Normal.* Es la distribución más importante del cálculo de probabilidades y de la estadística, usualmente también denominada distribución de Gauss o de Laplace. La importancia de esta distribución radica en varias razones: en primer lugar, como se verá posteriormente a través del teorema central del límite, la distribución normal es la distribución límite de una amplia

gama de sucesiones de variables aleatorias independientes. En segundo lugar, la gran mayoría de las variables aleatorias que se estudian en experimentos físicos son aproximadas por una distribución normal. En tercer lugar, se ha observado que los errores aleatorios en los resultados de medida se distribuyen, de forma general, según una distribución normal. Finalmente, hay que destacar el carácter reproductivo de sus parámetros que facilita el manejo de este tipo de distribuciones.

- *Distribución Log Normal.* La distribución *log normal* es el resultado de un número elevado de causas independientes con efectos positivos que se componen de manera multiplicativa y donde cada una de estas causas tiene un efecto despreciable frente al global. Esto se debe a que la aditividad de los efectos conduce a una ley normal, en el caso de la ley *log normal*, lo hace la proporcionalidad de los efectos.
- *Distribución χ^2 .* La ley de distribución χ^2 muestra su importancia cuando queremos *determinar la variabilidad (sin signo) de cantidades que se distribuyen en torno a un valor central siguiendo un mecanismo normal.*
- *Distribución Logística.* Este tipo de distribuciones son usuales en los *fenómenos que estudian el crecimiento temporal*, como por ejemplo los de origen demográfico.
- *Distribución de Cauchy.* La distribución Cauchy es utilizada en teoría de estadísticos ordenados y como distribución a priori de leyes de probabilidad en modelos bayesianos. Modela también las *duraciones de actividades sobre las que no existe suficiente información* en el análisis de métodos Pert de secuenciación de actividades.
- *Distribución de Pareto.* Pareto introdujo esta distribución para describir unidades económicas según la extensión (salarios, rentas, empresas según ventas, etc.).

- *Distribución Weibull.* Es ampliamente usada para modelar el tiempo hasta que ocurre alguna falla para muchos y variados sistemas físicos. Los parámetros de la distribución permiten modelar sistemas en los cuales los fallos se van incrementando, van decreciendo o que permanecen constantes con el tiempo.

Para interpretar una curva de densidad de probabilidad, o la curva de distribución de probabilidad, se deben tomar en cuenta dos principios:

1. El área total debajo de la distribución es igual a 1.
2. El área debajo de la curva de distribución entre $X=x_a$ y $X=x_b$ es la probabilidad de que X caiga entre x_a y x_b .

La interpretación de las curvas de distribución de probabilidad puede parecer difícil de interpretar en un primer momento, pero pronto llegan a ser herramientas muy útiles. Simplemente hay que tomar en cuenta que la escala del eje x (variable aleatoria X) nos dice que valores puede tomar la variable (rango de valores, x), mientras que la altura de la curva nos dice qué tan probable es que estos valores ocurran.

Para el caso de las curvas de probabilidad acumulada se deben de tomar en cuenta las siguientes consideraciones:

- El eje vertical siempre va de 0 a 1, y el eje horizontal del valor mínimo a máximo de la muestra bajo análisis.
- El valor en el eje vertical correspondiente a $X=x_a$ representa la probabilidad de X sea menor o igual x_a .

- Si la curva de probabilidad acumulada se presenta en orden decreciente, esto significa que $X=x_a$ representa la probabilidad de X sea mayor o igual x_a .

En la práctica se pueden asociar distribuciones discretas o continuas a objetos de estudio en un análisis de visualización. Por ejemplo, para el caso de distribuciones discretas:

- Cuerpos productores que intersecan un pozo.
- Densidad de fracturas en yacimientos carbonatados (unidades de fracturas por pie).
- Pozos necesarios para explotar un yacimiento.
- Número de pozos comerciales.
- Pozos secos.

Para distribuciones continuas:

- Potencial productor inicial de un pozo de aceite o de gas.
- Tasas iniciales de declinación.
- Precios de aceite y de gas.
- Costos de operación de pozos productores.
- Porosidad, espesor neto, área, saturaciones de agua, aceite y gas.
- Recursos y reservas de hidrocarburos.
- Valor Presente Neto.
- Eficiencia de la inversión.

En la industria petrolera la distribución normal podría ser apropiada para las variables que a su vez son la suma de otras variables. Los ejemplos podrían incluir la producción

o las estimaciones de ingresos que se encuentran mediante la suma de pozos individuales o los totales generales de los costos de operación o de las inversiones. A veces, las porosidades, los factores de volumen de formación, las tasas de declinación, y la saturación de fluidos pueden parecer relativamente simétricas en su forma, así que pueden ser modelados por una distribución normal. La distribución triangular se diferencia de la normal en que asigna una amplitud relativamente mayor a sus valores extremos. En cierto sentido, la distribución triangular es más una simple descripción de una variable que está más próxima a alcanzar valores cercanos a su moda de lo que están de alcanzar los extremos. La porosidad, la saturación de fluidos, el espesor bruto y el espesor neto, el área, el índice de productividad, las eficiencias de recuperación y los costos de operación y las inversiones, son ejemplos de variables que pueden ser modeladas mediante esta distribución. La distribución binomial, por ejemplo, puede ser utilizada para determinar el número de pozos comerciales (éxitos), con determinada probabilidad de ocurrencia, en un programa de perforación. La distribución lognormal es una de las distribuciones más usadas en la industria petrolera. Describe variables cuya distribución de densidad de probabilidad tiene sesgo hacia la derecha, lo cual significa que la probabilidad de que la variable aleatoria tome valores del extremo izquierdo es mayor. La distribución lognormal describe variables que son producto de otras variables. En un cálculo volumétrico de recursos y reservas, dichos volúmenes presentarán una distribución lognormal. Entre los ejemplos de parámetros log normalmente distribuidos, tenemos: áreas de drenaje, espesores brutos y netos, reservas, factores de recuperación, variaciones en precios, diámetros, pesos, volúmenes, etc.

Lo explicado en las líneas anteriores no es la regla a seguir, lo ideal es analizar los datos de las muestras que tengamos y determinar a qué función de probabilidad se ajustan, siempre teniendo en cuenta para qué sirve cada distribución discreta y continua.

Por último, es importante mencionar el Teorema Central del Límite¹⁴. Este teorema menciona que para un conjunto de variables aleatorias independientes, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, con medias μ_i y desviaciones estándar σ_i , y distribuciones cualesquiera, no necesariamente la misma para todas las variables, si se define la variable aleatoria $Y = X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n$, cuando n tiende a infinito, la distribución de la variable, Y ,

$$\frac{Y - \sum_{i=1}^n \mu_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sigma_i^2}} \dots\dots\dots 21$$

Tiende a una distribución Normal, $N(0, 1)$.

Probabilidad Condicional, Teorema de Bayes y Árboles de Decisión.

Se hablaba en los párrafos anteriores acerca de que es necesario verificar la *independencia* entre los *eventos* que definen a las *distribuciones*. La probabilidad de un determinado evento en un *experimento aleatorio* puede verse modificada si se dispone de información antes de la realización del *experimento*. A este concepto se le denomina *probabilidad condicional* y se define de la siguiente manera: si $P(B) > 0$ la probabilidad condicional de que se realice A si se realiza B está dada por,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \dots\dots\dots 22$$

Así mismo, la probabilidad condicionada de que suceda B dado el suceso A es,

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \dots\dots\dots 23$$

La similitud de ambos dividendos está dada de esta forma pues,

¹⁴ Mencionar al Teorema Central del Límite como Teorema del Límite Central es erróneo.

$$P(A \cap B) = P(B \cap A) \dots\dots\dots 24$$

De esta forma se puede apreciar el principio de *verosimilitud*¹⁵,

$$P(A \cap B) = P(A \cap B) = P(A|B)P(B) = P(B|A)P(A) \dots\dots\dots 25$$

En sí, lo que se trata de ejemplificar con el concepto de *probabilidad condicional* es que la probabilidad de ocurrencia de un determinado *suceso* se ve alterada por la información de la que se dispone inicialmente *a priori*. Sin embargo, suele suceder que la información *a priori* no altere la probabilidad de ocurrencia del suceso posterior, es decir, que el evento posterior sea *independiente* de la información. Entonces, se puede decir que dos sucesos *A* y *B* son independientes si el conocimiento de la ocurrencia de uno no modifica la probabilidad de aparición del otro, matemáticamente,

$$P(B|A) = P(B) \dots\dots\dots 26$$

De la probabilidad condicionada se deriva el teorema de la probabilidad total. Se considera un *ensayo* o *experimento* que se realiza en dos etapas. En la primera etapa existe la posibilidad de ocurrencia de los sucesos o eventos, $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$, que constituyen un sistema completo, además de que se conocen las *probabilidades a priori*, $P(A_1), P(A_2), P(A_3), \dots, P(A_n)$. En la segunda etapa la probabilidad de ocurrencia de los eventos, B_i contenidos en *B*, es desconocida además de que dependen de lo que ocurre en la primera etapa. Entonces, si se conocen las probabilidades condicionadas para un cierto evento o suceso *B* y para cada A_i , se puede verificar que,

$$P(B) = \sum_{i=1}^n P(B|A_i) P(A_i) \dots\dots\dots 27$$

A manera de repetición, lo explicado con anterioridad da la idea de probabilidad condicionada como la probabilidad de que ocurra un evento sabiendo que ha ocurrido

¹⁵ Verosimilitud: aparentemente verdadero o con posibilidad de ser creído.

con anterioridad otro suceso, *probabilidad a priori*. Sin embargo, se puede presentar la situación en que existe la probabilidad de ocurrencia de determinado evento conociendo que como resultado final del *ensayo* o *experimento* se ha obtenido otro determinado *suceso* o *evento*. Es decir, se trata de explicar lo que ocurre antes sabiendo lo que va a ocurrir después, *probabilidad a posteriori*. En muchas y variadas ocasiones se conocen los resultados de los eventos, pero se desconocen pasos intermedios o condiciones iniciales que son de interés. El *Teorema de Bayes* resuelve esta cuestión expresando las probabilidades *a posteriori* en función de las *verosimilitudes*,

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)} \dots\dots\dots 28$$

El *Teorema de Bayes* se define como,

$$P(A_k|B) = \frac{P(B|A_k)P(A_k)}{\sum_{i=1}^n P(B|A_i)P(A_i)} \dots\dots\dots 29$$

El *Teorema de Bayes* y la *probabilidad condicional* sirven para analizar y calcular *árboles de decisión*. Un *árbol de decisión* es un modelo de predicción, representa un diagrama de construcciones lógicas, muy similares a los sistemas de predicción basados en reglas que sirven para representar y categorizar una serie de condiciones que ocurren de forma sucesiva para la resolución de un problema¹⁶. Bajo los estudios de visualización, los árboles de decisión representan decisiones secuenciales que muestran posibles resultados para definir una respuesta a la *incertidumbre* representada. Los valores que pueden tomar las entradas y las salidas del árbol de decisión pueden ser valores discretos o continuos, y muestran en detalle todos los elementos de la situación de decisión. Los árboles de decisión se componen principalmente de dos elementos, *nodos de decisiones* y *nodos de incertidumbres* o *eventos inciertos*. Los *nodos de decisiones* se componen de *alternativas* y los *nodos de incertidumbre* de *eventos* o *sucesos*.

¹⁶ Wikipedia®

1. *Nodo de decisión y alternativas*: En un *punto de decisión* o *nodo de decisión*, la toma de decisiones debe estar en base de la selección de un curso alternativo de acción de entre los cursos disponibles (*ramas de alternativas*). Un *nodo de decisión* suele ser designado por un cuadrado. Las alternativas de decisión están representadas por las ramas de la parte derecha del *nodo de decisión*. Si el *costo* o *recompensa* está asociado con la *alternativa*, está escrito a lo largo de la rama. Una *alternativa* que no fuera seleccionada se cancela, y es designada por el símbolo / /. Cada *rama de alternativa* puede dar lugar ganancias ya sea en otros *nodos de decisión* o en un *nodo de incertidumbre*.
2. *Nodo de incertidumbre y sucesos (eventos¹⁷)*: un *nodo de incertidumbre* indica que se espera un *hecho fortuito*¹⁸ en cierto momento de la toma de *decisiones*, es decir, se espera que ocurra un valor de un *rango de valores*, de ahí su nombre de *nodo de incertidumbre*. Un *nodo de incertidumbre* es designado por un círculo. Las *ramas de sucesos* o *ramas de eventos* se muestran en el árbol como ramas procedentes de los *nodos de incertidumbre*. Dado que los árboles de decisión representan la *toma de decisiones* bajo riesgo, las *probabilidades* de asumir los *eventos* o *sucesos* están escritos por encima de las ramas. Cada *evento* o *suceso* puede estar relacionado a una *recompensa* o a una *pérdida (costo)*, un nodo de decisión u otro nodo de incertidumbre. Una parte importante de las ramas de los nodos de incertidumbre es que deben ser *exhaustivos* y *mutuamente excluyentes*, es decir, que no puedan ocurrir simultáneamente (*mutuamente excluyentes*), disjuntos o de intersección vacía dos a dos, además de que las probabilidades de cada rama deben sumar uno en su conjunto (*exhaustivos*).

La evaluación de un *árbol de decisión* se realiza de derecha a izquierda. Las ramas que se encuentran a la izquierda de un *nodo* son *eventos* o *decisiones* que ya ocurrieron,

¹⁷ Recuerde que a los sucesos o eventos se les asocia una probabilidad de ocurrencia.

¹⁸ Hecho casual o no programado del cual se desconoce alguna causa y efecto.

representan lo que sería el pasado en un futuro (parte derecha del árbol) o lo que debe de ocurrir primero en la secuencia lógica del tiempo. Las ramas a la derecha son eventos o decisiones que aún no ocurren, representan el futuro. En los *nodos de incertidumbre* normalmente se calcula el valor esperado, $E(x)$. Dicho valor está calculado similarmente a la *media aritmética ponderada* ya que, usualmente, a cada rama se le asocia un costo o una ganancia. Sea k el número de nodo, i el número de rama o suceso, y n la cantidad de total de ramas o sucesos, se define el valor esperado ponderado monetario del nodo de la siguiente manera,

$$E[X]_k = \bar{x}_k = EV_k = EVM_k = \sum_{i=1}^n \text{recompensa}_i \cdot P(\text{rama}_i) \dots\dots\dots 30$$

Una vez calculados los *valores esperados*, la *decisión*, en un *nodo* correspondiente a esta acción, se calcula definiendo el valor *máximo* (o *mínimo*, según sea el caso) de entre las *ramas de alternativas*. Sea k el número de alternativa y n el número total de alternativas, entonces, la decisión se tomará en base a la alternativa que contenga el valor máximo o mínimo, dependiendo de lo que se esté analizando,

$$\text{Decisión} = \max(EVM_k), \quad \forall k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

$$\text{Decisión} = \min(EVM_k), \quad \forall k = 1, 2, 3, \dots, n.$$

De lo anterior podemos deducir las reglas para construir un árbol de decisión,

1. A la derecha del todo debe aparecer el valor de la utilidad para cada rama.
2. Si la Decisión D_1 se toma antes que D_2 , el nodo D_1 debe aparecer a la izquierda del nodo D_2 .
3. Las variables cuyo valor se conoce antes de tomar la decisión D_k , han de aparecer a la izquierda del nodo D_k en el desarrollo del árbol; las que no se conocen al decidir D_k , aparecerán a la derecha.

- De las dos reglas anteriores se deduce que, si el valor de la variable de incertidumbre X se conoce después de la decisión D_1 y antes de la decisión D_2 , el *nodo de incertidumbre de la variable aleatoria X* debe aparecer entre D_1 y D_2 .

El orden de los nodos es de suma importancia para el cálculo del árbol de decisión. Se pueden presentar cuatro casos de orden,

- La probabilidad de ocurrencia de la variable B depende de la probabilidad de ocurrencia de la variable A .



- La ocurrencia del suceso B depende de la decisión A .



- Se conoce la recompensa de la ocurrencia de A cuando la decisión B es hecha.



- Se conoce la recompensa en la decisión A cuando se conoce el resultado de hacer la decisión B .



Las reglas anteriores permiten visualizar el principio de probabilidad condicional,

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} \dots\dots\dots 31$$

Dicho principio se ejemplifica con el uso de dos nodos de incertidumbre utilizados consecutivamente. Si trasladamos la sentencia anterior al árbol de decisión tenemos,

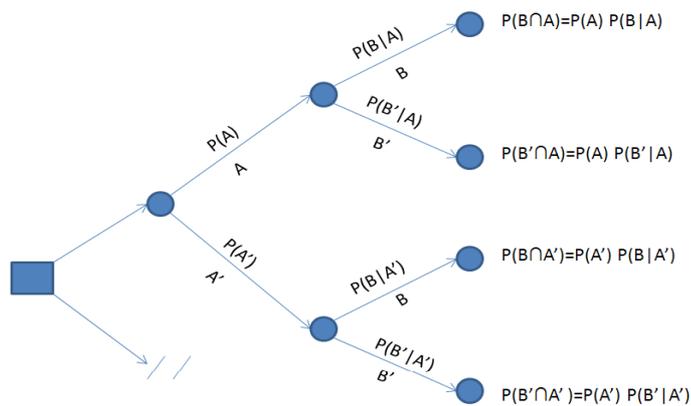


Ilustración 1. Probabilidad Condicional

Si colocamos recompensas (o pérdidas) en las ramas, tenemos, para el principio de probabilidad condicional,

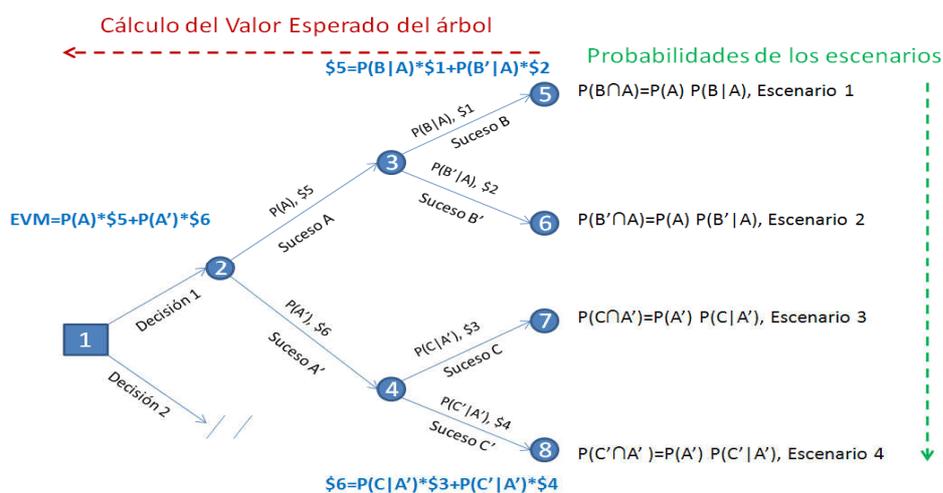


Ilustración 2. Cálculo del Valor Esperado para la Probabilidad Condicional

El árbol de decisión para el *Teorema de Bayes* resuelve la probabilidad *a posteriori*. Es decir, se conoce el valor esperado del árbol, *EVM*, y se desea conocer la probabilidad de ocurrencia de cierto *evento* en base la información conocida *a priori*. Es decir, se va calculando la información en base a las probabilidades *a priori* de izquierda a derecha, se calculan las probabilidades en base al principio de probabilidad conjunta, y finalmente se suman las probabilidades que contengan el escenario de interés,

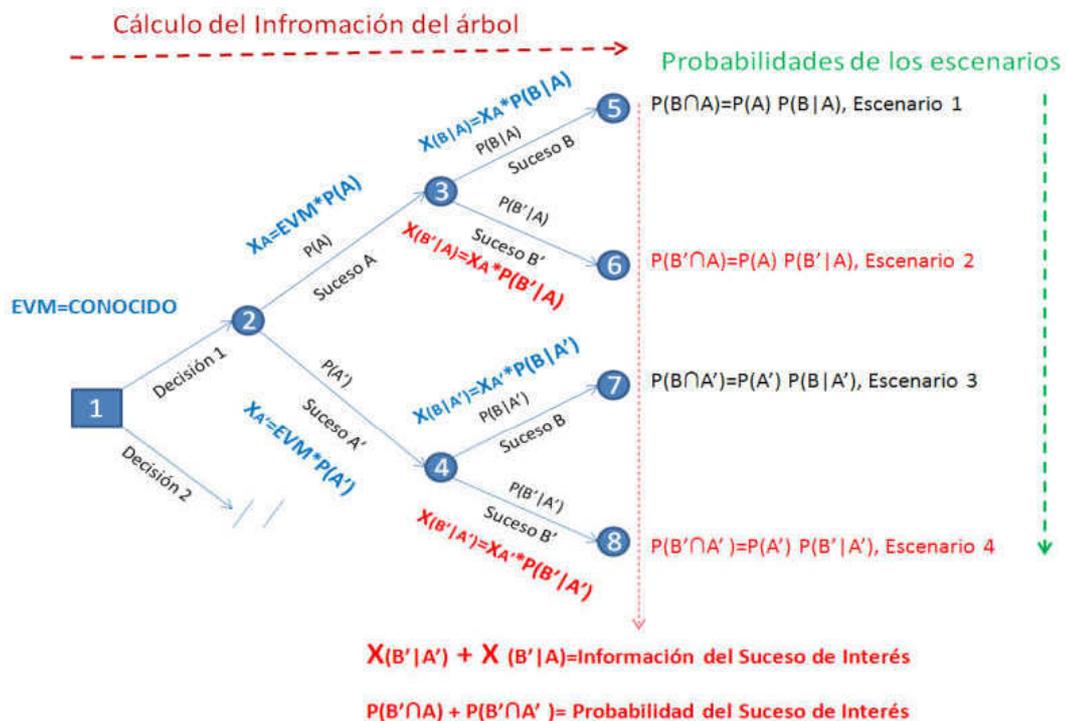


Ilustración 3. Teorema de Bayes

Para aplicar un *árbol de decisión* se debe de definir bien el problema que se quiere resolver. Para resolver problemas complejos se deben descomponer estos en sub problemas más simples. Los *árboles de decisión* ilustran la manera en que se pueden desglosar los problemas y la secuencia del *proceso de decisión*. Para dar una idea de la posible complejidad de un árbol de decisión, los siguientes puntos pueden ser ejemplificados en los nodos y ramas, para varios pozos del yacimiento bajo el cual se hace el análisis de visualización de desarrollo:

- Ejecutar o no un estudio sísmico.
- Elegir algún tipo de terminación para un pozo.
- Perforar o no perforar un pozo.
- Seleccionar algún sistema artificial de producción.
- Realizar estudios PVT a varios pozos.
- Realizar estudios de permeabilidad a núcleos.
- Elegir algún esquema de instalaciones superficiales de producción.
- Realizar o no un cambio de intervalo en una reparación mayor, etc.

Como resultado del análisis de un árbol de decisión obtenemos el Valor Esperado Monetario, *EVM*, y para el caso de los proyectos de visualización de desarrollo de campos petroleros es importante contar con un concepto denominado *valor de la información*. Antes de tomar una *decisión*, es importante recopilar información. Si se dispone de tiempo y dinero, esto se puede lograr. La idea con el concepto de *valor de la información* es argumentar que ese dinero y tiempo estén bien empleados. Es decir, la adquisición de la información debe de estar sustentada por la premisa de que se utilizará en la *toma de decisiones* y *su valor excederá a su costo*. Esto último significa que el desembolso de los costos por su obtención valdrá el esfuerzo. Para entender su concepto debemos comprender lo que significa *aversión al riesgo*. Supongamos que en base a las premisas que se presentan en la siguiente figura en color azul y rojo se debe de tomar una decisión, y finalmente se toma,

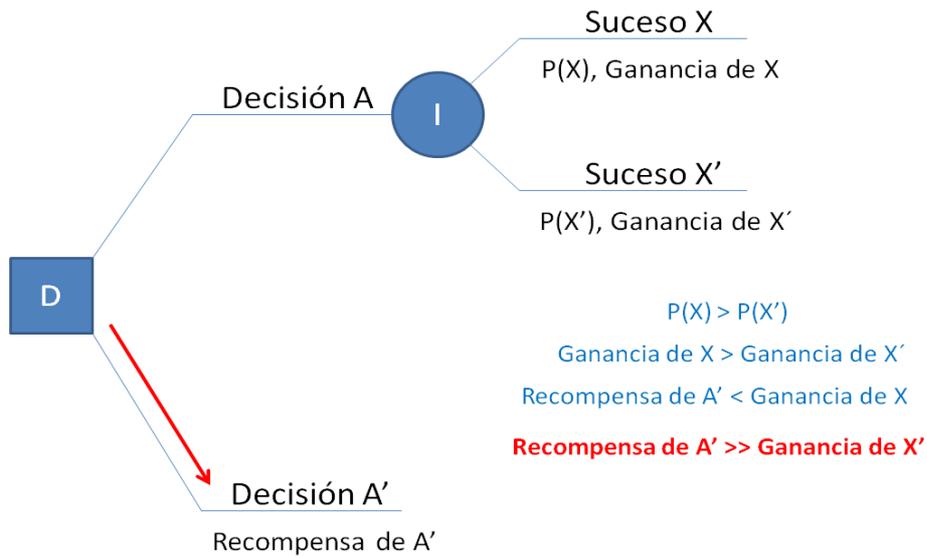


Ilustración 4. Ejemplo 1 de Aversión al Riesgo

La *aversión al riesgo* consiste en evitar la *incertidumbre* y tomar la decisión en base a lo que se podría perder y no en base a lo que se podría ganar. Entonces, se puede verificar para el árbol que se muestra que se tomaría la decisión A', la cual implica ignorar la *incertidumbre*. Ahora bien, si se supone que se evalúa la decisión en base al principio del *valor esperado*, tenemos,

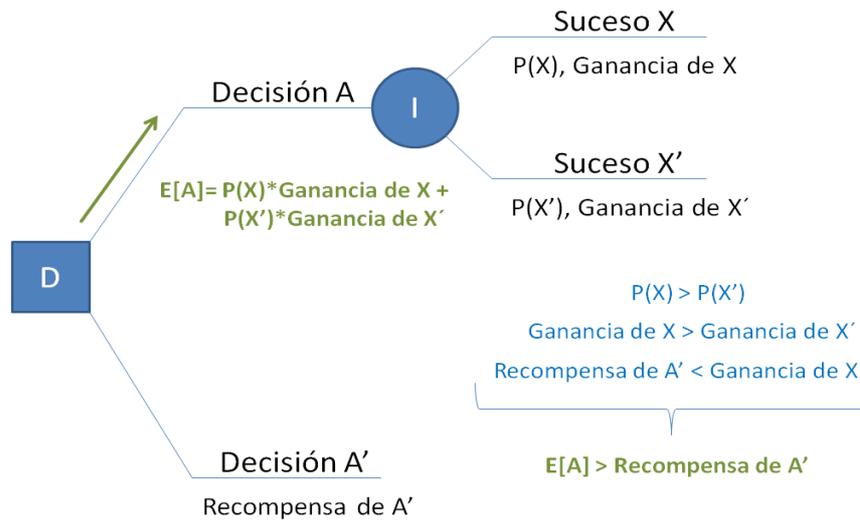


Ilustración 5. Ejemplo 2 de Aversión al Riesgo

Ahora bien, después de revisar el análisis del árbol anterior la pregunta obligada es: ¿Qué tanta certeza se tiene de que la decisión tomada es la correcta? ¿Qué pasaría si tuviéramos la oportunidad de adquirir más información para tomar mejor nuestra decisión? De eso se trata el *valor de la información*. Para poder evaluar esto se introduce el concepto de *información perfecta*. La *información perfecta* consiste en saber con certeza el suceso o evento que ocurrió o va a ocurrir. Es obvio que este tipo de información no está disponible para eventos inciertos, y mucho menos para eventos futuros. Sin embargo, representa un punto de partida para poder comparar la información real, que a menudo es imperfecta. A la evaluación del árbol de decisión que representaría un análisis de *aversión al riesgo*, se le conoce como valor monetario sin información adicional. De lo anterior podemos analizar la situación si tuviéramos la oportunidad de obtener *información perfecta*. Entonces, como primero conocemos con certeza los que pasa en el *nodo de incertidumbre*, podemos realizar la *decisión* en base a ese conocimiento, es decir la *certeza en la ocurrencia* de los *sucesos* es previa a las *decisiones*, de ahí que pudiéramos seleccionar la que más nos beneficiara,

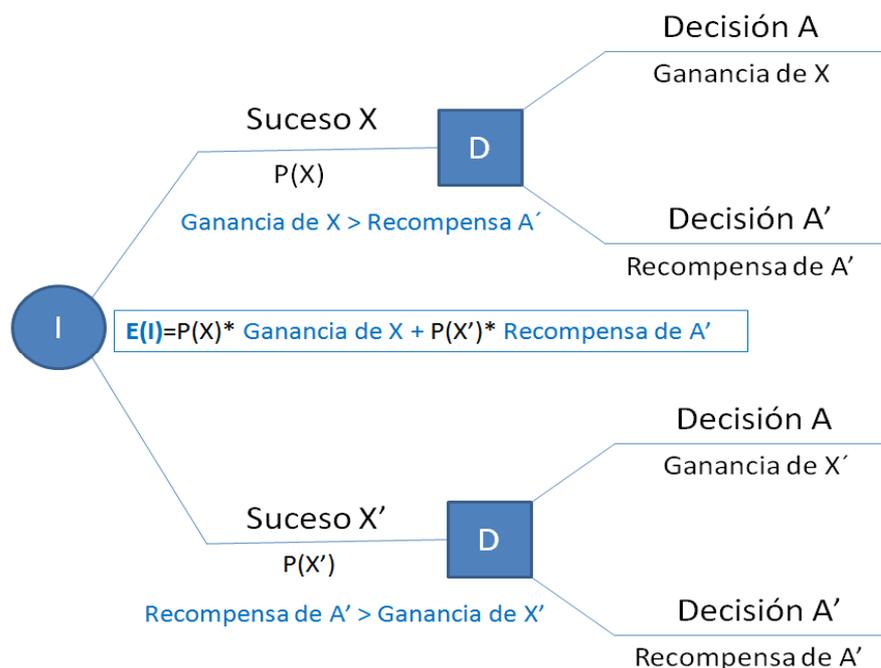


Ilustración 6. Cálculo del Valor Esperado Monetario

Finalmente, dados los ejemplos anteriores, el *valor de la información* estará definido por el *Valor Monetario Esperado con Información Perfecta* menos el *Valor Monetario Esperado sin Información Adicional*,

$$VOI = E(IP) - E(IA) \dots\dots\dots 32$$

Un diagrama de influencia que representa una situación de decisión puede ser modificado para incluir adquisición de información añadiendo un nodo de *incertidumbre* que representa la nueva información. Para el caso de información perfecta, el nodo final de *incertidumbre* contiene solo una rama que representa una probabilidad de 1 ya que hay un 100% de certeza de que el evento ocurrirá.

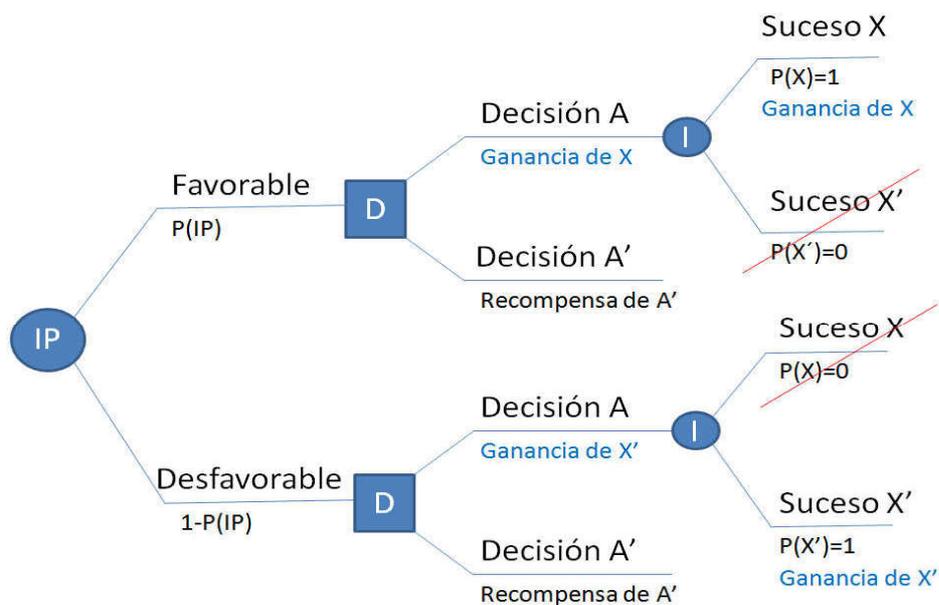


Ilustración 7. Valor de la Información Perfecta

El Valor de la Información representa al argumento bajo el cual se justifica adquirir información. Obviamente el valor real será menor o mucho menor a este valor. Para este valor real se introduce el *valor de la información imperfecta* en el que el árbol de decisión es similar al de la *información perfecta*, con la diferencia de que no se cancela

una rama del nodo de incertidumbre pues existe la posibilidad de que la *información sea imperfecta*.

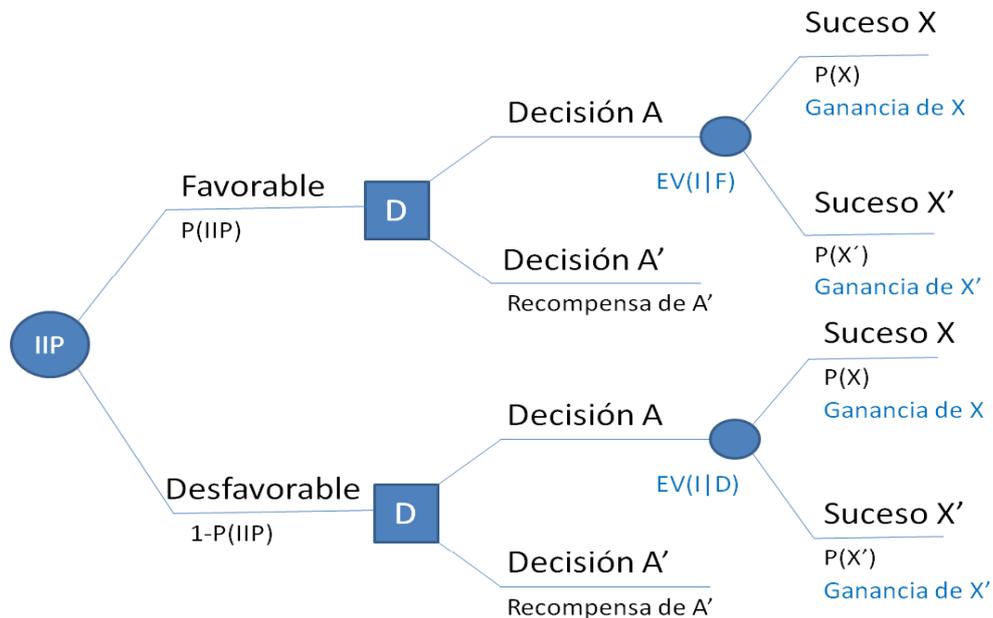


Ilustración 8. Valor de la Información Imperfecta

Un árbol de decisión da una buena descripción visual en problemas relativamente simples, pero su complejidad aumenta exponencialmente a medida que se agregan etapas adicionales. Cuando se trabaja con gran número de variables, hay que considerar secuencias temporales largas o más ramificaciones condicionales. Al hacer esto el enfoque de árboles de decisión se vuelve tedioso y nada práctico. En algunas situaciones, la especificación de la incertidumbre a través de probabilidades discretas resulta en una sobre simplificación del problema. Se puede convertir un árbol de decisión a un formato de Simulación Monte Carlo que no presenta limitaciones prácticas al número de variables consideradas, permite usar toda la información disponible referida a la aleatoriedad de las variables, facilita el análisis de series de tiempo e incorporar ramificaciones lógicas complejas.

Simulación Monte Carlo. El análisis y administración del riesgo por medio de la técnica de Simulación Monte Carlo es un tema muy amplio, además de que es

sumamente sofisticado desde el punto de vista matemático. Por tal motivo, no se profundizará en la teoría matemática de esta metodología y nos enfocaremos a comprender de una manera muy general qué es lo que hace. Para tal fin es necesario comprender los términos de *incertidumbre*, *riesgo* y *tendencia a o selección subjetiva (bias)*.

La *incertidumbre* es la expresión del grado de desconocimiento de una condición futura. La *incertidumbre* puede derivarse de una falta de información o incluso porque exista desacuerdo sobre lo que se sabe o lo que podría saberse. Puede tener varios tipos de origen, desde errores cuantificables en los datos hasta terminología definida de forma ambigua o previsiones inciertas de algún comportamiento. La incertidumbre puede, por lo tanto, ser representada por medidas cuantitativas (por ejemplo, un *rango* de valores calculados según distintos *modelos*) o por afirmaciones cualitativas (por ejemplo, al reflejar el juicio de un grupo de expertos).

El *riesgo* es el daño potencial que puede surgir por un *proceso* presente o por un *evento* futuro, en ocasiones se lo utiliza como sinónimo de *probabilidad*, el *riesgo* combina la *probabilidad* de que ocurra un evento negativo con cuánto daño dicho evento causaría; por lo tanto, el *riesgo* es usualmente vinculado a la probabilidad de que ocurra un evento no deseado. Generalmente la probabilidad de que ocurra dicho evento y algún asesoramiento sobre el daño que se espera de él, debe ser unida en un escenario creíble que combine el riesgo y las probabilidades de costo y recompensa en un valor esperado. En el análisis de *escenarios* el "*riesgo*" es distante de lo que se llama "*amenaza*". Una *amenaza* es un *evento* serio pero de poca probabilidad, pero cuya probabilidad puede no ser determinada por algunos analistas en un asesoramiento de *riesgo* porque nunca ha ocurrido, y para la cual ninguna medida preventiva está disponible. La diferencia está más claramente ilustrada por el principio de precaución que busca disminuir la amenaza reduciéndola a una serie de riesgos bien definidos antes de que una acción, proyecto, innovación o experimento sea llevado a cabo. El *riesgo* no es fácilmente cuantificado porque esto puede ser una

cualidad sumamente subjetiva. Un proyecto que una persona encuentra intolerablemente aventurado, podría ser hecho sin vacilación por otra persona. Por lo tanto, cualquier medida útil de riesgo debería ser objetivamente determinable. Los argumentos pueden ser hechos y empleados de muchas formas estadísticas para determinar el riesgo, pero las medidas más comunes que suelen caracterizar un perfil de riesgo son la *media* (μ) y la *desviación estándar* (σ). La *media* de un perfil de riesgo es lo mismo que el *valor esperado* (*EV*) del *perfil de riesgo*: si fuera posible hacer el mismo proyecto una y otra vez, el promedio de todos los resultados sería el *valor esperado* o *la media*. La *desviación estándar* de un *perfil de riesgo* es una medida de su *anchura*. Entre más grande la *desviación estándar*, es más amplio es el *perfil de riesgo*, mayor la gama de resultados posibles, y es más aventurado el proyecto.

La *tendencia* o *selección subjetiva* (*Bias*) se puede explicar de la siguiente manera. En un *experimento estadístico* se selecciona más frecuentemente un resultado que otros. Visto de otra manera, es la tendencia a un valor esperado diferente de la cantidad o parámetro estimado. *Bias* es un término que suele describir una *tendencia* o *preferencia* hacia una perspectiva particular, ideología o resultado de un experimento, cuando dicha tendencia o preferencia interfiere con la capacidad de ser imparcial, sin prejuicios, u objetivo, es decir, se formula una *opinión subjetiva*. En otras palabras, la *tendencia* generalmente es vista como una *perspectiva 'unilateral'*. El término parcial se refiere a una persona o grupo de personas que, como se juzga, expone la *tendencia*. Es usada para describir una actitud, juicio, o el comportamiento que está bajo la influencia de un prejuicio. La *tendencia* puede ser inconsciente o consciente. El tener una *tendencia* es parte de un comportamiento normal. El etiquetar a alguien como influido por una *tendencia* (*biased*) implica que se necesita una perspectiva mayor o mayor flexibilidad en el área de discusión¹⁹, o que se tiene que considerar más profundamente el contexto bajo el cual se establecen los argumentos de esta.

¹⁹ Recordar el término de aversión al riesgo en el apartado de árboles de decisión.

Ahora bien, desde una perspectiva multidisciplinaria, se necesita *cuantificar la incertidumbre y minimizar los riesgos*:

- En los proyectos de exploración se necesita cuantificar la incertidumbre asociada a la localización de hidrocarburos. Para un determinado prospecto se debe de estimar la probabilidad de encontrar un buen yacimiento, el tipo de trampa geológica, la proximidad a la madurez térmica del material, etc. Posteriormente, calcular la incertidumbre en las reservas y en los correspondientes flujos de efectivo asociados.
- Los ingenieros de perforación examinan los datos históricos para estimar costos de la perforación, cuantificar el riesgo asociado a utilizar determinada tubería de perforación, de revestimiento, la incertidumbre asociada a la ocurrencia de “reventones”, pérdidas de circulación, y otros problemas asociados a la perforación.
- Los ingenieros de yacimientos y de producción necesitan cuantificar la incertidumbre asociada al cálculo de índices de productividad, tasas de declinación, precios de hidrocarburos, costos operativos e inversiones, tiempos y costos asociados a los programas de movimiento de equipos, etc.

Dadas las inquietudes de obtener los resultados más confiables para poder tomar decisiones, por ejemplo en un análisis de visualización de desarrollo de campos o yacimientos petroleros, se pueden definir tres tipos de alternativas para obtenerlos:

1. *Enfoque Determinista*. Es la aproximación más simple que se puede aplicar a un análisis. Está basado en la utilización de los valores promedio para realizar los cálculos. Obviamente su resultado será único, de ahí el nombre de determinista.

2. *Enfoque por Escenarios*. Es un método mejorado proveniente del análisis determinista. En este enfoque se establecen el peor escenario o escenario pesimista, el escenario más probable (escenario promedio o escenario base, para el caso determinista), y el mejor escenario u escenario optimista. Así, los tres valores que se asignan a cada parámetro, determinan el cálculo de la información de interés para cada escenario. Este enfoque muestra deficiencias al formular preguntas correspondientes a la probabilidad de ocurrencia de que algún valor sea mayor o igual a otro, o menor o igual a otro, o sea mayor que y menor que otro. Este enfoque se puede analizar con un árbol de decisión tradicional.

3. *Enfoque Estocástico*. Con este enfoque aseguramos un correcto análisis de riesgo. Se le da el tratamiento de *variable aleatoria* a cada elemento involucrado en los cálculos. Entonces, se pueden contestar preguntas como las formuladas en el inciso anterior. Este enfoque se analiza con *Simulación Monte Carlo* y con árboles de decisión que manejen distribuciones de probabilidad de las variables aleatorias asociadas al proceso bajo análisis.

Complementando la información anterior. Se utilizan técnicas matemáticas, como la *Simulación Monte Carlo*, para describir un gran número de *valores aleatorios* condicionados, en base a cálculos repetitivos para generar un *rango* de posibles resultados y su probabilidad de ocurrencia. En sí, el método de *Simulación Monte Carlo* es un método de aproximación a la solución de problemas de la matemática computacional, mediante el uso de procesos aleatorios para cada uno de esos problemas, con los parámetros del proceso igual a la solución del problema. El método puede garantizar que el error de aproximación de la solución mediante la Simulación Monte Carlo es más pequeño que el error generado mediante el uso de un valor dado con cierta probabilidad de ocurrencia. Por lo tanto, el método de Simulación Monte Carlo siempre produce una aproximación a la solución, pero se puede controlar la precisión de esta solución en términos de la probabilidad de error o tolerancia de la

aproximación. Para comprender mejor esto es necesario hablar de los métodos utilizados para resolver problemas en la industria petrolera: los *métodos deterministas* y los *métodos probabilistas*, así como comprender lo que es un proceso estocástico. En los *métodos deterministas*, se selecciona un solo valor para cada variable conocida que se usará en el cálculo de una variable desconocida en particular. La selección del valor discreto más adecuado para cada variable involucrada en la evaluación está basada en la opinión de expertos. En los métodos probabilistas, el rango completo de posibles valores describe cada variable. Los *procesos estocásticos* o *procesos aleatorios* en *Matemáticas*, y en concreto en *Estadística y Teoría de la Probabilidad*, son un concepto matemático que sirve para caracterizar y estudiar todo tipo *fenómenos aleatorios* (*estocásticos*) que evolucionan, generalmente, con el tiempo. Una definición informal sería la siguiente: un *proceso estocástico*, es una sucesión de variables aleatorias indexadas por una *variable (continua o discreta)*, generalmente, el tiempo. Cada una de las *variables aleatorias* del proceso tiene su propia *distribución de probabilidad* y, entre ellas, pueden estar correlacionadas o no. Matemáticamente, un *proceso estocástico* se puede definir equivalentemente de dos formas diferentes:

- Como un conjunto de variables aleatorias X_k indexadas por un índice k , que puede ser continuo o discreto.
- Como un conjunto de realizaciones temporales y un índice aleatorio que selecciona una de ellas.

Las variables aleatorias X_k toman valores en un conjunto que se denomina espacio de estados o *rango de incertidumbre*.

Existen gran variedad de *modelos* para ser analizados mediante *Simulación Monte Carlo*. Un *modelo* consta de una o más ecuaciones, junto con los supuestos fundamentales que representan una realidad física (en este caso, la parte técnica de la ingeniería petrolera). El trabajo de los profesionales técnicos, independientemente de su disciplina, se basa en el diseño y resolución de *modelos*. Algunos *modelos* son

rigurosos y deben de ir alineados con los principios fundamentales de ingeniería, mientras que otros son más *heurísticos*²⁰ y fundamentados en grandes cantidades de datos que parecen seguir un patrón. Muchos modelos tienen en común que requieren valores de entrada para los parámetros en sus ecuaciones, y así realizar un estimado que se reflejará como un resultado de su resolución. Estas estimaciones, como ya se ha mostrado, pueden ser *deterministas* (estimaciones de un solo punto) o *estocásticas* (representado por las variables aleatorias y sus distribuciones de probabilidad). El proceso para realizar una *Simulación Monte Carlo* se ilustra en la siguiente figura:

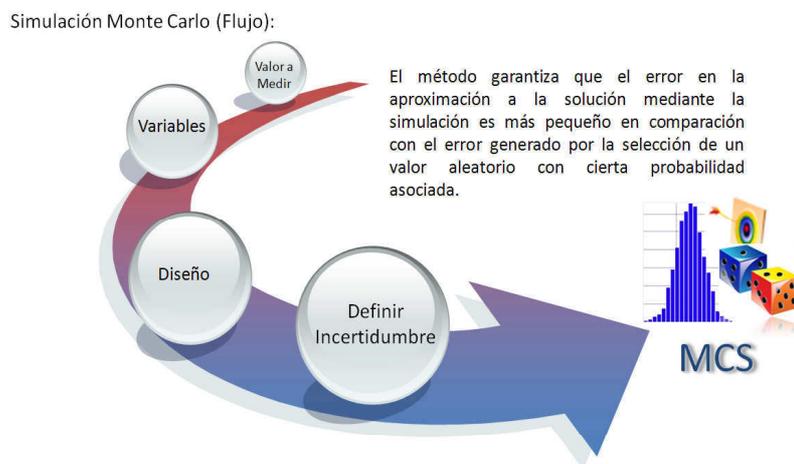


Ilustración 9. Flujo de la Simulación Monte Carlo

La mejor manera de entender la Simulación Monte Carlo es con un ejemplo. Supongamos que se tiene la siguiente ecuación:

$$Q = A \left(\frac{k}{\mu} \right) \left(\frac{\Delta P}{L} \right)$$

Ilustración 10. Ecuación de Darcy

Si la resolvemos por medio de *Simulación Monte Carlo*, se deben definir las *variables con incertidumbre* y el *valor a medir*,

²⁰ la capacidad de un sistema para realizar de forma inmediata innovaciones positivas para sus fines mediante algún método.

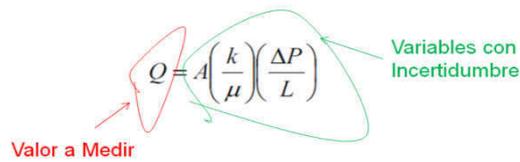


Ilustración 11. Planteamiento de Simulación Monte Carlo para la resolución de la Ecuación de Darcy

Se deben asignar las *distribuciones de probabilidad* que representen la probabilidad de ocurrencia de los valores de cada *variable aleatoria*, para posteriormente generar números aleatorios,

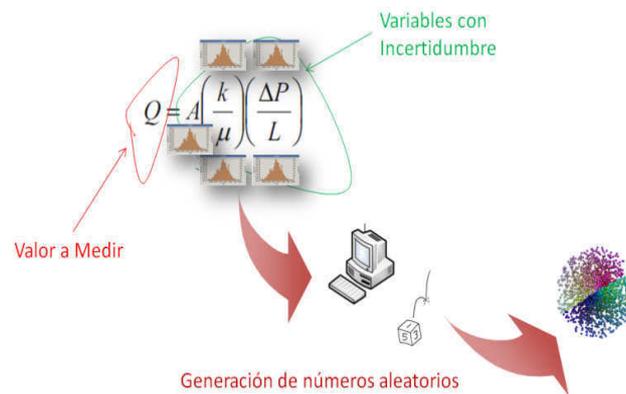


Ilustración 12. Resolución de la Ecuación de Darcy por el Método de Simulación Monte Carlo

Los números aleatorios generados, representan las probabilidades de ocurrencia de los valores que pueden tomar las variables involucradas en los cálculos. Si las variables están bien caracterizadas mediante su distribución, los parámetros o los estadísticos servirán para calcular la variable a la que corresponde la probabilidad obtenida con el número aleatorio, y poder calcular para todos esos valores generados (*iteraciones*) la variable de interés (*valor a medir*).

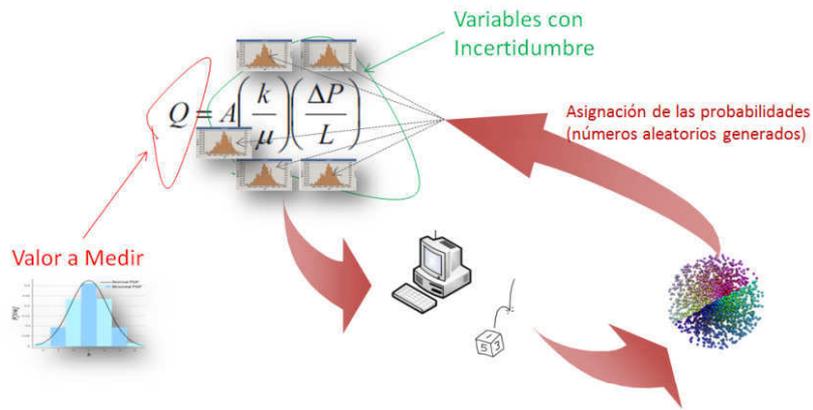


Ilustración 13. Esquema de la Simulación Monte Carlo para la resolución de ecuaciones

En sí, el proceso de la simulación Monte Carlo se ejemplifica mediante la siguiente figura,

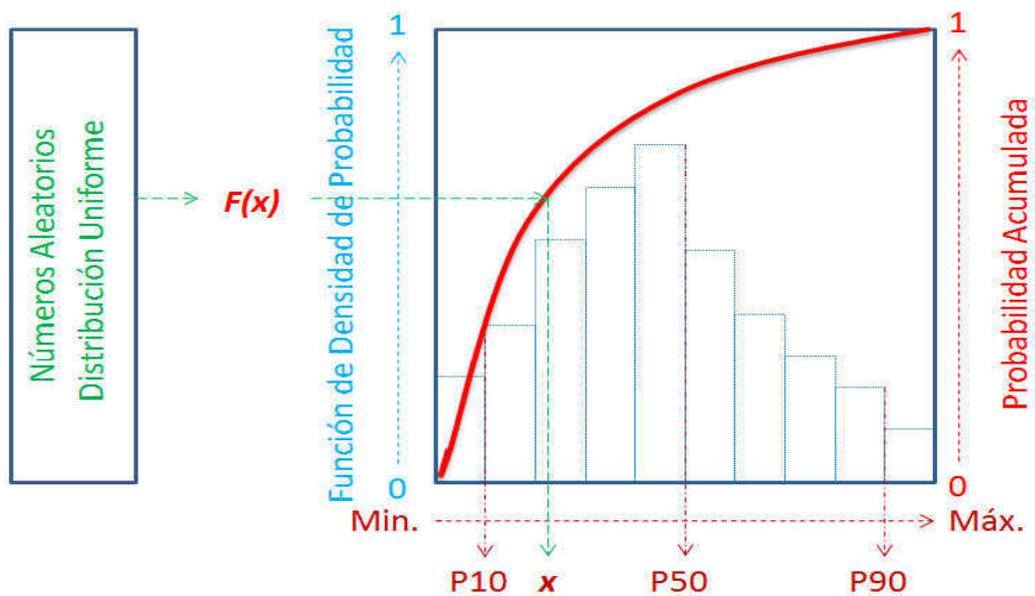


Ilustración 14. Esquema general de la Simulación Monte Carlo

A continuación se presentan algunos ejemplos de características comunes en los modelos que usualmente se ocupan en la industria petrolera:

- *Análisis de riesgo geológico.* En el caso de una trampa estructural prospecto, los ingenieros de exploración pueden asignar probabilidades a cada uno de las siguientes variables, bajo el supuesto de que existe la posibilidad de acumulación de hidrocarburos.
 - Existencia de la trampa (X_1).
 - Roca generadora (X_2).
 - Maduración térmica (X_3).
 - Migración (X_4).
 - Capacidad de almacenamiento del yacimiento (X_5).
 - Roca sello (X_6).
 - Productividad (X_7).

La probabilidad combinada de encontrar un yacimiento productivo es el producto de las variables aleatorias mencionadas. El modelo sigue la siguiente estructura:

$$P(\text{Acumulación de Hidrocarburos}) = P(X_1) * P(X_2) * P(X_3) * \dots * P(X_7) \dots\dots\dots 33$$

- *Análisis de riesgo en costos de perforación.* Un enfoque para estimar estos costos es examinar datos históricos y buscar una relación de la forma:

$$\text{Costo} = c_0 * a_1 X_1 * a_2 X_2 * a_3 X_3 * \dots * a_n X_n \dots\dots\dots 34$$

En donde $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, son variables asociadas a:

- Tirante de agua.
- Profundidad total propuesta (metros desarrollados).
- Programa de lodos.
- Programa de tuberías de revestimiento.
- Profundidad vertical.

- Ángulo máximo del pozo.
- Zonas de presión anormal.
- Diámetro mínimo del pozo, etc.

Tendríamos que realizar múltiples regresiones sobre los logaritmos de la variables para estimar los factores $c_0, a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$. Otro camino es asignar variables aleatorias a $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, y generar las distribuciones de los datos históricos. Aunque este enfoque bastante simple ignora la posible dependencia entre las variables, que se puede estimar con el análisis de regresión.

- *Análisis de riesgo en la volumetría del yacimiento.* Este modelo es, tal vez, el más común y conocido. Se utiliza la ecuación volumétrica se asignan variables aleatorias a cada una de las variables de la ecuación. Su aplicación a detalle se estudia en el capítulo siguiente.
- *Análisis de riesgo en proyectos de recuperación secundaria.* El modelo de recuperación secundaria o mejorada, toma en cuenta variables tales como los costos de perforación de pozos de relleno, las instalaciones necesarias para el proceso, los materiales, y la producción incremental. Mientras que los ingresos debidos a este incremento de producción podrían ser muy importantes, no se realizan sino hasta el futuro. Esto amplía el plazo ampliar la incertidumbre de los precios del petróleo, los gastos operativos y otras variables, pero a su vez reduce sustancialmente el valor presente de los ingresos y los gastos.
- *Análisis de riesgo en producción.* Una vez que se estiman los volúmenes recuperables de hidrocarburos (reservas o recursos contingentes), es necesario determinar la rapidez con que pueden ser producidos. Los factores clave incluyen:
 - Número de pozos.
 - Porcentaje de pozos secos o relación de éxito.

- Área de drene o recuperación por pozo.
 - Tasa inicial de declinación²¹.
 - Límite económico u otras condiciones de abandono.
 - Precios de aceite y gas.
-
- *Análisis de riesgo en costos de desarrollo, programas de perforación y gastos de operación.* Existen numerosos factores que rigen la exploración y desarrollo de un campo de petróleo o gas:
 - Licitaciones.
 - Costos de perforación.
 - Costos de terminación.
 - Programas de perforación (movimiento de equipos).
 - Mantenimiento, etc.

²¹ Para fines prácticos se considera que los pozos nuevos presentarán declinación exponencial.

Capítulo 2. Ingeniería de Yacimientos:

Generalidades.

Recursos y Reservas de Hidrocarburos. La base de recursos entera definida por la SPE, la AAPG y el WPC es conocida como *Petróleo Total Inicialmente en el Lugar*. Generalmente es aceptada como todas aquellas cantidades de petróleo estimadas a estar contenidas en el subsuelo, así como aquellas cantidades ya producidas. Es reconocido que todas las cantidades de *Petróleo Total Inicialmente en el Lugar* pueden constituir *recursos potencialmente recuperables* porque la estimación de la proporción de volumen que puede ser recuperable está sujeta a la *incertidumbre* de las propiedades petrofísicas del yacimiento y esto implica que dicho volumen cambiará con el tiempo, pues se supone que con el paso del tiempo se obtendrá más y mejor información. Aquellas cantidades clasificadas como *no recuperables* podrían contener *recursos recuperables* en el futuro al presentarse un cambio de circunstancias comerciales y avances tecnológicos adecuados. Tales cantidades incluirían, por ejemplo, volúmenes dejados en el subsuelo cuando un campo es abandonado. El *Petróleo Total Inicialmente en el Lugar* es subdividido en *Petróleo Descubierto Inicialmente en el Lugar* y *Petróleo No descubierto Inicialmente en el Lugar*, reflejando si realmente o no las cantidades están contenidas en las llamadas “*acumulaciones conocidas*”. El *Petróleo Descubierto Inicialmente en el Lugar* puede ser clasificado como *comercial* o *sub comercial*, basándose en los criterios para definir la comercialidad que dicta la SPE.

Los volúmenes recuperables estimados son los remotos subconjuntos de estas categorías de lugar (*in-place*) y son definidos como *Reservas (volúmenes comerciales)*, *Recursos Contingentes (volúmenes sub comerciales)*, y *Recursos Prospectivos (volúmenes aún no descubiertos)*.

Las *Reservas* son los volúmenes de hidrocarburos que se evalúan a condiciones estándar (atmosféricas) y que se estima serán comercialmente recuperables a partir de una fecha dada. Así, las *Reservas* deben satisfacer cuatro criterios: deben ser *descubiertas, recuperables, comerciales, y remanentes*.

Los *Recursos Contingentes* son aquellas cantidades descubiertas y potencialmente recuperables que, actualmente, se considera no satisfacen los criterios para la comercialidad y son definidas así: *Recursos Contingentes* son aquellas cantidades de petróleo que son estimadas, a una fecha dada, a ser potencialmente recuperables de acumulaciones conocidas, pero que actualmente no se consideran, comercialmente recuperables.

Los *Recursos Prospectivos* son aquellas cantidades potencialmente recuperables en acumulaciones aún por ser descubiertas, y son definidos así: los *Recursos Prospectivos* son aquellas cantidades de petróleo que son estimadas, sobre una fecha dada, a ser potencialmente recuperables de acumulaciones no descubiertas.

Aún cuando los conceptos de *Reservas, Recursos Contingentes y Recursos Prospectivos* son claros, es una práctica común asignar nombres “*personalizados*” a los *recursos*, a menudo nombrando “todo” como *reserva*.

La SPE brinda ejemplos de esto, y recomienda erradicar su uso:

- *Reservas Geológicas*, a veces usadas para denotar *Petróleo Inicialmente en el Lugar*.

- *Reservas Técnicas*, a veces usadas para clasificar volúmenes sub comerciales descubiertos, definidos por la SPE como *Recursos Contingentes*.
- *Reservas Prospectivas* o *Especulativas*, a veces usadas para volúmenes no descubiertos, definidos por la SPE como *Recursos Prospectivos*.
- *Reservas iniciales* o *últimas*, a veces usadas en vez de *Última Recuperación Estimada (EUR)*, y definidas por la SPE como cantidades remanentes recuperables estimadas más la producción acumulada.

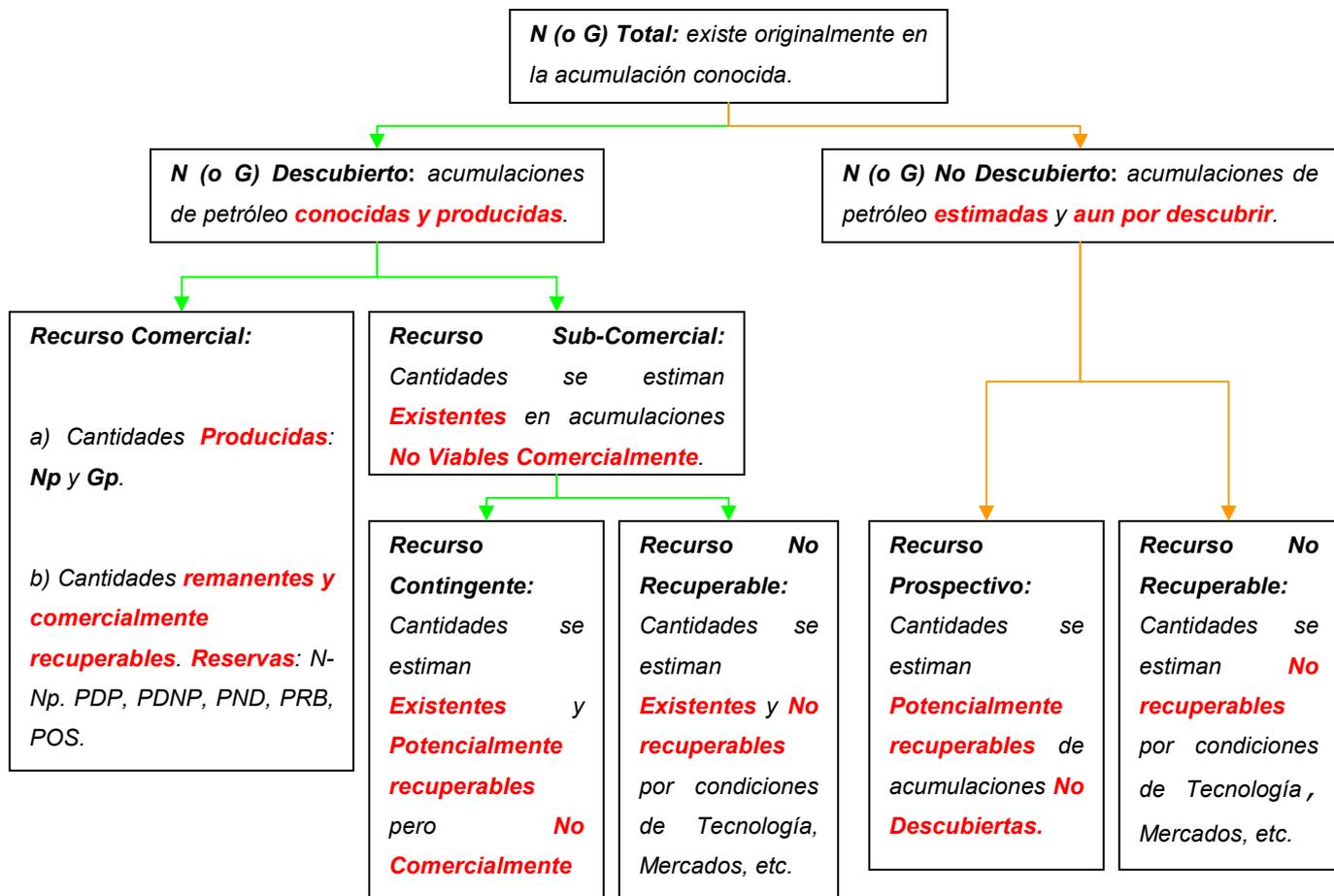


Ilustración 15. Esquema general de la clasificación de Recursos y Reservas de Hidrocarburos.

Las estimaciones del volumen del *Recurso* derivan de una *acumulación* de hidrocarburos, y las reservas sólo pueden ser citadas para una *acumulación conocida*. Es reconocido que las decisiones sobre comercialidad, y de ahí sobre la probabilidad

de desarrollo, están basadas en *proyectos* específicos, los cuales están actualmente fundamentados en metodologías de visualización, conceptualización y definición. Así pues, es importante definir términos.

Un *Yacimiento* es una formación de roca subsuperficial que contiene a una acumulación de petróleo móvil que está confinada por roca impermeable o barreras de agua y es caracterizada por un sistema de presión particular.

Un *Campo*, es un área que consiste en un solo *yacimiento* o múltiples *yacimientos* todos agrupados sobre está, o relacionados a tal, con el mismo rasgo individual de estructura geológica y/o condición estratigráfica. Puede haber dos o más yacimientos en un campo que son separados verticalmente por roca impermeable y lateralmente por barreras geológicas locales, o ambos.

Una *Acumulación* es un cuerpo individual de petróleo móvil en un yacimiento. Sin embargo, la exigencia clave para que sea considerado como *conocido*, y de aquí que contenga *reservas* o *recursos contingentes*, cada *Acumulación (yacimiento)* debe haber sido penetrada por un pozo. En general, el pozo claramente debe haber demostrado la existencia de petróleo móvil en aquel yacimiento por el flujo hacia la superficie de este o al menos alguna recuperación de una muestra de petróleo del pozo. Sin embargo, donde existan registros geofísicos y/o datos de núcleos, esto puede ser suficiente, a condición de que haya una analogía buena a una acumulación conocida cercana y geológicamente comparable.

Un *Depósito o Yacimiento Convencional* es una acumulación discreta relacionada con un rasgo geológico estructural definido y/o cierta condición estratigráfica localizada, típicamente con cada acumulación limitada por un contacto en buzamiento hacia abajo con un acuífero, y que considerablemente es afectado por influencias hidrodinámicas, como la flotabilidad o boyamiento de petróleo en el agua.

Un *Proyecto* representa el eslabón entre la acumulación de petróleo y el proceso de toma de decisiones, incluyendo la asignación de presupuesto. Un proyecto, por ejemplo, puede constituir el desarrollo de un solo yacimiento o de un campo, o el desarrollo incremental para un campo en producción, o el desarrollo integrado de un grupo de varios campos. En general, un proyecto individual representará el nivel en el cual una decisión es hecha sobre si realmente se debe comenzar, continuar o parar el desarrollo de un yacimiento o un campo, y si debería haber un rango asociado de volúmenes estimados recuperables para el proyecto que lo representa. En general, habrá un rango de incertidumbre en el volumen recuperable estimado para cada pozo o para el yacimiento en un proyecto, aunque tal incertidumbre pueda ser relativamente menor para acumulaciones maduras donde hay historia de producción sustancial. Estas estimaciones entonces deben ser agregadas para el proyecto como un total.

La distinción entre *acumulaciones comerciales* y *sub comerciales conocidas*, es decir, entre *reservas* y *recursos contingentes*, tiene su importancia clave en la aseguración de un nivel razonable de consistencia en el reporte de reservas. Cualquier *acumulación* debe ser evaluada como comercial antes de que cualquier reserva sea asignada, y, además, las reservas, de todas las categorías (*probada, probable y posible*), deben ser comerciales. Así, los *recursos contingentes* pueden incluir, por ejemplo, cantidades estimadas a ser recuperables de acumulaciones para las cuales no hay actualmente ningún mercado viable o donde la recuperación comercial es dependiente del desarrollo de nuevas tecnologías. Además, sería apropiado clasificar un nuevo descubrimiento como contenedor de *recursos contingentes* en lugar de establecer que contiene *reservas* donde la evaluación está en una etapa temprana y aún tiene que confirmarse la comercialidad. Si una *acumulación* ha sido evaluada como comercial, entonces se le pueden asignar reservas. Las *reservas probadas* serán limitadas con aquellas cantidades que son comerciales bajo condiciones económicas actuales, mientras que las *reservas probables y posibles* pueden estar basadas en futuras condiciones económicas. Para asignar cualquier categoría de *reservas*, un *proyecto* tiene que ser definido en forma de un plan de desarrollo comercialmente viable, y

debería haber pruebas de una intención firme de seguir con aquel plan. Las cantidades de la *reserva* entonces representarán la recuperación estimada como resultado de la implementación de aquel plan.

A manera de resumen, se tienen la siguiente clasificación y el siguiente status de reservas de hidrocarburos:

a) Categoría Probada:

- Clasificación Desarrollada:
 1. Status Produciendo (PDP).
 2. Status No Produciendo (PNP).
- Clasificación No Desarrollada (PND).

b) Categorías No Probadas:

- Probable (PRB).
- Posible (POS).

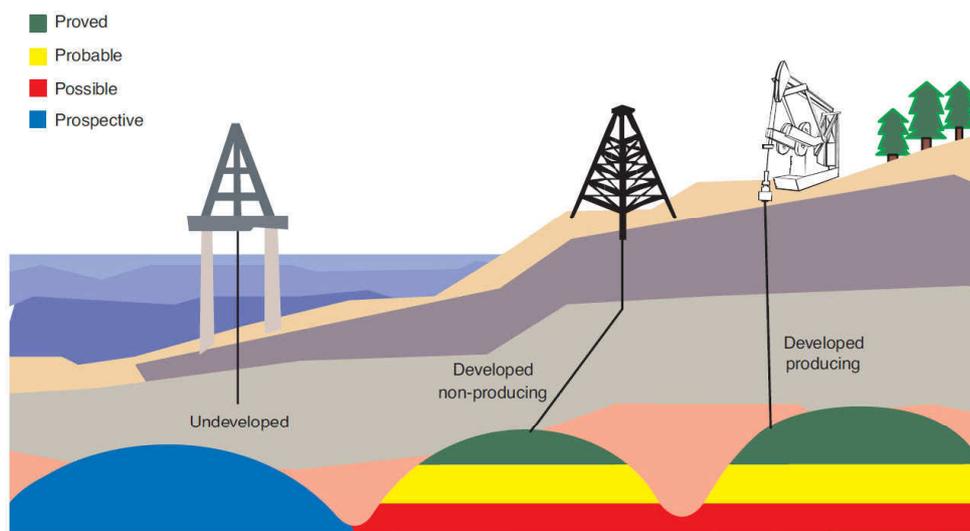


Ilustración 16. Clasificación de Reservas.

Las *Reservas Probadas* son los volúmenes de hidrocarburos que se evalúan a condiciones estándar (*atmosféricas*) y que se estima serán comercialmente recuperables a partir de una fecha dada, bajo condiciones económicas, métodos operacionales (tecnología) y regulaciones gubernamentales actuales, y bajo los costos y precios prevalecientes al tiempo de la estimación. En general, se consideran *Reservas Probadas* si la productividad comercial del yacimiento esta soportada por la producción actual. El término de “*condiciones económicas actuales*” considera que los precios, costos de extracción, y costos históricos, son consistentes con el proyecto. La SEC establece que los precios de venta que se utilizarán para aceite crudo, gas natural y productos del gas natural deben corresponder al 31 de Diciembre. Esta premisa se justifica en base a que este método es requerido por consistencia entre todos los productores de petróleo a nivel internacional para sus estimaciones como una medida estándar en los análisis económicos para determinar la rentabilidad de los proyectos. La productividad comercial es aceptada por la SEC para aquellas *Reservas Probadas* estimadas cuyo resultado de *Valor Presente Neto (VPN)* positivo y, de igual manera, el resultado de la *Tasa Interna de Retorno (TIR)* es superior a la *Tasa de Descuento* y por lo tanto, al costo del *Capital (Inversiones)*. A esto se añade que la SEC espera que se lleven a cabo las acciones pertinentes necesarias para asegurar un plan de producción que establezca la recuperación de dichas reservas (ya reportadas) en un tiempo razonable. También, la SEC considera los *Costos de Operación* sujetos a condiciones actuales en la explotación de hidrocarburos y que en lo futuro quizás dicha producción, de aceite y gas, cambie, a únicamente gas, implicando considerar que este fluido (*gas*) contiene impurezas y al evaluar económicamente su explotación se contemplen costos extras para su tratamiento. Estas *reservas* deben de tener las instalaciones suficientes para ser procesadas y transportadas al mercado, al tiempo que son operadas y estimadas, además de ser susceptibles, con bastante certeza, de colocarse en ellas las instalaciones necesarias en el futuro, como ya se mencionó, pues son las que aportan producción y tienen mayor certidumbre de recuperarse que las categorías de *Probables* y *Posibles*, además de que desde el punto de vista de finanzas, son las que soportan los proyectos de inversión. Al utilizarse métodos probabilistas el término *probado* se

refiere a un 90% de probabilidad de que los hidrocarburos recuperados a una fecha dada (N_p a un tiempo t) serán mayores o iguales a las reservas estimadas (*Reserva 1P*).

Las *Reservas Probables* son volúmenes de hidrocarburos *no probados* cuyos datos geológicos y de ingeniería sugieren que tienden más a ser que a no ser comercialmente recuperables. Esta categoría incluye a las reservas que están más allá del volumen comprobado, donde se tiene el conocimiento del horizonte productor es insuficiente para clasificar estas reservas como probadas. Según los métodos probabilistas se tiene una probabilidad de al menos 50% de que las cantidades recuperadas serán iguales o mayores que la suma de las *Reservas* estimadas *Probadas* más las *Probables* (*Reserva 2P*).

Las *Reservas Posibles* son volúmenes en donde el análisis de datos geológicos y de ingeniería sugiere que son menos probables de ser comercialmente recuperables que las *Reservas Probables*. El término posible, según métodos probabilistas, indica que se tiene una probabilidad de al menos 10% de que las cantidades recuperadas actualmente serán iguales o mayores que la suma de *Reservas* estimadas *Probadas* más las *Probables* más las *Posibles*.

Según las definiciones para categorías, clasificación y status de reservas anteriormente expuesta, se utiliza, además, la siguiente denominación de agrupamiento para reservas.

1P. Suma de *Reservas Probadas*.

2P. Suma de *Reservas Probadas* + *Reservas Probables*.

3P. Suma de *Reservas Probadas* + *Reservas Probables* + *Reservas Posibles*.

Cualquier estimación de cantidades de recurso para una acumulación o grupo de acumulaciones (*proyecto*) está sujeta a la incertidumbre y en general, debería ser expresada como un rango de valores más que como un valor puntual y *determinista*. La función de las tres categorías primarias de *reservas* (*probada, probable, posible*) en las “*Definiciones de Reservas Petroleras SPE/AAPG/WPC*”, es ilustrar la gama de incertidumbre en la estimación del volumen potencialmente recuperable de petróleo de una acumulación conocida. El *rango de incertidumbre* refleja una gama razonable de volúmenes estimados potencialmente recuperables para una acumulación individual o un *proyecto*. En el caso de reservas, y donde es apropiado, este rango de incertidumbre puede ser reflejado en estimaciones para los escenarios de *Reservas Probadas (1P)*, *Reservas Probadas más Reservas Probables (2P)*, y *Reservas Probadas más Reservas Probables más Reservas Posibles (3P)*. Para otras categorías de *recurso*, los equivalentes recomendados son: *bajo-estimado (low estimate)*, *mejor-estimado (best estimate)*, y *alto-estimado (high estimate)*. Tomando en cuenta las definiciones probabilistas,

$$P(Np_t \geq 1P) \geq 90\%$$

$$P(Np_t \geq 2P) \geq 50\%$$

$$P(Np_t \geq 3P) \geq 10\%$$

El *riesgo* es definido por la SPE como la probabilidad de que un acontecimiento discreto va o no a ocurrir, mientras que *la incertidumbre* es definido como la gama de resultados posibles en una estimación. Bajo las metodologías de *incertidumbre* el objetivo es, primero, hacer un "*mejor estimado*" (*best estimate*) del volumen recuperable, que representa la estimación más cercana a la cantidad que en realidad será recuperada de la acumulación. Después, se realiza una estimación volumétrica recuperable *superior (escenario alto)* e *inferior (escenario bajo)*, que proporciona una medida del rango de incertidumbre en la mejor estimación. Con el acercamiento por

escenarios, entonces, tres escenarios diferentes son establecidos para la acumulación y son compatibles, o consistentes, con la categoría de *Reserva Probada (estimación inferior o escenario bajo)*, la categoría de *Reserva Probada* más la categoría de *Reserva Probable (mejor estimado o escenario medio)*, y la categoría de *Reserva Probada* más la categoría de *Reserva Probable* más la categoría de *Reserva Posible (estimación superior o escenario alto)*.

El aspecto más importante en es la relación entre el *plan de desarrollo* (y de ahí el *factor de recuperación*) y el *modelo geológico* (y de ahí el *Petróleo Total Inicialmente en el Lugar*). Esta dependencia potencial con frecuencia es pasada por alto aplicando el *método probabilista*, pues muchas veces se ignora la parte técnica por completo. Sin embargo, aplicándolos bajo los criterios técnicos necesarios, los *métodos probabilistas* proporcionan un acercamiento estructurado que toma en cuenta tanto a la incertidumbre en cada uno de los parámetros que afectan las reservas en los proyectos de desarrollo individual y de producción, y a la incertidumbre residual en reservas en un portafolio (o cartera) de proyectos. Los *métodos probabilistas* ayudan a asegurar que se citaron cantidades apropiadas en relación con los requerimientos de certidumbre. Los métodos probabilistas no introducen nueva información, y tampoco introducen cambios radicales. Brindan claridad a las expresiones de *certidumbre e incertidumbre*. El cambio que facilitan es una mejora evolucionada de los métodos usados con anterioridad (*balance de materia, simulación numérica, declinación, etc.*), y no una ruptura con las tradiciones que éstos representan. Los *métodos probabilistas* para estimación de reservas y la visualización del desarrollo del yacimiento comienzan identificando el proyecto para el cual las reservas deben ser cuantificadas. Por intuición, esto es la cantidad (incierto) de petróleo para a ser recuperado de una o varias acumulaciones de petróleo. Más expresamente, una cantidad de *reserva* es la cantidad de petróleo para ser recuperado en respuesta a un esfuerzo dado para conseguirlo (*plan de desarrollo específico o proyecto*). Así, un campo puede tener recursos de petróleo en varias categorías de recurso simultáneamente. Se debe tener cuidado para evitar tener en cuenta *Recursos Contingentes* con poco o ningún potencial comercial. El riesgo que potenciales inmaduros quizás no puedan ser

realizados también debe ser tomado en cuenta. Los *métodos probabilistas* comienzan por la identificación de la entidad para la cual las reservas deben ser cuantificadas. La entidad de la reserva que califica como *Probada* es incluida en el escenario de *Reserva Probada* y puede ser descrita totalmente en términos de cantidad y *función de densidad de probabilidad*, mientras que todas las *entidades de recurso descubiertas*, incluyendo *Reservas Probadas*, son incluidas completa y acumulativamente en una categoría de *Recurso Descubierta*. Las definiciones requieren que, cuando se usen los *métodos probabilistas*, al menos una probabilidad del 90% (P_{90}) de las cantidades actualmente recuperadas igualarán o excederán a la estimación citada. Las definiciones continúan, estableciendo que habrá al menos una probabilidad del 50% (P_{50}) que las cantidades actualmente recuperadas excederán la suma $2P$ de reservas. De la misma manera, habrá al menos una probabilidad del 10% (P_{10}) que las reservas $3P$ serán igualadas o excedidas. Los métodos convencionales deterministas como el balance de materia y la simulación numérica, no incluyen más que el valor esperado de entidades que dan pie al escenario de *Reserva Probada*. Para el análisis probabilista de reservas siguen los siguientes pasos:

1. Aquellas cantidades recuperables estimadas que son totalmente compatibles con los criterios para *reservas probadas* son identificadas y su *valor esperado*, $E(x)$, es determinado (o un sencillo análisis determinista es emprendido, ya sea balance de materia o simulación numérica).
2. Todas las cantidades recuperables estimadas que son totalmente compatibles con los criterios para los recursos descubiertos de cualquier categoría (incluyendo la *reserva probada*) son identificadas y el valor que tiene al menos una probabilidad del 90% de haber excedido es decidido por el inventario completo de aquellas cantidades de recurso descubiertas. El valor seleccionado como la cantidad de *reservas probada* debería ser más abajo que el *EV* de las cantidades de *reservas probadas* (o el valor establecido de manera determinista

como *probado*) o el valor de P_{90} para el inventario completo de cantidades de recursos descubiertas.

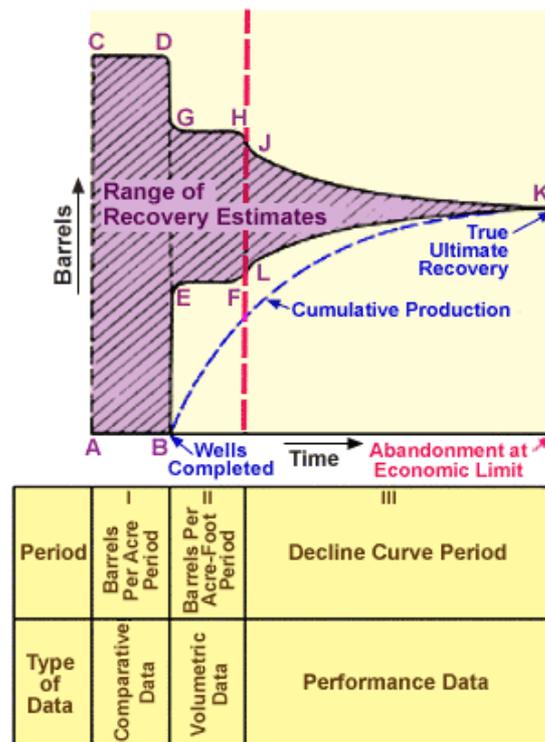
3. Si no hay ninguna parte superior más allá de lo que ha sido identificado como volumen probado, entonces la reserva probada sería el valor de P_{10} común de la cantidad de *recurso probado*.

En la práctica, el valor de P_{90} del grupo de cantidades Probadas será igual o más pequeño que el valor de P_{90} de la categoría de recurso completa descubierta (excepto en casos raros, por ejemplo donde hay correlación negativa entre reservas de aceite y de gas). Trabajando con muchas cantidades de tamaño comparable, el P_{90} y los valores esperados del grupo de cantidades Probadas se acercarán el uno al otro. En tales casos, el valor P_{90} del grupo de entidades Probadas es una buena aproximación del valor calculado como el mínimo del valor esperado del grupo de cantidades Probadas, y el P_{90} del valor de todos los recursos descubiertos. Siempre que esta aproximación sea aceptable, no es necesario considerar los recursos completos descubiertos estimando reservas probadas. Si varias entidades independientes de tamaño comparable son agregadas, los valores esperados, para todas las intenciones y los objetivos, pueden ser usados en vez de P_{50} . Entonces, el método convencional determinista y el método probabilista vendrán juntos, como el valor esperado de la suma es igual a la suma de los valores esperados. Usando métodos probabilistas, el P_{50} y los valores de P_{10} de las entidades incluidas en la categoría completa y acumulativa de la reserva, por lo tanto, dan las reservas $2P$ y $3P$. Desde un punto de vista probabilista, las reservas posibles incluirán las entidades que no se califican como Probadas o como reservas Probables. Cuando se usan métodos probabilistas son usados, la estimación baja es evaluada como P_{90} de las cantidades incluidas en la categoría relevante. La mejor estimación es una medida de tendencia central, como el valor esperado o el P_{50} , y la alta estimación es el valor de P_{10} .

Métodos de Cálculo de Volúmenes Originales en Sitio y Reservas. J.J.

Arps determinó que existen tres métodos para calcular reservas. Como señaló el Arps (1956), los métodos utilizados para estimar las reservas, así como la exactitud del resultado, dependen del tipo, cantidad y calidad de los datos geológicos y de ingeniería disponibles, todos los que, en general, dependerán de la madurez de desarrollo y la producción del campo o yacimiento. Los métodos para estimar las reservas se clasifican aquí como:

1. Analogía / Estadística (identificados por Arps como "*barriles por hectárea*", o Período I);
2. Volumétrico (identificados por Arps como "*barriles por acre-pie*", o Período II), y
3. Rendimiento (identificados por Arps como "período de declinación", o Período III).



Arps 1956

Ilustración 17. Rango de Incertidumbre en las etapas de recuperación de un yacimiento

El método de rendimiento incluye el análisis de balance de materia y el análisis de curvas de declinación.

Métodos Estadísticos. Los *métodos estadísticos* o de analogía normalmente se utilizan para los *prospectos* no perforados, y para complementar los *métodos volumétricos* en un campo o yacimiento en las primeras etapas de desarrollo y producción. Además, el método puede ser utilizado para estimar las *reservas* de campos sin perforar o en un campo o yacimiento parcialmente desarrollado. La metodología se basa en el supuesto de que el campo análogo, o yacimiento análogo, o bien es comparable con el campo, yacimiento, o pozo, en relación con los aspectos que controlan la recuperación final de aceite y/o gas. La debilidad del método es que la validez de esta hipótesis no puede determinarse hasta que el supuesto campo o yacimiento haya estado bajo una producción sostenida.

Métodos Volumétricos. Los *métodos volumétricos* se utilizan cuando los datos geológicos del subsuelo son suficientes para el mapeo estructural y de isopacas del campo objetivo o del yacimiento de interés. Uno de los objetivos de esta asignación es estimar el aceite y el gas inicialmente en el lugar. La fracción de aceite y gas inicialmente en el lugar que es comercialmente recuperable se puede estimar utilizando una combinación de la analogía y los métodos analíticos. En un contexto geológico relativamente simple, puede ser posible hacer una estimación razonablemente precisa de aceite y gas inicialmente en el lugar con el control del subsuelo relativamente escaso. En contraste, situado en una zona geológica compleja (por ejemplo, que se caracteriza por extensas fallas y / o la estratigrafía compleja) puede que no sea posible hacer mapas precisos hasta que el campo está casi completamente desarrollado y bien caracterizado.

En el cálculo estático y volumétrico de la reserva de aceite, por ejemplo, el volumen total de roca del yacimiento (*gross rock volume*) que contiene una acumulación de

hidrocarburos es multiplicado por la proporción de volumen de roca *net-a-total* o *espesor neto* (*net to gross* o *net pay*), la *porosidad* (ϕ), la *saturación de hidrocarburos* ($1-S_{wi}$), el factor de conversión de volumen para ir del depósito a condiciones estándar (B_{oi}), la *relación de solubilidad* o la *relación gas-aceite* para determinar el gas disuelto (R_{si} o *RGA*), y el *factor de recuperación* (E_r).

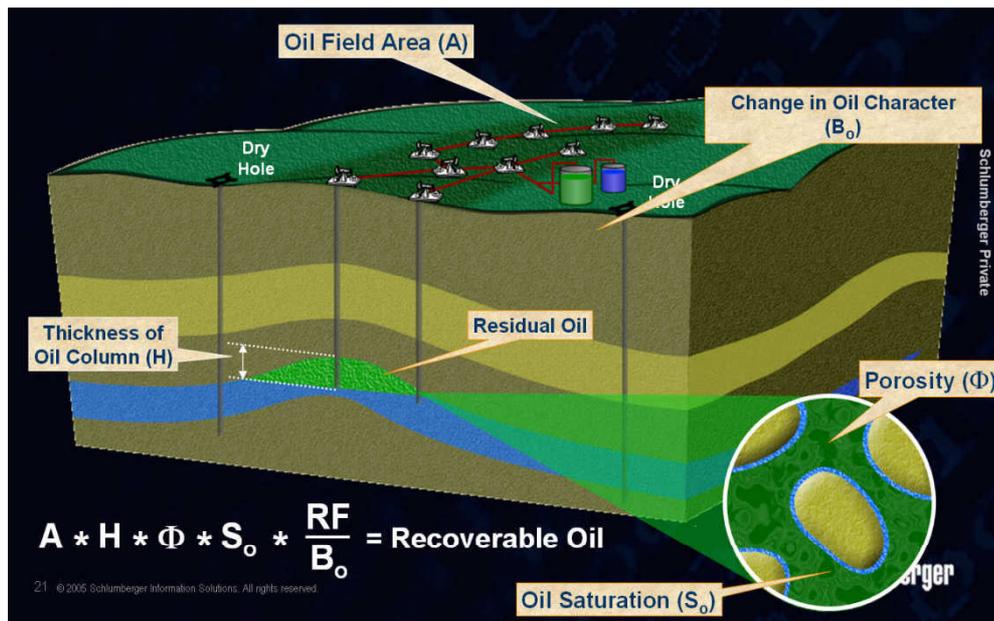


Ilustración 18. Aceite Recuperable

En general, se tienen dos ecuaciones, la primera permite el cálculo volumétrico para dos tipos de yacimientos, yacimiento de aceite y yacimiento de aceite y gas disuelto:

$$N = \frac{7758 \cdot \text{Area} \cdot \text{net pay} \cdot (1 - S_{wi}) \cdot \phi}{B_{oi}} \dots\dots\dots 35$$

$$G = N \cdot R_{si} \dots\dots\dots 36$$

$$\text{Reserva de Aceite} = N \cdot E_r \dots\dots\dots 37$$

$$\text{Reserva de Gas} = N \cdot R_{si} \cdot E_r \dots\dots\dots 38$$

La segunda ecuación es para yacimientos de gas seco y yacimientos de gas y condensado:

$$G = \frac{43560 \cdot \text{Area} \cdot \text{net pay} \cdot (1 - S_{wi}) \cdot \phi}{B_{gi}} \dots\dots\dots 39$$

$$B_{gi} = 0.02829 \frac{z \cdot T_y}{P_i} \dots\dots\dots 40$$

$$C = G \cdot RCG \dots\dots\dots 41$$

$$\text{Reserva de Gas} = G \cdot E_r \dots\dots\dots 42$$

$$\text{Reserva de Condensados} = G \cdot RCG \cdot E_r \dots\dots\dots 43$$

En el *método probabilista de cálculo volumétrico*, cada factor en la ecuación de reservas es descrito con una distribución estadística representada por una función de densidad de probabilidad. Los factores no son todos independientes el uno del otro, y las correlaciones deberán ser identificadas y representadas en el cálculo probabilista de las reservas. La distribución muestral que representa el resultado para las reservas es a menudo asimétrica. La recuperación de hidrocarburos se ve afectada por la forma del yacimiento, sus propiedades petrofísicas y fisicoquímicas, y por el contenido de fluidos, además de su estrategia de explotación. Entonces, puntualizado lo anterior las ecuaciones descritas anteriormente requieren de tres tipos de información: petrofísica, fisicoquímica y volumétrica.

Los datos petrofísicos incluyen a la saturación de agua promedio (S_{wi}) y la porosidad (ϕ). La saturación de agua puede ser estimada a partir del análisis de registros, datos de presión capilar, o análisis de muestras tomadas de lodo de perforación base aceite. La porosidad puede ser determinada de los análisis de núcleos y/o de análisis de registros. En situaciones en que los datos no están disponibles, se puede hacer referencia a las tabulaciones de los datos de yacimientos publicados por la *SPE*.

Los datos de propiedades fisicoquímicas necesarios para las ecuaciones incluyen al factor de volumen inicial de formación (B_{oi} o B_{gi}), y la proporción de gas en solución inicial en el aceite (R_{si}) o la proporción de condensado inicial en el gas (C_{vi}). Los dos últimos parámetros se conocen como *RGA* y *RCG*, respectivamente, y representan la cantidad de gas o condensados presentes en el fluido principal. Estos datos pueden ser obtenidos de los análisis de laboratorio de muestras representativas de fluidos del yacimiento que se está estudiando, análisis *PVT*. Se debe tener precaución en el muestreo de los fluidos del yacimiento cerca de las condiciones críticas, porque se han reportado casos en que la composición del fluido varía de aceite bajo saturado cerca de la base del yacimiento a gas condensado en la parte superior del mismo. Si no hay datos de laboratorio disponibles se puede hacer uso de las correlaciones empíricas obtenidas por Standing, Lasater, Oistein, etc.

Los datos volumétricos necesarios para las ecuaciones volumétricas incluyen un *área de yacimiento* y el *espesor neto*. En el desarrollo temprano de un campo o yacimiento, antes de que haya suficientes datos geológicos del subsuelo para el mapeo, las reservas por lo general se calculan sobre una base por pozo. El área del yacimiento en la ecuaciones volumétricas se convierte en el área de drene para el pozo o los pozos en cuestión. El *área de drene* por lo general se estima, por analogía con los pozos con propiedades de roca-fluidos similares y que producen con el mismo mecanismo de empuje en el yacimiento. Las *pruebas de presión transitoria*, en forma de prueba de límite yacimiento, también puede ser útil para determinar el área de drene. El volumen de drene, por lo general, se calcula como el área de drene estimada multiplicada por el

espesor neto de registros del pozo o alguna fracción del espesor neto, según sea el caso. A medida que avanza el desarrollo, y se disponga de datos geológicos suficientes, deben de prepararse mapas estructurales y de isopacas.

Se mencionaba anteriormente que cada factor de la ecuación volumétrica debe de ser representado por una distribución de probabilidad. Diversos estudios han hecho notar que la porosidad y permeabilidad de las rocas del yacimiento tienden a mostrar ciertas distribuciones estadísticas. Por ejemplo, la porosidad, tanto en areniscas, como en carbonatos tiende a exhibir una tendencia a la distribución normal, o de Gauss. La permeabilidad tiende a exhibir una distribución lognormal, es decir, el logaritmo de la permeabilidad tiende a una distribución normal. En las rocas con una porosidad cada vez más baja, la variación mostrada por la permeabilidad tiende a ser cada vez más grande. La determinación de la distribución estadística de porosidad y permeabilidad es la clave para la adecuada caracterización de la reserva de hidrocarburos en cuestión, además del tratamiento adecuado de otras propiedades del yacimiento con las que la porosidad y permeabilidad pueden estar correlacionadas. Además, el análisis estadístico puede revelar la presencia de más de un tipo de unidad de sedimentación en el yacimiento, que puede tener una influencia importante en la estimación de reservas.

La saturación de agua (S_w) es uno de los parámetros necesarios para los cálculos volumétricos del aceite y el gas inicialmente en el lugar. Si no hay una zona de transición aceite-agua significativa, la saturación de agua promedio en el yacimiento puede ser aproximadamente igual a la saturación de agua irreductible (S_{wi}). En algunos yacimientos puede que no sea posible determinar S_{wi} directamente de las mediciones en el registro in situ, los métodos indirectos mediante el análisis básico de núcleos son una solución. Dependiendo de la textura de la roca, puede haber una correlación estadísticamente válida entre la S_{wi} y uno de los varios parámetros de la roca, incluyendo la porosidad, la permeabilidad, o la raíz cuadrada de la permeabilidad dividido por la porosidad. Si la porosidad está normalmente distribuida, el mejor valor

para el uso de estas correlaciones es la media aritmética. Si la permeabilidad presenta una distribución lognormal, el mejor valor para el uso de algunas aplicaciones puede ser la media de la permeabilidad. Sin embargo, hay bastante literatura que cita buenos resultados para diferentes tipos de media: aritmética y media geométrica, principalmente. En otros yacimientos puede ser necesario utilizar la presión capilar para estimar las curvas de saturación de agua irreductible. Debido a las amplias variaciones en la textura de la roca, puede que no haya una correlación estadísticamente válida entre el comportamiento de la presión capilar y la porosidad y la permeabilidad para el yacimiento en cuestión. En esta situación, una solución es seleccionar la curva de presión capilar de una muestra de roca que tiene porosidad y permeabilidad aproximadamente igual a la media aritmética de la porosidad y permeabilidad media o mediana del yacimiento. Los datos petrofísicos y de fisicoquímica de los fluidos de todas las fuentes deben ser comparados y cotejados para su coherencia. Si un yacimiento incluye una zona de transición de agua significativa, es de mejor práctica calcular por separado el volumen por encima de la zona de transición y el volumen en la zona de transición. Se pueden esperar importantes zonas de transición en grandes yacimientos, o en yacimientos con baja permeabilidad. Las zonas de transición gas-aceite y gas-agua son despreciables. Dependiendo del mecanismo de empuje, algunas zonas de transición pueden ser comercialmente recuperables. En los yacimientos de aceite pesado, una porción significativa del petróleo inicialmente en el lugar puede encontrarse en la zona de transición de agua. En estructuras de bajo relieve, el yacimiento completo puede presentar una zona de transición de agua desde la base hasta su cima, y puede que no sea posible hacer una conclusión de agua libre, incluso en la cresta de la estructura. Se ha observado que la "mejor" curva de presión capilar a usar para los cálculos de saturación de agua es la proveniente de una muestra de roca que tiene la media aritmética de la porosidad y la mediana de permeabilidad. La distribución vertical de la roca del yacimiento por encima del 100% del nivel de agua puede ser determinada utilizando una curva de distribución vertical.

Finalmente, en el cálculo volumétrico de las reservas interviene el factor de recuperación. Muchas veces, este factor tiene un alto grado de incertidumbre, sobre

todo cuando se trata de un yacimiento o campo que comienza a ser desarrollado. Por tal motivo, es importante mencionar que al no conocer este factor se puede aproximar por medio de estadísticas publicadas para algunos tipos de yacimiento o por medio de las correlaciones API. Estas correlaciones son limitadas en su uso, ya que están hechas para un determinado mecanismo de empuje y un determinado tipo de roca. Sin embargo, son de mucha utilidad. En el *Apéndice C* se presentan algunos métodos de cálculo para la eficiencia de recuperación.

Teoría de Declinación Tradicional: Modelo Exponencial. Este tipo de análisis es ampliamente usado para la evaluación de reservas probadas desarrolladas produciendo (*Reservas PDP*). El fin de este método es determinar la vida productiva de los pozos. Cuando los datos de producción son suficientes, es decir, después de que el yacimiento o los pozos han mantenido producción por un tiempo suficiente como para proporcionar una historia de producción aceptable, y el yacimiento está declinando, las curvas de producción de la historia individual de los pozos o del campo pueden ser extrapoladas para predecir el comportamiento futuro de la producción y estimar la recuperación final, así como el factor de eficiencia de recuperación. En particular, los pronósticos usados son una extensión lineal de la tendencia de producción histórica. La suposición que es muy importante en el uso de curvas de declinación, es que todos los factores que influenciaron la curva en el pasado, permanezcan efectivos o constantes durante la vida productiva del pozo bajo análisis. A lo anterior es importante agregar que, antes de usar el análisis de declinación como herramienta de pronósticos de producción, se deben monitorear día a día las operaciones de producción. Muchos factores afectan los ritmos de producción y, consecuentemente, las curvas de declinación. Estos factores pueden estar asociados a:

1. Procesos físicos que no son fáciles de manipular:
 - Abatimiento de presión.
 - Conificaciones.

- Movimiento de interfaces.

2. Ambientes regulatorios:

- Espaciamiento entre pozos.
- Relación Gas-Aceite.
- Gastos de producción máximos.

3. Prácticas de operación:

- Cambios en los métodos de producción: iniciación de los programas de recuperación secundaria o recuperación terciaria.
- Frecuencia de las reparaciones.
- Tratamientos a pozos para incrementar la presión de fondo fluyendo.
- Cambios en las condiciones de los aparejos o en las instalaciones superficiales de producción.
- Tipo y tamaño de los sistemas artificiales de producción.
- Horas de operación.
- Sistemas presurizados de recolección de gas.
- El monitoreo de las operaciones diarias antes de usar el método como herramienta de Análisis.

Por tanto, hay que tener mucho cuidado en la extrapolación de estas curvas al futuro. Cuando cambia la forma de una curva, debe ser determinada la causa, así como el efecto sobre la reserva evaluada. Al utilizar las ecuaciones de declinación es importante cuidar la homogeneidad de unidades en la información, es decir, si se

utilizan gastos mensuales, entonces evaluar las ecuaciones y sus variables mensualmente.

Arps reviso una cronología de publicaciones de autores que tratan con el análisis de curvas de declinación. En su trabajo indica que el primer y obvio acercamiento matemático a una curva de declinación es asumir que el gasto de producción a cualquier tiempo es una fracción constante de su gasto a una fecha precedente: es decir, expone a los gastos de producción durando intervalos de tiempo iguales en una serie geométrica²². Define su concepto de proporción de pérdida (α : *loss-ratio*) como *el gasto de producción por unidad de tiempo dividido por la diferencia en el gasto de producción del periodo de tiempo precedente*. El análisis de las curvas de declinación está basado en la aplicación de la ecuación de Arps, que es la forma generalizada de las ecuaciones de declinación, (*Ecuación de Arps, 1945*), cuya resolución analítica se mostrará para cuando se analice cada uno de los tipos de curvas de declinación:

$$-D_i \cdot q^b = \frac{1}{q} \cdot \frac{dq}{dt} \dots\dots\dots 44$$

Integrando para el gasto al tiempo t ,

$$q(t) = \frac{q_i}{(1+b \cdot D_i \cdot t)^{1/b}} \dots\dots\dots 45$$

Integrando para el gasto al tiempo t ,

$$N_p = \frac{q_i^b}{(b-1)D_i} [q(t)^{1-b} - q_i^{1-b}] \dots\dots\dots 46$$

²² Una *sucesión* o *progresión geométrica* está constituida por una secuencia de elementos en la que cada uno de ellos se obtiene multiplicando al anterior por una constante denominada razón o factor. Los términos de sucesión y progresión se reservan para una cantidad infinita de términos y para una cantidad finita de términos, respectivamente.

El exponente de declinación, b , representa la tasa de cambio de la tasa de declinación con respecto al tiempo, o la segunda derivada del cambio en la tasa de cambio de la producción con respecto al tiempo. El resultado de la resolución de la ecuación de *Arps* es conocida como ecuación de *declinación hiperbólica* o *ecuación general de declinación* y es considerada una ecuación empírica. Dependiendo de los valores que pueda tomar el exponente b se conocen dos tipos más de ecuaciones de declinación, la ecuación de *declinación exponencial* y la ecuación de *declinación armónica*. Estas ecuaciones son casos especiales de la ecuación de *declinación hiperbólica*. En 1956, *Mead* fue el primero en asociar el tipo de declinación con el tipo de mecanismo de producción, y en 1972 *Gentry* propuso ecuaciones adimensionales para los tipos de declinación. Las suposiciones para la aplicación de estas ecuaciones son:

1. El pozo produce a una presión de fondo constante.
2. El pozo está produciendo en un yacimiento sin flujo en las fronteras.
3. El pozo tiene *factor de daño (skin factor)* y *permeabilidad*, constantes.
4. Es aplicable solamente para datos de flujo dominado en fronteras (*periodo pseudo estacionario*).

La *tasa de declinación* puede ser constante o variable con el tiempo, y se ve afectado por el *exponente de declinación*; este último da lugar a tres tipos básicos de declinación de la producción:

- 1) Declinación Exponencial: $b = 0$.
- 2) Declinación Hiperbólica: $0 < b < 1$.
- 3) Declinación Armónica: $b = 1$.

Arps establece en su trabajo las características y suposiciones para atribuir cierto tipo de *declinación* a un yacimiento. La primera suposición es asumir el caso ideal de un yacimiento en donde no hay entrada de agua y la presión es proporcional a la cantidad

de aceite remanente, y, además, asumir que los *índices de productividad* de los pozos son constantes a través de la vida del yacimiento de tal forma que los gastos de producción son siempre proporcionales a la presión existente en el yacimiento. Para la suposición anterior, la relación entre la producción acumulada de aceite (N_p) y la presión es lineal, y, como consecuencia de esto, de igual forma para la relación entre la producción (q_o) y la producción acumulada (N_p). Así pues, la relación lineal que guardan estas es típicamente el de una *declinación exponencial* o *semi-log*. La segunda suposición es asumir que en la mayoría de los yacimientos las condiciones ideales, mencionadas anteriormente, no ocurren; esto, como ya sabemos, es una verdad más que una suposición. Las presiones normalmente no son proporcionales al aceite remanente, pero declinan gradualmente a un gasto lento como la cantidad de aceite remanente disminuye, y al mismo tiempo, los *índices de productividad* no son constantes (por lo regular), pero muestran una tendencia a declinar junto con el yacimiento cuando en este comienza a disminuir la presión y la *relación gas-aceite (RGA)* comienza a incrementarse. El resultado de estas características combinadas es una relación q_o-N_p que muestra una tendencia ligeramente curva en papel normal. Si la curvatura es muy pronunciada la curva puede ser representada por una ecuación exponencial y la relación q_o-N_p presenta una tendencia lineal en papel semi-log. Este tipo de declinación es denominada *armónica* y se diferencia de la *declinación exponencial* en que la *tasa de declinación* es directamente proporcional al *gasto de producción*. Cuando la curvatura de la relación q_o-N_p no se pronuncia lo necesario como para alinearse en papel semi-log, suele ser representada como una línea recta en papel log-log asemejando a una hipérbola, y de ahí que se le denomine *declinación hiperbólica* o *declinación log-log*.

Así pues, y a manera de resumen, se puede observar que, según *Arps*, la más común de las declinaciones es la declinación hiperbólica y que la declinación armónica es un caso especial con muy poca ocurrencia; además, cabe mencionar que la declinación exponencial, aunque es menos precisa, es más simple de manejar que las otras dos y eso hace que sea la más usada para aproximaciones y análisis más rápidos. Dado lo anterior se justifica el uso de la ecuación de declinación exponencial para los análisis

de evaluación económica en los estudios de visualización. Hay que tener en mente que el uso de esta ecuación es solo por practicidad ya que en muchas ocasiones se utiliza desmedidamente al grado de influir en los aspectos técnicos de la ingeniería de yacimientos.

La *declinación exponencial* también es conocida como *declinación geométrica*, *semi-log*, o de *porcentaje o tasa de declinación constante*, tiene la característica que el decremento en el gasto de producción por unidad de tiempo es proporcional al gasto de producción. El flujo de trabajo para analizar una *Tabla de Análisis de Declinación Exponencial de Arps* sería el siguiente:

1. Obtener la historia de producción que se desea analizar (pozo o yacimiento).
2. Graficar el comportamiento y determinar que parte de la historia se analizará. Tomando en cuenta las reglas para el análisis de declinación.
3. Ajustar una curva en base la parte de historia a analizar, y cuyos puntos ajusten lo mejor posible a los datos históricos.
4. Extrapolar la curva.
5. Dividir la curva en dos partes: Historia y Extrapolación.
6. Establecer intervalos de tiempo (Δt) de 6 meses, y determinar los meses a analizar.
7. Graficar utilizando como ejemplo la siguiente tabla (recomendado):

Mes	Año	Mes & Año	Gasto mensual de producción: Q [STB]
0	Año de inicio	Mes (Julio), Año de inicio	Gasto del mes
...
n-mes	n-año	Mes (Julio), n- año	Gasto del mes (Extrapolación)

Este tipo de declinación se presenta, a menudo, cuando un pozo está produciendo a una presión constante como resultado de la expansión monofásica del aceite. La presión del yacimiento está por encima de la presión de burbuja, dando origen a una

declinación constante, pues el factor de compresibilidad, la viscosidad del aceite, la permeabilidad y otros factores que aparecen en la ecuación de *Darcy* permanecen constantes durante este periodo. Además, se ha encontrado que el porcentaje de declinación en el periodo debajo de la presión de burbuja es menor que el porcentaje cuando se está en el periodo por encima de dicha presión. Es decir:

$$-\left. \frac{dq/dt}{q} \right|_{Py < Pb} < -\left. \frac{dq/dt}{q} \right|_{Py > Pb} \dots\dots\dots 47$$

Según la teoría de *Arps*, si hacemos la suposición de que el cambio en el gasto q , para cualquier instante de tiempo t , es proporcional (D) al gasto q dado en ese instante, y dado que la producción está declinando. Establecido lo anterior podemos formular analíticamente la siguiente ecuación:

$$\frac{dq}{dt} = -Dq \dots\dots\dots 48$$

Si el gasto q al tiempo cero es q_0 , entonces las condiciones iniciales son: $q=q_0$ para $t=0$. Resolviendo la ecuación diferencial ordinaria para las condiciones iniciales dadas:

$$\int_{q_0}^q \frac{dq}{q} = -D \int_0^t dt \dots\dots\dots 49$$

$$\ln(q) - \ln(q_0) = -D(t - 0) \dots\dots\dots 50$$

$$\ln\left(\frac{q}{q_0}\right) = -D \cdot t \dots\dots\dots 51$$

Aplicando función exponencial en ambos términos de la ecuación:

$$\frac{q}{q_0} = e^{-D \cdot t} \dots\dots\dots 52$$

Finalmente,

$$q(t) = q_0 e^{-D \cdot t} \dots\dots\dots 53$$

Siguiendo el mismo procedimiento matemático, la producción acumulada se define como:

$$N_p = \frac{q_0 - q(t)}{D} \dots\dots\dots 54$$

De la ecuación de declinación exponencial se derivan las siguientes ecuaciones. Para el tiempo necesario para alcanzar una producción $q(t)$,

$$t = \frac{\ln\left(\frac{q_0}{q_t}\right)}{D} \dots\dots\dots 55$$

Si se extiende la variable t hasta el gasto final de producción, entonces N_p será la Reserva recuperable, es decir, $t=L$ y $N_p=R_f$:

$$L = \frac{\ln\left(\frac{q_0}{q_f}\right)}{D} \dots\dots\dots 56$$

$$R_f = \frac{q_i - q_f}{D} \dots\dots\dots 57$$

En términos de reserva final recuperable, la variable de tiempo L :

$$L = \frac{\ln\left(1 - \frac{D \cdot R_f}{q_i}\right)}{-D} \dots\dots\dots 58$$

El desarrollo de *Arps*, no es el único usado, sin embargo sí el más usado, además de haber servido como base para el desarrollo de otros métodos de análisis de declinación, o para encontrar soluciones a las variables de su ecuación. Es importante señalar que para la aplicación de esta ecuación se supone que son constantes las propiedades del yacimiento que gobiernan el flujo de fluidos (es decir, no varían con el tiempo): los cambios de presión, porosidad, permeabilidad, factor de volumen de la formación, viscosidad, y saturaciones. Es importante, además de lo anterior, hacer una revisión de los datos usados para preparar las curvas de declinación, y se debe distinguir entre el uso de producción mensual (*monthly production*) y producción diaria (*daily production*). Para funciones de contabilidad de producción, como, pago de derechos, asignación de grupos de producción, mantenimiento de plantas de gas, y reportes para instituciones gubernamentales, usualmente se utiliza la producción mensual (*monthly production*). La producción mensual, normalmente, se convierte a producción diaria (*daily production*) o gasto diario para propósitos de graficación pues la capacidad de las instalaciones, producción contractual de fluidos, y límites económicos son expresados en gasto diario. La frecuencia y calidad del gasto de hidrocarburos son los factores más importantes que afectan los registros oficiales de producción.

Es importante distinguir dos tipos de tasas de declinación: *Nominal* y *Efectiva*. La *tasa efectiva de declinación* o *ritmo efectivo de declinación* o *porcentaje de declinación*, D_{eff} , debe de estar expresado como un porcentaje de cambio en el gasto en un determinado

periodo de tiempo, y por lo general se emplea un año o seis meses como periodo de tiempo. No considera directamente al *tiempo* para su cálculo, dado que está implícito al estudiar el gasto de interés que se quiere alcanzar. La expresión para calcularlo es la siguiente:

$$D_{eff} = \frac{q_i - q_{yr}}{q_i} \dots\dots\dots 59$$

De la ecuación de declinación exponencial, se define a la tasa de declinación nominal como,

$$D = \frac{\ln\left(\frac{q_0}{q_f}\right)}{t} \dots\dots\dots 60$$

Se puede obtener una relación entre D y D_{eff} , y está dada por las siguientes ecuaciones:

$$D = -\ln(1 - D_{eff}) \dots\dots\dots 61$$

$$D_{eff} = 1 - e^{-D} \dots\dots\dots 62$$

Es notorio que la función exponencial no es muy práctica de usar en cálculos de primera mano. Es entonces que se usa la *tasa de declinación efectiva*. Su principio se fundamenta en que e^{-x} se aproxima a $1-x$ para valores pequeños de x , según la expansión por *serie de Taylor*. Entonces, e^{-D} puede aproximarse por $1-D$ para valores pequeños de D . Así pues, se sustituye D por D_{eff} , la tasa de declinación efectiva, para aplicaciones de campo:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{q_3}{q_2} = \frac{q_4}{q_3} = \dots = \frac{q_n}{q_{n-1}} = 1 - D_{eff} \dots\dots\dots 63$$

Entonces, una expresión general será,

$$q_n = q_{n-1}(1 - D_{eff}) \dots\dots\dots 64$$

Dependiendo de las unidades de t, D_{eff} puede tener diferentes unidades como mes^{-1} y año^{-1} , entonces se define la siguiente relación:

$$1 - D_{eff \text{ anual}} = (1 - D_{eff \text{ mensual}})^{12} = (1 - D_{eff \text{ diaria}})^{365} \dots\dots\dots 65$$

Si se desea utilizar *declinación mensual* (para gastos mensuales), se puede determinar la *declinación efectiva* y posteriormente transformarla en *declinación nominal*, una vez hecho esto se divide el valor de la *declinación nominal* entre el número 12 (pues un año tiene 12 meses).

Capitulo 3. Evaluación Económica:

Generalidades.

Evaluación Económica. Un proyecto representa el eslabón entre la acumulación de petróleo y el proceso de toma de decisiones. Un proyecto incluye la asignación de recursos económicos, materiales, humanos, tecnológicos, entre otros, para el desarrollo de campos o yacimientos. Un proyecto puede constituir el desarrollo de un solo yacimiento o de un campo, o el desarrollo incremental para un campo en producción, o el desarrollo integrado de un grupo de varios campos, etc.

El concepto de valor en economía supone que el valor es algo que el ser humano establece; de esta manera no se considera que los bienes y servicios tengan valor a menos que los humanos les otorguen alguno. Desde el punto de vista económico, no existe un valor natural o intrínseco a las cosas, y, evidentemente, el establecer que el valor esté tan íntimamente ligado al ser humano obliga a los economistas a medir los valores mercantiles y no mercantiles empleando instrumentos monetarios como el dólar, la libra esterlina, el euro, etc. El valor económico es una cualidad, y nos sugiere ante todo la idea de lo útil, y se reserva la afirmación del valor como propia, únicamente, de las cosas cuya utilidad se nos ofrece en toda la plenitud de su desarrollo y a la acción ejercida sobre ellas por el trabajo. Es decir, el valor se refiere siempre a un resultado de la industria humana, que tiene por fundamento la utilidad y por condición el trabajo; el valor económico es la cualidad esencial y distintiva de los productos económicos, y puede definirse como la utilidad apropiada, ó bien, el grado de utilidad que convierte las cosas en riqueza.

Ahora bien, un proyecto de inversión se puede definir como una solución específica enfocada a satisfacer una necesidad, por medio del uso de recursos humanos, materiales y económicos, entre otros, con el fin de obtener un beneficio en un determinado lapso de tiempo. Dicho beneficio es, por lo regular, económico. Las evaluaciones económicas de los proyectos de inversión, se realizan con el fin de justificar la exploración y explotación de campos petroleros, incrementar el valor económico de una empresa petrolera, hacer adquisiciones, reportar ingresos y egresos al gobierno, realizar informes corporativos, evaluar adquisiciones, etc. El procedimiento a seguir para realizar una evaluación económica es el siguiente:

1. Definir e identificar una unidad de inversión: aquello que, como conjunto mínimo de elementos, por sí solo genera valor económico.
2. Seleccionar algún método de evaluación para dicha unidad de inversión: por ejemplo, flujo de efectivo descontado (DCF^{23}).
3. Estimar el valor económico de la unidad de inversión: en base a los métodos de evaluación utilizados, calcular los indicadores económicos necesarios para la toma de decisiones. Por ejemplo, el valor presente neto y la eficiencia de la inversión.
4. Definir el proyecto de inversión. Generar todos los procedimientos necesarios para llevar a cabo el proyecto.

Este procedimiento establece si un proyecto generara flujos de efectivo positivos o negativos. Al evaluar económicamente es de suma importancia considerar los ingresos y egresos que se derivan de la opción a evaluar. En concreto, en la evaluación económica de proyectos de inversión se establece cómo ocurren los flujos de efectivo²⁴

²³ De sus siglas en inglés: Discounted Cash Flow.

²⁴ Flujo de efectivo: ingresos menos egresos.

a través del tiempo, estos se descuentan al *costo de oportunidad o tasa de descuento*²⁵ de la empresa, para así determinar el valor presente neto.

Un flujo de efectivo básico, y muy general, en la industria petrolera considera los siguientes conceptos:

$$\text{Ingresos Totales} = \text{Volumen de Hidrocarburos} \times \text{Precio} \dots\dots\dots 66$$

$$\text{Ingresos Operativos} = \text{Ingresos Totales} - \text{Costos de Operación} - \text{Regalías} \dots\dots\dots 67$$

$$\text{FEAI} = \text{Ingresos Operativos} - \text{Inversiones} \dots\dots\dots 68$$

$$\text{Ingresos Gravables} = \text{Ingresos Operativos} - \text{Depreciación} \dots\dots\dots 69$$

$$\text{FEDI} = \text{FEAI} - \text{Impuestos por Pagar} \dots\dots\dots 70$$

El *Ingreso Total*, son las entradas de dinero. Se fundamenta en la cantidad vendida de algún producto, y en el precio al que se vendió o se vende, además de que su cálculo involucra aspectos económicos y fiscales que dependen de la legislación existente en un país, y los términos de las negociaciones entre socios, contratistas, etc.

Las salidas de dinero en una curva típica de flujo de efectivo son conocidos como *Gastos*, y se componen de:

1. *Gastos Operativos* o *Costos de Operación* (*OpCost* u *OPEX*). Es un costo actual para el funcionamiento de un negocio, o un sistema en su conjunto. Su

²⁵ Dicha tasa sirve para convertir los flujos de efectivo esperados que ocurren en el tiempo a valor presente y ser comparados con distintos flujos que ocurren en el tiempo.

contraparte, un *costo de capital (CAPEX)*, es el costo de desarrollo o la prestación de las partes no consumibles para el producto o sistema. Por ejemplo, la compra de una fotocopiadora es la inversión o *CAPEX*, y el papel anual, el tóner, la energía y el costo de mantenimiento es el *OPEX*. Para sistemas más grandes también pueden incluir el costo de los trabajadores y los gastos de instalación, tales como alquiler y servicios públicos. Los *OPEX* se generan día a día por el mantenimiento de la producción; por ejemplo la electricidad, el agua, los salarios de la gente involucrada en el proyecto, etc.

2. Las *Inversiones o Capital (Capital Expenditures o CAPEX)*²⁶. Son inversiones de capital que crean beneficios. Una inversión de capital se realiza cuando un negocio gasta dinero tanto para comprar un activo fijo como para añadir valor a un activo existente con una vida útil que se extiende más allá del año imponible. Los *CAPEX* son utilizados por una compañía para adquirir o mejorar los activos fijos tales como equipamientos, propiedades o edificios industriales. En contabilidad, un *CAPEX* es añadido a una cuenta de activos (*capitalización*) y por ende incrementando el valor base del activo (el valor de un activo ajustado por motivos impositivos). Los *CAPEX* consideran las *inversiones* para perforación, terminación y reparación de pozos, exploración, equipo e instalaciones y se dividen, además, en:

- *Tangibles* (unidades de bombeo y compresión, líneas de descarga, edificios, etc.), normalmente las inversiones de capital tangibles tienen valor de recuperación o salvamento, y sufren una depreciación que es usada en el cálculo de impuestos pagables.
- *Intangibles* (lodo, químicos, registros geofísicos).

²⁶ Información tomada de Wikipedia®

3. Los *Impuestos*²⁷. La compañía que desea invertir en un proyecto está obligada a realizar pagos al Gobierno por el derecho de llevar a cabo el proyecto. Esta serie de pagos es denominada pago de impuestos y su cálculo depende del régimen fiscal prevaeciente en el país al momento de evaluar el proyecto. El cálculo de impuestos normalmente se hace por separado del flujo de efectivo, requiere de la *tasa de depreciación* y esta se aplica a los *ingresos gravables*. Los hay Directos o Indirectos.

4. Después de los gastos se toman en cuenta los *Royalties* o *Pago de Derechos* al propietario del recurso y su aplicación depende del modelo fiscal y del contrato.

En resumen, los *OPEX* son el dinero que la empresa gasta para convertir el inventario en rendimiento. Los *gastos de operación* también incluyen la *amortización* de instalaciones y maquinaria que se utilizan en el proceso de producción. A *fines impositivos*, los *CAPEX* son costos que no pueden ser deducidos en el año en el cual son efectuados y deben ser *capitalizados*²⁸. La regla general es que si la propiedad adquirida tiene una vida útil más larga que el año imponible, el costo debe ser capitalizado. Los *costos* relacionados con los *CAPEX* deben ser *amortizados*²⁹ o *depreciados*³⁰ a lo largo de la vida útil del activo en cuestión. Tal como explicado anteriormente, los *CAPEX* crean o aumentan la base del activo o propiedad, la cual una vez ajustada, determinará la responsabilidad impositiva. Generalmente se realizan para:

- Adquirir activos fijos.
- Solucionar problemas que existían en un activo antes de su adquisición.
- Preparar un activo para ser utilizado en un negocio.

²⁷ Para más información revise la Ley Federal de Derechos, en su apartado correspondiente a Hidrocarburos.

²⁸ La Capitalización es el nombre que se le da a la capacidad de recuperación del capital después de haberlo invertido.

²⁹ La Amortización es una reducción parcial o la extinción gradual de los montos de una deuda en un plazo determinado de tiempo.

³⁰ La Depreciación es la reducción anual del valor de una propiedad, planta o equipo.

- Los costos legales de establecer o mantener los derechos de propiedad sobre un determinado activo.
- La restauración de una propiedad o la adaptación a un nuevo uso.
- Comenzar un nuevo negocio.

Una pregunta común es cuándo deben ciertos *costos* ser *capitalizados* y cuando *gastados*. Los *costos* que son *gastos* aparecen simplemente en el balance como *costos* de un mes en particular; los *costos* que serán *capitalizados* sin embargo, aparecen como *amortización* a lo largo de varios años.

Método de Flujo de Efectivo Descontado. El *FEND (DNCF)*³¹ es un método estándar de evaluación económica en proyectos de ingeniería, y se basa en el cálculo del valor presente neto de los flujos de efectivo. Se recomienda para proyectos que recuperen nuevas reservas o que reclasifiquen reservas existentes. Este método no afecta nada existente. El flujo de efectivo neto se genera cuando a los *Ingresos* se le sustraen los *Egresos*. Su proyección en el tiempo genera las curvas de flujo de efectivo. El *flujo de efectivo neto* y los *indicadores económicos* derivados del método ayudan a determinar en qué momento invertir en una oportunidad. El modelo simple de flujo de efectivo neto es el siguiente:

$$(FEN_{ADI})_j = (Ingresos)_j - (OPEX)_j - (CAPEX)_j \dots\dots\dots 71$$

La decisión de invertir o no en un proyecto es el resultado de:

- Definir el problema que llevará a invertir en un proyecto.
- Analizar el problema que se transformará en proyecto.
- Desarrollar alternativas de solución.

³¹ DNCF: Discounted Net Cash Flow.

- Decidirse por la mejor solución técnica y económica (esto último con ayuda de la evaluación económica).
- Convertir la decisión de invertir en un hecho real.

La metodología de evaluación económica es muy sencilla:

- Estimar las entradas y salidas de dinero (*Flujo de Caja*).
- Calcular las medidas de valor (*indicadores económicos*).
- Determinar el riesgo y la incertidumbre.

Lo complejo (pero no difícil e imposible) es combinar las reglas del negocio con la metodología de *evaluación económica*. A manera de resumen, las partes envueltas en la evaluación económica de proyectos de inversión, en la industria petrolera, son:

- Parte Técnica (Ingeniería y Geociencias).

Estimación de reservas.

Pronósticos de producción.

Estimación de inversiones.

Estimación de gastos de operación.

Schedule.

Incertidumbre Técnica.

- Parte Contable y Económica.

Pronósticos de precios de productos.

Pronósticos de Inflación.

Estimación de impuestos y contabilidad.

Incertidumbre económica.

- Parte Administrativa.

Metas corporativas y de administración.

Competición por recursos corporativos.

Regulación gubernamental de tolerancia al riesgo.

Los elementos de la evaluación comprenden las alternativas viables de exploración y análisis, los cual permite una revisión cualitativa de la factibilidad de opciones y provee una confianza en las alternativas consideradas. Relaciona las inversiones con los objetivos corporativos, provee información en la cual se permite la administración para comprender el papel de las inversiones con respecto a todo el conjunto de los objetivos estratégicos.

A manera de recordatorio para comenzar a evaluar económicamente un proyecto, hay cuatro conceptos primordiales en la evaluación económica de proyectos:

- El *Producto (Reservas de Hidrocarburos)*.
- El *Ingreso* que son los fondos que fluyen fuera o dentro de un proyecto de inversión.
- Los *Gastos*, que son fondos para mantener un proyecto en operación una vez que ha comenzado.
- Las *Inversiones*, que son fondos para desarrollar o comenzar un proyecto.
- Las *Regalías*, los *Intereses* y los *Impuestos*.

Siempre se debe de usar el *método del flujo de efectivo neto* cuando se trate con asuntos relacionados con gastos o entradas de dinero.

El análisis de flujo de caja descontado (*DCF*), es la herramienta de evaluación económica de proyectos de inversión más ampliamente usada en la industria petrolera, incorpora un concepto que es crucial en dicha evaluación cuya escala de tiempo de la inversión a menudo es medida en décadas más que en años: *el valor del dinero en el tiempo*. El *valor del dinero en el tiempo* está basado en la idea que una cantidad de dinero recibida en algún punto en el futuro vale menos que la misma cantidad recibida hoy. La mayor parte de los gastos principales (normalmente conocidos como *CAPEX* y *OPEX*), o salidas en efectivo, son incurridos en la exploración más temprana y años de desarrollo, mientras los ingresos, son extendidos sobre la vida activa productiva del campo. El dinero efectivo recibido más tarde (en este caso, los ingresos recibidos del hidrocarburo producido) vale menos que la misma suma pagada en una fecha más temprana porque no ha estado disponible ganar el interés en los años intervinientes. El análisis *DCF* es un modo de determinar el valor actual del dinero utilizado y, asumiendo el éxito del proyecto, el dinero recibido en futuros años.

El concepto asociado de *valor presente neto (VPN o NPV)* permite evaluar inversiones y determinar si una ésta debería continuar o no. El valor presente neto, *VPN*, es la suma de los flujos de caja descontados, y representa la diferencia entre los valores presentes (*descontados*) de las salidas en efectivo sobre la vida del proyecto y los valores presentes (*descontados*) de las entradas de dinero. Si el *VPN* es positivo, la tasa de rendimiento requerida probablemente es ganada, y el proyecto debería ser considerado. Si el *VPN* es negativo, el proyecto debería ser rechazado. Un elemento clave en el cálculo del *VPN* es el índice de descuento aplicado (*tasa de descuento que representa el costo de oportunidad*). Esto puede ser considerado de varios modos. Por ejemplo, hay una *tasa de rendimiento sin riesgo* que un banco ofrecería para depositar el dinero. Si en nuestra evaluación usamos la *tasa de descuento sin riesgo* que el banco ofrece y se obtiene una *tasa interna de retorno* menor a la *tasa de descuento* del banco, entonces, lo mejor es ceder al banco la administración de nuestro dinero. Un *VPN* positivo junto con una *tasa interna de retorno* mayor a la *tasa de descuento* del banco, quiere decir que la inversión del dinero en el proyecto es mejor que tomar en cuenta la opción de poner el dinero en el banco. Una *alternativa* es preguntar cuál es el

costo de tomar prestado el dinero, de accionistas o del banco, descontado entonces a dicha tasa. El *costo de oportunidad* u *costo alternativo* designa el costo de la inversión de los recursos disponibles, en una oportunidad económica, a costa de las inversiones alternativas disponibles, o también el *valor de la mejor opción no realizada*. Es por eso que en la evaluación se utiliza la *tasa de descuento* que nos ofrecería una alternativa sin riesgo, dicha *tasa de descuento sin riesgo* es nuestro *costo de oportunidad*. Un *costo de oportunidad* requiere que abandonemos un beneficio, se da principalmente porque existen dos o más alternativas de inversión para ganar dinero, entonces se busca la solución más inteligente.

La utilidad del análisis *DCF* es limitada por la sensibilidad inherente que la evaluación económica presenta ante las circunstancias que se cambian con respecto a las escalas de tiempo largas en la industria petrolera: *precios*, *CAPEX*, *OPEX*, etc. Para superar este defecto, el análisis *DCF* a menudo es usado en conjunto con una técnica conocida como “*análisis de sensibilidad*”³², en el cual se examinan las consecuencias de cambios posibles a las variables. En dicho método se cambia a *tasas de interés* distintas, y los *flujos de caja* y la distribución del proyecto son alimentados en el cálculo para determinar el valor de éste si tales cambios en realidad ocurren. Usado en conjunto con el análisis *DCF*, el *análisis de sensibilidad* permite, para un número limitado argumentos “*what if*”³³, determinar las variaciones de las *variables* e *indicadores* en un proyecto, pero la opción de cual las variables cambiar y como cambiarlos son sumamente subjetivas.

El Valor Presente Neto (*VPN* o *NPV*) representa valor presente de todos los flujos de efectivo, y su utilidad radica en que permite jerarquizar los proyectos propuestos de mayor a menor valor económico. El valor presente neto (*VPN*) es la diferencia entre los ingresos netos totales durante un período determinado y la inversión neta para el mismo período. A esta diferencia se le conoce como flujo de caja, la cual se evalúa a un *valor presente*. El *VPN* del proyecto se calcula conforme a la siguiente expresión.

³² El presente trabajo no revisa la aplicación del análisis de sensibilidad así como su teoría.

³³ *What if* es un término utilizado para visualizar que hay opciones alternativas para evaluar.

$$VPN = \sum_{j=1}^n \frac{FEN_j}{(1+i)^j} \dots\dots\dots 72$$

Se entiende que el VPN resultante debe ser superior a cero. Si el *valor presente neto* de la opción de inversión es positivo, esto significa que el total del *ingreso neto descontado* (*FENDA*³⁴) es mayor que los desembolsos de *capital* o *inversiones*, entonces el proyecto tendrá un impacto positivo en las ganancias de la compañía. El *valor presente neto* toma en cuenta todos los costos y réditos del futuro. Es consistente en su aplicación y bastante fácil usar. Una desventaja es que no puede comparar fácilmente dos proyectos de tamaños substancialmente diferentes.

$$VPN = \sum_{j=1}^n \frac{FEN_j}{(1+TIR)^j} = 0 \dots\dots\dots 73$$

La *tasa interna de retorno* determina la tasa de descuento a la cual el VPN de los *ingresos* o *flujos positivos*, y el VPN de los egresos o *flujos negativos* son igual a cero. Las utilidades principales que se le dan son el de comparar la rentabilidad de los proyectos, y el de comparar si la *tasa interna de retorno* es mayor a la tasa de descuento. La *tasa interna de retorno* (*TIR*) es un método derivado del método de *valor presente neto*, con el cual, la *tasa de descuento* varía hasta que el *ingreso neto* sea igual a la *inversión* y el *valor presente neto* se vuelve cero. Si la *tasa de descuento* resultante es mayor que el *costo de capital* o la *tasa barrera*, entonces el proyecto *aumentará la rentabilidad del negocio*. Este método de cálculo es un proceso basado en iteraciones que normalmente requiere el uso de una computadora. Sin embargo, éste método permite la comparación de casi cada tipo de opción de inversión. Esto significa que todas las opciones de la inversión pueden ser ordenadas por su *tasa interna de retorno*, empezando con el proyecto que del valor más alto.

³⁴ Flujo de Efectivo Neto Descontado Acumulado.

El valor presente de las inversiones sigue un procedimiento similar al cálculo del VPN, solamente que esta vez se requiere del uso de las *inversiones* en lugar del *flujo de efectivo neto*.

$$VPI = \sum_{j=1}^n \frac{I_j}{(1+i)^j} \dots\dots\dots 74$$

La *eficiencia de la inversión*³⁵ es el cociente del *valor presente neto* entre el *valor presente de todas las inversiones*. Se utiliza para conocer cuantas veces se recupera la inversión, para comparar proyectos de órdenes de magnitud muy diferentes.

$$Eficiencia de la Inversión = PWI = \frac{VPN}{VPI} \dots\dots\dots 75$$

El *periodo de recuperación (Payout)* representa el periodo de tiempo en el que se recuperará la *inversión* del proyecto. Visto desde otro punto de vista, el momento en que los ingresos acumulados son mayores a las inversiones acumuladas. Es de utilidad para determinar si el tiempo de recuperación es aceptable para la administración, dadas las características de la industria, y, también, compara proyectos excluyentes entre sí. El retorno de inversión es un método extensamente empleado que calcula el tiempo que toma recuperar la inversión original. Sin embargo, no brinda información de las ganancias después de que la inversión original se ha recuperado.

Por último se define la eficiencia de las erogaciones,

$$Eficiencia de las erogaciones = \frac{VPN}{VPI+OPEX} \dots\dots\dots 76$$

³⁵ En inglés se le conoce como *Present Worth Index*, PWI.

Número Óptimo de Pozos. El número óptimo de pozos debe de estar fundamentado en la recuperación de hidrocarburos (normalmente la *reserva 2P*) y en base al valor económico que generen para el proyecto al que pertenezcan. Antes de calcular el número óptimo de pozos para el nuevo desarrollo de un campo o un yacimiento debemos de calcular el número de pozos necesarios para drenar la cantidad de reserva que se establece como parámetro de restricción de volumen. Para realizar tal cálculo se utiliza el modelo de gasto de producción declinación exponencial de la teoría de declinación de Arps por pozo.

$$q(t) = q_0 e^{-D \cdot t} \dots\dots\dots 77$$

También se utiliza la ecuación de producción acumulada del modelo exponencial,

$$N_p = \frac{q_0 - q(t)}{D} \dots\dots\dots 78$$

Al extender la vida productiva del pozo ($t=L$) hasta el gasto que representa el límite económico tenemos, $q(L)=q_f$ y $N_p=R_f$, entonces se tiene que para R_f ,

$$R_f = \frac{q_i - q_f}{D} \dots\dots\dots 79$$

Si R_f representa la recuperación final por pozo entonces el volumen recuperado por pozo será directamente proporcional a la reserva a recuperar (*normalmente la reserva remanente, 2P-PDP*),

$$R_f \propto (2P - PDP) \dots\dots\dots 80$$

La constante a introducir para quitar el símbolo de proporcionalidad representa el número de pozos necesarios para recuperar la reserva incremental,

$$(2P - PDP) = R_f \cdot \text{No. de pozos} \dots\dots\dots 81$$

Finalmente,

$$\text{No. de pozos} = \frac{(2P - PDP)}{R_f} \dots\dots\dots 82$$

Pero

$$R_f = \frac{q_i - q_f}{D} \dots\dots\dots 83$$

Entonces, sustituyendo y simplificando, la ecuación para estimar el número de pozos necesarios para producir la reserva remanente será,

$$\text{No. de pozos} = \frac{D \cdot (2P - PDP)}{q_i - q_f} \dots\dots\dots 84$$

Se debe de comprobar que el tiempo de recuperación de la reserva 2P sea la restricción fijada por los organismos gubernamentales reguladores. Entonces, el tiempo para la recuperación puede ser expresado en términos de la reserva remanente y el número de pozo. Entonces, el tiempo requerido para recuperar R_f está definido por,

$$L = \frac{\ln\left(1 - \frac{D \cdot R_f}{q_i}\right)}{-D} \dots\dots\dots 85$$

Y si el número de pozos está dado por,

$$No. de pozos = \frac{(2P-PDP)}{R_f} \dots\dots\dots 86$$

Despejando R_f de la ecuación de número de pozos,

$$R_f = \frac{(2P-PDP)}{No. de pozos} \dots\dots\dots 87$$

Sustituyendo R_f en L y simplificando, el número de pozos necesario para drenar la reserva remanente deberá estar restringido a,

$$L = \frac{\ln\left(1 - \frac{D \cdot (2P-PDP)}{q_i \cdot No. de pozos}\right)}{-D} \dots\dots\dots 88$$

Una vez determinados los pozos necesarios y evaluados económicamente los escenarios de explotación, es conveniente calcular el *número óptimo de pozos*. Este cálculo puede realizarse mediante el uso de dos ecuaciones. La formula de *Nind* definida como,

$$ONW = \frac{(2P-PDP)}{q_i^{365}} \left[\left(\frac{i \cdot q_i \cdot \$_o}{C+L} \right)^{0.5} - i \right] \dots\dots\dots 89$$

Y la ecuación de *Corrie*, fundamentada en el método propuesto por *Muskat*,

$$ONW = \frac{(2P - PDP) \left\{ \ln(1+i) \cdot VPI_{\text{pozo}} - [365 \cdot q_i \cdot \$_0 \cdot VPI_{\text{pozo}} \cdot \ln(1+i)]^{0.5} \right\}}{q_i \cdot 365} \dots\dots\dots 90$$

Unidades de Inversión³⁶. Las inversiones son todos aquellos rubros importantes para desarrollar o dar comienzo a un proyecto. Una unidad de inversión, es el conjunto de todos los elementos físicos y normativos que son necesarios para generar valor económico. Desde otro punto de vista, puede decirse que es la unidad de análisis más pequeña que por sí sola puede generar valor económico. En PEMEX, los activos son los responsables de definir las unidades de inversión, y una vez evaluadas, se puede determinar si se manejan como proyectos de inversión independientes o se agrupan varias unidades en un solo proyecto para su documentación. Es importante recalcar que es primordial la correcta definición de las unidades de inversión, considerando los elementos necesarios para generar su valor económico.

Para el proceso de asignación de recursos es importante generar distintas *alternativas para la unidad de inversión*; estas deben de ser *mutuamente excluyentes*^δ, y deben de tener como objetivo el mismo que el de la unidad de inversión. Es decir, dentro de las alternativas deben de haber opciones técnicas que persigan el objetivo de la unidad de inversión, y, además, varias estrategias de ejecución, distintas entre sí, y en su conjunto (opciones y estrategias) deben de ser factibles desde el punto de vista técnico y logístico. Es importante plantear y evaluar correctamente las diferentes alternativas, con el fin de desarrollar lo más eficientemente posible a la unidad de inversión para que genere el mayor valor económico posible.

³⁶ En el Apéndice C se presentan las alternativas de Unidad de Inversión que maneja PEMEX-PEP.

^δ Son aquellas alternativas en las que se cumple la característica de que NO pueden suceder al mismo tiempo.

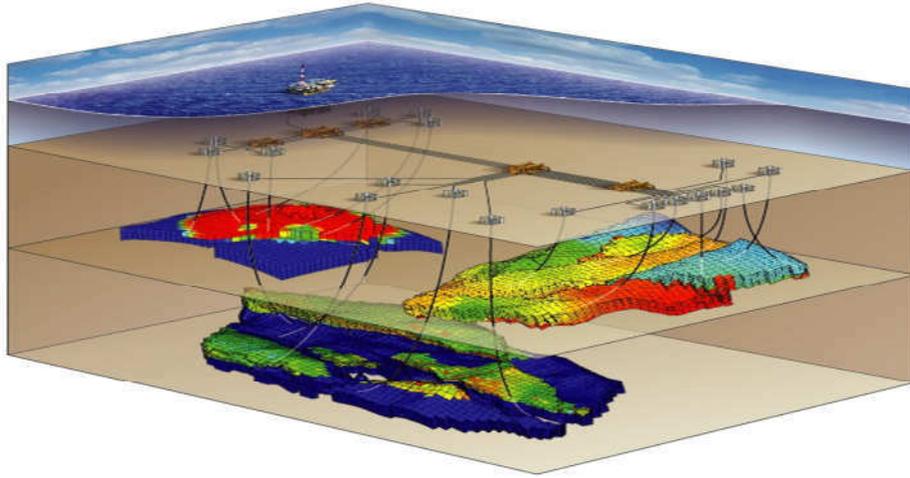


Ilustración 19. Esquema de Desarrollo de un Campo Petrolero Marino

Las unidades de inversión se pueden identificar atendiendo a las siguientes clasificaciones:

1. Unidad de Inversión Compuesta.
 - a. Exploración.
 - b. Explotación:
 - i. Desarrollo inicial
 - ii. En desarrollo
 - c. Recuperación de reservas adicionales.

2. Unidad de Inversión Simple (Unidad de inversión individual de Explotación).
 - a. Recuperación Adicional de Reservas.
 - b. Unidad de Aceleración.
 - c. Unidad de Abandono.

3. Unidad de Inversión para cumplir con normas legales o institucionales.

Capítulo 4. Metodología de Visualización.

Metodología FEL³⁷: Generalidades. La metodología *FEL* surge a partir de ciertas investigaciones que determinan que la gestión de proyectos no está cumpliendo con su objetivo: aproximadamente el 70% de los proyectos no se terminan a tiempo o dentro del presupuesto. La complejidad técnica en la recuperación de los hidrocarburos está ligada a numerosas incertidumbres sobre las características de los yacimientos, el comportamiento de los pozos, y el mantenimiento en los equipos e instalaciones. Al mismo tiempo, la volatilidad del mercado ha contribuido a una menor confianza en los márgenes de beneficios económicos. Añadiendo a esto las cuestiones sociales, ambientales y políticas que rodean a la industria petrolera.

Cuando se coloca en la industria petrolera el paisaje actual de la creciente demanda de hidrocarburos, el reto al que las compañías de hoy se enfrentan es claro: ¿Cómo se pueden optimizar los recursos, integrando la responsabilidad de cumplimiento con las numerosas limitaciones ambientales, políticas y sociales, así como la satisfacción de los objetivos técnicos y económicos de un proyecto?

Afrontar este desafío requiere de conocimientos estratégicos aplicables desde el comienzo de un proyecto. *Front End Loading (FEL)* es una metodología que adopta un enfoque deliberado de la planificación de proyectos de inversión. La metodología *FEL* es aplicada actualmente por muchas compañías para optimizar las operaciones de

³⁷ FEL: Front End Loading

exploración y producción de campos, así como el diseño, la construcción y el mantenimiento de pozos.

Mientras los planes tradicionales de administración de proyectos ayudan a buscar a las compañías la manera de alcanzar las metas de producción bajo los presupuestos establecidos, la metodología *FEL* alinea a la empresa petrolera técnica y económicamente para crear un plan de desarrollo más amplio y alcanzar los objetivos de negocio planteados desde el inicio de un proyecto. Mediante la integración de disciplinas de estudios del subsuelo y de instalaciones superficiales además de la utilización de la tecnología más reciente de la industria, el aumento del enfoque *FEL* hacia la definición de los proyectos de inversión disminuye el riesgo garantizando un impacto positivo en los *OPEX* y *CAPEX*, además del *rendimiento de la inversión* y los pronósticos de producción y estrategias de explotación.

El enfoque *FEL* consta de cuatro elementos fundamentales: *incertidumbres* bien definidas, un *marco de optimización* para los escenarios de explotación, la utilización de las mejores *tecnologías* en la industria, y la creación de *equipos multidisciplinarios* que generen ideas de un proyecto.

El plan del proyecto *FEL* se crea en tres distintas fases para garantizar un exhaustivo análisis de alternativas de inversión. Durante las dos primeras fases - *Visualización* y *Conceptualización* - se examinan todas las posibles oportunidades de *inversión*. Como se exploran los beneficios y riesgos de cada oportunidad, el alcance del *proyecto* en cuestión es refinado y el número de *escenarios* posibles se reduce. Durante la Definición, la tercera fase de *FEL*, la ingeniería básica se completa para obtener el mejor escenario de desarrollo del campo bajo análisis.

Los métodos convencionales de planificación de proyectos toman en cuenta algunas incertidumbres, pero tienden a ignorar aquellas que no encajan en los modelos existentes o las que plantean desafíos no tradicionales. Los enfoques tradicionales

direccionan a los profesionales a trabajar sólo dentro de su disciplina, de modo que las incertidumbres que se toman en cuenta en los análisis de la parte sub superficial a menudo no prevén aquellas incertidumbres los análisis correspondientes a la parte superficial, del sistema integral de producción. Dentro de las características que distinguen a los planes de tipo determinista podemos encontrar:

- Los costos, de operación y/o de inversiones, normalmente difieren de lo que la realidad dicta. Esto es debido a que, por lo regular, el escenario que se toma para la aprobación de un proyecto está basado en situaciones optimistas. Por ejemplo, la utilización de escenarios altos de producción y escenarios bajos para costos, pensando siempre en la aprobación del proyecto por parte de los altos mandos corporativos.
- Las actividades a ser ejecutadas no están en un plan definido. Esto se debe a que el escenario que se documenta rara vez tiene opciones, y aún más, rara vez la luz tal y como se documentó.
- Los riesgos que se encuentran en el camino de la ejecución del proyecto, nunca están documentados para ser contemplados como posibles ocurrencias. Casos claros de esta situación son el enfoque y la ejecución de los planes: no se consideran las dependencias entre los estudios sub superficiales y superficiales, además de que, en ocasiones, sólo unas cuantas personas formulan y trabajan el plan, y muchas veces de manera aislada.
- Las decisiones que se toman no están actualizadas con la nueva información que se va obteniendo. A la par, muchas veces, no se sabe que información se necesita y mucho menos, el valor que ésta aporta al proyecto, tanto técnica como económicamente.

El resultado es un impreciso y poco fiable plan de desarrollo del campo a explotar. La metodología FEL supera los defectos de la planificación convencional de proyectos aprovechando la visualización de las últimas noticias de la industria, el análisis de la tecnología y un equipo de proyecto multidisciplinario para examinar todas las incertidumbres de los Activos desde una perspectiva integral.

Tradicionalmente, la planificación de proyectos se realiza en forma secuencial. Los ingenieros de yacimientos modelan la respuesta del yacimiento al fondo del pozo, los ingenieros de producción modelan del fondo a la cabeza del pozo, y los ingenieros de proceso modelan las instalaciones superficiales de la cabeza del pozo al tanque de almacenamiento. Bajo este enfoque dividido de planificación, cada una de las disciplinas saca conclusiones sobre las entradas y salidas de su sección específica del proceso sin tener en cuenta la optimización del proyecto de manera integral.

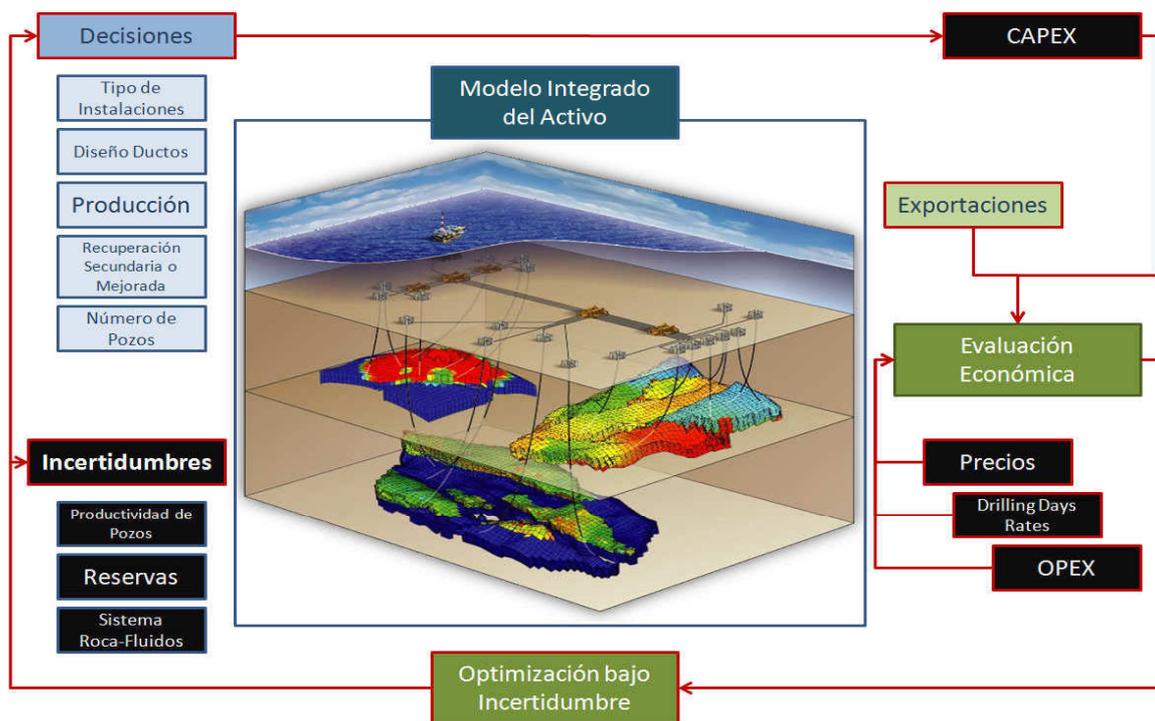


Ilustración 20 Esquema de Desarrollo de un Campo Petrolero bajo el esquema FEL.

El enfoque de planeación de proyectos bajo metodología FEL integra a profesionales de varias disciplinas. La integración de funciones de desarrollo de campos que había estado dividida abre nuevas perspectivas y niveles de experiencia para la planificación y discusión de proyectos y evita la confusión de las metas y expectativas de un proyecto.

El resultado es un plan integral que precisa las cuentas de las incertidumbres a través de todas las etapas del desarrollo para maximizar la producción y el rendimiento de las inversiones. El proceso de FEL asegura que las principales partes interesadas tienen la oportunidad de contribuir al plan de ejecución del proyecto. La metodología FEL cubre las deficiencias de las metodologías tradicionales:

- Evalúa parámetros técnico-económicos de manera estocástica³⁸, basándose en el desempeño histórico y en las bases de datos existentes.
- Genera y evalúa múltiples escenarios con distintas opciones, de manera cuantitativa y cualitativa, mediante un proceso rápido y efectivo. Mediante un modelado integrado y simultáneo que resalta las interdependencias subsuelo-superficie.
- Minimiza el riesgo y mejora la toma de decisiones.

Descripción de la Metodología FEL³⁹. La metodología *FEL* es el proceso mediante el cual una compañía determina el alcance de un proyecto para alcanzar ciertos objetivos formulados y alineados al desarrollo de su negocio, minimizando las variaciones de producción, tiempos y costos, en los mismos. Dicha metodología es un proceso de trabajo especializado y flexible, basado en la filosofía Front End Loading, originada inicialmente por el *Independent Project Analysis Inc. (IPA®)*, la cual establece

³⁸ Un proceso estocástico es cualquier proceso al cual se asocian probabilidades.

³⁹ FEL: Front End Loading

que todo proyecto pasa por Fases claramente identificables. En sí, está metodología permite administrar un proyecto desde su fase inicial hasta su abandono; es decir, dicha metodología identifica que todo proyecto pasa por fases específicas y evidentes: Visualización, Conceptualización, Definición, Ejecución, Operación y Abandono, y tiene como objetivo identificar, analizar y determinar las opciones factibles de ejecución para seleccionar la mejor opción técnico-económica, con menor incertidumbre y riesgo, para posteriormente detallar los elementos principales y establecer, así como materializar, la estrategia de ejecución para el comienzo de la operación comercial y finalmente terminar el proyecto, desincorporando y saneando las áreas afectadas.



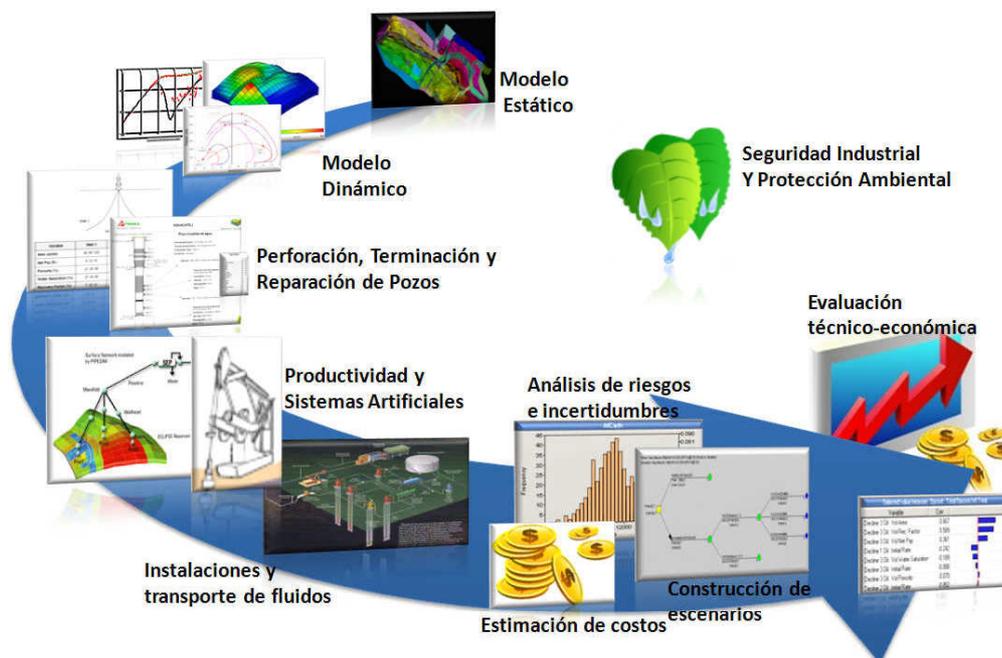
Ilustración 21. Esquema general de la metodología FEL

Entre las fases existe un proceso llamado de dictamen o de revisión de pares, la cual tiene como objetivo el evaluar las fortalezas técnicas de cada fase. Dicha revisión permite verificar que cada una de las áreas del proyecto ha sido desarrollada de manera satisfactoria, hasta cierto nivel, y así inferir que el proyecto ha sido definido lo suficiente en la fase en la que se encuentre para así determinar que su continuidad es

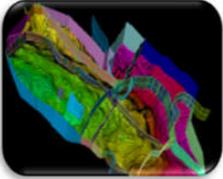
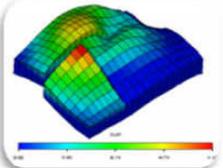
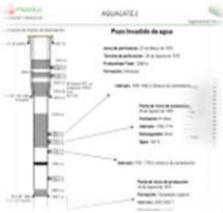
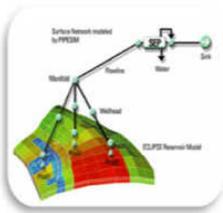
viable en forma exitosa, de acuerdo con el alcance y la planificación prevista. La condición para pasar a la siguiente fase de ejecución comprende:

- Aprobar los indicadores técnicos según la calificación establecida en cada fase.
- Aprobar el dictamen, lo que incluye una revisión de los entregables y del grado de definición establecido para cada fase.

En resumen, cada una de las fases busca, desde el nacimiento de un proyecto, la identificación de todas las oportunidades asociadas, el manejo de las incertidumbres y los riesgos, la definición detallada del objetivo y alcance de un proyecto, a fin de minimizar los costos totales, optimizar los tiempos de ciclo de vida asociados a este, mejorar su rentabilidad y reducir los riesgos del negocio, finalmente permite cerrar la brecha entre lo planeado y lo real en los proyectos de inversión, es decir, su objetivo primordial es el de mantener los proyectos en costo, tiempo y alcance. Con la Metodología *FEL* se busca conjugar el trabajo técnico con el económico de manera optimizada,



Para las áreas mostradas en la figura anterior, se deben de realizar tareas adicionales como el análisis de fortalezas y debilidades, así como la identificación de incertidumbres y las mejores prácticas y nuevas tecnologías que permitan desarrollar el proyecto de manera satisfactoria. A manera de detalle, en cada área se debe atender lo siguiente:

	<p>Modelo Estático</p> <ul style="list-style-type: none">• Sísmica• Modelo Estructural• Modelo Estratigráfico• Modelo Litológico• Heterogeneidades del Yacimiento• Evaluación Petrofísica• Distribución de Propiedades de la Roca• Distribución de Hidrocarburos en Sitio
	<p>Modelo Dinámico</p> <ul style="list-style-type: none">• Ingeniería de Yacimientos Básica• Simulación Numérica de Yacimientos
	<p>Perforación, Terminación y Reparación de Pozos</p> <ul style="list-style-type: none">• Plan base de perforación y reparación de pozos• Diagnostico de resultados de la actividad de perforación y reparación de pozos, en términos de indicadores clave, costo, tiempo, éxito volumétrico• Arquitectura de pozos• Esquema optimizado de reparaciones menores y mayores
	<p>Productividad y Sistemas Artificiales de Producción</p> <ul style="list-style-type: none">• Identificación de factores que impactan la productividad de pozos, tales como daño, producción de sólidos o fluidos no deseados.• Identificar esquemas óptimos de levantamiento• Proponer técnicas de reparación y/o propuestas para incremento de productividad de pozos



Instalaciones y Transporte de Fluidos

- Identificación de los requerimientos de recolección de producción, tratamiento y manejo de fluidos estimados a producirse y/o inyectarse en cada uno de los escenarios analizados:
- aceite
- gas
- agua
- contaminantes



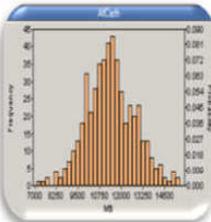
Seguridad Industrial y Protección Ambiental

- Diagnóstico de indicadores de seguridad industrial y protección ambiental históricos en el área de influencia del proyecto y proyectos similares
- Determinación de los potenciales problemas de seguridad industrial y protección ambiental en los escenarios propuestos



Análisis y Estimación de Costos

- Identificar y cuantificar los indicadores claves de gestión (actuales y esperados) tales como:
- costo de producción
- producción incremental
- costo y tiempos de perforación y reparación de pozos
- costos de instalaciones y transporte de fluidos
- mantenimiento
- servicios, etc.



Análisis de Riesgos e Incertidumbres

- Distribución probabilística mas representativa de cada una de las variables con incertidumbres relativas al proceso subsuelo-superficie.

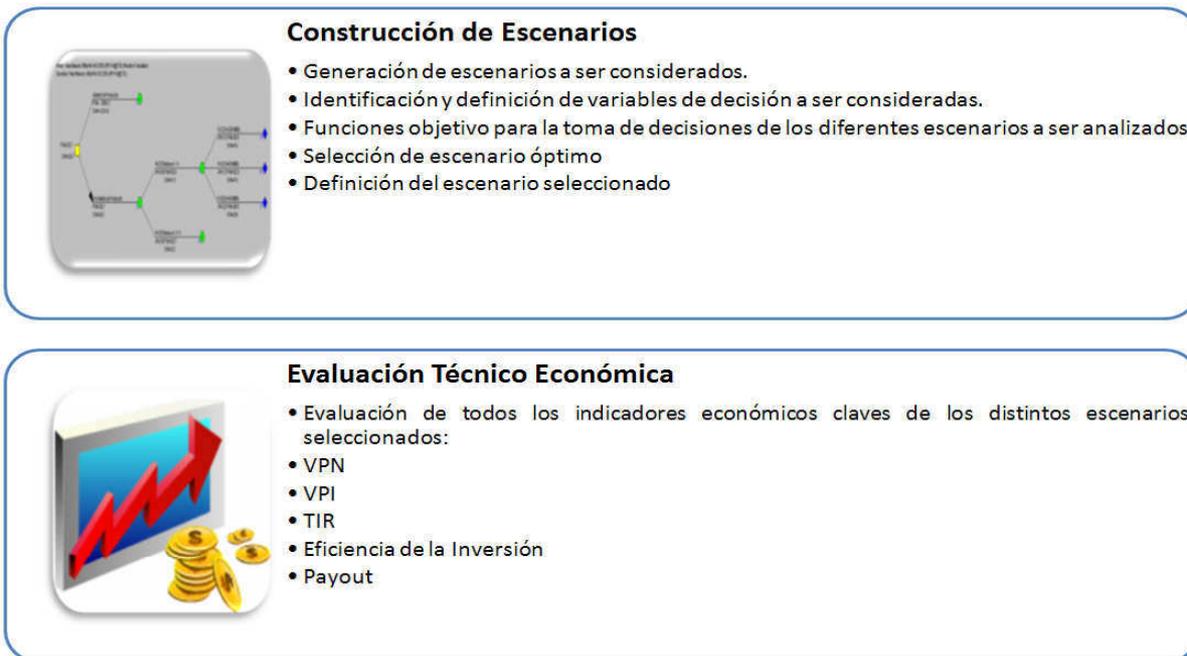


Ilustración 23. Sub actividades principales de la metodología FEL Visualización

Visualización tipo *Fast Track*. El objetivo de una Visualización es dar origen a los proyectos de inversión. En una visualización se determinan y analizan oportunidades de desarrollo, se definen objetivos y alcances del proyecto. Se generan y evalúan técnica y económicamente todas las opciones posibles para su ejecución. Se identifican los riesgos asociados. Se determina la factibilidad de los escenarios que se plantean para el desarrollo de un campo o un yacimiento. La fase de Visualización busca identificar y potenciar las opciones de desarrollo y/o de optimización de yacimiento o de campos para la extracción eficiente y oportuna de las reservas de hidrocarburos, incluyendo perspectivas diferentes y abarcando elementos de modelo de explotación de yacimientos como: Recuperación Secundaria, Recuperación Mejorada, esquemas de desarrollo y diseño de pozos, esquemas de terminación de pozos, métodos de producción y la infraestructura de superficie asociada. Una opción de desarrollo, optimización de yacimiento, y optimización de campo, es aquella propuesta de plan integral de desarrollo (subsuelo – superficie) que tenga como objetivo incrementar el factor de recuperación de hidrocarburos contenidos en el campo o en el yacimiento de interés, o que tenga como objetivo la extracción de hidrocarburos

de manera sustentable del yacimiento o campo descubierto. Un proyecto integral es un conjunto de unidades de inversión, las cuales contienen los elementos físicos y normativos para generar valor económico. Dichas unidades de inversión son evaluadas individualmente para establecer su rentabilidad, son agrupadas y consolidadas para constituir el Proyecto Integral de Inversión.

Las actividades que dan inicio a un Estudio de Visualización se inician con una serie de tareas de preparación, seguidas de la visualización de un conjunto de opciones de desarrollo para, posteriormente, ser evaluadas y analizadas técnica y económicamente en base a metodologías de administración de riesgo e incertidumbre, a fin de jerarquizar aquellas que resulten factibles en base a su rentabilidad. La metodología de Visualización Tipo Fast Track que se propone sigue los siguientes pasos:

1. ¿Qué se quiere hacer?
2. ¿Qué se necesita para hacerlo?
3. ¿Cómo se detecta la mejor opción?

¿Qué se quiere hacer? Las opciones de desarrollo u optimización se presentan en forma esquemática en una tabla como se muestra a continuación:

Opciones	Recuperación	Tipo de Pozo	Terminación	Plataforma	Instalaciones
Y_1	Primaria	Vertical	Revestido	Individual	Nuevas
Y_2	Secundaria	Horizontal	Descubierto	Pera	Reactivación
Y_3	Mejorada	Multilateral	Combinado	Macropera	Compartidas
Y_4					Optimizadas
...					
Y_n					

Ilustración 24. Matriz de opciones de Visualización de escenarios

Los escenarios saldrán de la ruta dibujada por las flechas en la matriz que se presenta. Cabe destacar que la matriz que se presenta es un ejemplo, se tendrán tantas opciones como se deseen. Obviamente, la metodología que se presenta en este trabajo es para generar y evaluar opciones de manera rápida. A más opciones, más escenarios y en conclusión, más cálculos por realizar y más complejo el modelado.

¿Qué se necesita para hacerlo? Lo más importante para lograr una buena evaluación es contar con buena y muy confiable información. En la realidad, esto no pasa. Sin embargo, las técnicas de análisis de incertidumbre sirven para disminuir el riesgo en la toma de decisiones basadas en esta información. Sin embargo, las técnicas de evaluación basadas en teoría de probabilidad y estadística, sin un soporte técnico bien fundamentado, lleva a resultados falsos y conclusiones erróneas. Por tal motivo, es de suma importancia contar con una buena base de datos, confiable y actualizada, que permita el análisis ingenieril de los insumos para la evaluación económica bajo técnicas de análisis de riesgo e incertidumbre. Una vez que se tienen generados los escenarios se procede a seleccionar y validar la información necesaria para proceder con la evaluación y determinar la mejor opción o la más viable. El trabajo puede dividirse en tres fases.

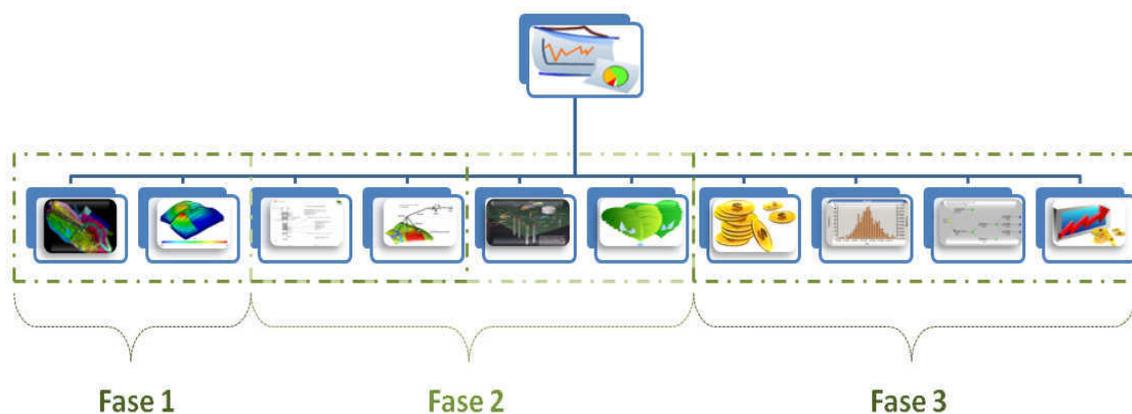


Ilustración 25. Fases de trabajo del esquema de Visualización.

La *Fase 1* que representa la búsqueda, selección, análisis y evaluación de la información del yacimiento o el campo. La *Fase 2* que representa la búsqueda, selección, análisis y evaluación de la información correspondiente a los pozos necesarios para la explotación y a las instalaciones superficiales necesarias para el funcionamiento de esos pozos. La *Fase 3* que representa la búsqueda, selección, análisis y evaluación de la información económica y el diseño del modelo de evaluación bajo incertidumbre. Todas las fases deben de utilizar las metodologías de análisis de incertidumbre en dónde aplique para una mejor evaluación de las opciones.

¿Cómo se detecta la mejor opción? Como ya se menciona en la Fase 3 se diseña el modelo de evaluación en base a las metodologías presentadas en capítulos anteriores: los árboles de decisión y la simulación Monte Carlo. El diseño de los árboles debe de seguir el esquema de *enfoque por mapeo de decisiones*, el cual establece definir los árboles de decisión en base a la matriz de opciones y escenarios generada con anterioridad. Desgraciadamente no hay un esquema estándar de árbol de decisión ya que habrá tantos sub-árboles y tantas ramas como opciones y escenarios se generen. Cuando el análisis sea muy complejo, lo mejor es usar la metodología de Simulación Monte Carlo, y visualizar la incertidumbre asociada al esquema de desarrollo visualizado para cada opción, para establecer un mecanismo de selección de escenarios, por ejemplo, mediante la grafica de valor (*valor esperado del indicador económico de interés*) y riesgo (*desviación estándar del indicador*) o por el método tradicional de ordenamiento de mayor a menor valor (*Rank & Cut*).

Capitulo 5. Aplicación.

Datos Generales. El campo Aguacate⁴⁰ se encuentra en la porción lagunar terrestre del modelo geológico de la Faja de Oro, en la franja que corresponde al post-arrecife, ubicada en el municipio de Amatlán, en el estado de Veracruz.

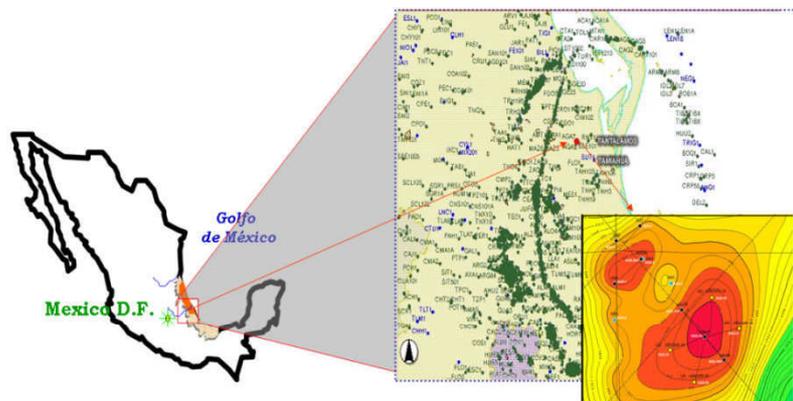


Ilustración 26. Ubicación del campo ejemplo

La formación productora que se encontró son calizas de la formación Agua Nueva y El Abra del Cretácico Superior.

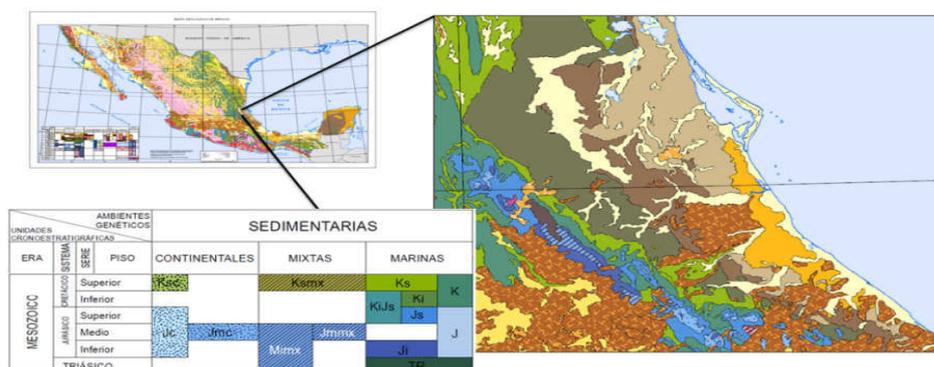


Ilustración 27. Tipo de roca de la formación del yacimiento ejemplo

⁴⁰ Por razones de confidencialidad se han cambiado los datos originales del campo por los datos ficticios que aquí se presentan.

Los pozos que conforman al Campo Aguacate se perforaron cercanos al Municipio de Tamiahua y Amatlán, del estado de Veracruz. Colinda al Noroeste (NW) con los campos Chapopotera, Juan Casiano, Chinanpa y Naranjos, al Suroeste (SW) con los campos Amatlán, Zacamixtle, Toteco y Tepezintilla y al Sureste (SE) con el Campo Tamiahua.

El 30 de Diciembre de 1969 se inició la perforación del Campo Aguacate con el pozo exploratorio Aguacate-1 (Figura 3) terminándose el 28 de Enero de 1970, éste cumplió con el propósito de encontrar condiciones favorables de porosidad, permeabilidad y acumulación de hidrocarburos en la formación Agua Nueva y El Abra, pertenecientes al Cretácico Superior y al Cretácico Medio, respectivamente. Las características fisicoquímicas que muestran los fluidos del yacimiento en la subestructura que aloja a dicho pozo (ver Figura 4), son: yacimiento de aceite negro con una densidad del aceite de 14.527° API (0.969 g/cc) y con viscosidad de 140.4997 cp @ P_b , Presión inicial 107.1 kg/m^2 (1522.96 lb/pg^2), Presión de saturación de 65.7 kg/m^2 (934.25 lb/pg^2), Temperatura de 56° C @ c.y. (132.8° F @ c.y.), Rsi de $33 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (185.2512 scf/stb), mecanismo de empuje predominantemente hidráulico, y una profundidad media de 950 mbmr (datum). Posteriormente, en los 70's, se perforaron los pozos, Aguacate-2, Aguacate-3, Aguacate-5, Aguacate-6, Aguacate-7. En 2008 y durante el año 2009, se perforaron 8 pozos más de desarrollo, Aguacate-15, Aguacate-16H, Aguacate-17H, Aguacate-18H, Aguacate-19H, Aguacate-20H, Aguacate-21H, Aguacate-22H, Aguacate-23H y Aguacate-30 para un total de 16 pozos perforados (Ver Figura 4). En la subestructura que aloja a los pozos Aguacate-15, Aguacate-16H, y Aguacate-17H, se pueden observar las siguientes características fisicoquímicas provenientes del análisis PVT realizado a los fluidos del pozo Aguacate-15: yacimiento de aceite negro con una densidad del aceite de 14° API (0.97251 g/c c) con viscosidad de 23.397 cp @ P_b , Presión inicial 107.3 kg/m^2 (1521.54 lb/pg^2), Presión de saturación de 91.2 kg/m^2 (1296.86 lb/pg^2 a 62° C @ c.y.), Temperatura de 61.43° C (142.574° F), Rsi de $26.09 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (146.461 scf/stb), mecanismo de empuje predominantemente hidráulico, y una profundidad media de 970 mbmr (datum).

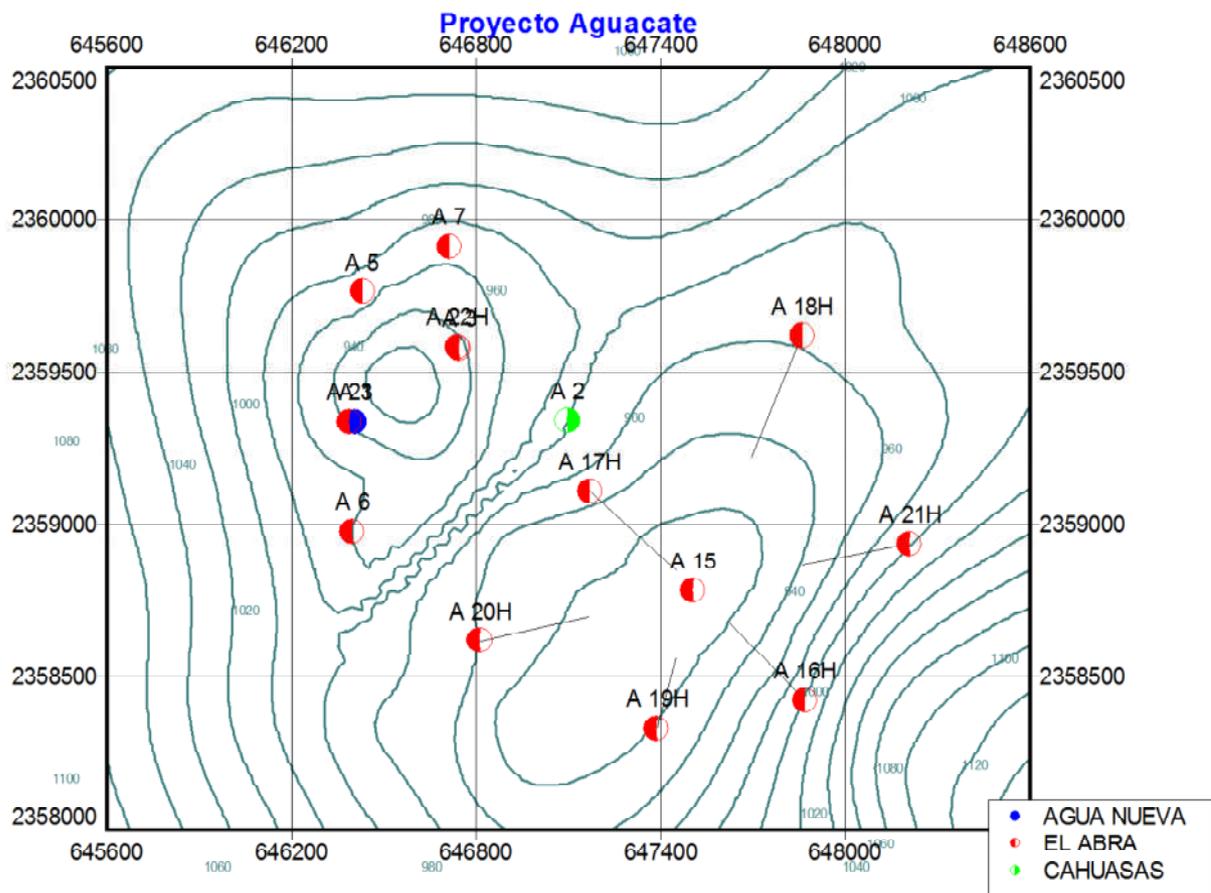


Ilustración 28. Distribución de pozos del yacimiento ejemplo

En cuanto a producción, el Campo Aguacate inició en Enero de 1970 con el pozo Aguacate-1, con un gasto promedio de aceite de 302 bpd, RGA de $18 \text{ m}^3/\text{m}^3$ (101.05 scf/stb), 0.03051 mmpcd, y un corte de agua de 1.4%. Dicho pozo mostró una fuerte declinación después de 3 meses del inicio de su producción cerrándose en 1973. Los pozos perforados inicialmente en los 70's que mostraron productividad, Aguacate-1, Aguacate-5, y Aguacate-7, después de un periodo de producción, por falta de oleoducto, instalaciones, y pipeo para su transporte fueron cerrándose poco a poco. Aunado a esto, los pozos Aguacate-2, Aguacate-3, y Aguacate-6, se invaden de agua. Las características de producción al cierre del campo en 1973 son: gasto promedio de aceite al último mes de producción de 79.33 bpd, gasto promedio de gas al último mes

de producción de 0.01868 mmpcd, RGA de 235.47 (scf/stb), Np de 181.83 MBLS, Gp de 21.38 MMSCF, corte de agua de 45.62% y Wp de 23.43 MBLS.

Se hizo un intento de reapertura del campo en los 90's con una mejora opacada por la fuerte declinación de los producción y el aumento en el corte de agua, derivando esto en el termino de producción en el mes de Marzo de 1999, con las siguientes características: gasto promedio de aceite al último mes de producción de 8.12 bpd, gasto promedio de gas al último mes de producción de 0.00342 mmpcd, RGA de 421.06 scf/stb, Np de 288.08 MBLS, Gp de 60.71 MMSCF, corte de agua de 80% y Wp de 70.34 MBLS.

En 2008 se reacondiciona el pozo Aguacate-1 para abrirse de nueva cuenta a producción, además de la perforación y puesta a producción de los pozos Aguacate-15 y Aguacate-16H, en el mismo año. Al mes de Mayo de 2009, con la ayuda de los avances tecnológicos y las medidas administrativas apropiadas, se logra la reapertura del campo nuevamente, iniciándose en el mes Septiembre de 2008 y mostrando mejoras significativas en cuanto a los gastos de producción y volúmenes recuperados. El área estimada para el yacimiento es de 3.52 Km².

Planteamiento. Aplicando la metodología propuesta:

1. ¿Qué se quiere hacer?

La reapertura del campo Aguacate mediante el desarrollo del yacimiento con la perforación de nuevos pozos y la determinación de la mejor opción para su transporte: mediante la construcción de instalaciones o con el uso de pipas.

Opciones	Recuperación	Pozos	Terminación	Plataforma	Conducción
Y_1	Primaria	P Vertical	Revestido	Individual	Instalaciones Nuevas
Y_2		P Horizontal	Descubierto	Pera	Compartidas
Y_3		P Ambos	f(tipo de pozo)	Individual/Pera	Pipeo
Y_4		RMA/P Ambos			

Ilustración 29. Matriz de escenarios de desarrollo del yacimiento ejemplo

2. ¿Qué se necesita para hacerlo?

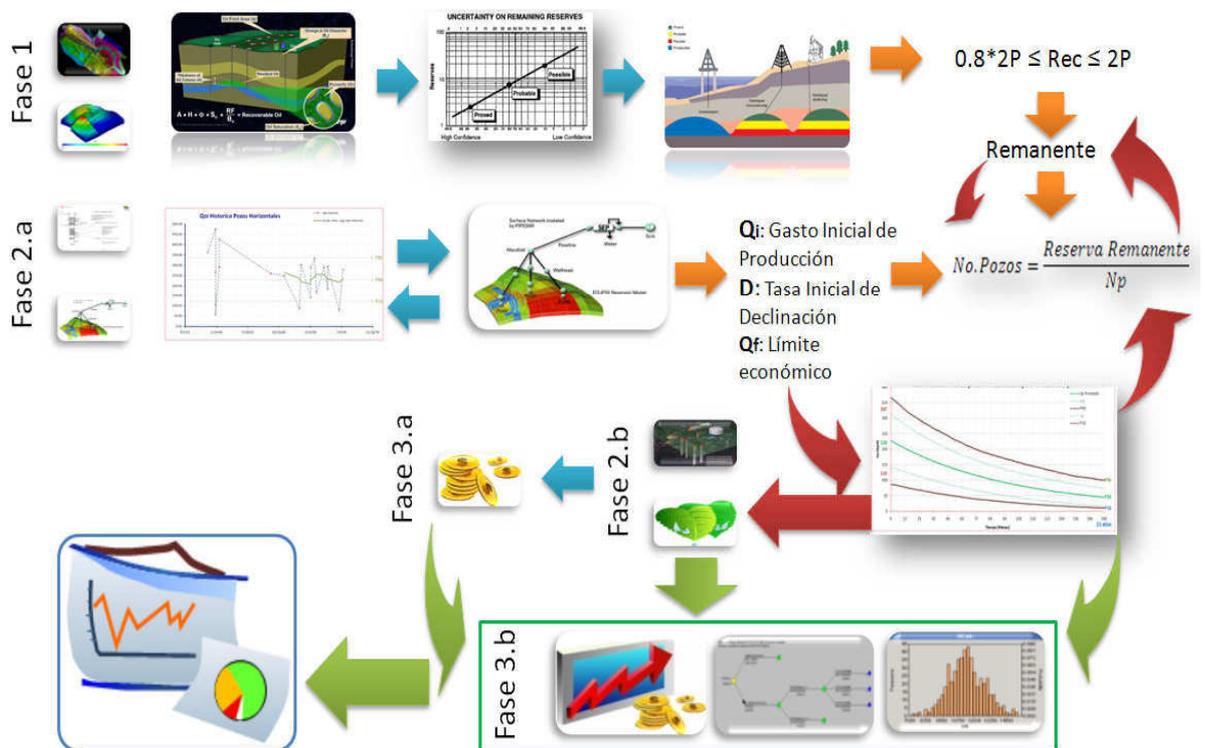


Ilustración 30. Flujo de trabajo de la metodología de Visualización propuesta

- Fase 1: Determinar volúmenes originales y reservas de manera probabilista, determinar la categoría, clasificación y estatus (donde aplique) de la reserva remanente a desarrollar.

- Fase 2:
 - Fase 2.a: Determinar los gastos iniciales y tasas de declinación a utilizar. Con los datos mencionados calcular el número de pozos a perforar y realizar el pronóstico de producción estándar y verificar que el número de pozos calculado permite drenar el volumen fijado en la Fase 1.
 - Fase 2.b: Para los volúmenes a drenar proponer las instalaciones necesarias para su conducción o el medio de transporte propuesto.

- Fase 3:
 - Fase 3.a: Para los escenarios de instalaciones y transporte de hidrocarburos determinar los costos asociados. Es importante presentar, a este nivel de visualización, un rango de incertidumbre en los costos.
 - Fase 3.b: Diseñar los árboles con las decisiones e incertidumbres involucradas.

- Entregable: Comparación entre escenarios en base a sus indicadores y escenario óptimo de la visualización.

Dada la complejidad del problema, lo mejor es representar, resolver y analizar bajo la metodología de Simulación Monte Carlo.

Análisis de Resultados.

1. Fase 1: Cálculo de Volumetría y Reservas,

Datos,

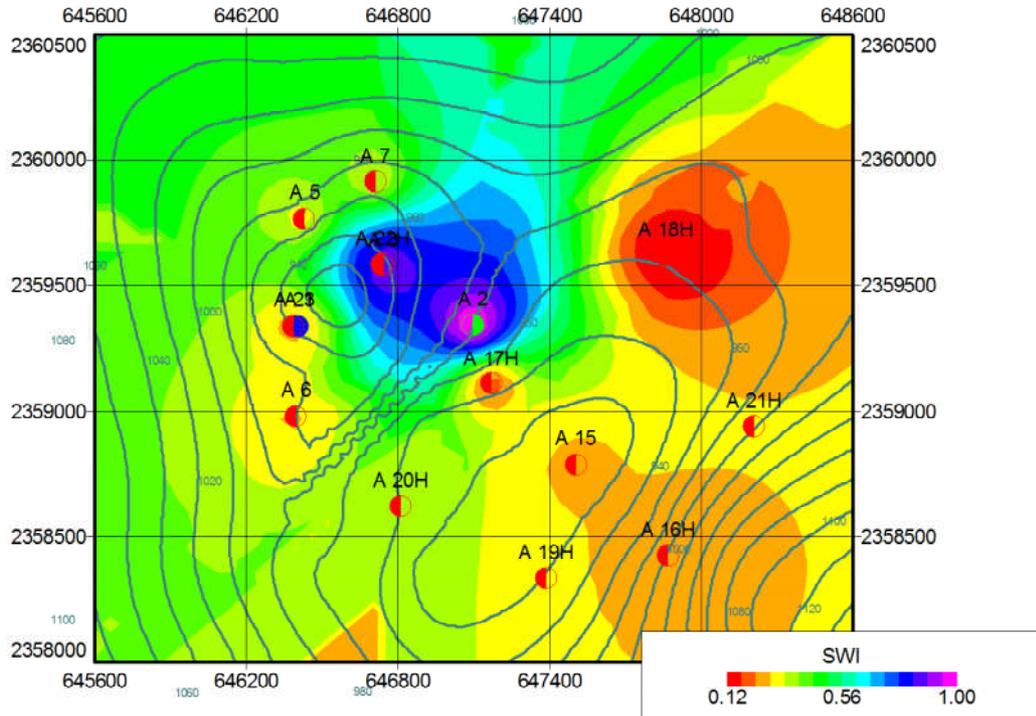


Ilustración 31. Distribución de saturaciones de agua congénita del yacimiento ejemplo

Tallo y Hojas de Saturación de Agua									
0.1	0.120								1
0.2	0.200	0.250	0.260	0.260	0.260	0.260	0.270	0.290	8
0.3	0.320	0.340							2
>0.4	0.740								1

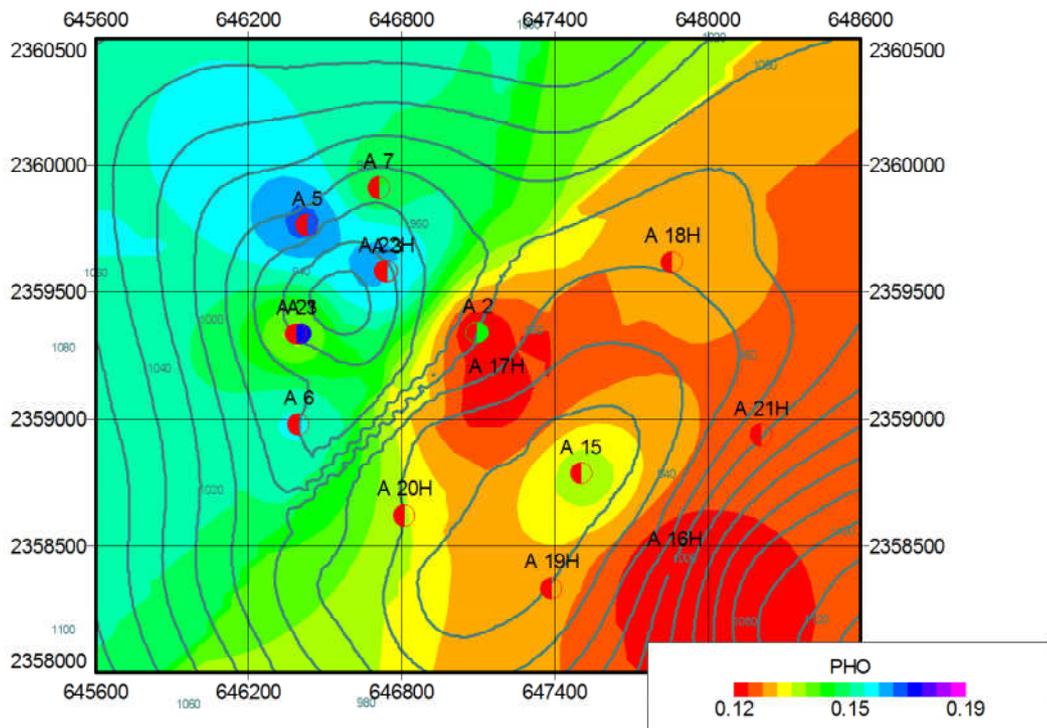


Ilustración 32. Distribución de porosidades del yacimiento ejemplo

Tallo y Hojas de Porosidad							
0.12	0.120	0.120	0.120	0.120	0.120	0.122	6
0.13	0.132						1
0.14	0.143						1
>0.15	0.190						1

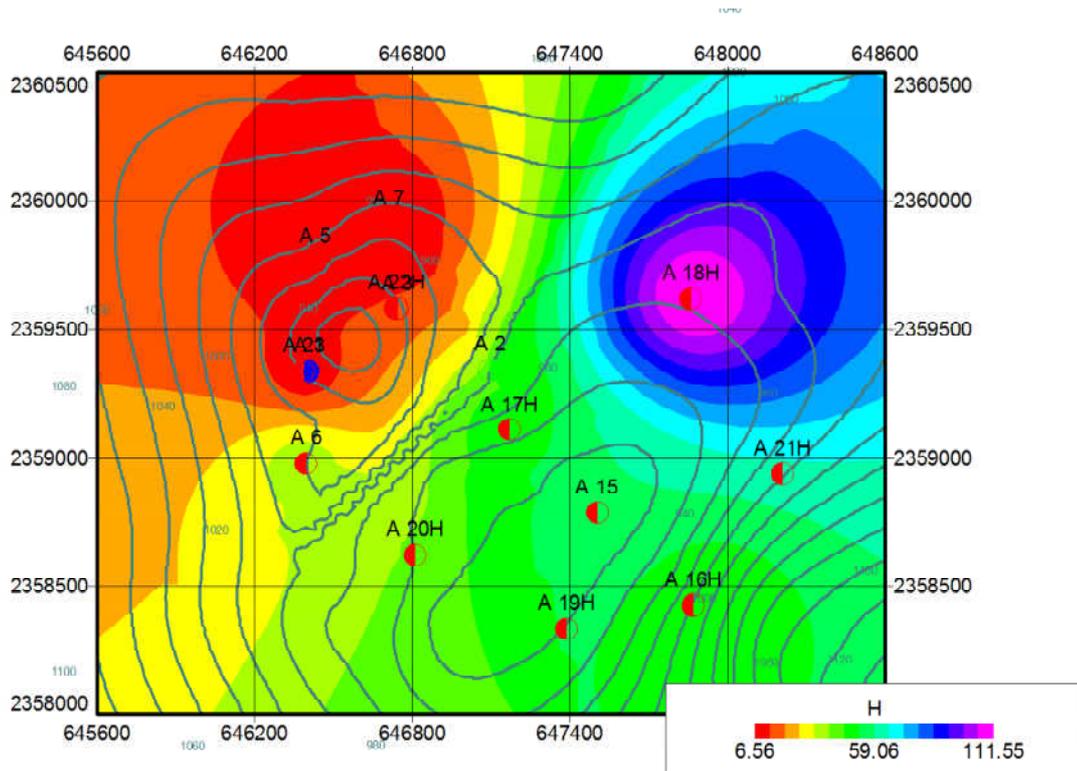


Ilustración 33. Distribución de espesores del yacimiento ejemplo

Tallo y Hojas de Espesor Neto [ft]							
<20	6.560	9.840	9.840				3
30	36.090						1
40	45.930	49.210					2
50	59.060						1
>50	111.550						1

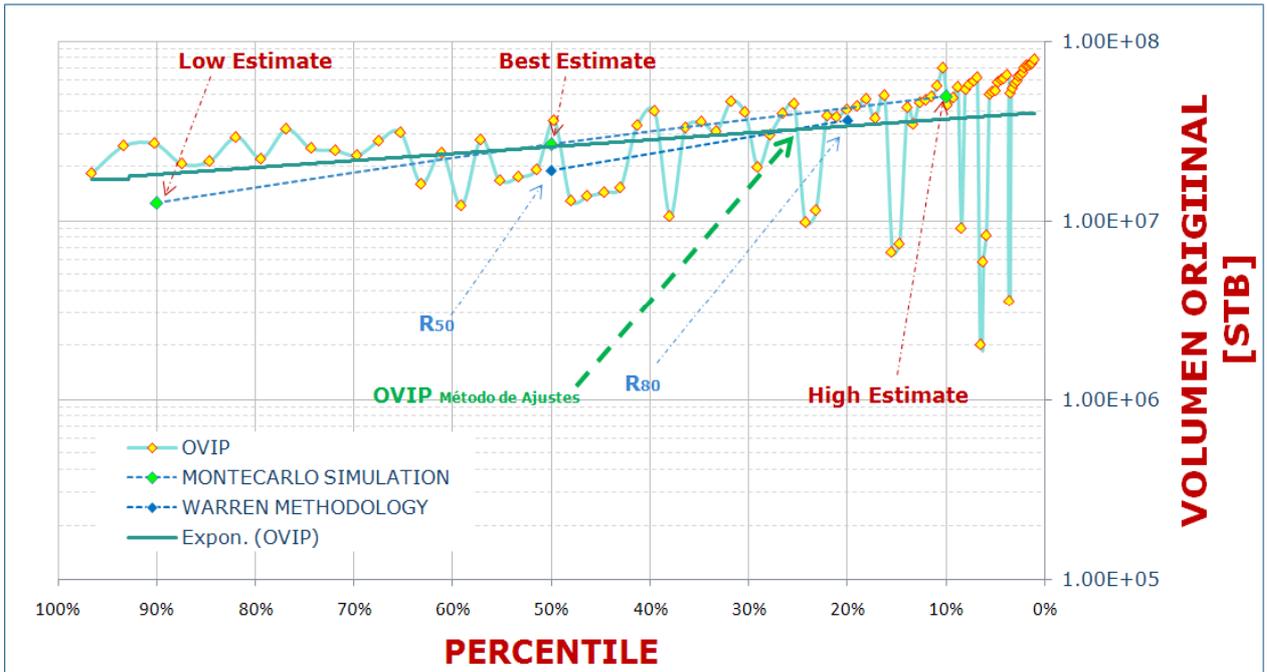


Ilustración 34. Rango de incertidumbre en el volumen original de aceite del yacimiento ejemplo

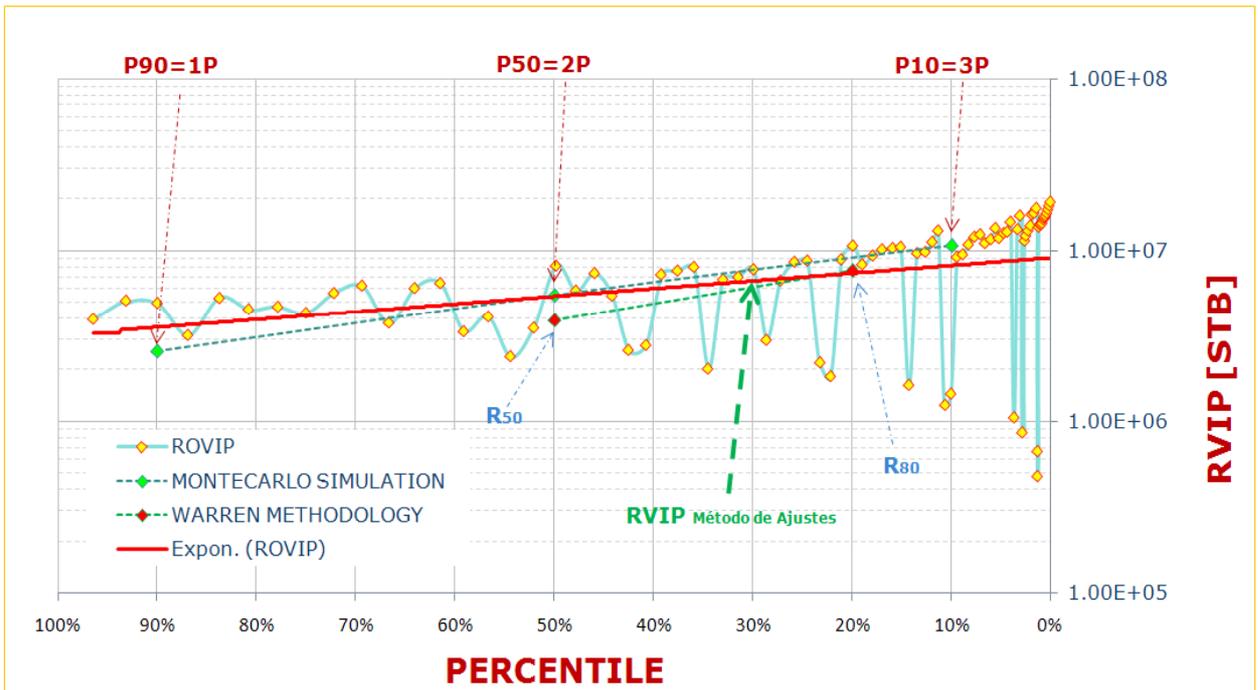


Ilustración 35. Rango de incertidumbre de las Reservas del yacimiento ejemplo

RESULTADOS DEL MÉTODO DE SIMULACIÓN MONTE CARLO							
Rango de Incertidumbre		VOLUMEN ORIGINAL			RESERVA ORIGINAL		
Percentil	Probabilidad	Escenario	OOVIP [STB]	OGVIP [MMSCF]	Escenario	ROVIP [STB]	RGVIP [MMSCF]
P90	90%	Low Estimate	19,720,688.53	1,532.33	1P	3,740,132.28	737.4
P50	50%	Best Estimate	26,399,492.35	3,211.82	2P	5,485,345.67	1,855.202391
P10	10%	High Estimate	36,307,040.20	5,927.15	3P	7,704,524.55	3,810.3
Recuperación	20.23%	EV	30,674,061.9	3,537.74	EV	6,204,476.5	2,718.2

2. **Fase 2:** Cálculo gastos iniciales, tasas de declinación y número óptimo de pozos.

- Fase 2.a:

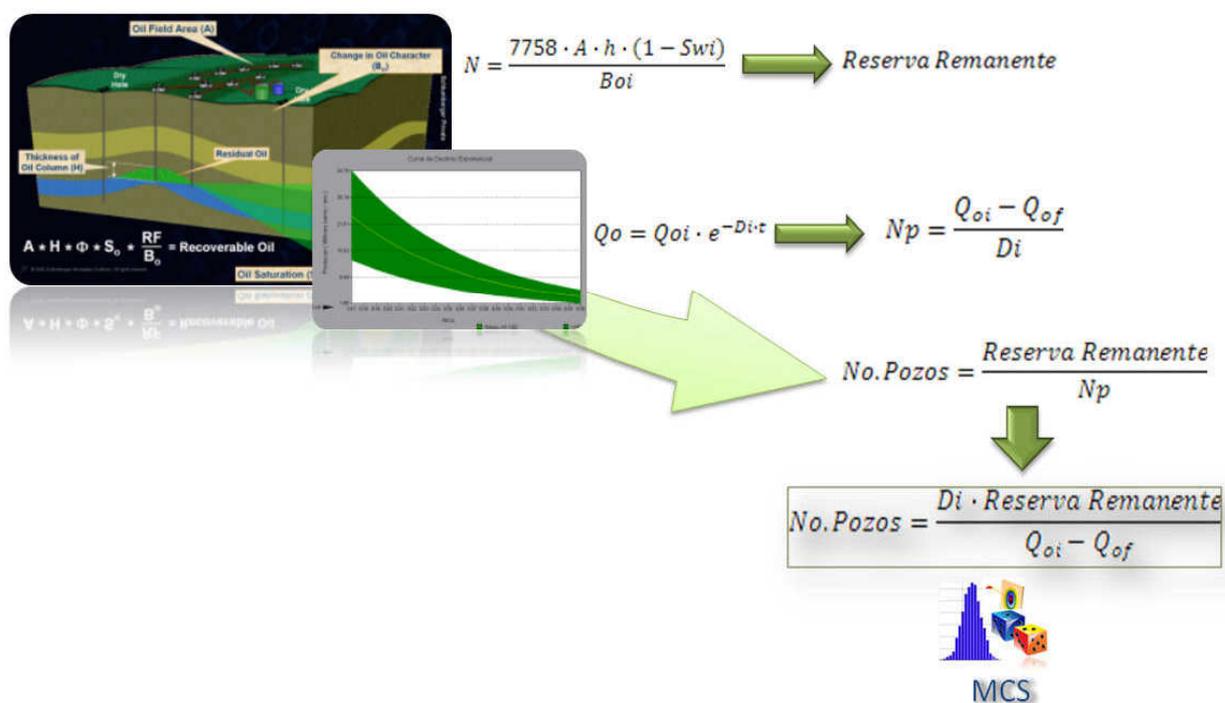


Ilustración 36. Metodología propuesta para el cálculo de número de pozos

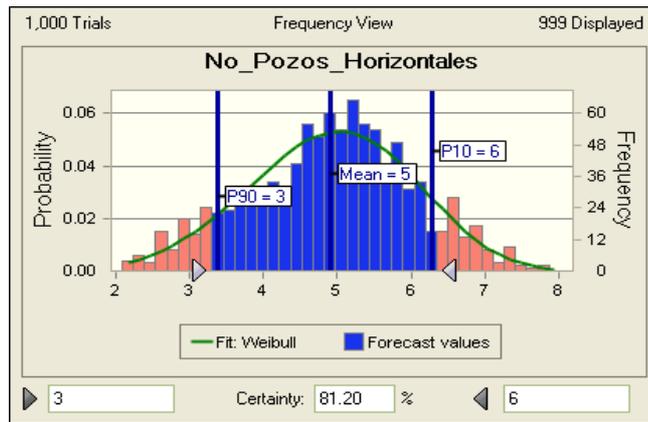


Ilustración 37. Rango de Incertidumbre en el número de pozos horizontales

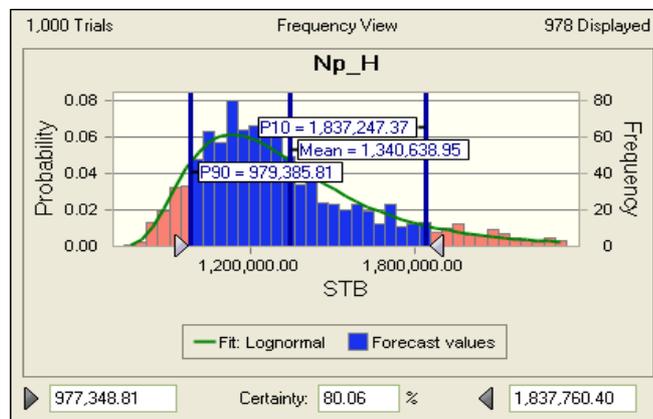


Ilustración 38. Rango de Incertidumbre en el volumen acumulado de los pozos horizontales

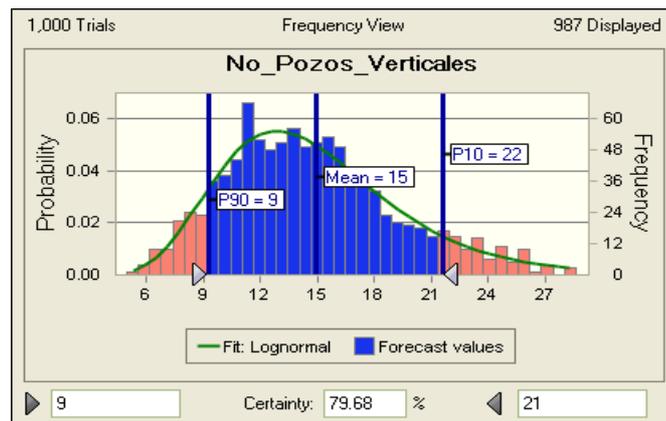


Ilustración 39. Rango de Incertidumbre en el número de pozos verticales

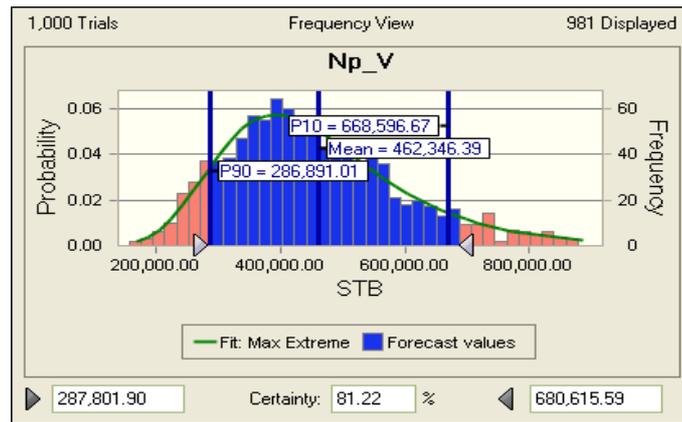


Ilustración 40. Rango de Incertidumbre en el volumen acumulado de los pozos verticales

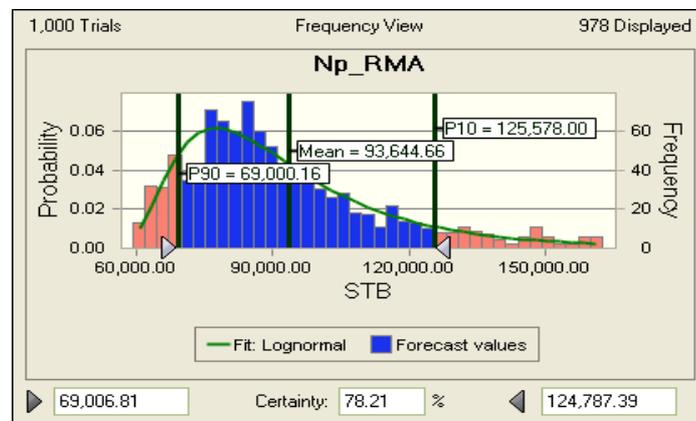


Ilustración 41. Rango de Incertidumbre en el volumen acumulado de las reparaciones mayores

Optimizacion

P 90		
Np H	958,633.68	STB
Np V	287,182.18	STB
Np RMA	67,812.82	STB

Esperado		
Np H	1,333,218.96	STB
Np V	460,061.61	STB
Np RMA	93,171.04	STB

P 10		
Np H	1,843,531.89	STB
Np V	667,449.99	STB
Np RMA	127,136.90	STB

No Pozos Planteado	Np Total por tipo
6	5,322,244.21
2	678,793.83
3	203,438.47

Np Total	6,204,476.50
Remanente	6,204,476.50
Diferencia	-

No Pozos Planteado	Np Total por tipo
4	5,025,263.08
2	899,700.31
3	279,513.11

Np Total	6,204,476.50
Remanente	6,204,476.50
Diferencia	(0.00)

No Pozos Planteado	Np Total por tipo
3	4,771,781.13
2	1,051,284.66
3	381,410.71

Np Total	6,204,476.50
Remanente	6,204,476.50
Diferencia	-

- Fase 2.b:
 - Dos escenarios de tiempos.
 - Con adelanto de la producción
 - Transporte de la producción por pipeo
 - Transporte de la producción por pipeo temporal (1 año) hasta la construcción de la infraestructura
 - Sin adelanto de la producción
 - Se finaliza el Programa de Perforación y Terminación, pero se mantienen cerrados hasta finalizar la construcción de infraestructura.

- Dos escenarios de infraestructura:
 - Construcción de instalaciones de proceso de separación.
 - Renta de instalación local para proceso de separación.

3. Fase 3:

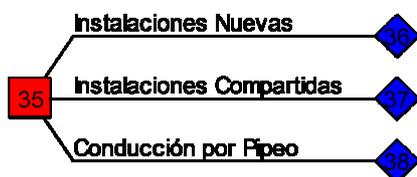
- 3.a. Costos asociados a cada opción:

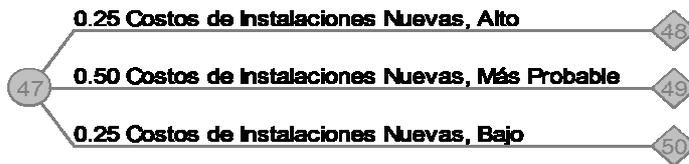
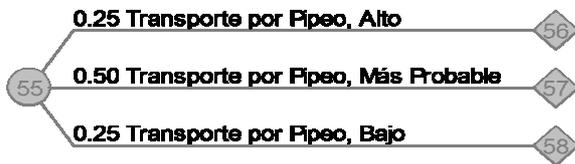
TIPO DE CAMBIO	11.2	Pesos/Dls		
COSTOS				
PERFORACION & TERMINACION				
Pozo Horizontal				17.5 MM\$
Pozo Vertical				16.9 MM\$
Reacondicionamientos				1.5 MM\$
Sistema artificial por pozo				
Cavidades progresivas c/bomba	150 USD			2 MM\$
mantenimiento anual	30%			0.5 MM\$
INFRAESTRUCTURA				
BATERIA CON DUCTO				120 MM\$
MANTTO				10 MM\$
BOMBA (Int)				88
MANTTO				2 MM\$
BOMBA (Loc)				70
MANTTO				2 MM\$
TRANSPORTE				
PIPEO (9 Km pavimento 4 Km Terracería) Capacidad por pipa: 20 m ³				125 BLS
Líneas de descarga				1 MM\$

- 3.b. Diseño de decisiones e incertidumbres:

Explotación Primaria con Pozos Horizontales,

Explotación Primaria con Pozos Verticales, Plataforma Individual



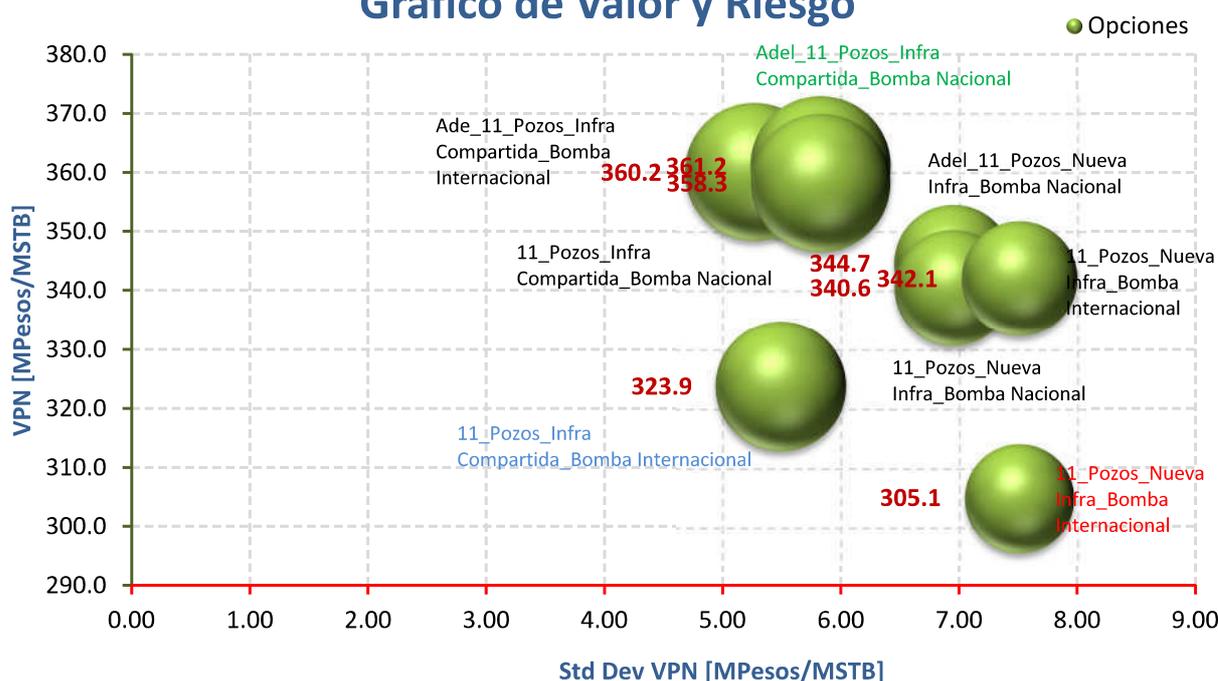


Nota: Las probabilidades no son representativas, el propósito del diseño es únicamente observar cómo están distribuidos los escenarios.

Resultados:

Opciones	Std Dev	VPN[Mpesos/MSTB]	PIR
11_Pozos_Infra Compartida_Bomba Internacional	5.49	323.9	6.05
Adel_11_Pozos_Infra Compartida_Bomba Internacional	5.26	360.2	6.82
Adel_11_Pozos_Infra Compartida_Bomba Nacional	5.82	361.2	6.97
11_Pozos_Infra Compartida_Bomba Nacional	5.82	358.3	6.89
Adel_11_Pozos_Nueva Infra_Bomba Nacional	6.94	344.7	4.95
11_Pozos_Nueva Infra_Bomba Nacional	6.94	340.6	4.89
Adel_11_Pozos_Nueva Infra_Bomba Internacional	7.50	342.1	4.75
11_Pozos_Nueva Infra_Bomba Internacional	7.50	305.1	4.22

Gráfico de Valor y Riesgo



Conclusiones y Recomendaciones. El presente trabajo ha establecido las bases teóricas para comprender la metodología de visualización basada en la filosofía FEL o VCD. Dichas bases han servido para plantear una metodología propia que resume los aspectos fundamentales de la visualización de escenarios para el desarrollo de explotación primaria de un campo petrolero. La visualización mencionada es de carácter técnico-económica. La parte técnica corresponde a la ingeniería de yacimientos básica y la parte económica corresponde a los insumos necesarios para evaluar económicamente para la obtención de indicadores desde un punto de vista estocástico al involucrar rangos de incertidumbre en los costos asociados al desarrollo del campo: perforación, terminación, intervenciones, instalaciones, seguridad industrial y protección al ambiente, etc.

La teoría en la cual se fundamenta el presente trabajo, proporciona un cuerpo de conocimientos que permite identificar la solución óptima al proyecto de visualización

que se estudie. Dicha teoría permite, además, tener claro cuándo y cómo se deben de utilizar las herramientas matemáticas que soportan a las metodologías de visualización.

En el ejemplo de aplicación expuesto en el presente trabajo, se verifica la efectividad de la metodología diseñada. El ejemplo, por razones de confidencialidad no muestra la realidad de este campo. Sin embargo, los fundamentos petrofísicos y de datos PVT utilizados están muy cercanos al comportamiento real. Lo importante es observar la interacción de los elementos de la metodología para llegar a visualizar, de manera eficiente y eficaz, la selección del mejor escenario y apoyar a la toma de decisiones de manera rápida y con fundamentos analíticos que permitan defender la opción u opciones propuestas.

Finalmente, se puede observar que la metodología propuesta maneja tiempos cortos. Lo anterior implica una reducción significativa en los costos de aplicación y una optimización en el tiempo de obtención de resultados. De aquí que se mencionen las siguientes recomendaciones:

- I. Tener estructurada una base de datos que permita el fácil manejo de la información para obtener las estadísticas necesarias para la generación de distribuciones y aplicación eficiente del método Monte Carlo.
- II. Realizar los estudios estadísticos siempre de la mano de los fundamentos teóricos de la ingeniería petrolera.
- III. Revisar profundamente las distintas distribuciones de probabilidad, discretas y continuas, y revisar ejemplos de aplicación de estas. A menudo en la literatura se asocia a cierta propiedad (como la porosidad) con algún tipo de distribución. El aceptar dichas sugerencias de manera absoluta sin revisar el comportamiento estadístico de los datos así como la identificación de la mejor distribución que se ajuste a dicho comportamiento, conduce a resultados erróneos.

- IV. Por último, la recomendación más importante es referente a la selección del método para evaluar la incertidumbre en la toma de decisiones. La metodología propuesta hace uso de la simulación Monte Carlo y de los árboles de decisión. La selección de uno u otro depende de la complejidad del proyecto a visualizar. Normalmente, en un proyecto FEL o VCD en forma el uso exagerado de la matriz de incertidumbres genera un paquete verdaderamente grueso de escenarios. Este paquete en muchas ocasiones contiene escenarios inverosímiles y nada factibles. Se recomienda evitar la generación de escenarios atendiendo a la experiencia de los profesionales involucrados para la selección de escenarios factibles de realizar. Con esto se reduce el tiempo de evaluación y de entrega de resultados para la toma de decisiones.
- V. Por último, la recomendación más importante es referente al uso de las metodologías de análisis de visualización de escenarios como generadores de planes de desarrollo de campos. Actualmente, la Comisión Nacional de Hidrocarburos es el organismo regulador de las prácticas de administración de proyectos, entre otras cosas. La presente metodología hace uso de manera implícita de los lineamientos emitidos por dicho organismo por ser estos de carácter ingenieril y enfocados al fortalecimiento de las mejores prácticas para la administración integral de yacimientos. Con esta metodología se busca simplificar el concepto de la visualización y fortalecer el uso de los lineamientos de la Comisión Nacional de Hidrocarburos.

Referencias

1. Montgomery, D.C. Runge, G. C.: Applied Statistics and Probability for Engineers, Third Edition, John Wiley & Sons, Phoenix (2003) 16-53.
2. Jensen, J.L. Lake, L.W. Corbett P.W.L. Goggin, D.J.: Statistics for Petroleum Engineers and Geoscientists, Prentice Hall, NJ (1997) 404.
3. Bailey, W. et al.: “Riesgos Medidos” Oilfield Review (Winter 2001) 22-37.
4. Coopersmith, E.M. et al.: “La Toma de Decisiones en la Industria del Petróleo y Gas” Oilfield Review (Spring 2001) 2-9.
5. Virine, L. et al: “Decision and Risk Analysis Tools for the Oil and Gas Industry” paper SPE 84821 presented at the 2003 SPE Eastern Regional/AAPG Eastern Section Joint Meeting, Pittsburg, Sept. 6-10.
6. Coopersmith, E.M. et al.: “Decision Mapping – A Practical Decision Analysis Approach to Appraisal & Development Strategy Evaluations” paper SPE 82033 presented at the 2003 SPE Hydrocarbon Economic Evaluation Symposium, Dallas, Apr. 5-8.
7. Gatta, S.R.: “Decision Tree Analysis and Risk Modeling To Appraise Investments on Major Oilfield Projects” paper SPE 53163 presented at the 1999 SPE Middle East Oil Show, Bahrain, Feb. 20-23.
8. Komlosi, Z.P.: “Application Monte Carlo Simulation in Risk Evaluation of E&P Projects” paper SPE 68578 presented at the 2001 Hydrocarbon Economic Evaluation Symposium, Dallas, Apr. 2-3.
9. Society Of Petroleum Engineers: Guidelines for the Evaluation of Petroleum Reserves and Resources, SPE, USA (2001) 41.

10. Capen, E.C.: "A Consistent Probabilistic Definition of Reserves" paper SPE 25830 presented at the 1993 SPE Hydrocarbon Economic Evaluation Symposium, Dallas, Mar. 29-30.
11. Petroleum Society Monograph No. 1: Determination of Oil and Gas Reserves, Second Edition, Virginia MacKay, Calgary (2004) 129.
12. Arps, J.J. "Analysis of Decline Curves". Trans., AIME (1945) 160, 228-47.
13. Arps, J.J. "Estimation of Primary Oil Reserves". Trans., AIME (1956) 207, 182-191.
14. Fetkovich, M.J. et al: "Useful Concepts for Decline Curve Forecasting, Reserve Estimation, and Analysis" SPE-RE (Feb. 1996) 13-22.
15. Williamson, H.S. et al: "Monte Carlo Techniques Applied to Well Forecasting: Some Pitfalls" SPEDC (Sep. 2006) 216-27.
16. Hariharan, E.C. et al: "The Use of Probabilistic Analysis for Estimation of Drilling Time and Costs When Evaluating Economic Benefits of New Technologies" paper IADC/SPE 98695 presented at the 2006 IADC/SPE Drilling Conference, Miami, Feb. 21-23.

Nomenclatura

Capítulo 1. Probabilidad y Estadística.

C_n^N : Combinaciones de muestras de n elementos de una población de N elementos.

N : Elementos de la población.

n : Elementos de la muestra.

n_{bin} : Elementos en la clase bin .

\bar{x} : Media aritmética.

$\overline{x_p}$: Media ponderada.

$i = bin$: Subíndice para contar los elementos o los intervalos de clase.

r : r - ésimo elemento de la muestra.

$x_i = x_{bin}$: i - ésimo elemento de la muestra (media aritmética) o marca de clase (media ponderada).

w_i : Ancho del intervalo de clase.

k : Identificador de posición para un cuantil.

Q_k : Cuartil de orden k .

D_k : Decil de orden k .

P_k : Percentil de orden k .

Me : Mediana.

S^2 ó $Var(X)$: Varianza.

S ó σ : Desviación estándar o *Std Dev* (de la muestra y de la población, respectivamente).

D_m : Desviación absoluta o desviación promedio.

C_v : Coeficiente de variación.

m^k : Momento de orden k con respecto a la media.

A_s : Coeficiente de simetría.

$P\{x_{bin}\}$: Probabilidad de ocurrencia de la marca de clase x_{bin} .

$P\{x\}$: Probabilidad de ocurrencia del elemento x .

$f_X(X)$: Función de densidad de la variable aleatoria X .

$F_X(x)$: Función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria X .

$E(X) = \mu = EV$: Esperanza matemática o valor esperado.

p : Probabilidad de éxito.

q : Probabilidad de fracaso.

EVM : Valor Esperado Monetario.

$P(A)$: Probabilidad del evento A.

$P(A|B)$: Probabilidad del evento A dado el evento B.

$P(A \cap B)$: Probabilidad de la intersección entre A y B.

$P(A')$: Probabilidad de A complemento.

VOI : Valor de la información.

IP : Información Perfecta.

IA : Información Adicional.

IIP : Información Imperfecta.

Para la ecuación de Darcy:

Q : Gasto del fluido.

A : Área transversal.

k : Permeabilidad.

μ : Viscosidad.

ΔP : Decremento de presión.

L : Longitud.

Capítulo 2. Ingeniería de Yacimientos.

N : Volumen original de aceite en sitio.

Np : Producción acumulada de aceite.

G : Volumen original de gas en sitio.

Gp : Producción acumulada de gas.

PDP : Categoría de reserva probada desarrollada produciendo.

PNP : Categoría de reserva probada desarrollada no produciendo.

PND : Categoría de reserva probada no desarrollada.

PRB : Categoría de reserva probable.

POS : Categoría de reserva posible.

A : Área.

\emptyset : Porosidad.

S_{wi} : Saturación inicial de agua, Saturación de agua congénita o Saturación de agua intersticial, dependiendo del origen de los datos.

B_{oi} : Factor inicial de volumen de aceite, [vol (de aceite y gas disuelto) @c.y/vol (aceite muerto) @c.s]

B_b : Factor de volumen de aceite a la presión de burbuja, [vol (de aceite y gas disuelto) @c.y/vol (aceite muerto) @c.s]

R_{si} ó RGA : Relación de solubilidad o Relación gas – aceite, [scf/stb], dependiendo del origen de los datos.

E_r : Eficiencia de recuperación total o factor de recuperación.

E_{roil} : Eficiencia de recuperación de aceite por balance de materia.

z : factor de desviación del comportamiento ideal de un gas,

T_y : Temperatura del yacimiento, [°F].

P_i : Presión inicial, [psia].

P_y : Presión de yacimiento, [psia].

C_{VI} ó RCG : Proporción de condensado inicial en el gas o Relación condensado – gas, [stb/scf].

$D_i = D$: Tasa nominal de declinación.

q : Gasto mensual de aceite o de gas, [STB] ó [MMSCF], respectivamente.

$\frac{dq}{dt}$: Cambio en el gasto mensual de aceite o de gas con respecto al cambio en el tiempo.

b : Exponente de declinación.

t : Tiempo, [meses]

q_i : Gasto mensual inicial de aceite o de gas al tiempo en que comienza la declinación, [STB] ó [MMSCF], respectivamente.

$q(t)$: Gasto mensual de aceite o de gas en función del tiempo, [STB] ó [MMSCF], respectivamente.

R_f : Reserva remanente bajo las condiciones de explotación prevalecientes al momento de la declinación.

L : Vida remanente del yacimiento bajo las condiciones de explotación prevalecientes la momento de la declinación.

D_{eff} : Tasa efectiva de declinación.

C_e : Compresibilidad efectiva [1/psi].

C_o : Compresibilidad del aceite [1/psi].

C_w : Compresibilidad del agua [1/psi].
 C_{pm} : Compresibilidad de la porosidad en la matriz [1/psi].
 C_{pf} : Compresibilidad de la formación [1/psi].
 k : Permeabilidad absoluta [md].
 k_o : Permeabilidad efectiva al aceite [md].
 ϕ_m : Porosidad de la matriz.
 ϕ_f : Porosidad de la formación.
 μ_{ob} : Viscosidad del aceite en el punto de burbuja [cp].
 μ_{wi} : Viscosidad inicial del agua [cp].
 μ : Viscosidad del aceite [cp].
 ρ_o : Densidad del aceite [g/cc].
 ρ_g : Densidad del gas [g/cc].
 α : Ángulo medido a partir de un plano horizontal.
 $[E_{roil}]_{wa}$: Eficiencia de recuperación debida al acuífero.

Capítulo 3. Evaluación Económica.

DCF : Flujo de efectivo descontado (Discounted Cash Flow).
 $FEAI$: Flujo de efectivo antes de impuestos.
 $FEAI$: Flujo de efectivo después de impuestos.
 $OpCost = OPEX$: Costos de operación (Operating Cost u Operating Expense).
 $CAPEX$: Inversiones, Capital o Inversiones de Capital (Capital Expenditures).
 $FEND$: Flujo de efectivo neto descontado.
 $VPN = NPV$: Valor Presente Neto (Net Present Value).
 TIR : Tasa interna de retorno.
 VPI : Valor Presente de las inversiones.
 PWI : Eficiencia de la inversión (Present Worth Index).
 ONW : Número óptimo de pozos (Optimum Number of Wells).

Índice de Figuras

<i>Ilustración 1. Probabilidad Condicional</i>	37
<i>Ilustración 2. Cálculo del Valor Esperado para la Probabilidad Condicional</i>	37
<i>Ilustración 3. Teorema de Bayes</i>	38
<i>Ilustración 4. Ejemplo 1 de Aversión al Riesgo</i>	40
<i>Ilustración 5. Ejemplo 2 de Aversión al Riesgo</i>	40
<i>Ilustración 6. Cálculo del Valor Esperado Monetario</i>	41
<i>Ilustración 7. Valor de la Información Perfecta</i>	42
<i>Ilustración 8. Valor de la Información Imperfecta</i>	43
<i>Ilustración 9. Flujo de la Simulación Monte Carlo</i>	49
<i>Ilustración 10. Ecuación de Darcy</i>	49
<i>Ilustración 11. Planteamiento de Simulación Monte Carlo para la resolución de la Ecuación de Darcy</i>	50
<i>Ilustración 12. Resolución de la Ecuación de Darcy por el Método de Simulación Monte Carlo</i>	50
<i>Ilustración 13. Esquema de la Simulación Monte Carlo para la resolución de ecuaciones</i>	51
<i>Ilustración 14. Esquema general de la Simulación Monte Carlo</i>	51
<i>Ilustración 15. Esquema general de la clasificación de Recursos y Reservas de Hidrocarburos</i>	57
<i>Ilustración 16. Clasificación de Reservas</i>	60
<i>Ilustración 17. Rango de Incertidumbre en las etapas de recuperación de un yacimiento</i>	67
<i>Ilustración 18. Aceite Recuperable</i>	69
<i>Ilustración 19. Esquema de Desarrollo de un Campo Petrolero Marino</i>	101
<i>Ilustración 20 Esquema de Desarrollo de un Campo Petrolero bajo el esquema FEL</i>	105
<i>Ilustración 21. Esquema general de la metodología FEL</i>	107
<i>Ilustración 22. Esquema de actividades FEL</i>	109
<i>Ilustración 23. Sub actividades principales de la metodología FEL Visualización</i>	111
<i>Ilustración 24. Matriz de opciones de Visualización de escenarios</i>	112
<i>Ilustración 25. Fases de trabajo del esquema de Visualización</i>	113
<i>Ilustración 26. Ubicación del campo ejemplo</i>	115
<i>Ilustración 27. Tipo de roca de la formación del yacimiento ejemplo</i>	115
<i>Ilustración 28. Distribución de pozos del yacimiento ejemplo</i>	117
<i>Ilustración 29. Matriz de escenarios de desarrollo del yacimiento ejemplo</i>	119
<i>Ilustración 30. Flujo de trabajo de la metodología de Visualización propuesta</i>	119
<i>Ilustración 31. Distribución de saturaciones de agua congénita del yacimiento ejemplo</i>	121
<i>Ilustración 32. Distribución de porosidades del yacimiento ejemplo</i>	122
<i>Ilustración 33. Distribución de espesores del yacimiento ejemplo</i>	123

<i>Ilustración 34. Rango de incertidumbre en el volumen original de aceite del yacimiento ejemplo.....</i>	<i>124</i>
<i>Ilustración 35. Rango de incertidumbre de las Reservas del yacimiento ejemplo</i>	<i>124</i>
<i>Ilustración 36. Metodología propuesta para el cálculo de número de pozos.....</i>	<i>125</i>
<i>Ilustración 37. Rango de Incertidumbre en el número de pozos horizontales.....</i>	<i>126</i>
<i>Ilustración 38. Rango de Incertidumbre en el volumen acumulado de los pozos horizontales</i>	<i>126</i>
<i>Ilustración 39. Rango de Incertidumbre en el número de pozos verticales</i>	<i>126</i>
<i>Ilustración 40. Rango de Incertidumbre en el volumen acumulado de los pozos verticales.....</i>	<i>127</i>
<i>Ilustración 41. Rango de Incertidumbre en el volumen acumulado de las reparaciones mayores.....</i>	<i>127</i>

Apéndice A. Complemento de Probabilidad y Estadística.

Representación gráfica de la información. Un histograma de frecuencias, un diagrama de barras, un diagrama de puntos, y un diagrama de hoja y tallo, son ejemplos de la representación gráfica de los datos de una muestra bajo análisis. Dicha representación debe de estar ordenada y organizada. A la variable que representa a la distribución se le llama genéricamente X , a cada uno de los valores que toma la variable se le denota por x_i , y a la frecuencia con la que se presenta dicho valor por n_i . Es aconsejable ordenar los valores de los datos de menor a mayor. Los valores ordenados de una distribución se presentan con los subíndices entre paréntesis: $x_{(1)}, x_{(2)}, x_{(3)}, \dots, x_{(n)}$. De tal forma que siempre se verifica que: $x_{(i)} \leq x_{(i+1)}$.

Para una muestra de datos que se ajuste a una representación gráfica del Tipo II (muchos datos, muy parecidos entre sí), los datos deben de distribuirse en una tabla de la siguiente manera,

x_i	n_i	N_i	f_i	F_i
x_1	n_1	N_1	f_1	F_1
x_2	n_2	N_2	f_2	F_2
.
.
.
x_r	n_r	$N_r=n$	f_r	$F_r=1$

En la tabla, N representa el acumulado progresivo de las frecuencias con las que se presentan los datos. Cada N_i se puede calcular de dos formas,

$$N_i = \sum_{j=1}^i n_j$$

O

$$N_i = n_i + N_{i-1}, \forall i = 1, 2, 3, \dots, r. N_0 = 0$$

En donde la suma acumulada total (N_r) representa al número total de observaciones (n) y está definido por:

$$N_r = \sum_{i=1}^r n_i = n$$

La letra f_i denota la frecuencia relativa y F_r la frecuencia relativa acumulada, y son definidas de la siguiente manera, respectivamente,

$$f_i = \frac{n_i}{n}, \forall i = 1, 2, 3, \dots, r.$$

$$F_r = \sum_{i=1}^r f_i = 1$$

De igual forma que la frecuencia acumulada, N_i , la frecuencia relativa acumulada, F_i , representa el acumulado progresivo de las frecuencias relativas de los datos. Cada F_i se puede calcular de dos formas,

$$F_i = \sum_{j=1}^i f_j$$

O

$$F_i = f_i + F_{i-1}, \forall i = 1, 2, 3, \dots, r. F_0 = 0$$

Para una muestra de datos que se ajuste a una representación gráfica del Tipo III (muchas observaciones, distintas en su mayoría), los datos deben de distribuirse en una tabla que los agrupe por intervalos de clases. Entonces, se procede a calcular el número de intervalos de clases, *bins*, que representen gráficamente, de la mejor manera, a los datos de la muestra,

$$\text{intervalos de clase} = \text{bins} = \sqrt{n}$$

El número de intervalos siempre debe de ser un número entero. Con los datos ordenados se calcula el rango de la muestra, la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo,

$$\text{rango} = \text{max} - \text{min} + \Delta$$

La amplitud de clase estará definida por el cociente entre el rango y el número de intervalos. Es importante determinar si el número de intervalos cumple con tomar a

todos los valores de la muestra, por eso se sugiere que al rango se le sume un ajuste (Δ) y que el número de intervalos sea un común divisor de este rango. Entonces,

$$\text{amplitud de clase} = \text{width} = \frac{\text{rango}}{\text{bins}}$$

Se forman los intervalos teniendo presente que el límite inferior de una clase pertenece al intervalo, pero el límite superior no pertenece intervalo. La tabla será muy parecida a la de la representación Tipo II, con la variante de que se tabulan los límites y las marcas de clases,

<i>bin</i>	<i>Li_{bin}</i>	<i>LS_{bin}</i>	<i>x_{bin}</i>	<i>n_{bin}</i>	<i>N_{bin}</i>	<i>f_{bin}</i>	<i>F_{bin}</i>
1	<i>Li₁</i>	<i>LS₁</i>	<i>x₁</i>	<i>n₁</i>	<i>N₁</i>	<i>f₁</i>	<i>F₁</i>
2	<i>Li₂</i>	<i>LS₂</i>	<i>x₂</i>	<i>n₂</i>	<i>N₂</i>	<i>f₂</i>	<i>F₂</i>
.
.
.
r	<i>Li_r</i>	<i>LS_r</i>	<i>x_r</i>	<i>n_r</i>	<i>N_r=n</i>	<i>f_r</i>	<i>F_r=1</i>

Los límites de clase se calculan de la siguiente manera,

$$Li_{bin} = \text{min} + (bin - 1) \cdot \text{width}, \quad \forall bin = 1, 2, 3, \dots, \sqrt{n}$$

$$LS_{bin} = \text{min} + bin \cdot \text{width}, \quad \forall bin = 1, 2, 3, \dots, \sqrt{n}$$

La marca de clase es el punto medio de cada intervalo y representa a todo el intervalo para el cálculo de estadísticos y/o parámetros. Se define como,

$$x_{bin} = \frac{Li_{bin} + Ls_{bin}}{2}, \quad \forall bin = 1, 2, 3, \dots, \sqrt{n}$$

Para el cómputo de las frecuencias es útil la construcción de un diagrama de tallo y hoja. O realizar el conteo mediante alguna función de alguna hoja de cálculo, si es que se está analizando información con este tipo de software. La finalidad es contar cuantos datos de la muestra caen dentro del intervalo de clase. Al número final proveniente de ese conteo se le denomina frecuencia de clase, n_{bin} . Los acumulados de frecuencia de clase, y frecuencia de clase relativa se calculan igual que para las representaciones graficas del Tipo II.

El diagrama de puntos es una herramienta muy útil cuando se tiene una muestra muy pequeña de datos (alrededor de veinte observaciones en su mayoría distintas, representación Tipo I). Cuando el número de observaciones o datos es pequeño, por lo general es difícil identificar patrones específicos en la variabilidad. Entonces, el diagrama de puntos es una manera conveniente de ver las características de datos inusuales. El gráfico es muy sencillo de construir, únicamente se considera que sobre un plano cartesiano, en el eje horizontal esté el valor de interés y en el eje vertical la relación con la que se presenta en la muestra, por ejemplo: si en una muestra X el valor x_i guarda una relación con la valor r , la relación tabulada se presentará como, (x_i, r_1) , (x_i, r_2) , $(x_i, r_3), \dots, (x_i, r_n)$, y finalmente se gráfica.

El cálculo de la *mediana* y de los cuantiles obedece a la forma en la que se presentan los datos: por extensión, por frecuencias, o por intervalos. La mediana, por ejemplo, tiene tres formas de calcularse, en base a lo antes mencionado:

Gráfico Tipo I, n impar:

$$M_e = \frac{x_{\frac{n+1}{2}}}{2}$$

Gráfico Tipo I, n par:

$$M_e = \frac{\frac{x_n}{2} + \frac{x_{\frac{n}{2}+1}}{2}}{2}$$

Gráfico Tipo II, se obtiene el valor $n/2$ y deslizándose por la columna de las frecuencias absolutas acumuladas, N_i , se detecta la primera frecuencia absoluta acumulada mayor o igual a $n/2$. Si $N_i > n/2$, entonces la mediana es igual x_i correspondiente a la N_i . Si $N_i = n/2$, entonces la mediana vale,

$$M_e = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}$$

Gráfico Tipo III, se obtiene el valor $n/2$ y deslizándose por la columna de las frecuencias absolutas acumuladas, N_i , se detecta la primera frecuencia absoluta acumulada mayor o igual a $n/2$. Una vez fijo el intervalo, la mediana se obtiene mediante la siguiente expresión,

$$M_e = L_{bin} + \frac{\frac{n}{2} - N_{bin-1}}{n_{bin}} \cdot w_{bin}$$

Los cuantiles se calculan de la siguiente manera, variando k en función del tipo de cuantil: $k=4$ para cuartiles, $k=10$ para deciles, y $k=100$ para percentiles, y en donde r representa el cuartil, decil o percentil de interés,

$$C_{\frac{rn}{k}} = L_{i-1} + \frac{\frac{rn}{k} - N_{i-1}}{n_i} \cdot w_i$$

Siendo el intervalo i -ésimo el primero que verifica que

$$N_i \geq \frac{rn}{k}$$

La *moda*, por el contrario, obedece a la verificación de los datos dados por extensión, ubicando la *moda* como el valor que más se presenta, y para el caso de datos presentados en intervalos,

Moda para intervalos de igual amplitud. Se fija el intervalo de mayor frecuencia (intervalo modal absoluto) y aquellos con frecuencia superior a la de los intervalos adyacentes (intervalos modales relativos). Dentro de cada intervalo modal la moda se calcula de la siguiente manera:

$$M_o = L_{bin-1} + \frac{n_{bin+1}}{n_{bin+1} + n_{bin-1}} \cdot w_{bin}$$

Moda para intervalos de distinta amplitud. Para este caso el intervalo modal absoluto será aquel que tenga mayor altura en el histograma. El cálculo es similar al de intervalos de igual amplitud. Solo que en este caso, no intervienen las frecuencias sino la altura del intervalo.

Axiomas de Kolmogorov. La definición formal de la probabilidad se puede visualizar con los axiomas de Kolmogorov. Dado un conjunto de sucesos elementales, Ω , sobre el que se ha definida una σ -álgebra de subconjuntos de Ω , y una función P que asigna valores reales a los elementos de σ , denominados sucesos, se dice entonces que P es una probabilidad sobre (Ω, σ) si se cumplen los siguientes axiomas:

1. La probabilidad de un suceso A es un número real mayor o igual que cero.

$P(A) \geq 0$, la probabilidad de un suceso es un número positivo o nulo.

2. La probabilidad del total, Ω , es igual a 1.

$P(\Omega) = 1$, Ω representa todas las alternativas y se denomina suceso seguro.

3. Si A_1, A_2, \dots, A_n , son sucesos mutuamente excluyentes⁴¹, entonces:

$$P(A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n) = \sum P(A_i)$$

Según este axioma se puede calcular la probabilidad de un suceso compuesto de varias alternativas mutuamente excluyentes sumando las probabilidades de sus componentes.

Distribuciones discretas de Probabilidad

- Distribución Uniforme Discreta

$$P(X = x_i) = \frac{1}{n}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n.$$

$$E[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

41 Incompatibles dos a dos, disjuntos o de intersección vacía dos a dos.

$$E[X^2] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2$$

- Distribución Triangular

$$f(x) = \frac{2}{c-a} \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & a < x < c \end{cases}$$

$$E[X] = \frac{a+b+c}{3}$$

$$E[X^2] = \frac{(c-a)^2 - (b-a)(c-b)}{18}$$

- Distribución Binomial

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

$$E[X] = np$$

$$E[X^2] = npq$$

- Distribución Geométrica

$$P(X = x) = pq^x$$

$$E[X] = \frac{q}{p}$$

$$E[X^2] = \frac{q}{p^2}$$

- Distribución Binomial Negativa

$$P(X = x) = \binom{x+r-1}{x} p^r q^x$$

$$E[X] = \frac{rq}{p}$$

$$E[X^2] = \frac{rq}{p^2}$$

- Distribución Hipergeométrica

$$P(X = r) = \frac{\binom{N_1}{r} \binom{N_2}{n-r}}{\binom{N_1+N_2}{n}}$$

$$E[X] = \frac{nN_1}{N_1 + N_2}$$

$$E[X^2] = n \left(\frac{N_1 + N_2 - n}{N_1 + N_2 - 1} \right) \frac{N_1 N_2}{(N_1 + N_2)^2}$$

- Distribución de Poisson

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x}{x!} e^{-\lambda}$$

$$E[X] = E[X^2] = \lambda$$

- Distribución Exponencial

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x} \\ 0 \end{cases}$$

$$P(X \leq t) = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$E[X] = \frac{1}{\lambda}$$

$$E[X^2] = \frac{1}{\lambda^2}$$

Distribuciones continuas de Probabilidad

- Distribución Uniforme Continua.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \end{cases}$$

$$E[X] = \frac{a+b}{2}$$

$$E[X^2] = \frac{(b-a)^2}{12}$$

- Distribución Normal

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

$$E[X] = \mu$$

$$E[X^2] = \sigma^2$$

- Distribución Normal Estándar

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$E[X] = 0$$

$$E[X^2] = 1$$

- Distribución Lognormal

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(\ln(x)-\mu)^2}$$

$$E[X] = e^{\mu + \frac{\sigma^2}{2}}$$

$$E[X^2] = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)$$

- Distribución Logística.

$$f(x) = \frac{be^{-(a+bx)}}{(1 + e^{-(a+bx)})^2}$$

$$F(x) = \frac{1}{1 + e^{-(a+bx)}}$$

- Distribución Rayleigh.

$$f(x|\sigma) = \frac{x \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}}{\sigma^2}$$

$$E[X] = \sigma\sqrt{\frac{\pi}{2}}$$

$$E[X^2] = \frac{4 - \pi}{2} \sigma^2$$

- Distribución Weibull.

$$f(x) = \frac{\beta}{\delta} \left(\frac{x}{\delta}\right)^{\beta-1} e^{-\left(\frac{x}{\delta}\right)^\beta}$$

$$F(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\delta}\right)^\beta}$$

$$E[X] = \delta \Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)$$

$$E[X^2] = \delta^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{\beta}\right) - \delta^2 \left[\Gamma\left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\right]^2$$

Aproximaciones a la media de una distribución.

- A la media de una distribución normal:

$$\mu_n = P_{10} * 0.25 + P_{50} * 0.5 + P_{90} * 0.25$$

- A la media por medio de la aproximación extendida de Pearson-Tukey:

$$\mu_{P-T} = P_5 * 0.185 + P_{50} * 0.630 + P_{95} * 0.185$$

- A la media⁴² por medio de la aproximación extendida de Swanson-Megill:

$$\mu_{S-M} = P_{10} * 0.3 + P_{50} * 0.4 + P_{90} * 0.3$$

⁴² Normalmente, esta aproximación es muy usada para distribuciones que presentan un comportamiento lognormal.

Apéndice B. Complemento de Ingeniería Petrolera.

Eficiencias de recuperación.

- *Eficiencia de recuperación por balance de materia.* Para un yacimiento de aceite bajo saturado, desde P_i hasta P_b . Como no hay gas libre en el yacimiento, la eficiencia de recuperación para el gas en solución será la misma que para el aceite,

$$E_{roil} = \frac{c_e \cdot (P_i - P_b) \cdot B_{oi}}{B_{ob}}$$

$$c_e = \frac{S_o c_o + S_w c_w + c_p}{S_o}$$

Para yacimientos carbonatados fracturados,

$$c_e = c_o + \frac{\phi_m S_{wm} c_w + \phi_m c_{pm} + \phi_f c_{pf}}{\phi_m (1 - S_{wm}) + \phi_f}$$

Si, $\phi_f \ll \phi_m \rightarrow c_{pf} \sim 0$

Si c_w & $c_{pm} \sim 0$, entonces, $c_e = c_o$,

$$c_o = \frac{(B_{ob} - B_{oi})}{B_{ob}(P_i - P_b)}$$

- *Eficiencia de recuperación por gas en solución.* La correlación *API* para un yacimiento bajo saturado, con mecanismo de empuje por gas en solución, sin gas libre inicial, para el tipo de formación de arenas, areniscas y carbonatos,

$$[E_{roil}]_{sg} = 0.41815 \left[\frac{\phi(1 - S_{wi})}{B_{ob}} \right]^{0.1611} \left[\frac{k}{\mu_{ob}} \right]^{0.0979} [S_{wi}]^{0.3722} \left[\frac{P_b}{P_i} \right]^{0.1741}$$

Para el siguiente rango de datos,

Propiedad	unidad	Areniscas		Carbonatos	
		Min.	Máx.	Min.	Máx.
k	Darcies	0.006	0.940	0.001	0.252
ϕ	Fracc.	0.115	0.229	0.042	0.200
S_w	Fracc.	0.15	0.500	0.163	0.350
Densidad	API	20	49	-	50
R_{sb}	scf/stb	60	1680	302	1867
P_b	psia	639	4403	1280	3578
$[E_r]_{gs}$	Fracc.	0.095	0.460	0.155	0.207

- *Eficiencia de recuperación por segregación gravitacional.* En realidad, hay siempre un cierto grado de segregación de gravedad entre el gas libre y el aceite durante la producción de un yacimiento de aceite con casquete de gas. La importancia relativa de la segregación de gravedad puede ser expresada por (N_G) la forma (Smith, 1953):

$$N_G = \frac{k_o \cdot (\rho_o - \rho_g) \cdot \sin \alpha}{\mu_o}$$

- *Eficiencia de recuperación por presencia de acuífero.* La acción del acuífero puede variar de *completa a parcial*. Si el volumen de agua invade los poros saturados

inicialmente por hidrocarburos y reemplaza al aceite y al gas completamente - o mantiene la presión del depósito por encima de la presión de burbuja durante la vida productiva del yacimiento ($P_i > P_b$) – la acción del acuífero se considera *completa*. Si el volumen de agua es insuficiente para mantener la presión del yacimiento por encima de la presión de burbuja - y la presión del yacimiento sigue descendiendo durante la vida productiva del yacimiento ($P_i < P_b$) – la acción del acuífero se considera *parcial*. La correlación API que modela la eficiencia de recuperación por la acción de un acuífero sobre un yacimiento con arenas y areniscas es:

$$[E_{roil}]_{wd} = 0.54898 \left[\frac{\phi(1 - S_{wi})}{B_{oi}} \right]^{0.0422} \left[\frac{k\mu_{wi}}{\mu_{oi}} \right]^{0.0770} [S_{wi}]^{-0.1903} \left[\frac{P_i}{P_b} \right]^{-0.2159}$$

Propiedades	min	max
k (darcies)	0.011	4.0
ϕ (fracc.)	0.111	0.350
S _w (fracc.)	0.052	0.470
%API	15	50
μ_{oi} (cp)	0.2	500
[E _{Ro}] _{wd} (fracc.)	0.278	0.867

Apéndice C. Complemento de Evaluación Económica.

Tipos de Costos de Operación (*OpCost* u *OPEX*) que maneja PEP⁴³.

Premisas por campo:

- Mano de Obra por Producción. [Pesos/BOE]
- Materiales por Producción. [Pesos/BOE]
- Servicios Generales por Producción. [Pesos/BOE]
- Administración del Corporativo por Producción. [Pesos/BOE]
- Compra de Gas por Producción. [Pesos/BOE]
- Compra de Nitrógeno por Producción. [Pesos/BOE]
- Otras Compras Interorganismos por Producción. [Pesos/BOE]
- Reserva Laboral por Producción. [Pesos/BOE]
- Otros por Producción. [Pesos/BOE]

OPEX:

- Mano de Obra por Pozo [Pesos/W/Yr]
- Mano de Obra [MPesos/Yr]
- Materiales por Producción [MPesos/Yr]
- Servicios Generales por Producción. [MPesos/Yr]

⁴³ PEP. PEMEX Exploración y Producción.

- Administración del Corporativo por Producción. [MPesos/Yr]
- Compra de Gas por Producción. [MPesos/Yr]
- Compra de Nitrógeno por Producción. [MPesos/Yr]
- Otras Compras Interorganismos por Producción. [MPesos/Yr]
- Reserva Laboral por Producción. [MPesos/Yr]
- Otros por Producción. [MPesos/Yr]

Tipos de Unidades de Inversión que maneja PEP⁴⁴.

Las unidades mínimas de inversión que maneja PEMEX se agrupan en:

1. Plantas y equipo.
2. Pozos.
3. Ductos.
4. Tanques de Almacenamiento.
5. Exploración.
6. Lineamientos corporativos.

A su vez, cada uno de estos grupos se subdivide e como muestra a continuación:

1. Plantas y equipos.
 - a. Compresión
 - i. Compresor a boca de pozo.
 - ii. Estación para un campo.
 - iii. Estación para un ducto.
 - iv. Equipo adicional a la estación existente.

⁴⁴ IDEM.

- v. Reemplazo de equipo.
- b. Instalaciones de Producción.
 - i. Nuevas instalaciones.
 - ii. Adición de instalaciones.
 - iii. Reemplazo de equipo.
- c. Instalaciones de inyección.
 - i. Nuevas instalaciones.
 - ii. Adición de instalaciones existentes.
 - iii. Reemplazo de equipo.
- d. Sistema artificial.
 - i. Equipo nuevo.
 - ii. Equipo nuevo antes de presión de abandono.
 - iii. Reparación.
- e. Automatización de instalaciones.

2. Pozos.

- a. De desarrollo
- b. Reparación mayor (en otro intervalo)
- c. Reparación (mayor o menor, mismo intervalo).
- d. Intermedio
- e. De inyección adicional

3. Ductos.

- a. Para desarrollo de nuevo campo.
- b. Ducto paralelo.
- c. Reemplazo de ducto averiado.

- d. Reemplazo de ducto en malas condiciones.
- e. Adición de ductos para incremento de flexibilidad.
- f. Desarrollo de un campo que involucra un ducto de CTO.

4. Tanques de Almacenamiento.

- a. Incremento de flexibilidad operativa.
- b. Aceleración de perfil de producción.
- c. Tanque de almacenamiento de agua proveniente del pozo.
- d. Reemplazo de tanque averiado.
- e. Reemplazo de tanque en malas condiciones.

5. Exploración.

- a. Pozos exploratorios.
- b. Pozos delimitadores.

6. Lineamientos corporativos.

- a. Seguridad industrial.
- b. Protección ambiental.
- c. Entrenamiento y capacitación.
- d. Administración.